

ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1998

9

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

### Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

**Бутырин П.А.** (Объединенный институт высоких температур РАН), председатель секции, **Булатов О.Г.** (Московский энергетический институт), **Козлов В.Н.** (С.-Петербургский государственный технический университет), **Лагарьков А.Н.** (Объединенный институт высоких температур РАН), **Макаршин Б.Д.**, ответственный секретарь редакции, **Мионов В.Г.** (Московский энергетический институт), **Розанов Ю.К.** (Московский энергетический институт), **Чечурин В.Л.** (С.-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — **Макаршин Б.Д.**

### Секция электроэнергетики

**Строев В.А.**, главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), **Дьяков А.Ф.** (Корпорация «Единый электроэнергетический комплекс РФ»), **Железко Ю.С.** (Научно-исследовательский институт электроэнергетики), **Ишкин В.Х.** (РАО «ЕЭС России»), **Кощеев Л.А.** (Научно-исследовательский институт постоянного тока), **Мамиконянц Л.Г.** (Научно-исследовательский институт электроэнергетики), **Никитин О.А.** (РАО «ЕЭС России»), **Семенов В.А.** (ЦДУ ЕЭС России).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

### Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

**Ларионов В.П.**, председатель секции (Московский энергетический институт), **Александров Г.Н.** (С.-Петербургский государственный технический университет), **Белкин Г.С.** (Всероссийский электротехнический институт), **Лоханин А.К.** (Всероссийский электротехнический институт), **Митькин Ю.А.** (Ивановская государственная энергетическая академия).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

### Секция электрических машин

**Иванов-Смоленский А.В.**, председатель секции (Московский энергетический институт), **Бут Д.А.** (Московский государственный авиационный институт), **Данилевич Я.Б.** (Отдел (институт) электроэнергетических проблем РАН), **Евсеев Б.Н.**, заместитель главного редактора журнала, **Шакарян Ю.Г.** (Научно-исследовательский институт электроэнергетики).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

### Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

**Ильинский Н.Ф.**, председатель секции (Московский энергетический институт), **Борцов Ю.А.** (С.-Петербургский государственный электротехнический университет), **Козаченко В.Ф.** (Московский энергетический институт), **Шаталов А.С.** (Научно-техническое объединение «Антей»).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

## ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),  
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

## СОДЕРЖАНИЕ

Баламетов А.Б. Закономерности оптимального регулирования напряжения и реактивной мощности ВЛ СВН	2
Шевченко А.Т. Требования к пропускной способности межсистемных связей	10
Идельчик В.И., Кононов Ю.Г., Кузев В.Х., Урмаев А.Н. О восстановлении электроснабжения потребителей в схемах распределительных электрических сетей 6—35 кВ	15
Розанов В.А. Индуктивное влияние на линии связи тягового электроснабжения 2 × 25 кВ с изолированной нейтралью	22
Изосимов Д.Б. Синтез алгоритмов цифрового управления синхронным электроприводом без датчика на валу двигателя	26
Петров Г.П. Математическая модель шестифазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором	33
Мошинский Ю.А., Киселева М.М. Математическая модель однофазного асинхронного конденсаторного двигателя на основе метода симметричных составляющих	40
Шумилов В.Ф., Шумилова Н.И. Обеспечение непрерывных изменений параметров режима синхронного генератора при сбросах и набросах нагрузки	44
Мусьяков М.П., Шахтарин Б.И., Ванев Г.Г., Суворов С.В. Некоторые особенности пьезоэлектрических преобразователей на полимерных сегнетоэлектриках	46
Цицкия Г.Н. Электромагнитное поле и силовые взаимодействия цилиндрического индуктора с проводящей пластиной при импульсном токе	52
Пивоваров Л.В., Нечволод Н.К. Термоэлектродинамическое устройство для холодильных установок	59
Ушаков А.Н., Ушакова Н.Ю. О развитии метода вторичных источников для расчета электромагнитного поля	68

## БИБЛИОГРАФИЯ

Иванов-Смоленский А.В., Ильинский Н.Ф., Шакарян Ю.Г. Рецензия на кн. А.К. Аракеляна, А.А. Афанасьева «Вентильные электрические машины и регулируемый электропривод»	73
---	----

## ХРОНИКА

Троицкая Т.Б. Юбилей АЭН РФ	75
Александр Леонидович Быкадоров (К 60-летию со дня рождения)	77
Дмитрий Сергеевич Савваитов (К 60-летию со дня рождения)	78

## CONTENTS

A.B. Balametov, Conformities of Voltage and Reactive Power Optimum Control in UHV Overhead Transmission Lines	2
A.T. Shevchenko, Requirements to a Capability of Intersystem Connection	10
V.I. Idel'chik, Yu.G. Kononov, V.Kh. Kuzhev and A.N. Ushmayev, On Recovery of Power Supply of Consumers in Schemes of Electrical Distribution Network 6—35 kV	15
V.A. Rozanov, Inductive Influence of Traction Power Supply 2 × 25 kV with Isolated Neutral on Communication Lines	22
D.B. Izosimov, Synthesis of Algorithms for Digital Control of Synchronous Electric Drive without a Shaft-Mounted Transducer	26
G.P. Petrov, Mathematical Model of a Six-Phase Squirrel-Cage Induction Motor	33
Yu.A. Moshchinskii and M.M. Kiseleva, Mathematical Model of a Single-Phase Capacitor Induction Motor with the Use of a Symmetrical Components	40
V.F. Shumilov and N.I. Shumilova, Ensuring Continuous Changes of Synchronous Generator Parameters under a Load Rise	44
M.P. Mus'yakov, B.I. Shakhtarin, G.G. Vaneyev and S.V. Suvorov, Some Feature of Pyroelectric Converters with the Use of Polymer Ferroelectric Ceramics	46
G.N. Tsitsikyan, Electromagnetic Field and Force Interactions between a Cylindrical Inductor and a Conducting	52
L.V. Pivovarov and N.K. Nechvolod, Thermoelectrodynamical Device for Refrigerator Installations	59
A.N. Ushakov and N.Yu. Ushakova, On Development of Secondary Source Method for Calculating Electromagnetic Field	68

## BIBLIOGRAPHY

A.V. Ivanov-Smolenskii, N.F. Il'inskii and Yu.G. Shakaryan, Review of the Book by A.K. Arakelyan and A.A. Afanas'yev «Valve Electric Machines and Controlled Electric Drive»	73
--	----

## CHRONICLE

T.B. Troitskaya, Jubilee of Academy Electrotechnical Sciences Russia	75
Aleksandr Leonidovich Bykadorov (to Mark the 60th Anniversary)	77
Dmitrii Sergueyevich Savvaitov (to Mark the 60th Anniversary)	78

# Закономерности оптимального регулирования напряжения и реактивной мощности ВЛ СВН

БАЛАМЕТОВ А.Б.

*Представлены различные модели оптимизации режима ВЛ СВН по напряжению и реактивной мощности с учетом потерь мощности на нагрев проводов и корону на основе уравнений линии с сосредоточенными и распределенными параметрами. Получены выражения для оптимального напряжения ВЛ с промежуточными подстанциями в районах с разными видами погоды. На основе предложенных алгоритмов разработаны программы оптимизации режима работы ВЛ СВН. Проанализированы закономерности изменения напряжения и реактивной мощности, перепада напряжения и распределения напряжения вдоль линии, соответствующие режимам минимальных потерь.*

*Ключевые слова: энергосистема, воздушная линия, сверхвысокие напряжения, потери на корону, оптимальное напряжение*

Регулирование напряжения линий электропередачи СВН производится в целях: поддержания напряжения в допустимых пределах в линии и оборудовании при различных режимах работы по условиям изоляции; исключения общего коронирования; недопустимых радиопомех и акустических помех; ограничения генерируемой линией зарядной мощности в систему и генераторы в режимах, близких к холостому ходу; обеспечения устойчивости электропередачи при больших нагрузках; обеспечения минимума суммарных потерь активной мощности воздушных линий (ВЛ) СВН и сетей более низкого напряжения.

Потери мощности на корону линий электропередачи СВН в условиях плохой погоды соизмеримы с единичной мощностью генератора электростанции и для их покрытия требуются дополнительные мощности.

Исходя из этого, целью регулирования напряжения, кроме обеспечения минимума потерь, является снижение суммарного потребления в ЭС, особенно для режимов совпадения максимума нагрузки и максимальных потерь на корону.

Управление режимами линий СВН производится источниками реактивной мощности: синхронными компенсаторами, статическими компенсаторами реактивной мощности, шунтирующими реакторами и вольтодобавочными трансформаторами, устанавливаемыми на автотрансформаторах, связывающих линии СВН с шунтирующими сетями более низкого напряжения. Поэтому для линий СВН вместо термина ре-

*Various models of an optimization of a voltage and reactive power regime in UHV overhead transmission lines are presented with account taken of power losses for heating wires and corona effect on the basis of equations of a line with distributed and lumped parameters. Expressions are obtained for the optimum voltage for a line with intermediate substations in regions with different weather conditions. On the basis of algorithms proposed programmes for the optimization of operation condition of UHV overhead transmission line have been developed. Conformities of changing voltage, reactive power, voltage difference and distribution of voltage along a line, corresponding to minimum loss regimes are analysed.*

*Key words: electrical power system, overhead line, ultra high voltage, corona power losses, optimum voltage*

гулирование напряжения более точным и приемлемым является термин управление режимом линии по напряжению и реактивной мощности.

Оптимизация режимов электрических сетей с линиями СВН по  $U$  и  $Q$  дает значительный экономический эффект и имеет следующие специфические особенности: оптимальный уровень напряжений линий СВН зависит от метеоусловий, охвата линии разными группами погоды, которые в основном определяют уровень потерь мощности на коронирование проводов; линии СВН в составе электрической сети выполняют системообразующую функцию и обычно имеют шунтирующие сети более низкого напряжения, которые оказывают существенное влияние на режим линий СВН; режимы работы электрических сетей с ВЛ СВН очень разнообразны, что определяется суточным и сезонным характером изменения нагрузки, изменением направления перетока мощности ВЛ, большими зарядными мощностями.

Следует также иметь в виду следующие обстоятельства: для электрической сети с линиями СВН необходимо более точное моделирование потерь на нагрев и коронирование проводов, реактивного эффекта, учет распределенности параметров ВЛ, дискретность изменения параметров регулирующих устройств.

Необходим непрерывный контроль прочности изоляции электрооборудования путем оперативного анализа допустимой длительности работы при единичном воздействии повышения напряжения и допустимого числа единичных воздействий повышения напряжения в течение года



(ресурса электрооборудования).

При выборе алгоритмов регулирования напряжения линий СВН необходимо учитывать информационную обеспеченность задачи оптимизации. Управление регулируемыми и компенсирующими устройствами на основе местных параметров является более надежным с точки зрения информационной обеспеченности и должно быть предусмотрено в АСУ ТП подстанции СВН вне зависимости от наличия системы управления верхнего уровня АСДУ. Систему управления на основе местных параметров можно использовать как самостоятельно, так и в качестве резервной системы управления. Поэтому задача получения выражений для законов управления регулируемыми и компенсирующими устройствами имеет важное значение для управления линиями СВН.

Наибольший эффект от оперативной оптимизации режима электрических сетей с линиями СВН можно получить при полном учете указанных особенностей. Потери на нагрев проводов и на корону зависят от значения напряжения в разной степени. Поэтому задача определения оптимального напряжения ВЛ СВН имеет важное значение для управления линиями СВН.

Повышение экономичности работы отдельных ВЛ путем регулирования напряжения достаточно освещено в [1–10]. Оптимизация режима ВЛ по напряжению с учетом потерь мощности на корону и нагрев проводов рассматривалась в [1–11].

В [1 и 5] получены выражения для оптимального напряжения и реактивной мощности конца ВЛ по уравнениям линии с сосредоточенными и распределенными параметрами из условия минимума потерь активной мощности путем приравнивания частных производных по  $U$  и  $Q$  нулю. При этом потери на корону учитываются квадратичной зависимостью.

В [10] предлагается двухэтапная оптимизация режимов ВЛ СВН. На первом этапе определяются режимные параметры, соответствующие потерям на нагрев проводов. На втором этапе предлагается итерационное уточнение режимных параметров из условий получения наименьших суммарных потерь с учетом фактического состояния атмосферы. При этом отмечается необходимость учета распределенности напряжения вдоль линии.

В [3] предложен способ регулирования напряжения в отдельной линии электропередачи СВН, основанный на сравнении приращений потерь мощности на корону и нагрев проводов по напряжению.

В [7] приведен критериальный метод для выявления оптимальной соразмерности потерь на корону и потерь на нагрев проводов для оп-

ределения закона управления напряжением ВЛ СВН. Оптимальная соразмерность потерь на корону и нагрев проводов выражена в долях суммарных потерь.

Выбор компенсирующих устройств в линиях СВН с промежуточными отборами описан в [9], где учет потерь на корону не производится, а расчет оптимального режима производится поэтапно, начиная с участка, имеющего наибольшую длину и загрузку.

Основными недостатками известных работ являются слишком упрощенный учет зависимости потерь на корону от напряжения, отсутствие четких алгоритмов оптимизации режимов линии СВН с промежуточными подстанциями с учетом фактической зависимости потерь мощности на корону от напряжения.

**Оптимальное напряжение ВЛ СВН с сосредоточенными параметрами.** Для потерь на нагрев проводов в ВЛ, представленной П-образной схемой замещения, имеем

$$\Delta P_n = \frac{P'^2 + Q'^2}{U^2} R, \quad (1)$$

где  $P'$ ,  $Q'$ ,  $U$  — активная, реактивная мощности и напряжение конца П-образной схемы замещения линии соответственно;  $R$  — фактическое активное сопротивление проводов ВЛ.

При этом активная и реактивная мощности конца П-образной схемы замещения определяются по выражениям:

$$P' = P_2 + gU^2;$$

$$Q' = Q_2 - bU^2,$$

где  $P_2$ ,  $Q_2$  — активная и реактивная мощности конца линии соответственно;  $g$ ,  $b$  — активная и емкостная проводимости П-образной схемы замещения линии соответственно.

Потери на корону ВЛ с сосредоточенными параметрами с учетом удельных потерь определяются как

$$\Delta P_k = \Delta P_{k0} l \left( \frac{U}{U_n} \right)^\rho, \quad (2)$$

где  $\Delta P_{k0}$  — удельные потери на корону при напряжении  $U_n$ ;  $l$  — длина линии;  $\rho$  — показатель степени, зависящий от состояния погоды на трассе ВЛ ( $4 < \rho < 10$ ).

Далее рассматриваются выражения для оптимального напряжения ВЛ СВН для четных значений степени (2, 4, 6, 8).

Для суммарных потерь активной мощности ВЛ СВН представленной П-образной схемой замещения имеем

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_{\kappa 0} \frac{l}{2} \left( \frac{U_1}{U_n} \right)^{\rho} + \frac{(P_2 + g U_2^2)^2 + Q^2}{U_2^2} R + \Delta P_{\kappa 0} \frac{l}{2} \left( \frac{U_2}{U_n} \right)^{\rho}. \quad (3)$$

Модуль напряжения начала линии можно выразить через модуль напряжения конца линии  $U_1 = k_U U_2$  (здесь  $k_U$  — коэффициент, соответствующий перепаду напряжения ВЛ).

Приравнявая нулю частную производную суммарных потерь ВЛ (3) по напряжению, после преобразований получаем выражение для оптимального напряжения конца линии:

$$U_2 = U_n \sqrt{\frac{4[(P_2^2 - g^2 U^4) + Q^2] R}{\rho(1 + k_U^{\rho}) \Delta P_{\kappa} U_n}}. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta P_{\kappa} = l \Delta P_{\kappa 0}$ .

Получение явных выражений для оптимального напряжения и реактивной мощности при учете потерь на корону функцией от напряжения 4–8 степени не удастся, поэтому более точный алгоритм минимизации потерь активной мощности ВЛ СВН сводится к следующему.

1. Рассчитывается оптимальный режим конца ВЛ по  $U$  и  $Q$  по выражению (4). Для первой итерации принимается  $U_1 = U_2$ .

2. Уточняется значение напряжения начала линии  $U_1$  по параметрам режима конца линии и коэффициенту перепада напряжения; уточняется значение проводимости потерь на корону ( $g$ ) в соответствии с значениями  $U_2$  и  $U_n$ .

3. Повторяется итеративное уточнение оптимальных параметров по п. 1 и 2.

Для практических расчетов формулу для оптимального напряжения ВЛ СВН можно представить в виде

$$U_2 = U_n \sqrt{\frac{4 \Delta P_n}{(1 + k_U^{\rho}) \rho \Delta P_{\kappa}}}. \quad (5)$$

Здесь  $\Delta P_n$  — потери на нагрев проводов ВЛ, определяемые расчетом режима линии при заданных напряжениях в начале и конце линии ( $U_1 = U_2 = U_n$ ) и перетоке активной мощности.

Если расчет потерь производится по значению  $U$ , отличному от  $U_n$ , то в (5) вместо  $U_n$  используется  $U$ .

Принимая для оптимального режима ВЛ  $U_1 = U_2$ , формуле (5) можно дать следующее объяснение. В точке оптимума суммарных потерь в ВЛ СВН потери на корону составляют  $0,5\rho$  потерь на нагрев проводов. При этом отметим, что значение  $\rho = 4$  обычно соответствует характеристике потерь для плохой погоды [9]. Значение  $\rho = 6$  соответствует среднегодовым потерям, и при

этом в точке оптимума потери на корону составляют  $1/3$  потерь на нагрев проводов. Значение  $\rho = 8$  соответствует хорошей погоде, и при этом в точке оптимума потери на корону составляют  $1/4$  потерь на нагрев проводов.

**Оптимальное напряжение узла линии СВН с промежуточными подстанциями.** Аналогично формуле (5) можно получить выражение для оптимального напряжения узла с двумя замыкающими участками ВЛ при одинаковом показателе степени характеристики потерь на корону участков:

$$U = U_n \sqrt{\frac{(\rho+2)}{\rho}} \sqrt{\frac{4(\Delta P_{n1} + \Delta P_{n2})}{[(1 + k_{U1}^{\rho}) \Delta P_{\kappa 1} + (1 + k_{U2}^{\rho}) \Delta P_{\kappa 2}]}}. \quad (6)$$

При разных показателях степени  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (для  $\rho_2 > \rho_1$ ) выражение для оптимального напряжения можно представить в виде

$$U = U_n \sqrt{\frac{(\rho+2)}{\rho_1(1 + k_{U1}^{\rho_1}) \Delta P_{\kappa 1} + \rho_2(1 + k_{U2}^{\rho_2}) \Delta P_{\kappa 2} (U/U_n)^{(\rho_2 - \rho_1)}}} \sqrt{\frac{4(\Delta P_{n1} + \Delta P_{n2})}{}}. \quad (7)$$

При разных показателях степени характеристик потерь на корону участков ВЛ выражение для оптимального напряжения в явном виде получить не удастся. При этом в правую часть (6) входит искомое напряжение и поэтому необходимо определение  $U$  итерационным повторением.

Аналогично можно получить среднеоптимальное напряжение линии СВН с двумя промежуточными подстанциями и тремя участками ВЛ. При этом выражение для среднеоптимального напряжения линии при одинаковом показателе степени характеристики потерь на корону участков ВЛ от напряжения принимает вид

$$U = U_n \sqrt{\frac{(\rho+2)}{\rho}} \sqrt{\frac{4(\Delta P_{n1} + \Delta P_{n2} + \Delta P_{n3})}{\rho[(1 + k_{U1}^{\rho}) \Delta P_{\kappa 1} + (1 + k_{U2}^{\rho}) \Delta P_{\kappa 2} + (1 + k_{U3}^{\rho}) \Delta P_{\kappa 3}]}}.$$

Здесь  $\Delta P_{n1}$ ,  $\Delta P_{n2}$ ,  $\Delta P_{n3}$  и  $\Delta P_{\kappa 1}$ ,  $\Delta P_{\kappa 2}$ ,  $\Delta P_{\kappa 3}$  — потери на нагрев проводов и потери на корону для 1-, 2-, 3-го участков линии соответственно.

Полученные выражения позволяют определить оптимальное напряжение линии СВН в зависимости от показателя степени характеристики потерь на корону и нагрев проводов текущего режима.

**Оптимальное напряжение ВЛ СВН с распределенными параметрами.** Более точное моделирование и оптимизация режима работы возможны при учете волнового характера распределения тока и напряжения. Потери мощности в элементе линии могут быть определены как

$$d \Delta P_{\Sigma 0} = 3(r l^2(x) dx + g U^2(x) dx).$$

Полные потери мощности в однородной линии длиной  $l$

$$\Delta P_{\Sigma} = \int_0^l d\Delta P_{\Sigma 0}.$$

В результате преобразований этого выражения зависимость потерь в ВЛ от напряжения, активной и реактивной мощностей на приемном конце может быть представлена в виде [1]:

$$\Delta P_{\Sigma} = a_1 \frac{P^2 + Q^2}{U^2} + a_2 U^2 + a_3 P + a_4 Q. \quad (8)$$

Здесь  $a_1, a_2, a_3, a_4$  — коэффициенты, вычисляемые по параметрам ВЛ;  $U, P, Q$  — параметры режима приемного конца линии.

Оптимальные значения напряжения и реактивной мощности приемного конца линии, полученные приравниванием соответствующих частных производных нулю [5], имеют вид:

$$Q = \frac{a_4 U^2}{2a_1}; \quad (9)$$

$$U = \sqrt{\frac{2a_1 P}{\sqrt{4a_1 a_2 - a_4^2}}}. \quad (10)$$

Аналогичные выражения можно получить и для передающего конца линии.

Обычно ВЛ длиной более 500 км выполняются с промежуточными подстанциями. При этом оптимальные параметры режима участков, примыкающих к одной и той же подстанции, могут не совпадать.

Оптимальные параметры режима линии с промежуточной подстанцией. Для получения выражения оптимального напряжения узла рассмотрим линию с одной промежуточной подстанцией и примыкающими к ней двумя участками ВЛ СВН. При этом для режима передачи одинаковой мощности по участкам суммарные потери активной мощности линии определяются как

$$\begin{aligned} \Delta P = a_1 \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} + a_2 U_1^2 + a_3 P_1 + a_4 Q_1 + \\ + b_1 \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} + b_2 U_2^2 + b_3 P_2 + b_4 Q_2. \end{aligned}$$

Здесь  $P_1, Q_1, U_1$  и  $P_2, Q_2, U_2$  — параметры режима приемного и передающего концов линии примыкающих к подстанции соответственно.

Приравнявая нулю частную производную потерь от напряжения, получим выражение оптимального напряжения на шинах промежуточной подстанции

$$U = \sqrt[4]{\frac{a_1 (P_1^2 + Q_1^2) + b_1 (P_2^2 + Q_2^2)}{a_2 + b_2}}. \quad (11)$$

При этом оптимальная реактивная мощность при известном оптимальном значении напряжения первого участка линии равна

$$Q_1 = \frac{a_4 U^2}{2a_1}; \quad (12)$$

второго участка линии —

$$Q_2 = -\frac{b_4 U^2}{2b_1}. \quad (13)$$

Подставив  $Q_1$  и  $Q_2$  в (11) для оптимального напряжения узла, получим

$$U = \sqrt{\frac{4(a_1 P_1^2 + b_1 P_2^2)}{4(a_2 + b_2) - a_4^2/a_1 + b_4^2/b_1}}. \quad (14)$$

Выражения для оптимальных значений реактивных мощностей участков получаются при подстановке в (12) и (13) выражения для оптимального напряжения (14).

Таким образом, полученные выражения напряжения узла и реактивных мощностей участков позволяют выбрать оптимальные параметры режима промежуточной подстанции по минимуму потерь на двух участках линии.

При получении выражений (10), (14) потери на корону представлялись постоянной проводимостью. В действительности потери на корону являются функцией  $\rho$ -й степени от напряжения (2). Поэтому при определении оптимального напряжения по (10) и (14) допускается погрешность. Для устранения этого недостатка рассматривается уточнение проводимости на корону (8).

Из условия эквивалентности потерь на корону при ее представлении постоянной проводимостью и характеристикой от напряжения (2):

$$\Delta P_k = g l U^2;$$

$$\Delta P_k = g l U_n^2 (U/U_n)^{\rho},$$

где  $g$  — активная проводимость ВЛ, соответствующая потерям на корону при напряжении  $U_n$ , получим выражение для уточнения значения  $g$  и коэффициентов в выражениях (10) и (14):

$$g_k = g_{k0} (U/U_n)^{\rho-2}. \quad (15)$$

Уточнение значения проводимости на корону ВЛ в выражении (8) в соответствии с (15) для значений  $(\rho-2) > 2$  приводит к неявной зависимости выражения для оптимального напряжения линии и подстанции. Это требует применения итерационного повторения вычислений по (10) и (14).

В связи со сложностью непосредственного учета потерь мощности на корону от напряжения  $\rho$ -й степени по уравнениям линии с распре-

деленными параметрами для получения выражений для оптимального напряжения потери представляются в виде отдельных составляющих.

Потери на нагрев проводов определяются по уравнениям линии с распределенными параметрами:

$$\Delta P_n = m_1 \frac{P^2 + Q^2}{U^2} + m_2 U^2 + m_3 P + m_4 Q. \quad (16)$$

Здесь  $m_1, m_2, m_3, m_4$  — коэффициенты, вычисляемые по параметрам ВЛ.

Потери на корону определяются по выражениям, полученным интегрированием напряжения  $\rho$ -й степени вдоль линии в аналитическом виде или с использованием для интегрирования формулы Симпсона [9].

Например, зависимость потерь на корону ВЛ с учетом распределенности напряжения вдоль линии с показателем степени  $\rho=4$  от напряжения можно представить в виде [9]:

$$\Delta P_k = \Delta P_{k0} \left( \frac{U}{U_n} \right)^4 [a_{40} + a_{41} Q + a_{42} (P^2 + 3Q^2) + a_{43} Q (P^2 + Q^2) + a_{44} (P^2 + Q^2)^2].$$

При этом оптимальное значение реактивной мощности определяется решением кубического уравнения, полученного минимизацией суммы потерь по выражениям (16) и (17) по  $Q$  и  $U$ .

Аналогичным образом можно получить оптимальные параметры режима ВЛ при других показателях степени потерь на корону от напряжения.

На основе выражений для составляющих потерь на нагрев (16) и на корону (4) были разработаны алгоритм и программа оптимизации режима ВЛ по  $U$  и  $Q$  на языке турбо-ПАСКАЛЬ, которую можно принять за полную модель оптимизации со следующими этапами.

1. Рассчитывается режим ВЛ СВН по исходным данным и определяются параметры режима при  $U_1 = U_2 = U_n$ .

2. Вычисляется интеграл напряжения  $\rho$ -й степени вдоль линии по формуле Симпсона [9] на основе уравнений линии с гиперболическими функциями.

3. Определяются потери на нагрев проводов по (16) и на корону с учетом распределенности напряжения вдоль линии [9]:

$$\Delta P_k = \Delta P_{k0} \left( \frac{U}{U_n} \right)^\rho \int_0^l \left( \frac{U_x}{U} \right)^\rho dx. \quad (17)$$

4. Определяются оптимальные значения  $U$  и  $Q$ , соответствующие минимальным потерям.

5. Производится учет ограничений на допустимые уровни напряжения начала и конца линии вводом в целевую функцию штрафных функций:

$$\Delta P_{\text{сум}} = \Delta P_k + \Delta P_n + \begin{cases} \alpha (U_1 - U_n)^2, & \text{если } U_1 > U_n; \\ \beta (U_2 - U_n)^2, & \text{если } U_2 > U_n. \end{cases}$$

Здесь  $U_n$  — максимальное допустимое рабочее напряжение ВЛ. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  были приняты равными 10–100.

6. Уточняются проводимости на корону по (15).

7. Повторяются операции по пп. 2–6 до момента достижения заданной точности по  $U$ ,  $Q$  и суммарным потерям.

Минимизация суммарных потерь производится применением метода покоординатного спуска по  $U$  и  $Q$  с применением для минимизации одномерной функции метода квадратичной интерполяции Пауелла [12].

Были произведены расчеты по оптимизации режимов ВЛ напряжением 500, 750 и 1150 кВ с удельными параметрами схемы, приведенными в табл. 1, по полной модели оптимизации при разных уровнях удельных потерь на корону, показателя степени характеристики короны для различных значений передаваемой по ВЛ активной мощности. Расчеты были произведены с точностью 0,01 кВ по  $U$ , 0,1 Мвар по  $Q$  и 0,00001 МВт по суммарным потерям ВЛ. Шаг интерполяции по  $U$  был принят 20 кВ и по  $Q$  — 50 Мвар. В зависимости от значения передаваемой мощности решение получается менее чем за 10 итераций покоординатного спуска по  $U$  и  $Q$ .

Таблица 1

Класс напряжения, кВ	Конструкция фазы		Удельные параметры ВЛ		
	марка провода	шаг расщепления, М × 10 <sup>-2</sup>	$r_0$ , Ом/км	$x_0$ , Ом/км	$b_0$ , См/км × 10 <sup>-6</sup>
500	ЗАС-330/43	40	0,0290	0,299	3,74
750	4АС-400/93	60	0,0177	0,280	3,99
1150	8АС-330/43	40	0,0109	0,260	4,49

Результаты этих расчетов приведены в табл. 2.

На рис. 1 приведены зависимости оптимального напряжения и реактивной мощности на конце ВЛ 1150 кВ длиной 500 км от передаваемой мощности для различных значений удельных потерь мощности на корону.

Для анализа оптимального перепада напряжения коронирующей ВЛ СВН были произведены расчеты по полной модели оптимизации ВЛ 1150 кВ с приведенными ранее удельными параметрами схемы при длинах 300–500 км и при разных уровнях удельных потерь на корону показателя степени характеристики короны для различных значений передаваемой по ВЛ активной мощности (рис. 2).

Результаты расчетов показывают, что оптимальное напряжение в начале линии в зависимости от длины линии, передаваемой мощности, удельных потерь на корону на 0,5–3,5%

Таблица 2

Напряже- ние ли- нии, кВ	Активная мощность конца ли- нии $P_2$ , МВт	Удельные потери на корону $\Delta P_K$ , Вт/м	Показа- тель сте- пени ха- рактерис- тики ко- роны	Оптимальные параметры ВЛ по полной модели оптимизации						
				Значение интеграла $\rho$ -й степени	перепад напря- жения	напря- жение $U_2$ , кВ	реактив- ная мощ- ность $Q_2$ , Мвар	Потери мощности ВЛ, МВт		
								на нагрев проводов	на корону	суммар- ные
500	450	2,5	8	1,1035	1,0113	519,56	110,32	6,64	1,11	7,76
	450	10	8	1,1224	1,0174	466,79	81,81	8,12	1,94	10,06
	450	25	6	1,0940	1,0210	426,41	53,17	9,71	3,15	12,87
	675	10	8	1,1281	1,0221	507,02	65,76	15,43	3,78	19,21
	675	25	6	1,0965	1,0257	484,53	35,01	17,81	5,88	23,69
	675	50	4	1,0639	1,0294	445,82	9,49	20,20	10,08	30,28
	675	100	4	1,0616	1,0372	399,34	-39,73	25,52	12,96	38,48
	900	10	8	1,0460	1,0097	519,85	-43,42	26,76	4,29	31,06
	900	25	6	1,0966	1,0297	509,03	5,39	27,44	9,15	36,59
	900	50	4	1,0634	1,0324	491,67	-14,41	29,66	14,91	44,57
	900	100	4	1,0592	1,0410	440,89	-80,83	37,53	19,21	56,74
	990	10	8	1,0318	1,0096	519,95	-82,89	32,60	4,23	36,84
	990	25	6	1,0650	1,0233	513,46	-49,13	33,11	9,31	42,43
750	990	50	4	1,0632	1,0335	507,90	-25,76	33,69	16,98	50,67
	990	100	4	1,0581	1,0424	455,65	-99,27	42,66	21,89	64,55
	1050	3	8	1,1456	1,0096	780,45	389,10	13,22	1,88	15,11
	1050	20	8	1,1507	1,0154	675,61	235,94	17,19	3,99	21,18
	1050	50	6	1,1052	1,0189	613,79	142,34	20,75	6,64	27,39
	1575	20	8	1,1391	1,0194	736,01	182,28	32,42	7,84	40,26
	1575	50	6	1,0934	1,0230	682,86	78,14	37,86	12,46	50,31
	1575	100	4	1,0534	1,0273	637,99	-16,02	43,91	22,06	65,98
	2100	20	8	1,1119	1,0222	770,02	48,85	53,00	10,98	63,98
	2100	50	6	1,0799	1,0265	737,35	-21,71	58,20	19,50	77,70
	2100	100	4	1,0459	1,0300	705,44	-104,24	64,40	32,74	97,15
	2100	200	4	1,0194	1,0381	637,96	-309,84	81,30	42,69	123,99
	2310	20	8	1,0099	1,0031	785,52	-135,46	63,51	11,64	75,15
1150	2310	50	6	1,0742	1,0278	756,57	-69,95	67,14	22,63	89,78
	2310	100	4	1,0430	1,0310	729,46	-145,07	73,13	37,33	110,46
	2310	200	4	1,0147	1,0393	660,27	-373,11	92,37	48,76	141,12
	2750	10	8	1,217	1,010	1156,97	1184,11	31,69	6,38	38,07
	2750	50	8	1,187	1,014	995,58	651,98	41,39	9,36	50,75
	2750	100	6	1,120	1,016	923,95	410,49	47,93	15,06	62,99
	4125	50	8	1,144	1,017	1089,89	431,28	77,54	18,62	96,16
	4125	100	6	1,086	1,020	1033,02	177,19	86,94	28,54	115,48
	4125	200	4	1,035	1,024	965,81	-150,43	101,38	51,48	152,56
	5500	50	8	1,098	1,020	1164,69	73,69	122,00	30,39	152,39
	5500	100	6	1,053	1,023	1120,48	-175,42	133,27	45,05	178,33
	5500	200	4	1,017	1,026	1072,18	-471,81	148,38	76,86	225,24
	5500	300	4	0,987	1,030	1016,96	-862,66	169,50	90,56	195,05
1150	5500	400	4	0,962	1,033	981,72	-1149,22	186,50	102,16	288,66
	6050	50	8	1,079	1,021	1191,31	-101,74	141,95	35,78	177,73
	6050	100	6	1,040	1,024	1151,68	-344,24	153,64	52,46	206,11
	6050	200	4	1,027	1,027	1110,30	-618,86	168,37	87,82	256,20
	6050	300	4	0,979	1,031	1053,97	-1052,31	192,44	103,62	296,20
	6050	400	4	0,953	1,035	1018,16	-1370,93	211,78	117,06	296,06

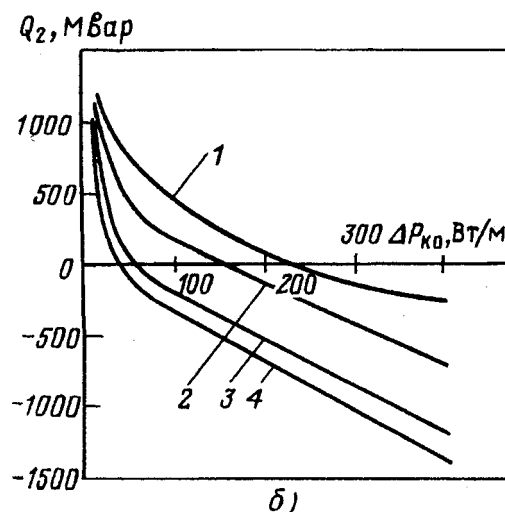
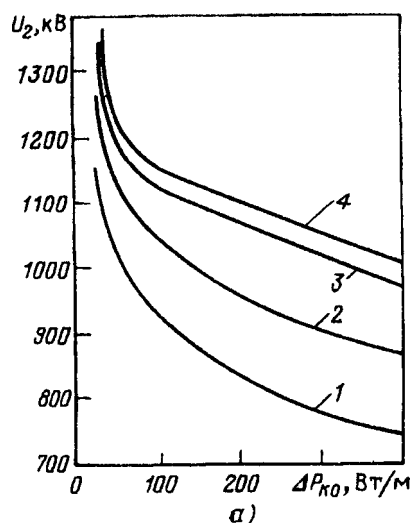


Рис. 1. Зависимости изменения напряжения (а) и реактивной мощности в конце (б) ВЛ 1150 кВ длиной 500 км, соответствующие режиму минимальных потерь: 1 — при  $P_2 = 2750$  МВт; 2 — 4125 МВт; 3 — 5500 МВт; 4 — 6050 МВт

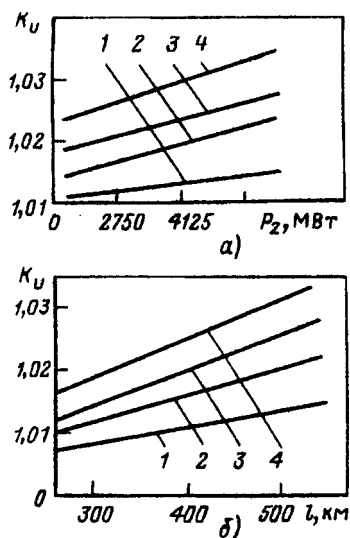


Рис. 2. Зависимости изменения перепада напряжения ВЛ 1150 кВ, соответствующие режиму минимальных потерь: а — от передаваемой мощности  $P_2$  при  $l=500$  км; б — от длины линии при  $P_2=4125$  МВт; 1 — при  $\Delta P_{k0}=10$  Вт/м,  $\rho=8$ ; 2 — 100 Вт/м,  $\rho=6$ ; 3 — 200 Вт/м,  $\rho=4$ ; 4 — 400 Вт/м,  $\rho=4$

больше оптимального напряжения конца линии, т.е. оптимальному режиму ВЛ длиной 500 км и ниже соответствует режим с перепадом напряжения, равном 1,005–1,035. При этом перепад напряжения увеличивается с ростом передаваемой активной мощности, удельных потерь мощности на корону и длины линии.

Значения оптимального перепада напряжения для ВЛ 500 кВ лежат в пределах 1,01–1,05 и для ВЛ 750 кВ — 1,009–1,04 (см. табл. 2). С ростом класса напряжения значение оптимального перепада напряжения уменьшается.

Значение интеграла напряжения  $\rho$ -й степени вдоль линии в (17) соответствует эквивалентной по потерям на корону длине линии. Отношение значения интеграла в (17) к длине линии характеризует относительное изменение потерь мощности на корону при учете распределение напряжения вдоль линии. Относительное значение интеграла для оптимальных режимов в зависимости от  $P_2$ ,  $P_k$  и  $\rho$  меняется в пределах 0,95–1,22 (рис. 3,а) для ВЛ 1150 кВ, 1,055–1,27 для ВЛ 500 кВ и 1,02–1,12 для ВЛ 750 кВ. Относительное значение интеграла уменьшается по мере роста значения передаваемой мощности и уровня удельных потерь на корону (рис. 3,а) и увеличивается при росте длины ВЛ (рис. 3,б) для значений  $\Delta P_{k0} < 250$  Вт/м.

Сопоставление различных алгоритмов оптимизации режима ВЛ по  $U$  и  $Q$ . Были составлены программы для расчета оптимальных значений напряжения и реактивной мощности по уравнениям линии с сосредоточенными и распределенными параметрами.

Известные выражения, полученные для ВЛ

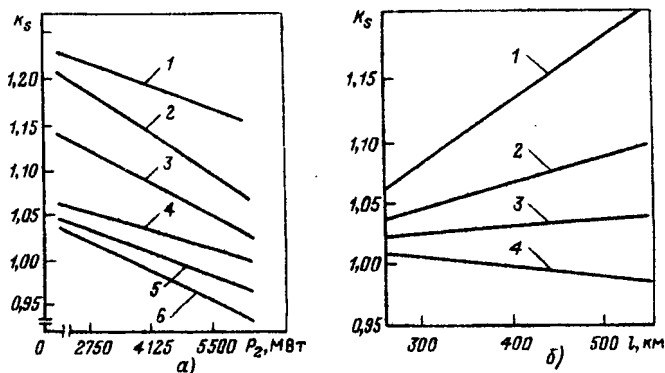


Рис. 3. Зависимости изменения относительного значения интеграла напряжения  $\rho$ -й степени вдоль ВЛ 1150 кВ: а — от передаваемой мощности при длине 500 км: 1 — при  $\Delta P_{k0}=10$  Вт/м,  $\rho=8$ ; 2 — 50 Вт/м,  $\rho=8$ ; 3 — 100 Вт/м,  $\rho=6$ ; 4 — 200 Вт/м,  $\rho=4$ ; 5 — 300 Вт/м,  $\rho=4$ ; 6 — 400 Вт/м,  $\rho=4$ ; б — от длины для  $P_2=4125$  МВт: 1 — при  $\Delta P_{k0}=10$  Вт/м,  $\rho=8$ ; 2 — 100 Вт/м,  $\rho=6$ ; 3 — 200 Вт/м,  $\rho=4$ ; 4 — 400 Вт/м,  $\rho=4$

с распределенными и сосредоточенными параметрами, и представление потерь на корону функцией от напряжения второй степени являются слишком упрощенными и приводят к существенным погрешностям. Уточнение проводимости на корону в соответствии с (15) приводит к снижению погрешности, но не исключает ее.

Результаты расчета по предлагаемой формуле (4) приведены в табл. 3. Погрешность формулы для оптимального напряжения (4) лежит в пределах от 0 до 4% по  $U$  и растет по мере отклонения передаваемой по ВЛ активной мощности от натуральной мощности и значения показателя степени характеристики потерь на корону, что объясняется увеличением влияния распределения напряжения вдоль линии. Значение погрешности уменьшается при уменьшении длины линии.

При известном значении интеграла напряжения  $\rho$ -й степени вдоль линии формулу для оптимального напряжения (4) можно представить в виде

$$U = U_H \sqrt{\frac{(\rho+2)}{(1+k_U^\rho) \rho k_s \Delta P_k}} \quad (18)$$

$$\text{Здесь } k_s = \frac{1}{l} \int_0^l \left( \frac{U_x}{U} \right)^\rho dx.$$

Зависимость для  $k_U$  и  $k_s$  от  $P_2$ ,  $\Delta P_k$  и  $l$  можно построить для разных классов напряжения, аппроксимируя соответствующие результаты, полученные по полной модели оптимизации. Использование выражения (18) вместо (4) позволит повысить точность определения значения оптимального напряжения. При этом по параметрам оптимального режима  $U_2$  и  $k_U$  можно определить оптимальное значение реактивной мощности в конце линии.

Таблица 3

Активная мощность конца линии $P_2$ , МВт	Удельные потери на корону $\Delta P_K$ , Вт/м	Показатель степени характеристики короны	Параметры оптимального режима	
			напряжение $U_2$ , кВ	реактивная мощность $Q_2$ , МВар
2750	10	8	1202,21	1210,56
2750	50	8	1024,57	624,67
2750	100	6	949,78	372,44
4125	50	8	1110,44	331,77
4125	100	6	1048,14	49,55
4125	200	4	976,15	-308,32
5500	50	8	1175,95	-124,31
5500	100	6	1125,17	-424,09
5500	200	4	1069,43	-788,29
5500	300	4	1005,67	-1227,96
5500	400	4	965,40	-1653,50
6050	50	8	1198,53	-349,28
6050	100	6	1152,04	-652,90
6050	200	4	1102,79	-1008,59
6050	300	4	1035,99	-1580,97
6050	400	4	993,38	-2037,21

В зависимости от характера, типа решаемой задачи, требуемой точности моделирования процессов могут быть использованы разные выражения и алгоритмы определения оптимального напряжения ВЛ СВН.

Определение оптимальных  $U$  и  $Q$  по уравнениям линии с распределенными параметрами и при учете короны в виде характеристики от напряжения  $\rho$ -й степени требует относительно сложного алгоритма оптимизации с использованием методов нелинейного программирования. Поэтому уравнения линии с распределенными параметрами можно использовать, когда требуется высокая точность при моделировании режимов в системах измерения и выделения составляющих потерь мощности.

Выражения для оптимального напряжения (3)–(6) удобны для анализа зависимости оптимальных параметров режима от передаваемой по ВЛ мощности и погодных условий трассы ВЛ.

В практических расчетах и промышленных программах в зависимости от требуемой точности и требований решаемой задачи могут быть использованы полная модель оптимизации, выражения (4)–(7) и (18).

Вывод. Рекомендуемые формулы и алгоритмы для оптимального напряжения и реактивной мощности ВЛ СВН с учетом потерь на нагрев проводов и потерь на корону могут быть использованы при оптимизации режимов ВЛ СВН

и позволяют повысить точность моделирования режимов электрических сетей с ВЛ СВН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В.А., Худяков В.В., Анисимова Н.Д. Электрические системы. Т. 3. — М.: Высшая школа, 1972.
2. Емельянов Н.П., Мельников Н.А., Роддатис В.К. и др. Возможности снижения потерь в линиях электропередачи 220–750 кВ с учетом короны путем регулирования рабочего напряжения. — Электричество, 1972, № 11.
3. Поспелов Г.В., Кривушкин Л.Ф. Об условиях оценки экономичности регулирования напряжения электропередач 500–750–1150 кВ. — Изв. вузов. Энергетика, 1975, № 5.
4. Попков В.И., Тамазов А.И. Снижение потерь энергии на корону в линиях электропередачи при регулировании напряжения. — Электричество, 1975, № 11.
5. Анисимова Н.Д. Об оптимизации режима электропередач сверхвысокого напряжения. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1975, № 5.
6. Антонова Н.П., Лысков Ю.И. О регулировании напряжения линий электропередачи 1150 кВ. — Сб. науч. тр. Энергосетьпроект. Повышение надежности и экономичности работы линий электропередачи высокого и сверхвысокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
7. Костюшко В.А. Учет потерь электроэнергии в линиях электропередачи 1150 кВ при регулировании напряжения. — В кн.: Перенапряжения, конструкции и радиопомехи в электропередачах 1150 кВ. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
8. Астахов Ю.Н., Москаленко В.В. Закон регулирования напряжения управляемой ЛЭП СВН. — Сб. научных трудов: Управление режимами электропередач. — Кишинев: Штиинца, 1988.
9. Георгиевская С.К., Заславская Г.Б., Птушкин Г.С. Выбор компенсирующих устройств в электропередачах сверхвысокого напряжения по условию минимума потерь. — В кн.: Управление экономичностью и надежностью электрических систем. — Новосибирск, 1985.
10. Зарудский Г.К. Технологические возможности уменьшения тепловых потерь в электропередачах сверхвысокого напряжения. — В кн.: Моделирование систем электроснабжения. — Кишинев: Штиинца, 1988.
11. Баламетов А.Б. Моделирование потерь мощности на корону в ВЛ СВН в установившихся режимах. — Электричество, 1995, № 10.
12. Поляк Б.Е. Введение в оптимизацию. — М.: Наука, 1983.

[15.10.97]

*Автор: Баламетов Аишаф Баламет оглы окончил факультет энергетики Азербайджанского института нефти и химии им. М. Азизбекова в 1971 г. по специальности «Электрические станции». В 1994 г. защитил докторскую диссертацию в Новосибирском техническом университете по теме «Модели и методы управления режимами электрических сетей с ВЛ СВН». Заведующий научно-исследовательским отделом АЗНИИэнергетики.*

# Требования к пропускной способности межсистемных связей

ШЕВЧЕНКО А.Т.

*В условиях недостаточных инвестиций для строительства, модернизации и техперевооружения электростанций, с одной стороны, и повышения требований к надежности электроснабжения, с другой стороны, актуальны вопросы повышения использования располагаемой мощности электростанций при минимальных затратах на развитие энергосистем. Один из путей решения этой задачи — сооружение экономически целесообразных линий межсистемных связей. Предлагается быстросействующий алгоритм для определения экономически целесообразных пропускных способностей связей в рассмотренных выше условиях.*

**Ключевые слова:** энергообъединение, межсистемные связи, резервная мощность, располагаемая мощность, пропускная способность

Большая часть полной пропускной способности межсистемной связи (ПСМС) обусловливается реализацией межсистемного эффекта, а именно: взаимным использованием резерва мощности; возможностью использования эффекта снижения суммарного максимума нагрузки, взаимопомощью энергоузлов при компенсации случайных отклонений от расчетного баланса мощности; передачей балансовых, в частности, транспортных потоков мощности.

Задача определения оптимальных пропускных способностей связей по условию взаиморезервирования сводится к достижению минимума суммарных затрат, состоящих из затрат на создание связей, резервной генерирующей мощности, затрат на устройства противоаварийной автоматики и компенсацию ущерба от недоотпуска электроэнергии в энергоузлах. Минимизируемая функция является невыпуклой, многоэкстремальной, с частично неопределенной исходной информацией, с дискретным характером изменения переменных, с ограничением на переменные. Задача минимизации является стохастической, при ее решении возникают значительные трудности.

При некоторых допущениях [1] имеются два пути решения задачи обоснования ПСМС. Первый — это непосредственное решение задачи: моделирование состояний каждого энергоузла в один и тот же момент времени (методом Монте-Карло), выявление потоков мощности по сети (методы Форда—Фалкерсона) и определение оптимизируемой функции. Реализация относительно простого алгоритма достигается дорогой ценой — большие времена машинного счета [2]

*In conditions of insufficient investments for construction modernization and re-equipment of power plants, on the one hand, and increasing reliability of power supply, on the other hand, questions of increasing the use of available power of power plants with minimum expenditures for development of power systems are of great interest. One of the ways to solve this problem is a construction of economically expedient of intersystem connections. A quick algorithm is proposed for determining economically expedient capabilities of connections in conditions is considered.*

**Key words:** power grid, intersystem connection, reserve power, available power, capability, algorithm

не позволяют создать программы ПЭВМ для практического использования в вариационных расчетах перспективного проектирования развития объединенных энергосистем (ОЭС). Второй путь — это выявление закономерностей при обосновании системообразующей сети, использование заранее построенных зависимостей, эквивалентирование ряда исходных данных.

Определение оптимальных ПСМС и резервов мощности по условию взаимного использования аварийного резерва и случайных отклонений от расчетного баланса мощности в ОЭС состоящей из  $n$  энергоузлов с  $m$  связями между ними, представляет собой сложную задачу решения системы из  $n+m$  дифференциальных уравнений [1]. Приближенное решение может быть получено заменой ее другой системой каждое уравнение которой определяется путем разделения ОЭС на две части и оптимизации ПСМС между ними. Первое приближение отыскиваемых решений получается при выделении всех энергоузлов. Уточнение решения достигается рассмотрением расчетных сечений, получаемых при выделении всех энергоузлов, а также делящих ОЭС на две связанные части — эквивалентный энергоузел и остальную часть ОЭС. В каждом расчетном сечении схема ОЭС приводится к двум узлам, объединенным одной связью.

Для двухузлового объединения получены аналитические выражения через экономически целесообразные значения ПСМС и резервной мощности, аналогично переходу в электротехнике от мгновенных значений (в данном случае вероятностей состояния) к действующим.



Экономически целесообразная ПСМС ( $L_3$ ) межсистемной связи по условию совместного использования аварийного резерва и резерва мощности на компенсацию случайных отклонений от расчетного баланса мощности с учетом линеаризации функции  $L_3=f(z_n/z_r)$  и ошибки вычисления сокращения резерва мощности ( $\Delta R_K$ ) может быть определена по выражению

$$L_3 = \Delta R_K \frac{(1 - z_n/(2z_r))}{2(1 - \Delta)},$$

где  $z_n$ ,  $z_r$  — удельные приросты затрат соответственно в ПСМС и генерирующую мощность;

$$\Delta R_K = R_i + R_o - R_K -$$

сокращение резерва мощности;  $R_i$ ,  $R_o$ ,  $R_K$  — экономически целесообразные значения резервов мощности соответственно эквивалентного энергоузла, остальной части и при их концентрированной работе (резервы мощности вычисляются с учетом изменения состава генерирующего оборудования и нагрузки по часам расчетного года [3];  $\Delta$  — ошибка вычисления сокращения резерва мощности ( $\Delta R_K$ ) в расчетном сечении [4]:

$$\Delta = (n - \sqrt{n}(2-n) - n\sqrt{n-1})/(2(n - \sqrt{n}));$$

$$n = R_o/R_i + 1.$$

Линеаризация функции  $L_3=f(z_n/z_r)$  проводится по двум точкам:  $(0, \Delta R_K/2)$  и  $(2, 0)$ .

Экономически целесообразное значение резерва мощности с учетом линеаризации функции производной сокращения резервной мощности от пропускной способности [5] определяется выражением

$$DRI = 0,5L_3(1+0,5z_n/z_r).$$

Более точно (при использовании быстродействующих вычислительных машин) функции  $L_3=f(z_n/z_r)$  и  $R_3=\varphi(L_3)$  могут быть получены с использованием выражения для снижения недоотпуска энергии в двухузловом объединении при вводе очередного агрегата в одном из энергоузлов [6].

Неодновременность окончания ремонтов одних генерирующих агрегатов и начала других обуславливает определенную корреляционную связь между ремонтным и аварийным резервами мощности (возникают пробелы в заполненном ремонтной площадью провале графика месячных максимумов нагрузки, образующих свободную мощность, которая, в частности, может использоваться для покрытия аварийно вышедших агрегатов, что уменьшает требования к значению аварийного резерва мощности).

Совмещение графиков нагрузки объединяемых систем и указанная корреляционная связь приводят к условности разделения резерва мощности на ремонтный и аварийный. В зависимости от конфигурации графиков нагрузки ОЭС при уменьшении требований к аварийному резерву за счет свободной ремонтной мощности сокра-

щение аварийного резерва может иметь отрицательное значение. В связи с этим следует учитывать совмещение покрытия генерирующей мощностью суммы максимальной нагрузки и резерва для проведения капитального ремонта, которая всегда неотрицательная.

Для учета случайных отклонений от расчетного баланса мощности используется [7] нормальный закон распределения. Определение интегральных значений параметров нормального распределения случайных отклонений проводится рассмотрением простейших энергоузлов — электростанций с присоединенной к ним нагрузкой. За максимальное отклонение в простейшем энергоузле с большой вероятностью можно принять мощность наибольшего агрегата электростанции и по правилу «трех сигма» найти среднее квадратическое отклонение (для ЭЭС определяется по правилу сложения дисперсий). Учет случайных отклонений приводит к резкому повышению потребности в резервной мощности (до двухкратного значения) для выдерживания принятого уровня расчетной надежности. Межсистемные связи, сглаживая эти отклонения, значительно уменьшают потребность в резервной мощности.

Минимальные затраты на создание генерирующей мощности энергоузлов и ПСМС между ними при обеспечении потребителей с заданным уровнем надежности будут иметь место при планировании работы каждого энергоузла на самобалансирование по взаиморезервированию. Последнее предполагает, что располагаемая мощность ( $P_{p,опт}$ ) энергоузла с учетом получаемых потоков взаимопомощи равна суммарному значению максимальной нагрузки этого узла и резервов мощности для проведения аварийно-восстановительных и плановых ремонтов генерирующего оборудования, т.е.

$$P_{p,опт} = P_m + P_{кр} + P_{тр} + R_i - DRI - НКI, \quad (1)$$

где  $P_m$  — максимальная годовая нагрузка;  $P_{кр}$  — резерв мощности для проведения капитального ремонта генерирующего оборудования;  $P_{тр}$  — то же текущего ремонта;  $DRI$  — сокращение аварийного резерва и резерва для компенсации случайных отклонений от расчетного баланса мощности;  $НКI$  — сокращение мощности, вызванное совмещением суммы максимумов нагрузки и ремонтов генерирующего оборудования.

Если в энергоузле располагаемая мощность больше определенной по (1), то в нем имеется свободная генерирующая мощность, которая потенциально может использоваться для формирования балансовых потоков мощности: если меньше — то данный энергоузел является дефицитным. Вполне очевидно, что надо стремиться к построению самобалансируемых по взаиморезер-

вированию ОЭС. Однако, как правило, это не удается, во-первых, из-за неравномерности распределения по территории энергоресурсов и, во-вторых, из-за значительных сроков строительства электростанций (10–20 лет). Эти обстоятельства вызывают избытки генерирующей мощности сверх самобалансирования по взаиморезервированию в одних узлах и ее недостаток в других, что обуславливает возникновение балансовых потоков мощности. Полный поток мощности для дефицитного узла, таким образом, состоит из потока взаимного использования аварийного резерва мощности, случайных отклонений от расчетного баланса мощности, потока совмещения максимумов покрытия нагрузки и ремонтов и балансового потока. Поток мощности из избыточного узла состоит из потоков взаимного использования аварийного резерва и случайных отклонений от расчетного баланса, совмещения максимумов покрытия и потока свободной мощности. Заметим, что балансовый поток мощности конкретного энергоузла формируется за счет свободной генерирующей мощности ряда других узлов.

Использование двухузловой модели встречает определенные трудности из-за необходимости учета ограничений по ПСМС. Из-за значительного превышения стоимости генерирующей мощности над стоимостью линий при оптимальных значениях ПСМС и генерирующей мощности в практически концентрированной ОЭС ограничениями по пропускной способности отдельных связей можно пренебречь. Сложность при этом определяется лишь точностью моделирования состояний энергоузлов при определении значений экономически целесообразных пропускных способностей связей и резервов мощности.

Значительные трудности возникают при неоптимальных значениях ПСМС и генерирующей мощности в узлах, когда необходимо рассматривать взаимодействие узлов не только в расчетных сечениях, но и внутри эквивалентных узлов, учитывая при этом и ограничения по пропускной способности внутренних связей.

При увеличении числа сечений (вернее числа энергоузлов) ОЭС повышается погрешность, вызванная неучетом взаимодействия энергоузлов, входящих в состав эквивалентного узла. Как указывалось ранее, при оптимальных значениях ПСМС и располагаемой генерирующей мощности в энергоузлах ОЭС каждый энергоузел «настроен» на самобалансирование по взаиморезервированию. Этот баланс выполняется как для отдельного энергоузла, так и для обеих частей любого рассматриваемого сечения при использовании метода двухузловой модели. Однако сумма располагаемых мощностей в эквивалентном узле не равна оптимальной располагаемой мощности

в частях сечения при их рассмотрении в качестве двухузлового объединения за счет взаимодействия между энергоузлами, входящими в состав эквивалентного узла. В результате появляются балансовые потоки мощности за счет взаиморезервирования, которых при строгом решении оптимального построенного объединения не должно быть, т.е. это погрешность расчета, вызванная использованием метода двухузловой модели.

Наметим алгоритм уменьшения этой погрешности.

1. При заданной располагаемой генерирующей мощности  $P_{\text{расп}}$  выделяемой части объединения, состоящей из  $q$  энергоузлов, определяется свободная мощность  $\Delta P_y$ , сверх баланса с учетом свободной мощности по условию взаиморезервирования этой части с остальными энергоузлами ОЭС, т.е.

$$\Delta P_y = P_{\text{расп}} - P_{\text{р.опт}},$$

где  $P_{\text{р.опт}}$  — оптимальная располагаемая мощность, вычисленная по (1), выделяемой части на основе решения двухузловой модели, т.е. выделяемая часть ОЭС представляется в виде концентрированной энергосистемы, соединенной связью с энергоузлами остальной части.

2. Определяются по (1) оптимальные располагаемые мощности  $P_{\text{опт}i}$  в энергоузлах выделяемой части и ее небаланс по мощности за счет взаиморезервирования:

$$\Delta P_p = \sum_{i=1}^q P_{\text{опт}i} - P_{\text{р.опт}}.$$

3. Определяется небаланс мощности выделяемой части вычитанием из свободной балансовой мощности каждой части рассматриваемого сечения небаланса мощности в ней за счет взаиморезервирования:

$$\Delta P_n = \Delta P_y - \Delta P_p.$$

Значения  $\Delta P_n$  будут формировать балансовые потоки по связям ОЭС (при условии наличия соответствующего дефицита мощности в других узлах).

При располагаемой генерирующей мощности в эквивалентном энергоузле введем обозначение для значения мощности сверх покрытия максимального значения нагрузки ( $P_m$ ):

$$DI = P_{\text{расп}} - P_m.$$

Очевидно, что часть мощности

$$DII = DI - P_{\text{кр}} - P_{\text{т.р}} - R_i + DRI + HKI \quad (2)$$

составляет свободную мощность эквивалентного энергоузла. Аналогичное обозначение для остальной части —  $DOO$ .

Значения  $DII$  и  $DOO$  могут быть как положительными, так и отрицательными. В первом случае эквивалентный энергоузел является избыточ-

ным и мощность  $DI$  будет использоваться в самом энергоузле и для создания потоков мощности  $HKO$ ,  $DRO$  и балансового потока  $SO$ . Потоки мощности  $HKO$  и  $DRO$  будут иметь практически те же значения, что при оптимально построенной системе. Во втором случае эквивалентный энергоузел будет дефицитным и значения потоков мощности  $HKO$  и  $DRO$  будут снижены (рис. 1). Кроме того, если остальная часть ОЭС при этом избыточная, то в эквивалентный узел возможен балансовый поток мощности  $SI$ . Максимальное значение  $SI$  достигает  $DOO$ , несмотря на снижение потоков  $HKO$  и  $DRO$ . Покажем это.

В оптимально построенной системе потоки мощности  $HKO$  и  $DRO$  будут иметь место в те моменты времени, когда эквивалентный узел ОЭС избыточный, а остальная часть дефицитная. При  $P_p < P_{p, \text{опт}}$  в эквивалентном узле значения этих потоков будут снижены, так как они формируются за счет мощности  $DI$ , а она снижена. Потоки  $HKI$ ,  $DRI$  будут иметь место в оптимально построенной системе в те моменты времени, когда эквивалентный энергоузел будет дефицитным, а остальная часть — избыточной. При  $P_p > P_{p, \text{опт}}$  в остальной части в эти моменты времени потенциально может выдаваться вся свободная мощность  $DOO$ , определяемая по выражению, аналогичному (2). Потоки  $HKI$  и  $DRI$  при этом не изменят своего значения.

Балансовый поток мощности для конкретной дефицитной энергосистемы создается избыточными системами. Значения балансовых потоков  $SI$  в сторону энергоузла и  $SO$  в обратную сторону опре-

деляются решением транспортной задачи при условии минимума затрат на передачу мощности.

При этом для каждого избыточного энергоузла  $DII$  уменьшается в соответствии с выражением

$$DII = DII(1 - D),$$

где  $D$  — принятый уровень расчетной надежности в энергоузле.

Это выражение учитывает, то, что каждый энергоузел покрывает в первую очередь собственные дефициты.

Снижение потока  $HKO$  в силу его детерминированности требует снижения пропускной способности связи на такое же значение. Снижение же потока  $DRO$  в силу вероятностной природы вызовет снижение пропускной способности связи на большее значение. Пропускная способность связи по условию взаимного использования резерва мощности в этом случае для соответствующего направления определяется согласно [5] по выражению

$$L_T = \frac{2(L_3 - \sqrt{L_3^2 - (2 - \beta_H/\beta_T)L_3 \Delta RO})}{2 - \beta_H/\beta_T}, \quad (3)$$

где  $\Delta RO$  — значение потока, вызванного взаимным использованием аварийного резерва мощности и случайными отклонениями от расчетного баланса мощности.

На рис. 1 представлена структурная схема определения требуемой пропускной способности связи в сторону остальной части ОЭС при различных значениях  $DII$ .

Таким образом, пропускная способность связи в  $j$ -м расчетном сечении ОЭС в направлении к энергоузлу определяется выражением

$$L_{ji} = L_{Ti} + HKI + SI,$$

а в обратном направлении —

$$L_{j0} = L_{T0} + HKO + SO,$$

где  $L_{Ti}$  и  $L_{T0}$  определяются по (3).

Значения ПСМС и располагаемой генерирующей мощности для объединения с самобалансированием энергоузлов принято называть оптимальными. Определение оптимальной ПСМС между отдельными энергоузлами при использовании двухузловой модели сводится к решению задачи линейного программирования, в которой пропускная способность связи в каждом расчетном сечении выступает как нижняя граница (уравнение—ограничение), а уравнение цели — минимум затрат в системообразующие связи ОЭС.

Для учета ограничений различных видов потоков вначале определяются матрицы ограничений узлы—узлы и сечения—узлы. Для их вычисления рассматриваются режимы выдачи и получения мощности частями ОЭС во всех расчетных сечениях. В режиме получения мощности каждым энергоузлом не учитываются ограничения по пропуск-

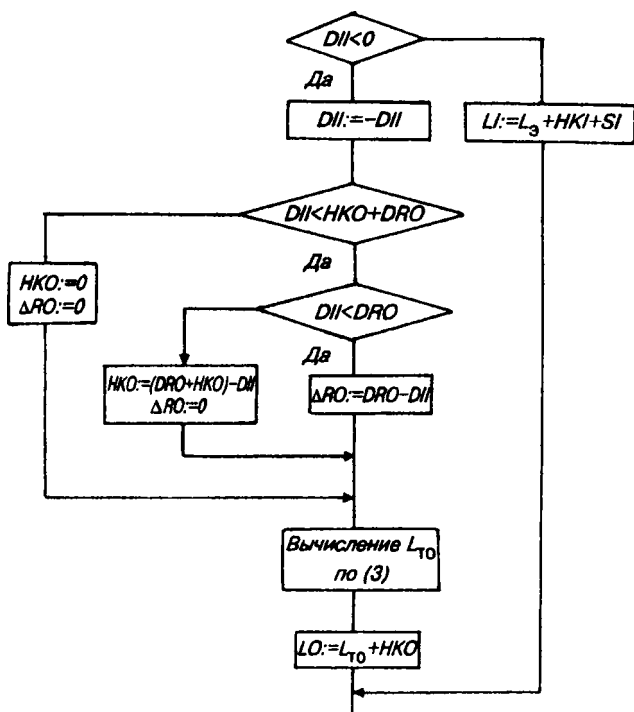


Рис. 1

ной способности всех связей ОЭС. Естественно, что при этом для каждого энергоузла вычисляются максимальные значения потоков мощности из остальной части ОЭС. В режиме выдачи мощности каждым энергоузлом и при рассмотрении режимов для всех остальных расчетных сечений полученные ограничения распределяются по всем узлам остальной части пропорционально и в пределах значения данного вида потока, вычисленного для каждого энергоузла в режиме получения мощности при неучете ограничений по ПСМС. Вычисление матриц ограничений проводится при условии отсутствия ограничений внутри эквивалентного узла. Затем для каждого энергоузла по вычисленным матрицам узлы—узлы и сечения—узлы определяется максимальное ограничение потока мощности. При этом учитываются сечения ОЭС эквивалентный узел которых включает рассматриваемый энергоузел. Если остальная часть какого-либо сечения содержит внутри себя независимые сечения (т.е. остальные части последних не имеют общих энергоузлов), то ограничение в рассматриваемом сечении сравнивается с суммой ограничений в независимых сечениях. Полученное таким образом для исследуемого энергоузла максимальное ограничение при рассмотрении всех расчетных сечений сравнивается с суммой ограничений от всех энергоузлов остальной части рассматриваемого сечения. Учет всех ограничений позволяет определить располагаемую генерирующую мощность в энергоузлах ОЭС с учетом их взаиморезервирования путем уменьшения вычисленных потоков мощности в них от других узлов объединения без учета ограничений на значения всех полученных ограничений.

Иллюстрация работы программы ПЭВМ, разработанной по предложенному алгоритму, приведена на рис. 2, где приведены: структурная схема объединения; требуемые пропускные способности связей  $L$  в соответствующих направлениях и заданные располагаемые генерирующие мощности  $P_p$  в энергоузлах (числитель); в знаменателе — оптимальные их значения при показателе расчетной надежности в каждом энергоузле 0,996.

Заметим, что располагаемые мощности в системах равны оптимальным, кроме системы 13, где она на 1000 МВт выше, и систем 8 и 11, где она на 500 МВт ниже оптимальных значений.

Очевидно, что узел 13 избыточный, а узлы 8 и 11 — дефицитные. Пропускная способность к узлу 13 снижена на 1032 МВт (из-за дефицита мощности в остальной части ОЭС снижены потоки  $DRI$  на 89,0 МВт и  $HKI$  на 910,0 МВт. Снижение  $DRI$  на 89,0 МВт вызывает снижение пропускной способности связи к узлу на 121,9 МВт, т.е. общее снижение пропускной способности к

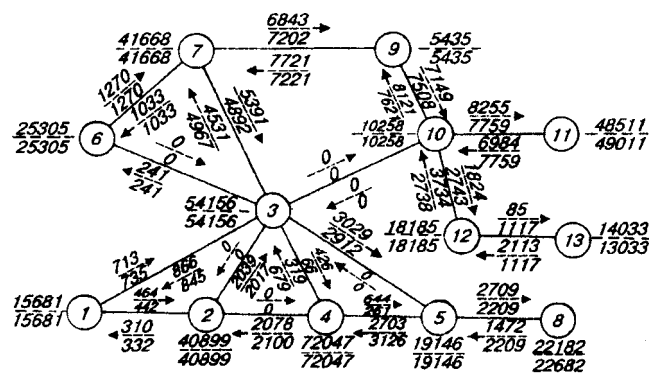


Рис. 2

узлу 13 составляет  $121,9 + 910 = 1031,9$ ). Пропускная способность связи от узла 13 повышена на 996 МВт для формирования балансовых потоков к узлам 8 и 11. Пропускная способность к узлу 8 увеличена на  $2709 - 2209 = 500$  МВт, т.е. на значение балансового потока; пропускная способность от узла 8 снижена на 736,5 МВт из-за дефицита мощности в узле снижены потоки  $DRO$  на 471 МВт и  $HKO$  на 28,6 МВт. Такое снижение  $DRO$  вызывает снижение пропускной способности на 707,9 МВт, т.е. суммарное снижение пропускной способности от узла 8 составляет  $707,9 + 28,6 = 736,5$  МВт. Аналогичные снижения (увеличения) пропускной способности имеют связи во всех сечениях, имеющих дефицитные (избыточные) энергоузлы.

В заключение отметим, что время решения одного варианта для объединения, представленного на рис. 2, с использованием процессора 486 составляет 2,5 мин.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевченко А.Т., Шлимович В.Д. Оптимизация уровня резервирования генерирующей мощности в электроэнергетическом объединении. — Электричество, 1976, № 2.
2. Иткин Е.А. Выбор величины и размещения резервов активной мощности в планируемой многоузловой электроэнергетической системе с учетом дискретности ввода генерирующих мощностей — Тр. ВПИ и НИИ «Энергосеть-проект», 1974, вып. 4.
3. Балаков Ю.Н., Шевченко А.Т. Моделирование состояний генерирующей мощности ЭЭС — Тр. МЭИ, 1993, вып. 662.
4. Шевченко А.Т. Использование двухузловой модели для обоснования пропускной способности системообразующей сети. — Изв. АН. Энергетика, 1995, № 2.
5. Шевченко А.Т., Веников В.А. Резервирование энергоузлов по генерирующей мощности при проектировании развития энергосистем. — Изв. вузов. Энергетика, 1976, № 9.
6. Крюков А.А. Выбор пропускной способности межсистемных связей — В кн.: Вопросы оптимального развития энергосистем и новые технические средства их защиты. — М.: Наука, 1970.
7. Шевченко А.Т. Учет случайного характера исходной информации при определении установленной мощности энергосистем на перспективный период. — Электричество, 1977, № 2.

Автор: Шевченко Анатолий Тарасович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1968 г. В 1994 г. защитил докторскую диссертацию «Разработка методов и моделей обоснования резервирования в электроэнергетических системах» в МЭИ. Главный специалист МЭС Центра.

# О восстановлении электроснабжения потребителей в схемах распределительных электрических сетей 6—35 кВ

ИДЕЛЬЧИК В.И., КОНОНОВ Ю.Г., КУЖЕВ В.Х., УШМАЕВ А.Н.

Рассмотрена математическая постановка задачи оптимального восстановления электроснабжения потребителей для мгновенного режима разомкнутой распределительной электрической сети 6—35 кВ. Предложена методика инженерного решения этой задачи. Инженерный подход основывается на поиске возможных вариантов восстановления электроснабжения потребителей после локализации места повреждения и на проверке этих вариантов по техническим ограничениям режима.

Ключевые слова: распределительная электрическая сеть, повреждения, восстановление электроснабжения потребителей

Для повышения экономичности, надежности и качества электроснабжения потребителей в 1998 г. были разработаны основные положения по созданию автоматизированных систем управления предприятиями электрических сетей (АСУ ПЭС) [1]. На базе этих основных положений были начаты работы по созданию программы подготовки рекомендаций по восстановлению электроснабжения потребителей в схемах распределительных сетей (РС).

Исследуемая проблема относится к категории задач оптимального распределения нагрузок РС с ограничениями по надежности [2]. Оптимизируемая функция может иметь различный вид, но для послеаварийного режима наиболее часто применяется минимизация ущербов потребителей от недоотпуска электроэнергии при выполнении технических ограничений по режиму. Управляемой переменной, воздействующей на поведение оптимизируемой функции, является коммутация линий, которая представляет собой вид управления, для которого непрерывные методы непригодны. Коммутационная оптимизация является комбинаторной оптимизационной задачей и трудна для решения, поэтому обычно разрабатываются применимые на практике приближенные алгоритмы решения этой задачи.

Введем несколько определений, которыми будем пользоваться в дальнейшем. Под линией фидера будем понимать часть фидера, заключенную между двумя узлами. Линии могут иметь несколько последовательно соединенных коммутационных аппаратов (КА). Под резервной перемычкой будем понимать такую линию, содержащую КА, для которой ограничивающие уз-

*The paper considers a mathematical statement of the problem of the optimum recovery of power supply consumers for an instant regime of an open distribution electrical network 6—35 kV. A method for solving engineering this problem is proposed. Engineering approach is based on searching possible variants of recovery of a power supply of consumers after determining a fault location as well as on checking these variants according to technical limitations of the regime.*

*Key words: electrical distribution network, fault location, power supply recovery*

лы принадлежат разным фидерам в нормальной схеме. Под секцией фидера будем понимать часть фидера, состоящую из одного или нескольких узлов, связанных линиями, и ограниченную коммутационными аппаратами. И под сегментом фидера — часть фидера, ограниченную со стороны головного участка фидера линией с коммутационным аппаратом, а с других сторон — резервными перемычками к соседним фидерам.

Предлагается следующая формулировка задачи оптимального восстановления электроснабжения потребителей для мгновенного режима разомкнутой РС.

Для разомкнутой РС произвольной конфигурации из  $N$  фидеров,  $J$  секций и  $M$  линий известны:

1) топология фидеров и параметры пассивных их элементов: активные и реактивные продольные сопротивления всех  $M$  линий сети  $(r_{ki}, x_{ki})$ , где  $k$  и  $i$  — начало и конец линии соответственно; активные и реактивные проводимости  $(g_i, b_i)$  каждого из  $M+N$  узлов сети ( $M+N$ -е номера относятся к балансирующим узлам фидеров); состояние КА в линии описывается логической переменной  $c_{ki}$ , которая равна нулю, если хотя бы один КА в линии отключен, и единице, если все КА в линии включены;

2) активные и реактивные нагрузки узлов сети  $(P_{Hi}, Q_{Hi})$  и статические характеристики нагрузки (СХН) по напряжению, заданные в виде полиномов второй степени; использование СХН по напряжению позволяет более точно моделировать нагрузки, что особенно важно при большой загрузке линий [3];

3) характеристики удельных ущербов от не-

доотпуска электроэнергии  $y_j = f(P_{откj})$  для всех потребителей электроэнергии в  $j$ -й секции фидера в виде полиномов второй степени:

$$y_j = a_{yj} P_{откj} + b_{yj} P_{откj}^2,$$

где  $P_{откj}$  — значение отключенной активной мощности у потребителей  $j$ -й секции фидера;  $a_{yj}$ ,  $b_{yj}$  — коэффициенты нелинейных зависимостей ущербов;

4) ограничения: на модули напряжений во всех узлах сети, на коэффициенты трансформации регулируемых трансформаторов, на пропускную способность всех линий сети и перегрузочную способность распределительных трансформаторов (РТ) и трансформаторов в центре питания;

5) модули напряжения в балансирующих узлах фидеров и начальные приближения коэффициентов трансформации регулируемых трансформаторов;

6) место повреждения.

Требуется определить, какие необходимо выполнить переключения в схеме РС, чтобы обеспечить питание потребителей при минимальном ущербе при выполнении ограничений п. 4.

Пусть  $j$ -я секция  $n$ -го фидера РС имеет  $D$  вариантов питания электроэнергией и каждый из этих  $D$  вариантов на прямом пути от центра питания до  $j$ -й секции имеет  $H$  линий с коммутационными аппаратами, тогда активную нагрузку этой секции без учета потерь мощности в линиях можно записать в виде

$$P_j = B_j(c_{hd}) \sum_{i=1}^{z_j} P_{Hi},$$

где  $B_j(c_{hd})$  — логическая переменная, отражающая состояние линий с КА во всех возможных  $D$  вариантах электроснабжения  $j$ -й секции;

$$B_j(c_{hd}) = \bigvee_{d=1}^D \left( \bigwedge_{h=1}^H c_{hd} \right);$$

$z_j$  — число узлов РС, принадлежащих  $j$ -й секции.

При этом отключенная активная нагрузка  $j$ -й секции без учета потерь мощности в линиях определяется как

$$P_{откj} = \bar{B}_j(c_{hd}) \sum_{i=1}^{z_j} P_{Hi}.$$

Оптимизируемая функция запишется в следующем виде:

$$F = \sum_{j=1}^J y_j = \sum_{j=1}^J \left\{ a_{yj} \bar{B}_j(c_{hd}) \sum_{i=1}^{z_j} P_{Hi} + b_{yj} \left[ \bar{B}_j(c_{hd}) \sum_{i=1}^{z_j} P_{Hi} \right]^2 \right\},$$

где  $J$  — число секций фидеров в РС.

Независимой переменной, воздействующей на поведение оптимизируемой функции, является коммутация линий, т.е. изменение переменной  $c_{hd}$ . Известно, что коммутация линий влияет на распределение активной и реактивной мощностей в линиях схемы РС, причем это влияние невозможно выразить гладкой непрерывной функцией. При переключениях происходит скачкообразное изменение вектора зависимых параметров режима  $X$ , в который входят модули напряжений во всех узлах, кроме балансирующего и потоки активных и реактивных мощностей в начале линий.

Уравнения установившегося режима сети в соответствии с принятым методом расчета в два этапа «в мощностях» для  $ki$ -й линии запишутся в виде:

$$W_{Pi} = P_{ki}^H - P_{ki}^K - \frac{P_{ki}^{K^2} + Q_{ki}^{K^2}}{U_i^2} r_{ki} = 0;$$

$$W_{Qi} = Q_{ki}^H - Q_{ki}^K - \frac{P_{ki}^{K^2} + Q_{ki}^{K^2}}{U_i^2} x_{ki} = 0;$$

$$W_{Ui} = U_i - \sqrt{\left( \frac{U_k}{n_{ki}} - \frac{P_{ki}^H r_{ki} + Q_{ki}^H x_{ki}}{U_k n_{ki}} \right)^2 + \left( \frac{P_{ki}^H x_{ki} - Q_{ki}^H r_{ki}}{U_k n_{ki}} \right)^2} = 0,$$

где  $n_{ki}$  — коэффициенты трансформации РТ в  $ki$ -й линии;  $P_{ki}^K$  и  $Q_{ki}^K$  — потоки активной и реактивной мощности в конце  $ki$ -й линии, определяемые выражениями:

$$P_{ki}^K = P_{Hi}(U_i) + U_i^2 g_i + \sum_{l=1}^{L_i} P_{li}^H;$$

$$Q_{ki}^K = Q_{Hi}(U_i) + U_i^2 b_i + \sum_{l=1}^{L_i} Q_{li}^H,$$

где  $L_i$  — множество узлов, связанных непосредственно с  $i$ -м узлом и получающих от него питание.

Нагрузки узла ( $P_{Hi}$  и  $Q_{Hi}$ ) в общем случае принимаются зависимыми от напряжения в узле и рассчитываются с помощью СХН, заданных полиномами второй степени:

$$P_{Hi}(U_i) = P_{номi} \left( a_0 + \frac{a_1 U_i}{U_{ном}} + a_2 \left( \frac{U_i}{U_{ном}} \right)^2 \right);$$

$$Q_{Hi}(U_i) = Q_{номi} \left( b_0 + \frac{b_1 U_i}{U_{ном}} + b_2 \left( \frac{U_i}{U_{ном}} \right)^2 \right),$$

где  $P_{номi}$ ,  $Q_{номi}$  — значения активной и реактивной нагрузок  $i$ -го узла при  $U_i = U_{ном}$ ;  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  — коэффициенты полиномов, аппроксимирующих СХН по напряжению.

Ток в начале  $ki$ -й линии  $I_{ki}$  определяется по

формуле

$$I_{ki} = \sqrt{\frac{P_{ki}^2 + Q_{ki}^2}{U_k^2}}.$$

Ограничения неравенства можно представить в следующем виде:

$$U_{\min i} \leq U_i \leq U_{\max i}, \quad i=1, \dots, M+N;$$

$$n_{\min ki} \leq n_{ki} \leq n_{\max ki}, \quad i=1, \dots, KKT;$$

$$I_{ki} \leq I_{\max ki};$$

$$I_{K3 ki} > K_3 I_{c.3},$$

где  $KKT$  — число регулируемых трансформаторов;  $I_{K3 ki}$  — минимальный ток двухфазного короткого замыкания в  $ki$ -й линии;  $K_3$  — коэффициент, учитывающий тип защиты;  $I_{c.3}$  — ток уставки защиты.

Практическая реализация предложенной оптимизационной модели основана на использовании квадратичной зависимости ущербов от мощности. Таким образом, задача сводится к обеспечению минимума мощности отключаемых потребителей, что достигается перемещением максимально возможной мощности нагрузок с поврежденного фидера на резервные при соблюдении технических ограничений.

Рассмотрим методику инженерного решения задачи восстановления электроснабжения потребителей в РС 6—35 кВ. Инженерный подход основывается на поиске возможных вариантов восстановления питания потребителей после локализации места повреждения и проверке этих вариантов по техническим ограничениям режимов. В качестве ограничений будем учитывать пропускную способность линий фидера, допустимые отклонения напряжения у потребителей и чувствительность работы релейной защиты в изменившейся схеме.

Покажем, каким образом выполняется проверка по допустимой пропускной способности линий схемы. При этом может быть использована методика, близкая к изложенной в [3]. Рассмотрим разомкнутую РС произвольной конфигурации из  $N$  фидеров и  $M$  линий, из которых  $K$  являются резервными перемычками. Для каждой линии любого фидера допустимый по нагреву ток определяется по формуле

$$I_{\text{доп } MN} = I_{\text{доп.табл } MN} K_N K_T,$$

где  $I_{\text{доп.табл } MN}$  — значение допустимого по нагреву тока по таблицам справочника проводов и кабелей для  $M$ -й линии  $N$ -го фидера;  $K_N$  — поправочный коэффициент на число работающих кабелей, лежащих в земле, в трубах и без труб,

для проводов  $K_N=1$ ;  $K_T$  — поправочный коэффициент на температуру окружающей среды и допустимую температуру кабеля или провода.

На основании расчета установившегося режима фидеров для нормальной схемы можно получить значения нагрузочных токов  $I_{MN}$  в линиях. Разность между длительно допустимым током и нагрузочным током в линии является запасом, на который может быть подключена дополнительная нагрузка. Такой запас можно определить для каждой линии в схеме. Затем надо найти пропускную способность каждой резервной перемычки  $I_{\text{зап } K}$ , которая определяется минимальным запасом по току наиболее загруженной линии на прямом пути между конкретной перемычкой и выключателем в головной части резервного фидера:

$$I_{\text{зап } K} = \min_{MN \in U_k} (I_{\text{доп } MN} - I_{MN}),$$

где  $U_k$  — множество линий на прямом пути между  $K$ -й резервной перемычкой и выключателем в головной части резервного фидера.

Положение этого минимального запаса является потенциальным узким местом резервного фидера. Минимальный запас должен быть больше, чем общая нагрузка потребителей  $I_{\text{сег}}$ , перемещаемых на резервный фидер, с учетом потерь в линиях:

$$I_{\text{сег}} < I_{\text{зап } K}.$$

Значение пропускной способности в перемещаемом сегменте также представляет собой узкое место, поскольку в распределительных сетях сечение проводников в линиях уменьшается по мере удаления от центра питания. Для сравнения с пропускной способностью резервной перемычки  $I_{\text{зап } K}$  общую нагрузку потребителей можно определить ориентировочно, однако для нахождения минимального запаса по току для линий перемещаемого сегмента необходимо произвести расчет УР по предполагаемым мощностям нагрузок, принимая в качестве балансирующего тот узел резервной перемычки, который принадлежит резервному фидеру.

Если при выборе варианта переноса нагрузки значение минимального запаса в резервном фидере и перемещаемом сегменте значительно превосходит значение нагрузочного тока (предположим на 80 А и более), то диспетчер может уверенно выполнять перемещение без дополнительного уточнения. При незначительном превышении необходимо выполнить более подробное моделирование переноса нагрузки, произвести расчет установившегося режима для изменившихся фидеров, определить новые напряжения,



потокораспределение и потери в линиях, рассчитывать новые значения запасов по току для линий схемы.

Рассмотрим, каким образом можно выполнить проверку по допустимому отклонению напряжения у потребителей для узлов схемы. В разомкнутой РС произвольной конфигурации из  $N$  фидеров и  $M$  линий значение  $\Delta U_{\text{доп } MN}$  нормируется стандартами для разных классов напряжения. По результатам расчета УР фидеров можно получить значения отклонений напряжения  $\Delta U_{MN}$  в узлах, из которых выбирается наибольшее отклонение напряжения  $\Delta U_{\text{нб } MN}$ . Его значение должно быть меньше или равно допустимому:

$$\Delta U_{\text{нб } MN} \leq \Delta U_{\text{доп } MN}.$$

Для практической реализации наиболее целесообразно выполнять проверку по допустимому отклонению напряжения отдельно для узлов из резервного фидера и узлов из присоединяемого сегмента. Для проверки узлов из резервного фидера может быть использована следующая методика. Из расчета УР фидера для нормальной схемы определяются значения отклонений напряжения узлов на низкой стороне от номинального. Для каждого узла определяется разность между допустимым значением отклонения напряжения у потребителя и его текущим значением. После этого данная разность приводится к стороне высокого напряжения. Для конкретной резервной перемычки и конкретного узла определяется первая общая линия в направлении головного участка. По суммарному сопротивлению линий общей части  $Z_{\text{общ}}$  и разности отклонений напряжений  $\Delta U_{\text{н}}$  определяется ток, на который можно увеличить нагрузку резервного фидера и при этом отклонение напряжения не превысит допустимого:

$$I_{\text{доб } 1} = \frac{\Delta U_{\text{н}}}{\sqrt{3} Z_{\text{общ}}}.$$

Из множества значений  $I_{\text{доб } 1}$  выбирается наименьшее  $I_{\text{доб } \min}$ . При выборе варианта необходимо, чтобы суммарный ток нагрузки потребителей в присоединяемой области  $I_{\text{сег}}$  не превышал  $I_{\text{доб } \min}$ , т.е.

$$I_{\text{сег}} \leq I_{\text{доб } \min}.$$

Условия  $I_{\text{сег}} < I_{\text{зап } K}$  и  $I_{\text{сег}} \leq I_{\text{доб } \min}$  можно объединить, обозначив наименьшее значение из  $I_{\text{зап } K}$  и  $I_{\text{доб } \min}$  как добавочный ток  $I_{\text{д}}$ :

$$I_{\text{сег}} < I_{\text{д}}.$$

Для узлов из присоединяемого сегмента формируется схема. При этом за головной участок

сегмента принимается резервная перемычка и балансирующий узел принадлежит резервному фидеру. По известным предполагаемым мощностям нагрузки выполняется расчет УР сегмента и проверяется условием  $\Delta U_{\text{нб } MN} \leq \Delta U_{\text{доп } MN}$ .

Для проверки работоспособности защиты необходимо произвести расчет токов короткого замыкания для изменившихся фидеров и сравнить полученные значения с характеристиками защитных аппаратов [4].

Процедура простейшего перемещения нагрузки с одного фидера на другой включает два переключения. Нормально разомкнутый КА в резервной перемычке между двумя фидерами должен быть замкнут, и нормально замкнутый КА в одной из линий первого фидера должен быть разомкнут. Наиболее удобно производить перемещение нагрузки, если роль КА выполняет масляный выключатель или выключатель нагрузки. Если же роль КА выполняет разъединитель, то предварительно необходимо обесточить фидер, отключив выключатель в его головной части. При возникновении аварийной ситуации прежде всего необходимо определить место повреждения и изолировать поврежденную секцию размыканием КА на ее границах. При этом поврежденный фидер будет разделен на четыре области.

К первой области относится часть фидера от головного участка до линии с КА, изолирующим поврежденную секцию. Эта область представляет собой древовидную радиальную структуру. Ее объем в общем случае может изменяться от нуля, что соответствует отключению головного участка фидера, до полного объема всего фидера, что соответствует нормальной схеме рабочего режима сети.

Вторая область включает изолированную часть фидера, в которой произошло повреждение. Эта область представляет собой секцию или сегмент фидера. Ее объем в общем случае также может изменяться от нуля при отсутствии повреждения до полного объема фидера при отключении всего фидера.

К третьей области относятся части фидера, содержащие нагрузки, которые можно перенести на соседние фидеры. Эта область представляет собой один или несколько сегментов фидера, имеющих древовидную радиальную структуру. Ее объем в общем случае может изменяться от нуля, когда нет потребителей, которые можно питать от соседних фидеров, и не надо рассматривать варианты переноса нагрузки, до полного объема всего фидера, когда все потребители фидера надо запитать через резервные перемычки. Задача восстановления электроснабжения потребителей решается для нагрузок из третьей области.



К четвертой области относятся оставшиеся части фидера, содержащие нагрузки, которые нельзя питать от соседних фидеров.

Изложенная методика может быть реализована в программе подготовки рекомендаций диспетчеру ПЭС по выполнению переключений в схемах РС 6—35 кВ при восстановлении электроснабжения потребителей в послеаварийном режиме или в случае ремонта. В программе должны исследоваться возможные варианты переноса нагрузок и проверяться по допустимой пропускной способности линий и перегрузочной способности трансформаторов в центрах питания, допустимому отклонению напряжения у потребителей, работе релейной защиты. Для работы программы необходимы следующие исходные данные.

1. Информация о схеме РС с резервными перемычками и коммутационными аппаратами.

2. Информация о замерах токов на головных участках фидеров и напряжения в центрах питания.

3. Информация об отпусках электроэнергии через головные участки фидеров.

4. Типовые графики нагрузок отдельных узлов.

5. Информация об элементах сети, находящихся в ремонте.

6. Информация о месте повреждения или об элементах схемы, которые необходимо вывести в ремонт.

Данные по пп. 1—4 хранятся в базе данных комплекса РЭРС-РС, разработанного в Ставропольском государственном техническом университете.

Предлагается следующий общий алгоритм программы подготовки рекомендаций диспетчеру ПЭС по переключениям в сетях 6—35 кВ в послеаварийном режиме.

1. Диспетчер указывает место повреждения и предполагаемый период, в продолжение которого изменяется схема.

2. Поврежденный фидер делится на области отключением КА, изолирующих поврежденный участок.

3. Запитываются потребители первой области путем включения выключателя в головной части фидера.

4. Выполняется расчет установившегося режима для нормальной схемы поврежденного фидера и соседних фидеров, которые могут быть соединены с поврежденным через резервные перемычки. Определяются предполагаемые значения нагрузок потребителей в третьей области и пропускные способности резервных перемычек.

5. Организуется цикл по сегментам фидера, относящимся к третьей области, начиная с имеющих наибольшую нагрузку.

6. Для сегмента определяются все резервные

перемычки, которые ранжируются по пропускной способности.

7. Организуется цикл по резервным перемычкам, начиная с присоединенных к фидеру, имеющему наибольшую пропускную способность.

8. Формируется схема сегмента. При этом за головной участок сегмента принимается резервная перемычка и балансирующий узел принадлежит резервному фидеру. По известным предполагаемым мощностям нагрузки выполняется расчет установившегося режима сегмента, в результате которого находятся значения минимального запаса по току и наибольшей потери напряжения для сегмента.

9. Проверяется, нарушаются ли ограничения при переносе сегмента на перемычку. Если есть несколько вариантов без нарушений ограничений, то все варианты в дальнейшем должны быть показаны диспетчеру.

10. Если нельзя перенести сегмент по п. 8, то этот сегмент разбивается на группы секций. Начиная от перемычки с наибольшим запасом по пропускной способности, выделяется первая группа секций, не нарушающая ограничений. Оставшиеся секции рассматриваются как сегмент, и повторяется процедура для сегмента, начиная с п. 5. Если в результате останется группа секций, не имеющая перемычек, то ее перенести нельзя и потребители этой группы будут обеспечены.

11. После окончания цикла по сегментам фидера, относящимся к третьей области, на экране представляются возможные варианты выполнения переключений для восстановления питания потребителей, проверенные по техническим ограничениям, с указанием для каждого варианта запаса по пропускной способности линий и трансформаторов, наибольших отклонений напряжений, числа и мощности отключенных потребителей.

12. По запросу диспетчер может получить более подробную информацию о каждом из вариантов.

Сейчас решение о выборе наилучшего варианта переключений принимает диспетчер. В дальнейшем планируется усовершенствовать рекомендации диспетчеру. Кроме полного списка вариантов желательно указывать наиболее оптимальный вариант.

Разработанный алгоритм реализован в программе подготовки рекомендаций диспетчеру ПЭС по переключениям в сетях 6—35 кВ. Эта программа написана на языке программирования С и работает в составе комплекса программ РЭРС-РС на персональных ЭВМ.

Покажем работу предложенного алгоритма на примере расчета простейшей РС, показанной на рис. 1, состоящей из четырех фидеров  $\Phi 1$ ,  $\Phi 2$ ,

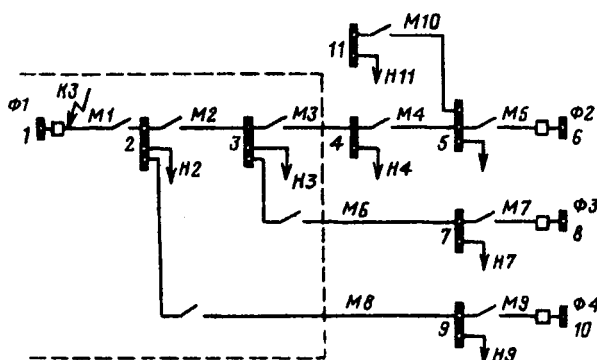


Схема простейшей РС

Ф3 и Ф4. Известно состояние КА в линиях:

Линия	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$M_9$	$M_{10}$
Состояние КА:	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1

Задана мощность нагрузки:

Нагрузка	$H_2$	$H_3$	$H_4$	$H_5$	$H_7$	$H_9$	$H_{11}$
$P$ , МВт	1	1	1	1	1	1,5	1
$Q$ , Мвар	0,483	0,483	0,483	0,724	0,483	0,724	0,483

Параметры линий приведены в табл. 1.

Таблица 1

Линия	Тип провода	Длина линии $L$ , км	Сопротивление линии, Ом		Допустимый ток в линии $I_{\text{доп}}$ , А
			активное $R$	реактивное $X$	
$M_1$	АС120	0,7	0,189	0,265	390
$M_2$	АС120	0,2	0,054	0,076	390
$M_3$	АС70	1,08	0,486	0,428	265
$M_4$	АС70	1,8	0,810	0,731	265
$M_5$	АС120	1,0	0,270	0,379	390
$M_6$	АС70	1,3	0,585	0,515	265
$M_7$	АС70	1,2	0,540	0,475	265
$M_8$	АС70	0,8	0,360	0,317	265
$M_9$	АС120	1,6	0,432	0,606	390
$M_{10}$	АС50	0,9	0,567	0,369	210

Напряжения в балансирующих узлах  $U_1 = U_6 = U_8 = U_{10} = 10,5$  кВ.

Предположим, авария происходит на головном участке фидера Ф1. Рассмотрим возможность восстановления питания потребителей через резервные фидеры Ф2, Ф3 и Ф4. После локализации аварии фидер Ф1 делится на четыре области. Так как отключение происходит в головной части фидера, то потребителей первой области нет. Вторая область включает только линию  $M_1$  и также не содержит нагрузки. Все потребители оказались в третьей области.

Из расчета УР для нормальной схемы фидеров

определяем нагрузочные токи и запасы по току в линиях:

Фидер	Линия	Нагрузочный ток, А	Запас по току, А
Ф1	$M_1$	127	—
	$M_2$	64	—
Ф2	$M_4$	65	200
	$M_5$	227	163
	$M_{10}$	65	145
Ф3	$M_7$	64	201
Ф4	$M_9$	97	293

Напряжение в узлах на стороне высокого и низкого напряжения Ф1:

Узел	$U_{\text{ВН}}$ , кВ	$U_{\text{НН}}$ , кВ
1	10,50	—
2	10,44	0,416
3	10,432	0,415

Определяем пропускные способности резервных перемычек. На прямом пути между перемычкой  $M_3$  и выключателем в головной части фидера Ф2 две линии:  $M_4$  и  $M_5$ . Выбираем минимальное значение запаса по току из приведенных ранее  $I_{\text{зап } 3} = 163$  А. Общая нагрузка потребителей в перемещаемом сегменте:

$$I_{\text{сег}} = \frac{P_2 + P_3}{\sqrt{3} U_{\text{ном}} \cos \varphi};$$

$$I_{\text{сег}} = \frac{1+1}{\sqrt{3} \cdot 10 \cdot 0,9} = 0,128 \text{ кА.}$$

Сравниваем ток сегмента и пропускную способность резервной перемычки  $M_3$   $I_{\text{зап } 3} > I_{\text{сег}}$ :  $163 \text{ А} > 128 \text{ А}$ .

Ограничения по току при переносе сегмента на резервную перемычку  $M_3$  не нарушаются.

Сделаем проверку по допустимому отклонению напряжения у потребителей. Сначала выполняем проверку по допустимому отклонению напряжения для узлов из резервного фидера. Для каждого из узлов находим разность отклонения напряжения  $|\Delta U_{\text{доп}}| - |\Delta U_{\text{НН}}|$  и приводим ее к стороне высокого напряжения  $\Delta U_{\text{п}}$ . По суммарному сопротивлению линий общей части для перемычки  $M_3$  и узла 11  $Z_{\text{общ } 11}$  и разности отклонений напряжений  $\Delta U_{\text{п } 11}$  определяем ток  $I_{\text{доб } 11}$ :

$$Z_{\text{общ } 11} = \sqrt{R_3^2 + X_3^2} = \sqrt{0,27^2 + 0,379^2} = 0,47 \text{ Ом};$$

$$I_{\text{доб } 11} = \frac{\Delta U_{\text{п } 11}}{\sqrt{3} Z_{\text{общ } 11}} = \frac{0,825}{\sqrt{3} \cdot 0,47} = 1,01 \text{ кА.}$$

Значения  $I_{\text{доб } 4} = 0,32$  кА и  $I_{\text{доб } 5} = 0,95$  кА определяются аналогично. Выбираем наименьший

добавочный ток и сравниваем его с  $I_{\text{сег}}$ :

$$I_{\text{доб min}} = I_{\text{доб 4}} > I_{\text{сег}}, \text{ т.е. } 320 \text{ А} > 128 \text{ А.}$$

Условие  $I_{\text{д}} = I_{\text{зап 3}} > I_{\text{сег}}$  выполняется:  $163 \text{ А} > 128 \text{ А}$ .

Далее делаем проверку по допустимому отклонению напряжения у потребителей из присоединяемого сегмента. Формируем схему сегмента, причем за головной участок принимается резервная перемычка  $M_3$  и балансирующий узел 4 принадлежит резервному фидеру. Выполняем расчет УР сегмента. Проверяем условие:  $\Delta U_{\text{нб}} < \Delta U_{\text{доп}}$ , т.е.  $0,002 \text{ кВ} < 0,04 \text{ кВ}$ .

Аналогично проверяем другие резервные перемычки, результаты показаны в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Резервный фидер	Номер узла	Значение напряжений и отклонений напряжений, кВ			
		$U_{\text{НН}}$	$\Delta U_{\text{НН}}$	$\Delta U_{\text{доп}} - \Delta U_{\text{НН}}$	$\Delta U_{\text{п}}$
Ф2	4	0,405	0,005	0,035	0,875
	5	0,409	0,009	0,031	0,775
	11	0,407	0,007	0,033	0,825
Ф3	7	0,415	0,015	0,025	0,625
Ф4	9	0,413	0,013	0,027	0,675

Таблица 3

Резервная перемычка	Номер узла	Напряжение, кВ	
		$U_{\text{НН}}$	$\Delta U_{\text{НН}}$
$M_3$	2	0,398	0,002
	3	0,398	0,002
$M_6$	2	0,408	0,008
	3	0,408	0,008
$M_8$	2	0,410	0,010
	3	0,409	0,009

Итоговые результаты по всем резервным перемычкам сводим в табл. 4.

Таблица 4

Резервная перемычка	Значение тока, А			
	$I_{\text{зап К}}$	$I_{\text{доб min}}$	$I_{\text{д}}$	$I_{\text{сег}}$
$M_3$	163	235	163	128
$M_6$	201	321	201	128
$M_8$	293	311	293	128

Итак, в данном примере видно, что потребители поврежденного фидера Ф1 можно запитать

без нарушения технических ограничений через любую из имеющихся резервных перемычек. Решение о выборе наилучшего варианта принимает диспетчер.

Практическая реализация предложенных в работе методики и алгоритма в виде расчетной программы позволила обеспечить более обоснованной и достоверной информацией персонал, принимающий решения по управлению режимами РС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основные положения по созданию автоматизированных систем управления предприятий электрических сетей (АСУ ПЭС). — М.: СПО Союзтехэнерго, 1989.
2. Стотт Б., Альсак О., Монтичелли А.Дж. Анализ надежности и оптимизация. — ТИИЭР, 1987, № 12.
3. Patton J.B., Rizy D.T., Lawler J.S. Applications software for modeling distribution automation operations on the Athens Utilities Board. — IEEE Trans. Power Deliv, 1990, No 2.
4. Шабал М.А. Расчеты релейной защиты и автоматики распределительных сетей. — М.: Энергия, 1976.

[12.05.98]

**Авторы:** Идельчик Виталий Исаакович окончил Новочеркасский политехнический институт по специальности инженер-электрик в 1960 г. В 1963 г. окончил заочное отделение Иркутского университета. В 1974 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Основы применения итерационных методов в теории установившихся режимов электрических систем» в Энергетическом институте им. Г.М. Кржижж-новского. Заведующий кафедрой автоматизированных электроэнергетических систем и электроснабжения (АЭС) Ставропольского государственного технического университета (СтГТУ).

**Кононов Юрий Григорьевич** окончил энергетический факультет Ставропольского политехнического института в 1978 г. В 1986 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей 6—10 кВ в АСДУ ПЭС» в АЗИНЕФТЕХИМ (г. Баку). Доцент кафедры АЭС СтГТУ.

**Кузев Владимир Хасанович** программист кафедры АЭС СтГТУ.

**Ушмаев Андрей Николаевич** окончил энергетический факультет СтГТУ в 1996 г. Аспирант кафедры АЭС СтГТУ.

# Индуктивное влияние на линии связи тягового электроснабжения $2 \times 25$ кВ с изолированной нейтралью

РОЗАНОВ В.А.

Показаны источники возникновения индуктивного влияния на линии связи тягового электроснабжения  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью. Описаны процессы, обеспечивающие снижение этого влияния до самого низкого уровня и экономия электроэнергии. Приведены методика и расчет индуктивного влияния на линию связи.

Ключевые слова: тяговое электроснабжение, линии связи, влияние, расчет

Sources of inductive influence of a traction power supply on communication lines are shown. Processes ensuring reducing this influence up to the lowest level and saving electric energy are described. A method and a calculation of the inductive influence on a communication line are given.

Key words: traction power supply, communication line, inductive influence, calculation

Проблема расчета индуктивного влияния на линии связи тягового электроснабжения  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью решается с момента создания этой системы [1–3]. В отечественной литературе рассмотрена лишь система с заземленной нейтралью [4].

Индуктивное влияние зависит от системы прохождения токов по линейным проводам и значений этих токов. На рис. 1 представлена схема токопрохождения системы  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью. В сети протекают так называемый транзитный ток  $I_T$ , а также токи  $I_1$  и  $I_2$ . Транзитный ток проходит от тяговой подстанции напряжением 55 кВ по контактной сети в одном направлении, а в другом — по питающему проводу. Токи  $I_1$  и  $I_2$  проходят от низковольтных выводов автотрансформаторов напряжением 27,5 кВ по контактному проводу к электровозу и в обратном направлении — по рельсам к автотрансформаторам.

Уменьшение индуктивного влияния транзитного тока достигается за счет изоляции нейтрали тягового трансформатора, что определяет равен-

ство и сдвиг на  $180^\circ$  токов контактного и питающего проводов. В результате нейтрализуется внешнее магнитное поле. Уменьшение влияния местных токов происходит в результате встречного прохождения токов по контактному проводу от двух смежных автотрансформаторов.

Расчет влияния тяговой сети происходит в два этапа: сначала определяют значения токов, а затем и само индуктивное влияние. Вычисление местных токов  $I_1$  и  $I_2$  производится с помощью схемы замещения автотрансформаторной секции, приведенной на рис. 1, где  $Z_{к.п}$  — модуль сопротивления петли контактный—питающий провод с учетом взаимоиндукции, Ом·км;  $Z_k$  — то же контактной подвески с учетом взаимоиндукции питающего провода и рельсов, Ом·км;  $Z_p$  — то же питающего провода с учетом взаимоиндукции контактного провода, Ом·км;  $Z_p$  — то же рельсовой цепи с учетом взаимоиндукции контактного провода, Ом·км;  $Z_{с.к}$  — то же тяговой сети в конце автотрансформаторной секции, Ом;  $Z_3$  — то же электровоза, Ом;  $U_{с.к}$  — напряжение в конце автотрансформаторной секции между контактным

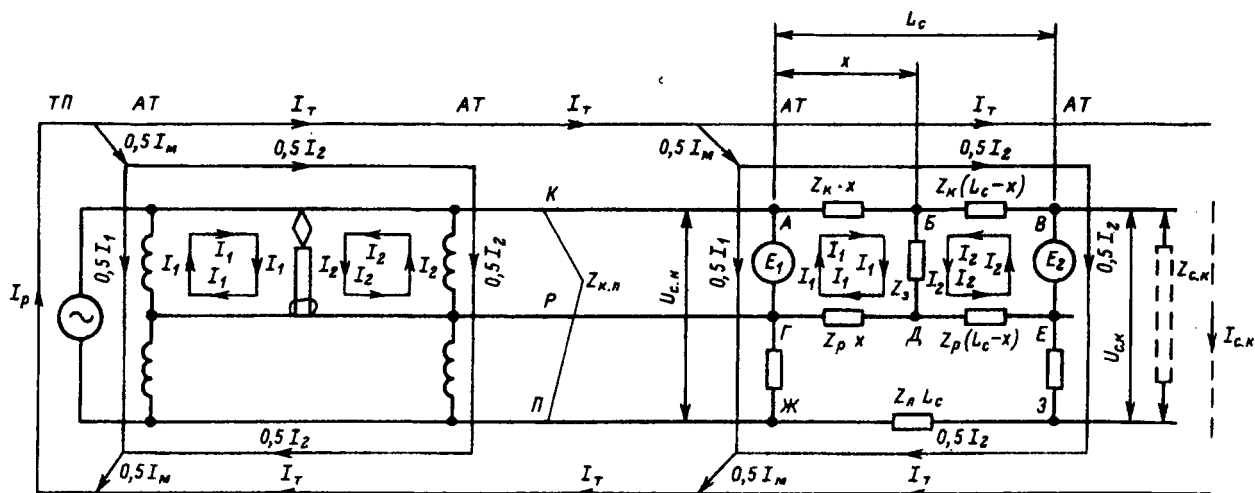


Рис. 1. Схема прохождения тока в тяговой сети  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью

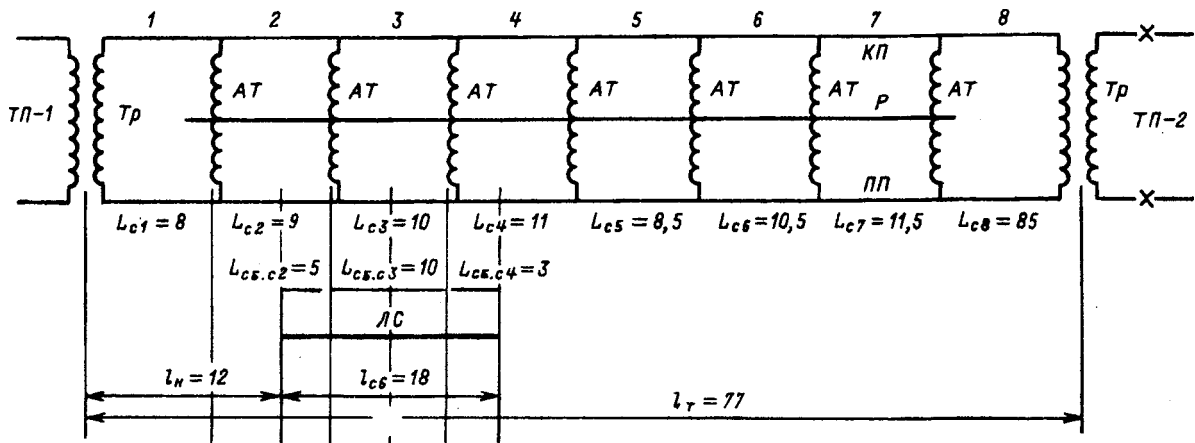


Рис. 2. Схема сближения линии связи и электрифицированной железной дороги (система  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью): 1–8 — номера автотрансформаторных секций; ТП — тяговая подстанция; КП — контактный провод; П — рельсы; ПП — питающий провод; ЛС — линия связи;  $L_{c1}-L_{c8}$  — длина автотрансформаторных секций;  $L_{cb.c2}-L_{cb.c4}$  — длина линий сближения на автотрансформаторных секциях;  $l_H$  — длина начала сближения;  $l_{cb}$  — длина сближения;  $l_T$  — длина тягового плеча

и питающим проводами, В;  $U_{c.n}$  — то же в начале автотрансформаторной секции, В;  $L_c$  — длина автотрансформаторной секции, км;  $x$  — расстояние от первого автотрансформатора до электровоза, км;  $l_T$  — длина плеча питания, км;  $I_p$  — результирующий ток тяговой подстанции одного фидера (одного пути), А;  $I_{c.k}$  — ток в конце автотрансформаторной секции, А;  $I_T$  — транзитный ток автотрансформаторной секции, А.

На полуобмотке первого автотрансформатора напряжение  $E_1$  равно половине линейного напряжения в начале автотрансформаторной секции, т.е.  $E_1 = 0,5U_{c.n}$ . На полуобмотке второго автотрансформатора напряжение  $E_2 = 0,5U_{c.k} = 0,5Z_{c.k}I_{c.k}$ .

Зная все параметры схемы замещения рис. 1, на основании второго закона Кирхгофа определяются значения токов  $I_1$  и  $I_2$ . Для этой цели составляется система уравнений с двумя неизвестными токами  $I_1$  и  $I_2$ .

Контур АБДГА:

$$[(Z_k + Z_p)x + Z_3]I_1 + (0,5Z_kx + Z_3)I_2 = 0,5U_{c.n} - Z_kI_Tx.$$

Введем обозначения:

$$(Z_k + Z_p)x + Z_3 = a;$$

$$0,5Z_kx + Z_3 = b;$$

$$0,5U_{c.n} - Z_kI_Tx = c.$$

Контур ВДЕВ:

$$Z_3I_1 + [(0,5Z_k + Z_p)L_c - (0,5Z_k + Z_p)x + Z_3]I_2 = 0,5U_{c.k} + Z_k(L_c - x)I_T.$$

Введем обозначения:

$$Z_3 = a_1;$$

$$(0,5Z_k + Z_p)L_c - (0,5Z_k + Z_p)x + Z_3 = b_1;$$

$$0,5U_{c.k} + Z_k(L_c - x)I_T = c_1.$$

В результате с учетом принятых обозначений получаем обычные линейные уравнения с двумя неизвестными  $I_1$  и  $I_2$ :

$$aI_1 + bI_2 = c; \quad (1)$$

$$a_1I_1 + b_1I_2 = c_1. \quad (2)$$

Эти уравнения позволяют вычислить значения токов  $I_1$  и  $I_2$  для каждой автотрансформаторной секции. В рамках объема статьи невозможно показать весь процесс расчета, поэтому представлены только его результаты. Для примера взят участок сближения (рис. 2), где линия связи проходит вдоль 2-, 3- и 4-й секций. Значения токов  $I_1$  и  $I_2$  рассчитаны по изложенному ранее методу: 2-я секция  $I_1 = 17$  А;  $I_2 = 91$  А; 3-я секция  $I_1 = 45$  А;  $I_2 = 76$  А; 4-я секция  $I_1 = 89$  А;  $I_2 = 44$  А.

Структурный анализ токов  $I_1$  и  $I_2$  легче всего раскрыть на примере 3-й автотрансформаторной секции, где электровоз находится в середине секции. На первый взгляд создается впечатление, что соотношение токов должно быть обратным, так как напряжение в начале секции больше, чем в конце секции. Превышение тока  $I_2$  над током  $I_1$  объясняется тем обстоятельством, что на первой половине полусекции в одном и том же направлении проходят токи  $I_T = 301$  А;  $0,5I_2 = 38$  А и  $I_1 = 45$  А. Суммарный ток первой полусекции  $I_{c1} = 301 + 38 + 45 = 384$  А, и падение напряжения в контактном проводе на первой полусекции равно

$$\Delta U_{c1} = Z_k 0,5L_c I_{c1} = 0,34 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 384 = 652,8 \text{ В.}$$

На 2-й полусекции проходят только два тока, да и то в разных направлениях: ток  $I_T = 301$  А и ток  $0,5I_2 = -38$  А. Сумма токов второй полусекции  $I_{c2} = 301 - 38 = 263$  А, и падение напряжения в контактном проводе равно

$$\Delta U_{c2} = Z_k 0,5L_c I_{c2} = 0,34 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 263 = 447,1 \text{ В.}$$

Ток второй полусекции встречает на своем пути меньшее сопротивление, чем ток первой полусекции, в результате ток  $I_2$  больше тока  $I_1$ .

Тяговые токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_T$  оказывают индуктивное влияние на линии связи. Степень их влияния зависит от условий сближения линии связи с тяговой сетью и удаленности линии связи от железной дороги. На рис. 2 приведена схема сближения линии связи и электрифицированной железной дороги системы  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью. Расчет индуктивного влияния производится по условиям сближения каждой автотрансформаторной секции. На длине сближения  $L_{сб}$  линии связи автотрансформаторной секции подсчитывается индуцируемое напряжение  $U_{сбi}$  для этой секции. Затем определяется общее напряжение  $U_{сб\Sigma}$  на всей длине линии связи путем суммирования индуцируемых напряжений автотрансформаторных секций, где линия связи находится в зоне сближения:

$$U_{сб\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=N} U_{сбi}. \quad (3)$$

Индуцируемое напряжение  $U_{сбi}$  на длине сближения автотрансформаторной секции состоит из суммы напряжений  $U_{mi}$  и  $U_{Ti}$  создаваемых токами местной и транзитной составляющих общего тока тяговой сети:

$$U_{сбi} = U_{mi} + U_{Ti}. \quad (4)$$

Напряжение  $U_{Ti}$  создается транзитным током тяговой сети  $I_{Ti}$ , который проходит в одном направлении по контактной подвеске и в другом — по питающему проводу. Токи контактного и питающего проводов направлены встречно, и индуцируемое ими напряжение определяется с учетом удаленности контактного и питающего проводов от линии связи:

$$U_{Ti} = \Phi K_{\Phi} \omega I_{Ti} L_{сб} S_p' (M_k - M_n). \quad (5)$$

Индуцируемое напряжение  $U_{mi}$ , создаваемое током местной составляющей тяговой сети  $I_{mi}$ , зависит от условий сближения линии связи на длине секции. В случае, если начало или конец линии связи находятся в пределах автотрансформаторной секции, расчет влияния производится по формулам:

для начала линии связи

$$U_{mi} = \Phi K_{\Phi} \omega I_2 L_{сб} S_p M_k; \quad (6)$$

для конца линии связи

$$U_{mi} = \Phi K_{\Phi} \omega I_1 L_{сб} S_p M_k. \quad (7)$$

В случае сближения линии связи по всей длине автотрансформаторной секции создается одновременное индуктивное воздействие обоих токов  $I_1$  и  $I_2$ . Влияющий момент первого тока равен  $P_1 = I_1 x$  и второго тока  $P_2 = I_2 (L_c - x)$ . Сумма произведений длин  $x$  и  $(L_c - x)$  на токи достигает наибольшего значения при нахождении электроваза в середине секции, и линия связи испытывает наибольшее индуктивное воздействие токов  $I_1$  и  $I_2$ , поэтому расчет индуктивного влияния производится при условии нахождения электроваза в середине секции по формуле

$$U_{mi} = \Phi K_{\Phi} \omega (I_1 - I_2) 0,5 L_c S_p M_k. \quad (8)$$

Таким образом, индуктивное воздействие определяется нескомпенсированной частью тока, равной разности токов  $I_1$  и  $I_2$ , и нескомпенсированный ток действует только на половине длины автотрансформаторной секции.

Короткие линии связи, длина которых находится в пределах одной автотрансформаторной секции, испытывают наибольшее индуктивное влияние в двух возможных случаях: электроваз находится в начале или в конце линии связи, т.е. от воздействия тока с  $I_1$  или  $I_2$ . Для такой линии связи индуцируемое напряжение  $U_m$  определяется по (6) и (7). Расчетным значением является наибольшее значение индуцированного напряжения.

Эффективность системы  $2 \times 25$  кВ с изолированной нейтралью определяется при сопоставлении уровня ее индуктивного влияния с уровнем влияния обычной однофазной тяговой сети напряжением 27,5 кВ. Для этой цели далее проводится расчет системы  $2 \times 25$  кВ и определяется уровень ее влияния. В качестве объекта влияния принята линия связи длиной 18 км, находящаяся в 30 м от железной дороги с условиями сближения по схеме рис. 2. Расчет произведен для вынужденного режима работы тяговой сети. Как видно из схемы рис. 2, линия связи имеет сближение на участках 2-, 3- и 4-й секций, по которым и производится расчет.

Секция 2 [формулы (4)–(6)]:

$$\begin{aligned} U_2 &= U_{m2} + U_{T2} = \Phi K_{\Phi} \omega L_{сб} [I_2 S_p M_k + I_T S_p' (M_k - M_n)] = \\ &= 2 \cdot 1,15 \cdot 314 \cdot 5 [(-91) 0,491 \cdot 551,658 \cdot 10^{-6} + \\ &\quad + 362 \cdot 0,9 (-3,703 \cdot 10^{-6})] = -93,4 \text{ В.} \end{aligned}$$

Секция 3 [формулы (4), (5) и (8)]:

$$U_{сб3} = U_{м3} + U_{т3} = \Phi K_{\Phi} \omega \{ [I_1 + I_2] 0,5 L_c S_p M_k + \\ + I_t S_p' L_{сб} (M_k - M_n) \} = 2 \cdot 1,15 \cdot 314 \{ [45 + (-76)] \times \\ \times 0,5 \cdot 10 \cdot 0,491 \cdot 551,658 \cdot 10^{-6} + 301 \cdot 0,9 \cdot 10 \times \\ \times (-3,703 \cdot 10^{-6}) \} = 37,6 \text{ В.}$$

Секция 4 [формулы (4), (5) и (7)]:

$$U_{сб4} = U_{м4} + U_{т4} = \Phi K_{\Phi} \omega L_{сб} [I_1 S_p M_k + I_t S_p' (M_k - M_n)] = \\ = 2 \cdot 1,15 \cdot 314 \cdot 3 [89 \cdot 0,491 \cdot 551,658 \cdot 10^{-6} + \\ + 235 \cdot 0,9 \cdot (-3,703 \cdot 10^{-6})] = 50,5 \text{ В.}$$

Результирующее индуцируемое напряжение  
(3) системы  $2 \times 25 \text{ кВ}$

$$U_{сб\Sigma} = U_{сб2} + U_{сб3} + U_{сб4} = \\ = -93,4 - 37,6 + 50,5 = |80,5| \text{ В.}$$

Коэффициент защитного действия

$$KЗД = \frac{U_{сб\Sigma}}{U_{од}} = \frac{80,5}{1279} = 0,06,$$

где  $U_{од} = 1279$  — наводимое напряжение при системе однофазного переменного тока напряжением  $27,5 \text{ кВ}$ .

В системе  $2 \times 25 \text{ кВ}$  с изолированной нейтралью основным источником индуктивного влияния являются токи местной составляющей тяговой сети. Влияние токов транзитной составляющей незначительно. На длинных автотрансформаторных секциях возрастают токи местной составляющей и влияние увеличивается. За оптимальную длину секции целесообразно принять

6 км. Дальнейшее уменьшение длины оказывается в противоречии с условиями безопасности движения поездов из-за потери устойчивости работы устройств СЦБ. Такая оптимальная длина секций соответствует практике железных дорог Японии, где в системе  $2 \times 25 \text{ кВ}$  длины секций равны 6—10 км.

Выполненные расчеты и практика эксплуатации электроснабжения  $2 \times 25 \text{ кВ}$  с автотрансформаторами при изолированной нейтрали тягового трансформатора показывают, что по сравнению со всеми известными системами она в наибольшей степени обеспечивает снижение индуктивного влияния, что объясняется уникальными свойствами системы, при которой тяговые токи в контактных проводах имеют встречное направление, что уменьшает индуктивное влияние и снижает потери в контактных проводах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. I. Tomizawa, S. Hamayosa, I. Shimizu, Inductive interference on communication line by autotransformer feeding system. — Quarterly Reports, 1969, vol. 10, No 4.
2. M. Hayashi, T. Iwashita, A theoretical on AT feeding system-calculation formula for power characteristics. — Quarterly Reports, 1971, vol. 72, No 4.
3. S. Kansen, Feeding system for AC on the San-Yo-Rail international, 1971, vol. 6.
4. Правила защиты устройств проводной связи и проводного вещания от влияния тяговой сети электрифицированных железных дорог переменного тока. — М.: Транспорт, 1989.

[25.12.97]

*Автор: Розанов Валерий Алексеевич окончил факультет электропроводной связи Московского института связи в 1940 г. Работал главным специалистом института «Трансэлектропроект». Пенсионер.*

### Уважаемые авторы!

**Редакция публикует при каждой статье краткие биографические сведения об авторах. В связи с этим просим всех авторов при направлении статьи в редакцию сообщить следующие сведения:**

1. Полные имена и отчества всех авторов
2. Какой факультет, какого вуза и когда закончил
3. Когда получил ученую степень, где и по какой тематике (теме) была защита
4. Место настоящей работы и должность.

Кроме того, напоминаем, что на каждую статью следует представлять краткий (4—5 предложений) реферат на русском и английском языках (включая название), а также ключевые слова.

# Синтез алгоритмов цифрового управления синхронным электроприводом без датчика на валу двигателя

ИЗОСИМОВ Д.Б.

Рассмотрены алгоритмы цифрового управления синхронным приводом без датчика механического движения на валу двигателя, учитывающие специфику процессорных систем управления. Использование специальных методов, основанных на разностных моделях и компенсации запаздывания с помощью наблюдателей, позволяют резко снизить требования к вычислительной мощности (быстродействию) процессора. Появляется перспектива разработки инженерных методов синтеза цифровых управляющих устройств.

Ключевые слова: электропривод, цифровое управление, разностная модель

Algorithms for digital control of a synchronous electric motor with no mechanical-motion transducer mounted on the motor shaft are considered, which take account of the specifics of microprocessor control systems. The use of special methods based on difference models and on compensation for lagging with the aid of observers enables the requirements to the computing power (speed) of the microprocessor to be reduced greatly. As a result, development of engineering methods for the synthesis of digital control devices becomes possible.

Key words: electric drive, digital control, difference model

**Постановка задачи.** Исключение датчиков на валу двигателя существенно улучшает эксплуатационные показатели привода: отсутствует необходимость в установке датчика и передаче сигнала измерения в управляющее устройство, удешевляется привод.

По вопросам построения систем управления в таких электроприводах имеется обширная литература. Отличие настоящей работы состоит в том, что рассматриваются алгоритмы управления, учитывающие специфику именно процессорных систем управления, т.е. последовательное выполнение операций в процессоре, присущее цифровым системам запаздывание вычислений и т.д.

Управляемый объект включает синхронный двигатель и силовой преобразователь (рис. 1). Преобразователь в современном приводе выполняется на полупроводниковых ключах (на базе MOSPET, IGBT, MCT), что требует модуляции его выходного напряжения. Не будем рассматривать конкретные силовую схему и закон модуляции: в настоящее время разработаны эффективные системы модуляции для различных силовых преобразователей [1, 2]. Полагаем, что преобразователь позволяет реализовать любое (в ограниченных напряжением его питания преде-

лах) значение среднего за период модуляции выходного напряжения, а период модуляции достаточно мал по сравнению с характерными значениями времени процессов управления приводом, и им можно пренебречь при их анализе.

Рассматриваемая задача состоит, таким образом, в синтезе заданий напряжения на систему ШИМ, обеспечивающих требуемые момент, частоту вращения или угловое положение ротора по известным (измеряемым) значениям токов и напряжений; остальные переменные не измеряются непосредственно. Заметим, что для управления синхронным двигателем необходимо соответствие фазы питающего напряжения угловому положению ротора.

Принципы решения поставленной задачи, ориентированные на цифровую реализацию управляющего устройства, описаны в [3]. Это: векторное управление двигателем; векторная высокочастотная широтно-импульсная модуляция (здесь, как уже отмечалось, не рассматриваемая); использование разностных уравнений; использование автономных систем оценивания; автономная идентификация параметров объекта; автономная фильтрация полученных значений оценок; регулирование в дискретном скользящем режиме; декомпозиция темпов управления.

Основная цель настоящей работы состоит в конкретизации перечисленных принципов. Получаемые алгоритмы представляют собой соотношения, по которым рассчитываются управления от входных измеряемых величин и задающих воздействий до выходных заданий на систему ШИМ, а также последовательности выполнения вычислительных операций, определяемых этими соотношениями. Таким образом, результаты данной работы могут быть использованы специалистами при определении структуры управля-



Рис. 1



ющих контроллеров и их программирования. Понятно, что для разработки практических систем необходима дополнительная работа, например, по определению точности и формата представляемых данных, требуемых вычислительных ресурсов и производительности, разработке системы прерываний для защиты, обмену информацией с системами верхнего уровня и т.д. Настоящая работа представляет разработчикам приводов лишь подход к проектированию цифровых управляющих устройств, определяет и обосновывает алгоритмы управления, а не описывает завершённую разработку контроллера.

**Разностная модель процессов управления.** Уравнения синхронного двигателя записываются в виде дифференциальных уравнений эквивалентной электрической машины (уравнения Парка) в системе координат  $(p, r)$ , вращающейся с ротором и ориентированной осью  $(Op)$  в направлении магнитного поля, создаваемого постоянными магнитами:

$$\begin{aligned} d(i_p)/dt &= -\mu i_p + n i_r + v u_p; \\ d(i_r)/dt &= -\mu i_r - n i_p + v u_r - \psi n, \end{aligned} \quad (1)$$

где переменные  $i_p$ ,  $i_r$  и управления  $u_p$ ,  $u_r$  — компоненты токов и напряжений статора;  $n$  — угловая скорость ротора; параметр  $\mu = R/L$  — отношение активного сопротивления и индуктивности обмотки; параметр  $\psi = \Psi/L$  — отношение потокосцепления и индуктивности обмотки;  $v = 1/L$ .

Уравнения электромагнитных процессов (1) необходимо дополнить уравнениями механического движения ротора:

$$\begin{aligned} dn/dt &= (M - M_L)/J; \\ d\theta/dt &= n, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $M = i_r \Psi$  и  $M_L$  — электромагнитный вращающий момент и момент нагрузки;  $J$  — совокупный момент инерции. Момент нагрузки  $M_L$  является внешним возмущающим воздействием на привод. Для синтеза управления приводом полезно наложить ограничения в виде принимаемой модели изменения момента нагрузки. Будем полагать, что момент нагрузки изменяется весьма медленно (позднее будет указано, по сравнению с какими темпами это условие должно выполняться). Тогда модель нагрузки записывается в виде

$$d(M_L)/dt = 0. \quad (3)$$

Угол поворота ротора  $\theta$  определяет взаимосвязь значений компонентов напряжений  $u_\alpha$ ,  $u_\beta$  как входных управляющих воздействий на систему широтно-импульсной модуляции в неподвижной системе координат со значениями напряжений во вращающейся системе координат

(и соответствующую зависимость компонентов токов):

$$\begin{vmatrix} u_p \\ u_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Дискретная (разностная) модель электромагнитных процессов в синхронном двигателе строится на основе дифференциальных уравнений (1). Исходным для построения дискретной модели является интервал дискретизации времени  $T$ . Предполагается, что значения переменных состояния в промежуточных точках интервала дискретизации несущественны в том смысле, что не учитываются системой измерения и обработки информации (поскольку двигатель питается от преобразователя, работающего в режиме высокочастотных переключений, значения токов в разностной модели должны выбираться или измеряться как средние за период модуляции  $T$ , коммутационная составляющая в измерениях должна быть исключена).

При выводе разностных уравнений используются следующие допущения: частота вращения ротора на периоде дискретизации принимается постоянной; вектор напряжения питания на периоде дискретизации принимается постоянным в неподвижной системе координат.

Первое допущение оправдано, если период  $T$  достаточно мал по сравнению с характерным временем изменения частоты вращения ротора. Это накладывает определенные ограничения на динамику механических процессов, в том числе и на динамику процессов в замкнутой системе (количественные оценки могут быть получены без затруднений).

Второе допущение естественно и отражает особенность питания двигателя от силового преобразователя на ключевых элементах.

Общим решением (1) является сумма частного и однородного решений. Считая, что в начальный  $k$ -й момент времени значения токов равны соответственно  $i_{dk}$ ,  $i_{qk}$ , получаем для значений токов в  $(k+1)$ -й момент времени разностную схему (индекс « $k$ » при частоте вращения ротора  $n$  и угле  $\theta$  опускаем):

$$\begin{aligned} i_{d(k+1)} &= e^{-\mu T} [i_{dk} \cos nT + i_{qk} \sin nT - vA \cos \delta/\mu - \\ &\quad - \psi \sin \gamma \sin nT] + vA \cos \delta/\mu; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} i_{q(k+1)} &= e^{-\mu T} [-i_{dk} \sin nT + i_{qk} \cos nT + vA \sin \delta/\mu - \\ &\quad - \psi \sin \gamma \cos nT] - vA \sin \delta/\mu + \psi \sin \gamma, \end{aligned}$$

где  $\delta = \theta + \gamma - \psi$ ;  $A$ ,  $\psi$  — амплитуда и фаза напряжения в неподвижных полярных координатах;

$d, q$  — система координат, составляющая угол  $(\theta + \gamma)$  с неподвижной системой;  $\sin \gamma = -n / \sqrt{\mu^2 + n^2}$ ,  $\cos \gamma = \mu / \sqrt{\mu^2 + n^2}$ .

Упрощения разностной схемы возможны при учете малости периода дискретизации  $T$ , т.е. при разложении в ряд с точностью до членов первого порядка функций  $e^{-\mu T}$ ,  $\cos nT$ ,  $\sin nT$  (отдельно или совместно, т.е. возможен учет иерархии малости  $\mu$  и  $n$ ). Для малых  $T$  ( $\mu T < 1$ ,  $nT < 1$ ) имеем:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} i_{d(k+1)} \\ i_{q(k+1)} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 1-\mu T & nT \\ -nT & 1-\mu T \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_{dk} \\ i_{qk} \end{vmatrix} + vAT \begin{vmatrix} \cos \delta \\ -\sin \delta \end{vmatrix} + \\ &+ T\psi \sin \gamma \begin{vmatrix} -n \\ \mu \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

Разностная модель электромагнитных процессов будет в дальнейшем использоваться для косвенного измерения переменных состояния двигателя по известным (измеряемым) токам и напряжениям. В указанных условиях применимости эта модель позволяет оценивать переменные независимо от режима работы двигателя. Аналогичная модель механических процессов необходима для решения задач регулирования, т.е. для установления требуемого текущего режима работы двигателя. При реализации дискретной модели механических процессов допустимо использовать дополнительные упрощающие предположения. В частности, будем предполагать, что система регулирования обеспечивает равенство нулю реактивной составляющей тока  $i_r$ , не участвующей в формировании электромагнитного момента. Кроме того, вследствие малости постоянной времени цепи статора, что характерно для синхронных двигателей с высокоэффективными постоянными магнитами, будем считать, что компонент активного тока  $i_r$  или пропорциональный ей электромагнитный момент постоянны на интервале дискретизации и могут формироваться произвольно, т.е. являются управлением. В сущности это означает, что используемая для управления модель будет тем точнее, чем медленнее темпы управления и ближе режим работы двигателя к статическому; впрочем, к динамической точности «бездатчикового» привода обычно не предъявляется жестких требований. Из (2) и (3) имеем:

$$\begin{aligned} \theta_{k+1} &= \theta_k + n_k T/J + (M_k - M_{Lk}) T^2/2J; \\ n_{k+1} &= n_k + (M_k - M_{Lk}) T/J; \\ M_{L(k+1)} &= M_{Lk}. \end{aligned} \quad (7)$$

**Цифровое оценивание переменных состояния двигателя.** Путь на периоде  $T$  осуществляется одно (одновременное) измерение всех компонен-

тов токов двигателя. Моменты измерения будем считать соответствующими моментам начала периода  $T$ . Будем считать, что известен вектор напряжения питания двигателя, например, амплитуда  $A$  и фазовый угол  $\psi$  требуемого среднего за период модуляции напряжения, которые были заданием для системы ШИМ. Вектор напряжения задан в неподвижной (в данном случае полярной) системе координат. Токи измеряются также в неподвижных координатах. Угловое положение ротора  $\theta$ , а также частота вращения  $n$  и вспомогательный угол  $\gamma$ , необходимые для перехода во вращающуюся систему координат, в которой записаны разностные уравнения (6)–(7), неизвестны.

Выразим компоненты токов  $i_d, i_q$  через известные (измеренные) компоненты токов  $i_{ak}, i_{bk}$  и  $i_{a(k+1)}, i_{b(k+1)}$  и неопределенный пока угол  $\delta$ . Подставляя значения токов в разностную схему (6), получаем алгебраическую систему из двух уравнений, из которой можно вычислить значения  $\theta$  и  $n$  (вернее, определить углы  $\delta$  и  $\gamma$ , относительно которых записываются алгебраические уравнения при подстановке  $n = -\mu \operatorname{tg} \gamma$ ; после этого искомые переменные вычисляются очевидным образом):

$$\begin{vmatrix} i_{a(k+1)} \\ i_{b(k+1)} \end{vmatrix} = (1-\mu T) \begin{vmatrix} i_{ak} \\ i_{bk} \end{vmatrix} + vT \begin{vmatrix} u_{ak} \\ u_{bk} \end{vmatrix} - \Psi nT \begin{vmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Запишем решение (8):

$$\begin{aligned} n &= \pm \sqrt{(v_{ak}^2 + v_{bk}^2)} / \Psi T; \\ \sin \theta &= \pm v_{ak} / \sqrt{(v_{ak}^2 + v_{bk}^2)}; \\ -\cos \theta &= \pm v_{bk} / \sqrt{(v_{ak}^2 + v_{bk}^2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Значения  $v_{ak}, v_{bk}$  вычисляются по измеренным значениям токов и напряжений:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} v_{ak} \\ v_{bk} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} i_{a(k+1)} \\ i_{b(k+1)} \end{vmatrix} - (1-\mu T) \begin{vmatrix} i_{ak} \\ i_{bk} \end{vmatrix} - vT \begin{vmatrix} u_{ak} \\ u_{bk} \end{vmatrix} - \\ &- \Psi nT \begin{vmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Знак плюс в (9) соответствует положительному направлению вращения, минус — противоположному. Таким образом, найдена алгебраическая зависимость частоты вращения и угла поворота ротора от значений токов и напряжений в начале и конце интервала  $T$ .

Отметим, что восстановление значений углового положения по измерениям тока и напряжения возможно лишь при отличной от нуля частоте вращения ротора. Физический смысл этого условия очевиден и состоит в том, что ме-

ханические переменные определяются фактически по значению ЭДС, создаваемой вращающимися магнитами в обмотках статора. При нулевой частоте вращения ЭДС равна нулю, наличие ротора никак не проявляется в статорных обмотках. Практически это означает, что при малых частотах вращения полученные соотношения (как, впрочем, и любые другие) становятся плохо обусловленными, возрастает уровень шумов и усиливается влияние неопределенностей и погрешностей в измерениях. Речь, впрочем, идет о значениях мгновенной частоты вращения; из-за неизбежных пульсаций, вызываемых, например, коммутационной составляющей тока, практический диапазон восстанавливаемых частот вращения может расширяться вплоть до нулевого (в среднем) значения.

**Оценивание и фильтрация переменных механического движения.** В дальнейшем будем рассматривать оценки (9) как данные обычных измерений. Необходимо восстановить механическую переменную — момент нагрузки двигателя. Для его нахождения используем разностную модель механического движения (7). Вследствие независимости задач оценивания частоты вращения, положения и момента нагрузки интервал дискретизации может выбираться произвольно; удобно выбрать его равным  $T$ .

Укажем вначале, что существуют альтернативные возможности построения систем оценивания и фильтрации механических переменных. Например, можно использовать традиционный дискретный наблюдатель, с помощью которого одновременно решаются задачи оценивания, фильтрации и экстраполяции оценок на один шаг вычислений. Нас же будут интересовать возможности построения автономных систем оценивания и фильтрации. При таком подходе фактически решается только задача оценивания, а задачи фильтрации и компенсации запаздывания результатов вычислений должны быть решены дополнительно.

Определим

$$M_{Lk} = j(n_k - n_{k+1})/T + M_k. \quad (11)$$

Синтезируем автономный (по каждой переменной) фильтр следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{k+1} &= \alpha_\theta (\hat{\theta}_k + \hat{n}_k T/j + (M_k - \hat{M}_{Lk}) T^2/2j) + \\ &= (1 - \alpha_\theta) (\theta_k + n_k T/j + (M_k - M_{Lk}) T^2/2j); \\ \hat{n}_{k+1} &= \alpha_n (\hat{n}_k + (M_k - \hat{M}_{Lk}) T/j) + \\ &+ (1 - \alpha_\theta) (n_k + (M_k - M_{Lk}) T/j); \\ \hat{M}_{L(k+1)} &= \alpha_M \hat{M}_{Lk} + (1 - \alpha_M) M_{Lk}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\alpha_\theta$ ,  $\alpha_n$ ,  $\alpha_M$  — коэффициенты, определяющие

степень фильтрации переменных; значения этих коэффициентов выбираются независимо из диапазона  $[0, 1]$ , причем большим значениям соответствует большая степень фильтрации соответствующей оценки. Устойчивость такого фильтра очевидна.

**Совместная идентификация переменных и параметров синхронного двигателя.** Описанный в предыдущем разделе подход, основанный на использовании значений текущих и прошлых измерений и управлений, может быть распространен и на задачу идентификации параметров объекта управления. Рассматривая разностную модель объекта как систему алгебраических уравнений, можем найти решение этой системы относительно не только переменных состояния, но и относительно как переменных, так и параметров.

Из разностной модели механического движения на двух последовательных интервалах дискретизации времени имеем:

$$\begin{aligned} j_k &= (M_{k-1} - M_{k-2}) T / (n_k - 2n_{k-1} + n_{k-2}); \\ M_{Lk} &= (n_{k-1} - n_k) (M_{k-1} - M_{k-2}) / (n_k - \\ &- 2n_{k-1} + n_{k-2}) + M_{k-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения (13) нелинейны, условие их применимости — отличие от нуля величины, входящей знаменателем в правые части. Это условие имеет очевидный физический смысл: определение момента инерции возможно, если ускорение ротора отлично от нуля. Практическая рекомендация к использованию полученных выражений состоит в существенном отличии знаменателя от нуля,  $|n_k - 2n_{k-1} + n_{k-2}| > \varepsilon$ ; в противном случае момент инерции не определяется (сохраняется его прежнее значение), а для вычисления момента нагрузки необходимо использовать выражение (11).

Найденные значения момента нагрузки и момента инерции подлежат сглаживанию с помощью соответствующих фильтров. Для момента нагрузки это автономный фильтр (12), а для момента инерции — автономный фильтр

$$\hat{j}_{k+1} = \alpha_j \hat{j}_k + (1 - \alpha_j) j_k. \quad (14)$$

Будем далее полагать, что другие параметры — индуктивные и активные сопротивления, значения потокосцеплений и т.д. — априорно известны. Если возникает необходимость автоматической идентификации этих параметров в процессе функционирования привода, например, если эти параметры подвержены изменениям в процессе эксплуатации или если необходимо расширить функциональные свойства, обеспечить универсальность и адаптивность привода, то возможны два подхода:

1. Подход к совместной идентификации со-

стояния и параметров, заключающийся в использовании результатов текущих и прошлых измерений и управлений, является общим. Его, очевидно, можно применить на первом из рассмотренных этапов получения оценок, а именно, на этапе расчета углового положения, скорости (и одновременно параметров) по данным измерений токов и напряжений. Однако общий подход может потребовать неоправданно большого объема вычислений, так как оценку параметров придется проводить в основном цикле работы системы оценивания.

2. Для построения эффективного алгоритма оценивания параметров, не требующего большого объема вычислений, необходимо использовать специфику задачи. Так, темпы изменения (дрейфа) параметров, как правило, весьма ограничены по сравнению с темпами регулирования. Это означает, что идентификацию параметров можно проводить относительно редко. Далее, основным режимом привода часто является (квази)статический режим постоянной частоты вращения и нагрузки синхронного двигателя. В этих случаях целесообразно построение системы идентификации параметров, основанной на анализе именно статических режимов работы двигателя, что позволит упростить расчет и сократить требуемый объем вычислений.

**Регулирование процессов в синхронном приводе.** Система регулирования функционирует на основе полученных системами оценивания и фильтрации значений оценок углового положения, частоты вращения и момента нагрузки, а также задающих сигналов. Задачей регулятора будем считать формирование заданий компонентов напряжения на систему широтно-импульсной модуляции (векторное регулирование, например, задание амплитуды и фазы среднего напряжения на выходе преобразователя), обеспечивающее поддержание частоты вращения на заданном уровне.

Поскольку информационная часть системы управления осуществляет формирование оценок состояния и параметров с определенной временной дискретностью, то нет необходимости вычислять выходные сигналы регуляторов более часто. Требуемые темпы расчета управляющих сигналов определяются достаточной точностью приближения к синусоиде формы фазных токов двигателя. Требования к темпам функционирования информационной подсистемы совпадают: используемые в системе оценивания модели являются приближенными, основанными на измерении тех же синусоидальных сигналов. Поэтому естественно совместить циклы расчета в системах оценивания и регулирования. При типичной для имеющихся двигателей фундаментальной частоте

питания 50–100 Гц длительность цикла расчетов  $T$  может составлять, например, 1 мс, что соответствует приближению к синусоиде ступенчатой функции с не менее чем 10–20 ступенями за период. С другой стороны, такой длительности цикла вполне достаточно для обеспечения требуемого быстродействия регулируемого электропривода в большинстве применений. Для обеспечения более плавного регулирования, сглаживания, если это необходимо, «скачков» заданий токов и напряжений возможна интерполяция значений заданий для системы ШИМ на промежуточные значения интервала дискретизации. Такая интерполяция, например кусочно-линейного типа, может быть очевидным образом сделана на выходе регуляторов аппаратными или программными средствами. Заметим также, что частота ШИМ не связана прямо с частотой обновления задания системы ШИМ и может составлять несколько килогерц, а для относительно маломощных приводов несколько десятков килогерц.

Дальнейшее улучшение качества управления (повышение динамической точности) связано не столько с повышением быстродействия регулятора, сколько с использованием более полной информации о задающем воздействии (скорости изменения и т.д.) или с применением наблюдателей воздействия.

Электромагнитный момент связан с активной составляющей тока (2):  $M_z = i_{rz} \Psi$ . Необходимо учесть, что ток в двигателе ограничен максимальным током силовых полупроводниковых ключей, а также допустимыми тепловыми и механическими режимами двигателя. Пусть требуется ограничение тока на уровне  $\pm i_{\max}$ , тогда получаем следующий алгоритм формирования активного тока двигателя:

$$i_{rz(k+1)} = \begin{cases} +i_{\max}, & \text{если } (\hat{M}_{L(k+1)} - K_n (\hat{n}_{k+1} - n_z)) > +i_{\max}; \\ (\hat{M}_{L(k+1)} - K_n (\hat{n}_{k+1} - n_z)) / \Psi; & \\ -i_{\max}, & \text{если } (\hat{M}_{L(k+1)} - K_n (\hat{n}_{k+1} - n_z)) < -i_{\max}. \end{cases} \quad (15)$$

Алгоритм (15) при  $K_n = j/T$  обеспечит, несмотря на токоограничение и дискретный характер регулирования во времени, «обнуление» ошибки регулирования скорости за конечное минимально возможное число интервалов времени (дискретный скользящий режим). Заметим, что (18) представляет пропорциональный регулятор с компенсацией возмущений; такой регулятор имеет интегральную составляющую в сигнале регулирования скорости, эта составляющая «скрыта» в оценке момента нагрузки.

Регулятор декомпозируется на части, которые осуществляют регулирование скорости и тока намагничивания двигателя  $i_{pz}$ . Ток намагничивания является «внутренней» переменной, его заданное

значение не определяется условиями применения; в соответствии с рекомендациями к формированию режима двигателя значение  $i_{pz}$  выбирается равным нулю.

Компоненты напряжений определяются из разностных уравнений (6) с тем, чтобы обеспечить требуемые значения токов в конце интервала при их произвольных начальных значениях. Удобно получить значения компонентов напряжений, например, амплитуды  $A$  и фазы  $\psi$  напряжения отдельно для статической величины с индексом «0» и динамической (с индексом «D») составляющих:  $A = A_0 + A_D$ ,  $\psi = \psi_0 + \psi_D$ . Статические составляющие находятся из (6) при условии, что значения компонентов токов в начальный и конечный моменты времени совпадают:  $i_{rz}(k+1) = i_{rk}$ ,  $i_{pz}(k+1) = i_{pz}$ ; значения статических составляющих не зависят от длительности интервала дискретизации времени  $T$ :

$$A_0 = (\sqrt{n^2 i_{rz}^2 + (\Psi n + \mu i_{rz})^2}) / \nu;$$

$$\sin(\theta - \psi_0) = -(\mu i_{rz} / (n^2 + \mu^2) + \Psi n) / \nu A; \quad (16)$$

$$\cos(\theta - \psi_0) = (n i_{rz} / (n^2 + \mu^2) + 2 \Psi n \mu) / \nu A.$$

Динамическая составляющая вызвана различием значений компонентов токов в начальный и конечный моменты интервала дискретизации времени, что, в свою очередь, обуславливается изменениями заданного значения частоты вращения ротора либо неадекватными начальными значениями компонентов токов. Для нахождения динамической составляющей необходимо определить точное решение (6) при условии (16); однако, если к приводу не предъявляется жестких требований по динамической точности, можно ограничиться приближенным решением, которое находится из предположения «малости» динамических составляющих, рассматриваемых как поправки к статическим значениям:

$$\begin{aligned} A_D &= (-i_{pk} \cos(\theta - \psi_0) - (i_{rz}(k+1) - i_{rk}) \sin(\theta - \psi_0)) / \nu T; \\ \psi_D &= (i_{pk} \sin(\theta - \psi_0) + (i_{rz}(k+1) - i_{rk}) \cos(\theta - \psi_0)) / \nu T. \end{aligned} \quad (17)$$

Так как напряжение преобразователя ограничено, необходима дополнительная проверка, и в случае, если (16), (17) определяют нереализуемые напряжения, их ограничение осуществляется за счет уменьшения активного тока. Соответствующие выражения могут быть записаны очевидным образом; впрочем, при достаточных ресурсах управления необходимость в такой проверке отпадает.

Полученные значения компонентов напряжения могут быть использованы в качестве заданий для подсистемы ШИМ.

Кроме решения задачи регулирования в нормальном (штатном) режиме, система управления должна обеспечить выход на этот режим, т.е. обес-

печить процесс пуска привода. Может быть предложена следующая эвристическая процедура пуска:

1. В начальный достаточно короткий интервал времени реализуется управление в разомкнутом контуре. Осуществляется пропускание постоянного тока, при этом ротор двигателя ориентируется в положении, соответствующем нулевому электромагнитному моменту. Так как направление тока известно, можно установить начальные значения углового положения (например, «0» при  $i_\beta = 0$ ), скорости («0»), момента нагрузки («0»), компонентов тока намагничивания (значение постоянного тока) и электромагнитного момента («0»).

2. По истечении указанной выдержки времени устанавливаются начальные условия на компоненты тока и начинается разгон двигателя увеличением частоты и амплитуды питания вплоть до нижней границы диапазона рабочих скоростей; при этом реализуется штатный режим работы системы оценивания углового положения.

3. По достижении нижней границы диапазона скоростей (частот) устанавливается штатный режим работы регулятора скорости.

4. Работа двигателя на пониженных частотах вращения блокируется.

**Блок-схема алгоритма цифрового управления «бездатчиковым» синхронным приводом.** Для систем управления электроприводом, построенных в соответствии с традиционным подходом, презентативной является структура системы управления. Такая структура представляет собой характерные для систем с непрерывным временем блоки интегрирования, сложения, умножения на коэффициенты, функциональные преобразователи и др. и связи между ними; нетрудно установить взаимно однозначное соответствие между дифференциальными уравнениями двигателя, преобразованиями координат, уравнениями пропорционально-интегральных регуляторов и их структурным описанием. Аналогичный подход справедлив и для цифровых регуляторов, основанных на численном интегрировании соответствующих дифференциальных уравнений, при этом порядок выполнения операций «счета», вообще говоря, несуществен: он отражает не специфику системы управления приводом, а используемый конкретный алгоритм численного интегрирования. Напротив, для разностных систем структурное описание не информативно, гораздо более полезными оказываются блок-схемы вычислений, показывающие последовательность и условия выполнения операций в процессоре управляющего контроллера. Такие схемы иллюстрируют необходимые объем и скорость вычислений, определяют вычислительную мощность процессора.

Упрощенная блок-схема вычислений для рас-

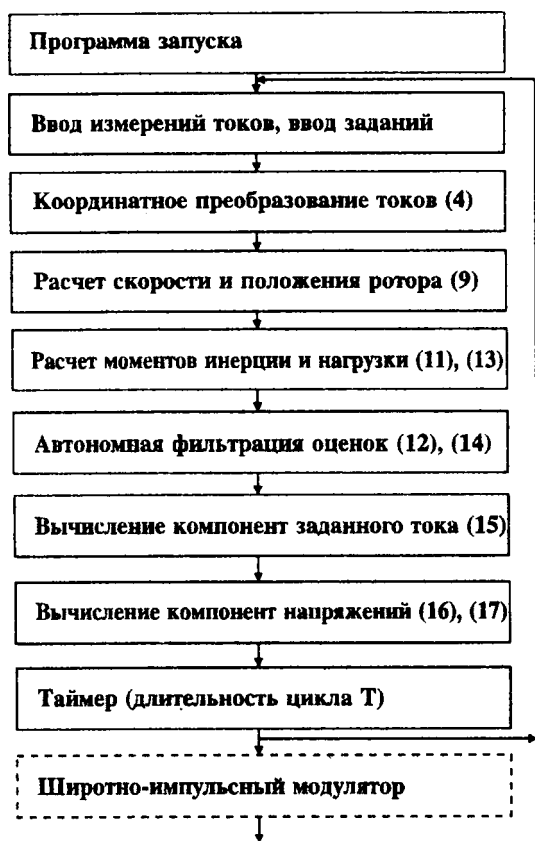


Рис. 2

смаатриваемой системы показана на рис. 2 (в скобках на этом рисунке указаны номера соответствующих уравнений для вычислений). Как следует из блок-схемы, порядок выполнения и состав операций вычисления в предлагаемом алгоритме весьма существенно отличаются от традиционных, основанных на численном интегрировании динамических уравнений регулятора. Объем операций координатного преобразования векторов, характерных для векторных систем управления, также мал: в течение цикла вычислений (порядка 1 мс) выполняется лишь одно координатное преобразование измеряемого вектора тока. Это означает, что нет необходимости использовать специальные процессоры со встроенными программно-аппаратными блоками координатных преобразований.

**Заключение.** Перспективы развития подхода к синтезу цифрового управления электроприводом.

Рассмотрены алгоритмы цифрового управления синхронным приводом без датчика механического движения на валу двигателя. Приведен простейший вариант построения системы управления приводом, отдельные подсистемы могут и должны быть усовершенствованы, модифицированы; ряд вопросов требует более углубленного анализа. В частности, на основе блочного метода синтеза управления [3] возможны декомпозиция задач управления по темпам протекания процес-

сов и назначение своего интервала дискретизации для каждой из задач. Применяемые принципы построения очевидным образом переносятся на системы управления другими приводами (асинхронным, синхронно-реактивным и др.) при разнообразных вариантах состава применяемых первичных измерителей и задач регулирования.

Прямой перенос методов управления, разработанных для систем с непрерывным временем, на цифровые системы, как показала практика, требует крайне высокой вычислительной мощности процессора. Известные из литературы оценки [4] показывают, что минимальная длительность цикла сопоставимого объема вычислений очередных значений управлений не должна превышать 20 мкс; в противном случае неизбежно ухудшение качества управления. Приведенные выше достаточно простые оценки показывают, что использование специальных методов, основанных на разностных моделях и компенсации запаздывания, с помощью наблюдателей позволяют резко снизить требования к вычислительной мощности (быстродействию) процессора, по меньшей мере, на порядок, причем без потери качества процессов управления. Это позволяет использовать в приводе сравнительно дешевый универсальный процессорный контроллер, повышает надежность, снижает вероятность сбоев, позволяет использовать вычислительные мощности для решения других задач по улучшению потребительских свойств привода.

Однако вопрос не ограничивается лишь существенным уменьшением объема вычислений, необходимых для реализации предлагаемых алгоритмов. Принципиальной является возможность новых постановок и решений задач идентификации и других задач цифрового управления, а также перспектива разработки инженерных методик синтеза цифровых управляющих устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Holtz J., Beyer B., Optimal pulsewidth modulation for AC Servos and Low-cost industrial drives. — IEEE Trans. on Industry Application, 1994, vol. 30, No 4, July/Aug.
2. Изосимов Д.Б. Новые подходы к синтезу цифрового управления электроприводом переменного тока. — Приводная техника, 1997, № 4 и № 5.
3. Изосимов Д.Б. Новые подходы к синтезу цифрового управления электроприводом переменного тока. — Приводная техника, 1997, № 4 и № 5.
4. Ruprecht G. Microelectronics, the driving force in the development of electrical drives. — EPE Journal, 1993, vol. 3, No 1, March.

[14.04.98]

*Автор: Изосимов Дмитрий Борисович окончил в 1969 г. факультет радиотехнической кибернетики Московского физико-технического института. В 1964 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование и разработка управления и идентификации для электрических машин на скользящих режимах» в Институте проблем управления (ИПУ) АН СССР. Заведующий сектором ИПУ РАН.*

# Математическая модель шестифазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором

ПЕТРОВ Г.П.

Приведены математическая модель шестифазного асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором, дифференциальные уравнения машины, записанные в двух взаимосвязанных системах координатных осей, что позволило в максимальной степени сохранить традиционный вид выражений, применяемых для трехфазных электродвигателей. Приведены результаты расчета электромеханических процессов в моделируемом двигателе при нарушении условий симметрии пространственного и временного сдвига питающего напряжения. Показано, что значения составляющих момента двигателя могут служить мерой для оценки эффективности его использования как многофазной машины.

Ключевые слова: шестифазный асинхронный двигатель, математическая модель, система координатных осей, многофазная обмотка, составляющие электромагнитного момента

На протяжении длительного времени практическое применение многофазных асинхронных двигателей (АД) сдерживалось отсутствием надежных статических преобразователей (СП), способных формировать на обмотках двигателей систему напряжений, регулируемых как по частоте, так и по амплитуде. Существенный прогресс в технологии производства силовых транзисторов с совершенствованием микропроцессоров, а также разработка новых алгоритмов управления дают основания реально рассматривать применение многофазных АД в целом ряде ответственных электроприводов (ЭП), требующих высоких надежных и регулировочных показателей.

Теоретически доказано, что многофазные машины переменного тока могут иметь лучшие, чем у обычных (трехфазных) электрических машин (ЭМ) регулировочные свойства, особенно в области малых частот вращения. Кроме того, при питании многофазного двигателя от СП можно существенно снизить уровень высших гармонических составляющих потребляемого двигателем тока по сравнению с традиционными машинами равной мощности, что положительно отражается на виброшумовых характеристиках (ВШХ) двигателя [1, 2]. При этом преобразователь будет оказывать и меньшее искажающее воздействие на питающую сеть. В [3] отмечается, что для изготовления шестифазных машин не требуется значительных дополнительных денежных затрат, так как для целого ряда ЭМ шестифазная обмотка может быть размещена в тех же пазах, что и трехфазная. Надежность и жи-

*A mathematical model of a six-phase squirrel-cage induction motor is presented. Differential equations of the machine considered are written in two interconnected systems of co-ordinate axes. That made it possible to keep as much as possible the conventional equations which are applied for three-phase motors. Results of calculating electromechanical processes in the model of the motor considered under breaching conditions of symmetry of space and time shift of a supply voltage are given. It is shown that the values of the machine torque components can serve for evaluating the effectiveness of its as a multiphase machine.*

*Key words: six-phase induction motor, multiphase winding, mathematical model, systems of co-ordinate axes, electromagnetic torque components*

вучесть многофазного двигателя потенциально выше, чем у обычной машины из-за возможности «резервирования» статорных обмоток при ограничении нагрузки на валу электропривода в аварийных режимах работы. Кроме того, у многофазного преобразователя снижается единичная мощность устанавливаемых транзисторных силовых элементов при равенстве мощностей электродвигателей.

В процессе проектирования ЭП и электроэнергетических систем возникает необходимость оценки электромеханических характеристик двигателя, исследования влияния ЭП на питающую сеть, предварительного расчета ВШХ. Ответы на эти и другие вопросы могут быть получены по результатам математического моделирования интересных процессов. Основой такого рода исследований является математическая модель электропривода, а ее центральной частью — модель двигателя.

Моделированию АД посвящено большое число работ, некоторые из них в рамках обобщенной теории электрических машин (ОТЭМ) уже можно считать классическими [4, 5]. Вместе с тем, в плане создания моделей многофазных АД в этих работах даются только общие направления. Конкретизации приемов моделирования многофазных машин посвящен целый ряд специальных исследований, но большинство из них относится к синхронным машинам. Применительно к АД с короткозамкнутым ротором наиболее известными являются публикации [6 и 7].

Однако модель, предложенная в [6], может



быть использована только для исследования установившихся режимов, а математическое описание электромагнитных процессов, приведенное в [7], по утверждению самих же авторов является достаточно сложным.

Таким образом, остается актуальной задача создания математической модели многофазного АД, отвечающей следующим основным требованиям:

модель должна адекватно отражать важнейшие электромагнитные и электромеханические процессы, протекающие в машине;

для более простого восприятия и анализа получаемых результатов по возможности должны быть сохранены основные (традиционные для ОТЭМ) формы записи математических выражений и приемы моделирования;

конечные математические преобразования должны обеспечить надежное численное решение уравнений на ЭВМ широко используемыми на практике численными методами;

математическая модель должна достаточно легко стыковаться с моделями СП для их совместного исследования в составе ЭП и электроэнергетической системы.

Основой математической модели любой ЭМ являются уравнения напряжений ее электрических контуров

$$[U] = [Z][I]. \quad (1)$$

Асинхронный двигатель может быть описан в различных системах координатных осей, принятых в ОТЭМ. Одним из главных отличий всех существующих моделей АД является используемая форма записи уравнений роторных контуров. Наиболее физичным следует считать представление ротора  $z_2$ -фазной обмоткой ( $z_2$  — число стержней короткозамкнутой обмотки), но обычно  $z_2$  — двузначное число, а при организации вычислительного процесса желательно иметь выражение для матрицы, обратной матрице сопротивлений —  $[Z]$ , в общем виде, поэтому при описании электромагнитных процессов в многофазной машине более целесообразно использовать другой подход. Если предположить, что в статоре, как и в роторе, образуется шестифазная система токов, то размерность  $[Z]$  будет  $12 \times 12$ . Для уменьшения числа уравнений в [1] сделано предположение, что в роторе протекает трехфазный ток, но это допущение трудно объяснить и лишь незначительно упрощает модель. Особого подхода требует и совместное моделирование двигателя с СП. С этих позиций предпочтение имеет такое описание машины, при котором статорные уравнения АД разрешены относительно реальных фазных токов двигателя, а роторные — относительно изображающего век-

тора потокосцепления в проекциях на оси  $\alpha$  и  $\beta$ . Этот прием описан в [4] и широко использовался многими авторами. Например, в [8] приведена система дифференциальных уравнений двигателя, составленная для случая работы трехфазного АД с нулевым проводом от преобразователя частоты с непосредственной связью, а в [9] представлена математическая модель синхронной машины, у которой статорные уравнения, так же как и у АД, записаны в фазной неподвижной системе координат. Это позволило исследовать процессы в автономных электроэнергетических системах практически со всеми основными типами СП, работающих на асинхронные двигатели. Хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных наряду с простотой совместного решения уравнений преобразователей и АД предопределили использование аналогичного подхода при создании модели шестифазной асинхронной машины.

Для определенности предположим, что двигатель имеет две трехфазные статорные обмотки, каждая из которых соединена в звезду, нулевые точки звезд электрически не связаны, а их «одноименные» (1 и 4, 2 и 5, 3 и 6) обмотки пространственно сдвинуты друг относительно друга на  $30^\circ$  (рис. 1). Это наиболее распространенное на практике конструктивное исполнение шестифазного АД, получающего питание от автономного инвертора напряжения с широтно-импульсной модуляцией [1, 2].

Примем допущения об электрической симметрии обмоток статора и ротора, о нулевом магнитном сопротивлении остальных участков и о гладком и неизменном по всей длине окружности воздушном зазоре и о синусоидальном распределении МДС, что соответствует понятию идеализированной ЭМ. Отметим, что при записи уравнений используется введенная в [5] система относительных единиц.

Следует принять во внимание, что справедливость последнего из принятых допущений ос-

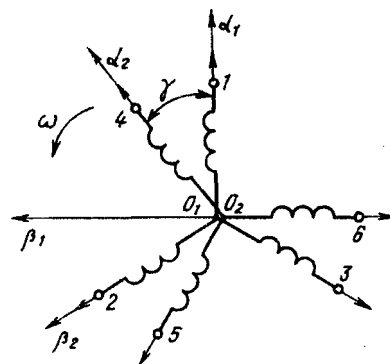


Рис. 1. Пространственное расположение обмоток статора моделируемого двигателя и принятые системы координатных осей



паривается в [2 и 7]. В [2] утверждается, что одной из характерных особенностей электромагнитных процессов в многофазном АД является ярко выраженная несинусоидальность пространственного распределения магнитной индукции в воздушном зазоре, а в [7] по сути приведен количественный учет этого явления. Необходимо отметить, что наличие пространственных составляющих в спектре гармоник магнитной индукции не следует связывать только с увеличением фазности машины. К весьма значимым факторам имеет смысл отнести и число пар полюсов, и геометрию машины, и размер воздушного зазора, а также другие чисто технологические факторы, не позволяющие разместить статорную обмотку так, как этого бы хотелось по рассматриваемому критерию. Вместе с тем совершенно очевидно, что на начальном этапе проектирования электропривода невозможно учесть многие из перечисленных и целый ряд других не менее важных факторов с должной степенью достоверности, а поэтому нет смысла усложнять модель и отходить от концепции идеальной машины.

Исходя из изложенного, решим задачу моделирования шестифазного двигателя в двух взаимосвязанных смешанных системах координат 1, 2, 3,  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  и 4, 5, 6  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$  (рис. 1).

Уравнения статорных контуров в ОТЭМ обычно записываются в следующем виде:

$$[U_s] = D [\psi_s] + [R_s][I_s], \quad (2)$$

где  $[U_s]^T = [U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6]$  — транспонированная матрица фазных напряжений АД;  $[\psi_s]^T = [\psi_{s1}, \psi_{s2}, \psi_{s3}, \psi_{s4}, \psi_{s5}, \psi_{s6}]$  — транспонированная матрица проекций потокосцеплений статора на фазные оси;  $[R_s] = \text{diag} [R_s, R_s, R_s, R_s, R_s, R_s]$  — матрица активных сопротивлений обмоток статора;  $[I_s]^T = [I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6]$  — транспонированная матрица фазных токов;  $D = d/dt$  — символ дифференцирования.

Матрица  $[\psi_s]$  может быть представлена двумя слагаемыми [10]

$$[\psi_s] = [\psi_{is}] + [\psi_{ir}], \quad (3)$$

где  $[\psi_{is}]$  — матрица проекций потокосцепления статора от токов статора;  $[\psi_{ir}]$  — матрица проекций потокосцепления статора от токов ротора.

В [4] приведены преобразования, позволяющие продифференцировать (3), а результат получить в следующем, удобном для численного решения, виде:

$$D [\psi_s] = \sigma D [\psi_{is}] + k_{mr} D [\psi_{ir}], \quad (4)$$

где  $\sigma = 1 - M^2 / (L_s L_r)$  — коэффициент магнитного расстояния;  $k_{mr} = L_m / L_r$ ;  $M = 1,5 L_m$ ;  $[\psi_{ir}]^T = [\psi_{ir1}, \psi_{ir2}, \psi_{ir3}, \psi_{ir4}, \psi_{ir5}, \psi_{ir6}]$  — транспонированная мат-

рица проекций потокосцеплений ротора на фазные оси;  $L_s, L_r$  — индуктивность обмотки статора и ротора соответственно;  $L_m$  — взаимная индуктивность обмотки статора и ротора.

С учетом (4) выражение (2) может быть преобразовано к виду

$$[U_s] = \sigma D [\psi_{is}] + k_{mr} D [\psi_r] + [R_s][I_s]. \quad (5)$$

При принятых допущениях для схемы рис. 1 проекции потокосцепления статорных обмоток от токов этих обмоток можно определить как

$$[\psi_{is}] = [A_s][I_s], \quad (6)$$

где

$$[A_s] = \begin{bmatrix} L_s [A_{s3}] & L_m [A_{sy}] \\ L_m [A_{sy}]^T & L_s [A_{s3}] \end{bmatrix}; \quad [A_{s3}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$[A_{sy}] = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos (\gamma + 120^\circ) & \cos (\gamma - 120^\circ) \\ \cos (\gamma - 120^\circ) & \cos \gamma & \cos (\gamma + 120^\circ) \\ \cos (\gamma + 120^\circ) & \cos (\gamma - 120^\circ) & \cos \gamma \end{bmatrix}.$$

Матрица  $[A_s]$  отражает магнитную связь между двумя трехфазными обмотками статора при их пространственном сдвиге на угол  $\gamma$ . Подматрицы  $[A_{s3}]$  можно охарактеризовать как «собственные» подматрицы каждой из трехфазных обмоток;  $[A_{sy}]$  и  $[A_{sy}]^T$  отражают взаимодействие статорных контуров в зависимости от значения пространственного угла  $\gamma$ . Принимая во внимание, что индуктивности и  $\gamma$  не зависят от времени, имеем выражение для производных проекций потокосцеплений:

$$D [\psi_{is}] = [A_s] D [I_s]. \quad (7)$$

Анализ (6) и (7) позволяет сделать вывод, что для описания процессов в статорных цепях можно использовать параметры одной из трехфазных обмоток, определенные при разомкнутом состоянии другой статорной обмотки; параметры роторных цепей определяются аналогичным для трехфазных двигателей образом, что подтверждается последующими рассуждениями и согласуется с выводами, сделанными в [10].

Производные проекций потокосцепления ротора определяются через значения проекций потокосцепления ротора на оси  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ :

$$\begin{cases} D\psi_{ra1} = k_{mr} R_r I_{\alpha1} - R_r / (L_{r\omega0}) \psi_{ra1} - \omega \psi_{r\beta1}; \\ D\psi_{r\beta1} = k_{mr} R_r I_{\beta1} - R_r / (L_{r\omega0}) \psi_{r\beta1} + \omega \psi_{ra1}; \\ D\psi_{ra2} = k_{mr} R_r I_{\alpha2} - R_r / (L_{r\omega0}) \psi_{ra2} - \omega \psi_{r\beta2}; \\ D\psi_{r\beta2} = k_{mr} R_r I_{\beta2} - R_r / (L_{r\omega0}) \psi_{r\beta2} + \omega \psi_{ra2}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $R_r$  — активное сопротивление обмотки ротора;  $I_{\alpha1} = I_1$ ;  $I_{\alpha2} = I_4$ ;  $I_{\beta1} = (I_2 - I_3) / \sqrt{3}$ ;  $I_{\beta2} = (I_5 - I_6) / \sqrt{3}$ ;  $\omega$ ,  $\omega_0$  — угловая и угловая синхронная скорость вращения ротора соответственно.

Проекция потока  $\psi_{ra1}$  имеет такой же смысл,

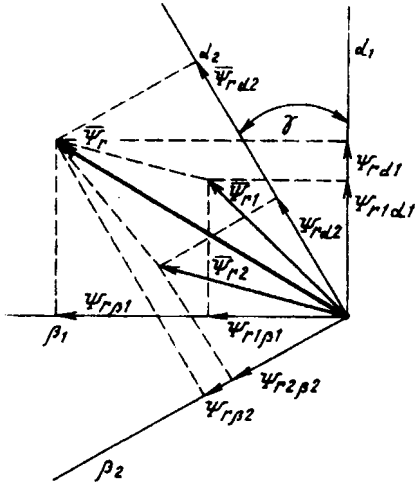


Рис. 2. Представление вектора потокоцепления ротора и его проекций в используемой системе координат

что и для трехфазной асинхронной машины в предположении, что обмотка 4, 5, 6 отключена от источника энергии; аналогично могут быть истолкованы и другие составляющие:  $\psi_{r\beta1}$ ,  $\psi_{ra2}$ ,  $\psi_{r\beta2}$ . При подключении к источнику питания всех фазных обмоток суммарный поток ротора определяется геометрической суммой четырех составляющих  $\bar{\psi}_r$  (рис. 2). Проекция  $\bar{\psi}_r$  на фазные оси могут быть определены через значения  $\psi_{ra1}$ ,  $\psi_{r\beta1}$ ,  $\psi_{ra2}$ ,  $\psi_{r\beta2}$  путем использования тригонометрических соотношений и с учетом принятых направлений осей (рис. 2). Выражения для производных от проекций потокоцепления ротора на неподвижные фазные оси с учетом вращения ротора относительно статора записываются в следующем виде:

$$D[\psi_r] = k_{mr} R_r [A_{sr}] [I_s] + k_{mr} \left\{ R_r / (L_{r\omega 0}) [A_{r1}] \times \right. \\ \left. \times [\psi_{ra\beta}] + \omega [A_{r2}] [\psi_{ra\beta}] \right\}, \quad (10)$$

где

$$[\psi_{ra\beta}]^T = [\psi_{ra1}, \psi_{r\beta1}, \psi_{ra2}, \psi_{r\beta2}];$$

$$[A_{sr}] = \begin{bmatrix} [A_{s3}] & [A_{sy}] \\ [A_{sy}]^T & [A_{s3}] \end{bmatrix};$$

$$[A_{r1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 1 \\ -\sin \gamma & -\cos \gamma & -\cos \gamma & -\sin \gamma \\ \cos \gamma & \sin \gamma & -1 & 0 \\ -\cos \gamma & \sin \gamma & -\sin \gamma & \cos \gamma \\ 0 & -1 & -\sin \gamma & -\cos \gamma \end{bmatrix},$$

$$[A_{r2}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \sin \gamma & \cos \gamma \\ -\cos \gamma & -\sin \gamma & -1 & 0 \\ \cos \gamma & -\sin \gamma & \sin \gamma & -\cos \gamma \\ -\cos \gamma & \cos \gamma & 0 & 1 \\ -\sin \gamma & -\cos \gamma & -\cos \gamma & -\sin \gamma \\ 1 & 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \end{bmatrix}.$$

Решением (5) относительно производных фаз-

ных токов АД с учетом (7) и (10) является

$$D[I_s] = \{ [A_s]^{-1} ([U_s] - [R_s] [I_s] - k_{mr} D[\psi_r] \} / \sigma. \quad (11)$$

Как уже отмечалось, желательно иметь выражения для элементов  $[A_s]^{-1}$  в общем виде. Современные прикладные математические программы позволяют это сделать для матриц, подобных рассматриваемой. В виду громоздкости выражений для элементов искомой обратной матрицы при произвольном  $\gamma$  и их малой практической необходимости ограничимся случаем при  $\gamma = 30^\circ$ :

$$[A_s]_{(\gamma=30)}^{-1} = 1/(L_s (3k_m^2 - 1)) - \\ - \begin{bmatrix} [A_{s3}(30)] & [A_{sy}(30)] \\ [A_{sy}(30)]^T & [A_{s3}(30)] \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $k_m = 1,5 L_m / L_s$ ;

$$[A_{s3}(30)] = \begin{bmatrix} k_m^2 - 1 & k_m^2 & k_m^2 \\ k_m^2 & k_m^2 - 1 & k_m^2 \\ k_m^2 & k_m^2 & k_m^2 - 1 \end{bmatrix};$$

$$[A_{sy}(30)] = \begin{bmatrix} k_m & -k_m & 0 \\ 0 & k_m & -k_m \\ -k_m & 0 & k_m \end{bmatrix}.$$

Для определения частоты вращения ротора в модели используется уравнение его движения

$$D\omega = p (M_g - M_c) / J, \quad (13)$$

где  $p$  — число пар полюсов двигателя;  $J$  — момент инерции ротора АД и нагрузки;  $M_g$  — электромагнитный момент электрической машины;  $M_c$  — момент сопротивления на валу двигателя.

Электромагнитный момент шестифазного двигателя в принятой системе координатных осей может быть представлен в виде четырех слагаемых:

$$M_g = 1,5p (M_{11} + M_{22} + M_{12} + M_{21}), \quad (14)$$

где

$$M_{11} = \psi_{ra1} I_{\beta1} - \psi_{r\beta1} I_{a1};$$

$$M_{22} = \psi_{ra2} I_{\beta2} - \psi_{r\beta2} I_{a2};$$

$$M_{12} = (\psi_{ra2} I_{\beta1} - \psi_{r\beta2} I_{a1}) \cos \gamma + (\psi_{ra2} I_{a1} + \\ + \psi_{r\beta2} I_{\beta1}) \sin \gamma;$$

$$M_{21} = (\psi_{ra1} I_{\beta 2} - \psi_{r\beta 1} I_{a2}) \cos \gamma - (\psi_{ra1} I_{a2} + \psi_{r\beta 1} I_{\beta 2}) \sin \gamma.$$

Составляющая электромагнитного момента  $M_{11}$  соответствует моменту, создаваемому двигателем при разомкнутой обмотке 4, 5, 6. Физический смысл  $M_{22}$  аналогичен  $M_{11}$  при обесточенной обмотке 1, 2, 3. Момент  $M_{12}$  — результат взаимодействия токов в фазах 1, 2, 3 и потока от токов обмотки 4, 5, 6, а  $M_{21}$  — создается потоком обмотки 1, 2, 3 и токами обмотки 4, 5, 6. Момент  $M_1$ , равный сумме  $M_{11}$  и  $M_{12}$ , представляет собой момент от взаимодействия токов первой статорной звезды с магнитным потоком ротора. Такой же физический смысл для другой звезды токов имеет  $M_2$ , являющийся суммой  $M_{22}$  и  $M_{21}$ . В [1] отмечается, что наилучшие энергетические показатели у шестифазного АД достигаются при соблюдении равенства

$$|\lambda| = -|\gamma|, \quad (15)$$

где  $\gamma$  — временной угол сдвига между «одноименными» фазными напряжениями, а  $\gamma = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ$ .

Назовем условие (15) условием симметрии пространственного и временного угла сдвига фазного напряжения.

Расчеты, произведенные по приведенным уравнениям, согласуются с данными [1]. При идеальном соблюдении (15) выполняется соотношение

$$M_{11} = M_{22} = M_{12} = M_{21}. \quad (16)$$

Уравнение (16) можно рассматривать как один из критериев для оценки эффективности работы двигателя от СП к квазиустановившимся режимам работы. Предположим, что условие (15) нарушено

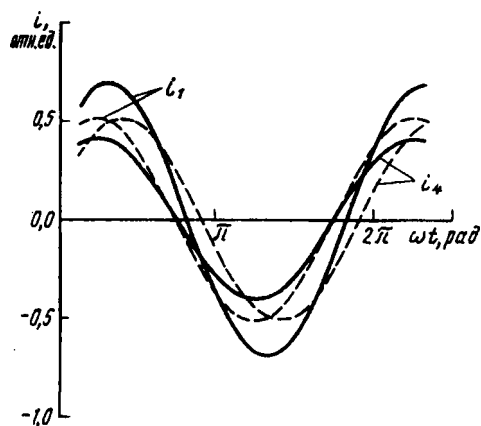


Рис. 3. Расчетные кривые токов АД при согласованной системе питающих напряжений (— — —) и при рассогласовании в  $3^\circ$  (—)

и при  $\gamma = 30^\circ$  временной угол  $\lambda$  несколько отличается от модуля  $\gamma$ . Расчетные кривые токов АД, приведенные на рис. 3, показывают, что в отличие от согласованного режима работы при нарушении равенства (15) происходит как изменение фазового угла между кривыми токов, так и возникает существенное различие в их амплитудах. В таблице приведены результаты расчетов фазных токов АД при номинальных нагрузке и амплитуде и частоте напряжения питающей сети и результаты расчета составляющих электромагнитного момента. Данные таблицы позволяют сделать вывод о том, что составляющие  $M_{11}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{21}$  в гораздо большей степени характеризуют режим работы двигателя, чем интегральные величины  $M_1$  и  $M_2$ . Полученные результаты говорят о достаточно сложной картине электромагнитного взаимодействия между обмотками многофазной электрической машины. Для более полного анализа исследуемых режимов в таблице приведены также относительные значения составляющих электромагнитной мощности АД. Расчеты показывают, что в то время, как активные мощности ( $P_1$  и  $P_2$ ) обеих статорных обмоток при временной несогласованности питающих напряжений отличаются только по значению, реактивные составляющие ( $Q_1$  и  $Q_2$ ) при определенных условиях могут изменять и свой знак. Иными словами, в шестифазном двигателе одна из трехфазных обмоток, получающих питание от СП, может стать источником реактивной энергии. В то же время, если рассматривать ЭМ в целом, то она остается потребителем реактивной энергии ( $Q_1 + Q_2 > 0$ ) в любом двигательном режиме работы АД.

Для определения достоверности полученных результатов были произведены экспериментальные исследования на АД, созданном на основе магнитной системы двигателя АММ 11-286 с номинальной мощностью 1,5 кВт. В 24 пазах статора размещены две трехфазные обмотки, каждая из которых выполнена в виде двухслойной петлевой обмотки с  $2p=4$ ,  $q=2$ ,  $\gamma=5$ ,  $\tau=5/6$ . Обмотки одна относительно другой пространственно смещены на одно пазовое деление, что при принятой схеме соответствует  $30^\circ$  (эл). Временной сдвиг напряжения осуществлялся фазорегулятором. На рис. 4 изображена осциллограмма напряжения и токов двух «одноименных» фаз АД для предельного случая, когда обе статорные звезды получают питание от одного трехфазного источника напряжения (нагрузка номинальная). Несмотря на то, что в этом случае источник энергии для двух обмоток является общим, как свидетельствует эксперимент, в машине происходят преобразования реактивной энергии. Соответствующие этому режиму расчетные зави-

Угол $\lambda$	Расчетные значения амплитуд фазных токов АД		Значения составляющих электромагнитного момента АД						Относительные значения составляющих электромагнитной мощности АД			
	$I_1$	$I_4$	$M_{11}$	$M_{22}$	$M_{12}$	$M_{21}$	$M_1$	$M_2$	$P_1$	$P_2$	$Q_1$	$Q_2$
-21°	0,70	1,10	0,30	1,19	0,17	-0,66	0,47	0,53	1,64	1,20	-1,02	3,03
-24°	0,43	0,90	0,18	0,76	0,31	-0,25	0,49	0,51	1,12	1,13	-0,25	2,40
-27°	0,41	0,69	0,16	0,45	0,33	0,06	0,49	0,51	1,04	1,07	0,39	1,72
-30°	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25	0,50	0,50	1,00	1,00	1,00	1,00
-33°	0,69	0,41	0,45	0,16	0,06	0,33	0,51	0,49	1,07	1,04	1,72	0,39
-36°	0,90	0,43	0,76	0,18	-0,25	0,31	0,51	0,49	1,13	1,12	2,40	-0,25
-39°	1,10	0,70	1,19	0,30	-0,66	0,17	0,53	0,47	1,20	1,64	3,03	-1,02

Примечания. 1. Нагрузка на валу и скорость вращения — номинальные. 2.  $I_2=I_3=I_1$ , а  $I_5=I_6=I_4$ . 3. Для сохранения основных базовых величин, принятых при моделировании трехфазных машин, номинальному значению тока АД в отн. ед. соответствует его значение, равное 0,5. 4. Для удобства сравнения расчетные значения мощностей приведены в отн. ед. (за базовые значения приняты активная и реактивная составляющие мощности, потребляемой АД в симметричном режиме работы).

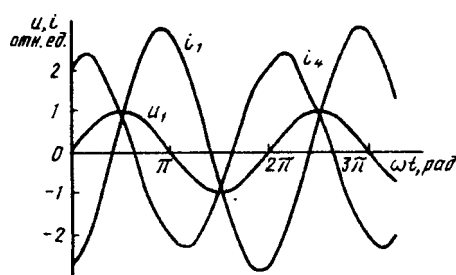


Рис. 4. Осциллограммы токов при питании обмоток шестифазного АД от одного трехфазного источника напряжения

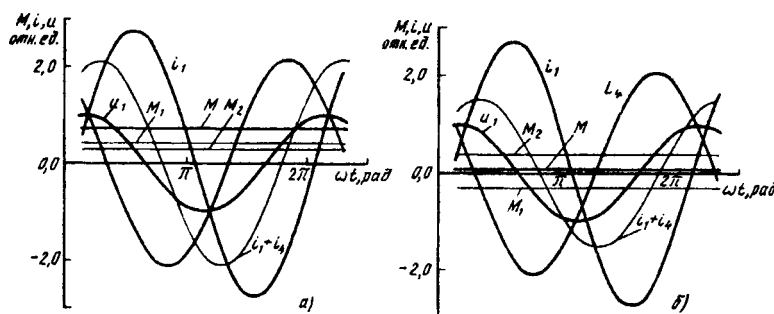


Рис. 5. Расчетные кривые составляющих электромагнитного момента ( $M=M_1+M_2$ ) и токов АД при питании двух трехфазных обмоток от одного источника напряжения: а — нагрузка номинальная; б — работа без нагрузки

симости представлены на рис. 5,а. Сравнение расчетных и экспериментальных данных подтверждает адекватность отображения физических процессов при обычной для моделирования трехфазных АД точности совпадения численных значений контролируемых величин, зависящей в основном от корректности принятых допущений и точности определения параметров машины.

Описанный режим следует считать аварийным, так как обмотки АД будут перегружены по току значительно больше, чем при отключении одной из трехфазных обмоток. Физическая картина процесса существенно усложняется при изменении нагрузки на валу АД и проявляется в изменении фазовых углов между токами и напряжением, а также в изменении пространственного положения  $\vec{\psi}_r$ . Именно этим можно объяснить направление действия  $M_1$  при работе АД без нагрузки (рис. 5,б). Сопоставление знаков  $P_1$  и  $M_1$  с учетом того, что ротор не изменяет направления вращения, дает основание, используя терминологию для определения режимов работы трехфазных АД в нормальной схеме включения, классифицировать режим работы этой обмотки как режим противовключения. В целом двигатель и в этом режиме остается потребителем как активной, так и реактивной мощности.

Положение суммарных кривых токов ( $i_1+i_4$ ) относительно кривой напряжения на

рис. 5,а и б иллюстрирует этот факт. Теоретические и экспериментальные исследования убеждают в необходимости достаточно строгого соблюдения требования, определенного в [1], в противном случае АД для обеспечения выполнения необходимых технологических режимов работы ЭП будет потреблять значительно больше энергии из сети, чем при условии соблюдения (15). Вместе с тем, при работе АД и СП рассогласование по временному сдвигу фаз питающих напряжений может произойти даже в нормальных эксплуатационных режимах из-за неточности установки углов управления полупроводниковыми приборами или из-за несовпадения их характеристик. Как показывает опыт эксплуатации силовых полупроводниковых устройств, вероятность такого рода отклонений достаточно велика. При этом данные таблицы говорят об опасности неравномерности загрузки фаз уже при малых углах рассогласования (при отличии  $\lambda$  от  $\gamma$  по модулю всего на 3° (эл.) неравномерность нагрузки по фазам достигает 40%).

Предлагаемая модель удовлетворяет постановочным требованиям. Она удобна для сопряжения с моделью СП и может быть преобразована для описания многофазных АД с другим расположением и соединением статорных обмоток, при необходимости возможен учет дополнительных эффектов и взаимодействий, характерных для

конкретного типа машины. В представленном виде модель предназначена для отображения временных зависимостей при заданном пространственном расположении обмоток статора многофазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором. В математическом описании достаточно ясно просматриваются физические процессы взаимодействия магнитосвязанных контуров ЭМ, а предложенное разложение электромагнитного момента позволяет глубже их исследовать и произвести численную оценку эффективности работы машины. Полученные выражения (12) для определения элементов  $[4_s]^{-1}$  (при  $\gamma = 30^\circ$ ) дают возможность более надежно и эффективно организовать вычислительный процесс.

Приведенные примеры расчетов и экспериментальные данные показывают своеобразие протекающих процессов в многофазном АД и демонстрируют возможности предложенного математического описания для их адекватного отображения. Рассмотренные режимы работы двигателя, хотя и не являются эксплуатационными, однако, могут стать предметом специальных исследований, так как должны учитываться при выборе типа и схемы СП.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Н.А., Краснов В.Е., Роговой В.И. Асинхронные двигатели с двумя трехфазными статорными обмотками при питании от тиристорного преобразователя частоты (особенности работы). — Труды ВНИЭМ, 1980, т. 65.

2. Бабаев М.Б., Голубев А.Н., Королев А.Н. Особенности применения многофазных асинхронных двигателей в регулируемом приводе. — Электричество, 1991, № 11.

3. Бергер А.Я. Выбор главных размеров электрических машин. — Л.: Энергия, 1972.

4. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. — М.: Высшая школа, 1994.

5. Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков Г.А. Электрические машины (специальный курс) — М.: Высшая школа, 1987.

6. Лившиц М.И., Королев А.Н., Бабаев М.Б. Математическая модель установившегося режима и схема замещения многофазного асинхронного двигателя. — Электротехника, 1990, № 8.

7. Бабаев М.Б., Голубев А.Н. Моделирование электромагнитных процессов в шестифазных асинхронных двигателях с расщепленной обмоткой. — Электричество, 1994, № 4.

8. Кулешов В.И., Прохоров Б.М., Туганов М.С. Цифровая математическая модель асинхронного двигателя с преобразователем частоты. — Техническая электродинамика, 1981, № 4.

9. Кулешов В.И., Петров Г.П., Шмырева М.М. Универсальная цифровая модель синхронной машины. — Техническая электродинамика, 1988, № 4.

10. Ковач А.Я., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.: Госэнергоиздат, 1963.

[25.07.97]

*Автор: Петров Геннадий Петрович окончил электротехнический факультет Высшего военно-морского инженерного училища (ВВМИУ) в 1979 г. В 1990 г. защитил кандидатскую диссертацию по проблемам электромагнитной совместимости мощных тиристорных электроприводов в автономных электроэнергетических системах. Докторант кафедры электроприводов ВВМИУ.*

### Вниманию предприятий, организаций, НИИ, вузов стран СНГ и зарубежных фирм!

Журнал «Электричество» предоставляет свои страницы для

- РЕКЛАМЫ ИЗДЕЛИЙ отечественных предприятий и зарубежных фирм в области энергетики, электротехники, электроники, автоматики
- ПУБЛИКАЦИИ ОБЪЯВЛЕНИЙ о научных симпозиумах, конференциях, совещаниях, семинарах
- ДРУГОЙ ИНФОРМАЦИИ, соответствующей тематике журнала

Сообщаем, что журнал поступает к зарубежным подписчикам во многих странах мира на русском и английском языках. Реклама в черно-белом изображении может быть помещена на страницах журнала или на его обложке. Напоминаем наш адрес: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10 или 101000 Москва, Главпочтамт, абонементамный ящик № 648. Телефоны для справок: 924-24-80, 928-88-69.

# Математическая модель однофазного асинхронного конденсаторного двигателя на основе метода симметричных составляющих

МОЩИНСКИЙ Ю.А., КИСЕЛЕВА М.М.

Математическая модель однофазного конденсаторного асинхронного двигателя на основе метода симметричных составляющих позволяет детально исследовать составляющие электромагнитного момента и их влияние на переходной процесс. Приведены результаты расчета пуска однофазного конденсаторного двигателя 4АИ РЕ63В4 мощностью 250 Вт.

Ключевые слова: однофазный асинхронный двигатель, математическая модель, переходной процесс, симметричные составляющие, электромагнитный момент.

Однофазные асинхронные конденсаторные двигатели (ОКАД) являются основными двигателями современного электропривода малой мощности. Они широко применяются в автоматике, телемеханике, в бытовых и медицинских приборах, в аппаратуре для звукозаписи и т.п.

Одним из наиболее часто применяемых методов для исследования установившихся процессов таких двигателей является метод симметричных составляющих [1], преимущество которого состоит в том, что он позволяет представить несимметричную электрическую машину, какой является однофазный асинхронный двигатель, в виде симметричных машин с раздельными статорами, фазы которых подключены соответственно к напряжениям прямой и обратной последовательностей, и общим ротором (рис. 1).

Для исследования переходных процессов в ОКАД обычно используют метод двух реакций [2], поскольку математические модели на основе метода симметричных составляющих таких двигателей в теории электрических машин отсутствуют. Применение математических моделей не позволяет в динамических режимах разделить

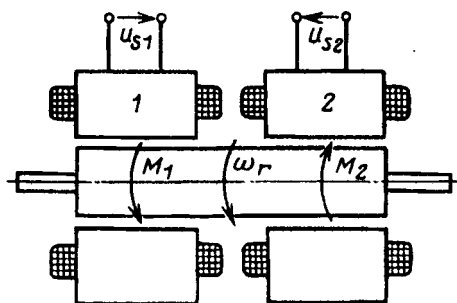


Рис. 1. Представление ОКАД по методу симметричных составляющих

электромагнитный момент и токи на составляющие, как это сделано для установившегося режима ОКАД при расчете его по схемам замещения для прямой и обратной последовательностей [1]. Цель данной работы — восполнить этот пробел и получить систему дифференциальных уравнений в системе симметричных составляющих для однофазных двигателей с рабочим конденсатором в одной из фаз. В статье рассматривается возможность применения метода симметричных составляющих, первоначального используемого для исследования переходных процессов в однофазных двигателях с пусковым сопротивлением [3—5], к более сложному в математическом описании классу электрических машин.

Составим систему дифференциальных уравнений при общепринятых в теории электрических машин допущениях: воздушный зазор равномерен, а магнитная проводимость одинакова по всем направлениям; потери на гистерезис и вихревые токи, а следовательно, и потери в стали, отсутствуют; высшие пространственные гармоники пренебрежимо малы; поле в воздушном зазоре плоскопараллельно и распределено синусоидально; фазные обмотки статора и эквивалентные обмотки ротора сдвинуты в пространстве на  $90^\circ$ . Кроме того, полагаем, что параметры всех фаз статора и ротора приведены к эффективному числу витков фазы А [6]. Математическая модель ОКАД в системе координат  $(\alpha, \beta)$  показана на рис. 2.

Система дифференциальных уравнений для этой модели имеет вид:

Составим систему дифференциальных уравнений при общепринятых в теории электрических машин допущениях: воздушный зазор равномерен, а магнитная проводимость одинакова по всем направлениям; потери на гистерезис и вихревые токи, а следовательно, и потери в стали, отсутствуют; высшие пространственные гармоники пренебрежимо малы; поле в воздушном зазоре плоскопараллельно и распределено синусоидально; фазные обмотки статора и эквивалентные обмотки ротора сдвинуты в пространстве на  $90^\circ$ . Кроме того, полагаем, что параметры всех фаз статора и ротора приведены к эффективному числу витков фазы А [6]. Математическая модель ОКАД в системе координат  $(\alpha, \beta)$  показана на рис. 2.

Система дифференциальных уравнений для этой модели имеет вид:

$$[U_{\alpha\beta}] = [Z_{\alpha\beta}][I_{\alpha\beta}]; \quad (1)$$

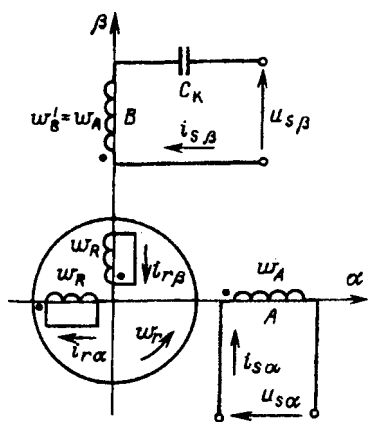


Рис. 2. Математическая модель ОКАД в координатах  $\alpha, \beta$

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{sa} + L_{sa}D & 0 & MD & 0 \\ 0 & R_{sb} + L_{sb}D + \frac{1}{C_k D} & 0 & MD \\ MD & M\omega_r & R_r + L_r D & L_r \omega_r \\ -M\omega_r & MD & -L_r \omega_r & R_r + L_r D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \end{bmatrix}$$

Здесь  $u_{sa} = u_A$ ,  $u_{sb} = u_B = u_A/k$  — напряжения на фазах статора;  $R_{sa} = R_A$ ,  $R_{sb} = R_B/k^2$ ,  $L_{sa} = L_A$ ,  $L_{sb} = L_B/k^2$ ,  $L_r$  — приведенные активные сопротивления и полные сопротивления фаз статора и ротора;  $M$  — взаимдуктивность между фазами статора и ротора;  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{ra}$ ,  $i_{rb}$  — токи соответствующих фаз;  $k = (k_{0B} \omega_B) / (k_{0A} \omega_A)$  — коэффициент трансформации;  $\omega_r$  — угловая частота вращения ротора;  $D = d/dt$  — оператор дифференцирования;  $1/D = \int dt$  — оператор интегрирования;  $C_k = C_B k^2$  — приведенная к числу витков фазы  $A$  емкость конденсатора, включенного в фазу  $B$ .

Дополнив систему (1) уравнением движения

$$J/pD\omega_r = pM(i_{ra} i_{sb} - i_{rb} i_{sa}) - M_c, \quad (2)$$

где  $J$  — момент инерции ротора и связанных с ним вращающихся масс;  $p$  — число пар полюсов;  $M_c$  — момент сопротивления, получим полную систему уравнений, описывающую переходные электромагнитические процессы в ОКАД.

Перейдем от системы (1) к системе, записанной по методу симметричных составляющих, как это описано в [4]. Вначале осуществим переход к временным векторам симметричных составляющих  $(p, n)$  с помощью комплексной матрицы  $[C]$ , отображающей преобразование токов и напряжений:

$$\begin{aligned} [I_{\alpha\beta}] &= 1/2 [C][I_{pn}]; \\ [C] &= \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \right\}; \\ [U_{pn}] &= 1/2 [C]^t [U_{\alpha\beta}], \\ [Z_{pn}] &= 1/2 [C]^t [Z_{\alpha\beta}] [C], \end{aligned} \quad (3)$$

где  $[I_{pn}] = [i_{sp}, i_{sn}, i_{rp}, i_{rn}]$  — вектор тока в координатах  $(p, n)$ ;  $t$  — символ транспонирования матрицы;  $[U_{pn}] = [U_{sp}, U_{sn}, 0, 0]$  — вектор напряжения в координатах  $(p, n)$ ,  $[C]$  — комплексно-сопряженная матрица, индексы  $p$  и  $n$  относятся соответственно к прямой и обратной последовательностям.

Система уравнений в симметричных составляющих будет иметь вид:

$$[U_{pn}] = [Z_{pn}] [I_{pn}]. \quad (4)$$

От системы (4), записанной для временных векторов, перейдем к системе уравнений для пространственных векторов, учитывая, что пространственный вектор прямой последовательности равен временному вектору, а пространственный вектор обратной последовательности — комплексно-сопряженному временному вектору обратной последовательности.

Выполнив преобразование, получим систему дифференциальных уравнений в координатах прямой и обратной последовательностей для пространственных векторов:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{sp} &= R_{A1} \dot{I}_{sp} + L_{A1} D \dot{I}_{sp} + MD \dot{I}_{rp} + \dot{U}_{kp} + \\ &\quad + R_{A2} \dot{I}_{sn} + L_{A2} D \dot{I}_{sn} - \dot{U}_{kn}; \\ \dot{U}_{sn} &= R_{A1} \dot{I}_{sn} + L_{A1} D \dot{I}_{sn} + MD \dot{I}_{rn} + \dot{U}_{kn} + \\ &\quad + R_{A2} \dot{I}_{sp} + L_{A2} D \dot{I}_{sp} - \dot{U}_{kp}; \\ 0 &= M(D + j\omega_r) \dot{I}_{sp} + (R_r + L_r D + j\omega_r L_r) \dot{I}_{rp}; \\ 0 &= M(D - j\omega_r) \dot{I}_{sn} + (R_r + L_r D - j\omega_r L_r) \dot{I}_{rn}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\dot{U}_{kp} = \dot{I}_{sp}/C_k' D$ ;  $\dot{U}_{kn} = \dot{I}_{sn}/C_k' D$  — напряжения на конденсаторе для прямой и обратной последовательностей;  $R_{A1} = (R_{sa} + R_{sb})/2$ ;  $R_{A2} = (R_{sa} - R_{sb})/2$ ;  $L_{A1} = (L_{sa} + L_{sb})/2$ ;  $L_{A2} = (L_{sa} - L_{sb})/2$ ;  $C_k' = 2C_k$ .

Электромагнитный момент, выраженный через симметричные составляющие:

$$M_{\text{эм}} = pM \text{Im} [\dot{I}_{rp} + \dot{I}_{rn}] [\dot{I}_{sp} + \dot{I}_{sn}]. \quad (6)$$

Разложим пространственные токи и напряжения на составляющие по ортогональным осям  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \dot{I}_{sp} &= i_{sa1} + j i_{sb1}; & \dot{U}_{sp} &= u_{sa1} + j u_{sb1}; \\ \dot{I}_{rp} &= i_{ra1} + j i_{rb1}; & \dot{U}_{sn} &= u_{sa2} - j u_{sb2}; \\ \dot{I}_{sn} &= i_{sa2} - j i_{sb2}; & \dot{U}_{kp} &= u_{ka1} + j u_{kb1}; \\ \dot{I}_{rn} &= i_{ra2} - j i_{rb2}; & \dot{U}_{kn} &= u_{ka2} - j u_{kb2}; \end{aligned} \quad (7)$$

и подставим эти значения в уравнения (5) и (6). После разделения действительных и мнимых частей получим системы дифференциальных уравнений:

для прямой последовательности

$$\begin{aligned} u_{sa1} &= i_{sa1} R_{A1} + L_{A1} \frac{di_{sa1}}{dt} + M \frac{di_{ra1}}{dt} + u_{ka1} + \\ &+ i_{sa2} R_{A2} + L_{A2} \frac{di_{sa2}}{dt} - u_{ka2}; \\ u_{sb1} &= i_{sb1} R_{A1} + L_{A1} \frac{di_{sb1}}{dt} + M \frac{di_{rb1}}{dt} + u_{kb1} - \\ &- i_{sb2} R_{A2} - L_{A2} \frac{di_{sb2}}{dt} + u_{kb2}; \\ 0 &= i_{ra1} R_r + L_r \frac{di_{ra1}}{dt} + M \frac{di_{sa1}}{dt} + \\ &+ \omega_r (L_r i_{rb1} + M i_{sb1}); \\ 0 &= i_{rb1} R_r + L_r \frac{di_{rb1}}{dt} + M \frac{di_{sb1}}{dt} - \\ &- \omega_r (L_r i_{ra1} + M i_{sa1}); \end{aligned} \quad (8)$$

для обратной последовательности

$$\begin{aligned} u_{sa2} &= R_{A1} i_{sa2} + L_{A1} \frac{di_{sa2}}{dt} + M \frac{di_{ra2}}{dt} + u_{ka2} + \\ &+ i_{sa1} R_{A2} + L_{A2} \frac{di_{sa1}}{dt} - u_{ka1}; \\ u_{sb2} &= R_{A1} i_{sb2} + L_{A2} \frac{di_{sb2}}{dt} + M \frac{di_{rb2}}{dt} + u_{kb2} - \\ &- i_{sb1} R_{A2} - L_{A2} \frac{di_{sb1}}{dt} + u_{kb1}; \\ 0 &= i_{ra2} R_r + L_r \frac{di_{ra2}}{dt} + M \frac{di_{sa2}}{dt} + \\ &+ \omega_r (L_r i_{rb2} + M i_{sb2}); \\ 0 &= i_{rb2} R_r + L_r \frac{di_{rb2}}{dt} + M \frac{di_{sb2}}{dt} - \\ &- \omega_r (L_r i_{ra2} + M i_{sa2}); \end{aligned} \quad (9)$$

для напряжений на конденсаторе

$$\begin{aligned} \frac{du_{ka1}}{dt} &= \frac{i_{sa1}}{C'_k}; & \frac{du_{kb1}}{dt} &= \frac{i_{sb1}}{C'_k}; \\ \frac{du_{ka2}}{dt} &= \frac{i_{sa2}}{C'_k}; & \frac{du_{kb2}}{dt} &= \frac{i_{sb2}}{C'_k}; \end{aligned} \quad (10)$$

уравнение движения

$$\frac{J}{p} \frac{d\omega_r}{dt} = M_{эм} - M_c; \quad (11)$$

уравнение для электромагнитного момента

$$M_{эм} = M_1 + M_2 + M_p, \quad (12)$$

где

$$M_1 = pM (i_{sb1} i_{ra1} - i_{sa1} i_{rb1});$$

$$M_2 = pM (i_{sb2} i_{ra2} - i_{sa2} i_{rb2});$$

$$M_p = pM [(i_{rb1} i_{ra2} - i_{sa1} i_{rb2}) + (i_{sb1} i_{ra1} - i_{sa2} i_{rb1})].$$

Здесь  $M_1$  и  $M_2$  — вращающий и тормозной электромагнитные моменты, обусловленные взаимодействиями токов одноименных последовательностей;  $M_p$  — пульсирующий электромагнитный момент, обусловленный взаимодействием

токов различных последовательностей;

$$u_{sa1} = U_{m1} \cos(\omega_1 t - \varphi_1);$$

$$u_{sb1} = U_{m1} \sin(\omega_1 t - \varphi_1); \quad U_{m1} = U_m \sqrt{1 + 1/k^2};$$

$$u_{sa2} = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \varphi_1); \quad U_m = \sqrt{2} U_A = \sqrt{2} U;$$

$$u_{sa2} = U_{m1} \cos(\omega_1 t + \varphi_1);$$

$$u_{sb2} = -U_{m1} \sin(\omega_1 t + \varphi_1); \quad \varphi_1 = \arctg(1/k);$$

$U$  — напряжение сети;  $\omega_1 = 2\pi f_1$ ;  $f_1$  — частота сети.

Полученная система дифференциальных уравнений позволяет рассчитать активные и реактивные мощности ОКАД в переходном режиме [5]:

$$P_\Sigma = P_{11} + P_{22}; \quad Q_\Sigma = Q_{11} + Q_{22};$$

$$P_{11} = u_{sa1} i_{sa1} + u_{sb1} i_{sb1};$$

$$P_{22} = u_{sa2} i_{sa2} + u_{sb2} i_{sb2};$$

$$Q_{11} = -u_{sa1} i_{sb1} + u_{sb1} i_{sa1};$$

$$Q_{22} = -u_{sa2} i_{sb2} + u_{sb2} i_{sa2},$$

где  $P_\Sigma$ ,  $P_{11}$ ,  $P_{22}$  — активные мощности: суммарная, прямой и обратной последовательности;  $Q_\Sigma$ ,  $Q_{11}$ ,  $Q_{22}$  — то же реактивные мощности.

В качестве примера был рассчитан пуск ОКАД типа АИРЕ63В4 мощностью  $P_{2н} = 0,25$  кВт, имеющего следующие данные:

параметры фазы А

$R_A = 20,17$  Ом,  $L_A = 0,85$  Гн,  $k = 1,09$ ,  $U_1 = 220$  В;

параметры фазы В

$R_B = 19,6$  Ом,  $L_B = k^2 L_A$ ;  $C_B = 16$  мкФ;

параметры фазы ротора

$R_r = 20$  Ом;  $L_r = 0,863$  Гн;

момент инерции ротора  $J = 0,0022$  кг·м<sup>2</sup>,

$p = 2$ ,  $M_c = 1,6$  Н·м;  $\omega_{гн} = 290$  1/с,  $\omega_1 = 314$  1/с.

На рис. 3 показаны графики суммарного электромагнитного момента и угловой скорости в зависимости от времени, рассчитанные по (1) и (8), а на рис. 4 — временные зависимости моментов:  $M_1$  — прямого поля,  $M_2$  — обратного поля и  $M_p$  — пульсирующего. По окончании процесса пуска зависимости  $M_1$  и  $M_2$  сходятся к установившимся значениям, рассчитанным через токи по известным схемам замещения [1]. Совпадение кривых суммарного момента, а также сходимость пусковых моментов  $M_1$  и  $M_2$  к известным установившимся значениям подтверждают правильность математических выкладок. На рис. 5 показаны токи симметричных составляющих в фазах А и В. Сдвиг токов одноименных последовательностей на 90° в установившемся режиме также свидетельствует об адекватности



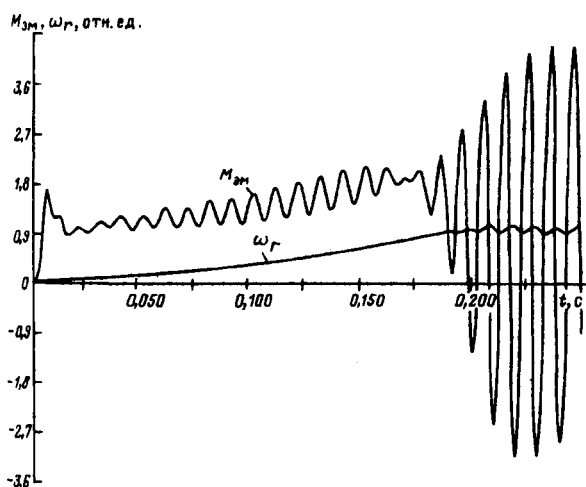


Рис. 3. Зависимости суммарного электромагнитного момента и угловой скорости от времени при пуске ОКАД ( $M_{баз}=M_H$ ;  $\omega_{баз}=\omega_1$ )

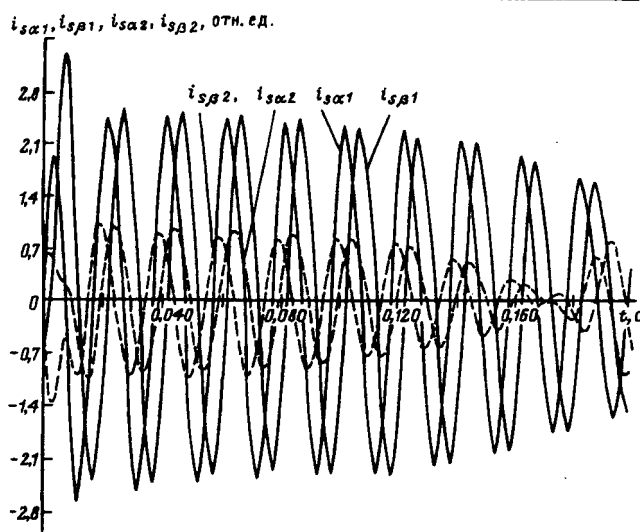


Рис. 5. Симметричные составляющие токов прямой ( $i_{sα1}$ ,  $i_{sβ1}$ ) и обратной ( $i_{sα2}$ ,  $i_{sβ2}$ ) последовательностей в относительных единицах в процессе пуска ( $I_{баз}=I_H$ )

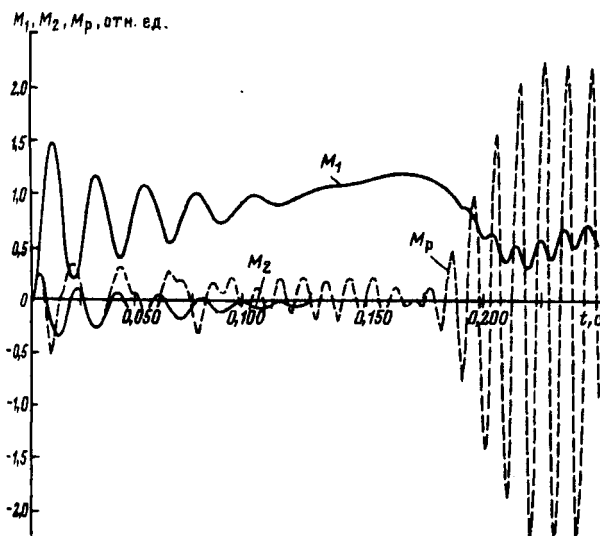


Рис. 4. Зависимости составляющих электромагнитного момента: вращающего  $M_1$ , тормозного  $M_2$  и пульсирующего  $M_p$  от времени в процессе пуска

физических процессов полученной модели.

Модель позволяет выделить из суммарного электромагнитного момента составляющие  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_p$ , а также рассчитать и оценить активные и реактивные мощности прямой и обратной последовательностей в переходных режимах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юферов Ф.М. Электрические микромашины авто-

матических устройств. — М.: Высшая школа, 1988.

2. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. — М.: Высшая школа, 1984.

3. Мощинский Ю.А., Бессмертных Н.А., Мамани А. Математическое моделирование однофазных асинхронных двигателей по методу симметричных составляющих. — Электричество, 1996, № 11.

4. Мощинский Ю.А., Бессмертных Н.А. Математическая модель однофазного асинхронного двигателя с пусковым сопротивлением. — Электричество, 1997, № 1.

5. Копылов И.П., Мощинский Ю.А., Бессмертных Н.А. Активные и реактивные мощности однофазных асинхронных двигателей в динамических режимах. — Электротехника, 1995, № 1.

6. Беспалов В.Я., Мощинский Ю.А. О преобразовании системы дифференциальных уравнений электрических машин с магнитной и электрической несимметрией. — Электричество, 1984, № 1.

[23.03.98]

Авторы: Мощинский Юрий Анатольевич окончил в 1965 г. электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ). В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование синхронного двигателя с постоянными магнитами с асинхронно-гистерезисным пуском». Доцент кафедры электромеханики МЭИ.

Киселева Марина Михайловна получила степень бакалавра технических наук по направлению «Электромеханика» в 1996 г. в МЭИ. Магистрант кафедры электромеханики МЭИ.

# Обеспечение непрерывных изменений параметров режима синхронного генератора при сбросах и набросах нагрузки

ШУМИЛОВ В.Ф., ШУМИЛОВА Н.И.

Предложена методика расчета управляющего воздействия, позволяющая исключить скачкообразные изменения параметров синхронного генератора в различных режимах переходного процесса.

Ключевые слова: синхронный генератор, переходный процесс, режимы, сброс и наброс нагрузки, расчет

A method is proposed for calculation of the control action, which makes it possible to exclude the spasmodic changes of the synchronous generator parameters under a transient processes.

Key words: synchronous generator, load drop, load rise, spasmodic change, calculation

Известно, что от поведения синхронных генераторов в переходных режимах в большой степени зависит надежная работа энергосистемы. Особенно важна разработка новых законов управления, обеспечивающих заданный характер протекания переходного процесса в мощных электроэнергетических установках. Реализация этих законов возможна в электрических системах с использованием средств микропроцессорной техники [1].

Предлагаемый в статье алгоритм управления токами и напряжениями синхронных генераторов в динамических режимах работы предполагает использование основных допущений, принимаемых при исследовании электрических машин [1]:

отсутствие насыщения магнитной цепи;

отсутствие гистерезиса, потерь в стали и вытеснения тока в меди обмоток;

синусоидальное распределение в пространстве кривых МДС и магнитных индукций;

независимость индуктивных сопротивлений рассеяния обмоток электрических машин от положения ротора;

полная симметрия обмоток статора.

С учетом этих допущений работа синхронного генератора описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{R \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + \omega_f^2 X_q \Psi_{fd}}{R^2 + \omega_f^2 X_q X'_d}; \\ i_q &= \frac{X'_d \omega_f \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + R \omega_f \Psi_{fd}}{R^2 + \omega_f^2 X_q X'_d}; \\ i &= \sqrt{i_d^2 + i_q^2}; \\ u &= i \sqrt{R_H^2 + \omega_f^2 X_H^2}; \\ i_{fd} &= (\Psi_{fd} - \mu i_d x_{ad}) / x_{ad}; \\ u_{fd} &= T_f \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + \Psi_{fd} - \mu x_d i_d, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $R=r+R_H$ ;  $X_q=x_q+X_H$ ;  $X'_d=x'_d+X_H$ ;  $R_H$ ,  $X_H$  — активное и индуктивное сопротивление нагрузки;  $r$  — активное сопротивление обмотки статора;  $x'_d$ ,  $x_q$  — переходное индуктивное сопротивление статора по продольной оси и индуктивное сопротивление статора по поперечной оси;  $T_f$  — постоянная времени обмотки возбуждения;  $i_d$ ,  $i_q$  — составляющие тока статора по продольной и поперечной осям;  $i$  ( $u$ ) — ток (напряжение) статора;  $i_{fd}$  ( $u_{fd}$ ) — составляющая тока (напряжения) ротора по продольной оси;  $\mu$  — коэффициент магнитной связи между обмотками статора и ротора;  $x_{ad}$  — индуктивное сопротивление реакции якоря по продольной оси;  $\omega_f$  — частота вращения ротора;  $\Psi_{fd}$  — составляющая потокосцепления ротора по продольной оси.

Ставится задача формирования управляющего воздействия, способного исключить резкие изменения значений выходных параметров генератора (прежде всего напряжения) в моменты переключения режимов его работы, например, при набросе или сбросе нагрузки.

Известные методы решения задачи основаны на управлении потокосцеплением обмотки возбуждения по линейному, экспоненциальному и другим законам. Так как динамические характеристики  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i$ ,  $u$ ,  $i_{fd}$ ,  $u_{fd}$  системы (1) зависят от  $\frac{d\Psi_{fd}}{dt}$ , то при переключении режимов работы все эти величины (например  $u$ ) будут претерпевать разрыв вида

$$\Delta u = u(T+0) - u(T-0).$$

Управляющее воздействие синхронного генератора зададим в виде [2]:

$$\Psi_{fd} = \frac{A_1 + B_1}{2} + \frac{T(B_1 - A_1)(2t - T)}{T^2 + (2t - T)^2}, \quad (2)$$

где  $T$  — промежуток времени (переходного процесса) данного режима;  $A_1$  ( $B_1$ ) — начальное

(конечное) значение потокосцепления ротора.

Управляющее воздействие вида (2) обеспечивает непрерывное изменение динамических характеристик синхронного генератора, так как в узловых точках переключения режимов выполняются равенства вида

$$\frac{d\Psi_{fd}(T)}{dt} = 0.$$

Отметим, что трехпараметрическая функция вида (2) может использоваться для формирования непрерывных изменений выходных параметров широкого класса как электроэнергетических, так и технических управляемых объектов в обобщенном смысле (см. таблицу).

Режимы	Обозначение функций	Условия, налагаемые на параметры $A_1, B_1$
Пуск (начало)	$SH1(t)$	$A_1 = 0$
Постоянство (неизменность)	$SH2(t)$	$A_1 = B_1$
Разгон (ускорение)	$SH3(t)$	$B_1 > A_1; A_1 B_1 > 0$
Торможение (замедление)	$SH4(t)$	$B_1 < A_1; A_1 B_1 > 0$
Ревёрс (изменение знака)	$SH5(t)$	$A_1 B_1 < 0$
Останов	$SH6(t)$	$B_1 = 0$

Синхронные генераторы чаще всего приводятся во вращение паровыми и гидравлическими турбинами. Для обеспечения плавных изменений выходных параметров синхронного генератора целесообразно управлять первичным двигателем так, чтобы частота вращения ротора генератора изменялась по закону:

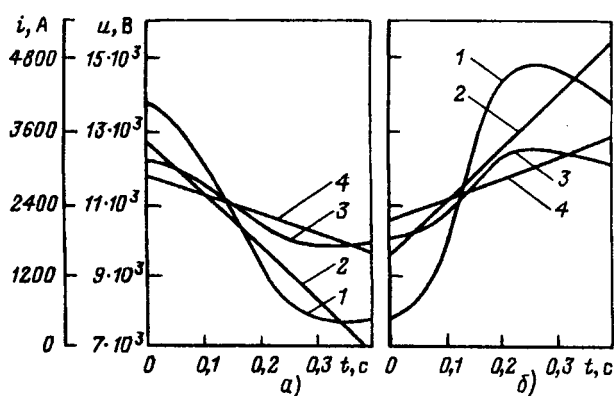
$$\omega_f = \frac{A_2 + B_2}{2} + \frac{T(B_2 - A_2)}{T^2 + (2t - T)^2} \left\{ 2t - T + a \frac{T^3 [T^2 - (2t - T)^2]^2}{T^2 + (2t - T)^2} \right\},$$

где

$$a = \begin{cases} 1 & \text{при пуске: } A_2 = 0; \\ 0 & \text{при } \omega_f = \text{const: } A_2 = B_2; \\ -1 & \text{при остальных режимах (см. таблицу).} \end{cases}$$

При таком выборе параметра  $a$  в узловых точках сопряжения режимов выполняются условия равенства нулю первой и второй производных  $\omega_f$ , что исключает возможность возникновения ударных сил в лобовых частях обмоток статора.

Проведены численные расчеты на ЭВМ при изменении управляющего воздействия по зависимости (2) и линейному закону. Результаты расчета характеристик синхронного генератора типа СВ 1500/200-88 при  $\omega_f = 7,14 \text{ с}^{-1}$  приведены на рисунке, который подтверждает плавность изменения электрических характеристик синхронного генератора при использовании управля-



Переходные процессы в синхронном генераторе при изменении управляющего воздействия  $\Psi_{fd}$  от 7000 до 4000 Вб (а) и обратно (б); 1, 3 (2, 4) — соответственно напряжение и ток статора при изменении  $\Psi_{fd}$  по (2) (линейному закону)

щего воздействия вида (2). При использовании линейного закона выходные параметры генератора в узловых точках переключения режимов меняются скачком. Например, скачок напряжения равен (-3000 В), а тока 700 А.

Таким образом, анализ полученных расчетных данных подтверждает тот факт, что предложенный метод формирования управляющего воздействия ( $\Psi_{fd}$ ) позволяет исключить скачкообразные изменения электрических характеристик синхронного генератора в переходных режимах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Загорский А.Е., Шакарян Ю.Г. Управление переходными процессами в электрических машинах постоянного тока. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. Шумилов В.Ф., Шумилова Н.И. Обеспечение монотонных переходных процессов в электроприводе с заданным быстродействием. — Электричество, 1995, № 2.

[02.02.98]

**Авторы: Шумилов Валерий Федорович** окончил факультет прикладной математики — процессов управления Ленинградского государственного университета (ЛГУ) в 1968 г. В 1979 г. защитил в ЛГУ кандидатскую диссертацию по теме «Алгоритмы оптимальной стабилизации линейных систем». Доцент кафедры высшей математики Муромского института Владимирского государственного университета (МИ ВлГУ).

**Шумилова Нина Ивановна** окончила факультет электроники и автоматики Мордовского государственного университета в 1971 г. В 1989 г. защитила во Всесоюзном научно-исследовательском институте «Электропривод» кандидатскую диссертацию по теме «Синтез оптимальных регуляторов в системах стабилизации координат электроприводов производственных механизмов». Доцент кафедры электроники и вычислительной техники МИ ВлГУ.

# Некоторые особенности пьезоэлектрических преобразователей на полимерных сегнетоэлектриках

МУСЬЯКОВ М.П., ШАХТАРИН Б.И., ВАНЕЕВ Г.Г., СУВОРОВ С.В.

Рассматриваются пьезоэлектрические свойства поливинилиденфторида и его использование для приема инфракрасного излучения. Приведены реально полученные характеристики и расчетные вычисленные отечественной пленки поливинилиденфторида. В отличие от общеизвестных сегнетоэлектрических керамик пьезоактивные полимеры более прочные, гибкие, химически инертные, дешевые.

Ключевые слова: инфракрасное излучение, полимер, поляризация, пьезоэлектрик, приемник излучения

Широкий круг проблем, решение которых связано с использованием тепловых неселективных приемников инфракрасного (ИК) излучения — пьезоэлектрических преобразователей (ПП), определил поиск материалов и разработку чувствительных элементов (ЧЭ) на новых физических принципах как в нашей стране, так и за рубежом [1, 2].

Как правило, основой ЧЭ являются пьезоэлектрические сегнетоэлектрики, т.е. материалы, способные к самопроизвольной (спонтанной) поляризации без воздействия внешнего электрического поля. Спонтанная поляризация зависит от температуры, ее изменение может быть обнаружено при нагреве или охлаждении кристалла на гранях, перпендикулярных к особой поляризованной оси. Применяемые в настоящее время в ПП пьезоактивные сегнетоэлектрические керамики, например, титанат бария и различные комбинации цирконата свинца с титанатом свинца имеют большую плотность, являются хрупкими жесткими материалами, из которых трудно получать структуры больших размеров и практически невозможно делать детали сложной формы [3].

Большое число исследований связано с поиском пьезоактивных полимерных пленок, которые являются сильным конкурентом сегнетоэлектрическим материалом в области использования ЧЭ ПП. Пьезоактивные полимеры обладают высокой прочностью, невосприимчивостью к влаге, химической инертностью, дешевизной, гибкостью. К полимерным сегнетоэлектрикам относятся некоторые высокополяризуемые частично кристаллические полимеры, в которых самопроизвольная ориентация диполей происходит в кристаллической решетке при наличии дальнего порядка. Сегнетоэлектрические свойства наблюдаются в поливинилиденфториде (ПВДФ),

*The paper considers pyroelectric properties of polyvinylidene fluoride and its use for ultra-red radiation perception. Characteristics properties measured under real-life conditions are presented along with theoretically computed parameters of polyvinylidene fluoride film. In contrast to the well known ferroelectric ceramics, pyroactive polymers are of higher strength, more flexible, chemically inert, moisture-resistant and cheap.*

Key words: inf-red radiation, polymer, polarization, pyroelectric, receiver

полиамиде 11, полиамиде 9, а также в сополимерах — винилиденфториде с трифторэтиленом и тетрафторэтиленом.

В настоящей статье на примере ПВДФ делается попытка систематизировать принципы построения ЧЭ ПП с учетом особенностей полимерного сегнетоэлектрика. Полимер ПВДФ является наиболее активным пьезоэлектриком среди полимеров. У пленок ПВДФ получены высокие значения пьезоэлектрического коэффициента и низкие значения диэлектрической проницаемости, что привлекает разработчиков.

Основные параметры и характеристики ПП зависят от констант пьезоактивных материалов, на основе которых разрабатываются преобразователи. В работе [4] на основе анализа расчетных уравнений получены выражения для критериев качества пьезоактивных материалов. Качество ПП определяется совокупностью не зависящих от частоты геометрических размеров и внешних факторов параметров в выражениях для коэффициента преобразования и порогового потока (обнаружительной способности). Пьезоэлектрические преобразователи характеризуются в основном тремя критериями качества. При работе в режиме «короткого замыкания», когда ЧЭ нагружен на малые внешние сопротивления, его чувствительность определяется критерием качества  $M_1 = \gamma / C_1$  ( $\gamma = dP_c / dT$  — пьезотехнический коэффициент, Кл/(м<sup>2</sup>·К);  $P_c$  — спонтанная поляризация ЧЭ;  $T$  — температура ЧЭ);  $C_1$  — удельная теплоемкость единицы объема ЧЭ, Дж/(м<sup>3</sup>·К). Этот критерий характеризует коэффициент преобразования ПП при импульсных измерениях с высоким временным разрешением (при малых сопротивлениях нагрузки и малой постоянной времени).

Критерий качества  $M_2 = \gamma / C_1 \epsilon \epsilon_0$  ( $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость;  $\epsilon_0$  —

диэлектрическая постоянная, равная  $8,854 \times 10^{-12}$  Ф·м<sup>-1</sup>) характеризует чувствительность ППИ в режиме «холостого хода» — при больших нагрузочных сопротивлениях.

Минимальный пороговый поток ПП достигается при максимальных значениях критерия качества  $M_3 = \gamma / C_1 (\epsilon \epsilon_0 \operatorname{tg} \delta)^{0,5}$  ( $\operatorname{tg} \delta$  — угол диэлектрических потерь). При низких частотах модуляции, когда преобладают джонсоновские шумы, для получения минимального значения порога чувствительности ПП выбирают материал с высоким значением  $M_3$ . В случае, когда шумы усилительной схемы значительны, требуется материал с большим значением  $M_1$ . Для ПП с высокими значениями вольт-ваттной и вольт-джоулевой чувствительностей необходим материал с большими значениями  $M_2$ . К любым пироактивным материалам предъявляются требования возможно больших значений  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ .

Значительного прогресса при создании электроактивных материалов с высоким значением остаточной поляризации удалось добиться при использовании в качестве исходного материала ориентированной пленки из ПВДФ, обладающей самыми высокими пьезоэлектрическими свойствами из известных полимерных материалов. Эти свойства возникают благодаря надмолекулярной структуре, реализуемой при определенных условиях в ПВДФ. В процессе механической ориентации (вытяжки) в ПВДФ возникает доменная структура в виде вкраплений в аморфную фазу отдельных кристаллитов, обладающих спонтанной поляризацией ( $\beta$ -фазой). Вследствие одинаковой ориентации молекулярных диполей в кристаллитах величина спонтанной поляризации в них оказывается максимальной. Оказалось, что, как и в керамических сегнетоэлектриках, поляризация в кристаллических доменах ПВДФ может переключаться под действием высокого электрического поля. При этом суммарная величина остаточной поляризации  $P_r$  в пленке достигает значений порядка 1—9 мКл/см<sup>2</sup>. А сам процесс поляризации в электрическом поле сопровождается явлением гистерезиса. Температуростойкость ПВДФ и его сополимеров ограничена сверх-у температурами 50—100°C.

В таблице приведены сравнительные тепловые, диэлектрические и пьезоэлектрические характеристики кристаллических пьезоэлектриков [4], широко используемых для изготовления ЧЭ ПП, и ПВДФ. Характеристики ПВДФ были реально получены на пленках отечественного производства. Одноосно-ориентированная ПВДФ-пленка толщиной  $d=30$  мкм с напыленными алюминиевыми электродами толщиной 100 нм поляризовалась при температуре 80—90°C при приложении электрического поля около  $10^5$  В/см до значения остаточной поляризации  $P_r = 6,3 \cdot 10^6$  Кл/см<sup>2</sup>.

Анализ характеристик ПВДФ и других пьезоэлектриков (кристалла ТГС, монокристаллов LiTaO<sub>3</sub> и LiNbO<sub>3</sub>, керамики BaTiO<sub>3</sub>) показал, что при определенных условиях поляризации характеристики ПВДФ вполне сопоставимы с характеристиками применяемых в ПП материалов ЧЭ, а некоторые даже превосходят их.

На рис. 1 приведены расчетные зависимости порогов чувствительности  $\Phi_n$  и обнаружительной способности  $D^*$  ЧЭ ПП на основе ПВДФ площадью  $A_0 = 1$  мм<sup>2</sup> и  $d = 30$  мкм от частоты  $f$  падающего излучения при значениях сопротивления нагрузки  $R_n = 75$  Ом (кривая а),  $10^6$  Ом (б),  $10^{11}$  Ом (з) соответственно. Расчеты проводились по аналитическим зависимостям, представленным в [5].

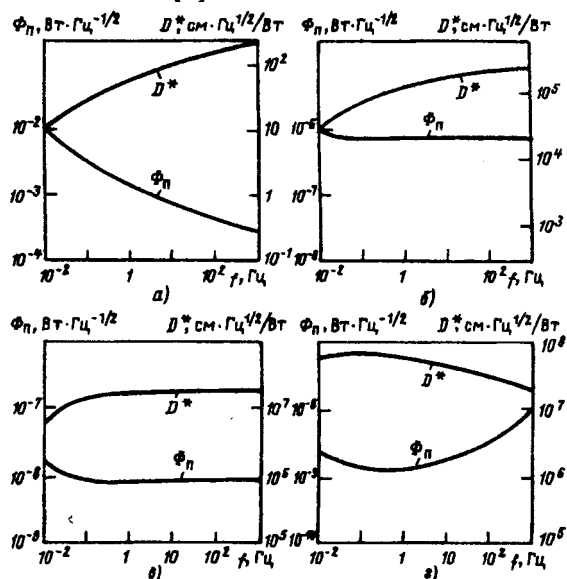


Рис. 1. Расчетные зависимости  $\Phi_n$  и  $D^*$  ЧЭ ПВДФ с  $A_0 = 1$  мм<sup>2</sup> и  $d = 30$  мкм

Материал	Характеристики кристаллических пьезоэлектриков						
	$\gamma \cdot 10^4$ , Кл/(м <sup>3</sup> ·К)	$C_1 \cdot 10^{-6}$ , Дж/(м <sup>3</sup> ·К)	$\epsilon$	$\operatorname{tg} \delta$	$M_1 \cdot 10^{11}$ , (Кл·м)/Дж	$M_2 \cdot 10^{12}$ , (Кл·м)/Дж	$M_3 \cdot 10^{13}$ , (Кл·м)/Дж
BaTiO <sub>3</sub>	2	3	160	0,015	6,66	4,7	0,5
LiTaO <sub>3</sub>	1,8	3,16	47	$3,8 \cdot 10^{-3}$	6	1,3	45,7
LiNbO <sub>3</sub>	0,4	2,8	30	$6,3 \cdot 10^{-3}$	1,4	0,47	3,32
ТГС (триглицинсульфат)	3,5	1,6	25	$4 \cdot 10^{-3}$	2,2	8,5	6,8
ПВДФ	0,3	2,4	12	0,25	1,69	1,14	7,6

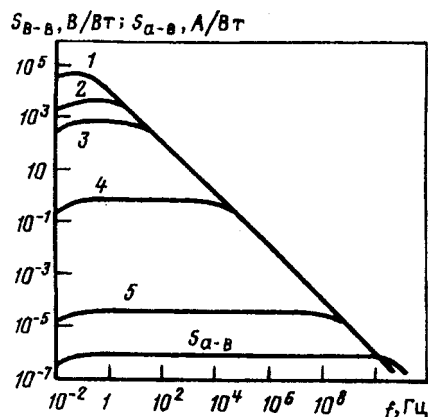


Рис. 2. Расчетные вольт-ваттная и ампер-ваттная чувствительности ЧЭ ПВДФ с  $A_0 = 1 \text{ мм}^2$  и  $d = 30 \text{ мкм}$

На рис. 2 представлены вольт-ваттная и ампер-ваттная чувствительности, рассчитанные для ЧЭ ПП на основе ПВДФ с  $A_0 = 1 \text{ мм}^2$ ,  $d = 30 \text{ мкм}$  при значениях сопротивления нагрузки  $R_H = 10^{11} \text{ Ом}$  (кривая (1)),  $10^{10} \text{ Ом}$  (2),  $10^9 \text{ Ом}$  (3),  $10^6 \text{ Ом}$  (4),  $75 \text{ Ом}$  (5) соответственно. Анализ полученных зависимостей показывает принципиальную возможность получения требуемых значений пороговых параметров  $\Phi_{\text{п}}$ ,  $D^*$ , вольт-ваттной и ампер-ваттной чувствительностей уже не ЧЭ, а пьезоэлектрического приемного излучения (ППИ) и ПП, варьируя постоянные времени: тепловую  $\tau_T = c/G$  ( $c$  — теплоемкость ЧЭ,  $G$  — суммарный коэффициент теплопотерь) и электрическую  $\tau_E = C_0 R_0$  ( $C_0 = C_{\text{кр}} + C_{\text{вх}}$ ;  $C_{\text{кр}}$  — емкость ЧЭ;  $C_{\text{вх}}$  — входная емкость измерительной схемы;  $R_0^{-1} = R_H^{-1} + R_{\text{кр}}^{-1} + R_{\text{вх}}^{-1}$ ;  $R_{\text{кр}}$  — эквивалентное сопротивление потерь ЧЭ;  $R_{\text{вх}}$  — входное сопротивление схемы).

Установлено также, что одним из эффективных способов повышения чувствительности и улучшения частотных характеристик ЧЭ из ПВДФ является увеличение электрического поля поляризации до значений порядка  $2 \cdot 10^6 \text{ В/см}$ , в результате чего в материале возникает однородная поляризация, в отличие от обычных условий поляризации, приводящих к неоднородностям ЧЭ в направлении, перпендикулярном поверхностям с электрическими контактами.

Выбор материала полимерного сегнетоэлектрика связан не только с его критериями качества, а зависит от многих других факторов. Определяющими при выборе материала являются:

- 1) температура фазового перехода, которая определяет температурный и в значительной степени динамический диапазон ППИ;
- 2) устойчивость монокристаллического состояния;
- 3) механическая прочность и гидрофобность;

- 4) значение акустических потерь, приводящих к подавлению пьезоосцилляций;
- 5) уровень дополнительных шумов (Баркгаузена и вибрационных);
- 6) стабильность параметров с течением времени;
- 7) простота технологии получения ЧЭ;
- 8) возможность получения тонких слоев с сохранением характеристик массивного материала;
- 9) возможность изготовления ЧЭ ППИ больших размеров.

Выбор материалов для ППИ и ПП требует детального анализа при каждой конкретной разработке. Проведены оценки предельно достижимых значений критериев качества. Установлено [6], что для критерия  $M_2$  выполняется неравенство

$$M_2 = \gamma C_1^{-1} (\epsilon \epsilon_0)^{-1} < T^{-1} \gamma^{-1}.$$

Ни один из полимерных сегнетоэлектриков не приближается по критерию к пределу и хуже его по крайней мере на порядок.

Выраженные пьезоэлектрические свойства электроактивных пленочных материалов дают возможность использовать эти материалы в качестве чувствительных элементов ППИ практически любых воздействий, энергию которых можно трансформировать в тепло (от ионизирующего излучения до микроволн). На рис. 3 представлена принципиальная схема ППИ. Датчик представляет собой плоскопараллельную однородную пластинку пьезоэлектрика 1 с нанесенными на ее поверхности токопроводящими электродами 2, 3. Вектор остаточной (спонтанной) поляризации направлен перпендикулярно торцевым поверхностям. Со стороны электрода 3, покрытого поглощающим слоем 4, на датчик действует импульс излучения с плотностью потока  $\Phi(t)$ ,  $\text{Вт/м}^2$  ( $t$  — время). Пироприемник включен в измерительную цепь с входным сопротивлением  $R_e$  и входной емкостью  $C_e$ . Зачерненный слой, нанесенный поверх электрода, обеспечивает более эффективное широкополосное поглощение падающего излучения.

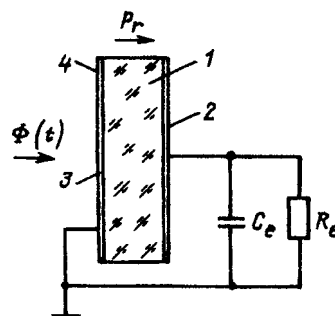


Рис. 3. Принципиальная схема ППИ

Электрический отклик пироэлектрика на тепловое воздействие определяется величиной его спонтанной поляризации  $P_c$  (размерность Кл/м<sup>2</sup>) и степенью разогрева. Общеизвестным параметром, характеризующим пироактивность материала, является пироэлектрический коэффициент  $\gamma$  [5], измеренный при отсутствии каких-либо механических воздействий, препятствующих тепловому расширению образца (механическое напряжение  $\sigma=0$ ). Согласно этому условию

$$\gamma = (\partial P_c / \partial T)_{\sigma=0}, \text{ Км/м}^2 \cdot \text{К},$$

где  $T$  — температура.

Режимы работы пироприемника определяются решением дифференциального уравнения для эквивалентной электрической схемы, представленной на рис. 3. Зависимость пироэлектрического сигнала от времени (напряжение на нагрузочном сопротивлении  $R_e$ ) определяется выражением

$$U(t) = (\gamma A_0 / C) e^{-t/RC} \int_0^t e^{\tau/RC} \bar{T}' d\tau, \quad (1)$$

где  $A_0$  — площадь облучаемой поверхности рабочего электрода,  $C = C_{\text{кп}} + C_{\text{вх}}$ ,  $R^{-1} = (R_d^{-1} + R_{\text{вх}}^{-1})$ ;  $R_d$  — электрическое сопротивление датчика;  $R_d^{-1} = R_n^{-1} + R_{\text{кп}}^{-1}$ ;  $\bar{T}'$  — производная по времени усредненной по толщине  $d$  пироэлектрика температуры чувствительного слоя.

Рассмотренное выражение является основополагающим для расчета различных режимов работы пироприемника. Как видно из уравнения, для определения  $U(t)$  необходимо решать нестационарную задачу распространения теплового потока внутри ЧЭ. Для этого необходимо знать конкретные параметры потока излучения, теплофизические характеристики элементов датчика (поглощающее покрытие, рабочий электрод, чувствительный элемент, несущая подложка) и условия теплообмена с окружающей средой.

Сразу же следует отметить, что пиродетектор может работать только в импульсном режиме облучения, так как в противном случае устанавливается стационарное распределение температуры ( $T'=0$ ) и сигнал становится равным нулю.

Для более детального анализа работы пиродетектора рассмотрим задачу при следующих приближениях:

1. Не учитывается тепловая инерционность поглощающего покрытия и облучаемого электрода. Это означает, что энергия излучения мгновенно передается поверхности пироэлектрика в виде теплового потока;

2. Разогрев пироэлектрического элемента осуществляется адиабатически, т.е. нет оттока в окружающую среду.

В этом случае уравнение теплового баланса имеет простой вид:

$$(d/dt) [\rho C d (\bar{T} - T_0)] = \Psi \Phi(t). \quad (2)$$

Здесь  $T_0$  — начальная температура пироэлектрика;  $\rho$  — плотность пироэлектрика;  $C$  — удельная теплоемкость пироэлектрика;  $\Psi$  — коэффициент поглощения потока излучения. Обычно подбираются такие покрытия, что  $\Psi$  практически равно единице. Поэтому в дальнейшем будем считать  $\Psi=1$ .

Поставляя в выражение (1) полученное из (2) значение  $(d/dt)T$ , будем иметь

$$U(t) = (\gamma S_0 / \rho C d) (1/C) e^{-t/RC} \int_0^t e^{\tau/RC} \Phi(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Из (3) следует, что если постоянная времени измерительной цепи  $RC$  много меньше характерного времени длительности импульса  $\Delta t$  ( $RC \ll \Delta t$ ), то

$$U(t) = (\gamma S_0 / \rho C d) R \Phi(t). \quad (4)$$

Наглядно справедливость такого подхода от (3) к (4) можно проверить на примере потока излучения в виде прямоугольного импульса. Как видно из (4), в данном случае регистрируемый сигнал пропорционален мощности излучения и воспроизводит форму импульса (точность воспроизведения определяется  $RC$ ). Данный режим работы пиродетектора называется режимом измерения мощности. Важно отметить, что в данном режиме работы датчика значение регистрируемого сигнала определяется не просто величиной пироэлектрического коэффициента  $\gamma$ , а параметром  $\gamma/\rho C$ . Этот параметр связан со свойствами пирочувствительного материала и не зависит от конструкции ЧЭ. В случае, если  $RC \gg \Delta t$ , из (3) следует

$$U(t) = (\gamma S_0 / \rho C d) (1/C) \int_0^t \Phi(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Упрощение уравнения (3) до формулы (5) очевидно ( $e^{-t/RC} \approx 1$ ,  $e^{t/RC} \approx 1$ ). Из (5) следует, что в данном случае величина сигнала пропорциональна энергии регистрируемого импульса.

Рассмотренный режим работы пиродетектора называется режимом измерения энергии импульса.

Предположим, что емкость  $C$  определяется только электрической емкостью пиродетектора, представляющего собой плоскопараллельный конденсатор с площадью обкладок  $S_0$  и расстоянием между обкладками  $d$ . Тогда из (5) следует

$$U(t) = (\gamma S_0 / \rho C \varepsilon_0 \varepsilon) \int_0^t \Phi(t) dt. \quad (6)$$

В этом выражении  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная ( $8,854 \cdot 10^{-2}$  Ф/м);  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость пирозлектрика.

Из (6) видно, что в режиме измерения энергии эффективность пирозлектрического материала определяется вторым критерием качества  $M_2 = \gamma / \rho C \varepsilon_0 \varepsilon$ .

Вопросы согласования ЧЭ ПП с измерительной схемой относятся к числу важнейших. Поэтому ПП в большинстве случаев комплектуется согласующими каскадами на полевых транзисторах или микросхемах с полевым входом. Правильное согласование ЧЭ с входным каскадом может значительно улучшить пороговые характеристики устройства. Основные требования, предъявляемые к входным каскадам, состоят в большом входном сопротивлении, низком уровне шумов и малой входной емкости. Существенным является согласование ПП с малой и большой собственными емкостями, и поэтому вопросы оптимального согласования ПП с измерительным трактом требуют детального и конкретного рассмотрения. Наибольшее распространение получила схема с использованием операционного усилителя. Отличительной особенностью этой схемы является получение равномерной АЧХ в интервале одного или двух порядков по частоте и усиление пирозлектрического сигнала, в то время как другие схемы характеризуются падающей по закону  $f^{-1}$  АЧХ ( $f$  — частота пирозлектрического сигнала).

Быстродействие ПП определяется следующими факторами: электрической постоянной времени входной цепи, теплофизическими и оптическими характеристиками поглощающего электрода или поверхностного слоя ЧЭ и скоростью изменения остаточной поляризации в пироактивном материале. Если поглощение осуществляется облучаемым электродом, то постоянная времени ППИ (разрешающая способность по времени) определяется временем тепловой диффузии и составляет порядка  $10^{-5}$ – $10^{-7}$  с. Если облучаемым электродом служит полупрозрачная металлическая пленка толщиной 0,005–0,01 мкм, то можно регистрировать кратковременные импульсы пикосекундной длительности при 50%-м поглощении излучения в спектральном диапазоне 0,3–50 мкм.

Фундаментальным ограничением быстродействия ППИ, работающего по принципу поглощения излучения внутри пироактивного материала, является время фотон-фононной релаксации, оцениваемое в  $10^{-12}$ – $10^{-13}$  с.

Анализ показал, что при определенных ус-

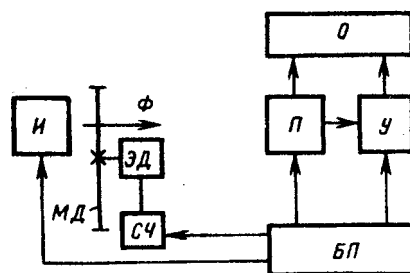


Рис. 4. Структурная схема испытательного стенда

ловиях поляризации характеристики ПВДФ вполне сопоставимы с характеристиками  $\text{BaTiO}_3$ , широко применяемого в военной технике и при решении народнохозяйственных задач. Для зарубежной пленки эти характеристики примерно в 1,5 раза больше.

Начальную проверку и определение характеристик приемника с чувствительным элементом на основе ПВДФ-пленки удобно проводить в сравнении с пироприемником МГ-30 с ЧЭ на основе титаната бария, характеристики которого известны.

Структурная схема испытательного стенда для проведения таких измерений приведена на рис. 4. На месте приемника  $P$  может устанавливаться как МГ-30, так и исследуемый приемник.

Лучистый поток  $\Phi$  излучателя  $I$ , промодулированный модуляционным диском  $МД$ , приводимым во вращение электродвигателем  $ЭД$ , фокусируется с помощью оптической системы на приемники излучения  $P$ , электрический сигнал с которого усиливается полосовым усилителем  $У$ . Сигналы с приемника и усилителя могут контролировать с помощью осциллографа  $О$ . Угловая скорость вращения  $МД$  поддерживается заданной и стабильной с помощью стабилизатора частоты  $СЧ$  вращения вала  $ЭД$ . Излучатель и электронная схема стенда запитываются соответствующими напряжениями блока питания  $БП$ .

Напряжение гармоника модуляции на выходе приемника излучателя при модуляции полного потока излучателя определяется выражениями [7]:

$$U_{\text{п}} = S_{\text{инт}} \Phi_{\text{э}}(\lambda, t) = S_{\text{max}} \Phi_{\text{эф}}(\lambda, t) = S_{\text{max}} \xi \Phi_{\text{э}}(\lambda, t), \quad (7)$$

где  $S_{\text{инт}}$  — интегральная вольтовая чувствительность приемника излучателя;  $\Phi_{\text{э}}(\lambda, t)$  — полный энергетический поток излучателя, достигающий приемника излучения;  $S_{\text{max}}$  — максимальное значение вольтовой чувствительности приемника, причем  $K(\lambda) = S(\lambda) / S_{\text{max}}$  представляет собой спектральное распределение чувствительности приемника в относительных единицах;  $\xi$  — коэф-



фициент использования, показывающий какая доля полного потока воспринимается приемником;  $\Phi_{\text{эф}}(\lambda, t)$  — поток, эффективного воспринимаемый приемником, причем  $\Phi_{\text{эф}} = \xi \Phi_{\Sigma}$ .

Полный энергетический поток для излучателя в виде черного тела определяется выражением

$$\Phi_{\Sigma}(\lambda, t) = \int_0^{\infty} R(\lambda, t) d\lambda,$$

где  $R(\lambda, t)$  — спектральная энергетическая плотность излучения, описываемая законом Планка.

Если модуляционный диск модулирует полный поток излучения излучателя, который принимается за черное тело, то

$$\xi = \left( \int_0^{\infty} R(\lambda, t) K(\lambda) d\lambda \right) / \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12}$  Вт/(см<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>) — постоянная Стефана—Больцмана;  $T$  — температура излучателя, °К.

Для приемника МГ-30 среднестатистическое распределение чувствительности по спектру известно [8]. После проведения численного интегрирования в соответствии с выражением (8) для приемника МГ-30 были получены значения коэффициентов использования:

t°С	20	60	100	200	300	400	500
$\xi$	0,194	0,251	0,300	0,376	0,401	0,398	0,381
t°С	600	700	800	900	1000	1100	1200
$\xi$	0,360	0,337	0,313	0,291	0,269	0,249	0,230

Из выражения (7) следует, что  $S_{\text{инт}} = S_{\text{max}} \xi$ .

Для приемника МГ-30 известно [9] значение  $S_{\text{инт}} = 1400$  В/Вт. Из анализа приведенных коэффициентов использования следует, что с относительной погрешностью, не превышающей 16%, в диапазоне температур 100—900°С можно принять  $\xi = 0,337 = \text{const}$ . Тогда для МГ-30  $S_{\text{max}} = 1400/0,337 \approx 4150$  В/Вт.

**Выводы.** 1. Результаты исследовательских и экспериментальных работ с ПВД дают основание утверждать, что практическое использование полимерных сегнетоэлектриков в качестве ЧЭ ПП является актуальным и перспективным.

2. Сравнительно низкие значения диэлектрической проницаемости, плотности и акустического сопротивления, гибкость, технологичность и высокая электрическая прочность выгодно отличают полимерные сегнетоэлектрики от широко используемых керамических и монокристаллических пьезоэлектриков.

3. При соблюдении определенных технологических и конструктивных условий полимерные сегнетоэлектрики обладают высокими пьезоэлек-

трическими характеристиками.

4. Поскольку при увеличении толщины материала пьезоэлектрические свойства полимеров ухудшаются, отличительной формой существования таких пьезоэлектриков является пленка, площадь которой практически неограничена в размерах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новик В.К., Гаврилова Н.Д., Фельдман Н.Б. Пьезоэлектрические преобразователи. — М.: Советское радио, 1979.
2. Лучейкин Г.А. Полимерные пьезоэлектрики. — М.: Химия, 1990.
3. Chatigny J.Victor. Piezo film yields novel transducers. — Electronics week, 1984, No 17.
4. Кременчугский Л.С., Ройцина О.В. Пьезоэлектрические приемники излучения. — Киев: Наукова думка, 1979. — 381 с.
5. Косоротов В.Ф., Кременчугский Л.С., Самойлов В.Б. и др. Пьезоэлектрический эффект и его практическое применение. — Киев: Наукова думка, 1989.
6. Гаврилов Н.Д., Новик В.К. Современные проблемы пьезоэлектрического материаловедения / Сегнето- и пьезоэлектрики в ускорении научно-технического прогресса: Материалы Всесоюз. конф. — М.: МДНТП, 1987.
7. Мирошников М.М. Теоретические основы оптоэлектронных приборов. — Л.: Машиностроение, 1977.
8. Аксененко М.Д., Бараночников М.Л. Приемники оптического излучения. — М.: Радио и связь, 1987.
9. Ишанин Г.Г. Приемники излучения оптических и оптоэлектронных приборов. — Л.: Машиностроение, 1986.
10. Гуроров М.М. Основы светотехники и источники света. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
11. Garn L.E., Sharp E.I. [U.S. Army Night Vision Lab., Fort Belvoir, Va, USA]. Pyroelectric Vidicon target materials. — IEEE Trans. Parts, Hybrids and Packag., 1974, PHP-10, N 4.

[30.10.97]

**Авторы:** *Мусьяков Марат Павлович* окончил механический факультет Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана (МВТУ, ныне МГТУ) в 1954 г. В 1973 г. защитил докторскую диссертацию по проблеме ближней оптической локации. Первый проректор — проректор по научной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана.

*Шахтарин Борис Ильич* окончил Ленинградскую высшую военно-инженерную академию им. А.Ф. Можайского в 1958 г., механико-математический факультет Ленинградского государственного университета в 1968 г. В 1977 г. защитил докторскую диссертацию по проблеме статистической динамики систем синхронизации. Профессор кафедры «Автономные информационные и управляющие системы» МГТУ.

*Ванев Григорий Геннадьевич* окончил факультет машиностроения МВТУ в 1975 г. В 1981 г. защитил кандидатскую диссертацию по проблеме ближней оптической локации. Доцент кафедры «Автономные информационные и управляющие системы» МГТУ.

*Суворов Сергей Витальевич* окончил факультет машиностроения МВТУ в 1975 г. Доцент кафедры «Автономные информационные и управляющие системы» МГТУ.

# Электромагнитное поле и силовые взаимодействия цилиндрического индуктора с проводящей пластиной при импульсном токе

ЦИЦИКЯН Г.Н.

Предложен комплекс расчетных формул для описания силового взаимодействия индуктора с тонкостенной проводящей пластиной при импульсном токе на основе полученных выражений, содержащих функции Лежандра второго рода с полуцелым индексом. Расчетные формулы могут быть весьма полезны при проектировании технологических установок с цилиндрическими индукторами.

Ключевые слова: цилиндрический индуктор, тонкостенные пластины, силовые взаимодействия, импульс силы, давления, расчетные выражения

Проявления взаимодействия токов в цилиндрических катушках и вихревых токов в плоских пластинах находят разнообразное практическое применение, в том числе в установках индукционного нагрева, в телеметрических устройствах (дальномерах, толщиномерах), в дефектоскопии, в электроимпульсных антиобледенительных установках, эффективность которых подтверждается их использованием для летательных аппаратов [1, 2]. Можно указать и на такую область применения силового взаимодействия, как возбуждение с помощью деформируемых пластин механических колебаний в водной среде с целью изучения влияния на поведение ее обитателей.

Следует отметить, что независимо от практической направленности теоретический анализ в существующей литературе основан в большинстве своем на известном интегральном представлении потенциалов поля кругового витка с током [3–9]. На этой основе, однако, так и не было найдено удобных математических форм для описания силового взаимодействия и параметров влияния. Поэтому возможности аналитического исследования в значительной мере оставались ограниченными.

Принципиальная возможность получения свободных от интегралов математических выражений для вносимых в катушку электрических параметров вблизи тонкостенной проводящей пластины, выполняющей роль экрана, была показана в [10] еще в 1972 г. и косвенно в [11] при расчете взаимных индуктивностей и сил взаимодействия соосных витков и катушек.

Цель настоящей статьи — развитие и систематизация описания силовых взаимодействий катушек с пластинами с помощью замкнутых

A set of calculating formulae for describing the force interaction between an inductor and a thin-wall conducting plate in the case of a pulse current is given. The formulae are derived from expressions containing Legendre functions of second kind with halfinteger index. These formulae can be very useful when designing process installations with cylindrical inductors.

Key words: cylindrical inductor, thin-wall plates, force interactions, force pulse, pressures, calculating formulae

форм, содержащих функции Лежандра второго рода с полуцелым индексом.

**Введение.** Ключевые соотношения были приведены в [11]. Первое и основное из них может быть записано в виде

$$\int_0^{\infty} e^{-a\lambda} J_{\nu}(R\lambda) J_{\nu}(\rho\lambda) d\lambda = \frac{1}{\pi \sqrt{R\rho}} Q_{-1/2+\nu} \left( \frac{a^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho} \right), \quad (1)$$

где  $a > 0$ ,  $\text{Re}(\nu) > -1/2$ ,  $J_{\nu}$  — функция Бесселя;  $Q_{-1/2+\nu}$  — сферическая функция Лежандра второго рода.

Другое соотношение — это выражение для интеграла:

$$\int_0^{\infty} e^{-a\lambda} J_{\nu}(\rho\lambda) d\lambda = \frac{(\sqrt{a^2 + \rho^2} - a)^{\nu}}{\rho^{\nu} \sqrt{a^2 + \rho^2}}, \quad (2)$$

где  $\text{Re} \nu > -1$ ,  $\text{Re}(a \pm j\rho) > 0$ .

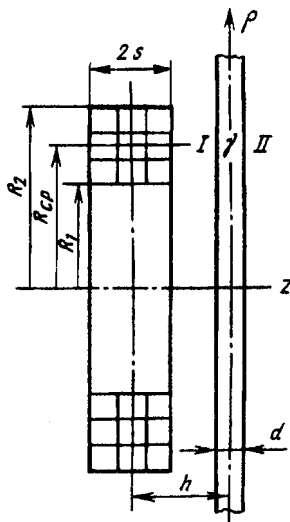
Мы воспользуемся и другими результатами, полученными в [10, 11], которые приведем в соответствие с обозначениями рисунка.

На рисунке величина  $R_{cp} = R$  — средний радиус цилиндрической катушки;  $w$  — общее число витков;  $h$  — расстояние от срединной плоскости катушки до срединной плоскости пластины толщиной  $d$ .

Тогда, считая, что  $R_1$  и  $R_2$  несущественно отличаются от  $R_{cp}$ , имеем для векторного потенциала соленоида

$$\dot{A}_c = \frac{\mu_0 j w R}{2s} \int_0^{\infty} \lambda^{-1} e^{\mp(h+z)\lambda} \text{sh}(s\lambda) J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda, \quad (3)$$

где для верхнего знака  $z > -(h-s)$ , а для нижнего знака  $z < -(h+s)$ , и предположено, что ток из-



Цилиндрический индуктор с током и проводящая тонкостенная пластина толщиной  $d$  и удельной проводимостью материала пластины  $\gamma$ :  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_{cp}$  соответственно внутренних, внешний и средний радиусы;  $2s$  — ширина намотки;  $h$  — расстояние между плоскостями симметрии индуктора и пластины

меняется по синусоидальному закону;  $\dot{I}$  — комплекс тока;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Для описания реакции тонкостенной проводящей пластины в областях I и II можно воспользоваться готовыми выражениями для векторных потенциалов, обусловленных протеканием вихревых токов [10]:

$$A_{в,т} = -\frac{\mu_0 \dot{I} w R}{2s} j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-(h \mp z)\lambda} \text{sh}(\lambda s)}{\lambda(\lambda + j\beta)} J_1(\rho\lambda) J_1(R\lambda) d\lambda, \quad (4)$$

где верхний знак в числителе подынтегральной дроби отвечает векторному потенциалу в области I, нижний — в области II и  $\beta = \omega\mu_0\gamma d/2$ , где  $\omega$  — круговая скорость.

Поверхностная плотность тока в пластине равна [10]

$$\dot{\sigma} = -\frac{jwR}{s} j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-h\lambda} \text{sh}(\lambda s)}{\lambda + j\beta} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda. \quad (5)$$

Использование поверхностной плотности вихревых токов оправдано предположением, что толщина  $d$  пластины меньше эквивалентной глубины проникновения  $\sqrt{2/\omega\mu_0\gamma}$  при установившемся синусоидальном процессе.

Для вносимого потокосцепления в соленоид из [10] имеем также:

$$\dot{\Psi}_{вн} = -\frac{\pi\mu_0 \dot{I} w^2 R^2}{s^2} j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-2h\lambda} \text{sh}^2(\lambda s)}{\lambda^2(\lambda + j\beta)} J_1^2(R\lambda) d\lambda. \quad (6)$$

Из (6) можно найти производную

$$\frac{d\Psi_{вн}}{dh} = \frac{2\pi\mu_0 \dot{I} w^2 R^2}{s^2} j\beta \int_0^\infty \frac{e^{-2h\lambda} \text{sh}^2(\lambda s)}{\lambda(\lambda + j\beta)} J_1^2(R\lambda) d\lambda. \quad (7)$$

Наконец, запишем выражение для результирующей магнитной индукции на оси  $z$  в об-

ласти II:

$$\dot{B} = \dot{B}_z = \frac{\mu_0 \dot{I} w R}{2s} \int_0^\infty \frac{\lambda e^{-(h+z)\lambda} \text{sh}(\lambda s)}{\lambda + j\beta} J_1(R\lambda) d\lambda. \quad (8)$$

Перейдем к анализу силовых взаимодействий при импульсном токе.

**Силовые взаимодействия при импульсном токе.** Рассмотрим процессы при следующих импульсах тока:

$$i(t) = I_0 u(t), \quad (9)$$

где

$$u(t) = 0 \text{ при } t < 0;$$

$$u(t) = 1 \text{ при } t > 0;$$

$$i(t) = I_0 [u(t) - u(t - T)], \quad (10)$$

где  $T$  — время существования прямоугольного импульса тока;

$$i(t) = \frac{I_0}{T_1} [tu(t) - (t - T_1)u(t - T_1)], \quad (11)$$

где  $T_1$  — время, за которое ток возрастает по линейному закону до значения  $I_0$  и дальше не меняется.

Переходя от (7) к изображению по Лапласу, заменим  $I$  на  $I(p)$  и  $j\omega$  на  $p$ .

Имеем следующие изображения для токов, заданных функциями времени (9)–(11):

$$I(p) = \frac{I_0}{p}; \quad (9a)$$

$$I(p) = \frac{I_0}{p} (1 - e^{-pT}); \quad (10a)$$

$$I(p) = \frac{I_0}{T_1} \frac{1 - e^{-pT_1}}{p^2}. \quad (11a)$$

Поэтому для ступенчатого импульса выражение (7) как функция времени может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{вн}}{dh} &= 2\pi\mu_0 I_0 w^2 R^2 \int_0^\infty e^{-2h\lambda} (s\lambda)^{-2} \text{sh}^2(s\lambda) \times \\ &\times L^{-1} \left( \frac{1}{p + \lambda/(\mu_0\gamma d/2)} \right) \lambda J_1^2(R\lambda) d\lambda, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $L^{-1}$  — оператор обратного преобразования.

Для  $(s\lambda)^2 \text{sh}^2(s\lambda)$  имеем

$$1 + \frac{1}{3}(s\lambda)^2 + \frac{2}{45}(s\lambda)^4 + \dots$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{вн}}{dh} &= 2\pi\mu_0 I_0 w^2 R^2 \int_0^\infty \left( \lambda + \frac{1}{3}s^2\lambda^3 + \frac{2}{45}s^4\lambda^5 + \dots \right) \times \\ &\times e^{-2(h+t/\mu_0\gamma d)\lambda} J_1^2(R\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (13)$$

Воспользовавшись прямым методом определения результирующих силовых взаимодействий и понимая  $dh$  как приращение обобщенной координаты, запишем выражение для силы в направлении увеличения  $h$  в виде

$$f_h = \frac{1}{2} I_0 \frac{d\Psi_{\text{вн}}}{dh}. \quad (14)$$

Развернутое выражение для силы (14), свободное от интегральных представлений, может быть записано на основе соотношений приложения. Полагая  $a=2(h+t/\mu_0\gamma d)$  и  $\rho=R$ , получаем на основе соотношений (П-2), (П-6) и (П-8) следующий результат:

$$\begin{aligned} f_h = \mu_0 I_0^2 w^2 \frac{2(h+t/\mu_0\gamma d)}{R} & \left\{ \frac{-Q_{1/2}^1(g_t)}{(g_t^2-1)^{1/2}} - \frac{1}{3} \frac{s^2}{R^2} \times \right. \\ & \times \left[ 3 \frac{Q_{1/2}^2(g_t)}{g_t^2-1} + \left( \frac{2(h+t/\mu_0\gamma d)}{R} \right) \frac{Q_{1/2}^3(g_t)}{(g_t^2-1)^{3/2}} \right] - \frac{2}{45} \frac{s^4}{R^4} \times \\ & \times \left[ 15 \frac{Q_{1/2}^3(g_t)}{(g_t^2-1)^{3/2}} + 10 \left( \frac{2(h+t/\mu_0\gamma d)}{R} \right)^2 \frac{Q_{1/2}^4(g_t)}{(g_t^2-1)^2} + \right. \\ & \left. \left. + \left( \frac{2(h+t/\mu_0\gamma d)}{R} \right)^4 \frac{Q_{1/2}^5(g_t)}{(g_t^2-1)^{5/2}} \right] \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

где

$$g_t = 1 + 2(h+t/\mu_0\gamma d)^2 R^2.$$

Заметим еще раз, что выражение для силы взаимного отталкивания получено заменой реального индуктора тонкостенным цилиндром радиусом  $R_{\text{ср}}=R$  с равномерным распределением по длине всего тока в сечении катушки.

Ограничение максимум тремя членами разложения

$$(s\lambda)^{-2} \text{sh}^2(s\lambda)$$

принято по следующим соображениям.

Как вытекает из [12] максимальное значение радиальной составляющей магнитной индукции на поверхности индуктора на расстоянии  $R_{\text{ср}}$  от оси отвечает соотношениям

$$R_1/R_{\text{ср}} = \frac{2}{3}; \quad \frac{s}{R_{\text{ср}}} = \frac{4}{15},$$

а максимум при рассмотрении характеристики силового воздействия —

$$\frac{R_1}{R_{\text{ср}}} \rightarrow 1,0; \quad \frac{s}{R_{\text{ср}}} = 0,25.$$

С другой стороны, в [13] указаны геометрические соотношения для индуктора квадратного сечения, отвечающие максимуму индуктивности:

$$\frac{s}{R_{\text{ср}}} = \frac{1}{3},$$

причем отклонения от указанного соотношения в пределах

$$0,286 \leq s/R_{\text{ср}} \leq 0,4$$

дают весьма небольшие смещения от максимального значения.

Поэтому примем, что

$$s/R_{\text{ср}} \leq 0,4.$$

Для прямоугольного импульса тока

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{\text{вн}}}{dh} = 2\pi\mu_0 I_0 w^2 R^2 \int_0^\infty e^{-2h\lambda} (s\lambda)^{-2} \text{sh}^2(s\lambda) \times \\ \times L^{-1} \left( \frac{1-e^{-pT}}{p+\lambda/(\mu_0\gamma d/2)} \right) \lambda J_1^2(R\lambda) d\lambda. \quad (16) \end{aligned}$$

Тогда, обозначая произведение  $2(h+t/\mu_0\gamma d)/R$  на выражение в фигурных скобках из (15) через  $F(t)$ , имеем для силы  $f_h$  выражение вида

$$\begin{aligned} f_h = \mu_0 w^2 I_0^2 [u(t) - u(t-T)] [F(t) - u(t-T) \times \\ \times F(t-T)]. \quad (17) \end{aligned}$$

Поскольку обратное преобразование Лапласа в (16) дает

$$\exp \left[ -\lambda \frac{t}{\mu_0\gamma d/2} \right] - u(t-T) \exp \left[ \frac{-\lambda(t-T)}{\mu_0\gamma d/2} \right],$$

то средняя за время действия импульса  $T$  величина равна

$$\frac{1}{T} \int_0^\infty \exp \left( \frac{-\lambda t}{\mu_0\gamma d/2} \right) dt = \frac{\mu_0\gamma d/2}{T} \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\lambda T}{\mu_0\gamma d/2} \right) \right].$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{\text{вн}}}{dh} = 2\pi\mu_0 I_0 w^2 R^2 \frac{\mu_0\gamma d/2}{T} \int_0^\infty \exp(-2h\lambda) \times \\ \times \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\lambda T}{\mu_0\gamma d/2} \right) \right] \left( 1 + \frac{1}{3} s^2 \lambda^2 + \frac{2}{45} s^4 \lambda^4 + \dots \right) \times \\ \times J_1^2(R\lambda) d\lambda, \end{aligned}$$

где черта над величиной обозначает среднее за время  $T$ .

Поскольку ток за время  $T$  остается постоянным и равным  $I_0$ , то средняя величина силы  $f_h$  будет с учетом выражений (П-1), (П-4) и (П-7) приложения при  $\rho=R$  определяться как

$$\begin{aligned} \bar{f}_h = \mu_0 I_0^2 w^2 \frac{(\mu_0\gamma d/2)R}{T} \times \\ \times \left[ F_1 \left( \frac{h}{R}, \frac{s}{R} \right) - F_1 \left( \frac{h+T/\mu_0\gamma d}{R}, \frac{s}{R} \right) \right], \quad (18) \end{aligned}$$

де

$$F_1\left(\frac{h}{R}, \frac{s}{R}\right) = Q_{1/2}(g_0) + \frac{1}{3} \frac{s^2}{R^2} \left[ \frac{Q_{1/2}^3(g_0)}{(g_0^2-1)^{1/2}} + \left(\frac{2h}{R}\right)^2 \frac{Q_{1/2}^2(g_0)}{g_0^2-1} \right] +$$

$$+ \frac{2}{45} \frac{s^4}{R^4} \left[ \frac{3Q_{1/2}^3(g_0)}{g_0^2-1} + 6 \left(\frac{2h}{R}\right)^2 \frac{Q_{1/2}^3(g_0)}{(g_0^2-1)^{3/2}} + \left(\frac{2h}{R}\right)^4 \frac{Q_{1/2}^4(g_0)}{(g_0^2-1)^2} \right],$$

$$g_0 = 1 + 2h^2/R^2.$$

Во второе  $F_1$  в (18) вместо  $g_0$  подставляется  $g$ .

$$1 + 2(h + T/\mu_0 \gamma d)^2 R^{-2}.$$

Умножая (18) на  $T$ , получаем выражение для импульса силы:

$$\bar{f}_h T = \mu_0 I_0^2 w^2 \mu_0 \gamma \frac{d}{2} R \times$$

$$\times \left[ F_1\left(\frac{h}{R}, \frac{s}{R}\right) - F_1\left(\frac{h + T/\mu_0 \gamma d}{R}, \frac{s}{R}\right) \right]. \quad (19)$$

Устремляя  $s$  к нулю и полагая  $w=1$ , получаем выражения для силы и импульса силы, действующей на виток с током.

В этом случае (15), (17) и (19) упрощаются:

$$f_h = \mu_0 I_0^2 2 \frac{(h + t/\mu_0 \gamma d)}{R} \left[ \frac{-Q_{1/2}^3(g_t)}{(g_t^2-1)^{1/2}} \right]; \quad (15a)$$

$$\bar{f}_h = \mu_0 I_0^2 [u(t) - u(t-T)] \frac{2(h + t/\mu_0 \gamma d)}{R} \left[ \frac{-Q_{1/2}^3(g_t)}{(g_t^2-1)^{1/2}} \right]; \quad (17a)$$

$$\bar{T} = \mu_0 I_0^2 \left( \mu_0 \gamma \frac{d}{2} R \right) [Q_{1/2}(g_0) - Q_{1/2}(g_T)]. \quad (19a)$$

Наконец, получим величину силы для импульса тока согласно изображению (11a). Для простоты положим  $s=0$ ,  $w=1$ . Тогда

$$\frac{d\Psi_{\text{вн}}}{dh} = \frac{2\pi\mu_0 I_0 R^2}{T_1} \int_0^\infty e^{-2h\lambda} L^{-1} \left[ \frac{1 - e^{-pT_1}}{p \left( p + \frac{\lambda}{\mu_0 \gamma d/2} \right)} \right] \times$$

$$\times \lambda J_1^2(R\lambda) d\lambda = \frac{2\pi\mu_0 I_0 R^2 \mu_0 \gamma d/2}{T_1} \int_0^\infty e^{-2h\lambda} \times$$

$$\times \left[ u(t) - u(t-T_1) - \exp\left(\frac{-\lambda t}{\mu_0 \gamma d/2}\right) + u(t-T_1) \times \right.$$

$$\times \left. \exp\left(-\lambda \frac{t-T_1}{\mu_0 \gamma d/2}\right) \right] d\lambda = \frac{2\mu_0 I_0 R \mu_0 \gamma d/2}{T_1} \times$$

$$\times \left\{ [u(t) - u(t-T_1)] Q_{1/2}(g_0) - Q_{1/2}(g_t) + u(t-T_1) \times \right.$$

$$\times \left. Q_{1/2}(g_{t-T_1}) \right\}.$$

Поэтому для данного импульса

$$f_h = \frac{\mu_0 I_0^2 R \mu_0 \gamma d/2}{T_1^2} [tu(t) - (t-T_1)u(t-T_1)] \times$$

$$\times \left\{ [u(t) - u(t-T_1)] Q_{1/2}(g_0) - Q_{1/2}(g_t) + \right.$$

$$\left. + u(t-T_1) Q_{1/2}(g_{t-T_1}) \right\}. \quad (20)$$

Отметим, что для случая двух витков с токами  $i_1$  и  $i_2$  замкнутая форма описания силы взаимодействия с помощью полных эллиптических интегралов хорошо известна [14]:

$$f = \mu_0 i_1 i_2 \frac{c}{[(R+\rho)^2 + c^2]^{1/2}} \left[ -K(k) + \frac{(R^2 + \rho^2 + c^2)E(k)}{(R-\rho)^2 + c^2} \right], \quad (21)$$

где  $c$  — расстояние между центрами соосных витков,  $R$  и  $\rho$  — радиусы витков, а модуль  $k$

$$2 \left[ \frac{R\rho}{(R+\rho)^2 + c^2} \right]^{1/2}.$$

Другая замкнутая форма описания дана в [11].

Согласно этому описанию сила взаимодействия двух витков радиусов  $R$  и  $\rho$  с расстоянием между центрами  $a+z=c$  описывается выражением

$$f = \mu_0 i_1 i_2 \frac{c}{\sqrt{R\rho}} \frac{Q_{1/2}(g)}{(g^2-1)^{1/2}}, \quad (22)$$

где

$$g = \frac{c^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho}.$$

Полагая в последней формуле  $i_1 = -i_2 = I_0$ ,  $c = 2(h + t/\mu_0 \gamma d)$ ,  $R = \rho$ , получаем формулу (15a), причем  $v = 2/\mu_0 \gamma d$  соответствует скорости движущегося отображения витка в плоскости пластины.

Ясно, что (22) должно переходить в (21) и обратно. Это действительно нетрудно установить, если воспользоваться вторым соотношением (П-2) приложения и связью сферических функций в (П-2) с эллиптическими интегралами [15].

Получим теперь формулу для распределения давления на пластину. Как известно, нормальная составляющая силы на единицу площади пластины может быть определена на основе выражения

$$f_{Sz} = -\sigma \frac{B_\rho^{\text{II}} + B_\rho^{\text{I}}}{2} \Big|_{z=0}.$$

Рассмотрим только ступенчатый импульс тока. Из (3), (4), (5) и соотношений приложения вытекают следующие выражения:

$$\sigma = -\frac{I_0 w}{2\pi s} \sqrt{R/\rho} [Q_{1/2}(g_1(t)) - Q_{1/2}(g_2(t))], \quad (23)$$

где

$$g_{1,2}(t) = \frac{[h \mp s + t/(\mu_0 \gamma d/2)]^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho}.$$

Для случая витка с током  $I_0$

$$\sigma = \frac{I_0 \sqrt{R/\rho}}{\pi} \frac{h+t/(\mu_0 \gamma d/2)}{R\rho} \frac{Q_{1/2}^1(g(t))}{[g^2(t)-1]^{1/2}}, \quad (24)$$

где

$$g(t) = \frac{[h+t/(\mu_0 \gamma d/2)]^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho}.$$

Поскольку

$$\frac{B_\rho^{\text{II}} + B_\rho^{\text{I}}}{2} \Big|_{z=0} = B_\rho \Big|_{z=0},$$

где

$$B_\rho = -\frac{\partial A_c}{\partial z} \Big|_{z=0},$$

то

$$B_\rho = \frac{\mu_0 I_0 w}{4\pi s} \sqrt{R/\rho} [Q_{1/2}(g_{01}) - Q_{1/2}(g_{02})], \quad (25)$$

где

$$g_{01,02} = \frac{(h \mp s)^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho}.$$

Соответственно для витка с током  $I_0$

$$B_\rho = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \sqrt{R/\rho} \frac{h}{R\rho} \frac{Q_{1/2}^1(g)}{(g^2-1)^{1/2}}, \quad (26)$$

$$g = \frac{h^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho}.$$

Поэтому для соленоида

$$f_{Sz}' = \frac{\mu_0 I_0^2 w^2}{8\pi^2 s^2} \frac{R}{\rho} [Q_{1/2}(g_1(t)) - Q_{1/2}(g_2(t))] \times \\ \times [Q_{1/2}(g_{01}) - Q_{1/2}(g_{02})], \quad (27)$$

а для витка

$$f_{Sz}' = \frac{\mu_0 I_0^2}{2\pi^2} \frac{R}{\rho} \frac{h[h+t/(\mu_0 \gamma d/2)]}{(R\rho)^2} \frac{Q_{1/2}^1(g(t)) Q_{1/2}^1(g)}{(g^2(t)-1)^{1/2} (g^2-1)^{1/2}}. \quad (28)$$

Следует отметить, что при  $\rho \rightarrow 0$ ,  $g \rightarrow \infty$  поведение сферических функций Лежандра описывается функцией вида  $g^{-3/2}$ .

Поэтому (27) и (28) при  $\rho=0$  равны нулю.

Полученные выражения (27) и (28) и дают распределение давлений в пластине.

Наконец из (8) находим

$$B_z(t) = \frac{\mu_0 I_0 w R}{2s} \int_0^\infty \exp[-(h+z)\lambda] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\mu_0 \gamma d/2} \lambda\right) \right] \times \\ \times \operatorname{sh}(s\lambda) J_1(R\lambda) d\lambda = \frac{\mu_0 I_0 w}{4s} \left\{ \frac{h+z+s}{\sqrt{(h+z+s)^2 + R^2}} - \right. \\ \left. - \frac{h+z-s}{\sqrt{(h+z-s)^2 + R^2}} + \frac{h+z-s+t/(\mu_0 \gamma d/2)}{\sqrt{[h+z-s+t/(\mu_0 \gamma d/2)]^2 + R^2}} - \right. \\ \left. - \frac{h+z+s+t/(\mu_0 \gamma d/2)}{\sqrt{[h+z+s+t/(\mu_0 \gamma d/2)]^2 + R^2}} \right\}. \quad (29)$$

Мы воспользовались формулой (2) при  $\nu=1$ . При  $t \rightarrow \infty$  остаются только два первых члена выражения (29).

Сопоставление численных результатов по формуле (15) при  $t=0$  с формулой для силы взаимодействия двух соленоидов, приведенной в приложении под номером (П-5) в [11] с наложением условий

$$\frac{s_1}{R_1} = \frac{s_2}{R_2}, \quad R_1 = R_2 = R, \quad w_1 = w_2 = w,$$

$$I_0^2 = i_1 i_2, \quad q_1 = 2(h-s)/R, \quad q_2 = 2h/R = q_4, \\ q_3 = 2(h+s)/R$$

и при учете первых трех членов ряда дает расхождение, не превосходящее 16%, причем формула (П.5) в [11] дает большие значения. С другой стороны, для случая витка формула (П.6) в [11] дает меньшие значения. Так, при  $g_t=1,5$  и  $h/R=0,5$  ( $t=0$ ) из формулы (15а) получаем

$$f_h/\mu_0 I_0^2 = 0,57,$$

тогда как из (П.6) в [11] при ограничении четырьмя членами ряда с  $R_1=R_2$ ,  $i_1 i_2=I_0^2$  имеем 0,54.

Пример. Пусть

$$w=30, \quad \frac{h}{R}=\sqrt{0,15}=0,3873, \quad \frac{s}{R}=0,37,$$

$$2 \frac{h^2}{R^2}=0,3, \quad 2 \left[ \frac{h+T/(\mu_0 \gamma d/2)}{R} \right]^2=0,7,$$

что при  $\gamma = 1,53 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ ,  $d = 1,5 \cdot 10^{-3}$  м и  $R=0,1$  м соответствует длительности  $T$  прямоугольного импульса, равной  $5,89 \cdot 10^{-4}$  с. Зазор между индуктором и пластиной не превосходит  $10^{-3}$  м.

Выбранная удельная проводимость материала соответствует латуни, а остальные значения мало расходятся с параметрами, определенными в [1, 2]. Как следует из [2], импульс силы в  $0,172$  Н·с при продолжительности  $3,34 \cdot 10^{-4}$  с отвечает требованиям, предъявляемым к антиобледенительному устройству. Зададимся вопросом, какой нужен ток, чтобы обеспечить импульс силы порядка  $0,2$  Н·с учетом выбранных параметров. Из (18) и (19) находим

$$0,2 = \bar{f}_h T = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 900 I_0^2 14,42 \cdot 10^{-4} \cdot 0,312, \\ \text{откуда } I_0 = 630 \text{ А.}$$

Поэтому можно предположить, что ток порядка  $630-700$  А продолжительностью  $500-600$  мкс даст необходимую величину импульса силы. Для оценки при другой форме импульса  $I_0$  можно рассматривать как действующее значение тока импульса.

## Приложение

Из формулы (1) для  $\nu=1$  имеем

$$\int_0^{\infty} e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = \frac{1}{\pi \sqrt{R\rho}} Q_{1/2}(g), \quad (\text{П-1})$$

где

$$g = \frac{a^2 + R^2 + \rho^2}{2R\rho}.$$

Дифференцируя обе части (П-1) по  $a$ , найдем

$$\int_0^{\infty} \lambda e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = -\frac{a}{\pi (R\rho)^{3/2}} \times \\ \times \frac{Q_{1/2}^1(g)}{(g^2-1)^{1/2}} = -\frac{a}{\pi (R\rho)^{3/2}} \frac{1}{2} \frac{Q_{1/2}(g) - Q_{-1/2}(g)}{g^2-1}. \quad (\text{П-2})$$

При этом использовано определение для функций Лежандра второго рода  $m$ -го порядка:

$$Q_v^m(g) = (g^2-1)^{m/2} \frac{d^m Q_v(g)}{dg^m}, \quad (\text{П-3})$$

$$m=1, 2, 3 \dots$$

Последующее дифференцирование по  $a$  (П-2) с учетом (П-3) приводит к новому представлению для интеграла:

$$\int_0^{\infty} \lambda^2 e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = \frac{1}{\pi (R\rho)^{3/2}} \times \\ \times \left[ \frac{Q_{1/2}^1(g)}{(g^2-1)^{1/2}} + \frac{a^2}{R\rho} \frac{Q_{1/2}^2(g)}{g^2-1} \right]. \quad (\text{П-4})$$

Сферическую функцию более высокого порядка можно свести к сферическим функциям меньшего порядка с помощью рекуррентного соотношения [16]:

$$Q_v^{m+2}(g) = (v-m)(v+m+1) Q_v^m(g) - \\ - \frac{2(m+1)g}{(g^2-1)^{1/2}} Q_v^{m+1}(g). \quad (\text{П-5})$$

Поэтому, например,

$$\frac{Q_{1/2}^2(g)}{g^2-1} = \frac{\frac{3}{4}(g^2-1)^{1/2} Q_{1/2}(g) - 2g Q_{1/2}^1(g)}{(g^2-1)^{3/2}}.$$

Дифференцируя снова по  $a$  (П-4), получаем

$$\int_0^{\infty} \lambda^3 e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = -\frac{a}{\pi (R\rho)^{5/2}} \times \\ \times \left[ 3 \frac{Q_{1/2}^2(g)}{g^2-1} + \frac{a^2}{R\rho} \frac{Q_{1/2}^3(g)}{(g^2-1)^{3/2}} \right], \quad (\text{П-6})$$

где

$$Q_{1/2}^3(g) = \frac{\left(\frac{5}{4} + \frac{27}{4}g^2\right) Q_{1/2}^1(g)}{g^2-1} - \frac{3g}{(g^2-1)^{1/2}} Q_{1/2}(g).$$

Убедиться в правильности полученных замкнутых форм для интегралов (П-2) и (П-4) можно путем сопоставления численных результатов для интегралов типа

$$\int_0^{\infty} x F(x) dx, \quad \int_0^{\infty} x^2 F(x) dx,$$

где  $F(x) = \exp(-2x) J_1^2(x)$ , которые по данным [5] соответственно равны 0,039 и 0,052. Полагая в (П-2) и (П-4)  $R=\rho$ ,  $\frac{a}{R}=2$  и  $g=1+\frac{a^2}{2R^2}=3$ , найдем, что

$$\int_0^{\infty} x F(x) dx = -\frac{2}{\pi} \frac{Q_{1/2}^1(3)}{g^{1/2}},$$

$$\int_0^{\infty} x^2 F(x) dx = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{Q_{1/2}^1(3)}{g^{1/2}} + \frac{1}{2} Q_{1/2}^2(3) \right].$$

Подставляя значения  $Q_{1/2}^1(3)$  и  $Q_{1/2}^2(3)$ , взятые, например, из таблиц [17], получаем соответственно 0,0387 и 0,0522.

Дифференцирование по  $a$  (П-6) дает

$$\int_0^{\infty} \lambda^4 e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = \frac{1}{\pi (R\rho)^{5/2}} \times \\ \times \left[ \frac{3Q_{1/2}^2(g)}{g^2-1} + \frac{6a^2}{R\rho} \frac{Q_{1/2}^3(g)}{(g^2-1)^{3/2}} + \frac{a^4}{(R\rho)^2} \frac{Q_{1/2}^4(g)}{(g^2-1)^2} \right]. \quad (\text{П-7})$$

Наконец, последним дифференцированием по  $a$  получаем

$$\int_0^{\infty} \lambda^5 e^{-a\lambda} J_1(R\lambda) J_1(\rho\lambda) d\lambda = -\frac{a}{\pi (R\rho)^{7/2}} \times \\ \times \left[ 15 \frac{Q_{1/2}^3(g)}{(g^2-1)^{3/2}} + 10 \frac{a^2}{R\rho} \frac{Q_{1/2}^4(g)}{(g^2-1)^2} + \frac{a^4}{(R\rho)^2} \frac{Q_{1/2}^5(g)}{(g^2-1)^{5/2}} \right], \quad (\text{П-8})$$

где  $Q_{1/2}^5(g)$  согласно (П-5) может быть записано в виде

$$Q_{1/2}^5(g) = - \left[ \frac{45}{4} Q_{1/2}^3(g) + \frac{8g Q_{1/2}^4(g)}{(g^2-1)^{1/2}} \right].$$

В свою очередь,  $Q_{1/2}^4(g)$  и  $Q_{1/2}^3(g)$  можно выразить через те же функции, но с меньшим порядком и т.д.

Учитывая, что интерполяция по табличным значениям [17] вблизи  $x=1$  дает неудовлетворительные результаты и сферические функции порядка  $m$ , большие единицы, могут быть сведены к функциям порядка 0 и 1 последовательным применением (П-5), воспроизведем из [18] выражения для  $Q_{1/2}(1+\Delta z)$  и  $Q_{1/2}^1(1+\Delta z)$ , где  $|\Delta z| \leq 0,1$ , дающие достаточно точные

значения уже при  $|\Delta z| \leq 0,5$ :

$$Q_{1/2}(1+\Delta z) = \frac{1+\frac{3}{8}\Delta z}{2} \left[ \ln \left( \frac{2+\Delta z}{\Delta z} \right) - 1,2274 \right] + \frac{3}{8}\Delta z; \quad (\text{П-9})$$

$$Q_{1/2}^1(1+\Delta z) = \frac{3}{16}(2\Delta z)^{1/2} \left[ \ln \left( \frac{2+\Delta z}{\Delta z} \right) + 0,1059 \right] - \frac{1}{2} \left( \frac{2+\Delta z}{\Delta z} \right)^{1/2} + \frac{3}{8} \left( \frac{\Delta z}{2+\Delta z} \right)^{1/2}. \quad (\text{П-10})$$

При  $|\Delta z| = \Delta x > 0,5$  и нахождения аргумента между табличными значениями можно пользоваться линейной интерполяцией.

В заключение добавим, что поскольку сопоставление численных значений по одной точке может показаться недостаточным для интегралов типа (П-2), умножим (П-2) на  $R^2$  и переобозначим  $\lambda$  на  $t$ ,  $a$  на  $c$ ,  $R$  на  $a$  и  $\rho$  на  $b$ .

Тогда

$$a^2 \int_0^{\infty} t e^{-ct} J_1(at) J_1(bt) dt,$$

причем записанный интеграл табулирован в [19], для которого замкнутая форма описания, следовательно, имеет вид

$$-\frac{c}{\pi a} \left( \frac{b}{a} \right)^{-3/2} \frac{Q_{1/2}^1(g)}{(g^2 - 1)^{1/2}},$$

$$g = \frac{c^2}{2ab} + \frac{1}{2b/a} + \frac{b}{2a}.$$

Таблица в [19] дана в диапазоне изменения  $\frac{b}{a}$  и  $\frac{c}{a}$ : 0 (0,2) 3,0.

Расчеты показывают, что численные значения для интеграла и численные значения для замкнутой формы его описания согласно [17] совпадают вплоть до четвертой значащей цифры после запятой.

**Выводы.** 1. Сферические функции Лежандра с полуцелым индексом принадлежат к специальному классу функций, который можно эффективно использовать для анализа и расчета электромагнитного поля и его силовых проявлений в устройствах с цилиндрическим индуктором.

2. Получены альтернативные и достаточно удобные выражения для оценки взаимодействия (в том числе для целей проектирования) в системе «индуктор—тонкая пластина» при импульсном токе.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schrag R.L., Zumwalt G.W. Electro-impulse deicing concept and electrodynamic studies. — AIAAPap, 1984, No 21.
2. Bernhart W.D., Zumwalt G.W. Electro-impulse deicing: structural dynamic studies, icing tunnel tests and application. — AIAAPap, 1984, No 22.
3. Hammond P. The calculation of the magnetic field of rotating machines. Part 3. — Proc. of IEE vol. 109, pt «C».
4. Wait J.R. and Hill D.A. Transient electromagnetic fields of a finite circular loop in the presence of a conducting half-space. — J. App. Phys. vol. 43, No 11, November. 1972.
5. Sutcliffe H. Principles of eddy-current distance gauges. — Proc. IEE, vol. 124, No 5, 1977.
6. Lupi S., Orefice C. Electro-dynamic forces in Induction Heating of bimetallic Plates with planar circular coils. — Archiv für Elektrotechnik, 63, 1981.
7. Tsaknakis H.J., Kriezis E.E. Transient electromagnetic fields due to a circular current loop perpendicular or parallel to a conducting half-space. — Archiv für Elektrotechnik, 65, 1982.
8. Production of short mechanical impulses by means of eddy-currents / R.M. Bowley, P.J. King, G.J. Lewis, I. Shellard. IEE Proceedings, vol. 130, pt «B», No 6, 1983.
9. Lewis G.J. Electrodynamic Operation of Electro-impulse Deicing Systems. — AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting, January 6—9, 1986.
10. Ганичев Г.Л., Цицикян Г.Н. Электромагнитное поле цилиндрической катушки, экранированной плоскости проводящим слоем. — Электричество, № 8, 1972.
11. Цицикян Г.Н. Взаимные индуктивности и силы взаимодействия соосных контуров, соленоидов и катушек. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 6.
12. Подольцев А.Д. Магнитное поле цилиндрического и плоского индуктора при питании от источника периодических импульсов тока. — Техн. электродинамика, 1988, № 5.
13. Murgatroyd P.N. The optimal form for coreless Inductors. — IEEE Trans. on Magnetics, vol. 25, No 3, 1989.
14. Смайт В. Электростатика и электродинамика / Пер. с англ. — М.: Изд. иностр. лит., 1954.
15. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / Пер. с англ. — М.: ГРФМЛ, 1979.
16. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их применения. — М.—Л.: ГИФМЛ, 1963.
17. Таблицы присоединенных функций Лежандра. — М.: Изд. ВЦ АН СССР, 1965.
18. Цицикян Г.Н. Векторный потенциал поля медленно движущихся тел в приложении к задачам электродинамической левитацией. — Изв. РАН. Энергетика, 1954, № 4.
19. Eason G., Noble B., Sneddon I.N. On certain integrals of Lipachitz-Hankel type involving products of Bessel functions. — Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. No 935, vol. 247, 1955.

[21.01.98]

*Автор: Цицикян Георгий Николаевич окончил в 1963 г. Ереванский политехнический институт. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию по специальности «Электротехнические комплексы и системы, включая их управление и регулирование» в Ленинградском электротехническом институте. Заведующий сектором ЦНИИ судовой электротехники и технологии.*



# Термоэлектродинамическое устройство для холодильных установок

ПИВОВАРОВ Л.В., НЕЧВОЛОД Н.К.

Исследуются термоэлектродинамическое устройство с жидкометаллической ветвью, замкнутой на внешний металлопровод и МГД-насос. Значительное повышение эффективности устройства достигается методом компенсации теплового потока от горячего контакта к холодному встречным потоком рабочей жидкости ветви термоэлемента. Приведены ориентировочный расчет и некоторые результаты исследований физической модели устройства.

Ключевые слова: электричество, холод, жидкий металл, движение; теплопроводность, МГД-насос, теория, эксперимент

Термоэлектричеством называются совокупность явлений, связанных с превращением энергии внутреннего теплового движения в электрическую и обратно. Например, если замкнуть цепь, составленную из двух различных металлов (т.е. собрать термопару), и поддерживать температуру одного контакта (спаев) выше температуры другого, то в цепи появляются ток, называемый термоэлектрическим, и связанное с током магнитное поле.

Значение термоЭДС контакта зависит от рода металлов и разности температур:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \alpha \Delta T; \\ \Delta T &= T_1 - T_2, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — абсолютная температура спаев;  $\alpha$  — коэффициент термоЭДС, величина, которая в практических расчетах принимается постоянной, т.е. предполагается, что термоЭДС линейно зависит от разности температур. Значение коэффициента термоЭДС (в мкВ/град) для некоторых пар металлов следующее: висмут—сурьма — 100, медь—константан — 40, железо—платина — 16. Коэффициент термоЭДС полупроводников и их сплавов на один—два порядка выше, чем в металлах.

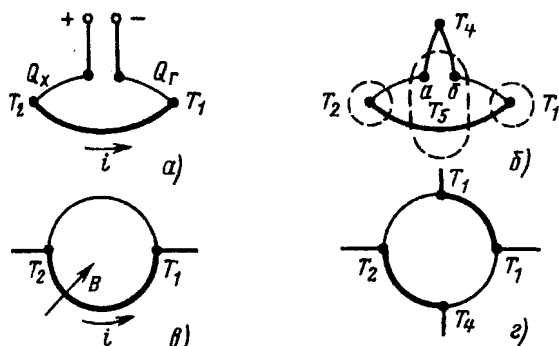


Рис. 1

Thermoelectrodynamic device with liquid metallic branch closed to an outer metal conductor and MGD-pump is investigated. Considerable increase of the device efficiency is achieved by the method of compensation of a heat stream from the hot contact to the cold one by a contrary stream of working liquid of a thermoelement branch. A tentative calculation and some results of the investigation of a device physical model are presented.

Key words: electricity, cold, liquid metall, motion, heat conductivity, MGD-pump, theory, experiment

На рис. 1 представлены варианты схем твердотельных термоэлектрических элементов различного назначения: а — преобразователь электрической энергии постоянного тока в холод; б, г — тепловой энергии в холод; в — тепловой энергии в энергию магнитного поля. Каждый из показанных на рис. 1 термоэлементов способен выполнить обратное преобразование. На схемах приняты следующие обозначения:  $T$  — абсолютная температура контактов;  $G_x$ ,  $G_r$  — количество теплоты, отбираемое от холодного и подводимое к горячему контакту;  $B$  — индукция магнитного поля;  $i$  — термоток.

Явление термоэлектрического охлаждения объясняется эффектами Зеебека, Пельте, Томпсона, Джоуля—Ленца и законом теплопроводности. Характеристикой охлаждающей способности термоэлемента является его эффективность:

$$Z = \alpha^2 \gamma / \lambda, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — теплопроводность;  $\gamma$  — электропроводность.

Возможность создания холодильника на основе эффекта Пельте была исследована Альтенкархом [3]. Он показал, что термоэлементы из металла непригодны для этих целей вследствие низкой эффективности (2).

В современных термоэлектрических холодильных устройствах обычно используются полупроводниковые материалы, например, тройные сплавы сурьмы, теллура, висмута и селена, эффективность которых равна  $(1,2 \div 3,0) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Из (2) следует, что  $Z$  мало для изоляторов, имеющих малую концентрацию электронов и, следовательно, большое удельное электрическое сопротивление. У металлов, несмотря на очень высокую концентрацию электронов, эффектив-

ность также мала вследствие высокой теплопроводности и малой величины коэффициента термоЭДС. Таким образом, материалы с высокой эффективностью следует искать среди полупроводников и их сплавов. Для большего эффекта в термоэлементе применяют ветви с различными типами проводимости: электронной, с отрицательными значениями  $\alpha_n$ , и дырочной, с положительными значениями  $\alpha_p$ .

Известно несколько причин возникновения термоэлектрических явлений, связанных с градиентом температуры на участках электрической цепи. Кроме эффектов Пельте, Зеебека и Томпсона вклад в термоЭДС дает также эффект увеличения электронов фононами и магнонами. Поэтому коэффициент термоЭДС следует рассматривать как алгебраическую сумму компонентов, вызванных одной и той же разностью температур, но различными причинами перемещения зарядов в неравномерном температурном поле. Значение и знак термоЭДС некоторых материалов зависит от температуры; знак термоЭДС может изменяться.

Таким образом, причина появления всех термоэлектрических явлений — это нарушение теплового равновесия в потоке носителей электрических зарядов или отклонение средней энергии зарядов от энергии Ферми.

Согласно закону Видемана—Франца отношение между теплопроводностью и электрической проводимостью для всех металлов, не переходящих в сверхпроводящее состояние, при постоянной температуре постоянно. Л. Лоренц показал, что это соотношение пропорционально абсолютной температуре:

$$\frac{\lambda}{\gamma} = LT, \quad (3)$$

где  $L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k}{e}\right)^2 \approx 2,45 \cdot 10^{-8}$  Вт·Ом·град<sup>-2</sup> — одинаковая для всех металлов постоянная Лоренца;  $k$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона. Закон Видемана—Франца согласуется с опытом в интервале температур  $\sim 10 \div 400$  К. Закон и некоторые отклонения от него хорошо объясняются современной теорией взаимодействия электронов с кристаллической решеткой (электронно-фотонное взаимодействие).

Учитывая (3), уравнение (2) перепишем в следующем виде:

$$Z = \alpha^2 / LT, \quad (4)$$

или для температуры  $T$  в безразмерной форме:

$$Z_9 = ZT = 0,45 \cdot 10^8 \alpha^2. \quad (5)$$

Например, термоЭДС пары медь—константан

$\alpha = 40$  мкВ/К, а ее эффективность  $Z_9 = 0,45 \times 10^{-8} \cdot 40^2 \cdot 10^{-12} = 0,072 \ll 1$ .

Метод повышения эффективности термоэлемента заключается в следующем. Из (2) видно, что увеличение  $Z$  достигается либо выбором материалов с высоким коэффициентом термоЭДС, либо уменьшением теплопроводности ветви термоэлемента в направлении от горячего к холодному спаю, сохраняя его электрическое сопротивление достаточно малым. Эта задача решается, например, если функции ветви термоэлемента выполняет электропроводная жидкость (расплав металла, полупроводника и др.), циркулирующая в замкнутом термоизолированном, неэлектропроводном канале, в определенных местах имеет тепловой контакт с другой, твердой металлической, полупроводниковой или жидкостной ветвью.

Движение жидкого проводника от холодного к горячему контакту (навстречу потоку теплопроводности) компенсирует частично или полностью теплопроводность на этом участке, а следовательно, увеличивает эффективность термоэлемента и улучшает другие его технические характеристики.

В данной работе с помощью интегральных характеристик исследуется термоэлемент с жидкостной электропроводной ветвью, замкнутой на внешний трубопровод. Рассмотрены условия полной компенсации теплового потока термоэлемента встречным принудительным потоком жидкости, в качестве которой выбрана ртуть. Предполагается, что коэффициент термоЭДС  $\alpha$  не зависит от температуры.

Цель работы — показать принципиальную возможность применения металлических термоэлементов в холодильных устройствах, а также в качестве отдельной автономной охлаждающей приставки, устанавливаемой на участках конструкций технологических металлопроводов, работающих в тяжелом температурном режиме.

Вариант модели термоэлектродинамического холодильного устройства с жидкометаллической ветвью схематично показан на рис. 2,а. Канал 1 из неэлектропроводного материала, замкнутый на внешний трубопровод 2 с включенным в него насосом 3 [например, магнитогидродинамического (МГД) типа], образует герметически замкнутый контур, заполненный электропроводной рабочей жидкостной средой 4. На канале расположены два контактирующих с жидкостью металлических электрода 5, снабженных отводами 6 для подключения их к зажимам внешнего источника постоянного тока. Контакт  $T_2$ , поглощающий теплоту Пельте, расположен в термоизолированной холодильной камере 7; отвод теплоты от горячего контакта  $T_1$  осуществляется

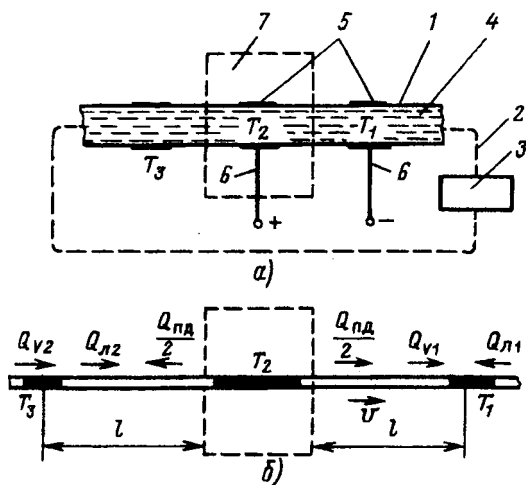


Рис. 2

естественной конвекцией внешней газовой среды либо принужденно, известными способами. В охлаждении контакта  $T_1$  участвует также движущаяся рабочая жидкость 4 ветви термоэлемента.

На канале 1 вблизи холодильной камеры 7 со стороны, противоположной контакту  $T_1$ , установлен третий, контактирующий с жидкостью, теплоотводящий электрод, температура которого  $T_3$  (как и температура контакта  $T_1$ ) поддерживается постоянной в диапазоне  $T_1 > T_3 > T_2$ . Скорость течения  $v$  рабочей жидкости регулируется МГД-насосом 3.

Предполагается, что участки канала между электродами  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T_3$  и холодильная камера идеально теплоизолированы (т.е. поток теплоты в этих областях имеет только осевую составляющую внутри канала). Составляющей тока, текущего по внешнему участку контура, имеющего большую длину, пренебрегаем. Для упрощения анализа предполагаем также, что поперечное сечение канала  $l$  постоянно, расстояние между электродами  $T_2$  и  $T_1$ ,  $T_3$  одинаковое, равно  $l$ .

Интегральные характеристики рабочей жидкости ветви: электрическое сопротивление жидкости между электродами  $R = l/\gamma S$ ; теплопроводность  $\lambda = \lambda_0 S/l$ , где  $\lambda_0$  — удельная теплопроводность.

Уравнение теплового баланса для холодного контакта запишем в виде

$$C \frac{dT}{dt} = Q_x, \quad (6)$$

где  $Q_x$  — суммарное количество теплоты, подводимое к холодному спая;  $C \frac{dT}{dt}$  — теплота, расходуемая на изменение температуры холодного спая, теплоемкость которого  $C = mc$ ,  $c$  — удельная теплоемкость спая.

Для горячего контакта в установившемся режиме

$$Q_\Gamma = Q_x + W, \quad (7)$$

где  $W$  — мощность электрической энергии, подводимой от внешнего источника постоянного тока.

Основные компоненты теплового потока  $Q_x$ , входящие в уравнение теплового баланса (7), показаны на рис. 2, б:

теплота Пельтье—Джоуля, зависящая от тока,

$$Q_{\text{п.дж}} = \pm Q_{\text{п}} + Q_{\text{дж}} = \pm \alpha I T + I^2 R; \quad (8)$$

суммарный поток теплопроводности, не зависящий от тока,

$$Q_{\lambda v} = Q_\lambda + Q_v = \lambda (\Delta T_1 + \Delta T_2) - C_v (\Delta T_1 - \Delta T_2); \quad (9)$$

где  $\Delta T_1 = T_1 - T_2$ ;  $\Delta T_2 = T_3 - T_2$ ;  $Q_\lambda = Q_{\lambda 1} + Q_{\lambda 2} = \lambda (\Delta T_1 + \Delta T_2)$ ;  $Q_v = -Q_{v1} + Q_{v2} = v S \rho c (\Delta T_1 - \Delta T_2) = -\frac{vC}{l} (\Delta T_1 - \Delta T_2)$ ,

где  $\rho = m/v = m/Sl$ .

Первое условие компенсации потока теплопроводности встречным потоком жидкости ветви

$$Q_{\lambda v} = 0, \quad (10)$$

откуда скорость потока компенсации

$$v = \frac{\lambda (\Delta T_1 + \Delta T_2)}{C (\Delta T_1 - \Delta T_2)}; \quad (11)$$

$$t_1 = l/v. \quad (11a)$$

Условие максимального охлаждения определяется оптимальным током из уравнения (8):

$$I_{\text{опт}} = \alpha T_2 / 2R. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (8), получим уравнение максимального охлаждения холодного контакта термоэлемента при полной компенсации потока теплопроводности:

$$Q_{x,\text{п}} = -\alpha^2 T_2^2 / 4R. \quad (12a)$$

Энтропия в области холодного контакта

$$S = -\frac{Q_{x,\text{п}}}{T_2} = -\frac{\alpha^2 T_2^2}{4R} \quad (12b)$$

пропорциональна абсолютной температуре и имеет отрицательный знак.

Термоэлектродинамические аспекты. Режим холодопроизводительности термоэлемента требует, чтобы время  $t_1 = l/v$ , в течение которого элемент жидкости находится в камере 7 (рис. 2), было больше времени  $t_2$ , необходимого для того, чтобы этот элемент жидкости, входящий в камеру при температуре  $T_3$ , охладился бы до температуры  $T_2$ , т.е. на величину  $T_2 = T_3 - T_2$ . Отсюда следует дополнительное условие охлаждения:

$$t_1/t_2 > 1. \quad (13)$$

Время  $t_2$  найдем, решая уравнение теплового баланса (6), записанное для режима полной компенсации потока теплопроводности:

$$t_2 = C \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{Q_{х.т}} = \frac{4RC}{\alpha^2} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_3} \right) = \frac{4RC \Delta T_2}{\alpha^2 T_3 T_2}. \quad (14)$$

Подставляя (11) и (14) в (13), находим:

$$\frac{t_1}{t_2} = Z_3 K_T, \quad (15)$$

где  $Z_3 = \frac{\alpha^2}{L}$  — эффективность термоэлемента с неподвижной жидкостью ( $V=0$ ) (5);  $K_T$  — коэффициент эффективности компенсации потока теплопроводности;

$$K_T = \frac{T_3 (\Delta T_1 - \Delta T_2)}{4 \Delta T_2 (\Delta T_1 + \Delta T_2)}. \quad (16)$$

После подстановки в (16) температур, отнесенных к температуре  $T_2$  холодного контакта,

$$\xi_1 = T_1/T_2; \quad \xi_2 = T_3/T_2,$$

получим уравнение коэффициента компенсации теплопроводности в более удобной для анализа форме:

$$K_T = \frac{\xi_2 (\xi_1 - \xi_2)}{4 (\xi_2 - 1) (\xi_1 + \xi_2 - 2)}, \quad \xi_1 > \xi_2 > 1. \quad (17)$$

Графики семейства функций  $K_T(\xi_1)$ ,  $\xi_2 = \text{const}$  показаны на рис. 3.

Из уравнения (15) следует, что эффективность термоэлемента с активной жидкостной ветвью равна произведению эффективности твердотельного элемента и коэффициента компенсации по-

тока теплопроводности.

Из анализа уравнения (16) следует:

1. Предельная минимальная температура охлаждения контакта  $T_2$  равна половине температуры «горячего» контакта:

$$T_2 = T_1/2.$$

2. Эффективность компенсации потока теплопроводности встречным потоком жидкостной ветви, определяемая условием  $K_T > 1$ , лежит в диапазоне относительных температур 0,01—0,15 (рис. 3).

3. Полученные результаты справедливы до температуры перехода жидкости ветви в твердую фазу или в сверхпроводящее состояние — с учетом принятых допущений.

*Пример 1.* Температурный режим термоэлемента с активной жидкостной ветвью:

$$T_1 = 300 \text{ К}; \quad T_2 = 260 \text{ К}; \quad T_3 = 280 \text{ К};$$

$$\Delta T_1 = 40^\circ \text{С}; \quad \Delta T_2 = 20^\circ \text{С};$$

$$\xi_1 = 300/260 = 1,154; \quad \xi_2 = 280/260 = 1,077.$$

Согласно (17) коэффициент компенсации теплопроводности

$$K_T = \frac{1,077 \cdot 0,077}{4 \cdot 0,077 \cdot 0,231} = 1,17 > 1.$$

При охлаждении до  $T_2 = 270 \text{ К}$  ( $-30^\circ \text{С}$ ) имеем:

$$\Delta T_1 = 30^\circ \text{С}; \quad \Delta T_2 = 10^\circ \text{С}; \quad \xi_1 = 300/270 = 1,11;$$

$$\xi_2 = 280/270 = 1,037;$$

$$K_T = \frac{1,037 \cdot (0,074)}{4 \cdot 0,037 \cdot 0,148} = 3,6.$$

Отсюда и из (14) и (11) следует, что для повышения эффективности необходимо выбирать  $T_3$  близким к  $T_2$ . В пределе, когда  $T_3 \rightarrow T_2$ , время  $t_2 \rightarrow 0$ , а скорость потока не зависит от разности температур спаев  $\Delta T_1$ ; спай  $T_2$  охлаждался источником теплоты, поступающей в камеру холодильника через тепловой контакт  $T_3$ .

Целесообразность применения метода компенсации потока теплопроводности термоэлемента для повышения его эффективности определяется отношением потока теплопроводности к потоку теплоты Пельтье—Джоуля, которое должно быть значительно меньше единицы:

$$K_w = \frac{Q_\lambda}{Q_{\text{п.дж}}} = \frac{4\lambda L \Delta T}{\alpha^2 T_2^2} = \frac{4(\xi_1 - 1)}{Z_3} < 1. \quad (18)$$

В примере 1 имеем  $\xi_1 = 1,164$ , и если  $Z_3 = 0,08$ , то  $K_w \approx 8,1 \gg 1,0$ . Такой термоэлемент без компенсации совершенно непригоден для охлаждения.

*Пример 2.* Ориентировочный расчет термо-

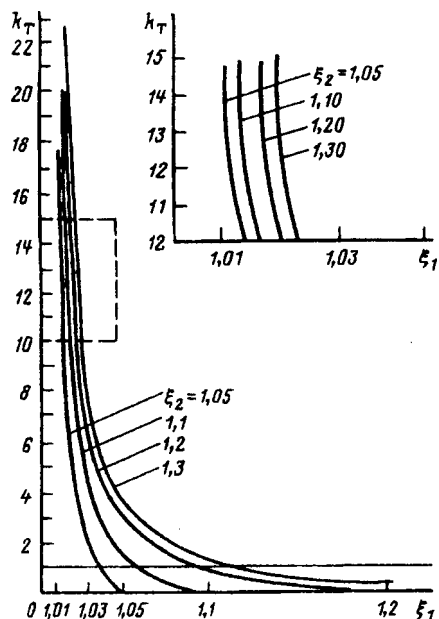


Рис. 3

электродинамического устройства с жидкометаллической ветвью.

Исходные данные. Материал ветви термоэлемента: сурьма—ртуть, термоЭДС пары = 500 мкВ/К. Физические параметры ртути: температура плавления  $t_{пл} = -39^\circ\text{C}$  (234 К); температура кипения  $t_{кип} = 360^\circ\text{C}$  (633 К); удельная теплоемкость  $c = 0,13$  Дж/(г·град) (0,03 кал/(г·град); удельная теплопроводность  $\lambda_0 = 8,25$  Вт/(м·К); удельная электрическая проводимость  $\gamma = 10^6$  Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ ; плотность  $\rho = 13,62$  г/см $^3$ .

Геометрические размеры горячего и холодного контактов ветвей: длина  $l = 0,05$  м; поперечное сечение  $S = 10^{-3}$  м $^2$ ; объем  $V = Sl = 5 \cdot 10^{-5}$  м $^3$ ; масса жидкостного элемента  $m = \rho V = 680$  г. Коэффициент вязкого трения  $\eta = 1,55 \cdot 10^3$  м·с/м $^2$ .

Влиянием параметров твердотельной ветви (сурьмы), в разрыв которой включается источник внешнего постоянного тока, пренебрегаем.

Температурный режим: холодный контакт  $T_2 = 270$  К ( $-30^\circ\text{C}$ ); горячий контакт  $T_1 = 27^\circ\text{C}$  (300 К); промежуточный контакт  $T_3 = 273$  К ( $0^\circ\text{C}$ ). Холодный контакт расположен в термоизолированной камере. Участок ветвей между холодильной камерой и горячим контактом термоизолирован.

Твердотельная ветвь элемента состоит из двух коротких коаксиальных цилиндров, расположенных соосно на канале (ветви) с рабочей жидкостью; наружные концы цилиндров контактируют с жидкостной ветвью в области температур  $T_2$ ,  $T_1$ , а внутренние концы подключены к зажимам источника электрической энергии. Теплопроводностью твердой ветви пренебрегаем.

Электрическое сопротивление жидкостной ветви

$$R = l/(\gamma S) = 5 \cdot 10^{-2} / 10^6 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ом.}$$

Теплопроводность жидкостной ветви в неподвижном состоянии

$$\lambda = \lambda_0 S/l = 8,25 \cdot 10^{-3} / 5 \cdot 10^{-2} = 0,165 \text{ Дж/К.}$$

Эффективность элемента с неподвижной жидкостью в ветви

$$Z = \alpha^2 \gamma / \lambda_0 = (50 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 10^6 / 8,25 = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}.$$

Эффективность элемента, отнесенная к абсолютной температуре 300 К,

$$Z_0 = ZT = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 300 = 0,09 \approx 0,1.$$

Перепад температур между контактами

$$\Delta T_1 = T_1 - T_2 = 30^\circ\text{C}; \Delta T_2 = T_3 - T_2 = 3^\circ\text{C}.$$

Коэффициент компенсации потока теплопроводности

$$K_T = \frac{T_3}{4\Delta T_2} \frac{(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{(\Delta T_1 + \Delta T_2)} = \frac{273 \cdot 27}{4 \cdot 3 \cdot 33} = 20.$$

Эффективность элемента с компенсацией потока теплопроводности встречным потоком жидкостной ветви

$$Z_0 = ZK_T = 0,09 \cdot 20 = 1,8.$$

Ток, потребляемый элементом в режиме максимального охлаждения,

$$I_{\text{опт}} = \frac{\alpha T_2}{2R} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \cdot 270}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 135 \text{ А.}$$

Мощность потока теплоты Пельтье—Джоуля в режиме охлаждения

$$Q_{\text{п.дж}} = -Q_{\text{п}} + Q_{\text{дж}} = -\frac{\alpha^2 T^2}{4R} = -\frac{(50 \cdot 10^{-6})^2 270^2}{4 \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = -0,97 \text{ Вт.}$$

Мощность потока теплопроводности жидкостной ветви (без компенсации)

$$Q_{\lambda} = \lambda \Delta T = 0,165 \cdot 30 = 4,9 \text{ Вт.}$$

Мощность, необходимая для охлаждения поступающей в камеру единицы объема жидкостной ветви на  $\Delta T_2 = T_3 - T_2 = 3^\circ\text{C}$ ,

$$Q_c = mc \Delta T_2 = 680 \cdot 0,13 \cdot 3 = 265 \text{ Дж.}$$

Время охлаждения элемента объема жидкости на  $3^\circ\text{C}$ :

$$t_2 = Q_c / Q_{\text{п.дж}} = 272 / 0,97 = 295 \text{ с.}$$

Необходимая скорость движения потока жидкостной ветви

$$v = \frac{\lambda (\Delta T_1 + \Delta T_2)}{\rho S c (\Delta T_1 - \Delta T_2)} = \frac{0,165 \cdot 33}{13,6 \cdot 10 \cdot 0,13 \cdot 27} = 1,14 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

Время нахождения элемента жидкости в холодильной камере

$$t_1 = l/v = 5 / 1,14 \cdot 10^{-2} = 439 \text{ с} > t_2.$$

Коэффициент  $K = t_1/t_2 \approx 1,65 > 1$  указывает на возможность либо получить более глубокое охлаждение (до  $-5^\circ\text{C}$ ), либо увеличить температуру вспомогательного контакта  $T_3$  до  $2-5^\circ\text{C}$ .

Расчет термогенератора к данному термоэлементу на ток 135 А и напряжение (10—100) мВ можно найти в [1, 2].

Экономическая эффективность работы термоэлектродинамического устройства в режиме холодильника оценивается холодильным коэффициентом — холодопроизводительностью, полученной на единицу затрат мощности. Если джоулева теплота термоэлемента распределена поровну

между горячим и холодным спаями, то холодопроизводительность устройства с компенсированным потоком теплопроводности вычисляется по формуле

$$\beta = \frac{Q_x + Q_{\lambda k}}{W + W_H} = \frac{\alpha I T_2 - I^2 R/2 - 2\lambda \Delta T + Q_{\lambda k}}{\alpha I \Delta T + I^2 R + W_H}, \quad (19)$$

где  $W_H$  — мощность МГД-насоса (например кондукционного);  $Q_{\lambda k}$  — теплота компенсационного потока жидкостной ветви термоэлемента.

Полная компенсация наступает при условии

$$Q_{\lambda k} - 2\lambda \Delta T = 0, \quad (20)$$

и тогда холодопроизводительность термоэлемента будет равна

$$\beta_k = \frac{\alpha I T_2 - I^2 R/2}{\alpha I \Delta T + I^2 R + W_H}, \quad (21)$$

откуда следует, что повышение эффективности работы элемента методом компенсации потока теплопроводности возможно лишь при условии, когда мощность, потребляемая МГД-насосом,

$$W_H \ll (\alpha I \Delta T + I^2 R) = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 135 \cdot 30 + 135^2 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \approx 2 \text{ Вт}. \quad (22)$$

Допустимой, например, является мощность МГД-насоса, составляющая ~5% мощности термодинамического преобразователя:

$$W_H = 0,05 \cdot 2 = 0,1 \text{ Вт}.$$

Целесообразно выбрать более простой и эффективный кондукционный МГД-насос, работающий на постоянном токе. Рабочим каналом насоса служит продолжение трубопровода жидкостной ветви термоэлемента. Размеры канала по направлению трех взаимно перпендикулярных векторов: плотности тока  $\sigma$ , плотности поля  $B$  и скорости потока  $v$  соответственно равны:  $h_k = 10$  см;  $a_k = 1,0$  см;  $b_k = 5$  см. Ориентировочный расчет насоса выполним с помощью «укороченного» уравнения Навье—Стокса

$$\rho \frac{dv}{dt} = p^* + p_\eta^* + p_\eta^*,$$

где  $p^*$  — напор, создаваемый насосом;  $p_\eta^*$  — сила вязкого трения жидкости в контуре;  $p_\eta^*$  — электромагнитная сила,

и уравнения баланса мощностей насоса

$$W_H = W_a + W_\eta + W_T + W_{\text{доб}}.$$

В стационарном режиме ( $dv/dt=0$ ), переходя от давлений к силам, уравнение сил имеет вид

$$p^* S = F_\eta - F_\eta.$$

Выберем практически приемлемые индукцию

поля  $B=0,1$  Тл и среднюю длину замкнутого контура с жидкостной ветвью термоэлемента  $L=0,5$  м. Тогда в стационарном режиме имеем:

Сила и мощность вязкого трения

$$F_\eta = \eta v L = 1,55 \cdot 10^{-3} \cdot 1,14 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5 \approx 0,09 \text{ Н};$$

$$W_\eta = F_\eta v = 0,09 \cdot 10^{-4} \cdot 1,14 = 0,01 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}.$$

Минимальную величину плотности тока насоса найдем из условия  $\text{grad } p=0$ ;

$$\sigma_{\min} = F_\eta / BV = \frac{0,09}{0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} \approx 20 \cdot 10^3 \text{ А/м}^2.$$

Электромагнитная сила и мощность

$$F_\eta = \sigma BV = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \approx 0,09 \text{ Н} \approx 0,1 \text{ Н};$$

$$W_\eta = F_\eta v = 0,01 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}.$$

Мощность тепловых потерь

$$W_T = \frac{\sigma^2}{\gamma} V = \frac{(20 \cdot 10^3)^2}{10^6} 50 \cdot 10^{-6} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}.$$

Добавленные потери примем равными 20% мощности тепловых потерь:

$$W_d = 0,2 W_T = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}.$$

Мощность, потребляемая насосом из сети,

$$W_H = \Sigma W = 0,026 \text{ Г} < 0,10 \text{ Вт}.$$

Таким образом, применение МГД-насоса практически не отражается на экономической эффективности термоэлектродинамического преобразователя.

Ориентировочный расчет подтверждает принципиальную возможность создания высокоэффективного термоэлектрического холодильного устройства на основе жидкостных или твердометаллических термоэлементов.

Вариант схемы каскадного соединения термоэлектродинамических элементов для получения глубокого охлаждения, показан на рис. 4. Термоэлементы включены последовательно так, чтобы промежуточный контакт  $T_3$  последующего элемента (каскада) и холодный контакт  $T_2$  предыдущего каскада были помещены в одну тер-

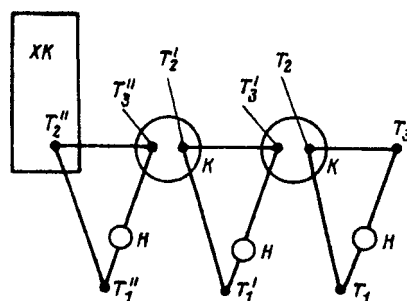


Рис. 4

моизолирующую капсулу  $K$ , а холодный контакт  $T_2$  последнего каскада находился в холодильной камере  $ХК$ . Каждый каскад снабжен своим магнитогидравлическим насосом  $H$ . При условии идентичности каскадов теоретический перепад температуры на  $n$  каскадов равен  $T_2 n$ .

В твердотельных термоэлементах возможно применение других методов компенсации потока теплопроводности, например, с помощью принудительного потока нейтральной охлажденной жидкости, текущей по специальным осевым каналам ветвей термоэлемента между горячим и холодным контактами.

Непосредственное преобразование тепловой энергии в энергию магнитного поля реализуется, например, с помощью кольцевого термоэлемента, изображенного на рис. 1, в. Если контакт термоэлемента поддерживать при температурах  $T_1 \neq T_2$ , то в цепи элемента возникает термоток

$$I = \alpha \Delta T / R, \quad (23)$$

В центре кольца термоток возбуждает поле с индукцией

$$B = \mu \mu_0 \alpha \Delta T / 2Rr, \quad (24)$$

где  $r$  — радиус кольца термоэлемента. Если электрическое сопротивление кольца мало, то индукция оказывается весьма значительной.

Физическая модель термоэлектродинамического устройства показана на рис. 5. Термоэлемент  $1$  с двумя металлическими спаями — горячим  $T_1$  и холодным  $T_2$ , последовательно с амперметром  $2$  с помощью зажимов  $3$  подключен к источнику постоянного тока  $0 \div 5$  А. Ветви термоэлемента расположены в тонкой сквозной осевой термоизолирующей трубке  $4$ , проходящей через холодильную камеру  $4'$  с двойными теплоизоляционными стенками, закрытыми сверху и снизу теплонепроницаемыми крышками  $5$ . Верхняя часть трубки снабжена микровентилем (капельницей) и соединена с резервуаром  $6$  с охлаждающей жидкостью при температуре  $T_3$ . Температура спаев термоэлемента и жидкости в резервуарах измерялась термопарами, подключенными к гальванометрам  $8, 9$  и ртутными термометрами  $T_3$  и  $T_4$ . Спай  $T_1$  подогревался электронагревателем  $10$ . Использовался термоэлемент нихром ( $S_1 = 2$  мм<sup>2</sup>;  $l_1 = 0,05$  м;  $\alpha_1 = +15$  мкВ/К) — алюминий ( $S_2 = 2$  мм<sup>2</sup>;  $l_2 = 0,1$  м;  $\alpha = -0,4$  мкВ/К, удельное сопротивление  $\rho_1 = 0,8$ ;  $\rho_2 = 0,028$  Ом·мм<sup>2</sup>/м; удельная теплопроводность  $\lambda_1 = 80$ ;  $\lambda_2 = 340$  Вт/(м·К).

Сопротивление термоэлемента  $R = 2 \cdot 10^{-3}$  Ом. Теплопроводность ветвей  $\lambda = 10 \cdot 10^{-3}$  Вт/К; коэффициент термоЭДС  $\alpha = 15,3$  мкВ/К; теплоемкость  $C = 0,2$  Дж/К.

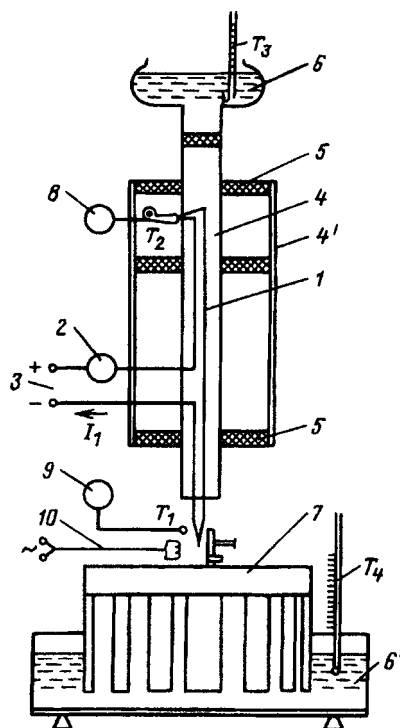


Рис. 5

**Эксперимент 1.** Измерение параметров термоэлемента методом холостого хода и короткого замыкания при разности температур спаев  $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ . Напряжение холостого хода  $U_x = 1,4$  мВ; термоток  $I_k$  короткого замыкания через шунт 75 мВ, 150 А был равен 0,54 А. Сопротивление термоэлемента

$$R = \frac{U_x}{I_k} - R_{\text{ш}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

**Эксперимент 2.** Компенсация потока теплопроводности ветвей термоэлемента встречным внешним потоком охлаждающей жидкости.

Уравнение теплового баланса (7) для холодильной камеры перепишем в следующем виде:

$$C \frac{dT}{dt} = W - \lambda_3 T,$$

где  $C$  — теплоемкость камеры;  $W$  — тепловая мощность, подводимая к устройству;  $\lambda_3 T$  — мощность теплоотдачи во внешнюю среду;  $T$  — разность температур камеры и внешней среды.

Решение уравнения при выключенном источнике энергии ( $W=0$ ) посредством экспоненциальной функции:  $T = A \exp(-t/c)$ , где  $\tau = c/\lambda_3$  — постоянная времени теплового переходного процесса.

При включенном источнике энергии ( $W=W_0$ )

$$T = \frac{W_0}{\lambda_3} + B \exp(-t/c).$$

Длительность переходного теплового процесса  $t_p \approx (3 \div 4) \tau$ . В стационарном режиме ( $t \rightarrow \infty$ ) температура в камере

$$T = W_0 / \lambda_3,$$

где  $\lambda_3 = \lambda - \lambda_k$  — теплопроводность камеры, учитывающая компенсационный поток жидкости.

Из последнего уравнения следует, что увеличение потока компенсации (теплопроводности) эквивалентно уменьшению теплопроводности камеры. Однако проблема тепловой изоляции стенок камеры от проникающего в нее теплового потока из внешней среды остается.

Уменьшение общей теплопроводности камеры значительно увеличивает длительность теплового процесса. В экспериментах теплоемкость и теплопроводность холодильной камеры и спая (объем  $2 \text{ см}^3$ ) приняты равными  $C = 10 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/К}$ ;  $\lambda = 60 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/К}$ ; постоянная времени теплового процесса  $\tau = 6 \text{ с}$ ; время переходного процесса  $t_p = 25 \text{ с}$ , а интервалы между отдельными измерениями составляли 2 мин. Расчетное уравнение теплового баланса камеры в стационарном режиме

$$Q_x = (\pm 3,4I + 2I^2 + 10 \Delta T) \cdot 10^{-3} - \lambda_k \Delta T. \quad (27)$$

В некомпенсированном режиме ( $\lambda_k \Delta T = 0$ ) при оптимальном токе  $\sim 1 \text{ А}$  охлаждение в камере  $\Delta T = 1,4^\circ\text{C}$  было близко к расчетному. При подключении радиатора к горячему спаю ( $T_1 = 25^\circ\text{C}$ ) температура в камере понижалась на  $2\text{--}4^\circ\text{C}$ . Дополнительный отвод теплоты от ветвей термоэлемента производился с помощью охлажденной воды ( $T_3 = 15^\circ\text{C}$ ), температура в камере понижалась до  $9\text{--}10^\circ\text{C}$ .

Если, например, значение компенсирующей теплопроводности принять равным  $9,95 \times 10^{-3} \text{ Вт/К}$ , то  $\lambda_3 = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/К}$ , а расчетное понижение температуры в камере будет равно  $\Delta T = 28^\circ\text{C}$  (до  $\sim 1^\circ\text{C}$ ) за время охлаждения  $t_p = 4\tau = \frac{4C}{\lambda_3} = 80 \text{ мин}$ . Вследствие несовершенства термоизоляции камеры и низкой мощности охлаждения Пельтье ( $10^{-3} \text{ Вт}$ ) оптимального режима работы достичь не удалось, но возможность повышения эффективности экспериментально доказана.

На рис. 6,а показана идеализированная характеристика  $Q_x(I)$   $\lambda_3 = 0$ , построенная по уравнению (27); кривая 1 — режим охлаждения и кривая 2 — режим нагрева камеры. Там же крестиками показаны результаты некоторых измерений. В оптимальном режиме при скорости охлаждающей жидкости, равной одной капле за секунду и температуре  $T_3 = 12^\circ\text{C}$ , температура в холодильной камере достигала  $6^\circ\text{C}$ .

Совпадение результатов экспериментов с дан-

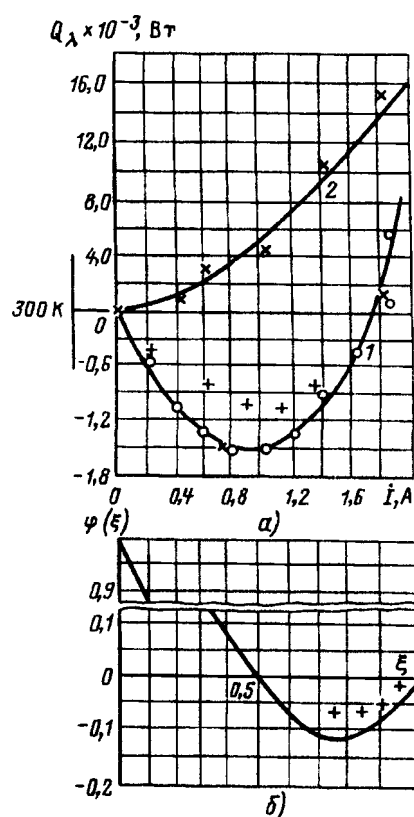


Рис. 6

ными теории удовлетворительное.

**Эксперимент 3.** Преобразование теплоты в холод. Контакты 3 устройства замыкаются накоротко: спай  $T_1$  нагревается электронагревателем 10. Оптимальный ток  $\sim 1 \text{ А}$  создавался разностью температур спаев  $\Delta T = \frac{IR}{\alpha} = 80^\circ\text{C}$ . Подстановкой  $I = \alpha \Delta T / R$ ,  $T_1/T_2 = \xi$  уравнение  $Q_x(I)$  (1) преобразуется в удобную для экспериментальных исследований форму:

$$Q_x = P\varphi(\xi),$$

где  $P = \alpha^2 T^2 / R = 16 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$  — постоянная устройства;  $\varphi(\xi) = (1 - 3\xi + 2\xi^2)$ .

Предположим, что в холодильной камере необходимо получить температуру  $T_2 = 280 \text{ К}$  ( $7^\circ\text{C}$ ). Тогда  $T_1 = T_2 + \Delta T = 360 \text{ К}$ . Теплопроводность между спаями  $\lambda_3 = (10 - \lambda_k) \cdot 10^{-3} \text{ Вт/К}$ . В режиме максимального охлаждения ( $\xi = 0,75$ ) имеем  $Q_{x,T} = 0,125P = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$ ; эквивалентная теплопроводность  $\lambda_3 = Q_x / \Delta T = 0,02 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/К}$ , тепловой поток компенсации  $Q_k = \lambda_k \Delta T \approx 0,8 \text{ Вт}$ . Особое внимание в эксперименте было уделено качеству теплоизоляции холодильной камеры, входящих в нее ветвей термопар и отводу теплоты от горячего спая.

На рис. 6,б изображена расчетная холодильная характеристика  $\varphi(\xi)$ . Результаты опытных данных отмечены крестиками. Скорость охлаждающего потока жидкости при температуре  $T_3 = 15^\circ\text{C}$  под-



держивалась равной одной—двум каплям за секунду\*. Температура в камере не опускалась ниже 8°C.

**Выводы.** Термоэлектрические металлические устройства имеют низкую эффективность и поэтому в холодильной технике широкого применения не получили. Существующие полупроводниковые термоэлектрические холодильные устройства дорогие, имеют низкий КПД, малую мощность.

Для повышения эффективности термоэлементов необходимы новые естественные или синтезированные материалы и новые конструктивные решения.

В предложенном термоэлектродинамическом устройстве задача повышения эффективности решается заменой твердотельных ветвей термоэлемента жидкометаллическими или жидкими электролитами с естественным или принудительным потоком охлажденной жидкости навстречу горячему спаю.

Экспериментальная проверка результатов теоретических исследований на физической модели термоэлемента с твердотельными ветвями, охлаждаемыми внешним жидкостным низкотемпературным потоком, позволила убедиться в отсутствии технических препятствий для использования подобных устройств в холодильных установках большой мощности, особенно в системах с каскадным соединением элементов.

Термоэлектродинамические устройства такого типа разрабатываются впервые. Существует разнообразие вариантов их схем, диапазонов температур, физико-химических свойств рабочей жидкостной среды и др.

Имеется еще ряд проблем, ожидающих решения. К ним относятся, например, разработка модульных конструкций металлических или полупроводниковых элементов с капиллярными ветвями для охлаждения; проблема использования в ветвях термоэлемента жидких электролитов, электропроводных суспензий и др.

Результаты работы могут быть использованы для конструирования холодильных установок, работающих в естественном градиентном темпе-

ратурном поле окружающей среды (атмосфера, гидросфера, геосфера, космос и др.); в области сверхнизких температур, а также для создания термоэлектрических автономных систем, производящих отрицательную энтропию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жузе В.Н., Гусинова Е.И. Библиография по термоэлектричеству. — М.; Л.: Физматгиз, 1968.
2. Зорин И.В., Зорина Э.Я. Термоэлектрические холодильники и генераторы. — Л.: Энергия, 1973.
3. Бондарь Е.С., Кравцова В.Я. Современные бытовые электроприборы и машины. — М.: Машиностроение, 1993.
4. Пригожин И.Р. От существующего к возможному. — М.: Наука, 1985.
5. Пригожин И.Р. Теория диссипативных структур (Неравновесная термодинамика). — М.: Наука, 1986.
6. Соуорд А.М., Роберто П.Х. Современное состояние теории МГД-динамо: Пер. с англ. — Магнитная гидродинамика, 1976, № 1.
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике: Пер. с англ. — Квантовая механика. 1967, т. 3 (9).
8. Поль Р.В. Учение об электричестве: Пер. с нем. — М.: Физматгиз, 1962.
9. Пивоваров Л.В. Кондукционное электромагнитное устройство. — Электричество, 1991, № 9.

[24.04.97]

*Авторы: Пивоваров Лев Владимирович окончил факультет «Радиотехника» Всесоюзного заочного политехнического института в 1953 г. В 1993 г. в Институте электродинамики Академии наук Украины защитил докторскую диссертацию по теме «Электромагнитные устройства контроля и управления параметрами электроприводных сред в технологических системах». Профессор Славянского государственного педагогического института, Украина.*

*Нечволод Николай Кузьмич окончил физико-математический факультет Харьковского государственного педагогического института им. Г.С. Сковороды в 1961 г. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Ползучесть кристаллических тел при низких температурах». Профессор, ректор Славянского государственного педагогического института, Украина.*

\* Путем постоянной регулировки микровентили капельницы.

# О развитии метода вторичных источников для расчета электромагнитного поля

УШАКОВ А.Н., УШАКОВА Н.Ю.

*Предложены пути развития метода вторичных источников для расчета электромагнитных полей. Продемонстрирована возможность использования вторичных источников в аналитических методах расчета. Получены неописанные ранее в литературе уравнения связи вторичных источников с векторами магнитного поля. Приведен пример расчета магнитного поля возбужденного зубчатого магнитопровода.*

**Ключевые слова:** электротехнические устройства, магнитные поля, метод вторичных источников, расчет

В теории электромагнитного поля метод вторичных источников (МВИ) достаточно подробно описан [1, 2, 3], но широкого применения не получил из-за сложности математического аппарата. Традиционная формулировка краевой задачи этим методом включает в себя, как правило, три основных этапа:

выбор вида вторичных источников (ВИ) и установление их связи с искомыми физическими полями;

подстановка ВИ в уравнения поля (граничные условия) для получения уравнений количественного расчета;

непосредственное решение уравнений относительно ВИ.

Представление ВИ в виде суперпозиции точечных источников приводит к интегральным формулам связи и уравнениями, в которых неизвестные ВИ находятся под знаком интеграла, из-за чего МВИ имеет второе и более известное название метода интегральных уравнений (ИУ). Процесс решения может быть численным — при аппроксимации ИУ системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), или аналитическим, если удастся подобрать такую систему функций для аппроксимации ВИ, которая позволяет точно (аналитически) интегрировать ядро ИУ при решении конкретной краевой задачи. Например, Г.А. Гринберг в [3] аналитически решает электростатические задачи для секториального расположения сред, используя подходящие интегральные преобразования к исходным ИУ для приведения их к системе линейных алгебраических уравнений конечной размерности относительно изображений ВИ.

Попытка применения этого подхода к решению более сложных задач расчета электромагнитного поля (ЭМП) приводит обычно к необходимости выполнения трудоемких и сложных

*Ways of the development of secondary source method for calculating electromagnetic field are proposed. The possibility of using secondary sources for analytical calculation methods is shown. Equations of a connection of secondary sources with vectors of a magnetic field, which have not been yet described in a literature are obtained. An example of calculating a magnetic field of an exited tooth magnetic circuit is given.*

**Key words:** electromechanical devices, magnetic fields, secondary sources method, calculation

математических выкладок, причем без гарантии удачного исхода в смысле аналитического расчета изображений ВИ.

В то же время более глубокое осмысление физических основ математической теории потенциала [4], лежащей в основе МВИ, дает возможность сразу получить зависимости между ВИ и обусловленными ими векторами ЭМП. При этом сохраняются все достоинства МВИ, в том числе и компактность формы записи векторов ЭМП, но могут значительно снизиться сложность и объем вычислительной работы. Получить подобные зависимости можно в любой системе координат, допускающей разделение переменных для решаемого уравнения. После записи общего вида решения краевой задачи подстановка туда уравнения поверхности, на которой расположены источники, дает систему функций для аппроксимации их распределений. Представление объемных ВИ должно совпадать с общим видом аналитического решения.

Как известно, ВИ делятся на скалярные, которые принято называть магнитными зарядами, и векторные — электрические токи. Закономерности их пространственной концентрации приводят к понятиям объемного (наиболее общий случай) и поверхностного (простой и двойной слой) распределения. Для кусочно-однородных и линейных в магнитном отношении сред решение магнитостатических задач может быть выполнено с применением только поверхностных распределений ВИ. Заметим, что нулевой объем, занимаемый поверхностными ВИ, позволяет применять для решения полевой задачи как векторный, так и скалярный магнитный потенциал.

Покажем, например, как можно достаточно просто получить аналитическое выражение в декартовой системе координат для определения напряженности магнитного поля простого слоя маг-

нитных зарядов с поверхностной плотностью  $\sigma(x, y)$ , расположенного в плоскости  $z=0$  [5]. Граничные условия для магнитного поля, созданного зарядами [1]:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_+ &= \varphi_-; \\ \frac{\partial \varphi_+}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_-}{\partial z} &= -\sigma(x, y), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\varphi$  — скалярный магнитный потенциал в расчетной области, индексы «+», «-» обозначают односторонние пределы с разных сторон плоскости расположения слоя зарядов.

Общее решение уравнения Лапласа, которому подчиняется распределение магнитного поля в вакууме, в зависимости от значений констант разделения имеет вид

$$\left. \begin{aligned} e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}; & \quad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0; \\ (a + bx)e^{\beta y + \gamma z}; & \quad \alpha = 0, \quad \beta^2 + \gamma^2 = 0; \\ (A + Bx)(C + Dy)(E + Fz), & \quad \alpha = 0, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma$  — константы разделения, в общем случае любые комплексные числа;  $x, y, z$  — координаты, которые в (2) можно циклически переставлять для получения наиболее удобного вида решения;  $a, b, A, B, C, D, E, F$  — постоянные.

Подставив в (2) уравнение плоскости расположения зарядов  $z=0$ , получим систему функций, которые необходимо использовать при аппроксимации:

$$\sigma(x, y) = \begin{cases} e^{\alpha x + \beta y}; \\ (a + bx)e^{\beta y}; \\ (A + Bx)(C + Dy). \end{cases} \quad (3)$$

В соответствии с ненулевыми значениями констант разделения аналитический расчет трехмерного магнитного поля возможен только при использовании произведения экспонент для представления плотности зарядов. Из имеющегося многообразия функциональных преобразований с экспоненциальным ядром наиболее приемлемым является представление плотности зарядов интегралом или рядом Фурье:

$$\sigma(x, y) = L\sigma_{\alpha\beta}, \quad (4)$$

где  $L$  — линейный оператор, в котором константы разделения должны выполнять функции внутренних переменных преобразования.

В общем случае (для трехмерного аperiодического поля) он имеет вид

$$L = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\alpha x + j\beta y} d\alpha d\beta. \quad (5)$$

Если поле периодически, соответствующий интеграл Фурье следует заменить рядом Фурье в комплексной форме:

$$L = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} e^{j\alpha x + j\beta y} d\alpha. \quad (6)$$

Решая уравнение Лапласа с учетом граничных условий (1), получаем выражение для скалярного магнитного потенциала:

$$\varphi = L \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{-|z|\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}. \quad (7)$$

Искомая напряженность магнитного поля определяется традиционным образом:

$$\vec{H} = -\text{grad } \varphi.$$

Нормальная (к плоскости расположения зарядов  $z=0$ ) составляющая напряженности описывается выражениями

$$\left. \begin{aligned} H_{z+} &= L \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{2} e^{-z\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, & z \geq 0; \\ H_{z-} &= L \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{2} e^{z\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, & z \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Зависимости (7) и (8) получены для скалярных источников поля. Покажем решение той же задачи при использовании векторных вторичных источников, к каким относится простой слой электрического тока. Рассчитаем магнитное поле, созданное простым слоем тока, с помощью скалярного магнитного потенциала, а не векторного, что допустимо, так как слой тока занимает нулевой объем. Уравнение поверхности расположения слоя тока  $z=0$ . Граничные условия с разных сторон поверхности расположения имеют известный вид:

$$\left. \begin{aligned} [\vec{H}_2 - \vec{H}_1, \vec{n}] &= \vec{J}(x, y); \\ (\vec{B}_2 - \vec{B}_1, \vec{n}) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $\vec{J}(x, y)$  — распределение простого слоя тока;  $\vec{n}$  — вектор нормали к поверхности расположения слоя тока, его направление совпадает с положительным направлением оси  $z$  декартовой системы координат; индекс «1» соответствует полупространству  $z \leq 0$ , индекс «2» — полупространству  $z \geq 0$ .

Векторы напряженности индукции магнитного поля связаны выражением

$$\vec{B} = \mu \vec{H},$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды, для которой рассчитываются векторы.

При аналитическом решении распределение простого слоя тока следует представить в виде

$$\vec{J}(x, y) = L \vec{J}_{\alpha\beta}. \quad (10)$$

Здесь  $\vec{J}_{\alpha\beta}$  — результат применения разложения в ряд Фурье по координате  $y$  и преобразования

Фурье по координате  $x$  известного распределения простого слоя тока  $\bar{J}(x, y)$ . Учитывая, что

$$\operatorname{div} \bar{J}(x, y) = 0,$$

получаем связь между проекциями вектора  $\bar{J}_{\alpha\beta}$  на оси  $x$  и  $y$ :

$$\alpha J_{\alpha\beta}^x + \beta J_{\alpha\beta}^y = 0.$$

Используя это выражение, можно учитывать в расчетах только одну из проекций распределения слоя тока. При решении задач электромеханики удобнее всего брать проекцию на ось  $x$  как совпадающую по направлению с током пазовой части обмотки.

Решая уравнение Лапласа для скалярного магнитного потенциала, определяем магнитное поле простого слоя тока:

$$\left. \begin{aligned} \bar{H}_2 &= \operatorname{grad} \left( L \frac{J_{\alpha\beta}^x}{2j\beta} e^{-z\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \right), \quad z \geq 0; \\ \bar{H}_1 &= -\operatorname{grad} \left( L \frac{J_{\alpha\beta}^x}{2j\beta} e^{z\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \right), \quad z \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Выражения (8) и (11), полученные в рассмотренных задачах, предназначены для использования при аналитическом решении любых полевых задач в декартовой системе координат. Способ получения аналогичных выражений в других системах координат по предлагаемому алгоритму очевиден, поэтому здесь не приводится.

В качестве практического примера рассмотрим задачу расчета магнитного поля возбужденного зубчатого магнитопровода, развернутого в направлении оси  $y$ . Магнитную проницаемость стали магнитопровода считаем постоянной, направление токов обмотки — двухкоординатным (по осям  $x$  и  $y$ ). Электрические токи в обмотках в этом случае являются первичными источниками магнитного поля, их объемное распределение считаем заданным.

Методика расчета распределения магнитного поля для заданной системы токов в однородной среде известна [1—3], однако в данной задаче она приводит к неоправданно сложным формулам. Более удобные для дальнейших аналитических преобразований выражения получаются, если использовать для определения магнитного поля первичных источников следующий алгоритм:

разделим область, занимаемую током, на ряд подобластей (слоев) координатными плоскостями;

проинтегрируем вектор плотности тока обмотки по высоте слоя (сожмем слой), в результате чего получим вектор линейной плотности тока, который расположим в середине слоя;

рассчитаем магнитное поле, созданное каждым слоем тока, воспользовавшись (11);

сложим магнитные поля от каждого слоя тока.

Степень адекватности рассчитанного поля реальному обуславливается, очевидно, количеством слоев, на которые делится обмотка. Для упрощения в дальнейшем расчете всю обмотку эквивалентим только одним слоем тока, расположенным в плоскости  $z = -h$  в системе координат, привязанной к коронкам зубцов магнитопровода. Влияние ферромагнитного магнитопровода учтем введением на границах раздел разнородных в магнитном отношении сред вторичных источников (простых слоев магнитных зарядов).

Граничные условия для этого типа ВИ показывают их физический смысл: скачок нормальной к границе составляющей напряженности магнитного поля в рассматриваемой точке. Из опыта численных расчетов магнитного поля известно, что максимальным этот скачок получается на коронках зубцов магнитопровода. Поэтому влиянием остальных поверхностей, ограничивающих магнитопровод, можно пренебречь. В этом случае намагниченность магнитопровода учитывается простым слоем магнитных зарядов, находящихся только в плоскости расположения коронок зубцов  $z = 0$ .

Результирующее распределение магнитного поля, являющееся суммой полей первичных и вторичных источников, обязано удовлетворять всем уравнениям Максвелла. Поэтому потребуем выполнения граничных условий для нормальных к границе раздела сред составляющих индукции этого поля:

$$\mu_1 (H_{z-} + H_{0z}) = \mu_0 (H_{z+} + H_{0z}), \quad (12)$$

где  $\bar{H}_0$  — напряженность магнитного поля, созданного первичными источниками (токами обмотки);  $\mu_1$  — магнитная проницаемость пространства  $z \leq 0$ , где расположен магнитопровод.

Исходя из (12), следует рассчитать распределение плотности простого слоя магнитных зарядов. После подстановки в (12) выражений для нормальных составляющих магнитного поля, созданного простым слоем магнитных зарядов (8) и простым слоем токов первичных источников (11), для границы  $z = 0$  получим:

$$\begin{aligned} \mu_1 \left( L \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{2} e^{z\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} + H_{0z} \right) = \\ = \mu \left( L \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{2} e^{-z\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} + H_{0z} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$H_{0z} = -Lg_{\alpha\beta};$$

$$g_{\alpha\beta} = J_{\alpha\beta}^x \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2j\beta} e^{-h\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}.$$

После очевидных преобразований (13) имеем

$$L \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{2} = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\mu_1 + \mu_0} H_{0z}. \quad (14)$$

Так как магнитная проницаемость полупространства, где расположен магнитопровод, зависит от координат  $x, y$ , то, обозначив

$$\lambda(x, y) = \frac{\mu_1(x, y) - \mu_0}{\mu_1(x, y) + \mu_0} = L\lambda_{\xi\nu}, \quad (15)$$

рассчитаем искомое распределение плотности простого слоя магнитных зарядов:

$$\sigma_{\alpha\beta} = -2\lambda_{\xi\nu} * g_{\alpha\beta}, \quad (16)$$

где  $\xi, \nu$  — внутренние переменные преобразования  $L$ ; знаком «\*» обозначена операция свертки для преобразования Фурье [4].

В более привычном и развернутом виде (16) можно записать как

$$\sigma_{\alpha\beta} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \lambda_{\xi\nu} g_{\alpha-\xi, \beta-\nu} d\xi, \quad (17)$$

где все величины известны.

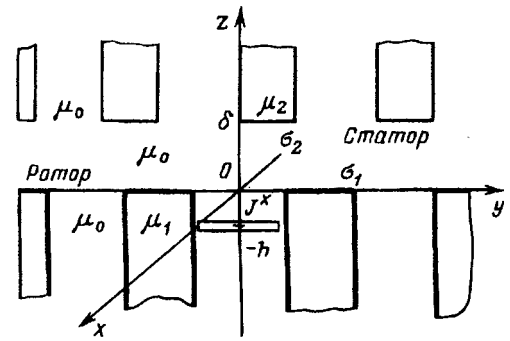
Распределение магнитного поля от вторичных источников теперь несложно получить, подставив (17) в (8). Учтя поле первичных источников, получим напряженность результирующего магнитного поля:

$$H_z = -L \left( g_{\alpha\beta} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \lambda_{\xi\nu} g_{\alpha-\xi, \beta-\nu} d\xi \right). \quad (18)$$

Выражение (18) включает в себя интегралы и суммы с бесконечными пределами и выглядит достаточно громоздким. Однако решение данной задачи классическим методом интегральных уравнений [1] потребовало в 9 раз больших затрат машинного времени, чем вычисление по (18).

Необходимость расчета магнитного поля уединенного магнитопровода возникает достаточно редко. Реальные же конструкции электрооборудования состоят обычно из нескольких магнитоактивных частей, взаимовлияние которых делает задачу расчета магнитного поля качественно более сложной. Например, для двух зубчатых магнитопроводов (ротора и статора электрической машины с магнитными проницаемостями  $\mu_1$  и  $\mu_2$ ) прежняя система допущений приводит к размещению уже двух простых слоев магнитных зарядов в плоскостях расположения коронок зубцов (см. рисунок).

Если первичные источники поля оставить в прежнем виде (11), то рассматриваемая краевая



Расчетная область задачи

задача будет отличаться от предыдущей только наличием магнитопровода статора. В прежней системе координат, приведенной к коронкам зубцов ротора, уравнение плоскости расположения коронок зубцов статора будет  $z = \delta$ . Выполнение граничных условий теперь необходимо обеспечить для двух границ, где расположены два простых слоя магнитных зарядов:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 (H_{z-}^{(1)} + H_{z-}^{(2)} + H_{0z}) &= \mu_0 (H_{z+}^{(1)} + H_{z+}^{(2)} + H_{0z}), & z = 0; \\ \mu_0 (H_{z+}^{(1)} + H_{z+}^{(2)} + H_{0z}) &= \mu_2 (H_{z+}^{(1)} + H_{z+}^{(2)} + H_{0z}), & z = \delta, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где в соответствии с (8) при поверхностных плотностях  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  простых слоев магнитных зарядов на коронках зубцов соответственно ротора и статора имеем:

$$\begin{aligned} H_{z\pm}^{(1)} &= \pm L \frac{\sigma_{1\alpha\beta}}{2} e^{-|z| \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}; \\ H_{z\pm}^{(2)} &= \pm L \frac{\sigma_{2\alpha\beta}}{2} e^{-|z-\delta| \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}. \end{aligned}$$

Знак «+» выбирается, если  $z$ -координата выше плоскости расположения соответствующего простого слоя зарядов, «-» — если  $z$ -координата ниже.

При малых расстояниях между магнитопроводами целесообразно пользоваться [6], где приводится приближенное аналитическое решение этой задачи, стремящееся к точному при уменьшении воздушного зазора. Если же требуется более точное решение, то повторение алгоритма формирования решения уединенного магнитопровода приводит к системе уравнений относительно неизвестных амплитуд распределения плотности магнитных зарядов, подвергающихся операции свертки вида

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1\alpha\beta} &= -\lambda_{1\xi\nu} * (2g_{\alpha\beta} + \sigma_{2\alpha\beta}) e^{-\delta \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}; \\ \sigma_{2\alpha\beta} &= \lambda_{2\xi\nu} * (2g_{\alpha\beta} - \sigma_{1\alpha\beta}) e^{-\delta \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где

$$\lambda_1(x, y) = \frac{\mu_1(x, y) - \mu_0}{\mu_1(x, y) + \mu_0} = L\lambda_{1\xi\nu};$$

$$\lambda_2(x, y) = \frac{\mu_2(x, y) - \mu_0}{\mu_2(x, y) + \mu_0} = L\lambda_{2\xi\nu}.$$

Точному аналитическому решению подобные системы, как правило, не поддаются, численное же их решение не вызывает особых проблем. Похожая задача решалась в [3], где рассчитывалось плоское электростатическое поле в трехслойном диэлектрике. Если убрать пазы магнитопроводов и перейти к плоской задаче, то (20) по форме записи совпадает с рассмотренным Г.А. Гринбергом случаем. При рассмотрении (20) как схемы блочных итераций получается алгоритм с ничтожными затратами памяти (только для хранения амплитуд вторичных источников), но большим количеством вычислений, пусть и очень простых.

Возможно представление (20) в виде системы линейных алгебраических уравнений. Это приведет к уменьшению времени счета, но к резкому росту требуемой памяти.

При использовании любого численного метода решения (20) следует учитывать, что амплитуды сходящихся рядов и интегралов Фурье [4] убывают не медленнее, чем  $1/N$ , где  $N$  — переменная интегрирования или суммирования.

Для контроля данная задача решалась методом интегральных уравнений [1, 2]. При этом по сравнению с предлагаемым в работе подходом затраты машинного времени были примерно в 30–40 раз больше.

В заключение отметим, что понимание МВИ как источника плодотворных физико-математических идей, приемов, методик может рождать множество интересных общих и специализированных методов как для аналитических, так и для численных расчетов электромагнитных полей. Исключительно простая методика получения связи вторичных источников и обусловленных ими физических полей, предлагаемая в настоящей статье, и такие задачи позволяют во многих случаях либо аналитически решать, либо строить численные модели, более эффективные, чем традиционные ИУ.

**Выводы.** 1. Метод вторичных источников расчета электромагнитных полей целесообразно расширить и дополнить достижениями и опытом смежных разделов теории поля.

2. Предложен алгоритм синтеза аналитических

уравнений связи ВИ и созданного ими магнитного поля.

3. Получены аналитические выражения связи скалярных и векторных ВИ с обусловленными ими магнитными полями в декартовой системе координат.

4. Показаны примеры аналитического решения полевых задач и построения численных моделей при использовании ВИ.

5. Обсуждены вопросы практической реализации предложенного подхода решения полевых задач.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техніка, 1974.
2. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей — М.: Высшая школа, 1986.
3. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.: Изд-во АН СССР, 1948.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). — М.: Наука, 1978.
5. Ушаков А.Н., Ушакова Н.Ю. О возможности аналитического решения полевых задач методом вторичных источников. — В кн.: Сборник научно-методических статей по теоретическим основам электротехники. Вып. 1. — М.: МЭИ, 1994.
6. Ушаков А.Н., Ушакова Н.Ю. Аналитический расчет трехмерного магнитного поля электрической машины методом интегральных уравнений. — Изв. вузов. Электромеханика, 1991, № 10.

[26.03.96]

*Авторы: Ушаков Александр Николаевич окончил электротехнический факультет Оренбургского политехнического института (ныне Оренбургский государственный университет — ОГУ) в 1978 г. В 1985 г. в Ленинградском политехническом институте защитил кандидатскую диссертацию на тему «Численное моделирование электромагнитного поля турбогенераторов с немагнитным ротором методом интегральных уравнений». Доцент кафедры электромеханики ОГУ.*

*Ушакова Наталья Юрьевна окончила электротехнический факультет Оренбургского политехнического института в 1978 г. В 1982 г. в Ленинградском институте авиационного приборостроения защитила кандидатскую диссертацию на тему «Повышение точности индукционных преобразователей угла со сплошными магнитопроводами». Доцент кафедры теоретической и общей электротехники, зам. начальника учебно-методического управления ОГУ.*

## **Библиография**

### **Аракелян А.К., Афанасьев А.А. Вентильные электрические машины и регулируемый электропривод: В 2 кн. — М.: Энергоатомиздат, 1997. 1007 с.**

Совершенствование и дальнейшее развитие электромеханического преобразования энергии связано, в частности, с его электронизацией, которая охватывает не только процессы управления, автоматизации, диагностики и контроля, но и непосредственного воздействия на потоки энергии средствами силовой электроники.

Большой теоретический задел и экспериментальные исследования довоенных и послевоенных лет позволили, благодаря успешному развитию элементной базы энергетической электроники, разработать в 70—80-е годы и внедрить в народное хозяйство новый класс электрических машин, получивших название вентильных, которые отличает органический синтез электромеханических преобразователей энергии синхронного типа с полупроводниковыми преобразовательными устройствами.

Авторы давно и успешно работают в этой области (это их третья монография), которую теперь часто называют интеллектуальной электромеханикой или электромеханотроникой.

Первая часть монографии посвящена вентильным электрическим машинам.

Во введении обоснована актуальность проблемы, сформулированы цели работы, указаны пути их достижения, приведены в краткой форме результаты решения поставленных задач.

В первой главе обосновывается обобщенный метод удельной магнитной проводимости. Для придания большей универсальности основному инструменту обоснования — конформным отображениям полуплоскости на внутренность линейных многоугольных областей — разработана методика численного расчета постоянных Кристоффеля—Шварца, основанная на приведении исходной системы нелинейных уравнений к эквивалентной системе с искусственно введенным параметром, которая может быть дополнительно преобразована в систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

Глава вторая посвящена методам расчета магнитных полей в электрических машинах синхронного типа (с электромагнитным возбужде-

нием и с постоянными магнитами), специально предназначенных для работы в вентильных электрических цепях. Эти методы подразделяются на две разновидности: интегральные и дифференциальные. Основу первой составляет обобщенный метод удельной магнитной проводимости и схемы замещения магнитных цепей с выделением элементов зубцов, полюсных сердечников, ярем. Основу второй — конформные отображения и уравнения магнитостатики для скалярного магнитного потенциала.

В главе третьей излагаются методы расчета нелинейных параметров синхронных машин, непостоянство которых обусловлено либо эффектом вытеснения тока, либо насыщением стальных участков магнитопроводов.

Глава четвертая посвящена синтезу частотно-независимых линейных параметров электрических машин, эквивалентирующих частотные свойства их обмоток в собственных полях рассеяния.

В главе пятой рассмотрено математическое описание энергетических вентильных элементов, на основе которого реализована единая концепция моделирования электронных схем, работающих совместно с электрическими машинами, базирующаяся на постоянстве топологических структур этих схем.

В главе шестой анализируются численные математические модели вентильных двигателей с электромагнитным и магнитостатическим возбуждением, выполненные на базе соответственно преобразователя частоты (ПЧ) со звеном постоянного тока и инвертора напряжения, регулируемого широтно-импульсным способом.

В главе седьмой исследуется частотный пуск синхронной машины (СМ) с промежуточным трансформатором экспериментальными и численными средствами.

Глава восьмая посвящена исследованию статической устойчивости вентильных машин, которое для некоторых из них, работающих со значительным размагничивающим действием реакции якоря, имеет важное прикладное значение.

В главе девятой рассматриваются дополнительные потери в СМ при ее совместной работе с ПЧ.

Вторая часть монографии посвящена регулируемым электроприводам с вентильным двигателем (ВД).

Во введении в ретроспективе приведены сведения об основных этапах развития теории и практики автоматизированных электроприводов с ВД в России и за рубежом. Обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулированы функциональные особенности электроприводов с ВД, приведены известные результаты решения поставленных задач.

В десятой главе рассматриваются возможные схемы силовой части регулируемых электроприводов с ВД. Анализируются характерные рабочие свойства, особенности расчета электромеханических угловых характеристик одно- и двухдвигательных схем, схем электромеханических каскадов с синхронными связями, где синхронный двигатель (СД) используется в режиме приводного двигателя и в качестве уравнивающей СМ одновременно.

Одиннадцатая глава посвящена анализу ВД как объекта регулирования в статическом режиме работы электропривода. Поэлементный анализ ПЧ с различными схемами инверторов, нагружаемых непосредственно СД, позволяет сформулировать универсальную методику расчета статических характеристик.

В двенадцатой главе анализируются вопросы динамики электропривода с ВД. Подробно рассматриваются структурные схемы ВД, обосновываются передаточные функции этих структур

как звеньев САР, приводятся их частотные характеристики, исследуются вопросы синтеза САР с ВД.

В заключение в виде приложения дается экспериментальный материал по конкретно реализованной САР электропривода питательного насоса с вентильным турбодвигателем мощностью 4000 кВт котлоагрегата ТЭЦ, спроектированного на основе теоретических положений, изложенных в монографии.

Авторы обнаружили глубокое понимание процессов, характерных для совместной работы машин переменного тока со статическими преобразователями частоты, хорошее владение современным математическим аппаратом для исследования сложных явлений и представили убедительный экспериментальный материал.

Исследованные ими вопросы представляют большой теоретический интерес и, что важно, доведены до результатов, удобных для практического использования, и хорошо проиллюстрированы графиками и осциллограммами.

Авторы известны как квалифицированные специалисты в области вентильных двигателей и электроприводов на их основе. Их предыдущая монография в соавторстве с М.Г. Чиликиным внесла заметный вклад в развитие теории вентильных и электрических машин.

Рецензируемая книга является законченным исследованием и, несомненно, будет полезна специалистам в области электромеханики.

*Иванов-Смоленский А.В.,  
Ильинский Н.Ф.,  
Шакарян Ю.Г.,  
доктора техн. наук, профессора*

---

Заявки на монографию следует направлять по адресу:

428015, г. Чебоксары, Московский просп., 15, Чувашский университет, кафедра управления и информатики в технических системах, Фоминой Л.С.

Цена комплекта из двух книг (без стоимости услуг почты) — 75 руб.



# **Юбилей Академии электротехнических наук Российской Федерации**

В конце апреля 1998 г. прошло юбилейное собрание Академии электротехнических наук РФ, на котором с докладом выступил ее президент, заслуженный деятель науки и техники РФ, лауреат государственной премии, доктор технических наук, профессор В.Г. Герасимов.

В докладе отмечено, что электротехники всегда отличала тяга к объединению. Еще в конце прошлого века в Русском техническом обществе был создан электротехнический отдел, с 1880 г. стал издаваться журнал «Электричество». В XX в. координацию динамично развивающихся направлений электротехники стали осуществлять крупные ведомственные структуры — государственные комитеты и министерства.

В трудные перестроечные годы, когда произошел распад СССР и были упразднены многие централизованные органы управления, координирующую роль в области электротехники, электроэнергетики, электроники взяла на себя Академия электротехнических наук РФ, созданная в 1993 г. Она была зарегистрирована Министерством юстиции РФ как высшая в своей области научно-техническая организация с общероссийским статусом.

У истоков образования Академии электротехнических наук РФ стояли ведущие российские ученые, профессора В.А. Альтов, Г.Е. Иванченко, В.А. Лабунцов, А.В. Негушил, И.Н. Орлов, Б.И. Петленко, член-корр. РАН Ю.Н. Вершинин, академики РАН И.А. Глебов, К.С. Демирчян, Г.А. Месяц, О.Н. Фаворский, руководители крупнейших центров электротехнической науки В.Б. Козлов, И.Б. Пешков, А.Н. Попов, Ю.И. Фельдман, руководители ведомств И.М. Бортник, А.Ф. Дьяков и многие другие.

Сегодня в состав Академии входят 14 отраслевых и около 50 региональных научных отделений, охватывающих основные направления электротехники, электроэнергетики, электроники, вычислительной техники и средств телекоммуникации. Это базовые отрасли для развития промышленности, энергетики, транспорта, сельского хозяйства, социальной сферы, оказывающие определяющее влияние на развитие экономики в целом. Академия объединяет около 500 ученых и специалистов в области электротехники и электроники, в их числе более 30 академиков и членов-корреспондентов РАН. В состав АЭН РФ входит также более 150 научно-промышленных объединений, предприятий и организаций.

Деятельность Академии сосредоточена на наращивании интеллектуального и производственного потенциала России, координации перспективных исследований и разработок в области электротехники. В этих целях определяются при-

оритетные направления научных исследований, разрабатываются предложения по формированию новых научно-технических программ модернизации существующих и образованию новых научных, проектных и производственных структур.

Два года назад Академия электротехнических наук выступила с инициативой коллективного обсуждения кризисного состояния электротехнической науки и промышленности, сложившегося в ходе реформ. В совещании приняли участие ведущие ученые и специалисты, руководители министерств и ведомств, крупнейших научных и производственных структур. Совещание приняло обращение в высшие правительственные сферы, в том числе к Президенту Б.Н. Ельцину, с конкретными предложениями по выходу из кризиса. Одно из таких предложений — созыв Всемирного электротехнического конгресса ВЭЛК. Это мероприятие одобрено Правительством России и явится крупнейшим событием в жизни российских электротехников.

Конгресс состоится в Москве в июне 1999 г. Уже сформированы национальный и международный оргкомитеты, определены 14 секций по основным направлениям его работы.

Академия электротехнических наук тесно взаимодействует с Российской Академией наук, отраслевыми академиями и ведомствами. Прочные связи установлены с Отделением физико-технических проблем РАН (академик-секретарь О.Н. Фаворский), с Отделением информатики, вычислительной техники и автоматизации РАН (академик-секретарь С.В. Емельянов). Регулярно проходят совместные собрания АЭН РФ с научными сессиями указанных отделений РАН, где обсуждаются проблемы электроэнергетики, электромагнитной совместимости и экологии в техно- и биосфере, приборостроения и средств автоматизации для электроэнергетики, электрофизические и электроэнергетические проблемы создания высокоэффективного электрооборудования, проблемы повышения эффективности использования электроэнергии.

Внедрению перспективных разработок, инициированию тематики научно-технических программ во многом содействует проведение научно-технических конференций с обсуждением актуальных проблем электротехники. За пять лет под эгидой АЭН РФ работали десятки национальных и международных конференций, в том числе по проблемам электромеханики, электротехническим материалам, электромагнитной совместимости, неразрушающему контролю, электротехническим системам транспортных средств, электроники, сверхпроводимости и др.

Важнейшими задачами АЭН РФ в ближайшее

время являются:

подготовка и проведение ВЭЛК-99 и других конференций;

экспертиза научно-технических проектов и программ;

инициирование, формирование и участие в реализации федеральных и региональных научно-технических программ;

разработка концепций высшего электротехнического образования;

участие в подготовке кадров высшей квалификации;

подготовка электротехнической энциклопедии.

Учитывая исключительную важность подготовки научных и инженерных кадров для электротехнической науки и промышленности, президиум Академии планирует открыть 15-е научно-отраслевое отделение «Электротехническое образование и подготовка кадров». «В нашей академии, — подчеркнул В.Г. Герасимов, — много вузовских профессоров, и сам бог велел нам серьезно заняться решением кадровых проблем. Эта работа будет вестись совместно с Международной академией высшей школы.»

Президиум АЭН РФ постоянно расширяет издательскую деятельность, нацеленную на информирование научно-технической общественности о важнейших новшествах в области электротехники. Заканчивается огромная работа по выпуску первого тома пятитомной «Электротехнической энциклопедии» под общей редакцией академика РАН И.А. Глебова.

Академия электротехнических наук РФ — один из инициаторов создания Международной академии электротехнических наук. Ныне она объединила в своих рядах ученых и специалистов более чем 30 стран. Будучи самым большим национальным объединением МАЭН, АЭН РФ активно участвует в работе по расширению и углублению международных научно-технических связей в области электротехники.

АЭН РФ — учредитель Фонда поддержки ученых-электротехников, содействующего их научной деятельности и оказывающего социальную помощь как членам Академии, так и ученым-электротехникам, представляющим вузовскую и отраслевую науку, перспективным студентам, аспирантам и молодым специалистам.

Таковы основные направления и итоги деятельности Академии электротехнических наук РФ за 5 лет, о которых доложил ее президент.

А теперь несколько слов о том, как прошел юбилей.

Юбиляра поздравили полномочные представители Правительства РФ, Правительства Москвы, Минэкономки РФ, Миннауки РФ, Минатома РФ, Госстандарта РФ, РАН, Международной академии информатизации, Международной академии наук информации, информационных процессов и технологий, Российской академии естественных наук, Российской и международной академий инженерных наук, Международной академии наук высшей школы, Российского союза промышленников и

предпринимателей.

Приветственные телеграммы пришли от Правительства РФ, Государственной думы, Экспертного совета при правительстве РФ, Федеральной службы по телевидению и радиовещанию, президиума Российской академии ракетно-артиллерийских наук, РАО «ЕЭС России», РАО «Газпром», Международного союза машиностроителей, АО «Мосэнерго», НТО энергетиков и электротехников, Объединенного института ядерных исследований и других организаций.

Желающих выступить на юбилейном собрании было немало.

А. Бурман, зачитав приветственную телеграмму вице-премьера В. Булгака, отметил главное: Академия электротехнических наук состоялась, сумев решить большую гамму проблем и оказывать консолидирующее воздействие на деятельность ученых и инженеров.

Г. Воронин (председатель Госстандарта РФ) сказал: «Можно сравнить АЭН с авианосцем, снаряженным и вышедшим в плавание. Почему с авианосцем? Потому что в нем применено все, что сделано электротехникой до настоящего времени, все ее открытия и изобретения. Академия собрала лучшие электротехнические умы, передовую науку. Сегодня в России и во всем мире как никогда быстро развивается рынок электротехники и потому задач перед учеными и инженерами много. Решить их можно только на основе знаний, творчества, опыта.

И. Глебов (академик РАН) зачитал приветствие от президиума РАН и выразил уверенность в развитии дальнейшего плодотворного сотрудничества АЭН РФ и РАН.

А. Васильев (МРТИ) подчеркнул плодотворность сотрудничества с АЭН РФ в области сверхпроводимости, при этом отметил, что Академия решает сегодня важную задачу консолидации, что поможет сохранить научно-технический потенциал страны.

Диттер Людвиг (президент технического бюро «Даймлер-Бенц» в СНГ) указал на огромную роль, которую играет Академия в установлении эффективного научно-технического сотрудничества между Россией и Германией.

В. Альтов (президент Международной академии электротехнических наук) зачитал приветствия, поступившие от ЮНЕСКО, ЮНИДО, МЭК и других международных организаций, а также от зарубежных отделений МАЭН.

Общий итог таков: деятельность Академии электротехнических наук за истекшие пять лет была многогранной и по ряду направлений весьма результативной. Но еще многое предстоит сделать для сохранения электротехнического потенциала страны, развития традиций электротехнического образования, сохранения преемственности российских школ, дальнейшего укрепления и расширения научных контактов.

*Троицкая Т.Б.*

# Александр Леонович Быкадоров

(К 60-летию со дня рождения)

Известный ученый в области электроснабжения железнодорожного транспорта, декан энергетического факультета Ростовского государственного университета путей сообщения (РГУПС, а прежде РИИЖТ), профессор, доктор технических наук Александр Леонович Быкадоров родился в Ростове-на-Дону.

В 1960 г. с отличием окончил энергетический факультет РИИЖТ и работал старшим инженером проектно-экспериментального отдела Волгоградского отделения ГПИ «Тяжпромэлектропроект», занимаясь опытно-конструкторскими работами в области автоматизированного электропривода на металлургическом и сталепрокатном заводах.

В 1962 г. работал ассистентом кафедры «Электротехника и электроснабжение» в РИИЖТ. В 1965 г. поступил в аспирантуру Московского института инженеров транспорта и после защиты кандидатской диссертации в 1968 г. был принят в РИИЖТ на кафедру «Энергоснабжение электрических железных дорог».

В 1995 г. защитил докторскую диссертацию. В 1996 г. был избран профессором и деканом энергетического факультета РГУПС.

А.Л. Быкадоровым создано научное направление в области систем тягового электроснабже-



ния. Тематика выполняемых исследований разнообразна, актуальна и свидетельствует о широте научных интересов юбиляра: передача удаленным потребителям энергии рекуперации; экономия энергии и измерение ее потерь в тяговых сетях; работа системы тягового электроснабжения при глубоких понижениях напряжения в вынужденных режимах электроснабжения. Хорошая математическая подготовка позволила А.Л. Быкадорову внести значительный вклад в решение вопросов имитационного моделирования системы тягового электроснабжения, прогнозирования тяговых нагрузок и определения места повреждения в тяговых сетях.

В 1987 г. он назначен заместителем главного конструктора

МПС по научно-технической проблеме АСУ устройствами электроснабжения. По этим вопросам А.Л. Быкадоров координировал работу ряда транспортных организаций. Разработанные при его непосредственном участии концептуальные основы построения АСУЭ, заложенные в них принципы были впервые реализованы и проверены на ряде железных дорог и ГВЦ МПС. Опыт этих разработок способствовал широкому внедрению средств вычислительной техники в устройствах электроснабжения железных дорог.

А.Л. Быкадоров является автором более 60 научных работ и ряда изобретений. По результатам исследований неоднократно выступал с докладами на российских и международных конференциях, сетевых совещаниях и научно-технических советах МПС. Результаты работ отмечены двумя серебряными медалями ВДНХ.

Проф. А.Л. Быкадоров ведет большую учебную, методическую и воспитательную работу, являясь автором ряда оригинальных методических разработок, успешно руководит работой аспирантов. Его научная и педагогическая деятельность отмечена орденом «Знак Почета», знаком «Почетный железнодорожник».

# Дмитрий Сергеевич Савваитов

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет директору АО «Научно-исследовательский институт электроэнергетики» (АО ВНИИЭ) Д.С. Савваитову.

После окончания в 1962 г. электроэнергетического факультета Московского энергетического института Д.С. Савваитов был направлен во ВНИИЭ, где работал инженером, младшим научным сотрудником, старшим научным сотрудником, а в 1979 г. стал директором ведущего электроэнергетического института страны — ВНИИЭ.

Д.С. Савваитов — высококвалифицированный научный работник в области воздушных линий электропередачи. Особую ценность представляют проведенные им исследования динамики проводов, на основе которых были разработаны конкретные практические рекомендации, позволившие ликвидировать аварии от усталостных разрушений проводов в сетях 6—35 кВ и создать новые конструкции гасителей вибрации проводов линий высокого напряжения. В 1975 г. Д.С. Савваитов успешно защитил кандидатскую диссертацию.

Дмитрий Сергеевич принимал руководящее участие в проводимых институтом теоретических и экспериментальных исследованиях механических процессов на воздушных линиях электропередачи 500, 750 и 1150 кВ, позволивших разработать и реализовать эффективные мероприятия по предотвращению усталостных повреждений проводов из-за интенсив-



ной вибрации, защите линий от пляски проводов, а также колебаний проводов расщепленных фаз. Были разработаны математические модели для исследования сложных механических процессов динамики проводов воздушных линий электропередачи при различных климатических воздействиях.

Организаторские способности Д.С. Савваитова позволяют ему успешно руководить таким сложным и комплексным институтом, каким является ВНИИЭ. Под его руководством в институте были развиты актуальные научные направления: энергосбережение посредством применения регулируемого электропривода, диагностика электрооборудования станций, подстанций и линий электропередачи, широкое применение в электротехнике силовой полупроводниковой техники, ветроэнергетика, автоматизирован-

ные системы управления.

Д.С. Савваитов уделяет большое внимание подготовке научных кадров высшей квалификации — докторов и кандидатов технических наук; долгое время он возглавлял во ВНИИЭ специализированный совет по присуждению ученой степени кандидата технических наук.

За существенный вклад в научно-технический прогресс электроэнергетики Д.С. Савваитов удостоен правительственных наград, в том числе ордена Трудового Красного Знамени.

Имя Д.С. Савваитова хорошо известно и за рубежом благодаря его активному участию в работе Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ). В течение многих лет он был членом Административного совета, Технического комитета и Исследовательского комитета № 22 (Воздушные линии) этой организации, а также вице-президентом ее российского Национального комитета. Он неоднократно представлял нашу страну на других международных конференциях, совещаниях.

Д.С. Савваитов имеет много научных публикаций, в том числе на страницах журнала «Электричество».

Отмечая 60-летие Д.С. Савваитова, пожелаем Дмитрию Сергеевичу крепкого здоровья, благополучия, успехов в работе на благо отечественной электроэнергетики.

Зарубежные читатели могут оформить подписку на наш журнал (на русском языке) через следующие фирмы:

#### Albania

Botimpex  
Publications Import-Export  
Agency  
Rr. «Naim Frasheri»  
P.84  
Sh.2 Ap.37  
Tirana  
Tel./Fax: 26886

#### Australia

C.B.D. Library and  
Subscriptions Service  
P.O. Box 255  
Plympton  
South Australia 5038  
Fax: 82938 150

Centre for Russian and  
Euro-Asian Studies  
135, Barry street  
Carlton, Vic. 3052  
Tel.: 344-5956  
Fax: 344-5590  
Cordon and Gotch Ltd.  
Private bag 290  
Burwood Vic. 3125  
Tel.: 805-1650  
Fax: 808-0437  
Eastern Europe Trading  
Company  
136 Balaclava Road  
Caulfield North Victoria 3161  
Melbourne

#### Azerbajdzhan

Firma «Yurd»  
37001 Baku,  
Niyazi, 11  
Tel.: 92-89-57  
Fax: 92-91-55

#### Беларусь

220004 Минск,  
ул. Короля, 16  
Изд-во «Красико-Принт»  
Тел.: 20-55-54  
Факс: 20-26-14

#### Belgique

Librairie du Monde Entier  
110, BLD.H.Max  
B-1000, Bruxelles  
Fax: 223-2652

#### Brasil

Livraria V.Rozov  
Rua 24 de Maio, 35  
3 Andar, cj. 312  
Сер. 01041 São Paulo  
Fax: 578-2074

#### България

«Hemus» Books & Press  
1000 София  
Ъ «Raiko Daskalov Square»  
Fax: 88-34-19  
«Razprostranenie na petchata»  
1202 София  
Klokotnitza, 2A  
Fax: 31-60-37

#### Canada

Troyka Limited  
799 College Street  
Toronto, Ontario  
Canada M6G 1C7  
Tel.: 535-6693  
Fax: 535-3265

#### China

China National Publications  
Import-Export Corp.

P.O. box 88, 16 Gongthi E.Road  
Chaoyang District, Beijing  
100704, PRC  
Fax: 506-3101

#### Croatia

Tamaris  
Book Imported and  
Subscription Agent  
Petrinjska, 11  
41000 Zagreb

#### Česká Republika

«První Novinova Společnost A.S.»  
Hvozdska, 5-7  
14831 Praha 4  
Fax: 793-4607

#### Danmark

Arnold Busck  
International Boghandel A/S  
49 Kobmagergade  
DK-1150 København K  
Tel.: 12-24-53  
Fax: 93-04-34

#### MUNKSGAARD

Subscription Service  
35 Norre Sogade  
P.O. Box 2148  
DK-1016 København K  
Tel.: 12-8570  
Fax: 12-9387

G.E.C.GAD Stakbogladen  
Slavic Department  
NDR. Ringgade 3  
DK-8000 Aarhus C  
Tel.: 12-8844  
Fax: 20-9102

#### RHODOS

International  
Subscription Agency  
Niels Brocks Gard  
36 Strandgade  
DK-1401 København K  
Tel.: 54-3060  
Fax: 96-2245  
Slavisk Boghandel  
5 Christian IX's Gade  
DK-1111 København K  
Tel.: 31-3826  
Fax: 11-3826

#### Eesti

eesti Ajakirjanduslevi  
Tuukri Poik 8, EE 0102  
Tallinn  
Tel.: 42-6065  
Fax: 42-93-46

#### England

Dawson UK Ltd.  
Cannon House, Park Farm Road  
Folkestone  
Kent CT 19 5EE  
Tel.: 85-0101  
Fax: 85-0440

W.H.Everett and Son Ltd.  
8 Hurlingham Business Park  
Sullivan Road  
London SW6 3DU  
Tel.: 731-8562  
Fax: 371-5870

B.H.Blackwell Ltd.  
Periodicals Division  
P.O. Box 40  
Hythe Bridge Street  
Oxford  
England OX1 2EU  
Tel.: 79-2792  
Fax: 79-1438

Nordic Subscription  
Consultants

Foreign readers can take a subscription to our magazine (in Russian) through the following companies:

P.O. Box 2029  
Sturminster Newton  
Dorset DT 10 1YE  
Tel.: 82-1114  
Fax: 82-1115

Thornton's of Oxford Ltd.  
11 Broad Street  
Oxford OX1 3AR  
Tel.: 24-2939  
Fax: 20-4021

Slavonic Acquisitions  
The British Library  
Document Supply Centre  
Boston SPA  
Wetherby  
West Yorkshire  
LS 23 7BQ

#### España

Libreria Rubinos  
Alcala 98  
Madrid 28009  
Tel.: 435-2239  
Fax: 575-3272

#### France

«MK Librairie du Globe»  
2 Rue de Buci  
75006 - Paris  
Fax: 43 25 50 55  
Dawson France  
Rue de la Prairie  
B.P.57  
91871 Palaiseau Cedex  
Tel.: 69 10 47 00  
Fax: 64 54 83 26

«Lavoisier Abonnement»  
14 Rue de Provigny  
94236 Cachan Cedex

#### Deutschland

Lange & Springer  
Wissenschaftliche  
Buchhandlung GmbH &  
Co.KG  
Otto-Suhr-Allee 26/28  
D-10 585 Berlin  
Tel.: 340-05-0  
Fax: 342-06-11  
Buchhandlung «Raduga»  
zu Hd. Frau Nina Gebhard  
Friedrichstrasse 176-179  
D-10117 Berlin  
Tel.: 203-02321

#### Helläs

«Giannicis S.A.»  
18 Fidiou str.  
Athens 10678  
«Hellenic Distribution»  
Agency Ltd.  
1 Digeny Str.  
17456 Alimos  
Tel.: 995-5383  
Fax: 993-6043

#### Hong Kong

Apollo Books Co. Ltd.  
T.S.T.P.O. Box 95170  
Kowloon  
Fax: 369-5282  
Great Eastern Book Co.  
P.O. Box 20005  
HENNESSY Post Office  
Tel.: 527-7459  
Fax: 527-2172  
Sinminchu Publishing Co. Ltd.  
Rm.1015, Tower A  
Hungnam Commercial  
Centre  
39 Ma Tau Wai Road  
Hungnam, Kowloon

Tel.: 334-9327  
Fax: 765-8471

#### Island

Skakhúsíð-the Chess House  
Laugavegi 118  
105 Reykjavik  
Iceland  
Tel.: 11-9768  
Fax: 551-9768

#### India

International Journals  
Distribution Agency, 4-E/15  
Jhandewalan, New-Delhi  
110005

#### Israel

Knizhnaia Lavka Ltd.  
P/O/Box 11626  
Tel-Aviv, 61116  
Fax: 528-9735  
«Steimatzky Ltd.»  
11 Hakishon Str.  
P.O. Box 1444  
BNEI-BRAK, 51114  
Fax: 579-4567

#### Italia

Libreria Edest  
Via Cairoli 12/4  
16124 Genova  
Fax: 297703  
Il Punto Editoriale S.A.S.  
Via della Cordonata 5  
00187 Roma  
Fax: 679-505  
Editoriale Stampa  
Triestina SpA  
Via Montecchi 6  
34137 Trieste

#### Japan

Nauka Ltd.  
2-30-19 Minami Ikebukuro  
Toshima-ku, Tokyo, 171  
Tel.: 981-5266  
Fax: 981-5313  
Nisso Ltd.  
Omiya dai 2 bldg. 6f  
4-1-7 Hongo  
Bunkyo-ku  
Tokyo, Japan  
Tel.: 811-6481  
Fax: 811-5160

#### Југославија

Jugoslovenska Knjiga  
Pretpolata  
P.O. Box 36  
11000 Београд  
Try Republike

#### Korea

Universal Publications  
Agency Ltd.  
C.P.O. Box 9084  
Seoul, 100-690  
Tel.: 735-7809  
Fax: 723-3890

#### Kýpros

Odigitis Bookshop  
1A Romanos Str.  
Nicosia  
Fax: 45-37-57

#### Latvija

Latvijas Pasts  
LV-1000 Riga  
Brivibas bulvari, 21

Tel.: 701-8842  
Fax: 701-8754  
000 «SCS» 7, Riga,  
LV-1010, Valkas, 4  
"Diena"  
Mukusalas, 41  
Riga, LV-1004  
Tel.: 706-3170  
Fax: 706-3168

#### **Luxembourg**

Messageis «Paul Kraus»  
B.P.2022  
11, Rue Christophe Plantin  
L-2339

#### **Magyarország**

MKM Dunatrade KFT  
1035 Budapest III.  
Kerek u.80  
Tel.: 250-2358  
Fax: 250-0233

#### **Македонија**

Knjigoizdateilstvo Makedonska  
Knjiga  
ul. 11 Oktomvri, b.b.  
91000 Скопје  
Народна и Универзитетска  
Библиотека  
Климент Охридски  
булев. Тоце Делуев, 6  
91000 Скопје

#### **Nederland**

Pegasus Subscription  
Department  
P.O.Box 11470  
1001 GL Amsterdam  
Tel.: 623-1138  
Fax: 620-3478  
Martinus Nijhoff International  
P.O. Box 269  
2501 AX 's-Gravenhage  
Tel.: 684-400  
Fax: 615-698

#### **New Zealand**

Mercury Direct Marketing  
P.O. Box 24013 and 24235  
Royal  
OAK Auckland  
2 Carr Road MT Roskill  
Auckland  
Tel.: 625-3010  
Fax: 625-3006

#### **Norge**

Akademika Universitetsbokhandel  
P.O. Box 84-Blindern  
N-0314 Oslo  
Tel.: 853-030  
Fax: 853-053

#### **Österreich**

Gerold & Co.  
Graben 31  
1011 Wien  
Tel.: 533-50-140  
Fax: 533-50-1412

#### **Polska**

«Ars Polona»  
Centrala Handlu  
Zagranicznego  
Krakowskie Przedmiescie, 7  
Warszawa

IPS JOURNALS  
ul. Piekna, 24/26  
00 549 Warszawa  
Fax: 621-5470

Orpan  
Biuro Importu  
Palac Kultury i Nauki  
00-901 Warszawa  
Fax: 26-8670

«RUCH» S.A.  
Oddzial Krajowej Dystrybucji Prasy  
Dzial Wspolpracy z Zagranico  
ul. Towarowa, 28  
00958 Warszawa  
Fax: 620-1762

PRESS  
Pl. Na Rozdrozu, 3  
00 584 Warszawa  
Fax: 628-8399

#### **Romania**

Rodipet S.A.  
Piața Presei Libere No 1 -  
Sector 1,  
București

#### **Србија**

PROEX EXPORT-IMPORT  
AGENCY  
TERAZIJE, 16/1,  
1001 Београд

#### **Slovakia**

PNS S.P.  
Pribinova 25  
813 81 Bratislava  
Fax: 566-4814

«Slovart» G.T.G. Ltd.  
Krupinska, 4  
852 99 Bratislava 5  
Fax: 839-485

#### **Slovenia**

Cankarjeva Založba  
P.O. Box 201-IV  
61001 Ljubljana  
Državna Založba Slovenije  
P.O. Box 50-I  
61000 Ljubljana

#### **Suisse**

Pinkus Genossenschaft  
Froschaugasse 7  
Postfach 8025 Zürich  
Tel.: 251-2674  
Fax: 251-2682  
Librarie Cobram  
Rue due Grand Pre 11  
CH-1211 Geneve 7  
Tel.: 733-9512  
Fax: 740-1530  
Dynapress Marketing S.A.  
Subscription Dept.  
38 Avenue Vibert, CH-1227  
Carouge, Geneve  
Tel.: 308-0444  
Fax: 308-0859

#### **Suomi**

OY TIBO-TRADING AB  
Subscriptions Department  
P.O. Box 33  
SF-21601 Pargas  
Tel.: 214589-355  
Fax: 214589-164

SUOMALAINEN  
KIRJAKAUPPA  
Subscription Department  
P.O. Box 2  
SF-01641 Vantaa  
Tel.: 9852-751  
Fax: 9852-7990

Akateeminen Kirjakauppa  
Services Subscription  
PL/PB 23  
SF-00371 Helsinki  
Tel.: 12141  
Fax: 121-4450

Hansel Ltd.  
P.O.Box 108  
00381 Helsinki  
Tel.: 560-21  
Fax: 560-2360

Translatio Rustica  
Isonniytinkatu 3A  
SF-00520 Helsinki  
Tel.: 777-2357  
Fax: 757-1295

#### **Sverige**

Wennergren-Williams  
Informationsservice AB  
Subscription Department  
P.O. Box 1305, S-17125 Solna  
Tel.: 7059-750  
Fax: 2700-71  
Bibliotekstjänst AB  
Subscription Department  
Traktorsv. 11, Box 200  
S-22100 Lund  
Tel.: 180-000  
Fax: 307-947

#### **USA**

Victor Kamkin  
Bookstore INC  
4956 Boiling Brook Parkway  
Rockville, MD 20852  
Tel: 881-5973  
Fax: 881-1637  
Victor Kamkin  
Bookstore, Inc.  
925 Broadway  
New York, N.Y. 10010  
Tel.: 673-0776  
Znание Book Store  
5237 Geary Boulevard  
San Francisco, CA 94118  
Tel.: 752-7555  
Fax: 752-4347  
Almanac Press, Inc.  
501 South Fairfax Avenue  
Suite 208  
Los Angeles, CA 90036  
Tel.: 931-2692  
Fax: 931-7748

#### **Vietnam**

XUNHASABA  
32 Hai Ba Trung  
Hanoi, S.R.V.  
Fax: 8252-860  
XUNHASABA  
25B Nguyen Binh Khiem  
1st District  
Hochiminh City  
Tel.: 8241-320  
Fax: 8241-321

В Москве вы можете оформить подписку на наш журнал с доставкой по любому адресу в любой стране. Обращайтесь по адресу: 117049 Москва, Б.Якиманка, 39, АО «Международная книга», фирма «Периодика».  
Контактный телефон 238-4967  
Факс 238-4634

In Moscow You can take a subscription to our magazine with a delivery to any address in any country all over the world at: 117049 Moscow, Bolshaya Yaki-manka, 39, AO «Mezhdunarodnaya kniga», «Periodika» company.  
Contact tel.: (095) 238-4967  
Fax: (095) 238-4634

ИНСТИТУТ АДАМА СМИТА   
Первая Международная Конференция

# ФИНАНСИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ РОССИИ

**РАЗВИТИЕ РЫНКОВ  
НА УКРАИНЕ И В КАЗАХСТАНЕ**

*Среда и Четверг, 14 и 15 октября 1998 года,  
Гостиница Радиссон САС Палас, Вена*

## ДОКЛАДЧИКИ:

ВИКТОР КУДРЯВЫЙ, Министерство Топлива и  
Энергетики, Россия  
ВЛАДИМИР ЛУЧНИКОВ, Министерство Энергетики,  
Украина  
НИКОЛАЙ ШАМРАЕВ, Министерство Экономики, Россия  
ХУССЕЙН РАЗАВИ, Всемирный Банк  
ГЕОРГИЙ КУТОВОЙ, Федеральная Энергетическая  
Комиссия, Россия

## И ПРЕДСТАВИТЕЛИ РУКОВОДСТВА:

★ РАО Единая Энергетическая Система ★  
★ ABB Energy Ventures ★ AES Silk Road Inc. ★  
★ Almaty Power Consolidated (Tractebel Group) ★  
★ Bank of New York ★ Энергетический Совет СНГ ★  
★ EBRD ★ Montes Auri ★  
★ Мир-Инвест ★ Brunswick Warburg ★

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ:

Мосэнерго  
Кузбассэнерго

Ростовэнерго  
Ставропольэнерго

СПОНСОРЫ:

ARTHUR  
ANDERSEN

ING  BARINGS

За полной программой и регистрационной формой пожалуйста обращайтесь  
к Татьяне Смирновой в Лондон по тел. +44 171 490 3774, или факсу +44 171 490 8932.

*Если Вы работаете в области энергетики или электротехники,  
позаботьтесь о том,  
чтобы Ваши предприятие, лаборатория, кафедра  
не опоздали с подпиской на*

## **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО**

- старейший отечественный теоретический и научно-практический журнал, орган Российской Академии наук, Федерации энергетических и электротехнических обществ;
- выходит ежемесячно, предназначен для высококвалифицированных специалистов в области энергетики и электротехники;
- публикует теоретические и научно-практические работы отечественных и зарубежных ученых и инженеров, освещает работу российских и международных конференций, рецензирует учебники и монографии по тематике журнала, помещает материалы по истории электротехники, статьи о выдающихся отечественных ученых;
- журнал поступает во все промышленно развитые страны мира.

*Условия подписки в России и странах СНГ указаны  
в Объединенном каталоге Государственного комитета РФ  
по связи и информатизации «Подписка-99»*

*Зарубежные читатели могут подписаться на наш журнал  
по адресам фирм, указанным на с. 79–80 этого номера,  
а также в предыдущих номерах*

*В Москве подписку от зарубежных читателей принимает  
АО «Международная книга», фирма «Периодика»  
(117049, Б. Якиманка, 39, тел. 238-4967, факс 238-4634)*