629.1
К-78.
356670

Горн. Инж. А. А. Краснопольскій.

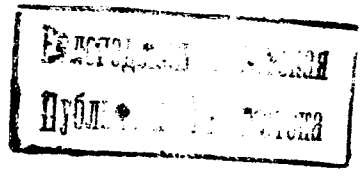
ГРУНТОВЫЕ и АРТЕЗІАНСКІЕ КОЛОДЦЫ.

Типографія П. П. Сойкина, СПБ. Стремянная, 12, собств. д.
1912.

Горн. Инж. А. А. Краснопольскій.

ГРУНТОВЫЕ и АРТЕЗІАНСКІЕ КОЛОДЦЫ.

356670.



Типографія П. П. Сойкина, СПБ. Стремянная, 12, собств. д.
1912.

624г-1
К-78

Извлечено изъ „Горн. Журн.“, кн. 3, 4, 5 и 6 за 1912 г.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Подготовляя къ печати составленный С. Н. Никитинымъ указатель литературы по буровымъ на воду скважинамъ въ Россіи, я долженъ былъ просмотрѣть значительное число сочиненій и статей, касающихся какъ бурового дѣла, такъ и водоснабженія вообще.

Просмотръ этотъ показалъ, что мы имѣемъ много буровыхъ скважинъ, болѣе или менѣе полно и обстоятельно изслѣдованныхъ въ геологическомъ отношеніи, и почти совершенно не имѣемъ скважинъ, изслѣдованныхъ подробно гидрологически. При описаніи скважинъ обыкновенно приводится геологическій ихъ разрѣзъ и свѣдѣнія о производительности; но при этомъ въ громадномъ большинствѣ случаевъ совершенно умалчивается о высотѣ уровня воды въ трубѣ скважины до и во время расхода. Отсутствіе этихъ данныхъ не позволяетъ примѣнить къ описываемымъ скважинамъ теоретическихъ формулъ расхода и опредѣлить входящіе въ эти формулы коэффиціенты.

Въ статьяхъ и замѣткахъ, касающихся буровыхъ скважинъ, весьма часто попадаются совершенно неправильныя положенія и неточности, могущія повести къ недоразумѣніямъ. Укажу, напр., на слѣдующія: 1) будто расходъ скважины пропорціоналенъ ея діаметру (Тиме, Штукенбергъ), 2) будто на расходъ этотъ вліяетъ скорость движенія воды въ грунтѣ (Войславъ), 3) будто по скорости движенія воды въ грунтѣ возможно опредѣлить расходъ скважины (Штукенбергъ) и пр.

Въ русской и иностранной литературѣ я не нашелъ данныхъ, касающихся теоретической стороны вопроса о движеніи воды въ трещиноватыхъ породахъ. Между тѣмъ, движеніе это, какъ думается, должно слѣдовать законамъ, совершенно отличнымъ отъ законовъ, регулирующихъ движеніе воды въ песчаномъ грунтѣ.

Цѣль настоящей статьи—дать краткое изложеніе теоріи грунтовыхъ и артезіанскихъ колодцевъ и указать на необходимость производства

систематическихъ наблюденій надъ расходомъ воды изъ скважинъ, заложенныхъ въ песчаныхъ и трещиноватыхъ породахъ.

Правительству и крупнымъ промышленнымъ фирмамъ въ Россіи принадлежитъ значительное количество глубокихъ буровыхъ скважинъ. Организація производства болѣе или менѣе постоянныхъ и правильныхъ наблюденій надъ расходомъ этихъ скважинъ не составитъ какого-либо затрудненія и не вызоветъ какихъ-либо расходовъ; между тѣмъ и въ теоретическомъ, и въ практическомъ отношеніи наблюденія эти въ высшей степени важны, напр., для сужденія о степени пониженія напора и расхода скважинъ съ развитіемъ эксплоатаціи послѣднихъ.

ВВЕДЕНІЕ.

Грунтовые и артезіанскіе колодцы представляютъ гидротехническія сооруженія, устраиваемыя для добычи подземныхъ водъ.

Всѣ подземныя воды, за исключеніемъ водъ такъ называемыхъ ювенильныхъ источниковъ, обязаны своимъ происхожденіемъ той части атмосферныхъ осадковъ, которая просачивается въ почву и проникаетъ въ глубину земной коры. Ювенильные же источники, характеризующіеся пульсаціей, постоянствомъ химическаго состава и постоянною и притомъ болѣе или менѣе высокою температурою, даютъ воду, образовавшуюся въ нѣдрахъ земли, вслѣдствіе вулканическихъ процессовъ, и лишь впервые появляющуюся на поверхности земли.

Атмосферные осадки, поглощающіеся почвою и подстилающими ее породами, просачиваются въ залегающіе ниже слои до тѣхъ поръ, пока не встрѣтятъ водонепроницаемой породы, на поверхности которой образуется тогда водоносный горизонтъ болѣе или менѣе значительной мощности. Эти подземныя воды, скопляющіяся на первомъ отъ поверхности земли водонепроницаемомъ слоѣ и образующія первый отъ поверхности водоносный горизонтъ, называются грунтовыми; въ частности между грунтовыми водами отличаютъ: а) *воды почвенныя*, скопляющіяся на глубинѣ, не превышающей глубины зимняго промерзанія грунта, и б) *коренныя грунтовыя воды*, скопляющіяся на болѣе значительной глубинѣ.

Мы совершенно не будемъ касаться свойствъ грунтовыхъ водъ, высоты ихъ стоянія въ зависимости отъ рельефа мѣстности, колебанія ихъ уровня (въ зависимости отъ неравномѣрнаго выпаденія атмосферныхъ осадковъ, вліянія растительнаго покрова и подпора поверхностныхъ водъ), такъ какъ все это прекрасно изложено въ статьѣ С. Н. Никитина „Грунтовыя и артезіанскія воды“, 1900 г.

Грунтовыя воды, получившія начало въ предѣлахъ данной мѣстности, скопляются на водоупорномъ ложѣ и, въ силу уклона послѣдняго, стекаютъ обыкновенно съ весьма незначительною, зависящею отъ свойствъ водоноснаго слоя скоростью въ наиболѣе пониженныя части этого ложа.

Горныя породы, слагающія водоносный горизонтъ грунтовыхъ водъ данной мѣстности, могутъ въ болѣе или менѣе значительномъ отдаленіи отъ послѣдней накрываться отложеніями болѣе юнаго сравнительно возраста, причемъ среди этихъ отложеній могутъ находиться и водонепроницаемые слои. Тогда получится, что въ этой, болѣе или менѣе удаленной мѣстности водоносный горизонтъ, который для первой мѣстности являлся грунтовымъ, будетъ уже изолированъ сверху непроницаемымъ слоемъ, на верхней поверхности котораго въ свою очередь могутъ скопляться мѣстные для второго района грунтовыя воды.

Водоносные горизонты, уединенные водонепроницаемыми слоями другъ отъ друга и отъ грунтовыхъ водъ данной мѣстности, называваются *глубокими водоносными горизонтами;* каждый изъ этихъ горизонтовъ въ болѣе или менѣе значительномъ удаленіи отъ данной мѣстности выходитъ на поверхность и здѣсь представляется грунтовымъ. Такимъ образомъ, воды глубокихъ водоносныхъ горизонтовъ, по своему происхожденію, совершенно чужды нѣдрамъ данной мѣстности; воды эти притекли сюда изъ обыкновенно весьма удаленныхъ отъ данной мѣстности площадей, на которыхъ разсматриваемый глубокій (для данной мѣстности) водоносный горизонтъ выходитъ на поверхность и для которыхъ воды этого горизонта являются грунтовыми.

Если глубокій водоносный горизонтъ не переполненъ вполнѣ водою, то вода движется въ немъ силою тяжести, представляя подобіе закрытаго самотечнаго водопровода. Но если вода, стекая въ силу тяжести въ болѣе пониженныя части водоноснаго пласта, переполнитъ послѣдній, т. е. заполнитъ всѣ поры, трещины и пустоты во всей массѣ этихъ пониженныхъ частей водоноснаго пласта, то такой переполненный водою глубокій водоносный горизонтъ можно уподобить закрытому напорному водопроводу, въ которомъ вода движется не въ силу собственнаго вѣса и сообразно уклону, а вслѣдствіе внѣшняго давленія, производимаго или нагнетательнымъ насосомъ, или столбомъ воды извѣстной высоты.

Пріобрѣтаемый водою глубокаго водоноснаго пласта, при условіи его переполненія, напоръ въ различныхъ пунктахъ пласта различенъ и обусловленъ превышеніемъ того уровня, съ котораго началось переполненіе водоноснаго пласта водою, надъ разсматриваемымъ пунктомъ пласта. При естественномъ обнаженіи такого водоноснаго пласта мы получаемъ напорные, или восходящіе, или бьющіе ключи; при встрѣчѣ же такого пласта буровою скважиною мы получаемъ артезіанскую воду, поднимающуюся подъ вліяніемъ присущаго ей напора по трубѣ скважины на болѣе или менѣе значительную высоту. Этотъ подъемъ воды иногда можетъ даже превысить глубину скважины, и тогда мы имѣемъ самоистекающую, или фонтанирующую скважину.

Водоносныя породы.

Водоносными породами являются: 1) породы рыхлыя, сыпучія, т. е. пески; 2) породы во всей своей массѣ пористыя, напримѣръ, нѣкоторые песчаники, мѣлъ, нѣкоторые горизонты третичныхъ известняковъ юга Россіи и пр., и 3) породы, сами по себѣ хотя и водонепроницаемыя, но проводящія воду по трещинамъ и щелямъ, напримѣръ, нѣкоторые горизонты подмосковнаго каменноугольнаго и гатчинскаго силурійскаго известняковъ.

Если водоносный слой образованъ пескомъ или породой пористой, то находящаяся въ этомъ слоѣ вода, приходя въ движеніе, просачивается по этому слою (фильтруется), подчиняясь законамъ движенія воды въ капиллярныхъ каналахъ, причемъ скорость движенія воды въ водоносномъ слоѣ пропорціональна, какъ увидимъ ниже, уклону уровня воды, или напору. Характеръ зернистости песка или степень пористости породы водоноснаго слоя обыкновенно остаются постоянными для всего поперечнаго сѣченія слоя, вслѣдствіе этого, какъ скорость движенія воды, такъ и расходъ на единицу площади поперечнаго сѣченія водоноснаго слоя, образованнаго песчаною или пористою породою, остаются постоянными для всего поперечнаго сѣченія такого слоя.

Если такой водоносный слой изолированъ сверху водонепроницаемой толщей и совершенно переполненъ водою, то послѣдняя получаетъ напоръ и, въ случаѣ встрѣчи такого водоноснаго пласта буровою скважиною, вода поднимается по трубѣ послѣдней на извѣстную высоту, обусловленную превышеніемъ того уровня, съ котораго началось переполненіе водоноснаго пласта, надъ пунктомъ встрѣчи его буровою скважиною. При дальнѣйшемъ углубленіи послѣдней, эта высота подъема воды остается неизмѣнною, если только свойства песчанаго или пористаго водоноснаго пласта не измѣняются по толщинѣ его.

Когда же водоносный горизонтъ образованъ трещиноватою породою, то заключающаяся въ трещинахъ и щеляхъ пласта вода, приходя въ движеніе, направляется по этимъ неправильнымъ, болѣе или менѣе случайнымъ и распредѣленнымъ обыкновенно весьма неравномѣрно трещинамъ и щелямъ со скоростью, пропорціональною, какъ увидимъ ниже, не уклону уровня воды или напору, а корню квадратному этого уклона или напора. При этомъ въ различныхъ частяхъ поперечнаго сѣченія водоноснаго слоя расходъ на единицу площади сѣченія пласта, въ зависимости отъ величины части этой площади, занятой трещинами и щелями, не можетъ быть постояннымъ. Трещины и щели, по которымъ движется вода въ такихъ породахъ, могутъ быть вполнѣ уподоблены сѣти водопроводныхъ трубъ. Эти щели и трещины, въ случаѣ взаимнаго ихъ соединенія, группируются въ одну общую сѣть; но нѣкоторыя трещины и

щели могутъ и не входить въ общую сѣть, представляя въ такомъ случаѣ самостоятельную систему.

При буреніи въ трещиноватомъ известнякѣ, скважина можетъ встрѣтить нижнюю часть такой самостоятельной, заполненной водою системы трещинъ, тогда какъ верхнія части трещинъ этой системы могутъ остаться въ сторонѣ отъ скважины; такимъ образомъ, при буреніи въ трещиноватомъ известнякѣ возможно появленіе напорной воды совершенно неожиданное, безъ всякаго измѣненія петрографическаго состава породы, т. е. въ предѣлахъ одного и того же совершенно однороднаго по составу пласта, вдобавокъ пласта, совершенно непереполненнаго водою, и даже при отсутствіи не только водоупорной, но и какой-либо кровли.

Примѣромъ такой артезіанской воды изъ трещиноватаго известняка можетъ служить буровая скважина Алтухова и Фейгина № 1 близъ деревни Пудости [1]). Скважина эта заложена на самомъ выходѣ эхиносферитоваго известняка, при буреніи въ которомъ уже на 4-й сажени вода имѣла небольшой напоръ; напоръ этотъ при дальнѣйшемъ углубленіи въ эхиносферитовомъ и вагинатовомъ известнякѣ увеличивался и достигъ своего maximum'а въ глауконитовомъ известнякѣ, на 14-й сажени глубины отъ поверхности.

Песчаныя водоносныя породы.

Представимъ, что водоносный, горизонтально лежащій песчаный пластъ однороденъ во всѣхъ своихъ частяхъ и состоитъ изъ непроницаемыхъ для воды шаровъ, діаметромъ d, уложенныхъ возможно плотно, а именно такъ, что центры каждыхъ четырехъ взаимно смежныхъ шаровъ соотвѣтствуютъ вершинамъ тетраэдра съ ребромъ d [2]). Такіе шары въ водоносномъ пластѣ расположатся горизонтальными слоями, а въ каждомъ слоѣ прямыми рядами. По извѣстной длинѣ пласта l такихъ шаровъ уложится въ одинъ рядъ столько, сколько разъ d заключается въ l, т. е. $\frac{l}{d}$; такихъ рядовъ по ширинѣ пласта b получится столько, сколько разъ высота равносторонняго треугольника со стороною d, равная $\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot d$, содержится въ b, т. е. число рядовъ составитъ $b : \sqrt{\frac{3}{4}}\, d = \sqrt{\frac{4}{3}}\, \frac{b}{d}$; такимъ образомъ, въ каждомъ слоѣ шаровъ число послѣднихъ составитъ $\frac{2}{\sqrt{3}}\, \frac{bl}{d^2} = 1{,}15\, \frac{lb}{d^2}$.

---

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ. Отчетъ объ изысканіяхъ ключевой воды для водоснабженія С.-Петербурга, 1896, стр. 86, 87, 113, 114, 185.

[2]) Шары можно расположить также такъ, что центры ихъ будутъ совпадать съ вершинами угловъ октаэдра или куба; оба эти расположенія будутъ разсмотрѣны ниже.

По толщинѣ пласта a такихъ слоевъ расположится столько, сколько разъ высота тетраэдра съ ребромъ d, равная $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot d$, содержится въ a, т. е. число слоевъ составитъ $a : \sqrt{\frac{2}{3}}\, d$.

Слѣдовательно, въ объемѣ водоноснаго пласта abl число шаровъ составитъ:

$$\frac{l}{d} \cdot \frac{2\,b}{\sqrt{3} \cdot d} \cdot \frac{a}{\sqrt{\frac{2}{3}}\, d} = \sqrt{2}\, \frac{abl}{d^3} = 1{,}41\, \frac{abl}{d^3}.$$

Объемъ всѣхъ шаровъ составитъ:

$$\frac{1}{6}\, \pi\, d^3 \cdot \sqrt{2}\, \frac{abl}{d^3} = \frac{1}{6}\, \pi \sqrt{2}\, abl = \frac{1}{6} \cdot 4{,}44\, abl = 0{,}74\, abl;$$

слѣдовательно, объемъ всѣхъ промежутковъ между шарами $= 0{,}26\, abl$.

Итакъ, водоемкость водоноснаго пласта, состоящаго изъ плотно уложенныхъ непроницаемыхъ шаровъ, не зависитъ отъ діаметра послѣднихъ и есть величина постоянная и равная 26% объема пласта.

Отношеніе объема шаровъ къ объему пространства, занимаемаго ими, можно опредѣлить также слѣдующимъ образомъ. Наши шары уложены такъ, что центры каждыхъ четырехъ взаимно смежныхъ шаровъ располагаются по вершинамъ тетраэдра; при такомъ расположеніи каждый шаръ имѣетъ 12 точекъ касанія съ сосѣдними, а именно съ 6 шарами того слоя, въ которомъ находится разсматриваемый шаръ, съ 3 шарами вышележащаго и съ 3 шарами нижележащаго слоя. Если чрезъ эти точки касанія провести касательныя плоскости и продолжить ихъ до взаимнаго пересѣченія, то эти 12 плоскостей составятъ ромбическій додекаэдръ, въ которомъ будетъ вписанъ разсматриваемый шаръ. Діаметръ этого шара равенъ ромбической оси додекаэдра, или длинной діагонали грани послѣдняго. Діагонали грани додекаэдра относятся между собою какъ $1 : \sqrt{2}$; такимъ образомъ, если большая діагональ $= 2r$, то малая діагональ грани $= \frac{2r}{\sqrt{2}}$, и слѣдовательно площадь грани додекаэдра $= \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \frac{2r}{\sqrt{2}} = \frac{2r^2}{\sqrt{2}}$. Если изъ вершинъ всѣхъ угловъ додекаэдра провести линіи къ центру вписаннаго въ него шара, то додекаэдръ разобьется на 12 пирамидъ съ площадью основанія $= \frac{2r^2}{\sqrt{2}}$ и высотою $= r$. Объемъ такой пирамиды $=$

$$= \frac{1}{3} \cdot r \cdot \frac{2r^2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{3}\, \frac{r^3}{\sqrt{2}},$$

а объемъ 12 пирамидъ, или объемъ додекаэдра $= 8 \frac{r^3}{\sqrt{2}} = 4 \sqrt{2}\, r^3$. Объемъ шара $= \frac{4}{3} \pi r^3$. Итакъ, отношеніе объема шара къ объему додекаэдра, въ которомъ вписанъ шаръ, $= \frac{\frac{4}{3} \pi r^3}{8 \frac{r^3}{\sqrt{2}}} = \frac{\pi \sqrt{2}}{6} =$

$= \frac{4,44}{6} = 0,74.$

Такъ какъ объемъ пространства, занятаго произвольнымъ числомъ возможно плотно уложенныхъ шаровъ, одинаковъ съ объемомъ того же числа ромбическихъ додекаэдровъ, въ которыхъ шары эти вписаны и которые имѣютъ свойство складываться въ пространствѣ своими гранями безъ промежутковъ, то и отношеніе объема шаровъ къ объему занимаемаго ими пространства остается постояннымъ, независимымъ ни отъ числа шаровъ, ни отъ размѣра ихъ.

Въ дѣйствительности для обыкновеннаго песка, съ діаметромъ зеренъ отъ 0,1 до 0,8 мм., объемъ промежутковъ больше теоретическаго и составляетъ 0,36 всего объема песка; разница между теоретической и дѣйствительной водоемкостью песка объясняется тѣмъ, что зерна послѣдняго имѣютъ угловатую, а не правильную сферическую форму, и что, въ зависимости отъ этого, зерна песка допускаютъ укладку съ промежутками безъ взаимнаго касанія двухъ сосѣднихъ зеренъ одного и того же горизонтальнаго ряда. Вслѣдствіе сотрясеній, а также дѣйствіемъ проходящей чрезъ песокъ воды, промежутки эти въ большей или меньшей степени уменьшаются, и песокъ даетъ усадку.

Поверхность всѣхъ шаровъ, заключающихся въ объемѣ *abl* водоноснаго пласта, $= \pi d^2 \cdot \sqrt{2} \frac{abl}{d^3} = 4,44 \frac{abl}{d}$; слѣдовательно, поверхность эта обратно пропорціональна діаметру шаровъ.

Разсмотримъ теперь свободные промежутки между шарами. Въ каждомъ горизонтальномъ слоѣ шары уложены такъ, что центры трехъ взаимно смежныхъ шаровъ образуютъ равносторонній треугольникъ со стороною $=$ $= 2r$ и высотою $= \sqrt{(2r)^2 - r^2} = r \sqrt{3} = 1,73\, r$.

Въ горизонтальной плоскости, касающейся сверху поверхности верхняго слоя шаровъ, вся эта плоскость свободна для прохода воды; но если сдѣлаемъ сѣченіе горизонтальной плоскостью въ нѣкоторомъ меньшемъ, чѣмъ радіусъ шаровъ, разстояніи отъ плоскости, касающейся верхней поверхности шаровъ, то въ сѣченіи получается одна общая для прохода воды площадь, по которой равномѣрно распредѣлены непроницаемыя сѣченія шаровъ, причемъ діаметръ этихъ послѣднихъ сѣченій постепенно увеличи-

вается по мѣрѣ пониженія сѣкущей плоскости. Когда эта сѣкущая плоскостч понижена на разстояніе радіуса шара, сѣченіе приходится чрезъ центры шаровъ перваго слоя, и въ этомъ сѣченіи свободная для прохода воды площадь представляется уже разбитою на отдѣльныя части. Величину свободной для прохода воды площади этого сѣченія опредѣлимъ, если изъ всей площади сѣченія F вычтемъ площадь, занятую непроницаемыми сѣченіями шаровъ. Площадь каждаго сѣченія шара въ разсматриваемой плоскости сѣченія $= \frac{1}{4} \pi d^2$, число шаровъ слоя $= 1{,}15 \frac{F}{d^2}$; слѣдовательно, площадь, занятая непроницаемыми сѣченіями шаровъ, составитъ $\frac{1}{4} \pi d^2 \,.\, 1{,}15 \frac{F}{d^2} = 0{,}9\, F$, а свободная для прохода воды площадь въ сѣченіи, проходящемъ чрезъ центры шаровъ слоя, равна $0{,}1\, F$, причемъ обѣ эти площади не зависятъ отъ діаметра шаровъ. Такъ какъ въ разсматриваемомъ сѣченіи сводобная для прохода воды площадь разбита на отдѣльные промежутки, число которыхъ въ 2 раза болѣе числа шаровъ слоя, то площадь каждаго промежутка $= \frac{0{,}1\, F}{2 \,.\, 1{,}15\, F/d^2} =$ $= 0{,}04\, d^2 = 0{,}16\, r^2$.

Величину площади промежутка между шарами въ сѣченіи чрезъ центры ихъ легко опредѣлить и непосредственно: очевидно, эта площадь равна площади равностороннаго треугольника со стороною $2\,r$, за вычетомъ площади трехъ секторовъ съ радіусомъ r и центральнымъ угломъ въ 60^0; такимъ образомъ площадь промежутка, имѣющаго видъ треугольника съ вогнутыми сторонами равна $\frac{1}{2} \,.\, 2\,r \,.\, r \sqrt{3} - 3 \,.\, \frac{60^0}{360^0} \pi r^2 =$ $= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) r^2 = 0{,}16\, r^2$ (фиг. 1).

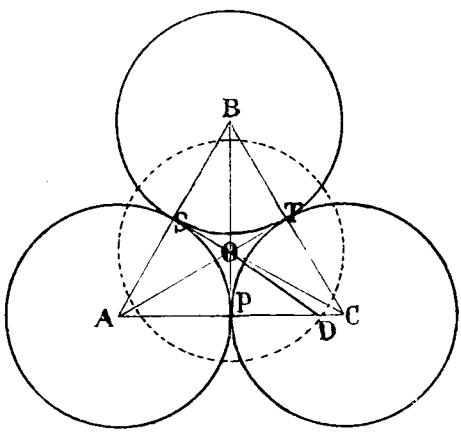
Итакъ, свободная для прохода воды площадь, равная первоначально F, по мѣрѣ пониженія плоскости сѣченія, постепенно уменьшается и на разстояніи r отъ плоскости, касающейся верхней поверхности шаровъ, площадь эта уменьшается въ 10 разъ и разбивается кромѣ того на отдѣльныя части, величина которыхъ зависитъ отъ діаметра шаровъ.

При дальнѣйшемъ пониженіи плоскости сѣченія, увидимъ, что отдѣльные свободные промежутки горизонтальнаго сѣченія чрезъ центры шаровъ перваго слоя сливаются въ одну общую площадь, по которой равномѣрно распредѣлены непроницаемые разрѣзы шаровъ, причемъ радіусы этихъ разрѣзовъ по мѣрѣ пониженія сѣкущей плоскости уменьшаются. Такъ какъ центры шаровъ второго слоя удалены отъ центровъ шаровъ перваго слоя на высоту тетраэдра съ ребромъ $2\,r$, а высота эта равна $2 \sqrt{\frac{2}{3}}\, r =$ $= 1{,}63\, r$, то горизонтальная плоскость сѣченія, проведенная въ разстояніи

$2\sqrt{\frac{2}{3}}\,r - r$, или 0,63 r ниже сѣченія чрезъ центры шаровъ верхняго слоя, коснется шаровъ второго слоя. Въ сѣченіи по этой плоскости радіусъ непроницаемыхъ разрѣзовъ шаровъ составитъ $\sqrt{r^2 - \left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\,r - r\right)^2} =$

$= 2r\sqrt{\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3}} = 0{,}77\,r$, что видно изъ $\Delta\ ACD$ на чертежѣ (фиг. 2). Чертежъ этотъ представляетъ разрѣзъ шаровъ по вертикальной плоскости, проходящей чрезъ центры шаровъ одного ряда: въ этомъ разрѣзѣ шары 1-го, 3-го и слѣдующихъ нечетныхъ слоевъ пересѣкаются по большимъ кругамъ, тогда какъ шары второго и слѣдующихъ четныхъ слоевъ пересѣкаются по кругамъ съ радіусомъ BQ. Величина этого радіуса равна половинѣ разстоянія между центрами шаровъ двухъ смежныхъ слоевъ, что видно изъ фиг. 1, которая представляетъ горизонтальный разрѣзъ чрезъ центры трехъ лежащихъ въ одномъ слоѣ шаровъ, причемъ шаръ нижележащаго слоя изображенъ пунктиромъ. Очевидно, разрѣзъ вертикальною плоскостью, проходящею чрезъ центры A и C, разсѣкаетъ шаръ нижележащаго слоя по окружности съ радіусомъ PD. Изъ $\Delta\ OPD$ видно, что $PD = \sqrt{OD^2 - OP^2} = \sqrt{OD^2 - (^1/_3\,PB)^2} =$

$= r\sqrt{1 - (^1/_3\sqrt{3})^2} = r\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}82\,r.$

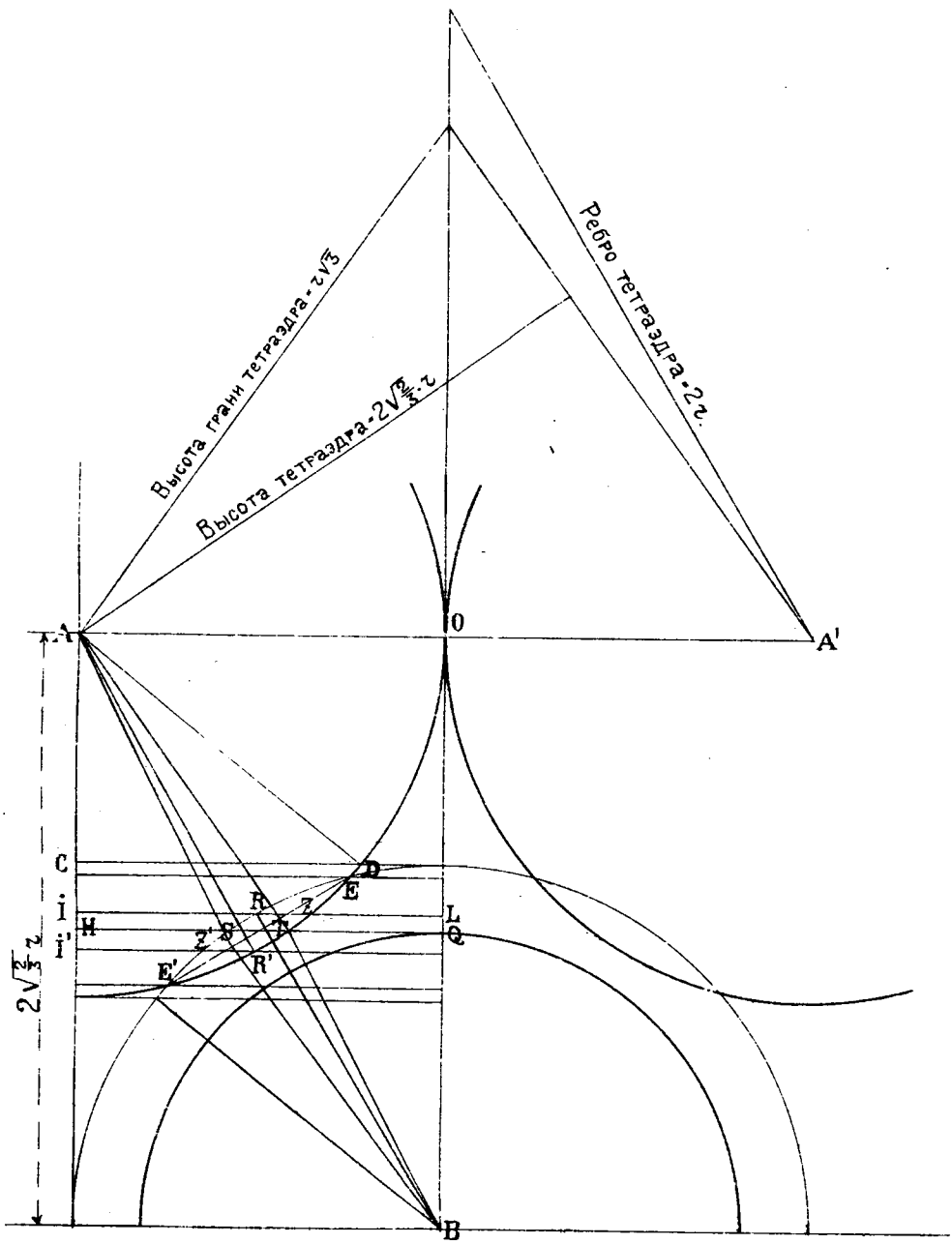


Фиг. 1.

Итакъ, въ сѣченіи по плоскости, касающейся шаровъ второго слоя, разрѣзы шаровъ перваго слоя имѣютъ радіусъ = 0,774 r. Такъ какъ число шаровъ слоя = 1,15 $\frac{F}{d^2}$, а площадь каждаго разрѣза шара = $= \pi\,(0{,}774\,r)^2 = \pi\,.\,0{,}599\,r^2 = \pi\,.\,0{,}15\,d^2 = 0{,}47\,d^2$, то площадь, занятая непроницаемыми сѣченіями, $= 0{,}47\,d^2\,.\,1{,}15\,\frac{F}{d^2} = 0{,}54\,F$ и, слѣдовательно, въ разсматриваемомъ сѣченіи свободная для прохода воды площадь составляетъ 0,46 F.

При дальнѣйшемъ пониженіи сѣкущей плоскости радіусы разрѣзовъ шаровъ перваго слоя уменьшаются до 0 въ то время, когда радіусы разрѣзовъ шаровъ второго слоя увеличиваются отъ 0 до 0,77 r; этой послѣдней величины радіусы разрѣзовъ шаровъ второго слоя достигаютъ

Фиг. 2.


Высота грани тетраэдра = $r\sqrt{3}$
Высота тетраэдра = $2\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot r$
Ребро тетраэдра = $2r$
A
0
A'
C
D
E
R
r
L
Q
H
i
i'
r'
S
T
E'
R'
B
$2\sqrt{\frac{2}{3}}r$

въ сѣченіи, удаленномъ на разстояніе r ниже сѣченія чрезъ центры шаровъ перваго слоя, или на разстояніи $2\sqrt{\frac{2}{3}}\,r - r$ выше сѣченія чрезъ центры шаровъ второго слоя.

Такого сѣченія, въ которомъ непроницаемые круги шаровъ перваго и второго слоя были бы одновременно $= \frac{r}{2}$, нѣтъ. Радіусъ сѣченія $= \frac{r}{2}$ для верхняго слоя получается при сѣкущей плоскости, проведенной въ разстояніи $\sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}}\,r = 0{,}87\ r$ ниже сѣченія чрезъ центры шаровъ перваго слоя (см. $\Delta\ AJR'$); для второго же слоя радіусъ разрѣза шаровъ $= \frac{r}{2}$ получается, если сѣкущая плоскость проведена на томъ же разстояніи выше сѣченія чрезъ центры шаровъ второго слоя (см. $\Delta\ BRL$); но такъ какъ разстояніе между центрами шаровъ двухъ смежныхъ слоевъ $= 2\sqrt{\frac{2}{3}}\,.\,r$, то очевидно, что сѣкущія плоскости, на которыхъ разрѣзы шаровъ перваго или второго слоя имѣютъ радіусъ $= \frac{r}{2}$, удалены другъ отъ друга на разстояніе:

$$= 2\sqrt{\frac{3}{4}}\,.\,r - 2\sqrt{\frac{2}{3}}\,.\,r = 0{,}11\ r.$$

Когда радіусъ сѣченія шаровъ перваго слоя $= \frac{r}{2}$, радіусъ сѣченія шаровъ второго слоя $= \frac{r}{2} + R'Z'$, и обратно, когда радіусъ сѣченія шаровъ второго слоя $= \frac{r}{2}$, разрѣзы шаровъ перваго слоя имѣютъ радіусъ $= \frac{r}{2} + RZ$.

Въ сѣченіи, проходящемъ чрезъ середину разстоянія между центрами шаровъ двухъ смежныхъ слоевъ, радіусы разрѣзовъ шаровъ $= HT$ и SQ. Изъ чертежа видно, что оба эти радіуса $= \sqrt{r^2 - \frac{2}{3}\,r^2} = \sqrt{\frac{1}{3}}\,.\,r = 0{,}577\ r$. Площадь каждаго разрѣза $= \pi\,(0{,}577\ r)^2 = 1{,}047\ r^2 = 0{,}26\ d^2$, число разрѣзовъ $= 2\ .\ 1{,}15\ \frac{F}{d^2}$; слѣдовательно въ разсматриваемомъ сѣченіи непроницаемыми разрѣзами шаровъ занята площадь $= 0{,}26\ d^2\ .\ 2\ .\ 1{,}15\ \frac{F}{d^2} = 0{,}60\ F$, такъ что на долю свободной для прохода воды площади остается $0{,}40\ F$.

Изъ чертежа видно, что радіусы разрѣзовъ шаровъ въ горизонтальныхъ сѣченіяхъ, проведенныхъ между горизонтальными плоскостями, касающимися шаровъ верхняго слоя снизу и шаровъ слѣдующаго слоя сверху, представляютъ слѣдующія измѣненія. Въ сѣченіи чрезъ середину разстоянія между названными плоскостями сумма радіусовъ разрѣзовъ шаровъ верхняго и нижележащаго слоя $= HT + SQ = r + ST$. Во всякомъ другомъ горизонтальномъ сѣченіи, сдѣланномъ между точками E и E', сумма эта $= r$ плюсъ длина отрѣзка горизонтальной прямой, лежащей въ плоскости чертежа, по линіи сѣченія, между окружностью шара верхняго слоя и проекціею на эту плоскость шара нижеслѣдующаго слоя. Этотъ отрѣзокъ имѣетъ наибольшую величину для сѣченія, проходящаго чрезъ середину хорды EE', т. е. для сѣченія, проходящаго по серединѣ между центрами шаровъ двухъ смежныхъ слоевъ.

Резюмируя все вышеизложенное, мы видимъ, что, если шары уложены возможно плотно горизонтальными слоями и сѣченія дѣлаются горизонтальными же плоскостями, то въ сѣченіи, проходящемъ чрезъ центры шаровъ, свободная для прохода воды профиль разбита на отдѣльныя части, числомъ въ два раза большимъ числа шаровъ слоя, и по размѣру $= 0{,}04\ d^2$; но что въ общей сложности всѣ эти промежутки, независимо отъ діаметра шаровъ, составляютъ 0,1 всей площади сѣченія. Во всякомъ другомъ горизонтальномъ сѣченіи промежутки между шарами сливаются въ одну общую площадь, составляющую отъ 10 до 46% всей площади сѣченія. Средняя величина проницаемаго для воды поперечнаго сѣченія = 26% площади сѣченія, ибо, какъ мы уже видѣли, объемъ промежутковъ между шарами составляетъ именно 26% всего объема пространства, занятаго шарами.

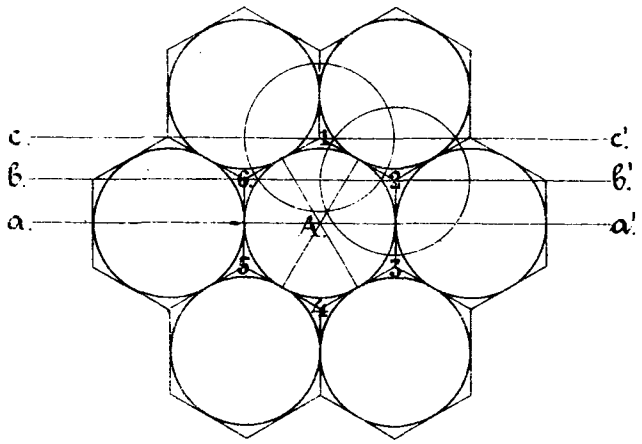
Такимъ образомъ уподоблять свободные для прохода воды промежутки между шарами какимъ-то „каналамъ съ весьма перемѣннымъ сѣченіемъ“, какъ это обыкновенно дѣлается при трактованіи теоріи фильтраціи, нѣтъ никахъ основаній [1]).

Указанное періодическое измѣненіе свободной для прохода воды площади горизонтальнаго сѣченія толщи, сложенной изъ плотно уложенныхъ горизонтальными слоями непроницаемыхъ шаровъ,—измѣненіе, колеблющееся на вертикальномъ разстояніи между центрами двухъ смежныхъ слоевъ шаровъ въ предѣлахъ отъ 10 до 46% всей площади сѣченія въ порядкѣ: 10—46—40—46—10%, имѣетъ громадное значеніе при процессѣ фильтраціи (или механическаго очищенія воды отъ взвѣшенныхъ въ ней частицъ мути и пр.) чрезъ зернистый песчаный фильтръ.

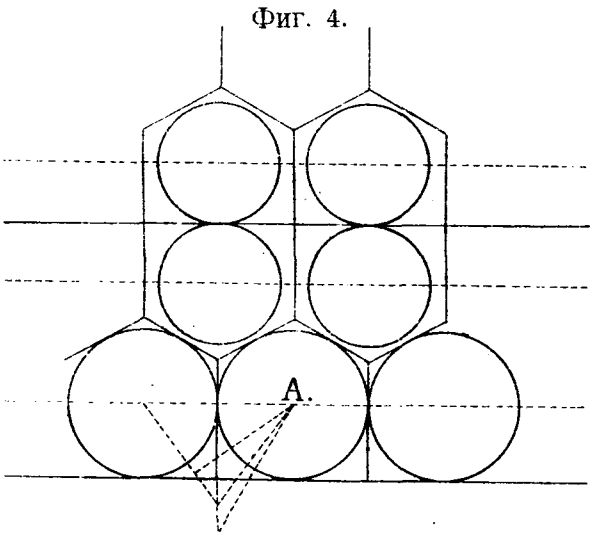
---

[1]) Такъ, напр., у Багинскаго (Тр. III Водопр. Съѣзда, 1898, стр. 287), Тимонова (Водоснабж. II, 1901, стр. 424; II, 1907, стр. 633) указываются „зигзагообразные канальцы съ весьма перемѣннымъ поперечнымъ сѣченіемъ“, наибольшая площадь котораго приходится въ горизонтальныхъ плоскостяхъ, проходящихъ въ серединѣ разстоянія между центрами двухъ смежныхъ слоевъ шаровъ.

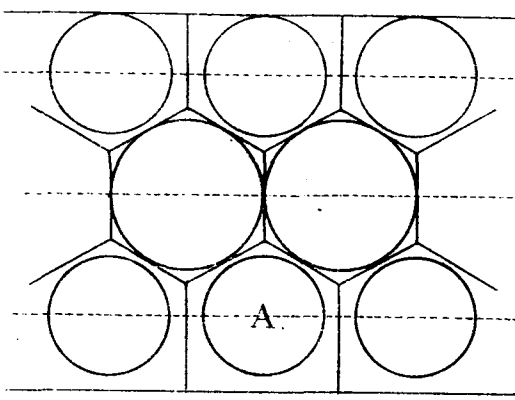
Фиг. 3.



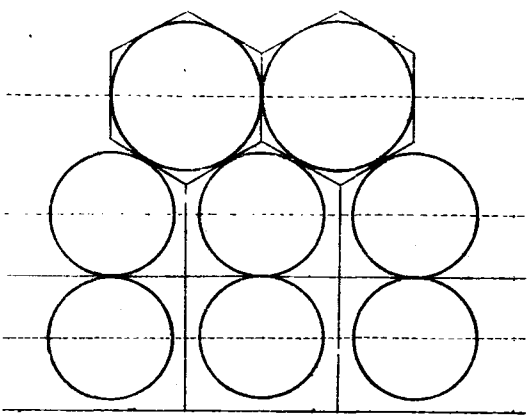
Фиг. 4.



Фиг. 5.



Фиг. 6.



Послѣднiй дѣйствуетъ при этомъ не только какъ сито, не пропускающее тѣхъ частицъ мути, которыя по размѣрамъ своимъ больше площади наименьшаго поперечнаго сѣченiя промежутка между шарами = 0,04 d^2, но и какъ приборъ, въ которомъ происходитъ правильное перiодическое измѣненiе скорости движенiя воды и, вслѣдствiе сего, отложенiе взвѣшенныхъ въ ней частицъ мути. При движенiи воды въ фильтрѣ изъ шаровъ скорость ея въ тѣхъ частяхъ фильтра, которымъ соотвѣтствуютъ наибольшiя площади живого сѣченiя, будетъ почти въ 5 разъ меньше скорости движенiя въ частяхъ фильтра съ наименьшею площадью живого сѣченiя. Это перiодическое замедленiе скорости движенiя, имѣющее мѣсто какъ разъ надъ поверхностью шара слѣдующаго слоя, вызываетъ осажденiе на этой поверхности взвѣшенныхъ въ водѣ частицъ мути и, слѣдовательно, очищенiе воды.

Поэтому при устройствѣ фильтра изъ шаровъ необходимо обращать вниманiе на надлежащее расположенiе шаровыхъ слоевъ, чтобы не получалось сквозныхъ вертикальныхъ промежутковъ чрезъ весь фильтръ или большее, чѣмъ два, число его слоевъ.

Каждый шаръ въ любомъ горизонтальномъ слоѣ окруженъ шестью шарами и шестью промежутками, но общее число промежутковъ въ слоѣ равно двойному числу шаровъ слоя. Шары слѣдующаго слоя могутъ быть расположены на этихъ промежуткахъ чрезъ одинъ, и слѣдовательно расположенiе трехъ шаровъ слѣдующаго слоя относительно разсматриваемаго шара можетъ быть двоякое, соотвѣтственно вершинамъ угловъ праваго и лѣваго тетраэдра. Предполагая, что ряды шаровъ въ горизонтальномъ слоѣ орiентированы по широтѣ, условимся называть первымъ тотъ промежутокъ, который въ горизонтальномъ слоѣ находится сѣвернѣе шара, а счетъ промежутковъ поведемъ по часовой стрѣлкѣ, тогда первый, третiй и пятый промежутки шара A будутъ для сосѣднихъ съ нимъ шаровъ нечетными промежутками, а четные промежутки шара A будутъ четными же промежутками для сосѣднихъ шаровъ. Для правильнаго расположенiя шаровъ фильтра необходимо соблюдать условiе, чтобы шары каждаго вышележащаго слоя приходились либо по четнымъ, либо по нечетнымъ промежуткамъ нижележащаго слоя шаровъ. При соблюденiи этого условiя, подъ каждымъ сквознымъ чрезъ 2 слоя промежуткомъ окажется шаръ, причемъ слои шаровъ 1, 4, 7, 10 и т. д., 2, 5, 8, 11 и т. д. и 3, 6, 9, 12 и т. д. окажутся лежащими другъ подъ другомъ. Чертежъ поясняетъ сказанное.

На чертежѣ 3 представленъ разрѣзъ шаровъ фильтра горизонтальною плоскостью, проходящею чрезъ центры шаровъ одного слоя. Въ этой плоскости гранатоэдры, вмѣщающiе данные шары, даютъ въ разрѣзѣ правильные шестиугольники со стороною = ширинѣ грани гранатоэдра =

$$= \sqrt{\frac{4}{3}}\, R = 1{,}15\, R.$$

Чертежъ 4-й представляетъ сѣченіе шаровъ вертикальною плоскостью, проходящею чрезъ центры шаровъ одного ряда нижняго ихъ слоя. Въ сѣченіи гранатоэдры 1-го, 4-го, 7-го и т. д. слоевъ разрѣзываются чрезъ одну изъ тригональныхъ и одну изъ ромбическихъ осей; разрѣзъ представляетъ шестиугольникъ со стороною $= \sqrt{\frac{4}{3}}\ R$. Шары 2-го и 3-го, 5-го и 6-го и т. д. слоевъ разрѣзываются по малымъ кругамъ съ радіусомъ $= \sqrt{\frac{2}{3}}\ R = 0{,}82\ R$, а вмѣщающіе шары гранатоэдры представляютъ въ этомъ разрѣзѣ пятиугольники, у которыхъ горизонтальная сторона = большой діагонали грани гранатоэдра $= 2\ R$, двѣ вертикальныя стороны = ребру гранатоэдра $= \sqrt{\frac{3}{2}}\ R$ = половинѣ тригональной оси и двѣ наклонныя стороны = ширинѣ грани гранатоэдра $= \sqrt{\frac{4}{3}}\ R$.

Чертежъ 5-й представляетъ вертикальный разрѣзъ по плоскости bb' при расположеніи шаровъ на четныхъ или по плоскости cc' при расположеніи шаровъ на нечетныхъ промежуткахъ. Въ этомъ разрѣзѣ шары 1-го и 3-го, 4-го и 6-го и т. д. слоевъ пересѣкаются по малымъ кругамъ съ радіусомъ $= \sqrt{\frac{2}{3}}\ R$, а шары 2-го, 5-го, 7-го и т. д. слоевъ—по большимъ кругамъ. Наконецъ, чертежъ 6-ой представляетъ разрѣзъ по плоскости bb' при расположеніи шаровъ на нечетныхъ и по плоскости cc' при расположеніи шаровъ на четныхъ промежуткахъ.

До сихъ поръ мы предполагали, что шары наши уложены такъ, что центры каждыхъ четырехъ взаимносмежныхъ шаровъ совпадаютъ съ вершинами угловъ тетраэдра. Но шары могутъ быть уложены и иначе, а именно такъ, что центры ихъ будутъ совпадать съ вершинами угловъ или октаэдра, или куба.

При расположеніи шаровъ, діаметромъ $2\ r$, по угламъ куба, октаэдра и тетраэдра, шары располагаются слоями (которые для простоты мы принимаемъ горизонтальными) и въ каждомъ слоѣ прямыми рядами. Данныя, касающіяся расположенія шаровъ по названнымъ многогранникамъ для объема 1 куб. метра, приведены въ слѣдующей табличкѣ.

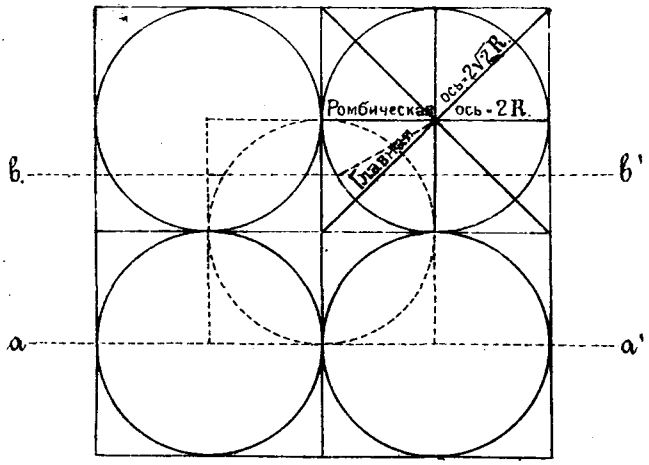
Изъ таблицы и чертежей 7, 8 и 9-го [1]) усматриваемъ, что при рас-

---

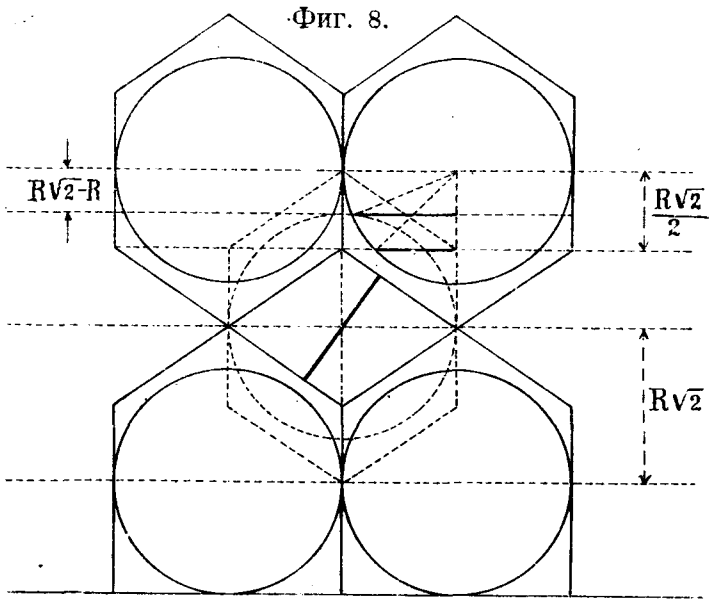
[1]) Чертежъ 7-й представляетъ разрѣзъ чрезъ расположенные по вершинамъ октаэдра шары горизонтальною плоскостью, проходящею чрезъ центры шаровъ слоя. Изъ чертежа видно, что гранатоэдры, которые вмѣщаютъ наши шары, разсѣкаются этой плоскостью по двумъ главнымъ и двумъ ромбическимъ осямъ.

Чертежъ 8-й представляетъ разрѣзъ этихъ шаровъ вертикальною плоскостью aa' проходящею чрезъ центры шаровъ одного ряда. Ромбическіе додекаэдры въ этомъ сѣченіи даютъ шестиугольникъ, въ которомъ двѣ вертикальныя стороны = малой діагонали = по-

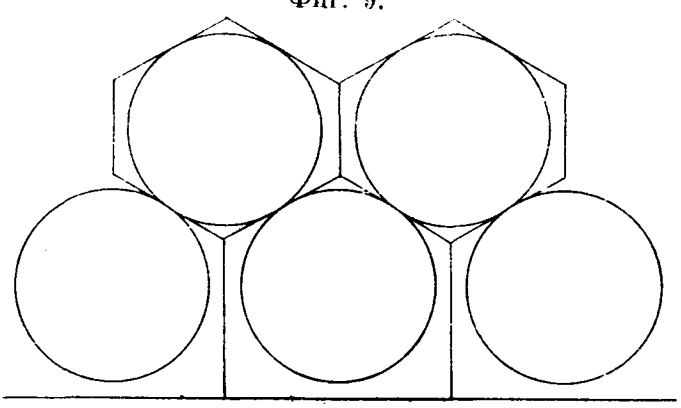
Фиг. 7.



Фиг. 8.



Фиг. 9.



	Кубъ.	Октаэдръ.	Тетраэдръ.
Число шаровъ въ рядѣ	$\frac{1}{2r}$	$\frac{1}{2r}$	$\frac{1}{2r}$
„ рядовъ „ слоѣ	$\frac{1}{2r}$	$\frac{1}{2r}$	$\frac{1}{\sqrt{3}\,r} = \frac{0,577}{r}$
„ шаровъ „ „	$\frac{1}{4r^2}$	$\frac{1}{4r^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{3}\,r^2} = \frac{0,289}{r^2}$
Разстояніе между центрами шаровъ двухъ смежныхъ слоевъ	$2r$	$r\sqrt{2} = 1,41\,r$	$2r\sqrt{\frac{2}{3}} = 1,633\,r$
Число слоевъ	$\frac{1}{2r}$	$\frac{1}{r\sqrt{2}} = \frac{0,707}{r}$	$\frac{1}{2r\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{0,612}{r}$
„ шаровъ	$\frac{0,125}{r^3}$	$\frac{\sqrt{2}}{8r^3} = \frac{0,177}{r^3}$	$\frac{\sqrt{2}}{8r^3} = \frac{0,177}{r^3}$
Радіусъ разрѣзовъ шаровъ въ горизонтальныхъ сѣченіяхъ: Чрезъ центры	r	r	r
По касательной къ поверхности шаровъ плоскости .	0	$r\sqrt{2(\sqrt{2}-1)} = 0,91\,r$	$2r\sqrt{\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3}} = 0,77\,r$
По серединѣ разстоянія между центрами шаровъ 2 смежныхъ рядовъ	0	$r\sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707\,r$	$r\sqrt{\frac{1}{3}} = 0,577\,r$
Непроницаемая для воды площадь въ сѣченіяхъ: Чрезъ центры	$\frac{\pi}{4} = 0,785$	$\frac{\pi}{4} = 0,785$	$\frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0,91$
По касательной	0	$\frac{\pi}{2}(\sqrt{2}-1) = 0,65$	$\frac{\pi 2\left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3}\right)}{\sqrt{3}} = 0,54$
По серединѣ разстоянія между центрами шаровъ 2 смежныхъ рядовъ	0	$\frac{\pi}{4} = 0,785$	$\frac{\pi}{3\sqrt{3}} = 0,60$
Отношеніе объема шаровъ къ объему 1 куб. метра	0,52	$\frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0,74$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0,74$

ловинѣ главной оси $= \frac{1}{2}\sqrt{2}\,R$, а четыре остальныя стороны = ребру $= \frac{1}{2}$ тригональной оси $= \sqrt{1,5}\,R$.

Чертежъ 9-й представляетъ разрѣзъ по вертикальной плоскости bb'. Радіусъ сѣченій шаровъ въ этой плоскости $= \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = R\sqrt{\frac{3}{4}} = 0,87\,R$. Ромбическіе додекаэдры въ этомъ сѣченіи даютъ шестиугольники, въ которыхъ 2 вертикальныя стороны = половинѣ малой діагонали грани гранатоэдра, а четыре остальныя стороны = ширинѣ грани послѣдняго.

356670.

Публ

положенiи шаровъ по кубу и октаэдру число рядовъ въ слоѣ и число шаровъ въ слоѣ меньше, чѣмъ при расположенiи по тетраэдру, но число слоевъ наименьшее при кубическомъ и наибольшее при октаэдрическомъ расположенiи. Общее число шаровъ, въ объемѣ 1 куб. метра заключающихся, при расположенiи по октаэдру и тетраэдру совершенно одинаково; при расположенiи по кубу число это меньше.

Радiусы непроницаемыхъ разрѣзовъ шаровъ и вся непроницаемая для воды площадь въ горизонтальныхъ сѣченiяхъ по касательной къ поверхности шаровъ и по срединѣ разстоянiя между центрами шаровъ двухъ смежныхъ рядовъ при расположенiи по октаэдру больше, чѣмъ при тетраэдрическомъ расположенiи; но въ сѣченiи чрезъ центры шаровъ слоя вся непроницаемая для воды площадь при расположенiи по тетраэдру больше, чѣмъ при расположенiи по октаэдру. Такимъ образомъ, свободная для прохода воды площадь при октаэдрическомъ расположенiи на вертикальномъ разстоянiи $= \frac{\sqrt{2}}{2} r = 0{,}707\ r$ измѣняется, увеличиваясь и уменьшаясь, въ предѣлахъ отъ 0,22 до 0,35 всей площади фильтра, тогда какъ при расположенiи по тетраэдру площадь эта на разстоянiи $2\ r \sqrt{\frac{2}{3}} = 1{,}63\ r$ измѣняется въ слѣдующемъ порядкѣ: съ 0,09 она впередъ увеличивается до 0,46, затѣмъ уменьшается до 0,40, снова увеличивается до 0,46 и затѣмъ уменьшается до 0,09 площади сѣченiя фильтра.

Эти цифры показываютъ, что наиболѣе цѣлесообразнымъ расположенiемъ шаровъ для фильтра является тетраэдрическое. При этомъ расположенiи скорость движенiя воды въ фильтрѣ на разстоянiи между центрами шаровъ двухъ смежныхъ рядовъ, $= 2 \sqrt{\frac{2}{3}}\ r = 1{,}63\ r$, мѣняется въ отношенiи $= \frac{1}{0{,}09} : \frac{1}{0{,}46} : \frac{1}{0{,}40} : \frac{1}{0{,}46} : \frac{1}{0{,}09} =$ $= 1 : 0{,}196 : 0{,}225 : 0{,}196 : 1 = 5{,}1 : 1 : 1{,}1 : 1 : 5{,}1$, тогда какъ при октаэдрическомъ расположенiи шаровъ на разстоянiи между центрами шаровъ двухъ смежныхъ рядовъ, $= \sqrt{2}\ .\ r = 1{,}41\ r$, эта скорость мѣняется въ отношенiи $\frac{1}{0{,}22} : \frac{1}{0{,}35} : \frac{1}{0{,}22} : \frac{1}{0{,}35} : \frac{1}{0{,}22} =$ $= 1 : 0{,}64 : 1 : 0{,}64 : 1 = 1{,}54 : 1 : 1{,}54 : 1 : 1{,}54$. Такимъ образомъ, на разстоянiи $1{,}41\ r$ при октаэдрическомъ расположенiи шаровъ скорость движенiя воды дважды замедляется въ 1,5 раза, тогда какъ при тетраэдрическомъ расположенiи скорость на разстоянiи $1{,}63\ r$ уменьшается болѣе, чѣмъ въ 5 разъ; при томъ эта замедленная скорость, при которой именно и происходитъ осажденiе изъ воды мути, при тетраэдрическомъ расположенiи имѣетъ мѣсто на разстоянiи $= r - 0{,}63\ r = 0{,}37\ r$.

Октаэдрическое расположеніе имѣетъ однако то преимущество, что подъ каждымъ промежуткомъ обязательно придется шаръ,—тогда какъ при расположеніи по положительному или отрицательному тетраэдру шаръ приходится подъ промежуткомъ, проходящемъ чрезъ 2 слоя шаровъ, а если укладку производить попеременно по положительному и отрицательному тетраэдру, то въ фильтрѣ получаются сквозные чрезъ весь фильтръ промежутки.

При кубическомъ расположеніи шаровъ получаются сквозные чрезъ всѣ слои шаровъ промежутки. При такомъ расположеніи шаровъ фильтръ дѣйствуетъ, какъ сито, задерживая лишь тѣ частицы мути, которыя по своимъ размѣрамъ больше промежутка въ горизонтальномъ сѣченіи чрезъ центры шаровъ; въ этомъ сѣченіи площадь каждаго промежутка $= 4r^2 - \pi r^2 = r^2(4 - \pi) = 0{,}86\, r^2$; поперечные размѣры его: наибольшій $= 2r$, а наименьшій $= 2\sqrt{2} \cdot r - 2r = 0{,}8\, r$.

Замѣтимъ, что такіе же промежутки между шарами получаются и при тетраэдрическомъ расположеніи шаровъ въ косомъ наклонномъ сѣченіи, совпадающемъ съ плоскостью двухъ главныхъ осей вмѣщающаго шаръ гранатоэдра. Въ этомъ разрѣзѣ гранатоэдръ даетъ квадратъ со стороною $= 2r$; разрѣзываемые этою плоскостью шары расположены точно такъже, какъ въ горизонтальномъ слоѣ при кубическомъ расположеніи.

Пористость горныхъ породъ.

Горныя породы обладаютъ различною способностью пропускать чрезъ себя воду; способность эта обусловливается нахожденіемъ въ породахъ трещинъ, щелей и пустотъ какъ капиллярныхъ, такъ и некапиллярныхъ.

Такъ, нетрещиноватыя стекловатыя породы, нѣкоторыя кристаллическія породы, а также ледъ и вообще мерзлая почва совершенно не пропускаютъ чрезъ себя воду; граниты и гнейсы пропускаютъ лишь ничтожное, а известняки и песчаники уже замѣтное количество воды. Породы трещиноватыя (известняки), пористыя (мѣлъ) и рыхлыя, сыпучія (т. е. пески) болѣе или менѣе быстро пропускаютъ чрезъ себя воду и, при отсутствіи стока, задерживаютъ ее въ своихъ трещинахъ, порахъ и пустотахъ.

Отношеніе объема заключающихся въ породѣ всѣхъ трещинъ, щелей, пустотъ и поръ къ объему самой породы опредѣляетъ ея *полную или наибольшую водоемкость*. Это отношеніе равно $1 - \frac{g}{\gamma \cdot 1.000}$, гдѣ g— вѣсъ 1 куб. метра сухой породы въ килограммахъ, а γ—удѣльный вѣсъ вещества породы, взятаго безъ всякихъ поръ и пустотъ. Обыкновенно полная или наибольшая водоемкость породъ выражается процентнымъ отношеніемъ вѣсового или объемнаго количества воды, которое можетъ вмѣститься во всѣхъ заключающихся въ породѣ трещинахъ, щеляхъ и

пустотахъ, къ объему или вѣсу породы въ сухомъ ея видѣ. Весьма часто водоемкость выражается также числомъ литровъ воды на 1 куб. метръ породы, т. е. въ объемномъ отношеніи пустотъ на 1.000 объемовъ породы.

Терминъ наибольшая или полная водоемкость породы, по самому существу, слѣдуетъ признать неудачнымъ; очевидно, емкость поръ и пустотъ данной породы, какъ и всякаго сосуда, есть величина постоянная, а не перемѣнная, и емкость эта одинакова какъ для воды, такъ и для всякаго иного вещества, могущаго вмѣститься въ порахъ и пустотахъ породъ. Потому вмѣсто термина полной или наибольшей водоемкости породъ раціональнѣе употреблять выраженіе *пористость породъ*. Отношеніе объема всѣхъ поръ и пустотъ породы къ объему послѣдней есть *коэффиціентъ пористости* и обозначается обыкновенно буквою φ; такимъ образомъ, если площадь сѣченія водоноснаго пласта есть F, то φF—есть средняя величина свободной для прохода воды профили.

Водоемкость трещиноватыхъ породъ, какъ обусловленная размѣрами болѣе или менѣе случайныхъ трещинъ и пустотъ, въ каждомъ данномъ случаѣ различна.

Породы пористыя, т. е. болѣе или менѣе равномѣрно пронизанныя тонкими порами или каналами, имѣютъ тоже весьма различную полную водоемкость, напр., пористые известняки до 17, пористые песчаники до 35, мѣлъ до 40$^0/_0$ по объему.

Мы видѣли, что при совершенно правильныхъ, одинаковаго діаметра и совершенно непроницаемыхъ для воды шарахъ, уложенныхъ возможно плотно, т. е. такъ, чтобы центры ихъ совпадали съ вершинами тетраэдра или октаэдра, отношеніе объема шаровъ и промежутковъ между ними къ общему объему, занятому шарами, не зависитъ ни отъ расположенія шаровъ, ни отъ радіуса ихъ. Отношенія эти постоянны и равны отношенію объема шара $\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$ или разности объемовъ гранатоэдра и вписаннаго въ него шара $\left(4\sqrt{2}\,R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3\right)$ къ объему гранатоэдра $\left(4\sqrt{2}\,R^3\right)$, т. е. $= 0{,}74$ или $0{,}26$.

Мы видѣли далѣе, что при неустойчивомъ расположеніи шаровъ по угламъ куба, отношеніе объемовъ шаровъ или промежутковъ между ними ко всему объему, занятому системою шаровъ, $= \frac{4}{3}\pi R^3 : 8R^3 = 0{,}52$

или $\dfrac{8R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3}{8\pi R^3} = 0{,}48.$

Итакъ при устойчивомъ расположеніи шаровъ и одномъ и томъ же ихъ діаметрѣ отношеніе объема промежутковъ между шарами къ общему

объему, занятому шарами, т. е. полная водоемкость данной системы шаровъ, не зависитъ отъ діаметра послѣднихъ и составляетъ 26% всего объема, занятаго системой шаровъ. Слѣдовательно, теоретическая полная водоемкость зернистыхъ сыпучихъ породъ равна 26%. Въ дѣйствительности водоемкость эта гораздо значительнѣе, что обусловливается тѣмъ, что зерна песка на самомъ дѣлѣ имѣютъ неправильную, угловатую, иногда пластинчатую форму, далеко не однообразный размѣръ и состоятъ изъ вещества, заключающаго въ себѣ капиллярныя трещины и поры. Вслѣдствіе неправильной формы зеренъ и неодинаковаго ихъ размѣра, зернистыя сыпучія породы допускаютъ болѣе или менѣе плотную укладку, при чемъ, во-первыхъ, нѣкоторыя зерна, а въ особенности пластинчатыя, могутъ и не быть въ непосредственномъ соприкосновеніи съ нѣкоторыми сосѣдними зернами, а во-вторыхъ, неустойчивое для шаровъ расположеніе по угламъ куба можетъ быть вполнѣ устойчивымъ для угловатыхъ зеренъ. Допуская болѣе или менѣе плотную укладку зеренъ, пески даютъ подъ вліяніемъ сотрясеній или дѣйствія просачивающейся чрезъ нихъ воды болѣе или менѣе значительную усадку, т. е. допускаютъ болѣе или менѣе значительное уплотненіе своей массы. И дѣйствительно пористость, или полная водоемкость песка, насыпаннаго рыхло, плотнѣе и возможно плотно, по Габерланду [1]), составляетъ 0,36—0,28—0,24.

Съ уменьшеніемъ зерна сыпучей породы пористость ея, или полная ея водоемкость увеличивается. А именно, пористость крупно-средне-и мелкозернистаго песка составляетъ 36—39 и 42%, полная водоемкость галечника — 35, а водоемкость крупнаго, средняго и мелкаго булыжника = 16—22 и 32%; числа эти соотвѣтствуютъ принятому въ справочникахъ вѣсу куб. сажени песковъ, галечника и булыжника = 890, 940, 980, 1.000, 1.100, 1.250 и 1.350 пуд., возрастающему по мѣрѣ крупности матеріала.

Такимъ образомъ измельченіе вещества способствуетъ какъ бы его разрыхленію и увеличенію суммы промежутковъ между его зернами. И лабораторная практика (взятіе навѣсокъ), и обыденная жизнь (сахарный песокъ и сахарная пудра) убѣждаютъ насъ въ справедливости того, что объемъ вещества имѣетъ тѣмъ меньшій вѣсъ, чѣмъ тоньше оно измельчено.

Въ отношеніи водоемкости изъ числа пористыхъ породъ спеціальнаго вниманія заслуживаетъ глина. Какъ извѣстно, глина, являющаяся продуктомъ химическаго разложенія полевошпатовыхъ породъ, подъ вліяніемъ воды, содержащей углекислоту, представляетъ тѣло твердое, частицы котораго обладаютъ замѣтнымъ взаимнымъ сцѣпленіемъ. Частицы эти по размѣрамъ своимъ весьма малы и во всякомъ случаѣ гораздо мельче и удѣльно легче [2]) зеренъ песка, который является продуктомъ

---

[1]) Haberlandt, Wissenschaftlich-praktische Untersuchungen auf dem Gebiete des Pflanzenbaues, Wien, 1875.

[2]) Уд. вѣсъ кварца—2,6, а глины—2,2.

механическаго разрушенія горныхъ породъ. Взмученныя въ водѣ частицы глины долго держатся во взвѣшенномъ видѣ, а не садятся болѣе или менѣе быстро на дно, какъ мелкія зерна кварца.

Въ совершенно сухомъ состояніи глина скважиста, пристаетъ къ языку, впитываетъ воду (и масло) и, погруженная въ воду, выдѣляетъ массу воздуха въ видѣ пузырьковъ. Въ естественномъ плотномъ видѣ глина содержитъ до 20—50 вѣс. част. воды на 100 ч. сухой глины и вѣситъ въ 1,8—1,9 разъ болѣе равнаго объема воды; высыхая, глина уменьшается въ объемѣ, сокращаясь въ линейныхъ размѣрахъ на 4—10% и вѣситъ въ 1,25—1,50 разъ болѣе равнаго объема воды. Въ водѣ глина размокаетъ, набухаетъ или пучится, т. е. увеличивается въ объемѣ; размокшая въ водѣ и равномѣрно съ нею перемѣшанная глина, содержащая 60—70 вѣс. част. воды на 100 ч. сухой глины, становится пластичною, т. е. можетъ мяться, рѣзаться, лѣпиться и сохраняетъ приданную форму. При большемъ содержаніи воды глина разжижается и даетъ жидкій текучій илъ.

Какъ въ сухомъ, такъ и въ сыромъ состояніи глина можетъ быть давленіемъ смята, сжата, т. е. уплотнена, чѣмъ она существенно отличается отъ песка, дающаго усадку лишь вслѣдствіе перемѣщенія зеренъ (подъ вліяніемъ сотрясеній и дѣйствіемъ текущей воды, но не подъ вліяніемъ давленія). Пористость глины меньше пористости песка, а именно 1 куб. саж. сухой глины вѣситъ 976 пуд. (1 cbm.—1.600 kg.), 1 куб. саж. мелкаго песка вѣситъ 890 пуд. (1 cbm.—1.460 kg.); удѣл. вѣсъ глины 2,2; удѣл. вѣсъ кварца—2,6; эти числа даютъ для пористости песка 0,42, а для глины—0,32.

Чистая глина можетъ впитать и, вслѣдствіе капиллярности, удержать въ себѣ воду въ количествѣ до 70% по вѣсу (до 87—106% по объему) сухой глины (что соотвѣтств. 41% вѣсов. содерж. воды въ смѣси). Примѣсь песка къ глинѣ уменьшаетъ ея пористость или ея наибольшую водоемкость; такъ, по Шюблеру [1]), глина съ 10, 24 и 45% содержаніемъ песка удерживаетъ 61, 50 и 40% по вѣсу (или 82, 73 и 68% по объему) воды.

При вѣсовомъ отношеніи глины къ водѣ, какъ 2 или менѣе къ 1, получаемая смѣсь водопроницаема; при меньшемъ же содержаніи воды (напр., при вѣсовомъ отношеніи глины къ водѣ, какъ 3 или 4 къ 1) получаемая смѣсь непроницаема для воды, и слой такой глины, толщиною въ 1,5 мм., совершенно не пропускаетъ воду подъ давленіемъ водяного столба въ 1,5 м., но при бо́льшемъ давленіи становится водопроницаемымъ [2]).

Разбуханіе или увеличеніе объема породы при ея насыщеніи водою свойственны не только глинамъ, но также торфамъ, весьма мелкозернистымъ пескамъ, или такъ называемымъ плывунамъ и вообще всѣмъ

---

[1]) Schübler, Grundsätze der Agrikulturchemie, II, § 113.

[2]) Seelheim, Methoden z. Bestimmung d. Durchlässigkeit d. Bodens (Zeitschr. f. Analyt Chemie, XIX, 1880, S. 406).

чрезвычайно мелкозернистымъ и превращеннымъ въ пылеобразное состояніе веществамъ. При чрезвычайно мелкомъ зернѣ и слѣдовательно ничтожномъ его вѣсѣ, сцѣпленіе или взаимное притяженіе частицъ воды, окружающихъ точки касанія такихъ зеренъ, можетъ преодолѣть вѣсъ зеренъ и разъединить ихъ точки взаимнаго касанія; тогда зерна породы будутъ облечены со всѣхъ сторонъ водою и получатъ удобоподвижность,— мелкозернистая порода разбухнетъ, увеличится въ объемѣ и представится въ видѣ болѣе или менѣе густой плывучей массы.

Взмученная въ водѣ глина, осаждаясь въ сосудѣ при совершенномъ покоѣ, даетъ осадокъ, который постепенно уплотняется (уменьшеніе высоты этого осадка въ сосудѣ становится незамѣтнымъ лишь послѣ нѣсколькихъ недѣль). Въ полученномъ осадкѣ глины содержаніе воды постепенно уменьшается съ глубиною, а именно, верхній слой глины содержитъ на 1 объемъ глины до 3 объемовъ воды, а нижніе слои до 1,5 объемовъ воды. Но если сосудъ, въ которомъ происходитъ осажденіе глины, подвергать толчкамъ и сотрясеніямъ, то осажденіе и усадка глины происходитъ гораздо медленнѣе, причемъ въ осѣвшей массѣ объемное содержаніе воды почти одинаково какъ въ верхней, такъ и въ нижней части осадка и равно до 1,5 [1]).

Намокшая въ водѣ глина легко пропускаетъ чрезъ себя воду; но такъ какъ это намоканіе глины совершается лишь до опредѣленной глубины, ниже которой всякое движеніе воды прекращается, то потому намокшій сверху пластъ глины и является водонепроницаемымъ ложемъ водоноснаго слоя. Впитывая въ себя воду, глина набухаетъ, а потому чѣмъ больше то давленіе, которое производитъ на глину находящаяся сверху ея вода и которое препятствуетъ глинѣ увеличиваться въ объемѣ, тѣмъ на меньшую глубину промочится сама глина. Эти обстоятельства и дѣлаютъ глину водонепроницаемой.

Въ этомъ отношеніи глина совершенно подобна всякому другому нерастворимому въ водѣ веществу, превращенному въ состояніе тончайшаго порошка или превращенному въ пылеобразное состояніе. Всѣ эти вещества могутъ лишь намокнуть до опредѣленной глубины, а затѣмъ всякое дальнѣйшее движеніе воды въ нихъ прекращается. Въ высшей степени интересные въ этомъ отношеніи опыты были произведены Кленцомъ надъ чистымъ каолиномъ, мраморною и кварцевою пылью и отмученномъ торфомъ. Этими веществами были наполнены трубки, въ верхнюю часть которыхъ наливалась вода, при чемъ уровень ея держался постоянно на 10 мм. выше испытуемаго вещества. Чрезъ 1 день отъ начала испытанія вода проникла на 610 мм. въ мраморную пыль, на 890 мм. въ кварцевую пыль, на 295 мм. въ каолинъ и на 520 мм. въ торфъ; чрезъ 2 дня—на 940 въ мраморную пыль, на 495 въ каолинъ и

---

[1]) Seelheim, l. c., стр. 405.

на 620 въ торфъ; чрезъ 6 дней—на 785 въ каолинъ и на 948 въ торфъ чрезъ 8 дней—на 928 мм. въ каолинъ. Ниже 890 мм. въ кварцевой пыли, 928 въ каолинѣ, 940 въ мраморной пыли и 948 въ торфѣ, достигнутыхъ водою соотвѣтственно чрезъ 1, 8, 2 и 6 дней, вода въ этихъ матеріалахъ не опускалась [1]).

Такимъ образомъ пески, или вообще породы сыпучія, состоящія изъ отдѣльныхъ, не обладающихъ взаимнымъ сцѣпленіемъ зеренъ, при избыткѣ воды, напитываются ею и пропускаютъ ее на неопредѣленную глубину; тогда какъ породы пористыя (глины, мѣлъ и проч.), а также вещества, превращенныя въ весьма мелкозернистое, пылеобразное состояніе, при избыткѣ воды, напитываются ею и пропускаютъ ее лишь на опредѣленную глубину. Въ сыпучихъ породахъ вода помѣщается въ совершенно опредѣленномъ объемѣ промежутковъ между зернами, тогда какъ впитываясь въ глину или мѣлъ, вода помѣщается въ промежуткахъ между молекулами, обладающими взаимнымъ притяженіемъ, при чемъ взаимное сцѣпленіе частицъ воды можетъ преодолѣть взаимное притяженіе молекулъ глины и раздвинуть эти послѣднія, т. е. увеличить объемъ промежутковъ между молекулами. Равнымъ образомъ при пропитываніи веществъ, превращенныхъ въ пылеобразное состояніе, взаимное сцѣпленіе частицъ воды можетъ преодолѣть вѣсъ мельчайшихъ зеренъ этихъ веществъ, при чемъ вода можетъ облечь эти зерна со всѣхъ сторонъ, раздвинуть ихъ точки взаимнаго касанія, сообщить имъ удобоподвижность и увеличить объемъ промежутковъ между зернами.

Капиллярная или абсолютная водоемкость породъ.

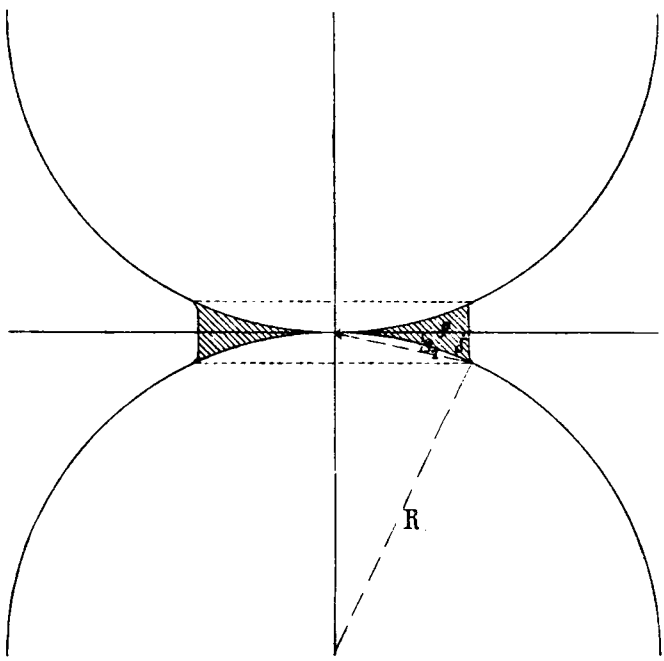
Пусть наши непроницаемые (но смачиваемые водою) шары (фарфоровая дробь), діаметромъ $2R$, уложены (по угламъ тетраэдра) въ открытый сверху сосудъ. На эти шары нальемъ осторожно, при помощи лееч-наго сита, небольшое количество воды, наблюдая за тѣмъ, чтобы вода по возможности равномѣрно оросила всю открытую поверхность верхняго ряда шаровъ. Въ силу тяжести, налитая на шары вода тотчасъ же начнетъ стекать въ промежутки между шарами и въ то же время будетъ смачивать ихъ; вслѣдствіе же смачиванія поверхности шаровъ, вода будетъ задерживаться вокругъ точекъ касанія смежныхъ шаровъ, т. е. вызовется явленіе волосности, или капиллярности. Если воды налито сравнительно немного, а шары въ сосудѣ составляютъ значительную толщу, то налитой воды можетъ оказаться достаточно лишь для того, чтобы, такъ сказать, заклиниться въ видѣ болѣе или менѣе широкихъ (въ зависимости

---

[1]) Klenze, Untersuchungen über die kapillare Wasserleitung im Boden und die kapillare Sättigungskapazität desselben für Wasser (Landwirthschaftliche Jahrbücher, Berlin, 1877, VI Bnd., Heft. I, S. 113).

отъ радіуса шаровъ) дисковъ вокругъ точекъ касанія верхнихъ слоевъ шаровъ; нижніе же слои ихъ могутъ остаться совершенно сухими.

Итакъ, налитая въ сосудъ съ шарами вода оказывается такимъ образомъ уже изъятою изъ сферы дѣйствія силы тяжести. Шары наши, подобно всякой почвѣ или сыпучей породѣ, имѣютъ слѣдовательно свойство задерживать въ своихъ промежуткахъ, въ силу волосности, извѣстное количество воды, не позволяя послѣдней стекать внизъ. Процентное отношеніе вѣса или объема такой воды къ вѣсу или объему шаровъ (почвы) въ сухомъ состояніи выражаетъ вѣсовую или объемную наименьшую (или абсолютную) водоемкость шаровъ (почвы).



Фиг. 10.

Объемъ воды, задерживаемой вслѣдствіе капиллярности стеклянными шарами, опредѣляемъ слѣдующимъ образомъ.

Представимъ себѣ, что центры двухъ такихъ касающихся другъ друга шаровъ расположены по одной вертикальной линіи. Если въ промежутокъ между этими шарами, близъ точки ихъ касанія впустить нѣсколько капель воды, то послѣдняя присосется къ поверхности шаровъ и образуетъ вокругъ точки ихъ касанія круглый дискъ; впустивъ еще нѣсколько капель, замѣтимъ, что радіусъ диска можетъ быть увеличенъ лишь до вполнѣ опредѣленнаго, зависящаго отъ величины шаровъ размѣра, и что прибавленная въ избыткѣ вода будетъ стекать по поверхности нижняго шара. Внѣшняя наружная поверхность диска можетъ быть принята за цилиндрическую, хотя на самомъ дѣлѣ производящая внѣшней

поверхности диска представляетъ не прямую, а вслѣдствіе смачиванія, т. е. прилипанія воды къ стеклу, производящая это образуетъ вблизи шаровыхъ поверхностей небольшую вогнутость.

Проведенная чрезъ точку касанія шаровъ касательная плоскость раздѣляетъ дискъ на двѣ части; допуская, что внѣшняя поверхность диска цилиндрична, мы легко опредѣлимъ объемъ присосавшейся къ каждому шару части диска, заключающейся между сферическою поверхностью и касательною плоскостью; верхняя и нижняя относительно касательной части этого диска, при нашемъ допущеніи, очевидно, равны между собою.

Объемъ этой части диска равенъ объему цилиндра съ радіусомъ ρ и высотою, равной половинѣ наибольшей толщины диска $= \delta$, за вычетомъ объема шарового сегмента съ радіусомъ основанія ρ и высотою δ. Объемъ цилиндра $= \pi \rho^2 \delta$; объемъ сегмента $= \frac{1}{6} \pi \delta (3 \rho^2 + \delta^2)$. Слѣдовательно объемъ воды, присосавшейся къ каждому шару $= \pi \rho^2 \delta - \frac{1}{6} \pi \delta \left(3 \rho^2 + \delta^2\right) = \frac{\pi}{2} \left(\rho^2 \delta - \frac{1}{3} \delta^3\right)$. Но, при радіусѣ шара R, величины ρ и δ связаны между собою условіемъ: $\rho^2 = \delta (2 R - \delta)$, представляющемъ уравненіе окружности, отнесенное къ прямоугольнымъ координатамъ, при чемъ діаметръ $2 R$ принятъ за одну изъ осей, а начало координатъ положено на окружности. Подставляя это значеніе ρ въ выведенное выраженіе объема половины диска, получимъ, что объемъ этотъ равняется:

$$\frac{\pi}{2} \left[\delta^2 \left(2 R - \delta\right) - \frac{1}{3} \delta^3\right] = \pi \left(R \delta^2 - \frac{2}{3} \delta^3\right)^{1)}.$$

Если снять верхній шаръ, то дискъ уничтожается, заключавшаяся въ немъ вода вытекаетъ; слѣдовательно присутствіе верхняго шара есть необходимое условіе для образованія узкой наружной цилиндрической поверхности диска, которая, подобно боковой стѣнкѣ или обручу, выдерживаетъ вѣсовое давленіе воды диска и препятствуетъ водѣ диска разлиться. Образованіе водяного диска между двумя взаимно касающимися шарами представляетъ такимъ образомъ нагляднѣйшее доказательство существованія направленнаго внутрь жидкости давленія ея поверхностнаго слоя. Въ поверхностномъ слоѣ всякой жидкости, на разстояніи радіуса сферы дѣйствія частичныхъ силъ, всѣ силы сцѣпленія не уравновѣшиваются взаимно, какъ это имѣетъ мѣсто для всей остальной массы жидкости, а складываются въ одну равнодѣйствующую, направленную во

---

[1]) Такъ какъ $\rho^2 = \delta (2 R - \delta)$, откуда $\delta = R - \sqrt{R^2 - \rho^2}$, то, подставляя это значеніе въ выраженіе объема полудиска, получимъ, что объемъ этотъ равняется:

$$\pi \left(R \rho^2 - \frac{2}{3} R^3 + \frac{2}{3} \sqrt{(R^2 - \rho^2)^3}\right).$$

внутрь жидкости, нормально къ ея поверхности. Поверхностный слой всякой жидкости можно вполнѣ уподобить тонкой упругой пленкѣ, находящейся въ состояніи натяженія. Подобно тонкой резиновой оболочкѣ надутаго газомъ шара, находящійся въ состояніи натяженія поверхностный слой жидкости стремится уменьшить свою поверхность и слѣдовательно оказываетъ сопротивленіе всякой внѣшней силѣ, стремящейся увеличить или растянуть эту поверхность. Если эту поверхность, находящуюся въ состояніи натяженія и производящую направленное во внутрь жидкости давленіе, какимъ-либо образомъ въ опредѣленомъ районѣ вдавить во внутрь и сдѣлать вогнутой, то поверхностный слой, стремясь выравняться и приподняться, будетъ производить на жидкость въ предѣлахъ этого района меньшее давленіе, чѣмъ дѣйствующее на плоской поверхности жидкости въ предѣлахъ района, равнаго проекціи вогнутой поверхности на плоскій уровень, и потому потянетъ за собою жидкость; наоборотъ, если поверхность жидкости какимъ-либо образомъ сдѣлать въ извѣстномъ районѣ выпуклою, то находящійся въ состояніи натяженія ея поверхностный слой, стремясь выравняться и опуститься, будетъ производить давленіе на жидкость въ предѣлахъ этого района большее, чѣмъ на плоскую поверхность уровня въ предѣлахъ района, равнаго проекціи выпуклой поверхности на плоскій уровень, и потому заставитъ жидкость опуститься.

Согласно теоріи Лапласа, давленіе, производимое поверхностнымъ слоемъ жидкости, $= p = k + \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$. Въ этой формулѣ k и α — постоянныя, зависящія отъ рода жидкости; R_1 и R_2—радіусы кривизны поверхности жидкости въ двухъ взаимно перпендикулярныхъ сѣченіяхъ, при чемъ радіусы, направленные внутрь жидкости, считаются положительными, а въ противоположную сторону—отрицательными. Для плоской поверхности, когда $R_1 = R_2 = \infty$, формула обращается въ выраженіе: $p = k$; слѣдовательно, k есть давленіе поверхностнаго слоя для плоской поверхности жидкости (давленіе это, зависящее отъ рода жидкости, вообще говоря, весьма велико). Постоянную величину α называютъ коэффиціентомъ поверхностнаго натяженія жидкости; коэффиціентъ этотъ выражается въ миллиграммахъ на миллиметръ и, напримѣръ, для воды при обыкновенной температурѣ = 7,7, для алкоголя — 2,6, для ртути — 47.

Въ нашемъ случаѣ водяного диска свободная поверхность жидкости можетъ быть принята за цилиндрическую, и формула Лапласа принимаетъ видъ: $p = k + \frac{\alpha}{\rho}$, ибо одинъ изъ радіусовъ кривизны даннаго уровня $= \infty$, а другой, какъ направленный внутрь жидкости, положителенъ и равенъ радіусу диска. Слѣдовательно, давленіе поверхностнаго слоя водяного диска на каждую единицу этой поверхности, т. е. на каждую единицу боковой поверхности диска, больше давленія поверхностнаго слоя жид-

кости при плоскомъ ея уровнѣ на величину $\frac{\alpha}{\rho}$. Этотъ направленный внутрь жидкости избытокъ давленія на каждую единицу цилиндрической поверхности уровня сдерживаетъ дискъ отъ разливанія, служитъ ему какъ бы боковою цилиндрическою стѣнкою, препятствующею разливанію, т. е. уравновѣшиваетъ давленіе, которое вода диска, вслѣдствіе своего вѣса, производитъ на боковую стѣнку по нормальному къ послѣдней направленію извнутри наружу.

Давленіе, производимое жидкостью на боковую стѣнку, какъ извѣстно, равно вѣсу столба жидкости, основаніе котораго представляетъ площадь поверхности данной стѣнки, а высота—вертикальное разстояніе центра тяжести поверхности этой стѣнки до уровня жидкости въ сосудѣ. Извѣстно, далѣе, что давленіе это не зависитъ отъ количества воды въ сосудѣ, и давленіе на 1 единицу поверхности боковой стѣнки громадной запруды или узкой водопроводной канавы, при одной и той же высотѣ уровня надъ центромъ тяжести этихъ поверхностей, одно и то же.

Въ нашемъ случаѣ давленіе воды диска на всю воображаемую боковую его стѣнку, при горизонтальномъ положеніи диска $= 2\pi\rho \,.\, 2\delta \,.\, \delta \,.\, \gamma = 4\pi\rho\delta^2\gamma$ (гдѣ γ—удѣльный вѣсъ воды), а слѣдовательно на каждую единицу этой поверхности въ среднемъ давленіе составитъ $\frac{4\pi\rho\delta^2\gamma}{2\pi\rho \,.\, 2\delta} = \delta\gamma$. Это давленіе, нормальное къ боковой поверхности диска и направленное наружу, должно уравновѣшиваться тѣмъ направленнымъ въ противоположную сторону, т. е. во внутрь диска, давленіемъ, которое производитъ поверхностный слой жидкости, вслѣдствіе его натяженія, и которое равно $\frac{\alpha}{\rho}$ на каждую единицу поверхности.

Итакъ, $\delta\gamma = \frac{\alpha}{\rho}$, или $\delta\rho = \frac{\alpha}{\gamma}$; но α есть коэффиціентъ поверхностнаго натяженія жидкости, равный для воды 7,7, а γ — удѣльный вѣсъ воды $= 1$; слѣдовательно имѣемъ, что произведеніе изъ радіуса диска на его наибольшую толщину 2δ есть величина постоянная и равная $\frac{2\alpha}{\gamma}$, которую въ физикѣ принято обозначать a^2.

Такимъ образомъ, явленія волосности между сферическими поверхностями вполнѣ согласуются съ этими явленіями въ узкихъ цилиндрическихъ трубкахъ и между двумя пластинками. Для узкихъ трубокъ произведеніе изъ радіуса трубки на высоту подъема жидкости постоянно и равно $rh = \frac{2\alpha}{\gamma} = a^2$; для двухъ параллельныхъ пластинокъ—произведеніе изъ высоты подъема на разстояніе между пластинками постоянно и равно $h_1 d = \frac{2\alpha}{\gamma} = a^2$; наконецъ, для двухъ вертикальныхъ пласти-

нокъ, образующихъ между собою уголъ φ, произведеніе изъ наблюдаемой на горизонтальномъ отъ ребра образуемаго пластинками угла разстояніи x высоты подъема (y) на соотвѣтствующую этому подъему толщину приподнятаго слоя $\left(2\,x\ \mathrm{tang}\,\frac{\varphi}{2}\right)$, т. е. произведеніе $2\,x\,y\ \mathrm{tang}\,\frac{\varphi}{2}$ постоянно и $= \frac{2\,\alpha}{\gamma} = a^2$.

Въ полномъ согласіи съ этимъ, капиллярныя явленія между шаровыми поверхностями подчиняются закону: произведеніе изъ радіуса диска на наибольшую его толщину, т. е. $2\,\delta\,\rho$, есть величина постоянная и равная $\frac{2\,\alpha}{\gamma} = a^2$

Итакъ, для опредѣленія ρ и δ имѣемъ слѣдующія два уравненія:

$$\delta\,\rho = \frac{\alpha}{\gamma}$$

и

$$\rho^2 = \delta\ (2\,R - \delta).$$

Алгебраическое рѣшеніе этихъ уравненій затруднительно, такъ какъ оно приводитъ къ рѣшенію уравненія четвертой степени, а именно: вмѣсто двухъ приведенныхъ уравненій можно составить одно:

$$\delta\ \sqrt{\delta\ (2\,R - \delta)} = \frac{\alpha}{\gamma}$$

или

$$2\,R\,\gamma^2\,\delta^3 - \gamma^2\,\delta^4 = \alpha^2;$$

или, подставивъ въ первое уравненіе значеніе δ, опредѣленное изъ второго и равное:

$$R - \sqrt{R^2 - \rho^2},$$

получимъ уравненіе:

$$\rho\ \left(R - \sqrt{R^2 - \rho^2}\right) = \frac{\alpha}{\gamma},$$

которое приводитъ къ рѣшенію уравненія:

$$2\ R\ \alpha\ \gamma\ \rho - \gamma^2\ \rho^4 = \alpha^2.$$

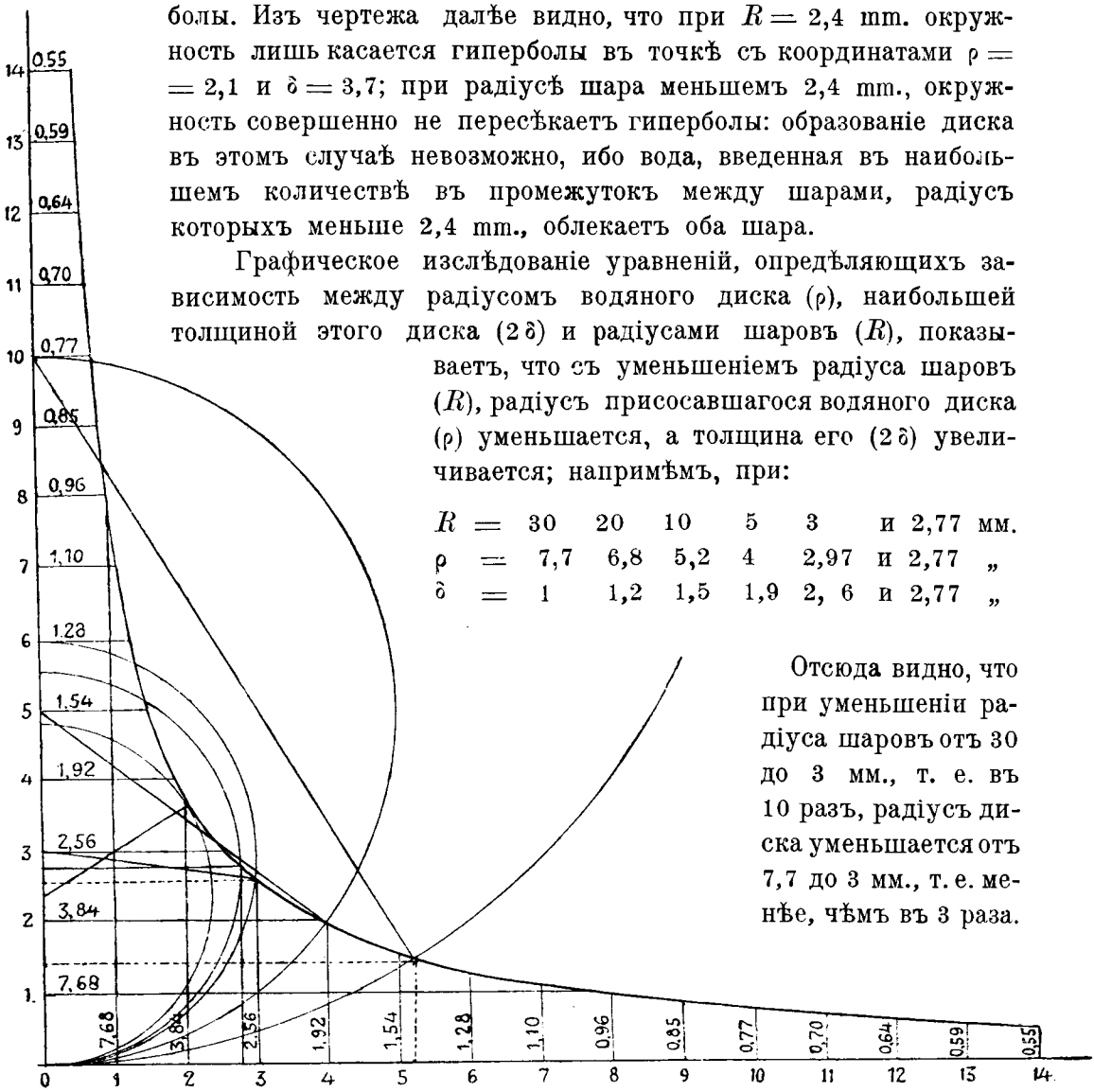
Гораздо проще уравненія эти рѣшаются графически слѣдующимъ образомъ. Первое уравненіе $\rho\ \delta = \frac{\alpha}{\gamma}$ представляетъ отнесенное къ асимптотамъ уравненіе равнобокой гиперболы, а второе уравненіе — есть уравненіе круга. Координаты точекъ пересѣченія этой гиперболы съ окружностью, касающеюся одной изъ асимптотъ въ точкѣ ея пересѣченія съ другой, опредѣляютъ графически значенія ρ и δ для шара, радіусъ котораго равенъ радіусу упомянутой окружности.

Окружность пересѣкаетъ гиперболу въ двухъ точкахъ, координаты которыхъ даютъ двѣ пары значеній ρ и δ для даннаго радіуса шара R; изъ этихъ значеній возможными будетъ та пара, въ которой ρ и δ не болѣе R; возможныя значенія ρ и δ опредѣляются нижней вѣтвью гиперболы. Изъ чертежа далѣе видно, что при $R = 2{,}4$ mm. окружность лишь касается гиперболы въ точкѣ съ координатами $\rho = 2{,}1$ и $\delta = 3{,}7$; при радіусѣ шара меньшемъ 2,4 mm., окружность совершенно не пересѣкаетъ гиперболы: образованіе диска въ этомъ случаѣ невозможно, ибо вода, введенная въ наибольшемъ количествѣ въ промежутокъ между шарами, радіусъ которыхъ меньше 2,4 mm., облекаетъ оба шара.

Графическое изслѣдованіе уравненій, опредѣляющихъ зависимость между радіусомъ водяного диска (ρ), наибольшей толщиной этого диска (2δ) и радіусами шаровъ (R), показываетъ, что съ уменьшеніемъ радіуса шаровъ (R), радіусъ присосавшагося водяного диска (ρ) уменьшается, а толщина его (2δ) увеличивается; напримѣръ, при:

R =	30	20	10	5	3	и 2,77	мм.
ρ =	7,7	6,8	5,2	4	2,97	и 2,77	„
δ =	1	1,2	1,5	1,9	2, 6	и 2,77	„

Отсюда видно, что при уменьшеніи радіуса шаровъ отъ 30 до 3 мм., т. е. въ 10 разъ, радіусъ диска уменьшается отъ 7,7 до 3 мм., т. е. менѣе, чѣмъ въ 3 раза.



Фиг. 11. Гипербола: $\delta\rho = \frac{\alpha}{\gamma} = 7{,}68$ (для воды при 14°).

Что касается наибольшей толщины диска, или 2δ, то она опредѣляется изъ условія: $\rho^2 = \delta\,(2R - \delta)$, откуда $\delta = R - \sqrt{R^2 - \rho^2}$. Мы видѣли, что произведеніе изъ радіуса диска на его наибольшую толщину, т. е. произведеніе $2\delta\rho$, равное $2\rho^2 \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2}$, есть величина постоянная и

равная $\frac{2\alpha}{\gamma}$. Съ увеличеніемъ R, увеличивается и ρ; но такъ какъ $2\rho^2 \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}$ есть величина постоянная, то φ, при увеличеніи ρ, должно уменьшаться; что же касается $\delta = \rho \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}$, то, съ увеличеніемъ ρ и связаннымъ съ этимъ уменьшеніемъ φ, δ измѣняется весьма незначительно, уменьшаясь при этомъ.

Непосредственныя наблюденія, произведенныя надъ стеклянными различнаго діаметра шарами, вполнѣ оправдываютъ результаты изслѣдованія уравненій: $\rho\delta = \frac{\alpha}{\gamma}$ и $\rho^2 = \delta\,(2R - \delta)$ [1]).

Изъ чертежа видно, что уголъ между осью ординатъ и радіусомъ окружности, проведеннымъ въ точку ея пересѣченія съ нижней вѣтвью гиперболы, уменьшается по мѣрѣ увеличенія R. При $R = 2{,}77$ мм. этотъ уголъ $= 90^0$, и тогда какъ ρ, такъ и $\delta = R = 2{,}77$ мм. При большемъ R уголъ этотъ менѣе прямого, и тогда этотъ радіусъ вмѣстѣ съ линіями ρ и $R - \delta$ образуютъ прямоугольный треугольникъ. Въ этомъ послѣднемъ катетъ, соотвѣтствующій ρ, тогда будетъ равенъ $\frac{1}{2}R$, когда уголъ между радіусомъ и осью ординатъ $= 30^0$, что имѣетъ мѣсто при $R = 11$ мм. и сопряженныхъ съ этимъ значеніяхъ $\rho = 5{,}4$ и $\delta = 1{,}4$ мм.

Отношеніе $\frac{\rho}{R} = 0{,}58$ получается, когда синусъ угла, образуемаго осью ординатъ и радіусомъ, проведеннымъ въ точку пересѣченія окружности съ гиперболою, $= 35\,{}^1/_2{}^0$, ибо $\sin 35\,{}^1/_2{}^0 = 0{,}58$. Такое отношеніе радіуса диска къ радіусу шара имѣетъ мѣсто при $R = 8{,}2$, $\rho = 4{,}8$ и $\delta = 1{,}6$ мм.

Отношеніе $\rho : R = 0{,}71$ получается, когда синусъ упомянутаго угла $= 0{,}71$, т. е. когда уголъ $= 45^0$. При этомъ $R = 6{,}15$, $\rho = 4{,}35$ и $\delta = 1{,}75$ мм. Абсолютныя значенія R, ρ и δ при указанныхъ отношеніяхъ $\frac{\rho}{R}$ намъ будутъ нужны при опредѣленіи влагоемкости зернистыхъ сыпучихъ породъ.

---

[1]) Для наблюденій были взяты различныхъ размѣровъ по возможности правильной формы шаровыя колбы (съ радіусомъ отъ 23 до 82 мм.) и стеклянная пластинка, на которой была вытравлена миллиметрическая сѣтка; затѣмъ для наблюденій были взяты стеклянные выдутые шарики, діаметромъ 6, 8, 10 и 15 мм., также стеклянная и фарфоровая дробь и разсортированный крупный песокъ.

Величина радіуса диска опредѣлялась непосредственно по сѣткѣ; значеніе δ вычислялось по формулѣ: $\delta = R - \sqrt{R^2 - \rho^2}$. Полученныя значенія ρ и δ совпадали съ опредѣленными графически. Числовыхъ результатовъ наблюденій не привожу, ибо наблюденія эти не представляютъ точности и имѣютъ лишь, такъ сказать, показательный характеръ.

Явленія капиллярности на сферическихъ поверхностяхъ и въ пространствѣ между такими поверхностями изслѣдованы весьма мало. Мнѣ извѣстны лишь наблюденія Вертгейма и Вильгельми [1]) надъ явленіями притяженія жидкости къ выпуклымъ цилиндрическимъ поверхностямъ. Наблюденія эти показали, что 1 единица смоченнаго периметра внѣшней поверхности цилиндра поднимаетъ тѣмъ большее вѣсовое количество жидкости, чѣмъ больше радіусъ цилиндра, а именно при измѣненіи радіуса цилиндра отъ 0,3 до 34 мм., количество воды, поднимаемой 1 мм. периметра, измѣнялось, по опытамъ Вертгейма, отъ 1,5 до 5 мгр. [2]).

Обыкновенно эти наблюденія приводятъ, какъ неоправдываемыя теоріей Лапласа (см., напр., Петрушевскій. „Курсъ набл. физики", II, 1874, стр. 738), да и самъ Вертгеймъ такъ именно смотрѣлъ на результаты своихъ работъ (l. c., p. 184). Мнѣ кажется, что наблюденія Вертгейма и Вильгельми совершенно оправдываются теоріей Лапласа, и никакого противорѣчія тутъ нѣтъ. Суть дѣла заключается въ слѣдующемъ:

Для узкихъ трубокъ высота подъема жидкости, согласно теоріи Лапласа, обратно пропорціональна радіусу трубки, т. е. $rh = r_1h_1$, а потому $\pi r^2h : \pi r_1^2h_1 = r : r_1$. Слѣдовательно, для узкихъ трубокъ объемъ и вѣсъ приподнятаго ими столбика жидкости пропорціоналенъ радіусу трубки или смоченному периметру, а отношеніе объема столбика къ периметру, или количество жидкости, поднимаемой единицей периметра, т. е. $\frac{\pi r^2h}{2\pi r} = \frac{rh}{2} = \frac{a^2}{2} = \frac{\alpha}{\gamma}$, есть величина постоянная. Но это справедливо лишь для узкихъ трубокъ, діаметръ которыхъ таковъ, что при полномъ смачиваніи менискъ представляетъ полусферу съ радіусомъ, равнымъ радіусу трубки. При болѣе же широкихъ трубкахъ полусферическаго мениска не образуется, а жидкость поднимается лишь у стѣнокъ трубки.

Приподнятый у стѣнокъ широкой трубки уровень представляетъ вогнутую поверхность, радіусы кривизны которой въ двухъ взаимно-перпендикулярныхъ сѣченіяхъ, а именно въ горизонтальномъ и вертикальномъ, проходящемъ чрезъ ось трубки, назовемъ R_1 и R_2. Первый радіусъ R_1 есть внутренній радіусъ трубки; второй радіусъ R_2 примемъ за постоянный, неизмѣняющійся при измѣненіи радіуса трубки. Оба радіуса кривизны уровня, какъ направленные въ сторону отъ жидкости, отрицательны, а потому формула Лапласа для даннаго случая принимаетъ видъ: $p = k - \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$. Избытокъ давленія, дѣйствующаго на плоской поверхности уровня, сравнительно съ давленіемъ, имѣющемся на каждой единицѣ поверхности вогнутаго уровня, равенъ $\alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$. Приподнятое, вслѣдствіе этой разности нормальныхъ давленій, количество жидкости должно произвести на всю горизонтальную проекцію вогнутой части уровня вѣсовое давленіе, равное тому избытку нормальнаго поверхностнаго давленія, которое имѣется на плоской поверхности, сравнительно съ нормальнымъ поверхностнымъ давленіемъ на всей вогнутой поверхности уровня.

Площадь горизонтальной проекціи поверхности вогнутаго уровня очевидно $= \pi\,[R_1^2 - (R_1 - R_2)^2] = \pi\,(2R_1R_2 - R_2^2)$; слѣдовательно вѣсовое давленіе или количество воды, приподнятое разностью поверхностныхъ давленій, должно равняться $\alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \cdot \pi\left(2R_1R_2 - R_2^2\right) = \alpha\pi\left(2R_1 + R_2 - \frac{R_2^2}{R_1}\right)$

---

[1]) Wertheim, Mémoire sur la capillarité (Annales de Chimie, LXIII, 1866, p. 129—201 Wilhelmy, Ueber die Abhängigkeit der Capillaritäts-Constanten des Alkohols von Substanz und Gestalt des benetzten festen Körpers (Poggend. Ann., CXIX, 1863, p. 177—217).

[2]) Причемъ количество это зависѣло также отъ вещества цилиндра, а также отъ степени гладкости его поверхности.

Отношеніе этого количества въ периметру внутренняго сѣченія трубки, т. е. количество жидкости, поднимаемой 1 единицею периметра $= \frac{\alpha\pi\left(2R_1 + R_2 - \frac{R_2^2}{R_1}\right)}{2\pi R_1} = \frac{\alpha}{2}\left[2 + \frac{R_2}{R_1} - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2\right]$. При узкихъ трубкахъ $R_1 = R_2$, и полученное выраженіе обращается въ α; но при широкихъ трубкахъ, когда $R_1 > R_2$, полученное выраженіе уменьшается при увеличеніи R_1 (радіуса трубки), и слѣдовательно количество воды, поднимаемое 1 единицею периметра внутренней стѣнки трубки, въ полномъ согласіи съ теоріей Лапласа, должно быть меньше α. Совершенно согласно съ этимъ, наблюденія Вертгейма показали, что для узкихъ трубокъ съ діаметромъ отъ 0,15 до 1,8 мм. и отъ 2 до 6 мм. отношеніе количества поднятой воды къ длинѣ периметра = 7,5, а для широкихъ трубокъ, діаметромъ 12—30 мм., это отношеніе = 5,7.

Но предположеніе, что радіусъ кривизны уровня въ вертикальномъ, проходящемъ чрезъ ось широкой трубки сѣченіи остается постояннымъ при измѣненіи радіуса трубки, не можетъ быть принято. Въ самомъ дѣлѣ, въ узкой трубкѣ, гдѣ можетъ образоваться полусферическій менискъ, означенное сѣченіе уровня представляетъ полукругъ съ радіусомъ = радіусу трубки. На прямой, вертикально въ воду опущенной пластинкѣ, т. е. при радіусѣ цилиндра $= \infty$, этотъ уровень представляетъ равнобокую гиперболу, асимптотичную относительно прямыхъ сѣченія пластинки и уровня воды въ сосудѣ. Естественно допустить, что для широкихъ трубокъ радіусъ кривизны уровня въ вертикальномъ, чрезъ ось трубки проходящемъ сѣченіи будетъ больше, чѣмъ у наибольшаго полусферическаго мениска, и меньше, чѣмъ у гиперболическаго уровня на плоской пластинкѣ, и что этотъ радіусъ кривизны будетъ увеличиваться по мѣрѣ увеличенія радіуса широкой трубки.

Обстоятельство это и есть вѣроятная причина, почему наблюденія Вертгейма показали, что количество воды, поднимаемое 1 единицей периметра внутренней стѣнки широкихъ трубокъ, остается постояннымъ и = 5,7, а не уменьшается съ увеличеніемъ радіуса, какъ это слѣдовало бы, если бы предположеніе о постоянствѣ R_2 было справедливо.

Примѣняя формулу Лапласа $p = k + \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ къ цилиндрическимъ выпуклымъ поверхностямъ, приводимымъ въ соприкосновеніе при вертикальномъ положеніи оси цилиндра, мы для опредѣленія радіусовъ кривизны приподнятаго близъ цилиндрической выпуклой поверхности уровня, беремъ двѣ взаимно перпендикулярныя плоскости: горизонтальную и вертикальную, проходящую чрезъ ось цилиндра. Въ первой плоскости радіусъ кривизны R_1 кривой уровня, какъ направленный въ сторону жидкости, положителенъ и равенъ радіусу взятаго цилиндра; во второмъ сѣченіи радіусъ кривизны уровня R_2, какъ направленный въ сторону отъ жидкости, отрицателенъ; такимъ образомъ формула Лапласа для даннаго случая принимаетъ видъ:

$$p = k + \alpha\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

или

$$p = k - \alpha\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right).$$

Когда $R_1 > R_2$, т. е. когда радіусъ цилиндра болѣе радіуса кривой уровня въ вертикальномъ сѣченіи, тогда $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$ отрицательно, и p, по мѣрѣ возрастанія R_1, уменьшается, по сравненію съ k, а слѣдовательно количество жидкости, приподнятой, вслѣдствіе все болѣе и болѣе увеличивающейся разности давленій $k-p$,

увеличивается. Совершенно согласно съ этимъ выводомъ, наблюденія Вертгейма показали, что при измѣненіи діаметра цилиндра отъ 0,3 до 34 мм., отношеніе количества воды, приподнятой выпуклою цилиндрическою поверхностью, къ смоченному периметру послѣдней или, что одно и то же, количество воды, поднимаемое 1 единицею периметра, увеличивается отъ 1,5 до 5 [1]).

Когда $R_1 = R_2$, т. е. когда радіусъ цилиндра равенъ радіусу кривой уровня въ вертикальномъ сѣченіи, тогда $p = k$, т. е. поверхностное давленіе у стѣнки цилиндра такое же, какъ и на плоской поверхности уровня, а потому подъема воды и не можетъ произойти.

Наконецъ, когда $R_1 < R_2$, т. е. когда радіусъ цилиндра меньше радіуса кривой уровня въ вертикальномъ сѣченіи, тогда давленіе поверхностнаго слоя жидкости у внѣшней стѣнки цилиндра станетъ большимъ k, т. е. большимъ, чѣмъ на плоской поверхности уровня, а потому первоначально смачивающая вещество цилиндра жидкость (при радіусѣ цилиндра, меньшемъ радіуса кривизны кривой уровня въ вертикальномъ сѣченіи чрезъ ось цилиндра) перестанетъ его смачивать, и опустится у внѣшней поверхности цилиндра. Тонкая стальная игла или тонкая мѣдная проволока (изъ шнура электрическаго проводника) при опусканіи въ воду, какъ извѣстно, не поднимаетъ послѣдней, т. е. не смачивается водою, а прокалываетъ поверхность воды, входя какъ бы въ ртуть.

Если выпуклыя цилиндрическія поверхности приводить въ соприкосновеніе съ смачивающею ихъ жидкостью не при вертикальномъ, а при горизонтальномъ положеніи оси цилиндра, то можно замѣтить, что при одномъ и томъ же смоченномъ периметрѣ количество приподнятой жидкости зависитъ отъ радіуса r цилиндра, а также, вѣроятно, отъ степени погруженія цилиндра въ жидкость, или отъ величины того угла, подъ которымъ горизонтальный уровень жидкости въ сосудѣ встрѣчаетъ, касаясь цилиндрической поверхности или пересѣкая ее, безконечно-малый элементъ этой поверхности, который, по малости своей, можетъ быть принятъ за плоскій.

Въ формулѣ Лапласа:

$$p = k + \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

въ данномъ случаѣ одинъ изъ радіусовъ $= \infty$, а другой—отрицателенъ, а потому формула принимаетъ видъ: $p = k - \alpha \frac{1}{R}$, гдѣ R есть радіусъ кривизны поверхности уровня близъ внѣшней стѣнки цилиндра въ вертикальномъ сѣченіи, перпендикулярномъ оси цилиндра. Такъ какъ при одномъ и томъ же радіусѣ цилиндра, радіусъ кривизны приподнятаго близъ цилиндра уровня жидкости увеличивается по мѣрѣ погруженія цилиндра, то давленіе поверхностнаго слоя жидкости на каждую единицу вогнутой поверхности уровня увеличивается по мѣрѣ погруженія цилиндра, приближаясь къ k—давленію на плоской поверхности; вмѣстѣ съ тѣмъ сама вогнутая поверхность увеличивается по мѣрѣ погруженія цилиндра; слѣдовательно, по мѣрѣ погруженія цилиндра высота подъема уровня уменьшается, но поверхность вогнутаго уровня увеличивается.

Если взять цилиндры съ различными радіусами и привести ихъ до соприкосновенія съ поверхностью воды, то замѣтимъ, что количество присосавшейся къ цилиндрамъ воды будетъ тѣмъ большее, чѣмъ больше радіусъ цилиндра; но радіусъ кривизны кривой приподнятаго уровня у малаго цилиндра будетъ гораздо больше, чѣмъ у большого. При очень маломъ радіусѣ цилиндра (r), радіусъ кри-

---

[1]) Вертгеймъ и другіе авторы предполагали, что по гипотезѣ, допущенной въ теоріи Лапласа, какъ бы ни была свернута поверхность, будетъ ли она плоская или кривая, всегда ею долженъ быть поднятъ однимъ и тѣмъ же периметромъ постоянный объемъ жидкости. Это предположеніе, какъ видимъ, совершенно не соотвѣтствуетъ ни теоріи Лапласа, ни дѣйствительности.

визны кривой уровня (R) можетъ сдѣлаться столь большимъ, что обратная его величина, или $\frac{1}{R}$ будетъ близка къ 0, а слѣдовательно p будетъ близко къ k, т. е. жидкость перестанетъ смачивать такой узкій цилиндръ.

Непосредственными наблюденіями легко убѣдиться, что тонкая мѣдная проволока (изъ шнура отъ электрической лампы), при опусканіи ея въ воду, не поднимаетъ послѣдней и не смачивается ею. Довольно большой кусочекъ такой проволоки, опущенный на поверхность воды, не тонетъ, а плаваетъ. Тонкую стальную иглу можно осторожно положить на воду, и игла не потонетъ. Приводя этотъ, давно извѣстный опытъ, обыкновенно указываютъ, что игла при этомъ должна быть вымазана жиромъ, чтобы не смачивалась водою; при тонкой иглѣ смазываніе жиромъ совершенно излишне: игла, будучи совершенно чистою, не тонетъ, ибо не можетъ смочиться водою и будетъ лежать на водяной поверхности, какъ на упругой пленкѣ.

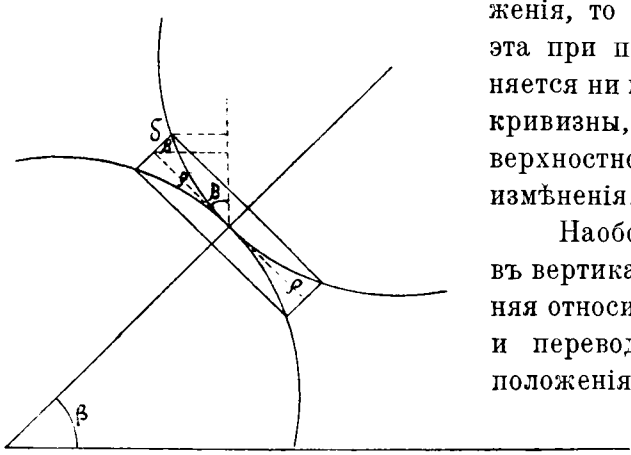
Извѣстно далѣе, что первыя капли дождя, упавшія на покрытую черноземною или лёссовою пылью дорогу, не смачиваютъ эту пыль, а играютъ по ней, какъ капли ртути; тонкорастертые, даже растворимые въ водѣ порошки (напр., сахарная пудра) также трудно смачиваются водою.

Непосредственными наблюденіями легко убѣдиться въ томъ, что если горизонтальный водяной дискъ, вмѣщающій наибольшее количество воды, могущее быть удержаннымъ давленіемъ поверхностнаго слоя, переводить изъ горизонтальнаго положенія въ наклонное и вертикальное, то при такомъ перемѣщеніи диска вода изъ него частью проливается, и дискъ въ вертикальномъ положеніи заключаетъ меньше воды, чѣмъ при горизонтальномъ его положеніи. Затѣмъ при такомъ перемѣщеніи диска очертанія его также мѣняются изъ совершенно круглаго при горизонтальномъ положеніи въ эллиптическое или яйцевидное, оттянутое книзу, при вертикальномъ положеніи диска; измѣняются также толщина и видъ боковой поверхности диска: бывшая почти прямою и совершенно однообразною по высотѣ для горизонтальнаго диска, поверхность эта, при вертикальномъ положеніи послѣдняго, въ верхней части значительно съуживается, но остается почти прямою, а въ нижней—расширяется и становится сильно вогнутой.

Уменьшеніе количества воды въ дискѣ при перемѣщеніи его изъ горизонтальнаго положенія въ вертикальное объясняется тѣмъ, что вѣсовое давленіе жидкости на боковую стѣнку при такомъ перемѣщеніи увеличивается. Если допустить, что при этомъ перемѣщеніи боковая поверхность диска не измѣняется ни по размѣрамъ, ни по степени кривизны, то получимъ, что при горизонтальномъ положеніи диска давленіе на боковую стѣнку составляетъ: $2\pi\rho \,.\, 2\delta \,.\, \delta \,.\, \gamma$, т. е. $4\pi\rho\,\delta^2\gamma$, или $\delta\gamma$ на 1 единицу этой поверхности, а при вертикальномъ положеніи диска давленіе это $= 2\pi\rho \,.\, 2\delta \,.\, \rho \,.\, \gamma = 4\pi\rho^2\,\delta\,\gamma$, или $\rho\gamma$ на 1 единицу поверхности; при плоской формѣ диска, когда ρ больше δ, второе давленіе больше перваго. При наклонномъ же подъ угломъ β къ горизонту положеніи оси диска, вертикальное разстояніе центра тяжести боковой поверхности диска до уровня жидкости въ сосудѣ $= \delta \sin\beta + \rho \cos\beta$, а слѣдова-

тельно давленіе воды на боковую поверхность диска $= 2\pi\rho \,.\, 2\delta\,(\delta \sin\beta + \rho \cos\beta)\,\gamma$, или на 1 единицу поверхности $(\delta \operatorname{Sin}\beta + \rho \operatorname{Cos}\beta)\,\gamma$, т. е. большее $\delta\gamma$ и меньшее $\rho\gamma$.

Итакъ, вѣсовое давленіе на боковую поверхность диска, предполагая, что поверхность эта не измѣняется по величинѣ, будетъ наименьшее при горизонтальномъ и наибольшее при вертикальномъ положеніи диска. Что же касается внѣшняго давленія на эту боковую поверхность, производимую самимъ поверхностнымъ слоемъ жидкости, влѣдствіе натяженія, то предполагая, что поверхность эта при передвиженіи диска не измѣняется ни по размѣрамъ, ни по степени кривизны, получимъ, что внѣшнее поверхностное давленіе останется безъ измѣненія.



Фиг. 12.

Наоборотъ, если образовать дискъ въ вертикальномъ положеніи, то, измѣняя относительное расположеніе шаровъ и переводя дискъ изъ вертикальнаго положенія въ горизонтальное, замѣтимъ, что при такомъ перемѣщеніи диска никакой потери воды не происходитъ.

Условія равновѣсія водяного диска при вертикальномъ его положеніи весьма сложны. Дискъ держится въ силу того, что для произвольно взятыхъ двухъ элементовъ его боковой поверхности разность нормальныхъ давленій поверхностнаго слоя уравновѣшивается разностью вѣсовыхъ давленій жидкости на эти элементы боковой поверхности. Въ нижней части диска боковая его поверхность представляется значительно вогнутою, и само сѣченіе диска имѣетъ эллиптическое очертаніе; формула Лапласа для нижней части диска имѣетъ видъ:

$$p = k + \alpha\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{R_1}\right),$$

гдѣ ρ_1 есть перемѣнный радіусъ эллипса, а R_1—направленный въ сторону отъ жидкости и потому отрицательный перемѣнный радіусъ кривизны вогнутой боковой поверхности въ вертикальномъ къ диску сѣченіи. Для верхней части диска формула Лапласа имѣетъ видъ:

$$p = k + \alpha\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{R_2}\right),$$

гдѣ ρ_2—есть перемѣнный, но измѣняющійся въ болѣе тѣсныхъ, чѣмъ ρ_1, предѣлахъ радіусъ верхней части эллипса диска и притомъ меньшій,

чѣмъ ρ_1, а R_2—радіусъ кривизны для верхней части боковой поверхности диска (въ сѣченіи, перпендикулярномъ къ диску), вообще большій, чѣмъ R_1.

Опредѣлить помощью вычисленій объемъ диска при вертикальномъ и наклонномъ его положеніи представляетъ весьма сложную задачу. Для нашей цѣли было однако важно знать, какое количество воды теряетъ дискъ при переходѣ изъ горизонтальнаго въ наклонное подъ углами $35^0\,16'$ и 45^c и въ вертикальное положеніе. Эти потери должны быть таковы, что 6 вертикальныхъ и 6 наклонныхъ подъ $\angle\ 35^0\ 16'$ дисковъ должны быть по объему равновелики 4 вертикальнымъ и 8 наклоннымъ подъ $\angle\ 45^0$ дискамъ [1]); это потому, что при тетраэдрическомъ и октаэдрическомъ расположеніи шаровъ и соотвѣтствующей оріентировкѣ гранатоэдровъ, вмѣщающихъ данные шары, объемы промежутковъ между шарами одинаковы, а слѣдовательно и водоемкость какъ абсолютная, такъ и полная, должна быть одна и таже.

Я думалъ рѣшить вопросъ, по крайней мѣрѣ, хотя примѣрно, путемъ опытовъ. Для простоты вмѣсто шаровъ, дающихъ эллиптическіе диски, были взяты цилиндры, къ которымъ вода присасывается въ видѣ пластины. Наблюденія показали, что эта пластина въ вертикальномъ ея положеніи (т. е. когда цилиндры расположены рядомъ на одной горизонтальной плоскости) заключаетъ меньше воды, чѣмъ при горизонтальномъ ея положеніи (т. е. когда цилиндры расположены другъ надъ другомъ).

Наблюденія эти показали далѣе, что высота вертикальнаго диска больше поперечника диска при горизонтальномъ его положеніи и что по мѣрѣ уменьшенія радіуса шара или цилиндра эта разница уменьшается; затѣмъ наблюденія показали, что вертикальное разстояніе точки касанія шаровъ, или линіи касанія цилиндровъ, до верха диска всегда меньше, чѣмъ разстояніе до низа диска, при чемъ опять-таки съ уменьшеніемъ радіуса разность эта уменьшается.

Этотъ эксцентриситетъ очертанія диска при вертикальномъ его положеніи уменьшается по мѣрѣ уменьшенія радіуса шара, и при шарахъ съ радіусомъ, меньшимъ 15 mm., очертаніе вертикальнаго диска почти неотличимо отъ круга.

Въ дальнѣйшемъ изложеніи мы подъ ρ и δ будемъ подразумѣвать радіусъ и половину толщины края „средняго“ диска, по объему равновеликаго $^1/_{12}$ суммы объемовъ всѣхъ присосавшихся къ шару дисковъ, при чемъ объемъ такого диска будемъ принимать постояннымъ, независимо отъ того, занимаетъ-ли онъ вертикальное или наклонное положеніе.

Когда шары уложены плотно, т. е. такъ, что центры ихъ расположены по вершинамъ тетраэдра или октаэдра, то каждый шаръ имѣетъ 12 точекъ касанія, вокругъ которыхъ можетъ присосаться 12 водяныхъ дисковъ, находящихся въ наклонномъ или вертикальномъ положеніи.

---

[1]) Или вертикальный дискъ долженъ равняться учетверенному наклонному подъ $\angle\ 45^0$ диску безъ утроеннаго наклоннаго подъ $\angle\ 35^0\ 16'$ диска.

Въ самомъ дѣлѣ, при горизонтальности шаровыхъ слоевъ и тетраэдрическомъ расположеніи шаровъ, у каждаго шара получается 6 дисковъ въ вертикальномъ положеніи, 3 диска на верхней и 3 диска на нижней половинѣ шара, имѣющихъ наклонъ къ горизонту подъ $\angle$ 35° 16′ (Въ сѣченіи чрезъ тригональную и главную ось ромбическаго додекаэдра уголъ между гранью и ребромъ, т. е. между малою діагональю грани и ребромъ = 125° 16′; такъ какъ ребро это, по условію, вертикально, то грань наклонена къ горизонту подъ угломъ = 125° 16′ — 90° = 35° 16′). При октаэдрическомъ расположеніи шаровъ, у каждаго шара имѣется 4 вертикальныхъ диска и по 4 на верхней и нижней половинахъ шара, наклоненныхъ къ горизонту подъ $\angle$ 45° (Сѣченіе гранатоэдра плоскостью чрезъ 2 главныя оси даетъ квадратъ, діагонали котораго представляютъ главныя оси и стороны котораго равны большой діагонали грани; по условію, одна изъ главныхъ осей вертикальна).

Каждый, присосавшійся вокругъ точки касанія двухъ шаровъ, дискъ проведенною чрезъ точку касанія касательною плоскостью, которая будетъ общею для двухъ гранатоэдровъ (въ которыхъ вписаны наши шары) гранью, раздѣляется на двѣ части. Эти двѣ части при вертикальномъ положеніи диска равны между собою; но при наклонномъ положеніи дисковъ эти части неодинаковы, и часть, лежащая на верхней поверхности шара, должна быть меньше лежащей на нижней его поверхности; но такъ какъ каждому диску соотвѣтствуетъ симметричный ему дискъ, расположенной на другомъ концѣ ромбической оси, и слѣдовательно на другой полусферѣ, то сумма всѣхъ 12 частей дисковъ, находящихся въ предѣлахъ одного гранатоэдра, должна быть постоянною и равною 12 объемамъ половины диска.

Такъ какъ объемъ половины такого диска $= \pi \left(R\delta^2 - \frac{2}{2}\delta^3 \right)$, то объемъ воды, присосавшейся вслѣдствіе капиллярности къ каждому шару, $= 12\pi \left(R\delta^2 - \frac{2}{3}\delta^3 \right)$, а такъ какъ число шаровъ, помѣщающихся въ объемѣ 1 куб. метра, $= \frac{\sqrt{2}}{8R^3}$, то абсолютная водоемкость нашихъ шаровъ составитъ:

$$\frac{3}{2}\,\frac{\pi\sqrt{2}}{R^3}\left(R\delta^2 - \frac{2}{3}\delta^3 \right) = 6{,}664 \left[\left(\frac{\delta}{R}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{\delta}{R}\right)^3 \right] \text{ куб. метровъ.}$$

Формула эта показываетъ, что съ увеличеніемъ R, или радіуса шаровъ (зеренъ породы) абсолютная водоемкость уменьшается.

Хотя при увеличеніи радіуса шаровъ, радіусъ присосавшагося диска тоже увеличивается, но это увеличеніе происходитъ довольно медленно; такъ, мы видѣли, что при увеличеніи радіуса шаровъ отъ 3 до 30 мм., т. е. въ 10 разъ, радіусъ диска увеличивается менѣе, чѣмъ въ 3 раза,

а именно отъ 3, примѣрно, до 8 мм. Съ увеличеніемъ радіуса диска, увеличивается его объемъ и вѣсъ, но вмѣстѣ съ увеличеніемъ радіуса шаровъ, число ихъ, помѣщающееся въ единицѣ объема (1 куб. метръ) и равное $\frac{\sqrt{2}}{8R^3}$, уменьшается и, въ нашемъ случаѣ, при увеличеніи радіуса въ 10 разъ, число шаровъ, а слѣдовательно и общее число водяныхъ дисковъ уменьшается въ 1.000 разъ.

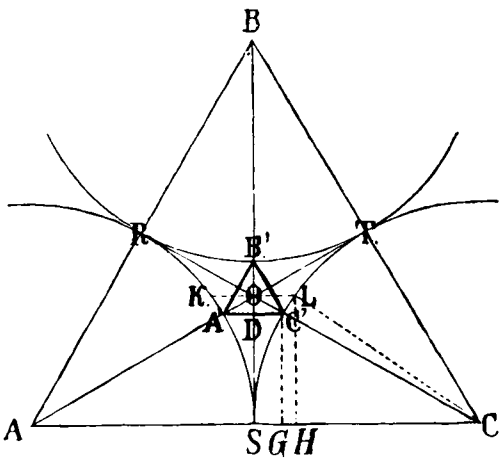
Слѣдовательно уменьшеніе числа шаровъ и общаго числа ихъ точекъ касанія, около которыхъ образуются водяные диски, происходитъ гораздо быстрѣе, чѣмъ увеличеніе объема каждаго присосавшагося диска. Переходя отъ шаровъ къ зернамъ сыпучей породы, видимъ, что абсолютная водоемкость послѣдней съ уменьшеніемъ діаметра зеренъ увеличивается и что водоемкость эта не зависитъ отъ петрографическаго состава зеренъ породы, лишь бы послѣднія смачивались водою.

Увеличеніе капиллярной водоемкости породы съ уменьшеніемъ радіуса зеренъ можетъ, однако, идти лишь до извѣстнаго предѣла. Въ самомъ дѣлѣ, при извѣстномъ радіусѣ шаровъ можетъ оказаться, что вся могущая вмѣститься въ промежуткахъ между шарами вода будетъ присосана къ нимъ, въ силу капиллярности; если это произошло при извѣстной величинѣ радіуса шаровъ, то, очевидно, при дальнѣйшемъ уменьшеніи радіуса, количество присосавшейся къ шарамъ воды (т. е. абсолютная водоемкость) увеличиваться уже не можетъ.

При плотной укладкѣ шаровъ, т. е. по тетраэдру или октаэдру, степень плотности укладки и число шаровъ въ единицѣ объема (1 куб. метръ), а также отношеніе суммы объемовъ шаровъ къ объему 1 куб. метра одинаковы для того и другого рода укладки, при чемъ число шаровъ въ 1 куб. метрѣ въ обоихъ случаяхъ $= \frac{\sqrt{2}}{8R^3} = \frac{0,177}{R^3}$, а отношеніе объема шаровъ къ объему 1 куб. метра $= \frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0,74$. Затѣмъ при расположеніи шаровъ по тетраэдру или октаэдру каждый шаръ имѣетъ 12 точекъ касанія съ сосѣдними, а именно: при тетраэдрическомъ расположеніи—съ 6 шарами слоя, въ которомъ находится, съ 3 шарами слоя выше и съ 3 шарами слоя нижележащаго; а при октаэдрическомъ расположеніи—съ 4 шарами слоя, въ которомъ находится, съ 4 шарами слоя выше и съ 4 шарами слоя нижележащаго; слои шаровъ, для простоты, мы принимаемъ горизонтальными.

Если чрезъ эти точки касанія шаровъ провести касательныя плоскости и продолжить ихъ до взаимнаго пересѣченія, то въ обоихъ случаяхъ расположенія шаровъ получаемъ одинъ и тотъ же ромбическій додекаэдръ, оріентированный при тетраэдрическомъ расположеніи слѣдующимъ образомъ: одна изъ 4 тригональныхъ осей (соединяющихъ

вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ тригональныхъ угловъ) поставлена вертикально, а три изъ шести ромбическихъ осей (соединяющихъ центры каждыхъ двухъ параллельныхъ граней) находятся въ горизонтальной плоскости; при октаэдрическомъ же расположеніи шаровъ тотъ же самый гранатоэдръ оріентированъ иначе, а именно: одна изъ трехъ главныхъ осей (соединяющихъ вершины противоположныхъ тетрагональныхъ угловъ) поставлена вертикально, двѣ другія главныя оси и двѣ ромбическія оси находятся въ горизонтальной плоскости.



Фиг. 13.

При первой оріентировкѣ разрѣзъ ромбическаго додекаэдра горизонтальною плоскостью, проходящею чрезъ центры шаровъ одного слоя, даетъ правильный шестиугольникъ, въ который вписанъ большой кругъ шара; такимъ образомъ ширина граней нашего додекаэдра соотвѣтствуетъ сторонѣ описаннаго около круга шестиугольника, а ромбическая ось нашего додекаэдра $= 2R$.

При октаэдрическомъ расположеніи шаровъ разрѣзъ нашего гранатоэдра горизонтальною, чрезъ центры шаровъ слоя проходящею плоскостью даетъ квадратъ со стороною, равною большой діагонали грани, равною ромбической оси, $= 2R$; діагональ же этого квадрата равна главной оси гранатоэдра $= \sqrt{2} \,.\, 2R$.

Изъ чертежа (фиг. 13) видно, что при тетраэдрическомъ расположеніи шаровъ въ сѣченіи горизонтальною плоскостью, проходящею чрезъ центры шаровъ слоя, разрѣзъ промежутка имѣетъ видъ „сферическаго“ треугольника RST, площадь котораго $= \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) R^2 = 0{,}16\ R^2$; далѣе

$$DC' = R - GC = R - \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}} = R\left(1 - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = 0{,}13\ R;\ DS =$$

$$= C'G = \frac{1}{2}\ R;\ OS = \frac{1}{3}\ BS = \frac{1}{3}\sqrt{3}\ R = 0{,}58\ R;\ OL = R - HC =$$

$$= R - \sqrt{R^2 - \left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\,R\right)^2} = R\left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = 0{,}18\ R;\ OB' =$$

$$= OB - R = \left(\frac{2}{3}\sqrt{3} - 1\right) R = 0{,}15\ R.$$

Такимъ образомъ при толщинѣ водяного диска $= 2\delta = 2DC' = 2R\left(1 - \sqrt{\frac{3}{4}}\right) = 0{,}26\ R$, или при $\rho = DS = \frac{1}{2}\ R$, треугольный про-

межутокъ между шарами закрытъ еще не весь, и остается свободнымъ треугольникъ $A'B'C'$, площадь котораго $= \frac{1}{2} A'C' . B'D = \frac{1}{2} . 2 . 0{,}13.$ $(0{,}15 + 0{,}58 - 0{,}50) R^2 = 0{,}03 R^2$. При ρ большемъ, чѣмъ $\frac{1}{2} R$, присосавшіеся около точекъ R, S и T водяные диски перекрываютъ отчасти другъ друга; при $\rho = \frac{1}{3}\sqrt{3} R = 0{,}58 R$, вся заключающаяся въ треугольникѣ RST вода будетъ присосана къ шарамъ. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ разрѣзъ диска, присосавшагося, напр., у точки S, даетъ площадь $SA'KLC'$, большую, чѣмъ площадь $SA'OC'$, которая $= \frac{1}{3}$ площади треугольника RST; слѣдовательно при $\rho = \frac{1}{3}\sqrt{3} R$ углы R, S и T въ состояніи присосать къ себѣ воды больше, чѣмъ ея можетъ вмѣститься въ треугольникъ RST. При промежуточномъ же значеніи ρ, между $0{,}50 R$ и $0{,}58 R$, и при соотвѣтственномъ значеніи δ, между $0{,}13 R$ и $0{,}18 R$, присосавшіеся около точекъ R, S и T диски, хотя отчасти и перекрываютъ другъ друга, но около точки O остается болѣе или менѣе значительный объемъ воды неприсосанной. Такимъ образомъ объемъ воды, присосавшейся къ шарамъ, можно исчислять по суммѣ объемовъ дисковъ лишь при радіусѣ послѣднихъ не большемъ $\frac{1}{2} R$ и соотвѣтствующемъ значеніи $\delta = 0{,}13 R$. Если объемъ гранатоэдра, равный $4\sqrt{2} R^3$, принять за 100, то объемъ вписаннаго въ гранатоэдръ шара составитъ 74 %, а объемъ прилипшей къ каждому шару воды, при $\delta = 0{,}13 R$ и $\rho = 0{,}5 R$, составитъ $6{,}66 \left(0{,}13^2 - \frac{1}{3} 0{,}13^3\right) . 100 = 6{,}66 . 0{,}015 . 100 = 9{,}99$, или 10 %; такимъ образомъ 16% объема гранатоэдра останутся еще свободными. Другими словами, если шары наши занимаютъ 1 куб. метръ, то при толщинѣ водяного диска $= 2\delta = 2 . 0{,}13 R$ наша система шаровъ заключаетъ 100 литровъ воды, присосавшейся къ шарамъ, и можетъ вмѣстить еще 160 литровъ воды свободной, которая будетъ находиться подъ вліяніемъ силы тяжести.

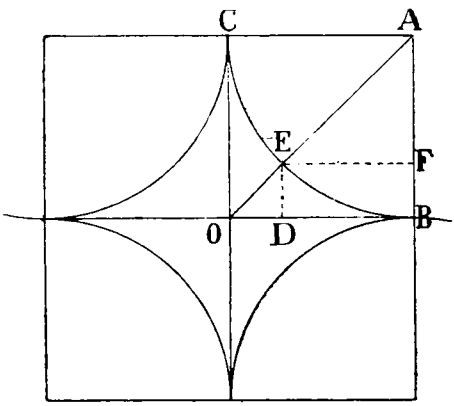
Эта вода помѣстится не только вокругъ точекъ O, но, главнымъ образомъ въ 8 тригональныхъ и особенно въ 6 тетрагональныхъ углахъ гранатоэдра. Въ самомъ дѣлѣ, при тетраэдрическомъ расположеніи шаровъ, въ сѣченіи косою плоскостью, проходящею чрезъ центръ шара, 2 главныя и 2 ромбическія оси гранатоэдра, перпендикулярно къ 3-й главной оси послѣдняго (или что то же, при октаэдрическомъ расположеніи шаровъ въ горизонтальномъ сѣченіи чрезъ центры шаровъ слоя), промежутки между четырьмя шарами имѣютъ видъ „сферическаго“ четырехугольника, а разрѣзы гранатоэдровъ, въ которыхъ вписаны наши

шары, имѣютъ видъ квадратовъ со стороною, = большой діагонали грани, = ромбической оси гранатоэдра, = 2 R.

Изъ чертежа (фиг. 14) видно, что при $\rho = BD = EF = \frac{\sqrt{2}}{2} R = 0{,}71\ R$,

толщина диска $= 2\delta = 2\ DE = 2\ (R - AF) = 2\ R \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0{,}29\ R$

и что, при $\rho_1 = R$, δ_1 также равно R. Мы уже видѣли, что при радіусѣ водяного диска большемъ 0,5 R, диски перекрываютъ другъ друга въ промежуткахъ, имѣющихъ видъ „сферическаго" треугольника; такое болѣе или менѣе значительное взаимное перекрываніе дисковъ въ сѣченіяхъ промежутковъ, имѣющихъ видъ „сферическаго" четырехугольника, начинается при ρ большемъ 0,71 R. Вся находящаяся въ предѣлахъ этого четырехугольника вода будетъ присосана къ шарамъ при $\rho = R$; при ρ, меньшемъ R и большемъ 0,71 R, не вся заключающаяся въ четырехугольникѣ вода будетъ присосана, хотя количество воды, которое можетъ быть присосано къ каждому изъ отдѣльно взятыхъ четырехъ угловъ, въ общей сложности можетъ быть даже большимъ того, которое можетъ вмѣститься въ четырехугольникѣ.



Фиг. 14.

Такимъ образомъ при $\rho = R$ вся вода, заключающаяся въ предѣлахъ каждаго гранатоэдра и, слѣдовательно, во всемъ нашемъ фильтрѣ окажется прилипшею къ шарамъ и, такъ сказать, изъятою изъ сферы дѣйствія силы тяжести. Изъ такого фильтра, заключающаго 260 литровъ воды на 1 куб. метръ, вода самостоятельно не потечетъ; необходимо потому стороннее давленіе, въ видѣ болѣе или менѣе значительнаго столба воды надъ верхнею поверхностью фильтра, чтобы продавить воду чрезъ фильтръ.

Итакъ съ уменьшеніемъ діаметра зеренъ сыпучихъ породъ абсолютная ихъ водоемкость, или отношеніе объемнаго или вѣсового количества воды, удерживаемой породой въ силу капиллярности, къ объему или вѣсу самой породы въ сухомъ ея состояніи, увеличивается. Такъ для кварцеваго песка, діаметромъ зеренъ 2,7—0,9—0,3 мм., абсолютная водоемкость, по Майеру, составляетъ 7, 14 и 45% [1]). Для нѣкоторыхъ пористыхъ породъ измельченіе ихъ уменьшаетъ абсолютную водоемкость; явленіе это наблюдается въ торфахъ и известковыхъ туфахъ и объясняется тѣмъ, что при измельченіи такихъ породъ и почвъ нѣкоторыя изъ находящихся въ нихъ и заключающихъ капиллярную воду волосныхъ скважинъ уничтожаются и превращаются въ некапиллярныя.

[1]) A. Mayer, Lehrbuch der Agrikultur-Chemie, II, S. 143.

Уплотненіе породы или почвы уменьшаетъ ея капиллярную водоемкость, ибо уменьшаетъ размѣры волосныхъ скважинъ и увеличиваетъ вѣсъ объема.

Если изъ полной водоемкости породы вычесть ея абсолютную водоемкость, то получимъ то количество воды, которое порода при полномъ ея насыщеніи, удержавъ въ себѣ капиллярную воду, можетъ дать самотекомъ.

Для песка, напр., по Майеру, мы имѣемъ:

	0,3 мм.	2,7 мм.
Полная водоемкость	49%	38%
Капиллярная водоемкость	45%	7%
	4%	31%

Отсюда видно, что мелкозернистые пески, такъ называемые плывуны, хотя и заключаютъ воды болѣе, чѣмъ грубозернистые пески, но зато и удерживаютъ въ себѣ капиллярную воду въ гораздо большемъ количествѣ, чѣмъ грубозернистые, а потому въ отношеніи добычи воды пески мелкозернистые представляются весьма малопроизводительными.

Движеніе воды въ горныхъ породахъ.

Вода въ горныхъ породахъ находится въ постоянномъ, обыкновенно чрезвычайно медленномъ движеніи. Движеніе это обусловливается, во-первыхъ, силою тяжести, вслѣдствіе чего вода просачивается по щелямъ, трещинамъ и пустотамъ породы сверху внизъ,—а во-вторыхъ, вслѣдствіе капиллярности вода поднимается по узкимъ скважинамъ пористыхъ породъ и въ промежуткахъ между зернами песчаныхъ породъ, присасываясь къ точкамъ касанія зеренъ послѣднихъ.

Независимо отъ этихъ вертикальныхъ движеній воды, поступающей въ породу сверху или снизу, находящаяся въ водоносномъ слоѣ вода приходитъ въ движеніе въ случаѣ грунтоваго или не вполнѣ заполненнаго водою глубокаго водоноснаго горизонта при наличности уклона водоноснаго пласта, а въ случаѣ вполнѣ заполненнаго глубокаго водоноснаго горизонта при наличности расхода.

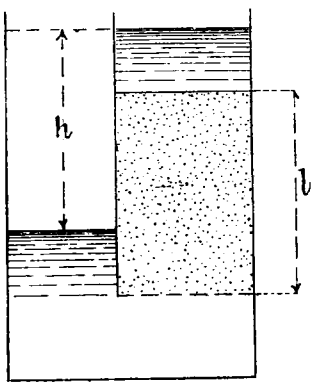
Просачиваніе.

Просачиваясь по пористымъ породамъ, вода смачиваетъ стѣнки поръ или каналовъ, всасывается въ болѣе узкія боковыя отвѣтвленія этихъ каналовъ и проникаетъ все въ болѣе и болѣе нижніе горизонты породы.

При просачиваніи воды въ зернистыхъ породахъ, она прежде всего присасывается къ точкамъ касанія зеренъ самыхъ верхнихъ слоевъ и, лишь вполнѣ удовлетворивъ капиллярную водоемкость верхнихъ слоевъ, вода проникаетъ вглубь. Если на песчаную породу воды попало недостаточно, то она лишь смочитъ верхніе слои, тогда какъ нижніе останутся совершенно сухи. Самые верхніе слои могутъ затѣмъ совершенно высохнуть, т. е. утерять свою капиллярную воду испареніемъ, и тогда

получимъ влажный слой среди сухого песка; понятно, случай этотъ возможенъ лишь при совершенной однородности зеренъ песка во всей его массѣ.

Когда, вслѣдствіе поступившаго на дневную поверхность новаго количества атмосферныхъ осадковъ, просачивающаяся вода удовлетворитъ, наконецъ, капиллярную водоемкость песка до самыхъ нижнихъ его слоевъ, лежащихъ на относительно водоупорномъ ложѣ, тогда только получаются условія возможнаго скопленія воды на поверхности этого ложа, въ промежуткахъ между зернами песка, т. е. начнется образованіе *водоноснаго горизонта*, изъ котораго возможно произвести расходъ, равный разности между полной и капиллярной водоемкостью даннаго песка.



Фиг. 15.

Скорость просачиванія, или фильтраціи, на основаніи опытовъ, прямо пропорціональна напору h и обратно пропорціональна толщинѣ фильтра.

Такимъ образомъ количество воды Q куб. метровъ въ секунду, даваемое фильтромъ и равное произведенію изъ скорости фильтраціи v на свободную для прохода воды площадь фильтра $= \varphi F$ (гдѣ φ есть коэффиціентъ пористости матеріала фильтра, а F—площадь его поперечнаго сѣченія), должно быть, по даннымъ опытовъ, пропорціонально отношенію $\frac{h}{l}$.

Итакъ имѣемъ:

$$Q = \varphi F \,.\, v = \varphi F k \frac{h}{l}, \text{ откуда } k = \frac{Ql}{\varphi F h} = \frac{vl}{h}.$$

На основаніи опытовъ Дарси, коеффиціентъ k скорости фильтраціи или просачиванія равенъ діаметру зерна, выраженному въ доляхъ метра; такъ для мелкаго песка, съ зернами діаметромъ 0,1 линіи, или $^1/_4$ мм., $k = 0{,}00025$; для средняго песка, при діаметрѣ зерна въ 0,5 линіи, или 1 mm., $k = 0{,}001$; для крупнаго песка, при діаметрѣ зеренъ въ 2 линіи, или 5 mm., $k = 0{,}005$; для хрящеватаго песка (при діаметрѣ зеренъ въ 4 линіи, или 10 mm.) $k = 0{,}01$.

По изслѣдованіямъ Зельгейма [1]), количество просачивающейся воды пропорціонально высотѣ давленія столба воды [2]), обратно пропорціонально

[1]) Seelheim, Methoden zur Bestimmung der Durchlässigkeit des Bodens. (Zeitschr. f. Analyt. Chemie, XIX, 1880, S. 387—418).

[2]) Зельгеймъ для своихъ опытовъ бралъ U-образныя трубки, при которыхъ высота давящаго столба = разности высотъ уровней въ обоихъ колѣнахъ. При употребленіи прямыхъ трубокъ (нижній конецъ которыхъ снабженъ ситомъ и не погруженъ въ сосудъ), необходимо отличать два случая: а) если уровень воды въ трубкѣ стоитъ выше фильтрующаго матеріала, то высота давленія = высотѣ вертикальнаго столба воды, считая отъ уровня до основанія трубки, и б) если же уровень воды находится среди фильтрующаго матеріала, высота давящаго столба = высотѣ вертикальнаго столба воды отъ уровня до основанія трубки, уменьшенной на высоту капиллярнаго поднятія воды въ фильтрѣ.

толщинѣ фильтра, прямо пропорціонально площади поперечнаго сѣченія его, увеличивается съ температурой и прямо пропорціонально квадрату радіуса зерна.

Для песка количество просачивающейся воды въ куб. метрахъ въ часъ, по Зельгейму,

$$= Q = 0{,}4257\ h\ \frac{D^2 r^2}{l}\ (1 + 0{,}00136\ t + 0{,}0007\ t^2),$$

при чемъ высота столба воды, діаметръ поперечнаго сѣченія фильтра и толщина его, т. е. h, D и l выражаются въ метрахъ, r—радіусъ зерна песка въ десятыхъ доляхъ миллиметра и температура t въ градусахъ C.

Если фильтръ состоитъ изъ слоевъ песка различной крупности зерна, то производительность его обусловливается пескомъ меньшей крупности зерна и толщиной его слоя, независимо отъ порядка расположенія слоевъ.

При смѣси песка разной крупности зерна слѣдуетъ отличать два случая: а) если зерна болѣе мелкозернистаго песка, по своимъ размѣрамъ, не помѣщаются въ промежуткахъ между зернами крупнаго песка, то производительность фильтра = средней производительности для крупнаго и мелкаго песка, и б) если зерна мелкаго песка помѣщаются въ промежуткахъ между зернами крупнаго песка, то производительность фильтра соотвѣтствуетъ мелкому песку.

При употребленіи фильтра изъ глины, смѣшанной съ водою съ пропорціи на v объемовъ воды v_1 объемовъ глины, производительность фильтра въ куб. метрахъ въ часъ, по Зельгейму, =

$$Q = 0{,}000016\ \frac{hD^2}{l} \left(\frac{v}{v + v_1}\right) v\ (1 - 0{,}002\ t + 0{,}002\ t^2).$$

Смѣшенія глины съ водою при вѣсовомъ отношеніи глины къ водѣ, какъ 1 : 1 или 2 : 1, водопроницаемы; пластическія смѣшенія же глины съ водою при вѣсовомъ отношеніи глины къ водѣ, какъ 3 : 1 или 4 : 1, водонепроницаемы (слой, имѣющій лишь 1,5 mm. толщины, такой глины не пропускаетъ воду подъ давленіемъ столба воды въ 1,5 m.; но при большемъ давленіи становится водопроницаемымъ).

Водопроницаемыя смѣшенія глины съ водою послѣ фильтраціи содержатъ столько же воды, какъ и до фильтраціи.

При употребленіи въ качествѣ фильтрующаго матеріала мѣла въ различныхъ смѣшеніяхъ съ водою, Зельгеймъ нашелъ, что смѣсь 5 вѣсовыхъ частей мѣла съ 1 вѣсовою частью воды оказывается непроницаемою (подъ давленіемъ столба воды въ 1,5 m.); болѣе богатыя водою смѣси проницаемы для воды, при чемъ послѣ фильтраціи смѣсь содержитъ столько же воды, какъ и до нея, и лишь верхній слой фильтра оказывается послѣ фильтраціи болѣе богатымъ водою.

Производительность фильтра изъ смѣси v объемовъ воды и v_1 объемовъ мѣла, по Зельгейму, въ куб. метрахъ въ часъ =

$$Q = 0{,}000033 \frac{hD^2}{l} \left(\frac{v}{v + v_1}\right) v\,(1 + 0{,}093\,t + 0{,}00005\,t^2).$$

При употребленіи смѣси глины и мѣла съ водою, входящія въ вышеприведенныя формулы производительности фильтра постоянныя берутся пропорціональными объемному отношенію составляющихъ смѣсь глины и мѣла. При смѣсяхъ песка съ глиною или мѣломъ, площадь поперечнаго сѣченія фильтра должна быть уменьшена на величину приходящихся въ сѣченіи непроницаемыхъ зеренъ песка.

Встрѣчающіеся въ природѣ пески обыкновенно представляютъ смѣсь зеренъ разной крупности. Всегда однако можно опредѣлить діаметръ зеренъ такого однороднаго песка, проводимость котораго вполнѣ соотвѣтствовало бы проводимости даннаго песка. Газенъ называетъ діаметръ зеренъ такого однороднаго песка среднимъ, или дѣйствующимъ, „effective size". По опытамъ Газена оказывается, что этотъ средній діаметръ зерна равенъ діаметру отверстій сита, пропускающаго 10 и задерживающаго 90% по вѣсу даннаго песка, если только діаметръ сита, пропускающаго 60% и задерживающаго 40% по вѣсу даннаго песка, не болѣе, чѣмъ въ 5 разъ превышаетъ „средній" діаметръ.

Такимъ образомъ, если имѣемъ сита съ діаметрами отверстій, напр., въ 5—3—2—1—0,5—0,3—0,2 и 0,1 mm. и предположимъ, что данный песокъ проходитъ чрезъ 1 и 2 сито сполна, чрезъ 3 въ количествѣ 90, чрезъ 4—70, чрезъ 5—50, чрезъ 6—20, чрезъ 7—5 и чрезъ 8 сито въ количествѣ лишь 2% по вѣсу, то, вычертивъ кривую процентнаго содержанія въ данномъ пескѣ зеренъ различной крупности по полученнымъ при просѣиваніи даннымъ и допуская непрерывность измѣненія размѣра зеренъ, получимъ, что сито, пропускающее 10% по вѣсу даннаго песка, должно имѣть отверстія $= 0{,}2 + (0{,}3 - 0{,}2) \cdot \frac{10 - 5}{20 - 5} = 0{,}2 + \frac{0{,}1}{3} =$ $= 0{,}23$ mm. Эта величина и будетъ соотвѣтствовать „среднему" зерну, ибо 60% по вѣсу песка должно пропустить сито съ діаметромъ отверстій $= 0{,}5 + (1 - 0{,}5)\,\frac{60 - 50}{70 - 50} = 0{,}5 + \frac{0{,}5}{2} = 0{,}75$ mm., въ 4 раза превышающимъ діаметръ средняго зерна. По опытамъ Газена, проводимость однороднаго песка съ діаметромъ зеренъ 0,23 mm. должна быть одинакова съ водопроводимостью даннаго песка [1]).

---

[1]) Hazen, Allen. Some physikal properties of sand and gravels, with special reference to their of filtration (24-th. ann. Report Massachusetts States board of health, Boston, 1892, p. 547).

Slichter, The motions of underground waters (Water-Supply and Irrigations Papers of the U. S. Geol. Survey, № 67, 1902, p. 22).

Марковъ, Артез. скважины, 1908, стр. 6.

Изученныя Дарси (1856), Гагеномъ (1869), Зельгеймомъ (1880), Величковскимъ (1884), Вольни (1891), Кингомъ (1899) и другими явленія вертикальнаго просачиванія или фильтраціи приводятъ къ заключенію, что *произведеніе изъ производительности фильтра на его толщину есть величина постоянная.*

Но если вмѣсто вертикальной трубки взять наполненную пескомъ горизонтальную трубку, то при одномъ и томъ же напорѣ производительность горизонтальнаго фильта не находится въ обратно пропорціональномъ отношеніи къ его длинѣ. Условія движенія воды въ горизонтальномъ фильтрѣ представляются существенно отличными отъ имѣющихъ мѣсто при вертикальномъ фильтрѣ, гдѣ вода движется въ силу собственнаго вѣса въ промежуткахъ между зернами песка. При горизонтальномъ фильтрѣ, собственно говоря, фильтраціи или просачиванія, т. е. вертикальнаго движенія воды книзу нѣтъ; здѣсь вода подъ вліяніемъ извѣстнаго напора движется въ закрытомъ, заполненномъ пескомъ водопроводѣ. Условія такого движенія воды будутъ нами разсмотрѣны ниже, при изложеніи движенія воды по водоносному слою.

Въ заключеніе описанія фильтраціи считаю умѣстнымъ привести слѣдующіе весьма демонстративные опыты.

Одинъ конецъ стеклянной трубки, длиною около 1 метра, закрываемъ металлической сѣткой; въ трубку почти до верха насыпаемъ песокъ и затѣмъ наливаемъ воды. Когда весь песокъ промочится, и фильтрація установится, притокъ воды въ трубку прекращаемъ; находящаяся еще подъ вліяніемъ силы тяжести вода вытекаетъ изъ трубки, и въ послѣдней остается лишь вода, присосавшаяся въ силу капиллярности къ зернамъ песка. Достаточно на верхнюю поверхность нашего фильтра налить лишь нѣсколько капель воды, чтобы вызвать фильтрацію въ количествѣ нѣсколькихъ же капель.

Придѣланную къ нижнему концу трубки сѣтку можно теперь убрать, и песокъ изъ трубки не высыпится; мало того, на верхнюю поверхность песка можно произвести довольно значительное въ нѣсколько килограммовъ давленіе, которое однако не выжметъ изъ песка ни капли воды и не выдавитъ песокъ изъ трубки. Но когда на верхнюю поверхность песка мы нальемъ немного линь воды,—песокъ изъ трубки сразу выйдетъ.

Капиллярный подъемъ воды.

Въ отношеніи капиллярнаго подъема воды пористыя породы можно уподобить системѣ узкихъ спутанныхъ и сообщающихся между собою трубокъ, дающихъ разнообразныя отвѣтвленія и имѣющихъ измѣняющіеся діаметры поперечнаго сѣченія.

Математически разработанная теорія капиллярности показываетъ, что подъемъ воды въ узкихъ произвольной конусности трубкахъ совершается

на высоту h, произведеніе которой на радіусъ соотвѣтствующаго сѣченія узкой трубки r, т. е. rh, есть величина постоянная, называемая *коеффиціентомъ волосности* и равная $a^2 = \frac{2\alpha}{\gamma}$, гдѣ α коеффиціентъ поверхностнаго натяженія жидкости (для воды, при обыкновенной $t^0 = 7{,}68$), а а γ—плотность жидкости. При измѣняющемся радіусѣ узкой трубки подъемъ на высоту h совершается лишь въ томъ случаѣ, если на этомъ разстояніи нѣтъ такого радіуса r_1, произведеніе котораго на разстояніе его h_1 до уровня жидкости въ сосудѣ не равно также $= a^2 = \frac{2\alpha}{\gamma}$; въ противномъ случаѣ жидкость поднимется лишь до высоты h_1. Такимъ образомъ, если, напримѣръ, поры мѣла уподобить волосному каналу съ радіусомъ въ 0,01 mm., то вода въ мѣлу должна была бы подыматься на высоту $=$

$$= \frac{2\alpha}{\gamma \,.\, 0{,}01} = \frac{2 \,.\, 7{,}68}{1 \,.\, 0{,}01} = 1536 \text{ mm.} = 1{,}5 \text{ m.}$$

Мы видѣли, что въ сыпучихъ зернистыхъ породахъ промежутки между зернами не могутъ быть уподоблены вѣтвистымъ каналамъ. Въ зернистой породѣ капиллярный подъемъ происходитъ слѣдующимъ образомъ. Пусть наша зернистая порода состоитъ изъ совершенно правильныхъ, одинаковаго размѣра, непроницаемыхъ для воды, но смачиваемыхъ ею шаровъ, плотно уложенныхъ горизонтальными рядами на непроницаемой для воды, но смачиваемой ею пластинкѣ. Помѣщенная на послѣднюю вода прежде всего присасывается вокругъ точекъ касанія нижняго слоя шаровъ съ пластинкою. Если наибольшая толщина образовавшихся при этомъ водяныхъ дисковъ будетъ, въ зависимости отъ радіуса шаровъ, меньше этого радіуса, то образованіе вертикальныхъ водяныхъ дисковъ вокругъ точекъ взаимнаго касанія шаровъ нижняго слоя невозможно, и, слѣдовательно, никакого подъема воды въ промежуткахъ между шарами не произойдетъ. Но если толщина дисковъ, образовавшихся между шарами нижняго слоя и пластинкою, не менѣе радіуса шара, то образованіе вертикальныхъ дисковъ въ точкахъ взаимнаго касанія шаровъ нижняго слоя возможно. Мы видѣли, что произведеніе изъ радіуса диска ρ на половину его наибольшей толщины δ, т. е. произведеніе $\rho\delta$ есть величина постоянная и равная α, и что при $\rho = R$, δ также $= R$; слѣдовательно, тогда $\rho\delta = \delta^2 = \alpha$, а $\delta = \sqrt{\alpha} = \sqrt{7{,}68} = 2{,}77$ mm.; т. е. капиллярный подъемъ возможенъ лишь при радіусѣ зеренъ меньшемъ 2,77 mm., или при діаметрѣ зеренъ меньшемъ 5,5 mm., что вполнѣ подтверждается дѣйствительностью.

Вертикальный дискъ имѣетъ эллиптическое очертаніе, и направленный кверху его радіусъ меньше направленнаго книзу. Чтобы этотъ дискъ могъ дать воду для образованія дисковъ вокругъ точекъ касанія шаровъ нижняго и слѣдующаго кверху слоя, необходимо, чтобы направленный кверху радіусъ диска былъ, при тетраэдрическомъ расположеніи

шаровъ болѣе $R \cos 35^0\ 15'$, т. е. болѣе 0,82 R, ибо только тогда диски эти въ состояніи довести воду до центровъ верхнихъ трехъ плоскостей гранатоэдра, т. е. до точекъ соприкосновенія нижняго шара съ тремя шарами слѣдующаго слоя, и образовать три диска, наклоненныхъ подъ угломъ $35^0\ 15'$. Далѣе, чтобы эти наклонные диски могли передать воду къ точкамъ взаимнаго касанія шаровъ второго слоя, т. е. образовать диски по вертикальнымъ плоскостямъ гранатоэдра второго слоя шаровъ, необходимо, чтобы „верхній" радіусъ наклонныхъ дисковъ былъ болѣе $R \cos 35^0\ 15'$, т. е. болѣе 0,82 R и т. д.

При октаэдрическомъ расположеніи шаровъ, для возможности капиллярнаго подъема воды необходимо, чтобы „верхній" радіусъ вертикальнаго диска былъ болѣе $R \cos 45^0$, т. е. болѣе 0,71 R.

Если „верхній" радіусъ вертикальныхъ дисковъ нижняго слоя шаровъ достаточенъ, чтобы передать воду на диски между 1 и 2 слоемъ и на вертикальные диски второго слоя шаровъ, то очевидно, что верхній радіусъ вертикальныхъ дисковъ второго слоя будетъ уже меньше, чѣмъ „верхній" радіусъ дисковъ нижняго слоя шаровъ. По мѣрѣ возрастанія подъема этотъ радіусъ долженъ все болѣе и болѣе уменьшаться, и на какомъ-либо n—омъ слоѣ шаровъ онъ сдѣлается меньшимъ той предѣльной величины ($R \cos 35^0\ 15'$ при тетраэдрическомъ или $R \cos 45^0$ при октаэдрическомъ расположеніи), при которой возможенъ дальнѣйшій подъемъ воды.

Подобно тому, какъ въ узкой капиллярной трубкѣ, вода по порамъ и пустотамъ породы поднимается не моментально, а постепенно.

Скорость капиллярнаго поднятія воды вообще малая; скорость эта зависитъ отъ ширины волосныхъ скважинъ пористой породы и отъ крупности зерна песчаной породы; чѣмъ шире волосныя скважины, чѣмъ крупнозернистѣе порода и чѣмъ менѣе въ породѣ некапиллярныхъ пустотъ, тѣмъ скорость эта больше.

Высота капиллярнаго подъема тѣмъ болѣе, чѣмъ уже каналы и меньше зерна породы, чѣмъ менѣе въ породѣ некапиллярныхъ пустотъ и чѣмъ медленнѣе совершается самый подъемъ.

Весьма поучительные въ этомъ отношеніи опыты были произведены Кленцемъ [1]) надъ чистымъ каолиномъ, просѣяннымъ чрезъ сито 0,30 mm. торфомъ, кварцевою и мраморною пылью, естественными глинистою, песчаною и черноземно-известково-песчаною почвою, чистымъ кварцевымъ и известковымъ пескомъ и искусственными смѣсями каолина, торфа и кварцеваго песка; опыты производились при различныхъ температурахъ; вода для опытовъ бралась обыкновенная, дистиллированная и съ содержаніемъ $^1/_2$ или 2% различныхъ хлористыхъ и сѣрнокислыхъ солей.

---

[1]) Klenze, Untersuchungen über die kapillare Wasserleitung im Boden und die kapillare Sättigungskapazität desselben für Wasser (Landwirthschaftliche Jahrbücher, Berlin, VI (1887), Hefl 1, S. 83—131).

Естественныя почвы были раздѣлены ситами (въ 4—2,50—1,18—0,74 и 0,30 mm.) по крупности зерна на 5 частей, изъ 5-й части отмучиваніемъ раздѣлялся средній и тонкій песокъ и илистыя части.

Высота подъема воды въ mm.

Крупность зерна.	Въ песчаной почвѣ. 2,5 - 4,0	1,18—2,50	0,74 1,18	0,30—0,74	Менѣе 0,30	Въ кварцевомъ пескѣ. 1,18—2,50	0,74—1,18	0,30—0,74
1 часъ. . .	10	18	31	78	212	290	430	590
2 часа. . .	10	19	32	84	232	300	480	610
4 „ . . .	10	19	33	92	260	330	560	750
1 день. . .	10	20	39	125	320	380	670	920
2 дня . . .	10	20	42	130	337	380	710	970
8 дней. . .	20	25	49	160	382	380	740	1114

Высота подъема воды въ mm.

	Кварцевая пыль.	Кварцевый песокъ, менѣе 0,30 mm.
1 часъ	123	244
1 день	511	370
4 дня	960	415
5 дней	—	427
26 дней	—	480

Высота подъема воды въ mm.

	Кварцевый песокъ менѣе 0,30 mm.	Каолинъ.	Торфъ, менѣе 0,30 mm.
1 день.	509	86	111
5 дней	1.090	370	193
10 „	1.279	592	220
20 „	1.389	867	254
30 „	1.439	1.085	273
37 „	1.452	1.190	281
40 „	—	1.233	284
50 „	—	1.364	302
60 „	—	1.470	325
70 „	—	1.633	348
80 „	—	1.775	369
89 „	—	1.870	388
90 „	—	—	389
92 дня	—	—	479

По опытамъ Кленца, вода на наибольшую высоту поднималась въ каолинѣ, а именно на 1.870 mm., или на 1,87 m.; но этой высоты вода достигала въ теченіе 3 мѣсяцевъ. Предѣльную высоту капиллярнаго

подъема воды для самыхъ чистыхъ глинистыхъ продуктовъ отмучиванія нѣкоторые авторы принимаютъ въ 4 метра; высота эта въ естественныхъ почвахъ и подпочвахъ, при неоднородной и болѣе значительной зернистости, должна быть гораздо ниже. Потому никакого основанія разсчитывать на капиллярное питаніе почвы сколько-нибудь глубокими водами не имѣется [1]).

Извѣстно, что какъ бы высоко не поднималась вода въ узкой стеклянной трубкѣ, она никогда не будетъ переливаться чрезъ ея край. Опуская трубку со столбикомъ въ воду, можно довести верхній край вогнутой поверхности столбика до края трубки; но при дальнѣйшемъ опусканіи трубки вода изъ нея не выливается, лишь верхняя поверхность столбика будетъ все болѣе и болѣе выравниваться и станетъ плоскою при полномъ погруженіи трубки въ воду. Поднимаясь вслѣдствіе капиллярности въ почвахъ и подпочвахъ, вода по этому не можетъ образовать лужъ на поверхности или скопленій воды въ томъ горизонтѣ, до котораго она поднимается волосностью.

При всасываніи воды пористыми или сыпучими породами наблюдаются нѣкоторыя особенности движенія воды и воздуха, которыя лучше всего иллюстрируются слѣдующими тремя опытами Жамена [2]).

1) Если въ трубкѣ находится рядъ капель (столбиковъ) жидкости, смачивающей или несмачивающей стѣнки трубки, то требуется большое давленіе, чтобы передвинуть эти капли вдоль трубки. Капля жидкости въ узкой трубкѣ принимаетъ видъ столбика, оба конца котораго имѣютъ одинаковую степень вогнутости или выпуклости. Если упругость воздуха въ трубкѣ съ одной стороны капли увеличитъ, то съ этой стороны вогнутость столбика увеличится (а выпуклость уменьшится), тогда какъ на другой сторонѣ столбика вогнутость уменьшится (а выпуклость увеличится); слѣдовательно получается разность поверхностныхъ давленій, направленная въ сторону, обратную той, съ которой была увеличена упругость воздуха.

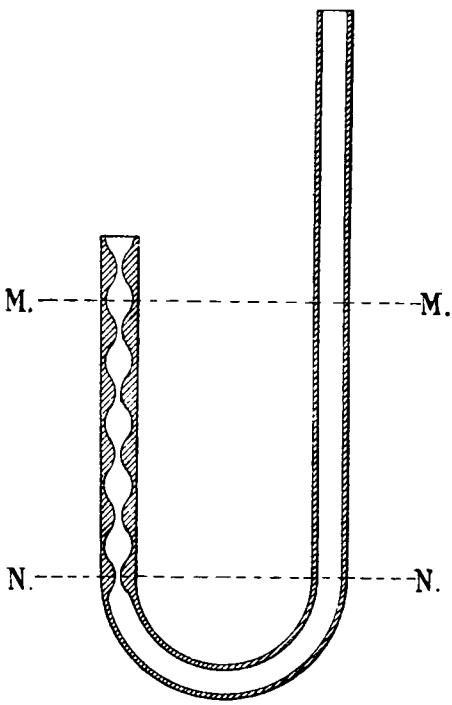
Сопротивленіе капель жидкости, смачивающей стѣнки трубокъ, увеличивается, когда каналъ трубки попеременно то съуживается, то расширяется. На рисункѣ (фиг. 16) представлена такая трубка, имѣющая видъ сифона, при чемъ попеременныя съуженія и расширенія канала трубки расположены въ короткомъ концѣ сифона. Вода легко наполняетъ такую трубку, положимъ, до уровня *MM*; помощью сжатаго воздуха понижаютъ медленно уровень воды въ короткомъ колѣнѣ; если это пониженіе производить медленно, то въ узкихъ частяхъ трубки получаются столбики; сопротивленіе послѣднихъ, по мѣрѣ возрастанія числа столбиковъ, все

---

[1]) Большая Энциклопедія, V, 1901, Вода въ почвѣ, стр. 242.

[2]) Jamin, Leçons sur les lois de l'equilibre et du mouvement des liquides dans les corps poreux.—Петрушевскій, Волосность (Энциклоп. словарь Брокгауза, 1892).

болѣе и болѣе увеличивается, заставляя усиливать давленіе воздуха, и, при опытахъ Жамена, 12 такихъ капель выдерживали давленіе, равное атмосферному и не пропускали воздуха. Чтобы воздухъ изъ одной широкой ячейки перешелъ въ слѣдующую, онъ долженъ сдвинуть каплю, измѣнить ея менискъ и разорвать каплю; послѣ разрыва капли упругость воздуха въ слѣдующей широкой ячейкѣ увеличится, а разорванная капля снова соберется и закроетъ узкій каналъ. Но стоитъ лишь прекратить давленіе воздуха, и вода, выгнанная въ высокое колѣно сифона, легко заполняетъ вновь короткую трубку, захватывая и поглощая одну каплю за другою.



Фиг. 16.

Итакъ, *заполненный водою каналъ, имѣющій внутреннія неровности* (пористыя породы), *легко проницаемъ для воды и почти непроницаемъ для воздуха.*

2) Всасываясь пористыми тѣлами, вода выгоняетъ воздухъ изъ поръ и можетъ значительно увеличить его упругость. При опытахъ Жамена, вода, проникая въ кусокъ мѣла или литографскаго камня, сжимала находящійся въ порахъ породы воздухъ до 3 и 5 атмосферъ, т. е. этотъ сжатый вслѣдствіе всасыванія воды воздухъ могъ бы поднять столбъ воды до 30—50 метровъ высоты. Такимъ образомъ, *всасываніе воды пористыми породами можетъ косвеннымъ образомъ,* при благопріятныхъ обстоятельствахъ, *способствовать поднятію воды на значительную высоту.*

3) Вода на значительную высоту можетъ быть поднята вслѣдстіе испаренія на поверхности пористой оболочки, легко проницаемой для воды, но почти непроницаемой для воздуха. Въ дно немуравленнаго, изъ слабо обожженной глины сосуда (цилиндръ для гальваническихъ элементовъ) вставляется барометрическая трубка, нижнимъ концомъ опущенная въ чашку со ртутью. Приборъ наполняется прокипяченой водою и плотно закрывается крышкой. Вода, просачиваясь чрезъ стѣнки цилиндра, испаряется на поверхности послѣдняго; объемъ воды, находящейся въ цилиндрѣ, станетъ уменьшаться, ртуть будетъ потому подниматься по трубкѣ и можетъ подняться на высоту, близкую къ барометрической.

Стеклянную трубку въ этомъ опытѣ можно замѣнить гипсовымъ столбомъ, который нужно только снаружи сдѣлать непроницаемымъ для

воздуха. Вода будетъ подниматься въ гипсовомъ столбѣ не вслѣдствіе давленія воздуха, но вслѣдствіе всасыванія тонкими волосными каналами гипсоваго столба.

Приведемъ еще слѣдующіе хорошо извѣстные факты, объясняющіе особенности водоносности породъ. Извѣстно, что если два пористыя тѣла, изъ которыхъ одно намочено водою, а другое сухое, находятся въ соприкосновеніи, и если каналы сухого тѣла уже каналовъ влажнаго, то большая часть воды перейдетъ въ сухое тѣло. Это происходитъ, напримѣръ, если положить мокрый песокъ на кусокъ сухого мѣла, или крупный мокрый песокъ привести въ соприкосновеніе съ мелкимъ сухимъ. При изслѣдованіи обнаженій и разрѣзовъ шурфовъ мы замѣчаемъ, что прослои галечника во влажномъ пескѣ бываютъ постоянно сухими.

Явленія эти объясняются слѣдующимъ образомъ. Если въ тонкую, слегка коническую трубку съ болѣе широкаго ея конца ввести каплю воды, то замѣтимъ, что капля принимаетъ видъ столбика, оба конца котораго представляются вогнутыми; при этомъ вогнутость, обращенная къ узкому концу трубки, значительнѣе, чѣмъ на другой сторонѣ столбика. При горизонтальномъ положеніи трубки, столбикъ двигается по направленію къ узкому концу трубки, доходитъ до ея конца, и тогда вогнутость передняго (по направленію движенія) конца столбика уничтожается. Столбикъ движется вслѣдствіе разности давленій поверхностнаго слоя жидкости, которое на вогнутой поверхности тѣмъ меньше, чѣмъ радіусъ кривизны ея меньше.

Какъ при фильтраціи, когда вода приходитъ въ соприкосновеніе съ громадною поверхностью песчанаго фильтра, такъ и при всасываніи пористыми породами, когда вода поднимается по волоснымъ скважинамъ, стремясь, такъ сказать, заклиниться въ наиболѣе узкія отвѣтвленія этихъ скважинъ, должно происходить болѣе или менѣе значительное уплотненіе воды.

Наблюденія Томсона показали, что точка замерзанія воды понижается при увеличеніи на нее давленія, т. е. при уплотненіи ея. Въ полномъ согласіи съ этимъ, по наблюденіямъ Муссона и Дюфура, точка замерзанія воды въ волосныхъ трубкахъ тѣмъ ниже, чѣмъ менѣе діаметръ трубки; извѣстно также, что замерзаніе воды въ видѣ мелкихъ капелекъ происходитъ тѣмъ труднѣе, чѣмъ менѣе діаметръ капелекъ и чѣмъ слѣдовательно болѣе то поверхностное давленіе, которое испытываетъ вода этихъ капелекъ.

Вода имѣетъ наибольшую плотность при 4^0; слѣдовательно, если всасываніе воды пористою породою происходитъ при температурѣ выше 4^0, то всасываніе это, сопровождаемое уплотненіемъ воды, должно сопровождаться выдѣленіемъ теплоты и, слѣдовательно, нѣкоторымъ повышеніемъ температуры. Если же всасываніе происходитъ при температурѣ

между 4^0—0^0, то происходящее при этомъ всасываніи уплотненіе воды должно сопровождаться поглощеніемъ водою теплоты и, слѣдовательно, нѣкоторымъ пониженіемъ температуры.

Наблюденія, произведенныя Юнкомъ надъ всасываніемъ воды пескомъ, вполнѣ подтверждаютъ [1]) какъ охлажденіе воды при всасываніи ея пескомъ, если первоначальная ея температура была ниже 4^0,—такъ и нагрѣваніе воды при всасываніи пескомъ, если первоначальная ея температура была выше 4^0. Впрочемъ повышеніе температуры при всасываніи жидкостей пористыми тѣлами было извѣстно еще задолго до работъ Юнка.

Уплотненіемъ воды при фильтраціи, т. е. при соприкосновеніи ея съ громадною поверхностью песчанаго фильтра можно объяснить нѣкоторыя явленія, которыя безъ допущенія этого уплотненія остаются непонятными. Извѣстно, что засореніе или закупорка песчанаго фильтра происходитъ вслѣдствіе постепеннаго закрыванія впускныхъ отверстій на верхней поверхности фильтра мельчайшими илистыми частицами и слизистою массою органическаго происхожденія. Эта закупорка фильтра никогда не распространяется на всю его массу, она происходитъ лишь у самой его поверхности и всего лишь на нѣсколько сантиметровъ идетъ вглубь фильтра. Это весьма хорошо извѣстное въ практикѣ фильтровъ явленіе можетъ быть объяснено лишь уплотненіемъ воды, приходящей въ соприкосновеніе съ громадною поверхностью фильтра; взвѣшенные въ водѣ мельчайшія илистыя частицы и микроорганизмы, которые по чрезвычайной своей малости должны были бы свободно проходить чрезъ промежутки зеренъ фильтра, при уплотненіи воды всплываютъ и осаждаются именно на верхней поверхности фильтра, совсѣмъ не проникая въ нижнія его слои.

Извѣстно далѣе, что удѣльный вѣсъ металловъ въ видѣ тончайшаго порошка значительно болѣе удѣльнаго вѣса этихъ металловъ въ литомъ или прокатанномъ видѣ. Такъ, напримѣръ, по опредѣленіямъ Розе [2]), удѣльный вѣсъ золота, осажденнаго желѣзнымъ купоросомъ = 19,77, а литого и въ монетѣ—19,30—19,33; то же самое, по опредѣленіямъ Розе, замѣчается для серебра и платины. Очевидно, что вслѣдствіе сгущенія и уплотненія воды при ея соприкосновеніи съ громадною поверхностью металла, осажденнаго въ видѣ тончайшаго порошка, наблюдаемая при опредѣленіи удѣльнаго вѣса потеря вѣса въ водѣ становится меньшею, а удѣльный вѣсъ, исчисленный по этой потерѣ, долженъ выразиться большимъ числомъ.

---

[1]) Jungk, Ueber Temperaturniedrigung bei der Absorption des Wassers duch feste poröse Körper (Poggend Annalen. CXXV, 1865, S. 292–308).

[2]) Rose, Ueber die Fehler, welche bei der Bestimmung des specitischen Gewichtes des Körpers entstehen, wenn man dieselbe im Zustande der feinsten Vertheilung wägt (Poggend. Ann., LXXV, 1848, S. 304—409.

Петрушевскій, Наблюд. физика, II, 1874, стр. 742, 757 и 800.

Движеніе воды по водоносному слою.

Если въ промежуткахъ между зернами песчаной или въ порахъ пористой породы находится вода, то она, въ случаѣ грунтоваго или невполнѣ заполненнаго глубокаго водоноснаго горизонта, приходитъ въ движеніе, когда водоносный пластъ наклоненъ къ горизонту подъ угломъ ω, тангенсъ котораго $= \alpha$, т. е. когда уровень воды водоноснаго пласта имѣетъ нѣкоторый на 1 единицу длины пласта уклонъ. Въ случаѣ вполнѣ заполненнаго водоноснаго горизонта находящаяся въ немъ вода приходитъ въ движеніе, когда гдѣ либо происходитъ нѣкоторый расходъ воды изъ пласта.

Вода грунтоваго водоноснаго горизонта, приходя въ силу тяжести въ движеніе, развиваетъ работу, которая на каждую единицу длины пласта составляетъ $\gamma \varphi F \alpha$, гдѣ γ—удѣльный вѣсъ воды, φ—коэффиціентъ пористости водоноснаго пласта, F—площадь поперечнаго къ направленію движенія воды сѣченія пласта и α—проекція пути по направленію дѣйствія силы тяжести. Эта работа расходуется главнѣйше на преодолѣніе сопротивленія тренія воды по зернамъ или порамъ породы, если не обращать вниманія на происходящіе при просачиваніи воды треніе молекулъ воды другъ о друга и на нѣкоторыя молекулярныя явленія, сопровождающіяся измѣненіямъ температуры просачивающейся воды.

Если движеніе воды въ грунтѣ равномѣрно, т. е. если скорость этого движенія $= v = \frac{Q}{F}$ постоянная, то уклонъ уровня воды въ пластѣ одинаковъ съ уклономъ ложа, и работа движущей силы тяжести цѣликомъ поглощается сопротивленіемъ тренія.

Извѣстно, что при движеніи твердыхъ тѣлъ треніе пропорціонально давленію, не зависитъ отъ величины площади соприкосновенія трущихся тѣлъ и не зависитъ отъ скорости движенія; при треніи же жидкости о твердое тѣло сопротивленіе тренія не зависитъ отъ давленія, пропорціонально площади соприкосновенія и зависитъ отъ скорости, возрастая съ послѣдней.

Сопротивленіе тренія при движеніи воды въ водоносной породѣ можетъ быть вполнѣ уподоблено сопротивленію движенія воды по каналу или трубѣ. Извѣстно, что это послѣдненіе сопротивленіе возрастаетъ съ увеличеніемъ поверхности соприкосновенія воды съ русломъ, т. е. возрастаетъ съ увеличеніемъ подводнаго или смоченнаго водою периметра и уменьшается съ увеличеніемъ площади живого сѣченія; извѣстно далѣе, что это сопротивленіе увеличивается съ увеличеніемъ скорости движенія воды и что величина этого сопротивленія можетъ быть опредѣлена лишь эмпирически.

Сопротивленіе это (R) есть нѣкоторая функція отъ скорости и, по изслѣдованіямъ Кулона, можетъ быть представлено формулою $R = \gamma\ (Av + Bv^2)$,

гдѣ A и B есть нѣкоторые коэффиціенты при периметрѣ $= 1$ и скорости $= 1$, а γ — удѣльн. вѣсъ воды.

Приведенное выраженіе вполнѣ соотвѣтствуетъ данной Прони для открытыхъ каналовъ съ постояннымъ сѣченіемъ формулѣ:

$$R = \gamma\ (0{,}00004\ v + 0{,}0003\ v^2).$$

Наблюденія и опыты однако показываютъ, что эта формула не вполнѣ точна, что принятые въ ней постоянными коэффиціенты должны измѣняться въ зависимости отъ степени гладкости стѣнокъ канала и что при обыкновенныхъ скоростяхъ движенія воды въ каналахъ сопротивленіе тренія лучше всего опредѣляется формулами Эйтельвейна, Дарси, Базена и Куттеръ-Гангиллье.

Эти послѣднія формулы имѣютъ видъ:

$$R = \gamma\ C\ v^2,$$

гдѣ C—перемѣнный коэффиціентъ, зависящій отъ степени гладкости стѣнокъ канала.

Основываясь на выводахъ Кулона, слѣдуетъ допустить, что и при движеніи воды въ порахъ и пустотахъ горной породы сопротивленіе тренія есть нѣкоторая функція скорости, т. е., что $R = \gamma\ (A\,v + B\,v^2)$. Но такъ какъ скорость движенія воды въ породѣ, вслѣдствіе чрезвычайно значительнаго сопротивленія, весьма мала, то сопротивленіе отъ тренія будетъ пропорціональнымъ лишь первой степени скорости; второй же членъ формулы Кулона, заключающій вторую степень скорости, равную обыкновенно долямъ миллиметра, можно отбросить.

Итакъ, если выраженное въ килограммахъ сопротивленіе тренія на 1 единицу поверхности $= R = \gamma\ A\ v$, то, обозначая периметръ живого сѣченія водоноснаго пласта черезъ p, получимъ, что сопротивленіе отъ тренія на единицу длины пласта составитъ $\gamma\ A\ v\ p$. Сопротивленіе это при равномѣрномъ движеніи должно быть равно работѣ силы тяжести, т. е. имѣемъ:

$$\gamma\,\varphi\,F\,\alpha = \gamma\,A\,v\,p,$$

слѣдовательно:

$$v = \frac{\varphi F}{p} \cdot \frac{1}{A} \cdot \alpha,$$

а такъ какъ отношеніе площади живого сѣченія къ его периметру пропорціонально діаметру зерна породы или діаметру ея поръ, то имѣемъ:

$$v = A'\,d\,\alpha.$$

Дѣйствительно, если отнесенное къ 1 единицѣ поверхности сопротивленіе тренія при движеніи грунтовой воды $= R\,\gamma\,A\,v$, то на 1 еди-

ницу длины водоноснаго пласта работа тренія составитъ RS, гдѣ S есть поверхность всѣхъ зеренъ, заключающихся на 1 единицѣ протяженія пласта. Поверхность эта $= n \,.\, \pi d^2$, гдѣ n число зеренъ, которое $= \frac{\sqrt{2}\,F}{d^3}$; слѣдовательно, поверхность всѣхъ зеренъ, заключающихся въ объемѣ пласта, на каждую единицу его длины $= 4{,}44\,\frac{F}{d}$. Такимъ образомъ имѣемъ:

$$\gamma\,\varphi\,F\alpha = RS = 4{,}44\,\gamma\,A\,v\frac{F}{d},$$

откуда

$$v = \frac{\varphi}{4{,}44\,A}\,\alpha\,d = A'\,\alpha\,d,$$

т. е. скорость движенія воды въ песчаномъ или пористомъ грунтѣ пропорціонально діаметру зерна (или пористыхъ каналовъ) породы и уклону, тогда какъ при движеніи по трубамъ и каналамъ, а также при движеніи воды по трещинамъ породы скорость движенія пропорціональна не уклону, а корню квадратному уклона.

Итакъ, скорость движенія воды въ песчаномъ грунтѣ пропорціональна діаметру зерна и уклону пласта. Слѣдовательно, для даннаго діаметра зеренъ песка скорость движенія $= v = k\alpha$, гдѣ k—есть нѣкоторый, зависящій отъ діаметра зеренъ песка *коэффиціентъ скорости просачиванія*, опредѣляемый, какъ указано было выше, опытнымъ путемъ.

Этотъ коэффиціентъ k соотвѣтствуетъ тому пути, который проходитъ вода въ данномъ грунтѣ, при уклонѣ $= 1$, или при углѣ паденія 45^0. Разсматривая вертикальное просачиваніе, или фильтрацію, мы видѣли, что производительность фильтра прямо пропорціональна напору h и обратно пропорціональна толщинѣ фильтра l; но отношеніе $\frac{h}{l}$ для грунтоваго водоноснаго горизонта представляетъ его уклонъ, ибо когда вода падаетъ съ высоты h, она всегда должна пройти въ грунтѣ путь $= l$. Отсюда видно, что опредѣленные для вертикальной фильтраціи коэффиціенты скорости примѣнимы и для движенія воды по водоносному пласту.

Такъ какъ, по опытамъ Дарси, коэффиціентъ k равенъ діаметру зерна, выраженному въ метрахъ, то, напримѣръ, для среднезернистаго песка съ діаметромъ зерна въ 1 mm., $k = 0{,}001$, а потому при уклонѣ 0,1 скорость движенія воды въ такомъ пескѣ равняется:

$$k\,\alpha = 0{,}0001 \text{ метр. въ секунду,}$$

при

$$\alpha = 0{,}01,\ v = 0{,}0001,$$

а при

$$\alpha = 0{,}001,\ v = 0{,}000001 \text{ метр. въ сек.}$$

Итакъ, скорость движенія воды въ водоносномъ грунтѣ обусловливается уклономъ уровня водоноснаго пласта, т. е. отношеніемъ $\frac{h}{l}$, или тангенсомъ угла ω, образуемаго уровнемъ воды въ пластѣ съ горизонтомъ, и зависящимъ отъ діаметра зеренъ грунта коэффиціентомъ k скорости просачиванія; скорость эта, $= v = k\,\alpha = k\,\frac{h}{l} = k$ tang ω, вообще очень незначительна. Практически она опредѣляется путемъ непосредственныхъ наблюденій, замѣчая время, нужное для прохожденія какой-либо къ водѣ примѣси, легко опредѣляемой по цвѣту или чувствительною реакціею, напримѣръ, флуоресцеинъ[1]) или крѣпкій растворъ поваренной соли, между заложенными по линіи паденія водоноснаго пласта буровыми скважинами. Раздѣляя скорость движенія воды въ грунтѣ на уклонъ, получимъ коэффиціентъ k. Положимъ, при уклонѣ пласта въ 0,02 полученная изъ нѣсколькихъ наблюденій суточная средняя скорость движенія воды = 38 m., а въ секунду:

$$\frac{38}{24\,.\,60\,.\,60} = 0{,}00044 \text{ m.},$$

слѣдовательно:

$$k = \frac{0.00044}{0{,}02} = 0{,}022.$$

Скорость распространенія прибавленнаго вещества въ текущей водѣ есть составная, сложенная изъ скорости движенія самой воды и скорости диффузіи введеннаго въ воду вещества.

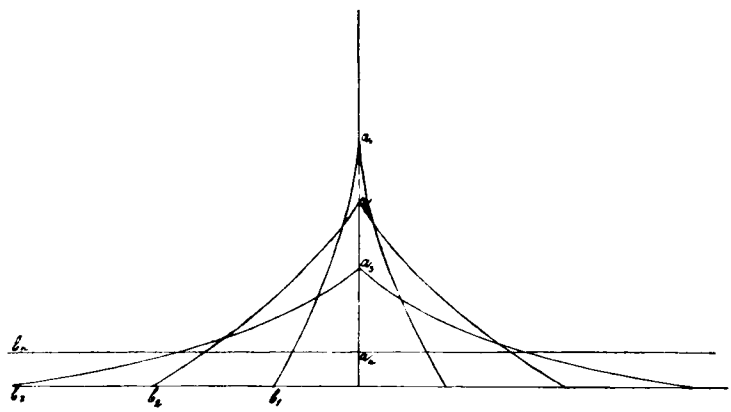
Если ввести густой растворъ поваренной соли въ буровую скважину, заложенную въ водоносномъ слоѣ, въ которомъ вода находится въ покоѣ, то поваренная соль станетъ распространяться изъ скважины радіально по всѣмъ направленіямъ пока крѣпость раствора не станетъ одинаковою во всей массѣ воды; но до наступленія этого момента наибольшая концентрація раствора всегда будетъ находиться въ томъ мѣстѣ, гдѣ соль была введена. Такимъ образомъ кривыя, ординаты которыхъ выражаютъ крѣпость раствора, въ зависимости отъ разстоянія отъ мѣста введенія соли, по прошествіи времени t_1, t_2 . . . . отъ начала опыта, будутъ имѣть видъ $a_1\ b_1$, $a_2\ b_2$ . . . . и наконецъ, по прошествіи времени t_n, вмѣсто такихъ кривыхъ мы получимъ прямую $a_n\ b_n$, соотвѣтствующую окончательному состоянію установившейся равномѣрной концентраціи.

Очевидно, состояніе всей системы этихъ кривыхъ нисколько не измѣнится, если всей массѣ воды, въ которую введенъ растворъ, сообщимъ какое-либо движеніе. Тогда система этихъ кривыхъ вмѣстѣ съ ихъ осью, соотвѣтствующей наибольшей концентраціи, будетъ передви-

[1]) 1 вѣс. часть флуоресцеина, растворенная въ 100 милліонахъ частей воды, хорошо замѣтна по характерной травянозеленой окраскѣ.

гаться сообразно съ общимъ теченіемъ воды. Это и даетъ возможность опредѣлить *скорость теченія грунтовой воды.*

Для этого бурятъ 3, расположенныя не на одной прямой, буровыя скважины и по нимъ опредѣляютъ направленіе уклона; затѣмъ бурятъ 4-ю скважину въ разстояніи 10—50 метровъ (въ зависимости отъ свойства водоноснаго грунта) отъ одной изъ первыхъ, располагая ее такъ, чтобы обѣ скважины находились на линіи паденія водоноснаго пласта. Въ верхнюю скважину вводятъ затѣмъ отъ 10 до 20 литровъ крѣпкаго раствора поваренной соли, а у нижней скважины помѣщается наблюдатель, который чрезъ промежутки времени $^1/_4$—$^1/_2$ часа беретъ пробу воды и тутъ же опредѣляетъ % содержаніе въ ней хлористаго натрія. Скорость теченія грунтовой воды опредѣляется скоростью движенія оси



Фиг. 17.

наибольшей концентраціи раствора, которое отмѣчается временемъ полученія пробы съ максимальнымъ содержаніемъ соли. Время, протекшее отъ введенія соли въ верхнюю скважину до момента полученія пробы съ максимальнымъ содержаніемъ соли изъ нижней скважины, даетъ возможность опредѣлить искомую скорость [1]).

Скорость движенія грунтовой воды можно опредѣлить также по способу Шлихтера слѣдующимъ образомъ:

Обсадныя съ продыравленными стѣнками трубы двухъ буровыхъ скважинъ соединяютъ обыкновеннымъ проводникомъ съ полюсами небольшой гальванической батареи, при чемъ въ цѣпь вводятъ амперметръ. Отъ проводника, идущаго отъ верхней скважины, дѣлаютъ отвѣтвленіе, къ которому присоединяютъ латунный стержень, вводимый въ воду нижней скважины; этотъ стержень долженъ быть тщательно изолированъ каучуковыми кольцами отъ непосредственнаго соприкосновенія со стѣнками трубы скважины. Въ воду верхней скважины вводятъ наша-

[1]) A. Thiem, Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ing., 1887, S. 620.—Журн. Мин. Пут. Сообщ., 1888, кн. 10, стр. 56—64.—См. также ст. Prinz, Bau und Bewirtschaftung von Versuchsbrunnen (Journal für Gasbeleucht. u. Wasserversorg., 1901, № 18, S. 317).

*

тырь; по мѣрѣ распространенія его по грунтовой водѣ по направленію къ нижней скважинѣ, электропроводимость грунтовой воды будетъ постепенно увеличиваться, и амперметръ будетъ давать постепенно увеличивающіяся показанія; но въ тотъ моментъ, когда нашатырь дойдетъ до нижней скважины, и слѣдовательно находящаяся въ трубѣ послѣдней вода станетъ хорошимъ проводникомъ электричества, амперметръ сразу покажетъ быстрое возрастаніе силы тока [1]).

Какъ уже было замѣчено выше, *скорость движенія грунтовыхъ водъ весьма незначительна.* При паденіи 10 фут. на 1 англійск. милю, т. е. при уклонѣ 0,0019, вода въ грунтѣ проходитъ въ теченіе года слѣдующіе пути [2]).

Мелкій песокъ. . .	0,2	mm.	діаметр.	0,010	мили,	или	53	ф.
Средній песокъ. . .	0,4	„	„	0,041	„	„	216	„
Крупный песокъ. .	0,8	„	„	0,16	„	„	845	„
Мелкій гравій. . .	2	„	„	1,02	„	„	5,386	„

Грунтовыя воды движутся вслѣдствіе собственнаго вѣса, а потому при движеніи этихъ водъ уровень ихъ долженъ представлять нѣкоторый уклонъ. При отсутствіи уклона уровня, при его горизонтальности, грунтовыя воды находятся въ покоѣ. Составленный на основаніи одновременныхъ наблюденій въ существующихъ колодцахъ и спеціально заложенныхъ для сего буровыхъ скважинахъ планъ въ горизонталяхъ уровня грунтовыхъ водъ даетъ полное представленіе о величинѣ и направленіи уклона этого уровня, а слѣдовательно и о движеніи грунтовыхъ водъ. Но уровень грунтовыхъ водъ въ каждой мѣстности представляетъ періодическія колебанія, а потому вычерченный въ горизонталяхъ планъ этого уровня для другого времени не будетъ совпадать съ первымъ планомъ.

Если при разсматриваніи этихъ плановъ уровня, составленныхъ для различныхъ временъ года, мы замѣтимъ, что горизонтали перваго плана не представляются расположенными подобно горизонталямъ второго плана, то это указываетъ, что уровень грунтовыхъ водъ въ данной мѣстности

[1]) Slichter, The motions of underground waters (Water-Supply and Irrigations Papers of. U. S. Geol. Survey, № 67, 1902, p. 46).

Slichter, Journal f. Gasbel. u. Wasserversorg., 1903, S. 230.

Slichter, The velocity and direction of movement of underground water (Water-Supply and Irrigations Papers, № 110, 1905, p. 17).

Герасимовъ, Изв. Геол. Ком., XXV, 1906, № 9, реф., стр. 16. (Замѣчу, что амперметръ измѣряетъ не напряженіе, а силу тока, равную напряженію, раздѣленному на сопротивленіе; въ опытахъ Шлихтера напряженіе остается постоянное и равное числу вольтъ, даваемыхъ батареей,—но сила тока въ проводникѣ мѣняется въ зависимости отъ измѣненія сопротивленія).

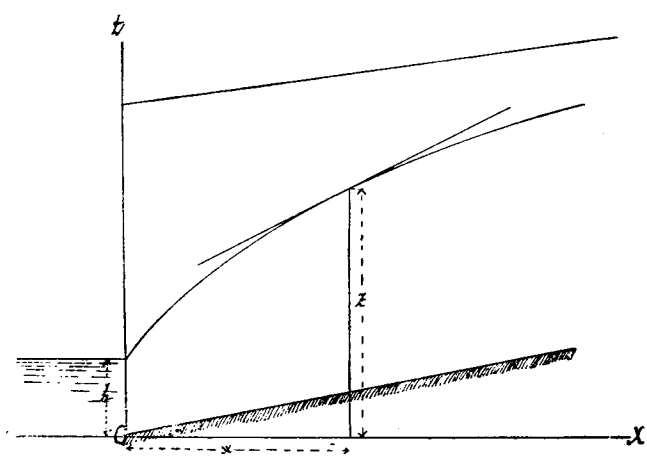
Deblon, De la valeur des eaux de la Campise (Soc. Belge de Géol., Mém, XXV, 1911, p. 164).

[2]) Slichter, Motions of underground waters (Water-Supply of U. S. Geol. Survey, № 67, 1902, p. 24)—Сравни: Марковъ, Артезіанск. скважины, 1908, стр. 9.

не параллеленъ непроницаемому ложу грунтового горизонта. Такимъ образомъ конфигурація этого ложа будетъ болѣе всего приближаться къ конфигураціи наинизшаго стоянія уровня грунтовыхъ водъ мѣстности.

Когда работа, развиваемая силою тяжести при движеніи воды, цѣликомъ поглощается сопротивленіемъ тренія, то живая сила, а слѣдовательно и скорость движенія частицъ воды на всемъ разсматриваемомъ протяженіи водоноснаго пласта будетъ одна и та же, т. е. движеніе будетъ равномѣрнымъ, и уровень воды на этомъ протяженіи будетъ параллеленъ водонепроницаемому ложу. Но если работа, развиваемая силою тяжести, на участкѣ пласта длиною l окажется большею, чѣмъ нужно для преодолѣнія сопротивленій движенію, то живая сила, а слѣдовательно и скорость движенія частицъ воды въ концѣ участка будетъ большею, чѣмъ въ началѣ его; частицы воды будутъ, слѣдовательно, двигаться съ увеличивающеюся скоростью, и занятая водою высота поперечнаго сѣченія грунта въ концѣ участка станетъ меньшею, а потому уровень грунтовыхъ водъ на этомъ участкѣ будетъ имѣть большее паденіе, чѣмъ представляемое непроницаемымъ ложемъ. Равнымъ образомъ если работа, развиваемая силою тяжести, окажется меньшею, чѣмъ нужно для преодолѣнія при данной скорости сопротивленій на длинѣ пласта l, то часть живой силы, съ которою частицы воды приходятъ въ разсматриваемый участокъ, пойдетъ на борьбу съ треніемъ, и въ концѣ участка частицы воды будутъ имѣть уже меньшую живую силу, а слѣдовательно и меньшую скорость, чѣмъ въ началѣ участка; движеніе воды будетъ замедленное, и уровень воды приметъ меньшій, чѣмъ у непроницаемаго ложа уклонъ.

Атмосферная вода, проникая въ почву и насыщая капиллярную водоемкость породъ, чрезъ которыя она просачивается, доходитъ наконецъ до водонепроницаемаго ложа, гдѣ и скопляется, образуя *грунтовый водоносный горизонтъ*. Въ зависимости отъ уклона непроницаемаго ложа, вода этого горизонта направляется къ наиболѣе пониженнымъ мѣстамъ ложа въ видѣ грунтоваго воднаго потока.



Фиг. 18.

Найдемъ общее уравненіе уровня этого потока. Положимъ, имѣемъ непроницаемое для воды ложе, наклоненное къ горизонту подъ $\angle\ \omega$; на этомъ ложѣ залегаетъ водоносный слой, дающій на каждую единицу

ширины воднаго потока количество воды Q въ 1 секунду; пористость породы—φ; потокъ изливается въ открытый водоемъ съ постоянною высотою уровня $= h$.

На разстояніи x отъ открытаго водоема уровень воды въ грунтѣ расположенъ на высотѣ z надъ горизонтальною осью абсциссъ; на этомъ разстояніи x площадь проницаемаго для воды сѣченія водоноснаго пласта на каждую единицу ширины потока составитъ $F = \varphi\ (z - x \operatorname{tang} \omega)$. По закону Дарси, скорость движенія воды въ грунтѣ пропорціональна нѣкоторому зависящему отъ свойствъ грунта коэффиціенту k и уклону уровня, т. е. отношенію $\frac{dz}{dx}$, или тангенсу угла, образуемаго касательной къ кривой уровня въ данной точкѣ съ осью абсциссъ.

Слѣдовательно имѣемъ:

$$v_x = k\,\frac{dz}{dx} = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{\varphi\,(z - x \operatorname{tang} \omega)},$$

или

$$\frac{k\varphi}{Q}\,z\,dz - \frac{k\varphi}{Q}\,x \operatorname{tang} \omega\,.\,dz = dx.$$

Интегрируя это уравненіе [1]), получаемъ:

$$x = z\,.\,\operatorname{Cotg} \omega - \frac{Q}{\varphi k} \operatorname{Cotg}^2 \omega + C\,.\,e^{-\frac{\varphi k}{Q}\,.\,\operatorname{tang} \omega\,.\,z}.$$

---

[1]) Lueger, Wasserversorgung, 1890, I, 128.

Пользуясь любезными указаніями проф. В. И. Баумана, считаю нелишнимъ привести тотъ пріемъ, который слѣдуетъ примѣнить при интегрированіи даннаго линейнаго дифференціальнаго уравненія:

$$\frac{dx}{dz} + \frac{k\varphi}{Q} \operatorname{tg} \omega \cdot x - \frac{k\varphi}{Q}\,z = 0 \quad . \ . \ . \ . \ (1).$$

Полагаемъ: $x = ty$, гдѣ y—новая перемѣнная, а t—функція z, тогда:

$$\frac{dx}{dz} = t\,\frac{dy}{dz} + y\,\frac{dt}{dz}.$$

Подставляя въ первое уравненіе вмѣсто x и $\frac{dx}{dz}$ ихъ значенія, получимъ:

$$t\,\frac{dy}{dz} + y\left(\frac{dt}{dz} + \frac{k\varphi}{Q} \operatorname{tg}\omega\,.\,t\right) - \frac{k\varphi}{Q}\,z = 0\,. \quad . \ . \ (2).$$

Полагаемъ:

$$\frac{dt}{dz} + \frac{k\varphi}{Q} \operatorname{tg} \omega\,.\,t = 0 \quad . \ . \ . \ . \ (3).$$

или:

$$\frac{dt}{t} = -\,\frac{k\varphi}{Q} \operatorname{tg}\omega\,.\,dz.$$

Интегрируя, получаемъ:

$$\ln t = -\left(\frac{k\varphi}{Q} \operatorname{tg}\omega\,.\,z + C_1\right),$$

или

$$t = e^{-c_1}\,.\,e^{-\frac{k\varphi}{Q} \operatorname{tg}\omega\,.\,z} \quad . \ . \ . \ . \ (4).$$

При

$$x = o,\ z = h;$$

слѣдовательно:

$$C = \frac{\frac{Q}{\varphi k}\ \mathrm{Cotg}^2\ \omega - h\,\mathrm{Cotg}\ \omega}{e^{-\frac{\varphi k}{Q}\,.\,\mathrm{tang}\ \omega\,.\,h}}.$$

Подставляя это значеніе C въ предыдущее уравненіе, получаемъ:

$$x = z\,.\,\mathrm{Ctg}\ \omega - \frac{Q}{\varphi k}\mathrm{Ctg}^2\ \omega - \left(h\,\mathrm{Ctg}\ \omega - \frac{Q}{\varphi k}\ \mathrm{Ctg}^2\ \omega\right) e^{-\frac{\varphi k}{Q}\ \mathrm{tang}\ \omega\,.\,(z-h)}$$

откуда

$$\frac{dx}{dz} = \mathrm{Cotg}\ \omega + \left(h - \frac{Q}{\varphi k}\ \mathrm{Cotg}\ \omega\right)\frac{\varphi k}{Q}\,.\,e^{-\frac{\varphi k}{Q}\ \mathrm{tang}\ \omega\,.\,(z-h)}$$

Подставляя во 2-е уравненіе и принимая въ разсчетъ уравненіе 3, имѣемъ:

$$e^{-c_1}\,.\,e^{-\frac{k\varphi}{Q}\,\mathrm{tg}\omega\,.\,z}\,\frac{dy}{dz} - \frac{k\varphi}{Q}\,z = 0,$$

или

$$e^{-c_1}\,.\,dy = \frac{k\varphi}{Q}\,z\,e^{\frac{k\varphi}{Q}\mathrm{tg}\omega\,.\,z}\,.\,dz$$

Интегрируя, получаемъ:

$$e^{-c_1}\,y = \frac{1}{\mathrm{tg}\omega}\,z\,e^{\frac{k\varphi}{Q}\,\mathrm{tg}\omega\,.\,z} - \frac{1}{\mathrm{tg}\omega}\int e^{\frac{k\varphi}{Q}\mathrm{tg}\omega\,.\,z}\,.\,dz =$$

$$= \frac{e^{\frac{k\varphi}{Q}\,\mathrm{tg}\omega\,.\,z}}{\mathrm{tg}\omega}\left(z - \frac{1}{\frac{k\varphi}{Q}\mathrm{tg}\omega}\right) + C\ .\ .\ .\ .\ (5).$$

Но такъ какъ $x = ty$, то по 4 и 5 уравненію имѣемъ:

$$x = e^{-c_1}\,.\,e^{-\frac{k\varphi}{\omega}\,\mathrm{tg}\omega\,.\,z}\,.\ =$$

$$= \frac{1}{\mathrm{tg}\omega}\left(z - \frac{1}{\frac{k\varphi}{Q}\mathrm{tg}\omega}\right) + C\,.\,e^{-\frac{k\varphi}{Q}\,\mathrm{tg}\omega\,.\,z} =$$

$$= z\,\mathrm{Ctg}\ \omega - \frac{Q}{k\varphi}\,\mathrm{Ctg}^2\,\omega + C\,.\,e^{-\frac{k\varphi}{Q}\,\mathrm{tg}\omega\,.\,z}.$$

и затѣмъ:

$$\frac{d^2x}{dz^2} = -\frac{\varphi^2 k^2}{Q^2} \operatorname{tang} \omega \left(h - \frac{Q}{\varphi k} \operatorname{Cotg} \omega\right) . e^{-\frac{\varphi k}{Q} . \operatorname{tang} \omega . (z - h)}$$

Когда

$$h = \frac{Q}{\varphi k} \operatorname{Cotg} \omega,$$

тогда интегральное уравненіе принимаетъ видъ:

$$x = z \operatorname{Cotg} \omega - h \operatorname{Cotg} \omega,$$

или

$$z - h = x \operatorname{tang} \omega,$$

т. е. уровень воды въ грунтѣ представляетъ прямую, параллельную непроницаемому ложу.

Когда $\omega = 0$, то дифференціальное уравненіе обращается въ слѣдующее:

$$k \frac{dz}{dx} = \frac{Q}{\varphi z},$$

или

$$z\, dz = \frac{Q}{\varphi k}\, dx.$$

Интегрируя, получаемъ:

$$z^2 = \frac{2Q}{\varphi k}\, x + C.$$

Постоянное C опредѣляемъ изъ условія:

$$\text{при } x = 0,\ z = h;$$

слѣдовательно $C = h^2$, и уравненіе принимаетъ видъ:

$$z^2 = \frac{2Q}{\varphi k}\, x + h^2,$$

т. е. уровень представляетъ параболу.

Когда

$$h > \frac{Q}{\varphi k} \operatorname{Cotg} \omega,$$

тогда

$$\frac{d^2x}{dz^2} < 0,$$

слѣдовательно кривая уровня обращена вогнутостью внизъ.

Если же

$$h < \frac{Q}{\varphi k} \operatorname{Cotg} \omega,$$

тогда

$$\frac{d^2x}{dz^2} > 0,$$

слѣдовательно кривая уровня обращена выпуклостью книзу.

Справедливость всего изложеннаго относительно движенія воды въ песчаныхъ породахъ подтверждается наблюденіями надъ фильтраціей, что было уже изложено выше, а также наблюденіями надъ движеніемъ воды въ капиллярныхъ трубкахъ.

Движеніе воды въ капиллярныхъ трубкахъ представляетъ нѣкоторыя особенности. Во-первыхъ, движеніе это совершается лишь тогда, когда на свободную поверхность жидкости производится нѣкоторое давленіе; такъ изъ наполненной водою узкой стеклянной трубки вода не выливается вполнѣ; всегда въ трубкѣ остается болѣе или менѣе значительный столбикъ воды съ вогнутою поверхностью наверху и плоскою или выпуклою поверхностью на нижнемъ концѣ, и движеніе воды въ трубкѣ прекращается въ тотъ именно моментъ, когда поверхностное давленіе на вогнутой поверхности столбика вмѣстѣ съ вѣсовымъ давленіемъ послѣдняго сравняется съ поверхностнымъ давленіемъ на плоской или выпуклой поверхности нижняго конца столбика.

Во-вторыхъ, движеніе воды въ капиллярныхъ трубкахъ, если истеченіе происходитъ въ воздухъ, совершается не непрерывною струею, а по каплямъ. Избытокъ того поверхностнаго давленія, которое существуетъ на выпуклой поверхности капли, сравнительно съ поверхностнымъ давленіемъ на плоскомъ уровнѣ, задерживаетъ истеченіе жидкости; поэтому истеченіе воды изъ вставленной въ сосудъ капиллярной трубки будетъ происходить подъ измѣняющимся, а не однообразномъ давленіемъ. Чтобы истеченіе изъ капиллярной трубки сдѣлать равномѣрнымъ, нужно прекратить возможность образованія капель на концѣ капилляра, т. е. нужно помѣстить открытый конецъ послѣдняго въ наполненный водою же сосудъ.

На основаніи изслѣдованій Гагена и Пуазеля [1]), движеніе воды въ капиллярныхъ трубкахъ выражается формулой:

$$Q = k\ r^4\ \frac{h}{l},$$

---

[1]) Hagen, Ueber die Bewegung des Wassers in engen zylindrischen Röhren (Poggend. Ann, XLVI).– Poiseuille, Experimentelle Untersuchungen über die Bewegung der Flüssigkeit in Röhren von sehr kleinen Durchmessern (Poggend. Ann., LVIII, 1843, 424—448).—Давидовъ, Теорія капиллярныхъ явленій, Москва, 1851, стр. 93 и слѣдующія.

гдѣ Q—количество воды, вытекающее въ единицу времени, k—нѣкоторый коэффиціентъ, r—радіусъ трубки, l—ея длина и h—напоръ, или высота жидкости въ сосудѣ подъ отверстіемъ капилляра; такимъ образомъ расходъ воды чрезъ капиллярную трубку, а слѣдовательно и скорость движенія воды въ послѣдней пропорціональны напору или уклону, какъ это наблюдается и при движеніи воды въ пористыхъ и зернистыхъ породахъ, а не корню квадратному изъ напора или уклона, какъ это замѣчается при движеніи воды въ широкихъ трубахъ.

Въ заключеніе описанія движенія воды въ водоносномъ пластѣ считаю необходимымъ замѣтить слѣдующее.

Мы видѣли, что скорость фильтраціи пропорціональна напору и обратно пропорціональна толщинѣ фильтра или тому сопротивленію, которое предоставляетъ фильтръ прохожденію чрезъ него воды. Если при опытахъ фильтраціи тѣ трубки, которыя наполнены фильтрующимъ матеріаломъ, не вертикальны, а наклонны, то подъ толщиною фильтра слѣдуетъ подразумѣвать его длину. Такимъ образомъ при одномъ и томъ же напорѣ, но при различныхъ уклонахъ трубокъ, заполненныхъ до одного и того же уровня однимъ и тѣмъ же фильтрующимъ матеріаломъ (который въ зависимости отъ уклона трубки займетъ въ ней различную длину), скорость фильтраціи и производительность фильтра будетъ различная: наибольшая—для вертикальной и наименьшая—для трубки, имѣющей наименьшій наклонъ къ горизонту.

Наклонныя, наполненныя фильтрующимъ матеріаломъ трубки представляютъ, такъ сказать, модель глубокаго водоноснаго горизонта, въ которомъ вода движется, какъ въ закрытомъ водоводѣ. Скорость движенія воды въ такой трубкѣ равняется:

$$k\alpha = k\,\frac{h}{l};$$

она будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ больше l по отношенію къ h, т. е. тѣмъ длина фильтра будетъ болѣе.

Но какъ при вертикальной, такъ и при наклонной трубкѣ, остается неизмѣннымъ основной законъ фильтраціи, заключающійся въ томъ, что при одномъ и томъ же напорѣ произведеніе изъ производительности фильтра на его толщину (при вертикальной трубкѣ) или длину (при наклонной трубкѣ), т. е. вообще на путь, проходимый водою при фильтраціи, остается постояннымъ.

Если же наполненную пескомъ трубку привести въ совершенно горизонтальное положеніе, то при одномъ и томъ же напорѣ производительность такого горизонтальнаго фильтра не будетъ находиться въ обратно пропорціональномъ отношеніи къ его длинѣ. Произведенныя

Спрингомъ въ Люттихѣ [1]) надъ горизонтальными фильтрами опыты показали слѣдующее:

При напорѣ 0,18 м.

Длина горизонтальнаго фильтра (l).	0,09	0,18	0,42	0,89	1,96
Производительность фильтра за 10′ въ gr. (q).	9,83	7,28	5,06	2,84	1,33
lq	0,88	1,31	2,13	2,53	2,61

При напорѣ 2,7 м.

l	0,09	0,18	0,42	0,89	1,96
q	183,23	107,07	51,55	26,80	13,10
lq	16,49	19,27	21,65	23,85	25,87

Отсюда видно, что при одномъ и томъ же напорѣ и при увеличеніи длины горизонтальнаго фильтра въ 10 разъ (0,09 и 0,89) производительность его уменьшается не въ 10 разъ, какъ это происходитъ при вертикальномъ и наклонномъ фильтрѣ, а уменьшается отъ 9,8 до 2,8 или отъ 183 до 26,8, т. е. уменьшается въ 3,4 или 6,8 разъ. При этомъ при одномъ и томъ же напорѣ произведеніе изъ производительности фильтра на его длину, по мѣрѣ увеличенія послѣдней, стремится какъ бы къ нѣкоторому предѣлу, за которымъ дальнѣйшее увеличеніе длины фильтра уже не отражается замѣтнымъ образомъ на его производительности.

Эти въ высшей степени интересные опыты имѣютъ непосредственное примѣненіе при трактованіи движенія подземныхъ водъ не только грунтовыхъ (т. е. съ свободнымъ уровнемъ), но и водъ глубокихъ (закрытыхъ) водоносныхъ горизонтовъ. Обстановка этихъ опытовъ весьма проста и доступна всякой лабораторіи.

Замѣчу лишь, что выраженіе „горизонтальный“ фильтръ можетъ повести къ недоразумѣніямъ, такъ какъ на самомъ дѣлѣ при горизонтальномъ положеніи трубки фильтраціи не происходитъ, а совершается лишь всасываніе воды пескомъ, или пропитываніе послѣдняго, и наблюденія Спринга опредѣляютъ лишь скорость этого пропитыванія.

---

[1]) Spring. Recherches expérimentales sur la filtration et la pénétration de l'eau dans le sable (Annales Soc. géol. de Belg., Liége, XXIX, 1902, Mém., p. 20—26).

ТЕОРІЯ ВОДОСБОРОВЪ.

Водосборы въ песчаной водоносной породѣ, въ которой вода находится въ покоѣ.

Въ случаѣ грунтовой воды и не вполнѣ заполненнаго водою глубокаго водоноснаго горизонта, вода эта находится въ покоѣ, когда уровень воды въ водоносномъ слоѣ горизонталенъ; въ случаѣ артезіанскаго пласта вода его находится въ покоѣ, если нѣтъ какого-либо расхода воды изъ артезіанскаго пласта.

Отсюда ясно, что если воды грунтовыя и не вполнѣ заполненныхъ водою глубокихъ водоносныхъ горизонтовъ довольно часто могутъ находиться въ полномъ покоѣ,—то вода артезіанская, вообще говоря, не можетъ быть въ покоѣ, а въ силу существованія естественнаго расхода, вода эта должна имѣть опредѣленное движеніе. Расходъ же артезіанскаго пласта обусловленъ, во-первыхъ, существованіемъ естественныхъ восходящихъ ключей, а во-вторыхъ, тѣмъ обстоятельствомъ, что почвою и кровлею артезіанскаго пласта въ дѣйствительности являются породы не абсолютно, а лишь болѣе или менѣе водонепроницаемыя,—въ добавокъ, породы, въ которыхъ могутъ существовать болѣе или менѣе значительныя трещины, по которымъ вода можетъ уходить изъ пласта.

Посему, если въ настоящей главѣ и разсматриваются артезіанскіе колодцы, то дѣлается это лишь для уясненія совершающихся при дѣйствіи этихъ колодцевъ явленій при возможно простѣйшихъ и даже едва ли осуществимыхъ въ природѣ условіяхъ.

1. Канавы.

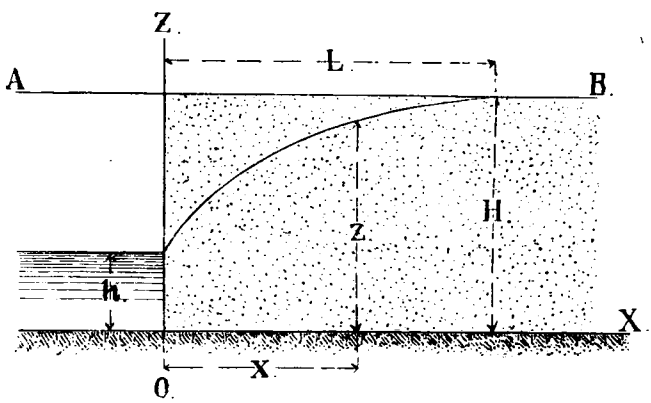
Обратимся сперва къ простѣйшему случаю, когда водоносный слой, образованный совершенно однороднымъ пескомъ, залегаетъ на горизонтальной водоупорной поверхности и не прикрытъ водоупорною толщею, т. е. къ случаю грунтовой воды въ песчаномъ слоѣ. Пусть въ массѣ песчанаго грунта уровень воды находится на линіи AB. Если въ этомъ грунтѣ будетъ вырыта канава, доходящая до водонепроницаемаго ложа, то вода изъ грунта станетъ поступать въ послѣднюю и постепенно наполнять ее. Если вода изъ канавы не будетъ выводиться, то канава болѣе или менѣе скоро (въ зависимости отъ свойствъ водоноснаго грунта) наполнится водою до уровня стоянія ея въ грунтѣ, и затѣмъ всякое истеченіе воды изъ грунта прекратится. Но если вода изъ канавы будетъ имѣть нѣкоторый истокъ, то между расходомъ воды изъ канавы и притокамъ ея въ канаву изъ грунта можетъ установиться равновѣсіе.

Когда вода поступаетъ изъ грунта въ канаву, тогда уровень воды въ грунтѣ вмѣсто того, чтобы находиться на прямой AB, какъ это было до начала дѣйствія канавы, понизится близъ послѣдней по нѣкоторой кривой.

Для всякаго періода дѣйствія канавы возможно допустить, что въ продолженіе безконечно-малаго промежутка времени dt кривая это остается неподвижной и что расходъ канавы въ теченіе этого безконечно-малаго промежутка времени остается постояннымъ.

Въ параллельномъ оси канавы вертикальномъ сѣченіи водоноснаго пласта, въ разстояніи x отъ канавы и при занятой водою высотѣ z, расходъ воды на погонную единицу длины канавы составитъ Q; этотъ расходъ долженъ быть одинаковъ для любого вертикальнаго параллельнаго оси канавы сѣченія пласта, но скорость движенія воды въ этихъ сѣченіяхъ будетъ различна. Для сѣченія на разстояніи x, скорость эта $= \frac{Q}{\varphi z}$, гдѣ φ есть коэффиціентъ свободной для протока воды профили; у стѣнки канавы, т. е. при $x = 0$ и $z = h$, скорость эта наибольшая; при $x = L$ и $z = H$, скорость эта $= 0$.

Съ другой стороны, скорость движенія воды между двумя удаленными другъ отъ друга на безконечно-малую величину dx сѣченіями, какъ мы уже видѣли, пропорціональна уклону пласта, т. е. отношенію $\frac{dz}{dx}$ и нѣкоторому коэффиціенту k скорости просачиванія, т. е.:



Фиг. 19.

$$v = k\frac{dz}{dx}.$$

Итакъ имѣемъ:

$$k\frac{dz}{dx} = \frac{Q}{\varphi z},$$

или

$$Qdx = k\varphi z\, dz.$$

Интегрируя это уравненіе, получимъ:

$$Qx = \frac{k\varphi}{2}z^2 + \text{Const}.$$

При $x = 0$, $h = z$; слѣдовательно:

$$\text{Const} = -\frac{k\varphi}{2}h^2,$$

а

$$Qx = \frac{k\varphi}{2}(z^2 - h^2),$$

откуда

$$z^2 = \frac{2Q}{\varphi k}x + h^2,$$

т. е. *кривая уровня воды въ грунтѣ представляетъ параболу.*

Если въ этомъ уравненіи вмѣсто z подставить $H - y$, гдѣ y представляетъ получаемую непосредственнымъ наблюденіемъ (въ небольшой скважинѣ) глубину уровня грунтовой воды ниже нормальнаго ея горизонта, а вмѣсто h поставить $H - a$, гдѣ a — глубина уровня въ канавѣ, считая отъ нормальнаго горизонта грунтовой воды,—то уравненіе это принимаетъ слѣдующій видъ:

$$(H - y)^2 = (H - a)^2 + \frac{2Q}{\varphi k} x,$$

или

$$y = H - \sqrt{(H - a)^2 + \frac{2Q}{\varphi k} x}.$$

Уравненіе параболы уровня при $x = L$ и $z = H$ даетъ:

$$H^2 = \frac{2Q}{\varphi k} L + h^2,$$

или

$$Q = \frac{\varphi k}{2} \cdot \frac{H^2 - h^2}{L} = \varphi k \frac{H + h}{2} \cdot \frac{H - h}{L} = \varphi k \frac{H + h}{2} \beta,$$

гдѣ β есть величина постоянная, характерная для даннаго водоноснаго грунта и равная:

$$\frac{H - h}{L}.$$

Видъ кривой уровня въ грунтѣ и большая или меньшая отлогость этой кривой находится въ зависимости отъ свойствъ грунта и разности уровней воды въ канавѣ и грунтѣ. Отлогость ея опредѣляется отношеніемъ $\frac{H - h}{L}$, гдѣ $H - h$ есть разность упомянутыхъ уровней, а L есть разстояніе отъ канавы до того пункта, съ котораго становится замѣтнымъ уклонъ поверхности воды въ грунтѣ. Это отношеніе $\frac{H - h}{L}$ выражаетъ осушительное дѣйствіе канавы.

На основаніи наблюденій, это отношеніе для грунтовъ песчаныхъ = = 0,003 до 0,015, а для грунтовъ глинистыхъ = 0,03 до 0,15, т. е. въ 10 разъ большее [1]); другими словами, извѣстному пониженію $(H - h)$ уровня воды въ грунтѣ песчаномъ соотвѣтствуетъ осушенная длина L, отъ 67 до 333 разъ большая даннаго пониженія, а въ грунтѣ глинистомъ—отъ 7 до 33 разъ большая этого пониженія. Характерное для даннаго грунта отношеніе $\frac{H - h}{L}$ выражаетъ величину пониженія уровня воды въ канавѣ, достаточную для распространенія осушительнаго дѣйствія послѣдней на единицу разстоянія отъ канавы.

[1]) Зброжекъ, Осушен. и орошен. („Сборн. Инст. Инж. Пут. Сообщ.“, 1888, XV, стр. 40).

Формулу расхода канавы:

$$Q = \frac{\varphi k}{2} \frac{H^2 - h^2}{L}$$

можно представить также въ слѣдующемъ видѣ:

$$Q = \frac{\varphi k}{L} \cdot H_m \cdot s,$$

гдѣ H_m—есть среднее ариѳметическое значеніе высотъ уровня нормальной и у стѣнки канавы, т. е.:

$$H_m = \frac{H + h}{2},$$

а s—есть пониженіе уровня $= H - h$.

Подставляя значеніе

$$Q = \frac{\varphi k}{2} \frac{H^2 - h^2}{L}$$

въ уравненіе:

$$z^2 = \frac{2Q}{\varphi k} x + h^2,$$

получимъ:

$$z^2 = h^2 + \frac{H^2 - h^2}{L} x,$$

т. е. уравненіе параболы, вершина которой имѣетъ абсциссу $= -\frac{h^2 L}{H^2 - h^2}$.

Итакъ, кривая уровня воды въ грунтѣ при дѣйствіи канавы представляетъ параболу. Уравненіе этой параболы было выведено впервые *Dupuit* въ его капитальныхъ работахъ: Etudes théoretiques et pratiques sur les mouvements des eaux, 1848 (2 изд. 1863, стр. 235) и Traité de la conduite et de la distribution des eaux, 1854 (2 изд. 1865, стр. 32).

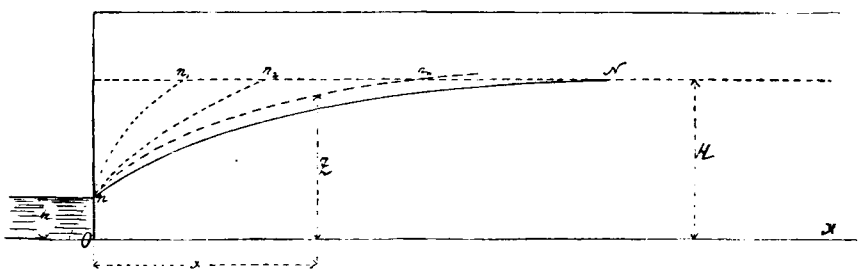
Формула расхода канавы показываетъ, что производительность канавы находится въ прямой зависимости отъ коэффиціентовъ φ и k и въ обратно пропорціональномъ отношеніи къ L, т. е. къ той длинѣ, на протяженіи которой замѣтно пониженіе уровня въ грунтѣ. При очень большомъ L расходъ Q можетъ быть настоль малъ, что практически перестанетъ быть замѣтнымъ, т. е. видимое истеченіе воды изъ грунта въ канаву прекратится, и дальнѣйшее осушительное дѣйствіе канавы остановится.

Такимъ образомъ, если данный водоносный грунтовый горизонтъ не имѣетъ какого-либо притока, то, поддерживая уровень воды въ канавѣ на одной и той же высотѣ h, мы замѣтимъ, что уровень воды въ грунтѣ будетъ послѣдовательно представлять кривыя nn^1, nn^2 и т. д. (фиг. 19 bis), при чемъ расходъ канавы будетъ постепенно уменьшаться и, наконецъ, чрезъ извѣстный, болѣе или менѣе продолжительный, считая отъ начала

дѣйствія канавы, промежутокъ времени уровень этотъ представитъ предѣльную кривую nN, на которой и остановится, при чемъ расходъ воды изъ грунта практически станетъ совершенно незамѣтнымъ, т. е. практически замѣтное движеніе воды изъ грунта въ канаву прекратится, и осушительное дѣйствіе послѣдней, при данномъ пониженіи уровня, остановится.

Но если убыль воды изъ грунта въ канаву постоянно возмѣщается притокомъ, то кривая пониженія уровня, не доходя до предѣла nN, остановится на нѣкоторой кривой nn_x, при которой расходъ воды изъ грунта сдѣлается равнымъ притоку воды въ грунтъ.

Во всякій однако періодъ дѣйствія канавы вполнѣ возможно допустить, что въ теченіе безконечно-малаго промежутка времени dt расходъ



Фиг. 19 bis.

на погонную единицу длины канавы остается постояннымъ, при чемъ расходъ этотъ для даннаго періода дѣйствія канавы въ любомъ вертикальномъ и параллельномъ ей сѣченіи водоноснаго слоя отъ n до n_x одинъ и тотъ же.

При расчетѣ канавъ необходимо имѣть въ виду, что грунтовые горизонты, въ коихъ закладываются канавы, питаются атмосферными осадками; необходимо потому выяснить вліяніе этихъ осадковъ на производительность канавы.

Выпадая на поверхность земли, атмосферные осадки частью стекаютъ по уклону поверхности, частью испаряются, частью же просачиваются вглубь, насыщая при этомъ капиллярную водоемкость породъ, чрезъ которыя происходитъ просачиваніе, и достигаютъ грунтоваго водоноснаго горизонта, гдѣ и скопляются. Такимъ образомъ, количество атмосферныхъ осадковъ, попавшее въ грунтовый водоносный горизонтъ, есть лишь нѣкоторая часть ихъ, зависящая отъ топографическаго характера поверхности (условія стока), отъ свойства самого грунта (задерживающаго, въ силу капиллярности, большее или меньшее количество воды), отъ климатическихъ условій, вліяющихъ на испареніе (температура, вѣтеръ), отъ продолжительности зимняго періода (когда почва является мерзлой и слѣдовательно водонепроницаемой), отъ условій таянія снѣжнаго по-

крова и, наконецъ, отъ характера одѣвающаго данную мѣстность растительнаго покрова. Не подлежитъ затѣмъ сомнѣнію, что почвы обладаютъ способностью конденсировать находящіеся въ воздухѣ пары воды.

Въ зависимости отъ перечисленныхъ, крайне разнообразныхъ условій количество атмосферныхъ осадковъ, проникающихъ въ грунтъ и скопляющихся въ грунтовомъ водоносномъ горизонтѣ, составляетъ отъ 20 и менѣе до 80% всей годовой высоты осадковъ.

При годовой высотѣ атмосферныхъ осадковъ $= D$ метр. и полагая, что просачивается въ почву и доходитъ до водоноснаго горизонта часть этихъ осадковъ $= \alpha D$, получимъ, что на 1 кв. метръ горизонтальной проекціи площади водоноснаго горизонта въ 1 секунду приходится прибыль воды, равная:

$$\delta = \frac{\alpha D}{365 \,.\, 24 \,.\, 60 \,.\, 60} = \frac{\alpha D}{31536000};$$

напримѣръ, при

$$D = 0{,}5 \text{ м. и } \alpha = {}^1/_3,$$

$$\delta = \frac{1}{189216000} \text{ куб. метра въ сек.}$$

Положимъ, въ горизонтально залегающемъ грунтовомъ водоносномъ горизонтѣ, коэффиціентъ пористости и мощность котораго назовемъ φ и H, устроена доходящая до водоупорнаго ложа канава, вода изъ которой отводится на-чисто, т. е. $h = 0$. Въ продолженіе времени t, считая отъ начала дѣйствія канавы, когда пониженіе уровня въ грунтѣ распространилось на разстояніе L_x отъ канавы, общее количество воды, выведенное канавой, на каждую единицу длины послѣдней равно: 1) количеству воды, которое заключалось въ осушенной уже части грунта, и 2) количеству атмосферныхъ осадковъ, которое въ теченіе времени t попадало въ грунтъ въ предѣлахъ измѣняющагося за это время района вліянія канавы.

Первая часть разсматриваемаго количества на каждую единицу длины канавы, очевидно, $= \frac{1}{3} \varphi H L_x$; вторая же часть для безконечно-малаго промежутка времени dt равна $L_x \delta \, dt$, а для всего времени t, считая отъ начала дѣйствія канавы, количество это составитъ:

$$\int_0^t L_x \delta \,.\, dt.$$

Итакъ, количество воды, выведенное канавой за время t, равняется:

$$Q_t = \frac{1}{3} \varphi H L_x + \int_0^t L_x \delta \,.\, dt.$$

За безконечно-малый промежутокъ времени dt, когда L_x получитъ безконечно-малое приращеніе dL_x, количество это увеличится безконечно-малымъ приращеніемъ $dQ_t = Q \,.\, dt$, гдѣ Q обозначаетъ расходъ канавы въ 1 секунду.

Слѣдовательно имѣемъ:

$$Q \,.\, dt = \frac{1}{3}\, \varphi H \,.\, dL_x + L_x\, \delta \,.\, dt.$$

Подставляя вмѣсто Q равное ему значеніе

$$Q = \frac{k\varphi}{2} \cdot \frac{H^2}{L_x},$$

получаемъ:

$$\frac{k\varphi}{2} \cdot \frac{H^2}{L_x} \,.\, dt = \frac{1}{3}\, \varphi H \,.\, dL_x + \delta L_x \,.\, dt,$$

или

$$\left(\frac{k\varphi}{2} \frac{H^2}{L_x} - \delta L_x\right) . \, dt = \frac{1}{3}\, \varphi H \,.\, dL_x,$$

или

$$\frac{dL_x}{\frac{k\varphi}{2} \frac{H^2}{L_x} - \delta L_x} = \frac{dt}{{}^1/_3\, \varphi H}.$$

Интегрируя это уравненіе, получаемъ [1]):

$$-\frac{1}{2\delta} \ln\left(\frac{k\varphi H^2}{2} - \delta L_x{}^2\right) = \frac{3t}{H\varphi} + C.$$

При $t = 0$, L_x обращается въ 0, слѣдовательно:

$$C = -\frac{1}{2\delta} \ln \frac{k\varphi H^2}{2}.$$

Слѣдовательно имѣемъ:

$$-\frac{1}{2\delta} \ln\left(\frac{k\varphi H^2}{2} - \delta L_x{}^2\right) = \frac{3t}{H\varphi} - \frac{1}{2\delta} \ln \frac{k\varphi H^2}{2},$$

или

$$\ln\left(\frac{k\varphi H^2}{k\varphi H^2 - 2\delta L_x{}^2}\right) = \frac{6\delta t}{H\varphi},$$

или

$$e^{\frac{6\delta t}{H\varphi}} = \frac{k\varphi H^2}{k\varphi H^2 - 2\delta L_x{}^2},$$

---

[1]) Ибо $d \ln \left(\frac{k\varphi H^2}{2} - \delta x^2\right) = -\frac{2\delta x \;\; dx}{\frac{k\varphi H^2}{2} - \delta x^2} = -\frac{2\delta \;\; dx}{\frac{k\varphi H^2}{2x} - \delta x}$.

откуда

$$L_x^2 = \frac{k\varphi H^2}{2\delta} - \frac{k\varphi H^2}{2\delta e^{\frac{6\delta}{\varphi H}}}$$

или

$$L_x = H\sqrt{\frac{k\varphi}{2\delta}\left(1 - e^{-\frac{6\delta t}{\varphi H}}\right)}.$$

При $t = \infty$, L_x достигаетъ своего предѣла L'; слѣдовательно

$$L' = H\sqrt{\frac{k\varphi}{2\delta}}$$

и соотвѣтственно этому, предѣльная производительность канавы равна:

$$Q' = \frac{k\varphi}{2}\,\frac{H^2}{L'} = \frac{k\varphi}{2}\,\frac{H^2}{H\sqrt{\frac{k\varphi}{2\delta}}} = H\sqrt{\frac{k\varphi\delta}{2}} =$$

$$= \delta H\sqrt{\frac{k\varphi}{2\delta}} = \delta L';$$

слѣдовательно, предѣльное количество воды, попадающее въ канаву, когда вліяніе послѣдней достигло своего предѣла L', равно количеству атмосферныхъ осадковъ, проникающихъ въ грунтъ въ предѣлахъ района вліянія канавы.

Когда же предѣлъ вліянія канавы еще не достигнутъ, тогда производительность ея равна:

$$Q_x = \frac{k\varphi}{2}\,\frac{H^2}{L_x} = \frac{k\varphi}{2}\cdot\frac{H^2}{H\sqrt{\frac{k\varphi}{2\delta}\left(1 - e^{-\frac{6\delta t}{\varphi H}}\right)}} =$$

$$= H\sqrt{\frac{k\delta\varphi}{2\left(1 - e^{-\frac{6\delta t}{\varphi H}}\right)}}.$$

Чтобы перейти отъ производительности Q въ секунду къ суточной производительности A, нужно въ вышеприведенныхъ формулахъ замѣнить:

$$t = 24 \,.\, 60 \,.\, 60\ T = 86400\ T$$

и

$$Q = \frac{A}{24 \,.\, 60 \,.\, 60} = \frac{A}{86400};$$

*

замѣняя также δ равной ей величиною

$$\frac{\alpha D}{365 . 24 . 60 . 60} = \frac{\alpha D}{31536000},$$

получимъ:

$$L_x = H \sqrt{\frac{365 . 24 . 60 . 60\, k\varphi}{2\,\alpha D} \left(1 - e^{-\frac{\alpha D T}{365\, H\varphi}}\right)} =$$

$$= 3971\ H \sqrt{\frac{k\varphi}{\alpha D} \left(1 - e^{-\frac{\alpha D T}{365\, H\varphi}}\right)};$$

предѣлъ же дѣйствія канавы представитъ длину равную:

$$L' = 3971\ H \sqrt{\frac{k\varphi}{\alpha D}}.$$

Затѣмъ суточная производительность составитъ:

$$A_x = 24 . 60 . 60 . H \sqrt{\frac{k\varphi\alpha D}{365 . 24 . 60 . 60 . 2 . \left(1 - e^{-\frac{6\alpha D T}{365\, H\varphi}}\right)}} =$$

$$= 10\ H \sqrt{\frac{k\varphi\alpha D}{1 - e^{-\frac{6\alpha D T}{365\, H\varphi}}}};$$

а предѣльная производительность равна:

$$A' = 10\ H \sqrt{k\varphi\alpha D}.$$

Для мѣстностей, имѣющихъ годовую высоту атмосферныхъ осадковъ $D =$ напр. 0,5 метр., при $\varphi = 0{,}25$ и $\alpha = {}^1/_3$, получимъ предѣльное дѣйствіе канавы равное:

$$L' = 3971\ H \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{k} = 4865\ H \sqrt{k},$$

а предѣльная производительность равна:

$$A' = 10\ H \sqrt{\frac{1}{24}} \sqrt{k} = 2\ H \sqrt{k}.$$

Входящій въ эти выраженія коэффиціентъ k, какъ извѣстно, можетъ быть принятъ равнымъ выраженному въ метрахъ діаметру зерна грунта; для крупнаго (1 — 2 mm.), средняго (0,3—1 mm.) и мелкаго (0,1—0,3 mm.)

песка k можетъ быть потому принятъ соотвѣтственно равнымъ 0,0015—0,0006 и 0,0002, а $\sqrt{k}$ соотвѣтственно = 0,04—0,02 и 0,01. Слѣдовательно, соотвѣтственно крупности зерна песка, предѣлъ дѣйствія канавы = 195 H, 97H и 49H метр., а предѣльная суточная производительность канавы = 0,08H—0,04H и 0,02H куб. метр. [1]).

Очевидно, каждый оврагъ, прорѣзывающій грунтъ до водонепроницаемой породы, представляетъ ничто иное, какъ водосборную галлерею, производительность которой равна:

$$Q = \frac{k\varphi}{2} \cdot \frac{H^2 - h^2}{L} \cdot l,$$

гдѣ H—есть высота нормальнаго уровня воды въ грунтѣ, h—высота уровня воды въ оврагѣ, l—длина оврага, а L—разстояніе, на которомъ осушительное дѣйствіе оврага замѣтно. Если уровень грунтовыхъ водъ постояненъ, то, очевидно, грунтъ даетъ въ оврагъ столько же воды, сколько самъ получаетъ отъ проникающихъ въ него атмосферныхъ осадковъ. Положимъ, что на каждый квадратный метръ поверхности водосборной площади оврага въ 1 секунду изъ всего годового количества атмосферныхъ осадковъ проникаетъ въ почву и скопляется въ водоносномъ горизонтѣ δ куб. метр.; слѣдовательно, изъ грунта въ оврагъ попадаетъ всего $\delta l L$ куб. метра, при чемъ это количество и должно быть, при условіи постоянства горизонта грунтовой воды, равно производительности оврага.

Такимъ образомъ имѣемъ:

$$\delta l L = \frac{k\varphi}{2} \cdot l \frac{H^2 - h^2}{L}.$$

Но такъ какъ h по сравненію съ H обыкновенно весьма мало, то можно положить:

$$\delta l L = \frac{k\varphi}{2} l \frac{H^2}{L},$$

откуда

$$H = L\sqrt{\frac{2\delta}{k\varphi}}.$$

Отсюда слѣдуетъ, что мощность грунтового водоноснаго горизонта, а слѣдовательно и глубина оврага, прорѣзывающаго этотъ горизонтъ, будетъ тѣмъ больше, чѣмъ меньше k, т. е. чѣмъ мелкозернистѣе грунтъ [2]).

---

[1]) Подробности расчета канавъ см. Lembke, Du mouvement des eaux souterraines (Revue Univers., 1888, II, 149—174).—Лембке, Движеніе грунт. водъ (Журн. Мин. Пут. Сообщ., 1887, № 17, стр. 122—135).

[2]) Lembke, Du mouvement des eaux souterraines (Revue univers., 1888, I, стр. 171).—Лембке (Журн. Мин. Пут. Сообщ., 1886, № 2, стр. 519; *Ib.*, 1888, № 5—6, стр. 6).

Опредѣлимъ теперь время, необходимое для притока воды изъ грунта въ канаву, и время, необходимое для установленія равновѣсія.

Скорость движенія въ сѣченіи на разстояніи x отъ канавы равняется:

$$V_x = \frac{Q}{\varphi z} = \frac{Q}{\varphi \sqrt{\frac{2Q}{\varphi k} x + h^2}} = \frac{dx}{dt};$$

откуда:

$$\frac{Q}{\varphi}\, dt = \sqrt{\frac{2Q}{\varphi k} x + h^2}\,.\, dx.$$

Интегрируя, получимъ:

$$\frac{Q}{\varphi}\, t = \frac{\left(\frac{2Q}{\varphi k} x + h^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{2Q}{\varphi k} \cdot \frac{3}{2}} + C = \frac{\varphi k}{3Q} \sqrt{\left(\frac{2Q}{\varphi k} x + h^2\right)^3} + C.$$

При $x = 0$, $t = 0$; слѣдовательно:

$$C = -\frac{\varphi k}{3Q} h^3.$$

Подставляя это значеніе C въ предыдущее равенство, получаемъ:

$$\frac{Q}{\varphi}\, t = \frac{\varphi k}{3Q} \left[\sqrt{\left(\frac{2Q}{\varphi k} x + h^2\right)^3} - h^3\right] = \frac{\varphi x}{3Q} \sqrt{z^3 - h^3}$$

Такъ какъ:

$$z^2 = \frac{2Q}{\varphi k} x + h^2$$

и слѣдовательно:

$$\frac{\varphi}{Q} = \frac{2x}{k\,(z^2 - h^2)},$$

то имѣемъ:

$$t = \frac{\varphi^2 k x^2}{3\,Q^2} (z^3 - h^3),$$

или:

$$t = \frac{4x^2\,(z^3 - h^3)}{3k\,(z^2 - h^2)^2}.$$

При $z = H$, $x = L$; слѣдовательно:

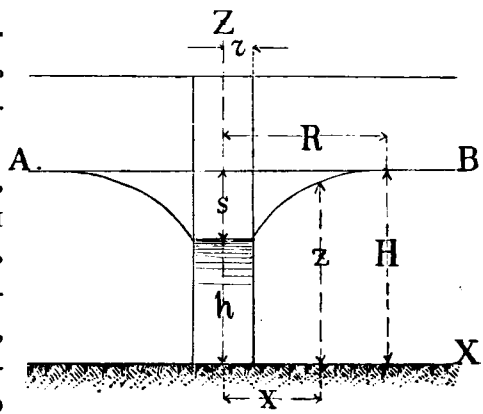
$$t_L = \frac{4\,L^2}{3\,k} \cdot \frac{H^3 - h^3}{(H^2 - h^2)^2} = \frac{4}{3\,k\,\beta^2} \cdot \frac{H^3 - h^3}{(H + h)^2}$$

Такимъ образомъ время, потребное для перемѣщенія частицы воды на разстояніе L, не зависитъ отъ пористости породъ φ и обратно пропорціонально коэффиціенту скорости просачиванія породы k. Время это, вообще говоря, очень большое; напримѣръ, при $H = 4$ m., $h = 1$ m.,

$k = 0{,}001$, $L = 300$ m. $\left(\frac{H-h}{L} = \beta = 0{,}01\right)$, t получается $= 33.600.000$ сек., т. е. почти 389 дней.

2. Грунтовые колодцы.

Обратимся теперь къ вертикальному колодцу, опущенному въ водоносный песчаный пластъ, залегающій на горизонтальномъ водоупорномъ ложѣ. При расходѣ воды изъ колодца, грунтовая вода, вслѣдствіе пониженія уровня въ колодцѣ, притекаетъ къ послѣднему равномѣрно со всѣхъ сторонъ. При наступившемъ равновѣсіи, т. е. при установившемся при откачкѣ уровнѣ въ колодцѣ, уровень грунтовой воды представитъ нѣкоторую воронкообразную поверхность вращенія вокругъ оси колодца съ нѣкоторою производящею кривою.



Фиг. 20.

Очевидно, что внѣ этой воронки, на разстояніи, большемъ внѣшняго ея радіуса R, пониженіе уровня воды въ колодцѣ не вызываетъ какого-либо движенія грунтовой воды. На меньшихъ же, чѣмъ R, разстояніяхъ движеніе это будетъ происходить съ тѣмъ большею скоростью, чѣмъ разстояніе это взято ближе къ окружности колодца. При установившемся равновѣсіи, количество воды, проходящее чрезъ любое цилиндрическое и концентричное съ колодцемъ сѣченіе водоноснаго грунта, должно быть одно и то же и равное Q.

Если на разстояніи x отъ оси колодца высота уровня воды надъ горизонтальнымъ водоупорнымъ слоемъ $= z$, то водопроницаемымъ сѣченіемъ для разстоянія x будетъ служить боковая поверхность цилиндра съ радіусомъ x и высотою z, т. е. $= 2\pi\varphi x z$, гдѣ φ есть коэффиціентъ свободной для прохода воды профили. Такимъ образомъ, имѣемъ, что скорость движенія воды на разстояніи x отъ оси колодца составитъ $\frac{Q}{2\pi\varphi x z}$. Съ другой стороны, скорость эта $= k\alpha = k\frac{dz}{dx}$, т. е. она пропорціональна уклону уровня и нѣкоторому коэффиціенту скорости просачиванія.

Итакъ, имѣемъ:

$$k\frac{dz}{dx} = \frac{Q}{2\pi\varphi x z},$$

или

$$z\,dz = \frac{Q}{2\pi\varphi k}\frac{dx}{x}.$$

Интегрируя это уравненіе, получаемъ:

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } x + \text{Const.}$$

Если $x = r$, то $z = h$, а потому:

$$h^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } r + \text{Const.}$$

Слѣдовательно, имѣемъ:

$$z^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{x}{r}.$$

Уравненіе это представляетъ поверхность вращенія съ параболическою производящею.

Такъ какъ при $x = R$, $z = H$, то имѣемъ:

$$H^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{R}{r},$$

откуда:

$$Q = \pi \varphi k \frac{H^2 - h^2}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}} = \pi \varphi k \frac{H^2 - (H - s)^2}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}} = \frac{2 \pi \varphi k H}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}} \left(s - \frac{s^2}{2H} \right),$$

введя вмѣсто $h = H - s$.

Или, если вмѣсто натуральныхъ логариѳмовъ взяты Бригговы логариѳмы, то:

$$Q = \frac{2 \pi \varphi k}{2{,}303} \cdot \frac{H}{\lg \frac{R}{r}} \left(s - \frac{s^2}{2H} \right) = \frac{2{,}73 \, \varphi k H}{\lg \frac{R}{r}} \left(s - \frac{s^2}{2H} \right).$$

Если въ первомъ уравненіи вмѣсто z подставить $H - y$, гдѣ y представляетъ получаемую непосредственнымъ наблюденіемъ (въ небольшой скважинѣ) глубину уровня грунтовой воды ниже нормальнаго ея горизонта, а вмѣсто h подставить $H - s$, гдѣ s есть величина пониженія уровня въ колодцѣ при откачкѣ, то уравненіе это получаетъ слѣдующій видъ:

$$(H - y)^2 = (H - s)^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{x}{r}.$$

Формулу дебита грунтоваго колодца:

$$Q = \frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} (H^2 - h^2)$$

обыкновенно приписываютъ *Тиму*, который вывелъ ее въ напечатанной въ 1870 г. въ „Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung“ статьѣ: „Die Ergiebigkeit artesischer Bohrlöcher, Schachtbrunnen und Filtergallerien“ (стр. 450); на самомъ дѣлѣ формула эта была выведена впервые *Dupuit* въ его капитальномъ сочиненіи: „Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux dans les canaux et à travers les terrains perméables“, 2 изд., 1863, стр. 254.

Уравненіе:

$$z^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln x + C$$

даетъ:

$$H^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln R + C,$$

слѣдовательно:

$$C = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln R;$$

такимъ образомъ, имѣемъ:

$$z^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x},$$

или

$$z^2 = H^2 - (H^2 - h^2) \frac{\ln \frac{R}{x}}{\ln \frac{R}{r}}.$$

Равнымъ образомъ изъ уравненія:

$$z^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{x}{r},$$

подставляя вмѣсто Q его значеніе, равное:

$$\frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} (H^2 - h^2),$$

получаемъ:

$$z^2 = h^2 + (H^2 - h^2) \frac{\ln \frac{x}{r}}{\ln \frac{R}{r}}.$$

Затѣмъ уравненіе:

$$Q = \frac{2 \pi \varphi k H}{\ln \frac{R}{r}} \left(s - \frac{s^2}{2H}\right)$$

можетъ быть представлено въ видѣ:

$$\frac{Q \cdot \ln \frac{R}{r}}{\pi \varphi k} = 2Hs - s^2;$$

рѣшая послѣднее уравненіе относительно s, получаемъ:

$$s = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r}},$$

или

$$H - s = h = \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r}}.$$

Замѣтимъ еще слѣдующее: формула расхода грунтоваго колодца:

$$Q = \frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} (H^2 - h^2)$$

можетъ быть представлена въ слѣдующемъ видѣ:

$$Q = \frac{2 \pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} \cdot \frac{H + h}{2} \cdot (H - h) = \frac{2 \pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} \cdot H_m \cdot s,$$

гдѣ s—пониженіе уровня, а H_m—среднее арифметическое значеніе высотъ уровня нормальной и у стѣнки колодца. Въ послѣднемъ видѣ формула расхода грунтового колодца является однородной съ формулой расхода канавы; разница лишь въ коэффиціентѣ:

$$\text{для колодца} = \frac{2 \pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}},$$

$$\text{а для канавы} = \frac{\varphi k}{L}.$$

Изъ формулы:

$$Q = \frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} (H^2 - h^2)$$

слѣдуетъ:

1. Производительность колодца, пропорціональная коэффиціентамъ φ и k, зависитъ болѣе всего отъ мощности водоноснаго пласта H. Если откачку до дна колодца принять за 1, то откачка на $^3/_4$, $^1/_2$ и $^1/_4$ (т. е. при $h = {}^1/_4 H$, $^1/_2 H$ и $^3/_4 H$) даетъ $\frac{15}{16}$, $\frac{12}{16}$ и $\frac{7}{16}$ этого количества.

2) Въ гораздо меньшей степени производительность колодца зависитъ отъ отношенія $\frac{R}{r}$. При $\frac{R}{r} = 10 - 100 - 1.000$ и 10.000, производительность колодца пропорціональна $\left(\frac{\pi}{\ln \frac{R}{r}}\right) = 1{,}36 - 0{,}68 - 0{,}45$ и 0,34.

Такъ какъ отношеніе $\frac{R}{r}$ обыкновенно колеблется въ предѣлахъ 100—2.000, то производительность колодца $= (0{,}7 \ldots 0{,}4)\ k\varphi\ (H^2 - h^2)$, или въ среднемъ $= 0{,}5\ k\varphi\ (H^2 - h^2)$; полагая $\varphi = 0{,}25$, получимъ приблизительно производительность грунтоваго колодца $= 0{,}125\ k\ (H^2 - h^2)$.

Полагая, для примѣра, $R = 200$ m., а $r = 0{,}5$, или 1, или 5 m., получимъ $\ln \frac{R}{r}$ для перваго случая $= 5{,}991$, для второго $= 5{,}298$ и для третьяго $= 3{,}689$; такимъ образомъ, производительность колодца съ площадью поперечнаго сѣченія въ 4 или 100 разъ большею, при всѣхъ остальныхъ равныхъ условіяхъ, увеличивается въ отношеніи $\frac{5{,}991}{5{,}298} = 1{,}13$, или въ отношеніи $\frac{5{,}991}{3{,}689} = 1{,}62$, т. е. увеличивается всего лишь на 13% или 62% [1]).

Придавая колодцу болѣе значительный діаметръ, мы увеличиваемъ площадь истеченія воды въ колодецъ, увеличиваемъ также объемъ питающаго колодецъ грунта, но уменьшаемъ самую скорость истеченія. При этомъ во сколько разъ мы увеличимъ площадь истеченія, во столько же разъ уменьшится скорость истеченія. Что же касается происходящаго съ увеличеніемъ діаметра колодца увеличенія объема питающаго колодецъ грунта или площади питанія колодца (правильнѣе, площади района дѣйствія колодца), то увеличеніе это весьма незначительно. Въ самомъ дѣлѣ, увеличивая діаметръ колодца, мы увеличиваемъ эту площадь на столько же, на сколько увеличивается площадь кольца, шириною $L = R - r$, при увеличеніи на одну и ту же величину внѣшняго и внутренняго радіуса кольца.

Площадь кольца $= \pi\ (R^2 - r^2)$; если R и r увеличимъ на a, то площадь такого увеличеннаго кольца $= \pi\ [(R + a)^2 - (r + a)^2] = \pi\ [(R^2 - r^2) + 2a\ (R - r)]$. Итакъ, отъ увеличенія внѣшняго и внутрен-

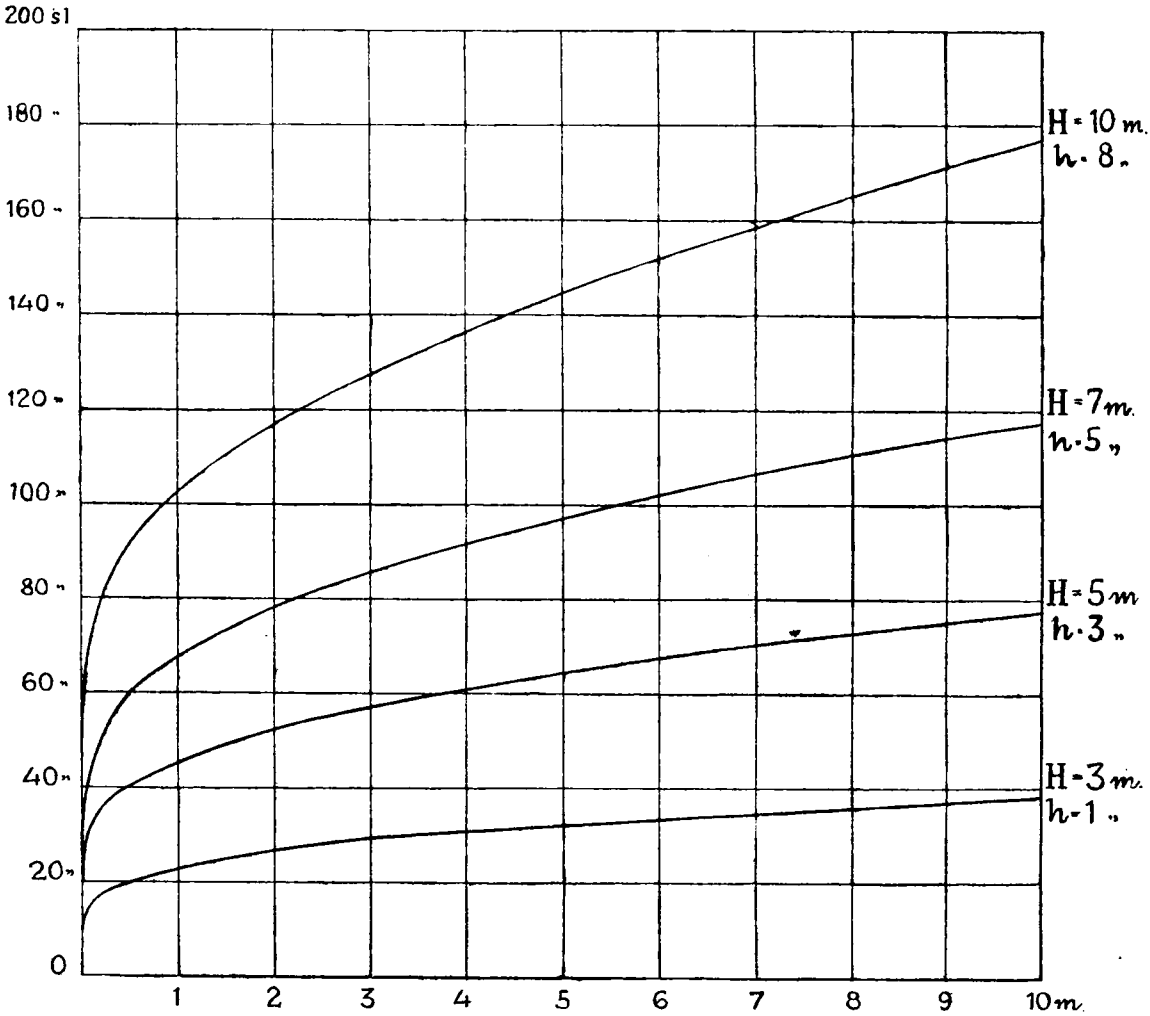
---

[1]) Если, при $r = 0{,}5$, $R = 200$, то разстоянія между стѣнкой колодца и окружностью, начиная съ которой замѣчается паденіе уровня при расходѣ изъ колодца, $= 200 - 0{,}5 = 199{,}5$. При $r = 1$, R долженъ $= 199{,}5 + 1 = 200{,}5$; при $r = 5$, $R = 199{,}5 + 5 = 204{,}5$. Принимая эти цифры, получаемъ тѣ же результаты, такъ какъ $\ln \frac{R}{r}$, т. е. $\ln \frac{200{,}5}{1}$ и $\ln \frac{204{,}5}{5}$ соотвѣтственно равны 5,301, и 3,71 и отношенія $\frac{5{,}991}{5{,}301}$ и $\frac{5{,}991}{3{,}71}$ соотвѣтственно $= 1{,}13$ и 1,61.

няго радіуса площадь кольца увеличивается на $2\pi a\,(R - r)$. Отношеніе этого увеличенія къ начальной площади кольца равняется:

$$\frac{2\pi a\,(R - r)}{\pi\,(R^2 - r^2)} = \frac{2\,a}{R + r};$$

но такъ какъ R, по сравненію съ r и a, весьма велико, то отношеніе это должно быть весьма малымъ.



Фиг. 21.

Приводимъ заимствованную изъ сочиненія Frühling, Wasserversorgung der Städte, 4 изданіе, пополненное инженеромъ Oesten, 1904, стр. 175, діаграмму расхода колодцевъ діаметромъ отъ 0 до 10 метровъ при $H = 3$, 5, 7 и 10 метровъ и одномъ и томъ же пониженіи уровня на 2 метра. Расходъ данъ въ литрахъ въ секунду.

3) При глубокомъ колодцѣ, или правильнѣе при большомъ H и маломъ пониженіи уровня s, т. е. когда $\frac{s^2}{2H}$ мало, количество воды, доставляемое колодцемъ, можетъ быть принято пропорціональнымъ пониженію уровня. Въ такомъ случаѣ расходъ колодца можетъ быть принятъ $=$ $= Q = \frac{2\pi\varphi k H}{\ln \frac{R}{r}} \cdot s.$

Но эту упрощенную формулу, повторяемъ, возможно примѣнять лишь при большомъ H и маломъ s, когда $\frac{s^2}{2H}$ сравнительно съ s весьма мало [1]).

4) Въ формулу расхода $Q = \pi\varphi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}$ входитъ величина φk, произведеніе коэффиціентовъ скважности и скорости фильтраціи. Для опредѣленія φk поступаемъ слѣдующимъ образомъ:

Пусть колодецъ діаметромъ 2 m., при $H = 7$ m. и $h = 4{,}9$ m., даетъ 30 литровъ воды въ секунду, т. е. имѣетъ производительность $Q =$ $= 0{,}03$ куб. м. Для опредѣленія φk, въ опредѣленномъ, положимъ 20 m., разстояніи отъ оси колодца закладываемъ буровую скважину и наблюдаемъ уровень воды въ ней при дѣйствіи колодца; положимъ, уровень этотъ находится на 6 m. надъ ложемъ водоноснаго пласта.

Тогда въ уравненіи кривой уровня:

$$z^2 = h^2 + \frac{Q}{\pi\varphi k} \ln \frac{x}{r}$$

всѣ величины, кромѣ φk, извѣстны; опредѣляя φk, получимъ:

$$\varphi k = \frac{Q \cdot \ln \frac{x}{r}}{\pi\ (z^2 - h^2)} = \frac{0{,}03 \cdot \ln \frac{20}{1}}{\pi\ (6^2 - 4{,}9^2)} = 0{,}0024.$$

Значеніе φk можетъ быть также опредѣлено слѣдующимъ образомъ:

Если остановить дѣйствіе насоса, то вода станетъ заполнять колодецъ съ постепенно уменьшающеюся скоростью. Замѣтимъ время, необходимое для поднятія уровня воды въ колодцѣ на одну и ту же вели-

---

[1]) Между тѣмъ проф. Войславъ, при опредѣленіи расхода Венгерскихъ ключей близъ Вильны, примѣнялъ именно эту упрощенную формулу, которая въ данномъ случаѣ при $H = 6{,}51$ ф. и $s = H - h = 2{,}03$ ф., т. е. когда вмѣсто множителя $s - \frac{s^2}{2H} = 1{,}71$ берется множитель $s = 2{,}03$, должна дать, очевидно, невѣрные результаты. Необходимо затѣмъ имѣть въ виду, что формула эта выведена для колодцевъ, доходящихъ до непроницаемаго ложа, тогда какъ проф. Войславъ примѣнилъ эту формулу для колодцевъ, недоходящихъ до водонепроницаемаго ложа (Войславъ, Труды Бюро, II, стр. 30).

чину m при различныхъ стадіяхъ подъема воды, т. е. при различной высотѣ стоянія воды въ колодцѣ h_1 и h_2. Времена t_1 и t_2, необходимыя для того, чтобы высота уровня изъ h_1 превратилась въ $h_1 + m$ и изъ h_2 въ $h_2 + m$, будутъ различны и эти времена будутъ, очевидно, обратно пропорціональны тѣмъ скоростямъ, которыя имѣетъ вода въ грунтѣ, при дѣйствіи насоса, на цилиндрическихъ и концентричныхъ съ осью колодца поверхностяхъ съ высотою h_1 и h_2 и радіусомъ x_1 и x_2. Эти скорости, $= v_1 = \frac{Q}{2\pi\varphi x_1 h_1}$ и $v_2 = \frac{Q}{2\pi\varphi x_2 h_2}$, относятся между собою какъ $v_1 : v_2 = x_2 h_2 : x_1 h_1$.

Такъ какъ значенія h_1 и h_2 измѣняются въ довольно тѣсныхъ предѣлахъ отъ h до H, тогда какъ x въ то же время измѣняется отъ r до R, то можно считать, что $\frac{v_1}{v_2} = \frac{x_2}{x_1}$, и, слѣдовательно, $\frac{t_1}{t_2} = \frac{x_1}{x_2}$.

Уравненіе кривой уровня:

$$z^2 = \frac{Q}{\pi\varphi k} \ln \frac{x}{r} + h^2,$$

откуда:

$$\text{log. nat. } x_1 = \left(z_1^2 - h^2\right) \frac{\pi\varphi k}{Q} + \ln r.$$

и

$$\ln x_2 = \left(z_2^2 - h^2\right) \frac{\pi\varphi k}{Q} + \ln r.$$

Слѣдовательно:

$$\ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{\pi\varphi k}{Q} \left(z_1^2 - z_2^2\right),$$

а такъ какъ

$$\ln \frac{x_1}{x_2} = \ln \frac{t_1}{t_2},$$

то

$$\ln \frac{t_1}{t_2} = \frac{\pi\varphi k}{Q} \left(z_1^2 - z_2^2\right),$$

откуда:

$$\varphi k = \frac{Q}{\pi\left(z_1^2 - z_2^2\right)} \text{ log. nat. } \frac{t_2}{t_1}\ ^{1)}.$$

Подставляя сюда вмѣсто z_1 и z_2 наблюденныя высоты $h_1 + m$ и $h_2 + m$, или правильнѣе $h_1 + \frac{m}{2}$ и $h_2 + \frac{m}{2}$, получимъ численное значеніе φk.

5) Въ выведенную Дюпюи формулу расхода воды изъ колодца $\left(Q = \pi\varphi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}\right)$ входитъ R — *радіусъ вліянія колодца*, т. е. радіусъ

[1]) Сравни, Frühling, Wasserversorgung, 1904, ст 76.

той окружности, начиная съ которой становится замѣтно пониженіе уровня грунтовой воды, при пониженіи уровня въ колодцѣ. Величина этого радіуса R для даннаго водоноснаго грунта обусловливается величиною пониженія уровня въ колодцѣ s и въ практическомъ отношеніи вполнѣ возможно допустить *пропорціональность радіуса вліянія величинѣ пониженія уровня въ колодцѣ.*

При изслѣдованіи всасывающаго дѣйствія канавы, мы видѣли, что отношеніе $\frac{H-h}{L}$ представляетъ величину постоянную для даннаго грунта и что слѣдовательно осушительное дѣйствіе канавы пропорціонально пониженію уровня воды въ канавѣ. Вполнѣ естественно допустить то же самое и для колодца, т. е. допустить, что отношеніе $\frac{H-h}{R}$ есть величина постоянная ($=\varepsilon$) и характерная для грунта, въ который опущенъ колодецъ, и что, слѣдовательно, $R=\frac{H-h}{\varepsilon}$. Такое допущеніе между прочимъ было сдѣлано Войславомъ (Труды Бюро, II, стр. 30).

Существенное различіе движенія грунтовой воды къ канавѣ или колодцу состоитъ въ томъ, что въ случаѣ колодца необходимо преодолѣть сопротивленіе вслѣдствіе весьма значительнаго, но постепеннаго уменьшенія площади живого сѣченія; площадь эта измѣняется отъ $=2\pi RH\varphi$ въ началѣ движенія до $2\pi rh\varphi$ у колодца; такимъ образомъ, отношеніе площадей живыхъ сѣченій въ началѣ движенія и у стѣнки колодца $=$ $=\frac{RH}{rh}$, т. е. представляетъ весьма значительную величину. Въ случаѣ же канавы это отношеніе $=\frac{H}{h}$, которое, при большомъ H и незначительномъ пониженіи уровня, мало отличается отъ 1. Такимъ образомъ, при движеніи воды въ колодцѣ работа производящей это движеніе силы тяжести употребляется не только на преодолѣніе сопротивленій движенію воды въ промежуткахъ между зернами грунта и на сообщеніе водѣ, поступающей въ колодецъ, извѣстной скорости,—но и на преодолѣніе вышеуказаннаго сопротивленія, которое почти совершенно отсутствуетъ при движеніи грунтовой воды къ каналу.

Соображенія эти приводятъ къ заключенію, что, во-первыхъ, R (радіусъ осушительнаго дѣйствія колодца) долженъ быть нѣсколько меньше L, или той длины, на которой оказывается осушительное дѣйствіе канавы, при одномъ и томъ же пониженіи уровня въ водосборѣ; и во-вторыхъ, что съ измѣненіемъ $s=H-h$ радіусъ вліянія колодца R измѣняется не пропорціонально s, а въ нѣсколько меньшей степени.

Введя въ формулу Дюпюи вмѣсто R равное ему $\frac{H-h}{\varepsilon}$, получимъ:

$$Q = \pi \varphi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{H-h}{\varepsilon r}} \text{ [1]} = 2 \pi \varphi k H \cdot \frac{s - \frac{s^2}{2H}}{\ln \frac{s}{r\varepsilon}}.$$

Всѣ величины, входящія въ эту формулу, или постоянны и опредѣляются свойствами самого водоноснаго грунта $\left(\varphi,\ k,\ H \text{ и } \varepsilon = \frac{H-h}{R}\right)$, или независимы другъ отъ друга, причемъ значеніе ихъ извѣстно (s, h, r), тогда какъ въ формулу Тима входитъ R — величина перемѣнная и зависящая отъ $H-h$.

Необходимо однако имѣть въ виду, что R представляетъ, вообще говоря, величину довольно значительную и что log. nat. R при увеличеніи R измѣняется сравнительно незначительно. Именно, R считаютъ обыкновенно $= 200-600$ m.; ln 200—300—400—500 и 600 соотвѣтственно $= 5{,}30-5{,}70-5{,}99-6{,}21$ и $6{,}40$; слѣдовательно, при увеличеніи R отъ 200 до 600, т. е. въ 3 раза, или на 200%, ln R увеличится отъ 5,30 до 6,40, т. е. всего на 21%.

Это обстоятельство и позволяетъ не придавать особеннаго значенія численной величинѣ R и даже считать R постояннымъ при измѣненіи s. Такъ поступаетъ между прочимъ Люгеръ въ его примѣрѣ разсчета производительности колодца, при чемъ при $s = H - h = 1$ или 2 m. R остается неизмѣнно равнымъ 200 m. [2]).

Въ самомъ дѣлѣ, напримѣръ, при $\varphi = 0{,}38$, $k = \frac{1}{1266}$, $H = 50$ m., $r = 1$ m., $R = 200$ m. и $H - h = s = 1$ m., производительность колодца $= 3{,}14 \cdot 0{,}38 \cdot \frac{1}{1266} \cdot \frac{2500-1}{\ln \frac{200}{1}} = 0{,}0176$. При $H - h_1 = s_1 = 2$ m., если R оставить, какъ и раньше $= 200$, Q получается $= 0{,}0349$. Если же допустить, что при измѣненіи s соотвѣтственно измѣнится и R, то при $s_1 = H - h_1 = 2$ m. R будетъ уже не 200, а 400 m., и тогда Q опредѣляется $= 0{,}0307$, т. е. всего на 4 литра меньше, чѣмъ при предположеніи неизмѣняемости R.

Далѣе, при $\varphi = 0{,}30$, $k = 0{,}001$, $r = 1$, $H = 30$, $h = 29-28{,}5-28$, $R = 68-100-133$, Q соотвѣтственно $= 0{,}013-0{,}018-0{,}022$. Если же

---

[1]) При большемъ H и незначительномъ пониженіи уровня въ колодцѣ, формула эта можетъ быть преобразована, такъ какъ тогда $H + h$ можетъ быть положено $= 2H$:

$$Q = \pi \varphi k \frac{(H+h)(H-h)}{\ln \frac{H-h}{\varepsilon r}} = 2 \pi \varphi k H \frac{H-h}{\ln \frac{H-h}{r\varepsilon}}.$$

[2]) Lueger, l. c., p. 449.

считать для всѣхъ этихъ трехъ случаевъ R постояннымъ и равнымъ 100, то получимъ Q соотвѣтственно $= 0{,}012—0{,}018—0{,}024$ [1]).

Величина R для даннаго колодца и даннаго пониженія уровня опредѣляется непосредственнымъ наблюденіемъ помощью малыхъ буровыхъ скважинъ, доходящихъ лишь до воды. Тимъ нашелъ, что для крупнозернистаго песка, при пониженіи уровня до 6 метр., расходъ воды изъ колодца не вызываетъ никакого практически замѣтнаго колебанія уровня грунтовой воды на разстояніи 700 метр. [2]); равнымъ образомъ изслѣдованія въ Дармштадтѣ показали, что для хрящеватаго песка, при $H—h = 2—3$ метр., $R = 250$ метр. [3]).

Для даннаго колодца, при извѣстныхъ Q, H, h, r, φ и k, значеніе R опредѣляется по формулѣ:

$$Q = \pi \varphi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}},$$

откуда:

$$R = e^{\mu},$$

гдѣ

$$e = 2{,}718,$$

а

$$\mu = \frac{\pi \varphi k \ (H^2 - h^2)}{Q} + \ln r.$$

Что касается φk, то оно опредѣляется, какъ было уже замѣчено выше, по наблюденіямъ уровня въ сосѣдней съ колодцемъ скважинѣ.

Такъ какъ натуральные логариѳмы съ увеличеніемъ числа увеличиваются очень медленно, то, задавшись даже болѣе или менѣе произвольнымъ R (который обыкновенно считаютъ = отъ 250 до 500 m.), мы весьма мало ошибемся въ разсчетѣ. Если для даннаго колодца, при $r = 1$, $H = 7$, $h = 4{,}9$, $Q = 0{,}03$ куб. метр. въ сек. и при φk (опредѣленномъ по наблюденіямъ въ сосѣдней скважинѣ) $= 0{,}0024$, мы вычислимъ $R = 535$ m.,—то, задавшись $R = 300$, получимъ $\varphi k = 0{,}0022$ [4]).

Время, необходимое для притока воды въ колодецъ, опредѣляемъ слѣдующимъ образомъ:

$$v = \frac{Q}{2 \pi \varphi x z} = \frac{dx}{dt},$$

или

$$Q . dt = 2 \pi \varphi x z . dx.$$

---

[1]) Lueger, l. c., 463.

[2]) Thiem, Wochenshr. d. Ver. dentsch. Ingen., 1882, p. 451.

[3]) Früling u. Lincke, l. c.

[4]) Frühing u. Lincke, Wasservers., 1904, p. 176.

Интегрируя это уравненіе, принимая z за постоянную $= H$, получимъ:

$$Q\,t = 2\,\pi\,\varphi\,H\,\frac{x^2}{2} + C$$

$$t = \frac{\pi\,\varphi\,H}{Q}\,x^2 + C.$$

Такъ какъ при:

$$t = o,\ x = r,$$

слѣдовательно:

$$C = \pi\,\varphi\,H\,r^2,$$

то

$$t = \frac{\pi\,\varphi\,H}{Q}\,(x^2 - r^2).$$

А такъ какъ

$$Q = \pi\,\varphi\,k\,\frac{z^2 - h^2}{\text{log. nat.}\,\dfrac{x}{r}}$$

и при сдѣланномъ допущеніи

$$Q = \pi\,\varphi\,k\,\frac{H^2 - h^2}{\text{log. nat.}\,\dfrac{x}{r}};$$

то

$$t = \frac{H}{k}\cdot\frac{x^2 - r^2}{H^2 - h^2}\cdot\text{log. nat.}\,\frac{x}{r},$$

а

$$t_R = \frac{H}{k}\cdot\frac{R^2 - r^2}{H^2 - h^2}\cdot\ln\frac{R}{r}.$$

Время, потребное для движенія воды на разстояніи R, есть время, потребное для установленія равновѣсія; время это, какъ показываетъ формула, обратно пропорціонально k. А такъ какъ k уменьшается съ уменьшеніемъ зерна, то, слѣдовательно, въ песчаномъ водоносномъ слоѣ состояніе равновѣсія наступаетъ тѣмъ скорѣе, чѣмъ крупнѣе зерно песка. Слѣдовательно, *при испытаніи производительности колодца откачку слѣдуетъ вести тѣмъ продолжительнѣе, чѣмъ мелкозернистѣе водоносный пластъ.*

Опредѣленіе количества воды, доставляемой грунтовымъ колодцемъ.

Замѣтивъ уровень воды въ колодцѣ, выкачиваемъ воду въ теченіе опредѣленнаго времени t помощью насоса, дающаго въ единицу времени постоянное количество L, и замѣчаемъ глубину пониженія уровня s. Прекративъ откачку, замѣчаемъ время t', нужное для наполненія колодца до первоначальнаго уровна.

Итакъ, изъ колодца извлекли воду въ количествѣ $L\,t$. Во всю продолжительность опыта, т. е. во время откачки t и наполненія t', вода

поступала изъ грунта въ колодецъ въ количествѣ $E_1\ (t + t')$, если черезъ E_1 назовемъ количество воды, поступающее въ единицу времени для всего періода испытанія $t + t'$.

Слѣдовательно:

$$L\,t = E_1\ (t + t')$$

или

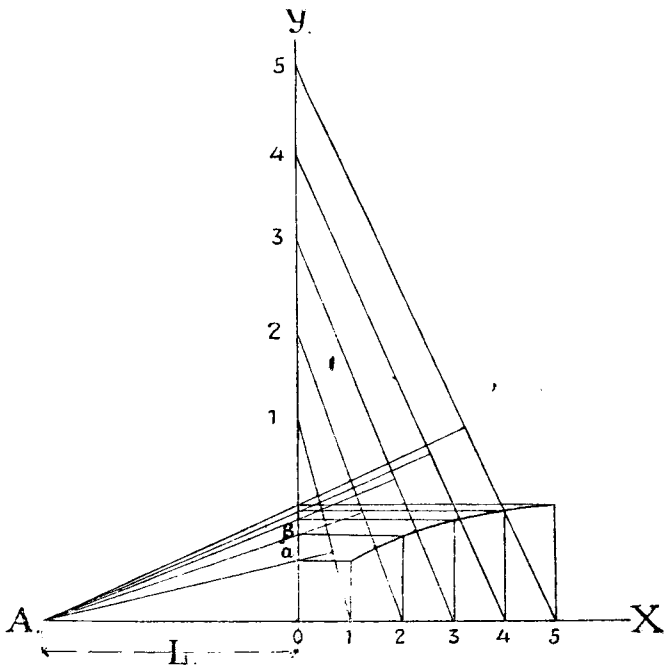
$$\frac{E_1}{L} = \frac{t}{t + t'}.$$

Повторяя подобное испытаніе при болѣе продолжительныхъ откачкахъ въ теченіе времени $2t$, $3t$ . . . nt, т. е. выкачивая изъ колодца количества воды $= 2\ Lt$, $3\ Lt$ . . . $n\ Lt$ и замѣчая соотвѣтствующія времена t'_2, t'_3 . . . t'_n, нужныя для наполненія колодца, опредѣляемъ E_2, E_3 . . . E_n, т. е. притокъ въ единицу времени при продолжительности опыта $2t + t'_2$, $3t + t'_3$, . . . $nt + t_n'$, такъ какъ имѣемъ, что:

$$nLt = E_n\ (nt + t_n');$$

слѣдовательно:

$$E_n = L\ \frac{nt}{nt + t'_n}.$$



Фиг. 22.

Чтобы получить кривую притока воды въ колодецъ, дѣлаемъ слѣдующее построеніе:

По оси X откладываемъ разстоянія 01, 02, 03, 04, 05 . . . , соотвѣтствующія временамъ откачки, по оси $У$ откладываемъ разстоянія 01, 02, 03 . . . , соотвѣтственно равныя полной продолжительности опыта; точки 1 и 1, 2 и 2, 3 и 3 . . . соединяемъ прямыми; по оси X влѣво откладываемъ постоянное L. Изъ точки A опускаемъ перпендикуляры на линіи 1—1, 2—2, 3—3 . . . ; полученные на оси $У$ отрѣзки $O\alpha$, $O\beta$ . . . соотвѣтствуютъ E_1, E_2 . . . (что слѣдуетъ изъ подобія треугольниковъ $A\,O\alpha$ и 011, для которыхъ $\frac{O\alpha}{L} = \frac{t}{t + t'_1}$). Откладывая эти отрѣзки на ординатахъ, соотвѣтствующихъ абсциссамъ t, $2t$, $3t$ . . . , получаемъ кривую притока воды въ колодецъ [1]).

[1]) См. Борзовъ, „Сборн. Инст. Инж. Пут. Сообщ.“, XII, 1907, стр. 33—35.

*

Эксплоатація грунтового колодца.

Подобно тому, какъ и при канавѣ, эксплоатація грунтоваго колодца представляетъ два періода.

Пусть въ водоносный горизонтъ, мощностью H, опущенъ до непроницаемаго ложа колодецъ; откачкою уровень воды въ колодцѣ держится на постоянной высотѣ h. Въ первомъ періодѣ дѣйствія колодца радіусъ вліянія его постепенно увеличивается отъ r до R, при чемъ производительность водосбора постепенно уменьшается. Когда колодецъ осушитъ вокругъ себя мѣстность на разстояніе R, при которомъ дальнѣйшее осушеніе при данномъ пониженіи уровня въ колодцѣ $= H - h$ станетъ практически совершенно незамѣтно, тогда, значитъ, практически замѣтнаго количества воды въ колодецъ поступать не будетъ. При ограниченныхъ горизонтальныхъ размѣрахъ водоноснаго горизонта возможенъ однако и такой случай, когда кривая уровня въ грунтѣ прежде, чѣмъ достигнуть своего практическаго предѣла (при которомъ расходъ при данномъ пониженіи будетъ почти незамѣтнымъ), достигаетъ фактической границы распространенія водоноснаго грунта; тогда при дѣйствіи колодца уровень воды во всемъ грунтѣ станетъ понижаться до тѣхъ поръ, пока кривая уровня въ грунтѣ при данномъ пониженіи уровня въ колодцѣ не достигнетъ своего предѣла.

Не приводя въ подробностяхъ расчета производительности грунтового колодца, ибо расчетъ этотъ обстоятельно изложенъ *Лембке* (Revue Univers., 1888, III и Журн. Мин. Пут. Сообщ., 1887, № 18, стр. 141—154), укажу лишь слѣдующее: задавшись опредѣленнымъ пониженіемъ уровня въ колодцѣ, опредѣляемъ общее количество воды, попавшее въ водосборъ отъ начала его дѣйствія при радіусахъ вліянія 100, 200, 300 и т. д. метровъ, т. е. количество воды, которое находилось въ осушенной воронкѣ колодца при указанныхъ радіусахъ, а также секундное количество воды, попадающее въ колодецъ при этихъ радіусахъ вліянія. Зная постепенно уменьшающіеся секундные расходы, опредѣляемъ время, необходимое для того, чтобы радіусъ вліянія колодца увеличился отъ r до 100, отъ 100 до 200 и т. д.; очевидно, время это будетъ все болѣе и болѣе увеличиваться.

Разсмотримъ нѣсколько подробнѣе наиболѣе важный случай эксплоатаціи колодцемъ грунтоваго водоноснаго горизонта, питающагося атмосферными осадками.

Въ первомъ періодѣ дѣйствія колодца радіусъ его вліянія измѣняется отъ r до той величины R, при которой секундный расходъ колодца сравнивается съ тѣмъ количествомъ (δ) воды атмосферныхъ осадковъ, которое въ 1 секунду проникаетъ въ грунтъ, въ кругъ дѣйствія колодца.

За этотъ періодъ дѣйствія колодца, производительность его, равная:

$$\frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}} (H^2 - h^2),$$

по мѣрѣ увеличенія R уменьшается и, наконецъ, чрезъ извѣстный, болѣе или менѣе продолжительный промежутокъ времени производительность эта сравнивается съ количествомъ атмосферныхъ осадковъ, попадающихъ въ грунтъ въ предѣлы вліянія колодца, т. е. съ количествомъ $= \delta \pi R^2$.

При нормальной производительности, когда колодецъ даетъ столько же воды, сколько получаетъ въ предѣлахъ вліянія колодца самый грунтъ, должно существовать равенство:

$$\delta \pi R^2 = \pi \varphi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r}}.$$

Это уравненіе позволяетъ опредѣлить:

$$R = H \sqrt{\frac{\varphi}{\delta}} \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{h^2}{H^2}}{\ln \frac{R}{r}}} \cdot \sqrt{k}.$$

Для этого опредѣленія задаемся сперва примѣрнымъ значеніемъ $\frac{R}{r}$ равнымъ = напр. 500, т. е. полагаемъ:

$$\ln \frac{R}{r} = 6{,}21,$$

и вычисляемъ R; полученное значеніе R снова вставляемъ въ формулу и снова опредѣляемъ его значенія и т. д.

Чтобы, при непрерывномъ дѣйствіи колодца, опредѣлить время наступленія предѣльной его производительности, нужно знать все то количество воды W, которое до этого времени поступило въ водосборъ. Очевидно, количество это равно, во-первыхъ, количеству грунтовой воды, заключавшейся въ осушенной колодцемъ воронкѣ съ радіусомъ R, и, во-вторыхъ, количеству воды атмосферныхъ осадковъ, которое за все время t до наступленія предѣльной производительности попадало въ кругъ дѣйствія колодца.

Первое количество равно φV, гдѣ V—объемъ воронки. Послѣдній опредѣляется, по правилу Гюльдена, произведеніемъ производящей площади F (т. е. площади, заключающейся между параболою уровня, стѣнкою колодца и нормальнымъ уровнемъ), на окружность, описанную центромъ тяжести этой площади при ея вращеніи вокругъ оси колодца.

Если эту площадь разбить на элементы, высотою $H - z$ [1]) и шириною dx, то итогъ статическихъ моментовъ относительно оси вращенія всѣхъ этихъ элементовъ равенъ той же площади F, умноженной на разстояніе ρ центра тяжести этой площади до оси вращенія; слѣдовательно, имѣемъ:

$$\int_r^R (H - z)\, x \,.\, dx = F \rho$$

и

$$V = F \,.\, 2 \pi \rho.$$

Такимъ образомъ:

$$V = 2\pi \int_r^R (H - z)\, x \,.\, dx,$$

а объемъ воды въ воронкѣ равняется:

$$\varphi V = 2 \pi \varphi \int_r^R (H - z)\, x \,.\, dx.$$

Такъ какъ (см. стр. 81).

$$z^2 = H^2 - (H^2 - h^2) \frac{\ln \frac{R}{x}}{\ln \frac{R}{r}},$$

то

$$\varphi V = 2 \pi \varphi H \int_r^R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1 - \frac{h^2}{H^2}}{\ln \frac{R}{r}} \ln \frac{R}{x}} \right) x \,.\, dx.$$

Разрѣшивъ этотъ интегралъ [2]), получаемъ:

$$\varphi V = A \,.\, \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{h^2}{H^2} \right) \frac{H R^2 \varphi}{\ln \frac{R}{r}},$$

гдѣ A есть коэффиціентъ, вообще мало отличающійся отъ 1 и при увеличеніи $\frac{h}{H}$ и $\frac{R}{r}$ отъ 0 до $^3/_4$ и отъ 100 до 5.000 измѣняющійся въ предѣлахъ 1,07 и 1,01.

Затѣмъ количество атмосферныхъ осадковъ, просачивающихся въ грунтъ за время t въ предѣлахъ района дѣйствія колодца, очевидно, равняется:

$$\int_0^t \pi R^2 \delta \,.\, dt.$$

---

[1]) z — есть ордината кривой уровня.

[2]) Лембке, Журн. Мин. Пут. Сообщ., 1887, № 18, стр. 142 и слѣд.—Lembke, Revue Univers., 1888, III.

Такимъ образомъ имѣемъ, что общее количество W воды, поступившее въ водосборъ при непрерывномъ его дѣйствіи въ теченіе времени t, равняется:

$$W = A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\frac{H R^2 \varphi}{\ln \frac{R}{r}} + \int_0^t \pi R^2 \delta \,.\, dt.$$

За безконечно-малый промежутокъ времени dt количество это увеличится безконечно-малымъ приращеніемъ:

$$dW = A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\frac{H \varphi}{\ln \frac{R}{r}}\, 2R \,.\, dR + \pi R^2 \delta \,.\, dt.$$

А такъ какъ

$$dW = Q\,dt = \frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}}\,(H^2 - h^2)\,.\,dt,$$

то:

$$\frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{R}{r}}\,(H^2 - h^2)\,.\,dt = A\,.\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)\frac{H \varphi}{\ln \frac{R}{r}}\, 2R \,.\, dR + \pi R^2 \delta \,.\, dt$$

откуда

$$dt = \frac{\frac{AR}{2H}}{k - \frac{R^2 \delta \ln \frac{R}{r}}{\varphi (H^2 - h^2)}}\,.\,dR\,.$$

Интегрируя, принимая $\ln \frac{R}{r}$ за постоянную, получаемъ:

$$t = -\frac{A \varphi (H^2 - h^2)}{4 H \delta \ln \frac{R}{r}}\,.\,\ln \frac{k \varphi\,(H^2 - h^2) - R^2 \delta \ln \frac{R}{r}}{\varphi (H^2 - h^2)} + C.$$

Найдя значеніе этого интеграла для временъ t_1 и t_2, при которыхъ радіусъ вліянія колодца соотвѣтственно $= R_1$ и R_2, опредѣляемъ величину промежутка времени $t_2 - t_1$, въ теченіе котораго радіусъ вліянія измѣняется отъ R_1 до R_2.

Расчетъ нѣсколько усложняется, если разстояніе колодца до границы распространенія горизонта ($= L$) менѣе того значенія R, при ко-

торомъ возможно установленіе состоянія равновѣсія при данной высотѣ грунтовыхъ водъ H и данномъ пониженіи уровня въ колодцѣ $(H - h)$. При непрерывномъ дѣйствіи колодца, радіусъ его вліянія въ данномъ случаѣ постепенно увеличивается отъ r до предѣловъ распространенія горизонта (L); затѣмъ начинается общее пониженіе уровня грунтовыхъ водъ, и состояніе равновѣсія наступаетъ уже при нѣкоторомъ низшемъ уровнѣ грунтовыхъ водъ H_1, когда производительность колодца сравняется съ количествомъ атмосферныхъ осадковъ, проникающихъ въ грунтъ въ предѣлахъ осушенной колодцемъ площади.

Въ настоящемъ случаѣ общее количество воды, поступившее въ колодецъ въ теченіе времени t, считая отъ начала дѣйствія колодца до наступленія предѣльной его производительности, очевидно, равно:

$$W = (H - H_1)\,\varphi\pi L^2 + A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{h^2}{H_1^2}\right)\frac{H_1\varphi L^2}{\ln\frac{L}{r}} + \int_0^t \pi\delta L^2 \,.\, dt.$$

Дифференцируя это уравненіе, принимая $\frac{h}{H_1}$ за постоянную, получаемъ:

$$d\,W = Q.\,d\,t = \frac{\pi\varphi k}{\ln\frac{L}{r}}\,(H_1^2 - h^2)\,.\,d\,t =$$

$$= -\pi\varphi L^2.\,d\,H_1 + A\,\frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{h^2}{H_1^2}\right)\frac{\varphi L^2}{\ln\frac{L}{r}}\,.\,d\,H_1 + \pi\delta L^2\,.\,dt.$$

Откуда:

$$dt = \frac{\frac{A}{4}\left(1 - \frac{h^2}{H_1^2}\right) - \ln\frac{L}{r}}{\frac{k H_1^2}{L^2}\left(1 - \frac{h^2}{H_1^2}\right) - \frac{\delta}{\varphi}\ln\frac{L}{r}}\,.\,d\,H_1.$$

Интегрируя это уравненіе [1]), выражающее зависимость между временемъ t дѣйствія колодца и перемѣнной высотой грунтовыхъ водъ H_1, мы найдемъ выраженіе для t и, слѣдовательно, можемъ опредѣлить величину t_0, т. е. продолжительность перваго періода отъ начала эксплоатаціи до начала общаго пониженія уровня въ грунтѣ (для чего слѣдуетъ H_1 замѣнить чрезъ H), а затѣмъ можемъ составить выраженіе для $t - t_0$.

Если въ полученномъ выраженіи вмѣсто H_1 и H вставить значеніе

---

[1]) Лембке, „Журн. Мин. Пут. Сообщ.“, 1887, № 19, стр. 162. Lembke, Rev. Univ., 1888, IV, 110.

этихъ величинъ, выраженное въ функціи производительности Q и Q_0, т. е. вмѣсто H_1 подставить равное:

$$\sqrt{\frac{Q \ln \frac{L}{r}}{\pi \varphi k \left(1 - \frac{h^2}{H_1^2}\right)}}$$

и вмѣсто H подставить равное:

$$\sqrt{\frac{Q_0 \ln \frac{L}{r}}{\pi \varphi k \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right)}},$$

а вмѣсто δ—равное ему $\frac{Q'}{\pi L^2}$ [1]), затѣмъ время t выразить не въ секундахъ, а въ суткахъ T (т. е. положить, что $t = 24 \,.\, 60 \,.\, 60\, T$) и вмѣсто секундной производительности Q взять суточную K, т. е. положить

$$Q = \frac{K}{24 \,.\, 60 \,.\, 60},$$

то зависимость между суточною производительностью колодца K, соотвѣтствующею числу сутокъ T, считая отъ начала дѣйствія колодца, и предѣльною суточною производительностью K' выразится уравненіемъ:

$$T = a \,.\, \log.\,\text{nat.}\, \frac{\sqrt{\frac{K}{K'}} + 1}{b\left(\sqrt{\frac{K}{K'}} - 1\right)},$$

гдѣ a и b—есть нѣкоторые коэффиціенты.

Такимъ образомъ три наблюденія, дающія суточныя производительности K_1, K_2 и K_3, соотвѣтствующія числу T_1, T_2 и T_3 сутокъ отъ начала дѣйствія колодца, даютъ три уравненія съ тремя неизвѣстными: a, b и K'. Для опредѣленія K', т. е. предѣльной производительности колодца, удобнѣе всего промежутокъ T' между вторымъ и первымъ наблюденіемъ сдѣлать равнымъ промежутку между третьимъ и вторымъ наблюденіемъ:

---

[1]) Подстановки эти основаны на томъ, что:

$$Q = \frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{L}{r}} \left(1 - \frac{h^2}{H_1^2}\right) H_1^2,$$

а

$$Q_0 = \frac{\pi \varphi k}{\ln \frac{L}{r}} \left(1 - \frac{h^2}{H^2}\right) H^2$$

и предѣльная производительность колодца $= Q' = \delta \pi L^2$.

тогда $T_2 = T_1 + T'$, а $T_3 = T_2 + T' = T_1 + 2T'$. Три уравненія при этихъ значеніяхъ T принимаютъ такой видъ, при которомъ изъ нихъ легко составить одно уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ K'. Рѣшивъ это уравненіе, получаемъ [1]):

$$K' = \frac{\sqrt{K_2}K(\sqrt{K_1K_2} + \sqrt{K_2K_3} - 2\sqrt{K_1K_3})}{2\sqrt{K_2} - \sqrt{K_1} - \sqrt{K_3}}.$$

3. Артезіанскіе колодцы.

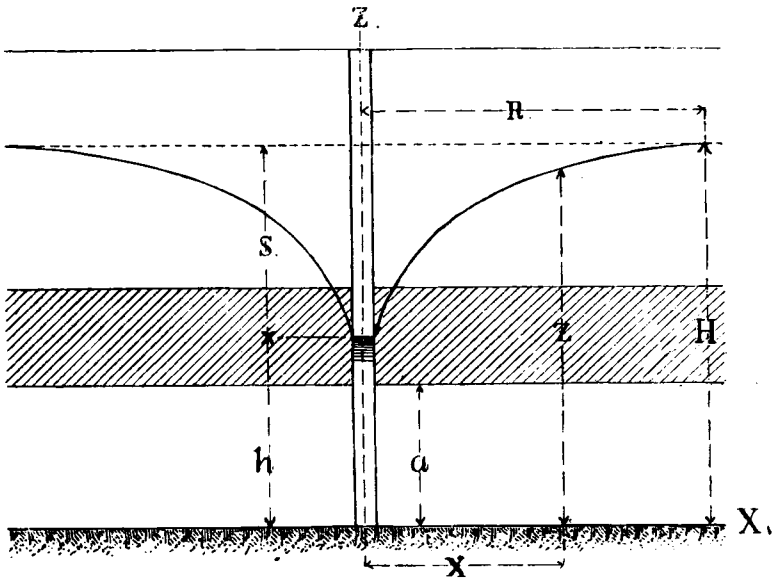
Переходя теперь къ артезіанскому колодцу, допустимъ, что въ совершенно однородный во всѣхъ своихъ частяхъ песчаный водоносный, переполненный водою пластъ, мощностью a, залегающій между двумя горизонтальными водоупорными слоями, опущена до самой почвы водоноснаго пласта буровая скважина, діаметромъ $2r$. Допустимъ далѣе, что давленіе во всѣхъ частяхъ артезіанскаго пласта, которыя будутъ подлежать нашему изслѣдованію, остается постояннымъ и $= p$, т. е. соотвѣтствуетъ высотѣ столба воды $H = \frac{p}{\gamma}$ (гдѣ γ вѣсъ единицы объема воды). Такое постоянство давленія въ предѣлахъ части артезіанскаго пласта, подлежащей нашему изслѣдованію, возможно лишь при горизонтальномъ залеганіи этой части артезіанскаго пласта и отсутствіи какого-либо движенія воды въ этой части.

Въ силу присущаго водѣ артезіанскаго пласта напора, вода въ скважинѣ поднимается и останавливается на извѣстной высотѣ H надъ почвою водоноснаго слоя. Если трубу скважины срѣзать ниже уровня стоянія воды на разстояніе s, то вода изъ скважины, въ зависимости отъ разности давленій: H и $H - s$, будетъ изливаться, и этимъ будетъ вызванъ въ водоносномъ слоѣ одинаковый со всѣхъ сторонъ притокъ воды къ скважинѣ. Эта разность давленій, равная у самой скважины $= H - (H - s) = s$, по направленію отъ скважины постепенно уменьшается и въ нѣкоторомъ, зависящемъ отъ свойствъ водоноснаго пласта разстояніи R отъ оси скважины становится практически уже неощутимой. Такимъ образомъ, обусловленная расходомъ скважины и вызваннымъ имъ движеніемъ воды депрессіонная поверхность представляетъ поверхность вращенія около оси скважины съ нѣкоторою кривою производящею.

Если вода изъ скважины не изливается самостоятельно, то ту же самую разность давленій можно вызвать, понижая откачкою уровень воды въ скважинѣ на величину s.

[1]) Lembke, l. c., 114; Лембке, Журн. Мин. Пут. Сообщ., 1887, № 19, стр. 165.

На горизонтальномъ разстояніи x отъ оси скважины для движенія воды служитъ цилиндрическая концентричная съ осью скважины поверхность съ радіусомъ x и постоянной высотою a, равная $2\pi\varphi a x$. Соотвѣтствующую разстоянію x ординату депрессіонной поверхности обозначаемъ чрезъ z; тогда dz представитъ высоту напора, достаточную для преодолѣнія сопротивленія движенію воды въ пескѣ между двумя цилиндри-



Фиг. 23.

ческими поверхностями, расположенными другъ отъ друга на разстояніи dx. Скорость этого движенія $= k\dfrac{dz}{dx}$; съ другой стороны, скорость эта $=$ $= \dfrac{Q}{2\pi\varphi a x}$.

Итакъ имѣемъ:

$$k\frac{dz}{dx} = \frac{Q}{2\pi\varphi a x}$$

или

$$dz = \frac{Q}{2\pi\varphi k a}\frac{dx}{x}.$$

Интегрируя, получимъ:

$$z = \frac{Q}{2\pi\varphi k a}\log.\,\text{nat.}\,x + C.$$

Такъ какъ при:

$$z = h,\ x = r,$$

то:

$$h = \frac{Q}{2\pi\varphi k a}\log.\,\text{nat.}\,r + C;$$

слѣдовательно:

$$z = h + \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \text{ log. nat. } \frac{x}{r}$$

откуда:

$$Q = \frac{2\pi\varphi k a (z - h)}{\text{log. nat. } \frac{x}{r}}\ ^{1)}.$$

При $z = R$, z становится неотличимымъ отъ H, слѣдовательно:

$$Q = \frac{2\pi\varphi k a (H - h)}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}} = \frac{2\pi\varphi k a}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}} \cdot s = 2{,}73\ \varphi k a \frac{s}{\text{log. } \frac{R}{r}}\ ^{2)}.$$

Та же самая формула можетъ быть выведена слѣдующимъ путемъ: Обозначимъ чрезъ p гидравлическое давленіе, имѣющее мѣсто на разстояніи x отъ оси скважины; при $x = r$ это давленіе $= s$; при $x = R$, давленіе это $= 0$. Вызываемая этимъ гидравлическимъ давленіемъ скорость движенія воды къ скважинѣ $v_x = k \frac{dp}{dx}$ обратно пропорціональна разстоянію x отъ оси скважины. Слѣдовательно имѣемъ:

$$k \frac{dp}{dx} = \frac{c}{x}, \text{ гдѣ } c\text{—постоянное.}$$

Интегрируя, получимъ:

$$c \text{ log. nat. } x = kp + C,$$

---

[1]) Эта формула выведена впервые Dupuit, въ его капитальныхъ работахъ: „Etudes théoriques et pratiques sur les mouvements des eaux à travers les terrains perméables, 1863, стр. 260, и Traité de la conduite et de la distribution des eaux, 1854 (2 изд. 1865, стр. 96).

Если въ предыдущее уравненіе вмѣсто z подставить равную ей величину $H - y$, гдѣ y есть получаемое непосредственнымъ измѣреніемъ (въ особой буровой скважинѣ) пониженіе первоначальнаго уровня артезіанской воды въ разстояніи x отъ первой скважины, то уравненіе это получаетъ видъ:

$$H - y = H - s + \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln \frac{x}{r},$$

или

$$y = s - \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln \frac{x}{r}.$$

[2]) Всѣ замѣчанія, сдѣланныя нами относительно R для грунтового колодца, вполнѣ примѣнимы и для артезіанской скважины. Такимъ образомъ, радіусъ вліянія такой скважины можетъ быть принятъ пропорціональнымъ пониженію уровня s, и слѣдовательно отношеніе $\frac{H - h}{R}$ должно быть постояннымъ и характернымъ для даннаго артезіанскаго горизонта. Подставивъ въ формулу расхода артезіанской скважины вмѣсто R равное ему $\frac{H - h}{\varepsilon}$, получимъ: $Q = 2\pi\varphi k a \frac{H - h}{\ln \frac{H - h}{r\varepsilon}} = 2\pi\varphi k a \frac{s}{\ln \frac{s}{r\varepsilon}}$.

а такъ какъ при:

$$x = r, p = s,$$

а при:

$$x = R, p = 0,$$

то имѣемъ:

$$c \text{ log. nat. } R = C,$$
$$c \text{ log. nat. } r - ks = C;$$

слѣдовательно:

$$c \text{ log. nat. } R = -ks + c \text{ log. nat. } r,$$

откуда:

$$c = \frac{ks}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}}.$$

Скорость у стѣнки скважины равна:

$$v_r = \frac{c}{r} = \frac{ks}{r \text{ log. nat. } \frac{R}{r}},$$

а количество воды, поступающее въ скважину въ 1 секунду, равно:

$$Q = 2\pi\varphi r a \cdot \frac{ks}{r \text{ log. nat. } \frac{R}{r}} = \frac{2\pi\varphi a k}{\text{log. nat. } \frac{R}{r}} \cdot s.$$

Итакъ, расходъ воды изъ артезіанскаго песчанаго слоя пропорціоналенъ толщинѣ пласта и пониженію уровня, т. е. дѣйствующему при устьѣ скважины напору.—Этимъ послѣднимъ артезіанская скважина, заложенная въ песчаномъ грунтѣ, существенно отличается отъ напорнаго водопровода, гдѣ истеченіе пропорціонально не напору, а корню квадратному напора, имѣющагося при устьѣ трубы.

Расходъ буровой скважины, какъ и грунтового колодца, не находится въ прямой зависимости отъ діаметра водосбора. Расходъ этотъ обратно пропорціоналенъ значенію log. nat. $\frac{R}{r}$, или log. nat. R—log. nat. r; но такъ какъ R, радіусъ дѣйствія колодца, по сравненію съ r, радіусомъ скважины, весьма великъ, то можно сказать, расходъ этотъ почти не зависитъ отъ діаметра скважины и, слѣдовательно, измѣненіе этого діаметра не можетъ оказать существеннаго вліянія на производительность скважины. Такой выводъ, на первый взглядъ кажется парадоксальнымъ: какимъ именно образомъ узкая скважина и широкій колодецъ могутъ быть одинаковы по расходу въ единицу времени; но дѣло въ томъ, что въ широкій колодецъ вода поступаетъ со скоростью во столько разъ меньшею, во сколько разъ его радіусъ больше радіуса узкой скважины.

Ни на чемъ неоснованный предразсудокъ, что производительность скважины находится въ прямой зависимости отъ ея діаметра, широко распространенъ не только въ общежитіи, но и среди устроителей колодцевъ и даже техниковъ.

Такъ у многоуважаемаго профессора И. А. Тиме, въ его статьѣ „О значеніи гидравлической силы артезіанскихъ колодцевъ для С.-Петербурга“ (Горн. Журн., 1884, IV), на стр. 281 находимъ слѣдующія указанія: „Нижняя часть скважины имѣетъ меньшій діаметръ и потому часовой притокъ въ 3.000 вед. въ 1 часъ менѣе предположеннаго въ 5.000; расширеніемъ нижней части скважины полагаютъ достигнуть этой послѣдней цифры“.

Анализируя затѣмъ формулу Дюпюи, авторъ на стр. 286 указываетъ, что „вслѣдствіе значительности R, по сравненію съ r, возрастаніе расхода съ увеличеніемъ діаметра вообще незначительно; при очень большомъ R расходъ воды скважины не зависитъ отъ ея діаметра. Нерѣдко, однако, добавляетъ авторъ, замѣчается значительное увеличеніе расхода съ увеличеніемъ діаметра скважины“. Такое противорѣчіе съ теоріей объясняется, по мнѣнію автора, обвалами фильтрующаго слоя около скважины. Затѣмъ къ стр. 200, въ примѣчаніи, авторъ говоритъ: „Предположивъ, что расходъ воды : : діаметру скважины“ и т. д.

Въ изданной въ 1908 году въ Оренбургѣ инженеромъ-гидротехникомъ Штукенбергомъ „Инструкціи для производства гидротехническихъ работъ въ Тургайско-Уральскомъ районѣ“, на стр. 15 рекомендуется именно этотъ предразсудокъ для опредѣленія производительности колодца: умноженіе производительности буровой скважины (той же глубины, какъ колодецъ) на отношеніе площадей поперечныхъ сѣченій колодца и скважины. Правда, въ изданной въ 1910 году Штукенбергомъ „Краткомъ руководствѣ для гидротехническихъ изысканій на земельныхъ участкахъ для опредѣленія пригодности ихъ къ заселенію“, на стр. 26, хотя и указывается, съ ссылкою на проф. Мушкетова, что прямая пропорціональность между производительностью и поперечнымъ сѣченіемъ колодца даетъ, при переходѣ отъ скважины къ колодцу, слишкомъ преувеличенное опредѣленіе притока; но изъ слѣдующихъ же строкъ видно, что авторъ еще далеко не разубѣдился въ полной непригодности опредѣленія производительности колодца пропорціонально площади поперечнаго его сѣченія.

Горный инженеръ *Кобецкій*, въ докладѣ на 1-мъ Южно-Русскомъ Меліораціонномъ Съѣздѣ въ Одессѣ въ 1909 году (Труды Съѣзда, Доклады, стр. 30), далъ слѣдующую формулу расхода артезіанской скважины:

$$Q = k\,k_1 \frac{F\,(H - h)\,n}{\ln \frac{R}{r}},$$

гдѣ k—коэффиціентъ „водопроницаемости“ (т. е. пористости) грунта, k_1—коэффиціентъ „водопропускной его способности“ (т. е. коэффиціентъ скорости просачиванія), R—радіусъ „депрессіонной кривой“ (т. е. радіусъ вліянія колодца), r—радіусъ колодца, H и h—уровень (т. е. высота уровня) воды до и во время откачки, F—какая-то „поверхность притока“, а n—число, по наблюденіямъ Кобецкаго, < 2 и > 1. Очевидно, въ приводимой г. Кобецкимъ формулѣ F обозначаетъ не какую-то „поверхность притока“, а мощность артезіанскаго пласта; очевидно далѣе, что наблюденія г. Кобецкаго, на основаніи которыхъ опредѣлено $n < 2$ и > 1, невѣрны, и что n должно быть равно 6,28, или точнѣе 2π,—и что приведенная г. Кобецкимъ формула представляетъ выведенное Дюпюи выраженіе расхода артезіанской скважины.

Въ 1910 году горный инженеръ Ячевскій („Горный Журналъ“, 1910, I, стр. 406) для дебита артезіанской самоизливающейся скважины даетъ формулу: $Q = \omega \sqrt{2g(H-h)}$, гдѣ ω — площадь поперечнаго сѣченія скважины, H — напоръ надъ поверхностью земли, h — высота отверстія скважины надъ поверхностью земли и слѣдовательно $H-h$ есть напоръ надъ устьемъ. Эта формула, представляющая расходъ воды при истеченіи ея изъ сосуда, совершенно не можетъ быть примѣнима къ артезіанскимъ скважинамъ. Дебитъ ихъ вообще не можетъ быть пропорціональнымъ площади поперечнаго сѣченія скважины, такъ какъ онъ почти не мѣняется съ измѣненіемъ діаметра скважины; затѣмъ дебитъ скважины, заложенной въ песчаномъ грунтѣ, пропорціоналенъ напору, а не корню квадратному изъ напора надъ устьемъ, что, какъ увидимъ ниже, можетъ имѣть мѣсто для скважинъ въ трещиноватыхъ породахъ.

Опредѣлимъ теперь время, необходимое для установленія равновѣсія при дѣйствіи артезіанской скважины.

Мы знаемъ, что скорость движенія воды v равна:

$$v = \frac{Q}{2\pi\varphi a x} = \frac{dx}{dt},$$

или:

$$Q\,dt = 2\pi\varphi a x\,dx.$$

Интегрируя, получаемъ:

$$Qt = \pi\psi a x^2 + C.$$

Такъ какъ при $t = 0$, $x = r$, то:

$$\pi\varphi a x^2 = -C.$$

Подставляя это значеніе C въ предыдущее уравненіе, получимъ:

$$Qt = \pi\varphi a\,(x^2 - r^2),$$

$$t = \frac{\pi\varphi a}{Q}(x^2 - r^2).$$

А такъ какъ:

$$Q = \frac{2\pi\varphi k a}{\log.\ \text{nat.}\ \frac{x}{r}}(z - h),$$

то:

$$t = \frac{x^2 - r^2}{z - h} \cdot \frac{\log.\ \text{nat.}\ \frac{x}{r}}{2k}.$$

При $x = R$, $z = H$;

слѣдовательно:

$$t_R = \frac{(R^2 - r^2)\ \log.\ \text{nat.}\ \frac{R}{r}}{2k\ (H - h)}.$$

Формулы расхода для канавы, грунтоваго и артезіанскаго колодца можно преобразовать и сдѣлать однообразными. Если высота уровня воды до расхода и во время расхода соотвѣтственно равна H и h, то среднее ариѳметическое этихъ высотъ $= \frac{H + h}{2} = h_m$. Введя эту среднюю ариѳметическую высоту въ формулы расхода и замѣняя $H - h$ пониженіемъ уровня s, получимъ для канавы:

$$Q = \frac{\varphi k}{2L}(H^2 - h^2) = \frac{\varphi k}{L}\frac{H + h}{2} \cdot (H - h) = \varphi k \cdot \frac{1}{L} \cdot h_m \cdot s.$$

Для грунтоваго колодца:

$$Q = \pi\varphi k \frac{H^2 - h^2}{ln\frac{R}{r}} = \varphi k \cdot \frac{2\pi}{\ln\frac{R}{r}} \cdot h_m \cdot s.$$

Для артезіанскаго колодца:

$$Q = \frac{2\pi\varphi k a}{\ln\frac{R}{r}} \cdot s = \varphi k \frac{2\pi}{\ln\frac{R}{r}} \cdot a \cdot s.$$

Для канавы и грунтового колодца $\frac{H + h}{2} = h_m$ есть среднее ариѳметическое значеніе мощности грунтового горизонта нормальной и у стѣнки водосбора; для артезіанскаго пласта мощность эта остается постоянною и $= a$. Такимъ образомъ формулы расхода грунтового и артезіанскаго колодца могутъ быть представлены въ совершенно тождественномъ видѣ.

Относительно самоизливающихъ скважинъ замѣтимъ еще слѣдующее.

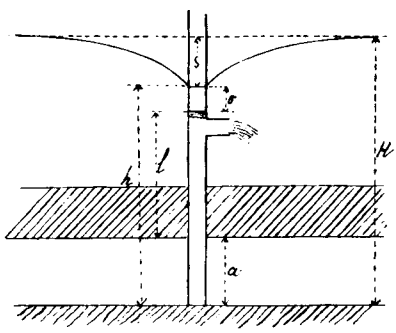
По нарощенной трубѣ такой скважины вода поднимается и останавливается на высотѣ $= H$. Если мы станемъ изъ такой нарощенной трубы

выкачивать воду, то при расходѣ Q уровень въ скважинѣ понизится на высоту:

$$s = \frac{Q \ln \frac{R}{r}}{2 \pi \varphi k a}.$$

Но если мы въ стѣнкѣ нарощенной трубы сдѣлаемъ отводъ, то вода станетъ изливаться изъ него; измѣняя высоту отвода, можно достичь того, что расходъ изъ отвода самотекомъ станетъ равнымъ Q. При этомъ мы замѣтимъ, что уровень въ трубѣ понизится не на величину s, а на величину $= s + \delta$, при чемъ δ есть та высота напора, которую вода должна потерять на сопротивленіе тренія при движеніи въ трубѣ по длинѣ ея l, считая отъ кровли водоноснаго пласта до уровня изліянія. По законамъ гидравлики, эта потеря напора равняется:

$$\delta = \rho \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{u}{F} \cdot l,$$



Фиг. 24.

гдѣ u — смоченный периметръ поперечнаго сѣченія водовода, F—площадь этого сѣченія, l—длина и ρ—отношеніе напора, теряющагося отъ тренія къ скоростному напору для 1 qm. поверхности водовода и 1 qm. поперечнаго его сѣченія (т. е. соотвѣтствующій тренію напоръ пропорціоналенъ длинѣ трубы и смоченному периметру ея сѣченія и обратно пропорціоналенъ площади сѣченія трубы).

Для круглой трубы съ радіусомъ r имѣемъ:

$$u = \pi d, \; F = \frac{\pi d^2}{4}, v = \frac{4 Q}{\pi d^2},$$

слѣдовательно:

$$\delta = 0{,}33 \, \rho \frac{Q^2 l}{d^5}.$$

Такимъ образомъ, наблюдаемое въ самоизливающейся (чрезъ отводъ) скважинѣ пониженіе уровня равно разности нормальнаго пьезометрическаго уровня артезіанскаго пласта и уровня истеченія $= H - (l + a) = s + \delta$; это пониженіе будетъ всегда больше того пониженія уровня s, которое необходимо при расходѣ Q откачкою.

Въ видѣ примѣра расхода скважины, заложенной въ песчаномъ водоносномъ пластѣ, приведемъ наблюденія Алтухова и Фейгина надъ скважиной № 7, близъ дер. Сализи, въ 6 верстахъ на NW отъ Гатчины [1]).

Этою скважиною, глубиною $26^1/_2$ саж., были прорѣзаны: эхиносферитовый, вагинатовый и глауконитовый известняки и глауконитовые и унгулитовые пески. Вода изъ известняковъ и песковъ обмѣривалась отдѣльно.

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ, l. c., стр. 100.

Изъ унгулитовыхъ песковъ вода поднималась по $1^1/_2''$ трубѣ на высоту 1,51 с. надъ поверхностью. Измѣняя уровень переливанія и опредѣляя расходъ по времени наполненія сосуда опредѣленной емкости, Алтуховъ и Фейгинъ получили слѣдующіе результаты:

Уровень переливанія.	Напоръ.	Расходъ дѣйствительный.	Расходъ пропорціональный напору.
1,51 саж.	0	0 вед. сут.	0
1,215 „	0,295	326 „ „	326
0,865 „	0,645	779 „ „	714
0,570 „	0,940	1.152 „ „	1.040
0,375 „	1,135	1.409 „ „	1.225
0,315 „	1,195	1.478 „ „	1.320
0,235 „	1,275	1.616 „ „	1.408

Вычисленные расходы довольно близки къ дѣйствительнымъ, но вообще меньше ихъ, какъ будто въ воду изъ унгулитовыхъ песковъ попадала частью вода и другихъ горизонтовъ.

Вынувъ $1^1/_2''$ трубы, Алтуховъ и Фейгинъ опредѣлили количество воды, даваемой $2^1/_2''$ трубою изъ унгулитоваго и глауконитоваго песка, и получили слѣдующіе результаты:

Высота переливанія.	Напоръ.	Расходъ дѣйствительный.	Расходъ, вычислен. пропорц. напору.
1,90 саж.	0	0 вед. сут.	0
1,355 „	0,54	4.731 „ „	3.850
0,95 „	0,95	7.097 „ „	6.907
0,76 „	1,14	7.949 „ „	8.073
0,61 „	1,29	9.137 „ „	9.191
0,45 „	1,45	10.459 „ „	10.309
0,39 „	1,51	10.742 „ „	10.681
0,31 „	1,59	11.580 „ „	11.302
0,29 „	1,61	12.229 „ „	11.426
0,15 „	1,75	12.420 „ „	12.420

Опять-таки вычисленные расходы близки къ дѣйствительнымъ, но ниже послѣднихъ, какъ будто въ дѣйствительности $2^1/_2''$ труба скважины давала воду не только изъ песковъ, но и изъ известняковъ.

Въ заключеніе описанія артезіанскихъ колодцевъ замѣчу слѣдующее:

Проф. Войславъ въ статьѣ „О поискахъ воды грунтовой и подземной“ („Горный Журналъ“, 1890, II, стр. 372—376) для расхода артезіанской скважины приводитъ слѣдующую формулу:

$$Q = \frac{R\,(H^2 - y^2)}{\ln \frac{R}{r}},$$

гдѣ Q — расходъ, R — радіусъ вліянія скважины, r — радіусъ скважины, H — *„толщина высоты водосодержащаго слоя,* и y — высота постояннаго уровня въ скважинѣ (при откачкѣ). Очевидно, эта формула, въ томъ видѣ, какъ она приведена у Войслава, невозможна. Если допустить, что, по недосмотру, вмѣсто $\pi\,\varphi\,k$ было поставлено R, тогда приведенная формула

обращается въ разсмотрѣнную нами формулу Дюпюи-Тима для грунтоваго колодца; для артезіанской же скважины формула эта непримѣнима [1]).

Высота уровня воды въ трубѣ артезіанской скважины. Въ артезіанской скважинѣ вода, въ силу присущаго ей напора, поднимается по трубѣ скважины и останавливается на извѣстномъ уровнѣ. Такъ какъ площадь питанія водоноснаго слоя, въ который опущена данная скважина, находится обыкновенно въ значительномъ удаленіи отъ мѣста нахожденія скважины, то очевидно, что всякое измѣненіе барометрическаго давленія какъ въ пунктѣ нахожденія скважины, такъ и на площади питанія должно отражаться на положеніи уровня въ трубѣ скважины.

Колебанія ртутнаго столба барометра, напримѣръ, въ С.-Петербургѣ, по наблюденіямъ за 55 лѣтъ, достигаютъ 84,9 mm. (797,5—712,6), а такъ какъ 1 mm. ртутнаго столба соотвѣтствуетъ 13,6 mm. водяного столба, то уровень воды въ артезіанской скважинѣ, вслѣдствіе измѣненія барометрическаго давленія, можетъ измѣняться въ предѣлахъ до 1,16 m. или 0,54 саж.

Артезіанская скважина представляетъ такимъ образомъ какъ бы водяной барометръ [2]).

Высота уровня воды въ трубѣ артезіанской скважины находится въ прямой зависимости отъ высоты уровня переполненія водою артезіанскаго пласта. Если бы вода въ артезіанскомъ пластѣ находилась въ покоѣ, то въ силу гидростатическаго давленія высота уровня въ скважинѣ въ точности равнялась бы высотѣ уровня переполненія водоноснаго слоя. На самомъ дѣлѣ вода въ артезіанскомъ слоѣ не можетъ находиться въ покоѣ; въ силу существованія естественнаго расхода, вода эта находится въ опредѣленномъ движеніи.

Расходъ же обусловленъ, во-первыхъ, существованіемъ естественныхъ восходящихъ ключей, питающихся даннымъ артезіанскимъ горизонтомъ, а во-вторыхъ, тѣмъ обстоятельствомъ, что почвою и кровлею артезіанскаго пласта являются въ дѣйствительности породы лишь болѣе или менѣе, а не абсолютно водонепроницаемыя, вдобавокъ породы, въ которыхъ могутъ существовать болѣе или менѣе значительныя трещины, по которымъ вода можетъ уходить.

Итакъ, вода артезіанскаго пласта находится въ движеніи, при чемъ скорость этого движенія въ различныхъ пунктахъ можетъ быть различна. Для сообщенія водѣ извѣстной скорости v необходима затрата напора $= \frac{v^2}{2g}$; но кромѣ того необходима затрата напора на преодолѣніе сопроти-

---

[1]) Укажемъ кстати слѣдующія неточности означенной статьи проф. Войслава. На стр. 373 указывается, будто вода, находящаяся между двумя водоупорными слоями, обладаетъ *всегда* напоромъ; на стр. 375 находимъ слѣдующее неудачное выраженіе: *уровень воды менѣе толщины* водоноснаго слоя.

[2]) Головкинскій, „Современное положеніе артезіанскаго дѣла“, 1896, стр. 8.

*

вленія движенію воды въ артезіанскомъ слоѣ. Такимъ образомъ, въ силу того, что вода артезіанскаго пласта находится не въ покоѣ, а въ движеніи, напоръ воды въ различныхъ частяхъ одного и того же артезіанскаго бассейна можетъ быть неодинаковъ, независимо отъ положенія артезіанскаго слоя, а потому и уровни стоянія воды въ трубѣ скважины въ различныхъ частяхъ бассейна будутъ различны.

Такъ, на основаніи приведенныхъ Никитинымъ [1]) данныхъ оказывается, что буровыя скважины сѣверной части г. Москвы и въ области р. Яузы имѣютъ уровень воды на высотѣ 128—129 и болѣе метровъ, тогда какъ въ скважинахъ Замоскворѣчья (т. е. въ южной части города) уровень этотъ поднимается только до высоты 118—120 метровъ; причина такого пониженія заключается, повидимому, въ дренирующеемъ дѣйствіи р. Москвы, прорѣзывающей значительную толщу водоносныхъ известняковъ.

Равнымъ образомъ проведенныя близъ Гатчины Алтуховымъ и Фейгинымъ [2]) буровыя скважины имѣютъ абсолютные уровни стоянія воды въ трубахъ = 42—43 саж. (близъ деревни Парицы и Корпиково), 39 саж. (близъ деревни Сализи), 36—37 саж. (близъ Гатчины) и 33 саж. (на NO отъ Гатчины). Артезіанскіе колодцы близъ г. Баку, опущенные на одинъ и тотъ же горизонтъ, имѣютъ также разныя отмѣтки абсолютнаго уровня, а именно: Мирзоевскій заводскій и Лалаевскій мельничный колодцы, отстоящіе другъ отъ друга на 104 саж., имѣютъ абсолютные уровни = = 6,21 и 7 саж. (при отмѣткахъ устья = 5,80 и 6,34) [3]).

Естественный расходъ артезіанскаго слоя пополняется притокомъ воды съ площадей питанія даннаго водоноснаго слоя, гдѣ онъ выходитъ на поверхность или непосредственно, или будучи прикрытымъ лишь водопроницаемыми породами и гдѣ, слѣдовательно, воды его являются грунтовыми. При естественныхъ условіяхъ между притокомъ и расходомъ воды артезіанскаго пласта должно существовать равновѣсіе, такъ какъ усиленный притокъ воды въ артезіанскій слой (при весеннемъ подъемѣ грунтовыхъ водъ) долженъ вызвать и болѣе усиленный (вслѣдствіе болѣе значительнаго напора) расходъ воды изъ артезіанскаго пласта.

Въ высшей степени поучительныя наблюденія надъ колебаніемъ уровня артезіанской воды въ теченіе годового періода были произведены на буровой скважинѣ главнаго Московскаго артезіанскаго колодца, на Яузскомъ бульварѣ [4]).

На основаніи наблюденій за 1879—1880 и 1881 года, уровень воды въ трубѣ этой скважины опускался ниже всего въ мартѣ и стоялъ на

---

[1]) Никитинъ, Тр. Геол. Ком., V, № 5, 1890, стр. 128.

[2]) Отчетъ объ изысканіи ключевой воды, 1896, стр. 185.

[3]) Квитка, „Горный Журналъ“, 1887. IV, стр. 272 и 286.

[4]) Петунниковъ, „Почва и почвенная вода г. Москвы“, Приложеніе къ VIII выпуску „Извѣстій Московской Городской Думы“ за 1882, стр. 22 и 23.

7,31 саж. ниже поверхности; затѣмъ уровень этотъ поднимался и достигалъ въ апрѣлѣ своего maximum'а (7,02 саж. ниже поверхности), въ маѣ снова опускался до 7,25 саж. ниже поверхности и въ октябрѣ опять поднимался до 7,13 саж. ниже поверхности земли. Разность между наивысшимъ и наинизшимъ уровнями достигала 0,36, 0,30 и 0,21 саж., т. е. въ среднемъ = 0,29 саж.

Итакъ, въ полномъ согласіи съ колебаніемъ грунтовыхъ водъ Средней Россіи, Московская буровая скважина обнаружила низшее стояніе уровня въ мартѣ, подъемъ весною, пониженіе къ лѣту (недостигающее, однако, низшаго мартовскаго уровня) и осенній подъемъ (недостигающій наивысшаго весенняго стоянія уровня).

Наблюденія Алтухова и Фейгина [1]) надъ 13 буровыми скважинами близъ Гатчины и Краснаго Села въ сентябрѣ и декабрѣ 1895 года показали, что въ одной скважинѣ уровень оставался безъ измѣненія, въ 6 скважинахъ уровень въ декабрѣ былъ ниже сентябрьскаго на 0,05—0,32 саж. и въ 6 скважинахъ уровень въ декабрѣ былъ выше, чѣмъ въ сентябрѣ на 0,05—0,14.

Высота артезіанскаго фонтана. Если вода въ трубѣ артезіанской скважины поднимается выше поверхности земли, то, срѣзавъ эту трубу у поверхности земли, мы заставимъ воду изливаться изъ скважины въ видѣ фонтана или шапки.

Высота этого фонтана обусловливается скоростью истеченія воды v и теоретически $= \frac{v^2}{2g}$. Разумѣется, какъ бы ни была велика скорость истеченія, высота вертикальнаго подъема струи не можетъ быть болѣе, а всегда нѣсколько менѣе высоты уровня стоянія воды въ нарощенной трубѣ скважины.

Мы видѣли, что количество воды, даваемое артезіанской скважиной, почти не зависитъ отъ ея діаметра, т. е. что при всѣхъ остальныхъ одинаковыхъ условіяхъ широкая скажина даетъ почти столько же воды, какъ и узкая, и что количество это $= Q = 2\pi\varphi k a \frac{s}{\ln \frac{R}{r}}$, гдѣ φ есть коэфиціентъ пористости породы водоноснаго слоя, k — коэфиціентъ скорости фильтраціи, a — толщина водоноснаго слоя, s — дѣйствующій при устьѣ скважины напоръ, R — радіусъ района вліянія скважины и r — радіусъ скважины. Отсюда слѣдуетъ, что скорость истеченія воды изъ скважины $=$ $= v = \frac{Q}{\pi r^2} = 2\varphi k a \frac{s}{r^2 \ln \frac{R}{r}}$. Но такъ какъ R по сравненію съ r весьма велико, то измѣненія r мало вліяютъ на значеніе $\ln \frac{R}{r}$, потому возможно

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ, l. c., стр. 185.

считать, что скорость истеченія воды изъ скважины обратно пропорціональна квадрату радіуса скважины.

Зная скорость воды, выходящей изъ скважины, опредѣляемъ теоретическую высоту вертикальнаго подъема струи $= \frac{v^2}{2g}$, пренебрегая сопротивленіемъ воздуха и вліяніемъ обратно падающей внизъ воды, уменьшающихъ нѣсколько эту теоретическую высоту фонтана. Если не обращать вниманія на измѣненіе $\ln \frac{R}{r}$ съ измѣненіемъ r, то теоретическая высота артезіанскаго фонтана оказывается обратно пропорціональной четвертой степени радіуса скважины.

Такимъ образомъ, скорость истеченія и высота фонтана артезіанской скважины зависятъ отъ діаметра послѣдней и съ уменьшеніемъ его значительно возрастаютъ; но количество воды, даваемое скважиною, почти не зависитъ отъ ея діаметра. Съ другой стороны, потеря напора, вслѣдствіе тренія воды о стѣнки трубы, въ болѣе узкой сважинѣ значительнѣе, чѣмъ въ широкой; но эта послѣдняя потеря $= \varsigma \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$ (гдѣ ς есть коэффиціентъ тренія, l — длина трубы, d — ея діаметръ и v — скорость воды) обратно пропорціональна первой степени діаметра, тогда какъ скорость истеченія, а слѣдовательно и высота фонтана обратно пропорціональны второй и четвертой степени діаметра скважины.

Въ отличіе отъ артезіанскаго фонтана, въ фонтанѣ водопроводномъ скорость истеченія и высота вертикальнаго подъема струи, не принимая во вниманіе сопротивленія отъ тренія, не зависитъ отъ діаметра водопроводной трубы и отверстія, а обусловливается лишь напоромъ,—тогда какъ количество воды, даваемое водопроводнымъ фонтаномъ, находится въ прямой зависимости отъ площади отверстія или поперечнаго сѣченія трубы. Но такъ какъ потеря напора, вслѣдствіе тренія воды о стѣнки трубы, увеличивается съ уменьшеніемъ діаметра, то и скорость истеченія, и высота водопроводнаго фонтана должны уменьшаться съ уменьшеніемъ діаметра трубы или ея отверстія [1]).

Вмѣсто измѣненія діаметра скважины можно, помощью насадки, навинчиваемой на обсадную трубу скважины, измѣнять діаметръ отверстія; результатъ получается такой же, а именно, съ уменьшеніемъ діаметра насадки скорость истеченія и высота артезіанскаго фонтана значительно увеличиваются, тогда какъ въ фонтанѣ водопроводномъ съ уменьшеніемъ діаметра отверстія скорость истеченія и высота фонтана уменьшаются.

Прекрасный примѣръ увеличенія высоты фонтана съ уменьшеніемъ діаметра отверстія трубы артезіанской скважины представляетъ углубленная Алтуховымъ и Фейгинымъ буровая скважина при деревнѣ

---

[1]) Сравн. Никитинъ, Грунтовыя и артезіанскія воды, стр. 58.

Корпиковой, близъ Гатчины. Эта четырехдюймовая скважина, при высотѣ стоянія воды въ нарощенной трубѣ = 2,14 с. надъ поверхностью, давала незначительной высоты фонтанъ, не болѣе 0,02—0,03 саж. [1]); но при навинчиваніи дюймовой насадки на обсадную трубу сважина дала фонтанъ высотою до 2 саж., что видно на фотографическомъ рисункѣ на обложкѣ отчета Алтухова и Фейгина.

Приведемъ еще нѣсколько литературныхъ данныхъ, касающихся высоты артезіанскаго фонтана.

Въ баняхъ Воронина въ С.-Петербургѣ вода по трубѣ 4″ скважины поднималась на высоту до 35 футовъ надъ поверхностью; но если устье скважины находилось въ уровень съ поверхностью земли, то вода изливалась фонтанчикомъ, всего въ нѣсколько дюймовъ высоты [2]).

Скважина въ саду Михайловскаго дворца въ С.-Петербургѣ въ первое время послѣ устройства давала фонтанъ, при толщинѣ струи $1^1/_2$″, до 8 футовъ высотою [3]).

Буровая скважина городского колодца въ Пензѣ, діаметромъ 8″, даетъ фонтанъ до 0,5 саж., а въ трубѣ скважины поднимается на 4,4 саж. выше поверхности [4]).

Скважины Глуховской мануфактуры Морозовыхъ у г. Богородска поднимали въ трубѣ уровень воды на высоту до 2,7 саж. и изливали воду „непрерывнымъ 15 дюймовымъ столбомъ“ [5]), высота котораго (судя по имѣющемуся въ буровомъ матеріалѣ Геологическаго Комитета чертежу) была незначительна.

Муравьевскій источникъ въ Старой Руссѣ бьетъ струею $3^1/_4$″ толщиною на высоту до 4 саж. [6]).

Изъ числа 18 буровыхъ четырехдюймовыхъ скважинъ, углубленныхъ Алтуховымъ и Фейгинымъ въ окрестностяхъ Гатчины, фонтанировали: № 1 (деревня Пудость), № 4 (деревня Соколова), № 7 (деревня Сализи), № 12 (деревня Корпикова), также №№ 14, 2 и 3 (фонтанированіе двухъ послѣднихъ прекратилось при дальнѣйшемъ углубленіи). Высота фонтановъ всѣхъ этихъ скважинъ была крайне незначительна: обыкновенно менѣе 1 вершка (0,02 саж.) или рѣдко доходила до 4 вершковъ (0,08 саж.), тогда какъ напоръ надъ устьемъ этихъ скважинъ былъ для первыхъ двухъ (№№ 1 и 4) болѣе 0,5 саж., для № 7—болѣе 1,5 саж. и для № 12—болѣе 2 саж.

Совершенно неправильно называя высоту фонтана скважины „напоромъ“, Алтуховъ и Фейгинъ опредѣляютъ эту высоту съ невѣроятною

---

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ, Отчетъ, стр. 121.

[2]) Тиме, „Горный Журналъ“, 1884, IV, стр. 87.

[3]) Войславъ, „Тр. Бюро изслѣдованія почвы“, 1896, II, стр. 87.

[4]) Марковъ, „Атезіанскія скважины при казенныхъ винныхъ складахъ“, 1908, стр. 25.

[5]) Никитинъ, „Тр. Геол. Ком.“, V, № 5, 1890, стр. 123.—Бур. мат. Геол. Ком.

[6]) Паренаго, „Старорусскія минеральныя воды“, 1911, стр. 13.
Каніовскій, „Старая Русса“, 1910, стр. 107.

точностью измѣренія до 0,001 саж. и, на основаніи этой высоты, опредѣляютъ количество воды, даваемое скважиной [1]).

Зная дѣйствительную высоту фонтана самоизливающейся скважины = $= f$, можно, на основаніи опытовъ Маріота, считать, что теоретическая высота этого фонтана $= \frac{v^2}{2g} = f\ (1 + 0{,}0013\ f)$; отсюда опредѣляемъ скорость истеченія:

$$v = \sqrt{2gf\,(1 + 0{,}0013\ f)},$$

и, помноживъ эту скорость на площадь отверстія скважины, получаемъ расходъ ея, равный:

$$Q = \pi r^2 \sqrt{2gf\,(1 + 0{,}0013\ f)}.$$

При маломъ f, можно положить:

$$Q = \pi r^2 \sqrt{2gf}.$$

Въ эту формулу расхода самоизливающейся артезіанской скважины входитъ f—высота фонтана, которая зависитъ отъ скорости истеченія, а послѣдняя въ свою очередь отъ радіуса скважины (т. е. f представляетъ не независимую перемѣнную, а функцію r), потому формулу эту нельзя читать такъ, что расходъ скважины пропорціоналенъ площади сѣченія скважины (πr^2).

Непригодность опредѣленія расхода скважины по высотѣ фонтана была уже указана Лутугинымъ, Наливкинымъ и Погребовымъ въ ихъ отзывѣ о книгѣ Алтухова и Фейгина [2]).

Непригодность эта обусловливается тѣмъ, что точное опредѣленіе высоты артезіанскаго фонтана, обыкновенно болѣе или менѣе сильно колеблющейся, какъ бы пульсирующей (въ особенности въ началѣ дѣйствія скважины, когда вода артезіанскаго пласта можетъ находиться подъ вліяніемъ давленія воздуха, могущаго остаться въ нѣкоторыхъ пустотахъ пласта), болѣе чѣмъ затруднительно, а между тѣмъ небольшая ошибка въ измѣреніи высоты фонтана чувствительно сказывается при опредѣленіи расхода скважины.

Для 4-хъ дюймовыхъ скважинъ Алтухова и Фейгина при f, выраженномъ въ саженяхъ, вышеприведенная формула расхода принимаетъ видъ:

$$Q = \pi\,(0{,}024)^2 \sqrt{2.4{,}6}\ .\ \sqrt{f}\ \text{куб. саж.-сек.} =$$
$$= 789{,}6\ .\ 86400\ .\ \pi\ .\ (0{,}024)^2 \sqrt{2.4{,}6}\ .\ \sqrt{f}\ \text{вед.-сут.} =$$
$$= 374.000 \sqrt{f}\ \text{вед.-сут.}$$

---

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ, l. c., стр. 87.

[2]) „Извѣстія Геологическаго Комитета“, XVIII, 1899, проток., стр. 21.

Для скважины № 2 Алтухова и Фейгина, при высотѣ фонтана = = 0,009 . . . . 0,017 саж., расходъ Q = 26.500 . . . . 48.600 ведеръ въ сутки (по вычисленію Алтухова 20,100 . . . 52.200); для скважины № 7, при высотѣ фонтана 0,027 . . . 0,030 саж., расходъ Q = 61.300 . . . 78.700 ведеръ въ сутки (по Алтухову 174.200 . . . 204.000); для скважины № 12, при фонтанѣ 0,0135 . . . 0,0260 саж., расходъ Q = 43.400 . . . 59.800 (по Алтухову 37.000 . . . 98.700 [1]).

Фонтанирующія артезіанскія скважины, совершенно непроизводительно расходуя массу воды, обыкновенно во много разъ превышающую потребность дѣйствительнаго ея использованія, само собою разумѣется со временемъ ведутъ къ уменьшенію запаса и пониженію напора артезіанскихъ водъ. Это уменьшеніе будетъ происходить всегда, когда количество воды, извлекаемое артезіанскими скважинами, превыситъ то ея количество, которое поступаетъ въ водоносный пластъ на площадяхъ его питанія, а вслѣдствіе этого уровень переполненія водою артезіанскаго пласта станетъ постепенно падать и, наконецъ, даже самыя пониженныя части водоноснаго пласта могутъ оказаться уже непереполненными водою; послѣдняя въ такомъ случаѣ потеряетъ свой напоръ и изъ артезіанской превратится въ ненапорную воду глубокаго водоноснаго горизонта.

Такое уменьшеніе напора, а, слѣдовательно, и высоты артезіанскаго фонтана наблюдается, напримѣръ, на Петербургскихъ скважинахъ, которыя нынѣ уже не даютъ самоистекающей струи (см. Иностранцевъ, „Вода и почва Петербурга“, 1909, стр. 38); уменьшеніе напора наблюдается также на Московскихъ скважинахъ и въ особенносни на скважинахъ губерній: Таврической и Ставропольской [2]).

Въ 90-хъ годахъ единственная въ г. Пензѣ скважина, во дворѣ мѣстной тюрьмы, давала фонтанъ, высотою до 1 сажени. Спустя 18 лѣтъ въ городѣ появились новыя скважины, числомъ до 20, и, благодаря этому, высота струи тюремнаго колодца, по Маркову (Артезіанскія скважины, 1908, стр. 12), понизились до $^1/_2$ аршина.

По указаніямъ Головкинскаго [3]), артезіанская скважина Сакской грязелечебницы имѣла въ 1890 г. напоръ надъ поверхностью 0,65 саж., а въ 1895 г. лишь 0,47 саж.; въ Евпаторіи, на паровой мельницѣ Дувана напоръ воды въ артезіанской скважинѣ въ 1893 г. былъ болѣе 0,30 саж., а въ 1895—напоръ надъ поверхностью сталъ = 0.

---

[1]) Наши числа сильно разнятся отъ приведенныхъ Алтуховымъ и Фейгинымъ; къ сожалѣнію, названные авторы совершенно не указываютъ тотъ пріемъ, коимъ они пользовались при опредѣленіи расхода по высотѣ фонтана (см. Алтуховъ и Фейгинъ, l. c., стр. 115. 120 и 121).

[2]) Стопневичъ, Объ охранѣ подземныхъ водъ (Тр. 1-го Меліор. Съѣзда въ Одессѣ, 1909). Стопневичъ, Артез. водн. хозяйство (Тр. 2-го Меліор. Съѣзда въ Кіевѣ, 1912).

[3]) Головкинскій, Современное положеніе артезіанскаго дѣла въ Таврической губ. 1896 г., стр. 7—8.

Водосборы въ песчаномъ водоносномъ слоѣ, въ которомъ вода находится въ движеніи.

Въ случаѣ грунтовой воды и не вполнѣ заполненнаго водою глубокаго водоноснаго горизонта, движеніе это производится силою тяжести (вѣсомъ движущейся воды) и обусловливается опредѣленнымъ уклономъ уровня воды въ пластѣ. Когда это движеніе равномѣрно, скорость его $= u = k\,\alpha = k.\ \mathrm{tang}\ \omega$ (гдѣ ω есть уголъ образуемый водоупорнымъ ложемъ съ горизонтомъ).

Въ случаѣ же артезіанскаго пласта, такое движеніе производится, какъ въ закрытомъ напорномъ водоводѣ, внѣшнею механическою силою, давленіемъ столба воды; движеніе это вызывается расходомъ воды изъ пласта и направляется къ мѣсту расхода, совершенно независимо отъ положенія водоноснаго пласта. При этомъ движеніи на каждый метръ длины артезіанскаго потока требуется затрата извѣстной части высоты напора $= \alpha$, которая и можетъ быть разсматриваема какъ относительное паденіе артезіанскаго слоя, независимое отъ дѣйствительнаго залеганія послѣдняго.

Если въ грунтовый или артезіанскій водоносный слой, въ которомъ вода имѣетъ свое опредѣленное движеніе, опущенъ колодецъ, то легко увидимъ, что вызванное откачкою или самотекомъ движеніе воды къ колодцу имѣетъ на одной и той же цилиндрической и концентричной съ осью колодца поверхности съ радіусомъ x и высотою z не одну и ту же скорость $v_x = \frac{Q}{2\,\pi\,\varphi\,x\,z}$ [1]), какъ это было при горизонтальномъ положеніи водоноснаго ложа, а различную для каждой производящей этой цилиндрической поверхности скорость. Скорость эта для каждой производящей цилиндра съ радіусомъ x представляетъ равнодѣйствующую изъ скорости $v_x = \frac{Q}{2\,\pi\,\varphi\,x\,z}$, направленной въ горизонтальной плоскости по радіусу къ оси колодца, и изъ скорости u, направленной въ плоскости паденія пласта параллельно линіи паденія.

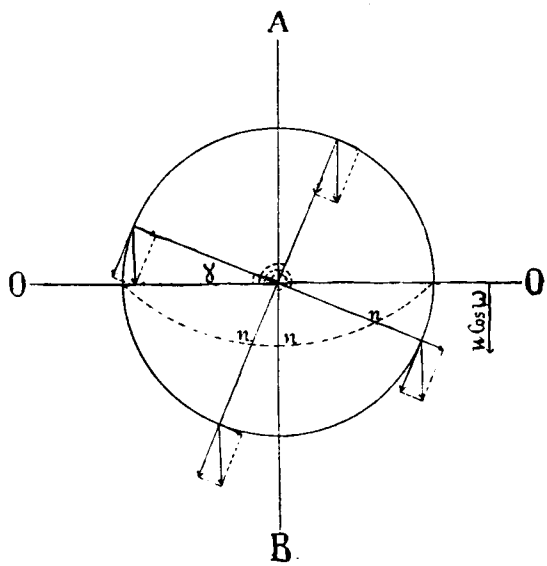
Разлагаемъ скорость u, дѣйствующую въ плоскости паденія пласта, на скорость $u \cos \omega$, дѣйствующую въ горизонтальной плоскости, и на скорость $u \sin \omega$, дѣйствующую по вертикальному направленію и въ случаѣ грунтовой воды лишь прижимающую частицы воды къ ложу пласта, а въ случаѣ артезіанской воды прижимающую эти частицы либо къ почвѣ, либо къ кровлѣ пласта.

Въ свою очередь разлагая скорость $u \cos \omega$, дѣйствующую въ горизонтальной плоскости перпендикулярно простиранію пласта, на дѣйствующую по направленію радіуса и по касательной къ поверхности цилиндра,

---

[1]) Для артезіанскаго колодца $v_x = \frac{Q}{2\,\pi\,\varphi\,a\,x}$.

получимъ, что радіальная составляющая $= u \cos \omega \sin \gamma$, гдѣ γ—уголъ, составляемый радіусомъ съ линіею простиранія. Изъ чертежа видно, что для точекъ, ложащихъ выше діаметра OO, опредѣляющаго простираніе водоноснаго пласта, радіальная слагающая скорости $u \cos \omega$, какъ направленная къ центру будетъ увеличивать скорость вызваннаго откачкою движенія воды къ оси колодца; для всѣхъ же точекъ, лежащихъ ниже означеннаго діаметра, радіальная составляющая, какъ направленная отъ центра колодца, будетъ замедлять это движеніе. Для точекъ, лежащихъ на діаметрѣ OO, совпадающемъ съ простираніемъ слоя, радіальная слагающая равна нулю; для діаметра же AB, совпадающаго съ паденіемъ пласта, эта радіальная слагающая достигаетъ своего наибольшаго значенія, равнаго или $u \cos \omega$, или—$u \cos \omega$. Для всякаго другого діаметра, составляющаго съ линіею простиранія пласта уголъ γ, радіальная слагающая скорости $u \cos \omega$ равна или $u \cos \omega \,.\, \sin \gamma$, или $u \cos \omega \,.\, \sin (180 + \gamma)$, т. е.—$u \cos \omega \,.\, \sin \gamma$.



Фиг. 25.

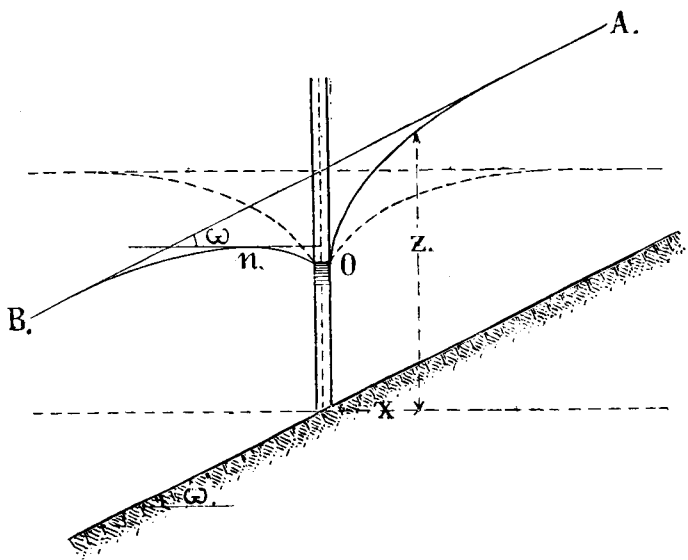
Отсюда видно, что ускоряющее и замедляющее дѣйствія радіальной слагающей скорости $u \cos \omega$ взаимно уничтожаются и, слѣдовательно, на расходъ колодца скорость движенія воды въ пластѣ не оказываетъ какого либо значенія [1]).

Скорость движенія воды къ колодцу, вызываемая откачкою, есть величина перемѣнная $= v_x = k \frac{dz}{dx}$; она наибольшая у самаго колодца, постепенно уменьшается по мѣрѣ удаленія отъ него и въ нѣкоторомъ, зависящемъ отъ свойствъ водоноснаго пласта разстояніе R отъ колодца она обращается въ нуль; слѣдовательно, скорость эта $= v_x = \frac{c}{x}$, гдѣ c—постоянное. Изъ разрѣза по паденію пласта легко усмотрѣть, что для всѣхъ точекъ части кривой уровня OA, лежащей по паденію пласта выше колодца, вызванная откачкою скорость движенія воды къ колодцу будетъ увеличена скоростью $u \cos \omega$, вслѣдствіе уклона пласта. Для части же кривой BO, лежащей по паденію пласта ниже колодца, вызванная откачкою скорость движенія воды къ колодцу будетъ уменьшена на скорость $u \cos \omega$ и, слѣдовательно, составитъ $v_x - u \cos \omega$. Когда $v_x >$

[1]) Сравн. Войславъ, „Тр. Бюро“, II, стр. 30.—Штукенбергъ, „Инструкція“, стр. 25.—Штукенбергъ, „Краткое руководство“, стр. 24.

$u \cos \omega$, тогда $v_x - u \cos \omega$ положительно, и вода движется къ колодцу; затѣмъ для нѣкотораго разстоянія отъ колодца v_x сравнивается съ $u \cos \omega$, слѣдовательно, $v_x - u \cos \omega$ обращается въ нуль, п точка, лежащая на этомъ разстояніи отъ колодца, останется неподвижною; наконецъ, для разстояній для которыхъ v_x меньше $u \cos \omega$, получаются отрицательныя скорости, т. е. вода отсюда пойдетъ уже не къ колодцу, а внизъ по пласту. Для водораздѣльной точки n кривой BO касательная горизонтальна, т. е. образуетъ съ линіею паденія ложа пласта уголъ ω.

Для другихъ діаметровъ точка водораздѣла лежитъ дальше отъ оси колодца, ибо для нихъ радіальная составляющая $= u \cos \omega \sin \gamma$ меньше



Фиг. 26.

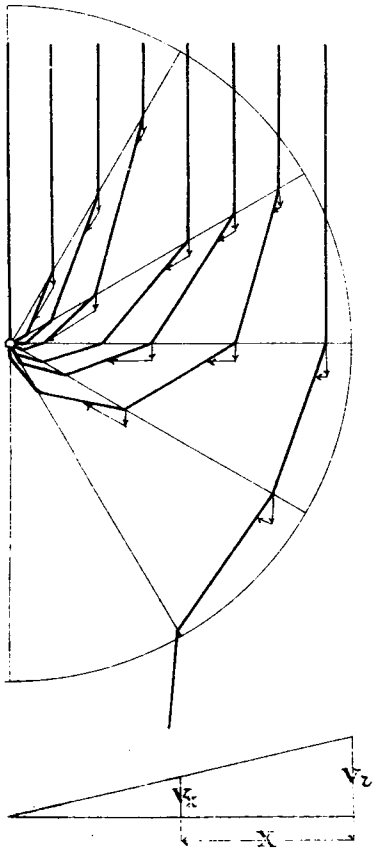
$u \cos \omega$ и, слѣдовательно, абсолютно равная ей скорость v_x получается на большемъ разстояніи отъ колодца, чѣмъ при діаметрѣ, совпадающимъ съ направленіемъ паденія пласта. Для діаметра, совпадающаго съ простираніемъ пласта, точки водораздѣла удалены отъ колодца на разстояніе R.

Легко видѣть, что со всей площади, лежащей ниже кривой $nnnn$, вода въ колодецъ совсѣмъ не пойдетъ. Опредѣленіе этой кривой всего удобнѣе произвести графическимъ путемъ. Зная среднюю скорость вызваннаго откачкою движенія воды у колодца $= \frac{Q}{2 \pi \varphi r h}$ [1]), а также R (радіусъ вліянія колодца), легко по чертежу опредѣлить скорость v_x для любого разстоянія отъ колодца и, обратно, для любой скорости v_x опредѣлить разстояніе отъ колодца, на которомъ таковая скорость имѣетъ мѣсто.

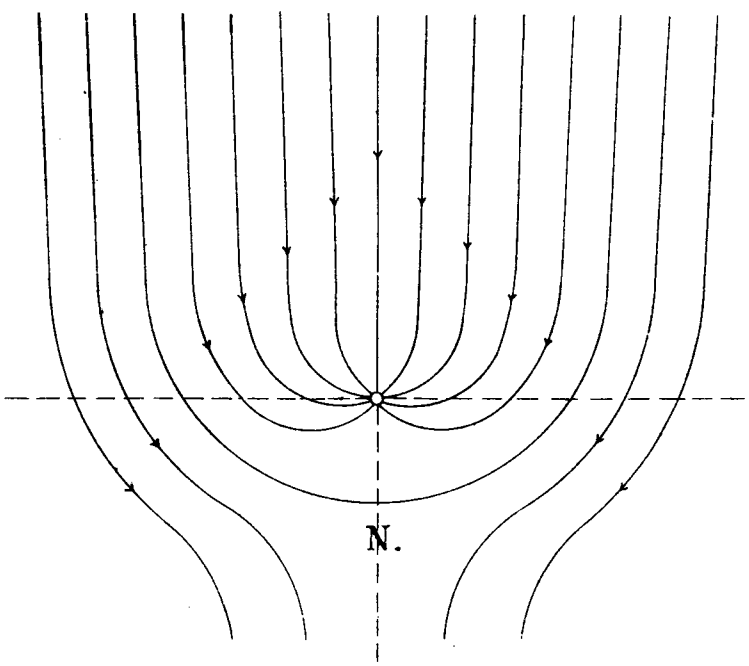
---

[1]) Въ случаѣ артезіанскаго колодца скорость эта $= \frac{Q}{2 \pi \varphi r a}$.

Фиг. 27.



Фиг. 27 bis.



Зная скорость самостоятельнаго движенія грунтоваго или артезіанскаго потока u и уклонъ его $= \alpha = \text{tang}\ \omega$, опредѣляемъ графически $u \cos \omega$, а затѣмъ для любого радіуса, составляющаго съ линіею простиранія пласта уголъ γ, опредѣляемъ графически какъ $u \cos \omega \,.\, \sin \gamma$, такъ и то разстояніе отъ колодца, на которомъ скорость v_x становится равною $u \cos \omega \,.\, \sin \gamma$.

Зная скорость теченія воды въ пластѣ u и уголъ его паденія ω (или уклонъ пласта α), а также вызванную откачкою или самотекомъ скорость притока воды въ колодецъ у стѣнки послѣдняго v_r и радіусъ вліянія колодца R, легко вычертить направленіе пути движенія частицъ воды при дѣйствіи колодца (фиг. 27 bis).

Для этого допустимъ, что скорость движенія воды какъ вслѣдствіе всасывающаго дѣйствія колодца, такъ и вслѣдствіе самостоятельнаго движенія самого подземнаго потока остается неизмѣнною между двумя произвольно близкими другъ къ другу радіусами изъ центра колодца. Чѣмъ ближе другъ къ другу проведены эти радіусы, тѣмъ наше предположеніе будетъ ближе къ дѣйствительности. На нашемъ чертежѣ (фиг. 27) радіусы проведены чрезъ 30^0. Для каждой точки радіуса, зная величину направленной по паденію пласта скорости $u \cos \omega$ и направленной по радіусу скорости v_x, опредѣляемъ направленіе равнодѣйствующей этихъ двухъ скоростей, которое, по условію, сохраняется неизмѣннымъ до пересѣченія со слѣдующимъ радіусомъ; въ этой точкѣ пересѣченія строимъ опять параллелограммъ скоростей и получаемъ новое направленіе движенія частицъ воды до пересѣченія со слѣдующимъ радіусомъ и т. д.

При расходѣ изъ колодца, уровень грунтовой воды или депрессіонная поверхность артезіанской воды образуетъ воронкообразную поверхность, ось которой, въ случаѣ наличности самостоятельнаго движенія грунтовой или артезіанской воды, уже не совпадаетъ съ осью колодца (что имѣетъ мѣсто, если грунтовая или артезіанская вода не имѣетъ самостоятельной скорости), а составляетъ съ вертикалью уголъ ω.

При выводѣ уравненія этой поверхности, а также при построеніи слѣдующихъ чертежей (фиг. 28_1, 28_2, 28_3, 28_4) мы допускаемъ: 1) что измѣряемая на вертикали высота уровня надъ водонепроницаемымъ ложемъ остается постоянною для всѣхъ равноотстоящихъ отъ оси колодца точекъ этой поверхности и 2) что воронки уровня какъ при наличности, такъ и при отсутствіи самостоятельнаго движенія воды водоноснаго горизонта совершенно одинаковы и отличаются лишь различнымъ положеніемъ оси.

Если сдѣлать сѣченія воронкообразной поверхности уровня вертикальными проходящими чрезъ ось колодца плоскостями, то среди этихъ сѣченій отмѣчаются два характерныхъ: одно, совпадающее съ простираніемъ водоноснаго слоя,—въ этомъ сѣченіи обѣ вѣтви параболы рас-

полагаются совершенно симметрично, и сѣченіе это совершенно аналогично сѣченію любою вертикальною проходящею чрезъ ось колодца плоскостью при горизонтальномъ положеніи ложа; другое характерное сѣченіе совпадаетъ съ паденіемъ водоноснаго пласта, и въ этомъ сѣченіи первоначальный уровень грунтовой воды составляетъ съ горизонтомъ $\angle\ \omega$. Если извѣстны точки параболы сѣченія по простиранію пласта [1]), то очертаніе кривой уровня на второмъ сѣченіи получается легко при нашемъ допущеніи, что разстоянія по вертикали точекъ воронкообразной поверхности уровня остаются постоянными для всѣхъ точекъ этой поверхности, лежащихъ въ равномъ разстояніи отъ оси колодца.

Для всякой другой вертикальной проходящей чрезъ ось колодца плоскости, составляющей съ направленіемъ простиранія произвольный уголъ γ, вполнѣ возможно допустить, что въ этой плоскости уголъ, образуемый ложемъ съ горизонтомъ, будетъ меньше ω въ отношеніи $\frac{\gamma^0}{90}$ [2]).

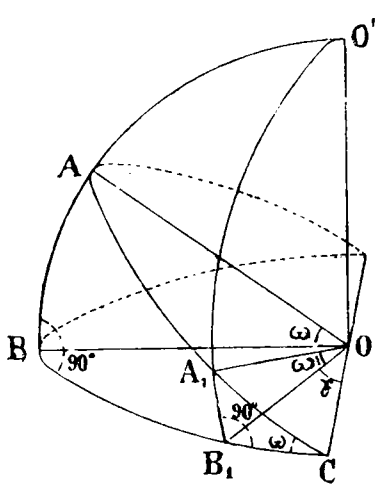
На этомъ основаніи для разрѣза по вертикальной плоскости, составляющей съ направленіемъ простиранія уголъ 45^0, мы на чертежѣ вмѣсто ω беремъ $\frac{1}{2}\ \omega$.

На чертежѣ 28 представлены сѣченія воронки уровня горизонтальными плоскостями, проходящими чрезъ равноотстоящія точки 1, 2, 3, 4 и 5 оси колодца; кромѣ того вычерчены горизонтали для отмѣтокъ: 1,25 и 1,5.

---

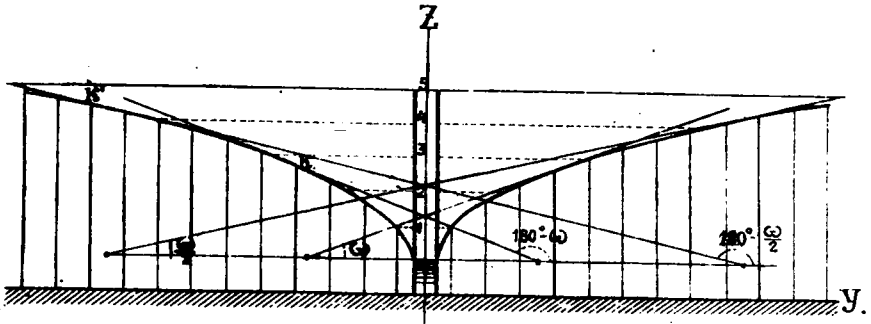
[1]) Очертаніе этой параболы уровня для каждаго даннаго колодца легко получить, если въ опредѣленномъ разстояніи (d) отъ колодца по линіи простиранія водоноснаго пласта заложить буровую скважину и опредѣлить ею глубину (t) пониженія уровня. Тогда, зная положеніе этой точки параболы и вершины ея, а также положеніе оси абсциссъ, вычерчиваемъ параболу по извѣстнымъ правиламъ.

[2]) Въ справедливости указаннаго допущенія можно убѣдиться слѣдующимъ образомъ. Изъ точки O пересѣченія оси колодца съ плоскостью непроницаемаго ложа пласта опишемъ въ этой плоскости кругъ $AA'C$ и въ горизонтальной плоскости кругъ $BB'C$; линія пересѣченія этихъ плоскостей CO есть линія простиранія пласта. Если линія AO перпендикулярна къ OC, то первая есть линія паденія пласта, а $\angle\ AOB$ есть уголъ паденія $= \omega$. Въ произвольно взятой проходящей чрезъ ось колодца вертикальной плоскости, образующей съ линіею простиранія уголъ γ, водонепроницаемое ложе наклонено къ горизонту подъ угломъ $A'OB'$, меньшимъ ω и равномъ ω'. Величину этого угла ω' опредѣлимъ изъ сферическаго треугольника $A'B'C$, въ которомъ уголъ $A'B'C$ есть прямой, уголъ $A'CB = \omega$, а сторона $B'C$ — соотвѣтствуетъ углу γ. Въ прямоугольномъ треугольникѣ $A'B'C$ $\operatorname{tang}\omega = \frac{\operatorname{tang} A'B'}{\sin B'C} = \frac{\operatorname{tang}\omega'}{\sin\gamma}$, откуда $\operatorname{tang}\omega' = \operatorname{tang}\omega \,.\, \sin\gamma$, или $\alpha' = \alpha \,.\, \sin\gamma$. Но такъ какъ при небольшихъ углахъ sin почти пропорціоналенъ самому углу, то вмѣсто sin γ можно взять $\frac{\gamma}{90}$.

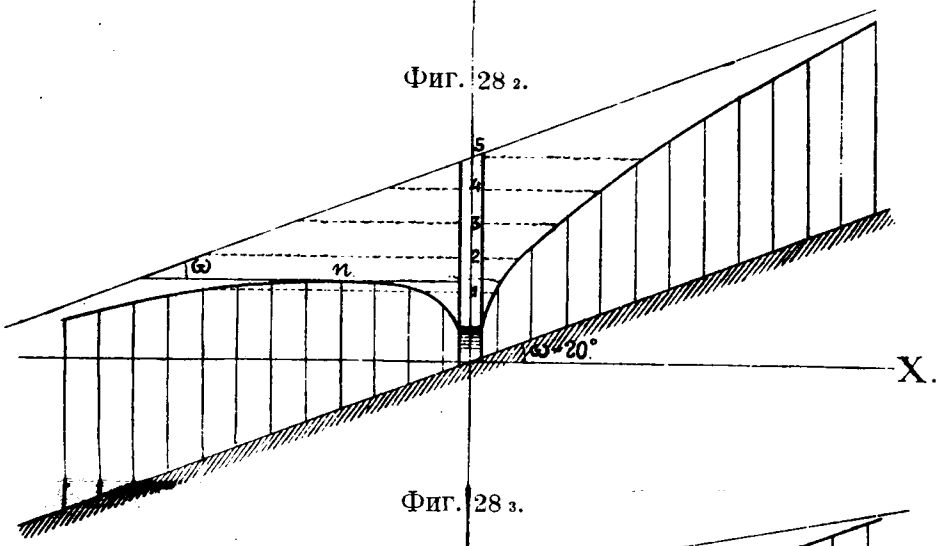


Фиг. 29.

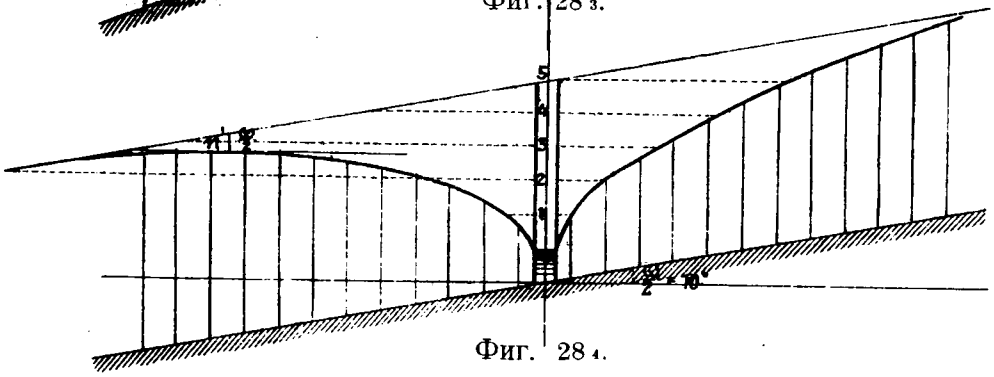
Фиг. 28 1.



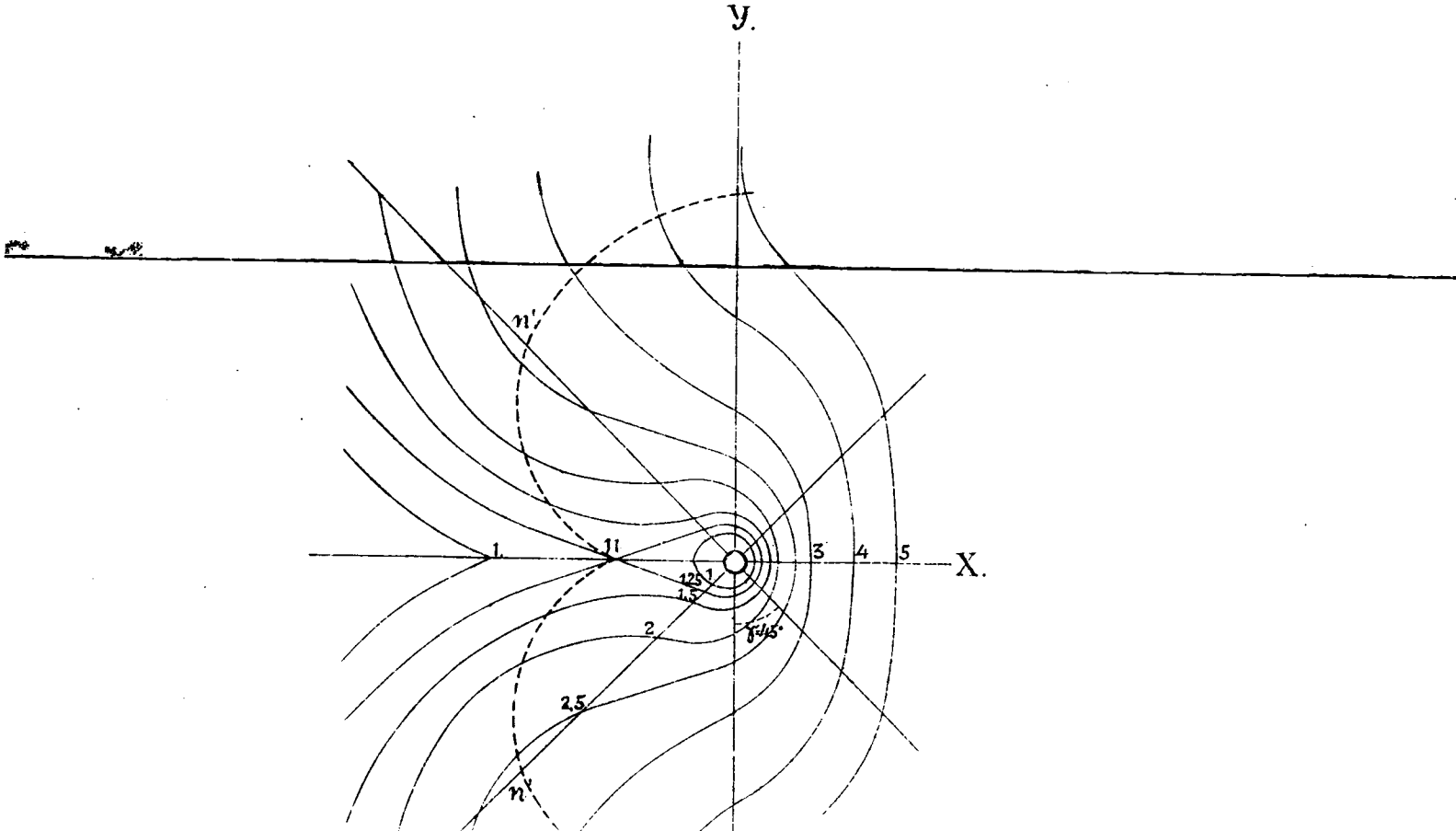
Фиг. 28 2.



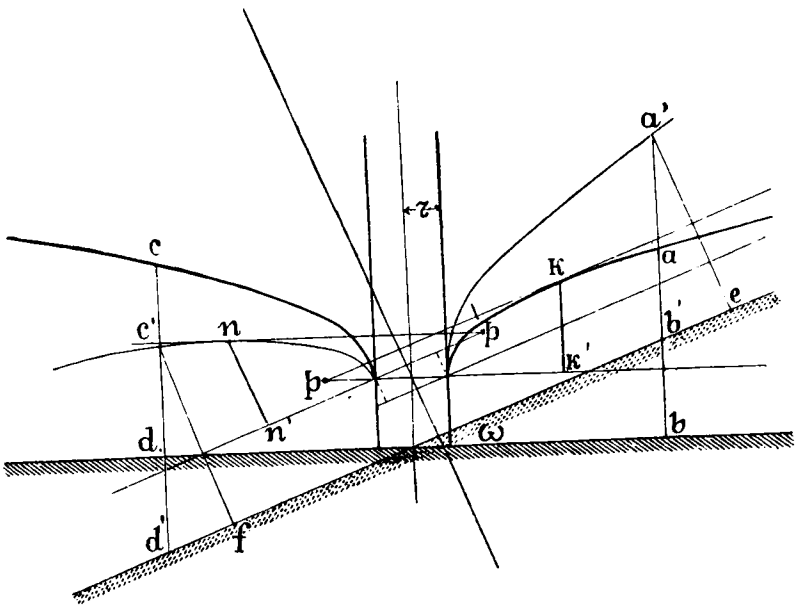
Фиг. 28 3.



Фиг. 28 4.



Какъ было замѣчено выше, при построеніи этихъ чертежей было сдѣлано два допущенія, которыя однако не совсѣмъ согласуются съ дѣйствительностью. Изъ чертежа (фиг. 30) видно, что въ вертикальныхъ проходящихъ чрезъ ось колодца сѣченіяхъ равноотстоящія отъ оси колодца точки кривой уровня a, a', c и c' удалены по вертикалямъ отъ непроницаемаго ложа на разстоянія $= ab$, ab', cd и $c'd'$. При нашихъ построеніяхъ мы считаемъ эти разстоянія равными, тогда какъ въ дѣйствительности $ab = a'c = a'b' \cos \omega$ и $cd = c'f = c'd' \cos \omega$. Но такъ какъ cos



Фиг. 30.

отъ 0^0 до 18^0 мало отличаются отъ единицы, а встрѣчающіеся въ дѣйствительности уклоны водоноснаго пласта обыкновенно весьма незначительны, то ошибка отъ нашего перваго предположенія оказывается ничтожною.

Второе наше предположеніе, строго говоря, имѣетъ мѣсто лишь при колодцѣ съ безконечно малою шириною. Поверхность уровня въ колодцѣ до расхода изъ послѣдняго стоитъ параллельно уклону, при откачкѣ же изъ колодца она становится горизонтальною. Поэтому поверхность воронки уровня воды въ грунтѣ представляетъ поверхность вращенія производящей параболы вокругъ оси воронки, при чемъ эта парабола перемѣщается на разстояніе $2\ r \sin \omega$ по оси воронки вверхъ при оборотѣ параболы на 180^0 и затѣмъ при слѣдующей половинѣ оборота производящая эта спускается на таковое же разстояніе внизъ по оси воронки.

Итакъ, воронка уровня при наклонномъ водонепроницаемомъ ложѣ представляетъ поверхность вращенія производящей параболы, сопряженнаго съ нѣкоторымъ перемѣщеніемъ послѣдней параллельно оси враще-

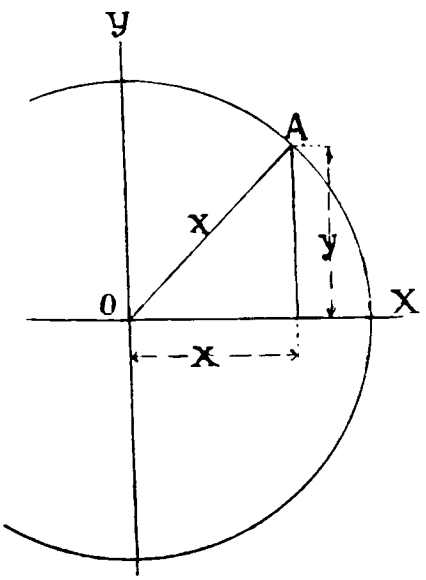
нія. Для практическихъ соображеній и разсчетовъ, однако, вполнѣ возможно допустить, что воронки уровня при горизонтальномъ и наклонномъ ложѣ одинаковы и отличаются другъ отъ друга лишь оріентировкой.

Допустивъ, что воронкообразныя поверхности уровня при горизонтальномъ и наклонномъ положеніи ложа одинаковы, мы вмѣстѣ съ тѣмъ допускаемъ, что уравненіе первой поверхности имѣетъ мѣсто и для второй. Уравненіе воронки уровня при горизонтальномъ положеніи непроницаемаго ложа (см. стр. 80)

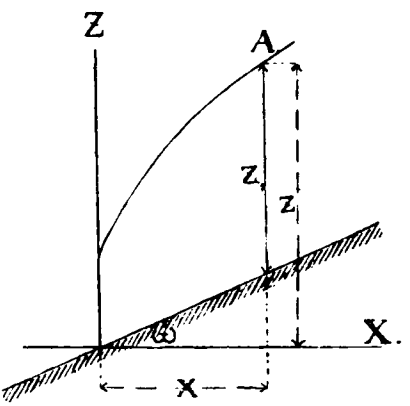
$$z_1^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln x_1 + C$$

отнесено къ координатамъ, изъ коихъ одна (ось z-овъ) совпадаетъ съ осью колодца, а другая (ось x-овъ) представляетъ линію пересѣченія горизонтальной плоскости ложа съ произвольно взятой вертикальною проходящею чрезъ ось колодца плоскостью.

Новыми осями координатъ мы принимаемъ: за ось z-овъ—ось колодца, за ось y-овъ—линію простиранія и за ось x-овъ—горизонтальную линію, совпадающую съ направленіемъ паденія водоноснаго пласта. При переходѣ къ новымъ координатамъ, необходимо въ вышеприведенное уравненіе подставить вмѣсто x_1, равное ему значеніе $\sqrt{x^2 + y^2}$ (см. фигуру 31), а вмѣсто z_1 равное ему значеніе $z - \alpha x$ (см. фиг. 32).



Фиг. 31.



Фиг. 32.

Преобразованное уравненіе получаетъ видъ:

$$(z - \alpha x)^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \sqrt{x^2 + y^2} + C \ldots\ldots \quad (A).$$

При $y = o$ и $x = R$, получаемъ:

$$z - \alpha x = H,$$

слѣдовательно

$$H^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln R + C;$$

откуда

$$C = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi h} \ln R.$$

Подставляя это значеніе C въ уравненіе (A), получаемъ:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi h} \ln \frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \ldots\ldots \quad (B).$$

Когда $x = 0$, а $y = r$, тогда:

$$z = H - s,$$

слѣдовательно

$$(H - s)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r},$$

откуда

$$Q = \pi \varphi k \frac{H^2 - (H - s)^2}{\ln \frac{R}{r}},$$

т. е. получается тотъ же самый результатъ, что и для колодца съ горизонтальнымъ водонепроницаемымъ ложемъ.

Уравненіе воронкообразной поверхности уровня:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \left(\frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

при $y = 0$ обращается въ уравненіе кривой уровня въ вертикальномъ сѣченіи по оси x-овъ, которое имѣетъ видъ:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x} \text{ [1]}.$$

---

[1]) Уравненіе это можетъ быть преобразовано. Основное уравненіе, при $x = 0$ и $y = r$, т. е. когда $z = H - s$, даетъ:

$$(H - s)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r},$$

слѣдовательно

$$H^2 = (H - s)^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r}.$$

Вставляя вмѣсто H^2 равное ему значеніе въ уравненіе:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x},$$

получаемъ

$$(z - \alpha x)^2 = (H - s)^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{x}{r}$$

или

$$z = \alpha x \pm \sqrt{h^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{x}{r}}.$$

Въ сѣченіи по оси x-овъ на нижней вѣтви параболы находится точка n, проведенная чрезъ которую касательная къ параболѣ горизонтальна, т. е. образуетъ съ ложемъ уголъ ω. Эта точка есть точка водораздѣла, ибо изъ всѣхъ пунктовъ параболы, расположенныхъ за этою точкою далѣе внизъ по уклону пласта, вода въ колодецъ не пойдетъ.

Координаты этой водораздѣльной точки получимъ, если возьмемъ первую производную z по x и приравняемъ ее нулю.

Дифференцируя уравненіе кривой, получаемъ:

$$2\ (z - \alpha x)\ (dz - \alpha dx) = \frac{Q}{\pi \varphi k} \frac{dx}{x},$$

откуда

$$\frac{dz}{dx} = \alpha + \frac{Q}{2\ \pi \varphi k x\ (z - \alpha x)},$$

или

$$\frac{dz}{dx} = \alpha + \frac{Q}{2\ \pi \varphi k x \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x}}}.$$

Приравнивая эту производную нулю, получаемъ:

$$\frac{Q}{2\ \pi \varphi k x \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x}}} = - \alpha.$$

откуда

$$x_n = - \frac{Q}{2\ \pi \varphi k \alpha \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x}}}.$$

Выраженіе это можетъ быть преобразовано:

Уравненіе воронки уровня:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

при $x = 0$ обращается въ слѣдующее:

$$z^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{y},$$

которое представляетъ кривую пересѣченія воронки уровня вертикальною плоскостью, проходящею чрезъ ось y-овъ.

Слѣдовательно:

$$\sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{y}} = z,$$

а

$$x_n = - \frac{Q}{2\ \pi \varphi k \alpha z}.$$

При вычисленіи численнаго значенія x_n, первоначально вмѣсто z задаются H; соотвѣтственно полученному значенію x, опредѣляютъ z по формулѣ воронки уровня (при $y = 0$), т. е. по формулѣ:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x}$$

и полученное значеніе z подставляютъ въ выраженіе:

$$x_n = - \frac{Q}{2 \pi \varphi k \alpha z}.$$

Опредѣленное нами разстояніе водораздѣльной точки кривой уровня относится къ вертикальному сѣченію, проходящему чрезъ ось колодца перпендикулярно простиранію водоноснаго пласта. Для всякаго другого сѣченія, составляющаго съ линіею простиранія уголъ γ, возможно допустить, что уголъ, образуемый въ этомъ сѣченіи водонепроницаемымъ ложемъ съ горизонтомъ, будетъ меньше ω въ отношеніи $\frac{\gamma}{90}$; слѣдовательно, вмѣсто $\alpha = \operatorname{tang} \omega$ нужно взять $\frac{\gamma}{90} \alpha = \frac{\gamma}{90} \operatorname{tang} \omega$.

Координаты водораздѣльной точки кривой уровня могутъ быть опредѣлены также слѣдующимъ путемъ.

По допущенному нами условію, разстояніе по вертикали точки n до водонепроницаемаго ложа таково же, какъ и для точекъ k и k', находящихся въ томъ же разстояніи отъ оси колодца, какъ и точка n, на правой и лѣвой вѣтви параболы уровня въ сѣченіи по простиранію. Касательныя къ параболамъ въ этихъ точкахъ k и k' образуютъ съ горизонтальною линіею уголъ, равный ω. Такимъ образомъ, въ плоскости соотвѣтствующихъ разрѣзовъ уголъ между непроницаемымъ ложемъ и касательною въ точкѣ n или k остается неизмѣнно равнымъ ω, что видно изъ сравненія симметричныхъ треугольниковъ $nn'p$ и $kk'p$.

При прямоугольныхъ координатахъ уголъ, образуемый касательной, лежащей со стороны положительной оси z-овъ, съ положительной осью y-овъ получается изъ уравненія:

$$\frac{dz}{dy} = \operatorname{tang} \omega.$$

Для лѣвой вѣтви параболы уголъ, образуемой касательной съ положительной осью y-овъ составляетъ: $180 - \omega$, а $\operatorname{tang}(180 - \omega) = -\operatorname{tang} \omega$, слѣдовательно, въ данномъ случаѣ имѣемъ:

$$\frac{dz}{dy} = - \operatorname{tang} \omega = - \alpha.$$

Уравненіе воронки уровня:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

при $x = 0$, принимаетъ слѣдующій видъ:

$$z^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{y}.$$

Это уравненіе представляетъ кривую пересѣченія воронки уровня съ вертикальною плоскостью, проходящею чрезъ ось y-овъ. Если въ этомъ послѣднемъ уравненіи вмѣсто H^2 подставить равную ему величину:

$$(H^2 - s)^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} l_n \frac{R}{r} \text{ [1]},$$

то получимъ:

$$z^2 = (H - s)^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r},$$

т. е. получаемъ уравненіе совершенно тождественное съ формулой Дюпюи-Тима для колодцевъ съ горизонтальною плоскостью непроницаемаго ложа.

Дифференцируя предыдущее уравненіе, получаемъ:

$$2\, z\, zd = \frac{Q}{\pi \varphi k} \frac{dy}{y},$$

откуда

$$\frac{dz}{dy} = \frac{Q}{2 \pi \varphi k z y} = - \operatorname{tang} \omega = - \alpha,$$

слѣдовательно

$$y = - \frac{Q}{2 \pi \varphi k z \operatorname{tang} \omega} = - \frac{Q}{2 \pi \varphi k \alpha z}.$$

Совершенно тѣ же самыя соображенія примѣнимы и къ артезіанскому водоносному пласту, вода котораго находится не въ покоѣ, а имѣетъ опредѣленную скорость u. Вода артезіанскаго пласта, какъ и закрытаго водопровода, приходитъ въ движеніе лишь вслѣдствіе расхода и сопряженнаго съ нимъ уменьшенія давленія въ данномъ мѣстѣ. При уменьшеніи давленія вода артезіанскаго пласта придетъ въ движеніе по направленію къ мѣсту, гдѣ давленіе уменьшено; при этомъ движеніи на каждый метръ длины требуется затрата извѣстной части высоты напора $= \alpha$, которая и можетъ быть разсматриваема какъ относительное паденіе артезіанскаго пласта, совершенно независимо отъ образа его залеганія

Если вода артезіанскаго пласта до приведенія въ дѣйствіе буровой скважины находилась въ покоѣ, то вызванное дѣйствіемъ скважины движеніе опредѣляется, какъ было показано выше (см. стр. 99), уравненіемъ:

$$z_1 = \frac{Q}{2 \pi \varphi k a} \ln x_1 + C.$$

---

[1]) Уравненіе воронки при $x = 0$ и при $y = r$, т. е. когда $z = H - s$, обращается въ слѣдующее:

$$(H - s)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r}.$$

Но если вода артезіанскаго пласта находилась еще до дѣйствія скважины въ опредѣленномъ движеніи, то условія притока въ различныхъ вертикальныхъ проходящихъ чрезъ ось скважины сѣченіяхъ будутъ неодинаковы. Среди этихъ сѣченій мы отмѣтимъ два характерныхъ : по паденію и простиранію артезіанскаго потока. Повторяя тоже, что было сказано относительно колодцевъ и замѣняя $x_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$, а $z_1 = z - \alpha x$, мы получаемъ слѣдующее уравненіе воронки уровня:

$$z - \alpha x = \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln \sqrt{x^2 + y^2} + C. \quad . \quad . \quad . \quad (A_1).$$

При $x = R$ и $y = 0$, получаемъ:

$$H = \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln R + C,$$

слѣдовательно:

$$C = H - \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln R \quad . \quad . \quad . \quad (B_1).$$

Такимъ образомъ въ окончательномъ видѣ уравненіе воронки уровня представитъ:

$$z - \alpha x = \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R}.$$

При $x = 0$, y становится $= r$, а $z - \alpha x = H - s$; слѣдовательно уравненіе A_1 приметъ видъ:

$$H - s = \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln r + C;$$

подставляя сюда найденное для постоянной выраженіе, получаемъ:

$$H - s = H + \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln r - \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln R,$$

или:

$$s = \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln \frac{R}{r}, \text{ а } Q = \frac{2\pi\varphi k a}{\ln \frac{R}{r}} \cdot s,$$

т. е. имѣемъ ту же формулу, которую получили для скважины въ предположеніи, что вода артезіанскаго пласта до открытія скважины находилась въ покоѣ.

Уравненіе воронки уровня при $y = 0$ даетъ кривую пониженія уровня въ плоскости, перпендикулярной простиранію артезіанскаго потока:

$$z - \alpha x = \frac{Q}{2\pi\varphi k a} \ln \frac{x}{R}.$$

Дифференцируя это уравненіе, получаемъ:

$$dz - \alpha\, dx = \frac{Q}{2\pi\varphi k a}\,\frac{dx}{x},$$

слѣдовательно:

$$\frac{dz}{dx} = \alpha + \frac{Q}{2\pi\varphi k a x}.$$

Приравнивая первую производную нулю, получаемъ:

$$\frac{Q}{2\pi\varphi k a x} = -\alpha,$$

слѣдовательно:

$$x = -\frac{Q}{2\pi\varphi k \alpha x}.$$

Для всякаго другого сѣченія вертикальною проходящею чрезъ ось скважины плоскостью и составляющею съ линіею простиранія произвольный уголъ γ, возможно вмѣсто ω взять $\omega\,\frac{\gamma}{90}$ и вмѣсто $\alpha = \operatorname{tang}\omega$ взять $\alpha_1 = \frac{\gamma}{90}\operatorname{tang}\omega = \operatorname{tang}\omega\,\frac{\gamma}{90}$, такъ какъ tang небольшого угла почти пропорціоналенъ самому углу.

Опредѣленіе R—радіуса вліянія колодцевъ.

Опредѣленіе R—радіуса вліянія грунтовыхъ и артезіанскихъ колодцевъ, опущенныхъ въ водоносный горизонтъ съ неподвижною водою, производится по формуламъ расхода этихъ водосборовъ.

Расходъ для грунтового колодца равенъ:

$$Q = \frac{2\pi\varphi k}{\ln\frac{R}{r}}\,H\left(s - \frac{s^2}{2H}\right),$$

а для артезіанскаго колодца равенъ:

$$Q = \frac{2\pi\varphi k}{\ln\frac{R}{r}}\,as.$$

Эти формулы даютъ:

$$\ln R = \frac{2\pi\varphi k}{Q}\,.\,H\left(s - \frac{s^2}{2H}\right) + \ln r \text{ для грунтовыхъ,}$$

и

$$\ln = R\,\frac{2\pi\varphi k}{Q}\,a\,s + \ln r \text{ для артезіанскихъ колодцевъ.}$$

Отсюда $R = e^{\mu}$, гдѣ $e = 2{,}718$, а

$$\mu = \frac{2\pi\varphi k}{Q} H\left(s - \frac{s^2}{2H}\right) + \ln r \text{ для грунтовыхъ,}$$

и

$$\mu = \frac{2\pi\varphi k}{Q} a\, s + \ln r \text{ для артезіанскихъ колодцевъ.}$$

Положимъ, имѣемъ колодецъ съ радіусомъ $r = 1$ м., опущенный въ водоносный слой съ нормальной высотой уровня $H = 30$ м., при $k = 0{,}001$ и $\varphi = 0{,}30$; производительность колодца при пониженіяхъ уровня $s = 1 - 1{,}5 - 2$ м. составляетъ соотвѣтственно 0,0132—0,0180 и 0,0224 к. м. въ секунду.

При пониженіи на 1 м.:

$$\ln R = \frac{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 0{,}30 \,.\, 0{,}001 \,.\, 30}{0{,}0132}\left(1 - \frac{1}{2.30}\right) + 0 = \frac{0{,}05652}{0{,}0132} \,.\, 0{,}98 = 4{,}210;$$

ближайшій логариѳмъ 4,205 соотвѣтствуетъ 67.

При пониженіи на 1,5 м.:

$$\ln R = \frac{0{,}05652}{0{,}0180} \cdot \left(1{,}5 - \frac{2{,}25}{60}\right) = 4{,}591;$$

ближайшій логариѳмъ 4,595 даетъ число 99.

При пониженіи на 2 м.:

$$\ln R = \frac{0{,}05652}{0{,}0224} \cdot \left(2 - \frac{4}{60}\right) = 4{,}878;$$

ближайшій логариѳмъ 4,875 даетъ число 131.

Итакъ, соотвѣтственно пониженіямъ уровня на 1—1,5—2 м., R получается = 67 — 99 — 131 м., т. е. почти совершенно пропорціонально увеличенію s.

Вышеприведенное вычисленіе возможно лишь тогда, когда, кромѣ r, H, k, φ и s, извѣстно Q.

Мы видѣли, что собственное движеніе грунтовой или артезіанской воды не вліяетъ на величину расхода, и слѣдовательно R, опредѣленный по вышеприведеннымъ формуламъ расхода, останется одинаковымъ для водосборовъ, заложенныхъ въ водоносномъ горизонтѣ съ водою какъ движущеюся, такъ и находящеюся въ покоѣ. Это заключеніе оказывается однако не совсѣмъ правильнымъ. Ближайшее изслѣдованіе показываетъ, что существуетъ зависимость между R и уклономъ водоноснаго пласта α и что, при всѣхъ остальныхъ равныхъ условіяхъ, съ увеличеніемъ α радіусъ вліянія водосбора уменьшается.

При высотѣ уровня грунтовой воды надъ наклоннымъ уровнемъ $= H$, каждый метръ ширины потока доставляетъ воду въ количествѣ $\varphi H \,.\, u$

(гдѣ φ—коэффиціентъ пористости, а u—скорость самостоятельнаго движенія воды въ водоносномъ пластѣ $= k\alpha$), слѣдовательно каждый метръ ширины грунтового потока даетъ воду въ количествѣ $\varphi k \alpha H$. Если въ такой водоносный пластъ опущенъ колодецъ, дающій въ секунду при извѣстномъ пониженіи уровня s количество воды Q, то отношеніе $\frac{Q}{\varphi k \alpha H}$ покажетъ ту ширину потока, которая участвуетъ въ доставленіи воды колодцу и которая должна $= 2R$.

Итакъ, для грунтового колодца имѣемъ:

$$2R = \frac{Q}{\varphi k \alpha H},$$

или

$$R = \frac{Q}{2\varphi k \alpha H}\ ^{1)}.$$

Примѣняя тѣ же разсужденія къ артезіанскому колодцу съ мощностью a и уклономъ α, получимъ:

$$2R = \frac{Q}{\varphi k \alpha a},$$

или

$$R = \frac{Q}{2\varphi k \alpha a}.$$

Если примѣнить формулу $R = \frac{Q}{2\varphi k \alpha H}$ къ грунтовому колодцу, опущенному въ водоносный слой, нормальный уровень котораго имѣетъ уклонъ $\alpha = 0{,}01$, при $k = 0{,}001$, $\varphi = 0{,}30$ и $H = 30$, то при пониженіяхъ уровня въ колодцѣ на 1—1,5—2 м. и соотвѣтствующей производительности $=$ $= 0{,}0132 - 0{,}0180$ и $0{,}0224$ куб. м. въ сек., получимъ R соотвѣтственно равнымъ: 73, 100 и 125 м., т. е. радіусъ вліянія колодца съ возрастаніемъ s увеличивается, но не пропорціонально увеличенію s, а въ нѣсколько меньшей степени.

По вышеприведеннымъ выраженіямъ для R, нужно для численнаго его опредѣленія знать не только s, r, H, k, φ и α для грунтового или s, r, a, h, φ и α для артезіанскаго колодца, но и расходы Q, который, какъ извѣстно, зависитъ не только отъ всѣхъ перечисленныхъ величинъ, но до нѣкоторой степени и отъ искомаго R.

Если вмѣсто Q въ вышеприведенныя формулы поставить его выраженіе въ зависимости отъ указанныхъ величинъ, то получимъ:

$$R = \frac{Q}{2\varphi k \alpha H} = \frac{\frac{2\pi\varphi k}{\ln \frac{R}{r}} H\left(s - \frac{s^2}{2H}\right)}{2\varphi k \alpha H} = \frac{\pi\left(s - \frac{s^2}{2H}\right)}{\alpha \ln \frac{R}{r}}$$ для грунтового, и

---

[1]) Сравни: Черепашинскій, Водоснабженіе, стр. 91 и 92.

$$R = \frac{Q}{2\varphi k \alpha a} = \frac{\frac{2\pi\varphi k}{\ln \frac{R}{r}} as}{2\varphi k \alpha a} = \frac{\pi}{\alpha \ln \frac{R}{r}} s \text{ для артезіанскаго колодца.}$$

Численное значеніе R по этимъ формуламъ опредѣляется, придавши первоначально R произвольное значеніе, и по полученному значенію R, снова его опредѣляютъ, и такъ далѣе. При вышеуказанныхъ численныхъ значеніяхъ α, r и H, для пониженія, напримѣръ, на 1 м., если задаться $R = 200$, получаемъ:

$$\frac{\pi\left(1 - \frac{1}{60}\right)}{0{,}01 \,.\, \ln R} = \frac{309}{5{,}298} = 58;$$

если вмѣсто R возьмемъ теперь 58, то получимъ: $\frac{309}{\ln R} = \frac{309}{4{,}060} = 76$;

далѣе: $\frac{309}{\ln 76} = 71$; $\frac{309}{\ln 71} = 72$.

При пониженіи на 1,5 м., имѣемъ: $R = \frac{\pi\left(1{,}5 - \frac{2{,}25}{60}\right)}{0{,}01 \,.\, \ln R} = \frac{459}{\ln R}$;

$$\frac{459}{\ln 200} = 87;\ \frac{459}{\ln 87} = 103;\ \frac{459}{\ln 103} = 99;\ \frac{459}{\ln 99} = 100.$$

Замѣтимъ, что на основаніи изслѣдованій Фосса-Манчини [1]), имѣемъ слѣдующую формулу, опредѣляющую R для колодцевъ съ наклоннымъ непроницаемымъ ложемъ:

$$R = \frac{2{,}72\, r}{\frac{H^2 - h^2}{2\,\alpha H \,.\, 2{,}72\, r} + 2 - \sqrt{\left(\frac{H^2 - h^2}{2\,\alpha H \,.\, 2{,}72\, r}\right)^2 - 3}},$$

гдѣ r—радіусъ колодца, H—глубина воды до расхода, h—глубина воды при расходѣ, α—уклонъ ложа.

По этой формулѣ, напримѣръ, при $r = 1$ м., $H = 30$ м., $\alpha = 0{,}01$, $h = 29 \ldots 28{,}5 \ldots 28$ м. получаемъ R соотвѣтственно $= 68 - 100$ и 133 м., тогда какъ наши несравненно простѣйшія вычисленія дали для R при тѣхъ же условіяхъ: 72, 100 и 126 м.

Отрицательные или поглощающіе водосборы.

а) *Канавы.*

При подъемѣ горизонта водъ въ рѣкѣ, при устройствѣ прудовъ, водопроводныхъ и оросительныхъ каналовъ и прочее мы имѣемъ дѣло съ просачиваніемъ воды изъ водоема въ грунтъ, т. е. случай, такъ сказать, отрицательнаго или поглощающаго водоема.

---

[1]) Fossa Mancini, Sur le débit des puits (Annales des ponts et chauss., 1890, p. 823).

Всѣ тѣ разсужденія, которыя имѣли мѣсто для обыкновенныхъ канавъ, примѣнимы и для канавы поглощающей. При нормальныхъ уровняхъ воды въ грунтѣ и канавѣ на высотѣ H и h надъ горизонтальнымъ непроницаемымъ ложемъ, уровень воды въ грунтѣ близъ канавы стоитъ по нѣкоторой параболической кривой. При подъемѣ воды въ канавѣ до высоты h_1, меньшей H, кривая уровня въ грунтѣ приподнимается и укорачивается, и расходъ воды изъ грунта въ канаву уменьшается. Но если уровень воды въ канавѣ поднимется до высоты высшей нормальнаго уровня воды въ грунтѣ, то вода изъ грунта въ канаву не пойдетъ, а установится обратное теченіе воды изъ канавы въ грунтъ. Это теченіе, теоретически, должно продолжаться до тѣхъ поръ, пока уровень воды въ грунтѣ не сравняется съ уровнемъ воды въ канавѣ. Когда вода течетъ изъ канавы въ грунтъ, уровень ея представляетъ нѣкоторую параболическую кривую, начинающуюся у уровня воды въ канавѣ и въ нѣкоторомъ разстояніи L отъ канавы сливающуюся съ нормальнымъ уровнемъ воды въ грунтѣ. По мѣрѣ увеличенія времени дѣйствія канавы, это разстояніе L увеличивается, а расходъ воды изъ канавы уменьшается и при очень большемъ L расходъ этотъ становится практически незамѣтнымъ.

Во всякій періодъ дѣйствія канавы, независимо отъ того, дошла или не дошла кривая уровня до своего практическаго предѣла, возможно допустить, что въ теченіе безконечно малаго промежутка времени dt кривая эта остается неподвижной и, слѣдовательно, расходъ изъ канавы въ грунтъ также остается неизмѣннымъ. При произвольно выбранномъ положеніи кривой уровня въ грунтѣ, для произвольно взятаго разстоянія x отъ канавы высота уровня воды въ грунтѣ $= z$, площадь вертикальнаго параллельнаго канавѣ и проницаемаго для воды сѣченія на каждую единицу длины канавы составитъ φz. Такъ какъ, при увеличеніи x, z уменьшается, то скорость движенія воды въ грунтѣ на разстояніи x отъ канавы равняется:

$$v_x = \frac{Q}{\varphi k} = -k\frac{dz}{dx},$$

или

$$Q \,.\, dx = -k\varphi z \,.\, dz.$$

Интегрируя по x въ предѣлахъ отъ 0 до L и по z въ предѣлахъ отъ h' до H, получаемъ:

$$QL = \frac{k\varphi}{r}(h_1^2 - H^2).$$

$$Q = \frac{k\varphi}{r} \cdot \frac{h_1 - H}{L} \cdot (h_1 + H).$$

Такъ какъ отношеніе $\frac{h_1 - H}{L}$ для песчаныхъ грунтовъ составляетъ отъ 0,003 до 0,015, а для глинистыхъ грунтовъ въ 10 разъ

большее число, то L для песчаныхъ грунтовъ $= \frac{h_1 - H}{0{,}003 \,..\, 0{,}015}$, а для грунтовъ глинистыхъ $= \frac{h_1 - H}{0{,}03 \,...\, 0{,}15}$; такимъ образомъ при подъемѣ воды въ канавѣ на одну сажень выше нормальнаго уровня грунтовыхъ водъ вліяніе подъема скажется на разстояніи отъ 7 до 30 саженъ въ глинистомъ и на разстояніи въ 10 разъ большемъ при песчаномъ грунтѣ.

Всякое повышеніе уровня воды въ рѣкѣ вызываетъ подъемъ грунтовыхъ водъ въ прилежащей мѣстности. У самой рѣки этотъ подъемъ уровня грунтовыхъ водъ происходитъ одновременно съ измѣненіемъ горизонта воды въ рѣкѣ; начиная отъ берега этотъ подъемъ грунтовыхъ водъ обыкновенно весьма медленно, въ зависимости отъ свойствъ водоноснаго грунта, распространяется все далѣе и далѣе. При чрезвычайной медленности движенія грунтовыхъ водъ можетъ случиться, что въ нѣкоторомъ разстояніи отъ берега грунтовыя воды, подъ вліяніемъ ранѣе бывшаго рѣчного половодья, будутъ находиться еще въ періодѣ восходящаго движенія, тогда какъ вблизи рѣки, подъ вліяніемъ наступившей уже убыли воды въ рѣкѣ, горизонтъ грунтовыхъ водъ будетъ уже падать.

Весьма поучительныя въ этомъ отношеніи наблюденія были произведены горн. инж. Бронниковымъ въ 1909 году близъ г. Вольска[1]). Наблюденія эти показали слѣдующее. Горизонтъ Волги у Вольска съ 12 марта по 11 мая непрерывно поднимался на 5,25 с. съ отмѣтки 1,50 до 6,75, и 12 марта, 3,14 и 29 апрѣля и 11 мая стоялъ на высотѣ 1,50—2,45—3,85—5,90—6,75 с. Въ то же время въ буровой скважинѣ, заложенной въ 70 саж. отъ меженнаго берега Волги, съ отмѣткою устья 7,77 саж., уровень грунтовыхъ водъ стоялъ на высотѣ: 7,47—7,41—7,39—7,24—7,20, т. е. обнаруживалъ непрерывное паденіе. То же самое замѣчалось и въ скважинѣ, заложенной въ 100 саж. отъ меженнаго берега Волги, съ отмѣткою устья 13,03; для этой скважины г. Бронниковымъ приведены высоты уровня 9,81—9,63—9,59 и 9,63, бывшія 3, 14, 29 апрѣля и 11 мая.

Въ буровой же скважинѣ, заложенной въ 55 саж. отъ меженнаго берега Волги, съ отмѣткою устья 8,77, уровень грунтовыхъ водъ 12 марта, 3, 14 апрѣля и 11 мая стоялъ на высотѣ: 6,74—7,09—6,99—6,93.

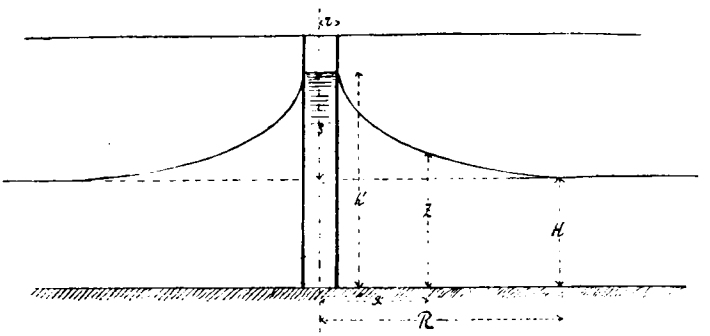
Слѣдовательно, подъемъ уровня Волги болѣе чѣмъ на 5 саж. не вызвалъ подъема грунтовыхъ водъ въ скважинахъ, находящихся въ 70 и 100 саж. отъ меженнаго берега, и отразился лишь незначительнымъ повышеніемъ уровня въ скважинѣ, заложенной въ 55 саж. отъ Волги; но вслѣдъ за этимъ повышеніемъ уровня послѣдній, подобно тому, какъ и въ первыхъ двухъ скважинахъ, сталъ понижаться, не смотря на продолжающійся подъемъ уровня въ рѣкѣ.

---

[1]) „Изв. Геол. Ком.“, XXIX, проток., стр. 45—51.

б) *Абсорбирующіе или поглощающіе колодцы.*

Положимъ, что въ совершенно однородномъ водопроницаемомъ грунтѣ, въ которомъ уровень воды стоитъ на высотѣ H надъ горизонтальнымъ водоупорнымъ ложемъ, углубленъ доходящій до послѣдняго колодецъ съ радіусомъ r. Если въ этотъ колодецъ будемъ напускать воду и поддерживать ея уровень на высотѣ $h' = H + s$, то вода станетъ всасываться стѣнками колодца и, распространяясь по грунту, подниметъ уровень воды вокругъ колодца по нѣкоторой воронкообразной поверхности, при чемъ въ нѣкоторомъ, зависящемъ отъ свойствъ водоноснаго грунта разстояніи R отъ оси колодца подъемъ этотъ станетъ практически незамѣтнымъ. Установленіе равновѣсія возможно, когда горизонтальные размѣры водоноснаго горизонта безконечно велики, или когда грунтовый



Фиг. 33.

горизонтъ имѣетъ расходъ, равный тому именно количеству воды, которое поступаетъ въ грунтъ изъ колодца.

Всѣ тѣ формулы, которыя относятся къ обыкновенному колодцу, вполнѣ примѣнимы и для абсорбціоннаго грунтоваго колодца. Нужно лишь имѣть въ виду:

1) что при дѣйствіи абсорбирующаго колодца направленіе скорости движенія воды обратное имѣющему мѣсто при грунтовомъ колодцѣ;

2) что кривая уровня воды въ грунтѣ при абсорбирующемъ колодцѣ представляетъ нижнюю, а не верхнюю вѣтвь параболы, т. е. что она обращена вогнутостью кверху, а не книзу, и что, слѣдовательно, безконечно малому приращенію dx абсциссы x соотвѣтствуетъ безконечно малое уменьшеніе ординаты z, равное $-dz$;

3) что производительность абсорбціоннаго колодца есть величина отрицательная по отношенію къ дебиту обыкновеннаго колодца, и

4) что вмѣсто положительнаго пониженія уровня въ колодцѣ, равнаго x, въ случаѣ абсорбирующаго колодца мы имѣемъ повышеніе (т. е. отрицательное пониженіе) уровня въ колодцѣ отъ приливаемой въ него воды.

На разстояніи x отъ оси колодца скорость фильтраціи изъ колодца въ грунтъ равняется:

$$v_x = -k\frac{dz}{dx} = \frac{Q}{2\pi\varphi x z},$$

или

$$z \,.\, dz = -\frac{Q}{2\pi\varphi k} \cdot \frac{1}{x}.$$

Интегрируя по z въ предѣлахъ отъ h' до z и по x въ предѣлахъ отъ r до x, получаемъ:

$$z^2 - h'^2 = -\frac{Q}{\pi\varphi k}\ln\frac{x}{r},$$

или

$$h'^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi\varphi k}\ln\frac{r}{x}.$$

Когда $x = R$, тогда $z = H$, слѣдовательно:

$$H^2 - h'^2 = -\frac{Q}{\pi\varphi k}\ln\frac{R}{r}.$$

Откуда:

$$Q = \pi\varphi k\frac{(h'^2 - H^2)}{\ln\frac{R}{r}} = \frac{\pi\varphi k}{\ln\frac{R}{r}}\left((H+s)^2 - H^2\right) = \frac{2\pi\varphi k}{\ln\frac{R}{r}}s \,.\, \frac{H + (H+s)}{2},$$

т. е. отрицательная производительность поглощающаго колодца пропорціональна произведенію изъ разности высотъ уровней въ колодцѣ до и во время его дѣйствія на среднее арифметическое значеніе этихъ высотъ.

Наши обыкновенныя, сдѣланныя изъ кое-какъ срубленныхъ пластинъ помойныя и выгребныя ямы, а также сточныя деревянныя городскія трубы представляютъ примѣръ поглощающихъ колодцевъ и галлерей, употребленіе которыхъ возможно лишь въ сельскомъ быту и во всякомъ случаѣ при отсутствіи скученности населенія.

Поглощающіе колодцы для сточныхъ водъ и нечистотъ въ большихъ населенныхъ городахъ должны быть воспрещены обязательными постановленіями мѣстныхъ самоуправленій, ибо подобные колодцы загрязняютъ и заражаютъ грунтовыя воды и самую почву не только въ предѣлахъ владѣнія лица, устроившаго такой колодецъ, но и въ предѣлахъ сосѣднихъ владѣній.

Всякая артезіанская скважина можетъ быть обращена въ поглощающій колодецъ, такъ какъ въ такую скважину, какъ въ бездонную бочку, можно влить сколько угодно воды, безъ того, чтобы уровень ея въ трубѣ скважины поднялся выше своей нормы. Поглощающія артезіанскія скважины имѣютъ у насъ широкое распространеніе въ Москвѣ,

Кіевѣ, Севастополѣ и прочее. Разумѣется, устройство такихъ скважинъ, поглощающихъ сточныя воды и нечистоты и заражающихъ подземныя воды и вмѣщающіе ихъ водоносные горизонты, какъ безусловно вредное и опасное для общественнаго здоровья, должно быть безусловно воспрещено закономъ.

Вліяніе открытыхъ водоемовъ на производительность грунтовыхъ колодцевъ.

Открытые водоемы (рѣки, озера и проч.), находящіеся отъ колодца въ разстояніи, меньшемъ радіуса вліянія послѣдняго, при горизонтальномъ положеніи непроницаемаго ложа, вліяютъ на питаніе колодца, дающаго въ такомъ случаѣ воду грунтовую, смѣшанную въ большей или меньшей степени съ водою открытаго водосбора, профильтровавшеюся однако на своемъ пути къ колодцу чрезъ грунтъ.

Отношеніе количества воды грунтовой q_1 и рѣчной q_2 къ количеству Q воды, получаемой изъ колодца, найдемъ, если извѣстны температуры водъ: колодезной T, грунтовой t_1 и рѣчной t_2. Такъ какъ:

$$Q = q_1 + q_2,$$

и

$$Q\,T = q_1\,t_1 + q_2\,t_2,$$

то

$$q_1 = \frac{Q\,(T - t_2)}{t_1 - t_2}$$

и

$$q_2 = \frac{Q\,(T - t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Если открытый водоемъ находится хотя и внѣ района вліянія колодца R, но на разстояніи, меньшемъ $R + L$, гдѣ L—ширина осушительнаго дѣйствія водоема, то нахожденіе послѣдняго (при горизонтальномъ положеніи ложа) отражается на питаніи колодца не качественно, а количественно, такъ какъ влечетъ за собою нѣкоторое уменьшеніе площади питанія колодца.

Если непроницаемое ложе не горизонтально, а наклонено къ горизонту подъ угломъ ω, тангенсъ котораго $= \alpha$, то, имѣя въ виду получить изъ колодца одну лишь грунтовую воду, необходимо, чтобы вверхъ по паденію пласта, считая отъ колодца, открытаго водоема не было; внизъ же по паденію пласта открытый водоемъ можетъ находиться на разстояніи, не меньшемъ разстоянія водораздѣльной точки кривой уровня (при расходѣ изъ колодца) въ вертикальномъ сѣченіи, проходящемъ чрезъ ось колодца къ водоему.

Мы видѣли, что разстояніе x_n водораздѣльной точки кривой уровня въ сѣченіи, составляющемъ уголъ γ съ линіею простиранія, равняется:

$$x_n = -\frac{Q}{2\pi\varphi k z_n \operatorname{tang}\omega\frac{\gamma}{90}}.$$

При вычисленіи численнаго значенія x_n по этой формулѣ, сперва задаемся $z_n = H$ и затѣмъ, соотвѣтственно полученному значенію x, опредѣляемъ z по формулѣ $(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi\varphi k}\ln\frac{R}{x}$ [1]); полученное значеніе z подставляемъ въ выраженіе x_n и опредѣляемъ второе численное значеніе x_n и т. д.

Когда колодецъ уже устроенъ, тогда по извѣстному разстоянію колодца до водосбора, приравнивая это разстояніе x_n, т. е. абсциссѣ водораздѣльной точки кривой уровня, опредѣляемъ то количество грунтовой (безъ примѣси рѣчной) воды Q, которое можетъ дать колодецъ. Затѣмъ, зная это количество, мы по формулѣ:

$$z = \alpha x \pm \sqrt{h^2 + \frac{Q}{\pi\varphi k}\ln\frac{x}{r}}$$

опредѣлимъ h и, слѣдовательно, будемъ знать допустимое, при условіи полученія лишь грунтовой воды, пониженіе уровня въ колодцѣ.

Положимъ, имѣемъ грунтовой водоносный горизонтъ, мощностью $H = 6$ м., при $\varphi k = 0{,}005$ и $\alpha = 0{,}004$. Въ этотъ горизонтъ опущенъ колодецъ съ радіусомъ $r = 1{,}5$ м. Откачкою уровень въ колодцѣ понижается, положимъ, на 2 м.

Опредѣляемъ сперва R для даннаго пониженія уровня по формулѣ:

$$R = \frac{\pi\left(s - \frac{s^2}{2H}\right)}{\alpha\ln\frac{R}{r}}.$$

Для этого задаемся сперва произвольно взятымъ численнымъ значеніемъ $R =$ напримѣръ, 400, тогда:

$$\frac{\pi\left(s - \frac{s^2}{2H}\right)}{\alpha\ln\frac{R}{r}} = \frac{3{,}14\,.\,2\,.\,\frac{4}{12}}{0{,}004\ln\frac{R}{1{,}5}} = \frac{5{,}212}{0{,}004\ln\frac{R}{1{,}5}} = \frac{5{,}212}{0{,}004\ \ln 267} =$$

$$= \frac{5{,}212}{0{,}022} = 237.$$

---

[1]) Въ этомъ уравненіи α есть тангенсъ угла, образуемаго въ вертикальномъ сѣченіи линіею нормальнаго уровня съ горизонтомъ; въ данномъ случаѣ уголъ этотъ $= \omega\ \frac{\gamma}{90}$, гдѣ ω уголъ наклона пласта къ горизонту.

Подставивъ затѣмъ вмѣсто $\ln \frac{R}{r}$ значеніе $\ln \frac{237}{1,5} = \ln 158 = 5,063$, получимъ $R = 261$; $\ln \frac{261}{1,5} = \ln 174 = 5,159$ даетъ для R значеніе $=$ $= 248$; а $\ln \frac{248}{1,5} = \ln 165 = 5,106$ даетъ для R значеніе $= 261$; слѣдовательно, значеніе R находится между 248 и 261; принимаемъ $R = 250$.

Зная R, опредѣляемъ расходъ колодца, при пониженіи уровня на 2 метра.

$$Q = \frac{2\pi\varphi h H}{\ln \frac{R}{r}}\left(s - \frac{s^2}{2H}\right) = \frac{2 \,.\, 3,14 \,.\, 0,005 \,.\, 6}{\ln \frac{250}{1,5}}\left(2 - \frac{4}{12}\right) =$$

$$= 0,061 \text{ к. м. въ секунду.}$$

При пониженіи уровня въ колодцѣ на 2 метра, точка водораздѣла кривой уровня удалена отъ оси колодца на разстояніе:

$$x_n = -\frac{Q}{2\pi\varphi k \alpha z}.$$

Положивъ сперва $z = H = 6$ m., получимъ:

$$x_n = -\frac{0,061}{2 \,.\, 3,14 \,.\, 0,004 \,.\, 0,005 \,.\, 6} = -\frac{0,061}{0,0075} = -81\ ^{1}).$$

Если водораздѣльная точка кривой уровня находится въ разстояніи 81 метра отъ оси колодца, то послѣдній, слѣдовательно, не можетъ быть располагаемъ ближе, чѣмъ на 81 метръ отъ открытаго водоема, находящагося ниже по уклону водоноснаго горизонта. Если же колодецъ устроенъ, положимъ, въ 50 метрахъ отъ такого водоема, то, при условіи полученія лишь грунтовой воды, откачку нельзя доводить до пониженія на 2 метра.

Допустимое при указанномъ условіи пониженіе опредѣляемъ слѣдующимъ образомъ: водораздѣльная точка кривой уровня должна быть не далѣе 50 метровъ отъ колодца, слѣдовательно:

$$x_n = 50 = \frac{Q}{2\pi\varphi k \alpha z},$$

---

[1]) Если полученное значеніе x подставить въ уравненіе:

$$(z - \alpha x)^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi\varphi k}\ln\frac{R}{x},$$

то получимъ:

$$z = 0,004 \,.\, 81 \pm \sqrt{36 - \frac{0,061}{3,14 \,.\, 0,005}\ln\frac{250}{81}} = 0,324 \pm \sqrt{36 - 4} = 5,98.$$

Подставляя абсолютное значеніе $z = 5,98$ въ выраженіе x_n, получимъ $x_n = 81$, т. е. какъ было опредѣлено по ординатѣ, принятой равной H.

или полагая $z = 6$,

$$50 = \frac{Q}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 0{,}005 \,.\, 0{,}004 \,.\, 6},$$

откуда

$$Q = 0{,}038 \text{ к. м. въ сек.}$$

Затѣмъ, по извѣстному расходу $Q = 0{,}038$ и $x = 50$, опредѣляемъ z по формулѣ (стр. 121):

$$z = \alpha x \pm \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{x}} = 0{,}2 \pm \sqrt{36 - 3{,}89} = 5{,}87,$$

а затѣмъ по формулѣ (стр. 121):

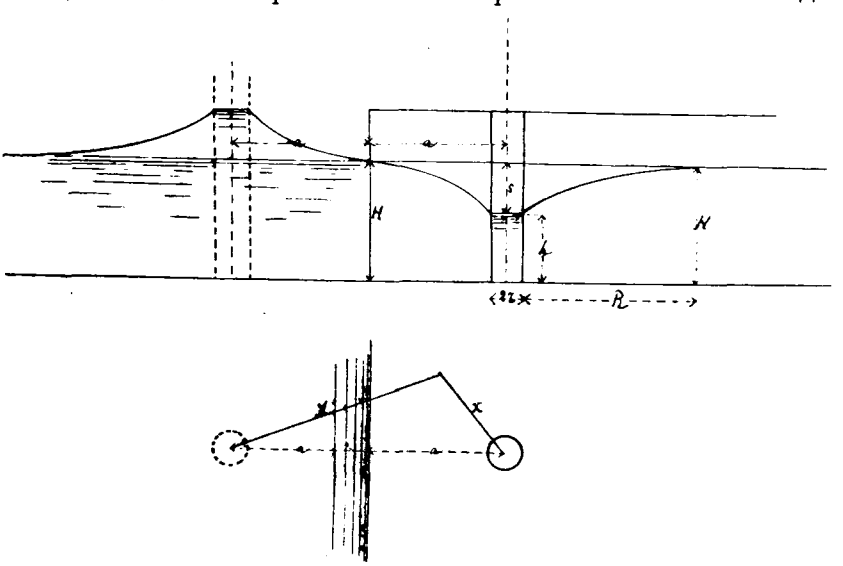
$$z = \alpha x \pm \sqrt{h^2 + \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{x}{r}}$$

опредѣляемъ $h = 4{,}86$; слѣдовательно, пониженіе уровня $s = H - h$ должно быть не болѣе $= 1{,}14$ метр.

Выведемъ теперь общее уравненіе уровня грунтовой воды при дѣйствіи колодца, находящагося вблизи рѣки.

Имѣемъ грунтовый водоносный горизонтъ, въ которомъ вода стоитъ на высотѣ H надъ горизонтальнымъ непроницаемымъ ложемъ. Въ этомъ водоносномъ горизонтѣ заложенъ грунтовый колодецъ съ радіусомъ r, доходящій до водоупорнаго ложа. Въ разстояніи a отъ колодца находится рѣка. Такъ какъ вода грунтоваго горизонта не имѣетъ самостоятельнаго движенія, то уровни воды въ грунтѣ, колодцѣ и рѣкѣ стоятъ на одной и той же высотѣ H надъ непроницаемымъ ложемъ.

При пониженіи откачкою уровня воды въ колодцѣ на величину s, вода въ предѣлахъ вліянія этой откачки R устремится къ колодцу, и если $R > a$, то вода изъ рѣки станетъ просачиваться въ колодецъ.



Фиг. 34.

Очевидно, условія равновѣсія останутся совершенно тѣ же, если русло рѣки было бы заполнено тождественнымъ съ даннымъ водоноснымъ горизонтомъ грунтомъ и если въ разстояніи a отъ бывшаго берега рѣки, совершенно симметрично грунтовому колодцу находился бы поглощающій колодецъ, въ который мы постоянно приливали бы воду въ количествѣ, равномъ тому именно количеству, которое выкачивается изъ грунтоваго колодца.

Для грунтоваго колодца уравненіе поверхности уровня (см. стр. 80):

$$z^2 - (H - s)^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{x}{r}.$$

Для поглощающаго колодца уравненіе кривой уровня (см. стр. 133):

$$z^2 - (H + s)^2 = -\frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{y}{r}.$$

Въ этихъ уравненіяхъ x и y обозначаютъ горизонтальныя разстоянія произвольно взятой точки поверхности уровня до оси грунтоваго и поглощающаго колодцевъ. При одновременномъ дѣйствіи обоихъ колодцевъ имѣютъ мѣсто оба эти уравненія.

Соединеніе ихъ даетъ уравненіе слѣдующаго вида:

$$z^2 - \text{Const} = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{x}{y},$$

или

$$\text{Const} - z^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{y}{x}.$$

Для каждаго находящагося на берегу бывшей рѣки пункта уровня $x = y$, слѣдовательно $\text{Const} - z^2 = 0$, $z = \text{Const} = H$; такимъ образомъ уравненіе кривой уровня при дѣйствіи грунтоваго и поглощающаго колодца представитъ:

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{y}{x}.$$

Для каждаго пункта окружности колодца $x = r$, а y можетъ быть принятъ равнымъ $2a$; слѣдовательно, высоту уровня въ колодцѣ (h) опредѣлимъ изъ уравненія:

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{2a}{r},$$

откуда:

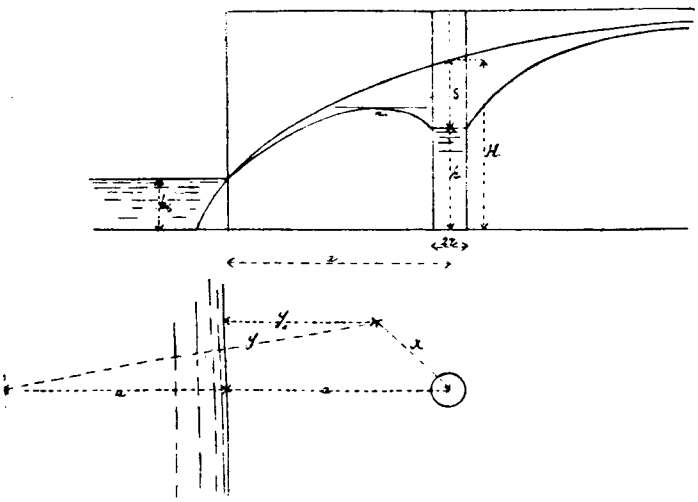
$$h = \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \text{ log. nat. } \frac{2a}{r}}\ ^{1)}.$$

Послѣднее уравненіе показываетъ, что при данной производительности колодца Q пониженіе уровня откачкою ($s = H - h$) будетъ тѣмъ

[1]) Forchheimer, Grundwasserspiegel bei Brunnenanlagen (Zeitschr. d. oesterr. Ing. & Archit. Vereines, 1898, № 44, S. 631).

меньше, чѣмъ меньше a, т. е. чѣмъ ближе къ рѣкѣ расположенъ колодецъ. Послѣднее уравненіе отличается отъ выведеннаго (см. стр. 82) для грунтоваго колодца, въ районѣ вліянія котораго нѣтъ открытаго водоема, лишь тѣмъ, что вмѣсто R въ выраженіе входитъ $2\,a$.

Если грунтовый водоносный горизонтъ имѣетъ уклонъ къ рѣкѣ, то при дѣйствіи заложеннаго въ такомъ горизонтѣ колодца, находящагося въ разстояніи a отъ берега рѣки, уравненіе поверхности уровня, образующагося при дѣйствіи колодца, выведемъ слѣдующимъ образомъ.



Фиг. 35.

При существующей разности уровней воды въ грунтѣ и рѣкѣ, грунтовая вода направляется къ послѣдней, при чемъ уровень воды въ грунтѣ располагается по параболѣ, уравненіе которой, какъ было показано выше (стр. 69), имѣетъ видъ:

$$z^2 - h^2_0 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,y_0,$$

гдѣ Q_0 обозначаетъ то количество воды, которое до начала дѣйствія колодца попадаетъ въ 1 секунду изъ грунта въ рѣку, считая на каждую единицу длины берега; h_0—высота уровня въ рѣкѣ и y_0—разстояніе точки уровня съ ординатою z до берега рѣки.

При дѣйствіи колодца, въ этомъ одинаковомъ для всего берега рѣки уровнѣ образуется мѣстное, въ районѣ вліянія колодца воронкообразное углубленіе. Если бы вода въ грунтѣ не имѣла самостоятельнаго движенія, а стояла бы по всему грунту на одной высотѣ H, то уравненіе воронкообразной поверхности уровня, какъ было изложено выше, имѣло бы видъ:

$$H^2 - z^2 = \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\,\text{log. nat.}\,\frac{y}{x},$$

или

$$z^2 - H^2 = -\frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\,\text{log. nat.}\,\frac{y}{x},$$

*

гдѣ x и y представляютъ разстояніе произвольно взятой точки уровня отъ осей грунтоваго и воображаемаго поглощающаго колодца.

При одновременномъ дѣйствіи грунтоваго колодца и расходѣ вслѣдствіе уклона водоноснаго грунта, имѣютъ мѣсто оба эти уравненія. Соединеніе ихъ даетъ уравненіе:

$$z^2 - \text{Const} = \frac{2\,Q_0\,y_0}{\varphi\,k} - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{y}{x}\,.$$

Для каждой точки уровня на берегу рѣки $x = y$; слѣдовательно, log. nat. $\frac{y}{x}$ обращается въ такомъ случаѣ въ log. nat. 1, т. е. въ 0, а потому вышеприведенное уравненіе для точекъ уровня, лежащихъ на берегу рѣки, обращается въ слѣдующее:

$$z^2 - \text{Const} = \frac{2\,Q_0\,y_0}{\varphi\,k};$$

слѣдовательно:

$$\text{Const} = h^2{}_0,$$

а потому уравненіе уровня при дѣйствіи колодца и расходѣ, вслѣдствіе уклона грунта, принимаетъ видъ:

$$z^2 - h^2{}_0 = \frac{2\,Q_0\,y_0}{\varphi\,k} - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{y}{x}\,.$$

Для каждой точки окружности колодца $x = r$, $z = h$, $y_0 = a$, а y можетъ быть принятъ за $2a$; слѣдовательно, имѣемъ:

$$h^2 - h^2{}_0 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,a - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{2a}{r}\,.$$

Но такъ какъ:

$$H^2 - h^2{}_0 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,a,$$

то:

$$h^2 - h^2{}_0 = H^2 - h^2{}_0 - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{2a}{r},$$

или

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{2a}{r},$$

или

$$H^2 - (H - s)^2 = \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{2a}{r}\,.$$

Рѣшая послѣднее уравненіе относительно s, получаемъ:

$$s = H - \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{2a}{r}},$$

т. е. получаемъ выраженіе, совершенно тождественное съ выведеннымъ ранѣе для грунтоваго колодца при покойной водѣ; слѣдовательно, при

одномъ и томъ же Q пониженіе уровня въ колодцѣ должно быть одинаково, независимо отъ того, находится ли грунтовая вода въ покоѣ, или имѣетъ самостоятельное движеніе.

Уравненіе:

$$z^2 - h^2_0 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,y_0 - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\,\text{log. nat.}\,\frac{y}{x}$$

представляетъ уравненіе поверхности уровня при дѣйствіи колодца и уклона водоноснаго пласта. Для сѣченія перпендикулярнаго къ рѣкѣ, когда $y = a + y_0$ и $x = a - y_0$, уравненіе это принимаетъ видъ:

$$z^2 - h^2_0 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,y_0 - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,h}\,\text{log. nat.}\,\frac{a + y_0}{a - y_0},$$

которое представляетъ уравненіе кривой уровня въ вертикальной плоскости паденія пласта.

Касательная къ этой кривой горизонтальна, когда $\frac{dz}{dy} = 0$. Дифференцируя уравненіе кривой, получаемъ:

$$2z\,.\,dz = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,.\,dy - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\left(\frac{dy}{a+y} - \frac{-dy}{a-y}\right),$$

или

$$2\,z\,\frac{dz}{dy} = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k} - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\left(\frac{1}{a+y} + \frac{1}{a-y}\right).$$

При $\frac{dz}{dy} = 0$, получаемъ:

$$\frac{2\,Q_0}{\varphi\,k} = \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\left(\frac{1}{a+y} + \frac{1}{a-y}\right) = \frac{2\,a\,Q}{\pi\,\varphi\,k\,(a^2 - y^2)},$$

откуда

$$Q_0 = \frac{a\,Q}{\pi\,(a^2 - y^2)},$$

или

$$y = \sqrt{a^2 - \frac{a\,Q}{\pi\,Q_0}}\,.$$

Когда $a^2 > \frac{a\,Q}{\pi\,Q_0}$, или $a > \frac{Q}{\pi\,Q_0}$, тогда y есть величина дѣйствительная, т. е. кривая имѣетъ такую точку n, проведенная чрезъ которую касательная горизонтальна, т. е. кривая уровня имѣетъ водораздѣльную точку. Поэтому, если требуется, чтобы при дѣйствіи колодца вода изъ рѣки въ него не попадала, необходимо и достаточно, чтобы рѣка находилась отъ колодца на разстояніи, большемъ $\frac{Q}{\pi\,Q_0}$ метровъ [1]).

---

[1]) Forchheimer, l. c., стр. 632.

Уравненіе уровня при дѣйствіи колодца и рѣки:

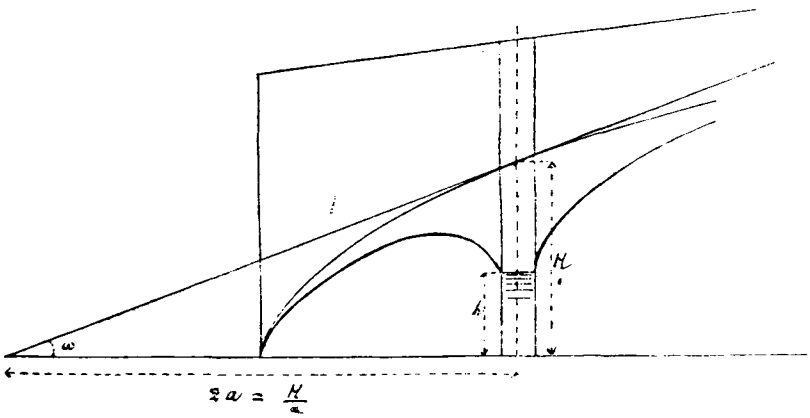
$$z^2 - h^2_0 = \frac{2\,Q_0}{k\,\varphi}\,y_0 - \frac{Q}{\pi\,k\,\varphi}\,\text{log. nat.}\,\frac{y}{x}$$

при $h_0 = 0$, т. е. когда вмѣсто рѣки имѣемъ сухой логъ, въ которомъ грунтовыя воды не подпруживаются, обращается въ

$$z^2 = \frac{2\,Q_0}{k\,\varphi}\,y_0 - \frac{Q}{\pi\,k\,\varphi}\,\text{log. nat.}\,\frac{y}{x}\,.$$

При $x = r$, y можно принять $= 2\,a$, а $z = h$, слѣдовательно имѣемъ:

$$h^2 = \frac{2\,Q_0}{k\,\varphi}\,y_0 - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\,\text{log. nat.}\,\frac{2\,a}{r}\,.$$



Фиг. 36.

Для всякой параболы длина подкасательной равна двойной абсциссѣ; слѣдовательно, касательная къ первоначальному, до начала дѣйствія колодца параболическому уровню, проведенная чрезъ точку, соотвѣтствующую оси колодца, пересѣкаетъ ось абсциссъ на разстояніи $2\,a$ отъ подошвы оси колодца. Уклонъ пласта $= \alpha = \text{tang}\ \omega = \frac{H}{2\,a}$, а потому $2\,a = \frac{H}{\alpha}$, и слѣдовательно, уравненіе поверхности уровня принимаетъ видъ:

$$h^2 = \frac{2\,Q_0}{k\,\varphi}\,y_0 - \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\,\text{log. nat.}\,\frac{H}{\alpha\,r}\,.$$

Внѣ сферы вліянія колодца уровень въ грунтѣ стоитъ по параболѣ, уравненіе которой:

$$z^2 - h^2_0 = \frac{2\,Q_0}{k\,\varphi}\,y_0,$$

при $h_0 = 0$ даетъ:

$$z^2 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,y_0.$$

При $y_0 = a$, $z = H$; слѣдовательно, имѣемъ:

$$H^2 = \frac{2\,Q_0}{\varphi\,k}\,a.$$

Подставляя въ предыдущее уравненіе вмѣсто $\frac{2Q_0}{\varphi\,k}\,y_0$ равное ему значеніи H^2, получаемъ:

$$h^2 = H^2 - \frac{Q}{\pi\,k\,\varphi}\ \text{log. nat.}\ \frac{H}{\alpha\,r},$$

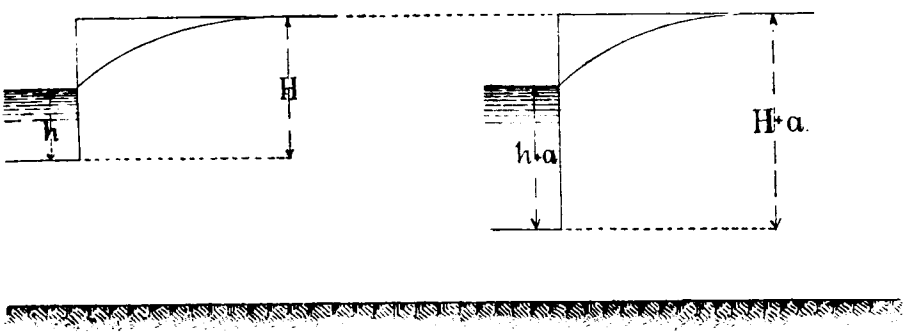
или

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi\,\varphi\,k}\ \text{log. nat.}\ \frac{H}{\alpha\,r}\ ^{1}).$$

Вліяніе глубины заложенія водосбора на его производительность.

Разсмотрѣнные нами водосборы (канава, грунтовый и артезіанскій колодецъ) предполагались углубленными въ песчаный водоносный слой до встрѣчи съ водоупорнымъ ложемъ послѣдняго.

Разсмотримъ теперь производительность этихъ водосборовъ въ пред-



Фиг. 37.

положеніи, что они заложены въ водоносномъ горизонтѣ выше его непроницаемаго ложа.

1) Если допустить, что грунтовая вода, залегающая ниже горизонта дна канавы, не приходитъ въ движеніе при дѣйствіи послѣдней, то легко видѣть, что, понижая дно канавы на нѣкоторую глубину a, при одномъ и томъ же пониженіи уровня въ канавѣ, мы увеличиваемъ какъ H, такъ и h, на одну и ту же величину a.

Расходъ въ первомъ случаѣ составитъ:

$$Q_1 = \frac{1}{2}\,\varphi\,k\,\frac{H-h}{L}\,(H+h),$$

а во второмъ

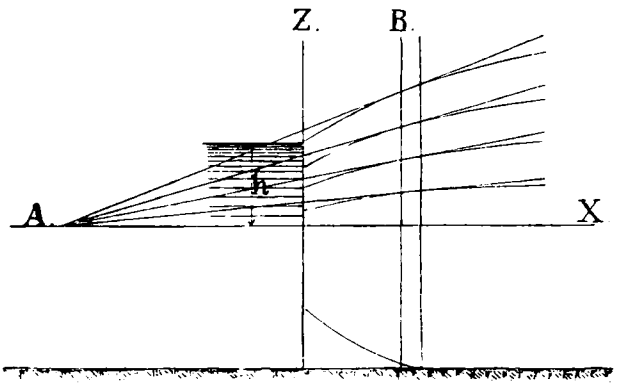
$$Q_2 = \frac{1}{2}\,\varphi\,k\,\frac{H-h}{L}\,(H+h+2\,a).$$

---

[1]) Forchheimer, Grundwasserspiegel bei Brunnenanlagen (Zeitschr. d. österr. Ing. und Archit. Vereines, 1898, № 44, S. 633.

Слѣдовательно, расходъ канавы существенно зависитъ отъ глубины ея заложенія и увеличивается вмѣстѣ съ послѣднею.

Мы допустили, что грунтовая вода, находящаяся ниже уровня дна канавы, не приходитъ въ движеніе при дѣйствіи послѣдней. На самомъ дѣлѣ это не такъ. Уровень воды въ грунтѣ, вслѣдствіе всасывающаго дѣйствія канавы, представляетъ извѣстную параболу. Двѣ смежныя, удаленныя другъ отъ друга на разстояніе dx ординаты этой параболы отличаются другъ отъ друга величиною dz; поэтому $\gamma\, dz$ (гдѣ γ — вѣсъ единицы объема воды) представляетъ разность давленій для двухъ смежныхъ ординатъ. Эта разность давленій имѣетъ мѣсто не только для частицы воды, описывающей при своемъ движеніи кривую уровня, но и для всякой частицы воды, лежащей на ординатѣ, вплоть до самаго непроницаемаго ложа. Вслѣдствіе этой разности давленія, частицы воды, лежащія на разсматриваемой ординатѣ, должны прійти въ движеніе. Для другихъ ординатъ будутъ другія разности давленія, которыя въ свою очередь дѣйствуютъ на всѣ частицы воды, находящіяся на этихъ ординатахъ. Вслѣдствіе этого на всемъ томъ разстояніи, гдѣ уровень стоитъ по кривой, вода въ грунтѣ вплоть до непроницаемаго ложа должна придти въ движеніе.



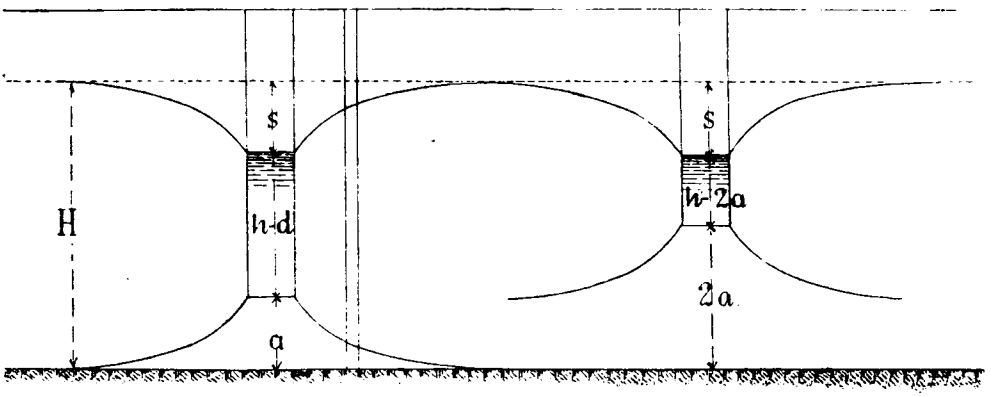
Фиг. 38.

За этою кривою, какъ въ сторону грунта, такъ и въ сторону канавы, вода не можетъ придти въ движеніе, вслѣдствіе отсутствія побудительной къ тому причины.

Движеніе воды въ грунтѣ совершается по извѣстнымъ кривымъ, подобнымъ кривой пониженія уровня, представляющей собою также линію теченія частицъ воды. Движеніе частицъ воды всего вертикальнаго параллельнаго оси канавы сѣченія BB, вслѣдствіе всасывающаго дѣйствія канавы, направляется къ одной и той же линіи, параллельной оси канавы и проектирующейся на чертежѣ въ точкѣ A, представляющей точку пересѣченія касательной къ элементу кривой пути частицы воды съ осью X. Уравненіе кривой уровня $z^2 = h^2 + mx$, при чемъ начало координатъ выбрано въ точкѣ, отстоящей отъ поверхности воды въ канавѣ на h. Частицы воды въ грунтѣ, находящіяся ниже оси X, будутъ двигаться по кривымъ, симметричнымъ путямъ частицъ, находящихся въ соотвѣтственномъ разстояніи выше этой оси.

Можно считать, что всѣ частицы, находящіяся между уровнемъ дна канавы и параболическою кривою, проведенною отъ дна канавы симме-

трично съ параболою уровня, придутъ въ движеніе и увеличатъ собою количество воды, вычисленное нами въ первомъ предположеніи. Но частицы воды, находящіяся ниже этой симметричной уровню параболы, хотя и могутъ, вслѣдствіе разности давленія въ двухъ смежныхъ сѣченіяхъ, придти въ движеніе, но въ канаву не попадутъ, такъ какъ помянутая разность давленій доведетъ эти частицы лишь до линіи ZZ и сообщитъ имъ извѣстную скорость v; за линіею ZZ далѣе въ сторону канавы этой разности давленій уже не существуетъ, и частицы могутъ тутъ двигаться лишь въ силу собственной энергіи, или живой силы $= \frac{v^2}{2g}$. Безъ особой погрѣшности можно считать, что эта живая сила недостаточна для преодолѣнія сопротивленія движенія частицъ воды отъ



Фиг. 39.

линіи ZZ до дна канавы и, слѣдовательно, можно считать, что грунтовая вода ниже параболы, симметричной кривой уровня, въ канаву не попадаетъ.

2) Если грунтовый колодецъ не доходитъ до водонепроницаемаго ложа, то, допустивъ, что грунтовая вода, находящаяся ниже дна колодца, не приходитъ въ движеніе при расходѣ изъ колодца, получимъ, что недоведеніе колодца до водонепроницаемаго ложа на величину a равносильно пониженію какъ H, такъ и h на ту же самую величину a; такимъ образомъ, количество воды, даваемой колодцемъ, недоведеннымъ до водоупорнаго ложа на величину a, будетъ меньше производительности углубленнаго вплоть до этого ложа колодца въ отношеніи $(H - h - 2a)$ къ $(H + h)$.

Въ самомъ дѣлѣ, расходъ перваго колодца составитъ:

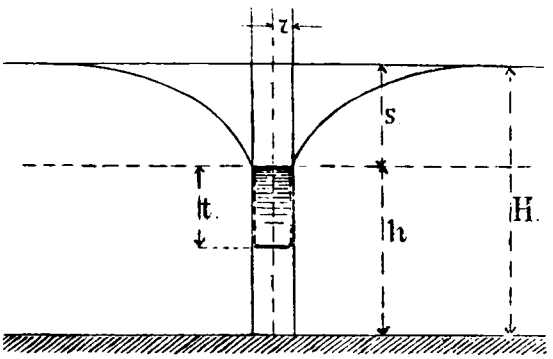
$$Q_1 = \pi \varphi k \frac{H - h}{\log. \text{nat.} \frac{R}{r}} (H + h - 2a),$$

а второго:

$$Q_2 = \pi \varphi k \frac{H - h}{\log. \text{nat.} \frac{R}{r}} (H + h).$$

Подобно тому, какъ и въ случаѣ канавы, легко можно видѣть, что находящаяся ниже дна колодца грунтовая вода тоже принимаетъ участіе въ движеніи при расходѣ изъ колодца; при этомъ вполнѣ возможно допустить, что частицы воды, находящіяся ниже параболы, проведенной отъ дна колодца симметрично кривой уровня, не увеличиваютъ количества воды въ колодцѣ. Изъ чертежа легко усмотрѣть, что районы, такъ сказать, мертвой воды, т. е. немогущей попасть въ колодецъ, будутъ тѣмъ больше, чѣмъ выше заложенъ колодецъ.

Вліяніе глубины заложенія грунтового колодца было между прочимъ изслѣдовано проф. Форхгеймеромъ [1]). Если въ грунтовомъ водоносномъ горизонтѣ, мощностью H, заложенъ колодецъ, доходящій до водонепроницаемаго ложа, то при пониженіи откачкою уровня въ колодцѣ до высоты h производительность его равняется:



Фиг. 40.

$$Q = \frac{\pi \varphi k \, (H^2 - h^2)}{\log. \text{nat.} \frac{R}{r}}.$$

Введя въ такой колодецъ обсадную трубу съ продыравленными стѣнками и *сплошнымъ дномъ*, возможно получить, въ зависимости отъ мѣста установки этой трубы, различныя глубины заложенія грунтового колодца и, слѣдовательно, различную высоту t проницаемой для воды стѣнки колодца, считая отъ уровня воды въ послѣднемъ. Наблюденія Форхгеймера показали, что при одномъ и томъ же пониженіи уровня въ колодцѣ $= s = H - h$ производительность колодца q, недоходящаго до водонепроницаемаго ложа и углубленнаго на глубину t ниже уровня воды въ колодцѣ, относится къ производительности колодца Q, углубленнаго до водонепроницаемаго ложа, какъ:

$$q : Q = \sqrt{\frac{t}{h}} \cdot \sqrt[4]{2 \frac{h - t}{h}}.$$

Если построить эллипсъ, принявъ Q и h за его полуоси, и затѣмъ, принявъ h за ось x-овъ, а Q за ординату, построить параболу, то опредѣленныя изъ опытовъ значенія q для различныхъ глубинъ t заложенія дна колодца ниже его уровня оказываются средними геометрическими значеніями ординатъ абсциссы t для эллипса и параболы.

---

[1]) Forchheimer, Grundwasserspiegel bei Brunnenanlagen (Zeitschr. d. oesterr. Ingen. u. Archit.-Vereines, 1898, № 45, S. 645.—Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure, XXXXIII, № 8, 1899, S. 202).

Соотвѣтствующая абсциссѣ t ордината эллипса равняется [1]):

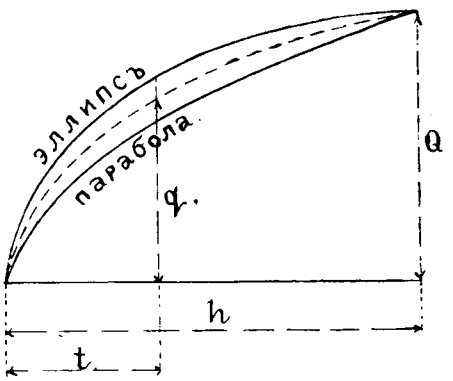
$$q_1 = Q\sqrt{\frac{t}{h}} \cdot \sqrt{\frac{2h-t}{h}},$$

а соотвѣтствующая той же абсциссѣ t ордината параболы равняется:

$$q_2 = Q\sqrt{\frac{t}{h}};$$

среднее геометрическое значеніе этихъ ординатъ равняется:

$$q = \sqrt{q_1\, q_2} = Q\sqrt{\frac{t}{h}}\sqrt{\frac{2h-t}{t}} = Q\sqrt{\frac{t}{h}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2h-t}{h}}.$$



Фиг. 41.

Послѣднее выраженіе представляетъ эмпирическую формулу Форхгеймера расхода грунтового колодца, недоходящаго до водонепроницаемаго ложа водоноснаго пласта и имѣющаго сплошное дно.

---

[1]) Если Q и h есть полуоси эллипса, то уравненіе его относительно вершины на оси X-овъ имѣетъ видъ:

$$y^2 = 2\frac{Q^2}{h}x - \frac{Q^2}{h^2}x^2,$$

слѣдовательно:

$$q_1^2 = 2\frac{Q^2}{h}t - \frac{Q^2}{h^2}t^2 = Q^2\frac{t}{h}\left(2 - \frac{t}{h}\right),$$

и

$$q_1 = Q\sqrt{\frac{t}{h}} \cdot \sqrt{\frac{2h-t}{h}}.$$

Затѣмъ если Q и h есть координаты точки параболы, то уравненіе ея относительно вершины:

$$y^2 = 2px$$

принимаетъ видъ:

$$Q^2 = 2ph;$$

слѣдовательно имѣемъ:

$$q_2^2 = 2pt = Q^2\frac{t}{h}$$

и

$$q_2 = Q\sqrt{\frac{t}{h}}$$

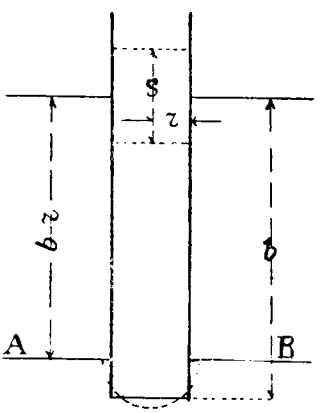
При *открытомъ днѣ* обсадной трубы, или при проницаемомъ для воды днѣ недоведеннаго до непроницаемаго ложа грунтового колодца производительность его, очевидно, должна увеличиться. По наблюденіямъ Форхгеймера, это увеличеніе равно отношенію квадратныхъ корней изъ проницаемыхъ для воды поверхностей, т. е. отношенію:

$$\sqrt{\frac{2\pi r t + \pi r^2}{2\pi r t}} = \sqrt{\frac{t + 0{,}5\, r}{t}};$$

такимъ образомъ, производительность грунтового колодца, опущеннаго на глубину t ниже уровня воды въ колодцѣ, но не доведеннаго до непроницаемаго ложа пласта, равняется:

$$Q \cdot \sqrt{\frac{t + 0{,}5\, r}{t}} \sqrt{\frac{t}{h}} \sqrt[4]{\frac{2h - t}{h}} = Q \sqrt{\frac{t + 0{,}5\, r}{h}} \sqrt[4]{\frac{2h - t}{h}}.$$

3) Если артезіанская скважина вошла въ водоносный слой на глубину b, но не дошла до его водоупорнаго ложа, то производительность ея опредѣлимъ слѣдующимъ образомъ.



Фиг. 42.

Можно разсматривать, что на глубину $b - r$ скважина дѣйствуетъ какъ опущенная въ пластъ, толщиною $b - r$; слѣдовательно, производительность этой части скважины равняется:

$$Q_1 = \frac{2\pi\varphi k (b - r)}{\log.\,\text{nat.}\,\frac{R}{r}} \cdot s.$$

Затѣмъ дно скважины, площадью πr^2, и остальная боковая поверхность, площадью $2\pi r \cdot r$, слѣдовательно, общая площадь $3\pi r^2$ будетъ сосать также, какъ равная ей полусфера, радіусъ которой r_1 опредѣлимъ изъ условія:

$$3\pi r^2 = 2\pi r^2_1,$$

откуда:

$$r_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}\, r = 1{,}22\, r.$$

Движеніе воды къ полусферѣ радіуса r_1 сосредоточено лишь въ части пласта, лежащей ниже линіи AB; при этомъ скорость этого движенія v обратно пропорціональна квадрату разстоянія ρ частицы воды отъ центра полусферы.

Итакъ, имѣемъ:

$$v_\rho = k\frac{dp}{d\rho} = \frac{c}{\rho^2},$$

(гдѣ p—гидравлическое давленіе, а c—постоянное), или

$$k \,.\, dp = c \frac{d\rho}{\rho^2} \,.$$

Интегрируя, получаемъ:

$$kp = -c \frac{1}{\rho} + \text{Const.}$$

При:

$$\rho = r \;,\; p = s$$

и при:

$$\rho = R \;,\; p = 0;$$

слѣдовательно имѣемъ:

$$ks = -\frac{c}{r} + \text{Const.}$$

$$0 = -\frac{c}{R} + \text{Const.},$$

т. е.

$$ks + c \frac{1}{r} = c \frac{1}{R};$$

или

$$c = \frac{ks}{\frac{1}{R} - \frac{1}{r}} = ks \frac{Rr}{r - R} = -ks \frac{Rr}{R - r} \,.$$

Слѣдовательно:

$$v_r = -\frac{ks}{r^2} \frac{Rr}{R - r} = -\frac{ks}{r} \cdot \frac{R}{R - r};$$

но такъ какъ при большомъ R сравнительно съ r отношеніе $\frac{R}{R - r}$ мало отличается отъ 1, то можно считать, что абсолютная величина скорости:

$$v_r = \frac{ks}{r}$$

и слѣдовательно скорость для разстоянія r_1 равняется:

$$\frac{ks}{r_1} = \frac{ks}{1{,}22\; r} \,.$$

Такимъ образомъ, количество воды, поступающее чрезъ полусферу радіусомъ $r_1 = Q_2 = 2\pi\varphi r_1^2 \,.\, \frac{ks}{r_1} = 2{,}44\; \pi\varphi r ks.$

Итакъ, общее количество воды, даваемое скважиной, составитъ:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2\pi\varphi k \frac{b - r}{\log.\,\text{nat.}\frac{R}{r}} s + 2{,}44\,\pi\varphi r ks =$$

$$= 2\pi\varphi ks \left(\frac{b - r}{\log.\,\text{nat.}\frac{R}{r}} + 1{,}22\; r \right) \cdot$$

Грунтовые и артезіанскіе колодцы съ непроницаемой стѣнкой.

При расходѣ воды изъ этихъ водосборовъ, вода водоноснаго горизонта устремляется изъ всѣхъ пунктовъ, въ предѣлахъ вліянія откачки, къ подошвенному краю непроницаемой стѣнки колодца или обсадной трубы скважины. Расходъ воды изъ такихъ колодцевъ и скважинъ ограничивается тѣмъ обстоятельствомъ, что при опредѣленномъ матеріалѣ водоноснаго слоя скорость движенія воды въ послѣднемъ не должна превосходить того предѣла, при которомъ частицы водоноснаго слоя начинаютъ увлекаться вмѣстѣ съ водою въ водосборъ и, слѣдовательно, послѣдній станетъ заноситься пескомъ. Если водоносный слой состоитъ изъ хрящеватаго песка, то при значительномъ расходѣ воды мелкія частицы этого слоя будутъ вымываться, вслѣдствіе чего близъ подошвеннаго края стѣнки колодца или обсадной трубы скважины на болѣе или менѣе значительномъ разстояніи образуется крупнозернистый фильтръ. При совершенно однородномъ водоносномъ слоѣ образованіе такого фильтра невозможно. Отсюда ясно, что водосборы съ непроницаемой стѣнкой можно устраивать лишь при грубозернистомъ, хрящеватомъ водоносномъ слоѣ.

Изслѣдованіе водосборовъ съ непроницаемой стѣнкой мы изложимъ по Люгеру (см. Lueger, l. c., 468—472, 476—477, 504; Люгеръ, Водоснабж., переводъ Боровича, II, 314—318, 322—324, 353).

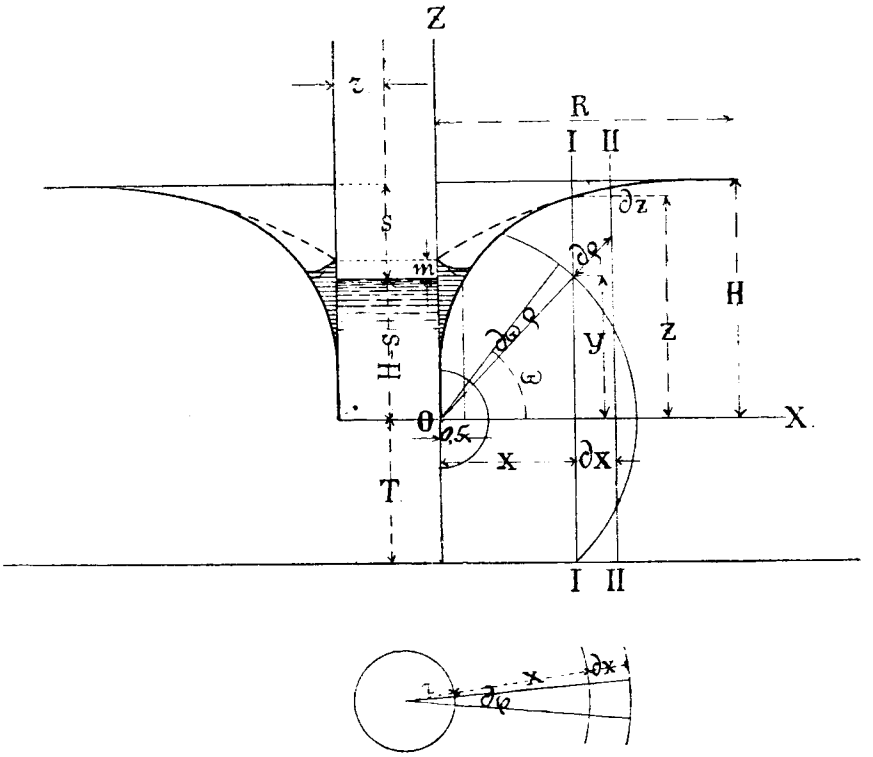
Представимъ, что въ горизонтально залегающій водоносный слой опущенъ колодецъ съ непроницаемой стѣнкой, недоходящей до водонепроницаемаго ложа на вертикальное разстояніе T. Откачкою уровень въ колодцѣ, первоначально находящійся на высотѣ H надъ дномъ колодца, или на высотѣ $H + T$ надъ водонепроницаемымъ ложемъ, опущенъ на глубину s; вслѣдствіе откачки уровень воды въ грунтѣ представитъ нѣкоторую кривую. Кривая эта у стѣнки колодца начинается не на высотѣ уровня воды въ колодцѣ, какъ это имѣетъ мѣсто въ случаѣ проницаемой стѣнки, а на нѣкоторомъ разстояніи m выше этого уровня. Это разстояніе соотвѣтствуетъ высотѣ столба воды, необходимаго для преодолѣнія сопротивленія движенію воды отъ начала кривой до подошвы стѣнки.

Люгеръ [1]) считаетъ однако, что при непроницаемой стѣнкѣ какъ въ канавѣ, такъ и въ колодцѣ, кривая пониженія уровня или, правильнѣе, крайній верхній путь движенія частицъ воды не касается стѣнки, и начало этой кривой находится не выше, а ниже уровня водосбора. Въ непосредственной близости къ стѣнкѣ колодца очертаніе кривой уровня обусловливается не только движеніемъ частицъ воды, но и дѣйствіемъ прилипанія воды къ стѣнкѣ колодца; такимъ образомъ, въ непосред-

[1]) L. c., 470.

ственной близости къ стѣнкѣ колодца, между послѣдней и кривой уровня получается участокъ, въ предѣлахъ котораго вода не приходитъ въ движеніе. Для практическихъ разсчетовъ Люгеръ признаетъ возможнымъ совершенно не принимать во вниманіе вышеуказанной величины m и считать отмѣтку уровня грунтовой воды въ разстояніи 0,5 м. отъ края колодца совпадающею съ отмѣткою уровня въ колодцѣ [1]).

Во всей мощности водоноснаго пласта, въ предѣлахъ всего того района, гдѣ уровень при расходѣ колодца стоитъ по кривой и гдѣ



Фиг. 43.

слѣдовательно въ произвольно взятомъ вертикальномъ, проходящемъ чрезъ ось колодца сѣченіи двѣ смежныя, удаленныя другъ отъ друга на разстояніе dx ординаты кривой уровня отличаются другъ отъ друга на величину dz, тамъ всюду грунтовая вода должна прійти въ движеніе. Это движеніе вызывается разностью давленій для двухъ смежныхъ ординатъ, разностью $= \gamma\, dz$, гдѣ γ — вѣсъ единицы объема воды, и имѣющею мѣсто для всей массы грунтовой воды между колодцемъ и радіусомъ вліянія послѣдняго, находящейся какъ выше основанія колодца, такъ и ниже его, вплоть до самаго водоупорнаго ложа. Очевидно также, что за предѣлами вліянія колодца, а также подъ дномъ колодца, т. е. въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ уровень представляетъ прямую, а не кривую,—грунтовая

[1]) L. c., 471 и 477.

вода, при расходѣ колодца, останется въ покоѣ и не придетъ въ движеніе, по отсутствію побудительной къ тому причины.

Оставляя ближайшую къ стѣнкѣ колодца часть кривой уровня, какъ находящуюся въ районѣ вліянія прилипанія воды къ стѣнкѣ колодца и вообще трудно доступную для непосредственнаго изслѣдованія, обратимся къ дальнѣйшему продолженію кривой уровня.

Проведемъ чрезъ ось колодца вертикальное сѣченіе, какъ показано на рисункѣ, и начало координатъ намѣчаемъ въ точкѣ O, у края колодца. Двѣ смежныя, удаленныя другъ отъ друга на разстояніе dx ординаты кривой уровня отличаются другъ отъ друга величиною dz. Разность давленій воды γdz между ординатами z и $z + dz$ заставить всѣ лежащія на этихъ ординатахъ частицы воды устремиться по кратчайшему направленію къ подошвенному краю непроницаемой стѣнки колодца съ различными, въ зависимости отъ разстоянія частицъ воды до края колодца, скоростями.

Для произвольно взятой на ординатѣ точки, удаленной отъ начала координатъ на разстояніе ρ и имѣющей координаты x и y, скорость u опредѣлимъ слѣдующимъ образомъ. Очевидно, эта скорость будетъ имѣть мѣсто для безконечно-малой поверхности, находящейся въ разстояніи ρ отъ подошвы колодца между двумя находящимися въ плоскости разсматриваемаго вертикальнаго сѣченія линіями теченія, образующими между собою уголъ $d\omega$, и между двумя вертикальными, проходящими чрезъ ось колодца сѣченіями, образующими между собою уголъ $d\psi$, т. е. для поверхности $\varphi \,.\, (x + r)\ d\psi \,.\, \rho d\omega$ (гдѣ φ — коэффиціентъ пористости водоноснаго слоя). Для другой поверхности въ разстояніи отъ стѣнки колодца Δ между тѣми же линіями теченія, образующими между собою уголъ $d\omega$, и между тѣми же вертикальными, проходящими чрезъ ось колодца плоскостями, образующими между собою уголъ $d\psi$, т. е. для поверхности $\varphi\ (r + \Delta)\ d\psi \,.\, \Delta d\omega$, скорость теченія назовемъ m; наконецъ, скорость притока на разстояніи 1 отъ стѣнки колодца назовемъ a.

Имѣемъ:

$$\frac{a}{m} = \frac{\Delta}{1},$$

или

$$m\,\Delta = a;$$

затѣмъ

$$\frac{u}{m} = \frac{\varphi\ (r + \Delta)\ d\psi \,.\, \Delta d\omega}{\varphi\ (r + x)\ d\psi \,.\, \rho d\omega} = \frac{(r + \Delta)\ \Delta}{(x + r)\ \rho},$$

откуда

$$\rho = \frac{(r + \Delta)\ \Delta m}{(r + x)\ u} = \frac{(r + \Delta)\ a}{(r + x)\ u}.$$

Но такъ какъ Δ есть величина произвольная, которая можетъ быть взята столь малою, что значеніемъ ея, по сравненію со всякою конечною величиною, можно пренебречь, то:

$$\rho = \frac{ra}{(r+x)\,u}.$$

Съ другой стороны скорость:

$$u = k\alpha = k\frac{dz}{d\rho} = k\frac{dz}{dx}\cos\omega = k\frac{dz}{dx}\cdot\frac{x}{\rho}.$$

Подставляя сюда:

$$\rho = \frac{ra}{(r+x)\,u},$$

получимъ:

$$u = k\frac{dz}{dx}\cdot\frac{(r+x)\,ux}{ra},$$

откуда

$$dz = \frac{ra}{k}\cdot\frac{dx}{x^2+rx}.$$

Интегрируя это уравненіе, получаемъ:

$$z = \frac{a}{k}\ln\frac{x}{r+x} + C.$$

При:

$$x = R,\ z = H;$$

слѣдовательно

$$C = H - \frac{a}{k}\ln\frac{R}{R+r},$$

а

$$z = H - \frac{a}{k}\ln\frac{R\,(r+x)}{x\,(R+r)}.$$

Входящую въ это уравненіе постоянную величину a, т. е. скорость притока на разстояніи 1 отъ начала координатъ, опредѣлимъ, зная еще два какихъ-либо соотвѣтственныхъ значенія x и z. При проницаемой оболочкѣ колодца мы имѣли, что, при $z = H - s$, $x = 0$; при непроницаемой же стѣнкѣ колодца для кривой пути движенія верхнихъ частицъ воды (но не для кривой уровня), при $z = H - s$, x будетъ имѣть нѣкоторое значеніе c. Для практическихъ разсчетовъ Люгеръ принимаетъ это значеніе $c = 0{,}5$ метра.

Итакъ, имѣемъ:

$$H - s = H - \frac{a}{k}\ln\left[\frac{R\,(r+c)}{c\,(R+r)}\right],$$

откуда

$$a = \frac{sk}{\ln\left[\frac{R\,(r+c)}{c\,(R+r)}\right]}.$$

Зная a и видъ кривой пониженія уровня (внѣ непосредственной близости къ колодцу), опредѣляемъ значеніе перемѣнной u, т. е. скорость притока для различныхъ точекъ произвольно взятой ординаты.

Такъ какъ:

$$u = k \frac{dz}{dx} \frac{x}{\rho} = k \frac{dz}{dx} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

и такъ какъ

$$dz = \frac{ra}{k} \cdot \frac{dx}{x^2 + rx},$$

то

$$u = \frac{ra}{r + x} \sqrt{\frac{1}{x^2 + y^2}}.$$

Изъ нѣсколькихъ значеній u для различныхъ точекъ одной и той же ординаты и соотвѣтствующихъ имъ горизонтальныхъ составляющихъ скоростей, $= u \cos \omega$, опредѣляемъ среднюю скорость u_m, которую можно принять за постоянную для всей ординаты, высотою $z + T$.

Такимъ образомъ, расходъ колодца опредѣлимъ равенствомъ:

$$Q = 2 \pi \varphi \ (x + r) \ (z + T) \ . \ u_m.$$

Гораздо проще расходъ можетъ быть полученъ слѣдующимъ образомъ:

Зная s, k, R, r и принимая $c = 0{,}5$ m., опредѣляемъ по вышеприведенной формулѣ a, т. е. скорость притока на разстояніи 1 метра отъ края колодца. Въ разсматриваемомъ вертикальномъ, проходящемъ чрезъ ось колодца, сѣченіи эту скорость будутъ имѣть всѣ частицы воды, находящіяся на дугѣ круга, описаннаго изъ точки O радіусомъ 1. Но ту же самую скорость будутъ имѣть точки той поверхности, которая получится, если упомянутую дугу будемъ вращать вокругъ оси колодца; тогда дуга эта опишетъ нѣкоторую поверхность вращенія, величину которой, по правилу Гюльдена, найдемъ, если длину производящей дуги умножимъ на окружность, описываемую при упомянутомъ вращеніи центромъ тяжести данной производящей дуги. Извѣстно, что центръ тяжести дуги лежитъ на линіи, дѣлящей пополамъ центральный уголъ дуги, на разстояніи отъ центра, равномъ $\xi = \frac{s}{b}$ (гдѣ s — длина хорды, а b — длина дуги, при радіусѣ дуги $= 1$).

Такимъ образомъ, поверхность вращенія равняется:

$$b \ . \ 2 \pi \left(r + \frac{s}{b} \right).$$

Если производящая дуга представляетъ полукругъ, что имѣетъ мѣсто, когда какъ $H - s$, такъ и T болѣе 1 метра, то поверхность вращенія составитъ:

$$\pi \ . \ 2 \pi \left(r + \frac{2}{\pi} \right) = 2 \pi^2 \left(r + \frac{2}{\pi} \right) = 19{,}74 \left(r + 0{,}63 \right).$$

Свободная для прохода воды профиль $= 19{,}74\ (r + 0{,}63)\ \varphi$, что при $\varphi = 0{,}38$, составитъ $7{,}50\ (r + 0{,}63)$.

Затѣмъ выраженіе:

$$a = \frac{s\,k}{\ln \left[\frac{R\,(r+0{,}5)}{0{,}5\,(R+r)}\right]} = \frac{s\,k}{\ln \left[\frac{2\,R\,(r+0{,}5)}{R+r}\right]}$$

можно упростить, такъ какъ $\frac{R}{R+r}$ мало отличается отъ 1; слѣдовательно, можно считать:

$$a = \frac{s\,k}{\ln\,[2\,(r+0{,}5)]}.$$

Тогда расходъ колодца составитъ:

$$Q = 7{,}50\ s\ k\ \frac{r+0{,}63}{\ln\,[2\,(r+0{,}5)]}.$$

Какъ видимъ, производительность колодца съ непроницаемой стѣнкой находится въ прямой зависимости отъ крупнозернистости водоноснаго слоя и отъ степени пониженія уровня; производительность эта увеличивается съ увеличеніемъ радіуса, но далеко не въ прямо пропорціональномъ отношеніи. Въ самомъ дѣлѣ, при измѣненіи r отъ 0,5 до 5 метровъ (каковые размѣры обыкновенно практикуются при устройствѣ колодцевъ съ непроницаемыми стѣнками), $\frac{r+0{,}63}{\ln\,[2\,(r+0{,}5)]}$ увеличивается всего отъ 1,5 до 2,3.

Взаимодѣйствіе водосборовъ.

Если нѣсколько колодцевъ или буровыхъ скважинъ, заложенныхъ въ одномъ и томъ же водоносномъ слоѣ, находятся на разстояніи другъ отъ друга меньшемъ $2\,R$, т. е. двойного радіуса дѣйствія водосбора, то при одновременномъ дѣйствіи всѣхъ этихъ водосборовъ, при одинаковомъ пониженіи уровня, общій расходъ, раздѣленный на число колодцевъ или скважинъ, оказывается значительно меньшимъ расхода при дѣйствіи одного только водосбора и томъ же пониженіи уровня.

Это взаимное вліяніе колодцевъ извѣстно уже издавна. Въ зависимости отъ свойствъ водоноснаго пласта, оно распространяется иногда на весьма значительное разстояніе. Такъ, Парижскій артезіанскій колодецъ въ Гренеллѣ давалъ съ 1842 по 1861 годъ постоянное количество до 907 куб. метр. въ сутки; но въ 1861 году, съ устройствомъ артезіанскаго колодца въ Пасси, въ 3 километрахъ отъ Гренелля, Гренелльскій колодецъ уменьшилъ свою производительность до 605 куб. метр., а затѣмъ производительность его уменьшалась или увеличивалась въ зависимости

отъ большаго или меньшаго, вслѣдствіе измѣненія высоты выпускного отверстія, расхода колодца въ Пасси [1]).

Два рядомъ находящіеся водосбора даютъ воды столько же, какъ и одинъ водосборъ. Это ясно изъ того, что районы вліянія, а слѣдовательно и объемы грунта, служащіе для питанія для двухъ колодцевъ, находящихся рядомъ, совпадаютъ другъ съ другомъ.

Если колодцы удалены другъ отъ друга на разстояніе M, меньшее чѣмъ $2\,R$, то районъ вліянія обоихъ колодцевъ при одновременномъ ихъ дѣйствіи будетъ не $2\,\pi R^2$, а

$$2\,\pi R^2 - 2\,\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{180}\,\beta - \sin\beta\right) = R^2\left[\pi\left(2 - \frac{\beta}{180}\right) + \sin\beta\right],$$

гдѣ β есть центральный уголъ въ град. хорды двухъ пересѣкающихся окружностей радіуса R [2]).

При $\frac{M}{R}$	= 2	1,75	1,50	1,25	1	0,75	0,50	0,25	0
Стрѣлка сегмента $\frac{f}{R}$	= 0	0,125	0,25	0,375	0,50	0,625	0,75	0,875	1
Площадь сегмента .	= 0	0,08	0,23	0,41	0,61	0,84	1,08	1,32	1,57
Общая площадь вліянія двухъ водосборовъ.	= 6,28	6,12	5,82	5,47	5,06	4,60	4,12	3,64	3,14

Slichter производилъ наблюденія надъ колодцами 6″, при $R = 600'$ и пониженіи горизонта $= 10'$ и нашелъ слѣдующія потери расхода въ %, вслѣдствіе взаимодѣйствія колодцевъ [3]).

Разстояніе между колодцами.	Потеря расхода въ % для каждаго колодца.		
	При 2 кол.	При 3 кол.	При большемъ числѣ колодц.
5 футовъ.	38	55	—
10 „	35	51	—
100 „	20	31	66
200 „	15	—	45
400 „	11	—	24
600 „	—	—	14
1.000 „	6	—	6

Весьма поучительныя въ этомъ отношеніи наблюденія были произведены также Алтуховымъ и Фейгинымъ въ окрестностяхъ Гатчины.

---

[1]) Belgrand, Les travaux souterrains de Paris, IV, 1882.

[2]) Площадь сегмента $= \frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{180}\beta - \sin\beta\right)$.

[3]) Slichter, Theoretical investigation of the motion of ground waters (Nineteenth Annual Report of the U. S. Geol. Survey, p. II, 1899, p. 371—380). См. также Черепашинскій, Водоснабженіе, 1905, стр. 100.

Около уже упоминавшейся буровой скважины VIII (близъ деревни Сализи) были углублены еще 4 скважины того же 4″ діаметра; изъ числа этихъ 4 скважинъ двѣ: западная и восточная заложены были въ 30 саж. отъ центральной и ими пройдены были всѣ известняки до песковъ; остальныя двѣ скважины: сѣверная и южная были заложены въ разстояніи 30 саж. къ сѣверу и югу отъ центральной и ими пройдены были известняки лишь на глубину 10 саж.

Скважины центральная, западная, восточная, сѣверная и южная дѣйствовали отдѣльно, всѣ вмѣстѣ и попарно, при чемъ получены слѣдующіе результаты [1]).

	Расходъ при дѣйствіи скважинъ въ отдѣльности. (въ тыс. вед. сут.).					Расходъ при одновременномъ дѣйствіи четырехъ скважинъ.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 1 и 2 скважины.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 1 и 3 скважины.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 1 и 4 скважины.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 1 и 5 скважины.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 2 и 4 скважины.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 2 и 5 скважины.	Потеря въ %	Расходъ при дѣйствіи 3 и 4 скважины.	Потеря въ %
1. Центральная	165	—	—	—	—	72	53	112	32	128	22	128	22	128	22	—	—	—	—	—	—
2. Западная .	—	128	—	—	—	65	49	87	32	—	—	—	—	—	—	103	24	103	20	—	—
3. Восточная.	—	—	103	—	—	43	58	—	—	72	30	—	—	—	—	—	—	—	—	79	23
4. Сѣверная .	—	—	—	112	—	45	60	—	—	—	—	72	36	—	—	72	30	—	—	79	23
5. Южная . .	—	—	—	—	112	52	54	—	—	—	—	—	—	79	29	—	—	79	29	—	—
	620 т. вед. сут.					277	55	199	32	200	25	200	28	208	25	175	27	182	24	159	26

Движеніе воды по трещиноватымъ породамъ.

Движеніе воды въ трещиноватыхъ породахъ, по самому своему существу, совершенно отлично отъ движенія воды по песчаному слою. Въ песчаномъ слоѣ вода движется равномѣрно по всей массѣ породы, фильтруясь чрезъ нее со скоростью $= v = k\,\alpha = k\,\frac{h}{l}$; тогда какъ по трещиноватымъ породамъ вода направляется по болѣе или менѣе случайнымъ трещинамъ, размѣры, направленіе и количество которыхъ, какъ болѣе или менѣе случайные, а не закономѣрные, весьма трудно оцѣнить и учесть.

Образованіе трещинъ въ породѣ обусловлено измѣненіемъ ея объема, которое можетъ быть вызвано весьма разнообразными причинами; изъ

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ, l. c., стр. 153, 160—162.

нихъ главнѣйшія: 1) расширеніе или растяженіе и сжатіе пластовъ отъ изгиба при дислокаціонныхъ процессахъ; 2) высыханіе породы (глина, торфъ), или ея охлажденіе (лавы) и 3) неравномѣрное расширеніе отъ измѣненія температуры породы, вслѣдствіе весьма разнообразныхъ совершающихся въ нѣдрахъ земли процессовъ, сопровождающихся выдѣленіемъ теплоты (окисленіе колчедановъ, горѣніе угольныхъ залежей и прочее).

Образовавшіяся въ породѣ трещины могутъ впослѣдствіи, по причинѣ растворяющаго дѣйствія циркулирующихъ водъ, увеличиться и привести къ образованію огромныхъ трещинъ и пустотъ (пещеръ) въ такихъ породахъ, какъ, напримѣръ, гипсъ и известнякъ.

Такъ какъ прошедшая по трещинамъ вода не подверглась процессу фильтраціи, то въ таковой водѣ возможно нахожденіе даже живыхъ организмовъ, которые изъ рѣчныхъ и озерныхъ бассейновъ, расположенныхъ на площадяхъ питанія водоноснаго горизонта, образованнаго трещиноватыми породами, могутъ попадать въ щели этихъ породъ и по щелямъ выноситься въ колодцы, заложенные въ этомъ водоносномъ горизонтѣ. Случаи довольно обильнаго даже нахожденія мелкой рѣчной колючки въ колодцахъ близъ Гатчины, по сообщенію Н. Ф. Погребова, обычны; укажу также на нахожденіе въ артезіанской водѣ многихъ колодцевъ Сахары, также близъ Тура (Франція), Бохума (Вестфалія) мелкихъ прѣсноводныхъ рыбъ и моллюсковъ.

Движеніе воды въ трещиноватыхъ породахъ представляетъ полную аналогію съ движеніемъ воды въ сложной системѣ закрытаго водопровода.

Въ площади вертикальнаго сѣченія F трещиноватой породы свободная для прохода воды профиль составитъ φF, гдѣ φ есть отношеніе объема трещинъ и щелей породы къ объему всей массы ея. Мы будемъ принимать, что разсматриваемая порода во всей своей массѣ имѣетъ одинаковую трещиноватость, т. е., что въ любомъ сѣченіи φ останется неизмѣнно однимъ и тѣмъ же.

Чтобы вода могла пройти по длинѣ l такого трещиноватаго пласта, нуженъ опредѣленный напоръ или уклонъ, подобно тому какъ для полученія количества воды Q изъ водопроводной трубы, діаметромъ d и длиною l, нуженъ совершенно опредѣленный напоръ H. Этотъ послѣдній слагается: 1) изъ напора скоростного $= \frac{v^2}{2g}$, т. е. теоретически необходимаго для приданія водѣ водопровода опредѣленной скорости v, и 2) изъ напора, потребнаго на преодолѣніе сопротивленій движенію воды, вслѣдствіе тренія ея о стѣнки водопровода.

Этотъ послѣдній напоръ опредѣляемъ слѣдующимъ образомъ:

Треніе воды о стѣнки трубы не зависитъ отъ давленія, а лишь отъ величины трущихся поверхностей и скорости движенія; вслѣдствіе этого законы движенія воды какъ въ самотечномъ, такъ и напорномъ водопро-

водѣ одинаковы. Если F есть поперечное сѣченіе самотечнаго открытаго водовода, то работа, производимая силою тяжести на 1 единицу длины водовода, составитъ $F\gamma\alpha$, гдѣ γ есть удѣльный вѣсъ воды, а α уклонъ поверхности ея, равный $\tang\omega$ (если ω есть уголъ наклона поверхности воды къ горизонту), и въ то же время α есть проекція пути, пройденнаго водою по направленію дѣйствія движущей силы, т. е. силы тяжести. При равномѣрномъ движеніи эта работа затрачивается на преодолѣніе сопротивленія тренія воды о стѣнки водовода. Величина тренія можетъ быть опредѣлена лишь опытнымъ путемъ; это сопротивленіе выражается въ метрахъ столба жидкости или въ килограммахъ, т. е. оно равно $\lambda\gamma\frac{v^2}{2g}$, гдѣ λ есть нѣкоторый опытный коэффиціентъ, γ—вѣсъ 1 куб. метра воды въ килограммахъ, а v—скорость движенія воды. На 1 единицу длины водовода эта сила тренія составитъ $P\gamma\lambda\frac{v^2}{2g}$, гдѣ P есть смачиваемой водою периметръ сѣченія водовода.

Итакъ, имѣемъ:

$$F\gamma\alpha = P\lambda\gamma\frac{v^2}{2g},$$

или:

$$F\frac{h}{l} = P\lambda\frac{v^2}{2g},$$

откуда:

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}\cdot\sqrt{\frac{h}{l}}\cdot\sqrt{\frac{F}{P}},$$

$$h = \frac{v^2}{2g}\cdot\frac{P}{F}\cdot l,$$

а такъ $v = \frac{Q}{F}$, то:

$$Q = vF = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}\sqrt{\frac{h}{l}}\sqrt{\frac{F^3}{P}}$$

$$h = \frac{Q^2\lambda}{2g}\,l\,\frac{P}{F^3}.$$

Для трещиноватой породы вмѣсто F слѣдуетъ взять φF, гдѣ φ есть отношеніе объема трещинъ къ общему объему породы, а вмѣсто P слѣдуетъ взять сумму периметровъ щелей даннаго сѣченія. Если длину и ширину щелей этого сѣченія мы назовемъ чрезъ a и b, то общая площадь всѣхъ щелей даннаго сѣченія составитъ $\Sigma\, ab = \varphi F$; но такъ какъ ширина каждой щели даннаго сѣченія весьма мала по сравненію съ ея длиною, то периметръ щели можетъ быть принятъ $= 2a$, а слѣдовательно отношеніе:

$$\frac{\varphi F}{P} = \frac{\Sigma\, ab}{\Sigma\, 2a} = \frac{b}{2}.$$

Итакъ, формулы движенія воды въ трещиноватой породѣ принимаютъ слѣдующій видъ:

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}} \cdot \sqrt{\frac{h}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\varphi F}{P}} = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}} \cdot \sqrt{\frac{h}{l}} \cdot \sqrt{\frac{b}{2}} = k_1 \sqrt{\frac{l}{h}},$$

гдѣ:

$$k_1 = \sqrt{\frac{gb}{\lambda}}$$

есть постоянная для данной породы величина.

Затѣмъ

$$h = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{P}{\varphi F} \cdot l = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{2l}{b} = v^2 l \cdot \frac{1}{\lambda k_1^2}.$$

$$Q = \sqrt{\frac{2g}{\lambda}} \cdot \sqrt{\frac{h}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\varphi^3 F^3}{P}} = \varphi F \sqrt{\frac{2g}{\lambda} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{b}{2}} =$$

$$= k_1 \varphi F \sqrt{\frac{h}{l}}.$$

$$h = \left(\frac{Q}{\varphi F}\right)^2 \cdot \frac{l}{k_1^2}.$$

Мы видѣли, что скорость движенія воды въ песчаномъ грунтѣ $= k\alpha = k \cdot \frac{h}{l}$. Слѣдовательно, законы движенія воды въ пескахъ и трещиноватыхъ породахъ совершенно различны: въ то время, когда скорость движенія въ первыхъ породахъ пропорціональна напору или уклону пласта,—скорость движенія въ трещиноватыхъ породахъ пропорціональна корню квадратному напора или уклона пласта.

Скорость движенія воды въ пескахъ, вообще говоря, очень незначительна; скорость же движенія воды въ трещиноватыхъ породахъ, вообще говоря, очень различна и можетъ достигать весьма значительной величины [1]). Извѣстно, напримѣръ, что при буреніи въ подмосковномъ каменноугольномъ известнякѣ буръ весьма часто попадаетъ на „пустоту", т. е. встрѣчаетъ обширную полость, представляющую ни что иное, какъ мѣстное раздутіе трещинъ известняка; извѣстно далѣе, что въ трещиноватые известняки весьма часто скрываются на значительной части теченія цѣлыя, иногда довольно обильныя водою рѣки. При достаточномъ уклонѣ или напорѣ скорость движенія воды въ такой широкой трещинѣ можетъ быть весьма значительна.

По отношенію къ запасу воды, могущей вмѣститься въ пескахъ и трещиноватыхъ породахъ, замѣтимъ слѣдующее: теоретически, коэффи-

---

[1]) Скорость движенія воды по трещиноватымъ известнякамъ окрестностей Петербурга, по наблюденіямъ Погребова, 10—12 саж. въ часъ („Извѣстія Геологическаго Комитета", XXVII, 1908, прилож. къ проток., стр. 227).

ціентъ запаса воды въ песчаной породѣ, состоящей изъ правильныхъ шаровъ, какъ мы уже видѣли, составляетъ 26% объема породы и не зависитъ отъ діаметра шаровъ. Въ дѣйствительности, такъ какъ зерна песчаной породы не представляютъ правильныхъ шаровъ, а имѣютъ неправильную угловатую форму, и кромѣ того зерна уложены не плотно другъ къ другу, а допускаютъ извѣстную усадку,—коэффиціентъ запаса въ песчаныхъ породахъ больше теоретическаго и составляетъ до 35—40% для песковъ, до 50% для рыхлыхъ поверхностныхъ черноземныхъ почвъ. Опредѣленный же Алтуховымъ и Фейгинымъ [1]), а также Погребовымъ [2]) коэффиціентъ запаса для известняковъ Гатчинскаго ключевого района составляетъ 5 или даже 4%.

Напоръ въ песчаномъ водоносномъ слоѣ можетъ получиться лишь въ томъ случаѣ, если вода вполнѣ переполняетъ водоносный пластъ, залегающій въ данномъ мѣстѣ между двумя водоупорными пластами; высота этого напора обусловливается превышеніемъ того пункта, съ котораго началось переполненіе водоноснаго пласта, надъ пунктомъ встрѣчи его въ данномъ мѣстѣ буровою скважиною или колодцемъ. Мы уже имѣли случай показать, что въ трещиноватыхъ породахъ вода можетъ имѣть напоръ даже въ томъ случаѣ, когда водоносный пластъ не переполненъ совершенно водою и когда пластъ этотъ не прикрытъ не только водоупорною, но даже какою-либо кровлею, при чемъ напоръ этотъ можетъ измѣняться по мѣрѣ углубленія скважины въ трещиноватый известнякъ.

Приведенныя нами формулы расхода воды для водосборовъ, заложенныхъ въ песчаномъ грунтѣ, не примѣнимы для водосборовъ въ трещиноватыхъ породахъ. Для послѣднихъ формулы эти должны быть выведены самостоятельно, при чемъ ходъ вычисленій останется совершенно одинаковымъ съ примѣненнымъ для водосборовъ въ песчаномъ грунтѣ; вся разница въ вычисленіяхъ будетъ состоять лишь въ томъ, что вмѣсто основного уравненія $v = k\alpha = k\frac{h}{l}$, примѣняемаго для водосборовъ въ песчаныхъ породахъ, слѣдуетъ для трещиноватыхъ породъ исходить изъ уравненія:

$$v = k\sqrt{\alpha} = k\sqrt{\frac{h}{l}}.$$

Настоящая статья была уже въ наборѣ, когда я имѣлъ возможность ознакомиться съ работою Richert, Les eaux souterraines de la Suède (Bull. Soc. Belge de Géol., Mémoires, XXIV, 1910, fasc. III, p. 221—331), изданной также отдѣльной книжкою на нѣмецкомъ языкѣ, подъ заглавіемъ: Die Grundwasser mit besonderer Berücksichtigung der Grundwasser Schwe-

---

[1]) Алтуховъ и Фейгинъ, l. c., стр. 205; см. также „Извѣстія Геологическаго Комитета“, 1899, XVIII, проток., стр. 36.

[2]) „Извѣстія Геологическаго Комитета“, 1908, XXVII, прил. къ проток., стр. 226.

dens, 1911. Въ этомъ сочиненіи мы находимъ слѣдующее указаніе, относительно производительности водосборовъ, заложенныхъ въ трещиноватыхъ породахъ, указаніе, которое является единственнымъ во всей довольно обширной литературѣ по буровому дѣлу:

На стр. 272 и 273: „Un cas particulièrement interessant est celui où le puits a été foré dans une roche calcaire. Bien que l'eau y coule dans une quantité de canaux plus ou moins petits, les conditions ne sont pourtant pas les mêmes que dans un lit de sable, et nous ne pouvons pas appliquer sans critique la loi de Darcy. Dans bien de cas, le mouvement de l'eau ressemble plutôt à l'écoulement dans une conduite, V est alors en proportion directe de $\sqrt{I}$, au lieu de I [1]), et il en resulterait que la capasité de puits est en proportion directe de $\sqrt{s}$ au lieu de s“ и далѣе, на стр. 285: „Le même raisonnement s'applique au débit du courant (dans une roche calcaire). Nous ne savons pas si q croit proportionnellement à s. On devrait même plutôt supposer que q est proportionnel à $\sqrt{s}$.“

Расходъ водосборовъ въ трещиноватыхъ породахъ.

А. *Канавы.*

Скорость движенія равняется:

$$v_x = k \sqrt{\frac{dz}{dx}} = \frac{Q}{\varphi z},$$

откуда:

$$k^2 \frac{dz}{dx} = \frac{Q^2}{\varphi^2 z^2},$$

или

$$k^2 \varphi^2 z^2 \, dz = Q^2 \, dx.$$

Интегрируя, получимъ:

$$\frac{1}{3} k^2 \varphi^2 z^3 = Q^2 x + C.$$

При:

$$x = 0, \; z = h;$$

слѣдовательно:

$$\frac{1}{3} k^2 \varphi^2 h^3 = C.$$

Подставляя въ предыдущее уравненіе, получаемъ

$$\frac{1}{3} k^2 \varphi^2 (z^3 - h^3) = Q^2 x,$$

слѣдовательно:

$$Q = k \varphi \sqrt{\frac{z^3 - h^3}{3x}}.$$

---

[1]) $I = \frac{h}{l} = \alpha$.

При:

$$x = L,\ z = H;$$

слѣдовательно:

$$Q = k\varphi \sqrt{\frac{H^3 - h^3}{3L}} = k\varphi \sqrt{\frac{(H-h)(H^2 + Hh + h^2)}{3L}}.$$

Если h мало отличается отъ H, т. е., при небольшомъ пониженіи уровня воды въ канавѣ, возможно допустить, что:

$$Q = k\varphi H \sqrt{\frac{H-h}{L}}.$$

В. *Грунтовый колодецъ.*

$$v_x = k\sqrt{\frac{dz}{dx}} = \frac{Q}{2\pi\varphi x z},$$

или

$$k^2 \frac{dz}{dx} = \left(\frac{Q}{2\pi\varphi x z}\right)^2,$$

или

$$z^2 dz = \left(\frac{Q}{2\pi\varphi k}\right)^2 \frac{dx}{x^2}.$$

$$\frac{1}{3} z^3 = -\left(\frac{Q}{2\pi\varphi k}\right)^2 \frac{1}{x} + C.$$

$$\frac{1}{3} h^3 = -\left(\frac{Q}{2\pi\varphi k}\right)^2 \frac{1}{r} + C.$$

$$\frac{1}{3}(z^3 - h^3) = \left(\frac{Q}{2\pi\varphi k}\right)^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x}\right).$$

$$\frac{1}{3}(H^3 - h^3) = \left(\frac{Q}{2\pi\varphi k}\right)^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right).$$

$$Q = 2\pi\varphi k \sqrt{\frac{\frac{1}{3}\left(H^3 - h^3\right)}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}.$$

$$Q = 2\pi\varphi k \sqrt{\frac{\frac{1}{3}\left[H^3 - (H-s)^3\right]}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}} = 2\pi\varphi k \sqrt{\frac{H^2 s - Hs^2 + \frac{1}{3}s^3}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}} =$$

$$= 2\pi\varphi k H \sqrt{\frac{s - \frac{s^2}{H} + \frac{1}{3}\frac{s^3}{H^2}}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}.$$

При небольшомъ s по сравненію съ H, т. е. когда $\frac{s}{H}$, а тѣмъ болѣе $\left(\frac{s}{H}\right)^2$ мало, возможно допустить, что:

$$Q = 2\pi\varphi k H \sqrt{\frac{s}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}},$$

т. е. что расходъ колодца пропорціоналенъ квадратному корню изъ пониженія уровня при откачкѣ.

С. *Артезіанскій колодецъ.*

$$v_x = k\sqrt{\frac{dz}{dx}} = \frac{Q}{2\pi\varphi a x}.$$

$$k^2\frac{dz}{dx} = \left(\frac{Q}{2\pi\varphi a x}\right)^2.$$

$$dz = \left(\frac{Q}{2\pi\varphi a k}\right)^2 \frac{dx}{x^2}.$$

$$z = -\left(\frac{Q}{2\pi\varphi a k}\right)^2 \frac{1}{x} + C.$$

$$h = -\left(\frac{Q}{2\pi\varphi a k}\right)^2 \frac{1}{r} + C.$$

$$z = h + \left(\frac{Q}{2\pi\varphi a k}\right)^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x}\right).$$

$$Q = 2\pi\varphi a k \sqrt{\frac{z-h}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}}.$$

$$Q = 2\pi\varphi a k \sqrt{\frac{H-h}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}} = 2\pi\varphi a k \sqrt{\frac{s}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}},$$

т. е. расходъ артезіанской скважины пропорціоналенъ корню квадратному напора.

Относительно расхода воды изъ буровыхъ скажинъ въ трещиноватыхъ водоносныхъ породахъ приведемъ слѣдующія данныя:

Никитинъ (Артезіанскія воды, стр. 58 и 59), какъ примѣръ прямой зависимости расхода воды отъ напора при устьѣ скважины, приводитъ слѣдующія данныя одной изъ удачныхъ, измѣренныхъ имъ лично, скважинъ Московской губерніи: на уровнѣ поверхности земли скважина давала до 300 тыс. ведеръ; при наращиваніи трубы въ 1,5 саж. надъ устьемъ

расходъ составилъ 200 тыс. ведеръ, а при наращиваніи трубы въ 2,5 саж. истеченіе прекращалось. Слѣдовательно, при напорѣ надъ устьемъ въ $2^1/_2$ саж. расходъ = 300 тыс. ведеръ, при напорѣ въ 1 саж. расходъ = = 200 тыс. ведеръ, и при напорѣ 0 расходъ = 0. Такимъ образомъ, расходъ не пропорціоналенъ напору, ибо при пропорціональности расхода напору, получилось бы, что если при напорѣ въ 1 саж. расходъ былъ 200 тыс. ведеръ, то при напорѣ въ $2^1/_2$ саж. расходъ составилъ бы 200 . 2,5 = 500 тыс. ведеръ, а не 300, какъ было въ дѣйствительности. При пропорціональности расхода корню квадратному напора надъ устьемъ, получимъ расходъ при напорѣ въ $2^1/_2$ равнымъ $200\sqrt{2,5} = 200 . 1,58 =$ = 316 тыс. ведеръ, т. е. число, весьма близкое къ дѣйствительности.

Итакъ единственный примѣръ, приводимый Никитинымъ, показываетъ, что расходъ артезіанской скважины, питающейся водою изъ трещиноваго водоноснаго горизонта, пропорціоналенъ не напору, а корню квадратному изъ напора, имѣющагося при устьѣ.

Для Московской буровой скважины на Яузскомъ бульварѣ горный инженеръ Бабинъ даетъ слѣдующіе расходы при пониженіи уровня откачкою:

Уровень	ниже	поверхности	на	8,38	саж.,	расходъ	95	тыс.	вед.	въ	сутки.
„	„	„	„	8,66	„	„	124	„	„	„	„
„	„	„	„	8,96	„	„	191	„	„	„	„
„	„	„	„	9,17	„	„	230	„	„	„	„

Числа эти показываютъ, что съ пониженіемъ уровня расходъ возрастаетъ, но это возрастаніе совершается неравномѣрно. Такъ, при пониженіи на 0,28 саж. ниже 8,38 саж. расходъ увеличивается на 29 тыс. ведеръ, т. е. на каждую 0,01 саж. пониженія приходится 1,04 тыс. ведеръ; при дальнѣйшемъ пониженіи уровня на 0,30 саж. расходъ увеличивается на 67 тыс. ведеръ, т. е. на каждую 0,01 саж. пониженія приходится 2,23 тыс. ведеръ; при дальнѣйшемъ пониженіи на 0,21 саж., расходъ увеличивается на 39 тыс. ведеръ, т. е. на каждую 0,01 саж. пониженія приходится 1,86 тыс. ведеръ. Вычерченный по этимъ даннымъ графикъ расхода представляетъ ломаную линію съ входящими и выходящими углами, т. е. расходъ идетъ по *S*—образной, а не по параболообразной кривой.

Самъ Бабинъ указываетъ, что увеличеніе расхода съ глубиной откачки слѣдуетъ закону параболы, имѣющей для каждой скважины свое очертаніе и установить которую для Московской скважины ему не удалось, вслѣдствіе непродолжительности времени откачки и трудности наблюденія за поплавкомъ, который при однодѣйствующемъ поставленномъ въ скважину насосѣ подвергался во время опытовъ значительнымъ колебаніямъ, въ особенности на нижнихъ горизонтахъ откачки [1]).

---

[1]) Бабинъ, Замѣчанія къ разрѣшенію вопросовъ о водоснабженіи города Москвы, 1879, стр. 33.—Петунниковъ, Почва и почвенныя воды города Москвы (приложеніе къ VIII выпуску „Изв. Моск. Гор. Думы" за 1882 г.), стр. 20—22.

Посмотримъ теперь, отвѣчаютъ ли приведенныя данныя расхода Московской скважины инженера Бабина предположенію о пропорціональности расхода напору или корню квадратному напора.

Въ первомъ предположеніи неизвѣстный намъ напоръ $= x$, при которомъ расходъ составлялъ 95 тыс. вед. сут., опредѣляемъ слѣдующимъ образомъ.

Изъ 1 и 2 набл.	$x : x + 0{,}28 = 95 : 124$,	откуда	$x = 0{,}92$
„ 1 „ 3 „	$x : x + 0{,}58 = 95 : 191$,	„	$x = 0{,}57$
„ 1 „ 4 „	$x : x + 0{,}79 = 95 : 230$,	„	$x = 0{,}64$
„ 2 „ 3 „	$x + 0{,}28 : x + 0{,}58 = 124 : 191$,	„	$x = 0{,}32$
„ 2 „ 4 „	$x + 0{,}28 : x + 0{,}79 = 124 : 230$,	„	$x = 0{,}32$
„ 3 „ 4 „	$x + 0{,}58 : x + 0{,}79 = 191 : 230$,	„	$x = 0{,}45$

На основаніи 4 наблюденій получимъ 6 значеній для x, среднее значеніе $=$ $= 0{,}54$. Слѣдовательно напоры были:

0,54 0,72 1,12 1,33 с.,

а соотвѣтствующіе имъ расходы составятъ:

95 126 197 239 тыс. вед.,

т. е. очень близкіе къ бывшимъ въ дѣйствительности:

95 124 191 230 тыс. вед.

Если же допустить, что расходы пропорціональны корнямъ квадратнымъ напоровъ, то имѣемъ:

На основаніи 1 и 2 набл.	$\frac{x}{x + 0{,}28} = \frac{95^2}{124^2}$,	откуда	$x = 0{,}40$.
„ „ 1 „ 3 „	$\frac{x}{x + 0{,}58} = \frac{95^2}{191^2}$,	„	$x = 0{,}19$.
„ „ 1 „ 4 „	$\frac{x}{x + 0{,}79} = \frac{95^2}{230^2}$,	„	$x = 0{,}16$.
„ „ 2 „ 3 „	$\frac{x + 0{,}28}{x + 0{,}58} = \frac{124^2}{191^2}$,	„	$x = -0{,}06$.
„ „ 2 „ 4 „	$\frac{x + 0{,}28}{x + 0{,}79} = \frac{124^2}{230^2}$,	„	$x = -0{,}07$.
„ „ 3 „ 4 „	$\frac{x + 0{,}58}{x + 0{,}79} = \frac{191^2}{230^2}$,	„	$x = -0{,}11$.

Среднее изъ 6 полученныхъ значеній для $x = 0{,}09$; слѣдовательно напоры были:

0,09 0,37 0,67 0,88 с.,

соотвѣтствующіе имъ расходы:

95 193 259 292 тыс. вед.,

т. е. весьма значительно отличающіеся отъ бывшихъ въ дѣйствительности:

95 124 191 230 тыс. вед.

Обращаясь затѣмъ къ работамъ Алтухова и Фейгина въ ключевомъ районѣ близъ С.-Петербурга, замѣтимъ, что въ опубликованномъ ими „Отчетѣ“ приведено очень мало данныхъ для опредѣленія зависимости между напоромъ и расходомъ воды изъ известняковъ.

Укажемъ на слѣдующія данныя: скважина № 2, уровень стоянія воды на 0,42 с. ниже поверхности земли, абсолютн. высота устья 41,50 с., глубина скважины 21,90 с. (прошла известняки: 5,6 + 3,8 + 6,3 и пески 4,2 с.); вода появилась на 5-й саж., она переливалась изъ скважины фонтанчикомъ, постепенно уменьшающимъ свою высоту, и на 7-й саж., когда вышли въ вагинатовый известнякъ, переливаніе прекратилось [1]).

Такъ какъ, по словамъ автора, въ этой скважинѣ, былъ опредѣленъ суточный расходъ воды изъ известняковъ, то слѣдовательно надо предположить, что при этихъ опытахъ вода изъ песковъ въ скважину не пускалась, а собиралась въ нее вода лишь известняковъ съ глубины 4,25—17 саж.

Откачка дала слѣдующія данныя:

Глубина откачки, считая отъ поверхности.	Напоръ на уровнѣ откачки.	Расходъ (по времени наполненія сосуда въ 20 вед.).
0,42 с.	0	0 тыс. вед. сут.
0,430	0,010	4 „ „ „
0,435	0,015	9 „ „ „
0,450	0,030	45 „ „ „

Если бы расходъ былъ пропорціоналенъ напору или корню квадратному напора, то въ первомъ случаѣ мы имѣли бы расходы 4, 6 и 12, а во второмъ 4, 5 и 7 тыс. вед. въ сутки, т. е. въ обоихъ случаяхъ сильно разнящіеся отъ опредѣленныхъ Алтуховымъ и Фейгинымъ 4, 9 и 45 тыс.

Далѣе скважины восточная и западная близъ дер. Сализи, прошедшія всѣ известняки до песковъ, и обсадная труба которыхъ были обрѣзаны на абсолютной высотѣ 38,41 с. (условно принятой за 0), дали слѣдующіе результаты:

Восточная скважина (опыты 6—10).

Высота уровня изліянія.	Расходъ.
0	112 тыс. вед. сут.
0,27	87 „ „ „
0,50	72 „ „ „
0,80	52 „ „ „
1,01	39 „ „ „

Высота уровня изліянія измѣнялась наращиваніемъ на обсадную трубу, обрѣзанную на абсолютной высотѣ 38,41 с., трубъ длиною 0,27, 0,50, 0,80 и 1,01 саж.

Итакъ, скважина при неизвѣстномъ намъ

напорѣ	x	давала	расходъ	$Q_1 =$	112	тыс. вед.	сут.
„	$x - 0{,}27$	„	„	$Q_2 =$	87	„ „	„
„	$x - 0{,}50$	„	„	$Q_3 =$	72	„ „	„
„	$x - 0{,}80$	„	„	$Q_4 =$	52	„ „	„
„	$x - 1{,}01$	„	„	$Q_5 =$	39	„ „	„

Опредѣляя искомый x, получимъ:

а) въ предположеніи пропорціональности расходовъ $\sqrt{\text{напора}}$

$$x = \frac{0{,}27\,Q_1^2}{Q_1^2 - Q_2^2} \text{ или } \frac{0{,}50\,Q_1^2}{Q_1^2 - Q_3^2} \ldots \text{ или } \frac{0{,}50\,Q_2^2 - 0{,}27\,Q_3^2}{Q_2^2 - Q_3^2} \text{ или}$$

$$\frac{0{,}80\,Q_2^2 - 0{,}27\,Q_4^2}{Q_2^2 - Q_4^2} \text{ и т. д.}$$

[1]) l. c., стр. 90, 91, 114—116.

б) въ предположеніи пропорціональности расходовъ напоромъ:

$$x = \frac{0{,}27\ Q_1}{Q_1 - Q_2} \text{ или } \frac{1{,}01\ Q_1}{Q_1 - Q_5} \text{ или } \frac{1{,}01\ Q_4 - 0{,}80\ Q_5}{Q_4 - Q_5} \text{ или} \ldots$$

Получаемъ слѣдующіе результаты:

	Напоръ при 1-мъ предположеніи.	Напоръ при 2-мъ предположеніи.
1 и 2 набл.	0,68	1,20
1 „ 3 „	0,85	1,40
1 „ 4 „	1,02	1,49
1 „ 5 „	1,15	1,55
2 „ 3 „	1,00	1,60
2 „ 4 „	1,09	1,59
2 „ 5 „	1,20	1,61
3 „ 4 „	1,13	1,58
3 „ 5 „	1,22	1,60
4 „ 5 „	1,28	1,64
Среднее	1,06	1,53

Слѣдовательно напоры и расходы составятъ:

Въ 1-мъ предположеніи.		Во 2-мъ предположеніи.		Въ дѣйствительности.
1,06	112 тыс.	1,53	112	112
0,79	97 „	1,26	92	87
0,56	82 „	1,03	75	72
0,26	56 „	0,73	54	52
0,05	25 „	0,52	38	39

Такимъ образомъ, при второмъ предположеніи, т. е. при расходахъ : : напорамъ вычисленные расходы оказываются болѣе близкими къ дѣйствительнымъ.

Западная скважина (опыты 11—14).

Расходы : : $\sqrt{\text{напора}}$ Напоръ.	Расходъ.	Расходы : : напору Напоръ.	Расходъ.	Расходы дѣйствительные, при высотѣ уровня изліянія надъ 0 (38,41 с.).	
1,03	165	1,68	165	165	0
0,76	142	1,41	139	146	0,27
0,53	117	1,18	99	95	0,50
0,23	74	0,88	86	79	0,80

То и другое предположеніе даетъ результаты, почти одинаково близкіе къ дѣйствительнымъ. Расчетъ произведенъ также, какъ и для восточной скважины, при чемъ напоръ взятъ по среднему изъ шести опредѣленій, на основаніи наблюденій 1 и 2, 1 и 3, 1 и 4, 2 и 3, 2 и 4 и 3 и 4.

Произведенныя Алтуховымъ и Фейгинымъ наблюденія надъ центральной скважиной (опыты 1—6), какъ дающей воду изъ известняковъ и песковъ, не имѣютъ для насъ рѣшающаго значенія. Но такъ какъ, по Алтухову и Фейгину, расходъ изъ песковъ для этой скважины составляетъ всего $2^1/_2$—5% общаго расхода (стр. 101), то мы все-таки сдѣлали расчетъ.

Имѣемъ слѣдующія данныя:

При напорѣ	x	расходъ	174	тыс.	вед.	сут.
„ „	$x - 0{,}27$	„	155	„	„	„
„ „	$x - 0{,}50$	„	112	„	„	„
„ „	$x - 0{,}80$	„	95	„	„	„
„ „	$x - 1{,}01$	„	58	„	„	„

	1-е предположеніе.	2-е предположеніе.
1 и 2 набл.	1,31	2,47
1 „ 3 „	0,85	1,24
1 „ 4 „	1,14	1,76
1 „ 5 „	1,14	1,51
2 „ 3 „	0,75	1,10
2 „ 4 „	1,12	1,64
2 „ 5 „	1,13	1.45
3 „ 4 „	1,57	2,48
3 „ 5 „	1,20	1,56
4 „ 5 „	1,20	1,34
Среднее	1,14	1,66

Слѣдовательно напоры и соотвѣтственные расходы составятъ:

1-е предположеніе.		2-е предположеніе.		Дѣйствительность.
1,14	174	1,66	174	174
0,87	151	1,39	146	155
0,64	131	1,16	122	112
0,34	96	0,86	91	95
0,13	57	0,65	68	58

Итакъ, расходы, вычисленные въ 1-мъ предположеніи, т. е. : : $\sqrt{\text{напора}}$, оказываются всего лишь 1—2% отличающимися отъ бывшихъ въ дѣйствительности, и только 3-ій расходъ получается больше бывшаго въ дѣйствительности на 17%. Второе предположеніе, т. е. пропорціональность расходовъ напорамъ даетъ для всѣхъ расходовъ цифры, отличающіяся на 2, 4, 6 и 9% отъ бывшихъ въ дѣйствительности.

Напоръ надъ устьемъ, по вычисленію въ предположеніи пропорціональности расходовъ корнямъ квадратнымъ напоровъ, = 1,14 с.; абсолютная высота устья = 38,41; слѣдовательно абсолютная высота уровня центральной скважины = 39,55, что при абсолютной высотѣ мѣстности = 37,99 даетъ высоту напора надъ поверхностью = 1,56. По указанію Алтухова и Фейгина, напоръ скважины этой (№ 7) надъ поверхностью въ сентябрѣ составлялъ 1,58 (стр. 185).

Алтуховъ и Фейгинъ указываютъ далѣе, что, на основаніи опытовъ 1—14, съ пониженіемъ уровня пріема воды на 1 саж. производительность скважины увеличивается почти въ 3 раза (стр. 185). Слѣдовательно, если при неизвѣстномъ напорѣ x (на уровнѣ условнаго 0) скважина давала Q, то, повышая уровень пріема на 1 саж., т. е. уменьшая напоръ на 1 саж. и дѣлая его $= x - 1$, получимъ производительность скважины $= {}^1/_3\, Q$.

При пропорціональности расходовъ корнямъ квадратнымъ напоровъ, получимъ:

$$\sqrt{\frac{x}{x-1}} = \frac{Q}{{}^1/_3\, Q} = 3,$$

слѣдовательно

$$x = 1{,}13 \text{ с.};$$

при пропорціональности расходовъ напорамъ, получаемъ:

$$\frac{x}{x-1} = 3,$$

слѣдовательно

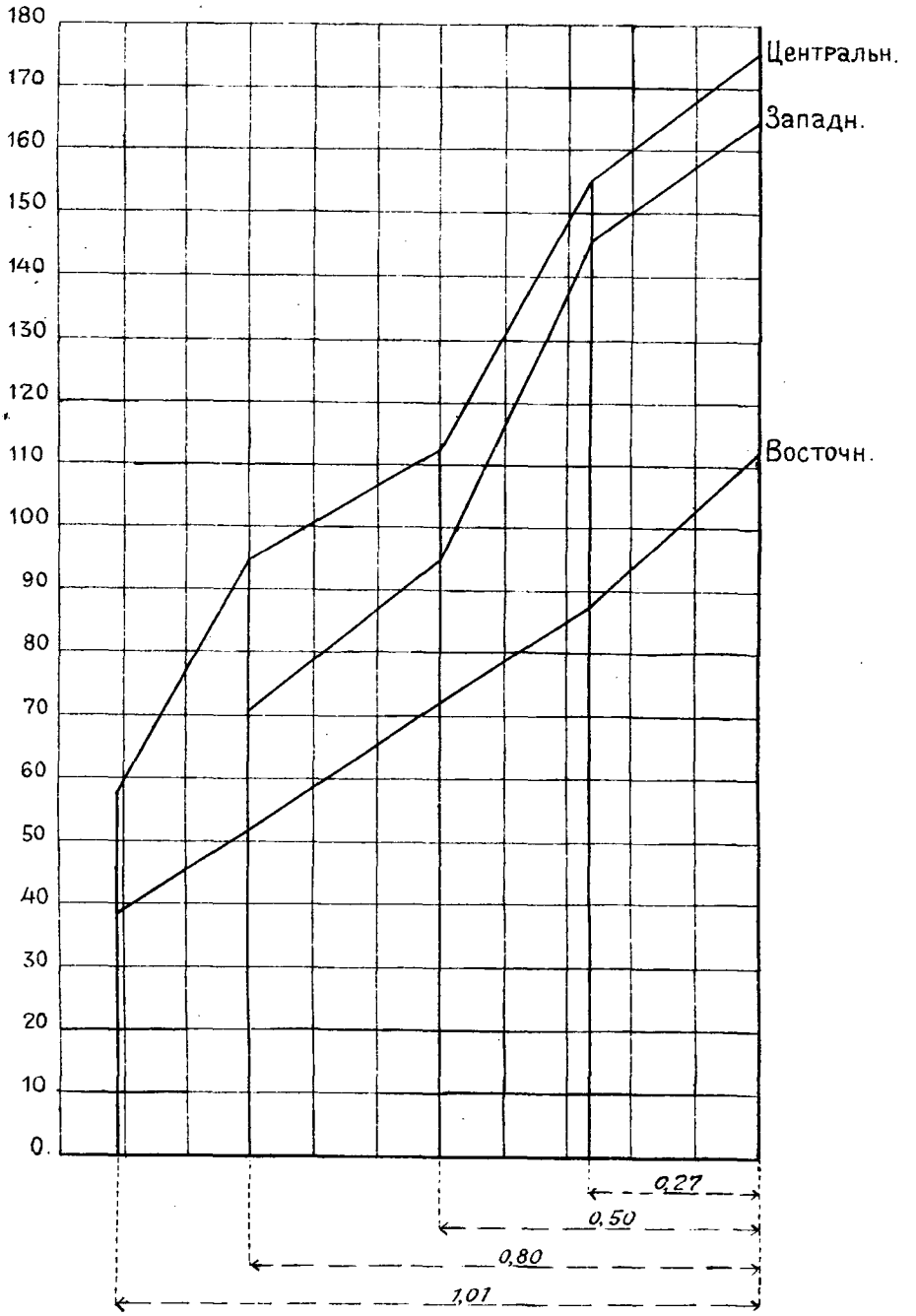
$$x = 1{,}5 \text{ с.}$$

При абсолютной высотѣ условнаго 0 = 38,41 с. и абсолютной высотѣ мѣстности = = 37,99 с., получимъ высоту напора надъ поверхностью = для перваго предположенія 1,55, а для второго 1,92; въ дѣйствительности напоръ = 1,58 с.

Если вычертить графикъ расходовъ центральной, западной и восточной скважинъ, то увидимъ (фиг. 44), что наибольшая закономѣрность между расходомъ и напоромъ обнаруживается лишь у восточной скважины. Линіи же расхода центральной и западной скважины даютъ входящіе и выходящіе углы, т. е. даютъ кривую съ S—образными заворотами. Причину этого слѣдуетъ искать или въ ошибочности наблюденій Алтухова и Фейгина, или въ несовершенствѣ устройства скважинъ.

Итакъ, расходъ водосборовъ, заложенныхъ въ трещиноватыхъ породахъ, долженъ быть, по теоретическимъ соображеніямъ, пропорціоналенъ $\sqrt{\text{напора}}$. Имѣющіяся же для этихъ водосборовъ практическія данныя крайне скудны и неопредѣленны. Такъ, единственное приводимое Никитинымъ указаніе согласуется скорѣе съ предположеніемъ пропорціональности расходовъ $\sqrt{\text{напора}}$, а не напору; данныя Бабина, по собственному его отзыву, недостаточно точны; что же касается данныхъ Алтухова и Фейгина, то они или несогласуются ни съ первымъ, ни со вторымъ предположеніемъ, или болѣе близки къ первому предположенію. Многочисленныя и крайне интересныя наблюденія Алтухова и Фейгина надъ центральной скважиной дер. Сализи и надъ окружающими ее скважинами не могутъ быть использованы, къ сожалѣнію, вслѣдствіе крайне прискорбнаго отсутствія указаній относительно напора.

Фиг. 44.


180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0.
Центральн.
Западн.
Восточн.
0,27
0,50
0,80
1,01

ЗАКЛЮЧЕНІЕ.

Въ видѣ заключенія къ настоящей статьѣ позволяю себѣ сказать нѣсколько словъ, во-первыхъ, относительно необходимости установленія контроля при устройствѣ и эксплоатаціи артезіанскихъ скважинъ, во-вторыхъ, относительно права владѣльца земли на артезіанскія и вообще подземныя воды и, въ третьихъ, относительно обязательной регистраціи буровыхъ на воду работъ [1]).

Необходимость установленія извѣстнаго со стороны правительства или общественныхъ учрежденій контроля при сооруженіи и эксплоатаціи артезіанскихъ скважинъ станетъ ясной, если имѣть въ виду:

1) что буровыя на воду работы могутъ иногда угрожать серьезными опасностями (Брянская катастрофа);

2) что при этихъ работахъ возможны злоупотребленія, именно при устройствѣ такъ называемыхъ поглощающихъ колодцевъ, всасывающихъ сточныя воды и нечистоты и заражающихъ подземныя воды и самую почву, и

3) что при эксплоатаціи фонтанирующихъ буровыхъ скважинъ происходитъ совершенно безполезная трата воды, обыкновенно во много разъ превышающая дѣйствительную потребность ея использованія.

Такой контроль прежде всего необходимъ для тѣхъ мѣстностей, гдѣ артезіанскія воды находятъ себѣ обширное примѣненіе для водоснабженія и орошенія и гдѣ, какъ напримѣръ, въ губерніяхъ Ставропольской, Таврической и проч., вслѣдствіе непроизводительнаго расхода артезіанскихъ водъ, замѣчается уже нынѣ болѣе или менѣе значительное пониженіе напора и дебита скважинъ.

Установленіе обязательныхъ правилъ сооруженія и эксплоатаціи артезіанскихъ скважинъ, правилъ, до нѣкоторой степени ограничивающихъ права владѣльца на подземныя воды, возможно осуществить на основаніи закона 12 марта 1901 года, предоставившаго, во-первыхъ, Таврическому губернскому земскому собранію право составленія обязательныхъ постановленій относительно *условій устройства* артезіанскихъ

[1]) См. предисловіе къ „Указателю литературы по буровымъ на воду скважинамъ", 1911 г.

колодцевъ, *съ цѣлью предотвращенія непроизводительнаго расхода воды*, а во-вторыхъ, Министру Внутреннихъ Дѣлъ, по соглашенію съ Министромъ Земледѣленія и Государственныхъ Имуществъ, въ случаяхъ, когда ими будетъ признано необходимымъ распространить вышеупомянутое право на земскія собранія другихъ губерній, входитъ по сему предмету съ особыми представленіями въ Комитетъ Министровъ [1]).

Въ основу этихъ правилъ должно быть положено условіе, чтобы обсадныя трубы артезіанскаго колодца съ самоистекающею струею были подняты на высоту, на которой прекращается истеченіе. Соблюденіе этого условія прекратитъ безполезную трату самоистекающими скважинами воды, обыкновенно во много разъ превышающую дѣйствительную потребность использованія послѣдней и ведущую къ уменьшенію запасовъ и пониженію напора артезіанскихъ водъ.

Хотя по ст. 387 т. X, ч. I къ принадлежности земель отнесены состоящіе въ нихъ рѣки, озера, пруды и источники, а также всѣ сокровенные въ нѣдрахъ земли металлы, минералы и другія ископаемыя, а по ст. 424 владѣлецъ земли имѣетъ право на всѣ произведенія на поверхности ея, на все, что заключается въ нѣдрахъ ея, на воды, въ предѣлахъ ея находящіяся, и словомъ на всѣ ея принадлежности,—но, по общему смыслу нашихъ законовъ, состоящими въ полной неограниченной собственности владѣльца земли могутъ быть признаны только такія воды, которыя заключены въ водовмѣстилищѣ, цѣликомъ находящемся въ предѣлахъ даннаго владѣнія (цистерна, прудъ, колодезь, озеро), а также проточныя воды, которыя, получивъ начало въ предѣлахъ даннаго владѣнія, не стекаютъ изъ него естественнымъ путемъ ни постоянно, ни въ извѣстное время года.

Всѣ же остальныя поверхностныя воды, находящіяся въ предѣлахъ даннаго владѣнія, не могутъ составлять предметъ собственности владѣльца земли; воды эти представляютъ лишь предметъ пользованія, при чемъ владѣлецъ земли можетъ пользоваться этими водами лишь по столько, по сколько это пользованіе не противорѣчитъ интересамъ сосѣдей и не причиняетъ имъ вреда и убытковъ. Поэтому, согласно разъясненіямъ Гражд. Кассац. Департ. Прав. Сената, владѣлецъ обоихъ береговъ рѣки не въ правѣ, напримѣръ, дѣлать перепруду и отводить воду изъ рѣки и тѣмъ лишать сосѣдей и другихъ лицъ права пользованія водою этой рѣки.

Переходя затѣмъ отъ поверхностныхъ водъ къ водамъ подземнымъ,

---

[1]) Вопросъ о предоставленіи Таврическому земству права составленія обязательныхъ постановленій относительно устройства и эксплоатаціи артезіанскихъ скважинъ былъ возбужденъ еще въ 1897 году, по иниціативѣ проф. Головкинскаго, извѣстнаго спеціалиста по гидрологіи Таврической губерніи. Мнѣ не извѣстны въ подробностяхъ тѣ обстоятельства, въ силу которыхъ Таврическое земство до настоящаго времени не воспользовалось предоставленнымъ ему закономъ правомъ и до сихъ поръ не составило упомянутыхъ правилъ (см. *Изв. Геол. Ком.*, XVI, 1897, проток., стр. 44—46; XXIX, 1910, проток. 15 мая 1910).

замѣтимъ, что послѣднія представляются или водами грунтовыми. или водами глубокихъ водоносныхъ горизонтовъ.

Что касается водъ грунтовыхъ, т. е. водъ, образовавшихся на счетъ поглощенныхъ атмосферныхъ осадковъ и скопляющихся въ первомъ отъ поверхности водоносномъ горизонтѣ, на первомъ отъ поверхности водонепроницаемомъ слоѣ, то воды эти, какъ получившія начало въ предѣлахъ даннаго владѣнія и имѣющія обыкновенно весьма незначительную, въ зависимости отъ свойствъ водоноснаго слоя и уклона водонепроницаемаго ложа, скорость стеканія, должны быть разсматриваемы, какъ фактически неотдѣлимая отъ нѣдръ принадлежность земли.

Совершенно иначе обстоитъ дѣло по отношенію водъ глубокихъ водоносныхъ горизонтовъ, уединенныхъ какъ другъ отъ друга, такъ и отъ грунтовыхъ водъ водонепроницаемыми толщами. Воды эти, по своему происхожденію, совершенно чужды нѣдрамъ даннаго владѣнія; онѣ притекли сюда изъ обыкновенно весьма удаленныхъ отъ даннаго владѣнія площадей, на которыхъ разсматриваемый водоносный горизонтъ выходитъ на поверхность и для которыхъ воды этого горизонта являются грунтовыми. Стекая въ силу тяжести, сообразно уклону водоноснаго пласта, въ болѣе пониженныя части послѣдняго, воды эти, естественно, должны переполнять послѣднія, т. е. заполнить всѣ поры, трещины и пустоты во всей массѣ этихъ пониженныхъ частей водоноснаго пласта. При условіи такого переполненія, вода глубокаго водоноснаго горизонта получаетъ напоръ, становится артезіанской и, будучи обнаружена буреніемъ, должна подъ вліяніемъ этого напора подняться по скважинѣ на болѣе или менѣе значительную высоту, сообразно превышенію того пункта (или, правильнѣе, уровня), съ котораго началось переполненіе водоноснаго пласта водою, надъ пунктомъ встрѣчи этого пласта буровою скважиною. Этотъ подъемъ воды иногда можетъ даже превысить глубину скважины, и тогда мы имѣемъ самоистекающую, или фонтанирующую скважину.

Артезіанская вода, самоизливающаяся изъ скважины или выкачиваемая изъ нея насосомъ, не можетъ разсматриваться какъ продуктъ нѣдръ даннаго владѣнія, по той простой причинѣ, что количество артезіанской воды, заключающееся въ нѣдрахъ даннаго владѣнія, остается неизмѣннымъ, не смотря на расходъ воды чрезъ скважину. Слѣдовательно, владѣлецъ артезіанской скважины, эксплоатируя ее путемъ самотека или откачкой, расходуетъ не воду, находящуюся въ принадлежащихъ ему нѣдрахъ, количество которой, вслѣдствіе необходимаго для наличности напора условія переполненія водоноснаго пласта, остается неизмѣннымъ, а воду всего артезіанскаго бассейна [1]).

[1]) Равнымъ образомъ, приливая воду въ артезіанскую скважину, мы не можемъ повысить тотъ уровень, на которомъ вода стоитъ въ скважинѣ, и не увеличимъ количества воды въ нѣдрахъ владѣнія; это количество при необходимомъ для существованія напора условіи переполненія водоноснаго пласта, должно всегда оставаться постояннымъ и по объему равнымъ суммѣ объемовъ всѣхъ поръ, трещинъ и пустотъ водоноснаго пласта въ предѣлахъ владѣнія.

Такимъ образомъ артезіанская вода, подобно поверхностнымъ водамъ, протекающимъ чрезъ данное владѣніе, представляетъ принадлежность не отдѣльно взятаго владѣнія, а всего артезіанскаго бассейна и должна находиться въ пользованіи всѣхъ владѣльцевъ, земли которыхъ входятъ въ предѣлы даннаго артезіанскаго бассейна. При этомъ правительство, въ интересахъ общаго блага, можетъ и даже обязано нормировать это право пользованія. если будетъ замѣчено, что при эксплоатаціи существующихъ въ данномъ артезіанскомъ бассейнѣ скважинъ напоръ ихъ уменьшается. Это уменьшеніе напора указываетъ, что количество воды, извлекаемой изъ скважинъ, превышаетъ то ея количество, которое поступаетъ въ водоносный пластъ путемъ поглощенія атмосферныхъ осадковъ на площадяхъ питанія даннаго водоноснаго горизонта, а вслѣдствіе этого уровень переполненія водоноснаго пласта будетъ постепенно падать и, наконецъ, даже самыя пониженныя части водоноснаго пласта могутъ оказаться уже не переполненными водою; послѣдняя въ такомъ случаѣ потеряетъ свой напоръ, и артезіанская вода обратится въ ненапорную воду глубокаго водоноснаго горизонта.

Итакъ, мы видимъ, что землевладѣлецъ имѣетъ право лишь пользоваться артезіанскими водами, не нарушая, однако, интересовъ сосѣдей; но исключительнаго права владѣнія и распоряженія этими водами владѣлецъ имѣть не можетъ.

Въ настоящее время, когда несравненно болѣе безспорное право частнаго лѣсовладѣнія и самое лѣсное хозяйство ограничено, въ видахъ государственной или общественной пользы, а именно для охраненія верховьевъ и источниковъ рѣкъ и ихъ притоковъ (ст. 795, 823 уст. лѣсн.), совершенно ненормальнымъ является то обстоятельсто, что артезіанскія воды совершенно не охраняются, и расходъ этихъ водъ, по самому существу своему не составляющихъ принадлежности нѣдръ даннаго владѣнія, предоставленъ на произволъ землевладѣльцевъ.

Наравнѣ съ лѣсами, водныя богатства страны нуждаются въ заботливой охранѣ, и во всякомъ случаѣ правительство не можетъ смотрѣть равнодушно, какъ на непроизводительную растрату этихъ богатствъ буровыми самоистекающими скважинами, выпускающими безъ всякой пользы для кого-либо громадное количество воды, такъ и на чрезмѣрную эксплоатацію артезіанскихъ водъ, мѣстами уже отразившуюся на значительномъ пониженіи ихъ напора [1]).

Разсмотрѣнныя поверхностныя, грунтовыя, артезіанскія и вообще глубокихъ водоносныхъ горизонтовъ воды обязаны своимъ происхожденіемъ атмосфернымъ осадкамъ. Источники этихъ водъ называются вадозными; но въ природѣ, кромѣ этихъ источниковъ, существуютъ еще такъ называемые ювенильные источники, характеризующіеся пульсаціей, постоянствомъ химическаго состава и напора, а также постоянной и при

[1]) Никитинъ. Объ изслѣдованіи водоносности (*Водное Дѣло*, 1909, № 2, стр. XLIX).

томъ болѣе или менѣе возвышенной температурой и дающіе воду, образовавшуюся въ нѣдрахъ земли, вслѣдствіе вулканическихъ процессовъ, и лишь впервые появляющуюся на земной поверхности. Эти источники, наравнѣ съ нефтяными и проч., какъ естественные продукты нѣдръ, всецѣло принадлежатъ владѣльцу.

Затѣмъ по поводу установленія обязательной регистраціи буровыхъ на воду работъ замѣчу слѣдующее.

Регистрація эта, по личному моему мнѣнію, далеко еще не составляетъ сути дѣла; свѣдѣнія, полученныя путемъ такой обязательной регистраціи, прежде всего будутъ нуждаться въ тщательной провѣркѣ и въ лучшемъ случаѣ дадутъ лишь указанія, что въ данной мѣстности существуетъ столько-то скважинъ и колодцевъ, имѣющихъ такую-то глубину, и что изъ числа этихъ скважинъ и колодцевъ столько-то оказалось безводными, съ доброкачественною или негодною къ употребленію водою.

Важна не сама регистрація, а научная обработка могущихъ быть собранными при оной данныхъ, касающихся водоносности, а потому какъ бы ни былъ организованъ контроль надъ сооруженіемъ и эксплоатаціей скважинъ, необходимо озаботиться, чтобы то учрежденіе, на которое будетъ возложена регистрація буровыхъ на воду работъ извѣстнаго района, приняло на себя, кромѣ сбора буровыхъ журналовъ, обязательство производить какъ научную обработку всѣхъ буровыхъ матеріаловъ даннаго района, такъ и систематическія наблюденія надъ дебитомъ скважинъ, напоромъ артезіанскихъ водъ и качествомъ послѣднихъ. Необходимо озаботиться, чтобы результаты этихъ изслѣдованій и наблюденій время отъ времени опубликовывались, и чтобы весь вообще собранный для данной мѣстности буровой матеріалъ былъ вполнѣ доступенъ какъ для землевладѣльцевъ района, такъ и вообще для лицъ, интересующихся положеніемъ артезіанскаго дѣла въ районѣ [1]).

Какъ тѣсно и неразрывно связанный съ геологической съемкой буровой матеріалъ, вообще говоря, долженъ обрабатываться геологами. Распредѣленіе подземныхъ водъ, ихъ движеніе и самое существованіе находится въ тѣснѣйшей связи и зависимости отъ деталей геологическаго строенія, а разобраться въ измельченныхъ образцахъ породъ, доставляемыхъ буреніемъ, нерѣдко такъ трудно, что за это дѣло можетъ взяться съ успѣхомъ только геологъ, основательно притомъ знакомый съ геологическимъ строеніемъ данной мѣстности [2]).

Такая обработка была между прочимъ произведена проф. И. Ф. Синцовымъ для копаныхъ и буровыхъ колодцевъ казенныхъ винныхъ

[1]) По этому поводу не могу не замѣтить, что Таврическое губернское земство, разсмотрѣвъ составленный по его ходатайству Геологическимъ Комитетомъ проектъ правилъ устройства и эксплоатаціи артезіанскихъ колодцевъ, оставило въ силѣ всѣ обязательства, возлагаемыя проектомъ на землевладѣльцевъ (арендаторовъ) и буровыхъ мастеровъ, но отбросило однако всѣ обязательства относительно сбора и научной обработки бурового матеріала, которыя проектомъ правилъ возлагались на самое земство.

[2]) *Тр. I Съѣзда Практ. Геол.*, стр. 415.

складовъ, разсѣянныхъ по всей территоріи Россіи. Въ цѣломъ рядѣ (52) статей, помѣщенныхъ въ XL - XLVIII частяхъ „Записокъ Императорскаго С.-Петербургскаго Минералогическаго Общества“, проф. Синцовъ далъ подробное и обстоятельное описаніе геологическихъ разрѣзовъ складскихъ колодцевъ и свойствъ даваемой ими воды.

Въ настоящее время однимъ изъ крупныхъ производителей буровыхъ на воду работъ является Отдѣлъ Земельныхъ Улучшеній для Европейской Россіи и Переселенческое Управленіе для Сибири. Но лишь ничтожная часть того громаднаго бурового матеріала, который могъ быть собранъ при работахъ Отдѣла Земельныхъ Улучшеній и Переселенческаго Управленія, подверглась надлежащей научной обработкѣ.

Затѣмъ Министерство Путей Сообщенія производитъ массу буровыхъ работъ при устройствѣ мостовъ и водоснабженія станцій; большая часть этихъ работъ, къ сожалѣнію, производится безъ участія геолога, и результаты этихъ работъ лишь въ весьма рѣдкихъ случаяхъ попадаютъ въ литературу.

Въ области практическаго примѣненія изслѣдованій водоносности для нуждъ сельскаго хозяйства необходимо отмѣтить участіе мѣстныхъ земствъ [1]).

Сначала участіе это выражалось лишь въ ходатайствахъ о принятіи тѣхъ или иныхъ гидротехническихъ работъ на счетъ правительства, а также о командированіи спеціалистовъ для производства намѣченныхъ земствомъ работъ. Лишь въ послѣднее время земства приступили къ самостоятельному производству гидрогеологическихъ изслѣдованій и гидротехническихъ работъ, и въ этомъ отношеніи нѣкоторыми земствами сдѣлано уже многое. Результатомъ дѣятельности земствъ на поприщѣ гидрогеологическаго изслѣдованія являются гидрогеологическія описанія многихъ уѣздовъ губерній: Екатеринославской, Курской, Московской, Полтавской, Самарской, Таврической, Херсонской и проч.

Вологодская
Основной

[1]) Криштафовичъ. Историко-литературное освѣщеніе вопроса о гидрогеол. изслѣд. Херсонской губ.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

стр.

Предисловіе 2
Введеніе. 5
Водоносныя породы 7
Песчаныя водоносныя породы 8
Пористость горныхъ породъ 19
Капиллярная или абсолютная водоемкость породъ 24
Движеніе воды въ горныхъ породахъ 43
Просачиваніе. 43
Капиллярный подъемъ воды. 47
Движеніе воды по водоносному слою. 55
Теорін водосборовъ 68
Водосборы въ песчаной породѣ. въ которой вода находится въ покоѣ 68
Канавы 68
Грунтовые колодцы 79
Опредѣленіе количества воды, доставляемой грунтовымъ колодцемъ. 90
Эксплоатаціи грунтоваго колодца. 92
Артезіанскіе колодцы 98
Высота уровня воды въ трубѣ артезіанской скважины. 107
Высота артезіанскаго фонтана 109
Водосборы въ песчаномъ водоносномъ слоѣ, въ которомъ вода находится въ движеніи. 114
Опредѣленіе R—радіуса вліянія колодцевъ. 126
Отрицательные или поглощающіе водосборы 129
Канавы 129
Абсорбирующіе колодцы 132
Вліяніе открытыхъ водоемовъ на производительность грунтовыхъ колодцевъ. . 134
Вліяніе глубины заложенія водосбора на его производительность 143
Грунтовые и артезіанскіе колодцы съ непроницаемой стѣнкой. 150
Взаимодѣйствіе водосборовъ. 155
Движеніе воды по трещиноватымъ породамъ. 157
Расходъ водосборовъ въ трещиноватыхъ породахъ 162
Канавы 162
Грунтовый колодецъ. 163
Артезіанскій колодецъ. 16
Заключеніе. 171

ЗАМѢЧЕННЫЯ ОПЕЧАТКИ.

Стр.:	*Строка:*	*Напечатано:*	*Слѣдуетъ:*
82	6 сверху	$\sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \psi k} \ln \frac{R}{r}}$	$\sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \varphi k} \ln \frac{R}{r}}$
115	3 „	ложащихъ	лежащихъ
128	7 снизу	расходы	расходъ

Библиотека