5

А. Н. Коркин

Почти полстолетия продолжалась в Петербургском университете научно-педагогическая деятельность ученика П. Л. Чебышева Александра Николаевича Коркина. Он родился 3 марта (19 февраля) 1837 г. близ с. Шуйского Вологодской губернии в семье зажиточного крестьянина. Восьмилетним мальчиком его отдали на воспитание учителю математики Вологодской гимназии А. И. Иваницкому. Гимназию Коркин окончил с золотой медалью и в 1854 г. поступил на математический разряд физико-математического факультета Петербургского университета. Как уже отмечалось, за первую научную работу — «О наибольших и наименьших величинах» (1856 г.) — факультет наградил его золотой медалью. По рекомендации В. Я. Буняковского работа была опубликована в «Студенческом сборнике» за 1857 г.

В 1858 г. Коркин окончил университет и начал преподавать математику в Первом кадетском корпусе. В 1860 г. он защитил магистерскую диссертацию «Об определении произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными» и перешел в Петербургский университет. В 1862—1864 гг. Коркин был отправлен за границу, где слушал лекции Ламе, Лиувилля, Бертрана (в Париже), Куммера (в Берлине). В начале 1868 г. он защитил докторскую диссертацию «О совокупных уравнениях с частными производными первого порядка и некоторых вопросах механики» и в этом же году был избран экстраординарным профессором по кафедре математики. В 1873 г. Коркин — ординарный профессор, а в 1886 г. ему присвоили звание заслуженного профессора.

В университете Коркин читал несколько курсов: сферическую тригонометрию, аналитическую геометрию, начертательную геометрию, высшую алгебру, дифференциальное исчисление, интегрирование дифференциальных уравнений, вариационное исчисление, а также необязательные лекции в университете и для некоторых студентов у себя дома («коркинские субботы») по интегрированию дифференциальных уравнений в частных производных. Кроме университета он более 30 лет преподавал дифференциальное и интегральное исчисления в Военно-морской академии. Преемник Коркина по академии А. Н. Крылов вспоминал впоследствии: «Как на русском, так и на иностранных языках существовало множество курсов дифференциального и интегрального исчисления, но Коркин не придерживался ни одного из них, и можно сказать, не столько читал, как диктовал нам свой совершенно оригинальный курс, отличавшийся особенною точностью определений, крат-

А. Н. Коркин.

костью, естественностью и изяществом выводов всех формул, отсутствием той излишней щепетильности и строгости, которая не поясняет для техников, каковыми мы были, а затемняет дело и которая необходима лишь для математиков» [26].

К. А. Поссе, слушавший лекции Коркина в университете, писал: «Лекции Коркин читал чрезвычайно просто и ясно; не понимать его могли только те, которые вообще ничего понимать не в состоянии. Теоремы он формулировал всегда очень точно, каждый теоретический вывод, каждую методу пояснял примерами, подробно проделывал все выкладки и после каждой почти лекции диктовал примеры для упражнения, давая студентам материал для домашней работы» [27].

Глубокая математическая эрудиция, простая и ясная манера чтения лекций, особое внимание к слушателям, проявлявшим интерес и способности к математике,— все это производило большое впечатление на студентов. Немало видных русских математиков (А. Н. Крылов, Д. А. Граве, И. И. Иванов, Н. М. Гюнтер и др.) считали себя непосредственными учениками Коркина.

Магистерская диссертация Коркина «Об определении произвольных функций в интегралах уравнений с частными производными» (1860 г.) положила начало циклу его работ, связанных с интегрированием дифференциальных уравнений.

Первая часть диссертации посвящена вопросам представления произвольной функции $f(x)$ в виде двойного интеграла и в виде ряда. Установив формулу

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \psi[\alpha(x-x')]\, f(x')\, dx'd\alpha$$

и распоряжаясь выбором функции $\psi(x)$, удовлетворяющей определенным требованиям, Коркин получил как следствие интегральную формулу Фурье

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \cos[\alpha(x-x')]\, f(x')\, dx'd\alpha$$

[26] А. Н. Крылов. Собр. трудов. Т. 1. Ч. 1. Изд-во АН СССР, М. —Л., 1951, стр. 82.

[27] К. А. Поссе. А. Н. Коркин (некролог). — Журнал Министерства народного просвещения, 1908, № 11, стр. 39.

и некоторые ее обобщения. Пользуясь формулой Фурье и потребовав выполнения условий

$$f(0)=f(l)=0;\quad f'(0)=f'(l);$$
$$f'(l)+\beta f(l)=0,\ f'(-l)-\beta_1 f(-l)=0,$$

он нашел и рассмотрел соответствующие тригонометрические ряды Фурье. Кроме того, он подробно изучил вопрос о разложении функции $f(\theta, \varphi)$, определенной на сферической поверхности, в ряд по сферическим функциям, аналогичный ряду Фурье.

Полученные результаты использованы Коркиным во второй части, где он применил методы Пуассона для интегрирования линейных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами к решению некоторых краевых задач математической физики: о распределении тепла в стержне с очень малыми поперечными измерениями, о распространении тепла в шаре, о движении круглой упругой пластинки с двумя неподвижными круговыми контурами.

В докторской диссертации «О совокупных уравнениях с частными производными первого порядка и некоторых вопросах механики» Коркин дал новый метод (метод Коркина) интегрирования системы дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка

$$f_k(x_1, x_2, \ldots, x_n, z, p_1, p_2, \ldots, p_n)=0,\ k=1,\ 2,\ \ldots,\ m,$$

где z — искомая функция независимых переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$; $p_i = \frac{\partial z}{\partial x_i}$. К задаче об интегрировании этой системы уравнений можно подойти, указывал Коркин, с различных точек зрения. Каждое ее уравнение можно рассматривать как уравнение относительно $n+1$ различных неизвестных функций z и ее частных производных. Задача будет решена, если число уравнений будет равно числу неизвестных. В методе интегрирования систем дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка, предложенном Якоби, указывается последовательность операций, позволяющая перейти от данной системы к другой, где число уравнений на единицу больше, чем в данной [28]. В итоге получится система, число уравнений которой в общем случае будет на единицу больше числа неизвестных частных производных. Если же исходная система не содержит функции z, то число уравнений окончательной системы будет равно числу частных производных функции z, которая в этом случае определяется при помощи квадратуры.

«С этой точки зрения,— писал Коркин,— смотрели на вопрос все занимавшиеся теорией интегрирования совокупных уравнений первого порядка с частными производными. Отсюда следовало, что несмотря на некоторые изменения частностей методы Якоби и Бура, сущность оставалась та же самая: последовательное прибавление уравнений к данной системе, посредством приложения теоремы Пуассона к найденным интегралам какого-либо из уравнений данной системы. Это прибавление

[28] Коркин называет его методом Якоби и Бура, поскольку основные идеи этого метода содержатся как в мемуарах Бура 1855 и 1862 гг., так и в посмертном мемуаре Якоби, опубликованном в 1861 г.

уравнений делает решительно невозможным приложение метода к некоторым вопросам, зависящим однако существенно от интегрирования совокупных уравнений с частными производными. Оно дает возможность решить вопрос только тогда, когда все неизвестные функции действительно можно получить, т. е. когда вопрос приведен или к квадратуре или к алгебраическим исключениям. До тех пор, пока этого нет, мы ничего не можем сказать о форме неизвестных функций. Между тем есть задачи, где невозможно вполне определить неизвестную функцию, но тем не менее можно до некоторой степени определить ее форму, в чем единственно и состоит вопрос в подобных случаях» [29].

Исходя из изложенного, Коркин приходит к другой точке зрения — он рассматривает каждое уравнение системы дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка как уравнение, которому должна удовлетворять неизвестная функция z. Сущность его метода состоит в последовательном уменьшении числа уравнений, которым должна удовлетворять неизвестная функция. Найдя полный интеграл одного из уравнений системы, он применяет преобразование, дающее возможность перейти от данной системы к другой, в которой число уравнений и число независимых переменных будет каждое на единицу меньше, чем в данной системе. К новой системе опять применяется такое же преобразование. Процесс продолжается до тех пор, пока получится одно интегрируемое уравнение.

Раздел диссертации «Интегралы, общие многим задачам о движении свободной точки в плоскости» Коркин посвятил вопросу, с которого, как он писал, и началась теория интегрирования систем дифференциальных уравнений с частными производными. Это вопрос о нахождении сил, при которых задача о движении свободной точки в плоскости имеет один или несколько интегралов, общих с другими подобными задачами. Он был предложен Бертраном и решен им для случая, когда силы, действующие в задаче, зависят не от скоростей и времени, а только от координат движущейся точки. Силы в задачах Коркина зависят и от координат, и от скоростей движущейся точки. К этому общему случаю способ Бертрана не применим, Коркин же дал достаточно общий способ решения подобных задач.

В небольшой заметке А. Н. Коркина «О прямой и обратной теореме Пуассона» [30] доказана теорема, состоящая из двух частей: теоремы Пуассона о том, что если φ и ψ — два каких-либо интеграла канонической системы дифференциальных уравнений, играющей важную роль в аналитической механике, то скобка Пуассона (φ, ψ) также является интегралом этой системы; и обратной теоремы о том, что если выражение (φ, ψ) является интегралом системы

$$dt = \frac{dq_1}{A_1} = \frac{dq_2}{A_2} = \ldots = \frac{dq_m}{A_m} = \frac{dp_1}{B_1} = \frac{dp_2}{B_2} = \ldots = \frac{dp_m}{B_m},$$

[29] А. Коркин. О совокупных уравнениях с частными производными первого порядка и некоторых вопросах механики. СПБ, 1864, стр. 24—25.

[30] A. Korkin. Sur le théoreme de Poisson et son réciproque. — Mélanges mathématiques et astronomiques tirés du Bulletin de l'Academie des sciences de St-Pétersbourg, 1872, т. 4.

причем φ и ψ — два каких-либо интеграла этой же системы, то система каноническая и ее коэффициенты имеют вид

$$A_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad B_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}.$$

Обратная теорема доказана Коркиным впервые.

Две работы А. Н. Коркин посвятил интегрированию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. В мемуаре «О частных дифференциальных уравнениях второго порядка» (записка, составленная по поводу университетского акта 8 февраля 1878 г.) рассматривается уравнение Монжа — Ампера

$$Hr + 2Ks + Lt + N(rt - S^2) + M = 0,$$

где H, K, L, M, N — данные функции от x, y, z, p, q; буквами p, q, r, s, t обозначены соответственно частные производные

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Способ интегрирования, предложенный Монжем и дополненный Ампером, дает возможность в удачных случаях найти интеграл рассматриваемого уравнения. Однако остается открытым вопрос об удовлетворении начальным условиям. Коркин восполняет этот пробел и показывает, что во всех случаях, где способ Монжа применяется удачно, можно удовлетворить и начальным условиям, если их выбрать надлежащим образом. В качестве начальных условий рассматриваются простейшие: неизвестная функция z должна обратиться в заданную наперед функцию $\omega(u)$, если положить $x = \varphi(u)$, $y = \psi(u)$, где $\varphi(u)$ и $\psi(u)$ также две данные функции переменной u, кроме того, величины z, p и q для $x = \varphi(u)$ и $y = \psi(u)$ должны удовлетворять заданному уравнению

$$\sigma(x, y, z, p, q) = 0.$$

Как пример рассмотрена задача о проведении минимальной поверхности через данную кривую при данном направлении нормали к поверхности в каждой ее точке. Решая соответствующее задаче уравнение

$$(1 + q^2)r - 2pqs + (1 + p^2)t = 0,$$

Коркин получил формулы, выражающие координаты произвольной точки поверхности через данные величины (аналогичные формулы, полученные ранее Шварцем другим путем, Коркину не были известны).

Статья Коркина «О географических картах»[31] занимает заметное место в исследованиях по математической картографии, начатых Лагранжем и Эйлером.

Исходным моментом для статьи послужил мемуар Оссиана Бонне (1852 г.), в котором вопрос об изображении сферы на плоскости с сохранением площадей при условии взаимной ортогональности меридианов и параллелей сведен к интегрированию некоторого дифференциального уравнения с частными производными второго порядка. Это урав-

---

[31] A. K o r k i n. Sur les cartes géographiques. — Math. Annalen, 1890, Bd 35.

нение, однако, никем не было проинтегрировано. Коркин полностью решил более общую задачу, взяв вместо сферы любую поверхность вращения. Работа Коркина, в свою очередь, получила развитие в докторской диссертации его ученика Д. А. Граве.

Две большие работы последнего периода своего научного творчества [32] Коркин посвятил созданному Эйлером методу интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка при помощи интегрирующего множителя. Математики XIX в. (Якоби, Абель, Миндинг, Летников и многие другие) немало занимались этим методом и, в духе Эйлера, высоко ценили его. «Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка с двумя переменными,— писал Летников,— составляет один из элементарных отделов интегрального исчисления и однако нельзя не согласиться, что именно в этой части науки недостаток способов и приемов, сколько-нибудь общих, наиболее ощутителен. Способ интегрального фактора, указанный знаменитым Эйлером, до сих пор остается единственным, имеющим за собой общность идеи и поэтому несомненное научное достоинство; поэтому, я думаю, будет справедливо сказать, что только от усовершенствования теории интегрального множителя можно ожидать в настоящее время каких-либо новых путей для интегрирования или для разыскания дифференциальных уравнений, которые могут быть обынтегрированы» [33].

Обе работы Коркина непосредственно примыкают к мемуару Ф. Миндинга «Исследования об интегрировании дифференциальных уравнений первого порядка с двумя переменными» (1862 г.), в котором изучается уравнение

$$M dx + N dy = 0, \tag{1}$$

где M и N — целые функции от y с коэффициентами, являющимися функциями от x. Миндинг рассматривал интегрирующие множители вида

$$e^U (y - u_1)^{h_1} (y - u_2)^{h_2} \ldots (y - u_l)^{h_l} \tag{2}$$

уравнения (1), где U — рациональная функция от y, содержащая x; u_1, u_2, ..., u_l — функции только x; h_1, h_2, ..., h_l — постоянные. Его интересовал вопрос о роли частных решений в интегрировании дифференциальных уравнений. Известно, писал Миндинг, что общий интеграл линейного уравнения высшего порядка получается из частных интегралов простым сложением. Приложение же частных интегралов к интегрированию уравнений нелинейных, если оно вообще возможно, может существовать только в совершенно другом виде, зависящем от особенных обстоятельств. И действительно, оно весьма редко встречается, однако не совсем неизвестно. Он пытался найти конечные уравнения, связывающие функции M, N и частные решения u_1, u_2, ..., u_l

---

[32] A. Korkin. Sur les équations différentielles ordinaires du premier ordre. — Math. Annalen, 1897, Bd 48; Etudes des multiplicateurs des equations différentielles du premier ordre. St-P., 1903.

[33] А. В. Летников. Об условиях интегрируемости дифференциальных уравнений. — Математический сборник, 1866, № 1, стр. 297.

уравнения (1), если общий интеграл этого уравнения имеет вид

$$e^U (y-u_1)^{h_1} (y-u_2)^{h_2} \dots (y-u_l)^{h_l} = C,$$

где U — целая функция от y; C — произвольная постоянная. Однако ему, как указывал Коркин, это не удалось из-за ошибки, вкравшейся в рассуждения.

Продолжая исследования Миндинга, Коркин решал следующие задачи:

1. Даны коэффициенты целой функции N в виде функций от x и постоянные $m_1, m_2, \dots, m_n$; найти все величины функций P, $u_1, u_2, \dots, u_n$ одного x и целой функции M от y так, чтобы уравнение (1) имело общий интеграл вида

$$P (y-u_1)^{m_1} (y-u_2)^{m_2} \dots (y-u_n)^{m_n} = C.$$

2. Выбирая подходящим образом из величин P, u_1, u_2, ..., u_l и коэффициентов целых функций M и N такие, которые рассматриваются как данные, найти необходимые и достаточные условия, выраженные конечными уравнениями между данными и неизвестными величинами, для того, чтобы уравнение (1) могло иметь интегрирующим множителем выражение

$$P (y-u_1)^{h_1} (y-u_2)^{h_2} \dots (y-u_l)^{h_l},$$

где l, $h_1, h_2, \dots, h_l$ — данные постоянные.

3. Найти все уравнения (1), имеющие интегрирующими множителями алгебраические функции.

Некоторые результаты этих исследований Коркина были опубликованы в 92-м томе «Comptes rendus» Парижской академии наук за 1896 г. Здесь же появилась статья Пенлеве, в которой он утверждал, будто эти результаты Коркина вытекают как частные случаи из его работ. В связи с этим Коркину пришлось поместить в 113-м томе журнала ответную статью, в которой он доказал необоснованность утверждения Пенлеве.

Заметка А. Н. Коркина «По поводу статьи В. П. Ермакова под заглавием „Дифференциальные уравнения первого порядка, имеющие данный интегральный множитель факториальной формы“» (1905 г.) носит полемический характер. В ней опровергается попытка В. П. Ермакова изложить результаты Коркина в более простом виде.

Несколько работ А. Н. Коркина посвящено самым различным вопросам математического анализа. Небольшая статья «О невозможности решения уравнения $X^n + Y^n + Z^n = 0$ в целых функциях» (1880 г.) вызвана заметкой Лиувилля, в которой он доказывает невозможность найти такие три целые функции X, Y, Z от одной переменной, чтобы

$$X^n + Y^n + Z^n = 0$$

при $n > 2$. Коркин дает свое доказательство, более простое. Заметка напечатана на русском языке в 10-м томе «Математического сборника» за 1882 г.

Статья «Об одной интерполяционной задаче» [34] (1882 г.), представляющая собой извлечение из письма Коркина Эрмиту, содержит отыскание общего выражения некоторой функции, определяемой для всех целых положительных значений переменного как результат построения данной операции над данной функцией. Эта статья связана с работой В. П. Ермакова о сходимости рядов.

В работе «О кривизне поверхностей» (1887 г.) Коркин дает остроумное доказательство известной теоремы Гаусса о кривизне поверхностей (выражение этой кривизны через коэффициенты в выражении линейного элемента поверхности) при помощи преобразования переменных.

Небольшая заметка Коркина «Об одном определенном интеграле» (1882 г.) посвящена доказательству одного легко проверяемого тождества, из которого получается известное неравенство Чебышева, оценивающее интеграл от произведения двух функций. Это первое доказательство неравенства Чебышева, опубликованное почти одновременно со статьей самого Чебышева, где это неравенство дано без доказательства.

Другим направлением научных интересов А. Н. Коркина была теория чисел, по которой он совместно с Е. И. Золотаревым выполнил три работы (см. раздел о творчестве Золотарева). Совместно с Золотаревым А. Н. Коркиным написана также небольшая статья «Относительно некоторого минимума» (1873 г.). В ней дается изящное решение задачи о нахождении той из всех целых функций $f(x)$ данной степени n, с данным коэффициентом при x^n, для которой $\int\limits_0^1 [f(x)]\, dx$, где $[f(x)]$ — абсолютное значение $f(x)$, будет иметь наименьшее значение. Решение основано на одном свойстве алгебраических непрерывных дробей, подмеченном авторами.

Неопубликованный мемуар А. Н. Коркина «О распределении простых чисел, по главному модулю и по конгруэнтным биномам с таблицей первообразных корней и характеристик, которые относятся к простым числам ниже 4000» содержит обобщения теорем Чебышева об определении первообразных корней простых чисел, заключающихся в известных формах, и ряд предложений о двучленных сравнениях.

Научные исследования А. Н. Коркин не прекращал до последних дней своей жизни. Умер он 31 (19) августа 1908 г.

[34] A. Korkin. Sur un probleme d'interpolation.— Bull. des sci. math. et astronom., 1882, t. 6.