

ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1998

10

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

### Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

Бутырин П.А. (Объединенный институт высоких температур РАН), председатель секции, Булатов О.Г. (Московский энергетический институт), Козлов В.Н. (С.-Петербургский государственный технический университет), Лагарьков А.Н. (Объединенный институт высоких температур РАН), Макашкин Б.Д., ответственный секретарь редакции, Мионов В.Г. (Московский энергетический институт), Розанов Ю.К. (Московский энергетический институт), Чечурин В.Л. (С.-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — Макашкин Б.Д.

### Секция электроэнергетики

Строев В.А., главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), Дьяков А.Ф. (Корпорация «Единый электроэнергетический комплекс РФ»), Железко Ю.С. (Научно-исследовательский институт электроэнергетики), Ишкин В.Х. (РАО «ЕЭС России»), Кошечев Л.А. (Научно-исследовательский институт постоянного тока), Мамиконянц Л.Г. (Научно-исследовательский институт электроэнергетики), Никитин О.А. (РАО «ЕЭС России»), Семенов В.А. (ЦДУ ЕЭС России).

Научный редактор — Кудинова Л.С.

### Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

Ларионов В.П., председатель секции (Московский энергетический институт), Александров Г.Н. (С.-Петербургский государственный технический университет), Белкин Г.С. (Всероссийский электротехнический институт), Лоханин А.К. (Всероссийский электротехнический институт), Митькин Ю.А. (Ивановская государственная энергетическая академия).

Научный редактор — Кудинова Л.С.

### Секция электрических машин

Иванов-Смоленский А.В., председатель секции (Московский энергетический институт), Бут Д.А. (Московский государственный авиационный институт), Данилевич Я.Б. (Отдел (институт) электроэнергетических проблем РАН), Евсеев Б.Н., заместитель главного редактора журнала, Шакарян Ю.Г. (Научно-исследовательский институт электроэнергетики).

Научный редактор — Евсеев Б.Н.

### Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

**ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ**УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),  
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ**СОДЕРЖАНИЕ**

Рагозин А.А., Таланов С.Б. Улучшение свойств дальних линий электропередачи без средств промежуточной компенсации . . . . .	2
Тарасов В.И. Две модификации одного двухпараметрического минимизационного метода расчета установившихся режимов электроэнергетических систем . . . . .	8
Войтович Р.А., Кадомская К.П., Самуилов Д.А. Влияние сопротивления заземления береговых подстанций на интенсивность электромагнитного поля подводной кабельной линии . . . . .	14
Борисов Р.К. Практические решения проблем электромагнитной совместимости на объектах связи . . . . .	19
Арешян Г.Л. Аналитические выражения токов и напряжений при набросе нагрузки на автономно работающий синхронный генератор . . . . .	23
Инкин А.И. Энергетические принципы синтеза эквивалентных схем замещения полуоткрытых пазов электрических машин с многовитковыми обмотками . . . . .	30
Попов Д.А., Попов С.Д. Полюсопереключаемые старторные обмотки для трехфазных трех- и четырехскоростных асинхронных двигателей . . . . .	35
Джэндубаев А.-З.Р. Определение границ области самовозбуждения асинхронного генератора с фазным ротором . . . . .	44
Зборовский И.А., Катунин В.М. Надежность тиристорно-механических систем регулирования напряжения трансформаторов . . . . .	49
Хусайнов Ш.Н. Формирование уравнений электрической цепи по обобщенному контурно-узловому методу Новожилов О.П. Идентификация нелинейных четырехполусников . . . . .	57
Ковалев А.П., Спиваковский А.В. О преобразовании «звезда—треугольник» при расчетах надежности сложных по структуре схем . . . . .	62
	70
<b>ХРОНИКА</b>	
Александр Карапетович Аракелян (К 75-летию со дня рождения) . . . . .	75
Владимир Николаевич Бродовский (К 70-летию со дня рождения) . . . . .	76
Виталий Исаакович Идельчик (К 60-летию со дня рождения) . . . . .	77
Борис Михайлович Тареев (Некролог) . . . . .	78

**CONTENTS**

A.A. Ragozin and S.B. Talanov, Improving the Characteristics of Long-Distance Transmission Lines without the Use of Intermediate Compensating Facilities . . . . .	2
V.I. Tarasov, Two Versions of a Two-Parameter Method of Minimization of the Analysis of Steady-State Conditions of Electrical Power Systems . . . . .	8
R.A. Voitovich, K.P. Kadomskaya and D.A. Samuilov, Effect of the Ground Resistance of Coastal Substations on the Electromagnetic Field Intensity Along the Run of a Subaqueous Cable Line . . . . .	14
R.K. Borisov, Practical Solutions of the Problems of Electromagnetic Compatibility at Automatic Telephone Exchanges . . . . .	19
G.L. Areshyan, Analytical Expressions for the Currents and Voltages of an Independently Operating Synchronous Generator After Loading on . . . . .	23
A.I. Inkin, Energy Principles of the Synthesis of the Equivalent Circuits of Half-Open Slots of Electrical Machines with Multiturn Windings . . . . .	30
D.A. Popov and S.D. Popov, Changeable Polarity Stator Windings for Three-Phase, Three- and Four-Speed Induction Motors . . . . .	35
A.-Z.R. Dzhenubayev, Determination of the Boundaries of the Self-Excitation Region of an Induction Motor with a Phase-Wound Rotor . . . . .	44
I.A. Zborovskii and V.M. Katunin, Reliability of Thyristor-Mechanic Systems of Transformer Voltage Control . . . . .	49
Sh.N. Khusainov, Formulation of Equations Using a Generalized Loop-Node Method . . . . .	57
O.P. Novozhilov, Identification of Non-Linear Two-Port Networks . . . . .	62
A.P. Kovalev and A.V. Spivakovskii, Star-Delta Transformation in the Reliability Analysis of Complex Circuits . . . . .	70

**CHRONICLE**

Aleksandr Karapetovich Arakelyan (to Mark the 75th Anniversary) . . . . .	75
Vladimir Nikolayevich Brodovskii (to Mark the 70th Anniversary) . . . . .	76
Vitalii Isaakovich Idel'chik (to Mark the 60th Anniversary) . . . . .	77
Boris Mikhaylovich Tareyev (Notice Obituary) . . . . .	78

# Улучшение свойств дальних линий электропередачи без средств промежуточной компенсации

РАГОЗИН А.А., ТАЛАНОВ С.Б.

На основе анализа коэффициентов многочлена характеристического уравнения маловозмущенного движения системы и расчетными исследованиями выявляются характерные свойства дальних линий электропередачи без средств промежуточной компенсации; определяются зоны статической устойчивости и соответствующий им диапазон возможных длин электропередачи, количественно оценивается роль различных факторов (распределенности параметров линии, демпферных контуров генераторов и т.д.) в расширении этого диапазона; выявляются некоторые особенности, связанные с регулированием возбуждения генераторов в области длин 2400—3000 км.

Ключевые слова: дальние линии электропередачи, статическая устойчивость, самовозбуждение генераторов, исследование

В статье рассматриваются вопросы статической устойчивости дальних линий электропередачи длиной 1500—3000 км без средств промежуточной компенсации, выявляются некоторые, ранее не освещенные в литературе, особенности, характерные для дальних линий электропередачи, близких к полуволновой длине, указаны возможности и способы расширения зоны устойчивой работы.

Расчетная схема системы, применительно к которой проводились исследования, содержит электростанцию, связанную протяженной линией электропередачи с мощной энергосистемой (рис. 1).

Изучение данного вопроса целесообразно начать с анализа коэффициентов многочлена (характеристического уравнения маловозмущенного движения системы), так как уже в этом случае, несмотря на недостаточное количество признаков для суждения об устойчивости (для устойчивости системы, как известно, требуется, чтобы коэффициенты многочлена не только были положительными, но и удовлетворяли соотношениям в форме неравенства Рауса, Гурвица), выявляются характерные свойства дальней линии электропередачи.

На предварительном этапе в целях упрощения

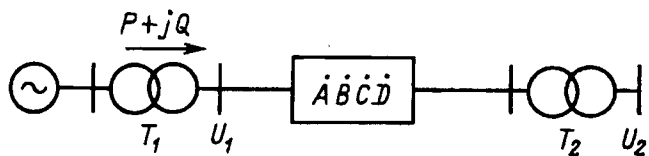


Рис. 1. Расчетная схема дальней линии электропередачи

By analyzing the coefficients of the polynomial of the characteristic equation of slightly disturbed motion of a system, and by calculation, the specific features of long-distance transmission lines with no intermediate compensating facilities are shown. The zones of static stability and the corresponding range of the possible lengths of transmission lines are determined. Quantitative estimates are made of various factors (the distribution of the transmission line parameters, the damping circuits of the generator, etc.) which can extend this range. Some specific features of the control of generator excitation in the range of 2400—3000 km are shown.

Key words: long-distance transmission lines, static stability, generator, self-excitation, investigation

пренебрегаем переходными процессами и активными сопротивлениями в цепях статора генератора и линии электропередачи.

Полученные после разложения по степеням оператора  $p$  определителя системы уравнений малых возмущений (математическая модель системы приводится в приложении) аналитические выражения коэффициентов характеристического многочлена при отсутствии регулирования возбуждения и пренебрежении демпферными контурами генераторов имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{T_J T_{d0}}{\omega_0} B_q B_d'; \\ a_1 &= \frac{T_J}{\omega_0} B_d B_q; \\ a_2 &= T_{d0} \left[ B_q B_d' S_E + (x_d - x_d') \left( 2 - \frac{B_d}{B_q} \right) U_2^2 \sin^2 \delta_0 \right]; \\ a_3 &= B_d B_q S_E, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$S_E = \frac{E_{q0} U_2}{B_d} \cos \delta_0 + \frac{U_2^2}{D} \left( \frac{1}{B_q} - \frac{1}{B_d} \right) \cos 2\delta_0$$

— синхронизирующая мощность генератора;  $B_d = B + D(x_d + x_{T1})$ ,  $B_q = B + D(x_q + x_{T1})$ ,  $B_d' = B + D(x_d' + x_{T1})$  — суммарные (с учетом внешней сети) синхронные сопротивления по продольной и поперечной оси и переходное сопротивление соответственно;  $B, D$  — эквивалентные обобщенные параметры линии и трансформатора  $T_2$  (см. приложение);  $\delta_0$  — полный угол электропередачи.

Первые два старших коэффициента характеристического многочлена при принятых допущениях определяются только параметрами генератора и внешней сети и не зависят от параметров установившегося режима. В диапазоне длин  $l$  от 1500 до 3000 км можно выделить четыре наиболее характерные зоны, на границе которых происходит смена знака  $B_d$ ,  $B_q$ , или  $B_d'$ :

I зона

$$B_d > 0, B_q > 0, B_d' > 0 \quad (-z > x_d + x_{T1}); \quad (2)$$

II зона

$$B_d < 0, B_q > 0, B_d' > 0 \quad (x_d \geq -(z + x_{T1}) \geq x_q); \quad (3)$$

III зона

$$B_d < 0, B_q < 0, B_d' > 0 \quad (x_q \geq -(z + x_{T1}) \geq x_d'); \quad (4)$$

IV зона

$$B_d < 0, B_q < 0, B_d' < 0 \quad (-z < x_d' + x_{T1}), \quad (5)$$

где  $z=B/D$  — входное сопротивление короткозамкнутой на приемном конце линии.

Поскольку во всем рассматриваемом диапазоне длин и при любых режимах работы  $\cos \delta_0 < 0$ , нетрудно установить, что при принятой идеализации системы все коэффициенты характеристического многочлена могут быть положительными только в IV зоне (в I зоне отрицательный знак имеет коэффициент  $a_3$ , во II — коэффициент  $a_1$ , в III — коэффициент  $a_0$ ). Зона II рассматриваемого диапазона является зоной синхронного самовозбуждения, III — зоной репульсионно-синхронного самовозбуждения, IV — зоной асинхронного самовозбуждения [1]. Неустойчивость в этих зонах связана с электромагнитными процессами и для корректного определения границ устойчивой зоны необходимо учитывать переходные процессы и активные сопротивления в цепях статора генераторов и в линии электропередачи. Нельзя здесь не считаться и с негативным влиянием демпферных контуров генераторов на условия асинхронного самовозбуждения.

Исследованию самовозбуждения генератора при работе на дальнюю линию электропередачи посвящено достаточно много работ [1–4]. Эти исследования проводились по двум направлениям — изучение возможности подавления самовозбуждения с помощью соответствующего регулирования возбуждения и оптимизация параметров генератора, обеспечивающих минимально возможные зоны самовозбуждения.

В результате исследований по первому направлению было установлено, что обеспечить устойчивость системы в области синхронного и репульсионно-синхронного самовозбуждения практически невозможно [1]. Это объясняется тем, что в физически реализуемом законе управления коэффициенты регулирования по производным режимных параметров принципиально не могут войти в выражения для первых двух старших коэффициентов характеристического многочлена идеализированной системы и тем самым исправить различие в их знаках.

По второму направлению — подбор параметров генератора — как показано в [2], можно достичь уменьшения зоны асинхронного самовозбуждения путем увеличения переходного сопротивления генератора  $x_d'$  и изменения конструкции демпферных обмоток. Фактически эти изменения направлены на подавление в большей или меньшей степени неблагоприятного влияния поперечного демпферного контура на условия асинхронного самовозбуждения.

Для количественной оценки возможностей расширения зоны устойчивой работы проиллюстрируем влияние демпферных контуров на условия самовозбуждения электропередачи.

Характеристическое уравнение (П-3) системы при учете распределенности параметров линии является в сущности трансцендентным, поэтому его исследование целесообразно проводить с помощью частотных методов. Для определения границ зон самовозбуждения удобно использовать метод D-разбиения [3]. Области самовозбуждения, построенные в координатах  $(l, R)$ , показаны на рис. 2.

Из анализа кривой 2 рис. 2 следует, что

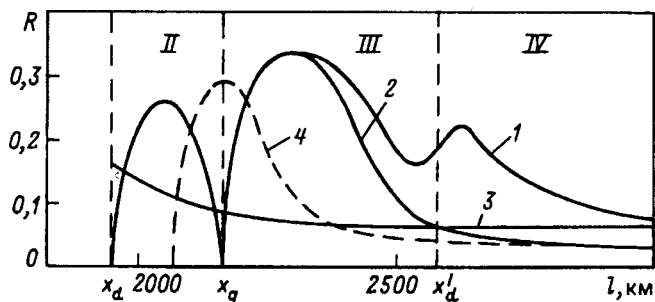


Рис. 2. Зоны самовозбуждения генератора (установленная мощность передающей станции равна натуральной мощности линии): II — зона синхронного самовозбуждения; III — репульсионно-синхронного самовозбуждения; IV — асинхронного самовозбуждения; 1 — с учетом демпферных контуров ( $x_d = 1,5$ ;  $x_q = 0,98$ ;  $x_d' = 0,32$ ;  $x_{T1} = x_{T2} = 0,12$ ;  $T_{d0} = 7$  с;  $T_{rd} = T_{rq} = 0,13$  с); 2 — без учета демпферных контуров; 3 — активная составляющая входного сопротивления короткозамкнутой на приемном конце линии класса 1150 кВ; 4 — при повышенных значениях  $x_d' = 0,45$ ;  $x_{T1} = x_{T2} = 0,25$  и  $T_{rd} = T_{rq} = 0,5$  с

генератор без демпферных контуров при реальных значениях активных сопротивлений линии не имеет зоны асинхронного самовозбуждения. Влияние продольного демпферного контура на условия асинхронного самовозбуждения, как показали расчеты, не так велико в связи с малым различием сопротивлений  $x_d'$  и  $x_d''$  синхронной машины. Следовательно, чтобы исключить эту довольно обширную зону, необходимо (как уже отмечалось ранее) уменьшить влияние поперечного демпферного контура, т.е. постоянная времени этого контура должна быть либо очень мала, либо достаточно велика. Полностью исключить поперечный демпферный контур невозможно по условиям самораскачивания генератора в режимах малых нагрузок. Увеличение активного сопротивления линии для подавления самовозбуждения неэффективно, так как это приводит к снижению КПД электропередачи. Для максимального увеличения зоны устойчивой работы необходимы следующие мероприятия:

подбор параметров демпферных контуров, обеспечивающих максимальное уменьшение зоны асинхронного самовозбуждения;

увеличение переходного сопротивления генератора;

увеличение реактивных сопротивлений концевых трансформаторов.

Области самовозбуждения, построенные при выполнении этих требований, показаны на рис. 2 штриховой линией (принятые здесь параметры генераторов соответствуют номинальным параметрам современных мощных гидрогенераторов с форсированным охлаждением; обмотки трансформаторов имеют повышенное рассеяние).

Этими результатами выясняется, что устойчивость электропередачи при отсутствии регулирования возбуждения генераторов принципиально может быть обеспечена начиная уже с длины  $l \approx 2400$  км.

Ранее считалось, что в этой области регулирование возбуждения генераторов невозможно, так как это исключает из схемы замещения синхронное сопротивление генератора  $x_d$  и тем самым нарушает настройку линии. Покажем, что данное утверждение не является корректным. Дополним систему (П-4) идеализированным уравнением регулирования возбуждения генератора:

$$(1+pT_1)\Delta U_f = -k_{0U}\Delta U_1 + k_{0\omega}\Delta\omega + k_{1\omega}p\Delta\omega. \quad (6)$$

В результате разложения определителя системы по степеням оператора  $p$  были получены следующие аналитические выражения для коэффициентов характеристического многочлена (для упрощения выкладок дополнительно пренебрегалось явнополностью генератора):

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{T_J T_{d0} T_1}{\omega_0} B_d B_d'; \\ a_1 &= \frac{T_J}{\omega_0} B_d (T_{d0} B_d' + T_1 B_d); \\ a_2 &= \frac{T_J}{\omega_0} B_d^2 + T_{d0} T_1 \left[ B_d B_d' S_E + (x_d - x_d') B_d^2 \frac{P_0^2}{E_{q0}^2} \right] + \\ &+ k_{0U} \frac{T_J}{\omega_0} B_d B \cos \delta_{10} + k_{1\omega} B_d^2 \frac{P_0}{E_{q0}}; \\ a_3 &= T_{d0} \left[ B_d B_d' S_E + (x_d - x_d') B_d^2 \frac{P_0^2}{E_{q0}^2} \right] + \\ &+ T_1 B_d^2 S_E + k_{0\omega} B_d^2 \frac{P_0}{E_{q0}}; \\ a_4 &= B_d^2 S_E + k_{0U} \left( B_d B S_E \cos \delta_{10} + \right. \\ &\left. + \frac{P_0 x_d}{E_{q0}} B_d U_2 \sin \delta_{l0} \right), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $S_E = \frac{E_{q0} U_2}{B_d} \cos \delta_0$ ;  $P_0 = \frac{E_{q0} U_2}{B_d} \sin \delta_0$ ,  $\delta_{10}$  — угол между  $E_{q0}$  и  $U_1$ ;  $\delta_{l0}$  — угол между напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ .

Для устойчивости системы необходимо, чтобы все коэффициенты (7) были положительными. Учитывая, что  $B > 0$ ,  $\sin \delta_{l0} > 0$ ,  $\cos \delta_0 < 0$  во всем рассматриваемом диапазоне длин, одновременное выполнение условия положительности коэффициентов  $a_2$  и  $a_4$ , а следовательно, и необходимых условий устойчивости электропередачи в диапазоне длин, соответствующих I зоне, невозможно.

Положительность всех коэффициентов характеристического многочлена, как и при отсутствии регулирования возбуждения генераторов, достигается лишь в диапазоне от 2400 до 3000 км. При этом необходимо, чтобы выполнялось условие  $k_{0U} < 0$ , т.е. знак коэффициента усиления по отклонению напряжения должен быть противоположным знаку  $k_{0U}$  в обычных условиях функционирования системы. Это особое свойство дальних линий электропередачи ранее не было отражено в литературе. Более того, ошибочно считалось, что устойчивая работа в диапазоне от 1500 до 3000 км невозможна, если осуществляется регулирование возбуждения генераторов передающей станции по каналу напряжения. Однако тщательный анализ коэффициентов (7) характеристического многочлена показывает, что изменением знака  $k_{0U}$  удастся сохранить не только положительность свободного члена, но и всех других коэффициентов в IV зоне рассматриваемого диапазона.

Положительность синхронизирующей мощности в этих условиях функционирования дальней линии электропередачи вытекает из следующего. Система уравнений, определяющая новый установившийся режим в переменных  $\Delta U_1$ ,  $\Delta E_q$ ,  $\Delta \delta_1$ ,

$\Delta\delta$  при бесконечно малом приращении мощности турбины  $\Delta P_T = \Delta P$ , может быть записана в виде:

$$\frac{P_0}{U_{10}} \Delta U_1 + \frac{P_0}{E_{q0}} \Delta E_{q0} + S_1 \Delta \delta_1 = \Delta P; \quad (8)$$

$$\frac{P_0}{U_{10}} \Delta U_1 - S_L \Delta \delta_1 + S_L \Delta \delta = \Delta P; \quad (9)$$

$$\left( 2U_{10} \frac{D}{B} - \frac{S_L}{U_{10}} + 2U_{10} \frac{1}{x_d + x_{T1}} - \frac{S_1}{U_{10}} \right) \Delta U_1 - \frac{S_1}{E_{q0}} \Delta E_q + P_0 \Delta \delta = 0; \quad (10)$$

$$\Delta E_q + k_{0U} \Delta U_1 = 0, \quad (11)$$

где  $S_L = \frac{U_{10} U_2}{B} \cos \delta_{L0}$ ,  $S_1 = \frac{E_{q0} U_{10}}{x_d + x_{T1}} \cos \delta_{10}$  — синхронизирующие мощности линии и генератора соответственно; (уравнения (8), (9) и (10) отвечают уравнениям баланса активных и реактивных мощностей соответственно).

Решая систему относительно  $\Delta\delta$ , находим:

$$\Delta \delta = \frac{M}{D_0} \Delta P, \quad (12)$$

где

$$D_0 = \begin{vmatrix} \frac{P_0}{U_{10}} - \frac{P_0}{E_{q0}} k_{0U} & S_1 & 0 \\ \frac{P_0}{U_{10}} & -S_L & S_L \\ U_{10} \left( \frac{D}{B} + \frac{1}{x_d + x_{T1}} \right) + \frac{S_1}{E_{q0}} k_{0U} & 0 & P_0 \end{vmatrix} =$$

$$= k_{0U} \frac{S_L}{E_{q0}} (P_0^2 + S_1^2) + \frac{B_d^2 U_{10}^3}{B^2 (x_d + x_{T1})^2} S_E$$

— определитель, с точностью до постоянного положительного множителя совпадающий со свободным членом  $a_4$  характеристического уравнения системы линеаризованных уравнений маловозмущенного движения;

$$M = \begin{vmatrix} \frac{P_0}{U_{10}} - \frac{P_0}{E_{q0}} k_{0U} & S_1 & 1 \\ \frac{P_0}{U_{10}} & -S_L & 1 \\ U_{10} \left( \frac{D}{B} + \frac{1}{x_d + x_{T1}} \right) + \frac{S_1}{E_{q0}} k_{0U} & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= k_{0U} \frac{S_1 B_d U_{10}^2}{E_{q0} B (x_d + x_{T1})} + \frac{B_d^2 U_{10}^3}{B^2 (x_d + x_{T1})^2}$$

— его минор.

Значения  $D_0$  и  $M$  в рассматриваемых условиях положительны при  $k_{0U} < 0$ , поэтому критерий синхронизирующей мощности

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{\Delta P}{\Delta \delta} \bigg|_{\Delta \delta \rightarrow 0} = \frac{D_0}{M} > 0 \quad (13)$$

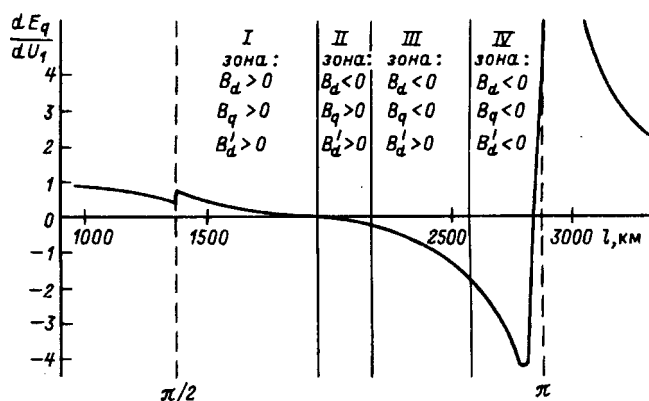


Рис. 3. Зависимость частной производной  $dE_q/dU_1$  от длины в области  $\frac{\pi}{2} - \pi$

совпадает с критерием  $D_0 > 0$  только при отрицательных значениях  $k_{0U}$ , что подчеркивает справедливость сделанных ранее выводов.

В области длин свыше 3000 км (более полу волны)  $B < 0$ ,  $\sin \delta_{L0} < 0$ , и таким образом коэффициент регулирования по напряжению  $k_{0U}$  в законе регулирования (6) вновь должен быть положительным (как и в обычных условиях работы генераторов).

Наиболее наглядно особенности дальних линий электропередачи во взаимосвязи с регулированием возбуждения генераторов передающей станции иллюстрирует график зависимости частной производной  $\frac{dE_q}{dU_1}$  от длины (рис. 3), полученный на основе выражения (П-8).

Из рис. 3 видно, что производная  $\frac{dE_q}{dU_1}$  во II, III и IV зонах отрицательна, т.е. увеличение тока возбуждения приводит к снижению напряжения на шинах станции и наоборот. Этим выясняется тот факт, что начиная уже с длины линии 1900 км, возникает необходимость смены знака управления ( $k_{0U} < 0$ ), диктуемая не только условием положительности свободного члена  $a_4$ , но и, прежде всего, режимными соображениями. При этом во II и III зонах смена знака управления не приводит к сохранению устойчивости системы (невыполнение требования положительности первых двух старших коэффициентов полинома); возможности осуществления такого управления открываются лишь при  $l > 2400$  км.

Приведенные условия устойчивости при наличии регулирования возбуждения генераторов являются лишь необходимыми. Чтобы установить, соблюдаются ли и достаточные условия устойчивости в зоне IV, были проведены расчеты собственных значений полной модели системы рис. 1 в области длин, соответствующих IV зоне.

Закон управления возбуждением генераторов задавался в следующем виде:

Длина линии $l$ , км	Передаваемая мощность $P$ , отн. ед.	Коэффициенты регулирования возбуждения	Доминирующие собственные значения матрицы коэффициентов уравнений малых возмущений	
			без учета переходных процессов	с учетом переходных процессов
2800	0	—	$-1,08 \pm j 9,7$	$-1,67 \pm j 25,6$ $-2,0 \pm j 9,24$
		$k_{0U} = -80; k_{1U} = 5$	$-0,47 \pm j 5,5$	$-6,8 \pm j 22,7$ $-2,0 \pm j 10,6$
	1	—	$-0,82 \pm j 11,09$	$-2,0 \pm j 23,9$ $-0,94 \pm j 12,0$
		$k_{0U} = -80; k_{1U} = 5$ $k_{1\omega} = 0,5; k_{1If} = 1$	$-3,02 \pm j 13,9$	$-2,96 \pm j 20,9$ $-1,59 \pm j 14,3$
2700	0	—	$-1,26 \pm j 13,1$	$+2,7 \pm j 15,2$ $-5,7 \pm j 12,0$
		$k_{0U} = 0; k_{1U} = 8$ $k_{0\omega} = 1,5; k_{1\omega} = 0,2$	$-1,91 \pm j 14,3$	$-0,19 \pm j 10,9$ $-1,58 \pm j 2,7$
		$k_{0U} = -50; k_{1U} = 8$ $k_{0\omega} = 2; k_{1\omega} = 0,5$	$-0,84 \pm j 13,8$	$-0,1 \pm j 6,1$ $-3,1 \pm j 9,6$
	1	—	$-1,19 \pm j 15,2$	$+4,3 \pm j 14,7$ $-6,55 \pm j 13,1$
		$k_{0U} = 0; k_{1U} = 8$ $k_{1\omega} = 0,2; k_{1If} = 1,5$	$-2,2 \pm j 16,8$	$-0,33 \pm j 12,4$ $-5,1 \pm j 1,4$
		$k_{0U} = -50; k_{1U} = 9$ $k_{1\omega} = 4,5; k_{1If} = 0,5$	$-1,98 \pm j 16,5$	$-0,64 \pm j 10,1$ $-1,2 \pm j 7,3$
2600	0	—	$-1,58 \pm j 16,35$	$+6,0 \pm j 10,7$ $-8,2 \pm j 9,4$
		$k_{0U} = 0; k_{1U} = 5$ $k_{1\omega} = 2; k_{1If} = 2$	$-6,2 \pm j 17,7$	Система неустойчива с любыми коэффициентами
	1	—	$-1,43 \pm j 18,17$	$+6,9 \pm j 10,7$ $-8,1 \pm j 9,9$
		$k_{0U} = 0; k_{1U} = 5$ $k_{1\omega} = 2; k_{1If} = 2$	$-5,37 \pm j 13,6$	Система неустойчива с любыми коэффициентами

$$(1+pT_1)(1+pT_2)\Delta U_f = -k_{0U}\Delta U_1 - k_{1U}\frac{pU_1}{1+pT_{1U}} + \frac{\Delta\omega_U}{1+pT_\omega} \left( \frac{k_{0\omega}}{1+pT_{0\omega}} + \frac{pk_{1\omega}}{1+pT_{1\omega}} \right) - k_{1If}\frac{pE_q}{1+pT_{1If}}, \quad (14)$$

где  $\Delta\omega_U$  — отклонение от исходного значения частоты напряжения шин станции, используемой в качестве параметра стабилизации;  $T_1, T_2, T_{1U}, T_\omega, T_{0\omega}, T_{1\omega}, T_{1If}$  — постоянные времени, соответствующие параметрам унифицированных АРВ—СД.

Основные параметры генераторов и трансформаторов  $T_1, T_2$ , как и прежде, принимались равными:  $x_d = 1,5; x_q = 0,98; x'_d = 0,32; x_{T1} = x_{T2} = 0,12; T_{d0} = 7$  с;  $T_{rd} = T_{rq} = 0,5$  с.

Результаты расчетов собственных значений матрицы коэффициентов системы уравнений малых возмущений полной модели системы, учитывающей переходные процессы в цепях статора, приведены в таблице.

Из их анализа видно, что критический нижний предел длины линии при принятых параметрах электропередачи составил около 2600 км, т.е. в рассматриваемой области, как и при отсутствии регулирования возбуждения, определяется в основном условиями самовозбуждения.

При сопротивлениях  $x'_d = 0,45 \pm 0,5$ , свойственных современным высокоиспользуемым генератором, а также некотором повышении сопротивления трансформаторов нижний предел длины линии может быть уменьшен до 2400 км.

**Приложение. Математическое моделирование системы при исследовании самовозбуждения генератора, работающего на длинную линию.** При исследовании условий самовозбуждения линеаризованные уравнения переходных процессов генератора до шин с напряжением  $U_1$  в операторной записи имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} p\Delta\Psi_d + \omega_0\Delta\Psi_q + \omega_0 R\Delta I_d &= -\omega_0\Delta U_{1d}; \\ p\Delta\Psi_q - \omega_0\Delta\Psi_d + \omega_0 R\Delta I_q &= -\omega_0\Delta U_{1q}; \\ T_{d0}p\Delta\Psi_f + \Delta E_q &= 0; \\ T_{rd}p\Delta\Psi_D + \Delta E_{rq} &= 0; \\ T_{rq}p\Delta\Psi_Q + \Delta E_{rd} &= 0; \\ \Delta\Psi_d &= X_d(p)\Delta I_d + \Delta E_q + \Delta E_{rq}; \\ \Delta\Psi_q &= X_q(p)\Delta I_q + \Delta E_{rd}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-1})$$

где  $\Psi_d, \Psi_q, I_d, I_q, U_{1d}, U_{1q}$  — проекции потокосцепления, тока и напряжения генератора на оси  $d, q$ ;

$$X_d(p) = (x_d + x_{T1}) \frac{p^2 T'_d T''_{d0} + p(T'_d + T_{D'}) + 1}{p^2 T_{d0} T''_{d0} + p(T_{d0} + T_{rd}) + 1};$$



$$X_q(p) = (x_q + x_{r1}) \frac{pT_{1'}'' + 1}{pT_{rq} + 1}$$

— операторные сопротивления по продольной и поперечной оси [3];  $T_{rd}$  и  $T_{rq}$  — постоянные времени демпферных обмоток при разомкнутых обмотках статора и возбуждения;  $T_d'$  — постоянная времени затухания переходных токов в статоре;  $T_{d0}'$  — постоянная времени демпферной обмотки при замкнутой обмотке возбуждения и разомкнутой обмотке статора;  $T_D'$  — постоянная времени демпферной обмотки при замкнутой обмотке статора и разомкнутой обмотке возбуждения;  $T_d''$  и  $T_q''$  — постоянные времени демпферных контуров при замкнутых обмотках статора и возбуждения.

Внешняя цепь представляется в виде операторного сопротивления  $Z(p)$ . Эти уравнения приводятся к виду [4]:

$$\left. \begin{aligned} [\omega_0 A(p) + pX_d(p) + \omega_0 R] \Delta I_d + \\ + [B(p) + X_q(p)] \omega_0 \Delta I_q = 0; \\ -[B(p) + X_d(p)] \omega_0 \Delta I_d + [\omega_0 A(p) + \\ + pX_q(p) + \omega_0 R] \Delta I_q = 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-2})$$

где  $R$  — активное сопротивление электропередачи;

$$A(p) = \frac{1}{2} [Z(p+j) + Z(p-j)];$$

$$B(p) = \frac{1}{2j} [Z(p+j) - Z(p-j)].$$

Выражения  $A(p)$  и  $B(p)$  характеризуют внешнюю цепь;  $Z(p+j)$  и  $Z(p-j)$  представляют операторное сопротивление внешней цепи по смещенному оператору. Смещение оператора на  $\pm j$  является следствием приведения внешнего операторного сопротивления к вращающимся осям  $d, q$ .

Характеристическое уравнение, полученное на основе (П-2), имеет вид:

$$[\omega_0 A(p) + pX_d(p) + \omega_0 R] [\omega_0 A(p) + pX_q(p) + \omega_0 R] + \omega_0^2 [B(p) + X_d(p)] [B(p) + X_q(p)] = 0. \quad (\text{П-3})$$

Идеализированная математическая модель системы при исследовании статической устойчивости дальней электропередачи. Уравнения малых возмущений генератора до шин с напряжением  $U_1$ :

$$\left. \begin{aligned} (x_d + x_{r1}) \Delta I_d + \Delta E_q &= \Delta U_{1q}; \\ (x_q + x_{r1}) \Delta I_q &= -\Delta U_{1d}; \\ T_{d0} p \Delta \Psi_f + \Delta E_q &= \Delta U_f; \\ \Delta \Psi_f &= (x_d - x_d') \Delta I_d + \Delta E_q; \\ T_f \frac{p^2 \Delta \delta}{\omega_0} &= \Delta P_T - \Delta P; \\ \Delta P &= U_{1q0} \Delta I_q + U_{1d0} \Delta I_d + I_{q0} \Delta U_{1q} + I_{d0} \Delta U_{1d}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-4})$$

Линеаризованные уравнения дальней линии электропередачи (без учета активных сопротивлений):

$$\left. \begin{aligned} D \Delta U_{1q} + B \Delta I_d &= -U_2 \sin \delta_0 \Delta \delta; \\ D \Delta U_{1d} - B \Delta I_q &= -U_2 \cos \delta_0 \Delta \delta, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-5})$$

где  $B = \text{Im} [\dot{B}_1 + jx_{r2} \dot{A}_1]$ ;  $D = \text{Re} [\dot{D}_1 + jx_{r2} \dot{C}_1]$ ;  $\dot{A}_1, \dot{B}_1, \dot{C}_1, \dot{D}_1$  — обобщенные параметры линии.

Вывод зависимости частной производной  $\frac{dE_q}{dU_1}$  от режимных параметров и обобщенных параметров электропередачи. Зависимость от параметров электропередачи определяется на основе следующего выражения:

$$E_q = \sqrt{\left( U_1 + \frac{Qx_d}{U_1} \right)^2 + \left( \frac{Px_d}{U_1} \right)^2}, \quad (\text{П-6})$$

где  $P$  и  $Q$  — активная и реактивная мощности на передающем конце линии.

Активная и реактивная мощности в начале электропередачи определяются через ее параметры по следующим выражениям:

$$\left. \begin{aligned} P &= U_1^2 \frac{D}{B} \cos(\psi_b - \psi_d) + U_1 \frac{U_2}{B} \sin(\delta_{л-} - \alpha_{12}); \\ Q &= U_1^2 \frac{D}{B} \sin(\psi_b - \psi_d) - U_1 \frac{U_2}{B} \cos(\delta_{л-} - \alpha_{12}), \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-7})$$

где  $\alpha_{12} = 90^\circ - \psi_b$ .

На основе (П-6) и (П-7) получаем выражение для частной производной  $\frac{dE_1}{dU_1}$ :

$$\frac{dE_q}{dU_1} = \frac{2U_1 + 4x_d U_1 \frac{D}{B} \sin(\psi_b - \psi_d) - 2x_d \frac{U_2}{B} \sin(\delta_{л+} + \psi_b) +}{2E_q} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ 2x_d^2 U_1 \frac{D^2}{B^2} - 2x_d^2 \frac{U_2 D}{B^2} \cos(\delta_{л+} + \psi_d)}{2E_q}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Щербаков В.К., Лукашов Э.С., Ольшевский О.В., Путилова А.Т. Настроенные электропередачи. — Новосибирск: изд-во Сибирского отделения АН СССР, 1963.
2. Федоров Д.А. Условия самовозбуждения явнополюсной синхронной машины. — Труды МЭИ, 1956, вып. XX.
3. Калужный А.Х., Лукашов Э.К. К исследованию самовозбуждения генератора, работающего на длинную линию. — Труды ТЭИ, 1963, вып. XVI.
4. Лукашов Э.С., Колотилова Д.Г. Учет переходных процессов в линии при исследовании самовозбуждения генератора, работающего через полуволновую линию. — Труды ТЭИ, 1962, вып. XIV.

[23.04.98]

**А в т о р ы:** **Рагозин Александр Афанасьевич** окончил энергетический факультет Политехнического института в г. Душанбе в 1961 г. В 1967 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Электрические станции (электрическая часть), сети и электрические системы и управление ими» в Ленинградском политехническом институте, ныне Санкт-Петербургский государственный технический университет (СПбГТУ). Ведущий научный сотрудник, профессор кафедры «Электрические системы и сети» СПбГТУ.

**Таланов Сергей Борисович** окончил энергетический факультет Читинского государственного университета в 1994 г. Аспирант кафедры «Электрические сети и системы» СПбГТУ.

# Две модификации одного двухпараметрического минимизационного метода расчета установившихся режимов электроэнергетических систем

ТАРАСОВ В.И.

Предложены две модификации двухпараметрического метода минимизации расчета установившихся режимов электроэнергетических систем (ЭЭС). Благодаря низкой временной и алгоритмической сложности вычисления шагов по направлениям спуска, достаточно высокой скорости и надежности сходимости они могут быть достаточно эффективными при решении большого класса задач анализа режимов ЭЭС.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, установившиеся режимы, методы расчета, сходимость решения

В [1, 2] был предложен метод расчета установившихся режимов электроэнергетических систем (ЭЭС), реализующий итерационный процесс

$$\mathbf{X}^{(p+1)} = \mathbf{X}^{(p)} + \alpha_{(p)} \Delta \mathbf{X}_H^{(p)} + \gamma_{(p)} \Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)} \quad (1)$$

минимизации функции

$$\varphi(\mathbf{X}^{(p)}) = \sum_{i=1}^N \omega_i^2(\mathbf{X}^{(p)}) = \|\mathbf{W}(\mathbf{X}^{(p)})\|^2, \quad (2)$$

где  $\mathbf{X}^{(p+1)}$ ,  $\mathbf{X}^{(p)}$  — значения вектора переменных  $\mathbf{X}$  уравнений установившихся режимов ЭЭС

$$\mathbf{W}(\mathbf{X}) = \{\omega_i(\mathbf{X}) | i=1, \dots, N; N \leq 2n\} \quad (3)$$

соответственно на шагах  $(p+1)$  и  $p$  итерационного процесса;  $\Delta \mathbf{X}_H^{(p)}$ ,  $\Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)}$  — направления спуска или минимизирующая пара, задающая кривую спуска в плоскости, порожденной этими векторами, определяемыми на каждом шаге (1) соответственно решением систем линейных уравнений

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(p)}) \Delta \mathbf{X}_H^{(p)} = -\mathbf{W}(\mathbf{X}^{(p)}) \quad (4)$$

и

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(p)}) \Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)} = -\frac{1}{2}(\mathbf{W}'', \Delta \mathbf{X}_H^{(p)}, \Delta \mathbf{X}_H^{(p)}). \quad (5)$$

В выражениях (1)–(5) принято:  $\alpha_{(p)}$ ,  $\gamma_{(p)}$  — значения шагов по принятым направлениям спуска, определяемые из условия достижения глобального минимума функции (2) на шаге (1) плоскости  $(\Delta \mathbf{X}_H, \Delta \mathbf{X}_{MH})$ :

$$\begin{aligned} & \varphi(\mathbf{X}^{(p)} + \alpha_{(p)} \Delta \mathbf{X}_H^{(p)} + \gamma_{(p)} \Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)}) = \\ & = \min_{\alpha, \gamma} \varphi(\mathbf{X}^{(p)} + \alpha \Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)} + \gamma \Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)}); \end{aligned} \quad (6)$$

Two versions of a two-parameter method of minimization of the analysis of steady-state conditions of electrical power systems (EPS) are proposed. The low time consumption and the simplicity of algorithm of step-by-step calculation in the direction of descent as well as the high rate and reliability of convergence enable these versions to be effectively used when solving a large number of problems of analysis of the operating conditions of EPS.

Key words: electrical power systems, steady-state conditions, methods of analysis, solution, convergence

$\mathbf{W}(\mathbf{X}^{(p)})$  — невязка уравнений установившихся режимов ЭЭС при  $\mathbf{X}=\mathbf{X}^{(p)}$ ;  $\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(p)})$  — матрица частных производных уравнений (3) в точке  $\mathbf{X}=\mathbf{X}^{(p)}$  (матрица Якоби);  $\mathbf{W}''$  — матрица вторых частных производных уравнений (3), элементы которой для квадратичных уравнений установившихся режимов ЭЭС (3) не зависят от значений вектора  $\mathbf{X}$  и равны собственным и взаимным активным и реактивным проводимостям исследуемой электрической сети.

Показано, что метод (1), (6) совершенно нечувствителен к овражности целевой функции (2) и ввиду этой овражности и обладает значительно более надежной и быстрой сходимостью, чем методы минимизации по ньютоновской плоскости и линейные методы минимизации ньютоновского типа.

Для построения плоскости минимизации  $(\Delta \mathbf{X}_H, \Delta \mathbf{X}_{MH})$  необходимо решить системы линейных уравнений (4) и (5) с одной и той же матрицей коэффициентов. В этом смысле определение предложенной минимизирующей пары векторов эквивалентно реализации двухшаговой вычислительной процедуры модифицированного метода Ньютона. Используя при определении вектора  $\Delta \mathbf{X}_{MH}$  факторизованную на стадии решения системы уравнений (4) матрицу Якоби, можно значительно снизить временную сложность реализации одного шага итерационного процесса (1). Последняя может быть еще более снижена за счет использования следующего более простого решения задачи (6) выбора параметров.

Первая модификация метода (1). Примем в качестве уравнений установившихся режимов ЭЭС (3) уравнения баланса мощности в узлах ЭЭС в прямоугольной системе координат пе-

ременных.

Разложим квадратичные уравнения (3) в точке  $X=X^{(0)}+\alpha \Delta X_H+\gamma \Delta X_{MH}$  в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} W(X^{(0)}+\alpha \Delta X_H+\gamma \Delta X_{MH}) &= W(X) = W(X^{(0)}) + \\ &+ \alpha J(X^{(0)})\Delta X_H + \gamma J(X^{(0)})\Delta X_{MH} + \frac{\alpha^2}{2}(W''\Delta X_H, \Delta X_H) + \\ &+ \alpha\gamma(W''\Delta X_H, \Delta X_{MH}) + \frac{\gamma^2}{2}(W''\Delta X_{MH}, \Delta X_{MH}). \end{aligned} \quad (7)$$

Обозначая

$$W(X^{(0)}) = W_0; \quad \frac{1}{2}(W''\Delta X_H, \Delta X_H) = W_1;$$

$$(W''\Delta X_H, \Delta X_{MH}) = W_2; \quad \frac{1}{2}(W''\Delta X_{MH}, \Delta X_{MH}) = W_3$$

и учитывая, что

$$J(X^{(0)})\Delta X_H = -W(X^{(0)}) = -W_0;$$

$$J(X^{(0)})\Delta X_{MH} = -W_1,$$

запишем (7) как

$$\begin{aligned} W(X) &= W_0 - \alpha W_0 - \gamma W_1 + \alpha^2 W_1 + \alpha\gamma W_2 + \gamma^2 W_3 = \\ &= (1-\alpha)W_0 + (\alpha^2-\gamma)W_1 + \alpha\gamma W_2 + \gamma^2 W_3. \end{aligned} \quad (8)$$

По правилу треугольника для норм имеем

$$\|W(X)\| \leq |1-\alpha| \|W_0\| + |\alpha^2-\gamma| \|W_1\| + |\alpha\gamma| \|W_2\| + \gamma^2 \|W_3\| = \phi(\alpha, \gamma) \|W_0\|, \quad (9)$$

где

$$\phi(\alpha, \gamma) = |1-\alpha| + |\alpha^2-\gamma| a + |\alpha\gamma| b + \gamma^2 c, \quad (10)$$

$$a = \frac{\|W_1\|}{\|W_0\|}; \quad b = \frac{\|W_2\|}{\|W_0\|}; \quad c = \frac{\|W_3\|}{\|W_0\|}; \quad a, b, c > 0.$$

Определим  $k$ -норму функции (8):

$$\begin{aligned} \|W(X)\|^2 &= (1-\alpha)^2 \|W_0\|^2 + (\alpha^2-\gamma)^2 \|W_1\|^2 + \\ &+ \alpha^2 \gamma^2 \|W_2\|^2 + \gamma^4 \|W_3\|^2 + 2[(1-\alpha)(\alpha^2-\gamma) \times \\ &\times (W_0, W_1) + (1-\alpha)\alpha\gamma(W_0, W_2) + (1-\alpha)\gamma^2 \times \\ &\times (W_0, W_3) + (\alpha^2-\gamma)\alpha\gamma(W_1, W_2) + (\alpha^2-\gamma)\gamma^2 \times \\ &\times (W_1, W_3) + \alpha\gamma^3(W_2, W_3)] = \phi_0(\alpha, \gamma) \|W_0\|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \phi_0(\alpha, \gamma) &= (1-\alpha)^2 + (\alpha^2-\gamma)^2 \frac{\|W_1\|^2}{\|W_0\|^2} + \alpha^2 \gamma^2 \frac{\|W_2\|^2}{\|W_0\|^2} + \\ &+ \gamma^4 \frac{\|W_3\|^2}{\|W_0\|^2} + 2 \left[ (1-\alpha)(\alpha^2-\gamma) \left( \frac{W_0}{\|W_0\|^2}, \frac{W_1}{\|W_0\|^2} \right) + \right. \\ &\left. + (1-\alpha)\alpha\gamma \left( \frac{W_0}{\|W_0\|^2}, \frac{W_2}{\|W_0\|^2} \right) + (1-\alpha)\gamma^2 \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \left( \frac{W_1}{\|W_0\|^2}, \frac{W_3}{\|W_0\|^2} \right) + (\alpha^2-\gamma)\alpha\gamma \left( \frac{W_1}{\|W_0\|^2}, \frac{W_2}{\|W_0\|^2} \right) + \\ &+ (\alpha^2-\gamma)\gamma^2 \left( \frac{W_1}{\|W_0\|^2}, \frac{W_3}{\|W_0\|^2} \right) + \\ &\left. + \alpha\gamma^3 \left( \frac{W_2}{\|W_3\|^2}, \frac{W_2}{\|W_0\|^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая (11), запишем соотношение (9) как

$$\|W(X)\|^2 = \phi_0(\alpha, \gamma) \|W_0\|^2 \leq \phi^2(\alpha, \gamma) \|W_0\|^2$$

или

$$\phi_0(\alpha, \gamma) \leq \phi^2(\alpha, \gamma). \quad (13)$$

Пусть функционал  $\phi^2(\alpha, \gamma)$  имеет глобальный минимум в точке  $(\alpha_0, \gamma_0)$ . Для всех остальных точек  $(\alpha, \gamma)$  справедливо соотношение

$$\phi_0(\alpha_0, \gamma_0) \leq \phi^2(\alpha_0, \gamma_0) < \phi^2(\alpha, \gamma).$$

В частности,

$$\phi^2(\alpha_0, \gamma_0) < \phi^2(0, 0) = 1$$

и

$$\begin{aligned} \|W(X)\|^2 &= \phi_0(\alpha_0, \gamma_0) \|W_0\|^2 \leq \\ &\leq \phi(\alpha_0, \gamma_0) \|W_0\|^2 \leq \|W_0\|^2. \end{aligned}$$

Продифференцируем функцию  $\phi^2(\alpha, \gamma)$  по переменным  $\alpha$  и  $\gamma$ :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha}(\phi^2(\alpha, \gamma)) = 2\phi(\alpha, \gamma) \frac{\partial \phi}{\partial \alpha},$$

$$\frac{\partial}{\partial \gamma}(\phi^2(\alpha, \gamma)) = 2\phi(\alpha, \gamma) \frac{\partial \phi}{\partial \gamma}.$$

Поскольку  $\phi(\alpha, \gamma) > 0$  для всех значений  $\alpha$  и  $\gamma$  (за исключением предельных случаев), то вопрос о нахождении пары  $(\alpha_0, \gamma_0)$ , доставляющей функции  $\phi^2(\alpha, \gamma)$  глобальный минимум, сводится либо к поиску стационарных точек функционала  $\phi(\alpha, \gamma)$  в областях гладкости, либо к поиску минимумов на границе этих областей.

Функция  $\phi(\alpha, \gamma)$  имеет следующие границы гладкости:  $\alpha=1, \gamma=\alpha^2$ ;  $\alpha=0, \gamma=0$ . Представим их в плоскости коэффициентов  $\alpha$  и  $\gamma$  (см. рисунок). Исследуем функцию (10) на минимум на указанных границах.

1.  $\underline{\alpha=0}$ . Функция (10) равна

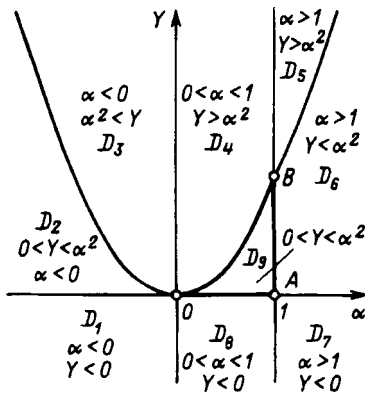
$$\phi(0, \gamma) = 1 + |-\gamma| a + \gamma^2 c$$

и имеет наименьшее значение при  $\gamma=0$ .

2.  $\underline{\gamma=0}$ . На прямой  $\gamma=0$  функция (10) равна

$$\phi(\alpha, 0) = |1-\alpha| + \alpha^2 a.$$

2.1.  $\underline{\alpha \leq 1}$ . Функция  $\phi(\alpha, 0)$  достигает мини-



Области существования экстремумов функции (10)

муму в точке  $\alpha_0 = 1/2a$  при  $a \geq 1/2$ . При  $a < 1/2$  функция (10) минимальна при  $\alpha_0 = 1$ .

2.2  $\alpha > 1$ . Функция (10) имеет вид

$$\phi(\alpha, 0) = -1 + \alpha + \alpha^2 a,$$

поскольку  $|1 - \alpha| = -(1 - \alpha)$  при  $1 - \alpha < 0$ . Тогда на участке  $\alpha > 1$  прямой  $\gamma = 0$  имеем, что  $\phi'_\alpha(\alpha, 0) = 2a\alpha + 1 > 0$ . Откуда видно, что чем меньше  $\alpha$ , тем меньше значение  $\phi(\alpha, 0)$ . Следовательно, наименьшее значение  $\phi(\alpha, 0)$  следует ожидать в точке  $\alpha_0 = 1$ .

3.  $\alpha = 1$ .

3.1.  $\gamma < 0$ . Тогда  $|\gamma| = -\gamma$  и  $|\alpha^2 - \gamma| = 1 - \gamma$  и функция (10) равна

$$\phi(1, \gamma) = (1 - \gamma)a - \gamma b + \gamma^2 c = a - (a + b)\gamma + \gamma^2 c.$$

Поскольку  $\phi'(1, \gamma) = 2\gamma c - (a + b) < 0$ , то на луче  $\alpha = 1, \gamma < 0$  экстремумов нет.

3.2.  $0 \leq \gamma \leq 1$ . Функция (10) равна

$$\phi(1, \gamma) = (1 - \gamma)a + \gamma b + \gamma^2 c = a - (a - b)\gamma + \gamma^2 c.$$

Ее минимум достигается в точке  $\gamma_0 = \frac{a-b}{2c}$  при  $a > b$ .

При  $\frac{a-b}{2c} < 0$  или  $\frac{a-b}{2c} > 1$  получим, что на отрезке  $[0, 1]$  прямой  $\alpha = 1$  экстремумов нет. Следовательно, на отрезке  $[0, 1]$  функция  $\phi(1, \gamma)$  монотонная. На концах отрезка имеем  $\phi(1, 0) = a$  и  $\phi(1, 1) = b + c$ . Функция (10) минимальна в точке  $\gamma_0 = 0$ , если  $a < b + c$ . В противном случае  $\gamma_0 = 1$ .

3.3.  $\gamma > 1$ . Имеем  $|\gamma| = \gamma$ ;  $|\alpha^2 - \gamma| = -(1 - \gamma)$ . Функция (10) равна

$$\phi(1, \gamma) = (\gamma - 1)a + \gamma b + \gamma^2 c = \gamma^2 c + \gamma(a + b) - a.$$

Ее производная  $\phi'(1, \gamma) = 2\gamma c + (a + b)$  положительна при любом  $\gamma > 1$ . Следовательно, на луче  $\gamma > 1$  прямой  $\alpha = 1$  функция (10) не имеет экстремумов.

4.  $\gamma = \alpha^2$ . Функция (10) равна

$$\phi(\alpha, \alpha^2) = |1 - \alpha| + |\alpha^3|b + \alpha^4 c.$$

4.1.  $\alpha < 0$ . Имеем, что  $|\alpha^3| = -\alpha^3$ ;  $|1 - \alpha| = 1 - \alpha$ . Тогда функция (10) равна

$$\phi(\alpha, \alpha^2) = 1 - \alpha - \alpha^3 b + \alpha^4 c.$$

Ее производная  $\phi'(\alpha, \alpha^2) = -1 - 3\alpha^2 b + 4\alpha^3 c$  меньше нуля при всех  $\alpha < 0$ . Следовательно, на ветви параболы  $\gamma = \alpha^2$  при  $\alpha < 0$  функция (10) экстремумов не имеет.

4.2.  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Имеем  $\phi'_\alpha(\alpha, \alpha^2) = 4\alpha^3 c + 3\alpha^2 b - 1 = 0$ . Функция  $\phi'_\alpha(\alpha, \alpha^2)$  в общем случае имеет два экстремума в точках  $\alpha_1 = 0$  и  $\alpha_2 = -\frac{b}{2c} < 0$ . Значит, уравнение  $\phi'_\alpha(\alpha, \alpha^2) = 0$  имеет один положительный корень. При изменении  $\alpha$  от 0 до 1 функция

$$\phi'_\alpha(\alpha, \alpha^2) = 4\alpha^3 c + 3\alpha^2 b - 1$$

возрастает. Поскольку при  $\alpha = 0$  функция  $\phi'_\alpha$  отрицательна, то при выполнении условия  $4c + 3b < 1$  значение  $\alpha_0$  равно 1. В противном случае, корень уравнения

$$\phi'_\alpha(\alpha, \alpha^2) = 4\alpha^3 c + 3\alpha^2 b - 1 = 0$$

лежит на отрезке  $[0, 1]$ . Он может быть определен методом Ньютона с исходного приближения  $\alpha^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{3b}}$ , так как

$$\frac{4c}{(\sqrt{3b})^3} + \frac{3b}{(\sqrt{3b})^2} - 1 = \frac{4c}{(\sqrt{3b})^3} > 0,$$

и корень по теореме Больцано—Коши [3] расположен на отрезке  $\left[0, \frac{1}{\sqrt{3b}}\right]$ .

4.3.  $\alpha > 1$ . Имеем  $|1 - \alpha| = -(1 - \alpha)$ ;  $|\alpha^3| = \alpha^3$ ;  $\phi(\alpha, \alpha^2) = \alpha - 1 + \alpha^3 b + \alpha^4 c$  и  $\phi'_\alpha(\alpha, \alpha^2) = 4\alpha^3 c + 3\alpha^2 b + 1 > 0$  при всех  $\alpha > 1$ . Следовательно, на ветви параболы  $\gamma = \alpha^2$  при  $\alpha > 1$  экстремумов. Таким образом, границы исследованы. Перейдем к исследованию функции (10) в областях  $D_i$ ;  $i = 1, 9$  (см. рисунок).

1.  $D_1 (\alpha < 0, \gamma < 0)$ . Имеем  $|1 - \alpha| = 1 - \alpha$ ;  $|\alpha^2 - \gamma| = \alpha^2 - \gamma$ ;  $|\alpha\gamma| = \alpha\gamma$ ;  $\phi(\alpha, \gamma) = 1 - \alpha^2 + (\alpha^2 - \gamma)a + \alpha\gamma b + \gamma^2 c$ .

Поскольку  $\frac{\partial \phi}{\partial \alpha} = -1 + 2a\alpha + \gamma b < 0$  всюду в области  $D_1$ , значит в области  $D_1$  экстремумов нет.

2.  $D_2 (\alpha < 0, 0 < \gamma < \alpha^2)$ . Имеем  $|1 - \alpha| = 1 - \alpha$ ;  $|\alpha^2 - \gamma| = \alpha^2 - \gamma$ ;  $|\alpha\gamma| = -\alpha\gamma$ ;  $\phi(\alpha, \gamma) = 1 - \alpha^2 + (\alpha^2 - \gamma)a + \alpha\gamma b + \gamma^2 c$ .

Поскольку  $\frac{\partial \phi}{\partial \alpha} = -1 + 2a\alpha + \gamma b < 0$  всюду в области  $D_2$ , то и в области  $D_2$  экстремумов нет.

3. Аналогичным образом показывается, что в областях:

$$D_3 (\alpha < 0, \alpha^2 < \gamma): \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} = a - \alpha b + 2bc > 0 \text{ всюду в } D_3;$$

$$D_4 (0 < \alpha < 1, \gamma > \alpha^2): \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} = a + \alpha b + 2\gamma c > 0 \text{ всюду в } D_4;$$

$$D_5 (\alpha > 1, \gamma > \alpha^2): \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} = a + \alpha b + 2\gamma c > 0 \text{ всюду в } D_5;$$

$$D_6 (\alpha > 1, \gamma < \alpha^2): \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} = 1 + 2\alpha a + \gamma b > 0 \text{ всюду в } D_6;$$

$$D_7 (\alpha > 1, \gamma < 0): \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} = -a - \alpha b + 2\gamma c < 0 \text{ всюду в } D_7;$$

$$D_8 (0 < \alpha < 1, \gamma < 0): \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} = -a - \alpha b + 2\gamma c < 0 \text{ всюду в } D_8.$$

Следовательно, в указанных областях нет экстремумов функции (10).

4.  $D_9 (0 < \alpha < 1, 0 < \gamma < \alpha^2)$ . Функция (10) в данной области равна

$$\phi(\alpha, \gamma) = 1 - \alpha + (\alpha^2 - \gamma)a + \alpha\gamma b + \gamma^2 c.$$

Условие существования экстремумов функции

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} &= -1 + 2\alpha a + \gamma b = 0, \\ \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} &= -a + \alpha b + 2\gamma c = 0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Решение системы уравнений (14):

$$\alpha_0 = \frac{2c - ab}{4ac - b^2}; \quad \gamma_0 = \frac{2a^2 - b}{4ac - b^2}. \quad (15)$$

Точка  $(\alpha_0, \gamma_0)$  будет точкой минимума функции  $\phi(\alpha, \gamma)$  при

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \gamma^2} - \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha \partial \gamma} \right]^2 = 4ac - b^2 > 0, \quad (16)$$

$$\text{где } \frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha^2} = 2a; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial \gamma^2} = 2c; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha \partial \gamma} = b,$$

$$\text{поскольку } \frac{\partial^2 \phi}{\partial \alpha^2} = 2a > 0.$$

Для того чтобы точка  $(\alpha_0, \gamma_0)$  принадлежала области  $D_9$ , необходимо выполнение следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} 0 < 2c - ab < 4ac - b^2; \\ 0 < 2a^2 - b < \frac{(2c - ab)^2}{4ac - b^2}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

вытекающих из условий  $0 < \alpha_0 < 1$  и  $0 < \gamma_0 < \alpha_0^2$ .

Для существования минимума функции (10) в области  $D_9$  ( $0 < \alpha < 1$ ;  $0 < \gamma < \alpha^2$ ) необходимо и достаточно выполнения неравенств (16) и (17). При нарушении хотя бы одного из неравенств (17) или неравенства (16) минимума функции  $\phi(\alpha, \gamma)$  в области  $D_9$  нет и наименьшее значение функции (10) должно определяться на ее границе, поскольку в других областях  $i=1, 8$  и на их границах минимума функции (10) не существует. Таким образом мы показали, что в плоскости коэффициентов  $\alpha$  и  $\gamma$  минимум функции (10) достигается только в области  $D_9$  ( $0 < \alpha < 1$ ;

$0 < \gamma < \alpha^2$ ; см. рисунок) либо на ее границе. В любом случае при достаточно общих предположениях получаем, что пара  $(\alpha_0, \gamma_0)$ , отвечающая глобальному минимуму функции (10), определяется однозначно и достаточно просто.

При этом определение параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  из условия

$$\phi(\alpha_{(p)}, \gamma_{(p)}) = \min_{\alpha, \gamma} \phi(\alpha, \gamma) \quad (18)$$

обеспечивает итерационному процессу (1) релаксационность (т.е. монотонное убывание последовательности  $\phi(\mathbf{X}^{(p)})$ ):

$$\| \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(p)} + \alpha_{(p)} \Delta \mathbf{X}_H^{(p)} + \gamma_{(p)} \Delta \mathbf{X}_{MH}^{(p)}) \| \leq$$

$$\leq \phi(\alpha_{(p)}, \gamma_{(p)}) \| \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(p)}) \| < \| \mathbf{W}(\mathbf{X}^{(p)}) \|,$$

$p=0, 1, 2, \dots$

Таким образом, решение задачи (18) сводится, по существу, к простым численно реализуемым условиям выбора параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  без применения достаточно сложной и трудоемкой процедуры двумерной минимизации.

Алгоритм вычисления параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  строится чрезвычайно просто. На шаге  $p$  итерационного процесса (1) проверяется выполнение неравенств (16) и (17):

$$4ac - b^2 = d > 0; \quad 0 < 2c - ab < d; \quad 0 < 2a^2 - b < (2c - ab)d.$$

При их выполнении параметры  $\alpha$  и  $\gamma$  определяются по выражениям (15):

$$\alpha_0 = (2c - ab)/d; \quad \gamma_0 = (2a^2 - b)/d.$$

Задача (18) решена.

При невыполнении хотя бы одного из указанных неравенств из решения кубического уравнения

$$4\alpha^3 c + 3\alpha^2 b - 1 = 0$$

определяется точка  $\bar{\alpha}$ , отвечающая минимальному значению функции (10) на отрезке  $OB$  (см. рисунок) параболы  $\gamma = \alpha^2$ . Обозначим  $\phi(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}^2) = \phi_1$ .

Далее вычисляется минимальное значение функции (10) на отрезке  $OA$  (см. рисунок):

$$\phi_2 = \begin{cases} 1 - 1/4a & \text{при } a > 1/2; \\ a & \text{при } a \leq 1/2. \end{cases}$$

Затем вычисляется минимальное значение функции (10) на отрезке  $AB$ :

$$\phi_3 = \begin{cases} (1-g)a + gb + g^2 c; & g = \frac{a-b}{2c} \text{ при } 0 < g < 1; \\ a & \text{при } a < b+c; \\ b+c & \text{при } b+c < a. \end{cases}$$

Из значений  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  выбираем наименьшее

$$\phi_m := \min \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}.$$

В качестве значений параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  принимаются:

$$\begin{aligned} \text{при } \phi_m = \phi_1 & \quad \alpha_{(p)} = \bar{\alpha}; \quad \gamma_{(p)} = \bar{\gamma}; \\ \text{при } \phi_m = \phi_2 \text{ и } \phi_2 = a & \quad \alpha_{(p)} = 1; \quad \gamma_{(p)} = 0; \\ \text{при } \phi_m = \phi_2 \text{ и } \phi_2 = 1 - 1/4a & \quad \alpha_{(p)} = 1/2a; \quad \gamma_{(p)} = 0; \\ \text{при } \phi_m = \phi_3 \text{ и } 0 < g < 1 & \quad \alpha_{(p)} = 1; \quad \gamma_{(p)} = g; \\ \text{при } \phi_m = a & \quad \alpha_{(p)} = 1; \quad \gamma_{(p)} = 0; \\ \text{при } \phi_m = b + c & \quad \alpha_{(p)} = 1; \quad \gamma_{(p)} = 1. \end{aligned}$$

Как видно из описания изложенного алгоритма, наряду с низкой алгоритмической сложностью, он обладает и низкой временной сложностью вычисления параметров.

Обратим внимание на тот факт, что при достижении минимума функции (10) на том или ином участке границы области  $D_9$  на шаге (1) метод автоматически реализует вычислительную схему методов ряда: модифицированный метод Ньютона, метод Ньютона, метод ньютоновского типа [4], упрощенный вариант метода квадратичного спуска [5].

Обладая при решении плохо обусловленных задач анализа режимов ЭЭС более высокой действенностью, чем линейные методы ньютоновского типа, а в некоторых случаях и методы минимизации по ньютоновской плоскости, рассматриваемая модификация метода (1), тем не менее, уступает (1), (6) как по надежности, так и по скорости сходимости (см. таблицу). Однако благодаря низким алгоритмической и временной сложности реализации одного шага, достаточно высокой скорости и надежности сходимости данная модификация метода (1) может быть достаточно эффективной при решении большого класса задач анализа режимов ЭЭС.

**Вторая модификация метода (1).** Представим выражение (12) следующим образом:

$$\phi_0(\alpha, \gamma) = \begin{bmatrix} 1 - \alpha \\ \alpha^2 - \gamma \\ \alpha\gamma \\ \gamma^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & \left( \frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_1}{\|W_0\|} \right) & \left( \frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_2}{\|W_0\|} \right) & \left( \frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|} \right) \\ \left( \frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_1}{\|W_0\|} \right) & \frac{\|W_1\|^2}{\|W_0\|^2} & \left( \frac{W_1}{\|W_0\|}, \frac{W_2}{\|W_0\|} \right) & \left( \frac{W_1}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|} \right) \\ \left( \frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_2}{\|W_0\|} \right) & \left( \frac{W_1}{\|W_0\|}, \frac{W_2}{\|W_0\|} \right) & \frac{\|W_2\|^2}{\|W_0\|^2} & \left( \frac{W_2}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|} \right) \\ \left( \frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|} \right) & \left( \frac{W_1}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|} \right) & \left( \frac{W_2}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|} \right) & \frac{\|W_3\|^2}{\|W_0\|^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \alpha \\ \alpha^2 - \gamma \\ \alpha\gamma \\ \gamma^2 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Из (19) следует, что функция  $\phi_0(\alpha, \gamma)$  представляет собой квадратичную форму относительно набора  $(1 - \alpha; \alpha^2 - \gamma; \alpha\gamma; \gamma^2)$ . Данная квадратичная форма положительно определена, поскольку матрица формы есть матрица Грама системы векторов  $\frac{W_0}{\|W_0\|}, \frac{W_1}{\|W_0\|}, \frac{W_2}{\|W_0\|}, \frac{W_3}{\|W_0\|}$  [6].

Положительно определенная квадратичная форма  $X^T A X$  достигает минимума в точке  $X = 0$ . Действительно,  $\text{grad}(X^T A X) = 2AX = 0$  при  $X = 0$ , так как  $|A| \neq 0$ .

Используя эту особенность функционала  $\phi_0(\alpha, \gamma)$ , будем определять значения параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  минимизацией не функционала  $\phi_0(\alpha, \gamma)$ , а нормы вектора  $(1 - \alpha; \alpha^2 - \gamma; \alpha\gamma; \gamma^2)$ . Для этого рассмотрим функционал

$$f(\alpha, \gamma) = (1 - \alpha)^2 + (\alpha^2 - \gamma)^2 + \alpha^2 \gamma^2 + \gamma^4. \quad (20)$$

ЭЭС с числом узлов $n$ и числом связей $m$ (с плохо обусловленными матрицами Якоби)	Сходимость (число итераций $N$ ) и время решения задачи ( $t_* = t_*(c)/t_1(c)$ ; $t_1(c)$ — время расчета методом (1), (6))					
	Метод (1), (6)		Первая модификация метода (1)		Вторая модификация метода (1)	
	$N$	$t_*$	$N$	$t_*$	$N$	$t_*$
$n=5, m=4$	3	1	7	0,36	14	0,50
$n=14, m=14$	3	1	4	0,56	5	0,48
$n=14, m=19$	4	1	5	0,65	5	0,46
$n=19, m=27$	3	1	7	1,1	Расходится	
$n=22, m=22$	3	1	6	0,91	36	4,20
$n=25, m=46$	5	1	11	1,40	13	1,30
$n=37, m=46$	3	1	Зависает		7	0,82
$n=54, m=59$	8	1	Зависает		Расходится	
$n=79, m=121$	6	1	49	5,20	Расходится	
$n=86, m=137$	5	1	7	1,20	8	1,20

Имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \gamma} &= 2[2\gamma^3 + \gamma - \alpha^2(1-\gamma)] = 0; \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha} &= 2[2\alpha^3 + \alpha(1-\gamma)^2 - 1] = 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Вторые производные функции (20) равны:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} = 2[6\gamma^2 + 1 + \alpha^2]; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} = 2[6\alpha^2 + (1-\gamma)^2];$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \gamma \partial \alpha} = -4(1-\gamma)\alpha.$$

Справедливы соотношения:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} = 2[6\gamma^2 + 1 + \alpha^2] > 0;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} = 2[6\alpha^2 + (1-\gamma)^2] \geq 0.$$

Причем, равенство  $\frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} = 0$  возможно только при  $\alpha = 0$ ,  $\gamma = 1$ . Однако эти значения параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  не удовлетворяют системе уравнений (21). Следовательно, точка  $(\alpha, \gamma)$  с координатами  $(0, 1)$  не может быть точкой минимума функции (20).

Из системы уравнений (21) имеем:

$$\alpha^2 = \frac{2\gamma^3 + \gamma}{1-\gamma}; \quad (1-\gamma)^2 = \frac{1-2\alpha^3}{\alpha}. \quad (22)$$

Поскольку значения  $\alpha^2$  и  $(1-\gamma)^2$  всегда положительны, то из выражений (22) следует, что система (21) имеет решения только в следующей области изменения переменных:

$$P = \left\{ 0 \leq \alpha \leq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}; \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \right\}. \quad (23)$$

Определитель матрицы Гессе функции (20) равен

$$D = \frac{\partial^2 f}{\partial \gamma^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} - \left( \frac{\partial^2 f}{\partial \gamma \partial \alpha} \right)^2 = 4(6\gamma^2 + 1 + \alpha^2)[6\alpha^2 + (1-\gamma)^2] - 16(1-\gamma)^2\alpha^2 = 4\{6\alpha^4 + \alpha^2[36\gamma^2 + 6 + (1-\gamma)^2] + (1-\gamma)^2(6\gamma^2 + 1) - 4\alpha^2(1-\gamma)^2\} = 4\{6\alpha^4 + \alpha^2(33\gamma^2 + 6\gamma + 3) + (1-\gamma)^2(6\gamma^2 + 1)\}.$$

В области (23) изменения параметров  $\alpha$  и  $\gamma$  определитель  $D$  положителен. Следовательно, функционал (20) в этой области выпуклый и имеет в ней единственный минимум. Значит и система уравнений (21) в области (23) имеет единственное решение.

Решим систему (21). Из второго уравнения (21) имеем

$$2\alpha^3 + \alpha(1-\gamma)^2 - 1 = \alpha[2\alpha^2 + (1-\gamma)^2] - 1.$$

Подставим в него выражение для  $\alpha^2$  из первого соотношения (22):

$$\alpha[2\alpha^2 + (1-\gamma)^2] - 1 = \alpha \left[ \frac{4\gamma^3 + 2\gamma}{1-\gamma} + (1-\gamma)^2 \right] - 1 = 0,$$

откуда

$$\alpha = \frac{1-\gamma}{4\gamma^3 + 2\gamma + (1-\gamma)^3} = \frac{1-\gamma}{3\gamma^3 + 3\gamma^2 - \gamma + 1}$$

и

$$\alpha^2 = \frac{(1-\gamma)^2}{(3\gamma^3 + 3\gamma^2 - \gamma + 1)^2} = \frac{2\gamma^3 + \gamma}{1-\gamma}.$$

Далее

$$(1-\gamma)^3 = (3\gamma^3 + 3\gamma^2 - \gamma + 1)^2(2\gamma^3 + \gamma).$$

Раскрыв скобки и сгруппировав все члены в левой части равенства, получим следующее уравнение для определения параметра  $\gamma$ :

$$18\gamma^9 + 36\gamma^8 + 15\gamma^7 + 18\gamma^6 + 17\gamma^5 - 4\gamma^4 + 10\gamma^3 - 5\gamma^2 + 4\gamma - 1 = 0. \quad (24)$$

Решение уравнения (24) показало, что оно имеет единственный вещественный корень не только на интервале  $[0, 1]$ , но и на всей оси  $(-\infty, \infty)$ . Значение корня равно  $\gamma = 0,2887216$ . Параметр

$$\alpha = \frac{1-\gamma}{3\gamma^3 + 3\gamma^2 - \gamma + 1} = 0,6881816.$$

Таким образом, точка с координатами  $\alpha = 0,6881816$ ;  $\gamma = 0,2887216$  является минимумом функции (20), причем единственным, а итерационный процесс

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(p+1)} &= \mathbf{X}^{(p)} + 0,6881816 \Delta \mathbf{X}_N^{(p)} + \\ &+ 0,2887216 \Delta \mathbf{X}_{MN}^{(p)} \end{aligned} \quad (25)$$

— минимизирующим функцию (12), а следовательно и (2).

Расчеты показывают, что итерационный процесс (25) обладает достаточно высокой действенностью. В частности, действенность (25) значительно выше действенности метода Ньютона. Редкое сочетание простоты реализации (25) с достаточно высокой его действенностью является важным аргументом в пользу выбора (25) как альтернативного высоконадежному, но значительно более сложному и трудоемкому, чем (25), методу.

Иллюстрация соотношения вычислительных характеристик рассмотренных методов при решении плохо обусловленных задач анализа режимов ЭЭС приведена в таблице.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарасов В.И. Особенности алгоритмической и программной реализации методов минимизации при решении уравнений установившихся режимов электроэнергетических систем. — Электричество, 1997, № 2.
2. Тарасов В.И. Об одном двухпараметрическом минимизационном методе расчета установившихся режимов электроэнергетических систем. — Изв. АН. Энергетика, 1997, № 6.
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1966.
4. Гуревич В.Л., Тарасов В.И. Метод расчета установившихся режимов электроэнергетических систем в прямоугольных координатах. — Изв. АН. Энергетика, 1997, № 5.
5. Тарасов В.И., Слободской А.М. Расчет установившихся режимов электроэнергетических систем методом минимизации. — Электричество, 1990, № 5.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1966.

[23.03.98]

**А в т о р:** Тарасов Владимир Иннокентьевич окончил энергетический факультет Иркутского политехнического института в 1968 г. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию «Разработка минимизационных методов расчета установившихся режимов электроэнергетических систем» в СЭИ СО РАН. Заведующий кафедрой электрических станций, сетей и систем Иркутского государственного технического университета.

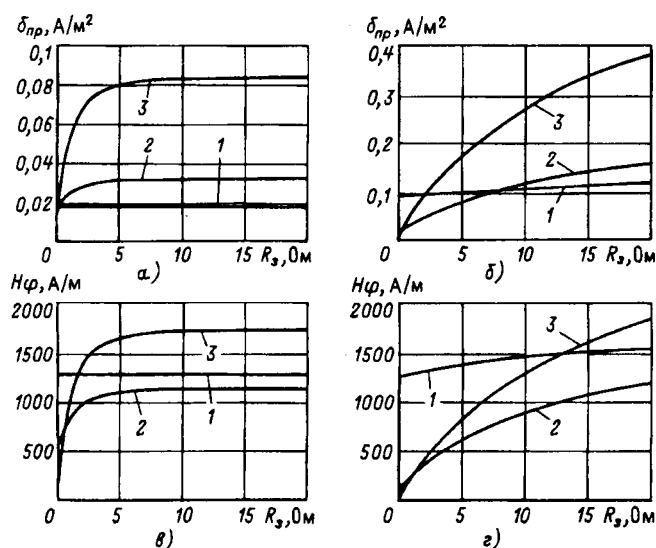


Рис. 2. Зависимости характеристик интенсивности электромагнитного поля в непосредственной близости от КЛ от сопротивления заземления; а и в — прокладка фаз в траншее треугольником вплотную; б и г — бестраншейная прокладка фаз на расстоянии 100 м один от другого;  $l_{\text{кл}}=20$  км,  $\gamma_{\text{ср}}=1$  1/Ом·м; 1 — КЛ 35 кВ; 2 — 110 кВ; 3 — 345 кВ

к незначительному уменьшению тока в водной среде, определяемого, в основном, током в жиле.

Чем больше суммарная «погонная» проводимость экрана и брони, тем существеннее влияние на электромагнитную обстановку по трассе КЛ значения сопротивления заземления экрана и брони.

Ранее было показано, что при  $R_z=0$  удалось разработать инженерную методику определения основных характеристик электромагнитного поля по трассе КЛ, позволившую выявить основной конструктивный параметр, влияющий на эти характеристики —  $G_{\Sigma\text{пог}}$  (см. выражение (1)). Приведем далее инженерную методику оценки  $\delta_{\text{пр}}$  и  $H_{\varphi}$  при  $R_z \neq 0$ .

**Инженерная методика определения характеристик электромагнитного поля при  $R_z \neq 0$ .** Бестраншейная прокладка фаз КЛ. При бестраншейной прокладке фаз КЛ из-за большого расстояния между фазами КЛ можно пренебречь их взаимным влиянием и рассматривать электромагнитные поля по трассам КЛ изолированно. Поскольку  $\delta_{\text{пр}}$  и  $H_{\varphi}$  (как следует из (1)) прямо пропорциональны току в водной среде, проанализируем влияние  $R_z$  на  $I_{\text{ср}}$ . При изолированной прокладке фаз и реальных длинах КЛ токи, протекающие по экрану и броне в нормальном эксплуатационном режиме, несущественно влияют на ток в жиле, определяемый потребностями нагрузки. При этом допущении токи в петлях экран—среда и броня—среда могут быть определены из выражений:

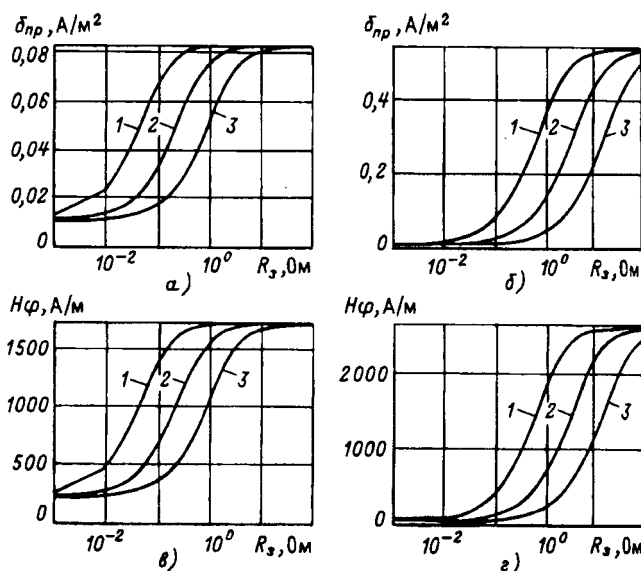


Рис. 3. Зависимости характеристик электромагнитного поля в непосредственной близости от КЛ 345 кВ от сопротивления заземления; а, в — прокладка фаз КЛ вплотную; б и г — бестраншейная прокладка фаз на расстоянии 100 м один от другого;  $\gamma_{\text{ср}}=1$  1/Ом·м; 1 —  $l_{\text{кл}}=1$  км; 2 — 5 км; 3 — 20 км

$$\left. \begin{aligned} I_z &= -I_{\text{ж}} \frac{z_{12}(z_3 + R_3) - z_{23}(z_{23} + R_3)}{\Delta}; \\ I_{\text{ср}} &= -I_{\text{ж}} \frac{z_{23}(z_2 + R_3) - z_{12}(z_{23} + R_3)}{\Delta}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$\Delta = (z_2 + R_3)(z_3 + R_3) - (z_{23} + R_3)^2.$$

Введем коэффициент  $K = \frac{I_{\text{ср}}(R_3 \neq 0)}{I_{\text{ср}}(R_3 = 0)}$ . Произведенные расчеты, подкрепленные анализом аналитических выражений (4) при реальных параметрах КЛ, показывают, что коэффициент  $K$  зависит, в основном, от двух параметров:  $G_{\Sigma\text{пог}}$  и  $R_z/l_{\text{к}}$  ( $l_{\text{к}}$  — длина КЛ).

Зависимости коэффициента  $K$  для трех рассмотренных конструкций КЛ от параметра  $R_z/l_{\text{к}}$  приведены на рис. 4. Эти зависимости можно аппроксимировать тремя членами экспоненциального ряда:

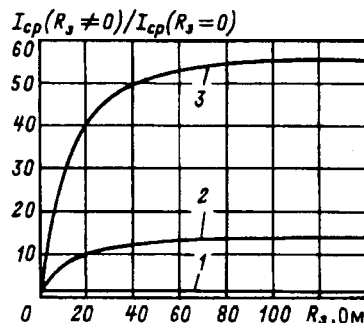


Рис. 4. Зависимость коэффициента  $K = \frac{I_{\text{ср}}(R_z \neq 0)}{I_{\text{ср}}(R_z = 0)}$  от сопротивления заземления при бестраншейной прокладке фаз КЛ; 1 — 35 кВ; 2 — 110 кВ; 3 — 345 кВ



$$K = a_0 + a_1 \exp\left(-\frac{\alpha_1 R_3}{l_k}\right) + a_2 \exp\left(-\frac{\alpha_2 R_3}{l_k}\right). \quad (6)$$

Коэффициенты, входящие в (5), прежде всего должны быть подчинены следующим очевидным условиям:  $R_3=0$ ;  $K=1$  ( $a_0+a_1+a_2=1$ ),  $R_3 \rightarrow \infty$ , тогда

$$a_0 = \frac{I_{ж}}{I_{cp}(R_3=0)} = \varphi(G_{\Sigma}).$$

Статистический анализ для квазистохастической зависимости (6) позволил с высоким уровнем значимости получить следующее выражение для  $a_0$  при бестраншейной прокладке фаз:

$$a_0 = 0,478 + 4,875 \cdot 10^{-4} G_{\Sigma \text{ пог}} \quad (G_{\Sigma \text{ пог}} \text{ в км/Ом}). \quad (7)$$

Для последующего анализа перепишем ряд (5) в виде

$$K = a_0 + a_1 \exp\left(-\frac{\alpha_1 R_3}{l_k}\right) + \eta a_1 \exp\left(-\frac{\alpha_2 R_3}{l_k}\right), \quad (8)$$

где

$$a_1 = \frac{1-a_0}{1+\eta}. \quad (9)$$

С учетом (7) в (8) содержится три, подлежащих определению, параметра:  $\eta$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ .

Анализ показал, что если отношение  $\frac{I_{ж}}{I_{cp}(R_3=0)}$  не превышает 1,5 (что, например, имеет место в случае КЛ 35 кВ), то для получения незаниженных оценок характеристик электромагнитного поля при учете  $R_3$  ток в водной среде можно принимать равным току в жиле. Расчеты показали, что для КЛ 110 и 345 кВ коэффициенты  $\eta$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  могут быть приняты одинаковыми:  $\alpha_1 = 1,634$  км/Ом,  $\alpha_2 = 0,295$  км/Ом,  $\eta = 0,23$ .

Таким образом, оценка характеристик электромагнитного поля по трассе КЛ при бестраншейной прокладке фаз может быть произведена следующим образом:

1) по выражению (1) определяются  $\delta_{пр}$  и  $H_{\varphi}$  при  $R_3=0$ ;

2) по выражению (6) определяется коэффициент  $K$ , при этом параметр  $a_0$  определяется по выражению (7) и  $\alpha_1 = 1,634$  км/Ом,  $\alpha_2 = 0,295$  км/Ом;

3) определяются характеристики электромагнитного поля по выражениям:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{пр}(R_3 \neq 0) &= \delta_{пр}(R_3=0) K \left( G_{\Sigma \text{ пог}}, \frac{R_3}{l_k} \right), \\ H_{\varphi}(R_3 \neq 0) &= H_{\varphi}(R_3=0) K \left( G_{\Sigma \text{ пог}}, \frac{R_3}{l_k} \right). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Прокладка фаз КЛ в траншее треугольником вплотную. При тран-

шейной прокладке фаз плотность продольного тока и напряженность магнитного поля в некоторой точке водной среды, в том числе и при непосредственной близости к фазам КЛ определяется токами, текущими в металлических элементах всех фаз КЛ:

$$\underline{\delta}_{пр} = \underline{\delta}_{прA} + \underline{\delta}_{прB} + \underline{\delta}_{прC}. \quad (11)$$

Произведем оценку плотности продольного тока в точке, ближайшей к фазе  $A$ , расположенной от центров фаз  $A$ ,  $B$  и  $C$  на расстояниях:  $r_A=r_k$ ;  $r_B=r_C=\sqrt{5+2\sqrt{3}} r_k$ .

Для инженерной оценки влияния сопротивления заземления на интенсивность электромагнитного поля в водной среде используем приближенное выражение для плотности продольного тока, полученное на основе выражения (2) при удержании в рядах функций Макдональда лишь первых членов из-за относительно небольших значений их аргументов вследствие малой проводимости водной среды. Тогда

$$\underline{\delta}_{пр\nu}(r) = I_{пр\nu} \mu_0 \gamma_0 f \sqrt{(\ln 0,8905kr)^2 + \pi^2/16}. \quad (12)$$

$$(\nu = A, B, C)$$

Принимая  $r_A=r_k$ ,  $r_B=r_C=\sqrt{5+2\sqrt{3}} r_k$  и учитывая, что  $\underline{I}_{жB} + \underline{I}_{жC} = -\underline{I}_{жA}$ , получим

$$\begin{aligned} \underline{\delta}_{пр}(r_A) &= \underline{I}_{cpA} \mu_0 \gamma_{cp} f \left[ \sqrt{(\ln 0,8905kr_k)^2 + \frac{\pi^2}{16}} - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(\ln 0,8905kr_B)^2 + \frac{\pi^2}{16}} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Так как  $\ln(0,8905kr_B) > \frac{\pi^2}{16}$ , то

$$\underline{\delta}_{пр}(r_A) \approx \underline{I}_{cpA} \mu_0 \gamma_{cp} f \left| \ln \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}} \right|. \quad (14)$$

Таким образом, плотность продольного тока в водной среде и в рассматриваемом случае определяется лишь током в среде, генерируемым одной фазой КЛ. Путем применения квазистохастического анализа было получено, что при  $R_3=0$

$$\frac{I_{ж} \gamma_{cp}}{\delta_{пр}(R_3=0)} = 3,29 + 0,8 G_{\Sigma \text{ пог}} \quad (G_{\Sigma \text{ пог}} \text{ в км/Ом}). \quad (15)$$

Плотность продольного тока при  $R_3 \neq 0$ , как и в случае бестраншейной прокладки фаз, может быть получена с помощью коэффициента  $K$ :

$$\underline{\delta}_{пр}(R_3 \neq 0) = \underline{\delta}_{пр}(R_3=0) K \left( G_{\Sigma \text{ пог}}, \frac{R_3}{l_k} \right), \quad (16)$$

где

$$K \left( G_{\Sigma \text{ пог}}, \frac{R_3}{l_k} \right) = b_0 + b_1 \exp \left( -\frac{\beta_1 R_3}{l_k} \right) +$$

$$+\eta b_1 \exp\left(-\frac{\beta_2 R_3}{l_k}\right). \quad (17)$$

При этом

$$b_1 = \frac{1-b_0}{1+\eta}, \quad (18)$$

$$b_0 = K(G_{\Sigma\text{пог}}, \infty) = \frac{\delta_{\text{пр}}(R_3 \rightarrow \infty)}{\delta_{\text{пр}}(R_3 = \infty)}. \quad (19)$$

Подставляя в (19) (14) при  $I_{\text{срА}}=I_{\text{жА}}$  и  $\delta_{\text{пр}}(R_3=0)$  из (15), получим:

$$b_0 = 0,215 + 5,23 \cdot 10^{-2} G_{\Sigma\text{пог}} \quad (G_{\Sigma\text{пог}} \text{ в км/Ом}). \quad (20)$$

Анализ зависимостей  $K\left(G_{\Sigma\text{пог}}, \frac{R_3}{l_k}\right)$ , полученных по полной математической модели, привел к следующим значениям остальных параметров, входящих в экспоненциальный ряд (17):  $\beta_1 = 0,65$  км/Ом;  $\beta_2 = 0,065$  км/Ом;  $\eta = 0,333$ .

Таким образом, как в случае бестраншейной прокладки фаз, влияние на основные характеристики электромагнитного поля может быть оценено по следующей приближенной методике:

1) по выражению (1) определяются  $\delta_{\text{пр}}$  и  $H_{\varphi}$  при  $R_3=0$ ;

2) по выражению (17) определяется коэффициент  $K\left(G_{\Sigma\text{пог}}, \frac{R_3}{l_k}\right)$ , при этом параметр  $b_0$  этой зависимости определяется по выражению (20), параметр  $b_1$  определяется по выражению (17),  $\beta_1$  и  $\beta_2$  принимаются равными, соответственно, 0,65 и 0,065 км/Ом.

**Выводы.** 1. Разработанные полная и упрощенная математическая модели позволяют учитывать влияние сопротивления заземления береговых участков подстанций на интенсивность электромагнитного поля по трассам подводных КЛ высокого напряжения. Использование упрощенной математической модели позволяет при приемлемой точности получать решение без применения компьютерных расчетов путем использования приведенных в статье простейших расчетных формул.

2. Основными факторами, от которых зависит увеличение тока в водной среде при учете сопротивления заземления береговых участков подстанций КЛ, является длина подводной части КЛ, значение сопротивления заземления и суммарная активная погонная проводимость экрана и брони, определенная на постоянном токе

3. Чем больше  $R_3/l_k$ , тем существеннее влияют сопротивление заземления на характеристики электромагнитного поля  $\delta_{\text{пр}}$  и  $H_{\varphi}$ . Поскольку

с увеличением класса напряжения КЛ количество металла, идущее на изготовление экрана и брони, увеличивается, то наибольшее влияние  $R_3$  на интенсивность электромагнитного поля наблюдается по трассам КЛ более высоких классов напряжений.

4. При одних и тех же значениях  $R_3/l_k$  и  $G_{\Sigma\text{пог}}$  усиление электромагнитного поля оказывается большим при бестраншейной прокладке фаз, т.е. при прокладке фаз КЛ на дне водоема при их значительном (десятки и сотни метров) удалении друг от друга.

5. Для уменьшения антропогенного влияния КЛ высших классов напряжений на ихтиофауну водоемов необходимо стремиться к уменьшению сопротивления заземления экранов и брони фаз КЛ на береговых участках трассы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилов Г.Г., Кадомская К.П., Лавров Ю.А., Чепелюков В.И. Влияние электромагнитного поля подводных кабельных линий на ихтиофауну. — М.: Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 37.
2. Войтович Р.А., Кадомская К.П. Влияние конструктивных параметров подводных кабельных линий высокого напряжения на электромагнитное поле в водной среде. — Электричество, 1997, № 4.
3. Кадомская К.П. Электромагнитные процессы в кабельных линиях высокого напряжения. — Новосибирск: НГТУ, 1997.

[23.04.98]

**Авторы:** Войтович Руслан Анатольевич окончил электроэнергетический факультет Новосибирского электротехнического института в 1993 г. В 1997 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Разработка и исследование мер повышения надежности, экономичности и электромагнитной совместимости с биосферой подземных и подводных электропередач высокого напряжения». Доцент кафедры «Техника и электрофизика высоких напряжений» Новосибирского государственного технического университета (НГТУ).

**Кадомская Кира Пантелеймоновна** окончила электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ) в 1950 г. В 1972 г. в ЛПИ защитила докторскую диссертацию по теме «Исследование внутренних перенапряжений в электроэнергетических сетях высокого напряжения и оптимизация мер их ограничения». Профессор кафедры «Техника и электрофизика высоких напряжений» НГТУ.

**Самуилов Дмитрий Александрович** — студент факультета энергетики НГТУ.

# Практические решения проблем электромагнитной совместимости на объектах связи

БОРИСОВ Р.К.

Приведены результаты измерений электромагнитных помех в сети постоянного тока на автоматических телефонных станциях, которые оказывают влияние на качество связи, и даны примеры практических решений по устранению таких помех.

Ключевые слова: телефонная связь, электромагнитная совместимость, электромагнитные помехи

Требования, предъявляемые к качеству связи, в настоящее время существенно возросли, так как большая часть обмена информацией на производстве и в быту осуществляется путем передачи по линиям связи с использованием современной техники (факсы, модемы). Нарушение в работе связи приводит к разрыву информационного потока и, как следствие, к ощутимым моральным и материальным потерям. В то же время в повседневной практике использования телефонной связи мы часто сталкиваемся с такими нежелательными явлениями, как:

определенная часть попыток подключиться в телефонную систему оказывается безуспешной; разговор невозможен или затруднен из-за высокого уровня посторонних шумов;

прослушиваются переходные разговоры или интерференционные сигналы;

прерывание связи при установившемся соединении;

невозможность правильно передать информацию по факсу или модему.

Причиной того или иного вида нарушений в работе связи может быть неисправность в кабельных линиях или аппаратуре, ошибки в работе персонала и плохое качество электроэнергии сети постоянного тока на автоматической телефонной станции (АТС).

Так как сеть постоянного тока является не только важнейшим элементом в системе связи, но и гальванически соединяет все устройства,

Results of measurements of the electromagnetic interference in the d.c. network of automatic telephone exchanges, which affect the quality of the communication, are given. Examples of practical solutions for suppressing this interference are shown.

Key words: telephone communication, electromagnetic compatibility, electromagnetic interference

при рассмотрении проблем электромагнитной совместимости основное внимание обращено на качество электроэнергии в сети постоянного тока.

**Влияние сети переменного тока 50 Гц на сеть постоянного тока.** Сеть переменного тока, используемая для питания преобразователей переменного тока в постоянный, осветительных приборов, силовых электроустановок (лифты, вентиляция и др.), компьютеров, отдельных устройств связи, создает электромагнитные помехи в сети постоянного тока.

Влияние сети переменного тока на сеть постоянного тока проявляется прежде всего в появлении в постоянном напряжении переменной составляющей, амплитудно-частотные характеристики которой зависят от конкретной ситуации на объекте.

Для всех объектов общим является наличие переменной составляющей 50 Гц (рис. 1). Амплитуда этой составляющей может изменяться от 20 мВ до 1 В и, в редких случаях — выше 1 В. Часто в сети постоянного тока наблюдаются и другие гармонические составляющие. Как правило, они накладываются на переменную составляющую 50 Гц.

Коммутационные процессы (включение и выключение силовых установок, бытовых приборов или освещены) приводят к появлению в сети постоянного тока импульсов тока и напряжения различной амплитуды, длительности и частоты колебаний в импульсе (рис. 2).

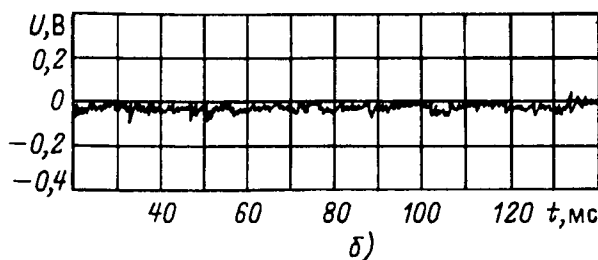
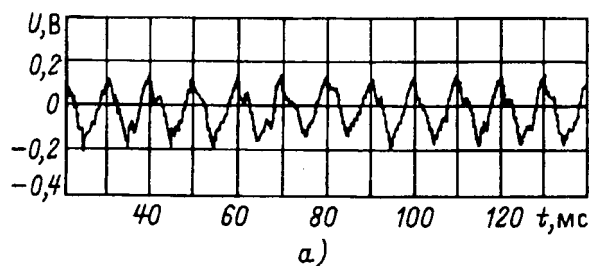


Рис. 1. Низкочастотные помехи в сети постоянного тока при включении освещения в зале: а — свет включен; б — свет выключен

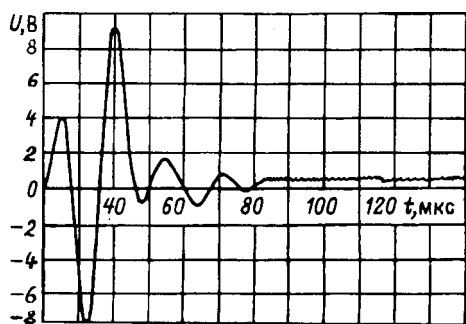


Рис. 2. Импульсная помеха при включении освещения

Следствием этих процессов являются: низкочастотные шумы, сбои в работе устройств связи и повреждение электронных устройств

При проведении измерений на АТС было установлено, что причинами появления электромагнитных помех в сети постоянного тока из-за влияния сети переменного тока являются:

неисправность фильтров выпрямителей;  
наличие гальванической связи «рабочего нуля» переменного тока с «+» сети постоянного тока;

близость расположения цепей переменного и постоянного тока (емкостная и индуктивная связи).

Часто все перечисленные условия присутствуют на АТС одновременно, поэтому трудно определить, что оказывает более существенное влияние на качество электроэнергии сети постоянного тока. Особенно затрудняет анализ тот факт, что амплитудно-частотные характеристики электромагнитных помех могут меняться во времени в зависимости от нагрузки, момента коммутации и т.п.

Следует отметить, что низкочастотные помехи от сети переменного тока имеют место в одинаковой степени на АТС различного типа: шаговых, координатных и электронных.

Технологическое оборудование — источник помех в сети постоянного тока. Технологическое оборудование АТС на каждом этаже, как правило, подключается к сети постоянного тока от общих для всего оборудования, установленного на этом этаже, шин или от групповых распределительных щитков, подключенных к тем же общим шинам. Реже производится подключение аппаратуры отдельным фидером непосредственно с шин в генераторной.

Анализ результатов измерений, приведенных на 47 АТС Московской городской телефонной сети, показал, что в сетях постоянного тока имеют место электромагнитные помехи, источником которых является собственно технологическое оборудование АТС.

Прежде всего к такого рода помехам относятся

импульсы тока и напряжения, возникающие при работе коммутационных устройств: электромеханических (реле, переключатели) и электронных (транзисторы). Амплитудно-частотные характеристики импульсных помех достаточно разнообразны. Так например, при проведении измерений на различных АТС в сети постоянного тока регистрировались импульсы с амплитудой от десятков мВ до десятков В. В отдельных случаях наблюдались импульсы с амплитудой выше 100 В. Длительность импульсов изменяется от единиц мкс до нескольких десятков мкс. Обычно импульсные помехи имеют форму затухающих колебаний с частотой от нескольких МГц до нескольких кГц. По мере удаления от источника помех в сети постоянного тока амплитуда импульсов уменьшается. Однако отдельные импульсы проходят со станции до общих шин в генераторной. Основным путем распространения таких помех является «рабочая и защитная земля».

Наличие различного рода преобразовательной техники на АТС способствует появлению в сети постоянного тока периодических помех с частотой колебаний от единиц кГц до десятков кГц (рис. 3). Амплитуда таких помех может быть более 1 В. Источниками таких помех являются, например, электронные регистры или аппаратура ИКМ. Аппаратура, используемая для формирования сигнала «посылки вызова» и «зума занято», нередко создает в сети постоянного тока помехи 25 Гц, 420 Гц и другие низкочастотные составляющие.

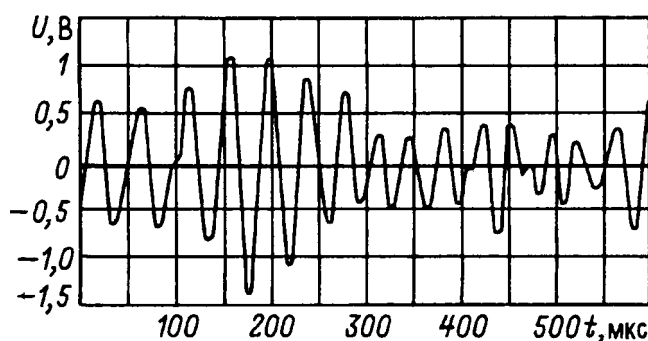


Рис. 3. Высокочастотная помеха от технологического оборудования

Практические мероприятия, обеспечивающие снижение уровня помех в сети постоянного тока. В течение 1996—1998 гг. сотрудниками НПФ «ЭЛНАП» выполнялись работы по обеспечению требований ЭМС на АТС с использованием методик и технических средств [1, 2].

Для снижения уровня помех в сети постоянного тока, возникающих из-за влияния сети

переменного тока, производились работы по гальванической развязке сети переменного тока от сети постоянного тока:

устранялись связи «рабочего нуля» сети переменного тока с металлоконструкциями технологического оборудования;

устранялись связи рабочей земли с металлоконструкциями оборудования.

В отдельных случаях для снижения уровней помех в сети постоянного тока, возникающих из-за индуктивных и емкостных связей с сетью переменного тока, производились работы по замене кабелей и светильников рядового освещения и питания розеток.

Для обеспечения надежной связи (с низким полным сопротивлением) технологического оборудования с заземляющим устройством производился дополнительный монтаж кабелей и соединительных перемычек между стативами и щитком заземления.

В некоторых случаях для снижения уровней высокочастотных и импульсных помех, генерируемых отдельными устройствами технологического оборудования, создавалась индуктивная развязка этих устройств от общих шин путем прокладки кабелей определенной длины для подключения этих устройств к общей сети постоянного тока.

Рассмотрим наиболее характерные примеры возникновения помех в сети постоянного тока и реализации указанных мероприятий на различных АТС.

1. В сети постоянного тока одного из залов технологического оборудования АТС при включении рядового освещения регистрировались помехи частотой 50 Гц с наложением пульсирующих помех с частотой 100 Гц с уровнем до 600 мВ. При этом фиксировался шум в соединительных линиях. Кроме того, при включении и выключении освещения в ряду срабатывала сигнализация нарушения синхронизации в аппаратуре уплотнения из-за импульсных помех в сети постоянного тока с амплитудой до 15 В.

В результате проведения работ по гальванической развязке низкочастотные помехи были практически устранены: составляющая 100 Гц полностью, а 50 Гц снижена до 50 мВ. Амплитуда импульсной помехи при включении освещения снизилась примерно до 1 В.

2. При включении рядового освещения автоталов 2-го и 4-го этажей в сети постоянного тока возникали низкочастотные помехи с 50 Гц с уровнем выше 400 мВ с наложением пульсаций 500 Гц. В соединительных линиях при этом прослушивался низкочастотный фон. Источник помех частотой 500 Гц — люминесцентные лам-

пы. Высокий уровень помех обусловлен наличием гальванической связи «рабочего нуля» сети переменного тока с «+» сети постоянного тока, а также тем, что фазный и нулевой проводники рядового освещения были проложены с разных сторон технологического оборудования и вблизи шин постоянного тока.

После проведения работ по гальванической развязке сети переменного тока и замене магистральных кабелей (с однопроводных на двухпроводные), питающих светильники, уровень помех в сети постоянного тока снизился до 50 мВ.

3. Высокий уровень помех (около 1,5 В) частотой 20 кГц, наложенных на составляющую 50 Гц, в сети постоянного тока. Источник высокочастотных помех — преобразовательные устройства аппаратуры уплотнения.

После прокладки кабеля отдельного питания для аппаратуры ИКМ длиной 50 м, подключенного к общим шинам постоянного тока, уровень высокочастотных помех снизился в 5—7 раз.

4. При включении «рядового освещения» в сети постоянного тока 48 В, питающего ЭВМ (управляет четырьмя электронными станциями), возникают импульсные помехи с амплитудой до 30 В и частотой колебаний в импульсе около 1 МГц. Сбой в работе ЭВМ происходит при появлении импульсов с амплитудой более 8 В.

После проведения работ по гальванической развязке сети переменного тока уровень помех снизился примерно до 6 В. Было установлено, что из-за длительной эксплуатации в большинстве светильников пришли в негодность фильтрующие конденсаторы и существенно ухудшились контактные элементы. После замены старых светильников на новый уровень помех снизился до 2 В.

5. При включении и выключении рядового освещения наблюдаются сбои в работе аппаратуры уплотнения. В сети питания постоянного тока на ЦРЗ зарегистрированы импульсы с амплитудой до 30 В с частотой колебаний в импульсе около 5 МГц (рис. 4,б). Эти импульсы накладываются на низкочастотную составляющую (50 Гц) с уровнем примерно 500 мВ (рис. 4,а).

После проведения работ по гальванической развязке сети переменного тока уровень низкочастотной составляющей снизился до 50 мВ, а амплитуда импульсных помех до 8 В (рис. 4,в). Было установлено, что аппаратура уплотнения дает сбой при помехе с амплитудой свыше 2 В, измеряемой непосредственно на зажимах подключения питания к стойке. После замены светильников в ряду, где установлена данная ап-

варительно исключив из системы (1) токи возбуждения и токи демпферов. В результате получаем систему уравнений для цепей СГ:

$$\begin{aligned} Z_d'' I_d + x_q' I_q + U_d &= A_d''; \\ -x_d'' I_d + Z_q' I_q + U_d &= A_q'', \end{aligned} \quad (5)$$

где операторные переходные и сверхпереходные сопротивления даны в приложении 3, там же даны выражения для  $A_d''$  и  $A_q''$ .

Запишем системы уравнений (2) и (5) в матричной форме, введя следующие вектор-столбцы для токов, напряжений и начальных условий

$$I = (I_d I_q); \quad I_1 = (I_{d1} I_{q1}); \quad I_2 = (I_{d2} I_{q2}); \quad U = (U_d U_q); \quad (6)$$

$$A'' = (A_d'' A_q''); \quad A_1 = (p^{-1} A_{d1}^0 p^{-1} A_{q1}^0);$$

$$A_2 = (p^{-1} A_{d2} p^{-1} A_{q2}) \quad (7)$$

и квадратные матрицы для сопротивлений (как векторов)

$$\begin{aligned} \vec{Z}_s &= \begin{vmatrix} Z_d'' & x_q' \\ -x_d'' & Z_q' \end{vmatrix}; \quad \vec{Z}_1 = \begin{vmatrix} Z_1 & x_1 \\ -x_1 & Z_1 \end{vmatrix}; \\ \vec{Z}_2 &= \begin{vmatrix} Z_2 & x_2 \\ -x_2 & Z_2 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Системы (5) и (2) примут вид с учетом того, что  $I = I_1 + I_2$ :

$$\begin{aligned} \vec{Z}_s I_1 + \vec{Z}_s I_2 + U &= A''; \\ \vec{Z}_1 I_1 - U &= A_1; \\ \vec{Z}_2 I_2 - U &= A_2. \end{aligned} \quad (9)$$

Неизвестными переменными являются  $I_1$ ,  $I_2$  и  $U$ , которые в результате решения системы (9) имеют вид

$$I_2 = \vec{Z}^{-1} [S - (\vec{B} + \vec{E}) Q], \quad (10)$$

где

$$S = A'' + A_1; \quad \vec{B} = \vec{Z}_s \vec{Z}_1^{-1}; \quad Q = A_1 - A_2; \quad (11)$$

$\vec{E}$  — единичная квадратная матрица второго порядка и

$$\vec{Z} = \vec{Z}_s \vec{Z}_1^{-1} \vec{Z}_2 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_s. \quad (12)$$

Ток  $I_1$  определяется через ток  $I_2$ :

$$I_1 = \vec{Z}_1^{-1} \vec{Z}_2 I_2 + Z_1^{-1} Q. \quad (13)$$

Приращение напряжения на зажимах СГ

$$U = \vec{Z}_2 I_2 - A_2 \quad (14)$$

либо

$$U = Z_1 I_1 - A_1. \quad (15)$$

**Преобразование операторных сопротивлений и матриц.** Выражения для токов и напряжений, заданные уравнениями (10), (13), (14) и (15), приведем к дробно-рациональным полиномам вида (П1-1). Сделав необходимые преобразования, получаем следующие выражения для операторных сопротивлений и матриц:

$$\begin{aligned} Z_q' &= L_q \frac{p^2 \sigma_{qQ} + p(\omega_q + \omega_Q) + \omega_q \omega_Q}{p + \omega_Q}; \\ x_q' &= \omega_0 L_q \frac{p \sigma_{qQ} + \omega_Q}{p + \omega_Q}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$Z_d'' = L_d \frac{p^4 b_0 + p^3 b_1 + p^2 b_2 + p b_3 + b_4}{p^3 a_0 + p^2 a_1 + p a_2 + a_3}; \quad (17)$$

$$x_d'' = \omega_0 L_d \frac{p^3 b_0 + p^2 b_1 + p b_2 + b_3}{p^3 a_0 + p^2 a_1 + p a_2 + a_3}. \quad (18)$$

Конкретные выражения коэффициентов в (16)–(18) даны в приложении 4. Матрицы (8) примут следующий вид при удержании первых двух членов ряда Лорана со степенями  $p^1$  и  $p^0$  операторных функций (16)–(18):

$$\vec{Z}_s = \begin{vmatrix} pL_{d0}'' + R_{d0}'' & \omega_0 L_{q0}' \\ -\omega_0 L_{d0}' & pL_{q0}' + R_{q0}' \end{vmatrix}; \quad (19)$$

$$\vec{Z}_1 = L_1 \begin{vmatrix} p + \omega_1 & \omega_0 \\ -\omega_0 & p + \omega_1 \end{vmatrix}; \quad \vec{Z}_2 = L_2 \begin{vmatrix} p + \omega_2 & \omega_0 \\ -\omega_0 & p + \omega_2 \end{vmatrix}, \quad (20)$$

где сверхпереходная «скалярная» (не операторная) индуктивность по продольной оси

$$L_{d0}'' = L_d \frac{b_0}{a_0} = L_d (\sigma_{df} - \sigma_f^2 \sigma_{Df}^{-1} K_{dD}); \quad (21)$$

сверхпереходное «скалярное» активное сопротивление по продольной оси (причем  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $a_0$  и  $a_1$  — по (П4-2))

$$R_{d0}'' = L_d \frac{b_0}{a_0} \left( \frac{b_1}{b_0} - \frac{a_1}{a_0} \right) = L_{d0}'' \left( \frac{b_1}{b_0} - \frac{a_1}{a_0} \right) = L_{d0}'' \omega_d''; \quad (22)$$

переходная «скалярная» индуктивность по поперечной оси

$$L_{q0}' = L_q \sigma_{qQ}; \quad (23)$$

переходное «скалярное» активное сопротивление по поперечной оси

$$\begin{aligned} R_{q0} &= L_q (\omega_q + \omega_Q K_{qQ}) = L_{q0}' \sigma_{qQ}^{-1} \times \\ &\times (\omega_q + \omega_Q k_{qQ}) = L_{q0}' \omega_q'; \end{aligned} \quad (24)$$

частоты

$$\omega_1 = r_1 L_1^{-1}, \quad \omega_2 = r_2 L_2^{-1}, \quad \omega_d'' = R_{d0}'' (L_{d0}'')^{-1},$$

$$\omega'_q = R'_{q0} (L'_{q0})^{-1}, \quad (25)$$

причем выражения для  $\omega'_d$  и  $\omega'_q$  следуют из (22) и (24).

Уравнения токов в виде дробно-рациональных полиномов получаются на основе (10)–(13) с использованием (16)–(25). Для случая отсутствия форсировки тока возбуждения и при набросе новой нагрузки  $Z_2$  на СГ, который работал с нагрузкой  $Z_1$  в стационарном режиме, получены следующие выражения для токов в цепи подключенной нагрузки:

$$I_{d2} = F_{d2} U_d^0 \frac{p^2 + pm_d + n_d}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3} - \phi_{d2} U_q^0 \frac{p + c_d}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3}; \quad (26)$$

$$I_{q2} = F_{q2} U_q^0 \frac{p^2 + pm_q + n_q}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3} + \phi_{q2} U_d^0 \frac{p + c_q}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3}; \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{d2} &= \frac{L'_{d0} + L_1}{D'_d}; & \phi_{d2} &= \frac{\omega (L'_{q0} + L_1)}{D'_d}; \\ F_{q2} &= \frac{L'_{q0} + L_1}{D'_q}; & \phi_{q2} &= \frac{\omega (L'_{d0} + L_1)}{D'_q}; \\ D'_d &= L_1 L'_{d0} + L_2 L'_{d0} + L_1 L_2; \\ D'_q &= L_1 L'_{q0} + L_2 L'_{q0} + L_1 L_2. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Коэффициенты в (28) зависят только от индуктивностей обмоток СГ и нагрузок и определяют величину  $A_0$  в уравнениях (П1-2)–(П1-4) для функций  $f(t)$ .

Коэффициенты  $m_k$ ,  $n_k$ ,  $c_k$  ( $k=d, q$ ) и  $d_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) зависят как от индуктивностей, так и от активных сопротивлений обмоток СГ и нагрузок и определяют значения коэффициентов  $R_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) временных степенных рядов функций  $f(t)$  в уравнениях (П1-2) и (П1-4). Аналитические выражения некоторых из этих коэффициентов даны в приложении 5.

Выражения для приращений токов в нагрузке  $Z_1$  на основе (13) будут равны:

$$\begin{aligned} I_{d1} &= \frac{L_2}{L_1} \frac{\gamma}{\Delta_1} I_{d2} - \frac{p + \omega_1}{p L_1 \Delta_1} U_d^0 + \frac{\omega_0}{p L_1 \Delta_1} U_q^0; \\ I_{q1} &= \frac{L_2}{L_1} \frac{\gamma}{\Delta_1} I_{q2} - \frac{p + \omega_1}{p L_1 \Delta_1} U_q^0 - \frac{\omega_0}{p L_1 \Delta_1} U_d^0, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma &= p^2 + p(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2; \\ \Delta_1 &= p^2 + p^2 \omega_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Выражения (29) легко приводятся к виду (П-1) и содержат четыре слагаемых:

$$\begin{aligned} I_{d1} &= I_{d1}^{(1)} + I_{d1}^{(2)} + I_{d1}^{(3)} + I_{d1}^{(4)}; \\ I_{q1} &= I_{q1}^{(1)} + I_{q1}^{(2)} + I_{q1}^{(3)} + I_{q1}^{(4)}, \end{aligned} \quad (31)$$

которые имеют вид для  $I_{d1}$ :

$$I_{d1}^{(1)} = \frac{L_2 L'_{d\Sigma} U_d^0}{L_1 D'_d} \frac{p^4 + p^3 (m_d + \omega_1 + \omega_2) + p^2 (m_d (\omega_1 + \omega_2) + \dots)}{p D(p)} \rightarrow \frac{+ n_d + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2 + p \dots}{p D(p)}; \quad (32)$$

$$I_{d1}^{(2)} = - \frac{U_d^0}{L_1} \frac{(p + \omega_1)}{p \Delta_1}; \quad (33)$$

$$I_{d1}^{(3)} = - \frac{\omega_0 L_2 L'_{q\Sigma} U_q^0}{L_1 D'_d} \times \frac{p^3 + p^2 (\omega_1 + \omega_2 + c_d) + p (\omega_1 \omega_2 + \omega_0^2 + c_d (\omega_1 + \omega_2)) + \dots}{p D(p)}; \quad (34)$$

$$I_{d1}^{(4)} = \frac{\omega_0 U_q^0}{L_1} \frac{1}{p \Delta_1}, \quad (35)$$

где  $\Delta_1$  определяется по (30), а полином  $D(p)$  равен:

$$D(p) = p^5 + p^4 (d_1 + 2\omega_1) + p^3 (d_2 + 2\omega_1 d_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2) + p^2 \dots \quad (36)$$

Коэффициенты  $d_1$  и  $d_2$  — см. (П5-5). Слагаемые для  $I_{q1}$ :

$$I_{q1}^{(1)} = \frac{L_2 L'_{d\Sigma} U_q^0}{L_1 D'_q} \frac{p^4 + p^3 (m_q + \omega_1 + \omega_2) + p^2 (m_q (\omega_1 + \omega_2) + \dots)}{p D(p)} \rightarrow \frac{+ n_q + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2 + p \dots}{p D(p)}; \quad (37)$$

$$I_{q1}^{(2)} = - \frac{U_q^0}{L_1} \frac{(p + \omega_1)}{p \Delta_1}; \quad (38)$$

$$I_{q1}^{(3)} = \frac{\omega_0 L_2 L'_{d\Sigma} U_d^0}{L_1 D'_q} \times \frac{p^3 + p^2 (\omega_1 + \omega_2 + c_q) + p (\omega_1 \omega_2 + \omega_0^2 + c_q (\omega_1 + \omega_2)) + \dots}{p D(p)}; \quad (39)$$

$$I_{q1}^{(4)} = - \frac{\omega_0 U_d^0}{L_1} \frac{1}{p \Delta_1}. \quad (40)$$

Выражения токов во временной плоскости для области  $t=0$  получаются с учетом выражений для токов (26), (27), (30)–(40) и уравнений для перехода от операторных выражений вида (П1-1) к выражениям, заданным уравнениями (П1-2)–(П1-4). В результате получены выражения для токов  $i_{d2}(t)$ ,  $i_{q2}(t)$  ( $i_{d2}^0=0$ ,  $i_{q2}^0=0$ ):

$$\begin{aligned} i_{d2}(t) &= F_{d2} U_d^0 \left( t + R_{1d} \frac{t^2}{2!} + R_{2d} \frac{t^3}{3!} + \dots \right) - \\ &- \psi_{d2} U_q^0 \left( \frac{t^2}{2!} + Q_d \frac{t^3}{3!} + \dots \right); \end{aligned} \quad (41)$$

варительно исключив из системы (1) токи возбуждения и токи демпферов. В результате получаем систему уравнений для цепей СГ:

$$\begin{aligned} Z_d'' I_d + x_q' I_q + U_d &= A_d''; \\ -x_d'' I_d + Z_q' I_q + U_d &= A_q'', \end{aligned} \quad (5)$$

где операторные переходные и сверхпереходные сопротивления даны в приложении 3, там же даны выражения для  $A_d''$  и  $A_q''$ .

Запишем системы уравнений (2) и (5) в матричной форме, введя следующие вектор-столбцы для токов, напряжений и начальных условий

$$I = (I_d I_q); \quad I_1 = (I_{d1} I_{q1}); \quad I_2 = (I_{d2} I_{q2}); \quad U = (U_d U_q); \quad (6)$$

$$A'' = (A_d'' A_q''); \quad A_1 = (p^{-1} A_{d1}^0 p^{-1} A_{q1}^0);$$

$$A_2 = (p^{-1} A_{d2} p^{-1} A_{q2}) \quad (7)$$

и квадратные матрицы для сопротивлений (как векторов)

$$\begin{aligned} \vec{Z}_s &= \begin{vmatrix} Z_d'' & x_q' \\ -x_d'' & Z_q' \end{vmatrix}; \quad \vec{Z}_1 = \begin{vmatrix} Z_1 & x_1 \\ -x_1 & Z_1 \end{vmatrix}; \\ \vec{Z}_2 &= \begin{vmatrix} Z_2 & x_2 \\ -x_2 & Z_2 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Системы (5) и (2) примут вид с учетом того, что  $I = I_1 + I_2$ :

$$\begin{aligned} \vec{Z}_s I_1 + \vec{Z}_s I_2 + U &= A''; \\ \vec{Z}_1 I_1 - U &= A_1; \\ \vec{Z}_2 I_2 - U &= A_2. \end{aligned} \quad (9)$$

Неизвестными переменными являются  $I_1$ ,  $I_2$  и  $U$ , которые в результате решения системы (9) имеют вид

$$I_2 = \vec{Z}^{-1} [S - (\vec{B} + \vec{E}) Q], \quad (10)$$

где

$$S = A'' + A_1; \quad \vec{B} = \vec{Z}_s \vec{Z}_1^{-1}; \quad Q = A_1 - A_2; \quad (11)$$

$\vec{E}$  — единичная квадратная матрица второго порядка и

$$\vec{Z} = \vec{Z}_s \vec{Z}_1^{-1} \vec{Z}_2 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_s. \quad (12)$$

Ток  $I_1$  определяется через ток  $I_2$ :

$$I_1 = \vec{Z}_1^{-1} \vec{Z}_2 I_2 + Z_1^{-1} Q. \quad (13)$$

Приращение напряжения на зажимах СГ

$$U = \vec{Z}_2 I_2 - A_2 \quad (14)$$

либо

$$U = Z_1 I_1 - A_1. \quad (15)$$

**Преобразование операторных сопротивлений и матриц.** Выражения для токов и напряжений, заданные уравнениями (10), (13), (14) и (15), приведем к дробно-рациональным полиномам вида (П1-1). Сделав необходимые преобразования, получаем следующие выражения для операторных сопротивлений и матриц:

$$\begin{aligned} Z_q' &= L_q \frac{p^2 \sigma_{qQ} + p(\omega_q + \omega_Q) + \omega_q \omega_Q}{p + \omega_Q}; \\ x_q' &= \omega_0 L_q \frac{p \sigma_{qQ} + \omega_Q}{p + \omega_Q}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$Z_d'' = L_d \frac{p^4 b_0 + p^3 b_1 + p^2 b_2 + p b_3 + b_4}{p^3 a_0 + p^2 a_1 + p a_2 + a_3}; \quad (17)$$

$$x_d'' = \omega_0 L_d \frac{p^3 b_0 + p^2 b_1 + p b_2 + b_3}{p^3 a_0 + p^2 a_1 + p a_2 + a_3}. \quad (18)$$

Конкретные выражения коэффициентов в (16)–(18) даны в приложении 4. Матрицы (8) примут следующий вид при удержании первых двух членов ряда Лорана со степенями  $p^1$  и  $p^0$  операторных функций (16)–(18):

$$\vec{Z}_s = \begin{vmatrix} pL_{d0}' + R_{d0}' & \omega_0 L_{q0}' \\ -\omega_0 L_{d0}' & pL_{q0}' + R_{q0}' \end{vmatrix}; \quad (19)$$

$$\vec{Z}_1 = L_1 \begin{vmatrix} p + \omega_1 & \omega_0 \\ -\omega_0 & p + \omega_1 \end{vmatrix}; \quad \vec{Z}_2 = L_2 \begin{vmatrix} p + \omega_2 & \omega_0 \\ -\omega_0 & p + \omega_2 \end{vmatrix}, \quad (20)$$

где сверхпереходная «скалярная» (не операторная) индуктивность по продольной оси

$$L_{d0}'' = L_d \frac{b_0}{a_0} = L_d (\sigma_{df} - \sigma_{fj}^2 \sigma_{Df}^{-1} K_{dD}); \quad (21)$$

сверхпереходное «скалярное» активное сопротивление по продольной оси (причем  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $a_0$  и  $a_1$  — по (П4-2))

$$R_{d0}'' = L_d \frac{b_0}{a_0} \left( \frac{b_1}{b_0} - \frac{a_1}{a_0} \right) = L_{d0}'' \left( \frac{b_1}{b_0} - \frac{a_1}{a_0} \right) = L_{d0}'' \omega_d''; \quad (22)$$

переходная «скалярная» индуктивность по поперечной оси

$$L_{q0}' = L_q \sigma_{qQ}; \quad (23)$$

переходное «скалярное» активное сопротивление по поперечной оси

$$\begin{aligned} R_{q0} &= L_q (\omega_q + \omega_Q K_{qQ}) = L_{q0}' \sigma_{qQ}^{-1} \times \\ &\times (\omega_q + \omega_Q K_{qQ}) = L_{q0}' \omega_q'; \end{aligned} \quad (24)$$

частоты

$$\omega_1 = r_1 L_1^{-1}, \quad \omega_2 = r_2 L_2^{-1}, \quad \omega_d'' = R_{d0}'' (L_{d0}'')^{-1},$$



$$\omega'_q = R'_{q0} (L'_{q0})^{-1}, \quad (25)$$

причем выражения для  $\omega'_d$  и  $\omega'_q$  следуют из (22) и (24).

Уравнения токов в виде дробно-рациональных полиномов получаются на основе (10)–(13) с использованием (16)–(25). Для случая отсутствия форсировки тока возбуждения и при набросе новой нагрузки  $Z_2$  на СГ, который работал с нагрузкой  $Z_1$  в стационарном режиме, получены следующие выражения для токов в цепи подключенной нагрузки:

$$I_{d2} = F_{d2} U_d^0 \frac{p^2 + pm_d + n_d}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3} - \phi_{d2} U_q^0 \frac{p + c_d}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3}; \quad (26)$$

$$I_{q2} = F_{q2} U_q^0 \frac{p^2 + pm_q + n_q}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3} + \phi_{q2} U_d^0 \frac{p + c_q}{p^4 + p^3 d_1 + p^2 d_2 + p d_3}; \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{d2} &= \frac{L'_{d0} + L_1}{D'_d}; & \phi_{d2} &= \frac{\omega (L'_{d0} + L_1)}{D'_d}; \\ F_{q2} &= \frac{L'_{q0} + L_1}{D'_q}; & \phi_{q2} &= \frac{\omega (L'_{d0} + L_1)}{D'_q}; \\ D'_d &= L_1 L'_{d0} + L_2 L'_{d0} + L_1 L_2; \\ D'_q &= L_1 L'_{q0} + L_2 L'_{q0} + L_1 L_2. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Коэффициенты в (28) зависят только от индуктивностей обмоток СГ и нагрузок и определяют величину  $A_0$  в уравнениях (П1-2)–(П1-4) для функций  $f(t)$ .

Коэффициенты  $m_k$ ,  $n_k$ ,  $c_k$  ( $k=d, q$ ) и  $d_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) зависят как от индуктивностей, так и от активных сопротивлений обмоток СГ и нагрузок и определяют значения коэффициентов  $R_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ) временных степенных рядов функций  $f(t)$  в уравнениях (П1-2) и (П1-4). Аналитические выражения некоторых из этих коэффициентов даны в приложении 5.

Выражения для приращений токов в нагрузке  $Z_1$  на основе (13) будут равны:

$$\begin{aligned} I_{d1} &= \frac{L_2}{L_1} \frac{\gamma}{\Delta_1} I_{d2} - \frac{p + \omega_1}{p L_1 \Delta_1} U_d^0 + \frac{\omega_0}{p L_1 \Delta_1} U_q^0; \\ I_{q1} &= \frac{L_2}{L_1} \frac{\gamma}{\Delta_1} I_{q2} - \frac{p + \omega_1}{p L_1 \Delta_1} U_q^0 - \frac{\omega_0}{p L_1 \Delta_1} U_d^0, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma &= p^2 + p(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2; \\ \Delta_1 &= p^2 + p^2 \omega_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2. \end{aligned} \quad (30)$$

Выражения (29) легко приводятся к виду (П-1) и содержат четыре слагаемых:

$$\begin{aligned} I_{d1} &= I_{d1}^{(1)} + I_{d1}^{(2)} + I_{d1}^{(3)} + I_{d1}^{(4)}; \\ I_{q1} &= I_{q1}^{(1)} + I_{q1}^{(2)} + I_{q1}^{(3)} + I_{q1}^{(4)}, \end{aligned} \quad (31)$$

которые имеют вид для  $I_{d1}$ :

$$I_{d1}^{(1)} = \frac{L_2 L'_{d\Sigma} U_d^0}{L_1 D'_d} \frac{p^4 + p^3 (m_d + \omega_1 + \omega_2) + p^2 (m_d (\omega_1 + \omega_2) + \dots + n_d + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2) + p \dots}{p D(p)}; \quad (32)$$

$$I_{d1}^{(2)} = - \frac{U_d^0}{L_1} \frac{(p + \omega_1)}{p \Delta_1}; \quad (33)$$

$$I_{d1}^{(3)} = - \frac{\omega_0 L_2 L'_{q\Sigma} U_q^0}{L_1 D'_d} \times \frac{p^3 + p^2 (\omega_1 + \omega_2 + c_d) + p (\omega_1 \omega_2 + \omega_0^2 + c_d (\omega_1 + \omega_2)) + \dots}{p D(p)}; \quad (34)$$

$$I_{d1}^{(4)} = \frac{\omega_0 U_q^0}{L_1} \frac{1}{p \Delta_1}, \quad (35)$$

где  $\Delta_1$  определяется по (30), а полином  $D(p)$  равен:

$$D(p) = p^5 + p^4 (d_1 + 2\omega_1) + p^3 (d_2 + 2\omega_1 d_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2) + p^2 \dots \quad (36)$$

Коэффициенты  $d_1$  и  $d_2$  — см. (П5-5). Слагаемые для  $I_{q1}$ :

$$I_{q1}^{(1)} = \frac{L_2 L'_{d\Sigma} U_q^0}{L_1 D'_q} \frac{p^4 + p^3 (m_q + \omega_1 + \omega_2) + p^2 (m_q (\omega_1 + \omega_2) + \dots + n_q + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2) + p \dots}{p D(p)}; \quad (37)$$

$$I_{q1}^{(2)} = - \frac{U_q^0}{L_1} \frac{(p + \omega_1)}{p \Delta_1}; \quad (38)$$

$$I_{q1}^{(3)} = \frac{\omega_0 L_2 L'_{d\Sigma} U_d^0}{L_1 D'_q} \times \frac{p^3 + p^2 (\omega_1 + \omega_2 + c_q) + p (\omega_1 \omega_2 + \omega_0^2 + c_q (\omega_1 + \omega_2)) + \dots}{p D(p)}; \quad (39)$$

$$I_{q1}^{(4)} = - \frac{\omega_0 U_d^0}{L_1} \frac{1}{p \Delta_1}. \quad (40)$$

Выражения токов во временной плоскости для области  $t=0$  получаются с учетом выражений для токов (26), (27), (30)–(40) и уравнений для перехода от операторных выражений вида (П1-1) к выражениям, заданным уравнениями (П1-2)–(П1-4). В результате получены выражения для токов  $i_{d2}(t)$ ,  $i_{q2}(t)$  ( $i_{d2}^0=0$ ,  $i_{q2}^0=0$ ):

$$\begin{aligned} i_{d2}(t) &= F_{d2} U_d^0 \left( t + R_{1d} \frac{t^2}{2!} + R_{2d} \frac{t^3}{3!} + \dots \right) - \\ &- \psi_{d2} U_q^0 \left( \frac{t^2}{2!} + Q_d \frac{t^3}{3!} + \dots \right); \end{aligned} \quad (41)$$

$$i_{q2}(t) = F_{q2} U_q^0 \left( t + R_{1q} \frac{t^2}{2!} + R_{2q} \frac{t^3}{3!} + \dots \right) - \psi_{q2} U_d^0 \left( \frac{t^2}{2!} + Q_q \frac{t^3}{3!} + \dots \right), \quad (42)$$

где

$$\begin{aligned} R_{1d} &= m_d - d_1; R_{2d} = -m_d d_1 + n_d + d_1^2 - d_2; \\ Q_d &= c_d - d_1; \\ R_{1q} &= m_q - d_1; R_{2q} = -m_q d_1 + n_q + d_1^2 - d_2; \\ Q_q &= c_q - d_1. \end{aligned} \quad (43)$$

Для слагаемых [см. (31)] приращений токов  $\Delta i_{d1}(t)$  и  $\Delta i_{q1}(t)$  получены следующие выражения:

$$\Delta i_{d1}^{(1)} = \frac{L_2 L_{d\Sigma} U_d^0}{L_1 D_d''} \left( t + R_{1d}^{(1)} \frac{t^2}{2!} + R_{2d}^{(1)} \frac{t^3}{3!} + \dots \right), \quad (44)$$

где  $R_{1d}^{(1)}$  и  $R_{2d}^{(1)}$  — по (П1-5), причем

$$\begin{aligned} b_1 &= m_d + \omega_1 + \omega_2; b_2 = m_d(\omega_1 + \omega_2) + n_d + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2; \\ a_1 &= d_1 + 2\omega_1; a_2 = d_2 + 2\omega_1 d_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2; \end{aligned} \quad (45)$$

$$\Delta i_{d1}^{(2)} = -\frac{U_d^0}{L_1} \left( t + R_{1d}^{(2)} \frac{t^2}{2!} + R_{2d}^{(2)} \frac{t^3}{3!} + \dots \right), \quad (46)$$

где  $R_{1d}^{(2)}$  и  $R_{2d}^{(2)}$  — по (П1-5), причем

$$b_1 = \omega_1; b_2 = 0; a_1 = 2\omega_1; a_2 = \omega_1^2 + \omega_0^2; \quad (47)$$

$$\Delta i_{d1}^{(3)} = -\frac{\omega_0 L_2 L_{d\Sigma} U_q^0}{L_1 D_d''} \left( \frac{t^2}{2!} + R_{1d}^{(3)} \frac{t^3}{3!} + R_{2d}^{(3)} \frac{t^4}{4!} + \dots \right), \quad (48)$$

где  $R_{1d}^{(3)}$  и  $R_{2d}^{(3)}$  — по (П1-5), причем

$$\begin{aligned} b_1 &= c_d + \omega_1 + \omega_2; b_2 = c_d(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2; \\ a_1 &= d_1 + 2\omega_1; a_2 = d_2 + 2\omega_1 d_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2; \end{aligned} \quad (49)$$

$$\Delta i_{d1}^{(4)} = \frac{\omega_0 U_q^0}{L_1} \left( \frac{t^2}{2!} + R_{1d}^{(4)} \frac{t^3}{3!} + R_{2d}^{(4)} \frac{t^4}{4!} + \dots \right), \quad (50)$$

где  $R_{1d}^{(4)}$  и  $R_{2d}^{(4)}$  — по (П1-5), причем

$$b_1 = 0; d_2 = 0; a_1 = 2\omega_1; a_2 = \omega_1^2 + \omega_0^2. \quad (51)$$

При необходимости легко получаются коэффициенты следующих слагаемых степенных рядов от  $t$ . Можно показать, что эти ряды сходятся абсолютно, и поэтому для  $t \leq 1$  достаточно в таких рядах учитывать два-три слагаемых.

Для слагаемых  $\Delta i_{q1}(t)$  получены выражения

$$\Delta i_{q1}^{(1)} = \frac{L_2 L_{q\Sigma}}{L_1 D_q'} \left( t + R_{1q}^{(1)} \frac{t^2}{2!} + R_{2q}^{(1)} \frac{t^3}{3!} + \dots \right), \quad (52)$$

где  $R_{1q}^{(1)}$  и  $R_{2q}^{(1)}$  — по (П1-5), причем

$$\begin{aligned} b_1 &= m_q + \omega_1 + \omega_2; b_2 = m_q(\omega_1 + \omega_2) + n_q + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2; \\ a_1 &= d_1 + 2\omega_1; a_2 = d_2 + 2\omega_1 d_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2; \end{aligned} \quad (53)$$

$$\Delta i_{q1}^{(2)} = -\frac{U_q^0}{L_1} \left( t + R_{1q}^{(2)} \frac{t^2}{2!} + R_{2q}^{(2)} \frac{t^3}{3!} + \dots \right), \quad (54)$$

где  $R_{1q}^{(2)}$  и  $R_{2q}^{(2)}$  — по (П1-5), причем

$$b_1 = \omega_1; b_2 = 0; a_1 = 2\omega_1; a_2 = \omega_1^2 + \omega_0^2; \quad (55)$$

$$\Delta i_{q1}^{(3)} = \frac{\omega_0 L_2 L_{q\Sigma} U_d^0}{L_1 D_q'} \left( \frac{t^2}{2!} + R_{1q}^{(3)} \frac{t^3}{3!} + R_{2q}^{(3)} \frac{t^4}{4!} + \dots \right), \quad (56)$$

где  $R_{1q}^{(3)}$  и  $R_{2q}^{(3)}$  — по (П1-5), причем

$$\begin{aligned} b_1 &= c_q + \omega_1 + \omega_2; b_2 = c_q(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2 + \omega_0^2; \\ a_1 &= d_1 + 2\omega_1; a_2 = d_2 + 2\omega_1 d_1 + \omega_1^2 + \omega_0^2; \end{aligned} \quad (57)$$

$$\Delta i_{q1}^{(4)} = -\frac{\omega_0 U_d^0}{L_1} \left( \frac{t^2}{2!} + R_{1q}^{(4)} \frac{t^3}{3!} + R_{2q}^{(4)} \frac{t^4}{4!} + \dots \right), \quad (58)$$

где  $R_{1q}^{(4)}$  и  $R_{2q}^{(4)}$  — по (П1-5), причем

$$b_1 = 0; b_2 = 0; a_1 = 2\omega_1; a_2 = \omega_1^2 + \omega_0^2. \quad (59)$$

Полный ток в нагрузке  $Z_1$

$$i_{d1}(t) = i_{d1}^0 + \sum_k^4 \Delta i_{d1}^{(k)}; i_{q1}(t) = i_{q1}^0 + \sum_k^4 \Delta i_{q1}^{(k)}. \quad (60)$$

Полный ток в синхронном генераторе

$$i_d(t) = i_{d1}(t) + i_{d2}(t), i_q(t) = i_{q1}(t) + i_{q2}(t), \quad (61)$$

где  $i_{d1}(t)$ ,  $i_{q1}(t)$  — по (60), а  $i_{d2}(t)$  и  $i_{q2}(t)$  — по (41) и (42).

Выражения для уменьшения напряжений во временной плоскости для областей  $t=0$  получим, используя матричное уравнение (15), в котором для установившегося режима СГ с нагрузкой  $Z_1$  матрица  $A_1$  начальных значений равна нулю. Для операторных составляющих  $U_d$  и  $U_q$  имеем:

$$U_d = (pL_1 + r_1)I_{d1} + x_1 I_{q1}; U_q = -x_1 I_{d1} + (pL_1 + r_1)I_{q1}. \quad (62)$$

Во временной плоскости на основе этого получаем:

$$\begin{aligned} \Delta U_d(t) &= L_1 \frac{d \Delta i_{d1}(t)}{dt} + r_1 \Delta i_{d1}(t) + x_1 \Delta i_{q1}(t); \\ \Delta U_q(t) &= L_1 \frac{d \Delta i_{q1}(t)}{dt} + r_1 \Delta i_{q1}(t) + x_1 \Delta i_{d1}(t), \end{aligned} \quad (63)$$

где  $\Delta i_{d1}(t)$  — по (44)—(51), а  $\Delta i_{q1}(t)$  задан уравнениями (52)—(59).

Напряжение на зажимах СГ

$$U_d(t) = U_d^0 + \Delta U_d(t); U_q(t) = U_q^0 + \Delta U_q(t). \quad (64)$$

Не выписывая все слагаемые степенных рядов, приведем аналитические выражения для  $\Delta U_d(t)$  и  $\Delta U_q(t)$ , удерживая члены с нулевой и первой степенью  $t$ :

$$\Delta U_d(t) = -\frac{L_1 L_{d0}''}{D_d''} U_d^0 + \Omega_{d1}^{(1)} U_d^0 t - \Omega_{d1}^{(2)} U_q^0 t - r_1 \frac{L_{d0}'}{D_d''} U_d^0 t - x_1 \frac{L_{q0}'}{D_q} U_q^0 t; \quad (65)$$

$$\Delta U_q(t) = -\frac{L_1 L_{q0}'}{D_q'} U_q^0 + \Omega_{q1}^{(1)} U_q^0 t - \Omega_{q1}^{(2)} U_d^0 t - r_1 \frac{L_{q0}'}{D_q'} U_q^0 t - x_1 \frac{L_{q0}'}{D_d''} U_d^0 t, \quad (66)$$

где

$$\Omega_{d1}^{(1)} = \frac{L_2 L_{d\Sigma}''}{D_d''} R_{1d}^{(1)} - R_{1d}^{(2)}; \quad \Omega_{d1}^{(2)} = \omega_0 \left( 1 - \frac{L_2 L_{q\Sigma}''}{D_d''} \right); \quad (67)$$

$$\Omega_{q1}^{(1)} = \frac{L_2 L_{q\Sigma}'}{D_q'} R_{1q}^{(1)} - R_{1q}^{(2)}; \quad \Omega_{q1}^{(2)} = \omega_0 \left( 1 - \frac{L_2 L_{d\Sigma}'}{D_q'} \right).$$

Из (65) и (66) получаем для момента  $t=0^+$ :

$$\Delta U_d(0^+) = -\frac{L_1 L_{d0}'' U_d^0}{D_d''} = -\frac{L_1 L_{d0}'' U_d^0}{L_1 L_{d0}'' + L_2 L_{d0}'' + L_1 L_2}; \quad (68)$$

$$\Delta U_q(0^+) = -\frac{L_1 L_{q0}' U_q^0}{D_q'} = -\frac{L_1 L_{q0}' U_q^0}{L_1 L_{q0}' + L_2 L_{q0}' + L_1 L_2}. \quad (69)$$

В случае наброса нагрузки  $Z_2 = pL_2 + r_2$  на СГ, который находился в режиме холостого хода ( $L_1 = \infty$ ,  $r_1 = \infty$ ), когда  $U_d^0 = 0$ ;  $U_q^0 = E_0$ , получаем из (68) и (69) (при  $L_1 \rightarrow \infty$ ):

$$\Delta U_d(0^+) = 0; \quad \Delta U_q(0^+) = -\frac{L_{q0}'}{L_{q0}' + L_2} U_q^0. \quad (70)$$

Уравнения (65) и (66) представляют аналитические выражения уменьшения или «провалов» напряжений при набросе нагрузки  $Z_2 = pL_2 + r_2$  на автономно работающий под нагрузкой  $Z_1 = pL_1 + r_1$  синхронный генератор в окрестности времени  $t=0$ .

Уравнения (65) и (66) получены для случая отсутствия форсировки возбуждения и установившегося (стационарного) режима работы СГ с нагрузкой  $Z_1$  до момента подключения нагрузки  $Z_2$ .

Отметим, что при набросе чисто активной нагрузки  $Z_2 = r_2$  из (68) и (69) получаем для такого случая ( $L_2 \rightarrow 0$ ):

$$\lim_{L_2 \rightarrow 0} \Delta U_d(0^+) = U_d^0; \quad \lim_{L_2 \rightarrow 0} \Delta U_q(0^+) = U_q^0,$$

т.е. 100%-ный провал напряжений.

Мгновенные значения фазных токов и на-

пряжений получим, переходя от преобразованных переменных СГ к натуральным переменным (нулевую последовательность не учитываем):

для токов

$$\begin{aligned} i_a(t) &= i_d(t) \cos \gamma + i_q(t) \sin \gamma; \\ i_b(t) &= i_d(t) \cos(\gamma - \rho) + i_q(t) \sin(\gamma + \rho); \\ i_c(t) &= i_d(t) \cos(\gamma - \rho) + i_q(t) \sin(\gamma + \rho); \end{aligned} \quad (71)$$

для напряжений

$$\begin{aligned} U_a(t) &= U_d(t) \cos \gamma + U_q(t) \sin \gamma; \\ U_b(t) &= U_d(t) \cos(\gamma - \rho) + U_q(t) \sin(\gamma + \rho); \\ U_c(t) &= U_d(t) \cos(\gamma - \rho) + U_q(t) \sin(\gamma + \rho); \end{aligned} \quad (72)$$

где  $\gamma = \omega_0 t + \gamma_0$ ;  $\rho = \frac{2}{3}\pi$ ;  $\gamma_0$  — угол между магнитной осью фазы  $a$  статора и продольной осью ротора в момент наброса нагрузки.

**Пример.** Найдём численные значения токов и «провалов» напряжения при набросе 50%-ной нагрузки ( $\cos \varphi = 0,8$ ) на СГ, который работал с номинальным напряжением и 50%-ной нагрузкой и с  $\cos \varphi = 0,8$ .

Исходные данные синхронного генератора ГОМ8-Т-400, 8 кВт, 400/230 В даны в приложении 6, на базе которых и на основе вышеприведенных аналитических выражений получены следующие уравнения для области  $t=0$ :

$$\begin{aligned} i_{d2}(t) &= -0,314t - 0,574t^2 + 0,263t^3; \\ i_{q2}(t) &= 0,704t - 0,555t^2 + 0,145t^3; \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \Delta i_{d1}(t) &= 0,027t + 0,223t^2 - 0,271t^3 + 0,018t^4; \\ \Delta i_{q1}(t) &= -0,057t + 0,124t^2 + 0,032t^3 + 0,004t^4. \end{aligned} \quad (74)$$

Токи в СГ и в нагрузке  $Z_1$  при установившемся режиме при номинальном напряжении и 50%-ной нагрузке ( $\cos \varphi = 0,8$ ) равны:

$$i_d^0 = i_{d1}^0 = -0,437; \quad i_q^0 = i_{q1}^0 = 0,242,$$

тогда

$$i_{d1}(t) = -0,437 + \Delta i_{d1}(t); \quad i_{q1}(t) = 0,242 + \Delta i_{q1}(t). \quad (75)$$

Ток генератора:

$$i_d(t) = i_{d1}(t) + i_{d2}(t); \quad i_q(t) = i_{q1}(t) + i_{q2}(t). \quad (76)$$

Приращения напряжений:

$$\begin{aligned} \Delta U_d(t) &= 0,032 + 0,510t - 0,470t^2 - 0,310t^3; \\ \Delta U_q(t) &= -0,068 + 0,175t + 0,045t^2 + 0,395t^3. \end{aligned} \quad (77)$$

Поскольку для установившегося режима СГ с 50%-ной нагрузкой и  $\cos \varphi = 0,8$

$$U_d^0 = -0,409; \quad U_q^0 = 0,913,$$

то напряжения на зажимах СГ после подклю-

# Энергетические принципы синтеза эквивалентных схем замещения полуоткрытых пазов электрических машин с многовитковыми обмотками

ИНКИН А.И.

Приведено аналитическое решение двумерного уравнения Пуассона для векторного потенциала в области прямоугольного паза с двухсторонним открытием. По результатам решения при использовании энергетического представления о магнитном сопротивлении и интегральных теорем электродинамики сформирована активная трех-элементная схема замещения паза и определены ее параметры. Представлены алгоритм синтеза аналогичных схем для клиновидных и круглых пазов с двухсторонним открытием и конкретный способ использования схем при электромагнитных расчетах электрических машин.

Ключевые слова: электрические машины, магнитные сопротивления, двумерные магнитные поля, пазы с двухсторонним открытием, эквивалентные схемы замещения

Среди всего многообразия нетрадиционных конструкций электрических машин весомую долю составляют конструкции, предполагающие автономное изготовление зубцово-пазовой структуры и ярма статора и ротора. Наиболее известными из них по праву являются конструкции с составным магнитопроводом (И.П. Копылов, МЭИ, Москва), конструкции с активным распределенным слоем (В.М. Казанский, НЭТИ, Новосибирск), конструкции с гофрированными зубцово-пазовыми структурами (Ф.М. Юферов и др., ВНИПТИЭМ — МЭИ). Во всех этих машинах зубцы отделены от ярма технологическими зазорами, наличие которых обуславливает изменение картины магнитного поля во всем объеме машины и, как следствие, оказывает существенное влияние на ее интегральные характеристики. Это обстоятельство приводит к необходимости постановки и решения комплексных задач теории поля и теории цепей с целью учета влияния технологического зазора и насыщения ярма на энергетические характеристики паза, а при более строгом подходе и к необходимости исследования единого электромагнитного поля в активном объеме машины.

Для электрических машин с измельченными зубцово-пазовыми структурами эта задача успешно решается с помощью анизотропных (по усредненным магнитным свойствам) слоистых моделей и каскадных  $E-H$  схем замещения. Однако в пазах с соизмеримыми поперечными габаритными размерами существует двумерное магнитное поле, зависящее от граничных условий

*An analytical solution of a two-dimensional Poisson equation for the vector potential in a rectangular slot with a two-sided opening is given. Using the results obtained and also using the energy representation of magnetic induction and the integral theorems of electrodynamics, an active three-element equivalent circuit for the slot is composed, and its parameters are determined. An algorithm for synthesizing similar circuits for wedge-shaped and circular slots with a two-sided opening is given. It is shown how these circuits can be used in the electromagnetic analysis of electrical machines.*

*Key words: electrical machines, reluctances, two-dimensional magnetic fields, slots with a two-sided opening, equivalent circuits*

на замкнутой поверхности, охватывающей паз, и поэтому усреднение магнитных свойств на зубцовом делении в таких структурах может привести к недопустимым погрешностям.

Отметим, что для пазов короткозамкнутых роторов сложной конфигурации исследование энергетических характеристик может быть осуществлено [1] с помощью доказанного в общем виде следствия теоремы Пойнтинга [2] о схемной аппроксимации двумерного электромагнитного поля в замкнутом объеме при отсутствии в нем сторонних источников. Однако для объемов со сторонними источниками, каковыми и являются пазы с вьсыпными обмотками, подобных общих приемов не существует.

В статье приведен общий алгоритм синтеза эквивалентных схем замещения двумерных стационарных магнитных полей в объемах пазов с двухсторонним открытием при заданном распределении токов.

В качестве примера рассматривается гипотетический прямоугольный паз электрической машины с двухсторонним открытием (рис. 1). В пазу располагается вьсыпная обмотка, полный ток паза  $I$ , магнитная проницаемость зубцов бесконечно велика, значения  $H_x(x, 0)$  и  $H_x(x, h)$  представлены графиками на рис. 2.

Для достижения поставленной цели необходимо решить две взаимосвязанные задачи, одна из которых направлена на формирование конфигурации схемы, а вторая на определение ее параметров в функции геометрических размеров паза.

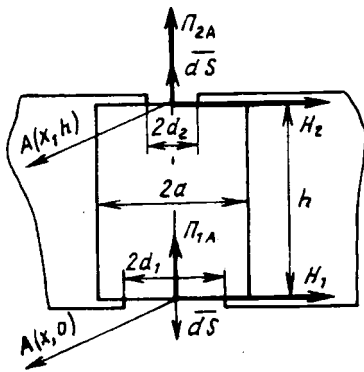


Рис. 1. Прямоугольный паз с двухсторонним открытием

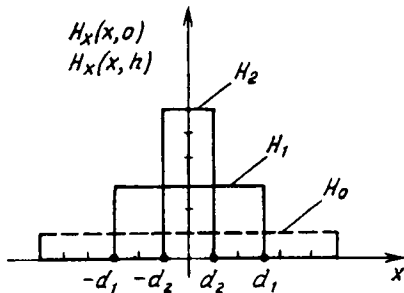


Рис. 2. Графики функций  $H_x(x,0)$  и  $H_x(x,h)$  на границах щелевых зон

Для решения первой задачи воспользуемся законом полного тока и составим уравнение для контура, ограничивающего сечение паза:

$$\int_{-a}^a H(x,0) dx - \int_{-a}^a H(x,h) dx = H_1 2d_1 - H_2 2d_2 = J = \delta 2ah. \quad (1)$$

Если считать, что  $H_1 2d_1 = I_1$ ,  $H_2 2d_2 = I_2$  — токи в ветвях, то уравнению (1) соответствует Т-образная схема, представленная на рис. 3. В этой схеме  $J$  — ток в пазу;  $I_1$ ,  $I_2$  — неизвестные токи;  $A_1$ ,  $A_2$  — аналоги напряжений, при этом  $A$  и  $I$  связаны законом Ома:

$$A = IZ.$$

Как видно, формирование конфигурации схемы принципиальных трудностей не вызывает, однако эта схема не будет иметь никакой практической ценности, если останутся неизвестными

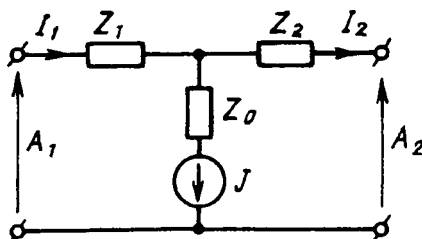


Рис. 3. Активная Т-образная (А-І) схема замещения паза

ее параметры ( $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_0$ ).

Прежде чем приступить к определению параметров, отметим следующее важное обстоятельство. Если токи в схеме (рис. 3) и магнитные напряженности на границах паза (рис. 1) математически связаны уравнением (1), то на тех же границах  $A(x,0)$ ,  $A(x,h)$  есть функции координаты  $x$ , в то время как в схеме рис. 3  $A_1$  и  $A_2$  это их некоторые фиксированные значения, т.е. на данном этапе можно лишь обозначить соответствие  $A_1 \rightarrow A(x,0)$  и  $A_2 \rightarrow A(x,h)$  без их математической интерпретации.

В целях установления математической определенности в соотношении  $A = IZ$  воспользуемся более общим энергетическим представлением о сопротивлении  $Z$ . В соответствии с теоремой Пойнтинга для проводника произвольной формы с током  $I$  комплексное сопротивление определяется как

$$Z = \frac{S}{I^2} = \frac{\oint [\vec{E} \times \vec{H}]}{I^2},$$

где  $S$  есть комплексная мощность проводника.

Переходя от синусоидального электромагнитного поля к стационарному магнитному, далее будем считать, что все сопротивления в схеме на рис. 3 имеют энергетическое представление и рассчитываются по формуле

$$Z = \frac{W_m}{I^2}. \quad (2)$$

Из этого отношения со всей очевидностью следует, что распределение магнитного поля в пазу, функции  $A(x,0)$  и  $A(x,h)$ , энергия магнитного поля  $W_m$  в объеме паза и, как следствие, сопротивления  $Z$  напрямую зависят от граничных условий  $H_x(x,0)$  и  $H_x(x,h)$ .

Из самого определения физического смысла сопротивлений  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_0$  следует, что аналитические выражения для них можно получить лишь путем сопоставления соответствующих слагаемых в уравнениях энергетического баланса для паза (рис. 1) и эквивалентной (по энергетическим критериям) схемы рис. 3.

**Определение сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$ .** С целью сокращения преобразований рассмотрим режим, при котором ток в пазу равен нулю. В этом случае поле в пазу будет удовлетворять уравнению Лапласа, ветвь с источником тока в схеме рис. 3 окажется разомкнутой, и при этом сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  будут обтекаться одним и тем же током.

**Решение уравнения Лапласа для векторного потенциала.** Сформулируем граничные условия:

- 1)  $y=0$ ;  $H_x(x,0)$  — задана, рис. 2;
- 2)  $y=h$ ;  $H_x(x,h)$  — задана, рис. 2;

$$3) \quad x = \pm a; \quad B_y(y) = 0;$$

$$4) \quad x = 0; \quad B_y(0, y) = 0.$$

Для обесточенного паза в соответствии с законом полного тока

$$H_1 d_1 = H_2 d_2 = H_0 a. \quad (3)$$

С помощью формул Эйлера представим  $H_x(x, 0)$  и  $H_x(x, h)$  в виде тригонометрических рядов:

$$H_x(x, 0) = H_1 \frac{d_1}{a} + H_1 \sum A_k \cos \frac{k\pi}{a} x; \quad (4)$$

$$H_x(x, h) = H_2 \frac{d_2}{a} + H_2 \sum D_k \cos \frac{k\pi}{a} x. \quad (5)$$

В (4) и (5)

$$A_k = \frac{2 \sin \frac{k\pi}{a} d_1}{k\pi}; \quad (6)$$

$$D_k = \frac{2 \sin \frac{k\pi}{a} d_2}{k\pi}. \quad (7)$$

Решая уравнение Лапласа для векторного потенциала методом разделения переменных с учетом третьего и четвертого граничных условий, найдем:

$$A = \sum [C_{1k} \operatorname{ch} \alpha_k (h-y) + C_{2k} \operatorname{ch} \alpha_k y] \cos \alpha_k x + C_0 y + A_0; \quad (8)$$

$$H_x = \frac{dA}{\mu dy} = \sum [-C_{1k} \operatorname{sh} \alpha_k (h-y) + C_{2k} \operatorname{sh} \alpha_k y] \alpha_k \cos \alpha_k x + C_0 \frac{1}{\mu}; \quad (9)$$

$$B_y = -\frac{dA}{dx} = \sum \alpha_k [C_{1k} \operatorname{ch} \alpha_k (h-y) + C_{2k} \operatorname{ch} \alpha_k y] \sin \alpha_k x. \quad (10)$$

Здесь собственные числа  $\alpha_k = k\pi/a$ .

Для определения постоянных  $C_{1k}$  и  $C_{2k}$  воспользуемся граничными условиями (1) и (2). Как видно, решения (8)–(10) сформированы так, что на границе  $y=0$  обращается в нуль сумма с постоянными  $C_{2k}$ , а при  $y=h$  становится равной нулю сумма с  $C_{1k}$ . Поэтому из первого условия с учетом (4) и (9):

$$C_0 = \mu H_1 \frac{d_1}{a} = \mu H_0; \quad (12)$$

$$C_{1k} = -\mu H_1 \frac{A_k}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k h}, \quad (13)$$

а из второго условия с учетом (5) и (9):

$$C_0 = \mu H_2 \frac{d_2}{a} = \mu H_0; \quad (14)$$

$$C_{2k} = \mu H_2 \frac{D_k}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k h}. \quad (15)$$

Таким образом, выражения для  $A$  и  $H_x$  принимают вид:

$$A = \mu \left[ -H_1 \sum \frac{A_k \operatorname{ch} \alpha_k (h-y)}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k h} + H_2 \sum \frac{D_k \operatorname{ch} \alpha_k y}{\alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k h} \right] \times \\ \times \cos \alpha_k x + \mu H_0 y + A_0; \\ H_x = \left[ H_1 \sum \frac{A_k \operatorname{sh} \alpha_k (h-y)}{\operatorname{sh} \alpha_k h} + H_2 \sum \frac{D_k \operatorname{sh} \alpha_k y}{\operatorname{sh} \alpha_k h} \right] \times \\ \times \cos \alpha_k x + H_0. \quad (17)$$

**Определение энергии в пазах.** При отсутствии тока в пазах

$$2W_M = \oint [\bar{A} \times \bar{H}] d\bar{S} = 2 \int_V \frac{\mu H^2}{2} dV. \quad (18)$$

Введем обозначение

$$\bar{P}_A = \bar{P} = [\bar{A} \times \bar{H}], \quad (19)$$

и далее вектор  $\bar{P}$  будем называть вектором Пойнтинга. Так как на всех участках поверхности, граничащих с магнитопроводом, нормальная составляющая вектора Пойнтинга равна нулю, то его полный поток определяется лишь двумя составляющими, проникающими через поверхности шлицов  $2d_1$  и  $2d_2$ . С учетом положительных направлений векторов  $\bar{P}$  и  $d\bar{S}$  (рис. 1) удвоенная энергия в пазах будет равна

$$2W_M = -2L \int_0^a A(x, 0) H(x, 0) dx + \\ + 2L \int_0^a A(x, h) H(x, h) dx, \quad (20)$$

а для конкретных значений  $H_x(x, 0)$  и  $H_x(x, h)$  (рис. 2) для нее будет справедливо и более простое выражение:

$$2W_M \doteq -2LH_1 \int_0^{d_1} A(x, 0) dx + 2LH_2 \int_0^{d_2} A(x, h) dx. \quad (21)$$

После подстановки (16) в (21) и соответствующих преобразований для лапласовских составляющих энергии находим:

$$2W_M = \frac{1}{2} L\mu \left[ \sum \frac{A_k \sin \alpha_k d_1}{d_1^2 \alpha_k^2 \operatorname{th} \alpha_k h} - \sum \frac{D_k \sin \alpha_k d_1}{d_1 d_2 \alpha_k^2 \operatorname{sh} \alpha_k h} \right] \times \\ \times (H_1 2d_1)^2 + \frac{L\mu h}{4a} (H_1 2d_1)^2 + \\ + \frac{1}{2} L\mu \left[ \sum \frac{D_k \sin \alpha_k d_2}{d_2^2 \alpha_k^2 \operatorname{th} \alpha_k h} - \sum \frac{A_k \sin \alpha_k d_2}{d_1 d_2 \alpha_k^2 \operatorname{sh} \alpha_k h} \right] (H_2 2d_2)^2 + \\ + \frac{L\mu h}{4} (H_2 2d_2)^2. \quad (22)$$

Исходя из энергетических критериев эквивалентности цепи с сосредоточенными параметрами и поля в пазу при  $l=0$  и руководствуясь правилами теории цепей, составим уравнения энергетического баланса для цепи рис. 3:

$$2W_M = (H_1 2d_1)^2 Z_1 + (H_2 2d_2)^2 Z_2. \quad (23)$$

Сопоставляя (22) и (23) и приравнявая соответствующие коэффициенты при  $(H_1 2d_1)^2$  и  $(H_2 2d_2)^2$  с учетом (6) и (7), для сопротивлений  $Z_1$  и  $Z_2$  получим следующие окончательные выражения:

$$Z_1 = L\mu \left[ \frac{a^2}{d_1^2} \sum \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{a} d_1}{(k\pi)^3 \operatorname{th} \frac{k\pi}{a} h} - \frac{a^2}{d_1 d_2} \sum \frac{\sin \frac{k\pi}{a} d_1 \sin \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^3 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} h} \right] + \frac{L\mu h}{4a}; \quad (24)$$

$$Z_2 = L\mu \left[ \frac{a^2}{d_2^2} \sum \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^3 \operatorname{th} \frac{k\pi}{a} h} - \frac{a^2}{d_1 d_2} \sum \frac{\sin \frac{k\pi}{a} d_1 \sin \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^3 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} h} \right] + \frac{L\mu h}{4a}. \quad (25)$$

Как видно, каждое из этих выражений состоит из трех слагаемых, поэтому будет удобным и сами сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  представить в виде трех составляющих:

$$Z_1 = Z_{10} + Z_{11} + Z_{12}; \quad (26)$$

$$Z_2 = Z_{20} + Z_{22} + Z_{21}. \quad (27)$$

Запишем выражения для обозначенных составляющих сопротивлений:

$$Z_{10} = \frac{L\mu h}{4a}; \quad (28)$$

$$Z_{11} = L\mu \frac{a^2}{d_1^2} \sum \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{a} d_1}{(k\pi)^2 \operatorname{th} \frac{k\pi}{a} h}; \quad (29)$$

$$Z_{12} = -L\mu \frac{a^2}{d_1 d_2} \sum \frac{\sin \frac{k\pi}{a} d_1 \sin \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^2 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} h}; \quad (30)$$

$$Z_{20} = Z_{10} = \frac{L\mu h}{4a}; \quad (31)$$

$$Z_{22} = L\mu \frac{a^2}{d_2^2} \sum \frac{\sin^2 \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^2 \operatorname{th} \frac{k\pi}{a} h}; \quad (32)$$

$$Z_{21} = -L\mu \frac{a^2}{d_1 d_2} \sum \frac{\sin \frac{k\pi}{a} d_1 \sin \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^2 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} h}. \quad (33)$$

Таким образом, в схеме замещения паза (рис. 3) осталось одно неизвестное сопротивление  $Z_0$ . Выражение для этого сопротивления можно получить, сопоставляя соответствующие выражения для магнитных энергий в пазу и в схеме.

В целях упрощения преобразований вновь рассмотрим частный режим, например соответствующий условию  $H_2=0$  ( $I_2=0$ ). Как видно, для схемы это условие соответствует режиму прямого холостого хода, при котором последовательно соединенными оказываются сопротивления

$$Z_{1x} = Z_1 + Z_0 = Z_{10} + Z_{11} + Z_{12} + Z_0 \quad (34)$$

и источник тока  $J$ .

Для паза это условие соответствует закрытию шлицевой зоны 2. Решив далее более простую частную задачу для паза с односторонним открытием, получим выражение для магнитной энергии в пазу в режиме прямого холостого хода:

$$2W_{mx} = 2 \frac{\mu L I^2}{2} \left[ \frac{h}{6a} + \frac{a^2}{d_1^2} \sum \frac{\sin^2 A_k d_1}{(k\pi)^3 \operatorname{th} \frac{k\pi}{2a} h} \right], \quad (35)$$

или в соответствии с принятыми обозначениями (29)

$$2W_{mx} = L\mu \frac{I^2 h}{6a} + I^2 Z_{11}. \quad (36)$$

В режиме холостого хода энергия в сопротивлении  $Z_{1x}$  равна

$$2W_{mx} = I^2 Z_{1x} = I^2 Z_0 + I^2 (Z_{10} + Z_{11} + Z_{12}). \quad (37)$$

Сопоставляя теперь (36) и (37) и учитывая (28), получим искомое выражение для сопротивления  $Z_0$ :

$$Z_0 = -L\mu \frac{h}{12a} - Z_{12}, \quad (38)$$

или с учетом (30) окончательно

$$Z_0 = -L\mu \frac{h}{6b_n} + L\mu \frac{a^2}{d_1 d_2} \sum \frac{\sin \frac{k\pi}{a} d_1 \sin \frac{k\pi}{a} d_2}{(k\pi)^3 \operatorname{sh} \frac{k\pi}{a} h}. \quad (39)$$

При анализе выражений (26), (27), (38) обращает на себя внимание тот факт, что в ветви 1 и 2 схемы рис. 3 оказались включенными равные отрицательные сопротивления ( $-Z_{12}$ ) и ( $-Z_{21}$ ), а в ветвь с источником тока — положительное сопротивление ( $+Z_{12}$ ).

В теории цепей с магнитно-связанными элементами такое сопротивление принято называть сопротивлением взаимной индукции и обозначать его символом  $Z_M$ . Если далее воспользоваться известным приемом «развязки» индук-

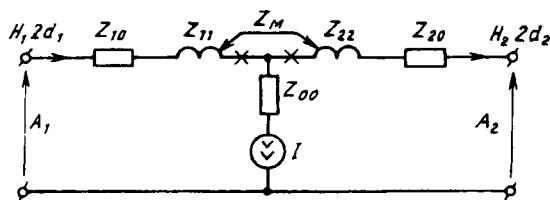


Рис. 4. Схема замещения паза с магнито-связанными элементами

тивных связей, то схему рис. 3 можно преобразовать уже в схему с магнитно-связанными элементами (рис. 4), где

$$Z_{00} = -L \frac{\mu h}{6b_{\text{п}}} \quad (40)$$

По поводу полученной схемы замещения паза с двухсторонним открытием могут быть сделаны следующие заключения.

1. Параметры схемы учитывают двухмерное распределение магнитного поля в объеме паза.

2. Во всех режимах работы энергия магнитного поля в пазу численно равна сумме магнитных энергий в элементах схемы замещения. Значение этой энергии зависит не только от конфигурации паза, но и от внешних факторов, проявляющих себя через граничные условия  $H_x(x, 0)$  и  $H_x(x, h)$ , и значений  $A_1$  и  $A_2$ , которые, в свою очередь, зависят от того, какие сопротивления будут подключены к входным и выходным клеммам эквивалентной схемы замещения.

3. В режиме прямого холостого хода ( $H_2 = 0$  или  $d_2 = 0$ ) общая схема вырождается в частную для паза с односторонним открытием. Аналогично для режима обратного холостого хода.

4. При полном открытии паза с одной из сторон ( $d_1 = a$  или  $d_2 = a$ ) сопротивление взаимной индукции  $Z_{21} = Z_M$  обращается в нуль.

5. Сопротивления схемы имеют размерность (Гн), т.е. обладают признаками индуктивных электрических сопротивлений.

Последовательность операций и их конкретная математическая реализация при формировании эквивалентной схемы замещения прямоугольного паза, представленные в статье, позволяют сформировать алгоритм синтеза аналогичных схем для клиновидного и круглого пазов с двухсторонним открытием. В частности, может быть предложен следующий алгоритм.

1. На цилиндрических поверхностях шлицевых зон задаются граничные условия для касательной составляющей вектора магнитной напряженности, аналогичные представленным на рис. 2.

2. Для контура, ограничивающего сечение паза, составляется уравнение по закону полного тока и по этому уравнению формируется Т-образная схема, аналогичная схеме рис. 3 с неизвестными сопротивлениями  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_0$ .

3. При произвольных  $H_1$  и  $H_2$ , связанных зако-

ном полного тока, решается уравнение Лапласа для векторного потенциала в области паза в цилиндрических координатах и при использовании энергетической теоремы электродинамики записывается выражение для магнитной энергии в пазу.

4. Для схемы при токе источника тока, равном нулю, составляется выражение для энергии, рассеиваемой на сопротивлениях  $Z_1$ ,  $Z_2$ .

5. По результатам сопоставления пп. 3 и 4 составляются выражения для  $Z_1$  и  $Z_2$ .

6. Рассчитывается двухмерное поле в пазу с током  $I$  при одностороннем открытии паза и записывается выражение для магнитной энергии в его объеме.

7. Записывается выражение для энергии в сопротивлениях схемы в режиме холостого хода.

8. Сопоставляя пп. 6 и 7, выводятся выражения для последнего сопротивления  $Z_0$ .

Как видно, предложенный алгоритм является достаточно трудоемким, однако его реализация принципиальных затруднений не вызывает.

В заключение отметим, что, руководствуясь, например, теорией магнитных цепей, для конкретной электрической машины можно определить эквивалентные сопротивления для двух участков со стороны ротора  $Z_p$  и стороны статора  $Z_c$ , включающих в себя немагнитные зазоры (технологический и рабочий) и ярма на длине зубцового деления. Эти сопротивления следует далее подключить на входные и выходные клеммы синтезированной схемы замещения паза. Если при проведении научных исследований или электромагнитных расчетов с использованием в целом классической теории электрических машин возникает необходимость учета влияния рабочего и технологического зазоров, а также магнитное состояние ярем ротора и статора на энергетические характеристики паза, то после формирования всей схемы замещения нужно считать, что ее входное сопротивление относительно клемм источника тока и есть индуктивное сопротивление пазового рассеяния.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Инкин А.И., Темлякова З.С. Метод расчета комплексного сопротивления. — Электричество, 1997, № 7.
2. Инкин А.И. Схемная аппроксимация линейных сред, находящихся под воздействием электромагнитного поля. — Электричество, 1975, № 4.

[14.10.97]

Автор: Инкин Алексей Иванович окончил электромеханический факультет Новосибирского электротехнического института в 1959 г. В 1987 г. защитил докторскую диссертацию в Московском энергетическом институте по теме «Теория и электромагнитные расчеты электрических машин с составными активными объемами». Заведующий кафедрой теоретических основ электротехники Новосибирского государственного технического университета.



# Полюсопереключаемые статорные обмотки для трехфазных трех- и четырехскоростных асинхронных двигателей

ПОПОВ Д.А., ПОПОВ С.Д.

Рассматриваются трех- и четырехскоростные полюсопереключаемые обмотки с отношением чисел пар полюсов 1:2:4 и 1:2:4:8. Показано, что известные обмотки имеют относительно низкие энергетические характеристики, что объясняется соответствующим выбором структуры активной зоны и низкой фильтрующей способностью обмоток. Разработаны новые многоскоростные полюсопереключаемые обмотки, обеспечивающие улучшение использования многоскоростных асинхронных двигателей в приводах с постоянной мощностью нагрузки.

Ключевые слова: диапазон регулирования угловой скорости, полюсопереключаемые обмотки, многоскоростные асинхронные двигатели, коэффициент использования многоскоростного асинхронного двигателя

**Постановка вопроса. Особенности многоскоростных полюсопереключаемых обмоток различного назначения.** Асинхронный электропривод со ступенчатым регулированием угловой скорости путем изменения числа пар полюсов статорной обмотки трехфазных короткозамкнутых асинхронных двигателей находит широкое применение в различных областях техники, что объясняется относительной простотой и высокой надежностью такого электропривода. В связи с этим в литературе уделяется большое внимание разработке и исследованию статорных полюсопереключаемых обмоток (ППО) с целью увеличения числа реализуемых с помощью одной ППО ступеней угловой скорости, улучшения энергетических характеристик многоскоростных асинхронных двигателей (АД) и упрощения схем управления числом пар полюсов. При этом следует отметить, что, как в России, так и за границей, основное внимание уделяется разработке двухскоростных ППО. Что касается трех- и четырехскоростных полюсопереключаемых обмоток, то в литературе этим обмоткам уделяется меньше внимания, что объясняется значительным увеличением трудности разработки электрических схем обмоток с числом ступеней больше двух.

В связи с увеличением числа ступеней скорости привода, реализуемого многоскоростным АД с одной полюсопереключаемой статорной обмоткой, возникает необходимость определения зависимости между угловой скоростью АД и напряжением на его зажимах, которая обеспечивает полное использование многоскоростного АД при

Three- and four-speed windings with changeable polarity with a ratio of pole pairs of 1:2:4 and 1:2:4:8 are considered. It is shown that the existing windings have relatively low energy characteristics, which is due to the low filtering capacity of the windings. New changeable polarity multispeed windings have been designed, which ensure more effective operation of multispeed induction motors in drives with a constant load power.

Key words: Rotational speed, control range, changeable polarity windings, multispeed induction motors, utilization coefficient

различном характере нагрузки привода. Учет этой зависимости необходим при выборе схемы соединения фаз и числа параллельных ветвей в фазе ППО на каждой ступени угловой скорости (при каждом значении числа пар полюсов  $p_i$  обмотки). Установим эту зависимость, используя известные выражения для электромагнитного момента и индукции в воздушном зазоре многоскоростного АД [1].

Относительное значение электромагнитного момента многоскоростного АД при  $p=p_i$  при заданных ограничениях магнитной индукции в воздушном зазоре ( $B_{\delta m} \leq B_{\delta \text{доп}}$ ) и плотности тока в проводах статорной обмотки ( $J \leq J_{\text{доп}}$ ) определяется формулой

$$M_i^* = M_i / M_6 = B_{\delta i}^* k_{\text{о61}i} k_{\text{до62}i}, \quad (1)$$

где  $M_6$  — базисное значение электромагнитного момента, определяемое через размеры двигателя при допустимых электромагнитных нагрузках ( $B_{\delta m} = B_{\delta \text{доп}}$ ,  $J = J_{\text{доп}}$ ) и при  $k_{\text{о61}} = 1$ ,  $k_{\text{до62}} = 1$ ;  $B_{\delta i}^* = B_{\delta mi} / B_{\delta \text{доп}}$  — относительное значение амплитуды магнитной индукции в воздушном зазоре двигателя при  $p=p_i$ ;  $k_{\text{до62}i}$  — коэффициент, учитывающий добавочные электрические потери в короткозамкнутой обмотке ротора, обусловленные паразитными гармониками поля в зазоре (дробные  $\nu < 1$  и  $\nu > 1$  и четные высшие гармоники  $\nu = 2n$ ).

Выразив  $B_{\delta mi}$  через действующее значение напряжения  $U_{1i}$  на зажимах каждой из  $a_i$  параллельных ветвей обмотки при  $i$ -м включении, найдем:

Таблица 1

Характеристики трехфазных трехскоростных ППО с  $p_i=1, 2, 4$

Параметр	Обмотка [6]			Обмотка [7]			Обмотка [8]			Обмотка [9] (а/б)		
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
Число пазов статора $Z_1$	36			24 (однослойная, $K=12$ )			36			24		
Полюсное деление $\tau$	18	9	4,5	12	6	3	18	9	4,5	12	6	3
Шаг $y$	5			9			6			9		
Структура активного слоя	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$
Число катушек на фазную зону и пару полюсов, $q$	6	3	3	2	1	1	4	2	2	4	2	2
Обмоточные коэффициенты:												
$k_{p1}$	0,956	0,960	0,844	0,707	1,0	1,0	0,956	0,960	0,844	0,958	0,966	0,866
$k_{y1}$	0,423	0,776	0,985	0,924	0,707	1,0	0,5	0,866	0,866	0,924	0,707	1,0
$k_{об1}$	0,404	0,735	0,831	0,653	0,707	1,0	0,478	0,831	0,731	0,885	0,683	0,866
Коэффициент добавочных потерь $k_{доб2}$	1,0	1,0	0,97	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,86	1,0	1,0	1,0
Схема соединения фаз	$y^2$	$y^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$y^2$	$y$	$y^2$	$y^2$	$y^2$	$\Delta^2/\Delta^2$	$y^2$	$y/y$
$B_\delta^*$	0,594	0,635	1,0	0,971	1,0	0,707	0,662	0,762	1,0	$\frac{0,489}{0,711}$	$\frac{0,733}{1,0}$	$\frac{1,0}{0,91}$
$M^*=k_{об1} B_\delta^* k_{доб2}$	0,24	0,48	0,806	0,613	0,707	0,707	0,316	0,633	0,629	$\frac{0,433}{0,683}$	$\frac{0,5}{0,683}$	$\frac{0,866}{0,786}$
$P_{эм}^*=M^* 4/p_i$	0,96	0,96	0,806	2,45	1,41	0,707	1,3	1,3	0,629	$\frac{1,73}{2,7}$	$\frac{1,0}{1,35}$	$\frac{0,866}{0,786}$
Схема управления: число отводов аппаратура управления число пар контактов	15 Барабанный переключатель 20			15 5 = 1 переключатель + + 4 выключателя 16			12 8 выключателей 23			15/18 5/6 18/21		
Способ переключения числа пар полюсов $p_i$	$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & 4 \end{matrix}$			$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & 4 \end{matrix}$			$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & 4 \end{matrix}$			$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow & 4 \end{matrix}$		
Назначение	$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,806$			$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,707$			$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,629$			$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,866$ $M_{н.г} = \text{const}, k_{исп2} = 0,683$		
Наличие высших четных гармоник МДС $F_{2n}$	—	—	+	—	—	—	—	—	+	—	—	—

Структура активного слоя статорных обмоток переменного тока, как известно, характеризуется числом фазных зон на пару полюсов ( $n_{фз}=mg$ ) и шириной фазных зон ( $\gamma_\phi$ ). Структура активного слоя обмоток [6—9] при всех значениях чисел пар полюсов приведена в табл. 1 и иллюстрируется векторными диаграммами катушечных ЭДС, показанными на рис. 1.

В общем случае число катушек целой полюсопереключаемой обмотки

$$K = K_{\min} S = \text{НОК}(p_i, n_{фзi}) S,$$

(7)

где  $K_{\min}$  — минимальное число катушек целых многоскоростных ППО при  $S=1$ ;  $S=1, 2, 3$  — натуральное число, равное числу катушек в катушечной группе. Для обмоток [6 — 9] число катушечных групп равно 12, поэтому векторная диаграмма, приведенная на рис. 1, справедлива для всех указанных обмоток. Эта диаграмма используется при рассмотрении электрических схем обмоток, показанных на рис. 3. Для определения

обмоточных коэффициентов распределения ( $k_{p1}$ ) должны использоваться векторные диаграммы катушечных ЭДС, построенные для указанных в табл. 1 фактических значений чисел катушек  $K=Z_1 \frac{n_{сл}}{2}$ , где  $n_{сл}$  — число слоев обмотки;  $Z_1$  — число пазов статора.

Из рис. 1 видно, что обмотки [5—9] имеют при  $p=4$  трехзонную структуру активного слоя со сплошными фазными зонами шириной  $\gamma_{фз}=120^\circ$ . Для подавления высших четных гармоник МДС в обмотках [7, 9] выбрано значение шага  $y$ , при котором коэффициент укорочения  $k_{y2n}$  для четных высших гармоник МДС равен нулю. У обмоток [6, 8] это условие не выполняется, что вызывает увеличение добавочных потерь в роторе АД с такими обмотками и ухудшение характеристик двигателей.

При  $p=1, 2$  обмотки [6, 8, 9] имеют шестизонную структуру активного слоя со сплошными фазными зонами шириной  $\gamma_{фз}=60^\circ$ . Об-



с  $p_i=1, 2, 4$  не обеспечивают полного использования многоскоростных АД не только в приводах с постоянным моментом нагрузки, но и в приводах с постоянной мощностью нагрузки. Коэффициент использования АД с такими обмотками составляет: по мощности  $k_{исп1}=0,629 \div 0,866$ , по моменту  $k_{исп2}=0,24 \div 0,683$ . Плохое использование многоскоростных АД с ППО [6, 7, 8] объясняется неудачным выбором схем соединения фаз, а в обмотках [6, 8] также и неудачным выбором шага и числа пазов статора.

2. Лучшими характеристиками из рассмотренных обмоток обладают обмотки [9,а, 9,б]. Вариант обмотки [9,а] со схемой соединения фаз  $D^2/D^2/Y$ , обеспечивает использование АД по мощности на 87%, ( $k_{исп1}=0,866$ ), а вариант [9,б] со схемой  $D^2/D/D$  обеспечивает использование АД по моменту на 68% ( $k_{исп2}=0,683$ ).

3. Обмотка [8] имеет наименьшее число выводов, равное 12, но отличается низкими энергетическими характеристиками ( $k_{исп1}=0,629$ ,  $k_{исп2}=0,316$ ).

Обмотки [6, 7, 9,а] имеют по 15 отводов, что меньше числа отводов от трех независимых статорных обмоток трехскоростного АД ( $3 \times 6=18$ ). Обмотка [9,б] имеет 18 отводов (см. рис. 3,б), за счет чего и достигнуто несколько большее значение использования АД по моменту ( $k_{исп2}=0,683$ ), чем у обмоток [6, 7, 9,а].

Следует также отметить, что обмотки [6, 8] имеют низкое значение обмоточного коэффициента при  $p_i=1$  ( $k_{об1}=0,404-0,478$ ), что влечет за собой снижение коэффициента мощности многоскоростного АД при включении на высшую скорость ( $p=1$ ).

Из приведенных данных видно, что рассмотренные известные трехскоростные ППО на одну, две, четыре пары полюсов не в полной мере удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям по энергетическим характеристикам.

В работе была проверена возможность улуч-

шения характеристик обмотки [9] за счет однослойного ее выполнения вместо двухслойного. Характеристики такой модифицированной обмотки [9,б] приведены в табл. 2, из которой видно, что однослойное исполнение позволяет увеличить обмоточный коэффициент распределения  $k_{p1}$  при  $p=1$  при том же значении числа пазов  $z_1=24$  и благодаря этому увеличить коэффициент использования трехскоростного АД по мощности до единицы ( $k_{исп1}=1,0$ ). Особенностью этой обмотки является то, что при увеличении числа катушек  $k=12S$  и числа пазов  $Z_1=24S$  вдвое значение  $k_{исп1}$  снижается до 0,866, т.е. до того же значения, что и у АД с двухслойной обмоткой [9,а].

Была исследована возможность дальнейшего улучшения характеристик трехскоростных АД с  $p_i=1, 2, 4$  при использовании ППО, имеющих шестизонную структуру активного слоя при всех включениях, в том числе и при  $p_2=4$ . Структура активного слоя этих обмоток приведена в табл. 2 (вариант I со схемой соединения фаз  $D^2/Y^2/Y$  и вариант II со схемой  $D^2/D/D$ ) и иллюстрируется векторными диаграммами катушечных ЭДС, показанными на рис. 4 (б, в, г) для  $k_{min}=24$ . Электрическая схема шестизонной обмотки показана на рис. 5. Структура активных зон при  $p_i=1, 2$  подобрана так, чтобы обеспечить переключение числа пар полюсов шестизонной обмотки  $p_3 \rightarrow p_2$  и  $p_2 \rightarrow p_1$  только реверсом полуфаз.

Из табл. 2 и рис. 5,а видно, что шестизонная двухслойная обмотка с соединением фаз по схеме (вариант I) имеет 15 отводов на схему управления и обеспечивает коэффициент использования АД по мощности  $k_{исп1}=0,866$ , как и обмотка [9,а]. Для увеличения  $k_{исп1}$  до единицы необходимо соединить фазы по схеме  $D^2/D/D$ , что вызывает увеличение числа отводов до 18 и числа коммутационных аппаратов на один трехфазный переключатель.

В отличие от однослойной обмотки [9,в] со

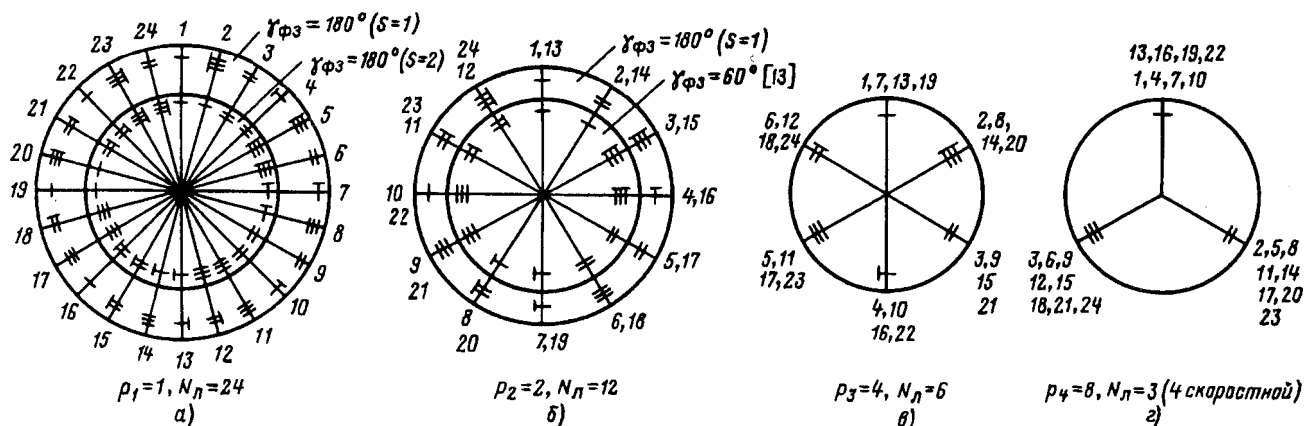


Рис. 4. Векторные диаграммы катушечных ЭДС трехскоростных шестизонных и четырехскоростных обмоток с  $k_{min}=Z_1=24$

Таблица 2

Характеристики новых трехфазных трехскоростных ППО с  $p_i=1, 2, 4$  и  $n_{\text{СЛ}}=2$ 

Параметр	Обмотка [9,в] с $n_{\text{СЛ}}=1$			Шестизонные обмотки					
				Вариант I			Вариант II		
	$p_1=1$	$p_2=2$	$p_3=4$	$p_1=1$	$p_2=2$	$p_3=4$	$p_1=1$	$p_2=2$	$p_3=4$
Число пазов статора $Z_1$	24			24			24		
Число слоев обмотки $n_{\text{СЛ}}$	1			2			2		
Шаг у (зубцовое деление)	9			9			9		
Структура активного слоя	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 60^\circ$
Число катушек на фазную зону и пару полюсов	4	2	2	4	2	1	4	2	1
Обмоточные коэффициенты:									
$k_{p1}$	0,958	1,0	1,0	0,653	0,707	1,0	0,653	0,707	1,0
$k_{y1}$	0,924	0,707	1,0	0,924	0,707	1,0	0,924	0,707	1,0
$k_{об1}$	0,885	0,707	1,0	0,603	0,5	1,0	0,603	0,5	1,0
Схема соединения фаз	$\Delta^2$	$Y^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$Y^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta$	$\Delta$
$B_\delta^*$	0,565	0,815	1,0	0,716	1,0	0,866	0,827	1,0	1,0
$M^*=k_{об1} B_\delta^*$	0,5	0,578	1,0	0,466	0,707	0,866	0,5	0,5	1,0
$P_{\Sigma M}^*=M^* 4/p_i$	2,0	1,15	1,0	1,88	1,51	0,866	2,0	1,0	1,0
Наличие высших четных гармоник МДС $F_{2n}$	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет
Схема управления:									
число отводов	15			15			18		
аппаратура управления	5 = 1 переключатель + 4 выключателя			5 = 2 переключателя + 3 выключателя			7 = 4 переключателя + 3 выключателя		
число пар контактов	17			21			31		
Способ переключения числа пар полюсов $p_i$	$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow \end{matrix} 4$			$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow \end{matrix} 4$			$\begin{matrix} \boxed{K} & \boxed{P} \\ 1 \rightarrow & 2 \rightarrow \end{matrix} 4$		
Назначение	$P_{H,\Gamma} = \text{const}$			$P_{H,\Gamma} = \text{const}$			$P_{H,\Gamma} = \text{const}, k_{исп1} = 0,63$		
Коэффициент использования	$k_{исп1} = 1,0$			$k_{исп1} = 0,866$			$k_{исп1} = 1,0$		

Примечания: к — комбинированный переход; р — переход реверсом полуфаз.

смешанным шести- — трехзонным распределением, двухслойные обмотки с шестизонным распределением по вариантам I и II не чувстви-

тельны к числу катушек в катушечной группе (S) и к числу пазов статора. Так, увеличение числа пазов с 24 до 48 у обмотки по варианту II повлечет за собой снижение  $k_{исп1}$  с 1,0 до 0,966, т.е. всего лишь на 4%. Это является достоинством шестизонной обмотки.

Коэффициент использования трехскоростных АД с шестизонными обмотками при работе в режиме постоянного момента ниже ( $k_{исп2} = 0,466 \div 0,5$ ), чем у АД с обмоткой [9,б] со смешанной структурой.

Четырехскоростные трехфазные полюсопереключаемые обмотки с  $p_i=1, 2, 4, 8$ . Четырехскоростные трехфазные обмотки с числами полюсов  $p_i=1, 2, 2, 8$  рассматриваются, в частности, в работах [11, 12]. Обмотки целые, двухслойные, отличаются одна от другой структурой активного слоя, способами переключения чисел полюсов и схемами сопряжения фаз. Основные технические данные обмоток [11, 12] приведены в табл. 3, из которой видно, что фазосмещающая обмотка [11] имеет трехзонную структуру активного слоя при всех включениях с шириной

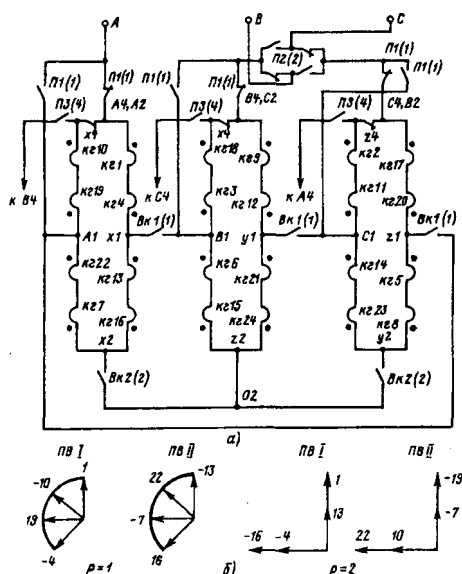


Рис. 5. Электрическая схема трехскоростной шестизонной обмотки (вариант I) и векторные диаграммы ЭДС параллельных ветвей при  $p_i=1, 2$

Таблица 3

Характеристики трехфазных четырехскоростных обмоток с  $p_i=1, 2, 4, 8$

Параметр	Обмотка [12]				Обмотка [13]				Новая обмотка			
	$p_1=1$	$p_2=2$	$p_3=4$	$p_4=8$	$p_1=1$	$p_2=2$	$p_3=4$	$p_4=8$	$p_1=1$	$p_2=2$	$p_3=4$	$p_4=8$
Число пазов статора $Z_1$	24				24				48			
Полусное деление $\tau$	12	6	3	1,5	24	12	6	3	24	12	6	3
Структура активного слоя	$3 \times 120^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 180^\circ$	$6 \times 60^\circ$	$3 \times 120^\circ$
$N_d=Z_1/P$	24	12	6	3	$48 (S=2)$	24	12	6	$48 (S=1)$	$24 (S=1)$	12	6
Число катушек на фазную зону и пару полюсов	8	4	2	1	8	4	2	2	8	4	2	2
Шаг обмотки $y$	8				8				9			
Схема соединения фаз	у	у	у	у	$D^2$	$D^2$	$y^2$	Д	$D^2$	$D^2$	$y^2$	у
Обмоточные коэффициенты:												
$k_{p1}$	0,829	0,836	0,866	1,0	0,701	0,966	1,0	1,0	0,462	0,653	0,966	0,866
$k_{y1}$	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866	0,866	0,555	0,924	0,707	1,0
$k_{об1}$	0,718	0,724	0,75	0,866	0,607	0,837	0,866	0,866	0,257	0,604	0,683	0,866
$B_d^*$	0,151	0,299	0,578	1,0	0,617	0,897	1,0	1,0	0,843	0,718	0,746	1,0
$M^*=k_{об1} B_d^*$	0,108	0,216	0,433	1,0*	0,375	0,75	0,866	0,866	0,216	0,433	0,5	0,866
$P_{эм}^*=M^*8/p_i$	0,866	0,866	0,866	0,866*	3,0	3,0	1,73	0,866	1,73	1,73	1,0	0,866
Наличие высших четных гармоник МДС $F_{2n}$	есть	есть	есть	есть	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет	нет
Схема управления: число отводов аппарата управления	46				33				21			
число пар контактов	8 переключателей				11=3 переключателя + 8 выключателей				8=2 переключателей + 6 выключателей			
Способ переключения числа пар полюсов $p_i$	1 $\boxed{фс}$ 2 $\boxed{фс}$ 4 $\boxed{фс}$ 8				1 $\boxed{р}$ 2 $\boxed{к}$ 4 $\boxed{р}$ 8				1 $\boxed{р}$ 2 $\boxed{р}$ 4 $\boxed{р}$ 8			
Назначение и коэффициент использования	$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,866$				$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,866$				$P_{н.г} = \text{const}, k_{исп1} = 0,866$			

Примечание. Значения  $M^*$  и  $P_{эм}^*$  определены без учета добавочных потерь в роторе.

фазной зоны  $\gamma_{ф3}=120^\circ$ , что обуславливает низкие фильтрующие свойства этой обмотки.

В обмотке [12] при  $p_i=1, 2, 4$  используется шестизонная структура (рис. 4,а, б, в), а при  $p=8$  — трехзонная структура (рис. 4,з), однако при шаге  $y=3\tau_4$  обеспечивается подавление четных высших гармоник МДС при всех включениях. Отметим, что при  $p_i=1$  обмотка [12] имеет шестизонную структуру активного слоя с фазными зонами шириной  $180^\circ$  с двумя катушками в катушечной группе ( $S=2$ ). Сочетание такой структуры при  $p=1$  с шестизонной структурой с  $\gamma_{ф3}=60^\circ$  при  $p=2$  обеспечивает простоту перехода  $p_2 \rightarrow p_1$  реверсом полуфаз.

Как видно из табл. 3, обмотка [12] обеспечивает сравнительно высокое использование АД по мощности ( $k_{исп1}=0,866$ ). Основным недостатком обмоток [11, 12] является большое число отводов (46 и 33 соответственно) на схему управления, превышающее число отводов ( $4 \times 6=24$ ) от четырех независимых статорных обмоток. Для устранения этого недостатка была разработана новая четырехскоростная трехфазная обмотка, структура активного слоя которой при  $p_i=1, 2, 4, 8$  указана в табл. 3 и иллюстрируется векторными диаграммами катушечных ЭДС (рис. 4,а–з). Выбранная структура активных зон обмотки при различных  $p_i$  обеспечивает переключение числа полюсов с использованием простейшей операции реверса полуфаз («Р»).

Электрическая схема обмотки показана на рис. 6,а и частично на рис. 6,б, из которых видно, что при включении на одну пару полюсов из схемы обмотки отключается половина катушечных групп, что обеспечивает уменьшение числа отводов до 21 при сохранении значения  $k_{исп1}=0,866$ , как и у обмотки [12]. На рис. 6,в показаны векторные диаграммы ЭДС параллель-

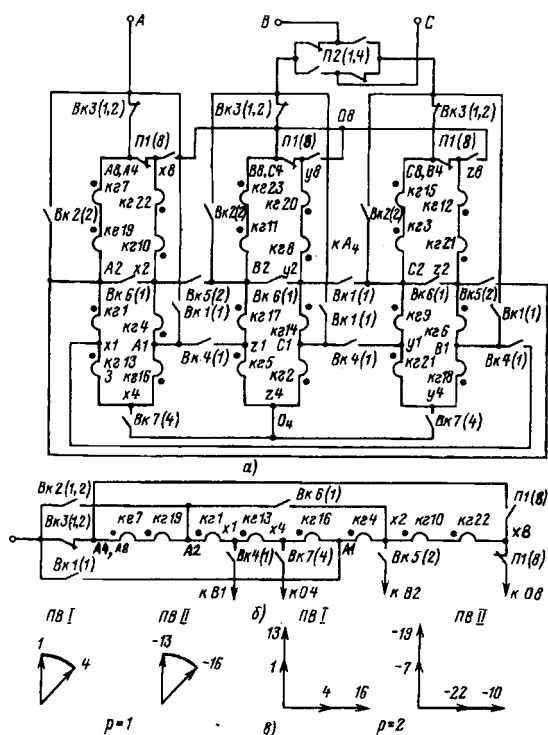


Рис. 6. Электрическая схема новой четырехскоростной обмотки с  $p_i=1, 2, 4, 8$ : а — схема трехфазной обмотки; б — развернутая схема фазы А; в — векторные диаграммы ЭДС параллельных ветвей при  $p_i=1, 2$

ных ветвей обмотки при  $p_i=1, 2$ . Из этого рисунка видно, что при  $p_i=1, 2$  обмотка имеет идентичные параллельные ветви. Из рис. 4, в и рис. 6, а следует, что параллельные ветви обмотки идентичны также и при  $p=4$ . Возможны другие варианты исполнения четырехскоростной обмотки с  $p_i=1, 2, 4, 8$ , однако в данной работе они не рассматриваются.

**Выводы.** 1. Применение трех- и четырехскоростных трехфазных полюсопереключаемых обмоток с  $p_i=1, 2, 4$  и  $p_i=1, 2, 4, 8$  позволяет расширить диапазон ступенчатого регулирования угловой скорости асинхронных двигателей и области применения асинхронного электропривода с полюсным управлением ( $p=\text{var}$ ).

2. Асинхронные электродвигатели с известными трехскоростными полюсопереключаемыми обмотками имеют сравнительно низкие энергетические характеристики, особенно в приводах с постоянным моментом нагрузки ( $k_{\text{исп}1}=0,629 \div 0,806$ ,  $k_{\text{исп}2}=0,24 \div 0,683$ ).

Предложенные в настоящей статье трехскоростные обмотки позволяют увеличить коэффициент использования трехскоростных асинхронных двигателей по мощности до единицы ( $k_{\text{исп}1}=1,0$ ).

3. Основным недостатком известных четырехскоростных полюсопереключаемых обмоток с  $p_i=1, 2, 4, 8$  является сложность управления

числом пар полюсов и большое число отводов от обмотки (33—46 отводов). Предложена четырехскоростная полюсопереключаемая обмотка, имеющая 21 отвод.

4. Предложенные и четырехскоростные полюсопереключаемые обмотки имеют число отводов на схему управления, не превышающее число отводов от соответствующего числа независимых низковольтных статорных обмоток (18 — для трехскоростных и 24 — для четырехскоростных). При этом многоскоростные асинхронные двигатели с полюсопереключаемыми обмотками сохраняют свои преимущества (уменьшение расхода меди и электротехнической стали, уменьшение габаритов и массы, упрощение производства) перед многоскоростными асинхронными двигателями с несколькими независимыми статорными обмотками.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Д.А., Попов С.Д. Критерии оценки полюсопереключаемых статорных обмоток трехфазных многоскоростных асинхронных двигателей. — Электричество, 1997, № 9.
2. Радин В.И., Брускин Д.Э., Зорохович А.Е. Асинхронные машины. — М.: Высшая школа, 1988.
3. Кравчик Э.А., Шлаф М.Н., Афонин В.И., Соболевский Е.А. Асинхронные электродвигатели серии 4А. Справочник. — М.: Энергоиздат, 1982.
4. Радин В.И., Сорокер Т.Г., Кравчик Э.А. и др. Унифицированная серия асинхронных двигателей «Интерэлектро» — М.: Энергоатомиздат, 1990.
5. Зимин В.И., Каплан М.Я., Палей А.М. и др. Обмотки электрических машин. — М.: Энергия, 1975.
6. Харитонов А.М. Многоскоростные электродвигатели в промышленном электроприводе. — М.: Энергия, 1971.
7. А.с. № 138660 (СССР). Трехфазная полюсопереключаемая обмотка с отношением чисел пар полюсов 1:2:4 / А.И. Матус. Оpubл. в БИ, 1961, № 11.
8. А.с. № 1210183 (СССР). Полюсопереключаемая обмотка с отношением чисел полюсов 4:2:1 / Антоненко А.И., Краштан И.И., Лабзевич Ф.Ф., Яковлева С.И. Оpubл. в БИ, 1986, № 5.
9. А.с. № 1690101 (СССР). Трехфазная полюсопереключаемая обмотка асинхронного двигателя на 1, 2, 4 пары полюсов / Д.А. Попов, С.Д. Попов. Оpubл. в БИ, 1991, № 41.
10. А.с. № 198441, (СССР). Трехфазные шестистонные двухскоростные полюсопереключаемые обмотки / А.А. Дартау. Оpubл. в БИ, 1967, № 17.
11. Патент RU 2014711. Трехфазная полюсопереключаемая обмотка / Д.А. Попов, С.Д. Попов. Оpubл. в БИ, 1994, № 11.
12. Патент RU 2020693. Трехфазная полюсопереключаемая обмотка для многоскоростных асинхронных двигателей / Д.А. Попов, С.Д. Попов. Оpubл. в БИ, 1994, № 18.

[29.09.97]

**Авторы:** Попов Дмитрий Артемьевич окончил инженерный электроэнергетический факультет Военной электротехнической академии связи им. С.М. Буденного в 1941 г. Докторскую диссертацию по автономным системам электрооборудования защитил в ученом совете Военной академии им. Ф.Э. Дзержинского в 1972 г. В настоящее время пенсионер.

Попов Сергей Дмитриевич окончил факультет систем управления летательных аппаратов Московского авиационного института в 1980 г. по специальности «Электрооборудование летательных аппаратов». Ведущий конструктор Государственного машиностроительного конструкторского бюро «Вымпел».

# Определение границ области самовозбуждения асинхронного генератора с фазным ротором

ДЖЕНДУБАЕВ А.-З.Р.

Представлены дифференциальные уравнения и схема замещения генератора. Расчет границ области самовозбуждения осуществлен методом Д-разбиения и путем «свертки» схемы замещения. Показано, что независимо от значения и характера нагрузки область самовозбуждения генератора всегда определена. Получено удовлетворительное совпадение экспериментальных результатов с результатами расчета.

Ключевые слова: асинхронный генератор, фазный ротор, самовозбуждение, расчет

Известно, что при коротком замыкании (КЗ) в цепи нагрузки автономный трехфазный асинхронный генератор с короткозамкнутым ротором теряет возбуждение. Когда к автономной системе электроснабжения не предъявляют жестких требований по надежности, а число электроприемников незначительно, то такое свойство асинхронного генератора с конденсаторным самовозбуждением можно считать положительным: ток КЗ затухает интенсивно и необходимость в защитной аппаратуре (предохранители, автоматические выключатели) отпадает. Однако при большом числе электроприемников потеря возбуждения при КЗ становится фактором, который существенно снижает надежность автономной системы электроснабжения, поскольку только наличие установившегося тока КЗ позволяет автоматически отключить поврежденный участок и сохранить электроснабжение остальной части сети.

Известны конструкции трехфазных асинхронных машин, которые при работе в генераторном режиме не теряют возбуждение при КЗ [1–3]. Границы области самовозбуждения таких генераторов представлены в [4, 5]. Следует подчеркнуть, что эти машины являются бесконтактными, однако имеют плохие массогабаритные показатели и сложную конструкцию по сравнению с обычными асинхронными генераторами.

Экспериментальными исследованиями трехфазного асинхронного генератора с фазным ротором было установлено, что и он может работать в режиме КЗ. Конструкция машины с фазным ротором достаточно хорошо отработана, и с этой точки зрения преимущества такого генератора очевидны, если наличие скользящих контактов не является серьезным препятствием для его использования.

The differential equations and equivalent circuit of a generator are given. Calculation of the boundaries of the selfexcitation region is carried out using a D-division method and by «convolution» of the equivalent circuit. It is shown that, irrespective of the value and nature of the load, the region of self-excitation of the generator is always defined. Satisfactory correlation has been obtained between the experimental and calculated results.

Key words: induction generator, phase-wound rotor, self-excitation, analysis

на рис. 1. К обмотке статора подключена первая группа конденсаторов  $C_1$  и нагрузка ( $R_H$ ,  $L_H$ ), а к обмотке фазного ротора — вторая группа конденсаторов  $C_2$ . При работе в режиме холостого хода или под нагрузкой реактивная мощность поступает как со стороны статора ( $C_1$ ), так и со стороны ротора ( $C_2$ ). При КЗ в цепи нагрузки первая группа конденсаторов шунтируется, и реактивная мощность поступает только со стороны ротора. Генератор не теряет возбуждения, и установившийся ток КЗ имеет значение, достаточное для отключения поврежденного участка.

Следует отметить, что в этом режиме (КЗ в цепи статора) асинхронный генератор по существу становится обратной машиной. Роль короткозамкнутого ротора выполняет замкнутая накоротко обмотка статора, а роль статора — обмотка фазного ротора, в цепь которой включены конденсаторы возбуждения ( $C_2$ ).

Интерес представляет не только работа в режиме КЗ, но и самовозбуждение генератора. Экспериментальные исследования показали, что генератор возбуждается как в режиме холостого хода, так и при КЗ, однако эти исследования не позволяют установить однозначную связь между параметрами генератора, нагрузки и емкостью конденсаторов возбуждения.

Цель статьи — определить границы области самовозбуждения асинхронного генератора, когда

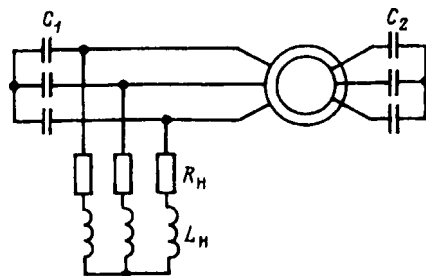


Рис. 1

Электрическая схема генератора представлена



конденсаторы возбуждения включены как в цепь обмотки статора, так и в цепь обмотки фазного ротора.

Помимо известных допущений, которые используются в теории электромеханического преобразователя энергии, примем еще и следующие допущения:

нагрузка генератора симметрична по фазам; к обмоткам генератора конденсаторы возбуждения подключаются также симметрично;

магнитная цепь не насыщена, и в момент нарушения устойчивости генератор можно рассматривать как линейную систему;

приводная машина имеет абсолютно жесткую механическую характеристику, скорость ротора — величина постоянная;

первоначальный толчок («стартер») столь значителен, что однозначно приводит к нарушению устойчивости генератора, т.е. к возникновению асинхронных колебаний.

Роль условного «стартера» в генераторе может выполнить не только остаточная индукция ротора, как в обычном короткозамкнутом генераторе, но и остаточная индукция статора. Аналогичное действие могут оказать на генератор остаточный заряд на конденсаторах в момент их коммутации, кратковременное увеличение емкости конденсаторов, внешние электромагнитные поля или напряжение (небольшое по значению), к которому кратковременно может быть подключена одна из обмоток генератора.

Определим границы области самовозбуждения генератора при отсутствии нагрузки (режим холостого хода). Для этого воспользуемся системой дифференциальных уравнений генератора, которую представим в виде результирующих векторов относительно неподвижной системы координат  $\alpha, \beta$ :

$$\left. \begin{aligned} (p^2 L_1 + pR_1 + 1/C_1) \mathbf{I}_1 + p^2 M \mathbf{I}_2 &= 0; \\ (p - j\omega_p)^2 M \mathbf{I}_1 + [(p - j\omega_p)^2 L_2 + \\ + (p - j\omega_p) R_2 + 1/C_2] \mathbf{I}_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2$  — результирующие векторы токов статора и ротора;  $C_1$  — емкость конденсаторов в цепи обмотки статора;  $C_2$  — емкость конденсаторов в цепи фазного ротора;  $L_1, L_2$  — полные индуктивности обмоток;  $M$  — взаимоиндуктивность между обмоткой статора и обмоткой ротора;  $R_1, R_2$  — активные сопротивления обмоток;  $\omega_p$  — скорость ротора.

Воспользуемся методом  $D$ -разбиения, который сводится к получению параметрических уравнений границы неустойчивости по исходному характеристическому уравнению системы.

Разобьем характеристическое уравнение сис-

темы (1) на  $\text{Re}$  и  $\text{Im}$  части, заменим  $p = j\omega$  ( $\omega \neq 0$ ) и получим следующую систему относительно параметров разбиения  $R_1$  и  $x_{C1}$ :

$$\begin{aligned} (\omega s_0 R_2 \omega_p) R_1 + [\omega_p^2 (s_0^2 x_2 + x_{C2})] x_{C1} &= \\ = \omega^2 s_0^2 (x_1 x_2 - x_m^2) + \omega^2 x_1 x_{C2}; \\ [\omega \omega_p (s_0^2 x_2 + x_{C2})] R_1 + (-s_0 \omega_p^2 R_2) x_{C1} &= \\ = -\omega^2 s_0 x_1 R_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение системы (2) приводит к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{(1-s_0)s_0 R_2 x_1 (x_2 - x_0)}{R_2^2 + (s_0 x_2 - x_{C2}/s_0)^2}; \\ x_{C1} &= \frac{(1-s_0)^2 x_1 [R_2^2 + s_0^2 (s_0 x_2 - x_{C2}/s_0)(s_0 x_0 - x_{C2}/s_0)]}{R_2^2 + (s_0 x_2 - x_{C2}/s_0)^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $s_0 = (\omega_p - \omega)/\omega_p$  — скольжение поля относительно ротора;  $x_1 = L_1 \omega_p$ ,  $x_2 = L_2 \omega_p$  — полные индуктивные сопротивления обмоток статора и ротора;  $x_{C1} = 1/(C_1 \omega_p)$ ,  $x_{C2} = 1/(C_2 \omega_p)$  — емкостные сопротивления конденсаторов возбуждения;  $x_0 = (x_1 x_2 - x_m^2)/x_1$ ;  $x_m = M \omega_p$ .

Следует отметить, что при  $x_{C2} = 0$  из (3) после простых преобразований получаются выражения, которые характерны для обычного асинхронного генератора с короткозамкнутым ротором [6].

При анализе границ области самовозбуждения воспользуемся параметрами асинхронной машины с фазным ротором типа МТ-11-6. Номинальные данные этой машины имеют следующие значения:  $P_n = 2,2$  кВт;  $U_{1n} = 380/220$  В;  $I_{1n} = 7,2$  А; ЭДС ротора  $E_2 = 135$  В;  $I_{2n} = 18,8$  А; коэффициент трансформации  $k = 2,65$ ; активные сопротивления обмоток  $R_1 = 3,67$  Ом;  $R_2 = 0,61$  Ом; реактивные сопротивления рассеяния  $x_{\delta 1} = 2,47$  Ом;  $x_{\delta 2} = 0,506$  Ом [7]; ненасыщенное сопротивление намагничивающего контура  $x_m = 49,4$  Ом — этот параметр определен из стандартного опыта холостого хода, причем для устранения влияния механических потерь генератор приводился во вращение синхронным двигателем.

При базисном сопротивлении  $Z_6 = U_{1n}/I_{1n} = 30,555$  Ом параметры генератора в относительных единицах:  $R_1 = 0,120$ ;  $x_1 = x_{\delta 1} + x_m = 1,737$ ;  $R'_2 = R_2 k^2 = 0,140$ ;  $x'_2 = x_{\delta 2} k^2 + x_m = 1,733$ ;  $x_m = 1,617$ .

На рис. 2 представлены кривые изменения  $R_1$  и  $x_{C1}$  в функции скольжения при различных значениях емкости конденсаторов в цепи фазного ротора.

Когда  $x_{C2} = 0$ , т.е. обмотка ротора замкнута накоротко, зависимость  $R_1 = f(s_0)$  (кривая 1) имеет максимум, а зависимость  $x_{C1} = f(s_0)$  (кривая 2) монотонна. В этом случае, как и для обычного асинхронного генератора, заданному значению  $R'_1$  соответствуют два значения емкостных сопротивлений ( $x'_{C1}, x''_{C1}$ ). Между ними лежит вся об-

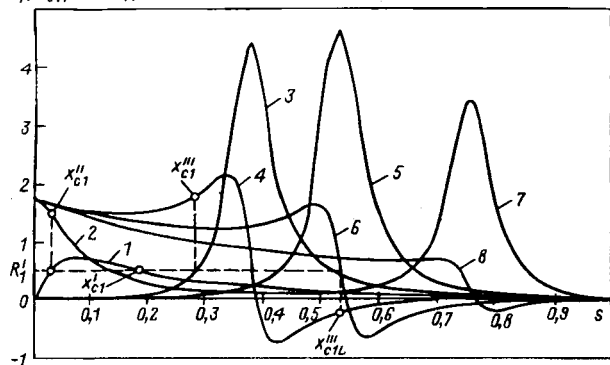
$R_1, x_{c1}, \text{отн. ед.}$ 

Рис. 2

ласть самовозбуждения [6]. В данном случае численное значение  $R_1$  принято произвольно.

При включении конденсаторов в цепь фазного ротора зависимость  $R_1 = f(s_0)$  (кривые 3, 5, 7) также имеет один максимум, однако больший, чем при  $x_{c2} = 0$  (кривая 1). Зависимость  $x_{c1} = f(s_0)$  (кривые 4, 6, 8) уже не монотонна и имеет экстремумы. При небольших значениях  $x_{c2}$ , т.е. при большой емкости конденсаторов в цепи фазного ротора, зависимость  $x_{c1} = f(s_0)$  имеет один максимум и один минимум, а при большом сопротивлении  $x_{c2}$  — только один минимум. Кривым 1, 2 соответствует  $x_{c2} = 0$  (ротор замкнут накоротко), кривым 3, 4 —  $x_{c2} = 0,25$ , кривым 5, 6 —  $x_{c2} = 0,5$ , а кривым 7, 8 —  $x_{c2} = 1$ .

Следует отметить, что при уменьшении  $x_{c2}$  экстремальные точки смещаются к началу координат, что, в свою очередь, уменьшает значение скольжения, при котором генератор теряет устойчивость, т.е. переходит в режим асинхронного самовозбуждения. Другой особенностью является то, что при фиксированном значении  $R_1$  область самовозбуждения располагается между значением емкостного сопротивления  $x_{c1}'$  и значением индуктивного сопротивления  $x_{c1}''$ , т.е. самовозбуждение генератора становится возможным не только при подключении к обмотке статора конденсаторов возбуждения, но и при подключении индуктивности.

Задавая различные значения  $s_0$  и находя для каждого из них соответствующие значения  $R_1$  и  $x_{c1}$ , легко построить зависимость  $x_{c1} = f(R_1)$ , которая и является пограничной кривой области самовозбуждения в «пространстве» параметров  $x_{c1}$  и  $R_1$ , что соответствует методу Д-разбиения в применении к данному случаю.

На рис. 3 представлены кривые Д-разбиения асинхронного генератора с фазным ротором при различных значениях емкостного сопротивления в цепи ротора. Области самовозбуждения ограничены осью ординат и линиями приведенных

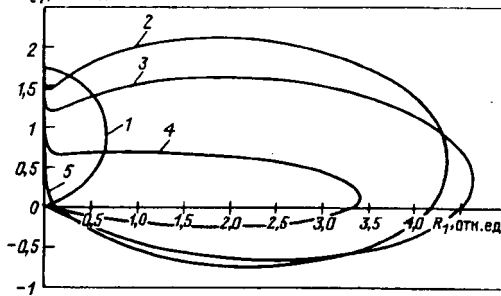
 $x_{c1}, \text{отн. ед.}$ 

Рис. 3

кривых. Кривым 1—5 соответствуют следующие значения  $x_{c2}$ : 0 (КЗ); 0,25; 0,5; 1; 2. Как видно из рисунка, увеличение  $x_{c2}$  сопровождается уменьшением области самовозбуждения (кривые 2—5), а при  $x_{c2} = 2$  граничная кривая практически совпадает с осью  $x_{c1}$ , и самовозбуждение становится невозможным (кривая 5). При уменьшении  $x_{c2}$  (кривые 2—4) появляется область, ограниченная сверху осью  $R_1$ , т.е. появляется область, в которой для возбуждения генератора необходимо подключать к обмотке статора не емкостное сопротивление, а индуктивное. При отсутствии конденсаторов возбуждения в цепи фазного ротора (обмотка ротора замкнута накоротко,  $x_{c2} = 0$ ) область самовозбуждения (кривая 1) имеет вид, характерный для асинхронного генератора с короткозамкнутым ротором.

Известно, что обычный генератор теряет возбуждение не только при КЗ, но и в том случае, когда сопротивление нагрузки достигает некоторого минимального значения. При таком значении сопротивления повторное самовозбуждение становится невозможным, т.е. область самовозбуждения отсутствует.

В отличие от обычного асинхронного генератора генератор с фазным ротором возбуждается независимо от характера и значения сопротивления нагрузки.

Следует отметить, что методика, изложенная выше, приводит к достаточно громоздким выражениям, если учитывать параметры нагрузки. В этом случае для определения границ области самовозбуждения воспользуемся другим методом, который основан на «свертке» схемы замещения генератора [5].

Схема замещения асинхронного генератора с учетом активно-индуктивной нагрузки в цепи статора представлена на рис. 4. Здесь  $x_{\delta 1} = L_{\delta 1} \omega_p$ ,  $x_{\delta 2} = L_{\delta 2} \omega_p$  — индуктивные сопротивления рассеяния;  $R_n$ ,  $x_n = L_n \omega_p$  — сопротивления нагрузки.

Границы области самовозбуждения в данном случае определим относительно параметров  $R_2$  и  $x_{c2}$ , поскольку нагрузка «шунтирует» кон-

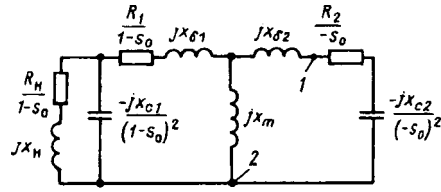


Рис. 4

денсаторы обмотки статора.

«Свертывание» схемы замещения заключается в последовательном преобразовании той ее части, которая расположена слева от точек 1, 2, т.е. от параметров  $R_2$  и  $x_{c2}$ . В результате простых операций (параллельное и последовательное соединение сопротивлений) получим схему замещения на рис. 5. Здесь  $R$  и  $X$  — результирующие сопротивления «свернутой» части схемы замещения. При фиксированных значениях скольжения и нагрузки эти сопротивления позволяют определить границы области самовозбуждения, поскольку  $R_2=R(-s_0)$ , а  $x_{c2}=X(-s_0)^2$ .

Процесс «свертки» имеет элементарный алгоритм. Программа расчета для ЭВМ получается достаточно простой, особенно, если язык программирования позволяет использовать комплексные числа.

На рис. 6 представлены результаты расчета границ области самовозбуждения, когда нагрузка носит чисто активный характер ( $x_{c1}=0,5$ ;  $x_n=0$ ). Кривым 1—8 соответствуют значения  $R_n=0$  (КЗ); 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8; 100 (ХХ). Как видно из рисунка, при увеличении активного сопротивления нагрузки область самовозбуждения сначала уменьшается по  $R_2$  и по  $x_{c2}$  (кривые 2, 3), а затем начинает возрастать по  $R_2$  и уменьшаться по  $x_{c2}$  (кривые 3—7), за исключением холостого хода (кривая 8).

Следует подчеркнуть, что расхождение между кривыми 8 (ХХ), 1 (КЗ) на рис. 6 и соответствующими кривыми на рис. 3 (кривые 1, 3) минимально, что свидетельствует об эквивалентности двух методик, которые использовались при определении границ области самовозбуждения. Незначительное расхождение вызвано только тем, что в нашем случае  $R_1 \neq R_2$  и  $x_{\delta 1} \neq x_{\delta 2}$ .

Области самовозбуждения при активно-индуктивном характере нагрузки ( $x_{c1}=0,5$ ,  $z_n=R_n+jx_n$ ,  $\cos \varphi=0,8$ ) представлены на рис. 7. Кривым 1—8 соответствуют следующие численные

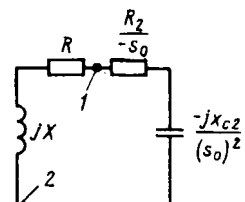


Рис. 5

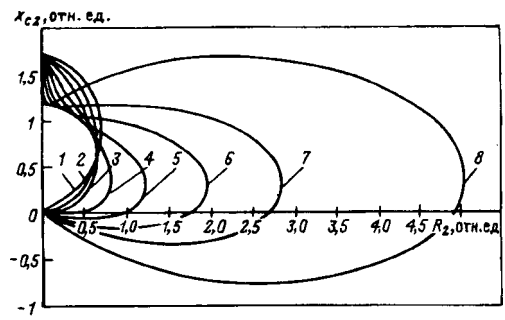


Рис. 6

значения полного сопротивления нагрузки  $z_n=0$  (КЗ); 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8; 100 (ХХ).

При уменьшении активно-индуктивного сопротивления нагрузки границы области самовозбуждения изменяются точно так, как и при чисто активной нагрузке. Следует отметить, что при одних и тех же численных значениях нагрузки область самовозбуждения уменьшается в большей степени при активно-индуктивном характере нагрузки, за исключением случаев малых нагрузок, холостого хода и замкнутой накоротко обмотки ротора (соответственно кривые 6, 7, 8, 1 на рис. 6 и рис. 7).

Обычно активное сопротивление ротора  $R_2$  в относительных единицах большинства асинхронных машин лежит в пределах 0,02—0,06 [8], поэтому даже при активно-индуктивной нагрузке область самовозбуждения определена. Единственный способ, который позволяет устранить область самовозбуждения генератора, заключается в увеличении емкостного сопротивления конденсаторов в цепи статора вплоть до их полного отключения. Естественно, что даже в этом случае область возбуждения относительно параметров  $R_2$  и  $x_{c2}$  будет определена при небольших значениях сопротивления нагрузки и при КЗ в цепи обмотки статора.

На рис. 8 представлены кривые границ области самовозбуждения, которые подтверждают сказанное выше. Кривым 1—7 соответствуют следующие активные сопротивления нагрузки:  $R_n=0$  (КЗ); 0,25; 0,5; 1; 2; 4; 8. Конденсаторы в цепи обмотки статора отсутствуют, а индук-

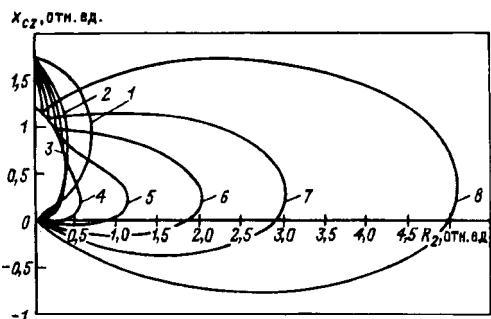


Рис. 7

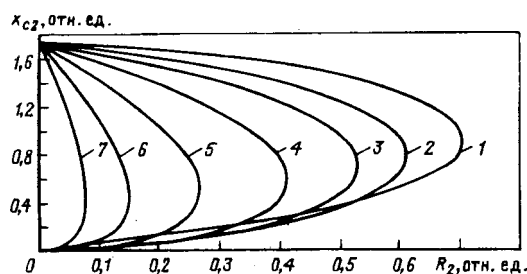


Рис. 8

тивное сопротивление нагрузки принято равным нулю ( $x_n=0$ ). Как видно из рисунка, область самовозбуждения имеет максимальное значение при КЗ и уменьшается по мере увеличения активного сопротивления нагрузки.

На рис. 9 представлены результаты экспериментальных исследований и расчетная кривая области самовозбуждения при замкнутой накоротко обмотке фазного ротора. В асинхронном генераторе имеет место только жесткое самовозбуждение [9]. В связи с этим при проведении опытов к обмотке статора кратковременно (на доли секунды) подавалось переменное однофазное напряжение. Результаты таких замеров отмечены на рис. 9 значком «□». Если в качестве «стартера» используется остаточная индукция ротора, то емкость конденсаторов возбуждения возрастает ( $\Delta$ ).

При КЗ возбужденного генератора происходит шунтирование конденсаторов возбуждения и размагничивание ротора (обмотка ротора замкнута накоротко). В этом случае после устранения КЗ емкость конденсаторов, необходимая для возбуждения генератора, еще более возрастает. Из рис. 9 видно, что области самовозбуждения генератора, когда в качестве «стартера» используется остаточная индукция ротора, значительно меньше той области самовозбуждения, которой реально обладает генератор при наличии достаточно сильного «стартера».

На рис. 10 представлены результаты расчета и эксперимента, когда емкость конденсаторов и сопротивление изменялись со стороны ротора. В цепь статора включено емкостное сопротивление  $x_{c1}=0,397$ . Кривым 1—2 соответствуют следующие активные сопротивления нагрузки  $R_n=0$  (КЗ); 1,127; кривая 3 — холостой ход. В качестве «стартера» использовалось переменное напряжение, которое кратковременно подключалось к об-

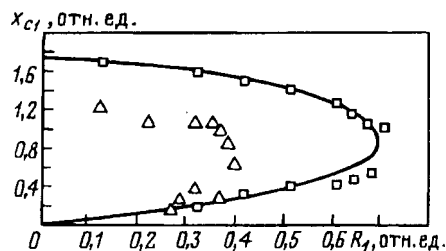


Рис. 9

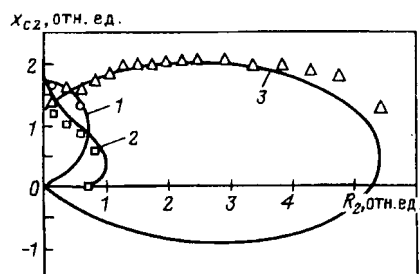


Рис. 10

мотке фазного ротора.

Результаты, представленные на рис. 9 и 10, свидетельствуют о том, что в рамках принятых допущений (сильный «стартер») расхождение между расчетными и экспериментальными данными находится в допустимых пределах.

**Выводы.** 1. Выражения (3) и методика на основе «свертывания» схемы замещения позволяют построить границы области самовозбуждения асинхронного генератора, когда одна группа конденсаторов подключена к обмотке статора, а другая — к обмотке фазного ротора.

2. При известных параметрах генератора можно найти емкостные сопротивления конденсаторов в цепи статора и ротора, при которых область самовозбуждения всегда определена независимо от величины и характера нагрузки, включая КЗ в цепи статора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.с. 1197014 (СССР). Асинхронный трехфазный электродвигатель / Джендубаев А.-З.Р. — Оpubл. в БИ., 1985, № 45.
2. А.с. 1390719 (СССР). Асинхронный трехфазный электродвигатель / Джендубаев А.-З.Р. — Оpubл. в БИ., 1988, № 15.
3. А.с. 1697204 (СССР). Трехфазный асинхронный генератор / Джендубаев А.-З.Р., Шапиро Л.Я. — Оpubл. в БИ., 1989, № 45.
4. Джендубаев А.-З.Р. К определению границ области устойчивого самовозбуждения асинхронного генератора с двумя обмотками статора. — Электричество, 1993, № 10.
5. Джендубаев А.-З.Р. Влияние нагрузки на область устойчивого самовозбуждения асинхронного генератора с двумя обмотками статора. — Изв. вузов. Электромеханика, 1993, № 4.
6. Щедри Н.Н. К вопросу о емкостном самовозбуждении синхронных и асинхронных машин. — Тр. ин-та энергетики и автоматики АН УзССР, 1958, вып. № 11.
7. Вешеневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе. — М.: Энергия, 1977.
8. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.
9. Джендубаев А.-З.Р. Жесткое самовозбуждение асинхронного генератора с ферромагнитным короткозамкнутым ротором. — Электричество, 1997, № 10.

[25.07.97]

**Автор:** Джендубаев Абрек-Заур Рауфович в 1980 г. окончил энергостроительный факультет Ставропольского политехнического института (филиал в г. Черкесске). В 1992 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Автономный асинхронный генератор с двумя обмотками статора и конденсаторным самовозбуждением» в Московском энергетическом институте. Доцент кафедры электроснабжения Карачаево-Черкесского технологического института.

# Надежность тиристорно-механических систем регулирования напряжения трансформаторов

ЗБОРОВСКИЙ И.А., КАТУНИН В.М.

Рассматриваются аварийные режимы, вызванные тем, что напряжения управления практически одновременно снимаются с работающего тиристорного ключа и подаются на ключ, вступающий в работу. При этом тиристор ключа, выходящего из работы, не проводивший ток во время коммутации, не в состоянии блокировать прямое напряжение, что приводит к «однопериодному КЗ». Для исключения КЗ вводится пауза с учетом времени выключения тиристора. Разработано устройство, позволяющее реализовать алгоритм управления с паузой.

Ключевые слова: трансформаторы, тиристорные ключи, напряжения управления, однопериодное и многопериодное КЗ, формирователи импульсов

Для регулирования напряжения трансформаторов находят применение механические системы регулирования, содержащие избиратель, контактор, токоограничивающий элемент и приводной механизм. Недостатком данных систем является недостаточная надежность из-за наличия контактора.

В последнее время с целью повышения надежности применяют тиристорно-механические системы, отличающиеся от механических наличием тиристорных ключей с системой управления (вместо контактора) [1, 2]. В известной литературе рассматриваются тиристорно-механические системы с бездуговой коммутацией тока, что исключает влияние электрической дуги на контактные элементы в процессе переключения и увеличивает ресурс электроизносостойкости контактных элементов [3].

Данная статья базируется на опыте эксплуатации тиристорно-механических систем регулирования напряжения на четырех трансформаторах ТДЦНП-50000/10 с пофазным регулированием в системе сорокавольтного преобразователя, предназначенного для питания серии электролизеров постоянным током. Параметры трансформаторов: номинальное напряжение сетевой обмотки 10,5 кВ с напряжением на ступенях регулировочной обмотки 172—192 В, схемой соединения — треугольник с продолженными сторонами и номинальным током треугольника 950 А; две вентильные обмотки соединены в звезду и две — в треугольник с номинальным напряжением 700 В; выпрямленный ток 32 кА; напряжения короткого замыкания (КЗ): сквозное — 10,5%, коммутации — 12%,

The paper considers emergency conditions when control voltages are removed from operating thyristor and practically simultaneously are applied to the switch coming into operation. Therewith the switch thyristor going out of operation does not conduct current during commutation and can not lock the direct voltage what leads to one-period short circuit. Such a short circuit can turn in to a multi-period short circuit with transformer switching-off. To exclude a short circuit a pause is introduced with account taking of the time of thyristor switching-off. A device which make it possible to realize a control algorithm with a pause has been developed.

Key words: transformers, thyristor switches, control voltage, one-period and multi-period short circuit, pulse shaper

частичное — 18,7%.

В системе регулирования напряжения используется тиристорное переключающее устройство (ТПУ) с масляным охлаждением, в тиристорных ключах которого применены таблеточные тиристоры Т173-2000-16 класса [4] (без последовательного и параллельного соединений). В каждой фазе тиристорные ключи через токоограничивающие реакторы подключаются к ответвлениям регулировочной обмотки трансформатора (рис. 1). Реакторы каждой фазы выполнены с взаимной индукцией и по возможности с максимальным коэффициентом магнитной связи. Индуктивность контура коммутации тиристорных ключей — 0,0637 мГн.

Системы управления тиристорными ключами одной фазы трансформатора содержат два идентичных формирователя 1 и 2, формирующие напряжения управления для тириستоров ключа

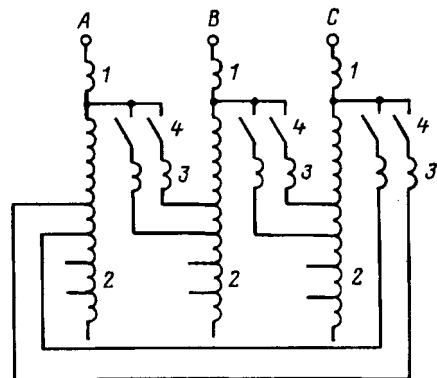


Рис. 1. Первая высоковольтная обмотка трансформатора и силовая часть ТПУ: 1 — сетевая обмотка; 2 — регулировочная обмотка; 3 — реактор; 4 — тиристорный ключ

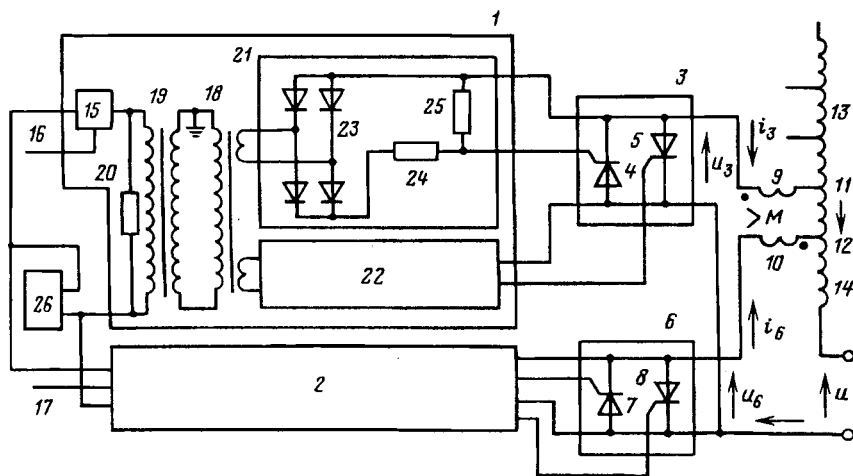


Рис. 2. Фрагмент схемы системы управления тиристорными ключами одной фазы трансформатора

3 с тиристорами 4, 5 и ключа 6 с тиристорами 7, 8. Ключи подсоединены через реакторы 9 и 10 к ответвлениям ступени 11 и 12 регулировочной обмотки 13 трансформатора с сетевой обмоткой 14 (рис. 2).

Каждый формирователь 1 и 2 содержит: транзисторный ключ 15 с управляющим входом 16 для формирователя 1 и выходом 17 — для формирователя 2; разделительный 18 и промежуточный 19 трансформаторы, последний с резистором 20, подключенный к первичной обмотке; два идентичных канала 21 и 22 с выпрямителем (диоды 23) и согласующим 24 и защитным 25 резисторами. Формирование напряжений управления тиристорами осуществляется способом частотного заполнения с последующим выпрямлением. Частота импульсов заполнения задается генератором прямоугольных импульсов 26, выход которого подключен к входам транзисторных ключей 15 формирователей 1 и 2.

В ТПУ предусмотрена специальная защита «КЗ ступени» (на рис. 2 не показана), обеспечивающая отключение масляным выключателем преобразователя (трансформатора и силовых диодных мостов) при пробое одного из тиристорных ключей. В процессе эксплуатации выявилось, что при регулировании напряжения серии электролизеров возможно отключение преобразователя по причине срабатывания указанной защиты, даже при работоспособных тиристорах ключей. Срабатывание защиты «КЗ ступени» не позволяет обеспечить необходимую надежность не только по причине отключения оборудования, но также из-за действия токов КЗ, в частности, приводящих к подгарам, плавлению медных контактов и поломке бумажно-бакелитового вала избирателя.

В статье выявляются причины низкой на-

дежности ТПУ и даются предложения по их устранению.

О времени выключения  $t_q$  тиристора. Завод-изготовитель тиристорov задает значение  $t_q$  при определенных нормативных условиях [4], которые, в частности, с некоторым приближением характерны и для тиристорov ТПУ по значениям величин: прямого тока и скорости его уменьшения перед началом выключения; обратного и прямого напряжения и скорости нарастания последнего. Если время на выключение, которое обеспечивает схема, недостаточно для выключения тиристора, то он не выключается в нужный момент и возникает аварийный процесс КЗ ступени регулировочной обмотки.

Вместе с этим следует отметить, что процесс выключения может существенно отличаться от нормативных условий. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

До момента времени  $t_4$  тиристоры ключа проводят ток поочередно (рис. 3). В интервале проводимости тока одним из тиристорov ( $t_1-t_2$ ,  $t_3-t_4$  и  $t_2-t_3$  для встречно-параллельного тиристорa) напряжение  $u_T$  на тиристоре, а следовательно, и на ключе примерно равно 1 В. С момента  $t_4$  тиристор, который проводил ток на интервале  $t_3-t_4$ , не проводит ток, однако напряжение управления  $u_y$  на тиристоре остается до момента  $t_5$ , с которого начинается коммутация тока в фазе треугольника сетевой обмотки. В указанный момент напряжение управления снимается с рассматриваемого ключа и подается на тиристоры другого ключа.

В интервале  $t_4-t_5$  тиристор, не проводящий силовой ток, мог бы восстановить запирающие свойства при условии отсутствия напряжения управления за счет рекомбинации подвижных носителей зарядов. Однако в указанном интервале течет ток управления и к моменту начала коммутации ключей в базах тиристорa имеется дополнительный заряд неосновных носителей и равный ему избыточный заряд основных носителей. С учетом незначительного обратного напряжения в течение интервала коммутации  $\gamma$

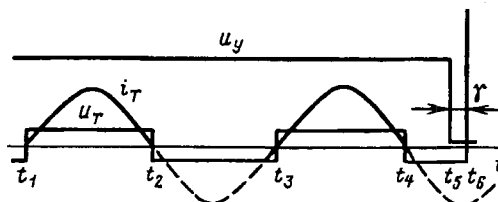


Рис. 3. Напряжение и ток тиристоров ключа

тиристор, не проводивший силовой ток, после завершения коммутации ключей может оказаться не способным блокировать прямое напряжение. С момента отпирания указанного тиристора начинается аварийный процесс КЗ ступени регулировочной обмотки.

Необходимо также учитывать, что после снятия напряжений управления существует интервал времени, в течение которого упомянутые напряжения уменьшаются на ключе, выходящем из работы, и увеличиваются на ключе, вступающем в работу. Это способствует увеличению времени  $t_q$  тиристора, которое отсчитывается от момента начала коммутации тиристорных ключей.

Снятие напряжений управления с тиристорных ключа, выходящего из работы, и их подача на тиристоры ключа, вступающего в работу, осуществляются транзисторными ключами 15 формирователей 1 и 2 при подаче на их управляющие входы 16 и 17 сигнала (рис. 2). При выключении транзисторного ключа (например 15 формирователя 1), происходит затухание токов в трех контурах формирователя 1:

1) контуре, включающем вторичные обмотки разделительного трансформатора 18, диодные мосты 23 и цепи выпрямленного тока, в которые входят резисторы 24, 25 и управляющие электроды тиристоров 4 и 5 ключа 3;

2) контуре, образованном вторичной обмоткой промежуточного и первичной обмоткой разделительного трансформаторов 19 и 18;

3) контуре, содержащем первичную обмотку промежуточного трансформатора 19 и резистор 20.

Процесс КЗ ступени регулировочной обмотки (срыв коммутации тиристорных ключей) может развиваться по двум направлениям:

а) без отключения силового трансформатора, при этом длительность КЗ — менее одного периода напряжения питающей сети. В дальнейшем этот процесс называется «одноперiodным КЗ» [3];

б) с отключением силового трансформатора масляным выключателем по причине срабатывания защиты «КЗ ступени». При этом данному процессу предшествует процесс по п. «а». Длительность КЗ — 280 мс (измерена по осциллограмме).

Если предотвратить развитие процесса по п. «а», то тем самым исключается сравнительно длительный процесс КЗ по п. «б», приводящий к отключению трансформатора. Хотя КЗ по п. «а» проходят сравнительно быстро, однако по причине значительного тока частые КЗ недопустимы.

Рассмотрим процессы срыва коммутации по п. «а» при регулировании на повышение и по-

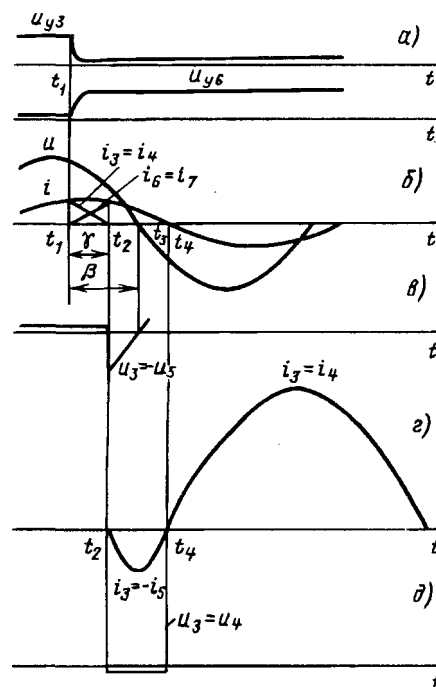


Рис. 4. Диаграммы напряжений и токов «одноперiodного КЗ» ступени при регулировании на повышение выходного напряжения

нижение выходного напряжения, каждое из которых имеет свою специфику.

При регулировании на повышение выходного напряжения транзисторный ключ 15 формирователя 1 размыкается, а аналогичный ключ формирователя 2 замыкается. Это приводит к снятию напряжений управления  $u_{y3}$  с тиристоров 4 и 5 ключа 3 и подаче напряжений управления на тиристоры 7 и 8 ключа 6 в момент  $t_1$  (рис. 4,а).

Момент  $t_1$  начала коммутации тиристорных ключей 3 и 6 опережает переход напряжения  $u$  через нуль  $t_3$  на фазе треугольника сетевой обмотки 14 (или на ступени регулировочной обмотки 13) на угол  $\beta$  (рис. 4,б) [5]. В течение интервала коммутации  $\gamma$  ( $t_1-t_2$ ), если ток треугольника сетевой обмотки  $i>0$ , токи  $i_4$  и  $i_3$  тиристора 4 и ключа 3 уменьшаются, а токи  $i_7$  и  $i_6$  тиристора 7 и ключа 6 растут (рис. 4,б).

После завершения коммутации ( $t_2$ ) к тиристор 4 приложено обратное напряжение ( $-u_5$ ), которое является прямым для тиристора 5 (рис. 4,в). Если тиристор 5 не успевает восстановить свои запирающие свойства в течение интервала коммутации  $\gamma$ , так как напряжение управления снято в момент  $t_1$  начала коммутации, то он отпирается в момент  $t_2$ , опережающий нуль напряжения на ступени регулировочной обмотки 13 на угол  $(\beta-\gamma)$ , и ток в нем изменяется в интервале  $t_2-t_4$  согласно диаграмме (рис. 4,з).

Из-за отпирания тиристора 5 антипараллельный тиристор 4 ключа 3 не успевает восстановить запирающие свойства в интервале времени  $t_2-t_4$ , когда тиристор 5 проводил ток. Следует заметить, что угол  $\beta$  устанавливается таким, чтобы тиристор 4 при наличии достаточного обратного напряжения успел восстановить запирающие свойства в интервале от момента  $t_2$  завершения коммутации тиристорных ключей 3 и 6 до нуля напряжения на ступени регулировочной обмотки 13 в момент  $t_3$ . Однако из-за проводимости тока тиристором 5 в интервале  $t_2-t_4$  (рис. 4,з) на тиристоре 4 весьма низкое обратное напряжение (около 1 В), что и является причиной его отпирания в момент  $t_4$  перехода напряжения на ключе 3 из обратного на прямое (рис. 4,з, д).

Аварийный процесс КЗ, начавшийся с момента завершения коммутации тиристорных ключей, уже после отпирания тиристора 4 приводит к тому, что амплитуда синусоидальной составляющей тока ключа 3 достигает 14 кА. Следует обратить внимание на то, что тиристор 5 начинает восстанавливать запирающие свойства путем рекомбинации подвижных носителей зарядов не с момента начала коммутации ключей, а несколько позже (рис. 4,а), что обусловлено переходным процессом, возникающим после размыкания транзисторного ключа 15 формирователя 1 и при замыкании аналогичного ключа формирователя 2.

Из изложенного видно, что, хотя напряжения управления сняты с ключа, выходящего из работы, однако совместно с ключом, вступающим в работу, на тиристоры которого поданы напряжения управления, ступень регулировочной обмотки короткозамкнута и токи в ней и тиристорах достигают значительной величины. Длительность КЗ в данном случае не превышает периода напряжения питающей сети, так как за время проводимости тока, синусоидальная составляющая которого достигает 14 кА, тиристором 4 антипараллельный тиристор 5 успевает восстановить запирающие свойства. При «однопериодном КЗ» процесс КЗ заканчивается моментом проводимости тока тиристором 4.

При регулировании на понижение выходного напряжения момент начала коммутации тиристорных ключей также опережает момент нулевого значения напряжения на ступени регулировочной обмотки на угол  $\beta$  [5] (рис. 5,а). Процесс коммутации начинается с размыкания транзисторного ключа 15 в формирователе 2 и замыкания аналогичного транзисторного ключа формирователя 1. При этом напряжения управления  $u_{y6}$  снимаются с тиристоров 7 и

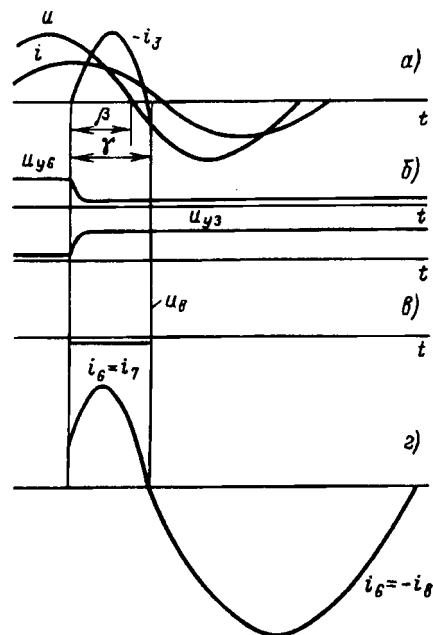


Рис. 5. Диаграммы напряжений и токов «однопериодного КЗ» ступени при регулировании на понижение выходного напряжения

8 ключа 6, выходящего из работы, и подаются ( $u_{y3}$ ) на тиристоры 4 и 5 ключа 3, вступающего в работу (рис. 4,б). Поэтому ступень (ответвления 11 и 12) регулировочной обмотки 13 короткозамкнута тиристорами 5 и 7. Ток в короткозамкнутом контуре нарастает под действием ЭДС ступени регулировочной обмотки 13, которая является частью ЭДС фазы треугольника сетевой обмотки 14. Ток в контуре ограничивается реакторами 9 и 10 с взаимной индукцией. Наибольшее по абсолютной величине значение тока ступени смещено несколько влево относительно момента нуля напряжения  $u$  на фазе треугольника сетевой обмотки 14. Ток ступени проходит через нулевое значение за нулем указанного напряжения  $u$  на фазе. В этот момент ток тиристора 7 равен току  $i$  фазы треугольника сетевой обмотки 14.

Перед завершением коммутации ток ступени регулировочной обмотки 13 проводит тиристор 4 ключа 3. В конце коммутации ток тиристора 4 равен току фазы треугольника. При этом ток ключа 6 проходит через нулевое значение.

После завершения коммутации к тиристору 8 ключа 6 приложено прямое напряжение (рис. 5,в). Если тиристор 8 не успел восстановить запирающие свойства с момента снятия его напряжения управления, то он отпирается в момент прохождения тока тиристора 7 через нулевое значение. В результате образуется контур КЗ ступени регулировочной обмотки 13, проходящий через тиристор 8 и ключ 3. Токи КЗ



представляют опасность из-за термического и электродинамического воздействия на ступень регулировочной обмотки и тиристоры.

Следует заметить, что тиристор 8 начинает восстанавливать запирающие свойства путем рекомбинации подвижных носителей зарядов не с момента начала коммутации тиристорных ключей, а позже (рис. 5,6), что связано с переходным процессом после размыкания транзисторного ключа 15 формирователя 2 и замыкания аналогичного ключа формирователя 1. При этом происходит затухание токов в трех контурах, которые содержат в формирователе 2 разделительный и промежуточный трансформаторы 18 и 19, в каналах 21 и 22 резисторы 24, 25 и управляющие электроды тиристоров 7 и 8.

Процесс «однопериодного КЗ» завершается моментом прохождения тока тиристора 8 через нулевое значение, так как тиристор 7 успевает восстановить запирающие свойства путем рекомбинации подвижных носителей зарядов за время, когда ток КЗ проводил тиристор 8.

Режимы «однопериодного КЗ» ступени регулировочной обмотки при повышении и понижении выходного напряжения отличаются тем, что в первом случае через ключ, с тиристоров которого сняты напряжения управления, проходят две полуволны тока разного знака, а во втором — одна. Наибольшее значение токов в указанных режимах достигает 14 кА (синусоидальная составляющая).

Процесс перехода «однопериодного» КЗ в «многопериодное». При спадании значительного тока тиристорного ключа, с которого сняты напряжения управления, в режиме «однопериодного КЗ» в проводах электрической связи цепи управления тиристора указанного ключа, не проводящего силовой ток, наводится ток помехи, замыкающийся с одной стороны между управляющим электродом и катодом, и с другой — диодным мостом (рис. 2). Т.е., когда по одному из тиристоров ключа проходит силовой ток значительной величины, в проводах информационной связи другого тиристора того же ключа он наводит ток помехи. При этом происходит накопление в базах обесточенного тиристора дополнительного заряда неосновных носителей и равного ему избыточного заряда основных носителей [6]. «Повышение концентрации избыточных носителей, с одной стороны, увеличивает инжекцию неосновных носителей эмиттерами» (при наличии прямого напряжения между анодом и катодом), «а с другой — приводит к рекомбинации». Включение тиристора зависит от того, какой из указанных процессов превалирует.

Включение обесточенного тиристора при снятом напряжении управления наиболее вероятно происходит тогда, когда антипараллельный тиристор проводит обратный ток и находится в состоянии достаточно высокой проводимости. Естественно, что к включаемому тиристоры должно быть приложено прямое напряжение, которое составляет 10–20 В или возможно выше [7].

Математическое описание процесса отпирания тиристорного ключа состоит в том, что определяются эффективный и критический заряды [6]:

$$Q_e = \int_0^{t_e} i_y(t) \exp(-t/\tau_n) dt; \quad Q_k = \tau_n I_{R0},$$

где  $t_e$  — момент времени, которому соответствует эффективный заряд и прекращается ток помехи;  $i_y(t)$  — ток помехи, проходящий через управляющий электрод — катод;  $\tau_n$  — постоянная времени нарастания силового тока при включении тиристора;  $I_{R0}$  — отпирающий ток управления.

Если эффективный заряд превышает критический в момент  $t_e$ , то тиристор отпирается. Непосредственное определение заряда, создаваемого помехой, в рассматриваемом случае не представляется возможным, так как ток помехи достигает максимального значения в момент, когда силовой ток ключа, с которого сняты напряжения управления, проходит нулевое значение и интервал накопления заряда существенно превосходит постоянную времени, т.е.  $t_e \gg \tau_n$ . Интервал  $t_e$  составляет несколько сот микросекунд, а постоянная времени  $\tau_n \approx 2$  мкс. В связи с изложенным эффективный заряд определялся по грубой формуле без учета рекомбинации. Отношение эффективного заряда к критическому не менее пяти.

«Однопериодное КЗ» ступени регулировочной обмотки возникает из-за того, что момент снятия напряжений управления с работающего ключа и момент их подачи на ключ, вступающий в работу, совпадают. Если сначала снять напряжения управления, а затем после некоторой паузы подать их на ключ, вступающий в работу, то представляется возможным исключить процесс «однопериодного КЗ». Длительность паузы должна быть не меньше времени выключения тиристора ключа, выходящего из работы; для тиристоров Т 173-2000 (по данным завода-изготовителя) — около 1 мс.

Устройство, реализующее эту идею, содержит (рис. 6): блоки синхронизации 1–4, каждый из которых включает в себя нуль-орган 5 и генератор пилообразного напряжения 6; датчик

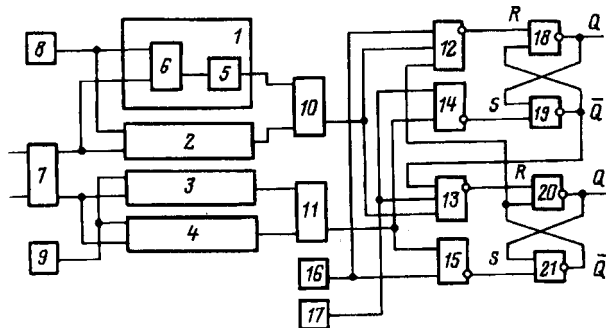


Рис. 6. Функциональная схема устройства управления тиристорными ключами

напряжения 7; блоки задания 8, 9; формирователи импульсов на «включение» 10 и на «отключение» 11; логические элементы ЗИ-НЕ 12, 13 и 2И-НЕ 14, формирователи команд «НИЖЕ» 16 и «ВЫШЕ» 17; два RS-триггера, выполненных на логических элементах 2И-НЕ 18, 19 и 20, 21 с R- и S- входами и Q-,  $\bar{Q}$ -выходами.

Выходы Q предназначены у одного (2И-НЕ 18) и у другого (2И-НЕ 20) RS-триггеров для подключения к управляющим входам соответственно 16 формирователя 1 и 17 формирователя 2 (рис. 2).

Работа устройства регулирования выходного

напряжения трансформатора иллюстрируется диаграммами напряжений, представленными на рис. 7. Здесь показаны следующие моменты времени:  $t_1, t_3, t_6$  — моменты формирования импульсов «на отключение» на выходе формирователя 11;  $t_2, t_5, t_7$  — моменты формирования импульсов на «включение» на выходе формирователя 10;  $t_4$  — момент подачи команды «ВЫШЕ» с выхода формирователя 17. Интервалы времени между моментами  $t_1$  и  $t_2, t_3$  и  $t_5, t_6$  и  $t_7$  (рис. 7) увеличены для более наглядного изображения диаграмм.

Система регулирования работает следующим образом:

В статике ток проводит один из тиристорных ключей 3 или 6 (рис. 2) в зависимости от состояния RS-триггеров. Если, например, на выходе Q RS-триггера (элемент 20) сигнал логического нуля в интервале от нуля до  $t_7$  (рис. 7,н), то транзисторный ключ 15 формирователя 2 закрыт и прямоугольные импульсы напряжения с генератора 26 на выпрямители 23 каналов 21 и 22 не поступают и напряжения управления с тиристоров 7 и 8 ключа 6 сняты и он выведен из работы. В то же время на выходе Q RS-триггера (элемент 18) в интервале от нуля до  $t_6$  сигнал логической единицы (рис. 7,к) и транзисторный ключ 15 формирователя 1 открыт и импульсы с выхода генератора 26 поступают на выпрямители 23 каналов 21 и 22. В результате на выходе формирователя 1 имеем напряжения управления, под действием которых тиристоры 4 и 5 ключа 3 открыты и он введен в работу.

В таком случае напряжение  $u$  на фазе треугольника сетевой обмотки (рис. 7,а) приложено к ответвлению 11 и вводу сетевой обмотки 14 через реактор 9 (рис. 2).

При положительном напряжении  $u$  в блоке синхронизации 1 на выходе генератора 6 формируется напряжение пилообразной формы, которое сравнивается с выходным напряжением блока задания 8 (рис. 7,б). В момент сравнения на выходе нуля-органа 5 формируются импульсы (рис. 7,в), длительность которых задается напряжением блока задания 8. В моменты  $t_2$  и  $t_7$  перехода импульсов на выходе нуля-органа 5 с единичного в нулевое состояние на выходе формирователя 10 формируются импульсы «включения» длительностью  $\tau = 1 \div 2^\circ$  (рис. 7,з).

Аналогично происходит формирование импульсов в блоке синхронизации 2 на выходе нуля-органа 5 при отрицательной полярности напряжения  $u$  на фазе треугольника сетевой обмотки. В результате на выходе формирователя 10 формируется импульс на «включение» для-

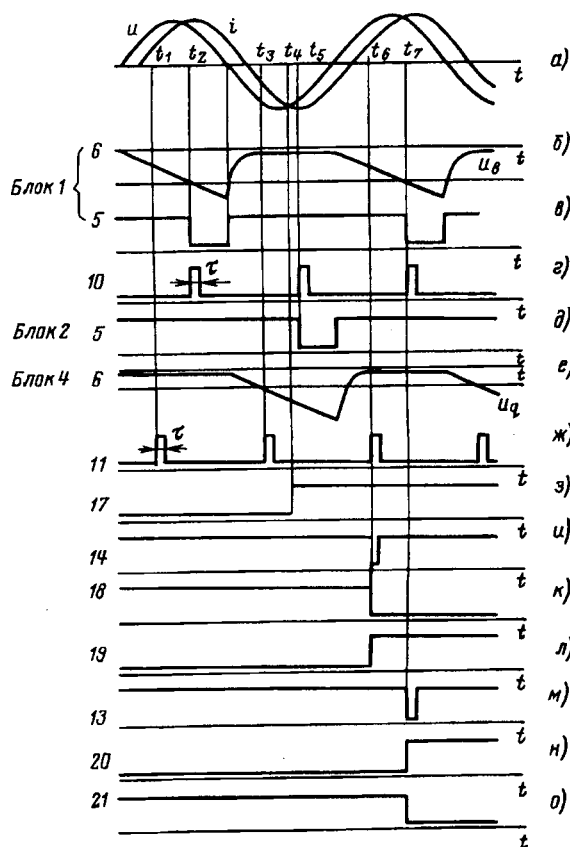


Рис. 7. Диаграммы напряжений в характерных точках элементов устройства управления тиристорными ключами

тельностью  $\tau$  в момент  $t_5$ , сдвинутый на  $180^\circ$  относительно импульса, сформированного в момент  $t_2$  (рис. 7,з).

Импульсы, сформированные в моменты времени  $t_2$ ,  $t_5$ ,  $t_7$ , опережают моменты перехода напряжения через нуль на регулировочной обмотке на время, превышающее сумму из длительности коммутации тиристорных ключей и времени выключения  $t_q$  тиристора.

В блоках 3 и 4 синхронизации формирование пилообразных напряжений генераторами 6 и импульсов на выходах нуль-органов 5, а также импульсов «отключения» (рис. 7,ж) длительностью  $\tau$  формирователем 11 аналогично процессам в блоках 1 и 2 и формирователе 10. Отличие заключается в том, что на входы блоков синхронизации 3 и 4 напряжение подается со второго выхода датчика 7 и пилообразные напряжения сравниваются с выходным напряжением блока 9 задания, значение которого выбирают таким, чтобы импульсы «отключения» на выходе формирователя 11 соответствовали моментам времени  $t_1$ ,  $t_3$ ,  $t_6$  (рис. 7,ж), которые соответственно опережают моменты  $t_2$ ,  $t_5$ ,  $t_7$  на время выключения тиристора.

Импульсы на «включение» и «отключение» (рис. 7,з, ж) с выходов формирователей 10 и 11 поступают на первые входы элементов 3И-НЕ 12, 13 и 2И-НЕ 14, 15. Однако указанные импульсы не влияют на R- и S-входы RS-триггеров и не меняют их состояние, так как блокируются сигналами логического нуля с выходов формирователей 16 и 17 команд «НИЖЕ» и «ВЫШЕ», поступающими на вторые входы элементов 3И-НЕ 12, 13 и 2И-НЕ 14, 15 в интервале от нуля до  $t_4$  (рис. 7,з). Элемент 3И-НЕ 13 дополнительно заблокирован сигналом логического нуля с выхода Q первого RS-триггера (элемент 2И-НЕ 19).

Командой на отключение ключа 3 и включение ключа 6 является наличие сигнала логической единицы на выходе формирователя 17 команды «ВЫШЕ» в момент  $t_4$  (рис. 7,з), при поступлении которого на входе элемента 2И-НЕ 14 на его выходе в момент  $t_6$  (рис. 7,ж) формируется импульс логического нуля (рис. 7,и), под действием которого первый RS-триггер меняет свое состояние: на выходе элемента 2И-НЕ 18 появляется сигнал логического нуля (рис. 7,к), а на выходе 2И-НЕ 19 — логической единицы в момент  $t_6$  (рис. 7,л).

Под действием сигнала логического нуля на выходе Q первого RS-триггера (элемент 2И-НЕ 18) закрывается транзисторный ключ 15 формирователя 1 и снимаются напряжения управления с тиристоров 4 и 5 ключа (рис. 2). Однако тиристор 4 продолжает проводить ток до момента

$t_7$  (рис. 7,а). В то же время тиристор 5 восстанавливает запирающие свойства.

Одновременно с выхода формирователя 17 сигналом логической единицы снимается блокировка с элементов 2И-НЕ 14 и 3И-НЕ 13, а с выхода первого RS-триггера (элемент 2И-НЕ 19) поступает сигнал логической единицы на вход элемента 3И-НЕ 13. В результате при поступлении очередного положительного импульса на «включение» с выхода формирователя 10 в момент времени  $t_7$  (рис. 7,з) на вход элемента 3И-НЕ 13, на его выходе формируется импульс логического нуля, под действием которого второй RS-триггер меняет свое состояние — на выходе элемента 2И-НЕ 20 появляется сигнал логической единицы (рис. 7,и), а на выходе элемента 2И-НЕ 21 — сигнал логического нуля (рис. 7,б).

Под действием сигнала логической единицы с выхода элемента 2И-НЕ 20 включается транзисторный ключ 15 формирователя 2 и на тиристоры 7, 8 ключа 6 подаются напряжения управления и он вступает в работу. С момента  $t_7$  начинается коммутация, в течение которой ток проводят тиристоры 4 (ключа 3) и 7 (ключа 6). Под действием напряжения на ступени регулировочной обмотки 13 (между ответвлениями 11 и 12) при коммутации ток тиристора 4 уменьшается, а ток тиристора 7 увеличивается. В момент времени, когда ток тиристора 7 достигает значения тока сетевой обмотки 14, ток ключа 3 равен нулю.

Для снижения напряжений на вентильных обмотках используется сигнал логической единицы с выхода формирователя 16 команды «НИЖЕ». Под действием указанного сигнала, поступающего на входы элементов 2И-НЕ 15 и 3И-НЕ 12, происходит снятие напряжений управления с ключа 6, находящегося в работе, в момент формирования импульса «отключение» формирователем 11 (рис. 7,ж), а включение ключа 3 — в момент формирования импульса «включение» формирователем 10 (рис. 7,з).

**Выводы.** 1. На основании опыта эксплуатации мощной установки рассмотрены аварийные режимы трансформатора с тиристорным переключателем устройством, вызванные тем, что коммутация тиристорных ключей начинается с практически одновременного снятия напряжений управления с работающего и их подача на вступающий в работу ключ. При этом возникает «однопериодный» режим КЗ ступени регулировочной обмотки, который из-за наводок в цепи управления от силового тока может перейти в «многопериодное КЗ» с последующим отключением трансформатора.

2. С целью повышения надежности предлага-

гается изменить алгоритм управления тиристорными ключами. Суть алгоритма состоит в следующем: сначала снимаются напряжения управления с работающего ключа, а затем после паузы указанные напряжения подаются на ключ, вступающий в работу. Время выключения тиристора определяется при условиях, существенно отличающихся от нормативных.

3. Описано устройство, реализующее алгоритм управления (п. 2). Оно позволяет отрегулировать интервал между моментами снятия напряжений управления с одного тиристорного ключа и их подачи на другой ключ. Кроме того, представляется возможным подобрать оптимальный интервал между началом коммутации тиристорных ключей и отстающим нулем напряжения на ступени регулировочной обмотки. Указанный интервал выбирается с учетом времени выключения тиристора, которое определяется при условиях, близких к нормативным, и приводится в справочных материалах.

4. Наряду с изложенным в п. 1 может развиваться аварийный процесс, который наблюдается в интервалах и вызван тем, что время на выключение тиристора, предоставленное схемой, недостаточно для восстановления запирающих свойств.

5. Если момент начала коммутации тиристорных ключей опережает нуль напряжения на ступени регулировочной обмотки (например, на  $\beta = 2,5$  мс из-за требований согласно п. 4), то при регулировании на понижение выходного напряжения токи помех могут вызвать отпирание тиристорного ключа, подсоединенного к ответвлению регулировочной обмотки повышенного напряжения, даже при наличии паузы (п. 2), так как токи в ключах при коммутации достигают значительной величины.

В этом случае должно быть организовано двухзонное регулирование, сущность которого заключается в том, что угол опережения

$\beta$  при регулировании на понижение выходного напряжения должен быть меньше, чем при регулировании на повышение того же напряжения [8].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фишлер Я.Л., Урманов Р.Н., Пестряева Л.М. Трансформаторное оборудование для преобразовательных установок. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Зборовский И.А. Восстанавливающееся напряжение на тиристорном ключе переключающего устройства трансформатора. — Электричество, 1996, № 1.
3. Алтуний Б.Ю. Коммутационные процессы в тиристорных переключающих устройствах с токоограничивающим реактором. — Электротехника, 1996, № 3.
4. Каталог 05.П.19—91. Тиристоры таблеточные на токи от 1250 А до 2000 А.
5. А.с. № 1003030 (СССР). Способ переключения обмотки трансформатора / Б.Ю. Асабин, Л.А. Соловьев. — Оpubл. в Б.И., 1983, № 9.
6. Уваров А.И. «Критический» заряд включения тиристора. Условия включения тиристора посредством кратковременных токов управления. — В кн.: Физика электронно-дырочных переходов и полупроводниковых приборов. — Л.: Наука, 1969.
7. Gerlach W. Thyristoren. — Heidelberg: Springer-Verlag, 1981.
8. Патент 2086073 РФ. Способ переключения ответвлений обмотки трансформатора / И.А. Зборовский. — Оpubл. в Б.И., 1997, № 21.

[12.03.97]

*Авторы: Зборовский Исаак Аронович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института в 1952 г. Защитил кандидатскую диссертацию по теме «Переходные процессы в синхронных двигателях с возбуждением от полупроводниковых преобразователей» в 1963 г. в Уральском политехническом институте (УПИ). Ведущий специалист ОАО «Уралэлектротяжмаш».*

*Катунин Владимир Михайлович окончил радиотехнический факультет УПИ в 1970 г. Начальник экспериментально-конструкторского бюро ОАО «Уралэлектротяжмаш».*

### К сведению авторов и читателей!

Каждый автор имеет право бесплатно получить 1 экз. журнала с его статьей.

Экземпляры номеров журнала «Электричество» за последние годы можно приобрести в редакции журнала (Б. Черкасский пер., 2/10, тел. 924-24-80).

# Формирование уравнений электрической цепи по обобщенному контурно-узловому методу

ХУСАИНОВ Ш.Н.

Для формирования уравнений по обобщенным контурно-узловым методам используют нормальное дерево, содержащее максимальное количество  $y$ -ветвей и минимальное число  $z$ -ветвей. Такой выбор дерева позволяет получить уравнения для напряжений  $y$ -ветвей дерева и токов  $z$ -связей. Рассмотрен метод выбора оптимального нормального дерева. Для упрощения формирования уравнений предложено  $y$ -связи контуров рассматривать как источники ЭДС, а  $z$ -ветви как идеальные источники тока. Это позволяет использовать для формирования уравнений алгоритмы, применяемые для формирования уравнений по обычным контурно-узловым методам. Рассмотрены особенности формирования уравнений для цепей с зависимыми источниками.

**Ключевые слова:** электрические цепи, формирование уравнений, контурно-узловой метод, нормальное дерево, связи дерева

Число уравнений по смешанному контурно-узловому методу (КУМ) [1, 2, 3] зависит от распределения ветвей электрической схемы на типы ( $y$ -,  $z$ -,  $a1$ - и  $a2$ -ветви). Имеются алгоритмы оптимального распределения ветвей на типы [3], но при формировании уравнений для схем с многополюсниками и при формировании уравнений состояния (УС) накладываются определенные ограничения на типы ветвей или подребер многополюсников. Скажем, при формировании УС ветви с индуктивностями должны быть отнесены к типу  $z$ , а емкости — к типу  $y$ . Это приводит к тому, что число уравнений по КУМ увеличивается и может существенно превышать топологическую степень свободы [1]. Данный недостаток можно устранить, используя обобщенные контурно-узловые методы, предложенные в [4], где, однако, не даны логические правила формирования уравнений, что затрудняет их использование.

В статье рассмотрены методы формирования уравнений по обобщенным КУМ. Для формирования уравнений по смешанному КУМ используют нормальное дерево, содержащее максимальное количество  $y$ -ветвей и минимальное количество  $z$ -ветвей. При таком выборе дерева контур для  $y$ -связи содержит лишь  $y$ -ветви и служит для исключения напряжения  $y$ -связи. Аналогично, сечение для  $z$ -ветви дерева содержит лишь  $z$ -ветви и используется для исключения тока  $z$ -ветви дерева. В результате после исключения из уравнений для первичных величин указанных выше напряжений и токов получаем

To set up equations using a generalized loop-node method, a normal tree containing the maximum number of  $y$ -branches and the minimum number of  $z$ -branches is used. Such a choice of tree enables equations for the voltages of the  $y$ -branches of the tree enables equations for the voltages of the  $y$ -branches of the tree and for the currents of the  $z$ -links to be obtained. The method of selecting an optimum normal tree is considered. To simplify the formulation of equations it is proposed to consider the  $y$ -links of the loops as e.m.f. sources, and the  $z$ -branches, as ideal current sources. This enables equations to be formed using the algorithms that are used in the conventional loop-node methods. The specifics of the formulation of equations for circuits with dependent sources is considered.

**Key words:** electrical circuits, equations, formulation, loop-node method, normal tree, tree links

уравнения по смешанному КУМ относительно напряжений  $y$ -ветвей дерева и токов  $z$ -связей. Последние напряжения и токи назовем контурно-узловыми (КУ) величинами.

В отличие от обычного смешанного КУ метода обобщенный КУМ [4] не требует, чтобы сечения, используемые для исключения тока ветви дерева, содержали только  $z$ -ветви, а контуры, используемые для исключения напряжения связи, содержали только  $y$ -ветви, но ток  $y$ -ветви, входящей в упомянутое сечение, и напряжение  $z$ -ветви, входящей в упомянутый контур, должны выражаться только через КУ величины.

Дерево для получения обобщенных КУ уравнений можно получить следующим методом. Сначала выберем нормальное дерево. Затем рассмотрим контур для  $z$ -связи, напряжение которой выражается через КУ величины (см. рис. 1, где ветви дерева выделены толстыми линиями). Включим  $z$ -ветвь в дерево, а  $y$ -ветвь отнесем к связям. Эта операция называется элементарным преобразованием дерева.

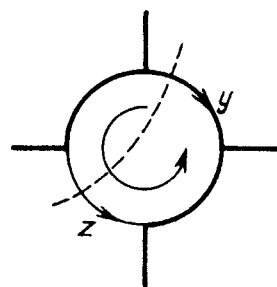


Рис. 1

Поскольку напряжение  $z$ -ветви выражается только через КУ величины, то, используя уравнение по второму закону Кирхгофа для рассматриваемого контура, можно выразить напряжение  $u$ -связи через КУ величины и исключить из системы уравнений. После этого число КУ величин уменьшается на единицу. Соответственно уменьшается число КУ уравнений, так как уравнение для рассмотренного контура исключается из КУ уравнений.

Можно поступить иначе. Используя уравнение по первому закону Кирхгофа для сечения (рис. 1), можно исключить ток  $z$ -ветви, которая включена в дерево, при условии, что ток  $u$ -ветви, входящей в это сечение, выражается только через КУ величины. В этом случае также число КУ величин и число КУ уравнений уменьшается на единицу.

Используя такие элементарные преобразования дерева, можно до минимума, близкого или равного топологической степени свободы, уменьшить число КУ уравнений.

Для упрощения записи уравнений по обобщенному КУМ предлагается  $u$ -связи контуров, для которых записываем КУ уравнения, рассматривать как идеальные источники ЭДС, а  $z$ -ветви дерева, для которых записываем КУ уравнения, рассматривать как идеальные источники тока. В этом случае указанные контуры не содержат  $u$ -связей (они заменены на источники), а сечения не содержат  $z$ -ветвей дерева так же, как и для обычного КУМ, т.е. здесь можно применить правила и алгоритмы обычного КУМ [5], но в отличие от обычного КУМ контурный ток, совпадающий с током  $u$ -связи, и напряжение сечения, совпадающее с напряжением  $z$ -ветви, являются вторичными переменными и КУ уравнение имеет вид

$$\begin{bmatrix} T_{11}^{KY} & T_{1x}^{KY} \\ T_{x1}^{KY} & T_{xx}^{KY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^{KY} - V_1 \\ F_x^{KY} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Строки первой группы (индекс 1) соответствуют сечениям для  $z$ -ветвей дерева и контурам для  $u$ -связей. Эти  $z$ -ветви дерева и  $u$ -связи заменены источниками ЭДС и тока соответственно и учтены в уравнении (1) в правой части вектором  $V_1$ . Напряжения  $z$ -ветвей дерева и токи  $u$ -связей являются вторичными переменными. Им соответствует вектор  $W_1$ , для которого записываем

$$W_1 = T_1 V_1 - F_1. \quad (2)$$

Уравнения (1), (2) и все последующие записываем в предположении, что они могут меняться и к резистивным цепям, тогда параметры  $T$  определяются через сопротивления и проводимости резисторов, могут применяться к ана-

лизу цепей в установившемся синусоидальном режиме, тогда параметры  $T$  определяются через комплексные сопротивления и проводимости, и к анализу переходных процессов, тогда величины  $T$  определяются через операторные сопротивления и проводимости. Сказанное выше относится к элементам матриц, не являющимся безразмерными величинами (коэффициенты инцидентности, коэффициенты усиления и т.п.).

Подставив выражение (2) в (1), получим после преобразований уравнение по обобщенному КУМ вида

$$\begin{bmatrix} (T_{11}^{KY} + 1) & T_{1x}^{KY} \\ T_{x1}^{KY} & T_{xx}^{KY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^{KY} + T_{11}^{KY} F_1 \\ F_x^{KY} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Особенность уравнения (3) в том, что в нем выделены подматрицы, которые формируются по обычным логическим правилам КУМ, описанным в [2], или с использованием алгоритмов, приведенных в [5].

Уравнение (3) получено в предположении, что вектор  $W_1$  выражается только через переменные вектора  $V_1$ , но возможно, что он выражается через некоторые переменные вектора  $V_x$ . В этом случае матрицу-столбец  $V_x$  разложим на две подматрицы  $V_2$  и  $V_3$ , тогда уравнение (1) переписывается в виде

$$\begin{bmatrix} T_{11}^{KY} & T_{12}^{KY} & T_{13}^{KY} \\ T_{21}^{KY} & T_{22}^{KY} & T_{23}^{KY} \\ T_{31}^{KY} & T_{32}^{KY} & T_{33}^{KY} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^{KY} - V_1 \\ F_2^{KY} - W_2 \\ F_3^{KY} \end{bmatrix}. \quad (1a)$$

Здесь подгруппы групп (1) и (2) заменены идеальными источниками  $V_1$  и  $W_2$ . Уравнение (2) заменим на следующее:

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}. \quad (2a)$$

Соответственно (3) заменится на уравнение

$$\begin{bmatrix} (T_{11}^{KY} T_{11} + 1) & (T_{12}^{KY} + T_{11}^{KY} T_{12}) & T_{13}^{KY} \\ (T_{21}^{KY} T_{11} + T_{21}) & (T_{22}^{KY} + T_{21}^{KY} T_{12} + T_{22}) & T_{23}^{KY} \\ T_{31}^{KY} T_{11} & (T_{32}^{KY} + T_{31}^{KY} T_{12}) & T_{33}^{KY} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^{KY} + T_{11}^{KY} F_1 \\ F_2^{KY} + F_2 \\ F_3^{KY} \end{bmatrix}. \quad (3a)$$

Уравнение (3) довольно громоздкое, поэтому целесообразнее соответствующим выбором дерева обеспечить, чтобы переменные  $W_1$  выражались через переменные только векторы  $V_1$ . Уравнение (3a) целесообразно использовать при наличии

вырожденных многополюсников (МП). В качестве практически важного примера таких вырожденных МП рассмотрим управляемые источники, которые часто используются в схемах замещения необратимых МП.

При расчете электрических и электронных схем часто предпочтение отдается однородному узловому базису [6] даже в тех случаях, когда имеются  $z$ -ветви. Последние предлагается учитывать отдельно с помощью расширенного узлового базиса. При этом число уравнений по сравнению с числом независимых узлов увеличивается на число  $z$ -ветвей. Уравнения для расширенного узлового базиса представляют собой частный случай смешанного КУМ.

Если использовать обобщенные КУМ, то можно получить уравнения, близкие к уравнениям по методу узловых потенциалов, с одной стороны, и учитывающие наличие  $z$ -ветвей и зависимых источников, с другой стороны.

При формировании уравнений по методу узловых потенциалов обычно не используют понятие дерева, хотя метод узловых потенциалов является частным случаем метода напряжений сечений, когда дерево образуется разомкнутыми ( $y=0$ ) ветвями, идущими из  $q-1$  узла в базисный  $q$ -й узел.

При формировании обобщенных КУ уравнений для схем с  $z$ -ветвями и зависимыми источниками, максимально близких к уравнениям по методу узловых потенциалов, в дерево включаем  $z$ -ветви, ветви с управляемыми источниками, короткозамкнутые ветви с управляющим током, разомкнутые ветви, соединяющие концы упомянутых выше ветвей с базисным узлом, и разомкнутые ветви, соединяющие остальные узлы с базисным. На рис. 2 условно показано такое дерево. Пунктиром показаны дополнительные разомкнутые ветви. Буква «х» символизирует узлы, к которым не присоединены управляющие источники, ветви с управляющими токами или  $z$ -ветви.

Сечения для ветвей  $11'$ ,  $22'$ ,  $zz'$  и  $x0$  охватывают соответствующий им узел ( $1$ ,  $2$ ,  $z$  и  $x$ ), а сечение для ветвей  $1'0$ ,  $2'0$ ,  $z'0$  охватывают два узла ( $1$  и  $1'$ ,  $2$  и  $2'$ ,  $z$  и  $z'$ ). С другой

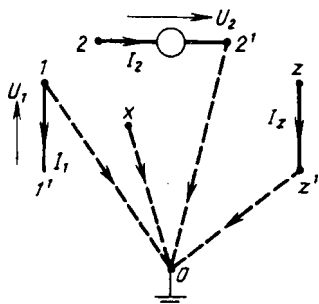


Рис. 2

стороны, напряжения сечений для ветвей  $11'$ ,  $22'$  и  $zz'$  совпадают с потенциалами узлов ( $1'$ ,  $2'$ ,  $z'$  и  $x$ ).

При наличии  $y$ - и  $z$ -ветвей и отсутствии зависимых источников получаем обычные уравнения типа (3) с заменой  $T_{ik}^{KY}$  на  $Y_{ik}^{KY}$ ,  $F_i^{KY}$  на  $J_i^{KY}$ ,  $T_1$  на  $Z_1$  (матрица сопротивлений  $z$ -ветвей) и  $F_1$  на  $J_1$ . При этом  $V_1=U_1$  — матрица напряжений  $z$ -ветвей, а  $V_2$  — матрица узловых потенциалов.

Для упрощения рассуждений рассмотрим цепь с одним источником напряжения, управляемым напряжением (ИНУН). Уравнения записываем для контура, соответствующего ветви с управляющим напряжением  $U_1$ , для сечения, охватывающего начальный узел источника  $U_2$ , сечения, охватывающего оба узла источника, и для остальных узлов цепи.

Ток  $I_1$  связи контура и напряжение  $U_2$  ветви дерева для первого сечения являются вторичными переменными вектора  $W_1$  в уравнении (3). Уравнение (2) для этого вектора

$$W_1 = \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_U & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = T_1 V_1$$

определяется уравнением ИНУН.

Матрица уравнения (1) для этого случая

$$T_{KY} = \begin{bmatrix} T_{11}^{KY} & T_{12}^{KY} \\ T_{21}^{KY} & T_{22}^{KY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B_{12} & B_{1x} \\ T_{21} & Y_{22} & Y_{2x} \\ T_{x1} & Y_{x2} & Y_{xx} \end{bmatrix}.$$

Первая строка содержит коэффициенты инцидентности ветвей и контура, так как кроме ветви 2, все остальные являются  $y$ -ветвями. Элементы первого столбца определять не следует, так как они умножаются в уравнении (1) на нулевой ток  $I_1$ . Остальные элементы определяются по обычным правилам метода напряжений сечений (или метода узловых потенциалов).

После подстановки матриц  $T_1$  и  $T_{KY}$  в уравнение (3) получаем

$$\begin{bmatrix} (B_{12}K_U+1) & 0 & B_{1x} \\ Y_{22}K_U & 1 & Y_{2x} \\ Y_{x2}K_U & 0 & Y_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_{c2} \\ J_{cx} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Число уравнений в системе (4) равно числу независимых узлов. При использовании расширенного узлового базиса число уравнений увеличивается на число  $z$ -ветвей. Структура уравнения (4) позволяет еще уменьшить число совместно решаемых уравнений. Поскольку ток  $I_2$  входит только во второе уравнение, его можно исключить из системы. В результате получаем уравнение

$$\begin{bmatrix} (B_{12}K_U + 1) & B_{1x} \\ Y_{x2}^y K_U & Y_{xx}^y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_{cx} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

после решения которого ток  $I_2$  определяем из уравнения

$$I_2 = J_{c2} - Y_{22} K_U U_1 - Y_{2x}^y V_x. \quad (6)$$

Уравнение (5) можно еще более упростить, если выбрать дерево таким образом, чтобы ветвь 2 не входила в контур ветви 1. Тогда  $B_{12}=0$  и первая матричная строка уравнения (5) дает

$$U_1 = B_{1x} V_x.$$

Подставляя это выражение во вторую строку (5), получаем

$$(Y_{xx}^y + Y_{x2}^y K_U B_{1x}) U_x = J_{cx}. \quad (7)$$

Таким образом, задача сводится к решению системы с числом уравнений, на два меньшим числа независимых узлов, т.е. наличие ИНУН не увеличивает, как при использовании расширенного узлового базиса, а наоборот, уменьшает число уравнений в системе.

Теперь рассмотрим ИТУН в цепи с у-ветвями. Из уравнения ИТУН

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

следует, что обе ветви источника являются у-ветвями, но поскольку первая ветвь является разомкнутой ветвью, то ее относим к связям, а вторую — к дереву. Остальные ветви дерева — разомкнутые ветви, идущие из узлов в базисный. При этом в вектор  $W_1$  уравнения (1) войдет лишь одна переменная  $I_1=0$ . Остальные переменные — напряжение  $U_2$  и потенциалы узлов войдут в вектор  $V_x$ .

После исключения первого столбца матрицы уравнения (1), который умножается на нулевую переменную  $W_1=I_1=0$ , уравнение (1) распадается на два уравнения:

$$Y_{xx}^y V_x = F_x^y; \quad (8)$$

и

$$U_1 = -B_{1x} V_x. \quad (9)$$

В уравнении (9) матрица  $T_{1x}^{KU}$  соответствует подматрица контуров  $B_{1x}$ . Число уравнений в системе (8) на единицу меньше числа независимых узлов.

При анализе цепи с ИТУТ используем уравнения (1а) и (3а), поскольку согласно уравнениям ИТУТ

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

напряжение  $U_1$  следует включить в вектор  $W_1$  (для этой ветви выбираем сечение), а напряжение ветви дерева  $U_2$  войдет в вектор  $V_2$ , тогда уравнение (1а) примет вид

$$\begin{bmatrix} 0 & Q_{12} & Q_{1x} \\ 0 & Y_{22}^y & Y_{2x}^y \\ 0 & Y_{x2} & Y_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ J_{y2} - I_2 \\ J_{yx} \end{bmatrix},$$

в котором первый столбец заменен нулями, так как он умножается на нулевое напряжение  $U_1=0$ . Соответственно уравнение (3а) с учетом того, что  $T_{21}=K_i$ , а  $T_{12}=0$  и  $T_{22}=0$ , примет вид

$$\begin{bmatrix} 1 & Q_{12} & Q_{1x} \\ K_i & Y_{22}^y & Y_{2x}^y \\ 0 & Y_{x2} & Y_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ J_{y2} \\ J_{yx} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Число уравнений в системе (10) равно числу независимых узлов, но можно легко исключить из них ток  $I_1$  и получить систему

$$\begin{bmatrix} Y_{22}^y - K_i Q_{12} & Y_{2x}^y - K_i Q_{1x} \\ Y_{x2} & Y_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{y2} \\ J_{yx} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

После решения системы (11) ток  $I_1$  определяем из уравнения

$$I_1 = -Q_{12} U_2 - Q_{1x} V_x.$$

Оба подребра ИНУТ включаем в дерево. Напряжения этих подребер являются вторичными переменными и принадлежат вектору  $W_1$ . Остальные узловые напряжения и напряжения сечений, охватывающие узлы подребер 1 и 2, относим к вектору  $V_x$  уравнения (1).

Уравнению (2) для вектора  $W_1$  соответствует уравнение ИНУТ

$$W_1 = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (3), получаем уравнение

$$\begin{bmatrix} (Y_{12}R + 1) & 0 & Y_{1x} \\ Y_{22}R & 1 & Y_{2x} \\ Y_{x2}R & 0 & Y_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ U_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{c1} \\ J_{c2} \\ J_{cx} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

которое распадается на два уравнения:

$$\begin{bmatrix} (Y_{12}R + 1) & Y_{1x} \\ Y_{x2} & Y_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{c1} \\ J_{cx} \end{bmatrix} \quad (13)$$



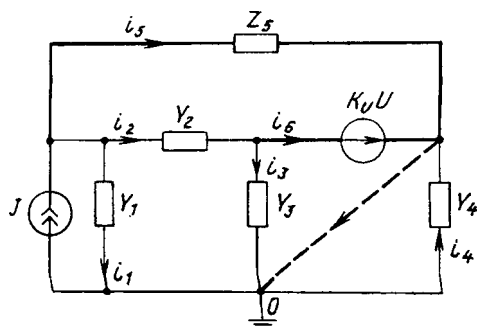


Рис. 3

и

$$I_2 = J_{c2} - Y_{22} R I_1 - Y_{2x} U_x. \quad (14)$$

Система уравнений (13) содержит на одно уравнение меньше числа независимых узлов. Таким образом, использование обобщенного КУМ позволяет получать для схем с зависимыми источниками уравнения с использованием обычных правил метода узловых напряжений. Причем число уравнений в системе не превышает числа независимых узлов.

**Пример.** Сформировать уравнения для цепи на рис. 3, в которой ИНУН включен между узлами 2 и 3 и управляется напряжением на проводимости  $Y_4$ . В ветви 5 включено сопротивление  $Z_5$ . Остальные ветви характеризуются проводимостями. Если, скажем, ставится задача формирования уравнений состояния и ветвь 5 содержит индуктивность, то она не может быть преобразована к у-ветви.

На рис. 3 жирными линиями показано дерево, содержащее, кроме z-ветви и зависимого источника, разомкнутую ветвь, напряжение которой совпадает с потенциалом узла 3. Уравнение (1) для этой цепи составляет по обычным правилам метода напряжений сечений и имеет вид

$$\begin{bmatrix} Y_{12} & -Y_2 & Y_1 \\ -Y_2 & Y_{23} & Y_3 \\ Y_1 & Y_3 & Y_{134} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_5 \\ U_6 \\ \Phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J - I_5 \\ -I_6 \\ J \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где  $Y_{134} = Y_1 + Y_3 + Y_4$ , аналогично для  $Y_{12}$  и  $Y_{23}$ . Для ветвей 5 и 6 записываем уравнения:

$$U_5 = Z_5 I_5;$$

$$U_6 = K_U U_4 = -K_U \Phi_3.$$

После подстановки этих соотношений в урав-

нение (15) полученное выражение распадается на два уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{cc} (Y_{12} Z_5 + 1) & Y_1 + Y_2 K_U \\ Y_1 Z_5 & Y_{134} - Y_3 K_U \end{array} \right\} \begin{bmatrix} I_5 \\ \Phi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ J \end{bmatrix} \quad (16)$$

и

$$I_6 = Y_2 Z_5 I_5 - (Y_3 - Y_{23} K_U) \Phi_3.$$

Задача расчета цепи на рис. 3 сводится, таким образом, к решению системы двух уравнений (16). При использовании расширенного узлового базиса по правилам, описанным, скажем, в [6], получаем систему пяти уравнений:

$$\begin{bmatrix} Y_{12} & -Y_2 & 0 & 1 & 0 \\ -Y_2 & Y_{23} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & Y_4 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & Z_5 & 0 \\ 0 & -1 & (1 - K_U) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, использование обобщенного КУМ позволяет существенно уменьшить число уравнений и объем вычислений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ohtsuki Tatsuo, Ishizaki Yasutushi, Watanabe Hitoshi. Topological degrees of freedom and mixed analysis of electrical networks. — IEEE Trans. Circuit Theory, 1970, 17, № 4.
2. Хусаинов Ш.Н. Смешанный контурно-узловой метод анализа электрических схем с многополюсными элементами. — Теоретическая электротехника (Львов), 1976, № 20.
3. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. — М.: Советское радио, 1976.
4. Хусаинов Ш.Н. Обобщенные контурно-узловые методы анализа электронных схем. — Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1980, 23, № 8.
5. Хусаинов Ш.Н. Алгоритмы формирования контурно-узловых уравнений электронных схем с помощью ЭЦВМ. — Изв. вузов, Радиоэлектроника, 1978, 21, № 9.
6. Перфильев Ю.С., Даничев А.М. Основы электротехники. Физико-математические основы электро моделирования. — Красноярск: Изд. Красноярского гос. техн. ун-та, 1993.

[21.02.97]

**А в т о р:** Хусаинов Шамиль Нагимович окончил энергетический факультет Челябинского политехнического института (ЧПИ) в 1960 г. В 1968 г. защитил кандидатскую диссертацию по теории электрических схем в Московском авиационном институте. Доцент кафедры «Теоретические основы электротехники» Челябинского государственного технического университета (ранее ЧПИ).

# Идентификация нелинейных четырехполюсников

НОВОЖИЛОВ О.П.

Рассмотрены способы идентификации нелинейных четырехполюсников при использовании тестовых сигналов в виде четных периодических с периодом  $2\pi$  функций, монотонно изменяющихся на интервале  $[0, \pi]$ . Показано, что выбор тестовых сигналов влияет на структуру оператора модели. При одновременном использовании двух тестовых сигналов идентифицируется четырехчленный оператор, включающий нелинейные характеристики в виде двумерных функций входного и выходного воздействий и операторы дифференцирования или (и) интегрирования во временной области. Раздельное использование тестовых сигналов приводит к уменьшению числа членов оператора, однако расширяет возможности представления его характеристик.

Ключевые слова: нелинейные четырехполюсники, идентификация, тестовые сигналы, четные периодические функции

**Введение.** Под идентификацией объекта понимают процесс построения его математической модели по данным эксперимента [1, 2]. Если объектом является нелинейный четырехполюсник (НЧ), то его математическую модель можно представить в виде оператора, устанавливающего в явной или неявной форме связь между воздействиями  $x_k$  и откликами  $y_k$ , где здесь и в дальнейшем индекс  $k=1$  относится к входным, индекс  $k=2$  — к выходным полюсам НЧ. Предпочтение отдается явной форме операторов, не связанной с решением каких-либо уравнений. Выявить форму оператора, определить его параметры и характеристики можно путем тестирования НЧ при выбранных воздействиях, называемых тестовыми сигналами (ТС). Например, давно известный и широко распространенный простейший способ тестирования транзисторов при постоянных напряжениях и токах (постоянных ТС) позволяет получить семейства входных и выходных вольт-амперных характеристик, приводимые обычно в справочной литературе, и представить оператор модели транзисторов в виде двумерных нелинейных функций  $y_k = f_k(x_1, x_2)$ . Однако такой способ тестирования обладает рядом существенных недостатков:

не позволяет снять характеристики во всей рабочей области напряжений и токов транзистора из-за возможного выхода его из строя, поскольку используется статический режим;

не отражает динамических свойств транзисторов;

неприемлем для идентификации нелинейных реактивных элементов.

The paper considers methods for an identification of non-linear two-port networks with the use of test signals on a form of even periodic functions with period of  $2\pi$ , monotonously varying at the interval  $[0, \pi]$ . It is shown that the choice of test signals influences on the model operator structure. When using two test signals simultaneously four-term operator containing non-linear characteristics in a form of input and output action and operators of differentiation of (and) integration in time domain is identified. The use of separate test signals leads reducing a number of operator terms, but extends the possibilities of the representation of its characteristics.

Key words: non-linear two-port networks, identification, test signals, even periodic functions

Тестирование НЧ с использованием изменяющихся во времени воздействий (переменных ТС) устраняет указанные недостатки. При этом возможны способы тестирования НЧ с двумя переменными ТС и с одним переменным и одним постоянным ТС.

В дальнейшем предполагается, что переменные ТС  $x_k(\tau_k)$ :

являются четными периодическими (с периодом  $2\pi$  относительно  $\tau_k$ ) функциями, для которых

$$x_k(\tau_k) = x_k(-\tau_k), \quad (1)$$

где  $\tau_k = \omega_k t + \varphi_k$ ,  $\omega_k = 2\pi/T_k$ ,  $T_k$ ,  $\varphi_k = \text{const}$ , при этом  $\omega_k$ ,  $T_k$ ,  $\varphi_k$  — соответственно частота, период и начальная фаза ТС;

представляют собой монотонно изменяющиеся на интервале  $[0, \pi]$  функции, причем

$$x_k(0) = X_{k, \min}, \quad x_k(\pi) = X_{k, \max};$$

имеют для обратных функций  $\tau_k(x_k)$  на интервале  $[X_{k, \min}, X_{k, \max}]$  первые производные.

В качестве ТС могут быть использованы сигналы косинусоидальной и треугольной формы. Для ТС косинусоидальной формы

$$x_k = X_{k,0} - X_{k,1} \cos \tau_k, \quad \tau_k = \arccos \left( -\frac{x_k - X_{k,0}}{X_{k,1}} \right), \quad (2)$$
$$\frac{d\tau_k}{dx_k} = \frac{1}{X_{k,1} \sqrt{1 - \left( \frac{x_k - X_{k,0}}{X_{k,1}} \right)^2}};$$

для ТС треугольной формы

$$x_k = X_{k,0} - X_{k,1} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \tau_k \right), \quad \tau_k = \frac{\pi}{2} \left( \frac{x_k - X_{k,0}}{X_{k,1}} + 1 \right),$$

$$\frac{d\tau_k}{dx_k} = \frac{\pi}{2X_{k,1}}. \quad (3)$$

Предполагается также, что НЧ являются стационарными, удовлетворяют условиям наблюдаемости, их реакция на внешнее воздействие определяется однозначно, отсутствуют режимы самовозбуждения.

Цель статьи — выявить форму и определить характеристики операторов моделей НЧ при различных способах тестирования.

**Идентификация НЧ при использовании переменных ТС.** При периодических воздействиях отклики четырехполюсника могут быть представлены в виде двумерного тригонометрического ряда Фурье:

$$y_k(\tau_1, \tau_2) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,mn}^{cc} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 +$$

$$+ Y_{k,mn}^{sc} \sin m\tau_1 \cos n\tau_2 + Y_{k,mn}^{cs} \cos m\tau_1 \sin n\tau_2 +$$

$$+ Y_{k,mn}^{ss} \sin m\tau_1 \sin n\tau_2, \quad k = 1; 2. \quad (4)$$

Перепишем (4) в виде:

$$y_k(\tau_1, \tau_2) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,mn}^{cc} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 + \frac{\partial}{\partial \tau_1} \times$$

$$\times \frac{-Y_{k,mn}^{sc}}{m} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 + \frac{\partial}{\partial \tau_1} \frac{-Y_{k,mn}^{cs}}{n} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 +$$

$$+ \frac{\partial^2}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} \frac{Y_{k,mn}^{ss}}{mn} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2, \quad k = 1; 2. \quad (5)$$

На основании (5) четырехполюсник можно описать следующим оператором:

$$y_k = y_k^{00} + \frac{\partial}{\partial \tau_1} y_k^{10} + \frac{\partial}{\partial \tau_2} y_k^{01} + \frac{\partial^2}{\partial \tau_1 \partial \tau_2} y_k^{11}, \quad (6)$$

где  $y_k^{00}$ ,  $y_k^{10}$ ,  $y_k^{01}$ ,  $y_k^{11}$  — двумерные нелинейные функции независимых переменных  $x_1$ ,  $x_2$ .

При этом первый член оператора (6) отражает безынерционные (статические) свойства НЧ, три последующих члена — инерционные (динамические) свойства НЧ, обусловленные изменяющимися во времени входным воздействием  $x_1(\tau_1)$ , входным воздействием  $x_2(\tau_2)$  и обоими воздействиями одновременно. Так как для ТС на интервале  $[0, \pi]$  существуют обратные функции, то после подстановки  $\tau_1(x_1)$ ,  $\tau_2(x_2)$  в (5) получаем следующие выражения для характеристик оператора (6):

$$\begin{bmatrix} y_k^{00} \\ y_k^{10} \\ y_k^{01} \\ y_k^{11} \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} Y_{k,mn}^{cc} \\ -Y_{k,mn}^{sc}/m \\ -Y_{k,mn}^{cs}/n \\ Y_{k,mn}^{ss}/mn \end{bmatrix} \times \cos[m\tau_1(x_1)] \cos[n\tau_2(x_2)],$$

$$x_k \in [X_{k,\min}, X_{k,\max}], \quad k = 1; 2. \quad (7)$$

Для ТС косинусоидальной формы (2) характеристики (7) выражаются через полиномы Чебышева первого рода [3], а для ТС треугольной формы (3) — через тригонометрические (косинусоидальные) функции.

Для определения коэффициентов  $Y_{k,mn}^{cc}$ ,  $Y_{k,mn}^{sc}$ ,  $Y_{k,mn}^{cs}$ ,  $Y_{k,mn}^{ss}$  характеристик (7) воспользуемся тригонометрическим полиномом

$$\tilde{y}(\vartheta_1, \vartheta_2) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \tilde{Y}_{k,mn}^{cc} \cos m\vartheta_1 \cos n\vartheta_2 +$$

$$+ \tilde{Y}_{k,mn}^{sc} \sin m\vartheta_1 \cos n\vartheta_2 + \tilde{Y}_{k,mn}^{cs} \cos m\vartheta_1 \sin n\vartheta_2 +$$

$$+ \tilde{Y}_{k,mn}^{ss} \sin m\vartheta_1 \sin n\vartheta_2, \quad \text{где } \vartheta_k = \tau_k - \varphi_k, \quad k = 1; 2. \quad (8)$$

Полином (8) после подстановки  $\vartheta_k = \tau_k - \varphi_k$  сводится к виду (4), что позволяет получить следующие соотношения для искомых коэффициентов характеристик (7):

$$\left. \begin{aligned} Y_{k,mn}^{cc} &= \tilde{Y}_{k,mn}^{cc} \cos m\varphi_1 \cos n\varphi_2 - \tilde{Y}_{k,mn}^{sc} \sin m\varphi_1 \cos n\varphi_2 - \\ &- \tilde{Y}_{k,mn}^{cs} \cos m\varphi_1 \sin n\varphi_2 + \tilde{Y}_{k,mn}^{ss} \sin m\varphi_1 \sin n\varphi_2; \\ Y_{k,mn}^{sc} &= \tilde{Y}_{k,mn}^{cc} \sin m\varphi_1 \cos n\varphi_2 + \tilde{Y}_{k,mn}^{sc} \cos m\varphi_1 \cos n\varphi_2 - \\ &- \tilde{Y}_{k,mn}^{cs} \sin m\varphi_1 \sin n\varphi_2 - \tilde{Y}_{k,mn}^{ss} \cos m\varphi_1 \sin n\varphi_2; \\ Y_{k,mn}^{cs} &= \tilde{Y}_{k,mn}^{cc} \cos m\varphi_1 \sin n\varphi_2 - \tilde{Y}_{k,mn}^{sc} \sin m\varphi_1 \sin n\varphi_2 - \\ &- \tilde{Y}_{k,mn}^{cs} \cos m\varphi_1 \cos n\varphi_2 + \tilde{Y}_{k,mn}^{ss} \sin m\varphi_1 \cos n\varphi_2; \\ Y_{k,mn}^{ss} &= \tilde{Y}_{k,mn}^{cc} \sin m\varphi_1 \sin n\varphi_2 + \tilde{Y}_{k,mn}^{sc} \cos m\varphi_1 \sin n\varphi_2 + \\ &+ \tilde{Y}_{k,mn}^{cs} \sin m\varphi_1 \cos n\varphi_2 + \tilde{Y}_{k,mn}^{ss} \cos m\varphi_1 \cos n\varphi_2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Найдем коэффициенты полинома (8). Допустим, что известны значения (отсчеты) функции  $\tilde{y}_k(\vartheta_1, \vartheta_2) \equiv y_{k,pr}$  для значений аргументов:

$$\vartheta_1 = \vartheta_{1,p} = p \frac{2\pi}{2M+1}, \quad p = 0, 1, 2, \dots, 2M;$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_{2,r} = r \frac{2\pi}{2N+1}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, 2N. \quad (10)$$

Тогда коэффициенты полинома (8) могут быть выбраны из условия его равенства значениям  $y_{k,pr}$ :

$$\begin{bmatrix} \tilde{Y}_{k,00}^{cc} \\ \tilde{Y}_{k,0n}^{cc} \\ \tilde{Y}_{k,m0}^{cc} \\ \tilde{Y}_{k,mn}^{cc} \\ \tilde{Y}_{k,m0}^{sc} \\ \tilde{Y}_{k,mn}^{sc} \\ \tilde{Y}_{k,0n}^{cs} \\ \tilde{Y}_{k,mn}^{cs} \\ \tilde{Y}_{k,mn}^{ss} \end{bmatrix} = \frac{4}{(2M+1)(2N+1)} \sum_{p=0}^{2M} \sum_{r=0}^{2N} y_{k,pr} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \cos n\vartheta_{2,r} \\ 2 \cos m\vartheta_{1,p} \\ \cos m\vartheta_{1,p} \cos n\vartheta_{2,r} \\ 2 \sin m\vartheta_{1,p} \\ \sin m\vartheta_{1,p} \cos n\vartheta_{2,r} \\ 2 \sin n\vartheta_{2,r} \\ \cos m\vartheta_{1,p} \sin n\vartheta_{2,r} \\ \sin m\vartheta_{1,p} \sin n\vartheta_{2,r} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

где

$$\vartheta_{1,p} = \frac{2\pi p}{2M+1}; \quad \vartheta_{2,r} = \frac{2\pi r}{2N+1}; \quad m = 1, 2, 3, \dots, M;$$

$$n = 1, 2, 3, \dots, N.$$

Введем ограничение на частоты ТС, полагая, что они относятся как целые числа, не имеющие общего множителя:

$$\omega_1/\omega_2 = P/R. \quad (12)$$

В этом случае исходными данными для определения коэффициентов полинома (8) могут служить отклики реального четырехполюсника в виде одномерных периодических функций  $y_k(\vartheta)$ , где  $\vartheta = \omega t$ ,  $\omega = 2\pi/T$ ,  $T = PT_1 = RT_2$ . Пусть известны отсчеты одномерных откликов  $y_{k,i} = y_k(i \frac{2\pi}{PR})$ , где  $i = 0, 1, 2, \dots, PR-1$ . Тогда возникает задача по известным исходным отсчетам  $y_{k,i}$  одномерных откликов получить отсчеты  $\tilde{y}_{k,pr}$  откликов четырехполюсника, представленных в виде двумерных функций  $\tilde{y}_k(\vartheta_1, \vartheta_2)$ . Для ее решения воспользуемся следующими соотношениями:

$$\vartheta_1 = R\vartheta = i \frac{2\pi}{P}; \quad \vartheta_2 = P\vartheta = i \frac{2\pi}{R}; \quad i = 0, 1, 2, \dots, PR-1, \quad (13)$$

которые в параметрической форме задают двумерные функции  $\tilde{y}_k(\vartheta_1, \vartheta_2)$  на интервалах  $\vartheta_1 \in [0, 2R\pi]$ ,  $\vartheta_2 \in [0, 2P\pi]$ . Для перехода к интервалу определения  $[0, 2\pi]$  по обоим аргументам  $\vartheta_1, \vartheta_2$  запишем дроби в виде целых чисел и остатков:

$$\frac{i}{P} = A + \frac{p}{P}, \quad \frac{i}{R} = B + \frac{r}{R}, \quad (14)$$

где  $A, B$  — целые числа;  $p = 0, 1, 2, \dots, P-1$ ;  $r = 0, 1, 2, \dots, R-1$ .

Если в (14) отбросить целые числа, то можно установить связь между аргументом  $i$  одномерных дискретных функций  $y_{k,i}$  и аргументами  $p, r$  двумерных дискретных функций  $\tilde{y}_{k,pr}$ , что равносильно решению поставленной задачи. При этом область определения двумерных периодических функций  $\tilde{y}_k(\vartheta_1, \vartheta_2)$  будет представлять собой равномерную сетку на квадрате, длина стороны которого равна  $2\pi$ :

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= p \frac{2\pi}{P}, & p &= 0, 1, 2, \dots, P-1; \\ \vartheta_2 &= r \frac{2\pi}{R}, & r &= 0, 1, 2, \dots, R-1. \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 1 для случая  $P=5, R=3$  проиллюстрирована связь между  $i$  (в кружках) и  $p, r$ . По стрелкам (или значениям  $i$  от 0 до 15) можно проследить путь, который «пробегают» аргумент  $\theta$  одномерной функции  $y_k(\theta)$  при его изменении от 0 до  $2\pi$  в области определения двумерной функции  $\tilde{y}_k(\vartheta_1, \vartheta_2)$ , заданной на квадрате со сторонами  $2\pi$ .

Сопоставив (15) с (10), получим

$$P = 2M + 1, \quad R = 2N + 1. \quad (16)$$

Таким образом, требование аппроксимации

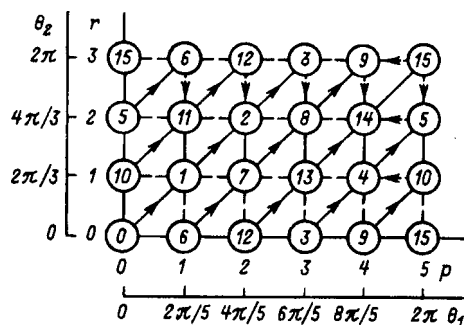


Рис. 1

двумерных откликов четырехполюсника полиномами (8) накладывает ограничение (16) на соотношение частот (12) ТС.

После определения коэффициентов (11) по формулам (9) рассчитывают коэффициенты характеристик (7) оператора (6). Начальные фазы  $\varphi_k$  ТС могут быть определены, например, из осциллограмм одномерных откликов НЧ и ТС, снятых на двухлучевом осциллографе, по смещению между первым отсчетом выбранных реализаций одномерных откликов  $y_k(\theta)$  и минимумом ТС. Если первый отсчет откликов совмещен с минимумом ТС  $x_1(\tau_1)$ , то  $\varphi_1 = 0$ .

**Идентификация НЧ при использовании переменных и постоянных ТС.** Допустим, что известны два набора одномерных откликов четырехполюсника  $y_k^1(\tau_1)$ ,  $y_k^2(\tau_2)$ , один из которых получен при использовании переменного ТС  $x_1(\tau_1)$  для различных  $x_2 = \text{const}$ , а другой — при использовании переменного ТС  $x_2(\tau_2)$  для различных  $x_1 = \text{const}$ . Запишем отклики в виде тригонометрических рядов Фурье:

$$\begin{aligned} y_k^1(\tau_1) &= \sum_{m=0}^{\infty} Y_{k,m}^{1,c}(x_2) \cos m\tau_1 + Y_{k,m}^{1,s}(x_2) \sin m\tau_1, \\ x_1 &= x_1(\tau_1), \quad x_2 = \text{const}; \\ y_k^2(\tau_2) &= \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,n}^{2,c}(x_1) \cos n\tau_2 + Y_{k,n}^{2,s}(x_1) \sin n\tau_2, \\ x_1 &= \text{const}; \quad x_2 = x_2(\tau_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Для выявления формы оператора модели НЧ допустим, что набор значений  $x_2 = \text{const}$  в (17) удовлетворяет  $x_2 = x_2(\tau_2)$  в (18), а набор значений  $x_1 = \text{const}$  в (18) —  $x_1 = x_1(\tau_1)$  в (17). Введение фиктивных ТС  $x_2 = x_2(\tau_2)$  для (17) и  $x_1 = x_1(\tau_1)$  для (18) позволяет формально представить наборы откликов (17), (18) в виде следующих двумерных тригонометрических рядов:

$$y_k^1(\tau_1, \tau_2) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,mn}^{1,cc} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 +$$

$$+ Y_{k,mn}^{1,sc} \sin m\tau_1 \cos n\tau_2; \quad (19)$$

$$y_k^2(\tau_1, \tau_2) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,mn}^{2,cc} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 + \\ + Y_{k,mn}^{2,cs} \cos m\tau_1 \sin n\tau_2. \quad (20)$$

Так как в силу (1), (17), (18)

$$y_k^1(\tau_1, \tau_2) = y_k^1(\tau_1, -\tau_2), \quad y_k^2(\tau_1, \tau_2) = y_k^2(-\tau_1, \tau_2), \quad (21)$$

то по сравнению с (4) в (19) отсутствуют члены, содержащие  $\sin n\tau_2$ , а в (20) — члены, содержащие  $\sin m\tau_1$ .

Предполагая, что  $Y_{k,mn}^{1,cc} = Y_{k,mn}^{2,cc}$ , и представляя совокупность откликов (19), (20) в виде (5), получаем трехчленную форму оператора (6). Использование же при идентификации одного из откликов (19), (20) при  $k = \text{const}$  ограничивает оператор (6) двумя членами.

Характеристики  $y_k^{00}$ ,  $y_k^{10}$ ,  $y_k^{01}$  усеченных операторов (6) могут быть представлены в виде двумерных функций:

$$y_k^{00} = y_k^{1,00}(x_1, x_2), \quad y_k^{10} = y_k^{1,10}(x_1, x_2); \\ y_k^{00} = y_k^{2,00}(x_1, x_2), \quad y_k^{01} = y_k^{2,01}(x_1, x_2); \\ x_k \in [X_{k,\min}, X_{k,\max}], \quad (22)$$

или семейств одномерных функций:

$$y_k^{00} = y_k^{1,00}(x_1), \quad y_k^{10} = y_k^{1,10}(x_1), \\ x_2 = \text{const}, \quad x_1 \in [X_{1,\min}, X_{1,\max}]; \quad (23)$$

$$y_k^{00} = y_k^{2,00}(x_2), \quad y_k^{01} = y_k^{2,01}(x_2), \\ x_1 = \text{const}, \quad x_2 \in [X_{2,\min}, X_{2,\max}]; \quad (24)$$

Следует отметить, что выполнение равенств  $Y_{k,mn}^{1,cc} = Y_{k,mn}^{2,cc}$ ,  $y_k^{00} = y_k^{1,00}(x_1, x_2) = y_k^{2,00}(x_1, x_2)$  свидетельствует о правомерности модели НЧ в классе трехчленных операторов.

Для представления характеристик усеченных операторов (6) в виде (22) или (7) необходимо определить коэффициенты рядов (19), (20). Эту задачу можно решить аппроксимацией рядов (19), (20) тригонометрическими полиномами (8). Особенность ее решения по сравнению с рассмотренным выше подобным случаем состоит в следующем:

двумерные периодические функции (19), (20) обладают свойствами (21);

для получения отсчетов двумерных функций (19), (20) в их области определения, представляющей собой равномерную сетку на квадрате с длиной стороны  $2\pi$ , используются наборы одномерных откликов  $y_k^1(\tau_1, x_2)$ ,  $y_k^2(x_1, \tau_2)$ . При этом для первого набора постоянные значения

должны быть выбраны из условия  $x_2 = x_2(\tau_2)$  с равномерным шагом по  $\tau_2$  в пределах от 0 до  $\pi$ , а для второго набора — постоянные значения  $x_1$  из условия  $x_1 = x_1(\tau_1)$  с равномерным шагом по  $\tau_1$  в тех же пределах, где  $x_k(\tau_k)$  — тестовые сигналы. Число откликов  $y_k^1(\tau_1, x_2)$ ,  $y_k^2(x_1, \tau_2)$  в наборе должно быть равным соответственно  $N+1$ ,  $M+1$ , а число отсчетов в отклике —  $2M+1$ ,  $2N+1$ . Таким образом, вместо ограничения (12) на соотношение частот ТС вводятся ограничения на число откликов в наборах и число отсчетов в откликах;

отсутствует необходимость замены переменных  $\tau_k$  на  $\theta_k$  при переходе к полиному вида (8), что дает возможность непосредственно определить искомые коэффициенты без использования формул пересчета (9);

для расчета искомых коэффициентов можно пользоваться формулами (11), если в них произвести соответствующую замену обозначений коэффициентов. При аппроксимации  $y_k^1(\tau_1, \tau_2)$  коэффициенты при  $\sin n\tau_2$  полинома (8) можно не рассчитывать, так как их значения равны нулю в силу (21). По этой же причине для  $y_k^2(\tau_1, \tau_2)$  можно не рассчитывать коэффициенты при  $\sin m\tau_1$ .

Семейства одномерных характеристик (23), (24) могут быть представлены в двух формах:

$$\left. \begin{aligned} y_k^{1,00}(x_1) &= \sum_{m=0}^{\infty} Y_{k,m}^{1,c}(x_2) \cos[m\tau_1(x_1)] = \\ &= 0,5[y_k^{1,+}(x_1) + y_k^{1,-}(x_1)], \quad x_2 = \text{const}; \\ y_k^{1,10}(x_1) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{-Y_{k,m}^{1,s}(x_2)}{m} \cos[m\tau_1(x_1)] = \\ &= 0,5 \int [y_k^{1,+}(x_1) - y_k^{1,-}(x_1)] \tau_1'(x_1) dx_1; \\ &\quad x_2 = \text{const}; \\ y_k^{2,00}(x_2) &= \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,n}^{2,c}(x_1) \cos[n\tau_2(x_2)] = \\ &= 0,5[y_k^{2,+}(x_2) + y_k^{2,-}(x_2)], \quad x_1 = \text{const}; \\ y_k^{2,01}(x_2) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-Y_{k,n}^{2,s}(x_1)}{n} \cos[n\tau_2(x_2)] = \\ &= 0,5 \int [y_k^{2,+}(x_2) - y_k^{2,-}(x_2)] \tau_2'(x_2) dx_2, \\ &\quad x_1 = \text{const}; \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где  $x_k \in [X_{k,\min}, X_{k,\max}]$ ;  $Y_{k,m}^{1,c}(x_2)$ ,  $Y_{k,n}^{1,s}(x_2)$ ,  $Y_{k,n}^{2,c}(x_1)$ ,  $Y_{k,n}^{2,s}(x_1)$  — коэффициенты исходных одномерных откликов (17), (18);  $\tau_k(x_k)$ ,  $\tau_k'(x_k)$  — обратные функции ТС  $x_k(\tau_k)$  и их первые производные;  $y_k^{1,\pm}(x_1)$ ;  $y_k^{2,\pm}(x_2)$  — верхняя (знак «+») и нижняя (знак «-») ветви исходных характеристик  $y_k^1(x_1)$ ,  $y_k^2(x_2)$  в виде гистерезисных потерь, полученных исключением безразмерного времени  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  в откликах  $y_k^1(\tau_1)$ ,  $y_k^2(\tau_2)$  и ТС  $x_1(\tau_1)$ ,  $x_2(\tau_2)$ .

Следует отметить, что:

при однозначных характеристиках  $y_k^1(x_1)$ ,  $y_k^2(x_2)$  реального НЧ характеристики модели  $y_k^{1,10}(x_1) \equiv 0$ ,  $y_k^{2,01}(x_2) \equiv 0$  и оператор (6) становится одночленным;

если в качестве откликов выбрать  $z = \int y dt$  и определить характеристики  $z_k^{1,00}(x_1)$ ,  $z_k^{2,00}(x_2)$  модели НЧ как полусуммы верхней и нижней ветвей исходных гистерезисных функций  $z_k^1(x_1)$ ,  $z_k^2(x_2)$ , то на основании (17), (18) можно получить следующие соотношения:  $z_k^{1,00}(x_1) = y_k^{1,10}(x_1)/\omega_1$ ,  $z_k^{2,00}(x_2) = y_k^{2,01}(x_2)/\omega_2$ . Эти соотношения позволяют более простым способом определить характеристики  $y_k^{1,10}(x_1)$  при  $x_1 = \text{const}$ ,  $y_k^{2,01}(x_2)$  при  $x_2 = \text{const}$  (25), не прибегая к аппроксимации подынтегральных выражений и вычислению интегралов;

располагая семействами одномерных характеристик модели НЧ можно путем их аппроксимации перейти к двумерным характеристикам оператора (6).

**О точности методов идентификации.** Точность полученных при идентификации результатов в виде оператора (6) и его характеристик (7) зависит от степени соответствия реальных ТС выбранным при расчетах, точности экспериментальных данных, способа тестирования, точности расчетов и других факторов. Их детальный учет потребовал бы решения сложной математической задачи. В частности, учет погрешности отсчетов одномерных откликов требует при проведении идентификации привлечения методов решения некорректных задач [4]. Поэтому ограничимся рассмотрением вопроса о погрешности метода идентификации при точных исходных данных.

Задача идентификации при использовании переменных ТС решена как задача аппроксимации одномерных периодических откликов  $y_k(\vartheta)$  ( $k=1, 2$ ) реального четырехполосника двумерными откликами модели в виде тригонометрических полиномов  $\tilde{y}_k(\vartheta_1, \vartheta_2)$  (8). Найденное решение является точным. Однако замена двумерных откликов модели в виде рядов (4) полиномами (8) приводит к погрешности. Выражение среднеквадратической погрешности аппроксимации двумерного ряда Фурье полиномом через отсчеты  $\tilde{y}_{k,pr}$  двумерных функций  $y_k(\tau_1, \tau_2)$  можно записать в виде

$$\delta_{kA}^2 = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y_k^2(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 - \frac{1}{(2M+1)(2N+1)} \sum_{p=0}^{2M} \sum_{r=0}^{2N} \tilde{y}_{k,pr}^2. \quad (26)$$

Так как функция  $y_k(\tau_1, \tau_2)$  неизвестна, для оценки этой погрешности воспользуемся выра-

жением для среднеквадратической ошибки, обусловленной использованием конечного числа отсчетов  $y_{k,i}$  или числа членов ряда Фурье для одномерных периодических функций  $y_k(\vartheta)$ :

$$\delta_{k,0}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y_k^2(\vartheta) d\vartheta - \frac{1}{(2M+1)(2N+1)} \sum_{i=0}^{(2M+1)(2N+1)-1} y_{k,i}^2. \quad (27)$$

Вторые члены в (26), (27) равны между собой, так как являются суммой одних и тех же отсчетов. При  $M \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow \infty$  средние значения квадратов ошибок  $\delta_0^2 \rightarrow 0$ ,  $\delta_A^2 \rightarrow 0$ , поэтому интегралы в (26), (27), представляющие собой квадраты норм для одномерного и двумерного откликов, можно считать равными. Следовательно, при больших  $M, N$  среднеквадратическую погрешность (26) аппроксимации двумерного отклика (4) модели полиномом (8) можно оценить с помощью (27). Однако такая оценка является приближенной, так как изменение  $M, N$  связано с изменением чисел  $P, R$  (16) или частот ТС (12). Поэтому в (27) будет фигурировать одномерный отклик  $y_k(\vartheta)$ , полученный при других условиях. Кроме того, оценка погрешности (27) представляет лишь теоретический интерес, поскольку в реальных условиях аналитические выражения для одномерных откликов  $y_k(\vartheta)$  неизвестны, а исходными данными служат их отсчеты  $y_{k,i}$ .

В инженерной практике применяют нестрогий, но достаточно простой способ оценки погрешности, основанный на повторных вычислениях [5]. Его реализация при идентификации НЧ состоит в вычислении двух сумм квадратов всех отсчетов одномерного отклика (27), например для выбранных значений  $M, N$  и  $M+1, N+1$ , и определении их разности, которая может служить мерой оценки абсолютной погрешности. Если разность сумм значительно меньше каждой из них, то выбираются значения  $M+1, N+1$ . В противном случае вычисления повторяются для других значений  $M, N$  и  $M+1, N+1$ .

Подобный подход может быть использован и для оценки точности идентификации с применением постоянного и переменного ТС, когда определяются характеристики оператора модели в виде двумерных функций (22). При определении семейств характеристик (25) для оценки точности результатов могут быть использованы известные методы теории аппроксимации и интерполирования одномерных функций [9].

**О других формах операторов.** Записав отклики (4) НЧ в виде

$$\begin{aligned}
y_k(\tau_1, \tau_2) = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{k,mn}^{cc} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 + \\
& + \int mY_{k,mn}^{sc} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 d\tau_1 + \\
& + \int nY_{k,mn}^{cs} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 d\tau_2 + \\
& + \iint mnY_{k,mn}^{ss} \cos m\tau_1 \cos n\tau_2 d\tau_1 d\tau_2, \quad k = 1; 2,
\end{aligned}$$

получим следующую форму оператора:

$$y_k = y_k^{00} + \int y_k^{10} d\tau_1 + \int y_k^{01} d\tau_2 + \iint y_k^{11} d\tau_1 d\tau_2, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} y_k^{00} \\ y_k^{10} \\ y_k^{01} \\ y_k^{11} \end{Bmatrix} = & \sum_{m,n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} Y_{k,mn}^{cc} \\ mY_{k,mn}^{sc} \\ nY_{k,mn}^{cs} \\ mnY_{k,mn}^{ss} \end{Bmatrix} \times \cos [m\tau_1(x_1)] \times \cos [n\tau_2(x_2)], \\
x_k \in & [X_{k,\min}, X_{k,\max}], \quad k = 1; 2.
\end{aligned}$$

При этом способ определения коэффициентов  $Y_{k,mn}^{cc}$ ,  $Y_{k,mn}^{sc}$ ,  $Y_{k,mn}^{cs}$ ,  $Y_{k,mn}^{ss}$  остается прежним. Остаются справедливыми и результаты, полученные выше для усеченного оператора (6), за исключением формы представления двух семейств характеристик:

$$\begin{aligned}
y_k^{1,10}(x_1) = & \sum_{m=0}^{\infty} mY_{k,m}^{1,s}(x_2) \cos [m\tau_1(x_1)] = \\
= & \frac{0,5}{\tau_1'(x_1)} \frac{d}{dx_1} [y_k^{1,+}(x_1) - y_k^{1,-}(x_1)], \quad x_2 = \text{const}; \\
y_k^{2,01}(x_2) = & \sum_{n=0}^{\infty} nY_{k,n}^{2,s}(x_1) \cos [n\tau_2(x_2)] = \\
= & \frac{0,5}{\tau_2'(x_2)} \frac{d}{dx_2} [y_k^{2,+}(x_2) - y_k^{2,-}(x_2)], \quad x_1 = \text{const},
\end{aligned}$$

где обозначения соответствуют обозначениям выражений (25).

На основании (6), (28) можно получить комбинированные формы операторов моделей НЧ.

**Сравнение методов идентификации НЧ.** Дадим сравнительную оценку предложенных методов. Достоинство метода идентификации с использованием переменных ТС состоит в том, что четырехчленный оператор наиболее полно отражает динамические свойства НЧ и позволяет по одной реализации откликов сразу определить его характеристики в виде двумерных функций. Однако двумерный ряд (7) для всех четырех характеристик операторов (6), (28) содержит одинаковое число членов, которое определяется числами  $M$ ,  $N$ , зависящими (16) от отношения частот ТС (12). Поэтому усилия, затраченные на

идентификацию безынерционных НЧ или НЧ со слабым проявлением инерционных свойств, окажутся напрасными, так как для описания их моделей можно использовать операторы (6), (28) с меньшим числом членов. Следовательно, метод с переменными ТС следует применять в том случае, когда априорно известно, что НЧ обладает достаточно сильными инерционными свойствами.

Метод идентификации с использованием переменного и постоянного ТС лишен указанного недостатка и позволяет, как показано в приведенном ниже примере, постепенно наращивать число членов (от одного до трех) операторов (6), (28) модели НЧ.

Оба метода не требуют проведения трудоемких расчетов, их вычислительные алгоритмы легко программируются. Вычислительный алгоритм при определении двумерных характеристик четырехчленного оператора сложнее, однако расчеты носят разовый характер. Определение одномерных характеристик операторов с меньшим числом членов требует проведения многократных вычислений по более простому алгоритму.

С точки зрения получения исходной информации оба метода можно считать равноценными, так как для их реализации достаточно располагать отсчетами одномерных откликов в виде периодических функций. Для получения исходной информации могут быть использованы стандартные измерительные приборы, например генераторы гармонических колебаний и цифровые осциллографы, обеспечивающие с высокой точностью косинусоидальную форму (3) переменных ТС и измерение отсчетов требуемых одномерных откликов НЧ.

Известные методы идентификации НЧ [7, 8] по сравнению с предложенными методами обладают рядом существенных недостатков. Так, в [7] модель НЧ задается в виде схемы, содержащей линейный восьмиполюсник и два резистивных двухполюсника с однозначными нелинейными характеристиками. Идентификация проводится в два этапа. На первом этапе определяются вольт-амперные характеристики нелинейных двухполюсников, на втором — характеристики восьмиполюсника. Так как оператор модели НЧ задается в схемном виде, при идентификации приходится составлять и решать системы уравнений (в том числе интегральные уравнения), что усложняет процесс идентификации и приводит к значительным вычислительным затратам. Каждый этап идентификации требует различных способов тестирования с использованием постоянных, гармонических и импульсных ТС. Неявная форма оператора модели НЧ создает трудности при построении матема-

тических моделей и проведении анализа устройств, содержащих четырехполюсные нелинейные элементы.

**Некоторые вопросы, связанные с практическим использованием предлагаемых методов идентификации.** 1. Выбор вида воздействия. Использование при тестировании НЧ постоянных (или содержащих постоянную составляющую) ТС с изменяющимися параметрами ограничивает выбор вида воздействий напряжениями и токами. Выбор в качестве ТС зарядов  $q$  или потокосцеплений  $\psi$  привел бы к значительному усложнению получения исходных данных для построения модели НЧ из-за невозможности непосредственной реализации режимов тестирования с  $q = \text{const}$  и  $\psi = \text{const}$ . На выбор вида воздействия (напряжения или тока) влияют тип НЧ и схемные условия его работы. Например, для резистивных НЧ, к которым относятся транзисторы, в качестве воздействия могут служить напряжения или токи. Если транзистор используется в схеме резонансного усилителя с параллельными контурами, включенными на его входе и выходе, то входным и выходным воздействием должно быть выбрано напряжение (откликами токи).

2. Выбор формы оператора. Выбор формы оператора модели определяется априорной информацией о свойствах НЧ и условиях его работы, требованиями к точности результатов моделирования, аппаратурными возможностями получения исходных данных, объемом и реализуемостью вычислений. Например, для транзисторов, обладающих емкостными свойствами, может быть выбран двучленный или трехчленный оператор (6). При идентификации индуктивных НЧ, управляемых током, следует использовать оператор (28).

**Пример.** Проиллюстрируем возможности метода идентификации для построения модели транзистора КТ315А по исходным данным, полученным для схемы на рис. 2 с помощью программы PSpice и графического постпроцессора Probe [6] при следующих условиях:

для тестирования используются косинусоидальные напряжения

$$u_1 = U_{1,0} - U_{1,1} \cos \tau \text{ при } u_2 = \text{const и} \\ u_2 = U_{2,0} - U_{2,1} \cos \tau \text{ при } u_1 = \text{const,} \quad (29)$$

где  $\tau = \omega t = 2\pi f t$ ;  $f$  — частота ТС;

в качестве откликов транзистора могут использоваться как токи  $i_k$ , так и заряды  $q_k = \int i_k dt$ .

Поэтому при использовании полученных выше выражений воздействия  $x_k$  следует заменять на напряжения  $u_k$  а отклики  $y_k$ ,  $z_k$  — на токи

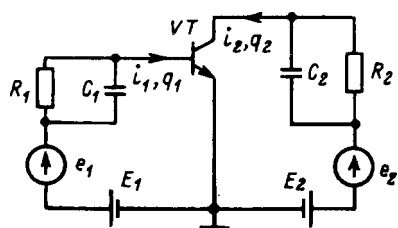


Рис. 2

$i_k$  и заряды  $q_k$ . Отметим, что  $R_k C_k$ -цепи ( $k=1, 2$ ) вводились в схему на рис. 2 только для получения откликов заряда. Параметры  $R_k C_k$ -цепей выбирались таким образом, чтобы их влияние на отклики транзистора было минимальным, при этом  $(\omega C_k)^{-1} \ll R_k$ .

Для получения исходных данных при использовании ТС  $u_1 = U_{1,0} - U_{1,1} \cos \tau$ ,  $u_2 = \text{const}$  сначала с помощью программы PSpice определялись одномерные отклики токов  $i_k^1(t)$  транзистора (17), а затем с помощью графического постпроцессора Probe по известным воздействию  $u_1(t)$  и откликам  $i_k^1(t)$  путем исключения времени на экран монитора выводились вольт-амперные характеристики  $i_k^1(u_1)$ . Таким же образом определялись характеристики  $i_k^2(u_2)$  при использовании ТС  $u_2 = U_{2,0} - U_{2,1} \cos \tau$ ,  $u_1 = \text{const}$ .

Тестирование на частоте  $f = 10$  кГц показало, что все четыре семейства вольт-амперных характеристик  $i_k^1(x_1)$ ,  $i_k^2(x_2)$ , где  $k=1, 2$ , являются однозначными функциями. Это свидетельствует о том, что транзистор представляет собой резистивный четырехполюсник, не обладающий инерционными свойствами, и для его моделирования достаточно использовать лишь два семейства, например семейство входных  $i_1^{1,00}(u_1)$  при  $u_2 = \text{const}$  и выходных  $i_2^{2,00}(u_2)$  при  $u_1 = \text{const}$  характеристик. На рис. 3, а, б приведены вольт-амперные характеристики указанных семейств, полученные при следующих параметрах ТС (29):

$$U_{1,0} = 0,5 \text{ В}, U_{1,1} = 0,5 \text{ В}, u_2 = 5 \text{ В},$$

$$U_{2,0} = 5 \text{ В}, U_{2,1} = 4,5 \text{ В}, u_1 = 0,8 \text{ В.} \quad (30)$$

При тестировании на частоте  $f = 10$  МГц вольт-амперные характеристики транзистора представляют собой гистерезисные функции, поэтому оператор (6) должен содержать, по крайней мере, два члена. Рассмотрим особенности определения характеристик двучленного оператора при использовании одномерных откликов  $i_1^1(t)$ ,  $i_2^2(t)$ . Входные  $i_1^1(u_1)$  и выходные  $i_2^2(u_2)$  вольт-амперные характеристики приведены на рис. 3, в, г для тех же параметров (30) ТС (29), что и при тестировании на частоте  $f = 10$  кГц. Характеристики модели транзистора  $i_1^{1,00}(u_1)$  при  $u_2 = \text{const}$ ,  $i_2^{2,00}(u_2)$  при  $u_1 = \text{const}$



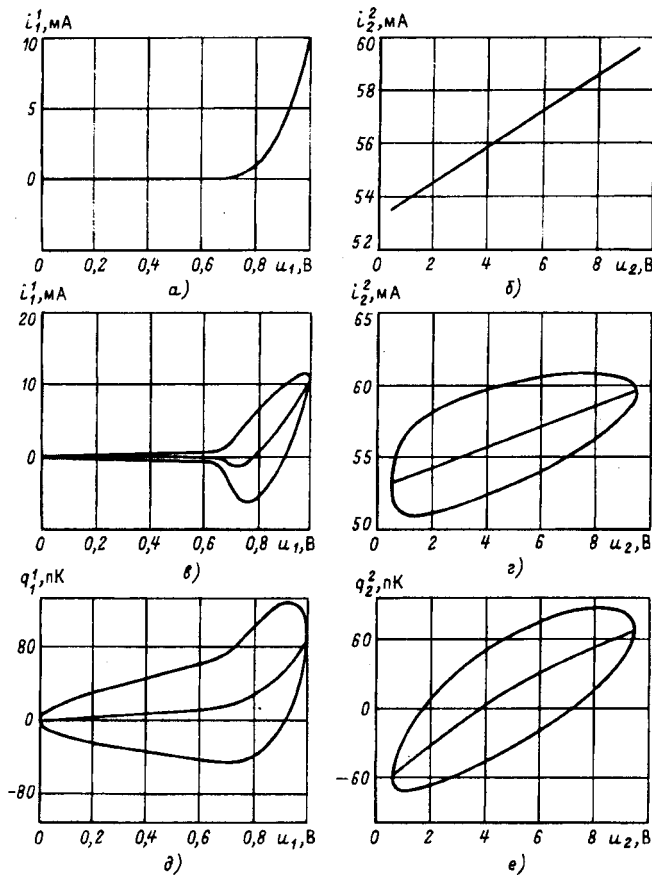


Рис. 3

определяются как полусумма верхней и нижней ветвей (25) гистерезисных функций  $i_1^1(u_1)$ ,  $i_2^2(u_2)$ . Для определения характеристик  $i_1^{1,10}(u_1)$  при  $u_2 = \text{const}$ ,  $i_2^{2,01}(u_2)$  при  $u_1 = \text{const}$  по формулам (25) необходимо найти полуразность верхней и нижней ветвей характеристик на рис. 3, б, г, произвести аппроксимацию подынтегральных выражений и вычислить интегралы. Однако, если вместо откликов тока использовать отклики заряда (пропорциональные напряжениям, снимаемым с  $R_k C_k$ -цепей), то исходными данными будут служить вольт-кулонные характеристики транзистора  $q_1^1(u_1)$ ,  $q_2^2(u_2)$ . Определив полусумму верхней и нижней ветвей этих характеристик, получим вольт-кулонные характеристики модели  $q_1^{1,00}(u_1)$  при  $u_2 = \text{const}$ ,  $q_2^{2,00}(u_1)$  при  $u_2 = \text{const}$  и, следовательно, искомые характеристики  $i_1^{1,10}(u_1) = \omega q_1^{1,00}(u_1)$ ,  $i_2^{2,01}(u_2) = \omega q_2^{2,00}(u_2)$ . На рис. 3, д, е приведены вольт-кулонные характеристики транзистора  $q_1^1(u_1)$ ,  $q_2^2(u_2)$  и полусуммы их верхней и нижней ветвей, полученные для ТС (29) с параметрами (30). По оси ординат отложены пикокулоны.

Используя одномерные отклики  $i_1^1(t)$ ,  $i_2^1(t)$  или  $q_1^2(t)$ ,  $q_2^1(t)$ , можно по изложенной выше методике получить недостающие семейства характеристик  $i_1^{2,01}(u_2)$  при  $u_1 = \text{const}$ ,  $i_2^{1,10}(u_1)$  при  $u_2 = \text{const}$  трехчленного оператора (6).

**Выводы.** Предложены операторы моделей НЧ, содержащие нелинейные характеристики и операторы дифференцирования и интегрирования. Показано, что число членов оператора зависит от способа тестирования. Рассмотрены особенности построения операторов с различным числом членов и разной формой представления характеристик. Даны сравнительная оценка методов идентификации и рекомендации по выбору вида воздействий для тестирования и формы оператора. Приведен пример, иллюстрирующий возможности применения предложенных операторов при моделировании транзисторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Райбман Н.С. Что такое идентификация? — М.: Наука, 1970.
2. Сверкунов Ю.Д. Идентификация и контроль качества нелинейных элементов радиоэлектронных схем. — М.: Энергия, 1975.
3. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1965.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986.
5. Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С. Теория нелинейных электрических цепей. — Л.: Энергоатомиздат, 1990.
6. Разевиг В.Д. Применение программ P-CAD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПЭВМ: В 4-х вып. Вып. 3. Моделирование аналоговых устройств. — М.: Радио и связь, 1992.
7. Данилов Л.В., Макеев Б.Н., Рассоха Д.П. Моделирование четырехполюсных нелинейных элементов по результатам экспериментальных наблюдений. — Изв. ЛЭТИ. Вып. 223 (Вопросы теории цепей), 1977.
8. Рассоха Д.В. Построение математических моделей нелинейных элементов электронных схем: Дис. ... канд. техн. наук. — Л., 1979.
9. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. — Киев: Наукова Думка, 1986.

[10.04.97]

Автор: **Новожилов Олег Петрович** в 1960 г. окончил радиотехнический факультет Ленинградского электротехнического института по специальности «радиотехника». В 1990 г. защитил докторскую диссертацию в Московском энергетическом институте по специальности «Теоретические основы электротехники». Профессор кафедры радиоэлектроники Московского государственного института электроники и математики.

# О преобразовании «звезда—треугольник» при расчетах надежности сложных по структуре схем

КОВАЛЕВ А.П., СПИВАКОВСКИЙ А.В.

*Предложены точные формулы перехода от соединения элементов в виде «звезда» к эквивалентному по надежности соединению в виде «треугольник». Это позволило значительно расширить область применения преобразований «звезда—треугольник» в расчетах надежности сложных по структуре схем, элементы которых могут находиться в трех состояниях. Приведен пример расчета.*

**Ключевые слова:** сложная система, надежность, обрыв цепи, короткое замыкание, вероятность отказов, расчеты

К невосстанавливаемым в процессе эксплуатации системам будем относить также системы, восстановление которых по каким-либо причинам невозможно непосредственно в рассматриваемый период времени [1]. Методики оценки надежности невосстанавливаемых систем, элементы которых могут находиться в двух состояниях: работоспособное и отказавшее (отказ типа «обрыв цепи»), разработаны в полной мере и нашли применение в промышленности [2–7].

В тех случаях, если необходимо повысить надежность проектируемой системы без изменения надежности комплектующих ее элементов, обычно вводятся избыточные (резервные) элементы или группы элементов. Для систем, состоящих из элементов, которые могут находиться в трех состояниях, введение избыточных элементов с тремя состояниями может не только не увеличить надежность схемы, но даже ее снизить. Все будет зависеть от соотношения между различными видами отказов элемента, конфигурации системы и числа резервных элементов. Для большинства электрических элементов можно выделить предельные случаи возможных внезапных отказов, а именно: обрыв цепи и короткое замыкание. Так, в конденсаторе обрыв проводников, припаянных к обкладкам, уменьшает емкость до нуля (отказ типа «обрыв цепи»), или при увеличении токов утечки больше допустимого, происходит пробой конденсатора (отказ типа «короткое замыкание»). Отказы диода можно также разделить на два вида: отказы в диоде, приводящие к обрыву цепи (отказ типа «обрыв цепи») и короткому замыканию в самом диоде (отказ типа «короткого замыкания»), и т.д.

Для релейно-контактных элементов различного вида и бесконтактных реле обрыв и короткое замыкание являются не предельными, а единственно возможными видами неработоспособных

*Exact formulae for change from the star-connection of elements to the equally reliable delta-connection are proposed. This makes it possible to extend considerably the area of application of transformations «delta—star» in the reliability analysis of structurally complex circuits whose elements can be in three states. An example of calculation is given.*

**Key words:** complex system, reliability, circuit break, short circuit, failure probability, calculations

состояний [8].

Элементы с тремя состояниями можно выделять и в других неэлектрических системах, например: пожарные водопроводы, воздухоподающие трубопроводы, газопроводы и т.д. Аналогами элементов с тремя состояниями в таких системах могут быть: краны, вентили различных типов, запорная арматура, заглушки и другие прерыватели потока, для которых в неработоспособном состоянии поток не прерывается («короткое замыкание»), или не передается («обрыв цепи»).

Предположим, что все элементы, входящие в систему, могут отказывать независимо друг от друга; элементы, из которых состоит рассматриваемая система, могут находиться в трех состояниях: работоспособном, неработоспособном — отказ типа «обрыв цепи», неработоспособном — отказ типа «короткое замыкание»; отказ элемента типа «обрыв цепи» и «короткое замыкание» — события несовместимые; потоки отказов типа «обрыв цепи» и «короткое замыкание» простейшие; пропускная способность элементов неограничена.

Обозначим через  $p_i$  вероятность безотказной работы  $i$ -го элемента,  $q_{oi}$  — вероятность появления отказа в  $i$ -м элементе типа «обрыв цепи», а через  $q_{si}$  — вероятность появления отказа в  $i$ -м элементе типа «короткое замыкание»; эти три состояния составляют полную группу событий:

$$p_i + q_{si} + q_{oi} = 1. \quad (1)$$

В системах, состоящих из  $n$  последовательно соединенных элементов, отказ типа «обрыв цепи» в каком-либо из  $i$  элементов приводит к отказу всей схемы, в то время как в случае отказа типа «короткое замыкание» в  $i$ -м элементе должны

выходить из строя все последовательно соединенные элементы.

Выход из строя системы, состоящей из  $m$  параллельно соединенных элементов, наступит в том случае, когда в каждом из  $j$  параллельно соединенных элементов произойдет отказ типа «обрыв цепи» либо в одном из параллельно соединенных элементов произойдет отказ типа «короткое замыкание».

Вероятность безотказной работы  $R_n$  и  $R_m$  соответственно для  $n$  последовательного и  $m$  параллельного соединения элементов определяется следующим образом [9]:

$$R_n = \prod_{i=1}^n (1 - q_{oi}) - \prod_{i=1}^n q_{si}; \quad (2)$$

$$R_m = \prod_{j=1}^m (1 - q_{sj}) - \prod_{j=1}^m q_{oj}. \quad (3)$$

Вероятность системного отказа типа «обрыв цепи» и «короткое замыкание» при  $n$  последовательном и  $m$  параллельном соединении элементов вычисляется по формулам:

$$Q_{on} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - q_{oi}); \quad (4)$$

$$Q_{sn} = \prod_{i=1}^n q_{si}; \quad (5)$$

$$Q_{om} = \prod_{j=1}^m q_{oj}; \quad (6)$$

$$Q_{sm} = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - q_{sj}). \quad (7)$$

Схемы технических систем не всегда состоят из последовательного, параллельного или смешанного соединения элементов, которые могут находиться в трех состояниях, существуют и более сложные схемы соединений элементов. В них элементы соединены таким образом, что непосредственное определение эквивалентных вероятностей безотказной работы с использованием только формул (2)–(7) невозможно.

Под сложной схемой соединений элементов будем понимать такую схему, в состав которой входит хотя бы одна группа элементов, имеющих мостиковую схемы [2, 10]. Для приведения таких схем к структурам, состоящим из смешанного соединения элементов, используют способ преобразования «звезда—треугольник» (рис. 1, а, б) [11]:

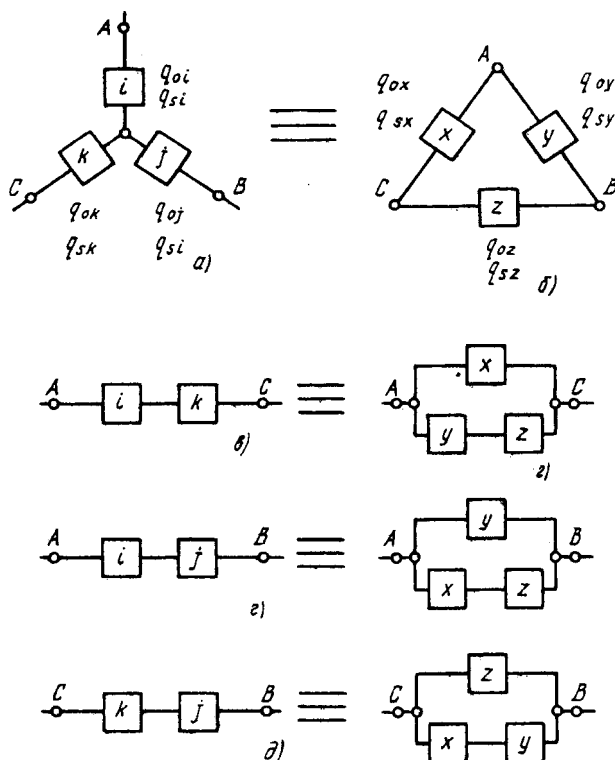


Рис. 1. Преобразование соединений элементов в виде «звезды» в эквивалентное по надежности соединение в виде «треугольника» для двух видов отказов элементов: «обрыв цепи» и «короткое замыкание»

$$\left. \begin{aligned} q_{oi} &= 1 - \sqrt{\frac{q_{o1} q_{o2}}{q_{o3}}}; \\ q_{oj} &= 1 - \sqrt{\frac{q_{o2} q_{o3}}{q_{o1}}}; \\ q_{ok} &= 1 - \sqrt{\frac{q_{o3} q_{o1}}{q_{o2}}}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} q_{o1} &= 1 - [1 - (1 - q_{oz})(1 - q_{oy})] q_{ox}; \\ q_{o2} &= 1 - [1 - (1 - q_{ox})(1 - q_{oz})] q_{oy}; \\ q_{o3} &= 1 - [1 - (1 - q_{ox})(1 - q_{oy})] q_{oz}. \end{aligned}$$

Формулы переходов от «треугольника» к эквивалентной по надежности «звезде» с учетом только отказов типа «короткое замыкание» имеют вид [11]:

$$\left. \begin{aligned} q_{si} &= 1 - \sqrt{\frac{q_{s1} q_{s2}}{q_{s3}}}; \\ q_{sj} &= 1 - \sqrt{\frac{q_{s2} q_{s3}}{q_{s1}}}; \\ q_{sk} &= 1 - \sqrt{\frac{q_{s3} q_{s1}}{q_{s2}}}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} q_{s1} &= 1 - (1 - q_{sz} q_{sy})(1 - q_{sx}); \\ q_{s2} &= 1 - (1 - q_{sx} q_{sz})(1 - q_{sy}); \\ q_{s3} &= 1 - (1 - q_{sx} q_{sy})(1 - q_{sz}). \end{aligned}$$

При расчете некоторых сложных по структуре схем, элементы которых могут находиться в трех состояниях, необходимо знать точные формулы переходов от соединения элементов в виде «звезды» к эквивалентному по надежности соединению элементов вида «треугольник»; таких формул нет ни в одной из известных нам научных публикаций.

Сущность предлагаемого преобразования «звезда—треугольник» состоит в том, что соединение элементов в виде «звезды» (рис. 1,а) заменяется эквивалентным по надежности соединением в виде «треугольника» (рис. 1,б), т.е. задача сводится к определению эквивалентных вероятностей отказов элементов «треугольника»:  $q_{ox}$ ,  $q_{sx}$ ,  $q_{oy}$ ,  $q_{sy}$ ,  $q_{oz}$ ,  $q_{sz}$ , через известные вероятности отказов элементов «звезды»  $q_{oi}$ ,  $q_{si}$ ,  $q_{oj}$ ,  $q_{sj}$ ,  $q_{ok}$ ,  $q_{sk}$ .

Приведенные структуры (рис. 1,а, б) будут эквивалентны по надежности; если вероятность отказов (типа «обрыв цепи» и «короткое замыкание») между узлами А—С, А—В, С—В «звезды» будет равна вероятности отказов между соответствующими узлами «треугольника». Между узлами А и С «звезды» существует один путь — через элементы  $i$  и  $k$ . Для узлов А и С «треугольника» существуют два пути — через элемент  $x$  и через элементы  $y$  и  $z$ , схема замещения для этого случая приведена на рис. 1,в. Аналогичным образом строятся и схемы замещения для путей А—В и В—С «звезды» и «треугольника» (рис. 1,з, д).

Используя полученные схемы замещения, формулы (2)—(6), получим две системы из трех нелинейных алгебраических уравнений. Ввиду того, что полученные две системы уравнений одинаковы по структуре, их можно представить в виде одной:

$$\begin{cases} a = x(y + z - yz); \\ b = y(x + z - xz); \\ c = z(y + x - yx). \end{cases} \quad (10)$$

Для случая, когда рассматриваются в элементах «звезды» и «треугольника» только отказы типа «обрыв цепи», коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  будут иметь вид:

$$\begin{aligned} a &= q_{oi} + q_{ok} - q_{oi}q_{ok}; & b &= q_{oi} + q_{oj} - q_{oi}q_{oj}; \\ c &= q_{oj} + q_{ok} - q_{oj}q_{ok}. \end{aligned} \quad (11)$$

Через  $x$ ,  $y$ ,  $z$  в системе уравнений (10) обозначаются вероятности отказов соответствующих элементов «треугольника»:

$$x = q_{ox}; \quad y = q_{oy}; \quad z = q_{oz}. \quad (12)$$

В том случае, если в элементах «звезды» и «треугольника» рассматриваются только отказы

типа «короткое замыкание», коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  в системе уравнений (10) будут определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} a &= p_{si} + p_{sk} - p_{si}p_{sk}; & b &= p_{si} + p_{sj} - p_{si}p_{sj}; \\ c &= p_{sj} + p_{sk} - p_{sj}p_{sk}. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом  $x$ ,  $y$ ,  $z$  будут означать вероятности безотказной работы соответствующих элементов:

$$\left. \begin{aligned} x &= p_{sx}; & y &= p_{sy}; & z &= p_{sz}; \\ q_{sx} &= 1 - p_{sx}; & q_{sy} &= 1 - p_{sy}; & q_{sz} &= 1 - p_{sz}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Разделим правую и левую части уравнений (10) на произведение  $xyz$  и введем новые переменные  $r$ ,  $l$ ,  $m$ :  $r=1/x$ ;  $l=1/y$ ;  $m=1/z$ ;  $rlm=t$ , тогда система уравнений (10) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} at &= m + l - 1; \\ bt &= m + r - 1; \\ ct &= l + r - 1; \\ rlm &= t. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Сложив правые и левые части трех уравнений системы (15) и разделив обе части полученного уравнения на два, получим:

$$m + l + r - 1,5 = 0,5(a + b + c)t. \quad (16)$$

Вычитая из уравнения (16) последовательно три первых уравнения системы (15), получаем:

$$\left. \begin{aligned} r - 0,5 &= 0,5(b + c - a)t; \\ l - 0,5 &= 0,5(a + c - b)t; \\ m - 0,5 &= 0,5(a + b - c)t; \\ rlm &= t. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Из системы уравнений (17) находим:

$$r = \frac{(b+c-a)t+1}{2}; \quad l = \frac{(a+c-b)t+1}{2}; \quad m = \frac{(a+b-c)t+1}{2}. \quad (18)$$

Тогда

$$x = \frac{2}{(b+c-a)t+1}; \quad y = \frac{2}{(a+c-b)t+1}; \quad z = \frac{2}{(a+b-c)t+1}. \quad (19)$$

Подставляя значения  $r$ ,  $l$ ,  $m$  из формулы (18) в четвертое уравнение системы (17) и производя соответствующие преобразования, получаем кубическое уравнение вида

$$t^3 + \alpha_1 t^2 + \alpha_2 t + \alpha_3 = 0, \quad (20)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{a+b+c}{(b+c-a)(a+b-c)(a+c-b)}; \\ \alpha_2 &= \frac{a+b+c-8}{(b+c-a)(a+b-c)(a+c-b)}; \\ \alpha_3 &= \frac{1}{(b+c-a)(a+b-c)(a+c-b)}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Подстановка в уравнение (20)  $t=y-\alpha_1/3$  приводит его к неполному виду [12]:

$$y^3 + a_1 y + c_1 = 0, \quad (22)$$

где

$$b_1 = \frac{3\alpha_2 - \alpha_1^2}{3}; \quad c_1 = \frac{2\alpha_1^3}{27} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{3} + \alpha_3; \quad a_1 = \left(\frac{b_1}{3}\right)^3 + \left(\frac{c_1}{2}\right)^2.$$

Для нашего случая всегда  $a_1 < 0$  и  $b_1 < 0$ , тогда  $t_1, t_2$  и  $t_3$  определяются следующим образом:

$$t_1 = 2\sqrt{\left(-\frac{b_1}{3}\right)} \cos \frac{\varphi}{3}; \quad t_{2,3} = 2\sqrt{\left(-\frac{b_1}{3}\right)} \cos \left(\frac{\varphi}{3} \pm \frac{2\pi}{3}\right),$$

где

$$\cos \varphi = -\frac{c_1}{2\sqrt{\left(-\frac{b_1}{3}\right)}}.$$

Определив  $t_1, t_2$  и  $t_3$  и подставив их значения в формулу (19), получим по три значения  $x, y$  и  $z$ . Из каждой группы значений выбираем только те, которые удовлетворяют условиям  $0 < x_i < 1, 0 < y_i < 1, 0 < z_i < 1, i=1, 3$ .

Окончательно формулы переходов от «звезды» к эквивалентному по надежности «треугольнику» при учете отказов типа «обрыв цепи» получаются, если в формулу (19) подставить значения коэффициентов  $a, b, c$ , определяемых формулой (11), а вместо  $x, y$  и  $z$  подставить их значения из формулы (12):

$$\left. \begin{aligned} q_{ox} &= \frac{2}{[2q_{oj} + q_{oi}q_{ok} - q_{oj}(q_{oi} + q_{ok})]t+1}; \\ q_{oy} &= \frac{2}{[2q_{ok} + q_{oi}q_{oj} - q_{ok}(q_{oi} + q_{oj})]t+1}; \\ q_{oz} &= \frac{2}{[2q_{oi} + q_{oj}q_{ok} - q_{oi}(q_{ok} + q_{oj})]t+1}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Подставим в формулы (21) значения  $a, b$  и  $c$ , найденные с помощью выражений (11), после чего находим коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  кубического уравнения (20), решая его, находим  $t$ . Подставляя полученное значение  $t$  в формулы (23), находим эквивалентные вероятности отказов элементов «треугольника».

Формулы переходов от «звезды» к эквивалентному по надежности соединению в виде «треугольника» при учете только отказов элемента типа «короткое замыкание» получим, если в формулу (18) подставить значения коэффициентов  $a, b, c$ , найденные с помощью формулы (13), а вместо  $x, y, z$  подставить их значения из (14):

$$\left. \begin{aligned} q_{sx} &= 1 - \frac{2}{[2p_{sj} + p_{si}p_{sk} - p_{sj}(p_{si} + p_{sk})]t+1}; \\ q_{sy} &= 1 - \frac{2}{[2p_{sk} + p_{si}p_{sj} - p_{sk}(p_{si} + p_{sj})]t+1}; \\ q_{sz} &= 1 - \frac{2}{[2p_{si} + p_{sj}p_{sk} - p_{si}(p_{sk} + p_{sj})]t+1}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Значения  $t$  в формулах (24) находятся при решении кубического уравнения (20), коэффициенты  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  находятся подстановкой в формулы (21) значений коэффициентов  $a, b, c$ , определяемых по формуле (13).

В тех случаях, если для элементов схемы заданы  $\lambda_{oi}$  — интенсивности отказов типа «обрыв цепи» для  $i$ -го элемента и  $\lambda_{si}$  — интенсивность отказов типа «короткое замыкание», то вероятность отказов  $q_{oi}(T)$  (типа «обрыв цепи») и  $q_{si}(T)$  (типа «короткое замыкание») в течение времени  $T$  определяется с помощью формул [11]:

$$\left. \begin{aligned} q_{oi}(T) &= \frac{\lambda_{oi}}{\lambda_{oi} + \lambda_{si}} [1 - e^{-(\lambda_{oi} + \lambda_{si})T}]; \\ q_{si}(T) &= \frac{\lambda_{si}}{\lambda_{si} + \lambda_{oi}} [1 - e^{-(\lambda_{oi} + \lambda_{si})T}]. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Полученные в статье формулы (23) и (24) позволяют решать более сложные задачи определения надежности систем, которые нельзя решать с помощью только известных формул (1)–(9).

Пример. Для схемы, изображенной на рис. 2,а, требуется определить вероятность безопасной работы за время  $T=2000$  ч. Каждый элемент, входящий в схему, может находиться в трех состояниях. Интенсивности отказов типа

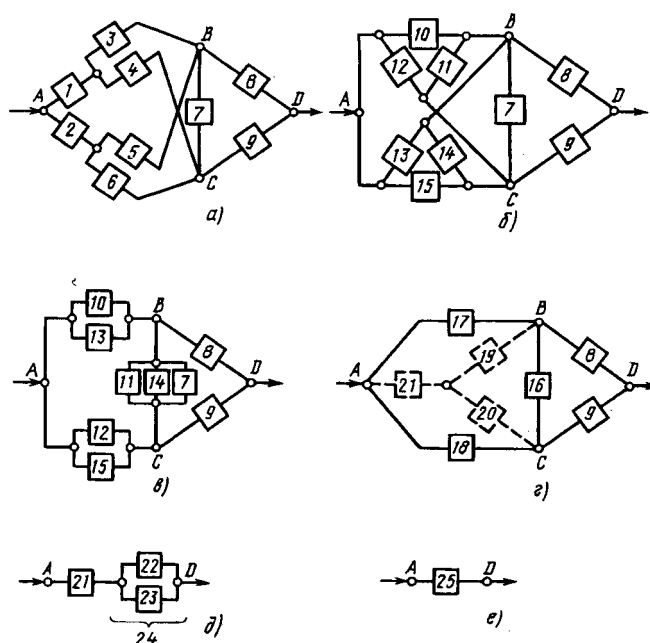


Рис. 2. Способ приведения сложной схемы к схеме, состоящей из одного эквивалентного элемента

«обрыв цепи» и «короткое замыкание» для каждого элемента схемы следующие:

$$\lambda_{01} = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s1} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{02} = 1,90 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s2} = 2,50 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{03} = 2,01 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s3} = 1,55 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{04} = 2,29 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s4} = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{05} = 2,50 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s5} = 1,29 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{06} = 2,32 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s6} = 1,95 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{07} = 2,00 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s7} = 2,55 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{08} = 2,00 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s8} = 1,60 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_{09} = 1,50 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_{s9} = 2,30 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}.$$

Используя формулы (25) для  $T=2000$  ч, находим:

$$q_{01} = 0,34624; \quad q_{s1} = 0,17665;$$

$$q_{02} = 0,25271; \quad q_{s2} = 0,33251;$$

$$q_{03} = 0,28758; \quad q_{s3} = 0,22176;$$

$$q_{04} = 0,31227; \quad q_{s4} = 0,24818;$$

$$q_{05} = 0,35053; \quad q_{s5} = 0,18087;$$

$$q_{06} = 0,31203; \quad q_{s6} = 0,26226;$$

$$q_{07} = 0,26263; \quad q_{s7} = 0,33485;$$

$$q_{08} = 0,28514; \quad q_{s8} = 0,22811;$$

$$q_{09} = 0,21013; \quad q_{s9} = 0,32220.$$

К «звездам» схемы (рис. 2,а), состоящим из элементов 1, 3, 4 и 2, 5, 6, применим преобразование «звезда—треугольник», используя формулы (23) и (24), и определим вероятность отказов эквивалентных элементов 10, 11, 12 и 13, 14, 15 (рис. 2,б):

$$q_{010} = 0,62406; \quad q_{s10} = 0,03701;$$

$$q_{011} = 0,58692; \quad q_{s11} = 0,05357;$$

$$q_{012} = 0,65157; \quad q_{s12} = 0,04194;$$

$$q_{013} = 0,60200; \quad q_{s13} = 0,05671;$$

$$q_{014} = 0,67090; \quad q_{s14} = 0,04282;$$

$$q_{015} = 0,55912; \quad q_{s15} = 0,08498.$$

Все параллельно соединенные элементы 10, 13; 12, 15; 11, 14, 7 (рис. 2,в) заменим эквивалентными 16, 17, 18, которые определим с помощью формул (6) и (7):

$$q_{016} = 0,10341; \quad q_{s16} = 0,39744;$$

$$q_{017} = 0,37568; \quad q_{s17} = 0,09162;$$

$$q_{018} = 0,36430; \quad q_{s18} = 0,59536.$$

Применив к соединению элементов в виде треугольника ABC (рис. 2,г) преобразование «треугольник—звезда» [формулы (8), (9)], находим параметры эквивалентных элементов:

$$q_{019} = 0,03237; \quad q_{s19} = 0,67899;$$

$$q_{020} = 0,03101; \quad q_{s20} = 0,22869;$$

$$q_{021} = 0,13352; \quad q_{s21} = 0,13581.$$

Используя формулы (4)—(7) (рис. 2,д), находим:

$$q_{022} = 0,30828; \quad q_{s22} = 0,21877;$$

$$q_{023} = 0,23462; \quad q_{s23} = 0,32467;$$

$$q_{024} = 0,07233; \quad q_{s24} = 0,07430;$$

$$q_{025} = 0,19619; \quad q_{s25} = 0,07430.$$

Используя соотношение (1), находим вероятность безотказной работы схемы в течение  $T=2000$  ч:

$$R = 1 - q_{025} - q_{s25} = 0,72951.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов Б.А., Ушаков И.С. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. — М.: Сов. радио, 1975.
2. Рябинин И.А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. — Л.: Судостроение, 1971.
3. Надежность и эффективность в технике: Справочник. Т. 5: Проектный анализ надежности / Под ред. В.И. Потушева и Л.И. Рембезы. — М.: Машиностроение, 1988.
4. Рябинин И.А., Смирнов А.С. Схемно-логический метод исследования структурной надежности невосстанавливаемых систем. — Электричество, 1971, № 5.
5. Рябинин И.А., Парфенов Ю.М., Цыпин О.Д. Логико-вероятностная теория безопасности технических систем. — Электричество, 1994, № 7.
6. Зорин В.В. и др. Надежность систем электроснабжения. — Киев: Высшая школа, 1984. — 191 с.
7. Разгильдеев Г.И., Ковалев А.П., Сердюк Л.И. О надежности систем электроснабжения угольных шахт. — Уголь Украины, 1982, № 1.
8. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. — 4-е изд. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
9. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности / Пер. с англ., под ред. Б.В. Гнеденко. — М.: Советское радио, 1969.
10. Ковалев А.П., Сердюк Л.И. Метод расчета надежности сложных схем систем электроснабжения с учетом восстановления элементов. — Электричество, 1985, № 10.
11. Диллон Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем / Пер. с англ. — М.: Мир, 1984.
12. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука, 1981.

[12.05.97]

*Авторы: Ковалев Александр Петрович окончил электротехнический факультет Донецкого политехнического института (ДПИ) в 1971 г. и математический факультет Донецкого государственного университета в 1977 г. В 1992 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Основы теории и методы оценки безопасности применения электрической энергии в угольных шахтах» в ДПИ. Профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий и городов» Донецкого государственного технического университета (ДГТУ), Украина.*

*Сиваковский Алексей Валерьевич окончил энергетический факультет ДГТУ. Аспирант кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий и городов» ДГТУ, Украина.*

# Александр Карапетович Аракелян

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения и 50 лет инженерной и научно-педагогической деятельности профессора Чувашского государственного университета им. И.Н. Ульянова Александра Карапетовича Аракеляна, известного ученого и видного педагога в области автоматизированного электропривода.

А.К. Аракелян окончил с отличием энергетический факультет Азербайджанского индустриального института в 1953 г. Будучи студентом дневного отделения, трудился в одном из ПКБ объединения «Азнефть» в должности инженера. Им были разработаны первые технические проекты типовых трансформаторных подстанций на напряжения 35/6, 3/0,4 кВ с учетом центров электрических нагрузок разветвленных нефтепромысловых сетей и первые в стране передвижные батареи статических конденсаторов, предназначенных для компенсации дефицита реактивной мощности систем электроснабжения буровых установок и насосов станков-качалок. Внедрение этих разработок на нефтяных промыслах Азербайджана позволило резко снизить аварийность и повысить экономические показатели электрических сетей нефтедобывающей отрасли республики.

Проработав несколько лет в энергосистеме «Краснодарэнерго» начальником электроцеха вновь сооружаемой ГРЭС, А.К. Аракелян реализует ряд оригинальных технических решений и рационализаторских предложений по энергосберегающим схемам систем электроприводов механизмов собствен-



ных нужд станции.

В 1958 г. он по конкурсу поступает в аспирантуру при кафедре «Автоматизированный электропривод» Московского энергетического института и завершает обучение успешной защитой диссертации на тему «Теоретическое и экспериментальное исследование электропривода с асинхронным двигателем и электрогидравлическим толкателем». Обширный научный материал диссертационной работы послужил основой для издания в 1972 г. в соавторстве с М.М. Соколовым научной монографии «Асинхронный регулируемый электропривод с электрогидравлическим толкателем», пока что единственной фундаментальной работы по этой тематике.

Основная научно-педагогическая деятельность А.К. Аракеляна связана с Волжским филиалом МЭИ (открыт в 1961 г.) и Чувашским государственным университетом им. И.Н. Ульянова, открытым в 1967 г. на базе ВФ МЭИ. Переезд в конце 1961 г. из Москвы в Чебоксары

открыл новую страницу в его творческой биографии. Избранный заведующим кафедрой электропривода и автоматизации промустановок, он сплотил вокруг себя молодых выпускников МЭИ и сделал все возможное для создания на кафедре доброжелательной и творческой атмосферы. Одновременно с учебной работой на кафедре были развернуты научно-исследовательские работы, многие сотрудники защитили кандидатские диссертации.

С открытием Чувашского государственного университета А.К. Аракелян был назначен первым проректором по учебной работе. За время его проректорства были внедрены в учебный процесс зарождающиеся в то время новые технические средства, в соавторстве с С.В. Покровским написан и выдержал четыре издания обширный проспект «Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова», регулярно издавался межвузовский сборник научных трудов по проблемам автоматизированного электропривода.

Научные исследования, проведенные А.К. Аракеляном еще в годы существования ВФ МЭИ, стали основой создания нового по тому времени научного направления — автоматизированного электропривода с вентиляльным двигателем на базе синхронного двигателя и полупроводникового преобразователя частоты с зависимым инвертором тока (напряжения). По результатам исследований тех лет была издана в соавторстве с А.А. Афанасьевым монография «Бесколлекторный электропривод на основе синхронной

машины и зависимого инвертора тока». Реализован ряд технических проектов, внедренных в промышленность.

Признанием заслуг А.К. Аракеляна и возглавляемой им кафедры явилось его избрание в 1974 г. членом Научно-методической комиссии МВ и ССО СССР по электроприводу, представление его к ученому званию профессора.

Вторая монография по исследуемой им проблеме в соавторстве с М.Г. Чиликиным и А.А. Афанасьевым «Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором тока» вышла в свет в 1977 г. и стала настольной книгой большинства специалистов. Результаты исследований А.К. Аракеляна и его учеников, изложенные в упомянутых выше двух монографиях, стали широко использоваться в исс-

ледовательской и педагогической практике почти во всех ведущих научно-исследовательских организациях и вузах страны. Из практических работ следует отметить, что в 1990 г. была сдана в эксплуатацию на Новочебоксарской ТЭЦ-3 ОАО «Чуваэнерго» первая и пока единственная в энергетической отрасли система регулируемого электропривода с вентильным двигателем питательного насоса котлоагрегата мощностью 4000 кВт.

В год 30-летия со дня открытия Чувашского университета выпущена двухтомная монография «Вентильные электрические машины и регулируемый электропривод» (соавтор А.А. Афанасьев). Эта монография является фундаментальной работой, систематизирующей и углубляющей научные основы электро-механического преобразования

энергии в вентильном двигателе.

А.К. Аракелян — участник Великой Отечественной войны, имеет 12 правительственных наград. Его научные и педагогические заслуги оценены по достоинству. Он награжден знаком «Отличник высшей школы СССР», несколькими почетными грамотами президиумов Верховных Советов РСФСР, Чувашской АССР, Президента Чувашской республики. Его имя занесено в Почетную книгу Трудовой славы и героизма ЧАССР, он носит почетное звание «Заслуженный работник высшей школы Чувашской АССР».

Научная эрудиция, высокий профессионализм и трудолюбие, интеллигентность, внимание к людям и неподдельная доброжелательность снискали Александру Карапетовичу уважение и любовь учеников, коллег, друзей.

## Владимир Николаевич Бродовский

*(К 70-летию со дня рождения)*

Исполнилось 70 лет со дня рождения заслуженного изобретателя РФ, доктора технических наук, профессора Владимира Николаевича Бродовского.

Владимир Николаевич закончил электромеханический факультет МЭИ, с 1953 г. и по настоящее время работает в ЦНИИ автоматики и гидравлики, пройдя путь от инженера до начальника отдела.

Начало научной и изобретательской деятельности В.Н. Бродовского относится к началу 60-х годов, когда в ЦНИИАГ велись работы по созданию манипуляторов для использования в космосе, во взрывоопасных и агрессивных средах, т.е. в тех областях техники, где не могли быть применены традиционные электроприводы с коллекторными двигателями постоянного тока. В.Н. Бродовский провел глубо-



кое исследование электропривода с синхронным двигателем, питаемым от транзисторного усилителя тока.

Основные положения теории и методы проектирования электроприводов с синхронными двигателями и с усилителями

тока фаз были защищены В.Н. Бродовским в 1963 г. авторскими свидетельствами и стали основой кандидатской диссертации.

Все 60-е годы в лаборатории В.Н. Бродовского велись работы по созданию способов управления машинами переменного тока и внедрению приводов переменного тока в оборонную технику. В 1967 г. в журнале «Электричество» была опубликована статья В.Н. Бродовского, снявшая по существу все ограничения с применения в динамичных приводах синхронных и асинхронных двигателей.

В 1969 г. В.Н. Бродовский защитил докторскую диссертацию «Частотно-токовый способ управления машинами переменного тока».

С 70-х годов в отделе, руководимом В.Н. Бродовским,



разрабатываются широкополосные следящие системы на базе электроприводов с частотно-токовым управлением для специальных объектов оборонной промышленности. В ЦНИИАГ под руководством В.Н. Бродовского был разработан ряд синхронных двигателей с электромагнитной редукцией частоты вращения. Для следящих систем — транзисторные усили-

тели токов фаз и тихоходные тахогенераторы.

За годы работы в ЦНИИ АГ В.Н. Бродовский проявил себя разносторонним специалистом в области электроники и электромеханики. Он автор более 300 изобретений в различных направлениях гражданской и оборонной техники, при этом значительная часть этих изобретений внедрена в промыш-

ленность.

В.Н. Бродовский лично и в соавторстве опубликовал более 100 научных статей и три монографии.

За оригинальные разработки в области электротехники и за внедрение их в оборонную промышленность В.Н. Бродовский награжден орденами и медалями и удостоен звания «Лауреат государственной премии СССР».

## Виталий Исаакович Идельчик

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет Виталию Исааковичу Идельчику, доктору технических наук, профессору, заведующему кафедрой автоматизированных электроэнергетических систем и электроснабжения Ставропольского государственного технического университета.

В.И. Идельчик окончил с отличием Новочеркасский политехнический институт (специальность — инженер-электрик) в 1960 г. и был направлен в Иркутский политехнический институт, где проработал до 1977 г. ассистентом, старшим преподавателем, доцентом, заведующим кафедрой, профессором. В 1958—1960 гг. учился на заочном отделении Ростовского университета и в 1963 г. окончил заочно Иркутский университет (специальность — математик).

В 1961—1964 гг. Виталий Исаакович учился в целевой аспирантуре при Московском энергетическом институте, где в 1964 г. защитил кандидатскую диссертацию. В 1974 г. защитил докторскую диссертацию в Энергетическом институте им. Г.М. Кржижановского, а в 1984 г. ему присвоено ученое звание профессора. С 1977 г. заведует кафедрой в Ставропольском политехническом институте.



В.И. Идельчик внес признанный вклад в развитие научно-технического прогресса энергетической отрасли, выполнил получившие всероссийское и международное признание фундаментальные работы по применению итерационных методов и математического моделирования при управлении режимами энергосистем. Список его научно-методических работ включает 220 наименований. Он автор двух и соавтор двух монографий.

В настоящее время В.И. Идельчик руководит работой по применению современных информационных технологий, географических информационных систем (ГИС) и АСУ для управления эксплуатацией и ре-

жимами энергосистем и предприятий электрических сетей. Возглавляемая им научная работа связана с тематикой региональных, отраслевых и международных программ. Результаты этих работ внедрены во многих энергосистемах, ОДУ и НИИ, включены в отраслевую инструкцию и удостоены медалей ВДНХ. Ряд работ В.И. Идельчика относится к приоритетным в мировой практике. С 1972 г. он неоднократно участвовал в международных конференциях, читал лекции в зарубежных университетах и институтах. В 1991 г. избран членом-корреспондентом Международной инженерной академии.

Под руководством В.И. Идельчика успешно защищены 14 кандидатских диссертаций, два его бывших аспиранта защитили докторские диссертации.

В.И. Идельчик — высококвалифицированный педагог. Под его руководством разработана методика применения АСУ, информационных систем и технологий в учебном процессе студентов-электроэнергетиков, а также современные учебные планы. Он член Учебно-методической комиссии по электроэнергетическим системам УМО по образованию в области энергетики и электротехники

Московского энергетического института, а также российской группы PSCC, автор и соавтор программ дисциплины «Электрические системы и сети» для электроэнергетических специальностей, автор единственного в России (за последние годы) учебника для вузов «Электри-

ческие системы и сети» (1989 г.) и соавтор учебного пособия «Электрические системы в примерах и иллюстрациях» (1983). В учебнике и учебном пособии впервые в отечественной и зарубежной учебной литературе по этому курсу отражен современный научно-

инженерный опыт применения математического моделирования и АСУ.

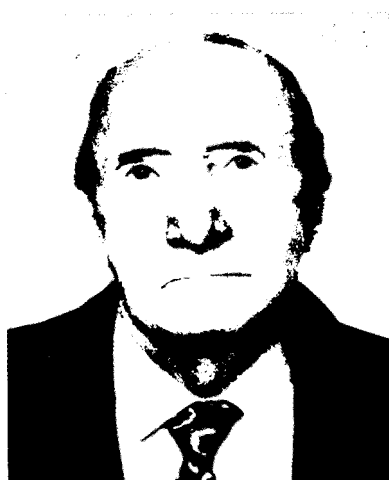
За успехи в педагогической, научной и организационной работе В.И.Идельчик в 1997 г. удостоен нагрудного знака «Почетный работник высшего профессионального образования».

## Борис Михайлович Тареев

Скончался Борис Михайлович Тареев, выдающийся русский ученый в области электротехнических материалов, доктор технических наук, профессор, почетный академик Академии электротехнических наук РФ, многолетний член редколлегии журнала «Электричество».

Борис Михайлович прожил большую интересную жизнь. Он родился 31 августа 1906 г. в Сергиевом Посаде, в 1929 г. закончил электротехнический факультет МВТУ, после чего работал в электрофизической лаборатории завода «Динамо». С 1930 по 1941 и с 1945 по 1947 гг. был доцентом кафедры электротехнических материалов и кабелей МЭИ. Во время войны Б.М.Тареев сначала преподавал в военном училище, а затем был направлен в оборонную промышленность и разрабатывал заменители дефицитных материалов.

В 1948 г. Б.М.Тареев защитил докторскую диссертацию и до 1973 г. заведовал кафедрой электротехнических материалов Всесоюзного заочного энергетического института, реорганизованного в 1966 г. в Московский институт радиотехники, электроники и автоматики. В 60-х годах Борис Михайлович в качестве эксперта ЮНЕСКО пре-



подавал в вузах Индии.

Велики заслуги Б.М.Тареева в области научно-технической информации. С 1955 г. и до последних дней жизни он работал в Институте научной и технической информации, возглавляя Отдел электротехники и энергетики. Следует отметить, что еще в 30-х годах Борис Михайлович вел в журнале «Электричество» раздел рефератов и рецензий. Хорошо зная многие иностранные языки, он знакомил читателей с новинками зарубежной электротехники.

На протяжении многих лет Б.М.Тареев активно работал в научно-технических обществах нашей страны и международ-

ных организациях, был членом Комитета по диэлектрикам и Комитета научно-технической терминологии АН СССР, работал в МЭК, был действительным членом Международной Гермес-Академии, Всемирной экологической академии.

Борис Михайлович — автор и соавтор большого числа научных и популярных статей, 39 книг, среди которых учебники и учебные пособия; по этим книгам учились и будут учиться многие поколения специалистов-электротехников. Он был инициатором, организатором и редактором первого издания «Франко-русского электротехнического словаря», автором многих изобретений и руководителем разработок государственных стандартов.

Заслуги Бориса Михайловича в научной и педагогической деятельности отмечены орденами и медалями. Он удостоен Государственной премии (1952 г.), ему было присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР (1976 г.).

Ушел из жизни большой ученый, прекрасный педагог, добрый и отзывчивый человек.

Память о Борисе Михайловиче Тарееве мы сохраним навсегда.

Зарубежные читатели могут оформить подписку на наш журнал (на русском языке) через следующие фирмы:

#### **Albania**

Botimpex  
Publications Import—Export  
Agency  
Rr. «Naim Frasheri»  
P.84  
Sh.2 Ap.37  
Tirana  
Tel./Fax: 26886

#### **Australia**

C.B.D. Library and  
Subscriptions Service  
P.O. Box 255  
Plympton  
South Australia 5038  
Fax: 82938 150

Centre for Russian and  
Euro-Asian Studies  
135, Barry street  
Carlton, Vic. 3052  
Tel.: 344-5956  
Fax: 344-5590

Cordon and Gotch Ltd.  
Private bag 290  
Bunwood Vic. 3125  
Tel.: 805-1650  
Fax: 808-0437

Eastern Europe Trading  
Company  
136 Balaclava Road  
Caulfield North Victoria 3161  
Melbourne

#### **Azerbajdzhan**

Firma «Yurd»  
37001 Baku,  
Niyazi, 11  
Tel.: 92-89-57  
Fax: 92-91-55

#### **Беларусь**

220004 Минск,  
ул. Короля, 16  
Изд-во «Красико-Принт»  
Тел.: 20-55-54  
Факс: 20-26-14

#### **Belgique**

Librairie du Monde Entier  
110, BLD.H.Max  
B-1000, Bruxelles  
Fax: 223-2652

#### **Brazil**

Livraria V.Rozov  
Rua 24 de Maio, 35  
3 Andar, cj. 312  
Cep. 01041 São Paulo  
Fax: 578-2074

#### **България**

«Hemus» Books & Press  
1000 София  
Иъ «Raiko Daskalov Square»  
Fax: 88-34-19  
«Razprostranenie na petchata»  
1202 София  
Klokotnitsa, 2A  
Fax: 31-60-37

#### **Canada**

Troyka Limited  
799 College Street  
Toronto, Ontario  
Canada M6G 1C7  
Tel.: 535-8693  
Fax: 535-3265

#### **China**

China National Publications  
Import-Export Corp.

P.O. box 88, 16 Congthi E.Road  
Chaoyang District, Beijing  
100704, PRC  
Fax: 506-3101

#### **Croatia**

Tamaris  
Book Imported and  
Subscription Agent  
Petrinska, 11  
41000 Zagreb

#### **Česká Republika**

«První Novinova Společnost A.S.»  
Hvozďanská, 5-7  
14831 Praha 4  
Fax: 793-4607

#### **Danmark**

Arnold Busck  
International Boghandel A/S  
49 Kobmagergade  
DK-1150 København K  
Tel.: 12-24-53  
Fax: 93-04-34

#### **MUNKSGAARD**

Subscription Service  
35 Norre Sogade  
P.O. Box 2148  
DK-1016 København K  
Tel.: 12-8570  
Fax: 12-9387

G.E.C.GAD Stakbogladen  
Slavic Department  
NDR. Ringgade 3  
DK-8000 Aarhus C  
Tel.: 12-8844  
Fax: 20-9102

#### **RHODOS**

International  
Subscription Agency  
Niels Brocks Gard  
36 Strandgade  
DK-1401 København K  
Tel.: 54-3060  
Fax: 96-2245

Slavisk Boghandel  
5 Christian IXs Gade  
DK-1111 København K  
Tel.: 31-3826  
Fax: 11-3826

#### **Eesti**

eesti Ajakirjanduslevi  
Tuukri Poik 6, EE 0102  
Tallinn  
Tel.: 42-6065  
Fax: 42-93-46

#### **England**

Dawson UK Ltd.  
Cannon House, Park Farm Road  
Folkestone  
Kent CT 19 5EE  
Tel.: 85-0101  
Fax: 85-0440

W.H.Everett and Son Ltd.  
8 Hurlingham Business Park  
Sullivan Road  
London SW6 3DU  
Tel.: 731-8562  
Fax: 371-5870

B.H.Blackwell Ltd.  
Periodicals Division  
P.O. Box 40  
Hythe Bridge Street  
Oxford  
England OX1 2EU  
Tel.: 79-2792  
Fax: 79-1438

Nordic Subscription  
Consultants

Foreign readers can take a subscription to our magazine (in Russian) through the following companies:

P.O. Box 2029  
Sturminster Newton  
Dorset DT 10 1YE  
Tel.: 82-1114  
Fax: 82-1115

Thornton's of Oxford Ltd.  
11 Broad Street  
Oxford OX1 3AR  
Tel.: 24-2939  
Fax: 20-4021

Slavonic Acquisitions  
The British Library  
Document Supply Centre  
Boston SPA  
Wetherby  
West Yorkshire  
LS 23 7BQ

#### **España**

Libreria Rubinos  
Alcala 98  
Madrid 28009  
Tel.: 435-2239  
Fax: 575-3272

#### **France**

«MK Librairie du Globe»  
2 Rue de Buçi  
75006 - Paris  
Fax: 43 25 50 55  
Dawson France  
Rue de la Prairie  
B.P.57  
91871 Palaiseau Cedex  
Tel.: 69 10 47 00  
Fax: 64 54 83 26

«Lavoisier Abonnement»  
14 Rue de Provigny  
94236 Cachan Cedex

#### **Deutschland**

Lange & Springer  
Wissenschaftliche  
Buchhandlung GmbH &  
Co.KG  
Otto-Suhr-Allee 28/28  
D-10 585 Berlin  
Tel.: 340-05-0  
Fax: 342-06-11  
Buchhandlung «Raduga»  
zu Hd. Frau Nina Gebhard  
Friedrichstrasse 176-179  
D-10117 Berlin  
Tel.: 203-02321

#### **Hellás**

«Giannicis S.A.»  
18 Fidiou str.  
Athens 10678  
«Hellenic Distribution»  
Agency Ltd.  
1 Digeny Str.  
17456 Alimos  
Tel.: 995-5383  
Fax: 993-6043

#### **Hong Kong**

Apollo Books Co. Ltd.  
T.S.T.P.O. Box 95170  
Kowloon  
Fax: 369-5282  
Great Eastern Book Co.  
P.O. Box 20005  
HENNESSY Post Office  
Tel.: 527-7459  
Fax: 527-2172  
Sinminchu Publishing Co. Ltd.  
Rm.1015, Tower A  
Hunghom Commercial  
Centre  
39 Ma Tau Wai Road  
Hunghom, Kowloon

Tel.: 334-9327  
Fax: 765-8471

#### **Island**

Skakhusid-the Chess House  
Laugavegi 118  
105 Reykjavik  
Iceland  
Tel.: 11-9768  
Fax: 551-9768

#### **India**

International Journals  
Distribution Agency, 4-E/15  
Jhandewalan, New-Delhi  
110005

#### **Israel**

Knizhnaia Lavka Ltd.  
P/O/Box 11626  
Tel-Aviv, 61118  
Fax: 528-9735  
«Steimatzky Ltd.»  
11 Hakishon Str.  
P.O. Box 1444  
BNEI-BRAK, 51114  
Fax: 579-4567

#### **Italia**

Libreria Edest  
Via Cairoli 12/4  
16124 Genova  
Fax: 297703  
Il Punto Editoriale S.A.S.  
Via della Cordonata 5  
00187 Roma  
Fax: 679-505  
Editoriale Stampa  
Triestina SpA  
Via Montecchi 6  
34137 Trieste

#### **Japan**

Nauka Ltd.  
2-30-19 Minami Ikebukuro  
Toshima-ku, Tokyo, 171  
Tel.: 981-5268  
Fax: 981-5313  
Nisso Ltd.  
Omiya dai 2 bldg. 6f  
4-1-7 Hongo  
Bunkyo-ku  
Tokyo, Japan  
Tel.: 811-6481  
Fax: 811-5160

#### **Југославија**

Jugoslavska Knjiga  
Pretplata  
P.O. Box 36  
11000 Beograd  
Try Republike

#### **Korea**

Universal Publications  
Agency Ltd.  
C.P.O. Box 9084  
Seoul, 100-690  
Tel.: 735-7809  
Fax: 723-3890

#### **Kýpros**

Odigitis Bookshop  
1A Romanos Str.  
Nicosia  
Fax: 45-37-57

#### **Latvija**

Latvijas Pasts  
LV-1000 Riga  
Brivibas bulvari, 21

Tel.: 701-8842  
Fax: 701-8754  
000 «SCS» 7, Riga,  
LV-1010, Valkas, 4  
"Diena"  
Mukusalas, 41  
Riga, LV-1004  
Tel.: 706-3170  
Fax: 706-3168

#### Luxembourg

Messengeris «Paul Kraus»  
B.P.2022  
11, Rue Christophe Plantin  
L-2339

#### Magyarország

MKM Dunatrade KFT  
1035 Budapest III.  
Kerek u.80  
Tel.: 250-2358  
Fax: 250-0233

#### Македонија

Knjigoizdatelstvo Makedonska  
Knjiga  
ul. 11 Oktomvri, b.b.  
91000 Скопје  
Народна и Университетска  
Библиотека  
Климент Охридски  
булв. Тоце Делуев, 6  
91000 Скопје

#### Nederland

Pegasus Subscription  
Department  
P.O.Box 11470  
1001 GL Amsterdam  
Tel.: 623-1138  
Fax: 620-3478  
Martinus Nijhoff International  
P.O. Box 269  
2501 AX 's-Gravenhage  
Tel.: 684-400  
Fax: 615-698

#### New Zealand

Mercury Direct Marketing  
P.O. Box 24013 and 24235  
Royal  
OAK Auckland  
2 Carr Road MT Roskill  
Auckland  
Tel.: 625-3010  
Fax: 625-3006

#### Norge

Akademika Universitetsbokhandel  
P.O. Box 84-Blindern  
N-0314 Oslo  
Tel.: 853-030  
Fax: 853-053

#### Österreich

Gerold & Co.  
Graben 31  
1011 Wien  
Tel.: 533-50-140  
Fax: 533-50-1412

#### Polska

«Ars Polona»  
Centrala Handlu  
Zagranicznego  
Krakowskie Przedmiescie, 7  
Warszawa  
IPS JOURNALS  
ul. Piekna, 24/26  
00 549 Warszawa  
Fax: 621-5470  
Orpan  
Biuro Importu  
Palac Kultury i Nauki  
00-901 Warszawa  
Fax: 26-8670  
«RUCH» S.A.  
Oddzial Krajowej Dystrybucji Prasy  
Dzial Wspolpracy z Zagranico  
ul. Towarowa, 28  
00958 Warszawa  
Fax: 620-1762  
PRESS  
Pl. Na Rozdrozu, 3  
00 584 Warszawa  
Fax: 628-8399

#### Romania

Rodipet S.A.  
Piața Presei Libere No 1 -  
Sector 1,  
București

#### Србија

PROEX EXPORT-IMPORT  
AGENCY  
TERAZIJE, 16/1,  
1001 Београд

#### Slovakia

PNS S.P.  
Pribinova 25  
813 81 Bratislava  
Fax: 566-4814

«Slovart» G.T.G. Ltd.  
Krupinska, 4  
852 99 Bratislava 5  
Fax: 839-485

#### Slovenia

Cankarjeva Založba  
P.O. Box 201-IV  
61001 Ljubljana  
Državna Založba Slovenije  
P.O. Box 50-I  
61000 Ljubljana

#### Suisse

Pinkus Genossenschaft  
Froschaugasse 7  
Postfach 8025 Zürich  
Tel.: 251-2674  
Fax: 251-2682  
Librarie Cobram  
Rue due Grand Pre 11  
CH-1211 Geneve 7  
Tel.: 733-9512  
Fax: 740-1530  
Dynapress Marketing S.A.  
Subscription Dept.  
38 Avenue Vibert, CH-1227  
Carouge, Geneve  
Tel.: 308-0444  
Fax: 308-0859

#### Suomi

OY TIBO-TRADING AB  
Subscriptions Department  
P.O. Box 33  
SF-21601 Pargas  
Tel.: 214589-355  
Fax: 214589-164  
SUOMALAINEN  
KIRJAKAUPPA  
Subscription Department  
P.O. Box 2  
SF-01641 Vantaa  
Tel.: 9852-751  
Fax: 9852-7990  
Akateeminen Kirjakauppa  
Services Subscription  
PL/PB 23  
SF-00371 Helsinki  
Tel.: 12141  
Fax: 121-4450  
Hansei Ltd.  
P.O.Box 108  
00381 Helsinki  
Tel.: 560-21  
Fax: 560-2360

Translatio Rustica  
Isonnitynkatu 3A  
SF-00520 Helsinki  
Tel.: 777-2357  
Fax: 757-1295

#### Sverige

Wennergren-Williams  
Informationsservice AB  
Subscription Department  
P.O. Box 1305, S-17125 Solna  
Tel.: 7059-750  
Fax: 2700-71  
Bibliotekstjänst AB  
Subscription Department  
Traktorv. 11, Box 200  
S-22100 Lund  
Tel.: 180-000  
Fax: 307-947

#### USA

Victor Kamkin  
Bookstore INC  
4956 Boiling Brook Parkway  
Rockville, MD 20852  
Tel.: 881-5973  
Fax: 881-1637  
Victor Kamkin  
Bookstore, Inc.  
925 Broadway  
New York, N.Y. 10010  
Tel.: 673-0776  
Znание Book Store  
5237 Geary Boulevard  
San Francisco, CA 94118  
Tel.: 752-7555  
Fax: 752-4347  
Almanac Press, Inc.  
501 South Fairfax Avenue  
Suite 206  
Los Angeles, CA 90036  
Tel.: 931-2692  
Fax: 931-7748  
Vietnam  
XUNHASABA  
32 Hai Ba Trung  
Hanoi, S.R.V.  
Fax: 8252-860  
XUNHASABA  
25B Nguyen Binh Khiem  
1st District  
Hochiminh City  
Tel.: 8241-320  
Fax: 8241-321

В Москве вы можете оформить подписку на наш журнал с доставкой по любому адресу в любой стране. Обращайтесь по адресу: 117049 Москва, Б.Якиманка, 39, АО «Международная книга», фирма «Периодика».  
Контактный телефон 238-4967  
Факс 238-4634

In Moscow You can take a subscription to our magazine with a delivery to any address in any country all over the world at: 117049 Moscow, Bolshaya Yakimanka, 39, AO «Mezhdunarodnaya kniga», «Periodika» company.  
Contact tel.: (095) 238-4967  
Fax: (095) 238-4634

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10



924-24-80, 928-88-69; факс 315-0698

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Художественный редактор Т.А. Дворецкова

Сдано в набор 25.07.98. Подписано в печать 25.08.98. Формат 60×80/8.  
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Заказ 419

ЗАО «Знак», 103012 Москва, Б. Черкасский пер., 2/10

Отпечатано в типографии МЭИ

111250 Москва, ул. Красноказарменная, д. 13

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

*Если Вы работаете в области энергетики или электротехники,  
позаботьтесь о том,  
чтобы Ваши предприятие, лаборатория, кафедра  
не опоздали с подпиской на*

## **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО**

- старейший отечественный теоретический и научно-практический журнал, орган Российской Академии наук, Федерации энергетических и электротехнических обществ;
- выходит ежемесячно, предназначен для высококвалифицированных специалистов в области энергетики и электротехники;
- публикует теоретические и научно-практические работы отечественных и зарубежных ученых и инженеров, освещает работу российских и международных конференций, рецензирует учебники и монографии по тематике журнала, помещает материалы по истории электротехники, статьи о выдающихся отечественных ученых;
- журнал поступает во все промышленно развитые страны мира.

*Условия подписки в России и странах СНГ указаны  
в Объединенном каталоге Государственного комитета РФ  
по связи и информатизации «Подписка-99»*

*Зарубежные читатели могут подписаться на наш журнал  
по адресам фирм, указанным на с. 79–80 этого номера,  
а также в предыдущих номерах*

*В Москве подписку от зарубежных читателей принимает  
АО «Международная книга», фирма «Периодика»  
(117049, Б. Якиманка, 39, тел. 238-4967, факс 238-4634)*