

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1995

2

От Академии электротехнических наук

Академия электротехнических наук (АЭН) в соответствии с Уставом и решением общего собрания АЭН, состоявшегося 14 декабря 1994 г., извещает об открывающихся вакансиях действительных членов и членов-корреспондентов Академии по следующим научно-отраслевым отделениям.

Научно-отраслевые отделения	Число вакансий	
	Действительных членов	Членов-корреспондентов
Теоретическая электротехника	2	2
Электроэнергетика	4	4
Электромеханика и силовая преобразовательная техника в промышленности	3	5
Электротехнические системы и устройства общего и специального назначения (в строительстве, горном деле, сельском хозяйстве, медицине и социальной сфере)	2	3
Электротехнические системы транспорта и космической техники	4	5
Электротехнология	2	2
Средства и системы контроля, управления и автоматизации	4	5
Электротехнические материалы и изделия	2	3
Электрофизические и сверхпроводящие устройства	2	3
Высоковольтная электротехническая и электронная аппаратура. Электромагнитные излучения, совместимость и экология	2	3
Электронная и вычислительная техника	5	8
Телекоммуникационные и информационные сети и системы	5	7
Стандартизация и сертификация в электротехнике	4	5

Действительными членами Академии электротехнических наук, согласно Уставу Академии, избираются ученые, обогатившие науку выдающимися достижениями и открытиями, широко признанными и используемыми в научно-практической деятельности.

Членами-корреспондентами Академии электротехнических наук, согласно Уставу Академии, избираются ученые и специалисты, внесшие признанный вклад в развитие электротехнической науки.

Действительные члены и члены-корреспонденты избираются, как правило, из числа докторов наук и профессоров.

Выдвигать кандидатов в действительные члены и члены-корреспонденты могут научные учреждения и высшие учебные заведения, государственные и общественные организации, действительные члены и члены-корреспонденты Академии электротехнических наук по указанным в данной публикации научно-отраслевым отделениям.

В случае представления кандидатов научными учреждениями, высшими учебными заведениями, государственными и общественными организациями выдвижение производится на заседаниях ученых и научно-технических советов, коллегий или президиумов путем тайного голосования простым большинством голосов.

Представление на кандидатов в действительные члены и члены-корреспонденты Академии с соответствующей мотивировкой и с приложением необходимых документов направляется в адрес Президиума Академии в течение одного месяца со дня настоящей публикации.

Необходимо направить (в 2-х экземплярах): 1) заявление об участии в конкурсе; 2) представление совета общественных или государственных организаций с результатами тайного голосования или письмо с соответствующей мотивировкой в случае выдвижения кандидата действительным членом или членом-корреспондентом Академии электротехнических наук; 3) автобиографию; 4) личный листок по учету кадров; 5) список научных трудов; 6) копии дипломов об окончании вуза и доктора наук, аттестата профессора; 7) отзыв о научно-общественной деятельности кандидата с основного места работы; 8) личную научную программу (объемом не более 2-х страниц); 9) фотографии размером 4×6 см.

УКАЗАННЫЕ МАТЕРИАЛЫ НАПРАВЛЯТЬ ПО АДРЕСУ: 105835, ГСП, Москва, Красноказарменная ул., 14, ПРЕЗИДИУМ АКАДЕМИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Президент Академии
электротехнических наук
В. Герасимов,
Главный Ученый секретарь
Академии электротехнических наук
Г. Иванченко

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛУЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ**СОДЕРЖАНИЕ**

Бут Д.А. Электромеханика сегодня и завтра (II ч.)	2
Лоханин Е.К. Применение метода компенсирующих ЭДС для расчета режимов энергосистем	10
Ковалев А.П., Белоусенко И.В., Муха В.П., Шевченко А.В. О надежности максимальных токовых защит, применяемых в сетях угольных шахт	17
Камалов Р.С., Черемис В.С., Чулков В.В. Расчет восстанавливающейся электрической прочности элегазовых автокомпрессионных выключателей	21
Перцев А.А., Рыльская Л.А., Чистяков С.П. Повышение износоустойчивости вакуумных дугогасительных камер при коммутации номинального тока	26
Фаттахов К.М. Об уравнениях трансформатора и асинхронной машины	32
Архангельский Н.Л., Курнышев Б.С., Захаров П.А. Применение тензорной методологии к описанию электромагнитных процессов в асинхронном двигателе	37
Шумилов В.Ф., Шумилова Н.И. Обеспечение монотонных переходных процессов в электроприводе с заданным быстродействием	40
Петленко Б.И., Волков В.Д. Характеристики двигателя в каскадной схеме с частотным регулированием	42
Шакарян Ю.Г. О реактивной мощности асинхронизированной машины	46
Шур С.С., Редругина М.Н., Волькенан В.А., Лаврентьев Г.Г., Роговенко С.Ю. Контрольные испытания металлоксидных нелинейных резисторов на пропускную способность	48
Варламов Н.В. Оптимизация систем импульсного электропитания с магнитными звеньями сжатия	54
Передельский Г.И. О независимости от частоты сопротивления некоторых двухполюсников	59
Бутырин П.А., Чинь Хунг Лян. Аналитическое обращение матриц индуктивностей уравнений состояния электрических машин	63
Казаков О.И. К расчету нелинейных резистивных цепей при полигармоническом воздействии	70

ДИСКУССИИ

Абрамкин Ю.В. Механические проявления электрического и магнитного полей конформно связанных областей	74
--	----

ХРОНИКА

I Международная конференция по электротехнике и электротехнологии «МКЭЭ-94»	79
Анатолий Владимирович Нетушил (К 80-летию со дня рождения)	80

CONTENTS

Bout D.A. Electromechanics Today and Tomorrow (continuation)	2
Lokhanin Ye.K. Compensating E.M.F. Method Application to the Calculation of Power System Conditing	10
Kovaliov A.P., Belousenko I.V., Mukha V.P., Shevchenko A.V., On the Reliability of Maximum Current Protection in Electrical Networks of the Mines	17
Kamalov R.S., Chemeris V.S., Chulkov V.V. A Calculation of a Restoring Electrical Strength of Gas-Insulated Autocompression Circuit Breakers	21
Pertsev A.A., Rylskaya L.A., Chistyakov S.P. Vacuum Interrupter Switching Endurance Increase at Rated Current	26
Fattakhov K.M. About Equations of Transformer and Asynchronous Electrical Machine	32
Arkhanguelskii N.L., Kurnyshev B.S., Zakharov P.A. Application of a Tensor Methodology for Description of Electromagnetic Processes in Asynchronous Motor	37
Shumilov V.F., Shumilova N.I. Securing Monotonous Transient Processes with the Given Control Time in Electrical Drive	40
Petlenko B.I., Volkov V.D. Characteristics of a Motor in a Frequency Controlled Cascade Scheme	42
Shakaryan Yu.G. Reactive Power of Asynchronized Machine	46
Shur S.S., Redrugina M.N., Volkenau V.A., Lavrentyev G.G., Rogovenko S.Yu. Inspection Tests of Non-Linear Metal Oxide Varistors for Constancy of the Volt-Ampere Characteristics	48
Varlamov N.V. Pulse-Power Multistage Magnetic Compressor Optimisation	54
Peredel'skii G.I. On the Independence from Frequency of the Resistance of Two-Terminal Networks	59
Butyrin P.A., Trinh Hung Lan. Analytical Converting of Inductance Matrices of Electrical Machine State Equations	63
Kazakov O.I. On the Calculation of Non-Linear Resistance Circuit under Polyharmonical Influence	70

DISCUSSIONS

Abramkin Yu.V. Mechanical Actions of Electrical and Magnetical Fields in Conformly Bound Regions	74
--	----

CHRONICLE

I International Electric Technology Conference	79
Anatoliy Vladimirovich Netushil (to Mark the 80th Anniversary)	80

Машины постоянного тока (МПТ). Одним из наиболее быстро развивающихся типов ЭМП являются бесконтактные вентильные машины (ВМ) постоянного тока.

Вентильные генераторы (ВГ), состоящие из бесконтактного генератора и выпрямителя, все шире используются вместо коллекторных генераторов в автономных энергоустановках (например, в авиации серийно выпускаются ВГ с неуправляемыми выпрямителями мощностью до 50 кВт [29, 30]). Разрабатываются асинхронные вентильные генераторы для ветроэнергетики и других применений. Осваиваются ВГ на постоянных магнитах с управляемыми выпрямителями, обладающие повышенными быстродействием (примерно на порядок) и глубиной регулирования [14, 30].

Вентильные двигатели (ВД) питаются от сети постоянного тока через полупроводниковый инвертор, управляемый сигналами от датчиков положения ротора и благодаря высокому качеству управления и регулирования все более успешно конкурируют со своими аналогами (АД, СД с ЧУ, коллекторными двигателями) при широких диапазонах мощностей и частотах вращения от 10 до 10⁵ об/мин [31, 33]. Органическое объединение электромеханического звена и управляемого полупроводникового инвертора уже сегодня делает возможным создание на основе ВД универсальных электроприводных комплексов (в том числе с прецизионным управлением), которые находят широкое применение в станкостроении, на транспорте, в авиационно-космических системах, судовой электротехнике, робототехнике, передовой технологии, медицине и т. п. Для большинства вентильных генераторов и двигателей энергетического назначения напряжение на якоре должно быть близким к синусоидальному, что предполагает использование относительно сложного электронного преобразователя. В качестве примера отечественных разработок можно привести созданные в Московском авиационном институте серии ВД для звукозаписи, вентиляторов ЭВМ, сканирующих устройств, бортового электропривода, подводных аппаратов, а также систем на их основе — высокоскоростную бормашину, электропривод искусственного сердца и др. [34]. Современные технологии позволяют создавать компактные инверторы и электронные блоки управления ВД, масса которых составляет 20—50% массы собственно двигателя.

Для вентильных машин энергетического на-

значения наиболее перспективной, по-видимому, является концепция ВД с высококоэрцитивными магнитами на роторе, параметры которых быстро улучшаются. Удельная масса таких ВД при мощностях порядка 10 кВт составляет 1 кг/кВт и менее. Разрабатываются беспазовые варианты ВМ с повышенными линейными нагрузками, хотя пока рациональные области использования таких машин однозначно не выявлены [30, 35].

Успешно осваиваются промышленностью в крупных масштабах ВД на дешевых магнитотвердых материалах (ферритах, металлокерамике) с безотходной технологией. Приоритетные пути совершенствования ВД ориентированы на интеграцию механики с электроникой, внедрение микропроцессоров (МП) и др. [32, 33].

Ведутся работы по управляемым реактивным двигателям (УРД), питаемым от источника (сети) постоянного тока через инвертор и являющимся разновидностью ВД. Собственно реактивный двигатель, как известно, обладает предельно простой конструкцией, но заметно уступает обычному синхронному двигателю по энергетическим показателям. Однако благодаря использованию простейших инверторов, не ограниченных жесткими требованиями к форме выходных напряжений и токов, в ряде случаев удается создать достаточно легкие и эффективные преобразователи [36]. Так, фирма Task Drives осуществляет серийный выпуск УРД мощностью от 10 Вт до 200 кВт. Над УРД активно работают в КНР [37]. Особенно хорошие возможности имеют УРД с микропроцессорными регуляторами.

Вентильные двигатели и УРД уже сегодня широко используются в системах высокоавтоматизированного интеллектуального привода и робототехники [19, 32, 33, 37].

Одним из наиболее широких и важных применений ВД в перспективе будет создание электромобильного транспорта. Очевидно, что современный автомобиль со всеми присущими ему недостатками (дефицит углеводородного топлива, плохая экология, пожароопасность и т. п.) является лишь временной альтернативой при решении глобальных проблем создания массового транспорта. Можно уверенно прогнозировать, что через 20—40 лет на смену традиционному автомобилю придет электромобиль, оснащенный компактным источником электроэнергии (на первом этапе химическим) и приводным вентильным двигателем с микропроцессорными системами управления.

Решение этих задач преобразует всю инф-

¹Продолжение. Начало см. «Электричество», 1995, № 1.

раструктуру будущих городов и транспортных магистралей. Роль электромеханических систем при этом становится определяющей.

Вентильные машины будут интенсивно интегрироваться с информационно-управляющими системами и обеспечивать основу создания электромеханических информационно-энергетических комплексов (ИЭК) с дальнейшей трансформацией в системы ПЭВИ (см. таблицу — «Электричество», 1995, № 1, часть I). В целом вентильные машины можно рассматривать как главное направление современных и перспективных разработок ЭМП постоянного тока, чему соответствует высокий индекс развития в предлагаемой таблице.

Продолжаются работы и по коллекторным машинам, хотя они не содержат заметных новых концепций [38]. Следует отметить, что коллекторные машины продолжают оставаться актуальными в ряде специальных применений. Напомним, что именно коллекторные двигатели, помещенные в гермоотсеках, надежно служили приводами колес «Лунников» [40]. Они играют большую роль в судовых установках. Для нормальных условий работы коллекторные МПТ сохранятся на обозримую перспективу (10—15 лет) в высокоавтоматизированном приводе и робототехнике, хотя их дальнейшие перспективы будут быстро сужаться из-за анахроничности щеточно-коллекторного узла, резко снижающего массоэнергетические и надежность показатели машин.

Один из способов улучшения показателей коллекторных машин связан с использованием сверхпроводникового индуктора на статоре [6, 56], однако вряд ли это направление можно считать перспективным.

Оценки массогабаритных показателей вентильных и коллекторных машин могут осуществляться с использованием формул (1)–(5), в которых необходимо скорректировать значения k_D , k_r , k_k , v_m с учетом особенностей конструкции (например, наличия коллектора или полупроводникового преобразователя). Так например, для высокофорсированных коллекторных машин мощностью порядка 100 кВт (см. второй пример по СГ с мощностью 100 кВт·А) можно принять $k_k = 2,2$ (с учетом коллекторного узла); $v_m = 80$ м/с. Тогда при сохранении остальных параметров получим $n_m = 9591$ об/мин, $m_{\min} = 1,43$ кг/кВт. Таким образом, по удельной массе МПТ существенно уступают СМ и АМ. Предельные мощности коллекторных МПТ согласно (5) при типичной для них частоте вращения $n = 1000$ об/мин, $v_m = 100$ м/с и предельных значениях $A = 6 \cdot 10^4$ А/мм; $B_\delta = 1$ Тл; $\lambda \approx 1$ составляют примерно 50 Мвт.

Заметная реанимация наблюдается в работах по униполярным машинам (УМ), обладающим

простой и симметричной конструкцией, а также рядом специфических качеств, которые можно рассматривать как новые достоинства, являющиеся продолжением старых недостатков. Например, малое напряжение и большие токи УМ позволяют органически объединить их с индуктивными накопителями (ИН), питающими ЭМП для электрофизических комплексов, рельсотронные ускорители и другие импульсные нагрузки [12, 26], причем массивный ротор может использоваться как механический накопитель. На базе УМ возможно создание электромеханических трансмиссий для транспортных и судовых установок, когда униполярный генератор вращается первичным приводом и питает униполярный двигатель (по возможности конструктивно объединенный с генератором), работающий на нагрузку с плавным регулированием скорости. Практически полная симметрия УМ позволяет сравнительно просто реализовать машины с кольцевыми НТСР-обмотками [6, 7]. Так, в МАИ был создан сверхпроводниковый генератор мощностью 480 кВт, 10^4 об/мин с обмоткой из Nb_3Sn , создающей поле 3 Тл в рабочей зоне с диаметром 0,4 м [41]. Простота магнитной системы УМ позволит этим машинам одними из первых перейти на ВТСР-обмотки постоянного тока (УМ с ВТСР) с последующей интеграцией в сложные агрегативные системы ПЭВИ (см. таблицу).

Естественно, значительный акцент при совершенствовании коллекторных и униполярных машин делается на улучшении параметров контактных узлов (КУ). В настоящее время разработаны контакты на скорости до 400 м/с. Особенно быстро совершенствуются щеточные контакты на основе металловолоконистых и металлокерамических материалов [42].

Учитывая возрастающую актуальность УМ и их перспективность при переходе на сверхпроводящие индукторы, получим оценки удельной массы таких машин. Рассмотрим дисковый генератор без стального магнитопровода с кольцевой обмоткой возбуждения, имеющей квадратное сечение со стороной a (для упрощения расчетов). Наружный и внутренний радиусы диска r_1 и r_2 , толщина диска $b = \text{const}$, плотность материала γ . Средний радиус обмотки возбуждения $r_b = k_r r_1$ ($k_r > 1$), плотность тока в ней j_b , коэффициент заполнения k_3 , плотность материала γ_b . За расчетную индукцию примем с запасом индукцию в центре обмотки:

$$B = \mu_0 I_b / (2r_b),$$

где I_b — полный ток возбуждения, равный $j_b a^2 k_3$.

Электродвижущая сила и мощность генератора:

$$E = \int_{r_2}^{r_1} v B dr = 0,5 \Omega (r_1^2 - r_2^2) B;$$

$$P = UI = u(1-u)E^2/R_i,$$

где U — напряжение; u — отношение напряжения к ЭДС; Ω — угловая скорость; R_i — внутреннее сопротивление:

$$R_i = \rho \ln \frac{r_1}{r_2} / 2\pi b;$$

ρ — удельное сопротивление материала диска.

После подстановок получим

$$P = \frac{0,5 \pi u (1-u) b v_m^2 B^2 r_1^2 [1 - (r_2/r_1)^2]^2}{\rho \ln \frac{r_1}{r_2}}, \quad (11)$$

где v_m — максимальная окружная скорость.

Масса диска $M_d = \pi (r_1^2 - r_2^2) b \gamma$, масса обмотки возбуждения $M_b = 2\pi r_b a^2 k_z \gamma_b$. Для удельной активной массы $m_a = (M_d + M_b)/P$ имеем

$$m_a = \frac{2\rho\gamma \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 + \frac{4k_r^2 B \gamma_b}{\mu_0 j_b b \gamma} \right] \ln \frac{r_1}{r_2}}{u(1-u)v_m^2 B^2 [1 - (r_2/r_1)^2]^2}. \quad (12)$$

Формально $m_a \rightarrow \min$ при $u=0,5$. Однако при этом обычно получаются недопустимо большие плотности тока в диске, имеющие согласно закону Ома порядок $j_{cp} \approx (1-u)v_{cp}B/\rho$ (v_{cp} — средняя скорость), поэтому, как правило, $u > 0,95$.

Пусть, например, $\gamma = 8,5 \cdot 10^3$ кг/м³ (бронза или латунь); $\rho = 10^{-7}$ Ом·м; $\frac{r_1}{r_2} = 5$; $k_r = 1,6$; $B = 3$ Тл; $j_b = 10^9$ А/м²; $u = 0,99$; $v_m = 100$ м/с; тогда $j_{cp} = 30 \times 10^6$ А/м². Если принять $n = 10^4$ об/мин, то $r_1 = 0,095$ м. При $b = 0,03$ м имеем $P = 2170$ кВт и $m_a = 0,0059$ кг/кВт, т.е. на два—три порядка меньше, чем для существующих машин.

Расширению применения УМ в будущем будет способствовать развитие силовой полупроводниковой техники, обеспечивающей преобразование «неуклюжих» показателей УМ в стандартные значения напряжений и токов. В частности, возможно создание транзисторных конверторов на большие токи ($> 10^4$ А) [55]. Исследуются возможности реализации конверторов на сверхпроводящих ключах, легко вписываемых в системы охлаждения СПУМ (криотронные преобразователи) [39].

Преобразователи с газовой или жидкостной активной зоной. Последние десятилетия наблюдается заметный прогресс в развитии магнитогидродинамических (МГД) и электрогазодинамических (ЭГД) преобразователей энергии, в которых активной зоной является сплошная деформируемая среда, движущаяся в магнитном

или электрическом поле. Перспективными источниками электроэнергии этого типа считаются МГД-генераторы, работающие, как правило, на тех же принципах, что и классические электрические машины. На современном этапе большой интерес представляют генераторы на низкотемпературной плазме, получаемой в виде продуктов сгорания топлив со щелочными ионизирующими присадками. Электропроводность такой плазмы на много порядков ниже, чем у твердых проводников, но высокие скорости газа и большие магнитные поля, создаваемые СП-обмотками возбуждения, позволяют в значительной мере скомпенсировать этот недостаток (как известно, мощность МГД-генератора пропорциональна $\sigma^2 B^2$, где σ — удельная электропроводность газа; v — его скорость, B — индукция).

Магнитогидродинамический генератор (МГДГ) привлекает своей простотой. Он состоит из канала с обмоткой возбуждения, в котором движется плазма, обеспечивая непосредственное преобразование первичной механической и тепловой энергии в электроэнергию. Внешняя простота послужила причиной явной переоценки возможностей МГД-метода получения электроэнергии в 60—70-е годы, когда исследовательские работы в этой области проводились широко и с размахом как в нашей стране, так и во многих других странах. К сожалению, жизнь не оправдала первоначального оптимизма и сейчас работы по МГД-генераторам имеют относительно скромные масштабы, ориентируясь, в основном, на те направления, которые могут принести практическую пользу сегодня и в ближайшем будущем. По-прежнему обсуждаются два основных вида использования МГД-генераторов: в промышленной энергетике и в автономных энергоустановках (АЭУ) (см. например, программы работ по МГД-генераторам в ведущих странах и результаты соответствующих исследований в [43]). Первый вид разработок нацелен на создание мощных стационарных генераторов со сверхпроводниковыми обмотками для промышленных МГД-электростанций (МГД ЭС). Сегодня акценты в этих исследованиях смещаются с первоначальных планов сооружения новых станций с МГД-генераторами на попытки модернизировать существующие станции, дополнив их МГД-генераторами в высокотемпературной части цикла (Retrofit Power Station), что позволит заметно повысить КПД станции (до 50—55%). Главные проблемы в таких разработках традиционно связаны с созданием надежно и длительно работающего канала, конструкция которого пока не имеет законченной концепции. Кроме того КПД порядка 50—55% могут быть получены на электростанциях с парогазовым циклом, значительно более близким

к традиционным технологиям, чем МГД-генератор [3]. Активные работы над мощными промышленными МГДГ, по-видимому, возобновятся в отдаленной перспективе, когда будут созданы каналы с большими ресурсами и компактные СП магнитные системы, существенно повышена проводимость плазмы, улучшена стабильность выходных параметров и т.п.

Второй вид разработок по МГД-генераторам для АЭУ с форсированными режимами работы имеет более близкие перспективы промышленной реализации благодаря ограниченным ресурсам работы и снижению остроты технологических трудностей при создании канала. Такие АЭУ уже успешно применяются для геофизических исследований [43], как альтернативные аварийные источники электроэнергии с быстрым запуском (1 с и менее), питания ЭДУМ и других назначений, в том числе военного характера [44]. Близкие задачи решаются с помощью импульсных МГД-генераторов, работающих на ударных и взрывных волнах [45].

Последние направления, по-видимому, претерпят изменения в связи с сокращением работ по программам СОИ в США; при этом может оказаться эффективной конверсионная переориентация проводимых исследований по созданию мощных автономных источников электропитания.

Существенное внимание в настоящее время уделяется поиску нетрадиционных конструктивных и компоновочных решений для МГД-генераторов АЭУ. Среди них можно отметить работы по дисковым МГД-каналам, позволяющим использовать простейшие СП кольцевые катушки (в перспективе — высокотемпературные). Оцениваются возможности создания таких установок как для наземного, так и космического применения. Исследуются МГД-каналы с консольно закрепленными электродами, позволяющие полностью устранить из активной части канала изоляционные элементы, являющиеся наиболее уязвимыми компонентами конструкции [43].

В отдаленной перспективе (30—50 лет) МГД-генераторы, по-видимому, найдут применение для утилизации энергии ТЯР [46].

Оценки удельной массы МГД-генераторов для перспективных применений можно получить с помощью простейшей модели, включающей в себя линейный канал фарадеевского типа с круговым сечением диаметром D и длиной l , охваченный седлообразной сверхпроводниковой обмоткой возбуждения с серповидным сечением (для минимизации массы). Из единичного объема канала, как известно, извлекается удельная мощность

$$p_{уд} = u(1-u)\sigma v^2 B^2$$

где u — отношение выходного напряжения к ЭДС (коэффициент нагрузки); v — скорость; σ — проводимость плазмы; B — индукция.

Удобно выразить $p_{уд}$ через плотность тока $j = (1-u)\sigma v B$:

$$p_{уд} = \left(1 - \frac{j}{\sigma v B}\right) j v B,$$

поскольку значение j удобно задать предварительно с учетом ограничения $j \leq j_{доп}$, где $j_{доп}$ — предельная плотность тока, обеспечиваемая термоэлектронной эмиссией электродов (при $j > j_{доп}$ происходит контракция токов в виде микродуг в пограничном слое). При этом полная мощность

$$P = 0,25 \pi \sigma \left(1 - \frac{j}{\sigma v B}\right) j v B \lambda D^3, \quad (13)$$

где $\lambda = l/D$.

Искривление тока из-за кругового сечения канала незначительно влияет на P .

Активная масса обмотки возбуждения [6]:

$$M_B = \frac{4\gamma_B k_L \lambda B D}{\mu_0 j_B k_3} \left(D + \frac{2B}{\mu_0 j_B k_3}\right), \quad (14)$$

где γ_B — средняя плотность материала обмотки; k_L — отношение длины магнитной системы к длине канала; j_B — плотность тока возбуждения в сверхпроводнике; k_3 — коэффициент заполнения обмотки сверхпроводником.

Соответственно удельная масса

$$m = \frac{k_K M_B}{P} = \frac{16 k_K k_L \gamma_B \left(D + \frac{2B}{\mu_0 j_B k_3}\right)}{\pi \mu_0 j_B \left(1 - \frac{j}{\sigma v B}\right) k_3 v D^2}, \quad (15)$$

где k_K — конструктивный коэффициент, учитывающий добавочные массы.

Зная σ, j, v, B, λ , находим D из (13) для заданной мощности P и с учетом выбранных значений k_K, k_L, γ_B, j_B оцениваем m по (15).

Для МГД-генераторов благодаря отсутствию движущихся конструктивных узлов не возникают ограничения на максимальную мощность, свойственные машинам с вращающимся ротором. Более того, при увеличении P уменьшается относительная роль потерь в пристеночных и концевых зонах канала, поэтому наиболее целесообразно использовать МГД-генераторы большой мощности. Пусть, например $P = 10^9$ Вт (10^3 МВт); $B = 3$ Тл (большие B могут привести к отрыву пограничного слоя и нарушить условие $j \leq j_{доп}$); $\sigma = 200$ 1/(Ом·м) (сегодня типичные значения $\sigma \approx 50$ 1/(Ом·м)); $j = 2 \cdot 10^5$ А/м² (реальные значения уже для современных действующих установок [43]), $v = 2000$ м/с; $j_B = 10^9$ А/м²; $k_3 = 0,3$; $k_L = 1,5$; $k_K = 3$ (с учетом конструктивных элементов и криостатов); $\lambda = 8$ (в длинных каналах снижается

роль концевых потерь); $\gamma_v = 8000 \text{ кг/м}^3$, тогда $D = 0,54 \text{ м}$, $l = 4,34 \text{ м}$, $m = 0,0028 \cdot 10^{-3} \text{ кг/Вт} = 0,0028 \text{ кг/кВт}$. Масса генератора составит 2,8 т, что в 200 раз меньше, чем, например, для турбогенератора ТВВ-1200-2 [1].

Помимо МГД-генераторов другим важным типом МГД-преобразователя энергии являются МГД-насосы для электропроводных сред (в первую очередь, жидких металлов), подобные по принципу работы кондукционным или индукционным ЭМП. Электромагнитные жидкометаллические устройства (ЭЖУ) уже сегодня достаточно хорошо зарекомендовали себя в металлургии, атомной энергетике, физических комплексах и т. п. Индукционные насосы выпускаются серийно и масштабы их применения непрерывно расширяются [14]. Они имеют удельную массу $10 \div 100 \text{ кг/кВт}$, что существенно больше, чем для классических машин из-за относительно низкой скорости жидкого металла ($v < 10\text{--}15 \text{ м/с}$). Значения m вряд ли могут быть существенно улучшены для традиционных конструкций.

Коэффициент мощности насосов согласно формуле (7) имеет пониженные значения из-за больших рабочих зазоров ($0,4 \div 0,6$). Вследствие повышенных скольжений ($0,2 \div 0,3$) КПД индукционных насосов, как правило, не превышает 40—50%. Относительно невысокие показатели индукционных насосов не опровергают их главных достоинств — отсутствия движущихся деталей, возможности работать с проводящими средами в герметизированных каналах с высокой рабочей температурой, надежностью, простотой эксплуатации и т. п. В перспективе, когда будут реализованы обмотки переменного тока на основе ВТСР, можно будет отказаться от стальных сердечников и удельная масса насосов понизится на порядки. Одной из проблем при этом станет компенсация повышенной реактивной мощности.

Индукционные МГД-машины могут работать в генераторном режиме при отрицательных скольжениях. В 60—70-е годы такие генераторы были предметом детальных разработок, которые позволили создать ряд действующих образцов. Однако позднее эти исследования практически прекратились, так как не были созданы эффективные разгонные устройства, обеспечивающие преобразование первичной тепловой энергии в механическую энергию жидкометаллического потока.

Кондукционные насосы имеют более ограниченное применение из-за низких рабочих напряжений и больших токов (как и у их аналогов — униполярных машин). В перспективе, однако, они могут оказаться более приспособленными для перехода к конструкциям со сверхпроводниковыми обмотками, чем индукционные насосы переменного тока.

Для кондукционных насосов существуют интересные альтернативы развития в плане создания морских двигательных установок (ДУ) со сверхпроводниковыми или криогенными обмотками возбуждения [47]. Такие ДУ, обеспечивая тягу за счет ускоряемой струи воды, обладают важными достоинствами — бесшумностью, простотой конструкции, возможностью работать на любой глубине и т. п.

Для перспективных применений могут оказаться интересными электрогазодинамические (ЭГД) машины [48], в которых используется движение униполярно заряженных или поляризованных жидкостей и газов в электрическом поле. Возникающие при этом электростатические силы позволяют реализовать ЭГД-генераторы, ЭГД-насосы (ионно-конвекционные), ЭГД-сепараторы, трансформаторы постоянного тока и другие устройства, которые могут использоваться как электромеханические преобразователи энергии в высоковольтных системах, причем рабочими телами для них могут служить среды с низкой электропроводностью.

Однако пока эффективность ЭГД-машин низкая и несмотря на работоспособность созданных физических макетов этот класс преобразователей не может конкурировать с другими ЭМП.

Параметрические электромеханические преобразователи. Параметрические преобразователи энергии основаны на изменении емкости C или индуктивности L в электрической цепи, благодаря чему в ней генерируются токи i и ЭДС e в соответствии с известными соотношениями:

$$i = dq/dt = d(C\varphi)/dt = C d\varphi/dt + \varphi dC/dt;$$

$$e = -d\psi/dt = -d(Li)/dt = -i dL/dt - L di/dt,$$

где q — электрический заряд; C — емкость; φ — потенциал; ψ — потокосцепление; L — индуктивность цепи.

В емкостных генераторах (C -генераторах) используется энергия электрического поля, пропорциональная квадрату напряжения, поэтому C -генераторы являются высоковольтными машинами. Плотность электрической энергии при реализуемых предельных напряжениях намного ниже, чем магнитной энергии, что не позволяет говорить о конкурентоспособности C -машин по сравнению с обычными ЭМП и оставляет за ними весьма ограниченные области использования (высоковольтные физические и технологические установки). Однако при определенных условиях (например в глубоком космическом вакууме) электрические напряженности могут достигать больших значений ($\sim 10^8 \text{ В/м}$) и C -генераторы благодаря отсутствию магнитопровода становятся соизмеримыми по массоэнергетиче-

ским показателям с обычными ЭМП, стимулируя их применение в нетрадиционных областях. Согласно оценкам возможно создание С-генераторов для космических применений с удельной массой порядка 1 кг/кВт [6, 14].

К параметрическим ЭМП можно отнести и генераторы с резонансными LC-контурами, в которых L или C принудительно меняются со средней резонансной частотой. Такие идеи формулировались в 20-х годах нашего столетия Мандельштамом и Папалекси, но в последующем не получили развития из-за усложненных схем и низкой эффективности. Некоторые отдаленные возможности использования резонансных генераторов связаны с атомными или термоядерными реакторами, работающими на осциллирующих ударных волнах, способных «раскачивать» LC-контур [14] (см. таблицу).

К параметрическим машинам относится новый быстро развивающийся тип преобразователя с резко изменяющейся индуктивностью, который в таблице обозначен как L -генератор. Это обозначение объединяет термины «компрессионный генератор», «компульсатор», «ударный генератор» [53] и др. Представляется рациональным назвать эти машины электродинамическими генераторами или накопителями [12, 49], так как их рабочие режимы реализуются на основе нестационарных процессов с быстро изменяющимися напряжениями, токами, индукцией в активной зоне.

Такие генераторы позволяют получать серии больших импульсных токов для физических и технологических установок (например магнитоимпульсной обработки металлов), рельсотронных ускорителей, низкочастотной связи и т.п. Они объединяют в себе электрическую машину, индуктивный накопитель и согласующее звено, причем ротор обычно выполняет роль маховика. Идея L -генератора в общем виде связана с тем, что при вращении ротора рабочий магнитный поток полюсов за счет экрана циклически деформируется из нормального радиального в тангенциальный, при этом резко уменьшается его сечение S и увеличивается длина магнитных линий в зазоре l . Так как магнитная энергия пропорциональна отношению l/S , удастся преобразовать значительную часть механической энергии в магнитную с последующей передачей ее нагрузке в виде электроэнергии токового импульса.

Удельная масса таких машин оценивается формулой [49]:

$$m = \frac{\pi k_l k_D^2 \gamma_{cp} p \delta_{\text{эф}}^*}{4k_B c \left(1 - \frac{2}{3} \alpha_\delta\right) (\alpha_\delta B_0)^2 n}, \quad (16)$$

где k_l — отношение полной длины машины к длине активной зоны; k_D — отношение наружного

диаметра к диаметру активной зоны D ; γ_{cp} — средняя плотность материалов (с учетом полостей и каналов); p — число пар полюсов, $\delta_{\text{эф}}^*$ — отношение значения эффективного зазора к значению диаметра D при сжатом поле; k_B — относительная часть выводимой в нагрузку энергии; $c = \pi^3 / (480 \mu_0)$; α_δ — отношение ширины полюса к полюсному делению; B_0 — начальная радиальная индукция; n — частота вращения (об/мин).

Оценим возможности L -генераторов. Пусть, например, $k_l = k_D = 1,5$; $p = 1$; $\gamma_{cp} = 0,7 \gamma_{ст}$ ($\gamma_{ст} = 7800$ кг/м³); $\delta_{\text{эф}}^* = 0,02$; $B_0 = 1$ Тл; $k_B = 0,25$; $n = 10^4$ об/мин. Тогда $m = 0,0135 \cdot 10^{-3}$ кг/Вт, т.е. на несколько порядков меньше, чем у обычных машин. По удельной энергии они близки к индуктивным накопителям ($\sim 1-10$ Дж/г).

Перспективы совершенствования L -генераторов связаны с реализацией криогенных или СП-обмоток, работающих с импульсными токами повышенной частоты. Если при этом принять $B_0 = 3$ Тл, то m снизится на порядок.

Обращенный режим параметрической индуктивной машины осуществляется в рельсотронных электродинамических ускорителях масс (ЭДУМ), аналогичных линейному параметрическому электродвигателю. Магнитная энергия рельсотрона с индуктивностью L есть $W = 0,5 Li^2$ (причем $i \approx \text{const}$ при питании его от источника тока типа индуктивного накопителя); сила, действующая на ускоряемое тело в направлении оси рельсотрона $F_x = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}$. При больших токах эта сила может ускорять тела до значительных скоростей.

Одно из применений таких систем — электромагнитные пушки, обеспечивающие скорости снарядов 3–5 км/с (вместо обычных 1–1,5 км/с), что на порядок увеличивает их эффективность. Уже созданы действующие образцы таких тактических систем вооружения [50].

На базе ЭДУМ может быть реализовано и стратегическое кинетическое оружие для борьбы с баллистическими ракетами на промежуточных этапах полета [51]. Хотя программы типа СОИ в настоящее время частично свертываются, роль ЭДУМ при создании тактических электромагнитных пушек и наземных комплексов ПВО и ПРО, по-видимому, не только сохранится, но и возрастет как альтернатива устаревающим видам артиллерийского и ракетного оружия [50, 57].

Кроме того, система ЭДУМ может успешно обеспечивать быструю замену военных спутников связи в случае их выхода из строя или преднамеренного массового уничтожения [52].

Сокращение военных программ создает хорошую основу для решения важных конверсионных проблем коммерческого и технического характера.

Так, например, если будет реализована намеченная программа создания космических катапульт, способных выводить в космос грузы с массой $10\text{--}10^3$ кг [52], то могут измениться общие концепции взаимодействия «Земля—космос».

Существуют прогнозы, согласно которым в XXI в. физические перемещения людей и объектов заметно сократятся благодаря развитию совершенных видов связи, обеспечивающих необходимый обмен информацией (в том числе коллективный), заказы на оборудование с последующей автоматизированной доставкой по оптимальным маршрутам, контрольные функции, финансовые процедуры и т.п. Создание такой глобальной общедоступной коммуникационной системы потребует вывода в космос большого числа (до 10^4) относительно малых спутников с массой до 1 т при оптимальном согласовании их орбитальных траекторий и возможности оперативной замены отказавшего оборудования. Система рассредоточенных ЭДУМ сможет оптимально решать такие задачи вместо практикуемого сегодня метода вывода комплекта спутников связи одной мощной ракетой с ограничениями на индивидуальные траектории спутников. Подобно тому, как на смену большим ЭВМ приходят персональные компьютеры, на смену крупным и громоздким ракетным установкам для запуска спутников могут прийти компактные функционально индивидуализированные ЭДУМ. Имеются экономические оценки, подтверждающие коммерческую эффективность такого подхода к рассматриваемой проблеме [52].

Другое важное назначение ЭДУМ — удаление с Земли в космос вредных отходов (в том числе радиоактивных) относительно малыми автономными порциями (до 10 кг) [52, 57]. Острота этой проблемы быстро нарастает, и ЭДУМ могут решать ее значительно эффективнее и безопаснее, чем альтернативный путь, связанный с использованием мощных ракет, выводящих в космос большие (десятки—сотни тонн) потенциально катастрофически опасные грузы с реальной вероятностью аварий. Характерно, что все задачи вывода макротел в космос с помощью ЭДУМ решаются с минимальными вредными экологическими последствиями (в отличие от химических ракет).

Учитывая большой интерес к рельсотронным ускорителям, оценим их возможности с помощью следующей простой модели. Рельсотрон состоит из двух коаксиальных электродов, в зазоре между которыми движется ускоряемое кольцо, контактирующее с электродами. Ток в рельсотроне поддерживается постоянным (например с помощью индуктивного накопителя): Осевая сила, дейст-

вующая на кольцо:

$$F_x = 0,5i^2 dL/dx,$$

где i — ток; L — индуктивность канала; x — осевая координата, отсчитываемая от входа.

Если обозначить через D средний диаметр кольца; Δ — его осевую ширину; h — радиальную толщину и j — радиальную плотность тока в кольце, то, как легко показать,

$$L = Bhx/i = \mu_0 hx/(\pi D),$$

$$F_x = 0,5\mu_0 \pi hD (\Delta j)^2.$$

Масса кольца $M = \pi Dh\Delta\gamma$, где γ — плотность; ускорение (без учета трения) $a = F_x/M = 0,5\mu_0 \Delta j^2/\gamma$; скорость на выходе ($x=l$)

$$v = \sqrt{2al} = j\sqrt{\mu_0 \Delta l/\gamma}. \quad (17)$$

Пусть, например, кольцо выполнено из легкого сплава со средней плотностью $\gamma = 2000$ кг/м³ (с учетом технологических полостей); $\Delta = 0,1$ м; $l = 10$ м; $j = 2 \cdot 10^8$ А/мм² (кратковременно). Тогда $v = 5$ км/с. При этом, например, для $D = 0,2$ м источник питания должен создать ток $i = j\pi D\Delta = 12,6 \cdot 10^6$ А, что может обеспечиваться с помощью униполярного генератора и трансформаторного индуктивного накопителя [12]. При $h = 0,02$ м масса кольца составит 2,51 кг. Магнитная индукция за кольцом $B = \mu_0 i/(\pi D) = 25,2$ Тл, магнитное давление $2,53 \cdot 10^8$ Па (2530 ат).

При соответствующем увеличении j , Δ , l можно в принципе довести v до первой или второй космической скорости, однако при этом возникают серьезные проблемы, связанные с прочностью ствола, трением и электрическим контактом, вторичными дугами в газе за ускоряемым телом и т.п.

В реальных ускорителях электроды обычно выполняются в виде двух параллельных линейных направляющих (рельсов), поэтому рабочая индукция будет меньше, чем в коаксиальной модели, однако ее можно усилить за счет дополнительных шин, параллельных электродам.

Рассматриваются рельсотронные ускорители, в которых ток течет не через ускоряемое тело, а через плазменный поршень, создаваемый за тыльной стороной ускоряемого тела.

Из-за трудностей при реализации рельсотронных ЭДУМ повышенное внимание начинает уделяться индукционным ЭДУМ, в которых ускоряемое тело не имеет электрических контактов с разгонной системой.

Помимо электродинамических ускорителей интенсивно исследуются электротермические ускорители (пушки), в которых разгон снаряда до скоростей 3—4 км/с осуществляется за счет бы-

строого расширения легкого газа, нагреваемого мощным электрическим разрядом от импульсного источника [57]. Аналогичные идеи реализуются в электротермохимических ускорителях. Все эти устройства, однако, могут быть отнесены к электромеханическим преобразователям, в которых первичная электрическая энергия превращается в механическую (кинетическую) энергию ускоряемых тел.

Последние годы разработка обсуждаемых электрометательных систем все более концентрируется вокруг концепций новых поколений тактического вооружения [50, 57]. При этом понятие «конверсия» в ведущих странах в основном распространяют на существующие военные технологии, но не связывают с ним напрямую работы по принципиально новым видам боевой техники, которые активно продолжаются.

Наконец, к параметрическим преобразователям можно отнести магнитокумулятивные (взрывомагнитные) генераторы (МКГ), основанные на сжатии магнитного поля сходящимися проводящими оболочками (лайнерами), на которые воздействует взрывная волна [54].

Благодаря высокой скорости сжатия поля (до 10 км/с) удастся получить магнитные индукции порядка 100 Тл и соответствующие импульсы тока в электрических цепях.

Магнитокумулятивные генераторы могут служить источниками питания для ЭДУМ, а в перспективе применяться как мощные концентраторы энергии для энергоустановок новых поколений.

Выводы. 1. Электромеханика — непреходящая наука, обеспечивающая совершенствование большинства процессов жизнедеятельности человека. Ее границы непрерывно расширяются, а содержание углубляется за счет освоения новых физических принципов и использования новых материалов.

2. Основные тенденции развития электромеханики:

совершенствование систем охлаждения с переходом к криогенным и сверхпроводниковым системам (низко- и высокотемпературным);

вытеснение контактных преобразователей бесконтактными;

повышение скорости проводников и показателей надежности за счет бесконтактных опор; интеграция с электроникой, информационно-управляющими системами, накопительными комплексами;

внедрение безотходных технологий;

разработка преобразователей с высококоэрцитивными постоянными магнитами;

разработка параметрических преобразователей, импульсных источников тока и ускорителей, способных разгонять макротела вплоть до косми-

ческих скоростей;

использование нежестких деформируемых активных сред и элементов (плазмы, жидких металлов, проводящих жидкостей, потоков заряженных частиц, волновых передач, эластичных опор и упругих связей).

3. В перспективе электромеханика помимо решения традиционных задач обеспечит базовые компоненты для электромобильного и высокоскоростного транспорта, робототехники, сложных агрегативных систем (для комплексного преобразования энергии, вещества, информации), электростанций новых поколений (включая термоядерные установки), автономных высокофорсированных энергетических комплексов, экологически чистых и безопасных систем рассредоточенного вывода многоцелевой аппаратуры и вредных отходов в космическое пространство, принципиально новых систем вооружения.

Список литературы (продолжение)

29. Балагуров В.А. Проектирование специальных электрических машин переменного тока. — М.: Высшая школа. 1982.
30. Балагуров В.А., Галтеев Ф.Ф. Электрические генераторы с постоянными магнитами. — М.: Энергоатомиздат. 1988.
31. Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока / Н.П. Адволоткин, В.Т. Гращенков, Н.И. Лебедев и др. — Л.: Энергоатомиздат. 1984.
32. Электропривод летательных аппаратов / В.А. Полковников, Б.И. Петров, Б.Н. Попов и др. — М.: Машиностроение, 1990.
33. Вентильные двигатели для станкостроения и робототехники. Аналитическая справка (составитель Куликов Н.И.) — М.: Информэлектро ИЗАНА. 1991.
34. Московский авиационный институт. Каталог научно-технических разработок. Ч. 1. Завершенные разработки. Вып. 1. — М., 1993.
35. Елизарова Т.А., Куликов Н.И. Сравнительный анализ вентильных двигателей различного конструктивного исполнения по удельным показателям. Изв. вузов. Электромеханика, 1990, № 6.
36. Кузнецов В.А. Универсальный метод расчета магнитных полей и процессов электрических машин с дискретно распределенными обмотками. Дис. доктора техн. наук. — М.: МЭИ, 1990.
37. Lin D., Zhang H., Jing Y. Variable-speed switched reluctance drive. — Journal of Nanjing Aeronaut. Inst., 1989, v. 6, № 1.
38. Миничев В.М., Ульянов Г.Н., Фетисов В.В. Состояние и перспективы развития машин постоянного тока. — Электротехника, 1992, № 3.
39. Тонкаль В.В., Новосельцев А.В., Кобарихин Ю.В. Введение в теорию сверхпроводниковых преобразователей. — Киев: Наукова думка, 1990.
40. Динамика планетохода / Е.В. Авотин, И.С. Болховитинов, А.Л. Кемурджян и др. — М.: Наука. 1979.
41. Superconducting homopolar machines with liquid metal contacts / B.L. Alievsky, B.A. Bazarnov, A.M. Ostryabrsky. e.a. — IEEE Trans. on Magnetics, 1992, v. 28, № 1.
42. Price J.H., Kitzmiller. Design of a homopolar generator for 400 m/s slip ring velocity brush testing — IEEE Trans. on Magnetics, 1986, v. 22, № 6.
43. Proc. of XI Int. Conference on MHD Electrical Power Generation, v. 1—3. China, Beijing, 1992, Oct. 12—16.
44. An overview of DOE and SDIO MHD program activities at PETC / R.A. Carabetta, H.F. Chambers, G.E. Staats, e.a. — Proc. of ALAA 26-th Aerospace Science Meeting, Jan. 11—14. Reno, Nevada, USA, 1988.
45. Взрывные МГД-генераторы / Э.И. Асиновский, А.Н. Давыдов, М.М. Кондратенко и др. Под ред. Асиновского Э.И. — М.: ИВТАН. 1991.
46. Energy conversion options for Aries III — a conceptional D-He₃ Tokamak reactors / J.F. Santarius, J.P. Blanchard, G.A.

Emmert, e.a.— Proc. of the IEEE 13-th Symposium on fusion engineering. Knoxville, 1989.

47. **Сверхпроводники в судовой технике** / В.Б. Зенкевич, Е.Я. Казовский, М.Г. Кремлев и др.— Л.: Судостроение, 1971.

48. **Русаков И.Б., Бортников Ю.С.** Электрогазодинамика.— М.: Атомиздат, 1971.

49. **Бут Д.А., Конеев С.М.-А.** Электродинамические генераторы.— Электричество 1991, №11.

50. **Rosenwasser S.N.** Recent advances in large railgun structures and material technology.— IEEE Trans. on Magnetics, 1991, v. 27 № 1.

51. **Космическое оружие: дилемма безопасности** / А.Г. Арбатов, А.А. Васильев, Е.П. Велихов и др. Под ред. Е.П. Велихова и др.— М: Мир, 1986.

52. **Palmer M.R., Lenard R.X.** A revolution in access to space through spmoffs of SDT technology.— IEEE Trans. on Magnetics, 1991, v. 27, № 1.

53. **Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А.** Электрические машины (специальный курс).— М.: Высшая школа, 1987.

54. **Павловский А.И., Людаев Р.З.** Магнитная кумуляция / В кн.: «Вопросы современной экспериментальной и теоретической физики». Под ред. А.П. Александрова. Л.: Наука, 1984.

55. **Bose B.K.** Technology trends in power electronics.— Electron. Inf. and Plann., 1991, v. 18, № 9.

56. **Сверхпроводниковые электрические машины и магнитные системы** / А.И. Бертинов, Б.Л. Алиевский, К.В. Илюшин и др.— М.: Изд-во МАИ, 1993.

57. **Fair H.D.** Application of electric launch systems.— IEEE Trans. on Magnetics, 1993, v. 29, № 1 (part II).

[31.05.95]

Автор: Бут Дмитрий Александрович окончил факультет электрификации промышленности и транспорта Московского энергетического института в 1956 г. В 1971 г. защитил докторскую диссертацию в Московском авиационном институте (МАИ). Зав. кафедрой «Электроэнергетические и электромеханические системы» МАИ.

Применение метода компенсирующих ЭДС для расчета режимов энергосистем

ЛОХАНИН Е.К.

Рассмотрен один из надежных методов расчета потокораспределения для режимов энергосистем. В основе метода компенсирующих ЭДС (МКЭДС) заложено сочетание метода Ньютона применительно к уравнениям мощностей с компенсирующими ЭДС, составленным специальным образом для выделяемых групп узлов, и расчета компактным методом исключения Гаусса с треугольной факторизацией матричного уравнения электрической сети. Отличительной особенностью МКЭДС является возможность контролировать сходимость, управлять итерационным процессом и в случае необходимости проводить воздействия для ввода рассчитываемого установившегося режима в области существования.

Ключевые слова: энергосистема, режим работы, потокораспределение, ЭДС, расчет

Получение решений при расчетах потокораспределения в стационарном и переходном режимах сложной энергосистемы на ЭВМ и по сей день является актуальной проблемой. Скорость, точность, сходимость расчетного процесса, решение вопросов неоднозначности, направленность на получение физически реализуемого решения, эффективность с точки зрения системной организации всех исследуемых задач устойчивости и надежности энергосистем являются определяющими при выборе метода расчета и реализации его на ЭВМ.

Алгоритм расчета потокораспределения в электрической системе методом компенсирующих ЭДС (МКЭДС) широко внедрен во многих энергосистемах бывшего Союза, а также за рубежом и дал положительные результаты. Первоначальный вариант МКЭДС был реализован в режимных комплексах ДИС-КУ и ЭРА [1]. Усовершенствованный вариант этого метода в настоящее время используется в комплексах ВРК и ДАКАР.

One of the reliable methods for power system load flow conditions calculations is considered. The basis of compensating e.m.f. method (CEMFM) is formed by a combination of Newton method applied to power equations with compensating e.m.f., composed in a special way for selected node groups, and of a calculation by a compact method of Gauss elimination with a triangle factorization of a network matrix equation. A distinguishing feature of CEMFM is a possibility to control a convergence, to control iteration process and when necessary to carry out actions for introducing steady-state conditions being calculated into an area of existence.

Key words: power system, operating conditions, load flow, e.m.f., calculation

Основными положениями и расчетными уравнениями метода компенсирующих ЭДС. В МКЭДС независимые переменные, определяющие исходные уравнения узловых напряжений U_i заменяются новыми независимыми переменными в форме

компенсирующих ЭДС $\dot{E}_i$, приложенными за некоторыми постоянными проводимостями G_i , причем новые переменные вводятся только для активных узлов, число которых m значительно меньше общего числа узлов n . Под активными узлами подразумевается генерирующие узлы, узлы линий электропередач постоянного тока, один из узлов, примыкающий к трансформаторной ветви с комплексным коэффициентом трансформации, а также нагрузочные узлы со статическими характеристиками, отличными от характеристик с постоянными проводимостями. В МКЭДС все нелинейные характеристики указанных узлов выносятся в ЭДС $\dot{E}_i$. Матрица проводимостей Y при этом считается линейной или параметрически линейной (на заданном расчетном интервале). Для создания системы уравнений, определяющей КЭДС $\dot{E}_i$, используется прямоугольная матрица коэффициентов распределения напряжений (КРН) размерностью $m \times n$. Решение полученной системы уравнений осуществляется методом Ньютона.

На основании сказанного линеаризованные уравнения мощностей активных узлов на $(k+1)$ -й итерации имеют следующий вид:

$$[(\Delta \dot{U}_i^{k+1} - \Delta \dot{E}_i^{k+1}) \hat{U}_i^k + (\dot{U}_i^k - \dot{E}_i^k) \Delta \hat{U}_i^{k+1}] \dot{G}_i = \Delta \hat{S}_i^{k+1}; \quad (1)$$

$$\Delta \dot{U}_i^{k+1} = \dot{K}_{ii} \Delta \dot{E}_i^{k+1} + \sum_{j=i}^m \dot{K}_{ij} \Delta \dot{E}_j, \quad i=1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

где $\dot{U}_i^k, \dot{E}_i^k$ — векторы напряжений, КЭДС, определяющие электрический режим на k -й итерации, относительно которого производится линеаризация уравнений мощностей; $\Delta \dot{U}_i^{k+1}, \Delta \dot{E}_i^{k+1}$ — искомые приращения векторов напряжений и КЭДС на $(k+1)$ -й итерации.

Несмотря на уменьшение порядка полученной системы линеаризованных уравнений (1) и (2) с n до m в вычислительном аспекте эта система имеет существенный недостаток, связанный с заполненностью матрицы КРН. Для устранения этого недостатка проведем отсечку малых коэффициентов распределения напряжений $\dot{K}_{ij}$. В этом случае матрица КРН будет выполнять роль своеобразной матрицы чувствительности. При этом система уравнений (1) и (2) распадается на ряд подсистем, определяющих уравнения мощностей выделенных групп активных узлов. Выделение таких групп узлов проведем двумя способами.

Первый способ. Отсечка производится только тех коэффициентов $\dot{K}_{ij}$, норма которых меньше заданного значения $K_{отс}$, определяемого погрешностью линеаризации исходной системы уравнений узловых напряжений. В этом случае с учетом (2) имеем

$$\Delta \dot{U}_i^{k+1} = \dot{K}_{ii} \Delta \dot{E}_i^{k+1} + \sum_{j \neq i}^d \dot{K}_{ij} \Delta \dot{E}_j^{k+1} + \sum_{l \neq j, l \neq i}^{m-d} \dot{K}_{il} \Delta \dot{E}_l^{k+1} = \Delta \dot{U}_i^{k+1} + \Delta \dot{U}_{i \text{ отс}}, \quad (3)$$

где

$$|\dot{K}_{ii}| > |\dot{K}_{ij}| > K_{отс} \geq |\dot{K}_{il}|, \quad i=1, 2, \dots, m; \quad (4)$$

$$\Delta \dot{U}_i^{k+1} = \dot{K}_{ii} \Delta \dot{E}_i^{k+1} + \sum_{j \neq i}^d \dot{K}_{ij} \Delta \dot{E}_j^{k+1}; \quad (5)$$

$$\Delta \dot{U}_{i \text{ отс}} = \sum_{l \neq j, l \neq i}^{m-d} \dot{K}_{il} \Delta \dot{E}_l^{k+1}. \quad (6)$$

Полагая $\Delta \dot{U}_{i \text{ отс}} = 0$ и подставляя в (1) вместо значений $\Delta \dot{U}_i^{k+1}$ значения $\Delta \dot{U}_i^{k+1}$, определяемые (5), получим упрощенную обобщенную систему уравнений подсистем с разреженной матрицей КРН. Погрешность линеаризации уравнений мощностей в последней системе может определяться и контролироваться заданной погрешностью ε_U путем сравнений $|\Delta \dot{U}_{отс}| \leq \varepsilon_U$.

При соблюдении указанных условий отсечки число итераций, требуемое для решения упрощенной системы относительно $\Delta \dot{E}_i^{k+1}$, практически не увеличивается.

Как показали исследования [2], погрешность в определении приращений КЭДС начинает оказывать влияние на увеличение числа итерации только при отсечке элементов матрицы КРН большей, чем (30–70)%. Причем, увеличение указанных процентов связывается с увеличением общего числа узлов расчетной схемы.

Таким образом, эффективность метода МКЭДС при первом способе отсечки коэффициентов матрицы КРН по сравнению с методом Ньютона, применяемого непосредственно к решению исходных уравнений узловых напряжений, зависит от степени уменьшения числа линеаризованных уравнений m/n , от степени отсечки недиагональных элементов матрицы КРН и разделения полученной системы уравнений относительно $\Delta \dot{E}_i^{k+1}$ на подсистемы.

Второй способ. Проведем дальнейшую отсечку относительно малых коэффициентов распределения $\dot{K}_{ij}$ при условии, что $|\dot{K}_{ii}| < |\dot{K}_{ij}|$. Очевидно, что при увеличении числа отсекаемых КРН, связанном с нарушением условия (4), увеличивающаяся погрешность определения $\Delta \dot{E}_i^{k+1}$ приводит к увеличению общего числа итераций. Однако при этом более значительно уменьшается «вес» каждой итерации из-за резкого сокращения расчетного времени решения соответствующих линеаризованных подсистем алгебраических уравнений. В частном случае при отсечке всех недиагональных элементов матрицы КРН система

(1), состоящая из m комплексных уравнений, распадается на m независимых уравнений вида

$$[(\dot{K}_{ii} - 1) \Delta \dot{E}_i^{k+1} \hat{U}_i^k + (\dot{U}_i^k - \dot{E}_i^k) \times \\ \times \hat{K}_{ii} \Delta \hat{E}_i^{k+1}] G_i = \Delta \hat{S}_i^{k+1}. \quad (7)$$

В этом случае узловые якобианы, определяющие решения уравнений (7) при заданиях P, Q и $P, |U|$, имеют соответствующий вид:

$$W_1 = \begin{vmatrix} \frac{\partial P}{\partial E'} & \frac{\partial P}{\partial E''} \\ \frac{\partial Q}{\partial E'} & \frac{\partial Q}{\partial E''} \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad W_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial P}{\partial E''} & \frac{\partial P}{\partial E'} \\ \frac{\partial U^2}{\partial E''} & \frac{\partial U^2}{\partial E'} \end{vmatrix}. \quad (8)$$

Как показала практика расчетов, надежность получения решений при этом способе отсечки практически не ухудшается и может регулироваться, как будет показано ниже, выбором соответствующих значений диагональных элементов расчетной матрицы проводимостей.

Указанная методика перехода от метода Ньютона к более многошаговым методам оказалась целесообразна при учете нелинейностей (например ограничений по активной и реактивной мощностям), определяемых недифференцируемыми функциями, где применение метода Ньютона может привести к резкому увеличению числа итераций и даже расхождению итерационного процесса.

Заметим, что при отсечке всех элементов матрицы КРН (включая диагональные) метод Ньютона вырождается в метод простой итерации. При этом может резко нарушаться надежность полученных режимов, особенно близких к предельным.

В МКЭДС определение векторов напряжений и взаимная связь с отсеченными узлами осуществляется путем решения следующего полного матричного уравнения сети:

$$\mathbf{U} \mathbf{Y} = \mathbf{E} \mathbf{G}, \quad (9)$$

где $\mathbf{Y}$ — симметричная слабозаполненная матрица проводимостей; $\mathbf{G}$ — вектор обобщенной проводимости активных узлов, определяемый ниже для различных подзадач.

При решении матричного уравнения (9) используется компактная схема исключения Гаусса с учетом симметрии и слабозаполненности матрицы $\mathbf{Y}$. Компактную схему исключения Гаусса с треугольной факторизацией оказалось целесообразно также использовать для определения приращения КЭДС при частичной отсечке недиагональных КРН.

Приведенная форма уравнений (9) позволяет улучшить обусловленность расчетной матрицы $\mathbf{Y}$, путем введения в диагональные элементы соответствующих проводимостей G_i . Отличительной

особенностью МКЭДС является то, что на каждой итерации расчета УР электрический режим сбалансирован, т.е. в любом узле сети выполняются законы Кирхгофа. Эта особенность дает возможность контролировать сходимость, управлять итерационным процессом и в случае необходимости проводить управляющие воздействия для ввода УР в область существования.

Особенность модели энергосистемы, применяемой в МКЭДС, состоит в том, что в расчетную схему вводятся ветви, определяющие проводимости генерирующих и нагрузочных узлов. Последнее обстоятельство приближает расчетную модель электрической системы к действительной.

Применительно к МКЭДС разработана методика учета комплексных коэффициентов трансформации, которая не нарушает симметрию матрицы проводимости и хорошо вписывается в компактную схему исключения Гаусса. Действительно, при наличии в ветви pq комплексного коэффициента трансформации $K_T = K_T' + jK_T''$ исходная матрица $\mathbf{Y}$ становится несимметричной. Согласно [3], имеем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_p \left(\sum_{i \neq q} \dot{y}_{pi} + \dot{y}_{pq}^T + \dot{y}_{p0}^T \right) &= \sum_{i \neq q} \dot{U}_i \dot{y}_{pi} + \dot{U}_q \dot{y}_{pq}^T; \\ \dot{U}_q \left(\sum_{j \neq p} \dot{y}_{qj} + \dot{y}_{pq}^T + \dot{y}_{qp}^T + \dot{y}_{q0}^T \right) &= \\ &= \sum_{j \neq p} \dot{U}_j \dot{y}_{qj} + \dot{U}_p \dot{y}_{pq}^T + \dot{U}_p \dot{y}_{p0}^T, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\dot{y}_{pq} = \frac{1}{r_T + jx_T}$ — проводимость трансформатора, приведенная к напряжению p -го узла;

$$\dot{y}_{pq}^T = \dot{y}_{pq} / \dot{K}_T; \quad \dot{y}_{p0}^T = \dot{y}_{pq} (1 - 1/\dot{K}_T);$$

$$\dot{y}_{q0}^T = \frac{\dot{y}_{pq} (1 - \dot{K}_T)}{|\dot{K}_T|^2}; \quad \dot{y}_{qp}^T = j \frac{2K_T''}{|\dot{K}_T|^2} \dot{y}_{pq}.$$

Для сохранения симметричности матрицы проводимости $\mathbf{Y}$ в q -й узел трансформаторной ветви с комплексным коэффициентом трансформации предлагается ввести за сопротивлением $1/\dot{y}_{pq}$ активный источник ЭДС $\dot{E}_{qT}$, равный напряжению в узле $\dot{U}_p$. При этом ЭДС E_T вводится в основное матричное уравнение (9), не нарушая симметрии матрицы $\mathbf{Y}$. Тогда схема замещения трансформаторной ветви [1] примет вид, изображенный на рис. 1.

Так как напряжение $\dot{U}_p$ зависит от всех остальных ЭДС системы, то определение $E_{qT} = \dot{U}_p$ требует итерационного расчета, который

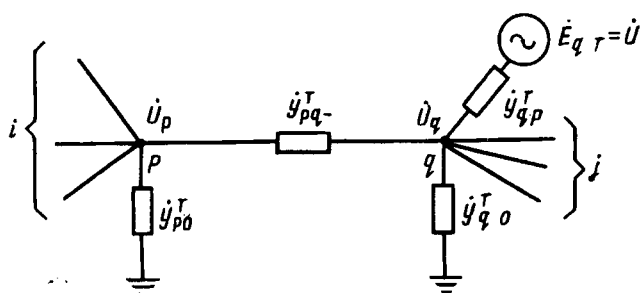


Рис. 1. Схема замещения ветви с комплексным коэффициентом трансформации

может быть совмещен с итерационным расчетом по отработке заданных мощностей в остальных узлах электрической сети. Для улучшения сходимости определения E_{qT} на $(N+1)$ -й итерации предлагается вводить не $E_{qT}^{(N+1)} = U_p^{(N)}$, а

$$\dot{E}_{qT}^{(N+1)} = \frac{\dot{U}_p^{(N)} - E_{qT}^{(N)} \dot{K}_{qp}}{1 - K_{qp}} \quad (11)$$

Формула (11) получена из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{U}_p^{(N+1)} &= \dot{U}_p^{(N)} + \dot{K}_{qp} \dot{E}_{qT}^{(N+1)}; \\ \dot{U}_p^{(N)} &= \dot{U}_p^{(N)} - \dot{K}_{qp} E_{qT}^{(N)}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\dot{U}_p^{(N)}$ — напряжение в узле p на N -й итерации, создаваемое всеми ЭДС, кроме ЭДС $E_{qT}^{(N)}$; $\dot{K}_{qp}$ — элемент матрицы коэффициентов распределения напряжений, равный напряжению в узле p при задании $E_{qT}=1$ и остальных ЭДС равными нулю.

Исключая $\dot{U}_p^{(N)}$ из уравнений (12) и принимая $\dot{E}_{qT}^{(N+1)} = \dot{U}_p^{(N+1)}$, получим (11).

Приведенная методика учета комплексного коэффициента трансформатора в расчетах установившихся режимов была впервые реализована в комплексе КУ [1, 4] и дала положительные результаты.

Условия существования решения. Смысл вводимых ограничений режимных параметров. Решение линеаризованной системы уравнений (9) существует всегда, когда якобиан ее отличен от нуля. Однако бывают случаи, когда при заданных значениях мощностей активных узлов невозможно получить режим чисто математически — якобиан системы в точке линеаризации равен нулю и решения не существует. Такая ситуация свидетельствует о том, что задаваемый режим не может быть реализован с физической точки зрения. Возможны также ситуации, когда решений может быть несколько. Некоторые из них могут быть неприемлемы, например, из-за недопустимых уравнений напряжений в узлах электриче-

ской сети. Поэтому для того чтобы решения уравнений определяли бы реально допустимые режимы, задаются ограничения на режимные параметры. Этой же цели должно способствовать задание соответствующих начальных приближений.

Эти ограничения:

для узлов с заданными значениями P, Q
 $U_{\min} \leq |\dot{U}| \leq U_{\max};$

для узлов с заданными значениями P, U
 $Q_{\min} \leq Q \leq Q_{\max}.$

Ограничения по реактивной мощности генератора могут определяться с учетом допустимой перегрузки по токам статора и ротора следующим образом (обозначения общепринятые):

$$Q_{\max} = \max(Q_{\max}^I, Q_{\max}^P), \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} Q_{\max}^I &= S_{\text{ном}} \sqrt{K_{I_{\text{ст}}}^2 \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right)^2 - \left(\frac{P_{\text{г}} \cos \varphi_{\text{ном}}}{P_{\text{г.ном}}} \right)^2}; \\ Q_{\max}^P &= \frac{\sqrt{U^2 (K_{I_p}^2 E_{q\text{ном}}^2 - 1) - P_{\text{г}}^2 x_d^2}}{x_d}; \end{aligned}$$

$$E_{q\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}^4 + U_{\text{ном}}^2 Q_{\text{ном}} (x_d + x_q) + S_{\text{ном}}^2 x_d x_q}{U_{\text{ном}} \sqrt{U_{\text{ном}}^2 + 2 U_{\text{ном}}^2 Q_{\text{ном}} x_q + S_{\text{ном}}^2 x_q^2}};$$

$K_{I_{\text{ст}}}, K_{I_p}$ — коэффициенты, определяющие допустимую перегрузку по токам статора и ротора (обычно $K_{I_{\text{ст}}} = K_{I_p} = 1,1$).

Определение начальных приближений и матриц проводимостей для расчета установившегося режима. Как известно, для успешного применения любого итерационного метода решения систем нелинейных уравнений необходимо задание достаточно близких начальных приближений. При решении уравнений узловых напряжений методом КЭДС требуется задать начальные приближения U_0 или соответствующие ЭДС E_0 .

Предлагается расчет начальных приближений проводить исходя из следующего предположим, что во всех узлах системы вектора напряжений $\dot{U}$ соответствуют заданным мощностям $\dot{S}_{\text{г}}$ и $\dot{S}_{\text{н}}$; выполним пересчет этих мощностей в проводимости:

$$\dot{Y}_{\text{г}0} = -\frac{\hat{S}_{\text{г}}}{|\dot{U}|^2} = -\frac{P_{\text{г}} - jQ_{\text{г}}}{|\dot{U}|^2}, \quad \dot{Y}_{\text{н}0} = -\frac{\hat{S}_{\text{н}}}{|\dot{U}|^2} = -\frac{P_{\text{н}} - jQ_{\text{н}}}{|\dot{U}|^2}. \quad (14)$$

Здесь «минус» определяет генерирующую проводимость.

Включим в матрицу проводимости $\dot{Y}$ значения $\dot{Y}_{\text{г}0}$ и $\dot{Y}_{\text{н}0}$ (они входят в диагональные элементы y_{ii} как шунты). Тогда исходная нелинейная система узловых напряжений вырождается в систему линейных уравнений с новой матрицей $\dot{Y}^*$, т. е.

$$\dot{\mathbf{Y}}^* \dot{\mathbf{U}}^* = \dot{\mathbf{G}} \dot{\mathbf{E}}, \quad (15)$$

где во всех узлах $\dot{E}_j = 0$ ($j=1, \dots, m$), за исключением опорного или балансирующего узла, где $E_6 = U_{6.3}$, а G_6 — большая величина.

Решив систему линейных уравнений (15), получим вектор напряжений, тождественно равный исходному $\dot{U}$, по которому определялись проводимости в (14), т.е. $\dot{U}^* \equiv \dot{U}$. Однако в задании на расчет установившегося режима в $\dot{y}_{г0}$ и $\dot{y}_{н0}$ согласно (14) входят некоторые неизвестные параметры, которые можно задать лишь приближенно. При этом следует учесть их допустимые пределы изменений. Так, например, при задании $P_{г}$, U значения $Q_{г}$ можно приближенно задать как $Q_{г} = 0,5(Q_{\min} + Q_{\max})$ или $Q_{г} = K_Q P_{г}$, где $K_Q = 0,1 \div 1,0$.

При задании в нагрузочных узлах $P_{н}$ и $Q_{н}$ в качестве U целесообразно выбрать $U_{\text{ном}}$. Решив систему уравнений (15) с определенными указанными способами приближенными значениями $\dot{y}_{г0}$ и $\dot{y}_{н0}$, получим начальное приближение искомого вектора $\dot{U}$. Отметим, что в некоторых активных узлах приближенные значения $\dot{y}_{г0}$ и $\dot{y}_{н0}$ могут значительно отличаться от действительных значений. В этих случаях полученные начальные приближения не будут способствовать быстрому расчету установившегося режима. Тогда, как показала практика расчетов, следует проводить корректировку начальных приближений $\dot{U}$ следующим образом:

$$0,8 U_{\text{ном}} \leq |\dot{U}| \leq 1,1 U_{\text{ном}}; \quad -45^\circ \leq \delta_u \leq 45^\circ.$$

Необходимо иметь в виду, что матрица $\dot{\mathbf{Y}}^*$, построенная для одноразового решения линейной системы уравнений (15) для определения начальных приближений $\dot{U}$, плохо обусловлена и совершенно не пригодна для дальнейшего итерационного расчета системы нелинейных уравнений узловых напряжений. Для определения степени обусловленности матрицы известны различные количественные показатели, называемые числами обусловленности (H). В [5] приводится достаточно простое условие плохой обусловленности матрицы $\dot{\mathbf{Y}}$, которое заключается в том, что число H велико:

$$H \geq \sqrt{\max_{j=1}^m \sum_{i=1}^m |\dot{y}_{ij}|^2 / \min_{j=1}^m \sum_{i=1}^m |\dot{y}_{ij}|^2}. \quad (16)$$

Так как в $\sum |\dot{y}_{ij}|^2$ входит модуль диагонального элемента матрицы $|\dot{y}_{ii}|$, то, изменяя значение модуля последнего, можно влиять на обусловленность матрицы. Это может быть достигнуто, если в уравнении узловых напряжений слева и справа добавить UG . Для уменьшения числа H можно ввести $\dot{G}_i$, где требуется уменьшить или увеличить модуль диагонального элемента. Сле-

дует отметить, что увеличение минимального диагонального элемента более эффективно, чем уменьшение максимального. Как показала практика расчетов, значения $\dot{G}_i$ предварительно целесообразно выбирать следующим образом: для нагрузочных узлов с заданными значениями $P_{н}$ и $Q_{н}$

$$\dot{G}_i = \frac{P_{нi} - jQ_{нi}}{U_{\text{ном}}^2};$$

для генерирующих узлов

$$\dot{G}_i = -j \cdot 1,0.$$

После предварительного определения диагональных элементов все узлы проверяются на выполнение условия $|\dot{y}_{ii}| < 0,005$. В случае невыполнения этого условия значение модуля $\dot{G}_i$ может быть выбрано больше единицы. При невыполнении этого условия в пассивных узлах последние переводятся в активные с соответствующим выбором $\dot{G}_i$ и заданием $P_{г} = Q_{г} = 0$.

После определения расчетной матрицы для итерационного процесса определяются начальные значения КЭДС E_0 , исходя из следующих уравнений:

$$\dot{U}_0 \dot{y}_0^* = (\dot{U}_0 - \dot{E}_0) \dot{y}_0, \quad (17)$$

где $\dot{y}_0$ — выбранное значение проводимости для улучшения обусловленности расчетной матрицы.

По определенным из (17) значениям E_0 , решая систему линейных уравнений (9) с матрицей $\dot{\mathbf{Y}}$, подготовленной для итерационного расчета, окончательно определяем начальные приближения векторов $\dot{U}_0$.

Оценка сходимости итерационного процесса и точности расчета. Рассмотрим построение функционала, позволяющего наиболее эффективно проводить оценку сходимости итерационного процесса при расчетах установившихся режимов методом КЭДС. Для этой цели рассмотрим следующую специфику указанного метода. Эта специфика состоит в том, что для определения приращений КЭДС используются два вида узлового якобиана. Каждый вид якобиана в равной степени характеризует сходимость определяющих его параметров, при условии, что они входят в соответствующие уравнения с одинаковым весом. Последнее относится к отработке заданных нагрузок $P_{н.3}$, $Q_{н.3}$, где одинаковый вес указанных параметров определен не только идентичным определением невязок $\Delta P_i = P_{3i} - P_{3i}$ и $\Delta Q_i = Q_{3i} - Q_{3i}$, но и проводимостью $\dot{y}_{н0} = \frac{P_{н0} - jQ_{н0}}{U_0^2}$, входящей в диагональный элемент матрицы проводимостей этого узла. Поэтому учи-

тывать в функционале невязки ΔQ_i при наличии невязок ΔP_i не имеет особого смысла. Кроме того, невязки ΔQ_i вызывают нежелательные скачки функционала при смене задания.

При построении функционала необходимо иметь в виду, что в МКЭДС при отработке задания (P_3, U_3) учитывается не линейная, а квадратичная форма отклонений напряжений, т.е. невязки учитываются не как $\Delta U_i = U_i - U_{3i}$, а как $\Delta U_i^2 = U_i^2 - U_{3i}^2$. Последнее обстоятельство указывает на необходимость учета в функционале аналогичной формы отклонений напряжений от заданных значений. В противном случае анализ сходимости итерационного процесса по функционалу будет далеко не полным. На основании изложенного функционал для оценки сходимости может быть построен следующим образом:

$$\Phi = \Phi_P + \Phi_U, \quad (18)$$

где Φ_P — составляющая функционала, определяющая модули невязок ΔP_i во всех активных узлах, кроме опорного, при условии $|\Delta P_i| > \varepsilon_{Pi}$; Φ_U — составляющая функционала, определяющая модули отклонений напряжений от заданных или допустимых значений в генерирующих узлах при условии $|\Delta U_i| > \varepsilon_U$.

Составляющие функционала определяются следующим образом:

$$\Phi_P = \sum_{i=1}^m |\Delta P_i| + |\Delta P_6|; \quad (19)$$

$$\Phi_U = \sum_{j=1}^l |\Delta U_j|^2 |\dot{y}_T|, \quad (20)$$

где $\dot{y}_T$ — генерирующая проводимость, определенная для итерационного цикла и входящая в диагональный элемент матрицы проводимостей.

Оценка точности расчета установившегося режима осуществляется при выполнении следующих критериев:

$$\Phi \leq \varepsilon_\Sigma; \quad |\Delta P_{i \max}| \leq \varepsilon_P; \quad |\Delta Q_{i \max}| \leq \varepsilon_P;$$

$$|\Delta U_{i \max}| \leq \varepsilon_U,$$

где ε_Σ — заданная допустимая суммарная погрешность; $\varepsilon_U, \varepsilon_P$ — заданные допустимые погрешности по отработке мощностей и модулей напряжений в узлах электрической сети.

Поиск предельно допустимого режима и определение управляющих воздействий для введения исследуемого режима в область существования. Следует отметить, что зафиксированное сбалансированное потокораспределение по минимальному значению функционала $\Phi_{\min}$ при расхождении итерационного процесса может не определять существование предельно допустимых

электрических режимов, например при взаимных углах $\delta_{pq} > 100^\circ$ или при значительных отклонениях модулей напряжений в узлах от их номинальных значений. В этих случаях имеют место так называемые «запредельные» или апериодически неустойчивые режимы. Для решения поставленной задачи найдем управляющие воздействия, изменяющие исходные задания мощностей в узлах электрической сети и способствующие введению в область существования режима, ближайшего к заданному. Одним из необходимых условий существования такого режима является получение сходящегося расчета.

С физической точки зрения нарушение существования установившегося режима происходит из-за наличия в энергосистеме «слабых звеньев», поэтому, прежде всего, управляющие воздействия должны быть направлены на ликвидацию «слабых звеньев». Под слабым звеном в данном случае подразумевается один или группа узлов, заданный баланс мощности в которых не может быть выполнен из-за ограниченной пропускной способности примыкающих к этим узлам линий электропередачи или сечений энергосистемы. Наличие слабого звена в итерационном процессе может привести к:

снижению напряжения ниже допустимого предела при отработке заданной мощности нагрузки;

снижению напряжений по концам линий электропередачи, не позволяющим передавать требуемую мощность;

резкому возрастанию невязки между заданной и срабатываемой активной мощностью в генерирующих узлах при заданной отработке активной мощности и напряжения или резкому возрастанию напряжения при заданной отработке активной и реактивной мощности. Причина указанных явлений заключается в том, что заданная генерация превышает предельную мощность отходящих от генераторных шин линий электропередачи.

С математической точки зрения появление слабых звеньев в итерационном процессе при использовании МКЭДС выражается в стремлении к нулю узловых якобианов в соответствующих активных узлах электрической сети. Причем, каждый такой якобиан начинает оказывать влияние на якобианы смежных узлов, которые также начинают стремиться к нулю и далее менять знак на обратный. Этот процесс во многом аналогичен переходному процессу при выходе генераторов из синхронизма. Поэтому здесь важно определить узлы, в которых якобианы начинают первыми изменять свой знак. На рис. 2 показаны характерные изменения невязок ΔP_i при расхождении итерационного процесса в окрестности k -й итерации, определенной минимальным значением функционала $\Phi_{\min}$.

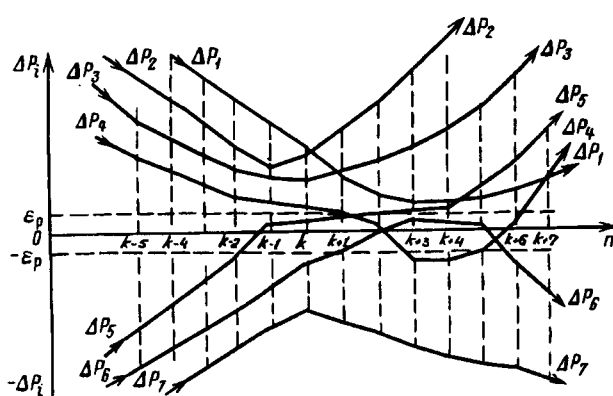


Рис. 2. Характерные изменения невязок в активных узлах вблизи минимального значения функционала при расходящемся итерационном процессе

Первый из якобианов, изменивший знак, можно определить по максимальному приращению невязки ΔP_i на $(k+1)$ -й итерации

$$\Delta_{\max} = \max |\Delta P_i^{(k+1)} - \Delta P_i^{(k)}|.$$

При этом должны выполняться следующие неравенства:

$$|\Delta P_i^{(k+1)}| > |\Delta P_i^{(k)}| \quad \text{и} \quad (\Delta P_i^{(k+1)} \Delta P_i^{(k)}) \geq 0.$$

На основании сказанного методика определения управляющих воздействий состоит в последовательной N -й корректировке задания на $\Delta P_{i\min}^{(N)}$ и $\Delta Q_i^{(N)}$ в узлах, якобианы которых первыми изменяют свой знак. После каждой N -й корректировки задания производится повторный расчет режима, начиная с зафиксированного состояния потокораспределения по $\Phi_{\min}$. Указанные изменения продолжаются до получения сходящегося режима. После получения сходящегося расчета производится определение отклонений мощностей от первоначально заданных значений с целью дальнейшего распределения управляющих воздействий с учетом конкретных мест установки и объема действий существующей противоаварийной автоматики.

Таким образом, решение поставленной задачи проводится в два этапа.

1. Определение управляющих воздействий для ввода исследуемого режима в область существования без учета оптимизации и конкретных мест действий противоаварийной автоматики (все

узлы полагаются равнозначными для изменения генерации или нагрузок). Целью этого этапа является определение суммарных изменений мощностей (ΔP_{Σ} и ΔQ_{Σ}) для групп узлов с наличием и отсутствием в них дефицита мощности.

2. Оптимизация и распределение определенного объема управляющих воздействий с учетом конкретных мест действий ПА. Как показала практика расчетов, указанный способ обеспечения существования исследуемого режима дает возможность установить объем изменений генерирующих и нагрузочных мощностей, близкий к минимальному значению.

Вывод. Методика расчета установившегося режима обладает рядом преимуществ по сравнению с используемыми в настоящее время модифицированными методами Ньютона и методом Гаусса—Зейделя: сокращение расчетного времени, быстрая сходимость итерационного процесса, возможность получения различных решений, возможность получения предельных решений и в случае несовместимости исходного задания получения одного из ближайших локальных приближений к заданному режиму.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лоханин Е.К., Васильева Г.В. Об одном методе расчета установившихся режимов электрической системы. — Труды ВНИИЭ, 1976, вып. 51.
2. Лоханин Е.К. Методы расчета и анализа стационарных и переходных режимов сложных энергосистем. Дис.доктора техн.наук. — С.-Петербург, 1993.
3. Мельников Н.А. Электрические сети и системы. — М.: Энергия, 1969.
4. Лоханин Е.К., Васильева Г.В., Галактионов Ю.И. Математическая модель энергосистемы для расчета и анализа переходных процессов и устойчивости. — Труды ВНИИЭ, 1976, вып. 51.
5. Идельчик В.И. К вопросу о влиянии погрешности исходных данных на результат расчета стационарного режима энергосистемы. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1968, № 2.

[05.04.94]

Автор: Лоханин Евгений Константинович окончил гидроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1957 г. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Методы расчета и анализа стационарных и переходных режимов сложных энергосистем» в С.-Петербургском техническом университете. Ведущий Научный сотрудник Всероссийского научно-исследовательского института электроэнергетики (ВНИИЭ).

О надежности максимальных токовых защит, применяемых в сетях угольных шахт

КОВАЛЕВ А.П., БЕЛОУСЕНКО И.В., МУХА В.П., ШЕВЧЕНКО А.В.

Предложена математическая модель надежности максимальной токовой защиты, которая учитывает частоту отказов в схеме защиты, сроки профилактики и частоту появления коротких замыканий на защищаемом объекте в зоне ее действия. Даны примеры расчета.

Ключевые слова: шахтовые сети, максимальная токовая защита, надежность, математическая модель

При оценке надежности релейной защиты следует различать два вида отказов — несрабатывание при наличии на входе соответствующего воздействия (отказ срабатывания) и срабатывание при его отсутствии — ложные, излишние срабатывания [1, 2].

Последствия нарушения надежности по селективности и безотказности для шахтных максимальных токовых защит различны. Ложные и излишние срабатывания приводят, как правило, к отключению потребителей участка и в большинстве случаев к незначительному материальному ущербу. Отказ срабатывания защиты приводит к выгораемым коротким замыканиям (КЗ), за время существования которых в подземных кабельных сетях угольных шахт окружающие кабель горючие предметы (угольная пыль, деревянная крепь и т.д.) обычно загораются [3].

Отказ максимальной токовой защиты можно представить как результат совмещения во времени двух случайных событий: повреждение защищаемого объекта (КЗ в кабельной сети или защищаемом электрооборудовании, при котором действие защиты обязательно) и отказ в схеме защиты [4].

Случайный интервал времени между последовательными повреждениями схемы максимальной токовой защиты обозначим через $\xi_i^{(0)}$. Случайное время нахождения схемы защиты в обнаруженном отказавшем состоянии обозначим $\xi_i^{(1)}$, $i = \overline{1, n}$. Это время, в основном, зависит от периодичности проверок и квалификации обслуживающего персонала.

Случайный интервал времени между последовательными КЗ в зоне действия защиты обозначим через $\eta_j^{(0)}$, а время существования КЗ (время срабатывания защиты) будем рассматривать как случайную величину $\eta_j^{(1)}$, $j = \overline{1, m}$.

При случайном совпадении независимых интервалов времени $\xi_i^{(1)}$ и $\eta_j^{(1)}$ происходит отказ защиты или выгораемое КЗ, или иначе: выгораемое КЗ в сети наступает всякий раз, когда случайным образом схема защиты наступает вся-

Mathematical model of reliability of maximum current protection is proposed. This model discounts the frequency of refusal in protection scheme, the time of its checking and the frequency of short circuit appearance at the protected object in the scheme active zone. The examples of calculation are proposed.

Key words: electrical network, mine, maximum current protection, reliability, mathematical model

кий раз, когда случайным образом схема защиты наступает всякий раз, когда случайным образом схема защиты находится в отказавшем состоянии (повреждена, установка защиты заглублена, защита отключена) и в это время в зоне действия рассматриваемой защиты происходит КЗ.

Задача состоит в определении среднего времени T до первого отказа защиты, что то же — до первого выгораемого КЗ, дисперсии этого времени σ^2 и вероятности безотказного функционирования $R(t)$.

Для решения поставленной задачи примем ряд допущений и положений. Устройства защиты могут выходить из строя только тогда, когда они находятся в режиме ожидания. Если к моменту возникновения КЗ в сети защита находилась в исправном состоянии, то маловероятно, чтобы она вышла из строя, находясь в режиме тревоги [4—6]. После каждого отказа устройство защиты полностью восстанавливается (в шахтном электрооборудовании блоки защит в большинстве своем съемные). отказы в схемах защиты выявляются и устраняются только в результате профилактических проверок.

Изменение состояний схемы защиты во времени представим в виде случайной функции $\xi(t)$, которая имеет два значения: «0» и «1». Состояние «0» означает, что в схеме защиты повреждений нет и «1» — в схеме защиты имеются повреждения. Последовательно чередующиеся случайные интервалы времени $\xi_0^{(0)}, \xi_1^{(0)}, \dots, \xi_i^{(0)}, \dots, \xi_n^{(0)}$ отражают работоспособное состояние схемы, а $\xi_0^{(1)}, \xi_1^{(1)}, \dots, \xi_i^{(1)}, \dots, \xi_n^{(1)}$ — неработоспособное.

Пусть все $\xi_i^{(0)}$ имеют одно и то же распределение

$$F_{\xi_i^{(0)}}(t) = P \{ \xi_i^{(0)} \leq t \} = 1 - \exp \{ -\lambda_0 t \},$$

а все $\xi_j^{(1)}$ — распределение

$$F_{\xi_i^{(1)}}(t) = P \{ \xi_i^{(1)} \leq t \} = 1 - \exp \{ -\mu_0 t \}.$$

Величина λ_0 есть интенсивность отказов в схемах защиты, а μ_0 — интенсивность восстано-

ления схем защиты. Величины $\xi_i^{(0)}$ и $\xi_j^{(1)}$ взаимонезависимы.

Состояние объекта защиты описывается аналогичной случайной функцией $\eta(t)$, которая имеет также два состояния: «О» — в защищаемом объекте нет повреждений, приводящих к КЗ, «1» — произошло КЗ. Последовательно чередующиеся случайные интервалы времени между короткими замыканиями обозначим через $\eta_0^{(0)}, \eta_1^{(0)}, \dots, \eta_m^{(0)}$, а длительность существования КЗ (длительность срабатывания защиты) — через $\eta_0^{(1)}, \eta_1^{(1)}, \dots, \eta_m^{(1)}$. Все $\eta_j^{(0)}$ имеют распределение

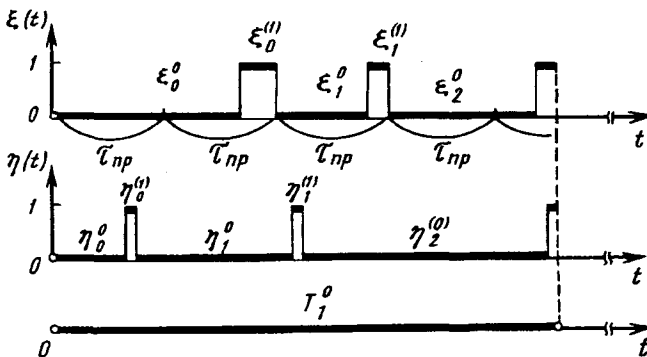
$$F_{\eta_j^{(0)}}(t) = P\{\eta_j^{(0)} \leq t\} = 1 - \exp\{-\lambda_1 t\},$$

а все $\eta_j^{(1)}$ — распределение

$$F_{\eta_j^{(1)}}(t) = P\{\eta_j^{(1)} \leq t\} = 1 - \exp\{-\mu_1 t\}.$$

Величина λ_1 есть интенсивность появления КЗ в защищаемом элементе, а μ_1 — интенсивность отключения поврежденного элемента схемой защиты. Величины $\eta_j^{(0)}$ и $\eta_j^{(1)}$ также взаимонезависимы.

Опасность возникновения отказов защиты наступает в момент встречи процессов $\xi(t)$ и $\eta(t)$ в состояниях «1», т.е. когда защита из-за отказов в схеме не может отключить поврежденный элемент сети (см. рисунок).



Будем считать, что в начальный момент $\xi(0) = \eta(0) = 0$, т.е. в схеме защиты повреждений нет и на защищаемом объекте отсутствуют КЗ. После того как отказ защиты произошел, ситуация возобновляется и промежуток времени между первым и вторым отказом защиты $T_2^{(0)}$ является случайной величиной, не зависящей от $T_1^{(0)}$, но имеющей то же статистическое распределение, и, в частности, то же среднее значение T и т.д.

Пару процессов $[\xi(t), \eta(t)]$ рассмотрим как полумарковский процесс (ПМП) [7] с четырьмя состояниями: $e_1(0,0)$ — в схеме защиты повреждений нет; на защищаемом объекте не наблю-

дается КЗ; $e_2(0,1)$ — в схеме защиты повреждений нет; на защищаемом объекте произошло КЗ; $e_3(1,0)$ — повреждение в схеме защиты; на защищаемом объекте нет КЗ; $e_4(1,1)$ — повреждение в схеме защиты, на защищаемом объекте произошло КЗ

Множество состояний защиты E разобьем на два подмножества, таким образом, что $E_+ \cup E_-$, $E_+ \cap E_- = \emptyset$, где $E_+ \{e_1, e_2, e_3\}$ — множество безопасных состояний защиты, $E_- \{e_4\}$ — отказовое состояние защиты.

Время пребывания защиты в состоянии $e_1(0,0)$ определяется наименьшим из времен $\xi_i^{(0)}, \eta_j^{(0)}$, т.е. $\zeta_1 = \min\{\xi_i^{(0)}, \eta_j^{(0)}\}$; время пребывания защиты в состоянии $e_2(0,1)$ определяется наименьшим из времен $\xi_i^{(0)}$ и $\eta_j^{(1)}$, т.е. $\zeta_2 = \min(\xi_i^{(0)}, \eta_j^{(1)})$, а время нахождения в состоянии $e_3(1,0)$ определяется как $\zeta_3 = \min(\xi_i^{(1)}, \eta_j^{(0)})$.

Функция распределения времени нахождения защиты в каждом из e_i , $i = \overline{1,3}$ состояний определяется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} F_1(t) &= P\{\zeta_1 \leq t\} = P\{\min(\xi_i^{(0)}, \eta_j^{(0)}) \leq t\} = \\ &= 1 - P\{\min(\xi_i^{(0)}, \eta_j^{(0)}) > t\} = \\ &= 1 - P\{(\xi_i^{(0)} > t) \cap (\eta_j^{(0)} > t)\} = 1 - P\{\xi_i^{(0)} > t\} \times \\ &\times P\{\eta_j^{(0)} > t\} = 1 - [1 - F_{\xi_i^{(0)}}(t)][1 - F_{\eta_j^{(0)}}(t)]; \\ F_2(t) &= P\{\zeta_2 \leq t\} = 1 - [1 - F_{\xi_i^{(0)}}(t)][1 - F_{\eta_j^{(1)}}(t)]; \\ F_3(t) &= P\{\zeta_3 \leq t\} = 1 - [1 - F_{\xi_i^{(1)}}(t)][1 - F_{\eta_j^{(0)}}(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Вероятность переходов системы из состояния e_1 в состояние e_j за время не более t определим следующим образом [8]:

$$\left. \begin{aligned} P_{12}(t) &= P\{\xi_i^{(0)} < \eta_j^{(0)}\} = \int_0^\infty F_{\xi_i^{(0)}}(t) dF_{\eta_j^{(0)}}(t); \\ P_{13}(t) &= P\{\eta_j^{(0)} < \xi_i^{(1)}\} = \int_0^\infty F_{\eta_j^{(0)}}(t) dF_{\xi_i^{(1)}}(t); \\ P_{21}(t) &= P\{\xi_i^{(0)} < \eta_j^{(1)}\} = \int_0^\infty F_{\xi_i^{(0)}}(t) dF_{\eta_j^{(1)}}(t); \\ P_{31}(t) &= P\{\eta_j^{(0)} < \xi_i^{(1)}\} = \int_0^\infty F_{\eta_j^{(0)}}(t) dF_{\xi_i^{(1)}}(t). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Вероятность безопасного функционирования защиты $R(t)$ в интервале времени $[0, t]$ определится как вероятность пребывания ПМП в подмножестве E_+ в течение времени t при условии, что в момент $t=0$ процесс находится в состоянии e_1 .

Для определения вероятности $R(t)$ вначале находится преобразование Лапласа—Стилтьеса $\Psi_1(s)$, а затем — преобразование Лапласа искомой вероятности безотказного функционирования [9]

$$ZR(t) = \frac{1 - \Psi_1(s)}{s}. \quad (33)$$

Для нахождения $\Psi_1(s)$ используем общую систему уравнений, впервые полученную в [10]. В нашем случае система уравнений примет вид

$$\begin{cases} \Psi_1(s) = F_1(s) + P_{12}(s)[\Psi_2(s) - 1] + P_{13}(s)[\Psi_3(s) - 1]; \\ \Psi_2(s) = F_2(s) + P_{21}(s)[\Psi_1(s) - 1]; \\ \Psi_3(s) = F_3(s) + P_{31}(s)[\Psi_1(s) - 1], \end{cases} \quad (4)$$

где $F_i(s)$ и $P_{ij}(s)$ — преобразование Лапласа — Стильтьеса Функции распределения $F_i(t)$ времени пребывания ПМП в состоянии e_1 и переходных вероятностей $P_{ij}(t)$ соответственно:

$$F_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dF_i(t); \quad P_{ij}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dP_{ij}(t). \quad (5)$$

Решая систему уравнений (4) относительно $\Psi_1(s)$, получим

$$\Psi_1(s) = \frac{F_1(s) - P_{12}(s) - P_{13}(s) + P_{13}(s)[F_3(s) - P_{31}(s)] +}{1 - P_{31}(s)P_{13}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+ P_{12}(s)[F_2(s) - P_{21}(s)]}{1 - P_{31}(s)P_{13}(s) - P_{12}(s)P_{21}(s)}. \quad (6)$$

Подставляя функции распределения случайных величин $\xi_i^{(0)}$, $\xi_i^{(1)}$, $\eta_j^{(0)}$, $\eta_j^{(1)}$ в формулу (1) и (2) и используя формулу (5), получим выражение

$$\Psi_1(s) = \frac{2s\lambda_0\lambda_1 + \lambda_0\lambda_1(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1 + \mu_1)}{s^3 + s^2(2\lambda_0 + \mu_0 + 2\lambda_1 + \mu_1) + s[\lambda_0(\lambda_0 + \mu_0) + \lambda_1(\lambda_1 + \mu_1)]} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1) + 2\lambda_0\lambda_1}{(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1) + 2\lambda_0\lambda_1}. \quad (7)$$

Подставив $\Psi_1(s)$ из выражения (7) в (3), получим

$$ZR(t) = \frac{G(s)}{Z(s)}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} G(s) &= s^2 + s(2\lambda_0 + \mu_0 + 2\lambda_1 + \mu_1) + \\ &+ \lambda_0(\lambda_0 + \mu_0) + (\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1); \\ Z(s) &= s^3 + s^2(2\lambda_0 + \mu_0 + 2\lambda_1 + \mu_1) + \\ &+ s[\lambda_0(\lambda_0 + \mu_0) + (\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1) + \\ &+ 2\lambda_0\lambda_1] + \lambda_0\lambda_1(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1 + \mu_1). \end{aligned}$$

Для получения обратного преобразования Лапласа используем формулу из [11]:

$$R(t) = \sum_{k=1}^n \frac{G(s_k)}{Z'(s_k)} e^{s_k t}, \quad (9)$$

где s_k — корни уравнения $Z'(s) = 0$.

Для нашего случая $Z'(s)$ примет вид

$$s^3 + as^2 + bs + c = 0, \quad (10)$$

где $a = 2(\lambda_0 + \lambda_1) + \mu_0 + \mu_1$; $b = \lambda_0(\lambda_0 + \mu_0) + (\lambda_1 + \mu_1) \times (\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1) + 2\lambda_0\lambda_1$; $c = \lambda_0\lambda_1(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1 + \mu_1)$.

Подстановкой $s = y - \frac{a}{3}$ приводим кубическое уравнение к неполному виду [12]:

$$y^3 + py + q = 0, \quad (11)$$

где $p = -\frac{a^2}{3} + b$; $q = 2\left(\frac{a}{3}\right)^3 - \frac{ab}{3} + c$; $Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{3}\right)^2$.

Для описанной задачи $Q < 0$ и $p < 0$, тогда корни кубического уравнения (10) определяются следующим образом:

$$y_1 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \frac{\alpha}{3}; \quad y_{2,3} = -2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} + \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$\cos \alpha = -\frac{q}{2\sqrt{-\frac{p}{3}}}; \quad s_i = y_i - \frac{a}{3}; \quad i = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Подставляя значение корней s_1, s_2, s_3 в формулу (9), получим

$$R(t) = \frac{G(s_1)}{Z'(s_1)} e^{s_1 t} + \frac{G(s_2)}{Z'(s_2)} e^{s_2 t} + \frac{G(s_3)}{Z'(s_3)} e^{s_3 t}. \quad (13)$$

Среднее время до первого отказа защиты T и дисперсию σ^2 этого времени найдем, используя известные соотношения [9]

$$T = \Psi_1'(s)|_{s=0}; \quad \sigma^2 = \Psi_1''(s)|_{s=0} - [\Psi_1'(s)|_{s=0}]^2. \quad (14)$$

Используя формулу (7), находим, что

$$T = \frac{\lambda_0(\lambda_0 + \mu_0) + \lambda_1(\lambda_1 + \mu_1) + (\lambda_0 + \mu_0)(\lambda_1 + \mu_0)}{\lambda_0\lambda_1(\lambda_0 + \mu_0 + \lambda_1 + \mu_1)}; \quad (15)$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2 - a^2 - 2bc}{b^2}, \quad (16)$$

где $a = 2\lambda_0\lambda_1$; $b = \lambda_0\lambda_1(\lambda_0 + \lambda_1 + \mu_0 + \mu_1)$; $c = 2(\lambda_0 + \lambda_1) + \mu_0 + \mu_1$; $d = \lambda_0(\lambda_0 + \mu_0) + (\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_0 + \lambda_1 + \mu_0) + 2\lambda_0\lambda_1$.

Если обозначить через $\bar{d}_0 = 1/\lambda_0$ — среднее время нахождения схемы защиты в исправном состоянии, $d_0 = 1/\mu_0$ — среднее время нахождения схемы защиты в отказавшем состоянии, $\bar{d}_1 = 1/\lambda_1$ — средний интервал времени между появлениями КЗ в защищаемой сети, $d_1 = 1/\mu_1$ — среднее время существования КЗ в зоне действия рассматриваемой максимальной токовой защиты, то формулу (15) можно представить в виде

$$T = \frac{\bar{d}_0\bar{d}_1(\bar{d}_0 + d_1)(\bar{d}_1 + d_0) + \bar{d}_0^2d_1(\bar{d}_1 + d_0) + \bar{d}_1^2d_0(\bar{d}_0 + d_1)}{\bar{d}_0\bar{d}_1(d_0 + d_1) + d_0d_1(\bar{d}_0 + \bar{d}_1)}. \quad (17)$$

Учитывая, что для максимальных токовых защит выполняются следующие соотношения $d_1 \ll \bar{d}_1$, $d_1 \ll \bar{d}_0$, $d_1 \ll d_0$, то формулу (17) можно упростить:

$$T = \frac{\bar{d}_0\bar{d}_1}{d_0} + \bar{d}_0 + d_1. \quad (18)$$

При этих же условиях формула (16) примет вид

$$\sigma^2 = \bar{d}_1^2 + \bar{d}_0^2 + \frac{\bar{d}_0^2 \bar{d}_1^2}{\bar{d}_0^2} + \frac{2 \bar{d}_0 \bar{d}_1}{\bar{d}_0} (\bar{d}_1 + \bar{d}_0). \quad (19)$$

Вероятность безотказной работы защиты $R(t)$, полученную с помощью формул (8)–(13), с достаточной для практических расчетов точностью можно заменить экспоненциальной функцией при соблюдении условия $T/\sigma \approx 1$

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t}{T}\right). \quad (20)$$

Среднее время нахождения схемы защиты в необнаруженном отказавшем состоянии можно определить следующим образом [13]:

$$\bar{d}_0 = \tau_{\text{пр}} - \int_0^{\tau_{\text{пр}}} [1 - F_{\xi(0)}(t)] dt = \tau_{\text{пр}} - \frac{1}{\lambda_0} [1 - \exp(-\lambda_0 \tau_{\text{пр}})], \quad (21)$$

где $\tau_{\text{пр}}$ — заданный действующими нормативными документами интервал времени между проверками средств защиты.

Для случая когда $\frac{\tau_{\text{пр}}}{\bar{d}_0} < 0,1$, формула [21] примет вид

$$\bar{d}_0 = \frac{\tau_{\text{пр}}^2}{2\bar{d}_1}. \quad (22)$$

Подставив формулу (22) в формулу (18), получим

$$T = \frac{2\bar{d}_0^2 \bar{d}_1}{\tau_{\text{пр}}} + \bar{d}_0 + \bar{d}_1. \quad (23)$$

Пример 1. Определить вероятность безотказной работы в течение $t=8760$ ч максимальной токовой защиты в пускателе ПВИР-63, питающем удаленный маломощный двигатель лебедки. Чувствительность максимальной токовой защиты, находящейся в групповом автоматическом выключателе АВ-320, недостаточна, чтобы обеспечить продольное резервирование максимальной токовой защиты указанного пускателя при случайно происшедших КЗ на отходящей от пускателя кабельной линии. Реле утечки в трансформаторной подстанции ТСПВП 400/6-0,69 находится в отказавшем состоянии. Исходные данные: средний интервал времени между отказами схемы максимальной токовой защиты (отказы в схеме выявляются в результате профилактических проверок) $\bar{d}_0=4000$ ч; интервал времени между проверками схемы максимальной токовой защиты $\tau_{\text{пр}}=2160$ ч; средний интервал времени между появлениями КЗ на рассматриваемой кабельной линии $\bar{d}_1=700$ ч.

Пользуясь формулой (21), определим среднее время нахождения схемы защиты в необнаруженном отказавшем состоянии:

$$\bar{d}_0 = 2160 - 4000 \left[1 - \exp\left(-\frac{2160}{4000}\right) \right] = 480 \text{ ч.}$$

Используя формулу (18), находим среднее время безотказной работы максимальной токовой защиты:

$$T = \frac{4000 \cdot 700}{480} + 4000 + 700 = 10533 \text{ ч.}$$

Определим σ , пользуясь формулой (19):

$$\sigma = \sqrt{4000^2 + 700^2 + \frac{4000^2 \cdot 700^2}{480^2} + \frac{2 \cdot 4000 \cdot 700}{480} (4000 + 700)} = 10264 \text{ ч.}$$

Функция вероятности безотказной работы $R(t)$ будет определяться с помощью формулы (20), поскольку выполняется условие $T/\sigma \approx 1$

$$R(8760) = \exp\left(-\frac{8760}{10533}\right) = 0,44.$$

Пример 2. Пользуясь исходными данными примера 1, определить, во сколько раз увеличится надежность максимальной токовой защиты, если схему защиты проверять через $\tau_{\text{пр}}=720$ ч.

Пользуясь формулой (21), находим, что $\bar{d}_0=80$ ч. С помощью формулы (18) находим $T_1=39700$ ч. Используя формулу (20), получим $R_1(8760)=0,8$

Следовательно, при уменьшении сроков профилактики (для нашего примера) схемы защиты в 3 раза среднее время безотказной работы защиты увеличится в 3,77 раза, а вероятность отказа защиты за время $t=8760$ ч увеличится в 2,8 раза.

Вывод. Предложенная математическая модель надежности максимальной токовой защиты, применяемой в подземных сетях угольных шахт, отличается от известных: она учитывает среднее значение времени нахождения схемы защиты в необнаруженном отказавшем состоянии и частоту ее профилактических проверок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рипс Я.А. Расчет эксплуатационной надежности релейной защиты. — Электричество, 1968, № 4.
2. Надежность систем энергетики. Терминология. — Сб. рекомендуемых терминов. — М.: Наука, 1980.
3. Профилактика пожаров и взрывов в угольных шахтах / М.И. Коваленко, В.Т. Зрелый, Н.Ф. Хорольский и др. — М.: Недра, 1983.
4. Фабрикант В.П. О применении теории надежности к оценке устройств релейной защиты. — Электричество, 1965, № 9.
5. Смирнов Э.П. Влияние профилактического контроля на результирующую надежность релейной защиты. — Электричество, 1965, № 4.
6. Барзам А.Б. Отклик на статью Э.П. Смирнова. — Электричество, 1967, № 8.
7. Корольюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. — Киев.: Наукова думка, 1976.
8. Бродин С.М., Власенко О.И., Марченко Б.Г. Расчет и планирование испытаний систем на надежность. — Киев.: Наукова думка, 1970.
9. Креденцер Б.П. Прогнозирование надежности систем с временной избыточностью. — Киев: Наукова думка, 1978.
10. Корольюк В.С. Время пребывания полумарковского процесса в фиксированном множестве состояний. — УМЖ, 1965, № 3.
11. Мартыненко В.С. Операционное исчисление. — Киев.: Высшая школа, 1973.
12. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука, 1986.
13. Ковалев А.П. О проблемах оценки безопасности электротехнических объектов. — Электричество, 1991, № 8.

[29.09.94]

Авторы: Ковалев Александр Петрович окончил электротехнический факультет Донецкого политехнического института (ДПИ) в 1972 г. и математический факультет Донецкого государственного университета (ДГУ) в 1977 г. В 1992 г. защитил докторскую диссертацию по специальности «Техника безопасности и противопожарная техника»

Расчет восстанавливающейся электрической прочности элегазовых автокомпрессорных выключателей

КАМАЛОВ Р.С., ЧЕМЕРИС В.С., ЧУЛКОВ В.В.

Предложена методика расчета восстанавливающейся электрической прочности элегазового автокомпрессионного дугогасительного устройства в условиях возможного электрического пробоя при отключении ненагруженной воздушной линии. Методика предусматривает совместный расчет электростатического поля в межконтактном промежутке и расчет газодинамического течения по программе, основанной на решении уравнений для двумерной нестационарной газовой динамики. Приведены результаты измерений давления в различных точках газодинамического тракта. Получена хорошая сходимость экспериментальных и расчетных данных.

Ключевые слова: воздушная линия, отключение, пробой, дугогасительное устройство, электрическая прочность, расчет

Развитие методов расчета дугогасительных устройств (ДУ) элегазовых выключателей стимулируется как высокими требованиями к их отключающей способности, так и необходимостью выбора оптимальных соотношений между параметрами конструкции.

Исследование характеристик ДУ в последующий период показывает, что существует два типа отказов в гашении дуги. При высокой скорости восстановления напряжения может наступить тепловой пробой, когда под действием восстанавливающегося напряжения через промежуток течет остаточный ток, который со временем увеличивается. Возникновение дуги происходит в течение времени, измеряемом десятками микросекунд. При другом виде отказа — электрическом пробое — до момента пробоя ток практически отсутствует. Пробой возникает через большой промежуток времени после нуля тока по сравнению с процессом теплового пробоя. За это время восстанавливающееся напряжение достигает высоких значений.

Механизм теплового пробоя достаточно изучен, существует феноменологическая модель [1], позволяющая прогнозировать возможность теплового пробоя. Электрический пробой менее изучен. Теоретическое прогнозирование кривой восстанавли-

A method for calculation of restoring electrical strength of a SF₆ puffer type arc-control device is suggested for conditions of possible electrical breakdown when switching-off an unloaded overhead line. The method supposes a joint calculation of an electrostatic field in an intercontact gap and a calculation of gas-dynamic flow with the program based on solving equations for two-dimensional non-stationary gas dynamics. The results of pressure measurement in different points of a gas-dynamic flow are brought. A good convergence of experimental and calculation data is received.

Key words: overhead line, switching-off, breakdown, arc-control device, electrical strength, calculation

вающейся электрической прочности, зависимости напряжения пробоя промежутка $U_{пр}$ от времени $t_{пр}$, прошедшего с момента нуля тока после расхождения контактов, имеет большое практическое значение, поскольку электрический пробой для ряда режимов работы выключателя становится определяющим при увеличении напряжения, подходящегося на единичный разрыв выключателя. Например, при отключении ненагруженных воздушных линий, короткого замыкания при расхождении фаз, токов, равных номинальному току отключения.

В статье рассматривается расчетный метод определения восстанавливающейся электрической прочности в элегазовых ДУ автокомпрессионного типа, в последующий период, когда возможно возникновение электрического пробоя.

В качестве критерия электрического пробоя в [2] было использовано условие равенства параметра E/N (отношение напряженности электрического поля к концентрации молекул газа) значению $(E/N)_{кр}$, при которой коэффициент прилипания электрона к молекулам SF₆ равен частоте ионизации газа.

Для вычисления электрического поля и плотности газа при этом применялся модельный подход, основанный на использовании эмпирических

в ДПИ. Доцент ДПИ.

Муха Валентин Павлович окончил электротехнический факультет ДПИ в 1966 г. В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Энергетические системы и управление ими» в Ереванском политехническом институте. Доцент ДПИ.

Шевченко Андрей Вадимович окончил математический факультет ДГУ в 1975 г. Ассистент ДПИ.

Белоусенко Игорь Владимирович окончил энергетический факультет ДПИ в 1981 г. В 1991 г. защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Энергетические системы и управление ими» в ДПИ. Главный технолог РАО «Газпром».

данных. На основе решения гидродинамических уравнений (в предположении постоянного давления газа в поперечном сечении газового потока) определялось распределение скоростей газа и вычислялся коэффициент конвективной теплопроводности. В качестве начальных значений радиуса дуги и температуры принимались радиус дуги $R_{до}$ (взятый из эксперимента) и температура газа в момент прохождения тока через нулевое значение. Далее самосогласованно интегрировались уравнения теплопроводности, зарядовой кинетики и уравнение для электрического поля. Последнее вычислялось из закона Ома:

$$I = E_z(z) \int_0^{R_{до}} n_i B_i 2\pi r dr, \quad (1)$$

где I — ток, E_z — продольная составляющая электрического поля; n_i, B_i — соответственно плотность и подвижность ионов.

Модель [2] хорошо соответствует экспериментальным данным при $t_{пр} \leq 10^{-4}$ с. Отметим, что уравнение (1) предполагает наличие в дуговом промежутке достаточно плотной плазмы. При больших $t_{пр}$ вследствие ион-ионной рекомбинации плотность плазмы уменьшается до значений, при которых характерный размер неоднородности l_x , в нашем случае равный расстоянию между контактами d , становится сравним с пуассоновской длиной $l_E = E/(4\pi e n_i)$ [3], где e — заряд электрона; n_i — плотность плазмы.

Практический интерес представляет расчет зависимости $U_{пр}(t_{пр})$ для больших $t_{пр}$. В этом случае l_E велико и следует использовать другой подход при вычислении E , в котором не учитывается поляризация плазмы. Отметим также, что при больших $t_{пр}$ необходимо также учитывать изменения параметров потока газа.

В статье продолжается развитие метода расчета восстанавливающейся электрической прочности [4] при межэлектродных промежутках до 100 мм и $t_{пр} \approx 10^{-3} \div 10^{-2}$ с применительно к автокомпрессионным элегазовым выключателям.

Для определения параметров ДУ в общем случае необходимо самосогласованно решить уравнения нестационарной зарядовой кинетики, двумерного уравнения Пуассона и двумерной нестационарной газовой динамики.

Рассмотрим один из режимов, определяющих конструкцию ДУ выключателей сверх-и ультра-высоких напряжений: режим отключения ненагруженной воздушной линии, при котором межконтактный промежуток в процессе отключения емкостного тока небольшого значения подвергается воздействию напряжения с амплитудой, равной двукратному максимальному значению фазового напряжения.

При отключении малых токов максимальный

размер поперечного сечения дуги много меньше размера горловины сопла. Это позволяет пренебречь влиянием дуги на газовый поток, в том числе нагревом его дуговым разрядом.

Для определения плотности газа используем уравнение сохранения импульса, энергии в массы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{W}) &= 0; \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{W}) + \frac{\partial p}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \vec{W}) + \frac{\partial p}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial \rho E_B}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E_B \vec{W}) + \operatorname{div}(p \vec{W}) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где ρ, p, E_B — плотность, давление и внутренняя энергия газа соответственно; $\vec{W}$ — вектор скорости газа; u, v — его составляющие вдоль осей z и r соответственно.

Система (2) дополняется уравнением состояния для идеального газа

$$p = RT,$$

где R — универсальная газовая постоянная; T — температура газа.

Расчетная область представляет собой три зоны, в которых находилось решение системы уравнений (2) и (3). На рис. 1 представлена симметричная относительно продольной оси конфигурация ДУ автокомпрессионного элегазового выключателя с двусторонним дутьем. Устройство состоит из металлического сопла 1, которое одновременно является дугоприемным электродом; дугоприемного контакта 2 с осевым каналом и диэлектрического сопла 3. Подвижными частями конструкции являются сопло-электрод и диэлектрическое сопло. При отключении подвижное сопло-электрод 1 вместе с соплом 3 и цилиндром 7 движется вверх и газ, заключенный между неподвижным поршнем 6 и соплом, сжимается. Как только контакты 1 и 2 разомкнутся при их относительном перемещении сжатый газ начинает поступать в межконтактный промежуток, осуществляя интенсивную деионизацию дуги. Поток газа из полости 4, огибая электрод 1, разделяется в зоне между соплом 3 и электродом 1 на два направления: одно — через горловину электрода 1 в тракт 5, другое — между контактом 2 и диффузорной частью сопла 3 и незначительная часть — через центральное отверстие контакта 2. Вычисления параметров потока проводились для случая, когда перемещался контакт 2, а электрод 1 и диэлектрическое сопло 3 были неподвижны. Это не вносит значительной погрешности, поскольку важно относительно положение контактов (скорость потока ~ 100 м/с мно-

го больше скорости перемещения контакта), но существенно упрощает расчет.

Решение поставленной задачи сводится к численному моделированию процесса отключения выключателя в рассматриваемом режиме. В момент времени $t=0$ задается начальное состояние выключателя (замкнутые дугоприемные контакты, начальное положение поршня, исходные параметры газа). Моделирование заключается в прослеживании временной эволюции конфигурации межконтактного промежутка и газового потока. Основной частью вычислений является цикл по временному шагу, когда положение элементов ДУ выключателя изменяется по времени на малую величину dt . Возможности такого подхода позволяют точно рассчитать данные, как правило, недоступные экспериментатору.

В данном случае последовательно во времени рассчитываются распределение плотности газа, электрическое поле в межэлектродном промежутке и значение пробивного напряжения. Возможности численного моделирования ограничены техническими возможностями вычислительной машины. Для исследователя наибольший интерес представляют характеристики газового потока в межконтактной области ДУ. Эта зона по своим размерам составляет небольшую часть газодинамического тракта выключателя. Расчет течения газа во всех зонах газодинамического тракта выключателя с одинаковой степенью погрешности либо потребует вычислительную машину с очень большой памятью и быстродействием, либо результативность расчетов будет ограничена временем счета.

С другой стороны, скорость газа близка, как правило, к звуковой только в диффузорной области сопла, поэтому на остальных участках газодинамического тракта можно использовать более крупную (грубую) сетку счета и (или) пренебречь сложным характером течения газа, используя одномерные уравнения при вычислении параметров газового потока, и ограничить двумерную область расчета.

Метод расчета позволяет оптимизировать геометрию ДУ. Существует возможность расчета газового потока для сложной конфигурации сопла и контактов, включая обтекание тел с кривой поверхностью.

Наиболее полно разрешаемой задаче отвечает метод крупных частиц, развитый в [5] и примененный нами. Этот метод позволяет рассчитывать параметры газового потока при обтекании тел произвольной геометрии с использованием неравномерной расчетной сетки.

Зона, где интегрировались уравнения двумерной нестационарной газовой динамики, представлена на рис. 1 областью покрытой расчетной сеткой. Граничные условия устанавливались на

«открытых» границах этой области экстраполированием параметров течения на границе за рассматриваемую область, а на твердых границах (в том числе ось симметрии) — из условия равенства нулю нормальной составляющей скорости потока на границе с твердой поверхностью.

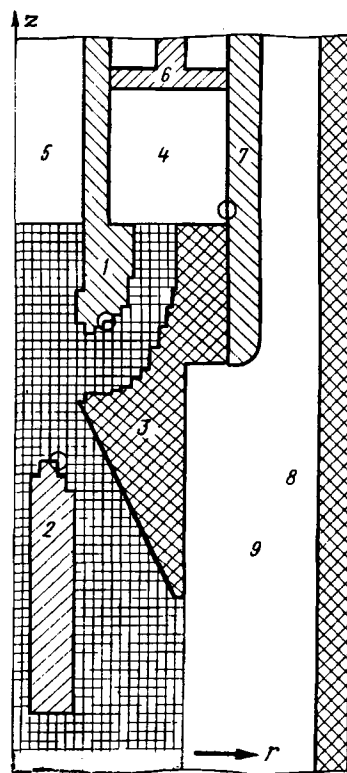


Рис. 1. Принципиальная расчетная схема автокомпрессионного ДУ с двусторонним дутьем (электродная система в разомкнутом положении): 1 — металлическое сопло-электрод; 2 — неподвижный электрод; 3 — диэлектрическое сопло; 4 — компрессионная камера; 5 — выхлопной тракт; 6 — неподвижный поршень; 7 — подвижный цилиндр; 8 — изоляционная крышка; 9 — газовая полость; О — места установки датчиков давления при экспериментальных исследованиях

В зонах 4 и 5 интегрировались уравнения одномерной газовой динамики. Из зоны 4 (компрессионной камеры) вдувается поток газа, сжимаемый поршнем 6, который перемещается со скоростью, равной скорости подвижного контакта. В зоне 5 рассчитывается движение в трубе заданных размеров. Результаты расчета в одномерных областях (на каждом шаге расчета) использовались как граничные условия на границах зон 4 и 5 для двумерной области. При этом влиянием газовой полости 9 на исследуемые процессы и явлениями в ней пренебрегали.

Система уравнений (2) и (3) с граничными условиями, описанными ранее, с начальными условиями при $t=0$ $p(r,z)=p_0$; $\rho(r,z)=\rho_0$; $v(r,z)=0$; $u(r,z)=0$ интегрировалась методом крупных частиц на неравномерной сетке.

Для больших t , таких что $t > \frac{4\pi e d^2}{\alpha u}$, где e — заряд электрона; u — напряжение на контактах выключателя; α — коэффициент ион-ионной рекомбинации, не учитывалась поляризация плазмы, для вычисления E использовалось уравнение Лапласа, которое решалось численно на ЭВМ с помощью программы AXIAL [6].

На рис. 2 приведены результаты расчетов: рас-

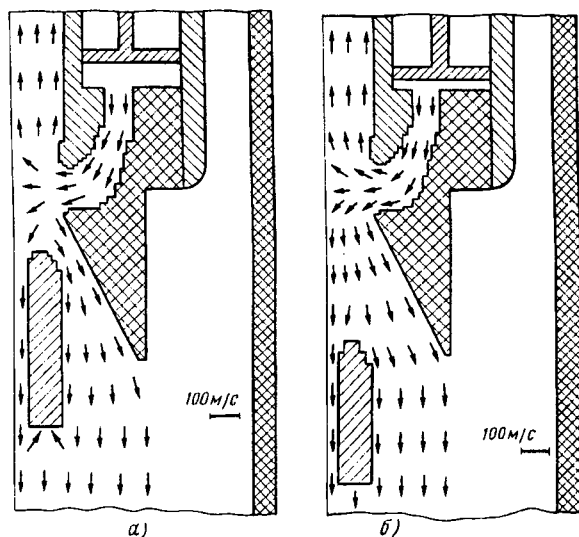


Рис. 2. Расчетное распределение потоков элегаза в ДУ для различных моментов расхождения контактов (стрелки показывают направление течения газа): а — $t = 15$ мс; б — $t = 20$ мс (длины векторов скоростей условно изображены одинаковыми и не соответствуют их модулям)

пределение скорости потока $\vec{W}$ при скорости подвижных частей ДУ $v_n = 7$ м/с и начальных давлении и плотности элегаза $p_0 = 0,5$ МПа, $\rho_0 = 32,5$ кг/м³. Расчеты показали, что течение газа носит существенно нестационарный характер. В течение всего хода контакта изменяются направление и значение скорости потока на характерных размерах, равных примерно размеру горловины сопла. Существенное влияние на течение газового потока оказывает положение контакта. Вблизи контакта поток резко тормозится и изменяет направление.

Для оценки достоверности расчетов проводились экспериментальные исследования. Для заданных геометрии ДУ и начальных данных были выполнены с помощью пьезодатчика измерения давления элегаза в трех зонах ДУ (рис. 1): в области 4 под поршнем, у подвижного и неподвижного электродов 1 и 2.

Для записи давления использовался тензосилитель 8-АНЧ-7 и электромагнитный осциллограф. Перед опытом производилась тарировка датчиков. Погрешность измерений — до 5%. Ха-

рактерная осциллограмма с записью давления в исследуемых элементах газодинамического тракта представлена на рис. 3. Давления на электродах

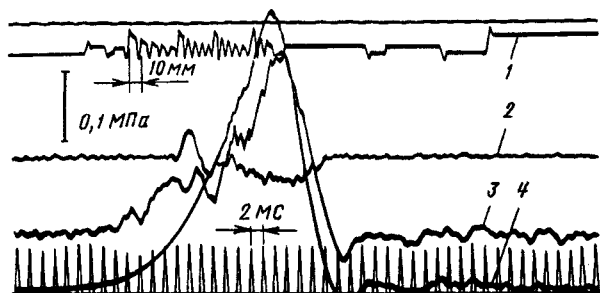


Рис. 3. Осциллограмма с регистрацией давлений в автокомпрессионном ДУ при операции отключения без тока: 1 — регистратор хода; 2 — датчик на неподвижном контакте; 3 — на подвижном контакте; 4 — в компрессионной камере

различаются как по значению, так и по характеру изменений во времени. Давление на подвижном электроде, который находится в конфузурной области сопла, изменяется аналогично изменению давления в компрессионной камере и отличается от него на 0,10–0,15 МПа. Характер изменения давления на неподвижном электроде, который находится в интересующем нас отрезке времени в диффузорной области сопла, существенно отличается от изменения давления в компрессионной камере. Неподвижный электрод обтекается околосвуковой струей газа, и давление в точках на его поверхности, как следует из эксперимента, может стать меньше начального давления газа. В зависимости от расстояния между электродами давление в исследуемых точках на поверхностях электродов различается в 1,5–2 раза.

Результаты газодинамических расчетов давления элегаза сравнивались с экспериментальными измерениями (рис. 4): расчетные зависимости хорошо согласовались с опытными данными.

В режиме отключения ненагруженной воздушной линии межконтактный промежуток после погасания дуги подвергается воздействию переходного восстанавливающегося напряжения, изменяющегося по закону $1 - \cos \omega t$ и достигающего наибольшего значения через 0,5 периода напряжения сети. При минимальном времени горения дуги межконтактный промежуток имеет небольшую протяженность и, в результате, в нем возникают высокие напряженности электрического поля. В то же время, в межконтактном промежутке существует околосвуковое течение газа, изменяющее локальное давление газа на поверхностях контактов. Расчеты также показали, что в приэлектродных зонах существуют области с пониженной плотностью газа и, следовательно, уменьшенной электрической прочностью.

Для достижения максимальных значений про-

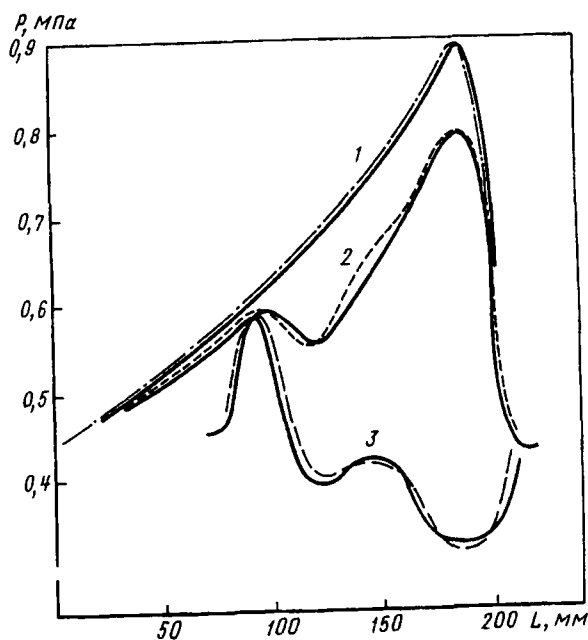


Рис. 4. Расчетные и экспериментальные значения давления элегаза в зависимости от хода подвижного контакта: 1 — в компрессионном объеме; 2 — в области подвижного электрода; 3 — в области неподвижного электрода (— — — — — расчетные зависимости, — — — — — экспериментальные)

бивных напряжений $U_{пр}$ была проведена оптимизация геометрии ДУ по максимально допустимому значению разрядного напряжения с учетом необходимого запаса для получения надежного результата. Напряженность электрического поля на электродах межконтактного промежутка приводилась в соответствие с плотностью газа на поверхностях электродов.

Установленное согласие результатов теоретических и экспериментальных исследований позволило, используя в основном расчетный метод, отработать конструкцию ДУ для двухразрывного выключателя 500 кВ, способного отключать ненагруженные воздушные линии. На рис. 5 представлена осциллограмма опыта, характеризующего работу ДУ в этом режиме при отключении тока 850 А в наиболее тяжелых условиях — при минимальном времени горения дуги 1 мс. Испытания проводились по синтетической схеме, разработанной во Всероссийском электротехническом институте, на испытательных стендах [7]. Ток от колебательного контура согласованно накладывался на ток источника напряжения, в качестве которого использовались два каскада трехкаскадного трансформатора ИОМК-2250. Отключение происходило в момент первого нуля тока после размыкания контактов, и на контактах выключателя начинался процесс восстановления напряжения. Опыты при небольших временах горения дуги позволяли экспериментально оценить восстанавливающуюся электрическую прочность межконтактного промежутка ДУ. При больших

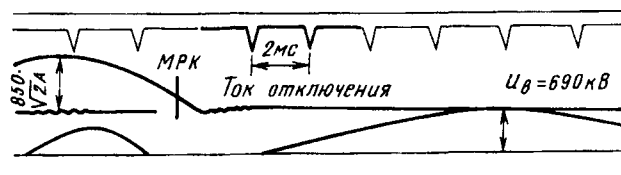


Рис. 5. Осциллограмма опыта испытания одного дугогасительного разрыва двухразрывного выключателя 500 кВ в режиме отключения ненагруженной воздушной линии: МРК — момент размыкания контактов

временах горения дуги из-за достижения межконтактным промежутком после отключения тока высоких значений электрической прочности экспериментально не удавалось достичь пробоя изоляции дугогасительного разрыва из-за требующихся для этого очень больших амплитуд восстанавливающегося напряжения.

На рис. 6 изображены расчетные зависимости значений напряженностей на подвижном и неподвижном электродах для одного из вариантов ДУ. Соответствующие им значения разрядных напряжений на тех же элементах ДУ показаны на рис. 7.

Значения напряженностей, при которых происходит электрический пробой, зависят не только от конфигурации электрического поля, но и в значительной степени от распределения плотности

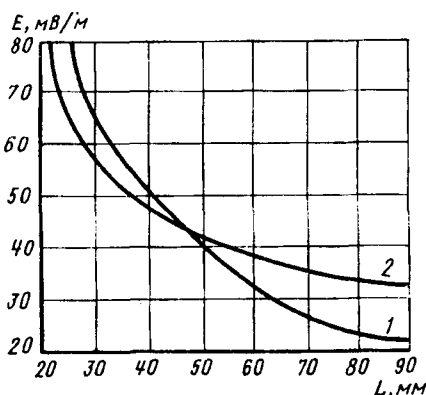


Рис. 6. Напряженности на электродах ДУ: 1 — неподвижный контакт; 2 — подвижный контакт

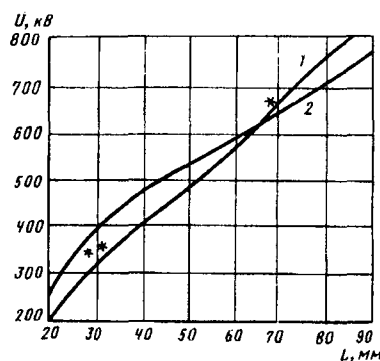


Рис. 7. Зависимость разрядных напряжений на электродах ДУ от межэлектродного расстояния: 1 — неподвижный контакт; 2 — подвижный контакт; * — экспериментальные значения

(давления) элегаза в приэлектродных областях.

Следует отметить, что при выборе критерия электрического пробоя не учитывался ряд факторов, влияющих на значения разрядных напряжений, например, наличие на электродных поверхностях пленок и посторонних включений [8]. В настоящее время авторы проводят усовершенствование метода расчета кривой восстанавливающейся электрической прочности, учитывающее эти факторы, что позволит расширить область его применения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта № 93-02-17425.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kopplin H., Moschmann H., Rolf K.P., Zuckler K. Study of the arc and the interaction between arc and operating mechanism.— IEEE Trans. on plasma science, 1980, V PS4, № 4.
2. Ragaller K., Egli W., Brand K.P. Dielectric recovery of an axially blown SF₆ — arc after zero: part 11. Theoretical investigation.— IEEE Trans. on plasma science, 1982, V. PS-10, № 3.
3. Высыкайло Ф.И., Чулков В.В. Распространение неоднородности плазмы в газах с знакопеременным дифференциальным амбиполярным дрейфом.— Физика плазмы, 1987, т. 13, вып. 3.
4. Чулков В.В. Метод определения восстанавливающейся электрической прочности дугогасительных устройств элегазовых выключателей.— Всесоюзная научно-техническая конференция «Создание комплексов электротехнического обо-

рудования высоковольтной, преобразовательной, силовой и полупроводниковой техники».— Тезисы докладов. Ч. 1.

5. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц.— М.: Наука, 1982.

6. Колечицкий Е.С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения.— М.: Энергоатомиздат, 1983.

7. Федченко И.К. Техника высоких напряжений.— Киев: Вища школа, 1969.

8. Takuma T. Discharge characteristics of gaseous dielectrics.— IEEE Trans. on Electrical Insulation, 1986, V. EL-21.

[23.06.94]

Авторы: Камалов Ринат Султанович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1977 г. Старший научный сотрудник Всероссийского электротехнического института (ВЭИ).

Чемерис Владлен Семенович окончил электромеханический факультет МЭИ в 1953 г. В 1988 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Коммутационная износостойкость элегазовых выключателей высокого напряжения» в ВЭИ. Начальник сектора ВЭИ.

Чулков Виктор Владимирович окончил радиотехнический факультет МЭИ в 1972 г. В 1980 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Физика газового разряда». Ведущий научный сотрудник ВЭИ.

Повышение износостойчивости вакуумных дугогасительных камер при коммутации номинального тока

ПЕРЦЕВ А.А., РЫЛЬСКАЯ Л.А., ЧИСТЯКОВ С.П.

Описана конструкция контактов с усиленным аксиальным магнитным полем для вакуумных дугогасительных камер. Удельная индукция аксиальной составляющей поля достигает 10 мТл/кА, чем обуславливается сокращение времени перехода сильнооточной дуги (>10 кА) из контрагированной в квазидиффузную модификацию. До перехода дуги из контрагированной в квазидиффузную модификацию ее движения на всей поверхности контактов контролируется радиальной составляющей магнитного поля. Контроль за обеими сильнооточными модификациями дуги позволяет уменьшить скорость разведения контактов и тем самым увеличить в несколько раз коммутационную износостойкость камеры при сохранении той же способности отключать ток короткого замыкания.

Ключевые слова: вакуумная дугогасительная камера, контакты, вакуумный выключатель, магнитное поле, отключающая способность, время дуги

Для некоторых специфических областей применения, например, для коммутации трансформаторов дуговых сталеплавильных печей, требу-

Contact design with amplified axial magnetic field for vacuum interrupters is described. Axial field specific induction reaches 10 mT/kA thus stipulating time reduction for high current (>10 kA) arc transition from contracted to quasidiffuse modification. The arc movement on contact surfaces is controlled by radial component of magnetic field until arc transition from contracted to quasidiffuse modification. Control of both high current arc modifications allows to decrease contacts separation velocity and thereby to increase for several times as large vacuum interrupter switching endurance under the same fault current interruption ability.

Key words: vacuum interrupter, contacts, vacuum circuit breaker, magnetic field, interrupting capability, arcing time

ется вакуумные выключатели с ресурсом до 100000 циклов. Такой выключатель проще сделать, и он будет стоить дешевле, если его эле-

менты будут подвергаться меньшим механическим воздействием, что может быть достигнуто путем уменьшения скорости контактов вакуумных дугогасительных камер (в дальнейшем — камер), особенно при выполнении операций отключения. При этом, однако, возрастает время дуги, поскольку из-за меньшей скорости контакта и соответственно меньшей длины межконтактного промежутка к моменту первого перехода тока дуги через нулевое значение он пробивается под действием восстанавливающегося напряжения и дуга возобновляется.

В результате при снижении скорости увеличивается доля отключений не при первом, а при втором переходе тока через нулевое значение, возрастает нагрев контактов и уменьшается отключающая способность камеры. Кроме того, при использовании в выключателе камер с продольным магнитным полем необходимо, чтобы время существования подвижной контрагированной дуги, которая непременно возникает с началом второй полуволны тока [1], ограничивалось бы 3—4 мс, в течение которых произойдет ее переход в квазидиффузную модификацию. Существенное превышение этого времени может привести к утрате преимуществ, присущих контактам с продольным магнитным полем. В частности, при существовании контрагированной дуги возрастает тепловая нагрузка на окружающий контакты паровой экран, что происходит по причине более чем десятикратного увеличения идущего на него ионного тока. В результате может произойти перегрев экрана, а в случае недостаточной скорости перемещения дуги даже его проплавление. Контрагированная дуга может также оказаться причиной крайнего искажения распределения восстанавливающегося напряжения между контактами и паровым экраном [2]. Если после квазидиффузной дуги потенциал экрана обуславливается межэлектродными емкостями камеры через 10—30 мкс прерывания тока и значение его близко к среднему арифметическому между потенциалами обоих контактов, то после контрагированной дуги деление восстанавливающегося напряжения в соответствии с межэлектродными емкостями начинается через 75—140 мкс. До истечения этого времени потенциал экрана практически одинаков с потенциалом положительного контакта, и все восстанавливающееся напряжение, включая амплитуду переходного восстанавливающегося напряжения, удерживается лишь половиной длины изоляционного корпуса камеры и половиной межэкранных промежутков. Это искажение распределения восстанавливающегося напряжения сохраняется на протяжении многих полупериодов промышленной частоты, увеличивая вероятность перекрытий и пробоев внутренней изоляции ка-

меры.

В [3] приведено описание контактов, возбуждающих продольное магнитное поле, которые допускают работу при сниженной скорости. Это качество достигнуто путем увеличения индукции продольной и радиальной составляющих магнитного поля и оптимизации распределения последней у поверхности контакта. Такие контакты применены в камере КДВ-35-25/1600 УХЛ2, разработанной и переданной в 1992 г. в серийное производство Всероссийским электротехническим институтом. Она предназначена для укомплектования вакуумных выключателей трехфазного переменного тока частотой 50—60 Гц напряжением 35 кВ с номинальным током отключения 20—25 кА и номинальным током 1600 А, а также выключателей на 110 кВ с теми же номинальными токами. В последнем случае в каждом полюсе применяются до четырех камер, включенных последовательно. Более подробно технические данные камеры приведены в [4].

Далее приведены основные конструктивные особенности контактов и результаты испытаний камеры с такими контактами при отключении токов КЗ при «нормальной» (1,1 м/с) и уменьшенной (0,8 м/с) скорости их разведения. Приведены примеры использования камер при той или иной скорости движения контактов в выключателях различного назначения.

Конструкция контактов. Схематическое изображение контактов приведено на рис. 1. Контакты одинаковы и каждый индуктор, представляющий круговое кольцо, образованное двумя ступенчатыми дугообразными элементами. Начала элементов соединяются с токоподводящим стержнем, концы остаются свободными. Начальные и концевые участки смежных элементов индуктора взаимно перекрываются на длине $P = (0,5-3)H$, где H — высота индуктора. Индуктором охватывается дисковый электрод, диаметр которого несколько меньше внутреннего диаметра индуктора.

Электрод своими выступами электрически соединен с обоими дугообразными элементами. Электрод заглублен на 2—3 мм относительно контактной поверхности индуктора, в результате в замкнутом состоянии контакты соприкасаются индукторами. Электрод и контактная поверхность индуктора имеют дугостойкое покрытие, например, из хромо-медной композиции. Отключаемый ток I_0 течет в камере по стержню контакта, делится между двумя дугообразными элементами индуктора, как это показано на рис. 1 стрелками, далее через вакуумную дугу переходит на другой контакт, в котором, пройдя параллельными путями по дугообразным элементам индуктора, вновь восстанавливается в ток I_0 в стержне.

Из рис. 1 видно, что в индукторах обоих

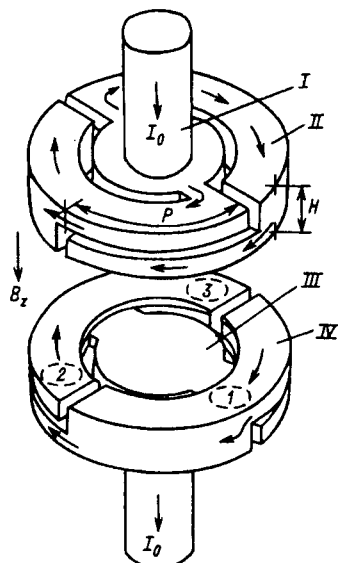


Рис. 1. Конфигурация контактов с усиленной индукцией магнитного поля: 1, 2, 3 — места расположения металлических стержней, перемыкающих контакты и имитирующих вакуумную дугу; I — стержень; II — дугообразный элемент; III — дисковый электрод; IV — контактная поверхность

контактов текут однонаправленные токи, возбуждающие в межконтактном промежутке магнитное поле с доминированием продольной составляющей индукции B_z . Ожидается, что с помощью контактов такой конфигурации будет контролироваться сильноточная (амплитуда более 10 кА) вакуумная дуга во всех ее модификациях:

неподвижная контрагированная, возникающая непосредственно за размыканием контактов, когда расстояние между ними не превышает 2—3 мм [5];

квазидиффузная (многоканальная), образующаяся в межконтактном промежутке длиной более 2—3 мм при условии возбуждении в нем продольного магнитного поля достаточной индукции;

контрагированная подвижная, возникающая в промежутке, длиной более 2—3 мм, вследствие повторного пробоя или повторного зажигания и существующая в нем до перехода в квазидиффузную модификацию [1].

Назначение дисковых электродов состоит в коллектировании части тока дуги, в предотвращении проникновения дугового разряда в пространство внутри и к основанию индуктора, где затруднено управление распределением плотности тока. Они дают дополнительную возможность управлять распределением плотности тока по контактам. В контактах также есть не показанные на рисунке, но необходимые детали, обеспечивающие его механическую устойчивость.

Результаты испытаний. На паре еще не смонтированных в камере контактов измерено значение удельной (мТл/кА) -продольной составля-

ющей магнитного поля B_z при различных расстояниях d между контактными поверхностями. Контрагированная дуга имитировалась одним металлическим стержнем, устанавливаемым поочередно на участки 1, 2, 3 (рис. 1) и соединяющим электрически между собой оба контакта. Квазидиффузная дуга имитировалась тремя стержнями, располагаемыми одновременно на указанных участках. При наружном диаметре индукторов 70 мм B_z характеризуется следующими данными:

Расстояние d , мм	Значение B_z^* , мТл/кА
2	9,8—10,0
18	6,8—7,2
40	4,4—4,7 (6,5)

*Значение B_z усреднено по круговой площадке диаметром 20 мм, расположенной посередине между контактами, соосно с ними. Измерения выполнены на переменном 50 Гц токе. Указаны пределы изменения B_z при вариациях числа и места расположения стержней, имитирующих дугу. Результат в круглых скобках — значение B_z на поверхности дискового электрода.

Из приведенных данных следует, что изменение места расположения одного стержня на контактной поверхности или их числа практически не влияет на значение компоненты B_z , которая при минимальном расстоянии достигает 10 мТл/кА, а при $d=40$ мм уменьшается до 4,4—4,7 мТл/кА. Вследствие неоднородности поля значения B_z непосредственно у поверхности контактов возрастают. При $d=40$ мм значение B_z у поверхности контакта в 1,4 раза больше, чем в середине промежутка. Разумеется, что вместе с B_z увеличиваются другие составляющие поля, в том числе и B_r .

Эти значения B_z в 1,5—2 раза больше обычно реализуемых «оптимальных» значений, которые для близких по размерам контактов составляют 3—5 мТл/кА. Как известно, при «оптимальной» индукции имеет место минимум напряжения дуги [1]. Повышенная индукция магнитного поля, возбуждаемая между контактами (рис. 1) обуславливается большей магнитодвижущей силой, развиваемой индукторами, что в свою очередь, определяется, во-первых, сокращением до двух числа дугообразных элементов и, во-вторых, увеличением их угловой длины. Первое позволило поднять значение кругового тока в индукторе до $\sim 0,5I_0$, а второе — сделать путь кругового тока в индукторе несколько превышающим один виток. Повышение индукции сверх «оптимального» значения диктуется стремлением сократить время перехода дуги из контрагированной в квазидиффузионную модификацию. Это актуально при уменьшении скорости разведения контактов, когда

учащаются случаи возникновения повторных зажиганий и пробоев, приводящих, как отмечалось, к возникновению подвижной контрагированной дуги с ее более энергичным в сравнении с квазидиффузной воздействием на контакты и паровой экран. Снижению локального воздействия контрагированной дуги на контакты и экран способствует не только сокращение времени ее существования, но также увеличение скорости перемещения по контактам вследствие упомянутого возрастания B_r и предотвращение фиксации на кромках радиальных прорезей, имеющих на контактных поверхностях. Предотвращение фиксации дуги достигается за счет взаимного перекрытия ступенчатых дугообразных элементов на длине P , что приводит к дополнительному увеличению радиальной составляющей B_r магнитного поля в окрестностях радиальных прорезей.

Давление магнитного поля на контрагированную дугу усиливается также тем, что ее опорные пятна движутся непосредственно по поверхностям индукторов, вблизи которых компонента B_r имеет наибольшее значение. Это обстоятельство благоприятно не только из-за увеличения скорости перемещения подвижной контрагированной дуги. За счет форсирования компоненты B_r вблизи контактных поверхностей сокращается время существования неподвижной дуги на начальном этапе разведения контактов при $d < 2$ мм, вследствие чего уменьшаются размеры имитируемых расплавленных капель и их общая масса. В результате, размыкание контактов в амплитуде полувольты тока при значениях в десятки килоампер не приводит к появлению заметного повреждения контактных поверхностей. Это подтверждается при осмотре контактов, извлеченных из камеры после однократного отключения тока с действующим значением 46 кА при размыкании контактов с начальной скоростью около 1 м/с, произведенном при амплитудном значении тока 65 кА.

Отключающая способность контактов при средней скорости движения 1,1 и 0,8 м/с и ходе 16 мм определена прерыванием в однофазной цепи тока 50 Гц значением до 27 кА при амплитуде переходного восстанавливающегося напряжения 69–81 кВ и восстанавливающимся напряжении промышленной частоты 34–35 кВ, прикладываемом в течение 60–90 мс. Эти значения восстанавливающегося напряжения являются наивысшими из воздействующих на межконтактные промежутки в трехполюсных выключателях, применяемых в трехфазных сетях напряжением 35 кВ.

Результаты экспериментов по определению отключающей способности контактов (рис. 1) при токе короткого замыкания приведены в таблице.

Скорость * контакта, м/с	Отключае- мый ток, кА	Число операций отключения		Границы значений времени дуги мс
		успешных	неуспешных	
1,1	24–27	12	1	4–14
0,8	24–26	8	2	13–23

* Указано среднее значение скорости на первых 10 мм хода контакта.

** При неуспешной операции отключения время дуги достигало 60–90 мс.

Из таблицы видно, что при скорости 1,1 м/с и отключаемом токе 24–27 кА время дуги не превышало 14 мс. Одна из 13 операций отключения оказалась неуспешной, ток камерой прерван не был, время дуги составило 60 мс и было обусловлено отключением тока дополнительным защитным выключателем. Выполнение последующих операций отключения не выявило какого-либо ухудшения в работе камеры.

При скорости 0,8 м/с время дуги возросло и находилось в пределах 13–23 мс, что обусловлено протеканием второй полувольты тока. На рис. 2 приведены соответствующие этому случаю осциллограммы напряжения дуги и отключаемого тока. Первая из них дает возможность выявить время существования различных модификаций дуги.

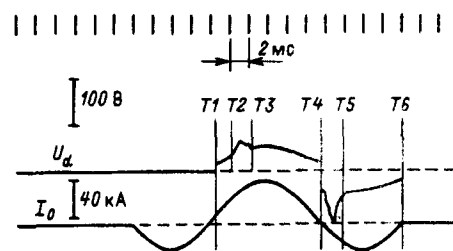


Рис. 2. Напряжение дуги U_d между контактами (рис. 1) при существовании ее в течение двух полувольт тока I_0 : T_1 — момент размыкания контактов и возникновения неподвижной контрагированной дуги; T_2 – T_3 — интервал формирования квазидиффузной модификации дуги; T_3 – T_4 — интервал существования квазидиффузной и диффузной модификации дуги; T_4 — момент возобновления второй полувольты тока; T_4 – T_5 — интервал существования подвижной контрагированной модификации дуги; T_5 – T_6 — интервал существования квазидиффузной и диффузной модификации дуги; T_6 — момент прерывания тока: межконтактное расстояние 16 мм достигается к моменту T_6

С момента T_1 , когда контакты разомкнулись, до первого перехода тока через нулевое значение дуга проходит следующие модификации. До момента T_2 , пока $d < 2$ мм, существует неподвижная дуга. В интервале T_2 – T_3 происходит развитие квазидиффузной дуги и распространение ее как по контактным поверхностям, так и по поверхностям дисковых электродов. С момента T_3 существует квазидиффузная дуга, которая незадолго

до нулевого значения тока модифицируется в диффузную дугу, погасшую при переходе тока через нулевое значение. Напряжение дуги в интервале $T3-T4$ характеризуется отсутствием высокочастотных пиков, его максимальное значение в амплитуде тока не превышает 60 В, что присуще именно квазидиффузной дуге. В момент $T4$ между контактами вновь возникает дуга, но противоположной полярности. Напряжение дуги в начале второй полуволны тока и интервал $T4-T5$ характеризуются наличием высокочастотных пиков с амплитудой 100 В и более. Это указывает на существование между контактами, находящимися к этому времени на расстоянии 9–11 мм, подвижной контрагированной дуги. Продольная компонента магнитного поля в промежутке такой длины с учетом экспериментальных данных, приведенных ранее, составляет 8–9 мТл/кА, и контрагированная дуга в этих условиях переходит в квазидиффузную, как видно из осциллограммы, за время не более 2,5 мс. С момента $T5$ кривая напряжения свидетельствует о существовании в промежутке квазидиффузной дуги, локальное воздействие которой на поверхность контакта существенно меньше в сравнении с воздействием контрагированной дуги. В результате в интервале $T5-T6$, равном 6 мс, происходит охлаждение нагретых контрагированной дугой локальных участков контактов и экрана, и в момент $T6$ при очередном переходе через нулевое значение ток прерывается.

Приведенные в таблице результаты измерений при скорости 0,8 м/с показывают, что при сохранении значения отключаемого тока на уровне 24–26 кА намечается тенденция роста числа неуспешных операций отключения. Если при скорости 1,1 м/с была одна неуспешная операция из тринадцати, то при скорости 0,8 м/с произошли две неуспешные операции из десяти. Отметим, что, хотя время дуги в каждой из двух неуспешных операций достигало 90 мс, последующие успешные операции не выявили уменьшения отключающей способности камеры. Это свидетельствует об устойчивости рассматриваемой конструкции контактов к термическим перегрузкам, возникающим при существовании дуги в течение нескольких полуволн тока. Осмотр контактов и экрана камеры, подвергшихся этим перегрузкам, не выявил их существенных повреждений.

Испытания камер в однофазной цепи являются утяжеленными по сравнению с условиями их работы в составе трехполюсного выключателя. В случае отключения тока короткого замыкания утяжеление обусловлено, главным образом, за счет того, что случающиеся повторные зажигания и повторные пробой, как правило, сопровождаются

протеканием через дугу тока промышленной частоты, вызывающего дополнительный нагрев контактов. В трехполюсном выключателе пробой камер не сопровождается током промышленной частоты, поскольку для образования контура тока должны произойти одновременно пробой камер в двух полюсах, что практически исключено [6]. Поэтому наблюдавшиеся при испытаниях в однофазной цепи отдельные неуспешные операции отключения не препятствуют использованию камер в трехполюсных выключателях с номинальным током отключения до 25 кА.

Коммутационные испытания таких выключателей в трехфазной цепи подтвердили надежное отключение тока короткого замыкания до 25 кА. При использовании же камеры в составе однополюсного выключателя для исключения неуспешных операций отключения необходимо снизить значение его номинального тока отключения на одну ступень ряда стандартных значений. В данном случае значение номинального тока отключения однополюсного выключателя не должно превышать 20 кА против 25 кА у трехполюсного выключателя.

Конструкция контактов (рис. 1) обладает следующими положительными качествами.

1. Максимальная сила электродинамического сжатия. Круговые токи одного направления, текущие в индукторах обоих контактов, сохраняются, когда последние замкнуты между собой. При этом возникает сила электродинамического сжатия контактов. Поскольку, как уже отмечалось, магнитодвижущая сила, развиваемая индукторами, здесь имеет повышенное значение и в замкнутом состоянии индукторы вплотную прижаты один к другому, то сила электродинамического сжатия также оказывается максимальной. В результате появляется возможность ослабить силу сжатия контактов, которую должен развивать привод выключателя, что благоприятно для увеличения его износостойкости.

2. Электрическое сопротивление пары контактов в замкнутом состоянии оказывается относительно малым несмотря на увеличение длины пути тока в индукторе. Контакты на номинальный ток 1250–2000 А с контактными поверхностями из хромомедной (50%) композиции, сжатые силой 1500 Н, при протекании постоянного тока имеют сопротивление соответственно от 25 до 15 мкОм. Относительно малое значение сопротивления обусловлено тем, что смыкание контактов происходит непосредственно индукторами, благодаря чему образуются дополнительные параллельные пути тока.

Как отмечено ранее, описываемые контакты применены в выпускаемых промышленностью камерах типа КДВ-35-25/1600 УХЛ2, обладающих

свойством отключать ток короткого замыкания при уменьшенной скорости движения контакта. Эти камеры дали возможность НПП «Элвест» (г. Екатеринбург) разработать и выпустить на рынок для применения в электротермических установках вакуумные выключатели типов ВБЦ-35 и ВБЭ-110, соответственно, на напряжение 35 и 110 кВ. Полнос выключателя ВБЭ-110 содержит четыре соединенные последовательно камеры. Значение номинального тока отключения для первого типа равно 25 кА, для второго — 20 кА. Выключатели рассчитаны на номинальный ток до 1600 А. Средняя скорость движения контактов в этих выключателях равна 0,7–0,8 м/с, ход 13–14 мм. Коммутационная износостойкость выключателей ВБЦ-35 равна 100000 циклов «включение–отключение» при однократной замене камер через 50000 циклов.

Коммутационная износостойкость выключателей ВБЭ-110 равна 40000 циклов без замены камер. Эти аппараты с успехом выполняют функции и выключателей нагрузки и защитных выключателей. Отметим, что для вакуумного выключателя более ранней разработки ВБУ-110, являющегося аналогом выключателя ВБЭ-110 по применению, конструктивной схеме и характеристикам движения контактов, наибольший отключаемый ток ограничен значением 5 кА. Обусловлено это, главным образом, использованием камеры типа КДВ-35-20/1250 УХЛ2 с еще не усовершенствованными в соответствии с [3] контактами. Отключающая способность этих камер при уменьшенной до 0,8 м/с скорости движения контактов существенно снижалась, хотя при скорости 1,2 м/с камеры этого типа устойчиво отключают ток до 20 кА.

При средней скорости движения контактов 1,1–1,2 м/с и ходе 16–18 мм камеры типа КДВ-35-25/1600 УХЛ2 используются в сетевых выключателях ВБН-35 и в выключателях ВБЦЕ-35, предназначенных для коммутации конденсаторных батарей и фильтров высших гармоник. В полюсах выключателей последнего типа работают по две соединенные последовательно камеры. Значения номинального тока и номинального тока отключения выключателей обоих типов равны соответственно 1600 А и 20 кА, коммутационная износостойкость при номинальном токе не менее 20000 циклов «включение–отключение». При отключении конденсаторных батарей и фильтров высших гармоник выключателями ВБЦ-35 повторные пробои совершенно исключены, несмотря на регулярные 3–4-кратные перенапряжения, органически присущие этой процедуре.

Заключение. Увеличение индукции возбужда

емого контактами продольного магнитного поля в 1,5–2 раза относительно значения, при котором имеет место минимум напряжения дуги, стабилизирует отключающую способность вакуумной дугогасительной камеры. Физически стабилизация обусловлена сокращением до 2–3 мс времени перехода дуги из контрагированной в квазидиффузную модификацию и форсированием скорости ее движения во время существования в контрагированной модификации. И то и другое приводит к снижению локальных воздействий дуги на контакты и паровой экран. Стабилизация дает возможность существенно уменьшить скорость контакта при отключении и тем самым увеличить в несколько раз коммутационную износостойкость камеры при сохранении способности отключать ток короткого замыкания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yanabu S. et al. Vacuum arc under an axial magnetic field and its interrupting ability.— Proc. IEE. 1979, № 4, Vol. 126.
2. Gebel R. Vapor Shield Potential in Vacuum Interrupters after Clearing of Short Circuits.— IEEE Trans. on Plasma Science, 1989, № 5, Vol. 17.
3. А.с. 1725681 (СССР). Контактная система для вакуумной дугогасительной камеры. / А.А. Перцев, С.П. Чистяков.— Оpubл. в Б.И., 1993, № 23.
4. Перцев А.А., Рыльская Л.А. Вакуумная дугогасительная камера для выключателей на 35 и 110 кВ.— Электротехника, 1994, № 1.
5. Селикатова С.М., Лукацкая И.А. Некоторые особенности движения вакуумной дуги отключения в магнитном поле.— Журнал технической физики, 1972, т. XLII, вып. 7.
6. Перцев А.А., Рыльская Л.А., Чулков В.В. Повторные пробои двух соединенных последовательно ВДК.— Электричество, 1991, № 3.

[01.03.94]

Авторы: Перцев Алексей Александрович окончил Всесоюзный заочный политехнический институт (ВЗПИ) по специальности «Радиотехника» в 1957. В 1966 г. защитил кандидатскую диссертацию во Всесоюзном электротехническом институте (ВЭИ) по специальности «Электровакуумные приборы». Ведущий научный сотрудник ВЭИ.

Рыльская Лидия Александровна окончила электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. В 1989 г. защитила кандидатскую диссертацию по специальности «Техника высоких напряжений и электрические аппараты» в ВЭИ. Старший научный сотрудник ВЭИ.

Чистяков Станислав Павлович окончил электротехнический факультет Уральского политехнического института в 1973 г. Директор научно-производственного предприятия «Элвест», г. Екатеринбург.

Об уравнениях трансформатора и асинхронной машины¹

ФАТТАХОВ К.М.

Дан анализ некоторых видов несогласованностей, присущих традиционной системе уравнений трансформатора и асинхронной машины, из-за которых создаются определенные неудобства при преподавании теории электрических машин. В связи с этим предложен несколько иной вид системы уравнений трансформатора и асинхронной машины, лишенный указанных недостатков, но являющийся в физическом смысле вполне адекватным традиционной системе уравнений рассматриваемых машин.

Ключевые слова: трансформатор, асинхронная машина, теория электрических машин, система уравнений, расчет, преподавание

Статья является откликом на дискуссию, которая ведется в течение многих лет на страницах журнала «Электричество» и ряда других электротехнических журналов и специальных изданий по проблеме согласованного изложения теории электрических машин в одноименных курсах, курсах физики, ТОЭ и общей электротехники.

В контексте данной проблемы нами рассматриваются системы уравнений только однофазного двухобмоточного трансформатора и асинхронной машины, имеющей по одной обмотке на статоре и роторе. В [1–27] встречается достаточно большое количество различных видов систем уравнений таких машин. Однако в процессе преподавания теории электрических машин, а также при изложении этой теории в учебниках в настоящее время используется преимущественно традиционная система уравнений трансформатора и асинхронной машины, имеющая следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 + \dot{E}_1 &= \underline{Z}_1 \dot{I}_1; \\ \dot{E}_2 &= \underline{Z}_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2' = \dot{E}_1; \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 &= \dot{I}_0; \\ \dot{I}_0 &= -\dot{E}_1 / \underline{Z}_0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В системе (1) и в дальнейшем используются следующие соотношения:

$$\dot{\Psi} = k_{01} w_1 \dot{\Phi}; \quad \dot{F} = k_a k_{01} w_1 \dot{I}; \quad (2)$$

$$\dot{E}_2' = \dot{E}_1 = -j\omega \dot{\Psi}; \quad (3)$$

$$\dot{U}_m = -\dot{E}_2' = -\dot{E}_1 = j\omega \dot{\Psi}; \quad (4)$$

$$\underline{Z} = R + jX; \quad \underline{Z}'_{2\sigma} = \underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_{\text{нг}}; \quad (5)$$

$$\dot{U}_2' = \underline{Z}'_{\text{нг}} \dot{I}_2'. \quad (6)$$

The paper considers some inconformities of traditional system of equations of transformer and asynchronous electrical machine, which put to inconvenience teaching the theory of electrical machines. In connection with this another system of equations is proposed. But at the same time the physical sense it is quite adequate to the traditional one.

Key words: transformer, asynchronous electrical machine, theory of electrical machines, system of equations, calculation, teaching

Трансформатору и асинхронной машине соответствуют схемы замещения, показанные на рис. 1 и 2. Схемы замещения, цепи которых обмениваются энергией посредством электромагнитной связи (рис. 1,а и 2,а) или чисто электрическим путем (рис. 1,б, 2,б и в), будем называть соответственно электромагнитными или электрическими. Из известных [1–12] различных видов электрических схем замещения (Т-, Г-, П-, Х-образных) в настоящей работе используются только Т-образные схемы замещения (рис. 1,б и 2,б и в) как наиболее распространенные в курсах электрических машин и как более удобные, на наш взгляд, для анализа процессов, происходящих в трансформаторе и асинхронной машине. Для этого укажем выбранные нами направления обхода замкнутых контуров 1 и 2 схем замещения (рис. 1 и 2) пунктирными криволинейными стрелками. Напряжение питающей сети $\dot{U}_1$ будем ориентировать между зажимами А–В сплошными или пунктирными стрелками. Первый случай ориентации напряжения $\dot{U}_1$ соответствует рассмотрению его в качестве напряжения источника, а второй — в качестве ЭДС источника.

В выражениях (1)–(6), схемах замещения (рис. 1 и 2), а также в дальнейшем изложении приняты следующие обозначения: Φ , Ψ , E — магнитный поток, потокоцепление и электродвижущие силы (ЭДС) взаимной индукции [8]; $\dot{U}_m$ — падения напряжений, компенсирующие ЭДС; E , U , I , F — напряжения, токи и магнитодвижущие силы (МДС); R , X , $\underline{Z}$ — активные, реактивные и полные сопротивления; k_a , w_1 , k_{01} — расчетный коэффициент, связанный с выделением первой гармонической МДС, число витков в фазе обмотки, питающейся от сети, и ее обмоточный коэффициент; для трансформатора $k_a=1$, $k_{01}=1$, а для асинхронной машины $k_a=1/\pi$,

¹В порядке обсуждения

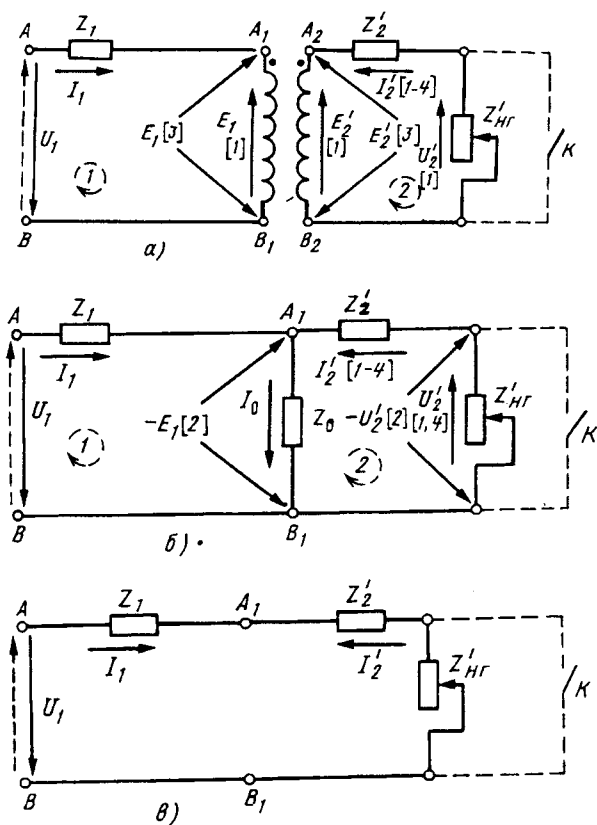


Рис. 1. Способы ориентации физических величин, рекомендуемые в [1–4] для системы уравнений (1) на схемах замещения: а — электромагнитной; б — электрической полной; в — электрической упрощенной (показаны только направления действия токов). Ключ К в схемы замещения введен автором для удобства изложения материала статьи

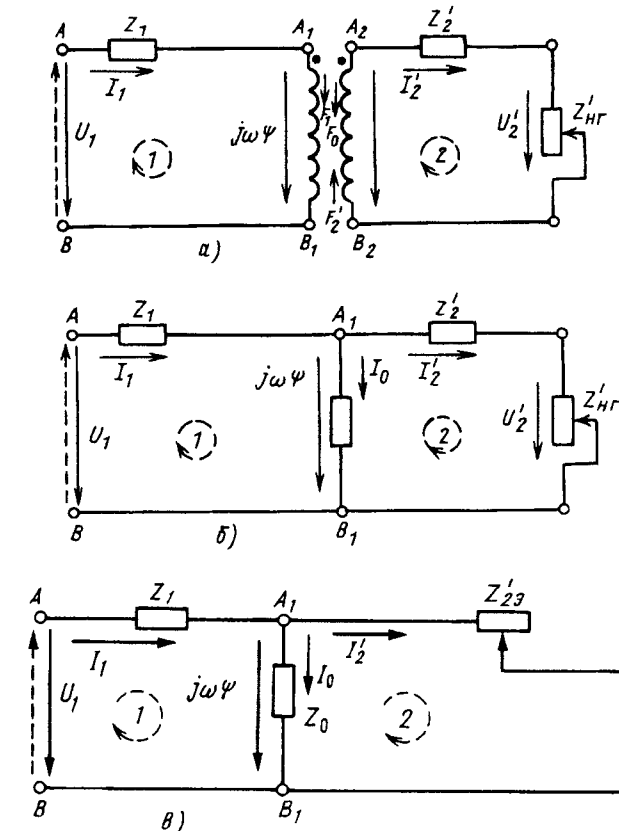


Рис. 2. Ориентация физических величин, соответствующая системе уравнений (9) на схемах замещения: а — электромагнитной; б — электрической полной; в — электрической компактной

$k_{01} \leq 1$; МДС в случае асинхронной машины берется на пару полюсов ее фазы; ω — круговая частота; j — мнимая единица; s — скольжение. Индексы 0, 1 и 2 означают принадлежность физических величин соответственно ветви намагничивания и цепям контуров 1 и 2 схем замещения (рис. 1 и 2). Индексы 1 и 2 также означают номера обмоток, к которым соответственно подводится питание и от которых отводится энергия. Индекс «нг» относится к сопротивлению нагрузки, а индекс «э» означает эквивалентный характер физической величины. Сопротивление нагрузки $Z_{нг}$ трансформатора в общем случае может иметь наряду с активной также индуктивную и емкостную составляющие. В противоположность этому сопротивление $Z'_{нг}$ асинхронной машины имеет только активный характер. Если в цепь ротора асинхронной машины включено добавочное сопротивление Z'_d , то в ее схеме замещения

$$Z'_2 = (R'_2 + R'_d) + j(X'_2 + X'_d); \quad (7)$$

$$Z'_{нг} = (1 - s)(R'_2 + R'_d)/s. \quad (8)$$

Штрих при обозначениях величин в (1)–(8)

и схемах замещения означают приведенный характер физических величин. Приведение величин и определение параметров схем замещения производятся согласно принятым в теории электрических машин приемам и допущениям [1–11]. При прочих равных условиях считаем, что обмотки машин имеют одинаковое направление намотки [1–8]. Предполагаем, что асинхронная машина работает в качестве двигателя.

Факт преимущественного применения системы (1) при изложении теории электрических машин свидетельствует о том, что эта система полностью соответствует физическим процессам, протекающим в трансформаторе и асинхронной машине. Однако, несмотря на это, при рассмотрении с точки зрения теории цепей аналитического вида уравнений системы (1) в нем можно обнаружить следующий ряд несогласованностей.

1. В литературе по электрическим машинам [1–9] для системы (1) рекомендуют различные способы ориентации физических величин на схемах замещения трансформатора и асинхронной машины. Однако анализ этих способов убеждает в том, что они либо не удовлетворяют аналитической форме системы (1), либо не дают достаточной информации для ее составления. Не

приводят к успеху также попытки составить систему (1) и по результатам другим достаточно многочисленным способам ориентации физических величин на схемах замещения, рекомендуемым в курсах электротехники [15–19], ТОЭ [20, 21] и материалах дискуссии [15, 22–27]. Для иллюстрации сказанного в качестве примера на рис. 1,а и б приведены способы ориентации физических величин на схемах замещения, указанные применительно к системе уравнений (1) в [1–4].

2. Чаше других в процессе преподавания и изложения в учебниках теории уравнений, например трансформаторов, принимают ориентацию токов I_1, I_2 и I_0 , также изображенную на рис. 1,а и б. Когда возникает необходимость более упрощенного рассмотрения режимов короткого замыкания (на рис. 1,а и б ключ K замкнут) или нагрузки (ключ K разомкнут), то, как известно [1, 2], пренебрегают влиянием сопротивления ветви намагничивания Z_0 . Тогда схема замещения приобретает вид, представленный на рис. 1,в. Однако при этом становится явно видно, что токи I_1 и I_2 , протекающие по последовательно соединенным сопротивлениям Z_1, Z_2 и $Z_{\text{нг}}$, имеют встречные направления действия, что не имеет физического смысла при наличии единственного источника — питающей сети с напряжением $\dot{U}_1$. Это вызывает у изучающих, особенно на начальной стадии обучения, недоуменный вопрос: как такое может быть?

3. Имеется несогласованность в подходе к составлению системы уравнений (1) следующего характера. Первое и второе уравнения системы (1) соответствуют контурам 1 и 2 электромагнитной схемы замещения (рис. 1,а). Эти уравнения составлены с использованием принятого в теории цепей [13, 14] приема формирования уравнений реальной индуктивной катушки, являющейся соответственно потребителем электрической энергии или ее источником. В связи с этим в электромагнитной схеме замещения машин (рис. 1,а) при составлении по ней уравнений элементы контуров 1 и 2 рассматриваются как элементы цепей, содержащих обмотки 1 и 2 машин, являющиеся соответственно потребителем и источником электрической энергии. Однако в отличие от этого рассмотрение электрической схемы замещения (рис. 1,б) показывает, что все ее элементы являются потребителями энергии. Поэтому электрической схеме замещения соответствует форма написания всех уравнений системы (1), кроме внешнего вида второго уравнения этой системы.

Таким образом, для того чтобы написать систему уравнений трансформатора и асинхронной машины такой формы, которая была бы в полной

мере одинакова при составлении как по электромагнитной, так и электрической схемам замещения, необходимо рассматривать все элементы обеих схем в качестве потребителей электрической энергии.

4. Форма записи системы (1) не дает представления о влиянии электромагнитной природы ЭДС E_1 и E_2 на формирование уравнений трансформатора и асинхронной машины. Этого не удается получить и в том случае, когда ЭДС E_1 и E_2 выражены в уравнениях через круговую частоту ω и потокосцепление Ψ по формуле (3). В этом случае лишь изменяется математическая структура первого, второго и четвертого уравнений системы (1) из-за изменения знаков при втором члене левой части первого уравнения, в левой части второго уравнения, а также в правой части четвертого уравнения этой системы. Однако, как показывает анализ таких уравнений, для них несогласованности, перечисленные в пп. 1–3, не исчезают. В [22–24] предлагают выражать ЭДС E_1 и E_2 через ω и Ψ не в отрицательной форме, как в соотношении (3), а в положительной. В этом случае математическая структура уравнений (1) не изменяется, однако по-прежнему сохраняются все несогласованности, о которых говорилось выше в пп. 1–3.

5. Кроме указанных в пп. 1–4 несогласованностей относительно формирования системы уравнений (1) трансформатора и асинхронной машины можно высказать еще ряд замечаний, исследованию которых посвящены материалы дискуссии [15, 22–27].

Все отмеченные выше несогласованности, связанные с написанием системы (1), ввиду неясности вопроса приводят к неудобствам, выражающимся во внесении элемента формализма (в виде различных приемов умолчания) в процессы преподавания, изложения в учебниках и изучения теории уравнений трансформатора и асинхронной машины.

В связи с этим запишем систему уравнений указанных машин так:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= j\omega\Psi + \underline{Z}_1\dot{I}_1; \\ j\omega\Psi &= \underline{Z}_2'\dot{I}_2' + \dot{U}_2'; \\ \dot{I}_1 - \dot{I}_2' &= \dot{I}_0; \\ \dot{I}_0 &= j\omega\Psi/\underline{Z}_0.\end{aligned}\quad (9)$$

Одним из отличий этой системы от системы (1) и других известных в литературе [1–27] систем уравнений трансформатора и асинхронной машины является то, что в ней величина $j\omega\Psi$ играет роль падения напряжения (4).

Систему (9) можно получить путем преобразования системы (1). Для этого перенесем ЭДС

E_1 из левой части первого уравнения этой системы в его правую часть в виде величины $-E_1$. Тогда согласно (4) можно видеть, что эта величина равна падению напряжения $j\omega\Psi$, действующему на зажимах A_1B_1 схемы замещения трансформатора и асинхронной машины (рис. 2,а). Теперь, заменив $-E_1$ на $j\omega\Psi$, приходим к первому уравнению системы (9), которое показывает, что напряжение питающей сети U_1 уравнивается падениями напряжений $j\omega\Psi$ и $\underline{Z}_1 I_1$. Сделав аналогичную замену в четвертом уравнении системы (1), получаем четвертое уравнение системы (9), из которого следует, что ток намагничивающей ветви I_0 на электрической схеме замещения (рис. 2,б) зависит от падения напряжения $j\omega\Psi$, которое действует на сопротивлении $\underline{Z}_0$. Анализ физического смысла второго уравнения системы (1) показывает, что в контуре 2 электромагнитной схемы замещения ток I_2' течет под воздействием ЭДС взаимной индукции $E_2' = E_1$, действующей на зажимах A_2B_2 (рис. 1,а). Однако благодаря этой ЭДС на указанных зажимах создается разность потенциалов, равная согласно (4) падению напряжения $j\omega\Psi$. Поэтому можно представить себе, что ток I_2' может протекать по сопротивлениям $\underline{Z}_2'$ и $\underline{Z}_{\text{нг}}$ не только под воздействием ЭДС E_2' , но и под влиянием падения напряжения $j\omega\Psi$. В связи с этим вместо второго уравнения системы (1) можно записать второе уравнение системы (9). Оно показывает, что падение напряжения $j\omega\Psi$ уравнивается падением напряжения $\underline{Z}_2' I_2'$ и напряжением нагрузки U_2' трансформатора и асинхронной машины. Анализ первых двух уравнений системы (9) с точки зрения выполнения второго закона Кирхгофа и общеизвестного правила знаков при его применении к контурам электрических цепей показывает, что ориентация падения напряжения $j\omega\Psi$ и токов I_1 и I_2' будет такой, как показано на схемах замещения, изображенных на рис. 2,а и б. Имея в виду второе соотношение (2) и установленную на этих рисунках ориентацию токов I_1 и I_2' , получим направления действия МДС F_1 и F_2' , указанные на рис. 2,а, а ориентацию МДС F_0 на этом рисунке, исходя из физических соображений, проставим совпадающий с ориентацией МДС F_1 . Все это позволяет записать следующее уравнение равновесия МДС машин:

$$\dot{F}_1 - \dot{F}_2' = \dot{F}_0. \quad (10)$$

Подставив сюда второе соотношение (2), а затем произведя сокращение обеих частей получившегося таким путем нового уравнения на произведение $k_a k_{01}$, получим третье уравнение системы (9).

Теперь, анализируя последнее с точки зрения

выполнения первого закона Кирхгофа и соответствующего этому закону правила знаков для токов и рассматривая узел A_1 на рис. 2,б, получим полную совокупность взаимной ориентации всех токов I_1 , I_2' и I_0 , показанную на этом рисунке. В результате этого также можно видеть, что на рис. 2,б ориентация тока I_0 совпадает с направлением действия падения напряжения $j\omega\Psi$ на сопротивлении $\underline{Z}_0$.

Отметим следующие характерные свойства системы уравнений (9). Так как она получена путем преобразования системы (1), то обе системы в полной мере соответствуют физическим процессам, протекающим в трансформаторе и асинхронной машине. В отличие от системы (1) в системе (9) отражено влияние электромагнитной природы ЭДС E_1 и E_2' на формирование уравнений указанных машин. Далее система (9) соответствует тому случаю, когда все элементы электромагнитной и электрической схем замещения трансформатора и асинхронной машины рассматриваются в качестве потребителей энергии. Поэтому все уравнения системы (9) получаются совершенно одинакового вида при составлении как по электромагнитной, так и электрической схемам замещения, а показанная на рис. 2 ориентация физических величин, соответствующая системе (9), удовлетворяет всем требованиям теории цепей к выбору направлений действия этих величин в элементах цепей. В силу указанных причин, на взгляд автора, система уравнений (9) трансформатора и асинхронной машины не имеет тех несогласованностей, о которых говорилось относительно системы (1) в пп. 1–5. Поэтому, а также по опыту педагогической деятельности автора, ему представляется, что система (9) является более удобной для преподавания и изучения теории трансформатора и асинхронных машин.

Системам (1) и (9) можно придать более компактный вид, если с учетом (5) и (6) записать вторые уравнения этих систем так:

$$E_2' = \underline{Z}_{23} I_2' = E_1; \quad j\omega\Psi = \underline{Z}_{23} I_2'. \quad (11)$$

При применении формы записи (11) системы уравнений (1) и (9) становятся более удобными для анализа процессов, протекающих в асинхронных машинах. При этом удобно использование схемы замещения, представленной на рис. 2,в.

В заключение отметим, что, кроме систем (1) и (9), другие виды систем уравнений, о которых можно получить представление, например, по материалам дискуссии [15, 22–27], в настоящей работе не обсуждаются, так как они, во-первых, имеют постановочный (в научном смысле) характер, а во-вторых, не являются достаточно полным образом сформулированными из-за отсут-

ствия в них уравнений, определяющих ток I_0 либо в комплексной форме, либо в форме его мгновенных значений. Кроме того, в статье не рассматриваются те системы уравнений, которые могут быть составлены по рекомендуемой в [26, 27] систематизации способов ориентации напряжений, ЭДС и токов на схемах замещения трансформаторов. Автор также не касается тех систем уравнений, которые могут быть составлены по способам ориентации физических величин, отличным от способа, приведенного на рис. 2, а и б. Для анализа всех перечисленных форм систем уравнений, отличающихся по внешнему виду от систем (1) и (9), по мнению автора, требуется проведение самостоятельных и достаточно подробных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пиотровский Л.М. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1974.
2. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Т. 1. — М.-Л.: Энергия, 1964.
3. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Т. 2. — М.-Л.: Энергия, 1964.
4. Петров Г.Н. Электрические машины. Т. 1. — М.: Энергия, 1974.
5. Вольдек А.И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1974.
6. Важнов А.И. Электрические машины. — М.: Энергия, 1969.
7. Копылов И.П. Электрические машины. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
8. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.
9. Домбровский В.В., Зайчик В.М. Асинхронные машины. — М.-Л.: Энергоатомиздат, 1990.
10. Сорокер Т.Г. Расчет характеристик асинхронного двигателя. — Бюллетень ВЭИ, 1941 № 6.
11. Лейтес Л.В., Пинцов А.М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. — М.: Энергия, 1974.
12. Шимони К. Теоретическая электротехника. — М.: Мир, 1964.
13. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке и др. — М.: Энергия, 1975.
14. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. — М.: Энергия, 1960.
15. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н. Общая электротехника. — М.: Высшая школа, 1974.
16. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
17. Электротехника / Под ред. В.Г. Герасимова. — М.: Высшая школа, 1983.
18. Электротехника / Под ред. В.С. Пантюшина. — М.: Высшая школа, 1976.
19. Электротехника / Под ред. А.Т. Блажкина. — М.-Л.: Энергоатомиздат, 1986.
20. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Т. 1. — Л.: Энергия, 1965.
21. Ионкин П.А., Мельников Н.А., Даревский А.И., Кухаркин Е.С. Теоретические основы электротехники. Т. 1. — М.: Высшая школа, 1965.
22. Коген-Далин В.В. Системы условно положительных направлений и векторные диаграммы электрических машин. — М.: Тр. МЭИ, вып. 27, 1958.
23. Иванов Л.Л. К методике изложения некоторых вопросов курса электротехники. Сб. научно-методических статей «Электротехника», вып. 1. — М.: Высшая школа, 1973.
24. Негушил А.В. Зачем столько минусов в векторных диаграммах и схеме замещения трансформатора? — Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1983, № 9.
25. Булгаков Н.И. Об устранении несогласованностей в изложении теории трансформаторов. — Электричество, 1984, № 1.
26. Антик И.В. О выборе условно положительных направлений напряжений и токов при анализе режимов работы трансформаторов. — Электричество, 1985, № 11.
27. Негушил А.В. О системном подходе в преподавании электротехнических дисциплин. — Электричество, 1986, № 5.

[29.03.94]

Автор: Фаттахов Касым Мубинович в 1965 г. окончил Ташкентский политехнический институт по специальности «Электрические машины и аппараты». В 1972 г. в Московском энергетическом институте защитил кандидатскую диссертацию на тему «Электротепловые модели гиродвигателей». Доцент кафедры электротехники и электрооборудования предприятий Уфимского государственного нефтяного технического университета.

Применение тензорной методологии к описанию электромагнитных процессов в асинхронном двигателе

АРХАНГЕЛЬСКИЙ Н.Л., КУРНЫШЕВ Б.С., ЗАХАРОВ П.А.

Разработана инвариантная форма отображения электромагнитных процессов в асинхронном двигателе. Приведены основные уравнения и соотношения, необходимые для практических расчетов. Дан пример расчета для конкретного двигателя.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, управление, электромагнитные процессы, вектор, тензор, инвариант

При решении различных задач, связанных с электромагнитными процессами в асинхронном двигателе, обычно используют координатное представление векторных переменных. В зависимости от особенностей конкретной задачи применяют прямоугольные, косоугольные, полярные, а также вращающиеся с постоянной или с переменной угловой скоростью системы координат. Известны также инвариантные формы представления электромагнитных процессов в двигателе, основанные на тензорной методологии [1—3], однако координатный способ применяют чаще.

Выбор той или иной системы координатных осей, очевидно, не влияет на реальные физические процессы, протекающие в двигателе, а является лишь способом их описания. Из этого следует, что уравнения электромагнитных процессов в принципе могут быть записаны безотносительно к какой-либо системе координат или, что то же самое, одновременно во всех координатных системах. При этом в пределах заданных допущений достигается максимальная общность описания процессов в двигателе, которая представляет дополнительные возможности по сравнению с координатным способом.

В установившемся режиме работы двигателя векторные переменные ориентированы относительно друг друга вполне определенным образом — в зависимости от параметров и режима работы двигателя. Длина векторов и углы между ними постоянны. В переходном режиме постоянная относительная ориентация векторов нарушается. Между двумя установившимися режимами длина векторов и углы между ними являются функциями времени. Новому установившемуся режиму соответствует другая, но тоже постоянная, взаимная ориентация векторов. Можно предположить, что переходный процесс от одной ориентации векторов к другой не требует для своего математического описания обязательного введения какой-либо системы координат. В такой постановке задача сводится к нахождению дифференциальных уравнений, в которые в ка-

An invariant form of electromagnetic processes representation in asynchronous motor is devised. The basic equations and correlations for practical calculations are produced. An example of calculation for the concrete motor is given.

Key words: asynchronous motor, control, electromagnetic process, vector, tenzor, invariant

честве переменных входили бы только длины (модули) векторов и углы между ними. Целью данной работы является описание электромагнитных процессов в асинхронном двигателе в форме, инвариантной к выбору координатного базиса.

Описание электромагнитных процессов проводится при следующих допущениях: двигатель обладает геометрической, электрической и магнитной симметрией; взаимные индуктивности статорных и роторных обмоток изменяются пропорционально косинусу угла между магнитными осями обмоток; потерями на гистерезис и вихревые токи пренебрегаем; параметры (активные сопротивления и индуктивности) двигателя не зависят от переменных (напряжений, токов, потокосцеплений).

Систему уравнений с периодическими коэффициентами [4] согласно [5] можно представить в виде тензорных уравнений:

$$\frac{d\psi_s}{dt} + R_1 L_s = u_s; \quad (1)$$

$$\frac{d\psi_R}{dt} + R_2 L_R = 0; \quad (2)$$

$$\psi_s = L_s i_s + L_m \Omega_R^s i_s; \quad (3)$$

$$\psi_R = L_R i_R + L_m \Omega_R^s i_s; \quad (4)$$

$$W = \frac{1}{2} \psi_s i^s + \frac{1}{2} \psi_R i^R; \quad (5)$$

$$M_\Omega = \frac{p L_m}{\sigma L_s L_R} Q_s^s \Omega_R^R \psi_R \psi^s. \quad (6)$$

В уравнениях (1)—(6) приняты следующие обозначения: u_s, i_s, ψ_s — компоненты векторов напряжения, тока и потокосцепления статора соответственно; i_R, ψ_R — компоненты векторов тока и потокосцепления ротора соответственно; Ω_s^R, Ω_R^s — компоненты тензоров поворота; W — электромагнитная энергия двигателя; M_Ω — электромагнитный момент; Q_s^s — тензор поворота

на угол $\pi/2$ (компоненты Q_s^R получают из компонент Q_s^R подстановкой $pwt = \pi/2$); ω — частота вращения вала двигателя; p — число пар полюсов; t — время; R_1, R_2, L_s, L_R, L_m — параметры двигателя; $\sigma = 1 - L_m^2/L_s L_R$ — коэффициент рассеяния по Блонделю.

В прямоугольном базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ компоненты Ω_s^R и Ω_R^s имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_s^R &= \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \varphi & \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \varphi \end{pmatrix}; \\ \Omega_R^s &= \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \varphi & \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \varphi \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где φ — электрический угол, равный pwt .

В базисе $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$, связанном с базисом $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ матрицей

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} \\ 0 & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} & \sqrt{\frac{1}{3}} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

компоненты Ω_s^R и Ω_R^s примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \Omega_s^R &= \begin{pmatrix} \cos p\omega t & -\sin p\omega t \\ \sin p\omega t & \cos p\omega t \end{pmatrix}; \\ \Omega_R^s &= \begin{pmatrix} \cos p\omega t & \sin p\omega t \\ -\sin p\omega t & \cos p\omega t \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Преобразование от (7) к (9) согласуется с инвариантностью преобразования мощности по Г. Крону.

Соотношения между компонентами тензоров, входящих в систему (1)–(6), сохраняют свой вид во всех системах координат, а при переходе от одной системы координат к другой сами компоненты преобразуются по известным правилам [6]. Пользуясь правилами преобразования тензоров, решение различных задач, связанных с электромагнитными процессами в двигателе, можно получать из (1)–(6) без введения координатных систем.

Тензорная структура уравнений (1) и (2), а также уравнений (3) и (4) отражает тот факт,

что структура статорных и роторных цепей в принципе одна и та же. Если рассматривать машину с двухсторонним питанием, то в правой части уравнения (2) появятся компоненты вектора напряжения ротора и система уравнений станет полностью симметричной.

Компоненты Ω_s^R и Ω_R^s в уравнениях (3) и (4) имеют смысл компонент операторов вращения, действующих соответственно на векторы i_R и i_s . Действительно, если рассматривать установившийся режим, то в этом режиме частота вращения вектора тока статора определяется частотой питающей сети и числом пар полюсов, тогда как частота вращения вектора тока ротора зависит от нагрузки на валу двигателя и определяется частотой скольжения. Слагаемые в правых частях уравнений (3) и (4) должны быть приведены к одной частоте. Эту функцию приведения и выполняют тензоры Ω_s^R и Ω_R^s . Таким образом, вектор с компонентами $\Omega_s^R i_R = \sum_R \Omega_s^R i_R$

имеет смысл составляющей потокосцепления статора, обусловленной токами ротора, приведенными по частоте к статорной цепи. Аналогично, вектор с компонентами $\Omega_R^s i_s = \sum_s \Omega_R^s i_s$ имеет смысл

составляющей потокосцепления ротора, обусловленной токами статора, приведенными по частоте к роторной цепи.

Можно показать, что из уравнений (1)–(4) математически строго следует система уравнений, описывающая электромагнитные процессы в асинхронном двигателе:

$$\left. \begin{aligned} |\vec{\psi}_s| \frac{d}{dt} |\vec{\psi}_s| &= (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) + \frac{R_1 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) - \frac{R_1}{\sigma L_s} |\vec{\psi}_s|^2; \\ |\vec{\psi}_R| \frac{d}{dt} |\vec{\psi}_R| &= \frac{R_2 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) - \frac{R_2}{\sigma L_R} |\vec{\psi}_R|^2; \\ \frac{d}{dt} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) &= (\vec{u}_s \cdot \vec{\psi}_R) + \frac{L_m}{\sigma L_s L_R} (R_1 |\vec{\psi}_R|^2 + \\ &\quad + R_2 |\vec{\psi}_s|^2) - \frac{1}{T_\mu} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) + p\omega |\vec{\psi}_s \times \vec{\psi}_R|; \\ \frac{d}{dt} |\vec{\psi}_s \times \vec{\psi}_R| &= |\vec{u}_s \times \vec{\psi}_R| - \frac{1}{T_\mu} |\vec{\psi}_s \times \vec{\psi}_R| - p\omega (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R); \\ \frac{d}{dt} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) &= |\vec{u}_s|^2 + \frac{R_1 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) - \\ &\quad - \frac{R_1}{\sigma L_s} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) + (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s); \\ \frac{d}{dt} |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s| &= \frac{R_1 L_m}{\sigma L_s L_R} |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| - \frac{R_1}{\sigma L_s} |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s| + |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s|; \\ \frac{d}{dt} (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) &= \frac{R_2 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) - \frac{R_2}{\sigma L_R} (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) + \\ &\quad + p\omega |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| + (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s); \\ \frac{d}{dt} |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| &= \frac{R_2 L_m}{\sigma L_s L_R} |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s| - \frac{R_2}{\sigma L_R} |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| - \\ &\quad - p\omega (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) + |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s|. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В системе уравнений (10) отсутствуют пе-

ременные, связанные с выбором системы координат.

В статическом режиме работы двигателя производные в левых частях уравнений (10) равны нулю, и система переходит в алгебраическую:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) + \frac{R_1 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) - \frac{R_1}{\sigma L_s} |\vec{\psi}_s|^2; \\ 0 &= \frac{R_2 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) - \frac{R_2}{\sigma L_R} |\vec{\psi}_R|^2; \\ 0 &= (\vec{u}_s \cdot \vec{\psi}_R) + \frac{L_m}{\sigma L_s L_R} (R_1 |\vec{\psi}_R|^2 + R_2 |\vec{\psi}_s|^2 - \\ &\quad - \frac{1}{T_\mu} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R) + p\omega |\vec{\psi}_s \times \vec{\psi}_R|); \\ 0 &= |\vec{u}_s \times \vec{\psi}_R| - \frac{1}{T_\mu} |\vec{\psi}_s \times \vec{\psi}_R| - p\omega (\vec{\psi}_s \cdot \vec{\psi}_R); \\ 0 &= |\vec{u}_s|^2 + \frac{R_1 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) - \frac{R_1}{\sigma L_s} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) - \\ &\quad - p\omega_0 |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s|; \\ 0 &= \frac{R_1 L_m}{\sigma L_s L_R} |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| - \frac{R_1}{\sigma L_s} |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s| + p\omega_0 (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s); \\ 0 &= \frac{R_2 L_m}{\sigma L_s L_R} (\vec{\psi}_s \cdot \vec{u}_s) - \frac{R_2}{\sigma L_R} (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) + p\omega |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| - \\ &\quad - p\omega_0 |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s|; \\ 0 &= \frac{R_2 L_m}{\sigma L_s L_R} |\vec{\psi}_s \times \vec{u}_s| - \frac{R_2}{\sigma L_R} |\vec{\psi}_R \times \vec{u}_s| - \\ &\quad - p\omega (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) + p\omega_0 (\vec{\psi}_R \cdot \vec{u}_s) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

($p\omega_0$ — синхронная скорость).

Система уравнений (11) позволяет рассчитать естественную и искусственную характеристики двигателя по заданным параметрам. Из (11) получены вспомогательные формулы для режима холостого хода двигателя:

$$\left. \begin{aligned} (\vec{\psi}_R, \vec{u}_s)_{x,x} &= (\vec{\psi}_s, \vec{u}_s) = \arctg \left(\frac{L_s}{R_1} p\omega_{x,x} \right); \\ |\vec{\psi}_s|_{x,x} &= \frac{L_s}{R_1} |\vec{u}_s| \cos(\vec{\psi}_R, \vec{u}_s); \\ |\vec{\psi}_R|_{x,x} &= \frac{L_m}{R_1} |\vec{u}_s| \cos(\vec{\psi}_R, \vec{u}_s). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Уравнение (6) для электромагнитного момента получено путем подстановки i_s и i_R из (3) и (4) в (5) с последующим дифференцированием по углу:

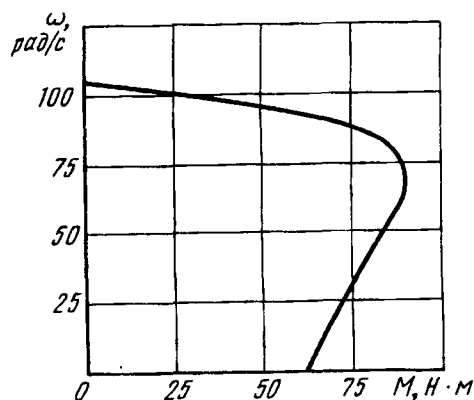
$$M_\varphi = p \frac{\partial W}{\partial \varphi_\varphi}, \quad (13)$$

где φ_φ — электрический угол.

С помощью преобразований уравнение (6) переходит в известное векторное равенство:

$$M_\varphi = \frac{p L_m}{\sigma L_s L_R} |\vec{\psi}_s \times \vec{\psi}_R|. \quad (14)$$

По (11), (12) и (14) был сделан расчет естественной характеристики двигателя типа 4А112МА6УЗ мощностью 3 кВт, $p=3$, с параметрами $R_1=2,16$ Ом, $R_2=1,75$ Ом, $L_s=0,186$ Гн,



$L_R=0,189$ Гн; $L_m=0,18$ Гн (см. рисунок). Аналогичный расчет при тех же параметрах, выполненный по [7], дает такой же результат с точностью до погрешностей при вычислениях.

Выводы. 1. В методическом отношении тензорная форма представления электромагнитных процессов в асинхронном двигателе является наиболее простой и наглядной, не связанной с выбором координатного базиса.

2. Инвариантность тензорных уравнений к выбору координатного базиса позволяет получать уравнения электромагнитных процессов в двигателе, содержащем только модули векторных переменных и углы между ними.

3. Уравнения в бескоординатной форме — в их приложении к системам векторного управления асинхронным электроприводом — дают возможность осуществлять регулирование непосредственно по углу между векторами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике. Пер с англ. / Под ред. П.В. Мееровича. — М.: Гостехиздат, 1955.
2. Крон Г. Тензорный анализ сетей. Пер. с англ. / Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. — М.: Советское радио, 1978.
3. Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. — М.: Радио и связь, 1985.
4. Чиликин М.Г., Соколов М.М., Терехов В.М., Шинянский А.В. Основы автоматизированного электропривода. — М.: Энергия, 1974.
5. Архангельский Н.Л., Курнышев Б.С., Лебедев С.К., Фильченков А.А. Тензорная методология в теории электропривода переменного тока. — Изв. вузов. Электромеханика, 1993, № 1.
6. Кори Г., Кори Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1973.
7. Соколов М.М., Петров Л.П., Масандилов Л.Б., Ладензон В.А. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе. — М.: Энергия, 1967.

[11.01.94]

Авторы: Архангельский Николай Леонидович в 1965 г. окончил Ивановский энергетический институт (ИЭИ). В 1971 г. в Белорусском политехническом институте защитил кандидатскую диссертацию на тему: «Разработка и исследование частотно-регулируемого асинхронного

Обеспечение монотонных переходных процессов в электроприводе с заданным быстродействием

ШУМИЛОВ В.Ф., ШУМИЛОВА Н.И.

Предложена методика расчета управляющего воздействия, обеспечивающего монотонный характер изменения частоты вращения двигателя в инерционном электроприводе. В основу математической модели, описывающей переходный процесс, положен класс функций, удовлетворяющий краевым условиям равенства нулю угловых ускорений двигателя.

Ключевые слова: инерционный электропривод, переходные процессы, методика расчета

Во многих случаях условия технологического процесса предъявляют к современным автоматизированным электроприводам повышенные требования как в отношении быстродействия, так и в отношении возможности обеспечения монотонного характера переходного процесса [1, 2]. Например, в позиционных электроприводах перемещение исполнительного органа из исходного в требуемое положение и его остановка должны выполняться с ограничением по ускорению при условии регулирования скорости и момента двигателя с хорошими статическими и динамическими качествами.

Известны способы формирования регулирующих управляющих воздействий в электромеханических системах [3—5].

В этой статье предлагается новый подход к формированию закона управления, основанный на обеспечении монотонного характера изменения во времени частоты вращения двигателя в инерционном электроприводе при заданном быстродействии, в динамических режимах пуска, реверса, разгона и торможения.

Расчет переходных процессов выполняется с учетом краевых условий:

при пуске

$$\begin{aligned}\omega(0) &= 0; \\ \dot{\omega}(0) &= 0; \\ \omega(2T) &= \omega_2; \\ \dot{\omega}(2T) &= 0;\end{aligned}$$

A method is proposed for calculation of the control action, which secures the monotonous characteristics of changing of angular velocity in inertial electrical drive. A class function, satisfying the the edge conditions — zero of angular accelerating — is the basis of mathematical model, describing the transient process.

Key words: inertial electric drive, transient process, method of calculation

при разгоне ($\omega_2 > \omega_1$) и торможении двигателя ($\omega_2 < \omega_1$)

$$\begin{aligned}\omega(0) &= \omega_1; \\ \dot{\omega}(0) &= 0; \\ \omega(2T) &= \omega_2; \\ \dot{\omega}(2T) &= 0;\end{aligned}$$

при реверсе

$$\begin{aligned}\omega(0) &= \omega_1; \\ \dot{\omega}(0) &= 0; \\ \omega(2T) &= -\omega_1; \\ \dot{\omega}(2T) &= 0,\end{aligned}$$

где ω — угловая скорость двигателя; ω_1 и ω_2 — соответственно начальная и конечная угловые скорости; $T_p = 2T$ — время переходного процесса; $\dot{\omega}$ — угловое ускорение.

Реализация краевых условий достигается в классе функций вида

$$\omega(t) = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} + \frac{T(\omega_2 - \omega_1)(t - T)}{T^2 + (t - T)^2}, \quad (1)$$

где $0 \leq t \leq 2T$.

Соответствующий выбор параметров ω_1 и ω_2 позволяет рассчитать переходные процессы вышеупомянутых режимов. Так, при пуске

$$\omega_1 = 0; \quad \omega_2 = \omega_n.$$

Дифференцируя $\omega(t)$, находим угловое уско-

многодвигательного электропривода поточных линий текстильной промышленности с централизованным преобразователем частоты». Доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок» Ивановского государственного энергетического университета (ИГЭУ).

Курнышев Борис Сергеевич в 1973 г. окончил ИЭИ. В 1984 г. в ИЭИ защитил кандидатскую диссертацию на тему: «Разработка и исследование асинхронного электропривода с векторным регулированием токов статора по мгновенным значениям». Доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок» ИГЭУ.

Захаров Петр Алексеевич в 1993 г. окончил ИГЭУ. Инженер кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок» ИГЭУ.

рение

$$\varepsilon = T(\omega_2 - \omega_1) \frac{T^2 - (t - T)^2}{[T^2 + (t - T)^2]^2}. \quad (2)$$

Анализ выражения (2) позволяет сделать следующие выводы:

условия вида

$$\dot{\omega}(0) = 0; \quad \dot{\omega}(2T) = 0,$$

характеризующие плавность переходного процесса на начальном и конечном участках, выполняются для всех вышеупомянутых режимах;

до времени, равного половине длительности протекания переходного процесса, угловое ускорение возрастает, а затем монотонно убывает, поэтому максимальное угловое ускорение

$$\varepsilon_{\max} = |\dot{\omega}(T)| = \frac{1}{T} |\omega_2 - \omega_1|. \quad (3)$$

Равенство (3) по известным параметрам ω_1 , ω_2 и быстродействию ($2T$) позволяет найти максимальное угловое ускорение. Если же задано максимальное угловое ускорение и ω_1 , ω_2 , то быстродействие определяется по формуле

$$T_{\Pi} = \frac{2 |\omega_2 - \omega_1|}{\varepsilon_{\max}}.$$

Формула (1) может использоваться не только в теории управления, но и в теории автоматического регулирования. Тогда, в частности, изображение по Лапласу оригинала (1) с учетом условия

$$\omega(t) = \omega_2 \quad \text{при } t > 2T$$

имеет вид

$$F(p) = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2p} + \frac{\omega_2 - \omega_1}{2p} e^{-2Tp} - 2Te^{-Tp} (\omega_2 - \omega_1) \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \frac{(pT)^{2k+1}}{(2k+1)!} \left[(-1)^{k+1} \left(\frac{\pi}{4} + \sum_{m=0}^k \frac{(-1)^{m+1}}{2m+1} \right) \right] \right\}.$$

Если в формуле (1) принять

$$\omega_2 = 1; \quad \omega_1 = -1; \quad t - T = x,$$

то получим функцию, относящуюся к классу сигнум-функции Кронекера,

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq -T; \\ \frac{2Tx}{T^2 + x^2}, & \text{если } |x| < T; \\ +1, & \text{если } x \geq T, \end{cases} \quad (4)$$

которая может использоваться при исследованиях динамических процессов в электромеханических системах, нелинейностей типа «гистерезис» и т. д.

Для введенной функции (4) коэффициент гармонической линейризации q_0 определяется формулой

$$q_0 = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} f(a \sin \psi) \sin \psi d\psi = \begin{cases} \frac{4T}{a^2} (1-\beta), & \text{при } a < T; \\ \frac{4}{\pi a} \left[\cos \alpha_1 + \frac{2T}{a} \left(\alpha_1 - \beta \arcsin \frac{T}{\sqrt{2} a \beta} \right) \right], & \text{при } a \geq T, \end{cases}$$

где введены обозначения:

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{T}{a};$$

$$\beta = \frac{T}{\sqrt{T^2 + a^2}}.$$

В качестве примера реализации закона (1) рассмотрим управляющее воздействие γ шаговым двигателем при переходе его из состояния покоя на частоте быстрых перемещений [6].

С учетом (1), (2) управляющее воздействие для разомкнутого шагового привода имеет вид

$$\gamma = \alpha + \frac{1}{90} \arcsin \frac{1}{M_m} (J\varepsilon + 90 D\omega + M_{\text{тр}}), \quad (5)$$

где α — угол поворота ротора; γ — угол поворота поля статора; J — приведенный момент инерции ротора двигателя и нагрузки; M_m — максимальный статический синхронизирующий момент; D — внутреннее электромагнитное демпфирование; $M_{\text{тр}}$ — момент трения.

Результаты моделирования на программируемом микрокалькуляторе «МК-52» параметров γ и α , проведенные применительно к двигателю «ДШ 78-0,16-1» предложенным методом (кривые 1, 2) и при линейном законе управления [6] (кривые 3, 4), приведены на рис. 1.

Законы изменения $\omega(N)$ предложенным методом (кривая 1) и при линейном законе управления (кривая 2) представлены на рис. 2.

Сравнение приведенных на рис. 1 и 2 изменений параметров γ , α , ω подтверждает эф-

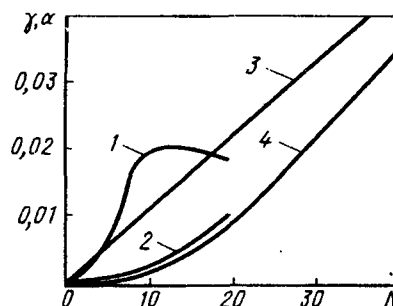


Рис. 1. Графики угловых характеристик: 1, 3 (2, 4) — законы изменения управляющих воздействий γ (углов поворота ротора α); N — порядковый номер импульса, поступающего с генератора импульсов на коммутатор

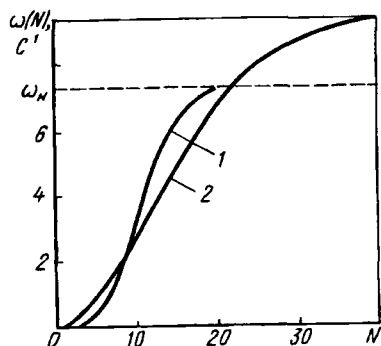


Рис. 2. Графики изменения мгновенной скорости вращения ротора

эффективность применения нелинейного управляющего воздействия (5).

Выводы. 1. Предложенный подход формирования закона управления, основанный на обеспечении монотонного характера изменения во времени частоты вращения двигателя в инерционном электроприводе, позволяет реализовать плавный характер переходного процесса.

2. Максимальное угловое ускорение и длительность переходного процесса T_n при пуске связаны равенством $T_n \epsilon_{\max} = 2 |\omega_2 - \omega_1|$, что дает возможность проводить оценку быстродействия при заданном ограничении углового ускорения или оценку максимума углового ускорения при заданном быстродействии.

3. Уменьшение времени переходного процесса ограничивается значением допустимого углового ускорения.

4. Длительность переходного процесса при реверсе целесообразно брать равной $2T_n$.

5. Предложенный метод отличается простотой,

эффективностью и может применяться при формировании переходных процессов в управляемых электромеханических системах с повышенными требованиями к плавности переходного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юньков М.Г., Ильинский Н.Ф. Перспективы развития автоматизированного электропривода.— В кн.: Автоматизированный электропривод, силовые полупроводниковые приборы, преобразовательная техника.— М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Ключев В.И. Теория электропривода.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. Загорский А.Е., Шакарян Ю.Г. Управление переходными процессами в электрических машинах переменного тока.— М.: Энергоатомиздат, 1986.
4. Петров Ю.П., Ярв Э.А. Оптимизация электроприводов с гибкими связями с учетом трения.— Электричество, 1990, № 10.
5. Литвиненко А.М. Монотонность переходных процессов в электромеханических системах.— Электричество, 1991, № 4.
6. Гумен В.Ф., Калининская Т.В. Следящий шаговый электропривод.— Л.: Энергия, 1980.

[30.11.93]

Авторы: Шумилов Валерий Федорович окончил факультет прикладной математики— процессов управления Ленинградского госуниверситета (ЛГУ) в 1968 г. В 1979 г. защитил в ЛГУ кандидатскую диссертацию по теме «Алгоритмы оптимальной стабилизации линейных систем». Доцент Муромского филиала Владимирского политехнического института (МФ ВПИ).

Шумилова Нина Ивановна окончила факультет электроники и автоматики Мордовского госуниверситета в 1971 г. В 1989 г. защитила во ВНИИэлектроприводе кандидатскую диссертацию по теме «Синтез оптимальных регуляторов в системах стабилизации координат электроприводов производственных механизмов». Доцент МФ ВПИ.

Характеристики двигателя в каскадной схеме с частотным регулированием

ПЕТЛЕНКО Б.И., ВОЛКОВ В.Д.

Анализируются статические характеристики асинхронного двигателя с фазным ротором при введении противоЭДС в цепь выпрямленного тока ротора и частотном регулировании со стороны статора. Электропривод может найти применение для тяги многоопорных транспортных средств большой грузоподъемности.

Ключевые слова: электропривод, статические характеристики, транспортное средство.

Static characteristics of an asynchronous motor with a phase-wound rotor have been analysed on introducing counter-electromotive force into a circuit of rectified rotor current under frequency control by a stator. Electric drive may be utilized for pulling multiple-seated vehicles of great carrying capacity.

Key words: electrical drive, static characteristics, vehicles

Для крупнотоннажных перевозок необходим специальный автотранспорт, способный перевозить негабаритные грузы в условиях относительного бездорожья. Эффективным решением этой

задачи является использование автотранспорта с частотным регулированием скорости вращения ротора.

проблемы может быть создание и широкое внедрение большегрузных автотранспортных средств (БАТС) [1] модульного типа.

При разработке тягового электропривода такого транспорта основной задачей является обеспечение довольно значительного диапазона регулирования частоты вращения тягового электродвигателя (ТД) в условиях автономной эксплуатации модуля и достижение высоких значений тяговых моментов.

Возможное решение поставленной задачи — использование частотного регулирования асинхронных электродвигателей с фазным ротором (АДФ) в каскадной схеме включения [2, 3]. Подобный электропривод с комбинированным управлением частотой вращения ТД сочетает известные преимущества каскадных схем включения АДФ [4] с широкими возможностями частотного управления асинхронными электродвигателями, а его применение выдвигает на первый план расчет характеристик АДФ в достаточно нетрадиционной схеме включения, что связано с ограниченностью энергетических возможностей автономного транспортного средства.

Теоретические предпосылки аналитического расчета статических характеристик электродвигателей в схемах частотного управления или каскадного регулирования частоты вращения асинхронных электродвигателей разработаны достаточно подробно. Анализ комбинированных систем управления частотой вращения АДФ, тем более используемых на автономных транспортных установках, до настоящего времени не уделялось достаточного внимания. Цель настоящей работы — восполнить этот пробел.

Принципиальная схема тягового электропривода приведена на рис. 1,а.

Энергоисточником тягового электропривода является синхронный генератор (СГ) с выпрямителем, вращаемый первичным тепловым двигателем, например, дизелем. Выпрямленное напряжение СГ преобразуется автономным инвертором напряжения (АИН) в переменное, частота которого определяет синхронную частоту вращения всех АДФ, включенных на выходе АИН. Индивидуальная частота вращения АДФ определяется как их нагрузкой, так и режимом работы регуляторов скольжения, состоящих из неуправляемых роторных выпрямителей и широтно-импульсных преобразователей (ШИП), включенных в цепь ротора каждого электродвигателя.

Таким образом, схема обеспечивает двухканальное (комбинированное) управление частотой вращения АДФ при однонаправленном потоке мощности от статора к ротору и рекуперации энергии скольжения в цепь постоянного тока энергоисточника.

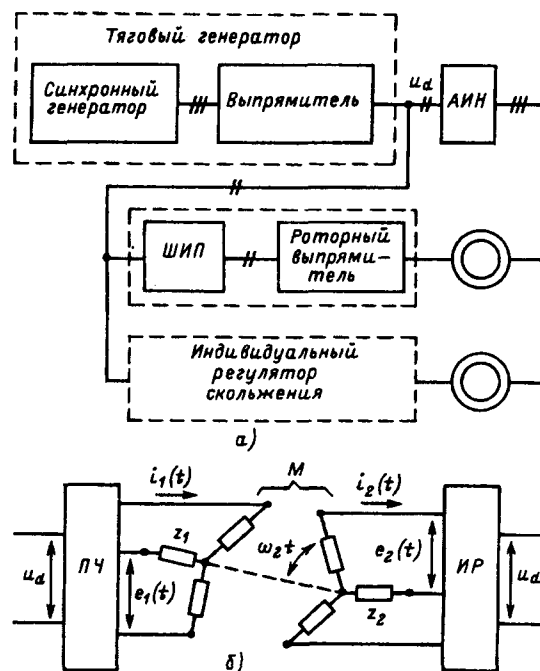


Рис. 1. Принципиальная (а) и эквивалентная (б) схемы комбинированного управления АДФ

Электромагнитное равновесие АДФ при комбинированном управлении анализируется при следующих основных допущениях: постоянное напряжение на выходе выпрямителя преобразователя частоты представляется идеально сглаженным; коммутация вентилей — мгновенная; изменение противоЭДС, вводимой в ротор, учитывается средним значением напряжения в цепи выпрямленного тока ротора; роторный выпрямитель работает в режиме инвертирования реактивной составляющей тока ротора.

Уравнения электромагнитного равновесия АДФ в соответствии с приведенной на рис. 1,б эквивалентной схемой могут быть представлены в матричной форме в следующем виде:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z} \mathbf{U}, \quad (1)$$

где $\mathbf{I}$, $\mathbf{U}$ — векторы токов и напряжений АДФ, определенные в осях, совпадающих с естественными осями статора и ротора; $\mathbf{Z}$ — квадратная матрица комплексных сопротивлений и взаимоиנדуктивностей.

Для определения механической характеристики АДФ уравнение (1) должно быть дополнено уравнением вида

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} p_p L_m [\mathbf{I}_1 \times \mathbf{I}_2], \quad (2)$$

где $\mathbf{M}$ — момент АДФ; p_p — число пар полюсов двигателя; L_m — взаимоиנדуктивность фаз статора и ротора; $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ — векторы токов статора и ротора.

Решения (1) и (2) в соответствующих координатных системах позволяют получить требуемые характеристики установившихся режимов применительно к частотному управлению асинхронных электродвигателей с короткозамкнутым ротором [5] или каскадному включению АД с фазным ротором [4]. Однако решения [4] не учитывают влияния активного сопротивления статора и несинусоидальности напряжений и токов статора и ротора на характеристики АДФ. Применительно к условиям эксплуатации привода на автономном транспортном средстве подобные допущения требуют дополнительного обоснования, например путем сопоставления решений, учитывающих и не учитывающих те или иные допущения. Поэтому уточнение имеющихся решений с целью приближения математической модели (1) к реальным процессам при комбинированном управлении АДФ является важной и актуальной задачей.

Для ее решения воспользуемся основными идеями методов комплексных сопряженных амплитуд [6] и самоориентирующихся координатных осей [4].

В соответствии с [6] последовательное преобразование (1) с помощью матрицы симметричных составляющих и коммутирующей матрицы, учитывающей наличие постоянного угла δ между векторами ЭДС ротора и напряжением питания со стороны ротора

$$K = \begin{pmatrix} e^{j\delta} & 0 \\ 0 & e^{-j\delta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta} \end{pmatrix},$$

где $\theta = \omega t$ — угол между осями магнитных потоков одноименных фаз статора и ротора; ω — частота вращения ротора, позволяет определить (1) в виде

$$\begin{pmatrix} e_1^1 e^{j\delta} \\ e_1^1 e^{-j\delta} \\ e_2^1 e^{j\theta} \\ e_2^2 e^{-j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_1(p)|0}{|Z_1|}(p) & \frac{L_m p|0}{0|L_m p} \\ \frac{L_m(p-j\omega)|0}{0|L_m(p+j\omega)} & \frac{L_2(p-j\omega)|0}{0|L_2(p+j\omega)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 e^{j\delta} \\ i_1^2 e^{-j\delta} \\ i_2^1 e^{j\theta} \\ i_2^2 e^{-j\theta} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $Z_1(p) = R_1 + L_1 p$, $Z_2(p \mp j\omega) = R_2 + (p \mp j\omega) L_2$ — комплексные сопротивления фаз статора и ротора; R_1, R_2 — активные сопротивления фаз статора и ротора; L_1, L_2 — индуктивности фаз статора и ротора; $e_1^1, i_1^1, e_1^2, i_1^2$ — напряжения и токи прямой последовательности (верхний индекс) статора и ротора (нижний индекс); $e_2^1, i_2^1, e_2^2, i_2^2$ — напряжения и токи обратной последовательности фаз статора и ротора; L_m — взаимоиндуктивность фаз статора и ротора.

Решение (3) относительно соответствующих токов имеет вид

$$\begin{pmatrix} i_1^1 e^{j\delta} \\ i_1^2 e^{-j\delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_2(p-j\omega)}{Z_1(p)Z_2(p-j\omega) - L_m^2 p(p-j\omega)} \\ \frac{Z_2(p+j\omega)}{Z_1(p)Z_2(p+j\omega) - L_m^2 p(p+j\omega)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1^1 e^{j\delta} \frac{L_m p e^{j\theta}}{Z_2(p-j\omega)} \\ e_1^2 e^{-j\delta} \frac{L_m p e^{-j\theta}}{Z_2(p+j\omega)} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} i_2^1 e^{j\theta} \\ i_2^2 e^{-j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{L_m(p-j\omega)}{Z_1(p)Z_2(p-j\omega) - L_m^2 p(p-j\omega)} \\ \frac{L_m(p+j\omega)}{Z_1(p)Z_2(p+j\omega) - L_m^2 p(p+j\omega)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1^1 e^{j\delta} \frac{Z_1(p) e^{j\theta}}{Z_m(p-j\omega)} \\ e_1^2 e^{-j\delta} \frac{Z_1(p) e^{-j\theta}}{Z_m(p+j\omega)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для определения мгновенных значений установившихся токов статора и ротора необходимо знать значения напряжений прямой и обратной последовательностей, подводимых к цепям статора и ротора АДФ. Коммутируемые напряжения $e_1(t)$ и $e_2(t)$ могут быть найдены разложением в ряд Фурье соответствующих функций, вид которых определяется режимом работы вентиля преобразователей.

Момент АДФ при комбинированном управлении определяется векторным произведением (2). В соответствии с [6] среднее значение момента выражается составляющими, не зависящими от времени. Анализ составляющих момента показывает, что в данном случае среднее значение момента определяется не только комплексно-сопряженными компонентами токов одинаковых частот, но и произведением первых гармоник частот кратностей $6qs+1$ и $6q+1$ (при $q=0$) с относительной фазой $\pi/2$, характеризующей положение вектора тока I_1 относительно вектора тока I_2 .

С учетом этого выражение среднего значения АДФ при комбинированном управлении примет вид:

$$M = \frac{k_s \alpha}{\omega_n x_2} E_{10}^2 \sum_{q=0}^{\infty} \left[k_s s_k \left(\frac{v_1^2 \overline{6q+s}}{Z_m^{11}} - \frac{v_2^2 \overline{6q+5s}}{Z_m^{21}} \right) - k_r s_{ks} \left(\frac{v_3^2 \overline{6qs+1}}{Z_m^{12}} - \frac{v_4^2 \overline{6q+5s}}{Z_m^{22}} \right) + \frac{\nu}{Z_{m0}} ((s_{ks} s - s_k) \times \right. \\ \left. \times \alpha \cos \delta + (s_k s_{ks} \sigma + s \alpha^2) \sin \delta) \right], \quad (6)$$

где $\nu = 3/2\gamma$; $\nu_1 = E_{16q+1}/E_{10}$; $\nu_2 = E_{16q+5}/E_{10}$; $\nu_3 = E_{26q+1}/E_{10}$; $\nu_4 = E_{26q+5}/E_{10}$ — относительные значения коммутируемых ЭДС; $E_{10} = U_d/\pi$ — базовое значение напряжения на входе АИН; $Z_{m0} = R_m^2 + Q_m^2$; $R_m = s_k s_{ks} \sigma - s \alpha^2$; $Q_m = (s_k + s_{ks} s) \alpha$; ω_n — номинальная частота вращения поля статора.

Из (6) следует, что влияние угла δ на механические характеристики АДФ осуществляется по первым гармоникам коммутируемых токов статора и ротора. Это позволяет определить значение δ исходя из анализа линейной модели АДФ при комбинированном управлении. Из (5) можно записать уравнения электрического равновесия двигателя в установившемся режиме при синусоидальном питании со стороны статора и ротора:

$$\begin{cases} x_2 I_2 R_m = k_s E_1 \sin \delta + E_2 s_{ks} \sigma; \\ x_2 I_2 Q_m = -k_s E_1 \cos \delta + E_2 \sigma, \end{cases} \quad (7)$$

где I_2 — ток ротора; E_1, E_2 — напряжение на статоре и добавочная ЭДС, вводимая в цепь ротора [4].

Решение (11) относительно угла δ имеет вид

$$\delta = \arccos \left(\frac{\nu R_m (R_m - Q_m s_{ks} \sigma)}{k_s (R_m^2 + Q_m^2) s} + \frac{Q_m}{R_m^2 + Q_m^2} \sqrt{R_m^2 + Q_m^2 - \frac{\nu^2 (R_m - Q_m s_{ks} \sigma)^2}{k_s^2 s^2}} \right). \quad (8)$$

Выражения (6), (8) определяют механическую характеристику АДФ в системе комбинированного управления с учетом работы вентиля в цепях ротора и статора.

Анализируя полученные зависимости, можно прийти к выводу о возможности использования при расчетах механической характеристики АДФ только первой гармоники разложения коммутируемых напряжений. В этом случае при $k_s \approx k_r$ имеем

$$M_1 = \frac{k_s^2 \alpha E_{10}^2}{Z_{m0} \omega_n x_2} (s_k s - s_{ks} \nu^2 + \nu ((s_{ks} s - s_k) \alpha \cos \delta + (s_k s_{ks} \sigma + s \alpha^2) \sin \delta)). \quad (9)$$

На рис. 2 представлены механические характеристики АДФ при комбинированном управлении. Характеристики на рис. 2,а рассчитаны при $q=0$, а на рис. 2,б — при $q \neq 0$. Сопоставление результатов расчета механических характеристик подтверждает вывод о допустимости их расчета по первой гармонике токов статора и ротора.

На рис. 3 приведены механические характеристики электродвигателя при изменении γ и законе изменения напряжения на статоре АДФ в соответствии с зависимостью

$$\nu = \begin{cases} \text{const}, & \alpha \geq 1,5; \\ \sqrt{\alpha}, & 1 < \alpha < 1,5; \\ 1/\sqrt{\alpha}, & 1 > \alpha > \alpha_{\min}, \end{cases},$$

где $\alpha_{\min}$ — минимальная частота напряжения на статоре.

Все расчеты осуществлены для двигателя с

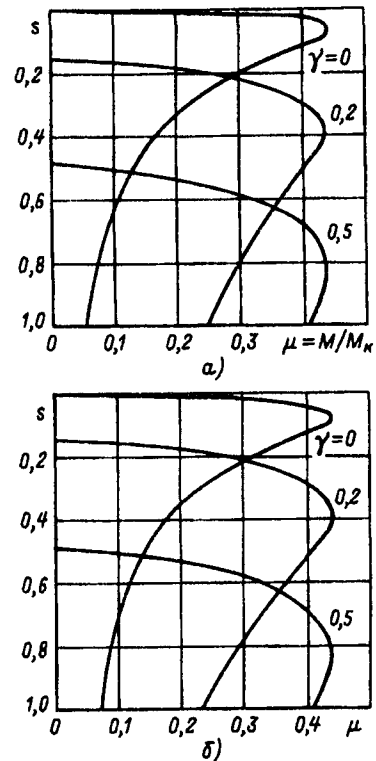


Рис. 2. Механические характеристики АДФ при комбинированном управлении ($\alpha=1$): а — при $q=0$; б — при $q=1, 2, \dots, 5$

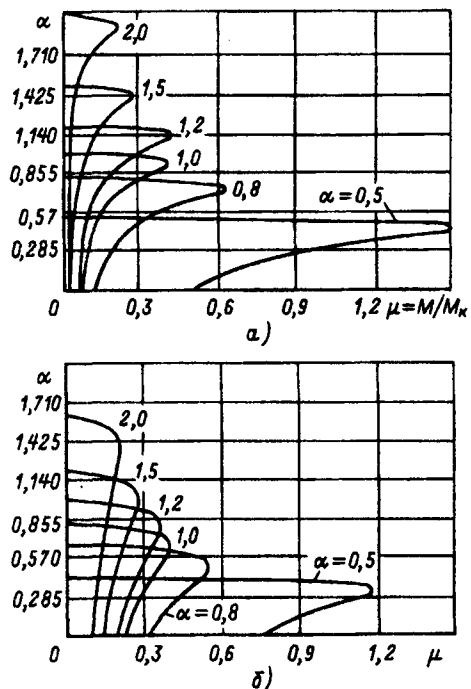


Рис. 3. Характеристики двигателя при частотном (а) и импульсном (б) регулировании частоты вращения

фазным ротором [7] мощностью 250 кВт.

Из приведенных характеристик очевидно, что при изменении γ и уменьшении частоты питающего напряжения на статоре происходит снижение критического момента АДФ по сравнению

с его значением при $\gamma=0$, что должно учитываться при разработке тягового электропривода, характеризуемого конкретным значением необходимой минимальной скорости движения машины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петленко Б.И., Волков В.Д. Электронные системы управления большегрузных автотранспортных средств. Учебн. пособие.— М.: МАДИ, 1989.
2. А.с. № 844401. Тяговый электропривод / Н.А. Ульянов, В.Д. Волков.— Оpubл. в БИ, 1981, № 25.
3. А.с. № 983961. Многодвигательный электропривод / Н.А. Ульянов, В.Д. Волков — Оpubл. в БИ, 1982, № 46.
4. Онищенко Г.Б., Локтева И.Л. Асинхронные вентильные каскады и двигатели двойного питания.— М.: Энергия, 1979.
5. Сандлер А.С., Сарбатов Р.С. Автоматическое частотное управление электроприводами. — М.: Энергия, 1974.
6. Такеути Т. Теория и применение вентильных цепей для регулирования двигателей. Пер. с англ.—Л.: Энергия, 1973.
7. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Ч. 2.— Л.: Энергия, 1973.

[12.07.93]

Авторы: Петленко Борис Иванович в 1964 г. окончил электротехнический факультет Красноярского политехнического института. В 1983 г. защитил докторскую диссертацию по специальным электроприводам в Московском автотдорожном институте. Заведующий кафедрой «Электротехника и компьютеризированные электромеханические системы» в Московской государственной академии автомобильного и тракторного машиностроения.

Волков Вячеслав Дмитриевич — в 1975 г. окончил аспирантуру Воронежского инженерно-строительного института. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию «Автоматизированный электропривод переменного тока для самоходных землеройно-транспортных машин». Доцент кафедры автоматизации технологических процессов Воронежской государственной архитектурно-строительной академии.

О реактивной мощности асинхронизированной машины

ШАКАРЯН Ю.Г.

Приведены аналитические соотношения между активной мощностью (электромагнитным моментом), ЭДС, скольжением и реактивной мощностью машины с учетом потребляемой из сети непосредственным преобразователем реактивной мощности. На базе полученных формул дан конкретный пример расчета.

Ключевые слова: асинхронизированные синхронные машины, реактивная мощность, активная мощность, ЭДС, скольжение

В получивших широкое распространение асинхронизированных машинах используется так называемая схема самовозбуждения, когда статорная обмотка машины и непосредственный преобразователь частоты (циклоконвертор), питающий роторную обмотку машины, подключаются к одной и той же сети¹. В этой схеме возможности асинхронизированной машины в отношении генерирования реактивной мощности ограничиваются непосредственным преобразователем частоты, потребляющим из сети значительную реактивную мощность. Эта мощность может быть приближенно рассчитана по формуле²

$$Q_{пч} = -\frac{UE}{x} (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|), \quad (1)$$

¹Преобразователь частоты, как правило, связывается с сетью посредством согласующего трансформатора.

²Шакарян Ю.Г. Асинхронизированные синхронные машины.— Энергоатомиздат, 1984.

Analytical relations between active power (electromagnetic torque), electromotive force, slip and reactive power of the machine are considered in the paper. Reactive power consumed by frequency converter from network is taken into account. Numerical example is given.

Key words: asynchronized synchronous machine, reactive power, active power, electromotive force, pole slip

где U — напряжение сети; E — ЭДС в обмотке статора, наведенная током ротора (возбуждения); x — синхронная реактивность; $|s_{\max}|$ и $|s|$ — абсолютные значения максимального для данного диапазона и текущего скольжений. Здесь и далее все величины записаны в системе относительных единиц, в которых за базисные приняты полная мощность, напряжение, ток и частота статора, параметры обмотки ротора приведены к статорным.

Из (1) видно, что потребляемая из сети преобразователем частоты реактивная мощность при прочих равных условиях увеличивается с ростом диапазона регулирования скорости $|s_{\max}|$ и при заданном $|s|$ достигает экстремального значения при $|s|=0$. Это значение

$$Q_{пч \min} = -\frac{UE}{x} 1,33 |s_{\max}| \approx -1,33 |s_{\max}|. \quad (2)$$

Результирующая реактивная мощность маши-

ны

$$Q_{\Sigma} = Q + Q_{пч} = \frac{UE}{x} \cos \theta - \frac{U^2}{x} - \frac{UE}{x} (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|), \quad (3)$$

где θ — угол нагрузки машины, указывает на определенную взаимосвязь между реактивной мощностью, активной нагрузкой машины (электромагнитным моментом), ЭДС и скольжением. Целью статьи является получение этих аналитических соотношений.

Записывая (3) в виде

$$Q_{\Sigma} = \sqrt{\frac{U^2 E^2}{x^2} - P^2} - \frac{U^2}{x} - \frac{UE}{x} (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|), \quad (4)$$

легко получить для активной мощности формулу

$$P = \sqrt{\frac{U^2 E^2}{x^2} \{1 - (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|)^2\}} - \left(Q_{\Sigma} + \frac{U^2}{x}\right)^2 \rightarrow -2 \frac{UE}{x} \left(Q_{\Sigma} + \frac{U^2}{x}\right) (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|). \quad (5)$$

Отсюда видно, что при прочих равных условиях активная мощность (электромагнитный момент) машины тем меньше, чем больше суммарная реактивная мощность, диапазон регулирования скольжения (или скорости). При этом внутри заданного диапазона регулирования скольжения активная мощность достигает наименьшего значения при $|s|=0$. Значение P возрастает с увеличением ЭДС и достигает наибольшего значения при номинальной ЭДС E_n , т.е. номинальном токе возбуждения I_{fn} .

Из (5) может быть получена также формула для так называемого «идеализированного» преобразователя, не потребляющего из сети реактивную мощность. Для этого в (5) необходимо положить $1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s| = 0$ тогда

$$P = \sqrt{\frac{U^2 E^2}{x^2} - \left(Q_{\Sigma} + \frac{U^2}{x}\right)^2}. \quad (6)$$

Из (4) можно получить также зависимость ЭДС E в функции P ; Q_{Σ} и скольжений $|s_{\max}|$ и $|s|$:

$$E = \frac{\left(\frac{Q_{\Sigma} x}{U} + U\right) (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|) + \sqrt{\left(\frac{Q_{\Sigma} x}{U} + U\right)^2 + \frac{P^2 x^2}{U^2} \{1 - (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|)^2\}}}{1 - (1,33 |s_{\max}| - 0,46 |s|)^2}. \quad (7)$$

Формула (7) указывает на то, что с возрастанием P ; Q_{Σ} и $|s_{\max}|$ возрастает значение ЭДС машины.

Соотношение (5) должно использоваться прежде всего для расчета рабочих режимов реально

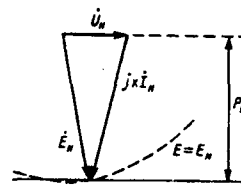


Рис. 1

(конкретно) существующих асинхронизированных машин, формула же (7) — для проектирования (выбора) новых машин, предназначенных для работы в том или ином режиме.

Ниже на конкретном примере проанализируем количественные соотношения, вытекающие из приведенных соотношений.

Машина — асинхронный двигатель с фазным ротором мощностью 1000 кВт, имеющий параметры и номинальные данные: $x=2,78$; $P_n = \cos \varphi_n = 0,87$; $Q_n = -0,493$; $E_n = 2,5$. Номинальный режим работы двигателя соответствует режиму потребления реактивной мощности, векторная диаграмма на рис. 1. При работе в асинхронизированном режиме потребуем, чтобы результирующая реактивная мощность изменялась в пределах $\pm 0,43$. Задаваясь номинальным значением ЭДС, легко увидеть из векторной диаграммы и соотношения (6), что в режимах выдачи реактивной мощности, даже для случаев идеализированного преобразователя, необходимо снижать активную мощность до 0,5. В режимах же потребления реактивной мощности в определенной зоне наблюдается некоторое увеличение активной мощности по сравнению с номинальной (пунктирные кривые на рис. 2). Учет реального потребления реактивной мощности цикло-

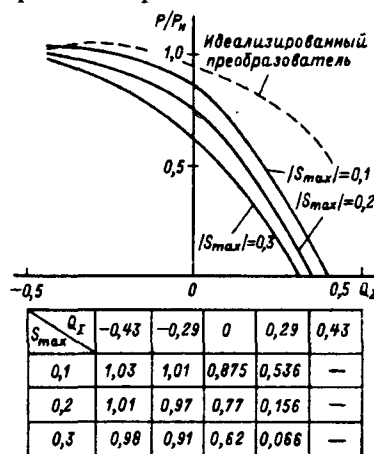


Рис. 2

конвертором приводит к тому, что при $Q_{\Sigma} \geq 0$ снижение активной мощности заметно возрастает. Это снижение тем больше, чем больше $|s_{\max}|$. Так, при $Q_{\Sigma} = 0$ и $|s_{\max}| = 0,1$ значение $P/P_n = 0,87$, тогда как при $|s_{\max}| = 0,3$ значение P/P_n падает до 0,62 (рис. 2 и табл. к рис. 2).

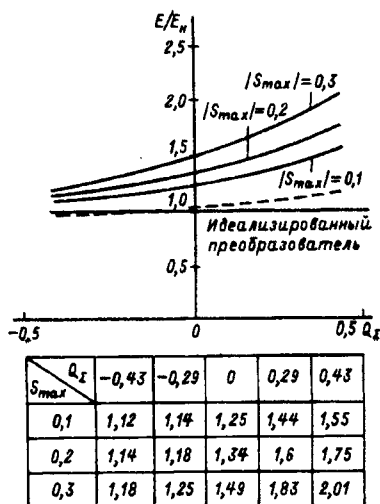


Рис. 3

Соответственно требуемое для работы с номинальной активной мощностью значение E/E_n оказывается тем больше, чем больше Q_Σ и $|s_{max}|$. Так, при $Q_\Sigma = 0,43$ и $|s_{max}| = 0,30$ значение E/E_n превышает 2 (кривые рис. 2 и табл. к рис. 3).

Приведенные количественные данные показывают, сколь существенно влияние преобразователя частоты на режим работы асинхронизированной машины, и позволяют правильно выбрать но-

минальные параметры исходной машины. Возвращаясь к рис. 2, заметим, что если, например, при $|s_{max}| = 0,3$ необходима работа машины при $Q_\Sigma = 0$, то это означает, что в качестве базовой должна быть выбрана машина почти вдвое большей установленной мощности.

Практический вывод состоит в том, что если все-таки требуется работа машины в режимах выдачи реактивной мощности при достаточно широком диапазоне частот вращения ротора, то кардинальный путь, позволяющий решать эту проблему без существенного завышения установленной мощности машины, — использование тиристорного преобразователя с существенно меньшим, чем у непосредственного преобразователя частоты, потреблением реактивной мощности из сети.

[24.06.93]

Автор: Шакарян Юрий Гевондович окончил электромеханический факультет Ереванского политехнического института в 1956 г. В 1974 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Режимы работы асинхронизированных синхронных машин в электроэнергетических системах» в Энергетическом институте им. Г.М. Кржижановского. Заместитель директора по научной работе Всероссийского научно-исследовательского института электроэнергетики.

Контрольные испытания металлоксидных нелинейных резисторов на пропускную способность

ШУР С.С., РЕДРУГИНА М.Н., ВОЛКЕНАУ В.Л., ЛАВРЕНТЬЕВ Г.Г., РОГОВЕНКО С.Ю.

Изложена система комплексного трехэтапного контроля на пропускную способность металлоксидных резисторов типа МНР-58, обеспечивающая высокую надежность ограничителей перенапряжений, смонтированных из этих резисторов. Первый этап — сплошной входной контроль, в процессе которого отбраковываются потенциально ненадежные единичные резисторы. Второй этап — выборочные контрольные испытания партий, идущих на комплектацию параллельных колонок и последовательных блоков ограничителей. Третий этап — периодические испытания, в ходе которых проверяется однородность резисторов. Подробно изложены схемы и процедуры этапа контрольно-выборочных испытаний, построенные на базе распределения Вейбулла. Приведены величины испытательных токов при коммутационных импульсах тока.

Ключевые слова: ограничители перенапряжений, металлоксидные нелинейные резисторы, пропускная способность, коммутационные перенапряжения, контрольные испытания

Среди разнообразных воздействий, которым подвергаются в эксплуатации ограничители пе-

A system of comprehensive three-stage quality control checks of MHP-58 type varistors for constancy of their volt-ampere characteristics is presented, this system assure a high reliability of metal oxide arresters assembled of these components. The first stage is incoming screening aimed at rejection of potentially undependable individual items. Next comes the selective pre-assembly testing of varistor lots to be used in parallel stacks and series blocks of MOA. The third stage is periodical uniformity tests of varistors. Techniques and procedures of the sampling inspection testing, based on the Weibull distribution, are reported in detail. Magnitudes of test currents are given.

Key words: overvoltage suppressors, non-linear metal oxide varistors, constancy, switching surges, inspection tests

ренапряжений (ОПН), опасными являются импульсы тока большой длительности, возникающие

при коммутационных перенапряжениях. Способность ОПН выдерживать такие импульсы с максимальной для данного класса интенсивностью называют обычно пропускной способностью. По многолетней традиции она характеризуется амплитудой импульса тока (I_T) либо прямоугольной формы длительностью 2 мс, либо аperiodической 1,2/2,5 мс, выдерживаемого аппаратом не менее 20 раз с заданной надежностью.

Пропускная способность ОПН проверяется при приемочных испытаниях, проводимых по завершении разработки аппарата. В то же время, вследствие статистического разброса пропускной способности единичных металлоксидных нелинейных резисторов (МНР), из которых комплектуются ОПН, это испытание не может служить гарантией надежной работы совокупности ограничителей, изготовленных на их основе, особенно когда требования к надежности достаточно высоки. Таким образом, возникает задача статистического контроля качества МНР в процессе производства путем проведения контрольных испытаний технологически однородных партий на пропускную способность.

Существующие в настоящее время методики контрольно-выборочных испытаний [1, 2], отличаясь способом реализации, имеют своей целью установление соответствия единичных резисторов поверяемой партии требованиям, сформулированным в технических условиях применительно к аппарату в целом. Для этого должна быть решена следующая задача. Исходя из требований к надежности ОПН, учитывая особенности конструкции аппарата и закономерности пробоя составляющих его единичных резисторов, устанавливается область допустимых значений (ОДЗ) параметров интегральной кривой распределения вероятностей той величины, которая характеризует пропускную способность резистора. В качестве такой величины может быть выбран либо ресурс пропускной способности, либо амплитуда разрушающего тока (I_p) при фиксированном числе воздействий ($N_{уд}$). Поскольку в данном случае нас интересуют вопросы определения пропускной способности, в дальнейшем будем пользоваться понятием разрушающего тока при $N_{уд} = 20$.

Следовательно, задача традиционных методик выборочного контроля состоит в определении принадлежности параметров интегральной кривой распределения разрушающего тока области допустимых значений. При этом, если в процессе контроля производится непосредственная оценка параметров функции распределения и сравнение их с предельными, то такая схема может быть использована при контроле по количественному признаку [1]. Если вывод о принадлежности контролируемых параметров ОДЗ делается на ос-

новании анализа результатов испытаний, минуя стадию непосредственной оценки этих параметров, то такой контроль будет контролем по альтернативному признаку [2].

Отличительной особенностью методик контроля, изложенных в [1, 2] и используемых в настоящее время на практике, является то, что оценка предельных параметров кривой распределения разрушающего тока либо ресурса проводилась, исходя из предположения о допустимости пробоя определенной части резисторов в аппарате. Это было связано с тем, что область рабочих значений импульсных токовых воздействий, приходящихся на резисторы ОПН первого поколения, совпадала с той частью кривой распределения разрушающего тока (или ресурса), где вероятность пробоя резистора существенно отлична от нуля. Такая ситуация являлась следствием недостаточной стабильности технологии МНР, что находит свое отражение в достаточно высоких значениях коэффициента вариации функции распределения разрушающих токов ($v = 0,25 \div 0,3$ [3]).

Это обусловило значительные трудности при создании ОПН, для которых требования к надежности были достаточно высокими, а конструктивные особенности таковы, что пробой хотя бы одного резистора приводил к выходу из строя всего аппарата. Такие требования предъявляются, в частности, к ОПН для систем напряжением 1150 кВ и выше, а также к элегазовым ограничителям, встраиваемым в КРУЭ. Например, для элегазового ограничителя ОПНЭ-500 вероятность пробоя единичного резистора при гарантированном токе (I_T) не должна превышать $2 \cdot 10^{-5}$. Анализ показал, что для таких ОПН традиционные методики контрольно-выборочных испытаний вряд ли могут обеспечить заданную надежность.

Во Всероссийском электротехническом институте для элегазовых ограничителей 220–500 кВ были разработаны и внедрены в производство металлоксидные нелинейные резисторы второго поколения МНР-58, обладающие повышенной пропускной способностью. Важной особенностью технологии изготовления резисторов МНР-58 является сплошной контроль их пропускной способности путем испытания каждого резистора несколькими технологическими импульсами тока с амплитудой $I_T > I_r$. При этом потенциально ненадежные резисторы, которые не выдерживают этих технологических импульсов, отбраковываются, а оставшаяся совокупность обладает более высокой пропускной способностью в области токов $I < I_r$. Параметры технологических импульсов, а также доля резисторов, не выдерживающих технологических испытаний (q), при которой партия

резисторов бракуется, являются неотъемлемой частью технологии изготовления МНР-58 и регламентируются технологическими инструкциями. Как показали исследования, закон распределения вероятности F_{I_p} разрушающего тока I_p при фиксированном числе воздействий приобретает при этом свойства усеченного. Это заставило по-новому подойти к методике выборочного контроля пропускной способности резисторов МНР-58.

Исследования пропускной способности новых МНР с целью определения закона распределения разрушающего тока при числе импульсных воздействий $N_{уд}=20$ были выполнены в ВЭИ. Испытания проводились на однородных выборках объемом 100–200 шт.

Резисторы каждой выборки испытывались двадцатью импульсами тока, амплитуды которых были различны. Полученные в результате эксперимента частоты w_i , равные отношению числа пробитых резисторов к объему выборки, приведены в табл. 1.

Таблица 1

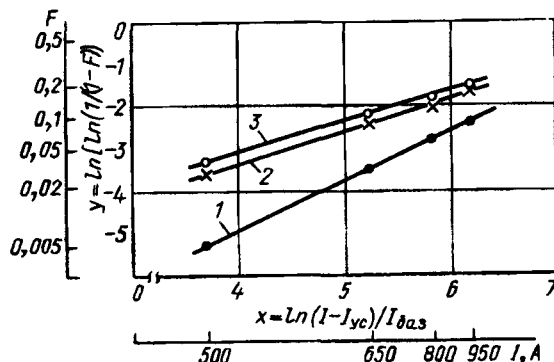
Амплитуда импульса тока I_i , А	Объем выборки, шт.	Количество пробитых резисторов, шт.	Частота w_i	Вероятность разрушающего тока по формуле (1) F_{I_p}
500	200	1	0,005	0,0049
650	100	3	0,03	0,0305
800	100	6	0,06	0,0598
950	100	9	0,09	0,0906

Статистическая обработка материала с использованием метода наименьших квадратов показала, что в качестве аппроксимирующего распределения для пробивного тока может быть принято трехпараметрическое распределение Вейбулла [4]:

$$F(I, \Theta, \beta^*, I_{yc}) = 1 - \exp \left(- \frac{I - I_{yc}}{\Theta - I_{yc}} \right)^{\beta^*}. \quad (1)$$

Для исследованной совокупности резисторов (500 шт.) получены следующие параметры распределения (1): ток усечения $I_{yc} = 460$ А, ресурсная характеристика $\Theta = 4043$ А, параметр формы $\beta^* = 1,183$. Значения теоретических вероятностей F приведены в табл. 1.

На рисунке в координатах $y = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{1-F} \right) \right)$; $x = \ln \left(\frac{I - I_{yc}}{I_{баз}} \right)$; $I_{баз} = 1$ А, используемых для проверки соответствия экспериментальных данных распределению Вейбулла, представлены полученные результаты (кривая 1). Выбранная теоретическая аппроксимация (1) дает хорошее совпадение с



Экспериментальные частоты и аппроксимирующие функции распределения пробивного тока I_p при $N_{уд} = 20$ резисторов МНР-58

экспериментальными данными $\sum (w_i - F)^2 = 7,24 \times 10^{-7}$ при $F \approx (5 \cdot 10^{-3} \div 9 \cdot 10^{-2})$.

Следует отметить, что предположение о наличии точки усечения I_{yc} распределения разрушающего тока при фиксированном числе воздействий и способах ее определения высказывались и раньше. В [1] в качестве закона распределения разрушающего тока принимался усеченный нормальный закон. Однако для резисторов, исследовавшихся в [1], усеченность закона распределения пробивного тока была скорее случайностью, чем закономерностью, и амплитуда тока усечения менялась от нуля до некоторого значения, которое все же было недостаточно, чтобы полностью исключить возможность пробоя резистора при гарантированном токе. Что касается новых резисторов МНР-58, появление усеченности их закона распределения пробивного тока явилось результатом целенаправленных изменений в технологии и, следовательно, должно быть присуще всем резисторам, выпущенным в соответствии с этой технологией.

Наиболее важным параметром МНР-58 с точки зрения пропускной способности является ток усечения I_{yc} . Как известно, для закона (1) вероятность разрушения резистора при $I \leq I_{yc}$ тождественно равна нулю при любых значениях параметров Θ и β^* . Это означает, что для резисторов МНР-58 гарантированный ток пропускной способности может приниматься равным I_{yc} , если последний определен с высокой достоверностью (P). Эта задача может быть решена, если с достаточно высокой достоверностью определить верхние границы (P_v) для соответствующих частот и для этих значений найти параметры аппроксимирующего распределения (1), рассматривая полученное значение I'_{yc} в качестве предельного.

В табл. 2 приведены необходимые исходные данные для случаев $P = 0,99$ и $P = 0,95$.

Таблица 2

I, A	w_i	P_B при	
		$P=0,95$	$P=0,99$
500	0,005	0,027	0,036
650	0,03	0,083	0,103
800	0,06	0,119	0,149
950	0,09	0,168	0,194

В результате аппроксимации были получены распределения, которые на рисунке изображены кривыми 2 и 3, которые характеризуются следующими значениями параметров функции распределения:

при $P=0,95$; $I'_{yc}=455$ А; $\Theta=4566$ А; $\beta^*=0,799$ ($\sum (w_i - F_i)^2 = 9,3 \cdot 10^{-7}$ (кривая 2 на рисунке);

при $P=0,99$; $I'_{yc}=452$ А; $\Theta=4272$ А; $\beta^*=0,754$ ($\sum (w_i - F_i)^2 = 7,7 \cdot 10^{-6}$ (кривая 3 на рисунке).

Таким образом, для испытанной партии МНР258 может быть принят $I_r \leq 450$ А, что позволяет их применить в ОПНЭ-500 с $I_r=400$ А.

Суммируя вышеизложенное, можно заключить, что, поскольку обеспечение усеченности закона распределения пробивного тока с амплитудой I_{yc} есть задача и результат технологии производства МНР-58, то испытания резисторов должны быть направлены на определение величины тока усечения.

Очевидно, что в схеме испытаний по альтернативному признаку эта задача не реализуема. Схема испытаний по количественному признаку может быть использована для определения I_{yc} , однако это потребует большого объема испытаний в связи с необходимостью определения весьма малых вероятностей пробоя ($0,1 \div 0,005$) и соответственно больших объемов выборок ($\sim 100-200$ шт.). Такие испытания не могут, естественно, проводиться достаточно часто и выполнять функции приемо-сдаточных испытаний при производстве резисторов. Для резисторов, предназначенных к применению в ОПН с высокими требованиями к надежности, целесообразно проводить комплексные испытания пропускной способности, сочетая непрерывный предупредительный контроль с периодическими широкомасштабными испытаниями. Целью этого комплекса должна быть проверка соответствия распределения трехпараметрическому закону Вейбулла и количественное определение основного параметра — тока усечения.

При этом решение о приемке или браковке партии должно приниматься по конечным результатам комплексных испытаний, а целью непрерывных контрольно-выборочных испытаний в этой схеме должно быть, во-первых, накопление

материала по пропускной способности резисторов для определения искомого закона распределения и его параметров и, во-вторых, непрерывное отслеживание качества резисторов для принятия решения о моменте проведения очередных периодических испытаний резисторов. Таким образом, несмотря на значительный объем испытаний для надежной оценки I_{yc} , предлагаемая методика позволяет откладывать их до тех пор, пока выборочные испытания не дают «тревожного сигнала». При этом объем резисторов, отбираемых для контрольно-выборочных испытаний, может быть ограничен экономически обоснованными пределами (например не более 2% от общего выпуска).

Остановимся несколько подробнее на принципе построения схемы выборочного контроля как составной части комплексных испытаний пропускной способности МНР. Традиционно схемы контрольно-выборочных испытаний резисторов по альтернативному признаку строились, исходя из необходимости обеспечения заданного риска потребителя β . Применительно к резисторам это условие сводилось к тому, чтобы не более ($\beta \times 100\%$) партий обладали пропускной способностью ниже предельно допустимой для данного типа аппарата. В рассматриваемом случае контролируемым параметром является точка усечения, поэтому при попытке определить предельно допустимые параметры кривой распределения разрушающего тока, приходим к выводу, что в вышеуказанном смысле приемлемой является любая прямая (см. рисунок), построенная в координатах

$$y = \ln \left(\ln \frac{1}{1-F} \right); \quad x = \ln (I - I_{yc}) / I_{баз} \quad \text{при } I_{yc} > I_r$$

и наоборот, не устраивает ни одна прямая, по оси x которой $I_{yc} < I_r$.

Поскольку в предлагаемой структуре контрольно-выборочные испытания являются первым этапом, необходимо задаться некоторой конкретной прямой, отвечающей сформулированному выше условию. Принятая таким образом прямая будет «предельной» в том смысле, что превышение ее в процессе испытаний некоторой партии будет указывать на необходимость исследования данной партии резисторов более подробно. Выделенная партия подвергается периодическим испытаниям в объеме, который был описан выше. В качестве предельной прямой, которая может служить основой для разработки методики контрольно-выборочных испытаний резисторов МНР-58 была выбрана верхняя граница доверительного интервала при вероятности $P=0,99$ (кривая 3 на рисунке). При этом ужесточается предварительный контроль, так как строя схему, обеспечивающую

браковочный уровень качества (поскольку исходным является риск потребителя), применяем критерий, пригодный для обеспечения приемочного уровня качества продукции. Такая мера допустима ввиду ограниченного объема информации о пропускной способности новых МНР.

Величина испытательного тока выборочных контрольных испытаний определяется следующим образом исходя из формулы (1):

$$I_{\text{и}} = I_{\text{yc}} + (\Theta - I_{\text{yc}}) \left[\ln \left(\frac{1}{1 - q_{\text{бр}}} \right) \right]^{1/\beta^*}, \quad (2)$$

где I_{yc} , Θ , β^* — параметры «предельной» прямой; $q_{\text{бр}}$ — предельно допустимая доля брака, равная вероятности F при $I = I_{\text{и}}$.

Таким образом, нашей задачей является нахождение величины $q_{\text{бр}}$, которая, как известно, определяется схемой (планом) контроля и выбором некоторой разумной величины риска потребителя β . В качестве основной была принята новая схема последовательных выборочных испытаний. Особенность этих испытаний состоит в том, что если поступление испытуемой партии на контроль в полном объеме затруднено или невозможно, заключение о годности партии делается на основе контроля i последовательно изготавливаемых и проверяемых подпартий объема M .

Было признано целесообразным использовать двухступенчатый план контроля [2], называемый иногда одноступенчатым планом с двумя уровнями [5], с приемочными числами $C_1 = 1$ для первой выборки и $C_2 = 0$ для второй. Общий объем резисторов, отбираемых для испытаний, решено было ограничить 2% от объема проверяемой партии. Основным способом определения искомого значения $q_{\text{бр}}$ является решение уравнения $L(q) = \beta$, где $L(q)$ — так называемая оперативная характеристика плана контроля [5].

Оперативная характеристика принятого плана контроля описывается следующим выражением:

$$L(q) = \prod_{j=1}^i C_{M_j - N_j q}^{N_j} + \sum_{j=1}^i \frac{C_{M_j q}^{C_1} C_{M_j - N_j q}^{N_j - 1}}{C_{M_j}^{N_j}} \times \prod_{l=1}^i \frac{C_{M_l - N_l q}^{N_l}}{C_{M_l}^{N_l}} \prod_{m=j}^i C_{K_m - K_m q}^{N_m}, \quad (3)$$

где M_j — объем j -подпартии; N_j — объем выборки из j -подпартии; $K_m = M_m - N_m$; $\sum_{j=1}^i M_j$ — общий объем партии; i — количество подпартий.

Соотношение (3) отражает общий случай, когда после пробы резистора в выборке первой ступени ($C_1 = 1$), довыборка второй ступени произ-

водится из данной подпартии и из всех последующих. В зависимости от объема и порядка проведения довыборки второй ступени могут быть получены различные варианты характеристики (3). Анализ этих вариантов показал, что наиболее простой и наглядной является следующая схема. Объем первой выборки из каждой подпартии постоянен и равен N , суммарный объем первой выборки равен iN . Объем довыборки второй ступени из каждой подпартии принимается также равным N . Общий объем выборки до испытаний неизвестен и зависит от того, в какой подпартии произошел пробой одного резистора. Суммарный объем выборки первой и второй ступени лежит в пределах от iN до $2iN$.

Оперативная характеристика для этого случая будет иметь вид

$$L(q) = \left(\frac{C_{M-Mq}^N}{C_M^N} \right)^i + \frac{C_{Nq} C_{M-Nq}^{N-1}}{C_M^N} \left(\frac{C_{M-Mq}^N}{C_M^N} \right)^{i-1} \left[\sum_{j=1}^i \left(\frac{C_{K-Kq}^N}{C_K^N} \right)^j \right],$$

где M — объем подпартии; i — количество подпартий; iM — объем партии; N — объем выборки первой и второй ступени; $K = M - N$.

Формулы (3), (4) представляют собой точные уравнения оперативной характеристики для принятого плана. Численное решение уравнения $L(q) = \beta$ позволяет найти искомое значение $q_{\text{бр}}$.

В табл. 3 приведены результаты расчета доли брака $q_{\text{бр}}$ и испытательного тока $I_{\text{и}}$ для принятой схемы выборочного контроля при риске потребителя $\beta = 0,05$ и доверительной вероятности $P = 0,99$.

Таблица 3

Объем партии iM	Количество подпартий i	Объем подпартий M	Объем выборки из каждой подпартии N	Общий объем выборки из партии $iN \div 2iN$	Доля брака $q_{\text{бр}}$	Испытательный ток $I_{\text{и}}$, А
5000	50	100	2	100—200	0,0358	499
	25	200	4		0,0355	499
	10	500	10		0,0349	498
4000	40	100	2	80—160	0,0445	516
	20	200	4		0,0441	515
	10	400	8		0,0435	514
2000	20	100	2	40—80	0,0868	611
	10	200	4		0,0854	607

Для апробации методики во Всероссийском электротехническом институте были проведены испытания партии резисторов МНР-58 объемом 5000 шт. при $i = 50$ и $M = 100 \pm 15$. Как видно из табл. 3, испытательный ток был принят 499 А. От каждой из подпартий отбиралась выборка $N_1 - 2$ резистора, каждый из которых подвергался ис-

питанию двадцатью импульсами тока прямоугольной формы длительностью 2000 мкс с амплитудой 500 А. Предполагалось, что в случае пробоя одного из резисторов в выборке, начиная с этой подпартии, количество испытуемых резисторов будет увеличено до $N_1 + N_2 = 4$. Однако этого не потребовалось, так как все резисторы в выборках из пятидесяти подпартий выдержали испытания. Это позволило отложить проведение периодических испытаний для определения I_{yc} и продолжить накопление опытных данных для проверки новой методики контрольно-выборочных испытаний.

Выводы. 1. Созданы новые металлоксидные нелинейные резисторы МНР-58, обладающие повышенной пропускной способностью и предназначенные для применения в ОПН с особо высокими требованиями к надежности при коммутационных перенапряжениях.

2. Установлено, что пропускная способность резисторов МНР-58 характеризуется трехпараметрическим распределением Вейбулла разрушающего тока при числе воздействий $N_{уд} = 20$. Появление тока усечения с амплитудой $I_{yc} = 450$ А явилось результатом изменения технологии производства этих резисторов с введением сплошного технологического контроля импульсами тока установленной амплитуды $T_r > I_{yc}$ и отбраковкой потенциально ненадежных партий.

3. Предложена система комплексного контроля пропускной способности МНР, включающая непрерывный выборочный контроль и периодические испытания с целью определения точки усечения функции распределения разрушающего тока

контроль окисноцинковых резисторов на срок службы и пропускную способность при коммутационных волнах.— В сб.: Научные тр. НИИПТ. Эффективность и надежность нелинейных ограничителей перенапряжений. 1987.

3. Исследование пропускной способности окисноцинковых резисторов при коммутационных импульсах тока / А.Н. Вознесенский, А.С. Сергеев, А.В. Якобсон и др. Там же, с. 77.

4. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем.— М.: Мир, 1980.

5. Беляев Ю.К. Вероятностные методы выборочного контроля.— М.: Наука, 1975.

[09.06.92]

Авторы: Шур Соломон Саулович окончил в 1945 г. электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ, ныне Санкт-Петербургский государственный технический университет, СПбГТУ). В 1969 г. в ЛПИ защитил докторскую диссертацию. Главный научный сотрудник Научно-исследовательского института постоянного тока. (НИИПТ).

Редругина Марина Николаевна окончила в 1983 г. электромеханический факультет ЛПИ. Научный сотрудник НИИПТ.

Волькенану Владимир Андреевич окончил в 1951 г. электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ). В 1962 г. защитил кандидатскую диссертацию во Всесоюзном (ныне Всероссийском) электротехническом институте (ВЭИ). Старший научный сотрудник ВЭИ.

Лаврентьев Геннадий Георгиевич окончил в 1969 г. электроэнергетический факультет МЭИ. В 1978 г. защитил кандидатскую диссертацию в ВЭИ. Начальник отдела ВЭИ.

Роговенко Сергей Юрьевич окончил электроэнергетический факультет Киевского политехнического института. В 1986 г. защитил кандидатскую диссертацию в ВЭИ. Работает в Московском представительстве фирмы Siemens, Германия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левинштейн М.Л., Тугулев В.Н., Сергеев А.С. Методика контрольных испытаний высоколинейных резисторов ограничителей перенапряжений.— Электричество, 1988, № 9.
2. Редругина М.П., Шур С.С. Многоэтапный выборочный

Оптимизация систем импульсного электропитания с магнитными звеньями сжатия

ВАРЛАМОВ Н.В.

Для систем импульсного электропитания с несколькими звеньями сжатия решена задача минимизации потерь в магнитных коммутаторах. Получено распределение значений коэффициентов сжатия звеньев, удовлетворяющих этому условию. Проведено сопоставление объемов магнитных коммутаторов и потерь в них для систем питания с различным числом звеньев сжатия и при различных значениях общих коэффициентов сжатия.

Ключевые слова: системы импульсного питания, магнитные коммутаторы, коэффициенты сжатия, потери, исследование

Системы импульсного электропитания (СИЭП) с магнитными коммутаторами (МК) успешно используются в электрофизических установках (ЭФУ) в течение последних пятнадцати лет после своего «второго рождения» [1–4]. Стремясь повысить эффективность передачи энергии из первичного накопителя в нагрузку (характер которой определяется типом ЭФУ) разработчики СИЭП с МК создают установки с тремя–пятью звеньями сжатия. В связи с этим насущной становится проблема оптимального распределения коэффициентов сжатия между звеньями СИЭП с целью снижения потерь в канале энергопередачи накопитель–нагрузка. Появление аморфных ферромагнитных сплавов позволило создать экспериментальные СИЭП с МК гига- и тераваттного диапазона мощности, задача минимизации потерь в которых еще более актуальна [5, 6].

Для двухзвенных СИЭП с МК в работах [7, 8] были получены соотношения между коэффициентами сжатия, обеспечивающими минимизацию объема либо потерь в МК. В настоящей работе впервые дается аналитическое решение задачи оптимизации СИЭП без ограничения числа звеньев сжатия. Полученные результаты нашли практическое подтверждение и были использованы при создании модуля СИЭП с МК [4].

Действие СИЭП с МК (рис. 1) основывается на передаче энергии из первичного накопителя C_0 через звенья сжатия, содержащие магнитные коммутаторы S_j , в нагрузку путем относительно

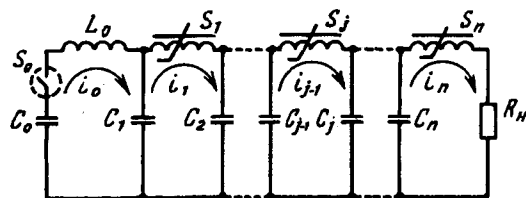


Рис. 1. Простейшая схема замещения многозвенной СИЭП с магнитными коммутаторами

A solution of the problem of magnetic switch loss minimization for pulse-power multistage magnetic compressor is ratio for any compression stage is obtained. For pulse power magnetic compressors with different number of compression stages and different values of compression ratio the comparison of magnetic switch volumes and losses is made.

Key words: pulse powering systems, magnetic compressors, compression ratio, magnetic switch losses, investigation

медленного заряда промежуточного накопителя C_j от накопителя C_{j-1} за время τ_{j-1} (при этом происходит импульсное перемагничивание МК S_j) и относительно быстрого разряда C_j на последующий накопитель C_{j+1} за время τ_j . Как правило, емкости накопителей C_j мало отличаются от C_0 и отношение τ_j к τ_{j-1} определяется соотношением $\sqrt{L_j}$ и $\sqrt{L_{j-1}}$ индуктивностей магнитных коммутаторов в насыщенном состоянии (сжатие импульса обеспечивается при $L_j \ll L_{j-1}$, рис. 2) [7]. Как видно из временных диаграмм рис. 2, напряжение, передаваемое от первичного накопителя через промежуточные накопители C_j , практически не изменяется, а амплитуда импульса тока i_n в выходном контуре СИЭП с МК в десятки раз превосходит амплитуду тока i_0 , протекающего через первичный коммутатор S_0 (тиратрон, тиристор и т.п.). Таким образом обеспечивается компрессия мощности импульса, передаваемого в нагрузку.

Общий коэффициент сжатия СИЭП с МК оп-

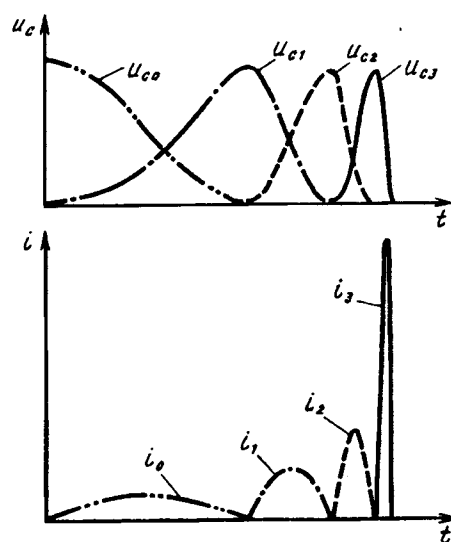


Рис. 2. Временные диаграммы напряжений и токов в звеньях СИЭП с несколькими магнитными коммутаторами

ределяется как

$$x = \frac{\tau_0}{\tau_n} = \frac{\tau_0}{\tau_1} \frac{\tau_1}{\tau_2} \dots \frac{\tau_{n-1}}{\tau_n} = x_1 x_2 \dots x_n = \prod_{j=1}^n x_j, \quad (1)$$

где τ_j — время разряда соответствующих конденсаторов в звеньях сжатия СИЭП; x_j — коэффициент сжатия j -го звена компрессии; n — число звеньев сжатия.

Известно [7], что объем ферромагнитного материала V_j МК j -го звена сжатия связан с коэффициентом сжатия x_j :

$$V_j = q_j x_j^2, \quad (2)$$

причем, пренебрегая потокоцеплением вне стали

$$q_j = \frac{\mu_0 \mu_n \partial_j^2 \alpha_j C_j U_j^2}{(\Delta B_j)^2 (1 + \lambda_j)}, \quad (3)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; μ_n — относительная магнитная проницаемость ферромагнетика МК в состоянии глубокого насыщения; ΔB_j — приращение магнитной индукции при импульсном перемагничивании МК за время τ_{j-1} ; α_j — коэффициент (порядка единицы), учитывающий тип соединения элементов C_j и S_j в звеньях сжатия; ∂_j — коэффициент (обычно $\approx 1,5$), зависящий от соотношения времени τ_{j-1} заряда конденсатора C_j и времени τ'_{j-1} перемагничивания МК S_j и учитывающий рост потерь при $\tau'_{j-1} > \tau_{j-1}$; $\lambda_j = C_{j-1}/C_j$; C_j — емкость соответствующего накопителя; U_j — напряжение на C_j в момент времени τ_{j-1} .

Величины, входящие в соотношение (3), позволяют учесть особенности режима работы каждого звена сжатия конкретной СИЭП. Воспользовавшись результатами работы [8], можно уточнить q_j и учесть потокоцепление вне стали, например для случаев, когда МК выполнен не из феррита, а из ленточного ферромагнитного материала (и коэффициент заполнения $K_{ст} < 1$). Общий объем стали МК в СИЭП:

$$V_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n V_j = \sum_{j=1}^n q_j x_j^2. \quad (4)$$

Соотношения (1)–(4) позволяют сформулировать и решить простейшую задачу оптимизации СИЭП с МК — минимизировать объем (массу стали) магнитных коммутаторов, (полагая массу обмоток незначительной) т.е. найти минимум функции V_{Σ} при выполнении условия (1), которое для переменных $V_1, V_2, \dots, V_n$ имеет вид

$$\prod_{j=1}^n \frac{V_j}{q_j} = x^2. \quad (5) \quad \text{причем}$$

Решение указанной задачи широко известно в математике и достигается при

$$\frac{V_j}{q_j} = \sqrt[n]{x^2} \quad \text{или} \quad x_j = \sqrt[n]{x}.$$

Аналогичным образом формулируется задача о максимуме общего коэффициента сжатия СИЭП с МК при заданном общем объеме магнитных коммутаторов. Максимальное значение функции x обеспечивается при одинаковых значениях переменных x_j .

Для решения задачи о минимизации потерь в СИЭП с МК необходимо учесть, что сжатие импульса тока происходит в диапазоне характерных длительностей $\sim 10 \div 0,01$ мкс. При этом магнитные коммутаторы работают в режиме динамического (импульсного) перемагничивания в течение перемагничивания τ_j , а потери в магнитном материале коммутатора многократно превосходят потери при квазистатическом режиме работы ферромагнитных сердечников (рис. 3). Как

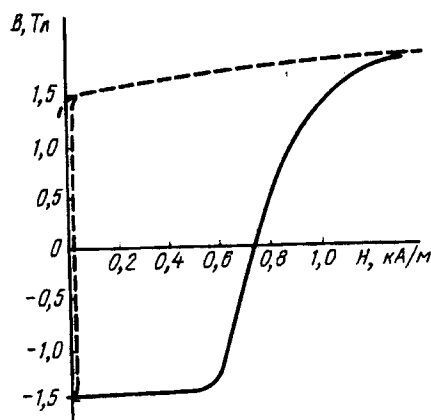


Рис. 3. Зависимость $B(H)$, характерная для динамического режима перемагничивания (за время ~ 200 нс) сердечника из аморфного сплава 7421 (толщина ленты 24 мкм); пунктиром показана зависимость $B(H)$ при квазистатическом режиме перемагничивания

правило, МК переключается из одного устойчивого состояния (насыщения) в противоположное под действием напряжения

$$u(t) = \frac{U}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi t}{\tau} \right).$$

В этом случае, используя известную феноменологическую модель, описывающую динамическое перемагничивание ферромагнитных сердечников [9], энергию потерь в МК j -го звена СИЭП (пренебрегая потерями в обмотках и полагая малой энергию потерь при обратном перемагничивании), можно представить как

$$W_j = \frac{V_j}{\tau_j} g_j j,$$

$$g_j = B_s \left(3S_{\omega 0} \lambda^2 + \frac{9\pi^2 + 20}{3\pi^2} S_{\omega e} \lambda^3 \right),$$

где B_s — индукция насыщения МК; $\lambda = \Delta B(\tau)/2B_s$, $\Delta B(\tau)$ — приращение магнитной индукции за время перемагничивания τ ; $S_{\omega 0}$ — коэффициент переключения, учитывающий явление магнитной вязкости; $S_{\omega e}$ — коэффициент переключения, учитывающий влияние поверхностного эффекта при динамическом перемагничивании МК.

Отметим, что множитель g_j содержит параметры, достаточно полно учитывающие характеристики ферромагнетика в режиме импульсного перемагничивания МК. Суммарная энергия потерь в магнитных коммутаторах СИЭП

$$W_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n W_j = \sum_{j=1}^n \frac{V_j}{\tau_j} g_j. \quad (5)$$

Задача минимизации потерь в СИЭП с МК состоит в следующем. Найти минимум функции

$$W_{\Sigma} = F(W_1, W_2, \dots, W_n)$$

при условии, что СИЭП обеспечивает заданный коэффициент сжатия x . С учетом (2) запишем (5) в виде

$$W_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n \frac{q_j g_j}{\tau_j} x_j^2. \quad (6)$$

Заметим, что $x_j = \tau_j / \tau_{j+1}$, тогда (6) в развернутом виде, группируя слагаемые, можно представить как

$$W_{\Sigma} = \frac{q_1 g_1}{\tau_1} x_1^2 + \frac{x_1}{\tau_1} \{ q_2 g_2 x_2^2 + x_2 [q_3 g_3 x_3^2 + \dots + x_{n-1} (q_{n-1} g_{n-1} x_{n-1}^2 + q_n g_n x_{n-1} x_n^2) \dots] \} \quad (7)$$

Это позволяет перейти к минимизации функции

$$W_{\Sigma} = H_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

при заданном условии $x = \prod_{j=1}^n x_j$ т.е. решать задачу об оптимальном распределении коэффициентов сжатия звеньев исходя из критерия минимума потерь в СИЭП. Решив задачу для функций $H_3(x_1, x_2, x_3)$; $H_4(x_1, x_2, x_3, x_4)$; $H_5(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, можно методом математической индукции доказать справедливость решения и для функции $H_n(x_1, \dots, x_n)$.

Для краткости приведем решение задачи оптимизации СИЭП с МК, содержащей пять звеньев сжатия. В этом случае (7) запишем в виде

$$W_{\Sigma 5} = A x_1^2 + B x_1 x_2^2 + C x_1 x_2 x_3^2 + D x_1 x_2 x_3 x_4^2 +$$

$$+ E x_1 x_2 x_3 x_4 x_5^2,$$

где

$$A = \frac{q_1 g_1}{\tau_1}; B = \frac{q_2 g_2}{\tau_1}; C = \frac{q_3 g_3}{\tau_1}; D = \frac{q_4 g_4}{\tau_1}; E = \frac{q_5 g_5}{\tau_1}.$$

Ограничение, состоящее в том, что оптимизируемая СИЭП должна обеспечивать заданный коэффициент сжатия x , имеет вид

$$x = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5.$$

Используя метод множителей Лагранжа, образуем функцию

$$L_5 = W_{\Sigma 5} + \nu (x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 - x), \quad (8)$$

найдя частные производные от которой по каждому из аргументов $x_1, x_2, \dots, x_5$, получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} 2A x_1 + B x_2^2 + C x_2 x_3^2 + D x_2 x_3 x_4^2 + E x_2 x_3 x_4 x_5^2 + \nu x_2 x_3 x_4 x_5 &= 0; \\ 2B x_1 x_2 + C x_1 x_3 + D x_1 x_3 x_4^2 + E x_1 x_3 x_4 x_5^2 + \nu x_1 x_3 x_4 x_5 &= 0; \\ 2C x_1 x_2 x_3 + D x_1 x_2 x_4^2 + E x_1 x_2 x_4 x_5^2 + \nu x_1 x_2 x_4 x_5 &= 0; \\ 2D x_1 x_2 x_3 x_4 + E x_1 x_2 x_3 x_5^2 + \nu x_1 x_2 x_3 x_5 &= 0; \\ 2E x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 + \nu x_1 x_2 x_3 x_4 &= 0; \\ x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 - x &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Поскольку переменные $x_1, \dots, x_5$ положительны, система имеет единственное решение:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{E^8}{2^{15} ABC^2 D^4} x_5^{16}; \quad x_2 = \frac{E^4}{2^7 ABCD^2} x_5^8; \\ x_3 &= \frac{E^2}{2^3 DC} x_5^4; \quad x_4 = \frac{E}{2D} x_5^2, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

причем

$$x_5 = \sqrt[31]{\frac{2^{26} AB^2 C^4 D^8}{E^{15}}} x.$$

Коэффициенты сжатия $x_1, \dots, x_5$ зависят согласно (10) от общего коэффициента сжатия СИЭП x и совокупности коэффициентов q и g . При расчете коэффициентов сжатия $x_1, \dots, x_5$ конкретной системы питания особенности режима работы каждого звена сжатия (и особенности их предполагаемого конструктивного выполнения) могут быть учтены путем уточнения параметров, входящих в выражения для q_i и g_i . Таким образом у разработчиков СИЭП с МК появляется возможность рассчитать несколько вариантов проектируемой системы питания и при необходимости учесть нередко встречающееся на практике неравномерное (убывающее от входных звеньев СИЭП к выходным) распределение емкости накопителей;

применение в звеньях сжатия МК из различных ферромагнитных материалов; изменения в характеристиках МК (как следствие нагрева МК при частотном режиме работы) и т.д.

Для трех- и четырехзвенных СИЭП, в которых минимизированы потери в МК, распределение коэффициентов сжатия звеньев имеет вид

$$x_3 = \sqrt[7]{\frac{2^4 AB^2}{C^3}} x; \quad x_2 = \frac{C}{2B} x_3^2; \quad x_1 = \frac{C^2}{8AB} x_3^4 \quad (11)$$

и соответственно

$$\left. \begin{aligned} x_4 &= \sqrt[16]{\frac{2^{11} AB^2 C^4}{D^7}} x; \\ x_3 &= \frac{D}{2C} x_4^2; \quad x_2 = \frac{D^2}{8BC} x_4^4; \quad x_1 = \frac{D^4}{128ABC^2} x_4^8. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Анализ соотношений (10)÷(12) показывает, что значения коэффициентов сжатия звеньев убывают от входных звеньев СИЭП к выходным. Таким образом, минимум потерь в СИЭП с МК достигается при иных условиях, нежели минимум объема коммутаторов и максимум общего коэффициента компрессии x . Поэтому для разработчиков СИЭП с МК актуальной является задача выбора параметров звеньев сжатия и числа таких звеньев, исходя из основных технико-эксплуатационных показателей (общий объем или вес МК, общий коэффициент компрессии, потери энергии в МК) реальной системы питания по сравнению с ее возможным оптимальным вариантом, в котором обеспечен либо минимум объема МК, либо минимум потерь. Решение этой задачи предполагает получение количественной оценки объемов МК и потерь для различных вариантов систем питания при отклонении параметров (объемов МК, коэффициентов сжатия звеньев) от значений, соответствующих оптимальным вариантам (минимум объема или минимум потерь).

Рассмотрим, как соотносятся общие объемы магнитных коммутаторов в двух вариантах СИЭП (при одинаковом значении общего коэффициента сжатия x), полагая, что в первом варианте системы питания обеспечен минимум суммарных потерь в МК, а во втором — минимум общего объема МК. Для наглядности проведем выкладки для трехзвенной системы питания, считая, что коэффициенты q_i и g_i i -го звена сжатия мало отличаются от соответствующих коэффициентов q и g других звеньев СИЭП. В первом приближении для выявления основной тенденции в зависимости $V_\Sigma(x)$ это вполне допустимо. При сделанных предположениях коэффициенты сжатия звеньев первой СИЭП таковы:

$$x_3 \sim \sqrt[7]{16x}; \quad x_2 \sim \frac{x^2}{2}; \quad x_1 \sim \frac{x^4}{8},$$

а объем МК звеньев сжатия можно представить так:

$$V_3 \sim 2 \sqrt[7]{2x^2}; \quad V_2 \sim 2 \sqrt[7]{4x^2}; \quad V_1 \sim \frac{x}{4} \sqrt[7]{16x}.$$

Общий объем магнитных коммутаторов такой СИЭП

$$V_\Sigma \sim \left(\frac{x}{4} \sqrt[7]{16x} + \sqrt[7]{4x^2} + \sqrt[7]{2x^2} \right).$$

Отношение этого объема к суммарному объему МК СИЭП, в которой при таком же коэффициенте сжатия x достигается минимум общего объема, определяется выражением

$$\frac{V_\Sigma}{V_{\Sigma \min}} \cong \frac{\sqrt[7]{16}}{12} \sqrt[21]{x^{10}} + \frac{\sqrt[7]{4}}{3} \frac{1}{\sqrt[21]{x^2}} + \frac{2\sqrt[7]{2}}{3} \frac{1}{\sqrt[21]{x^8}}. \quad (13)$$

Аналогичным образом могут быть сделаны оценки объемов МК в двух-, четырех- и пятизвенных вариантах СИЭП.

В диапазоне значений коэффициента сжатия x , имеющих практическое приложение, ход этой зависимости представлен на рис. 4, а. Сопоставление приведенных кривых позволяет сделать адекватный выбор между вариантами СИЭП с различным числом звеньев сжатия, различными объемами МК и при заданном коэффициенте сжатия x . Например, для СИЭП, в которой предполагается обеспечить коэффициент сжатия $x \approx 50$, а отклонения в объеме МК не должны

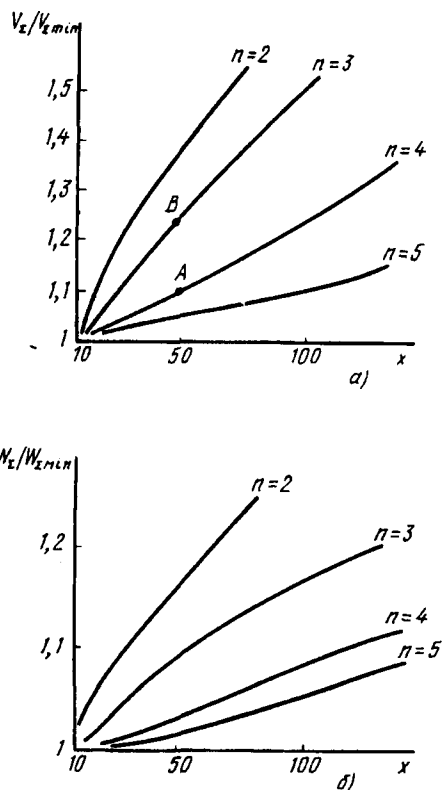


Рис. 4. Графики отношения объемов (а) и потерь (б) МК двух вариантов СИЭП в зависимости от общего коэффициента сжатия системы питания (для СИЭП с различным числом звеньев сжатия $n=2, 3, 4, 5$)

превосходить 10% минимально возможного суммарного объема МК при том же коэффициенте сжатия x , можно минимизировать потери в МК, выбрав для реализации четырехзвенный вариант СИЭП с МК (точка A на рис. 4,а), в котором значения коэффициентов сжатия звеньев $x_1 \div x_4$ определены в соответствии с (12). Когда ограничения на общий объем (вес) МК не являются столь жесткими и допустимо, например, превышение суммарного объема МК над оптимальным на 25%, минимум потерь в МК достижим и в трехзвенном варианте СИЭП (точка B на рис. 4,а).

Сопоставим потери в МК трехзвенных СИЭП, в первой из которых обеспечен минимум общего объема МК, а во второй, при том же значении коэффициента сжатия x , минимизированы потери в МК. По-прежнему считая, что отличия в значениях коэффициентов g_i и g_j (а также q_i и q_j) невелики, из (11) получим выражения зависимости энергии потерь первой и второй СИЭП:

$$W_{\Sigma} \sim \sqrt[3]{2} (1 + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{x^3}); \quad W_{\Sigma \min} \sim \sqrt[3]{\frac{7x^7}{1024}},$$

отношение которых (рис. 4,б)

$$\frac{W_{\Sigma}}{W_{\Sigma \min}} \cong \frac{\sqrt[3]{1024}}{7} \left(\sqrt[21]{x^4} + \frac{1}{\sqrt[21]{x^3}} + \frac{1}{\sqrt[21]{x^{10}}} \right).$$

Графики аналогичных зависимостей для двух-, четырех- и пятизвенных СИЭП, приведенные на рис. 4,б, позволяют оценить, какой из вариантов системы питания при заданном коэффициенте сжатия, но при различном числе звеньев сжатия обеспечит допустимое значение энергии потерь в МК, если объем (масса стали) МК СИЭП минимизирован.

Выводы. 1. В аналитическом виде решена задача минимизации потерь в магнитных коммутаторах и получены соотношения для коэффициентов сжатия в звеньях СИЭП с МК.

2. Проведено сопоставление суммарных объемов (массы стали) МК и общих потерь в МК на примере ряда многозвенных СИЭП с МК, удовлетворяющих критерию минимума объема

(массы) либо критерию минимума потерь в МК.

3. Полученные результаты позволяют на первой стадии расчета СИЭП с МК оптимальным образом выбрать число звеньев сжатия и коэффициенты сжатия звеньев, а также минимизировать общий объем МК и потери в них, что особенно важно для СИЭП, работающих в частотном режиме.

Список литературы

1. Агеев В.П., Конов В.И., Поляков Н.П. Использование магнитного генератора импульсного напряжения для возбуждения импульсно-периодического СО-лазера.— Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 12.
2. Долбилов Г.В., Красных А.К., Разувакин В.Н. Использование звеньев сжатия и нелинейных схем формирования в модуляторе линейного индукционного ускорителя.— ПТЭ, 1984, № 4.
3. The application of magnetic switches as pulse sources for induction linacs / D. Birk, E. Cock, S. Poor — IEEE Trans. on Nucl. Sc. 19983, vol. NS-30, № 4.
4. Варламов Н.В., Львов Е.И., Купцов В.А. Модель системы импульсного электропитания с магнитной компрессией мощности.— Труды XI Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1989, т. 1.
5. Neau E.L., Wodston T.L., Penn K.J. COMET-I, a two-stage magnetically switched pulse-power module.— Proc. IEEE Part. Accel. Conf, 1984.
6. Варламов Н.В., Львов Е.И., Борзов Р.Г. Высоковольтный наносекундный генератор с магнитным коммутатором.— Труды 8-го Всесоюзного симпозиума по силовоточной электронике. Свердловск, 1990, т. 3.
7. Магнитные генераторы импульсов / Л.А. Меерович, И.М. Вагин, Э.Ф. Зайцев, В.М. Кандыкин.— М.: Советское радио, 1968.
8. Карасев В.В. Расчет магнитных коммутаторов высокого напряжения в составе магнитного импульсного модулятора — Сб. научн. тр. ВЭИ. Импульсные высоковольтные системы электропитания. — М.: Информэлектро, 1990.
9. Оптимизация магнитных звеньев импульсной компрессии в схеме питания электрофизических установок / В.М. Булыкин, Н.В. Варламов, Е.И. Львов, В.К. Емельянов — Сб. тр. МИФИ. Разработка линейных ускорителей и их применение в радиационном эксперименте.— М.: Энергоатомиздат, 1986.
10. Пирогов А.И., Шамаев Ю.М. Магнитные сердечники в автоматике и вычислительной технике.— М.: Энергия, 1967.

[13.07.94]

Автор: Варламов Николай Викторович окончил факультет автоматики и электроники Московского инженерно-физического института (МИФИ) в 1978 г. Старший преподаватель кафедры электротехники МИФИ.

О независимости от частоты сопротивления некоторых двухполюсников

ПЕРЕДЕЛЬСКИЙ Г.И.

Известно, что многоэлементные двухполюсники, содержащие элементы всех трех типов (активные сопротивления, индуктивности и емкости) с сосредоточенными параметрами и ограниченным числом элементов, являются частотно-зависимыми. Их исследование с помощью мостовых цепей при питании импульсами сложной формы позволило выявить группу частотно-независимых двухполюсников. Они должны содержать определенное число определенных элементов, иметь соединение между собой, и значения параметров их элементов должны удовлетворять определенным условиям. Каждый из таких двухполюсников эквивалентен определенному активному сопротивлению независимо от частоты. Библ.5.

Ключевые слова: двухполюсники, сосредоточенные параметры, частотно-независимые двухполюсники, исследования

Свойства электрических цепей лежат в основе работы большого числа разнообразных устройств в ряде областей техники: электроэнергетики, электротехники, радиотехники, измерительной техники, автоматики, вычислительной техники. Это подчеркивает важность исследований в области теории электрических цепей. Частными примерами практического использования свойств электрических цепей могут служить разнообразные электрические фильтры, электронные генераторы электрических сигналов, аналоговые интеграторы и т. п. Известно, что многоэлементные двухполюсники, содержащие элементы всех трех типов (активные сопротивления, индуктивности и емкости) с сосредоточенными параметрами и ограниченным числом элементов, являются частотно-зависимыми. Это устоявшееся положение в теории электрических цепей. Известным исключением здесь является мостовая цепь постоянного тока в состоянии равновесия, в измерительной диагонали которой имеются реактивные элементы.

В данной работе обоснована возможность существования таких двухполюсников, которые выходят за рамки приведенного положения, а именно являются частотно-независимыми, хотя содержат разнородные реактивные элементы.

В последние десятилетия существенного развития достигла теория и практика контроля и измерения параметров многоэлементных двухполюсников [1, 2 и др.]. Одно из направлений в этой области основано на питании мостовых цепей импульсами с изменением напряжения в течение их длительности по закону степенных функций [2, 3], что позволило исследовать широкий круг многоэлементных двухполюсников [2, 4, 5]. Эти исследования

It is known that multielement two-terminal network, containing elements of all three types (active resistors, inductions and capacities), with the concentrated parameters and limited number of components are frequency dependent. Their investigation by means of bridge circuit at impulse supply of complex configuration has revealed a group of frequency independent two-terminal networks. They must contain a certain number of certain interconnection and the values of their components' parameters must meet certain requirements. Each of these two-terminal networks is equivalent to the certain active resistor irrespective of the frequency.

Key words: two-terminal-pair, lumped parameters, frequency independent two-terminal networks, investigation

привели к обнаружению многоэлементных двухполюсников со свойством независимости от частоты их сопротивления и обоснованию условий, которые необходимо для этого выполнить. Приведенные ниже результаты получены путем обобщения частных решений.

Три частотно-независимых двухполюсника, содержащих элементы всех трех типов, изображены на рис. 1. Для получения названного свойства

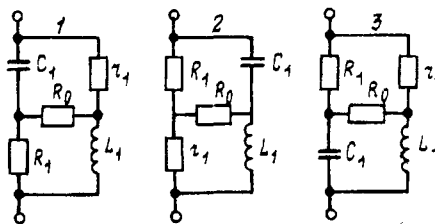


Рис. 1

они должны содержать определенные элементы, иметь определенное их число, соединение между собой, значения параметров элементов должны удовлетворять определенным условиям. Комплексное сопротивление первой цепи (рис. 1) описывается выражением

$$Z_1(\omega) = \frac{r_1(R_0 + R_1) + j\omega[L_1(R_0 + R_1 + r_1) + C_1 R_0 R_1 r_1] - \omega^2 L_1 C_1 R_1(R_0 + r_1)}{R_0 + R_1 + j\omega[L_1 + C_1(R_0 R_1 + R_0 r_1 + R_1 r_1)] - \omega^2 L_1 C_1(R_0 + r_1)} \quad (1)$$

При выполнении условий

$$R_1 = r_1 \text{ и } L_1 = C_1 R_1^2 \quad (2)$$

уравнение (1) преобразуется к виду

$$Z_1(\omega) = R_1. \quad (3)$$

При выполнении условий

$$R_1 = r_1 \text{ и } L_1 = C_1(R_1 + 2R_0)^2 \quad (4)$$

сопротивление второго двухполюсника (рис. 1)

$$Z_2(\omega) = R_1 + R_0 R_1 / (R_0 + R_1), \quad (5)$$

а для третьего двухполюсника

$$Z_3(\omega) = R_1(R_0 + R_1) / (R_0 + 2R_1), \quad (6)$$

если выполнены условия

$$R_1 = r_1 \text{ и } L_1 = C_1 R_0^2 R_1^2 / (R_0 + 2R_1)^2. \quad (7)$$

Для двухполюсника 1 (рис. 1) значение сопротивления (3) и условия независимости от частоты (2) не зависят от значения сопротивления R_0 . Схема двухполюсника представляет собой четырехплечевую мостовую цепь, в измерительной диагонали которой включено активное сопротивление R_0 . Условие равновесия такого моста

$$L_1 = C_1 R_1 r_1. \quad (8)$$

Откуда видно, что выражения (2) являются частным случаем условия равновесия (8). Двухполюсник 1 является уравновешенной мостовой цепью, поэтому в измерительную диагональ можно включить цепь с любыми содержанием элементов, их включением и значениями параметров, и они не окажут влияния на выражения (2) и (3).

Все приведенные двухполюсники можно рассматривать как мостовые цепи с сопротивлением в измерительной диагонали, равным конечному произвольному значению (двухполюсник 1) или конечному определенному значению (двухполюсники 2 и 3). Это сопротивление для двухполюсника 2 определяется из (4):

$$R_0 = (\sqrt{L_1/C_1} - R_1)/2, \quad (9)$$

при этом должно выполняться неравенство

$$\sqrt{L_1/C_1} > R_1, \quad (10)$$

а при $\sqrt{L_1/C_1} = R_1$, $R_0 = 0$ и из двухполюсника 2 (рис. 1) получаем двухполюсник 4 (рис. 2). Аналогично для цепи 3 из (7) имеем

$$R_0 = 2R_1 \sqrt{L_1/C_1} / (R_1 - \sqrt{L_1/C_1}), \quad (11)$$

при этом должно выполняться неравенство

$$\sqrt{L_1/C_1} < R_1, \quad (12)$$

а при $\sqrt{L_1/C_1} = R_1$, $R_0 = \infty$ и из двухполюсника 3 (рис. 1) получаем двухполюсник 5 (рис. 2). Выражения (2) являются также условиями не-

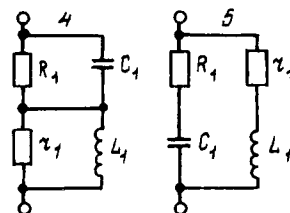


Рис. 2

зависимости от частоты для двухполюсников 4 и 5 (рис. 2), а их эквивалентное сопротивление находится из формул

$$Z_4(\omega) = R_1, \quad Z_5(\omega) = R_1. \quad (13)$$

Двухполюсник 4 (рис. 2) представляет собой двухполюсник 1 (рис. 1) со значением сопротивления в измерительной диагонали, равным нулю. Двухполюсник 5 (рис. 2) тоже соответствует двухполюснику 1 с сопротивлением в измерительной диагонали, равным бесконечности. Таким образом, цепи 4 и 5 являются производными от соответствующих названных цепей 1, 2 и 3 — частным случаем их реализации. Цепи 2, 3, а также в приведенном виде 4 и 5 представляют собой неуравновешенные мостовые цепи. Если в цепях 4 и 5 поменять местами включение конденсатора C_1 и резистора R_1 , то в этом виде они, а также цепь 1 будут уравновешенными мостами при выполнении условий (2).

В качестве примера выберем двухполюсник 1 (рис. 1) и на его основе построим четырехполюсник, изображенный на рис. 3,а. Пусть для двухполюсника выполняются условия (2), тогда при воздействии перепада напряжения U_1 выходное напряжение

$$u_2 = U_1 R / (R + R_1), \quad (14)$$

а ток через сопротивление r_1

$$L_{r1} = U_1 (1 - e^{-t/C_1 R_1}) / (R + R_1), \quad (15)$$

т.е. во внешней относительно двухполюсника цепи

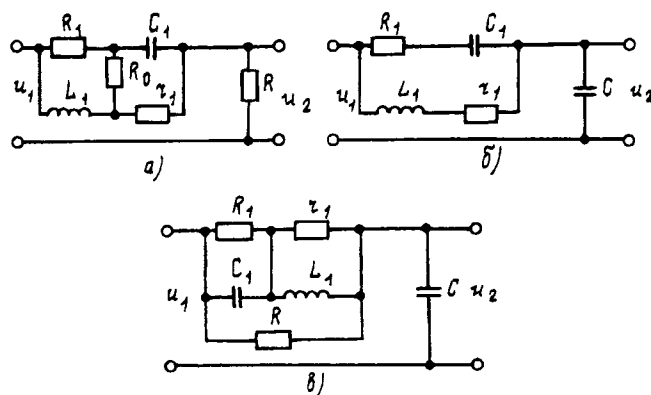


Рис. 3

переходный процесс отсутствует (14), а в самом двухполюснике имеется переходный процесс, постоянная времени которого не зависит от значения внешнего сопротивления R (15) и, конечно, сопротивления R_0 . Значения индуктивности и емкости в цепи можно выбирать различными, но при выполнении условий (2) двухполюсник будет частотно-независимым и эквивалентным активному сопротивлению R_1 , значение которого в этом случае не изменяется. Изменяется лишь длительность переходного процесса в самом двухполюснике (15). Таким образом, обсуждаемые двухполюсники имеют лишь эффект эквивалентности активному сопротивлению, так как в них есть переходный процесс (15), а в идеальных цепях из активных сопротивлений такого процесса нет.

Если четырехполюсники (рис. 3,а) был подключен к источнику постоянного напряжения U_1 и в некоторый момент времени $t=0$ отключается от него, то падения напряжений на соответствующих элементах определяются выражениями

$$u_{C1} = u_{r1} = \frac{U_1 R_1}{R + R_1} e^{-t/C_1 R_1};$$

$$u_{L1} = u_{R1} = -\frac{U_1 R_1}{R + R_1} e^{-t/C_1 R_1}, \quad (16)$$

а ток через сопротивление R_0 равен нулю, что подтверждает приведенные выше положения.

В случае использования во внешней цепи реактивного элемента, например конденсатора (рис. 3,б), выходное напряжение приведенного четырехполюсника при воздействии перепада напряжения определяется формулой

$$u_2 = U_1 (1 - e^{-t/CR_1}), \quad (17)$$

а ток через сопротивление

$$i_{r1} = U_1 C (e^{-t/CR_1} - e^{-t/C_1 R_1}) / R_1 (C - C_1). \quad (18)$$

Отсюда следует, что на длительность переходного процесса во внешней относительно выбранного в качестве частного примера двухполюсника не оказывают влияния значения индуктивности L_1 и емкости C_1 (17), а в самом двухполюснике на него влияют значения всех параметров цепи, кроме R_0 (18).

Приведенные примеры намеренно выбраны простыми, чтобы не приводить громоздких соотношений. Однако полученные положения справедливы для всех рассмотренных частотно-независимых двухполюсников (рис. 1 и 2) и цепей с их использованием, что проверено автором, но в данной статье не приведено. Усложнение цепей с участием частотно-независимых двух-

полюсников не приводит к изменению сущности приведенных выше положений. Например, выходное напряжение четырехполюсника (рис. 3,б) с использованием двухполюсника 4 (рис. 2) находится по формуле

$$u_2 = U_1 \left[1 - e^{-\frac{t(R+R_1)}{CRR_1}} \right], \quad (19)$$

а ток через сопротивление R_1

$$i_{R1} = \frac{U_1 CR}{R_1 [CR - C_1 (R + R_1)]} \left[e^{-\frac{t(R+R_1)}{CRR_1}} - e^{-\frac{t}{C_1 R_1}} \right]. \quad (20)$$

В рассматриваемых двухполюсниках (рис. 1 и 2) минимальное число элементов четыре (двухполюсники 4 и 5): на их основе можно образовать труднообозримое число более сложных цепей, в принципе с неограниченным числом элементов. Примером может служить четырехполюсник, изображенный на рис. 4,а. Если для входящих в него двухполюсников выполняются соответствующие условия независимости от частоты (2), (4) или (7), то его можно привести к эквивалентной цепи, показанной на рис. 4,б. Так,

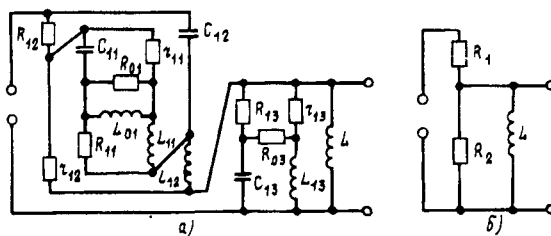


Рис. 4

двухполюсник, образованный элементами $C_{11}, R_{11}, r_{11}, L_{11}, R_{01}, L_{01}$, представляет собой уравновешенную мостовую цепь с элементами R_{01} и L_{01} в измерительной диагонали. В соответствии с (3) такой двухполюсник эквивалентен активному сопротивлению R_{11} . Двухполюсник, образованный элементами $R_{12}, r_{12}, C_{12}, L_{12}$, является неуравновешенной мостовой цепью, в измерительной диагонали которой активное сопротивление R_{11} . Он эквивалентен с учетом (5) активному сопротивлению R_1 (рис. 4,б):

$$R_1 = R_{12} + R_{11} R_{12} / (R_{11} + R_{12}). \quad (21)$$

Двухполюсник $R_{13}, C_{13}, r_{13}, L_{13}, R_{03}$ эквивалентен в соответствии с (6) сопротивлению

$$R_2 = R_{13} (R_{03} + R_{13}) / (R_{03} + 2R_{13}), \quad (22)$$

т.е., действительно, при выполнении для двухполюсников условий независимости от частоты

сравнительно сложный четырехполюсник на рис. 4,а эквивалентен простому на рис. 4,б.

Каждый из частотно-независимых двухполюсников, изображенных на рис. 2, содержит две ячейки: $C-R$ и $L-r$. Очевидно, что число пар таких ячеек может быть произвольным. Но и число самих ячеек может быть произвольным, не только четным, но и нечетным, и при этом можно сохранить свойство независимости от частоты. Два варианта структур таких двухполюсников приведены на рис. 5,а. Условия независимости от частоты для них удобно привести

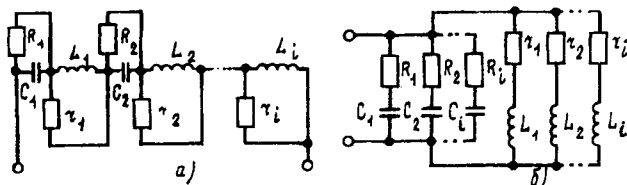


Рис. 5

в следующем виде. Пусть некоторые обобщенные активные сопротивления отдельно для емкостных и индуктивных ячеек двухполюсника на рис. 5,а определяются суммами

$$R_3 = R_1 + R_2 + R_3 + \dots, \quad r_3 = r_1 + r_2 + r_3 + \dots, \quad (23)$$

а для двухполюсника на рис. 5,б — выражениями

$$R_3 = R_1 || R_2 || R_3 \dots, \quad r_3 = r_1 || r_2 || r_3 \dots \quad (24)$$

Таким образом, в первом случае имеет место эффект последовательно включения сопротивлений, во втором — эффект параллельного их соединения. Обозначим постоянные времени каждой емкостной и индуктивной ячейки как

$$\tau_{Ci} = C_i R_i, \quad \tau_{Li} = L_i / r_i. \quad (25)$$

Если для двух последних структур двухполюсников (рис. 5) выполняются условия

$$\left. \begin{aligned} R_3 &= r_3; \\ \tau_{C1} &= \tau_{C2} = \dots = \tau_{Ci} = \tau_C; \\ \tau_{L1} &= \tau_{L2} = \dots = \tau_{Li} = \tau_L; \\ \tau_C &= \tau_L = \tau, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

то они являются частотно-независимыми и

$$Z_1(\omega) = R_3, \quad Z_2(\omega) = R_3. \quad (27)$$

Для подтверждения в качестве частного примера выберем сравнительно негромоздкий в математическом описании вариант. Пусть в первой структуре (рис. 5,а) содержатся только три первые ячейки. При выполнении условий (26) сопротивление такого двухполюсника

$$\begin{aligned} Z_1(\omega) &= \frac{(R_1 + R_2)^2 (1 + 3j\omega\tau - 3\omega^2\tau^2 - j\omega^3\tau^3)}{(R_1 + R_2)(1 + 3j\omega\tau - 3\omega^2\tau^2 - j\omega^3\tau^3)} = \\ &= R_1 + R_2 = r_1. \end{aligned} \quad (28)$$

Внешние относительно рассматриваемых двухполюсников (рис. 1, 2, 5) цепи и значения их параметров не оказывают влияния на условия независимости от частоты (2), (4), (7) и (26) и не требуют их коррекции.

Рассмотренные частотно-независимые двухполюсники прошли экспериментальную проверку.

Можно ожидать, что рассмотренное свойство займет свое место в теории электрических цепей и найдет свое применение при практическом использовании, в частности, в устройствах компенсации реактивности, а также компенсации фазового сдвига в широком частотном диапазоне или при электрических сигналах сложной формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнеллер В.Ю., Боровских Л.П. Определение параметров многоэлементных двухполюсников.— М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. Передельский Г.И. Мостовые цепи с импульсным питанием.— М.: Энергоатомиздат, 1988.
3. Передельский Г.И. Раздельное уравнивание мостовых цепей для измерения параметров многоэлементных двухполюсников.— Измерительная техника, 1984, № 6.
4. А.с. 1150556 (СССР). Мостовой измеритель параметров многоэлементных пассивных двухполюсников / Г.И. Передельский.— Оpubл. в Б.И., 1985, № 14.
5. А.с. 1247762 (СССР). Мостовой измеритель параметров многоэлементных пассивных двухполюсников / Г.И. Передельский.— Оpubл. в Б.И. 1986, № 26.

[15.11.93]

А в т о р : Передельский Г.И. окончил в 1960 г. радиотехнический факультет Томского политехнического института. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию в Московском энергетическом институте по теме «Теория мостовых цепей с питанием импульсами сложной формы в задачах измерения параметров двухполюсников». Профессор Курского политехнического института.

Аналитическое обращение матриц индуктивностей уравнений состояния электрических машин

БУТЫРИН П.А., ЧИНЬ ХУНГ ЛЯН

Рассматривается задача аналитического обращения матриц индуктивностей $L(\gamma)$ уравнений состояния электрических машин. Приведены формулы определения коэффициентов матриц $L^{-1}(\gamma)$ при различных видах полюсности машин и симметрии расположения обмоток с иллюстрирующими примерами.

Ключевые слова: электрическая машина, уравнение состояния, аналитическое обращение, анализ

Рассматривается задача аналитического обращения матрицы индуктивностей $L(\gamma)$ уравнений состояния электрических машин:

$$L(\gamma) \frac{di}{dt} = - \left[R + \omega \frac{dL(\gamma)}{d\gamma} \right] i + u; \quad u \in R^m, \quad (1)$$

в предположении, что матрицы $R, L(\gamma)$ имеют вид

$$R = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix}, \quad L(\gamma) = L_\delta + L(\gamma) = \begin{bmatrix} l_{s\delta} & 0 \\ 0 & l_{r\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{ss} & l_{sr} \\ l_{rs} & l_{rr} \end{bmatrix},$$

где $R_s = \text{diag } R_{si}$, $R_r = \text{diag } R_{rj}$, $l_{s\delta} = \text{diag } l_{s\delta i}$, $l_{r\delta} = \text{diag } l_{r\delta j}$ — матрицы сопротивлений и индуктивностей рассеяния обмоток статора m_s (с номерами $i = 1, 2, \dots, m_s$) и обмоток ротора $m_r = m - m_s$ (с номерами $j = m_s + 1, m_s + 2, \dots, m$), $L(\gamma)$ — матрица главных значений индуктивностей (рис. 1), причем коэффициенты блочных матриц $L_\delta, L(\gamma)$ определяются как

$$l_{s\delta i} = l_{s\delta i}^d = l_{s\delta i}^q, \quad i = \overline{1, m_s};$$

$$l_{r\delta i} = l_{s\delta i}^d \cos^2 \beta_i^r + l_{s\delta i}^q \sin^2 \beta_i^r, \quad i = \overline{1, m_r};$$

$$[l_{ss}]_{ij} = M_{ss}^d \cos(\beta_i^s - \gamma) \cos(\beta_j^s - \gamma) + M_{ss}^q \sin(\beta_i^s - \gamma) \sin(\beta_j^s - \gamma);$$

$$[l_{sr}]_{ij} = [l_{rs}]_{ji} = M_{sr}^d \cos(\beta_i^s - \gamma) \cos \beta_j^r + M_{sr}^q \sin(\beta_i^s - \gamma) \sin \beta_j^r;$$

$$[l_{rr}]_{ij} = M_{rr}^d \cos \beta_i^r \cos \beta_j^r + M_{rr}^q \sin \beta_i^r \sin \beta_j^r;$$

$$M_{sr}^d = \sqrt{M_{ss}^d M_{rr}^d}, \quad M_{sr}^q = \sqrt{M_{ss}^q M_{rr}^q};$$

$l_{s\delta i}^d, l_{s\delta i}^q, l_{r\delta i}^d, l_{r\delta i}^q$ и $M_{ss}^d, M_{ss}^q, M_{rr}^d, M_{rr}^q$ — соответствующие значения индуктивностей рассеяния и взаимных индуктивностей обмоток.

Решение этой задачи позволит аналитически привести уравнение (1) к нормальной форме Коши, что крайне важно при численных расчетах,

The problem of the analytical converting of inductance matrices $L(\gamma)$ of electrical machine state equations is considered. The formulae for coefficients of matrices $L^{-1}(\gamma)$ at different forms of machine rotor and symmetry of windings arrangement are given along with the illustrated examples.

Key words: electrical machine, state equations, analytical converting, analysis

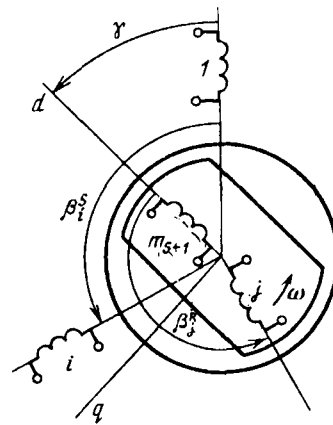


Рис. 1

поскольку исключает необходимость проведения численного обращения матриц $L(\gamma)$ на каждом шаге расчета [уравнение моментов (движения), как не влияющее на выкладки и выводы статьи, здесь и далее для простоты не рассматривается]. Впервые возможность чисто аналитического обращения матрицы $L(\gamma)$ уравнения (1) обоснована в [1] с использованием следующего разложения матрицы главных значений индуктивностей фазных обмоток:

$$L(\gamma) = A A^t, \quad A = \begin{bmatrix} A_s \\ A_r \end{bmatrix} = [x \ y],$$

$$A \in R^{m \times 2}, \quad A_s \in R^{m_s \times 2}, \quad A_r \in R^{m_r \times 2};$$

$$x = [x_s^t \ x_r^t]^t = [\dots \sqrt{M_{ss}^d} \cos(\beta_i^s - \gamma) \dots \dots \sqrt{M_{rr}^d} \cos \beta_j^r \dots]^t,$$

$$y = [y_s^t \ y_r^t]^t = [\dots \sqrt{M_{ss}^q} \sin(\beta_i^s - \gamma) \dots \dots \sqrt{M_{rr}^q} \sin \beta_j^r \dots]^t,$$

$$i = \overline{1, m_s}, \quad j = \overline{1, m_r}.$$

В данной статье эта возможность конкретизируется применительно к различной полюсности машин и видам симметрии расположения обмоток.

1. Неявнополюсная машина с симметричной системой m_s обмоток на статоре и симметричной системой m_r обмоток на роторе

Представим искомую матрицу, обратную матрице $L(\gamma) = L_\delta + AA^t$, в виде [2]

$$L^{-1}(\gamma) = L_\delta^{-1} - L_\delta^{-1}AB^{-1}A^tL_\delta^{-1},$$

$$B = (1 + A^tL_\delta^{-1}A), \quad B \in R^{2 \times 2} \quad (2)$$

и рассмотрим блочное представление матрицы B :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + [A_s^t \ A_r^t] \begin{bmatrix} l_{s\delta}^{-1} & 0 \\ 0 & l_{r\delta}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_s \\ A_r \end{bmatrix}.$$

Поскольку

$$A_s^t A_s = \begin{bmatrix} a_s & 0 \\ 0 & a_s \end{bmatrix}, \quad a_s = x_s^t x_s = y_s^t y_s = 0,5m_s M_s;$$

$$A_r^t A_r = \begin{bmatrix} a_r & 0 \\ 0 & a_r \end{bmatrix}, \quad a_r = x_r^t x_r = y_r^t y_r = 0,5m_r M_r,$$

то

$$B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}, \quad b = 1 + 0,5m_s M_s l_{s\delta}^{-1} + 0,5m_r M_r l_{r\delta}^{-1}.$$

Окончательно согласно (2) имеем

$$L^{-1}(\gamma) = L_\delta^{-1} - b^{-1}L_\delta^{-1}AA^tL_\delta^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{l}_{s\delta} & 0 \\ 0 & \tilde{l}_{r\delta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{l}_{ss} & \tilde{l}_{sr} \\ \tilde{l}_{rs} & \tilde{l}_{rr} \end{bmatrix},$$

где

$$\tilde{l}_{s\delta i} = l_{s\delta}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_s};$$

$$\tilde{l}_{r\delta i} = l_{r\delta}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_r};$$

$$[\tilde{l}_{ss}]_{ij} = b^{-1} l_{s\delta}^{-2} M_s \cos(\beta_i^s - \beta_j^s);$$

$$[\tilde{l}_{sr}]_{ij} = [\tilde{l}_{rs}]_{ji} = b^{-1} l_{s\delta}^{-1} l_{r\delta}^{-1} \sqrt{M_s M_r} \cos[\gamma - (\beta_i^s - \beta_j^r)];$$

$$[\tilde{l}_{rr}]_{ij} = b^{-1} l_{r\delta}^{-2} M_r \cos(\beta_i^r - \beta_j^r).$$

Пример. На рис. 2 показаны прямая и обратная матрицы индуктивностей $L(\gamma)$, $L^{-1}(\gamma)$ шестифазной неявнополюсной электрической машины с тремя обмотками на роторе.

2. Явнополюсная машина, на статоре которой расположена симметричная система m_s обмоток, а на роторе — m_{rd} обмоток по оси d и m_{rq} обмоток по оси q

Векторы x, y в данном случае можно разбить на следующие подвекторы:

$$x = [\dots \sqrt{M_{ss}^d} \cos(\beta_i^s - \gamma) \dots \sqrt{M_{rj}^d} \dots 0 \dots]^t;$$

$$y = [\dots \sqrt{M_{ss}^q} \sin(\beta_i^s - \gamma) \dots 0 \dots \sqrt{M_{rk}^q} \dots]^t;$$

$$i = \overline{1, m_s}, \quad j = \overline{1, m_{rd}}, \quad k = \overline{1, m_{rq}}.$$

а матрицу L_δ на соответствующие подматрицы:

$$L_\delta = \text{diag}\{L_s, L_{rd}, L_{rq}\}, \quad L_s = \text{diag}\{L_{si}\},$$

$$L_{rd} = \text{diag}\{L_{rdj}\}, \quad L_{rq} = \text{diag}\{L_{rqk}\}$$

Тогда матрица B из выражения (2) примет вид

$$B = 1 + A^t L_\delta^{-1} A = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix},$$

$$b_1 = 1 + 0,5m_s M_{ss}^d l_{s\delta}^{-1} + M_{rd}, \quad M_{rd} = \sum_{i=1}^{m_{rd}} M_{ri}^d l_{rdi}^{-1},$$

$$b_2 = 1 + 0,5m_s M_{ss}^q l_{s\delta}^{-1} + M_{rq}, \quad M_{rq} = \sum_{i=1}^{m_{rq}} M_{ri}^q l_{rqi}^{-1}.$$

Окончательно согласно (2) имеем

$$L^{-1}(\gamma) = L_\delta^{-1} - L_\delta^{-1}AB^{-1}A^tL_\delta^{-1} =$$

$$= \begin{bmatrix} \tilde{l}_{s\delta} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{l}_{rd\delta} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{l}_{rq\delta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{l}_{ss} & \tilde{l}_{srd} & \tilde{l}_{srq} \\ \tilde{l}_{rds} & \tilde{l}_{rrd} & 0 \\ \tilde{l}_{rqs} & 0 & \tilde{l}_{rrq} \end{bmatrix},$$

где

$$\tilde{l}_{s\delta i} = l_{s\delta}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_s};$$

$$\tilde{l}_{rd\delta i} = l_{rd\delta}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_{rd}};$$

$$\tilde{l}_{rq\delta i} = l_{rq\delta}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_{rq}};$$

$$[\tilde{l}_{ss}]_{ij} = l_{s\delta}^{-2} [b_1^{-1} M_{ss}^d \cos(\beta_i^s - \gamma) \cos(\beta_j^s - \gamma) + b_2^{-1} M_{ss}^q \sin(\beta_i^s - \gamma) \sin(\beta_j^s - \gamma)];$$

$$[\tilde{l}_{srd}]_{ij} = [\tilde{l}_{rds}]_{ji} = b_1^{-1} l_{s\delta}^{-1} l_{rdj}^{-1} \sqrt{M_{ss}^d M_{rj}^d} \cos(\beta_j^s - \gamma);$$

$$[\tilde{l}_{srq}]_{ij} = [\tilde{l}_{rqs}]_{ji} = b_2^{-1} l_{s\delta}^{-1} l_{rqj}^{-1} \sqrt{M_{ss}^q M_{rj}^q} \cos(\beta_j^s - \gamma);$$

$$[\tilde{l}_{rrd}]_{ij} = b_1^{-1} l_{rdi}^{-1} l_{rdj}^{-1} \sqrt{M_{ri}^d M_{rj}^d};$$

$$[\tilde{l}_{rrq}]_{ij} = b_2^{-1} l_{rqi}^{-1} l_{rqj}^{-1} \sqrt{M_{ri}^q M_{rj}^q}.$$

Пример. На рис. 3 показаны прямая и обратная матрицы индуктивностей $L(\gamma)$, $L^{-1}(\gamma)$ трехфазной явнополюсной электрической машины с демпферными обмотками на роторе.

3. Неявнополюсная машина с несимметричной системой m_s обмоток на статоре и симметричной системой m_r обмоток на роторе.

Представим векторы x, y в виде:

$$x = [\dots \sqrt{M_{ss}^d} \cos \beta_i^s \dots \dots \sqrt{M_{rr}^d} \cos(\beta_j^r - \gamma) \dots]^t;$$

$$y = [\dots \sqrt{M_{ss}^q} \sin \beta_i^s \dots \dots \sqrt{M_{rr}^q} \sin(\beta_j^r - \gamma) \dots]^t;$$

$$i = \overline{1, m_s}, \quad j = \overline{1, m_r}.$$

$$L(\gamma) = \begin{bmatrix} l_0 & l_1 & l_2 & l_3 & 0 \\ l_1 & l_0 & l_2 & l_3 & l_2 \\ l_2 & 0 & l_3 & l_2 & l_3 \\ l_3 & l_1 & l_2 & l_0 & l_1 \\ l_2 & l_2 & l_3 & l_1 & l_0 \\ 0 & l_3 & l_2 & l_1 & l_0 \\ m_0 \cos(\gamma) & m_0 \cos(\gamma - \pi/6) & m_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & m_0 \cos(\gamma + \pi/2) \\ m_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma + \pi/2) & m_0 \cos(\gamma) & m_0 \cos(\gamma - \pi/6) & m_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) \\ m_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & m_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma + \pi/2) & m_0 \cos(\gamma - \pi/6) \end{bmatrix},$$

где $l_0 = l_s + M_s$, $l_1 = 0,5\sqrt{3}M_s$, $l_2 = -0,5M_s$, $l_3 = -0,5\sqrt{3}M_s$, $l_4 = l_r + M_r$, $l_5 = -0,5M_r$, $m_0 = \sqrt{M_s M_r}$;

$$L^{-1}(\gamma) = \begin{bmatrix} \tilde{l}_0 & \tilde{l}_1 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_3 & 0 \\ \tilde{l}_1 & \tilde{l}_0 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_3 & \tilde{l}_2 \\ \tilde{l}_2 & 0 & \tilde{l}_3 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_3 \\ \tilde{l}_3 & \tilde{l}_1 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_0 & \tilde{l}_1 \\ \tilde{l}_2 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_3 & \tilde{l}_1 & \tilde{l}_0 \\ 0 & \tilde{l}_3 & \tilde{l}_2 & \tilde{l}_1 & \tilde{l}_0 \\ \tilde{m}_0 \cos(\gamma) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - \pi/6) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma + \pi/2) \\ \tilde{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma + \pi/2) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - \pi/6) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) \\ \tilde{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma + \pi/2) & \tilde{m}_0 \cos(\gamma - \pi/6) \end{bmatrix},$$

где $\tilde{l}_0 = l_s^{-1} - \frac{M_s}{l_s^2 \tau}$, $\tilde{l}_1 = -0,5\sqrt{3} \frac{M_s}{l_s^2 \tau}$, $\tilde{l}_2 = 0,5 \frac{M_s}{l_s^2 \tau}$, $\tilde{l}_3 = 0,5\sqrt{3} \frac{M_s}{l_s^2 \tau}$, $\tilde{l}_4 = l_r^{-1} - \frac{M_r}{l_r^2 \tau}$, $\tilde{l}_5 = 0,5 \frac{M_r}{l_r^2 \tau}$, $\tilde{m}_0 = -\frac{\sqrt{M_s M_r}}{l_r l_s \tau}$, $\tau = 1 + 3M_s l_s^{-1} + 1,5M_r l_r^{-1}$.

Рис. 2

$$L(\gamma) = \begin{bmatrix} l_s + l_m \cos(2\gamma) & m_s + l_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & m_s + l_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & m_f \cos(\gamma) & m_d \cos(\gamma) & m_q \sin(\gamma) \\ m_s + l_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & l_s + l_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & m_s + l_m \cos(2\gamma) & m_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_q \sin(\gamma - 2\pi/3) \\ m_s + l_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & m_s + l_m \cos(2\gamma) & l_s + l_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & m_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_q \sin(\gamma + 2\pi/3) \\ m_f \cos(\gamma) & m_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & l_f & m_r & 0 \\ m_d \cos(\gamma) & m_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_r & l_d & 0 \\ m_q \sin(\gamma) & m_q \sin(\gamma - 2\pi/3) & m_q \sin(\gamma + 2\pi/3) & 0 & 0 & l_q \end{bmatrix},$$

где $l_s = l_{s\sigma} + 0,5(M_{ss}^d + M_q^q)$, $l_m = 0,5(M_{ss}^d - M_q^q)$, $m_s = -0,25(M_{ss}^d + M_q^q)$, $l_f = l_{f\sigma} + M_{rf}$, $l_d = l_{d\sigma} + M_{rd}$, $l_q = l_{q\sigma} + M_{rq}$, $M_f = \sqrt{M_{rf}M_{ss}^d}$, $M_d = \sqrt{M_{rd}M_{ss}^d}$, $M_q = \sqrt{M_{rq}M_{ss}^d}$, $M_r = \sqrt{M_{rf}M_{rd}}$:

$$\tilde{L}(\gamma) = \begin{bmatrix} \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_f \cos(\gamma) & \tilde{m}_d \cos(\gamma) & \tilde{m}_q \sin(\gamma) \\ \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & \tilde{m}_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_q \sin(\gamma - 2\pi/3) \\ \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_q \sin(\gamma + 2\pi/3) \\ \tilde{m}_f \cos(\gamma) & \tilde{m}_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{l}_f & \tilde{m}_r & 0 \\ \tilde{m}_d \cos(\gamma) & \tilde{m}_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_r & \tilde{l}_d & 0 \\ \tilde{m}_q \sin(\gamma) & \tilde{m}_q \sin(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_q \sin(\gamma + 2\pi/3) & 0 & 0 & \tilde{l}_q \end{bmatrix}$$

где $\tilde{l}_s = l_{s\sigma}^{-1} - 0,5l_{s\sigma}^{-2}(M_{ss}^d h + M_q^q b_2)$, $\tilde{l}_m = -0,5l_{s\sigma}^{-2}(M_{ss}^d h - M_q^q b_2)$, $\tilde{m}_s = 0,25l_{s\sigma}^{-2}(M_{ss}^d h + M_q^q b_2)$, $\tilde{l}_f = l_{f\sigma}^{-1} - l_{f\sigma}^{-2}M_{rf}h$, $\tilde{l}_d = l_{d\sigma}^{-1} - l_{d\sigma}^{-2}M_{rd}h$, $\tilde{l}_q = l_{q\sigma}^{-1} - l_{q\sigma}^{-2}M_{rq}h$, $\tilde{m}_f = -l_{s\sigma}^{-1}l_{f\sigma}^{-1}h\sqrt{M_{rf}M_{ss}^d}$, $\tilde{m}_d = -l_{s\sigma}^{-1}l_{d\sigma}^{-1}h\sqrt{M_{rd}M_{ss}^d}$, $\tilde{m}_q = -l_{s\sigma}^{-1}l_{q\sigma}^{-1}h\sqrt{M_{rq}M_{ss}^d}$, $b_1 = (1 + 1,5l_{s\sigma}^{-1}M_{ss}^d + l_{f\sigma}^{-1}M_{rf} + l_{d\sigma}^{-1}M_{rd})^{-1}$, $b_2 = (1 + 1,5l_{s\sigma}^{-1}M_{ss}^d + l_{q\sigma}^{-1}M_{rq})^{-1}$.

$$L(\gamma) = \begin{bmatrix} l_0 & l_2 & l_3 & l_2 & m_0 \cos(\gamma - \pi/6) & m_0 \cos(\gamma + \pi/2) & m_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) \\ 0 & l_0 & l_2 & l_1 & m_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma) & m_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) \\ l_2 & l_1 & 0 & l_2 & m_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & m_0 \cos(\gamma - \pi/6) & m_0 \cos(\gamma + \pi/2) \\ l_3 & l_0 & l_0 & l_1 & m_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_0 \cos(\gamma) \\ l_2 & l_2 & l_1 & l_0 & m_0 \cos(\gamma + \pi/2) & m_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & m_0 \cos(\gamma - \pi/6) \end{bmatrix}$$

$$L^{-1}(\gamma) = \begin{bmatrix} \bar{l}_0 & \bar{l}_2 & \bar{l}_3 & \bar{l}_2 & \bar{m}_0 \cos(\gamma - \pi/6) & \bar{m}_0 \cos(\gamma + \pi/2) & \bar{m}_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) \\ 0 & \bar{l}_0 & \bar{l}_1 & \bar{l}_2 & \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) \\ \bar{l}_2 & \bar{l}_1 & 0 & \bar{l}_2 & \bar{m}_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & \bar{m}_0 \cos(\gamma - \pi/6) & \bar{m}_0 \cos(\gamma + \pi/2) \\ \bar{l}_3 & \bar{l}_0 & \bar{l}_0 & \bar{l}_1 & \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \bar{m}_0 \cos(\gamma) \\ \bar{l}_2 & \bar{l}_2 & \bar{l}_1 & \bar{l}_0 & \bar{m}_0 \cos(\gamma + \pi/2) & \bar{m}_0 \cos(\gamma - 5\pi/6) & \bar{m}_0 \cos(\gamma - \pi/6) \end{bmatrix}$$

$$- \frac{1}{l_0} \begin{bmatrix} \bar{l}_1 \bar{l}_1 & \bar{l}_1 \bar{l}_2 & \bar{l}_1 \bar{l}_3 & \bar{l}_1 \bar{l}_2 & \bar{l}_1 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_1 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_1 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) \\ \bar{l}_2 \bar{l}_1 & \bar{l}_2 \bar{l}_2 & \bar{l}_2 \bar{l}_3 & \bar{l}_2 \bar{l}_2 & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) \\ \bar{l}_3 \bar{l}_1 & \bar{l}_3 \bar{l}_2 & \bar{l}_3 \bar{l}_3 & \bar{l}_3 \bar{l}_2 & \bar{l}_3 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_3 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_3 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) \\ \bar{l}_2 \bar{l}_1 & \bar{l}_2 \bar{l}_2 & \bar{l}_2 \bar{l}_3 & \bar{l}_2 \bar{l}_2 & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{l}_1 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_3 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma) & 0,5 \bar{m}_0^2 [1 + \cos(2\gamma)] & 0,5 \bar{m}_0^2 [-0,5 + \cos(2\gamma + 2\pi/3)] & 0,5 \bar{m}_0^2 [-0,5 + \cos(2\gamma - 2\pi/3)] \\ \bar{l}_1 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_3 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma + 2\pi/3) & 0,5 \bar{m}_0^2 [-0,5 + \cos(2\gamma + 2\pi/3)] & 0,5 \bar{m}_0^2 [1 + \cos(2\gamma + 2\pi/3)] & 0,5 \bar{m}_0^2 [-0,5 + \cos(2\gamma - 2\pi/3)] \\ \bar{l}_1 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \bar{l}_3 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & \bar{l}_2 \bar{m}_0 \cos(\gamma - 2\pi/3) & 0,5 \bar{m}_0^2 [-0,5 + \cos(2\gamma - 2\pi/3)] & 0,5 \bar{m}_0^2 [1 + \cos(2\gamma - 2\pi/3)] & 0,5 \bar{m}_0^2 [-0,5 + \cos(2\gamma + 2\pi/3)] \end{bmatrix}$$

где $\bar{l}_0 = l^{-1}$, $\bar{l}_1 = -0,5\sqrt{3} \frac{M_s}{l_0^2 \tau}$, $\bar{l}_2 = 0,5 \frac{M_s}{l_0^2 \tau}$, $\bar{l}_3 = 0,5\sqrt{3} \frac{M_s}{l_0^2 \tau}$, $\bar{l}_4 = l^{-1} - \frac{M_r}{l_0^2 \tau}$, $\bar{l}_5 = 0,5 \frac{M_r}{l_0^2 \tau}$, $\bar{m}_0 = -\frac{\sqrt{M_s M_r}}{l_0 l_5 \tau}$, $\tau = 1 + 3 M_s l^{-1} + 1,5 M_r l^{-1}$.

Рис. 4

$$L(\gamma) = \begin{bmatrix} \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & m_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & m_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_q \sin(\gamma - 2\pi/3) \\ m_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & m_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_q \sin(\gamma + 2\pi/3) \\ m_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{l}_f & m_r & 0 \\ m_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & m_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & m_r & \tilde{l}_d & 0 \\ m_q \sin(\gamma - 2\pi/3) & m_q \sin(\gamma + 2\pi/3) & 0 & 0 & \tilde{l}_q \end{bmatrix};$$

$$L^{-1}(\gamma) = \begin{bmatrix} \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & \tilde{m}_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_q \sin(\gamma - 2\pi/3) \\ \tilde{m}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma) & \tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_q \sin(\gamma + 2\pi/3) \\ \tilde{m}_f \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_f \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{l}_f & \tilde{m}_r & 0 \\ \tilde{m}_d \cos(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_d \cos(\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_r & \tilde{l}_d & 0 \\ \tilde{m}_q \sin(\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_q \sin(\gamma + 2\pi/3) & 0 & 0 & \tilde{l}_q \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\tilde{l}_s + \tilde{l}_m \cos(2\gamma)} \times \\ \tilde{m}_s^2 + 2\tilde{m}_s \tilde{l}_m \cos(2\gamma - 2\pi/3) + 0,5\tilde{l}_m^2 [1 + \cos(4\gamma + 2\pi/3)] & \tilde{m}_s^2 - \tilde{m}_s \tilde{l}_m \cos(2\gamma) + 0,5\tilde{l}_m^2 [-0,5 + \cos(4\gamma)] & \tilde{m}_s \tilde{m}_f \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_d \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_q \sin(\gamma) + \\ \tilde{m}_s^2 - \tilde{m}_s \tilde{l}_m \cos(2\gamma) + 0,5\tilde{l}_m^2 [-0,5 + \cos(4\gamma)] & \tilde{m}_s^2 + 2\tilde{m}_s \tilde{l}_m \cos(2\gamma + 2\pi/3) + 0,5\tilde{l}_m^2 [1 + \cos(4\gamma - 2\pi/3)] & \tilde{m}_s \tilde{m}_f \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_d \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_q \sin(\gamma) + \\ \tilde{m}_s \tilde{m}_f \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_d \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_q \sin(\gamma) + & \tilde{m}_s \tilde{m}_f \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_d \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_q \sin(\gamma) + & \tilde{m}_s \tilde{m}_f \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_d \cos(\gamma) + \tilde{m}_s \tilde{m}_q \sin(\gamma) + \\ \tilde{m}_f \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_f \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma + 2\pi/3) & 0,5\tilde{m}_f \tilde{m}_d [1 + \cos(2\gamma)] & 0,5\tilde{m}_f \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] \\ \tilde{m}_f \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma) + \tilde{m}_f \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_f \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma - 2\pi/3) & 0,5\tilde{m}_f \tilde{m}_d [1 + \cos(2\gamma)] & 0,5\tilde{m}_f \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] \\ \tilde{m}_d \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_d \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma + 2\pi/3) & 0,5\tilde{m}_d \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] & 0,5\tilde{m}_d \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] \\ \tilde{m}_d \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma) + \tilde{m}_d \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma + 2\pi/3) & \tilde{m}_d \tilde{l}_m \cos(\gamma) \cos(2\gamma - 2\pi/3) & 0,5\tilde{m}_d \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] & 0,5\tilde{m}_d \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] \\ \tilde{m}_q \tilde{l}_m \sin(\gamma) \cos(2\gamma - 2\pi/3) & \tilde{m}_q \tilde{l}_m \sin(\gamma) \cos(2\gamma + 2\pi/3) & 0,5\tilde{m}_q \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] & 0,5\tilde{m}_q \tilde{m}_q \sin(2\gamma)] \end{bmatrix}$$

где $\tilde{l}_s = \tilde{l}_s^1 - 0,5\tilde{l}_{s\sigma}^2 (M_{ss}^d b_1 + M_{ss}^q b_2)$, $\tilde{l}_m = -0,5\tilde{l}_{s\sigma}^2 (M_{ss}^d b_1 - M_{ss}^q b_2)$, $\tilde{m}_s = 0,25\tilde{l}_{s\sigma}^2 (M_{ss}^d b_1 + M_{ss}^q b_2)$, $\tilde{l}_f = \tilde{l}_f^1 - \tilde{l}_{f\sigma}^2 M_{ff} b_1$, $\tilde{l}_d = \tilde{l}_d^1 - \tilde{l}_{d\sigma}^2 M_{dd} b_1$, $\tilde{l}_q = \tilde{l}_q^1 - \tilde{l}_{q\sigma}^2 M_{qq} b_2$, $\tilde{m}_f = -\tilde{l}_{s\sigma}^2 \tilde{l}_f b_1 \sqrt{M_{ff} M_{ss}^d}$, $\tilde{m}_d = -\tilde{l}_{s\sigma}^2 \tilde{l}_d b_1 \sqrt{M_{dd} M_{ss}^d}$, $\tilde{m}_q = -\tilde{l}_{s\sigma}^2 \tilde{l}_q b_2 \sqrt{M_{qq} M_{ss}^d}$, $\tilde{m}_r = -\tilde{l}_{s\sigma}^2 \tilde{l}_r b_1 \sqrt{M_{ff} M_{dd}}$, $b_1 = (1 + \tilde{l}_{s\sigma}^2 M_{ss}^d + \tilde{l}_{f\sigma}^2 M_{ff} + \tilde{l}_{d\sigma}^2 M_{dd})^{-1}$, $b_2 = (1 + \tilde{l}_{s\sigma}^2 M_{ss}^q + \tilde{l}_{q\sigma}^2 M_{qq})^{-1}$.

Рис. 5

При этом матрицы B из выражения (2) примет вид:

$$B = 1 + A^t L_\delta^{-1} A = \begin{bmatrix} b_1 & b_3 \\ b_3 & b_2 \end{bmatrix};$$

$$b_1 = 1 + 0,5 m_r M_r L_r^{-1} + M_s \sum_{i=1}^{m_s} L_{si}^{-1} \cos \beta_i^s;$$

$$b_2 = 1 + 0,5 m_r M_r L_r^{-1} + M_s \sum_{i=1}^{m_s} L_{si}^{-1} \sin \beta_i^s;$$

$$b_3 = 1 + 0,5 M_s \sum_{i=1}^{m_s} L_{si}^{-1} \sin 2\beta_i^s;$$

$$\text{тогда } B^{-1} = \Delta \begin{bmatrix} b_2 & -b_3 \\ -b_3 & b_1 \end{bmatrix}, \quad \Delta = (b_1 b_2 - b_3^2)^{-1}.$$

Окончательно согласно (2) имеем

$$L^{-1}(\gamma) = L_\delta^{-1} - L_\delta^{-1} A B^{-1} A^t L_\delta^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{L}_{sd} & 0 \\ 0 & \tilde{L}_{rd} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{L}_{ss} & \tilde{L}_{sr} \\ \tilde{L}_{rs} & \tilde{L}_{rr} \end{bmatrix},$$

где

$$\tilde{L}_{sdi} = L_{sdi}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_s};$$

$$\tilde{L}_{rdi} = L_{rdi}^{-1}, \quad i = \overline{1, m_r};$$

$$\begin{aligned} [\tilde{L}_{ss}]_{ij} &= \Delta L_{sdi}^{-1} L_{sdi}^{-1} L_{sdj}^{-1} M_s [b_2 \cos \beta_i^s \cos \beta_j^s + \\ &+ b_1 \sin \beta_i^s \sin \beta_j^s - b_3 \sin (\beta_i^s + \beta_j^s)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\tilde{L}_{sr}]_{ij} &= [\tilde{L}_{rs}]_{ji} = \Delta L_{sdi}^{-1} L_{rdj}^{-1} \sqrt{M_s M_r} [b_2 \cos \beta_i^s \cos (\beta_j^r - \gamma) + \\ &+ b_1 \sin \beta_i^s \sin (\beta_j^r - \gamma) - b_3 \sin (\beta_i^s + \beta_j^r - \gamma)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\tilde{L}_{rr}]_{ij} &= \Delta L_{rdi}^{-2} M_r [b_2 \cos (\beta_i^r - \gamma) \cos (\beta_j^r - \gamma) + \\ &+ b_1 \sin (\beta_i^r - \gamma) \sin (\beta_j^r - \gamma) - b_3 \sin (\beta_i^r + \beta_j^r - 2\gamma)]. \end{aligned}$$

Пример. На рис. 4 показана обратная матрица индуктивностей $L^{-1}(\gamma)$ шестифазной неявнополюсной электрической машины с тремя обмотками на роторе в случае обрыва одной (первой) фазы на статоре.

4. Явнополюсная машина, на статоре которой расположена почти симметричная система (см. ниже) m_s -обмоток, а на роторе — m_{ra} -обмоток по оси d и m_{rq} -обмоток по оси q

Под почти симметричной системой обмоток понимается такая система, которая получается исключением (обрывом) одной (для определенности первой) обмотки из симметричной системы $(m_s + 1)$ -обмоток. Обозначим матрицу индуктивностей машины с $(m_s + 1)$ симметрично расположенными обмотками на статоре через $L_c(\gamma)$:

$$L_c(\gamma) = \begin{bmatrix} a & b^t \\ b & L(\gamma) \end{bmatrix}, \quad a \in R^1, \quad b \in R^m,$$

где $L(\gamma)$ — матрица индуктивностей рассматриваемой машины с почти симметричной системой обмоток на статоре.

Поскольку в пункте 2 разработан случай аналитического обращения матрицы типа $L_c(\gamma)$, которую можно для удобства записать в блочном виде:

$$L_c^{-1}(\gamma) = \begin{bmatrix} a_1 & b_1^t \\ b_1 & D \end{bmatrix}, \quad a_1 \in R^1, \quad b_1 \in R^m, \quad D \in R^{m \times m},$$

то искомая матрица определяется как

$$L_c^{-1}(\gamma) = D - a_1^{-1} b_1 b_1^t.$$

Пример. На рис. 5 показана обратная матрица индуктивностей $L^{-1}(\gamma)$ трехфазной явнополюсной электрической машины с демпферными обмотками на роторе в случае обрыва одной (первой) фазы на статоре.

Замечание. Для аналитического обращения матрицы индуктивностей $L(\gamma)$, не удовлетворяющей разложению $L(\gamma) = L_\delta + L(\gamma) = L_\delta + A A^t$, например матрицы машины с сильной несимметрией расположения обмоток следует первоначально найти обратную матрицу $L_*^{-1}(\gamma)$ для некоторой близкой (в каком-то смысле) матрицы $L_*(\gamma) = L_\delta + A_* A_*^t$, а затем последовательно возмущая $L_*(\gamma)$ и используя формулы типа (2), или блочного обращения матриц (см. п. 4), или иные действия, перейти от $L_*(\gamma)$ к $L(\gamma)$ и от $L_*^{-1}(\gamma)$ к $L^{-1}(\gamma)$.

Таким образом, в данной работе при сделанных допущениях решена задача аналитического обращения матриц индуктивностей $L(\gamma)$ уравнений состояния электрических машин и рассмотрены особенности построения $L^{-1}(\gamma)$ при различных видах полюсности машин и симметрии расположения их обмоток.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутырин П.А., Борю С.Ю. Аналитические преобразования уравнений состояний электрических машин. Изв. АН СССР. Энергетика и Транспорт, 1986, № 2.
2. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. — М.: Наука, 1984.

А в т о р ы : Бутырин Павел Анфисович окончил энергетический факультет Челябинского политехнического института в 1974 г. В 1994 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Разработка аналитических и численно-аналитических методов решения уравнений состояния электрических цепей» в Московском энергетическом институте (МЭИ). Старший научный сотрудник Института высоких температур Российской АН, ученый секретарь Научного Совета РАН «Научные основы электроэнергетики и электрофизики».

К расчету нелинейных резистивных цепей при полигармоническом воздействии

КАЗАКОВ О.И.

Анализируется эффект дробления частот в нелинейных неинерциальных системах (на примере резистивных электрических цепей) с полиномиальной нелинейной входной или передаточной характеристикой при полигармоническом воздействии. Установлены фундаментальные зависимости между спектром выходного сигнала нелинейной системы и спектром ее входного сигнала.

Ключевые слова: нелинейные резистивные цепи, неинерционные системы, эффект дробления частот, полигармоническое воздействие, анализ

The frequency splitting effect in non-linear non-inertial systems (as an example in resistive electrical circuits) with a polynomial non-linear inherent or transfer characteristics under polyharmonic influence is analysed. The fundamental inter dependency the output signal spectrum of a non-linear system and that of its input is determined.

Key words: non-linear resistance circuits, non-inertial systems, frequency splitting effect, polyharmonic excitation, analysis

Для нелинейных систем спектральные составы сигнала-воздействия и сигнала-отклика существенно различны. Невыполнение принципа суперпозиции (наложения) для устройства и систем с существенно нелинейными характеристиками приводит к значительным сложностям при анализе их поведения. Однако для нелинейных систем (например для резистивных электрических цепей) существуют фундаментальные закономерности — своеобразные «верши», позволяющие ориентироваться в «тумане» нелинейной непредсказуемости. В настоящей статье предпринята попытка сформулировать эти законы для нелинейных полиномиальных характеристик и произвольных полигармонических входных сигналов.

Пусть $x(t)$ — входной полигармонический сигнал (ток или напряжение) цепи, а $y(t)$ — соответствующий выходной сигнал (ток или напряжение). В общем случае сигналы имеют следующий вид [1]:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \sum_{s=1}^S a_s \cos(\omega_s t) + b_s \sin(\omega_s t) = \\ &= \sum_{s=1}^S x_s \cos(\omega_s t + \varphi_s); \\ y(t) &= y_0 + \sum_{q=1}^Q c_q \cos(\omega_q t) + d_q \sin(\omega_q t) = \\ &= y_0 + \sum_{q=1}^Q y_q \cos(\omega_q t + \psi_q), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где y_0 — постоянная составляющая.

Ниже будут использоваться обозначения $\xi_s = \omega_s t + \varphi_s$ фаз сигнала $x(t)$ и $\eta_q = \omega_q t + \psi_q$ фаз сигнала $y(t)$, $s=1, S$, $q=1, Q$.

Зависимости (1) также могут быть записаны в комплексной форме через амплитудные значения гармоник:

$$\underline{x}(t) = \sum_{s=1}^S \underline{x}_s \exp(j\omega_s t); \quad \underline{y}(t) = y_0 + \sum_{q=1}^Q \underline{y}_q \exp(j\omega_q t), \quad (2)$$

где $\underline{x}_s = a_s - j b_s = x_s \exp(j\varphi_s)$, $\underline{y}_q = c_q - j d_q = y_q \exp(j\psi_q)$, $s=1, S$, $q=1, Q$.

Соответствие между комплексной формой представления сигнала и его мгновенными значениями: $x(t) = \operatorname{Re} [\underline{x}(t)]$, $y(t) = \operatorname{Re} [\underline{y}(t)]$. Отметим, что в электротехнике принято использовать синус-функцию, но для нелинейных задач, как это будет показано ниже, удобнее манипулировать косинус-функциями.

Для линейных цепей с реактивными элементами и постоянными во времени параметрами в соответствии с принципом наложения (суперпозиции частных решений) $Q=S$ частоты гармоник сигналов $x(t)$ и $y(t)$ совпадают, $\underline{y}_q = \underline{h}_q \underline{x}_q$, $q=1, Q$, где $\underline{h}_q$ — комплексная собственная или передаточная функция цепи. Поскольку значение передаточной функции каждой гармоники не зависит от амплитуд остальных гармоник, то в матричной записи $||\underline{y}_q|| = ||\underline{h}_{qs}|| \cdot ||\underline{x}_s||$ квадратная матрица $||\underline{h}_{qs}||$ является диагональной.

Математически эквивалентной формой представления полигармонических воздействий в линейной цепи могут служить гиперкомплексные числа [2]. Однако для ассоциированного с матрицей-столбцом или гиперкомплексным числом вектора в пространстве индексов гармоник не определена формула преобразования его компонентов при вращениях [3]. Если метрические про-

Чинь Хунг Лян окончил факультет электрификации и автоматизации промышленности и транспорта МЭИ в 1989 г. В 1993 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Синтез оптимального по быстродействию управления вентиляльными преобразователями с использованием принципа макромоделирования» в МЭИ. Стажер кафедры теоретических основ электротехники МЭИ.

пространства имеют бесконечное количество систем координат, а пространства независимых токов или напряжений для электрической схемы — конечное их количество, то пространство индексов гармоник сигнала имеет только одну систему координат, представимую ортогональными функциями $\exp(j\omega t)$ и собственными значениями (частотами) сигнала в форме (2).

Для нелинейных резистивных цепей в общем случае в спектре выходного сигнала, во-первых, появляются постоянная составляющая, кратные и комбинационные (интермодуляционные) частоты и, во-вторых, существует сложная зависимость каждой амплитуды гармоники от всех амплитуд гармоник входного сигнала. Отметим, что для нелинейных цепей специального вида возможны линейные соотношения между токами или напряжениями, поэтому для них спектры входного и выходного сигнала аналогичны [4].

В общем виде зависимость между $x(t)$ и $y(t)$ для нелинейных резистивных цепей представляет собой некоторую функцию F : $y(t)=F[x(t)]$, определяемую характеристиками элементов цепи и способом их соединения. Пусть эта зависимость (входная или передаточная) аппроксимируется некоторым полиномом N -й степени [5]:

$$F(x) = f_N x^N + f_{N-1} x^{N-1} + \dots + f_1 x + f_0, \quad (3)$$

где f_n — коэффициенты аппроксимации, $n=0, N$.

Данный полином может быть получен на основе интерполяционной формулы Лагранжа, построенной на $(N+1)$ -й экспериментальной или расчетной точках (x_n, y_n) , $n=0, N$. Коэффициенты полинома могут быть также рассчитаны по методу наименьших квадратов.

Для установления функциональной связи между частотами входного и выходного сигналов и их амплитудами и фазами рассмотрим свойства степенной функции $x^n(t)$.

Если входной сигнал $x(t)=x_s \cos(\omega_s t + \varphi_s)$ моногармонический, то согласно формуле из [6] имеем

$$x^n(t) = x_s^n \cos^n \xi_s = x_s^n 2^{1-n} [\cos n\xi_s + \binom{n}{1} \cos(n-2)\xi_s + \binom{n}{2} \cos(n-4)\xi_s + \dots], \quad (4)$$

где для нечетного n последний член имеет вид $\binom{n}{\frac{n-1}{2}}$ и выходной сигнал содержит $\frac{n+1}{2}$ гармоник,

а для четного n — $\frac{1}{2} \binom{n}{\frac{n}{2}}$ и выходной сигнал содержит $\frac{n}{2} + 1$ гармоник с учетом постоянной составляющей. Общее количество гармоник в $y(t)$ определяется максимальными нечетными N_{od} и

четными N_{ev} степенями входящих в полином (3) степенных функций: $Q_{od}=(N_{od}+1)/2$, $Q_{ev}=N_{ev}/2+1$ и $Q=Q_{od}+Q_{ev}$. Присутствие других степенных функций в полиноме учитывается в амплитудах y_q соответствующих гармоник.

Для полигармонического сигнала (1) на основании полиномиальной формулы имеем

$$x^n(t) = \sum \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_s!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_s^{n_s} \times \cos^{n_1} \xi_1 \cos^{n_2} \xi_2 \dots \cos^{n_s} \xi_s, \quad (5)$$

где суммирование производится по всем неотрицательным n_s , для которых $\sum_{s=1}^S n_s = n$.

Разложение множителей вида $\cos^{n_s} \xi_s$ осуществляется по формуле (4). С учетом тригонометрической формулы $\cos \alpha \cos \beta = [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]/2$, для вещественных f_n фазы ξ_s сигнала $x(t)$ определяют фазы η_q сигнала $y(t)$:

$$\eta_q = m_{q1} \xi_1 \pm m_{q2} \xi_2 \pm \dots \pm m_{qs} \xi_s, \quad q = \overline{1, Q}, \quad (6)$$

где m_{qs} — неотрицательные целые числа, для которых $\sum_{s=1}^S m_{qs} = n, n-2, n-4 \dots 1$ или 0.

Формула (6) не учитывает симметричные относительно нуля составляющие. За счет кратных и комбинационных частот количество гармоник Q в выходном сигнале для конечного S будет больше, чем во входном сигнале. Набор величин $|m_{q1}, \pm m_{q2}, \dots, \pm m_{qs}|$ с учетом сигнатуры однозначно определяет фазы η_q и устанавливает соответствие между q -индексами частот спектра сигнала $y(t)$ и s -индексами частот сигнала $x(t)$.

Поскольку производные косинусов от различных аргументов всегда сводится к сумме косинусов от комбинаций этих аргументов, то именно это свойство послужило причиной выбора косинус-функции в представлении (1) полигармонических сигналов.

Существенной особенностью степенной функции является то, что частоты, порождаемые функцией $x^n(t)$, целиком содержатся в спектре частот, порождаемой функцией $x^{n+2k}(t)$, где k — целое неотрицательное число. Действительно, поскольку

$$x^2(t) = \sum_{s=1}^S (x_s^2/2) [1 + \cos(2\xi_s)] + \sum_{s=1}^{S-1} \sum_{r>s}^S x_s x_r [\cos(\xi_s + \xi_r) + \cos(\xi_s - \xi_r)],$$

то функция $x^{2k}(t)$ всегда содержит постоянную составляющую, которая умножается на функцию $x^n(t)$ и не искажает ее спектр. Поэтому, аналогично моногармоническому входному сигналу, для полигармонического входного сигнала коли-

чество частот в выходном спектре будет определяться максимальными нечетными N_{od} и четными N_{ev} степенями составляющих полином (3) степенных функций.

Будем полагать, что степенные функции со степенями N_{od} и N_{ev} порождают соответственно нечетные Q_{od} и четные Q_{ev} группы частот спектра выходного сигнала. Таким образом, нечетные и четные группы частот обладают тем ключевым свойством, что амплитуды гармоник этих групп не смешиваются. Например, если функция (3) нечетная [$F(-x) = -F(x)$], то в сигнале $y(t)$ отсутствует постоянная составляющая и четная группа частот ($Q_{ev} = 0$); если функция четная [$F(-x) = F(x)$], то отсутствует нечетная группа частот ($Q_{od} = 0$). Это позволяет проводить независимый анализ для нечетной $F_{od}(x) = [F(x) - F(-x)]/2$ и четной $F_{ev}(x) = [F(x) + F(-x)]/2$ составляющих функции $F(x) = F_{od}(x) + F_{ev}(x)$. В частности, линейная составляющая $F_{od}(x)$ отвечает за передачу сигнала без искажения, а другие компоненты ответственны за модуляцию; постоянная составляющая $F_{ev}(x)$ характеризует сдвиг уровней сигнала, остальные компоненты ответственны за детектирование [3, 5]. С другой стороны, нелинейные составляющие могут служить причиной паразитных нелинейных искажений.

Будем называть группу частот, для которых $\sum_{s=1}^S m_{qs} = n$, группой частот n -го порядка, в которую входят как кратные, так и комбинационные составляющие. Количество частот n -го порядка определяется количеством слагаемых в разложении (5) и вычисляется по формуле

$$\Omega_n(S) = \sum_{i=1}^{\min\{n, S\}} \binom{S}{i} [2(n-i+1)]^{i-1}, \quad n > 0. \quad (7)$$

В частности $\Omega_2(S) = S^2$, $\Omega_2(2) = 2n$.

Если $S \geq n$, то формула (7) может быть представлена в виде удобного для расчетов ряда:

$$\Omega_n(S) = S(1 + (S-1)(2(n-1) + (S-2)([2(n-2)]^2 + (S-3)([2(n-3)]^3 + \dots + (S-n+1) \cdot 2^{n-1} \dots))).$$

Отметим, что данные формулы справедливы в случае, когда частоты входного сигнала не-соизмеримы. Иначе возможно наложение частотных составляющих и их общее количество будет меньше, чем при расчете по (7).

Поскольку $Q_n = Q_{n-2} + \Omega_n$, где $\Omega_0 = 1$ и $\Omega_1 = S$, то всегда можно рассчитать максимальное количество частот в спектре выходного сигнала на основании N_{od} , N_{ev} и формулы (7). Например, для бигармонического сигнала $Q_{od} = N_{od}^2 - N_{od} + 2$, $Q_{ev} = N_{ev}^2 + 1$ (с учетом постоянной составляющей) и $Q = Q_{od} + Q_{ev}$.

В [3] расчетная модель для полигармонического входного сигнала и нелинейной цепи представляет собой компаунд-ряды, организованные многомерными матрицами комплексных передаточных функций. Однако такое представление не является оптимальным, поскольку не учитывает симметрию составляющих матрицы компонентов. В то же время q -индексы частот, определяемые группами частот различных порядков, адекватно отражают спектральную структуру выходного сигнала.

Заметим, что согласно (6) начальные фазы φ_s сигнала $x(t)$ преобразуются так же, как и частоты, но амплитуды y_q не зависят от частот и начальных фаз, а полиномиальным образом зависят от амплитуд x_s , что характерно для функций $y = F(x)$, не содержащих операторов дифференцирования. В то время как для линейных цепей с реактивными элементами отношение между комплексами выходного и входного сигналов (т. е. передаточные функции) не зависит от амплитуды входного сигнала, но зависит от частоты его гармоник, в рассматриваемом нелинейном случае амплитуды выходного сигнала не зависят от частот фаз, но зависят от амплитуд входного сигнала.

Составляющая сигнала $y(t)$, отвечающая высокочастотным кратным гармоникам и определяемая высшей N -й степенью полинома на основании (4) и (5), имеет вид

$$y^{(N)}(t) = f_N \cdot 2^{1-N} \sum_{s=1}^S x_s^N \cos[N(\omega_s t + \varphi_s)].$$

Поэтому по измеренной спектральной характеристике $y(t)$ можно оценить степень полинома N , определяющую уровень нелинейности преобразования входного сигнала $x(t)$, и коэффициент f_N .

Поскольку фазы выходного сигнала η_q могут быть вычислены без особых сложностей по комбинаторной формуле (6), то основной задачей анализа становится определение соответствующих амплитуд y_q . Для малых S и N эта задача достаточно просто решается аналитически с помощью разложений (4) и (5). При численном определении амплитуд возможно использование интегрального представления:

$$y_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T y(t) dt, \quad y_q = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T y(t) \cos(\omega_q t + \psi_q) dt, \quad q = 1, \overline{Q}.$$

В частности, если сигнал $x(t)$ периодический с периодом T , то пределы интегрирования можно ограничить данным периодом T . В случае апериодического (почти периодического) сигнала возникают известные проблемы, связанные с выбором приемлемой величины T , для которой

$\frac{\sin[(\omega_r - \omega_s)T]}{(\omega_r - \omega_s)T}$ оказывается достаточно малой величиной. Шаг интегрирования Δ определяется максимальной частотой сигнала $y(t)$: $\Delta \leq 2\pi/10\omega_{\max}$ (не менее десяти точек отсчета на периоде), где $\omega_{\max} = \max_s \{N\omega_s\}$.

Периодические сигналы $x(t)$ и $y(t)$ с бесконечным числом гармоник имеют одинаковые (кратные) частоты, а каждая амплитуда сигнала $y(t)$ вследствие эффекта наложения частот зависит сложным образом от всех амплитуд сигнала $x(t)$. Поэтому в матричной записи $||y_q|| = ||h_{qs}|| \cdot ||x_s||$ бесконечномерная матрица $||h_{qs}||$ уже не является диагональной.

Элементарной электрической цепью, к которой применимы вышеприведенные рассуждения, является источник полигармонического напряжения $e(t)$ [сигнал $x(t)$], параллельно с которым включены нелинейные и линейные потребители. В соответствии с (1) источник полигармонического напряжения может быть представлен последовательным соединением S моногармонических источников напряжения $e_s(t) = e_s \cos(\omega_s t + \varphi_s)$, $s=1, S$. Если нелинейная часть нагрузки управляема по напряжению и аппроксимируется полиномиальной ВАХ $i=F(u)$, а линейная часть нагрузки заменяется эквивалентной комплексной проводимостью $Y(j\omega)$, то ток источника [сигнал $y(t)$], равный сумме токов линейной и нелинейной частей цепи, содержит в своем спектре кратные и комбинационные частоты. При этом эквивалентная ВАХ также может быть представлена в виде (3), но линейная часть $F(x)$ [т.е. коэффициент f_1] становится комплексной величиной, зависящей от частоты.

Указанные положения проиллюстрируем простым примером.

Пусть электрическая цепь состоит из параллельного соединения источника напряжения $e(t) = e_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + e_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$, нелинейного резистора с симметричной ВАХ $i = F(u) = f_3 \times u^3 + f_1 u$ и линейного двухполюсника, состоящего из последовательного соединения резистора с сопротивлением R и конденсатора емкостью C . Ток нелинейной части определяется подстановкой $e(t)$ в $F(u)$:

$$F(t) = \left[\frac{3}{2} f_3 (e_1^2/2 + e_2^2) + f_1 \right] e_1 \cos \xi_1 + \\ + \left[\frac{3}{2} f_3 (e_2^2 + e_1^2/2) + f_1 \right] e_2 \cos \xi_2 + \frac{3}{4} f_3 e_1 e_2 \times \\ \times \{ e_1 [\cos(2\xi_1 + \xi_2) + \cos(2\xi_1 - \xi_2)] + e_2 [\cos(\xi_1 + 2\xi_2) + \cos(\xi_1 - 2\xi_2)] \} + f_3 [e_1^3 \cos(3\xi_1) + \\ + e_2^3 \cos(3\xi_2)]/4.$$

Отметим, что из-за симметричности полинома

в токе $F(t)$ нет постоянной составляющей и комбинационных частот вида $2\xi_1, 2\xi_2$ и $\xi_1 \pm \xi_2$ из группы второго порядка.

В итоге ток генератора будет равен сумме токов потребителей:

$$i(t) = F(t) + \operatorname{Re} \sum_{s=1}^2 \frac{j\omega_s C}{1+j\omega_s RC} e_s \exp(j\omega_s t).$$

Возможно также исследование полинома (3) с комплексными коэффициентами $f_n(j\omega)$, $n=0, N$ зависящими от частоты. Однако физическая реализация такой модели в общем случае проблематична.

В качестве иллюстрации практического использования анализа преобразований полигармонических сигналов в нелинейных электронных устройствах можно назвать одну из методик оценки показателей эффективности аналого-цифровых преобразователей [7]. В ней по характеристикам спектра комбинационных частот в выходном сигнале АЦП, который измеряется цифровым осциллографом и исследуется с помощью численных методов, производится оценка его реального динамического диапазона.

Выводы. 1. Количество гармоник выходного сигнала определяется как количеством гармоник входного сигнала, так и максимальными нечетными степенями полинома, аппроксимирующего нелинейную зависимость между входом и выходом.

2. Нечетные и четные группы частот выходного сигнала, наличие которых обусловлено соответственно нечетной и четной частями полинома, не смешиваются.

3. Представленная формула расчета количества частот n -го порядка позволяет вычислять максимально возможное количество частот в спектре выходного сигнала, т.е. без учета их наложения.

4. Определен комбинаторный характер зависимости фаз гармоник выходного сигнала от фаз гармоник входного сигнала, что позволяет рассчитывать их непосредственно.

5. Изложен путь получения аналитического или численно-аналитического решения для рассматриваемого круга задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харкевич А.А. Спектры и анализ.— М.: ГИФМЛ, 1962.
2. Зинин М.М. К расчету линейных цепей при полигармонических токах.— Электричество, 1993, № 3.
3. Крон Г. Тензорный анализ сетей.— М.: Советское радио, 1978.
4. Казаков О.И. Линейные соотношения в нелинейных резистивных цепях.— Электричество, 1991, № 7.
5. Харкевич А.А. Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике.— М.: ГИТТИ, 1956.
6. Корн Г., Корн Н. Справочник по математике (для научных работников и инженеров).— М.: Наука, 1978.
7. Джакомини Д. Оценка интермодуляционных искажений в АЦП.— Электроника, 1993, № 3—4.

[14.05.93]

Механические проявления электрического и магнитного полей конформно связанных областей

(статья М.А. Шакирова, «Электричество», 1994, №11)

АБРАМКИН Ю.В.

Данное сообщение, дополняя и развивая в определенной мере обсуждаемую статью, имеет основной целью показать еще один способ вычисления удельных пондеромоторных сил, которым подвергаются, например, линейные токи при их силовом взаимодействии с обусловленным этими токами плоским магнитным полем в пространстве, ограниченном контуром с идеальными магнитными свойствами. Таким эффективным средством оказывается метод натяжений, а также метод натяжений в сочетании с методом конформного преобразования с одновременным применением идеи М.А. Шакирова о расчете индукции внешнего магнитного поля в месте расположения линейного проводника с током, который испытывает искомую удельную пондеромоторную силу f .

Такой подход, как показывает приводимый далее анализ, позволяет, исходя из известного выражения для натяжений в немагнитной ($\mu = \mu_0$) среде (см. далее), обосновать закон Ампера в комплексной форме —

$$\dot{f} = j i \dot{B}, \quad (1)$$

весьма удобной при анализе плоских магнитных полей и распределения в них пондеромоторных сил, эквивалентной традиционной форме записи этого закона в векторном изображении:

$$\vec{f} = |i| [\vec{q}_i \times \vec{B}], \quad (2)$$

в котором $\bar{q}_i$ — орт, указывающий направление тока i .

С целью доказательства эквивалентности уравнений (1) и (2) в данном выступлении приводится преобразование уравнения (2) в (1).

Преобразование векторной формы записи закона Ампера для неограниченного плоского пространства к комплексной форме. Переход от векторных физических величин к адекватным с ними комплекснозначным физическим величинам диктуется соображениями удобства записи соответ-

ствующих уравнений и упрощения выполнения самих математических операций. Возможность такого перехода основана на трактовке комплексов как векторов. С этой позиции задать положение некоторой точки на плоскости можно либо радиусом-вектором t_A , либо комплексом t_A , т. е.

$$\bar{t}_A = \bar{q}_u u + \bar{q}_v v = t_A = u + jv.$$

В частности, справедливыми оказываются следующие соотношения (рис. 1):

$$\dot{q}_\nu = \bar{q}_\nu = j; \quad \dot{q}_\mu = \bar{q}_\mu = 1,$$

где $\bar{q}_v, \bar{q}_u$ — орты, указывающие направление положительного изменения переменных, соответственно u и v .

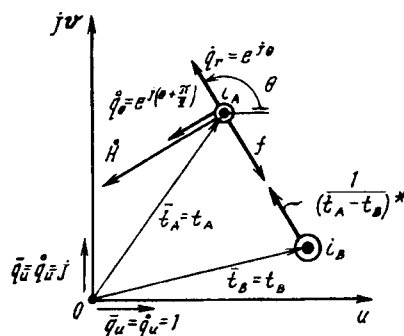


Рис. 1

Условимся далее под током i понимать алгебраическое значение, причем $i > 0$, если ток i имеет направление на нас и, соответственно, $i < 0$, если ток имеет направление от нас. Орт, определяемый уравнением $\bar{q}_u \times \bar{q}_v$, условимся обозначить $\bar{q}$. Очевидно, орты $\bar{q}$, $\bar{q}_u$, $\bar{q}_v$ образуют правую тройку взаимно ортогональных векторов.

Для неограниченной плоскости t , когда на ней имеются два линейных тока i_A и i_B (рис. 1), для удельной силы, испытываемой линейным проводником с током i_A , на основании (2) можем

Автор: **Казаков Олег Игоревич** окончил факультет гидравлики и систем управления Московского автомобильно-дорожного института в 1984 г. Директор фирмы «ОЛЕГ» (Москва).

записать следующее исходное уравнение (при условии $|\vec{dl}|=1$):

$$\vec{f} = |i_A| [\vec{dl} \times \vec{B}] = [\vec{q} i_A \times \vec{B}] = \mu_0 [\vec{q} i_A \times \vec{H}], \quad (3)$$

где $\vec{B}$ — результирующая индукция в точке t_A расположения тока i_A .

Вместе с тем, результирующая индукция $\vec{B}$ есть не что иное, как индукция внешнего магнитного поля в той же точке, т.е. индукция поля обусловленного током i_B в точке t_A .

Действительно, слагающая индукции собственного магнитного поля, созданного током i_A при прохождении через точку t_A изменяет направление на противоположное, т.е. проходит через нуль в самой точке t_A : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \vec{H}^e$.

При преобразовании уравнения (3) к виду, удобному для последующего его применения на комплексной плоскости, входящие в него физические величины (кроме орта $\vec{q}$) становятся комплекснозначными:

$$f = \mu_0 [\vec{q} i_A \times \vec{H}] = [\vec{q} i_A \times \vec{H}^e] \mu_0, \quad (4)$$

где

$$\dot{H}^e(t_A) = -j \left(\frac{dw^e}{dt} \right)^*_{|t=t_A} = j \frac{i_B}{2\pi} \frac{1}{(t_A - t_B)^*}; \quad (5)$$

$$w^e = -\frac{i_B}{2\pi} \ln(t - t_B). \quad (6)$$

Из совместного рассмотрения уравнений (3)–(6) при учете очевидного соотношения $[\vec{q} \times \vec{j}] = -1$, следует искомое выражение для механической силы (удельной):

$$f = \left[\vec{q} i_A \times \frac{\mu_0 i_B j}{2\pi (t_A - t_B)^*} \right] = -\frac{i_A i_B \mu_0}{2\pi (t_A - t_B)^*}.$$

Как убедительно показано в статье М.А. Шакирова, влияние близости граничного контура, обладающего, например, идеальными магнитными свойствами ($\mu=\infty$), приводит к тому, что в создании внешнего магнитного поля в месте расположения тока i_0 принимает участие полная система заданных в исходной области конечных размеров линейных токов, включая и ток i_0 . В соответствии с предложенной методикой определения удельной силы, испытываемой линейным проводником с током i_0 , необходимо определить индукцию внешнего магнитного поля: $B^e(t_0)$. После ее определения исходная задача в сущности сводится к классической задаче определения силы линейного проводника с током i_0 , помещенным в равномерное магнитное поле с индукцией $B^e = \text{const} = B^e(z_0)$, т.е. к применению закона Ампера:

$$f(z_0) = [\vec{q} i_0 \times \vec{B}^e(z_0)] = j i_0 \dot{B}^e(z_0).$$

Помимо рассмотренных в обсуждаемой статье примеров расчета, как представляется автору данного выступления, особенно наглядным и простым для анализа оказывается рассмотрение задачи по определению силы, испытываемой одиночным линейным проводником с током i_0 , помещенным произвольно внутри гладкого плоского зазора, ограниченного ферромагнитными поверхностями (с $\mu=\infty$) при возбуждении в зазоре «внешнего» униполярного магнитного поля током i_1 бесконечно широкого контура. Обратный провод для тока i_0 выполнен в виде двух линейных проводников, расположенных на бесконечно удаленных краях зазора (рис. 2). Униполярное поле здесь по традиции названо «внешним». Как показал анализ М.А. Шакирова, с учетом близости ферромагнитных поверхностей с $\mu=\infty$, действительное внешнее магнитное поле будет иным. Определить его можно в соответствии с методикой обсуждаемой статьи следующим образом. Воспользуемся конформным преобразованием гладкой полосы на верхнюю полуплоскость плоскости t с помощью функции преобразования:

$$t = e^{\frac{z}{\delta} \pi}.$$

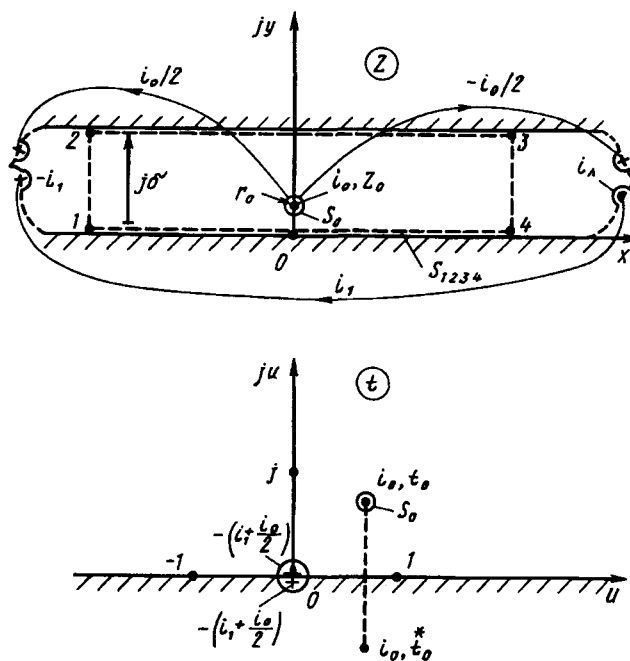


Рис. 2

Комплексную потенциальную функцию в исходной области плоского зазора можно представить в следующем виде:

$$w(z) = -\frac{i_0}{2\pi} \ln(z - z_0) + w^e(t(z), z),$$

где w^e — комплексная потенциальная функция*, обуславливающая искомое внешнее магнитное поле в месте расположения тока i_0 , и в свою очередь, определяется из уравнения

$$w^e(t(z), z) = w_1^e(t(z)) + w_2^e(z),$$

в котором w_1^e определяет часть комплексной потенциальной функции w^e , в создании которой принимают участие все токи в полуплоскости t и их зеркальные отражения, за исключением тока i_0 в точке t_0 :

$$w_1^e(t(z)) = -\frac{2}{2\pi} \left(-i_1 + \left(-\frac{i_0}{2} \right) \right) \ln t - \frac{i_0}{2\pi} \ln(t - t_0^*),$$

а w_2^e определяет часть комплексной потенциальной функции w^e :

$$w_2^e(z) = -\frac{i_0}{2\pi} \ln \left(\frac{t-t_0}{z-z_0} \right) = -\frac{i_0}{2\pi} \ln \left\{ t'(z_0) + \frac{t''(z_0)}{2} (z-z_0) + \dots \right\}.$$

На следующем этапе определяются соответствующие слагающие внешней индукции внешнего магнитного поля и ее полная величина:

$$\dot{B}^e(z_0) = \dot{B}_1^e(z_0) + \dot{B}_2^e(z_0) = -j \frac{\mu_0 i_1}{\delta} - \frac{\mu_0 i_0}{4\delta}, \quad (7)$$

и, наконец, искомая удельная сила

$$f = j i_0 \dot{B}^e = f_1 + f_2 = j i_0 (\dot{B}_1^e + \dot{B}_2^e) = \frac{\mu_0 i_0 i_1}{\delta} - j \frac{\mu_0 i_0^2}{4\delta}. \quad (8)$$

Заметим, что в частном случае, когда линейный ток i_0 располагается в одной из точек граничной линии, алгоритм по определению испытываемой этим током удельной электромагнитной силы имеет свои особенности. В этом случае комплексную потенциальную функцию следует представить в форме следующего уравнения:

$$w(z) = -\frac{i_0}{\pi} \ln(z - z_0) + w^e(z) = -\frac{i_0}{\pi} \ln(z - z_0) + w_1^e(z) + w_2^e(z),$$

учитывающего то обстоятельство, что зеркальное отражение тока i_0 в плоскости t в вещественной ее оси совпадает с самим током i_0 . При этом функция w_1^e определяет часть комплексной потенциальной функции w^e , в создании которой принимают участие все токи в верхней половине

* В теории функции комплексного переменного функцию $w^e(z)$ принято называть «правильной» (или аналитической) частью комплексной потенциальной функции $w(z)$ в окрестности точки $z=z_0$, поскольку ее производная $(w^e)'(z=z_0)_i$ имеет отличное от нуля или бесконечности значение. Выражение же $-\frac{i_0}{2\pi} \ln(z-z_0)$ с позиции той же теории имеет смысл «главной» части комплексного потенциала, имеющей особенность в точке $z=z_0$: здесь ее производная обращается в бесконечность.

плоскости и их зеркальные отражения за исключением тока i_0 , а функция $w_2^e(z)$ приобретает следующий вид:

$$w_2^e(z) = -\frac{i_0}{\pi} \ln \left(\frac{t-t_0}{z-z_0} \right) = -\frac{i_0}{\pi} \ln \left\{ t'(z_0) + \frac{t''(z_0)}{2} (z-z_0) + \dots \right\}.$$

Особенности определения удельных механических сил в двухмерных магнитных полях на основе метода натяжений и применение последнего для вывода закона Ампера. Иной способ вычисления искомой удельной силы f сводится к суммированию элементарных электромагнитных сил, обуславливаемых элементами поверхности, охватывающей линейный проводник с током i_0 . При этом векторная форма записи расчетного выражения для натяжений на поверхности S в немагнитной среде ($\mu=\mu_0$) с внешней нормалью $\vec{n}$ имеет известный вид:

$$\vec{T}_n = \mu_0 ((\vec{H}\vec{n})\vec{H} - \vec{n}(1/2)H^2). \quad (9)$$

Конфигурация охватывающей линейный проводник с током i_0 поверхности может быть любая, необходимо только выполнить следующие два условия: внутри этой поверхности не могут оказаться помимо тока i_0 также еще и другие линейные проводники с токами и участки магнитного контура.

В условиях рассматриваемого примера весьма удобно воспользоваться цилиндрической поверхностью с центром в точке размещения тока i_0 и бесконечно малым радиусом круга (поперечного сечения этой поверхности) $r_0 \rightarrow 0$. Эта рекомендация носит общий характер: ею можно воспользоваться при решении подобного рода задач в плоских областях с любой конфигурацией магнитной граничной линии и при произвольной системе линейных проводников с токами. При этом удобно воспользоваться полярной системой координат, а в уравнении (9) для натяжений перейти к комплексной трактовке векторов. С этой целью перепишем уравнение (9), придав ему следующую (комплексную) форму записи:

$$\dot{T}_{q_r} = \mu_0 \{ (\dot{H} \dot{q}_r) \dot{H} - \dot{q}_r (1/2) H^2 \} = \dot{T}_{q_r,1} + \dot{T}_{q_r,2},$$

где орт $\vec{n}$ заменен эквивалентным ему «комплексным» ортом $\dot{q}_r = e^{j\theta}$, а скалярное произведение векторов $(\vec{H}\vec{n})$ — эквивалентным скалярным произведением комплексов $\dot{H} = \dot{H}_0 + \dot{H}^e$ и $\dot{q}_r = e^{j\theta}$;

$$\dot{H} = -j \left(\frac{dw}{dz} \right)^* = \dot{H}^e + \dot{H}_0 = \dot{H}^e + j \frac{i_0}{2\pi} \frac{1}{(z-z_0)^*}.$$

Искомая удельная сила, приложенная к участку линейного проводника (единичной длины) с то-

ком i_0 определится из уравнения

$$f = \int_{S_0} \dot{T}_{q_r} dS = f_1 + f_2 = \int_0^{2\pi} \mu_0 (-\dot{q}_r) (1/2) H^2 r d\theta + \\ + \int_0^{2\pi} \mu_0 (\dot{H} \dot{q}_r) \dot{H} r d\theta,$$

где $dS = r d\theta \cdot 1$ — элемент цилиндрической поверхности (на единицу длины в направлении, перпендикулярном плоскости поля).

Перед вычислением слагающей искомой удельной силы

$$f_1 = (-\mu_0) (1/2) \int_0^{2\pi} \dot{q}_r H^2 r d\theta = \int_{S_0} \dot{T}_{q_{r1}} dS$$

целесообразно предварительно вычислить квадрат модуля напряженности магнитного поля в соответствии с нижеприведенным алгоритмом:

$$H^2 = \dot{H} \dot{H} = (\dot{H}_0 + \dot{H}^e) (\dot{H}_0 + \dot{H}^e) = \dot{H}_0 \dot{H}^e + H_0^2 + \\ + \dot{H}_0 \dot{H}^e + (H^e)^2 = \dot{H}_0 \dot{H}^e + F_1,$$

$$F_1 = H_0^2 + \dot{H}_0 \dot{H}^e + (H^e)^2,$$

$$\dot{H}_0 = -j \left(\frac{dw_0}{dz} \right)^* = j \frac{i_0}{2\pi} \frac{1}{(z - z_0)^*};$$

$$w_0 = -\frac{i_0}{2\pi} \ln(z - z_0), \quad (10)$$

где $\dot{H}^e$ определяется по методике М.А. Шакирова из (7).

Непосредственным вычислением легко убедиться в том, что интеграл

$$\int_0^{2\pi} \dot{q}_r F_1 r d\theta = 0,$$

а искомая слагающая удельной силы определится из уравнения

$$f_1 = -\mu_0 (1/2) \int_0^{2\pi} \dot{q}_r H^2 r d\theta = -\frac{\mu_0}{2} \int_0^{2\pi} q_r \dot{H}_0 \dot{H}^e r d\theta. \quad (11)$$

При вычислении интеграла необходимо учесть то обстоятельство, что внешнее поле напряженности (вследствие $r_0 \rightarrow 0$) на поверхности интегрирования может быть с большой точностью принято неизменным и равным его значению в точке z_0 . С учетом этого интегрирование существенно упрощается:

$$f_1 = \int_{S_0} \dot{T}_{q_{r1}} dS = -(\mu_0/2) \int_0^{2\pi} \dot{q}_r H^2 r d\theta = (-\mu_0/2) \times$$

$$\times \int_0^{2\pi} \dot{q}_r \dot{H}_0 \dot{H}^e r d\theta = -\frac{\mu_0 \dot{H}^e 2\pi}{2} \int_0^{2\pi} e^{j\theta} \left(j \dot{q}_r \frac{i_0}{2\pi r} \right)^* r d\theta = \\ = j \frac{\mu_0 i_0}{2} \dot{H}^e. \quad (12)$$

Основная идея предложенного алгоритма вычисления элементарной силы от слагающей натяжения $\dot{T}_{q_{r1}} = -\frac{1}{2} \dot{q}_r H^2$ заключалась в предварительном преобразовании этой слагающей натяжения с выделением в ней той ее части, которая вносит ненулевой вклад в искомую слагающую удельной силы. С этой целью комплекс напряженности поля (на поверхности интегрирования) представляется в форме суммы двух слагающих его комплексов:

$$\dot{H} = \dot{H}_0 + \dot{H}^e,$$

один из которых $\dot{H}_0$ обуславливается самим током [см. (10)], а второй $\dot{H}^e$ определяется по методике М.А. Шакирова и представляет действительное внешнее поле напряженности в точке наблюдения, где располагается ток i_0 .

Воспользуемся таким же подходом и при вычислении второй слагающей искомой удельной силы:

$$f_2 = \int_S \dot{T}_{q_{r2}} dS = \int_0^{2\pi} \mu_0 (\dot{H} \dot{q}_r) \dot{H} r d\theta. \quad (13)$$

Преобразуем расчетное выражение для натяжений $T_{q_{r2}}$ к следующему виду:

$$\dot{T}_{q_{r2}} = \mu_0 (\dot{H} \dot{q}_r) \dot{H} = \mu_0 ((\dot{H}_0 + \dot{H}^e) \dot{q}_r) (\dot{H}_0 + \dot{H}^e) = \\ = \mu_0 (\dot{q}_r \dot{H}^e) (\dot{H}_0 + \dot{H}^e), \quad (14)$$

где учтено, что $(q_r \dot{H}_0) = 0$.

После подстановки $T_{q_{r2}}$ из (14) в (13) получим

$$f_2 = \int_S \dot{T}_{q_{r2}} dS = \int_0^{2\pi} \mu_0 (\dot{q}_r \dot{H}^e) (\dot{H}_0 + \dot{H}^e) r d\theta = \\ = \mu_0 \int_0^{2\pi} (\dot{q}_r \dot{H}^e) \dot{H}_0 r d\theta, \quad (15)$$

Так как

$$(\dot{q}_r \dot{H}^e) = (\dot{q}_r H^e e^{j\beta}) = H^e \cos(\theta - \beta); \quad (16)$$

$$\dot{H}_0 = j e^{j\theta} H_0 = j (\cos \theta + j \sin \theta) \frac{i_0}{2\pi r}, \quad (17)$$

то после подстановки в (15) вместо $(\dot{q}_r \dot{H}^e)$ и $\dot{H}_0$ их выражений соответственно из (16) и (17) получим искомое соотношение для второй слагающей удельной силы:

$$f_2 = \int_S \dot{T}_{q_{r2}} dS = \int_0^{2\pi} \mu_0 (\dot{q}_r \dot{H}^e) \dot{H}_0 r d\theta = \\ = j \frac{\mu_0 i_0}{2} \dot{H}^e (z_0). \quad (18)$$

Полная искомая удельная сила f определяется

на основании (12) и (18) из уравнения

$$f = f_1 + f_2 = j\dot{B}^e(z_0)i_0 = \frac{\mu_0 i_0 i_1}{\delta} - j\frac{\mu_0 i_0^2}{4\delta},$$

которое полностью совпадает с ранее найденным по методике М.А. Шакирова.

Такой же результат, но с большими сложностями вычисления одной из слагающих искомой удельной силы (а именно силы тяжения $f_2 = -j\frac{\mu_0 i_0^2}{4\delta}$) получается и на основе метода натяжений, если в качестве охватывающей поверхности выбрать иную, например такую, след от пересечения которой с плоскостью рис. 2 совпадает с прямоугольником 12341, изображенным на рис. 2 пунктиром.

Вместе с тем боковая поверхность (участки этой поверхности 12 и 34) оказывается в зоне с равномерным магнитным полем, что позволяет максимально упростить вычисление второй слагающей удельной силы $f_1 = \mu_0 \frac{i_0 i_1}{\delta}$, действующей в направлении оси OX в плоскости z .

При решении конкретных физических задач рассматриваемого типа конфигурацию контура охватывающего интересующий исследователя источник поля (например линейный ток), следует выбрать такой, при которой вычисление распределения напряженности поля на этом контуре не вызывает больших затруднений.

Одна из бесчисленного множества таких конфигураций совпадает с окружностью малого радиуса r_0 ($r_0 \rightarrow 0$) с центром в точке размещения линейного тока i . В этом случае метод натяжений как таковой позволяет обосновать известную общую закономерность при определении удельных механических сил — закон Ампера. Для последующего вычисления искомой удельной силы необходимо воспользоваться методикой М.А. Шакирова определения индукции внешнего магнитного поля в месте расположения линейного проводника с током i .

Как представляется автору данного сообщения, предложенным М.А. Шакировым формальным преобразованиям комплексной потенциальной функции $w(z)$ с целью выделения из нее главной и правильной частей для последующего применения правильной части $w^e(z)$ при вычислении индукции внешнего магнитного поля в месте расположения линейного тока) можно придать определенный физический смысл. С этой целью полезно сравнить два рассмотренных выше примера (рис. 1 и 2) с позиции выяснения особенностей реализации закона Ампера в каждом из этих примеров.

Легко видеть, что в первом примере ток i_1 в генерации внешнего магнитного поля в месте своего расположения участия не принимает [см. формулу (5) для $\dot{H}^e$]. Напротив, во втором при-

свойствами ($\mu = \infty$) приводит к тому, что в создании внешнего поля в месте сосредоточения тока i_0 принимает участие и сам ток i_0 [см. формулу для $\dot{B}^e$ (7)].

Если напряженность внешнего магнитного поля в месте расположения линейного тока i определена в процессе решения конкретной физической задачи (как это было показано при анализе рассматриваемых двух примеров), то при определении искомой удельной механической силы можно исходить из идеальной математической модели: линейный ток i , помещенный в равномерное магнитное поле с напряженностью $H = H^e = \text{const}$ в неограниченном плоском пространстве (рис. 3).

Разумеется, что в действительности равномерное магнитное поле $H^e = \text{const}$ наблюдается с большей точностью только в ближайшей окрестности точки сосредоточения линейного тока i (i_A в первом и i_0 во втором примере).

Научная ценность публикуемой работы М.А. Шакирова не вызывает у автора данного выступления сомнений; по-видимому, впервые в теоретической электротехнике предложен корректный алгоритм применения метода конформного преобразования для расчета механических (пон-

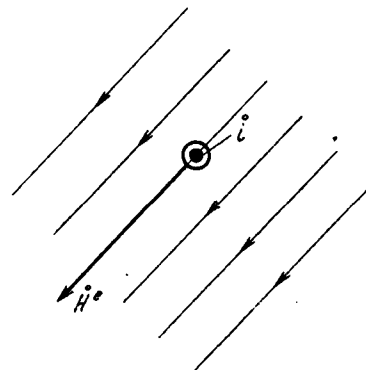


Рис. 3

деромоторных) сил.

В этой связи автору данного сообщения приходится признать ошибочной формулу (3.68) в книге: Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Применение конформных преобразований в электромагнитных расчетах электрических машин. Аналитические методы. — М.: Изд-во МЭИ, 1980. Эта формула была предложена автором без какого-либо математического доказательства, исходя лишь из общих «соображений» без учета важного обстоятельства, связанного с предварительным выделением главной (особой) части в комплексной потенциальной функции $w(z)$.

[27.12.93]

I Международная конференция по электротехнике и электротехнологии «МКЭЭ—94»

(12—16 сентября 1994 г., Суздаль)

Организаторы конференции — Госкомитет по высшему образованию РФ, Российская академия электротехнических наук, Московский энергетический институт, АО «Всероссийский научно-исследовательский институт кабельной промышленности», Всероссийский научно-исследовательский и проектно-технологический институт электромашиностроения.

В конференции приняли участие 270 человек из России, Германии, Швеции, Италии, Китая, Польши, Украины, Эстонии, Казахстана, Белоруссии.

На шести секциях было сделано 152 доклада.

На секции «Материалы и компоненты в электротехнике» активно обсуждались новые подходы к созданию, исследованию и применению электроизоляционных, полупроводниковых и магнитных материалов и элементов. В центре внимания были проблемы разработки малотоксичных, экологически чистых и пожаробезопасных электроизоляционных материалов, аморфных полупроводников, композитных магнитных радиопоглощающих материалов, методы компьютерной поддержки создания новых материалов на всех стадиях производства и испытания, новые исследовательские комплексы, результаты многочисленных разработок новых материалов и элементов.

Самая многочисленная секция «Электромеханические системы и устройства» (подсекции «Электропривод» и «Электрические машины») обсуждала широкий спектр проблем современной электромеханики, однако в центре внимания была проблема перехода от нерегулируемого массового электропривода к регулируемому, ей был посвящен ряд докладов и активно прошедший круглый стол «Массовый регулируемый электропривод». Большой интерес вызвали доклады, посвященные перспективному вентильно-реактивному электроприводу, другим нетрадиционным электроприводам и электрическим машинам, оригинальным разработкам массовых асинхронных электродвигателей, конкурентоспособных на мировом рынке, а также отечественным преобразователем частоты для массовых применений. Наряду с традиционно большим числом работ, посвященных микропроцессорным средствам в электроприводе, обратили

на себя внимание доклады, относящиеся к применению современных компьютерных технологий в проектировании электрических машин и электроприводов, а также в их сопровождении в процессе эксплуатации.

На секции «Силовая электроника и электрические аппараты» акценты были сделаны на создание гибридных конструкций электроаппаратов, в частности электромагнитоэлектронных реле и гибридных пускателей. Были также представлены работы, относящиеся к преобразователям на базе силовых гибридных интегральных модулей, к схемотехнике и применениям современных преобразователей устройств.

В центре внимания секции «Электротехнология» были проблемы управления электротехнологическими и электротермическими установками с использованием микропроцессорных средств, моделирования сложных процессов.

На секции «Экология в электротехнике» обсуждались вопросы снижения шума и вибрации электротехнического оборудования, современные методы и программное обеспечение экологического мониторинга, приводились примеры разработок экологически чистого оборудования.

На секции «Подготовка и повышение квалификации инженеров-электротехников» был обобщен опыт разработки стандарта подготовки бакалавров по направлению «Электротехника, электромеханика, электротехнология», рассмотрены передовые приемы подготовки и переподготовки специалистов-электриков в условиях широкого применения компьютерных технологий. Особое внимание было уделено формированию фондов лицензионных программных продуктов для подготовки инженеров, созданию системы фондов для поддержки вузов, работающих в интересах конкретной отрасли.

В ходе работы конференции определены крупные проблемы из числа названных, нуждающиеся в дальнейшей разработке и перспективные для инвестиций.

Наиболее интересные работы, представленные на конференции, будут опубликованы.

Оргкомитет «МКЭЭ-94»

Анатолий Владимирович Нетушил

(К 80-летию со дня рождения)

Заслуженный деятель науки и техники РФ, доктор технических наук, профессор, академик Академии электротехнических наук Анатолий Владимирович Нетушил родился в Харькове в 1915 г. Работал и учился в ФЗУ при Харьковских трамвайных мастерских, в 1933 г. поступил в Московский энергетический институт и окончил его с отличием.

До того, как в 1945 г. он начал педагогическую деятельность в МЭИ на кафедре электротехники, Анатолий Владимирович работал проектантом и наладчиком электрооборудования предприятий черной и цветной металлургии. В 1945 г. был награжден медалью «За трудовую доблесть» за наладку и пуск доменной печи на Челябинском металлургическом заводе.

В 1947 г. А.В. Нетушил защитил кандидатскую диссертацию «Анализ триггерных элементов электронных счетных схем», а в 1953 г. ему была присуждена степень доктора технических наук за исследования, связанные с расчетом полей при высокочастотном нагреве неметаллических материалов.

Работая в МЭИ, А.В. Нетушил в разные годы был заведующим кафедрой автоматики и телемеханики, деканом факультета автоматики и вычислительной техники. В 1972—1987 гг. он — заведующий кафедрой электротехники и вы-



числительной техники в Московском институте тонкой химической технологии им. М.В. Ломоносова.

Плодотворной педагогической деятельностью профессор А.В. Нетушил снискал заслуженный авторитет талантливого воспитателя многих поколений инженеров, научных работников. Под его руководством десятки аспирантов стали кандидатами технических наук; он почетный доктор Словацкого политехнического института.

Научная деятельность Анатолия Владимировича отражена в более чем 250 научных работах, монографиях, учебниках, он имеет 20 авторских свидетельств

на изобретения. Среди наиболее известных не только у нас, но и за рубежом — учебники по ТОЭ, написанные А.В. Нетушилом совместно с С.В. Страховым и К.М. Поливановым, учебник по теории цепей, созданный юбилеем с коллективом авторов и выдержавший четыре издания, учебник «Теория автоматического управления», вышедший в двух томах под общей редакцией А.В. Нетушила. Основными признаны исследования А.В. Нетушила в области теоретической электротехники, высокочастотного нагрева, автоматического управления. Его работы по теории электрического поля, обобщенные в трех монографиях, связаны с такими направлениями электротехнологии, как диэлектрический высокочастотный нагрев и электроосмотическое воздействие на грунтовые воды. Научные работы юбиляра трижды награждались почетными дипломами ВДНХ (ныне ВВЦ).

Анатолий Владимирович — один из активнейших членов редколлегии «Электричества». Во многом ему обязан журнал высоким уровнем теоретических статей.

Желаем А.В. Нетушину здоровья и успехов в его многогранной научной деятельности.

Редакция и редколлегия
журнала «Электричество»

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б.Черкасский пер., 2/10

☎ 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Художественный редактор Т.А. Дворецкова

Сдано в набор 28.12.94. Подписано в печать 10.02.95. Формат 60×88 1/8.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Тираж 1010 экз. Заказ 304

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Макет выполнен АО «Знак», 109507, Москва, Самаркандский б-р, 15-3
Типография № 9 комитета РФ по печати
Москва, 109033, Волочаевская ул., 40

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

Лабунцов В.А., главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), Бутырин П.А. (Институт высоких температур Российской Академии наук, Москва), Иоссель Ю.Я. (Научно-исследовательский институт постоянного тока, Санкт-Петербург), Комельков В.С. (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), Нетушил А.В. (Московская государственная академия тонкой химической технологии), Розанов Ю.К. (Московский энергетический институт), Пищиков В.И. (Московский энергетический институт), Тареев Б.М. (Всероссийский институт научной и технической информации, Москва), Толстов Ю.Г. (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), Чечурин В.Л. (Санкт-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — Макашкин Б.Д.

Секция электроэнергетики

Мамиконянц Л.Г., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), Будзко И.А. (Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства), Гельфанд Я.С. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), Ершевич В.В. (Проектный и научно-исследовательский институт «Энергосетьпроект», Москва), Митюшкин К.Г. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), Морозкин В.П. (Московский энергетический институт), Семенов В.А. (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), Совалов С.А. (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), Строев В.А. (Московский энергетический институт).

Научный редактор — Кудинова Л.С.

Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

Ларионов В.П., председатель секции (Московский энергетический институт), Белкин Г.С. (Всероссийский электротехнический институт, Москва), Бортник И.М. (Министерство науки и технической политики России), Костенко М.В. (Санкт-Петербургский государственный технический университет), Лизунов С.Д. (Московский электрозавод), Шилин Н.В. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — Кудинова Л.С.

Секция электрических машин

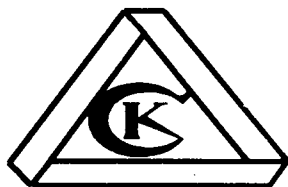
Иванов-Смоленский А.В., председатель секции (Московский энергетический институт), Данилевич Я.Б. (Всероссийский институт электромашиностроения, Санкт-Петербург), Евсеев Б.Н., заместитель главного редактора журнала, Шакарян Ю.Г. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — Евсеев Б.Н.

Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

Слежановский О.В., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт «Электропривод», Москва), Андерс В.И. (Московский энергетический институт), Борцов Ю.А. (Санкт-Петербургский электротехнический институт), Ильинский Н.Ф. (Московский энергетический институт), Шаталов А.С. (Научно-техническое объединение «Антей», Москва).

Научный редактор — Евсеев Б.Н.



АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО

СПЕЦКОНСТРУКЦИИ

113587, г. Москва
ул. Кировоградская, д. 3

Телефакс: (095) 311-13-96
Телетайп: 209248 SPEC AT Телекс: 613529 SPEC SU

ОТДЕЛ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ
телефоны: (095) 311-13-37, 311-03-41

ОТДЕЛ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ
телефоны: (095) 311-02-78, 311-13-05

Электротехническое оборудование

АВТОМАТИЧЕСКИЕ ВЫКЛЮЧАТЕЛИ		МАГНИТНЫЕ ПУСКАТЕЛИ		РЕЛЕ ТЕПЛОВОЕ	
Тип	Харак - ка	Тип	Харак - ка	Тип	Харак - ка
A-1031	6 А	ПМА-0100	220 /380 В	РТТ-111	0,2...25 А
A-1031	18 А	ПМА-3102	220 /380 В	РТТ-211	10...40 А
A-1031	16 А	ПМА-3200	220 /380 В	РТТ-311	63 А
A-1031	20 А	ПМА-3212	220 /380 В		80 А
A-1031	25 А	ПМА-4200	220 /380 В	РТЛ-1008	2,4...4 А
АП-50-3МТ	6,3 А	ПМА-4220	220 /380 В	РТЛ-1010	3,8...6 А
АП-50-3МТ	10 А	ПМА-4100	220 /380 В	РТЛ-1012	5,5...8 А
АП-50-3МТ	16 А	ПМА-4110	220 /380 В	РТЛ-1014	7,0...10 А
АП-50-3МТ	25 А	ПМА-5102	220 /380 В	РТЛ-1016	9,5...14 А
АП-50-3МТ	40 А	ПМА-5202	220 /380 В	РТЛ-1021	13...19 А
АП-50-3МТ	50 А	ПМА-5212	220 /380 В	РТЛ-1022	8...25 А
АП-50-3МТ	63 А	ПМА-5222	220 /380 В	Реле промежу- точное РП-21	При заказе указать требуемые характеристики
АЕ-2016	4 А	ПМА-6102	220 /380 В	КНОПКИ, КНОПОЧНЫЕ ПОСТЫ, ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛИ, СВЕТОСИГНАЛЬНАЯ АРМАТУРА	
АЕ-2043	50 А	ПМА-6202	220 /380 В		
АЕ-2046	10 А	ПМА-6212	220 /380 В		
АЕ-2046	16 А	ПМЛ-1100	220/380 В		
АЕ-2046	25 А	ПМЛ-1501	220/380 В	Кнопка КЕ-011 Кнопка "Грибок" КЕ-021, Т6S1H Кнопка "Грибок" с фиксацией КЕ-131 Пост кнопочный Т6S1A (1кн.) Пост кнопочный Т6S2A (2кн.) Пост кнопочный Т6S3A (3кн.) Пост кнопочный КМЗ-2 Пост кнопочный ПКЕ-222/1 Пост кнопочный ПКЕ-222/2 Пост кнопочный ПКЕ-222/3 Переключатель 2-х позиционный ПЕ - 071/2	
АЕ-2046	31,5 А	ПМЛ-2110	220/380 В		
АЕ-2046	40 А	ПМЛ-2210	220/380 В		
АЕ-2046	63 А	ПМЛ-2220	220/380 В		
ВА-5735	100 А	ПМЕ-211	220 /380 В	Пост кнопочный Т6S1A (1кн.) Пост кнопочный Т6S2A (2кн.) Пост кнопочный Т6S3A (3кн.) Пост кнопочный КМЗ-2 Пост кнопочный ПКЕ-222/1 Пост кнопочный ПКЕ-222/2 Пост кнопочный ПКЕ-222/3 Переключатель 2-х позиционный ПЕ - 071/2	
ВА-5735	125 А	ПМЕ-212	220 /380 В		
ВА-5735	160 А	ПМ 12-010100	220/380 В		
ВА-5735	250 А	ПМ 12-010240	220/380 В		
A-3144	300 А	ПМ 12-040	(аналог	Пост кнопочный КМЗ-2 Пост кнопочный ПКЕ-222/1 Пост кнопочный ПКЕ-222/2 Пост кнопочный ПКЕ-222/3 Переключатель 2-х позиционный ПЕ - 071/2	
A-3144	500 А		ПМА-3212)		
A-3144	600 А	КОНТАКТОРЫ			
A-3796	320 А				
A-3796	400 А	КТ-6033	250 А, 220/380 В	Переключатель 2-х позиционный ПЕ - 071/2	
A-3796	630 А	КТ-6023	160 А, 220/380 В		

ТИП ДВИГАТЕЛЯ	МОЩНОСТЬ кВт	МАССА кг.	ТИП ДВИГАТЕЛЯ	МОЩНОСТЬ кВт	МАССА кг.
------------------	-----------------	--------------	------------------	-----------------	--------------

Синхронная частота вращения 1000 об/мин

АИР 71 А6	0,37	7,8/9,4	АИР112 МВ6	4,0	48,0
АИР 71 В6	0,55	8,6/9,9	АИР132 S6	5,5	56,5/68,5
4АМ 80 А6	0,75	11,6	АИР132 М6	7,5	68,5/81,5
4АМ 80 В6	1,1	13,4/15,3	АИР160 S6	11,0	100/125
4АР 90 L6	1,1	12,0	АИР160 М6	15,0	120/155
АИР 90 L6	1,5	16,9/19,0	АИР180 М6	18,5	180,0
4АР100 L6	1,5	25,0	5А 200 М6	22,0	220,0
АИР100 L6	2,2	22,8/26,0	5А 200 L6	30,0	255,0
АИР112 МА6	3,0	43,0			

Синхронная частота вращения 1500 об/мин

АИР 56 А4	0,12	3,35	АИР100 L4	4,0	29/31,7
АИР 56 В4	0,18	3,9	АИР112 М4	5,5	41/49
АОЛМ21-4	0,27	7,4	АИР132 S4	7,5	58/70
АИР 63 В4	0,37	5,6	АИР132 М4	11,0	70,5/83,5
АОЛМ22-4	0,40	8,9	АИР160 S4	15,0	100/130
АИР 71 А4	0,55	8,1/10	АИР160 М4	18,5	110/145
АИР 71 В4	0,75	9,4/10,8	АИР180 S4	22,0	170,0
4АМ 80 А4	1,1	11,9/13,8	АИР180 М4	30,0	190,0
4АМ 80 В4	1,5	13,8/15,7	4АМН180М4	37,0	215,0
4АМ 90 L4	2,2	18,8/20,2	5А200 L4	45,0	280,0
МА 100 S4	2,2	25,0	4А225 М4	55,0	320,0
МА 100 L4-A	3,0	30,0	4А250 S4	75,0	450,0
АИР100 S4	3,0	23/25,8			

Синхронная частота вращения 3000 об/мин

АИР 56 А2	0,18	3,4	4АМ 90 L2	3,0	16,7/19,0
АИР 56 В2	0,25	3,9	АИР100 S2	4,0	21,6/26,0
АИР 63 А2	0,37	4,7	АИР100 L2	5,5	27,4/31,4
АОЛМ21-2	0,40	7,6	АИР112 М2	7,5	41/49
АОЛМ22-2	0,60	9,6	АИР132 М2	11,0	64,5/77,5
АИР 63 В2	0,55	5,45	АИР160 S2	15,0	100/125
АИР 71 А2	0,75	6,5/8,0	АИР160 М2	18,5	110/140
АИР 71 В2	1,1	8,8/9,4	АИР180 S2	22,0	160,0
4АМ 80 А2	1,5	9,8/12,4	АИР180 М2	30,0	180,0
4АМ 80 В2	2,2	13,2/15,0	4АМН180 М2	45,0	220,0

УСЛУГИ:

- отгрузка по предоставлении платежного поручения, заверенного банком
- возможность предварительного заказа номенклатуры, не входящей в перечень изделий
- отправка железнодорожным транспортом, оформление грузов на таможне
- возможность бартерного обмена