

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1995

12

КЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

Лабунцов В.А., главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), **Бутырин П.А.** (Институт высоких температур Российской Академии наук, Москва), **Иоссель Ю.Я.** (Научно-исследовательский институт постоянного тока, Санкт-Петербург), **Комельков В.С.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Нетушил А.В.** (Московская государственная академия тонкой химической технологии), **Розанов Ю.К.** (Московский энергетический институт), **Пищиков В.И.** (Московский энергетический институт), **Тареев Б.М.** (Всероссийский институт научной и технической информации, Москва), **Толстов Ю.Г.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Чечурин В.Л.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — **Макаршин Б.Д.**

Секция электроэнергетики

Мамиконянц Л.Г., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Гельфанд Я.С.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Ершевич В.В.** (Проектный и научно-исследовательский институт «Энергосетьпроект», Москва), **Митюшкин К.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Морозкин В.П.** (Московский энергетический институт), **Семенов В.А.** (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), **Стровев В.А.** (Московский энергетический институт).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

Ларионов В.П., председатель секции (Московский энергетический институт), **Белкин Г.С.** (Всероссийский электротехнический институт, Москва), **Бортник И.М.** (Фонд содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере, Москва), **Костенко М.В.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет), **Лизунов С.Д.** (Московский электрозавод).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

Секция электрических машин

Иванов-Смоленский А.В., председатель секции (Московский энергетический институт), **Данилевич Я.Б.** (Отдел (институт) электроэнергетических проблем РАН, Санкт-Петербург), **Евсеев Б.Н.**, заместитель главного редактора журнала, **Шакарян Ю.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

Слежановский О.В., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт «Электропривод», Москва), **Андерс В.И.** (Московский энергетический институт), **Борцов Ю.А.** (Санкт-Петербургский электротехнический университет), **Ильинский Н.Ф.** (Московский энергетический институт), **Шаталов А.С.** (Научно-техническое объединение «Антей», Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛУЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ**СОДЕРЖАНИЕ**

Лоханин Е.К. Методика расчета и анализа длительных переходных режимов энергосистемы	2
Джюрич М.Б., Радоевич З.М., Шкоклеп И.А., Терзия В.В. Метод понижения порядка матрицы состояния линеаризованной модели энергетической системы	10
Кузнецов В.А., Федотов А.И. Исследование режимов работы синхронной машины, возбуждаемой гармониками тока	19
Цветков В.А., Пиккульский В.А. Исследование распределения магнитных полей в зоне замыкания листов активной стали электрической машины	25
Глазенко А.В., Данилевич Я.Б., Карымов А.А. Численный анализ тепловых и механических процессов в электрических машинах	30
Никаноров В.Б., Останин С.Ю., Шмелева Г.А. Математическая модель магнитного поля в гистерезисном двигателе	36
Кузнецов Б.И. Оптимальный астатический регулятор двухканальной системы с раздельной нагрузкой	41
Розанов В.А. Трехфазные отсасывающие трансформаторы	45
Юркевич В.М., Юркевич Г.П. Точность расчета электрического поля методом сферических элементов	49
Дубовой Э.И., Михайлов М.С. К расчету проводимости и диэлектрической проницаемости слабоионизированной плазмы воздуха	56
Чан Ки Фук. Расчет распределения электрического поля в твердой высоковольтной изоляции, содержащей газовые включения	60
Месенжников Я.З., Тареев Б.М., Прут Л.Я. К расчету надежности электрической изоляции погружных электроцентробежных насосов	66

БИБЛИОГРАФИЯ

Герасимов В.Г. Рецензия на книгу «Справочное пособие по основам электротехники и электроники»	69
---	----

ХРОНИКА

Владимир Иванович Ключев (К 70-летию со дня рождения)	71
Памяти Гафиро Рахимовича Рахимова (1905–1972)	72
Указатель материалов	73
Алфавитный указатель	79

CONTENTS

Lokhanin Ye.K. Method for Analysis and Calculation of Long-Term Transient Conditions	2
Djurich M.B., Radoevich Z.M., Shkoklev T.A., Terziya V.V. Order Reduction Method Linearized Model of a Power System	10
Kuznetsov V.A., Fedotov A.I. Investigation of Operating Conditions of a Synchronous Machine Excited by Harmonics of Current	19
Tsvetkov V.A., Pikul'skii V.A. Investigation of Stator core Magnetic Fields and Losses in Electrical Machine under Core	25
Glazenko A.V., Danilevich Ya.B., Karymov A.A. Numerical Analysis of Thermal and Mechanical Processes in Electric Machines	30
Nikanorov V.B., Ostanin S.Yu., Shmelyova G.A. Mathematical Model of Magnetic Field in a Hysteresis Motor	36
Kuznetsov B.I. Optimum Astatic Controller of Two-Channel System with a Divided Load	41
Rozanov V.A. Three-Phase Boost Transformers	45
Yurkevich V.M., Yurkevich G.P. Accuracy of Electric Field Numerical Calculation by Means of a Sphere Element Method	49
Dubovoi E.I., Mikhailov N.S. On Calculation of Conductivity and Permittivity of Weakly Ionized	56
Tsan Ky Phuc. Calculation of Electric Field Distribution in High-Voltage Solid Insulation with Gas Inclusions	60
Mesenzhnikov Ya.Z., Tareyev B.M., Prut L.Ya. On Calculation of Reliability of Electrical Insulation of Electrical Centrifugal Submersible Oil Pumps	66

BIBLIOGRAPHY

Gerasimov V.G. Review of the Book «Reference Text-Book on Principles of Electrical Engineering and Electronics»	69
---	----

CHRONICLE

Vladimir Ivanovich Klyuchev (to 70-th Anniversary)	71
In memory Gafir Rokhimovich Rakhimov (to Mark the 90-Anniversary)	72
List of Publications	73
Alphabetical index	79

Методика расчета и анализа длительных переходных режимов

ЛОХАНИН Е.К.

Приведена методика расчета и анализа длительных переходных режимов, связанных с изменением частоты энергосистемы, реакцией теплосилового оборудования ТЭС, АЭС, системами регулирования частоты, активной мощности и действиями противоаварийной автоматики. Статья является составной частью разработок по обоснованию и усовершенствованию моделей электрической системы, а также расчетных алгоритмов для анализа устойчивости и надежности энергосистем, используемых в вычислительных режимах комплекса ВРК и ДАКАР.

Ключевые слова: энергосистема, частота, переходный режим, противоаварийное управление, устойчивость, надежность, расчет

В последние десятилетия во всех крупных энергосистемах мира имели место случаи системных аварий, связанных с нарушением статической и динамической устойчивости, разделением систем на несинхронно работающие части, внезапным отключением большого числа потребителей электроэнергии, повреждениями основного оборудования, которые привели к значительному народнохозяйственному ущербу.

Тяжелые последствия системных аварий выдвигают в качестве одной из важнейших научно-исследовательских проблем энергии разработку методов расчета и анализа переходных и стационарных режимов в энергосистеме, как одну из доминирующих в автоматизированных системах диспетчерского управления (АСДУ) при определении надежности и устойчивости работы энергосистем и энергообъединений.

Для решения этих задач необходимо создание сложного комплекса взаимосвязанных программ, позволяющих проводить всесторонние исследования устойчивости и надежности энергообъединений. Создание этих комплексов требует разработки и усовершенствования математических моделей и методов расчета режимов работы энергосистемы, содержащей сотни и даже тысячи узлов. Применяемые для этой цели методы расчета должны обладать высоким быстродействием и надежностью получения решений, давать возможность выявить слабые звенья энергосистемы, рассчитывать режимы с неноминальной частотой, решать вопросы ввода послеаварийных режимов в область существования, исследовать не только относительно кратковременные электромеханические, но и более длительные переходные режимы, связанные с изменением частоты энергосистемы, реакцией теплосилового оборудования (ТСО) ТЭС

The paper presents a method for analysis and calculation of long-term transient conditions related to power system frequency variations, response of thermal-power equipment of thermal or nuclear power stations and actions of emergency control schemes. This paper is a component part of works on designing, substantiating and improving power system models and algorithms for analysis of stability and reliability of power systems used in computing complexes VRK and DAKAR.

Key words: electrical power system, frequency, transient condition, emergency control, stability, reliability, calculation

и АЭС и систем ПА. Более того, используемые методы должны быть эффективными с точки зрения системной организации всех исследуемых задач устойчивости.

До недавнего времени расчеты электромеханических переходных процессов проводились, в основном, для проверки синхронной динамической устойчивости электрической системы и ограничивались, как правило, отрезком времени не более $1+2$ с после возмущения. Такая постановка задачи предопределяла выбор сравнительно простых математических моделей, в которых частота в энергосистеме в течение всего переходного процесса считалась постоянной. Однако при расчете электромеханических переходных процессов на отрезке времени больше $1-2$ с, последнее неприемлемо.

Из анализа переходных режимов в энергосистемах следует, что если взаимные электромеханические колебания синхронных машин, вызванные нарушением баланса мощности, не приводят к нарушению синхронной работы генераторов, то через $4+5$ с после последней коммутации они практически затухают. Однако после этого во многих случаях начинается сравнительно медленные синхронные изменения скорости вращения генераторов на протяжении длительного (до нескольких минут) отрезка времени, вызывающие изменение частоты энергосистемы, перераспределения мощностей генераторов, нагрузок и перетоков по линиям электропередач. Такие изменения потокораспределения могут привести к нарушению статической устойчивости режима работы энергосистемы. Поэтому анализ таких длительных переходных режимов работы энергосистемы имеет важное практическое значение.

Для анализа указанных длительных переходных процессов (ДПП) энергосистемы необходимо, в первую очередь, правильно смоделировать и надежно рассчитывать установившиеся режимы (УР) с учетом изменения частоты и действий противоаварийной автоматики. Однако до настоящего времени существующие алгоритмы и их программные реализации либо не позволяли учитывать изменение частоты и действия ПА при расчетах потокораспределения, либо не соответствовали техническим требованиям, необходимым для получения результата с достаточной степенью надежности.

Общим недостатком этих алгоритмов расчета УР с учетом изменения частоты, не позволяющим их использовать для расчета ДПП, является отсутствие в них необходимой оценки погрешности обработки частоты. Это часто приводит к тому, что полученный расчет режима при обработке в узлах заданных мощностей и модулей напряжения с практически допустимыми погрешностями не обеспечивает обработку частоты. В [1, 2] приводится алгоритм расчета потокораспределения в электрической системе, удовлетворяющий требованиям, необходимым для решения поставленной задачи.

Методика расчета ДПП. В основе рассматриваемой далее методики расчета и анализа ДПП используется алгоритм расчета потокораспределения, основанный на введении частоты как независимой переменной [1].

Отличительная особенность этого алгоритма по сравнению с другими существующими алгоритмами состоит в следующем.

1. Обработка искомого значения частоты заканчивается в начале итерационного процесса, т. е. значительно раньше обработки в узлах заданных мощностей и модулей напряжения. Этим достигается: во-первых, повышенная надежность получения расчета послекоммутационных режимов, которые при исходном значении частоты могут не существовать; во-вторых, значительное сокращение расчетного времени, так как действия частотной автоматики можно учитывать в начале итерационного процесса, не дожидаясь полной обработки режима.

2. В итерационный процесс введен необходимый и достаточный критерий оценки погрешности определения частоты.

3. В случае расхождения итерационного процесса, связанного с заданием несуществующего режима, имеется возможность определять и оценивать предельно допустимые решения.

При анализе переходных процессов в электроэнергетических системах до недавнего времени рассматривались две несвязанные задачи: первая — расчет и использование электромеханических колебаний взаимных углов синхронных машин в энергосистеме с целью анализа синхронной динамической устойчивости; вторая — расчет и анализ длительного изменения частоты при возникновении небаланса активной мощности в энергосистеме.

В рассматриваемой методике обе упомянутые задачи являются разными сторонами одной и той же задачи, связанной с протеканием более сложных и длительных переходных процессов. Поэтому математическая модель энергосистемы,

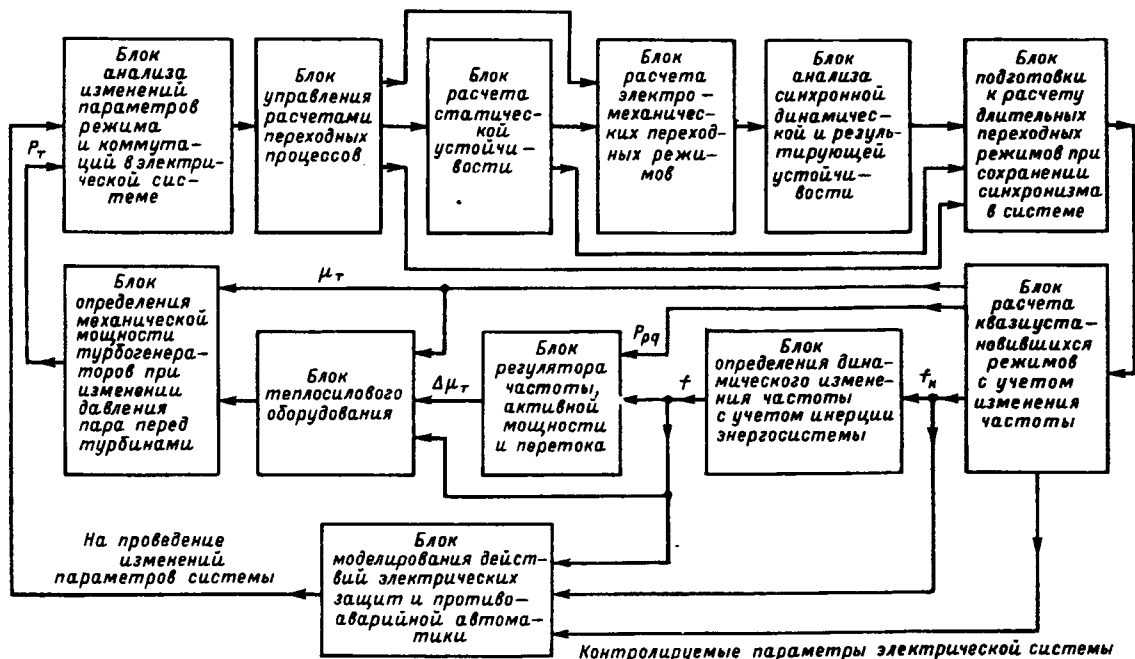


Рис. 1. Структурная схема расчета и анализа переходных режимов работы энергосистемы

предназначенная для анализа режимов ее работы, должна состоять не только из математического описания электромеханических процессов, но и описания теплосиловых процессов на ТЭС и АЭС. На рис. 1 представлена структурная схема расчета и анализа переходных режимов работы энергосистемы для решения поставленной задачи.

Длительные переходные процессы, протекающие без нарушения синхронизма, с точки зрения наблюдателя, не способного практически заметить и тем более отреагировать на быстрозатухающие электромеханические колебания, могут быть представлены определенной последовательностью квазиустановившихся режимов (КУР) с изменяющейся частотой. Каждый такой режим может быть определен соответствующими действиями противоаварийной автоматики (ПА), реакцией теплового оборудования, работой систем регулирования частоты и активной мощности, изменяющих генерирующие мощности электростанций. Причем, интервал времени для учета изменения мощностей из-за больших постоянных времени в трактах топливоподачи и теплопроизводителей (100–300 с) можно выбрать в пределах $1 \div 5$ с, не искажая при этом наблюдаемого переходного режима.

На основании изложенного, расчет и анализ ДПП на n -м временном интервале представляется следующим образом (см. рис. 1).

1. В начале расчетного интервала анализируется предшествующий установившийся или квазиустановившийся режим с целью выявления возможных срабатываний электрических защит и противоаварийной автоматики. При срабатывании последних производится анализ динамической устойчивости электрической системы. Переход к следующему этапу расчета осуществляется только в случае сохранения синхронизма в энергосистеме.

2. Производится расчет нового квазиустановившегося режима с учетом проведенных на 1-м этапе коммутаций в электрической системе и изменений генерирующих мощностей, связанных с реакцией теплосилового оборудования, определяемой изменением давления пара перед турбинами на предшествующем расчетном интервале.

В результате этого расчета определяются потокораспределение в электрической сети и ожидаемое изменение частоты f_k (без учета инерции системы). При этом при отсутствии коммутаций в сети с учетом особенности применяемого расчетного алгоритма (частота устанавливается в начале итерационного цикла [1]) расчет режима целесообразно проводить практически безытерационно до тех пор, пока отклонение какой-либо генерирующей мощности не превысит значение $n\epsilon_p$ ($n=5 \div 10$). В этом случае контролируется и

отрабатывается только ожидаемое значение частоты. Здесь ϵ_p — заданная погрешность расчета режима. Такой подход позволяет значительно увеличить скорость расчета ДПП без заметного увеличения погрешности в целом.

Для режимов, близких к предельным, определяемым по практическим критериям, и не связанных с коммутационными изменениями в электрической сети, производится анализ статической устойчивости с учетом самораскачивания. Переход к следующему этапу расчета осуществляется только при сохранении статической устойчивости режима.

3. Определяется динамическое изменение частоты f путем решения дифференциального уравнения апериодического звена, введенного за ожидаемым изменением частоты. Введение такого звена позволяет учесть инерцию энергосистемы при внезапном возникновении небаланса мощности. Коэффициент передачи этого звена равен единице, так как статические характеристики энергосистемы учитывались на 1-м этапе при решении уравнений квазиустановившегося режима.

4. Определяется реакция теплосилового оборудования станций и систем регулирования частоты и активной мощности путем численного решения соответствующих дифференциальных уравнений. В результате решения последних определяются изменения генерирующих мощностей в конце n -го интервала.

Переход на $(n+1)$ -й расчетный интервал осуществляется повторением этапов с 1-го по 4-й.

Расчет ДПП продолжается до тех пор, пока не выполнится хотя бы одно из следующих условий:

общее время расчета достигло заданного значения;

произошло нарушение сходимости итерационного расчета квазиустановившегося режима, условно отождествляемое с нарушением апериодической статической устойчивости системы;

произошло нарушение статической устойчивости с учетом самораскачивания;

произошло нарушение динамической устойчивости, вызванное проведенными коммутационными изменениями в электрической системе.

Как показала практика расчетов, иногда целесообразно проводить упрощенный расчет ДПП без полного анализа статической и динамической устойчивости. В этом случае расчет ДПП может быть преждевременно закончен только при нарушении сходимости квазиустановившегося режима.

Рассмотрим математические модели теплосилового оборудования ТЭС, систем регулирования частоты и активной мощности [3], применяемые

для расчета и анализа ДПП¹.

Регулятор скорости APC:

$$\frac{d\mu_T}{dt} = \frac{1}{T_{p.c}} (\psi + \mu_{mo} - \mu_T);$$

$$\psi = \frac{\Delta f}{\sigma} + \Delta\mu_{\Sigma(p.d)} + \Delta\mu_{APЧМ} + \mu(t);$$

$$\mu_{tmin} \leq \mu_T \leq \mu_{tmax};$$

$$v_3 \leq \frac{d\mu_T}{dt} \leq v_{от}.$$

Здесь μ_{tmin} , μ_{tmax} — минимальное и максимальное открытие клапанов турбины, отн.ед.; v_3 , $v_{от}$ — допустимые скорости закрытия и открытия клапанов турбины, отн. ед; $T_{p.c}$ — эквивалентная постоянная времени APC, с; σ — статизм APC, отн. ед; μ_{mo} — начальное открытие клапанов турбины, отн. ед; μ_T — текущее значение открытия клапанов турбины, отн. ед; ψ — суммарный сигнал, поступающий на вход APC, отн. ед; Δf — отклонение частоты системы f от начального значения f_0 , отн. ед; $\Delta\mu_{\Sigma(p.d)}$ — выходной сигнал при наличии в работе регулятора давления пара «до себя», отн. ед; $\Delta\mu_{APЧМ}$ — сигнал, задаваемый регулятором частоты и активной мощности отн. ед; $\mu(t)$ — сигнал программного управления, отн. ед.

Паровая турбина:

$$\frac{d\mu_p}{dt} = \frac{1}{T_p} (K_p P_s \mu_T - \mu_p);$$

$$\mu_{\Sigma} = \begin{cases} \mu_p + (1 - K_p) \mu_T P_s; \\ \mu_0 + \theta + \Delta\mu_2 \text{ — при использовании обобщенной модели ТСО (см. далее);} \end{cases}$$

$$T_p = \begin{cases} T_{pисх} & \text{при } \frac{d\mu_T}{dt} > 0; \\ T_{p.c} & \text{при } \frac{d\mu_T}{dt} \leq 0. \end{cases}$$

Здесь T_p — постоянная времени промпрегрева паровой турбины; K_p — коэффициент, определяющий мощность турбины, развиваемую частью среднего и низкого давления, отн. ед; μ_p — мощность турбины, развиваемая частью среднего и низкого давления, отн. ед; P_s — давление пара перед турбиной, отн. ед; μ_{Σ} — полная мощность на валу турбины, отн. ед; θ , $\Delta\mu_2$ — переменные обобщенной модели (см. далее).

¹ Приведенные далее упрощенные модели ТСО и систем регулирования не определяют рассматриваемую методику расчета и анализа ДПП и могут быть при необходимости дополнены или заменены другими моделями.

Котел:

$$\frac{dP_{к.в}}{dt} = \frac{1}{T_k} (\mu_0 + \Delta\mu_Q - \mu_Q - \Delta\mu_{пр});$$

$$P_s = P_k - \mu_Q^2 K_R;$$

$$P_{к.вmin} \leq P_{к.в} \leq P_{к.вmax};$$

$$P_k = \begin{cases} P_{к.в} & \text{при } P_{к.в} > P_{к0}; \\ P_{к.в} + \Delta p_a & \text{при } P_{к.в} < (P_{к0} - \Delta p_a); \\ P_{к0} & \text{при } (P_{к0} - \Delta p_a) \leq P_{к.в} \leq P_{к0}. \end{cases}$$

Здесь T_k — постоянная времени котла; $P_{к.вmin}$ — минимальное допустимое давление в парогенерирующей части котла, за пределом которого происходит закрытие клапанов турбины, отн. ед; $P_{к.вmax}$ — максимально допустимое давление в парогенерирующей части котла, за пределом которого происходит холостой выброс пара, отн. ед; K_R — коэффициент, определяющий потери давления в паровом тракте котел—турбина; μ_0 — начальное значение топливоподачи в котле, отн. ед; $P_{к0}$ — начальное значение давления пара за парогенерирующей частью котла, отн. ед; P_k — текущее значение давления пара за парогенерирующей частью котла, отн. ед; Δp_a — величина, определяющая заданной аккумулирующий объем пара в парогенерирующей части котла, отн. ед; μ_Q — расход пара, подаваемый в турбину, отн. ед; $\Delta\mu_Q$ — изменение топливоподачи в котле, отн. ед; $\Delta\mu_{пр}$ — реакция привода топливоподачи на режим работы котла, отн. ед.

Следует отметить, что неучет аккумулирующей способности котла может привести к большой погрешности влияния теплосилового оборудования на изменение механической мощности на валу турбины. На рис. 2 приведены расчеты переходных процессов, связанных с открытием регулирующих клапанов турбины, вызванным уменьшением частоты в энергосистеме.

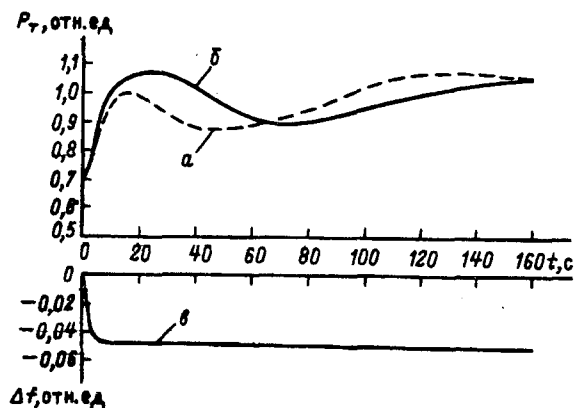


Рис. 2. Влияние аккумулирующей способности котла на изменение механической мощности на валу турбины: а — без учета аккумулирующей способности котла $\Delta P_a = 0$; б — с учетом аккумулирующей способности котла $\Delta P_a = 0,02$; в — изменение частоты энергосистемы

Регулятор давления пара:

$$\frac{d\Delta\mu_{д.м}}{dt} = \frac{\varphi_{д.м}}{T_{д.м}}; \Delta\mu_{д.м\min} \leq \Delta\mu_{д.м} \leq \Delta\mu_{д.м\max};$$

$$\varphi_{д.м} = \begin{cases} P_s - P_3 - b_{з.н.р} \operatorname{sign}(P_s - P_3) & \text{при } |P_s - P_3| > b_{з.н.р}; \\ 0 & \text{при } |P_s - P_3| \leq b_{з.н.р}; \end{cases}$$

$$\Delta\mu_{\Sigma д.м} = \Delta\mu_{д.м} + K_{д.м}(P_s - P_3).$$

Здесь

$$T_{д.м} = \begin{cases} T_{г.р} - \text{постоянная времени главного регулятора котла или регулятора «до себя»}; \\ T_{р.д}; \end{cases}$$

$$b_{з.н.р} = \begin{cases} b_{г.р} - \text{зоны нечувствительности регуляторов}; \\ b_{р.д}; \end{cases}$$

$$\Delta\mu_{д.н(\min, \max)} = \begin{cases} \Delta\mu_{г.р(\min, \max)} - \text{ограничители в регуляторах}; \\ \Delta\mu_{р.д(\min, \max)}; \end{cases}$$

$$K_{д.м} = \begin{cases} K_{г.р} - \text{коэффициенты, определяющие значения форсирующих сигналов в регуляторах}; \\ P_3 - \text{заданное значение давления пара перед турбиной}; \end{cases}$$

$$\Delta\mu_{\Sigma д.м} = \begin{cases} \Delta\mu_{\Sigma г.р} - \text{выходные сигналы регуляторов}; \\ \Delta\mu_{\Sigma р.д} \end{cases}$$

$$\Delta\mu_{д.м} = \begin{cases} \Delta\mu_{г.р} - \text{промежуточные переменные регуляторов}; \\ \Delta\mu_{р.д}. \end{cases}$$

Привод топливоподачи:

$$\frac{d\Delta\mu_{пр}}{dt} = \frac{1}{T_{пр}} (K_{пр} \Delta f - \Delta\mu_{пр}).$$

Здесь $T_{пр}$ — постоянная привода топливоподачи; $K_{пр}$ — коэффициент, характеризующий значимость от частоты производительности привода топливоподачи; $\Delta\mu_{пр}$ — реакция привода топливоподачи на режим работы котла.

Тракт топливоподачи:

$$\frac{d\Delta\mu_{Q1}}{dt} = \frac{1}{T_{п.т1}} (\Delta\mu_{\Sigma г.р} - \Delta\mu_{Q1});$$

$$\frac{d\Delta\mu_Q}{dt} = \frac{1}{T_{п.т}} (\Delta\mu_{Q1} - \Delta\mu_Q).$$

Здесь $T_{п.т}$, $T_{п.т1}$ — постоянные времени, определяющие инерцию и запаздывание тракта топливоподачи; $\Delta\mu_Q$ — сигнал, изменяющий топ-

ливоподачу в котел; $\Delta\mu_{Q1}$ — промежуточная переменная тракта топливоподачи.

Обобщенная модель теплосилового оборудования (ОМТСО). Для моделирования переходных процессов в ТСО даже при приведенном выше упрощенном описании требуется довольно обширная исходная информация о параметрах котла, привода, тракта топливоподачи, системах регулирования давления пара и др. Подготовка указанной информации на практике вызывает значительные трудности. Для устранения этого недостатка в условиях неполной или недостоверной информации разработана имитационная ОМТСО, в которой значительно уменьшено число функциональных блоков и требуемых параметров, и которая представляется следующим образом:

$$\frac{d\mu_T}{dt} = \frac{1}{T_{р.с}} \left[\frac{\Delta f}{\sigma} + \mu_3 + \mu(t) - \mu_T \right]; \mu_{T\min} \leq \mu_T \leq \mu_{T\max};$$

$$v_3 \leq \frac{d\mu_T}{dt} \leq v_{от}; \frac{d\mu_\rho}{dt} = \frac{1}{T_\rho} (K_\rho \mu_T - \mu_\rho);$$

$$\Delta\mu_\Sigma = (1 - K_\rho) \mu_T + \mu_\rho - \mu_3;$$

$$\Delta\mu_1 = \begin{cases} \Delta\mu_\Sigma & \text{при } \Delta\mu_\Sigma > 0; \\ 0 & \text{при } \Delta\mu_\Sigma \leq 0; \end{cases} \quad \Delta\mu_2 = \begin{cases} 0 & \text{при } \Delta\mu_\Sigma > 0; \\ \Delta\mu_\Sigma & \text{при } \Delta\mu_\Sigma \leq 0; \end{cases}$$

$$\frac{dW}{dt} = \mu_T - \mu_0; \quad 0 \leq W \leq W_c$$

$$K(W) = \begin{cases} 0 & \text{при } W < W_k \text{ или } W = W_c; \\ -1 & \text{при } W_k \leq W \leq W_c; \end{cases}$$

$$\frac{d\Theta_1}{dt} = \frac{1}{T_k} [\Delta\mu_1 K(W) - \Theta_1]; \quad \frac{d\Theta_2}{dt} = \frac{1}{T_{тп}} (\Theta_1 - \Theta_2);$$

$$\Theta = \Delta\mu_1 + \Theta_2; \quad \mu_\Sigma = \Theta + \Delta\mu_2 + \mu_0.$$

Здесь W_k — постоянная, определяющая аккумулирующий объем котла, отн. ед; W_c — постоянная, определяющая действие главного регулятора котла, отн. ед; W — переменная, определяющая текущее значение аккумулирующего объема котла, отн. ед; Θ , Θ_1 , Θ_2 — переменные, характеризующие изменение механической мощности энергоблока об изменении давления пара перед турбиной, отн. ед.

Остальные параметры и переменные соответствуют приведенной исходной модели ТСО. Необходимо отметить, что обобщенная модель, определяющая нерегулируемый котел или наличие регулятора «до себя», требует всего лишь два эквивалентных параметра. При наличии главного регулятора давления пара необходима дополнительная информация еще о двух параметрах.

Для обоснования этой модели проведены сопоставительные расчеты переходных процессов по исходной модели и по ОМТСО для различного состава теплосилового оборудования энергоблока. На рис. 3 приведены результаты сопоставительных расчетов переходных процессов. В качестве возмущающего фактора выбрано изменение частоты (кривая 2). Переходные процессы в теплосиловом оборудовании рассчитывались на отрезке времени, равном 3,5 мин. Для большей наглядности был задан следующий характер изменения частоты системы: в начале расчета частота понизилась на $-0,5$ отн. ед. и на протяжении 140 с продолжала быть постоянной, а затем резко увеличилась на $+0,06$ отн. ед. Начальные мощности энергоблоков выбраны равными $0,7$ отн. ед. Как видно из приведенных результатов расчета погрешность моделирования переходных процессов, полученных при использовании обобщенной модели, может быть незначительна.

Применение ОМТСО значительно облегчает создание расчетной модели энергоблока непосредственно по экспериментальным данным, особенно при разнотипном составе теплосилового оборудования всей станции в целом.

Модель центрального регулятора частоты и активной мощности (АРЧМ). Для регулирования

частоты и активной мощности энергосистемы обычно применяют регулятор интегрально-пропорционального типа, который представляется следующим образом:

$$\frac{d\Delta\mu_{\Sigma\text{и}}}{dt} = \frac{f - f_3}{\tau};$$

$$\Delta\mu_{\Sigma\text{АРЧМ}} = \Delta\mu_{\Sigma\text{и}} + K(f - f_3);$$

$$\Delta\mu_{\Sigma\text{АРЧМ}} = \Delta\mu_{\text{АРЧМ}1} + \Delta\mu_{\text{АРЧМ}2} + \dots + \Delta\mu_{\text{АРЧМ}i};$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\mu_{\text{АРЧМ}1} &= \nu_1 \Delta\mu_{\Sigma\text{АРЧМ}}; \\ \Delta\mu_{\text{АРЧМ}2} &= \nu_2 \Delta\mu_{\Sigma\text{АРЧМ}}; \\ &\dots \\ \Delta\mu_{\text{АРЧМ}i} &= \nu_i \Delta\mu_{\Sigma\text{АРЧМ}}; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_i &= 1. \\ (i &= 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

Здесь $\Delta\mu_{\Sigma\text{АРЧМ}}$ — суммарный выходной сигнал регулятора АРЧМ; $\Delta\mu_{\Sigma\text{и}}$ — интегральная составляющая выходного сигнала регулятора АРЧМ; $\Delta\mu_{\text{АРЧМ}i}$ — сигнал, задаваемый регулятором АРЧМ на i -ю ситуацию; $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_i$ — коэффициенты, определяющие долевое участие i -й электростанции в регулировании частоты; n — число станций, участвующих в регулировании частоты; $f - f_3$ — отклонение частоты от заданного значения; τ — постоянная времени регулятора АРЧМ; K — коэффициент, определяющий значение форсирующего сигнала регулятора АРЧМ.

Модель регулятора перетока активной мощности по заданной линии электропередачи или сечению. Для регулирования перетоков активной мощности по выделенным линиям электропередачи или сечениям используют также регуляторы интегрально-пропорционального типа:

$$\frac{d\Delta\mu_{\text{п.и}}}{dt} = \frac{\varphi_{\text{п}}}{\tau_{\text{р.п}}};$$

$$\varphi_{\text{п}} = \begin{cases} P_{pq} - P_3 - b_{\text{зmax}} \text{sign}(P_{p1} - P_3) & \text{при } P_{p1} - P_3 > b_{\text{зmax}}; \\ P_{pq} - P_3 - b_{\text{зmin}} \text{sign}(P_{p1} - P_3) & \text{при } P_{p1} - P_3 < b_{\text{зmin}}; \\ 0 & \text{при } b_{\text{зmin}} \leq P_{pq} - P_3 \leq b_{\text{зmax}}; \end{cases}$$

$$\Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}} = K_{\text{р.п}} \varphi_{\text{п}} + \Delta\mu_{\text{п.и}};$$

$$\Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}} = \Delta\mu_{\text{р.п}1} + \Delta\mu_{\text{р.п}2} + \dots + \Delta\mu_{\text{р.п}j};$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\mu_{\text{р.п}1} &= a_1 \Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}}; \\ \Delta\mu_{\text{р.п}2} &= a_2 \Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}}; \\ &\dots \\ \Delta\mu_{\text{р.п}j} &= a_j \Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}}; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a_1 + a_2 + \dots + a_j &= 1. \\ (j &= 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

Здесь $\Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}}$ — суммарный выходной сигнал регулятора перетока; $\Delta\mu_{\Sigma\text{п.и}}$ — интегральная составляющая выходного сигнала регулятора перетока; $\Delta\mu_{\Sigma\text{р.п}j}$ — сигнал, задаваемый регулятором перетока на j -ю станцию; a_1, a_2, \dots, a_j — коэффициенты, определяющие долевое участие j -й

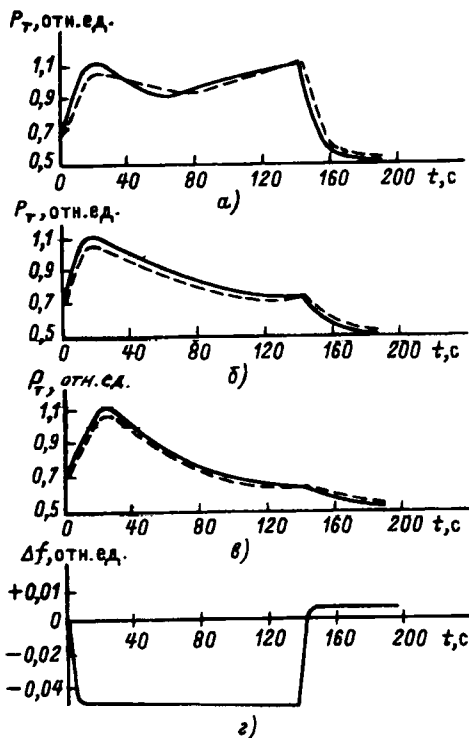


Рис. 3. Сопоставительные расчеты переходных процессов в исходной и обобщенной моделях ТСО: изменения механических мощностей на валу турбины при работе главного регулятора котла (а), при нерегулируемом котле (б), при работе регулятора «до себя» (в); изменение частоты (г); — — — — — исходная модель; - - - - - обобщенная модель

станции в регулировании перетока; m — число станций, участвующих в регулировании перетока; $P_{pq} - P_z$ — отклонение перетока активной мощности от заданного значения; b_{\max} — максимально допустимое отклонение перетока (от узлов p к узлам q) от заданного значения; b_{\min} — минимально допустимое отклонение перетока (от узлов q к узлам p) от заданного значения; $\tau_{p.n}$ — постоянная времени регулятора перетока; $K_{p.n}$ — коэффициент, определяющий значение форсирующего сигнала в регуляторе перетока.

Увеличение расчетного интервала времени предъявляет жесткие требования к погрешности и скорости расчета ДПП. Эти требования еще более ужесточаются при использовании полной и неизменяемой математической модели на всех этапах расчета переходного процесса. Поэтому в разработанной методике проводится изменение модели энергосистемы, а также алгоритмов и методов расчета в зависимости от характера переходного процесса [2].

В предлагаемой методике расчета ДПП для учета действий ПА и систем регулирования АРЧМ могут потребоваться значения частоты внутри расчетных интервалов КУР. Для этой цели приращения частоты на любой длине расчетного интервала численного решения дифференциальных уравнений систем регулирования АРЧМ и ТСО может быть получено без расчета КУР. Для этого суммарное приращение генерирующих мощностей умножается на статизм системы, определенный при последнем расчете КУР.

Постоянная инерции энергосистемы, так же как и постоянные времени, характеризующие инерцию генераторов и систем регулирования АРС, практически не влияет на изменение давления пара перед турбиной, определяющего механическую мощность на валу турбины. Доказательством такого утверждения служат корневые годографы доминирующих полюсов и область устойчивости на плоскости параметров настройки центрального. При этом, для качественного анализа ДПП использовалась математическая модель энергосистемы, состоящая из четырех электростанций: одной ГЭС и трех ТЭС с различным составом теплосилового оборудования (при наличии нерегулируемого котла, главного регулятора котла, регулятора «до себя»). Модель АРЧМ представлялась регулятором интегрально-пропорционального типа с параметрами τ (постоянная интегрирующего звена) и K (постоянная форсирующего звена).

Для рассматриваемого исследования использовались линеаризованные модели исходных уравнений ТСО. Неучет упомянутых постоянных в упрощенной системе осуществлялся путем замены соответствующих дифференциальных уравнений

алгебраическими.

На рис. 4 представлены границы областей устойчивости исследуемых систем уравнений на плоскости параметров K и τ , построенные методом Д-разбиения. Постоянные области устойчивости для исходной и упрощенной систем уравнений практически совпали. Заштрихованная зона на рис. 4 соответствует устойчивой области исследуемых систем и определяет ограничения на выбор параметров настройки АРЧМ. При переходе точки из заштрихованной зоны в незаштрихованную два корня характеристического уравнения переходят из левой полуплоскости в правую. И, наоборот, при переходе точки в заштрихованную область имеем переход двух комплексно-сопряженных корней в левую полуплоскость. Данный характер поведения корней характеристического уравнения отражен на корневых годографах, представленных на рис. 5.

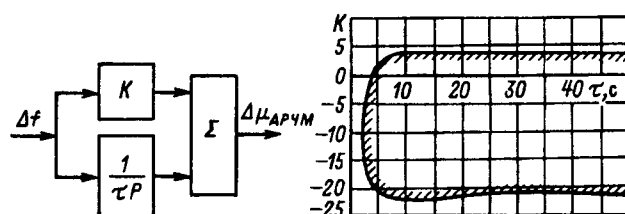


Рис. 4. Область устойчивости исходных и упрощенных систем уравнений ТСО на плоскости параметров АРЧМ

Как видно из рис. 4 для значений τ , больших 10 с, допустимо изменение коэффициента K от -21 до 3. При K , равном -22 или 4, система становится неустойчивой из-за перехода пары комплексно-сопряженных корней в правую полуплоскость. На рис. 5,а отражено движение корней при изменении K от 4 до -22 для двух пар доминирующих полюсов.

Для значений τ , меньших 10 с, область устойчивости уже, поэтому диапазон допустимых изменений коэффициента k меньше. А для τ , меньших 3 с, система неустойчива при любых значениях K . Движение доминирующих полюсов системы для $\tau = 5 \div 13$ с отражено на рис. 5,б. (На приведенных рисунках представлены по одному из каждой пары доминирующих комплексно-сопряженных корней, имеющему положительную мнимую часть.)

В таблице приведены результаты расчетов доминирующих (наиболее близких к мнимой оси) полюсов (корней характеристических уравнений) при различных предельных настройках регулятора АРЧМ. Как видно из таблицы, первые шесть полюсов в исходной и упрощенной системах практически совпадают.

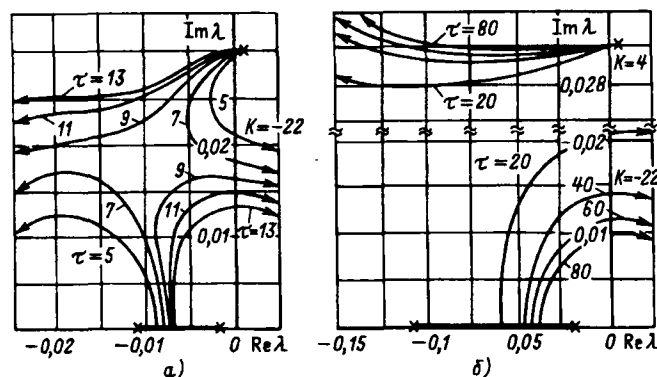


Рис. 5. Годографы доминирующих полюсов исходной и упрощенной моделей ТСО: а — движение доминирующих полюсов при изменении коэффициента K от -21 до 3; б — при изменении постоянной времени τ от 5 до 13

Секция N	Основные параметры АРЧМ	Результаты расчета доминирующих полюсов	
		Исходная модель ТСО	Упрощенная модель ТСО
1	$K_{АРЧ} = 3$ $T_{АРЧ} = 10$ $T_c = 5$ $T_k = 50$	$-0,006$ $-0,009$ $-0,000027 \pm j 0,0297$ $-0,050$ $-0,132$ $-1,0$ $-1,035$ $-0,907$ $-0,247 \pm j 0,581$ $-0,60 \pm j 0,63$ $-0,2$ $-0,2$	$-0,006$ $-0,009$ $-0,000033 \pm j 0,0297$ $-0,050$ $-0,132$ $-0,95$ $-1,035$
2	$K_{АРЧ} = 0$ $T_{АРЧ} = 10$ $T_c = 5$ $T_k = 50$	$-0,0075 \pm j 0,0011$ $-0,0003 \pm j 0,029$ $-0,05$ $-0,132$ $-0,92$ $-1,035$ $-0,241 \pm j 0,556$ $-0,60 \pm j 0,63$ $-0,2$ $-0,2$	$-0,0075 \pm j 0,0017$ $-0,0004 \pm j 0,029$ $-0,05$ $-0,132$ $-0,93$ $-1,035$
3	$K_{АРЧ} = -5$ $T_{АРЧ} = 10$ $T_c = 5$ $T_k = 50$	$-0,0077 \pm j 0,0040$ $-0,0013 \pm j 0,029$ $-0,05$ $-0,132$ $-0,95$ $-1,035$ $-1,0$ $-0,222 \pm j 0,47$ $-0,60 \pm j 0,63$ $-0,2$ $-0,2$	$-0,0077 \pm j 0,0040$ $-0,0013 \pm j 0,029$ $-0,05$ $-0,132$ $-0,85$ $-1,035$
4	$K_{АРЧ} = -20$ $T_{АРЧ} = 10$ $T_c = 5$ $T_k = 50$	$-0,00014 \pm j 0,016$ $-0,0354 \pm j 0,0153$ $-0,05$ $-0,137$ $-1,01$ $-1,035$ $-1,08$ $-0,13 \pm j 0,151$ $-0,60 \pm j 0,634$ $-0,2$ $-0,2$	$-0,00017 \pm j 0,016$ $-0,0358 \pm j 0,0159$ $-0,05$ $-0,140$ $-1,00$ $-1,035$

При расчетах ДПП использовались соответствующие нелинейные модели исходной и упрощенной систем. При этом использовалась одна

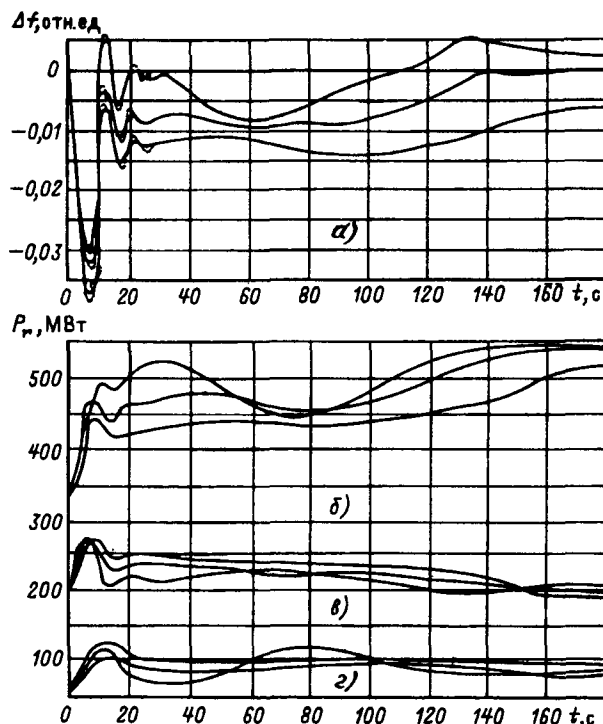


Рис. 6. Результаты расчетов длительных переходных процессов при набросе нагрузки с различной настройкой регулятора АРЧМ: изменение частоты энергосистемы (а); изменение механических мощностей на валу турбин при включенном главном регуляторе котла (б), при нерегулируемом котле (в) при включенном регуляторе «до себя»

и та же исходная модель энергосистемы, состоящая из четырех электростанций с различным составом теплосилового оборудования. На рис. 6 приведены результаты расчета ДПП при различных настройках регулятора АРЧМ на отрезках времени $t = 300$ с. Используемые настройки АРЧМ приведены в таблице.

В исследуемой системе ДПП были вызваны резким изменением баланса генерирующей и нагрузочной мощностей. Как видно из рис. 6 переходные процессы в исходной и упрощенной моделях практически совпадают.

В приведенной методике интервал расчета ДПП даже при использовании стандартных методов численного интегрирования может быть выбран на два порядка больше интервала, требуемого для расчета электромеханических переходных процессов.

Заключение. Приведенная методика позволяет проводить расчет и анализ ДПП со значительным изменением частоты энергосистемы, с учетом реакций теплосилового оборудования ТЭС, АЭС и средств противоаварийной автоматики. Эта методика реализована в составе вычислительных режимных комплексов ВРК и ДАКАР [4], которую в настоящее время начинают внедрять в энергосистемах СНГ и проектных организациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Электричество, 1994, № 9.

[26.04.94]

1. Лоханин Е.К. «Расчет и анализ режимов работы энергосистем с учетом изменения частоты. — Электричество, 1995, № 3.

2. Лоханин Е.К. Методы расчета и анализа стационарных и переходных режимов сложных энергосистем. Докторская диссертация. — С.-Петербург, 1993.

3. Lokhanin E.K., Vassilieva G.V., Morzhin Yv.I. «Modelling of transitory processes in a power system taking into account automated mechanisms to prevent failure in a complex programme of calculation of power system stability». Committee on Electric Power. Seminar on Comparison of Models of Planning and Operating Electric Power Systems. — Moscow (USSR), 15–19 June 1987.

4. Информационно-вычислительная система для расчетов и анализа режимов работы и надежности энергосистем / Ю.И. Галактионов, Н.В. Гончарюк, Е.К. Лоханин и др. —

Автор: Лоханин Евгений Константинович окончил гидроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1957 г. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Методы расчета и анализа стационарных и переходных режимов сложных энергосистем» в С.-Петербургском техническом университете. Ведущий научный сотрудник Всероссийского научно-исследовательского института электроэнергетики.

Метод понижения порядка матрицы состояния линеаризованной модели энергетической системы

ДЖЮРИЧ М.Б., РАДОЕВИЧ З.М., ШКОКЛЕВ И.А., ТЕРЗИЯ В.В.

Предложен итерационный метод для понижения порядка матрицы состояния модели электроэнергетической системы (ЭЭС). Данный метод значительно отличается от известных и характеризуется быстрой сходимостью. Проверка точности полученной модели более низкого порядка была проведена для ЭЭС Сербии. Предлагаемая модель более низкого порядка сохраняет низкочастотные собственные значения матрицы состояния исходной модели высокого порядка. Рассматриваются также направления практического применения такой модели и возможные ограничения.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, статическая устойчивость, линеаризованная модель, метод понижения порядка

An iterative method for the reduction of an order of a state matrix of electrical power system model is proposed. This method differs significantly from known methods described in literature. The iterative method proposed converges just in a few iterations. The control of accuracy of the derived model of lower order have been carried out within a scope of the Serbian power system. The lower order model retains low frequency eigenvalues of a state matrix of an initial high order model. The ways of practical application of such a model and probable restrictions are also considered.

Key words: electrical power system, steady-state stability, linearized model, reduction order method

Линеаризованные модели электроэнергетических систем (ЭЭС) используются для анализа статической устойчивости или для синтеза систем регулирования возбуждения синхронных машин [1–8]. Основная проблема в применении линеаризованной модели возникает вследствие того, что переходные процессы стандартной модели одного синхронного генератора описываются системой дифференциальных уравнений седьмого порядка. Каждый исследователь стремится найти методы, которые привели бы к снижению порядков моделей ЭЭС, но таким образом, чтобы в модели более низкого порядка сохранялась необходимая динамика исходной модели. Одна из возможностей — применение метода сингулярных возмущений, теоретически описанного в [9–13]. Использование этого

метода значительно облегчается применением коэффициентов участия [8], с помощью которых возможно точное установление связей между переменными состояниями и собственными значениями. Коэффициенты участия облегчают выделение переменных состояний, преимущественно связанных с низкочастотными собственными значениями, что значительно облегчает использование метода понижения порядка линеаризованной модели ЭЭС.

Формирование модели. Модель синхронной машины Парка—Горева, уравнения системы возбуждения и уравнения связи приводятся в Приложении. Применяя соотношения (П-8), (П-13) и (П-14), можно в матричной форме записать следующую систему алгебраических и дифференциальных уравнений для n -машинной ЭЭС:

$$\begin{bmatrix}
 [D^d] & [D^q] & [-c_d] & [-c_{dD}] & [-c_{d\theta}] & [D^\omega] & [D^\theta] \\
 [-D^d] & [D^d] & & [-c_q] & [-c_{qQ}] & [Q^\omega] & [Q^\theta] \\
 \hline
 [-1] & [C_1] & [C_2] & [C_3] & & [C_4] & [C_5] \\
 & [-1] & [C_6] & [C_7] & & [C_8] & [C_9] \\
 & & [C_{10}] & & [C_{11}] & & [C_{12}] \\
 & & & [C_{13}] & & [C_{14}] & \\
 [K_u^d] & [K_u^q] & & & & [T_e] & [1] \\
 & & [C_{15}] & & [C_{16}] & & [C_{17}] & [1] \\
 & & [C_{18}] & [C_{19}] & [C_{20}] & [C_{21}] & [C_{22}] & [1]
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_d \\
 u_q \\
 \psi_d \\
 \psi_q \\
 \psi_D \\
 \psi_Q \\
 v \\
 \psi_f \\
 \omega \\
 \Theta \\
 u_f
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 [A_1] & [B_1] \\
 [C_1] & [D_1]
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 [u] \\
 [X_s]
 \end{bmatrix}
 = [E] \dot{[X_s]}, \quad (2)$$

Этот подход, применяемый при формировании модели (1), обеспечивает эффективное понижение ее порядка.

Система уравнений (1) в блочной записи имеет следующую форму:

$$\begin{bmatrix}
 [A_1] & [B_1] \\
 [C_1] & [D_1]
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 [u] \\
 [X_s]
 \end{bmatrix}
 = [E] \dot{[X_s]}, \quad (2)$$

где $[A_1]$, $[B_1]$, $[C_1]$ и $[D_1]$ — подматрицы (блоки), полученные разбиением левой матрицы в (1) по отмеченным линиям;

$$[u] = [u_d \ u_q]^T; \quad (2a)$$

$$= \begin{bmatrix}
 [1] & & & & & & & & & & \\
 & [1] & & & & & & & & & \\
 & & [1] & & & & & & & & \\
 & & & [1] & & & & & & & \\
 [C_{23}] & [C_{24}] & [C_{25}] & [C_{26}] & [-T_2] & [C_{27}] & [C_{28}] & & & & \\
 & & & & [1] & & & & & & \\
 & & & & & [1] & & & & & \\
 & & & & & & [1] & & & & \\
 & & & & & & & [1] & & & \\
 & & & & & & & & [1] & & \\
 & & & & & & & & & [1] & \\
 & & & & & & & & & & [1]
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \dot{\psi}_d \\
 \dot{\psi}_q \\
 \dot{\psi}_D \\
 \dot{\psi}_Q \\
 \dot{v} \\
 \dot{\psi}_f \\
 \dot{\omega} \\
 \dot{\Theta} \\
 \dot{u}_f
 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

$$[X_s] = [\psi_d \ \psi_q \ \psi_D \ \psi_Q \ v \ \psi_f \ \omega \ \Theta \ u_f]^T. \quad (2b)$$

Вектор $[u]$ не содержит переменных состояния. При его исключении из (2)

$$\begin{aligned}
 \dot{[X_s]} &= [E]^{-1} [[D_1] - [C_1][A_1]^{-1} \times \\
 &\quad \times [B_1]][X_s] = [A_s][X_s], \quad (3)
 \end{aligned}$$

где $[A_s]$ — матрица состояния размерности $9n \times 9n$.

Все переменные в (1) — векторы размера n . Порядок модели (1) равен $9n$. Модель (1) — высокого порядка и не пригодна для применения на практике. Все подматрицы модели (1) — диагональны, за исключением восьми полных матриц, обозначенных буквами D и Q . Последовательность переменных и уравнений при формировании моделей линейных систем не имеет значения. Во многих работах [2, 4, 5] линейные модели ЭЭС формируются путем последовательной записи полных систем уравнений по отдельным синхронным машинам. Таким образом, в матрицах полной системы формируются блоки, представляющие собой отдельные генераторы, что обеспечивает их наглядность. Недостатком такого подхода является разброс однородных переменных в векторе состояния. Это препятствует удобному разделению матрицы состояния и применению метода понижения ее порядка. Модель (1) записана так, что однородные уравнения всех машин сгруппированы. Последовательность записи таких групп уравнений такая же, как и в системе уравнений для одного генератора; за исключением первых двух групп уравнений, представляющих собой системы уравнений связи. В векторе переменных состояния в (1) сначала записываются переменные, соответствующие быстрым переходным процессам, а потом переменные, соответствующие медленным переходным процессам.

Для формирования $[A_s]$ необходимы два обращения матриц, но из-за структуры матрицы $[A_1]$ определение $[A_1]^{-1}$ требует только двух обращений матриц порядка n несмотря на то, что порядок матрицы $[A_1]$ $2n \times 2n$. Матрица $[E]$ незначительно отличается от единичной матрицы, так что $[E]^{-1}$ можно непосредственно определить как

$$[E]^{-1} = \begin{bmatrix}
 [1] & & & & & & & & & & \\
 & [1] & & & & & & & & & \\
 & & [1] & & & & & & & & \\
 & & & [1] & & & & & & & \\
 [C_{23}/T_2] & [C_{24}/T_2] & [C_{25}/T_2] & [C_{26}/T_2] & [-1/T_2] & [C_{27}/T_2] & [C_{28}/T_2] & & & & \\
 & & & & [1] & & & & & & \\
 & & & & & [1] & & & & & \\
 & & & & & & [1] & & & & \\
 & & & & & & & [1] & & & \\
 & & & & & & & & [1] & & \\
 & & & & & & & & & [1] & \\
 & & & & & & & & & & [1]
 \end{bmatrix}. \quad (3a)$$

Формирование матрицы порядка $[A_s]$ не требует обращения матриц порядка выше n и легко рассчитывается на ЭВМ небольшого объема, даже для ЭЭС со значительным числом генераторов.

Математическая модель (3) охватывает переходные процессы в синхронных машинах и их системах возбуждения. Динамические свойства элементов в сети не учитывались, сеть представлялась матрицей собственных и взаимных сопротивлений, элементы которой зависят от частоты (см. Приложение).

Понижение порядка сформированной модели. При анализе устойчивости, либо при синтезе систем регулирования возбуждения синхронных машин, исключительно важны доминирующие собственные значения матрицы состояния, связанные с механическим движением роторов генераторов. Эти собственные значения можно получить из подсистемы дифференциальных уравнений, порядок которой значительно ниже, чем порядок исходной системы. Для определения этой подсистемы необходимо сначала систему (3) написать следующим образом:

$$\dot{X}_s = [A_s] X_s = \begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [C] & [D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где $[A]$, $[B]$, $[C]$ и $[D]$ — подматрицы матрицы $[A_s]$; $Y = [\psi_d \psi_q \psi_D \psi_Q v]^T$, $X = [\psi_f \omega \Theta u_f]^T$ — подвекторы вектора состояния.

Переменные подвектора Y изменяются значительно быстрее переменных подвектора X . Из первого уравнения системы (4) следует:

$$Y = -[A]^{-1} [B] X + [A]^{-1} \dot{Y}. \quad (5)$$

Дифференцируя (5) по времени, получаем

$$\dot{Y} = -[A]^{-1} [B] \dot{X} + [A]^{-1} \ddot{Y}. \quad (6)$$

Если предположить, что $\dot{X} \approx [A_r] X$, то $\ddot{X} \approx [A_r] \dot{X}$, где $[A_r]$ — все еще неизвестная матрица состояния системы более низкого порядка.

Дифференцированием (6) без учета \ddot{Y} можно получить аппроксимацию производной \dot{Y} :

$$\dot{Y} \approx -[A]^{-1} [B] \dot{X} = -[A]^{-1} [B] [A_r] X. \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим приблизительное выражение для \dot{Y} в функции X :

$$\dot{Y} \approx -[A]^{-1} [[B] + [A]^{-1} [B] [A_r]] X. \quad (8)$$

Исключая \dot{Y} в (4) с помощью (8) получим:

$$\dot{X} \approx [A_r^k] X = [[1] + [C]([A]^{-1})^2 ([B] + [A]^{-1} [B] \times \\ \times [A_r^{k-1}])]^{-1} [[D] - [C] [A]^{-1} [B]] X, \quad (9)$$

где $k=1, 2, 3, \dots$ — индекс итерации; $[A_r^k]$ — матрица состояния системы дифференциальных уравнений более низкого порядка (9) на k -й итерации (в первой итерации $k=1$ и $[A_r^0]=[0]$).

При правильном выборе последовательности переменных, последовательности уравнений и разделения вектора состояния матрица $[A]$ — регулярна, а итеративный процесс в (9) сходится. Модель более низкого порядка (9) называется сингулярно возмущенной моделью исходной модели. Теоретические аспекты сингулярно возмущенных систем приведены в [9–11].

Итеративная процедура в (9) отличается от подобных процедур в [9–11], так как на первой итерации приблизительно учитывает влияние Y на X , и поэтому сходится быстрее. Разделение вектора состояния на подвекторы X и Y можно произвести, зная физические процессы, происходящие в реальной моделируемой системе. Но более надежным путем является вычисление собственных значений и коэффициентов участия [8] полной модели (3), в результате чего определяется участие отдельных собственных значений в отдельных переменных вектора состояния. После такого анализа можно выделить переменные, в которых преимущественно участвуют низкочастотные собственные значения. Конечно, такой анализ необязательно проводить на модели ЭЭС с большим числом генераторов, так как переходные процессы в разных генераторах протекают похоже. Поэтому разделение вектора состояния многомашинной системы можно провести даже на базе анализа собственных значений и коэффициентов участия одномашинной ЭЭС.

Проверка сформированной модели. Проверка модели проводилась на основе четырехмашинной 400 кВ ЭЭС Сербии с четырьмя главными электростанциями (рис. 1).

Каждая электростанция представлена одним эквивалентным генератором. Данные о генераторах приведены в табл. 1 (напряжение $U_n = 21$ кВ для всех генераторов).

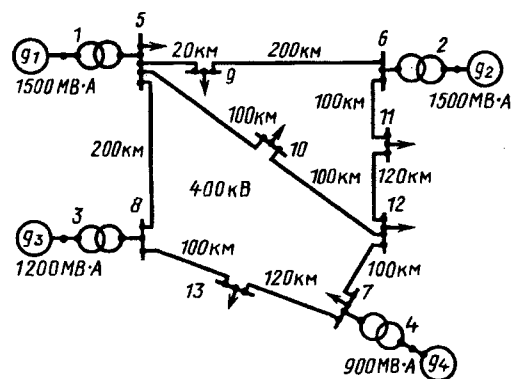


Рис. 1. Электроэнергетическая система Сербии: g_1 — ТЭС «Обреновац»; g_2 — ГЭС «Джердап 1»; g_3 — ТЭС «Баина Башта»; g_4 — ГЭС «Косово»

Параметры трансформаторов ($U_{нт} = 400$ кВ, $x_T = 12\%$ для всех трансформаторов):

Трансформатор	$S_{нт}$, МВ·А	$P_{сUn}$, МВт
T_1	1500	4,5
T_2	1500	4,5
T_3	1200	3,7
T_4	900	1,1

Таблица 1

Гене- ратор	Параметр										
	S_R , МВ·А	x_d , %	x_d' , %	x_d'' , %	x_q , %	x_q'' , %	x_σ , %	T_d' , с	T_d'' , с	T_q'' , с	$2H$, с
Γ_1	1500	220	28	22	210	22	17	0,96	0,026	0,024	5,9
Γ_2	1500	120	30	25	80	23	12	1,30	0,03	0,03	9,0
Γ_3	1200	120	30	25	80	23	10	1,20	0,03	0,03	9,0
Γ_4	900	220	28	22	210	22	17	0,96	0,026	0,024	5,9

Параметры регуляторов напряжения на всех четырех генераторах выбраны так, чтобы общий статический коэффициент усиления регуляторов напряжения составлял $K_{u1} K_{u2} K_f K_g = 100$ (это соответствует статизму приблизительно 1%). Параметры стабилизирующих контуров выбраны так, чтобы динамический коэффициент усиления регуляторов напряжения составлял $K_f K_g K_{u1} T_{st}/K_{st} = 20$ (соответствует статизму приблизительно 5%). Параметры регуляторов напряжения:

Генератор	K_{u1}	K_{u2}	T_u , с	K_{st}	T_{st} , с
Γ_1 и Γ_3	0,00635	7,5	0,05	0,666	0,8
Γ_2 и Γ_4	0,00635	4,0	0,05	0,666	0,8

Расчеты проводились на полной модели ЭЭС 3) и модели более низкого порядка (9). Проведено большое число расчетов для разных рабочих режимов ЭЭС (см. табл. 2). Во 2-м режиме линия 7—12 была отключена. В табл. 2 напряжения генераторных узлов (1, 2, 3 и 4) приведены к уровню напряжения сети.

В табл. 3 приводятся собственные значения полной модели и модели более низкого порядка. Матрица более низкого порядка вычислялась за три итерации, которые достаточны для того, чтобы матрицу $[A_r]$ вычислить с точностью, приемлемой для практики (см. табл. 3).

Разность между низкочастотными собственными значениями полной системы и системы более низкого порядка лежит в диапазоне ошибки, допускаемой неучетом переходных процессов в сети ЭЭС. Поэтому не имеет смысла вычислять $[A_r]$ более чем за три итерации, несмотря на то, что при большем числе итераций собственные значения модели более низкого порядка практически полностью совпадают с медленными собственными значениями полной модели. Можно прийти к выводу, что модель более низкого порядка обеспечивает весьма точное и быстрое вычисление низкочастотных собственных значений матрицы состояния ЭЭС, так как порядок такой модели значительно меньше порядка полной модели.

Применение модели более низкого порядка. В работах по статической устойчивости и стабилизации ЭЭС часто встречается утверждение, что низкочастотные электромеханические собственные значения являются важнейшими для анализа устойчивости либо для синтеза стабилизатора. Конечно, подобное утверждение могут высказать только специалисты, занимающиеся устойчивостью ЭЭС, так как они заранее предполагают, что примененные регуляторы возбуждения не вызывают неустойчивости высокочастотных собственных значений. На практике применяется несколько стандартных регуляторов возбуждения (IEEE тип 1, 2, 3, 4) синхронных генераторов. Выходные величины регуляторов воз-

Таблица 2

Узел	Параметр					
	U , кВ	P , МВт	Q , Мвар	U , кВ	P , МВт	Q , Мвар
	1-й режим			2-й режим		
1	388	706	374	388	766	781
2	420	1100	454	420	1100	669
3	424	800	269	424	800	564
4	424	750	269	424	750	184
5	375	800	200	363	800	200
9	370	1200	400	357	1200	400
10	379	300	100	355	300	100
11	390	400	200	368	400	200
12	390	300	100	356	300	100
13	410	300	100	402	300	100

Таблица 3

Собственные значения матриц состояний			
1-й режим		2-й режим	
$[A_s]$	$[A_r^3]$	$[A_s]$	$[A_r^3]$
Высокочастотные собственные значения для $\psi_d, \psi_q, \psi_D, \psi_Q$ и v			
-1943,85 ± j 1035,93 -75,35 ± j 935,49 -67,87 ± j 714,04 -42,42 ± j 680,34 -145,66 -145,52 -86,97 -86,88 -33,44 -32,69 -29,53 -28,40 -19,43 -19,01 -16,66 -9,10		-1714,01 ± j 1472,52 -440,26 ± j 1414,47 -66,58 ± j 787,46 -53,15 ± j 682,26 -145,60 -145,53 -86,95 -86,86 -32,92 -32,22 -29,44 -28,49 -19,40 -17,14 -12,92 -10,28	
Низкочастотные собственные значения для ω и Θ			
-0,834 ± j 8,82 -1,071 ± j 7,56 -0,388 ± j 6,08	-0,830 ± j 8,92 -1,066 ± j 7,64 -0,387 ± j 6,10	-0,569 ± j 7,80 -0,891 ± j 7,41 -0,091 ± j 4,75	-0,546 ± j 7,86 -0,897 ± j 7,47 -0,091 ± j 4,75
Собственные значения для u_f и ψ_f			
-1,206 ± j 0,902 -0,749 ± j 0,824 -0,597 ± j 0,723 -0,501 ± j 0,751	-1,208 ± j 0,899 -0,746 ± j 0,823 -0,593 ± j 0,724 -0,508 ± j 0,747	-1,185 ± j 0,935 -0,849 ± j 0,955 -0,655 ± j 0,756 -0,639 ± j 0,802	-1,184 ± j 0,93 -0,858 ± j 0,95 -0,651 ± j 0,75 -0,632 ± j 0,80

буждения — высоко- и низкочастотные переменные и их производные. Высокочастотные: напряжение u , ток i , активная мощность p и реактивная мощность q . Регулятор возбуждения, прежде всего выполняет функцию регулятора напряжения, из-за чего сигнал напряжения всегда вводится в регулятор возбуждения посредством отрицательной обратной связи для обеспечения устойчивости напряжения. Поэтому регулятор напряжения не может вызвать неустойчивость высокочастотных собственных значений. Сигналы тока, активной или реактивной мощности вводятся в регулятор возбуждения посредством положительных обратных связей для компенсации падения напряжения в трансформаторе или для увеличения демпфирования колебаний ротора. Положительные обратные связи по данным сигналам при достаточно высоких коэффициентах усиления могут вызвать неустойчивость высокочастотных собственных значений. Из низкочастотных переменных в регулятор возбуждения почти всегда вводится сигнал скорости, т.е. частоты. Роль данного сигнала — увеличить демпфирование низкочастотных собственных значений. Регулировка возбуждения по сигналу частоты несмотря на знак обратной связи при реальных

значениях коэффициента усиления не может вызвать неустойчивость высокочастотных собственных значений. Следовательно, в применении модели (ЭЭС) более низкого порядка возможны два случая.

1. Если в систему возбуждения синхронной машины высокочастотные переменные или какое-то их сочетание вводится посредством отрицательных обратных связей, то нет опасности, что высокочастотные собственные значения будут неустойчивы. Тогда можно исследовать только модель ЭЭС более низкого порядка и на основании этого сделать вывод об устойчивости полной модели, или же на основании этого проводить синтез стабилизаторов ЭЭС. К счастью, большинство реальных систем возбуждения относится к данному случаю.

2. Если в систему возбуждения синхронной машины высокочастотные переменные или какое-то их сочетание вводится посредством положительных обратных связей, то режимы могут стать неустойчивыми. Тогда нельзя использовать только модель ЭЭС более низкого порядка и на основании этого делать выводы об устойчивости полной модели, или же на ее основании проводить синтез стабилизаторов ЭЭС. В таких случаях на модели более низкого порядка можно делать пред-

варительные расчеты и необходимо проводить проверку на полной модели ЭЭС.

В случае векторного управления синхронными машинами, если вектор управления содержит высокочастотные величины, невозможно только на основании матрицы, системы более низкого порядка изменять низкочастотные собственные значения матрицы состояния $[A_r]$ желаемым образом, ибо требуемое расположение низкочастотных собственных значений может потребовать введения положительной обратной связи по какой-то из высокочастотных переменных. Это может вызвать неустойчивость высокочастотных собственных значений, которую в модели более низкого порядка нельзя обнаружить. Например, регулятор возбуждения с положительной обратной связью по напряжению стабилизирует колебания ротора. Поэтому анализируя состояние модели ЭЭС более низкого порядка, можно прийти к выводу о полезности применения регуляторов напряжения с положительной обратной связью. Такой вывод, конечно, ошибочен, ибо регулятор напряжения с положительной обратной связью вызывает неустойчивость напряжения.

Приведенное подтверждается расчетными исследованиями. На первом генераторе был выбран отрицательный коэффициент усиления $K_{U2}(1)$. Параметры регуляторов возбуждения остались те же самые. Оказалось, что при $K_{U2} \in [-1,6, -0,8]$ предлагаемый метод понижения порядка ошибочен, ибо $v(1)$ стала низкочастотной переменной. Отмечается высокая точность расчета низкочастотных собственных значений при использовании метода понижения порядка, даже и в случае неустойчивости некоторых из высокочастотных собственных значений.

Можно прийти к выводу, что применение моделей ЭЭС более низкого порядка в отдельных случаях будет весьма простым и обеспечит получение результатов, которые не потребуют дополнительных проверок на полной модели. В других случаях правомерность применения моделей более низкого порядка потребует дополнительных проверок на полной модели. Структура большинства стандартных систем возбуждения такова, что позволяет эффективно использовать упрощенные модели ЭЭС более низкого порядка без дополнительных проверок на полной модели.

Предыдущий вывод действителен лишь в случае понижения порядка исходной модели ЭЭС в полном объеме, при устранении всех высокочастотных переменных, из которых некоторые принадлежат системе возбуждения генератора. Порядок полной модели можно понизить частично путем выбора для понижения порядка только той высокочастотной переменной, режимы которой не могут стать неустойчивыми, несмотря на тип

автоматических регуляторов возбуждения (АРВ) и характер обратных связей в них. Такой подход весьма эффективен в случае модели ЭЭС, ибо в выражении (4) разделение вектора состояния можно произвести следующим образом: $[Y] = [\psi_d \psi_q \psi_D \psi_Q]^T$ и $[X] = [v \psi_f \omega \Theta u_f]^T$, т. е. так, чтобы высокочастотная переменная (v) присоединилась к вектору низкочастотных переменных. После такого разделения вектора состояния порядок редуцированной модели составляет $5 \times n$, т. е. он на n больше, чем в предыдущем случае. Быстро протекающие процессы, связанные с переменными вектора $[Y] = [\psi_d \psi_q \psi_D \psi_Q]^T$, не могут стать неустойчивыми независимо от типа и характера обратных связей в нем. Это объясняется тем, что переходные процессы в демпферных и статорных обмотках не могут стать неустойчивыми, ибо они определяются индуктивностями и сопротивлениями, т. е. речь идет о переходных процессах в диссипативных RL -контурх. В пользу данного вывода свидетельствует и тот факт, что соединяющая генераторы сеть вместе с потребителями трактуется как пассивная и диссипативная. Следовательно, порядок полной модели ЭЭС всегда можно понизить до $4 \times n$. При подобном понижении порядка не надо проводить дополнительных проверок на полной модели.

В данном примере (ЭЭС Сербии) применялись АРВ, у которых высокочастотное напряжение вводится посредством отрицательной обратной связи, благодаря чему анализ устойчивости и синтез стабилизаторов ЭЭС можно проводить при помощи модели более низкого порядка.

Приложение. Система алгебраических и дифференциальных уравнений Парка—Горева для синхронной машины с двумя эквивалентными демпферными обмотками на роторе имеет вид [2, 4]:

$$\left. \begin{aligned} u_d^r + \omega^r \psi_q^r + R_d^r \dot{i}_d^r &= -\dot{\psi}_d^r; \\ u_q^r - \omega^r \psi_d^r + R_q^r \dot{i}_q^r &= -\dot{\psi}_q^r; \\ u_f^r - R_f \dot{i}_f^r &= \dot{\psi}_f^r; \\ -R_D \dot{i}_D^r &= \dot{\psi}_D^r; \\ -R_Q \dot{i}_Q^r &= \dot{\psi}_Q^r; \\ \omega^r &= \dot{\Theta}^r; \\ \frac{m^r}{P} - (\psi_d^r \dot{i}_q^r - \psi_q^r \dot{i}_d^r) &= \frac{T_{Sn}}{\omega_n^2} \dot{\omega}^r; \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-1})$$

$$\begin{bmatrix} \psi_d^r \\ \psi_q^r \\ \psi_D^r \\ \psi_Q^r \\ \psi_f^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_d^r \\ \dot{i}_q^r \\ \dot{i}_D^r \\ \dot{i}_Q^r \\ \dot{i}_f^r \end{bmatrix}. \quad (\text{П-2})$$

В выражениях (П-1) и (П-2):

R — активное сопротивление (без индекса обозначает сопротивление обмотки статора); L — индуктивность; M — взаимная индуктивность; $2H$ — постоянная инерции агрегата; S — полная мощность; p — число пар полюсов; u — напряжение; e — электродвижущая сила; i — ток; ψ — потокосцепление; ω — угловая скорость; Θ — угол оси q относительно опорной синхронной оси; m — момент; \bullet — дифференцирование по времени (\bullet — d/dt ; $\bullet\bullet$ — d^2/dt^2 ; $\bullet\bullet\bullet$ — d^3/dt^3); r — полная переменная (обозначение без этого индекса представляет приращение переменной); d, q — переменные и параметры статора, связанные с осями d и q ; D, Q — переменные и параметры демпфирующих обмоток, связанные с осями d и q ; f — переменные и параметры, связанные с обмоткой возбуждения; T — турбина; s — установившееся значение; n — номинальная величина.

Генераторы электроэнергетической системы Сербии оснащены системами возбуждения типа IEEE-1 с пропорциональным АРВ и стабилизирующей обратной связью, без стабилизирующих каналов по частоте (рис. 2).

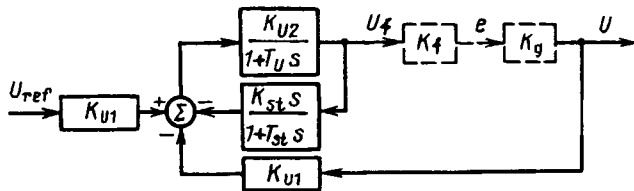


Рис. 2. Система возбуждения генератора, представленная при помощи блок-диаграммы: K_{U1}, K_{U2}, K_{st} — коэффициенты усиления регулятора напряжения и стабилизатора; $K_f = \omega^2 M_d / R_f$ — коэффициент приведения напряжения ротора к напряжению статора ($e^s = u_f^s / K_f$); $K_g = u^s / e^s < 1$ — коэффициент усиления обмотки статора синхронной машины; T_u, T_{st} — постоянные времени регулятора напряжения и стабилизатора; s — комплексная переменная

Связь между отклонением входного напряжения u и напряжением возбуждения u_f представлена следующими дифференциальными уравнениями:

$$u_f + K_u u + T_e v = -T_2 \dot{v} - K_u T_{st} \dot{u}; \quad (\text{П-3})$$

$$v = \dot{u}_f, \quad (\text{П-4})$$

где $K_u = K_{U1} K_{U2}$; $T_e = K_{U2} K_{st} + T_{st} + T_u$; $T_2 = T_u T_{st}$; v — вспомогательная переменная.

Напряжение генератора выразим через составляющие по осям d и q :

$$(u^r)^2 = (u_d^r)^2 + (u_q^r)^2, \quad (\text{П-5})$$

и, линеаризуя (П-5), получим приращение напряжения генератора:

$$u = \frac{u_d^s}{u^s} u_d + \frac{u_q^s}{u^s} u_q. \quad (\text{П-6})$$

Подставляя (П-6) в (П-3), получаем:

$$u_f + K_u^d u_d + K_u^q u_q + T_e v = -T_2 \dot{v} - K_{st}^d \dot{u}_d - K_{st}^q \dot{u}_q, \quad (\text{П-7})$$

где $K_u^d = K_u u_d^s / u^s$; $K_u^q = K_u u_q^s / u^s$; $K_{st}^d = K_{st}^d T_{st}$; $K_{st}^q = K_{st}^q T_{st}$

После линеаризации уравнений (П-1), исключения токов и подстановки соотношений (П-4) и (П-7) получаем следующую систему линейных дифференциальных уравнений синхронного генератора с системой возбуждения:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & C_1 & C_2 & C_3 & 0 & 0 & C_4 & C_5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & C_6 & C_7 & 0 & C_8 & 0 & 0 & C_9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{10} & 0 & C_{11} & 0 & 0 & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{13} & 0 & C_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_u^d & K_u^q & 0 & 0 & 0 & 0 & T_e & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & C_{15} & 0 & C_{16} & 0 & 0 & C_{17} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & C_{18} & C_{19} & C_{20} & C_{21} & 0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_D \\ \psi_Q \\ v \\ \psi_f \\ \omega \\ \Theta \\ u_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} & -T_2 & C_{27} & C_{28} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi}_d \\ \dot{\psi}_q \\ \dot{\psi}_D \\ \dot{\psi}_Q \\ \dot{v} \\ \dot{\psi}_f \\ \dot{\omega} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{u}_f \end{bmatrix}, \quad (\text{П-8})$$

где

$$C_1 = -RC_d; \quad C_2 = -\omega^s; \quad C_3 = -RC_{ad}; \quad C_4 = -RC_{df};$$

$$C_5 = -\psi_q^s; \quad C_6 = \omega^s; \quad C_7 = -RC_q; \quad C_8 = -RC_{qQ};$$

$$C_9 = \psi_d^s; \quad C_{10} = -R_D C_{ad}; \quad C_{11} = -R_D C_D;$$

$$C_{12} = -R_D C_{Df}; \quad C_{13} = -R_Q C_{qQ}; \quad C_{14} = -R_Q C_Q;$$

$$C_{15} = -R_f C_{df}; \quad C_{16} = -R_f C_{Df}; \quad C_{17} = -R_f C_f;$$

$$C_{18} = [(C_d - C_q) \psi_q^s - C_{qQ} \psi_Q^s] \omega_n^2 / 2HS_n;$$

$$C_{19} = [(C_d - C_q) \psi_d^s + C_{dD} \psi_D^s + C_{df} \psi_f^s] \omega_n^2 / 2HS_n;$$

$$C_{20} = C_{dD} \psi_q^s \omega_n^2 / 2HS_n; C_{21} = -C_{qQ} \psi_d^s \omega_n^2 / 2HS_n;$$

$$C_{22} = C_{df} \psi_q^s \omega_n^2 / 2HS_n; C_{23} = -C_1 K_{st}^d - C_6 K_{st}^q;$$

$$C_{24} = -C_2 K_{st}^d - C_7 K_{st}^q; C_{25} = -C_3 K_{st}^d;$$

$$C_{26} = -C_8 K_{st}^q; C_{27} = -C_4 K_{st}^d; C_{28} = -C_5 K_{st}^d - C_9 K_{st}^q;$$

$$\begin{bmatrix} C_d & 0 & C_{dD} & 0 & C_{df} \\ 0 & C_q & 0 & C_{qQ} & 0 \\ C_{dD} & 0 & C_D & 0 & C_{Df} \\ 0 & C_{qQ} & 0 & C_Q & 0 \\ C_{df} & 0 & C_{Df} & 0 & C_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & 0 & M_d \\ 0 & L_q & 0 & M_q & 0 \\ M_d & 0 & L_D & 0 & M_d \\ 0 & M_q & 0 & L_Q & 0 \\ M_d & 0 & M_d & 0 & L_f \end{bmatrix}^{-1}.$$

Матричная система уравнений (П-8) содержит девять уравнений и одиннадцать переменных. При его формировании не учитывались вторые производные потоков сцеплений ψ_d и ψ_q . Последовательность уравнений и переменных в (П-8) выбрана так, чтобы в модели многомашинной системы было обеспечено эффективное понижение ее порядка. Дополнительные уравнения можно получить из уравнений установившегося режима ЭЭС. На рис. 3 представлена ЭЭС с n генераторами.

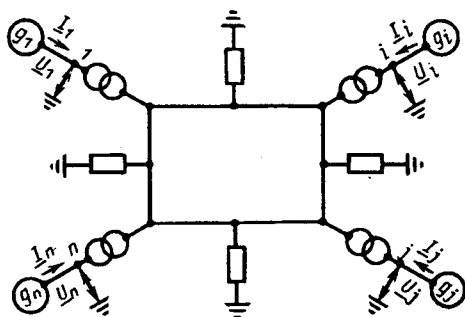


Рис. 3. Электроэнергетическая система с n генераторами

Ток i -го генератора в установившемся режиме можно выразить с помощью напряжений всех генераторов:

$$I_i = U_i Y_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j Y_{ij} = (G_{ii} + jB_{ii}) U_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n U_j (G_{ij} + jB_{ij}), \quad (\text{П-9})$$

где $Y_{ii} = G_{ii} + jB_{ii}$; $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ — собственные и взаимные проводимости генераторных узлов (при

их вычислении полные сопротивления нагрузок считаются постоянными); $U_i = u_{qi}^s + ju_{di}^s$; $I_i = i_{qi}^s + ji_{di}^s$ — комплексные напряжение и ток i -го генератора в установившемся режиме, предшествующие нарушению (в системе d, q координат i -й машины);

$$U_j = u_{qj}^s + ju_{dj}^s = (u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s + u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) + j(u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s) \quad (\text{П-10})$$

U — комплексное напряжение j -й машины (выраженное в системе координат d, q i -й машины); $\Theta_{ij}^s = \Theta_i^s - \Theta_j^s$ — угол между осями q_j и q_i в установившемся режиме. Подставив (П-10) в (П-9) и разделив действительные и мнимые компоненты, получаем:

$$i_{di}^s = u_{di}^s G_{ii} + u_{qi}^s B_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [(u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s) G_{ij} + (u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s + u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) B_{ij}]; \quad (\text{П-11})$$

$$i_{qi}^s = u_{qi}^s G_{ii} - u_{di}^s B_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [(u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) G_{ij} - (u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s) B_{ij}]. \quad (\text{П-12})$$

Линеаризацией выражений (П-11) и (П-12) в точке исходного установившегося режима получаем следующие выражения приращений токов i_d и i_q :

$$i_d = [D^d] u_d + [D^q] u_q + [D^\Theta] \Theta + [D^\omega] \omega; \quad (\text{П-13})$$

$$i_q = -[D^q] u_d + [D^d] u_q + [Q^\Theta] \Theta + [Q^\omega] \omega, \quad (\text{П-14})$$

где $i_d = [i_{d1}, i_{d2}, \dots, i_{dn}]^T$; $i_q = [i_{q1}, i_{q2}, \dots, i_{qn}]^T$; $u_d = [u_{d1}, u_{d2}, \dots, u_{dn}]^T$; $u_q = [u_{q1}, u_{q2}, \dots, u_{qn}]^T$; $\Theta = [\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n]^T$; $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n]^T$ — векторы приращений напряжений, токов, углов и угловых скоростей; $[D^d]$, $[D^q]$, $[D^\Theta]$, $[D^\omega]$, $[Q^d]$ и $[Q^q]$ — полные матрицы размерности $n \times n$.

Элементы данных матриц определены частными производными соотношений (П-11) и (П-12) в рассматриваемом установившемся режиме:

$$D_{ii}^d = \frac{\partial i_{di}}{\partial u_{di}} = G_{ii}; \quad D_{ij}^d = \frac{\partial i_{di}}{\partial u_{dj}} = -(G_{ij} \cos \Theta_{ij}^s + B_{ij} \sin \Theta_{ij}^s);$$

$$D_{ii}^q = \frac{\partial i_{qi}}{\partial u_{qi}} = B_{ii}; \quad D_{ij}^q = \frac{\partial i_{qi}}{\partial u_{qj}} = G_{ij} \sin \Theta_{ij}^s - B_{ij} \cos \Theta_{ij}^s;$$

$$D_{ii}^{\Theta} = \frac{\partial i_{di}}{\partial \Theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [(u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) G_{ij} -$$

$$- (u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s) B_{ij}] ;$$

$$D_{ij}^{\Theta} = \frac{\partial i_{di}}{\partial \Theta_j} = -G_{ij} (u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s + u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) +$$

$$+ B_{ij} (u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s) ;$$

$$D_{ii}^{\omega} = \frac{\partial i_{di}}{\partial \omega_i} = -\frac{B_{ii}}{\omega^s} u_{qi}^s + \frac{1}{2\omega^s} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s + u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) B_{ij} ;$$

$$D_{ij}^{\omega} = \frac{\partial i_{di}}{\partial \omega_j} = \frac{|B_{ij}|}{2\omega^s} (u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s + u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) ;$$

$$Q_{ii}^{\Theta} = \frac{\partial i_{qi}}{\partial \Theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [(u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s - u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s) G_{ij} -$$

$$- (u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s + u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s) B_{ij}] ;$$

$$Q_{ij}^{\Theta} = \frac{\partial i_{qi}}{\partial \Theta_j} = G_{ij} (u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s - u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s) +$$

$$+ B_{ij} (u_{qj}^s \cos \Theta_{ij}^s + u_{dj}^s \sin \Theta_{ij}^s) ;$$

$$Q_{ii}^{\omega} = \frac{\partial i_{qi}}{\partial \omega_i} = -\frac{B_{ii}}{\omega^s} u_{di}^s + \frac{1}{2\omega^s} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s - u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s) B_{ij} ;$$

$$Q_{ij}^{\omega} = \frac{\partial i_{qi}}{\partial \omega_j} = \frac{|B_{ij}|}{2\omega^s} (u_{qj}^s \sin \Theta_{ij}^s - u_{dj}^s \cos \Theta_{ij}^s) ,$$

При выводе выражений для D_{ii}^{ω} , D_{ij}^{ω} , Q_{ii}^{ω} и

Q_{ij}^{ω} предполагалось, что через проводимость Y_{ii} протекает ток частоты ω_i^s , в то время как через Y_{ij} — ток частоты $(\omega_i^s + \omega_j^s)/2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Страхов С.В. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих машины переменного тока. — М.; Л.: ГЭИ, 1964.
2. Литкенс И.В., Филинская Н.Г. Выбор настроек АРВ в многомашинной энергосистеме. — Электричество, 1986, № 4.
3. Михневич Г.В. Синтез структуры системы автоматического регулирования возбуждения синхронных машин. — М.: Наука, 1964.
4. Методы расчетов устойчивости автоматизированных электрических систем / Под ред. В.А. Веникова. М.: Высшая школа, 1966.
5. Портной М.Г., Рабинович Р.С. Управление энергосистемами для обеспечения устойчивости. — М.: Энергия, 1978.
6. Анализ статической устойчивости и демпфирования низкочастотных колебаний в объединенных энергосистемах / И.А. Груздев, А.А. Стародубцев, С.М. Устинов, В.В. Шевяков — Электричество, 1991, № 3.
7. Tikhonov A.N. «Systems of Differential Equations Containing Small Parameters Multiplying some of the Derivatives». — Mat. Sbornik (Moscow), 1952, 31 (73).
8. Undrill J.M. «Dynamic stability calculations for an arbitrary number of interconnected synchronous machines», — IEEE Trans. on PAS, March 1968, Vol. 98.
9. Verghese G.C., Perez-Arriada I.J., Sweppe F.C. «Selective modal analysis with applications to electric power systems. Part II: The dynamic stability problem». — IEEE Trans. on PAS — 101, 1982.
10. Anderson P.M., Fouad A.A. «Power system control and stability». Ames, Iowa: Iowa State University Press, 1977.
11. «Singular Perturbation and Iterative Separation of Time Scales», / P.V. Kokotovic, J.L. Allemong, J.R. Winkelmann, J.H. Chow, Automatica, 1980, Vol.16.
12. Chow J.H., Kokotovic P.V. «Eigenvalue Placement in Two Time — Scale Systems». — Proc. of IFAC Symp. on Large Scale Systems, Udine, Italy, 1976.
13. Kokotovic P.V., Haddad A.H. «Controllability and Time — Optimal Control of systems with Slow and Fast Modes». — IEEE Trans. on Auto. Control, Feb., 1975, Vol. AC — 20.
14. «Multi-time scale analysis of power system» / J.R. Winkelmann, J.H. Chow, J.J. Allemong, P.V. Kokotovic. — Automatica, Pergamon Press, 1980, vol. 16
15. «Reduced order modelling of synchronous machines using singular perturbation» / S. Ahmed-Ziad, P.W. Sauer. M.A. Pai, M.K. Sarioğlu — IEEE Trans. on CAS, November 1982, Vol. CAS — 29, No 11.

[26.12.94]

Уважаемые авторы!

Редакция публикует при каждой статье краткие биографические сведения об авторах. В связи с этим просим всех авторов при направлении статьи в редакцию сообщить следующие сведения:

1. Полные имена и отчества всех авторов
2. Какой факультет, какого вуза и когда закончил
3. Когда получил ученую степень, где и по какой тематике (теме) была защита
4. Место настоящей работы и должность.

Кроме того, напоминаем, что на каждую статью следует представлять краткий (4—5 предложений) реферат на русском и английском языках, а также ключевые слова.

Исследование режимов работы синхронной машины, возбуждаемой гармониками тока

КУЗНЕЦОВ В.А., ФЕДОТОВ А.И.

Рассматривается синхронная машина с использованием энергии гармоник магнитного поля для возбуждения. Для описания электромагнитных переходных процессов в машине независимо от интервала проводимости вентилей преобразователя предложено использовать дискретные параметры. Получены критерии самовозбуждения синхронной машины с разомкнутой и замкнутой основной обмоткой при исполнении дополнительной обмотки на первую или третью гармоники поля.

Ключевые слова: синхронный генератор, преобразователь, гармоники электромагнитного поля, переходные процессы, математическая модель

Системы самовозбуждения синхронных машин достаточно разнообразны. Одним из направлений развития таких систем является использование энергии гармоник магнитного поля в воздушном зазоре машины, выделяемой одной или несколькими дополнительными обмотками. Дополнительные обмотки (ДО) могут быть выполнены на различные гармоники поля и могут быть расположены на статоре или на роторе. При подключении ДО через управляемый преобразователь к обмотке возбуждения (ОВ) синхронной машины реализуется принцип положительной обратной связи и образуется система самовозбуждения с использованием энергии гармоник магнитного поля. В дальнейшем будем рассматривать синхронные машины, у которых ДО расположены в пазах статора вместе с основной обмоткой (ОО). Практическое воплощение в таких машинах нашли ДО, выполненные на 1-ю и на 3-ю гармоники поля.

Установившиеся и переходные электромагнитные процессы в синхронных машинах с гармонической системой возбуждения изучены еще недостаточно глубоко, чему препятствует ограниченность приемов аналитического описания исследуемых процессов. Для учета работы преобразователя практически единственным является использование статической внешней характеристики, записываемой с применением так называемой «неискаженной» ЭДС. Уже в установившемся режиме работы синхронной машины для расчетов необходимо использование численных методов. При исследовании динамических режимов точность их описания с помощью статической характеристики тем ниже, чем быстрее происходит изменение выпрямленного тока.

В статье предлагается построение математической модели синхронной машины с допол-

A synchronous machine excited by the energy of magnetic field harmonics is considered. To describe electromagnetic transient processes irrespective of a converter valve conductivity interval, it is proposed to apply a discrete current method. Self-excitation criteria of a synchronous machine with open and closed main winding and with a supplementary winding which set to the basic or the third field harmonic are obtained.

Key words: synchronous machine, converter magnetic field harmonics, transient processes, mathematical model

нительной обмоткой (СМДО) на базе введения новых параметров: дискретной «полезной» составляющей выпрямленного тока (т.е. тока возбуждения), дискретных огибающих токов ОО и демпферных обмоток, совпадающих с искомыми токами только в коммутационных точках, т.е. в моменты открытия очередного вентиля управляемого преобразователя.

Рассмотрим явнополюсную синхронную машину, ДО которой выполнена на одну из гармоник магнитного поля (рис. 1). Демпферные обмотки учтем одной эквивалентной на продольной оси и одной эквивалентной на поперечной оси. Скорость вращения ω — синхронная. Режим работы преобразователя — первый: поочередная проводимость двух и трех вентилей. Вентили преобразователя считаем идеальными, угол управления α отсчитываем от нулевого значения ЭДС холостого хода соответствующей фазы ДО. Обозначения и допущения используем общепринятые, при которых справедливы уравнения Парка—Горева.

Запишем дифференциальные уравнения СМДО в относительных единицах «системы

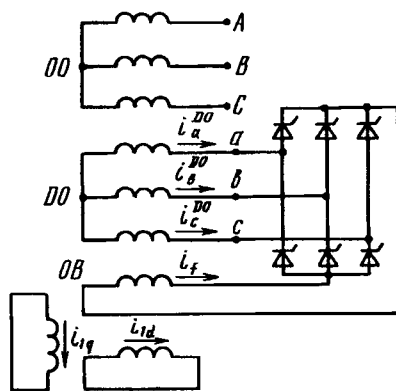


Рис. 1. Принципиальная схема СМДО

X_{ad} . Поскольку ДО и ОВ электрически связаны, то для ДО применим те же базисные параметры, что и для ОВ. Используя уравнения, приведенные в [1], и применяя индекс «ДО» для дополнительной обмотки, получаем:

$$[-u_d -u_d^{\text{ДО}} -u_f 0 -u_q -u_q^{\text{ДО}} 0] =$$

$$= \begin{bmatrix} r+px_d & \frac{3}{2}p_{dd}^{\text{ДО}} & px_{ad} & px_{ad} & x_q & \frac{3}{2}x_{qq}^{\text{ДО}} & x_{aq} \\ px_d^{\text{ДО}} & r_{\text{ДО}}+px_d^{\text{ДО}} & px_{df}^{\text{ДО}} & px_{d1d}^{\text{ДО}} & nx_{qq}^{\text{ДО}} & nx_q^{\text{ДО}} & nx_{q1q}^{\text{ДО}} \\ px_{ad} & \frac{3}{2}p_{df}^{\text{ДО}} & r_f+px_f & px_{ad} & 0 & 0 & 0 \\ px_{ad} & \frac{3}{2}p_{d1d}^{\text{ДО}} & px_{ad} & r_{1d}+px_{1d} & 0 & 0 & 0 \\ -x_d & -\frac{3}{2}x_{dd}^{\text{ДО}} & -x_{ad} & -x_{ad} & r+px_q & \frac{3}{2}p_{qq}^{\text{ДО}} & px_{aq} \\ -nx_{dd}^{\text{ДО}} & -nx_d^{\text{ДО}} & -nx_{df}^{\text{ДО}} & -nx_{d1d}^{\text{ДО}} & px_{qq}^{\text{ДО}} & r_{\text{ДО}}+px_q^{\text{ДО}} & px_{q1q}^{\text{ДО}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & px_{aq} & \frac{3}{2}p_{q1q}^{\text{ДО}} & r_{1q}+px_{1q} \end{bmatrix} \times$$

$$\times [i_d \ i_d^{\text{ДО}} \ i_f \ i_{1d} \ i_q \ i_q^{\text{ДО}} \ i_{1q}]^T, \quad (1)$$

где $p = \frac{d}{d\theta}$, $\theta = \omega t$.

Для ДО на первую гармонику поля $n=1$, для ДО на третью гармонику поля $n=3$.

В приложении приведены математические преобразования перехода от уравнений (1) к уравнениям в дискретных параметрах. Уравнение (П-4) с учетом уравнения для ОВ в системе (П-11) может быть преобразовано к следующему виду:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{\pi} [x_f + x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}} - 2\sqrt{3} x_{df}^{\text{ДО}} \sin \alpha - (x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}) \times \\ & \times \cos 2\alpha] \Delta I_f [N] + [r_f + r_{\text{ДО}} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) + n \frac{x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}}}{2\pi/3} - \\ & - n \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{df}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6) + n \frac{x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}}{\pi/3} \sin(2\alpha - \pi/6)] \times \\ & \times I_f [N] + \frac{3}{\pi} (x_{ad} - \sqrt{3} x_{dd}^{\text{ДО}} \sin \alpha) \Delta I_d [N] - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dd}^{\text{ДО}} \times \\ & \times \cos(\alpha - \pi/6) I_d [N] + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{qq}^{\text{ДО}} \cos \alpha \Delta I_q [N] - \\ & - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dq}^{\text{ДО}} \sin(\alpha - \pi/6) I_q [N] - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{d1d}^{\text{ДО}} \sin \alpha \times \\ & \times \Delta I_{1d} [N] - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{d1d}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6) I_{1d} [N] + \\ & + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{q1q}^{\text{ДО}} \cos \alpha \Delta I_{1q} [N] - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{q1q}^{\text{ДО}} \sin(\alpha - \pi/6) I_{1q} [N] = \\ & = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_{0n} \cos(\alpha - \pi/6), \quad (2) \end{aligned}$$

где E_{0n} — ЭДС, наводимая в ДО остаточным потоком намагничивания.

Уравнение (2) совместно с уравнениями (П-12) образует замкнутую систему, достаточную для исследования электромагнитных переходных

процессов в СМДО по дискретным величинам. Однако следует иметь в виду, что данные уравнения записаны для ненасыщенных параметров, тогда как установившийся режим в синхронной машине с гармонической системой возбуждения не может осуществляться иначе, как только не за счет изменения параметров вследствие насыщения.

Учет насыщения в СМДО является самостоятельной проблемой и в статье не рассматривается, поэтому далее приводятся те случаи применения полученных уравнений, когда насыщение можно не учитывать.

Условия самовозбуждения СМДО. Условия самовозбуждения в общем виде могут быть получены, очевидно, из полной системы уравнений путем применения соответствующих критериев. Получающиеся выражения достаточно громоздки и в статье не приводятся. В [2] приведен анализ условий самовозбуждения в случае разомкнутой ОО при наличии на роторе демпферных обмоток. Далее рассмотрены условия самовозбуждения применительно к простым случаям, когда можно наиболее ярко выявить свойства ДО при ее выполнении на разные гармоники поля и проследить влияние ОО.

Пусть демпферные обмотки отсутствуют и ОО разомкнута, тогда переходный процесс в СМДО описывается одним разностным уравнением

$$\begin{aligned} & \frac{3}{\pi} [x_f + x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}} - 2\sqrt{3} x_{df}^{\text{ДО}} \sin \alpha - (x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}) \times \\ & \times \cos 2\alpha] \Delta I_f [N] + \left[r_f + r_{\text{ДО}} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) + \right. \\ & + n \frac{x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}}}{2\pi/3} - n \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{df}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6) + n \frac{x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}}{\pi/3} \times \\ & \times \sin(2\alpha - \pi/6) \left. \right] I_f [N] = n \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_{0n} \cos(\alpha - \pi/6). \quad (3) \end{aligned}$$

Так как x_f в первом коэффициенте уравнения (3) существенно больше остальных членов, то критерием возможности самовозбуждения становится следующее условие: при $n=1$

$$\begin{aligned} & r_f + r_{\text{ДО}} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) + \frac{x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}}}{2\pi/3} + \frac{x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}}{\pi/3} \sin(2\alpha - \pi/6) < \\ & < \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{df}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6); \quad (4) \end{aligned}$$

при $n=3$

$$\frac{r_f + r_{\text{ДО}}}{3} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) + \frac{x_d^{\text{ДО}}}{\pi/3} < \frac{3\sqrt{3}}{\pi} |x_{df}^{\text{ДО}}| \cos(\alpha_0 - \pi/6). \quad (5)$$

При выводе соотношения (5) учтено, что для ДО на третью гармонику поля $x_{df}^{\text{ДО}} = -|x_{df}^{\text{ДО}}|$, $x_d^{\text{ДО}} \approx x_q^{\text{ДО}}$, $\alpha = \alpha_0 + \pi$, $\pi/6 \leq \alpha_0 \leq \pi/6 + \pi/3$.

Когда вентили полностью открыты, неравен-

ство (4) обычно выполняются.

Как показали исследования, проведенные специалистами ВНИИКЭ (г. Ереван), самовозбуждение синхронных машин с ДО на третью гармонику поля не происходит без применения специальных мероприятий по изменению конструкции полюсных наконечников ротора с целью увеличения $|x_{df}^{DO}|$ [3]. Из неравенства (5) видно, что увеличение только числа витков ДО ничего не дает, так как $x_d^{DO} \sim (w^{DO})^2$, а $x_{df}^{DO} \sim w^{DO}$.

Пусть ОО замкнута накоротко и $r=0$. В этом случае можно воспользоваться более простым подходом к получению уравнений в дискретных параметрах, чем при выводе уравнений (П-12).

Запишем систему вспомогательных уравнений для потокоцеплений ОО:

$$\begin{bmatrix} 0 & 6k & 1 & 0 \\ -6k & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 6k \\ 0 & -1 & -6k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{d6k}^c \\ \psi_{d6k}^s \\ \psi_{q6k}^c \\ \psi_{q6k}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{6}{\pi} \Delta\psi_d \\ 0 \\ -\frac{6}{\pi} \Delta\psi_q \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Решая эту систему относительно ψ_{d6k}^c и ψ_{q6k}^c и выполняя суммирование по k , получаем

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} \psi_{d6k}^c &= -\frac{6}{\pi} \Delta\psi_q \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{12} \pi \right); \\ \sum_{k=1}^{\infty} \psi_{q6k}^c &= \frac{6}{\pi} \Delta\psi_d \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{12} \pi \right). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

С учетом уравнений (П-11) приходим к следующей системе уравнений для ОО:

$$\left. \begin{aligned} -U_d &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta\psi_d [N] + \psi_q [N]; \\ -U_q &= \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta\psi_q [N] - \psi_d [N], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где, пренебрегая коммутацией фаз ДО, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \psi_d [N] &= x_d I_d [N] + (x_{ad} - \sqrt{3} x_{dd}^{DO} \sin \alpha) I_f [N]; \\ \psi_q [N] &= x_q I_q [N] + \sqrt{3} x_{qq}^{DO} \cos \alpha I_f [N]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Многими исследователями отмечается незначительное влияние ДО на режим работы ОО, например в [4]. Имея это в виду, из уравнений (2) и (8) получаем критерии самовозбуждения: для $n=3$

$$\begin{aligned} r_f + r^{DO} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) + \frac{x_d^{DO} + x_q^{DO}}{2\pi/3} + \frac{x_d^{DO} - x_q^{DO}}{\pi/3} \sin(2\alpha - \pi/3) < \\ < \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \left(x_{df}^{DO} - \frac{x_{dd}^{DO} x_{ad}}{x_d} \right) \cos(\alpha - \pi/6); \end{aligned} \quad (10)$$

для $n=3$

$$\begin{aligned} \frac{r_f}{3} + \frac{r^{DO}}{3} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) + \frac{x_d^{DO}}{\pi/3} < \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \times \\ \times \left(|x_{df}^{DO}| + \frac{x_{dd}^{DO} x_{ad}}{x_d} \right) \cos(\alpha_0 - \pi/6). \end{aligned} \quad (11)$$

Записанные неравенства (10) и (11) объясняют различное влияние ОО на процесс самовозбуждения при выполнении ДО на разные гармоники поля. Самовозбуждение СМДО при короткозамкнутой ОО происходит даже в том случае, когда оно отсутствует при разомкнутой ОО и ДО выполнена на третью гармонику поля. Наоборот, когда ДО выполнена на первую гармонику поля, при котором замыкании на выводах ОО возможно развозбуждение генератора.

Пример 1. На рис. 2 приведены кривые мгновенных значений тока возбуждения СМДО, когда ОО разомкнута и ДО выполнена на первую гармонику поля. Здесь же построены дискретные токи, полученные из решения уравнения (3). Для наглядности дискретные токи соединены огибающими. Исходные данные для расчетов: $x_f + x_d^{DO} + x_q^{DO} = 177$ Ом; $x_d^{DO} + x_q^{DO} = 4,0$ Ом; $x_d^{DO} - x_q^{DO} = 0,9$ Ом; $x_{df}^{DO} = 15$ Ом; $r_{DO} = 0,4$ Ом; $E_{01} = 10$ В; $\alpha = 1,0$ рад. Первый режим рассчитан для $r_{\Sigma} = 3,6$ Ом; второй — для $r_{\Sigma} = 25$ Ом. Решаем уравнения (3), применяя локально-интегральное преобразование:

$$I_{f1} [N] = 0,99 (e^{-0,11 \frac{\pi}{3} N} - 1),$$

$$I_{f2} [N] = 2,23 (1 - e^{-0,049 \frac{\pi}{3} N}).$$

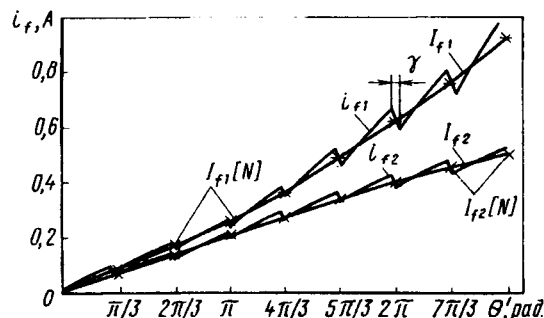


Рис. 2. Самовозбуждение СМДО при разомкнутой ОО: i_{f1}, i_{f2} — мгновенные значения тока; $I_{f1} [N], I_{f2} [N]$ — дискретные значения тока; I_{f1}, I_{f2} — огибающие токи

В соответствии с критерием (10) в первом случае развивается самовозбуждение, во втором случае оно отсутствует.

Пример 2. На экспериментальном генераторе БМЗ=4,5/4-М1 реализована гармоническая система возбуждения. Параметры генератора при выполнении ДО на первую гармонику поля следующие:

$x_d = 1,79$; $x_q = 1,13$; $x_{ad} = 1,62$; $x_d^{DO} = 0,016$; $x_q^{DO} = 0,010$; $x_{df}^{DO} = 0,123$; $x_f = 1,82$; $r^{DO} = 0,003$; $r_{\Sigma} = 0,021$; $x_{dd}^{DO} = 0,192$; $x_{qq}^{DO} = 0,101$.

Значение правой части критерия (10) в приведенных значениях при полностью открытых вентильях:

$$\frac{3\sqrt{3}}{\pi} \left(x_{df}^{\text{ДО}} - \frac{x_{dd}^{\text{ДО}} x_{ad}}{x_d} \right) = -0,083.$$

Очевидно, условие самовозбуждения не выполняется, и при коротком замыкании ОО генератор должен развозбудиться, что и подтверждает осциллограмма на рис. 3.

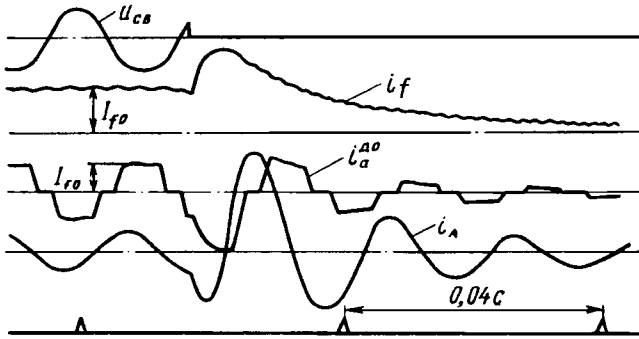


Рис. 3. Осциллограмма переходного процесса в СМДО при КЗ на выводах ОО (в установившемся режиме $U_{CB}=223$ В; $I_A=3,6$ А; $I_{f0}=4,7$ А)

При разомкнутой ОО по критерию (4) легко установить, что условия самовозбуждения выполняются. Эксперимент подтверждает этот вывод.

Пример 3. Параметры генератора те же; ОО разомкнута, вентили полностью открыты. Критическое значение сопротивления в цепи ОВ, при котором еще возможно самовозбуждение, в соответствии с критерием (4) равно $r_{fкр}=24,0$ Ом. В результате натурного эксперимента установлено, что $r_{fкр}=24,8$ Ом.

Пример 4. Параметры ДО, выполненной на третью гармонику: $x_d^{\text{ДО}}=x_q^{\text{ДО}}=0,0016$; $x_{dd}^{\text{ДО}}=0,0058$; $x_{qq}^{\text{ДО}}=0,0194$; $x_{df}^{\text{ДО}}=-0,0036$; $r^{\text{ДО}}=0,003$. Вентили полностью открыты. Подстановка данных параметров в критерий (5) показывает, что условие самовозбуждения не выполняется, что подтверждается экспериментом [5]. При коротком замыкании ОО в соответствии с критерием (10) имеем:

$$\frac{r_{f\Sigma}}{3} + \frac{2}{3} r^{\text{ДО}} + \frac{3}{\pi} x_d^{\text{ДО}} = 0,0105.$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{\pi} \left(|x_{df}^{\text{ДО}}| + \frac{x_{dd}^{\text{ДО}} x_{ad}}{x_d} \right) = 0,0146.$$

Условие самовозбуждения выполняется. На экспериментальной установке генератор также самовозбуждался.

Выводы. 1. Предположенная математическая модель синхронной машины с гармонической системой возбуждения позволяет описывать электромагнитные переходные процессы в любой момент времени в дискретных параметрах.

2. Полученные критерии самовозбуждения при исполнении дополнительной обмотки на первую

и на третью гармоники поля при разомкнутой и замкнутой основной обмотке позволяют выбирать рациональные параметры дополнительной обмотки.

3. Для выполнения достоверных расчетов во всем диапазоне изменения токов основной и дополнительной обмоток необходимо учитывать изменение параметров машины от насыщения. Существование установившегося режима синхронной машины с гармонической системой возбуждения обусловлено ее насыщением, в том числе и при разомкнутой основной обмотке.

Приложение. Пусть на некотором интервале времени фаза «b» ДО подключена к ОВ через вентиль анодной группы управляемого преобразователя, а фаза «с» — через вентиль его катодной группы, рис. 1. При подаче очередного управляющего сигнала в момент времени $\omega t = \alpha_N$ открывается вентиль анодной группы фазы «a». На интервале $[\alpha_N; \alpha_N + \pi/3]$ справедливо уравнение баланса напряжений

$$u_a^{\text{ДО}} - u_b^{\text{ДО}} = u_f. \quad (\text{П-1})$$

Это же уравнение можно записать с использованием параметров в d, q — координатах следующим образом:

$$\sqrt{3} \left(r^{\text{ДО}} i_d^{\text{ДО}} + \frac{d\psi_d^{\text{ДО}}}{d\theta} + n\psi_q^{\text{ДО}} \right) \sin(\theta - \pi/3) - \sqrt{3} \times \\ \times \left(r^{\text{ДО}} i_q^{\text{ДО}} + \frac{d\psi_q^{\text{ДО}}}{d\theta} - n\psi_d^{\text{ДО}} \right) \cos(\theta - \pi/3) = u_f. \quad (\text{П-2})$$

Проинтегрируем уравнение (П-2) на интервал $[\alpha_N; \alpha_N + \pi/3]$ и учтем при этом, что на интервал проводимости трех вентилях $[\alpha_N; \alpha_N + \gamma]$ токи ДС и ОВ связаны между собой следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} i_d^{\text{ДО}} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} [i_f \sin(\theta - \pi/3) + i_c^{\text{ДО}} \sin(\theta + \pi/3)], \\ i_q^{\text{ДО}} &= \frac{2}{\sqrt{3}} [i_f \cos(\theta - \pi/3) + i_c^{\text{ДО}} \cos(\theta + \pi/3)]. \end{aligned} \right\} (\text{П-3})$$

По окончании коммутации на интервал $[\alpha_N + \gamma; \alpha_N + \pi/3]$ в формулах (П-3) следует считать $i_c^{\text{ДО}} = 0$. После выполнения промежуточных преобразований получаем:

$$U_f = \left[n \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{df}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6) - r^{\text{ДО}} \left(2 - \frac{3}{2\pi} \gamma \right) - \right. \\ \left. - n \frac{x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}}}{2\pi/3} - n \frac{x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}}{\pi/3} \sin(2\alpha - \pi/6) i_f(\alpha_N) + \right. \\ \left. + \frac{3}{\pi} [x_{df}^{\text{ДО}} \sin \alpha - (x_d^{\text{ДО}} + x_q^{\text{ДО}}) + (x_d^{\text{ДО}} - x_q^{\text{ДО}}) \times \right. \\ \left. \times \cos 2\alpha] \Delta i_f + n \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dd}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6) i_d(\alpha_N) + \right. \\ \left. + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dd}^{\text{ДО}} \sin \alpha \Delta i_d + n \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{qq}^{\text{ДО}} \sin(\alpha - \pi/6) i_q(\alpha_N) \right]$$

$$-\frac{3\sqrt{3}}{\pi}x_{qq}^{\text{ДО}} \cos \alpha \Delta i_q + n \frac{3\sqrt{3}}{\pi}x_{d1d}^{\text{ДО}} \cos(\alpha - \pi/6) i_{1d}(\alpha_N) + \\ + \frac{3\sqrt{3}}{\pi}x_{d1d}^{\text{ДО}} \sin \alpha \Delta i_{1d} + n \frac{3\sqrt{3}}{\pi}x_{q1q}^{\text{ДО}} \sin(\alpha - \pi/6) i_{1q}(\alpha_N) - \\ - \frac{3\sqrt{3}}{\pi}x_{q1q}^{\text{ДО}} \cos \alpha \Delta i_{1q}, \quad (\text{П-4})$$

где

$$\Delta i_m = i_m(\alpha_N + \pi/3) - i_m(\alpha_N); \quad m=d, q, 1d, 1q.$$

На интервале $[\alpha_N; \alpha_N + \pi/3]$ разложим токи основной и демпферной обмоток в ряд Фурье

$$i_m = I_{m0} + \sum_{k=1}^{\infty} [I_{m6k}^c \cos 6k(\theta - \alpha) + I_{m6k}^s \sin 6k(\theta - \alpha)], \quad (\text{П-5})$$

где

$$I_{m6k}^c = \frac{6}{\pi} \int_{\alpha_N}^{\alpha_N + \pi/3} i_m \cos 6k(\theta - \alpha) d\theta,$$

$$I_{m6k}^s = \frac{6}{\pi} \int_{\alpha_N}^{\alpha_N + \pi/3} i_m \sin 6k(\theta - \alpha) d\theta,$$

$$I_{m0} = \frac{3}{\pi} \int_{\alpha_N}^{\alpha_N + \pi/3} i_m d\theta; \quad m=d, q, 1d, 1q.$$

Если функция $i_m(\theta)$ непрерывная и имеет период $\pi/3$, то справедливо равенство

$$i_m(\alpha_N) = I_{m0} + \sum_{k=1}^{\infty} I_{m6k}^c. \quad (\text{П-6})$$

В переходном процессе поинтервальное приращение рядов Фурье приводит к появлению разрывов первого рода и формула (П-6) становится приближенной.

Дискретные огибающие введем в соответствии с данной формулой как

$$I_m[N] = I_{m0} + \sum_{k=1}^{\infty} I_{m6k}^c. \quad (\text{П-7})$$

При этом имеем в виду, что значения I_{m0} и I_{m6k}^c изменяются на каждом интервале повторяемости преобразователя $[\alpha_N, \alpha_N + \pi/3]$.

Для ОВ, учитывая ее большую индуктивность, пренебрежем высшими гармоническими составляющими тока, ограничившись дискретной «полезной» составляющей

$$I_f[N] = \frac{3}{\pi} \int_{\alpha_N}^{\alpha_N + \pi/3} i_f d\theta. \quad (\text{П-8})$$

С учетом введенных параметров в уравнении (П-4) следует считать

$$i_m(\alpha_N) = I_m[N], \quad \Delta i_m = I_m[N+1] - I_m[N], \quad m=d, q, 1d, 1q.$$

Система вспомогательных уравнений для

ОО и демпферных обмоток формируется следующим образом. Уравнения (1), за исключением относящихся к ДО, последовательно умножаются на $\frac{6}{\pi} \cos 6k(\theta - \alpha)$ и $\frac{6}{\pi} \sin 6k(\theta - \alpha)$ (т.е. образуются пары уравнений) и интегрируются на интервале $[\alpha_N; \alpha_N + \pi/3]$. В результате получается система уравнений относительно I_{m6k}^c и I_{m6k}^s :

$$\begin{bmatrix} r & 6kx_d & x_q & 0 & 0 & 6kx_{ad} & x_{aq} & 0 \\ -6kx_d & r & 0 & x_q & -6kx_{ad} & 0 & 0 & x_{aq} \\ -x_d & 0 & r & 6kx_q & -x_{ad} & 0 & 0 & 6kx_{aq} \\ 0 & -x_d & -6kx_q & r & 0 & -x_{ad} & -6kx_{aq} & 0 \\ 0 & 6kx_{ad} & 0 & 0 & r_{1d} & 6kx_{1d} & 0 & 0 \\ -6kx_{ad} & 0 & 0 & 0 & -6kx_{1d} & r_{1d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6kx_{aq} & 0 & 0 & r_{1q} & 6kx_{1q} \\ 0 & 0 & -6kx_{aq} & 0 & 0 & 0 & -6kx_{1q} & r_{1q} \end{bmatrix} \times \\ \times [I_{d6k}^c \ I_{d6k}^s \ I_{q6k}^c \ I_{q6k}^s \ I_{1d6k}^c \ I_{1d6k}^s \ I_{1q6k}^c \ I_{1q6k}^s]_t = \\ = \begin{bmatrix} -x_d & 0 & -x_{ad} & 0 & -x_{ad} + \sqrt{3}x_{dd}^{\text{ДО}} \sin \alpha & -\sqrt{3}(6kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^c - x_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^c) & -\sqrt{3}(6kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^s + x_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{3}(6kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^c + x_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^c) & -\sqrt{3}(6kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^s - x_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^s) & 0 \\ 0 & -x_q & 0 & -x_{aq} & -\sqrt{3}x_{qq}^{\text{ДО}} \times \cos \alpha & -\sqrt{3}(6kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^c + x_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^c) & -\sqrt{3}(6kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^s - x_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{3}(6kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^c - x_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^c) & -\sqrt{3}(6kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{q6k}^s + x_{dd}^{\text{ДО}} b_{d6k}^s) & 0 \\ -x_{ad} & 0 & -x_{1d} & 0 & -x_{ad} + \sqrt{3}x_{dd}^{\text{ДО}} \sin \alpha & -6\sqrt{3}kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{1d6k}^c & -6\sqrt{3}kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{1d6k}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6\sqrt{3}kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{1d6k}^c & -6\sqrt{3}kx_{dd}^{\text{ДО}} b_{1d6k}^s & 0 \\ 0 & -x_{aq} & 0 & -x_{1q} & -\sqrt{3}x_{qq}^{\text{ДО}} \times \cos \alpha & -6\sqrt{3}kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{1q6k}^c & -6\sqrt{3}kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{1q6k}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6\sqrt{3}kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{1q6k}^c & -6\sqrt{3}kx_{qq}^{\text{ДО}} b_{1q6k}^s & 0 \end{bmatrix} \times \\ \times \frac{6}{\pi} [\Delta i_d \ \Delta i_q \ \Delta i_{1d} \ \Delta i_{1q} \ \Delta i_f \ I_f]_t, \quad (\text{П-9})$$

$$k = 1, 2, \dots$$

Здесь

$$b_{d6k}^c = b_{1d6k}^c = -\text{Im}(\dot{A}_{1k} + \dot{A}_{2k}),$$

$$b_{q6k}^c = b_{1q6k}^c = -\text{Re}(\dot{A}_{1k} + \dot{A}_{2k}),$$

$$b_{d6k}^s = b_{1d6k}^s = \text{Re}(\dot{A}_{1k} - \dot{A}_{2k}),$$

$$b_{q6k}^s = b_{1q6k}^s = \text{Im}(\dot{A}_{1k} - \dot{A}_{2k}).$$

В свою очередь

$$\dot{A}_{1k} = \frac{e^{-j(6k-1)\gamma} - 1}{2\gamma(6k-1)^2} e^{j(\alpha + \pi/3)},$$

$$\dot{A}_{2k} = \frac{e^{j(6k+1)\gamma} - 1}{2\gamma(6k+1)^2} e^{j(\alpha + \pi/3)}.$$

Уравнения (П-9) решаем относительно I_{d6k}^c , I_{q6k}^c , I_{1q6k}^c и I_{1q6k}^s :

$$I_{m6k}^c = \Delta_{m6k} / \Delta_{6k}; \quad m=d, q, 1d, 1q, \quad (\text{П-10})$$

где Δ_{6k} , Δ_{m6k} — соответствующие определители системы.

Для определения составляющей I_{m0} интегрируем уравнения (1) на интервале $[\alpha_N; \alpha_N + \pi/3]$:

$$\left. \begin{aligned} -U_d &= rI_{d0} + \frac{3}{\pi} x_d \Delta I_d [N] + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_{1d} [N] + \frac{3}{\pi} (x_{ad} - \\ &\quad - \sqrt{3} x_{dd}^{\text{ДО}} \sin \alpha) \Delta I_f [N] + x_q I_{q0} + x_{aq} I_{1q0} + \\ &\quad + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dq}^{\text{ДО}} b_{q0}^c I_f [N], \\ -U_q &= rI_{q0} + \frac{3}{\pi} x_q \Delta I_q [N] + \frac{3}{\pi} x_{aq} \Delta I_{1q} [N] + \\ &\quad + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{qq}^{\text{ДО}} \cos \alpha \Delta I_f [N] - x_d I_{d0} - x_{ad} I_{1d0} - \\ &\quad - \left(x_{ad} - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dd}^{\text{ДО}} b_{d0}^c \right) I_f [N], \\ U_f &= r_f I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_d [N] + \frac{3}{\pi} x_f - \\ &\quad - \sqrt{3} x_{df}^{\text{ДО}} \sin \alpha \Delta I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_{1d} [N], \\ 0 &= r_{1d} I_{1d0} + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_d [N] + \frac{3}{\pi} (x_{ad} - \sqrt{3} x_{dd}^{\text{ДО}} \times \\ &\quad \times \sin \alpha) \Delta I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{1d} \Delta I_{1d} [N], \\ 0 &= r_{1q} I_{1q0} + \frac{3}{\pi} x_{aq} \Delta I_q [N] + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{q1q}^{\text{ДО}} \times \\ &\quad \times \cos \alpha \Delta I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{1q} \Delta I_{1q} [N]. \end{aligned} \right\} \text{(П-11)}$$

Используя записанную систему уравнений и выполняя суммирование по формуле (П-7), получаем систему разностных уравнений для основной и демпферной обмоток:

$$\left. \begin{aligned} -U_d &= rI_d [N] + \frac{3}{\pi} x_d \Delta I_d [N] + \frac{3}{\pi} (x_{ad} - \sqrt{3} \times \\ &\quad \times x_{dd}^{\text{ДО}} \sin \alpha) \Delta I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_{1d} [N] + \\ &\quad + x_q I_q [N] + x_{aq} I_{1q} [N] + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dq}^{\text{ДО}} b_{q0}^c I_f [N] - \\ &\quad - \sum_{k=1}^{\infty} (r\Delta_{d6k} + x_q \Delta_{q6k} + x_{aq} \Delta_{1q6k}) / \Delta_{6k}, \\ -U_q &= rI_q [N] + \frac{3}{\pi} x_q \Delta I_q [N] + \frac{3}{\pi} x_{aq} \Delta I_{1q} [N] + \\ &\quad + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{qq}^{\text{ДО}} \cos \alpha \Delta I_f [N] - x_d I_d [N] - \\ &\quad - \left(x_{ad} - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{dd}^{\text{ДО}} b_{d0}^c \right) I_f [N] - x_{ad} I_{1d} [N] + \\ &\quad + \sum_{k=1}^{\infty} (-r\Delta_{q6k} + x_d \Delta_{d6k} + x_{ad} \Delta_{1d6k}) / \Delta_{6k}, \\ 0 &= r_{1d} I_{1d} [N] + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_d [N] + \frac{3}{\pi} x_{ad} \Delta I_f [N] - \\ &\quad - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{d1d}^{\text{ДО}} \sin \alpha \Delta I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{1d} \Delta I_{1d} [N] - \\ &\quad - r_{1d} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta_{1d6k} / \Delta_{6k}, \\ 0 &= r_{1q} I_{1q} [N] + \frac{3}{\pi} x_{aq} \Delta I_q [N] + \frac{3\sqrt{3}}{\pi} x_{q1q}^{\text{ДО}} \times \\ &\quad \times \cos \alpha \Delta I_f [N] + \frac{3}{\pi} x_{1q} \Delta I_{1q} [N] - r_{1q} \sum_{k=1}^{\infty} \Delta_{1q6k} / \Delta_{6k}. \end{aligned} \right\} \text{(П-12)}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов В.А., Морозова Ю.А., Федотов А.И. Дифференциальные уравнения синхронной машины с использованием энергии третьей гармоники поля для возбуждения. — Труды МЭИ. — М.: 1977, вып. 346.
2. Федотов А.И. Расчет процесса самовозбуждения синхронной машины. / Повышение качества электрической энергии на промышленных предприятиях. — Сборник научных трудов МЭИ — М.: МЭИ, 1988, вып. 162.
3. Амамчян С.Г., Арутюнян В.С. О некоторых особенностях синхронных машин с системой возбуждения от третьей гармоники поля. — Труды ВНИИКЭ — Ереван: ВНИИКЭ, 1970, вып. 3.
4. Бобров В.М., Попов Е.Н., Чижиков В.С. Система самовозбуждения с питанием от дополнительной обмотки в статоре синхронного генератора. / Исследование турбо- и гидрогенераторов большой мощности. — Л.: Наука, 1977.
5. Федотов А.И. Экспериментальные исследования и расчет системы возбуждения синхронной машины, использующей энергию гармоник магнитного поля. — Труды МЭИ. — М.: 1978, вып. 393.

[16.01.95]

Авторы: Кузнецов Вячеслав Алексеевич окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. В 1990 г. защитил докторскую на тему «Универсальный метод расчета полей и процессов в электрических машинах» в МЭИ. Заведующий кафедрой электромеханики МЭИ.

Федотов Александр Иванович окончил электроэнергетический факультет МЭИ (Казанский филиал) в 1975 г. В 1979 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук на тему «Использование энергии третьей гармоники поля для возбуждения синхронных машин» в МЭИ. Доцент кафедры электроснабжения Казанского филиала МЭИ.

К сведению авторов и читателей!

Каждый автор имеет право бесплатно получить 1 экз. журнала с его статьей.

Экземпляры номеров журнала «Электричество» за последние годы можно приобрести в редакции журнала (Б. Черкасский пер., 2/10, тел. 924-24-80).

Исследование магнитных полей и потерь сердечника статора электрической машины при замыканиях листов активной стали

ЦВЕТКОВ В.А., ПИКУЛЬСКИЙ В.А.

Разработан метод расчета магнитных полей и индуцированных токов в зоне замыкания листов активной стали электрической машины, основанный на рассмотрении системы связанных ферромагнитных колец. Этот подход позволяет учесть, что сердечник состоит из отдельных пакетов, а каждый пакет состоит из отдельных листов. Выполненные расчеты позволяют оценить распределение магнитного потока по окружности сердечника, значение потерь при различном объеме замыканий, чувствительность различных методов диагностирования замыканий.

Ключевые слова: электрические машины, магнитное поле, индуцированные токи, расчет

Замыкания листов активной стали электрической машины представляют дефект, приводящий к очень тяжелым последствиям. Традиционно контроль состояния активной стали выполняется по нагреву сердечника статора кольцевым магнитным потоком [1]. В [2, 3] описаны новые методы контроля, основанные на электромагнитных измерениях. Там же указаны преимущества этих методов по сравнению с традиционным (повышение эффективности и снижение трудоемкости контроля, повышение безопасности испытаний при наличии замыканий, проверка и повышение качества ремонта и т.д.). Определенный интерес для выявления подобных дефектов представляет, например, и измерение потерь отдельных пакетов сердечников.

Достоверность и эффективность различных электромагнитных методов контроля могут быть существенно повышены за счет детального исследования распределения магнитных полей и потерь в зоне замыкания листов. В [3] описан специальный экспериментальный стенд для подобных исследований. Статья посвящена преимущественно теоретическим методам такого анализа.

Метод расчета магнитных полей при замыкании листов сердечника. В основе расчетной модели лежит представление системы связанных ферромагнитных колец. Это могут быть как пакеты сердечника в целом, так и отдельные листы внутри пакета. Для основного потока машины такое представление могло быть неприемлемым. Однако при кольцевом намагничивании, когда поток проходит только через спинку и практически не заходит в зубцы, это вполне корректное представление. На рис. 1 изображена развертка колец подобной системы по тангенциаль-

A method for calculation of magnetic fields and induced currents in the area of a stator core sheet fault is developed. The method is based on using a tied ferromagnetic ring system. This approach allows taking into account that a core consists of separate stacks and each stack consists of separate sheets. The calculations carried out allow estimation of a magnetic flux distribution over the core circumference, value of losses under a different amount of faults, a sensibility of various fault detection method.

Key words: electrical machine, magnetic field, induced currents, core sheet fault, calculation

ной координате y . Принято, что намагничивающие силы замкнутых контуров приложены в сечении $y=0$. Концы развертки (точки $y=\pm l$, где $2l$ — длина спинки сердечника по средней линии) на самом деле представляют одно и то же сечение, отстоящее на 180° от сечения с замкнутыми контурами.

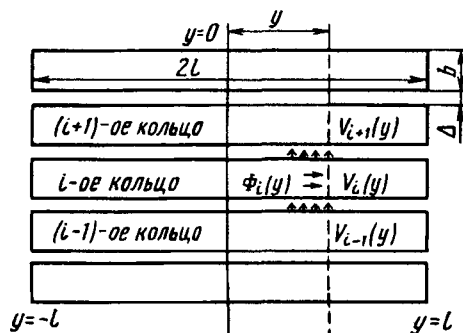


Рис. 1. Схема магнитных потоков и потенциалов системы связанных ферромагнитных колец

Вводя ряд упрощений (равномерность магнитного потока по поперечному сечению кольца, линейность характеристики намагничивания, одинаковость размеров колец и расстояний между ними), можем приближенно записать:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dV_i}{dy} &= \Phi_i \rho_m; \quad i = 1 \div N; \\ -\frac{d\Phi_i}{dy} &= g_m(V_i - V_{i+1}) + g_m(V_i - V_{i-1}); \quad i = 2 \div (N-1); \\ -\frac{d\Phi_1}{dy} &= g_m(V_1 - V_2); \quad -\frac{d\Phi_N}{dy} = g_m(V_N - V_{N-1}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь $\Phi_i(y)$, $V_i(y)$ — полный магнитный поток и средний магнитный потенциал в сечении с координатой y i -го кольца; N — общее число колец; ρ_m , g_m — погонное магнитное сопротивление

ление кольца и магнитная проводимость между кольцами:

$$\rho_m = 1/(\mu b h); \quad g_m = \mu_0 h / \Delta, \quad (2)$$

где μ, μ_0 — магнитная проницаемость электротехнической стали сердечника и воздуха; h — высота спинки сердечника; b, Δ — ширина колец и расстояние между ними. (Если рассматривается система пакетов, то b — ширина пакета, а Δ — размер вентиляционного канала; для листов внутри пакета b — толщина отдельного листа, а Δ — двойная толщина лакового покрытия листов.)

Уравнения (1) следует дополнить гармоническими условиями. Учитывая, что магнитные потенциалы по концам развертки одинаковы, можно, не нарушая общности, принять их равными нулю:

$$V_i(l) = V_i(-l) = 0; \quad i = 1 \div N. \quad (3)$$

В сечении $y=0$ происходит скачок магнитного потенциала на величину намагничивающей силы i -го кольца I_i :

$$V_i(-0) + I_i = V_i(+0); \quad i = 1 \div N, \quad (4)$$

где $V_i(-0), V_i(+0)$ — значения магнитного потенциала слева и справа от сечения $y=0$.

Аналитическое решение системы (1) с учетом граничных условий (3), (4) может быть получено с использованием следующих преобразований переменных:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_i(y) &= \sum_{k=0}^{N-1} F_k(y) \cos \left[\frac{\pi k}{N} (i-0,5) \right]; \\ V_i(y) &= \sum_{k=0}^{N-1} U_k(y) \cos \left[\frac{\pi k}{N} (i-0,5) \right]; \end{aligned} \right\} i = 1 \div N, \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} F_0(y) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi_i(y); \quad U_0(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i(y); \\ F_k(y) &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \Phi_i(y) \cos \left[\frac{\pi k}{N} (i-0,5) \right]; \\ U_k(y) &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N V_i(y) \cos \left[\frac{\pi k}{N} (i-0,5) \right]; \\ k &= 1 \div (N-1). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Подставляя (5) в (1), убеждаемся, что система $2N$ дифференциальных уравнений разбивается на N независимых систем для переменных $F_k(y), U_k(y)$, выражающихся через гиперболические функции. По известным величинам $F_k(y), U_k(y)$ с помощью (5) находятся исходные величины $\Phi_i(y), V_i(y)$.

В частности, можно убедиться, что при кольцевом намагничивании всего сердечника, т.е. при $I_i = I_n, i = 1 \div N_n$ (где I_n — ток намагничивания,

а N_n — число пакетов в сердечнике) потоки всех пакетов одинаковы, постоянны по длине окружности и равны:

$$\Phi_i = \frac{I_n}{2l\rho_m} = \frac{I_n \mu b h}{2b} = I_n L_n = \Phi_n, \quad (7)$$

где L_n — индуктивность одного пакета при обычном кольцевом намагничивании, которая в N_n раз меньше индуктивности всего сердечника.

В случае, когда отдельный пакет (j -е ферромагнитное кольцо) целиком охвачено замкнутым витком, в котором индуцируется ток I_n поток этого пакета $\Phi_j(y)$ от тока I_n равен:

$$\Phi_j(y) = I_n L_n \left\{ \frac{1}{N_n} + \frac{2}{N_n} \sum_{k=1}^{N_n-1} \varphi_k(y) \cos^2 \left[\frac{\pi k}{N_n} (j-0,5) \right] \right\}; \quad (8)$$

где

$$\varphi_k(y) = \alpha_k l \frac{\text{ch} [\alpha_k (l-y)]}{\text{sh} [\alpha_k l]}; \quad \alpha_k = 2 \sin \left[\frac{\pi k}{2N_n} \right] \sqrt{\mu_0 / (\mu b \Delta)}. \quad (9)$$

При вычислении магнитных потенциалов $U_k(y)$ и $V_j(y)$ используются гиперболические функции

$$\psi_k(y) = \frac{\text{sh} [\alpha_k (l-y)]}{\text{sh} [\alpha_k l]}.$$

По аналогии с (7) выражение (8) можно представить в виде

$$\Phi_j(y) = I_n L_j(y). \quad (10)$$

Здесь $L_j(y)$ — индуктивность j -го пакета при намагничивании только одного этого пакета.

Далее будет показано изменение потока от индуцированного тока I_n по длине окружности. Соотношения типа (10) будут использованы для расчета индуцированных токов.

В общем случае, когда замкнутый проводящий контур (или несколько замкнутых контуров) охватывает j -й пакет не целиком, а лишь несколько его внутренних листов, следует рассматривать магнитный поток и магнитный потенциал i -го листа l -го пакета: $\Phi_{il}(y), V_{il}(y)$. Строгий расчет такой системы очень труден, поэтому вводились некоторые дополнительные упрощения. Для каждого пакета от величин $\Phi_{il}(y), V_{il}(y) i = 1 \div N_l$, где N_l — число листов в пакете) можно перейти по формулам (6) к величинам $F_{k,l}, U_{k,l} (k = 0 \div N_l - 1)$. Численные оценки показывают, что при $k \geq 1$ и значениях b, Δ характерных для листов внутри пакета, функции $\varphi_k(y), \psi_k(y)$ очень быстро затухают при $y > 0$. В связи с этим можно принять, что для $k \geq 1$ между $F_{k,l}, U_{k,l}$ разных пакетов нет взаимной связи.

Поскольку в рассматриваемом случае намагничивающие силы от индуцированных токов у

всех пакетов, кроме j -го, отсутствуют, можно принять

$$F_{k,l} = U_{k,l} = 0, \text{ при } l \neq j, k \geq 1,$$

а $F_{k,j}(y)$, $U_{k,j}(y)$ при $k \geq 1$ находить с помощью упоминавшихся функций $\varphi_k(y)$, $\psi_k(y)$. Величины же $F_{0,l}$ и $U_{0,l}$ согласно формулам (6) равны:

$$F_{0,l} = \frac{1}{N_n} \sum_{i=1}^{N_n} \Phi_{i,l} = \frac{\Phi_l}{N_n};$$

$$U_{0,l} = \frac{1}{N_n} \sum_{i=1}^{N_n} V_{i,l} = V_l,$$

т.е. выражаются через полный магнитный поток Φ_l и средний магнитный потенциал l -го пакета. Эти величины подчиняются уравнениям (1) для системы пакетов, т.е. при этом $N=N_n$, а b , Δ — ширина пакета и размер вентиляционного канала. Таким образом, $F_{0,l}$, $U_{0,l}$ находятся из решения уравнений (1) для системы магнитосвязанных пакетов.

Примем, что при замыкании листов внутри j -го пакета образуется m замкнутых контуров, причем в ν -м контуре циркулирует индуцированный ток I_ν и этот контур охватывает листы с порядковыми номерами $M-(\nu-1) \leq i \leq M+(\nu-1)$ (см. рис. 2). При этом общее число расположенных рядом замкнутых листов составляет $(2m-1)$, а M есть порядковый номер среднего листа всех замкнутых контуров. Например, при замыканиях с осью симметрии в середине пакета $M \approx (N_n+1)/2$.



Рис. 2. Схема индуцированных токов в замкнутых контурах пакета

Суммарный поток охваченных ν -м замкнутым контуром листов j -го пакета от индуцированных токов I_n $\Phi_\nu^{(j)}(y)$ приближенно равен:

$$\Phi_\nu^{(j)}(y) \approx \frac{L_n}{N_n^2} \sum_{n=1}^m I_n \times \left\{ (2\nu-1)(2n-1) \left\{ \frac{2}{N_n} \sum_{k=1}^{N_n-1} \varphi_k^{(n)}(y) \cos^2 \left[\frac{\pi k}{N_n} (j-0,50) \right] + \frac{1}{N_n} \right\} + \right.$$

$$\left. + 2 \sum_{k=1}^{N_n-1} \varphi_k^{(n)}(y) \eta(M, k, \nu) \eta(M, k, n) \right\}. \quad (11)$$

Здесь

$$\eta(M, k, \nu) = \cos \left[\frac{\pi k}{2N_n} (2M-1) \right] \frac{\sin \left[\frac{\pi k}{2N_n} (2\nu-1) \right]}{\sin \left[\frac{\pi k}{2N_n} \right]},$$

а функции $\varphi_k^{(n)}(y)$, $\varphi_k^{(n)}(y)$ рассчитываются по формулам (9) с подстановкой параметров b, Δ характерных для системы пакетов (верхний индекс «п») или для листов внутри пакета (верхний индекс «л»). Можно убедиться, что формула (8) является частным случаем формулы (11), когда есть только один замкнутый контур, целиком охватывающий j -й пакет [$M=(N_n+1)/2$; $m=M$; $I_m=I_n$; $I_\nu=0$ при $\nu < m$].

По аналогии с формулой (10) соотношение (11) можно переписать в более компактном виде:

$$\Phi_\nu^{(j)}(y) = \sum_{n=1}^m I_n L_{\nu,n}^{(j)}(y). \quad (12)$$

Кроме потока $\Phi_\nu^{(j)}(0)$ ν -й замкнутый контур пронизывается частью потока кольцевого намагничивания $[(2\nu-1)/N_n] \Phi_n$ отсюда уравнение баланса напряжений в ν -м замкнутом контуре

$$i_\nu R_\nu = i\omega \left[\frac{(2\nu-1)}{N_n} \Phi_n + \sum_{n=1}^m I_n L_{\nu,n}^{(j)}(0) \right]; \quad \nu = 1 \div m. \quad (13)$$

Здесь $i = \sqrt{-1}$; ω — частота тока намагничивания; R_ν — активное сопротивление ν -го замкнутого контура.

Поскольку значение потока кольцевого намагничивания Φ_n известно, уравнения (13) позволяют рассчитать токи, индуцированные во всех замкнутых контурах. По известным значениям I_n можно определить все необходимые магнитные потоки, потенциалы, рассеиваемые мощности.

Некоторые результаты расчетов магнитных полей и потерь в зоне замыканий. Расчетные оценки выполнялись для турбогенератора типа ТВВ-320-2, параметры и магнитные характеристики которого согласно [1] достаточно типичны для крупных генераторов. На рис. 3 представлены зависимости индуктивностей $L_j(y)$ и в соответствии с (10) — потока j -го пакета $\Phi_j(y)$ от координаты y для двух случаев; для среднего пакета сердечника (кривая 1, $j=66$) и для крайнего пакета (кривая 2, $j=1$). Координаты y приводятся в долях полуокружности статора l , индуктивности — в долях значения L_n . Видно, что непосредственно в сечении замкнутого контура ($y=0$) индуцированный ток I_n создает поток в 3,2–4,5 раза

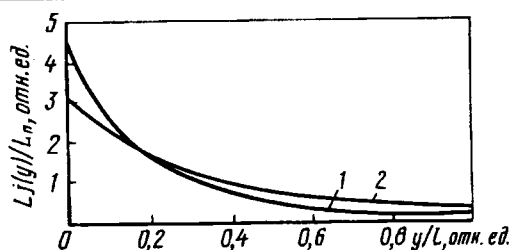


Рис. 3. Зависимости $L_j(y)$: 1 — для среднего пакета ($j=66$); 2 — для крайнего пакета ($j=1$)

больше, чем при обычном кольцевом намагничивании с таким же током. Однако за счет отклонения в соседние пакеты данный поток существенно уменьшается и на противоположном конце ($y/l=1$) в 10–20 раз меньше начального. Характерно, что в крайнем пакете, где соседние пакеты с одной стороны отсутствуют, ответвление менее интенсивно.

Анализ векторных диаграмм и расчетные оценки показали, что значения потерь, измеряемых в пакете, охваченном замкнутым контуром с активным сопротивлением R , зависят от положения измерительного витка y относительно места замыкания: они равны сумме обычных потерь кольцевого намагничивания (на гистерезис и вихревые токи) и потерь в замкнутом контуре $I_2^2 R$, умноженных на коэффициент уменьшения потока $L_j(y)/L_n$. Этот результат и данные рис. 3 позволили теоретически оценить диагностические возможности метода измерения потерь отдельных пакетов.

Если измерительный виток случайно окажется в сечении с замкнутым контуром ($y=0$, $L_j(0)/L_n=3,2–4,5$), то $\cos\varphi$ такого пакета будет существенно отличаться от $\cos\varphi$ нормальных пакетов и можно надежно выявить замыкания с выделяемой в них мощностью около 40 Вт. В 50% случаев $y/l \geq 0,5$ и поскольку коэффициент $L_j(0,5l)/L_n=0,6–0,8$, можно уверенно выявить лишь дефекты с выделяемой мощностью не менее 300 Вт. В 100% случае дефекты будут выявляться лишь при выделяемой мощности порядка 700 Вт. Это чрезвычайно низкая чувствительность, так как уже выделяемая мощность порядка 100 Вт может представлять серьезную опасность.

Расчеты показывают, что взаимные индуктивности $L_{\nu,n}^{(j)}(0)$ ($\nu \neq n$) существенно меньше собственных индуктивностей $L_{\nu,\nu}^{(j)}(0)$. Собственные индуктивности внутренних контуров (в данном случае при $\nu < 42$) в несколько раз больше индуктивности внешнего контура $L_{42,42}^{(j)}(0) = L_j(0) = (3,2–4,5)L_n$, но незначительно различаются между собой. Это позволило существенно упростить расчет индуктированных токов, пренебрегая взаимными индуктивностями и принимая равными все индуктивности внутренних контуров

($L_{\nu,\nu} \approx 12L_n$ при $\nu < 42$). Для удобства представления результатов активные сопротивления всех контуров также были приняты одинаковыми и равными R .

В таблице представлены результаты расчетов мощностей, выделяющихся при замыкании части листов пакета при индукции 1,4 Т. Варьировалось сопротивление R и доля замкнутых листов $\varepsilon = 100(2m-1)/N_n$. Максимальная мощность выделяется при $R \approx 0,037$ Ом и при замыкании 100% листов достигает примерно 5,3 кВт. Отметим, что при замыкании только одного витка вокруг пакета (например, при простейшей имитации дефекта) максимальная мощность выделяется при $R \approx 0,019$ Ом и составляет около 800 Вт, т.е. почти на порядок меньше. Достаточно большие мощности могут выделяться вплоть до замыкания 30% листов. При замыкании 19% листов (и менее) выделяемая мощность ни при каких условиях не превышает 40 Вт. Выделяемая мощность приблизительно пропорциональна ε^3 , откуда, в частности, следует, что при замыкании 10% листов (практически это 8 листов) выделяемая мощность не превышает 5 Вт.

Сопротивление R , Ом	Значение мощности, выделяющейся при замыкании листов внутри пакета (Вт) при различной доле замкнутой листов ε (%)				
	100	80	49,5	29,2	19,2
0,736	610	316	77	17	5,1
0,368	1210	620	151	33	10
0,184	2320	1200	290	63	19
0,055	5130	2570	630	135	40,5
0,0368	5320	2580	640	136	41
0,0184	4200	1850	453	98	29
0,00735	2160	850	210	44	13
0,00368	1140	435	106	23	6,9

Анализировались условия диагностирования электромагнитного метода контроля, описанного в [2, 3]. В этом случае измеряется магнитный потенциал между двумя соседними зубцами, а диагностическим параметром является изменение его фазы $\Delta\psi$ при появлении замыкания и индуктированных токов. Для тарировки метода дефекта имитируется замыканием специального витка с сопротивлением R вокруг пакета. При достаточно больших R выделяемая мощность P и диагностический параметр $\Delta\psi$ подчиняются соотношениям:

$$P = \frac{U_n^2}{R} = \frac{(\omega\Phi_n)^2}{R}; \quad \operatorname{tg}(\Delta\psi) = \frac{Z_c \omega L_n}{R}. \quad (14)$$

Здесь Z_c — число зубцов статора; U_n — напряжение, наводимое потоком пакета Φ_n в режиме кольцевого намагничивания с индукцией 1,4 Т.

Согласно (14) при малых углах $\Delta\psi$ величины P , $\Delta\psi$ пропорциональны и можно определить чув-

ствительность метода. Для турбогенератора типа ТВВ-320-2 она составляет около 0,4 град/Вт. При уверенной регистрации значения $\Delta\psi = 2$ град. можно выявлять дефекты с выделяемой мощностью 5 Вт. Это позволяет обнаружить замыкание примерно восьми соседних листов, т.е. чувствительность метода очень высока. Примерно такая же чувствительность приведена в [3] на основе натурных измерений.

Описанная имитация дефекта позволяет как расчетным путем, так и экспериментально в натурных условиях получить тарировочную кривую, т.е. сопоставить значению параметра $\Delta\psi$ выделяемую при этом мощность P . Теоретический анализ показывает, что при малых мощностях P или больших сопротивлениях R использование такой тарировочной кривой не вносит существенной погрешности. Определенные трудности могут появиться при достаточно больших выделяемых мощностях P и достаточно малых сопротивлениях R . Например, при $R = 0,02$ Ом и замыкании около 23% листов выделяемая мощность P составляет примерно 50 Вт, а угол $\Delta\psi \approx 56$ град. По тарировочной кривой такому углу соответствует мощность около 170 Вт, т.е. более чем в 3 раза превышающая фактическую. В некоторых ситуациях (например, замыкание листов произошло на дне паза и визуально не просматривается) такое расхождение может привести к неправильным рекомендациям. В подобных случаях целесообразно привлечь другие способы диагностирования, в частности, может оказаться полезным измерение потерь в пакете с помощью ваттметра.

В заключение приведем некоторые экспериментальные данные. Уже упоминалось о хорошем согласии оценок чувствительности метода измерения магнитных потенциалов, полученных на основе выполненных расчетов и экспериментов на натурной модели [3]. К этому можно добавить, что при испытаниях в эксплуатации на ряде турбогенераторов типа ТВВ-320-2 чувствительность метода изменялась в диапазоне (0,12–0,6) град/Вт. Причины столь широкой вариации чувствительности требуют детального изучения, но

налицо удовлетворительное совпадение с приведенной расчетной оценкой 0,4 град/Вт.

В других натурных испытаниях (измерения проводили к.т.н. О.И. Ибадов и инж. Л.Г. Володарский) измерялись потери пакета ваттметром в нормальных условиях и при имитации дефекта замкнутым витком с $R = 0,18$ Ом. Мощность в первом случае составила 720 Вт, во втором — 782 Вт, измерялись индуктированный ток в витке $I_{\text{и}} = 12,5$ А и напряжение на витке 2,29 В. Измерительный виток ваттметра был установлен в районе трех часов, а дефект имитировался в сечении между 1,5 и 2 часами, т.е. можно принять координату измерительного витка $y \approx 0,2l$. Выделяемая в замкнутом витке мощность составляет $P = 2,29 \cdot 12,5 \approx 29$ Вт. Согласно рис. 3 $L_j(0,2l)/L_{\text{II}} \approx 1,65$. Таким образом, во втором случае мощность должна составить $720 + 1,65 \cdot 29 = 768$ Вт, что достаточно хорошо согласуется с измеренным значением 782 Вт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Типовая инструкция по эксплуатации генераторов на электростанциях. — М.: СПО Союзтехэнерго, 1983.
2. Rickson C. Electrical machine core imperfection detection. — IEE Proceedings. May 1986, V. 133, № 3.
3. Разработка и внедрение новых средств оценки технического состояния турбогенераторов в Ленэнерго / В.Б. Бережанский, В.А. Пикульский, Ю.Л. Преснов и др. — Электрические станции, 1994, № 3.

[05.06.95]

Авторы: Цветков Владимир Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института в 1958 г. В 1975 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Динамические свойства и виброустойчивость элементов» во ВНИИЭлектромаш (г. Ленинград). Заведующий лабораторией ВНИИэлектроэнергетики.

Пикульский Виктор Адамович окончил Московский авиационный институт в 1969 г. В 1979 г. защитил кандидатскую диссертацию во ВНИИЭлектромаш (г. Ленинград). Заведующий сектором ВНИИэлектроэнергетики.

Численный анализ тепловых и механических процессов в электрических машинах

ГЛАЗЕНКО А.В., ДАНИЛЕВИЧ Я.Б., КАРЫМОВ А.А.

С использованием уравнений и решений задач механики твердого деформируемого тела предлагается комплекс алгоритмов и программ для численного анализа тепловых и механических процессов в электрических машинах. Задачи нестационарной теплопроводности, упругопластичности, контактного взаимодействия и собственных колебаний упругих систем решаются на основе метода конечных элементов при автоматизации процессов подготовки исходной и графической обработки выходной информации.

Ключевые слова: электрические машины, механические и тепловые процессы, численное моделирование, алгоритмы, программы

Высокие требования, предъявляемые к надежности современных электрических машин, могут быть удовлетворены лишь при условии обеспечения процесса проектирования всесторонней и достоверной информацией о механических процессах в машинах в эксплуатационных режимах. Решение этого вопроса неразрывно связано с развитием и использованием численных методов анализа, позволяющих учесть такие важные факторы, как сложность геометрии, кусочная неоднородность структуры, анизотропия физических свойств, разнообразие внешних воздействий и граничных условий и, тем самым, максимально приблизить математическую модель к реальному объекту. Численный подход создает предпосылки для осуществления многовариантных расчетов и подготовки на их основе обоснованных предложений по изменению конструкции отдельных элементов и узлов машины. Совершенствование методов расчета дает возможность снизить необходимые величины коэффициентов запаса и в результате уменьшить материалоемкость изготовления. Одна из основных задач численного анализа — реализация численного эксперимента для выбора оптимальной конструкции машины уже на стадии исследовательских разработок.

Широкое внедрение в расчетную практику метода конечных элементов (МКЭ) привело к созданию значительного количества вычислительных программ. Некоторые из них представляют собой довольно сложные универсальные комплексы [1—3], другие предназначены для решения частных задач и невелики по объему [4, 5]. Вместе с тем, ни один из отмеченных пакетов не охватывает полностью весь круг разнообразных проблем, возникающих в процессе механических расчетов электрических машин, что вызвало необходимость разработки собственного программного

A set of algorithms and programs for numerical analysis of thermal and mechanical processes in electrical machines on the basis of equations and solutions of problems in the mechanics of solid body subject to deformation is proposed. Problems of determining non-stationary conductivity, elastic plasticity, contact interactions and free oscillations of elastic systems are solved on the basis of using the finite elements method.

Key words: electrical machines, numerical analysis, mechanical and thermal processes, algorithms, programs

обеспечения с учетом специфики рассматриваемых конструкций и возможностей используемых ЭВМ.

Настоящая работа является обобщением исследований по проведению численного эксперимента [6] и содержит описание вычислительных алгоритмов и программного комплекса для решения широкого класса задач анализа статических и динамических характеристик электрических машин на базе МКЭ. Приведены примеры расчета сложных элементов конструкций.

Определение температурных полей. Конечно-элементная дискретизация по пространству в сочетании с конечно-разностным подходом по временной координате на основе двухточечных схем приводит к следующему разрешающему уравнению для задачи нестационарной теплопроводности [7]:

$$\left(\omega [G]_{n+1} + \frac{1}{\Delta t} [H]_{n+1} \right) \{T\}_{n+1} = (\omega - 1) [G]_{n+1} + \frac{1}{\Delta t} [H]_{n+1} \{T\}_n + (1 - \omega) \{F\}_n + \{F\}_{n+1}, \quad (1)$$

где $\{T\}$ — вектор узловых температур для момента времени t_n ; $[G]$ — матрица теплопроводности; $[H]$ — матрица теплоемкости; $\{F\}$ — вектор узловых «тепловых» усилий; $0 \leq \omega \leq 1$ — параметр разностной схемы.

В общем случае матрицы $[G]$ и $[H]$, зависящие от температуры, должны быть вычислены для каждого временного шага с использованием экспериментальной зависимости теплофизических свойств материала от температуры и времени. Устойчивость алгоритма (1) для конкретного ω обеспечивается соответствующим выбором шагов дискретизации по времени Δt и пространственным координатам. Наиболее эффективными с точки зрения точности решения являются раз-

ностные ω -схемы, удовлетворяющие требованию $0,5 \leq \omega \leq 0,75$. Расчеты по (1) дают хорошие результаты для плавно изменяющихся во времени краевых условий.

При исследовании температурных полей в случае разрывных краевых условий (например, тепловой удар) необходимо применение двухпараметровой численной процедуры [8]:

$$\begin{aligned} ([H]_{n+1} + \alpha \Delta t [G]_{n+1}) \{x\}_n &= \Delta t (-[G]_{n+1/2} \{T\}_n + \\ &+ \{F\}_{n+1/2}); \quad ([H]_{n+1} + \alpha \Delta t [G]_{n+1}) \{y\}_n = \\ &= \Delta t (-[G]_{n+1/2} (\{T\}_n + \beta \{x\}_n + \{F\}_{n+1/2})); \\ \{T\}_{n+1} &= \{T\}_n + \{y\}_n; \quad \alpha = \frac{2+\sqrt{2}}{2}, \quad \beta = -\frac{\sqrt{2}+1}{2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Алгоритм (2) обладает второй степенью точности, абсолютно устойчив и гарантирует отсутствие эффекта колебательности решения при любом $\Delta t > 0$.

Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) при статическом нагружении. В качестве метода численного решения упругопластической задачи используется МКЭ в форме метода перемещений [9]. Матричное уравнение равновесия для дискретной модели имеет вид:

$$[K] \{U\} = \{R\} = \{R_V\} + \{R_S\} + \{R_T\}. \quad (3)$$

Здесь

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV;$$

$$\{R_V\} = \int_V [N]^T \{F_V\} dV;$$

$$\{R_S\} = \int_S [N]^T \{F_S\} dS;$$

$$\{R_T\} = \int_V [B]^T [D] \{\varepsilon_T\} dV,$$

где $[K]$ — матрица жесткости; $\{U\}$ — вектор узловых перемещений; $\{R_V\}$, $\{R_S\}$ — векторы приведенных к узлам силовой и фиктивной температурной нагрузки; $[B]$ — матрица дифференцирования перемещений; $[D]$ — матрица связи между напряжениями и деформациями для исследуемой физической среды; $[N]$ — матрица функций формы; $\{F_V\}$, $\{F_S\}$ — векторы заданных объемных и поверхностных усилий; V , S — объем и поверхность тела.

В рамках деформационной теории пластичности, хорошо описывающей случай монотонного нарастания нагрузки и процесс простого или близкого к простому нагружения (для электрических машин характерны именно такие режимы

работы), решение нелинейного уравнения (3) может быть получено на основе итерационной схемы методом дополнительных деформаций (МДД) [10]:

$$\begin{aligned} \{Q\}_0 &= \{0\}; \\ \{U\}_k &= [K]^{-1} (\{R\} + \{Q\}_{k-1}); \\ \{\varepsilon_T\}_k &= [B] \{U\}_k; \\ \{\varepsilon_P\}_k &= \left(1 - \frac{1}{\psi_k}\right) \{e\}_k; \\ \{Q\}_k &= \int_V [B]^T [D] \{\varepsilon_P\}_k dV, \end{aligned} \quad (4)$$

где k — номер итераций; $\{e\}$ — вектор-девиатор деформаций.

Таким образом, схема (4) сводится к последовательному решению упругих задач с постоянной матрицей жесткости $[K]$ и изменяющейся правой частью за счет введения дополнительных узловых усилий $\{Q\}_k$, обусловленных деформациями пластичности $\{\varepsilon_P\}_k$. Параметр пластичности $\psi_k = \frac{3E}{2(1+\nu)} \frac{\varepsilon_i^k}{\sigma_i^k}$ для каждой итерации корректируется по обобщенной кривой деформирования $\sigma_i = -\varepsilon_i$. Вычислительный процесс продолжается до тех пор, пока не будет выполнен выбранный критерий сходимости.

Контактное взаимодействие. При использовании метода сил для приближенного нахождения усилий контактного взаимодействия без трения двух тел, дискретизированных на основе конечноэлементного подхода, разрешающие соотношения могут быть представлены в форме системы уравнений-неравенств [11]:

$$[M] \{q\} - \{\delta\} = 0 \text{ для зоны контакта } T_1; \quad (5)$$

$$[M] \{q\} - \{\delta\} > 0 \text{ для зоны контакта } T_2. \quad (6)$$

Здесь $[M]$ — матрица обобщенных функций Грина; $\{q\}$ — вектор нормального давления; $\{\delta\}$ — приведенный натяг (зазор), учитывающий исходный натяг, а также перемещения точек контактирующих поверхностей под действием внешних нагрузок.

При записи соотношений (5), (6) предполагается, что неизвестная функция распределения контактного давления заменяется кусочно-постоянной и удовлетворение условий совместимости деформаций осуществляется в середине S_k каждой k -й ступени ($k=1, 2, \dots$). Конечноэлементные разбиения тел в зоне возможного контакта должны быть идентичны, т.е. каждому узлу сетки первого тела соответствует узел второго тела.

Компоненты вектора $\{q\}$ дополнительно дол-

жны удовлетворять

$$q(S_k) \leq 0, \quad (7)$$

нарушение которого соответствовало бы сцеплению сопрягаемых поверхностей.

Решение системы уравнений-неравенств (5), (6) может быть найдено по следующей итерационной схеме.

1. Принять за нулевое приближение T_1 максимально возможную поверхность контакта, т. е. область отрыва $T_2 = 0$.

2. Решить систему уравнений (5) относительно компонент $q(S_k)$ и сформировать множество Z , содержащее номера контактных узлов, в которых не выполняется условие (7).

3. Если множество Z пустое, прекратить вычисления. В противном случае найти следующее приближение поверхности контакта, исключив из рассмотрения узлы $\in Z$.

4. Модифицировать систему (5) путем вычеркивания уравнений, соответствующих узлам, содержащимся в Z , и вернуться к п. 2.

Описанный процесс прекращается после того, как перестанет меняться поверхность контакта $T^{(n)}$. После этого дополнительно проверяется условие (6) вне найденной зоны проектирования, содержащей узлы в $i=1, 2, \dots, N^{(n)}$. Если неравенство (6) нарушается для некоторого узла, то этот узел включается в найденное множество Z и поиск действительной области контакта возобновляется. Обычно итерационный алгоритм сходится монотонно и сходимость достигается за 3–7 шагов. Неизвестные элементы матрицы $[M]$ и вектора $\{\delta\}$ определяются на основе конечноэлементного решения соответствующих задач для каждого из контактирующих тел.

При неупругом поведении материала вектор $\{\delta\}$ в соотношениях (5) (6) должен быть заменен на $\{\delta\} + \{\Delta\}$, где $\{\Delta\}$ — вектор перемещений контактных узлов, вызванных пластическими деформациями $\{\varepsilon_p\}$. Нахождение $\{q\}$ в данном случае сводится к последовательному повторению указанной выше итерационной процедуры с учетом изменения вектора $\{\Delta\}$, определяемого на каждом шаге по схеме (4) метода дополнительных деформаций.

Динамическая задача теории упругости. Система уравнений движений в матричной форме записывается следующим образом [9]:

$$[K]\{U(t)\} + [C]\frac{\partial}{\partial t}\{U(t)\} + [L]\frac{\partial^2}{\partial t^2}\{U(t)\} = \{Q(t)\}, \quad (8)$$

где $[L] = \int_V [N]^T \rho [N] dV$; $[C] = \int_V [N]^T \mu [N] dV$;

здесь $[L]$ и $[C]$ — матрицы инерции и демпфирования; ρ — плотность материала; μ — коэффициент, определяющий диссипацию энергии

в системе.

В случае гармонического во времени возмущения и нулевого демпфирования уравнение (8) сводится к соотношению для векторов амплитуд перемещений и усилий:

$$([K] - \omega^2 [L])\{U\} = \{R\}. \quad (9)$$

При решении системы (9) граничные условия в перемещениях удовлетворяются аналогично статической задаче (3) путем модификации [13] приведенной матрицы $[K] - \omega^2 [L]$ и вектора $\{R\}$. После нахождения $\{U\}$ легко определяются параметры НДС $\{\varepsilon\} = [B]\{U\}$ и $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$.

Полагая в (9) $\{R\} = 0$, приходим к уравнению свободных колебаний:

$$[K]\{U\} = \omega^2 [L]\{U\},$$

представляющего собой обобщенную проблему собственных значений, для анализа которой может быть использован один из известных методов [14].

Краткая характеристика программного комплекса. Описанные численные алгоритмы в двухмерной и осесимметричной постановке реализованы в виде программного комплекса на алгоритмическом языке ФОРТРАН в ОС ЕС ЭВМ. Система МЕХАНИКА включает шесть отдельных подсистем: ДИСКРЕТИЗАЦИЯ (подготовка исходной информации МКЭ для дискретной модели), ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ (расчет нелинейных нестационарных температурных полей), ПЛАСТИЧНОСТЬ (расчет параметров НДС на основе упругопластической задачи по деформационной теории с изотропным упрочнением в условиях силового и температурного нагружения), КОНТАКТ (расчет параметров контактного давления, размеров и конфигураций зон контакта — отрыва, для тел произвольной формы), ДИНАМИКА (расчет собственных частот и форм колебаний, а также параметров НДС при гармоническом возмущении), ГРАФИКА (обработка и наглядное представление числовой информации МКЭ на печатающем устройстве или графопостроителе).

В основу организации пакета положен модульный принцип, позволяющий в случае необходимости всесторонне развивать и совершенствовать его за счет модернизации старых и подключения новых модулей. Входные данные к программам используются для управления порядком вызова модулей и задания числовой информации. Объединение программ в систему осуществляется через постоянные наборы данных на внешнем запоминающем устройстве. Пакет базируется на изопараметрической технике квадратичных конеч-

ных элементов, обеспечивающих более высокую точность вычислений и простоту аппроксимации областей сложной формы. С целью повышения эффективности расчетов при разработке программ особое внимание было уделено следующим вопросам: автоматизация подготовки входной и анализа выходной числовой информации, диагностика ошибок, применение в рамках единого алгоритма различных координатных систем, хранение и операции с матрицами в упакованной форме [14], обеспечение рестарта, расширение набора сервисных подпрограмм.

Тестирование программ и оценка точности результатов осуществлялись на основе численного анализа многочисленных краевых задач механики сплошной среды, имеющих точное аналитическое решение или решение другими приближенными методами.

Результаты использования программ. Ниже на конкретных примерах, важных в практическом отношении, иллюстрируются возможности разработанного комплекса.

Применительно к генератору мощностью 20 МВт для передвижной энергетики было выполнено исследование эффективности системы воздушного охлаждения ротора с тремя параллельными ветвями (рис. 1): воздушный зазор, подпазовый канал 5 и радиальный канал 6 в обмотке возбуждения 2. Тепловыделения в узлах ротора аппроксимировались распределенными источниками с интенсивностями $q=Q/V$, где V — объем конструктивного элемента. Коэффициенты теплоотдачи для различных ветвей принимались постоянными и равными: воздушный зазор — $1,0 \cdot 10^{-6}$ Вт/(м²·К), подпазовый канал — $1,69 \times 10^{-6}$ Вт/(м²·К), радиальный канал — $0,35 \times 10^{-5}$ Вт/(м²·К).

На рис. 1 показана установившаяся картина изотерм в номинальном режиме при заданных величинах потерь в обмотке $Q_{об}=0,105$ Вт/м, клине $Q_k=0$, и головке зубца $Q_z=0$. Температурное поле характеризуется значительным градиентом по толщине корпусной изоляции. Максимальные нагревы в этой области составляют 88° С и не превышают допустимых значений (145° С) для выбранного класса изоляции. Теплоотвод полностью осуществляется через радиальный ($Q_{р.к}=0,065$ Вт/м) и подпазовый каналы ($Q_{п.к}=0,048$ Вт/м). В режиме несимметричного распределения токов по фазам ($Q_{об}=0,1$ Вт/м, $Q_z=0,026$ Вт/м, $Q_k=0,183$ Вт/м) уровни температур возрастают и достигают 188° С в клине, являющимся основным источником потерь. Распределение потоков тепла по ветвям сохраняется: $Q_{р.к}=0,144$ Вт/м, $Q_{п.к}=0,144$ Вт/м и $Q_z=0,051$ Вт/м. Причем в зоне подпазового канала охлаждение главным образом происходит

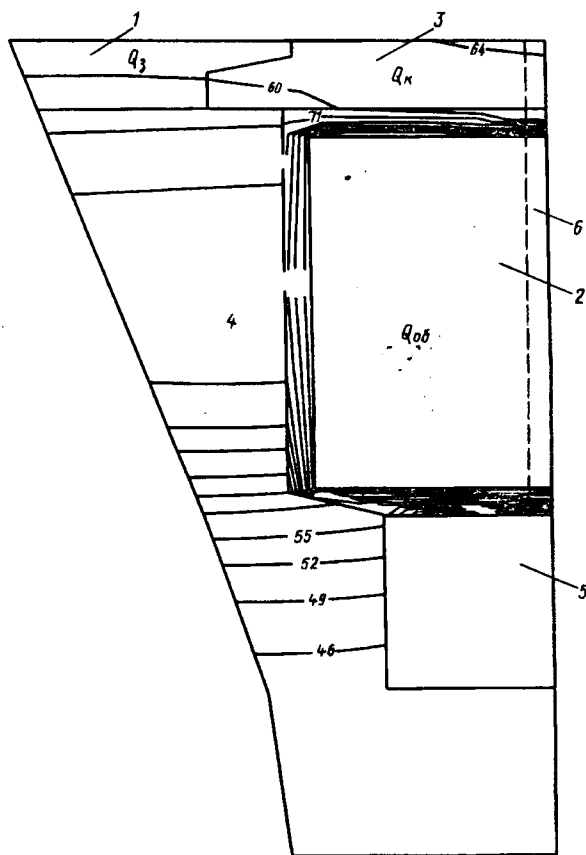


Рис. 1. Температурное поле ротора в номинальном режиме: 1 — зубец; 2 — обмотка; 3 — титановый клин; 4 — изоляция; 5 — подпазовый канал; 6 — стенка радиального канала

через его боковую поверхность.

Прочность токосъемного кольца ударного униполярного генератора помимо прочих факторов определяется уравнением напряжений от неравномерного температурного поля, обусловленного протекающими в системе электрофизическими процессами. Расчетная схема соответствующей задачи нестационарной теплопроводности с указанием геометрических размеров, источников тепловыделений и граничных условий представлена на рис. 2, а. Потери на трение и потери от переходного падения напряжения на щетках $Q_{щ}$ учитывалось введением узловых источников тепла. Кривые на рис. 2, б, полученные в осесимметричной постановке с использованием разностной схемы (2), характеризуют изменение во времени температуры в кольце из медного сплава. Максимальные нагревы T_{max} имеют место на наружной поверхности в области щеток и к моменту достижения предельного тока (250 кА) составляют ~650° С. При удалении от зоны подвижного контакта температурное поле быстро затухает. Согласно расчетам величина T_{max} в основном оп-

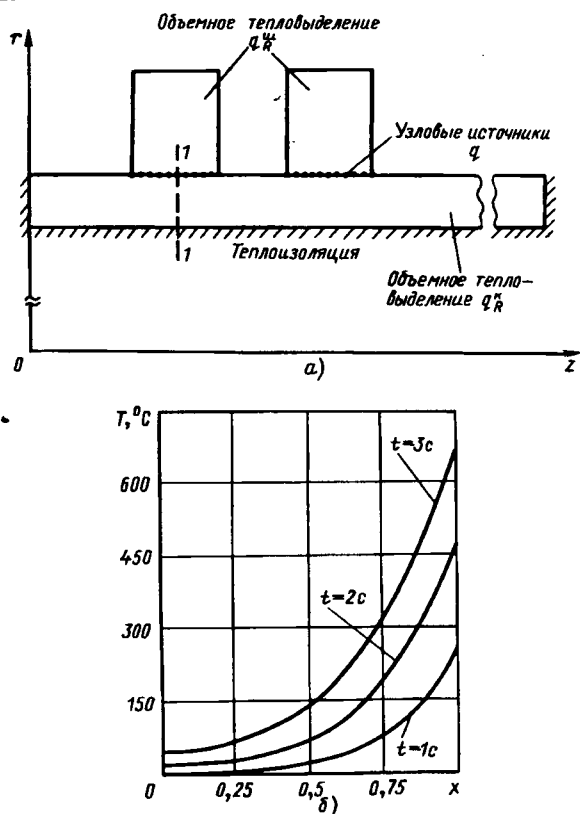


Рис. 2. Расчетная схема тепловой задачи для токосъемного кольца (а) и распределение температуры по толщине кольца на оси симметрии подвижного контакта (сечение 1—1) (б)

ределяется составляющей потерь $Q_{\text{щ}}$, а учет теплоотвода в массив ротора не оказывает практически заметного влияния.

Конструкция бандажного узла, применяемая на турбогенераторах серии ТГВ, имеет два посадочных участка на бочке ротора, расположенные на различных диаметрах и отличающиеся осевыми размерами. Для генератора мощностью 200 МВт на рис. 3 приведено расчетное распределение контактного давления $\bar{q} = q(x)/E_6 \Delta$ (E_6 — модуль упругости бандажа) для случая одинаковых исходных натягов $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$. Следствием различия длин сопрягаемых деталей является образование области отрыва, распространяющейся почти на всю посадочную поверхность L_1 , и появление зон концентрации напряжений. Для сравнения здесь показана кривая давления 2 в предположении отсутствия взаимного влияния между посадочными участками. Численный анализ выявил, что распределение зон контакта — отрыва и их протяженность существенно зависят от отношения натягов $\beta = \Delta_1/\Delta_2$. При $\beta \leq 0,9$ имеет место полное рассоединение на первом посадочном диаметре. На участке L_2 область отрыва остается неизменной и составляет приблизительно 20% его длины. В диапазоне $0,9 \leq \beta \leq 1,56$ происходит увеличение зоны отрыва на втором посадочном диаметре с одновременным появлением

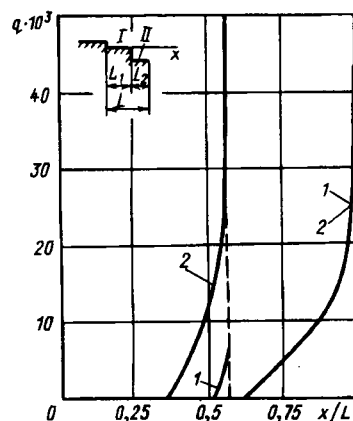


Рис. 3. Распределение контактного давления для бандажного узла ротора турбогенератора типа ТГВ в режиме посадки

и расширением предельного размера ($0,3L_1$) область контакта на L_1 . При $\beta > 1,56$ наблюдается нарушение контакта на втором посадочном участке.

Одним из возможных путей повышения надежности турбогенераторов с полным водяным охлаждением является применение в качестве материала бандажного кольца сплавов на основе титана [11]. Титановые сплавы — немагнитные, обладают высокой прочностью и повышенной стойкостью к коррозионному растрескиванию. Вместе с тем, эти сплавы имеют в 2 раза меньше коэффициенты теплового расширения и модуль упругости по сравнению с аустенитной сталью. Вследствие существенной деформации титанового бандажа под действием центробежных сил (ЦБС) его необходимо насаживать на бочку ротора со значительно большим натягом, чем стальное кольцо. Отмеченное обстоятельство потребовало уточненный расчетный проработки перспективной конструкции.

Характер контактного взаимодействия элементов бандажного узла генератора ТЗВ-800-2 показан на рис. 4 (цифры в скобках указывают перемещения в сантиметрах соответствующих точек бандажа). При посадке происходит отсоединение носиковой части кольца. Зона отрыва охватывает половину посадочного участка, величины зазоров при этом не превышают $0,15 \cdot 10^{-3}$ м. Концентрация контактных напряжений у торца бочки ротора вызывает изгибную деформацию бандажа. В номинальном режиме область отрыва практически отсутствует, причем под влиянием ЦБС максимум давления смещается на левый край исходной области контакта. При угонной скорости вращения сохраняется лишь точечный контакт на торце титанового бандажа. Максимальные зазоры возрастают до $0,37 \cdot 10^{-3}$ м. Расчеты подтверждают принципиальную работоспособность титанового бандажа, имеющего коэффициент запаса прочности не ниже, чем у кольца

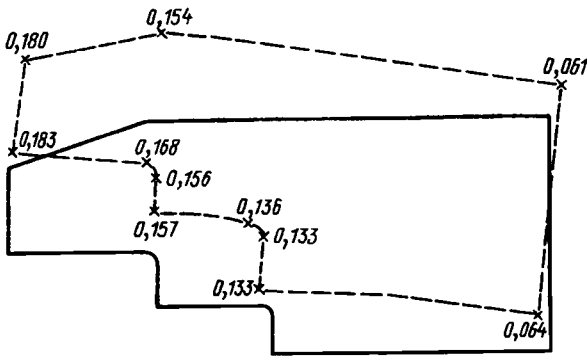


Рис. 4. Общая картина деформации бандажного кольца для режима посадки

из немагнитной стали.

Возможности программы ДИНАМИКА при исследовании динамических характеристик упругих систем иллюстрируются решением задачи о свободных колебаниях корпуса статора электродвигателя для кузнечно-прессового оборудования. Для математической схемы в виде тонкого кругового кольца ($R=0,255$ м и $h=0,03$ м) на симметричных наклонных ($\beta=120^\circ$, $\alpha=30^\circ$) абсолютно жестких в радиальном и тангенциальном направлениях опорах на рис. 5 показана низшая форма кососимметричных колебаний, соответствующая собственной частоте $f_1=199,65$ Гц. В случае сосредоточенных опор ($\alpha=0^\circ$) f_1 снижается до 107 Гц, что совпадает с известным результатом [15].

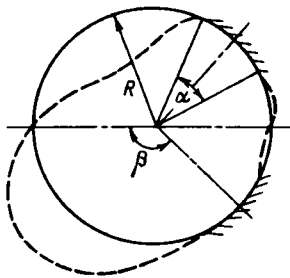


Рис. 5. Низшая кососимметричная форма колебаний корпуса статора электродвигателя

В заключение отметим, что к настоящему времени с помощью представленного вычислительного комплекса решено большое количество практических задач, возникающих при проектировании и оценке состояния электрических машин, находящихся в эксплуатации. Проведенные численные исследования подтвердили эффективность, высокую точность пакета программ, а также удобство работы с ним.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Система математического обеспечения прочностных расчетов пространственных конструкций / Г.В. Исканов, В.М. Кислокий, А.С. Сахаров, А.Л. Синявский. — Проблемы прочности, 1978, № 11.
2. Метод суперэлементов в расчетах инженерных сооружений / В.А. Постнов, С.А. Дмитриев, Б.К. Белтышев, А.А. Родионов. — Л.: Судостроение, 1978.
3. Автоматизированная система обслуживания конечно-элементных расчетов / А.И. Цыбенко, И.Г. Ващенко, Н.Г. Гришук, Ю.О. Лавендел. — Киев: Вища школа, 1986.
4. Воронко П.П., Квитко А.Л. Комплекс программ по решению плоских и осесимметричных задач термоупругости МКЭ на ЭВМ серии ЕС. — В кн.: Алгоритмы и программы по исследованию НДС и расчета на прочность элементов конструкций / Киев: Наукова думка, 1978.
5. Шевченко Ю.Н., Бабенко М.Е., Нискуи В.В. Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ. — Киев: Наукова думка, 1980.
6. Глазено А.В., Данилевич Я.Б., Карымов А.А. Численный анализ напряженно-деформированного состояния турбо- и гидрогенераторов. — Электротехника, 1987, № 9.
7. Цыбенко А.С., Наленый В.В. Анализ двухслойного семейства разностных схем применительно к решению задач нестационарной теплопроводности методом конечных элементов. — Проблемы прочности, 1984, № 4.
8. Исполнов Ю.Г., Шабров Н.Н. Конечноэлементный анализ нестационарных полей температур в деталях ГТУ. — Проблемы прочности, 1989, № 12.
9. Разин Л.А. Метод конечных элементов в применении к упругим системам. — Л.: Стройиздат, 1977.
10. Биргер И.А. Общие алгоритмы решения задач теории упругости, пластичности и ползучести. — В кн.: Успехи механики деформируемых сред. — М.: Наука, 1975.
11. Численные методы анализа электрических машин / А.В. Глазено, Я.Б. Данилевич, А.А. Карымов и др. — Л.: Наука, 1988.
12. Дувидзон И.А., Уманский С.Э. К вопросу решения контактных задач упругости и пластичности. — Проблемы прочности, 1982, № 1.
13. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир, 1975.
14. Байе К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. — М.: Стройиздат, 1982.
15. Дегинко Ф.М., Загородная Г.А., Фастовский В.Н. Прочность и колебание электрических машин. — Л.: Энергия, 1969.

[27.09.93]

Авторы: Глазено Анатолий Васильевич окончил ЛПИ в 1971 г. Кандидат технических наук (1977), старший научный сотрудник ОЭЭП РАН, специалист по механике вращающихся электрических машин.

Данилевич Януш Брониславович окончил Ленинградский политехнический институт (ЛПИ) в 1955 г. Доктор технических наук (1974), профессор (1976), член-корреспондент РАН. Директор Отдела (Института) электроэнергетических проблем РАН (ОЭЭП РАН).

Карымов Анатолий Анатольевич окончил ЛПИ в 1957 г. Кандидат технических наук (1968). Ведущий научный сотрудник ОЭЭП РАН, специалист по механике вращающихся электрических машин.

Математическая модель магнитного поля в гистерезисном электродвигателе

НИКАНОРОВ В.Б., ОСТАНИН С.Ю., ШМЕЛЕВА Г.А.

Разработана модель, которая позволяет по известным геометрическим размерам и характеристикам материалов статора и ротора гистерезисного электродвигателя, а также по гармоническому составу тока в обмотке статора находить путем итерационного решения уравнений магнитного поля любое текущее мгновенное распределение индукции (потока) и напряженности (МДС) магнитного поля в роторе. Модель позволяет также построить дискретно в пространстве и во времени траектории изменения магнитных состояний точек гистерезисного слоя ротора по частным циклам. Модель предназначена для автоматизированного проектирования и исследования гистерезисных электродвигателей.

Ключевые слова: гистерезисный электродвигатель, магнитное поле, математическая модель

Несмотря на значительные достижения в области математического моделирования электро-механических преобразователей энергии [1, 2], пока не существует математической модели электрической машины, учитывающей протекающие в ней нелинейные и неоднозначные электромагнитные процессы. Натурное макетирование не может быть использовано для решения всех задач анализа и синтеза электрической машины из-за дороговизны и трудоемкости.

Особенно заметно отстают методы и средства исследования гистерезисного синхронного электродвигателя (ГД), отличающегося существенной нелинейностью и неоднозначностью протекающих в нем процессов, обусловленных во многом эффектами магнитного гистерезиса материала ротора [3–6].

Нелинейность, нестабильность и магнитный гистерезис характеристик гистерезисного слоя (ГС) ротора ГД способствуют созданию дополнительного спектра высших гармонических составляющих магнитного поля в магнитной цепи ГД наряду с высшими гармоническими, возникающими из-за зубчатости статора, неравномерности воздушного зазора, дискретного распределения обмотки и возможных технологических дефектов. Положение особенно осложняется при работе ГД в управляемых электроприводах в режимах несинусоидального и несимметричного питания.

Для расчета ГД неприемлемы принцип суперпозиции и учет искажений магнитного поля с помощью эмпирических зависимостей [2], используемые для анализа распределения магнитного поля в электрических машинах с линейными

A mathematical model of a magnetic field in a hysteresis motor, based on a theory of electromagnetic field and a general theory of electrical machines, is developed. This model makes it possible by means of an iterative solution of magnetic field equations to define any instantaneous magnetic flux distribution and magnetomotive force in a rotor, using known hysteresis motor geometrical dimensions, characteristics of stator and rotor materials and a harmonic composition of a current in a stator winding. The model also allows a recurrent construction of trajectories of a magnetic state change of rotor hysteresis layer points discretely in space and time by partial cycles. The model is intended for automatized design and investigation of hysteresis motors.

Key words: hysteresis motor, magnetic field, mathematical model

или линеаризованными характеристиками магнитной цепи [1]. При построении распределения магнитного поля в ГД необходимо рассматривать реакцию материала ГС на результирующую МДС обмотки статора с учетом всего гармонического состава и даже взаимного влияния гармонических этого поля. В процессе работы ГД магнитное состояние ротора и его характеристики изменяются из-за перемагничивания в магнитном поле статора.

Все ранее разработанные математические модели магнитного поля в ГД можно условно разделить на две группы. К первой относятся модели, основанные на приближенных, эмпирически установленных закономерностях, справедливых лишь для ограниченных диапазонов габаритов, частот перемагничивания и свойств материала ротора [3]. При использовании моделей первой группы для проектирования ГД большое значение имеют интуиция и опыт разработчика. Модели второй группы базируются на обобщенной теории электрических машин, универсальны, однако из-за громоздкости и сложности эти модели не учитывают высших гармоник магнитного поля и вихревых токов [4–6].

Цель настоящей работы состояла в создании математической модели магнитного поля в ГД, позволяющей по известным геометрическим размерам и характеристикам материалов статора и ротора и по гармоническому составу тока в обмотке статора найти любое текущее мгновенное распределение индукции и напряженности магнитного поля в ГС и рассчитать все электромагнитные и электромеханические характеристики ГД.

Предлагаемая математическая модель базируется на обобщенной теории электрических машин и на сеточном моделировании электромагнитных процессов в ГД с имитационно-рекуррентным построением распределения магнитного поля в ГС. При численной реализации модели на ЭВМ использованы методы: проводимости зубцовых контуров, конечных элементов, гармонического анализа. В модели приняты следующие допущения:

магнитное поле в ГС имеет тангенциальное направление и равномерно распределено по радиусу;

магнитопроводы можно аппроксимировать сеткой с шаблонами в виде трех- и четырехугольных призм;

распределение магнитного поля в шаблоне равномерное для фиксированного момента времени;

элементы магнитопровода статора могут быть либо ненасыщены и иметь магнитную проницаемость $\mu_{сл}$, либо насыщены и иметь магнитную проницаемость $\mu_{сн}$;

обмотка статора заложена «глубоко» в пазах, поэтому источники МДС статора расположены только в ветвях ярма;

гармонический состав тока в обмотке статора в любой рассматриваемый момент времени и магнитное состояние ГС в момент первоначального намагничивания ротора при пуске известны (они находятся из расчета режима пуска с учетом перемагничивания элементов ротора по одной из петель распределения);

частота вращения ротора на периоде изменения напряжения питания равномерная;

для цилиндрических ГД магнитное поле в ГС можно считать плоскопараллельным; для ГД конусного и торцевого исполнения возможно сеточное моделирование в аксиальном направлении.

Для расчета процессов перемагничивания ГС усовершенствована математическая модель из [5], в которой для аппроксимации ветвей симметричного цикла использован алгебраический полином вида

$$h = A_1 |x|^{q+1} + Z A_2 |x|^q + A_3 x + Z A_4, \quad (1)$$

где A_1, A_2, A_3, A_4, q — коэффициенты, постоянные для конкретного материала ГС;

$$Z = \begin{cases} 1, & \text{если } db/dt \geq 0 \text{ (} dh/dt \geq 0 \text{) (намагничивание);} \\ -1, & \text{если } db/dt < 0 \text{ (} dh/dt < 0 \text{) (размагничивание);} \end{cases}$$

b и h — относительные значения индукции и напряженности (за базовые значения приняты координаты вершины симметричной петли гистерезиса материала ГС при его максимальной магнитной проницаемости — $B_{тм}$ и $H_{тм}$, а сама эта петля называется базовой); x — коэффициент

деформации симметричной петли (при координате вершины петли по индукции, равной $B_{тм}$, $x=b$).

В модели [5] предполагается, что петли перемагничивания материала ГС формируются из симметричных петель гистерезиса при перемагничивании точек ГС по замкнутым частным циклам (цикл $A \rightleftharpoons B$ на рис. 1), которые в общем случае могут быть весьма сложными. Частные циклы, расположенные внутри других — больших частных циклов, строятся аналогичным образом, например циклы $B \rightleftharpoons C$ и $D \rightleftharpoons E$ на рис. 1.

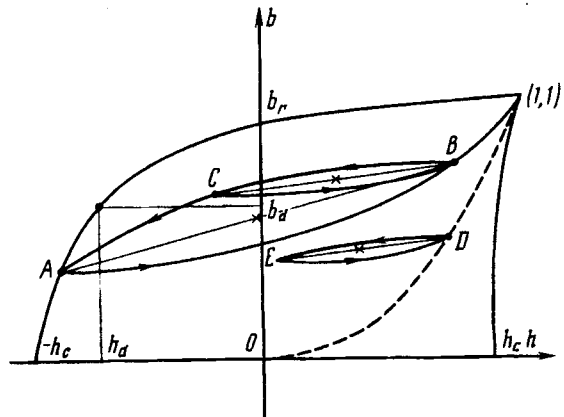


Рис. 1. Построение частных циклов перемагничивания магнитотвердого материала

Модель из [5] уточнена введением дополнительной опорной точки с координатами (b_d, h_d) (рис. 1), расположенной на биссектрисе (или около нее) II и IV координатных углов, где наблюдаются наибольшие погрешности полинома (1). При этом аппроксимации ветвей симметричного цикла приняли следующий вид:

$$A_1 = \frac{h_{см} (1 - b_{тм} q) + b_{тм}}{b_{тм} (1 + b_{тм} q)}; A_2 = -h_{см}; A_3 = 1 - A; A_4 = h_{см}; \quad (2)$$

$$q = \frac{\ln [h_{см} b_{тм} (\alpha + \beta - 1)] - \ln [ab_{тм} + h_{см} (1 + \alpha - \beta)]}{\ln b_{тм}} - 1, \quad (3)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{b_d}{b_{тм}}; \beta = \frac{h_d}{h_{см}}; x = Z + (b - Z) [k + Z \left(1 - \frac{h_{см} + b_{тм}}{2} \right) \times \\ \times (k - 1) h \frac{1}{|Z| + 0,1 b_{тм} (k - 1)}]. \quad (4)$$

В (2)–(4) $b_{тм}$, $h_{см}$ — относительные значения остаточной индукции и коэрцитивной силы базовой петли (базового цикла) соответственно; k — коэффициент, рассчитанный по алгоритму из [5] и однозначно определяющий каждый симметричный цикл, причем $1 < k < \infty$ — для циклов, находящихся внутри базового, $0 < k < 1$ — для циклов вне базового, $k = 1$ — для базового цикла.

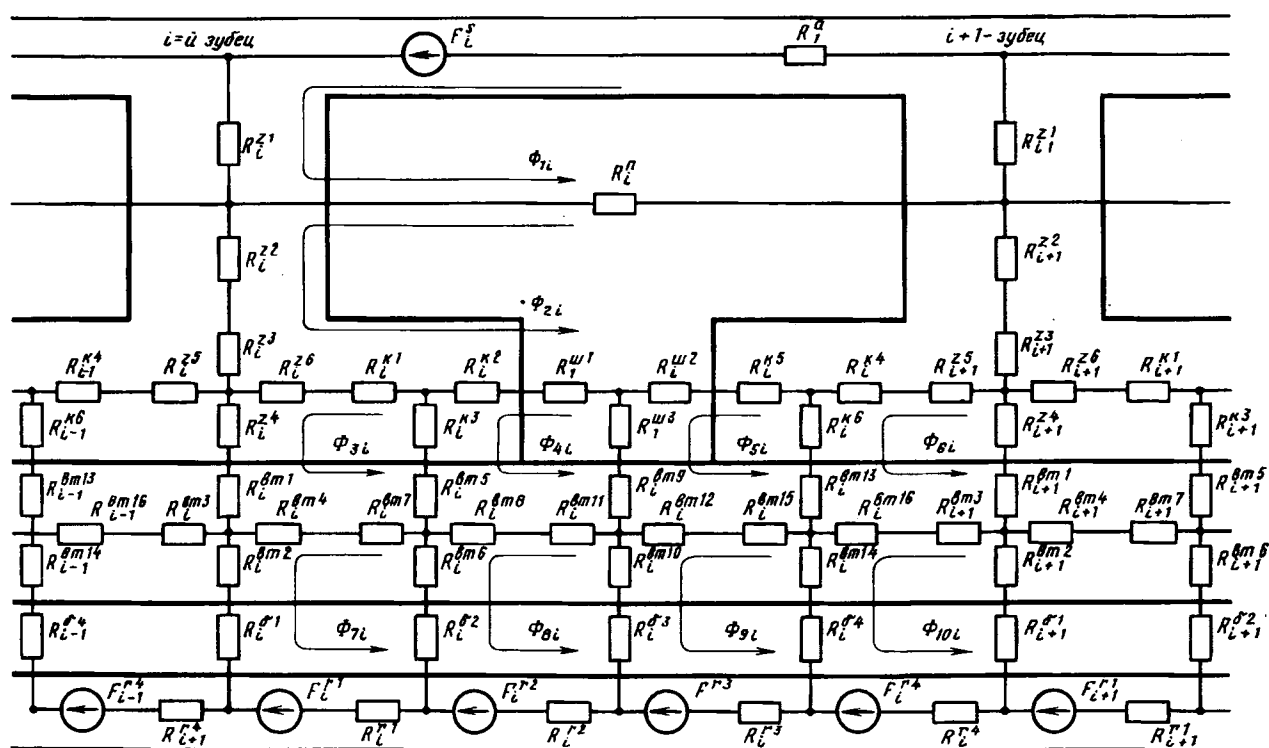


Рис. 2. Фрагмент схемы замещения магнитной цепи ГД для одного зубцового деления

Для расчета распределения магнитного поля в ГД в соответствии с общим для всех электрических машин методом [2] выполнены детализация и дискретизация магнитной цепи ГД, отраженные в схеме замещения последней. Фрагмент этой схемы для одного зубцового деления приведен на рис. 2 (для других зубцовых делений схемы по структуре будут точно такими же вследствие идентичности геометрических конфигураций и размеров зубцовых делений в ГД).

На рис. 2 буквой R с индексами обозначены магнитные сопротивления участков магнитной цепи, распределение магнитного поля в которых можно считать равномерным; F — источники МДС; Φ — контурные магнитные потоки. Нижние индексы у обозначений магнитных сопротивлений и источников МДС означают текущий номер зубцового деления, верхние буквенные индексы — принадлежность элементам конструкции ГД: s — статору; a — яру; z — зубцу; p — пазу; k — коронке зубца; $ш$ — шейке паза; $вт$ — потоковыравнивающей втулке; δ — воздушному зазору; r — ГС ротора; верхние цифровые индексы — порядковые номера участков магнитной цепи в пределах элемента конструкции ГД. (например, в пределах зубца). Источники МДС обмотки статора в соответствии с соответствующим допущением размещены в участках яра. При

необходимости дискретизацию магнитной цепи можно расширить: например, для строгого расчета пазового рассеяния представить паз набором элементов; никаких принципиальных изменений в схеме замещения при этом не произойдет.

Для построения пространственно-временного распределения результирующего магнитного поля в ГД авторами составлен следующий алгоритм.

1. По известным мгновенным значениям токов в фазах обмотки статора в рассматриваемый момент времени t строится пространственное распределение результирующей МДС этой обмотки $F^s(t, \varphi)$, где φ — пространственная координата,

2. По известному магнитному состоянию (пространственным распределениям индукции и напряженности) ГС в предыдущий момент времени определяются в первом приближении магнитные проницаемости элементов ГС. Магнитные проницаемости элементов магнитопровода статора в первом приближении принимаются соответствующими ненасыщенному состоянию и равными $\mu_{сл}$.

3. Находятся магнитные сопротивления элементов магнитной цепи ГД по определенным в п. 2 проницаемостям.

4. Составляется и решается относительно вектора магнитных напряжений в ГД для рассматриваемого момента времени:

\bar{F}_1	\hat{z}_1	$\hat{M}_{1,2}$	$\hat{0}$	\dots	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{M}_{1,N}$
\bar{F}_2	$\hat{M}_{2,1}$	\hat{z}_2	$\hat{M}_{2,3}$	\dots	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
\bar{F}_{N-1}	$\hat{0}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	\dots	$\hat{M}_{N-1,N-2}$	\hat{z}_{N-1}	$\hat{M}_{N-1,N}$
\bar{F}_N	$\hat{M}_{N,1}$	$\hat{0}$	$\hat{0}$	\dots	$\hat{0}$	$\hat{M}_{N,N-1}$	\hat{z}_N

где

$$\bar{F}_i = \text{colon}\{F_{si}, 0, 0, 0, 0, 0, F_{r1i}, F_{r2i}, F_{r3i}, F_{r4i}\} \quad (6)$$

— вектор-столбец полных МДС независимых контуров i -го зубцового деления ($i=1, 2, \dots, N, N$ — число зубцов);

$$Z_i = \begin{pmatrix} R_i^1 & M_i^{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_i^{2,1} & R_i^2 & M_i^{2,3} & M_i^{2,4} & M_i^{2,5} & M_i^{2,6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_i^{3,2} & R_i^3 & M_i^{3,4} & 0 & 0 & M_i^{3,7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_i^{4,2} & M_i^{4,3} & R_i^4 & M_i^{4,5} & 0 & 0 & M_i^{4,8} & 0 & 0 \\ 0 & M_i^{5,2} & 0 & M_i^{5,4} & R_i^5 & M_i^{5,6} & 0 & 0 & M_i^{5,9} & 0 \\ 0 & M_i^{6,2} & 0 & 0 & M_i^{6,5} & R_i^6 & 0 & 0 & 0 & M_i^{6,10} \\ 0 & 0 & M_i^{7,3} & 0 & 0 & 0 & R_i^7 & M_i^{7,8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_i^{8,4} & 0 & 0 & M_i^{8,7} & R_i^8 & M_i^{8,9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_i^{9,5} & 0 & 0 & M_i^{9,8} & R_i^9 & M_i^{9,10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_i^{10,6} & 0 & 0 & M_i^{10,9} & R_i^{10} \end{pmatrix} \quad (7)$$

— матрица полных ($R_i^1, R_i^2, \dots, R_i^{10}$) и общих ($M_i^{2,1}, M_i^{1,2}, \dots, M_i^{9,10}$) магнитных сопротивлений независимых контуров i -го зубцового деления (размерность матрицы 10×10 определяется числом независимых контуров в пределах зубцового деления, которых при детализации и дискретизации по рис. 2 — десять); $\hat{M}_{i,i-1}, \hat{M}_{i,i+1}$ — матрицы магнитных сопротивлений, общих для независимых контуров i -го и $(i-1)$ -го, i -го и $(i+1)$ -го зубцовых делений (их размерность также 10×10 , причем все их элементы за исключением 1-, 2-, 6- и 10-го элементов главной диагонали матрицы $\hat{M}_{i,i-1}$ и 1-, 1-, 3- и 7-го элементов главной диагонали матрицы $\hat{M}_{i,i+1}$ тождественно равны нулю); $\hat{0}$ — нулевая матрица размером 10×10 ;

$$\bar{\Phi}_i = \{\Phi_{1i}, \Phi_{2i}, \Phi_{3i}, \Phi_{4i}, \Phi_{5i}, \Phi_{6i}, \Phi_{7i}, \Phi_{8i}, \Phi_{9i}, \Phi_{10i}\} \quad (8)$$

— вектор-столбец контурных потоков независимых контуров i -го зубцового деления.

Цифровые индексы элементов матрицы (7) и вектора-столбца (8) обозначают номера независимых контуров по рис. 2.

$\bar{\Phi}_1$
$\bar{\Phi}_2$
$\bar{\Phi}_3$
\vdots
$\bar{\Phi}_{N-2}$
$\bar{\Phi}_{N-1}$
$\bar{\Phi}_N$

Элементы матриц $\hat{Z}, \hat{M}_{i,i-1}, \hat{M}_{i,i+1}$, являющихся, в свою очередь, элементами вектор-столбцов и матриц матричного уравнения (5), определяются непосредственно через параметры схемы замещения магнитной цепи ГД (рис. 2). Например,

$$R_{1i} = R_{ai} + R_{z1i} + R_{z1,i+1} + R_{ni}, M_{2,3i} = M_{3,2i} = R_{z6i} + R_{k1i}.$$

После нахождения вектора магнитных потоков рассчитываются уровни индукции во всех выбранных при детализации и дискретизации элементах магнитной цепи.

5. Проверяется соответствие магнитных проницаемостей элементов магнитопровода статора μ_{sk} найденным уровням индукции в них B_{sk} (k — номер элемента). Если материал статора в пределах некоторых элементов насыщен, то для того элемента из их числа, уровень индукции в котором максимальный, магнитная проницаемость принимается соответствующей насыщению и повторяются п. 3—5. Этот итерационный процесс сходится к такому решению системы (5), когда магнитные проницаемости ненасыщенных элементов соответствуют ненасыщенному состоянию, а насыщенных элементов — насыщенному.

6. С помощью математической модели процессов перемагничивания магнитотвердого материала по найденному пространственному распределению результирующей индукции в ГС с учетом его магнитных состояний в предшествующие моменты времени (предыстории магнитных состояний ГС) строится пространственное распределение результирующей напряженности в ГС. Полученные распределения, в свою очередь, включаются в состав предыстории магнитных состояний ГС при расчете для следующего момента времени.

7. Пункты 1—6 выполняются для всех точек, выбранных на периоде изменения во времени магнитного поля в ГД, в результате чего строится пространственно-временное распределение результирующего магнитного поля в ГД.

Разработанная математическая модель магнитного поля в ГД и предложенный алгоритм реализованы на ЭВМ системой программ, с помощью которой выполнены расчеты распределения магнитного поля для ряда ГД. На рис. 3 показаны рассчитанные для двух моментов времени $t_1 = \pi / (2\omega)$ и $t_2 = 2\pi / (3\omega)$ мгновенные пространственные распределения МДС F_1, F_2 и индукции B_1, B_2 в ГС ротора ГД для электропривода. На рис. 4 приведены полученные расчетным путем изменения во времени МДС F_1, F_2 и индукции B_1, B_2 двух элементов ГС ротора того же ГД. Наличие провалов в кривых распределения МДС и индукции ГС объясняется

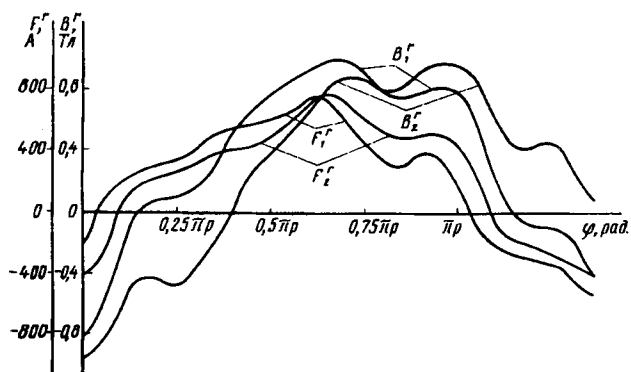


Рис. 3. Пространственные распределения МДС и индукции ГС ротора

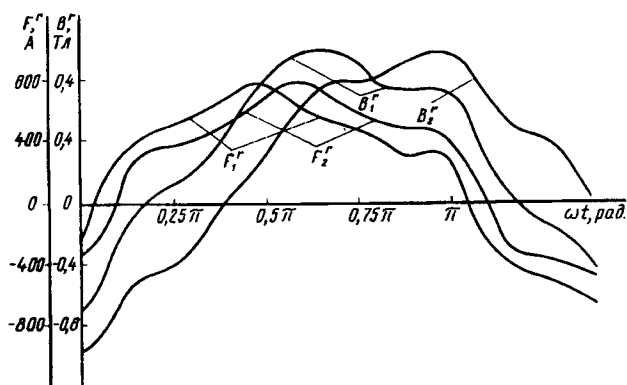


Рис. 4. Изменение МДС и индукции ГС ротора во времени

проявлением высших гармонических составляющих магнитного поля, обусловленных зубчатостью статора, дискретным распределением обмотки и усугубляемых нелинейностью, гистерезисом и нестабильностью характеристик ГС.

Экспериментальной проверки распределения магнитного поля в роторах рассчитываемых ГД не проводилось из-за большой сложности экспериментов. Поэтому после качественной оценки разработанной модели путем получения приведенных выше физически непротиворечивых результатов система программ, реализующая разработанную модель, была включена как составная часть в систему программ расчета электромеханических характеристик ГД и были выполнены расчеты ряда ГД, позволившие количественно оценить адекватность созданной модели. В частности, был рассчитан и спроектирован ГД для высокоскоростного электропривода со следующими основными показателями: наружный диаметр — 82 мм; длина — 30 мм; линейное напряжение питания при пуске и разгоне до синхронной частоты вращения — 40 В; частота питания — 450 Гц; номинальный момент сопротивления — 1,5 Н·см.

Спроектированный ГД был изготовлен и испытан. В таблице приведены опытные и расчетные значения тока, потребляемой мощности и максимального синхронного момента в номинальном режиме двух вариантов ГД с различными свойствами материала ротора. Расхождение результатов расчета и эксперимента не превышает 12%, что подтверждает достаточно высокую адекватность разработанной модели.

№ варианта	Ток, А		Потребляемая мощность, Вт		Максимальный момент, Н·см	
	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет	Опыт	Расчет
1	2,73	2,98	109,9	118,0	3,98	4,23
2	2,97	3,34	125,8	143,6	4,75	4,92

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геллер В., Гамата В. Высшие гармоники в асинхронных машинах. — М.: Энергия, 1981.
2. Иванов-Смоленский А.В. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Мастьев Н.З., Трегубов В.А. Влияние высших гармоник на синхронный момент и электромагнитную мощность гистерезисного двигателя. — Электричество, 1978, № 7.
4. Ланген А.М. Теория идеального гистерезисного двигателя. — Электричество, 1969, № 6.
5. Делекторский Б.А., Орлов И.Н., Черняева О.М. Математическая модель линейного перемagnичивания магнитотвердого материала. — Изв. вузов. Электромеханика, 1980, № 9.
6. Шмелева Г.А. Метод расчета электромеханических процессов в гистерезисных двигателях. — В кн.: Межвузовск. сб. тр. № 14. — М.: МЭИ, 1983.

Авторы: Никаноров Вадим Борисович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1964 г. В 1972 г. в МЭИ защитил кандидатскую диссертацию на тему «Нестабильность электромеханических характеристик гироскопических двигателей». Доцент кафедры электротехники и электроники Московской государственной академии печати.

Останин Сергей Юрьевич окончил электромеханический факультет МЭИ в 1987 г. В 1993 г. в МЭИ защитил кандидатскую диссертацию на тему «Разработка математической модели и алгоритмов расчета гистерезисного электродвигателя с учетом высших гармонических составляющих магнитного поля и вихревых токов». Старший научный сотрудник кафедры энергоснабжения и электрооборудования летательных аппаратов МЭИ.

Шмелева Галина Алексеевна окончила электромеханический факультет МЭИ в 1971 г. В 1983 г. в МЭИ защитила кандидатскую диссертацию на тему «Разработка и реализация на ЭВМ математической модели гистерезисного двигателя». Доцент кафедры электротехники и электроники Московской государственной академии печати.

Оптимальный астатический регулятор двухканальной системы с раздельной нагрузкой

КУЗНЕЦОВ Б.И.

Рассматриваются вопросы демпфирования упругих колебаний двухканальной системы с раздельной нагрузкой с учетом упругих связей в элементах трансмиссии. Используется оптимальное управление по интегральному квадратичному критерию, обеспечивающее астатизм по задающему и возмущающему воздействию. Приводится пример демпфирования упругих элементов в двухканальной системе с раздельной нагрузкой.

Ключевые слова: электропривод, двухканальная система, раздельная нагрузка, упругие колебания, демпфирование

Применение двухканальных систем с раздельной нагрузкой в ряде случаев позволяет получать точность, недостижимую в одноканальных системах [1, 2]. Особенно эффективно применение таких систем в тех случаях, когда моменты инерции первой и второй платформ отличаются на порядок и более, что имеет место при управлении большими антеннами и телескопами с управляемым контррефлектором, при управлении подвижными элементами, находящимися в световом потоке оптических приборов, и в других системах [3]. Стремление повысить быстродействие системы управления расширением ее полосы пропускания сдерживается появлением собственных колебаний платформ, обусловленных наличием упругих элементов трансмиссии [4, 5].

Статья посвящена синтезу двухканальной системы с раздельной нагрузкой с учетом наличия упругих элементов трансмиссии, оптимально демпфирующей собственные механические колебания.

Математическая модель двухканальной системы. На рис. 1 показана упрощенная кинематическая схема двухканальной системы с раздельной нагрузкой с упругими связями. Составим уравнения динамики отдельных элементов си-

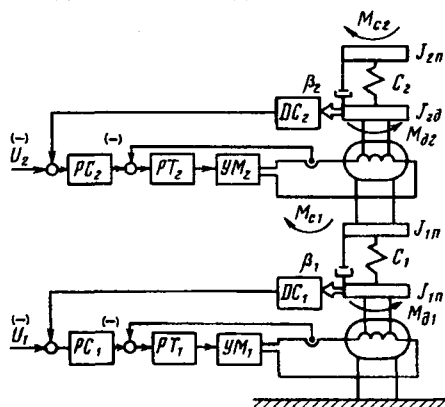


Рис. 1. Схема двухканальной системы с раздельной нагрузкой

Questions of optimization of a two-channel system with astatic control taking account of elastic connections in transmission elements are considered. An example of a synthesis of such a system is given.

Key words: electrical drive, two-channel system, divided load, astatic control, elastic connections, synthesis, optimization

стемы.

Уравнение равновесия моментов для платформы второго канала с моментом инерции J_{2n} имеет следующий вид:

$$J_{2n} \frac{d\omega_{2n}}{dt} = M_{\Sigma 2} - M_{c2}, \quad (1)$$

где M_{c2} — момент сопротивления, действующий на вторую платформу; $M_{\Sigma 2}$ — суммарный момент, приведенный ко второй платформе:

$$M_{\Sigma 2} = M_{y2} + \beta_2 (\omega_{2d} - \omega_{2n}); \quad (2)$$

ω_{2d} , ω_{2n} — скорости вращения ротора двигателя и второй платформы; β_2 — коэффициент вязкого трения трансмиссии; M_{y2} — упругий момент трансмиссии второй платформы, для которого может быть получено уравнение

$$\frac{dM_{y2}}{dt} = C_2 (\omega_{2d} - \omega_{2n}); \quad (3)$$

C_2 — жесткость вала, соединяющего вторую платформу с двигателем.

Уравнение равновесия моментов для ротора двигателя второй платформы с моментом инерции J_{2d} имеет вид

$$J_{2d} \frac{d\omega_{2d}}{dt} = M_{d2} - M_{\Sigma 2}. \quad (4)$$

Здесь и далее ω_{d2} , ω_{n2} — абсолютные скорости вращения ротора двигателя и второй платформы.

Уравнение равновесия моментов первой платформы с моментом инерции J_{1n}

$$J_{1n} \frac{d\omega_{1n}}{dt} = M_{\Sigma 1} - M_{c1} - M_{d2}. \quad (5)$$

Суммарный момент $M_{\Sigma 1}$, действующий на первую платформу,

$$M_{\Sigma 1} = M_{y1} + \beta_1 (\omega_{1d} - \omega_{1n}), \quad (6)$$

где β_1 — коэффициент вязкого трения транс-

миссии первой платформы.

Для упругого момента M_{y1} трансмиссии первой платформы уравнение динамики

$$\frac{dM_{y1}}{dt} = C_1 (\omega_{1д} - \omega_{1п}), \quad (7)$$

где C_1 — жесткость вала, соединяющего первую платформу с ротором первого двигателя.

Уравнение равновесия моментов для ротора первого двигателя с моментом инерции $J_{1д}$ первой платформы

$$J_{1д} \frac{d\omega_{1д}}{dt} = M_{д1} - M_{\Sigma 1}. \quad (8)$$

Предполагается, что каждый канал имеет свой регулятор тока РТ и регулятор скорости РС, настроенный на модульный оптимум. Контур тока (либо эквивалентный ему контур момента) представлен аperiodическим звеном первого порядка с малой некомпенсированной постоянной времени контура тока $T_{\mu\tau} = 1/a_\tau$, а в контуре скорости используется пропорциональный регулятор скорости с коэффициентом усиления $K_{p.c}$. Введем вектор состояния

$$\vec{x} = \{M_{д1}, \omega_{д1}, \omega_{н1}, M_{y1}, M_{д2}, \omega_{д2}, \omega_{н2}, M_{y2}\}^T,$$

вектор управления $\vec{U} = \{U_1, U_2\}^T$ и вектор моментов сопротивления $M = \{M_{c1}, M_{c2}\}^T$. Тогда уравнения (1)–(8) совместно с уравнениями динамики замкнутых контуров тока и скорости могут быть представлены в векторно-матричном виде:

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t) + D\vec{M}(t), \quad (9)$$

где матрицы состояния A , управления B и возмущения D имеют следующий вид:

$$A = \begin{pmatrix} -a_1 & k_{p.c1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{д1}}{J_{д1}} & -\frac{\beta_1}{J_{д1}} & \frac{\beta_1}{J_{д1}} & -\frac{1}{J_{д1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta_1}{J_{н1}} & -\frac{\beta_1}{J_{н1}} & \frac{1}{J_{н1}} & -\frac{c_{д2}}{J_{н1}} & 0 & 0 & 0 \\ c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{p.c2} & 0 & 0 & -a_2 & -k_{p.c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_{д2}}{J_{д2}} & -\frac{\beta_2}{J_{д2}} & \frac{\beta_2}{J_{д2}} & -\frac{1}{J_{д2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta_2}{J_{н2}} & -\frac{\beta_2}{J_{н2}} & \frac{1}{J_{н2}} & 0 & -\frac{c_{д2}}{J_{н2}} & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} k_{p.c1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{p.c2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{д1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{J_{н1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Метод решения. Для демпфирования упругих колебаний используются как традиционные подходы синтеза систем подчиненного регулирования [4], так и принципы модального управления [5, 6]. Применение модального управления, особенно в сочетании с адаптивной настройкой, позволяет эффективно демпфировать упругие колебания [6]. Однако выбор типа стандартной формы (обычно используют биномиальную либо Баттерворса) и ее параметров остается открытым. Известно [5, 6], что при модальном управлении системой

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t) \quad (10)$$

требуется линейный регулятор по полному вектору состояния

$$\vec{u}(t) = -F(t)\vec{x}(t). \quad (11)$$

Такой же регулятор (по типу) требуется и при оптимальном управлении по интегральному квадратичному критерию:

$$I = \int_{t_0}^{t_k} \left\{ \vec{x}^T(t) R_1(t) \vec{x}(t) + \vec{u}^T(t) R_2(t) \vec{u}(t) \right\} dt, \quad (12)$$

причем динамика движения системы (10), замкнутой регулятором (11)

$$\dot{\vec{x}}(t) = (A - BF(t))\vec{x}(t), \quad (13)$$

полностью определяется весовыми матрицами $R_1(t)$ и $R_2(t)$ в критерии [12]. В частности, при выборе весовых матриц могут быть достаточно просто учтены ограничения на переменные состояния $\vec{x}(t)$ и управления $\vec{u}(t)$ исходной системы (10). Такие алгоритмы приведены, в частности, в [7]. При этом одновременно ограничиваются и значения самих коэффициентов усиления оптимального регулятора (11) заданием соответствующих ограничений на управление $\vec{u}(t)$.

Заметим, что нахождение оптимального регулятора (11), минимизирующего интегральный квадратичный критерий [12], сводится к решению матричного дифференциального уравнения Рикати

$$-\dot{P}(t) = R_1(t) - P(t)B R_2^{-1}(t)B^T P(t) + A^T P(t) + P(t)A \quad (14)$$

с нулевым конечным условием. Для решения этого уравнения к настоящему времени разработано свыше ста различных алгоритмов, реализованных на ЭВМ. Наиболее широко используется интегрирование этого уравнения в обратном времени.

Существенным недостатком рассмотренных оптимальных регуляторов (как и модальных) является потеря астатизма системы даже при астатическом объекте управления. Это обусловлено введением жестких обратных связей по полному вектору состояния. Часто, однако, в системе тре-

буется обеспечить нулевую ошибку в установившемся режиме по регулируемой координате. Рассмотрим построение такого регулятора, который будем называть астатическим.

Предположим, что для исходной системы (10) требуется поддерживать вектор выхода

$$\vec{y}(t) = C\vec{x}(t) + D\vec{u}(t) \quad (15)$$

на заданном уровне $\vec{y}_3(t)$. Следует заметить, что количество регулируемых координат $\vec{y}(t)$ не должно быть больше количества управляющих воздействий $\vec{u}(t)$, так как в противном случае система становится неуправляемой [7].

Введем вектор вспомогательных переменных $\vec{z}(t)$ той же, что и векторы $\vec{y}(t)$ и $\vec{y}_3(t)$, размерности, связанный с вектором регулируемых координат $\vec{y}(t)$ и вектором заданных значений $\vec{y}_3(t)$ уравнением

$$\vec{z}(t) = \vec{y}_3(t) - \vec{y}(t). \quad (16)$$

Рассмотрим расширенную систему, включающую исходную систему (10) и вектор вспомогательных переменных $\vec{z}(t)$:

$$\begin{bmatrix} \dot{\vec{x}}(t) \\ \dot{\vec{z}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ -c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}(t) \\ \vec{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix} \vec{u}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \vec{y}_3(t), \quad (17)$$

или, введя вектор состояния расширенной системы $\tilde{x}(t) = \{\vec{x}(t), \vec{z}(t)\}^T$, получим

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}\tilde{x}(t) + \tilde{B}\vec{u}(t) + \tilde{B}_3\vec{y}_3(t), \quad (18)$$

где

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A \\ -c \end{bmatrix}; \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ -D \end{bmatrix}; \quad \tilde{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

Решив для этой системы задачу синтеза оптимального управления

$$\vec{u}(t) = -\tilde{F}(t)\tilde{x}(t), \quad (19)$$

получим уравнение замкнутой расширенной системы:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (\tilde{A} - \tilde{B}\tilde{F}(t))\tilde{x}(t) + \tilde{B}_3\vec{y}_3(t). \quad (20)$$

При этом управляющее воздействие $\vec{u}(t)$ представляет собой сумму составляющих по вектору состояния исходной системы $\vec{x}(t)$ и вектору вспомогательных переменных $\vec{z}(t)$:

$$\vec{u}(t) = -F(t)\vec{x}(t) - F_z(t)\vec{z}(t). \quad (21)$$

Алгоритмическая схема замкнутой системы показана на рис. 2. Нетрудно показать, что в установившемся статическом режиме, т.е. при $t \rightarrow \infty$, $\vec{y}(t) = \vec{y}_3(t)$. Таким образом, система стано-

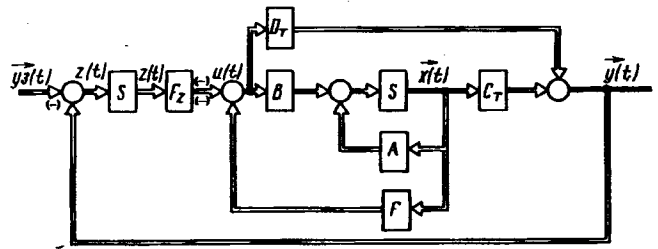


Рис. 2. Схема оптимальной астатической системы

вится астатической по вектору задающих воздействий $\vec{y}_3(t)$.

Пример. Рассмотрим построение астатического регулятора для двухканальной системы с раздельной нагрузкой. Обычно в этих системах требуется астатизм по углам поворота $\Theta_1(t)$, $\Theta_2(t)$ первой и второй платформ, связанных со скоростями $\omega_{1п}(t)$, $\omega_{2п}(t)$ платформ уравнениями $\dot{\Theta}_1(t) = \omega_{1п}(t)$, $\dot{\Theta}_2(t) = \omega_{2п}(t)$. В этой системе необходимо обеспечить равенство углов поворота платформ $\Theta_1(t)$, $\Theta_2(t)$ двум задающим воздействиям $\Theta_{31}(t)$, $\Theta_{32}(t)$ соответственно для первой и второй платформ. Введем две вспомогательные переменные $z_1(t)$, $z_2(t)$, связанные уравнениями $\dot{z}_1(t) = \Theta_{31}(t) - \Theta_1(t)$, $\dot{z}_2(t) = \Theta_{32}(t) - \Theta_2(t)$.

Рассмотрим построение оптимального регулятора для этой системы. Введем в критерий качества углы поворота платформ $\Theta_1(t)$, $\Theta_2(t)$ и вспомогательные переменные $z_1(t)$, $z_2(t)$. Заметим, что в критерий качества необходимо вводить вспомогательные переменные, так как в противном случае соответствующие коэффициенты оптимального регулятора $\tilde{F}(t)$ становятся равными нулю и астатизм в системе не обеспечивается. Примем следующие ненулевые элементы в весовых матрицах критерия качества: $R_1(9,9)=1$; $R_1(10,10)=40$; $R_1(11,11)=10$; $R_1(12,12)=400$; $R_2(1,1)=1$; $R_2(2,2)=1$. При этом оптимальный регулятор равен:

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 4,66e^{-8} & 1,89e^{-3} & 2,19e^{-2} & 1,34e^{-6} & 6,72e^{-9} \\ 2,47e^{-8} & 1,08e^{-3} & 1,88e^{-2} & 7,12e^{-7} & 1e^{-8} \\ 29e^{-4} & 3,48e^{-4} & 7,63e^{-7} & 2,32 & 4,67-2,4 & -1,28e+1 \\ 3,11e^{-4} & 4,72e^{-4} & 1,13e^{-6} & -212 & 6,99 & 2,02 & -1,54e+1 \end{bmatrix}.$$

Полюса замкнутой системы равны: $S_{1,2} = -1,1 \pm j0,99$; $S_3 = -3,42$; $S_{4,5} = -5,62 \pm j63,1$; $S_6 = -8,21$; $S_{7,8} = -61,5 \pm j713$; $S_{9,10} = -330 \pm j541$; $S_{11,12} = -856 \pm j7097$.

На рис. 3 показаны переходные процессы по заданию на оба канала. Установившиеся значения углов Θ_1 , Θ_2 первой и второй платформ равны задающему воздействию, причем первой платформой задающее воздействие обрабатывается медленнее, чем второй. Скорости вращения второго двигателя и второй платформы примерно

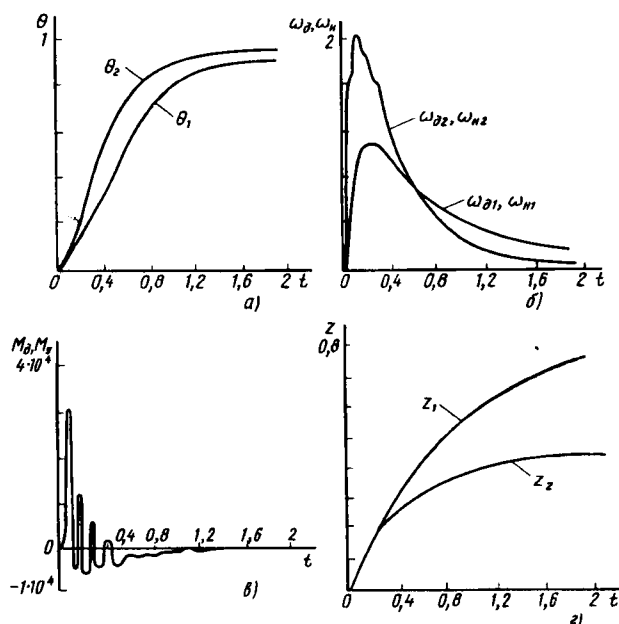


Рис. 3. Переходные процессы переменных состояния двухканальной системы по заданию на оба канала

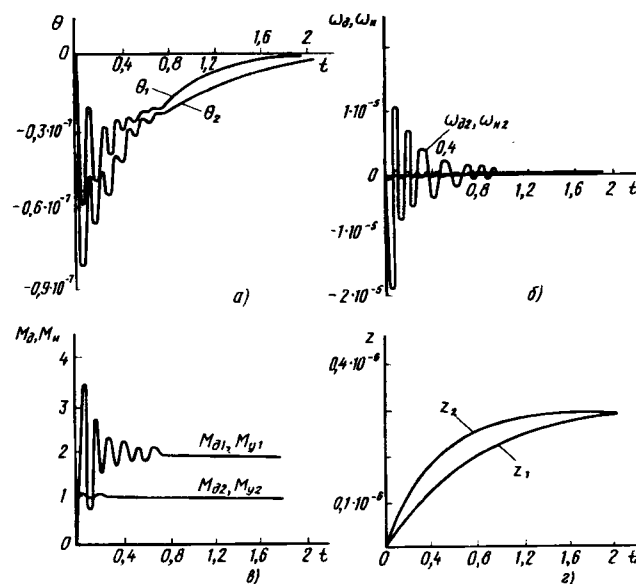


Рис. 4. Переходные процессы переменных состояния двухканальной системы при действии моментов сопротивления на оба канала

в два раза больше, чем соответствующие скорости первого канала за счет работы двигателя второго канала. Установившиеся значения скоростей и моментов равны нулю.

На рис. 4 показаны переходные процессы при действии моментов сопротивления на оба канала. Установившиеся значения углов поворота Θ_1 , Θ_2 первой и второй платформ равны нулю, т.е. в системе имеется астатизм как по задающему, так и по возмущающему воздействиям. Установившиеся значения момента второго канала двигателя $M_{д2}$ и момента упругости $M_{у2}$ равны моменту сопротивления. Установившиеся значения момента первого двигателя $M_{д1}$ и момента упругости $M_{у1}$ равны удвоенному значению моментов сопротивлений, действующих на каналы. Установившиеся значения скоростей обеих платформ и обоих двигателей равны нулю.

В заключение заметим, что для реализации управления требуется весь вектор состояния системы. Скорости вращения платформ могут быть непосредственно измерены с помощью гироскопических тахогенераторов, а углы поворота — с помощью пленгационных устройств, расположенных на этих платформах. Для восстановления непосредственно неизмеряемых переменных состояния могут использоваться наблюдающиеся устройства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов Б.И. Приближенная оптимизация одного класса многоканальных систем на принципе декомпозиции. — Электричество, 1991, № 7.
2. Кузнецов Б.И. Декомпозиция оптимального синтеза многоканальных следящих систем. — Электричество, 1989, № 3.
3. Кузнецов Б.И. Синтез структур многоканальных следящих систем. — Электричество, 1987, № 3.
4. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Тиристорные системы электропривода с упругими связями. — Л.: Энергоатомиздат, 1979.
5. Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. — С.-Петербург: Энергоатомиздат, 1992.
6. Борцов Ю.А., Поляков Н.Д., Пугов В.В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. — Л.: Энергоатомиздат, 1984.
7. Кузнецов Б.И., Новоселов Б.В., Богаенко И.Н. Проектирование многоканальных систем оптимального управления. — Киев: Техника, 1994.

[04.04.95]

Автор: Кузнецов Борис Иванович окончил инженерно-физический факультет Харьковского политехнического института в 1975 г. В 1990 г. защитил докторскую диссертацию в Харьковском политехническом институте по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». Заведующий кафедрой Украинской инженерно-педагогической академии.

Трехфазные отсасывающие трансформаторы

РОЗАНОВ В.А.

Трехфазные отсасывающие трансформаторы предназначены для снижения индуктивного влияния электрических железных дорог переменного тока и для объединения в единую сеть электроснабжения тяговых и нетяговых потребителей электроэнергии. Изложен принцип действия трехфазных отсасывающих трансформаторов и дана методика их расчета.

Ключевые слова: электрические железные дороги, отсасывающие трансформаторы, индуктивное влияние

Однофазные отсасывающие трансформаторы применяются для уменьшения индуктивного влияния однофазных тяговых сетей электрических железных дорог переменного тока [1]. Однако они не могут уменьшить индуктивное влияние трехфазной системы ДПР, обеспечивающей электроснабжение нетяговых потребителей железных дорог. Система ДПР, в качестве третьего провода использующая рельсы, создает индуктивное влияние [2] и остается незащищенной.

Новая система электроснабжения железных дорог с трехфазными отсасывающими трансформаторами (рис. 1) позволяет уменьшить индуктивное влияние не только тяговой сети, но и системы электропитания нетяговых потребителей. Трехфазные отсасывающие трансформаторы, включенные в трехфазную линию, выполняют функции трансформаторов трехфазной взаимной индуктивной связи.

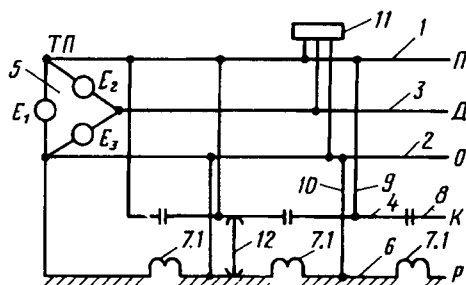


Рис. 1

Термин *трехфазный отсасывающий трансформатор* требует пояснения. По сути он представляет собой трехобмоточный трансформатор взаимной индуктивной связи, как показано на рис. 2. На его сердечнике помещены три одинаковые обмотки, включаемые в разрез проводов трехпроводной трехфазной линии электропитания. Индуктивные катушки имеют взаимные индуктивные связи. Трансформатор выполнен на одностержневом сердечнике, по конструкции он эквива-

Three-phase boost transformers are designed for reducing the inductive influence of alternating current electric railways as well as for combining traction and non-traction power consumers in a unified current supply network. The operation principle of three-phase boost transformers is set forth and a method for their calculation is presented.

Key words: electric railway, three-phase boost transformers, inductive influence

лентен однофазному отсасывающему трансформатору с той разницей, что на магнитопроводе вместо двух помещены три катушки. Трансформатор имеет три контура индуктивности L_1 , L_2 и L_3 , находящиеся во взаимной индуктивной зависимости M . Взаимная индуктивность не зависит от протекаемых токов, как и индуктивность.

В трансформаторе трехфазной взаимной индуктивной связи активные сопротивления обмоток значительно меньше реактивных: $r_1 \ll \omega L_1$, $r_2 \ll \omega L_2$ и $r_3 \ll \omega L_3$. Можно считать $Z_{L1} = j\omega L_1$, $Z_{L2} = j\omega L_2$, $Z_{L3} = j\omega L_3$ и $Z_M = j\omega M$, где Z_{L1} , Z_{L2} , Z_{L3} , Z_M — сопротивления катушек индуктивности и взаимной индуктивной связи трансформатора трехфазной взаимной индуктивной связи. Модули этих сопротивлений соответственно равны: $Z_{L1} = |Z_{L1}|$, $Z_{L2} = |Z_{L2}|$, $Z_{L3} = |Z_{L3}|$ и $Z_M = |Z_M|$.

Трансформаторы трехфазной взаимной индуктивной связи позволяют объединить в единую сеть электроснабжение тяговых и нетяговых потребителей электроэнергии, а также уменьшить индуктивное влияние. Такое объединение показано на рис. 1. Схема электроснабжения электрической железной дороги с трехфазными отсасывающими трансформаторами содержит: питающий провод 1; обратный провод 2; дополнительный провод 3; контактную подвеску 4; тяговую подстанцию 5; рельсы 6; трехфазные отсасывающие трансформаторы 7 с обмотками — первичной 7.1, вторичной 7.2, третичной 7.3; секционные изоляторы 8; перемычки 9, соединяющие первый провод питающей линии с контактной подвеской; перемычки 10, соединяющие второй провод питающей линии с рельсами; нетяговые потребители электроэнергии 11, подключенные к проводам 1, 2 и 3 питающей линии; на чертеже также показан электровоз 12.

На основании положений теории цепей со взаимной индуктивной связью можно рассчитать падение напряжения в катушках трансформаторов.

Потерями напряжения на активных сопротивлениях катушек индуктивности пренебрегаем в виду их малости. Для примера определим падение напряжения U_{T1} на первой катушке трехобмоточного трансформатора взаимоиндуктивной связи:

$$\dot{U}_{T1} = \dot{I}_{L1} \dot{Z}_{L1} + \dot{I}_{L2} \dot{Z}_M + \dot{I}_{L3} \dot{Z}_M.$$

Поскольку $\dot{Z}_{L1} = \dot{Z}_M = \dot{Z}$, можно написать $\dot{U}_{T1} = \dot{Z}(\dot{I}_{L1} + \dot{I}_{L2} + \dot{I}_{L3}) = 0$, так как сумма токов трехфазной линии электропитания равна нулю. То же самое имеет место и в других катушках индуктивности.

Однофазные потребители электроэнергии, к которым относятся электровозы, получают питание только от одной фазы трехфазной тяговой подстанции. Как видно из рис. 1, ток к электровозу идет по двум проводам питающей линии и двум обмоткам отсасывающих трансформаторов.

Индуктивное сопротивление двух взаимосвязанных обмоток отсасывающих трансформаторов или, что то же, обмоток трансформаторов трехфазной взаимоиндуктивной связи (рис. 2) можно рассчитать по известной формуле теоретических основ электротехники $Z_T = Z_{L1} + Z_{L2} - 2Z_M$. Учитывая, что $Z_{L1} = Z_{L2} = Z_M$, индуктивные сопротивления обмоток становятся равными нулю.

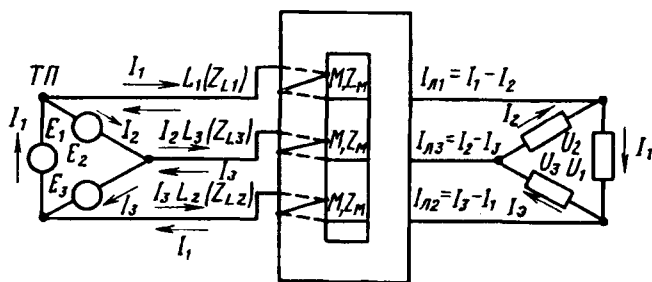


Рис. 2

Для пояснения функции трансформаторов трехфазной взаимоиндуктивной связи в качестве отсасывающих трансформаторов рассмотрим рис. 3, где показано: $Z_{п+к}$ — сопротивление питающего и контактного проводов на длине секции участка AB ; Z_0 — сопротивление обратного провода на участке $BГД$; Z_p — сопротивление рельсов на участке $ВД$; $Z_э$ — сопротивление электровоза; I_n — ток в питающем проводе; I_0 — ток в обратном проводе; I_p — ток в рельсах; E — ЭДС в начале секции.

На основании рис. 3 и второго закона Кирхгофа определим токи I_0 и I_p , для чего составим системы уравнений падений напряжения и действующих источников напряжения для контуров:

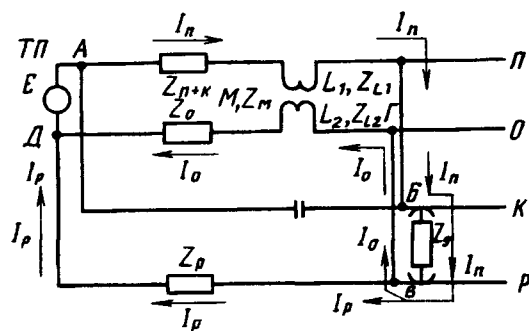


Рис. 3

контур $ABВГДА$

$$E = Z_{п+к} I_n + Z_{L1} I_n - Z_M I_0 + Z_э I_n + Z_{L2} I_0 - Z_M I_n + Z_0 I_0,$$

после преобразования

$$E = (Z_{п+к} + Z_э) I_n + Z_0 I_0; \quad (1)$$

$$E = (Z_{п+к} + Z_0 + Z_э) I_0 + (Z_{п+к} + Z_э) I_p; \quad (2)$$

контур $ABВДА$

$$E = Z_{п+к} I_n + Z_{L1} I_n - Z_M I_0 + Z_э I_n + Z_p I_p; \quad I_n = I_0 + I_p,$$

после преобразования

$$E = (Z_{п+к} + Z_э) I_n + (Z_p + Z_{L1}) I_p; \quad (3)$$

$$E = (Z_{п+к} + Z_э) I_0 + (Z_{п+к} + Z_p + Z_э + Z_{L1}) I_p. \quad (4)$$

Как видно из (2) и (4), соотношение токов I_p и I_0 зависит от изменения сопротивления Z_{L1} обмотки трансформатора, а это значит, что трехфазный трансформатор взаимоиндуктивной связи выполняет функции отсасывающего трансформатора. Значения токов I_0 и I_p можно вычислить, решая системы уравнений (2) и (4).

Схема тяговой сети с трехфазными отсасывающими трансформаторами (рис. 3) содержит сложные индуктивные и взаимоиндуктивные связи, что затрудняет объяснение процесса снижения индуктивного влияния. Если учесть нейтрализацию направленных встречно индуктивных и взаимоиндуктивных связей, то можно составить адекватную схему замещения тяговой сети с трехфазными отсасывающими трансформаторами (рис. 4), в которой отсутствуют взаимно-компенсирующие элементы. Схема замещения составлена на основании анализа уравнений (1) и (3), которые показывают, что падение напряжения в цепи питающего и контактного проводов равно $(Z_{п+к} + Z_э) I_n$, в цепи обратного провода $Z_0 I_0$ и в рельсах $(Z_p + Z_{L1}) I_p$.

Схема рис. 4 позволяет определить значения токов I_0 и I_p , для чего составляем системы урав-

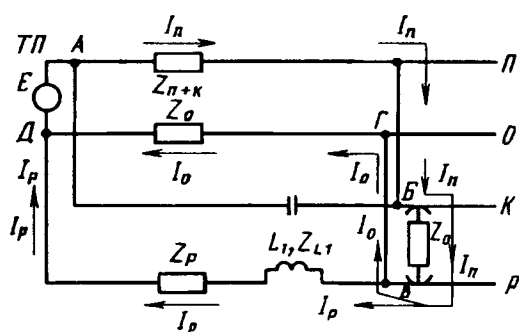


Рис. 4

лений по контурам:

контур АБВГДА

$$E = Z_{п+к} I_n + Z_0 I_0 + Z_p I_p;$$

после преобразования

$$E = (Z_{п+к} + Z_0 + Z_p) I_0 + (Z_{п+к} + Z_p) I_p; \quad (5)$$

контур АБВДА

$$E = Z_{п+к} I_n + Z_0 I_0 + Z_{L1} I_p + Z_p I_p; \quad (6)$$

после преобразования

$$E = (Z_{п+к} + Z_0) I_0 + (Z_{п+к} + Z_p + Z_{L1}) I_p. \quad (7)$$

Уравнения (5), (7) и (2), (4) одинаковы, следовательно, схема замещения тяговой сети с трансформаторами трехфазной взаимноиндуктивной связи или, что то же, с трехфазными отсасывающими трансформаторами (рис. 4) тождественна схеме тяговой сети с трехфазными отсасывающими трансформаторами (рис. 3).

Уравнения (2) и (4) или (5) и (7) позволяют рассчитать значения токов I_0 и I_p в зависимости от сопротивлений первичной обмотки трехфазного отсасывающего трансформатора. Затем стро-

ятся графики рис. 5 зависимости токов обратного провода и рельсов от сопротивления первичной обмотки трехфазного отсасывающего трансформатора. По графикам выбирается оптимальный тип трансформатора.

Система (2) и (4) содержит переменную E . Для первой секции она равна напряжению тяговой подстанции $E = 27500$ В, для последней секции при вынужденном режиме работы может снизиться до минимально допустимого значения 21000 В и даже достичь критического значения 19000 В. Однако, как видно из рис. 5, несмотря на изменение величины E , соотношение токов I_0 и I_p остается неизменным в обеих секциях. На рис. 5 показаны графики токов для секций длиной $L_c = 3$ км, находящихся в начале и конце плеча питания. Из графиков видно, что при одинаковых сопротивлениях обмоток отсасывающих трансформаторов и длинах секций соотношение токов I_0 и I_p , например, в точках K_1 и K_2 , остается неизменным как в секции напряжением 27500 В, так и секции напряжением 19000 В. При увеличении длин секций точки K_1 и K_2 , в которых создается равенство токов I_0 и I_p , возникнут при больших индуктивных сопротивлениях обмоток отсасывающих трансформаторов. Отсюда видно, что соотношение токов I_0 и I_p не зависит от изменения E , а зависит только от индуктивного сопротивления обмоток отсасывающих трансформаторов и сопротивления элементов тяговой сети (контактного, питающего и обратного проводов, а также рельсовой цепи).

Рассматривая приведенную в статье схему тяговой сети с трехфазными отсасывающими трансформаторами рис. 3 и схему с однофазными отсасывающими трансформаторами рис. 5, с. 105 книги [1], можно видеть, что они совершенно одинаковы. Схема из книги [1] прошла экспериментальные испытания, которые полностью можно отнести к схеме рис. 3. Разница лишь в том, что в [1] не даны теоретические обоснования процесса отсоса токов из рельсов в обратный провод при установке отсасывающих трансформаторов, приведенные в настоящей статье и базирующиеся на ранее проведенных экспериментальных исследованиях.

Электромагнитные процессы в системах электроснабжения железных дорог с трехфазными отсасывающими трансформаторами (рис. 1) можно пояснить на примерах схем замещения рис. 4 и 6. Отсутствие обмоток трехфазных отсасывающих трансформаторов в разрывах проводов 1, 2 и 3 трехпроводной трехфазной линии электропитания объясняется тем, что индуктивные сопротивления обмоток трансформаторов не вносят в провода питающей линии дополнительного сопротивления. Они нейтрализуются взаимноин-

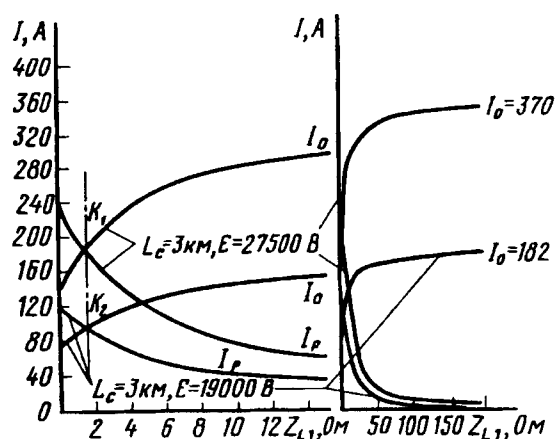


Рис. 5

дуктивными связями обмоток трехфазных отсасывающих трансформаторов. Токи нетяговых потребителей и тяговой сети беспрепятственно проходят по линии электропитания, как будто в ней отсутствуют обмотки трехфазных отсасывающих трансформаторов

В системе электропитания тяговой сети первичная обмотка трехфазных отсасывающих трансформаторов препятствует прохождению тяговых токов по контуру «питающий провод—рельсы», что вынуждает их переходить из рельсов в обратный провод и уменьшать тем самым индуктивное влияние электрифицированной железной дороги.

Пояснить процесс перехода тяговых токов из рельсов в обратный провод можно на примере схем рис. 3 и 4. Контур цепи «рельсы—питающий провод АБВДА» (рис. 3) содержит только одну обмотку трансформатора трехфазной взаимоиндуктивной связи. В каждом замкнутом контуре сумма падений напряжений и сумма источников напряжений равна нулю, и от перестановки слагаемых результат не изменяется. Исходя из этого, в контуре «рельсы—питающий провод» сопротивления обмоток трансформаторов Z_{L1} можно перенести из питающего провода на рельсы, как это сделано в схемах рис. 4 и 6. Тогда наглядно видно, что трехфазные отсасывающие трансформаторы увеличивают сопротивление цепи «рельсы—питающий провод», ибо в этой цепи первичная обмотка Z_{L1} работает в режиме дросселя. По мере повышения сопротивления Z_{L1} обмоток трехфазных отсасывающих трансформаторов возрастает сопротивление контура «рельсы—питающий провод» по сравнению с сопротивлением контура «обратный провод — питающий провод», и тяговые токи переходят из рельсов в обратный провод. Ток в рельсах уменьшается за счет увеличения тока в обратном проводе, что видно из рис. 5. Происходит выравнивание токов питающего и обратного проводов, отвлечение токов

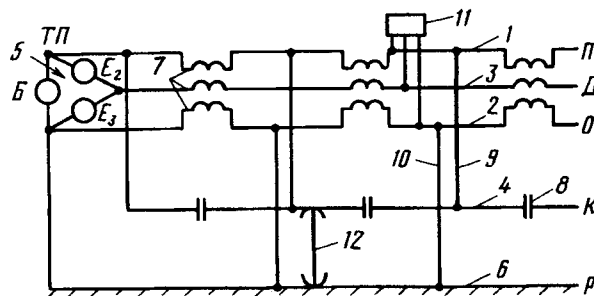


Рис. 6

в рельсы существенно уменьшается. Таким образом, индуктивное влияние на линии связи уменьшается.

Трансформаторы трехфазной взаимоиндуктивной связи позволяют объединить в единую систему электроснабжение тяговых и нетяговых потребителей и уменьшить индуктивные влияния как самой тяговой сети, так и сети электроснабжения нетяговых потребителей электроэнергии. Уже в настоящее время возможно реальное применение этих устройств для электрификации железных дорог, а в перспективе — использование трехобмоточных трансформаторов взаимоиндуктивной связи и в других случаях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов И.В. Отсасывающие трансформаторы в тяговых сетях переменного тока. — М.: Транспорт. 1965.
2. Ратнер М.П. Индуктивное влияние электрифицированных железных дорог на электрические сети и трубопроводы. — М.: Транспорт. 1966.

[26.07.94]

Автор: Розанов Валерий Александрович окончил факультет электропроводной связи Московского института связи в 1940 г. Работал начальником отдела и главным специалистом института «Трансэлектронпроект», в настоящее время на пенсии.

Точность расчета электрического поля методом сферических элементов

ЮРКЕВИЧ В.М., ЮРКЕВИЧ Г.П.

Проведен анализ значений погрешностей расчета поля. Выяснено влияние на погрешность размера сферического элемента, его угловой и радиальной несимметрии. Результаты анализа положены в основу рекомендаций для выбора нерегулярной сетки, на которой ищется решение краевой задачи.

Ключевые слова: электрическое поле, нерегулярная сетка, метод сферических элементов, погрешности, угловая и радиальная несимметрия, краевая задача, расчеты

В первой статье, посвященной изложению основ метода сферических элементов [1], приведены соотношения, позволяющие рассчитывать распределение потенциалов в заданной области. Напомним, что основная расчетная формула

$$\varphi_a = \frac{\sum_i g_i \varphi_i}{\sum_i g_i} \quad (1)$$

(см. рис. 1: φ_a — потенциал центрального узла; φ_i — потенциалы периферийных узлов звезды; $g_i = \frac{1}{2\pi} \Delta_i \theta \frac{R}{r_i}$; R — радиус окружности) соответствует методу узловых потенциалов теории электрических цепей. При подготовке задачи к численному расчету область покрывается системой узлов, каждый из которых поочередно принимается центральным узлом звезды, для которой и записывается выражение (1) (см. рис. 2).

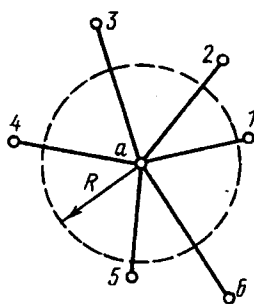


Рис. 1

Система звезд (или система узлов) образует нерегулярную сетку. Из общих соображений ясно, что вид сетки, размеры лучей звезды, расположение узлов должны подчиняться определенным правилам, если хотим контролировать точность расчета поля.

В основу анализа точности положено рассмотрение функции потенциала от угла $\varphi(\theta)$ при пе-

An analysis of error values of an electric field calculation is carried out. The influence of sphere element dimensions and the element's angle and radial asymmetry on error values is ascertained. Results of an analysis serve as a basis for recommendations to be given for choosing an irregular net which is used for solving a boundary problem.

Key words: electric field, irregular net, sphere element method, error, angle and radial asymmetry, boundary problem, calculation

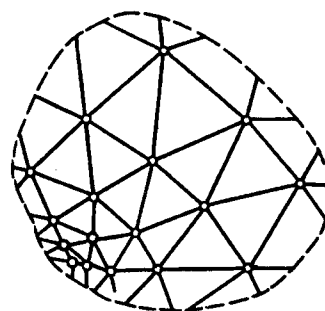


Рис. 2

ремещении точки наблюдения вдоль окружности (рис. 3,б). Окружность для теоремы о среднем размещается в однородной области. Это означает, что функция потенциала непрерывна вместе с ее производными. С учетом ее периодичности (период 2π) оказывается несложно представить функцию $\varphi(\theta)$ тригонометрическим рядом.

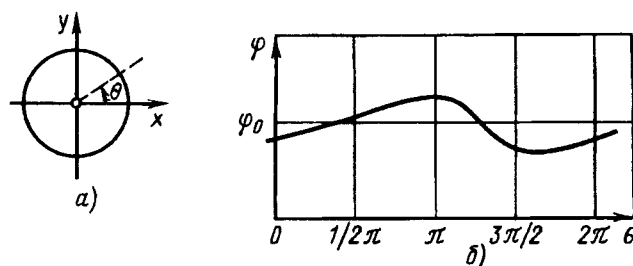


Рис. 3

Рассмотрим сначала частный случай — однородное поле с напряженностью $E = \text{const}$. На рис. 4,а показана топография этого поля (изображены семейства эквипотенциалов и силовых линий), а на рис. 4,б показана функция $\varphi(\theta)$. В равномерном поле с $E = \text{const}$ потенциал имеет линейную зависимость от расстояния:

$$\varphi(r) = \varphi(r_0) + \alpha r,$$

здесь r — расстояние от точки с координатой r_0 .

Тогда применительно к функции $\varphi(\theta)$ для частного случая рис. 4,б можем записать

$$\varphi(\theta) = \varphi_0 + A_1 \cos(\theta + \Psi_1), \quad (2)$$

т.е. разложение $\varphi(\theta)$ в тригонометрический ряд содержит постоянную составляющую φ_0 и первую гармонику.

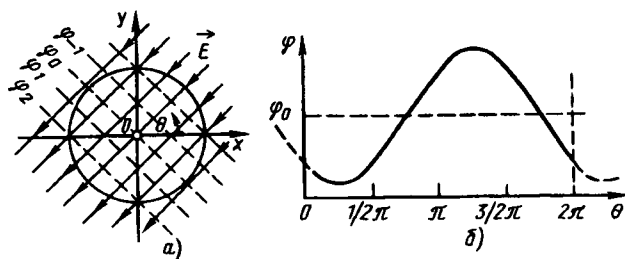


Рис. 4

Появление в ряде для $\varphi(\theta)$ (2) старших гармонических составляющих будет определяться отличием поля от равномерного. Поэтому оказывается удобным мерой этого отличия от равномерности выбрать старшие (выше первой) гармоники разложения функции потенциала $\varphi(\theta)$ в ряд. Известно [2], что для гладких периодических функций амплитуда каждой последующей гармоники меньше амплитуды предыдущей, т.е. $A_n = \varepsilon_{n-1} A_{n-1}$, где ε_{n-1} — малый параметр. Поэтому для оценки в первом приближении неравномерности поля достаточно в разложении в ряд потенциала $\varphi(\theta)$ учесть вторую гармонику:

$$\varphi(\theta) = \varphi_0 + A_1 \cos(\theta + \Psi_1) + A_2 \cos(2\theta + \Psi_2). \quad (3)$$

На рис. 5,а дан пример такого поля (семейство эквипотенциалов и источник поля — заряженный проводник).

Основные расчетные формулы типа (1) метода сферических элементов [1] линейны относительно потенциалов узлов. Применение этих формул для расчета неравномерного поля (например, рис. 5,а) связано с ошибкой расчета. Оценку этой ошибки проведем здесь с помощью второй гармоники ряда (3):

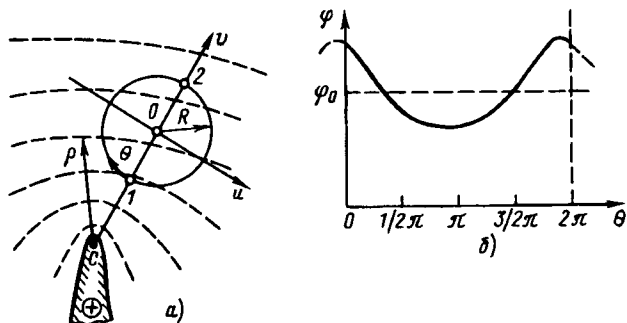


Рис. 5

$$a_2(\theta) = A_2 \cos(2\theta + \Psi_2), \quad (4)$$

амплитуда A_2 которой относится к амплитуде первой гармоники как величина первого порядка малости

$$A_2 = A_1 \varepsilon_{12}, \quad (5)$$

где ε_{12} — малый параметр.

Предварительно сделаем некоторые замечания. Из общих соображений ясно, что точность расчета методом сферических элементов даже равномерного поля может зависеть от способа разбиения области на элементы. Отметим основные особенности этого разбиения.

1. Желательно размеры сферических элементов (радиус окружности R) выбирать различными в зависимости от степени неравномерности поля. Это — естественное желание, и его учет уменьшает количество расчетных узлов в области. Поэтому необходимо иметь оценку зависимости точности расчета от размера расчетной звезды (радиуса R).

2. Надо иметь оценку влияния числа лучей (числа угловых интервалов) в расчетном сферическом элементе (см. рис. 1). Очевидно, что увеличение числа этих интервалов улучшает точность расчетных формул (1), но при этом должен быть решен вопрос об ограничении числа интервалов и влиянии его на точность расчета. Кроме того, точность должна зависеть и от неравномерности разбиения (рис. 1) на угловые секторы (угловая деформация звезды).

3. Поскольку нужно выбирать размер расчетной звезды в зависимости от неравномерности поля, должен быть дан ответ на вопрос о влиянии на точность расчета различий в длинах лучей звезды (радиальная деформация элемента).

Рассмотрим каждую из выделенных составляющих точности расчета.

1. О величине расчетного элемента (радиус окружности R). Если не изменять размер расчетной звезды в зависимости от расстояния от неоднородностей, то область окажется подразделена на большое количество малых элементов; в известных методах расчета это количество обычно оправдывается лишь несовершенством расчетного метода.

Измерять неравномерность поля здесь будем величиной радиуса кривизны ρ эквипотенциали (равномерное поле характеризуется $\rho = \infty$). Выясним, как надо менять размер окружности (сферического элемента) по мере удаления от неоднородности, чтобы погрешность применения формулы (1) оставалась на одном уровне.

На рис. 5,а, где показано некое неравномерное поле вблизи положительно заряженного проводника, в области выбран сферический элемент ра-

диуса R . Эквипотенциали внутри этого элемента ввиду его малости приближенно считаем за дуги окружностей с центром в одной точке C и текущим радиусом кривизны ρ . Отсчет угла θ при перемещении ведем от точки I в направлении стрелки. Примерный вид функции потенциала $\varphi(\theta)$ для этого случая показан на рис. 5,б.

Известно, что фундаментальное решение для цилиндрического (плоского) поля описывается логарифмической функцией

$$\varphi = k \ln \frac{1}{r}.$$

Разность потенциалов для точек I и O , лежащих на оси v (рис. 5,а), определим приближенно с помощью этой функции:

$$A^+ = \varphi_1 - \varphi_0 = \varphi(x_0 - R) - \varphi(x_0) = k \ln \frac{x_0}{x_0 - R}, \quad (6)$$

где x_0 — расстояние от точки C , которую приняли за центр кривизны эквипотенциалей, до точки O — центра окружности с радиусом R . Аналогично — для точек O и 2 :

$$A^- = \varphi_0 - \varphi_2 = \varphi(x_0) - \varphi(x_0 + R) = k \ln \frac{x_0 + R}{x_0}. \quad (7)$$

Вернемся теперь к разложению функции потенциала $\varphi(\theta)$ в ряд. Пусть для точки I сумма гармонических составляющих ряда имеет форму

$$\varphi_1 = \varphi_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots, \quad (8)$$

где a_i — соответствующая i -я гармоника.

Тогда для точки 2 , где $\theta = \pi$, потенциал φ_2 запишем так [3]:

$$\varphi_2 = \varphi_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots \quad (9)$$

С учетом (6) и (7), ограничиваясь рассмотрением только первой и второй гармоник, получаем

$$2a_1 = A^+ + A^-;$$

$$2a_2 = -(A^+ - A^-);$$

или в соответствии с (6) и (7) имеем

$$\left. \begin{aligned} 2a_1 &= k \ln \frac{x_0 + R}{x_0 - R}; \\ 2a_2 &= k \ln \frac{x_0^2 - R^2}{x_0^2}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Это позволяет оценить неравномерность поля в пределах сферического элемента, записав отношение $\Delta = a_2/a_1$, для которого достаточно взять по одному (первому) члену разложения логарифмов в ряд, что в конечном итоге дает

$$\Delta \approx R/x_0. \quad (11)$$

Итак, вес второй гармоники в функции $\varphi(\theta)$ (иначе неравномерность поля в пределах сферического элемента — окружности) определяется отношением радиусов окружности R и эквипотенциали x_0 , проходящей через центр окружности (напомним, что x_0 является и расстоянием окружности до неоднородности). Отсюда следует, что для расчетных элементов (окружностей), расположенных в расчетной области от неоднородности дальше, их размер (т.е. радиус R) можно увеличивать пропорционально удалению при сохранении погрешности расчета, определяемой неравномерностью поля.

Аналогично можно поступить при анализе трехмерного поля. В этом случае окружность, показанная на рис. 5,а, есть большое сечение сферы, а фундаментальное решение уравнения Лапласа имеет вид $\varphi = k \frac{1}{r}$. Оценка погрешности здесь остается той же: $\Delta = R/x_0$, причем получается она как точное соотношение между второй и первой гармониками для функции $\varphi(\theta)$. Итак, вывод: при построении нерегулярной сетки в расчетной области элемент (звезду) можно увеличивать пропорционально удалению от неоднородности.

Еще один полезный результат получим, представив в (10) логарифмы рядами; для малых значений R получается

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= k_1 \frac{R}{x_0}; \\ a_2 &= k_1 \left(\frac{R}{x_0} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(k_1 — константа); величина первой гармоники в разложении в ряд $\varphi(\theta)$ пропорциональна R/x_0 , а второй — $(R/x_0)^2$. Ясно, что наибольшая погрешность расчета должна соответствовать элементам, граничащим с неоднородностью поля, в частности, вблизи углов электродов, у границ раздела сред.

2. Второй тип причин, вызывающих погрешность, — замена интеграла в теореме о среднем [1] конечной суммой. Приближенность этой замены определена несовпадением вычисляемых на угловом интервале (рис. 1) значений φ_i (1) со средним значением $\varphi_{иср}$. Эта погрешность зависит от числа N разбиений окружности на интервалы, неравномерности разбиения, несимметрии интервала (относительно луча). Анализ погрешности этого вида можно рассматривать как определение ограничений при замене интеграла конечной суммой (или ограничений на геометрические параметры расчетной звезды, рис. 1).

Как и прежде, функцию потенциала представим тригонометрическим рядом:

$$\varphi(\theta) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta + \Psi_n), \quad (13)$$

для которого амплитуды в комплексной форме определяются [3] из выражения

$$\dot{A}_n = A_n e^{j\Psi_n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\theta) e^{jn\theta} d\theta, \quad j = \sqrt{-1}.$$

Найдем значение потенциала в точке k (рис. 6):

$$\varphi_k = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta_k + \Psi_k) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \Psi_{kn},$$

где $\Psi_{kn} = n\theta_k + \Psi_n$, и запишем ряд (13), приняв отсчет угла от этой точки k :

$$\varphi(\alpha) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\alpha + \Psi_{kn}) \quad (14)$$

(α — текущий угол с отсчетом от луча k).

Применение теоремы о среднем к (14) дает:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(\alpha) d\alpha &= \varphi_0 = A_0 + \frac{1}{2\pi} \times \\ &\times \sum_{k=1}^N \int_{\Delta_{-k}}^{\Delta_{+k}} \left[\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\alpha + \Psi_{kn}) \right] d\alpha; \end{aligned} \quad (15)$$

очевидно, что A_0 — точное значение потенциала в центре круга; φ_0 — его расчетное значение; в правой части (15) суммирование от $k=1$ до $k=N$ указывает на разбиение окружности на N интервалов.

На рис. 6 даны обозначения угловых параметров. Величина углового сектора $\Delta_k \theta$, связанного с лучом k , использована в теореме о среднем в дискретной форме и в результирующей расчетной формуле (1) (в коэффициенте $g_i = \frac{1}{2\pi} \times \Delta_i \theta \frac{R}{l_i}$). Этот угловой сектор лучом k разделен на две части: в положительном направлении отсчета угла Δ_{+k} , в отрицательном Δ_{-k} , причем $\Delta_{-k} < 0$. Угловой сектор между двумя лучами k и $k-1$ обозначен $\delta_{k,k-1}$. Из (15) для дальнейшего рассмотрения возьмем лишь первую гармонику. На k -м интервале

$$\begin{aligned} I_{1(k)} &= \int_{\Delta_{-k}}^{\Delta_{+k}} A_1 \sin(\alpha + \Psi_{k1}) d\alpha = A_1 \cos(\Delta_{-k} + \Psi_{k1}) - \\ &- A_1 \cos(\Delta_{+k} + \Psi_{k1}) = 2A_1 \sin\left(\Psi_{k1} + \frac{1}{2}\beta_k\right) \sin\left(\frac{1}{2}\Delta_k \theta\right), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\beta_k = \Delta_{+k} + \Delta_{-k} = |\Delta_{+k}| - |\Delta_{-k}|$.

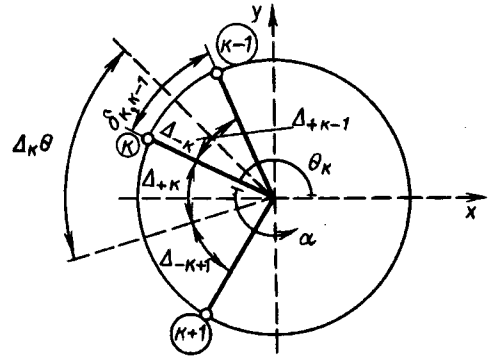


Рис. 6

[Очевидно, что суммирование (16) по всем интервалам от 1-го до N -го дает нуль.]

При равномерном разбиении окружности на N угловых интервалов один сектор имеет величину $\delta_{k,k-1} = 2\pi \frac{1}{N}$ и $\Delta_{+k} + \Delta_{-k} = 0$. Для учета неравномерности разбиения введем коэффициент несимметрии m_k , который определим как

$$m_k = \frac{\min(|\Delta_{-k}|, |\Delta_{+k}|)}{\max(|\Delta_{-k}|, |\Delta_{+k}|)}, \quad (17)$$

откуда следует, что $0 \leq m_k \leq 1$, причем симметричному положению луча k на угловом интервале $\Delta_k \theta$ соответствует $m_k = 1$. Пусть для определенности

$$m_k = \frac{|\Delta_{-k}|}{\Delta_{+k}} = \frac{\delta_{k,k-1}}{\delta_{k+1,k}}, \quad (18)$$

что дает

$$\beta_k = \Delta_{+k} + \Delta_{-k} = \Delta_{+k} (1 - m_k). \quad (19)$$

Далее потребуется оценка величины

$$\frac{1}{2\pi} \beta_k \approx \frac{1}{N} (1 - m_k). \quad (20)$$

Оба сомножителя в (20) суть малые величины:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{N} &= \mu_1; \\ 1 - m_k &= \mu_2, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

поэтому $\frac{1}{2\pi} \beta_k \ll 1$ (малая величина второго порядка).

Разложение функций синуса из (16) в ряд по степеням аргументов β_k и $\Delta_k \theta$ с учетом малости β_k и $\frac{1}{2\pi} \Delta_k \theta \approx \frac{1}{N}$ дает

$$\begin{aligned} I_{1(k)} &= 2A_1 \left\{ \frac{\Delta_k \theta}{2} \sin \Psi_{k1} + \frac{\Delta_k \theta}{2} \frac{\beta_k}{2} \cos \Psi_{k1} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta_k \theta}{2} \right)^3 \sin \Psi_{k1} - \dots \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

где в фигурных скобках удержаны слагаемые до третьего порядка малости.

В первом приближении имеем

$$I_{1k}^{(1)} = A_1 (\sin \Psi_{k1}) \Delta_k \theta. \quad (23)$$

Аналогично получается и для следующих гармоник: $I_{n(k)} = A_n [\sin \Psi_{kn}] \Delta_k \theta$. Однако для наших оценок высшие гармоники рассматривать не будем, поскольку их амплитуды A_n малы по сравнению с A_1 .

Напомним, что (22) есть разложение в ряд точного выражения для первой гармоники на ε -м интервале. Обратимся к теореме о среднем в дискретной форме [1]

$$\varphi_0 \approx \frac{1}{2\pi} \sum_k \varphi_k \Delta_k \theta = A_0 + \frac{1}{2\pi} \sum_n \left[\sum_k A_n (\sin \Psi_{kn}) \Delta_k \theta \right]. \quad (24)$$

Ограничивая в (24) ряд первой гармоникой, получаем оценку ошибки расчета φ_0 (ошибки дискретизации):

$$O_1(\vartheta) \approx \frac{\varphi_0 - A_0}{A_1} = \frac{1}{2\pi} \sum_k A_{1(k)} \Delta_k \theta \sin \Psi_{k1}. \quad (25)$$

Сравнение (25) с (23), представляющим первое приближение ряда (22), подчеркивает их идентичность. Это означает, что ошибка $O_1(\vartheta)$ определяется слагаемыми ряда (22), начиная со второго:

$$O_1(\vartheta) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_k (\Delta_k \theta) \left[\frac{\beta_k}{2} \cos \Psi_{k1} - \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta_k \theta}{2} \right)^2 \sin \Psi_{k1} \right]. \quad (26)$$

Выражение в квадратных скобках обозначим через

$$B_k \sin(\gamma_k - \Psi_{k1}), \quad (27)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \gamma_k &= \arctg \frac{12 \beta_k}{(\Delta_k \theta)^2}; \\ B_k &= \Delta_{+k} (1 + m_k) \varepsilon_1, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

а

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{(1-m_k)^2}{4(1+m_k)^2} + \frac{\Delta_{+k}^2 (1+m_k)^2}{24^2}}. \quad (29)$$

Окончательно (26) принимает вид

$$O_1(\vartheta) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N (\Delta_k \theta)^2 \varepsilon_1 \sin(\gamma_k - \Psi_k). \quad (30)$$

В полученном выражении независимой переменной принимается N — число интервалов, на которые делится окружность (или число лучей, т.е. порядок звезды); параметром является m_k — коэффициент несимметрии.

Численная обработка (30) дает семейство кривых*, приведенных на рис. 7,а, где показана зависимость ошибки, вносимой угловой дискре-

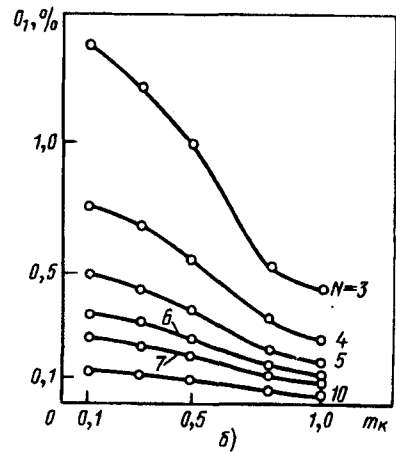
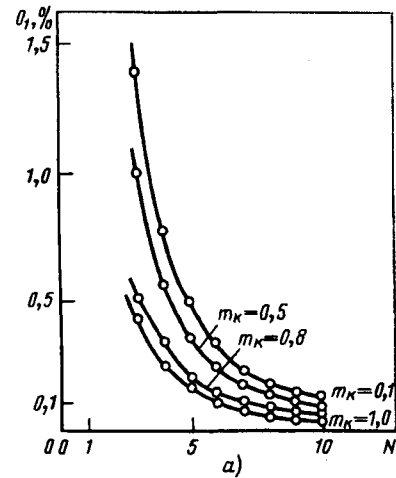


Рис. 7

тизацией, от порядка звезды N при различных коэффициентах несимметрии m_k .

Для анализа кривых (рис. 7,а) примем ошибку $O_1 = 0,4\%$ допустимой при инженерных расчетах. В этих расчетах коэффициент несимметрии обычно находится в пределах $0,4 < m_k < 0,8$ (если не делать специальных усилий). В соответствии с кривыми (рис. 7) следует выбирать порядок звезды сферического элемента $N \geq 4$ для $m_k = 0,8$ и $N \geq 5$ для $m_k = 0,4$. Эти же кривые показывают, что угол их наклона интенсивно меняется в окрестности точки $N \approx 7$. Это говорит о том, что на участке $N < 7$ интенсивность увеличения погрешности превышает интенсивность уменьшения порядка звезды, а на участке $N > 7$ — наоборот. С учетом того, что с увеличением N непропорционально возрастает необходимый объем оперативной памяти и время работы ЭВМ, можно рекомендовать оптимальный порядок звезды сферического элемента $N_{\text{опт}} = 6$. При этом погрешность (рис. 7,а) обычно не превышает $0,3\%$. Кстати, $N = 6$ есть минимальный порядок звезды (см. рис. 7,б), при котором погрешность дискретизации не превышает принятого порога $0,4\%$ при любых значениях коэффициента несимметрии m_k .

* Расчеты выполнила И.С. Козьмина.

Неравномерность разбиения окружности на угловые интервалы в анализе может быть учтена коэффициентом неравномерности ν_k , определяемым выражением

$$\delta_{k,k-1} = \frac{2\pi}{N} \left(1 + \nu_{k-1} - \nu_k \right); \quad (31)$$

обычно $|\nu| \ll 1$, причем $\sum_{k=1}^N \nu_k = 0$.

Этот коэффициент связан с коэффициентом несимметрии

$$m_k = \frac{1 + \nu_{k-1}}{1 + \nu_k} \approx 1 + \left(\nu_{k-1} - \nu_k \right). \quad (32)$$

Не приводя здесь анализа влияния неравномерности на точность расчета, дадим лишь рекомендации для практической работы при построении N -лучевой звезды сферического элемента: желательно, чтобы каждая из координатных осей (например оси x, y на рис. 6) произвольной системы координат разделяла элемент на две полуокружности с равным числом угловых интервалов. Желательно также попарное расположение противоположно ориентированных лучей вдоль прямой.

В качестве иллюстрации сравним ошибку дискретизации четырехлучевой звезды, которая образует сферический элемент в сетке с квадратной ячейкой (в известном конечно-разностном методе, методе сеток), с шестилучевой звездой по кривым рис. 7, а. Для $N=4$ при $m_k=1$ («идеальная» звезда), $\nu_k=0$. Ошибка $O\% = 0,25\%$. Выбор шестилучевой симметричной звезды снижает ошибку до почти 0,1%.

3. Третий тип погрешности учитывает ошибку, связанную с различием длин лучевой звезды (расчетного элемента) — погрешность радиальной деформации, или короче, «радиальная» погрешность.

Вывод основной расчетной формулы (1) $\varphi_0 = \frac{\sum g_i \varphi_i}{\sum g_i}$ использовал линейную интерполяцию потенциала вдоль луча [1]. Для определения погрешности, возникающей за счет этой линеаризации, следует перейти к нелинейной функции и сравнить полученную расчетную формулу с известной (1) линейной.

Выбираем зависимость потенциала от длины (вдоль прямой) в форме

$$\varphi(r) = \beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 r^2, \quad (33)$$

где r — длина в направлении радиуса (луча); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ — коэффициенты, подлежащие вычислению.

В соответствии с обозначениями на рис. 8

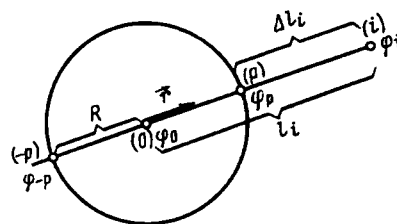


Рис. 8

записывается система уравнений для определения β_i :

$$\left. \begin{aligned} r=0, & \quad \varphi_0 = \beta_0; \\ r_p=R, & \quad \varphi_p = \beta_0 + \beta_1 R + \beta_2 R^2; \\ r_p=-R, & \quad \varphi_{-p} = \beta_0 - \beta_1 R + \beta_2 R^2; \\ r=l_i, & \quad \varphi_i = \beta_0 + \beta_1 l_i + \beta_2 l_i^2. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Кроме этого, представляя зависимость потенциала от угла в форме гармонического ряда [как это сделано в (8) и (9)], можно записать

$$\left. \begin{aligned} \varphi_p &= \varphi_0 + a_1 + a_2 + \dots; \\ \varphi_{-p} &= \varphi_0 - a_1 + a_2 - \dots, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

где a_1, a_2, \dots — значения гармоник в точке p .

Из (35) получаем

$$\varphi_{-p} \approx 2\varphi_0 - \varphi_p + 2a_2, \quad (36)$$

если, как обычно, ограничимся учетом гармонических составляющих не выше второго номера. После этого из (34) находим коэффициенты β_i :

$$\left. \begin{aligned} \beta_2 &= \left(\frac{a_2}{R^2} \right); \\ \beta_1 &= \frac{\varphi_i - \varphi_0}{l_i} - a_2 \frac{1}{l_i} \left(\frac{l_i}{R} \right)^2, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

так что выражение, аппроксимирующее функцию потенциала, будет выглядеть так:

$$\varphi(r) = \varphi_0 + (\varphi_i - \varphi_0) \frac{r}{l_i} + a_2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[1 - \frac{l_i}{r} \right]. \quad (38)$$

Для точки p на окружности $r=R$ и

$$\varphi_p = \varphi_0 + (\varphi_i - \varphi_0) \frac{R}{l_i} - a_2 \frac{\Delta l_i}{R}, \quad (39)$$

где $\Delta l_i = l_i - R$ — отличие луча l_i от радиуса R . Последнее слагаемое в (39) определяет отличие линейного варианта записи φ_p от нелинейного.

Значение φ_p подставляется в дискретную форму теоремы о среднем (см. (12) в [1]), откуда получаем

$$\varphi_0 = \frac{\sum_i g_i \varphi_i}{\sum_i g_i} - \frac{\sum_i k_i a_{2i} (\Delta l_i / R)}{\sum_i g_i}. \quad (40)$$

В (40) первое слагаемое справа повторяет (1), т.е. является расчетным выражением в линейном варианте $\varphi_{0(\text{лин})} = \left(\sum_i g_i \varphi_i \right) / \sum_i g_i$. Ошибку, сопровождающую линейный вариант расчета, оценим из выражения

$$\Delta_R = |\varphi_0 - \varphi_{0(\text{лин})}| = \left| \frac{\sum_i k_i a_{2i} (\Delta l_i / R)}{\sum_i g_i} \right| \quad (41)$$

(напомним, что коэффициент $k_i = \frac{1}{2\pi} \Delta_i \theta$).

Для оценки наибольшего значения Δ_R выбираем для $a_{2i} = a_{2m}$ — наибольшее значение (т.е. амплитуду) второй гармоники; $\Delta l_i = l_i - R = \Delta l$ — превышение радиуса R наибольшим лучом; учитываем также, что $\sum_k k_i = 1$. Тогда оценка ошибки может быть записана так:

$$\Delta_R = \left| \frac{a_{2m}}{\sum_i g_i} \frac{\Delta l}{R} \right| \quad (42)$$

Получено, что абсолютное отклонение линейного расчета Δ_R : 1) пропорционально удалению расчетной точки i от окружности, измеренному в долях R ; 2) пропорционально величине второй гармоники a_{2m} , характеризующей неравномерность поля.

Для перехода к выражению относительной ошибки воспользуемся из (12) $a_{2m} = k_1 \left(\frac{R}{x_0} \right)^2$ (x_0 — расстояние центра окружности сферического элемента до центра кривизны эквипотенциала (см. рис. 5,а)), что вместе с (42) дает $\Delta_R = \left| \frac{1}{\sum_i g_i} k_1 \left(\frac{R}{x_0} \right)^2 \frac{\Delta l}{R} \right|$. Учитываем из (12) также, что $a_1 = k_1 \frac{R}{x_0}$, кроме того, $\sum_i g_i \approx 1$, после чего можно записать

$$\delta_R = \frac{\Delta_R}{a_1} \approx \frac{\Delta l}{x_0}, \quad (43)$$

где δ_R — относительная ошибка линейного варианта.

Итак, ошибка δ_R определяется удалением Δl расчетной точки i от окружности, отнесенным к x_0 — расстоянию до центра кривизны поля, или к радиусу кривизны эквипотенциала. В (43) отличие луча Δl от радиуса измеряется x_0 , а не R , как в (42). Аналогично сделано было в (11). Совместный учет (43) и (11) позволяет делать окончательный выбор размеров расчетной звезды. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{R}{x_0}; \\ \delta_R &= \frac{\Delta l}{x_0}, \end{aligned} \right\}$$

и при равномерном распределении ошибок расчета (за счет выбора величины окружности и за счет различий в длинах лучей) получаем $\frac{R}{x_0} = \frac{\Delta l}{x_0}$, т.е.

$$\Delta l = R. \quad (44)$$

Для уменьшения ошибки δ_R радиус окружности следует выбирать близко к среднему между наибольшим и наименьшим лучами звезды:

$$R = \frac{1}{2} (l_{\min} + l_{\max}). \quad (45)$$

Итак, даны оценки точности расчета в зависимости от: размера сферического элемента (звезды); числа лучей (порядка) звезды; различий длин лучей звезды. Все это должно учитываться при формировании сетки узлов в расчетной области. На рис. 9 показан фрагмент сетки для тестовой задачи (рис. 8 в [1]); часть границы поля образована угловым выступом проводника. Расчетная сетка формировалась узлами, размещенными на вспомогательных линиях a , b , c , которые общим видом соответствуют эквипотенциалам (это часто ясно из общих соображений). Расположение линий a , b , c в окрестности угла намечено с помощью прямых 1, 2, 3, проведенных из вершины угла C (примерно, центра кривизны эквипотенциалей). Первая линия a задает примерное положение расчетной звезды с центром O_1 , самой близкой к вершине угла. Размеры лучей этой звезды и радиус R связаны соотношением (43), а также (44) и (45). Положение второй вспомогательной линии b определяется узлами первой звезды O_1 (или соотношением (11)). Точки пересечения прямых 1, 2, 3 и вспомогательных линий a , b , c должны определять пропорциональные отрезки на этих прямых с началом в

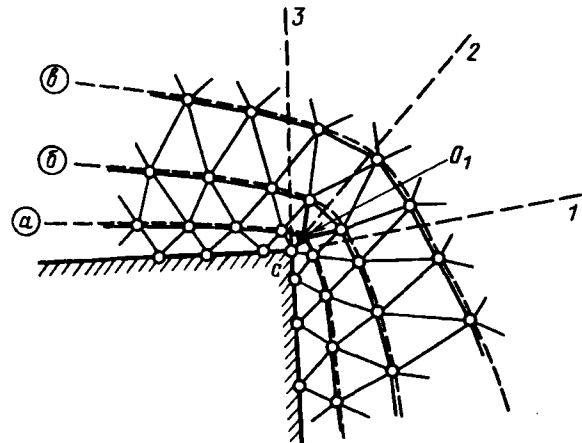


Рис. 9

точке С; например $\frac{C_a}{C_b} = \frac{C_6}{C_5}$ и т.д. Это условие позволяет с удалением от угла увеличивать размер звезды, т.е. уменьшить общее число расчетных узлов в области. Для приведенного примера рис. 9 все расчетные элементы звезды имеют шестой порядок $N=6$, кроме первого O_1 , вблизи угла, для которого $N_1=5$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юркевич В.М. Численный расчет электрического поля методом сферических элементов. — Электричество, 1995, № 7.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1963.
3. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.С. Страхов — М.: Энергоатомиздат, 1989. [25.10.94]

Авторы: Юркевич Владимир Михайлович окончил факультет электрификации промышленности и транспорта Московского энергетического института (МЭИ) в 1960 г. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Теоретические основы и техника экспериментального исследования распределений вектора напряженности и потенциала электрических полей». Профессор кафедры электрофизики МЭИ.

Юркевич Галина Петровна закончила факультет электрификации промышленности и транспорта МЭИ в 1960 г. В 1982 г. защитила кандидатскую диссертацию на тему «Исследование электродинамической стойкости шинопроводов промышленных предприятий», руководитель сектора в НИИПроектэлектромонтаж (Москва).

К расчету проводимости и диэлектрической проницаемости слабоионизированной плазмы воздуха*

ДУБОВОЙ Э.И., МИХАЙЛОВ М.С.

Получены аппроксимационные формулы для численных значений проводимости и диэлектрической проницаемости слабоионизированной плазмы воздуха в диапазоне температур от 1500 до 5000 К и плотностей от 10^{-6} до $10^{1,5}$ нормальной плотности воздуха. Эти формулы полезны при решении задач о прохождении тока в слабоионизированном воздухе, например, в задачах атмосферного электричества, расчетах молниевых разрядов, при определении электрических параметров лабораторной плазмы.

Ключевые слова: слабоионизированная плазма, проводимость, диэлектрическая проницаемость, аппроксимации

Введение. При решении задач о прохождении тока в слабоионизированном воздухе, например, задач об атмосферном электричестве, при расчетах молниевых разрядов, определении электрических параметров лабораторной плазмы — необходимо знать диэлектрическую проницаемость ϵ и проводимость σ слабоионизированной плазмы воздуха как функцию ее параметров и частоты падающей волны ω . Величины ϵ и σ определяются известными интегральными соотношениями кинетической теории, для использования которых требуются детальная информация о сечениях эле-

ментарных процессов и большое время расчета. Предложены аппроксимационные формулы, позволяющие без вычисления интегралов получить численные значения ϵ и σ для диапазона температур и концентраций, позволяющего рассматривать задачи атмосферного электричества по всей высоте атмосферы (до 100 км).

Key words: conductivity, permittivity, weakly ionized plasma, current propagation, approximations

ментарных процессов и большое время расчета.

Предложены аппроксимационные формулы, позволяющие без вычисления интегралов получить численные значения ϵ и σ для диапазона температур и концентраций, позволяющего рассматривать задачи атмосферного электричества по всей высоте атмосферы (до 100 км).

Область применения аппроксимационных формул. Аппроксимационные формулы искались в области концентрации молекул N и температур T плазмы воздуха, определяемой условиями

$$\left. \begin{aligned} 1500 \text{ K} \leq T \leq 5000 \text{ K}; \\ 10^{-6} N_0 \leq N \leq 10^{1,5} N_0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

где $N_0 = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ концентрация молекул в воздухе при нормальных условиях.

В этой области выполняется используемое при выводе формул приближение малости частоты столкновения электрона ν_{ei} с ионами и электрона с электронами по сравнению с частотой столкновения электрона ν с нейтралами. Частоты столкновения электрона с ионами и нейтралами сравнивались при разных плотностях и температурах воздуха в условиях термодинамического равновесия. Для определения частот столкновений использовались формулы из [1 и 2].

Границы области (1) определяются диапазоном плотностей, для которого составлены таблицы [3 и 4], граница $T = 1500 \text{ К}$ обусловлена низшим значением температуры, при которой наблюдается заметная электронная концентрация и целесообразно говорить о существовании воздушной плазмы, граница области $T = 5000 \text{ К}$ обусловлена значением температуры, выше которой в образующуюся плазму с электронной концентрацией выше критической радиоволны не проникают и в ней нет смысла говорить об электромагнитных эффектах.

Второе приближение, используемое для получения аппроксимационных формул, основано на предположении о том, что сечение рассеяния электрона на атоме равно половине сечения рассеяния электрона на молекуле. В соответствии с этим предположением можно не учитывать диссоциацию и принять нормальный состав воздуха: 78% азота и 22% кислорода

Сечения рассеяния электрона на атоме азота в области энергий до 2 эВ авторам не известны. Сравнение экспериментальных данных [5] для атома и молекулы азота в области энергий от 4 до 10 эВ показывает, что удвоенное сечение для атома азота с точностью около 5% равно сечению для молекулы азота. Можно предположить, что в области монотонного поведения сечения с энергией такое соотношение останется верным и в области энергий ниже 2 эВ.

Согласно [6] сечение упругого столкновения электрона с атомом кислорода примерно равно сечению упругого столкновения электрона с молекулой кислорода. Однако учитывая, что кислорода в воздухе всего 22% и что сечение для молекулы кислорода меньше сечения для молекулы азота [см. формулы (2)], находим, что даже при высокой температуре и низкой плотности, когда все молекулы кислорода диссоциированы, замена сечения рассеяния на двух атомах сечением рассеяния на молекуле кислорода приводит к погрешности при определении сечения упругого рассеяния электрона на нейтральных молекулах воздуха $\sigma_0(v)$ не более 15%.

Сечения упругого столкновения электрона с

молекулами кислорода и азота были взяты из [2]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_N &= (1,50 + 3,27 \cdot 10^{-5} \nu - 4,35 \cdot 10^{-11} \nu^2 + \\ &+ 2,60 \cdot 10^{-17} \nu^3) \cdot 10^{-20} \text{ м}^2 \\ \sigma_O &= (2,20 + 7,25 \cdot 10^{-6} \nu) \cdot 10^{-20} \text{ м}^2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где ν — относительная скорость электрона и молекулы, м/с.

Формулы (2) являются аппроксимационными выражениями усредненных по разным экспериментам данных. Область их применимости ограничена энергией электрона в 2 эВ, что позволяет использовать их при температуре до 5000 К при вычислении ϵ , σ и других усредненных по распределению Максвелла величин.

Локальное распределение Максвелла для электронов можно использовать при рассмотрении многих процессов в атмосфере в указанном диапазоне температур и плотностей (1). (Минимальной плотности в этом диапазоне плотностей отвечает высота в 100 км.) Например, минимальная частота столкновений электрона с нейтральными молекулами воздуха (при $T = 1500 \text{ К}$, $N = 10^{-6} N_0$) равна $N < \sigma_0 \nu \approx 3 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$. Поэтому при рассмотрении процессов с характерным временем τ изменения, большим 10 мкс, можно пользоваться локальным распределением Максвелла для электронов для высоты 100 км при $T \geq 1500 \text{ К}$. При более низких высотах и более высоких температурах частоты столкновения выше, поэтому локальное распределение Максвелла можно использовать при рассмотрении процессов с меньшими временами изменения, например при прохождении тока в молниевом разряде ($\tau \sim 1 \text{ мкс}$ $T \geq 10000^\circ \text{ С}$).

Аппроксимационные формулы. При пренебрежении электрон-ионными и электрон-электронными соударениями величины ϵ и σ определяются по формулам [1]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{N_e e^2}{mN} \left[\frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\nu \sigma_0(v) u^4 \exp(-u^2) du}{(\omega/N)^2 + (\nu \sigma_0(v))^2} \right]; \\ \epsilon &= 1 - \frac{4\pi N_e e^2}{mN^2} \left[\frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{u^4 \exp(-u^2) du}{(\omega/N)^2 + (\nu \sigma_0(v))^2} \right], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где N — концентрация молекул в плазме; N_e — концентрация электронов; m и e — масса электрона и его заряд; $u = \sqrt{m/2kT} v$; k — постоянная Больцмана; T — температура электронов; ω — круговая частота падающей электромагнитной волны (для статического случая $\omega = 0$).

Зависимость сечения упругого столкновения электронов с молекулами $\sigma_0(v)$ от относительной скорости v взята из данных эксперимента, в соответствии с составом воздуха $\sigma_0(v) =$

$$=0,78\sigma_N(v)+0,22\sigma_O(v).$$

В [1, с. 69] приведены упрощенные аппроксимационные формулы для ϵ и σ , получаемые из (3) при определении сечения упругого рассеяния электронов на нейтральных молекулах $\sigma_O(v)$. В величине $\sigma_O(v)$ пренебрегается ее зависимостью от относительной скорости v электронов и молекул. В качестве сечения бралось его значение при температуре $T \approx 300$ К. В таком приближении используемое в настоящей работе сечение $\sigma_O = 0,78\sigma_N + 0,22\sigma_O$ совпадает с сечением, принятым в [1], и формулы для ϵ и σ получаются те же, что и в [1]. Однако, как видно из формул (2), при $T > 1000$ К ($v > 10^5$ м/с) сечение зависит от относительной скорости v сильно, поэтому применение аппроксимационных формул в приближении [1] для таких температур привело бы к ошибкам в сотни процентов.

Обозначим выделенные в квадратных скобках интегралы через функции $I_\sigma(\omega/N, T)$ и $I_\epsilon(\omega/N, T)$. Для этих функций от двух переменных составляем аппроксимационные формулы. Для аппроксимации интегралов $I_\sigma(\omega/N, T)$ и $I_\epsilon(\omega/N, T)$ предложим следующие формулы, учитывающие зависимость (2) в соотношениях (3):

$$\left. \begin{aligned} I_\sigma^*(\omega/N, T) &= f(T) \left[(\omega/N)^2 + AT \sum_{k=0}^6 \beta_k T^{k/2} \right]^{-1}; \\ I_\epsilon^*(\omega/N, T) &= \left[(\omega/N)^2 + AT \sum_{k=0}^6 \alpha_k T^{k/2} \right]^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $f(T) = BT^{1/2} (1,00 + 1,50 \cdot 10^{-1} T^{1/2} - 1,86 \times 10^{-3} T + 1,20 \cdot 10^{-5} T^{3/2})$; $A = 10^{-32} \text{ м}^6 \cdot \text{с}^{-2} \cdot (\text{К})^{-1}$; $B = 1,37 \cdot 10^{-16} \text{ м}^3/\text{с}$.

Переменные ω/N и T имеют размерности $\text{м}^3/\text{с}$ и К соответственно.

В предельных случаях эти формулы обеспечивают известное поведение функций $I_\epsilon(\omega/N, T)$ и $I_\sigma(\omega/N, T)$ [1]. Так, учитывая, что частота столкновений электрона с нейтралами ν — это усредненная по распределению Максвелла функция $N\sigma_O$, получаем, что в высокочастотном приближении, когда частота столкновения электрона с молекулами ω много меньше частоты падающей волны ω , формулы (4) сходятся к точным значениям $I_\epsilon = (N/\omega)^2$, $I_\sigma = (N/\omega)^2 f(T)$. Они получаются из формул (3) после пренебрежения в знаменателе членом, связанным с частотой столкновений.

В низкочастотном приближении ($\omega \ll \nu$) эти формулы, так же как и сами функции, зависят только от температуры, так как членом $(\omega/N)^2$ в знаменателе (3) можно пренебречь.

В знаменателе формул (3) есть слагаемое $[\nu\sigma_O(v)]^2$, связанное с частотой столкновения электрона. После подстановки выражения $\sigma_O(v) = 0,78\sigma_N(v) + 0,22\sigma_O(v)$ находим, что это сла-

гаемое представляет собой многочлен восьмой степени по переменной v без членов нулевой и первой степени, поэтому в знаменатели аппроксимационных формул (4) подставлены аналогичные многочлены по переменной $T^{1/2}$ с неизвестными коэффициентами.

Система уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов α_k и β_k получается линейной.

По методу наименьших квадратов определяется минимум каждой из сумм:

$$\sum_i \left[1 - \frac{I_\epsilon((\omega/N)_i, T_i)}{I_\epsilon^*((\omega/N)_i, T_i)} \right]^2; \quad (5)$$

$$\sum_i \left[1 - \frac{I_\sigma((\omega/N)_i, T_i)}{I_\sigma^*((\omega/N)_i, T_i)} \right]^2,$$

взятых по некоторому выбранному множеству точек $(\omega/N, T)$, I_ϵ , I_σ — точные значения интегралов на этом множестве. Для этого ищется точка экстремума этих сумм путем приравнивания к нулю производных этих сумм по переменным α_k для суммы, содержащей I_ϵ или по переменным β_k для суммы, содержащей I_σ . В результате получаем две линейные системы для нахождения неизвестных коэффициентов α_k и β_k в аппроксимационных формулах (4), которые решаются стандартными методами линейной алгебры, например методом Гаусса. Для проведения аппроксимации использовалось следующее множество точек $((\omega/N)_i, T_i)$:

$$\left. \begin{aligned} T_j &= 1500 + 200j, \quad j=0, 1, \dots, 19; \\ (\omega/N)_k &= 10^{-12-k/2}, \quad k=0, 1, \dots, 9. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для разных частей множества (6) выполняются условия $\omega \gg \nu$, $\omega \ll \nu$, а также $\omega \approx \nu$. Отметим, что выбранное множество для переменной (ω/N) не накладывает ограничения на область применения аппроксимационных формул (4), так как на границах указанного множества эти формулы, в которые представлены найденные коэффициенты, начинают следовать указанным выше асимптотикам для функций I_ϵ и I_σ в высокочастотном и низкочастотном приближениях, поэтому расширять это множество не имеет смысла.

Найденные коэффициенты α_k и β_k равны:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 1,30; & \beta_0 &= 1,31; \\ \alpha_1 &= 2,79 \cdot 10^{-1}; & \beta_1 &= 5,39 \cdot 10^{-1} (\text{К})^{-1/2} \\ \alpha_2 &= 4,80 \cdot 10^{-3}; & \beta_2 &= 1,86 \cdot 10^{-2} (\text{К})^{-1} \\ \alpha_3 &= -7,36 \cdot 10^{-5}; & \beta_3 &= -4,69 \cdot 10^{-4} (\text{К})^{-3/2} \\ \alpha_4 &= 3,95 \cdot 10^{-7}; & \beta_4 &= 5,16 \cdot 10^{-6} (\text{К})^{-2} \\ \alpha_5 &= 6,47 \cdot 10^{-10}; & \beta_5 &= -2,36 \cdot 10^{-8} (\text{К})^{-5/2} \\ \alpha_6 &= -7,69 \cdot 10^{-12}; & \beta_6 &= 5,16 \cdot 10^{-11} (\text{К})^{-3}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Так как коэффициенты имеют разные знаки, то

оказывается необходимым сохранение не менее двух цифр после запятой, сохранение меньшего количества цифр заметно увеличивает ошибку аппроксимации. Составленные с помощью (7) функции I_ϵ^* и I_σ^* описывают высокочастотную область $[(\omega/N) > 3 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}]$ с точностью выше 1%, а низкочастотную область $[(\omega/N) < 3 \cdot 10^{-15} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}]$ — с ошибкой не более 6–7%. В промежуточном случае $(3 \cdot 10^{-15} < (\omega/N) < 3 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1})$ максимальная ошибка возрастает и составляет для I_σ — 28%, а для I_ϵ — 42%. Нижняя граница промежуточного случая — $3 \cdot 10^{-15} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ определяется как значение переменной (ω/N) , ниже которой относительная ошибка аппроксимации интегралов I_ϵ и I_σ не зависит от значения переменной (ω/N) ; значения интегралов и их аппроксимаций становятся равными их значению для низкочастотного приближения, и интегралы и их аппроксимации зависят только от температуры. Аналогично определяется верхняя граница промежуточного случая — $3 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$. На этой границе значения интегралов равны их значениям для высокочастотного приближения. Погрешность аппроксимации определялась на более частых сетках переменных T и ω/N , чем сетка (6).

Обсуждение и выводы. Выведены аппроксимационные формулы для ϵ и σ в диапазоне температур от 1500 до 5000 К и плотностей от 10^{-6} до $10^{1.5}$ от нормальной плотности воздуха. Показано, что внутри этой области вместо интегральных соотношений (3) для проводимости и диэлектрической проницаемости плазмы воздуха можно воспользоваться аппроксимационными формулами

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{N_e e^2}{mN} I_\sigma^*(\omega/N, T); \\ \epsilon &= 1 - \frac{4\pi N_e e^2}{mN^2} I_\epsilon^*(\omega/N, T) \end{aligned} \quad (8)$$

с набором коэффициентов (7).

В низкочастотном приближении $\omega \ll \nu$ ошибка аппроксимации равна 7%, в высокочастотном ($\omega \gg \nu$) — меньше 1%. В промежуточном случае ошибки аппроксимации I_ϵ и I_σ равны соответственно 42% и 28%.

Анализируя данные [7], находим, что экспериментальную погрешность в сечении упругого

рассеяния электрона в воздухе можно оценить в 15%. В низкочастотном приближении $I_\epsilon \sim 1/\sigma_0^2$, а $I_\sigma \sim 1/\sigma_0$. Таким образом, достигнутая точность аппроксимации интегралов I_ϵ и I_σ в низкочастотном приближении выше, а в промежуточном случае сравнима с точностью их определения, обусловленной погрешностями в знании экспериментальных сечений. В высокочастотном приближении, в силу специального выбора аппроксимационных формул, значения, полученные с помощью аппроксимационных формул I_ϵ^* и I_σ^* совпадают с точными значениями интегралов I_ϵ и I_σ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Гос. изд-во физико-математич. лит-ры, 1960.
2. Mantas G.P. Electron collision frequencies and energy transfer rates. — J. Atmosph. Terr. Phys., 1974, vol. 36.
3. Кузнецов Н.М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. — М.: Машиностроение, 1965.
4. Дубовой Э.И., Подлинчук В.Ю. Ионизационный состав воздуха при температурах 1500–3000 К.: Препринт № 807. — М.: ИАН, 1980.
5. Low-energy electron scattering from atomic nitrogen / R.H. Neynaber, L.L. Marino, E.W. Rothe, S.M. Trujillo. — Phys. Rev., 1963, vol. 129, № 5.
6. Low-energy electron scattering from atomic oxygen / R.H. Neynaber, L.L. Marino, E.W. Rothe, S.M. Trujillo. — Phys. Rev., 1961, vol. 123, № 1.
7. Кринберг И.А., Скочиллов В.Н. Сечения столкновения электронов с атомами и молекулами космической плазмы. — В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. — М.: Наука, 1971, вып. 16.

[28.09.94]

А в т о р ы: Дубовой Эдвард Иосифович окончил физический факультет Тбилисского государственного университета в 1964 г. В 1987 г. защитил докторскую диссертацию по теоретической физике в Московском государственном университете. Профессор, начальник сектора в Радиотехническом институте им. академика А.Л. Минца (Москва).

Михайлов Михаил Степанович окончил факультет общей и прикладной физики Московского физико-технического института в 1990 г. Ведущий инженер Радиотехнического института им. академика А.Л. Минца (Москва).

Расчет распределения электрического поля в твердой высоковольтной изоляции, содержащей газовые включения

ЧАН КИ ФУК

Предложена методика расчета распределения электрического поля в твердой высоковольтной изоляции, содержащей газовые включения с учетом пятен зарядов на их стенках и электрической проводимости поверхностей включений с помощью интегрального уравнения Фредгольма II рода в операторной форме. Получено аналитическое решение для случая сферического включения. Описан алгоритм расчета в случае сложной формы включения и изменяющейся электрической проводимости.

Ключевые слова: твердая изоляция, газовые включения, электрическое поле, алгоритм расчета

Разработка методов расчета длительной электрической прочности высоковольтной твердой изоляции, в частности полимеров, была и остается актуальным вопросом техники высоких напряжений. Многочисленные работы в этом направлении свидетельствуют о том, что разрушение твердой изоляции при воздействии высокого электрического напряжения происходит в основном из-за химико-физических процессов [1, 2] в газовых включениях и в их окрестности. Исследования указанных процессов, в том числе изучение газового разряда [3], требуют оценки пространственно-временного распределения электрического поля в системе «твердая изоляция—газовые включения». Это распределение поля определяет дальнейшее зажигание или погасание разряда в газовом включении и механизм развития последующего разряда и разрушения изоляционной системы [4]. Данная работа и посвящена расчету временного изменения электрического поля с учетом пятна зарядов, образованного на поверхности включения после газового разряда.

Постановка задачи. В момент времени $t=0$ сразу после газового разряда образуется тонкий слой зарядов толщиной h с объемной плотностью ρ_0 на поверхности газового включения, ограниченного поверхностью S и находящегося в твердом диэлектрике, который занимает остальное бесконечное пространство. Обозначаем области, занимаемые включением и твердым диэлектриком через V_i и V_e . В области V_e находятся n электродов S_k ($k=1, n$) с фиксированными потенциалами U_k . Пусть $(\varepsilon_i, \gamma_i)$, $(\varepsilon_e, \gamma_e)$, $(\vec{E}_s, \vec{\gamma}_s)$ — диэлектрические проницаемости и удельные проводимости газа, твердого диэлектрика и граничного слоя соответственно. Будем определять распределение элект-

A method for calculating a space-time distribution of an electric field in a high-voltage solid insulation, containing gas inclusions, is proposed. The method is based on using the Fredholm integral equation of the second kind in an operator form. The method proposed allows for a surface charge and surface and volume conductivities. An analytical solution for a gas inclusion of spherical shape is obtained. For more complex gas inclusion shape with varying conductivity a calculation algorithm is presented.

Key words: high-voltage solid insulation, gas inclusion, electric field, calculation, algorithm

рического поля в момент времени t .

Важно отметить, что в рамках реальных размеров изоляции и включений по оценке [5] вихревая составляющая электрического поля намного меньше потенциальной, поэтому можно принять условие потенциальности и при расчете можно рассматривать поле как квазистатическое.

Задачу будем решать методом вторичных зарядов с получением интегрального уравнения Фредгольма II рода (ИУФ-II) в операторной форме с последующим определением аналитического или численного решения.

1. ИУФ-II для распределения вторичных зарядов.

1.1. Определение граничного условия для поверхности S в операторной форме.

Уравнение непрерывности, теорема Гаусса и материальные уравнения применительные к граничному слою имеют вид

$$\operatorname{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho; \quad (2)$$

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}; \quad (3)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}_0, \quad (4)$$

где \vec{J} , \vec{D} , \vec{E} и ρ — векторы плотности тока, электрической индукции, напряженности поля и объемная плотность заряда граничного слоя соответственно; γ и ε — удельная объемная проводимость и диэлектрическая проницаемость среды предполагается, что для газа и твердой изоляции эти характеристики представляют собой постоянные величины.

Если рассматривать элементарный граничный

слой [6] как бесконечно тонкую оболочку с толщиной $\Delta n = h \rightarrow 0$, то из (1) имеем

$$\operatorname{div} \vec{J} = \frac{\partial}{\partial n} (\vec{J}_n) + \operatorname{div} \vec{J}_\tau + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta n} (\gamma_e E_{en} - \gamma_i E_{in} + \bar{\gamma}_{is} E_{isn} - \bar{\gamma}_{es} E_{esn}) + \operatorname{div} (\bar{\gamma}_s \vec{E}_\tau) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

или

$$\gamma_e E_{en} - \gamma_i E_{in} + \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\bar{\gamma}_{is} E_{isn} - \bar{\gamma}_{es} E_{esn}) + \operatorname{div} \left(\lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\Delta n \bar{\gamma}_s) \vec{E}_\tau \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\Delta n \rho) \right) = 0, \quad (5)$$

где $\vec{J}_n, \vec{J}_\tau, \vec{E}_n$ и \vec{E}_τ — векторы нормальной и тангенциальной составляющих плотности тока и напряженности поля соответственно; \vec{n} и $\vec{\tau}$ — единичные нормальный и касательный к поверхности S векторы соответственно (\vec{n} направлен от среды i к среде e); индексы «is» и «es» указывают на характеристики сред или полей в граничном слое на границах с газом или с твердым диэлектриком соответственно.

Нетрудно убедиться, что

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\bar{\gamma}_{is} E_{isn} - \bar{\gamma}_{es} E_{esn}) = 0; \quad (6)$$

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\Delta n \rho) = \sigma, \quad (7)$$

где σ — поверхностная плотность распределения заряда на бесконечно тонкой оболочке S .

Если обозначим величину

$$\gamma_s = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\Delta n \bar{\gamma}_s), \quad (8)$$

которая имеет смысл удельной поверхностной проводимости поверхности S [7], то с учетом (5), (6) и (7) уравнение (1) приводится к виду

$$\gamma_e E_{en} - \gamma_i E_{in} + \operatorname{div} (\gamma_s \vec{E}_\tau) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0. \quad (9)$$

Аналогично поступая с уравнением (2), получаем

$$\varepsilon_0 \varepsilon_e E_{en} - \varepsilon_0 \varepsilon_i E_{in} + \operatorname{div} (\varepsilon_0 \varepsilon_s \vec{E}_\tau) = \sigma, \quad (10)$$

где величина

$$\varepsilon_s = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\Delta n \bar{\varepsilon}_s) \quad (11)$$

и имеет смысл поверхностной диэлектрической проницаемости поверхности S [7].

Переход для (9) и (10) к операторной форме дает:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_e E_{en}(p) - \varepsilon_0 \varepsilon_i E_{in}(p) + \operatorname{div} (\varepsilon_0 \varepsilon_s \vec{E}_\tau(p)) = \sigma(p); \quad (12)$$

$$\gamma_e E_{en}(p) - \gamma_i E_{in}(p) + \operatorname{div} (\gamma_s \vec{E}_\tau(p)) + p\sigma(p) - \sigma_0 = 0, \quad (13)$$

где $\sigma_0 = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} (\Delta n \rho_0)$ — поверхностная плотность начального распределения заряда пятна.

Из (12) и (13) получаем

$$\varepsilon_0 \varepsilon_e(p) E_{en}(p) - \varepsilon_0 \varepsilon_i(p) E_{in}(p) + \operatorname{div} (\varepsilon_0 \varepsilon_s(p) \vec{E}_\tau(p)) - \sigma_0/p = 0, \quad (14)$$

где $\underline{\varepsilon}(p) = \varepsilon + \gamma/\varepsilon_0 p$ — выражение для операторной диэлектрической проницаемости соответствующей среды.

Выражение (14) и есть искомое граничное условие на поверхности S для данной полевой задачи.

1.2. Формулировка краевой задачи и вывод ИУФ-II для вторичных зарядов.

На основе рассуждений, приведенных выше, можно сформулировать краевую задачу для потенциала φ в операторной форме следующим образом:

$$\Delta \varphi = 0 \text{ вне } S \text{ и } S_k \quad (k=1, n); \quad (15)$$

$$\varphi_i = \varphi_e \text{ на } S; \quad (16)$$

$$\varphi = U_k \text{ на } S_k \quad (k=1, n); \quad (17)$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_i(p) \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} - \varepsilon_0 \varepsilon_e(p) \frac{\partial \varphi_e}{\partial n} - \operatorname{div} (\varepsilon_0 \varepsilon_s(p) \operatorname{grad}_\tau \varphi) - \sigma_0/p = 0 \text{ на } S, \quad (18)$$

где (18) представляет собой выражение (14), переписанное в ином виде; grad_τ — тангенциальная составляющая градиента.

Теперь применим метод вторичных источников [11], т.е. на границе S введем простой слой зарядов с плотностью $\sigma^*(S)$, на электродах — слой с плотностью $\sigma_k(S_k)$ и все остальное пространство заменим однородной средой с характеристикой $\underline{\varepsilon}_e(p)$.

Будем определять φ в виде [11]:

$$\varphi(Q) = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_e} \int_S \sigma^*(M) \frac{\partial S_M}{r_{QM}} + \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_e} \times \sum_{k=1}^n \int_{S_k} \sigma_k(N) \frac{\partial S_N}{r_{QN}}, \quad (19)$$

где Q и M — точка наблюдения и точка на поверхности S соответственно; r_{QM} — расстояние от M до Q .

Тогда из (17) получаем

$$\frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_e} \int_S \sigma^*(M) \frac{\partial S_M}{r_{QM}} + \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_e} \sum_{k=1}^n \int_{S_k} \sigma_k(N) \frac{\partial S_N}{r_{QN}} = U_k,$$

$$a \in S_k. \quad (20)$$

Применяя из теории потенциалов теорему о скачке при переходе через заряженную поверхность [8, 9], получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i(Q)}{\partial n} &= + \frac{\sigma^*(Q)}{2\varepsilon_0 \varepsilon_e} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \int_S \sigma^*(M) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) dS_M + \\ &+ \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \sum_{k=1}^n \int_{S_k} \sigma_k(N) \frac{\partial S_N}{r_{QN}} \right]; \\ \frac{\partial \varphi_e(Q)}{\partial n} &= - \frac{\sigma^*(Q)}{2\varepsilon_0 \varepsilon_e} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \int_S \sigma^*(M) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) dS_M + \\ &+ \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \sum_{k=1}^n \int_{S_k} \sigma_k(N) \frac{\partial S_N}{r_{QN}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Обозначаем

$$\Phi_0(Q) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \sum_{k=1}^n \int_{S_k} \sigma_k(N) \frac{\partial S_N}{r_{QN}}. \quad (22)$$

Из (18), (21) и (22) с учетом того, что

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\varepsilon_s(Q) \operatorname{grad}_t \varphi(Q)) &= \operatorname{grad}_t \varphi(Q) \operatorname{grad} \varepsilon_s(Q) + \\ &+ \varepsilon_s(Q) \Delta_t(\varphi(Q)) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \int_S \sigma^*(M) \operatorname{grad}_t \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) \times \\ &\times \operatorname{grad}_t \varepsilon_s(Q) dS_M + \frac{(\varepsilon_s(Q))}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_e} \int_S \sigma^*(M) \Delta_t \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) dS_M + \\ &+ \operatorname{div}(\varepsilon_s(Q) \operatorname{grad}_t \Phi_0(Q)), \end{aligned}$$

получаем ИУФ-II

$$\sigma^*(Q) - \lambda_1 \int_S \sigma^*(M) K(Q, M) dS_M = f(Q) \quad (23)$$

с ядром

$$\begin{aligned} K(Q, M) &= -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) + \frac{1}{\lambda_1} \operatorname{grad}_t \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) \times \right. \\ &\times \operatorname{grad}_t \lambda_s(Q) + \left. \frac{\lambda_s(Q)}{\lambda_1} \Delta_t \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

и правой частью

$$\begin{aligned} f(Q) &= 2\lambda_2 \sigma_0(Q)/p - 2\varepsilon_0 \varepsilon_e \lambda_1 \frac{\partial \psi_0(Q)}{\partial n} + \\ &+ \varepsilon_0 \varepsilon_e \operatorname{div}(2\lambda_s(Q) \operatorname{grad}_t \psi_0(Q)), \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\lambda_1 = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_e}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}; \quad \lambda_2 = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}; \quad \lambda_s = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_i + \varepsilon_e}. \quad (26)$$

Предполагаем, что поле поверхностных зарядов $\sigma(S)$ не влияет на распределение зарядов σ_k на электродах ($k=1, n$). Это допущение оправдывается в случае, когда расстояние от включения до элект-

родов намного больше размера включения [первый интеграл в (20) стремится к нулю].

Отметим, что в статическом варианте (23) совпадает с результатом [10, с. 256] при учете поверхностной плотности истинных зарядов. Интересно также отметить, что если ε_s зависит только от напряженности внешнего поля $-\operatorname{grad} \psi_0$ (а не результирующего поля), то ядро (24) независимо от $\sigma^*(M)$ и ИУФ-II (23) остается линейным. С другой стороны, поскольку $\sigma_0(Q)$ представляет собой продукт газового разряда во включении, а $\psi_0(Q)$ — некоторое «разумное» внешнее электрическое поле (постоянное, импульсное или синусоидальное, например), можно предполагать, что правая часть (25) принадлежит классу квадратично интегрируемых функций [11] (т.е. существует интеграл $\int_S |\varphi(M)|^2 dS_M$). В этом случае

для ИУФ-II (23) существует решение, которое ищем в виде [11, 12]:

$$\sigma^*(Q) = f(Q) + \lambda_1 \int_S R(Q, M, \lambda_1) f(M) dS_M, \quad (27)$$

где $R(Q, M, \lambda_1)$ — резольвента ИУФ-II (23).

Тогда решение краевой задачи (15)–(18) найдем как

$$\begin{aligned} \varphi(Q) &= \Phi_0(Q) + \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_e} \times \\ &\times \int_S \left\{ f(M) + \lambda_1 \int_S R(M, N, \lambda_1) f(N) dS_N \right\} \frac{\partial S_M}{r_{QM}}. \end{aligned} \quad (28)$$

Оригинал выражения (28) дает окончательное решение поставленной задачи.

2. Пример определения аналитического решения ИУФ-II (23) для случая включения сферической формы.

Так как во многих изоляционных конструкциях газовые включения сферической формы.

Так как во многих изоляционных конструкциях газовые включения имеют приближенно сферическую форму, представляет интерес реализация указанной выше методики для нахождения аналитического решения ИУФ-II (23) в случае сферического включения радиусом R . Система находится во внешнем поле $E_0(Q, t)$.

Выбираем сферическую систему координат (r, θ, α) с началом координатной системы, совпадающим с центром включения. Аналитическое решение при изменяющейся в пространстве проницаемости граничного слоя слишком громоздко, поэтому рассмотрим только случай ε_s не зависящий от координат.

Выражение для ядра $K(Q, M)$.

В сферической системе координат, если $Q(R, \theta, \alpha)$ и $M(R, \mu, \beta)$ — точки на сфере, имеет место разложение [8]:

$$\frac{1}{r_{QM}} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left\{ 2^{\delta(m)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) \times \right. \\ \left. \times P_n^m(\cos \mu) \cos m(\alpha - \beta) \right\}, \quad (29)$$

где $\delta(m) = \begin{cases} 0 & \text{при } m=0; \\ 1 & \text{при } m>0; \end{cases}$

P_n^m — присоединенный полином Лежандра.

Подставляя (29) в (24), после некоторых преобразований получаем

$$K(Q(\theta, \alpha), M(\mu, \beta)) = \\ = -\frac{1}{4\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2^{\delta(m)} L_n^m(\theta, \alpha, \mu, \beta), \quad (30)$$

где для кратности обозначаем

$$L_n^m(\theta, \alpha, \mu, \beta) = \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \times \\ \times \left\{ A_n^m P_n^m(\cos \theta) + \left[\frac{m}{m+1} \right] P_n^{m+2}(\cos \theta) \right\} \times \\ \times P_n^m(\cos \mu) \cos m(\alpha - \beta), \quad (31)$$

здесь

$$A_n^m = \left\{ 1 - \frac{\lambda_s}{\lambda_1} \left[\frac{n(n+1)}{m+1} - m^2 - m + (n-m)(n-m+1) \right] \right\}. \quad (32)$$

Вычисление результатов ядра.

Резольвента ИУФ-II (23) определяется как [12]

$$R(Q, M, \lambda_1) = \sum_{l=0}^{\infty} \lambda_1^{l-1} K_l(Q, M); \quad (33)$$

где

$$K_l(Q, M) = \int_S K(Q, N) K_{l-1}(N, M) dS_N \quad (34)$$

и

$$K_1(Q, M) = K(Q, M). \quad (35)$$

С помощью главным образом следующего интеграла

$$\int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\xi=0}^{2\pi} L_n^m(\theta, \alpha, \nu, \xi) L_i^j(\nu, \xi, \mu, \beta) \sin \nu d\nu d\xi = \\ = \begin{cases} \frac{2\pi}{2n+1} A_n^m L_n^m(\theta, \alpha, \mu, \beta) & \text{при } i=n \text{ и } j=m; \\ 0 & \text{в других случаях} \end{cases} \quad (36)$$

можно получить

$$K_l(Q, M) = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2^{\delta(m)} \times \\ \times L_n^m(\theta, \alpha, \mu, \beta) \left\{ \frac{1}{2n+1} A_n^m \right\}^{l-1}; \quad (37)$$

$$R(Q, M, \lambda_1) = \sum_{l=0}^{\infty} \lambda_1^{l-1} K_l(Q, M) = \\ = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2^{\delta(m)} L_n^m(\theta, \alpha, \mu, \beta) \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \frac{\lambda_1}{2n+1} A_n^m \right\}^{l-1}. \quad (38)$$

Поскольку $\left| \frac{\lambda_1}{2n+1} A_n^m \right| < 1$, выражение (38) приводится к виду

$$R(Q, M, \lambda_1) = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n 2^{\delta(m)} L_n^m(\theta, \alpha, \mu, \beta) \times \\ \times \frac{1}{1 - \frac{\lambda_1}{2n+1} A_n^m}. \quad (39)$$

Тогда можно найти решение ИУФ-II (23) по (27):

$$\sigma^*(\theta, \alpha) = f(\theta, \alpha) + \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{\lambda_1}{1 - \frac{\lambda_1}{2n+1} A_n^m} \times \\ \times 2^{\delta(m)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \left\{ A_n^m P_n^m(\cos \theta) - \frac{m}{m+1} P_n^{m+2}(\cos \theta) \right\} f_n^m(\alpha), \quad (40)$$

где

$$f_n^m(\alpha) = \int_{\mu}^{\pi} \int_{\beta=0}^{2\pi} f(\mu, \beta) P_n^m(\cos \mu) \cos m(\alpha - \beta) \times \\ \times \sin \mu d\mu d\beta. \quad (41)$$

Подставляя (40) в (28) и еще раз используя (36), можно найти решение краевой задачи для сферического включения:

$$\varphi(r, \theta, \alpha, p) = \Phi_0(r, \theta, \alpha, p) + \frac{1}{4\pi \epsilon_s R} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{R} \right)^n \sum_{m=0}^n 2^{\delta(m)} \times \\ \times \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) Q_n^m(\alpha, p), \quad (42)$$

где верхнее решение — для внутренней области ($r < R$) и нижнее — для внешней ($r > R$), а

$$Q_n^m(\alpha, p) = \begin{cases} \frac{(2n+1)(\underline{\epsilon}_s + \bar{\epsilon}_s)}{2[n\underline{\epsilon}_s + (n+1)\bar{\epsilon}_s + n(n+1)\bar{\epsilon}]} f_n^0(\alpha, p) & \text{при } m=0; \\ \frac{(2n+2)\bar{\epsilon}_s + 2n\underline{\epsilon}_s - \left[\frac{n(n+1)}{m+1} - m^2 - m + \right]}{2n\underline{\epsilon}_s + (2n+2)\bar{\epsilon}_s + \left[\frac{n(n+1)}{m+1} - m^2 - m + \right]} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{+(n-m)(n+m+1)}{+(n-m)(n+m+1)} \frac{\bar{\epsilon}_s}{\bar{\epsilon}_s} f_n^m(\alpha, p) & \text{при } m>0. \end{cases} \quad (43)$$

Здесь $\bar{\epsilon}_s = \epsilon_s / R$, в дальнейшем $\bar{\epsilon}_s$ для упрощения будем обозначать ϵ_s .

Во временной области выражение (43) примет вид

$$\varphi(r, \theta, \alpha, t) = \Phi_0(r, \theta, \alpha, t) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{R}\right)^n \sum_{m=0}^n 2^{\delta(m)} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos\theta) Q_n^m(\alpha, t). \quad (44)$$

Это и есть искомое распределение поля.

3. Численный алгоритм решения ИУФ-II (23).

Для рассмотренной системы «твердая изоляция—газовое включение» анализ достаточно производить с помощью сведения формы включения к форме с простой геометрией типа сферы, эллипса, цилиндра и т.д. с последующим получением аналитического решения как в предыдущей части статьи. Однако большой интерес представляет численный метод решения ИУФ-II (23), особенно в случае, когда ϵ_s зависит от координат или в обобщенном случае со множеством включений. Ниже будет сделана попытка разработать численный алгоритм решения ИУФ-II (23). Обобщение на случай множества включений представляет не принципиальные, а технические трудности. Итак, уравнение (23) с ядром (24) и с правой частью (25) во временной области можно переписать как

$$\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \{L_\epsilon [\sigma^*(Q, t)]\} + L_\gamma [\sigma^*(Q, t)] = 0 \quad (45)$$

с начальным условием

$$L_\epsilon [\sigma^*(Q, 0)] = 2\epsilon_e \sigma_0(Q), \quad (46)$$

где $L_\epsilon [\sigma^*(Q, t)]$ и $L_\gamma [\sigma^*(Q, t)]$ называем линейными операторами поляризации и электропроводности соответственно, определяемыми следующим образом:

$$L_x [\sigma^*(Q, t)] = (x_i + x_e) \sigma^*(Q, t) - (x_i - x_e) \times \\ \times \int_S \sigma^*(M, t) [K_1(Q, M) - K_2^x(Q, M) dS_M] - 2\epsilon_0 \epsilon_e \times \\ \times \{ (x_i - x_e) E_{0n}(Q, t) - \operatorname{div} [x_s E_{0\tau}(Q, t)] \}, \quad (47)$$

$$\text{где } K_1(Q, M) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{1}{r_{QM}} \right]; \quad (48)$$

$$K_2^x(Q, M) = -\frac{x_s}{2\pi} \Delta_\tau \left[\frac{1}{r_{QM}} \right] - \operatorname{grad}_\tau \left[\frac{x_s}{2\pi} \right] \operatorname{grad}_\tau \left[\frac{1}{r_{QM}} \right] \quad (49)$$

и индекс «х» означает ϵ или γ .

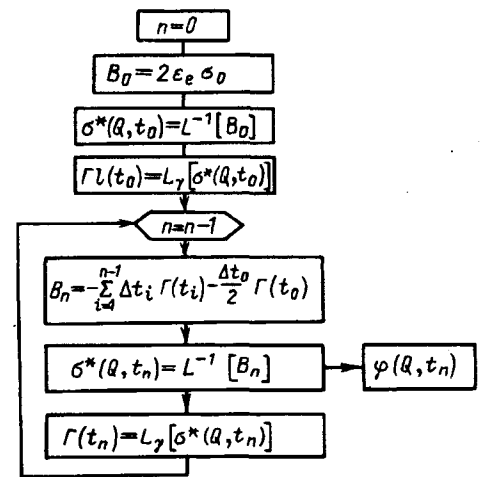
Уравнение (45) представляет собой своеобразное нелинейное дифференциальное уравнение 1-го порядка относительно $L [\sigma^*(Q, t)]$ с начальным условием (46). Применение формулы трапеции к (45) дает

$$L_\epsilon [\sigma^*(Q, t_n)] + L_\gamma [\sigma^*(Q, t_n)] \frac{\Delta t_n}{2} =$$

$$= - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta t_i L_\gamma [\sigma^*(Q, t_i)] - L_\gamma [\sigma^*(Q, t_0)] \frac{\Delta t_0}{2}, \quad (50)$$

где t_i — временные узлы квадратурной формулы; $i=0 \dots n$; Δt_i — шаг по времени на i -м слое.

Если обозначаем через B_n правую часть уравнения (50) и через $L^{-1}[B_n]$ — решение ИУФ-II (50) относительно $\sigma^*(Q, t_n)$, то алгоритм решения уравнения (45) выглядит как показанный на рисунке. Программа расчета для случая осесимметричной геометрии написана на языке Turbo Pascal для IBM-PC. Численный эксперимент с тестовой задачей в разделе 2 показывает удовлетворительный результат. Однако численное и теоретическое исследование устойчивости алгоритма для различных значений ϵ и γ требуется.



Алгоритм решения уравнения (45)

4. Обобщение для системы «твердая изоляция—множество газовых включений».

Если твердая изоляция находится в системе N_1 электродов $S_1 \dots S_{N_1}$, имеющих потенциалы $U_1 \dots U_{N_1}$, а в ней содержится N_2 включений S_{N_1+1}, \dots, S_N ($N=N_1+N_2$), то система ИУФ для вторичных зарядов $\sigma_1 \dots \sigma_N$ на поверхностях $S_1 \dots S_N$ соответственно имеет вид

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{l=1}^N \int_{S_l} \sigma_l(M) \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) \partial S_M = U_k, \quad Q \in S_k, \quad k=1, \dots, N_1; \quad (51)$$

$$\sigma_k(Q) - \frac{\lambda^k}{2} \sum_{l=1}^N \int_{S_l} \sigma_l(M) K_l(Q, M) \partial S_M = \frac{2\lambda^k}{2} \sigma_{k0}(Q)/p,$$

$$Q \in S_k, \quad k = N_1 + 1, \dots, N, \quad (52)$$

где

$$K_l(Q, M) = -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) + \frac{1}{\lambda_l^k} \operatorname{grad}_\tau \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{grad}_\tau \lambda_s^k(Q) + \frac{\lambda_s^k(Q)}{\lambda_l^k} \Delta_\tau \left(\frac{1}{r_{QM}} \right) \right\}; \quad (53)$$

$$\lambda_i^k = \frac{\varepsilon_i^k - \varepsilon_e^k}{\varepsilon_i^k + \varepsilon_e^k}; \quad \lambda_s^k = \frac{\varepsilon_s^k}{\varepsilon_i^k + \varepsilon_e^k}; \quad \lambda_2^k = \frac{1}{\varepsilon_i^k + \varepsilon_e^k}; \quad (54)$$

σ_{k0} — распределение поверхностных зарядов на k -й поверхности в момент $t=0$; ε_i^k , ε_s^k и ε_e^k — операторные диэлектрические проницаемости сред, разделенных поверхностью S_k , и операторная диэлектрическая проницаемость граничного слоя S_k .

Выводы. 1. Расчет распределения электрического поля в высоковольтной твердой изоляции, содержащей газовые включения, необходим для исследования химико-физических процессов, происходящих при разрушении изоляции.

2. Были получены ИУФ-II в операторной форме для вторичных зарядов и аналитическое решение для случая сферической формы включения. Методика может быть распространена на другие формы включения с простой геометрией, что достаточно для изучения частичных разрядов. Также разработаны алгоритм и программа расчета. Они могут быть использованы и для случаев металлических включений.

3. Результат анализа показывает важность учета поверхностной проводимости включения для интерпретации амплитудно-фазовых характеристик частичных разрядов.

4. Предложена обобщенная математическая модель в виде системы ИУФ для описания распределения поля в высоковольтной твердой изоляции, содержащей газовые включения. Решение такой системы требует большого машинного времени и памяти.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Багиров М.А., Малин В.П., Абасов С.А. Воздействие

электрических разрядов на полимерные диэлектрики. — Баку: Элм, 1975.

2. Кучинский Г.С. Частичные разряды в высоковольтных конструкциях. — Л.: 1979.

3. Bartnikas R. A commentary on partial discharge measurement and detection. — IEEE Trans. on Electrical Insulation. 1987. vol. EI22. № 5.

4. Hudon C., Bartnikas R., Weithermer N. Spark-to-glow discharge transition due to increased surface conductivity on epoxy specimens. — IEEE Trans., 1993, E1-28, № 3.

5. Гримальский О.В., Иванов В.Л. Расчет электрических полей изоляционных конструкций. — Кишинев: Штиинца, 1988.

6. Бортник И.М., Вольпов Е.К., Филиппов А.А. Методика расчета электрических полей высоковольтных устройств постоянного тока с учетом переходных процессов. — Электричество, 1992, № 6.

7. Тареев Б.М. Физика диэлектрических материалов. — М.: 1982.

8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1972.

9. Колечицкий Е.С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1983.

10. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.: АН СССР, 1948.

11. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техника, 1974.

12. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: Методы. Алгоритмы. Программы. — Киев: Наукова Думка, 1986.

[10.05.94]

Автор: Чан Ки Фук окончил Харьковский политехнический институт (ХПИ) в 1990 г. В 1993 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Амплитудно-фазовые спектры импульсов частичных разрядов в высоковольтной твердой изоляции» в Московском энергетическом институте. Научный сотрудник кафедры «Приборы и методы неразрушающего контроля» Харьковского государственного политехнического университета (ранее ХПИ), Украина.

Вниманию предприятий, организаций, НИИ, вузов стран СНГ и зарубежных фирм!

Журнал «Электричество» предоставляет свои страницы для

- **РЕКЛАМЫ ИЗДЕЛИЙ** отечественных предприятий и зарубежных фирм в области энергетики, электротехники, электроники, автоматики
- **ПУБЛИКАЦИИ ОБЪЯВЛЕНИЙ** о научных симпозиумах, конференциях, совещаниях, семинарах
- **ДРУГОЙ ИНФОРМАЦИИ**, соответствующей тематике журнала

Сообщаем, что журнал поступает к зарубежным подписчикам во многих странах мира на русском и английском языках. Реклама в черно-белом изображении может быть помещена на страницах журнала или на его обложке. Напоминаем наш адрес: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10 или 101000 Москва, Главпочтамт, абонементам ящик № 648. Телефоны для справок: 924-24-80, 928-88-69.

К расчету надежности электрической изоляции погружных электроцентробежных насосов

МЕСЕНЖНИК Я.З., ТАРЕЕВ Б.М., ПРУТ Л.Я.

Рассмотрены методы расчета надежности электрической изоляции погружных электроцентробежных нефтенасосов. Проведен системный анализ результатов статистической обработки эксплуатационных данных применительно к производственным объединениям «Нижневартовскнефтегаз» и «Сургутнефтегаз». Показано, что для системы из последовательно соединенных элементов (кабель, электродвигатель, нефтенасос) наиболее близкий результат экспериментально полученной наработки системы дает формула, учитывающая диффузионный закон распределения отказов.

Ключевые слова: погружные центробежные нефтенасосы, электрическая изоляция, надежность, методы расчета, статистика

Установки электроцентробежных насосов (УЭЦН) при эксплуатации в нефтяных скважинах отказывают в основном по причине выхода из строя электрической изоляции. Для оценки надежности электрической изоляции УЭЦН необходимы сведения о таком параметре надежности, как наработка УЭЦН до отказа изоляции.

Можно рассматривать УЭЦН как систему из последовательно соединенных кабелей (основного и соединительного), погружного электродвигателя (ПЭД) и нефтенасоса. При монтаже элементы УЭЦН крепятся к насосно-компрессорным трубам (НКТ). Отказ каждого из этих элементов приводит к отказу УЭЦН и прекращению добычи нефти. Для замены отказавших элементов УЭЦН производится комплекс работ по демонтажу и последующему монтажу НКТ. Этот комплекс работ рассматривается нефтедобывающими организациями как ремонт скважин, а время $T_{\text{УЭЦН}}$ — как межремонтный период (МРП) скважин, оборудованных УЭЦН. Расчет МРП скважин производится нефтедобывающими организациями по специальной методике. Применение ее приводит к погрешностям при расчете МРП скважин. Так, согласно [1], для ПО «Нижневартовскнефтегаз» МРП скважин, рассчитанный по методике нефтедобывающих организаций, составляет 486 сут, а по числу ремонтов скважин — 215 сут. Столь значительные погрешности приводят к необходимости уточнения существующей методики расчета МРП скважин.

При расчете МРП скважин по методике нефтедобывающих организаций используются планы испытаний с заменой отказавших УЭЦН, например, планы [NRr], [NRT]. При использовании этих планов испытаний время замены отказавших УЭЦН должно быть значительно меньше МРП,

The paper considers method for calculating the reliability of the electrical insulation of electrical centrifugal submersible oil pumps. A system analysis of results of statistic processing of the exploitation data for «Nizhnevarovsk-Neftegaz» and «Surgutneftegaz» production associations is carried out. It is shown that for a system consisting of n -series-connected elements (cable, electrical motor, oil pump) a formula, which allows for a diffusion law of failures distribution, gives the result most close to the one obtained during experimental operating time.

Key words: electrical centrifugal submersible oil pump, electrical insulation, calculation, reliability

что предусмотрено в соответствующих нормативных документах. Так, в технической документации на ремонтные работы в нефтяных скважинах, оборудованных УЭЦН, предполагаемое время замены отказавших УЭЦН составляет 3 сут при МРП, равном 300–400 сут и более. В то же время, по техническим причинам в ряде случаев время замены отказавшихся УЭЦН значительно больше. Планы испытаний [NRr], [NRT] предусматривают одновременное начало эксплуатации всех УЭЦН, что обычно не выполняется в условиях эксплуатации УЭЦН в нефтяных скважинах. Таким образом, особенности эксплуатации УЭЦН приводят к погрешностям при расчете МРП скважин по методике нефтедобывающих организаций. Для устранения этих погрешностей целесообразно для расчета МРП использовать план испытаний [NVZ] без замены УЭЦН, при котором начало эксплуатации УЭЦН различно, а также план [NVN], предусматривающий эксплуатацию до отказа всех исследуемых УЭЦН.

Расчет МРП скважин, оборудованных УЭЦН, может производиться на основании сведений о наработке до отказа кабелей, ПЭД, нефтенасосов. При рассмотрении УЭЦН как системы последовательно соединенных элементов (кабель, ПЭД, нефтенасос) и предположении об экспоненциальном законе распределения отказов этих элементов, МРП скважин рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{T_{\text{УЭЦН}}} = \frac{1}{T_{\text{каб}}} + \frac{1}{T_{\text{ПЭД}}} + \frac{1}{T_{\text{нас}}}, \quad (1)$$

где $T_{\text{каб}}$, $T_{\text{ПЭД}}$, $T_{\text{нас}}$ — наработка до отказа соответственно кабелей, ПЭД, нефтенасосов.

Отказы нефтенасосов, связанные с поломкой валов, заклиниванием рабочих органов и т.д., происходят достаточно редко (2–3% от общего

количества отказов УЭЦН). В то же время, износ рабочих органов приводит к уменьшению откачиваемой скважинной жидкости, перегреву ПЭД и соединительных кабелей, проложенных вдоль нефтенасосов, а также оплавлению полиэтиленовых муфт. Следовательно, УЭЦН можно рассматривать как систему, состоящую из двух последовательно соединенных элементов: кабель—ПЭД. При этом МРП скважины рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{T_{\text{УЭЦН}}} = \frac{1}{T_{\text{ПЭД}}} + \frac{1}{T_{\text{каб}}}. \quad (2)$$

Снижение подачи откачиваемой насосом жидкости при износе рабочих органов можно рассматривать как эксплуатационный фактор, влияющий на $T_{\text{УЭЦН}}$ до отказа изоляции системы: кабель—ПЭД. Отказы ПЭД и кабелей происходят по причине пробоя электрической изоляции и должны достаточно хорошо подчиняться закону Вейбулла. Использование уравнения (2) предполагает экспоненциальное распределение отказов элементов УЭЦН. Для системы из n последовательно соединенных элементов, отказы которых подчиняются экспоненциальному закону, наработка до отказа занижена в n раз по сравнению с наработкой, подчиняющейся закону Вейбулла. Для системы из n последовательно соединенных элементов наиболее близкий к экспериментально полученной наработке системы дает согласно [2] расчет по формуле (3) при представлении о диффузионном законе распределения отказов:

$$T_{\text{УЭЦН}} = \left(\sqrt{\frac{1}{T_{\text{каб}}^2} + \frac{1}{T_{\text{ПЭД}}^2}} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Нефтедобывающими организациями достаточно хорошо поставлен сбор статистических данных о наработке УЭЦН и ПЭД. Сбор сведений о наработке до отказа кабелей в нефтяных скважинах затруднен в связи с отсутствием заводских номеров на кабелях и вероятностью разделения их при ремонте на отдельные части с последующей комплектацией с другими кабелями путем сростки. Информацию о $T_{\text{каб}}$ можно получить из формулы (3), используя данные $T_{\text{УЭЦН}}$ и $T_{\text{ПЭД}}$.

Нефтяные скважины, оборудованные различными марками УЭЦН, имеют существенные отличия по МРП, что связано с отличием этих скважин по дебету. Так, для высокодебетных скважин, оборудованных УЭЦН-80, МРП более, чем в 1,5 раза больше, чем для малодебетных скважин с УЭЦН-50. Это приводит к необходимости рассчитывать МРП отдельно, в зависимости от марок эксплуатируемых в них УЭЦН.

В [1] указывается, что в ПО «Нижневартовскнефтегаз» МРП, определенный по числу ре-

монтов скважин, оборудованных УЭЦН, составляет 215 сут. Согласно имеющимся статистическим данным $T_{\text{ПЭД}}$ до отказа изоляции составила в ПО «Нижневартовскнефтегаз» 265 сут, а $T_{\text{каб}}$ для кабелей марки КПБК, определенная по «скрытым дефектам» в изоляции, составила 300 сут [3]. При использовании формулы (3) $T_{\text{УЭЦН}}$ составляет 198 сут, что достаточно близко к МРП, определенному по числу ремонтов скважин. Следовательно, диффузионный закон распределения отказов изоляции элементов УЭЦН может использоваться для расчета МРП скважин.

Расчет МРП скважин, проведенный по плану испытаний [NVN], показал, что в 1990 г. для УЭЦН, отработавших более 60 сут, МРП в ПО «Сургутнефтегаз» был почти в 2 раза выше, чем в ПО «Нижневартовскнефтегаз». В то же время в этих ПО условия эксплуатации УЭЦН в нефтяных скважинах (температура, газовый фактор, обводненность, глубина подвески и т.д.), а также качество ремонтов УЭЦН на ремонтных предприятиях нефтедобывающих организаций, существенно не отличаются.

Из анализа функции вероятности $P(T)$ отказов изоляции УЭЦН, эксплуатирующихся в этих ПО (см. таблицу), следует, что в ПО «Сургутнефтегаз» надежность УЭЦН значительно выше, чем в ПО «Нижневартовскнефтегаз».

T, сут	Функция вероятности P(T)	
	ПО «Нижневартовскнефтегаз»	ПО «Сургутнефтегаз»
0—50	0,26	0,15
50—100	0,19	0,13
100—150	0,14	0,109
150—200	0,11	0,093
200—250	0,106	0,07
250—300	0,06	0,067
300—350	0,044	0,059
350—400	0,024	0,047

Так, если за период времени, равный МРП скважин для ПО «Нижневартовскнефтегаз», $P(T)=0,7$, то за этот же период для ПО «Сургутнефтегаз» $P(T)=0,482$. Можно предположить, что значительное отличие в МРП скважин и в $P(T)$ отказов изоляции УЭЦН в этих ПО связано с отличием в соблюдении технологии добычи нефти, а с использованием множественной регрессии. В [4] представлены уравнения регрессии для прогнозируемых значений наработки электрической изоляции УЭЦН. Эти уравнения справедливы для МРП скважин. Регрессионное уравнение, отражающее зависимость прогнозируемого значения МРП скважин (Y) от таких эксплуатационных характеристик нефтяных скважин, как глубина спуска УЭЦН (X_1), давление на приеме насоса (X_2), обводненность скважин (X_3), газосодержание на приеме насоса (X_4) можно представить в виде (4):

$$Y = 1054 - 0,49 X_1 - 0,50 X_2 + 1,36 X_3 - 0,52 X_4. \quad (4)$$

При построении уравнения (4) рассматривались отказы УЭЦН, эксплуатировавшихся в 1991—1992 гг. в ПО «Сургутнефтегаз». Анализировались отказы УЭЦН, проработавших в нефтяных скважинах более 60 сут, что позволило не учитывать отказы, связанные с браком монтажа и некачественным выводом на режим. Использование метода исключения, отбрасывающего незначимые регрессоры, приводит к оптимальному уравнению регрессии:

$$Y = 1054 - 0,49 X_1 - 0,50 X_2. \quad (5)$$

Уравнение (5) дает прогнозируемое значение МРП, близкое к значению, полученному при плане испытаний [NVN], что свидетельствует о хорошей адекватности модели. В регрессионном уравнении (4) незначительными являются факторы обводненности и газосодержания на приеме насоса, а значимыми — глубина спуска УЭЦН и давление на приеме насоса. Можно предположить, что с увеличением глубины спуска УЭЦН и увеличением столба откачиваемой жидкости возрастает вероятность срыва подачи, а также и разгерметизации ПЭД. Значительная вероятность отказов УЭЦН по причине разгерметизации ПЭД подтверждается наличием в большинстве случаев скважинной жидкости в электроизоляционном масле ПЭД, проработавших более 500 сут и отказавших по причине выхода из строя изоляции. Следовательно, можно ожидать, что повышение герметичности ПЭД позволит значительно увеличить МРП скважин. Межремонтный период скважин с УЭЦН иностранных фирм («Centrilift», «REDA», «ODI») выше, чем с УЭЦН производства стран СНГ, что в значительной степени связано с более высокой герметичностью ПЭД иностранных фирм, определяемой качеством гидрозащиты.

В большинстве конструкций ПЭД иностранных фирм изоляция статорной обмотки для улучшения теплоотвода и защиты от агрессивной среды герметизируется специальным компаундом. Можно ожидать, что подобная герметизация статорной обмотки ПЭД производства стран СНГ позволит значительно повысить МРП скважин даже при существующем качестве гидрозащиты*.

Для расчета показателей надежности возможно использование как параметрического, так и непараметрического методов оценки надежности. Параметрический метод позволяет получить более точную оценку показателей надежности, но он ограничен рядом условий. Так, выборка, по которой определяются показатели надежности, должна быть од-

нородной. Отказы УЭЦН происходят в основном по причине отказов изоляции статорной обмотки в результате разгерметизации ПЭД, так и отказов изоляции кабелей при термобарическом старении. Наличие различных механизмов отказов изоляции УЭЦН может привести к неоднородности выборки.

При использовании параметрического метода вид функции распределения отказов должен оставаться постоянным, а параметры этой функции не должны существенно меняться. В то же время такие свойства нефтяных скважин, как обводненность, содержание свободного газа в месте подвески УЭЦН, концентрация механических примесей в скважинной жидкости и т. д. значительно изменяются за МРП, что может привести к изменению вида и параметров функции распределения. При этом, из-за низкой надежности УЭЦН производства стран СНГ отказы из могут происходить раньше, чем проявляется влияние на функцию распределения отказов эксплуатационных характеристик нефтяных скважин. Основными причинами низкой надежности УЭЦН стран СНГ являются возможность разгерметизации ПЭД и недостаточная стойкость полиэтиленовой изоляции кабелей марки КПБП, КПБК к растрескиванию в эксплуатационной среде [3, 5, 6]. Следовательно, при расчете МРП постоянство вида и параметров функции распределения должны проверяться. Так, для УЭЦН, отказавших в ПО «Нижневартовскнефтегаз» в 1990—1991 гг., установлено значительное изменение параметров функции распределения отказов, что приводит к необходимости использования непараметрических методов оценки МРП скважин.

Следовательно, методика расчета МРП скважин, оборудованных УЭЦН, нуждается в дальнейшем уточнении с учетом высказанных замечаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В научно-техническом совете Миннефтепрома. О проблемах повышения межремонтного периода эксплуатации скважин. — Нефтяное хозяйство, 1986. № 3.
2. Погребинский С.Б., Стрельников В.П. Проектирование и надежность многопроцессорных ЭВМ. — М.: Радио и связь, 1988.
3. Надежность кабелей для нефтедобычи в условиях Западно-Сибирского нефтедобывающего региона / Г.Г. Свалов, А.Г. Григорьян, Я.З. Месенжник и др. — Электротехническое производство, 1988, № 12.
4. Месенжник Я.З., Тареев Б.М., Прут Л.Я. Физико-математические модели отказов изоляции погружных установок электроцентробежных нефтенасосов. — Электричество, 1995, № 1.
5. Месенжник Я.З., Тареев Б.М., Прут Л.Я. Физика отказов полимерной изоляции при термобарическом нагружении. — Деп. в ВИНТИ. № 6833—В86, 1986.
6. Месенжник Я.З., Осягин А.А. Силовые кабельные линии для погружных электросистем. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

[07.02.95]

Авторы: Месенжник Яков Захарович окончил в 1958 г. Среднеазиатский политехнический институт. В 1984 г. во Всесоюзном (ныне Всероссийском) научно-исследовательском институте

* Задолго до появления за рубежом погружных электродвигателей с компаундированной статорной обмоткой проф. Н.В. Александровым на ХЭМЗ и Кутаисском электромеханическом заводе была внедрена разработанная им технология капсулирования статорной обмотки ПЭД.

те кабельной промышленности (ВНИИКП) защитил докторскую диссертацию по теме «Теория, методы комплексного расчета, конструирования и прогнозирования работоспособности кабелей для нефтегазовой промышленности в условиях многофакторного воздействия». Заведующий лабораторией кабелей для погружных электрических систем ВНИИКП.

Тареев Борис Михайлович окончил в 1929 г. электротехнический факультет Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана. В 1948 г. в Московском энергетическом институте защитил докторскую диссертацию по теме

«Нагревостойкая электрическая изоляция». Главный редактор отдела электротехники и энергетики Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ).

Прут Леонид Яковлевич окончил в 1963 г. Ташкентский государственный университет. В 1992 г. в Томском политехническом институте защитил кандидатскую диссертацию по теме, связанной с исследованием электрофизических характеристик, надежности и долговечности кабелей и проводов для нефтегазовой промышленности. Ведет научную работу в Сургутском государственном университете.

Библиография

Справочное пособие по основам электротехники и электроники. Под ред. проф. А.В. Нетушила

«Энергоатомиздат» выпустил интересную и очень полезную книгу коллектива авторов под ред. А.В. Нетушила, являющуюся вторым изданием «Справочного пособия по электротехнике и основам электроники», вышедшего в 1986 г. Новое издание существенно отличается от предыдущего. В нем нашли отражение новые методологические подходы и методические новинки изложения вопросов электротехники и электроники.

Справочное пособие состоит из двух частей: «Электрические и магнитные цепи» и «Электромагнитные, электронные и электромеханические устройства». Книга предназначена для студентов неэлектротехнических специальностей вузов, но, на мой взгляд, будет весьма полезна преподавателям вузов, ведущим курсы «Электротехника и основы электроники» при подготовке бакалавров по техническим специальностям.

Особенно большой интерес представляет первая часть пособия, посвященная электрическим цепям. В ней дано нестандартное изложение многих вопросов теории электрических цепей, использованы интересные методические новшества, позволившие более глубоко и логично изложить традиционные вопросы электротехники.

Прежде всего следует приветствовать практическое завершение многолетней дискуссии по поводу знака «минус» в формуле закона электромагнитной индукции. Проф. А.В. Нетушил неоднократно высказывался за исключение минуса в формуле для ЭДС $e = -d\psi/dt = -L di/dt$ с заменой, естественно, направления стрелки ЭДС. В книге для индуктивного элемента, рассматриваемого как приемник, положительное направление ЭДС принимается противоположным положительному направлению, выбранному для тока. Это позволяет более строго и последовательно изложить всю теорию электромаг-

нитной катушки и трансформаторов. Приводятся сведения о зависимых источниках ЭДС и тока, чего не было раньше в учебных пособиях по электротехнике.

В справочном пособии довольно подробно изложены частотные годографы и характеристики последовательных и параллельных схем соединения резистивных элементов с реактивными (индуктивными или емкостными). Годографы и характеристики дают наглядное представление о характере и значениях сопротивлений схем при изменении частоты питающего синусоидального напряжения в широких пределах.

Методологически очень важным является правильная расстановка акцентов при рассмотрении резонансов напряжений и токов. Делается упор на то, что главным условием резонансов напряжений и токов является совпадение по фазе тока и напряжения, а не экстремумы тока и не совпадение собственной и вынужденных частот.

Большой интерес вызывает рассмотрение схем замещения реальных конденсаторов и индуктивных катушек, понятий комплексной емкости и комплексной диэлектрической проницаемости, хотя эти вопросы и не входят в программный материал курса «Электротехника и основы электроники» для студентов неэлектротехнических специальностей.

В главе «Трехфазные цепи» изложены в основном традиционные вопросы, наибольший интерес в ней представляет параграф 3.6, посвященный защитному заземлению и занулению трехфазной системы. Правда, к сожалению, формулы, приведенные в табл. 3.3 для схемы с заземлением, даны без вывода и пояснения.

На высоком научно-методическом уровне написана глава «Переходные процессы в линейных элек-

трических цепях». В отличие от традиционного изложения этих вопросов, приведены примеры переходных процессов при переключениях в цепях с резистивными, индуктивными и емкостными элементами.

Особый интерес вызывает глава «Цепи несинусоидального тока». Она написана совершенно необычно. Показано, что рассчитать такие цепи можно как во временной области, анализируя переходные процессы от серии импульсов, так и в частотной области, разлагая в ряд Фурье несинусоидальные периодические импульсные сигналы и используя при этом принцип суперпозиции для постоянной и различных гармонических составляющих входного сигнала. Такой подход формирует у студентов нестандартное мышление при анализе и расчете сложных электрических цепей.

В книге довольно подробно даны анализ и расчет нелинейных электрических цепей, в том числе режимы постоянного и переменного электрического тока в цепях с нелинейным резистивным четырехполюсником. Излишним, на мой взгляд, является рассмотрение электронных ламп и их характеристик (табл. 7.1), а также усилителей напряжения на электровакуумных триодах (рис. 12.8,а).

Главы «Магнитные цепи» и «Трансформаторы» изложены традиционно. Жаль, что правильная идея исключения минуса в формуле для ЭДС электромагнитной индукции, изложенная в начале книги, не нашла в этих главах запрашиваемого продолжения и подтверждения.

Глава «Магнитные преобразователи», в которой рассмотрены не актуальные для настоящего времени магнитные усилители, ферромагнитные стабилизаторы и умножители частоты, на мой взгляд, могла быть исключена из «Справочного пособия», тем более что на такой важный раздел, как «Электрические машины», выделено всего 30 стр., что составляет менее 10% общего объема книги. В то же время на изучение студентами этого раздела Научно-методический совет по электротехнике Госкомвуза РФ рекомендует выделять около 30% общего учебного времени изучения дисциплины «Электротехника и основы электроники».

По разделам «Электронные преобразователи» и «Электрические измерения и приборы» можно отметить следующее. По объему эти разделы занимают около 1/3 книги (примерно 120 стр.), что примерно соответствует рекомендациям Научно-методического совета. Здесь в достаточных объемах рассмотрены выпрямители, сглаживающие фильтры, стабилизаторы напряжения и тока, управляемые выпрямители, электронные усилители и их характеристики. Излишним, на мой взгляд, является рассмотрение усилителей напряжения с трансформаторной связью, одноктактных и двухтактных усилителей мощности с трансформаторами. Студентов следует ориентировать на то, что усилители в настоящее время выполняются в интегральном исполнении, а в интегральных микросхемах трансформаторы не выполняются. Поэтому студентов нужно знакомить в основном с дифференциальными УПТ, являющимися основой операционных усилителей,

и с бестрансформаторными усилителями мощности.

Из главы «Электронные генераторы» следовало бы исключить автогенераторы на электронных триодах, а дать описание автогенераторов с мостом Вина на операционных усилителях, генераторов линейно изменяющегося напряжения.

В разделе «Электронные преобразователи» почему-то совсем отсутствуют избирательные усилители, они упомянуты лишь при классификации усилителей.

При описании микропроцессоров в главе «основы микроэлектроники» необходимо было бы более подробно рассказать об арифметико-логическом устройстве, являющемся основным блоком микропроцессора.

В разделе «Электрические измерения и приборы» в основном рассмотрены все вопросы, изложенные в соответствующем разделе типовой программы по электротехническим дисциплинам для неэлектротехнических специальностей. Желательно было бы здесь, кроме цифровых измерительных приборов, рассмотреть также электронные аналоговые измерительные приборы, а среди цифровых измерительных приборов кратко описать цифровые фазометры.

Можно отметить более мелкие замечания по книге:

1. На страницах 20 и 22 дважды повторяется один и тот же тезис о том, что при $y - b_0 - 1 < k$ следует отдавать предпочтение методу узловых потенциалов, а при $k < y - 1 - b_0$ — методу контурных токов.

2. На страницах 24–26 используются коэффициенты пропорциональности G_{1m} . Не называя их проводимостями и не вводя это понятие, только в конце с. 26 в примере 1.11 они названы взаимными проводимостями без пояснения их смысла, т. е. что это величины, обратные сопротивлениям.

3. В табл. 2.1 элементами цепи названы: индуктивность L , емкость C , сопротивление R , которые, как известно, являются не элементами цепи, а ее параметрами, т. е. электрическими величинами. В таблицах 2.3 и 2.4 в продолжение этой ошибки написано о последовательном и параллельном соединении R и L , R и C .

4. В книге имеется довольно большое количество опечаток, искажающих смысл изложения, например, с. 4, с. 55 и др.

Несмотря на отмеченные недостатки и замечания, рецензируемое справочное пособие заслуживает самой положительной оценки. Оно написано на высоком научно-техническом уровне, а многие вопросы изложены методологически оригинально и прогрессивно. Книга, безусловно, может быть рекомендована студентам, инженерам, преподавателям как одно из лучших учебных пособий по электротехнике.

**Герасимов В.Г., проф.,
заслуженный деятель
науки и техники РФ**

Профессор Владимир Иванович Ключев

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения заслуженного деятеля науки и техники РФ, академика АЭН, профессора кафедры автоматизированного электропривода Московского энергетического института, доктора технических наук Владимира Ивановича Ключева.

В.И. Ключев родился 16 августа 1925 г., участвовал в Великой Отечественной войне. Окончил МЭИ в 1952 г., был оставлен в аспирантуре при кафедре «Электрооборудование промышленных предприятий» и в 1955 г. защитил кандидатскую, а в 1970 г. — докторскую диссертацию. В МЭИ работает в 1954 г. — ассистентом, с 1960 г. — доцентом, а с 1971 г. — профессором кафедры автоматизированного электропривода. В период 1960—1964 гг. работал деканом вечернего факультета электрификации и автоматизации промышленности и транспорта, а в 1972—1977 гг. — заместителем заведующего кафедрой автоматизированного электропривода.

Проф. В.И. Ключев — один из ведущих специалистов в области автоматизированного электропривода, крупный ученый, высококвалифицированный педагог. Его научные работы в области сложных электромеханических систем с упругими связями и практические разработки систем экскаваторных электроприводов широко известны в нашей стране. В.И. Ключевым опубликовано более 100 научных трудов, в том числе монографии «Ограничение динамических нагрузок электропривода», «Наладка элек-



троприводов экскаваторов» и др., получено 23 авторских свидетельств на изобретения; его разработки легли в основу систем электропривода большинства выпускаемых в России и странах СНГ экскаваторов средней и большой производительности. Одна из разработок В.И. Ключева — моноблочный тиристорный преобразователь для тяжелых условий эксплуатации — отмечена бронзовой медалью ВДНХ СССР. Под его руководством выполнено и защищено более 20 кандидатских диссертаций.

Проф. В.И. Ключев ведет большую работу по подготовке инженерных кадров для народного хозяйства. В течение многих лет он читает курс «Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов». Практически заново им поставлен современный курс «Теория электропривода», который преподается студентам в течение последних 20 лет, выполнена важная работа по учебно-мето-

дическому обеспечению указанных курсов, в том числе изданы учебное пособие «Теория автоматизированного электропривода», учебники «Электропривод и автоматизация общепромышленных механизмов», «Теория электропривода».

В.И. Ключев успешно совмещает большую научно-педагогическую работу с общественной деятельностью. Он был членом оргкомитета всесоюзных научных конференций по автоматизированному электроприводу, заместителем председателя Научно-методического Совета Минвуза СССР по автоматизации промышленных установок и технологических процессов, а также председателем Научно-методической комиссии Минвуза СССР по электроприводу и автоматизации промышленных установок. По инициативе и при непосредственном участии Владимира Ивановича проводилась коренная перестройка типовых учебных планов специальности, разрабатывались новые типовые программы.

В.И. Ключев имеет правительственные награды: орден Отечественной войны I степени, медаль «За отвагу», Почетную грамоту Президиума Верховного Совета РСФСР за достигнутые трудовые успехи и многолетнюю работу, а также ряд юбилейных и памятных медалей.

Горячо поздравляем Владимира Ивановича, желаем ему дальнейших успехов в научно-педагогической и общественной деятельности, счастья в жизни.

Коллеги, ученики, друзья

Памяти Гафира Рахимовича Рахимова (1905-1972)

(К 90-летию со дня рождения)

Гафир Рахимович Рахимов — известный учёный в области теоретической электротехники, основатель узбекской электротехнической школы и видный организатор высшего образования Узбекистана, член-корреспондент Академии наук Узбекистана, доктор технических наук, профессор.

Г.Р. Рахимов родился в 1905 г. в Ташкенте. Трудовая биография будущего ученого-электротехника началась с учебы на рабфаке Ленинградского государственного университета (1922—1924) и службы в частях особого назначения, участвовавших в охране Петропавловской крепости (1924—1926). С 1926 по 1931 гг. он студент Ленинградского электромеханического института. По окончании вуза некоторое время работал в электрофизической лаборатории ФТИ АН СССР, а затем возвратился в Ташкент и поступил в Среднеазиатское отделение Всесоюзного электротехнического объединения. Работу на производстве Гафир Рахимович успешно совмещал с научной и преподавательской деятельностью в Среднеазиатском государственном университете (САГУ): аспирант, ассистент, заместитель декана физфака.

В 1934 г. в стенах будущего Политехнического института, организованного на базе САГУ, по инициативе Г.Р. Рахимова была впервые создана кафедра теоретических основ электротехники, которую он бессменно возглавлял до конца своей жизни. Именно на этой кафедре раскрылся организаторский и творческий талант ученого Р.Г. Рахимова: открытие учебных и научных лабораторий, подготовка инженеров по электроэнергетике и электромеханике, установление научных и деловых связей с учеными-электротехниками Ленинграда, Москвы, Киева и других научных центров. Благодаря его стараниям в Узбекистане стали широко пропагандироваться электротехнические науки и техническое образование на уровнях высшей и средней специальной школ.

Научные интересы профессора Г.Р. Рахимова концентрировались в области исследований нелинейных электрических цепей, изучения особенностей и практического применения электрических цепей с ферромагнитными элементами. В 1940 г. он защитил кандидатскую диссертацию «Трансформаторы ча-

стоты для силовых установок», а в 1955 г. на Ученом Совете ЛПИ — докторскую диссертацию «Автопараметрические колебания в электрических цепях с нелинейной индуктивностью».

Г.Р. Рахимову принадлежит одна из первых работ, раскрывающих физические особенности сложных процессов автопараметрических колебаний в контурах с ферромагнитными элементами. Исследуя явления феррорезонанса, возбуждение высших, низших и комбинационных колебаний, Г.Р. Рахимов использует так называемые энергетические циклы, которые не всегда поддавались аналитическому рассмотрению. Его монография «Феррорезонанс» стала классической в исследованиях этого напряжения. Ряд его работ внес заметный вклад в развитие вибрационной техники. В последние годы Г.Р. Рахимов успешно занимался изучением природы колебаний в нелинейных системах с использованием теории «адиабатического инварианта».

Научная деятельность Г.Р. Рахимова отражена в более чем 150 научных трудах, монографиях, учебниках и авторских свидетельствах. Гафир Рахимович был неизменным участником всех всесоюзных совещаний по магнитным элементам автоматики, многих международных конференций и симпозиумов по нелинейным колебаниям и автоматике. Его научные доклады постоянно привлекали внимание широкой научной общественности.

Профессор Г.Р. Рахимов как основатель электротехнической школы в Узбекистане завоевал большой авторитет и уважение в СССР и за рубежом. Им было подготовлено более двадцати кандидатов и пять докторов технических наук.

Г.Р. Рахимов был инициатором и организатором всесоюзных межвузовских конференций по теории и методам расчета нелинейных цепей и систем в Ташкенте. При его непосредственном участии были проведены конференции (1960, 1963, 1967, 1971), материалы которых внесли ценный вклад в объединение усилий советских ученых при решении многих задач теоретического и прикладного характера; школа электротехников Узбекистана вышла на тесные и плодотворные творческие контакты с ведущими учеными страны, были установлены также

полезные научные контакты с иностранными учеными.

Признанием роли ташкентской школы электротехников в развитии теоретических основ этой науки явилось проведение в 1987 г. в Ташкенте Всесоюзной конференции по теоретической электротехнике.

Г.Р. Рахимов был членом Научного совета по электрофизическим проблемам электроэнергетики Академии наук СССР и принимал активное участие в решении и становлении проблем, стоящих перед энергетикой.

Как член секции «Теоретические основы электротехники и инженерной электрофизики» Научно-методического совета Министерства высшего и среднего специального образования СССР, а впоследствии председателем секции «Учебники и учебные пособия» этого совета Г.Р. Рахимов вел активную работу по методическим вопросам преподавания курса ТОЭ; выпуску и рецензированию учебников и учебных пособий. Им проводилась многолетняя плодотворная работа по систематизации электротехнической и физической терминологии на узбекском языке.

С 1963 г. до последних дней своей жизни Г.Р. Рахимов работал председателем Узбекского правления НТО энергетиков и электротехников и членом Центрального правления этого общества, был избран Почетным членом Научно-технических обществ СССР.

Заслуги Г.Р. Рахимова были отмечены орденами «Трудового Красного Знамени», «Знак Почета», медалями и почетными грамотами.

Гафир Рахимович как один из активных авторов и подписчиков журнала «Электричество» неоднократно участвовал в дискуссиях на страницах этого журнала.

Светлая память о нем как о человеке с энциклопедическим умом, энергичном организаторе, ученом, полном человеческого обаяния и жизнелюбия, всегда будет жить в сердцах его друзей, учеников и коллег.

Демирчян К.С., академик РАН и АЭН РФ, Герасимов В.Г., президент АЭН РФ, Нетушил А.В., академик АЭН РФ, Каримов А.С., академик МАЭН, Рахимова З.Г., доцент, канд. техн. наук

Указатель материалов, опубликованных в журнале «Электричество» в 1995 г.

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
-----------------------------	------------------	------

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
-----------------------------	------------------	------

Теоретическая электротехника

Здрок С.А. Устройства для зарядки аккумуляторных батарей асимметричным током	1	65
Колли Я.Н. Неоднородные телеграфные уравнения длинной линии	1	71
Зыкин Ф.А. Устройство для измерения магнитных потоков, намагничивающих сил и токов	1	75
Варламов Н.В. Оптимизация систем импульсного электропитания с магнитными звеньями сжатия	2	54
Передельский Г.И. О независимости от частоты сопротивления некоторых двухполюсников	2	59
Бутырин П.А., Чинь Хунг Лян. Аналитическое обращение матриц индуктивностей уравнений состояния электрических машин	2	63
Казаков О.И. К расчету нелинейных резистивных цепей при полигармоническом воздействии	2	70
Колесников Э.В. Скин-эффект в цилиндре, помещенном во внешнее магнитное поле	3	61
Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей	4	36
Малафеев С.И. Измерение синфазной и квадратурной составляющих основной гармоники несинусоидального тока	4	44
Михайлов В.М. Интегральные электромагнитные характеристики соленоидов при резком поверхностном эффекте	4	48
Пенин А.А. Характеристики модифицированного эквивалентного генератора активного двухполюсника с изменяемым сопротивлением	4	55
Алексеев Г.И., Мильман В.А., Шейко В.В. Расчет взаимной индуктивности прямолинейного проводника и круговой катушки	4	59
Сапаев Х.Б., Смирнов В.П., Каримбаев А.Т. Гибридный контурный метод анализа электрических цепей	4	64
Аполлонский С.М., Ерофеев В.Т. Импедансные граничные условия на анизотропных телах	4	68
Морозкин Н.Д. Оптимизация высокотемпературного индукционного нагрева сплошного цилиндра с учетом ограничений на термонапряжения	5	56
Казаков О.И. Определение одиночных отказов в нелинейных резистивных цепях с монотонными характеристиками	5	61

Ли Цзылян, Чень Вэй. О выборе условно-положительных направлений электрических величин при анализе схем трансформаторов	5	64
Васильев А.С., Гуревич С.Г., Кильдишева О.Э. Диагностика ламповых генераторов для диэлектрического нагрева	6	28
Романишин И.М., Синицкий Л.А. О парциально устойчивых нелинейных электрических цепях и системах	6	68
Мейер А.А. Распределение потенциала от двух точечных источников тока в полукруглой неоднородной пластине	6	73
Юркевич В.М. Численный расчет электрического поля методом сферических элементов	7	40
Чечурин В.Л. Оптимизация структуры и формы тел, находящихся в плоскопараллельном магнитном поле	7	47
Кувалдин А.Б., Андрушин Н.Ф., Захаров И.В. Расчет электрических и энергетических параметров многослойного индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности	7	55
Резинкина М.М., Резинкин О.Л. Расчет трехмерного распределения напряженности электрического поля в неоднородном диэлектрике	7	62
Кадников С.Н., Шишкова И.Е. Вычисление емкости тонкого гиперболоидального сегмента	7	66
Смирнов В.П., Сапаев Х.Б. Численный анализ электрических цепей с использованием зарядной модели двухполюсников	7	69
Шакиров М.А. Синтез конформных отображений для составных односвязных областей в расчетах электростатических полей	8	43
Казаков О.А. О вольт-амперной характеристике дугового разряда переменного тока	8	49
Новиков А.А., Амелин С.А. Экспериментальное определение параметров модели переманигивания ферромагнетиков Джилса-Атертона	9	46
Абрамкин Ю.В., Иванов-Смоленский А.В. Вывод формул для удельных пондеромоторных сил в электромагнитном поле на базе максвелловской теории поля и теоремы единственности	9	52
Колли Я.Н., Соболева Л.П. Разряд конденсатора с «вязким» диэлектриком на активное сопротивление	9	66
Казаков О.И. О методике преобразования электрического многоугольника в эквивалентную звезду	10	60

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.	Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
Цицикян Г.Н. Применение конформного преобразования плоскостей для расчета сил, действующих на линейные токи и многоугольные поверхности	10	68	модели электрической машины с трехфазной моделью сети	1	11
Филаретов В.В. Топологические формулы для преобразования полного электрического многоугольника в эквивалентную звезду	11	50	Дмитренко А.М. Учет переходных процессов при выборе параметров времязадающих дифференциальных защит трансформаторов (автотрансформаторов)	1	28
Амелин С.А., Новиков А.А., Строев К.Н., Строев Н.Н. Модификация модели Джилса—Атертона для учета частотных свойств ферромагнетиков	11	60	Денцель Д. Планирование режимов электроэнергетических систем с учетом надежности электроснабжения	1	34
Юркевич В.М., Юркевич Г.П. Точность расчета электрического поля методом сферических элементов	12	49	Лоханин Е.К. Применение метода компенсирующих ЭДС для расчета режимов энергосистем	2	10
Электротехнические материалы			Ковалев А.П., Белоусенко И.В., Муха В.П., Шевченко А.В. О надежности максимальных токовых защит, применяемых в сетях угольных шахт	2	17
Месенжник Я.З., Тареев Б.М., Прут Л.Я. Физико-математические модели отказов изоляции погружных установок электроцентробежных нефтенасосов	1	61	Джангиров В.А., Баринов В.А. Принципы совместной работы энергокомпаний в условиях электроэнергетического рынка	3	2
Канискин В.А., Костенко Э.М., Таджибаев А.И. Неразрушающий метод определения ресурса электрических кабелей с полимерной изоляцией в условиях эксплуатации	5	19	Лоханин Е.К. Расчет и анализ режимов работы энергосистемы с учетом изменения частоты	3	12
Борисова М.Э., Койков С.Н., Марченко М.С., Северюхина Н.В. Оценка параметров неоднородности диэлектрика на основе анализа абсорбционных характеристик	6	62	Афанасьев А.И., Идельчик В.И., Ковалевич В.Н., Кононов Ю.Г. Оптимизация эксплуатационных режимов разомкнутых распределительных электрических сетей по напряжению и реактивной мощности	3	19
Карпов Д.И., Лопатин В.В., Носков М.Д. Влияние высокопроводящих барьеров на развитие дендритов в диэлектрике	7	59	Самосейко В.Ф., Шошмин В.А. Математическое моделирование потребления электроэнергии производственными системами	3	23
Колечицкий Е.С., Плис А.И., Шулгин В.Н. Регулирование электрических полей в бумажно-масляной изоляции с конденсаторными обкладками. Часть I	9	36	Сазыкин В.Г. Использование нечетких чисел в задачах электроснабжения	3	29
Боев С.Г., Лопаткин С.А., Риттнер К., Ушаков В.Я. Дендритообразование в шитом полиэтилене в импульсных электрических полях	9	41	Куен Зуи Ань. Самообучающаяся экспертная система для управления электроэнергетическими системами в аварийных режимах	3	34
Чан Ки Фук. Расчет распределения электрического поля в твердой высоковольтной изоляции, содержащей газовые включения	12	60	Железко Ю.С., Савченко О.В. Расчет потерь электроэнергии в энергосистемах с реверсивными межсистемными связями	3	37
Месенжник Я.З., Тареев Б.М., Прут Л.Я. К расчету надежности электрической изоляции погружных электроцентробежных насосов	12	66	Вострокнутов А.Н., Клещенко В.Г., Морозкин В.П., Цгоев Р.С., Шакарян Ю.Г. Двухуровневая система управления асинхронизированного электромеханического преобразователя частоты	3	41
Электроэнергетика			Джангиров В.А., Баринов В.А. XXIII Конгресс Международного союза производителей и распределителей электрической энергии	4	2
Рощин Г.В., Сысоева Л.В., Вершинина С.И., Смирнова Е.В., Филатов В.И., Фокин В.К. Преобразователь координатных осей для связи аналоговой			Иванов Е.А., Вышинская Н.Я. Вынос потенциала в электрических сетях с гальванически связанными источниками постоянного и переменного тока	4	5
			Ершевич В.В. О концепции Глобальной электроэнергетической системы	5	3

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
-----------------------------	------------------	------

Филиппова Т.А., Жирнов В.Л., Русина Н.А. Цена продукции ГЭС на энергетическом рынке	5	10
Бжелич С., Желич Н. Автоматическое вторичное управление напряжением и реактивной мощностью на многопараметрической основе	6	2
Гуревич Ю.Е., Файбисович Д.Л., Хвоцинская З.Г. О бесперебойности электроснабжения промышленных потребителей	8	2
Прокуроров Н.С. Аналитическое решение уравнений установившегося режима электроэнергетической системы	8	57
Вильд Г., Цинк В. Полное обеспечение передач постоянного тока цифровыми средствами управления и защиты (рекламный материал)	8	61
Якимец И.В., Астахов Ю.Н., Лабунцов В.А., Глушкин И.З., Мохов В.Б. Сверхпроводниковые накопители для электроэнергетических систем	9	2
Потребич А.А. Методы расчета потерь энергии в питающих электрических сетях энергосистем	9	8
Бенежан Р., Севестр Ж.-М., Бондаренко А.Ф., Герик В.П. Регулирование частоты в объединенных энергосистемах Запада и Востока Европы	10	2
Лоханин Е.К., Скрипник А.И., Макаров С.Ф., Гончарюк Н.В., Бондарь Л.А. Моделирование действия релейных защит и противоаварийной автоматики при расчетах режимов сложных энергосистем	10	7
Железко Ю.С. Работы СИГРЭ в области электромагнитной совместимости	10	73
Борисов Ю.В., Гуревич Ю.Е., Пойдо А.И., Хвоцинская З.Г. О применении газотурбинных генераторов в энергосистемах России	11	2
Козлов В.А. О надежности электроснабжения потребителей в рыночных условиях	11	15
Лоханин Е.К. Методика расчета и анализа длительных переходных режимов энергосистемы	12	2
Джюрич М.Б., Радоевич З.М., Шкокле В.А., Терзия В.В. Метод понижения порядка матрицы состояния линеаризованной модели энергетической системы	12	10
Техника высоких напряжений		
Афиногенов Е.П., Комельков В.С. Эффект динамического барьера при пробое жидких диэлектриков	1	21
Макальский Л.М., Орлов А.В., Темников А.Г. Влияние магнитного поля		

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
-----------------------------	------------------	------

канала искрового разряда на условия его формирования и развития	4	10
Корявин А.Р., Волков О.В.		
Алмазов А.В. Влияние длительности фронта импульсного напряжения положительной полярности на характеристики лидерного разряда в длинных воздушных промежутках	5	14
Анненков В.З. Метод сопротивления стержневого заземлителя в песчаном грунте	6	14
Александров Г.Н., Герасимов Ю.А. Электрическая прочность изолирующих подвесок проводов ВЛ при коммутационных и грозовых импульсах	6	22
Анненков В.З. Зоны искрообразования и пробоя грунта при растекании тока с сосредоточенных заземлителей	8	10
Орлов А.В., Темников А.Г. Влияние полых диэлектрических объектов на характер разрядных явлений	8	18
Блинов Ю.И., Васильев А.С., Качанов Б.Я., Коган Б.В. Токи и напряжения промышленных сетей при питании мощных ламповых генераторов	10	13
Баламетов А.Б. Моделирование потерь мощности на корону в ВЛ СВН в установившихся режимах	10	22
Борискин А.С., Гусев Н.И., Золотов В.А., Золотовский В.И., Кравченко А.С., Юрьев А.С. Транспортибельные имитаторы молнии на основе магнитокумулятивных генераторов	10	29
Войтович Р.А., Кадомская К.П. Влияние конструктивных параметров кабельных линий высокого напряжения на их эксплуатационные характеристики	11	8
Дубовой Э.И., Михайлов М.С. К расчету проводимости и диэлектрической проницаемости слабоионизированной плазмы воздуха	12	56
Электрические машины		
Бут Д.А. Электромеханика сегодня и завтра. Часть I	1	2
Часть II	2	2
Соколова Р.Н. Уточненное представление синхронных генераторов на электродинамической модели	1	44
Соловьев В.А. Вентильный электродвигатель с обратной связью по токам фазных обмоток	1	56
Фаттахов К.М. Об уравнениях трансформатора и асинхронной машины	2	32
Архангельский Н.Л., Курнышев Б.С., Захаров П.А. Применение тензорной методологии к описанию электромагнитных процессов в асинхронном двигателе	2	37

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.	Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
Шакарян Ю.Г. О реактивной мощности асинхронизированной машины	2	46	Макаров Л.Н., Ахутов Т.А., Попов В.И. Создание новой российской серии асинхронных машин	11	36
Мартынов В.А. Анализ динамических режимов индуктивных электро-механических устройств	3	46	Тесленко О.А., Ширинский С.В. К расчету параметров схемы замещения магнитной цепи ярем статора и ротора неявнополюсной синхронной машины	11	39
Кузнецов В.А., Федотов А.И. Дискретная математическая модель системы синхронный генератор—выпрямительная нагрузка	4	23	Кузнецов В.А., Федотов А.И. Исследование режимов работы синхронной машины, возбуждаемой гармониками тока	12	19
Минаков В.Ф. О схемах замещения асинхронных и синхронных машин	4	27	Цветков В.А., Пикульский В.А. Исследование распределения магнитных полей в зоне замыкания листов активной стали электрической машины	12	25
Сарапулов Ф.Н., Сидоров О.Ю. Расчет электромагнитных характеристик линейной асинхронной машины с учетом насыщения магнитопровода	4	30	Глазенко А.В., Данилевич Я.Б., Карымов А.А. Численный анализ тепловых и механических процессов в электрических машинах	12	30
Веселка Ф., Ондрушек Ч. Улучшение коммутационных свойств коллекторных электрических машин	4	34	Никаноров В.Б., Останин С.Ю., Шмелева Г.А. Математическая модель магнитного поля в гистерезисном двигателе	12	36
Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Аванесов М.А., Хуан Море Оучи. Анализ магнитного поля в области паза магнитного сердечника электрической машины	5	24	Преобразовательная техника		
Гурницкий В.Н. О «нелинейном подобию» электрических машин и аппаратов	5	35	Семенов Н.П. Метод расчета электромагнитных процессов в системе автономный инвертор напряжения — асинхронная машина	1	49
Милых В.И. Исследование тиристорной системы коммутации в линейном двигателе постоянного тока	6	35	Фридман П.М. Анализ выходного напряжения преобразователей, построенных по принципам одно- и многофазной модуляции. Часть I	3	52
Шакарян Ю.Г. Вопросы теории синхронной машины с двумя системами статорных обмоток	7	2	Часть II	4	14
Попов В.И. Электромашинные трехфазные дробные обмотки с пониженным дифференциальным рассеянием	7	14	Часть III	5	46
Смирнов А.Ю. Подразделенные обмотки с полюсной модуляцией и их применение в машинах переменного тока	7	24	Антонов Б.М., Кувшинов А.А., Курносов Б.Д., Лабунцов В.А., Лазарев Н.С., Стукачев А.В. Характеристики и конструкция вентильных преобразователей для сверхпроводящих накопителей энергии	8	23
Алиевский Б.Л., Базарнов Б.А., Вербский В.А., Жарков В.Д., Чукаева Н.Я. Униполярный генератор со стержневой обмоткой якоря для автономной системой электропитания	7	29	Гольфельд Г.В. Анализ спектров нестационарных флуктуаций в автономных инверторах	9	31
Ефименко Е.И. Математические модели электрических машин с электромагнитной редукцией	8	31	Мустафа Г.М., Кутейникова А.Ю., Розанов Ю.К., Иванов И.В. Применение гибридных фильтров для улучшения качества электроэнергии	10	33
Фаттахов К.М. Использование некоторых выражений закона электромагнитной индукции в теории электрических машин	10	56	Зыкин Ф.А., Казаков М.К. Способ измерения больших постоянных токов	10	40
Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Аванеслов М.А., Хуан Море Оучи. Электромагнитные силы, действующие на элементы магнитного сердечника и провода с токами в области паза электрической машины	11	19	Хайруллин И.Х., Янгиров И.Ф., Исмагилов Ф.Р. Вибрационный электро-механический преобразователь со спиральным вторичным элементом	11	47
Скубов Д.Ю., Ходжаев К.Ш. Уравнения нестационарных процессов в трехфазных индукторных генераторах	11	29	Чаплыгин Е.Е. Вопросы управления вентильными компенсаторами пассивной мгновенной мощности	11	56
			Электрические аппараты и трансформаторы		
			Якнмец И.В., Наровлянский В.Г. Автотрансформаторы со стабилизиро-		

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.	Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
ванной по напряжению третичной обмоткой	1	39	Шестаков В.М. Выбор рациональных структур и параметров системы автоматического регулирования электроприводов непрерывно-поточных агрегатов	8	39
Камалов Р.С., Черемис В.С., Чулков В.В. Расчет восстанавливающейся электрической прочности элегазовых автокомпрессионных выключателей	2	21	Алферов В.Г., Ха Куанг Фук. Позиционные электроприводы постоянного тока с робастным модальным управлением	9	17
Перцев А.А., Рыльская Л.А., Чистяков С.П. Повышение износоустойчивости вакуумных дугогасительных камер при коммутации номинального тока	2	26	Бургин Б.Ш. Варианты астатической двухмассовой электромеханической системы стабилизации скорости на базе эквивалентного двигателя	9	23
Шур С.С., Редругина М.Н., Волькенау В.А., Лаврентьев Г.Г., Роговенко С.Ю. Контрольные испытания металлоксидных нелинейных резисторов на пропускную способность	2	48	Смирнов Ю.В. Оптимизация регулируемых электроприводов с циклической ударной нагрузкой	9	28
Ершов М.С. Электромагнитные модели трехфазных трансформаторов для расчета несимметричных режимов систем электроснабжения	6	42	Шумилов В.Ф., Шумилова Н.И. Синтез стохастически оптимальных регуляторов в исполнительных проводках сбалансированных манипуляторов	10	44
Солодовников С.Т., Ягнов В.А., Воздвиженский В.А., Иванов В.П. Оценка отключающей способности вакуумных размыкателей	7	8	Соколовский Г.Г., Стасовский В.М. Быстродействие электропривода при управлении скоростью трехмассового упругого механизма	10	48
Засыпкин А.С., Дорожко С.В. Схема замещения нулевой последовательности несимметричного трансформатора	9	13	Клепиков В.Б., Гуль А.И. Многомерная оптимизация параметров двукратно интегрирующих систем электропривода	11	42
Стародубцев Ю.Н. Трансформаторы напряжения на кольцевых магнитопроводах ГАММАМЕТ® 411	9	63	Кузнецов Б.И. Оптимальный астатический регулятор двухканальной системы с отдельной нагрузкой	12	41
Электрический привод			Электрификация транспорта		
Шумилов В.Ф., Шумилова Н.И. Обеспечение монотонных переходных процессов в электроприводе с заданным быстродействием	2	40	Розанов В.А. Уменьшение индуктивного влияния тяговых сетей при отсасывающих трансформаторах	5	43
Петленко Б.И., Волков В.Д. Характеристики двигателя в каскадной схеме с частотным регулированием	2	42	Розанов В.А. Трехфазные отсасывающие трансформаторы	12	45
Али Фархан Мусхен, Беляев М.А., Филимонов В.И. Компенсация переменного запаздывания в нестационарных линейных системах автоматического управления	5	32	Дискуссии		
Кузнецов Б.И. Оптимальное демпфирование упругих колебаний электропривода с двухъякорным линейным синхронным двигателем	5	39	Абрамкин Ю.В. Механические проявления электрического и магнитного полей конформно связанных областей (статья М.А. Шакирова «Электричество», 1994, № 11)	2	74
Ребенков Е.С., Бабокин Г.И. Синтез структур и определение параметров системы автоматического управления электропривода с переменной жесткостью упругого звена	6	48	Кенс Ю.А., Жураховский А.В. Вышие гармоники в трехфазных цепях (статья И.В. Карпова, «Электричество», 1992, № 11)	5	68
Бурянина Н.С., Зенков Д.Ф., Кацевич В.Л. Синтез линейных систем по управляющему и возмущающему воздействиям методом стандартных коэффициентов	6	55	Попов В.А. Об обозначениях элементов схем замещения (статья А.К. Тер-Акопова, «Электричество», 1993, №3)	7	72
Смирнов Ю.В. Оптимизация асинхронных электроприводов производственных машин с циклической ударной нагрузкой	6	59	Козлов В.А. Комплексная оценка плотности тока в проводах сельских ВЛ 10 кВ (статья И.А. Будзко, М.С. Левина, Т.Б. Лещинской, «Электричество», 1994, № 4)	9	69
Лихоманов А.М., Куцанов Л.А. Синтез стандартных настроек для следящих электроприводов по назначенным переходным характеристикам	7	35	Левин М.С., Лещинская Т.Б. Ответ авторов	9	71
			Чжан Дайжун. К вопросу о «комплексной полной мощности» (статья В.Н. Федорова, «Электричество», 1994, № 6)	9	73

Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.	Авторы и название статьи	Номер журнала	Стр.
Шаталов А.С. О неизвестных опытах по электромагнитной индукции (статья Родина А.П. «Электричество», 1994, № 7)	11	64	Библиография		
Заметки и письма			Копылов И.П. Рецензия на книгу Попова В.И., Петрова Ю.Н. «Трехфазные, специальные и совмещенные обмотки электрических машин переменного тока (основы теории и расчетов)»	8	71
Казарян С.Л. Однослойная перераспределенная шаблонная обмотка	3	69	Герасимов В.Г. Рецензия на книгу «Справочное пособие по основам электротехники и электроники» под ред. А.В. Нетушила	12	69
Попов В.И., Ахунов Т.А. О схемах трехфазных однослойных обмоток электрических машин (по поводу статьи С.Л. Казаряна)	3	71	Хроника		
Ногинов И.С., Шаманов А.П. Диагностирование цепей управления локомотивов	3	74	I Международная конференция по электротехнике и электротехнологии «МКЭЭ-94»	2	79
Орлов А.В. К вопросу об измерении электрического поля заряженных аэрозольных облаков	4	73	Вилесов Д.В., Халилов Ф.Х. Электромагнитная совместимость в присоединениях крупных электрических машин	3	75
Могильников В.С., Олейников А.М., Рассохин А.В. Магнитное поле, возбуждаемое нейтральным вращающимся (движущимся) телом	6	76	Герасимов В.Г., Бутырин П.А. Объединенный форум электротехников и энергетиков	4	74
Бургсдорф В.В., Злобинский Э.Л. Ветровые нагрузки воздушных линий электропередачи	7	76	Герасимов В.Г. Общее собрание АЭН РФ и научная сессия Отделения ФТПЭ РАН	8	73
Ларионов В.П., Прохоров Е.Н. Задачи и методы лабораторных исследований систем молниезащиты	7	78	Кураков Л.П. Межвузовская научно-техническая конференция «Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем»	10	79
Шаталов А.С. Топологический анализ обобщенного и частных режимов трансформаторов по графам	8	69	Беспалов В.Я. В Академии электротехнических наук	11	78
Савченко Е.В., Шмайн Ю.А. О расчете обратного напряжения плеча вентильного преобразователя в режиме работы на встречную ЭДС	9	73	Юбилей		
Из истории электротехники			Анатолий Владимирович Нетушил (К 80-летию со дня рождения)	2	80
Пасынков В.В. 100 лет изобретения радио А.С. Поповым	5	75	Лев Гразданович Мамиконянц (К 80-летию со дня рождения)	3	77
Попов А.С. Прибор для обнаружения и регистрирования электрических колебаний в атмосфере («Электричество», 1896, № 13—14)	5	77	Борис Константинович Максимов (К 60-летию со дня рождения)	3	78
Колли Я.Н. Две работы по теоретической электротехнике	7	73	Ершевич В.В. (К 60-летию со дня рождения)	4	76
Александров Ю.А. Первая энергосистема в России	8	66	Памяти Андроника Гевондовича Иосифьяна (К 90-летию со дня рождения)	8	77
Шнейберг Я.А. Выдающийся электротехник и пропагандист электротехнических знаний (К 150-летию со дня рождения Владимира Николаевича Чиколева)	11	67	Андрей Владимирович Поссе (К 80-летию со дня рождения)	9	78
Лежнева О.А. Гальвани и Вольта: противостояние и общее свершение	11	72	Александр Александрович Глазунов (К 75-летию со дня рождения)	9	79
Скундин А.М. Проблема Вольты в электротехнике	11	76	Виталий Васильевич Хрушев (К 75-летию со дня рождения)	9	80
Нетушил А.В. Вольта, вольт и вольт-амперные характеристики	11	77	Памяти Юрия Леонидовича Мукосеева (К 90-летию со дня рождения)	10	80
			Николай Иосифович Зеленохат (К 60-летию со дня рождения)	11	80
			Владимир Иванович Ключев (К 70-летию со дня рождения)	12	71
			Памяти Гафира Рахимовича Рахимова (К 90-летию со дня рождения)	12	72
			Некрологи		
			Виктор Михайлович Ермоленко	1	79
			Игорь Александрович Будзко	4	77
			Соломон Абрамович Совалов	4	78
			Николай Васильевич Шилин	6	80
			Борис Павлович Борисов	7	80
			Михаил Моисеевич Ботвинник	8	79

Алфавитный указатель авторов статей

А		Г		Идельчик В.И.	
Абрамкин Ю.В.		Герасимов В.Г.		Исмагилов Ф.Р.	
Аванесов М.А.		Герасимов Ю.А.			
Александров Г.Н.		Герих В.П.		К	
Александров Ю.А.		Глазенко А.В.		Кадников С.Н.	
Алексеев Г.И.		Глускин И.З.		Кадомская К.П.	
Алиевский Б.Л.		Гольфельд Г.В.		Казаков М.К.	
Али Фархан Мусхен		Гончарюк Н.В.		Казаков О.А.	
Алмазов А.В.		Гуль А.И.		Казаков О.И.	
Алферов В.Г.		Гуревич С.Г.			
Амелин С.А.		Гуревич Ю.Е.		Казарян С.Л.	
Андрюшин Н.Ф.		Гурницкий В.Н.		Камалов Р.С.	
Анненков В.З.		Гусев Н.И.		Канискин В.А.	
Антонов Б.М.				Каримбаев А.Т.	
Аполлонский С.М.		Д		Карымов А.А.	
Архангельский Н.Л.		Данилевич Я.Б.		Кацевич В.Л.	
Астахов Ю.Н.		Денцель Д.		Качанов Б.Я.	
Афанасьев А.И.		Джангиров В.А.		Кенс Ю.А.	
Афиногенов Е.П.		Джюрич М.Б.		Кильдишева О.Э.	
Ахунов Т.А.		Дмитренко А.М.		Клепиков В.Б.	
		Дорожко С.В.		Клещенко В.Г.	
		Дубовой Э.И.		Ковалевич В.Н.	
				Ковалев А.П.	
Б		Е		Коган Б.В.	
Бабокин Г.И.		Ерофеев В.Т.		Козлов В.А.	
Базарнов Б.А.		Ершевич В.В.		Койков С.Н.	
Баламетов А.Б.		Ершов М.С.		Колесников Э.В.	
Барин В.А.		Ефименко Е.И.		Колечицкий Е.С.	
Белоусенко И.В.				Колли Я.Н.	
Беляев М.А.				Комельков В.С.	
Бенежан Р.				Кононов Ю.Г.	
Беспалов В.Я.				Копылов И.П.	
Бжелич С.				Корвяин А.Р.	
Блинов Ю.И.		Ж		Костенко Э.М.	
Боев С.Г.		Жарков В.Д.		Кравченко А.С.	
Бондаренко А.Ф.		Железко Ю.С.		Кувалдин А.Б.	
Бондарь Л.А.		Желич Н.		Кувшинов А.А.	
Борискин А.С.		Жирнов В.Л.		Куен Зуи Ань	
Борисова М.Э.		Жураховский А.В.		Кузнецов Б.И.	
Борисов Ю.В.				Кузнецов В.А.	
Бурин Б.Ш.				Кураков Л.П.	
Бургсдорф В.В.		З		Курносков Б.Д.	
Бурынина Н.С.		Засыпкин А.С.		Курнышев Б.С.	
Бут Д.А.		Захаров И.В.		Кутейникова А.Ю.	
Бутырин П.А.		Захаров П.А.		Куцанов Л.А.	
		Здрок С.А.			
В		Зенков Д.Ф.		Л	
Варламов Н.В.		Злобинский Э.Л.		Лабунцов В.А.	
Васильев А.С.		Золотов В.А.		Лаврентьев Г.Г.	
Вербский В.А.		Золотовский В.И.		Лазарев Н.С.	
Вершинина С.И.		Зыкин Ф.А.		Ларионов В.П.	
Веселка Ф.				Левин М.С.	
Вилесов Д.В.		И		Лежнева О.А.	
Вильд Г.		Иванов В.П.		Лещинская Т.Б.	
Воздвиженский В.А.		Иванов Е.А.		Лихоманов А.М.	
Войтович Р.А.		Иванов И.В.		Ли Цзылян	
Волкова О.В.		Иванов-Смоленский		Лопатин В.В.	
Волков В.Д.				Лопаткин С.А.	
Волькенау В.А.				Лоханин Е.К.	
Вострокнутов А.Н.					
Вышинская Н.Я.					

М		Резинкин О.Л.	7,62	Филиппова Т.А.	5,10
		Риттнер К.	9,41	Фокин В.К.	1,11
		Роговенко С.Ю.	2,48	Фридман П.М.	3,52; 4,14; 5,46
Макальский Л.М.	4,10	Розанов В.А.	5,43; 12,45	Х	
Макаров Л.Н.	11,36	Розанов Ю.К.	10,33		
Макаров С.Ф.	10,7	Романишин И.М.	6,68	Хайруллин И.Х.	11,47
Малафеев С.И.	4,44	Рощин Г.В.	1,11	Ха Куанг Фук	9,17
Мартынов В.А.	3,46	Русина Н.А.	5,10	Халилов Ф.Х.	3,75
Марченко М.С.	6,62	Рыльская Л.А.	2,26	Хвошинская З.Г.	8,2; 11,2
Мейер А.А.	6,73	С		Ходжаев К.Ш.	11,29
Месенжник Я.З.	1,61; 12,66			Хуан Море Оучи	5,24; 11,19
Милых В.И.	6,35			Ц	
Мильман В.А.	4,59	Савченко Е.В.	9,73		
Минаков В.Ф.	4,27	Савченко О.В.	3,37	Цветков В.А.	12,25
Михайлов В.М.	4,48	Сазыкин В.Г.	3,29	Цгоев Р.С.	3,41
Михайлов М.С.	12,56	Самосейко В.Ф.	3,23	Цинк В.	8,61
Могильников В.С.	6,76	Сапаев Х.Б.	4,64; 7,69	Цицикян Г.Н.	10,68
Морозкин В.П.	3,41	Сарапулов Ф.Н.	4,30	Ч	
Морозкин Н.Д.	5,56	Северюхина Н.В.	6,62		
Мохов В.В.	9,2	Севестр Ж.-М.	10,2	Чан Ки Фук	12,60
Мустафа Г.М.	10,33	Семенов Н.П.	1,49	Чаплыгин Е.Е.	11,56
Муха В.П.	2,17	Сидоров О.Ю.	4,30	Чень Вэй	5,64
Н		Синицкий Л.А.	6,68	Черемис В.С.	2,21
		Скрипник А.И.	10,7	Чечурин В.Л.	7,47
Наровлянский В.Г.	1,39	Скубов Д.Ю.	11,29	Чжан Дайжун	9,73
Нетушил А.В.	11,77	Скундин А.М.	11,76	Чинь Хут Лян	2,63
Никаноров В.В.	12,36	Смирнова Е.В.	1,11	Чистяков С.П.	2,26
Новиков А.А.	9,46; 11,60	Смирнов А.Ю.	7,24	Чукаева Н.Я.	7,29
Ногоинов И.С.	3,74	Смирнов В.П.	4,64; 7,69	Чулков В.В.	2,21
Носков М.Д.	7,59	Смирнов Ю.В.	6,59; 9,28	Ш	
О		Соболева Л.П.	9,66		
		Соколова Р.Н.	1,44	Шакарян Ю.Г.	2,46; 3,41; 7,2
Олейников А.М.	6,76	Соколовский Г.Г.	10,48	Шакиров М.А.	9,43
Ондрушек Ч.	4,34	Соловьев В.А.	1,56	Шаманов А.П.	3,74
Орлов А.В.	4,10; 4,73; 8,18	Солодовников С.Т.	7,8	Шаталов А.С.	8,69; 11,64
Останин С.Ю.	12,36	Стародубцев Ю.Н.	10,63	Шевченко А.В.	2,17
П		Стасовский В.М.	10,48	Шейко В.В.	4,59
		Строев К.Н.	11,60	Шестаков В.М.	8,39
Пасынков В.В.	5,75	Строев Н.Н.	11,60	Ширинский С.В.	11,39
Пенин А.А.	4,55	Стукачев А.В.	8,23	Шишкова И.Е.	7,66
Передельский Г.И.	2,59	Сысоева Л.В.	1,11	Шкокле В.И.	12,10
Перцев А.А.	2,26	Т		Шмайн Ю.А.	9,73
Петленко Б.И.	2,42	Таджибаев А.И.	5,19	Шмелева Г.А.	12,36
Пикульский В.А.	12,25	Тареев Б.М.	1,61; 12,66	Шнейберг Я.А.	11,67
Плис А.И.	9,36	Темников А.Г.	4,10; 8,18	Шошмин В.А.	3,23
Пойдо А.И.	11,2	Терзия В.В.	12,10	Шульгин В.Н.	9,36
Попов В.И.	3,71; 7,14; 11,36	Тесленко О.А.	11,39	Шумилов В.Ф.	2,40; 10,44
Попов П.А.	7,72	У		Шумилова Н.И.	2,40; 10,44
Потребич А.А.	9,8			Шур С.С.	2,48
Прокуроров Н.С.	8,57	Ушаков В.Я.	9,41	Ю	
Прохоров Е.Н.	7,78	Ф			
Прут Л.Я.	1,61; 12,66			Юркевич В.М.	7,40; 12,49
Р				Юркевич Г.П.	12,49
		Файбисович Д.Л.	8,2	Юрыжев А.С.	10,29
Радоевич З.М.	12,10	Фаттахов К.М.	2,32; 10,56	Я	
Рассохин А.В.	6,67	Федотов А.И.	4,23; 12,19		
Ребенков Е.С.	6,48	Филаретов В.В.	4,36; 11,50	Ягнов В.А.	7,8
Редругина М.Н.	2,48	Филатов В.И.	1,11	Якимец И.В.	1,39; 9,2
Резинкина М.М.	7,62	Филимонов В.И.	5,32	Янгиров И.Ф.	11,47

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б.Черкасский пер., 2/10

☎ 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Художественный редактор Т.А.Дворецкова

Сдано в набор 11.10.95. Подписано в печать 24.10.95. Формат 60×88¹/₈.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Тираж 870 экз. Заказ 1697

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Макет выполнен АО «Знак», 103012 Москва, Б.Черкасский пер., 2/10
Типография № 9 Комитета РФ по печати
109033 Москва, Волочаевская ул., 40