

ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1995

6

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б.Черкасский пер., 2/10

 **924-24-80**

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Художественный редактор **Т.А. Дворецкова**

Сдано в набор 28.04.95. Подписано в печать 19.05.95. Формат 60×881/8.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Тираж 1010 экз. Заказ **938**

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Макет выполнен АО «Знак», 103012, Москва, Б.Черкасский пер., 2/10
Типография № 9 комитета РФ по печати
Москва, 109033, Волочаевская ул., 40

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

6
ИЮНЬ
1995

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

СОДЕРЖАНИЕ

Бжелич С., Желич Н. Автоматическое вторичное управление напряжением и реактивной мощностью на многопараметрической основе	2
Анненков В.З. Метод сопротивления стержневого заземлителя в песчаном грунте	14
Александров Г.Н., Герасимов Ю.А. Электрическая прочность изолирующих подвесок проводов ВЛ при коммутационных и грозовых импульсах	22
Васильев А.С., Гуревич С.Г., Кильдишева О.Э. Диагностика ламповых генераторов для диэлектрического нагрева	28
Мылых В.И. Исследование тиристорной системы коммутации в линейном двигателе постоянного тока	35
Ершов М.С. Электромагнитные модели трехфазных трансформаторов для расчета несимметричных режимов систем электроснабжения	42
Ребенков Е.С., Бабокин Г.И. Синтез структур и определение параметров системы автоматического управления электропривода с переменной жесткостью упругого звена	48
Буянина Н.С., Зенков Д.Ф., Кацевич В.Л. Синтез линейных систем по управляющему и возмущающему воздействиям методом стандартных коэффициентов	55
Смирнов Ю.В. Оптимизация асинхронных электроприводов производственных машин с циклической ударной нагрузкой	59
Борисова М.Э., Койков С.Н., Марченко М.С., Северюхина Н.В. Оценка параметров неоднородности диэлектрика на основе анализа абсорбционных характеристик	62
Романишин И.М., Синицкий Л.А. О парциально устойчивых нелинейных электрических цепях и системах	68
Мейер А.А. Распределение потенциала от двух точечных источников тока в полукруглой неоднородной пластине	73
ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА	
Могильников В.С., Олейников А.М., Рассохин А.В. Магнитное поле, возбуждаемое нейтральным вращающимся (движущимся) телом	76
ХРОНИКА	
Николай Васильевич Шилин (некролог)	80

CONTENTS

Bjelic S., Jelic N. Automatic Secondary VAR Control: a Multivariable Approach	2
Annenkov V.Z. Method for Calculating Impulse Resistance of Ground Rod in Sandy Soil	14
Alexandrov G.N., Gerasimov Yu.A. Electric Strength of Insulation Conductor Suspension of Overhead Lines under Overvoltage	22
Vasil'ev A.S., Gurevich S.G., Kil'disheva O.E. Diagnosis of Valve Generator for Dielectric Heating	28
Milykh V.I. Investigation of Switching Thyristor System in a Linear Direct Current Motor	35
Yershov M.S. Electromagnetic Models of Three-Phase Transformers for Calculation of Asymmetric Regimes of Electrical Power Systems	42
Rebenkov E.S., Babokin G.I. Synthesis of Structure and Parameters of Automatic Control System of Electric Drive with Variable Rigidity of Elastic Link	48
Buryanina N.S., Zenkov D.F., Katsevich V.L. Synthesis of Linear Systems by Operating and Perturbing Coercions by Means of Standard Coefficients Method	55
Smirnov Yu.V. Optimization of Asynchronous Industrial Electric Drives with Cyclical Shock Load	59
Borisova M.E., Kojkov S.N., Marchenko M.C., Severyukhina N.V. Evaluation of Parameters of Dielectric Inhomogeneity by Means of Analysis of Absorption Characteristics	62
Romanishin I.M., Sinitskii L.A. On Partial Stability of Non-Linear Circuits and Systems	68
Meier A.A. Potential Distribution of Two Point Current Sources in Semicircular Non-Homogeneous Plate.	73
NOTES and LETTERS	
Moguil'nikov V.S., Oleinikov A.M., Passokhin A.V. Magnetic Field Excited by Neutral Rotating (Moving) Body	76
CHRONICLE	
Nikolai Vasil'evich Shilin (Notice Obituary)	80

Автоматическое вторичное управление напряжением и реактивной мощностью на многопараметрической основе

БЖЕЛИЧ С., ЖЕЛИЧ Н.

Представлена методика определения регулировочных параметров, т. е. областей регулирования и регулирующих генераторов, необходимых для автоматического вторичного регулирования (АВУ). Суть АВУ заключается в разделении энергосистемы на определенные географические части, называемые «областями регулирования» и в управлении уровнями напряжения и генераций реактивной мощности отдельно в каждой области с помощью АРВ части генераторов, называемых регулируемыми.

Ключевые слова: энергосистема, регулирующие генераторы, напряжение, реактивная мощность, автоматическое управление, вторичное управление

Часть 1. Управление современными энергосистемами при их размерах и протяженности — это сложный процесс, осуществляемый с целью обеспечения необходимого количества электроэнергии хорошего качества при максимальной эффективности и безопасности ее производства и передачи. Возрастающая автоматизация электростанций и подстанций, кроме повышения эффективности и безопасности, позволяет непосредственно управлять энергосистемой или ее частями по системным критериям. Все это делает возможным автоматическое вторичное управление для выбранных частей энергосистемы. В настоящее время АВУ реализовано в энергосистемах Франции (EDF) [1–8] и Италии (ENEL) [9–13] по иерархическому принципу: первичное, вторичное и третичное управление, которое охватывает определенные географические области и временные интервалы. Быстрые случайные изменения напряжения компенсируются локальным «первичным» управлением, в основном, АРВ генераторов. Медленные большие изменения напряжения, которые затрагивают большие части энергосистемы, компенсируются координированным «вторичным» (на региональном уровне) и «третичным» (на общесистемном уровне) управлением [6, 14].

Идея вторичного управления напряжением состоит в разделении энергосистемы на определенные географические части («зоны» по французской терминологии) и управлении профилем напряжений отдельно в каждой зоне либо с по-

The first part of the paper presents a methodology for determining the regulating parameters: regulating areas and regulating generators, which is necessary for automatic secondary VAR control (a.s.c.). The principle of a.s.c. is to share power network into distinct geographical parts, called «regulating areas», and to control the area nodes voltages and reactive power exchange separately in each regulating area by automatic adjustments of the automatic voltage regulator of some units, called «regulating generators» located in regulating area. The second part of the paper presents a design procedure for decentralized regulators, aimed for the area nodes voltages and reactive power exchange control into distinct geographical parts of power network, called «regulating areas», by using the modern multivariable systems and optimal regulator theories. This part of the paper gives the simulation results performed on the power system consisting of two regulating areas.

Key words: power system, regulating generators (power plants), voltage, reactive power, automatic control, secondary regulation

мощью автоматического регулирования АРВ некоторых генераторов (реализация EDF) [1–4], либо с помощью автоматического регулирования реактивной мощности генераторов (реализация ENEL) [9–13]. В любом случае такое регулирование ведет к изменению реактивной мощности регулирующего генератора. Значение регулирующего воздействия определяется разностью напряжения уставки и текущего напряжения в некотором специально выбранном узле внутри зоны (по французской терминологии — «ведущий узел»), который выбирается так, чтобы изменение напряжения в нем давало полную картину изменения напряжений во всей зоне). (Вторичное управление напряжением по нескольким ведущим узлам намечалось к реализации в 1993 г. [5–8].)

Третичное управление позволяет осуществлять глобальное статическое управление на общесистемном уровне и реализуется в виде ручного телеуправления уставками вторичного управления [6].

Для определения регулировочных параметров (зон, ведущих узлов, регулирующих генераторов) в целом используется эмпирический подход. По результатам расчета мощностей коротких замыканий в разных точках изучаемой системы составляется список узлов, претендующих на роль ведущего узла, при этом выбираются узлы с наибольшими мощностями КЗ. Далее проводится серия расчетов установившихся режимов. В каждом из расчетов в один из узлов-претендентов

подключается источник напряжения, а вся остальная часть энергосистемы представляется пассивными элементами, и таким образом определяются падения напряжения между этим узлом и всеми остальными узлами. После выполнения указанных расчетов выбирается узел, наиболее электрически близкий к каждому узлу энергосистемы, т.е. ведущий узел.

Выбор зоны управления и регулирующих генераторов осуществляется по следующим критериям:

напряжение в ведущем узле действительно отражает изменения напряжений во всех узлах зоны;

в зоне есть достаточное количество управляемой реактивной мощности для регулирования напряжения;

каждая зона вторичного управления надежно «отделена» от соседей, так что управление внутри «зоны» слабо зависит от действий в соседних зонах.

Представленный метод выбора регулировочных параметров основан на предположении о том, что вторичное управление ведется по многим переменным, при котором регуляторы в качестве входных параметров используют информацию о большом числе узловых напряжений и перетоков реактивной мощности внутри выбранной области. Это означает, что в предлагаемом подходе выбор одного ведущего узла в каждой зоне не применяется. Предложенный метод использовался только для выбора областей регулирования (зон) и регулирующих генераторов. Число ведущих узлов определяется возможностями системы сбора телеинформации SCADA, и конкретной реализацией многопараметрического регулятора.

Модель энергосистемы. Рассматривается система, состоящая из N регулирующих генераторов и p статических нагрузок, связанных линиями. Линеаризованное уравнение рассматриваемой многомашинной системы записывается в стандартной форме [15, 16]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_N)$; $\mathbf{u}^T = (u_1, u_2, \dots, u_N)$; $\mathbf{x}_i^T = (\delta_i, \omega_i, \psi_i, E_{fdi})$; $u_i = V_{Ri}$; $V_{Ri} = V_{refi} - V_i$; $i = 1, 2, \dots, N$.

Здесь δ_i — относительный угол поворота ротора; ω_i — скорость вращения ротора; ψ_i, E_{fdi} — потокосцепление и переменная состояния возбудителя i -й машины; V_{Ri} — управляющее воздействие возбудителя, получаемое как разность между значением уставки АРВ i -го генератора V_{refi} и текущим (замеренным) напряжением.

Рассматриваются только малые отклонения от точки исходного режима.

Метод определения регулировочных параметров. Разработан метод определения регулировоч-

ных параметров (областей регулирования и регулирующих генераторов), основанный на линеаризованной модели энергосистемы, использующий теорию оптимального управления и программу расчета потокораспределения.

Выбор регулирующих генераторов, включенный в математическую модель энергосистемы, основан на требованиях вторичного управления реактивной мощностью и в нем использованы следующие рекомендации.

1. Выбранные машины должны вырабатывать (потреблять) реактивную мощность, соответствующую критическим возмущениям в энергосистеме. Методология выбора критических возмущений с учетом применения вторичного управления разработана в [19]. На основе выбранного набора критических возмущений производится выбор регулирующих генераторов с помощью программы расчета потокораспределения [20, 21] следующим образом:

каждое критическое возмущение моделируется для ряда типичных режимов, удовлетворяющих всем системным параметрам: напряжения должны быть в допустимых пределах ($\pm 5\%$); параметры генераторов должны быть в допустимых пределах; недопустима перегрузка линий высокого напряжения.

2. Конкретные свойства генераторов и нагрузок энергосистемы существенно влияют на выбор регулирующих генераторов.

3. Уровень напряжения области регулирования определяется в соответствии с выбором регулирующих генераторов.

Предположим, что значение $\mathbf{u}(t)$ постоянно или изменяется медленно, тогда выражение (1) можно упростить [18]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t); \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{B} \mathbf{u}. \quad (2)$$

В выражении (2) $\mathbf{u}^T = [V_{R1}, \dots, V_{RN}]$ — вектор возмущения, он рассматривается как постоянное возмущение. Известно, что автоматический регулятор вторичного управления работает по входам V_{Ri} АРВ генераторов, следовательно, выбор вектора возмущения достаточно адекватен. Желательно определить влияние этого возмущения на напряжения всех других узлов энергосистемы. Для этого вводится следующий показатель

$$J_{im} = \int \Delta V_m^T Q_V \Delta V_m dt, \quad (3)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$; $m = 1, 2, \dots, N+p$; ΔV_m — отклонение напряжения в узле m ; Q_V — симметричная положительно определенная матрица.

Данный показатель дает меру изменения напряжения в узле m , соответствующую изменению входных параметров (возмущению) АРВ отдель-

ного генератора i , или — меру динамического взаимодействия между машиной i и машиной или нагрузкой m ; если $m=i$ показатель J_{ii} дает относительную меру «самовзаимодействия» генератора к его мощности.

С учетом уравнения, детально описанного в [16]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= M x; \\ \Delta V &= [\Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_m, \dots, \Delta V_{n+p}]; \\ M &= [M_1, M_2, \dots, M_m, \dots, M_{n+p}], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где M_m — матрица с постоянными составляющими размерностью $(2 \times 4N)$,

уравнение (3) может быть переписано в виде

$$J_{im} = \int_0^{\infty} x^T M_m^T Q_V M_m x dt = \int_0^{\infty} x^T Q_m x dt, \quad (5)$$

где $Q_m = M_m^T Q_V M_m$.

При предположении, что собственные значения матрицы A имеют отрицательные действительные части, а Q_m — симметричная положительно определенная матрица, верно следующее соотношение:

$$J_{im} = x^T(0) P_m x(0), \quad (6)$$

где P_m — решение матричного уравнения Ляпунова:

$$A^T P_m + P_m A = -Q_m. \quad (7)$$

Тогда при расчетной матрице P_m , постоянном векторе возмущения u , постоянной матрице B показатель J_{im} может быть записан в виде

$$J_{im} = u^T B^T P_m B u. \quad (8)$$

Значения показателей J_{im} даются в табл. 1.

Таблица 1

Значения i	Значения показателя J_{im} при $m=1, \dots, N+p$						
	1	2	...	N	$N+1$	$N+2$	$N+p$
1	J_{11}	J_{12}	...	J_{1N}	$J_{1,N+1}$	$J_{1,N+2}$	$J_{1,N+p}$
2	J_{21}	J_{22}	...	J_{2N}	$J_{2,N+1}$	$J_{2,N+2}$	$J_{2,N+p}$
...	...	...	...	...	...	...	...
N	J_{N1}	J_{N2}	...	J_{NN}	$J_{N,N+1}$	$J_{N,N+2}$	$J_{N,N+p}$

На основе принципов выбора областей регулирования разработан метод, опирающийся на следующие условия.

1. Если $J_{im} < k_z J_{ii}$, где k_z — коэффициент взаимодействия (определяется на основе изучения влияния возмущений на изменение во времени узловых напряжений; коэффициенты определя-

ются для каждой конкретной энергосистемы), то влиянием возмущения генератора i на узел m можно пренебречь.

Если $J_{im} > k_z J_{ii}$, то этим влиянием пренебречь нельзя, т.е. узел m находится в области регулирования регулирующего генератора i .

2. На основе условия 1 формируются N групп узлов ($N_1, N_2, \dots, N_N$) отдельно для каждого из регулирующих генераторов. Если $N_k \cap N_i = \emptyset$ ($k=1, 2, \dots, N$; $\emptyset$ — пустое множество), то регулирующие генераторы k и i не входят в общую область регулирования, если наоборот — входят.

Пример. Разработанный метод был использован при определении областей регулирования для энергосистемы бывшей Югославии (рис. 1).

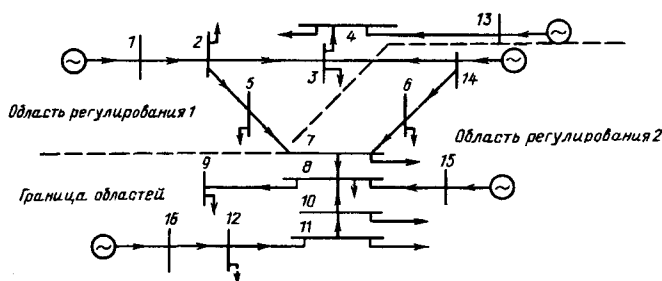


Рис. 1. Схема фрагмента сети (400 кВ) бывшей Югославии

Таблица 2

Линия	Параметр, отн. ед.		
	G	B	B^0
1—2	31,175	-339,626	0,0681
2—3	9,090	-99,028	0,2337
2—5	4,387	-47,797	0,4843
3—4	19,501	-212,453	0,1089
3—14	1,839	-20,036	1,1553
4—13	8,943	-97,428	0,2376
5—7	3,236	-35,083	0,6566
6—7	4,485	-48,862	0,4737
6—14	5,340	-58,175	0,3979
7—8	3,564	-38,830	0,5961
8—9	2,124	-23,141	1,0003
8—10	4,260	-46,416	0,4987
8—15	402,445	-4384,27	0,0052
10—11	5,438	-59,247	0,3907
11—12	5,320	-57,965	0,3993
12—16	632,414	-6889,57	0,0033

Примечание. Точка линеаризации $S_B = 100$ МВ·А, $V_B = 400$ кВ.

Параметры линий электропередач и генераторов даны в табл. 2 и 3. Регулирующие генераторы были выбраны на основе рекомендации о критических возмущениях [19] с использованием программы расчета потокораспределения Sttot на основе быстрой декомпозиции [20, 21].

Таблица 3

Узел энергосистемы	Параметры регулирующих генераторов							
	S, МВ·А	cos φ	x_d	x_d'	x_q	x_q'	T_{d0} , с	τ_j , с
			отн. ед.					
1 ТЭС Н. Тесла Б.	590	0,9	2,11	0,28	2,02	1,955	4,2	27,36
13 ТЭС Дрмно	330	0,9	1,95	0,317	1,92	1,750	6,0	19,84
14 ГЭС Джердап 1	615	0,9	0,898	0,30	0,646	0,658	7,4	63,32
15 ТЭС Косово Б.	590	0,9	2,11	0,28	2,02	1,955	4,2	27,36
16 ТЭС Битола	410	0,9	1,767	0,274	1,747	1,58	5,43	30,37

Таблица 4

Номер узла	Параметр				
	Напряжение, кВ	Фаза, эл. град.	Мощность		
			МВт	Мвар	МВ·А
1	412,0000	0,0000	555,3249	209,2200	593,4296
2	409,0516	-0,8457	-59,9964	-85,9971	104,8574
3	403,1035	-1,9269	-200,0014	-278,0006	342,4689
4	402,6800	-2,0974	-295,9998	-94,9990	310,8709
5	405,1678	-4,0925	-100,0023	-50,0000	111,8055
6	408,3814	-3,5784	-39,9989	-105,0014	112,3619
7	400,5252	-6,9824	-249,9967	-137,0007	285,0746
8	394,8649	-10,4733	-319,9921	-255,9961	409,7913
9	382,8200	-14,4758	-158,9999	-98,9986	187,3011
10	399,2751	-11,6400	-252,0001	-99,9993	271,1160
11	407,8463	-10,2042	-79,9998	-69,9993	106,3009
12	418,8975	-8,1401	-94,9426	-25,0438	98,1901
13	406,0000	-0,8244	230,0003	50,2814	235,4323
14	420,0000	-0,5341	409,9992	143,3833	434,3479
15	395,0000	-10,4311	329,9897	116,9544	350,1022
16	419,0000	-8,1158	339,9348	155,1241	373,6565

Результаты расчета приводятся в табл. 4. По этим данным сформирована матрица A и рассчитаны ее собственные значения (λ):

-0,3822±27,8510	-3,1548	-1,2962
-0,1720±25,0904	-1,8542	-0,9349
-0,3351±24,0151	-0,3934	-0,9910
-0,4134±20,8009	-1,2938	-0,9836
-0,5755±15,3170	-0,7898	-1,0108

(Расчет произведен с помощью пакета программ PC-MATLAB [22].)

Анализ этих данных свидетельствует о том, что все собственные значения матрицы A имеют отрицательные действительные части. Так как это условие соблюдено, то показатели J_{im} рассчитываются для возмущений $V_{Ri} = \Delta V_{refi} = 0,001$ отн. ед., для узлов 1, 13, 14, 15, 16 (табл. 5); ΔV_{refi} —

Таблица 5

Номер узла i	Значение показателя J_{im} при возмущениях $\Delta V_{refi} = 0,001$ для $m = 1, \dots, 16$															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,4871	0,3526	0,1038	0,0505	0,1638	0,0057	0,0224	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0005	0,0004	0,0004	0,0002	0,0003
13	0,0005	0,0057	0,0895	0,1861	0,0031	0,0006	0,0009	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0006	0,5158	0,0004	0,0003	0,0003
14	0,0006	0,0020	0,0106	0,0056	0,0155	0,2477	0,0562	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0008	0,0006	0,5137	0,0004	0,0004
15	0,0004	0,0010	0,0006	0,0005	0,0249	0,0254	0,1128	0,5083	0,5057	0,1977	0,0531	0,0005	0,0004	0,0004	0,5170	0,0005
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0752	0,2360	0,5040	0,0000	0,0000	0,0000	0,5062

изменение уставки АРВ генератора.

Для определения значений коэффициентов взаимодействия необходимо проанализировать влияние возмущений на изменение узловых напряжений во времени. На рис. 2, а—д даны временные зависимости узловых напряжений от возмущений ΔV_{ref1} , ΔV_{ref13} , ΔV_{ref14} , ΔV_{ref15} , ΔV_{ref16} (z — отклонения узловых напряжений, которыми можно пренебречь). Если пренебречь отклонением напряжения, меньшим чем $0,25\Delta V_{refi}$, то можно сформировать список узлов m , в которых нельзя пренебречь изменением напряжения:

Узел i	Номера узлов m
1	2 3 4 5
13	3 4
14	6 7
15	7 8 9 10 11
16	10 11 12

Анализ табл. 5 и приведенного списка узлов

m показывает, что для коэффициента взаимодействия k_z может быть принято значение 0,1 (т.е. если $J_{im} > 0,1 J_{ii}$, то влиянием возмущения ΔV_{refi} на напряжение узла m пренебречь нельзя). Список узлов, полученный на этой основе, идентичен списку, приведенному ранее.

На основе приведенного списка и условия 2 сформированы две области регулирования $N_1 \cap N_{13} \neq \emptyset$ — регулирующие генераторы 1 и 13 входят в первую общую область регулирования; $N_{14} \cap N_{15} \cap N_{16} \neq \emptyset$ — регулирующие генераторы 14, 15 и 16 входят во вторую общую область регулирования. В первую область входят нагрузки 2—5, а во вторую — нагрузки 6—12.

Основная цель предложенного метода состоит в предварительном определении коэффициентов взаимодействия и регулирующих генераторов («off-line») и дальнейшем непосредственном определении областей регулирования [по программе на основе уравнений (2)—(8) и приведенных ранее условий 1 и 2, которые используются как часть системы планирования управления энергосистемой в режиме реального времени].

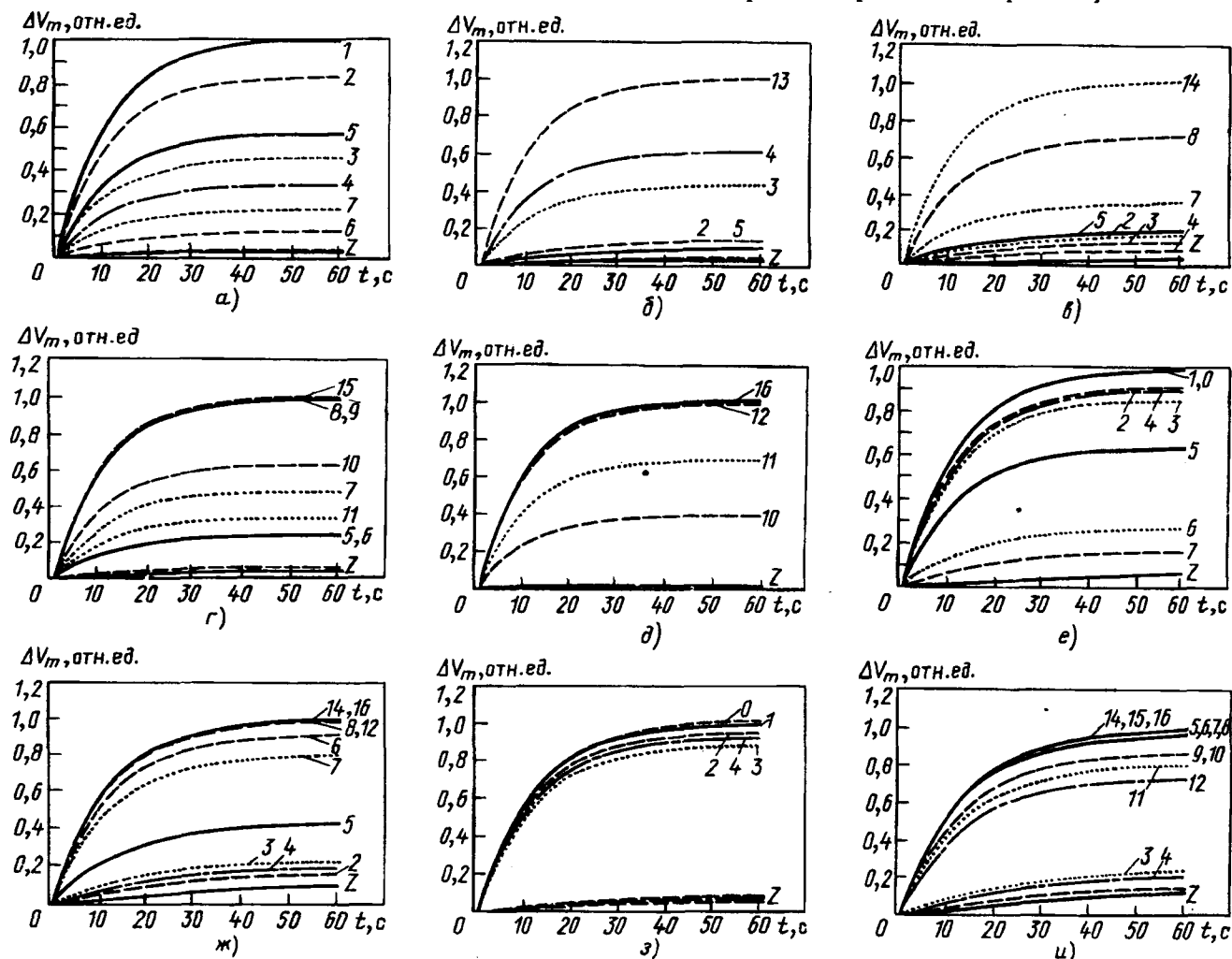


Рис. 2. Отклонения напряжений при возмущении: а — $\Delta V_{ref1}=0,001$ отн. ед.; б — $\Delta V_{ref13}=0,001$ отн. ед.; в — $\Delta V_{ref14}=0,001$ отн. ед.; г — $\Delta V_{ref15}=0,001$ отн. ед.; д — $\Delta V_{ref16}=0,001$ отн. ед.; е — $\Delta V_{ref1}=\Delta V_{ref13}=0,001$ отн. ед.; ж — $\Delta V_{ref14}=\Delta V_{ref15}=\Delta V_{ref16}=0,001$ отн. ед.; з — $\Delta V_{ref1}=\Delta V_{ref13}=0,001$ отн. ед.; и — $\Delta V_{ref14}=\Delta V_{ref15}=\Delta V_{ref16}=0,001$ отн. ед.

На рис. 2,е представлены временные зависимости отклонений узловых напряжений при возмущениях в первой области регулирования ($\Delta V_{ref1} = \Delta V_{ref13} = 0,001$ отн. ед.). На рис. 2,ж — то же при возмущении во второй области. Анализ рис. 2,е,ж показывает, что изменение входных параметров АРВ генераторов одной области регулирования вызывает отклонения напряжений в другой области регулирования, однако эти отклонения попадают в нерабочую зону вторичного регулятора реактивной мощности. Следовательно, эти отклонения компенсируются локальным (первичным) регулированием, а вторичное управление вводится только при больших медленных изменениях напряжения.

Эти исследования проведены также при отключении в энергосистеме линии 2—5 (на рис.1). Можно сформировать две области регулирования с узлами 1, 2, 3, 4, 13 в первой и 5—16 во второй. На рис. 2,з,и представлены зависимости отклонений напряжений во времени, вызванные возмущениями $\Delta V_{ref1} = \Delta V_{ref13} = 0,001$ отн. ед. и $\Delta V_{ref14} = \Delta V_{ref15} = 0,001$ отн. ед. соответственно. Можно сделать выводы, аналогичные выводам по рис. 2,е,ж. Рис. 2,з,и соответствуют режиму с отключенной линией.

Часть 2. Тот факт, что все аварии, приводившие к развалу энергосистемы бывшей Югославии за последние 10 лет характеризовались региональными дисбалансами реактивной мощности и существенным увеличением емкостной генерации на межрегиональных связях, еще больше подчеркивает важность управления обменом реактивной мощности между отдельными областями, что до сих пор не реализовано при организации вторичного управления напряжением. Управление обменом реактивной мощности очень важно при возникновении больших региональных небалансов мощности (т.е. из всех линий передач 400 кВ длиной 100 км более 50% имеют перегрузку по току и это вызывает дефицит реактивной мощности порядка 400 Мвар [27]).

Опыт эксплуатации сети 400 кВ энергосистемы бывшей Югославии показывает, что линии в отдельных ее частях периодически имеют нагрузку меньше натуральной мощности, поэтому они генерируют большую реактивную мощность, что приводит к недопустимому повышению напряжения в ряде узлов [28]. Следовательно, необходимо поддержание напряжений в крупных узлах нагрузки, т.е. в узлах сети 400 кВ.

Основными функциями автоматического вторичного управления реактивной мощностью с учетом опыта эксплуатации энергосистем является управление перетоками реактивной мощности между областями регулирования и напряжениями в крупных узлах нагрузки. Для синтеза регу-

лятора, отвечающего условиям применения теории оптимального (субоптимального) управления и теории многопараметрических систем [30, 31], необходимо использование определенного числа входных параметров.

В существующей реализации вторичного управления предполагается, что области регулирования разъединены и этот факт предполагает децентрализованный подход. Размеры энергосистем, огромное число входящих в них узлов, а также локальный характер управления напряжением, в свою очередь, также предполагают децентрализацию. Это не снижает качество управления, напротив, децентрализованный подход повышает помехоустойчивость системы управления, так как предполагается, что вторичное управление вступает в действие при авариях, когда помехозащищенность системы разрушена [29, 30].

С точки зрения потребностей современных энергосистем можно определить следующие основные требования к системам вторичного управления напряжением.

1. Каждый регулятор должен использовать только локальные параметры, полученные на основе существующих методов измерения в своей области регулирования.

2. Закон управления внутри области должен быть линейным, не зависящим от возмущения нагрузок внутри области.

3. Ошибки во входных параметрах при установившемся режиме должны быть сведены к нулю.

4. Реализация вторичного регулирования должна улучшать качество переходных процессов и повышать устойчивость.

Особое внимание уделено модификации математической модели энергосистемы и применению ее для синтеза регуляторов вторичного управления. Все результаты математического моделирования применительно к энергосистеме бывшей Югославии получены на персональном компьютере с использованием пакета программ PC—MATLAB [22].

Децентрализованная модель. Поведение энергосистем вблизи точки некоторого исходного режима может быть описано линеаризованными уравнениями (1), подробно рассмотренными в [16].

Модель по уравнениям (1) — это композиция из d моделей областей регулирования, которая может быть записана в децентрализованном виде как

$$\dot{x}_i(t) = A_{ii} x_i(t) + B_i u_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^d A_{ij} x_j(t);$$

$$i, j = 1, 2, \dots, d; \quad x(t_0) = x_{i0}. \quad (9)$$

где x_i и u_i — векторы состояния и управления размерностью $4d_i$ и d_i соответственно (d_i — число регулирующих генераторов в области регулирования i); x_j — вектор состояния размерности d_j (d_j — число регулирующих генераторов в области j); A_{ii} , B_i и A_{ij} — матрицы с постоянными составляющими и соответствующими размерностями [16].

Для синтеза многопараметрических регуляторов вторичного управления модель (1) должна быть существенно переработана так, как это ранее было предложено для организации автоматического управления генератором в [36, 37]. Прежде всего для выполнения приведенных ранее требований п. 2 и 3 необходимо расширить модель (9) с помощью введения следующий уравнений:

$$\left. \begin{aligned} v_{ni}(t) &= v_{ni0} + \int_{t_0}^t \sum_{l=1}^{b_i} [\Delta V_{0k}(t)]_l dt, \quad v_{ni}(t_0) = v_{ni0}; \\ v_{qi}(t) &= v_{qi0} + \int_{t_0}^t \Delta q_{ri}(t) dt, \quad v_{qi}(t_0) = v_{qi0}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\sum_{l=1}^{b_i} [\Delta V_{0k}(t)]_l$ — сумма отклонений напряжений в выбранных узлах области регулирования (так называемые «регулируемые узлы»), в которых поддерживается желаемый уровень напряжений (k — номер узла на общей структурной схеме энергосистемы).

Выражение для ΔV_{0k} может быть записано в следующем виде:

$$\Delta V_{0k}(t) = n_{ik} x_i(t). \quad (11)$$

Здесь n_{ik} — вектор с постоянными составляющими размерностью $1 \times 4d_i$.

При этом имеется в виду, что области регулирования выбраны так, что напряжение в узле b области i не зависит от действия АРВ в ближайших областях j ($j=1, 2, \dots, d; j \neq i$) и, естественно, от изменения параметров, представленных в векторе x_j , т.е. напряжение в регулируемом узле зависит только от x_i , а не от x_j . Выражение для перетоков реактивной мощности в области регулирования i может быть получено в виде

$$\Delta q_{ri} = \alpha_{1i} a_{ii} x_i, \quad (12)$$

где $\alpha_{1i} = Q_{10}/Q_{i0}$ — нормализующий фактор, в котором нагрузка в установившемся режиме регулировочной обмотки «1» принята за базис $\alpha_{11} = 1$ [37]; a_{ii} — вектор с постоянными элементами размерностью $(1 \times 4d_i)$.

Выбор регулируемых узлов должен отвечать следующим требованиям.

1. В принятой процедуре синтеза многопараметрических регуляторов вторичного управления выбор регулируемых узлов не влияет на возможности регулятора, на возможности системы сбора информации SCADA, что подтверждено многолетним опытом эксплуатации сетей высокого напряжения.

2. Управление обменом реактивной мощности имеет косвенное влияние на напряжения узлов примыкания [узлов, являющихся концами (началами) линий межсистемных связей] и эти узлы не могут быть рекомендованы в качестве регулирующих.

3. В энергосистеме бывшей Югославии ряд электростанций имеют очень сильные связи (короткие линии связи) с распределительными подстанциями. Ввиду малого падения напряжений на этих связях можно предположить, что напряжения на этих подстанциях будут практически постоянными, так как АРВ электростанций поддерживают постоянным напряжение на своих шинах. Эти узлы также не могут быть рекомендованы как регулирующие.

В соответствии с выражениями (9)–(12) расширенная децентрализованная модель для каждой области регулирования может быть записана в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) &= \hat{A}_{ii} \hat{x}_i(t) + \hat{B}_i u_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^d \hat{A}_{ij} \hat{x}_j(t); \\ \hat{x}_i(t_0) &= \hat{x}_{i0}; \\ \hat{y}_i(t) &= C_i x_i(t), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$\hat{A}_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sum_{l=1}^{b_i} [n_{ik}]_l \\ 0 & 0 & \alpha_{1i} a_{ii} \\ 0 & 0 & A_{ii} \end{bmatrix}; \quad \hat{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_i \end{bmatrix};$$

$$\hat{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{ij} \end{bmatrix}; \quad \hat{C}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & [n_{ik}]_l^T \\ 0 & 0 & \alpha_{1i} a_{ii} \end{bmatrix};$$

$[n_{ik}]_l = [n_{11}, n_{12}, \dots]$, 1, 2, ... — номера регулирующих узлов в структурной схеме энергосистемы соответственно, в области регулирования i будет $l=b_i$ регулирующих узлов; $x_i = [v_{ni} - v_{niss}, v_{qi} - v_{qiss}, (x_i - x_{i0})^T]^T$ — расширенный вектор состояния размерности $(2 \times 4d_i)$; $\Delta x_i = [\Delta \delta_i, \Delta \omega_i, \Delta \psi_f, \Delta E_{fd}]_i^T$ — вектор состояния размерности $4d_i$;

$\hat{x}_{i0} = [v_{ni0} - v_{niss}, v_{qi0} - v_{qiss}, -x_{iss}]^T$ — расширенный вектор состояния установившегося режима; $\hat{y}_i = [v_{ni} - v_{niss}, v_{qi} - v_{qiss}, y_i]^T$ — расширенный вектор выходных параметров размерности $3+b_i$; $y_i = [[\Delta V_{okl}], \Delta q_{ri}]$ — вектор выходных параметров размерности $1+b_i$; $[\Delta V_{okl}] = [\Delta V_1, \Delta V_2, \dots]$, $1, 2, \dots$ — номера l регулирующих узлов в области регулирования i ($l=b_i$); $u_i = [\Delta V_{gl}]^T$ — вектор управления размерности d_i ; $t=1, 2, \dots, d_i$, ΔV_g — отклонения измеренных значений напряжений генераторов; индекс «ss» означает установившийся режим.

В соответствии с (13) расширенная модель энергосистемы в целом приводится к виду

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A} \bar{x}(t) + \bar{B} \bar{u}(t), \quad \bar{x}(t_0) = x_0; \quad \bar{y}(t) = \bar{C} \bar{x}(t). \quad (14)$$

Здесь $\bar{x}(t) = [\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T, \dots, \hat{x}_d^T]^T$ — вектор состояния размерности $\sum_{i=1}^d (4d_i+2)$; $\bar{u}(t) = [u_1^T, u_2^T, \dots, u_d^T]^T$ —

вектор управления размерности $\sum_{i=1}^d d_i$; $\bar{y}(t) =$

$[\hat{y}_1^T, \hat{y}_2^T, \dots, \hat{y}_d^T]^T$ — вектор выходных параметров размерности $\sum_{i=1}^d (3+b_i)$; $\bar{A}$ — системная матрица

размерности $\left(\sum_{i=1}^d (4d_i+2) \sum_{i=1}^d (4d_i+2) \right)$, ее диагональ-

ные элементы $\hat{A}_{ii}$, недиагональные $\hat{A}_{ij}$, $\bar{B} = \text{diag} \hat{B}_i$ —

матрица управления $\left(\sum_{i=1}^d (4d_i+1) \sum_{i=1}^d d_i \right)$; $\bar{C} = \text{diag} C_i$ —

матрица выходных параметров

$$\left(\sum_{i=1}^d (3+b_i) \sum_{i=1}^d (4d_i+2) \right).$$

Синтез регулятора. В соответствии с ранее приведенными требованиями по п. 1—3 вторичный регулятор должен быть децентрализованного типа. Регулятор, использующий все параметры системы (области регулирования в цепях обратных связей), удовлетворяет требованию по п. 1 лишь частично. При формировании закона управления во избежание недостатков, вызванных нуждами общесистемного управления, исследуется неполный набор параметров [36, 37, 39—40]. Тогда расширенный закон управления в области регулирования записывается:

$$u_i(t) = -K_i^* y_i(t) = -K_{i1}^* v_{ni}(t) - K_{i2}^* v_{qi}(t) - K_{ip}^* y_i(t) + u_{i0}; \quad u_i(t_0) = u_{i0}. \quad (15)$$

Здесь $K_i^* = [K_{i1}^*, K_{i2}^*, K_{ip}^*]$ — матрица управляю-

щих воздействий размерности $(d_i \times 3 + b_i)$; K_{i1}^* и K_{i2}^* — матрицы, содержащие d_i столбцов и соответствующие интегральным контрольным воздействиям; K_{ip}^* — матрица пропорциональных контрольных воздействий размерности $(d_i \times 1 + b_i)$; u_{i0} — начальное управление.

Подставляя выражение для расширенного закона управления (15) в (13), получаем выражение для замкнутой системы управления:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (\hat{A}_{ii} - \hat{B}_i K_i^* C_i) \hat{x}_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^d \hat{A}_{ij} \hat{x}_j(t) + \\ &+ \hat{B}_i K_i^* u_{iref} = \hat{A}_{iis} + \sum_{j=1, j \neq i}^d \hat{A}_{ij} \hat{x}_j(t) + \hat{B}_i K_i^* u_{iref}, \\ i, j &= 1, 2, \dots, d; \quad \hat{x}_i(t_0) = \hat{x}_{i0}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $u_{iref} = [0 \ 0 \ [\Delta V_{okl}] \ 0]^T$, $l=1, 2, \dots, b_i$;

$$[\Delta V_{okl}] = \begin{cases} [\Delta V_{kref}]_l & \text{— тестовые возмущения от-} \\ & \text{носительных напряжений в } l \text{ регули-} \\ & \text{рующих узлах,} \\ [\Delta V_k]_l & \text{— случайные возмущения от-} \\ & \text{носительных напряжений в } l \text{ регули-} \\ & \text{рующих узлах.} \end{cases}$$

После определения всех матриц воздействия K_i^* , $i=1, 2, \dots, d$, можно записать для целой энергосистемы с вторичным управлением по замкнутому контуру

$$\bar{x}(t) = \bar{A}_s \bar{x}(t) + \bar{F}_s \bar{u}_s, \quad \bar{x}(t_0) = \bar{x}_0, \quad (17)$$

где $\bar{A}_s = \{\bar{A}_{sij}\}$ — матрица всей энергосистемы, ее диагональные элементы $\bar{A}_{iis}$, а недиагональные — $\bar{A}_{ij}$; $\bar{F}_s = \text{diag} \{\hat{B}_i K_i^*\}$ — матрица возмущений; $\bar{u}_s = [u_{1ref}, u_{2ref}, u_{dref}]^T$ — вектор возмущений для всей энергосистемы в целом.

Решение этой задачи может быть найдено с помощью существующей теории линейного регулирования по неполному набору параметров. В [32, 33, 39—41] описан один из возможных подходов, называемый «проективное управление». Как показано в [39], для синтеза регулятора с неполным набором входных параметров необходимо определить решение для регулятора с полным их набором. Для этого используется уравнение (13) порядка $(2+4d_i)$ при пренебрежении взаимосвязями. Для области регулирования с большим числом регулирующих генераторов d_i синтез оптимального регулятора требует больших затрат ЭВМ и существенных затрат ма-

шинного времени. Имея в виду эти соображения, представим следующую обобщенную модель [38]:

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = F_i z_i(t) + G_i u_i(t); z_i(t_0) = z_{i0}; \\ y_i(t) = H_i z_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, d, \end{cases} \quad (18)$$

при этом использовано преобразование $z(t) = L_i \hat{x}_i(t)$, где $z_i = [v_{ni} - v_{niss}, v_{qi} - v_{qiss}, (v_{gi} - v_{gref})_i^T]^T$ — обобщенный вектор состояния системы размерностью $(2+d_i)$, $t=1, 2, \dots, d_i$; z_{i0} — то же для установившегося режима; y_i и u_i предварительно определяются из (13); $F_i = L_i A_{ii} L_i^{-1}$ — обобщенная матрица системы размерностью $(2+d_i \times 2+d_i)$; $G_i = L_i B_i$ — матрица управления размерностью $(2+d_i \times d_i)$; $H_i = C_i L_i^{-1}$ — выходная матрица размерностью $(3+b_i \times 2+d_i)$; L_i — обобщающая матрица с постоянными элементами размерностью $(2+d_i \times 2+d_i)$; V_{gref} — напряжение уставки АРВ, V_{gi} — текущее значение напряжения генератора.

Закон управления остается тем же: (15). Для расчета управляющих воздействий регулятора с полным набором входных параметров используется процедура синтеза оптимального линейного регулятора [17, 18, 29] в соединении с критерием

$$J_i = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (z_i^T Q_i z_i + u_i^T R_i u_i) dt. \quad (19)$$

Здесь Q_i, R_i — симметричные, неотрицательно определенные матрицы.

Хорошо известно, что если считать пару (F_i, G_i) полностью управляемой, то матрица воздействий определяется единственным образом:

$$K_{zi} = R_i^{-1} G_i^T P_i, \quad (20)$$

где P_i — симметричная положительно определенная матрица размерностью $(2+d_i \times 2+d_i)$, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Рикатти

$$F_i^T P_i + P_i F_i - P_i G_i R_i^{-1} G_i^T P_i + Q_i = 0. \quad (21)$$

Оптимальный закон управления

$$u_i(t) = -K_{zi} z_i(t), \quad (22)$$

где K_{zi} — матрица оптимальных воздействий размерности $(d_i \times 2+d_i)$.

Подставив оптимальный закон управления (22) в выражение (18), получим асимптотически устойчивую замкнутую систему

$$\dot{z}_i(t) = (F_i - G_i K_{zi}) z_i(t) = F_{i0} z_i(t), \quad (23)$$

где F_{i0} — системная матрица состояния при пол-

ном наборе входных переменных.

Предположим, что система задана уравнениями (18), где $H_i = [I_{3+b_i}, 0]$, и имеется $3+b_i$ выходных параметров, тогда мы можем сохранить все эти параметры в цепях обратной связи и получить $(3+b_i)$ -мерное оптимальное подпространство собственных векторов (при условии $d_i - 1 \geq b_i$), т.е. формируем

$$x = [s_1, s_2, \dots, s_{3+b_i}], \quad x \in R^{(2+d_i \times 3+b_i)}. \quad (24)$$

Из $3+b_i$ выбранных оптимальных собственных векторов разделяем x по признаку

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad x_1 \in R^{(3+b_i \times 3+b_i)}; \quad x_2 \in R^{(d_i - b_i - 1 \times 3+b_i)}. \quad (25)$$

Используя «проективное управление», получаем субоптимальную матрицу оптимальных воздействий K_i^* [41]:

$$K_i^* = R_i^{-1} G_i^T P_i M_y; \quad M_y = \begin{bmatrix} I_{3+b_i} \\ N_0 \end{bmatrix}; \quad N_0 = x_2 x_1^{-1}. \quad (26)$$

Пример. Энергосистема с двумя областями регулирования. Для проверки свойств предложенных многопараметрических регуляторов вторичного управления напряжением была рассмотрена энергосистема с двумя областями регулирования (рис. 1).

В первой области регулирования на основе рекомендаций, изложенных ранее, выбран регулирующий узел — узел 4. При $R_1 = \text{diag}\{1\}$ и $Q_1 = \text{diag}\{1000\}$ получаем матрицу оптимальных воздействий обратной связи:

$$K_{z1} = \begin{bmatrix} 6,0203 & -31,0444 & 6,0203 & -31,0444 \\ 31,0444 & 6,0203 & 31,0444 & 6,0203 \end{bmatrix}.$$

Следуя предложенной процедуре, мы оставляем $3+b_1=4$ доминантных собственных векторов. Имея в виду, что матрица $F_{10} = F_1 - G_1 K_{z1}$ имеет размерность 4×4 , мы можем получить оптимальное подпространство. Матрицы K_{z1} и K_1^* идентичны и условие $d_1 - 1 \geq b_1$, $d_1=2$, $b_1=1$ удовлетворено. Линеаризованная модель для области регулирования 1 описывается уравнением

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = (\hat{A}_{11} - \hat{B}_1 K_1^* \hat{C}_1) \hat{x}_1(t) + \hat{B}_1 K_1^* u_{1ref},$$

$$\hat{A}_{11s} = \hat{A}_{11} - \hat{B}_1 K_1^* \hat{C}_1, \quad (27)$$

где $u_{1ref} = [\Delta V_{4ref}]$ — тестовое возмущение относительного напряжения в регулирующем узле 4.

Далее для этого случая приведены собственные значения матрицы $\hat{A}_{11s}$:

Система без вторичного управления ($\hat{A}_{11}$)	Система с вторичным управлением при K_1^* ; $K_{1/1}^*=0$	при K_1^*
$-0,3756 \pm 27,8039$	$-0,3756 \pm 27,8039$	$-0,3756 \pm 27,8039$
$-0,5738 \pm 15,3164$	$-0,5738 \pm 15,3164$	$-0,5738 \pm 15,3164$
$-2,5405$	$-4,2723$	$-4,1585$
$-1,1645$	$-2,3488$	$-2,3611$
$-0,9863$	$-1,1289$	$-1,0795$
$-0,7740$	$-23,2446$	$-22,3536$
0	$-0,9472$	$-0,9945 \pm 0,0088$
0	0	

Для случая $K_{11}^*, K_{11/1}^* = 0$ (второй столбец) воздействие интегрального управления должно быть нулевым, так как оно воздействует в направлении, противоположном желаемому возмущению, т. е. $K_{11/1}^*$ приводит к тому, что $\Delta V_{04} = 0$. Данные третьего столбца приведены для случайных возмущений относительных значений напряжения в узле 4 $u_{1ref} = [\Delta V_4]$.

Анализ приведенных данных показывает, что для обоих возмущений вторичное управление улучшает устойчивость.

Во второй области регулирования узлы 9 и 10 приняты за регулирующие, при этом при желательных возмущениях и $R_2 = \text{diag} \{1\}$ и $Q_2 = \text{diag} \{1000\}$ матрица оптимальных обратных связей:

$$K_{22} = \begin{bmatrix} -1,3096 & 31,5823 & -1,5171 & -0,4083 & 31,5823 \\ 29,6497 & 1,5455 & 28,3954 & 13,9551 & 1,5455 \\ 10,9169 & -0,4088 & -11,0629 & 26,8513 & -0,4088 \end{bmatrix}.$$

При случайных возмущениях относительных значений напряжений в регулирующих узлах и $R_2 = \text{diag} \{1\}$ и $Q_2 = \text{diag} \{0,1\}$ матрица оптимальных обратных связей:

$$K_{22} = \begin{bmatrix} -0,0111 & 0,3157 & -0,0112 & -0,0110 & 0,3157 \\ 0,3069 & 0,0141 & 0,2847 & 0,2731 & 0,0141 \\ 0,0754 & -0,0109 & 0,0589 & 0,0789 & -0,0109 \end{bmatrix}.$$

И в этом случае задача упрощается и условие $d_2 - 1 \geq b_2 d_2 = 3$, $b_2 = 2$ выполняется. Линеаризованная модель второй области регулирования описывается уравнением

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (\hat{A}_{22} - B_2 K_2^* C_2) \hat{x}_2(t) + \hat{B}_2 K_2^* u_{2ref} = \\ &= \hat{A}_{22s} \hat{x}_2(t) + \hat{B}_2 K_2^* u_{2ref}, \end{aligned} \quad (28)$$

где $u_{2ref} = [\Delta V_{9ref}, \Delta V_{10ref}]^T$ — желательные возмущения в регулирующих узлах 9 и 10.

Собственные значения матрицы $\hat{A}_{22s}$ приведены далее:

Система без вторичного управления ($\hat{A}_{22}$)	Система с вторичным управлением	
	при K_2^* ; $K_{2/1}^* = 0$	при K_2^*
-0,4116 ± 20,8026	-0,4116 ± 20,8026	-0,4116 ± 20,8026
-0,1632 ± 25,1355	-0,1632 ± 25,1355	-0,1632 ± 25,1355
-0,3334 ± 24,0217	-0,3334 ± 24,0217	-0,3334 ± 24,0217
-2,5083	-38,8402	-2,5318
-0,3933	-12,9602	-0,3713
-1,3005	-10,1325	-0,6814 ± 0,1843
-0,8990	-2,3866	-1,2956
-1,0240	-1,2611	-1,0318
-0,9834	-0,9956	-0,9970
0	-0,4556	-0,1505
0	0	

Данные третьего столбца — для случайных возмущений $u_{2ref} = [\Delta v_9, \Delta v_{10}]^T$.

Линеаризованная модель системы в целом, состоящей из двух моделей областей регулирования (27) и (28) записывается в виде

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_s \bar{x}(t) + \bar{F}_s \bar{u}_s(t); \\ \bar{y}(t) = \bar{C} \bar{x}(t), \end{cases} \quad (29)$$

где

$$\bar{x} = [\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T]^T; \quad u = [u_1^T, u_2^T]^T, \quad \bar{y} = [\hat{y}_1^T, \hat{y}_2^T]^T;$$

$$\bar{u}_s = [0 \ 0 \ [\Delta V_{0k}]_1 \ 0 : 0 \ 0 \ [\Delta V_{0k}]_2 \ 0]^T,$$

$$[\Delta V_{0k}]_1 = \Delta V_{4ref} \text{ или } \Delta v_4;$$

$$[\Delta V_{0k}]_2 = [\Delta V_{9ref}, \Delta V_{10ref}] \text{ или } [\Delta v_9, \Delta v_{10}];$$

$$\bar{A}_s = \begin{bmatrix} A_{11} - \hat{B}_1 K_1^* \hat{C}_1 & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} - \hat{B}_2 K_2^* \hat{C}_2 \end{bmatrix};$$

$$\bar{F}_s = \begin{bmatrix} \hat{B}_1 K_1^* & 0 \\ 0 & \hat{B}_2 K_2^* \end{bmatrix}; \quad \bar{C} = \text{diag} \{\hat{C}_i\}.$$

Далее приведены собственные значения матрицы $\bar{A}$ и $\bar{A}_s$:

Система без
вторичного
управления

Система с вторичным управлением

(А)

случайные возмущения при K_{11}^*, K_{21}^*	для возму- щения ΔV_{4ref} $K_{1/1}^* = 0$	для возмуще- ний ΔV_{9ref} или ΔV_{10ref} $K_{2/1}^* = 0$
-0,3822 ± 27,8510	-0,3822 ± 27,8510	-0,3822 ± 27,8510
-0,1720 ± 25,0904	-0,1720 ± 25,0904	-0,1720 ± 25,0904
-0,3351 ± 24,0151	-0,3351 ± 24,0151	-0,3351 ± 24,0151
-0,4134 ± 20,8009	-0,4134 ± 20,8009	-0,4134 ± 20,8009
-0,5755 ± 15,3170	-0,5755 ± 15,3170	-0,5755 ± 15,3170
-3,1548	-22,3538	-23,2447
-1,8542	-4,1714	-4,2866
-0,3934	-3,0205	-3,0107
-1,2938	-1,8548	-1,8544
-0,7898	-1,2938	-1,2955
-1,1262	-0,7041 ± 0,1415	-0,7025 ± 0,1423
-0,9349	-1,0489	-1,0743
-0,9910	-0,9842 ± 0,0110	-1,0070
-0,9836	-1,0025	-0,9436
-1,0108	-0,9767	-0,9772
0	-0,1455	-0,1456
0	-0,3767	-0,3766
0		0
0		0

Анализ приведенных данных свидетельствует о существенном улучшении устойчивости в системе при наличии вторичного управления.

На рис 3,а,б приведены зависимости изменения во времени важных системных переменных (отклонений напряжений в регулирующих узлах и потоков реактивной мощности), вызванные случайными возмущениями ΔV_4 и ΔV_{10} . На рис. 3,в,г показаны те же зависимости для возмущений ΔV_{4ref} и ΔV_{10ref} .

Можно отметить, что в обоих случаях в установившихся режимах отклонения параметров

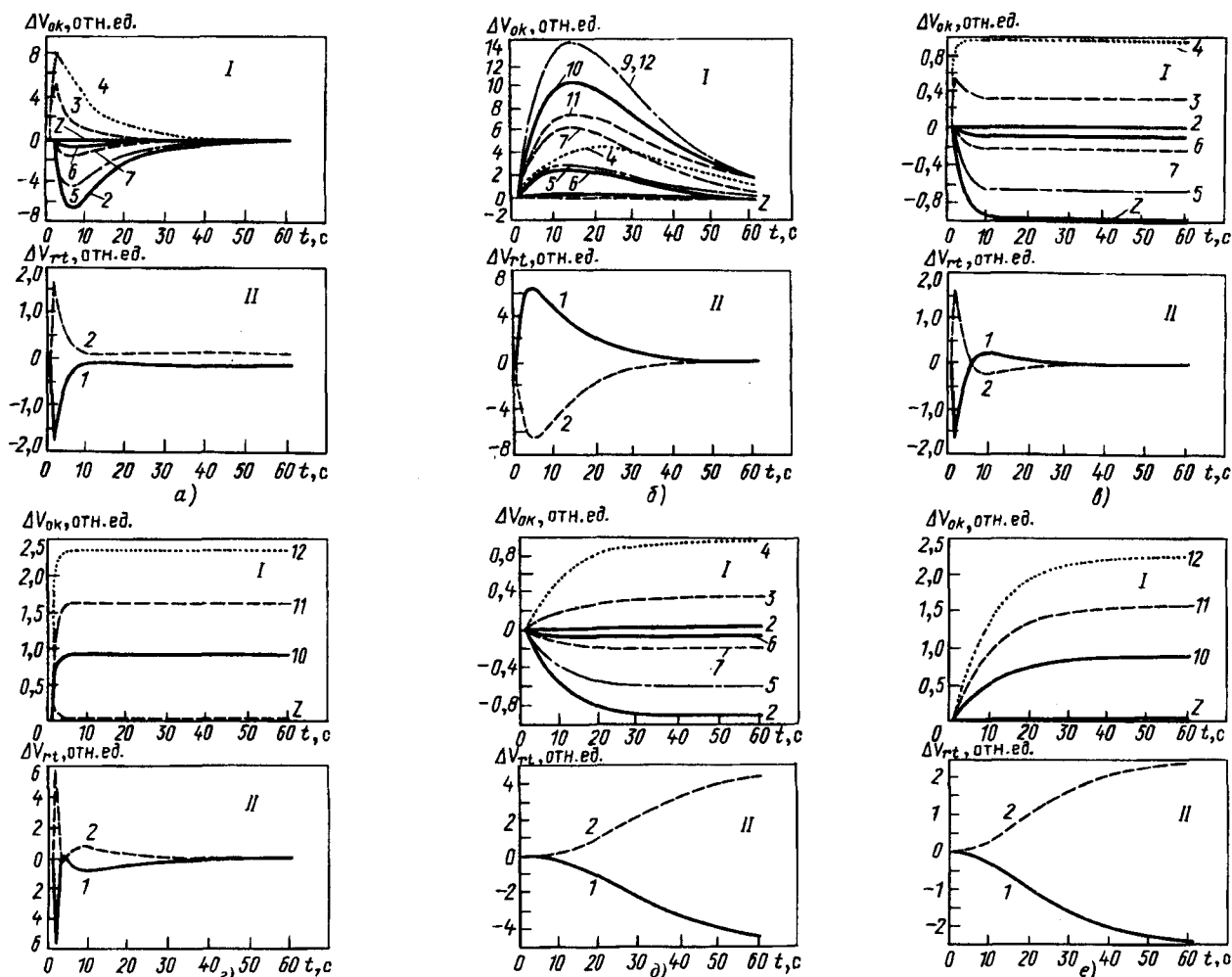


Рис. 3. Изменения переменных (I — отклонений напряжений в регулирующих узлах; II — перетоков реактивной мощности) при возмущении а — $\Delta V_4 = 0,001$ о.е.; б — $\Delta V_{10} = 0,001$ о.е.; в — $\Delta V_{4ref} = 0,001$ о.е.; г — $\Delta V_{10ref} = 0,001$ о.е.; д — $\Delta V_{g1} = -0,0014$ о.е. и $\Delta V_{g13} = 0,0023$ о.е.; е — $\Delta V_{g16} = 0,0024$ о.е.

равны нулю, следовательно, соблюдается требование по п. 3.

Изменение относительного значения напряжений при вторичном управлении в первой области не влияет на изменение напряжений во второй области (кроме узлов 6 и 7 — рис. 3,в, но эти отклонения находятся в зоне нечувствительности вторичных регуляторов во второй области). Регулирование во второй области совершенно не воздействует на напряжения в первой (рис. 3,з).

На рис. 3,д приведены зависимости во времени для параметров режима в системе без вторичного управления, вызванные возмущениями ΔV_{g1} и ΔV_{g13} одновременно, что эквивалентно возмущению ΔV_{ref4} . Из рис. 3 видно, что вторичное управление улучшает переходный процесс. В системе без вторичного управления не удастся поддержать требуемое значение перетоков реактивной мощности между отдельными областями ($\Delta q_{r1} = -\Delta q_{r2} \neq 0$ в установившемся режиме, рис. 3,д).

На рис. 3,е приведены аналогичные зависи-

мости для $\Delta V_{g14} = \Delta V_{g15} = 0$ и $\Delta V_{g16} = 2,4 \cdot 10^{-3}$.

Заключение. 1. Разработана методология определения регулировочных параметров при организации вторичного управления реактивной мощностью. Области регулирования и регулирующие генераторы выбираются на основе теории оптимального управления и расчетов потокораспределения.

2. Разработана процедура синтеза децентрализованных регуляторов вторичного управления реактивной мощностью. Метод позволяет сохранить автономию каждой области регулирования, поскольку измеряются только локальные параметры. Поддержание требуемых значений обменных реактивных мощностей и напряжений в выбранных регулирующих узлах — главное преимущество предлагаемого регулятора.

3. Расчет для энергосистемы, содержащей две области регулирования, подтверждает целесообразность применения разработанного метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Le **reglage** automatique de la tension du reseau de transport d'EDF. / C. Noe, G. Richerme, G. Blanchon, F. Maury. — RGE, 1972, T. 81, № 5.
2. **Reglage** de la tension du reseau de transport / J.P. Barret, G. Pioger, Ph. Esclagon et al. — RGE, Numero Special, Juillet, 1980.
3. Cotto G. Le **reglage** secondaire de tension. — RGE, 1895, № 12.
4. Paul J.P., Leost J.Y., Tesseront J.M. **Reglage** secondaire de la tension sur le reseau electrique a tres haute tension francais: bilan du systeme actuel et perspectives d'evolution (**reglage** coordonne). E.D.F., Bulletin de la Direction des Etudes et des Recherches. Serie B, 1986, № 4.
5. Paul J.P., Leost J.Y. Improvements of the Secondary Voltage Control in France. — Proc. of IFAC Symposium. — Peking, 1986.
6. Paul J.P., Leost J.Y., Tesseront J.M. Survey of the Secondary Voltage Control in France : Present Realization and Investigations. — IEEE Trans. on Power Systems, May 1987, Vol. PWRS-2, № 2.
7. Laganotte P., Tesseront J.M. Structural Analysis of the Electrical Systems: Application to Secondary Voltage Control in France. — IEEE Trans. on Power Systems, May 1989, Vol. 4, № 2.
8. Improvements in the Organization of Secondary Voltage Control in France / J.P. Paul, C. Corroyer, P. Jeannel et al. — CIGRE. — Paris, August 1990, Paper 38/39-03.
9. Studies on Area Voltage and Reactive Power Control at ENEL / V. Arcidiacono, S. Corsi, A. Garzillo, M. Mocenigo — Study Committee 32 CIGRE Meeting. — Dortmund, 1977, Report 32-77-66.
10. Coordination of Voltage Compand and Reference Values in the AVR's of Generators of Production and Transmission Network / A. Capasso, P. Marannino, E. Mariani, C. Sabelli — Proc. of the IFAC Symposium. Pretoria, SAR, 1980.
11. Archidiacono V. Automatic Voltage and Reactive Power Control in Transmission Systems. — CIGRE-IFAC Symposium. — Florence, Italy, October 1983, Survey Paper E.
12. Some Reactive Power Control Procedure in the ENEL Production and Transmission System / A. Carzillo, L. Franchi, P. Marannino et al. — CIGRE-IFAC Symposium. — Florence, Italy, October 1983, Paper 208-05.
13. New Developments in the Application of ENEL Transmission System Voltage and Reactive Power Automatic Control / V. Arcidiacono, S. Corsi, A. Natale et al. — CIGRE. — Paris, August 1990, Paper 38/39-06.
14. Miller J.E. (Editor). Reactive Power Control in Electric Systems — New York: John Wiley, 1982.
15. Anderson P.M., Fouad A. Power System Control and Stability — Ames: The Iowa State University Press, USA, 1971.
16. Brucoli M., Torelli F., Trovato M. State Space Representation of Interconnected Power System for Dynamic Interaction Studies. — El. Power System Research, 1982, Vol. 5.
17. Anderson B.D.O., Moore J. Linear Optimal Control. — NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, USA, 1971.
18. Kwakernaak H., Sivan R. Linear Optimal Control Systems. — New York: J. Wiley, USA, 1972.
19. Popović D., Strezoski, Levi V. Brza procena naponsko-reaktivne sigurnosti u elektroenergetskim sistemima sa automatskom sekundarnom regulacijom. — Elektroprivreda, 1990, broj 11-12.
20. Stott B., Alsac O. Fast Decoupled Load Flow. — IEEE Trans. on Power Systems, May/June 1974, Vol. PAS-93, № 3.
21. Stott B. Review of Load-Flow Calculation Methods. — Proceeding of the IEEE, July 1974, Vol. 62, № 7.
22. Moler C., Little J., Bangert S. PC-MATLAB User's Guide. — Sherborn: The Math Works, MA, USA, 1987.
23. Calović M. Savremene tendencije u upravljanju naponima, proizvodnjom/apsorpcijom i tokovima reaktivnih snaga. — Elektroprivreda, 1990, broj 7-8.
24. Ljubić V. Upravljanje naponima u JEES-u. — Elektroprivreda, 1991, broj 1-2.
25. Ljubić V., Stojković D. Zaključci stručne konsultacije o razvoju iz oblasti prenosa JEES, 1991-2000. — 1991, broj 1-2.
26. Dispecerski izveštaj o radu jugoslovenskog elektroenergetskog sistema 1990 / M. Kecman, I. Sinanović, D. Mandić, Z. Grujuć. — Zajednica Jugoslovenske elektroprivrede, Beograd, 1991, april.
27. Turković E., Ristanović P. Regulacija napona i kompenzacija reaktivne snage. — Elektroprivreda, 1991, broj 5-6.
28. Turković E., Ristanović P. Yugoslav 380 kV Power Network «Nikola Tesla». — Belgrade : Union of Yugoslav Electric Power Industry, 1991.
29. Siljak D. Large-Scale Dynamic Systems — Stability and Structure. — N. Holland, New York, NY, USA, 1980.
30. Petkovski D. Savremene metode automatskog upravljanja slozenim sistemima. — Beograd : Privredni pregled, 1983.
31. Stojić M. Kontinualni sistemi automatskog upravljanja. — Beograd : Naučna knjiga, 1987.
32. Arnautović D., Medanić J. Design of Decentralized Multivariable Excitation Controllers in Multimachine Power Systems by Projective Control. — IEEE Trans. on Energy Conversion, 1987, dec., Vol. EC-2, № 4.
33. Arnautović D., Medanić J. The Sequential Design of Different Multivariable Controllers in Multimachine Power Systems. — Electric Power System Research, 1990, Vol. 18.
34. A Multivariable Optimal Control System for a Generator. — IEEE Trans. on Energy Conversion, June 1985, Vol. EC-1, № 2.
35. Carpentier J. To Be or Not to Be Modern-That is the Question for Automatic Generation Control. — Int. Journal of Electric Power and Energy Systems, April 1985, Vol. 7, № 2.
36. Calović M., Ćuk N., Dorović M. Autonomous Area Generation Control in Interconnected Power Systems. — Proc. IEE, April 1977, Vol. 124, № 4.
37. Calović M. Automatic Generation Control Decentralized Area Wise Optimal Solution. — Electric Power Systems Research, 1984, Vol. 7.
38. Decentralized Two-level Excitation Control in Multimachine Power Systems / M. Brucoli, P. Pugliese, F. Torelli, M. Trovato. — Electr. Power Energ. Systems, October 1984, Vol. 6, № 4.
39. Medanić J. On Stabilization and Optimization by Output Feedback. — Systems Engineering for Power. Davos, Switzerland, 1979, Vol. 11.
40. Medanić J., Uskoković Z. Design of Dezentralized Static and Low-Order Dynamic Regulators for Large-Scale Systems. — Proc 22nd Conf. on Decision and Control. — San Antonio, USA, 1983.
41. Medanić J., Uskoković Z. The Design of Optimal Regulators for Linear Multivariable Systems with Constant Disturbances. — Int. J. Control, 1983, Vol. 37, № 4.

[10.10.93]

Автори: Бжелич Слободан окончил Белградский университет (Югославия). В 1982 г. защитил докторскую по электротехнике в университете г. Приштина. Профессор (энергосистемы и релейная защита) университета (г. Крагуевац).

Желич Ненад окончил Белградский университет. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию по электротехнике в Белградском университете. Ассистент университета (г. Крагуевац).

Метод расчета импульсного сопротивления стержневого заземлителя в песчаном грунте

АННЕНКОВ В.З.

Дан анализ опытов по уменьшению критической напряженности при нарастании импульсного тока в цилиндре с песчаной почвой. Разработан метод определения импульсного сопротивления заземляющего стержня в песчаном грунте с учетом падения критической напряженности. Формула импульсного сопротивления дает значения, которые больше или равны значениям, полученным в экспериментах различных авторов. Для импульсов 25—100 кА теоретические импульсные сопротивления ниже в 30 и более раз, чем существующие для опор линий высокого напряжения.

Ключевые слова: заземление, импульсный ток, песчаный грунт, сопротивление заземляющего стержня, расчет

Импульсный ток, стекающий с заземлителя, может быть вызван разрядом молнии, включением линии сверхвысокого напряжения, коротким замыканием или другими явлениями. В статье рассматривается, в основном, стекание с заземлителя тока молнии, хотя разработанная методика расчета импульсного сопротивления в значительной степени может быть использована в других временных интервалах, как это сделано в [1], где учтена зависимость параметров нелинейного грунта от времени воздействия импульса.

Существующая теория искрообразования в земле при стекании с заземлителей тока молнии [2] основана на постоянстве критической напряженности на границе зоны искрообразования. Эта напряженность принималась равной пробивной напряженности грунта в однородном электрическом поле, что существенно упрощало расчет, так как казалось, что именно в однородном поле разрядное напряжение грунта должно слабо зависеть от времени воздействия импульса.

На постоянстве критической напряженности основана также теория подобия заземлителей [3,4], которая внесла большой вклад в исследования заземлителей, особенно заземлителей сложной формы — заземлителей подстанций. В последнее время эта теория используется и за рубежом для оценочного расчета импульсного сопротивления заземлителей опор линий электропередачи [5] вместе с теорией Лиева—Дарвенизы [6], где применены эмпирические коэффициенты для учета развития во времени процессов ионизации и деионизации в зоне пробоев земли, но при постоянном значении критической напряженности. Тем не менее, указанные работы дают значения импульсных сопротивлений заземлителей, гораздо меньше, чем определенные по существующим методикам. Они тем самым изменяют

The paper presents an analysis of experiments with the purpose of decreasing a voltage critical gradient under increasing impulse current in a cylinder with sandy soil. A method for determining the impulse resistance of a ground rod in a sandy soil is developed, taking account of decreasing a voltage critical gradient. Formula for the impulse resistance given the values, which are higher or other authors. For impulses 25—100 kA theoretical impulse resistances are 30 times and more less than those existing for masts of high-voltage lines.

Key words: grounding, impuls current, sandy soil, resistance of a ground rod, calculation

сложившееся представление о значениях импульсных сопротивлений заземлителей, хотя земля рассматривается как «черный ящик» и не учитывается зависимость ее электрических характеристик от типа грунта, и, таким образом, принятые авторами постоянные могут изменяться в зависимости от места проведения испытаний.

В настоящее время установлено, что расчетная критическая напряженность на границе зоны искрообразования при испытаниях много меньше, чем определяемая в однородном электрическом поле, и с развитием зоны искрообразования это значение уменьшается [7, 8]. Анализ результатов натурных испытаний, выполненных различными авторами, а также лабораторные исследования позволили выявить закономерность падения критической напряженности при увеличении фиктивного радиуса искрообразования для произвольной формы электрода:

$$E_k = N/\sqrt{r_f}, \quad (1)$$

где $N=1,8 \cdot 10^5$ [Вм^{-0,5}] — постоянная, определенная по наибольшей огибающей значений импульсных сопротивлений, полученных из натурных и лабораторных испытаний заземлителей, выполненных различными авторами.

В [9] зависимость (1) была использована для разработки аналитического метода расчета импульсного сопротивления полусферового заземлителя, одного из основных элементов молниезащиты. Кроме того, необходимо выяснить, насколько отличаются рассчитанные по новой методике значения импульсных сопротивлений от полученных методом моделирования [11] по методике [12].

Для обоснования некоторых из допущений, принятых при выводе формулы импульсного со-

противления стержневого заземлителя, рассмотрим процессы, происходящие при искрообразовании в цилиндрической модели с песчаным грунтом [7]. Известно, что электрическое поле стержневого заземлителя аналогично полю цилиндра за исключением торца, чем пренебрегаем. В связи с тем, что критерии подобия, выведенные ранее [3, 4], не соответствуют действительности из-за изменения критической напряженности в процессе искрообразования, а новые критерии подобия пока не получены, указанную модель будем рассматривать как макет с масштабами, равными 1. Для исследования были сконструированы две цилиндрические модели диаметром 14,8 и 26,5 см (малая и большая), длиной 15 и 25 см соответственно. Внутренними электродами моделей были медные проволоки диаметром 1,4 и 2 мм. Импульсное напряжение в виде однократных импульсов проводилось к упомянутым проволокам, а внешние цилиндры из латуни были заземлены. При проведении опытов с моделями различной длины было установлено, что утечка по торцевым крышкам из оргстекла практически отсутствует, а напряжения импульсной установки недостаточно для пробоя большой модели. Напряжение на модели и ток измерялись при осциллографировании. Сопротивление определялось как отношение напряжения к току в один и тот же момент на фронте импульса. По удельному сопротивлению на промышленной частоте модели отличались друг от друга всего на 10%.

Результаты испытания моделей $R_{\text{и}}/R_0 = f(\rho_{\text{м}} I_{\text{м}}/l_{\text{м}})$ представлены на рис. 1. Размерность этого соотношения ($\rho_{\text{м}}$ — удельное сопротивление грунта модели; $I_{\text{м}}$ — ток модели; $l_{\text{м}}$ — длина модели) — [кОм·А] может также рассматриваться как [Ом·кА]. При этом увеличение значения тока может заменять увеличение удельного электрического сопротивления. Как видно из рис. 1, результаты испытания моделей при длительностях

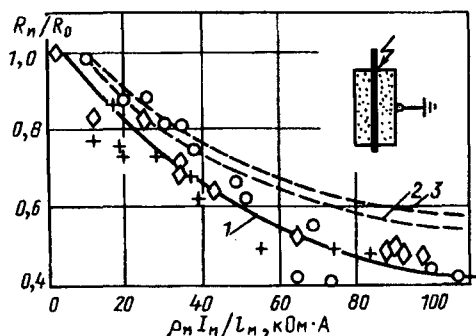


Рис. 1. Зависимость импульсного сопротивления цилиндрических моделей от соотношения $\rho_{\text{м}} I_{\text{м}}/l_{\text{м}}$ (для большой модели $\rho_{\text{м}} = 750$ Ом/м; для малой — 2200 Ом/м): 1 — опыт; 2 — расчет при $t = 2$ мкс; 3 — расчет при $t = 0,5$ мкс; о — большая модель, $t = 0,5$ мкс; ◇ — малая модель, $t = 1,5$ мкс; + — большая модель, $t = 2$ мкс

фронта импульса, равных 0,5; 1,5 и 2 мкс, практически совпадают, что является доказательством относительно малой зависимости импульсного сопротивления от времени на фронте. Кривая 1 построена по результатам всех опытов как средняя, а кривая 2 и 3 — рассчитаны с использованием значений пробивных напряженностей песчаного грунта в однородном электрическом поле, равных 22 и 25,5 кВ/см. Из рис. 1 видно, что при малых токах импульсное сопротивление моделей примерно равно измеренному на частоте 50 Гц, поэтому отношение $R_{\text{и}}/R_0$ равно 1. В действительности искрообразование и уменьшение импульсного сопротивления начинаются при критических напряженностях, равных или меньших определенных в однородном поле. Поэтому в расчете (кривые 2 и 3) принято, что критическая напряженность постоянна и равна определенной в однородном поле. Однако проведенный расчет показал, что импульсное сопротивление уменьшается с увеличением импульсного тока в большей степени, чем в случае, когда значение $E_{\text{к}}$ считали неизменным. Это доказывает, что даже в условиях наибольших размеров моделей критическая напряженность не остается постоянной и от значения, примерно равного значению пробивной напряженности грунта в однородном поле (или даже меньшему значению), уменьшается с развитием зоны искрообразования. Причем, чем больше импульсный ток, тем больше расчетное значение импульсного сопротивления отличается от действительного.

По данным одной из серии испытаний (рис. 1) на рис. 2 приведена зависимость критической напряженности от фиктивного радиуса искрообразования (в виде опытных точек). Как видно из рис. 2, искрообразование начинается с радиуса, равного радиусу внутреннего электрода r_0 и при напряженности, примерно равной пробивной напряженности грунта в однородном поле —

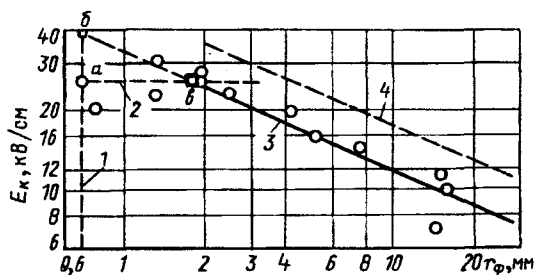


Рис. 2. Зависимость критической напряженности от фиктивного радиуса искрообразования:

1 — $r_{\text{ф}} = r_0$; 2 — пробивная напряженность песчаного грунта в однородном электрическом поле, $E_{\text{пр}} = 20$ кВ/см; 3 — зависимость критической напряженности на границе зоны искрообразования, $E_{\text{к}} = N/\sqrt{r_{\text{ф}}}$; 4 — зависимость наибольших значений критической напряженности, от фиктивного радиуса искрообразования, полученная из опытных данных различных авторов [9]; о — опыт; □ — точки пересечения кривых

25,5 кВ/см. После начала искрообразования критическая напряженность уменьшается в зависимости от фиктивного радиуса искрообразования по закону, близкому к степенной функции. Без учета начальной точки, отмеченной на рис. 2, которая может быть обусловлена нелинейностью вольт-амперной характеристики песчаного грунта, а не искрообразованием, тангенс угла наклона линии регрессии 3, построенной по опытным точкам, равен 0,456. Это меньше, чем принято в расчете (0,5), но достаточно близко к расчетному значению, принятому с некоторым запасом. Коэффициент корреляции опытных точек равен 0,95. Прямая 4 является экстраполяцией наибольшей огибающей опытных значений, полученных различными авторами [9], и, как видно из рис. 2, расположена выше опытных данных.

Данные рис. 2 получены с использованием опытных данных рис. 1 по следующим формулам:

$$r_{\phi} = \frac{D/2}{e^{\frac{2\pi l_M R_{\text{и}}}{\rho_M}}}; \quad (2)$$

$$E_{\kappa} = \frac{\rho_M I_M}{2\pi l_M r_{\phi}}, \quad (3)$$

где D и l_M — диаметр и длина модели соответственно; I_M — ток модели.

Отрезок $бв$ на рис. 2 при значениях критических напряженностей, больших пробивной напряженности грунта в однородном поле, представляется нереальным.

Примем следующие допущения:

земля считается однородной:

экивградиентные поверхности стержневого заземлителя совпадают с эквипотенциальными;

искрообразование в земле начинается со значения напряженности, равного значению пробивной напряженности грунта в однородном поле, а затем уменьшающемуся по закону (1);

индуктивность и емкость заземлителя не учитывается (например, у коротких электродов индуктивная составляющая мала);

нелинейность вольт-амперной характеристики грунта не влияет на значение импульсного сопротивления, что соответствует песчаным грунтам [2].

Рассмотрим наиболее простой стержневой заземлитель, выходящий на поверхность земли. Для того, чтобы найти фиктивный радиус искрообразования стержневого заземлителя, приравняем, как и в [9], зависимость напряженности на поверхности земли от радиального расстояния и тока молнии критической напряженности, которая в рассматриваемом случае не будет постоянной, а определяется выражением (1):

$$\frac{N}{\sqrt{r_{\phi.c}}} = \frac{\rho I}{2\pi r_{\phi.c} \sqrt{r_{\phi.c}^2 + l^2}}, \quad (4)$$

где $r_{\phi.c}$ — фиктивный радиус зоны искрообразования стержневого заземлителя; ρ — эквивалентное удельное электрическое сопротивление в общем неоднородного грунта; I — ток через заземлитель в месте его ввода, который в общем случае не равен току молнии; l — длина стержневого заземлителя.

После преобразований из (4) получаем уравнение для определения фиктивного радиуса искрообразования:

$$r_{\phi.c}^3 + r_{\phi.c} l^2 - \left(\frac{\rho I}{2\pi N}\right)^2 = 0. \quad (5)$$

Обозначая

$$l^2 = 3p \quad (6)$$

и

$$2q = \left(\frac{\rho I}{2\pi N}\right)^2 = r_{\phi.T}^3, \quad (7)$$

получим выражение, совпадающее с полученным ранее для радиуса искрообразования при самозаземлении молнии [9]:

$$r_{\phi.T} = \sqrt[3]{\left(\frac{\rho I}{2\pi N}\right)^2}. \quad (8)$$

Затем, решая уравнение (5) как указано в [14], после преобразований получаем

$$r_{\phi.c} = \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 + p^3}}. \quad (9)$$

Подставляя в (9) принятые обозначения (6) и (7), после преобразований получаем эту же сумму через параметры заземлителя:

$$r_{\phi.c} = r_{\phi.T} \left(\sqrt[3]{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{27}(l/r_{\phi.T})^6}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{27}(l/r_{\phi.T})^6}} \right). \quad (10)$$

Рассчитанные по формуле (10) зависимости для различной длины стержневого заземлителя приведены на рис. 3. Там же показана зависимость для фиктивного радиуса зоны искрообразования при самозаземлении молнии, подсчитанная по формуле (8) — кривая 0. Индуктивная составляющая импульсного сопротивления не учитывается для лучшего выявления роли искрообразования.

Из рис. 3 следует, что при принятом значении импульсного тока 100 кА и при $\rho \geq 1000$ Ом·м, т. е. в плохо проводящих грунтах, практически

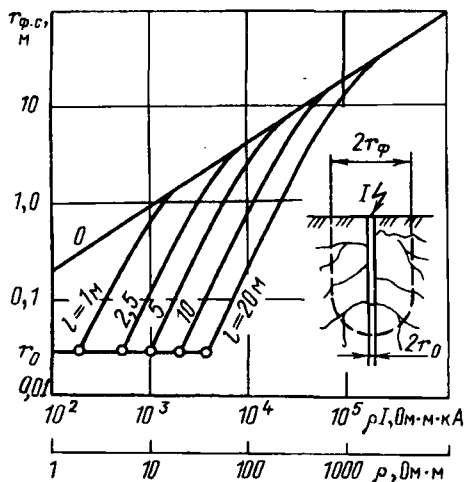


Рис. 3. Зависимости фиктивного радиуса искрообразования стержневых заземлителей различной длины от ρ и от удельного электрического сопротивления грунта при $I=100$ кА: 0 — полушаровой заземлитель на поверхности земли (радиус стержневого заземлителя равен 3 см)

при любой длине стержневого заземлителя его радиус искрообразования на поверхности земли совпадает с радиусом искрообразования самозаземления молнии. Поэтому применение стержневых заземлителей в плохо проводящих грунтах не имеет смысла, за исключением, может быть, заземлителей совсем небольшой длины (порядка 1 м), провоцирующих начало искрообразования в земле.

На рис. 4 фиктивный радиус искрообразования стержневого заземлителя, определенный ранее аналитически, найден путем графического построения. Значения начальной напряженности (1) и пробивной напряженности (2) грунта условно приняты равными 2 и 20 кВ/см. Прямая 4 состоит из двух отрезков прямых и переходной

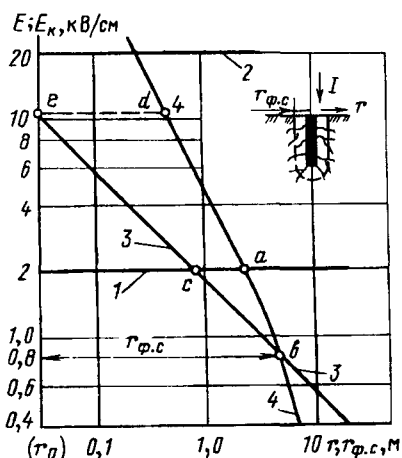


Рис. 4. Графическое определение фиктивного радиуса искрообразования стержневого заземлителя в песчаном грунте ($I=100$ кА, $\rho=1500$ Ом·м; $l=5$ м): 1 — начальная напряженность $E_N=2$ кВ/см; 2 — пробивная напряженность песчаного грунта в однородном электрическом поле; 3 — $E_K=f(r_{ф.с.})$; 4 — напряженность на поверхности земли в зависимости от расстояния до оси заземлителя

криволинейной линии между ними: эллипсоидальные эквигradientные поверхности переходят в сферические на достаточно большом расстоянии от заземлителя. Кривая 3 не зависит от тока молнии, а кривая 4, наоборот, при изменении тока молнии перемещается по оси абсцисс.

Условно принято, что $r_0=0,03$ м. Если точка кривой 4 левее точки e , то искрообразование невозможно, так как фактические напряженности вокруг стержневого заземлителя меньше критических. Чтобы искрообразование в земле началось, напряженность на поверхности стержня должна увеличиться до значения, превышающего критическое, близкое к значению пробивной напряженности грунта в однородном поле. В плохо проводящих сухих грунтах это значение приближается к значению пробивной напряженности воздушного промежутка в однородном электрическом поле.

Кривые 3 и 4 (рис. 4) пересекаются вне зоны нелинейности в точке e . Таким образом, в рассматриваемом случае зона нелинейности оказывается пробитой и параметры нелинейности не имеют значения, в отличие от меньших токов, когда точка пересечения оказывается между прямыми 1 и 2 (рис. 4), т.е. в зоне нелинейности, которая может оказывать влияние на значение импульсного сопротивления заземлителя. Наклон обоих отрезков прямых кривой 4 больше, чем прямой 3, и поэтому при определении фиктивного радиуса искрообразования возможно только одно решение.

После определения фиктивного радиуса искрообразования стержневого заземлителя переходим к определению импульсного сопротивления. При этом используем общую формулу, которая пригодна и при больших значениях радиуса:

$$R_{и.с} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{1 + \sqrt{1 + (r_{ф.с.}/l)^2}}{r_{ф.с.}/l}, \quad (11)$$

где фиктивный радиус искрообразования $r_{ф.с.}$ определяется по формуле (10).

Формула (11) при больших значениях радиуса $r_{ф.с.}$ дает те же значения, что и импульсное сопротивление полушарового заземлителя или самозаземления молнии, определяемое с использованием (8). При этом эквипотенциалы в виде эллипсоидов вращения переходят в сферы с центром в точке пересечения оси стержня с поверхностью земли.

В связи с тем, что фиктивный радиус искрообразования в формуле (11) определен по завышенному значению критической напряженности, т.е. из опытных данных с некоторым запасом, эта формула не нуждается в проверке. Значение указанного запаса можно изменить, взяв

коэффициент N , например таким, чтобы напряженности соответствовали наблюдаемым в одной из серий опытов или по среднему из всех опытов значению. В последнем случае расчетные значения могут быть и больше, и меньше опытных. Однако в настоящее время уточнить это не представляется возможным из-за недостатка данных: все проведенные опыты выполнены без определения электрических параметров грунта, за исключением удельного электрического сопротивления.

Импульсный коэффициент стержневого заземлителя равен

$$\alpha = \frac{R_{и.с}}{R_0}, \quad (12)$$

где

$$R_0 = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{2l}{r_0} - \quad (13)$$

сопротивление растеканию стержневого заземлителя при относительно небольшом токе промышленной частоты, а точнее, при значениях напряженности, меньших начального значения, когда в земле не начинаются нелинейные процессы [1].

Значения импульсных коэффициентов стержневого заземлителя в песчаных грунтах различной влажности, рассчитанные по формулам (10)–(13), приведены в табл. 1.

В таблице 1 даны значения импульсных сопротивлений только тех стержневых заземлителей, которые являются сосредоточенными, т.е. индук-

тивной составляющей импульсного сопротивления заземлителя можно пренебречь по сравнению с его сопротивлением растеканию. С погрешностью 10% импульсное сопротивление с учетом индуктивности может быть определено из [10]:

$$z_0 = R_0 + \frac{L}{3t},$$

где L — индуктивность на единицу длины, мкГн/м; t — время от начала импульса, мкс.

Предположим, что

$$\Delta = \frac{z - R_0}{z} \leq 0,1, \quad (14)$$

тогда после преобразования из (14) получаем:

$$l^2 \leq \frac{3\rho t (\ln \frac{l}{r_0} + 0,7)}{10 \cdot 2\pi \cdot 0,2 (\ln \frac{l}{r_0} - 0,31)}. \quad (15)$$

Считая приближенно, что логарифмические выражения в скобках одинаковы, из (15) имеем:

$$l \leq 0,5 \sqrt{\rho t}, \quad (16)$$

что удовлетворяет условию (14).

Например, при $\rho = 100$ Ом·м и времени от момента начала импульса $t = 3$ мкс индуктивность можно не учитывать при длине

$$l \leq 0,5 \sqrt{100 \cdot 3} = 8,7 \text{ м},$$

Таблица 1

Длина стержневого заземлителя l , м	Ток через заземлитель I , А	Значение импульсного сопротивления (Ом, в числителе) и импульсных коэффициентов (в знаменателе) при различных удельных сопротивлениях грунта (Ом·м)						
		10	50	100	500	1000	1500	2000
1,0	25	5,91/0,395	8,59/0,115	9,94/0,0664	16,1/0,0216	20,3/0,0316	23,2/0,0103	25,5/0,00852
	50	3,77/0,252	4,97/0,0665	6,04/0,0404	10,1/0,0135	12,5/0,00967	14,6/0,00649	16,25/0,00543
	100	2,08/0,139	3,02/0,0404	3,76/0,0251	6,37/0,00852	8,02/0,00536	9,17/0,00409	10,1/0,00338
	200	1,18/0,0786	1,88/0,0251	2,35/0,0157	4,01/0,00536	5,22/0,00349	5,78/0,00258	6,36/0,00213
2,5	25	3,26/1,0	10,3/0,635	12,5/0,382	17,8/0,1090	20,5/0,0630	24,0/0,0868	25,6/0,0388
	50	3,23/0,992	6,23/0,382	6,81/0,209	10,3/0,0630	12,8/0,0390	14,8/0,0530	16,1/0,0170
	100	2,34/0,718	3,40/0,209	3,94/0,121	6,40/0,0393	8,04/0,0250	9,23/0,0329	10,1/0,0155
	200	1,49/0,457	1,97/0,120	2,4/0,0737	4,02/0,0439	5,06/0,016	5,79/0,0208	6,38/0,0098
5,0	25	—	—	12,5/0,678	18,9/0,204	21,6/0,117	24,1/0,0868	26,1/0,0707
	50	—	—	8,21/0,444	10,8/0,117	13,1/0,0707	14,8/0,0530	16,2/0,0438
	100	—	—	4,59/0,248	6,54/0,0707	8,10/0,042	9,23/0,0329	10,1/0,0274
	200	—	—	2,57/0,139	4,06/0,044	5,07/0,027	5,79/0,0208	6,37/0,017
10	25	—	—	10,4/1,0	22,4/0,433	25,6/0,248	24,7/0,159	28,3/0,137
	50	—	—	7,37/0,712	12,9/0,248	14,2/0,137	15,6/0,100	16,7/0,0808
	100	—	—	5,17/0,50	7,08/0,137	8,34/0,0808	9,40/0,061	10,3/0,0496
	200	—	—	3,11/0,30	4,18/0,0810	5,14/0,050	5,84/0,038	6,41/0,031
20	25	—	—	—	19,4/0,678	27,2/0,485	32,2/0,375	34,5/0,33
	50	—	—	—	13,9/0,485	17,7/0,301	18,2/0,212	16,7/0,145
	100	—	—	—	8,63/0,301	9,47/0,165	10,1/0,118	10,8/0,0943
	200	—	—	—	4,72/0,164	5,40/0,0943	6,00/0,070	6,50/0,0568

и, таким образом, сосредоточенными являются заземлители длиной, примерно менее 10 м, что отражено в табл. 1.

Для выявления влияния стержневого заземлителя на уменьшение импульсного сопротивления при растекании тока молнии введем коэффициент Q , равный отношению рассчитанного указанным способом импульсного сопротивления стержневого заземлителя к значению сопротивления самозаземления молнии, определяемому из [9] (по формулам (16) и (13)):

$$Q = \frac{R_{н.с.}}{R_{и.т.}} \quad (17)$$

Значения коэффициента Q при разных удельных сопротивлениях грунта приведены в табл. 2, из которой видно, что с увеличением тока молнии импульсное сопротивление стержневого заземлителя стремится к значению сопротивления самозаземления молнии. При малой плотности тока, стекающего с заземлителя, его импульсное сопротивление меньше, чем сопротивление самозаземления при том же импульсном токе. Однако между указанными крайними значениями импульсного тока имеются такие, при которых импульсное сопротивление стержневого заземлителя больше, чем сопротивление самозаземления молнии. Этот факт может быть объяснен по аналогии с явлением увеличения импульсного сопротивления заземлителей при нелинейной вольт-амперной характеристике грунта. В рассматриваемом случае роль более проводящего слоя играет сам металлический стержень заземлителя, который уменьшая плотность тока, задерживает искрообразование в земле. Из табл. 2 следует также, что при используемых на практике длинах стержневых заземлителей импульсное сопротивление стержневого заземлителя при практически

любой длине равно или больше сопротивления самозаземления молнии. В действительности этот эффект будет меньше за счет большого искрообразования на острие стержня.

По данным табл. 1 и 2 на рис. 5 построены зависимости импульсного сопротивления стержневого заземлителя от его длины при постоянном значении импульсного тока, стекающего с заземлителя, и одном и том же удельном сопротивлении грунта (индуктивность не учитывалась). Из рис. 5 видно, что при малой длине стержня его импульсное сопротивление равно сопротивлению самозаземления молнии (эти значения для указанных токов показаны штриховыми линиями). Максимум зависимости сопротивления от длины с уменьшением тока смещается от значения $l=3-4$ м в сторону больших значений. Ранее увеличение импульсного сопротивления заземлителей при увеличении их длины было обнаружено в опытах А.Л.Вайнера. После максимума импульсное сопротивление стержневого заземлителя постепенно снижается, становясь мень-

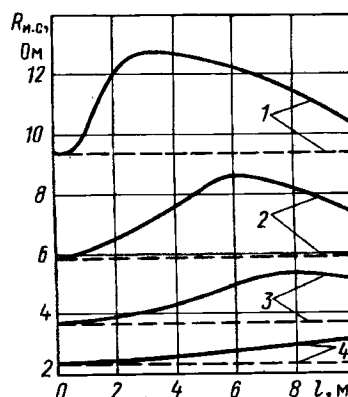


Рис. 5. Расчетные зависимости импульсного сопротивления стержневого заземлителя от его длины в грунте с удельным сопротивлением 100 Ом·м при различных токах молнии: 1 — $I=25$ кА; 2 — 50 кА; 3 — 100 кА; 4 — 200 кА

Таблица 2

Длина стержневого заземлителя l , м	Ток через заземлитель I , А	Значение отношения импульсного сопротивления стержневого заземлителя в песчаном грунте к сопротивлению самозаземления молнии при разном удельном сопротивлении грунта (Ом·м)						
		10	50	100	500	1000	1500	2000
2,5	25	0,747	1,39	1,33	1,04	0,98	0,99	0,99
	50	1,18	1,33	1,15	0,98	1,0	1,0	1,0
	100	1,36	1,15	1,06	0,99	1,0	1,0	1,0
	200	1,38	1,06	1,03	1,0	1,0	1,0	1,0
5,0	25	—	1,14	1,34	1,17	1,07	1,04	1,04
	50	—	1,34	1,38	1,07	1,02	0,98	0,99
	100	—	1,39	1,23	1,03	0,99	0,99	0,99
	200	—	1,23	1,1	0,99	1,0	1,0	1,0
10	25	—	—	1,1	1,39	1,26	1,16	1,16
	50	—	—	1,25	1,27	1,11	1,02	1,03
	100	—	—	1,39	1,11	1,04	1,02	1,02
	200	—	—	1,33	0,96	0,98	0,99	0,99
20	25	—	—	—	1,2	1,38	1,39	1,39
	50	—	—	—	1,38	1,35	1,25	1,25
	100	—	—	—	1,35	1,18	1,1	1,1
	200	—	—	—	1,18	1,07	1,04	1,04

ше сопротивления самозаземления молнии.

Как видно из табл. 1, наименьшее полученное расчетом значение импульсного коэффициента стержневого заземлителя в песчаном грунте составило около 0,002. В последних материалах, которыми можно было руководствоваться при проектировании заземлителей опор ВЛ [11], наименьшее значение импульсного коэффициента равно 0,12 при удельном сопротивлении 1500 Ом·м, токе 100 кА и длине 2,5 м. В табл. 1 указанному значению при тех же условиях соответствует значение, в 30 раз меньшее: 0,0041. Естественно, что чем меньше удельное сопротивление грунта, тем слабее роль искрообразования и разница в результатах расчетов меньше.

Следует отметить, что принятое значение коэффициента $N=1,8 \cdot 10^5$, который можно назвать коэффициентом запаса, обусловило значения импульсных сопротивлений, гораздо большие, чем в действительности как при испытаниях, так и при больших импульсных токах. Это следует из сравнения с результатами опытов А.Л. Вайнера и зарубежных исследователей, поэтому в большинстве случаев, встречающихся на практике, следует ожидать еще меньших значений импульсных сопротивлений. Таким образом, приведенными значениями можно пользоваться без дополнительных испытаний в натурных условиях, тем более, чем в расчетах использованы критические напряженности, больше 0,1 кВ/см, уже достигнутые при проведенных испытаниях.

Для учета неоднородности земли в первом приближении следует в формулах (8) и (10) подставлять удельное электрическое сопротивление слоя земли, в котором развивается искровая зона, а в формулу (11) — эквивалентное удельное сопротивление.

Сравнение результатов расчетов по формулам (8), (10) и (11) с обобщенными данными испытаний [9] дано в табл. 3. Как видно из табл. 3, несмотря на неоднородность и различные вольт-амперные характеристики слоев грунта, расчетные значения всегда больше опытных. Кроме того,

при малых опытных токах проводимость заземлителя может увеличиваться не за счет искровых процессов в земле, а вследствие нелинейности вольт-амперной характеристики грунта, которая здесь не учитывается.

Подтверждение факта уменьшения критической напряженности при искрообразовании в земле требует пересмотра теории подобия заземлителей молниезащиты.

Из табл. 3 видно также, что при токах испытаний расчеты дают наибольшее значение фиктивного радиуса искрообразования, равное 3,73 м при $\alpha=0,19$. Как показали расчеты, наименьшему значению импульсного коэффициента в опытах соответствует $r_{ф.с}=15,3$ м. При реальных токах молнии и в грунтах с удельным сопротивлением до 2000 Ом·м фиктивный радиус искрообразования достигает нескольких десятков метров.

Что же касается перекрытий в земле между различными заземлителями, то необходимо отметить, что действительные стримеры в земле больше фиктивного радиуса искрообразования, который определялся расчетным путем по сопротивлению заземлителя во время стекания импульсного тока. Поэтому для определения безопасных расстояний в земле между заземлителями, а также дальнейшего исследования заземлителей, целесообразно проведение натурных испытаний при импульсных токах около 100 кА и напряжениях около 1 млн В.

Выводы. 1. Анализ выполненных различными авторами импульсных испытаний заземлителей молниезащиты, а также разработанный метод аналитического расчета стержневого заземлителя показали, что в песчаных грунтах процесс искрообразования при стекании токов молнии протекает гораздо интенсивнее, чем при сравнительно небольших токах, при которых проводились импульсные испытания заземлителей.

Это объясняется тем, что при увеличении зоны искрообразования критическая напряженность на границе этой зоны уменьшается на два порядка и более, а не остается неизменной, как считалось

Таблица 3

Соотношение ρ/l , Ом·кА	Ток I , кА при $\rho=1500 \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $l=5 \text{ м}$	Фиктивный радиус $r_{ф.с}$, м	Импульсное сопротивление $R_{и.с}$, Ом	Импульсный коэффициент	
				опыт, $\alpha_{и}$	расчет, $\alpha=R_{и.с}/R_0$
50	0,167	0,030	277	0,80±0,95	1,0
100	0,333	0,030	277	0,68±0,82	1,0
200	0,666	0,0313	277	0,47±0,57	1,0
300	1,00	0,0708	236	0,29±0,37	0,85
400	1,33	0,1240	210	0,20	0,76
500	1,67	0,5900	135	0,15	0,49
1400	4,67	1,24	100	0,12	0,36
2000	6,66	1,87	81,6	0,11	0,30
3000	10,00	2,60	67,3	0,10	0,24
4000	13,3	3,19	58,8	0,075	0,21
5000	16,7	3,73	52,7	0,055	0,19

ранее. В результате импульсное сопротивление стержневого заземлителя может быть меньше в 30 раз и более.

2. Импульсное сопротивление стержневого заземлителя при больших токах молнии, которые являются расчетными, может быть как меньше, так и больше сопротивления самозаземления молнии.

3. Теория подобия заземлителей молниезащиты должна быть пересмотрена.

4. Требования правил устройства электроустановок должны быть изменены значения сопротивлений заземлителей опор линий электропередачи, определенных при промышленной частоте должны быть заменены на уточненные. Проведение этого мероприятия позволит сократить длины заземлителей, что даст экономический эффект, а также поможет при анализе аварий.

5. Результаты расчетов по выведенным формулам хорошо согласуются с данными проведенных натурных испытаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анненков В.З. Вольт-амперные характеристики грунта при кратковременных токах промышленной частоты. — Электричество, 1991, № 3.
2. Рябкова Е.Я. Заземления в установках высокого напряжения. — М.: Энергия, 1978.
3. Веников В.А. Теория подобия и моделирования. — М.: Высшая школа, 1976.
4. Корсунцев А.В. Приложение теории подобия к расчету импульсных характеристик сосредоточенных электродов. — Электричество, 1958, № 5.

5. Chisholm W. A., Fanischewskij W. Lightning surge response of ground electrodes. IEEE Transactions on Power Delivery, 1989, № 4, № 2.

6. Liew A. and Darveniza M. Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths. Proceeding of the IEE, 1974, № 121, № 2.

7. Анненков В.З. Исследование протяженных заземлителей грозозащиты линий электропередачи в плохо проводящих грунтах. Автореферат дис. канд. техн. наук, — М.: МЭИ, 1974.

8. Рябкова Е.Я. Уточненный метод расчета вертикальных заземлителей. — Электричество, 1986, № 2.

9. Анненков В.З. Искрообразование в земле вокруг заземлителей молниезащиты. — Электричество, 1993, № 12.

10. Анненков В.З. Расчет импульсного сопротивления протитовесов. — Электричество, 1970, № 2.

11. Мишкин В.М. Молниезащита сельскохозяйственных объектов. — М.: Колос, 1979.

12. Руководящие указания по защите от перенапряжений электротехнических установок переменного тока 3—220 кВ. — М.: Госэнергоиздат, 1954.

13. Вайнер А.Л., Потужный А.К., Фертик С.М. Импульсные характеристики единичных заземлителей. — Электрические станции, 1941, № 3.

14. Бронштейн И.Н. и Семендяев К.А. Справочник по математике. — М.: «Наука», 1964.

[12.03.93]

Автор: Анненков Виктор Захарович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1959 г. В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Исследование протяженных заземлителей грозозащиты линий электропередачи в плохо проводящих грунтах» в МЭИ. Старший научный сотрудник Всероссийского научно-исследовательского института электроэнергетики.

Электрическая прочность изолирующих подвесок проводов ВЛ при коммутационных и грозовых импульсах

АЛЕКСАНДРОВ Г.Н., ГЕРАСИМОВ Ю.А.

Выполнены исследования электрической прочности длинных гирлянд изоляторов различных типов при различных формах импульсов. Испытываемый изолирующий элемент подвески представлял собой одноцепную поддерживающую гирлянду изоляторов. Длина гирлянд изменялась от 4 до 8 м. Для комплектования гирлянд использовались 4 типа стеклянных тарельчатых и длинностержневых полимерных изоляторов. Исследования выполнены в широком диапазоне изменения форм импульсов: от грозовых перенапряжений до коммутационных перенапряжений с фронтами большой длительности. Определены зависимости разрядных напряжений длины гирлянд и от длины фронта импульсов. Представлены результаты предразрядных времен.

Ключевые слова: гирлянда изоляторов, перенапряжение, электрическая прочность, фронт импульса, исследование

Введение. Изолирующая подвеска проводов воздушных линий (ВЛ) электропередач характеризуется высокой электрической прочностью при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений. 50%-ные разрядные напряжения воздушных промежутков между проводом и элементами опоры на 20—30% выше, чем для промежутка между проводом и землей. По этой причине гирлянды тарельчатых изоляторов, выбранные по условиям надежной работы при рабочем напряжении в длительном эксплуатационном режиме, имеют значительный запас по электрической прочности при коммутационных воздействиях.

При воздействии импульсов грозовых перенапряжений разрядные напряжения изолирующих подвесок выше, чем при коммутационных. При этом при увеличении длины гирлянды 50%-ное разрядное напряжение нарастает практически пропорционально. Однако при исследованиях длинных стеклянных тарельчатых изоляторов применительно к ВЛ УВН было выявлено заметное снижение среднего разрядного градиента для гирлянд длиной более 6 м при воздействии грозовых импульсов отрицательной полярности [1—3].

Причиной слабого нарастания разрядных напряжений длинных гирлянд изоляторов является то обстоятельство, что из-за высокой напряженности электрического поля на металлических элементах изоляторов, расположенных вблизи проводов, искровой разряд инициируется при относительно низком напряжении. Как показано в [3], повысить разрядные напряжения можно путем

The paper considers results of investigations of long insulation strings of different types under different impulse forms. A single-circuit supporting insulation string, which length varied from 4 to 8 m, with 4 types of cup-and-pin glass units and long rod composite insulators has been tested. Tests have been carried out in a wide range of impulse form lightning surges till switching overvoltages with long time fronts. Dependences of discharge voltages upon string's length and impulse's time to crest are determined. Results of measurements of predischarged times are presented.

Key words: insulator chain, overvoltage, electric strength, pulse edge, investigation

экранирования нижней части гирлянды или путем использования длинностержневых полимерных изоляторов. При этом целесообразность применения тарельчатых изоляторов на ВЛ УВН оказывается сомнительной.

До настоящего времени не выполнены исследования электрической прочности длинных гирлянд разных типов при различных формах коммутационных импульсов. Исследования электрической прочности длинных гирлянд изоляторов при воздействии коммутационных перенапряжений были выполнены с целью уточнения их различных характеристик применительно к возможному использованию на ВЛ электропередач новых конструкций.

Методика исследований. Исследования выполнены на макетах подвесок проводов на опоре ВЛ. Токоведущим элементом служил отрезок расщепленного провода ВЛ 1150 кВ длиной 35 м. Расщепленный провод состоял из восьми составляющих АС-300/39. Радиус расщепления провода $r_p = 0,52$ м. Составляющие располагались равномерно по окружности. Для крепления составляющих использовалась стандартная арматура ВЛ 1150 кВ: поддерживающий зажим, распорки, подвесная арматура.

Изолирующая подвеска крепилась к макету решетчатой траверсы опоры из углового проката длиной 13 м с шириной грани, обращенной к проводу, $B = 1,0$ м. Поддерживающая гирлянда крепилась к проводу в его середине. Концы проводов через натяжение гирлянды большой длины оттягивались на соседние несущие конструкции.

Испытываемый изолирующий элемент подвески представлял собой одноцепную поддерживающую гирлянду изоляторов. Число изоляторов в гирлянде и их тип изменялись. Длина гирлянд изменялась от 4,1 до 8,1 м. Для комплектования гирлянд использовались 4 типа изоляторов: ПСК-210А, ПСК-300, ЛК-300/500 и ПС-400А.

Источниками испытательных импульсов служили генератор импульсных напряжений ГИН-7 МВ, 560 кДж и каскад испытательных трансформаторов 2250 кВ. ГИН-7 МВ позволяет формировать импульсы в широком диапазоне изменения их параметров. В настоящем исследовании использовались импульсы с $\tau_{\phi}/t_{и}=1,2/50$, $35/100$, $160/1600$, $250/2500$, $500/5000$ и $1000/5000$ мкс. При работе ГИН на нагрузку формы импульсов несколько изменяются в зависимости от емкости испытуемого объекта. Фактические формы импульсов описаны ниже. Импульсы напряжения 3000/5000 мкс получены от каскада трансформаторов при его возбуждении от колебательного контура.

При проведении испытаний определялась зависимость вероятности перекрытия изоляции от приложенного напряжения (кривая эффекта), характерными параметрами которой являются 50%-ное разрядное напряжение $U_{0,5}$ и коэффициент вариации σ^* . В большинстве экспериментов проводилось также измерение предразрядного времени.

Результаты исследований. Зависимости разрядных напряжений от длины гирлянды. Так как строительная высота изоляторов различна, число изоляторов в гирляндах подбирались таким образом, чтобы при комплектации из изоляторов разных типов их длины были приблизительно одинаковы. Поскольку в работе использовались также длинностержневые полимерные изоляторы ЛК-300/500 со строительной длиной 4,1 м (вместе с подвесной арматурой), число тарельчатых изоляторов в гирляндах подбирались исходя из длины полимерных гирлянд. Строительная длина гирлянды из двух полимерных изоляторов $l_r=8,1$ м.

Результаты исследований изолирующих подвесок при импульсах различной формы представлены в таблице, а примеры зависимостей 50%-ных разрядных напряжений от длины гирлянды из изоляторов ПСК-210А приведены на рис. 1. Для разных типов изоляторов характер зависимостей $U_{0,5}=f(l_r)$ одинаков. Темп увеличения разрядных напряжений с ростом длины гирлянды различается в зависимости от формы импульса. Для импульсов грозовых перенапряжений зависимость $U_{0,5}=f(l_r)$ близка к прямопропорциональной с постоянной средней разрядной напряженностью $E_{0,5}=U_{0,5}/l_r \approx 0,5$ МВ/м. Для

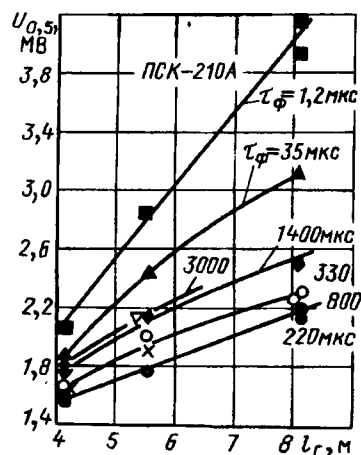


Рис. 1. Зависимости 50%-ных разрядных напряжений изолирующей подвески с гирляндой из изоляторов ПСК-210А от ее длины при форме испытательных импульсов напряжения положительной полярности $\tau_{\phi}/t_{и}$: ■ — 1,2/50 мкс; ▲ — 35/100 мкс; ● — 220/1700 мкс; × — 330/2800 мкс; ○ — 800/5370 мкс; ◆ — 1400/4800 мкс; ∇ — 3000/5000 мкс; τ_{ϕ} — длина фронта импульса; $t_{и}$ — длина импульса до полуспада

импульсов большой длительности разрядные напряжения ниже и зависимости $U_{0,5}=f(l_r)$ отклоняются от прямой пропорциональности. Для всех гирлянд наименьшие разрядные напряжения получены при воздействии импульсов 220/1700 мкс. В этом случае с ростом длины гирлянды от 4 до 8 м средняя разрядная напряженность уменьшается с 0,34 МВ/м до 0,27 МВ/м.

При увеличении длин фронта испытательных импульсов свыше $\tau_{\phi}=220$ мкс разрядные напряжения изолирующих подвесок несколько увеличиваются. Увеличение происходит медленно и различие $U_{0,5}$ для импульсов 330/2800, 800/5370 и 1400/4800 мкс невелико. По этой причине на рис. 1 данные для импульсов с $\tau_{\phi}=330$ мкс и 800 мкс объединены в одну зависимость.

Следует также отметить малое различие 50%-ных разрядных напряжений изолирующих подвесок с разными типами изоляционных элементов при приложении импульсов коммутационных перенапряжений положительной полярности. Это различие не превосходит 10%, а в ряде случаев разрядные напряжения подвесок с разными изоляторами совпадают, особенно при импульсах большей длительности. Согласно визуальным наблюдениям за путями развития разрядов при импульсах с длительностью фронта $\tau_{\phi} \geq 1000$ мкс большая часть разрядов развивается с провода на траверсу по воздуху, минуя гирлянду. При воздействии импульсов коммутационных перенапряжений положительной полярности конструкция гирлянды практически не оказывает влияния на электрическую прочность изолирующей подвески провод—гирлянда—траверса.

Разрядные характеристики изолирующей подвески (провод—гирлянда—траверса) при разных формах импульсов. $r_p=0,52$ м; $n=8$; $l_{II}=35$ м; $B=1,0$ м, $AC=300/39$

$\tau_{ф}/t_{II}$	Длина гирлянды $l_r=4,1$ м						$l_r=5,5$ м						$l_r=8,1$ м					
	⊕			⊖			⊕			⊖			⊕			⊖		
	$U_{0,5}$, МВ	σ , %	$\bar{t}_p$, мкс	$U_{0,5}$, МВ	σ , %	$\bar{t}_p$, мкс	$U_{0,5}$, МВ	σ , %	$\bar{t}_p$, мкс	$U_{0,5}$, МВ	σ , %	$\bar{t}_p$, мкс	$U_{0,5}$, МВ	σ , %	$\bar{t}_p$, мкс	$U_{0,5}$, МВ	σ , %	$\bar{t}_p$, мкс
1,2/50 мкс	26 ПСК-210А						35 ПСК-210А						52 ПСК-210А					
	2,06	0,8	15	1,89	2,9	11	2,83	1,3	28	2,38	6,1	27	3,93 4,16	1,5 1,4	14 12	2,63 2,61	5,3 1,8	14 12
35/100 мкс	1,88	1,4	39	1,88	2,0	21	2,44	2,0	34	2,15	2,0	23	3,13	2,1	32	2,30	7,0	25
220/1700	1,60	4,4	170	2,16	1,8	160	1,74 1,78	2,9 4,5	220 245	2,45 2,42	6,2 3,2	140 115	2,23 2,14	3,1 4,6	250	2,78 2,52	4,3 4,6	125
330/2800	1,63	5,5	290	2,17	3,7	265	1,90	5,8	320	2,45	4,5	276	2,27	6,0	500	—	—	—
800/5370	1,65 1,59	8,9 6,3	440 540	2,21 2,17	4,2 2,3	720	2,01	8,4	500	2,45	4,1	430	2,30 2,26	3,5 4,4	740 760	2,94	2,7	690
1400/4800	1,75 1,78	4,8 6,7	800 670	2,30	4,4	—	2,14	7,1	840	—	—	—	2,50	5,2	815	—	—	—
3000/5000	1,81	6,6	—	—	—	—	2,13	5,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,2/50	23 ПСК-300						31 ПСК-300						46 ПСК-300					
	1,99	1,4	12	1,84	4,7	10	2,61	1,2	27	2,34	4,3	24	3,61 3,37 3,24	1,9 7,0 4,1	12 13	2,30 2,43	7,2 3,0	16
35/100	1,73	2,6	33	1,67	3,6	24	2,47 2,42	4,4 3,4	32 31	1,94 1,92	5,6 2,6	29 36	2,90	1,1	31	2,32	2,6	24
220/1700	1,61 1,58	4,9 3,9	153	2,05 1,96	4,9 2,3	140	1,83	5,4	250	2,26	5,3	130	2,19 2,21	4,1 3,2	233	2,53 2,59	4,3 2,8	148
330/2800	1,75	5,1	290	2,11	4,3	240	2,11	2,4	300	2,50	4,4	234	2,37	3,6	420	—	—	—
800/5370	1,69	3,6	450	2,01	7,0	440	2,04	4,4	480	2,27	4,8	490	2,31	6,5	620	2,83	4,6	610
1400/4800	1,80	5,8	900	—	—	—	2,12	5,5	980	—	—	—	2,47	5,4	900	—	—	—
3000/5000	1,86	5,9	—	—	—	—	2,18	9,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,2/50	1 × ЛК-300/500						1 × ЛК-300/500 + 1 × ПДС-110						2 × ЛК-300/500					
	1,99	1,9	24	2,17	0,6	22	2,77	0,8	26	3,10	0,6	32	4,00 4,07	0,8 0,5	26	4,30 4,44	2,7 1,0	31
35/100	1,84	7,9	44	1,88	3,2	35	2,12	2,0	39	—	—	—	2,81	3,0	36	—	—	—
220/1700	1,46 1,42	3,4 3,8	156	2,01 1,69	2,5 7,0	150	1,70	3,5	190	2,71	4,1	170	2,17 2,02	5,5 5,4	270	2,80 2,67	2,6 4,9	142
330/2800	1,60 1,57	5,0 5,1	255 217	1,83 1,75	3,3 4,7	290	1,92	3,4	265	2,42	2,5	234	2,17	5,9	281	—	—	—
800/5370	1,66	3,1	540	1,79	6,1	620	2,10	6,2	520	2,60	5,2	490	2,15	6,9	530	2,49	3,3	530
1400/4800	1,70	7,0	1010	1,88	5,0	—	2,12	8,3	1040	2,58	6,2	—	2,33	6,7	960	2,68	4,9	—
3000/5000	1,77	9,5	—	—	—	—	2,16	7,7	—	—	—	—	2,38	7,8	—	—	—	—
1,2/50	21 × ПС-400А						27 × ПС-400А						41 × ПС-400А					
	2,26	1,7	21	2,27	1,2	12	2,85	1,0	31	2,91	3,9	23	4,50	0,4	17	3,43	1,1	19
35/100	1,81	2,7	39	2,05	0,8	40	2,56	1,9	43	2,41	1,8	4	3,02	2,0	40	2,96	3,1	36
220/1700	1,59	5,0	180	2,10	2,4	170	1,77	3,4	240	2,75	3,6	190	2,25 2,17	4,9 1,8	330	3,08	3,0	160
330/2800	1,70	9,2	250	2,21	3,4	314	1,97	4,6	291	2,64	4,6	305	2,32	3,4	460	—	—	—
800/5370	1,66	7,8	480	1,99	4,0	—	2,08	3,8	500	2,88	4,9	—	2,25	6,7	600	3,22	4,3	—
1400/4800	1,75	5,6	790	2,18	5,1	—	2,14	8,0	860	2,87	5,3	—	2,36	6,1	980	—	—	—
3000/5000	1,79	5,0	—	—	—	—	2,18	5,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Разрядные напряжения изолирующих подвесок с изоляторами всех типов при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений отрицательной полярности выше, чем при положительной полярности.

Зависимость разрядных напряжений от формы испытательных импульсов. В таблице эксперимен-

тальных данных представлены разрядные напряжения при семи формах импульсов в широком диапазоне изменения длины фронта. На рис. 2 приведены зависимости разрядных напряжений от длины фронта ($\tau_{ф}$) для изолирующих подвесок с гирляндами из изоляторов ПСК-210А.

Наибольшие разрядные напряжения изолиру-

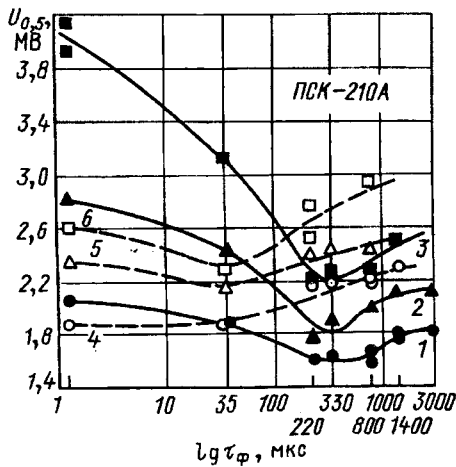


Рис. 2. Зависимости 50%-ных разрядных напряжений изолирующей подвески с гирляндой из изоляторов ПСК-210А от длины фронта испытательного импульса напряжения положительной (1—3, сплошные кривые, темные значки) и отрицательной (4—6, штриховые кривые, светлые значки) полярностей при длине гирлянды $l_T=4,1$ м (1,4,○,●), $l_T=5,5$ м (2,5,△,▲) и $l_T=8,1$ м (3,6,□,■)

ющих подвесок всех типов получены при испытаниях стандартными грозовыми импульсами положительной полярности. При увеличении длительности импульсов электрическая прочность изолирующих подвесок уменьшается. Наименьшие разрядные напряжения получены при испытаниях импульсами с длинами фронта от 200 до 400 мкс. Дальнейшее увеличение длительности фронта сопровождается плавным возрастанием 50%-ных разрядных напряжений на 12—16%. Различия разрядных напряжений изолирующих подвесок при воздействии импульсов положительной полярности 1400/4800 и 3000/5000 мкс мало. Приведенные цифры и качественный характер зависимостей $U_{0,5}^+ = f(\tau_\phi)$ сходны для изолирующих подвесок разной длины в исследованном диапазоне ее изменения и для всех использовавшихся типов изоляторов. По мере увеличения длины гирлянд можно отметить небольшое смещение области длин фронтов, соответствующих минимуму разрядных напряжений, от $\tau_\phi = 200$ —300 мкс для гирлянд $l_T=4$ м до $\tau_\phi = 300$ —400 мкс для $l_T=8$ м.

Результаты исследований электрической прочности изолирующих подвесок при импульсах отрицательной полярности показывают, что в соответствии с данными [3] разрядные напряжения незранированных гирлянд тарельчатых изоляторов при воздействии грозовых импульсов отрицательной полярности существенно ниже, чем при положительной. Минимальные разрядные напряжения для гирлянд тарельчатых изоляторов соответствуют фронтам длительностью в десятки микросекунд, а не в сотни, как для положительной полярности. При увеличении фронтов импульсов

от десятков до сотен микросекунд разрядные напряжения изолирующих подвесок с тарельчатыми изоляторами при отрицательной полярности возрастают и становятся больше, чем при положительной полярности. Длины фронтов, при которых $U_{0,5}^-$ становятся больше $U_{0,5}^+$, различаются в зависимости от длины гирлянды. Так, для гирлянды $l_T=4$ м длина фронта, соответствующая этому переходу, $\tau_\phi = 35$ мкс, и для $l_T=8$ м $\tau_\phi = 150$ мкс. Для изолирующих подвесок с длинностержневыми полимерными изоляторами разрядные напряжения при отрицательной полярности выше, чем при положительной во всем диапазоне изменения фронтов импульсов напряжения.

Зависимость коэффициентов вариации от формы испытательных импульсов напряжения. Статистическая обработка экспериментальных данных, приведенных в таблице, позволила сделать вывод о независимости коэффициентов вариации кривых эффекта σ^* от длин гирлянд в диапазоне $4,1 \text{ м} \leq l_T \leq 8,1 \text{ м}$.

Следует отметить, однако, что экспериментальные данные по коэффициентам вариации характеризуются большим разбросом. Обобщение всех имеющихся данных позволило выявить корреляционные зависимости коэффициентов вариации от длительности фронтов испытательных импульсов напряжения для всех конструкций изолирующих подвесок. При положительной полярности испытательных импульсов коэффициенты вариации постепенно увеличиваются от 1—2% при грозовых импульсах 1,2/50 мкс до 7—8% при импульсах 3000/5000 мкс. При отрицательной полярности импульсов коэффициенты вариации несколько больше (2÷4)% для коротких фронтов, но меньше для длинных фронтов (5÷6)%.

Поскольку выбор изоляции на ВЛ электропередачи выполняется не по величине 50%-ного разрядного напряжения, а по выдерживаемым напряжениям с вероятностью пробоя 0,0013—0,0064, интересно проследить за изменением $(U_{0,5} - z\sigma)$ при варьировании формы импульсов. На рис. 3 приведены зависимости $U_{0,5} - z\sigma = f(\lg \tau_\phi)$ для изолирующих подвесок с гирляндами длиной 8,1 м из изоляторов ПСК-210А и ЛК-300/500 при разных значениях статистического коэффициента запаса z . Из приведенных данных следует, что при увеличении z уменьшается зависимость разрядного напряжения $U_{0,5} - z\sigma$ от формы воздействующего коммутационного импульса. При значениях $z > 3,0$ разность $U_{0,5} - z\sigma$ практически не изменяется с ростом длины фронта импульса свыше 300 мкс. Этот результат позволяет сделать вывод о том, что практически безразлично импульсами какой формы испытывать изолирующие подвески. При исследовании

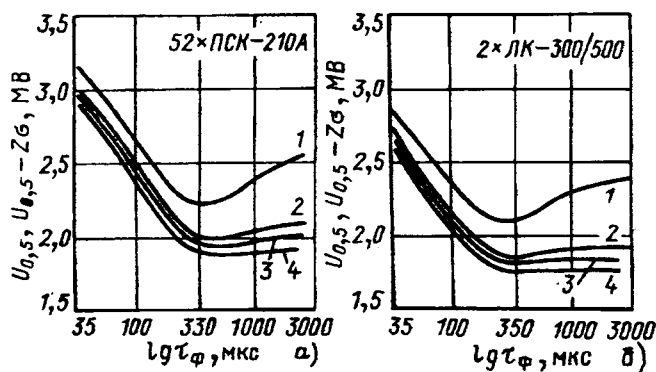


Рис. 3. Зависимости 50%-ных разрядных напряжений $U_{0,5}$ (1) и значений $U_{0,5}-\sigma$ (2—4) от длины фронта испытательного импульса для подвесок с изолирующими элементами из 52 изоляторов ПСК-210А (а) и из двух изоляторов ЛК-300/500 (б): 2 — $z=2,5$; 3 — $z=3,0$; 4 — $z=3,5$

дованиях электрической прочности гирлянд необходимо определять два параметра: $U_{0,5}$ и σ , и далее определить выдерживаемое напряжение.

Характер зависимостей коэффициентов вариации от длины фронта импульсов, построенных по данным таблицы, близок для гирлянд из изоляторов разных типов. Это позволило построить обобщенные зависимости σ^* от длины фронта импульсов положительной и отрицательной полярностей (рис. 4).

Пути и времена развития разрядов. В процессе

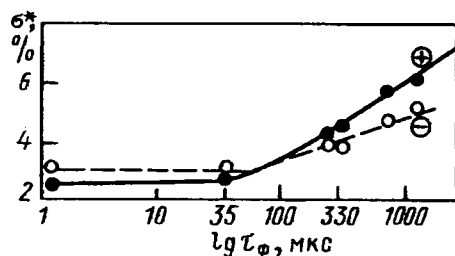


Рис. 4. Обобщенные зависимости коэффициентов вариации для изолирующих подвесок с изоляторами ПСК-210А, ПСК-300, ЛК-300/500 и ПС-400А от длины фронта испытательных импульсов положительной (сплошная кривая, ●) и отрицательной (штриховая кривая, ○) полярностей. Точки ● и ○ получены как средние арифметические экспериментальных значений

исследований велись визуальные наблюдения за путями развития разрядов. При исследованиях не применялась видеоаппаратура или фоторегистраторы, позволяющие рассмотреть развитие разряда во времени. По результатам наблюдений можно отметить некоторые особенности развития разряда в зависимости от формы и полярности испытательных импульсов.

При воздействии коротких импульсов (1,2/50 и 35/100 мкс) все разряды при обеих полярностях импульсов развиваются вдоль гирлянды. После испытаний на поверхности стеклянных

изоляторов остаются следы, указывающие на путь развития разряда.

При отрицательной полярности импульсов характерно каскадное перекрытие гирлянды, когда перекрытие ближайших к проводу изоляторов приводит к дальнейшему перекрытию всей гирлянды.

При воздействии импульсов с длинными фронтами (800/5370; 1400/4800; 3000/5000 мкс) при отрицательной полярности разряд развивается вдоль гирлянды.

При положительной полярности импульсов с увеличением длительности импульсов все большая часть разрядов развивается с провода на траверсу по воздуху, минуя гирлянду, либо сначала развивается вдоль гирлянды, а также отклоняется от нее и завершается по воздуху.

Для изолирующих подвесок с полимерными изоляторами справедливы указанные закономерности, кроме случаев воздействия грозových импульсов отрицательной полярности, поскольку конструкция длинностержневых изоляторов исключает каскадное перекрытие подвески. В связи с этим изолирующие подвески с полимерными изоляторами характеризуются существенно большими, чем для тарельчатых изоляторов, разрядными напряжениями отрицательной полярности при коротких фронтах.

Характер развития разряда практически не изменяется при удлинении гирлянды.

Результаты измерений предразрядных времён представлены в таблице. При этом за предразрядное принималось время от начала испытательного импульса до его среза. Малое различие предразрядных времён для гирлянд из изоляторов разных типов позволяет сделать обобщённые выводы.

При воздействии импульсов грозových перенапряжений обеих полярностей разной длины предразрядные времена не меняются и с некоторым разбросом составляют $\bar{t}_p = 20 \pm 5$ мкс. Для изолирующих подвесок с гирляндами из полимерных изоляторов при импульсах грозových перенапряжений отрицательной полярности предразрядные времена несколько больше, чем для гирлянд тарельчатых изоляторов.

При воздействии импульсов 35/100 мкс предразрядные времена не зависят от длины гирлянд изоляторов. При воздействии импульсов отрицательной полярности средние предразрядные времена меньше, чем при положительной полярности.

При фронтах длительностью в несколько сотен микросекунд наблюдается небольшой рост предразрядных времён с ростом длины гирлянды l_g при положительной полярности импульсов. При отрицательной полярности предразрядные време-

на не зависят от длины гирлянд. Средние предразрядные времена для импульсов 220/1700 и 330/2800 мкс отрицательной полярности несколько меньше, чем при положительной.

Для импульсов 1400/4800 мкс положительной полярности наблюдается сравнительно большой разброс предразрядных времен в диапазоне $800 < t_p < 1000$ мкс, но длина гирлянд изоляторов не оказывает на них влияния.

Близость результатов измерений предразрядных времен для изолирующих подвесок с гирляндами разных типов позволила построить единые зависимости $\lg \bar{t}_p = f(\lg \tau_\phi)$ (рис. 5) и далее — обобщенные зависимости $\bar{t}_p / \tau_\phi = f(\lg \tau_\phi)$ для обеих полярностей импульсов (рис. 6).

При воздействии импульсов с короткими

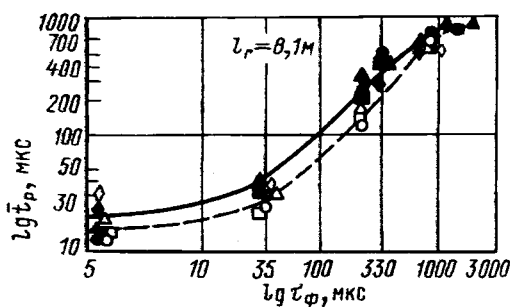


Рис. 5. Зависимости предразрядного времени от длины фронта испытательного импульса напряжения положительной (сплошная кривая, темные значки) и отрицательной (штриховая кривая, светлые значки) полярностей для изолирующих подвесок с гирляндами длиной $l_r = 8,1$ м из изоляторов ПСК-210А (●, ○), ПСК-300 (■, □), ЛК-300/500 (♦, ◇) и ПС-400А (▲, △)

фронтами разряд происходит далеко за пределами фронта импульса, а для длинных импульсов ($\tau_\phi > 300$ мкс) разряды происходят в пределах фронта. Средние предразрядные времена составляют $(0,7 \div 0,6) \tau_\phi$ для импульсов с длительно-

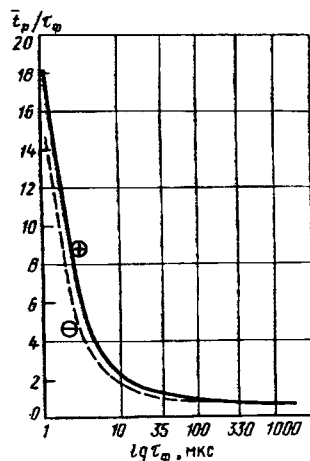


Рис. 6. Обобщенные зависимости отношения средних предразрядных времен к длине фронта от длины фронта испытательных импульсов напряжения положительной (сплошная кривая) и отрицательной (штриховая кривая) полярностей

стями фронтов 1000 мкс и более. Разряды происходят вблизи максимальных значений напряжения в диапазоне длин фронтов $30 \div 50$ мкс для импульсов отрицательной полярности и $100 \div 200$ мкс для импульсов положительной полярности. Следует заметить, что этим диапазонам изменения длин фронтов соответствуют минимальные значения 50%-ных разрядных напряжений.

Выводы. Темп нарастания разрядных напряжений с ростом длины гирлянды различен для разных форм импульсов.

При воздействии импульсов коммутационных перенапряжений положительной полярности конструкция гирлянды практически не влияет на ее электрическую прочность.

Разрядные напряжения длинных гирлянд при воздействии коммутационных импульсов отрицательной полярности $\tau_\phi \geq 150$ мкс выше, чем при положительной.

Наименьшие разрядные напряжения гирлянд изоляторов получены при импульсах положительной полярности с длинами фронта от 200 до 400 мкс. Увеличение длительности фронта сопровождается плавным нарастанием 50%-ных разрядных напряжений.

Для всех конструкций гирлянд коэффициенты вариации кривой «эффекта» увеличиваются от $\sigma = 1 \div 2\%$ для грозовых импульсов положительной полярности до $\sigma = 7 \div 8\%$ для коммутационных импульсов большой длительности. При воздействии импульсов отрицательной полярности этот диапазон составляет от $2 \div 4$ до $5 \div 6\%$.

Выдерживаемые напряжения длинных гирлянд изоляторов $U_{0,5-20}$ практически не изменяются при увеличении длин фронтов импульсов с $\tau_\phi > 300$ мкс. Поэтому испытания изолирующих подвесок можно производить при любой форме коммутационных импульсов с обязательным измерением коэффициента вариации разрядных напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубрилин А.В., Китаев Г.И. Влияние полярности и формы грозовых перенапряжений на электрическую прочность длинных гирлянд. — Электрические станции, 1987, № 2.
2. Импульсная электрическая прочность гирлянд изоляторов ВЛУВН / В.А. Горошкина, Е.Н. Анисимов, А.С. Гайворонский, А.Г. Овсянников. — Тез. докладов ВНТС, Новосибирск. — М.: Информэнерго, 1989.
3. Александров Г.Н., Герасимов Ю.А. Исследования электрической прочности изолирующей подвески воздушных линий высших классов напряжения. — Электричество, 1989, № 4.

[30.08.94]

Диагностика ламповых генераторов для диэлектрического нагрева

ВАСИЛЬЕВ А.С., ГУРЕВИЧ С.Г., КИЛЬДИШЕВА О.Э.

Излагается подход к диагностике схем, которые не могут быть представлены в виде набора эквивалентных элементов до их экспериментального оформления. В первую очередь это относится к мощным источникам тока в диапазоне радиочастот (1—40 МГц) для технологических целей. Диагностический подход учитывает измерительные погрешности, допуски параметров и реальные трудности проведения экспериментов. Описаны алгоритмы определения параметров для одночастотных и многочастотных входных сигналов, при этом рассматриваются варианты измерений модулей и фаз узловых напряжений и только модулей узловых напряжений.

Ключевые слова: диэлектрический нагрев, ламповые генераторы, высокие частоты, диагностика

Основная специфика проектирования мощных источников питания (10—100 кВт) в радиочастотном диапазоне связана с невозможностью априорного учета конструктивного исполнения установки, монтажных и паразитных параметров и т.д. Характерным примером такого рода устройств являются ламповые генераторы (ЛГ) для диэлектрического нагрева. Практика наладки и эксплуатации этих установок показала, в частности, что большое количество трудностей возникает, во-первых, из-за использования на этапе проектирования неадекватных моделей, базирующихся на представлении ЛГ схемой замещения, построенной на основе принципиальной электрической схемы установки, и, во-вторых, из-за отсутствия полной электрической схемы замещения технологического устройства, которое является нагрузкой генератора.

Эти обстоятельства приводят к тому, что реальные регулировочные характеристики могут резко отличаться от расчетных, что затрудняет регулировку и настройку генератора. Это различие объясняется влиянием реальной конструкции ЛГ на распределение электромагнитного поля внутри

The paper considers an approach to diagnosis of HF generator for dielectric heating. Proposed method of diagnosis are used to evaluate parasitic elements in the HF generator which reflect the influence of the HF generator construction on distribution of electromagnetic field. The authors consider the algorithms for single and multifrequency input signal are presented methods based on measurements of the amplitude and the phase of node voltages and only the amplitude of node are proposed. Presented methods take into account error of measurements and precision of the value of known elements. Three examples are given.

Key words: dielectric heating, valve generators, high frequency, diagnosis

ЛГ, что приводит к изменению эквивалентных параметров схемы ЛГ. Наиболее характерными примерами этого являются влияние заземленного корпуса высокочастотного блока на величину реальной индуктивности, паразитная емкость конструкции анодного бака генераторной лампы, изменяющая величину эквивалентной емкости, включенной между анодом и катодом лампы.

На этапе проектирования учесть все эти эффекты количественно достаточно сложно. Строгий расчет требует моделирования трехмерных электромагнитных полей с учетом всех особенностей конструкции. Сегодня очевидна нереальность таких оперативных расчетов, хотя отдельные закономерности можно выявить и на более простых двумерных моделях.

Таким образом, возникает необходимость в нахождении всех неизвестных параметров, отражающих влияние реальных конструкций на основе измерений электрических режимов уже созданных устройств. В данной статье рассматривается решение поставленной задачи с помощью методов диагностики электрических цепей [1—5]. Использование того или иного метода определяется спе-

Авторы: Александров Георгий Николаевич окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ) по специальности «Техника высоких напряжений». В 1967 г. защитил докторскую диссертацию «Коронный и искровой разряды на линиях электропередачи» во Всесоюзном электротехническом институте (ВЭИ). В декабре 1991 г. избран членом-корреспондентом Российской Академии наук. Заведующий кафедрой «Электрические и электронные аппараты» Санкт-Петербургского государственного технического университета (СПбГТУ).

Герасимов Юрий Александрович окончил электромеханический факультет ЛПИ в 1971 г. В 1977 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование электрической прочности систем воздушных промежутков различной конструкции на подстанциях сверхвысокого напряжения при коммутационных перенапряжениях» в ВЭИ. Ведущий научный сотрудник кафедры «Электрические и электронные аппараты» СПбГТУ.

цифкой конкретного диагностируемого объекта. Необходимость учета распределительных паразитных параметров, малое количество реально существующих входов по сравнению с числом неизвестных паразитных параметров, большие геометрические размеры элементов, затрудняющие постановку дополнительных опытов, определяют специфику ЛГ, как объекта диагностики.

При постановке задачи диагностики будем считать, что исходными являются следующие данные:

топология линейной электрической цепи, которая принимается как схема замещения ЛГ; величины известных параметров, например, емкости постоянных вакуумных конденсаторов; входные воздействия;

реакция цепи на входные воздействия, которая является результатом диагностического эксперимента.

На этапе предварительного анализа диагностируемой электрической цепи (ДЭЦ) необходимо составить «избыточную схему», куда, кроме известных расчетных элементов, вносятся все предполагаемые паразитные программы.

Входными воздействиями будем считать синусоидальные источники тока и напряжения с известными амплитудой и частотой, что соответствует реальным условиям работы ЛГ, построенных на контурах с большой добротностью.

При диагностическом эксперименте возможно проведение функционального или тестового диагностирования. Для ЛГ эти виды диагностирования сводятся к следующему: при функциональном диагностировании генератор находится в рабочем режиме генерации высокочастотных колебаний, т.е. при напряжениях в несколько киловольт; при тестовом диагностировании входное воздействие подается на колебательную систему от внешнего измерительного генератора высокочастотных синусоидальных колебаний. Генераторная лампа при этом учитывается межэлектродными и монтажными емкостями. Существующая приборная база позволяет наиболее просто и точно проводить измерения коэффициентов передачи схемы по напряжению и входных сопротивлений (модулей и фаз) при тестовом диагностировании. Данные этих измерений принимаются за базовые. Решением задачи диагностики будем считать нахождение всех неизвестных параметров электрической цепи.

Диагностируемая электрическая цепь описывается системой алгебраических уравнений

$$AX = F, \quad (1)$$

где A — матрица параметров модели ДЭЦ, которая включает в себя проводимости и сопротивления элементов схемы; X — вектор внутренних пе-

ременных, которыми могут быть контурные токи, узловые потенциалы и т.п.; F — вектор входных переменных, которые включают в себя входные источники и результаты диагностического эксперимента.

В общем случае система уравнений (1) является нелинейной, так как в нее входят произведения неизвестных параметров ДЭЦ a_{ij} , входящих в матрицу A (и представляющих собой сопротивления и проводимости), и внутренних переменных x_j , входящих в вектор X (и представляющих собой токи и напряжения).

В некоторых случаях, например при измерении модулей и фаз узловых потенциалов на одной частоте, возможно преобразовать систему (1) к линейной [6]. Это достигается путем введения новых переменных q_i , определяемых следующим образом:

$$q_i = a_{ij}x_j, \quad (2)$$

т.е., например, вместо поиска неизвестных проводимости и напряжения элемента ищутся неизвестные ток и напряжение, соответствующие этому элементу. Но такая замена переменных преобразует систему к линейной не во всех случаях, хотя упрощение вида нелинейности, приводящее к улучшению обусловленности системы, достигается все равно. С учетом возможности замены переменных (2) и приборной базы измерений будем описывать элементы с известными параметрами через их проводимости и узловые потенциалы, а элементы с неизвестными параметрами через их токи и напряжения. В качестве внутренних переменных выберем узловые потенциалы, напряжения и токи элементов с неизвестными параметрами, токи источников напряжения, и тогда итоговая система уравнений примет вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_n \dot{U}_n + A_{12} \dot{I}_e + A_{13} \dot{I}_h &= \dot{J}; \\ A_{21} \dot{U}_n &= \dot{E}; \\ A_{31} \dot{U}_n - \dot{U}_h &= 0; \\ A_{41} \dot{U}_n &= \dot{U}_{изм}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\dot{Y}_n = A_{11} \dot{Y}_1 A_{11}^T$; $A_{11}, A_{21}, A_{31}, A_{41}, A_{12}, A_{13}$ — топологические матрицы, отражающие связи между неизвестными или измеренными напряжениями и узловыми потенциалами; $\dot{U}_n$ — вектор узловых потенциалов; $\dot{I}_e$ — вектор токов источников напряжений; $\dot{I}_h$ — вектор токов элементов с неизвестными параметрами; $\dot{U}_h$ — вектор напряжений элементов с неизвестными параметрами; $\dot{J}$ — вектор независимых источников тока; $\dot{E}$ — вектор независимых источников напряжения; $\dot{U}_{изм}$ — вектор измеренных напряжений при заданных значениях векторов источников $\dot{E}$ и

J , Y_1 — диагональная матрица проводимостей элементов с известными параметрами.

Первое уравнение в системе (3) представляет собой первый закон Кирхгофа, записанный в смешанном базисе. Второе и третье уравнения позволяют описать источники напряжения в цепи и элементы с неизвестными величинами параметров. Четвертое уравнение отражает связь между измеренными в ходе диагностического эксперимента напряжениями и узловыми потенциалами.

Уравнения, описывающие ДЭЦ, включают в себя комплексные величины. Разделим систему (3) на вещественную и мнимую части. Введя для вещественных составляющих индекс 1, а для мнимых — 2, получим систему относительно действительных неизвестных:

$$\begin{bmatrix} Y_R & A_{12} & A_{13} & 0 & -(Y_L+Y_C) & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{31} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_L+Y_C & 0 & 0 & 0 & Y_R & A_{12} & A_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{31} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{41} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{1n} \\ I_{1e} \\ I_{1n} \\ U_{1n} \\ U_{2n} \\ I_{2e} \\ I_{2n} \\ U_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ E_1 \\ 0 \\ U_{1изм} \\ J_2 \\ E_2 \\ 0 \\ U_{2изм} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

В абсолютном большинстве случаев решение задачи диагностики невозможно без разработки специального программного обеспечения, позволяющего автоматически формировать диагностическую систему уравнений вида (4) и решать ее. Разработанный для этой цели комплекс программ функционирует на основании следующего алгоритма. После предварительной нумерации всех узлов цепи задаются элементы с известными значениями параметров с помощью номеров i и j пары узлов, к которым они подключены, типом (R, L, C, Z) и значением параметра. На основании этих данных формируются квадратные матрицы Y_R, Y_L, Y_C . Их размерность на единицу меньше числа узлов в цепи. Значения элементов рассматриваемых матриц определяются на основании таблицы путем последовательного суммирования по числу известных элементов k . Затем формируются топологические матрицы A_{21}, A_{31}, A_{41} состоящие из $+1, -1$ и 0 . Матрицы A_{12} и A_{13} определяются следующими соотношениями:

$$A_{12} = (A_{21})^T; \quad A_{13} = (A_{31})^T. \quad (5)$$

Номера столбцов матриц A_{21}, A_{31}, A_{41} , аналогично матрицам Y_R, Y_L, Y_C , соответствуют номерам узлов в цепи. Каждая строка матрицы A_{21} и, соответственно, столбец матрицы A_{12} обусловлен существованием в цепи независимого источника напряжения (см. таблицу). Число строк матрицы A_{31} и, соответственно, столбцов матрицы A_{13} равно числу элементов с неизвестными параметрами, которые описываются через узловые потенциалы и токи через них. Число матрицы A_{41} равно числу произведенных измерений.

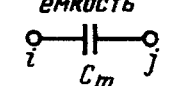
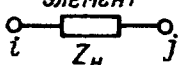
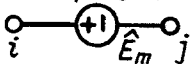
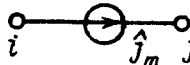
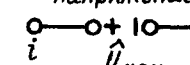
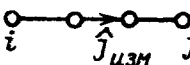
После решения системы (4) и определения всех составляющих вектора неизвестных V_n, I_e, I_n, U_n величины неизвестных параметров определяются очевидным соотношением $Z_n = U_n / I_n$.

Любые экспериментальные данные определяются с погрешностью, так как измерения производятся приборами, имеющими ограниченную точность. Известные параметры могут быть даны также в пределах некоторого допуска. Все это вносит погрешность в определение неизвестных параметров. Будем считать, что неточность измерений и разброс известных параметров заданы в виде нижних и верхних границ, которые определяются на основе класса точности используемого измерительного прибора, допуска на величины параметров известных элементов. Тогда система (1) может быть дополнена ограничениями:

$$\left. \begin{aligned} AX &= F; \\ X_\alpha &\leq X \leq X_\beta; \\ F_\alpha &\leq F \leq F_\beta; \\ A_\alpha &\leq A \leq A_\beta. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Система (6) является в общем случае нелинейной системой с линейными ограничениями. Очевидно, что система (6) неразрешима однозначно относительно входящих в нее переменных. Наиболее целесообразным представляется использование метода наименьших квадратов [6], так как результаты измерений и известные параметры можно рассматривать как случайные величины, имеющие в общем случае нормальное распределение. Для этого преобразуем систему (6) в несовместную систему вида

$$\left. \begin{aligned} AX &= F; \\ X &= X_\alpha; \\ X &= X_\beta; \\ F &= F_\alpha; \\ F &= F_\beta; \\ A &= A_\alpha; \\ A &= A_\beta, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Элемент	Описание элементов ДЭЦ
Известная активная проводимость  а)	$(Y_R)_{ii} = (Y_R)_{jj} = \sum_{m=1}^k g_m$ $(Y_R)_{ji} = (Y_R)_{ij} = \sum_{m=1}^k -g_m$
Известная индуктивность  б)	$(Y_L)_{ii} = (Y_L)_{jj} = \sum_{m=1}^k -1/W/L_m$ $(Y_L)_{ji} = (Y_L)_{ij} = \sum_{m=1}^k 1/W/L_m$
Известная емкость  в)	$(Y_C)_{ii} = (Y_C)_{jj} = \sum_{m=1}^k WC_m$ $(Y_C)_{ji} = (Y_C)_{ij} = \sum_{m=1}^k -WC_m$
Неизвестный элемент  г)	$(A_{31})_{mi} = 1 \quad (A_{31})_{mj} = -1$ $(A_{13})_{im} = 1 \quad (A_{13})_{jm} = -1$
Источник напряжения  д)	$(A_{21})_{mi} = 1 \quad (A_{21})_{mj} = -1 \quad (E_1)_m = \hat{E}_m$ $(A_{12})_{im} = 1 \quad (A_{12})_{jm} = -1$
Источник тока  е)	$(J_2)_i = \sum_{m=1}^L \hat{J}_m \quad (J_2)_j = \sum_{m=1}^L -\hat{J}_m$
Измеренное напряжение  ж)	$(A_{31})_{mi} = 1 \quad (A_{31})_{mj} = -1$ $(U_{1изм})_m = \text{Re } \hat{U}_{изм} \quad (U_{2изм})_m = \text{Im } \hat{U}_{изм}$
Измеренный ток  з)	$(J_{2изм})_i = \sum_{m=1}^p \text{Re } \hat{J}_{изм} \quad (J_{1изм})_i = \sum_{m=1}^p \text{Im } \hat{J}_{изм}$ $(J_{2изм})_j = \sum_{m=1}^p -\text{Re } \hat{J}_{изм} \quad (J_{1изм})_j = \sum_{m=1}^p -\text{Im } \hat{J}_{изм}$

или в матричном виде $QX_U = F_U$, где Q — прямоугольная матрица $m \times n$, причем $m > n$.

Вспользуемся критерием минимизации среднеквадратичного отклонения и будем считать наилучшим приближением решения системы уравнений (7) вектор X^0 , минимизирующий среднеквадратичное отклонение функционала

$$\sum_j^m (Q_j - F U_j)^2.$$

Тестирование разработанного алгоритма проводилась на примере диагностики двухконтурной цепи, которая часто является элементом выходной системы ЛГ. Вместо результатов диагностического эксперимента задавались предварительно рассчитанные комплексные величины напряжений на неизвестных элементах, параметры которых определялись затем по описанной выше методике. Для цепи, представленной на рис. 1, неизвест-

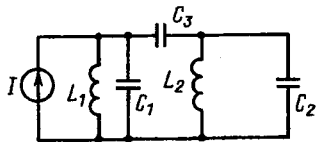


Рис. 1. Двухконтурная реактивная цепь: $I = 1 \text{ А}$; $f = 14 \text{ МГц}$; $L_1 = 2 \text{ мкГн}$; $C_1 = 100 \text{ пФ}$; $L_2 = 1 \text{ мкГн}$; $C_2 = 200 \text{ пФ}$; $C_3 = 20 \text{ пФ}$

ными являлись емкость $C1$ и индуктивность $L2$. Диагностическая матрица Q , составленная на основании соотношений (4), (7) и данных таблицы в этом случае имеет 16 строк и 12 столбцов. Так как рассматриваемая цепь является чисто реактивной, при расчетах можно ограничиться рассмотрением матрицы вдвое меньшей размерности. При задании погрешности измерения напряжений в пределах от -20 до $+10\%$ точного значения погрешность определения неизвестных параметров не превосходила 4% . Например, при диагностике на частоте 14 МГц точные значения задаваемых напряжений составляли -223 и -49 В . При задании следующих диапазонов их изменения $[-268 \text{ В}; -201 \text{ В}]$ и $[-59 \text{ В}; -44 \text{ В}]$ найденные значения неизвестных параметров составили $97,7 \text{ пФ}$ и $1,01 \text{ мкГн}$.

Для цепи, представленной на рис. 2, неизвестными являлись комплексные сопротивления $Z1$ и $Z2$. Диагностическая матрица Q имела 16 строк и 12 столбцов. Диагностирование проводилось для различных значений активной составляющей сопротивления $Z2$ в диапазоне от $0,5$ до 10 Ом . При задании погрешности измерения активных составляющих напряжений в пределах от $+20$ до -10% точного значения погрешность определения неизвестных параметров не превосходила 6% .

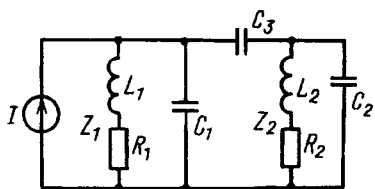


Рис. 2. Двухконтурная цепь с учетом сопротивлений потерь: $I = 1 \text{ А}$; $f = 14 \text{ МГц}$; $C_1 = 100 \text{ пФ}$; $C_2 = 200 \text{ пФ}$; $C_3 = 20 \text{ пФ}$; $L_1 = 2 \text{ мкГн}$; $R_1 = 5 \text{ Ом}$; $L_2 = 1 \text{ мкГн}$; $R_2 = 0,5-10 \text{ Ом}$

Анализ проведенных тестов показал, что как в случае чисто реактивных цепей, так и при учете активных сопротивлений для различных добротностей ветвей точность определения неизвестных параметров является приемлемой и зависит лишь от точности измерений напряжений в ходе диагностического эксперимента.

При диагностике ЛГ для диэлектрического нагрева, как впрочем для большинства ДЭЦ, количество информации, полученной при измере-

ниях, часто бывает недостаточно. Одним из эффективных способов увеличения информативности диагностического эксперимента является проведение измерений на разных частотах. Это легко осуществить при тестовом диагностическом эксперименте путем вариации частоты входного генератора синусоидальных колебаний. Число необходимых измерений на одной частоте при этом сокращается в f_n раз, где f_n — количество частот, на которых проводится диагностирование. При вариации частот можно получить столько линейно независимых измерений, сколько реактивных элементов входят в ДЭЦ. Кроме увеличения количества линейно независимых измерений частотное диагностирование позволяет разделить параллельно соединенные реактивные элементы, используя данные измерений напряжения на них на нескольких частотах. Эта задача встречается достаточно часто. Так параллельное соединение индуктивности и емкости может являться схемой замещения реальной индуктивности. Очевидно, что измерение токов ветвей в отдельности в этом случае невозможно, а следовательно необходимо частотное диагностирование.

Важным вопросом является выбор диагностических частот. При анализе колебательных систем их необходимо выбирать вблизи рабочей частоты, так как на очень низких частотах влияние паразитных параметров может быть слишком слабым, а на слишком высоких частотах увеличивается погрешность измерений и число существенных паразитных параметров.

При частотном диагностировании система уравнений будет иметь блочный вид:

$$\begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & Q_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} FU_1 \\ FU_2 \\ \vdots \\ FU_n \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Кроме того, систему (8) необходимо дополнить уравнениями, связывающими напряжения и токи неизвестных элементов на разных частотах, которые, например, для неизвестной индуктивности имеют вид

$$f_{i+1} \cdot U_{ni} \cdot I_{ni+1} - f_i \cdot U_{ni+1} \cdot I_{ni} = 0. \quad (9)$$

где $U_{ni}, I_{ni}, U_{ni+1}, I_{ni+1}$ — напряжение и ток неизвестной индуктивности на частотах f_i и f_{i+1} .

Эти уравнения приводят к тому, что итоговая система перестает приводиться к линейному виду и необходимо решать нелинейную систему уравнений большой размерности. Для решения целесообразно использовать метод Ньютона, но так как итоговая система является несовместной, то

якобиан J представляет собой прямоугольную матрицу, в которой число строк m больше числа столбцов n . Поэтому поиск невязки ΔX осуществляется при помощи среднеквадратичного критерия:

$$\Delta X = -(J^* J)^{-1} \cdot (Q(X_n) - FU). \quad (10)$$

Как показали расчеты, матрица $J^* J$ имеет полную обусловленность, что вызвано в подавляющем большинстве случаев выбором начального приближения. Это делает необходимым использование регуляризации по Тихонову [7] — путем введения специального параметра регуляризации. Полученный алгоритм дополнен также выбором оптимального шага, который минимизирует невязку вдоль выбранного направления [8].

Разработанный алгоритм позволил провести диагностирование части высокочастотной системы генератора ВЧГ11-60/12 мощностью 60 кВ частотой 13,56 МГц (НПО ВНИИТВЧ), предназначенного для сушки диэлектрических материалов. Предварительно была экспериментально снята частотная характеристика входного сопротивления высокочастотного блока ЛГ (рис. 3). Она существенно отличалась от расчетной для эквивалентной схемы, в которой не учитывались паразитные параметры (рис. 4). Сравнение приведенных характеристик указывает на необходимость дополнения эквивалентной схемы тремя параметрами, отражающими влияние реальной конструкции (C_n, L_{n1}, L_{n2}). Полная схема ДЭЦ представлена на рис 4,а.

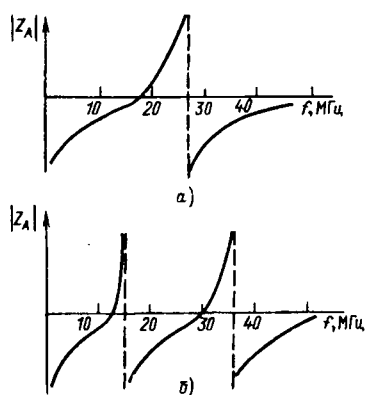


Рис. 3. Расчетная (а) и экспериментальная (б) частотные характеристики

Очевидно, что возможности диагностического эксперимента очень ограничены. Возможен лишь вариант подключения к узлу А источника синусоидального напряжения и измерения выходного напряжения в узле В (или наоборот). Неизвестными же в рассматриваемой конструкции являются:

емкость C_n между корпусом и индуктивностью

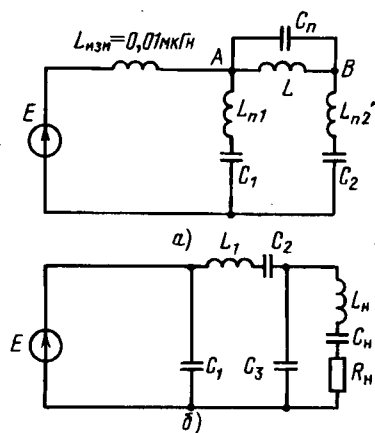


Рис. 4. ДЭЦ для генератора ВЧГ11-60/13 (а) и генератора ТЕРМАНТ-Д2 (б)

L , выполненной в виде двухпроводной линии; индуктивности L_{n1}, L_{n2} , соединительных шин и крепежных пластин между индуктивностью L и емкостями C_1, C_2 .

Все это требует проведения частотного диагностического эксперимента. Измерения проводились с помощью радиочастотного измерителя ВМ-538. Значения коэффициента передачи от входа А ко входу В на частотах 5,7,9 МГц составляли 1,1; 1,2; 1,55. Волновыми свойствами на рассматриваемых частотах можно пренебречь. Диагностическая матрица, составленная на основе соотношений (4), (7)—(9) и данных таблицы с помощью разработанного программного обеспечения, имеет 39 строк и 33 столбца. В результате расчета были получены следующие значения искоемых величин:

$$L_{n1} = 0,173 \text{ мкГн}, \quad L_{n2} = 0,168 \text{ мкГн}, \quad C_n = 169 \text{ пФ}.$$

После этапа диагностирования был проведен анализ ДЭЦ с учетом полученных паразитных параметров. Значения коэффициента передачи на рассматриваемых частотах составляли 1,14; 1,24; 1,49, что позволяет сделать вывод о приемлемой точности проведенного диагностирования.

При проведении частотного диагностирования решение нелинейной системы диагностических уравнений в общем случае неединственно. Физически это объясняется многорезонансной природой рассматриваемого объекта диагностирования, когда одни и те же значения схемных функций на некотором множестве частот могут быть реализованы при различных значениях неизвестных параметров. Чтобы получить реально существующее решение, предлагаемая методика использует, кроме данных измерений коэффициентов передачи по напряжению, данные измерений входных сопротивлений на множестве частот, большем, чем необходимо для получения нужного ранга якобиана матрицы Q .

Другим практически важным случаем является диагностирование на основе измерений модулей напряжений. Аппаратура, позволяющая измерять модуль и фазу напряжений и сопротивлений, еще мало распространена, а измерения модулей напряжений можно производить и при функциональном диагностировании достаточно просто, используя емкостные делители и измерительные цепи постоянного тока. Система, описывающая ДЭЦ, будет нелинейной за счет того, что измеренные модули напряжений через внутренние переменные ДЭЦ будут описываться нелинейными уравнениями вида

$$A_{51}(U_{1n}^2 + U_{2n}^2) = U_{изм}^2. \quad (11)$$

Вычислительный алгоритм и трудности его реализации остаются такими же, как и в случае многочастотного диагностирования. Тестирование предложенного алгоритма проводилось при диагностировании цепи, представленной на рис. 4,б. Данная ДЭЦ составлена на основе выходной цепи генератора «ТЕРМАНТ-Д2», предназначенного для нагрева диэлектрических материалов, в частности для сушки дерева (разработка фирмы «ЭЛВА-ИНТРОТЭКС», выходная мощность 45 кВт, частота 13,56 МГц). Неизвестным являлось полное сопротивление нагрузки Z_n , состоящее из активного сопротивления потерь R_n и реактивного сопротивления, включающее индуктивность токопроводящих шин L_n и емкость технологического нагревательного устройства C_n . Задавались модули напряжений в узлах А и В в следующих пределах: $U_A \in [-5418; -5218]$, $U_B \in [2845; 3145]$ для номинального значения сопротивления нагрузки $Z_n = 10 + 10j$. В результате было получено искомое значение с точностью 5%.

В заключении следует отметить, что предлагаемая методика позволяет определить неизвестные конструктивные или паразитные параметры высокочастотных ЛГ с помощью простейших диагностических экспериментов, стандартных измерительных средств и программного обеспе-

чения, алгоритмические основы которого мы постарались описать в данной статье. Возможно использование данной методики и для диагностики других реальных устройств со схожей спецификой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berkowitz R.S. Conditions for network-element-value solvability. — IRE Trans. Circuit Theory, 1962, Vol. CT-9.
2. Duhamel P., Rault J.-R. Automatic Test Generation Techniques for Analog Circuits and Systems: A Review. — IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1979, Vol. CAS-26, № 7.
3. Papakostas D.K., Hatzopoulos A.A. Analog fault identification based on power supply current spectrum. — Electronics letters, 1993, Vol.29, № 1.
4. Sen N., Saeks P. Fault Diagnosis for linear systems via multifrequency measurements. — IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1979, Vol. CAS-26, № 7.
5. Trick T.N., Mayeda W., Sakla A.A. Calculation of Parameter Value from Node Voltage Measurements. — IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1979, Vol. CAS-26, № 7.
6. Книш Н.В., Герасимова Г.Н., Кац М.А. Диагностика электрических цепей. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
7. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Метод решения некорректных задач. — М.: Наука, 1974.
8. Ермаков В.В., Калиткин Н.Н. Оптимальный шаг и регуляризация метода Ньютона. — Вычислительная математика и математическая физика, 1983, март—апрель.

[09.03.94]

Авторы: Васильев Александр Сергеевич окончил Ленинградский электротехнический институт (ЛЭТИ) в 1948 г. Защитил докторскую диссертацию в ЛЭТИ в 1973 г. Заведующий кафедрой электротехнологической и преобразовательной техники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета (бывш. ЛЭТИ).

Гуревич Сергей Григорьевич окончил ЛЭТИ в 1958 г., защитил кандидатскую диссертацию в 1970 г. в ЛЭТИ. Заведующий отделом математического моделирования НПО ВНИИТВЧ.

Кильдишева Ольга Эдуардовна окончила ЛЭТИ в 1989 г. Аспирант кафедры электротехнологической и преобразовательной техники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета.

Исследование тиристорной системы коммутации в линейном двигателе постоянного тока

МИЛЫХ В.И.

Рассмотрены условия применения естественной вентильной коммутации (ЕВК) в экспериментальном образце линейного двигателя постоянного тока. Проведен расчетно-теоретический анализ процесса коммутации в секциях обмотки якоря с учетом их взаимодействия, реальной формы магнитного поля индуктора, влияния реакции электропроводящих контуров в конструкции индуктора. Приведены данные экспериментов, подтверждающих принципиальную возможность ЕВК.

Ключевые слова: линейный мотор постоянного тока, естественная вентильная коммутация, якорь, обмотка, исследование

Статья посвящена представлению определенной части расчетно-экспериментальных исследований малоинерционного линейного электродвигателя (ЛЭД) с вентильной коммутацией обмотки якоря (ОЯ). По компоновке электромагнитной системы, рассмотренной в [1], и принципу действия этот ЛЭД в известной классификации [2–4] можно отнести к обращенным машинам постоянного тока с двухсторонним статором. В из вариантов вентильной коммутации [5,6] избрана наиболее простая по схеме и управлению — естественная вентильная коммутация (ЕВК) (под действием ЭДС, наводимой в коммутируемых секциях ОЯ магнитным полем движущегося индуктора [7]) со звеном постоянного тока. При этом в качестве управляемых вентилях используются однооперационные тиристоры.

Сочетание таких технических решений может быть эффективным, например, в мощных линейных электроприводах разгонного типа для стартового ускорения различных объектов. При этом характерным является близкий к импульсному режиму работы, чередующийся значительно более длительными паузами. Линейный вентильный электропривод постоянного тока, обладая хорошей управляемостью и высокими энергетическими показателями, но лишенный известных проблем щеточно-коллекторной коммутации, способен составить конкуренцию другим типам электродвигателей аналогичного назначения [8], но еще не прошел такого же детального изучения и, таким образом, нуждается в соответствующих исследованиях.

Объект исследования. Из особенностей экспериментального образца (ЭО) ЛЭД, которые уже обсуждались в [1], отметим следующие. Индуктор сделан неферромагнитным и состоит из двух несущих катушек и одной вспомогательной, способствующей коммутации ОЯ. Секция ОЯ закреплена на обращенных в зазор δ поверхностях

Conditions for use natural valve switching (NVS) in an experimental linear direct current motor are considered. Analysis of switching process in sections of armature winding taking account of their interaction, real configuration of inductor's magnetic field, the influence of the reaction of the inductor's design has been carried out. Test data are given to confirm the principal possibility of using NVS.

Key words: linear DC motor, natural valve switching, armature, winding, investigation

стального шихтованного сердечника двухстороннего статора. В целом ОЯ является петлевой и на каждой из сторон статора выполнена двухходовой. Принципиальная схема одного из ходов ОЯ ЛЭД с тиристорами к качестве коммутаторов показана на рис. 1. Явная проблема использования большого числа тириستоров в данном ЛЭД (при импульсном режиме работы) оказывается на столь острой, так как их номинальные токовые параметры могут быть превышены на порядок, что подтверждено специальными экспериментами [9]. Этот же режим позволил принять плотность тока в обмотках примерно на порядок выше принятых в электрических машинах значений.

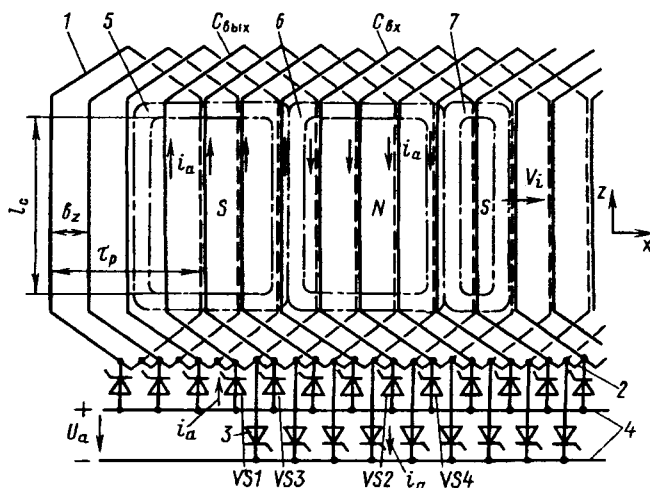


Рис. 1. Принципиальная схема обмотки якоря с тиристорными коммутаторами, совмещенная с катушками индуктора: 1 — секция ОЯ; 2 — межсекционные соединения; 3 — тиристор; 4 — шины электропитания; 5, 6 — основные катушки индуктора; 7 — катушка

При использовании индуктора с двумя основными — несущими катушками токовый участок ОЯ по оси движения x занимает $2\tau_p$ (τ_p — полюсное деление). В этом случае на один ход ОЯ на стороне статора приходится только

одна параллельная ветвь: на рис. 1 — ток i_a . Данное положение токового участка обеспечивается открытыми тиристорами $VS1$ и $VS2$. На одном шаге ЕВК управляющими сигналами открываются следующие тиристоры $VS3$ и $VS4$, а предыдущие — закрываются посредством ЭДС движения e_{v1} и e_{v2} , индуцируемых в коммутируемых секциях магнитным полем индуктора. В итоге токовый участок данного хода ОЯ переместится на межсекционный шаг b_z вслед за движущимся индуктором. При большем числе основных катушек было бы большее число одновременно открытых тиристоров и параллельных ветвей: токовый участок окажется соответственно шире. Но расположенная впереди по движению вспомогательная катушка индуктора останется все равно одна (о ее роли — позже).

Для удобства анализа на рис. 2 показан лишь токовый участок одного хода ОЯ на одной стороне статора. Здесь в ОЯ зафиксированы относительно индуктора два момента токораспределения: перед началом и после окончания коммутации секций $C_{вх}$ и $C_{вых}$: первая из них выходит из токового участка, другая — входит в него. Это происходит за временной интервал t_k , соответствующий смещению индуктора на Δx_s . На рис. 2 индуктор и кривая составляющей магнитной индукции B_y его поля для упрощения изображены один раз, а токовый участок в варианте б смещен в направлении, обратном движению.

В ЭО ЛЭД ориентировались на обеспечение условия [7]

$$\Delta x_s < b_z/m$$

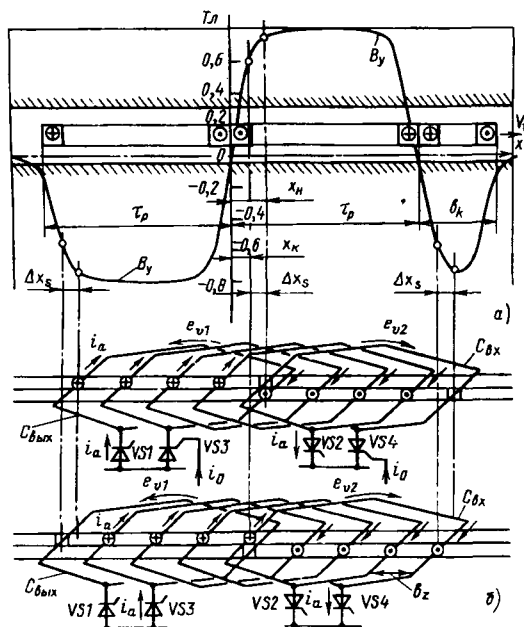


Рис. 2. Токовый участок обмотки якоря в моменты начала (а) и окончания (б) коммутации секций $C_{вх}$ и $C_{вых}$, расположенный относительно движущегося индуктора и его магнитного поля

(m — число ходов ОЯ), чтобы секции разных ходов ОЯ коммутировались в непересекающиеся интервалы времени t_k . Поэтому анализ ЕВК каждого из ходов можно проводить отдельно (но на двух сторонах статора) с использованием расчетной схемы рис. 3.

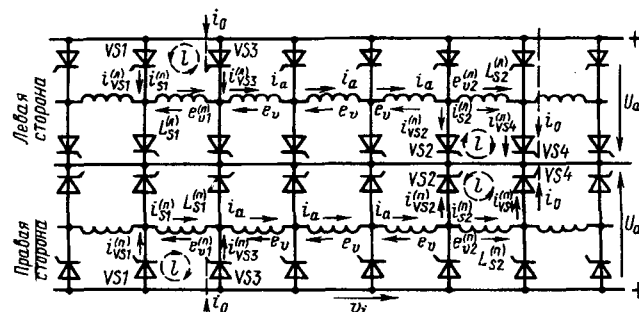


Рис. 3. Расчетная схема одного хода обмотки якоря с учетом ее частей на двух сторонах индуктора

Управляющие сигналы i_0 подаются с очередного путевого датчика одновременно на четыре тиристора: на входе и выходе токового участка на обеих сторонах статора. Поэтому коммутируются одновременно четыре секции: $L_{s1}^{(n)}$, $L_{s1}^{(n)}$, $L_{s2}^{(n)}$, $L_{s2}^{(n)}$. При симметричной конструкции ЛЭД коммутационный процесс на обеих сторонах статора («л» — левой и «п» — правой) пройдет одинаково, т. е. $i_{s1}^{(n)} = i_{s1}^{(n)}$, $i_{s2}^{(n)} = i_{s2}^{(n)}$. Следовательно, достаточно оперировать с временными функциями двух токов: $i_{s1}(t)$ — во входящих и $i_{s2}(t)$ — в выходящих секциях.

Аналитическое описание коммутационного процесса. Таким образом, для четырех контуров l , выделенных на рис. 3 и содержащих коммутируемые секции, можно рассмотреть систему из двух дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} (L_s M_t) i'_{s1} + (M_c + M_x) i'_{s2} + R_s i_{s1} + \\ + \Delta U_{vs1} - \Delta U_{vs3} = -e_{v1}; \\ (M_c + M_x) i'_{s1} + (L_s + M_t) i'_{s2} + R_s i_{s2} + \\ + \Delta U_{vs2} - \Delta U_{vs4} = e_{v2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

составленных по второму закону Кирхгофа с учетом указанных направлений токов. Здесь i'_{s1} , i'_{s2} — временные производные соответствующих токов; L_s , R_s — собственные индуктивности и резистивные сопротивления секций соответственно; коэффициенты взаимной индуктивности секций, расположенных: M_t — на двух сторонах статора на одном полюсном делении; M_c — на одной стороне на соседних полюсных делениях; M_x — на разных сторонах на соседних полюсных делениях (при коммутации секции включены встречно и значения M_c и M_x должны браться отрицательными); ΔU_{vs1} , ΔU_{vs2} , ΔU_{vs3} , ΔU_{vs4} —

падения напряжения на тиристорах.

В открытых тиристорах вольт-амперную характеристику можно считать близкой к линейной [10] и аппроксимировать формулой

$$\Delta U_{vs} = \Delta U_0 + R_{vd} i_{vs}, \quad (2)$$

где R_{vd} — дифференциальное сопротивление; ΔU_0 — постоянная составляющая; i_{vs} — ток, проходящий через тиристор.

Токи тиристоров можно выразить на основе первого закона Кирхгофа по схеме рис. 3:

$$i_{vs1} = i_{s1}; \quad i_{vs2} = i_a - i_{s2}; \quad i_{vs3} = i_a - i_{s1}; \quad i_{vs4} = i_{s2}.$$

Используя эти соотношения и подставляя затем выражения (2) в (1), получим систему уравнений

$$\begin{cases} L_{st} i'_{s1} + M_{cx} i'_{s2} + R_l i_{s1} = R_{vd} i_a - e_{v1}; \\ M_{cx} i'_{s1} + L_{st} i'_{s2} + R_l i_{s2} = R_{vd} i_a + e_{v2}, \end{cases} \quad (3)$$

где $L_{st} = L_s + M_t$, $M_{cx} = M_c + M_x$ — суммарные индуктивные параметры; $R_l = R_s + 2R_{vd}$ — активные сопротивления контуров l .

Начальные значения токов секций при $t=0$:

$$i_{s10} = i_a; \quad i_{s20} = 0. \quad (4)$$

Для ЛЭД с относительно большим зазором индуктивные параметры секций не зависят от токов. Температура секций за время нахождения в токовом участке (и тем более — за время коммутации) изменяется незначительно, что подтверждено расчетами и экспериментально. Поэтому значение R_s в процессе коммутации входящих и выходящих секций берется одинаковым и неизменным.

Значения ЭДС движения в секциях (рис. 2) определяются по формулам

$$\begin{cases} e_{v1} = w_s l_a V_i [B_y(x_s) - B_y(x_s - \tau_p)]; \\ e_{v2} = w_s l_a V_i [B_y(x_s) - B_y(x_s + \tau_p)], \end{cases} \quad (5)$$

где l_a — активная длина; w_s — число витков секции; V_i — скорость движения индуктора; $x_s = x_H + V_i t$ — текущая координата лежащих вместе сторон секций $C_{вых}$ и $C_{вх}$ относительно нейтрали основных катушек с учетом начального положения x_H .

Магнитная индукция B_y в (5) соответствует только полю индуктора без учета реакции якоря, так как в некоммутируемых секциях ОЯ ток за время коммутации практически не изменяется и их поле остается неподвижным относительно коммутируемых секций. Изменение же тока (значит — и поля) самих коммутируемых секций уже учтено в уравнениях (3). Но при этом ин-

дуктивные параметры L и M вычисляются по полному магнитному полю секций, а не как обычно принято [11] — по рассеянию поля вблизи их сторон в условно выделяемых зонах коммутации.

С учетом расчетной кривой $B_y(x)$ (рис. 2) ЭДС (5) в общем случае являются переменными. Однако на первом этапе примем, что участки Δx_s находятся на плоских вершинах этой кривой, и тогда $B_y = B_\delta$ — расчетное значение магнитной индукции в зазоре. Благодаря этому, ЭДС движения для коммутации можно подразумевать постоянными, что, в свою очередь, дает возможность получения аналитических выражений токов коммутируемых секций.

В соответствии с [12] классическое решение системы (3) имеет вид

$$\begin{cases} i_{s1} = I_{s1y} + C_{11} e^{\lambda_1 t} + C_{12} e^{\lambda_2 t}; \\ i_{s2} = I_{s2y} + C_{21} e^{\lambda_1 t} + C_{22} e^{\lambda_2 t}. \end{cases} \quad (6)$$

Параметры затухания λ_1 и λ_2 вещественны и отрицательны и находятся тривиальным решением характеристического уравнения

$$\lambda^2 (L_{st}^2 - M_{cx}^2) + 2\lambda L_{st} R_l + R_l^2 = 0.$$

Постоянные интегрирования определяются по формулам

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{(i_{s10} - I_{s1y})\lambda_2 - i'_{s10}}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad C_{12} = \frac{(i_{s10} - I_{s1y})\lambda_1 - i'_{s10}}{\lambda_1 - \lambda_2}; \\ C_{21} &= \frac{(i_{s20} - I_{s2y})\lambda_2 - i'_{s20}}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad C_{22} = \frac{(i_{s20} - I_{s2y})\lambda_1 - i'_{s20}}{\lambda_1 - \lambda_2}, \end{aligned}$$

где начальные значения производных токов

$$i'_{s10} = \frac{u_{10} L_{st} - u_{20} M_{cx}}{L_{st}^2 - M_{cx}^2}, \quad i'_{s20} = \frac{u_{20} L_{st} - u_{10} M_{cx}}{L_{st}^2 - M_{cx}^2}$$

получаются как решение системы (3) при $t=0$ и соответствующих начальных значениях токов (4) и напряжений

$$u_{10} = R_{vd} i_a - e_{v1} - R_l i_{s10}; \quad u_{20} = R_{vd} i_a + e_{v2} - R_l i_{s20}.$$

Установившиеся значения

$$I_{s1y} = \frac{R_{vd} i_a - e_{v1}}{R_l}, \quad I_{s2y} = \frac{R_{vd} i_a + e_{v2}}{R_l} \quad (7)$$

в определенной мере называются так условно: ведь при достижении токами тиристоры $VS1$ и $VS2$ (рис. 3) нулевых значений эти тиристоры должны закрываться и фактически в секциях достигаются лишь граничные значения

$$i_{s1} = I_{s1r}; \quad i_{s2} = I_{s2r}, \quad (8)$$

причем для выходящих секций $I_{s1r}=0$, для входящих секций $I_{s2r}=i_a$.

Расчетный анализ. При проведении практических расчетов приняли определенные в [1] и другие параметры ЭО ЛЭД: $L_s=23,9$ мкГн; $M_r=15,7$ мкГн; $M_x=-3,7$ мкГн; $M_x=-0,7$ мкГн; $R_s=0,03$ Ом; $R_{vd}=0,0025$ Ом; $l_a=l_c=0,3$ м; $B_\delta=0,8$ Тл; $w_s=4$; $\delta=0,072$ м; $\tau_p=0,24$ м. Причем, в основу вычисления L и M и B_δ положены решения полевых задач по методике, аналогичной [13].

Результаты расчетов по формулам (6) даны на рис. 4 для различных скоростей движения V_i при базовом значении тока $i_a=350$ А. Из графиков видно, что достижение условия коммутации (8) (точки К) выходящими из токового участка секциями существенно менее проблематично, чем входящими в него. При необходимом направлении ЭДС движения в выходящей секции условие (8) выполняется практически всегда, так как стремлению i_{s1} к нулю способствует еще и сопротивление секции R_s . Установившееся значение I_{s1y} при этом неизбежно находится за граничным I_{s1r} . Во входящих секциях сопротивление R_s препятствует стремлению i_{s2} к i_a и при недостаточном значении V_i значения e_{v2} может не хватить для превышения I_{s2r} , т. е. $I_{s2y} < I_{s2r}$ (кривая 1 тока i_{s2} на рис. 4).

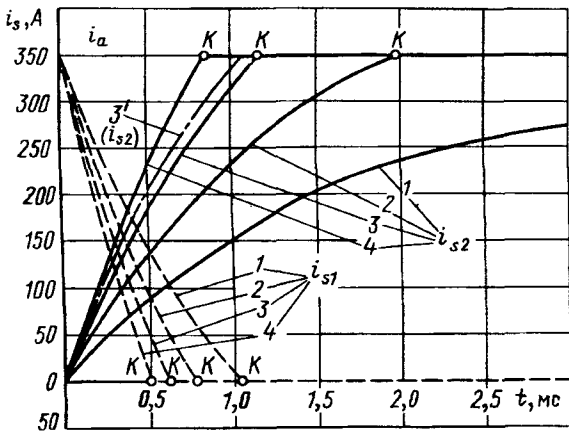


Рис. 4. Токи коммутируемых секций: 1 — при $V_i=5$ м/с; 2 — 7,5; 3 — 10; 4 — 12,5; 3' — 10 м/с и без учета магнитной связи входящей и выходящей секций

Необходимое направление коммутирующих ЭДС (5) определяется опережающим расположением секций $C_{вх}$ и $C_{вых}$ по отношению к ближайшим основным катушкам индуктора. Это обеспечивается соответствующим моментом подачи управляющих сигналов i_0 (участки Δx_s на рис. 2 должны находиться впереди по ходу индуктора по отношению к нейтралам его катушек). Ясно, что первая сторона входящей секции $C_{вх}$ попадала

бы за пределы интенсивного поля основных катушек. Чтобы усилить e_{v2} и размещена вспомогательная катушка (рис. 1 и 2) (более узкая — шириной $b_k=0,1$ м), создающая свою волну B_y нужного знака.

Следует, конечно отметить, что в соответствии с анализом [7] условие (8) является только необходимым, а достаточным оно будет, если выполняется за время t_k , меньшее времени прохождения индуктором межсекционного шага

$$t_d = \frac{b_z}{V_i m}.$$

В ЭО ЛЭД, имеющем $b_z=0,06$ м и $m=2$, при использованных на рис. 4 скоростях дополнительное условие $t_k < t_d$ выполняется с достаточным запасом. Поэтому условие (8) становится определяющим. Причем критической является коммутация входящих секций, анализ которых всегда должен быть первоочередным. И здесь оказывается возможным использование весьма простого условия ЕВК в ЭО ЛЭД: $I_{s2y} > i_a$ или

$$\frac{e_{v2}}{R_s + R_{vd}} > i_a, \quad (9)$$

а при сравнительно малом значении R_{vd} еще проще: $e_{v2}/R_s > i_a$, правда с учетом сделанного допущения о постоянстве e_{v2} .

На рис. 4 дополнительно показан еще график 3', полученный без учета взаимодействия входящих и выходящих секций. Сравнение кривых 3 и 3' тока i_{s2} свидетельствует, что взаимодействие входящих и выходящих секций не так уж и существенно. Поэтому, в принципе, их коммутацию можно рассматривать обособленно, помня о некоторой погрешности по времени коммутации. При этом величины, участвующие в основном условии коммутации (9), не меняются.

Численное решение уравнений коммутации с учетом изменения ЭДС движения. Рассмотрим коммутацию с учетом фактической формы кривой $B_y(x)$. Ясно, что лучшие условия коммутации обеспечиваются при максимальных значениях ЭДС движения в коммутируемых секциях, когда участки Δx_s были бы на вершинах кривой $B_y(x)$. Однако, чем больше начальный x_n и конечный x_k сдвиги на рис. 2, тем меньше используется поле индуктора для создания тягового усилия. При стремлении к минимально допустимым значениям x_n и x_k участок Δx_s уже может попадать на фронты кривой $B_y(x)$. Коммутирующие ЭДС (5) становятся сильно зависимыми функциями времени и для анализа коммутационных токов лучше прибегнуть к численному решению дифференциальных уравнений (3).

Из численных методов решения избран пространственный и достаточно апробированный ме-

тод Рунге-Кутта четвертого порядка [14]. В частности, его приложение к задаче, уже решенной классическим методом, дало идентичный результат, как и на рис. 4.

При нахождении численного решения с учетом сложной временной зависимости $e_v \{B_y[x_s(t)]\}$ на основе формул (5) воспользуемся той же системой уравнений (3), из которой теперь явно выразим производные токов

$$i_{s1}' = \frac{u_1 L_{\sigma\sigma} - u_2 M_{\sigma\kappa}}{L_{\sigma\sigma}^2 - M_{\sigma\kappa}^2}; \quad i_{s2}' = \frac{u_2 L_{\sigma\sigma} - u_1 M_{\sigma\kappa}}{L_{\sigma\sigma}^2 - M_{\sigma\kappa}^2}, \quad (10)$$

где $u_1 = R_{vd} i_a - e_{v1} - R_l i_{s1}$; $u_2 = R_{vd} i_a - e_{v2} - R_l i_{s2}$.

Численное решение

$$i_{s1j}(t_j); \quad i_{s2j}(t_j); \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

ищется на дискретном временном ряде

$$t_{j+1} = t_j + \Delta t_j \quad (12)$$

с выбираемыми достаточно малыми шагами Δt_j .

При пошаговом вычислении ЭДС (5) использовалась рассчитанная в [1] по методике [13] кривая $B_y(x)$ (она и показана на рис. 2), которая аппроксимировалась семейством кубических полиномов [14]. На первом шаге брались начальные условия для токов (4), на следующих — новые найденные их значения. На основе формул (10) по правилам метода Рунге—Кутта находили производные токов i_{s1j}' , i_{s2j}' , а по ним — очередные значения самих токов (11)

$$i_{s1j+1} = i_{s1j} + \Delta t_j i_{s1j}'; \quad i_{s2j+1} = i_{s2j} + \Delta t_j i_{s2j}'.$$

Результаты проведенных на ЭВМ расчетов для различных значений x_H при одной и той же скорости V_i , равной 10 м/с, даны на рис. 5. Значения x_H станут более оценимы, если сравнить их со значением полюсного деления $\tau_p = 0,24$ м. При $x_H = 6$ см участок Δx_s (рис. 2) почти все время находился на плоских вершинах кривой $B_y(x)$, и численное решение близко к аналитическому (кривые 3 на рис. 4 и 4 на рис. 5). При меньших значениях x_H снижение B_y за время коммутации весьма существенно. При $x_H = 1,5$ см даже не успевает скоммутировать выходящая секция: ток i_{s1} (кривая 1), не достигнув своего граничного значения $i_{s1\Gamma}$ (8), начинает возвращаться из-за изменения знака e_{v1} . Ведь стороны коммутируемых секций уже переходят нейтралей катушек индуктора. Для выходящих секций, как уже отмечалось, условия оказываются вообще более сложными и надежная коммутация (точки К) происходит только при достаточных значе-

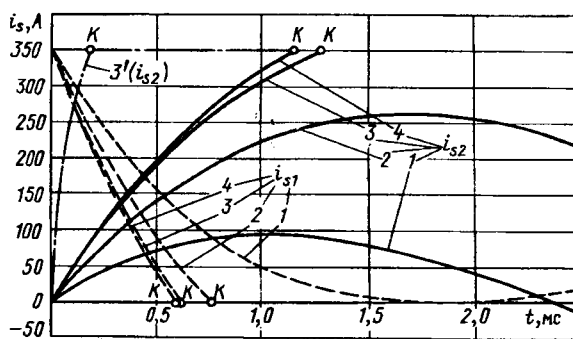


Рис. 5. Токи коммутируемых секций при $V_i = 10$ м/с: 1 — $x_H = 1,5$ см; 2 — 3 см; 3 — 4,5 см; 4 — 6 см; 3' — 4,5 см с учетом реакции элементов конструкции индуктора

ниях x_H .

Более общая картина условий коммутации выявлена серией расчетов при варьировании V_i и i_a с определением значений x_H , достаточных для коммутации обоих типов секций. Из анализа результатов расчета, можно сделать вывод, что увеличение x_H выше 6 см нецелесообразно из-за снижения тягового усилия ЛЭД.

Анализ коммутации с учетом взаимодействия с элементами конструкции индуктора. Анализ коммутации секция ОЯ будет для ЭО ЛЭД выглядеть неполным, если не рассмотреть более детально саму его конструкцию, представленную на рис. 6. Существенно здесь то, что коммутируемые секции ОЯ имеют достаточно сильную магнитную связь с различными электропроводящими контурами конструкции индуктора. К явным, например, относятся каркасы катушек индуктора, к неявным — совокупность контуров вих-

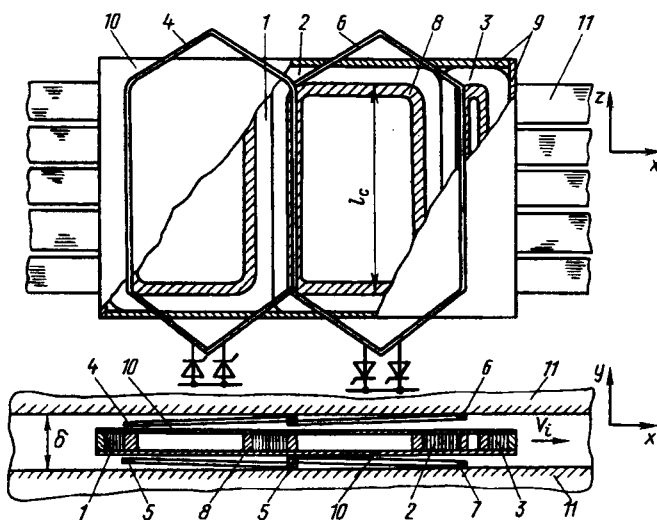


Рис. 6. Конструктивная схема ЛЭД: 1, 2, 3 — катушки индуктора; 4-7 — коммутируемые секции ОЯ; 8 — каркасы катушек индуктора; 9 — обжимные планки; 10 — боковая обшивка; 11 — сердечник статора

ревых токов в двухсторонней его обшивке (все выполнено из алюминия). Поэтому влияние реакции вторичных токов, индуцируемых в индукторе магнитным полем коммутируемых секций, на сам коммутационный процесс и требует дополнительного анализа.

Такой анализ при полном учете всех возможных токов в индукторе слишком сложен: не очевидна организация их контуров. Ввиду этого проведены расчеты были до некоторой степени оценочными: выполнены при определенных допущениях. Учитывалось взаимодействие коммутируемых секций и контуров в индукторе только на одном полюсном делении (как показано на примере секций, взаимодействие соседних полюсных делений сравнительно слабое). В обшивке условно выделены под входящими и выходящими секциями ОЯ контуры. Их боковые стороны получены фиктивным подразделением плоскости обшивки на достаточно узкие ленты, попарно объединенные в контур с их соединением через обжимные планки. Этот подход имеет аналогию с [1, 15].

С учетом обусловленного была сформирована система дифференциальных уравнений, часть из которых имеет вид

$$\left. \begin{aligned} (L_s + M_r) i_{s2}' + M_{s2,k} i_k' + \sum_{n=1}^N M_{s2,n} i_{on}' + R_l i_{s2} &= R_{vd} i_a + e_{v2}; \\ 2M_{s2,k} i_{s2}' + L_k i_k' + \sum_{n=1}^N M_{kn} i_{on}' + R_k i_k &= 0; \\ 2M_{s2,o1} i_{s2}' + M_{ko1} i_k' + L_{o1} i_{o1}' + \sum_{n=1}^N M_{kn} i_{on}' + R_{o1} i_{o1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Здесь первое уравнение соответствует контуру входящей секции (индекс s2); второе — расположенному на том же полюсном делении контуру каркаса (для него индекс — k); третье — контуру в обшивке с того же полюсного деления (индекс o1). Для остальных контуров обшивки (индексы n от 2 до N) уравнения имеют аналогичный вид. Определено, что реакция обмотки индуктора на коммутационные токи на фоне других контуров не существенна, поэтому эта обмотка в систему (13) не включалась.

Особенности системы (13) (коэффициенты 2 и др.) вызваны тем, что токи секции i_{s2} и каркаса i_k — это их индивидуальные токи, а для обшивки каждый ток i_{on} приходится сразу на два идентичных контура с двух боковых сторон индуктора.

Для системы уравнений (13) были подготовлены необходимые дополнительные данные. В частности, индуктивные параметры контуров об-

шивки; индуктивность каркаса принималась $L_k = 0,8$ мкГн, взаимоиндуктивность $M_{s2,k} = 2,93$ мкГн; сопротивление каркаса $R_k = 0,6 \times 10^{-4}$ Ом; сопротивления контуров обшивки R_{on} от $0,5 \cdot 10^{-3}$ до $0,65 \cdot 10^{-3}$ Ом.

Решение системы (13) с учетом зависимостей (5) опять находилось численным методом Рунге—Кутты. Для входящей секции и связанных с нею контуров результаты показаны на рис. 7 (для контуров обшивки — частично). Для сопоставимости фактические токи i_ϕ каркаса и контуров обшивки приведены к числу витков секции по формуле

$$i_n = i_\phi / w_s. \quad (14)$$

Из анализа рис. 7 очевидно, что токи в элементах индуктора возникают достаточно большие — соизмеримые с током коммутируемой секции, а главное — переходный процесс в самой секции значительно ускоряется. Поэтому условие коммутации по времени достигается гораздо быстрее.

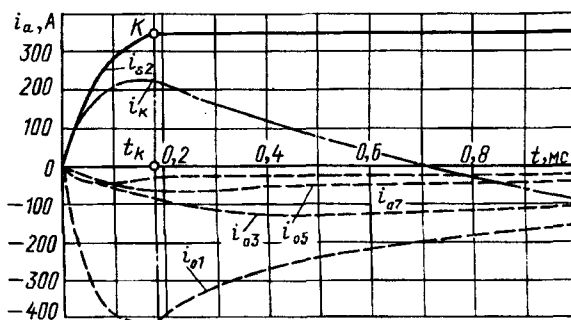


Рис. 7. Коммутационный ток входящей секции i_{s2} и вызванные им токи в элементах конструкции индуктора: i_k — в каркасе; $i_{o1}, i_{o3}, \dots$ — в контурах боковой обшивки индуктора

Представляет интерес динамика тока i_k : ток и его производная при коммутации секции имеют тот же знак, что и i_{s2} . Это объясняется вторичной реакцией: воздействием токов элементов обшивки, занимающей промежуточное положение между секциями и каркасами как по месту, так и значению магнитной связи (эффект экранирования). После завершения переходного процесса в коммутируемой секции (точка K на рис. 7) токи в элементах индуктора начинают затухать. И теперь электромагнитная энергия контуров обшивки частично передается контуру каркаса — его ток даже изменяет свой знак.

Для проверки был проведен также расчет без учета обшивки: каркас, как вторичный короткозамкнутый контур, ускорял процесс коммутации, проявляя себя в соответствии с известным правилом Ленца.

Выполнены при тех же условиях расчеты и для выходящей из токового участка секции. Ее

ток гасился еще быстрее, чем возрастал ток i_{s2} на рис. 7 — за 0,065 мс. Соответственно, значения токов в элементах индуктора были больше. Так, приведенные экстремальные значения токов i_{o1} и i_k составили 550 и -280 А.

Рассмотренные результаты представляются достоверными, несмотря на принятые допущения. Хотя реальный процесс может быть и сложнее. Например, к неучтенным факторам следует добавить то, что контуры элементов индуктора движутся и наведут дополнительную ЭДС в коммутирующих секциях. Однако на фоне действия движущейся обмотки индуктора с гораздо большей магнитодвижущей силой эта дополнительная ЭДС движения не существенна и ею тоже можно пренебречь. Кроме того, токи в элементах индуктора не успеют полностью затухнуть к моменту начала коммутации следующей серии секций и произойдет их наложение на токи, возбужденные очередными коммутируемыми секциями. В принципе, задача с более полным учетом влияющих факторов может быть поставлена и решена. Однако затраты кажутся неоправданными, так как вряд ли дадут значительное уточнение уже имеющихся результатов.

Экспериментальная проверка. Проведенные расчеты применительно к ЭО ЛЭД показали, не только принципиальную возможность ЕВК, но и определили основные необходимые сопутствующие условия. Однако окончательно это мог подтвердить лишь эксперимент, который и был проведен на ЭО. Так как вопрос обеспечения коммутации на относительно малых скоростях движения еще требует дополнительных исследований и, в принципе, ЕВК может использоваться на части полосы разгона, то в ЭО ЛЭД была применена совокупность двух систем коммутации. На начальном участке — это обычная щеточно-коллекторная коммутация: здесь осуществлялся предварительный разгон до необходимой скорости. А затем был расположен участок с тиристорной системой, которая и изображена на рис. 1.

При проведении экспериментов осциллографировались токи в тиристорах.

Конкретные условия проведения эксперимента ($B_\delta = 0,5$ Тл, $V_i = 10$ м/с и 14 м/с) и параметры секции обеспечивали нахождение вблизи критической коммутационной поверхности. При определенных изменениях параметров можно было наблюдать как выполнение условий коммутации, так и незапирание отдельных тиристоров. Это дает возможность подтвердить проведенный расчетно-теоретический анализ. Подтверждено также, что критической является именно коммутация входящих в токовый участок секций, так как выходящие секции коммутировали успешно при всех разумных условиях.

Более детальный анализ условий проведения экспериментов и полученных результатов требует

отдельного рассмотрения.

Выводы. 1. При определенной структуре параллельных ветвей ОЯ (одна на ход и сторону статора) в ЭО ЛЭД имеются два варианта коммутации секций — на входе в токовый участок и выходе из него. В более сложных условиях коммутации находятся входящие секции и по ним должны определяться допустимые условия коммутации.

2. Взаимодействие коммутируемых секций с соседних полюсных делений проявляется относительно слабо и не вносит принципиальных изменений в процесс естественной вентильной коммутации.

3. Коммутационный процесс в значительной мере зависит от взаимного расположения коммутируемых секций и катушек индуктора в момент его начала.

4. Существенное ускорение коммутационного процесса в секциях ОЯ происходит из-за реакции на него электропроводящих элементов конструкции индуктора.

5. Экспериментальное подтверждение ЕВК позволяет рассмотреть ее использование в разработках ЛЭД, например, разгонного типа. Основным ограничивающим фактором коммутации является проблема запирания тиристоров при старте индуктора из-за относительно низкой скорости движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данько В.Г., Милых В.И., Поляков И.В. Исследование магнитного поля и процесса возбуждения малоинерционного линейного электродвигателя. — Техническая электродинамика, 1994, № 1.
2. Вольдек А.И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1978.
3. Насар С.А., Болдса И. Линейные тяговые электрические машины / Пер. с англ. — М.: Транспорт, 1981.
4. Козаченко Е.В. Линейные тяговые электродвигатели. — М.: Информэлектро, 1984.
5. Зиниер Л.Я., Скороспешкин А.И. Вентильные двигатели постоянного и переменного тока. — М.: Энергоиздат, 1981.
6. Копылов И.П., Фрумин В.Л. Электромеханическое преобразование энергии в вентильных двигателях. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
7. Данько В.Г. Естественная коммутация вентильной машины постоянного тока. — Вестник Харьковского политех. ин-та, 1992, № 4, вып. 16.
8. Ямпольский Ю.Г. Анализ основных типов силовых линейных импульсных электрических двигателей. — Электротехника, 1992, № 8—9.
9. Данько В.Г., Колчанов В.Г., Лянгасов Л.И. Исследование работы быстродействующих тиристоров в режиме импульсно-циклической нагрузки. — Известия вузов. Электромеханика, 1991, № 12.
10. Справочник. Мощные полупроводниковые приборы. Тиристоры. / В.Я.Замятин и др. — М.: Радио и связь, 1988.
11. Толкунов В.П. Теория и практика коммутации машин постоянного тока. — М.: Энергия, 1979.
12. Гинзбург С.Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях — М.: Советское радио, 1959.
13. Милых В.И. Расчет электромагнитного поля в поперечном сечении электрических машин. — Электротехника, 1982.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1973.
15. Милых В.И. Вывод энергии из сверхпроводящей системы возбуждения двигателя постоянного тока. — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, № 4.

[13.09.94]

Электромагнитные модели трехфазных трансформаторов для расчета несимметричных режимов систем электроснабжения

ЕРШОВ М.С.

Рассмотрены математические модели широко применяемых в промышленности трехфазных трансформаторов: двухобмоточного, трехобмоточного и двухобмоточного с расщепленной обмоткой низшего напряжения. Предложенные модели представлены системами нелинейных уравнений, связывающих в комплексной форме электромагнитные величины трансформаторов и систем электроснабжения. Приведены результаты расчетов. Модели позволяют учитывать влияние трехфазных трансформаторов на распределение токов и напряжений в электрических сетях, что особенно важно при несимметричных режимах, которые могут возникнуть как со стороны вторичных, так и со стороны первичных цепей трансформаторов.

Ключевые слова: трансформаторы, электрические сети, несимметричные режимы, электромагнитная модель, расчет

При расчете и анализе рабочих и аварийных режимов промышленных систем электроснабжения возникает задача учета влияния трехфазных трансформаторов на распределение токов и напряжений в электрических сетях. Это особенно важно при несимметричных режимах, которые могут возникать со стороны как вторичных, так и первичных цепей трансформатора. Для решения задачи предлагается использовать электромагнитные модели трехфазных трансформаторов. Рассмотрим математические модели широко применяемых в промышленности трехфазных трансформаторов: двухобмоточного, трехобмоточного и двухобмоточного с расщепленной обмоткой низшего напряжения (НН).

На рис. 1 представлен двухобмоточный трансформатор со стержневой магнитной системой и размещенными на ней обмотками. Первичные обмотки трансформатора имеют одинаковое число витков W_1 , сопротивление R_1 и индуктивность рассеяния $L_{\sigma 1}$, а вторичные обмотки — W_2 витков, сопротивление R_2 и индуктивность рассеяния $L_{\sigma 2}$. Число витков на одну фазу первичной и вторичной обмоток трансформатора может быть определено из номинальных значений напряжений, магнитной индукции и конструктивных размеров магнитопровода [1]. Для поставленной задачи рас-

The paper considers mathematical models for power transformers with two-, three- and splitwindings widely adopted in industry. These mathematical models are represented by systems of the non-linear equations which associate electromagnetic values of transformers and electrical power systems. The models allow account of the influence of three-phase transformers on current and voltage distribution in electrical power systems under different asymmetric regimes of the electrical power system which may appear from the side of both primary and secondary circuits of transformers. Results of calculation are presented.

Key words: transformers, electrical networks, asymmetric regimes, electromagnetic model, calculation

чета режимов системы электроснабжения сопротивления рассеяния с достаточной точностью могут быть определены по каталожным данным как доли реактивных сопротивлений короткого замыкания. Более точное определение отдельных индуктивностей рассеяния обмоток трансформаторов связано с известными трудностями и требует обращения к специальным исследованиям [2—4]. Однако при расчетах системы электроснабжения, когда высокая точность исходных зна-

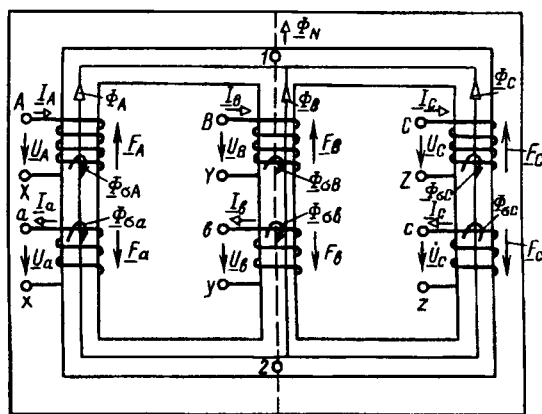


Рис. 1. Схема трехфазного трансформатора со стержневым магнитопроводом

Автор: Милых Владимир Иванович окончил электромашиностроительный факультет Харьковского политехнического института (ХПИ, ныне Харьковский государственный политехнический университет — ХГПУ) в 1972 г. В 1978 г. защитил кандидатскую диссертацию «Исследование электродинамических параметров мощного криодвигателя постоянного с немагнитным активным слоем» в ХПИ. Доцент кафедры общей электротехники ХГПУ.

чений параметров большого числа ее элементов заведомо недостижима, ограничения точности математического моделирования элементов системы оправданы и целесообразны.

Магнитные потоки в стержнях магнитопровода Φ_A , Φ_B и Φ_C создаются соответствующими магнитодвижущими силами (МДС) F_A , F_B и F_C . С учетом принятых на рис. 1 направлений для мгновенных значений токов и МДС справедливы уравнения:

$$\left. \begin{aligned} F_A &= i_A W_1 - i_a W_2; \\ F_B &= i_B W_1 - i_b W_2; \\ F_C &= i_C W_1 - i_c W_2. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Переходные процессы электрических цепей первичных и вторичных обмоток трехфазного двухобмоточного трансформатора описываются системой из шести уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u_i &= i_i R_1 + L_{\sigma 1} \frac{di_i}{dt} + W_1 \frac{d\Phi_i}{dt}; \\ u_j &= -i_j R_2 - L_{\sigma 2} \frac{di_j}{dt} + W_2 \frac{d\Phi_i}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где индексы $i=A, B, C$ (AB, BC, CA) соответствуют фазам первичных обмоток; $j=a, b, c$ (ab, bc, ca) — индексы, соответствующие фазам вторичных обмоток; $u_i, u_j/i_i, i_j$ — фазные первичные и вторичные напряжения/токи трансформатора.

Переходя к комплексам токов, напряжений и магнитных потоков в стали, на основании (1) и (2) с учетом схемы замещения магнитной цепи трансформатора (рис. 2) получим систему

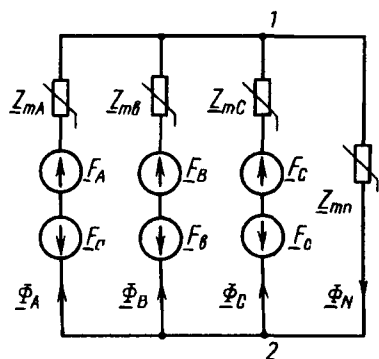


Рис. 2. Схема замещения магнитной цепи двухобмоточного трансформатора

уравнений, связывающих электромагнитные комплексные величины трансформатора:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_i &= \underline{I}_i \underline{Z}_1 + j\omega W_1 \underline{\Phi}_i; \\ \underline{U}_j &= -\underline{I}_j \underline{Z}_2 + j\omega W_2 \underline{\Phi}_i; \\ \underline{\Phi}_i &= \underline{Y}_{mi} (\underline{F}_i - \underline{F}_{12}); \\ \underline{F}_i &= \underline{I}_i W_1 - \underline{I}_j W_2; \\ \underline{F}_{12} &= \sum_i (\underline{Y}_{mi} \underline{F}_i) / \sum_i (\underline{Y}_{mi} + \underline{Y}_{mn}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_{\sigma 1}$, $\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_{\sigma 2}$ — сопротивления первичных и вторичных обмоток трансформатора; $\underline{F}_{12}$ — МДС, соответствующая разности магнитных потенциалов точек 1 и 2 (рис. 2); $\underline{Y}_{mi}, \underline{Y}_{mn}$ — магнитные проводимости частей магнитной цепи, определяемые через соответствующие магнитные сопротивления:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Y}_{mi} &= 1/\underline{Z}_{mi}; \\ \underline{Y}_{mn} &= 1/\underline{Z}_{mn}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Магнитные сопротивления магнитопровода $\underline{Z}_{mi}$ могут быть определены через реактивную мощность намагничивания Q_{mi} и потери в магнитопроводе P_{mi} :

$$\underline{Z}_{mi} = \frac{(Q_{mi} + jP_{mi})\gamma l_i}{\pi f B_{mi} \Pi_i}, \quad (5)$$

где B_{mi} — максимальное значение магнитной индукции; f — частота; γ — плотность материала магнитопровода; Π_i, l_i — площадь сечения и длина i -го участка магнитопровода.

Мощность намагничивания и потери на участке магнитопровода определяются конструктивными параметрами и удельными значениями потерь p_m и намагничивающей мощности q_m в стали и в зоне шихтованных стыков — p_3, q_3 трансформатора [1].

В общем случае с учетом возможного изменения магнитной индукции в стержнях значения магнитных сопротивлений не являются постоянными, что обуславливает нелинейность системы уравнений (3). Для оценки $\underline{Z}_{mi}$ в различных режимах трансформатора (отличных от номинального) целесообразно использовать аналитические зависимости $p_m(B)$, $q_m(B)$, $p_3(B)$ и $q_3(B)$, которые могут быть получены аппроксимацией экспериментальных данных, приведенных в справочной литературе [1, 5].

В частности, для холоднокатаной стали марки 3404 при толщине листа 0,30 мм зависимость значений удельных потерь и намагничивающей мощности от индукции (в диапазоне $B=0,4-1,9$ Тл) достаточно точно аппроксимируются степенной $y=ax^b$ или экспоненциальной $y=a \exp(bx)$ функциями. Значения соответствующих коэффициентов представлены в табл. 1. В целом экспоненциальное сглаживание обеспечивает меньшее отклонение расчетных результатов от исходных данных, поэтому в дальнейшем использовалась экспоненциальная аппроксимация.

Сопротивление $\underline{Z}_{mn}$, называемое сопротивлением от ярма к ярму, представляет собой сопротивление магнитному потоку, замыкающемуся между точками 1 и 2 магнитопровода (рис. 1) через масло, воздух, крепежные детали и бак трансформатора. С учетом известных соотношений магнитной проницаемости воздуха и стали

Таблица 1

Способ аппроксимации		Значение удельных потерь и намагничивающей мощности			
		P_M , Вт/кг	P_Z , Вт/м	Q_M , вар/кг	Q_Z , вар/м
Степенная функция вида aB^b	a	0,5	264,12	0,80	1694,4
	b	2,05	1,90	3,00	5,40
	дисперсия	0,01030	0,00003	0,09790	0,09630
Экспоненциальная функция вида $a \exp(bB)$	a	0,062	50,650	0,027	7,450
	b	1,90	1,72	3,10	5,00
	дисперсия	0,00236	0,01593	0,09100	0,04423

ления $\underline{Z}_k$, а для нулевой последовательности — до сопротивления $\underline{Z}_k$. Для трансформатора с соединением обмоток Y_n/D в схеме нулевой последовательности выход замкнут.

Сопротивлениям ветвей намагничивания электрических схем замещения можно поставить в соответствие сопротивления магнитных схем:

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{m1} &= j\omega W_1 / \underline{Z}_{01}; \\ \underline{Z}_{m0} &= j\omega W_1 / \underline{Z}_{00}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Разность магнитных сопротивлений нулевой и прямой последовательностей определит магнитное сопротивление от ярма к ярму;

$$\underline{Z}_{mn} = \underline{Z}_{m0} - \underline{Z}_{m1}. \quad (8)$$

Отметим, что использование формул (7) и (8) предполагает наличие экспериментальных данных, получение которых связано с определенными трудностями. Вместе с тем, в мощных (4МВ·А и выше) промышленных трансформаторах, имеющих включенные по схеме «треугольник» обмотки, индуцируемые в контуре треугольника токи нулевой последовательности демпфируют потоки нулевой последовательности [6]. В этой связи значение сопротивления $\underline{Z}_{mn}$ мало влияет на значения токов и напряжений трансформатора в возможных аварийных режимах. Так в расчетах режимов двухобмоточного трехфазного трансформатора, исходные данные по которым представлены далее, изменение сопротивления $\underline{Z}_{mn}$ на два порядка вызывало изменение расчетных токов и напряжений менее чем на 0,1%.

В трехобмоточном трансформаторе обмотки одной фазы расположены на магнитопроводе концентрически (рис. 3,а). При этом собственный поток в каждом стержне обусловлен МДС всех трех обмоток фазы (рис. 3,б), в остальном схема замещения магнитной цепи рассматриваемого трансформатора не отличается от схемы на рис. 2. Система уравнений, записанная в комплексной форме и определяющая электромагнитные процессы трехобмоточного трансформатора, будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_i &= \underline{I}_i \underline{Z}_i + j\omega W_1 \underline{\Phi}_i; \\ \underline{U}_{j1} &= -\underline{I}_{j1} \underline{Z}_{21} + j\omega W_{21} \underline{\Phi}_i; \\ \underline{U}_{j2} &= -\underline{I}_{j2} \underline{Z}_{22} + j\omega W_{22} \underline{\Phi}_i; \\ \underline{\Phi}_i &= \underline{Y}_{mi} (\underline{E}_i - \underline{E}_{12}); \\ \underline{E}_i &= \underline{I}_i W_1 - \underline{I}_{j1} W_{21} - \underline{I}_{j2} W_{22}; \\ \underline{E}_{12} &= \sum_i (\underline{Y}_{mi} \underline{E}_i) / \sum_i (\underline{Y}_{mi} + \underline{Y}_{mn}), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где W_1, W_{21}, W_{22} — число витков; $\underline{I}_i, \underline{I}_{j1}, \underline{I}_{j2}$ — токи; $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1, \underline{Z}_{21} = R_{21} + jX_{21}, \underline{Z}_{22} = R_{22} + jX_{22}$ —

и конструктивных параметров трансформатора в комплексном сопротивлении $\underline{Z}_{mn}$ преобладает действительная часть, многократно превышающая соответствующие составляющие магнитных сопротивлений стержней. Магнитное сопротивление $\underline{Z}_{mn}$ можно представить как сумму двух слагаемых: сопротивление от ярм до стенок бака и сопротивление стенок бака. Второе слагаемое существенно меньше, и в рамках рассматриваемых задач им можно пренебречь. В этом случае ориентировочное значение активной части магнитного сопротивления от ярма к ярму может быть определено по формуле

$$R_{mn} = l / \mu_0 \Pi_{\text{я}}, \quad (6)$$

где l — общее расстояние от верхнего и нижнего ярма до крышки и дна бака; $\Pi_{\text{я}}$ — площадь верхней поверхности ярма; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ — магнитная постоянная. (Например, для трансформатора типа ТРДН -80000/110 ориентировочное значение активной части магнитного сопротивления равно $0,55 / 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2,2 = 2 \cdot 10^5$ Ом.)

Определение сопротивления $\underline{Z}_{mn}$ расчетным путем связано с известными условностями в представлении участков магнитной системы трансформатора. Для более точного определения $\underline{Z}_{mn}$ можно использовать экспериментальные значения сопротивлений холостого хода и нулевой последовательности трансформатора. Применяя Г-образные электрические схемы замещения для указанных опытов, можно определить сопротивления соответствующих ветвей намагничивания: $\underline{Z}_{01}$ — для токов прямой и обратной последовательностей и $\underline{Z}_{00}$ — для токов нулевой последовательности. При этом в схеме прямой (обратной) последовательности ветвь намагничивания $\underline{Z}_{01}$ включается со стороны внутренней обмотки, а в схеме нулевой последовательности ветвь $\underline{Z}_{00}$ включается со стороны наружной обмотки. Для понижающего трансформатора: для прямой последовательности — после сопротив-

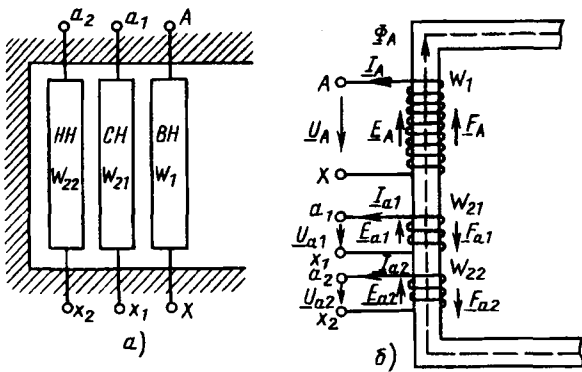


Рис. 3. Схемы размещения обмоток трехобмоточного трансформатора: а — конструктивная; б — принципиальная

сопротивления обмоток BH , CH и HH (см. рис. 3,а) трехобмоточного трансформатора соответственно. Здесь, как и в модели двухобмоточного трансформатора, индексы i и j соответствуют фазам первичных и вторичных обмоток.

В двухобмоточном трансформаторе с расщепленной обмоткой HH обмотки одной фазы расположены и соединены между собой по схеме, приведенной на рис. 4,а,б. Передача энергии посредством магнитного поля между цепями вто-

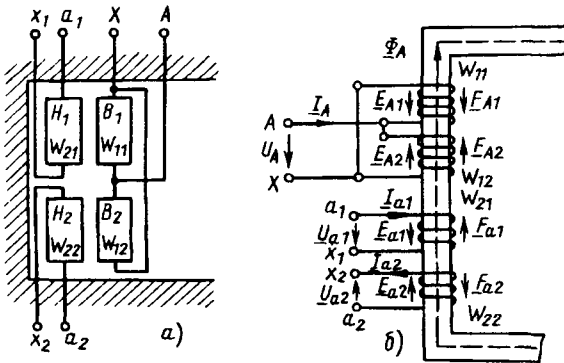


Рис. 4. Схемы размещения обмоток трансформатора с расщепленной обмоткой низшего напряжения: а — конструктивная; б — принципиальная

ричных обмоток 21 и 22 почти полностью исключается [6]. Преобразованная схема замещения магнитной цепи рассматриваемого трансформатора, представленная на рис. 5, отличается от соответствующей схемы двух- и трехобмоточного трансформаторов (см. рис. 2). Система уравнений, в комплексной форме определяющая процессы электрических цепей первичной и вторичных обмоток трансформатора с расщепленной обмоткой HH , имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_i &= \underline{I}_1 \underline{Z}_{11} + j\omega W_{11} \underline{\Phi}_{i1}; \\ \underline{U}_i &= \underline{I}_2 + j\omega W_{12} \underline{\Phi}_{i2}; \\ \underline{I}_i &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2; \\ \underline{U}_{j1} &= -\underline{I}_1 \underline{Z}_{21} + j\omega W_{21} \underline{\Phi}_{i1}; \\ \underline{U}_{j2} &= -\underline{I}_2 \underline{Z}_{22} + j\omega W_{22} \underline{\Phi}_{i2}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $W_{11}, W_{12}, W_{21}, W_{22}$ — число витков; $\underline{I}_{i1}, \underline{I}_{i2}, \underline{I}_{j1}, \underline{I}_{j2}$ — токи; $\underline{Z}_{11}, \underline{Z}_{12}, \underline{Z}_{21}, \underline{Z}_{22}$ — сопротивления обмоток B_1, B_2, H_1, H_2 (см. рис. 4,а) двухобмоточного трансформатора с расщепленной обмоткой HH соответственно.

Для определения электромагнитных процессов трансформатора система (10) должна быть дополнена уравнениями для магнитных потоков, которые составляют на основании схемы замещения магнитной цепи (рис. 5):

$$\left. \begin{aligned} \sum_i (\underline{\Phi}_{i1} + \underline{\Phi}'_{i1}) + \underline{\Phi}_n &= 0; \\ -\underline{\Phi}_{i1} + \underline{\Phi}_{i2} - \underline{\Phi}'_{i1} + \underline{\Phi}'_{i2} &= 0; \\ -\underline{E}_{i1} + \underline{Z}_{mi} \underline{\Phi}_{i2} - \underline{Z}_{mn} \underline{\Phi}'_{i1} &= 0; \\ \underline{E}_{A1} + \underline{E}_{A2} - \underline{Z}_{mA} (\underline{\Phi}_{A1} + \underline{\Phi}_{A2}) + \\ + \underline{Z}_m (\underline{\Phi}'_{B1} + \underline{\Phi}'_{B2}) &= 0; \\ \underline{E}_{B1} + \underline{E}_{B2} - \underline{Z}_{mB} (\underline{\Phi}_{B1} + \underline{\Phi}_{B2}) + \\ + \underline{Z}_m (\underline{\Phi}'_{C1} + \underline{\Phi}'_{C2}) &= 0; \\ \underline{E}_{C1} + \underline{E}_{C2} - \underline{Z}_{mC} (\underline{\Phi}_{C1} + \underline{\Phi}_{C2}) + \underline{Z}_{mn} \underline{\Phi}_n &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (10,а)$$

где $\underline{E}_{i1} = -\underline{I}_1 W_{11} + \underline{I}_1 W_{21}$; $\underline{E}_{i2} = \underline{I}_2 W_{12} - \underline{I}_2 W_{22}$ — МДС; $\underline{Z}_{mi}, \underline{Z}_m, \underline{Z}_{mn}$ — сопротивления схемы замещения магнитной цепи трансформатора (индексы i и j соответствуют фазам первичных и вторичных обмоток).

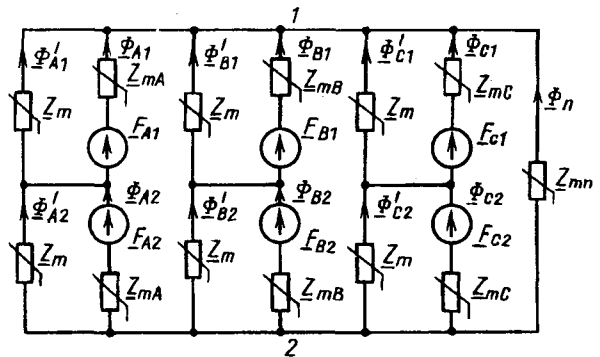


Рис. 5. Схема замещения магнитной цепи трансформатора с расщепленной обмоткой низшего напряжения

Отметим, что для индукций в стали, заметно превышающих номинальное значение (1,8—1,9 Тл), по мере насыщения более существенно искажается форма кривой намагничивающего тока (магнитного потока), при этом результаты расчетов, ориентированные на конечную магнитную проницаемость и потери в стали, определенные по основной гармонике, могут значительно отличаться от реальных результатов. При индукции выше 1,9—2 Тл модели должны учитывать вебер-амперную характеристику магнитной системы, зависимость мгновенных значений потокосцепления от мгновенных значений тока. Поэтому при выполнении расчетов с использованием рассмотренных моделей рекомендуется

контролировать значения индукции в элементах магнитной системы трансформатора, что позволит судить об адекватности полученных результатов.

На рис. 6 представлена трехфазная схема замещения, моделирующая работу двухобмоточного трехфазного трансформатора совместно с нагрузкой и питающей электрической системой, которая представлена источником ЭДС с параметрами $\underline{E}_{A1}, \underline{E}_{B1}, \underline{E}_{C1}$, линией электропередачи с параметрами $\underline{Z}_{A2}, \underline{Z}_{B2}, \underline{Z}_{C2}$ и поперечными ветвями $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C, \underline{Z}_N$. Варьируя параметры ЛЭП и поперечных ветвей, можно моделировать рабочий и аварийные режимы питающей электрической системы. В рассматриваемом примере обмотки трансформатора включены по схеме Y_N/Δ , к выходу трансформатора подключена нагрузка, включенная по схеме звезда с сопротивлениями в фазах $\underline{Z}_{Hga}, \underline{Z}_{Hgb}$ и $\underline{Z}_{Hgc}$.

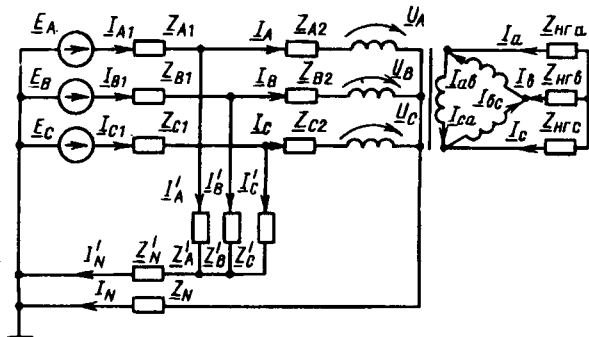


Рис. 6. Схема замещения системы «питающая электрическая сеть — двухобмоточный трансформатор — нагрузка»

Стационарные режимы рассматриваемой схемы определяются системой из 27 уравнений с комплексными переменными, коэффициентами и свободными членами, составленной на основании законов Кирхгофа для электрических цепей и с учетом электромагнитной модели (3) трансформатора. В матричной форме записи система уравнений имеет вид

$$[C][X] = [Y], \quad (11)$$

где $[C] = C(i, j)$, $i, j = 1; 27$ — квадратная матрица коэффициентов; $[X] = X(i)$, $i = 1; 27$ — вектор-столбец переменных; $[Y] = Y(i)$, $i = 1; 27$ — вектор-столбец свободных членов.

Вектор переменных имеет вид $[X] = \{I_{A1}, I_{B1}, I_{C1}, I_A, I_B, I_C, I'_A, I'_B, I'_C, I_N, I'_N, U_A, U_B, U_C, U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}, \Phi_A, \Phi_B, \Phi_C, I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}, I_a, I_b, I_c, E_{12}\}$.

Большинство членов вектора $[Y]$ — нулевые, исключая $Y(6) = Y(9) = E_A$, $Y(7) = Y(10) = E_B$, $Y(8) = Y(11) = E_C$.

Решение системы (11) на ЭВМ принци-

пальных трудностей не вызывает: оно может быть осуществлено методом последовательных исключений переменных по двухходовому алгоритму Гаусса с выбором ведущего элемента на каждом шаге. С учетом нелинейности системы окончательное решение достаточно быстро достигается процедурой последовательных приближений даже по схеме простой итерации [7]. При этом в качестве условия сходимости используются неравенства

$$\delta B_i < \varepsilon, \quad (12)$$

где δB_i — абсолютное изменение индукции в стержнях всех фаз ($i=A, B, C$) на очередном шаге итеративного процесса; ε — точность решения (рекомендуемое значение 0,01).

Для рассматриваемой системы были выполнены на ЭВМ расчеты режимов при следующих исходных данных:

по питающей электрической системе: $\underline{Z}_{A1} = \underline{Z}_{B1} = \underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_{A2} = \underline{Z}_{B2} = \underline{Z}_{C2} = j20 \text{ Ом}$; $\underline{E}_A = E = 120/\sqrt{3} \text{ кВ}$; $\underline{E}_B = E \exp(-j2\pi/3)$; $\underline{E}_C = E \times \exp(j2\pi/3)$;

по трансформатору: $S_{\text{ном}} = 80 \text{ МВ} \cdot \text{А}$, $U_{1\text{ном}} = 115 \text{ кВ}$; $U_{2\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ}$; $W_1 = 440$; $W_2 = 41$; $R_T = 0,8 \text{ Ом}$; $x_T = 22 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_N = 1 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{mA} = \underline{Z}_{mC} = 740 + j360 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{mB} = 400 + j200 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{mN} = 210 \text{ Ом}$ (значения магнитных сопротивлений соответствуют $B = 1,7 \text{ Тл}$);

по нагрузке: $\underline{Z}_{Hga} = \underline{Z}_{Hgb} = \underline{Z}_{Hgc} = U_{2\text{ном}}^2 / (0,5 S_{\text{ном}})$.

Результаты расчетов симметричного рабочего режима и режима двухфазного КЗ (А—В) приведены в табл. 2. Сопоставление расчетных результатов, полученных для схемы с двухобмоточным трансформатором, с результатами лабораторных испытаний, приведенных к расчетному трансформатору по условиям подобию в масштабе линейных размеров и параметров электромагнитного поля [2], подтвердили достаточно высокую точность модели (в пределах $\pm 5\%$ по выходным параметрам).

Результаты параметров расчетов для схем с трехобмоточным и двухобмоточным с расщепленной обмоткой НН трансформаторами представлены в табл. 3. Расчеты выполнены для нормальных режимов при нагрузке вторичных обмоток $0,5 S_{\text{ном}}$ и для аварийных режимов — трехфазных КЗ в цепях вторых (22) вторичных обмоток трансформаторов. Аварийные режимы отличаются от нормальных параметрами соответствующих сопротивлений нагрузки: $\underline{Z}_{Hga2} = \underline{Z}_{Hgb2} = \underline{Z}_{Hgc2} = j10 U_{2\text{ном}}^2 / S_{\text{ном}}$. Прочие параметры соответствуют исходным данным примера расчетов нормального режима схемы (рис. 6) с двухобмоточным трансформатором.

Рассмотренные модели реализованы в комплексе программ ЭВМ для выполнения расчетов

Таблица 2

Режим	Значение параметра																
	Ток, А																
	I_{A1}	I_{B1}	I_{C1}	I'_A	I'_B	I'_C	I'_N	I_A	I_B	I_C	I_N	I_{ab}	I_{bc}	I_{ca}	I_a	I_b	I_c
Рабочий симметричный (нагрузка 50% номинальной)	$\frac{198,9}{-10,2}$	$\frac{199,4}{230,1}$	$\frac{2000,0}{109,8}$	0	0	0	0	$\frac{198,9}{-10,2}$	$\frac{199,4}{230,1}$	$\frac{200,0}{109,8}$	0,1	2125,0	2135,0	2137,3	3691,5	3694,5	3694,6
Межфазное КЗ (А-В) $Z_A = Z_B = 2 \text{ Ом}$	$\frac{3076,8}{-54,2}$	$\frac{2885,7}{126,9}$	$\frac{199,5}{109,8}$	$\frac{2962,0}{-53,6}$	$\frac{2962,0}{126,4}$	0	0	$\frac{118,9}{-68,9}$	$\frac{80,7}{-72,2}$	$\frac{199,5}{109,8}$	0	$\frac{1270,2}{-67,6}$	$\frac{863,7}{-71,6}$	$\frac{2131,4}{111,0}$	$\frac{3401,2}{111,5}$	$\frac{412,8}{-59,3}$	$\frac{2994,5}{-69,7}$
Режим	Напряжение (В) и магнитный поток (Вб)																
	U_A	U_B	U_C	U_{ab}	U_{bc}	U_{ca}	Φ_A	Φ_B	Φ_C								
Рабочий симметричный (нагрузка 50% номинальной)	$\frac{68319}{-6,6}$	$\frac{68365}{233,4}$	$\frac{68318}{113,4}$	$\frac{6346}{-9,0}$	$\frac{6351}{230,9}$	$\frac{6346}{110,9}$	$\frac{0,4929}{261,6}$	$\frac{0,4933}{141,6}$	$\frac{0,4929}{21,5}$								
Межфазное КЗ (А-В) $Z_A = Z_B = 2 \text{ Ом}$	$\frac{40699}{-65,0}$	$\frac{27657}{-68,9}$	$\frac{68316}{113,4}$	$\frac{3780}{-67,5}$	$\frac{2569}{-71,4}$	$\frac{6345}{110,9}$	$\frac{0,2936}{203,1}$	$\frac{0,1996}{199,2}$	$\frac{0,4929}{21,6}$								

Примечание. В числителе — модуль комплексной величины, в знаменателе — аргумент, град.

Таблица 3

Система	Значение параметра														
	Ток, А														
	I_A	I_B	I_C	I_{ab1}	I_{bc1}	I_{ca1}	I_{ab2}	I_{bc2}	I_{ca2}	I_{a1}	I_{b1}	I_{c1}	I_{a2}	I_{b2}	I_{c2}
С трехобмоточным трансформатором	$\frac{384,3}{964,5}$	$\frac{385,0}{964,4}$	$\frac{385,4}{964,5}$	$\frac{2058,4}{628,6}$	$\frac{2063,1}{629,6}$	$\frac{2063,8}{630,1}$	$\frac{2058,4}{10307,1}$	$\frac{2063,0}{10311,0}$	$\frac{2063,8}{10307,4}$	$\frac{3569,2}{1090,1}$	$\frac{3572,2}{1090,3}$	$\frac{3571,8}{1090,4}$	$\frac{3569,2}{17852,0}$	$\frac{3572,2}{17855,9}$	$\frac{3571,8}{17856,5}$
С двухобмоточным трансформатором с расщепленной обмоткой НН	$\frac{389,0}{965,7}$	$\frac{389,0}{965,7}$	$\frac{389,0}{965,7}$	$\frac{2088,0}{962,0}$	$\frac{2088,0}{962,0}$	$\frac{2088,0}{962,0}$	$\frac{2086,6}{10342,8}$	$\frac{2086,6}{10342,8}$	$\frac{2086,6}{10342,8}$	$\frac{3616,6}{1666,2}$	$\frac{3616,6}{1666,2}$	$\frac{3616,6}{1666,2}$	$\frac{3614,0}{17914,3}$	$\frac{3614,0}{17914,3}$	$\frac{3614,0}{17914,3}$
Система	Напряжение, В														
	U_A	U_B	U_C	U_{ab1}	U_{bc1}	U_{ca1}	U_{ab2}	U_{bc2}	U_{ca2}	U_{ab1}	U_{bc1}	U_{ca1}	U_{ab2}	U_{bc2}	U_{ca2}
С трехобмоточным трансформатором	$\frac{66259}{30729}$	$\frac{66297}{30734}$	$\frac{66251}{30730}$	$\frac{6136}{1874}$	$\frac{6141}{1874}$	$\frac{6135}{1874}$	$\frac{6136}{1534}$	$\frac{6141}{1535}$	$\frac{6135}{1534}$	$\frac{6136}{1534}$	$\frac{6141}{1535}$	$\frac{6135}{1534}$	$\frac{6136}{1534}$	$\frac{6141}{1535}$	$\frac{6135}{1534}$
С двухобмоточным трансформатором с расщепленной обмоткой НН	$\frac{66847}{30758}$	$\frac{66847}{30758}$	$\frac{66847}{30758}$	$\frac{6216}{2864}$	$\frac{6216}{2864}$	$\frac{6216}{2864}$	$\frac{6211}{1539}$	$\frac{6211}{1539}$	$\frac{6211}{1539}$	$\frac{6216}{2864}$	$\frac{6216}{2864}$	$\frac{6216}{2864}$	$\frac{6211}{1539}$	$\frac{6211}{1539}$	$\frac{6211}{1539}$

Примечание. В числителе данные в нормальном режиме, в знаменателе — в аварийном.

электромеханических переходных процессов в системах электроснабжения многомашинных промышленных комплексов с электроприводами переменного тока, что позволяет исследовать процессы в широком диапазоне возможных возмущений со стороны питающей системы и нагрузки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихомиров П.М. Расчет трансформаторов. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. — М.: Энергия, 1981.
3. Лейтес Л.В. Эквивалентные схемы многообмоточных трансформаторов и их применение. — М.: Информстандартэлектро, 1968.
4. Аморин А.Л. Определение индукторных сопротивлений рассеяния трансформаторов — ЭП. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы, 1972, вып. 10—11.

5. Дружинин В.В. Магнитные свойства электротехнической стали. — М.: Энергия, 1974.
6. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.
7. Самарский А.А. Введение в численные методы. — М.: Наука, 1987.

[13.09.94.]

Автор: **Ершов Михаил Сергеевич** окончил Московский институт нефтехимической и газовой промышленности им И.М. Губкина (специальность: инженер-электрик) в 1979 г. В 1984 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему: «Разработка методов расчета и мероприятий по повышению надежности электроснабжения газотурбинных компрессорных станций магистральных газопроводов». Доцент Государственной академии нефти и газа.

Синтез структур и определение параметров системы автоматического управления электропривода с переменной жесткостью упругого звена

РЕБЕНКОВ Е.С., БАБОКИН Г.И.

Рассмотрены варианты САУ электропривода двухмассовой электромеханической системы, имеющей переменную жесткость упругого звена. Синтезированы структуры САУ и получены формулы, по которым рассчитываются их параметры в зависимости от величины жесткости. Эти параметры обеспечивают аperiodический переходный процесс второй массы при управляющем и возмущающем воздействиях. Полученные структуры и параметры апробированы в электроприводе подачи очистного комбайна и электроприводе породной канатной дороги.

The paper considers variants of automatic control system of two-mass electromechanical system of electric drive with variable rigidity of elastic link have been considered in the article. Structures of automatic control system are synthesized and formulae for calculating parameters independence of rigidity are derived. These parameters provide aperiodic transient process of the second mass under the regulated and disturbed action. The obtained structures and parameters are approbated in electric drive of purified combine supply and electric drive of rock cable road.

Key words: electric drive, automatic control, variable rigidity of elastic link

Ряд горных машин имеет в механической части упругое звено, жесткость которого меняется в процессе работы. К таким механизмам относятся очистные комбайны с вынесенной системой подачи [1], канатные дороги [2]. При этом приведенная к валу двигателя жесткость упругого звена изменяется в широких пределах, например, для комбайна — от 0,05 до 6 Н·м. Жесткость упругого звена влияет на параметры переходного процесса [3], поэтому в жесткой структуре САУ без изменения ее параметров трудно обеспечить удовлетворительное качество переходного процесса. Наиболее целесообразно при изменении жесткости упругого звена применять в таких элек-

троприводах САУ, параметры которой меняются при изменении жесткости упругого звена, т. е. САУ с параметрической адаптацией.

В статье рассмотрена задача синтеза структур и определения параметров САУ, которая обеспечивает неизменный, например, аperiodический переходный процесс второй массы двухмассовой системы по управляющему и возмущающему воздействиям во всем диапазоне изменения жесткости упругого звена. Такая САУ, например, электропривода перемещения комбайна, способна устранить упругие колебания скорости второй массы — исполнительного выемочного комбайна [4], что повысит надежность и производительность

торе АД и ИО.

После нормирования передаточной функции (ПФ) (1) путем изменения масштаба оператора Лапласа p в Ω_0 раз и ввода аргумента $q=p/\Omega_0$ получим нормированное характеристическое уравнение:

$$A(q) = A_0 + A_1 q + A_2 q^2 + \dots + A_k q^k, \quad (2)$$

параметры которого A_0 — A_k определяют вид переходного процесса.

(Параметры передаточной функции (1), выраженные через параметры электропривода, здесь не приводятся.)

Приравнивая коэффициенты нормированного характеристического уравнения (2) и характеристического уравнения $A(p)$ в (1), для I варианта имеем коэффициенты A_0 — A_6 :

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{k_\omega c_{12} \beta k_0 k_I (k_{\omega 1} + k_{\omega 2})}{\Omega_0^5 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}}; \\ A_1 &= \frac{k_\omega c_{12} \beta k_0 k_I [T_{из} (k_{\omega 1} + k_{\omega 2}) + T_{\omega 1} + T_{\omega 2}] + c_{12} \beta T_{из}}{\Omega_0^5 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}}; \\ A_2 &= \frac{k_\omega c_{12} \beta k_0 k_I (T_{\omega 1} + T_{\omega 2}) + c_{12} (J_1 + J_2 + \beta T_I)}{\Omega_0^4 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}}; \\ A_3 &= \frac{T_{\omega 1} k_\omega J_2 \beta k_0 k_I + [(T_3 + T_I)(J_1 + J_2) + J_2 \beta] T_{из}}{\Omega_0^3 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}}; \\ A_4 &= \frac{T_{\omega 1} k_\omega J_2 \beta k_0 k_I + c_{12} T_3 T_I (J_1 + J_2) + J_2 (J_1 + \beta T_I)}{\Omega_0^2 J_1 J_2 T_3 T_I}; \\ A_5 &= \frac{T_3 + T_I}{\Omega_0 T_3 T_I}; \\ A_6 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Анализ системы (3) показывает, что при переменной жесткости c_{12} , заданных коэффициентах A_0 ... A_6 и параметрах привода ($k_{\omega 1}$, $T_{\omega 1}$, k_ω , T_ω , $T_{из}$, $k_{\omega 2}$, $T_{\omega 2}$) полученная система (3) не имеет общего решения относительно параметров САУ, так как число совместно решаемых уравнений превышает число независимых переменных, т. е. I вариант САУ с коррекцией по скорости ω_2 не позволяет настроить САУ на апериодический переходный процесс при вариации жесткости упругого звена.

Для II и III вариантов САУ введем обозначения: $T_M = J_1/\beta$ — электромеханическая постоянная; $\gamma = J_1 + J_2/J_1$ — коэффициенты соотношения масс; $T_{12} = \sqrt{J_2/c_{12}} \gamma$ — постоянная времени упругих колебаний; $R = T_M T_3 T_I$ — коэффициент.

При этом коэффициенты нормированного характеристического уравнения будут равны:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{k_\omega k_{\omega 1} k_0 k_I}{\Omega_0^5 T_{12}^2 R \gamma T_{из}}; \\ A_1 &= \frac{1}{\Omega_0^5 T_{12}^2 R \gamma T_{из}} \times \end{aligned} \quad (4)$$

$$\times (k_{\omega 1} k_\omega k_0 k_I + T_{\omega 1} k_\omega k_0 k_I + G_1 T_{12}^2 \gamma k_\omega k_I k_0 + T_{из}); \quad (5)$$

$$A_2 = \frac{1}{\Omega_0^4 T_{12} R \gamma T_{из}} \times$$

$$\begin{aligned} &\times (T_{\omega 1} k_\omega T_{из} k_{\omega 1} + G_1 T_{12}^2 \gamma k_\omega k_0 k_I T_{из} + k_{\omega 1} k_\omega k_0 k_I T_{12}^2 \gamma + \\ &+ G_2 k_\omega k_0 k_I T_{12}^2 \gamma + \gamma T_M T_{из} + T_I T_{из}); \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{\Omega_0^3 T_{12}^2 R T_{из}} (k_{\omega 1} k_\omega k_0 k_I T_{12}^2 T_{из} + G_2 k_\omega k_0 k_I T_{из} T_{12}^2 + \\ &+ T_{\omega 1} + k_\omega k_0 k_I T_{12}^2 + T_3 T_M T_{из} + T_I T_M T_{из} + T_{12}^2 T_{из}); \quad (7) \end{aligned}$$

$$A_4 = \frac{1}{\Omega_0^2 T_{12}^2 R} (R + T_{12}^2 T_I + T_{12}^2 T_M + T_{\omega 1} T_{12}^2 k_\omega k_0 k_I); \quad (8)$$

$$A_5 = \frac{T_3 + T_I}{\Omega_0 T_3 T_I}; \quad (9)$$

$$A_6 = 1. \quad (10)$$

Коэффициенты G зависят от вида коррекции и связаны с параметрами электропривода: для II варианта:

$$G_1 = k_\gamma c_{12}; \quad (11)$$

$$G_2 = T_\gamma c_{12}; \quad (12)$$

для III варианта:

$$G_1 = L_\delta; \quad (13)$$

$$G_2 = k_\delta. \quad (14)$$

Совместно решаем (4)—(9) относительно параметров САУ. Из (9)

$$\Omega_0 = \frac{T_3 + T_I}{A_5 T_3 T_I}. \quad (15)$$

Коэффициент усиления пропорциональной части обратной связи регулятора определяется из статического режима привода при $M_{с2} = 0$:

$$k_{\omega 1} = \frac{1}{k_0 k_I}. \quad (16)$$

Подстановкой в (6) уравнений (4), (7), (8) получено выражение, связывающее постоянные $T_{из}$ и T_{12} :

$$\begin{aligned} T_{12}^2 &= \frac{R\gamma + (\gamma T_M + T_I) T_{из}^2 - (T_3 + T_I) T_M \gamma T_{из} - T_{из}^3}{A_2 \Omega_0^4 R \gamma T_{из}^2 - A_1 \Omega_0^5 R \gamma T_{из}^3 + A_0 \Omega_0^6 R \gamma T_{из}^4 -} \\ &\rightarrow \frac{-A_3 \Omega_0^3 R \gamma T_{из} + (A_4 \Omega_0^2 R - T_I - T_M + T_{из}) \gamma}{\quad}. \quad (17) \end{aligned}$$

Из (4) с учетом (16) получено выражение

для коэффициента усиления регулятора:

$$k_w^* = A_0 \Omega_0^6 R \gamma T_{12}^2 T_{из}. \quad (18)$$

Подставляя уравнение (8) в (18), получим выражение для постоянной:

$$T_{\omega 1} = \frac{1}{T_{12}^2 A_0 \Omega_0^4 T_{из} \gamma k_0 k_I} \left[A_4 - \frac{1}{\Omega_0^2} \left(\frac{1}{T_{12}^2} + \frac{T_I + T_M}{R} \right) \right]. \quad (19)$$

Параметры цепи коррекции:

$$k_y = \frac{G_1}{c_{12}} \quad (\text{II вариант}) \quad (20)$$

$$L_\delta = G_1 \quad (\text{III вариант}) \quad (21)$$

$$T_y = \frac{G_2}{c_{12}} \quad (\text{II вариант}) \quad (22)$$

$$k_\delta = G_2 \quad (\text{III вариант}) \quad (23)$$

Коэффициент G_1 определяем подстановкой (4) и (8) в (5):

$$G_1 = \frac{1}{T_{12} \gamma k_0 k_I} \left[\frac{A_1}{A_0 \Omega_0} - T_{из} - \frac{1}{A_0 \Omega_0^4 \gamma T_{12}^2} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{A_4}{T_{из}} - \frac{1}{T_{12}^2 \Omega_0^2 T_{из}} - \frac{T_I + T_M}{\Omega_0^2 R T_{из}} + \frac{1}{\Omega_0^2 R} \right) \right], \quad (24)$$

а G_2 — подстановкой (4) и (8) в (6):

$$G_2 = \frac{1}{T_{12}^2 k_0 k_I} \left[\frac{A_3}{A_0 \Omega_0^3 T_{12}^2 \gamma T_{из}} - T_{12}^2 - \frac{1}{A_0 \Omega_0^4 \gamma T_{из}^2} \times \right. \\ \left. \times \left(A_4 - \frac{1}{\Omega_0^2 T_{12}^2} - \frac{T_I + T_M}{\Omega_0^2 R} \right) - \frac{1}{A_0 \Omega_0^6 R \gamma T_{из}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{T_M (T_3 + T_I)}{T_{12}^2} + 1 \right) \right]. \quad (25)$$

По (16)–(23) рассчитываются параметры САУ как функции жесткости упругого звена, если задаться конкретным переходным процессом с помощью коэффициентов A_0 – A_6 . В статике электропривода для САУ II и III вариантов момент на валу ротора АД (M_{c1}) не влияет на скорость ИО, так как $m_0 = 0$, а момент на валу ИО (M_{c2}) влияет на скорость ИО, так как $n_0 \neq 0$. Выбирая параметры A_0 – A_6 из условия предельного аperiodического переходного процесса по управляющему воздействию, получаем колебательный переходный процесс по возмущению на роторе АД или на ИО, так как в передаточной

функции содержатся нули.

Варианты IV, V и VI структур САУ с введением цепей коррекции на выход регулятора рассмотрены в [9]. Достоинство таких структур — независимость в статических режимах скорости второй массы от моментов сопротивления на валу ротора АД и ИО, так как $m_0 = n_0 = 0$, недостатком этих вариантов являются относительно сложные зависимости параметров САУ в функции жесткости упругой связи, особенно в области малых значений жесткости, что усложняет практическую реализацию таких САУ.

Во всех рассмотренных структурах САУ на скорость ИО влияют моменты сопротивления M_{c1} и M_{c2} в динамических режимах, так как в ПФ (1) имеются нули. В случае скачка возмущения в электроприводе возможен колебательный переходный процесс. В ряде электроприводов, имеющих нелинейную характеристику момента на валу ИО от скорости ω_2 , например типа «сухое трение», это приводит к автоколебаниям ИО или второй массы. Очевидно, если САУ электропривода обеспечит аperiodический переходный процесс при скачке возмущения M_{c2} , то возможно устранение автоколебаний ИО. Для влияния на нули ПФ в САУ вводятся дополнительные обратные связи, подстроить параметры которых можно независимо от заданных коэффициентов A_0 – A_5 , обеспечивающих аperiodический переходный процесс по управляющему воздействию. Вариант VII соответствует таким требованиям.

Приравнявая параметры характеристических уравнений $A(p)$ и $A(q)$ для VII варианта, получим формулы для A_0 – A_5 :

$$A_0 = \frac{1}{\Omega_0^6 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}} (c_{12} A_k + f_2 T_{из} c_{12} \beta k_0 k_I); \quad (26)$$

$$A_1 = \frac{1}{\Omega_0^5 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}} (c_{12} B_k + k_2 T_{из} c_{12} \beta k_0 k_I); \quad (27)$$

$$A_2 = \frac{1}{\Omega_0^4 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}} \times \\ \times (J_2 A_k + c_{12} T_{из} c_k + T_2 T_{из} c_{12} \beta k_0 k_I + d_1 T_{из}); \quad (28)$$

$$A_3 = \frac{1}{\Omega_0^3 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}} (J_2 B_k + d_2 T_{из}); \quad (29)$$

$$A_4 = \frac{1}{\Omega_0^2 J_1 J_2 T_3 T_I} (J_2 C_k + d_3 T_{из}); \quad (30)$$

$$A_5 = \frac{T_3 + T_I}{\Omega_0 T_3 T_I}; \quad (31)$$

$$N_1 = \frac{1}{\Omega_0^5 J_1 J_2 T_I T_3 T_{из}} (A_k + c_{12} T_{из}); \quad (32)$$

$$N_2 = \frac{1}{\Omega_0^4 J_1 J_2 T_3 T_I T_{из}} (B_k + z_1 T_{из}); \quad (33)$$

$$N_3 = \frac{1}{\Omega_0^3 J_1 J_2 T_3 T_{из}} (C_k + z_2 T_{из}), \quad (34)$$

где

$$A_k = k_\omega \beta - T_{из} f_1 \beta k_0 k_I;$$

$$B_k = k_\omega \beta + T_{\omega 1} k_\omega \beta k_0 k_I;$$

$$C_k = T_{\omega 1} k_\omega \beta k_0 k_I.$$

Из анализа системы (26)–(34) следует, что, выбирая параметры f_1 и f_2 , можно влиять на коэффициент N_1 и, в частности, сделать $N_1=0$. Совместное решение уравнений (26)–(34) в этом случае дает уравнения для определения параметров САУ через параметры электропривода $T_{из}$, A_0 – A_5 как функции жесткости упругого звена.

Коэффициент усиления изодромного регулятора

$$k_\omega = c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_2 \beta} T_3 T_I \left(1 - \frac{1}{T_{из}}\right) + \frac{T_{из} A_0 \Omega_0^6 J_2 T_3 T_M T_I}{c_{12}}. \quad (35)$$

Время изодрома выбирается по наибольшей компенсируемой постоянной привода.

Коэффициент усиления в обратной связи по скорости ротора

$$k_{\omega 1} = \frac{A_3 \Omega_0^3 T_M T_3 T_I + 1/T_{из} (T_M + T_I) - A_4 \Omega_0^2 T_M T_3 T_I / T_{из} -}{k_0 k_I [c_{12} (J_1 + J_2) T_3 T_I (1 + 1/T_{из}) / J_2 \beta +]} \rightarrow \frac{-1 + c_{12} (J_1 + J_2) (T_3 T_I - T_3 - T_I) / J_2 \beta}{+ T_{из} A_0 \Omega_0^6 J_2 T_M T_3 T_I / c_{12}}. \quad (36)$$

Постоянная дифференцирования в обратной связи по скорости ротора

$$T_{\omega 1} = \frac{A_4 \Omega_0^2 T_M T_3 T_I - T_M - T_I - c_{12} (J_1 + J_2) T_3 T_I / J_2 \beta}{k_0 k_I (J_1 + J_2) T_3 T_I c_{12} (1 - 1/T_{из}) J_2 \beta +} \rightarrow \frac{+ T_{из} A_0 \Omega_0^6 J_2 T_M T_3 T_I / c_{12}}{+ T_{из} A_0 \Omega_0^6 J_2 T_M T_3 T_I / c_{12}}. \quad (37)$$

Коэффициент усиления в интегральной обратной связи по скорости ротора

$$f_1 = \frac{A_3 \Omega_0^3 T_M T_3 T_I}{k_0 k_I T_{из}} + \frac{T_M + T_I}{T_{из}} - \frac{1}{T_{из}} \left(\frac{A_4 \Omega_0^2 T_M T_3 T_I}{T_{из}} + 1 \right) + c_{12} \left(\frac{J_1 + J_2}{T_{из}^2 J_2 \beta} T_3 T_I + \frac{1}{\beta} - \frac{J_1 + J_2}{J_2 \beta} \frac{T_3 + T_I}{T_{из}} \right). \quad (38)$$

Коэффициент усиления по моменту упругости обратной связи по моменту

$$k_2 = \frac{1}{k_0 k_I} \left[\frac{A_1 \Omega_0^5 J_2 T_M T_3 T_I}{c_{12}} + c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_2 \beta} (T_3 + T_I) - \right.$$

$$\left. - A_0 \Omega_0^3 T_M T_3 T_I \right]. \quad (39)$$

Коэффициент при интегральной части обратной связи по моменту упругости

$$f_2 = \frac{1}{k_0 k_I} \left[\frac{A_0 \Omega_0^4 J_2 T_M T_3 T_I}{c_{12}} + c_{12} / \beta \right]. \quad (40)$$

Коэффициент при дифференциальной части обратной связи по моменту упругости

$$T_2 = \frac{1}{k_0 k_I} \left[\frac{A_2 T_M \Omega_0^4 J_2 T_3 T_I}{c_{12}} + c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_2 \beta} T_3 T_I - \right. \\ \left. - A_4 \Omega_0^2 T_M T_3 T_I \right]. \quad (41)$$

При этом нормированные коэффициенты при $M_{c2}(q)$ в уравнении (1) определяются в зависимости от коэффициентов A_3 – A_5 при

$$N_1 = 0; \quad N_2 = \frac{A_3}{\Omega_0 J_2} - \frac{c_{12} A_5}{\Omega_0^3 J_2^2}; \quad N_3 = \frac{A_4}{\Omega_0 J_2} - \frac{c_{12}}{\Omega_0^3 J_2^2}; \\ N_4 = \frac{A_5}{\Omega_0 J_2}; \quad N_5 = \frac{1}{\Omega_0 J_2}, \quad (42)$$

$$\text{где } \Omega_0 = \frac{T_3 + T_I}{A_5 T_3 T_I}.$$

Предложенные структуры САУ и методики расчета параметров электропривода использованы в электроприводе породной канатной дороги [2] (III вариант САУ) и электроприводе механизма подачи комбайна КШКГУ [6] (VII вариант САУ).

При выборе параметров САУ значения нормированных коэффициентов приняты соответствующими кратным корням характеристического уравнения [7]: $A_0=A_6=1$; $A_1=A_5=6$; $A_2=A_4=15$; $A_3=20$.

Электропривод породной канатной дороги (рис. 2,а) содержит упругой тяговый трос, с помощью которого перемещаются сосуды (с), являющиеся исполнительным органом (ИО). Для уменьшения колебаний по управляющему воздействию в переходных процессах входа сосудов на загрузку разработана САУ по III варианту, так как статический момент сопротивления M_{c2} ИО (сосуда) практически постоянен. Скорости ротора АД и ИО измерялись с помощью тахогенераторов ТГ₁, ТГ₂, напряжения которых являлись сигналами обратных связей. Для определения жесткости упругого звена использовался датчик положения (ДП) сосуда. Длина тягового органа зависит от местоположения сосуда и определяет жесткость упругой связи:

$$l_1 = 2l - l_2,$$

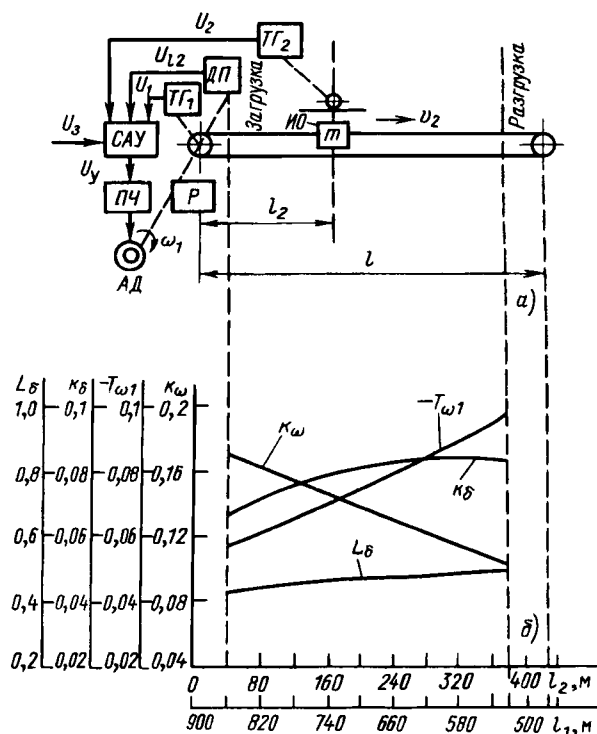


Рис. 2. Структурная схема электропривода породной канатной дороги (а) и зависимости параметров САУ от жесткости упругого звена для электропривода породной канатной дороги (б)

где l_2 — расстояние от приводного барабана до нагруженного сосуда.

Жесткость рабочего участка троса определялась по формуле

$$c_{12} = \frac{c_{\pi}}{l_1} \left(\frac{R}{h} \right)^2,$$

где c_{π} — жесткость одного метра тягового троса; R — радиус приводного барабана; h — передаточное число редуктора P .

По известным параметрам привода лебедки с помощью уравнений (14), (16), (19), (21), (23) определены зависимости, по которым необходимо изменять параметры САУ в функции жесткости троса или положения сосуда — расстояния l_1 . Для параметров привода дороги: $T_I = T_{из} = 0,2$ с; $T_3 = 0,018$ с; $T_M = 0,007$ с; $k_0 k_I = 15,7$; $J_2 = 2,22$ кг·м²; $\gamma = 4,1$; $c_{\pi} = 5 \cdot 10^7$ Н/м; $R = 0,5$ м; $h = 15$.

Полученные зависимости показывают графически на рис. 2,б.

Привод с такой САУ был установлен, испытан и эксплуатируется на шахте «Дубовская» ПО «Тулауголь». При испытании получены осциллограммы скорости ИО — v_2 и частоты вращения вала АД — ω_1 без САУ (рис. 3,а) и с применением САУ (рис. 3,б). Анализ осциллограмм показал, что применение САУ снижает амплитуду колебаний ИО в несколько раз и обеспечивает апе-

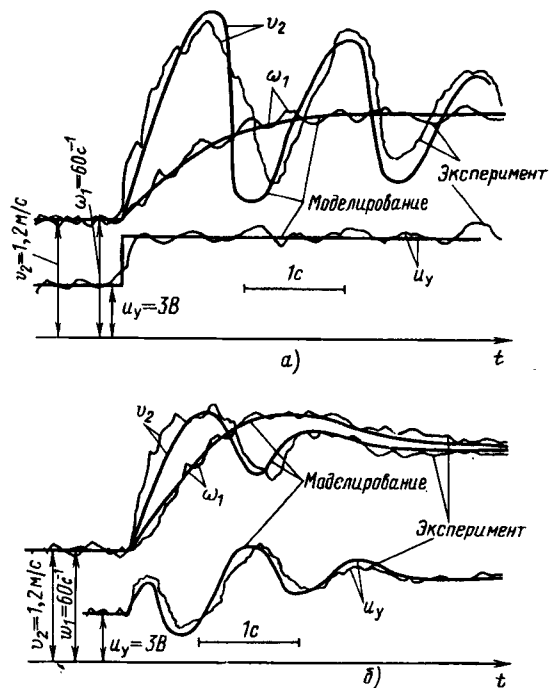


Рис. 3. Осциллограммы скоростей перемещения сосудов канатной дороги и ротора АД по управляющему воздействию: а — без САУ; б — с САУ

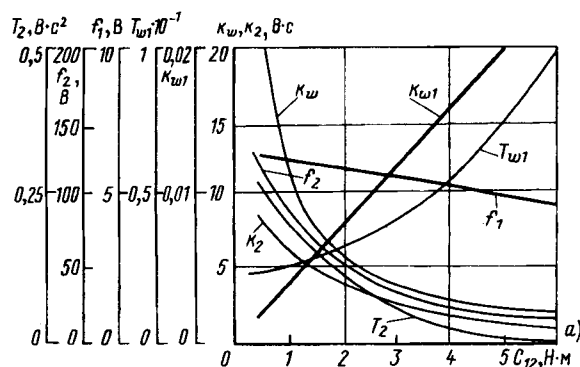


Рис. 4. Зависимости параметров САУ от жесткости упругого звена для электропривода комбайна (а); осциллограммы пуска электропривода комбайна и реакция привода на возмущающее воздействие на ИО (б)

риодичность переходного процесса изменения скорости сосуда с минимальным перерегулированием. Это дает возможность точной установки сосудов в заданное положение при загрузке, исключает движение сосудов рывками, в результате производительность дороги повышается в среднем

на 7%.

Аналогично для привода механизма подачи по формулам (35)–(41) были получены зависимости параметров САУ от жесткости тяговой цепи для комбайна КШКГУ, представленные на рис. 4,а.

САУ была испытана в частотно-регулируемом электроприводе механизма подачи комбайна КШКГУ. На рис. 4,б представлены осциллограммы пуска электропривода и наброса нагрузки от режима холостого хода до близкого к номинальному при работе комбайна по выемке угля. Из осциллограмм следует, что линейная скорость перемещения ИО комбайна изменяется в переходных процессах по аperiodическому закону.

САУ электропривода породной канатной дороги и механизма подачи комбайна реализованы на операционных усилителях с реализацией функций с помощью диодных аппроксиматоров и оптопар.

Вывод. Анализ различных структур САУ электроприводом с переменной жесткостью упругого звена показал, что возможно создание САУ с перестраиваемыми параметрами в функции жесткости, которые обеспечат аperiodический процесс по управляющему воздействию (II–VI варианты САУ) и по управляющему возмущающему воздействию (VII вариант САУ).

Для каждого варианта САУ получены формулы расчета параметров регулятора скорости и параметров параллельных корректирующих цепей в зависимости от жесткости упругого звена. Перестройка параметров регулятора скорости и цепей коррекции наиболее рационально реализуется с помощью цифровых средств управления на микропроцессорах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жданов В.П. Средства управления и автоматизации очистных комбайнов. — М.: ЦНИЭИуголь, 1984.

2. Ребенков Е.С. Результаты испытания частотно-регулируемого электропривода шахтной породной канатной дороги. — Научн. сообщ. Ин-та горн. дела им. А.А. Скочинского, 1985, вып. 239.

3. Иванов Г.М., Никитин Б.К. Автоматизированный электропривод агрегатов непрерывного действия. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

4. Бабокин Г.И. Статистические характеристики нагрузки электропривода выемочных комбайнов. — Электротехника, 1981, № 2.

5. Ключев В.И. Теория электропривода. — М.: Энергоатомиздат, 1985.

6. Серов Л.А., Бабокин Г.И. Механизм подачи комбайна КШКГУ с частотно-регулируемым электроприводом. — В сб. Научно-технические достижения и передовой опыт в угольной промышленности, — М.: ЦНИЭИуголь, 1992, № 1, 2.

7. Красовский А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматики и технической кибернетики. — М.: Л.: Госэнергоиздат, 1962.

8. А.с. № 1319218 (СССР). Устройство для демпфирования колебаний в электроприводе с упругой связью между двигателем и механизмом / Г.И. Бабокин. — Оpubл. в БИ, 1987, № 23.

9. Ребенков Е.С., Бабокин Г.И. Исследование влияния жесткости на динамику электромеханической системы. — Изв. вузов. Электромеханика, 1989, № 5.

[21.02.95]

Авторы: Ребенков Евгений Степанович окончил механический факультет Новомосковского филиала Московского химико-технологического института им. Д.И. Менделеева (ныне Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева — РХТУ) в 1975 г. Старший преподаватель кафедры электротехники Новомосковского филиала РХТУ.

Бабокин Геннадий Иванович окончил факультет автоматики и телемеханики Тульского политехнического института в 1966 г. В 1976 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование условий работы и выбор рациональной структуры автоматизированного электропривода добычного комбайна» в Московском горном институте. Заведующий кафедрой электротехники Новомосковского филиала РХТУ.

ВНИМАНИЮ РУКОВОДИТЕЛЕЙ ПРЕДПРИЯТИЙ, ОБЪЕДИНЕНИЙ, НИИ и КБ, ВУЗОВ

Редакция журнала «Электричество» предлагает услуги по подготовке и выпуску на договорных условиях специальных (тематических) номеров журнала

Справки по телефону 928-88-69

Синтез линейных систем по управляющему и возмущающему воздействиям методом стандартных коэффициентов

БУРЯНИНА Н.С., ЗЕНКОВ Д.Ф., КАЦЕВИЧ В.Л.

Рассмотрены вопросы синтеза линейных систем по управляющему и возмущающему воздействиям стандартных коэффициентов. Предложен метод синтеза систем автоматического управления приводами, позволяющий определять параметры желаемых передаточных функций по управлению и возмущению при наибольшем быстродействии из всех возможных вариантов распределения корней и заданных значениях соответственно перерегулирования δ и динамической просадки выходной координаты $\Delta\delta$. Разработанный метод синтеза применим для многосвязных систем приводов технологических механизмов, работающих в условиях значительных возмущающих воздействий.

Ключевые слова: привод, автоматическое управление, переходные процессы, метод стандартных коэффициентов

При разработке систем автоматического управления электроприводами в соответствии с заданными технологическими требованиями к качеству переходных процессов необходимо решить задачу отыскания таких параметров системы управления, которые обеспечат максимальное быстродействие электропривода при соблюдении заданных ограничений.

В переходных процессах, возникающих в электроприводе при изменении управляющего воздействия, зачастую ограничивается значение перерегулирования тока силовой цепи двигателя, частоты вращения двигателя, перемещения рабочих органов. В переходных процессах, связанных с изменением нагрузки электропривода, желательно обеспечить заданное значение динамических отклонений координат от установившегося значения.

Широко используемый метод стандартных коэффициентов [1—3], предполагающий синтез систем электроприводов по управляющему воздействию, позволяет на основе данных в табличной форме значений нормированных коэффициентов характеристических уравнений A_i для различных вариантов распределения корней определить: значение перерегулирования, нормированное время достижения максимума при скачке входного сигнала, нормированное время переходного процесса до вхождения в 5%-ную зону установившегося значения, а также колебательность.

В [4] приведены коэффициенты фильтров: с критическим затуханием, Бесселя, Баттерворта, Чебышева с неравномерностью 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0 дБ для систем до десятого порядка, а также дан их сравнительный анализ по пара-

The paper considers question of synthesis by operating and perturbing coercions on the basis of standard coefficients method. A method of synthesis of automatic drive control systems, which allows to determine parameters of optimum transmission functions by control and perturbation, with the choice of the highest-speed variant among all possible combinations of root distribution and given values of readjustment $[\delta]$ and dynamic fluctuation of the output coordinate $[\Delta\delta]$ is proposed. This method is applicable for multitied technological mechanical drive systems under considerable perturbing conditions.

Key words: drive, automatic control, transient processes, standard coefficients method

метрам: времени нарастания, времени задержки и относительному значению перерегулирования.

Однако в указанной литературе отсутствуют соотношения между перерегулированием, временем переходного процесса координат электропривода, временем достижения максимума и значениями стандартных коэффициентов, что вызывает определенные трудности при синтезе систем автоматического управления приводами конкретных промышленных объектов.

Изложенный в [5] метод синтеза позволяет определять по аналитическим выражениям значения стандартных коэффициентов уравнений любого порядка при заданных перерегулировании и времени переходного процесса. Однако данный метод не обеспечивает точности выше 10%, что не всегда приемлемо при синтезе приводов промышленных механизмов. Кроме того, необходимость использования приближенных выражений и графических зависимостей также влияет на точность расчета. Существуют и определенные неудобства при применении данного метода синтеза систем автоматического управления приводами в практических расчетах.

Применение указанных методов синтеза приводов ограничено определенной областью: системами, передаточные функции которых не имеют нулей в числителе. К таким системам относятся системы, синтезируемые по управляющему воздействию, и в которых возмущающие воздействия или не влияют на алгоритм ее работы, или отклонения координат системы при действии возмущений незначительны по сравнению с динамическими показателями при изменении управляющего воздействия.

Передаточные функции замкнутых систем по возмущающему воздействию отличаются от передаточных функций по управлению тем, что числитель, как правило, вместо постоянного коэффициента содержит полином, характеризующийся наличием нескольких нулей. Поэтому предлагаемые различные варианты распределения корней характеристического уравнения, обеспечивающие синтез хорошо демпфированных систем по управляющему воздействию, не позволяют синтезировать системы по возмущению с заданными динамическими показателями: динамической просадкой выходной координаты и временем переходного процесса или временем переходного процесса или временем достижения максимума.

К таким системам относятся, например, многосвязные системы электроприводов (гидро-, электрогидроприводов) основных технологических механизмов судопропускных сооружений (затворов, ворот), нарушение программного алгоритма работы которых, вызванное возмущающими воздействиями (микрозаклинивание затвора, заедание опорно-ходовых тележек в направляющих, волновые и ветровые воздействия и т.д.), может привести к аварийной ситуации.

Таким образом, отклонения от пространственной траектории движения рабочих органов, превышающих технически допустимые, вызывают нарушения всего технологического цикла работы таких высоконадежных и ответственных объектов водного транспорта.

Структурная схема многосвязного электропривода технологического механизма судопропускного сооружения приведена на рис. 1 (передаточная функция этой системы по возмущающему воздействию характеризуется наличием полинома p^2 в числителе).

Предлагаемый метод синтеза на примере линейных систем четвертого и пятого порядков позволяет по заданным значениям перерегулиро-

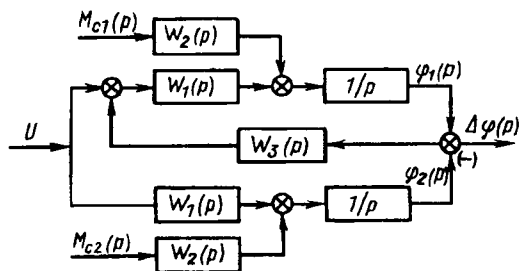


Рис. 1. Структурная схема многосвязного электропривода технологического механизма судопропускного сооружения: $W_1(p)$ — передаточная функция замкнутой системы скоростного контура по управлению; $W_2(p)$ — передаточная функция замкнутой системы скоростного контура по возмущению; $W_3(p)$ — передаточная функция синхронизирующей цепи обратной связи; $M_{c1}(p)$, $M_{c2}(p)$ — возмущающие воздействия; U — управляющее воздействие; $\varphi_1(p)$, $\varphi_2(p)$ — выходные координаты системы; $\Delta\varphi(p)$ — разность выходных координат системы

вания или динамической просадки переходной характеристики и наибольшему быстродействию определить параметры желаемой передаточной функции системы соответственно по управляющему и возмущающему воздействиям. Подобные задачи для системы второго и третьего порядков по управлению решены [6]. Предварительный анализ переходных характеристик показал, что наибольшим быстродействием обладают системы, характеристические уравнения которых имеют равные комплексно-сопряженные корни. При этом переходная характеристика системы нечетного порядка, войдя в заданный коридор, должна касаться обеих его границ в моменты времени $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$, а четного — только верхней границы в момент времени $\tau_{\max}$.

Передаточная функция по управляющему воздействию линейной системы четвертого порядка

$$W(s) = \frac{k}{(B_2 s^2 + B_1 s + 1)^2}. \quad (1)$$

При переходе к системе относительных единиц и нормированному времени выражение (1) можно привести к виду

$$W(p) = \frac{1}{(p^2 + Ap + 1)^2} = \frac{1}{p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + 1},$$

где $A_1 = A_3 = 2A$, $A_2 = 2 + A^2$ — коэффициенты нормированного уравнения.

Переходная характеристика системы управления при скачке единичного входного сигнала приведена на рис. 2 (кривая 1).

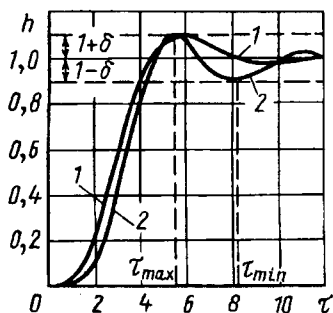


Рис. 2. Переходные характеристики систем четвертого и пятого порядков при единичном управляющем воздействии

Очевидно, что перерегулирование δ однозначно связано с параметром A и соответственно с параметрами A_1, A_2, A_3 нормированного характеристического уравнения, а следовательно, и с его корнями: $p_{1,2,3,4} = -\beta \pm j\omega$, причем $2\beta = A$, $\beta^2 + \omega^2 = 1$.

Уравнение переходной характеристики имеет вид

$$h(\tau) = 1 + e^{-\beta\tau} [C_1 \sin \omega\tau + C_2 \cos \omega\tau + \tau (C_3 \sin \omega\tau + C_4 \cos \omega\tau)], \quad (2)$$

где $\beta = A/2$; $\omega = \sqrt{1 - \beta^2}$ — значения модулей соответственно действительной и мнимой частей корней характеристического уравнения: C_1, C_2, C_3, C_4 — постоянные интегрирования.

На рис. 3 приведены графики зависимостей $A=f(\delta)$ и $\tau_{\max}=f(\delta)$, полученные при решении уравнения (2) на ЭВМ для различных значений перерегулирования δ и соответственно коэффициента A характеристического уравнения.

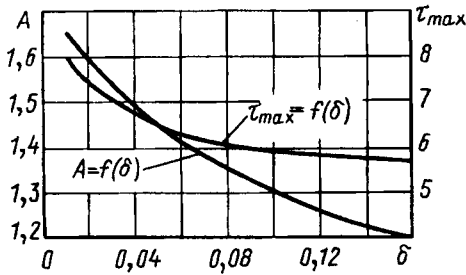


Рис. 3. Зависимости $A=f(\delta)$ и $\tau_{\max}=f(\delta)$ системы четвертого порядка

Передаточная функция по управляющему воздействию линейной системы пятого порядка

$$W(p) = \frac{1}{(p+A)(p^2+B_1p+B_2)^2} = \frac{1}{p^5+A_1p^4+A_2p^3+A_3p^2+A_4p+1}, \quad (3)$$

где $A=\alpha=1/(\beta^2+\omega^2)^2$; $B_1=2\beta$; $B_2=\beta^2+\omega^2$; $A_1=\alpha+4\beta$; $A_2=4\alpha\beta+2(\beta^2+\omega^2)+4\beta^2$; $A_3=2(\beta^2+\omega^2) \times (\alpha+2\beta)+4\alpha\beta^2$; $A_4=(\beta^2+\omega^2)(4\alpha\beta+\beta^2+\omega^2)$; α — значение модуля действительного корня; β, ω — значения модулей соответственно действительной и мнимой частей комплексно-сопряженных корней.

Среди различных сочетаний коэффициентов B_1 и B_2 (3) определяем то, при котором время вхождения переходной характеристики в заданный коридор отклонений (кривая касается границ коридора) минимально (рис. 2, кривая 2).

Уравнение переходной характеристики имеет вид

$$h(\tau) = 1 + C_1 e^{-\alpha\tau} + e^{-\beta\tau} [C_2 \sin \omega\tau + C_3 \cos \omega\tau + \tau(C_4 \sin \omega\tau + C_5 \cos \omega\tau)], \quad (4)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 — постоянные интегрирования.

Графики зависимостей $B_1=f(\delta)$, $B_2=f(\delta)$ и $\tau_{\max}=f(\delta)$, приведенные на рис. 4, получены при решении уравнения (4) на ЭВМ.

Рассмотрим передаточную функцию по возмущающему воздействию линейной системы на примере многосвязного электропривода технологического механизма судопропускного сооружения (рис. 1):

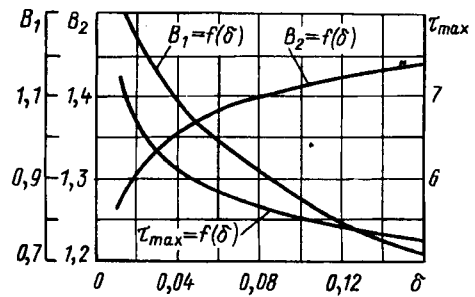


Рис. 4. Зависимости $B_1=f(\delta)$, $B_2=f(\delta)$ и $\tau_{\max}=f(\delta)$ системы пятого порядка

$$W(p) = \frac{\varphi_1(p) - \varphi_2(p)}{M_{c1}(p) - M_{c2}(p)} = \frac{\Delta\varphi(p)}{\Delta M_c(p)} = \frac{W_2(p)}{p + W_1(p)W_3(p)}.$$

При переходе к системе относительных единиц и нормированному времени передаточная функция системы четвертого порядка (с П-регулятором в цепи синхронизирующей обратной связи) имеет вид

$$W(p) = \frac{p^2}{(p^2+Ap+1)^2} = \frac{p^2}{p^4+A_1p^3+A_2p^2+A_3p+1}. \quad (5)$$

Переходная характеристика системы при единичном скачке возмущающего сигнала приведена на рис. 5 (кривая 1).

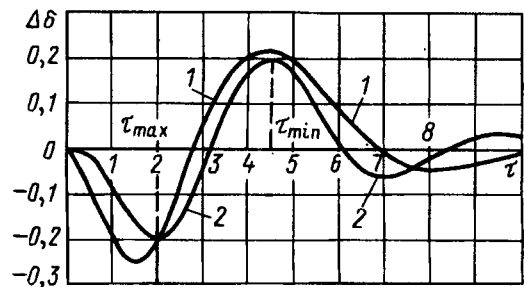


Рис. 5. Переходные характеристики систем четвертого и пятого порядков при единичном возмущающем воздействии

Очевидно, что динамическая просадка выходной координаты $\Delta\delta$, так же как и перерегулирование δ , однозначно связано как с параметром A , так и с параметрами A_1, A_2, A_3 нормированного характеристического уравнения и, следовательно, с его корнями.

Уравнение переходной характеристики имеет вид

$$h(\tau) = e^{-\beta\tau} [C_1 \sin \omega\tau + C_2 \cos \omega\tau + \tau(C_3 \sin \omega\tau + C_4 \cos \omega\tau)], \quad (6)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — постоянные интегрирования.

На рис. 6 приведены графики зависимостей $A=f(\Delta\delta)$ и $\tau_{\max}=f(\Delta\delta)$, полученные при решении уравнения (6) на ЭВМ.

Передаточная функция по возмущающему воздействию линейной системы пятого порядка (на

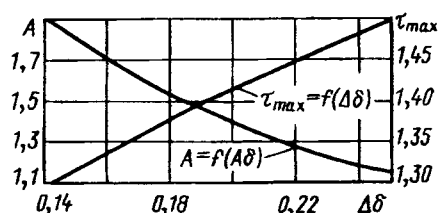


Рис. 6. Зависимости $A=f(\Delta\delta)$ и $\tau_{\max}=f(\Delta\delta)$ системы пятого порядка

примере многосвязного электропривода технологического механизма с ПИ-регулятором в цепи синхронизирующей обратной связи) в нормализованном виде

$$W(p) = \frac{p^2}{(p+A)(p^2+B_1p+B_2)^2} = \frac{p^2}{p^5+A_1p^4+A_2p^3+A_3p^2+A_4p+A_5} \quad (7)$$

Среди различных сочетаний коэффициентов B_1, B_2 выражения (7) определяем то, при котором переходная характеристика, касаясь границ заданного коридора с моменты времени $\tau_{\max}$ и $\tau_{\min}$, не выходит из него в течение всего переходного процесса (рис. 5, кривая 2), обеспечивая тем самым наибольшее быстродействие.

Уравнение переходной характеристики

$$h(\tau) = C_1 e^{-\alpha\tau} + e^{-\beta\tau} [C_2 \sin \omega\tau + C_3 \cos \omega\tau + \tau (C_4 \sin \omega\tau + C_5 \cos \omega\tau)] \quad (8)$$

Графики, приведенные на рис. 7, получены при решении уравнения (8) на ЭВМ.

Используя графики, приведенные на рис. 4 и 7, по заданным значениям соответственно δ и $\Delta\delta$ определяют параметры B_1, B_2 , а затем из выражения (3): $\beta=B_1/2$, $\omega=(4B_2-B_1^2)^{0,5}/4$ и $\alpha=1/B_2^2$.

Таким образом, возможно определение параметров желаемых передаточных функций по управлению и возмущению при наибольшем быстродействии из всех возможных вариантов распределения корней и заданных значений соответственно перерегулирования δ и динамической просадки выходной координаты $\Delta\delta$.

Подобный метод синтеза линейных систем может быть применен и для систем автоматического управления приводами технологических механизмов, описываемых уравнениями более высокого порядка.

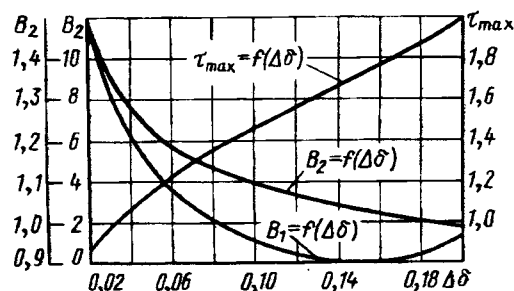


Рис. 7. Зависимости $B_1=f(\Delta\delta)$, $B_2=f(\Delta\delta)$ и $\tau_{\max}(\Delta\delta)$ системы пятого порядка

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматизации и технической кибернетики. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962.
2. Кузовков Н.Т. Системы стабилизации летательных аппаратов. — М.: Высшая школа, 1976.
3. Яровский В.Н., Макшанов В.И., Ермолин В.П. Проектирование нелинейных следящих систем с тиристорным управлением исполнительным двигателем. — Л.: Энергия, 1978.
4. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Справочное пособие / Пер. с нем.— М.: Мир, 1983.
5. Батенко А.П. Системы терминального управления. — М.: Советское радио, 1984.
6. Определение параметров оптимальной по быстродействию линейной системы управления / М.В. Головинова, В.Л. Кацевич, В.А. Николаев, О.Б. Решмина — Сб. науч. тр. № 165.— М.: МЭИ.

[26.01.93]

Авторы: Бурянина Надежда Сергеевна окончила электротехнический факультет Новосибирского института инженеров водного транспорта в 1979 г. В 1992 г. защитила докторскую диссертацию по теме «Электротехнические комплексы и системы управления автоматизированными электроприводами основных технологических механизмов судовых шлюзов» в Московском энергетическом институте (МЭИ). Заведующая кафедрой в Новосибирской академии водного транспорта (НАВТ).

Зенков Дмитрий Федорович окончил электромеханический факультет Томского политехнического института (ТПИ) в 1959 г. В 1976 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Полупроводниковые источники энергии» в ТПИ. Доцент НАВТ.

Кацевич Владимир Леонидович окончил факультет электрификации промышленности и транспорта МЭИ в 1962 г. В 1969 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Тиристорный электропривод с релейным управлением» в МЭИ. Доцент МЭИ.

Оптимизация асинхронных электроприводов производственных машин с циклической ударной нагрузкой

СМИРНОВ Ю.В.

Предложена методика оптимизации асинхронных электроприводов производственных машин с циклической ударной нагрузкой из условия минимума электропотребления. Принимается усредненное значение вращающего момента электродвигателя в рабочей зоне скольжения. Выведены формулы для расчета оптимальных параметров электропривода.

Ключевые слова: асинхронный электропривод, циклическая ударная нагрузка, оптимальные параметры

В производственных машинах с циклической ударной нагрузкой (кузнечно-прессовые машины, нереверсивные прокатные станы, ткацкие станки, лесопильные рамы и др.) для разгрузки электродвигателя главного привода используются инерционные массы привода, причем для обеспечения необходимого запаса кинетической энергии предусмотрен специальный маховик. Как правило, в главных приводах таких машин применяют асинхронные электродвигатели с повышенным скольжением. Работа электроприводов производственных машин с циклической ударной нагрузкой характеризуется непрерывным изменением значения и направления потока энергии. Во время технологической операции полезная работа выполняется преимущественно за счет энергии, отдаваемой инерционными массами привода, а во время паузы между ударами нагрузки запас кинетической энергии инерционных масс возобновляется электродвигателем главного привода.

Целью предлагаемого исследования является оптимизация асинхронных электроприводов производственных машин с циклической ударной нагрузкой из условия минимума энергопотребления с использованием универсального показателя энергетической эффективности машины, необходимость которого весьма актуальна [1].

Оптимизация асинхронных электроприводов связана с интегрированием дифференциальных уравнений движения привода и затруднена нелинейным характером механических характеристик асинхронных электродвигателей. Задача существенно упрощается при оперировании усредненным значением вращающего момента электродвигателя в рабочей зоне изменения скольжения. На рис. 1 показана устойчивая часть механической характеристики асинхронного электродвигателя, на которой отображена рабочая зона изменения скольжения от s_1 до s_2 при увеличении

A new method is proposed optimisation of asynchronous industrial electric drives with cyclical shock load provided minimum power consumption. Averaged value of a motor torque within working zone of a slip is allowed. Formulaes for calculation of optimum parameters of electric drives are derived.

Key words: Asynchronous electric drive, cyclical shock load, optimum parameters

вращающего момента двигателя от M_1 до M_2 . Значения усредненного вращающего момента электродвигателя M_y и соответствующего ему скольжения s_y определяются из условия равенства заштрихованных площадей на рис. 1, что обуславливает увеличение избыточного момента при $s_1 < s < s_y$ и эквивалентное ему снижение избыточного момента при $s_y < s < s_2$. Размер рабочей зоны скольжения $s_2 - s_1$ зависит от интенсивности удара нагрузки, кривизны механической характеристики в данном диапазоне скольжения и запаса кинетической энергии инерционных масс. Более точное отображение зоны механической характеристики от s_1 до s_2 получаем при ее аппроксимации участком прямой линии, проходящей через точки M_1, s_1 и M_2, s_2 .

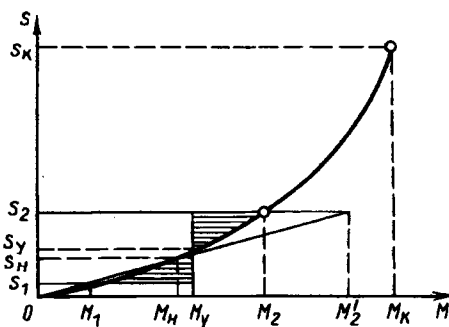


Рис. 1

Поскольку при ударе нагрузки приведенный момент сопротивления многократно превышает усредненный вращающий момент электродвигателя, а во время паузы усредненный вращающий момент двигателя значительно превышает приведенный момент сопротивления холостого хода, то оперирование усредненным вращающим моментом вполне правомерно. Так, расчеты показали, что предлагаемая методика по сравнению

с уточненной дает погрешность не более 5%.

Принимая за базовую точку механической характеристики асинхронного электродвигателя точку номинального режима M_H, s_H , в соответствии с рис. 1 имеем:

$$\left. \begin{aligned} (M_y - M_1)(s_y - s_1) &= (M_2 - M_y)(s_2 - s_y); \\ s_y &\approx s_H \frac{M_y}{M_H}; \\ M_1 &\approx M_H \frac{s_1}{s_H}; \\ M_2 &= k_{s2} M_H \frac{s_2}{s_H}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $k_{s2} = \frac{M_2}{M_2'}$ — значение коэффициента кривизны механической характеристики k_s в точке M_2, s_2 ; M_2' — значение вращающего момента электродвигателя при линейной механической характеристике, проходящей через точку номинального режима, при $s=s_2$.

При оптимизационных расчетах может быть использована формула определения коэффициента k_s , полученная из аппроксимирующего выражения механической характеристики асинхронного электродвигателя с повышенным скольжением по [2],

$$k_s = \frac{M_K}{M_H} \frac{s_H}{s} \sqrt{\frac{s}{s_K} \left(2 - \frac{s}{s_K} \right)} \quad \text{при } s_H > s > s_K, \quad (2)$$

где M_K — максимальный вращающий момент электродвигателя при критическом скольжении s_K . Решая систему уравнений (1), получаем:

$$\frac{M_y}{M_H} = \frac{1}{s_H} \frac{k_s s_2^2 - s_1^2}{(1 + k_s)s_2 - 2s_1} \approx \frac{k_s}{1 + k_s} \frac{s_1 + s_2}{s_H}. \quad (3)$$

При $s_2 < s_H$ можно принять $k_s = 1$ и $\frac{M_y}{M_H} = \frac{s_1 + s_2}{2s_H}$.

На рис. 2 показаны графики изменения момента сопротивления производственной машины M_c , вращающего момента электродвигателя M и угловой скорости вращения рабочего вала машины ω в пределах времени цикла работы $t_{\text{ц}} = t_0 + t_x$, где t_0 — время технологической операции, t_x — время паузы.

Уравнения движения привода при выполнении технологической операции и возобновлении запаса кинетической энергии инерционных масс привода имеют вид:

$$iM_y - \eta_p M_{co} = (J_m + i^2 J_d) \frac{d\omega}{dt} \quad \text{при } 0 \leq t \leq t_0; \quad (4)$$

$$iM_y - \frac{1}{\eta_p} M_{cx} = (J_m + i^2 J_d) \frac{d\omega}{dt} \quad \text{при } t_0 \leq t \leq t_{\text{ц}}, \quad (5)$$

где i и η_p — передаточное отношение и КПД

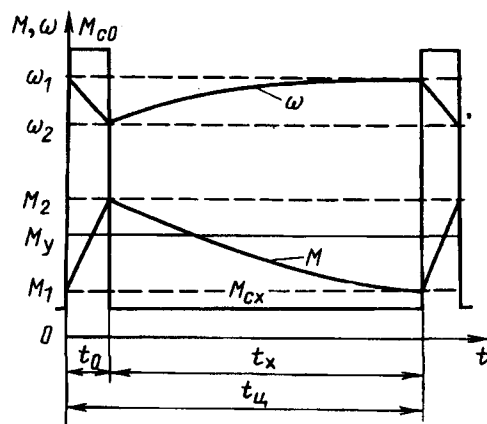


Рис. 2

редуктора; J_m и J_d — моменты инерции производственного механизма (с учетом маховика и деталей редуктора) и ротора электродвигателя.

Энергопотребление производственной машины за время цикла с учетом (4) и (5) может быть представлено выражением

$$\mathcal{E}_{\text{ц}} = \frac{1}{\eta_s} \left[\int_0^{t_0} iM_y \omega dt + \int_0^{t_x} iM_y \omega dt \right] = \frac{\mathcal{E}_K}{\eta_d \eta_s}, \quad (6)$$

где

$$\mathcal{E}_K = \frac{1}{2} (J_m + i^2 J_d) (\omega_1^2 - \omega_2^2) \quad (7)$$

— кинетическая энергия, отдаваемая инерционными массами привода за время выполнения технологической операции; ω_1, ω_2 — значения угловой скорости вращения рабочего вала перед началом технологической операции и по ее завершении; η_s — КПД электродвигателя;

$$\eta_d = \frac{\left(\mu - \frac{1}{\eta_p} \right) \left(\eta_p \frac{M_{co}}{M_{cx}} - 1 \right)}{\eta_p \frac{M_{co}}{M_{cx}} - \frac{1}{\eta_p}} \quad (8)$$

— динамический КПД производственной машины;

$$\mu = \frac{iM_y}{M_{cx}} \quad (9)$$

— относительное значение усредненного вращающего момента электродвигателя: M_{co} и M_{cx} — соответственно моменты сопротивления производственной машины при выполнении технологической операции и при холостом ходе (паузе).

Интегрируя (4) и (5), для времени цикла найдем

$$t_{\text{ц}} = \frac{(J_m + i^2 J_d) (\omega_1 - \omega_2)}{\eta_d i M_y}. \quad (10)$$

Необходимый номинальный вращающий момент электродвигателя при условии цикловой ус-

тойчивости в соответствии с (3) и (10) равен

$$M_H = \frac{1+k_s}{k_s} \frac{\omega_0 s_H (J_M + i^2 J_D)}{i_{\Sigma} \eta_D} \frac{s_2 - s_1}{s_2 + s_1}. \quad (11)$$

По методике, предложенной в [3], с учетом (4) и (5) для требуемого номинального вращающего момента электродвигателя из условия допустимого нагрева найдем

$$M_H = \frac{1}{s_H t_{\Sigma}} \left[\int_0^{t_0} M_y s dt + \int_0^{t_x} M_y s dt \right] = \frac{\omega_0 (J_M + i^2 J_D)}{2 i s_H t_{\Sigma} \eta_D} (s_2^2 - s_1^2). \quad (12)$$

Сопоставляя (11) и (12), получаем критериальную зависимость

$$\frac{s_2 + s_1}{s_H} = \sqrt{\frac{2(1+k_s)}{k_s}}. \quad (13)$$

Подставив (13) в (3), найдем

$$\frac{M_y}{M_H} = \sqrt{\frac{2k_s}{1+k_s}}. \quad (14)$$

Исходя из вышеизложенного, можно сделать вывод, что динамический КПД производственной машины с циклической ударной нагрузкой полностью характеризует энергетическую эффективность машины, а его повышение позволяет снизить энергопотребление и уменьшить требуемый вращающий момент электродвигателя. Из условия $\partial \eta_D / \partial \mu = 0$ по выражению (8) для оптимального значения параметра и максимального значения динамического КПД машины имеем:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{M_{co}}{M_{cx}}}; \quad (15)$$

$$\eta_{до} = \frac{\eta_p \frac{M_{co}}{M_{cx}} - 2 \sqrt{\frac{M_{co}}{M_{cx}}} + \frac{1}{\eta_p}}{\frac{M_{co}}{\eta_p \frac{M_{co}}{M_{cx}}} - \frac{1}{\eta_p}}. \quad (16)$$

На рис. 3 представлены зависимости $\eta_D(\mu)$, рассчитанные по выражению (8) при $\eta_p = 0,9$ для нескольких значений отношения M_{co}/M_{cx} . Из полученных графиков следует, что максимум динамического КПД машины при увеличении интенсивности технологической нагрузки перемещается в зону больших значений μ , а экстремум функции $\eta_D(\mu)$ сглаживается, что дает возможность обеспечения компромиссного оптимума. Диапазон изменения отношения M_{co}/M_{cx} задан технологическими требованиями, при этом поддержание близкого к максимуму значения η_D можно осуществить подбором пе-

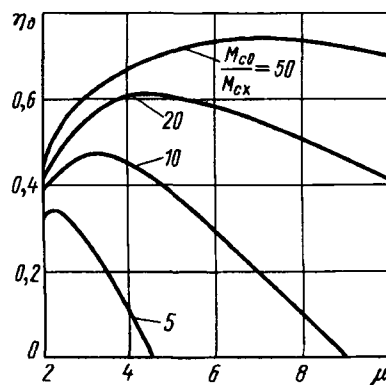


Рис. 3

редаточного отношения редуктора, момента инерции маховика и габарита электродвигателя.

Для оптимального передаточного отношения редуктора из условия максимума динамического КПД машины с учетом (3), (9) и (15) найдем

$$i_0 = \sqrt{\frac{1+k_s}{2k_s}} \frac{\sqrt{M_{co} M_{cx}}}{M_H}. \quad (17)$$

В то же время для обеспечения минимального габарита электродвигателя и минимального энергопотребления при $\eta_D = \eta_{до}$ имеем

$$i_0 = \sqrt{\frac{J_M}{J_D}}. \quad (18)$$

Приравняв выражения (17) и (18), для оптимального значения момента инерции производственного механизма получим

$$J_{Mo} = \frac{1+k_s}{2k_s} \frac{M_{co} M_{cx}}{M_H^2} J_D. \quad (19)$$

Таким образом, оптимальные значения передаточного отношения редуктора, момента инерции производственного механизма, а также необходимый вращающий момент электродвигателя возрастают с увеличением интенсивности удара нагрузки. Поэтому при оптимизации электропривода целесообразно принять компромиссное решение, при котором компромиссные оптимальные параметры электропривода, а также необходимый вращающий момент электродвигателя определяются при некотором компромиссном значении момента сопротивления $M_{соk}$. Принимая $\frac{s_2 - s_1}{s_2 + s_1} \approx 0,9$, для вращающего момента электродвигателя по (11) найдем:

$$M_H = \frac{1+k_{sm}}{k_{sm}} \frac{0,9 \omega_0 s_H (J_{MK} + i_k^2 J_D)}{i_k t_{\Sigma} \eta_D}, \quad (20)$$

где

$$i_k = \sqrt{\frac{1+k_{sk}}{2k_{sk}}} \frac{\sqrt{M_{соk} M_{cx}}}{M_H}, \quad (21)$$

$$J_{MK} = \frac{1+k_{sk}}{2k_{sk}} \frac{M_{соk} M_{cx}}{M_H^2} J_D, \quad (22)$$

где k_{sm} , k_{sk} — соответственно значения указанного коэффициента при $M_{co}=M_{com}$ и $M_{co}=M_{сок}$.

Подставляя (21) в (20), окончательно получим выражение

$$M_H = \sqrt{\frac{1,8J_d \omega_0 s_H}{t_d \eta_{dm}} \frac{1+k_{sm}}{k_{sm}}} \sqrt[4]{\frac{1+k_{sk}}{2k_{sk}} M_{сок} M_{сх}}, \quad (23)$$

в котором η_{dm} — динамический КПД машины при $M_{co}=M_{com}$.

Таким образом, параметры асинхронного электропривода в значительной мере зависят от выбора компромиссного оптимума, а также от диапазона изменения отношения $M_{co}/M_{сх}$. Расчеты показали, что у асинхронного электропривода обеспечение близкого к максимальному значению динамического КПД машины возможно только, если $M_{co}/M_{сх} > 15$. Если же диапазон изменения технологической нагрузки начинается при меньших значениях отношения $M_{co}/M_{сх}$, то энергетическая эффективность машины снижается с уменьшением технологической нагрузки. Так, при $5 \leq M_{co}/M_{сх} \leq 50$, принимая в качестве компромиссного значения $M_{co}/M_{сх} = 13$, получаем соответственно $0,53 \leq \eta_d/\eta_{до} \leq 0,94$. Поэтому при значительном диапазоне изменения технологической

нагрузки для рассматриваемых машин следует применять регулируемый электропривод.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильинский Н.Ф., Юньков М.Г. Итоги развития и проблемы электропривода. — В сб. Автоматизированный электропривод. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
2. Смирнов Ю.В. Аппроксимация механических характеристик асинхронных короткозамкнутых электродвигателей с повышенным скольжением. — Изв. вузов. Электромеханика. 1985, № 12.
3. Смирнов Ю.В. Совершенствование методики выбора асинхронных электродвигателей. — Электричество. 1984, № 5.

[22.11.93]

Автор: Смирнов Юрий Васильевич окончил электромеханический факультет Ивановского энергетического института по специальности «Автоматизированный электропривод» в 1956 г. В 1963 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Применение регуляторов напряжения переменного тока и неуправляемых выпрямителей в системах электропривода постоянного тока» в Ленинградском электротехническом институте. Доцент кафедры электротехники Московского автомобильностроительного института.

Оценка параметров неоднородности диэлектрика на основе анализа абсорбционных характеристик

БОРИСОВА М.Э., КОЙКОВ С.Н., МАРЧЕНКО М.С., СЕВЕРЮХИНА Н.В.

Экспериментально исследованы и теоретически проанализированы абсорбционные характеристики полиимидных пленок и пленочных полиимидных конденсаторов с использованием двух моделей — пространственной и структурной неоднородности диэлектрика. Показано, что полиимидная пленка может иметь три компонента с различными значениями удельной проводимости.

Ключевые слова: пленочные конденсаторы, полиимидные пленки, пространственная неоднородность, структурная неоднородность, абсорбционные характеристики

Абсорбционными характеристиками диэлектрика или конденсатора называются зависимости от времени напряжения саморазряда $U^c(t)$, восстановленного напряжения $U^b(t)$, токов зарядки $I^{зар}(t)$ и разрядки $I^{раз}(t)$, а также частотная зависимость комплексной проводимости $\dot{Y}(\omega)$ в интервале невысоких частот (от 10^{-3} до 10^3 Гц).

The absorption characteristics of polyimide films and capacitors are investigated experimentally and analysed theoretically on the basis of two models — space and structural inhomogeneity of dielectric. It is shown that the polyimide films may have three components with different values of specific conductance.

Key words: film capacitors, polyimide films, space inhomogeneity, structural inhomogeneity, absorption characteristics

Ранее эти характеристики использовались только для сугубо практических целей [1, 2] и в известной степени формально (например для оценки так называемого коэффициента абсорбции конденсатора). Затем в ряде работ [3, 4] были приняты попытки обнаружить корреляцию между изменениями свойств изоляции при увлажнении,

при электрическом старении и абсорбционными характеристиками, однако без достаточного теоретического обоснования.

Разработка теории абсорбционных явлений в диэлектриках [5, 6] открыла широкие возможности для оценки физических параметров неоднородного диэлектрика на основе анализа абсорбционных характеристик образцов диэлектрика или конденсатора с этим диэлектриком.

Теория абсорбционных явлений в диэлектриках (конденсаторах) основана [5, 6] на двух физических моделях неоднородного диэлектрика и соответствующих им эквивалентных схемах. Одна из моделей представляет диэлектрик пространственно неоднородным, что сводится к многослойной модели диэлектрика. Этой модели соответствует последовательно-параллельная эквивалентная схема (схема Максвелла, рис. 1, а) со значениями емкостей $C_i = \frac{\epsilon_0 \epsilon_i S}{h_i}$, сопротивлений

$R_i = \frac{h_i}{\gamma_i S}$ и времени релаксации $\tau_i = R_i C_i = \frac{\epsilon_0 \epsilon_i}{\gamma_i}$. Другая из моделей представляет диэлектрик структурно неоднородным, что сводится к набору составляющих релаксационной изоляции. Этой модели соответствует параллельно-последовательная эквивалентная схема (схема Фойгта, рис. 1, б) со значениями сопротивления утечки $r_n = \frac{h}{\gamma S}$, высокочастотной (номинальной) емкости $C_n = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{h}$, а также с набором релаксаторов r_i, c_i , моделирующих релаксационную поляризацию с временами релаксации $\vartheta_i = r_i c_i$.

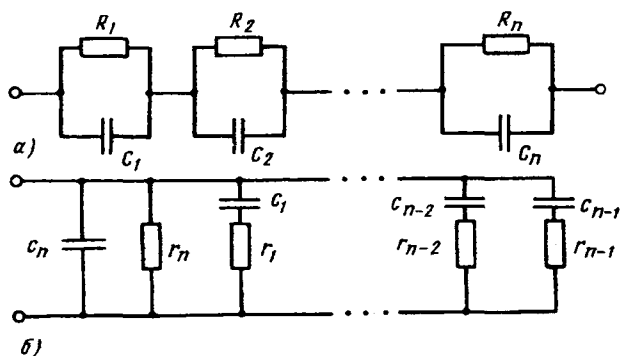


Рис. 1. Эквивалентные схемы Максвелла (а) и Фойгта (б)

В [5, 6] приведены результаты решения систем дифференциальных уравнений, составленных для этих четырех вариантов задачи (двух физических моделей и двух эквивалентных схем). Показано, что при соблюдении определенных соотношений между параметрами моделей, чем их частотные и временные характеристики будут идентичными. Поэтому при анализе экспериментальных данных

можно оценивать параметры для любого из этих четырех вариантов, а затем обсуждать полученные результаты с использованием физических соображений.

Выражения для анализа абсорбционных характеристик, полученные на основе моделей Максвелла и Фойгта, различаются между собой. Так, для модели Максвелла имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I^{\text{зар}}(t) - I_{\text{СКВ}}}{I_{\text{СКВ}}} &= -\frac{I^{\text{раз}}(t)}{I_{\text{СКВ}}} = -\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\prod_{k=1}^n (\vartheta_i - \tau_k)}{\vartheta_i^2 \prod_{k \neq i} (\vartheta_i - \vartheta_k)} \exp\left(-\frac{t}{\vartheta_i}\right); \\ \frac{U^c(t)}{U_p} &= \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{R_{\Sigma}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right); \\ \frac{U^b(t)}{U_p} &= \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{R_{\Sigma}} \left(1 - \frac{\vartheta_n}{\tau_i}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где постоянные времени ϑ_i ($i=1, 2, \dots, n-1$) находятся из решения характеристического уравнения, а затем ϑ_n — по формуле

$$\sum_{i=1}^n \frac{R_i}{R_{\Sigma}} \prod_{k \neq i}^n (\vartheta - \tau_k) = 0; \quad \vartheta_n = \frac{\prod_{i=1}^n \tau_i}{\prod_{i=1}^{n-1} \vartheta_i}; \quad (2)$$

$I_{\text{СКВ}}$ — сквозной ток; U_p — рабочее напряжение. Для модели Фойгта, в свою очередь, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I^{\text{зар}}(t) - I_{\text{СКВ}}}{I_{\text{СКВ}}} &= -\frac{I^{\text{раз}}(t)}{I_{\text{СКВ}}} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_n}{r_i} \exp\left(-\frac{t}{\vartheta_i}\right); \\ \frac{U^c(t)}{U_p} &= \sum_{i=1}^n \frac{\prod_{k=1}^n (\tau_i - \vartheta_k)}{\prod_{k \neq i}^n (\tau_i - \tau_k)} \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right); \\ \frac{U^b(t)}{U_p} &= \sum_{i=1}^n \frac{\prod_{k=1}^n (\tau_i - \vartheta_k)}{\tau_i \prod_{k \neq i}^n (\tau_i - \tau_k)} \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где постоянные времени τ_i находятся из решения характеристического уравнения

$$\prod_{i=1}^n (\tau - \vartheta_i) - \sum_{i=1}^{n-1} r_n c_i \prod_{k \neq i}^{n-1} (\tau - \vartheta_k) = 0. \quad (4)$$

Условия идентичности абсорбционных характеристик двух схем, очевидно, включает в себя требование равного количества пар элементов n , равенства суммарных значений сопротивления и емкости:

$$\begin{aligned} R_{\Sigma} &= \sum_{i=1}^n R_i = r_n; \quad C_{\Sigma} = \left[\sum_{i=1}^n C_i^{-1} \right]^{-1} = c_n; \\ \tau_{\Sigma} &= R_{\Sigma} C_{\Sigma} = \vartheta_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Кроме того, должны быть одними и теми же значения постоянных времени ϑ_i, τ_i в формулах (1), (3), поэтому характеристические уравнения (2), (4) можно использовать и как условия идентичности, если в них подставить корни ϑ_i, τ_i соответственно. Наконец, должны совпадать значения предэкспоненциальных множителей в (1), (3), т.е. должны выполняться соотношения:

$$\frac{r_n}{r_i} = -\frac{\prod_{k=1}^n (\vartheta_i - \tau_k)}{\vartheta_i^{n-1} \prod_{k \neq i} (\vartheta_i - \vartheta_k)}; \quad \frac{R_i}{R_\Sigma} = \frac{\prod_{k=1}^{n-1} (\tau_i - \vartheta_k)}{\prod_{k \neq i} (\tau_i - \tau_k)}. \quad (6)$$

Например, для часто встречающегося на практике случая эквивалентных схем с тремя парами параметров система уравнений, свидетельствующая об идентичности схем Максвелла и Фойгта и позволяющая рассчитывать параметры одной из схем по параметрам другой схемы, имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} r_3 &= R_1 + R_2 + R_3; \\ \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 + r_3(c_1 + c_2) &= \tau_1 + \tau_2 + \tau_3; \\ r_3(\vartheta_1 + \vartheta_2) &= R_1(\tau_2 + \tau_3) + R_2(\tau_1 + \tau_3) + R_3(\tau_1 + \tau_2); \\ \vartheta_1 \vartheta_2 + \vartheta_1 \vartheta_3 + \vartheta_2 \vartheta_3 + r_3(c_1 \vartheta_2 + c_2 \vartheta_1) &= \\ &= \tau_1 \tau_2 + \tau_1 \tau_3 + \tau_2 \tau_3; \\ r_3 \vartheta_1 \vartheta_2 &= R_1 \tau_2 \tau_3 + R_2 \tau_1 \tau_3 + R_3 \tau_1 \tau_2; \\ \vartheta_1 \vartheta_2 \vartheta_3 &= \tau_1 \tau_2 \tau_3. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

На основе уравнений (7) можно рассчитать времена релаксации ϑ_1, ϑ_2 по характеристикам эквивалентной схемы Максвелла. Действительно, из (7) следует:

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_1 + \vartheta_2 &= \frac{R_1}{R_\Sigma} (\tau_2 + \tau_3) + \frac{R_2}{R_\Sigma} (\tau_1 + \tau_3) + \frac{R_3}{R_\Sigma} (\tau_1 + \tau_2) = A; \\ \vartheta_1 \vartheta_2 &= \frac{R_1}{R_\Sigma} \tau_2 \tau_3 + \frac{R_2}{R_\Sigma} \tau_1 \tau_3 + \frac{R_3}{R_\Sigma} \tau_1 \tau_2 = B. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

С учетом (8) получаем:

$$\vartheta_{1,2} = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}; \quad \vartheta_3 = \frac{\tau_1 - \tau_2 - \tau_3}{\vartheta_1 - \vartheta_2}. \quad (9)$$

Далее из (7) следует:

$$\left. \begin{aligned} r_3(c_1 + c_2) &= (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) - (\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3) = D; \\ r_3(c_1 \vartheta_2 + c_2 \vartheta_1) &= (\tau_1 \tau_2 + \tau_1 \tau_3 + \tau_2 \tau_3) - \\ &- (\vartheta_1 \vartheta_2 + \vartheta_1 \vartheta_3 + \vartheta_2 \vartheta_3) = \varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Решая систему уравнений (10), получаем:

$$r_3 c_1 = \frac{\varepsilon - D \vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}; \quad r_3 c_2 = \frac{\varepsilon - D \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta_2}. \quad (11)$$

Таким образом, если определены параметры эквивалентной схемы Максвелла — $\frac{R_i}{R_\Sigma} = \frac{U_i^c}{U_p}$, τ_i , то

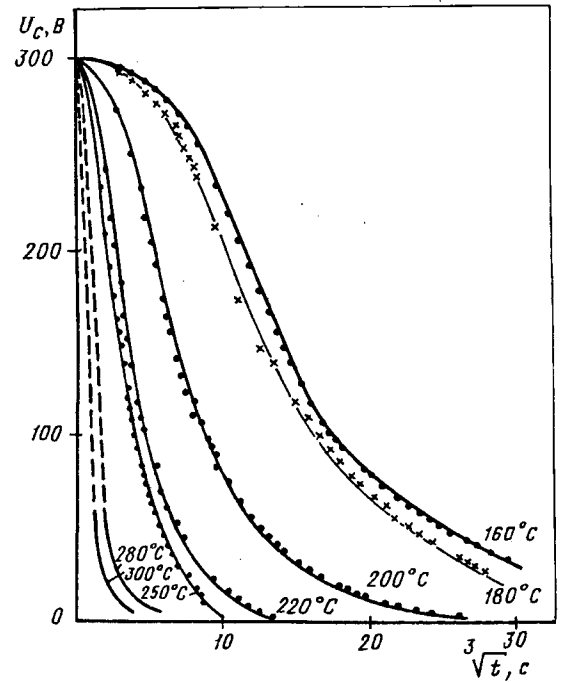


Рис. 2. Экспериментальные измеренные зависимости напряжения саморазряда $U_C = f(t)$ конденсаторов из пленок полиимида

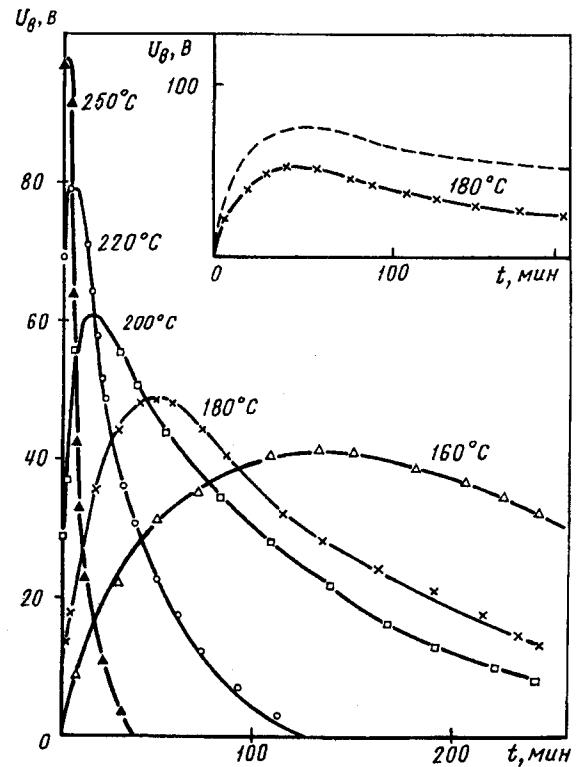


Рис. 3. Экспериментальные измеренные и расчетные зависимости $U_B = f(t)$ конденсаторов из пленок полиимида; — — — расчет, — эксперимент

не представляет труда определить и параметры соответствующей эквивалентной схемы Фойгта, т.е. значения $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, c_1, c_2$, используя при этом выражения (8)–(11).

Таблица 1

Параметры разложения кривых напряжения саморазряда на экспоненты

$T, ^\circ\text{C}$	$U_1^c, \text{В}$	$U_2^c, \text{В}$	$U_3^c, \text{В}$	$\tau_1, \text{с}$	$\tau_2, \text{с}$	$\tau_3, \text{с}$	$\tau_\Sigma, \text{с}$	$R_\Sigma, \text{Ом}$
160	52,5	232	15,5	27000	3580	840	3521	67,9
180	117	157	26	14520	1908	720	2372	45,7
200	51	105	144	6320	1030	180	330	6,37
220	52	105	143	923	180	26	48,9	0,94
250	80	111	109	346	66,7	10	23,6	0,46
280	12,2	25,7	262	296	30	2,5	2,86	0,056
300	10	43,7	246,3	113	8,4	2,7	3,11	0,063

Нами исследованы абсорбционные характеристики полиимидных пленок и пленочных полиимидных конденсаторов в интервале температур от 160 до 300°C. Типичные зависимости от времени напряжения саморазряда $U^c(t)$ и восстановленного напряжения $U^B(t)$ для полиимидного конденсатора емкостью $c_n = C_n = 51,87 \cdot 10^{-9}$ Ф приведены на рис. 2, 3. Кривые $U^c(t)$ были разложены на сумму трех экспонент:

$$U^c(t) = \sum_{i=1}^3 U_i^c \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right). \quad (12)$$

Значения параметров U_i^c, τ_i в интервале температур от 160 до 300°C приведены в табл. 1.

В табл. 1 приведены также значения $\tau_\Sigma = \vartheta_3$, рассчитанные по формуле

$$\tau_\Sigma = \vartheta_n = \vartheta_3 = \frac{\sum_{i=1}^3 U_i^c}{\sum_{i=1}^3 \frac{U_i^c}{\tau_i}}, \quad (13)$$

которая получена из условия $U^B(0) = 0$, т.е. в соответствии с (1):

$$\sum_{i=1}^3 U_i^c \left(1 - \frac{\vartheta_3}{\tau_i}\right) = \sum_{i=1}^3 U_i^c \left(1 - \frac{\tau_\Sigma}{\tau_i}\right) = 0. \quad (14)$$

В этой же таблице приведены значения $R_\Sigma = \frac{\tau_\Sigma}{C_n}$.

Используя результаты разложения зависимости $U^c(t)$ на экспоненты, можно, во-первых, определить параметры неоднородного, многослойного диэлектрика, т.е. значения C_i, R_i для каждой из компонент (для каждого из «слоев»), используя при этом формулы:

$$R_i = R_\Sigma \frac{U_i^c}{U^c}; \quad C_i = \frac{\tau_i}{R_i}. \quad (15)$$

Кроме того, можно определить удельную проводимость компонент («слоев») γ_i и объемную долю этих компонент (или относительную толщину «слоев» h_i/h), пользуясь формулами:

$$\gamma_i = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\tau_i}; \quad \frac{h_i}{h} = \frac{C_n}{C_i}. \quad (16)$$

Результаты оценки параметров $C_i, R_i, \gamma_i, h_i/h$ приведены в табл. 2, 3.

На рис. 4 представлены температурные зависимости $\lg \gamma_i = f(1/T)$ и $\lg \gamma_\Sigma = f(1/T)$. Видно, что все зависимости $\lg \gamma_i = f(1/T)$ изображаются прямыми линиями, энергия активации составляет $0,9 \div 1,1$ эВ, что соответствует литературным данным о температурной зависимости удельной проводимости пленок полиимида [7]. Следует отметить при этом, что удельная проводимость γ_1 компоненты с малым содержанием ($h_1/h = 0,06 - 0,001$) в 10–30 раз меньше проводимости основного объема пленки γ_3 (или усредненной проводимости γ_Σ). Очевидно, на постоянном токе эти неоднородности в полимерных пленках под-

Таблица 2

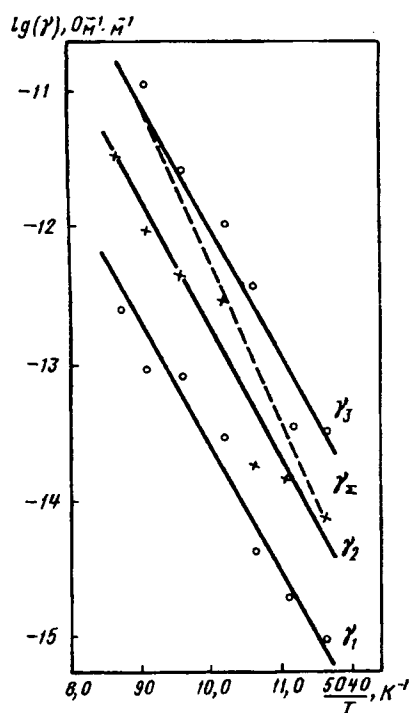
Параметры эквивалентной схемы Максвелла для полиимидного конденсатора

$T, ^\circ\text{C}$	$R_1 \cdot 10^{-8}, \text{Ом}$	$R_2 \cdot 10^{-8}, \text{Ом}$	$R_3 \cdot 10^{-8}, \text{Ом}$	$c_1, \text{мкФ}$	$c_2, \text{мкФ}$	$c_3, \text{мкФ}$
160	119	525	35	2,273	0,068	0,240
180	176	239	0	0,814	0,080	0,182
200	10,8	22,3	30,6	5,84	0,463	0,059
220	1,63	3,30	4,49	5,65	0,546	0,058
250	1,22	1,69	1,66	2,85	0,395	0,061
280	0,022	0,047	0,48	132	6,35	0,052
300	0,02	0,087	0,49	56,6	0,96	0,055

Таблица 3

Параметры многослойной модели диэлектрика для полиимидного конденсатора

$T, ^\circ\text{C}$	$\gamma_1 \cdot 10^{14},$ $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	$\gamma_2 \cdot 10^{14},$ $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	$\gamma_3 \cdot 10^{14},$ $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	$\gamma_\Sigma \cdot 10^{14},$ $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$	h_1/h	h_2/h	h_3/h
160	0,098	0,74	3,16	0,75	0,023	0,761	0,216
180	0,183	1,39	3,69	1,12	0,064	0,651	0,285
200	0,420	2,58	14,7	8,04	0,009	0,112	0,879
220	2,88	14,7	102	54,36	0,009	0,095	0,896
250	7,67	39,8	263	112,3	0,018	0,131	0,851
280	8,97	88,5	1054	921	0,0004	0,0082	0,9914
300	23,5	316	983	810	0,0009	0,0539	0,9452

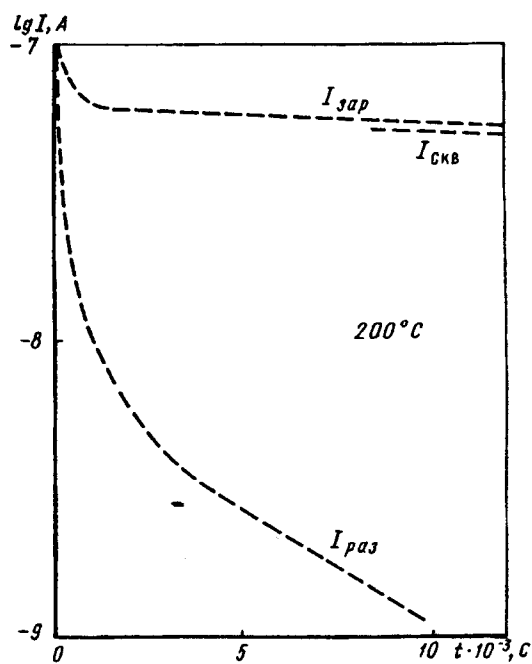
Рис. 4. Рассчитанные температурные зависимости $\lg \gamma_i = f(1/T)$ и $\lg \gamma_\Sigma = f(1/T)$

тверждены перенапряжениями, в 10–30 раз превышающим среднюю напряженность электрического поля $E_{\text{ср}} = U/h$, что может приводить к преждевременному выходу изоляции из строя.

Данные табл. 1 позволяют рассчитать зависимость восстановленного напряжения от времени $U^B(t)$ по формуле

$$U^B(t) = \sum_{i=1}^3 U_i^{\text{ср}} \left(1 - \frac{\tau_\Sigma}{\tau_i} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau_i} \right). \quad (17)$$

Результаты такого расчета сопоставлены с экспериментальными данными на рис. 5. Видно, что расчетные кривые $U^B(t)$ в общем аналогичны экспериментальным, однако время максимума t_m для расчетных кривых $U^B(t)$ несколько меньше

Рис. 5. Рассчитанные зависимости $I_{\text{зар}} = f(t)$ и $I_{\text{раз}} = f(t)$

значений t_m , полученных экспериментально. Выяснение причин такого различия требует дополнительных исследований.

Приведенные в табл. 2 параметры эквивалентной схемы Максвелла позволяют рассчитать параметры эквивалентной схемы Фойгта, характеристики которой идентичны характеристикам схемы Максвелла. Для этого воспользуемся уравнениями и формулами (8)–(11). Результаты такого расчета представлены в табл. 4. Обращает на себя внимание тот факт, что абсорбционные емкости c_1, c_2 сравнимы с номинальной емкостью $C_H = 51,87 \cdot 10^{-9}$ Ф или даже больше C_H . Соответственно, коэффициент абсорбции, определяемый по формуле $k_a^0 = \frac{c_1 + c_2}{c_1 + c_2 + c_3}$, оказывается близким к единице, тогда как величина k_a , он-

Таблица 4

Параметры эквивалентной схемы Фойгта для полиимидного конденсатора

$T, ^\circ\text{C}$	$\vartheta_3, \text{с}$	$r_3 \cdot 10^{-9}, \text{Ом}$	$c_3 \cdot 10^9, \text{Ф}$	$\vartheta_1, \text{с}$	$r_1 \cdot 10^{-9}, \text{Ом}$	$c_1 \cdot 10^9, \text{Ф}$	$\vartheta_2, \text{с}$	$r_2 \cdot 10^{-9}, \text{Ом}$	$c_2 \cdot 10^9, \text{Ф}$
160	3520	67,9	51,87	22900	443	51,6	1010	134	7,51
180	2370	45,7	51,87	9540	108	88,7	881	136	6,46
200	330	6,37	51,87	5340	39,1	137	666	13,2	50,5
220	48,9	0,94	51,87	780	5,92	132	113	1,71	66,2
250	23,6	0,456	51,87	265	1,78	149	37,2	0,58	63,9
280	2,9	0,055	51,87	284	1,35	210	27,5	0,65	42,5
300	3,1	0,06	51,87	109	1,86	58,8	7,5	0,79	9,55

ределяемая по формуле $k_a = U_m^B / U_p$, существенно меньше (табл. 5). Очевидно, более правильно определять коэффициент абсорбции по формуле $k_a^0 = \frac{c_1 + c_2}{c_1 + c_2 + c_3}$, которая характеризует накопление абсорбционного заряда на емкостях c_1, c_2 в эквивалентной схеме Фойгта.

Таблица 5

Сравнение коэффициентов абсорбции, рассчитанных по разным формулам

$T, ^\circ\text{C}$	160	180	200	220	250	280	300
k_a^0	0,54	0,62	0,75	0,78	0,81	0,84	0,58
k_a	0,14	0,24	0,29	0,30	0,35	0,09	0,06

Пользуясь параметрами эквивалентной схемы Фойгта, нетрудно рассчитать зависимости от времени токов зарядки и токов разрядки по формуле:

$$I_{\text{зар}}(t) - I_{\text{скв}} = -I_{\text{раз}}(t) = I_{\text{скв}} \times \left[\frac{r_3}{r_1} \exp\left(-\frac{t}{\vartheta_1}\right) + \frac{r_3}{r_2} \exp\left(-\frac{t}{\vartheta_2}\right) \right]. \quad (18)$$

Результаты расчета приведены на рис. 5. Видно, что в исследованном интервале температур составляющая сквозного тока $I_{\text{скв}} = U_p / R_\Sigma$ достаточно велика по сравнению с абсорбционной составляющей. Поэтому зависимость $I_{\text{зар}}(t)$ менее информативна по сравнению с зависимостью $I_{\text{раз}}(t)$ или тем более по сравнению с зависимостями $U^c(t)$, $U_B(t)$, если речь идет об анализе неоднородности диэлектрика по его абсорбционным характеристикам.

Итак, экспериментальные исследования абсорбционных характеристик диэлектрика, в частности диэлектрика пленочных конденсаторов, дают богатую информацию о параметрах неоднородности диэлектрика, если при обработке результатов исследований в полной мере использовать теоретический анализ абсорбционных явлений в диэлектриках, основанный на моделях простран-

венно- или структурно-неоднородного диэлектрика или на соответствующих эквивалентных схемах Максвелла и Фойгта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рение Т.В. Электрические конденсаторы. — Л.: Энергия, 1969.
2. Справочник по электрическим конденсаторам / Под ред. В.В. Ермуратского. — Кишинев: Штиинца, 1982.
3. Nemet E. Diagnostic testing of insulations. 7-th ISH. — Dresden, 1991.
4. Ток абсорбции в плоскопараллельной кусочно-однородной изоляции / М.Е. Иерусалимов, О.С. Ильченко, В.Б. Морозов, Н.В. Василенко. — Техническая электродинамика, 1982, № 4.
5. Борисова М.Э., Койков С.Н. Анализ абсорбционных и частотных характеристик диэлектриков на основе модельных эквивалентных схем. — Электричество, 1988, № 4.
6. Расчет эксплуатационных характеристик и применение электрических конденсаторов / Б.П. Бельский, П.Н. Бодаренко, М.Э. Борисова и др. — М.: Радио и связь, 1988.
7. Ли Г., Стофи Д., Невилл К. Новые линейные полимеры. — М.: Химия, 1972.

[18.04.94]

Авторы: Борисова Маргарита Эдуардовна окончила радиотехнический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ) в 1958 г. В 1992 г. защитила докторскую диссертацию на тему «Накопление и релаксация заряда в электроизоляционных полимерных пленках» в Санкт-Петербургском государственном техническом университете (СПбГТУ). Профессор СПбГТУ.

Койков Сергей Николаевич окончил радиотехнический факультет ЛПИ в 1954 г. В 1970 г. защитил докторскую диссертацию в ЛПИ на тему «Электрическое старение и тепловой пробой твердых диэлектриков». Профессор СПбГТУ.

Марченко Марина Сергеевна окончила электромеханический факультет ЛПИ. Инженер СПбГТУ.

Северюхина Нинель Васильевна окончила электромеханический факультет ЛПИ в 1949 г. В 1967 г. защитила кандидатскую диссертацию в НИИ Радиодеталестроения (НИИРДс) на тему «Проблема создания миниатюрных конденсаторов на основе тонкопленочных диэлектриков». Старший научный сотрудник Научно-исследовательского института «ГИРИКОНД».

О парциально устойчивых нелинейных электрических цепях и системах

РОМАНИШИН И.М., СИНЦКИЙ Л.А.

Рассмотрен класс парциально устойчивых электрических цепей, которые остаются устойчивыми при разрыве произвольного числа индуктивных ветвей и закорачивании произвольного числа емкостных ветвей. Применительно к линейным системам рассмотрено соотношение введенного класса систем с другими классами. Приведены условия парциальной устойчивости линейных и нелинейных систем.

Ключевые слова: нелинейные электрические системы, парциально устойчивые цепи, условия устойчивости

Рассмотрим произвольную нелинейную цепь с сосредоточенными параметрами, которая имеет единственное асимптотически устойчивое в целом положение равновесия. Возникает вопрос: обладает ли этим свойством произвольная подсистема этой цепи, образованная путем закорачивания произвольного числа емкостей и разрыва произвольного числа индуктивностей. Такая задача имеет практическое значение при решении задач диагностики и анализе цепей методами диакоптики.

Для линейных цепей с постоянными параметрами введено понятие парциальной устойчивости и такие цепи рассматривались в [1 и 2]. Пусть линейная цепь без вырождений описывается уравнениями состояния

$$D \frac{dx}{dt} = A_0 x, \quad (1)$$

где x — n -мерный вектор напряжений на емкостях и токов в индуктивностях; $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$, $d_i > 0$, $i = \overline{1, n}$, A_0 — $n \times n$ -матрица.

Дадим определение парциальной устойчивости цепи (1) в терминах теории матриц.

Матрицу A будем считать устойчивой (полуустойчивой), если все ее собственные значения имеют отрицательные (неположительные) вещественные части.

Определение 1. Устойчивая (полуустойчивая) матрица парциально устойчива (полуустойчива), если все ее главные подматрицы устойчивы (полуустойчивы).

Можно показать, что цепь, описываемая уравнением (1), парциально устойчива (полуустойчива), если парциально устойчива (полуустойчива) матрица $A = D^{-1} A_0$.

Рассмотрим соотношение между введенным классом парциально устойчивых (полуустойчивых) матриц и $P(P_0)$ -матрицами.

Определение 2 [3—4]. Матрица A называется $P(P_0)$ -матрицей, если все ее главные миноры

The paper considers partially stable electrical circuits which remain asymptotically stable under short-circuiting of arbitrary number of capacitors and open-circuiting of arbitrary number of inductors. Conditions for partial stability of linear and nonlinear circuits are also given in the paper.

Key words: nonlinear electrical systems, partially stable circuits, conditions for partial stability, analysis

положительны (неотрицательны). В литературе P -матрицы называют иногда матрицами Минковского [5].

Очевидно, что если A парциально устойчивая (полуустойчивая) матрица, то $-A$ является $P(P_0)$ -матрицей. Для $P(P_0)$ -матриц все собственные вещественные значения главных миноров положительны (неотрицательны) [4]. Парциальная устойчивость (полуустойчивость) требует большего — отрицательности (неположительности) вещественных частей всех собственных чисел главных миноров.

На значение P -матриц для изучения свойств электрических цепей было обращено внимание в [6] и в последующих работах Виллсона. В частности показано, что электрические цепи, описываемые на постоянном токе уравнением Бондаренко—Сендберга—Виллсона

$$Ax + f(x) = b,$$

где A — $n \times n$ -матрица, $f(x) = [f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)]$, имеют единственное положение равновесия, если A — P -матрица, а $f'_i(x_i) > 0$ и $\lim_{|x_i| \rightarrow \infty} f_i(x_i) \rightarrow \infty$, $i = \overline{1, n}$.

Рассмотрим достаточные признаки парциальной устойчивости (полуустойчивости) матрицы A , доказательство которых приведено в [1 и 2].

Признак 1. Если матрица A отрицательно определенная (полуопределенная), то $-A$ — парциально устойчива (полуустойчива).

Так как матрица A для невырожденных RLC -цепей отрицательно определенная (при положительных резисторах), то эти цепи парциально устойчивы.

Признак 2. Если матрица A с отрицательными диагональными элементами является матрицей с диагональным преобладанием по строкам или столбцам, т.е. выполнены неравенства

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|, \quad i = \overline{1, n}$$

или

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ji}|, \quad i = \overline{1, n},$$

то она парциально устойчива.

Определение 3 [7, 8]. Матрица A называется D -диссипативной, если существует такая диагональная матрица $D > 0$ (с положительными диагональными элементами), что DA — отрицательно определенная.

Признак 3. D — диссипативная матрица является парциально устойчивой.

Очевидно, что, если $D_0 > 0$ — диагональная матрица такова, что $D_0 A$ — отрицательно определенная, то функция Ляпунова в виде квадратичной формы $V = x^T D_0 x$ решает проблему устойчивости матрицы A .

Рассмотрим систему Бондаренко—Сендберга—Вилсона

$$\frac{dx}{dt} = Ax + f(x) + a(t), \quad (2)$$

где $x, a(t)$ — n -мерные вектор и вектор-функция A — $n \times n$ -матрица, $f(x) = (f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))^T$ при $f'_i(x_i) \leq 0$, $x_i f_i(x_i) < 0$, $f_i(0) = 0$, $i = \overline{1, n}$.

Пусть $D_0 > 0$ — диагональная матрица такова, что $D_0 A$ — отрицательно определенная. Справедливы следующие утверждения.

Утверждение 1. Если матрица A D -диссипативная, то автономная система, соответствующая (2), экспоненциально устойчива.

Данное утверждение следует из теоремы Красовского [9], так как функция Ляпунова в виде квадратичной формы $V = x^T D_0 x$ решает проблему устойчивости автономной системы, соответствующей (2). Можно показать, что если в (2) $a(t)$ ограничена, то при D -диссипативной матрице A система (2) диссипативна [10].

Утверждение 2. Если A D -диссипативная, то система (2) конвергентна [10].

Определение 4 [8]. Матрица A называется D -устойчивой, если матрица DA устойчива для всех диагональных $D > 0$.

С точки зрения теории цепей к классу D -устойчивых принадлежат матрицы цепей (1), которые остаются устойчивыми при произвольном значении реактивных элементов. Очевидно, что RLC -цепи при положительных значениях сопротивлений устойчивы для всех L, C . В отсутствие вырождений матрица D -диагональная матрица с положительными элементами, которыми являются емкости и индуктивности цепи. Следовательно, A_0 для этого класса цепей D -устойчива.

Подбирая матрицу D -определенной структуры, можно получить ряд необходимых условий D -устойчивости.

Теорема 1. Если матрица A D -устойчивая, то все главные подматрицы матрицы A D -полуустойчивые.

Доказательство.

Рассмотрим $n \times n$ D -устойчивую матрицу A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n-2} & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,2} & \dots & a_{n-2,n-2} & a_{n-2,n-1} & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & \dots & a_{n-1,n-2} & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Для примера докажем D -полуустойчивость выбранной верхней $(n-2) \times (n-2)$ -подматрицы.

Для этого рассмотрим $n \times n$ -матрицу D вида

$$D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_{n-2}, \varepsilon), \quad d_i > 0 \quad (i = \overline{1, n-2}), \quad \varepsilon > 0.$$

Матрица DA запишется в виде

$$DA = \begin{pmatrix} d_1 a_{11} & d_1 a_{12} & \dots & d_1 a_{1,n-2} & d_1 a_{1,n-1} & d_1 a_{1n} \\ d_2 a_{21} & d_2 a_{22} & \dots & d_2 a_{2,n-2} & d_2 a_{2,n-1} & d_2 a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{n-2} a_{n-2,1} & d_{n-2} a_{n-2,2} & \dots & d_{n-2} a_{n-2,n-2} & d_{n-2} a_{n-2,n-1} & d_{n-2} a_{n-2,n} \\ \varepsilon a_{n-1,1} & \varepsilon a_{n-1,2} & \dots & \varepsilon a_{n-1,n-2} & \varepsilon a_{n-1,n-1} & \varepsilon a_{n-1,n} \\ \varepsilon a_{n1} & \varepsilon a_{n2} & \dots & \varepsilon a_{n,n-2} & \varepsilon a_{n,n-1} & \varepsilon a_{nn} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} d_1 a_{1,n-1} & d_1 a_{1n} \\ d_2 a_{2,n-1} & d_2 a_{2n} \\ \dots & \dots \\ d_{n-2} a_{n-2,n-1} & d_{n-2} a_{n-2,n} \\ \varepsilon a_{n-1,n-1} & \varepsilon a_{n-1,n} \\ \varepsilon a_{n,n-1} & \varepsilon a_{nn} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Характеристическое уравнение для матрицы DA запишется в виде

$$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_{n-2} \lambda^2 + a_{n-1} \lambda + a_n = 0, \quad (4)$$

где a_i суммы всех $i \times i$ главных миноров матрицы $-DA$ ($C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ слагаемых).

Рассмотрим структуру коэффициентов a_i ($i = \overline{1, n}$).

При $\varepsilon > 0$ $a_n = \varepsilon^2 c_n$, где c_n — детерминант матрицы (3) в случае, когда $\varepsilon = 1$, который (детерминант) не зависит от ε .

Аналогично $a_{n-1} = \varepsilon b_{n-1} + \varepsilon^2 c_{n-1}$, где b_{n-1} , c_{n-1} не зависят от ε , b_{n-1} — сумма тех главных миноров $(n-1) \times (n-1)$ -миноров, которые включают только одну из « ε -строк» матрицы $(-DA)$ при $\varepsilon = 1$, c_{n-1} — сумма тех главных $(n-1) \times (n-1)$ -миноров, которые включают обе « ε -

строки» матрицы $(-DA)$ при $\varepsilon=1$.

Очевидно, что для коэффициентов a_i ($i=\overline{1, n-2}$) справедливо

$$a_i = f_1 + \varepsilon b_i + \varepsilon^2 c_1,$$

где f_1 , b_i , c_i не зависят от ε , причем f_i — суммы тех главных $i \times i$ -миноров $(-DA)$, которые не включают « ε -строк».

Для матрицы (3) f_i — суммы всех главных $i \times i$ -миноров выделенной $(n-2) \times (n-2)$ -подматрицы ($C_{n-2}^i = \frac{(n-2)!}{i!(n-2-i)!}$ слагаемых). Очевидно, что f_{n-2} является детерминантом выделенной верхней $(n-2) \times (n-2)$ -подматрицы.

Поскольку DA устойчивая матрица, то корни характеристического уравнения (4) $\lambda_i(\varepsilon) = -\sigma_i(\varepsilon) + j\omega_i(\varepsilon)$ ($i=\overline{1, n}$) такие, что $\sigma_i(\varepsilon) > 0$ для $\varepsilon > 0$. Исходя из непрерывной зависимости корней характеристического уравнения от элементов матрицы, заключаем, что $\sigma_i(0) \geq 0$. Очевидно, что в случае $\varepsilon=0$ характеристическое уравнение (4) является характеристическим уравнением верхней выделенной $(n-2) \times (n-2)$ -подматрицы матрицы DA (3) и поэтому верхняя выделенная $(n-2) \times (n-2)$ -подматрица матрицы DA (3) является полуустойчивой для всех $d_i > 0$ ($i=\overline{1, n-2}$), т.е. верхняя выделенная $(n-2) \times (n-2)$ -подматрица матрицы A является D -полуустойчивой.

Очевидно, что аналогично можно доказать D -полуустойчивость любой подматрицы матрицы A .

Отметим, что в частном случае при $d_i=1$ ($i=\overline{1, n-2}$) из теоремы 1 следует признак 4 парциальной полуустойчивости.

Признак 4. D -устойчивая матрица принадлежит к классу парциально полуустойчивых матриц.

Замечание 1. D -устойчивости матрицы недостаточно для парциальной устойчивости.

Пример 1. Нетрудно убедиться, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\omega & -b \\ \omega & 0 & 0 \\ b & 0 & -a \end{pmatrix}, \quad a > 0$$

принадлежит к классу D -устойчивых, тем не менее подматрица

$$\begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}$$

не является устойчивой, а лишь полуустойчива.

Замечание 2. Из парциальной устойчивости матрицы не следует ее D -устойчивость.

Пример 2. Матрица

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 10 \\ 9 & -10 & -1 \end{pmatrix}$$

принадлежит к классу парциально устойчивых матриц. Однако DA , где $D = \text{diag}(1; 1; 0,5)$, неустойчива.

Важным подклассом парциально устойчивых матриц является класс H_D , который введем с помощью следующего определения.

Определение 5. Устойчивая матрица A принадлежит к классу H_D , если $A-D \in H$, где $D \geq 0$ (произвольная диагональная матрица с неотрицательными элементами), H — класс устойчивых матриц.

С точки зрения теории цепей к классу H_D принадлежат матрицы цепей, которые остаются устойчивыми при включении последовательно с индуктивностями и параллельно емкостям произвольных резисторов с положительными сопротивлениями.

Принадлежность матрицы A к классу H_D позволяет судить о свойствах такого практически важного класса систем, как системы Бондаренко—Сендберга—Виллсона (2). В частности справедливы теорема: если $A-D \in H$, а функции $f(x)$ монотонны, то электрическая цепь, описываемая уравнением (2), имеет единственное устойчивое положение равновесия при произвольных значениях напряжений источников питания, т.е. при $a(t) = a_0 = \text{const}$.

В [2] показано, что выполняется необходимое условие устойчивости: коэффициенты характеристического уравнения устойчивости матрицы положительны для матрицы $A_d = A - D$, где $D \geq 0$, A — парциально устойчивая матрица.

Признак 5 [2]. Если матрица $A-D \in H$, то A — парциально устойчивая.

Признак 5 имеет прозрачную физическую интерпретацию. Действительно, к классу H_D принадлежат матрицы цепей, которые остаются устойчивыми при включении последовательно с индуктивностями и параллельно емкостям произвольных резисторов с неотрицательными сопротивлениями. Включение последовательно с индуктивностью сопротивления, которое неограниченно возрастает, соответствует разрыву данной ветви, включение параллельно емкости нулевого сопротивления (проводимости, которая неограниченно возрастает) — закорачиванию ветви. Цепи, которые при этом остаются устойчивыми, называют парциально устойчивыми.

Аналогично, как и для парциальной устойчивости, достаточными признаками принадлежности матрицы к классу H_D являются:

отрицательная определенность матрицы A ;
диагональное преобладание по строкам или

столбцам при отрицательных диагональных элементах;

D -диссипативность матрицы A .

Пусть $D_0 > 0$ — диагональная матрица, такова, что матрица $D_0 A$ отрицательно определенная. Тогда функция Ляпунова $V = x^T D_0 x$ решает проблему устойчивости матрицы $A - D$ при произвольной диагональной матрице $D > 0$.

Можно предположить, что существует функция Ляпунова в виде квадратичной формы $V = x^T C x$ с недиагональной матрицей C , которая тоже решает проблему устойчивости матрицы $A - D$ при произвольной матрице D . Это позволило бы расширить класс матриц A , принадлежащих к H_D по сравнению с классом D -диссипативных. Однако, как показано в [2], такое предположение неверно даже для матриц 2×2 .

Таким образом, используя второй метод Ляпунова, нельзя рассчитывать на расширение класса H_D по сравнению с классом D -диссипативных матриц при функции Ляпунова в виде квадратичной формы.

Есть основания предполагать, что справедлива теорема: парциально устойчивая матрица относится к классу H_D . Это означало бы, что эти два класса эквивалентны. Нетрудно установить справедливость этого факта для матриц 2×2 и 3×3 [2]. Однако общее доказательство авторам неизвестно, и высказанное утверждение остается гипотезой.

Распространим понятие парциальной устойчивости на нелинейные цепи.

В отсутствие внешних переменных источников ЭДС примем, что уравнения цепи имеют вид

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad (5)$$

где x — n -мерный вектор; $f(x)$ — n -мерная вектор-функция.

Введем понятие парциальной устойчивости (5).

Пусть $\hat{x} = (x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_m})$ — произвольный подвектор вектора x . Рассмотрим систему m -го порядка:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{f}(\hat{x}), \quad (6)$$

где $\hat{x}$ — m -мерный вектор, $\hat{f}$ — m -мерная вектор-функция, которая включает компоненты вектор-функции f , соответствующие компонентам подвектора $\hat{x}$, причем при вычислении $\hat{f}(\hat{x})$ компоненты вектора x , которые не входят в $\hat{x}$, примем равными нулю.

Определение 6. Система (5) парциально устойчива, если произвольная m -мерная подсистема (6) ($m = 1, \dots, n$) имеет устойчивое в целом положение равновесия $\hat{x} = 0$.

Приведем достаточные условия парциальной устойчивости нелинейных систем.

Теорема 2. Если существует функция Ля-

пунова в виде квадратичной формы

$$V = x^T D x, \quad (7)$$

где $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$, которая положительно решает проблему устойчивости в целом положения равновесия $x = 0$ системы (5), то система (5) парциально устойчива.

Доказательство.

В силу системы (5) и условия теоремы

$$\frac{dV}{dt} = 2x^T D f < 0 \quad \forall x \in R^n. \quad (8)$$

При нулевых компонентах вектора x , которые не входят в $\hat{x}$, функции V (7) и dV/dt (8) будут представлять собой функцию Ляпунова и ее производную для системы (6) и являться в силу условий теоремы соответственно положительно и отрицательно определенными. Таким образом, произвольная система (6) будет иметь устойчивое в целом положение равновесия $\hat{x} = 0$.

Теорема 3. Если функция Ляпунова, которая положительно решает проблему устойчивости в целом положения равновесия $x = 0$ системы (5), имеет структуру

$$V = \sum_{s=1}^n V_s(x_s), \quad (V_s(0) = 0, s = \overline{1, n}). \quad (9)$$

где $V_s(x_s)$ — дифференцируемая функция при $x_s = 0$, $V_s(0) = 0$ ($s = \overline{1, n}$), то система (5) парциально устойчива.

Доказательство.

В силу системы (5) и условий теоремы

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{s=1}^n \frac{dV_s(x_s)}{dx_s} f_s(x) < 0 \quad \forall x \in R^n. \quad (10)$$

При некоторых нулевых компонентах вектора x соответствующие составляющие суммы (10) нулевые, так как $V_s(x_s)$ при $x_s = 0$ имеет минимальное значение и $dV_s/dx_s|_{x_s=0} = 0$. В этом случае функция (9) будет представлять функцию Ляпунова системы (6) и решать проблему устойчивости в целом положения равновесия $\hat{x} = 0$ системы (6). Очевидно, что это не зависит от того, какие компоненты x выбраны нулевыми и, таким образом, система (5) будет парциально устойчивой.

Очевидно, что теорема 2 является следствием теоремы 3.

Теорема 4. Если якобиан системы (5) является отрицательно определенной матрицей при всех $x \in R^n$, то система (5) парциально устойчива.

Доказательство.

Рассмотрим функцию Ляпунова $V = f^T f$.

В силу системы (5)

$$\frac{dV}{dt} = f^T (J^T + J) f,$$

где J — якобиан системы (5), который в силу условия теоремы является отрицательно определенной матрицей при всех $x \in R^n$.

Очевидно, что для произвольной m -мерной системы (6) ($m \leq n$) функция

$$\hat{V} = \hat{f}^T \hat{f}$$

положительно решает проблему устойчивости в целом положения равновесия $x=0$ этой системы. Действительно, в силу системы (6)

$$\frac{d\hat{V}}{dt} = \hat{f}^T (\hat{J}^T + \hat{J}) \hat{f},$$

где $\hat{J}$ — якобиан системы (6), который представляет собой одну из главных подматриц матрицы J и в силу условий теоремы является отрицательно определенной матрицей.

Цепи с нелинейными реактивными элементами и нелинейными резисторами в виде двухполюсников при отсутствии внешних источников ЭДС и вырождений описываются уравнениями вида

$$D(x) \frac{dx}{dt} = Af(x), \quad (11)$$

где x n -мерный вектор; A $n \times n$ -мерная матрица; $D(x) = \text{diag}[d_1(x_1), d_2(x_2), \dots, d_n(x_n)]$; $f(x) = (f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n))^T$, $f_i(0) = 0$, $i = 1, \dots, n$.

Замена переменных

$$y_i = \int_0^x d_i(\xi) d\xi, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

приводит систему (11) к виду

$$\frac{dy}{dt} = A \mathfrak{F}(y), \quad (13)$$

где $x = F(y)$, $\mathfrak{F}(y) = f(F(y)) = (\mathfrak{F}_1(y_1), \mathfrak{F}_2(y_2), \dots, \mathfrak{F}_n(y_n))^T$, $\mathfrak{F}_i(0) = 0$, $i = 1, \dots, n$.

Пусть $\mathfrak{F}_k(y_k) u_k > 0$ при $y_k \neq 0$.

Теорема 5. Если матрица A D -диссипативная, то система (11) парциально устойчива.

Доказательство.

Рассмотрим функцию

$$V = \sum_{i=1}^n b_i \int_0^{y_i} \mathfrak{F}_i(\sigma) d\sigma, \quad (14)$$

где b_i — некоторые положительные коэффициенты, выбор которых станет понятным из дальнейшего изложения.

Очевидно, что эта функция положительно определена. Кроме того, в силу (11)

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n b_i a_{ik} \mathfrak{F}_i(y_i) \mathfrak{F}_k(y_k).$$

Так как матрица A D -диссипативная, то существует диагональная матрица D_0 , такая, что $D_0 A$ — отрицательно определенная. Если в (14) в качестве коэффициентов выбрать соответствующие диагональные элементы матрицы D_0 , то dV/dt будет отрицательно определенной и функция (14) будет положительно решать проблему устойчивости в целом положения равновесия $x=0$ (11). Эта функция имеет структуру (9), и, таким образом, система (11) будет парциально устойчивой.

При численном расчете цепей сохранение условия парциальной устойчивости является важным признаком сохранения качественного соответствия между цепью и ее дискретной моделью. Для неявного метода Эйлера это свойство сохраняется, если выполняется теорема 2. Это следует из теоремы о A -устойчивости нелинейных систем асимптотически устойчивых в целом [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синицкий Л.А. О свойствах матриц, применяемых в теории электрических цепей. — Теоретическая электротехника, 1989, вып. 47.
2. Романишин И.М., Синицкий Л.А. О парциально устойчивых электрических цепях и системах. — Электронное моделирование, 1994, вып. 16, № 2.
3. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. — М.: Мир, 1972.
4. Fiedler M., Ptak V. Some Generalizations of Positive Definiteness and Monotonicity. — Numerische Mathematik. 1966, № 9.
5. Хэррис К., Валенка Ж. Устойчивость динамических систем с обратной связью. — М.: Мир, 1987.
6. Sandberg I.W., Willson A.N., Jr. Some Theorems on Properties of DC Equations of Nonlinear Networks. — The Bell System Technical Journal. — 1969, vol. 48, № 4.
7. Barker G.P., Berman A., Plemmons R.I. Positive diagonal solutions to the Lyapunov equations. — Linear and Multilinear Algebra, 1978, vol. 5, № 4.
8. Пых Ю.А. Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики. — М.: Наука, 1983.
9. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. — М.: Физматгиз, 1959.
10. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. — М.: Наука, 1967.

[01.09.93]

Авторы: Романишин Игорь Михайлович окончил в 1979 г. физический факультет Львовского государственного университета. В 1987 г. в Институте проблем моделирования в энергетике АН УССР защитил кандидатскую диссертацию по теме «Численный расчет установившихся режимов в нелинейных электрических цепях с входным модулированным сигналом». Старший научный сотрудник Физико-механического института Национальной академии наук Украины.

Синицкий Лев Аронович окончил в 1948 г. факультет автоматики Ленинградского института авиационного приборостроения. В 1971 г. в Львовском политехническом институте защитил докторскую диссертацию по теме «Методы анализа установившихся режимов в нелинейных электрических цепях». Профессор кафедры теоретических основ электрорадиотехники Львовского государственного университета, Украина.

Распределение потенциала от двух точечных источников тока в полукруглой неоднородной пластине

МЕЙЕР А.А.

Рассмотрено распределение потенциала от двух произвольно расположенных точечных источников тока противоположных знаков в полукруглой неоднородной пластине, проводимость которой зависит только от радиуса. Показано, что данную задачу можно свести к более простой задаче, а именно — к задаче о распределении потенциала в неоднородной пластине, имеющей форму полного круга, от двух источников тока, один из которых находится в центре круга. При этом решение для полукруглой пластины получается как суперпозиция решений для круглой пластины. В качестве примера приведено решение для экспоненциального распределения проводимости.

Ключевые слова: распределение потенциала, точечный источник тока, неоднородная пластина

В предыдущих работах [1–3] рассматривалась задача распределения потенциала от точечного источника тока на неоднородных плоских структурах с радиальным распределением неоднородности. При этом предполагалось, что второй источник тока противоположного знака находится в центре рассматриваемой структуры. В продолжение этих работ рассмотрим здесь задачу о распределении потенциала от двух произвольно расположенных точечных источников тока противоположного знака на полукруглой неоднородной пластине с радиальным распределением проводимости.

Рассмотрим сначала случай полукруглой пластины, когда один из источников расположен на середине диаметра. Дополним рассматриваемую полукруглую область симметричной ей областью до полного круга. Тогда полученная область будет представлять собой полный круг с тремя источниками тока: в центре круга будет находиться двойной источник тока — $2I$ и два, симметрично расположенные относительно диаметра источника тока $+I$. В силу симметрии данной задачи нормальная составляющая тока через линию раздела равна нулю. Поэтому, принимая условия на этой линии в качестве граничных, можем считать, что решение уравнения Лапласа для исходной задачи в полукруглой пластине совпадает с решением уравнения Лапласа для трех источников тока в рассматриваемой круглой пластине. Далее, потенциал системы трех источников в силу принципа суперпозиции можно представить как сумму потенциалов для двух пар источников: 1) для источника $+I$ в нижней части круга и источника $-I$ в центре круга и 2) для

The paper considers potential distribution of two voluntary located point current sources with opposite sign in semicircular nonhomogeneous plate with conductivity depending on the radius. It was shown that the task may be modified to a more simple solution concerning a distribution of potential in a nonhomogeneous circular plate with two current sources, one of which located in the center of the circle. In this case the task solution for semicircular plate is a superposition of solutions for circular plate.

Key words: distribution of potential, point current sources, nonhomogeneous plate

источника $+I$ в верхней части круга и источника $-I$ в центре круга.

Рассмотрим потенциал для каждой из указанных пар источников. В [1] была рассмотрена задача о распределении потенциала в круглом неоднородном диске с радиальным распределением проводимости для двух точечных источников тока, один из которых расположен в центре диска, а второй находится на оси $\varphi=0$. В этом случае, как было показано,

$$\Phi(r, \varphi) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} R_{\lambda}(r) \cos \lambda \varphi, \quad (1)$$

где $R_{\lambda}(r)$ есть решение уравнения

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \right) + \frac{r^2}{\sigma(r)} \frac{d\sigma}{dr} \frac{dR_{\lambda}}{dr} = \lambda^2 R_{\lambda}, \quad (2)$$

здесь $\sigma(r)$ есть произведение удельной проводимости на толщину пластины. В дальнейшем эту величину будем называть проводимостью пластины. Следует также отметить, что вид функции $R_{\lambda}(r)$ зависит от координаты r_0 источника тока I , находящегося на полярной оси $\varphi=0$.

Как показано в [1], функции $R_{\lambda}(r)$ для всех $\lambda \neq 0$ должны удовлетворять условиям:

$$\sigma(r) r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{r_0+0}^{r_0+0} = \frac{I}{\pi}; \quad (3)$$

$$\sigma(r) r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{r_r} = 0; \quad (4)$$

$$\sigma(r) r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{r=0} = 0; \quad (5)$$

для $\lambda=0$ функция R_0 имеет вид

$$\left. \begin{aligned} R_0(r) &= \frac{I}{2\pi} \int_{r_0}^r \frac{dr}{\sigma(r)r} \quad \text{для всех } r \leq r_0; \\ R_0 &= 0 \quad \text{для всех } r \geq r_0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Нетрудно видеть, что решение для общего случая, когда источник тока $+I$ находится в произвольной точке (r_0, φ_0) получается из решения (1) простым поворотом системы координат на угол φ_0 . Таким образом, проводя преобразование координат

$$r' = r, \quad \varphi' = \varphi - \varphi_0 \quad (7)$$

и опуская в дальнейшем знак штрих при координате, получаем

$$\Phi(r, \varphi) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} R_{\lambda}(r) \cos \lambda(\varphi - \varphi_0). \quad (8)$$

Отсюда для системы двух симметрично расположенных источников $+I$ и одного двойного источника $-2I$ в центре круга имеем

$$\begin{aligned} \Phi(r, \varphi) &= \sum_{\lambda=0}^{\infty} R_{\lambda}(r) [\cos \lambda(\varphi - \varphi_0) + \cos \lambda(\varphi + \varphi_0)] = \\ &= \sum_{\lambda=0}^{\infty} 2R_{\lambda}(r) \cos \lambda \varphi_0 \cos \lambda \varphi. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, потенциал двух источников в полукруглой области, когда один из источников расположен на середине диаметра, также имеет вид (9).

Общий случай двух произвольно расположенных источников в полукруглой неоднородной области с радиальным распределением проводимости можем рассматривать как суперпозицию двух решений для случаев, когда источники расположены в точках (r_1, φ_1) и (r_2, φ_2) . При этом, если источники имеют противоположные знаки, то при сложении решений общая сумма токов от источников в центре оказывается равной нулю. Таким образом, общее решение задачи для двух произвольно расположенных источников тока для полукруглой неоднородной пластины с радиальным распределением проводимости имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi(r, \varphi) &= \sum_{\lambda=0}^{\infty} 2R_{\lambda}^{(1)} \cos \lambda \varphi_1 \cos \lambda \varphi + \\ &+ \sum_{\lambda=0}^{\infty} 2R_{\lambda}^{(2)} \cos \lambda \varphi_2 \cos \lambda \varphi, \end{aligned} \quad (10)$$

где $R_{\lambda}^{(1)}$ есть решение уравнения (2) для источника тока, находящегося в точке (r_1, φ_1) , а $R_{\lambda}^{(2)}$ — решение того же уравнения для источника тока,

расположенного в точке (r_2, φ_2) .

Если $r_1 = r_2$, т.е. оба источника находятся на одном расстоянии от центра, то $R_{\lambda}^{(1)}$ и $R_{\lambda}^{(2)}$ могут различаться только знаком. В этом случае

$$\Phi(r, \varphi) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} 2R_{\lambda} (\cos \lambda \varphi_1 - \cos \lambda \varphi_2) \cos \lambda \varphi. \quad (11)$$

В общем случае, когда $r_1 \neq r_2$, функции $R_{\lambda}^{(1)}$ и $R_{\lambda}^{(2)}$ различны, так как эти функции зависят от положения источника тока.

Рассмотрим в качестве примера распределение потенциала от двух точечных источников $+I$ и $-I$, расположенных по краю полукруглой пластины радиуса r_{Γ} в точках (r_{Γ}, φ_1) и (r_{Γ}, φ_2) с проводимостью $\sigma(r)$, изменяющейся по степенному закону:

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{r}{r_{\Gamma}} \right)^{2\alpha}. \quad (12)$$

В этом случае уравнение (2) принимает вид

$$r \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \right) + 2\alpha r \frac{dR_{\lambda}}{dr} = \lambda^2 R_{\lambda}. \quad (13)$$

Двумя линейно независимыми решениями этого уравнения являются функции

$$R_{1,\lambda} = \left(\frac{r}{r_{\Gamma}} \right)^{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}}; \quad (14)$$

$$R_{2,\lambda} = \left(\frac{r}{r_{\Gamma}} \right)^{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}}. \quad (15)$$

Применим к рассматриваемому случаю условия (3)–(5). Для $\lambda \neq 0$

$$\sigma(r) r \frac{dR_{\lambda}}{dr} = \sigma_0 (-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}) \left(\frac{r}{r_{\Gamma}} \right)^{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}}. \quad (16)$$

Для всех $\lambda \neq 0$ выражение (16) обращается в нуль при $r=0$, если перед знаком радикала стоит знак плюс. Поэтому из двух функций (14) и (15) следует выбрать функцию (14). Рассмотрим случай, когда источники тока находятся на краю пластины, т.е. когда $r_0 = r_{\Gamma}$. В этом случае, как показано в [1], условия (4) и (5) объединяются в одно условие:

$$\sigma(r) r \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{r=r_{\Gamma}} = -\frac{I}{\pi} \quad (17)$$

или, применительно к рассматриваемому закону распределения проводимости,

$$\sigma_0 r_{\Gamma} \frac{dR_{\lambda}}{dr} \Big|_{\Gamma} = -\frac{I}{\pi} \quad (\sigma_{\Gamma} = \sigma_0). \quad (18)$$

Функция R_{λ} , удовлетворяющая условию (18),

для $\lambda \neq 0$ имеет вид

$$R_\lambda(r) = -\frac{I}{\pi\sigma_0} \frac{\left(\frac{r}{r_\Gamma}\right)^{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}}}{\pi\sigma_0(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2})}. \quad (19)$$

Таким образом, для потенциала двух источников тока, один из которых расположен в центре, а второй на полярной оси, имеем выражение

$$\Phi(r, \varphi) = -\frac{I}{\pi\sigma_0} \left(\frac{r}{r_\Gamma}\right)^{-\alpha} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{r}{r_\Gamma}\right)^{\sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}} \cos \lambda \varphi}{(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2})} + R_0(r). \quad (20)$$

Отсюда для распределения потенциала в полукруглой пластине со степенным законом изменения проводимости для двух источников тока противоположного знака, расположенных по краю пластины в точках (r_Γ, φ_1) и (r_2, φ_2) , имеем [сумма функций $R_0(r)$ для двух источников противоположных знаков равна нулю]:

$$\Phi(r, \varphi) = -\frac{I}{\pi\sigma_0} \left(\frac{r}{r_\Gamma}\right)^{-\alpha} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_\Gamma}\right)^{\sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}} \times \frac{(\cos \lambda \varphi_1 - \cos \lambda \varphi_2) \cos \lambda \varphi}{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2}}. \quad (21)$$

Если $\alpha=0$, то это выражение переходит в выражение для потенциала однородной полукруглой пластины. В этом случае

$$\begin{aligned} \Phi(r, \varphi) &= -\frac{I}{\pi\sigma_0} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_\Gamma}\right)^\lambda [\cos \lambda (\varphi - \varphi_1) + \\ &+ \cos \lambda (\varphi + \varphi_1) - \cos \lambda (\varphi - \varphi_2) - \cos \lambda (\varphi + \varphi_2)] = \\ &= -\frac{I}{\pi\sigma_0} \left(\ln \frac{r_1}{r_\Gamma} + \ln \frac{\bar{r}_1}{r_\Gamma} - \ln \frac{r_2}{r_\Gamma} - \ln \frac{\bar{r}_2}{r_\Gamma} \right) = -\frac{I}{\pi\sigma_0} \ln \frac{r_1 \bar{r}_1}{r_2 \bar{r}_2}, \quad (22) \end{aligned}$$

где

$$r_1 = \sqrt{r^2 + r_\Gamma^2} \cos(\varphi - \varphi_1) + r_\Gamma^2; \quad (23)$$

$$\bar{r}_1 = \sqrt{r^2 + r_\Gamma^2} \cos(\varphi + \varphi_1) + r_\Gamma^2; \quad (24)$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + r_\Gamma^2} \cos(\varphi - \varphi_2) + r_\Gamma^2; \quad (25)$$

$$\bar{r}_2 = \sqrt{r^2 + r_\Gamma^2} \cos(\varphi + \varphi_2) + r_\Gamma^2. \quad (26)$$

Полученный результат может иметь простую геометрическую интерпретацию. Потенциал двух точечных источников тока разного знака, расположенных в точках (r_Γ, φ_1) и (r_Γ, φ_2) на краю однородной полукруглой пластины, можно представить как потенциал четырех источников: двух источников двойной величины одного знака, расположенных в точках (r_Γ, φ_1) и $(r_\Gamma, -\varphi_1)$ и двух источников двойной величины противоположного знака, расположенных в точках (r_Γ, φ_2) и $(r_\Gamma, -\varphi_2)$ на бесконечной плоскости на окружности радиуса r_Γ с центром в начале координат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мейер А.А. Распределение потенциала точечных источников постоянного тока в круглых неоднородных пластинах. — Тр. Гиредмета, 1977, вып. 80.
2. Мейер А.А. Распределение потенциала по краю круглой неоднородной пластины. — Тр. Гиредмета, 1977, вып. 80.
3. Мейер А.А. Потенциал двух точечных источников на бесконечной неоднородной проводящей плоскости с радиальным распределением проводимости. — Электричество, 1977, № 9.

[12.07.93]

Автор: Мейер Александр Аркадьевич окончил физический факультет Московского государственного университета в 1948 г. В 1952 г. в Московском государственном педагогическом институте защитил кандидатскую диссертацию по вопросам квантовой теории оптических свойств металлов. Старший научный сотрудник НИИ «Аргон».

Магнитное поле, возбуждаемое нейтральным вращающимся (движущимся) телом

МОГИЛЬНИКОВ В.С., ОЛЕЙНИКОВ А.М., РАССОХИН А.В.

В данном сообщении показывается, что при вращении нейтрального тела (ротора), имеющего достаточно высокую плотность свободных зарядов, возбуждается магнитное поле, такое же, какое возбудилось бы током

$$I = nesv_0 \left(\frac{u}{c} \right)^2, \quad (1)$$

протекающим по ротору (рис. 1).

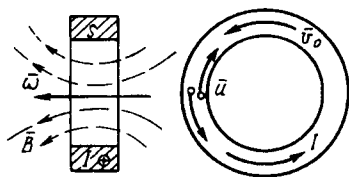


Рис. 1

В формуле (1): n — объемная плотность свободных зарядов; e — заряд электрона; s — площадь поперечного сечения ротора; v_0 — линейная скорость движения ротора; u — скорость хаотического движения свободных зарядов; c — скорость света.

Возникает вопрос, каким образом высказываемое утверждение согласуется с известными законами физики?

Относящиеся к рассматриваемому вопросу законы Био-Савара, Ампера и закон электромагнитной индукции были открыты в разное время опытным путем. В дальнейшем оказалось, что они могут быть получены из одного закона Кулона, если к силам взаимодействия зарядов применить поправки, вытекающие из специальной теории относительности [1, 2]. При этом стало возможным рассматривать уже известные физические явления как бы в двух проекциях, полнее, и вследствие этого подмечать факты, ранее не замечаемые [3, 4].

Обратимся в качестве примера к закону Ампера, позволяющему определять силу взаимодействия между собой проводников с током.

В частном случае, если элементы тока $I_1 dl_1$ и $I_2 dl_2$ находятся на перпендикуляре радиуса-сектора (рис. 2), то сила взаимодействия между ними равна

$$df = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 dl_1 I_2 dl_2}{r_{12}^2} \quad (2)$$

и направлена противоположно $\vec{r}_{12}$. Здесь df рассматривается как проекция на $\vec{r}_{12}$.

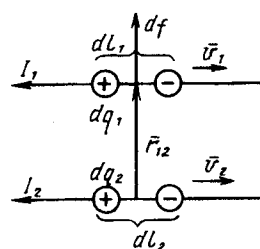


Рис. 2

Силу (2) найдем, опираясь только на закон Кулона и используя известные положения теории относительности [1, 2].

Предположим, что элементы dl_1 и dl_2 имеют одинаковые заряды, причем положительные заряды неподвижны, а отрицательные движутся со скоростями v_1 и v_2 , соответствующими токам I_1 и I_2 (рис. 2).

Силы, действующие со стороны зарядов элемента dl_2 на заряды элемента dl_1 с учетом требований теории относительности, находятся по формуле [2, 5]

$$df = df_0 \left(1 - \frac{v_1 v_2}{c^2} \right) \left[1 - \left(\frac{v_2}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (3)$$

где df_0 — сила, определяемая по закону Кулона

$$df_0 = \frac{dq_1 dq_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2}. \quad (4)$$

Индекс (1) относится к скорости зарядов — положительных или отрицательных — элемента dl_1 , а индекс (2) — к скорости зарядов, также положительных или отрицательных, элемента dl_2 . Так сила, действующая со стороны положительного заряда элемента dl_2 на положительный же заряд элемента dl_1 , равна

$$df_{++} = df_0 \left(1 - \frac{v_1^+ v_2^+}{c^2} \right) \left[1 - \left(\frac{v_2^+}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} = df_0, \quad (5)$$

так как

$$v_1^+ = v_2^+ = 0.$$

Далее находим

$$df_{-+} = -df_0; \quad (6)$$

$$df_{+-} = df_0 \left[1 - \left(\frac{v_2^-}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}; \quad (7)$$

$$df_{--} = df_0 \left(1 - \frac{v_1^- v_2^-}{c^2} \right) \left[1 - \left(\frac{v_2^-}{c} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (8)$$

В формулах (5)–(8) первый индекс у силы df относится к элементу dl_1 , а второй — к элементу dl_2 .

Суммируя (5)–(8), получаем (индексы опущены):

$$df = -df_0 \frac{v_1 v_2}{c^2} \left[1 - \left(\frac{v_2}{c} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

Разлагая член в квадратных скобках в ряд по степени v/c , перепишем (9) в виде

$$df = -df_0 \frac{v_1 v_2}{c^2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v_2}{c} \right)^2 + \dots \right]. \quad (10)$$

Если в (10) ограничиться только первым членом ряда (единицей), то

$$df = -df_0 \frac{v_1 v_2}{c^2}. \quad (11)$$

Приняв во внимание, что

$$\left. \begin{aligned} I_1 dl_1 &= v_1 dq_1; \\ I_2 dl_2 &= v_2 dq_2; \\ \mu_0 \epsilon_0 c^2 &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

приходим к заключению, что силы взаимодействия двух элементов тока (2) и (11) тождественно равны.

Принципиально важным является то, что при выводе формулы Ампера из закона Кулона с учетом поправок, вытекающих из теории относительности, в ряду (10) отбрасываются члены высшего порядка малости. Эти члены действительно малы. Если под скоростью v_2 понимать среднюю упорядоченную скорость, соответствующую допустимой плотности тока, то

$$\frac{1}{2} \left(\frac{v_2}{c} \right)^2 \approx 10^{-23}.$$

Такая поправка находится далеко за пределами измерений, и не удивительно, что законы физики — закон Био-Савара и Ампера и закон электромагнитной индукции не вызывают сомнения в их точности. Тем не менее, именно эти поправки в определенных условиях могут приводить к вполне ощутимым следствиям [3].

Необходимо обратить внимание на то, что первый член высшего порядка малости в (10) содержит скорость движения зарядов в квадрате. Он дает поправку к силе или к создаваемому проводником магнитному полю, которая зависит не только от скорости упорядоченного движения, но и, главным образом, от скорости хаотического движения зарядов, на много порядков превосходящей скорость упорядоченного движения. Именно этой поправке обязано магнитное поле, возбуждаемое нейтральным движущимся (вращающимся) телом.

Рассмотрим нейтральный проводник без тока, движущийся вдоль своей оси со скоростью v_0 (рис. 3).

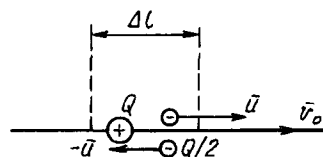


Рис. 3

Предположим, что положительные заряды относительно проводника неподвижны, а отрицательные находятся в хаотическом движении, равновероятном по всем направлениям. Средняя скорость этого хаотического движения v определяется энергией Ферми и составляет миллионы метров в секунду, т.е. на много порядков превышает упорядоченную скорость зарядов при допустимой плотности тока.

Сделаем допущение непринципиального характера. Предположим, что половина отрицательных зарядов движется по направлению v_0 , а другая половина по $-v_0$ (рис. 1).

Движение зарядов, как известно, образует ток. Если проводник неподвижен, то ток всех зарядов (рис. 3) равен нулю. Этот результат, как можно думать, не изменится и при движении проводника, так как все заряды, положительные и отрицательные, получают одну и ту же дополнительную скорость v_0 .

Однако положение будет другим, если при суммировании скоростей учесть поправки, вытекающие из теории относительности [5].

Скорость отрицательных зарядов u определена по отношению к проводнику, который в данном случае представляет движущуюся систему коор-

динат. Для неподвижного наблюдателя скорости зарядов станут равными:

для положительного заряда

$$v_+ = v_0; \quad (12)$$

для отрицательного заряда, движущегося по направлению v_0

$$v_-^{(1)} = \frac{v_0 + u}{1 + \frac{v_0 u}{c^2}} \approx (v_0 + u) \left(1 - \frac{v_0 u}{c^2} \right); \quad (13)$$

для отрицательного заряда, движущегося против v_0

$$v_-^{(2)} = \frac{v_0 - u}{1 - \frac{v_0 u}{c^2}} \approx (v_0 - u) \left(1 + \frac{v_0 u}{c^2} \right). \quad (14)$$

Найдем теперь суммарный ток всех зарядов, и. я в виду, что

$$I = Q v, \quad (15)$$

где Q — заряд, приходящийся на единицу длины (в отличие от 11а) проводника.

Ток, создаваемый положительным зарядом,

$$I_+ = Q v_0. \quad (16)$$

Токи, создаваемые отрицательными зарядами,

$$I_-^{(1)} = -\frac{1}{2} Q (v_0 + u) \left(1 - \frac{v_0 u}{c^2} \right); \quad (17)$$

$$I_-^{(2)} = -\frac{1}{2} Q (v_0 - u) \left(1 + \frac{v_0 u}{c^2} \right). \quad (18)$$

Суммируя все токи, получаем

$$I = Q v_0 \left(\frac{u}{c} \right)^2. \quad (19)$$

Заряд Q , приходящийся на единицу длины, выразим через объемную плотность зарядов n и площадь поперечного сечения проводника s :

$$Q = nes,$$

где e — заряд электрона.

При этом формула (19) примет вид

$$I = nes v_0 \left(\frac{u}{c} \right)^2, \quad (20)$$

что совпадает с (1).

Получен неожиданный результат: нейтральный проводник, движущийся вдоль оси, подобен проводнику с током. Этот ток аналогичен обычному току в смысле образования магнитного поля или силы взаимодействия с другими проводниками с током, но не создает джоулевых потерь. Проводник может быть многократно разомкнут, от

этого значение тока I не изменится. Ток обязан хаотическому движению зарядов, так как скорость их движения в формулу (20) входит в квадрате.

Оценим величину тока I , например, для вращающегося ротора из алюминия. Приняв $n = 10^{28} \text{ 1/м}^3$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, $s = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$, $v_0 = 10 \text{ м/с}$, $u = 10^6 \text{ м/с}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Получим $I \approx 10^3 \text{ А}$.

Таким образом, имеется вероятность обнаружить исследуемое явление в лабораторных условиях.

Как видно из (20), для оценки величины тока I требуется знание плотности зарядов n и скорости хаотического движения u . В приведенном примере эти величины взяты максимально возможными для чистого металла. Какие-либо примеси могут уменьшить значение n на несколько порядков. Поэтому экспериментальная проверка формулы (1) требует специального предварительного анализа материала ротора для определения n и u .

Однако имеется косвенное подтверждение тока I и создаваемого им поля космическими телами [6].

Если формулу (20) применить для определения магнитного поля вращающегося однородного шара, для которого условный полный ток равен

$$I = \frac{1}{12} \frac{n D^3}{T} e \left(\frac{u_2}{c} \right)^2, \quad (21)$$

а напряженность магнитного поля на его полюсах приближенно равна

$$H = I/D, \quad (22)$$

то для магнитной индукции получим

$$B = \frac{1}{12} \frac{n D^2}{T} e \left(\frac{u_2}{c} \right)^2 \mu_0 \mu'. \quad (23)$$

После упрощений формула (23) может быть представлена в виде

$$B = A \frac{m}{D T}, \quad (24)$$

где m — масса тела; D — его диаметр; T — период обращения вокруг оси; A — постоянная.

В этой формуле плотность зарядов n принята пропорциональной плотности массы:

$$n \approx \frac{m}{D^3},$$

а скорость хаотического движения, зависящая от энергии Ферми, вошло в постоянную A .

Если написать подобную формулу для поля Земли, то

$$B_3 = A \frac{m_3}{D_3 T_3}. \quad (25)$$

Объект	m	D	T	B	Расчетное значение $B \cdot 10^{-4}$ Тл	Опытное значение $B \cdot 10^{-4}$ Тл
Меркурий	0,05	0,38	58	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
Венера	0,81	0,95	243	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$0,15 \cdot 10^{-3}$
Юпитер	318	11,2	0,4	72	36	4,5
Сатурн	95	9,5	0,45	20	10	0,6
Солнце	$33 \cdot 10^4$	109	25	120	60	(10–100)
Белые карлики	10^6	1,0	1,0	10^6	$0,5 \cdot 10^6$	10^5
Нейтронные звезды	10^3	10^{-3}	10^{-5}	10^{11}	$0,5 \cdot 10^{11}$	10^{12}

Разделив (24) на (25), получим

$$B = \frac{m}{DT} B_3. \quad (26)$$

Если поле Земли на полюсе принять равным $B_3 = 0,5 \cdot 10^{-4}$ Тл, то поле какого-либо космического объекта будет

$$B = 0,5 \frac{m}{DT} 10^{-4} \text{ Тл}. \quad (27)$$

Звездочки означают, что все параметры взяты в относительных (по отношению к Земле) величинах.

Приведенная таблица позволяет судить о степени совпадения расчетных и опытных данных для некоторых космических объектов.

Таблица включает ограниченное число объектов. Опытные данные носят ориентировочный, усредненный характер. Неизвестно, на каком расстоянии от объекта проводились измерения, на полюсе или на экваторе, тогда как расчетные данные относятся к полюсу на поверхности объекта.

К настоящему времени магнитные поля измерены у нескольких тысяч космических тел [6]. Их анализ позволил бы полнее оценить формулу (1). Но даже приблизительное совпадение расчетных и опытных данных нельзя считать слу-

чайным. Особенно поразительны результаты последних трех строк. Формула (24), полученная на основе (1), предсказывает порядок величин магнитных полей для космических тел, параметры которых — массы, диаметры, период обращения вокруг оси отличаются в десятки тысяч раз. Конечно, формулы (1), (24) не могут объяснить многие особенности магнитных полей, которые связаны с различными, возможно еще неизвестными причинами.

Хотя формула (24) дает косвенное подтверждение исходной формулы (1), все же нужно признать, что окончательное ее утверждение даст только эксперимент в лабораторных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alsina F. La electrotecnica como consecuencia relativista.— Ciencia y tecnica, Buenos Aires, 1963, vol. 132, № 667.
2. Могильников В.С. Следствия теории относительности в электротехнике. — «Теоретическая электротехника», Львов: Вища школа, 1976, вып. 21.
3. Могильников В.С., Олейников А.М. Возможно ли возбуждение ЭДС в контуре без изменения в нем магнитного поля? — «Электричество», 1992, № 3.
4. Могильников В.С. Следствия теории относительности в электротехнике. Изд. Севастопольского ВВМИУ, 1969.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. 2.— М.: Физматгиз.
6. Белов К.М., Бочкарев Н.Г. Магнетизм на Земле и в Космосе. — М.: Наука, 1983.

[28.07.94]

От редакции

Любое тело вращается в слабых магнитных полях Земли, Солнца или Галактики, и в этом, возможно, и заключается происхождение обнаруженных авторами явлений.

Николай Васильевич Шилин

16 марта 1995 г. на 69-м году жизни скоропостижно скончался видный специалист в области высоковольтной аппаратуры, доктор технических наук, член редколлегии журнала «Электричество» Шилин Николай Васильевич.

Николай Васильевич родился в Астрахани, окончил в 1951 г. МЭИ и остался на кафедре электрических аппаратов. В 1958 г. защитил кандидатскую диссертацию, посвященную теории и расчету дугогасящих устройств коммутационных аппаратов. На основе этих работ исследовалось поведение дугогасящих устройств в различных условиях, практическим выходом было совершенствование отечественных масляных выключателей, разработка методов их модернизации.

С 1960 г. Николай Васильевич работал во ВНИИЭ, где проводил исследования высоковольтных коммутационных процессов и аппаратов. Под его руководством была создана лаборатория разрывных мощностей, которая в дальнейшем была преобразована в Научно-исследовательский центр по испытаниям высоковольтной аппаратуры (НИЦ ВВА). Более двадцати лет Николай Васильевич был директором НИЦ ВВА, а после выхода на пенсию продолжал работу во ВНИИЭ.

Николай Васильевич внес большой вклад в исследования методов испытания высоковольтных выключателей, моделирование процесса восстановления напряжения на размыкающихся контактах. С конца 70-х гг. он проводил исследования проблем газообразования при дуговых процессах в камерах высоковольтных выключателей, в том



числе дугового разряда различной интенсивности в масле. Все эти исследования опирались на многочисленные эксперименты и на опыт испытаний различной аппаратуры.

В 1986 г. на базе этих исследований Николай Васильевич защитил докторскую диссертацию, посвященную повышению отключающей способности масляных выключателей на основе физически обоснованной методики расчета газогидродинамических процессов в дуге. Еще одно практическое применение этой методики — изучение протекания внутренних дуговых коротких замыканий в статорах турбогенераторов с масляным заполнением, позволившее оптимизировать их конструкцию.

В последние годы Николай Васильевич проводил большую работу по анализу технического уровня отечественных и зарубежных коммутационных аппаратов, способствовал разрыву производства элегазового электротехнического оборудования на базе конверсионных предприятий.

Николай Васильевич был од-

ним из самых квалифицированных специалистов в области высоковольтной коммутационной аппаратуры, режимов ее работы, методов испытаний. Широко известны его труды по исследованию дуговых процессов при коммутации.

Большую работу он проводил в Исследовательском комитете 13 СИГРЭ и в Международной электротехнической комиссии, участвуя в заседаниях этих организаций и достойно представляя в них нашу страну.

Богатый опыт научных исследований Николай Васильевич довел до широкого круга специалистов — электроэнергетиков, опубликовав более 100 научных трудов и статей.

Активно работал Николай Васильевич в редколлегии журнала «Электричество», вкладывая бескорыстный, добросовестный труд в работу с авторами, а также в рецензирование и редактирование статей.

Исключительное трудолюбие, высокая требовательность, выдающиеся организаторские способности в сочетании со справедливостью и отзывчивостью к людям обеспечили Николаю Васильевичу авторитет и доверие коллег, учеников, товарищей; в течение многих лет его избирали депутатом местных Советов, он был награжден правительственными наградами.

Все свои силы до последнего дня Николай Васильевич отдавал любимому делу. Светлая память о нем навсегда останется в сердцах знавших его людей.

Редакция и редколлегия
журнала «Электричество»,
товарищи по работе

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

Лабунцов В.А., главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), **Бутырин П.А.** (Институт высоких температур Российской Академии наук, Москва), **Иоссель Ю.Я.** (Научно-исследовательский институт постоянного тока, Санкт-Петербург), **Комельков В.С.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Нетушил А.В.** (Московская государственная академия тонкой химической технологии), **Розанов Ю.К.** (Московский энергетический институт), **Пищиков В.И.** (Московский энергетический институт), **Тареев Б.М.** (Всероссийский институт научной и технической информации, Москва), **Толстов Ю.Г.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Чечурин В.Л.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — **Макашкин Б.Д.**

Секция электроэнергетики

Мамиконянц Л.Г., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Гельфанд Я.С.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Ершевич В.В.** (Проектный и научно-исследовательский институт «Энергосетьпроект», Москва), **Митюшкин К.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Морозкин В.П.** (Московский энергетический институт), **Семенов В.А.** (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), **Стров В.А.** (Московский энергетический институт).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

Ларионов В.Н., председатель секции (Московский энергетический институт), **Белкин Г.С.** (Всероссийский электротехнический институт, Москва), **Бортник И.М.** (Министерство науки и технической политики России), **Костенко М.В.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет), **Лизунов С.Д.** (Московский электрозавод), **Шилин Н.В.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

Секция электрических машин

Иванов-Смоленский А.В., председатель секции (Московский энергетический институт), **Данилевич Я.Б.** (Всероссийский институт электромашиностроения, Санкт-Петербург), **Евсеев Б.Н.**, заместитель главного редактора журнала, **Шакарян Ю.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

Слежановский О.В., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт «Электропривод», Москва), **Андерс В.И.** (Московский энергетический институт), **Борцов Ю.А.** (Санкт-Петербургский электротехнический институт), **Ильинский Н.Ф.** (Московский энергетический институт), **Шаталов А.С.** (Научно-техническое объединение «Антей», Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**