

ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1994

9

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

Лабунцов В.А., главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), Бутырин П.А. (Институт высоких температур Российской Академии наук, Москва), Иоссель Ю.Я. (Научно-исследовательский институт постоянного тока, Санкт-Петербург), Комельков В.С. (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), Негушил А.В. (Московская государственная академия тонкой химической технологии), Розанов Ю.К. (Московский энергетический институт), Пищиков В.И. (Московский энергетический институт), Тареев Б.М. (Всероссийский институт научной и технической информации, Москва), Толстов Ю.Г. (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), Чечурин В.Л. (Санкт-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — Макашкин Б.Д.

Секция электроэнергетики

Мамиконянц Л.Г., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), Будзко И.А. (Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства), Гельфанд Я.С. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), Ершевич В.В. (Проектный и научно-исследовательский институт «Энергосетьпроект», Москва), Митюшкин К.Г. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), Морозкин В.П. (Московский энергетический институт), Семенов В.А. (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), Совалов С.А. (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), Строев В.А. (Московский энергетический институт).

Научный редактор — Кудинова Л.С.

Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

Ларионов В.П., председатель секции (Московский энергетический институт), Белкин Г.С. (Всероссийский электротехнический институт, Москва), Бортник И.М. (Министерство науки и технической политики России), Костенко М.В. (Санкт-Петербургский государственный технический университет), Лизунов С.Д. (Московский электрозавод), Шилин Н.В. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — Кудинова Л.С.

Секция электрических машин

Иванов-Смоленский А.В., председатель секции (Московский энергетический институт), Данилевич Я.Б. (Всероссийский институт электромашиностроения, Санкт-Петербург), Евсеев Б.Н., заместитель главного редактора журнала, Шакарян Ю.Г. (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — Евсеев Б.Н.

Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

Слежановский О.В., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт «Электропривод», Москва), Андерс В.И. (Московский энергетический институт), Борцов Ю.А. (Санкт-Петербургский электротехнический институт), Ильинский Н.Ф. (Московский энергетический институт), Шаталов А.С. (Научно-техническое объединение «Антей», Москва).

Научный редактор — Евсеев Б.Н.

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

Кинетическая теория электрической прочности твердых диэлектриков

ЕРМИЛОВ И.В.

Статья посвящена созданию общей теории кратковременной и долговременной электрической прочности твердых диэлектриков. Анализируются известные теории электрической прочности диэлектриков. Показана необходимость учета в теории тепловых флуктуаций атомов диэлектрика и локальных электромеханических усилий, которые увеличиваются примерно на порядок величины из-за наличия в диэлектрике микрочастиц и тонких пор. Приведены формулы для расчета электрической прочности и времени «жизни» твердых диэлектриков, учитывающие тепловые флуктуации и локальные электромеханические усилия. Расчеты по формулам сопоставлены с экспериментальными данными при различных температурах.

Введение. Рассматривают кратковременную и длительную электрическую прочность твердых диэлектриков. Кратковременная электрическая прочность объясняется, в основном, с позиций теорий электрического или теплового пробоя твердых диэлектриков [1–3]. Длительная электрическая прочность описывается теориями старения изоляции. Старение проявляется в снижении со временем кратковременной прочности за счет действия механических, электрохимических (частичные разряды) и тепловых воздействий [3–5].

Однако состояние теории пробоя диэлектриков в настоящее время нельзя назвать удовлетворительным из-за не очень хорошей сходимости расчетных и экспериментальных значений прочности даже при обычных температурах, не говоря уже о расчете ресурса диэлектрика в зависимости от напряженности поля, температуры, площади и

The article deals with the general theory of long duration and short duration electric strength of solid dielectrics. The well-known theories of dielectrics' electric strength are analyzed. The necessity of considering in the theory of thermal fluctuations dielectrics' atoms and local electromechanical forces, which increase approximately for the order of a value due to the presence of microparticles and thin pores in the dielectric, is shown. The formulae for the calculation of electric strength and lifetime of solid dielectrics, taking into account thermal fluctuations and local electromechanical forces, are given. Calculations according to the formulae are compared with experimental data at different temperatures.

т. д. Можно сформулировать основные требования, которым должна удовлетворять универсальная теория пробоя:

1) обеспечивать согласие расчетных и экспериментальных значений электрической прочности диэлектрика во всем диапазоне времени жизни диэлектрика, находящегося под напряжением;

2) правильно описывать зависимость электрической прочности и времени жизни (ресурса) диэлектрика от температуры, приложенных к диэлектрику механических усилий, его толщины, площади электродов, электрофизических параметров диэлектрика, формы приложенного напряжения и т. д.

3) для отражения длительной прочности описывать механизм накопления воздействия электрического поля, т. е. описывать кумулятивный эффект воздействия электрического поля на твер-

дый диэлектрик, наличие которого было установлено еще в начале века [6, с. 224];

4) давать правильные значения времени запаздывания пробоя в зависимости от величины приложенного напряжения;

5) позволять прогнозировать результаты технологических и технических воздействий на диэлектрик.

Можно утверждать, что в настоящее время нет теории электрической прочности твердых диэлектриков, удовлетворяющей в полной мере хотя бы одному из приведенных выше критериев. Такое положение дел, по-видимому, необходимо рассматривать как свидетельство чрезвычайной сложности задачи.

В последние годы развиваются термофлуктуационные теории электрической прочности, основанные на совместном учете воздействия на диэлектрик электрического поля и тепловых флуктуаций атомов решетки. Такой подход в принципе позволяет создать универсальную теорию, описывающую кратковременную и длительную электрическую прочность твердых диэлектриков. В [7] для расчета времени жизни изоляции предложена разновидность формулы Журкова:

$$\tau = A_3 \exp \frac{(U - \gamma_3 E)}{kT}, \quad (1)$$

где $A_3 = 10^{-12}$ с; U — энергия активации пробоя (совпадает практически с энергией связи атомов); k — постоянная Больцмана; T — температура диэлектрика.

Коэффициент γ_3 в (1) рассчитывается по формуле:

$$\gamma_3 = e \lambda_0 z, \quad (2)$$

где e — заряд электрона; λ_0 — межатомное расстояние; z — коэффициент локального электрического перенапряжения, возникающего вследствие неоднородности диэлектрика и различных дефектов структуры (трещины, поры и т.д.). Время τ в (1) — это время ожидания появления свободного электрона или иона за счет сильного локального электрического поля и тепловых флуктуаций. Ускоренные электроны и ионы бомбардируют макромолекулы, уменьшая энергию, требующуюся для их разрыва. Для согласования расчетов и экспериментальных данных приходится выбирать достаточно большие коэффициенты локального перенапряжения. Например, в [7] для четырех исследованных полимеров приведены значения перенапряжения от 13 до 76.

Недостатком этой теории является, на взгляд автора, пренебрежение механическим воздействием сил электрического поля на диэлектрик. Например, для полиэтилена в [7] была получена

электрическая прочность 144 кВ/мм при времени воздействия, равном одной секунде, а коэффициент локального перенапряжения — 15. Напряженность локального электрического поля в этом случае равна 2100 кВ/мм. Если эта напряженность имеет место на микровыступе электрода, то механическое локальное давление электрических сил на диэлектрик в области микровыступа

$$\sigma = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{2,2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (2,1)^2 \cdot 10^{18}}{2} = 3,9 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}.$$

Предел механической прочности полиэтилена на сжатие составляет $1,2 \div 2,5$ кг/мм² [8, с. 53], что ниже локального давления сил электрического поля. Таким образом, как видно из расчета, диэлектрик за счет механического воздействия электрических сил, разрушается раньше, чем начинает действовать предполагаемый механизм ионизации и «бомбардировки» молекул.

В [9, с. 19] В.Е. Дмитриевским предложена теория электрической прочности твердых диэлектриков, где учитываются механическое воздействие сил электрического поля и тепловые флуктуации. Время жизни диэлектрика, на который воздействуют электрическое поле напряженностью E и растягивающее механическое напряжение σ , рассчитывается по формуле

$$\tau = \tau_0 \exp \left(\frac{U \varphi(x)}{kT} \right), \quad (3)$$

$$\text{где } \varphi(x) = \sqrt{1-2x} - x \ln \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sqrt{1-2x} - 1 \right); \quad (4)$$

$$x = \frac{1}{U} \sqrt{\gamma^2 \sigma^2 + \gamma^2 \varepsilon \varepsilon_0 G (\beta \eta E)^2};$$

γ — структурно-чувствительный коэффициент; β и η — коэффициенты, характеризующие перенапряжение в диэлектрике за счет структуры диэлектрика (разная толщина, пустоты и т.д.) и влияния электродов (шероховатость электрода, краевой эффект и т.д.); G — модуль упругости; τ_0 — постоянная времени.

В этой теории уже учтено воздействие сил электрического поля и механических сил. Однако большим недостатком теории является то, что зависимость логарифма «времени жизни» от квадрата напряженности поля является нелинейной, тогда как практически все экспериментальные данные по ресурсным характеристикам указывают на линейность этой зависимости.

Следует также упомянуть, что аналогичный подход к созданию теории электрической прочности, правда без учета термофлуктуаций, был применен Роговским еще в 30-х годах нашего столетия [1, с. 555]. В связи с завышенными расчетными значениями электрической прочности, получаемыми согласно этой теории, им была предпринята попытка учесть влияние микротре-

щин в диэлектрике на пробой. Его теория была усовершенствована Горовицем [1, с. 571], который на основе термодинамического подхода разработал теорию движения трещины в электрическом поле. Однако и этот подход не привел к созданию теории, объясняющей наблюдаемые экспериментально факты, так как не были учтены тепловые флуктуации атомов.

В излагаемой ниже теории учитывается локальное механическое воздействие сил электрического поля на диэлектрик, а также влияние тепловых флуктуаций и микротрещин на электрическую прочность. В целом подход к расчету электрической прочности кинетический, поэтому и рассматриваемую модель электрической прочности целесообразно назвать кинетической.

Силы, действующие на диэлектрик в электрическом поле. Рассмотрим вначале диэлектрик без микронесплошностей. Как известно, на диэлектрик в электрическом поле действуют электрические силы, объемная плотность которых может быть рассчитана по выражению [10, с. 152]

$$\vec{f} = \rho \vec{E} - \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \text{grad } \epsilon + \frac{\epsilon_0}{2} \text{grad} \left(E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \gamma_0} \gamma_0 \right), \quad (5)$$

где ρ — плотность объемного заряда; ϵ_0, ϵ — диэлектрическая постоянная и относительная диэлектрическая проницаемость; γ_0 — плотность диэлектрика.

Объемные силы, действующие на выделенный объем диэлектрика могут быть вполне эквивалентно заменены силами, приложенными к его поверхности, что для нашего рассмотрения более удобно. Сила натяжения, действующая в электрическом поле на единичную площадку, внешняя нормаль к которой направлена по \vec{n} , равна [10, с. 162]

$$\vec{T}_n = \epsilon_0 \left[\epsilon E_n \vec{E} - \frac{1}{2} \vec{n} E^2 \left(\epsilon - \frac{\partial \epsilon}{\partial \gamma_0} \gamma_0 \right) \right], \quad (6)$$

где E_n — проекция вектора напряженности поля на нормаль \vec{n} .

Вторым слагаемым в круглых скобках в формуле (6) можно пренебречь, так как оно характеризует стрикционные силы, которые в твердых телах малы [11, с. 256].

На границах диэлектрика в электрическом поле будут действовать поверхностные силы, плотность которых определяется разностью сил натяжения, действующих с разных сторон границы. Если нормаль \vec{n} к поверхности границы направить от среды 1 к среде 2, то плотность электрических сил, действующих на участок границы, произвольным образом ориентированный в электрическом поле, равна [10, с. 164]

$$\sigma = (D_{2n} \vec{E}_2 - D_{1n} \vec{E}_1) \cdot \vec{n} - \frac{1}{2} (D_2 E_2 - D_1 E_1) \vec{n}, \quad (7)$$

где D_1 и D_2, E_1 и E_2 — индукция и напряженность поля по разные стороны границы.

Формула (7) является достаточно общей и справедлива как в однородных, так и в неоднородных электрических полях при отсутствии и наличии объемного заряда.

Рассмотрим для примера плоский конденсатор с фольговыми обкладками, плотно прилегающими к диэлектрику, где среда 1 — это фольга, а среда 2 — диэлектрик. Плотность сил, действующих на границе диэлектрика, учитывая, что напряженность поля в фольге равна нулю, можно выразить в виде

$$\sigma = \frac{1}{2} (D_2 E_2 - D_1 E_1) = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E_2^2. \quad (8)$$

Электрические силы направлены внутрь конденсатора (изоляция сжимается из-за более сильного притяжения друг к другу разноименно заряженных обкладок по сравнению с растягивающими силами, действующими в электрическом поле¹ на молекулы диэлектрика).

Если конденсаторная изоляция выполнена из диэлектриков с разной диэлектрической проницаемостью, то плотность сил, действующая на диэлектрики на границе (учитывая, что $D_2 = D_1$),

$$\sigma = \frac{D^2}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon_2} - \frac{1}{\epsilon_1} \right) \quad (9)$$

и направлена в сторону диэлектрика с меньшей диэлектрической проницаемостью. Из (9) легко получим (8), если положим диэлектрическую проницаемость фольги равной бесконечно большей величине.

Однородный диэлектрик в конденсаторе, кроме сил сжатия, вызванных притяжением разноименно заряженных обкладок конденсатора между собой, испытывает также воздействие, обусловленное наличием сил, действующих на торцевую часть диэлектрика. Для конденсатора с выступающей фольгой эти силы легко вычисляются из (7), учитывая, что $E_1 = E_2$, а D_{1n} и D_{2n} равны нулю:

$$\sigma = -\frac{\epsilon_0}{2} (\epsilon_2 - \epsilon_1) E_2^2. \quad (10)$$

Если $\epsilon_1 > \epsilon_2$, то диэлектрик испытывает боковое сжатие, а при противоположном соотношении проницаемостей — растяжение.

Если использовать в (8) средние напряженности, получаемые делением напряжения пробоя на среднюю толщину диэлектрика, то механические напряжения получаются не очень большими по величине. Например, для качественной полипропиленовой пленки толщиной 10 мкм, средняя электрическая прочность при подъеме напряжения со скоростью 1 кВ/с составляет 600 кВ/мм, а давление электрических сил, рассчитанных по (8), равно 0,35 кг/мм², что существенно ниже механической прочности полипропилена на сжатие, составляющей 5,9 кг/мм² [8, с. 53]. Согласие между этими величинами будет лучшим, если учесть неоднородность электрического поля за счет инжекции электронов с катода. Инжекция электронов с катода возникает при начальной напряженности поля порядка 10–20 кВ/мм, и будет продолжаться до тех пор, пока поглощаемый диэлектриком объемный заряд не уменьшит напряженность поля у катода до напряженности, меньшей начальной. Учитывая малую величину начальной напряженности по сравнению с электрической прочностью, можно считать, что напряженность поля у анода по сравнению со средней величиной напряженности при толщинах диэлектрика, сравниваемых с характерной глубиной поглощения инжектируемых электронов, максимально увеличится вдвое. Таким образом, при учете объемного заряда электрическое давление увеличивается до 2,8 кг/мм², что также меньше допустимого механического давления.

Рассмотрим теперь локальные электрические

силы, действующие на диэлектрик на границе между диэлектриком и микронесплошностью. Под микронесплошностью понимаем различного рода микрочастицы (пыль, остатки катализатора, наполнители и т.д.), внесенные в диэлектрик при его изготовлении или изготовлении исходных материалов, а также закрытые и открытые поры, заполненные газом или влагой. Учитывая, что как исходные компоненты диэлектрика, так и сам диэлектрик изготавливаются не в вакууме а в атмосфере, то микровключения и поры в реальном диэлектрике будут всегда. Кроме того, при изготовлении многих полимеров применяются катализаторы и наполнители в виде мелкодисперсных частиц. Характерной для хорошего диэлектрика зольности 0,05% соответствует концентрация микрочастиц 5×10^8 частиц/мм³ диаметром 0,1 мкм и плотностью 2 г/см³ при плотности диэлектрика 1 г/см³.

Максимальная напряженность электрического поля микросферы с диэлектрической проницаемостью ε_1 , помещенной в диэлектрик с проницаемостью ε_2 может быть рассчитана по формуле

$$E = E_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2} \right), \quad (11)$$

где E_0 — напряженность внешнего поля в месте расположения микрочастицы при ее отсутствии ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$).

Из (11) видно, что в случае проводящей частицы ($\varepsilon_1 = \infty$) максимальное локальное поле на поверхности частицы равно $3E_0$. Из формулы (8) следует, что локальная сила воздействия электрического поля на диэлектрик в этом случае увеличивается в 9 раз. Для рассмотренного нами примера электрического пробоя полипропилена максимальное электрическое давление при наличии микрочастицы вблизи анода увеличится с 1,4 до 12,6 кг/мм², что существенно выше механической прочности полипропилена.

Если микрочастица имеет неправильную форму, то локальное давление электрических сил на диэлектрик может быть еще большим. Для наглядности рассмотрим вытянутый эллипсоид вращения, ориентированный большей полуосью вдоль поля. Максимальная напряженность поля на вершине эллипсоида может быть рассчитана по формуле

$$E = E_0 / d_a, \quad (12)$$

где d_a — коэффициент деполяризации, рассчитанный по формуле

$$d_a = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \left[\frac{1}{2 - \sqrt{1 - \beta^2}} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \sqrt{1 - \beta^2}} \right) - 1 \right], \quad (13)$$

где β — отношение малой полуоси к большой.

Если параметр β , например, равен 0,3 и 0,5, максимальная напряженность поля на вершине эллипсоида будет соответственно усилена в 11 и 6 раз. Локальное давление электрических сил будет в этом случае увеличено в 121 и 36 раз по сравнению со средним. Такое большое усиление напряженности поля может, по-видимому, объяснить сравнительно низкие минимальные значения электрической прочности полипропилена. Для описанных экспериментов с полипропиленом при среднем значении электрической прочности 600 кВ/мм, минимальное значение прочности при вероятности пробоя 10^{-2} составило 200 кВ/мм, а среднее давление электрических сил примерно 0,04 кг/мм². Такое значение электрической прочности может быть объяснено наличием в диэлектрике вытянутой микрочастицы, ориентированной большой осью вдоль силовых линий поля и с отношением малой и большой полуосей равным или большим 0,3.

Узкая, вытянутая вдоль поля пора, заполненная, например, водой, может также при определенных условиях создать большие локальные давления. Если длительность приложения напряжения больше времени релаксации зарядов (для воды 10^{-7} с), то пору, заполненную водой, можно рассматривать, как проводящую частицу, для которой будет справедлив приведенный выше анализ усиления локальных электрических полей и давлений. При меньших временах возможно усиление электрического воздействия за счет «бокового» давления силовых линий, рассчитываемого по формуле (10). Для полипропилена расчет по формуле (10) даст усиление локального давления на стенки поры в 36 раз, что создаст опасные растягивающие усилия в головке поры.

Коэффициент концентрации напряжения в головке поры может быть рассчитан по следующей формуле [12, с. 77]:

$$\mu = 1 + 0,79 \sqrt{l/\lambda^*}, \quad (14)$$

где l — длина поры; λ^* — эффективное межмолекулярное расстояние, для полимеров λ^* можно принять равным $1,3 \times 10^{-9}$ м. Для короткой поры размером 0,1 мкм усиление созданных электрическим полем напряжений составит 7,9, что обеспечит дальнейшее снижение электрической прочности диэлектрика.

Для поры диэлектрика, заполненной воздухом, напряженность поля усиливается внутри поры. Например, для воздушной прослойки, расположенной перпендикулярно силовым линиям, поле внутри поры усиливается в ε_2 раз, где ε_2 — диэлектрическая проницаемость диэлектрика. При этом пора будет сжиматься, а диэлектрик вблизи поры будет растягиваться под действием элект-

трических сил, плотность которых рассчитывается из (9)

$$\sigma_{эл} = -\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 (\varepsilon_2 - 1) E^2}{2}. \quad (15)$$

Создаваемые локальные механические напряжения в газовой поре будут существенно меньше сил, создаваемых проводящими частицами и порами, заполненными влагой. Однако за счет возникновения частичного разряда в газовых порах максимальное электрическое поле и механическое напряжение у их границ резко усиливается.

Кроме усиления напряженности поля на границе диэлектрика и микронесплошностей, может наблюдаться аналогичный эффект на микроненородностях электродов, образовавшихся при их обработке или за счет осаждения на их поверхности пылинок. Аппроксимируя микровыступы или пылинки половинками эллипсоида вращения можно легко показать, что усиление полей и давления описывается теми же формулами (8), (12) и (13), что и для случая проводящих частиц, расположенных внутри диэлектрика.

В целом проведенный анализ показывает, что наличие проводящих частиц и пор, заполненных влагой, или пор, в которых произошли частичные разряды, а также микровыступов на электродах может привести к локальным механическим напряжениям сжатия, большим, чем предельно допустимые по условиям механической прочности. Для диэлектрика локальное давление электрического поля может быть в общем случае рассчитано по формуле

$$\sigma_{эл} = \frac{k_0^2 \varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}, \quad (16)$$

где k_0 — локальный коэффициент усиления поля, рассчитываемый по формулам (8), (9)—(12) и (15); E — напряженность поля в месте расположения микроненородности при ее отсутствии.

Основные уравнения и зависимости теории электрической прочности. Рассмотренный выше подход не является общим, так как механическая прочность диэлектриков зависит от времени воздействия сил, что связано с тепловым движением атомов и молекул.

Как известно, атомы твердого тела и, в частности, диэлектрика участвуют в тепловом движении, колеблясь вокруг положения равновесия. В соответствии с классическим подходом атомы участвуют в основном в колебательном движении. Средняя энергия теплового движения атомов равна kT . Распределение в каждый данный момент атомов по энергии подчиняется статистике Больцмана [12, с. 106]:

$$\psi(W, T) = \frac{dn}{N} \frac{1}{dW} = \frac{1}{kT} e^{-\frac{W}{kT}}, \quad (17)$$

где W — кинетическая энергия частицы;

$\psi(W, T)$ — плотность вероятности распределения частиц по энергии; N — число частиц в системе.

Число частиц в теле n_A , имеющих энергию, большую, чем энергия потенциального барьера U , удерживающего частицу в положении равновесия, можно найти проинтегрировав (17):

$$\int \frac{dn}{N} = \int_U^\infty \frac{1}{kT} \left[\exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \right] dW. \quad (18)$$

Из (18) получим

$$\frac{n_A}{N} = -\exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \Big|_U^\infty = \exp\left(-\frac{U}{kT}\right), \quad (19)$$

где n_A/N — вероятность получения атомом в процессе тепловых флуктуаций энергии, большей, чем энергия потенциального барьера U или, по-другому, энергии активации разрушения связей.

Применительно к отдельному атому вероятность получения им энергии большей, чем энергия потенциального барьера, равна отношению периода тепловых колебаний τ_0 ко времени ожидания разрыва связи τ_0/τ (для полимерных диэлектриков $\tau_0 = 10^{-13} \div 10^{-12}$ с). Очевидно, что вероятность, определяемая по формуле (19), равна вероятности, рассчитанной как τ_0/τ , так как это фактически равноценные способы вычисления вероятности одного и того же события.

Приравнивая эти вероятности, найдем время ожидания разрыва связи в атоме

$$\frac{n_A}{N} = \frac{\tau_0}{\tau}, \quad (20)$$

Из (20) с учетом (19) найдем

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{U}{kT}\right). \quad (21)$$

Это время применительно к твердому диэлектрику при отсутствии восстановления разорванных связей представляет собой временной интервал, за который происходит деструкция (локальная или общая) диэлектрика [это очевидно, так как формулу (20) можно отнести к любой связи между атомами в молекуле диэлектрика].

После разрыва одной связи атом, естественно, не покидает тело. Он имеет возможность в результате тепловых флуктуаций восстановить прежнюю связь, если его энергия окажется большей, чем энергия потенциального барьера при рекомбинации связи U' . Аналогично (21) время ожидания восстановления связи

$$\tau_1 = \tau_0 \exp\left(\frac{U'}{kT}\right). \quad (22)$$

В связи с тем, что $U' < U$, время ожидания восстановления связи меньше времени ожидания разрыва связи меньше времени ожидания разрыва связей, и диэлектрик в обычном состоянии ста-

билен.

При приложении к диэлектрику механической растягивающей нагрузки, создающей напряжение, к атому прикладывается сила

$$f = \sigma \lambda_0^2, \quad (23)$$

где λ_0 — расстояние между атомами или молекулами (для полимерных диэлектриков, например, $\lambda_0 = 4 \times 10^{-10}$ м). Наличие растягивающей силы снижает энергию потенциального барьера на величину

$$\Delta U = f \lambda_m = \sigma \lambda_0^2 \lambda_m = \sigma V_A, \quad (24)$$

где λ_m — удлинение связи при разрыве (удлинение C—N-связей полимеров равно $1,5 \times 10^{-10}$ м); V_A — флуктуационный объем (для полимеров $V_A = 2,4 \times 10^{-29}$ м³, что согласуется с экспериментальными данными).

Снижение энергии, представленное уравнением (24), необходимо рассматривать, как минимально возможное, так как на самом деле сила f может быть больше расчетной по уравнению (23) из-за наличия ненапряженных связей, свободного объема и микротрещин. С учетом этих факторов (24) можно выразить в виде

$$\Delta U = \alpha_0 \beta_0 V_A \sigma = \gamma \sigma, \quad (25)$$

где α_0 — коэффициент перенапряжения связей; β_0 — коэффициент перенапряжения в вершине микротрещины.

Изменив нижний предел интегрирования в (18) на $(U - \gamma \sigma)$, получим после некоторых преобразований уравнение Журкова

$$\tau = \tau_0 \exp \left(\frac{U - \gamma \sigma}{kT} \right). \quad (26)$$

В связи с тем, что приложенная растягивающая сила затрудняет процесс восстановления связей, потенциальный барьер, который необходимо преодолеть для восстановления разорванной связи, возрастает до $U' + \gamma \sigma$ и уравнение (22) можно представить как

$$\tau' = \tau_0 \exp \left(\frac{U' + \gamma \sigma}{kT} \right). \quad (27)$$

Безопасное для диэлектрика напряжение соответствует случаю, когда

$$\tau' \leq \tau.$$

Исходя из этого приравняем (26) и (27) и получим механическое напряжение, безопасное для диэлектрика:

$$\sigma_0 = (U - U')/2\gamma. \quad (28)$$

Рассмотрим расчет времени жизни диэлектрика под действием механической нагрузки с учетом восстановления связей. В этом случае вероятность существования невосстанавливающегося разрыва связи равна

$$\frac{n_A}{N} - \frac{n_A}{N} = \exp \left(\frac{-U + \gamma \sigma}{kT} \right) - \exp \left(\frac{-U' - \gamma \sigma}{kT} \right).$$

Учитывая (20) получаем окончательно при $\sigma \geq \sigma_0$ или $2\gamma \sigma > U - U'$ время ожидания разрыва связей с учетом их восстановления

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\tau_0}{\exp \frac{-U + \gamma \sigma}{kT} \left[1 - \exp \frac{U - U' - 2\gamma \sigma}{kT} \right]} = \\ &= \frac{\tau_0 \exp \left[\frac{U - \gamma \sigma}{kT} \right]}{\left[1 - \exp \frac{U - U' - 2\gamma \sigma}{kT} \right]}. \end{aligned} \quad (29)$$

Как видно из (28) и (29) при нагрузке, равной безопасной, показатель экспоненты обращается в нуль и, соответственно, время жизни диэлектрика увеличивается до бесконечности, тогда как при напряжении, большем безопасного, показатель экспоненты отрицателен и значение экспоненты меньше единицы. При напряжениях меньше безопасного формула (29) не имеет физического смысла, так как знаменатель в этом случае отрицателен.

Введем допущение о том, что причиной электрического пробоя является местное разрушение диэлектрика под действием давления, вызываемого локальными электрическими полями, а также тепловыми флуктуациями. Правильность этого допущения будет проверена в дальнейшем путем сопоставления расчетных и экспериментальных результатов.

Рассмотрим воздействие электрического поля на диэлектрик. Время ожидания разрыва связей атомов в диэлектрике под действием сил электрического поля можно написать, учитывая формулу (16), в виде, аналогичном уравнению (26):

$$\tau = \tau_0 \exp \left(\frac{U - 0,5 \theta \varepsilon \varepsilon_0 E^2 k_0^2}{kT} \right), \quad (30)$$

где E — локальное электрическое поле при отсутствии в этом месте микрон неоднородности; θ — коэффициент, аналогичный γ [см. уравнение (25)].

Коэффициенты γ и θ не равны между собой, так как относятся к разным видам воздействий: растягивающему и сжимающему соответственно. При воздействии электрического поля и механической растягивающей нагрузки уравнение (30) в первом приближении может быть выражено в виде

$$\tau = \tau_0 \exp \left(\frac{U - 0,5 \theta \varepsilon \varepsilon_0 E^2 k_0^2 - \gamma_1 \sigma_1}{kT} \right), \quad (31)$$

где σ_1 и γ_1 — механическое напряжение и структурно-чувствительный коэффициент для растягивающей нагрузки.

При использовании уравнения (31) необходимо иметь в виду, что при совместном воздействии электрического поля и растягивающей нагрузки коэффициенты θ и γ_1 могут быть другими, чем в случае приложения нагрузки только одного вида. Кроме того, если диэлектрик не ориентированный, то следует учитывать возможность изменения исходных значений θ и γ_1 из-за механического и электрического упрочнения материала в процессе работы вследствие ориентации атомов и молекул в направлении действия нагрузок.

Подобно тому, как это было сделано для механической нагрузки, можно ввести понятие безопасной электрической напряженности поля

$$E_0 = \sqrt{\frac{U - U'}{\varepsilon \varepsilon_0 \theta}}. \quad (32)$$

Если к диэлектрику приложено также и механическое напряжение, то безопасная напряженность поля снижается до уровня, определяемого уравнением

$$E_0 = \sqrt{\frac{(U - U') - 2\gamma_1 \sigma_1}{\varepsilon \varepsilon_0 \theta}}. \quad (33)$$

С учетом рекомбинации разорванных связей можно аналогично уравнению (29) написать уравнение времени жизни диэлектрика от напряженности электрического поля и воздействия механических растягивающих напряжений:

$$\tau = \tau_0 \frac{\exp [(U - 0,5 \theta \varepsilon \varepsilon_0 E^2 - \gamma_1 \sigma_1)/kT]}{1 - \exp [(U - U' - 2\gamma_1 \sigma_1 - \varepsilon \varepsilon_0 \theta E^2)/kT]}. \quad (34)$$

Формула (34) применима также при воздействии только механических напряжений или электрического поля. В первом случае (34) переходит в (29). Формула справедлива при таких значениях электрического поля и механического напряжения, при которых знаменатель (34) положителен.

Сопоставление экспериментальных и расчетных зависимостей. Прежде, чем проводить дальнейшее обсуждение теории, необходимо удостовериться в согласии экспериментальных и расчетных зависимостей ресурса твердого диэлектрика в зависимости от напряженности. На рис. 1,а представлены экспериментальные зависимости логарифма ресурса изоляции от квадрата напряженности поля, построенные по различным литературным данным при комнатной температуре. Как видно из рисунка, экспериментальные точки на графике в полном соответствии с урав-

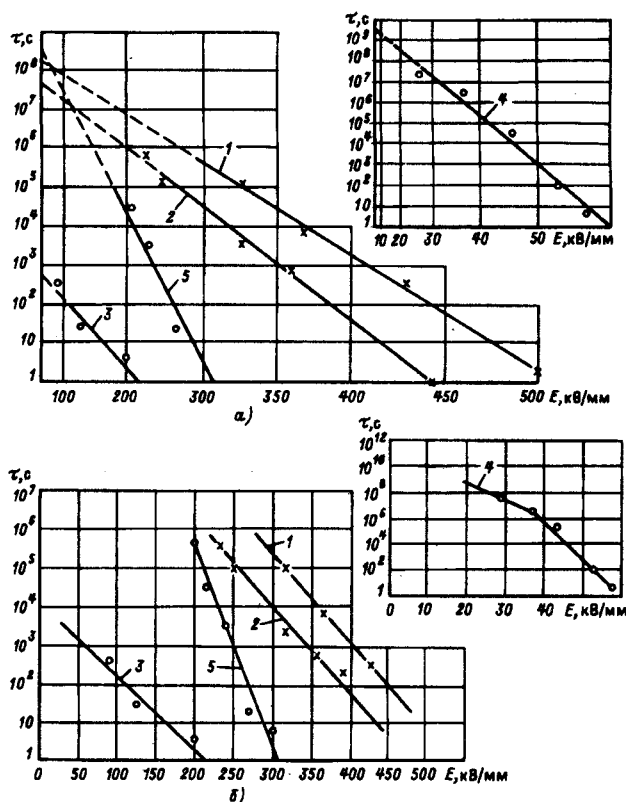


Рис. 1. Зависимость ресурса твердых диэлектриков от напряженности постоянного электрического поля: 1 (x) — полиэтилентерефталат [3, с. 174]; 2 (x) — облученный полиэтилентерефталат [3, с. 174]; 3 (o) — стекло толщиной 0,2 мм [1, с. 766]; 4 (o) — конденсаторная бумага [13, с. 53]; 5 (o) — конденсаторная бумага МКОН-3 (4 слоя по 10 мкм), пропитанная касторовым маслом

нением (30) хорошо соответствуют линейной зависимости логарифма ресурса от квадрата напряженности электрического поля.

Для сравнения на рис. 1,б эти экспериментальные данные представлены в координатах логарифм ресурса — напряженность поля. Из рисунка видно, что экспериментальные точки при небольшом изменении ресурса неплохо описываются линейной зависимостью (см. кривые 1, 2, 3, 5). Однако в большом диапазоне изменения ресурса изоляции экспериментальные данные не могут быть описаны линейными функциями в координатах логарифм ресурса — напряженность поля и, следовательно, уравнение (1) не соответствует экспериментальным результатам. Таким образом, сделанное выше допущение о решающем характере локального давления электрического поля и тепловых флуктуаций на электрическую прочность твердых диэлектриков находит первое экспериментальное подтверждение.

Из зависимостей типа приведенных на рис. 1,а легко находятся энергия активации разрыва связей U , эффективный структурно-чувствительный коэффициент θ' и кратковременная электрическая прочность диэлектрика $E_{пр}$:

$$U = kT \ln \frac{\tau_1}{\tau_0}, \quad (35)$$

где τ_1 — время, определяемое из ресурсной кривой при $E=0$; ($\tau_0=10^{-13} \div 10^{-12}$ с для полимерных пленок) [12, с. 116];

$$\theta' = \frac{U - kT \ln \frac{\tau_2}{\tau_0}}{0,5 \varepsilon \varepsilon_0 E_2^2}, \quad (36)$$

где τ_2 — ресурс при средней напряженности поля E_2 , а $\theta' = \theta k_0^2$ (здесь θ — структурно-чувствительный коэффициент);

$$E_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{U - kT \ln \frac{\tau_3}{\tau_0}}{0,5 \theta' \varepsilon \varepsilon_0}}, \quad (37)$$

где τ_3 — время испытаний.

В таблице приведены значения энергии активации разрушения связей, полученные из ресурсных кривых, подобных приведенным на рис. 1, при воздействии постоянного электрического поля. В ней даны также значения U , полученные на основании механических испытаний на растяжение при постоянной нагрузке.

Значения энергии при механических испытаниях и структурного коэффициента были получены из экспериментальных данных по уравнениям

$$U = kT \ln \frac{\tau_1}{\tau_0}; \quad (38)$$

$$\gamma = \frac{U - kT \ln \frac{\tau_2}{\tau_0}}{\sigma_2}. \quad (39)$$

где τ_1 — время жизни при $\sigma=0$, $\tau_0=10^{-13}$ с;

τ_2 — ресурс диэлектрика при механическом напряжении, равном σ_2 .

Аналогичные электрические параметры U и θ' были определены, где это было возможно, из экспериментальных ресурсных кривых диэлектриков, находящихся в электрическом поле, по формулам (35) и (36). Характеристики полиэтилена, полистирола, полиметилметакрилата были найдены из экспериментальных зависимостей электрической прочности от температуры [1, с. 515].

Как видно из (37) зависимость квадрата электрической прочности от температуры представляет собой линейную функцию. В связи с этим по экспериментальным данным строилась зависимость $E^2=f(T)$, по линейному участку графика которой определялись характеристики диэлектрика по формулам

$$U = kT_M \ln \frac{\tau}{\tau_0}; \quad (40)$$

$$\theta' = \frac{U}{0,5 \varepsilon \varepsilon_0 E_M^2}, \quad (41)$$

где $\tau_0=10^{-13}$ с; τ — время выдержки диэлектрика при напряженности поля E_M ; T_M — температура, при которой экспериментальный линейный участок графика пересекает ось температур; E_M — средняя напряженность поля, при которой экстраполированный линейный участок графика пересечет ось напряженностей.

Следует отметить, что при электрических и механических испытаниях использовались, как правило, пленки.

Тип диэлектрика	Данные, полученные при электрических испытаниях				Данные, полученные при механических испытаниях		
	$U, \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\theta', \text{м}^3 \cdot 10^{-27}$	$E_{\text{пр}}, \text{кВ/мм}$	ε	$U, \frac{\text{кДж}}{\text{моль}}$	$\theta, \text{м}^3 \cdot 10^{-27}$	$\sigma, \text{кг/мм}^2$
ПЭТФ (лавсан)	119 [3, с. 174]	21,3	505	3,2	210 [12, с. 258]	0,48	46,9
ПЭТФ облученный	116 [3, с. 174]	27,4	440	3,2	157 [12, с. 116]	—	—
Полипропилен	113	10,6	830	2,2	141 [14, с. 717]	3,8	3
Полиэтилен	93 [1, с. 515]	7,41	670	2,1	126 [15, с. 89]	2,2	4
Полистирол	108 [1, с. 515]	13,7	632	2,35	136 [16, с. 1095]	1,2	9
ПММА (органическое стекло)	90 [1, с. 515]	1,49	1030	3,9	121 [12, с. 125]	0,76	22,6
Стекло	90 [1, с. 766]	23,5	210	6	112	0,85	11,6
Бумага (конденсаторная)	119 [1, с. 864]	64,9	60	5,6	210 [12, с. 121]	—	—

Как видно из таблицы, значения энергии активации, полученные при электрических испытаниях, меньше для всех диэлектриков, чем соответствующие величины, полученные при механических испытаниях. Расхождение для исследованных неполярных диэлектриков не превышает 30%, а для полярных максимальное расхождение больше и составляет 80%.

Структурные коэффициенты, полученные из электрических и механических испытаний различаются более сильно, чем значения энергии активации. Минимальное расхождение имеет место для ПММА (2 раза), а максимальное — для ПЭТФ (43 раза).

Одна из вероятных причин расхождения энергий активации состоит, по-видимому, в том, что они получены при различных видах нагружения материала. Механические характеристики вычислены по ресурсным кривым при чистом растяжении, а электрические получены из экспериментальных данных по ресурсу диэлектрика или зависимости электрической прочности от температуры, где диэлектрик подвергался локальному и общему сжатию.

В [17, 18] показано, что при одинаковых нормальных напряжениях энергия активации разрушения при кручении ниже, чем при растяжении. Аналогичная картина может иметь место и при сжатии. Следует, правда, заметить, что значения энергии активации, полученные при механических испытаниях, даже при растяжении, по данным разных исследователей различаются почти в 2 раза. Считается, что причина разброса данных — наличие в диэлектрике слабых связей [12]. Однако причина такого расхождения может быть и в наличии в разных диэлектриках остаточных механических напряжений, различных по величине. Это предположение позволяет объяснить разброс величин энергии связи у разных исследователей, а также различие энергии связи при разных видах нагружений, так как характер остаточного напряжения в пленочных диэлектриках может быть анизотропен. Как видно из формул (26) и (31), наличие остаточных механических напряжений может восприниматься в эксперименте, при общепринятой методике измерения, как уменьшение энергии активации.

Значительное увеличение электрического структурно-чувствительного коэффициента по сравнению с аналогичной механической величиной, вероятно, объясняется большими значениями локальной напряженности поля по сравнению с расчетными средними значениями. Различие указанных напряженностей связано со следующими факторами:

увеличением средней напряженности поля у анода за счет объемного заряда, созданного ав-

тоэлектронной эмиссией с катода;

усилением напряженности поля на шероховатостях поверхности анода;

локальным усилением напряженности поля на твердых включениях в диэлектрике, а также порах, заполненных влагой или газом;

перенапряжением связей между молекулами и усилением поля в головке микротрещины.

Если предположить что электрические и механические структурные коэффициенты близки между собой, то коэффициент локального усиления поля k_0 для ПММА составляет 1,4, а для ПЭТФ — 6,6, что вполне может иметь место за счет загрязнений и воздушных пор в диэлектрике.

Зависимость электрической прочности твердых диэлектриков от температуры. Рассмотрим вначале влияние температуры на механическую прочность диэлектриков. Многочисленные экспериментальные исследования зависимости долговечности твердого диэлектрика от механического напряжения показывают, что даже при очень низких температурах зависимость ресурса от напряжения сохраняет экспоненциальный характер, однако постоянные долговечности с температурой меняются [12, с. 129].

Рассмотрим влияние температуры на напряжение текучести диэлектрика. Напряжение текучести (предел вынужденной высокоэластичности) твердого диэлектрика может быть определено из формулы Журкова:

$$\sigma = \frac{U - kT \ln \frac{\tau_1}{\tau_0}}{\gamma}, \quad (42)$$

где τ_1 — длительность испытаний.

Зависимость напряжения текучести от температуры, как это видно из (42), должна подчиняться линейному закону. Однако экспериментальные зависимости, приведенные на рис. 2, показывают, что линейная зависимость имеет место лишь в узком диапазоне температур, составляющем, как правило, 0,8—1,0 от температуры квазихрупкости [12, с. 129]. При меньших и больших температурах ход линейной зависимости нарушается. При температурах, больших температуры квазихрупкости, это связано с влиянием релаксационных процессов в полимере [12, с. 207]. При низких температурах отклонение от линейной зависимости обусловлено изменением с температурой постоянных долговечности твердого диэлектрика [12, с. 126]. Однако в литературе нет общепринятого мнения по вопросу методики учета влияния температуры про постоянные долговечности.

Для этой цели предложен ряд формул, которые, к сожалению, справедливы в узком ди-

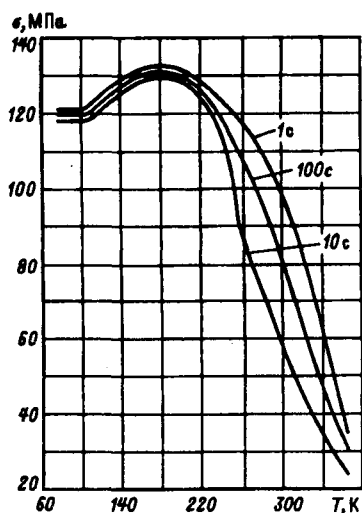


Рис. 2. Зависимость критического механического напряжения ПММА от температуры при различной долговечности (исходные данные из [12, с. 125])

апазоне температур [12, с. 180]. В связи с этим нами были предприняты попытки поиска более общих зависимостей. По литературным данным было изучено влияние температуры на энергию активации и структурный коэффициент полипропилена [14, с. 717], полиэтилена [15, с. 891] и ПММА [19, с. 2965]. Оказалось, что постоянные долговечности U и γ для всех изученных материалов меняются подобно с уменьшением температуры. Например, в [20, рис. 6] приведены данные для постоянных долговечности изотактического полипропилена в диапазоне от 70 до 500К, из анализа которых четко прослеживается подобие постоянных долговечности. Это означает, что в общем виде зависимости ресурса диэлектрика от механического напряжения и напряжения текучести от температуры, могут быть представлены в виде

$$\tau = \tau_0 \exp \left[\frac{(U - \gamma \sigma) \varphi}{kT} \right]; \quad (43)$$

$$\sigma = \frac{U - \left(\ln \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right) kT \right) / \varphi}{\gamma}, \quad (44)$$

где φ — функция, зависящая от температуры и типа диэлектрика; σ и γ — постоянные величины, соответствующие линейному участку графика $\sigma = f(T)$.

На рис. 3 приведены зависимости функции φ для ПММА, полиэтилена и полипропилена от температуры. Функции φ находились из экспериментальных зависимостей предела текучести от температуры. На линейном участке зависимости, значение функции φ считалось равным единице. Как видно из рис. 3, значение функции φ вначале больше единицы, а затем резко уменьшается.

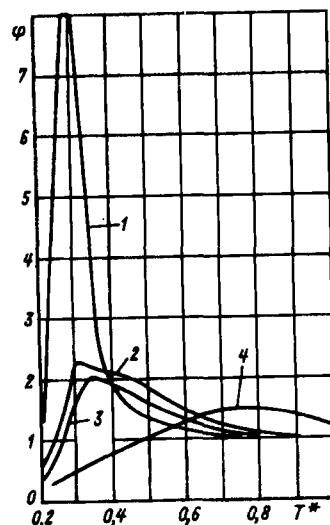


Рис. 3. Зависимость функции φ , полученной на основе данных механических испытаний, от относительной температуры для различных материалов: 1 — полиэтилен; 2 — изотактический полипропилен; 3 — ориентированный полипропилен, испытанный перпендикулярно оси ориентации; 4 — ПММА; исходные данные из [12, с. 125; 14]

Одно из возможных объяснений заключается в том, что при изменении температуры изменяются расстояния между атомами диэлектрика и их взаимное расположение в решетке, что влияет и на энергию связи и на структурно-чувствительный коэффициент.

Были рассчитаны также зависимости функции φ_3 от температуры по данным, полученным на основе электрических испытаний твердых диэлектриков (см. рис. 4). Функция находилась из формулы для электрической прочности диэлектрика, подобной (44):

$$E = \frac{U - (kT/\varphi_3) \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_0} \right)}{0,5 \varepsilon \varepsilon_0 \theta}, \quad (45)$$

где τ_1 — время выдержки диэлектрика в поле с напряженностью E ; φ_3 — функция, учитывающая поправку на температуру.

Функция φ_3 находилась из условия равенства рассчитанных по (45) и экспериментальных значений электрической прочности на нелинейных участках зависимости квадрата электрической прочности диэлектрика от температуры. На линейном участке зависимости значение функции φ_3 , как и ранее, предполагалось равным единице.

В отличие от значений функции φ_3 , полученной при механических испытаниях функция φ_3 , полученная на основе данных по электрической прочности, при температуре ниже температуры квазихрупкости, меньше единицы. Оказалось, что для исследованных четырех полимеров функции φ_3 близки к друг другу, если строить их в зависимости от относительной температуры, и могут быть выражены в виде

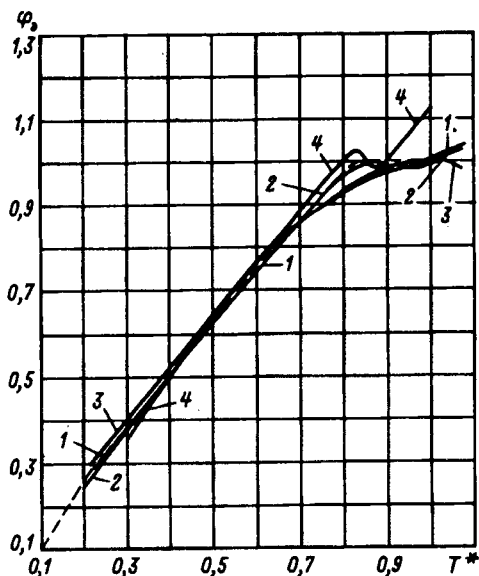


Рис. 4. Зависимость функции φ_3 , полученной на основе данных электрических испытаний, от относительной температуры для различных материалов: 1 — ПММА, $T_x = 325\text{K}$; 2 — полиэтилен, $T_x = 362\text{K}$; 3 — полистирол, $T_x = 328\text{K}$; 4 — полиизобутилен, $T_x = 266\text{K}$; — — — обобщенная функция $\varphi_3(T)$; исходные данные взяты из [1, с. 515]

$$\varphi_3 = T^* (1,26 + 0,043T^* - 0,14T^{*2}) \text{ при } 0 < T^* < 0,83; \quad (46)$$

$$\varphi_3 = 1 \text{ при } 0,83 < T^* < 1,$$

где $T^* = T/T_x$; T_x — характерная температура (температура квазирупкости).

На рис. 5 приведены экспериментальные и расчетные по формуле (45) зависимости элек-

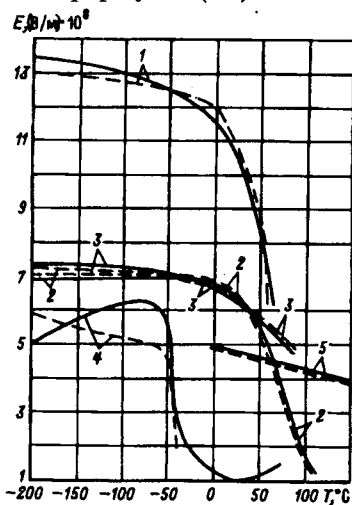


Рис. 5. Зависимость экспериментальных и расчетных значений электрической прочности различных диэлектриков от температуры: 1 — ПММА; 2 — полиэтилен; 3 — полистирол; 4 — полиизобутилен; 5 — полиамидимид; — — — экспериментальные значения; — — — — расчетные значения; исходные данные из [1, с. 515]

трической прочности от температуры для четырех указанных полимеров, а также полиамидимидной пленки [3, с. 134]. Функция φ_3 рассчитывалась по формуле (46). Как видно из рисунка, расчетные и экспериментальные зависимости удовлетвори-

тельно согласуются друг с другом. Следует, однако, заметить, что в настоящее время недостаточно данных, чтобы утверждать, что функция φ_3 одинакова для всех твердых диэлектриков. Для выяснения этого вопроса необходим дополнительный экспериментальный материал.

Некоторые выводы и дальнейшие задачи развития теории электрической прочности твердых диэлектриков. Экспериментальные и теоретические исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Показано, что разработанная кинетическая теория электрической прочности твердых диэлектриков, учитывающая усиление электрического поля на микронесплошностях и тепловые флуктуации, в основном, удовлетворяет сформулированным в введении пяти основным требованиям к универсальной теории пробоя.

2. Для расчета ресурса диэлектрика при приложении постоянного напряжения с учетом восстановления разрывающихся связей, предложена формула (34).

Если диэлектрик работает в условиях, когда знаменатель формулы (34) близок к единице (выше безопасного напряжения), то электрическую прочность можно рассчитать по формуле (37).

3. Установлено, что при правильном выборе U , θ' и функции φ_3 результаты расчетов по формуле (34) дают удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

Теория применима к относительно тонким диэлектрикам (до нескольких миллиметров) с высоким удельным сопротивлением, в которых не происходит заметного нагрева диэлектрика за время приложения напряжения, работающим в условиях отсутствия агрессивной среды (озон, кислоты и т.д.). Кроме того, сумма напряжений в диэлектрике должна быть больше безопасного уровня. Теория не рассматривает также интересный вопрос собственно развития разряда в диэлектрике (механизма возникновения, скорости движения лидера и т.д.).

Дальнейшее развитие теории, по мнению автора, должно охватывать следующие направления:

учет формы кривой напряжения в формулах для ресурса и электрической прочности;

исследование влияния инжектированного объемного заряда на ресурс и прочность твердого диэлектрика;

более подробное экспериментальное исследование влияния растягивающих и сжимающих усилий на электрическую прочность;

исследование работы диэлектрика вблизи порога безопасного напряжения;

учет в теории явления нагрева диэлектрика электрическим током;

создание математических моделей для расчета θ' с учетом реальной структуры диэлектрика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сканапи Г.И. Физика диэлектриков. — М.: ГИФМЛ, 1958. — 907 с.
2. Франц В. Пробой диэлектриков. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. — 207 с.
3. Электрические свойства полимеров / В.И. Сажин, А.М. Лобанов, О.С. Романовская и др. — Л.: Химия, 1986. — 224 с.
4. Вул Б.М. Физика диэлектриков и полупроводников. — М.: Наука, 1988. — 372 с.
5. Кучинский Г.С. Высоковольтные импульсные конденсаторы. — Л.: Энергия, 1973. — 175 с.
6. Пик Ф. Диэлектрические явления в технике высоких напряжений. — М.: Госэнергоиздат, 1934. — 362 с.
7. Температурно-временная зависимость электрической прочности полимеров и влияние на нее различных факторов / М.А. Багиров, С.А. Абасов, Я.Г. Рагимов, Т.Ф. Аббасов — Высокомолекулярные соединения, 1978, сер. А, т. 20, № 5, с. 1109—1157.
8. Таблицы физических величин. — Справочник / Под ред. И.К. Кикоина — М.: Атомиздат, 1976. — 1006 с.
9. Дмитриевский В.Е. Расчет и конструирование изоляции. — М.: Энергоатомиздат, 1981. — 392 с.
10. Тамм И.Е. Теория электричества. — М.: Наука, 1978. — 616 с.
11. Губкин А.И. Физика диэлектриков. — М.: Высшая школа, 1971. — 272 с.
12. Бартенев Г.М. Прочность и механизм разрушения полимеров. — М.: Химия, 1984. — 279 с.
13. Изоляция установок высокого напряжения: Учебник для вузов / Кучинский Г.С., Кизеветтер В.Е., Пинталь Ю.С.; Под общ. ред. Кучинского Г.С. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 368 с.
14. Ляхович И.С., Мусаелян И.Н., Чирков Н.М. О долговечности некоторых линейных полимеров. — Высокомолекулярные соединения, 1968, сер. А, т. 10, № 4, с. 715—723.
15. Бартенев Г.М., Зеленов Ю.В., Ляхович И.С. О связи между деформационными и усталостными свойствами некоторых кристаллических полиолефинов. — Механика полимеров, 1971, № 5, с. 886—892.
16. Журков С.Н., Регель В.Р., Санфирова Т.П. Связь между температурно-временной зависимостью прочности и характером термической деструкции полимеров. — Высокомолекулярные соединения, 1964, т. 6, № 6, с. 1092—1097.
17. Куров И.Е., Степанов В.А. Долговечность металлов при кручении. — Физика твердого тела, 1962, т. 4, № 1, с. 191—201.
18. Степанов В.А., Куров И.Е., Шпейсман В.В. Долговечность металлов при кручении. — Физика твердого тела, 1964, т. 6, № 9, с. 2610—2617.
19. Песчанская Н.Н., Степанов В.А. Долговечность и деформация полимеров при низких температурах. — Физика твердого тела, 1965, т. 7, № 10, с. 2962 — 2968.
20. Бартенев Г.М., Ляхович И.С. О взаимосвязи молекулярной подвижности и прочности некоторых полимеров при низких температурах. — Высокомолекулярные соединения, 1974, сер. А, т. 16, № 3, с. 538—547.

[04.08.93]

Автор: Ермилов Игорь Владимирович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1965 г. В 1973 г. в МЭИ защитил кандидатскую диссертацию по теории электрической очистки газов. Начальник сектора Всероссийского электротехнического института.

Информационно-вычислительная система для расчетов и анализа режимов и надежности энергосистем

**ГАЛАКТИОНОВ Ю.И., ГОНЧАРЮК Н.В., КРАЮШКИН Ю.И.,
ЛОХАНИН Е.К., С.Ф.МАКАРОВ, А.И.СКРИПНИК**

Дается характеристика работы вычислительного режимного комплекса, предназначенного для расчетов и анализа стационарных, переходных режимов, а также надежности ЭЭС, содержащих до 1100 узлов, 1500 ветвей, 300 генераторов, 100 систем регулирования возбуждения и скорости, 100 узлов нагрузки с учетом статических и динамических характеристик, до 5 передач постоянного тока. Описывается информационное и сервисное обеспечение комплекса, а также программное обеспечение для следующих задач: построение графической схемы (режимной и оперативной) автоматическим и полуполупрограммным способами; расчет и анализ установившихся и переходных режимов; расчет всех типов ТКЗ; анализ статической устойчивости (методом утяжеления и методом малых колебаний); расчет электромеханических (а также длительных) переходных процессов с учетом устройств противоаварийной автоматики и анализ переходных процессов в графическом и табличном виде; расчет надежности в условиях эксплуатации электрических сетей.

Под руководством ВНИИЭ с участием Львовского политехнического института и Эксперимен-

The article describes the regime complex of computing programs for calculations and analysis of steady state, transient conditions and security of electric power systems, that contain up to 1100 nodes, 1500 branches, 300 generators, 100 systems of excitation and speed governors, load nodes that are taken into consideration by static and dynamic characteristics, 5 direct current transmission lines. The common information base with corresponding service and a developed human-oriented graphic interface that completely uses wide means of IBM PC computers are described. Offered complex allows to construct regime (or operative) schemes, using automatic and half-automatic methods; to calculate and to analyse normal, maximum and post-emergency steady state with the possibility of division into a number of subsystems; to form equivalent computing models of electric power systems for analysis of steady state and transient conditions; to calculate different cases of fault; to calculate electromechanical (and prolonged) transient conditions with simulation and automation facilities and to analyse transient conditions; to solve the problem of security assessment under maintenance conditions.

тального научно-исследовательского и конструкторского объединения «Система тренажерного обу-

чения» (ЭНИКО ТСО) на базе ПЭВМ типа IBM PC была разработана Информационно-вычислительная система для Вычислительного режимного комплекса (ИВС ВРК). Система предназначена для расчетов и анализа стационарных и переходных режимов электроэнергетических систем, а также для расчетов их надежности. Ее можно использовать для обучения и тренажа диспетчерского персонала, специалистов-электроэнергетиков и студентов, а также применяться в проектных организациях с электроэнергетическим уклоном.

В основу разработок ВРК положены усовершенствованные расчетные и сервисные алгоритмы программ комплексов «ДИС-КУ», «КУРС», «РМС-ТО», «Мустанг», а также ряд новых алгоритмов.

Информационное обеспечение. В составе информационного обеспечения ИВС ВРК входят информационная база (ИБ) и программные средства работы с ней. Информационная база состоит из файлов прямого доступа с данными об электрической сети (в том числе по районам), об оборудовании электростанций (синхронные машины, возбудители, форсировка и расфорсировка, регуляторы возбуждения и скорости, асинхронные синхронные генераторы, теплосиловое оборудование энергоблока, АРВ ВЧ).

Для расчетов надежности ИБ включает данные о структуре электрической сети, релейной защите, автоматике и показателях надежности ее элементов (ВЛ и КЛ, трансформаторов, коммутационных аппаратов, основной и резервной релейной защиты, УРОВ, АПВ и АВР).

Сервисное обеспечение. Связь с пользователем ИВС ВРК осуществляет через развитый человекоориентированный графический интерфейс, полностью использующий широкие возможности по отображению информации персональных ЭВМ (ПЭВМ) семейства IBM PC/AT-286(386) или совместимых. Для работы комплекса необходим математический сопроцессор 80287(80387) с видеoadаптером EGA, VGA (или совместимые с ними) и жесткий диск.

В процессе диалога пользователь может использовать клавиатуру или стандартный манипулятор «Мышь», и через посредство развитой системы меню легко управлять режимами работы комплекса. Например, выбрать схему, задать вид расчетов, определить выводимые параметры по токораспределения энергосистемы (векторы напряжений, нагрузок и генерации в узлах, перетоки между узлами и т.д.), контролируемые на текущий момент, и форму, в которой эти параметры выводятся в виде графиков или в цифровом виде с привязкой значений параметров к точкам их контроля в расположенной на экране дисплея цветной графической схеме энергоси-

стемы. По желанию пользователь может упрощать расчетные схемы выбранных районов. Он может также вывести всю схему энергосистемы, либо ее часть с заданным им набором параметров на принтер, либо плоттер, получив, таким образом, твердую копию результатов расчета. Помощь осуществляется как из основного меню ВРК, так и из каждой программы отдельно, либо нажатием функциональной клавиши, либо подсказкой в последних строках экрана.

Программное обеспечение обеспечивает решение ряда задач: построения графической схемы, расчета и анализа установившегося режима (УР), эквивалентирования расчета токов короткого замыкания, анализа статической устойчивости, расчета и анализа переходных режимов, расчета надежности. Программное обеспечение комплекса занимает на жестком диске ПЭВМ 5 Мбайт.

Построение графической схемы. Возможно построение режимной и оперативной схем сети. При этом построение режимной схемы может осуществляться автоматическим и полуавтоматическим методами (рис. 1, 2). Осуществлена стыковка между этими двумя программами таким образом, что схема, построенная автоматически, далее может использоваться в среде программы полуавтоматического построения с теми же координатами (сохраненными в ИБ).

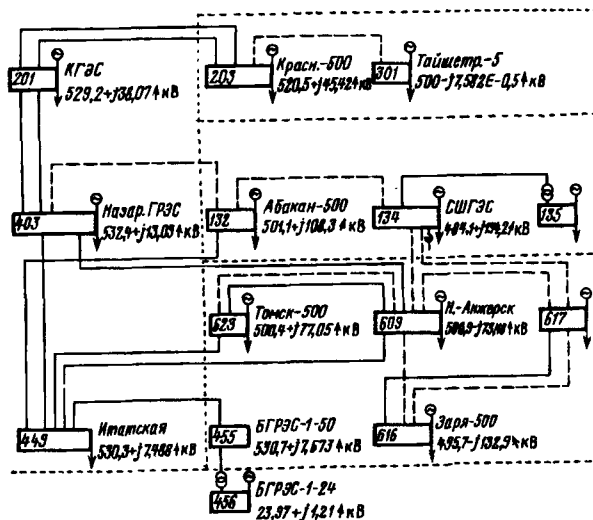


Рис. 1. Автоматическое построение эквивалентной схемы

По данным ИБ для расчета надежности также автоматически может строиться графическое изображение оперативной схемы распреедустройства подстанции, моделируемой определенным узлом нагрузки (с детализацией, соответствующей изображению на диспетчерском щите управления, и отображением состояний коммутационных аппаратов). В настоящее время реализуется интерфейс между расчетными схемами для анализа

марный небаланс системы по активной мощности на каждой итерации. В нижней части экрана отражаются наиболее важные параметры расчета: номера узлов, закрепленных по реактивной мощности на верхнем и нижнем пределе, номер итерации, значение суммарного небаланса, максимальный небаланс мощности в узле, номер этого узла и значение частоты в энергосистеме. Если энергосистема разделена на части, то график функционала строится для каждой части своим цветом, и максимальные небалансы выводятся отдельно один под другим. Процесс расчета можно прервать, если пользователь видит, что режим не сходится до необходимой ему точности.

Комплекс обеспечивает расчет и анализ нормальных, предельных и послеаварийных установившихся режимов с возможностью деления энергосистемы на ряд подсистем и учетом значений частоты, отличных от номинального.

При расчете УР без учета изменения частоты балансировка режима происходит за счет изменения активной генерации балансирующих узлов с сохранением заданных углов между ними. При расчете УР с учетом изменения частоты балансировка режима происходит за счет изменения нагрузок в соответствии с частотными характеристиками генераторов, если для них заданы характеристики регуляторов скорости.

При расчете УР для понижающих трансформаторов может быть автоматически определен коэффициент трансформации, обеспечивающий желаемое напряжение на низкой стороне (если оно задано). В дальнейшем предусматривается возможность расчета и анализа оперативных режимов, полученных средствами телеизмерений через оперативно-информационный комплекс (ОИК).

При анализе результатов УР, кроме общеизвестных расчетов потокораспределения может работать программа, обеспечивающая прогноз нового режима сети на основе рассчитанного. Для этого задаются коэффициенты коррекции потребления или генерации по всей схеме или отдельным районам.

Эквивалентирование в комплексе ВРК производится по двум методикам: для расчета УР и для расчета переходных процессов [2]. Комплекс позволяет формировать эквивалентные расчетные модели энергосистем для исследования стационарных и переходных режимов. Программные средства комплекса ВРК позволяют эквивалентировать выделенные участки энергосистемы упрощенными моделями с меньшим числом объектов, автоматически объединяемыми с упрощенной частью энергосистемы. Полученная в результате такого упрощения эквивалентная модель может быть использована для исследования поведения исходной системы в масштабе времени,

близком к реальному темпу протекания процесса.

Обе программы работают только после расчета УР для исходной сети. Задание на расчет можно сформировать одним из следующих способов: списком оставляемых, исключаемых узлов или линий разреза; исключением заданных районов, радиальных ветвей или узлов заданных ступеней напряжения.

Предусмотрено два режима эквивалентирования: разнесение мощности в узлы примыкания и разнесение мощностей генерации и нагрузки в специальные эквивалентные узлы. После расчета можно перейти к автоматическому построению, при котором эквивалентная схема как бы накладывается на исходную, эквивалентные связи рисуются пунктиром (рис. 1). Режим в эквивалентной системе, сохраненный при эквивалентировании неизменным, можно проанализировать на экране дисплея.

Расчет токов короткого замыкания. В настоящее время расчет токов короткого замыкания производится только для симметричных режимов. Однако предусмотрена возможность проведения всех видов расчетов токового короткого замыкания, включая неполнофазные. После окончания расчета можно просмотреть подробный вывод результатов, а именно: модуль напряжения в начале и конце каждой ветви и модуль тока в ней. Выводится также значение модуля тока в месте КЗ.

При несимметричных КЗ предусмотрен вывод этой информации для всех последовательностей. Компактный вывод дает только значение токов в месте КЗ и во всех ветвях, подключенных к нему.

Расчет статической устойчивости. При использовании существующих качественных критериев в настоящее время не удастся решить задачу полного анализа статической устойчивости сложной многоузловой модели энергосистемы несмотря на применение ПЭВМ.

Анализ статической устойчивости обычно разбивается на два этапа: исследуется апериодическая (квазиапериодическая) устойчивость при допущении, что в энергосистеме отсутствует самораскачивание и далее производится более полный анализ статической устойчивости с учетом динамических свойств энергосистемы и систем регулирования. В последнем случае наиболее перспективным направлением является анализ статической устойчивости по собственным значениям матрицы линеаризованных дифференциальных уравнений (ЛПИ, ЭНИН, ВНИИЭ).

Анализ апериодической статической устойчивости (АСТУ) осуществляется значительно проще полного анализа и не требует большого объема информации. Практическая целесообразность ана-

лиза АСТУ заключается в том, что он позволяет выявить максимально возможную область устойчивой работы, к которой надо стремиться при настройке систем регулирования АРВ. В некоторых программах в качестве критерия АСТУ используют смену знака свободного члена характеристического уравнения при утяжелении режима, хотя отсутствие такой смены является, как известно, необходимым, но не достаточным условием устойчивости.

Существуют программы, в которых расчет УР совмещается с анализом АСТУ по стремлению к нулю якобиана линеаризованной системы уравнений. При этом определение предельных по АСТУ режимов отождествляется с нарушением сходимости итерационного процесса. Указанные подходы к АСТУ возможны при соблюдении следующих условий:

применяемые модели энергосистемы для расчета УР и анализа АСТУ должны быть одинаковы; это условие в большинстве существующих программ расчета УР не выполняется, например не учитываются сопротивления синхронных машин и соответствующих трансформаторов, статических характеристик нагрузок и генераторов, регуляторов АРС и АРВ и т.д.;

алгоритм программы расчета УР должен позволять рассчитывать предельные режимы; это условие также не всегда выполняется.

Следует, однако, иметь в виду, что контролировать и определять АСТУ по сходящимся стационарным режимам не всегда возможно, ибо рассчитанные режимы могут быть и за пределами области АСТУ.

В ВРК реализован подход к решению задачи анализа статической устойчивости сложных энергосистем на основе численного решения дифференциальных уравнений исследуемой модели энергосистемы при малых возмущениях, заданных специальным образом [3]. Такой подход к анализу статической устойчивости основан на общей теории решения систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Как известно, качество переходного процесса линейной системы не зависит от места приложения и размера возмущений, в то же время вид его определяется местом возмущения.

Использование численного решения дифференциальных уравнений для анализа статической устойчивости рассматривалось в ряде работ. В методике МЭИ для этой цели предлагалось задавать возмущения в виде шунта. Основное возражение оппонентов по применению такого подхода к решению задач статической устойчивости заключалось в трудности распознавания характера переходного процесса на ограниченном отрезке времени. Действительно, если «слабое звено» удалено

электрически от места приложения концентрированного малого возмущения, то распознать характер переходного процесса практически невозможно.

Предлагаемая методика выбора малых возмущений и распознавания характера переходного процесса не требует больших затрат машинного времени. В основе этой методики можно выделить три этапа.

1. На все синхронные и асинхронные машины накладываются малые возмущения в виде приращений скольжений. При этом в момент подачи указанных возмущений все синхронные машины (СМ) и асинхронные двигатели (АД) получают возмущения, пропорциональные их номинальным мощностям.

2. Производится численное решение системы дифференциальных уравнений. При этом определяются максимальные значения каждой из трех групп переменных: скольжений ротора СМ, выходов регуляторов АРВ, скольжения АД, а также их декременты затухания.

3. На основании анализа указанных переменных производится распознавание характера переходного процесса и выявление узлов электрической сети, где влияние корней характеристического уравнения с положительной вещественной частью отражается на решениях дифференциальных уравнений в большей степени.

Что касается длины расчетного интервала T_p , необходимого для правильного распознавания решений исследуемых дифференциальных уравнений, то на основании достаточно большого числа расчетов (более 200) получены следующие статистические данные: в 90% расчетов был достаточен интервал $T_p = (6-12)c$; в 8% — $T_p = (13-20)c$; в 2% расчетов требовалось $T_p > 20 c$.

Следует отметить, что в две последние группы расчетов входили в основном режимы, близкие к предельным. Причем в результате анализа этих режимов определяется нарушение их статической устойчивости и, следовательно, анализ проводился с незначительной погрешностью в запас определения исследуемых предельных режимов.

Как показали расчеты, рассмотренная методика позволяет достаточно эффективно в диапазоне частот от 0,1 до 10 Гц исследовать статическую устойчивость сложных энергосистем (как апериодическую, так и с учетом самораскачивания). При этом не накладывается каких-либо ограничений на объем решаемой задачи, степень идеализации моделей СМ, комплексных характеристик нагрузок, изменение частоты и др. Эта методика позволяет также определять не только слабые звенья электрической системы, но и локализовать ошибки в исходной информации.

Комплекс обеспечивает расчет и анализ тра-

ектории утяжеления исходного установившегося режима путем изменения режимных параметров узлов или режимов с возможностью автоматического перехода на утяжеление по углу, а также с контролем параметров узлов, ветвей, сечений и угла между парой узлов; обеспечивает также расчет и анализ статической устойчивости, в том числе колебательной, динамическим методом [3].

Расчет динамической устойчивости. Комплекс обеспечивает расчет электромеханических переходных процессов (ЭПП) с моделированием комплексных устройств противоаварийной автоматики (ПА), настройку средств ПА в результате проведения автоматизированной серии циклических расчетов переходных процессов, а также анализ переходного процесса с оценкой движения синхронных машин в энергосистеме, уровней напряжений, перетоков и взаимных углов по межсистемным связям (рис. 4).

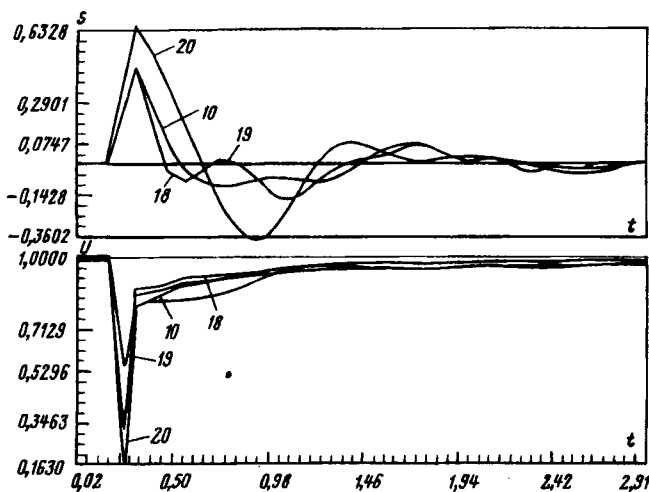


Рис. 4. Результаты расчета переходного процесса (скольжение и модули напряжения генераторов 10, 18, 19, 20)

Математическая модель энергосистемы является логико-динамической, в которой действия противоаварийной автоматики и релейной защиты, а также оперативные переключения моделируются в виде логических цепочек причина—условие—следствие. Перераспределение мощности генераторов, изменение нагрузок и перетоков по линиям электропередачи при электромеханических переходных процессах в энергосистеме воспроизводятся по соответствующим уравнениям динамики [4]. В основу математической модели синхронной машины заложены уравнения Парка—Горева (без учета электромагнитных процессов в статоре), специально преобразованные для их рационального численного решения с матричным уравнением электрической сети. Для расчета переходных процессов разработан специальный непрямой метод численного решения дифференциальных уравнений, при котором ра-

ционально используется их конкретная структура. При расчете переходных процессов предусмотрено моделирование комплексных устройств ПА, которые срабатывают от факторов запуска, связанных логическими операторами «и», «или».

Комплекс позволяет произвести расчет и анализ длительных переходных режимов, связанных с изменением частоты в энергосистеме, воздействиями противоаварийной автоматики и реакцией теплосилового оборудования электростанций. При этом длительный ПП представляется последовательностью квазиустановившихся режимов с изменяющимися потокораспределением и частотой. Каждый такой режим может быть определен соответствующими действиями ПА и реакцией теплосилового оборудования на ТЭС и АЭС. Причем, интервал времени для учета изменений мощности из-за больших постоянных времени в трактах топливоподачи и теплопроизводителей (100–200 с) можно выбирать в пределах 1–5 с, не искажая при этом вида наблюдаемого переходного процесса. В конце этого интервала значения генерирующих мощностей тепловых энергоблоков, связанных с изменением давления пара перед турбинами, уточняются путем решения систем дифференциальных уравнений блоков котел—турбина. Входным сигналом, поступающим на эти блоки, является частота, определяемая из расчета квазиустановившегося режима.

Математическая модель блоков котел—турбина может учитывать режимы работы при действии регуляторов «до себя», главного регулятора котла, а также при наличии нерегулируемого котла. При разнотипном составе теплосилового оборудования всей станции в целом применяется обобщенная модель теплосилового оборудования, в которой значительно уменьшено количество функциональных блоков и требуемых параметров [6], которые можно определить непосредственно по экспериментальным данным. Для расчета и анализа указанных длительных переходных процессов требуется интервал времени от 5 до 10 мин.

Анализ устойчивости — это анализ изменения контролируемых параметров. Он проводится по результатам как статической, так и динамической устойчивости. Для этого выбирается один из выходных файлов, сформированных в процессе расчета: для контролируемых узлов (ветвей) в процессе утяжеления или в ПП, параметров генераторов в ПП (в том числе, имеющих статические и динамические характеристики). Затем выбираются нужные для анализа генераторы, ветви, узлы и их параметры, для которых на экране практически мгновенно выводится графическая информация. Кроме того, есть возможность автоматического отображения на экране графиков

для списка генераторов с максимальными значениями скольжения, взаимных углов и т. д. Вывод на печать результатов анализа возможен как в табличной, так и в графической форме с указанием масштаба.

Надежность. Вычислительный режимный комплекс позволяет произвести расчет надежности в условиях эксплуатации электрических сетей энергосистем с учетом функционирования коммутационных аппаратов, устройств релейной защиты и автоматики при локализации последствий аварийных возмущений в энергосистеме.

Выполнение расчетов по оценке надежности проводится для эксплуатационных режимов работы энергосистем и энергообъектов. Оценка надежности всех объектов энергосистем определяется как в виде математического ожидания частот нарушения их функционирования определенной длительности (на время автоматических, оперативных переключений и ремонтных работ), так и с заданной гарантируемой достоверностью (степенью риска). В качестве основного критерия надежности определяется интегральный показатель, дающий оценку последствий от нарушения электроснабжения потребителей (ущерб потребителя) с учетом внезапности, частоты, длительности и полноты нарушений электроснабжения в результате действия устройств ПА, оперативных отключений потребителей и отказов функционирования узлов нагрузки [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лоханин Б.К. Об одном методе расчета установившегося режима электрической системы. — Труды ВНИИЭ, 1976, вып. 51.
2. Гончарюк Н.В. О трех китах в электросетевых задачах. — Кишинев: Штиинца, 1990.
3. Лоханин В.К., Васильева Г.В. Анализ статической устойчивости сложных энергосистем динамическим методом. Исследования в области устойчивости энергосистем и противоаварийной автоматики. — М.: Энергоиздат, 1986.
4. Лоханин Е.К. Моделирование переходных процессов в энергосистеме с учетом противоаварийной автоматики. Доклад на МЭК ООН. — М., июнь, 1987.
5. Синьчугов Ф.И., Макаров С.Ф. Формирование пространства состояний электроэнергетических систем при расчете их надежности. — Электричество, 1981, № 7.
6. Лоханин Б.К. Методы расчета и анализа стационарных и переходных режимов сложных энергосистем. Диссертация

на соискание ученой степени доктора техн. наук. — С.-Петербургский ГТУ, 1993.

[23.12.93]

Авторы: **Галактионов Юрий Иванович** окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1958 г. В 1984 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Упрощение уравнений при исследовании устойчивости многоагрегатных динамических систем».

Гончарюк Нонна Всеволодовна окончила механико-математический факультет МГУ в 1971 г. В 1981 г. защитила кандидатскую диссертацию по теме «Упрощенная методика расчета статической устойчивости энергосистем на основе сетевого эквивалентирования» в Ленинградском политехническом институте. Старший научный сотрудник Научно-исследовательского института электроэнергетики (ВНИИЭ).

Краюшкин Юрий Викторович окончил факультет автоматики Московского инженерно-физического института (МИФИ). Инженер МИФИ.

Лоханин Евгений Константинович окончил гидроэнергетический факультет МЭИ в 1957 г. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Методы расчета и анализа стационарных и переходных режимов сложных энергосистем» в С.-Петербургском техническом университете. Ведущий научный сотрудник ВНИИЭ.

Макаров Сергей Федорович окончил электроэнергетический факультет МЭИ. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Методы расчета надежности энергосистем» во ВНИИЭ. Заведующий сектором режимов и надежности ВНИИЭ.

Скрипник Алексей Иванович окончил энергетический факультет Львовского политехнического института в 1966 г. В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Электрические станции, сети, системы и управление ими» в ЛПИ. Доцент Львовского государственного политехнического университета.

Методика определения долевых вкладов потребителя и энергоснабжающей организации в ухудшение качества электроэнергии¹

МАЙЕР В.Я., ЗЕНИЯ

Излагается принцип выявления «виновника» искажения и определения долевого участия энергосистемы и потребителя (без его отключения) в ухудшении симметрии и синусоидальности напряжений на границе электрического раздела сетей.

Обеспечение электромагнитной совместимости искажающих нагрузок, отрицательно влияющих на качество электроэнергии (КЭ), и питающей их электрической сети требует решения комплекса сложных задач. К их числу относится и задача определения вкладов энергосистемы и потребителя в ухудшение КЭ на границе раздела электрических сетей. При этом следует отметить, что энергосистема в большинстве случаев является не источником искажений, а лишь передаточным звеном между предприятием, генерирующим мощность искажения, и предприятием, потребляющим эту мощность. Однако в отношениях энергосистемы с конкретным предприятием источником является одна из сторон, которая и должна проводить ряд организационных и технических мероприятий по нормализации КЭ в общей точке электрической сети [1].

На практике, как известно, нередко встречаются несимметричные и в то же время несинусоидальные режимы. Для системы и нагрузок, которые создают такие режимы, характерным является то, что вторичные потоки энергии [2] будут определяться как составляющими обратной и нулевой последовательностей, так и высшими гармониками, которые генерируются нагрузками и характеризуют снижение качества питающего их напряжения. В этом легко убедиться, исследуя обобщенную однолинейную схему системы электроснабжения (СЭС) с одиночной нагрузкой, создающей такие режимы (рис. 1, а). В схемах приняты следующие обозначения: ИП — источник питания с искаженной системой напряжений; Т — трехфазный двухобмоточный трансформатор; ГРБП — граница раздела балансовой принадлежности энергосистемы и потребителя; ИН — искажающая нагрузка; НН — неискажающая нагрузка; u_A, u_B, u_C — система искаженных фазных напряжений ИП; u_a, u_b, u_c — то же на зажимах ИН; i_A, i_B, i_C — фазные токи ИП; i_a, i_b, i_c — то же в цепях ИН; i'_a, i'_b, i'_c — то же в цепях НН; z_A, z_B, z_C или x_c — эквивалентные фазные сопротивления или реактивное сопротивление си-

The paper describes a principle of detecting the cause of a distortion and determining share participation of a power system and consumer (without its disconnection) in increasing unbalance and non-sinusoidality of voltage at the electric borderline of networks.

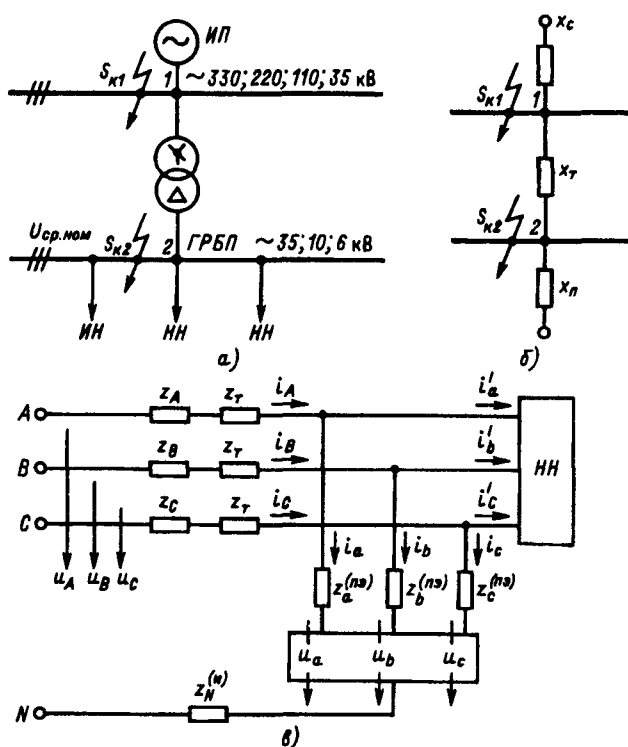


Рис. 1. Обобщенная однолинейная схема (а) и схемы замещения (б и в) СЭС при различных уровнях напряжения

стемы, куда входят все элементы сети, кроме генераторов энергосистемы, а также нагрузок и трансформатора связи рассматриваемого потребителя с энергосистемой; z_T или x_T — сопротивление или реактивное сопротивление трансформатора Т; $z_a^{(пэ)}, z_b^{(пэ)}, z_c^{(пэ)}$ — эквивалентные фазные сопротивления передающих элементов ИН; $z_N^{(н)}$ — сопротивление нейтрали ИН; $x_{п}$ — реактивность суммарной нагрузки потребителя.

Для дальнейшего анализа принимаются следующие допущения. В качестве источника питания ИП следует принимать часть электрической системы, где сосредоточена преобладающая генерирующая мощность, которую, согласно [3], обычно рассматривают как источник бесконечной мощности. При этом нужно отметить, что погрешности эквивалентирования сопротивлений при рассмотрении

¹В порядке обсуждения.

всех элементов СЭС без учета генераторов энергосистемы принципиально не могут превосходить наибольшую из погрешностей суммируемых сопротивлений. Это положение очевидно, поскольку эквивалентирование заключается в основном в операциях сложения последовательных и параллельных активно-реактивных сопротивлений. Как правило, эта погрешность не превосходит 5%, но при наличии в сети нелинейных устройств может быть значительно больше. Сказанное относится к сопротивлениям прямой и обратной последовательностей, используемым для расчета несинусоидальности (или колебаний) и несимметрии напряжения. Но погрешность расчета сопротивлений на частотах гармоник может быть значительно больше 5%, поскольку погрешности оценки индуктивных сопротивлений возрастают пропорционально номерам гармоник. Сопротивление обратной последовательности питающей энергосистемы в расчетах ПКЭ принимается равным сопротивлению короткого замыкания (КЗ) в рассматриваемом узле. Соответствующая погрешность определяется чаще всего неравенством сверхпереходного сопротивления и сопротивления обратной последовательности генераторов, наличием сверхпереходной ЭДС генераторов, учитываемой при расчете начального значения токов КЗ, а также погрешностями методов расчета этих токов; погрешность расчета сопротивления обратной последовательности энергосистемы составляет от 3 до 13% [4].

Однако основной особенностью принятых допущений является то, что они позволяют согласно [5] питающую систему представить в виде идеального источника напряжения, напряжение на зажимах которого не зависит от параметров цепи, подключенной к источнику, что соответствует равенству (рис. 1,б):

$$\left. \begin{aligned} u_A &= e_A; \\ u_B &= e_B; \\ u_C &= e_C, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где e_A, e_B, e_C — фазные ЭДС ИП.

При этом ЭДС питающей системы ИП и напряжения на зажимах нелинейной несимметричной нагрузки ИН в соответствии с [2, 5] устанавливались равными:

$$\left. \begin{aligned} e_A &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} \underline{E}_{nmA} e^{jn\omega t}; e_B \doteq \sum_{n=0}^{\infty} \underline{E}_{nmB} e^{jn\omega t}; \\ e_C &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} \underline{E}_{nmC} e^{jn\omega t}; \\ u_a &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} \underline{U}_{nma} e^{jn\omega t}; u_b \doteq \sum_{n=0}^{\infty} \underline{U}_{nmb} e^{jn\omega t}; \\ u_c &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} \underline{U}_{nmc} e^{jn\omega t}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где n — порядок гармоники.

Каждая гармоническая составляющая этих ЭДС и напряжений может быть разложена на симметричные составляющие [6].

С учетом принятых допущений изобразим для трехфазной сети (рис. 1,б) схемы замещения (рис. 2а,б).

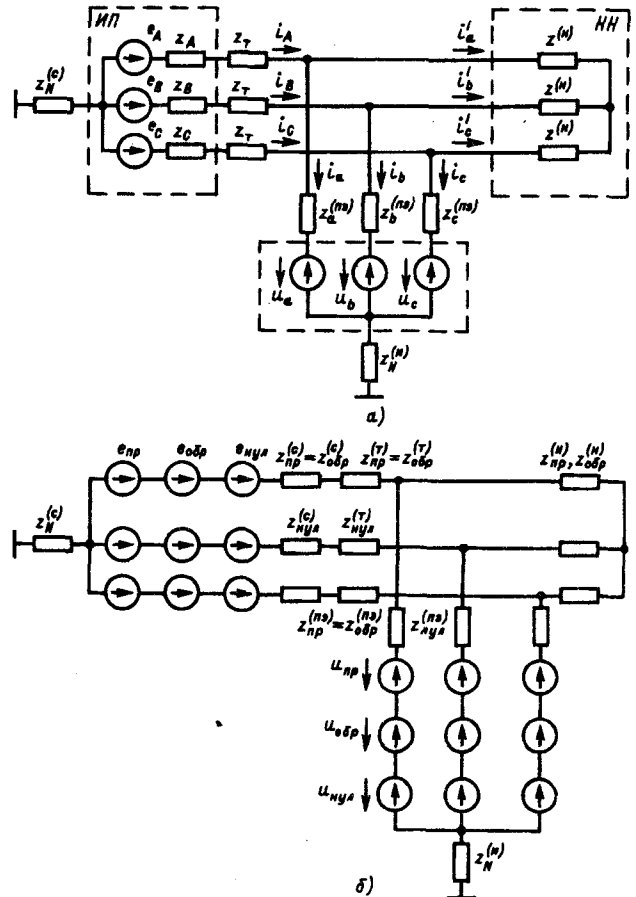


Рис. 2. Эквивалентная схема (а) и схема замещения (б) СЭС с искажающей и неискажающей нагрузками при несинусоидальных несимметричных напряжениях источника питания

Заменив в схеме (рис. 2,а) согласно принципу компенсации нагрузки ИН источником напряжений u_a, u_b, u_c и разложив их на симметричные составляющие u_{np}, u_{obr}, u_{nul} , а систему ЭДС ИП e_A, e_B, e_C — на систему симметричных составляющих e_{np}, e_{obr}, e_{nul} получим симметричную цепь (рис. 2,б) с двумя источниками напряжений, в которой разноименные симметричные составляющие напряжений и токов не зависят друг от друга [7]. Это позволяет составить для основной фазы трехфазной цепи независимые схемы прямой, обратной и нулевой последовательностей. При этом симметричные составляющие, эквивалентные несинусоидальным несимметричным системам ЭДС ИП и напряжений на нелинейной несимметричной нагрузке ИН по

уравнениям (2), устанавливались для фазы A в соответствии с [2, 5] такими:

$$\left. \begin{aligned} e_{\text{пр}} &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} E_{n\text{пр}} e^{jn\omega t}; e_{\text{обр}} \doteq \sum_{n=0}^{\infty} E_{n\text{обр}} e^{jn\omega t}; \\ e_{\text{нул}} &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} E_{n\text{нул}} e^{jn\omega t}; \\ u_{\text{пр}} &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} U_{n\text{пр}} e^{jn\omega t}; u_{\text{обр}} \doteq \sum_{n=0}^{\infty} U_{n\text{обр}} e^{jn\omega t}; \\ u_{\text{нул}} &\doteq \sum_{n=0}^{\infty} U_{n\text{нул}} e^{jn\omega t}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Согласно методу расчета цепей с несинусоидальными периодическими ЭДС и токами [7] любой из источников несинусоидальной ЭДС (напряжения) симметричных составляющих (рис. 2,б), представленных уравнениями (3), можно рассматривать как последовательное соединение источника постоянной ЭДС (напряжения) и источников синусоидальных ЭДС (напряжений) с различными частотами. Поэтому, применяя принцип наложения для оценки степени участия энергосистемы и потребителя в формировании общего искажения на границе раздела электрических сетей и рассматривая действие каждой из составляющих ЭДС (напряжения) сторон в отдельности, можно составить для основной фазы A две независимые схемы замещения (рис. 3б,в) прямой (или обратной) последовательности на частоте любой гармоники. При этом схема замещения нулевой последовательности не

рассматривается, так как в данном случае ЭДС нулевой последовательности ИП расходуется целиком на проведении тока той же последовательности только через реактивное сопротивление рассеяния обмотки трансформатора T , соединенной в треугольник (рис. 1,а), так как этот ток не выходит за пределы данной обмотки, что означает границу циркуляции токов нулевой последовательности.

Математические модели, сформированные по описанной методике применительно к схемам замещения различных последовательностей, представленным на рис. 3,а–в (где индекс q заменяется на «пр» и «обр», соответственно для прямой и обратной последовательностей), рассматриваются далее, исходя из задач расчета. При этом на рис. 3,а приняты следующие обозначения: E_{nq} — составляющая соответствующая последовательности ЭДС n -й гармоники ИП; $z_{nq}^{(c)}$ — эквивалентное сопротивление ИП току n -й гармоники q -й последовательности; $z_{nq}^{(r)}$ — то же для трансформатора T ; $z_{nq}^{(H)}$ — то же для нагрузки HH , включая ее передающие элементы; $z_{nq}^{(ПЭ)}$ — то же для передающих элементов искажающей нагрузки $ИН$; $U_{nq}^{(H)}$ — составляющая соответствующей последовательности напряжения n -й гармоники $ИН$; U_{nq1} — напряжение n -й гармоники q -й последовательности, обусловленное искаженными электрическими режимами ИП и работой $ИН$ при ГРБП, расположенной на высокой стороне трансформатора T ; U_{nq2} — то же при ГРБП на низкой стороне T ; I_{nq} — общий ток n -й гармоники q -й последовательности.

Таким образом, для схем замещения, приведенных на рис. 3,а–в, при границе раздела сетей энергосистемы и потребителя в узле 2 (рис. 1,а) справедливы для n -й гармоники следующие соотношения

$$U_{nq2} = E_{nq} \left[\frac{z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(ПЭ)}}{(z_{nq}^{(c)} + z_{nq}^{(r)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(ПЭ)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(ПЭ)}} \right]; \quad (4)$$

$$U_{nq2}' = U_{nq}^{(H)} \left[\frac{(z_{nq}^{(c)} + z_{nq}^{(r)}) z_{nq}^{(H)}}{(z_{nq}^{(c)} + z_{nq}^{(r)}) z_{nq}^{(H)} + (z_{nq}^{(c)} + z_{nq}^{(r)} + z_{nq}^{(H)}) z_{nq}^{(ПЭ)}} \right]; \quad (5)$$

$$U_{nq2} = U_{nq2} + U_{nq2}', \quad (6)$$

$$E_{nq} = U_{nq2} + I_{nq} (z_{nq}^{(c)} + z_{nq}^{(r)}) \quad (7)$$

(см. рис. 3,а).

Подставляя уравнение (7) в (4) можно получить

$$U_{nq}' = U_{nq2} + I_{nq2} (z_{nq}^{(c)} + z_{nq}^{(r)}) \times$$

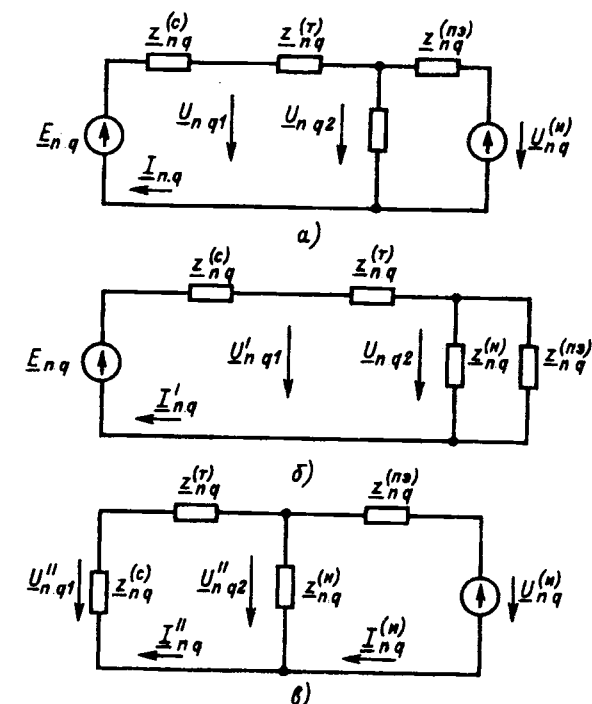


Рис. 3. Схема замещения прямой (или обратной) последовательности (а) и ее эквиваленты (б,в), поясняющие принцип участия энергосистемы и потребителя в формировании общего искажения на частоте n -й гармоники при различных границах раздела электрических сетей

$$\times \left[\frac{z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}} \right]. \quad (8)$$

Из уравнения (6) с учетом (8) можно найти фактический вклад потребителя без его отключения в общий уровень напряжения n -й гармоники соответствующей последовательности:

$$\underline{U}'_{nq2} = \underline{U}_{nq2} - \underline{U}'_{nq2} \quad (9)$$

или

$$\underline{U}'_{nq2} = \underline{U}_{nq2} \left(1 - \frac{z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}} \right) - \underline{I}_{nq} \frac{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}. \quad (9a)$$

Для случая, когда ГРБП расположена в точке 1 (рис. 1,а), из схем замещения, представленных на рис. 3,а—в, можно получить по аналогии следующие выражения:

$$\underline{U}'_{nq1} = (\underline{U}_{nq1} + z_{nq}^{(C)} \underline{I}_{nq}) \times \left[\frac{(z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) z_{nq}^{(T)} + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}} \right]; \quad (10)$$

$$\underline{U}'_{nq1} = \underline{U}_{nq1} - \underline{U}'_{nq1} \quad (11)$$

или

$$\underline{U}'_{nq} = \underline{U}_{nq1} \left(1 - \frac{(z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) z_{nq}^{(T)} + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}} \right) - \underline{I}_{nq} \frac{z_{nq}^{(C)} [(z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) z_{nq}^{(T)} + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}]}{(z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}) (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(PB)}) + z_{nq}^{(H)} z_{nq}^{(PB)}}. \quad (11a)$$

При этом необходимо отметить, что

$$\underline{U}_{nq1} = \underline{U}_{nq2} z_{nq}^{(C)} / (z_{nq}^{(C)} + z_{nq}^{(T)}). \quad (12)$$

В формулах (4)—(12) \underline{U}_{nq} — комплексное значение напряжения n -й гармоники q -й последовательности в расчетной точке, соответствующее общему уровню искажения; \underline{U}'_{nq} — то же, вносимое питающей системой; \underline{U}'_{nq} — то же, приходящиеся на долю потребителя.

Если учесть, что величины \underline{U}_{nq} и \underline{I}_{nq} подлежат измерению, то основным моментом расчета в уравнениях (8)—(11a) является определение сопротивлений $z_{nq}^{(C)}$, $z_{nq}^{(T)}$, $z_{nq}^{(H)}$ и $z_{nq}^{(PB)}$.

В этой связи для СЭС по рис. 1,а, необходимо с учетом основных допущений при расчете токов КЗ, принятых в [3], составить схему замещения (рис. 1,б). При этом следует отметить, что источники, расположенные относительно близко к

месту КЗ, учитываются своими параметрами, а всю остальную часть электрической системы, где сосредоточена преобладающая часть генерирующей мощности, обычно рассматривают как источник бесконечной мощности, участие которого в питании короткого замыкания ограничено только сопротивлениями тех элементов (линии, трансформаторы, реакторы и др.), через которые точка КЗ связана с этой частью системы. Следовательно, если известно значение начального сверхпереходного тока I_K или мощности S_K при трехфазном КЗ в какой-либо точке системы, по нему легко определить реактивное сопротивление системы относительно этой точки [3]:

$$x_c = \frac{U_{\text{ср.ном}}}{\sqrt{3} I_K} = \frac{U_{\text{ср.ном}}^2}{S_K}, \quad \text{Ом}, \quad (13)$$

где $U_{\text{ср.ном}}$ — среднее номинальное напряжение той ступени, где известен ток I_K (или мощность S_K).

Возможны также более сложные случаи, когда связи с одной или несколькими неизвестными системами осуществляются в нескольких точках; при этом в каждой из них могут быть заданы возможные или допустимые значения токов (или мощностей) КЗ. Так, например, при трехфазных КЗ поочередно в узлах 1 и 2 схемы рис. 1,а, связанных между собой трансформатором T , известны мощности КЗ S_{K1} и S_{K2} . Тогда результирующие реактивные сопротивления всей схемы относительно этих узлов будут [3]:

$$\left. \begin{aligned} x_{1\Sigma} &= \frac{U_{\text{ср.ном1}}^2}{k_T^2 S_{K1}} = \frac{U_{\text{ср.ном1}}^2}{S_{K1}} \left(\frac{U_{\text{ср.ном2}}}{U_{\text{ср.ном1}}} \right)^2 = \frac{U_{\text{ср.ном2}}^2}{S_{K1}}, \\ x_{2\Sigma} &= \frac{U_{\text{ср.ном2}}^2}{S_{K2}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

или в соответствии со схемой замещения рис. 1,б

$$\left. \begin{aligned} x_{1\Sigma} &= \frac{x_c (x_T + x_n)}{x_c + x_T + x_n}; \\ x_{2\Sigma} &= \frac{x_n (x_T + x_c)}{x_c + x_T + x_n}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $U_{\text{ср.ном1}}$, $U_{\text{ср.ном2}}$ — средние номинальные напряжения в узлах 1 и 2 соответственно; k_T — коэффициент трансформации трансформатора T ; x_c — реактивное сопротивление питающей системы относительно точки КЗ 1, Ом; x_T , x_n — реактивные сопротивления двухобмоточного трансформатора T и суммарной нагрузки потребителя, соответственно, Ом.

При этом x_T определяется по известной формуле

$$x_T = u_K U_{\text{ср.ном}}^2 / 100 S_{\text{ном.т}}, \quad (16)$$

где u_K (%) и $S_{\text{ном.т}}$ — напряжение КЗ и номинальная мощность трансформатора T , соот-

ветственно.

Следовательно можно получить

$$z_{nq}^{(T)} = jnx_T, \quad (17)$$

где n — порядок гармоники.

Из уравнений (15) нетрудно найти реактивное сопротивление x_c , через которое система ИП присоединена к узлу 1; при этом за реактивным сопротивлением поддерживается неизменным среднее номинальное напряжение данной ступени трансформации.

Следовательно, путем несложных преобразований можно получить аналитическое выражение для определения реактивного сопротивления

$$x_c = \frac{-(2x_{1\Sigma}x_T - x_T^2) \pm \sqrt{(2x_{1\Sigma}x_T - x_T^2)^2 - 4(x_{1\Sigma} - x_{2\Sigma} - x_T)x_{1\Sigma}x_T^2}}{2(x_{1\Sigma} - x_{2\Sigma} - x_T)}. \quad (18)$$

При этом для расчета принимается значение $x_c > 0$. Таким образом, определив из (18) значение сопротивления x_c , можно найти

$$z_{nq}^{(c)} = jnx_c. \quad (19)$$

Сопротивление искажающей нагрузки рассматриваемого потребителя может быть определено по формуле

$$z_{nq}^{(H)} = (z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(H)})z_{nq2}/(z_{nq}^{(H)} + z_{nq}^{(H)} - z_{nq2}), \quad (20)$$

где $z_{nq}^{(H)}$ — эквивалентное сопротивление q -й последовательности искажающей нагрузки на частоте n -й гармоники, определяемое в соответствии с [3] уравнением

$$z_{nq}^{(H)} = jnx_* U_{1np}^2 / S_H; \quad (21)$$

U_{1np} — действующее значение напряжения прямой последовательности основной частоты в периоде наблюдения; x_* , S_H — соответственно относительно реактивное сопротивление обратной (или прямой) последовательности и полная мощность на основной частоте, потребляемая искажающей нагрузкой в рассматриваемом периоде (при этом для обобщенной нагрузки в практических расчетах согласно [3] $x_* = 0,35$); $z_{nq}^{(H)}$ — эквивалентное сопротивление n -й гармоники q -й последовательности передающих элементов (линий, трансформаторов, реакторов), через которые искажающие нагрузки ИН связаны с общей точкой сети:

$$z_{nq}^{(H)} = 1 / \sum_{j=1}^k (1/z_{nqj}^{(H)}); \quad (22)$$

$z_{nqj}^{(H)}$ — эквивалентное сопротивление n -й гармоники соответствующей последовательности передающих элементов для каждой j -й искажающей нагрузки; z_{nq2} — эквивалентное сопротивление

q -й последовательности узла 2 комплексной нагрузки (ИН и НН) на частоте n -й гармоники, определяемое по формуле

$$z_{nq2} = U_{nq2} / I_{nq}; \quad (23)$$

U_{nq2} и I_{nq} — комплексные значения напряжения и тока n -й гармоники соответствующей последовательности на ГРБП2 при включенных ИН и НН потребителя в расчетном периоде.

Модули и начальные фазы напряжения и тока n -й гармоники симметричных составляющих U_{nq} и I_{nq} в уравнениях (8)–(11а), а также (23) могут быть измерены специальными приборами или получены при расчете [8].

Следовательно, из уравнений (8)–(11а) с учетом (16)–(23) можно получить окончательные выражения для определения фактических вкладов энергосистемы и потребителя без его отключения в ухудшение КЭ по следующим показателям.

Для несимметрии

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{2\Phi}^{(3)} &= \frac{100}{U_{1np}} \sqrt{\sum_{n=0}^N (U'_{n \text{ обр}})^2}; \\ \Delta P_{2\Phi}^{(n)} &= \frac{100}{U_{1np}} \sqrt{\sum_{n=0}^N (U''_{n \text{ обр}})^2}; \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

для несинусоидальности

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\text{нс.ф}}^{(3)} &= \frac{100}{U_{1np}} \sqrt{\sum_{n=2}^N (U'_{n \text{ пр}})^2}; \\ \Delta P_{\text{нс.ф}}^{(n)} &= \frac{100}{U_{1np}} \sqrt{\sum_{n=2}^N (U''_{n \text{ пр}})^2}; \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

для n -й гармонической составляющей

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{n\Phi}^{(3)} &= 100 U'_{n \text{ пр}} / U_{1np}; \\ \Delta P_{n\Phi}^{(n)} &= 100 U''_{n \text{ пр}} / U_{1np}; \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

а по ним можно найти долевой вклад каждой из сторон:

$$\left. \begin{aligned} d_i^{(3)} &= \Delta P_{i\Phi}^{(3)} / P_{iB}; \\ d_i^{(n)} &= \Delta P_{i\Phi}^{(n)} / P_{iB}; \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где i — индекс, соответствующий виду искажения; $\Delta P_{i\Phi}^{(3)}$ и $\Delta P_{i\Phi}^{(n)}$ — значения фактического вклада соответственно энергосистемы и потребителя в ухудшение КЭ по i -му виду искажения; P_{iB} — общее значение рассматриваемого ПКЭ на ГРБП в периоде наблюдения, определяемое в соответствии с [6, 9]:

для несимметрии

$$K_{U2} = \frac{100}{U_{1np}} \sqrt{\sum_{n=0}^N U_{n \text{ обр}}^2}; \quad (28)$$

для несинусоидальности

$$K_{нсU} = \frac{100}{U_{1пр}} \sqrt{\sum_{n=2}^N U_{nпр}^2}; \quad (29)$$

$U_{nобр}$ и $U_{nпр}$ — общие уровни n -й гармоники напряжений обратной и прямой последовательностей в расчетной точке, соответственно.

Вывод. Предлагаемое решение основных аспектов проблемы стимулирования повышения КЭ в действующих сетях предназначено для практического использования, и в первую очередь Госэнергонадзором, для определения размера скидок и надбавок к тарифам за качество электроэнергии, поэтому его рекомендуется ввести в «Правила применения скидок и надбавок к тарифам за качество электроэнергии».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черепанов В.В., Каргапольцев В.П. Способ определения долевого участия энергосистемы и потребителя в ухудшении качества электроэнергии в общей точке электрических сетей / Тезисы докл. и сообщ. Всесоюз. научн-техн. конф. — Мариуполь: ММИ, 1990.
2. Зыкин Ф.А., Каханович В.С. Измерение и учет электрической энергии. — М.: Энергоатомиздат, 1982.
3. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. — М.: Энергия, 1970.
4. Жежеленко И.В. Показатели качества электроэнергии и их контроль на промышленных предприятиях. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

5. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей. — М.: Высшая школа, 1987.
6. Майер В.Я., Зения. Критерии оценки несинусоидальности напряжений и токов трехфазной системы — Энергетика, 1991, № 9.
7. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил и др. — М.: Энергия, 1975.
8. Майер В.Я., Кладько С.Р., Зения. Методика и алгоритм расчета гармонических составляющих несимметричных параметров электроэнергии при определении показателей ее качества — Техническая электродинамика, 1990, № 4.
9. Майер В.Я., Зения, Приёмов Т.Ю. Критерий оценки несимметрии напряжений, адекватно отражающий энергетический процесс трехфазных систем. — Энергетика, 1990, № 8.

[17.09.93]

Авторы: Майер Виктор Яковлевич окончил энергетический факультет Павлодарского индустриального института в 1970 г. В 1974 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Качество электрической энергии» в Московском энергетическом институте. Доцент Запорожского машиностроительного института ЗМИ.

Зения (гражданин Мадагаскара) окончил электротехнический факультет ЗМИ в 1988 г. В 1993 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Качество электрической энергии» в Днепропетровском горном институте им. Артема. Научный сотрудник ЗМИ.

Расчет магнитного поля вентильного двигателя с неоднородно намагниченным ротором

АФАНАСЬЕВ А.А., ВОРОБЬЕВ А.Н.

Рассматриваются метод и результаты расчета магнитного поля и электромагнитного момента магнитоэлектрического вентильного двигателя типа ДВУ с составным ротором из феррит-стронциевых постоянных магнитов, содержащих участки как с радиальным, так и тангенциальным намагничиванием. Указываются мероприятия по оптимизации поперечной геометрии статора и ротора, даются оценки использования двигателей с роторами различной топографии намагничивания.

Постановка задачи. Вентильные двигатели серии ДВУ выполнены с ферритовыми постоянными магнитами на роторе. Двигатели типов ДВУ 165 и ДВУ 215 — шестиполусные с сегментообразными постоянными магнитами, наклеенными на грани шихтованного ядра ротора [1]. Магниты имеют прямолинейную текстуру с осью

The method and results of calculation of the magnetic field and the electromagnetic torque in magneto-electric motor of DVU type with rotor consisting of ferrite-strontium permanent magnets having both radial and tangential magnetization parts are considered. Measures for optimization of cross geometry of stator and rotor, estimations of using motors with rotors having various topography of magnetization are offered.

легкого намагничивания, параллельной продольной оси машины.

Двигатели типов ДВУ 265 и ДВУ 300 — четырехполусные с новым ротором, названным авторами РОМС (оптимизированным, мозаичным, сборным) [2]. Постоянные магниты с прямолинейной текстурой [3] закрепляются на вось-

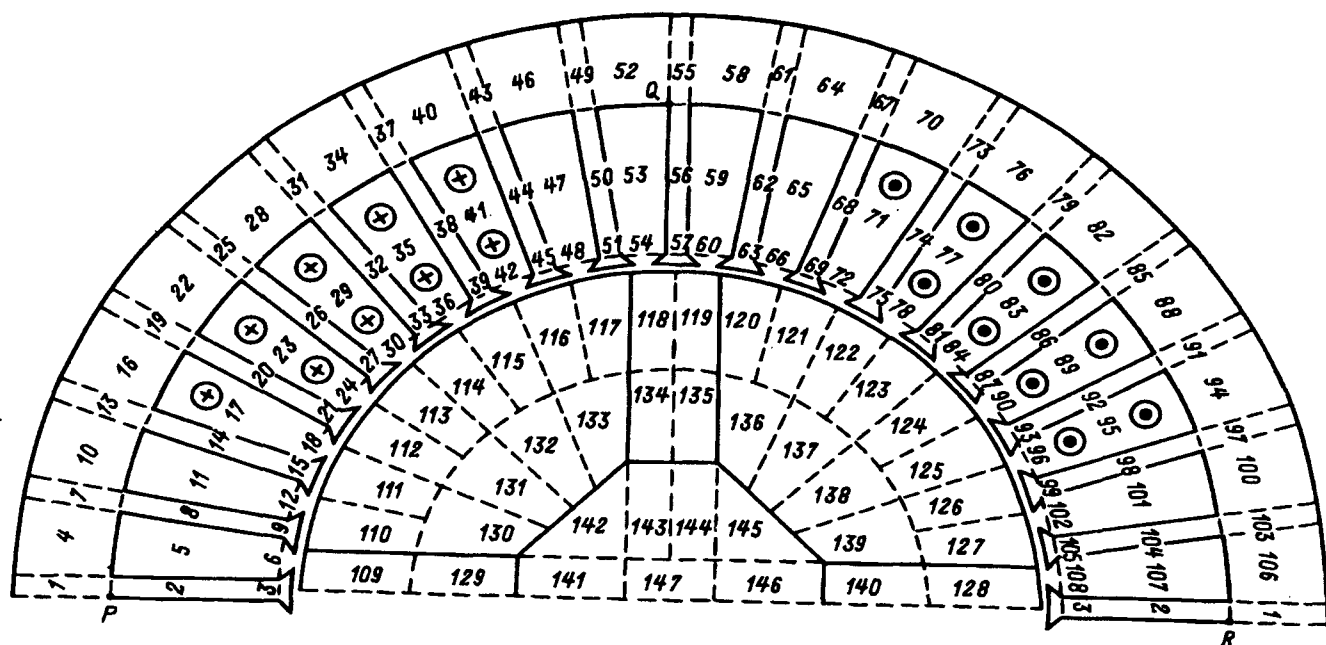


Рис. 1. Расчетная область поперечного сечения двухфазного двигателя с током одной фазы

ми гранях магнитопроводящего вала и состоят из двух типоразмеров (рис. 1). Первый типоразмер (полюсный) имеет ось легкого намагничивания α , параллельную продольной оси ротора¹. У второго типоразмера (межполюсного или тангенциального) ось легкого намагничивания перпендикулярна поперечной оси ротора.

Уточненный расчет магнитного поля (МП) двигателя со сборным ротором, приведенный ниже, позволил оценить обоснованность геометрических размеров его активных частей, выработать рекомендации по повышению их использования.

Расчет магнитного поля двигателя. Проведем расчет МП двигателя методом сопряжения конформных отображений [4], приняв следующие допущения: МП плоскопараллельно; магнитная текстура элементарного участка (ЭУ) анизотропного магнита прямолинейна²; магнитная проницаемость и остаточная намагниченность для всех точек ЭУ магнитной среды одинаковы.

В отличие от известных классических методов конечных разностей и конечных элементов данный метод требует дискретизации расчетной области только при многосвязном ее характере, нелинейных свойствах магнитопроводящей среды. Однородные зоны (пазы, воздушный зазор, сла-

бонасыщенные участки сердечников, например ярма, окружающее воздушное пространство) могут не разбиваться на ЭУ, если нахождение постоянных в дифференциальном уравнении Кристоффеля-Шварца при их конформном отображении на полуплоскость не встречает технических трудностей. Таким образом, расчетная область будет подразделяться на большеразмерные ЭУ, которые, в принципе, могут совпадать с конструктивными частями машины, и малоразмерные ЭУ, на которые разбиваются существенно нелинейные зоны. Такой характер разбиения расчетной области позволяет снизить порядок исходной системы уравнений при сохранении точности решения задачи [4].

Специальные мероприятия, связанные с приближением решения к тестовым результатам для отдельных канонических ЭУ (треугольной, четырехугольной формы), дают возможность дополнительно снизить размерность системы уравнений за счет сокращения числа граничных расчетных точек [4].

Двухфазный четырехполюсный вентильный двигатель (ВД) типа ДВУ 265 S 4 с номинальным моментом 47 Н·м имеет на статоре 36 полузакрытых пазов, феррит-стронциевые постоянные магниты 28 СА 250 ($B_r=0,39$ Тл; $H_{CM}=250$ кА/м; $H_{CB}=240$ кА/м [4]), закрепленные на восьмигранном магнитном валу. Поскольку обмотка статора имеет $q=9/2$, то пространственный период МП равен двум полюсным делениям и МП рассчитывается в пределах двух полюсов.

На рис. 1 показана расчетная область поперечного сечения ВД, разбитая на $R=148$ эле-

¹Понятия продольной и поперечной осей ротора общепринятые: продольная ось совпадает с геометрической (радиальной) осью полюсного магнита (в данном случае имеющего линейную текстуру), поперечная ось проходит в радиальном направлении через середины межполюсных магнитов (также имеющих линейную текстуру, перпендикулярную поперечной оси).

²Такая текстура для всего поперечного сечения магнита обеспечивается при намагничивании ротора с помощью токовой системы, предложенной в [3].

ментарных участков, из которых два (142 и 145) имеют форму треугольника, один (воздушный зазор) — кругового кольца, остальные — четырехугольника. Ядро статора разбито на 36 элементарных участков, зубцы — на 36, пазы — на 36, вал — на 7, магниты — на 32.

Счетные точки расположены на границах ЭУ. Количество счетных точек N_i на границах i -х ЭУ ($i=1, 2, \dots, R$): малых ярмовых равно 6, больших ярмовых — 8; малых зубцовых — 7, больших зубцовых — 10; в клиновой зоне пазов — 5; магнитов прямоугольной формы — 9; магнитов непрямоугольной формы — 10; вала треугольной формы — 16; вала прямоугольной формы — 12. Количество счетных точек на обеих сторонах кольцевой области воздушного зазора равно 166 (76 — на роторной, 90 — на статорной сторонах).

Для счетных точек j ($j=1, 2, \dots, N_i$) каждого i -го ЭУ связь между составляющими напряженности МП (нормальной ${}^iH_{nj}$ и тангенциальной ${}^iH_{tj}$) и скалярным магнитным потенциалом iU_j (при кусочно-постоянной аппроксимации последнего) выражается уравнениями [4]:

$${}^iH_{nj} = \frac{(-1)}{\pi |{}^i\lambda(\tilde{p}_j)|} \sum_{k=1}^{N_i} {}^iU_k \left(\frac{1}{p_k - \tilde{p}_j} - \frac{1}{p_{k+1} - \tilde{p}_j} \right); \quad (1)$$

$${}^iH_{tj} = \left({}^iU_{2m} - {}^iU_{2m-1} \right) / l_j, \quad (2)$$

где ${}^i\lambda(t)$ — правая часть дифференциального уравнения Кристоффеля—Шварца, задающего конформное соответствие верхней полуплоскости и i -го ЭУ в плоскости Z ; p_k, \tilde{p}_j — образы точек границ ЭУ на вещественной оси плоскости t , соответствующие концам счетных интервалов (p_k) и счетным точкам (точкам наблюдения) внутри их (\tilde{p}_j); l_j — расстояние между j -й и $(j+1)$ -й счетными точками одной стороны границы i -го ЭУ; $m = [(j+n-1)/n]$ — целая часть числа; n — количество счетных точек на одной стороне ЭУ.

Для ЭУ магнитов, имеющих магнитную анизотропию, формулы (1) и (2) следует применять после предварительного растяжения этих ЭУ в направлении оси трудного намагничивания β на коэффициент [4]:

$${}^ik_{\Delta} = \sqrt{{}^i\mu_{r\alpha} / {}^i\mu_{r\beta}}, \quad (3)$$

где ${}^i\mu_{r\alpha(\beta)}$ — относительная магнитная проницаемость i -го ЭУ магнита в направлении оси $\alpha(\beta)$.

Применительно к деформированным ЭУ уравнения (1), (2) можно записать в матрично-векторном виде

$${}^i\bar{H}'_n = [{}^ig] {}^i\bar{U}; \quad {}^i\bar{H}'_t = [{}^ih] {}^i\bar{U}, \quad (4)$$

где ${}^i\bar{H}'_n, {}^i\bar{H}'_t$ — некоторые фиктивные (промежуточные) напряженности МП.

Составляющие (во-первых, по осям α и β , во-вторых, нормальные и тангенциальные к граничным линиям ЭУ) реальных (физических) напряженности и индукции МП для i -х ЭУ будут равны [4]:

$${}^i\bar{H}_{\alpha} = [{}^if_{\alpha}] {}^i\bar{U}; \quad {}^i\bar{H}_{\beta} = {}^ik_{\Delta} [{}^if_{\beta}] {}^i\bar{U}; \quad (5)$$

$${}^i\bar{H}_n = [{}^ir_{n\Sigma}] {}^i\bar{U}; \quad {}^i\bar{H}_t = [{}^ir_{t\Sigma}] {}^i\bar{U}; \quad (6)$$

$${}^i\bar{B}_n = \mu_0 ([{}^ir_n] {}^i\bar{U} + [{}^is] {}^i\bar{M}_{ra} + [{}^ic] {}^i\bar{M}_{r\beta}); \quad (7)$$

$${}^i\bar{B}_t = \mu_0 ([{}^ir_t] {}^i\bar{U} + [{}^ic] {}^i\bar{M}_{ra} + [{}^is] {}^i\bar{M}_{r\beta}), \quad (8)$$

где

$$[{}^if_{\alpha}] = [{}^is'] [{}^ig] - [{}^ic'] [{}^ih];$$

$$[{}^if_{\beta}] = [{}^ic'] [{}^ig] + [{}^is'] [{}^ih];$$

$$[{}^ir_{n(\tau)\Sigma}] = [{}^ir_{n(\tau)1}] + [{}^ir_{n(\tau)2}];$$

$$[{}^ir_{n1}] = {}^ik_{\Delta} [{}^ic] [{}^if_{\beta}]; \quad [{}^ir_{n2}] = [{}^is] [{}^if_{\alpha}];$$

$$[{}^ir_{t1}] = {}^ik_{\Delta} [{}^is] [{}^if_{\beta}]; \quad [{}^ir_{t2}] = -[{}^ic] [{}^if_{\alpha}];$$

$$[{}^ir_{n(\tau)}] = \mu_{r\beta} [{}^ir_{n(\tau)1}] + \mu_{r\alpha} [{}^ir_{n(\tau)2}];$$

$\bar{M}_{ra(\beta)}$ — остаточная намагниченность по оси $\alpha(\beta)$; матрица $[{}^is]$ соответствует недеформированным ЭУ и для четырехугольного ЭУ произвольной формы имеет вид:

$$[{}^is] = \begin{bmatrix} \sin \gamma_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sin \gamma_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sin \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \sin \gamma_4 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где γ_k ($k=1, 2, \dots, 4$) — угол между внутренней нормалью k -й стороны i -го ЭУ и осью α ; количество строк в матрице (9) с одинаковыми элементами $\sin \gamma_k$ равно числу счетных точек на k -й стороне ЭУ.

Структура матрицы $[{}^ic]$ идентична структуре матрицы (9), только вместо синусных элементов фигурируют косинусные. Аналогичные матрицы $[{}^is']$ и $[{}^ic']$ относятся к деформированным ЭУ.

Установим общую сквозную нумерацию значений скалярного магнитного потенциала для всей расчетной области:

$${}^iU_j = U_s \quad (s=1, 2, \dots, Q).$$

Для общих счетных точек q ($q \in S$) границы

двух соседних ЭУ с номерами i и k справедливо:

$$iB_{nq} = kB_{nq}. \quad (10)$$

Распространив равенство (10) на все множество s , получим систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестного вектора $\bar{U} = [U_1 U_2 \dots U_Q]^T$, имеющую вид:

$$[A]\bar{U} = \bar{F}, \quad (11)$$

где $[A]$ — квадратная матрица размером Q ; ненулевые элементы матрицы-столбца F представлены составляющими остаточного намагничивания магнитов и значениями скачка U_s в тех счетных точках, через которые проходят токовые магнитные листы обмотки статора.

В рассматриваемой задаче $Q=741$.

С целью повышения точности расчета МП матрицы $[i_g]$ и $[i_h]$ каждого i -го ЭУ в формулах (4) подвергаются нормировке [4] из условий, во-первых, точного выполнения зависимостей (4) в текстовом равномерном МП и, во-вторых, обеспечения равенства нулю потока вектора магнитной индукции через границу каждого ЭУ.

В таблице представлены некоторые показатели МП при обесточенной обмотке статора для пяти ЭУ ($i=26, 55, 113, 118, 141$), относящихся (см. рис. 1) к ярму ($i=55$) и зубцу ($i=26$) статора (имеющих максимальные значения индукции), к полюсному ($i=113$) и межполюсному ($i=118$) магнитам, валу ротора ($i=141$). Счетные точки на границах ЭУ нумеруются в порядке обхода их по часовой стрелке ($j=1, 2, \dots, N_i$). Номер первый ($j=1$) имеет точка в левом нижнем углу ЭУ.

i	j	iU_j, A	$iB_{nj}, Tл$	$i\mu_r, \text{о.е.}$
26	1	-39,035	-0,00242	1009
	2	-30,460	0,00007	
	3	-21,885	0,00023	
	4	-13,316	0,00041	
	5	-9,0374	1,051	
	6	-13,316	0,00033	
	7	-21,885	0,00013	
	8	-30,460	-0,00005	
	9	-39,035	-0,00235	
	10	-43,285	-1,045	
55	1	-0,35234	-0,9012	3873
	2	-0,31036	-0,7937	
	3	0,00002	0	
	4	0,31040	0,7937	
	5	0,35238	0,9012	
	6	0,00002	0	
113	1	-450,10	-0,07706	1,097
	2	-510,26	-0,07785	
	3	-535,52	0,3699	
	4	-501,92	0,3862	
	5	-506,74	0,3885	
	6	-584,49	0,3527	
	7	-508,29	0	
	8	-447,11	0	
	9	-397,90	-0,3633	
	10	-398,92	-0,3636	

i	j	iU_j, A	$iB_{nj}, Tл$	$i\mu_r, \text{о.е.}$
118	1	-571,94	0,2835	1,097
	2	-516,52	0,2790	
	3	-178,42	0,09420	
	4	-95,591	0,06050	
	5	-32,240	0,02726	
	6	-0,00032	-0,3105	
	7	-0,00013	-0,2895	
	8	-136,93	0,00084	
	9	-414,05	0,00396	
141	1	0	-0,1257	978
	2	0	-0,1826	
	3	0	-0,2255	
	4	0	-0,2334	
	5	0,38612	-0,01533	
	6	1,1973	-0,08676	
	7	1,9241	0,3508	
	8	1,6919	0,2636	
	9	1,3190	0,1948	
	10	0,89960	0,1264	
	11	0,52103	-0,07641	
	12	0,17181	-0,02188	

Расчеты показывают, что наиболее насыщенными из зубцовых ЭУ являются 26 и 32 ($^{26}\mu_r = ^{32}\mu_r = 1009$; $^{26}B_{cp} = ^{32}B_{cp} = 1,048$ Тл), из ярмовых ЭУ — 55 ($^{55}\mu_r = 3873$; $^{55}B_{cp} = 0,8475$ Тл). Следовательно, зубцы и ярмо статора в магнитном отношении являются недостаточно использованными, поскольку типовые уровни магнитной индукции в них могут быть существенно выше [6] ($B_z = 1,7 \div 1,9$ Тл; $B_a = 1,4 \div 1,6$ Тл). Учитывая сравнительно малую ширину зубца (4,2 мм), вряд ли целесообразно ее дополнительное уменьшение из-за технологических и экономических ограничений [7], а вот высота спинки ярма (19,5 мм) может быть уменьшена (за счет увеличения глубины паза) в 1,6—1,9 раза. Это позволит увеличить полный ток паза и поднять тем самым электромагнитный момент двигателя.

На рис. 2 показано распределение нормальной

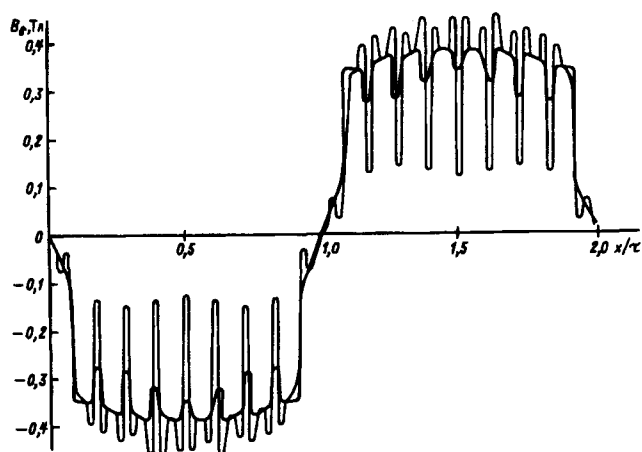


Рис. 2. Нормальная составляющая магнитной индукции на противоположных сторонах воздушного зазора (толстая линия — на поверхности ротора, тонкая — на цилиндрической поверхности статора)

составляющей индукции на противоположных сторонах воздушного зазора. Видим, что для статора пульсации индукции, обусловленные односторонней зубчатой структурой воздушного зазора, выражены значительно сильнее — возрастают глубина и количество пульсаций. Последнее обстоятельство связано с неравномерным распределением индукции на поверхности коронки зубца — на краях ее наблюдается увеличение интенсивности МП.

Два типа магнитов с различной ориентацией намагниченности усложняют конструкцию ротора. Расчетные данные рис. 3 дают информацию об эффективности применения тангенциальных маг-

ного).

Расчеты показывают, что физическое удаление тангенциальных вставок (замена их воздушной средой) приводит (см. кривую 3 на рис. 3) к снижению максимума индукции на поверхности ротора на 8,7% (с 0,3885 до 0,3547 Гн), магнитного потока полюса на 27,5% (с 0,03374 до 0,02446 Вб).

При обесточенной обмотке статора в качестве единственного источника МП, являющегося потенциалным ($\vec{H} = \vec{H}_p$), выступает дивергенция поля вектора намагниченности \vec{M} , которую можно рассматривать как магнитные заряды с объемной плотностью ρ_{M1} . Из условия

$$\operatorname{div} \vec{B} = \mu_0 (\operatorname{div} \vec{M} + \operatorname{div} \vec{H}) = 0 \quad (12)$$

следует для этого случая:

$$\rho_M = \mu_0 \operatorname{div} \vec{H}_p = \rho_{M1}, \quad (13)$$

где

$$\rho_{M1} = -\mu_0 \operatorname{div} \vec{M}. \quad (14)$$

При однородном характере поля \vec{M} внутри ЭУ вместо объемной дивергенции следует рассматривать поверхностную, которая воспринимается как магнитные заряды с поверхностной плотностью

$$\sigma_{M1} = -\mu_0 \operatorname{Div} \vec{M} = \mu_0 ({}^i M_n - {}^k M_n), \quad (15)$$

где ${}^{i(k)} M_n$ — нормальные составляющие вектора \vec{M} на общей границе i -го и k -го ЭУ.

При расчете МП двигателя с током в обмотке статора вихревые МП внутри пазов заменяются суммой потенциалных и дополнительных МП [9]:

$$\vec{H} = \vec{H}_p + \vec{H}_0. \quad (16)$$

Из уравнений (12), (16) можем получить выражения для источников этого более общего МП:

$$\rho_M = \mu_0 \operatorname{div} \vec{H}_p = \rho_{M1} + \rho_{M2}, \quad (17)$$

где

$$\rho_{M2} = -\mu_0 \operatorname{div} \vec{H}_0. \quad (18)$$

Дополнительное МП, определяемое интегралом

$$H_0 = H_{0x} = \int_{y_n}^y \Delta dy, \quad (19)$$

где $\Delta = I_n / b_{cp} h$ — средняя плотность тока полукруглого паза трапецидальной формы (рис. 4); I_n — полный ток паза, будет иметь компоненту только по оси x , если линия интегрирования в (19) — прямая, параллельная оси y .

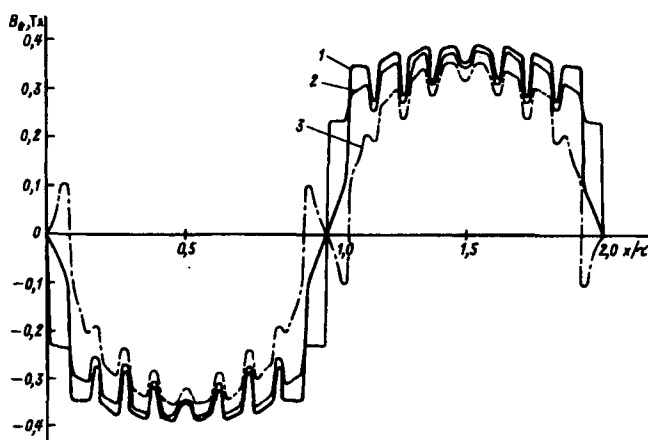


Рис. 3. Нормальная составляющая магнитной индукции в воздушном зазоре на поверхности ротора при обесточенной обмотке статора: 1 — с тангенциальными магнитными вставками; 2 — с однородными полюсными зонами; 3 — при удалении магнитного материала вставок

нитных вставок в межполюсных зонах ротора. При переходе на однотипное намагничивание магнитов в пределах всей полюсной зоны с текстурой, параллельной продольной оси ротора, максимум индукции на поверхности ротора уменьшается с 0,3885 до 0,3789 Гн (на 2,47%), однако магнитный поток полюса (на единицу его длины) возрастает с 0,03374 до 0,03487 Вб (на 3,35%). Это связано, как видно из кривых 1 и 2 на рис. 3, с ростом нормальных составляющих индукции в зонах, занимаемых ранее тангенциальными вставками. Видимо, для увеличения магнитного потока мозаичного ротора необходимо уменьшить тангенциальную толщину вставок по сравнению с ее значением в штатном исполнении. Для существенного увеличения потока целесообразно относительно тонкие вставки (устойчивые к размагничиванию продольным током якоря) изготавливать из магнитного материала с большей остаточной намагниченностью (типа редкоземель-

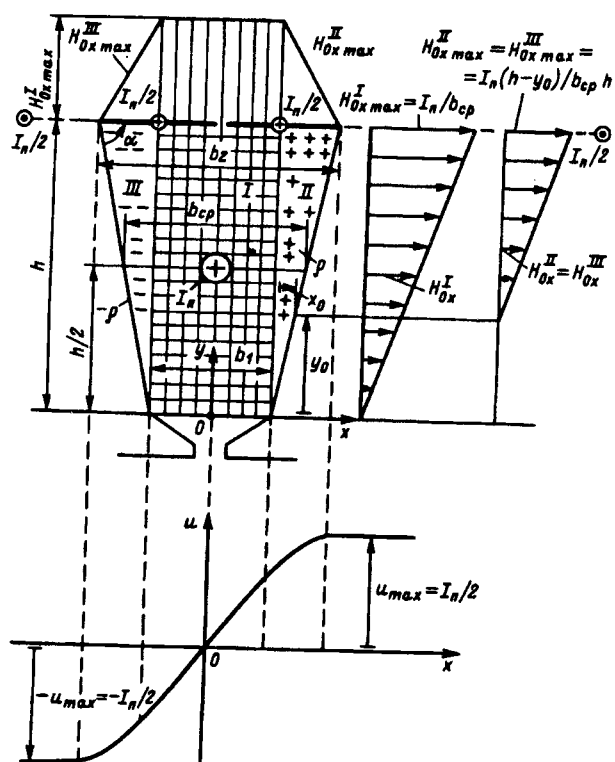


Рис. 4. К расчету потенциального и дополнительного магнитных полей, вызванных током полузакрытого паза I_n

Полузакрытый паз может быть подразделен на три зоны (рис. 4). В зоне I дополнительное МП нарастает линейно от нуля у края клина ($y=0$) до максимального значения на дне паза:

$$H_{Ox \max}^I = I_n / b_{cp}. \quad (20)$$

В зонах II и III дополнительное МП будет линейно нарастать от нуля у стенки паза (от точки с координатами x_0, y_0) до максимального значения на дне паза:

$$H_{Ox \max}^{II,III} = I_n [h - (|x| - b_1/2) \operatorname{tg} \alpha] / b_{cp} h, \quad (21)$$

где α — угол между дном и стенкой паза.

Для обеспечения скачкообразного уменьшения дополнительного МП до нуля на дне паза (для локализации этого поля пространством паза) необходимо разместить на дне бесконечно тонкий слой тока I_n с линейной плотностью $H_{Ox \max}$ [имеем токи (+) $I_n/2$, «размазанные» по левой и правой половинам дна паза; обратные провода (линейные, т.е. с точечным поперечным сечением) с токами (-) $I_n/2$ располагаем слева и справа от паза вне расчетной области (рис. 4, 5)].

Скалярный магнитный потенциал (СМП) токового слоя на дне паза

$$U(x) = -I_n + \int_{-b_2/2}^x H_{Ox \max} dx. \quad (22)$$

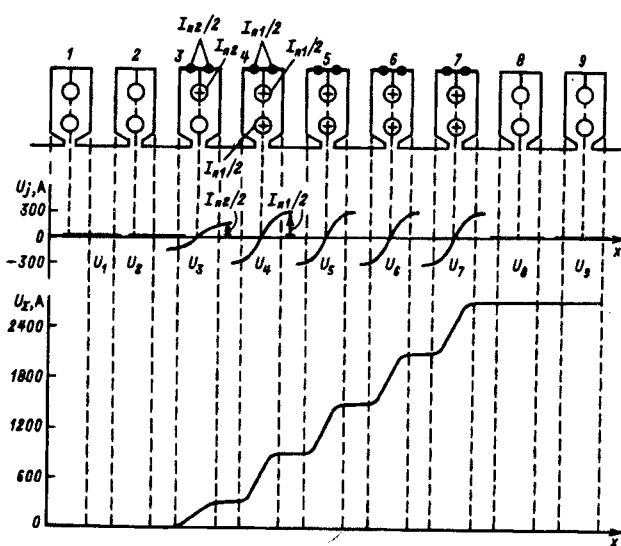


Рис. 5. К расчету источников потенциального магнитного поля, вызванного током фазы А обмотки статора: а — токовые слои на дне пазов, локализирующие дополнительные магнитные поля в пространстве пазов; б — скалярные магнитные потенциалы U_j ($j=1, 2, \dots, 9$) пазовых магнитных листов, располагаемых на окружности, проходящей через днища пазов; в — суммарный скалярный магнитный потенциал токовых слоев на дне пазов в пределах одного полюса

Из формул (20)–(22) для зон I, II, III следуют соответственно выражения:

$$U(x) = -\frac{I_n}{2} \frac{b_1}{b_{cp}} + \frac{I_n}{b_{cp}} \left(x + \frac{b_1}{2} \right); \quad (23)$$

$$U(x) = \frac{I_n}{2} \frac{b_1}{b_{cp}} + \frac{I_n}{b_{cp}} \left(x - \frac{b_1}{2} \right) \left[1 - \left(x - \frac{b_1}{2} \right) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2h} \right]; \quad (24)$$

$$U(x) = -\frac{I_n}{2} + \frac{I_n}{b_{cp}} \left(x + \frac{b_2}{2} \right) \left[1 + \left(x + \frac{b_1}{2} - \frac{b_2}{2} \right) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2h} \right]. \quad (25)$$

Графики изменения СМП на дне пазов одной фазы и в пределах одного полюса изображены на рис. 5.

Токовые слои на дне пазов, их обратные линейные проводники вместе с линейными лобовыми участками образуют магнитные листы (поверхности), расположение которых выбирается по соображениям удобства расчета МП. Будем считать положение этих листов совпадающим со сторонами многоугольника (рис. 1), принадлежащими дну пазов и основаниям зубцов (линия PQR).

При суммировании СМП $U_j(x)$ ($j=1, 2, \dots, 18$) всех магнитных листов получим результирующую зависимость $U_\Sigma(x) = \sum_{j=1}^{18} U_j(x)$ (рис. 5),

которая отличается от классической МДС, во-первых, местом действия (МДС обычно связывают с положением окружностей воздушного зазора [10]), во-вторых, интервалом своего локального изменения (ширина дна паза вместо ширины открытия паза у МДС), в-третьих, характером изменения — в общем случае нелинейным (линейное изменение имеем только для открытых

пазов; у МДС изменение принимается линейным или скачкообразным). По своей форме кривая $U_{\Sigma}(x)$ (ее можно назвать СМИ токовых слоев на дне пазов) совпадает с классической кусочно-линейной МДС только для открытых пазов, если отвлечься от положения оси x^* .

СМП токовых слоев $U_{\Sigma}(x)$ является третьим источником МП в машине.

Остановимся более подробно на втором источнике МП, задаваемым формулой (18). При полузакрытых пазах имеют место магнитные заряды в зонах II и III, объемная плотность которых для пазов с прямолинейной поперечной геометрией постоянна [11]:

$$\rho_{M2}^{II(III)} = -\mu_0 \operatorname{div} \bar{H}_0 = -\mu_0 \frac{\partial H_{0x}}{\partial x} = \pm \mu_0 \frac{I_n \operatorname{tg} \alpha}{hb_{cp}}. \quad (26)$$

Эти заряды наводят на границах ЭУ, внутри которых они расположены, дополнительный СМП:

$$\Delta U(p) = \frac{1}{2\pi\mu_0} \int_S \rho_{M2}(q) \ln r_{pq}^{-1} ds, \quad (27)$$

где p, q — точки наблюдения и текущие.

Интеграл (27) может быть заменен суммой [9]:

$$\Delta U(\tilde{p}_j) = \frac{\rho_{M2}}{2\pi\mu_0} \sum_i \ln r_{p_j q_i} - 1 \Delta s_i + \rho_{M2} R^2 (0,5 - \ln R) / 2\mu_0, \quad (28)$$

где R — радиус достаточно малого круга с центром в точке наблюдения \tilde{p}_j .

При открытых пазах зоны II и III вырождаются и формула (18) будет определять поверхностные магнитные заряды на правой (П) и левой (Л) стенках паза с плотностью:

$$\sigma_{M2}^{П(Л)} = -\mu_0 \operatorname{Div} \bar{H}_0 = (\pm) \mu_0 (H_{0x1} - H_{0x2}) = (\pm) \mu_0 H_{0x}. \quad (29)$$

Эти поверхностные магнитные заряды при расчете МП реализуются как скачок нормальной составляющей напряженности МП на параллельных стенках пазов на величину известного дополнительного поля паза H_{0x} (19), при котором, однако, нормальная составляющая индукции результирующего МП на стенках пазов сохраняет напряженность (не испытывает скачка).

Вычисляя скачки СМП по формулам (23)–(25)

*Для расчетной области, полный ток которой равняется нулю, значения $U_{\Sigma}(x)$ в крайних точках P и R пазового многоугольника (рис. 1) будут всегда равняться нулю.

Положение оси x у кривых $U_{\Sigma}(x)$ и МДС будет идентичным, если сумма полных токов на двух противоположных пазовых участках статора протяженностью каждого $\tau/2$, ближайших к точкам P и R , равняется полному току остальной пазовой части статора.

Использование $U_{\Sigma}(x)$ в настоящем методе не требует уточнения вертикального положения оси x с целью исключения униполярной составляющей магнитного поля [12], так как для каждого ЭУ используется уравнение непрерывности поля.

для линии PQR (рис. 1) по формуле (28) для границ пазовых ЭУ, можно по уравнениям (11), (6)–(8) с учетом зависимостей (20), (21) определить показатели МП при токовой нагрузке обмотки статора.

При полузакрытых пазах с непараллельными стенками возможно, однако, другое формирование дополнительного поля \bar{H}_0 , при котором объемные магнитные заряды, определяемые по формуле (26), будут равны нулю. Для этого интегрирование в (19) должно проводиться по оси y в направлении сужения паза (рис. 6,а), начиная с его дна ($y_n=0$). В этом случае, как легко видеть, в пределах сечения паза $\rho_{M2} = -\mu_0 \partial H_{0x} / \partial x = 0$.

Для ограничения области с полем \bar{H}_0 в пределах сечения паза необходимо бесконечно тонкий слой пазового тока I_n (рис. 6,а) с линейной плотностью $H_{0\tau}$ разместить на боковых стенках паза (здесь $H_{0\tau} = H_0 \cos \alpha$) и на внутренней стороне клина, обращенной к вихревой зоне (здесь $H_{0\tau} = H_{0x \max} = I_n / b_{cp}$). Этот токовый слой может иметь два (рис. 6,б) или один (рис. 6,в) обратных провода, размещенных вне расчетной области.

СМП токового слоя определяется выражением

$$U(l) = c - \int_0^l H_{0\tau} dl, \quad (30)$$

где $c = I_n / 2$ или (0) соответственно при двух или

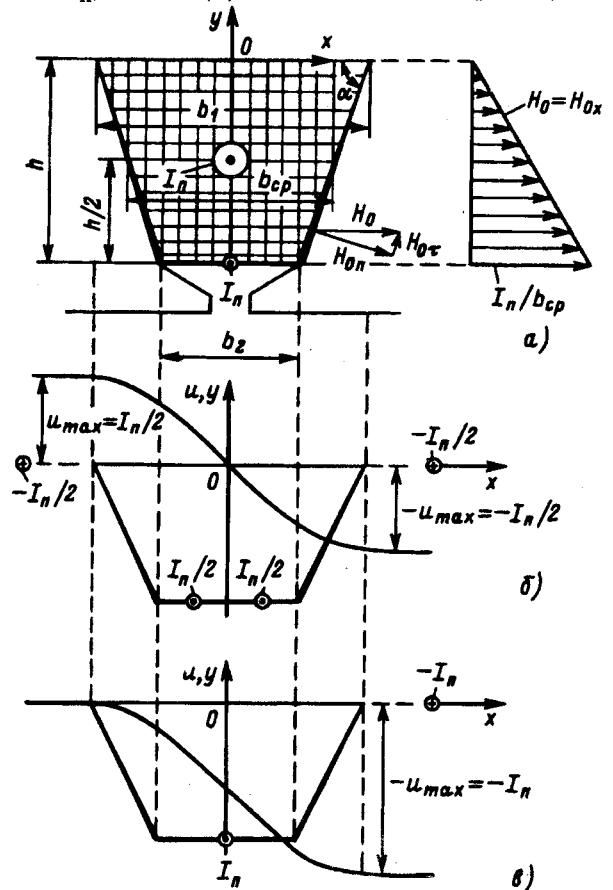


Рис. 6. К формированию дополнительного магнитного поля паза без объемных магнитных зарядов

одном обратных проводах; l — переменная интегрирования, отсчитываемая от левого края токового слоя (рис. 6).

Из формулы (30) с учетом зависимости $dx = dl \cos \alpha$, равенства (19) можем получить применительно к рис. 6,б следующие выражения для СМП токового слоя соответственно на левой, клиновой и правой сторонах паза:

$$U(x) = \frac{I_n}{2} - \frac{4I_n}{b_1^2 - b_2^2} \left[\frac{x^2}{2} + \frac{b_1}{2} \left(x + \frac{b_1}{2} \right) - \frac{b_1^2}{8} \right]; \quad (31)$$

$$U(x) = \frac{I_n b_2}{b_1 + b_2} - \frac{2I_n}{b_1 + b_2} \left(x + \frac{b_2}{2} \right); \quad (32)$$

$$U(x) = \frac{-b_2 I_n}{b_1 + b_2} - \frac{4I_n}{b_1^2 - b_2^2} \left[-\frac{x^2}{2} + \frac{b_1}{2} \left(x - \frac{b_2}{2} \right) + \frac{b_2^2}{8} \right]. \quad (33)$$

Видим, что интервал линейного изменения СМП совпадает с шириной клина b_2 .

Формулы для СМП токового слоя с одним обратным проводом (рис. 6,в) аналогичны написанным выше за исключением добавления постоянной $(-I_n/2)$.

Следует отметить, что рассмотренное формирование дополнительного поля H_0 , устраняющее объемные магнитные заряды в сечении паза, требует разбиения сечения паза на два ЭУ с общей границей на внутренней стороне пазового клина.

На рис. 7 показано распределение нормальной составляющей магнитной индукции на поверхности ротора при номинальном и нулевом значениях тока соответственно в фазах А и В статора для различных конструктивных исполнений полюсных зон ротора.

На рис. 8—10 приводится распределение СМП на цилиндрических поверхностях статора и ротора при отсутствии и наличии тока (номинального значения) в обмотке якоря. Ординаты вертикальной штриховки на рис. 8, 10 равны магнитному

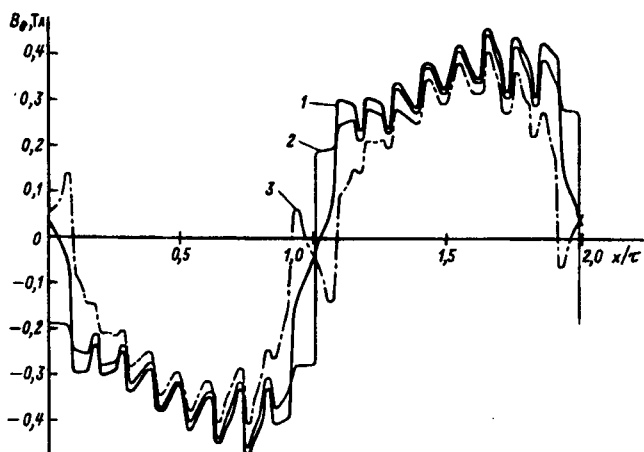


Рис. 7. Нормальная составляющая магнитной индукции в воздушном зазоре на поверхности ротора (при номинальном токе статора): 1 — с тангенциальными магнитными вставками, 2 — с однородными полюсными зонами, 3 — при удалении магнитного материала вставок

напряжению в воздушном зазоре соответственно при отсутствии тока и при наличии номинального тока в обмотке якоря.

Рассматриваемый метод, как и теория натяжений [8], оперируют с показателями МП на границах расчетных областей. Поэтому электромагнитные силы и моменты могут непосредственно определяться на базе известных значений индукции и напряженности МП в счетных точках ЭУ. Поверхностная плотность электромагнитной силы в произвольной точке границы с некоторого замкнутого пространства, на которое МП ока-

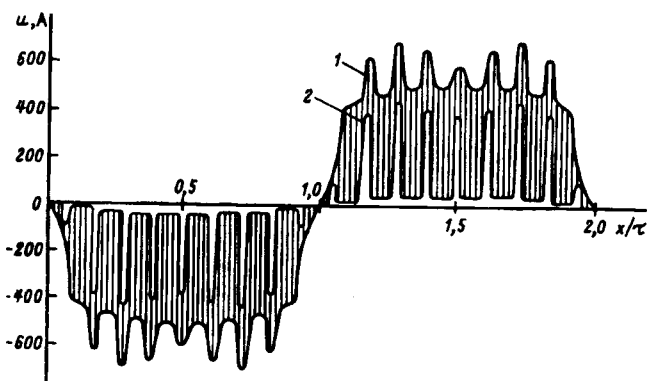


Рис. 8. Скалярный магнитный потенциал (при обесточенной обмотке статора) цилиндрических поверхностей ротора (кривая 1) и статора (кривая 2), обращенных к воздушному зазору

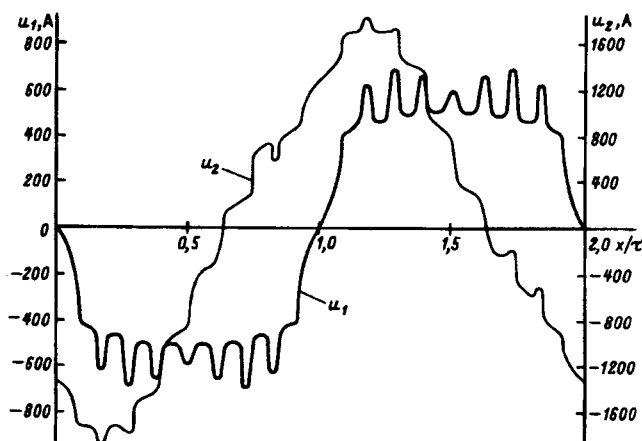


Рис. 9. Скалярный магнитный потенциал поверхности ротора: при обесточенном статоре (U_1), при номинальном токе статора (U_2)

зывает силовое воздействие, равна:

$$\bar{T}_\Pi = \bar{T}_{\Pi\pi} + \bar{T}_{\Pi\tau}, \quad (34)$$

где

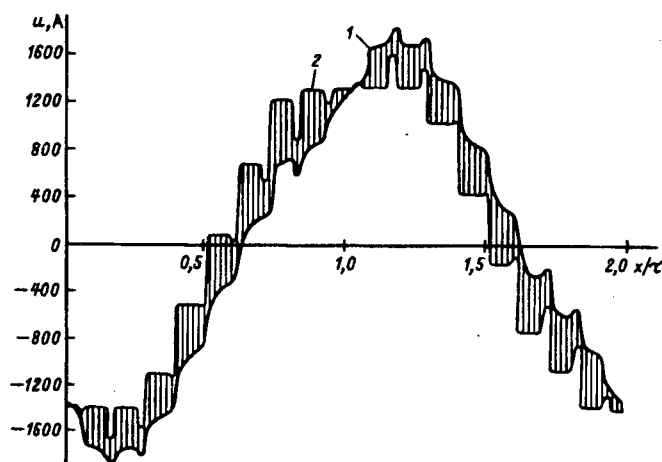


Рис. 10. Скалярный магнитный потенциал (при номинальном токе обмотки статора) цилиндрической поверхности ротора (кривая 1) и статора (кривая 2)

$$\bar{T}_{\text{нн}} = (B_n^2 - B_t^2) \bar{n} / 2 \mu_r \mu_0; \quad (35)$$

$$\bar{T}_{\text{нт}} = B_n B_t \bar{\tau} / \mu_r \mu_0 = B_n G_t \bar{\tau}; \quad (36)$$

\bar{n} , $\bar{\tau}$ — единичные орты нормального и тангенциального направления в рассматриваемой точке границы (\bar{n} совпадает с внешней нормалью области, $\bar{\tau}$ опережает \bar{n}); B_n , B_t — нормальная и тангенциальная составляющие индукции в точке на границе области s .

Если в качестве следа поверхности области s возьмем окружность воздушного зазора, непосредственно примыкающую к наружной поверхности ротора, то для электромагнитного момента получим из (36) выражение:

$$M = R \oint_s T_{\text{нт}} ds = p l_\delta b R \sum_{j=1}^{N_p} B_{nj} H_{tj}, \quad (37)$$

где p — число пар полюсов; l_δ — расчетная длина двигателя; $b = 2\pi R / p N_p$ — шаг счетных точек (N_p — их количество на паре полюсов) на окружности наружной поверхности ротора, имеющей радиус R .

Формуле (37) можно придать более компактный вид:

$$M = 2\pi R^2 F_K, \quad (38)$$

где $F_K = N_p^{-1} \sum_{j=1}^{N_p} B_{nj} H_{tj}$ — средняя удельная касательная сила, приходящаяся на единицу площади наружной цилиндрической поверхности ротора.

Электромагнитный момент двигателя, подсчитанный по формуле (37) при номинальном токе в фазе A и нулевом в фазе B статора для положения ротора, показанного на рис. 1, составил: 54,61 Н·м — при наличии тангенциальных магнитных вставок на роторе; 53,01 Н·м — при однородных полюсных зонах ротора (снизился на 2,9%); 47,64 Н·м — при удалении магнитного

материала вставок (снизился на 12,8% по сравнению с первым вариантом). Магнитные потоки одного полюса (на единицу длины машины) имели соответственно значения: 0,03347 (0,03374); 0,03460 (0,03487) и 0,02415 (0,02446) Вб. В скобках указаны значения потоков для обесточенного якоря. Следовательно, большее значение потока полюса не обязательно влечет за собой большее значение электромагнитного момента. На значение момента влияет, как видно из формулы (37), кроме нормальной составляющей индукции, (а, значит, и магнитного потока полюса), также уровень тангенциальной составляющей напряженности МП на поверхности ротора. Для составного ротора, при прочих равных условиях, последнее значение оказалось большим.

Выводы. 1. Составной ротор в сравнении с рассмотренными другими при неизменном статоре обладает несколько более высоким уровнем удельной касательной силы, хотя и не обеспечивает максимального значения магнитного потока полюсов.

2. Для увеличения использования двигателя целесообразно уменьшить высоту спинки ярма статора и дополнительно оптимизировать ширину тангенциальной магнитной вставки ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адволоткин Н.П., Вдовиков А.Г., Выплавин Ю.И. и др. Унифицированная серия вентильных двигателей с постоянными магнитами ДВУ для станкостроения и робототехники. — Электротехника, 1988, № 2.
2. Стадник И.П., Баев А.В., Гриднев А.И. Новые магнитные системы электрических машин с постоянными магнитами, оптимизированными по максимуму магнитного потока. Исследование проблем создания магнитных систем новых электрических машин и применения в них высокоэнергетических магнитотвердых материалов с целью совершенствования параметров и конструкций: Материалы международного симпозиума в г. Суздаль, 21–26 мая 1990 г. — Москва, 1991.
3. Стадник И.П., Гриднев А.И., Клевещ Н.И. и др. Синтез и оптимизация сборных роторов из высококоэрцитивных постоянных магнитов и систем для их намагничивания. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, № 6.
4. Афанасьев А.А., Воробьев А.Н. К расчету плоскопараллельных магнитных полей в нелинейных средах. — Изв. РАН. Энергетика, 1992, № 2.
5. Постоянные магниты: Справочник / А.Б.Альтман, А.Н.Гербергер, П.А.Гладышев и др. Под ред. Ю.М. Пятина. — М.: Энергия, 1980.
6. Проектирование электрических машин / И.П.Копылов, Ф.А.Горяинов, Б.К.Клоков и др. — М.: Энергия, 1980.
7. Лопухина Е.М., Сомихина Г.С. Проектирование асинхронных микромашин с полым ротором. — М.: Энергия, 1968.
8. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. — М.: Высшая школа, 1989.
9. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей. — М.: Высшая школа, 1986.
10. Данилевич Я.Б., Кашарский Э.Г. Добавочные потери в электрических машинах. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963.
11. Афанасьев А.А. Расчет магнитного поля проводника в пазу электрической машины. — Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1985, № 4.
12. Вольдек А.И. Учет влияния зубчатости статора и ротора электрических машин. — Изв. вузов. Электромеханика, 1964, № 5.

[16.12.93]

Уравнения электромеханических процессов в однофазных индукторных генераторах, работающих на активно-индуктивную нагрузку

СКУБОВ Д.Ю., ХОДЖАЕВ К.Ш.

Получены уравнения нестационарных электро-механических процессов в однофазных индукторных генераторах различных типов. Описывается способ упрощения этих уравнений, основанный на асимптотическом методе разделения движений. Решена обратная задача теории индукторных машин об определении магнитных проводимостей из условия, чтобы ток в нагрузке в стационарном режиме был синусоидальным.

Ранее уравнения переходных процессов в индукторных машинах были известны для трехфазных машин с достаточно большим числом пазов на полюс и фазу [1]. В настоящей статье такие уравнения получены для однофазных машин. Кроме того, указан способ асимптотического упрощения этих уравнений, позволяющий исключить из численного расчета быстрые переходные процессы. В результате получаются уравнения, существенно более простые для качественного исследования и численных расчетов.

Полученные результаты могут быть использованы для расчета нестационарных процессов при набросе и сбросе нагрузки, при работе машины в качестве генератора кратковременного действия с переменной угловой скоростью и т.д. В частности, расчеты нестационарных процессов необходимы при разработке индукторных генераторов для энергоснабжения космических аппаратов и электрофизических установок.

Двухпакетная машина с аксиальным возбуждением (одноименнополюсная); уравнения электромеханических процессов. Рассмотрим машину с уравновешенной обмоткой якоря, работающую генератором на активно-индуктивную нагрузку. Предполагается, что обмотка состоит из последовательно соединенных катушек, охватывающих все зубцы статора; поверхность расточки статора гладкая (этому с достаточной точностью соответствуют полузакрытые пазы); зубец статора занимает полпериода зубцов ротора; соседние катушки в пакете и катушки в разных пакетах, одинаково расположенные относительно зубцов

The equations of nonstationary electromechanical processes in various types of inductor alternators with active-inductive loading were obtained. The way of simplification of the equations based on asymptotic motions separation method is adduced. The inductor machines theory inverse problem of magnetic permeances determination from condition, that stationary load current was sinusoidal, was solved.

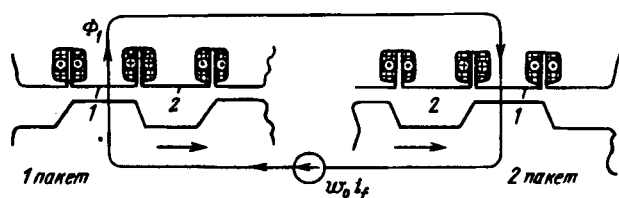


Рис. 1

ротора, включены встречно (рис. 1).

Для уравновешенных обмоток других типов (см., например, [2]) последующие уравнения в безразмерных переменных будут теми же, что и для рассматриваемой обмотки. Другими будут лишь соотношения, связывающие размерные и безразмерные величины. Однопакетные машины с открытыми пазами статора и разноименнополюсные рассмотрены в последнем разделе статьи.

Магнитная проницаемость стали считается бесконечно большой и не учитывается влияние вихревых токов и потоков рассеяния. Возможно уточнение уравнений с учетом этих факторов; в частности, вихревые токи можно учесть введением дополнительного эквивалентного контура [1]. Но это — следующие задачи.

Форма зубцов и впадин на роторе и, соответственно, зависимости магнитных проводимостей от угла поворота ротора не конкретизируются. Более того, далее рассматриваются некоторые задачи их выбора.

Расчет магнитных проводимостей составляет отдельную задачу, в достаточной мере уже решенную (см., например, [1, 6]). Далее считается,

Авторы: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию на тему «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в 1991 г. Профессор кафедры электромеханики Чувашского государственного университета.

Воробьев Александр Николаевич окончил в 1982 г. факультет электрификации и автоматизации промышленности и транспорта МЭИ. Ассистент кафедры электропривода Чувашского государственного университета.

что зависимости проводимостей от угла поворота ротора определены (и они должны быть определены) до решения уравнений электромеханических процессов для той машины, к расчету которой эти уравнения применяются.

Свойства уравнений машины сохраняются, если индуктивности определять из расчета поля, не используя понятия магнитной проводимости. Можно даже сохранить последующие обозначения в уравнениях, если формально ввести проводимости, разделив индуктивности на соответствующие постоянные величины.

Составим выражения для потокоцеплений Ψ и Ψ_f контуров якоря и возбуждения. Обозначим через i и i_f токи в этих контурах, а через w , w_0 числа витков одной якорной катушки и обмотки возбуждения. Полную систему уравнений Кирхгофа для магнитной цепи составлять нет необходимости. Достаточно принять за независимый контур цепи контур, включающий зазоры l и l' в разных пакетах (рис. 1). На этом рисунке пакеты статора условно развернуты в одной плоскости и показан путь магнитного потока в рассматриваемом контуре. Обмотка возбуждения расположена на статоре между пакетами генератора и имеет ось, совпадающую с осью ротора. В указанный контур эта обмотка вносит МДС возбуждения $w_0 i_f$, что также изображено на рис. 1. Магнитные потоки через зазоры l и l' одинаковы, поэтому поток Φ_1 через зазор l

$$\Phi_1 = (2wi + w_0 i_f) \frac{g_1}{2} = \left(wi + \frac{1}{2} w_0 i_f \right) g_1, \quad (1)$$

где $2wi + w_0 i_f$ — суммарная МДС в контуре; g_1 — магнитная проводимость зазора l .

Определяя поток Φ_2 через зазор 2, нужно учесть, что соседние якорные катушки включены встречно. Обозначив проводимость этого зазора через g_2 , получим

$$\Phi_2 = \left(\frac{1}{2} w_0 i_f - wi \right) g_2. \quad (2)$$

Потоки через остальные зазоры под якорными катушками равны либо Φ_1 , либо Φ_2 . Теперь можно найти потокоцепления

$$\Psi = 2nw(\Phi_1 - \Phi_2) + Li, \quad \Psi_f = nw_0(\Phi_1 + \Phi_2), \quad (3)$$

где n — число зубцов в одном пакете ротора; L — индуктивность нагрузки. Знак перед Φ_2 в выражении для Ψ снова объясняется встречным включением соседних якорных катушек.

Подставив (1) и (2) в (3), получим

$$\begin{aligned} \Psi &= [2nw^2(g_1 + g_2) + L]i + nww_0(g_1 - g_2)i_f; \\ \Psi_f &= nww_0(g_1 - g_2)i + \frac{1}{2}nw_0^2(g_1 + g_2)i_f. \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты перед токами в (4) равны ко-

эффициентам само- и взаимной индукции контуров токов i и i_f .

Проводимости g_1, g_2 изменяются при вращении ротора и являются 2π -периодическими функциями угла φ , связанного с углом поворота ротора ϑ соотношением $\varphi = n\vartheta$. Укажем некоторые свойства функций $g_1(\varphi), g_2(\varphi)$. Эти свойства верны, независимо от того, каким способом рассчитывается поле и вычисляются магнитные проводимости (см., например, [6], с. 38—39). Совсем очевидными нужные свойства $g_1(\varphi), g_2(\varphi)$ оказываются при простейшем приближенном способе вычисления проводимостей, когда поле в зазорах считается плоскопараллельным и для $g_1(\varphi), g_2(\varphi)$ действительны выражения

$$\begin{aligned} g_1(\varphi) &= \mu_0 b R_c \int_{-\varphi}^{\pi-\varphi} \frac{d\psi}{n\Delta(\psi)}, \\ g_2(\varphi) &= \mu_0 b R_c \int_{\pi-\varphi}^{2\pi-\varphi} \frac{d\psi}{n\Delta(\psi)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где b — длина пакета, отсчитываемая вдоль оси машины; R_c — радиус расточки статора; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; $\Delta(\psi)$ — зазор между статором и ротором. Угол ψ отсчитывается от подвижной оси, связанной с ротором, причем одному периоду зубцов отвечает изменение ψ на 2π . Предполагается, что при $\psi=0$ подвижная ось совпадает с неподвижной, проходящей через левый край паза 1. При вращении ротора угол между осями равен φ .

Магнитные проводимости, определенные по (5), удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{aligned} g_2(\varphi) &= g_1(\varphi - \pi), \quad g_1(\varphi) + g_2(\varphi) = \\ &= \mu_0 b R_c \int_{-\varphi}^{2\pi-\varphi} \frac{d\psi}{n\Delta(\psi)} = g_0 = \text{const}. \end{aligned} \quad (6)$$

Функции $g_1(\varphi)$ и $g_2(\varphi)$ с такими свойствами могут быть представлены в виде $g_1(\varphi) = 1/2 \times (g_0 + g(\varphi))$; $g_2(\varphi) = 1/2(g_0 - g(\varphi))$, где $g(\varphi)$ — функция, имеющая в своем Фурье-разложении только нечетные гармоники.

Из (4) и соотношения $g_1 - g_2 = g$ следует, что взаимная индуктивность между обмотками якоря и возбуждения не имеет постоянной составляющей, т. е. обмотка якоря действительно уравновешенная.

Зная коэффициенты индукции, можно записать выражение энергии магнитного поля

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}(2nw^2 g_0 + L) i^2 + nww_0 g i i_f + \\ &+ \frac{1}{4}nw_0^2 g_0 i_f^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения электромеханических процессов для машины с нагрузкой имеют вид:

$$[(2nw^2 g_0 + L) i + nww_0 g i_f]' + Ri = 0;$$

$$(nww_0 gi + \frac{1}{2}nw_0^2 g_0 i_f)' + R_f i_f = E_f;$$

$$J\dot{\Omega} = n^2 ww_0 \frac{dg}{d\varphi} \dot{i}_f + M;$$

$$\dot{\vartheta} = \Omega,$$

где Ω — частота вращения ротора; R — активное сопротивление нагрузки вместе с якорной обмоткой; R_f — активное сопротивление обмотки возбуждения; E_f — напряжение возбуждения; J — момент инерции вращающихся частей; M — вращающий момент на валу генератора.

Введем вместо исходных токов i, i_f безразмерные токи $i_u = i/i_*$, $i_{fu} = i_f/i_{f*}$, где i_* — базисное значение тока якоря; $i_{f*} = (2w/w_0) i_*$. Обозначим через Ψ_u, Ψ_{fu} безразмерные потокоцепления, связанные с размерными соотношениями $\Psi_u = \Psi/\Psi_*$, $\Psi_{fu} = \Psi_f/\Psi_{f*}$, $\Psi_* = 2nw^2 g_0 i_*$, $\Psi_{f*} = nww_0 g_0 i_{f*}$. Вместо (4) получим связь между безразмерными потокоцеплениями и токами

$$\Psi_u = (1+l) i_u + g_u i_{fu}, \quad \Psi_{fu} = g_u i_u + i_{fu}, \quad (9)$$

где $l = L/(2nw^2 g_0)$; $g_u = g/g_0$. Введем еще безразмерное время $t_u = n\Omega_* t$, где Ω_* — базисная частота вращения, и безразмерную частоту вращения $\omega_u = \Omega/\Omega_*$. Запишем безразмерные уравнения электромеханических процессов, отбрасывая при этом индекс « u » у безразмерных величин и обозначая по-прежнему точкой дифференцирование, но теперь уже по безразмерному времени:

$$[(1+l) i + g i_f]' + ri = 0;$$

$$(gi + i_f)' + \varepsilon_f r_f i_f = \varepsilon_f e_f;$$

$$\dot{\omega} = \varepsilon_\omega \frac{dg}{d\varphi} i_f + \varepsilon_\omega m;$$

$$\dot{\varphi} = \omega,$$

где

$$r = R/(2n^2 w^2 g_0 \Omega_*); \quad \varepsilon_f r_f = 2R_f/(n^2 w^2 g_0 \Omega_*);$$

$$\varepsilon_f e_f = 2E_f/(n^2 w^2 g_0 i_{f*} \Omega_*); \quad \varepsilon_\omega m = M/(nJ\Omega_*^2); \quad (11)$$

$$\varepsilon_\omega = 2nw^2 g_0 i_{f*}^2/(J\Omega_*^2).$$

Часто в определении углов φ или ϑ нет необходимости. Тогда удобнее принять угол φ за аргумент; обозначая штрихом производную по φ , придем к уравнениям:

$$[(1+l) i + g i_f]' + \frac{r}{\omega} i = 0;$$

$$(gi + i_f)' + \frac{\varepsilon_f r_f}{\omega} i_f = \frac{\varepsilon_f e_f}{\omega}; \quad (12)$$

$$\omega' = \frac{\varepsilon_\omega}{\omega} g' i_f + \frac{\varepsilon_\omega}{\omega} m.$$

Малые параметры, стационарный режим, асимптотическое преобразование уравнений. Далее рассматривается практически наиболее важный случай, когда активное сопротивление нагрузки примерно равно индуктивному сопротивлению обмотки якоря на частоте $n\Omega_*$. При этом активная мощность, потребляемая нагрузкой, будет одного порядка с номинальной мощностью машины, а значение r в (10) — порядка единиц.

Значения же $\varepsilon_f r_f, \varepsilon_f e_f$ и ε_ω в технически интересных случаях малы. Это можно объяснить по-разному. В частности, малость значения $\varepsilon_f r_f$ следует из выражения $\varepsilon_f r_f/r = 4(R_f/R) \times (w/w_0)^2$, получающегося из (11).

Здесь значения R_f и R одного порядка, причем R_f может быть даже несколько больше [6], чем R . Но число витков обмотки возбуждения w_0 всегда много больше числа витков одной катушки якорной обмотки w (практически $w_0/w = 20 \div 100$). Отсюда и следует малость значения $\varepsilon_f r_f$ по сравнению с r , которое при принятом способе введения безразмерных величин будет иметь порядок единиц. Значение ε_ω мало потому, что механическая постоянная времени $T_m = J\Omega_*/(2n^2 w^2 g_0 i_{f*}^2)$, равная отношению базисного момента количества движения вращающихся частей к базисному электромагнитному моменту, много больше постоянной времени цепи якоря. Это соответствует естественному техническому требованию, чтобы была мала неравномерность вращения ротора, вызванная изменением во времени электромагнитного момента. Для обычных синхронных машин малость параметров в уравнениях электромеханических процессов обсуждается в [3–5]; эти рассуждения применимы и к рассматриваемым машинам.

Малость параметров ε_f и ε_ω позволяет применить для упрощения уравнений (10) или (12) асимптотические методы нелинейной механики (для исследования динамики синхронных машин эти методы использованы в [3–5]). Согласно этим методам необходимо сначала выделить в уравнениях все неизвестные, имеющие малые производные (они называются медленными переменными). Примем поэтому за новую неизвестную потокоцепление Ψ_f , исключив i_f . Выразим из (9) ток

$$i_f = \Psi_f - gi. \quad (3)$$

Подставив (13) в (12), придем к уравнениям

$$\left. \begin{aligned} [(1+l-g^2) i + g \Psi_f]' + \frac{r}{\omega} i &= 0; \\ \Psi_f' + \frac{\varepsilon_f r_f}{\omega} (\Psi_f - gi) &= \frac{\varepsilon_f e_f}{\omega}; \\ \omega' &= \frac{\varepsilon_\omega}{\omega} g' i (\Psi_f - gi) + \frac{\varepsilon_\omega}{\omega} m. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Будем рассматривать решения уравнений (14),

найденные в первом приближении, т.е. приближенные решения, содержащие только немалые члены и не содержащие членов, пропорциональных $\varepsilon_f, \varepsilon_\omega$ и их степеням. Среди решений (14) особый интерес представляет стационарное решение. В первом приближении оно таково, что $\Psi_f = \text{const}$, $\omega = \text{const}$, а $i - 2\pi$ — периодическое решение уравнения

$$[(1 + l - g^2) i]' + \frac{r}{\omega} i = -g' \Psi_f. \quad (15)$$

Это решение содержит ω, Ψ_f в качестве параметров и может быть представлено в виде $i(\varphi, \omega, \Psi_f) = \Psi_f j(\varphi, \omega)$.

Заменим в (15) аргумент φ на $\varphi - \pi$. Учитывая, что $g(\varphi - \pi) = -g(\varphi)$, получим уравнение:

$$[(1 + l - g^2) i(\varphi - \pi)]' + \frac{r}{\omega} i(\varphi - \pi) = g' \Psi_f. \quad (16)$$

Сложим (15) и (16). Это дает

$$[(1 + l - g^2) (i(\varphi) + i(\varphi - \pi))]' + \frac{r}{\omega} [i(\varphi) + i(\varphi - \pi)] = 0. \quad (17)$$

В (17) нужно найти 2π -периодическое решение, но (17) — линейное однородное дифференциальное уравнение первого порядка относительно суммы $i(\varphi) + i(\varphi - \pi)$. Легко показать, например, что, найдя точное решение уравнения (17), его единственным периодическим решением будет $i(\varphi) + i(\varphi - \pi) \equiv 0$. Тем самым показано, что в стационарном режиме ток $i(\varphi)$ не содержит постоянной составляющей (впрочем, это очевидно) и четных гармоник по φ .

Рассмотрим нестационарные решения системы (14). В соответствии с асимптотическими методами разделения движений эти решения в первом приближении определяются следующим образом. Вначале нужно найти общее решение уравнения (15), считая при этом, как и при определении стационарного режима, $\Psi_f = \text{const}$, $\omega = \text{const}$. Получим теперь уже непериодическую по φ функцию $i(\varphi, C, \omega, \Psi_f)$, содержащую произвольную постоянную C и величины ω, Ψ_f , входящие как параметры. Затем этот результат следует внести в два последних уравнения (14), после чего заменить все члены этих уравнений, кроме Ψ_f' и ω' , их средними значениями по φ . Под средним значением некоторой непериодической функции $F(\varphi)$ понимается выражение

$$\langle F(\varphi) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + T} F(\varphi) d\varphi.$$

Часть общего решения уравнения (15), содержащая постоянную интегрирования и экспоненциально затухающие члены, не дает вклада при усреднении. Поэтому для определения Ψ_f и ω в первом приближении достаточно внести

в последние уравнения (14) выражение $i = \Psi_f j(\varphi, \omega)$, соответствующее стационарному решению. При этом усредняемые члены в (14) будут 2π -периодическими функциями φ и их средние значения следует вычислять как средние за период. В результате получим уравнения, называемые уравнениями медленных нестационарных процессов:

$$\begin{aligned} \Psi_f' &= \varepsilon_f \frac{e_f}{\omega} - \frac{\varepsilon_f r_f}{\omega} \Psi_f (1 - \langle g j \rangle); \\ \omega' &= \frac{\varepsilon_\omega}{\omega} \Psi_f^2 \langle g' j (1 - g) \rangle + \varepsilon_\omega \frac{m}{\omega}. \end{aligned} \quad (18)$$

Эти уравнения существенно проще исходных уравнений (14), поскольку содержат на одну неизвестную меньше и в них не входит явно аргумент φ .

При включении машины на нагрузку, подключении добавочной нагрузки и т.п. полный нестационарный процесс состоит из двух этапов. Вначале происходит быстрое (с характерной постоянной времени $1/n\Omega_*$) экспоненциальное изменение тока якоря до выхода его на стационарное решение $\Psi_{f0} j(\varphi, \omega_0)$, соответствующее начальным значениям потока возбуждения Ψ_{f0} и угловой скорости ω_0 . В первом приближении Ψ_f и ω за это время не изменяются. Затем они медленно (с характерной постоянной времени $1/(\varepsilon_f n\Omega_*)$ или $1/(\varepsilon_\omega n\Omega_*)$) изменяются в соответствии с уравнениями медленных нестационарных процессов. Ток якоря i при этом в первом приближении соответствует соотношению $i = \Psi_f j(\varphi, \omega)$, т.е. изменяется как в стационарном режиме с медленно меняющимися параметрами.

После того как переменные i, Ψ_f определены, с помощью (13) можно найти ток возбуждения i_f . Из (13) видно, что даже в стационарном режиме i_f имеет переменную составляющую, немалую в том смысле, что ее значение не пропорционально $\varepsilon_f, \varepsilon_\omega$ (впрочем, этот факт известен [1, 2]).

Об определении стационарного режима и обратных задачах теории индукторных машин. Расчет описанного выше быстрого экспоненциального процесса, заканчивающегося менее чем за один оборот ротора, обычно интереса не представляет. Поэтому исследование динамики рассматриваемых машин при заданных форме зубцов и проводимостях $g_1(\varphi), g_2(\varphi)$ требует решения двух задач. Первая — определение периодического тока i из уравнения (15) в виде $i = \Psi_f j(\varphi, \omega)$ как функции угла φ и величин Ψ_f, ω , входящих как параметры. Вторая задача состоит в определении средних значений, входящих в правые части уравнений (18), и интегрировании этих уравнений, что позволяет найти Ψ_f и ω .

Вычислить периодическое решение уравнения (15) можно разными способами. Прежде всего

оно интегрируется в квадратурах. Определив входящую в общее решение постоянную из условий периодичности, получим

$$i(\varphi) = -\frac{\Psi_f}{1+l-g^2(\varphi)} \left[\frac{1}{\mu(2\pi)-1} \int_0^{2\pi} g'(\psi) \mu(\psi-\varphi) d\psi + \int_0^\varphi g'(\psi) \mu(\psi-\varphi) d\psi \right], \quad (19)$$

где

$$\mu(\varphi) = \exp \left[\frac{r}{\omega} \int_0^\varphi \frac{d\eta}{1+l-g^2(\eta)} \right]. \quad (20)$$

Другой способ определения периодического решения уравнения (15) — нахождение коэффициентов нескольких первых гармоник Фурье-разложения тока i . При заданной $g(\varphi)$ это сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Трудность в том, что коэффициенты следует находить как функции ω .

Могут оказаться полезными и способы решения уравнения (15), основанные на том, что переменная составляющая в выражении $1+l-g^2$ относительно слабо влияет на ток. Укажем один такой способ в первом приближении. Ток i представляется суммой $i_0 + \Delta i$, где i_0 и Δi определяются как периодические решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} (1+l-g^2) i_0' + \frac{r}{\omega} i_0 &= -g' \Psi_f; \\ (1+l-g^2) \Delta i' + \frac{r}{\omega} \Delta i &= \Delta g^2 i_0, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\Delta g^2 = g^2 - \langle g^2 \rangle$ — переменная часть g^2 .

Пока речь шла о решении уравнения (15). Но даже для определения стационарного режима с соответствующими ему значениями Ψ_f и ω необходимо обратиться к уравнениям (16). В стационарном режиме в (16) следует положить $\Psi_f' = 0$, $\omega' = 0$. Это приводит, вообще говоря, к системе двух трансцендентных уравнений относительно Ψ_f , ω . Вопрос о числе ее решений и, соответственно, числе стационарных режимов, их устойчивости и зависимостях характеристик устойчивых режимов от параметров заслуживает особого рассмотрения.

Интересны обратные задачи об определении $g(\varphi)$, магнитных проводимостей и формы зубцов ротора, обеспечивающих те или иные свойства машины. Такова рассматриваемая многими авторами (см., например, [6]) задача о выборе формы зубца из условия, чтобы ЭДС холостого хода была близка к синусоидальной. Но при синусоидальной ЭДС ($g' \Psi_f \sim \sin \varphi$ в (15)) ток в нагрузке не будет синусоидальным, поскольку коэффициент при i в первом члене (15) зависит

от φ . Поэтому интереснее задача об определении условий, когда ток i в стационарном режиме будет гармоническим. Найдем требующуюся для этого зависимость $g(\varphi)$.

Положим в (15) ток i равным $I \cos \varphi$ и возьмем первообразные от обеих частей

$$(1+l-g^2) I \cos \varphi + \frac{r}{\omega} I \sin \varphi = -g \Psi_f + C \quad (22)$$

Заменим в (22) величину φ на $\varphi - \pi$ и сложим результат с (22); это дает $C=0$. Решив теперь квадратное уравнение относительно g и выбрав корень, являющийся непрерывной функцией φ , получим

$$g(\varphi) = \frac{1}{2 \cos \varphi} \left(\frac{\Psi_f}{I} - \sqrt{\left(\frac{\Psi_f}{I} \right)^2 + 2(1+l) + \frac{2r}{\omega} \sin 2\varphi + 2(1+l) \cos 2\varphi} \right). \quad (23)$$

Если значения Ψ_f и ω в (15) заданы, то, обеспечив зависимость $g(\varphi)$ в соответствии с (23), получим стационарное решение этого уравнения в виде гармонической функции с амплитудой I .

Однако найти нужную зависимость $g(\varphi)$ можно не для всех значений I . Необходимо, чтобы подкоренное выражение в (23) было неотрицательным при всех φ . Найдя минимальное значение суммы членов, содержащих $\sin 2\varphi$ и $\cos 2\varphi$, получим неравенство, ограничивающее возможные значения амплитуды тока

$$I^2 \leq \omega^2 \Psi_f^2 \frac{1+l}{2r^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{r^2}{\omega^2 (1+l)^2}} \right). \quad (24)$$

Далее следует учесть, что Ψ_f и ω в стационарном режиме должны удовлетворять указанным выше уравнениям, получающимся из (16) при $\Psi_f' = 0$, $\omega' = 0$. В эти уравнения нужно внести выражение $g(\varphi)$ согласно (23). Если значение I задано, то из уравнений можно найти Ψ_f и ω . Можно задать I , Ψ_f , ω , например, отвечающие номинальному режиму, и определить из уравнений напряжение возбуждения $\varepsilon_f e_f$ и момент $\varepsilon_\omega m$. В ходе расчетов нужно также проверять выполнение неравенства (24).

Другим примером обратной задачи (ее указал авторам П.В. Киселев) является задача об определении $g(\varphi)$ из условия, чтобы активная мощность, отдаваемая машиной в нагрузку, была максимальной. Эта задача имеет смысл, когда допустим несинусоидальный ток в нагрузке, иначе дело сводится к неравенству (24).

К обратным задачам относится также определение формы зубцов по найденной зависимости $g(\varphi)$. Решение этой задачи неоднозначно, что вид-

но, например, из выражений (5). Определяемые этими выражениями $g_1(\varphi)$, $g_2(\varphi)$ не зависят от того, каковы четные гармоники в разложении подынтегральной функции. Следовательно, эти гармоники могут быть выбраны произвольно при определении $\Delta(\psi)$ по известным g_1, g_2 .

В качестве примера использования полученных уравнений приведем результаты расчета переходного процесса в однофазной индукторной машине, работающей в качестве генератора кратковременного действия. Ротор такой машины вместе с маховиком вначале раскручивается вспомогательным двигателем при разомкнутой цепи нагрузки. Затем двигатель отключается и замыкается цепь нагрузки. В ходе начинающегося после этого рабочего процесса, вследствие потребления мощности, в нагрузке уменьшается кинетическая энергия маховика и ротора и падает их частота вращения. Зависимости частоты вращения от времени при разных сопротивлениях нагрузки, полученные путем численного интегрирования уравнений (18), приведены на рис. 2. Качественный характер этих зависимостей тот же, что и для трехфазных синхронных генераторов кратковременного действия [3, 4].

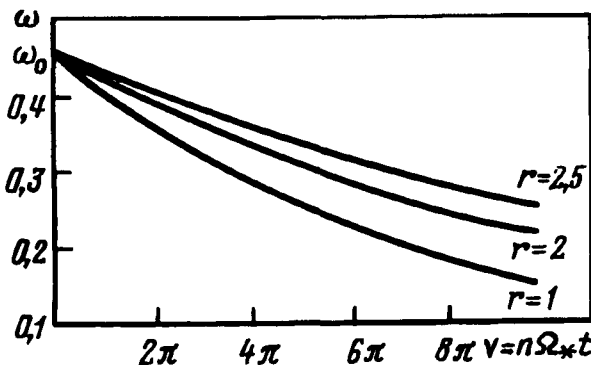


Рис. 2

Однопакетные машины, машины с открытым пазом и разноименнополюсные (с радиальным возбуждением). Рассмотрим однопакетную машину с той же обмоткой и при тех же предположениях, что и для двухпакетной. В однопакетной машине имеется дополнительный воздушный зазор между корпусом и втулкой ротора. Выберем в качестве независимых контуров магнитной цепи контуры, включающие зазоры под зубцами статора и дополнительный зазор. Пусть Φ_1 и Φ_2 — потоки через зазоры под соседними зубцами статора; тогда поток через дополнительный зазор будет $n(\Phi_1 + \Phi_2)$, где n — число зубцов ротора. Аналогично (1), (2) получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{g_1} \Phi_1 + \frac{n}{g_s} (\Phi_1 + \Phi_2) &= w_0 i_f + w i; \\ \frac{1}{g_2} \Phi_2 + \frac{n}{g_s} (\Phi_1 + \Phi_2) &= w_0 i_f - w i. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь и далее используются те же обозначения, что и выше; g_s — магнитная проводимость дополнительного зазора. Из (25) имеем

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{g_1(g_s + 2ng_2)}{g_s + ng_0} w i + \frac{g_s g_1}{g_s + ng_0} w_0 i_f \\ \Phi_2 &= -\frac{g_2(g_s + 2ng_1)}{g_s + ng_0} w i + \frac{g_s g_2}{g_s + ng_0} w_0 i_f. \end{aligned} \quad (26)$$

Как и ранее, здесь $g_0 = g_1 + g_2 = \text{const}$. Потокосцепления контуров токов i и i_f будут:

$$\begin{aligned} \Psi &= \left[\frac{nw^2}{g_s + ng_0} (4ng_1 g_2 + g_s g_0) + L \right] i + \\ &\quad + \frac{n w w_0 g_s}{g_s + ng_0} (g_1 - g_2) i_f; \\ \Psi_f &= \frac{nw w_0 g_s}{g_s + ng_0} (g_1 - g_2) i + \frac{nw^2 g_s g_0}{g_s + ng_0} i_f. \end{aligned} \quad (27)$$

Из (27) видно, что зависимость коэффициента взаимной индукции контуров токов i и i_f от φ не содержит постоянной составляющей, т.е. рассматриваемая обмотка действительно уравновешенная. В отличие от двухпакетной машины самоиндуктивность цепи якоря однопакетной машины зависит от φ . Но, как будет видно далее, вид окончательных уравнений из-за этого мало меняется.

Вывод уравнений электромеханических процессов аналогичен приведенному выше. Поэтому запишем сразу уравнения относительно безразмерных переменных i, Ψ_f, ω с аргументом φ :

$$\begin{aligned} \{[1 + \alpha + l - (1 + \alpha)g^2]i\}' + \frac{r}{\omega} i &= -(g\Psi_f)'; \\ \Psi_f' + \frac{\varepsilon_f r_f}{\omega} (\Psi_f - gi) &= \varepsilon_f e_f; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\omega' = \frac{\varepsilon_\omega}{\omega} g' i [\Psi_f - (1 + \alpha)gi] + \varepsilon_\omega \frac{m}{\omega}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} r &= R(g_s + ng_0)/(n^2 w^2 g_s g_0 \Omega_*^2); \quad \alpha = ng_0/g_s; \\ \varepsilon_f r_f &= R_f(g_s + ng_0)/(n^2 w^2 g_s g_0 \Omega_*^2); \\ \varepsilon_f e_f &= E_f(g_s + ng_0)/(n^2 w^2 g_s \Omega_*^2 i_{f*}); \\ \varepsilon_\omega &= n w^2 g_s g_0 i_{*}^2 / (J \Omega_*^2); \quad \varepsilon_\omega m = M / (n J \Omega_*^2). \end{aligned} \quad (29)$$

Базисные значения тока возбуждения и потокосцеплений определяются соотношениями

$$\begin{aligned} i_{f*} &= w i_{*} / w_0, \quad \Psi_* = n w^2 g_s g_0 i_{*} / (g_s + ng_0); \\ \Psi_{f*} &= w \Psi_* / w_0. \end{aligned} \quad (30)$$

От соответствующих уравнений (14) для двухпакетной машины уравнения (28) отличаются лишь тем, что вместо единицы в (14) в первое и третье уравнение (28) входит величина $1 + \alpha$.

Составим также уравнения для двухпакетной машины с открытым пазом статора. Магнитный поток через паз не учитывается, в остальном сохраняются прежние допущения. Выражения для потокосцеплений в этом случае по-прежнему имеют вид (4), но иными будут свойства зависимостей $g_1(\varphi)$, $g_2(\varphi)$. Их можно выявить, основываясь на простейшем приближенном способе вычисления $g_1(\varphi)$, $g_2(\varphi)$, принятом при записи выражений (5). Вместо (5) получим

$$\begin{aligned} g_1(\varphi) &= \mu_0 b R_c \int_{-\varphi}^{\pi-\gamma-\varphi} \frac{d\psi}{\Delta(\psi)}; \\ g_2(\varphi) &= \mu_0 b R_c \int_{\pi-\varphi}^{2\pi-\gamma-\varphi} \frac{d\psi}{\Delta(\psi)}. \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь γ — угловая ширина открытого паза. Отсюда, как и ранее, следует, что $g_2(\varphi) = g_1(\varphi - \pi)$ и разность $g_1 - g_2$ не содержит постоянной составляющей и четных гармоник. Рассматриваемая обмотка, таким образом, уравновешенная и при открытом пазе. Но сумма $g_0(\varphi) = g_1 + g_2$ теперь уже не будет постоянной; она может быть представлена Фурье-разложением, содержащим только четные гармоники.

Уравнения электромеханических процессов относительно безразмерных неизвестных i , Ψ_f , ω с аргументом φ в этом случае имеют вид:

$$\left[\left(l + g_0 - \frac{g^2}{g_0} \right) i \right]' + \frac{r}{\omega} i = - \left(\frac{g}{g_0} \Psi_f \right)',$$

$$\Psi_f' + \frac{e_f r_f}{\omega g_0} (\Psi_f - g i) = \frac{e_f e_f}{\omega}; \quad (32)$$

$$\omega' = \frac{e \omega}{\omega} \left[\frac{g'}{g_0} i (\Psi_f - g i) + \frac{1}{2} g_0' i^2 + \frac{1}{2} \frac{g_0}{g_0^2} (\Psi_f - g i)^2 \right] + \frac{e \omega}{\omega} m.$$

Безразмерные неизвестные и параметры в (32) определяются как и выше, только вместо размерной величины $g_0 = \text{const}$ теперь следует использовать среднее за период по φ значение $\langle g_0 \rangle$. Соответственно безразмерные проводимости g_0 , g в (32) равны отношениям размерных величин $g_0 / \langle g_0 \rangle$, $g / \langle g_0 \rangle$.

Все сказанное выше о качественных свойствах переходных процессов и применении асимптотического метода относится и к уравнениям (28) и (32). В частности, положив $i = \Psi_f j(\varphi, \omega)$, можно записать уравнения медленных нестационарных процессов, аналогичные уравнениям (18). Сохраняется также и приведенное выше формальное обоснование того, что в стационарном режиме ток i имеет только нечетные гармоники.

Рассмотрим также разноименнополюсную машину с радиальным возбуждением (см., например, [7]). В таких машинах катушки якоря и

возбуждения укладываются в паза статора. Предполагается, что катушки обмотки возбуждения соединены последовательно, в большой паз статора уложены соседние стороны двух катушек возбуждения, в пределах этого паза уместается одно пазовое деление ротора, а между двумя сторонами одной катушки — целое число периодов (рис. 3). Предполагается также, что обмотка якоря уложена в полузакрытые паза и состоит из последовательно соединенных катушек, охватывающих зубцы статора; в пределах одного зубца статора помещается половина пазового деления ротора. Соседние катушки возбуждения и якоря, а также катушки якоря, размещенные в пределах соседних катушек возбуждения и одинаково расположенные относительно зубцов ротора, включены встречно (см. рис. 3, где указаны направления токов).

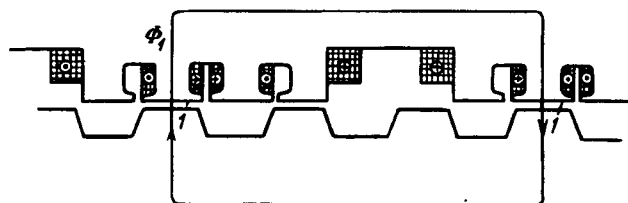


Рис. 3

При составлении уравнений примем те же допущения, что и для машины с аксиальным возбуждением. Магнитные потоки через большие паза не учитываются. Рассмотрим два контура магнитной цепи, включающие зазоры между одинаково расположенными зубцами якоря в пределах соседних катушек возбуждения (рис. 2). Используя те же обозначения, что и выше, получим

$$\Phi_1 = g_1 (w i + w_0 i_f); \quad \Phi_2 = g_2 (w_0 i_f - w i). \quad (33)$$

Потокосцепление якорной обмотки

$$\begin{aligned} \Psi &= n w (\Phi_1 - \Phi_2) + L i = [n w^2 (g_1 + g_2) + L] i + \\ &+ n w w_0 (g_1 - g_2) i_f, \end{aligned} \quad (34)$$

где n — число зубцов статора, охваченных якорной обмоткой.

Записывая выражение для потокосцепления обмотки возбуждения, следует учесть еще потоки через зубцы статора, не охваченные обмоткой якоря:

$$\begin{aligned} \Psi_f &= n w_0 (\Phi_1 + \Phi_2) + n_f w_0^2 (g_1 + g_2) i_f = n w w_0 (g_1 - g_2) i + \\ &+ (n + n_f) w_0^2 (g_1 + g_2) i_f, \end{aligned} \quad (35)$$

где n_f — число катушек возбуждения; полное число зубцов статора $n + 2n_f$.

Базисные значения тока возбуждения и по-

токосцеплений:

$$i_{f*} = w i_* / w_0; \Psi_* = n w^2 g_0 i_*; \Psi_{f*} = w \Psi_* / w_0. \quad (36)$$

Уравнения, аналогичные (14), (28) или (32), имеют вид

$$\left[\left(1 + l - \frac{g^2}{1 + \sigma} \right) i \right]' + \frac{r}{\omega} i = - \left(\frac{g \Psi_f}{1 + \sigma} \right)', \quad (\sigma = n_f / n);$$

$$\Psi_f' + \frac{\varepsilon_f r_f}{\omega (1 + \sigma)} (\Psi_f - g i) = \frac{\varepsilon_f \varepsilon_f}{\omega}; \quad (37)$$

$$\omega' = \frac{\varepsilon_\omega}{\omega (1 + \sigma)} g' i (\Psi_f - g i) + \frac{\varepsilon_\omega m}{\omega}.$$

Входящие сюда безразмерные параметры определяются соотношениями, отличающимися от (11) только отсутствием коэффициента 2. Тот же вид, но с несколько иными выражениями для параметров имеют уравнения разноименно-полюсных машин с другими уравновешенными обмотками якоря. Свойства нестационарных процессов, описываемых уравнениями (36), и применение асимптотического метода остаются прежними.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Домбур Л.Э. Аксиальные индукторные машины. — Рига: Зинатне, 1984.
2. Жежерин Р.П. Индукторные генераторы. — М.: Госэнергоиздат, 1961.

3. Власов Е.Н., Саблин А.Д., Ходжаев К.Ш. Уравнения медленных переходных процессов синхронной машины. — Электричество, 1980, № 9.

4. Киселев П.В., Ходжаев К.Ш. Уравнения нестационарных процессов синхронного генератора, питающего нагрузку через выпрямитель. — Электричество, 1983, № 4.

5. Киселев П.В., Ходжаев К.Ш. Усредненные уравнения переходных процессов в синхронных машинах. — Изв.АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, № 4.

6. Алексеева М.М. Машинные генераторы повышенной частоты. — Л.: Энергия, 1967.

7. Бут Д.А. Бесконтактные электрические машины. — М.: Высшая школа, 1990.

[15.02.94]

Авторы: Скубов Дмитрий Юльевич, окончил физико-механический факультет Ленинградского политехнического института в 1980 г. В 1986 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Динамика ротора криотурбогенератора в стационарном и переходных режимах». Доцент кафедры механики и процессов управления Санкт-Петербургского государственного технического университета (СПГТУ),

Ходжаев Камил Шамсутдинович окончил физико-механический факультет Ленинградского политехнического института в 1961 г. В 1974 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Нелинейные задачи о равновесии и колебаниях проводящих и ферромагнитных тел». Профессор кафедры механики и процессов управления СПбГТУ.

Принципы формирования схем и электромагнитные параметры совмещенных обмоток ротора одномашинных преобразователей частоты

ПОПОВ В.И.

Предложены и исследованы совмещенные обмотки при целом и дробном числе пазов на полюс и фазу, выполняемые трехфазными для полюсности p_2 и многофазными короткозамкнутыми для полюсности p_1 при различных соотношениях $p_2 \geq p_1$. Показана эффективность их применения на роторе одномашинных преобразователей частоты в конструкции асинхронных машин с контактными кольцами.

В электрических машинах переменного тока с двумя разнополюсными рабочими полями в магнитопроводе успешно используются электрически совмещенные обмотки, заменяющие собой две раздельные разнополюсные обмотки на статоре или роторе и имеющие электромагнитно независимые разнополюсные цепи [1—5]. Эффективность приме-

Integrated windings with an integer and fractional number of slots for the pole and for the phase are submitted and investigated, with the above windings made as three-phase ones for p_2 polarity and multiphase quadrature ones — for p_1 polarity under varying ratios of $p_2 \geq p_1$. The efficiency of their utilization at the rotor of single-machine frequency converters in asynchronous machines with contact rings is demonstrated.

нения совмещенных обмоток обусловлена не только их высокой экономичностью (снижение расхода обмоточного провода до 40%, изоляции в пазовых и лобовых частях) и технологичностью (укладка и изолировка одной обмотки вместо двух раздельных), но и возможностью улучшения электромагнитных параметров их разнополюсных цепей, по-

вышения энергетических показателей и эксплуатационной надежности машины, снижения температуры нагрева обмотки.

Из числа совмещенных электрических машин с электрически совмещенными обмотками наиболее широкое практическое применение получили одномашинные преобразователи частоты (асинхронные и асинхронно-синхронные) с обмоткой совмещенного типа на роторе — ОПЧС [2, 5], выполняемые в конструкции асинхронной машины с фазным ротором и серийно выпускаемые отечественной электропромышленностью. Совмещенная роторная обмотка ОПЧС работает одновременно как многофазная короткозамкнутая с полюсностью p_1 (для асинхронного двигателя) и как трехфазная с полюсностью p_2 (для генератора) с выводами зажимов фаз $P1, P2, P3$ на контактные кольца, при этом поле с полюсностью p_1 не наводит ЭДС на трехфазных $2p_2$ -полюсных генераторных зажимах, а поле с полюсностью p_2 не вызывает уравнивающих токов в многофазной $2p_1$ -полюсной двигательной короткозамкнутой цепи, т. е. разнополюсные цепи обмотки электромагнитно независимы.

Соотношение p_2/p_1 определяет как значение преобразованной частоты f_2 , так и схему совмещенной обмотки; например, для асинхронных ОПЧС $f_2 \approx f_1 (1 + p_2/p_1)$, откуда следует, что отношение преобразованной частоты к первичной $f_2/f_1 > 2$ при $p_2 > p_1$ и $1 < f_2/f_1 < 2$ при $p_2 < p_1$. При выборе чисел пар полюсов полей ОПЧС для устранения в магнитопроводе неуравновешенных электромагнитных сил вибрационного характера следует исключать значения, связанные равенством $|p_2 - p_1| = 1$ [1–2].

Для соотношений чисел пар полюсов $p_2 > p_1$ принципы выполнения схем и методы исследования электромагнитных параметров совмещенных роторных обмоток разработаны и сформулированы в [3–6] применительно к обмоткам с числом пазов (z) на полюс и фазу для генераторной полюсности целым ($q = z/2p_2 m_r = \text{ц.ч.}$) или дробным ($q = b + c/d$) при знаменателе дробности $d = 2$. Обмотка по [3] формируется двухслойной из $2p_2 m_r$ катушечных групп с $a_r = p_2$ ветвями в каждой генераторной фазе ($m_r = 3$): начала нечетных групп фазы соединены в зажим начала фазы, концы нечетных и четных групп соединяются вместе, а начала четных групп соединены в зажим конца фазы. Ветви генераторных фаз образуют для двигательной полюсности p_2 симметричную короткозамкнутую систему, эквивалентную $m_d = m_r p_2/p_1$ -фазной обмотке, а катушки выполняются с шагом по пазам, укороченным или удлиненным по отношению к нечетному числу полюсных делений $\tau_2 = z/2p_2$ -генераторной полюсности. В общем случае для дробных совмещенных обмоток ротора должны выполняться из-

вестные [8] условия симметрии $d/m_r \neq \text{ц.ч.}$ и $2p/d = \text{ц.ч.}$

Проектирование серии трехфазных ОПЧС на частоты f_2 в диапазоне 60–500 Гц [5] при $f_1 = 50$ или 60 Гц на базе асинхронных машин с фазным ротором современных единых серий [9–10] при использовании их магнитопровода в качестве совмещенного на различные числа пар полюсов p_2/p_1 поставило задачу разработки схем совмещенных целых и дробных роторных обмоток как при $p_2 > p_1$, так и при $p_2 < p_1$. В статье исследуются новые схемы трехфазных ($m_r = 3$) для генераторной полюсности p_2 симметричных совмещенных обмоток ротора следующих видов:

дробные с $p_2 > p_1$ и четными значениями $p_2 \geq 4$ при $d = 4$;

обмотки с $p_2 < p_1$, четными значениями p_1/p_2 и $p_1 \geq 4$;

дробные с $p_1 < p_2$ и нечетными значениями $p_2 \geq 5$ ($d \geq 5$);

обмотки с $p_2 < p_1$ и нечетными значениями $p_1 \geq 3$;

Совмещенные дробные обмотки ротора первого вида при $p_1 < p_2$, четных значениях $p_2 \geq 4$ и $d = 4$ ($c = 1$ или $c = 3$) выполняются в общем случае двухслойными из $6p_2$ катушечных групп с известной [8] группировкой катушек в них по ряду:

для $c = 1$

$$(b+1), b, b, b; \quad (1)$$

для $c = 3$

$$(b+1), (b+1), (b+1), b \quad (2)$$

при числе повторений группировки $6p_2/d$ раз.

Для полюсности p_2 электрический угол сдвига пазов равен

$$\alpha_2 = 360^\circ p_2 / (6p_2 q) = 60^\circ / q, \quad (3)$$

а катушечные группы — большие ($q + 0,75$ катушек при $c = 1$ или $q + 0,25$ катушек при $c = 3$) и малые ($q - 0,25$ катушек при $c = 1$ или $q - 0,75$ катушек при $c = 3$) — имеют фазные зоны соответственно: при $c = 1$

$$(q + 0,75) 60^\circ / q \text{ и } (q - 0,25) 60^\circ / q; \quad (4)$$

при $c = 3$

$$(q + 0,25) 60^\circ / q \text{ и } (q - 0,75) 60^\circ / q, \quad (5)$$

поэтому оси соседних катушечных групп смещены на углы

$$60^\circ \pm \alpha \text{ при } \alpha = 15^\circ / q. \quad (6)$$

Обмотка имеет для полюсности p_2 число ветвей $a_r = 2p_2/d = p_2/2$ и каждая генераторная фаза формируется по алгоритму: в первой ветви со-

единяются последовательно первые $d=4$ группы фазы (с номерами $1Г$, $-4Г$, $7Г$, $-10Г$ в фазе $P1$) и к каждой из них подключается параллельно-согласно группа, смещенная на $3d$; $2 \cdot 3d$; ..., $(p_2/2-1)3d$ номеров (группы $13Г$, $-16Г$, $19Г$, $-22Г$ во второй ветви фазы $P1$ при $3d=12$; группы $25Г$, $-28Г$, $31Г$, $-34Г$ в третьей ветви фазы $P1$ при $2 \cdot 3d=24$ и т.д.), где знак минус перед номером группы означает ее встречное включение в фазе относительно группы без этого знака; для фаз $P2$ и $P3$ номера групп чередуются относительно групп фазы $P1$ с интервалами в $2d=8$ ($P2$) и $4d=16$ ($P3$) номеров, а фазы соединяются звездой или треугольником.

Параллельно-согласно включенные $p_2/2$ одинаковые катушечные группы фазы имеют ЭДС, смещенные на углы:

для полюсности p_2 по (3)

$$\alpha_2 q 3d = 180^\circ d = 720^\circ, \quad (7)$$

т.е. образуют одинаковые параллельные ветви; для полюсности p_1

$$\alpha_2 q 3d p_1/p_2 = 720^\circ p_1/p_2, \quad (8)$$

т.е. образуют короткозамкнутые цепи — однофазные при $p_2/p_1=4/1$ ($720^\circ/4=180^\circ$), трехфазные при $p_2/p_1=6/1$ или $6/2$ ($720^\circ/6=120^\circ$ или $720^\circ/3=240^\circ$) и т.д.

При выполнении таких совмещенных обмоток с концентрическими катушками (при среднем шаге по пазам $y_{п.ср} \approx 9q - c/d \pm 1$) обмоточные коэффициенты для полюсностей p_2 (K_{062}) и p_1 (K_{061}) определяются с учетом сдвига осей катушечных групп (6) по выражениям:

при $c=1$ и группировке катушек по ряду (1)

$$\left. \begin{aligned} K_{062} &= \left[\left(\sum_{i=1}^{b+1} K_{y2i} \right) + \left(\sum_{j=1}^b K_{y2j} \right) (1+2 \cos \alpha) \right] / qd; \\ K_{061} &= \left[\left(\sum_{i=1}^{b+1} K_{y1i} \right) + \left(\sum_{j=1}^b K_{y1j} \right) (1+2 \cos \alpha p_1/p_2) \right] / qd; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

при $c=3$ и группировке катушек по ряду (2)

$$\left. \begin{aligned} K_{062} &= \left[\left(\sum_{i=1}^{b+1} K_{y2i} \right) (1+2 \cos \alpha) + \left(\sum_{j=1}^b K_{e2j} \right) \right] / qd; \\ K_{061} &= \left[\left(\sum_{i=1}^{b+1} K_{y1i} \right) (1+2 \cos \alpha p_1/p_2) + \left(\sum_{j=1}^b K_{y1j} \right) \right] / qd, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где K_{yi} и K_{yj} — коэффициенты укорочения катушек большой [$i=1+(b+1)$] и малой ($j=1 \div b$) катушечных групп.

По приведенному алгоритму формирования совмещенной обмотки с $a_r=p_2/2$ ветвями могут выполняться также обмотки, дробные при $d=2$ ($c=1$) и целые ($d=1$, $c=0$), для которых по (6) угол $\alpha=0$, а выражения (9)–(10) принимают вид: при $d=2$, $i=1 \div (q+0)$, $5j=1 \div (q-0,5)$

$$K_{062(1)} = \left[\sum_{i=1}^{q+0,5} K_{y2(1)i} + \sum_{i=1}^{q+0,5} K_{y2(1)j} \right] / 2q;$$

при $d=1$ и $i=j=1 \div q$

$$K_{062(1)} = \left(\sum_{i=1}^q K_{y2(1)i} \right) / q.$$

Пример формирования совмещенной дробной обмотки ротора первого вида показан на рис. 1,а при ее выполнении в $z=54$ пазах с числами пар полюсов $p_2/p_1=4/1$ и значением $q=z/6p_2=9/4=2,25$ ($b=2$, $c=1$, $d=4$) из $\Gamma=6p_2=24$ катушечных групп (с номерами от $1Г$ до $24Г$) с группировкой катушек по ряду (1) 3 2 2 2, повторяемому для всей обмотки $6p_2/d=6$ раз. Генераторные ($p_2=4$) фазы соединены в $a_r=2$ ветви (рис. 1,б) и в соответствии с (4) и (6) диаграмма сдвига осей катушечных групп изображена на рис. 1,в, где угол $\alpha=15^\circ/2,25$. Группы с номерами $1Г+4Г(l) = 1Г$, $5Г$, $9Г$, $13Г$, $17Г$, $21Г$ содержат по $(b+1)=3$ концентрические катушки с шагами по пазам $y_{п}=21$, 19 , 17 , а остальные группы — по $b=2$ катушки с $y_{п}=20$, 18 (средний шаг катушек равен $y_{п.ср}=9q-0,25-1=19$), где $l=0, 1, 2, \dots, (\Gamma/d-1)$. В соответствии с (8) обмотка имеет для полюсности $p_1=1$ число фаз $m_d=3p_2/p_1=12$ и фазных зон $m_d=2m_d=24$. Коэффициенты укорочения катушек $K_y=\sin(\pi y_{п}/2\tau)$ обмотки рис. 1,а при полюсных делениях $\tau_1=z/2p_1=27$ и $\tau_2=z/2p_2=6,75$ приведены в табл. 1, по значениям которых определяются по (9) обмоточные коэффициенты: для полюсности $p_2=4$ ($m_r=3$) — $K_{062}=[(0,9848+0,9580+0,7274)+(0,9983+0,8660) \times (1+2 \cos 15^\circ/2,25)]/9=0,9153$; для полюсности $p_1=1$ ($m_d=12$) — $K_{061}=[(0,9397+0,8936+0,8355)+(0,9182+0,8660)(1+2 \cos 15^\circ/9)]/9=0,8917$.

Совмещенная обмотка с $p_2/p_1=4$, $a_r=2$ по рис. 1,б, выполняемая, например, в $z=48$ и $z=60$ пазах, имеет параметры: при $z=48-q=2$; $y_{п.ср}=9q-1=17$; $K_{062}=0,9330$ и $K_{061}=0,8950$; при $z=60-q=2,5$; $y_{п.ср}=9q-1,5=21$; $K_{062}=0,9039$ и $K_{061}=0,8886$.

Обмотка первого вида, выполняемая дробной

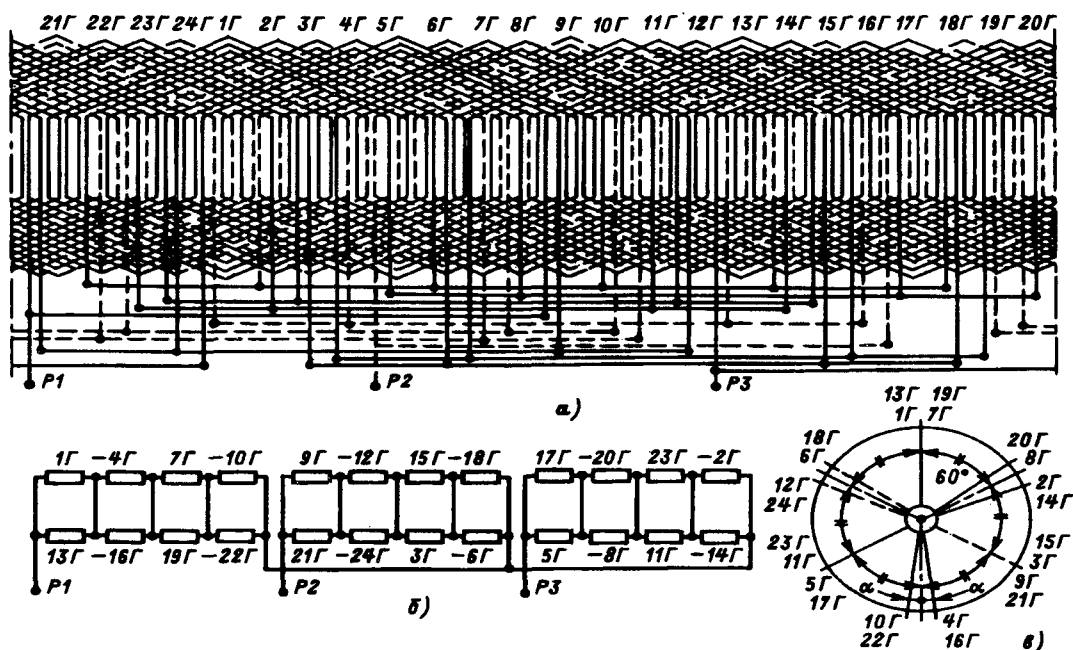


Рис. 1. Развернутая (а) и упрощенная (б) схемы совмещенной дробной обмотки ротора при $z=54$, $p_2/p_1=4/1$, $q=2,25$ и диаграмма сдвига осей катушечных групп (в) для полюсности $p_2=4$

Таблица 1

$q=2,25$ (рис. 1,а)				$q=1,25$						
z	y_{Π}	K_{y1}	$ K_{y2} $	z	y_{Π}	K_{y1}		$ K_{y2} $		
		$p_1=1$	$p_2=4$			$p_1=1$	$p_1=2$	$p_2=6$		
54	21	0,9397	0,9848	45	13	0,7880	0,9703	0,7431		
	19	0,8936	0,9580		11	0,6947	0,9994	0,9945		
	17	0,8355	0,7274			12	0,7431	0,9945	0,9511	
	20	0,9182	0,9983							
	18	0,8660	0,8660							

в $z=45$ пазах [7] при $p_2/p_1=6/1$ (или $p_2/p_1=6/2$), $q=5/4=1,25$ ($b=1$, $c=1$, $d=4$), содержит $\Gamma=36$ катушечных групп с группировкой катушек по ряду (1) 2 1 1 1, повторяемому $36/4=9$ раз, соединяется в $a_r=3$ ветви и в соответствии с (4) и (6) имеет диаграмму сдвига осей катушечных групп, подобную рис. 1, в при угле $\alpha=15^\circ/1,25=12^\circ$. Группы с номерами $1\Gamma+4\Gamma(l)=1\Gamma, 5\Gamma, 9\Gamma, 13\Gamma, 17\Gamma, 21\Gamma, 25\Gamma, 29\Gamma, 33\Gamma$, содержат по $(b+1)=2$ concentric катушки с шагами по пазам $y_{\Pi}=13, 11$, а остальные группы — по $b=1$ катушки с $y_{\Pi}=12$ ($y_{\Pi, \text{ср}}=9q-0,25+1=12$). В соответствии с (8) для полюсности $p_1=1$ обмотка имеет $m_d=18$ фаз и $m'_d=36$ фазных зон; при $p_1=2$ число фаз и фазных зон соответственно равны $m_d=9$ и $m'_d=18$. По значениям коэффициентов укорочения катушек (см. табл. 1 для $q=1,25$) обмоточные коэффи-

циенты по (9) такой обмотки равны: для полюсности $p_2=6$ ($m_r=3$) — $K_{062}=[(0,7431+0,9945)+0,9511(1+2\cos 12^\circ)]/5=0,9099$; для полюсности $p_1=1$ ($m_d=18$) — $K_{061}=[(0,7880+0,6947)+0,7431(1+2\cos 2^\circ)]/5=0,7422$; для полюсности $p_1=2$ ($m_d=9$) — $K_{061}=[(0,9703+0,9994)+0,9945(1+2\cos 4^\circ)]/5=0,9897$.

Совмещенные роторные обмотки второго вида (при $p_2 < p_1$, четных значениях p_1/p_2 и $p_1 \geq 4$) выполняются двухслойными при целом числе $q=z/6p_2$ из $6p_2$ катушечных групп с соединением в $a_r=2$ или $a_r=2p_2$ ветви и генераторные фазы формируются, например, при $p_2=1$ по алгоритму: каждая катушечная группа разбивается на k одинаковых подгрупп ($\Pi=6p_2$ подгрупп), содержащих по $q'=q/k$ катушек, в первой фазе (P_1) соединяются последовательно-согласно подгруппы с номерами $1\Pi, 2\Pi, \dots, k\Pi$, образующие первую ветвь, и к каждой из них подключается параллельно-встречно подгруппа, смещенная на $3k$ номеров, т.е. подгруппы с номерами — $(3k+1)\Pi, -(3k+2)\Pi, \dots, -(4k)\Pi$ образуют вторую ветвь; для фаз P_2 и P_3 номера подгрупп чередуются относительно подгрупп фазы P_1 с интервалами в $2k$ (P_2) и $4k$ (P_3) номеров. При $p_2 > 1$ и $a_r=2$ в указанные ветви добавляются подгруппы, совмещенные на каждые $6k$ номеров; при $p_2 > 1$ и $a_r=2p_2$ каждая последующая пара ветвей формируется по приведенному выше алгоритму при параллельном подключении подгруппы последующей ветви к подгруппе предыдущей ветви.

При общем числе подгрупп $\Pi=6p_2k$ элект-

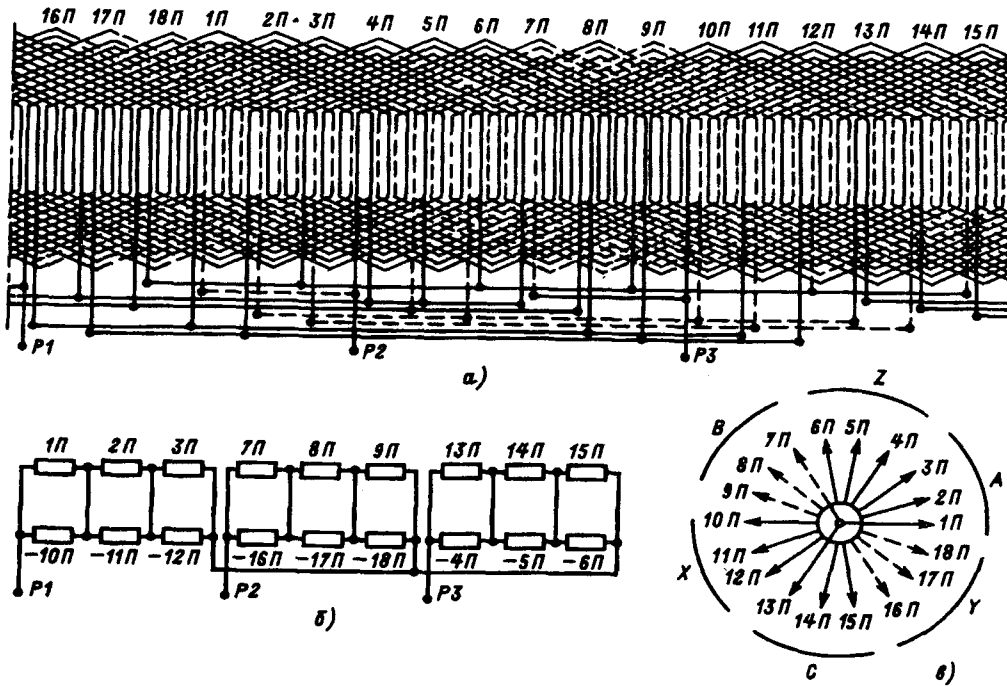


Рис. 2. Развернутая (а) и упрощенная (б) схемы совмещенной обмотки ротора при $z=54$, $p_2/p_1=1/4$, $q=9$ и звезда ЭДС катушечных подгрупп (в) для полюсности $p_2=1$

рические углы их сдвига для полюсностей p_2 ($\alpha_{п2}$) и p_1 ($\alpha_{п1}$) равны

$$\alpha_{п2} = 360^\circ p_2 / (6p_2 k) = 60^\circ / k;$$

$$\alpha_{п1} = (360^\circ / 6k) p_1 / p_2, \quad (11)$$

поэтому каждая пара параллельно-встречно включенных подгрупп имеет ЭДС, смещенные на углы: для полюсности p_2

$$\alpha_{п2} 3k = (60^\circ / k) 3k = 180^\circ, \quad (12)$$

т.е. образует две одинаковые параллельные ветви: для полюсности p_1

$$\alpha_{п2} 3k p_1 / p_2 = 180^\circ p_1 / p_2, \quad (13)$$

т.е. образует короткозамкнутую цепь, так как при четных значениях отношения p_1/p_2 этот угол кратен 360° .

Число фаз m_d короткозамкнутой для полюсности p_1 цепи таких обмоток определяется в соответствии с выражением (11) для угла $\alpha_{п1}$ сдвига подгрупп, числом подгрупп k в катушечной группе и отношением p_1/p_2 : например, при $k=p_1/p_2$ — $\alpha_{п1}=360^\circ/6$, т.е. число фаз $m_d=3$ и фазных зон $m'_d=6$; при $k=3$ и $p_1/p_2=4/1$ или $4/2$ — $\alpha_{п1}=360^\circ \cdot 2/9$ или $360^\circ/9$, т.е. $m_d=9$ и $m'_d=18$. Совмещенные обмотки второго вида могут быть для полюсности p_1 как целыми, так и дробными.

Обмоточные коэффициенты обмоток второго вида определяются по коэффициентам укорочения

и распределения:

для полюсности p_2 — обычным образом

$$K_{о62} = K_{y2} K_{p2} = \sin(\pi y_n / 2\tau_2) 0,5/q \sin(30^\circ/q), \quad (14)$$

для полюсности p_1 — по выражению

$$K_{о61} = K_{y1} K_{p1} = \sin(\pi y_n / 2\tau_1) \sin[(30^\circ/k) p_1/p_2] / q' \sin[(30^\circ/q) p_1/p_2]. \quad (15)$$

При выполнении таких обмоток из concentрических катушек значения $K_{о62}$ и $K_{о61}$ могут определяться по выражениям:

$$K_{о62} = \left(\sum_{i=1}^{q'} K_{y2i} \right) \cdot 0,5/q \sin(30^\circ/k);$$

$$K_{о61} = \left(\sum_{i=1}^{q'} K_{y1i} \right) / q'. \quad (16)$$

Пример формирования совмещенной обмотки второго вида показан на рис. 2,а при ее выполнении в $z=54$ пазах с $p_2/p_1=1/4$ и $q=z/6p_2=9$ из $\Pi=6p_2 k=18$ катушечных подгрупп (с номерами от 1П до 18П), содержащих по $q'=q/k=3$ катушки; для полюсности $p_1=4$ обмотка является дробной при полюсном делении $\tau_1=6,75$. Генераторные фазы имеют $a_T=2$ ветви (рис. 2,б): в фазе P1 соединены последовательно-согласно подгруппы с номерами 1П, 2П, 3П в первой ветви и к каждой из них подключена параллельно-встречно подгруппа, смещенная на $3k=9$

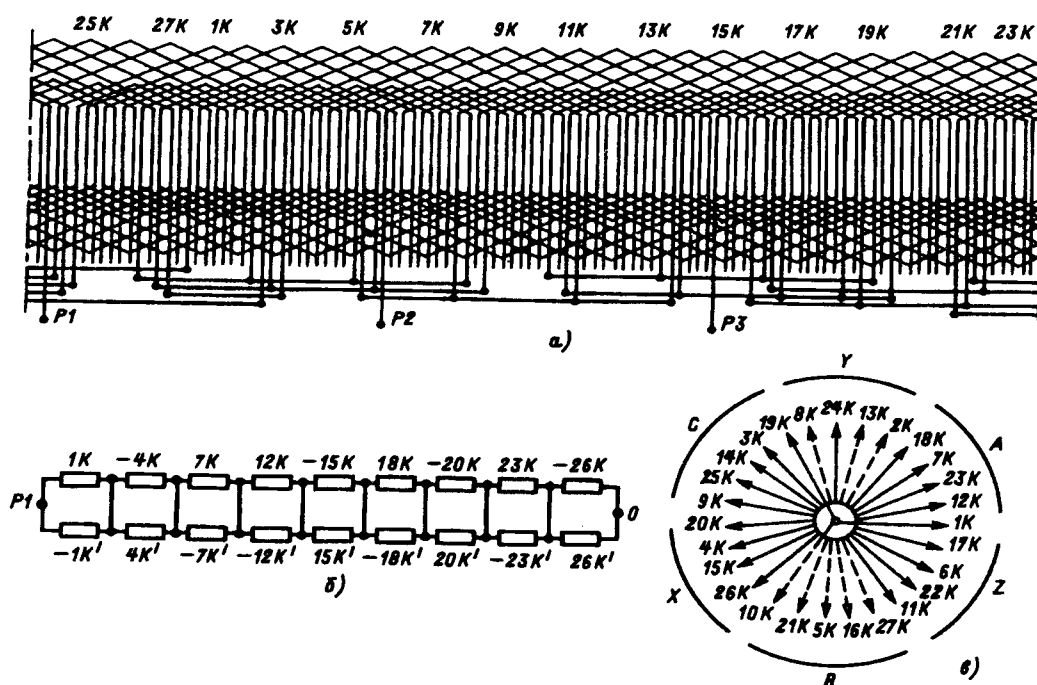


Рис. 3. Развернутая (а) и упрощенная схема фазы (б) совмещенной дробной обмотки ротора при $z=54$, $p_2/p_1=5/1$, $q=9/5$ и звезда ЭДС катушек (в) для полюсности $p_2=5$

номеров (см. рис. 2, в), т. е. подгруппы с номерами $-10П$, $-11П$, $-12П$ образуют вторую ветвь. Фазы P_2 и P_3 содержат подгруппы: $7П$, $8П$, $9П$ и $-16П$, $-17П$, $-18П$ — фаза P_2 ; $13П$, $14П$, $15П$ и $-4П$, $-5П$, $-6П$ — фаза P_3 (рис. 2, б). Подгруппы выполнены из $q'=3$ concentric катушек с шагами по пазам $y_n=21$, 19 , 17 ($y_{n,ср}=2\tau_2/3+1=19$) и в соответствии с их коэффициентами укорочения (см. табл. 1 для рис. 1, а) обмоточные коэффициенты обмотки рис. 2, а по (16) равны: для полюсности $p_2=1$ ($m_r=3$) — $K_{062}=(0,9397+0,8936+0,8355)0,5/9\sin(30^\circ/3)=0,8538$; для полюсности $p_1=4$ ($m_d=9$) — $K_{061}=(0,9848+0,9580+0,7274)/3=0,8901$.

Совмещенная обмотка второго вида, выполняемая, например, в $z=72$ пазах с числами пар полюсов $p_2/p_1=2/4$ и $q=72/(6\cdot 2)=6$, содержит $\Pi=6p_2$ $k=36$ катушечных подгрупп (с номерами от $1П$ до $36П$) при разбивке каждой группы ($q=6$) на $k=3$ подгруппы с $q'=6/3=2$ катушками; для полюсности $p_1=4$ обмотка имеет целое число пазов на полюс и фазу при полюсном делении $\tau_1=9$. При соединении генераторных ($p_2=2$) фаз в $a_r=2p_2=4$ ветви подгруппы в I—IV ветвях фазы P_1 имеют номера соответственно: $1П$, $2П$, $3П$; $-10П$, $-11П$, $-12П$; $19П$, $20П$, $21П$; $-28П$, $-29П$, $-30П$. В фазах P_2 и P_3 номера подгрупп чередуются относительно подгрупп фазы P_1 с интервалами в $2k=6$ (P_2) и $4k=12$ (P_3) номеров. При выполнении подгрупп из $q'=2$ concentric катушек с шагами по пазам $y_n=14$, 12 ($y_{n,ср}=13$) и коэффициентах укорочения $K_{y2}=$

$=0,9397$; $0,8660$ и $K_{y1}=0,6428$; $0,8660$ такая обмотка имеет по (16) обмоточные коэффициенты: для полюсности $p_2=2$ ($m_r=3$) — $K_{062}=(0,9397+0,8660)0,5/6\sin(30^\circ/3)=0,8666$; для полюсности $p_1=4$ ($m_d=9$) — $K_{061}=(0,6428+0,8660)/2=0,7544$.

Формирование совмещенной дробной роторной обмотки третьего вида при $d=5$ поясняется на примере обмотки (рис. 3, а) с $z=54$ пазами, $p_2/p_1=5/1$, $q=54/(3\cdot 10)=9/5$ и соединением генераторных фаз в $a_r=2$ ветви (рис. 3, б). Обмотка выполнена двухслойной, содержит $K=z/2=27$ катушек с номерами от $1К$ до $27К$ с шагом по пазам $y_n=17$ и $K'=27$ катушек с номерами от $1К'$ до $27К'$ с шагом $y_{n'}=7$, при этом разношаговые катушки чередуются и соосны друг с другом для катушек с одинаковыми номерами; на рис. 3, а пронумерованы катушки шага $y_n=17$, а соединения показаны для одной фазы (P_1). В первой фазе (P_1) соединены последовательно катушки шага y_n с номерами (рис. 3, б) $1К$, $-4К$, $7К$, $12К$, $-15К$, $18К$, $-20К$, $23К$, $-26К$ (первая ветвь) и к каждой из них подключена параллельно-встречно соосная с ней катушка шага $y_{n'}$, т. е. $-1К'$, $4К'$, $-7К'$, $-12К'$, $15К'$, $-18К'$, $20К'$, $-23К'$, $26К'$ (вторая ветвь), при этом числа витков катушек с шагами y_n и $y_{n'}$ относятся как $(1-x)w_k:(1+x)w_k$, где $2w_k$ — число витков в пазу, а значение x определяется из условия равенства для полюсности p_2 ЭДС катушек с шагами

y_{Π} и y'_{Π} ; знак минус перед номером катушки означает ее встречное включение в фазе относительно катушки без этого знака. Для фаз P_2 и P_3 номера катушек чередуются относительно катушек фазы P_1 с интервалами в $K/3=9$ (P_2) и $2K/3=18$ (P_3) катушек. Коэффициенты укорочения катушек обмотки рис. 3,а для полюсностей $p_1=1$ ($\tau_1=27$) и $p_2=5$ ($\tau_2=5,4$) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Рис. 3,а					Рис. 4,а				
z	y_{Π}	K_{y1} $p_1=1$	K_{y2} $p_2=1$	Число витков катушки	z	y_{Π}	K_{y1} $p_1=5$	K_{y2} $p_2=1$	Число витков катушки
54	17	0,8355	-0,9731	$(1-x)w_K$	54	25	+0,8355	0,9932	$(1-x)w_K$
	7	0,3961	+0,8937	$(1+x)w_K$		15	-0,9397	0,7660	$(1+x)w_K$

Из условия равенства для полюсности p_2 ЭДС катушек с шагами y_{Π} и y'_{Π} следует

$$|K_{y2}| (1-x) w_K = K'_{y2} (1+x) w_K, \quad (17)$$

откуда (см. табл. 2) $0,9731(1-x)=0,8937(1+x)$, $x=0,0425$, $(1-x)w_K=0,9575w_K$ и $(1+x)w_K=1,0425w_K$. При таком соотношении чисел витков каждая пара параллельно-встречно включенных разношаговых соосных катушек (например, $1K$ и $-1K'$ на рис. 3,б) имеет для полюсности $p_2=5$ одинаковые по фазе и значению ЭДС, т.е. образует две одинаковые параллельные ветви; для полюсности $p_1=1$ такая пара катушек образует короткозамкнутую цепь, а все катушки обмотки — симметричную короткозамкнутую систему с числом фаз $m_d=K=27$. Звезда ЭДС катушек обмотки рис. 3,а для полюсности $p_2=5$ построена на рис. 3,в ($\alpha_2=360^\circ p_2/K=360^\circ \cdot 5/27$) и соответствует $K=27$ катушкам шага y_{Π} (для катушек шага y'_{Π} векторы ЭДС имеют встречные направления). По такой звезде ЭДС, разбитой на $2m_r=6$ зон (зоны $A-Z-B-X-C-Y$), определяются номера катушек фаз (катушки зон A и X для фазы P_1 на рис. 3,б и в) и коэффициент распределения

$$K_{p2} = 0,5/(K/6) \sin(180^\circ/K) \quad \text{или} \\ K_{p2} = 0,5/(K/3) \sin(90^\circ/K) \quad (18)$$

для соответственно четных и нечетных чисел катушек K .

С учетом (18) определяются обмоточные коэффициенты:

$$\left. \begin{aligned} K_{062} &= 0,5[|K_{y2}| (1-x) + K'_{y2}(1+x)] K_{p2}; \\ K_{061} &= 0,5[K_{y1} (1-x) + K'_{y1} (1+x)], \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

а средний шаг катушек по пазам

$$y_{\Pi, \text{ср}} = 0,5[y_{\Pi}(1-x) + y'_{\Pi}(1+x)]. \quad (20)$$

Обмотка рис. 3,а (при $x=0,0425$) по (18)—(20) имеет: $K_{p2}=0,9555$ и $K_{062}=0,8902$ — для $p_2=5$ ($m_r=3$); $K_{061}=0,6065$ — для $p_1=1$ ($m_d=27$); $y_{\Pi, \text{ср}} \approx 11,8$.

Подобно обмотке рис. 3,а формируется и совмещенная обмотка при $d=7$. Например, при $z=54$, $p_2/p_1=7/1$, $q=54/(3 \cdot 14)=9/7$ обмотка имеет шаги катушек по пазам $y_{\Pi}=19$ и $y'_{\Pi}=13$ при $x=0,0863$ по (17), а ее обмоточные коэффициенты по (19) равны: $K_{062}=0,8672$ — для $p_2=7$ ($m_r=3$) и $K_{061}=0,7810$ — для $p_1=1$ ($m_d=27$); по (20) — $y_{\Pi, \text{ср}} \approx 15,74$. Номера катушек фаз определяются по звезде ЭДС для полюсности $p_2=7$ при $\alpha_2=360^\circ \cdot 7/27$.

Совмещенные обмотки третьего вида выполняются при четном числе пазов с шагами катушек $y_{\Pi} \approx (p_2-2) z/2p_2$ и $y'_{\Pi} \approx (p_2-4) z/2p_2$, выражаемыми нечетными числами, при этом для полюсности p_2 их коэффициенты укорочения K_{y2} и K'_{y2} имеют противоположные знаки. Начальные стороны разношаговых соосных катушек должны смещаться на нечетное число пазов, и тогда каждый паз содержит одинаковое число витков $N_{\Pi}=(1-x)w_K+(1+x)w_K=2w_K$ при одинаковом сечении провода. По такому принципу могут выполняться и целые обмотки (для нечетных значений $p_2 \geq 5$), но они по электромагнитным параметрам уступают обмоткам, сформированным по [3] и имеют пониженные значения K_{061} .

Совмещенные роторные обмотки четвертого вида (нечетные числа $p_1 \geq 3$) при $p_2=1$ формируются по подобию обмоток третьего вида (см. рис. 3) из двухслойных разношаговых и разновитковых катушек, но отличаются порядком образования параллельных ветвей для трехфазной генераторной полюсности $p_2=1$ ($m_r=3$). Например, при $z=54$ пазов и числах пар полюсов $p_2/p_1=1/5$ обмотка содержит $K=27$ катушек с шагом по пазам $y_{\Pi}=25$ и $K'=27$ катушек с шагом $y'_{\Pi}=15$. Номера катушек фаз (рис. 4,а для фаз P_1) определяются в соответствии со звездой ЭДС катушек для полюсности $p_2=1$ при угле сдвига векторов $\alpha_2=360^\circ/K$: в первой фазе (P_1) соединяются последовательно катушки шага $y_{\Pi}=25$ с номерами $1K, 2K, 3K, 4K, 5K, -15K, -16K, -17K, -18K$ (первая ветвь) и к каждой из них подключается параллельно-согласно соосная с ней катушка шага $y'_{\Pi}=15$, т.е. $1K', 2K', 3K', 4K', 5K', -15K', -16K', -17K', -18K'$ (вторая ветвь).

Подобно обмотке рис. 3,а числа витков катушек с шагами y_{Π} и y'_{Π} относятся как $(1-x):(1+x)$

буквенным обозначениям фазных зон ($A-Z-B-X-C-U$) добавляется сверху цифровая индексация по числу таких наложенных систем (рис. 4–7).

На рис. 4,б и в показаны (для части пазов) чередования по пазам фазных зон верхнего и нижнего слоев совмещенной обмотки (четвертого вида) при $z=54$ пазах для полюсностей $p_2=1$ ($m_r=3$) и $p_1=5$ ($m_d=27$), а на рис. 4,з приведены построения многоугольника МДС для полюсности $p_1=5$, где в центре изображены векторы токов фазных зон (катушек) с номерами от 1 до $K=27$ и обозначениями A, A^1, A^2, \dots, A^8 ; B, B^1, B^2, \dots, B^8 ; C, C^1, C^2, \dots, C^8 (токи соответствующих зон X, Y, Z имеют встречные направления и на рис. 4,з не показаны). В соответствии с рис. 4,в в пазах суммируются: токи зон A и A^4 для паза 1, показанные на рис. 4,з соответственно отрезками $(54)b=1-x$ и $b(1)=1+x$; токи зон Y^8 и Z^3 для паза 2, показанные отрезками $(1)c=1+x$ и $c(2)=1-x$ и т.д. В результате получаются равнобедренные треугольники двух видов: с основанием ab , боковыми сторонами в $(1-x)$ единиц и углом при вершине $\gamma'=11\alpha$; с основанием bc , с боковыми сторонами в $(1+x)$ единиц и углом при вершине $\gamma''=180^\circ-\alpha/2$, где $\alpha=360^\circ/m_d=40^\circ/3$. Сторона n многоугольника определяется по теореме косинусов из треугольника $(54)b(1)$ и равна

$$\begin{aligned} n^2 &= (1-x)^2 + (1+x)^2 - 2(1-x^2) \cos \gamma = \\ &= 2(1+x^2) + 2(1-x^2) \cos 4\alpha, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\gamma=180^\circ-4\alpha$, а углы этого треугольника $\beta'=(54)(1)b$ и $\beta''=(1)(54)b$ определяются по теореме синусов из соотношений

$$\begin{aligned} (1-x)/\sin \beta' &= n/\sin \gamma \text{ и} \\ (1+x)/\sin \beta'' &= n/\sin \gamma. \end{aligned} \quad (23)$$

Одна повторяющаяся часть такого многоугольника (рис. 4,з) содержит две пазовые точки (например, 54 и 1), и треугольник $O(1)(54)$ с точкой O в центре многоугольника имеет углы $\angle(1)O(54)=2,5\alpha$, $\alpha'=O(1)(54)=180^\circ-(180^\circ-\alpha/2)/2-\beta'=90^\circ+\alpha/4-\beta'$ и $\beta''=O(54)(1)=180^\circ-11\alpha/2-\beta''$, а радиусы точек 54 и 1 определяются из соотношений $R_{n54}/\sin \alpha'=n/\sin 2,5\alpha$, $R_{n1}/\sin \alpha''=n/\sin 2,5\alpha$, и тогда

$$\begin{aligned} R_{d1}^2 &= (R_{n54}^2 + R_{n1}^2)/2 = 0,5 (n/\sin 2,5\alpha)^2 \times \\ &\times (\sin^2 \alpha' + \sin^2 \alpha''). \end{aligned} \quad (24)$$

Для обмотки рис. 4,а при $x=0,129$ и $K_{об1}=0,8944$ по (22)–(24) определяется $R_{d1}^2=9,7255214$, по (21) $R_1=(54 \cdot 0,8944/\pi)$, и тогда

$\sigma_{d1}=2,895\%$. Для сравнения отметим, что $m_1=3$ -фазная обмотка с полюсностью $p_1=5$, выполненная в $z=54$ пазах с шагом $y_n=5$ и группировкой катушек по ряду 2 2 2 2 1 (повторяется 6 раз), имеет $K_{об1}=0,9490$ и $\sigma_{d1}=5,44\%$.

Построения многоугольников МДС совмещенной обмотки первого вида (рис. 1,а) показаны на рис. 5,в: полюсности $p_2=4$ с $m_r=3$ (рис. 5,а) соответствует внутренний многоугольник, построенный по вспомогательной треугольной сетке (ее сторона принята за 2 единицы), а полюсности $p_1=1$ с $m_d=12$ (рис. 5,б) соответствует наружный многоугольник, построенный по вспомогательным равнобедренным треугольникам. Для обмотки с равновитковыми катушками в многоугольнике МДС для полюсности $p_1=1$ (наружном) одна повторяющаяся часть содержит девять пазовых точек (точки от 1 до 9), которые строятся по равнобедренным треугольникам с углом при вершине в 120° : большого abh с основанием $ab=3\sqrt{3}$ и боковыми сторонами в $(q+0,75)=3$ единицы; трех малых с основаниями $bc=cd=de=2\sqrt{3}$ и боковыми сторонами в $(q-0,25)=2$ единицы. При центре многоугольника в точке O радиус $Oh=R_h$ равен

$$R_h=2bh+be=2 \cdot 3+2\sqrt{3}(1+2 \cos 15^\circ), \quad (25)$$

и тогда для точки 2 — $R_{n2}^2=(R_n-1)^2=229,71139$, а для точек 1 и 3 — $R_{n1}^2=R_{n3}^2=R_{n2}^2+(\sqrt{3})^2=232,71139$. Из треугольника $hb(4)$ с углом $hb(4)=135^\circ$ сторона $n=h(4)$ по теореме косинусов равна $n^2=3^2+1^2-2 \cdot 3 \cdot 1 \cos 135^\circ=14,242642$ и $n=3,773943$, тогда угол $\beta'=bh(4)$ по теореме синусов определяется из соотношения $n/\sin 135^\circ=1/\sin \beta'$ и равен $\beta'=10,799^\circ$; угол $\beta=Oh(4)=60^\circ+\beta'=70,799^\circ$, и тогда для точек 4 и 9 по теореме косинусов $R_{n4}^2=R_{n9}^2=R_h^2+n^2-2R_h n \cos \beta=235,16062$. Радиус $Ok=R_k$ равен $R_k=\sqrt{3} R_h/2+2\sqrt{3} \sin 15^\circ+1=15,888283$, и тогда для точек 6 и 7 по теореме косинусов — $R_{n6}^2=R_{n7}^2=R_k^2+1^2-2R_k \cos 60^\circ=237,54925$. Из треугольника $ck(5)$ с углом $(5)ck=135^\circ$ сторона $m=k(5)$ по теореме косинусов $m^2=2^2+1^2-2 \cdot 2 \cos 135^\circ=7,828428$ и $m=2,797933$, тогда угол $\gamma'=ck(5)$ определяется из соотношения $m/\sin 135^\circ=1/\sin \gamma'$ и равен $\gamma'=14,6388^\circ$; угол $\gamma=Ok(5)=60^\circ+\gamma'=74,6388^\circ$, и тогда для точек 5 и 8 по теореме косинусов — $R_{n5}^2=R_{n8}^2=R_k^2+m^2-2R_k m \cos \gamma=236,71378$.

Таким образом, квадрат среднего радиуса пазовых точек многоугольника для $p_1=1$ равен $R_{d1}^2=[R_{n2}^2+2(R_{n3}^2+R_{n4}^2+R_{n5}^2+R_{n6}^2)]/9=234,88681$; радиус окружности для основной гармонической МДС равен $R_1=54 \cdot 0,8911/\pi$, и тогда по (21) —

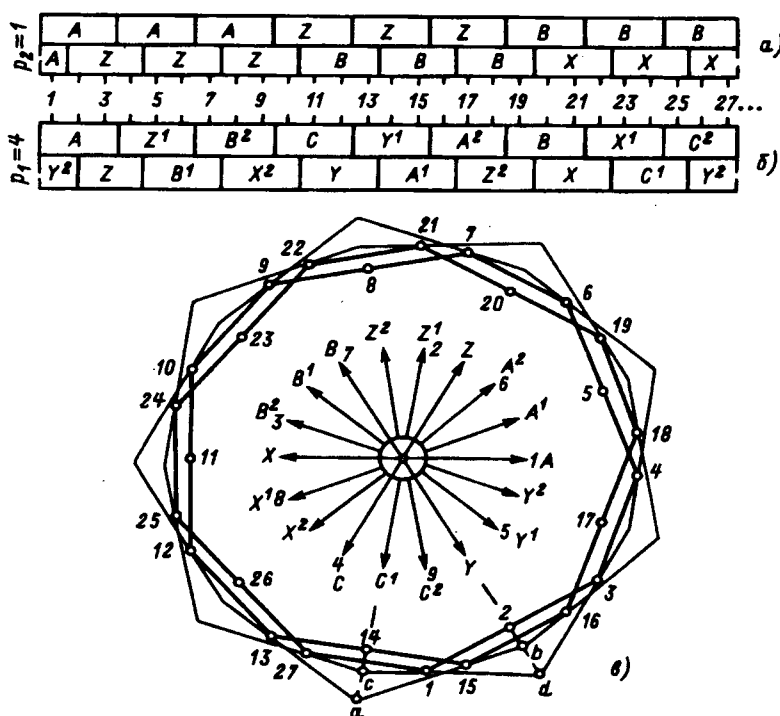


Рис. 6. Чередования по пазам фазных зон совмещенной обмотки рис. 2, а для полюсностей $p_2=1$ (а), $p_1=4$ (б) и многоугольник МДС (в) для полюсности $p_1=4$

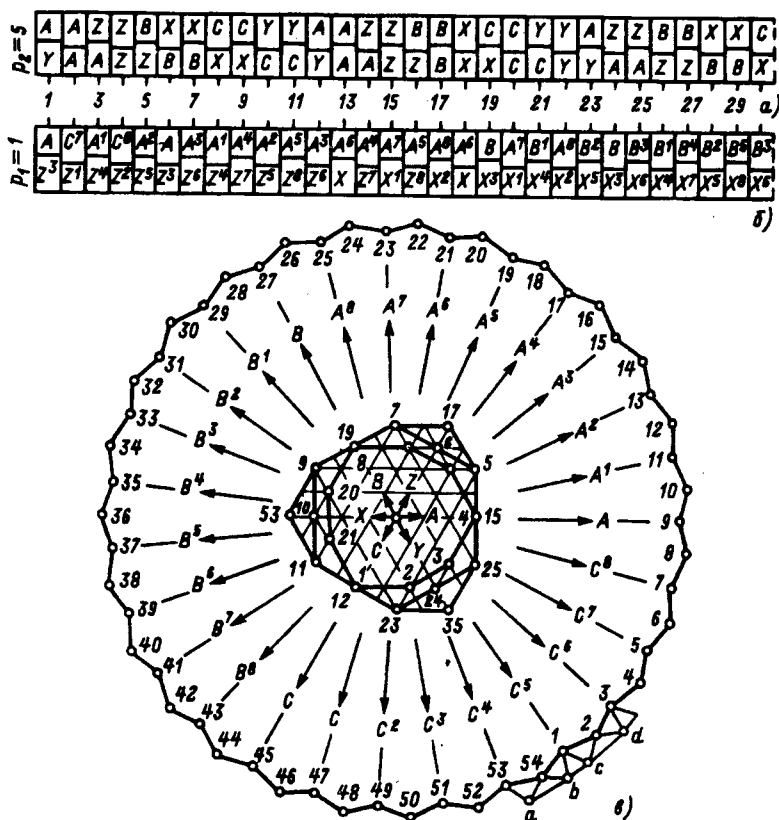


Рис. 7. Чередования по пазам фазных зон совмещенной обмотки рис. 3, а для полюсностей $p_2=5$ (а), $p_1=1$ (б) и ее многоугольник МДС (в)

нами в $(1-x)$ единиц и углом при вершине 9α ; с основанием bc , боковыми сторонами в $(1+x)$ единиц и углом при вершине 4α , где $\alpha=360^\circ/m_d=40^\circ/3$. Угол $(54)b(1)=6\alpha=80^\circ$, поэтому сторона n многоугольника подобно (22) определяется как $n^2=2(1+x^2)-2(1-x^2)\times \cos 6\alpha$, а значение R_{d1}^2 по подобию (24) равно $R_{d1}^2=0,5[n/\sin(\alpha/2)]^2 \times (\sin^2 \alpha' + \sin^2 \alpha'')$, где углы α' и α'' определяются по углам β' и β'' подобно соотношениям (23). При значениях $x=0,0425$ и $K_{061}=0,6065$ в результате расчета определяется $\sigma_{d1}=0,139\%$. Для полюсности $p_2=5$ ($m_r=3$) значение σ_{d2} по внутреннему многоугольнику рис. 7, в равно $\sigma_{d2}=9,399\%$.

Таким образом, исследуемые совмещенные обмотки характеризуются высокими значениями электромагнитных параметров, превосходящими для многофазной короткозамкнутой цепи с полюсностью p_1 параметры обычных трехфазных обмоток той же полюсности.

Выводы: 1. Формирование совмещенных роторных обмоток по разработанному принципу позволяет выполнять симметричные обмотки для соотношений чисел пар полюсов $p_2 \geq p_1$ при целом и дробном числе пазов на полюс и фазу, что расширяет область их применения и позволяет использовать магнитопроводы серийных асинхронных машин с заданной геометрией для проектирования одномашинных преобразователей частоты при различных значениях p_2/p_1 .

2. Разработанная методика позволяет определять обмоточные коэффициенты разнополюсных электромагнитно независимых цепей совмещенных обмоток, а также исследовать дифференциальное рассеяние их многофазной короткозамкнутой цепи с полюсностью p_1 по многоугольникам МДС. Метод построения таких многоугольников базируется на предложенном автором методе вспомогательных равнобедренных треугольников и является его развитием для дробных обмоток при знаменателе дробности $d > 2$.

3. Результаты выполненных исследований используются в проектируемой серии трехфазных одномашинных преобразователей частоты на базе асинхронных машин с фазным ротором современных единых серий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Загрядский В.И. Совмещенные электрические машины — Кишинев: Карта Молдовеняскэ, 1971.
2. Попов В.И. Электромашинные совмещенные преобразователи частоты. — М.: Энергия, 1980.
3. А.с. № 1050045. Трехфазно-многофазная совмещенная обмотка совмещенная обмотка ротора/В.И.Попов и др. — Опубл. в Б.И., 1983, № 39.
4. Попов В.И. Принципы формирования схем совмещенных обмоток электрических машин. — Электричество, 1986, № 5.
5. Попов В.И., Петров Ю.Н. Электромашинные преобразователи повышенной частоты совмещенного типа на базе серийных асинхронных машин. — ЭП. Электрические машины: Обзорная информация. — М.: Информэлектро, 1987, вып. 5(19).
6. Попов В.И. Определение дифференциального рассеяния многофазных совмещенных обмоток ротора одномашиных преобразователей частоты. — Электричество, 1987, № 6.
7. А.с. № 1663700. Электромашинная совмещенная обмотка ротора одномашиного преобразователя частоты / В.И.Попов. — Опубл. в Б.И., 1991, № 26.
8. Лившиц-Гарик М. Обмотки машин переменного тока / Пер. с англ. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1959.
9. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А.Э.Кравчик и др.— М.: Энергоатомиздат, 1982.
10. Унифицированная серия асинхронных двигателей. Интерэлектро / Под ред. В.И.Рафина. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
11. Геллер Б., Гамата В. Высшие гармоники в асинхронных машинах / Пер. с англ. под ред. З.Г.Каганова. — М.: Энергия, 1981.

[16.06.93]

Автор: Попов Виктор Иванович окончил электротехнический факультет Ереванского политехнического института в 1962 г. Защитил докторскую диссертацию по теме «Электромашинные совмещенные преобразователи частоты» в Московском энергетическом институте в 1987 г. Профессор Академии водного хозяйства (Н.Новгород).

Инвариантное подчиненное регулирование тока в электроприводе постоянного тока с последовательно-параллельной коррекцией

ПОЛЕЩУК В.И.

Традиционный контур тока с ПИ-регулятором тока подвержен действию возмущений. Поэтому был разработан инвариантный оптимум (ИНО) подчиненного регулирования тока. В соответствии с ИНО быстродействие инвариантной системы не зависит от числа контуров регулирования. Получена система регулирования тока с гарантированной динамикой. Контурные инвариантные регуляторы настроены с использованием средств последовательно-параллельной коррекции. Проведено моделирование различных технических решений инвариантных систем. Инвариантный стабильный контур тока использован в имитаторе нагрузки и в системе натяжения алюминиевого профиля.

В традиционных системах подчиненного регулирования [1—3] принято компенсировать только большие постоянные времени. Это оправдано для контура тока, в котором постоянная времени T_μ образуется как не подлежащая компенсации сумма малых постоянных времени. Однако в последующие контуры регулирования вводят последовательно увеличивающиеся постоянные времени $4T_\mu$, $8T_\mu$, $16T_\mu$ и т.д. В результате происходит накопление T_μ -инерционностей от контура к контуру, причем в каждом последующем контуре уменьшается быстродействие и увеличивается порядок динамической системы. Подчиненное регулирование связывается преимущественно только с последовательной коррекцией.

The invariant optimum (INO) of cascaded current control has been designed. In accordance with INO the high speed of response remains intact regardless of the number of control loops. Additional control loops are inserted to improve current control accuracy. The invariant loop controllers have been tuned up with using successive-parallel correction elements. Simulation of the different invariant control systems has been carried out. The invariant stable current loop was used in the torque load imitator and in the tension system of the extrusion aluminium profiles.

При подобной оптимизации резко ограничиваются возможности проектировщика подчиненных систем, который может оперировать только величиной T_μ , так как все дальнейшие настройки заведомо определены и не подлежат варьированию. Фиксированные же свойства многоконтурных систем в конкретных случаях не обязательно удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям.

Известные технические решения, направленные на улучшение качества многоконтурных систем, носят частный характер. В ряде работ полностью или частично отвергается сам принцип построения многоконтурных систем. И тем не менее более перспективным является совершенствование метода их синтеза.

В статье описана часть исследований, направленных на радикальное повышение качества контура тока, входящего в состав всех многоконтурных систем. Эта проблема решается с использованием средств последовательной и параллельной коррекции по принципу инвариантного оптимума, который предусматривает полную компенсацию инерционностей предыдущего контура, в том числе и T_μ -инерционностей. Вследствие этого не требуется динамического сопряжения контуров и появляется возможность произвольного формирования динамики.

Вначале рассмотрим общий случай инвариантной оптимизации, когда объект регулирования (ОР) содержит звенья Φ_{01} и Φ_{02} в прямом канале и в канале обратной связи (рис. 1). Оптимизация проводится с помощью «разнесенного» регулятора:

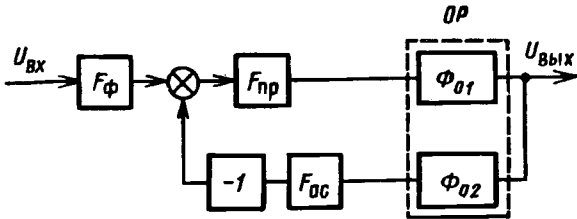


Рис. 1. Общий случай оптимизации

последовательного регулятора $F_{пр}$, регулятора $F_{ос}$ в цепи обратной связи и регулятора-фильтра F_ϕ , включенного на входе системы. Поставим условие: передаточная функция скорректированной системы должна быть равна передаточной функции процесса-модели F_M , в которую закладываются свойства желаемого динамического процесса:

$$F_\phi(p) \frac{F_{пр}(p) \Phi_{01}(p)}{1 + \Phi_{01}(p) \Phi_{02}(p) F_{пр}(p) F_{ос}(p)} = F_M(p).$$

Отсюда получим общее соотношение для регуляторов:

$$\frac{1}{F_{пр}(p) \Phi_{01}(p)} + F_{ос}(p) \Phi_{02}(p) = \frac{F_\phi(p)}{F_M(p)}. \quad (1)$$

Настоящая система управления является по существу беспоисковой адаптивной системой [5], но не содержит модель F_M в явном виде. В частных случаях из (1) при $F_{пр}=1$ имеем параллельную коррекцию

$$F_{ос}(p) = \frac{1}{\Phi_{02}(p)} \left[\frac{F_\phi(p)}{F_M(p)} - \frac{1}{\Phi_{01}(p)} \right] \quad (2)$$

и при $F_{ос}=1$ — последовательную коррекцию

$$F_{пр}(p) = \frac{1}{\Phi_{01}(p)} \frac{F_M(p)}{F_\phi(p) - F_M(p) \Phi_{02}(p)}. \quad (3)$$

Использование смешанной коррекции позво-

ляет проектировщику манипулировать параметрами регуляторов F_ϕ , $F_{пр}$ и $F_{ос}$, что существенно расширяет средства и возможности оптимизации.

Процедура инвариантной оптимизации состоит в следующем. Задана передаточная функция объекта регулирования, Формируем желаемый процесс — модель $F_M(p)$. Затем, учитывая соотношение (1), конструируем систему управления с регуляторами $F_{пр}$, $F_{ос}$ и F_ϕ , задаваясь одними регуляторами и определяя другие. Из нескольких вариантов выбираем тот, который практически проще реализуем.

Для иллюстрации возможностей инвариантной оптимизации в случае последовательной коррекции определим выражение для последовательного регулятора $F_{пр}$ из (3) при $\Phi_{01}=\Phi_0$, $\Phi_{02}=1$ и $F_\phi=1$:

$$F_{пр}(p) = \frac{1}{\Phi_0(p)} \frac{F_M(p)}{1 - F_M(p)}. \quad (4)$$

В таблице приведены примеры динамических преобразований контуров. В качестве исходного объекта Φ_0 принята функция оптимизированного контура тока $1/N_2(p)$. В операции 1 реализуется функция динамического повторителя, когда свойства системы по управлению не изменяются, а влияние возмущений на процесс тока уменьшается. В операции 2, если $T_{мз} < T_\mu$, быстродействие последующего контура увеличивается, а при $T_{мз} > T_\mu$ — уменьшается. Операция 3 изменяет коэффициент демпфирования переходного процесса при сохранении быстродействия. Так, при $T_\mu^* = 0,5T_\mu$ из колебательного звена с $\xi = \sqrt{2}/2$ получаем апериодический процесс с $\xi = 1$. Операция 4 выполняется для понижения порядка объекта.

№ операции	Значение		
	$\Phi_0(p)$	$F_M(p)$	$F_{пр}(p)$
1	$\frac{1}{N_2(p)} = \frac{1}{2T_\mu^2 p^2 + 2T_\mu p + 1}$	$\frac{1}{N_2(p)} = \frac{1}{2T_\mu^2 p^2 + 2T_\mu p + 1}$	$\frac{N_2(p)}{2T_\mu p(T_\mu p + 1)}$
2	$\frac{1}{N_2(p)}$	$\frac{1}{N_{2з}(p)} = \frac{1}{2T_{мз}^2 p^2 + 2T_{мз} p + 1}$	$\frac{T_\mu}{T_{мз}} \frac{T_\mu p + 1}{T_{мз} p + 1} + \frac{1}{2T_{мз} p(T_{мз} p + 1)}$
3	$\frac{1}{N_2(p)}$	$\frac{1}{2T_\mu p(T_\mu^* p + 1)}$	$\frac{T_\mu p + 1}{T_\mu^* p + 1} + \frac{1}{2T_\mu p(T_\mu^* p + 1)}$
4	$\frac{1}{N_2(p)}$	$\frac{1}{2T_\mu p + 1}$	$\frac{N_2(p)}{2T_\mu p}$

Ниже проводится методика инвариантной оптимизации процесса регулирования тока, проведенная цифровым и аналоговым моделированием.

Контур тока исследовался в условиях, приближенных к реальным, а именно, при совместном действии возмущений: внутренней обратной связи по ЭДС двигателя e_d , изменении коэффициента усиления K_{Π} тиристорного преобразователя (ТП) относительно его номинального значения ($K_{\Pi}/K_{\Pi 0}=0,9...1,1$) и повышении активного сопротивления цепи якоря $R_{\text{я}}$ при нагреве в 1,2 раза.

1. Контур тока с последовательной коррекцией.

1.1. Режим непрерывного тока.

1.1.1. Контур тока с ПИ-регулятором. Схема контура тока представлена на рис. 2 (внутренний контур). Его оптимальная функция при настройке на технический оптимум

$$\frac{i_{\text{я}} R_{\text{я}}}{u_{\text{ст}}} (p) = \frac{1}{K_{\text{т}}} \frac{1}{N_2(p)} = \frac{1}{K_{\text{т}}} \frac{1}{2T_{\mu}^2 p^2 + 2T_{\mu} p + 1}, \quad (5)$$

где $K_{\text{т}}$ — коэффициент обратной связи по току. При действии указанных возмущений контур тока в динамике описывается функцией третьего порядка, а установившееся значение тока составляет величину

$$\frac{T_{\text{я}}}{u_{\text{ст}}} = \frac{1}{K_{\text{т}} R_{\text{я}0}} \frac{1}{1 + \frac{K_{\Pi 0}}{K_{\Pi}} \frac{2T_{\mu}}{T_{\text{м}}}}, \quad (6)$$

т. е. контур тока из астатического (5) превратился в статический. В контуре тока с ПИ-регулятором изменение параметров — электромагнитной постоянной времени $T_{\text{я}}$, электромеханической $T_{\text{м}}$, K_{Π} и $R_{\text{я}}$ электропривода существенно влияет на динамические процессы тока. Подверженность контура тока действию возмущений во всех случаях зависит от коэффициента $2T_{\mu}/T_{\text{м}}$ — см. (6)

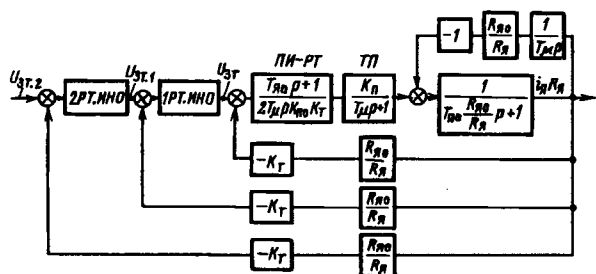


Рис. 2. Инвариантная оптимизация с внутренним контуром тока

1.1.2. Инвариантная оптимизация. Традиционный адаптивный подход основан на включении элементов адаптации без вмешательства в исходную систему управления. С этой точки зрения инвариантная оптимизация выражается в том, что к внутреннему контуру тока пристраиваются внешние контуры с регуляторами тока 1РТ.ИНО и 2РТ.ИНО, как показано на рис. 2 [5]. Полагаем, что при отсутствии возмущений внутренний контур тока, принимаемый за объект регулирования

Φ_0 , имеет функцию (5). Поскольку мы исходим в первую очередь из задачи компенсации возмущений, то в качестве желаемого процесса $F_{\text{м}}$ примем ту же функцию (5), т.е. реализуем операцию 1 динамического повторителя по таблице. Тогда из (4) получим выражение для регулятора тока 1РТ.ИНО:

$$F_{\text{РТ.ИНО}}(p) = \frac{N_2(p)}{N_2(p)-1} = 1 + \frac{1}{2T_{\mu} p (T_{\mu} p + 1)} \quad (7)$$

и образуем двухконтурную систему регулирования тока (рис. 2). Для усиления эффекта стабилизации процесса регулирования тока на схеме рис. 2 введен и третий контур с регулятором 2РТ.ИНО с функцией (7).

Эффективность оптимизации контура тока с помощью внешних контуров иллюстрируется кривыми на рис. 3 для наихудшего случая $T_{\text{м}}=0,02$ с. Отклонение реальных процессов от оптимального (кривая 1) является наибольшим при малом значении $T_{\text{я}}$. Кривые 4 трехконтурной системы с регуляторами 1РТ.ИНО и 2РТ.ИНО ближе располагаются к желаемому процессу 1, чем кривые 3 двухконтурной системы. Данные инвариантные системы, повышая точность регулирования тока, сохраняют неизменными свойства процесса (5) по управлению независимо от числа контуров регулирования.

Подчеркнем, что здесь стабилизация свойств

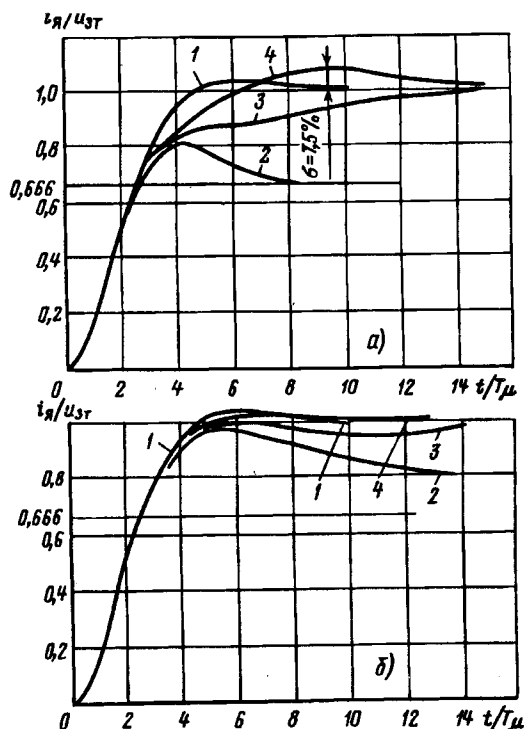


Рис. 3. Кривые переходных процессов в контуре тока с инвариантным оптимумом: а — малое значение $T_{\text{я}}=0,01$ с; б — большое значение $T_{\text{я}}=0,1$ с; 1, 2 — кривые внутреннего контура тока; 3, 4 — кривые соответственно в двухконтурной и трехконтурной системах инвариантного регулирования

контура тока осуществляется без наличия информации о возмущениях. Это не исключает возможности более сильной компенсации какого-либо конкретного возмущения, если о нем имеется информация.

1.2. Режим прерывистого тока.

В связи с тенденцией расширения раздельного управления и создания двигателей, рассчитанных на повышенный уровень пульсаций, расширяется зона работы электропривода в режиме прерывистого тока якоря. Однако именно при переходе в этот режим наблюдается неблагоприятная динамика контура тока, в котором ПИ-регулятор тока настроен для работы в непрерывном режиме (рис. 4). Резко возрастает значение фиктивного сопротивления якорной цепи $R_{яф}$, и изменение тока имеет явно выраженный замедленный характер.

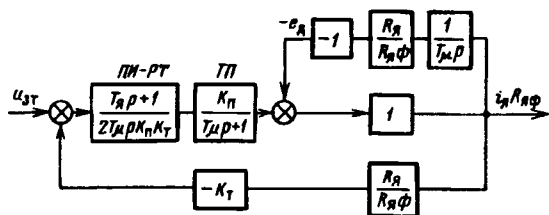


Рис. 4. Структурная схема контура тока в режиме прерывистого тока якоря

Инвариантная оптимизация с внешними контурами, включенными аналогично схеме на рис. 2, оказалась неэффективной для прерывистого режима. Причина этого в резком изменении структуры и в большой инерционности внутреннего контура тока в сравнении с желаемым процессом (5). Варьировать структуру и параметры инвариантных регуляторов нецелесообразно из-за изменения величины $R_{яф}$. Следует изменить принцип адаптивного подхода и расположить элементы коррекции непосредственно в самом внутреннем контуре тока.

2. Инвариантный оптимум внутреннего контура тока с последовательно-параллельной коррекцией

2.1. Режим непрерывного тока.

Уменьшение подверженности контура тока действию возмущений как в непрерывном, так и в прерывистом режимах работы достигается за счет уменьшения коэффициента $2T_м/T_м$. Для этого вместо постоянной времени $2T_м$ в регулятор тока введем постоянную времени $\alpha T_м$, выбрав $\alpha < 2$ (рис. 5). Это равносильно увеличению коэффициента усиления прямого канала контура тока $K_д = 2/\alpha$ раз. Демпфирование динамического процесса осуществляется дифференцирующим звеном $T_к p$ в цепи обратной связи по току. В

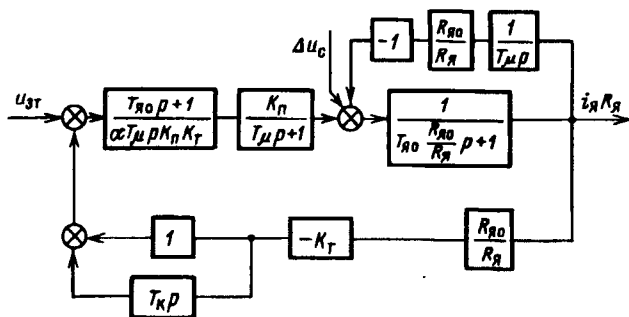


Рис. 5. Инвариантная оптимизация внутреннего контура тока с последовательно-параллельной коррекцией при непрерывном режиме тока с $\alpha = \text{var}$

этой системе управления последовательный регулятор $F_{пр}$ образован ПИ-регулятором тока с добавочным коэффициентом усиления $K_д$, а регулятор $F_{ос}(p) = T_к p + 1$.

В данной системе управления можно сохранить характер процесса (5), но получить более быстродействующий контур тока

$$\frac{i_я R_я}{u_{ст}}(p) = \frac{1}{K_т} \frac{1}{N_{23}(p)} = \frac{1}{K_т} \frac{1}{2T_м^2 p^2 + 2T_м \alpha p + 1}. \quad (8)$$

По мере уменьшения α быстродействие увеличивается в соответствии с формулой

$$\frac{T_{мз}}{T_м} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{K_д}}. \quad (9)$$

Показано, что начиная с $\alpha = 0,25$ практически полностью компенсируется отклонение значения тока от оптимального. При этом $T_{мз} = 0,353 T_м$, т.е. быстродействие контура тока возросло в $\sqrt{K_д} = 2,82$ раза. Кроме того, с уменьшением α подавляется и влияние такого возмущения, как изменение напряжения питающей сети, имитируемое воздействием ΔU_c на схеме рис. 5.

Контур тока с функцией (8) является весьма быстродействующим и все возникающие в нем возмущения быстро подавляются. Предел быстродействия ограничивается только значением некомпенсируемой постоянной времени $T_м$, которая обеспечивает устойчивый режим работы тиристорного преобразователя.

Наряду с этим заслуживающей внимания является и такая настройка контура тока, при которой α уменьшается и обеспечивается подавление возмущений, но быстродействие контура тока поддерживается на заранее выбранном уровне, например, член при p в полиноме знаменателя функции (8) поддерживается с помощью звена $T_к p$ на уровне $2T_м = \text{const}$. В этом случае коэффициент демпфирования контура тока изменяется в соответствии с формулой

$$\xi_т = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{K_д}, \quad (10)$$

где

$$K_d = \frac{2}{\alpha}. \quad (11)$$

Апериодический характер процесса наступает при $\alpha \leq 1$, а начиная с $\alpha = 0,5$ контур тока приобретает свойства звена первого порядка

$$\left. \frac{i_{\text{я}} R_{\text{я}}}{u_{\text{зт}}} \right|_{2T_{\mu} = \text{const}}^{\alpha \rightarrow 0} (p) \approx \frac{1}{K_{\text{т}}} \frac{1}{2T_{\mu} p + 1}. \quad (12)$$

Переходные процессы по управлению в этом случае представлены кривыми на рис. 6. Штриховая кривая выражает звено первого порядка (12), кривая 1 — процесс изменения тока без действия ООС по e_d двигателя и кривая 2 — с действием этой связи. Как видим, при $\alpha = 0,25$ кривые 1 и 2 практически сливаются со штриховой кривой.

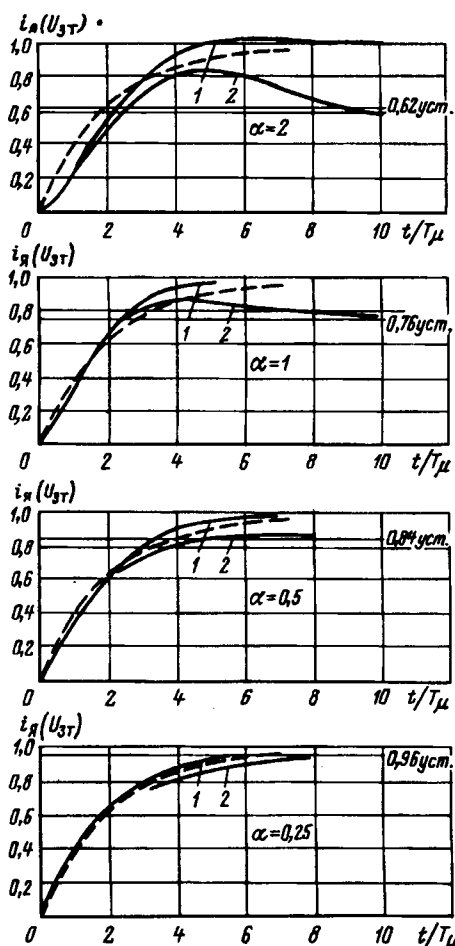


Рис. 6. Кривые переходных процессов при $2T_{\mu} = \text{const}$

Поскольку при $2T_{\mu} = \text{const}$ контур тока более инерционен, чем в случае (8), то реакция контура тока на воздействие Δu_c более замедлена. Апериодическая настройка контура тока на звено первого порядка полезна в том отношении, что упрощается регулятор внешнего контура.

2.2. Режим прерывистого тока. В этом режиме система управления контуром тока строится аналогично. При одновременном влиянии ООС по e_d двигателя и изменении коэффициента $K_{\text{п}}/K_{\text{п}0}$ преобразователя, передаточная функция среднего значения тока по управлению $u_{\text{зт}}$ имеет вид:

$$\frac{i_{\text{я}} R_{\text{я}\phi}}{u_{\text{зт}}} (p) = \frac{1}{K_{\text{т}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \frac{1}{1 + \frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{\alpha T_{\mu}}{T_{\text{м}}}} \times \frac{T_{\text{я}} p + 1}{\frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \alpha T_{\mu}^2 + T_{\text{я}} T_{\text{к}} + \left(\frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \alpha T_{\mu} + \frac{\alpha T_{\mu}^2}{T_{\text{м}}} \right) \frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} + (T_{\text{я}} + T_{\text{к}})} p^2 + \frac{1 + \frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{\alpha T_{\mu}}{T_{\text{м}}}}{1 + \frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{\alpha T_{\mu}}{T_{\text{м}}}} p + 1}, \quad (13)$$

т.е. контур тока, как и в непрерывном режиме, является статическим.

За счет уменьшения α можно уменьшить действие возмущений. В пределе при $\alpha T_{\mu}/T_{\text{м}} \rightarrow 0$ из (13) получим

$$\frac{i_{\text{я}} R_{\text{я}\phi}}{u_{\text{зт}}} (p) = \frac{1}{K_{\text{т}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \frac{T_{\text{я}} p + 1}{\frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \alpha T_{\mu} p (T_{\mu} p + 1) + (T_{\text{я}} p + 1)(T_{\text{к}} p + 1)} = \frac{1}{K_{\text{т}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \frac{1}{\frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \alpha T_{\mu} p \frac{T_{\mu} p + 1}{T_{\text{я}} p + 1} + (T_{\text{к}} p + 1)}. \quad (14)$$

Для полной компенсации возмущений необходимо, чтобы функция (14) не зависела от переменных коэффициентов $K_{\text{п}0}/K_{\text{п}}$ и $R_{\text{я}\phi}/R_{\text{я}}$. Это будет, когда

$$\frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}} \alpha T_{\mu} \ll T_{\text{к}}$$

или при

$$\alpha \ll \frac{T_{\text{к}}}{\frac{K_{\text{п}0}}{K_{\text{п}}} \frac{R_{\text{я}\phi}}{R_{\text{я}}}}. \quad (15)$$

Выражение (15) показывает, что в прерывистом режиме требуемая степень уменьшения α больше в $R_{\text{я}\phi}/R_{\text{я}}$ раз по сравнению с непрерывным режимом. Если исходить из максимального значения $R_{\text{я}\phi}/R_{\text{я}} = 20$, то при сохранении быстродействия контура тока на уровне принятого оптимального (5), т.е. при $T_{\text{к}} = 2T_{\mu}$ и при $K_{\text{п}0}/K_{\text{п}} = 1$ согласно (15) $\alpha \ll 0,1$. Этому значению α соответствует по (11) значение $K_d \gg 20$. Практически $K_d \approx 50$. Конкретное значение дополнительного коэффициента K_d зависит

от отношения $R_{яф}/R_{я}$.

Таким образом, при достаточно малом значении α получаем стабильный процесс:

$$\left. \frac{i_{я} R_{яф}}{u_{я}}(p) \right|_{\alpha \rightarrow 0} \cong \frac{1}{K_T} \frac{R_{яф}}{R_{я}} \frac{1}{T_K p + 1}, \quad (16)$$

который не зависит от переменных параметров режима прерывистого тока и близок к свойствам звена первого порядка.

Если выбрать $T_K = 2T_\mu$, то функции (12) и (16) совпадают, т.е. контур тока имеет одинаковые свойства независимо от режима работы силовой цепи преобразователя.

Описанный стабильный контур тока был использован в системе управления упругим объектом натяжения алюминиевого профиля.

2.3. Охват стабилизированного контура тока внешними контурами регулирования. Хотя в п.2.2 получен внутренний контур тока с достаточно эффективным подавлением действия возмущений, все же этот контур является статическим. Астатизм по возмущениям получим при охвате внутреннего контура тока дополнительными контурами, подобно приведенным на рис. 2.

С помощью дополнительного контура можно одновременно выполнить и вторую задачу: изменить быстродействие и характер процесса по управлению или повторить его, например, сохранить функцию (16). В последнем случае регулятор тока *РТ.ИНО* будет иметь вид:

$$F_{РТ.ИНО}^{(1)}(p) = \frac{T_K p + 1}{T_K p}. \quad (17)$$

Если желателен оптимальный процесс (5), то

$$F_{РТ.ИНО}^{(2)}(p) = \frac{T_K p + 1}{2T_\mu p (T_\mu p + 1)}. \quad (18)$$

И, наконец, если требуется контур второго порядка с коэффициентом демпфирования $\xi_T > \sqrt{2}/2$, то при $T_\mu^* < T_\mu$

$$F_{РТ.ИНО}^{(3)}(p) = \frac{T_K p + 1}{2T_\mu p (T_\mu^* p + 1)}. \quad (19)$$

3. Реализация инвариантных регуляторов. Более высокое качество инвариантных систем регулирования достигается тем, что регуляторы этих систем выполняют более сложные функции управления. Они компенсируют не только большие постоянные времени, но и T_μ -инерционность предыдущего контура. В большинстве более слож-

ная функция, требуемая от регулятора, связана с его более сложной реализацией. Если ПИ-регулятор выполняется на одном операционном усилителе, то инвариантные регуляторы (7), (18) и (19) — на трех операционных усилителях. Усложняется и наладка инвариантного регулятора: надо дополнительно суммировать сигналы параллельных цепей, возрастает также число звеньев в регуляторе.

Выводы. 1. Инвариантные системы подчиненного регулирования тока обеспечивают более эффективную компенсацию возмущений, чем классический контур тока (5) с настройкой по техническому оптимуму. При этом достигается высокое быстродействие, которое не зависит от числа контуров регулирования.

2. При инвариантной оптимизации появляется возможность произвольного формирования динамических свойств контура в соответствии с конкретными требованиями, предъявляемыми к системе управления.

3. Предлагаемые инвариантные системы управления с гарантированной динамикой описываются типовыми функциями, используют типовые регуляторы и соответствуют принципу подчиненного регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев Е.Д., Неймарк В.Е., Пистрак М.Я., Слежановский О.В. Управление вентильными электроприводами постоянного тока. — М.: Энергия, 1970.
2. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода. — М.: Энергия, 1971.
3. Проектирование электроприводов. Справочник под ред. А.М.Вейнгера. — Свердловск: Средне-Уральское книж. изд-во, 1980.
4. Автоматизированный электропривод / Под общ. ред. Н.Ф.Ильинского, М.Г.Юнькова — М.: Энергоатомиздат, 1990.
5. Полещук В.И. Инвариантная оптимизация процессов в подчиненном контуре тока. Межвузовский сб. научн. трудов «Оптимизация режимов работы систем электроприводов» — Изд. Красноярского политехнического ин-та, 1990.

[03.03.93]

Автор: Полещук Виктор Иванович окончил электромеханический факультет Ленинградского электротехнического института в 1962 г. В 1970 г. защитил в Московском энергетическом институте кандидатскую диссертацию на тему «Исследование электрической синхронизации индивидуального электропривода нажимных витков слябинга». Доцент кафедры «Электротехника и электрооборудование» Московского института приборостроения.

Расчет индуктивных катушек с магнитопроводом при несинусоидальной форме тока

ЧЕРКАШИН Ю.С.

Приведены закономерности работы катушек индуктивности (дросселей) с магнитопроводом для двух режимов работы: режима запаса заданного количества энергии без учета и с учетом заданного значения потерь при произвольной форме тока.

Выведены зависимости массы дросселей и удельной энергии от энергии дросселя. Приведены формулы и таблица коэффициентов для практических расчетов.

Расчету индуктивных катушек (реакторов, дросселей) посвящено много работ, например [1—4]. Однако эти работы относятся к расчету реакторов, работающих либо при переменном, либо при постоянном токе. Для катушек, работающих при произвольной форме тока, методика расчета отсутствует. Нет методики расчета катушки с заданной постоянной времени или с заданными потерями в обмотке; нет закона роста размеров и массы дросселя при задании потерь или постоянной времени.

Проблема рассматривается без учета нелинейности вебер-амперных характеристик и в предположении отсутствия в обмотках дополнительных каналов охлаждения.

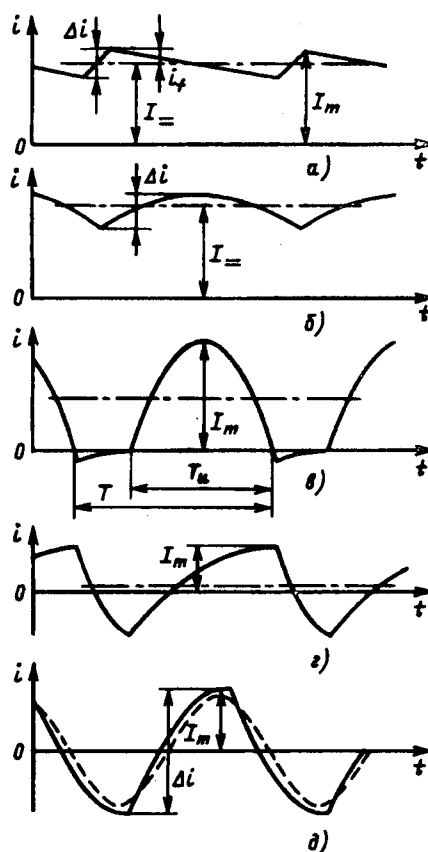
Можно выделить несколько типичных несинусоидальных режимов работы дросселя.

1. Минимальное и максимальное значения тока близки между собой (например, отличие не превышает 5—10%, см. рисунок, а, б). Такой режим называют работой дросселя при пульсирующем или постоянном токе. В этом режиме работают дроссели фильтров, дроссель в цепи размагничивания импульсных трансформаторов, линейный зарядный дроссель и др.

Разность между максимальным и минимальным значением называют перепадом (иногда, размахом), а половину этого значения амплитудой переменной составляющей тока. Постоянная составляющая тока $I_{\text{ср}}$ близка к максимальному и минимальному значениям, но при несимметричной форме кривой тока не равна среднеарифметическому максимального и минимального значений.

2. Минимальное и максимальное значения тока на много отличаются друг от друга (например, одно равно 5—10% другого, рисунок, в). Режим принято называть импульсным. В этом режиме работает резонансный зарядный дроссель. Постоянная составляющая заметно меньше максималь-

Appropriate method of calculating the main dimensions of core-type and shell-type magnetic circuit of air reactors with air-gap in windings without cooling channels is proposed. The table of the coefficients for four types of one-phase coiled cut magnetic circuits having certain relationship of window and core dimensions is proposed. The examples of calculation are given.



ного значения тока.

3. Минимальное и максимальное значения тока близки по абсолютному значению, но имеют противоположные знаки; постоянная составляющая значительно меньше каждого из них (рисунок, з). Режим принято называть знакопеременным или смешанным.

4. Минимальное и максимальное значения тока близки по абсолютному значению, имеют противоположные знаки; причем, постоянная составляющая равна нулю (рисунок, д). Имеет место режим переменного тока. В этом режиме работают дроссели, реакторы в цепях синусоидального переменного тока.

При всех режимах постоянная составляющая

¹В статье сохранена терминология, применяемая в радиотехнике, несколько отличающаяся от установленной терминологическими стандартами (ГОСТ—16263, 19880, 18311, 18624, 1494 и др.). Ред.

индуктированного на дросселе напряжения равна нулю. В противном случае индукция в магнитопроводе стала бы непрерывно возрастать. Изменения индукции повторяют изменения тока, постоянная составляющая тока обуславливает постоянную составляющую индукции. Постоянные составляющие тока и индукции не вызывают потерь энергии в магнитопроводе (хотя могут влиять на потери, вызванные переменной составляющей [5]). Однако постоянный ток, поддерживающий постоянную индукцию, вызывает потери энергии и нагрев обмотки и это является определяющим фактором в режиме работы и расчете дросселя. Заметим попутно, что в отличие от дросселя сохранение энергии в конденсаторе не сопровождается практически заметными потерями энергии.

Задачей конструктивного расчета дросселя является определение основных геометрических размеров дросселя, размеров воздушного зазора, числа витков, сечения провода.

Исходными данными для расчета являются: L — индуктивность дросселя; R — сопротивление обмотки постоянному току или $\tau = L/R$ — постоянная времени, или P — потери в обмотке; закон изменения тока $i(t)$ с известными параметрами: амплитудой I_m , коэффициентом амплитуды импульса тока $k_a = I_m/I$, где I — действующее значение тока за время импульса, и скважностью импульсов $\nu = T/T_n$ (рисунок, в).

Предварительно по принятому значению удельных потерь в магнитопроводе при известном законе изменения тока и индукции определяют допустимую амплитуду переменной составляющей индукции и ее максимальное значение B_{mc} (максимальное значение не должно превышать значения индукции насыщения).

В последующих выводах принято, что тепловой режим магнитопровода не влияет на тепловой режим катушки.

На первом шаге расчета предполагается некоторое соотношение потерь в магнитопроводе и обмотке (например, их равенство), т.е. потери в обмотке равны половине разрешенных потерь в дросселе или постоянная времени вдвое больше заданной.

Для увеличения энергоемкости дросселя в его магнитопровод вводится немагнитный зазор, называемый обычно воздушным зазором. Площадь зазора S с учетом коэффициента заполнения сечения магнитным материалом и выпучивания связаны с сечением стали соотношением $Sk_c = S_c$.

Поскольку вдоль магнитной цепи проходит один и тот же магнитный поток, индукция в зазоре B будет близка к индукции в магнитопроводе B_c

$$\Phi = BS = B_c S_c = B_c S' k_c; \quad (1)$$

$$\mu \mu_0 H_c = B_c = B/k_c, \quad \mu_0 H_b = B, \quad (2)$$

где $k_c = 0,85 \div 0,95$ — отношение активного сечения магнитопровода к сечению зазора с учетом выпучивания [1].

Магнитодвижущая сила (МДС) обмотки определяется между магнитопроводом и зазором:

$$i w = H_c l_c + H_b l_b; \quad (3)$$

с учетом (1) и (2)

$$i w = \frac{B_c l_c}{\mu \mu_0} + \frac{B l_b}{\mu_0} = \frac{\Phi}{\mu_0 S} \left(\frac{l_c}{\mu k_c} + l_b \right). \quad (4)$$

По определению индуктивностью называется коэффициент пропорциональности между потоком сцеплением и током, т.е.

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{w \Phi}{i} = \frac{\mu_0 w^2 S}{l_c / \mu k_c + l_b} = \frac{\mu_{эк} \mu_0 w^2 S}{l_c}, \quad (5)$$

где

$$\mu_{эк} = \frac{\mu}{1/k_c + \mu l_b / l_c}. \quad (6)$$

Если в магнитопровод введен значительный воздушный зазор, т.е.

$$l_b > \frac{l_c}{\mu k_c}, \quad (7)$$

то

$$L = \frac{\mu_0 w^2 S}{l_b}; \quad \mu_{эк} = \frac{l_c}{l_b}. \quad (8)$$

Отсутствие в формуле для определения индуктивности в явном виде размеров сердечника говорит о том, что индуктивность дросселя определяется прежде всего размерами воздушного зазора. Физически это означает, что энергия дросселя определяется энергией магнитного поля зазора.

Строго говоря, дроссель с магнитным сердечником представляет собой нелинейный элемент электрической цепи, но нелинейность его обычно не превышает нескольких процентов. Пренебрежение первым членом суммы в знаменателе формулы (5) при зазоре 1% и $\mu = 10000$ дает ошибку при расчете тоже около 1%. Большая точность расчета дросселей не требуется, так как с такой точностью практически невозможно установить даже размер воздушного зазора.

Максимальная энергия, запасенная в дросселе при заданной индукции M_m , оказывается пропорциональной максимальной МДС, развиваемой обмоткой:

$$W_m = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{w \Phi_m}{2I_m} I_m^2 = \frac{SB_m(I_m w)}{2}, \quad (9)$$

где $B_m = B_{mc} k_c$ — максимальное значение индукции в зазоре; B_{mc} — максимальное значение индукции в материале сердечника.

Максимальное значение тока связано с эффективным соотношением:

$$I = \frac{I_m}{k_a \sqrt{v}}. \quad (10)$$

Таким образом

$$W_m = \frac{SB k_a \sqrt{v}}{2} (Iw)$$

или

$$(Iw) = \frac{2W_m}{SB_m k_a \sqrt{v}}. \quad (11)$$

Покажем, что МДС катушек каждого магнитопровода имеет некоторое предельное значение, ограниченное нагревом катушек. Пусть в окне сердечника площадью $S_{ок}$ размещается w витков обмотки, коэффициент заполнения окна проводниковым материалом k_3 , тогда

$$R_{обм} = \frac{\rho l_{м1} w^2}{S_{ок} k_3}, \quad (12)$$

где ρ — удельное сопротивление проводникового материала; $l_{м1}$ — средняя длина витка обмотки.

Мощность, выделяемая в катушке и рассеиваемая ее поверхностью

$$P = I^2 R = \frac{\rho l_{м1} (Iw)^2}{S_{ок} k_3} = q S_{охл}, \quad (13)$$

где $S_{охл}$ — поверхность охлаждения обмотки, т.е. вся поверхность обмотки за исключением части, обращенной к стержню; q — допустимая плотность теплового потока (при перегреве поверхности обмотки над окружающим воздухом, равном 55°C , $q = 650$ Вт/м²).

Таким образом, предельная МДС, равная

$$(Iw)_{пред} = \sqrt{\frac{S_{ок} k_3 q S_{охл}}{\rho l_{м1}}}, \quad (14)$$

зависит от геометрических размеров катушки, удельного электросопротивления и коэффициента теплоотдачи с поверхности.

Поверхность охлаждения, площадь окна, площадь сечения сердечника, средняя длина витка обмотки для выбранной формы сердечника могут быть выражены через сечение зазора S , и поэтому

$$(Iw)_{пред} = 2k_W S^{3/4}. \quad (15)$$

Значения коэффициента k_W для распространенных геометрических форм магнитопроводов

приведены в таблице (при расчетах предполагается использование системы СИ).

С учетом (15) и (11) энергия в дросселе

$$W_m = k_W k_a \sqrt{v} B_m S^{7/4}. \quad (16)$$

Решая это равенство относительно S , найдем

$$S = k_{SW} \left(\frac{W_m}{k_a \sqrt{v} B_m} \right)^{4/7}. \quad (17)$$

Значения коэффициента k_{SW} также приведены в таблице.

Это первая основная формула для определения сечения магнитопровода проектируемого дросселя, затем могут быть определены остальные размеры, например, $a = \sqrt{S}$ при квадратной или $a = \sqrt{S/2}$ при прямоугольной форме сечения магнитопровода ($a \times 2a$), высота окна $h = 4a$, и т.д.

Однако, если производить расчет дросселя только по энергии, то может оказаться, что у обмотки будет очень большое сопротивление R , которое приведет к недопустимо большим потерям P , т.е. к низкому КПД цепи, или недопустимо низкой постоянной времени $\tau = L/R$ или добротности цепи $Q = \omega\tau$.

Для определения конструктивных размеров дросселя через постоянную времени τ можно получить формулы, учитывающие и неучитывающие ограничения по индукции, предельной МДС, энергии дросселя. [Например, отношение (8) к (12) дает уравнение, в которое входят только конструктивные параметры]. Соотношения, неудобные для практического применения, не приводятся.

Одновременное задание энергии дросселя и мощности потерь так же эквивалентно заданию его собственной постоянной времени.

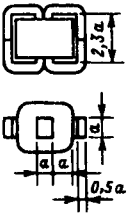
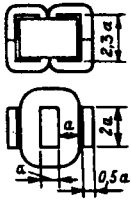
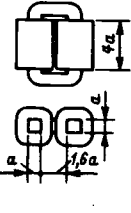
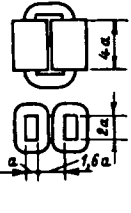
$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{LI_m^2}{2} \frac{2}{RI_m^2} = \frac{2W_m}{RI^2 k_a v} = \frac{2W_m}{Pk_a v}. \quad (18)$$

Выразив P через МДС (Iw) (13) и МДС через энергию (11), найдем

$$\tau = \frac{2W_m}{(Iw)^2 k_a^2 v} \frac{S_{ок} k_3}{\rho l_{м1}} = \frac{B_m^2}{W_m} \frac{SS_{ок} k_3}{2\rho l_{м1}}. \quad (19)$$

Из первой части этого равенства следует, что увеличение МДС обмотки до предельных значений приводит к снижению постоянной времени дросселя, снижению его качества. Одновременное выполнение требований по запасу необходимой энергии и ограничению мощности потерь или получению заданной постоянной времени приводит к необходимости выбора режима работы дросселя при допредельной МДС катушки.

Решая уравнение (19) относительно S , получим вторую формулу для определения площади сечения магнитопровода:

Вид катушки	Сечение зазора S	Значения коэффициентов									
		$k_W \times 10^5$	$k_{SW} \times 10^{-4}$	$k_{Sr} \times 10^{-3}$	$k_l \times 10^{-2}$	$k_\Delta \times 10^5$	$k_{M.M} \times 10^4$	$k_{M.C} \times 10^4$	$k_{M.D} \times 10^4$	k_{MW}	k_{MT}
	a^2	2,12	8,9	2,3	6,7	4,23	6,6	6,1	14,7	3,9	16,2
	$2a^2$	1,27	12,1	2,9	5,4	4,14	3,0	4,4	8,5	3,6	13,3
	a^2	5,9	5,04	1,5	10,0	4,11	16,6	10,6	31,0	3,5	18,8
	$2a^2$	3,4	6,9	1,9	8,5	4,0	7,7	7,5	17,5	3,2	14,5

$$S = k_{Sr} \left(\frac{\tau W_m}{B_m^2} \right)^{2/5} = k_{Sr} \left(\frac{2W_m^2}{PB_m k_a v} \right)^{2/5}. \quad (20)$$

Значения коэффициента k_{Sr} приведены в таблице.

Первой частью равенства следует пользоваться в случае задания постоянной времени, второй — при задании мощности потерь.

Из найденных по (17) и (20) двух сечений должно быть выбрано большее и с ним проведены дальнейшие расчеты.

Зазор при условии (7) найдем из (4):

$$l_b = \frac{\mu_0}{B_m} (I_m w) = \frac{\mu_0 k_a \sqrt{v}}{B_m} (I_w). \quad (21)$$

Относительный зазор

$$l_{отн} = \frac{l_b}{l_c} = k_l \frac{k_a \sqrt{v}}{B_m} S^{1/4}. \quad (22)$$

с увеличением размеров дросселя возрастает. Зна-

чения коэффициента k_l приведены в таблице.

Опыт показывает, что при зазоре, равном 10–15% длины средней силовой линии, необходимые параметры дросселя могут быть получены от обмотки и без магнитопровода, однако, магнитопровод часто используют и при таком соотношении параметров, так как в качестве экрана он защищает близлежащую часть пространства и металлоконструкции от воздействия сильного магнитного поля.

Число витков обмотки легко найти из

$$w = \frac{(I_w)}{I} = \frac{k_a \sqrt{v}}{I_m} (I_w). \quad (23)$$

При предельной МДС может быть оценена максимально допустимая плотность тока в проводе намотки:

$$J = \frac{I}{S_{m1}} = \frac{(I_w)_{пред}}{S_{ок} k_3} = \sqrt{\frac{q S_{ок1}}{\rho l_{M1} S_{ок} k_3}} = \frac{k_\Delta}{\sqrt{a}}. \quad (24)$$

Значения коэффициента k_Δ также приведены в таблице.

В качестве аргумента в формуле (24) выбрана длина короткой стороны сечения сердечника a . При таком выборе аргумента коэффициент оказывается практически одинаковым при всех конфигурациях сердечников $k_\Delta = 4,1 \cdot 10^{-5}$.

При необходимости сопротивления обмотки постоянному току R может быть найдено из (12).

С учетом найденных соотношений могут быть определены объемы меди обмотки и стали сердечника

$$V_M = S_{ок} l_{M1} k_3; \quad V_c = S l_c k_c. \quad (25)$$

С учетом плотности меди и стали и массы конструктивных элементов масса этих частей и общая масса дросселя (кг) равны:

$$m_M = k_{M.M} S^{3/2}; \quad m_c = k_{M.C} S^{3/2}; \quad m_{д1} = k_{M.д} S^{3/2}. \quad (26)$$

Значения коэффициентов $k_{M.M}$, $k_{M.C}$, $k_{M.д}$ приведены в таблице.

Теперь может быть найден закон увеличения объема и массы дросселя при увеличении его энергии или энергии и постоянной времени:

$$m_{д1} = k_{M.д} \left(\frac{W_m}{k_a \sqrt{\nu} B_m} \right)^{6/4}; \quad m_{д2} = k_{M.т} \left(\frac{\tau W_m}{B_m^2} \right)^{3/5}. \quad (27)$$

Значения коэффициентов $k_{M.W}$ и $k_{M.т}$ приведены в таблице.

Из рассмотрения этих коэффициентов видно, что для запаса энергии предпочтительным является стержневая дроссель с прямоугольным сечением магнитопровода, а для получения заданной постоянной времени — броневой.

При этом удельная энергия дросселя, предназначенного для запаса энергии,

$$W_{уд} = \frac{W_m}{m} = \frac{W_m}{k_{M.W} W^{6/7}} = \frac{W^{1/7}}{k_{M.W}} \quad (28)$$

с ростом энергии дросселя медленно (степень $1/7$) возрастает. Например, при энергии 10 Дж удельная энергия составляет 0,4 Дж/кг, а при 1000 Дж — 0,74 Дж/кг.

Обработка статистических данных по множеству дросселей, выпускаемых нашей промышленностью, показала эту зависимость и послужила поводом для исследований, изложенных в статье.

Порядок применения формул для инженерных расчетов проиллюстрируем на примерах.

Пример 1. Требуется спроектировать дроссель с индуктивностью 3 Гн, со средним током 32 А, с пульсациями $\pm 10\%$ (рисунок, а), сопротивление обмотки не должно превышать 10 Ом при максимальном значении индукции $B_m = 1,2$ Тл.

Предварительно определяем:

максимальное значение тока $I_m = 32 \cdot 1,1 = 35$ А при небольшой глубине пульсаций действующий ток практически равен среднему $I = 32$ А; максимальное значение энергии

$$W_m = \frac{LI_m^2}{2} = 1850 \text{ Дж};$$

$$\text{постоянную времени } \tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ с.}$$

Выбираем дроссель с магнитопроводом стержневого типа с квадратным (круглым) сечением по (17)

$$S = 5,04 \cdot 10^{-4} \left(\frac{1850}{1,1 \cdot 1 \cdot 1,2} \right)^{4/7} = 3,17 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Определяем размер этого же сечения с учетом требований к постоянной времени по (20)

$$S = 1,5 \cdot 10^{-3} \left[\frac{0,3 \cdot 1850}{(1,2)^2} \right]^{2/5} = 1,62 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Для накопления энергии требуется дроссель больших размеров, чем дроссель, обеспечивающий получение произведения заданных значений постоянной времени энергии.

По выбранному сечению могут быть определены остальные размеры дросселя (см. таблицу). Например, $a = \sqrt{S} = 0,178$ м; высота окна $h = 4a = 0,71$ м; ширина окна $1,6a = 0,284$ м; площадь окна $S_{ок} = 0,2$ м² и так далее.

Рабочую МДС обмотки найдем из (11):

$$(Iw) = \frac{2W_m}{SBk_a \sqrt{\nu}} = \frac{2 \cdot 1850}{3,17 \cdot 10^{-2} \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 1} = 88,4 \text{ кА};$$

при расчете дросселя по энергии она совпадает с предельной:

$$(Iw)_{пред} = 2k_W S^{3/4} = 2 \cdot 5,9 \cdot 10^5 (3,17 \cdot 10^{-2})^{3/4} = 88,6 \text{ кА}.$$

Воздушный зазор найдем по (21)

$$l = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,1 \cdot 1}{1,2} \cdot 88,4 \cdot 10^3 = 0,102 \text{ м}.$$

Зазор, сопоставимый с размерами сечения магнитопровода, должен быть выполнен в виде нескольких отдельных промежутков.

Число витков обмотки по (23)

$$w = \frac{(Iw)}{I} = \frac{88,4 \cdot 10^3}{32} = 2762.$$

Для проверки правильности расчета найдем индуктивность дросселя по (8):

$$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} (2762)^2 \cdot 3,17 \cdot 10^{-2}}{0,102} = 3,0 \text{ Гн}.$$

Сечение провода

$$S_{M1} = \frac{S_{ок} k_3}{w} = \frac{0,2 \cdot 0,45}{2762} = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 32 \text{ мм}^2.$$

Плотность тока

$$J = \frac{k_{\Delta}}{\sqrt{a}} = \frac{4,1 \cdot 10^5}{\sqrt{0,178}} = 0,97 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2.$$

Для оценки размеров дросселя найдем его массу:

$$m_{д1} = k_{м.д} S^{3/2} = 31 \cdot 10^4 (3,17 \cdot 10^{-2})^{3/2} = 1750 \text{ кг}.$$

Такую же индуктивность и рабочий ток имеет серийно выпускаемый нашей промышленностью реактор ЕРОС-1000/10. Его масса 1500 кг. В этом реакторе для улучшения охлаждения обмотка секционирована.

Пример 2. Требуется рассчитать дроссель с индуктивностью 1 Гн при амплитуде полусинусоидального ($k_a = \sqrt{2}$) тока 1,6 А при скважности 1,3 (рисунк, в), мощность потерь в обмотке не должна превышать 10 Вт. Максимальное значение индукции $B_m = 1$ Тл.

Очевидно, что при $k_a = \sqrt{2}$ и $\nu = 1$ получим дроссель для работы в цепи синусоидального тока.

Энергия дросселя

$$W_m = \frac{L I_m^2}{2} = \frac{1 \cdot (1,6)^2}{2} = 1,28 \text{ Дж}.$$

Выбираем броневой магнитопровод с квадратным сечением стержня.

Определяем сечение сердечника сначала без учета требований к постоянной времени или потерь мощности по (17):

$$S = 8,9 \cdot 10^{-4} \left(\frac{1,28}{\sqrt{2} \cdot 1,3 \cdot 1} \right)^{4/7} = 7,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 7,8 \text{ см}^2.$$

Находим сечение стержня с учетом требований по потерям:

$$S = 2,3 \cdot 10^3 \left(\frac{2 \cdot (1,28)^2}{10 \cdot 1,2 \cdot 2 \cdot 1,3} \right)^{2/5} = 1,004 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Видим, что для обеспечения требований по теплоотдаче необходим магнитопровод с большим сечением. Выбираем стандартный магнитопровод ШЛ-32×32 с геометрическим сечением $10,2 \text{ см}^2$, активным — $9,8 \text{ см}^2$.

Рабочую МДС обмотки находим из (11):

$$(Iw) = \frac{2 \cdot 1,28}{10,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} \cdot 1} = 1775 \text{ А}.$$

Обмотка такого магнитопровода могла бы развивать предельную МДС

$$(Iw)_{\text{пред}} = 2k_w S^{3/4} = 2 \cdot 2,19 \cdot 10^5 \times \\ \times (10,2 \cdot 10^{-4})^{3/4} = 2500 \text{ А}.$$

При исходных данных этого примера предельные возможности обмотки не могут быть реализованы. Можно показать, что провод будет недоиспользован по плотности тока, но снижать сечение провода нельзя, так как это приведет к снижению добротности дросселя. Расчеты могут быть продолжены аналогично примеру 1.

Например, масса магнитопровода дросселя составит по (26)

$$m_c = k_{м.с} S^{3/2} = 6,1 \cdot 10^4 (10,2 \cdot 10^{-4})^{3/2} = 1,99 \text{ кг}.$$

Пример 3. Требуется оценить массу дросселя с постоянной времени 0,1 с для запаса энергии 1 Дж при максимальном значении индукции в зазоре 1,2 Тл. По (27) получим:

$$m_{д2} = k_{мг} \left(\frac{\tau W_m}{B_m^2} \right)^{3/5} = 13,3 \left(\frac{0,1 \cdot 1}{1,2^2} \right)^{3/5} = 2,7 \text{ кг}.$$

Далее могут быть проанализированы другие варианты конструкций, другие соотношения размеров с целью проведения уточнений той или иной оптимизации (по массе, объему, стоимости, введению каналов охлаждения и т.п.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Манькин Э.А. Расчет реакторов со стальным магнитопроводом и зазором. — Электричество, 1959, № 7.
2. Стернин В.Г., Карпенский А.К. Токоограничивающие реакторы. — М.: Энергия, 1965.
3. Карасев В.В., Кубарев Л.П., Лейтес Л.В. Обобщенный аналитический метод оптимизации и оценки параметров реакторов. — Электротехника, 1977, № 4.
4. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов, реакторов. — М.: Энергия, 1981.
5. Бабин С.В., Карасев В.В., Филиппов Ф.Е. Характеристики магнитопроводов трансформаторов тока при одновременном воздействии постоянного и переменного магнитного поля — Электротехническая промышленность, 1981, вып. 6.

Автор: Черкашин Юрий Семенович окончил факультет электровакуумной техники Московского энергетического института в 1956 г. В 1964 г. защитил кандидатскую диссертацию по вопросам мощной импульсной радиотехники в Радиотехническом институте (РТИ). Старший научный сотрудник РТИ.

Микропроцессорное управление автономными инверторами напряжения с ШИМ

ЧАПЛЫГИН Е.Е.

Показана возможность создания системы управления трехфазным инвертором с ШИМ по синусоидальному закону при использовании простых восьмиразрядных микропроцессоров при малых аппаратных затратах. Предложен зонный способ регулирования выходного напряжения, позволяющий достичь изменения напряжения и частоты в 128 раз при хорошем качестве выходного сигнала. Предложен принцип связанного управления, исключающий искажения в переходных режимах и позволяющий изменять отношение напряжения к частоте не менее чем в 4 раза.

Постановка задачи. Среди различных способов формирования выходного напряжения в автономных инверторах напряжения (АИН) одним из наиболее распространенных является широтно-импульсная модуляция (ШИМ). Совершенствование полностью управляемых вентилях, улучшение их частотных свойств делает применение ШИМ еще более перспективным. Известным недостатком ШИМ является сложность системы управления, особенно в трехфазных АИН при глубоком регулировании частоты $f_{\text{вых}}$ и выходного напряжения $u_{\text{вых}}$. Поэтому появляется большое число микропроцессорных систем управления АИН с ШИМ. Однако большинство этих устройств использует мультипроцессорные решения и требует больших затрат [1] либо точность и функциональные возможности управления ограничиваются [2]. Сложность аппаратного решения обуславливает высокую стоимость и низкую надежность систем. Целью данной статьи является исследование возможностей построения функционально полных систем управления АИН с ШИМ на базе однопроцессорной системы, использующей простые восьмиразрядные микропроцессоры (МП) или однокристальные микроконтроллеры, например КР580ВМ80А и КМ1816ВЕ48. Исследованы возможные пути сокращения аппаратных затрат.

Наилучший гармонический состав обеспечивает однополярная ШИМ по синусоидальному закону [3], при этом силовая схема АИН состоит из трех однофазных мостов [4] и питает, например, асинхронный двигатель с несвязанными фазами. Частота коммутации ограничена пределами $f_{\text{к min}} \div f_{\text{к max}}$, выходное напряжение $u_{\text{вых}}$ и частота $f_{\text{вых}}$ независимо регулируются не менее чем в 100 раз. Результаты работы могут быть распространены на другие виды ШИМ.

Аппаратное решение контроллера. В силу ограниченного быстродействия МП формирование

The possibility of creating the control system for 3-phased inverter with sinusoidal PWM, that has small hardware and uses common 8-bit microprocessors, is shown in this article. The zone method of amplitude control, that allows to achieve 128-multiple changing of voltage and frequency with good quality of output signal, is suggested. The associative control method, that excludes distortions at transitional modes and allows 4-multiple changing of the ratio of voltage to frequency is suggested.

ШИМ возможно только в виде ШИМ-1, при этом используются интегральные микросхемы (ИМС) программируемых таймеров, например КР580ВИ53. Для каждой фазы АИН на межкоммутационном интервале нужно сформировать следующие временные интервалы:

- 1) длительность межкоммутационного интервала $T_k = 1/f_k$;
- 2) интервал паузы от начала интервала T_k до начала импульса;
- 3) интервал t_{c1} , в течение которого исключается сквозной ток при переходе от паузы к импульсу, интервал определяется частотными свойствами вентилях;
- 4) интервал импульса $t_{и}$;
- 5) интервал t_{c2} , в течение которого исключается сквозной ток при переходе от импульса к паузе.

Интервал T_k един для всех фаз АИН. При односторонней ШИМ по заднему фронту упомянутый интервал паузы отсутствует, либо при ШИМ по переднему фронту он связан зависимостью $t_{и} = T_k - t_{и}$; общим является и один из интервалов t_c . Для снижения аппаратных затрат этот малый интервал может формироваться программным способом. Таким образом, в трехфазном АИН с односторонней ШИМ необходимо 7 каналов таймеров: для формирования T_k , интервалов импульсов трех фаз $t_{иА}, t_{иВ}, t_{иС}$ и интервалов t_c для каждой фазы. На рис. 1 показана схема включения таймеров АИН с ШИМ по заднему фронту импульсов, который наиболее подробно рассматривается в статье. При реализации двухсторонней ШИМ требуются 13 каналов таймеров.

Так как значение t_c постоянно, то таймеры СТ4, СТ6 и СТ8 рис. 1 заполняются от генератора тактовых импульсов ГТИМП и их загрузка осуществляется однократно за время работы устройства. Длительности $T_k, t_{иА}, t_{иВ}$ и $t_{иС}$ зависят

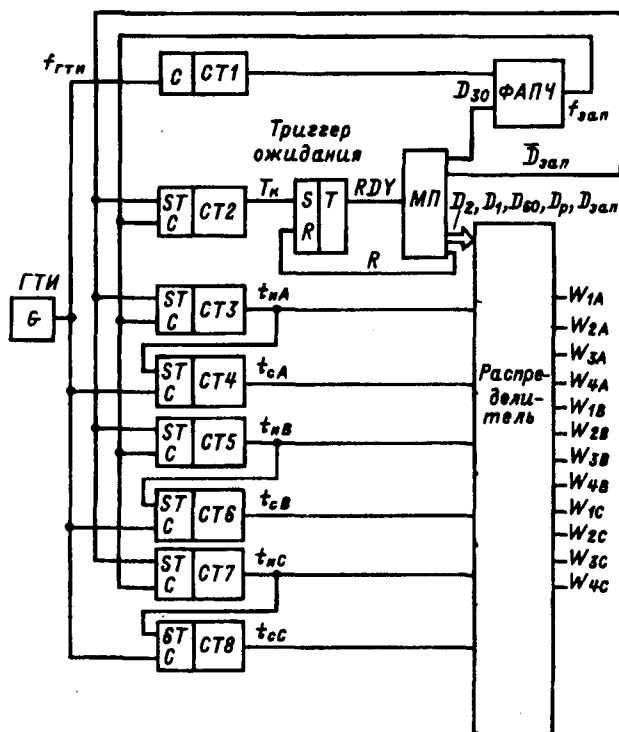


Рис. 1. Структурная схема интерфейса микропроцессорного контроллера

от формируемой выходной частоты и числа импульсов на периоде $f_{\text{вых}}$. $N = f_{\text{к}}/f_{\text{вых}}$, поэтому заполнение этих таймеров осуществляется с частотой

$$f_{\text{зап}} = K_{\text{зап}} N f_{\text{вых}} = K_{\text{зап}} f_{\text{к}}, \quad (1)$$

где $K_{\text{зап}}$ назовем коэффициентом заполнения.

Частоту $f_{\text{зап}}$ формирует умножитель частоты. Запуск указанных таймеров осуществляется МП синхронно импульсам с выхода таймера $T_{\text{к}}$. Умножитель частоты строится на основе замкнутой системы с использованием ИМС фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), например К564ГГ1. На один вход ИМС подаются выходные импульсы делителя частоты СТ1 со стабильной частотой $af_{\text{вых}}$, получаемые путем деления частоты ГТИ на коэффициент $K_{\text{д}} = f_{\text{ГТИ}}/(af_{\text{вых}})$. На второй вход ИМС подают импульсы от МП, синхронизированные импульсами СТ2. В результате работы ИМС частота и фаза импульсов на обоих входах выравниваются.

При создании программного обеспечения МП достаточно просто осуществить формирование импульсов с частотой $f_{\text{вых}}/N_{\text{мин}}$. Для обеспечения качественного гармонического состава $u_{\text{вых}}$ выбирают $N > 10 \div 12$, а для симметрии фаз $u_{\text{вых}}$ АИН N должно быть кратно шести. Поэтому примем $a = N_{\text{мин}} = 12$.

Подаваемый на систему управления задающий

код частоты $K_{\text{ф}}$ преобразуется в коэффициент $K_{\text{д}}$ делителя частоты СТ1:

$$K_{\text{д}} = \frac{f_{\text{ГТИ}}}{12f_{\text{вых}}}. \quad (2)$$

При байтовом формате $K_{\text{ф}}$

$$f_{\text{вых}} = 1/T_{\text{вых}} = f_{\text{вых max}} K_{\text{ф}}/255. \quad (3)$$

Таймер КР580ВИ53 допускает двухбайтовый формат $K_{\text{д}}$, поэтому

$$f_{\text{вых min}} = \frac{f_{\text{ГТИ}}}{12 \cdot 2^{16}}. \quad (4)$$

При $f_{\text{ГТИ}} = 2$ МГц (это предельная частота работы таймера) $f_{\text{вых min}} \approx 2,5$ Гц, а $K_{\text{д}} = 2^{16}/K_{\text{ф}}$. При необходимости работы с более низкими $f_{\text{вых}}$ делитель частоты строится на двух каналах таймера.

Состояние силовых ключей АИН однозначно определяется выходными импульсами таймеров СТ3—СТ8 и номером межкоммутационного интервала на период $f_{\text{вых}}$. Поэтому задача распределения импульсов является комбинационной и ее можно решить с помощью логического устройства, для реализации которого используют ИМС ЦЗУ (рис. 1).

Синхронизация выполнения программы МП с работой таймера $T_{\text{к}}$ при использовании МП КР580ВМ80А наиболее просто осуществляется с помощью перевода МП в режим ожидания: при окончании отрезка программы, выполняемого за интервал $T_{\text{к}}$, процессор выводит сигнал R на RS-триггер ожидания (рис. 1), выход которого связан со входом RDY МП. Сигнал S на тот же триггер подается с таймера СТ2, при этом работа МП возобновляется. При использовании микроконтроллера КМ1816ВЕ48 вместо ожидания производится закидывание на условном переходе по состоянию входов TO или $T1$, которое прекращается при поступлении импульса с СТ2.

Способы регулирования амплитуды $u_{\text{вых}}$ АИН. Для изменения в K_{U} раз амплитуды основной гармоники $U_{\text{вых1}}$ АИН необходимо в K_{U} раз изменить отношение $t_{\text{и}}/T_{\text{к}}$ на каждом межкоммутационном интервале. Длительности $t_{\text{и}}$ формируются таймерами СТ3, СТ5, СТ7 и равны

$$t_{\text{и}} = K_{\text{и}}/f_{\text{зап}}, \quad (5)$$

где $K_{\text{и}}$ — код, загруженный в таймер, причем $K_{\text{и}}$ на полупериоде изменяется по синусоидальному закону, что обеспечивается записью в ЦЗУ микроконтроллера таблицы синусов. Для изменения $t_{\text{и}}$ можно использовать следующие способы:

1. Запись в ЦЗУ множества таблиц синусов с разными амплитудами. Чем точнее задание амплитуды, тем больше емкость таблиц в ЦЗУ,

что в контроллере серии K1816 нереализуемо из-за малой емкости памяти программ.

2. Изменение $t_{и}$ достигается умножением значений, записанных в единственной таблице синусов на подаваемый на вход системы управления сигнал K_U . Для этого необходимы процессоры, имеющие команду умножения с малым временем выполнения.

3. Изменение $t_{и}$ происходит за счет частоты $f_{зап}$. При $K_U \leq 1$

$$f_{зап \min} = f_k K_{и \max},$$

где $K_{и \max}$ — амплитуда синусоиды, записанной в ПЗУ. В то же время частота

$$f_{зап \max} = \frac{f_k K_{и \max}}{K_{U \min}}$$

ограничена частотными свойствами таймеров: $f_{зап \max} \leq 2$ МГц. Если амплитуда регулируется в 100 раз, а $f_{k \max} = 4$ кГц, то $K_{и \max} = 5$. Дискретизация при модуляции $t_{и}$ будет при любом значении K_U весьма грубой и гармонический состав $U_{вых}$ будет неблагоприятным.

Поэтому предложен комбинированный способ регулирования амплитуды, сочетающий второй и третий способы. Изменение ширины импульса осуществляется путем деления $K_{и}$ на $p = 2^{z-1}$, где z — целое положительное число («грубая» регулировка). Такое деление легко реализуемо в любом процессоре сочетанием команд цилиндрического сдвига и маски. Точная регулировка амплитуды производится путем изменения $f_{зап}$ в пределах $f_{зап \max}/2 \leq f_{зап} \leq f_{зап \max}$.

Для улучшения качества гармонического состава $u_{вых}$ при глубоком регулировании амплитуды выбираем $K_{и \max} = 255$, что соответствует однокбайтовому формату данных таблицы синусов. При регулировании амплитуды в 128 раз синусоида минимальной амплитуды имеет четыре уровня. Поскольку такая грубая дискретизация соответствует только малым K_U , когда N велико и велико воздействие на гармонический состав интервалов t_{c1} и t_{c2} , то воздействие дискретизации на гармонический состав $u_{вых}$ АИН значительно благоприятнее, чем в третьем способе.

Так как $f_{зап}$ ограничена, то при $K_{и \max} = 255$ получаем максимальную частоту коммутации $f_{k \max} = 2$ МГц / $2K_{и \max} \approx 3,9$ кГц, что при $N_{\min} = 12$ соответствует $f_{вых \max} = 320$ Гц.

Таким образом, процесс регулирования амплитуды имеет зонный характер [5]. Если амплитуда задается кодом байтового формата $K_A = 255K_U$, то номер зоны z_A зависит от числа старших разрядов K_A , заполненных нулями. Структура подпрограммы, обеспечивающей бы-

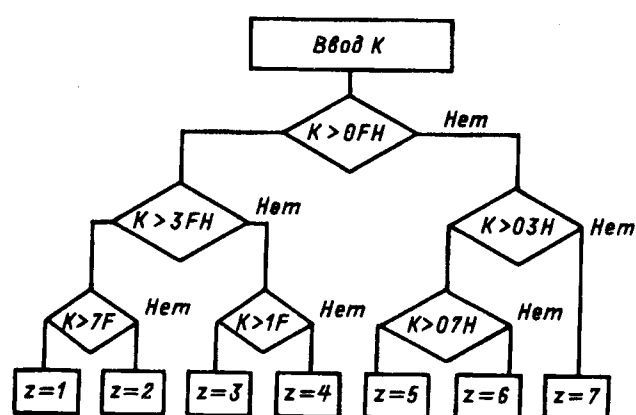


Рис. 2. Структура подпрограммы поиска номера зоны

стрый поиск номера зоны, приведена на рис. 2.

Коэффициент заполнения $K_{зап}$, определяющий работу СТ2 (рис. 1) зависит от величины нормированного кода амплитуды $K_{Ан}$, который является результатом сдвига влево кода K_A до тех пор, пока в старшем разряде не появится единица, число сдвигов равно $z_A - 1$. Итак, при учете (1) получим

$$K_{зап} = 2^{16}/K_{Ан}. \quad (6)$$

Регулирование частоты. При работе АИН с широким диапазоном изменения $f_{вых}$ необходимо поддерживать f_k в определенном диапазоне. Достаточно обеспечить $f_{k \max}/2 \leq f_k \leq f_{k \max}$. Регулирование частоты в таком случае имеет также зонный характер, где номер зоны z_f определяется числом старших разрядов в коде K_f , определяемом по (3), заполненным нулями. Номер зоны z_f также может быть найден по схеме рис. 2. Номер зоны однозначно определяет N .

Частота коммутации прямо пропорциональна $K_{фн}$ — нормированному значению K_f . При изменении z_A и z_f в соответствии с (1) изменяется $f_{зап}$: при увеличении z_A вдвое уменьшается $f_{зап}$, а при увеличении z_f $f_{зап}$ вдвое увеличивается. Возможны три способа регулирования амплитуды и частоты:

1. **Независимое управление.** При каждом изменении z_A или z_f происходит переходной процесс в контуре фазовой автоподстройки частоты, длительность которого зависит от постоянной времени фильтра в схеме фазовой автоподстройки (на рис. 1 не показан) и может быть снижена до 0,5—1 периода $f_{вых}$. Во время переходного процесса искажается форма $u_{вых}$, модулируется величина $f_{вых}$.

2. **Жесткое управление,** при котором $K_A = K_f$ и $z_A = z_f$. Одновременная смена зон приводит к поддержанию в соответствии с (1)

$$f_{зап} = K_{зап \max} f_{k \min} = \text{const}. \quad (7)$$

Нежелательный переходный процесс исключается, но резко ограничиваются функциональные возможности регулирования.

3. *Связанное управление.* При этом для регулирования амплитуды и частоты используется единая зона, определяемая кодом K_f , т.е. $z=z_f$. Диапазон изменения f_k остается прежним. Однако если $K_A > K_f$, то при формировании $K_{АН}$ код имеет единицу в триггере переноса МП, а при $K_A < K_f$ — нуль в старшем разряде. Емкость таблицы $K_{зап} = f(K_{АН})$ изменяется на $-50 \div +100\%$. Предел расширения сверху связан со сложностью программой реализации, нижний предел обусловлен частотными свойствами таймеров. Частота $f_{зап}$ при этом

$$f_{зап} = 2^8 \frac{K_{фн}}{K_{АН}} f_{k \max} \quad (8)$$

При связанном управлении при смене зоны скачка $f_{зап}$ не происходит.

Нетрудно видеть, что жесткое управление является частным случаем как независимого управления, так и связанного управления. В работе далее рассматривается связанное управление, в котором изменение кода амплитуды ограничено пределами, показанными в логарифмическом масштабе на рис. 3. Подобные ограничения приемлемы для большинства потребителей в области электропривода. При необходимости осуществления независимого управления вносятся небольшие изменения в программу обеспечения МП.

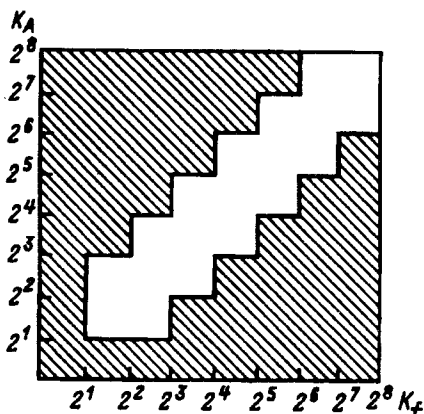


Рис. 3. Соотношение разрешенных значений кодов, задающих частоту и амплитуду, при связанном управлении

При работе АИН на периоде формируется $N/2$ импульсов $u_{вых}$. В ПЗУ записываются значения синусоиды для ряда углов. Для ускорения чтения таблицы можно записать в ПЗУ синусоиды для всех трех фаз АИН, записав для каждой фазы 48 значений синусоиды, что является качественной аппроксимацией [6]. Эти значения соответствуют 48 тактам на полупериоде $f_{вых}$ с номерами $N_T = 48, 47, 46, \dots, 1$. При $N_T \leq 48$ номера тактов изменяются по закону

$$N_{T,i+1} = N_{T,i} - S, \quad (9)$$

где S — величина шага, зависящая от номера зоны, $N_{T \max} = 48$.

Таким путем можно изменять частоту $f_{вых}$ в пределах $f_{вых \max}/16 - f_{вых \max}$. При $f_{вых} < f_{вых \max}/16$ могут быть 2, 4 либо 8 раз повторены одинаковые длительности импульсов, что практически не ухудшит гармонический состав $u_{вых}$. Для этого вводится система подтактов $N_{п}$ от $N_{п \max}$ до 1. В табл. 1 приведены значения $S, N_{п \max}, f_{вых}/f_{вых \max}$ и p в зависимости от номера зоны z .

Таблица 1

z	S	$N_{п \max}$	$f_{вых}/f_{вых \max}$	p
1	8	1	1/2—1	1
2	4	1	1/4—1/2	2
3	2	1	1/8—1/4	4
4	1	1	1/16—1/8	8
5	1	2	1/32—1/16	16
6	1	4	1/64—1/32	32
7	1	8	1/128—1/64	64

Программное обеспечение. В зависимости от выбранного типа МП программное обеспечение имеет небольшие особенности. Рассмотрим вначале построение программы для МП KP580BM80A. Стремление к аппаратному упрощению ведет к отказу от ОЗУ, оперативная память ограничена только регистрами общего назначения (РОН), использование стека невозможно. Из-за ограниченного быстродействия МП построение единой программы для работы в любой зоне оказалось невозможным, так как время ее выполнения превзошло $T_{k \min} = 1/f_{k \max} \approx 250$ мкс. Поэтому программа состоит из семи идентичных подпрограмм, каждая из которых выбирается только для работы в определенной зоне. Один раз за период $T_{вых}$ вводится из внешнего устройства код, задающий частоту, его анализ позволяет определить зону z и тем самым выбрать одну из подпрограмм.

Для определенности описания примем следующее распределение памяти. Регистры H и L служат для косвенной адресации записанных в ПЗУ таблиц синусов и коэффициентов K_d и $K_{зап}$. В РОН B заносится текущий номер такта N_T , причем два младших разряда для записи не используются (условная дробная часть числа N_T). В РОН E записан текущий подтакт, а в РОН D в четвертом справа разряде записано число D_p ($D_p = 0$ на первой половине периода $T_{вых}$, $D_p = 1$ на второй половине периода). В РОН C хранится номер зоны z .

Начнем рассмотрение программы, соответствующей установившемуся режиму работы. Одна из семи подпрограмм приведена на рис. 4. В блоке 1 в начале каждого полупериода $T_{вых}$ происходит установка $N_T = 48_{10} = 30_H$, где H — символ

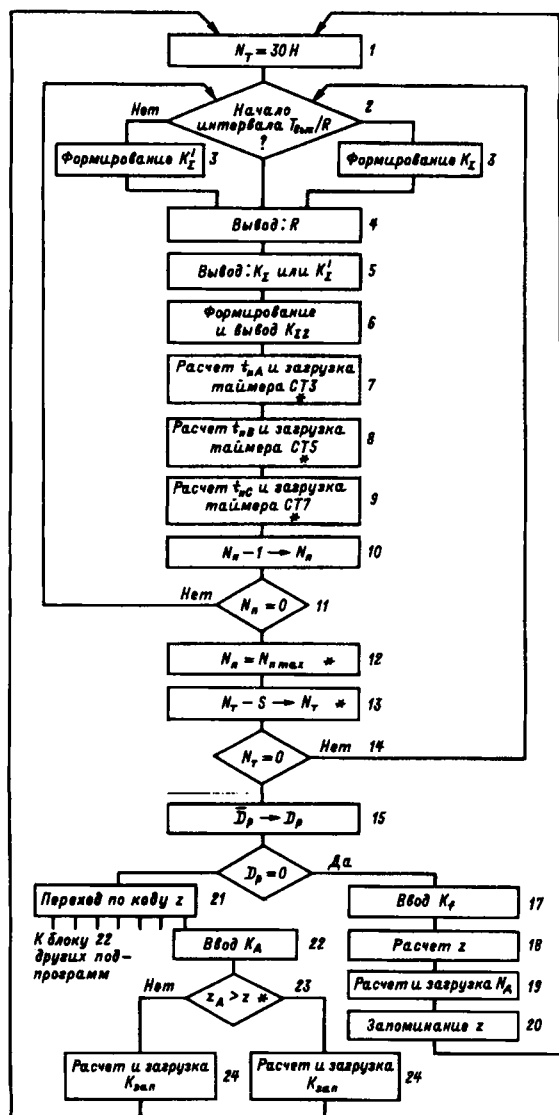


Рис. 4. Структура программы

шестнадцатиричного числа. В блоке 2 происходит анализ чисел, записанных в РОН В и Е: в начале каждого интервала $T_{\text{вых}}/12$ в РОН Е записано $N_{\text{п max}}$, три младших разряда числа N_T — нулевые. В зависимости от результата анализа в блоке 3 формируется код K_{Σ} , разряды которого, начиная со старшего $D_2, D_1, D_{60}, D_{30}, D_p, D_{\text{зап}}$ в начале интервала $T_{\text{вых}}/12$ либо на всех других подтактах и тактах формируется код K'_{Σ} с разрядами $D_2, D_1, 1, 1, D_p, D_{\text{зап}}$. Здесь D_2, D_1, D_{60}, D_{30} — старшие разряды кода K_T ; $D_{\text{зап}}=0$. Код K_{Σ} (или K'_{Σ}) управляет работой интерфейса, однако его вывод должен быть синхронизирован с окончанием интервала T_K . Поэтому в блоке 4 МП подает команду R на триггер ожидания (рис. 1) и переходит в режим ожидания. После возобновления работы в блоке 5 выводится код K_{Σ} (или K'_{Σ}) по адресам, приведенным на рис. 1. Сигналом $D_{\text{зап}}$, поданным через элемент НЕ, запускаются

СТ2, СТ3, СТ5, СТ7,

разряды

$D_2, D_1, D_{60}, D_p, D_{\text{зап}}$ подаются на распределитель (см. ниже), разряд D_{30} подается на вход ИМС фазовой автоподстройки частоты.

В блоке 6 по тем же адресам выдается код $K_{\Sigma 2}$ с разрядами $D_2, D_1, 1, 1, D_p, D_{\text{зап}}$, где $D_{\text{зап}}=1$. Таким образом, в начале первого подтакта интервала $T_{\text{вых}}/6$ формируется короткий импульс D_{60} , а в начале интервала $T_{\text{вых}}/12$ — импульс D_{30} , активные уровни D_{60} и D_{30} — нулевые. В начале каждого подтакта формируется короткий импульс $D_{\text{зап}}$ с нулевым активным уровнем. Длительность всех указанных импульсов равна t_c (минимальная длительность при $f_{\text{ГТИ}}=2$ МГц равна 7 мкс).

В блоках 7, 8, 9 извлекаются из таблицы синусов, записанной в ПЗУ, значения синуса, соответствующие N_T , эти значения делятся на $p=2^{z-1}$, где z — номер зоны (для деления применяются циклический сдвиг и маска), и загружаются в таймеры, формирующие $t_{нА}, t_{нВ}, t_{нС}$ для реализации задержек на следующем межкоммутационном интервале. Для ускорения выполнения программы в таблице синусов в соседних ячейках расположены синусы для трех фаз, так что младший байт адреса таблицы синусов имеет шесть старших разрядов, совпадающих с содержанием РОН В, а два младших разряда равны 00 для фазы А, 01 для фазы В и 10 для фазы С. Числа S и $N_{\text{п max}}$ (табл. 1) даны в программе с помощью непосредственной адресации, причем в числе S два младших разряда не используются для записи.

В блоках 10–13 осуществляется циклическое изменение номеров тактов и подтактов. Конец каждого полупериода фиксируется в блоке 14, а в блоке 15 код D_p заменяется на противоположный (номер полупериода).

Блоки 17–26 программы связаны со вводом и обработкой входных кодов K_f и K_A , задающих частоту и амплитуду напряжения АИН. Поскольку эти операции не удастся разместить в течение одного межкоммутационного интервала, эта часть программы разбита на два полупериода. В начале периода $T_{\text{вых}}$ вводят код K_f (блок 17), находят в ПЗУ значение K_d (два байта) и загружают их в СТ1 (рис. 1) (блок 18), по схеме рис. 2 находят z (блок 19) и запоминают это число в РОН D.

Через полупериода в зависимости от z происходит выбор подпрограммы; если z не меняется, то продолжается выполнение той же подпрограммы. Вводится код, задающий амплитуду K_A (блок 22), анализируется наличие нуля в определенном разряде кода K_A , чтобы выявить режим $z_A > z$ (блок 23), в зависимости от результатов этого анализа вызываются таблицы, в которых записаны значения $K_{\text{зап}}$, и эти значения в блоке 24 загружаются в СТ2.

Последовательное выполнение в течение одного межкоммутационного интервала блоков 22–24,

влияющих на $f_{\text{зап}}$, исключает скачок $f_{\text{зап}}$ при смене зоны. На рис. 4 звездочкой помечены все блоки программы, содержимое которых изменяется в зависимости от z .

При использовании однокристалльного микроконтроллера KM1816BE48 нужно учесть ограниченность объема памяти программ, в которую заносится только таблица синусов емкостью 1/4 килобайт. Задачи нахождения K_d по K_f либо $N_{\text{зап}}$ по K_A являются комбинационными, и их решение возлагается на внешние ПЗУ емкостью 1 килобайт, так что в контроллер вводятся уже величины K_d и $N_{\text{зап}}$ (по два байта). Определение зоны производится по старшему байту кода K_d . Большой объем РОН и наличие стоковой памяти позволяет в значительной степени унифицировать подпрограммы и сократить объем для их записи в памяти программ.

При реализации других видов ШИМ реализуется программа рис. 4, изменяется содержание блоков 7–9, при двухсторонней модуляции вдвое увеличивается число модулируемых параметров. Основные соотношения для реализации блоков 7–9 приведены в табл. 2. Код $K_{\text{и}}$ изменяется по синусоидальному закону и прямо пропорционален K_A .

Таблица 2

Вид ШИМ		$t_{\text{п}}$	$t_{\text{и}}$
Однополярная	Односторонняя по заднему фронту	—	$K_{\text{и}}$
—	Односторонняя по переднему фронту	$K_{\text{зап}} - K_{\text{и}}$	—
—	Двухсторонняя	$\frac{K_{\text{зап}} - K_{\text{и}}}{2}$	$K_{\text{и}}$
Двухполярная	По заднему фронту	$\frac{K_{\text{зап}}}{2} + K_{\text{и}}$	—
—	По переднему фронту	—	$\frac{K_{\text{зап}}}{2} - K_{\text{и}}$

Построение распределителя. Комбинационный распределитель рис. 1 формирует управляющие импульсы на силовые вентили АИН. Обозначим в каждой фазе АИН вентили, переключающиеся с частотой f_k , V_1 и V_2 , а вентили, переключающиеся с частотой $f_{\text{вых}}$, V_3 и V_4 . Нечетные вентили связаны анодами, четные — катодами. На выходе распределителя формируется логический сигнал $W_i = 1$, если должен проводить ток вентиль V_i . Тогда, используя введенные выше обозначения для вентиля фазы A , работа распределителя описывается следующими логическими уравнениями:

$$W_1 = [(\bar{D}_p \bar{D}_1 \bar{D}_2 \vee \bar{D}_p D_1 \bar{D}_2 \vee \bar{D}_p \bar{D}_1 D_2) \vee (D_p \bar{D}_1 \bar{D}_2 \vee D_p D_1 \bar{D}_2 \vee D_p \bar{D}_1 D_2)] D_{\text{зап}} t_{\text{сА}};$$

$$W_2 = [(D_p \bar{D}_1 \bar{D}_2 \vee D_p D_1 \bar{D}_2 \vee D_p \bar{D}_1 D_2) \vee (\bar{D}_p \bar{D}_1 \bar{D}_2 \vee \bar{D}_p D_1 \bar{D}_2 \vee \bar{D}_p \bar{D}_1 D_2) t_{\text{иА}}] D_{\text{зап}} t_{\text{сА}};$$

$$W_3 = D_p \bar{D}_1 \bar{D}_2 D_{60} \vee D_p D_1 \bar{D}_2 \vee D_p \bar{D}_1 D_2;$$

$$W_4 = \bar{D}_p \bar{D}_1 \bar{D}_2 D_{60} \vee \bar{D}_p D_1 \bar{D}_2 \vee \bar{D}_p \bar{D}_1 D_2.$$

Для фаз B и C аналогичные уравнения могут быть получены при циклическом сдвиге кода $D_p D_1 D_2$.

Выводы. 1. Микропроцессорная система управления для трехфазного АИН с ШИМ по синусоидальному закону с независимым регулированием частоты и амплитуды в 2^7 раз может быть реализована на базе восьмиразрядных МП KP580BM80A и однокристалльных микроконтроллеров KM1816BE48.

2. Наиболее компактное решение получаем при односторонней ШИМ.

3. Предложен комбинированный способ регулирования амплитуды первой гармоники выходного напряжения, основанный на зонном принципе, позволяющий осуществить регулирование при сохранении хорошего качества выходного напряжения.

4. Независимое управление частотой и амплитудой связано со скачками частоты заполнения таймеров и может привести к кратковременным искажениям формы кривой $u_{\text{вых}}$ в переходных режимах.

5. Предложенное связанное управление позволяет исключить этот недостаток, если отношение $U_{\text{вых1}}/f_{\text{вых}}$ во всех режимах изменяется не более чем в 4 раза, что в области электропривода приемлемо для большинства потребителей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Design and implementation of a multiprocessor-based digital PWM inverter controller. — IEEE Power Electron. Spec. Conf, 1987.
2. Singlechip microcomputer control of the PWM Inverter / Morimoto Masayuki, Sato Shinji, Sumito Kiyotako, Oshitani Katsumi — IECOM 87 Int. Conf. Ind. Electron. Contr. and Instrum. Cambridge, NY, 1987.
3. Слепцов Н.Н., Дроздов Б.В. Широотно-импульсная модуляция. — М.: Энергия, 1978.
4. Зиновьев Г.С., Попов В.И. Многофазные инверторы напряжения на базе однофазных мостовых схем. — Преобразовательная техника. Новосибирск: НЭТИ, 1977.
5. Чаплыгин Е.Е. Фазовое управление вентилями преобразователями на базе восьмиразрядных микропроцессоров. — Электричество, 1990, № 9.
6. Бизиков В.А., Обухов С.Г., Чаплыгин Е.Е. Управление непосредственными преобразователями частоты. — М.: Энергоатомиздат, 1985.

[01.04.94]

Автор: Чаплыгин Евгений Евгеньевич окончил радиотехнический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1965 г. В 1974 г. в МЭИ защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование непосредственных преобразователей частоты с замкнутым контуром управления». Доцент кафедры промышленной электроники МЭИ.

Анализ и расчет поляризованных магнитных систем методом цепей с учетом потоков рассеяния и сопротивления магнитопровода

ШОФФА В.Н., ЧИЧЕРЮКИН В.Н., ДАВЫДОВ С.В., ХРОМОВ С.В.

Рассмотрены проблемы, связанные с нелинейностью поляризованных магнитных систем. Предложены методики и алгоритм расчета таких систем с учетом указанных проблем. Проведено сравнение расчета и эксперимента.

Наибольшую точность и универсальность при расчете магнитных систем, в том числе и поляризованных, обеспечивают полевые методы расчета. Однако использование этих методов ограничено только решением идеализированных задач или близких к ним. Для решения задач с более сложной геометрией системы в неоднородной среде применяются численные методы.

Трудности реализации таких методов заключаются, во-первых, в длительном времени расчета. При решении трехмерных задач по определению интегральных характеристик, таких как сила, МДС и т. п., и тем более оптимизационных задач, время расчета реальных магнитных систем, например, поляризованных реле, превышает допустимые пределы. Во-вторых, — сложность реализации этих методов. Дело в том, что для решения поставленной задачи требуется знание на высоком уровне полевых численных методов и методов программирования. В результате решение задачи получается очень трудоемким и, следовательно, во многих практических случаях неэффективным, поскольку сроки разработки малы, а допустимые затраты невелики. И наконец, в-третьих, проблемы, связанные с уровнем подготовки пользователей: в настоящее время этот уровень в промышленности часто не позволяет эффективно использовать подобные методики и программы. Кроме того, следует отметить, что одно из главных преимуществ полевых методов расчета — точность (порядка 1% и меньше) — далеко не всегда является необходимой и оправданной при проектировании и оптимизации серийно выпускаемых устройств.

Именно эти причины обусловили неспадающий интерес проектировщиков к расчету магнитных систем методом цепей [1, 2]. При расчете этим методом поляризованных магнитных систем существуют две проблемы, которыми пренебрегают в известных работах [1, 2]. Первая проблема — это нелинейность зависимости потоков в магнитной системе от изменения МДС управления при постоянстве поляризующей МДС (или наоборот) даже при отсутствии в системе

The problems, connected with non-linearity of polarized magnetic systems are discussed. The method and algorithm of calculation of these systems with accounting the mentioned problems are offered. Comparison of calculation and experiment results is given.

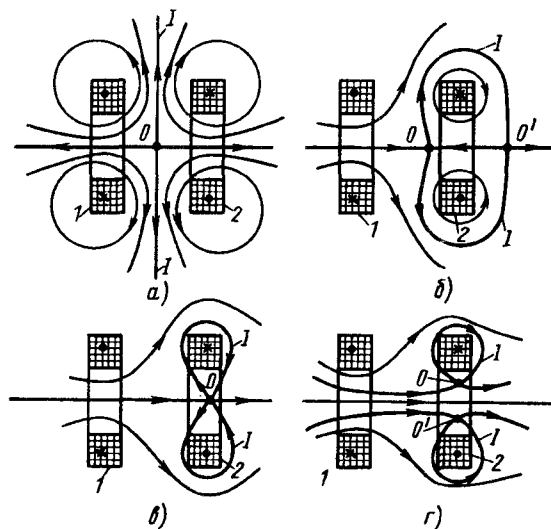


Рис. 1. Картины поля двух одинаковых катушек с током, расположенных соосно, при разных соотношениях МДС в них: а — МДС в катушках равны; б — МДС F_1 в катушке 1 больше МДС в катушке 2; в — МДС F_1 в катушке 1 больше МДС F_2 ; г — МДС F_1 в катушке 1 больше МДС F_2

нелинейных ферромагнитных элементов. Поясним это примером. На рис. 1, а—г показана магнитная система, состоящая из двух соосных одинаковых катушек с током. Катушки включены встречно и питаются каждая от своего источника. Если МДС катушек одинаковы (рис. 1, а), то суммарное магнитное поле симметрично и точка О с нулевым значением индукции (особая точка) и граничная линия (сепаратриса) $I-I$, разделяющая потоки, расположены посередине между катушками 1 и 2. Если же МДС F_1 катушки 1 увеличить, оставив без изменения МДС F_2 катушки 2, то точка О сместится в сторону катушки 2 (рис. 1, б), а сепаратриса I после разветвления в точке О уже не будет уходить в бесконечность, как на рис. 1, а, а вновь сойдется в точке О'. Причем по мере увеличения F_1 точки О и О' будут сближаться до тех пор, пока не сольются в одну точку О (рис. 1, в).

При еще большем увеличении МДС катушки 1 и неизменной F_2 точка О раздваивается (рис. 1, г), что приводит к образованию замк-

нутого пространства с потоком от катушки 2 (внутри сепаратрисы 1) и трубки потока от катушки 1, проходящей внутри катушки 2 (по всей длине центральной оси системы направление потока одинаково).

Анализ рассмотренной магнитной системы показывает нелинейную зависимость потока Φ_1 , связанного только с витками катушки 1, и потока Φ_2 , связанного только с витками катушки 2, от МДС F_1 катушки 1. Действительно, из рис. 1,а видно, что при равных МДС потоки, создаваемые катушками, одинаковы. При увеличении только МДС F_1 (рис. 1,б—г) поток Φ_1 растет по двум причинам: во-первых, из-за роста МДС, во-вторых, из-за перераспределения в пространстве линий магнитной индукции (изменение их конфигурации и соотношения объемов, по которым протекают потоки). Это значит, что магнитные проводимости в такой магнитной системе непостоянны при неизменной F_1 , т.е. зависимости $\Phi_1 = f_1(F_1)$ и $\Phi_2 = f_2(F_1)$ нелинейны при $F_2 = \text{const}$.

На рис. 2 в качестве примера показаны экспериментальные зависимости $\Phi_1 = f(F_1)$ при разных значениях F_2 .

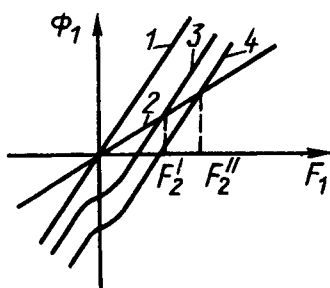


Рис. 2. Графики зависимости магнитного потока Φ_1 от МДС F_1 в катушке 1 при разных соотношениях МДС в обеих катушках: 1 — $F_2 = 0$; 2 — $F_2 = F_1$; 3 — $F_2 = F_2'$; 4 — $F_2 = F_2''$ ($F_2' < F_2''$)

Вторая из рассматриваемых проблем, возникающих при использовании метода цепей, связана с тем, что при анализе поляризованных систем часто пренебрегают потоками рассеяния и ограничиваются лишь потоками, проходящими через области рабочих зазоров [1]. Это обосновывается тем, что длина линий индукции потоков рассеяния велика, или тем, что объем, занимаемый потоком рассеяния, мал. Однако следует учитывать, что нередко потоки рассеяния с большой длиной линий индукции занимают большой объем, а потоки рассеяния с малым занимаемым объемом имеют малую длину линий индукции. Поэтому в ряде случаев такие потоки рассеяния составляют существенную часть общего потока магнитной системы [2], и пренебрежение ими приводит к существенной погрешности расчетов.

В случае необходимости учета потоков рассеяния анализ магнитного поля и составление

схемы замещения поляризованных магнитных систем значительно усложняются. Дело в том, что в известных работах по анализу и расчету магнитной системы составляется ее схема замещения, которая представляет собой цепь, состоящую из магнитных сопротивлений путей потока и по крайней мере двух источников МДС (постоянного магнита и обмотки управления). В этом случае имеется в виду, что обе составляющие магнитного потока в системе (и от постоянного магнита, и от обмотки) проходят по одним и тем же сопротивлениям. Более глубокий анализ магнитного поля поляризованных систем, основанный на построении картин магнитного поля [3], показывает, что составление одной, общей схемы замещения и для постоянного магнита, и для обмотки оправдано далеко не всегда.

Рассмотрим сказанное более подробно. Например, на рис. 3,а показана картина поля для по-

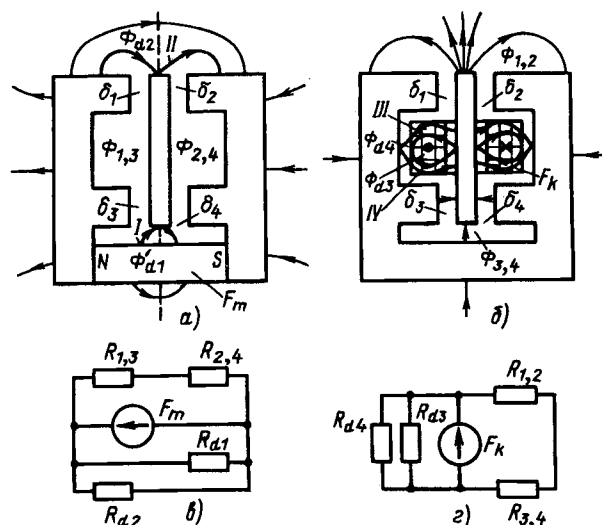


Рис. 3. К расчету мостовой поляризованной магнитной системы: а — картина поля при отключенной катушке управления; б — картина поля при размагниченном постоянном магните; в — схема замещения для магнитной системы с отключенной катушкой управления (см. рис. 2,а); г — схема замещения для магнитной системы с размагниченным постоянным магнитом (см. рис. 2,б)

ляризованной магнитной системы мостового типа в случае, когда ток в катушке управления отсутствует (только один источник МДС F_m — постоянный магнит). Магнитное поле имеет две сепаратрисы I и II. Поток рассеяния постоянного магнита Φ_{d1} ограничен сепаратрисой I. Поток $\Phi_{1,3}$, ограниченный снизу сепаратрисой I, а сверху сепаратрисой II — рабочий поток. Он последовательно проходит воздушные зазоры $\delta_1 + \delta_3$ и $\delta_2 + \delta_4$. Поток Φ_{d2} — также поток рассеяния постоянного магнита. Область этого потока изнутри ограничена сепаратрисой II, а снаружи не ограничена. В соответствии с рассмотренной картиной поля составлена схема замещения (рис. 3,в) без учета магнитного сопротивления магнитопро-

вода.

На рис. 3,б показана эта же магнитная система для случая включенной катушки управления, имеющей МДС F_k и при отсутствии МДС у постоянного магнита (заменен на деталь из магнитомягкого материала эквивалентных размеров). Магнитное поле такой системы содержит два потока рассеяния: первый — Φ_{d3} , ограниченный сепаратрисой III, и второй — Φ_{d4} , проходящий между сепаратрисами III и IV.

Рабочий магнитный поток $\Phi_{1,2}$ проходит от верхней части якоря через зазоры δ_1 и δ_2 (параллельно) в магнитопровод. Далее этот же поток, обозначенный как $\Phi_{3,4}$ проходит через зазоры δ_3 и δ_4 (тоже параллельно) в нижнюю часть якоря. Поток $\Phi_{3,4}$ ограничен внутренней поверхностью магнитопровода и сепаратрисой IV. Поток $\Phi_{1,2}$ снаружи не ограничен. В соответствии с картиной поля (рис. 3,б) построена схема замещения, представленная на рис. 3,г.

Проведенный анализ поля показывает:

1. Схема замещения для магнитной системы, имеющей только один источник МДС — постоянный магнит, принципиально отличается от схемы, составленной для магнитной системы, имеющей только один источник МДС — катушку (см. рис. 3,в и з).

Границы геометрических магнитных проводимостей рабочий зазоров (а значит и их значения) для разных источников МДС разные. Например, на рис. 3,а видно, что проводимость зазора δ_1 ограничена сепаратрисой II, а область выпучивания потока в этом зазоре зависит от этого зазора. В то время как проводимость этого зазора δ_1 для потока от катушки (рис. 3,б) не ограничена геометрически (при любом зазоре происходит выпучивание потока в бесконечность).

3. Существуют области в пространстве, в которых магнитные потоки от разных источников МДС направлены взаимоперпендикулярно. Например, из рис. 3,а видно, что в верхней части картины поля, построенной для постоянного магнита, над сепаратрисой II поток направлен «горизонтально» и является потоком рассеяния Φ_{d2} . В этом же самом геометрическом месте, но в поле катушки (рис. 3,а) поток направлен «вертикально» и является рабочим потоком $\Phi_{1,2}$.

Все сказанное не учитывается в известных методиках расчета при помощи цепей. Для решения указанных проблем авторы предлагают воспользоваться методом суперпозиции полей, т.е. рассчитывать поля для каждого источника МДС отдельно, а потом их складывать. Это позволит избежать влияния показанной выше нелинейной зависимости потоков от МДС (без учета нелинейности магнитопровода) при рассмотрении си-

стемы в целом, а также избежать проблемы, связанной с составлением одной общей схемы замещения и вычислением при этом магнитных проводимостей с учетом зависимости последних от МДС.

Однако если существует необходимость учета нелинейного сопротивления магнитопровода, то метод суперпозиции напрямую неприменим. В этом случае, не учитывая гистерезис магнитомягкого материала, предлагаем поступить следующим образом.

А. Если параметры магнитной системы заданы и зафиксированы (МДС, геометрия, магнитные характеристики магнитопровода), то магнитные сопротивления всех участков цепи (в том числе и магнитопровода) также имеют вполне конкретные значения. Если предположить, что эти значения известны (измерены, вычислены каким-либо путем), то после фиктивной, гипотетической замены участков магнитопровода на линейные элементы с эквивалентными линейными сопротивлениями получим отдельно для каждого источника МДС линейную систему, и в этом случае можно применить метод суперпозиции.

Б. При определении значений сопротивлений участков магнитопровода руководствуемся следующими соображениями. Каждый источник МДС в магнитной системе создает свою составляющую часть общего потока, проходящего через какой-либо участок магнитопровода и определяющего его сопротивление. Для определения действительного значения сопротивления какого-либо участка магнитопровода необходимо, используя последовательные приближения, выбрать такое значение сопротивления R_m участка магнитопровода, при котором алгебраическая сумма всех составляющих частей потока от каждого источника МДС составляла бы общий поток с таким значением, при котором значение сопротивления данного участка равнялось бы выбранному значению R_m . Именно это значение необходимо использовать в п. А для дальнейшего анализа уже как бы линейной цепи, применяя суперпозицию полей.

В. Вычисление значений магнитных проводимостей воздушных промежутков осуществляется индивидуально для каждого источника МДС в соответствии с построенными картинками поля по известным методикам, например по их геометрическим размерам или эмпирическим формулам и т.п.

Расчет электромагнитных сил осуществляется энергетическим методом. В случае неизменной МДС электромагнитная сила:

$$P_3 = \frac{dW_{\text{ко}}}{dx},$$

где $W_{\text{ко}}$ — коэнергия магнитной системы; x — координата перемещения якоря.

В свою очередь,

$$W_{\text{ко}} = \int_0^{F_0} \psi(F) dF,$$

где $\psi(F)$ — функция потокоцепления в зависимости от МДС F при $x = \text{const}$; F_0 — значение МДС источника (катушки или магнита).

Причем общая коэнергия системы состоит из суммы отдельных коэнергий всех источников МДС.

Для определения потокоцепления $\psi(F)$ обратимся к схемам замещения магнитной системы, составленным для каждого источника МДС в отдельности. Потокоцепление каждого источника МДС определяется не только тем потоком, который создается данным источником МДС, но и теми потоками, которые проходят через ветвь в схеме замещения, содержащую данный источник МДС, и созданные всеми другими источниками МДС. При этом все потоки (и собственный, и взаимные от других источников МДС) необходимо складывать алгебраически.

В заключение несколько слов о точности расчета по изложенной методике и ее области применения. Точность расчетов магнитных систем с использованием известных цепных методов обычно составляет 10–20% [4], в некоторых случаях (для простых магнитных систем) — выше. Однако существуют магнитные системы, в которых потоки рассеяния составляют значительную часть от общего потока (длинные постоянные магниты, большие объемы катушек, наличие дополнительных катушек для дублирования, насыщающийся магнитопровод и т. п.). В этих случаях использование известных методик приводит к увеличению погрешности, а в некоторых случаях может привести к принципиально неверным результатам. Предложенная методика позволяет устранить эти недостатки.

По этой методике, разработанным алгоритму и программе авторами был проведен расчет, а также выполнено экспериментальное исследование и сравнение полученных результатов для сложной поляризованной магнитной системы, приведенной на рис. 4. Магнитная система одностабильная и асимметричная. Она состоит из постоянного магнита 3, Г-образного полюса 2 с отверстием под полюс 4, сердечника 6 с катушкой 5, Г-образного полюса 7 и якоря 1. При расчете по изложенной методике учитывались кривая намагничивания материала постоянных магнитов и кривая намагничивания материала магнито-

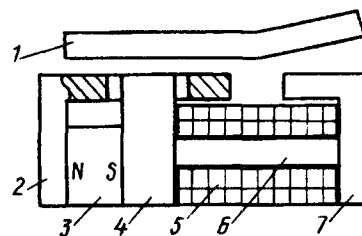


Рис. 4. Поляризованная магнитная система, выбранная для исследований

провода (без учета гистерезиса) на 13 участках магнитной цепи. Отличие расчетных и экспериментальных данных электромагнитного момента составило от 5 до 20%. Время расчета на ПЭВМ IBM PC/XT магнитных потоков и момента для одного положения якоря и одного значения МДС управления составило всего 1 мин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляризованные электромагниты с уравновешенным якорем / Б.Ф.Ивакин, А.В.Гордон, В.З.Ройзен, К.В.Костицина. Сер. ТПС, 1980, вып. 5(50).
2. Ивакин Б.Ф., Ройзен А.В., Савкин В.Г. Особенности расчета поляризованных магнитных систем с удлиненным якорем и рабочими зазорами на противоположных концах якоря. — Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС, 1970, вып. 4.
3. Шоффа В.Н. Анализ полей магнитных систем электрических аппаратов. — М.: Изд-во МЭИ, 1990.
4. Постоянные магниты: Справочник / Под ред. Ю.М.Пятна. — М.: Энергия, 1980.

[26.04.93]

Авторы: Шоффа Вадим Николаевич окончил в 1960 г. электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ). В 1983 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Создание теории электрических аппаратов с магнитоуправляемыми контактами». Главный научный сотрудник, профессор кафедры электрических и электронных аппаратов МЭИ.

Чичерюкин Виктор Николаевич, окончил в 1977 г. электромеханический факультет МЭИ. В 1984 г. защитил кандидатскую диссертацию в МЭИ по теме «Разработка принципа построения и расчет многофункциональных магнитных приводов командоаппаратов на базе плунжерных магнитоуправляемых контактов». Старший научный сотрудник кафедры электрических и электронных аппаратов МЭИ.

Хромов Сергей Валентинович окончил в 1984 г. электромеханический факультет МЭИ. Научный сотрудник кафедры электрических и электронных аппаратов МЭИ.

Давыдов Сергей Владимирович окончил в 1979 г. электромеханический факультет МЭИ. Научный сотрудник кафедры электрических и электронных аппаратов МЭИ.

Некоторые вопросы расчета квазистатического электрического поля

КОЛЛИ Я.Н.

Квазистатическое электрическое поле — электрическое поле, изменяющееся во времени и распределенное в пространстве согласно решению уравнения Лапласа. Условие на границе раздела сред: непрерывность нормальных составляющих плотности полного тока. Рассмотрены два примера возникновения поля в двух диэлектриках с потерями, разделенных тонким слоем со свойствами, отличными от свойств окружающих слоев.

Квазистатическое электрическое поле — поле, изменяющееся во времени и распределенное в пространстве согласно решению уравнения Лапласа [1, 2].

Общее выражение напряженности электрического поля в неподвижном теле имеет две составляющие:

$$E = -\text{grad } \varphi - \frac{\partial A}{\partial t}.$$

Если изменения во времени происходят медленно, а градиентная составляющая велика (например, в высоковольтной изоляции), то

$$|\text{grad } \varphi| \gg \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|$$

и можно с большой степенью точности считать $E = -\text{grad } \varphi$

Можно показать, что в обычных условиях сказанное выше справедливо, если постоянная времени процесса (время релаксации) больше миллисекунд или частота синусоидального поля ниже десятков кГц. В однородной среде $\text{div } E = 0$ и поэтому

$$\nabla^2 \varphi = 0.$$

На решение этого уравнения надо наложить граничные условия. Одно граничное условие — равенство тангенциальных составляющих напряженности электрического поля — справедливо всегда. Если поле потенциальное ($E = -\text{grad } \varphi$), то это условие может быть заменено условием равенства скалярных потенциалов. Второе граничное условие в квазистатическом электрическом поле — равенство нормальных составляющих плотностей полного тока:

$$J_{n1} + \frac{\partial D_{n1}}{\partial t} = J_{n2} + \frac{\partial D_{n2}}{\partial t}.$$

Перенесем производные по времени в левую часть равенства, а плотности токов проводимости — в правую и заменим разность производных производной разности D_{ni} :

$$\frac{\partial}{\partial t} (D_{n1} - D_{n2}) = J_{n2} - J_{n1}.$$

Проинтегрируем это выражение от момента включения поля ($t=0$) до текущего момента времени t :

Quazistatic electrical field is an electrical field varying in time and distributed in space according to the solution of Laplace equation. Boundary condition: the normal components of the full current density should be continuous. Two examples concerning the excitation of an electrical field in two dielectrics with losses, separated by a thin film with other properties are discussed.

$$D_{n1} - D_{n2} = \int_0^t (J_{n2} - J_{n1}) dt.$$

Интеграл справа есть плотность поверхностного свободного заряда $q_s(t)$, при $q_s(0)=0$. Таким образом

$$D_{n1} - D_{n2} = q_s(t).$$

Если до момента коммутации поле существовало и на границе присутствовал свободный заряд, то сказанное относится к приращению поверхностной плотности свободного заряда. Иными словами, задача расчета переходного процесса в электрическом поле с ненулевыми начальными условиями может быть сведена к задаче с нулевыми начальными условиями, наподобие того, как это делается в теории электрических цепей [3].

При расчете часто следует учитывать тонкий (по сравнению с другими размерами устройства, изоляции) поверхностный слой, свойства которого могут сильно отличаться от свойств прилегающих к нему диэлектриков из-за поглощения влаги поверхностью, пыли и т.п. [4, 5]. Исходя из малой толщины слоя получим приближенные соотношения, связывающие векторы поля в средах 1 и 2 по обе стороны (рис. 1). Пренебрежем падением потенциала на слое и положим, что потенциалы на обеих границах слоя равны. Положим также, что векторы поля не зависят от координаты, нормальной к границам слоя. Для получения связи между нормальными составляющими векторов поля рассмотрим элементарный объем слоя $dV = H dx dy$ (H — толщина слоя). Поток вектора плотности полного тока через его поверхность равен нулю:

$$\oint J_n dS = 0, \quad (1)$$

где $J_n = J + \frac{dD}{dt}$; J — плотность тока проводимости; $D = \epsilon_0 \epsilon E$ — электрическое смещение; E — напряженность электрического поля.

Из рис. 1 и (1) видно, что

$$\frac{\partial J_{nx}}{\partial x} dx dy H + \frac{\partial J_{ny}}{\partial y} dy dx H + (-J_{n1} + J_{n2}) dx dy = 0.$$

Здесь J_{nx} , J_{ny} — составляющие плотности полного

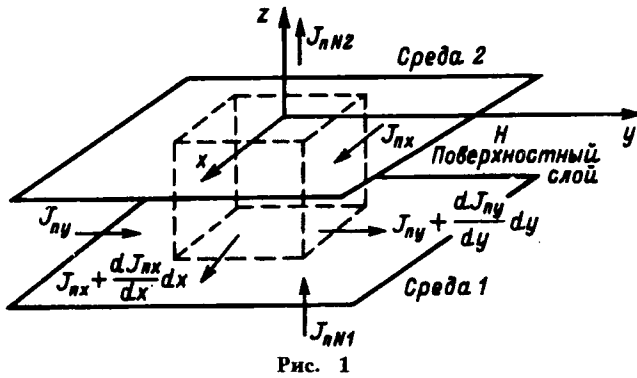


Рис. 1

тока внутри слоя, а J_{nN1} и J_{nN2} — нормальные составляющие плотностей полного тока в средах 1 и 2, равные соответствующим составляющим внутри слоя. После сокращения на $dx dy$ имеем

$$\frac{\partial J_{nx}}{\partial x} H + \frac{\partial J_{ny}}{\partial y} H - J_{nN1} + J_{nN2} = 0. \quad (2)$$

Внутри слоя

$$\text{div } \mathbf{J}_n = \frac{\partial J_{nx}}{\partial x} + \frac{\partial J_{ny}}{\partial y} + \frac{\partial J_{nz}}{\partial z} = 0.$$

Поэтому вместо (2) можно записать

$$J_{nN1} - J_{nN2} + H \frac{\partial J_{nNs}}{\partial n} = 0, \quad (3)$$

где J_{nNs} — нормальная составляющая вектора плотности полного тока внутри слоя.

Уравнения (2) и (3) позволяют учитывать влияние слоя в двух- и трехмерных случаях. В одномерном случае

$$\frac{\partial J_{nNs}}{\partial n} = 0$$

и слой надо учитывать непосредственно, составив для него соответствующие уравнения поля.

Рассмотрим два примера.

Пример 1. Диэлектрический цилиндр в поле оси (рис. 2).

Пусть цилиндр радиусом r_0 с диэлектрической проницаемостью ε_1 и проводимостью σ_1 находится во внешней среде с проницаемостью ε_2 и проводимостью $\sigma_2 = 0$. На расстоянии a от оси цилиндра находится бесконечно тонкий проводник (электрическая ось), на котором в момент времени $t=0$ скачком возникает заряд τ на единицу длины. Цилиндр покрыт поверхностным слоем толщиной H ($H \ll r_0, a$) с диэлектрической проницаемостью ε_s и проводимостью σ_s . Требуется найти распределение электрического поля в пространстве и закон его изменения во времени. Эта задача в электростатическом приближении, при отсутствии поверхностного слоя решена в [6].

Запишем решения для потенциалов в следующем виде:

внутри цилиндра

$$\varphi_1 = \sum_{k=1}^{\infty} d_k r^k \cos k\alpha;$$

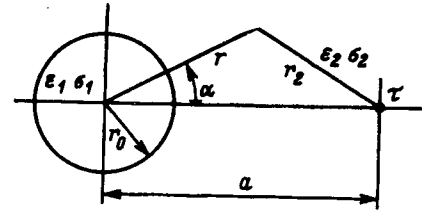


Рис. 2

вне цилиндра

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \ln \frac{a}{r_2} + \sum_{k=1}^{\infty} B_k r^{-k} \cos k\alpha = \\ &= \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^k \frac{\cos k\alpha}{k} + \sum_{k=1}^{\infty} B_k r^{-k} \cos k\alpha. \end{aligned}$$

Постоянные интегрирования по координатам пространства d_k и B_k — функции времени:

$$d_k = d_k(t), \quad B_k = B_k(t).$$

Тангенциальная составляющая поля внутри цилиндра:

$$E_{\alpha 1} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha} = \sum k d_k r^{k-1} \sin k\alpha.$$

Нормальные составляющие:
внутри цилиндра

$$E_{r1} = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = \sum k d_k r^{k-1} \cos k\alpha;$$

вне цилиндра

$$E_{r2} = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^k \frac{\cos k\alpha}{r} + \sum_{k=1}^{\infty} k B_k r^{-(k+1)} \cos k\alpha.$$

В рассматриваемом примере решение [6] соответствует моменту времени $t=0$. Это решение имеет вид:

$$\varphi_1 = \frac{\tau}{\pi\varepsilon_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^k \frac{\cos k\alpha}{k};$$

$$\varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \ln \frac{a}{r_2} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r_0^{2k}}{a^k r^k} \frac{\cos k\alpha}{k}.$$

Или, после представления логарифма в виде ряда:

$$\varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^k \frac{\cos k\alpha}{k} + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r_0^{2k}}{a^k r^k} \frac{\cos k\alpha}{k}.$$

В установившемся режиме при $\sigma_2 = 0$ $\varphi_{1y} = 0$. При этом выражение для φ_{2y} примет вид:

$$\varphi_{2y} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^k \left(1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2k}\right) \frac{\cos k\alpha}{k}.$$

Граничные условия при $r=r_0$:
 $\varphi_1(r_0)=\varphi_2(r_0)$ и уравнение (2), которое в данной задаче принимает вид:

$$\frac{\partial J_{n\alpha}}{r \partial \alpha} H - J_{nN1} + J_{nN2} = 0; \quad (2a)$$

$$J_{n\alpha} = \left(\sigma_s + \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{\partial}{\partial t} \right) k d_k r^{k-1} \sin k\alpha;$$

$$J_{nN1} = \left(\sigma_1 + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \right) k d_k r^{k-1} \cos k\alpha;$$

$$J_{nN2} = k \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{\partial B_k}{\partial t} r^{-(k+1)} \cos k\alpha.$$

Подставляя все J_n в (2a) и приравнявая потенциалы, получаем два уравнения:

$$d_k r_0^k - B_k r_0^{-k} = \frac{\tau}{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_2 k} \left(\frac{r_0}{a} \right)^k;$$

$$\left[H \frac{k}{r_0} \left(\sigma_s + \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{\partial}{\partial t} \right) + \sigma_1 + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \right] d_k + \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{\partial B_k}{\partial t} \frac{1}{r_0} = 0.$$

Корни переходного процесса определяются равенством нулю определителя матрицы коэффициентов уравнения:

$$p_k = - \frac{\sigma_1 + \frac{kH}{r_0} \sigma_s + \sigma_2}{\varepsilon_0 \left(\varepsilon_1 + \frac{kH}{r_0} \varepsilon_s \right)}.$$

Запишем выражение для потенциала внутри цилиндра в виде

$$\varphi_1 = \sum d_{k0} r^k e^{p_k t} \cos k\alpha.$$

При $t=0$ из этого выражения следует решение [4]. Тогда

$$\varphi_1 = \frac{\tau}{\pi \varepsilon_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a} \right)^k e^{p_k t} \frac{\cos k\alpha}{k}.$$

Аналогично для потенциала вне цилиндра

$$\varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi \varepsilon \varepsilon_2} \sum \left(\frac{r}{a} \right)^k \left\{ \left[1 + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_1} \left(\frac{r_0^2}{ar} \right) \right] e^{p_k t} + \left[1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{2k} \right] (1 - e^{p_k t}) \right\} \frac{\cos k\alpha}{k}.$$

Свободный заряд на поверхности цилиндра найдем как разность нормальных составляющих D:

$$q_s = D_{2r}(r_0) - D_{1r}(r_0) = -\frac{\tau}{\pi r_0} \sum \left(\frac{r_0}{a} \right)^k (1 - e^{p_k t}) \cos k\alpha.$$

Пример 2. Подключение плоского конденсатора с двухслойной изоляцией и поверхностным слоем к источнику постоянного напряжения. Слои изоляции имеют толщины a_1 и a_2 с проницаемостью ε_1 и ε_2 и проводимостью σ_1 и σ_2 . Эти слои разделены тонким слоем толщиной H с параметрами ε_s и σ_s (рис. 3). В момент времени

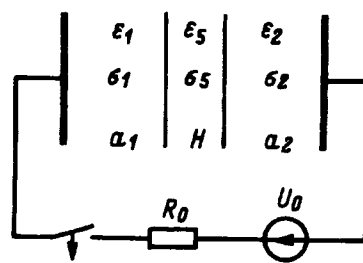


Рис. 3

$t=0$ конденсатор подключается к источнику постоянного напряжения. При расчете будем пренебрегать временем заряда конденсатора, так как оно существенно меньше времени накопления поверхностного заряда ($R_0 \ll R_{из}$). Таким образом, будем считать, что при $t=0$

$$E_1 a_1 + E_s H + E_2 a_2 = U_0;$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_s E_s = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2$$

$q_{s1} = q_{s2} = 0$, q_{si} — поверхностная плотность свободного заряда на границах слой 1—поверхностный слой и поверхностный слой—слой 2).

Во время переходного процесса справедливы уравнения:

$$\begin{aligned} a_1 E_1 - \left(\sigma_1 + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \right) E_1 - H E_s + \left(\sigma_s + \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{\partial}{\partial t} \right) E_s + a_2 E_2 &= U_0; \\ \left(\sigma_1 + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} \right) E_1 - \left(\sigma_s + \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{\partial}{\partial t} \right) E_s + \left(\sigma_2 + \varepsilon_0 \varepsilon_2 \frac{\partial}{\partial t} \right) E_2 &= 0. \end{aligned}$$

Для отыскания корней переходного процесса напомним матрицу коэффициентов составленных выше уравнений, запишем определитель системы и приравняем его нулю. Если разложить определитель по элементам первой строки, то уравнение будет иметь вид

$$a_1 Y_s Y_2 + H Y_2 Y_1 + a_2 Y_1 Y_s = 0,$$

где $Y_i = \sigma_i + p \varepsilon_0 \varepsilon_i$, $i=1, 2, s$.

Воспользуемся тем, что $H \ll a_i$, $i=1, 2$ и пренебрежем вторым слагаемым (мало по сравнению с остальными двумя), тогда получим

$$(a_1 Y_2 + a_2 Y_1) Y_s = 0,$$

т. е.

$$a_1 Y_2 + a_2 Y_1 = 0 \text{ и } Y_s = 0, p_1 = -\frac{a_1 \sigma_2 + a_2 \sigma_1}{\varepsilon_0 (a_1 \varepsilon_2 + a_2 \varepsilon_1)}, p_2 = -\frac{\sigma_s}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}.$$

Следовательно, выражения для напряженностей поля в слоях изоляции будут иметь вид

$$E_i = E_{iy} + E_{i1} e^{p_1 t} + E_{i2} e^{p_2 t}, \quad i=1, 2.$$

Далее имеем

$$E_1(0) = \frac{\varepsilon_2 U_0}{a_1 \varepsilon_2 + a_2 \varepsilon_1}, \quad E_2(0) = E_1(0) \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$

$$E_{1y} = \frac{\sigma_2 U_0}{a_1 \sigma_2 + a_2 \sigma_1}, \quad E_{2y} = E_{1y} \frac{\sigma_1}{\sigma_2};$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial t}(t=0) = \frac{(\sigma_2 \varepsilon_1 + \sigma_1 \varepsilon_2) a_2 U_0}{(a_1 \varepsilon_2 a_2 \varepsilon_1)^2 \varepsilon_0}, \quad \frac{\partial E_2}{\partial t} = -\frac{a_1}{a_2} \frac{\partial E_1}{\partial t}.$$

Приведенные соотношения позволяют определить постоянные интегрирования и написать окончательные выражения для $E_1(t)$ и $E_2(t)$:

$$E_i(t) = \frac{1}{p_1 - p_2} \left\{ \frac{\partial E_i}{\partial t}(0) (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) + E_i(0) (p_1 e^{p_2 t} - p_2 e^{p_1 t}) + E_{iy} [p_1 (1 - e^{p_2 t}) - p_2 (1 - e^{p_1 t})] \right\}, i=1,2.$$

Плотность поверхностного заряда

$$q_s = \varepsilon_0 (\varepsilon_2 E_2 - \varepsilon_1 E_1) = \varepsilon_0^* U_0 (\varepsilon_2 \sigma_1 - \varepsilon_1 \sigma_2) \times \\ \times \left[\frac{1}{a_1 \sigma_2 + a_2 \sigma_1} \left(1 + \frac{p_2 e^{p_1 t}}{p_1 - p_2} - \frac{p_1 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} \right) + \frac{e^{p_1 t} - e^{p_2 t}}{(a_1 \varepsilon_2 + a_2 \varepsilon_1)(p_1 - p_2) \varepsilon_0} \right].$$

Как видно из изложенного выше, следует сначала найти векторы поля, а потом определять поверхностные заряды. К сожалению, некоторые авторы поступают не так. Например, в [5] авторы полагают, что в поверхностном слое с параметрами ε_s и γ_s объемным зарядом поле определяется уравнением Пуассона. Они пишут [см. (3) и (4)]^{*}:

$$\nabla D = \rho \quad \text{и} \quad \nabla J = \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

При $D = \varepsilon_s E$ и $J = \gamma_s E$ имеем

$$\varepsilon_s \nabla E = \rho \quad \text{и} \quad \gamma_s \nabla E = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Исключая из этих уравнений ∇E , получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\rho}{T} = 0,$$

где $T = \varepsilon_s / \gamma_s$ — постоянная времени, т.е.

$$\rho = \rho(0) e^{-\frac{t}{T}}.$$

В момент включения поля $\rho(0) = 0$, следовательно в однородной среде (ε и γ не зависят от координат) объемного заряда нет. Это показано еще Максвеллом [7]; в современных обозначениях этот вывод приведен в [8]**.

Уравнение (9) может быть получено из электрической теоремы Гаусса. При этом $\frac{\partial}{\partial t} [D_n]$ должно равняться сумме плотностей поверхностных зарядов на границах, а не $\sigma = \rho H$, поскольку, как показано выше, объемная плотность ρ в поверхностном слое равна нулю. Существует только поверхностная плотность свободных зарядов на границах разделов.

Вызывает сомнение необходимость (13). Для его решения нужно сначала найти компоненты векторов поля, входящие в правую часть. Но если эти компоненты известны, то заряд легче найти по

(11). Кроме того, общее решение (13) должно зависеть от параметров поверхностного слоя.

Приложение. Получим дифференциальное уравнение для объемной плотности свободного заряда. Исходим из следующих двух уравнений:

$$\operatorname{div} D = \rho \quad \text{и} \quad \operatorname{div} J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Пусть $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$ и $J = \sigma E$, где ε и σ зависят от координат. Тогда, раскрывая дивергенцию по правилам векторного анализа, имеем

$$\varepsilon_0 \varepsilon \operatorname{div} E + \varepsilon_0 E \operatorname{grad} \varepsilon = \rho;$$

$$\sigma \operatorname{div} E + E \operatorname{grad} \sigma = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Исключая из этих двух уравнений $\operatorname{div} E$, получаем искомое уравнение:

$$\tau \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho = J \operatorname{grad} \tau,$$

где $\tau = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\sigma}$ — время релаксации (постоянная времени) среды.

В однородной среде $\tau = \text{const}$, $\operatorname{grad} \tau = 0$ и уравнение для ρ — однородное. Следовательно

$$\rho = \rho(0) e^{-\frac{t}{T}}.$$

Таким образом, если при $t=0$ $\rho(0)=0$, то $\rho \equiv 0$. Если же $\rho(0) \neq 0$ (например вследствие разряда, термоэлектронной эмиссии и т.п.), то этот заряд будет исчезать во времени по экспоненциальному закону.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч.3. — М.: Энергия, 1969.
2. Соболев Л.П. Квазистатические поля в реальных средах. М.: Изд-во МЭИ, 1972.
3. Основы теории цепей: Учебник для вузов / Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. 5-е изд., перераб. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. Нетушил А.В., Поливанов К.М. Теория электромагнитного поля. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1956.
5. Бортник И.М., Вольпов Е.К., Филиппов А.А. Методика расчета электрических полей высоковольтных устройств постоянного тока с учетом переходных процессов. — Электричество, 1992, № 6.
6. Гордюхина Н.М., Федерова Е.М., Фрадкий Б.М. Решение некоторых красивых задач теории поля с применением ЭВМ / Под ред. Ю.А.Казанцева. — М.: Изд-во МЭИ, 1991.
7. Maxwell J.C. A treatise on Electricity and Magnetism. Oxford, 1873, vol. 1-2.
8. Соболева Л.П. Квазистатические электрические поля в неоднородных средах. — М.: Изд-во МЭИ, 1975.
9. Максвелл Дж.К. Трактат об электричестве и магнетизме. В двух томах. Сер. «Классики науки» — М.: Наука, 1989.

[08.02.93]

Автор: Колли Яков Николаевич окончил радиотехнический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1952 г. В 1955 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «К теории измерения комплексных проницаемостей методом длинной линии» в МЭИ. Старший научный сотрудник МЭИ.

*Здесь и далее ссылка на цифровой номер формулы означает ссылку на формулу из [5].

**См. приложение.

К обоснованию метода комплексных амплитуд

ЗИНИН М.М.

Известна громоздкость обоснования метода комплексных амплитуд, например в [1, 2]. Для устранения данного недостатка используем преобразование косинусоидальной функции:

$$\dot{F}_m = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} F_m \cos(\omega t + \psi) e^{-j\omega t} dt,$$

где \dot{F}_m — изображение; $F_m \cos(\omega t + \psi)$ — оригинал; T — период; j — мнимая единица.

Изображение \dot{F}_m является комплексной амплитудой:

$$\begin{aligned} \dot{F}_m &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} F_m \cos(\omega t + \psi) e^{-j\omega t} dt = \\ &= F_m \cos \psi + j F_m \sin \psi = F_m e^{j\psi}. \end{aligned}$$

Укажем свойства рассматриваемого преобразования.

При умножении на постоянное число k :

$$\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} k F_m \cos(\omega t + \psi) e^{-j\omega t} dt = k \dot{F}_m.$$

Для суммы косинусоид справедливо

$$\begin{aligned} \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [F_{m1} \cos(\omega t + \psi_1) + F_{m2} \cos(\omega t + \psi_2)] \times \\ \times e^{-j\omega t} dt = \dot{F}_{m1} + \dot{F}_{m2}. \end{aligned}$$

Для производной —

$$\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{d}{dt} [F_m \cos(\omega t + \psi)] e^{-j\omega t} dt = j\omega \dot{F}_m.$$

Для интеграла —

$$\frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j\omega t} \left[\int_0^t F_m \cos(\omega t + \psi) dt \right] dt = \frac{1}{j\omega} \dot{F}_m.$$

В последних двух случаях интегралы берутся по частям.

Известно, что токи и напряжения на активном сопротивлении, индуктивности и емкости связаны следующими соотношениями:

$$u = Ri, \quad u = L \frac{di}{dt}, \quad u = \frac{1}{C} \int_0^t i dt.$$

При косинусоидальных токах и напряжениях, применяя используемое преобразование, получаем

$$\dot{U}_m = R \dot{I}_m, \quad \dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m, \quad \dot{U}_m = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m.$$

Применив данное преобразование к правым и левым частям уравнений Кирхгофа, записанных для мгновенных значений косинусоидальных токов и напряжений, получим уравнения Кирхгофа для комплексных амплитуд.

Обратное преобразование выглядит так:

$$F_m \cos(\omega t + \psi) = \frac{1}{2} \sum_{n=\pm 1} F_m e^{jn\psi} e^{jn\omega t}.$$

Таким образом, вышеизложенный подход к методу комплексных амплитуд позволяет сделать более ясным его обоснование.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 1. — М.-Л.: Энергия, 1966.
2. Толстов Ю.Г., Теврюков А.А. Теория электрических цепей. — М.: Высшая школа, 1971.

[17.02.94]

Реальность и фантазия в теории электрических цепей

НЕТУШИЛ А.В.

Основой теории электрических цепей является исследование схем замещения реальных цепей, состоящих из идеальных пассивных и активных элементов. При этом допустимости принятых схем замещения не всегда уделяется необходимое внимание, и схемы замещения часто рассматриваются как предмет исследования без учета тех ограничений, которые приняты при их составлении. Схема замещения по существу является не реальностью, а моделью, которую можно назвать фантазией, основанной на математическом описании, справедливом только для определенного, принятого при ее составлении, диапазона изменения переменных (токов и напряжений). Вся теория линейных электрических цепей, основанная на применении закона Ома при диапазоне изменения переменных от нуля до бесконечности или от $-\infty$ до $+\infty$, может рассматриваться как математическая абстракция, отличная от физической реальности. Только, ограничив диапазон линейности изменения токов от i_{\min} до i_{\max} или напряжений от u_{\min} до u_{\max} ($i_{\min} < i < i_{\max}$ или $u_{\min} < u < u_{\max}$) для каждого реального резистивного двухполюсника, можно говорить о реальности выводов, основанных на принятой его схеме замещения¹.

Особенно отчетливо это положение проявляется в теории нелинейных электрических цепей, математический анализ которых часто основывается на уравнениях, описывающих схемы замещения реальных элементов без учета принятых ограничений, асимптотики и неучтенных малых параметров.

В качестве примера рассмотрим применение преобразования многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник для нелинейных цепей. Этот вопрос неоднократно освещался в литературе, где предлагались различные методы расчета параметров эквивалентных цепей без обоснования их физической реализуемости, адекватности и каких-либо экспериментальных проверок. Предлагались различные методы расчета таких эквивалентных преобразований, основанных на применении вычислительной техники, специальных рядов и функций [1—3]. При этом вопрос физической реализуемости таких преобразований не получил необходимых доказательств и проверки даже для простейшего случая эквивалентного пре-

образования нелинейного треугольника в нелинейную звезду или обратно. Для этой цели предлагались структурные схемы программ преобразования [2], но не приводилось конкретных примеров их применения.

Эта задача вызывала большой интерес К.М. Поливанова еще в период его работы над переводом и редактированием книги Харнвелла [4] более полувека тому назад. Тогда К.М. Поливановым было высказано предположение о невозможности такого преобразования и поставлена задача доказательства справедливости предположения, которое можно формулировать так: «Не существует такого преобразования трехполюсника, состоящего из трех нелинейных резистивных элементов с характеристиками $u_1(i_1)$, $u_2(i_1)$, $u_3(i_3)$, соединенных звездой, в трехполюсник, состоящий из трех нелинейных резистивных элементов с характеристиками $u_{12}(i_{12})$, $u_{23}(i_{23})$ и $u_{31}(i_{31})$, соединенных треугольником, при котором два полученных нелинейных трехполюсника были бы эквивалентны в любых схемах соединения». Это предположение нуждалось в общем доказательстве или опровержении на основе конкретного примера двух комбинаций из трех нелинейных двухполюсников, соединения которых в звезду для первой комбинации и в треугольник для второй были бы полностью эквивалентны.

В качестве проверки эквивалентности полученного решения для двух трехполюсников предлагается построение вольт-амперных характеристик для девяти случаев их включения:

$$u_{ab}(i_{ab}) \text{ при } i_3 = 0, u_{23} = 0, u_{13} = 0;$$

$$u_{bc}(i_{bc}) \text{ при } i_1 = 0, u_{21} = 0, u_{31} = 0;$$

$$u_{ca}(i_{ca}) \text{ при } i_2 = 0, u_{32} = 0, u_{12} = 0;$$

Здесь индексами ab , bc и ca обозначены внешние напряжения и токи, подводимые к двум полюсам трехполюсника 1—2, 2—3 и 3—1 соответственно. Совпадение этих характеристик для соединений треугольником и звездой может служить показателем эквивалентности трехполюсников. Существование алгоритма вычисления характеристик $u_1(i_1)$, $u_2(i_2)$ и $u_3(i_3)$ по заданным функциям $u_{12}(i_{12})$, $u_{23}(i_{23})$ и $u_{31}(i_{31})$ и наоборот является основанием для признания этого эквивалентного преобразования.

Чтобы найти такое преобразование, приведем пример, описанный Л. Чуа [5] и рассмотренный О. Казаковым [6], в котором два резистора — линейные, а третий — нелинейный, описываемый

¹ На ограниченность действия закона Ома обращали внимание еще его современники — немецкие и французские физики (см. Поливанов К.М. «Георг Симон Ом». — «Электричество», 1957 г. № 7, с. 70—77).

степенной функцией $u=kt^\lambda$, где $\lambda \neq 1$. При этом эквивалентность преобразования соблюдается только при отрицательном статическом сопротивлении одного из линейных резисторов. В реальных нелинейных резисторах статическое сопротивление всегда положительно, а отрицательное статическое сопротивление появляется только в схеме замещения при разложении переменных на составляющие в нелинейном резисторе с характеристиками типа N или S [4]. Это преобразование нельзя считать реальным, оно относится к фантазиям, описываемым нереализуемыми схемами замещения. Таким образом, приведенный Л. Чуа и О. Казаковым пример только подтверждает гипотезу К.М. Поливанова о невозможности преобразования нелинейной звезды в нелинейный треугольник и обратно для реальных нелинейных двухполюсников, а не их схем замещения, основанных на математических операциях с идеальными элементами схем замещения. Все изложенное лишний раз подтверждает необходимость более четкого разграничения реальных элементов электрических цепей и их рас-

четных схем замещения.

С этой целью следует приветствовать опубликованное в журнале «Электричество» предложение А.К. Тер-Акопова [7] о введении различных обозначений для физических элементов электрических цепей и расчетных идеальных элементов их схем замещения.

Очень полезно при изображении схем в теории цепей четко различать реальность и фантазию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калутин Е.И. Метод оптимальной линеаризации для расчета установившихся режимов нелинейной электрической цепи. — Электричество, 1989, № 10.
2. Колосов С.П., Сидоров Ю.А. Нелинейные двухполюсники и четырехполюсники. — М.: Высшая школа, 1981.
3. Тезисы докладов VI Всесоюзной конференции по нелинейным цепям и системам. — Ташкент, 1982.
4. Физические основы электротехники / Под ред. К.М. Поливанова. — М.-Л.: Энергоатомиздат, 1950.
5. Чуа Л.О. Преобразование треугольник—звезда и звезда—треугольник для нелинейных цепей. — ТИИЭР, 1971, № 3.
6. Казаков О.И. Преобразование многолучевой звезды в эквивалентный многоугольник для нелинейных цепей. — Электричество, 1992, № 12.
7. Тер-Акопов А.К. Об обозначениях элементов схем замещения. — Электричество, 1993, № 3.

СОДЕРЖАНИЕ

Ермилов И.В. Кинетическая теория электрического пробоя твердых диэлектриков	1
<u>Галактионов Ю.И.</u> , Гончарюк Н.В., Крайшкин Ю.В., Лоханин Е.К., Макаров С.Ф., Скрипник А.И. Информационно-вычислительная система для расчетов и анализа режимов и надежности энергосистем	12
Майер В.Я., Зения. Методика определения долевых вкладов потребителя и энерго-снабжающей организации в ухудшение качества электроэнергии	19
Афанасьев А.А., Воробьев А.Н. Расчет магнитного поля вентильного двигателя с неоднородно намагниченным ротором	24
Скубов Д.Ю., Ходжаев К.Ш. Уравнения электромеханических процессов в однородных индукторных генераторах, работающих на активно-индуктивную нагрузку	33
Попов В.И. Принципы формирования схем и электромагнитные параметры совмещенных обмоток ротора одномашинных преобразователей частоты	40
Полещук В.И. Инвариантное подчиненное регулирование тока в электроприводе постоянного тока с последовательно-параллельной коррекцией	51
Черкашин Ю.С. Расчет индуктивных катушек с магнитопроводом при несинусоидальной форме тока	57
Чаплыгин Е.Е. Микропроцессорное управление автономными инверторами напряжения с ШИП	63
Шоффа В.Н., Чичерюкин В.Н., Давыдов С.В., Хромов С.В. Анализ и расчет поляризованных магнитных систем методом цепей с учетом потоков рассеяния и сопротивления магнитопровода	69
Колли Я.Н. Некоторые вопросы расчета квазистатического электрического поля	73
ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА	
Зинин М.М. К обоснованию метода комплексных амплитуд	77
Нетушил А.В. Реальность и фантазия в теории электрических цепей	78

CONTENTS

Yermilov I.V. Kinetic Theory of Electric Strength of Solid Dielectrics	1
<u>Galactionov Yu.V.</u> , Makarov S.F., Lohanin Ye.K. «PC Programs-Informational Complex for Calculations and Analysis of Regimes and Security of Power Systems»	12
Mayer V.Ya., Zeniya. A technique of Determining Share Impacts of Consumers and Power Supplying Utility into Distortion of Electric Power Quality	19
Afanas'yev A.A., Vorob'yev A.N. Calculation of the Magnetic Field in a Rectifier Motor Having Inhomogeneous Magnetized Rotor	24
Skubov D.Ju., Khodzhaev K.Sh. The Equations of Electromechanical Processes in Monophase Inductor Alternators, Worked to Active-Inductive Loading	33
Popov V.I. Principles of Circuit Formation and Electromagnetic Parameters of Intergrated Windings of Single-Machine Frequency Converters Rotor	40
Poleshchuk V.I. Invariant Cascaded Current Control with Succesive-Parallel Correction in Electric D.C.Drive	51
Cherkashin Yu.S. Design Calculation of the Inductive Coil with Magnetic Circuit in Non-Sinusoidal Current Circuits	57
Chaplyguin Ye.Ye. Microprocessor Control for Local Voltage PWM-Inverters	63
Shoffa W.N., Chicheryukin W.N., Davidov S.V., Khromov S.V. Analysis and Calculation of Polarized Magnetic System by Circuit Method with Accounting Magnetic Leakage and Resistance of Ferromagnetic Parts	69
Colley J.N. Some Problems of Quasistatic Electrical Field Design	73
NOTES and LETTERS	
Zinin M.M. To the Jastification of Complex Amplitudes Method	77
Netushil A.V. Reality and Fantasy in Theory of Electrical Circuits	78

**Если Вы работаете в области энергетики или электротехники,
позаботьтесь о том,
чтобы Ваши предприятие, лаборатория, кафедра
не опоздали с подпиской на**

«Э Л Е К Т Р И Ч Е С Т В О »

- старейший отечественный теоретический и научно-практический журнал, орган Российской Академии наук, Федерации энергетических и электротехнических обществ;
- выходит ежемесячно, предназначен для высококвалифицированных специалистов в области энергетики и электротехники;
- публикует теоретические и научно-практические работы отечественных и зарубежных ученых и инженеров, освещает работу российских и международных конференций, рецензирует учебники и монографии по тематике журнала, помещает материалы по истории электротехники, статьи о выдающихся отечественных ученых;
- переводится на английский язык, издается и распространяется в мире издательством «Пергамон Пресс»; русскоязычное издание поступает во все промышленно развитые страны мира.

*Условия подписки указаны в Каталоге
издательства «Известия», индекс 71106*

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б.Черкасский пер., 2/10
☎ 924-24-80
101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Художественный редактор Т.А. Дворецкова

Сдано в набор 27.07.94. Подписано в печать 29.08.94. Формат 60×88¹/₈.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Тираж **800** экз. Заказ **1531**

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Макет выполнен АО «Знак», 115547, Москва, Михневский пр-д, 4
Типография № 9 комитета РФ по печати
Москва, 109033, Волочаевская ул., 40