А. Н. Коркин

Александр Николаевич Коркин (1837—1908 гг.) был первым из учеников П. Л. Чебышева, известных в научном мире своими математическими трудами. В течение многих лет (1860—1908 гг.) он преподавал в Петербургском университете. Его научные интересы в области теории чисел были сосредоточены на изучении теории квадратичных форм. Совместно с Е. И. Золотаревым им были подготовлены три статьи о минимумах квадратичных форм. Вскоре после кончины Коркина в его бумагах были найдены записи о решении двучленных сравнений, подготовленные к публикации К. А. Поссе и И. И. Ивановым и изданные К. А. Поссе [П 10]. В Архиве АН СССР хранятся его рукописные материалы, о некоторых из них будет сказано ниже.

Работы А. Н. Коркина и Е. И. Золотарева по теории квадратичных форм. А. Н. Коркин занимался изучением теории квадратичных форм еще во время своей первой научной командировки за границу. Среди его рукописей того времени имеются, например, подробные конспекты лекций Дирихле о счете классов бинарных форм.[1] Долгие годы эти вопросы продолжали интересовать ученого. Об этом свидетельствуют замечания Коркина на упомянутой рукописи, относящиеся к разным периодам его творчества.

Поэтому особый интерес у Коркина вызвала магистерская диссертация Е. И. Золотарева [1], в которой использовалась теория квадратичных форм. Коркин не был официальным оппонентом, но на защите выступил с замечаниями по этой работе. Исследования, предпринятые вскоре после этой защиты совместно Коркиным и Золотаревым, были изложены ими в трех статьях [Коркин, 1—3]. Кроме того, вопросы теории квадратичных форм занимают много места в переписке Коркина и Золотарева, опубликованной впервые в 1931—1932 гг. в Полном собрании сочинений Е. И. Золотарева [Коркин, 13].

Совместные работы Золотарева и Коркина по теории квадратичных форм были вызваны интересом к научным проблемам, обсуждаемым в письмах Эрмита к Якоби. Об этом писал Коркин в записке, посвященной памяти Золотарева: «В тех же письмах поставлен вопрос о точном пределе для наименьших значений положительных квадратичных форм, решение которого было известно только для случая двух и трех переменных. Вопрос этот, один из труднейших, повел к целому ряду исследований, сделанных Золотаревым совместно с профессором Коркиным» [Золотарев, П 11, стр. 83].

В первой из статей «О положительных квадратичных кватернарных формах» [1] авторы доказали теорему: переменным лю-

---

[1] ЛОА АН СССР, ф. 759, оп. 4, № 115, лл. 81—142.

Александр Николаевич Коркин.

бой положительной кватернарной квадратичной формы определителя D можно придать такие целые значения, что значение формы не будет превосходить величины $\sqrt[4]{4D}$, и существуют такие формы, минимумы которых равны $\sqrt[4]{4D}$. Примером такой формы является форма

$$\sqrt[4]{4D}\,(x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4).$$

Таким образом, точной верхней границей минимумов кватернарных квадратичных форм будет $\mu(4)=\sqrt[4]{4}$. Для $n=2$ и $n=3$ точные верхние границы минимумов были известны:

$$\mu(2)=\sqrt{\frac{4}{3}},\quad \mu(3)=\sqrt[3]{2}.$$

Результат этой статьи неоднократно использовался математиками. Метод этой работы (метод двух плоскостей) впоследствии много раз применял А. А. Марков.

Вторая совместная статья «О квадратичных формах» [2] была опубликована в 1873 г. Здесь Коркин и Золотарев впервые вводят понятие предельной, или экстремальной, формы. Авторы так объясняли историю появления этой работы. Первоначально они хотели убедиться в справедливости гипотезы Эрмита и доказать, что величина $2\sqrt[n]{\dfrac{D}{n+1}}$ есть точная верхняя граница минимумов форм с n переменными определителя D. Вместо этого они выяснили, что указанная величина является минимумом экстремальных форм, т. е. является точной верхней границей не для всех, а лишь для некоторых форм. Если же рассматривать все множество квадратичных форм с n переменными данного определителя D, то имеются локальные минимумы, которые превосходят эту величину. Они пришли к заключению, что точной верхней границей для всего множества указанных форм является наибольший из локальных минимумов, которые содержатся в этом множестве.

Коркин и Золотарев установили одно из важнейших свойств предельных форм. Пусть $f\,(x_1,\ x_2,\ldots,\ x_n)$ — предельная форма определителя D, m — ее минимум, а

$$\begin{matrix} l_{11}, & l_{12}, & l_{13}, & \ldots, & l_{1n}, \\ l_{21}, & l_{22}, & l_{23}, & \ldots, & l_{2n}, \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ l_{\sigma1}, & l_{\sigma2}, & l_{\sigma3}, & \ldots, & l_{\sigma n}, \end{matrix} \tag{1}$$

— все системы целых значений переменных x_n, при которых форма достигает своего минимума, так что

$$f\,(l_{si})=m \quad (s=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ \sigma;\ i=1,\ 2,\ \ldots n). \tag{2}$$

При этом если две системы значений отличаются только знаками, то их считают одинаковыми и учитывают только один раз (такие системы значений переменных x_k называются представлениями минимума данной формы). В этом случае уравнения (2), линейные относительно коэффициентов a_{ij} формы f, определяют эти коэффициенты с точностью до общего множителя. Отсюда следует, что число строк в (1) не меньше $\frac{n(n+1)}{2}$, т. е. $\sigma \geqslant \frac{n(n+1)}{2}$, так как представлений минимума не меньше, чем $\frac{n(n+1)}{2}$.

При исследовании положительных квадратичных форм Коркин и Золотарев применяли свой метод приведения положительной квадратичной формы к простейшему виду, названный ими «разложением формы по ее минимумам». Этот метод они применили и при доказательстве теоремы Эрмита относительно верхней границы минимумов положительных квадратичных форм от n переменных: $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{n}{2}} \sqrt[n+1]{D}$ и для получения другой, более точной, чем у Эрмита, границы для минимумов форм. Для бинарных, тернарных и кватернарных форм полученная ими верхняя граница является точной. Для числа переменных $n \geqslant 5$ эта граница точной уже не является.

В этой работе были указаны примеры предельных форм и для других значений n: для $n = 6$ с минимумом $2\sqrt[6]{\frac{D}{3}}$, для $n = 7$ с минимумом $\sqrt{64D}$. Вопрос о предельных формах с пятью и более переменными Коркин и Золотарев обсуждали в письмах 1872 г. Там же они рассматривали различные приложения теорем о минимумах: к теории уравнений, к доказательству алгебраических теорем, к интегрированию. К сожалению, эти планы остались не осуществленными.

Замечание о неопределенных формах, сделанное авторами в работе [2], явилось исходным пунктом для исследований их ученика А. А. Маркова (см. стр. 178).

Третья работа Коркина и Золотарева «О положительных квадратичных формах» [3] дополняет исследование о предельных формах, начатое ими во второй статье. Здесь выясняются некоторые важные свойства этих предельных форм и найдены все предельные формы с двумя, тремя, четырьмя и пятью переменными.

Появлению трех статей Коркина и Золотарева предшествовала длительная и чрезвычайно кропотливая работа обоих ученых.

Продолжателями идей Коркина и Золотарева в Советском Союзе являются Б. Н. Делоне, Б. А. Венков и их ученики. Рассмотрению и геометрическому истолкованию их работ посвящено несколько разделов в книге Б. Н. Делоне [И 9].

О решении двучленных сравнений. Кроме исследований по теории квадратичных форм, Коркину принадлежат труды по другим вопросам теории чисел: решению двучленных сравнений, представлению чисел в виде суммы квадратов, о числах Бернулли и др. Но опубликованы лишь немногие из этих исследований.

О содержании статьи Коркина [9] И. И. Иванов писал: «В этой работе мы находим: 1) обобщения теорем Чебышева об определении первообразных корней простых чисел, заключающихся в известных формах, и 2) ряд предложений относительно двучленных сравнений с простым модулем» [П 10, стр. 15]. Дальше излагались способы Коркина для нахождения первообразных корней и решения двучленных сравнений.

Коркин рассмотрел сравнения вида

$$x^q \equiv a \pmod p, \tag{3}$$

где q — простое число, делитель числа $p-1$, а число a удовлетворяет условию

$$a^{\frac{p-1}{q}} \equiv 1 \pmod p. \tag{4}$$

Для нахождения всех решений сравнения (3) достаточно знать одно его решение и, кроме того, одно решение, отличное от единицы, сравнения

$$z^q \equiv 1 \pmod p. \tag{5}$$

Если известен один из первообразных корней числа p или вообще, как замечает Коркин, любой невычет степени q числа p, то можно найти все решения сравнения (3). Он предлагает свой способ для нахождения одного решения сравнения (5). В конце статьи Коркин указал на несколько ошибок в таблицах Буркхардта и Якоби.

Эта работа была написана Коркиным в качестве введения к составленным им таблицам, и поэтому большая часть теорем в ней была дана без доказательств. Таблицы были составлены им для личного пользования.

К. А. Поссе написал примечания к этой статье Коркина [П 10, 11]. Подготавливая ее к печати Поссе и Иванов обнаружили, что ряд теорем из этой работы был доказан в статье Вертхайма.[2] При этом ни Коркину, ни Вертхайму, видимо, не была известна книга Демаре [3] с таблицей первообразных корней всех простых чисел до 10 000, представленная в Парижскую Академию наук

---

[2] Wertheim G. Primitive Wurzeln der Primzahlen von der Form $2^k q^\lambda + 1$. Acta mathem., t. 20, 1897, pp. 143—152.

[3] Desmarest E. Théorie des nombres. Traité de l'analyse indeterminée du seconde degré à deux inconnues. Paris, 1852.

в 1845 и 1846 гг. еще до появления «Теории сравнений» Чебышева (1849 г.), в Прибавлении к которой были впервые опубликованы теоремы такого рода.

Как использовать таблицы Коркина для вычисления индексов произвольно взятых чисел, показал Граве в заметке [7], иллюстрируя свое замечание примерами. Вопросами того же рода, что и Коркин в [9], занимался священник Максимов [2]. Метод Коркина для решения двучленных сравнений изложен в книге Граве [1].

Б. А. Венков писал о методе Коркина: «Для практического решения двучленных сравнений А. Н. Коркин дал метод, основанный на введении некоторых вспомогательных чисел, которые он называет характерами и которые вычисляются раз навсегда для данного простого модуля. Коркин вычислил эти характеры для простых чисел до 4000. Метод Коркина особенно полезен ввиду того, что К. А. Поссе продолжил вычисление таблицы характеров до 10 000» [И 4, стр. 31].

Другие работы по теории чисел. К работам по теории чисел примыкает небольшая заметка «О невозможности алгебраического соотношения $x^n+y^n+z^n=0$» [5, 6], посланная Коркиным Эрмиту.

Р. Лиувилль [4] дал доказательство возможности удовлетворить уравнению $x^n+y^n+z^n=0$ многочленами X, Y, Z. Коркин усовершенствовал доказательство Лиувилля. Заметка Коркина вызвала восторженный отзыв Эрмита [П 9, стр. 93].

В сообщении Коркина на VI съезде русских естествоиспытателей и врачей [4] говорилось:[5] «Если, согласно Лежандру, обозначить знакоположением Ex наибольшее целое число, заключенное в величине x, то следует во второй части упомянутого сравнения взять знак $+$, когда число

$$\frac{p-3}{4}+E\sqrt{p}+E\sqrt{2p}+\ldots+E\sqrt{\frac{p-3}{4}p}$$

есть четное, и знак —, когда оно нечетное. Это приводит к более общему следующему вопросу, имеющему некоторую аналогию с вопросом Ивана Бернулли, изложенным в статье ...,[6] а именно: найти способ вычислять числа $E\sqrt{p}+E\sqrt{2p}+E\sqrt{3p}+\ldots$, не прибегая к извлечению корня из каждого из них. Не входя в изложение решения этого вопроса, профессор Коркин заявил, что можно составить все числа ряда $E\sqrt{p}$, $E\sqrt{2p}$, $E\sqrt{3p}$, ...,

---

[4] Liouville R. Sur impossibilité de la relation algébrique. C. R., t. 89, 2-e part., 1879, pp. 1108—1110.

[5] В протокольную запись внесены исправления по черновику письма Коркина Лемуану [119, стр. 96, 97].

[6] Bernoulli J. Sur une espèce de calcul. Recueil pour les astronômes, t. 1, Berlin, 1771, pp. 255—284.

$E\sqrt{pp}=p$, найдя только некоторые из них в числе $E\left(\frac{p+21}{36}\right)$» [4, стр. 169]. С этой темой связаны вопросы, опубликованные Коркиным [8]. Один вопрос был сформулирован так: «Обозначим p простое число вида $4n+3$ и y — число $\frac{p+1}{4}-E\sqrt{p}$. Тогда две суммы

$$A=E\sqrt{p}+E\sqrt{2p}+E\sqrt{3p}+\ldots+E\sqrt{\frac{p-3}{4}p}$$

и

$$B=E\left[\frac{\sqrt{(4y+3)p}-1}{2}\right]+E\left(\frac{\sqrt{3p}-1}{2}\right)+E\left(\frac{\sqrt{7p}-1}{2}\right)+$$
$$+E\left(\frac{\sqrt{11p}-1}{p}\right)+\ldots E\left(\frac{\sqrt{(4y-1)p}-1}{2}\right)$$

будут одновременно или обе четные, или обе нечетные. Здесь $E(x)$ обозначает наибольшее целое, содержащееся в x» [8, стр. 95].

Другой вопрос: «В тех же обозначениях... надо выбрать верхний или нижний знак в сравнении

$$1\cdot 2\cdot 3\ldots\frac{p-1}{2}\equiv\pm 1\,(\mathrm{mod}\,p)\qquad (5', -E.\ O.)$$

в зависимости от того, будут числа $\frac{p-3}{4}+A$ и $\frac{p-3}{4}+B$ четными или нечетными» [8, стр. 96]. Ответы на вопросы Коркина дали И. И. Иванов и Франель.

Б. А. Венков писал в 1937 г.: «В неизданных рукописях А. Н. Коркина, хранящихся в Физико-математическом институте Академии наук СССР, излагается способ для определения знака ± 1 в сравнении... ($5'$, —*Е. О.*) для простого числа $p\equiv 3\ (\mathrm{mod}\ 4)$. Этот способ основан на легко доказываемом замечании, что в сравнении... ($5'$, — *Е. О.*) имеет место знак $+$ или $-$, смотря по тому, будет ли число $\frac{p-3}{4}+[\sqrt{p}]+[\sqrt{2p}]+\ldots+\left[\sqrt{\frac{p-3}{4}p}\right]$ четным или нечетным. Коркин дает прием для последовательного составления чисел $[\sqrt{p}]$, $[\sqrt{2p}]$, $[\sqrt{3p}]$, ... путем одних сложений, аналогичный правилу Ивана Бернулли..., для приложения этого приема нужно предварительно вычислить несколько членов ряда $[\sqrt{p}]$, $[\sqrt{2p}]$, $[\sqrt{3p}]$, ... в количестве $\leqslant\frac{p+21}{36}$. Однако на практике способ Коркина приводит, по-видимому, к более сложным вычислениям, чем критерий Кронекера...» (И 4, стр. 30].

В книге Б. А. Венкова дан вывод этого сравнения [И 4, стр. 14, 15].

Вопрос о знаке этого сравнения впервые был поставлен Дирихле [7] в 1828 г. Кронекер дал правило для определения этого знака (1857 г.). Изложение его результатов дано в книге Венкова [И 4, стр. 202, 203]. Этот вопрос интересовал также П. С. Назимова [1], Я. В. Успенского [10] и других математиков.

В том же журнале был опубликован еще один вопрос Коркина, уже другого рода: «Обозначим через ρ неприводимую дробь, положительную и меньшую чем $\frac{1}{2}$, знаменатель которой не превосходит величины N. Пусть p — простое нечетное число, большее чем $\frac{N}{2}$ и меньшее или равное N, или целая положительная степень которого больше чем $\frac{N}{2}$ и меньше или равна N. Имеем $\sum \log \operatorname{tg} \rho\pi = \frac{1}{2} \sum \log p$, где сумма в левой части берется по всем дробям ρ, а сумма второй части по всем числам p» [8, стр. 146]. Ответ на этот вопрос был дан Франелем.

Некоторые вопросы теории чисел в рукописях А. Н. Коркина. В черновых записях, относящихся к 1894 г. и посвященных работе Римана о числе простых чисел, не превосходящих данной границы,[8] Коркин дает подробный вывод некоторых формул Римана.[9]

Коркин рассматривает формулу из статьи Римана

$$\log \zeta(s) = -\sum_p \log(1 - p^{-s}), \quad p \text{ — простые,}$$

или

$$\log \zeta(s) = \sum_p p^{-s} + \frac{1}{2} \sum_p p^{-2s} + \frac{1}{3} \sum_p p^{-3s} + \ldots. \tag{6}$$

Подробно выполняя все промежуточные действия, он выводит из нее другую формулу Римана

$$\frac{1}{s} \log \zeta(s) = \int_0^\infty f(x)\, x^{-(s+1)}\, dx \tag{7}$$

и

$$\frac{1}{s} \log \zeta(s) = \int_2^\infty \frac{F(x)\, dx}{x\,(x^s - 1)}. \tag{8}$$

---

[7] Lejeune-Dirichlet P. G. Question d'analyse indéterminée. Werke, Bd. 1, Berlin, 1889, SS. 105—108.

[8] ЛОА АН СССР, ф. 759, оп. 4, № 114, лл. 184, 185, об.

[9] Риман Б. Сочинения, М., 1948, стр. 216—224.

Функция $f(x)$ равна

$$f(x)=F(x)+\frac{1}{2}F(x^{1/2})+\frac{1}{3}F(x^{1/3})+\ldots.$$

Для обращения формулы (7), т. е. для того чтобы выразить $f(x)$ через $\frac{\log\zeta(s)}{s}$, Риман использует формулу Фурье. Коркин хорошо знал эту формулу, так как использовал ее еще в магистерской диссертации «Рассуждение об определении произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными» (1860 г.).

Коркин записывает эту формулу в виде

$$\varphi(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\int\limits_{k}^{l}e^{b(t-z)i}\varphi(z)\,dz\right]db.$$

Здесь $\varphi(x)$ задана в промежутке $[k, l]$ и равна нулю вне его.

Полагая $x=e^z$, $s=a+bi$ в формуле (7) при $a>1$, он умножает обе части равенства на $e^{bti}db$, интегрирует от $b=-\infty$ до $b=+\infty$ и получает

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\log\zeta(a+bi)}{a+bi}e^{bti}db=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\int\limits_{0}^{\infty}f(e^z)e^{-az}e^{b(t-z)i}dz\right]db.$$

Здесь $k=0$, $l=\infty$. Правая часть представляет собой (по формуле Фурье) $2\pi f(e^t)e^{-at}$. Сделав замену $t=\log x$ (тогда $e^t=x$, $e^{-at}=x^{-a}$, $e^{bti}=x^{bi}$) и умножив обе части равенства на $\frac{x^a}{2\pi}$, он получает формулу

$$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\log\zeta(a+bi)}{a+bi}x^{a+bi}db. \tag{9}$$

Коркин утверждает, что «Если мы могли бы вычислить правую часть этого уравнения, то нашли бы $f(x)$, а через нее и $F(x)$.... В самом деле, если две функции связаны уравнением

$$\varphi(1)=\psi(1)+\psi(2)+\psi(3)+\ldots,$$

то, наоборот, будет

$$\psi(1)=\varphi(1)-\varphi(2)-\varphi(3)-\varphi(5)+\varphi(6)+\ldots».$$

Это — формула обращения Мёбиуса, т. е. Коркин согласен с дальнейшим ходом рассуждений Римана. И далее, «Однако весьма сомнительно, чтобы в формуле (9) (здесь и дальше наш номер, — *Е. О.*) правая часть была равна левой, так как применение теоремы Фурье к формуле (7) незаконно».[10]

Вслед за этими замечаниями, относящимися к работе Римана, в тетради Коркина имеются доказательства некоторых утверждений статьи Чебышева «Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины» [3]. Коркин доказывает, что

$$\lim_{\rho\to 0}\left(\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m^{1+\rho}}-\frac{1}{\rho}\right)=C, \tag{10}$$

где C — постоянная Эйлера, $\rho>0$, m — натуральные числа.

Чебышев доказывал конечность этого предела с помощью выражения этой разности в виде довольно сложной дроби (см. стр. 119). Тогда как Коркин использует признак сходимости рядов Коши. Обозначим сумму ряда

$$S=\sum_{1}^{\infty}\frac{1}{m^{1+\rho}},$$

частную сумму

$$S_n=\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{m^{1+\rho}},$$

остаток r_n.

Представим остаток в виде

$$r_n=\int_n^{\infty}f(x)\,dx+0(\rho)f(n),$$

где $\theta(\rho)$ — ограниченная величина. Затем положим $f(x)=\frac{1}{x^{1+\rho}}$, где $m=1, 2, 3, \ldots$, тогда

$$S=S_n+r_n=S_n+\int_n^{\infty}\frac{dx}{x^{1+\rho}}+\theta(\rho)\frac{1}{n^{1+\rho}}. \tag{11}$$

Рассмотрим разность

$$u(\rho)=S-\frac{1}{\rho}=-\left(\frac{n^{-\rho}-1}{-\rho}\right)+S_n+\frac{\theta(\rho)}{n^{1+\rho}},$$

где $0<\theta<1$, и ее предел при $\rho\to 0$

$$\lim_{\rho\to 0}u(\rho)=\lim_{\rho\to 0}S_n-\log n+\frac{\theta(0)}{n}.$$

[10] ЛОА АН СССР, ф. 759, оп. 4, № 114, лл. 184, 185.

Затем возьмем предел $u(\rho)$ при $n \to \infty$. Левая часть не зависит от n

$$\lim_{\substack{\rho\to 0\\ n\to\infty}} \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^{1+\rho}} - \frac{1}{\rho} \right) = \lim_{\substack{\rho\to 0\\ n\to\infty}} S_n - \lim_{n\to\infty} \log n + \lim_{n\to\infty} \frac{\theta(0)}{n},$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\theta}{n} = 0, \; S_n = 1 + \frac{1}{2^{1+\rho}} + \frac{1}{3^{1+\rho}} + \ldots + \frac{1}{n^{1+\rho}} \to \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k},$$

$$\lim_{\substack{\rho\to 0\\ n\to\infty}} u(\rho) = \lim \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \log n\right) = C,$$

т. е. $u(\rho) = S - \frac{1}{\rho} \underset{\rho\to 0}{\to} C$ имеет конечный предел. Аналогично доказывается, что производная $u^{(n)}(\rho)$ тоже имеет конечный предел.

Вопросу о квадратичных формах в рукописи посвящен большой отрывок «Извлечение из мемуара Hermite'а о квадратичных формах»,[11] в котором, кроме конспекта рассуждений Эрмита, содержатся и замечания Коркина. Записи [12] также касаются вопросов о квадратичных бинарных формах. Отрывок «Тройничные неопределенные формы» [13] интересен тем, что в нем Коркин находит некоторые точные верхние границы минимумов этих форм. Такой вопрос он поставил А. А. Маркову, который спустя двадцать лет решил его в [19]. Марков писал: «В настоящей статье мы имеем в виду заняться вопросом о последовательных точных высших пределах для наименьших значений неопределенных тройничных квадратичных форм одного и того же определителя. Подобный же вопрос для бинарных форм был решен нами в диссертации [3]. . . Для тройничных форм мы не можем пока дать полного решения поставленного вопроса, которое сопряжено с большими затруднениями, и установим здесь только два высших предела, из которых первый нам был давно указан профессором А. Н. Коркиным» [Марков, 19, стр. 145]. Речь идет о следующем утверждении: «Наименьшее численное значение форм, эквивалентных

$$f_0 = -\sqrt[3]{\frac{2}{3} D}\, \{x^2 + xy + y^2 - 2z^2\},$$

равно $\sqrt[3]{\frac{2}{3}|D|}$, где $|D|$ означает числовую величину D, а для всех прочих форм того же определителя D оно меньше $\sqrt[3]{\frac{2}{3}|D|}$» [Марков, 19, стр. 162].

---

[11] Там же, лл. 214—221.
[12] Там же, лл. 421, 422 об., об. 424.
[13] Там же, лл. 656—659.

Многие записи в черновиках Коркина связаны с его попытками обобщить теорему о том, что произведение суммы двух квадратов на сумму двух квадратов есть также сумма двух квадратов.[14] Ему было известно обобщение теоремы на случай восьми квадратов. Он показал, что на случай 16 квадратов теорема не распространяется.

Большая рукописная работа Коркина посвящена систематическому изложению свойств чисел Бернулли. Теорию квадратичных форм Коркин применяет к вопросу о малых колебаниях.

[14] Там же, № 115, лл. 1084—1141.
[15] Hermite Ch. Oeuvres, t. 1. Paris, 1905, pp. 100—163.