

ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1994

7

## **РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

секции

### **Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов**

**Лабунцов В.А.**, главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), **Бутырин П.А.** (Институт высоких температур Российской Академии наук, Москва), **Иоссель Ю.Я.** (Научно-исследовательский институт постоянного тока, Санкт-Петербург), **Комельков В.С.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Нетушшил А.В.** (Московская государственная академия тонкой химической технологии), **Розанов Ю.К.** (Московский энергетический институт), **Пищиков В.И.** (Московский энергетический институт), **Тареев Б.М.** (Всероссийский институт научной и технической информации, Москва), **Толстов Ю.Г.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Чечурин В.Л.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет).

Научный редактор — **Макаршин Б.Д.**

### **Секция электроэнергетики**

**Мамиконянц Л.Г.**, председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Будзко И.А.** (Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства), **Гельфанд Я.С.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Ершевич В.В.** (Проектный и научно-исследовательский институт «Энергосетьпроект», Москва), **Митюшкин К.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Морозкин В.П.** (Московский энергетический институт), **Семенов В.А.** (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), **Совалов С.А.** (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), **Строев В.А.** (Московский энергетический институт).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

### **Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов**

**Ларионов В.П.**, председатель секции (Московский энергетический институт), **Белкин Г.С.** (Всероссийский электротехнический институт, Москва), **Бортник И.М.** (Министерство науки и технической политики России), **Костенко М.В.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет), **Лизунов С.Д.** (Московский электрозвод), **Шилин Н.В.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

### **Секция электрических машин**

**Иванов-Смоленский А.В.**, председатель секции (Московский энергетический институт), **Данилевич Я.Б.** (Всероссийский институт электромашиностроения, Санкт-Петербург), **Евсеев Б.Н.**, заместитель главного редактора журнала, **Шакарян Ю.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

### **Секция электропривода и автоматизации технологических процессов**

**Слежановский О.В.**, председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт «Электропривод», Москва), **Андерс В.И.** (Московский энергетический институт), **Борцов Ю.А.** (Санкт-Петербургский электротехнический институт), **Ильинский Н.Ф.** (Московский энергетический институт), **Шаталов А.С.** (Научно-техническое объединение «Антей», Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

ИЗДАЕТСЯ С ИЮЛЯ 1880 ГОДА

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

7  
ИЮЛЬ  
1994

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),  
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

## О группировании восстанавливаемого оборудования по надежности на основе ретроспективных данных

ЦВЕТКОВ В.А.

Разработанные универсальные методы позволяют установить однородность или неоднородность совокупности однотипных агрегатов в отношении проявления некоторого дефекта. Неоднородная исходная совокупность разбивается на ряд однородных групп разной надежности. Информацией для группирования является число выявлений дефекта на каждом агрегате за определенную наработку. В качестве примера рассмотрено группирование генераторов одного типа в отношении ослабления прессовки крайних пакетов сердечника статора.

**Постановка задачи.** Одним из важнейших показателей, характеризующих надежность восстанавливаемого энергетического (и иного) оборудования, является параметр потока отказов (или обратная ему величина средней наработки на отказ). Согласно ГОСТ 27.002—89 этот параметр рекомендуется определять как частное от деления суммарного числа отказов наблюдаемых объектов на суммарную наработку этих объектов. ГОСТ 27.002—89 поясняет, что такой способ справедлив для случая, когда объединяются данные по группе однотипных объектов, которые эксплуатируются в статистически однородных условиях.

Такой подход традиционно применяется, когда сравнивается нормируемое значение общего параметра потока отказов (т.е. отказов из-за всех возможных дефектов) с фактическим наблюдаемым. Можно дифференцировать этот подход, связав причины отказов с типовыми дефектами оборудования, чтобы затем анализировать параметры

*Proposed universal methods allow to determine the homogeneity or heterogeneity of the same type units aggregate in respect to certain damage or fault appearance. Heterogeneous initial aggregate is divided into a number of homogeneous groups having different reliability. Information for this grouping includes a number of damage detections during the certain operating time for each unit. As an example grouping of the same type generators in respect to core end stack loosening was considered.*

потока отказов из-за отдельных типовых дефектов [1]. При этом согласно ГОСТ 27.002—89 следует считать все агрегаты равнонадежными, а при суммировании учитывать лишь отказы определенного типа.

Однако подобный дифференцированный подход далеко не безупречен. Только что поступившее с завода-изготовителя оборудование отличается по надежности из-за отклонений от технологии при изготовлении и сборке. Затем сказываются неодинаковые условия эксплуатации. Поэтому вполне разумно предположить неодинаковую надежность разных агрегатов в отношении проявления отдельных дефектов. Это допущение не расходится с опытом и здравым смыслом работников эксплуатации и ремонта, считающих, что одни агрегаты более подвержены воздействию одних дефектов, другие — воздействию других.

Возникает вопрос: как достаточно строго учесть индивидуальные особенности оборудования? Прямая статистическая оценка параметра потока от-

казов  $\lambda$  отдельного агрегата практически бесперспективна, так как отказы энергетического оборудования (особенно, если речь идет о параметре потока отказов  $\lambda_j$  из-за  $j$ -го типового дефекта) — события достаточно редкие. В частности, согласно данным [2] при одинаковой наработке и числе отказов  $m$ , равном соответственно 0 и 6, доверительные интервалы для  $\lambda$  перекрываются на уровне значимости  $\alpha=0,95$ , т.е. эти случаи статистически не различимы.

Предлагается, не отказываясь в принципе от статистического подхода, найти разумную степень группирования агрегатов по уровню надежности. Одна из подобных попыток была предпринята в [3], где анализировалась подверженность различных турбогенераторов типовому дефекту — расщеплению крайних пакетов сердечника статора (далее для краткости — расщепление). В качестве анализируемого показателя надежности был принят параметр потока расщеплений  $\lambda_p$ . Считалось, что в этом отношении турбогенераторы образуют две группы разной надежности, причем, если за 18 (и более) лет эксплуатации на генераторе не было расщеплений ( $m=0$ ), то этот генератор принадлежит к группе, вообще не подверженной расщеплению ( $\lambda_p=0$ ).

Подобный подход к группированию агрегатов по надежности вызывает ряд критических замечаний. Во-первых, такой критерий отнесения к группе повышенной надежности недостаточно универсален, так как требует весьма специфического статистического анализа. Во-вторых, абсолютная неподверженность какому-то дефекту вряд ли может быть принята без специального технического (а не статистического) анализа.

В статье предлагаются два метода группирования оборудования по степени надежности достаточно универсального характера. При их разработке и применении ставились следующие конкретные задачи.

1. Найти универсальный критерий, позволяющий для любого типового дефекта (отказа) судить по ретроспективным данным об однородности (или неоднородности) исходной совокупности агрегатов в отношении проявления данного дефекта.

2. Определить количество однородных групп, на которые целесообразно разбить исходную совокупность агрегатов.

3. Разработать методику определения показателей надежности в каждой из таких групп и примерную схему отнесения каждого агрегата к той или иной группе.

**Методы группирования оборудования.** Для обоих методов группирования примем следующие исходные предпосылки. При использовании ретроспективных данных не будем различать на-

личие отказа из-за определенного дефекта от выявления этого дефекта при плановых ремонтах. Оба события по аналогии с [3] будем считать равноправными проявлениями дефекта, а в качестве основного показателя надежности использовать параметр потока дефектов  $\lambda$ . Основными ретроспективными данными для  $i$ -го агрегата будем считать его наработку  $t_i$  и число проявлений (обнаружений) дефекта  $m_i$  за эту наработку. Если в качестве ретроспективных данных используется только информация об отказах, то принципиально ничего не меняется, но искомым показателем надежности будет параметр потока отказов.

Первый метод основан на оптимизации параметров распределения Пуассона и является методом жесткого группирования, т.е. принадлежность к той или иной группе здесь считается однозначной. Для него существенным является наличие агрегатов, на которых дефект не появился ни разу ( $m_i=0$ ). Для наглядности изложения этот метод будет проиллюстрирован при упрощенных условиях: наработки агрегатов приняты одинаковыми ( $t_i=t$ ), а число однородных групп  $J$  равно двум.

Обозначим через  $n_m$  число агрегатов с  $m$ -кратным проявлением дефекта. Тогда число агрегатов, не имеющих дефекта (бездефектных), равно  $n_0$ , а число агрегатов с одним и более проявлением дефекта (дефектных)  $N_d$  равно

$$N_d = \sum_{m=1}^{m_m} n_m,$$

где  $m_m$  — максимальное число проявлений дефекта на одном агрегате. Примем для определенности, что первая группа менее надежна, чем вторая ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ). Будем считать, что неизвестные заранее у бездефектных агрегатов относятся к 1-й группе, а остальные ( $n_0 - y$ ) — ко 2-й. Примем также, что неизвестные заранее  $x$  агрегатов с одним проявлением дефекта (т.е. из числа  $n_1$ ) относятся ко 2-й группе, а остальные ( $N_d - x$ ) дефектных агрегата — к 1-й. Тогда в 1-й группе будет  $(N_d + y - x)$  агрегатов, а во 2-й —  $(n_0 - y + x)$  агрегатов.

Показатели  $\lambda_1, \lambda_2$  найдем по правилам определения потока дефектов для однородных совокупностей, т.е.

$$\lambda_1 = \frac{M - x}{t(N_d + y - x)}; \quad \lambda_2 = \frac{x}{t(n_0 - y + x)}, \quad (1)$$

где  $M$  — суммарное число проявлений дефекта:

$$M = \sum_{m=1}^{m_m} m n_m.$$

Расчетная вероятность проявления  $m$  дефектов

у агрегатов  $j$ -й группы подчиняется распределению Пуассона и равна  $(t\lambda_j)^m e^{-t\lambda_j}/m!$ . Считается, что выбор неизвестных целочисленных параметров  $x, y$  должен наилучшим образом согласовать фактические доли агрегатов каждой группы с  $m$ -кратным проявлением дефекта и расчетные вероятности. При этом должна минимизироваться сумма квадратов невязок нижеследующих приближенных уравнений:

$$\frac{y}{N_d + y - x} \approx e^{-t\lambda_1}; \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n_1 - x}{N_d + y - x} \approx (-t\lambda_1) e^{-t\lambda_1}; \\ \frac{n_m}{N_d + y - x} \approx \frac{(t\lambda_1)^m}{m!} e^{-t\lambda_1}; \quad m = 2 \div m_M; \\ \frac{n_0 - y}{n_0 - y + x} \approx e^{-t\lambda_2}; \\ \frac{x}{n_0 - y + x} \approx (t\lambda_2) e^{-t\lambda_2}. \end{array} \right\} \quad (3)$$

Приближенный критерий неоднородности рассматриваемой совокупности можно получить в предположении абсолютной надежности 2-й группы ( $\lambda_2 = x = 0$ ). В этом случае необходимым условием неоднородности будет выполнение неравенства

$$y < n_0, \quad (4)$$

так как тогда надежность  $(n_0 - y)$  агрегатов существенно выше остальных. При этом величина  $y$  на основании (1), (2) определяется из уравнения с одним неизвестным:

$$\frac{y}{N_d + y} = e^{-\frac{M}{N_d + y}}. \quad (5)$$

Анализ (5) показывает, что при близости относительного числа дефектов  $M/N_d$  к единице неравенство (4) никогда не выполняется, т.е. такие совокупности однородны.

Второй метод основан на принципе максимального правдоподобия [4]. Будем считать, что  $i$ -й элемент рассматриваемой совокупности может принадлежать к  $J$  различным по надежности однородным группам с параметрами потока дефектов  $\lambda_j$  ( $j = 1 \div J$ ). Пусть априорная вероятность принадлежности к  $j$ -й группе составляет  $p_j$ . Тогда вероятность  $i$ -го события  $\mu_i$  (т.е. вероятность проявления  $m_i$  дефектов за наработку  $t_i$ ) составляет:

$$\mu_i = \frac{1}{m_i!} \sum_{j=1}^J p_j (t_i \lambda_j)^{m_i} e^{-t_i \lambda_j}.$$

Ввиду того что только  $(J-1)$  величин  $p_j$  независимы, а величина  $p_J$  подчиняется условию:

$$p_J = 1 - \sum_{j=1}^{J-1} p_j, \quad (6)$$

можем записать величину  $\mu_i$  только как функцию независимых переменных  $p_j$  ( $j = 1 \div J-1$ ),  $\lambda_j$  ( $j = 1 \div J$ ):

$$\mu_i = \frac{1}{m_i!} \left[ \sum_{j=1}^{J-1} p_j (t_i \lambda_j)^{m_i} e^{-t_i \lambda_j} + \left( 1 - \sum_{j=1}^{J-1} p_j \right) (t_i \lambda_J)^{m_i} e^{-t_i \lambda_J} \right]. \quad (7)$$

Считая все события независимыми, получим, что вероятность реализации всех событий  $\mu$  или функция правдоподобия  $F(p_j, \lambda_j)$  равна:

$$\mu = F(p_j, \lambda_j) = \prod_{i=1}^I \mu_i,$$

где  $I$  — общее число элементов рассматриваемой совокупности. Согласно принципу максимального правдоподобия параметры  $p_j$  ( $j = 1 \div J-1$ ) и  $\lambda_j$  ( $j = 1 \div J$ ) должны максимизировать функцию правдоподобия  $F(p_j, \lambda_j)$ .

Максимум функции правдоподобия соответствует и максимуму  $\ln \mu$ , равному

$$\ln \mu = \sum_{i=1}^I \ln \mu_i.$$

Условия максимума  $\ln \mu$  имеют вид

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial p_j} = \sum_{i=1}^I \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial p_j} = 0; \quad j = 1 \div J-1; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial \lambda_j} = \sum_{i=1}^I \frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial \lambda_j} = 0; \quad j = 1 \div J. \quad (9)$$

В силу (7), (6) можем записать:

$$\frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial p_j} = \frac{1}{p_j} q_{ij} - \frac{1}{p_J} q_{iJ}, \quad j = 1 \div J-1; \quad (10)$$

$$\frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial \lambda_j} = \frac{m_i}{\lambda_j} q_{ij} - t_i q_{ij}, \quad j = 1 \div J. \quad (11)$$

Здесь величины  $q_{ij}$  равны:

$$q_{ij} = \frac{p_j (t_i \lambda_j)^{m_i} e^{-t_i \lambda_j}}{m_i! \mu_i}; \quad i = 1 \div I; \quad j = 1 \div J. \quad (12)$$

Пользуясь принципом Байеса, можно показать, что величины  $q_{ij}$  имеют важный физический смысл — это апостериорные вероятности принадлежности  $i$ -го элемента к  $j$ -й однородной группе при заданных априорных вероятностях  $p_j$  и известных параметрах  $\lambda_j$ .

В силу (10) уравнения (8) приобретают вид

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial p_j} = \frac{\sum_{i=1}^I q_{ij}}{p_j} - \frac{\sum_{i=1}^I q_{iJ}}{p_J} = 0, \quad j = 1 \div (J-1).$$

В силу (11) уравнения (9) записутся:

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial \lambda_j} = \frac{1}{\lambda_j} \sum_{i=1}^I m_i q_{ij} - \sum_{i=1}^I t_i q_{ij} = 0, \quad j = 1 \div J.$$

Вводя обозначения

$$\bar{p}_j = \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I q_{ij}, \quad \lambda_j = \frac{\sum_{i=1}^I m_i q_{ij}}{\sum_{i=1}^I t_i q_{ij}}; \quad j = 1 \div J \quad (13)$$

и выполнив некоторые преобразования, получим следующую форму условий максимума величины  $\ln \mu$ :

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial p_j} = \frac{I \bar{p}_j}{p_j} - \frac{I \bar{p}_J}{p_j} = 0; \quad j = 1 \div (J-1); \quad (14)$$

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial \lambda_j} = \frac{1}{\lambda_j} \sum_{i=1}^I t_i q_{ij} (\bar{\lambda}_j - \lambda_j) = 0, \quad j = 1 \div J. \quad (15)$$

При этом в силу (6), (7), (13):

$$q_{i,J} = 1 - \sum_{j=1}^{J-1} q_{ij}; \quad \bar{p}_J = 1 - \sum_{j=1}^{J-1} \bar{p}_j.$$

Уравнения (14), (15) с учетом (12), (13) удобны для решения методом последовательных приближений, в результате чего можно найти искомые значения  $p_j$ ,  $\lambda_j$ , а затем определить величины  $q_{ij}$ . Особенность данного подхода в том, что здесь отсутствует жесткое группирование. За каждым элементом оставляется возможность принадлежать к разным по надежности группам, причем вероятности таких принадлежностей  $q_{ij}$  существенно зависят от индивидуальных ретроспективных данных  $t_i$ ,  $m_i$ . Заметим, что и в методе жесткого группирования можно говорить о величинах  $q_{ij}$ , но они принимают всего два значения — 0 и 1.

Метод гибкого группирования на основе принципа максимального правдоподобия позволяет дать индивидуальные оценки показателей надежности. В частности для каждого элемента можно вычислить средний параметр потока дефектов  $\bar{\lambda}_i$ , равный

$$\bar{\lambda}_i = \sum_{j=1}^J q_{ij} \lambda_j,$$

и дисперсию этого показателя  $D_i^2$ :

$$D_i^2 = \sum_{j=1}^J q_{ij} (\lambda_j - \bar{\lambda}_i)^2.$$

**Некоторые результаты группирования.** Был выполнен ряд расчетов непосредственно практической, а также методической направленности, демонстрирующих эффективность предложенных подходов. Расчеты методического характера удобно выполнять для совокупностей элементов, имеющих одинаковую наработку  $t_i=t$ , причем величину  $t$  можно не нарушая общности принять

равной единице.

Выясним сначала, насколько результаты предлагаемого группирования согласуются с интуитивными представлениями. Рассмотрим три совокупности элементов: для первой  $I=10$ ,  $m=1,5$ ,  $n_1=n_5=5$ ; для второй  $I=15$ ,  $m=1,3,5$ ,  $n_1=n_3=n_5=5$ ; для третьей  $I=20$ ,  $m=1,3,5,9$ ,  $n_1=n_3=n_5=n_9=5$ . Интуитивно кажется, что в первом случае можно ожидать 2 группы ( $\lambda_1 \approx 5$ ,  $\lambda_2 \approx 1$ ), во втором — 3 группы ( $\lambda_1 \approx 5$ ,  $\lambda_2 \approx 3$ ,  $\lambda_3 \approx 1$ ), в третьем — 4 группы ( $\lambda_1 \approx 9$ ,  $\lambda_2 \approx 5$ ,  $\lambda_3 \approx 3$ ,  $\lambda_4 \approx 1$ ).

Результаты расчетов по методу максимального правдоподобия согласуются с интуицией только для 1-й совокупности. В этом случае при разных начальных приближениях получается решение:  $p_1=0,57$ ,  $\lambda_1=4,44$ ,  $\lambda_2=1,09$ . Для 2-й совокупности, задавая разные начальные приближения и возможное число групп  $J$ , устойчиво убеждаемся в однородности:  $J=2$ ,  $\lambda_1=\lambda_2=3,0$ ,  $J=3$ ,  $\lambda_1=\lambda_2=3,0$ ,  $\lambda_3=2,998$ ;  $J=4$ ,  $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=3,0$ ,  $\lambda_4=2,997$ . Третья совокупность неоднородна, но при вариации возможного числа групп  $J$  устойчиво подтверждается наличие только двух групп:  $J=2$ ,  $p_1=0,452$ ,  $\lambda_1=6,939$ ,  $\lambda_2=2,487$ ;  $J=3$ ,  $p_1=0,222$ ,  $\lambda_1=6,946$ ,  $p_2=0,230$ ,  $\lambda_2=6,946$ ,  $\lambda_3=2,487$ .

Два примера иллюстрируют эффективность критериев неоднородности (4), (5). В обоих случаях  $m=0,1$ ;  $M/N_d=1$ , причем в первом случае  $n_0=1$ ,  $n_1=9$ , а во втором —  $n_0=9$ ,  $n_1=1$ . Полагая  $J=2$  в обоих случаях подтверждаем однородность совокупностей. В первом случае  $\lambda_1=\lambda_2=0,9$ , во втором —  $\lambda_1=\lambda_2=0,1$ .

Рассматривался ряд заведомо однородных совокупностей, где числа  $n_m$  приближенно отражали распределение Пуассона  $p_m(a)=a^m e^{-a}/m!$ , т.е. задавались так, чтобы  $n_m/I \approx p_m(a)$ . В частности совокупности:

$$I=100, m=0 \div 4, n_0=36, n_1=38, n_2=18, n_3=6, n_4=2; \quad (16)$$

$$I=100, m=0 \div 5, n_0=37, n_1=37, n_2=18, n_3=6, n_4=1. \\ n_5=1 \quad (17)$$

соответствуют распределению Пуассона с параметром  $a \approx 1,0$ , а совокупности:

$$I=100, m=0 \div 6, n_0=14, n_1=n_2=27, n_3=18, n_4=9, \\ n_5=4, n_6=1; \quad (18)$$

$$I=100, m=0 \div 6, n_0=13, n_1=n_2=27, n_3=18, n_4=9, \\ n_5=4, n_6=2 \quad (19)$$

соответствуют распределению Пуассона с параметром  $a \approx 2$ .

Расчеты методом максимального правдоподобия при вариации числа возможных групп  $J$  и

различных начальных приближениях дали для совокупности (16) устойчивое решение  $\lambda \approx 1, \bar{\lambda}_i \approx 1$  ( $i=1 \div 100$ ). Совокупности (16), (17) почти не различимы для элементов со сравнительно небольшим числом дефектов ( $m < 4, i \leq 98$ ). Вместе с тем наличие в совокупности (17) одного элемента с 4-мя ( $i=99$ ) и одного — с 5-ю дефектами ( $i=100$ ) вместо двух элементов с 4-мя дефектами (именно в этой части наибольшее расхождение с идеальной однородностью, так как  $p_4(1) \approx 0,015, p_5(1) \approx 0,003$ ) дает определенное изменение группирования: здесь можно говорить о двух группах, причем им соответствуют различные локальные максимумы функции правдоподобия. В частности есть решение (начальное приближение  $p_{1,0} = 0,5, \lambda_{1,0} = 1,1, \lambda_{2,0} = 0,9$  и  $J = 2$ ):

$$p_1 = 0,49, \lambda_1 = 1,19, \lambda_2 = 0,815,$$

и решение (начальное приближение  $p_{1,0} = p_{2,0} = 0,01, \lambda_{1,0} = 5,0, \lambda_{2,0} = 4,0, \lambda_{3,0} = 1,0$  и  $J = 3$ ):

$$p_1 = 0,0145, p_2 = 0,019, \lambda_1 = \lambda_2 = 2,23, \lambda_3 = 0,96.$$

Различие функций правдоподобия обоих решений крайне мало — порядка 3%. Для обоих решений величины  $\bar{\lambda}_i$  ( $m < 4, i = 1 \div 98$ ) практически совпадают и мало отличаются от единицы, а величина  $\bar{\lambda}_{100}$  ( $m = 5$ ) принимает значение  $\bar{\lambda}_{100} = 1,12$  или  $\bar{\lambda}_{100} = 1,46$ .

Близкая картина получилась при группировании совокупностей (18), (19). Для совокупности (18) устойчиво получалось  $\lambda = 1,9, \bar{\lambda}_i = 1,97$  ( $i = 1 \div 100$ ). Для совокупности (19) получалось два решения. При начальном приближении  $p_{1,0} = 0,5, \lambda_{1,0} = 2,2, \lambda_{2,0} = 1,8$  и  $J = 2$  получилось решение:

$$p_1 = 0,502, \lambda_1 = 2,13, \lambda_2 = 1,93.$$

При начальном приближении  $p_{1,0} = p_{2,0} = 0,01, \lambda_{1,0} = 6, \lambda_{2,0} = 5, \lambda_{3,0} = 2$  и  $J = 3$  получилось:

$p_1 = 0,0048, p_2 = 0,0064, \lambda_1 = \lambda_2 = 2,14, \lambda_3 = 2,03$ , причем для обоих решений величины  $\lambda_i$  ( $i = 1 \div 100$ ) менялись в очень узком диапазоне  $2,02 \div 2,05$ . Интересно также отметить, что для совокупностей (16), (18), (19) условие неоднородности (4) не выполняется и с минимальным запасом выполняется лишь для совокупности (17).

Результаты данных расчетов показывают, что метод максимального правдоподобия не требует специального критерия однородности, а автоматически определяет либо однородность, либо практическое число однородных групп. Вместе с тем он достаточно чувствителен даже к небольшим отклонениям от однородности. При этом решение может оказаться неоднозначным, но индивидуальные различия отдельных элементов практически не проявляются.

В качестве еще одного примера методического и вместе с тем практического характера рассмотрим следующую совокупность:

$$\begin{aligned} I = 91, m = 0 \div 6, n_0 = 53, n_1 = 23, n_2 = 6, n_3 = 3, n_4 = 2, \\ n_5 = 3, n_6 = 1. \end{aligned} \quad (20)$$

Совокупность (20) имитирует число расщеплений, наблюдавшихся на турбогенераторах одного типа мощностью 200 МВт. Имитация состоит в том, что наработки различных генераторов приводились к одной усредненной величине  $t$ , условно принятой за единицу (на самом деле  $t$  составляет около 17,4 года). Далее этот случай будет проанализирован более подробно с фактическими наработками и в реальном масштабе времени.

Результаты группирования при начальном приближении ( $p_{1,0} = 0,5, \lambda_{1,0} = 1,0, \lambda_{2,0} = 0,6$  и  $J = 2$ ) имеют вид

$$p_1 = 0,144, \lambda_1 = 3,28, \lambda_2 = 0,386.$$

При другом начальном приближении ( $p_{1,0} = 0,02, p_{2,0} = 0,14, \lambda_{1,0} = 6,0, \lambda_{2,0} = 3,0, \lambda_{3,0} = 0,4$ ) и другом числе возможных однородных групп ( $J = 3$ ) получилось решение:

$$p_1 = 0,019, p_2 = 0,125, \lambda_1 = 3,29, \lambda_2 = 3,28, \lambda_3 = 0,386.$$

Заметим также, что у совокупности (20) функция правдоподобия для однородного представления ( $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,805$ ) почти в  $10^6$  раз меньше, чем при оптимальном группировании, т.е. однородность этой совокупности практически невозможна. Эти результаты наглядно демонстрируют, что в практически важном случае наличие групп разной надежности и их число выявляются достаточно четко и неоднозначности не наблюдается.

Сопоставление совокупностей (20) и (18) наглядно демонстрирует преимущество предлагаемых групповых подходов к индивидуальной оценке перед непосредственной индивидуальной оценкой надежности отдельного элемента. В обеих совокупностях есть большое число бездефектных элементов ( $m = 0$ ) и один элемент с 6-ю проявлениями дефекта. Непосредственная индивидуальная оценка, вполне согласующаяся со здравым смыслом и интуитивным представлением, говорит, что элемент с 6-ю проявлениями дефекта существенно менее надежен, чем элемент без дефектов. Однако более строгий анализ показывает, что это интуитивное представление справедливо только для совокупности (20). Здесь при  $m = 0$   $\bar{\lambda}_1 = 0,413$ , а при  $m = 6$   $\bar{\lambda}_{91} = 3,28$ , т.е. почти на порядок больше. Совокупность же (18) представляет элементы равной надежности ( $\bar{\lambda}_i = 1,97$ ), а

существенное различие в количественных проявлениях дефектов есть не более, чем игра случая.

Группирование генераторов по проявлению расщеплений при фактических наработках выполнялось обоими методами — гибкого и жесткого группирования. При гибком группировании получены результаты:

$$p_1 = 0,147; \lambda_1 = 0,19 \text{ 1/год}; \lambda_2 = 0,0224 \text{ 1/год}.$$

При жестком группировании:

$$x=13; y=6; \lambda_1 = 0,134 \text{ 1/год}; \lambda_2 = 0,0115 \text{ 1/год}.$$

В этом варианте вероятность  $p_1$  не предусмотрена, но отношение числа генераторов 1-й (менее надежной) группы ( $N_d - x + y$ ) к общему числу генераторов  $I$  ( $I=91, N_d=38$ ) составляет 0,34 и может приближенно интерпретироваться как эквивалент вероятности  $p_1$ . Хотя имеется определенное количественное расхождение результатов применения разных подходов, качественное согласие вполне удовлетворительное.

Дальнейший анализ основан преимущественно на результатах метода максимального правдоподобия, лучше приспособленного к индивидуальной оценке надежности. В таблице представлены два существенных показателя надежности: вероятность принадлежности к менее надежной группе  $q_{i,1}$  (числитель) и средний поток расщеплений  $\bar{\lambda}_i$  (знаменатель: размерность 1/год) для различных наработок  $t_i$  и числа зарегистрированных расщеплений  $m_i$ . Прежде всего представляет интерес сопоставление индивидуальных значений  $\bar{\lambda}_i$  со средним значением потока расщеплений  $\bar{\lambda}$  по всей совокупности, равным 0,0462 1/год. Если условно назвать «надежными» (в отношении расщеплений)

все генераторы, у которых  $\bar{\lambda}_i < \bar{\lambda}$ , а остальные считать «ненадежными», то граница между этими группами пройдет при  $t_i = 1$  и  $8 < t_i < 16$ . Почти так же производилось жесткое группирование, с той лишь оговоркой, что бездефектные генераторы с наработками в диапазоне  $5 \leq t_i \leq 8$  относились к «ненадежным».

Интересно сопоставить результаты таблицы с предложениями [3]. Согласно [3] при  $t_i = 0$  и  $t_i \geq 18$  лет генераторы не подвержены расщеплению. С практической точки зрения это в частности означает, что диагностика расщеплений на таких генераторах не целесообразна. Полученные результаты говорят, что хотя вероятность расщеплений на таких генераторах достаточно мала (средняя наработка на расщепление — примерно 42 года), но с ней следует считаться. Отметим, что сейчас известны случаи появления первых расщеплений после 20 лет бездефектной работы.

Более детальный анализ данного случая не входил в задачу настоящей статьи. Важно было продемонстрировать, что предлагаемые подходы открывают новые возможности при индивидуальной оценке технического состояния оборудования на основе ретроспективных данных достаточно агрегированного характера. Методы универсальны и пригодны для анализа проявления любых дефектов и отказов. Получаемые результаты могут быть использованы для технической диагностики, оптимизации планирования ремонтных работ и других приложений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цветков В.А. Математическая модель для анализа надежности генераторов с учетом развития дефектов. — Электричество, 1992, № 11.
2. Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. Таблицы для анализа и контроля надежности. — М.: Советское радио, 1968.
3. Геллер Р.Л., Синаюк С.Л., Цветков В.А. Ретроспективный анализ и прогнозирование повреждаемости активной стали статоров турбогенераторов 200 и 300 МВт. — Электротехника, 1987, № 7.
4. Кокс Д.Р., Оукс Д. Анализ данных типа времени жизни. — М.: Финансы и статистика, 1988.

[26.04.93]

*Автор: Цветков Владимир Александрович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1958 г. В 1975 г. во ВНИИЭлектромаш защитил докторскую диссертацию на тему «Динамические свойства и виброустойчивость элементов конструкции статоров мощных синхронных генераторов». Заведующий лабораторией в Научно-исследовательском институте электроэнергетики.*

Число расщеплений $m_i$	Наработка $t_i$ лет			
	4	8	16	24
0	0,089 0,035	0,043 0,0297	0,0117 0,0243	0,0031 0,0229
1	0,43 0,0944	0,28 0,0694	0,091 0,0377	0,0262 0,0270
2	0,865 0,167	0,765 0,151	0,46 0,0994	0,182 0,0528
3	0,981 0,187	0,964 0,184	0,880 0,170	0,650 0,131
4	0,998 0,19	0,996 0,189	0,984 0,187	0,940 0,180
5	1,0 0,19	1,0 0,19	0,998 0,19	0,996 0,189
6	1,0 0,19	1,0 0,19	1,0 0,19	0,999 0,19

**Примечание.** В числителе вероятность принадлежности к менее надежной группе  $q_{i,1}$ , в знаменателе — средний поток расщеплений  $\bar{\lambda}_i$ .

# Строение областей существования и устойчивости режимов в консервативной модели электроэнергетической системы

НЕСТЕРЕНКО Н.Г.

Исследуется строение областей существования и статической устойчивости режимов в консервативной модели электроэнергетической системы в активных мощностях при фиксированных уровнях напряжения в узлах системы. Анализ основан на характеризации структурных многообразий (под структурным многообразием понимается множество режимов, в которых достигают своего максимума одновременно перетоки мощности по заданному набору сечений). Приведены примеры, в которых область существования/устойчивости не выпукла; не сжимается при уменьшении проводимости связи или уровня напряжения в узле; область существования не совпадает с замыканием области устойчивости; область устойчивости не выпукла в нуле. Данные примеры противоречат известным гипотезам Тавора—Смита. Обосновывается возможность даже в консервативной идеализации с помощью увеличения индуктивности ветви или понижения уровня напряжения в узле вводить режим в область устойчивости при аварийных возмущениях.

Существование (устойчивость) потокораспределения в сети определяется теми условиями и параметрами режима, при которых физически реализуемо (устойчивое) состояние равновесия системы. Такие условия, вызванные структурой сети (т.е. типом узла и матрицей узловых проводимостей) хорошо понятны для случая простой схемы, состоящей из одной линии. В общем случае подобные ограничения охарактеризовать намного труднее. Это связано с множественностью решения и существованием неустойчивых состояний равновесия.

Классические условия существования (устойчивости) режима в сети исследовались с помощью численного расчета потокораспределения. Такой метод (называемый в [1–3] последовательным) дает один ответ в рассматриваемый момент времени и должен быть повторен при каждом изменении в оперативных условиях и структуре сети. С развитием электроэнергетических систем (ЭЭС) усложнялся как процесс расчета режимных характеристик, так и анализ полученных решений. В середине 70-х годов был предложен теоретико-множественный подход к анализу режимов ЭЭС. В то время как последовательный подход нацелен на определение точечных характеристик режима, теоретико-множественный подход исследует ограничения, которые накладывают параметры схемы энергосистемы на возможность реализации ее режимов. Выявление данных ограничений

*A set theoretic analysis of load flow feasibility and stability of a lossless power network with only voltage controlled buses is presented. This analysis is based on the study of points with the maximum power flow on the given cut-sets. The properties of the load flow feasibility/stability region are investigated. The examples of power network are given where feasibility/stability region is not convex; feasibility/stability region is not contractile with respect to bus voltage (or to line admittance); the closure of stability region differs from feasibility region; stability region is not convex in zero. These examples contradict the hypotheses of Tavora and Smith. It is argued that the feasibility and stability conditions may be corrected by a decrease in bus voltage and/or line admittance.*

позволяет получить представление о режимах энергосистемы в целом, а при нарушении условий существования потокораспределения — оценить тяжесть сетевых ограничений, приводя к систематизированной процедуре восстановления нарушенных условий. Более подробно о важности такого исследования см. в [1–4].

Невозможность в общем случае исчерпывающего, конструктивного описания условий существования режима привела к необходимости анализа строения области существования режимов. Так, для оценки существования и запаса устойчивости режимов, для разработки ускоренных методов расчета предельных режимов важную роль играет отыскание выпуклых (или выпуклых в нуле) подмножеств области существования режимов. В задачах управления режимами и проектирования развития ЭЭС значительный интерес представляет исследование поведения области существования при изменении параметров системы и, в частности, такого свойства как сжимаемость данной области при уменьшении пропускной способности линий электропередач. Важным также является вопрос о соотношении областей существования и устойчивости режимов, так как в конечном счете интерес представляют именно устойчивые режимы, а область существования является лишь приближением области устойчивости, имеющим более простое описание.

Исследование свойств области существования

режимов привело к развитию таких методов анализа условий существования, как метод опорных гиперплоскостей (supporting hyperplanes) [2, 3], метод  $L$ -функций [5, 6], которые дают необходимые условия существования режимов, а также методов, связанных с аппроксимацией области существования режимов выпуклой оболочкой некоторых из ее наиболее представительных точек [7, 10]. Вместе с тем, использование качественного строения области существования (устойчивости) требует известной осторожности, так как многие из свойств, справедливые для двух — трехузловых систем, не всегда выполняются в многомашинном случае.

Основная трудность исследования указанных свойств вызвана нелинейностью уравнений потокораспределения. Среди моделей ЭЭС, описываемых нелинейными уравнениями, наиболее простой является модель (именуемая в дальнейшем консервативной) в активных мощностях при фиксированных модулях напряжения в узлах сети и отсутствии потерь в линиях. Несмотря на ряд принимаемых упрощающих предположений, эта модель находит применение в некоторых задачах управления режимами и проектирования развития ЭЭС. К одним из первых работ по исследованию областей существования, устойчивости режимов в данной идеализации следует отнести труды [11—13]. Так, в [2—4, 13—17] широко отражена проблема выпуклости области существования режимов в консервативной модели, постановку которой относят к [12], хотя в указанной статье речь идет о некоторой части области устойчивых режимов. Положительное решение данной проблемы для случая трехузловой системы получено в [14]. Известной является также гипотеза о совпадении (с точностью до границы) областей существования и устойчивости режимов [15, 16].

Ввиду несвязанности области устойчивых решений представляет интерес анализ ее связанной компоненты, содержащей начало координат. Тавора и Смит [12], исследуя условия существования (устойчивости), выдвинули две гипотезы, одна из которых связана с выпуклостью указанной выше компоненты, а вторая — с выпуклостью ее образа в пространстве мощностей.

На практике утяжеление режима обычно осуществляется [19]:

уменьшением модуля напряжения в узле или проводимости линии;

увеличением нагрузки в некотором узле (или подсистеме) и соответствующим увеличением генерации в другом узле (подсистеме);

пропорциональным увеличением мощностей в узлах.

Кроме того, оценку устойчивости режима, как правило, заменяют оценкой существования. При

этом неявно предполагают, что замыкание области устойчивых режимов совпадает с областью существования режимов и запас устойчивости режима не уменьшается:

при увеличении напряжения в узле (проводимости линии) (т.е. область устойчивости режимов сжимается при уменьшении напряжения в узле или проводимости линии);

при равном отключении нагрузки и генерации (т.е. область устойчивости замкнута относительно отключения нагрузки и равной ей генерации);

при пропорциональном уменьшении узловых мощностей (т.е. область устойчивых режимов выпукла в нуле).

Справедливость данных свойств для двухузловых систем проверяется непосредственно.

В статье исследуется качественное строение областей существования и устойчивости режимов и строятся примеры, в которых указанные ранее свойства нарушаются. Следует отметить, что нарушение соответствующих свойств в неоднородных сетях (при различном отношении  $R/X$  в линиях) хорошо известно. При этом, однако, данное обстоятельство связывалось с наличием потерь в линиях [4, 15, 16].

*Установившийся режим* в  $n$ -узловой консервативной модели описывается зависимостью активных составляющих мощностей узлов от фазовых углов напряжений

$$P_i = \sum_{i=1, i \neq j}^{n-1} F_{ij} \sin \delta_{ij}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (1)$$

где  $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_{n-1})^t$  — набор фазовых углов напряжений относительно базисного (в данном случае  $n$ -го);  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$  (при этом  $\delta_n = 0$ );  $F_{ij} = V_i V_j y_{ij}$  — произведение модулей напряжений в узлах  $i$  и  $j$  на модуль проводимости связи между этими узлами.

Система уравнений (1) в действительности определяет состояния равновесия уравнений движения генераторов. Если данную систему переписать более компактно как  $P=f(\delta)$ , то в рассматриваемой идеализации под устойчивостью (статической) синхронной работы генераторов в точке  $\delta$  понимают положительную определенность матрицы Якоби отображения  $f$  в точке  $\delta$ .

Далее будем использовать следующие обозначения:  $W(\delta)$  — матрица Якоби отображения  $f$  в точке  $\delta$ ;  $S = \{\delta | W(\delta) > 0\}$  — множество всех устойчивых решений (знак неравенства означает положительную определенность матрицы);  $S'$  — та связанные компонента множества  $S$  (в дальнейшем называемая *главной компонентой устойчивости*), которая содержит начало координат;  $FR=f(R^{n-1})$  — область существования режимов;  $SR=f(S)$  — область устойчивых режимов;

$PR=f(S')$  — образ главной компоненты устойчивости в пространстве мощностей.

Очевидно, что область  $FR$  содержит  $SR$  и  $SR$  содержит  $PR$ .

**Анализ устойчивых решений.** При анализе устойчивости важную роль играет определитель матрицы Якоби системы уравнений (1). Так как  $W(0)>0$ , то главная компонента устойчивости совпадает со связанный компонентой множества  $\{\delta \mid \det W(\delta)>0\}$ , содержащей начало координат. Для  $t>0$  определим политоп

$$K(t) = \{\delta \in \mathbb{R}^{n-1} \mid f_{ij} > 0 \Rightarrow \delta_{ij} < t\}.$$

Среди таких политопов наиболее часто будет встречаться политоп  $K(\pi/2)$ , координаты всех вершин данного политопа кратны  $\pi/2$ , и в этой связи будем называть его для краткости  $q$ -политопом (quadrature polytope). Хорошо известно, что внутри  $q$ -политопа матрица Якоби отображения  $f$  является  $M$ -матрицей и, в частности, положительно определена. Следовательно, главная компонента устойчивости всегда содержит  $q$ -политоп [12]. Заметим, что  $q$ -политоп определяется только топологией сети. Кроме того, он совпадает с главной компонентой устойчивости тогда и только тогда, когда граф сети не содержит замкнутых контуров. Автору неизвестна столь же простая внешняя аппроксимация главной компоненты устойчивости многогранником в общем случае.

При утяжелении режима в заданном направлении мощностей (углов) большое значение имеет свойство выпуклости в нуле анализируемой подобласти устойчивых режимов (решений). Следующий пример показывает, что, начиная с  $n=5$ , область устойчивых режимов, главная компонента устойчивости и ее образ в пространстве мощностей могут быть не выпуклыми в нуле.

**Пример 1.** Рассмотрим пятиузловую кольцевую ЭЭС с параметрами  $F_{15}=F_{12}=F_{23}=a$ ,  $F_{34}=b$ ,  $F_{45}=c>0$  (в отн. ед.). Очевидно, что режим  $f(\delta)$  принадлежит плоскости  $P_1=P_2=0$  тогда и только тогда, когда выполняются равенства  $\sin \delta_{21}=\sin \delta_1$  и  $\sin \delta_{32}=\sin \delta_{21}$ . Первое из данных равенств означает, что (с точностью до  $2\pi$ )  $\delta_2=2\delta_1$  или  $\delta_2=\pi$ . Но при  $\delta_2=\pi$  матрица Якоби в точке  $\delta$  имеет нулевой диагональный элемент  $W_{11}(\delta)=a \cos \delta_1 + a \cos \delta_{12}=0$  и, следовательно, не является положительно определенной. Проводя аналогичные рассуждения и для второго из полученных равенств, убеждаемся, что сечение области устойчивых режимов плоскостью  $P_1=P_2=0$  совпадает с образом (посредством отображения  $f$ ) сечения области устойчивых решений плоскостью  $\Omega=\{\delta \in \mathbb{R}^{n-1} \mid \delta_2=2\delta_1, \delta_3=3\delta_1\}$ . Матрица Якоби в точках последней плоскости имеет вид:

$$\begin{bmatrix} 2A & -A & 0 & 0 \\ -A & 2A & -A & 0 \\ 0 & -A & A+B & -B \\ 0 & 0 & -B & B+C \end{bmatrix}.$$

где  $A=a \cos \delta_1$ ,  $B=b \cos(3\delta_1-\delta_4)$ ,  $C=c \cos \delta_4$ .

Вычисляя угловые миноры данной матрицы, легко свести условие ее положительной определенности к виду

$$A>0, A+3B>0, AC+AB+3BC>0.$$

Для случая  $a=12$ ,  $b=3$ ,  $c=1$  сечение области устойчивых режимов плоскостью  $P_1=P_2=0$  в координатах  $P_3, P_4$  изображено на рис. 1 и, как видно, не является выпуклым в нуле. Как показывают расчеты, в рассматриваемом случае сечение области устойчивых решений плоскостью  $\Omega$  совпадает (с точностью до  $2\pi$ ) с аналогичным сечением главной компоненты устойчивости.

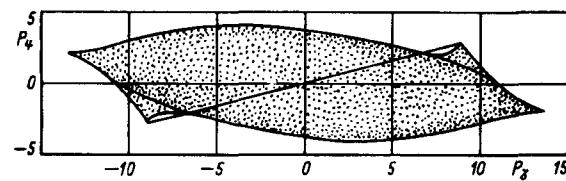


Рис. 1

Рассмотрим теперь сечение главной компоненты устойчивости плоскостью  $\Omega$  для случая  $a=c=6b$ . Очевидно, что кривая

$$\delta(\varphi)=\begin{cases} (\varphi, 2\varphi, 3\varphi, -\varphi)^t & \text{при } 0 \leq \varphi \leq 3\pi/8, \\ (\varphi, 2\varphi, 3\varphi, 3\varphi - 3\pi/2)^t & \text{при } 3\pi/8 \leq \varphi \leq \pi/2 \end{cases}$$

непрерывна (она состоит из двух отрезков с общим концом) и принадлежит данной плоскости. При  $0 \leq \varphi \leq 3\pi/8$  определитель матрицы Якоби в точке  $\delta(\varphi)$  равен  $a^3 b \cos^3 \varphi [4 \cos 4\varphi + 6 \cos \varphi]$  и после замены  $\cos 4\varphi$  многочленом от  $x=\cos \varphi$  преобразуется к виду  $a^3 b x^3 [4(8x^4 - 8x^2 + 1) + 6x]$ . Полученный многочлен не имеет положительных корней (что непосредственно проверяется, например, с помощью метода Штурма), и поэтому определитель матрицы Якоби положителен во всех точках отрезка, соединяющего начало координат с точкой  $\delta(3\pi/8)$ . Кроме того, легко видеть, что при  $3\pi/8 \leq \varphi < \pi/2$  определитель матрицы Якоби равен  $ca^3 \cos^3 \varphi \cos(3\varphi - 3\pi/2)$  и также положителен. Следовательно, точка  $\beta=\delta(\pi/2)$  принадлежит границе главной компоненты устойчивости. Вместе с тем, в точке  $(2/3)\beta=(\pi/3, 2\pi/3, \pi, 0)^t$  определитель матрицы Якоби отрицателен:

$$a^2 \cos^2 \left( \frac{\pi}{3} \right) \left[ ac \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) + b \cos(\pi) \left( 3c + a \cos \left( \frac{\pi}{3} \right) \right) \right] =$$

$$=\frac{a^2}{8}\{ac-b(6c+a)\}=-27b^3.$$

Таким образом, замыкание главной компоненты устойчивости содержит точку  $\beta$ , но не содержит отрезок, соединяющий данную точку с началом координат (см. рис. 2), т.е. в этом случае главная компонента устойчивости не выпукла в нуле.

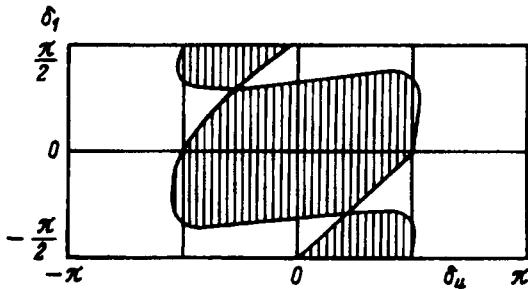


Рис. 2

В рассмотренном примере точка  $\beta$  не принадлежит политопу  $K(\pi)$ , так как  $\beta_{34}=3\pi/2$ , и следовательно возможен непрерывный переход системы из режима холостого хода без потери устойчивости в состоянии с разностью фаз по одной из линий, превышающей  $180^\circ$ . Возникает предположение, что «плохое» строение главной компоненты устойчивости обусловлено ее выходом за границы политопа  $K(\pi)$ . В этой связи представляют интерес исследование множества таких устойчивых решений, у которых разность фаз по каждой связи не превосходит  $\pi$ , т.е. множества  $S \cap K(\pi)$ .

**Предложение 1.** Область  $S \cap K(\pi) = \{\delta \in K(\pi) \mid |W(\delta)| > 0\}$  выпукла в нуле. (доказательство см. Приложение 1). Из данного утверждения немедленно вытекает **Следствие 1:**  $S' \cap K(\pi) = S \cap K(\pi)$ , т.е. политоп  $K(\pi)$  вырезает из области устойчивых решений и ее главной компоненты одну и ту же выпуклую в нуле подобласть.

Проверка положительной определенности матрицы, вообще говоря, связана с вычислением всех ее угловых миноров и является довольно трудоемкой задачей. Для кольцевых ЭЭС удается охарактеризовать множество  $S \cap K(\pi)$ , используя лишь определитель матрицы Якоби. В приложении 2 доказывается **Следствие 2:** для кольцевых ЭЭС имеет место равенство

$$S \cap K(\pi) = \{\delta \in \Phi \cap K(\pi) \mid \det W(\delta) > 0\},$$

где  $\Phi$  — многогранник, состоящий из таких точек  $\delta$ , для которых разность фаз по всем связям, кроме быть может одной, меньше  $\pi/2$ .

При  $n=3$  область  $\Phi$  представляет собой невыпуклый двенадцатигранник, как показано на рис. 3, при этом простая проверка показывает,

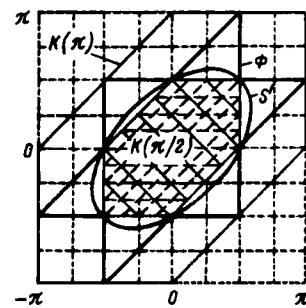


Рис. 3

что она принадлежит шестиугольнику  $K(\pi)$  и на его границе определитель матрицы Якоби не положителен. Отсюда и из следствия 2 получаем **Следствие 3.** Для трехузловых ЭЭС главная компонента устойчивости совпадает с  $\{\delta \in \Phi \mid |\det W(\delta)| > 0\}$  и выпукла в нуле.

Так как система уравнений имеет не более одного решения в произвольной выпуклой области с положительно определенной матрицей Якоби, то представляет интерес вопрос о выпуклости пересечения  $S \cap K(\pi)$ . Следующий пример показывает, что уже для трехузловых систем данная область может быть не выпукла.

**Пример 2.** Из предыдущего следствия вытекает, что граница главной компоненты устойчивости трехузловой ЭЭС совпадает с той частью кривой  $\det W(\delta)=0$ , которая принадлежит замыканию многоугольника  $\Phi$ . Касательная к данной кривой в точке  $(\pi/2, \pi/2)$  описывается уравнением

$$F_{13}(\delta_1 - \pi/2) + F_{23}(\delta_2 - \pi/2) = 0. \quad (2)$$

Пусть  $F_{13}=1$ ,  $F_{23}=2$  и  $F_{12}=1/(1-\cos\varphi)$ , где  $\varphi=\pi/12$ . Ясно, что точка  $\beta=(\pi/2+2\varphi, \pi/2-\varphi)$  принадлежит области  $\Phi$  и касательной (2). Кроме того,  $\det W(\beta)=(\sqrt{2}-1)\sin\varphi>0$ . Таким образом, рассмотренная касательная пересекает главную компоненту устойчивости в точке  $\beta$ , и поэтому данная область не выпукла. Данный пример опровергает первую из гипотез Тавора—Смита [12].

**Минимальные структурные многообразия.** При анализе области существования режима важную роль играют точки, характеризующие предел передаваемой мощности по тому или иному сечению ЭС [8, 12, 18]. Такие точки принадлежат границе области существования режимов и их, обычно, называют структурными. Далее под сечением графа понимается подмножество его дуг вида  $s(M)=\{(i,j) \mid i \in M, j \notin M, F_{i,j} \neq 0\}$ , где  $M$  — подходящее подмножество узлов графа сети. Через  $\text{Var}[s]$  обозначим множество тех структурных точек, которые отвечают максимуму перетока мощности по сечению  $s$ . В полно связанный схеме многообразие  $\text{Var}[s(M)]$  содержит ровно одну точ-

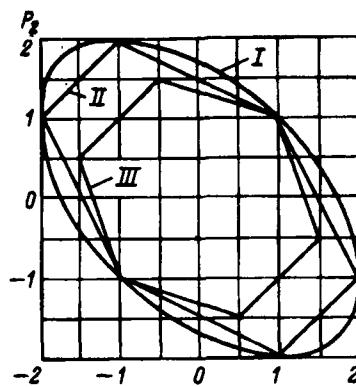


Рис. 4

ку (см. рис. 4; I — область существования режимов при  $F_{12}=F_{23}=F_{13}=1$ ; II — опорный полигон при  $F_{12}=F_{23}=F_{13}=1$ ; III — опорный полигон при  $2F_{12}=F_{23}=F_{13}=1$ ), т.е. существует единственная структурная точка, отвечающая максимуму загрузки данного сечения, а именно, координаты этой точки имеют вид

$$P_i = \sum_{j \notin M} F_{ij} \quad (i \in M); \quad P_i = -\sum_{j \in M} F_{ij} \quad (i \notin M).$$

При отсутствии каких-либо связей, как показывает пример простейшей трехузловой системы, существуют сечения  $s$ , для которых  $\text{Var}[s]$  содержит более одного элемента. В этом случае полное описание многообразия  $\text{Var}[s]$  существенно усложняется. Вместе с тем, в этом множестве существуют точки, в которых достигает максимума переток активной мощности еще хотя бы по одному сечению, отличному от рассматриваемого. Эти точки играют для данного множества такую же роль, как и структурные точки для области существования режимов.

Множество точек, в которых достигают своего максимума одновременно перетоки по сечениям  $s_1, \dots, s_m$ , обозначим через  $\text{Var}[s_1, \dots, s_m]$  и будем называть структурным многообразием. Очевидно, что  $\text{Var}[s_1, \dots, s_m]$  является пересечением многообразий  $\text{Var}[s_1], \dots, \text{Var}[s_m]$ . Оказывается, что, если данное множество содержит более одного режима, то существует такое сечение  $s_{m+1}$ , независимое от  $s_1, \dots, s_m$ , что многообразие  $\text{Var}[s_1, \dots, s_{m+1}]$  не пусто. Расширяя таким образом совокупность сечений, мы в итоге придем к минимальному структурному многообразию  $\text{Var}[s_1, \dots, s_k]$ , состоящему из единственного режима, который будем называть суперструктурным.

Для графа, образованного из дуг, входящих в сечения  $s_1, \dots, s_k$ , с вершинами в узлах сети в дальнейшем используется обозначение  $G(s_1, \dots, s_k)$ . Очевидно, что структурное многообразие  $\text{Var}[s_1, \dots, s_k]$  не пусто только в том случае, если граф  $G(s_1, \dots, s_k)$  не содержит взаимнооб-

ратных дуг.

Пусть  $P$  — некоторый режим из структурного многообразия  $\text{Var}[s_1, \dots, s_k]$ , отвечающий в пространстве фазовых углов точке  $\delta$ , тогда должны быть удовлетворены равенства

$$\sin(\delta_{ij}) = 1 \quad (3)$$

для всех дуг  $(i, j)$  графа  $G(s_1, \dots, s_k)$ . В частности, если такой граф содержит дерево исходного графа сети (т.е. связан), то условия (3) однозначно определяют режим  $P$  и в этом случае многообразие  $\text{Var}[s_1, \dots, s_k]$  является минимальным. Рассмотрим теперь случай, когда граф  $G(s_1, \dots, s_k)$  не связан. Тогда существует сечение, которое не пересекает ни одной связи из сечений  $s_1, \dots, s_k$ . Данное сечение разбивает множество всех узлов сети на две части. Очевидно, что синхронное изменение фаз в одной из этих частей не влияет на выполнение условий (3).

Следовательно, в рассматриваемом случае многообразие  $\text{Var}[s_1, \dots, s_k]$  содержит более одного элемента, т.е. не является минимальным. Таким образом, мы получили следующий критерий минимальности структурного многообразия.

**Предложение 2.** Структурное многообразие  $\text{Var}[s_1, \dots, s_k]$  является минимальным тогда и только тогда, когда граф  $G(s_1, \dots, s_k)$  связан и не содержит взаимнообратных дуг.

Отсюда, в частности, вытекает, что для любого суперструктурного режима  $P$  уравнение  $P=f(\delta)$  имеет единственное решение (здесь и далее единственность понимается по модулю  $2\pi$ ), при этом координаты решения  $\delta$  кратны  $\pi/2$ . В этой связи решения системы уравнений (1), соответствующие суперструктурным режимам, будем называть  $q$ -точками (quadrature points [12]). Следует отметить, что не для любого структурного режима существует единственное решение уравнений потокораспределения.

**Предложение 2** описывает минимальные структурные многообразия на языке сечений. Для получения такой характеристики в терминах фазовых углов каждому состоянию  $\delta$  сопоставим ориентированный граф  $G(\delta)$  с множеством дуг  $\{(i, j) | F_{ij} > 0, \sin \delta_{ji} < 1\}$ , вершины которого совпадают с узлами сети. Отметим, что если  $F_{ij} > 0$  и  $|\sin \delta_{ji}| < 1$ , то обе дуги  $(i, j)$  и  $(j, i)$  входят в граф  $G(\delta)$ . Граф, получающийся из  $G(\delta)$  удалением всех дуг, входящих в его ориентированные циклы (и, в частности, всех взаимнообратных дуг), обозначим через  $G^*(\delta)$ . Теперь мы в состоянии дать следующую характеристику  $q$ -точек.

**Предложение 3.** Точка  $\delta$  является  $q$ -точкой тогда и только тогда, когда граф  $G^*(\delta)$  связан (доказательство данного утверждения приведено в приложении 3).

Важно отметить, что данная характеристика зависит только от топологии сети (и не зависит от конкретных значений пропускных способностей связей). Это говорит о том, что между суперструктурными режимами ЭЭС, имеющих один и тот же граф сети, но быть может разные пропускные способности связей, существует взаимнооднозначное соответствие.

**Опорный политоп.** По определению структурные режимы являются предельными по существованию, но необязательно по устойчивости. Поэтому среди  $q$ -точек важное значение имеют те, которые принадлежат замыканию главной компоненты устойчивости. Следующий пример показывает, что принадлежность  $q$ -точки границы данной области зависит не только от топологии сети, но и от конкретных значений проводимостей линий.

**Пример 3.** Рассмотрим шестиузловую кольцевую сеть с параметрами  $F_{12}=F_{23}=F_{34}=F_{45}=F_{56}=1$ ,  $F_{16}=q>0$  (отн. ед.).

Из предложения 3 легко вытекает, что  $\delta=(\pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi, 5\pi/2)^t$  является  $q$ -точкой. Если  $25q < 4$  и  $|t| < 1$ , то  $\det W(t\delta)=\cos^4\varphi(5q\cos 5\varphi + \cos\varphi)=5q\cos^5\varphi(16\cos^4\varphi - 20\cos^2\varphi + 5 + 1/(5q))=5q\cos^5\varphi((4\cos^2\varphi - 5/2)^2 + (4 - 25q)/(20q))>0$ , где  $\varphi=t\pi/2$ , и поэтому точка  $\delta$  принадлежит границе  $S'$ . С другой стороны, если  $q>1$ , то замыкание области  $S'$  исключает данную точку (см. доказательство предложения 4).

Вместе с тем, существуют такие  $q$ -точки, называемые далее *главными  $q$ -точками* (principle quadrature points [12]), которые принадлежат границе главной компоненты устойчивости для любой системы с заданной топологией сети.

**Предложение 4.** Главные  $q$ -точки совпадают с вершинами  $q$ -политопа (доказательство см. приложение 4).

В связи с этим утверждением представляют интерес описание *опорного политопа*  $FP$ , вершинами которого являются образы главных  $q$ -точек в пространстве мощностей.

Нетрудно заметить, что если  $\delta$  — вершина  $q$ -политопа, то  $\sin\delta_{ij}=(2/\pi)\delta_{ij}$ , как только  $F_{ij}\neq 0$ . Поэтому

$$f_i(\delta) = \sum_{i=1, i \neq j}^{n-1} F_{ij} \sin \delta_{ij} = \sum_{i=1, i \neq j}^{n-1} F_{ij} (2/\pi) \delta_{ij} = (2/\pi) W_i \delta,$$

где  $W_i$  —  $i$ -я строка матрицы  $W(0)$ .

Другими словами,  $f(\delta)=(2/\pi)W(0)\delta$  для вершин  $q$ -политопа  $K(\pi/2)$ . Учитывая равенство  $(2/\pi)K(\pi/2)=K(1)$  и невырожденность матрицы  $W(0)$ , получаем, что образы вершин  $q$ -политопа в пространстве мощностей совпадают с вершинами политопа  $W(0)K(1)$  и следовательно

$$FP = W(0)K(1). \quad (4)$$

Так как модель постоянного тока описывается системой уравнений вида  $P=W(0)\delta$ , то опорный политоп может быть охарактеризован как множество режимов в модели постоянного тока, для которых переток по каждой ветви не превосходит ее пропускной способности.

Равенство (4) дает конструктивное описание опорного политопа, что значительно упрощает исследование его свойств при изменении параметров системы. Например, применяя лемму об обратной матрице, можно проследить за деформацией условия принадлежности режима опорному политопу при изменении параметра  $F_{ij}$ . Таким образом, деформация области устойчивых режимов может исследоваться с помощью опорного политопа.

Отметим, что для полно связанных систем и систем, не имеющих замкнутых контуров, а также  $n$ -узловых систем при  $n < 5$ , все минимальные структурные многообразия исчерпываются вершинами опорного политопа.

Влияние проводимости ветви на опорный политоп для трехузловой полно связной сети иллюстрируется на рис. 4. Легко видеть, что  $FP$  сжимается при уменьшении  $F_{ij}$  (и тем более при уменьшении  $V_i$ ) и удовлетворяет свойству замкнутости относительно отключения нагрузки и равной ей генерации.

**Пример 4.** Рассмотрим четырехузловую кольцевую сеть с параметрами  $F_{12}=t>0$ ,  $F_{23}=F_{34}=F_{14}=1$  (в отн. ед.). Принадлежность режима  $P$  опорному политопу в данном случае эквивалентна следующим неравенствам:

$$|P_1 - 2P_2 - P_3| < 1 + 3t; \quad |(1+2t)P_1 + 2tP_2 + tP_3| < 1 + 3t; \\ |tP_1 + (1+t)P_2 + (1+2t)P_3| < 1 + 3t; \\ |tP_1 + (1+t)P_2 - tP_3| < 1 + 3t.$$

Отсюда легко получаем описание сечения опорного политопа плоскостью  $P_3=0$  в координатах  $P_1, P_2$ :

$$|P_1 - 2P_2| < 1 + 3t, \quad |(1+2t)P_1 + 2tP_2| < 1 + 3t. \quad (5)$$

При уменьшении параметра  $t$  от 2 до 1 вершина параллелограмма (5) с координатами  $P(t)=(1-t, 1+t, 0)^t$  скользит вдоль отрезка между точками  $P(2)$  и  $P(1)$ , как показано на рис. 5. Таким образом, опорный политоп не сжимается при уменьшении проводимости линии и не удовлетворяет свойству замкнутости относительно отключения нагрузки и равной ей генерации. Последнее вытекает из того, что режим  $P(1)$  получается из режима  $P(2)$  в результате отключения нагрузки в узле 1 и равной ей генерации в узле 2. Оказывается, что в этом случае и область

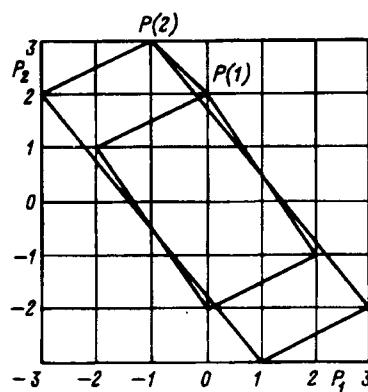


Рис. 5

существования режимов не удовлетворяет данным свойствам. В самом деле, при  $2 > t > 1$  область существования режимов  $FR(t)$  (соответствующая параметру  $t$ ) содержит точку  $P(t)=f(\delta)$ , где  $\delta = (\pi/2, \pi, \pi/2)^t$ . Кроме того, данная точка принадлежит плоскостям  $P_1+P_2+P_3=2$  и  $P_1+P_2=2$ , пересечение которых с областью  $FR(t)$  образует структурное многообразие  $Var[s, u]$ , где сечение  $s$  состоит из дуг  $(1, 4)$  и  $(2, 3)$ , а сечение  $u$  — из дуг  $(1, 4)$  и  $(3, 4)$ . Так как указанные дуги связывают между собой все узлы сети, то данное структурное многообразие минимально и, следовательно, состоит только из одного режима —  $P(t)$ . В частности, область  $FR(2)$  содержит режим  $P(2)$ , но не содержит режим  $P(1)$ .

Остановимся на вопросе принадлежности опорного политопа области существования (устойчивости) режимов. Для состояния  $\delta$  фазовых углов определим уровень загрузки сети  $\tau(\delta)$  как максимальную из величин  $\sin \delta_{ij}$  ( $F_{ij} > 0$ ). Аналогично определим уровень загрузки сети для режима  $P$  в модели постоянного тока  $t(P) = \max\{\delta_{ij} | F_{ij} > 0, W(0)\delta = P\}$ . Очевидно, что для систем без замкнутых контуров  $\tau(\delta) = t(f(\delta))$ . Для замкнутых систем справедлива следующая Лемма 1. Если  $n < 5$  или  $F_{ij} = q > 0$  ( $i \neq j$ ), то  $\delta \in K(\pi/2) \Rightarrow t(f(\delta)) \geq \tau(\delta)$ .

Заметим, что  $t(P) = 1$  и  $\tau(\delta) = 1$ , если  $P$  лежит на границе опорного политопа, а  $\delta$  — на границе  $q$ -политопа. Следовательно, в условиях леммы при утяжелении режима из нулевого состояния его траектория в пространстве углов не может пересечь границу  $q$ -политопа, пока его траектория в пространстве мощностей не пересекает границу опорного политопа. Таким образом, в условиях леммы опорный политоп принадлежит образу  $q$ -политопа в пространстве мощностей и, тем более, области устойчивых режимов.

Очевидно, что, если область существования (устойчивости) выпукла, то она содержит опорный

политоп. Известно также [9], что данное включение справедливо в случае, когда область существования режимов сжимаема по связям. В общем случае при  $n > 4$ , как показывает следующий пример, область существования режимов может не содержать опорный политоп.

**Анализ пятиузловой кольцевой сети.** Рассмотрим пятиузловую кольцевую сеть с произвольными параметрами  $F_{12}, F_{23}, F_{34}, F_{45}, F_{15} > 0$  и сечения  $v = s(\{4\})$  и  $u = s(\{1, 2, 3, 4\})$ . Очевидно, что структурное многообразие  $Var[v, u]$  есть пересечение области существования режимов с гиперплоскостями  $P_4 = F_{35} + F_{45}$  и  $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = F_{15} + F_{45}$  и ему отвечают те режимы  $f(\delta)$ , для которых  $\sin \delta_{ij} = 1$ , как только  $(i, j) \in v \cup u = \{(1, 5), (4, 5), (4, 3)\}$ , т.е.  $\delta$  имеет (с точностью до  $2\pi$ ) вид  $\delta(t) = (\pi/2, t, 0, \pi/2)^t$ , где  $0 \leq t < 2\pi$ . Следовательно, структурное многообразие  $Var[v, u] = \{f(\delta(t)) | 0 \leq t < 2\pi\}$  является эллипсом, который в координатах  $P_1, P_3$  описывается уравнением

$$[(P_1 - F_{15})/F_{12}]^2 + [(P_3 + F_{34})/F_{23}]^2 = 1.$$

Данный эллипс содержит четыре суперструктурные режима, которым соответствуют значения  $t = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  (при этом первым двум из них соответствуют вершины опорного политопа). Очевидно, что при  $0 \leq t \leq \pi/2$  точка  $\delta(t)$  принадлежит границе многогранника  $K(\pi/2)$ , и поэтому режим  $f(\delta(t))$  принадлежит границе области устойчивых режимов. Вместе с тем, при  $\pi/2 < t < 2\pi$  по крайней мере один из диагональных элементов  $W_{11}(\delta(t)) = F_{12} \sin t$  или  $W_{33}(\delta(t)) = F_{23} \cos t$  матрицы Якоби отрицателен и поэтому она не является положительно определенной в некоторой окрестности точки  $\delta(t)$ . Кроме того, система уравнений (1) имеет единственное решение для любого режима из множества  $\{f(\delta(t)) | 0 \leq t < 2\pi\}$ . Из всего этого вытекает, что замыкание области устойчивых режимов не включает режимы вида  $\{f(\delta(t)) | \pi/2 < t < 2\pi\}$ .

Ясно, что рассматриваемый эллипс лежит на плоскости  $\{(P_1, P_2, P_3, P_4)^t | P_4 = F_{35} + F_{45}, P_1 + P_2 + P_3 = F_{15} - F_{34}\}$  и сжимается к своему центру при уменьшении напряжения  $V_2$ . Таким образом, для произвольной пятиузловой сети:

области  $FR$ ,  $SR$  и  $PR$  невыпуклы и несжимаемы относительно напряжений;

замыкание области устойчивых режимов отлично от области существования режимов;

область существования режимов не содержит опорный политоп.

Данный пример противоречит второй из гипотез Тавора—Смита [12].

В приложении 5 приведено описание множества режимов с максимальной загрузкой сечения  $u$ . Показано, что данное структурное мно-

гообразие представляет невыпуклую самопересекающуюся поверхность, разбивающую пространство  $P_1+P_2+P_3+P_4=F_{15}+F_{45}$  на девять несвязанных частей, восемь из которых ограничены.

*Отрицательное решение* гипотез об уменьшении запаса устойчивости при уменьшении напряжения в узле (или проводимости линии) обуславливает возможность восстановления условия функционирования системы при аварийных возмущениях (при отключении линии, нагрузки и генерации), а также перераспределения генерирующей мощности уменьшением данных параметров.

Рассмотрим четырехузловую кольцевую сеть (рис. 6, а), в которой каждая линия имеет пропускную способность, равную единице. В данной сети реализуем режим  $(0,2,0)^t$  (в пространстве фазовых углов ему соответствует точка  $(\beta, 2\beta, \beta)^t$ , где  $\sin\beta=2/3$ ), который оказывается за пределами области существования после отключения одной из линий, соединяющей узлы 1 и 4 (см. рис. 6, б). Вместо того чтобы вводить управляющие воздействия, для реализации режима, очевидно, достаточно отключения одной из линий, связывающих узлы 1 и 2 (см. рис. 6, в).

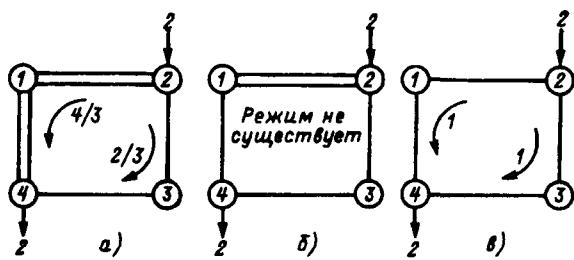


Рис. 6

Рассмотренные примеры требуют анализа эффективности использования регулирования пропускных способностей ветвей для оперативного и противоаварийного управления режимами ЭЭС. В теоретическом плане возникает задача настройки параметров системы на заданный режим (группу режимов) и планируемое состояние сети.

В заключение отметим, что среди открытых вопросов о строении области существования режимов в консервативной идеализации остается вопрос: является ли данная область стягиваемой (т.е. без дыр).

**Выводы.** 1. Исследование режимов с максимальным перетоком мощностей по заданному набору сечений показывает, что качественное строение области устойчивых режимов в консервативной идеализации описывается опорным полигоном, который может быть охарактеризован как множество в модели постоянного тока, для которых переток по каждой ветви не превосходит

ее пропускной способности.

2. Анализ устойчивых решений показал, что главная компонента устойчивости может быть не выпуклой в нуле и выходить за ограничения  $\delta_{ij}<\pi$  по отдельным связям. Вместе с тем, множество устойчивых решений, удовлетворяющее данным ограничениям, всегда выпукло в нуле.

**Приложение 1** (доказательство предложения 1). Пусть  $\delta \in K(\pi)$  и  $0 \leq t \leq 1$ , тогда  $W_{ij}(t\delta) \leq W_{ij}(\delta)$  для всех  $i \neq j$ , и поэтому матрица  $W(t\delta) - W(\delta)$  положительно полуопределенна. Если теперь  $W(\delta) > 0$  (т.е.  $\delta \in S$ ), то  $W(t\delta) = (W(t\delta) - W(\delta)) + W(\delta) > 0$ , и поэтому точка  $t\delta$  также принадлежит области  $S$ . Предложение 1 доказано.

**Приложение 2** (доказательство следствия 2). Пусть  $\delta \in \Phi$ , тогда среди значений  $\cos \delta_{ij}$  ( $F_{ij} \neq 0$ ) только одно может быть неположительным. Ввиду независимости положительной определенности матрицы  $W(\delta)$  от нумерации узлов и выбора базисного узла, можно считать, что  $F_{i,i+1} \cos \delta_{i,i+1} > 0$  ( $i=1, \dots, n-2$ ). Отсюда вытекает положительность всех угловых миноров матрицы  $W(\delta)$  порядка меньше, чем  $n-1$ . В то же время угловой минор порядка  $n-1$  совпадает с определителем матрицы  $W(\delta)$ . Таким образом, если  $\delta \in \Phi$  и  $\det W(\delta) > 0$  то и  $W(\delta) > 0$ . Из анализа выражения для определителя матрицы Якоби нетрудно заметить, что, если точка  $\delta$  принадлежит границе многогранника  $\Phi$  и  $\det W(\delta) > 0$ , то существуют узлы  $i, j < n$ , удовлетворяющие условиям  $|\delta_{i,i+1}| = \pi/2$ ,  $|\delta_{j,j+1}| = 3\pi/2$  и  $|\delta_{k,k+1}| < \pi/2$  для всех  $k \neq i, j, n$ . В этом случае полигон  $K(\pi)$  не содержит  $\delta$ . В частности, если точка  $\delta$  лежит на границе пересечения полигонов  $\Phi$  и  $K(\pi)$ , то определитель матрицы Якоби в данной точке не положителен. Отсюда и из связности области  $S \cap K(\pi)$  вытекает включение области  $S \cap K(\pi)$  в  $\Phi \cap K(\pi)$ . Используя связность области  $S \cap K(\pi)$ , получаем

$$\begin{aligned} S \cap K(\pi) = K(\pi) \cap \Phi \cap S &= \{\delta \in \Phi \cap K(\pi) \mid W(\delta) > 0\} = \\ &= \{\delta \in \Phi \cap K(\pi) \mid \det W(\delta) > 0\}, \end{aligned}$$

что и доказывает требуемое утверждение.

**Приложение 3** (доказательство предложения 3). Рассмотрим некоторую ветвь  $(i, j)$  графа  $G^*(\delta)$ . Обозначим через  $M$  множество всех узлов, которые принадлежат какому-либо ориентированному циклу (графа  $G(\delta)$ ), проходящему через узел  $i$ . В случае, если  $G(\delta)$  не содержит ориентированных циклов, проходящих через узел  $i$ , положим  $M\{i\}$ . Из определения графа  $G^*(\delta)$  легко видеть, что дуга  $i, j$  принадлежит сечению  $s(M)$  и все дуги данного сечения принадлежат графу  $G^*(\delta)$ . Таким образом, каждая дуга графа  $G^*(\delta)$  содержится в некотором сечении (исходного

графа сети), являющимся одновременно и сечением графа  $G^*(\delta)$ . Поэтому, если множество дуг графа  $G^*(\delta)$  не пусто, то  $G^*(\delta) = G(s_1, \dots, s_m)$  для подходящих сечений  $s_1, \dots, s_m$  графа сети. Кроме того, если дуга  $(i,j)$  входит в граф  $G^*(\delta)$ , то  $\sin \delta_{ij} = 1$  [в противном случае график  $G(\delta)$  содержал бы две взаимнообратные дуги  $(i,j)$  и  $(j,i)$ , которые образуют ориентированный цикл, что противоречит вхождению дуги  $(i,j)$  в график  $G^*(\delta)$ ]. Отсюда заключаем, что режим  $f(\delta)$  принадлежит структурному многообразию  $\text{Var}[s_1, \dots, s_m]$ . Теперь предложение 3 вытекает из предложения 2.

**Приложение 4** (доказательство предложения 4). Пусть  $\delta$  — вершина  $q$ -политопа, и допустим, что некоторое сечение  $s$  графа сети не содержит полностью загруженных связей. Обозначим через  $M$  одну из подсистем (не содержащую базисного узла), на которые сечение  $s$  разбивает всю систему, а через  $\delta^*$  — точку в пространстве фазовых углов с координатами, равными единице для узлов из подсистемы  $M$  и равными нулю для остальных узлов. Тогда при достаточно малом  $\epsilon > 0$  отрезок  $[\delta - \epsilon\delta^*, \delta + \epsilon\delta^*]$  целиком принадлежит  $q$ -политопу. Это противоречит тому, что точка  $\delta$  является вершиной рассматриваемого многоугольника.

Полученное противоречие показывает, что каждое сечение графа сети пересекает полностью загруженную связь, т.е. такую связь, разность фаз по концам которой по модулю равна  $\pi/2$ . Отсюда и из связности графа сети вытекает, что координаты точки  $\delta$ , а следовательно и их разности, кратны  $\pi/2$ . Но по определению  $q$ -политопа для каждой связи графа сети соответствующая разность фаз не превосходит по модулю  $\pi/2$ . Последнее возможно только тогда, когда модуль данной разности равен нулю или  $\pi/2$ . В частности, дуга  $(i,j)$  графа сети входит в график  $G(\delta)$  [т.е. выполнено неравенство  $\sin(\delta_j - \delta_i) < 1$ ] тогда и только тогда, когда  $\delta_i \geq \delta_j$ . Поэтому, если  $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{k-1}, i_k), (i_k, i_1)$  — цикл, составленный из дуг графа  $G(\delta)$ , то  $\delta_{i_1} \geq \dots \geq \delta_{i_k} \geq \delta_{i_1}$ , последнее возможно только при условии равенства углов  $\delta_{i_1}, \dots, \delta_{i_k}$ . Следовательно, дуга  $(i,j)$  графа  $G(\delta)$  принадлежит некоторому его циклу только в том случае, если  $\delta_i = \delta_j$ . Таким образом, график  $G^*(\delta)$  содержит все полностью загруженные связи исходного графа сети. Учитывая теперь, что каждое сечение исходного графа сети содержит полностью загруженную, получаем связность графа  $G^*(\delta)$ . В силу предложения 3 и включения  $K(\pi/2) \subset S'$  заключаем, что  $\delta$  является главной  $q$ -точкой.

Пусть теперь некоторая  $q$ -точка  $\delta$  не является

вершиной  $q$ -политопа, тогда она, очевидно, не принадлежит и его замыканию. Следовательно,  $\delta_{ij} > \pi/2$  для подходящей связи ( $F_{ij} \neq 0$ ). Так как координаты  $q$ -точек кратны  $\pi/2$ , то  $\delta_{ij} \geq \pi$ , и поэтому каждая кривая соединяющая точку  $\delta$  с началом координат, содержит некоторую точку  $\beta$ , удовлетворяющую условию  $\beta_{ij} = \pi$ . Если теперь проводимости сети удовлетворяют неравенству  $F_{ij} > \sum F_{ik}$ , где суммирование ведется по всем  $k \neq i, j$ , то

$$W_{ii}(\beta) = -F_{ij} + \sum_{k \neq i, j} F_{ik} \cos(\beta_{ik}) < 0,$$

и поэтому матрица  $W(\beta)$  имеет отрицательное собственное число. Следовательно, точка  $\delta$  не принадлежит замыканию главной области устойчивости при данных параметрах сети и поэтому не является главной  $q$ -точкой. Предложение 4 доказано.

**Приложение 5** (описание многообразия  $\text{Var}[u]$ ). По определению многообразия  $\text{Var}[u]$  есть пересечение области существования режимов с гиперплоскостью  $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = F_{15} + F_{45}$  и в силу (3) совпадает с множеством  $\{f(\delta) | \delta_1 = \delta_4 = \pi/2\}$ . Несложные преобразования показывают, что в координатах  $x = (P_1 - F_{15})/F_{12}$ ,  $y = (P_3 + P_4 - F_{45})/F_{23}$ ,  $z = (P_4 - F_{45})/F_{34}$  данное многообразие представляет поверхность, имеющую следующее параметрическое описание:

$$\begin{cases} x = \cos \delta_2; \\ y = \sin(\delta_3 - \delta_2), \quad (0 \leq \delta_2, \delta_3 < 2\pi); \\ z = \cos \delta_3. \end{cases}$$

Данная поверхность вписана в куб с центром в начале координат и стороной 2, причем она инвариантна относительно всех вращений, переводящих куб сам в себя. Используя тождество

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos(\alpha - \beta) \cos \alpha \cos \beta = \sin^2(\alpha - \beta)$$

при  $\alpha = \delta_2$ ,  $\beta = \frac{\pi}{2} - (\delta_3 - \delta_2)$ , легко показать, что она состоит из двух семейств эллипсов

$$x^2 + y^2 - 2xy \sqrt{1-z^2} = z^2, \quad x^2 + y^2 + 2xy \sqrt{1-z^2} = z^2,$$

где  $z$  меняется от -1 до 1.

Эти эллипсы (при фиксированном  $z$ ) расположены в одной плоскости и переходят друг в друга при повороте на  $90^\circ$  вокруг оси  $z$ . При  $z^2 = 1$  они сливаются в окружность  $x^2 + y^2 = z^2$ . Отметим, что указанные семейства эллипсов пересекаются по четырем отрезкам, описываемым соответственно парами уравнений

$$x=0, \quad y-z=0 \quad (|y| \leq 1);$$

$$x=0, \quad y+z=0 \quad (|y| \leq 1);$$

$$\begin{aligned}y=0, x-z=0 \quad (|x| \leq 1); \\y=0, x+z=0 \quad (|x| \leq 1).\end{aligned}$$

Система уравнений (1) имеет по два решения для каждого из режимов, отвечающих внутренним точкам этих отрезков, а также внутренним точкам отрезков

$$\begin{aligned}z=0, y-x=0 \quad (|x| \leq 1); \\z=0, y+x=0 \quad (|y| \leq 1),\end{aligned}$$

в которые вырождаются соответственно указанные семейства эллипсов при  $z=0$ . Для остальных режимов из  $\text{Var}[u]$  уравнения потокораспределения имеют единственное решение.

Таким образом, многообразие  $\text{Var}[u]$  представляет собой невыпуклую самопересекающуюся поверхность, разбивающую гиперплоскость  $P_1+P_2+P_3+P_4=F_{15}+F_{45}$  на девять несвязанных частей, восемь из которых ограничены.

Немного более сложные рассуждения (чем при анализе  $\text{Var}[s, u]$ ) показывают, что все режимы из структурного многообразия  $\text{Var}[u]$ , принадлежащие замыканию области устойчивых режимов, исчерпываются точками вида  $f(\delta)$ , где  $\delta=(\pi/2, \delta_2, \delta_3, \pi/2)$ , причем  $0 \leq \delta_2, \delta_3 \leq \pi$ ,  $|\delta_2 - \delta_3| \leq \pi/2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hnyilicza E., Lee S.T.Y., Schwepper F.C. Steady State Security Regions: Set Theoretic Approach. — Proc. PICA, New Orleans, 1975.
2. Analysis and Characterisation of Security Regions in Power Systems. A preliminary report to the U.S. Department of Energy under Contract C-77-c-01-5011. December 1978. Also McGill University Internal Report, Department of Engineering, Montreal, P.Q., Canada.
3. Galiana F.D. Power Voltage Limitation imposed by the Network Structure of a Power System. — Proc. PICA, 1975.
4. Васин В.П. Методы глобального анализа режимов электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1990, № 6.
5. Васин В.П. Структура области существования самоустанавливающегося режима электроэнергетической системы в пространстве активных мощностей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 1.
6. Васин В.П., Чупахин В.Д. Упрощенный метод исследования предельных режимов ЭЭС с использованием метода L-функций. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1989, № 5.

7. Крючков И.В. Аппроксимация области существования режима энергосистемы. Методы исследования устойчивости сложных электрических систем и их использование. — Сборник научных трудов/ Энергосетьпроект, 1985.

8. Структурный анализ электроэнергетических систем в задачах моделирования и синтеза/ Н.А. Абраменкова, Н.И. Воропай, Т.Б. Заславская. — Новосибирск: Наука, 1990.

9. Нестеренко Н.Г., Кобец Б.Б., Бык Ф.Л. Оценка областей существования режима для консервативных моделей электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 5.

10. An approach to decentralized evaluation of regimes in Power Systems/ Byk F.L., Kobets B.B., Nesterenko N.G., Zel'manov E.I. — Fifth international conference on present day problems of Power System automation and control, Gliwice, 26–28 September, 1989. Vol. 1 Automatic control of electric Power Systems in normal operational conditions, 1989.

11. Tavora C.J., Smith O.J.M. Characterization Equilibrium and Stability in Power Systems. — IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, № 3.

12. Tavora C.J., Smith O.J.M. Equilibrium analysis of power systems. — IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, № 3.

13. Tavora C.J., Smith O.J.M. Stability analysis of power systems. — IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91, № 3.

14. Васин В.П. Аналитическое решение для границы области существования режимов трехмашинной электрической системы. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 2.

15. Идельчик В.И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. — М: Энергия, 1988.

16. Богомолов И.А., Дианова И.М. Автоматический выбор управляющих воздействий противоаварийной автоматики на базе узловых моделей энергосистемы. Автоматическое управление и противоаварийная автоматика в крупных энергообъединениях. — Сб. научн. трудов НИИПТ. — Л.: Энергоатомиздат, 1987.

17. Упрощенный достаточный критерий существования режима электроэнергетической системы/ Ф.Л. Бык, Е.И. Зельманов, Б.Б. Кобец, В.Г. Тарнопольский. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1989, № 4.

18. Васин В.П. Многообразия особых точек поверхности предельных режимов ЭС. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, № 5.

19. Учет ограничений по статической устойчивости при расчетах режимов сложных электрических систем/ В.А. Веников, В.П. Васин, В.А. Строев, В.И. Идельчик. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, № 2.

(11.05.93)

*Автор: Нестеренко Николай Григорьевич*  
окончил механико-математический факультет Новосибирского государственного университета в 1984 г. В 1988 г. защитил кандидатскую диссертацию в Институте математики СО АН СССР (ныне РАН). Ведущий научный сотрудник Сибирского института «Энергосетьпроект».

# Логико-вероятностная теория безопасности технических систем

РЯБИНИН И.А., ПАРФЕНОВ Ю.М., ЦЫПИН О.Д.

Предложена строгая математическая теория исследования безопасности структурно сложных технических систем логико-вероятностными методами. В отличие от простых систем, которые удается формализовать с помощью ациклических графов связности — типа дерева, сложные системы описываются сценариями сетевого типа с циклами и неустранимой повторностью аргументов при формализации. Теория иллюстрируется на конкретном логическом и числовом примере.

Одним из эффективных направлений в теории безопасности не только технических, но и организационно-технических систем, можно признать логико-вероятностную теорию (ЛВТ) безопасности [1–3]. Под ЛВТ безопасности понимаются основные знания по расчетам риска возникновения аварий и катастроф структурно сложных систем, базирующиеся на логическом представлении развития опасных состояний и математических методах вычисления истинности функций алгебры логики [4, 5]. Логико-вероятностные методы (ЛВМ) исследования безопасности позволяют объективно выявлять наиболее опасные места, причины и инициирующие условия; они формируют иное мировоззрение разработчиков и побуждают специалистов концентрировать усилия на решении первостепенных задач. Достоинством ЛВМ является их работоспособность и при отсутствии исходных вероятностей инициирующих событий, что, как правило, является принципиальной трудностью при количественной оценке риска редких событий (из-за отсутствия устойчивости частот у многих инициирующих событий, таких, например, как прикосновение к токоведущим частям, приближение к корпусу электроустановки, курение при зарядке аккумуляторной батареи и т.д.).

Детерминированная логическая модель позволяет выявить минимальные сечения предотвращения опасности, т.е. наиболее выгодные комбинации отрицаний инициирующих условий, которые защищают систему от попадания в опасное состояние. Кроме того, с помощью этой модели удается объективно взвесить важность любого инициирующего условия и их произвольных комбинаций (по два, три и т.д.) [6, 7].

Конкретные примеры исследований безопасности этими методами приводятся в [1, 3] — при оценке риска взрыва в отсеке подводной лодки; в [8] — при анализе риска затопления подводной лодки; в [9] — при определении риска поражения электрическим током в системе вы-

*This paper presents a mathematically strict theory to investigate the safety of complex structure engineering systems by the logical-probability methods. Unlike simple systems, which are described by acyclic graphs of connections or by event trees, the complex systems are formalized by net type scenarios. It is impossible to remove these cycles and repetitions. The theory is illustrated by a concrete logical and numerical example.*

сокого напряжения.

Теорию безопасности ответственных объектов и технических систем для случаев возникновения аварий и катастроф с серьезными последствиями целесообразно разрабатывать в направлении учета не только стандартных (проектных) условий их функционирования, но обязательно учитывать возможность и нестандартных (запроектных) разрушающих воздействий и грубых (непреднамеренных и сознательных) нарушений правил их эксплуатации.

Первоочередными задачами такой теории безопасности технических систем следует считать разработку методов количественной оценки риска возникновения той или иной аварии и прогнозирования ее возможных последствий. Наиболее трудным препятствием на пути создания указанной теории является бытующее представление о практической невозможности перебора всех ситуаций, которые могут привести систему в опасное состояние. Преодоление этого препятствия возможно с помощью ряда мер.

Во-первых, следует максимально конкретизировать и четко представить суть опасного состояния. Если требуется, например, оценить риск аварии от взрыва, то нужно знать всю «химию» возможного взрыва (состав газов, их параметры и пр.); если оценивается риск гибели судна, то нужно быть специалистом по всем наукам, связанным с кораблестроением, навигацией, судоходством и пр. Конкретизируя и дифференцируя исследуемое опасное состояние (взрыв, пожар, поражение электрическим током и др.), мы существенно сужаем и все множество возможных состояний системы.

Во-вторых, абсолютно необходимо ограничить объект исследования разумными пределами. Имеются в виду не только пространственные границы (стены здания, переборки отсеков, границы района), но в еще большей степени границы дробления системы на ее элементы (где-то надо остановиться!).

В-третьих, требуется строгая логика и дисциплина перебора всевозможных ситуаций при составлении сценария развития событий, приводящих систему в опасное состояние. Следует при этом двигаться не «снизу вверх» (от той или иной поломки, отказа, нежелательного инициирующего события), а «сверху вниз» (от исследуемого опасного состояния к тем причинам, которые способны его вызвать). Подчеркивая необходимость разработки в первую очередь логической части теории безопасности, мы не должны пренебрегать и всеми другими областями знаний (физики, химии, механики, электротехники и пр.), которые безусловно присутствуют в каждой веточке причинно-следственных связей сценария событий. Особенно трудно поддаются учету так называемые «поперечные» связи (в отличие от «продольных», идущих от опасного состояния системы к конкретному инициирующему событию). Поперечные связи образуются в результате совместного взаимодействия через различные явные и неявные перемычки ( поля, структуры), которые чаще всего упускаются из виду в расчете на их отсутствие или несущественность. Однако это не так.

В-четвертых, указанную переборную задачу следует формализовать на удобном математическом языке (теории графов, алгебры логики и пр.) и передать ее ЭВМ [10].

Фундаментальным понятием в ЛВТ безопасности является понятие *опасного состояния системы* (ОСС) и соответствующей логической функции *опасности системы* (ФОС). По аналогии с теорией надежности, где все начинается с уяснения понятия *работоспособности системы*, в теории безопасности требуется в каждом конкретном случае дать *аналитическое описание* того ОСС, которое может привести к гибели людей или иному ущербу в больших масштабах (заранее оговариваемому как неприемлемому в данном случае). В ЛВТ такое описание начинается с составления сценария опасного состояния (СОС) путем перебора всевозможных состояний системы «сверху вниз»: от исследуемого конкретного ОСС к тем причинам, которые способны его вызвать, т.е. к так называемым *иницирующим условиям* (ИУ) (отказам, поломкам, нарушениям правил эксплуатации и пр.).

После эвристического (творческого) составления СОС и апробации его среди специалистов следует приступить к составлению ФОС с помощью кратчайших путей опасного функционирования (КПОФ), либо с помощью минимальных сечений предотвращения опасности (МСПО) [2, 3, 8].

*Кратчайший путь опасного функционирования* представляет собой конъюнкцию иници-

ирующих условий ( $z_i$ ), ни одну из компонент которой нельзя изъять не нарушив опасного функционирования системы. Такую конъюнкцию можно записать в виде функции алгебры логики (ФАЛ):

$$\varphi_l = \bigwedge_{i \in K_{\varphi l}} z_i, \quad (1)$$

где  $K_{\varphi l}$  означает множество номеров ИУ, соответствующих данному  $l$ -му КПОФ.

Конъюнкция ИУ принимает одно из двух значений:

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-е условие произошло;} \\ 0, & \text{если } i\text{-е условие не осуществилось.} \end{cases} \quad (2)$$

Иначе говоря, КПОФ описывает один из возможных самостоятельных вариантов попадания системы в опасное состояние с помощью минимального набора инициирующих условий, абсолютно необходимых для его осуществления, т.е. данного варианта взрыва, пожара, затопления или иного ОСС.

*Минимальное сечение предотвращения опасности* представляет собой такую конъюнкцию из отрицаний инициирующих условий  $\bar{z}_i$ , ни одну из компонент которой нельзя изъять не нарушив условия безопасного функционирования системы. Такую конъюнкцию можно записать в виде следующей ФАЛ:

$$\Psi_j = \bigwedge_{i \in K_{\Psi j}} \bar{z}_i, \quad (3)$$

где  $K_{\Psi j}$  означает множество номеров, соответствующих данному  $j$ -му МСПО.

Другими словами, минимальное сечение предотвращения опасности описывает один из возможных способов нарушения опасного функционирования с помощью минимального набора запрещенных условий  $\bar{z}_i$ .

Каждая реальная техническая система имеет конечное (!) число КПОФ ( $l=1, 2, \dots, d$ ) и МСПО ( $j=1, 2, \dots, n$ ). Используя эти понятия, можно по-разному записать условия опасного состояния системы:

либо в виде дизъюнкции всех имеющихся КПОФ

$$y(z_1, \dots, z_m) = y(Z_m) = \bigvee_{l=1}^d \bigwedge_{i \in K_{\varphi l}} z_i; \quad (4)$$

либо через конъюнкцию отрицаний всех МСПО

$$y(z_1, \dots, z_m) = y(Z_m) = \bigwedge_{j=1}^n \bar{\Psi}_j = \bigwedge_{j=1}^n \bigwedge_{i \in K_{\Psi j}} \bar{z}_i. \quad (5)$$

Таким образом, условия опасного состояния реальной системы можно представить в виде условий опасного функционирования некоторой эквивалентной (в смысле безопасности) системы, структура которой представляет параллельное со-

единение КПОФ, или другой эквивалентной системы, структура которой представляет последовательное соединение отрицаний МСПО.

Следуя традициям ЛВТ надежности [4, 5, 10] и ее ЛВМ, математическая сущность которых заключается в использовании ФАЛ для аналитической записи условий работоспособности системы, и разработке строгих способов перехода от ФАЛ к вероятностным функциям, запишем в общем виде выражение для определения вероятности опасного состояния системы:

$$O_c = P\{y(Z_m)=1\} = f_1(O_{z_i}, B_{z_i}) \quad (6)$$

или вероятности ее безопасного состояния

$$B_c = P\{\bar{y}(Z_m)=1\} = f_2(O_{z_i}, B_{z_i}) = 1 - O_c, \quad (7)$$

где

$$O_{z_i} = P\{z_i=1\} \text{ и } B_{z_i} = P\{\bar{z}_i=1\}. \quad (8)$$

Для сложных задач и структур, описываемых ФАЛ произвольной формы, непосредственный переход к вероятности истинности ФАЛ по формулам (6) и (7) непрост.

Представляется целесообразным проиллюстрировать эффективность ЛВТ безопасности на уже известном примере [9] (попутно исправив обнаруженные ошибки и опечатки). В отличие от [9], мы вынуждены использовать принятые нами обозначения, которые надеемся не затруднят сравнительный анализ обоих результатов.

Используя ФОС из [9], представим ее в более компактном виде (путем вынесения некоторых членов за скобки):

$$y(Z_{13}) = \begin{vmatrix} z_{13} & z_1 z_4 \\ & z_3 z_5 & z_7 & z_{11} \\ & & z_8 & z_{12} \\ z_6 & z_2 & z_9 \\ & z_3 & z_{10} & z_{11} \\ & & & z_{12} \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Записанная в соответствии со сценарием развития событий, приводящих к поражению электрическим током в сетях напряжением выше 1000 В, ФАЛ (9) является монотонной с неустранимой повторностью аргументов  $z_3, z_{11}, z_{12}$ . Сам сценарий (см. рисунок) составляется специалистами, которым только так и представляется логика электроопасности в конкретной системе. Визуализация знаний специалистов представляет

наиболее трудную и ответственную часть всей логико-вероятностной теории безопасности сложных систем.

В [9] веса отдельных элементов (инициирующих событий) и сама вероятность поражения электрическим током определялись с помощью алгоритма ортогонализации [5]. В этом случае преобразование функции (9) в ортогональную дизъюнктивную нормальную форму (ОНДНФ) дало 99 ортогональных членов. От повторной ФАЛ (9) к вероятностной функции более экономно можно было бы перейти, используя схемно-логический метод [4]. Вынося за скобки повторные элементы  $z_{11}, z_{12}, z_3$ , получим ФАЛ, удобную для последующих исследований:

$$y(Z_{13}) = \begin{vmatrix} z_{11} z_{12} & z_3 & z_1 z_4 & z_{13} \\ z_{11} z_{12} & z_5 & z_7 & \\ z_{11} \bar{z}_{12} & & z_8 & \\ & & z_6 & z_9 \\ & & & z_{10} \\ & & z_3 & z_1 z_4 z_{13} \\ & & z_2 z_6 & z_9 \\ & & & z_{10} \\ \bar{z}_{11} \bar{z}_{12} & z_1 z_4 z_{13} & & \\ & z_2 z_6 & z_9 & \\ & z_3 & & \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Веса отдельных элементов следует определять по формуле [6]:

$$g_{z_i} = P\{\Delta_{z_i} y(Z_m)=1\}, \quad (11)$$

где

$$\Delta_{z_i} y(Z_m) = y_1^{(i)}(Z_m) \wedge \bar{y}_0^{(i)}(Z_m) \quad (12)$$

— так называемая булева разность функции  $y(Z_m)$  по аргументу  $z_i$ ;  $y_1^{(i)}(Z_m)$  — единичная функция, полученная из исходной заменой аргумента  $z_i$  на единицу;  $\bar{y}_0^{(i)}(Z_m)$  — отрицание нулевой функции, полученной из исходной заменой аргумента  $z_i$  на нуль.

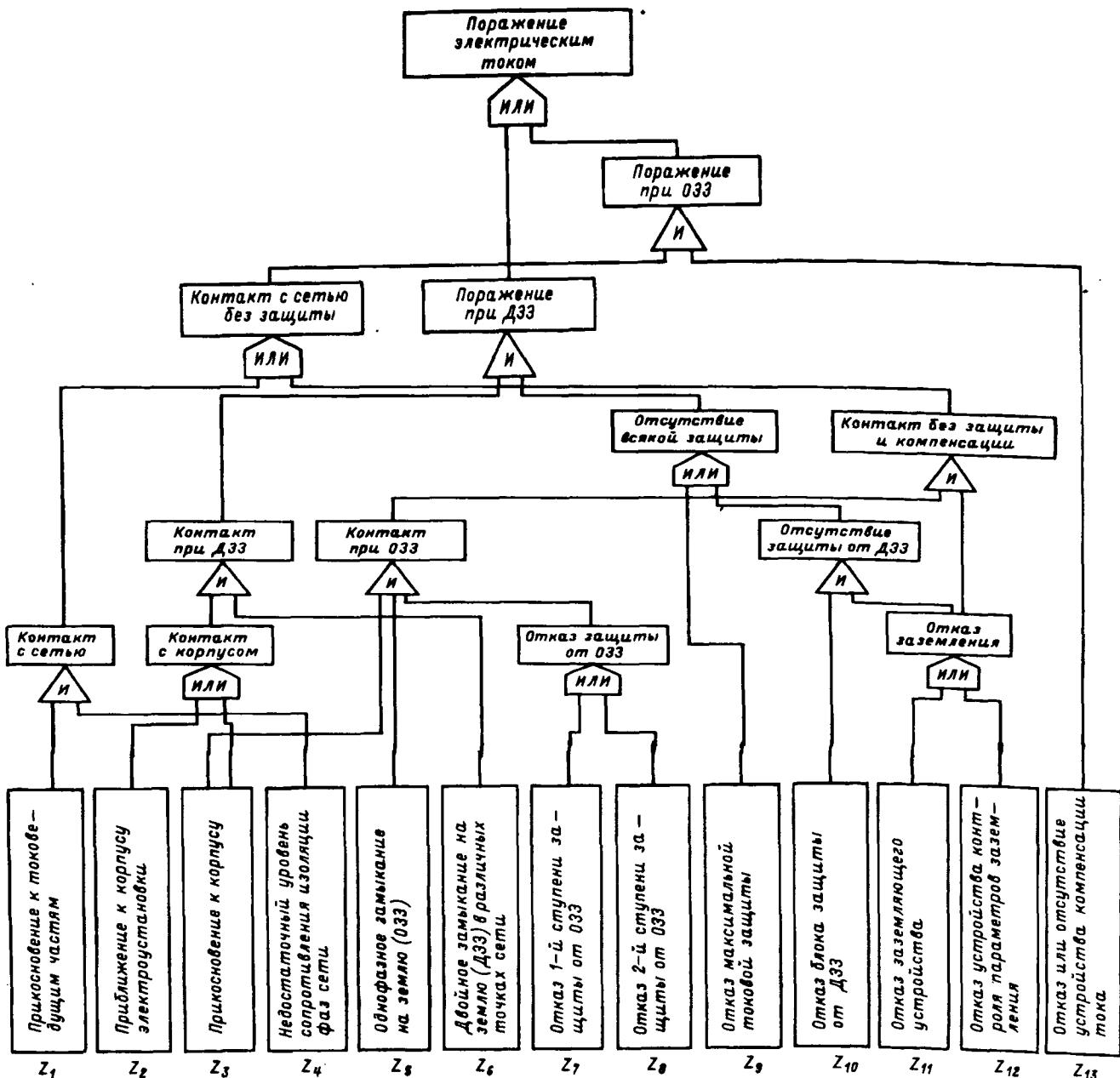
При вычислении вероятности (11) принимается условие

$$O_{z_i} = B_{z_i} = 0,5, \quad i=1, \dots, m. \quad (13)$$

Формула (12) доказана авторами в [11] и отличается от стандартной формы ее записи большим удобством вычислений для монотонных ФАЛ.

Далее представлены сравнительные результаты по определению  $g_{z_i}$ , полученные нами и авторами [9], где  $g_{z_i} = 1 - G_i^T$ :

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$g_{z_i}$	0,1636	0,1504	0,2163	0,1636	0,0659	0,4116	0,0220	0,0220	0,1919	0,1099	0,0630	0,0630	0,2515
$g_{z_i}$ из [9]	—	—	—	0,1587	0,0660	0,4116	0,0064	0,0122	0,1919	0,1099	0,0625	0,0787	0,2859



Из приведенных данных видно, что идеально совпали веса только по аргументам 5, 6, 9, 10, 11; по аргументам 1, 2, 3 они почему-то не определялись, а по остальным пяти аргументам были допущены неточности (вероятно из-за громоздкости вычислений с 99 ортогональными членами).

Не имея исходных данных по вероятностям  $O_{z_i}$ , мы все же только на основании ФАЛ (9) можем определить структурную важность отдельных инициирующих событий, а именно:

$$\begin{aligned} g_6 > g_{13} > g_3 > g_9 > g_1 = g_4 > g_2 > g_{10} > g_5 > g_{11} = \\ &= g_{12} > g_7 = g_8. \end{aligned} \quad (14)$$

Кроме того, на логическом уровне задачи, инвертируя (9), мы можем легко получить самые

короткие МСПО:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \bar{z}_6 \bar{z}_{13}; \Psi_2 = \bar{z}_1 \bar{z}_3 \bar{z}_6; \Psi_3 = \bar{z}_1 \bar{z}_5 \bar{z}_6; \Psi_4 = \bar{z}_3 \bar{z}_4 \bar{z}_6; \\ \Psi_5 &= \bar{z}_4 \bar{z}_5 \bar{z}_6; \Psi_6 = \bar{z}_2 \bar{z}_3 \bar{z}_{13}; \Psi_7 = \bar{z}_9 \bar{z}_{10} \bar{z}_{13}; \\ \Psi_8 &= \bar{z}_1 \bar{z}_2 \bar{z}_3; \Psi_9 = \bar{z}_2 \bar{z}_3 \bar{z}_4; \dots, \end{aligned} \quad (15)$$

от которых в первую очередь и зависит безопасность системы.

Теория, развитая в [7], позволяет определить не только индивидуальные веса, но и любые их комбинации. Так, например, суммарный вес аргументов  $z_i$  и  $z_j$  равен

$$g_{z_i \vee z_j} = g_{z_i} + g_{z_j} - g_{z_i \wedge z_j}, \quad (16)$$

где  $g_{z_i \wedge z_j}$  — совместный вес аргументов  $z_i$  и  $z_j$ , равный

$$g_{z_i \wedge z_j} = P\{\Delta_{z_i}y(Z_m) \wedge \Delta_{z_j}y(Z_m) = 1\}, \quad (17)$$

который вычисляется при том же условии (13).

Далее представлены суммарные веса некоторых пар аргументов:

$i-j$	6-13	6-3	6-5	3-13	9-13	2-3	10-13	1-2	11-12	7-8
$g_{z_i \vee z_j}$	0,6160	0,5699	0,4578	0,4241	0,3911	0,3568	0,3427	0,3032	0,0967	0,0330

Из рассмотрения приведенных результатов и соотношений (14) и (15) видно, что наибольшую важность в поражении электрическим током по сценарию (см. рисунок) и ФОС (9) имеют инициирующие условия  $z_6, z_{13}, z_3, z_9$ . Действительно, если не будет только двойного замыкания на землю (ДЗЗ) в различных точках сети ( $\bar{z}_6$ ) и безотказно будет действовать устройство компенсации токов ОЗЗ ( $\bar{z}_{13}$ ), то безопасность сети детерминированно гарантируется на 100% при наличии всех остальных одиннадцати ИУ (!).

Однако, если имеются заслуживающие доверия вероятности опасности  $O_{z_i}$  (в виде вероятностей отказа за фиксированное время  $O_{z_i}$  или вероятностей тех или иных нарушений правил эксплуатации), то можно определить вероятность поражения электрическим током  $O_c$ , а также вклады (ущербы) отдельных ИУ и их комбинаций. Здесь полезно сначала получить полином (при условии равной вероятности всех ИУ), который выполняет контрольные функции правильности преобразований ФАЛ в ВФ. Так, в нашем случае указанный полином равен

$$\begin{aligned} O_c = & 3O_{z_i}^3 + 3O_{z_i}^4 - 4O_{z_i}^5 - O_{z_i}^6 - 15O_{z_i}^7 + 24O_{z_i}^8 - \\ & - 4O_{z_i}^9 - 10O_{z_i}^{10} + 6O_{z_i}^{11} - O_{z_i}^{12}. \end{aligned} \quad (18)$$

При  $O_{z_i}=1$  риск поражения током также будет равен единице, о чем свидетельствует сумма положительных и отрицательных коэффициентов ( $36-35=1$ ). При суммировании 99 ортогональных членов в [9] при условии  $O_{z_i}=\text{const}$  должен получиться именно полином (18). При любой ошибке будут получаться уже совсем другие выражения (даже и удовлетворяющие критерию суммы коэффициентов). Первый член в полиноме (18) соответствует трем КПОФ ранга три, а именно:  $\varphi_1=z_1 z_4 z_{13}$ ,  $\varphi_2=z_2 z_6 z_9$  и  $\varphi_3=z_3 z_6 z_9$ . Наивысшая степень полинома (18) не может превышать  $m=13$ . В нашем случае коэффициент при  $O_{z_i}^{13}$  оказался равным нулю.

В [9] в таблице показателей, к сожалению, нет данных о вероятностях событий  $z_1, z_5$  и  $z_6$ , которые пришлось конструировать, используя информацию о коэффициентах опасности (по нашему «ущербов») и коэффициентах опасной значимости ( $Z_i$ ), снятых с рис. 2. Разделив первые коэффициенты на вторые, получим:

$$O_{z_1} = \frac{3,8 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} = 0,38; \quad O_{z_5} = \frac{1,02 \cdot 10^{-5}}{7 \cdot 10^{-5}} = 0,146;$$

$$O_{z_6} = \frac{4,9 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-3}} = 7 \cdot 10^{-4}. \quad (19)$$

Для событий  $z_2, z_3$  и  $z_4$  авторы [9] принимали условие  $O_{z_2}=O_{z_3}=O_{z_4}=1$ , т.е. считали их практически неслучайными.

Подставляя в выражение (6) функцию (10) и численные значения вероятностей (8), принятых в [9] для первого варианта данных, получаем  $O_c=3,812873 \cdot 10^{-3}$ , что достаточно близко совпадает с результатом [9] ( $3,815 \cdot 10^{-3}$ ). Это и неудивительно, так как «львиный» вклад в «копилку опасности» вносит один лишь первый КПОФ —  $\varphi_1=z_1 z_4 z_{13}$ . Действительно,

$$P\{\varphi_1=1\} = O_{z_1} O_{z_4} O_{z_{13}} = 0,38 \cdot 1 \cdot 0,01 = 3,8 \cdot 10^{-3}.$$

Для исследования роли ОЗЗ ( $z_5$ ) и ДЗЗ ( $z_6$ ) авторы [9] вычисляли коэффициент опасной значимости  $Z_i = \frac{\partial O_c}{\partial O_{z_i}}$  и так называемый коэффициент эффективности  $\mathcal{E}_i$  не только при упомянутых выше вероятностях (19), но и при условиях достоверного ОЗЗ ( $O_{z_5}=1$ ), либо достоверного ДЗЗ ( $O_{z_6}=1$ ).

В [5, 6] нами были предложены некоторые вероятностные характеристики, позволяющие оценивать важность тех или иных элементов в смысле их влияния на надежность всей системы. Покажем их связь с ЛВТ безопасности и коэффициентами из [9].

«Значимость» элемента в системе

$$\xi_{z_i} = \frac{\partial O_c}{\partial O_{z_i}} = \frac{\partial B_c}{\partial B_{z_i}}, \quad (20)$$

«вклад» ИУ в безопасность системы

$$B_{z_i} = B_{z_i} \xi_{z_i}; \quad (21)$$

«ущерб» ИУ в опасность системы

$$Y_{z_i} = O_{z_i} \xi_{z_i}. \quad (22)$$

Из соотношений (21) и (22) следует

$$\frac{B_{z_i}}{B_{z_i}} = \frac{Y_{z_i}}{O_{z_i}}.$$

Таким образом, коэффициент опасности в [9] есть не что иное, как «ущерб» ИУ, а коэффициент эффективности равен

$$\mathcal{E}_i = B_{z_i} - B_{z_i}.$$

Так как для монотонных структур всегда  $B_{z_i} \geq 0$ , то и  $\mathcal{E}_i$  не может превышать значения

Инициирующие условия $z_i$	Показатель						
	вариант 1			вариант 2		вариант 3	
	$O_{zi}$	$\xi_{zi}$	$y_{zi}$	$\xi_{zi}$	$y_{zi}$	$\xi_{zi}$	$y_{zi}$
1	0,38	$9,9 \cdot 10^{-3}$	$3,79 \cdot 10^{-3}$	$9,9 \cdot 10^{-3}$	$3,76 \cdot 10^{-3}$	$9,9 \cdot 10^{-3}$	$3,77 \cdot 10^{-3}$
5	0,146	$6,16 \cdot 10^{-5}$	$9,0 \cdot 10^{-6}$	$6,16 \cdot 10^{-5}$	$6,09 \cdot 10^{-5}$	$8,89 \cdot 10^{-6}$	
6	0,0007	$5,54 \cdot 10^{-3}$	$3,88 \cdot 10^{-6}$	$5,54 \cdot 10^{-3}$	$3,88 \cdot 10^{-6}$	$5,54 \cdot 10^{-3}$	$5,54 \cdot 10^{-3}$
7	0,037	$2,21 \cdot 10^{-4}$	$8,17 \cdot 10^{-6}$	$1,51 \cdot 10^{-3}$	$5,59 \cdot 10^{-5}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$8,08 \cdot 10^{-6}$
8	0,00374	$2,13 \cdot 10^{-4}$	$7,98 \cdot 10^{-7}$	$1,46 \cdot 10^{-3}$	$5,47 \cdot 10^{-6}$	$2,11 \cdot 10^{-4}$	$7,89 \cdot 10^{-7}$
9	0,00374	$6,96 \cdot 10^{-4}$	$2,60 \cdot 10^{-6}$	$6,96 \cdot 10^{-4}$	$2,60 \cdot 10^{-6}$	0,994	$3,72 \cdot 10^{-3}$
10	0,00747	$1,70 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-6}$	$1,70 \cdot 10^{-4}$	$1,27 \cdot 10^{-6}$	0,243	$1,81 \cdot 10^{-3}$
11	0,205	$3,98 \cdot 10^{-5}$	$8,17 \cdot 10^{-6}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-5}$	$7,07 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-3}$
12	0,05	$3,33 \cdot 10^{-5}$	$1,67 \cdot 10^{-6}$	$2,04 \cdot 10^{-4}$	$1,02 \cdot 10^{-5}$	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$2,96 \cdot 10^{-4}$
13	0,01	0,3809	$3,809 \cdot 10^{-3}$	0,3862	$3,862 \cdot 10^{-3}$	0,3788	$3,788 \cdot 10^{-3}$

$B_{z_i}$  (т.е. значения  $1-Q_i$  из [9]). Однако в свободной таблице результатов в [9] это условие нарушено по  $z_7, z_8$  и  $z_9$ .

В таблице представлены значимости и ущербы для трех упомянутых выше вариантов исходных данных.

Из анализа данных таблицы видно, что наибольшие ущербы для всех вариантов исходных данных имеют  $z_1$  и  $z_{13}$ . Однако при достоверном ДЗЗ существенно возросли ущербы и у  $z_6, z_9, z_{10}, z_{11}$ . Интересно заметить, что при достоверном ОЗЗ ( $O_{z_5}=1$ ) риск поражения током практически остался тем же самым, а именно  $O_{c2}=3,8655 \cdot 10^{-3}$ . В случае же достоверного ДЗЗ ( $O_{z_6}=1$ ) риск возрос в 2,45 раза ( $O_{c3}=9,35 \cdot 10^{-3}$ ).

Ручные расчеты рассмотренного примера показали его достаточно большую трудоемкость, при которой не удается избежать ошибок. Поэтому автоматизация ЛВМ становится принципиальным условием его широкого практического применения и дальнейшего развития при анализе и синтезе безопасности структурно-сложных систем.

Технология автоматизированного ЛВМ предусматривает в соответствии с [10] три этапа:

эвристическое или автоматизированное на ЭВМ построение сценария развития опасности, подготовка исходных данных;

построение с помощью ЭВМ ФОС;

вычисление на ЭВМ всех количественных характеристик опасности.

Приемлемое время для инженерных расчетов автоматизированного моделирования безопасности на современных ЭВМ может быть обеспечено с помощью специализированных программных комплексов, основанных на методах структурной и логической декомпозиции [10].

**Выводы.** 1. Теорию безопасности технических систем целесообразно разрабатывать с учетом не только стандартных отказов, но и возможности нарушений правил эксплуатации и наличия разрушающих воздействий.

2. При разработке сценария развития событий, приводящих систему в опасное состояние, следует двигаться от исследуемого состояния к тем причинам, которые способны его вызвать. Особого внимания при составлении СОС заслуживают так называемые поперечные связи, возникающие в результате совместного взаимодействия через различные явные и неявные перемычки, поля, структуры.

3. Реальные системы, как правило, описываются функциями алгебры логики с повторными аргументами, что вынуждает исследователей обратиться к хорошо разработанному математическому аппарату ЛВМ.

4. Сильной стороной логико-вероятностной теории безопасности является ее работоспособность и при отсутствии части (или всех) исходных вероятностей событий. Детерминированная модель позволяет определить структурную важность отдельных инициирующих событий и их комбинаций, а также минимальные сечения предотвращения опасности.

5. Повторные, после [9], расчеты структурных показателей безопасности подтвердили достаточную точность и чувствительность ЛВТ безопасности и возможность однозначной интерпретации полученных результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рябинин И.А. Надежность, живучесть и безопасность кораблей. — Морской сборник, 1987, № 8
2. Рябинин И.А., Москатов Г.К. Надежность, живучесть и безопасность автоматизированных комплексов. — Судостроительная промышленность. Система автоматизации проектирования, производства и управления. 1987, вып. 8.
3. Рябинин И.А. Концепция логико-вероятностной теории безопасности технических систем. — Судостроительная промышленность. Системы автоматизации проектирования, производства и управления. 1991, вып. 21.
4. Рябинин И.А., Смирнов А.С. Схемно-логический метод исследования структурной надежности сложных невосстанавливаемых систем. — Электричество, 1971, № 5.
5. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. — М.: Радио и связь, 1981.
6. Рябинин И.А., Парфенов Ю.М., Хватов В.А. Определение приращения надежности системы при изменениях ее структуры и характеристик. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 1.

7. Рябинин И.А., Парфенов Ю.М. Определение характеристики важности совокупности элементов энергетической системы при исследовании ее безотказности. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 1.

8. Рябинин И.А. Концепция логико-вероятностной теории безопасности. — Приборы и системы управления, 1993, № 10.

9. Щуцкий В.И., Ситихин Ю.В., Сидоров А.И. Характеристики звеньев структурной модели электропоражения при напряжении выше 1000 В. — Электричество, 1986, № 5.

10. Черкесов Г.Н., Можаев А.С. Логико-вероятностные методы расчета надежности структурно-сложных систем. В кн.: «Качество и надежность изделий». Вып. 3(15). — М.: Знание, 1991.

11. Рябинин И.А., Парфенов Ю.М. Определение «веса» и «значимости» отдельных элементов при оценке надежности сложной системы. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 6.

(02.11.93)

*Авторы: Рябинин Игорь Алексеевич окончил электротехнический факультет Высшего военно-морского инженерного училища (ВВМИУ) в 1948 г., электротехнический факультет Военно-морской академии кораблестроения и вооруже-*

*ния в 1956 г. В 1967 г. защитил докторскую диссертацию по теме: «Теория надежности электроэнергетических систем подводных лодок» в Военно-морской академии (ВМА). Профессор ВМА.*

*Парфенов Юрий Михайлович окончил электротехнический факультет ВВМИУ в 1965 г., кораблестроительный факультет ВМА в 1973 г. В 1992 г. защитил докторскую диссертацию по теме: «Теория стойкости к поражающим воздействиям электроэнергетических систем подводных лодок» в ВМА. Старший преподаватель ВМА.*

*Цыпин Олег Дмитриевич окончил электромеханический факультет Ленинградского высшего военно-морского училища в 1974 г., кораблестроительный факультет ВМА в 1987 г. Старший научный сотрудник Государственного НИИ авиационно-спасательного дела, водолазных и глубоководных работ.*

## ФАЗОВЫЙ МЕТОД УЧЕТА ПОТЕРЬ ПРИ ЭКОНОМИЧНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ МОЩНОСТИ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМИ

КУЗНЕЦОВ В.Н., КУЗНЕЦОВ Н.Д.

*На основе эквивалентных преобразований электрической сети и режима энергосистемы к двухузловой схеме, адекватной оригиналу по падениям напряжения и потерям мощности, выводится формула расчета частичных удельных потерь. Формула проста по структуре, имеет повышенную точность и приемлемые затраты машинного времени. Предлагается использовать полученную зависимость при учете сетевого фактора в задачах экономичного распределения мощности между электростанциями как в краткосрочных, так и в оперативных режимах планирования работы энергосистемы.*

Учет сетевого фактора при оптимизации режимов современных энергосистем и их объединений позволяет получить значительный экономический эффект. Однако в связи с тем, что потери мощности в сети являются функцией многих переменных, определение частичных удельных потерь, которые входят в уравнение оптимизации, представляется делом исключительной трудности даже при наличии современных ЭВМ. И хотя в настоящее время вопросы, связанные с учетом потерь в сетях при экономическом распределении мощности между электростанциями, всесторонне исследованы и теоретических затруднений не вызывают, проблема разработки практически приемлемого метода расчета частичных удельных потерь не теряет своей актуальности. Причиной это-

*Based on equivalent transformations of an electric network and power system operating conditions to two-node circuit configuration being adequate to the original with respect to voltage drops and power losses, an expression is developed for calculating partial specific losses featuring by structural simplicity, an increased accuracy and acceptable calculation time requirements. The obtained dependency is proposed to be used for accounting the network factor in the tasks of economical distribution of power output between power plants in short-term as well as in operative working conditions of power system planning.*

му является то, что разработанные методы учета сетевого фактора при оптимизации или не обеспечивают необходимой точности, или требуют непомерно больших затрат машинного времени, что не позволяет их реализовать в задачах оперативной дооптимизации режима энергосистемы по активной мощности.

Решение поставленной задачи, на наш взгляд, удается значительно продвинуть вперед, применив так называемый фазовый метод определения частичных удельных потерь мощности.

Суммарные полные потери мощности  $\Delta S$  в сети энергосистемы [1] представляются зависимостью

$$\Delta S = \Delta P + j \Delta Q = \sum_{s=a}^k I_s^2 Z_s = \sum_{s=a}^k I_s^* I_s Z_s, \quad (1)$$

где  $s$  — элемент сети энергосистемы (ВЛ, трансформатор и т.д.);  $k$  — число связей;  $I_s$  — величина тока по связи  $s$ ;  $Z_s$  — сопротивление элемента сети.

Выражая токи по связям через коэффициенты потокораспределения  $\alpha_{js}$  и токовые нагрузки узлов  $I_j$ , потери мощности в сети энергосистемы представим в виде

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{s=a}^k I_i I_j \dot{\alpha}_{is} \dot{\alpha}_{js} Z_s. \quad (2)$$

С учетом [2], что

$$\sum_{s=a}^k \dot{\alpha}_{is} \dot{\alpha}_{js} Z_s = Z_{ij},$$

выражение (2) примет вид:

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_i I_j Z_{ij}, \quad (3)$$

где  $n$  — число узлов сети энергосистемы;  $Z_{ij}$  — взаимное сопротивление  $i$ -го и  $j$ -го узлов по отношению к некоторому балансирующему узлу схемы.

Выражая в (3) токи узлов через мощности и напряжения и выделяя вещественную часть полученного выражения, получаем суммарные активные потери мощности в сети энергосистемы:

$$\begin{aligned} \Delta P = & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R_{ij} \frac{P_i P_j + Q_i Q_j}{U_i U_j} \cos \delta_{ij} - \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R_{ij} \frac{P_i Q_j - Q_i P_j}{U_i U_j} \sin \delta_{ij}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\delta_{ij}$  — угол сдвига между векторами напряжений  $i$ -го и  $j$ -го узлов.

В соответствии с (4) значение частичных удельных потерь мощности для некоторой  $i$ -й электростанции составит

$$\begin{aligned} \sigma_i = & \frac{d\Delta P}{dP_i} = 2 \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{U_i U_j} (P_j \cos \delta_{ij} - Q_j \sin \delta_{ij}) + \\ & + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{U_i U_j} (Q_j \cos \delta_{ij} - P_j \sin \delta_{ij}) \frac{dQ_j}{dP_i} - \\ & - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{U_i U_j} [(P_i P_j + Q_i Q_j) \cos \delta_{ij} - (P_i Q_j - Q_i P_j) \times \\ & \times \sin \delta_{ij}] \frac{dU_j}{dP_i} - 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{U_i U_j} [(P_i P_j + Q_i Q_j) (-\sin \delta_{ij}) - \\ & - (P_i Q_j - Q_i P_j) \cos \delta_{ij}] \frac{d\delta_{ij}}{dP_i}. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение (5), как нетрудно видеть, является

расшифровкой соотношения

$$\sigma_i = \frac{\partial \Delta P}{\partial P_i} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P}{\partial Q_j} \frac{dQ_j}{dP_i} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P}{\partial U_i} \frac{dU_j}{dP_i} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta_{ij}} \frac{d\delta_{ij}}{dP_i}.$$

Используя уравнение баланса реактивной мощности и выражение для определения напряжения каждого узла энергосистемы, т.е. записав систему уравнений

$$\begin{cases} Q_j = \operatorname{Im} [\dot{U}_j \sum_{i=1}^n \dot{I}_i \dot{Y}_{ij} - U_j^2 \dot{Y}_{ij}]; \\ \dot{U}_j = U_6 + \sum_{i=1}^n \dot{I}_i Z_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

можно определить производные  $\frac{dQ_j}{dP_i}$ ,  $\frac{dU_j}{dP_i}$  и  $\frac{d\delta_{ij}}{dP_i}$ , входящие в выражение (5). Для этого необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений с действительными постоянными относительно искомых производных.

Приведенный алгоритм точного определения значений частичных удельных потерь весьма сложен и трудоемок даже для ЭВМ. По указанной причине этот метод определения  $\sigma$  не может быть рекомендован для практических целей, он может являться эталоном при разработке практических методик.

В результате исследования ряда конкретных схем электрических систем удалось выявить долевое участие слагаемых формулы (5) в значении частичных удельных потерь  $\sigma_i$ . Основным слагаемым является первое, составляющее 70÷50% общего значения производной. Второе, третье и четвертое слагаемые в сумме составляют 30÷50% полного значения  $\sigma_i$ , причем второе слагаемое является более весомым (90÷70%). Это обстоятельство дает возможность дополнительно упростить выражение (5) отказавшись от учета последних двух членов. Максимальная погрешность в определении  $\sigma_i$  не превысит 15%.

На основании [3 и 4], анализирующих перерасходы топлива в энергосистеме в случае неточного определения  $\sigma_i$ , можно сделать заключение, что значение частичных удельных потерь допустимо определять с погрешностью 10÷15%, а в некоторых случаях даже до 50% в зависимости от абсолютного значения  $\sigma_i$ . Поэтому пренебрежение двумя слагаемыми в  $\sigma_i$  не внесет недопустимых погрешностей в условия экономичного распределения нагрузки. В этом случае можно смело рекомендовать упрощенную, но достаточно точную формулу для определения частичных удельных потерь:

$$\sigma_i = \frac{d\Delta P}{dP_i} = 2 \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{U_i U_j} (P_j \cos \delta_{ij} - Q_j \sin \delta_{ij}) + \\ + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{R_{ij}}{U_i U_j} (Q_j \cos \delta_{ij} - P_j \sin \delta_{ij}) \frac{dQ_j}{dP_j}.$$

Однако, как показали экспериментальные расчеты, приведенная формула для определения  $\sigma_i$  малопригодна для практических целей из-за большого объема разнотипной информации и значительных затрат времени на проведение расчетов.

Дополнительное упрощение в решении задачи удается получить, используя приведенные далее адекватные преобразования электрической сети энергосистемы.

Схема электрической сети энергосистемы любой конфигурации и сложности в соответствии с результатами расчета стационарного режима может быть приведена к двухузловой схеме (рис. 1), эквивалентной исходной как по падению напряжения, так и по потерям мощностей.

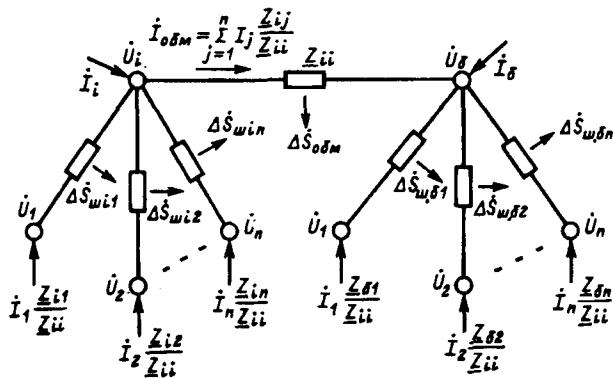


Рис. 1. Эквивалентная схема системы, адекватная исходной по падению напряжения и потерям мощности

Для выявления необходимых зависимостей вновь обратимся к (1), представив это выражение в следующем виде:

$$\Delta \dot{S} = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \left( \sum_{i=1}^n \overset{*}{I}_i Z_{ij} + \dot{U}_6 - \dot{U}_6 \right), \quad (6)$$

но, так как

$$\dot{U}_6 = \sum_{i=1}^n \overset{*}{I}_i Z_{ij} = \dot{U}_j,$$

то

$$\Delta \dot{S} = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j (\dot{U}_j - \dot{U}_6). \quad (7)$$

Прибавляя и одновременно вычитая из (7)

$$\frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_6)}{Z_{ii}} \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \overset{*}{Z}_{ij},$$

можно записать:

$$\Delta \dot{S} = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j + \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_6)}{Z_{ii}} \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \overset{*}{Z}_{ij} - \frac{(\dot{U}_i - \dot{U}_6)}{Z_{ii}} \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \overset{*}{Z}_{ij}. \quad (8)$$

Умножая и деля первый член суммы потерь на  $Z_{ii}$  и, учитывая при этом, что

$$\overset{*}{Z}_{ii} = \overset{*}{Z}_{ij} + \overset{*}{Z}_{6j}; \quad \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \frac{\dot{U}_6}{U_j} = 0,$$

после некоторых преобразований формулу (8) можно представить в виде

$$\Delta \dot{S} = \Delta \dot{S}_{obm} + \Delta \dot{S}_{w1} + \Delta \dot{S}_{w2},$$

где

$$\Delta \dot{S}_{obm} = (\dot{U}_i - \dot{U}_6) \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \frac{\overset{*}{Z}_{ij}}{Z_{ii}}; \quad (9)$$

$$\Delta \dot{S}_{w1} = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \frac{\overset{*}{Z}_{ij}}{Z_{ii}} (\dot{U}_j - \dot{U}_i); \quad (10)$$

$$\Delta \dot{S}_{w2} = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \frac{\overset{*}{Z}_{6j}}{Z_{ii}} (\dot{U}_j - \dot{U}_6). \quad (11)$$

Анализируя (9), нетрудно видеть, что  $\Delta \dot{S}_{obm}$  представляет собой часть суммарных потерь мощности эквивалентной двухузловой схемы (рис. 1), которые образуются в результате протекания тока

$$\sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}}$$

через сопротивление  $Z_{ii}$ , связывающее  $i$ -й и  $6$ -й узлы схемы.

Вторая составляющая потерь (10)  $\Delta \dot{S}_{w1}$  равна сумме потерь мощности в сопротивлениях ветвей, ограниченных  $j$ -м и  $i$ -м узлами при протекании тока.

$$\overset{*}{I}_j \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}}.$$

Аналогичный физический смысл имеет третья составляющая потеря  $\Delta \dot{S}_{w2}$ . В данном случае связи примыкают к базисному узлу «б».

Таким образом, при эквивалентировании сети энергосистемы (рис. 1) суммарные потери мощности оказываются представленными в виде трех составляющих:

1) потери в эквивалентной связи « $i$ — $6$ » с сопротивлением  $Z_{ii}$  при протекании по ней обменного тока

$$\overset{*}{I}_{obm} = \sum_{j=1}^n \overset{*}{I}_j \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}};$$

2) потери, разнесенные вместе с нагрузками

и генерациями в  $i$ -й узел эквивалентной схемы ( $\Delta S_{\text{ш.}}$ );

3) потери в ветвях от разнесения части нагрузки в балансирующий узел ( $\Delta S_{\text{ш.б.}}$ ).

Эквивалентные двухузловые схемы системы с представлением нагрузок через токи и мощности при сохранении составляющих потерь от обменного значения тока и мощности по связям « $i$ — $b$ » приведены на рис. 2.

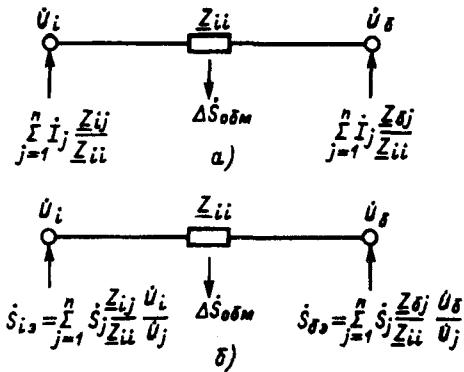


Рис. 2. Эквивалентная двухузловая схема сети энергосистемы с разнесенными в узлы нагрузочными токами (a) и мощностями (b)

Адекватность эквивалентной схемы оригиналу по падению напряжения следует непосредственно из выполнения условия

$$\dot{U}_i = \dot{U}_b + \sum_{j=1}^n \dot{I}_j \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}} Z_{ii} = \dot{U}_b + \sum_{j=1}^n \dot{I}_j Z_{ij}.$$

В соответствии с рис. 2, б производная потерь по мощности  $i$ -й электростанции равна

$$\begin{aligned} \sigma_{i \text{ обм}} &= \frac{d\Delta P_{\text{обм}}}{dP_i} = 2 \frac{R_{ii}}{U_i^2} P_{\text{обм}} + 2 \frac{R_{ii}}{U_i^2} Q_{\text{обм}} \frac{dQ_{\text{обм}}}{dP_i} - \\ &- 2 \frac{R_{ii}}{U_i^3} (P_{\text{обм}}^2 + Q_{\text{обм}}^2) \frac{dU_i}{dP_i}. \end{aligned}$$

При поддержании постоянства напряжения на шинах  $i$ -й электростанции

$$\sigma_{i \text{ обм}} = \left( 2 \frac{R_{ii}}{U_i^2} P_{\text{обм}} + 2 \frac{R_{ii}}{U_i^2} Q_{\text{обм}} \frac{dQ_{\text{обм}}}{dP_{\text{обм}}} \right) \frac{dP_{\text{обм}}}{dP_i}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} P_{\text{обм}} &= \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n \dot{S}_j \frac{*}{Z_{ii}} \frac{\dot{U}_i}{U_j} = \sum_{j=1}^n \frac{U_i}{U_j} [(a_{ij} P_j - b_{ij} Q_j) \times \\ &\times \cos \delta_{ij} - (a_{ij} Q_j + b_{ij} P_j) \sin \delta_{ij}], \end{aligned}$$

где  $a_{ij} = \operatorname{Re} \frac{*}{Z_{ii}} \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}}$ ;  $b_{ij} = \operatorname{Im} \frac{*}{Z_{ii}} \frac{Z_{ij}}{Z_{ii}}$ ;  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ .

Производная  $\frac{dP_{\text{обм}}}{dP_i}$  в (12) должна быть принята равной единице вследствие следующих обстоятельств:

ее составляющие для всех электростанций кроме  $i$ -й равны нулю (так как их мощности не зависят от мощности  $i$ -й электростанции);

изменение потребления активной мощности любой нагрузки энергосистемы в соответствии со статическими характеристиками в функции напряжения питания не должно учитываться при определении  $\sigma_i$ , так как на современном этапе не представляется возможным оценить изменение затрат потребителя от значения приложенного напряжения и ввести эту составляющую в целевую функцию.

По указанным обстоятельствам, что подтверждается и [5], изменение потребления нагрузок как по активной, так и по реактивной мощностям, не должно учитываться при определении дополнительных удельных потерь мощности.

По аналогичным соображениям приняты равными нулю составляющие относительного пристра к потерь в шунтах  $\Delta S_{\text{ш.}}$  и  $\Delta S_{\text{ш.б.}}$ , которые к тому же из-за малости производных типа

$$\frac{dQ_j}{dP_i}, \frac{dU_j}{dP_i}, \frac{d\delta_{ij}}{dP_i}$$

составляют не более 5÷10% точного значения  $\sigma_i$ . В соответствии с изложенным

$$\sigma_i = \sigma_{i \text{ обм}} = \left( \frac{2R_{ii}}{U_i^2} P_{\text{обм}} + \frac{2R_{ii}}{U_i^2} Q_{\text{обм}} \right) \frac{dQ_{\text{обм}}}{dP_{\text{обм}}}. \quad (13)$$

Производную  $\frac{dQ_{\text{обм}}}{dP_{\text{обм}}}$  для  $|U_i| = \text{const}$  и  $|U_b| =$

$= \text{const}$  легко можно получить из круговой диаграммы для эквивалентной двухузловой схемы:

$$\left( U_i - \frac{P_{\text{обм}} R_{ii} + Q_{\text{обм}} X_{ii}}{U_i} \right)^2 + \left( \frac{P_{\text{обм}} X_{ii} - Q_{\text{обм}} R_{ii}}{U_i} \right)^2 = U_b^2.$$

В результате дифференцирования этой неявно выраженной функции получим

$$\frac{dQ_{\text{обм}}}{dP_{\text{обм}}} = - \frac{\frac{P_{\text{обм}} - R_{ii}}{Z_{ii}^2} U_i^2}{\frac{Q_{\text{обм}} - X_{ii}}{Z_{ii}^2} U_i^2}.$$

Подставляя в это выражение значения активных и реактивных мощностей обменного потока, равные

$$P_{\text{обм}} = \frac{U_i^2}{Z_{ii}} \sin \alpha_{ii} + \frac{U_i U_b}{Z_{ii}} \sin (\delta_{i6} - \alpha_{ii}); \quad (14)$$

$$Q_{\text{обм}} = \frac{U_i^2}{Z_{ii}} \cos \alpha_{ii} + \frac{U_i U_b}{Z_{ii}} \cos (\delta_{i6} - \alpha_{ii}), \quad (15)$$

где  $Z_{ii} = Z_{ii} \cos \psi_{ii} + j \sin \psi_{ii}$ ,  $\alpha_{ii} = 90^\circ - \psi_{ii}$ , окончательно получим

$$\frac{dQ_{\text{обм}}}{dP_{\text{обм}}} = \operatorname{tg} (\delta_{i6} - \alpha_{ii}). \quad (16)$$

Подставляя в (13) значения из (14)–(16) и проводя соответствующие преобразования, имеем

$$\sigma_i = 2 \sin^2 \alpha_{ii} + \sin 2\alpha_{ii} \operatorname{tg}(\delta_{i6} - \alpha_{ii}). \quad (17)$$

После дополнительных преобразований получаем

$$\sigma_i = \frac{2}{1 + \operatorname{ctg} \alpha_{ii} \operatorname{ctg} \delta_{i6}}. \quad (17')$$

Значение поправочного коэффициента к характеристике относительного прироста электростанции, учитывающего потери мощности в сети, равно

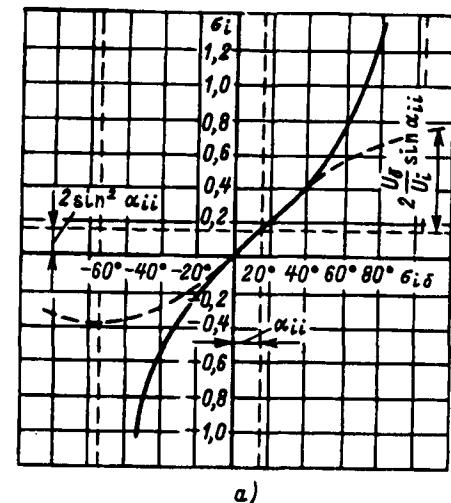
$$K_i = \frac{1}{1 - \sigma_i}.$$

Подставив в эту формулу  $\sigma_i$ , получим

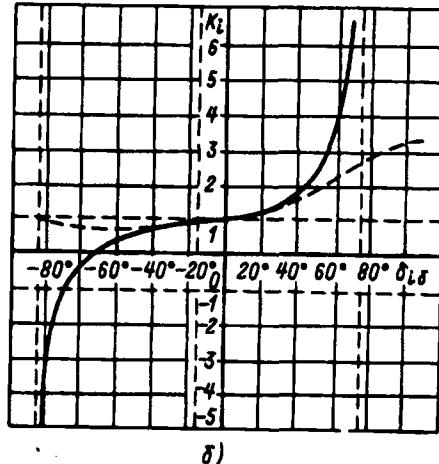
$$K_i = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha_{ii} \operatorname{tg} \delta_{i6}}{1 - \operatorname{tg} \alpha_{ii} \operatorname{tg} \delta_{i6}} \text{ или}$$

$$K_i = 1 + 2 \operatorname{tg} \alpha_{ii} \operatorname{tg} \delta_{i6} + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha_{ii} \operatorname{tg}^2 \delta_{i6}. \quad (18)$$

Графики изменения  $\sigma_i$  и  $K_i$  в функции разности углов напряжений  $i$ -го и балансирующего узлов схемы приведены на рис. 3.



a)



б)

Рис. 3. График зависимости  $\sigma_i$  (а) и  $K_i$  (б) от  $\delta_{i6}$

Полученное приближенное выражение (17) для определения частичных удельных потерь мощности после внесенных в него упрощений требует проведения соответствующего анализа на возможную погрешность результата.

Допустимая погрешность ( $\Delta K$ , %) в значении поправочного коэффициента на потери мощности в сети энергосистемы  $K_{\text{доп}}$ , зависимого от  $\sigma$ , может быть оценена следующим соотношением:

$$\Delta K_{\text{доп}} = \frac{K_{\text{доп}} - K_i}{K_i} 100, \quad (19)$$

где  $K_i$  — точное значение сетевого коэффициента.

После подстановки в выражение для определения сетевых коэффициентов соответствующих им частичных удельных потерь мощности ( $\sigma_{\text{доп}}$  и  $\sigma_i$ ) и после некоторых преобразований получим взаимосвязь между допустимыми погрешностями в определении  $K$  и  $\sigma$ :

$$\Delta \sigma_{\text{доп}} = \frac{\Delta K_{\text{доп}}}{100 + \Delta K_{\text{доп}}} \left( \frac{1}{\sigma_i} - 1 \right). \quad (20)$$

Анализируя выражение (20), нетрудно видеть, что погрешность в определении частичных удельных потерь зависит как от допустимой погрешности поправочного коэффициента  $\Delta K_{\text{доп}}$ , так и от абсолютного значения частичных удельных потерь.

В соответствии с выражением (20) на рис. 4 приведена область допустимых значений погрешности в определении  $\sigma$ , ограниченная предельными кривыми погрешности  $\Delta \sigma$ , значениям которых соответствует погрешность поправочного коэффициента на потери в сети, равная  $\pm 5\%$  (точность задания ХОП электростанции).

Из рис. 4 видно, что для максимального положительного значения  $\sigma$ , равного 0,3 (что еще нередко имеет место в практических условиях работы электростанций через слабые связи), допустимая погрешность в определении частичных удельных потерь может достигать 10–12%, не вызывая в энергосистеме дополнительных пережогов топлива. Для отрицательного значения ( $\sigma = -0,3$ ) допустимая погрешность может быть увеличена до 20–25%.

Для наиболее характерного в практических условиях значения частичных удельных потерь, равного  $\pm 0,1$ , допустимая погрешность может достигать 40–45% для положительного значения и 50–60% — для отрицательного.

При дальнейшем уменьшении  $\sigma$  допустимое значение погрешности  $\Delta \sigma$  резко возрастает, доходя до бесконечно большого значения при  $\sigma = 0$ .

Дальнейшие исследования показали, что более стабильным значением является абсолютная погрешность, закон изменения которой выражается следующей линейной зависимостью:

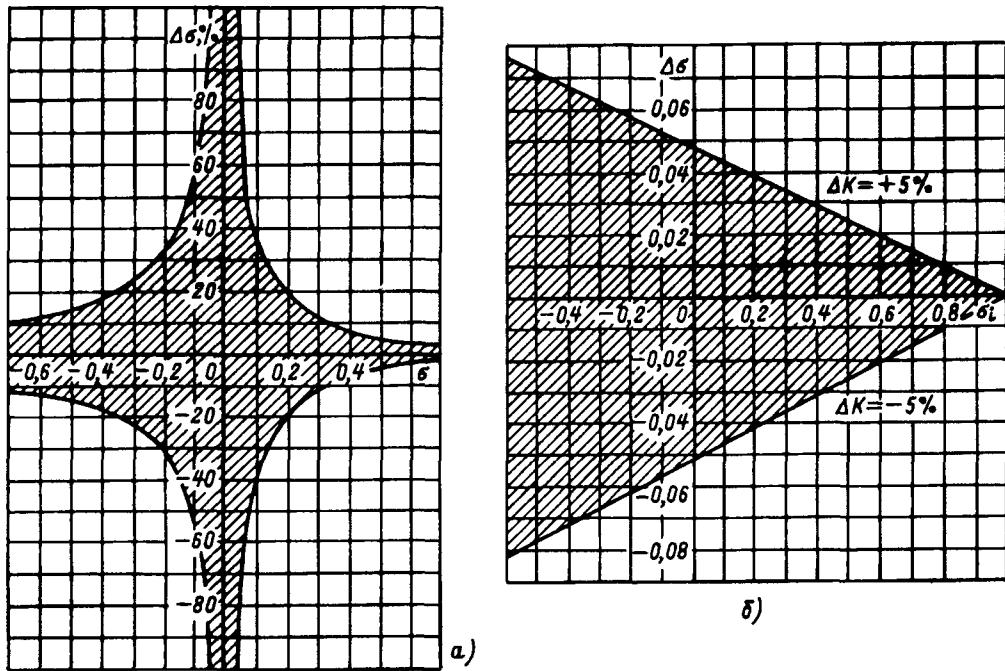


Рис. 4. Область допустимой погрешности (а) и допустимой абсолютной погрешности (б) в определении  $\sigma$  при  $\Delta K \leq \pm 5\%$

$$\Delta\sigma_{\text{доп}} = \frac{\Delta K_{\text{доп}}}{100 + \Delta K_{\text{доп}}} (1 - \sigma_i).$$

Из анализа графика  $\Delta\sigma_{\text{доп}} = f(\sigma)$ , приведенного на рис. 4, б видно, что для положительного значения  $\sigma=0,3$  абсолютная погрешность в определении  $\sigma$  может быть принята равной  $\pm 0,035$ . Для отрицательного значения ( $\sigma=-0,3$ ) допустимая погрешность увеличивается до  $\pm(0,06-0,07)$ .

Расчет  $\sigma_i$  по формуле (17) или (17') осуществляется на основе полученных данных после расчета потокораспределения в электрической сети. Первоначальное значение  $\sigma_i$  принимается в соответствии с результатами расчета экономичного распределения мощности за предшествующие сутки при внутрисуточном распределении нагрузки энергосистемы или за предшествующий момент времени при внутричасовой коррекции режима. После проведения шага оптимизации режима по активной мощности с выбранными значениями  $\sigma_i$  и  $K_i$  рассчитывается потокораспределение в сети и определяются на основании полученных параметров режима новые значения  $\sigma_i$  и  $K_i$ .

Если изменение значения  $K_i$  по отношению к исходному не превышает  $\pm 5\%$ , то процесс оптимизации заканчивается. В противном случае с вновь полученными значениями  $\sigma_i$  и  $K_i$  производится новый шаг оптимизации режима, новый расчет потокораспределения и новый расчет  $\sigma_i$  и  $K_i$ . Итерационный процесс заканчивается, если изменение значения  $K_i$  не превысит точности построения ХОП ЭС (5%).

Из анализа формул для определения частич-

ных удельных потерь мощности (17) и поправочных коэффициентов на учет сетевого фактора (18) при экономическом распределении активной мощности энергосистемы следует:

полученные соотношения отражают физическую сущность явлений, что подтверждается характеристиками состояния сети и ее режима;

при увеличении углов сдвига векторов напряжений электростанций по отношению к балансирующему узлу на значение  $\sigma$  все большее влияние оказывает значение производной  $\frac{dQ}{dP}$ . Вблизи предела передаваемой мощности частичные удельные потери определяются значением производной  $\frac{dQ}{dP}$ , а не значением потока активной мощности;

положительным углам сдвига  $\delta_{iб}$  соответствуют положительные значения  $\sigma_i$ , а отрицательным — отрицательные;

чем большие значение дополнительного угла полного сопротивления  $Z_{ii}$ , тем большее значение  $\sigma_i$ .

В соответствии со структурой формул (17) и (18) следует, что для определения  $\sigma_i$  или  $K_i$  необходимо знание дополнительного угла полного сопротивления и угла между напряжениями  $i$ -го и балансирующего узлов схемы. Значение угла  $\delta_{iб}$  легко определяется при расчете стационарного режима потокораспределения, а дополнительный угол  $\alpha_{ii}$  может быть получен одним из методов эквивалентного преобразования сети, например методом наращивания и коррекции матрицы узловых сопротивлений. Основным преимуществом этого метода является то, что при необходимости проведения коммутации в сети достаточно осуществить коррекцию соответствующих рассчитанных ранее элементов матрицы узловых сопротивлений, а не производить эквивалентирование с нуля.

Анализ, проведенный авторами на больших схемах реальной сети по оценке погрешности частичных удельных потерь мощности, полученных по формуле (17), дает основание заявить, что погрешность в определении поправочного ко-

эффективента на учет сетевого фактора  $K$  не превышает 5÷5,5%, что для практики вполне приемлемо, так как находится в диапазоне точности расчета характеристик относительного прироста расхода топлива электростанций.

По результатам исследований авторов для расчетной схемы ОЭС Урала для восьми разнообразных режимов было оценено 320 значений  $\sigma$  как по предложенному фазовому методу, так и по точному методу Лазебника. Далее приведены вероятности определения частичных удельных потерь по фазовому методу с погрешностями, не превосходящими заданного значения:

Диапазон погрешности	Вероятность
-0,01 < $\Delta\sigma_i$ < 0,01	0,31
-0,02 < $\Delta\sigma_i$ < 0,02	0,57
-0,03 < $\Delta\sigma_i$ < 0,03	0,82
-0,04 < $\Delta\sigma_i$ < 0,04	0,93
-0,05 < $\Delta\sigma_i$ < 0,05	0,97
-0,06 < $\Delta\sigma_i$ < 0,06	0,992

В таблице даны рассчитанные значения величин  $\sigma_i$  и  $K_i$  по фазовому и точному методам для нормального режима сети.

Номер генераторного узла схемы	Значение относительного прироста потерь		Погрешность	
	по фазовому методу	по методу Лазебника	абсолютная $\Delta\sigma = \sigma_i - \sigma_{iT}$	относительная, % $\frac{K_i - K_{iT}}{K_{iT}}$
	$\sigma_i = \frac{2}{1 + \operatorname{ctg} \alpha_{ii} + \operatorname{ctg} \delta_{iT}}$	$\sigma_{iT}$		
3	0,0359	0,0408	-0,0049	-0,5
6	-0,0298	-0,0096	-0,02	-1,9
7	-0,0113	-0,0083	-0,003	-0,2
8	0,0065	0,0375	-0,03	-2,9
9	-0,0044	0,021	-0,025	-2,4
10	0,0332	0,0648	-0,032	-3,2
12	-0,0085	0,0127	-0,02	-2,1
13	0,0199	0,0239	-0,004	-0,6
14	0,0335	0,0463	-0,013	-1,1
15	-0,0041	0,0054	-0,0095	-1
17	-0,0044	0,0005	-0,0049	-0,5
18	-0,0037	-0,0004	-0,0033	-0,5
19	-0,0252	-0,0197	-0,0055	-0,6
21	-0,1014	-0,1104	0,009	0,7
23	-0,0155	-0,0199	0,0044	0,4
25	-0,0418	0,0161	-0,0579	-5,5
28	-0,0542	-0,0653	0,0111	1,1
30	-0,0109	-0,0126	0,0018	0,15
31	-0,0031	-0,0053	0,0022	0,2
32	0,0024	-0,0017	0,0046	0,6
33	-0,1675	-0,2009	0,033	2,9
34	-0,162	-0,2284	0,066	5,5
35	-0,27	-0,2597	-0,0103	-0,75
36	-0,387	-0,3096	-0,077	-5,5
37	-0,25	-0,2341	-0,016	-1,2
38	-0,1262	-0,1302	0,004	0,3
39	-0,178	-0,1455	-0,032	-2,7
43	0,0136	0,0193	-0,005	-0,5
46	-0,201	-0,2341	0,033	2,7
40	0,0426	0,0425	0	0
45	-0,1052	-0,0609	-0,044	-3,9
47	-0,0003	-0,0126	0,012	1,5
48	-0,0049	-0,0126	0,0077	1
49	0,0073	0,0013	0,006	0,4
51	-0,0416	-0,0083	-0,033	-3,3
53	-0,0453	-0,0501	0,0048	0,5

**Вывод.** Простота, наглядность, повышенная точность и сравнительно небольшие затраты машинного времени, характеризующие фазовый метод расчета частичных удельных потерь, позволяют эффективно использовать его при учете сетевого фактора в задаче экономичного распределения мощности между электростанциями системы как в режиме краткосрочного (суточного) планирования, так и (что особенно важно) в режимах оперативной внутричасовой дооптимизации энергосистемы по активной мощности.

Особенно весомы преимущества предлагаемого метода определения частичных удельных потерь мощности при оперативной коррекции режимов энергосистем в темпе реального времени при наличии телеметрических фазовых углов в генераторных узлах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Маркович И.М. Общая формула учета потерь мощности в сетях и вычисление удельных приростов потерь. — Электричество, 1962, № 4.
- Мельников Н.А. Учет потерь в сети при определении наивыгоднейшего режима энергосистемы. — Электричество, 1960, № 2.
- Павлов Г.М., Кантан В.В. К вопросу о точности решения задачи наивыгоднейшего распределения активных нагрузок. — Электричество, 1964, № 1.
- Горнитейн В.М. Об определении наивыгоднейшего режима работы энергетических систем. — Электричество, 1961, № 8.
- Арзамасцев Д.А. О формах условий экономичного режима энергосистемы с тепловыми станциями. — Электричество, 1964, № 4.
- Лазебник А.И. Аналитический метод расчета производных от потерь мощности в электрической сети. — Сб. докладов. Вып. 2. Применение математических методов и вычислительных машин в энергетике. — Кишинев, 1968.

*Авторы: Кузнецов Владимир Никандрович окончил электротехнический факультет Уральского политехнического института (УПИ) в 1982 г. Ведущий инженер Центральной диспетчерской службы Акционерного общества «Тюменьэнерго».*

*Кузнецов Никандор Дмитриевич окончил электроэнергетический факультет УПИ в 1948 г. В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Учет сетевого фактора при экономичном распределении нагрузки» в Ленинградском политехническом институте. В настоящее время пенсионер.*

# Фотоэлектронные трансформаторы отбора мощности

КИРИН И.Г.

Рассматриваются принципы построения и целесообразные области применения фотоэлектронных трансформаторов отбора мощности. С помощью этих устройств осуществляется отбор части энергии от объекта эксперимента для электропитания различных измерительных преобразователей.

Существенную роль в повышении готовности к проведению экспериментов, надежности функционирования сложных электрофизических установок и информационного обеспечения экспериментов играют автоматизированные информационно-управляющие системы (АИСУ) [1]. С развитием волоконно-оптических и оптико-энергетических датчиков начались исследования в области их использования в составе такого рода систем [2].

Один из ключевых вопросов широкого внедрения оптоэлектронных датчиков в состав АИСУ — обеспечение электропитанием их передающих частей [3]. Это обусловлено как высоким уровнем электромагнитных помех в области расположения передатчиков, так и значительными помехами в цепях от которых необходимо осуществлять их электропитание. Проблема усугубляется тем, что компенсационные стабилизаторы во многих случаях не в состоянии подавить короткие импульсы помех в цепях питания из-за ограниченной полосы пропускания, а сетевые фильтры, выпускаемые промышленностью, оказываются недостаточно эффективными. Наибольшую опасность представляют помехи, проникающие в измерительные цепи через паразитную емкость трансформаторов питания.

В статье предлагается один из вариантов решения задачи, основанный на специально разработанных для этих целей фотоэлектронных трансформаторах отбора мощности (ФОТОМ), работающих на накопитель энергии.

Кроме электропитания передатчиков фотоэлектронных датчиков АИСУ электрофизических установок в отдельных случаях ФОТОМ могут быть использованы и для электропитания ретрансляторов волоконно-оптических линий передачи диспетчерской связи и телеуправления высоковольтных линий электропередачи (ВЛ).

**Общие принципы построения ФОТОМ.** В основу положен принцип отбора порции энергии от объекта эксперимента, преобразование этой порции энергии в оптическое излучение и дальнейшее преобразование уже оптической энергии вновь в электрический ток [4]. В тех случаях, когда это необходимо, оптическое излучение может быть передано от его источника к преобразователю по световодам.

The principles of building up and proper areas of the application of photovoltaic transformers for capture are considered. By means of these devices the capture of part of the energy is performed in order to energize various metering transducers.

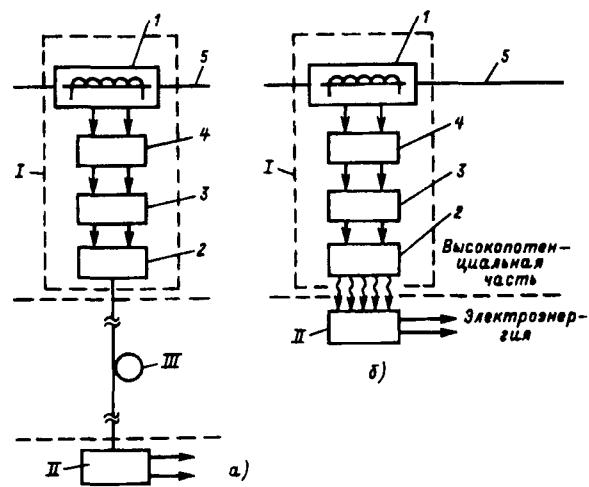


Рис. 1. Обобщенная функциональная схема оптоэлектронного трансформатора отбора мощности с волоконно-оптическим каналом передачи энергии (а) и без волоконно-оптического канала передачи энергии (б): I — передающий блок; II — приемный блок; III — волоконно-оптический канал передачи энергии; 1 — устройство отбора мощности; 2 — источник оптического излучения; 3 — узел сочленения источника оптического излучения с устройством отбора мощности; 4 — систему отключения и подключения оптоэлектронного трансформатора к линии электропередачи; 5 — токопровод энергоподающей линии

Обобщенная функциональная схема таких трансформаторов показана на рис. 1. Схемы ФОТОМ содержат: передающий блок, включающий устройство отбора мощности, источник оптического излучения, узел сочленения источника оптического излучения с устройством отбора мощности, систему отключения и подключения оптоэлектронного трансформатора к объекту; приемный блок, основными элементами которого являются фотоэлектрический преобразователь световой энергии в электрический ток и оптическая система, обеспечивающая оптимальную кратность концентрации световой энергии на этом преобразователе; волоконно-оптический канал, если передающий и приемный блоки разнесены один относительно другого. Передающий блок располагается непосредственно на объектах эксперимента, от которых осуществляется отбор энергии, и находится под потенциалом объекта. Приемный блок располагается в одном корпусе с передающим блоком оптоэлектронного датчика.

Передающий и приемный блоки электрически не связаны между собой. Они изолированы друг

от друга через волоконно-оптический канал или оптическую систему передачи энергии от передающего блока к приемному на полное рабочее напряжение объекта.

В качестве устройств, обеспечивающих отбор необходимой порции энергии от объекта эксперимента или ВЛ, для ФОТОМ наиболее приемлемы пояса Роговского. Это обусловлено тем, что они связаны с объектом индуктивно, обладают высокой термической и динамической устойчивостью, имеют простую конструкцию и низкие массо-габаритные параметры. Именно этот тип устройств отбора мощности и предполагается при дальнейшем рассмотрении ФОТОМ.

Устройства ФОТОМ обеспечивают ток на выходе только при нормальном режиме работы объекта, причем значение тока на выходе трансформатора отбора мощности в отличие от аналогичных устройств не должно быть пропорционально значению тока объекта. Наоборот, уровень энергии на выходе ФОТОМ должен оставаться неизменным при колебании тока в объекте.

При переходных или аварийных режимах работы объекта ФОТОМ отключается, а при его выходе на нормальный режим работы автоматически подключается.

Конкретная схема того или иного ФОТОМ во многом определяется уровнем выходной мощности, напряжением, на которое рассчитана изоляция его приемной и передающей части, элементной базой, используемой для его построения.

Схема ФОТОМ с волоконно-оптическим каналом передачи энергии может включать:

несколько устройств отбора мощности с равным числом преобразователей электроэнергии в оптическое излучение, одним каналом передачи последней к приемной части трансформатора и одним преобразователем световой энергии в электрический ток;

одно устройство отбора мощности с одним источником оптического излучения, который, в свою очередь, может быть соединен с приемной частью трансформатора одним или несколькими каналами, причем приемная часть может включать также один или несколько преобразователей световой энергии в электрическую;

одно устройство отбора мощности, обеспечивающее электропитанием несколько светоизлучателей (например решетку полупроводниковых светодиодов или лазеров), излучение которых далее объединяется в один или несколько каналов передачи энергии, с преобразованием этой энергии на приемной части одним или несколькими преобразователями световой энергии в электрическую;

одно устройство отбора мощности, один источник оптического излучения и преобразователь

световой энергии в электрическую;

несколько устройств отбора мощности, скоммутированных на выходе последовательно или параллельно и подсоединеных к одному источнику оптического излучения, один преобразователь световой энергии в электрическую энергию;

одно устройство отбора мощности, обеспечивающее электропитанием несколько светоизлучателей, объединенных в один блок (например блок полупроводниковых светоизлучателей), изучение которых преобразовывается одним фотопреобразующим блоком.

При наличии нескольких ФОТОМ они могут быть скоммутированы на выходе последовательно или параллельно, причем несмотря на все многообразие конкретных схем построения трансформаторов, основные характеристики этих устройств могут быть установлены на базе простейшей схемы, состоящей из одного устройства отбора мощности, одного источника оптического излучения, одного фотопреобразующего блока, связанного одним световодом с источником оптического излучения, если в составе трансформатора предусмотрен волоконно-оптический канал передачи энергии. Далее предусматривается именно такая схема построения трансформаторов.

**Устройство ФОТОМ без волоконно-оптического канала передачи энергии.** В составе ФОТОМ этого вида в качестве источников оптического излучения могут быть использованы трубчатые ксеноновые лампы, различного рода люминесцентные экраны.

В качестве оптических систем, передающих оптическое излучение от этих источников к фотоэлектрическим преобразователям для этого вида трансформаторов, могут быть использованы различного рода зеркальные, линзовые или комбинированные прожекторные системы (рис. 2).

Важным параметром таких систем, с точки

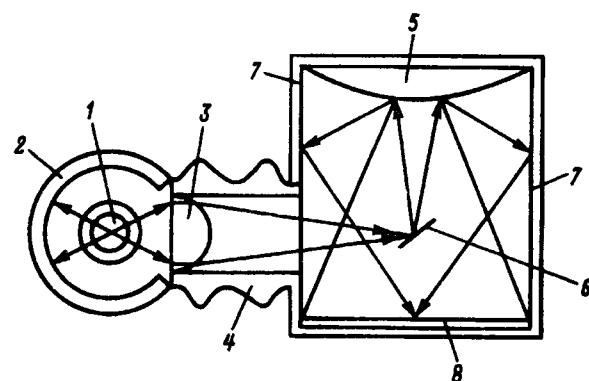


Рис. 2. Фотоэлектрический блок оптоэлектронного трансформатора отбора мощности без волоконно-оптического канала передачи энергии с галогенной или ксеноновой лампой: 1 — источник оптического излучения; 2 — зеркало; 3 — линза; 4 — полый изолят; 5 — матовая отражающаяся сферическая поверхность; 6 — поворотное зеркало; 7 — зеркально отражающаяся поверхность; 8 — фотоэлементы

зрения их использования в составе ФОТОМ, является световой поток, который они захватывают, в меньшей степени — степень расходности оптического излучения на выходе, в связи с тем, что расстояние между передающим и приемным блоками незначительно. Эффективность таких систем может достигать 80—90%.

Конструкции систем «источник оптического излучения — фотоэлектрический преобразователь» для этого вида трансформаторов показаны на рис. 3.

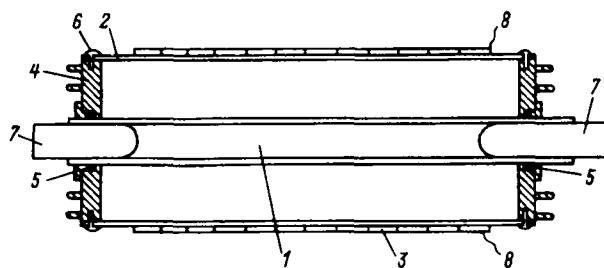


Рис. 3. Высоковольтный фотоэлектрический блок с трубчатой ксеноновой лампой и кварцевой трубой:  
1 — ксеноновая лампа; 2 — кварцевая труба; 3 — фоторезисторы; 4 — шайбы; 5 — гайки; 6 — винты; 7 — электроды лампы; 8 — выводы фоторезисторов

**Устройство ФОТОМ с волоконно-оптическим каналом передачи энергии.** В качестве источников оптического излучения этого вида ФОТОМ прежде всего могут быть использованы различные полупроводниковые лазеры и светодиоды, а также шаровые ксеноновые или галогенные лампы.

Особенности построения систем «источник оптического излучения — энергопередающий световод» трансформаторов этого вида связаны с геометрическими размерами излучающей части источника оптического излучения, диаграммой направленности его излучения, апертурными характеристиками и диаметром световода.

В частности, при использовании ламп в качестве источника оптического излучения для снижения потерь энергии оптические системы передачи светового излучения от источника света в энергопередающий световод могут быть построены, например, расщеплением диаграммы направленности излучения лампы на части с введением выделенных частей в промежуточные световоды, объединяемые далее в один энергопередающий жгут (рис. 4). Кроме того, в качестве таких систем могут быть использованы также и различного рода прожекторные системы. В этом случае на выходе прожекторной системы устанавливается система градиентных линз или фоконов, каждый из которых также соединяется с промежуточным энергопередающим световодом, которые далее объединяются в один общий энергопередающий жгут.

Особенности блоков преобразования световой

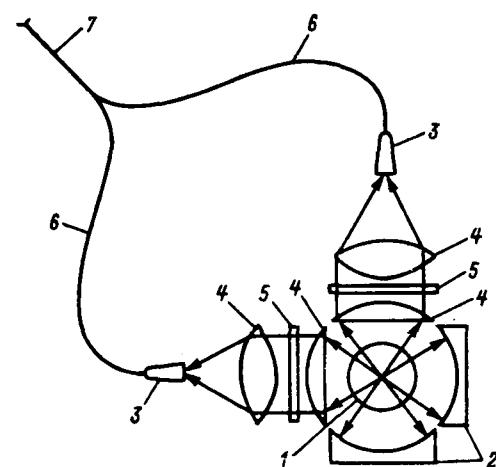


Рис. 4. Схема источника оптической энергии на базе ксеноновой лампы с расщеплением диаграммы направленности излучения на части:

1 — ксеноновая лампа; 2 — сферические зеркала; 3 — фоконы; 4 — линзы; 5 — светофильтры; 6 — промежуточные световоды; 7 — световод

энергии в электрическую этого вида связаны с тем, что интенсивность оптического излучения, поступающего на фотоэлементы от энергопередающего световода, значительно превосходит те уровни, при которых обеспечивается оптимальный термический режим работы этих преобразователей, а в некоторых случаях и порог их разрушения. В связи с этим в составе блоков также должны быть использованы оптические системы, создающие на фотоэлектрических преобразователях такой уровень освещенности, при котором достигается максимальный КПД преобразования света в электроэнергию. В качестве таких систем могут быть использованы либо зеркально-линзовые системы, либо системы, построенные на основе оптических элементов, обеспечивающих одновременно как распространение по ним оптического излучения, так и его рассеивание (рис. 5).

Потери энергии в блоках такого рода незначительны и, как правило, не превосходят 5—10%. Напротив, потери энергии в системах передачи оптического излучения в энергопередающий световод могут достигать примерно 30—60% при использовании в качестве источников света ламп.

**Узлы сочленения источников оптического излучения с устройствами отбора мощности трансформаторов.** Особенность этих узлов трансформаторов состоит в том, что колебания напряжения на выходе устройств отбора мощности, обусловленные колебаниями тока в объекте эксперимента или ВЛ, как правило, существенно превосходят пределы, допустимые для источников оптического излучения. Это приводит к необходимости в составе этих узлов использовать элементы, обеспечивающие стабилизацию напряжения на выходе схемы электропитания излучателя. В частности,

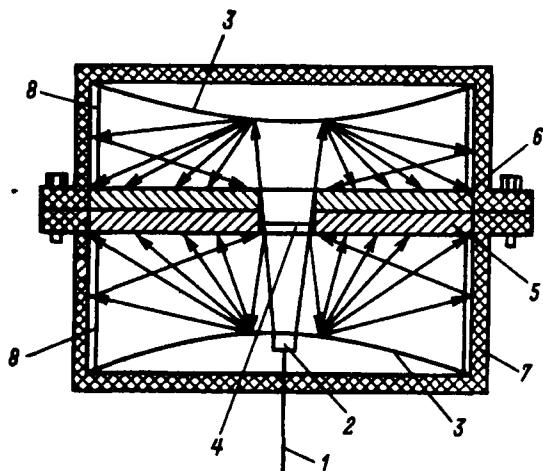


Рис. 5. Фотоэлектрический блок, рассчитанный на источники света с широким спектром излучения:

1 — световод; 2 — градиентная стержневая линза; 3 — сферические светорассеивающие экраны; 4 — фильтр; 5, 6 — фотоэлектрические элементы из различных материалов; 7 — корпус; 8 — зеркально отражающие покрытия

для этих целей могут быть использованы параметрические стабилизаторы, обеспечивающие высокие коэффициенты стабилизации [5], управляемые выпрямители на тиристорах, а также различного рода оптоэлектронные регулирующие системы. При этом управление системами стабилизации трансформаторов может осуществляться как отдельного измерительного устройства, входящего в ФОТОМ, так и источниками опорного напряжения, с электропитанием от самого ФОТОМ.

**Системы отключения и подключения ФОТОМ к ВЛ.** Особенности этих систем ФОТОМ состоят в том, что они не должны реагировать на короткие импульсные помехи и должны отключать электронные элементы и источники оптического излучения от устройства отбора мощности при переходных и аварийных режимах работы.

Возможны два варианта построения таких систем. Первый предполагает использование устройства отбора мощности одновременно в качестве измерительного устройства, а второй основан на использовании в составе трансформатора специального измерительного устройства. В качестве такого устройства могут быть использованы отдельные пояса Роговского, а также различные фотоэлектронные и волоконно-оптические трансформаторы тока. Особенность этих измерительных преобразователей: они должны работать лишь в режиме индикаторов тока, поэтому их метрологические характеристики, как правило, невысоки.

Блоки подключения ФОТОМ необходимы лишь при использовании в составе трансформаторов газоразрядных источников оптического излучения. Эти блоки могут подключаться либо последовательно, либо параллельно лампе. В частности, для этих целей могут быть использованы

выпускаемые промышленностью универсальные импульсные зажигающие устройства [6].

Пояса Роговского в устройствах ФОТОМ ВЛ. Особенности поясов Роговского, используемых в составе ФОТОМ, определяются тем, что на них действуют статические и динамические нагрузки, электромагнитные помехи, различного рода климатические факторы. В частности, на пояса воздействует импульсное магнитное давление  $p = \frac{H^2}{8\pi}$ , равное примерно 3,6 МПа при  $H=3$  Тл. Кроме того, возможны вибрации и перемещения токопровода, приводящие к деформации пояса, смещению витков или даже разрыву каркаса. Совокупность этих факторов определяет возможные конструкции катушек магнитно-индукционных преобразователей. В частности, возникает необходимость жесткого крепления обмотки проводов к каркасу. Кроме того, сам каркас должен быть жестко закреплен в корпусе пояса. Обязательным элементом поясов ФОТОМ является также электростатический экран, обеспечивающий защиту от электромагнитных помех ВЛ [7]. В тех же случаях, когда ФОТОМ рассчитан на эксплуатацию в условиях, не защищенных от внешних воздействий, этот экран должен быть еще герметичным для исключения возможности попадания влаги и загрязнений во внутреннюю часть пояса.

В составе ФОТОМ могут быть использованы пояса Роговского с интегрирующими  $RC$ - или  $RL$ -цепями, причем использование поясов с интегрирующей  $RC$ -цепью наиболее рационально для трансформаторов с газоразрядными источниками оптического излучения, а во всех остальных случаях предпочтительны пояса с интегрирующей  $RL$ -цепью.

Для исключения проникновения импульсных помех в цепь трансформатора катушки индуктивности поясов желательно изготавливать на основе низкочастотных ферритов или из трансформаторной стали.

Чтобы избавиться от необходимости устанавливать пояса трансформаторов строго перпендикулярно проводу ВЛ, обмотку пояса желательно выполнять в виде двух перекрещивающихся частей. В этом случае составляющие поля, не перпендикулярные плоскости витков, взаимно компенсируются. Возможна также бифильярная конструкция намотки пояса с синфазным соединением двух витков.

Потери энергии в поясах Роговского в основном обусловлены нагревом проводов обмотки. При нормальном режиме работы ВЛ, как правило, эти потери незначительны, поэтому их можно не учитывать.

Мощность ФОТОМ с волоконно-оптическим

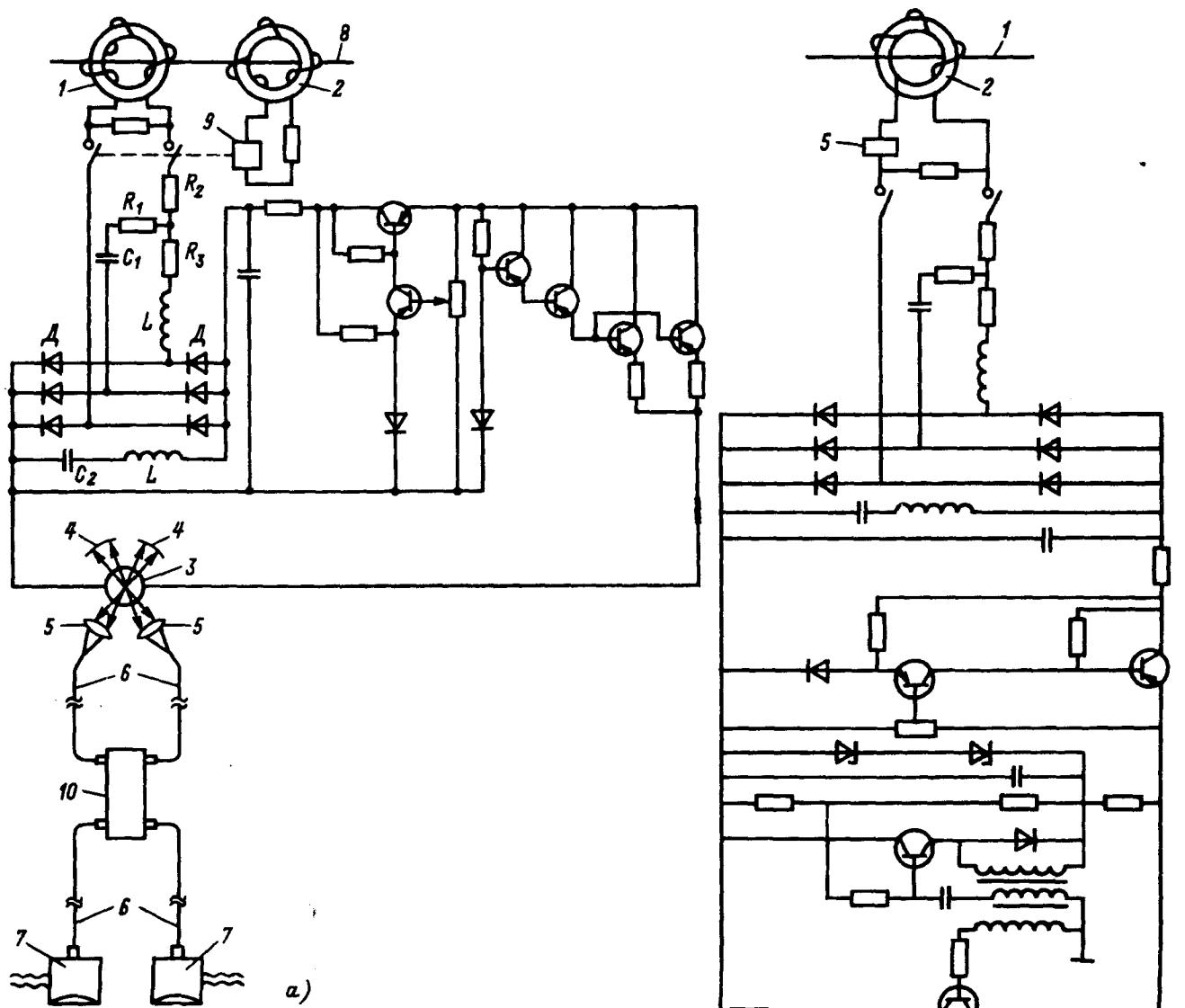


Рис. 6. Схема оптоэлектронного трансформатора отбора мощности: а — с волоконно-оптическим каналом передачи энергии; 1 — пояс Роговского энергопередающего канала; 2 — пояс систем отключения; 3 — галогенная лампа; 4 — зеркала; 5 — линзы; 6 — световоды; 7 — приемные блоки; 8 — токопровод энергопередающей линии; 9 — реле; 10 — волоконно-оптическая изоляционная конструкция; б — без канала передачи энергии: 1 — токопровод энергопередающей линии; 2 — пояс Роговского; 3 — электролюминесцентный источник света; 4 — фотоэлементы; 5 — реле

каналом передачи энергии можно определить из соотношений

$$P = P_0 K_1 K_2 K_3 K_4 K_5, \quad (1)$$

где  $P_0$  — мощность на выходе устройства отбора мощности;  $K_1$  — эффективность преобразования электроэнергии в световую источником оптического излучения трансформатора;  $K_2$  — потери энергии в электронных схемах передающей части ФОТОМ;  $K_3$  — потери энергии в волоконно-оптической передаче излучения от источника к фотоэлектрическим преобразователям;  $K_4$  — КПД фотоэлектрического преобразования световой энергии в электрическую;  $K_5$  — эффективность ввода оптического излучения в энергопередающий канал,

и

$$P = P_0 K_1 K_2 K_4 K_6, \quad (2)$$

где  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_4$  — то же, что и в (1), а  $K_6$  — потери энергии в оптических системах ее передачи от источника оптического излучения к фотоэлементам для ФОТОМ без канала передачи энергии.

Параметры пояса Роговского, осуществляющего отбор мощности от ВЛ (необходимое число витков обмотки, его индуктивность, сопротивление и емкость интегрирующей  $RC$ -цепи), можно рассчитать по формулам:

$$N = \frac{U_{\pi}}{P_0} i_0; \quad C = \frac{\alpha}{\omega} \frac{i_0}{U_{\pi} N}; \quad R = \frac{1}{\omega \alpha C}; \quad L = \frac{\alpha R}{\omega}, \quad (3)$$

где  $U_{\pi}$  — напряжение на выходе пояса;  $\omega$  — круговая частота колебаний тока ВЛ;  $i_0$  — амплитудное значение тока ВЛ;  $\alpha$  — погрешность пояса.

Соответственно максимальное напряжение, поступающее с обмотки пояса на интегрирующую цепь пояса,

$$U \approx \omega M i_0; M = \mu \mu_0 S N / l, \quad (4)$$

где  $l$  — длина средней линии пояса;  $S$  — площадь его поперечного сечения;  $\mu \mu_0$  — магнитная проницаемость сердечника.

В случае пояса с интегрирующей  $RL$ -цепью

$$R = \frac{U_\pi^2}{P_0}; L = \frac{U_\pi^2}{\alpha \omega P_0}; N = \frac{U_\pi i_0}{P_0}. \quad (5)$$

В соответствии с соотношениями (1) и (2) общий КПД ФОТОМ с волоконно-оптическим каналом передачи энергии в зависимости от используемого в составе трансформатора источника оптического излучения и материала фотоэлементов может быть равен примерно 5—15%; для ФОТОМ без волоконно-оптического канала передачи энергии — примерно 25%.

На рис. 6 представлены схемы ФОТОМ с волоконно-оптическим каналом передачи энергии и без него.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ватутин В.М., Вагин А.И. Волоконно-оптические системы в технике физического эксперимента. — Приборы

и техника эксперимента, 1989, № 1.

2. Кирин И.Г. Оптоэлектронные методы измерения и вывода сигналов метрики энергофизических установок. — В кн.: «Автоматизация и контроль технологических процессов в энергофизических установках». — Ташкент: ФАН, 1988.

3. Кирин И.Г. Оптоэлектронные датчики и преобразователи с электропитанием передатчика от приемника. — Тезисы докладов II Всесоюзной конференции «Физические проблемы оптической связи и обработки информации». — Севастополь, 2—3 сентября, 1991.

4. Кирин И.Г. Оптоэлектронные трансформаторы отбора мощности. — Тезисы докладов II Всесоюзной конференции «Физические проблемы оптической связи и обработки информации». — Севастополь, 2—3 сентября, 1991.

5. Справочник по радиоэлектронным устройствам. Т.2/Под ред. Д.П.Линде. — М.: Энергия, 1978.

6. Роггин Г.Н. Разрядные источники света. 2-е изд. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

7. Нассизи, Люкес. Теоретические и экспериментальные исследования пояса Роговского. — Приборы для научных исследований, 1979, № 7.

[20.10.93]

*Автор: Кирин Игорь Георгиевич окончил физический факультет Ташкентского государственного университета (ТГУ) в 1975 г. В 1982 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Особенности распространения неоднородных лазерных пучков и четырехфотонная параметрическая люминесценция при двухфотонном поглощении» в ТГУ. Сотрудник Белгородского технологического института строительных материалов.*

## Энергетические соотношения при разряде емкостного накопителя на поврежденную кабельную линию

БЫКАДОРОВ В.Ф.

Определены в общем виде составляющие распределения энергии разряда емкостного накопителя на поврежденную кабельную линию. Установлены количественные соотношения между энергией накопителя и энергией формирования ударной волны в месте повреждения кабельной линии.

**Постановка задачи и принятые допущения.** Рассматриваемые соотношения представляют интерес для акустического метода отыскания мест повреждения в кабельных линиях 6, 10 и 35 кВ.

Расчет распределения энергии емкостного накопителя при разряде на поврежденную кабельную линию позволит установить не только долю энергии, теряемую в отдельных элементах системы «накопитель—линия», но и определить энергию, идущую на формирование ударной волны, воспринимаемой акустическим приемником. Все это позволит установить связь между параметрами накопителя и чувствительностью приемного устройства, дать рекомендации по совершенство-

*The general view of power components distribution of capacity accumulator discharging on a damaged cable is determined. The quantitative relationships between the power of accumulator and power of shock wave forming in the location of cable damaging are derived.*

ванию поисковой аппаратуры и указать область эффективного использования акустического метода.

Энергия емкостного накопителя в процессе разряда на поврежденную кабельную линию расходуется на тепловые потери, потери на излучение и создание ударной волны в месте повреждения. Общую энергию накопителя  $W_H$  можно выразить следующим образом:

$$W_H = W_{\text{п.з.л}} + W_{\text{п.э.к}} + W_{\text{п.к.т}} + W_{\text{п.к.р}} + W_y, \quad (1)$$

где  $W_{\text{п.з.л}}$  — потери при заряде кабельной линии;  $W_{\text{п.э.к}}$  — потери в коммутирующем элементе;  $W_{\text{п.к.т}}$  — потери в токопроводящих элементах ка-

беля;  $W_{\text{п.к.р}}$  — потери в разрядном канале;  $W_y$  — энергия, идущая на создание ударной волны.

Рассмотрим составляющие потерь в (1). Потери при заряде кабельной линии с емкостью  $C_k$  до напряжения  $U$  от накопителя с параметрами  $C_h, U_h$  находятся из обобщенного закона коммутации:

$$C_h U_h = (C_h + C_k) U,$$

откуда

$$W_{\text{п.з.л}} = 0,5 C_h U_h^2 C_k / (C_k + C_h). \quad (2)$$

Потери в коммутирующем элементе за время разряда  $t_p$  находятся как

$$W_{\text{п.э.к}} = \int_0^{t_p} U_{\text{э.к}} i dt = \int_0^{t_p} |U_{\text{э.к}}| |i| dt, \quad (3)$$

где  $U_{\text{э.к}}(t)$  — напряжение на коммутирующем элементе; при искровом разряде  $|U_{\text{э.к}}| = \text{const}$ , а ток и напряжение на коммутирующем элементе совпадают по фазе;  $i(t) = I_m \exp(-\delta t) \sin \omega_1 t$  — затухающий импульс разрядного тока на частоте  $\omega_1$  и затухании  $\delta$  контура<sup>1</sup>.

Потери в токопроводящих элементах кабеля

$$W_{\text{п.к.т}} = \int_0^{t_p} R(\omega_1) i^2 dt, \quad (4)$$

где  $R(\omega_1)$  — активное сопротивление на основной частоте разрядного контура.

Энергия, выделяющаяся в разрядном канале

$$W_{\text{к.р}} = \int_0^{t_p} U_{\text{к.р}} i dt, \quad (5)$$

идет на создание ударной волны за время  $t_y$

$$W_y = \int_0^{t_y} U_{\text{к.р}} i dt \quad (6)$$

и выделение тепла в разрядном канале

$$W_{\text{п.к.р}} = \int_{t_y}^{t_p} U_{\text{к.р}} i dt, \quad (7)$$

где  $U_{\text{к.р}} = U_d$  — напряжение на разрядном канале, равное напряжению на дуге в месте повреждения.

Практический интерес представляет связь между энергией накопителя и энергией ударной волны. Эту связь можно представить в виде

$$\eta_e = W_y / W_h.$$

Заметим, что энергия разрядного канала  $W_{\text{к.р}}$  составляет небольшую часть энергии накопителя, и ее определение из баланса энергии (1) даст большую погрешность. Поэтому вычисление составляющих  $W_{\text{к.р}}$  и  $W_y$  выполним по

<sup>1</sup> Токи разряда емкостного накопителя на поврежденную кабельную линию/В.В.Платонов, В.Ф.Быкадоров, А.А.Пирожник, С.Д.Хлебников — Электричество, 1991, № 11.

(5) и (6) с учетом следующих соображений.

1. Напряжение на разрядном канале определяется напряжением дуги, которое зависит от состояния оболочки кабеля в месте повреждения. При наличии отверстия в оболочке напряжение  $U_d(t)$  имеет вид периодической прямоугольной функции, величина которой зависит от длины искрового промежутка, и так как сопротивление дуги носит активный характер, то в расчетах можно принять  $|U_d| = \text{const}$ . Для разряда в кабеле с неповрежденной оболочкой напряжение имеет вид медленно затухающей периодической функции (1). Анализ осцилограмм, полученных при различных параметрах разрядного контура, показал, что существует зависимость среднего значения напряжения на дуге от амплитуды тока в кабеле при закрытом пробое (рис. 1). Эта зависимость хорошо выражена для первого периода разряда

$$U_d = K_d \sqrt{I_m}, \quad (8)$$

где  $K_d = 3,07 B/A^{0,5}$  — экспериментальный коэффициент.

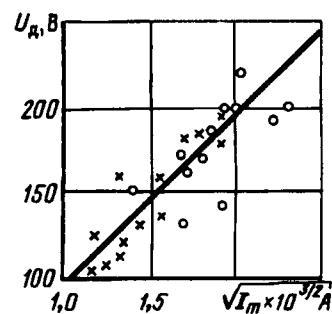


Рис. 1. Экспериментальная зависимость напряжения на разрядном канале от амплитуды тока в кабеле при закрытом пробое в первом периоде разряда ( $U_d = 3,07 \sqrt{I_m}$ ): · — 1-й полупериод; × — 2-й полупериод

Соотношение (8) может быть распространено на интервал времени разряда с погрешностью до 10%.

2. Параметры разрядного тока  $I_m, \delta, \omega$  определяются по данным разрядного контура в соответствии с опубликованной методикой (см. сноску).

3. По данным эксперимента время формирования ударной волны  $t_y$  может быть принято равным 100 мкс, а полное время разряда  $t_y \leq 3/\delta$  и не превышает 0,5 мс.

Расчет энергии разряда и энергии формирования ударной волны. Энергия, выделяющаяся в разрядном канале, с учетом совпадения по фазе тока  $i$  и напряжения  $U_{\text{п.к}} = U_d$  находится по (5):

$$W_{\text{к.р}} = U_d \int_0^{t_p} |i| dt = U_d I_m \int_0^{t_y} \exp(-\delta t) \sin \omega_1 t dt. \quad (9)$$

Решение интеграла в (9) имеет вид

$$\frac{\exp(-\delta t)}{\delta^2 + \omega_1^2} (-\delta \sin \omega_1 t - \omega_1 \cos \omega_1 t) \Big|_0^{t_p}. \quad (10)$$

Рассматривая в (10) предел интегрирования как

$$t_p = \pi/\omega_1 + 2\pi/\omega_1 + \dots + n\pi/\omega_1,$$

что соответствует определению общего интеграла как суммы интегралов за целое число полупериодов  $n \leq t_p \omega_1 / \pi$ , выражение (9) запишем в виде

$$W_{k,p} = \frac{U_d I_m}{\delta^2 + \omega_1^2} \frac{1 + \exp(-\pi\delta/\omega_1)}{1 - \exp(-\pi\delta/\omega_1)} [1 - \exp(-n\pi\delta/\omega_1)].$$

Обозначая  $\exp(-\pi\delta/\omega_1) = A$  и учитывая, что  $U_d = K_d \sqrt{I_m}$ , а  $\omega_1^2 \gg \delta^2$ , окончательно запишем

$$W_{k,p} = (K_d I_m^{1.5} / \omega_1) K_p, \quad (11)$$

где

$$K_p = (1 + A)(1 - A^n)/(1 - A). \quad (12)$$

Сделанный вывод формулы (11) применим и для расчета потерь в коммутирующем элементе:

$$W_{p.e.k} = (U_{e.k} I_m / \omega_1) K_p, \quad (13)$$

где  $|U_{e.k}| = \text{const}$  — напряжение на коммутирующем элементе при разряде, определяемое типом коммутатора.

Энергия, формирующая ударную волну, находится за время  $t_y = 100$  мкс. Учитывая, что время  $t_y$  соизмеримо с периодом колебаний, интегрирование проведем не только за целое число полупериодов  $t$  на этом отрезке, но и за время  $\Delta t_y$  последнего неполного полупериода

$$t_y = \pi/\omega_1 + 2\pi/\omega_1 + \dots + m\pi/\omega_1 + \Delta t_y.$$

Полное расчетное выражение определяется как сумма энергии за целое число полупериодов  $t$  аналогично (11) и энергии за последний неполный полупериод согласно (10) при интегрировании в пределах от  $m\pi/\omega_1$  до  $m\pi/\omega_1 + \Delta t_y$ :

$$W_y = (K_d I_m^{1.5} / \omega_1) K_y, \quad (14)$$

где

$$K_y = \frac{1+A}{1-A}(1-A^m)+A^m \times \\ \times \left[ 1 - A^{\Delta t_y \omega_1 / \pi} \left( \frac{\delta}{\omega_1} \sin \omega_1 \Delta t_y + \cos \omega_1 \Delta t_y \right) \right]. \quad (15)$$

Полученные выражения позволяют рассчитать потери в элементах системы накопитель—кабельная линия, определить КПД отдельных циклов процесса разряда и найти распределение энергии.

**Влияние параметров накопителя на КПД и распределение энергии разряда.** В соответствии с (14), (15) на рис. 2,а приведены зависимости энергии, формирующей ударную волну, от длины поврежденной кабельной линии. Расчеты выполнены для реального диапазона изменения емкости накопителя (5–20 мкФ) при  $L_h = 0,02$  мГн,  $R_h = 0,5$  Ом для наиболее распространенной марки кабеля ААШв и при предельном разбросе удельных параметров в зависимости от сечения и рабочего напряжения. Из рис. 2,а видно, что при заданном напряжении накопителя значение энергии формирования ударной волны хорошо согласуется с емкостью накопителя и убывает с увеличением длины линий, особенно для кабелей малого сечения. В целом, при  $U_h = 10$  кВ и изменении  $C_h$  от 20 до 5 мкФ, а  $l_n$  от 0,5 до 2 км энергия  $W_y$  изменяется от 60 до 5 Дж. Изменение напряжения накопителя в соответствии с (14) может быть учтено:

$$W_y = W_{y10} (U_h/U_{10})^{1.5}. \quad (16)$$

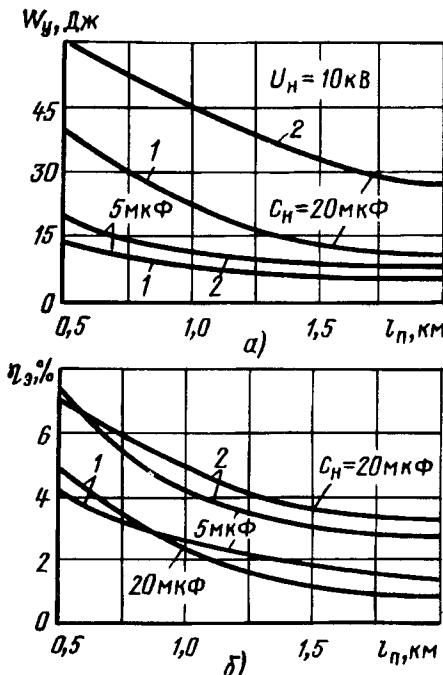


Рис. 2. Зависимости энергии, формирующей ударную волну (а) и электрического КПД разряда накопителя (б) от длины поврежденной линии (кабель ААШв): 1 — 10 кВ, 25 мм<sup>2</sup>; 2 — 6 кВ, 240 мм<sup>2</sup>.

Экспериментально установлено, что надежная фиксация звуковой волны над местом повреждения обеспечивается  $W_{y\min} = 20$  Дж при чувствительности приемного устройства около 200 В·с<sup>2</sup>/м.

Для тех же параметров системы «накопитель—кабельная линия» на рис. 2,б приведена зависимость электрического КПД от длины поврежденной линии. Из рис. 2,б следует, что при за-

данной энергии накопителя КПД уменьшается при увеличении длины линии, особенно для кабелей малого сечения, где увеличение длины с 0,5 до 2,0 км дает снижение электрического КПД с 5 до 1%.

На рис. 3 показан пример распределения энергии накопителя при разряде на поврежденную кабельную линию, из которого видно, что при указанных параметрах системы более 80% энергии идет на потери в токоведущих частях и

излучение и только около 3% идет на формирование ударной волны. Из рис. 3 также следует, что повышение электрического КПД при акустическом методе ОМП может быть достигнуто за счет увеличения емкости накопителя (снижение потерь при заряде линии) и совершенствования коммутатора. Эффективность акустического метода существенно возрастает на коротких кабельных линиях за счет уменьшения потерь в токоведущих частях кабеля.

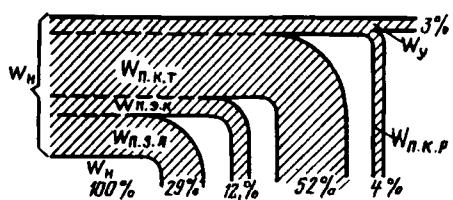


Рис. 3. Пример распределения энергии накопителя при разряде на поврежденную кабельную линию ( $C_H = 5 \text{ мкФ}$ ,  $C_K = 2 \text{ мкФ}$ ,  $l_H = 2 \text{ км}$ )

*Автор:* Быкадоров Владимир Федорович окончил энергетический факультет Новочеркасского политехнического института (НПИ) в 1971 г. В 1978 г. защитил в НПИ кандидатскую диссертацию на тему: «Исследование и разработка устройств для испытания и обработки повреждений кабельных линий в электрических сетях энергосистем». Старший научный сотрудник Новочеркасского государственного технического университета.

## Построение характеристик асинхронного двигателя по каталожным данным

БУРУНИН О.А.

Приведены методики учета нелинейности параметров схемы замещения асинхронной машины. Исходными величинами для расчета являются каталожные данные электродвигателей. Предложенные алгоритмы учета нелинейности параметров асинхронной машины позволяют с большей точностью определять энергетические показатели современных короткозамкнутых асинхронных двигателей, оптимизировать их потребление.

Асинхронные двигатели общепромышленных механизмов являются наиболее распространенными приемниками электроэнергии в промышленных электрических сетях. Чаще всего они используются недостаточно эффективно из-за низкой загрузки по мощности. Все это делает их наиболее перспективными объектами местного регулирования напряжения.

Для эффективного регулирования электропотребления асинхронного электродвигателя (АД) изменением подводимого напряжения необходима информация о его энергетических характеристиках. Такая информация может быть прежде всего получена корректным математическим моделированием установившихся режимов работы АД.

Построение математической модели АД, уч-

*Techniques for accounting non-linearity of induction machine equivalent circuit diagram are presented. The nameplate parameters of electrical motors are used as source data for the calculations. The proposed algorithms for accounting induction machine parameter non-linearities allow to determine power performance indices of modern squirrel-case induction motors with greater accuracy and to optimize their power consumption.*

тывающей нелинейность параметров схемы замещения АД, требует большого объема исходной информации о конструкции машины, свойств используемых активных материалов, достаточно сложного математического обеспечения. В то же время для большинства практических случаев точность такой модели для анализа установившихся режимов работы асинхронного электропривода является избыточной.

Далее предлагается достаточно простая методика расчета с учетом нелинейности параметров АД, приближающаяся по своей точности к классической [1], легко расписываемая в программу для ПЭВМ.

Исходными данными для расчета являются следующие справочные величины [2]: номиналь-

ная мощность на валу  $P_{2N}$ ; номинальное фазное напряжение  $U_{1N}$ ; число пар полюсов  $p$ ; номинальный КПД  $\eta_N$ ; номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_N$ ; номинальное скольжение  $s_N$ ; критическое скольжение  $s_k$ ; индуктивное сопротивление взаимоиндукции обмоток статора и ротора  $x_{\mu 0}$ ; активное сопротивление  $r_{1N}$  и индуктивное сопротивление рассеяния  $x_{1N}$  обмотки статора в номинальном режиме; приведенные к обмотке статора активное сопротивление  $r_{1N}''$  и индуктивное сопротивление рассеяния  $x_{1N}''$  обмотки ротора в номинальном режиме; приведенное к обмотке статора активное сопротивление ротора  $r_{2s}''$  в пусковом режиме ( $s=1$ ); суммарные активное сопротивление  $r_{ks}$  и индуктивное сопротивление рассеяния  $x_{ks}$  в пусковом режиме; кратность пускового тока  $I_{s*}$ ; максимальная индукция в воздушном зазоре  $B_{\delta 0}$ ; внешний диаметр статора  $D_{a1}$ ; размер одностороннего воздушного зазора  $\delta$ ; число пазов статора  $Z_1$ ; высота зубцов статора  $h_{z1}=e+h$ ; число эффективных проводников в пазу  $S_n$ ; число параллельных ветвей обмотки фазы статора  $a$ ; обмоточный коэффициент  $k_{ob}$ ; марка электротехнической стали, используемой при изготовлении магнитопровода.

Поскольку справочные данные сопротивлений  $r_1, x_1, r_2, x_2$  приведены для Г-образной схемы замещения [2], имеющей невысокую точность, то осуществляем обратный переход к параметрам Т-образной схемы замещения по формулам [2]:

$$C_1 = [x_{\mu 0} + (x_{\mu 0} + 4x_1' x_{\mu 0})^{1/2}] / 2x_{\mu 0};$$

$$x_1 = x_1'/C_1;$$

$$r_1 = r_1'/C_1;$$

$$x_2 = x_2''/C_1^2;$$

$$r_2 = r_2''/C_1^2.$$

Нелинейность параметров контура намагничивания оказывает наибольшее влияние на точность расчета характеристик машины в установившемся режиме работы.

На рис. 1,а представлена магнитная цепь асинхронной машины цилиндрического вида и магнитные напряжения (МН) воздушного зазора  $F_\delta$ , зубцовых зон статора  $F_{z1}$  и ротора  $F_{z2}$ , спинок статора  $F_{a1}$  и ротора  $F_{a2}$ . Проведенные исследования показали, что для АД с короткозамкнутым ротором в диапазоне изменения скольжения от холостого хода до номинального суммарные МН зубцовой зоны  $F_z$  и спинок  $F_a$  близки по значению. В то же время МН зубцовой зоны всегда несколько превышает МН спинок и, следовательно, значение  $F_z$  оказывает большое вли-

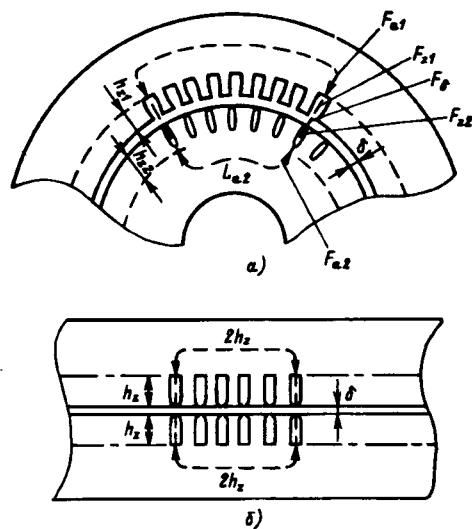


Рис. 1. Расчетные схемы магнитной цепи АД

жение на степень насыщения АД, чем  $F_a$ . Поэтому для упрощения учета изменяющегося насыщения элементов магнитной цепи представим суммарное МН в виде МН воздушного зазора и МН эквивалентной зубцовой зоны

$$F_\Sigma = F_\delta + 2F_{z3}, \quad (1)$$

где

$$F_a = F_{a1} + F_{a2} \leq (F_z + F_a)/2 \leq F_{z1} + F_{z2} = F_z,$$

тогда будем иметь расчетную магнитную цепь плоскопараллельного вида (рис. 1,б), напряженность магнитного поля которой во всех участках магнитопровода одинакова.

Учитывая, что магнитное напряжение воздушного зазора равно

$$F_\delta = 1,59 \cdot 10^6 B_\delta \delta k_\delta, \quad (2)$$

( $B_\delta$  — максимальная индукция в воздушном зазоре;  $\delta$  — односторонний воздушный зазор;  $k_\delta$  — коэффициент Картера), а суммарное магнитное напряжение магнитной цепи асинхронной машины

$$F_\Sigma = 0,9m_1 W_1 k_{ob} I_\mu/p, \quad (3)$$

( $m_1=3$  — число фаз статорной обмотки;  $w_1=S_n Z_1/6a$  — число последовательных витков в обмотке статора;  $I_\mu$  — ток намагничивания), то из формулы (1) находим магнитное напряжение эквивалентной зубцовой зоны, которое на холостом ходу (ХХ) равно

$$F_{z30} = \frac{1}{2} (0,9m_1 W_1 k_{ob} I_\mu/p - 1,59 \cdot 10^6 B_{\delta 0} \delta k_{\delta 0}), \quad (4)$$

где реактивная составляющая тока ХХ, равная току намагничивания на ХХ, определяется как

$$I_\mu 0 = E_0/x_{\mu 0} = U_{1N} [r_1^2 + (x_1 + x_{\mu 0})^2]^{-1/2}.$$

Тогда коэффициент насыщения эквивалентной зубцовой зоны на ХХ

$$k_z = 1 + F_{z30}/F_{\delta 0},$$

а напряженность магнитного поля эквивалентной зубцовой зоны шириной  $h_{z3} = 4h_{z1}$

$$H_{z30} = F_{z30}/h_{z3} = F_{z30}/h_{z1}.$$

По характеристике намагничивания  $H=\psi(B)$  электротехнической стали, используемой при изготовлении магнитопровода АД, и напряженности  $H_{z30}$  в соответствии с уравнением

$$H_z = 1,22 \psi(0,82 B_z)$$

находим магнитную индукцию  $B_{z30}$  в эквивалентной зубцовой зоне. При этом коэффициент искажения (уплощения) кривой поля в воздушном зазоре для режима ХХ определяем по аналитической зависимости, полученной при аппроксимации кривой  $\beta(k_z)$  [1] на участке  $k_z \in [1,1; 1,35]$ , характерном для рассматриваемого режима ХХ:

$$\beta_0 = 1,938 - 0,375 k_z.$$

Далее переходим к расчету магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_{\delta N}$  и эквивалентной зубцовой зоне  $B_{z3N}$  в номинальном режиме.

Поскольку между ЭДС (магнитным потоком) и магнитной индукцией в воздушном зазоре вследствие несинусоидальности поля существует нелинейная связь

$$B_{\delta} B_{\delta 0}^{-1} = \beta E (\beta_0 E_0)^{-1}, \quad (5)$$

найдем коэффициент искажения поля в зазоре  $\beta$ , позволяющий по заданной ЭДС определять значение соответствующей индукции  $B_{\delta}$ .

Проведенные по [4] расчеты магнитной цепи показали, что для короткозамкнутых АД общего назначения функциональная зависимость между коэффициентом искажения поля и ЭДС может быть описана выражением

$$\beta(E) = \beta_0 + B_{\delta 0}^2 (1 - E/E_0)/\beta_0. \quad (6)$$

Подставляя в (6) значения  $B_{\delta 0}$ ,  $E_0$ ,  $E=E_N$ , находим коэффициент искажения поля в номинальном режиме  $\beta_N = \beta(E_N)$ . Затем из уравнения (5) определяем значение соответствующей магнитной индукции в воздушном зазоре:

$$B_{\delta N} = B_{\delta 0} \beta_N E_N (\beta_0 E_0)^{-1}.$$

В практических расчетах можно считать, что значения магнитной индукции в воздушном зазоре и зубцовой зоне связаны пропорциональной зависимостью

$$B_{\delta}/B_{\delta 0} = B_{z3}/B_{z30}, \quad (7)$$

тогда значение магнитной индукции в эквивалентной зубцовой зоне в номинальном режиме равно

$$B_{z3N} = B_{z30} B_{\delta N}/B_{\delta 0}. \quad (8)$$

Далее по аппроксимационным зависимостям характеристики намагничивания зубцовой зоны и значению  $B_{z3N}$  находим напряженность магнитного поля эквивалентной зубцовой зоны  $H_{z3N}$  и соответствующее значение МП:

$$F_{z3N} = h_{z3} H_{z3N}.$$

Учитывая линейную зависимость между МН и магнитной индукцией в воздушном зазоре

$$F_{\delta}/F_{\delta 0} = B_{\delta}/B_{\delta 0},$$

находим значение МН воздушного зазора в номинальном режиме

$$F_{\delta N} = F_{\delta 0} B_{\delta N}/B_{\delta 0}.$$

Подставляя найденные значения  $F_{\delta N}$  и  $F_{z3N}$  в выражение (1), находим суммарное МН в номинальном режиме  $F_{\Sigma N}$ . При этом соответствующие ток намагничивания АД и сопротивление взаимоиндукции обмоток статора и ротора соответственно будут равны:

$$I_{\mu N} = 0,9 m_1 p F_{\Sigma N} (W_1 k_{o6})^{-1};$$

$$x_{\mu N} = E_N/I_{\mu N}. \quad (9)$$

Для определения активного сопротивления контура намагничивания, отражающего значение потерь в стали двигателя,

$$r_{\mu} = 3E^2/\Delta P_{cm} \quad (10)$$

составим уравнение баланса активной мощности АД и определим полезную мощность на валу:

$$P_2 = P_1 - \Delta P_{1M} - \Delta P_{2M} - \Delta P_{ct} - \Delta P_{mech} - \Delta P_{dop}. \quad (11)$$

Слагаемые баланса, находящиеся в правой части равенства (11), описываются следующими выражениями.

Активные потери в обмотках статора

$$\Delta P_{1M} = 3I_1^2 r_1, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= U_1 [(r_1 + r_3)^2 + (x_1 + x_3)^2]^{-1/2}; \\ r_3 &= (z_0^2 r_2'/s + r_0 z_2'^2)/z_4; \\ x_3 &= (x_2' z_0^2 + x_0 z_2'^2)/z_4; \\ z_2' &= (r_2'^2/s^2 + x_2'^2)^{1/2}; \\ z_0 &= r_{\mu} x_{\mu} (r_{\mu}^2 + x_{\mu}^2)^{-1/2}; \\ z_4 &= z_0^2 + z_2'^2 + 2r_{\mu} x_{\mu} (r_2' x_{\mu}/s + r_{\mu} x_2') (r_{\mu}^2 + x_{\mu}^2)^{-1}. \end{aligned}$$

Активные потери в обмотках ротора

$$\Delta P_{2M} = 3I_2'^2 r_2', \quad (13)$$

$$\text{где } I_2' = \frac{U_1}{z_2} \left[ \frac{r_3^2 + x_3^2}{(r_1 + r_3)^2 + (x_1 + x_3)^2} \right]^{1/2}.$$

Потери в стали двигателя

$$\Delta P_{ct} = \Delta P_{ctN} (B_\delta / B_{\delta N})^\alpha, \quad (14)$$

где  $\alpha$  — показатель степени, зависящий от сорта электротехнической стали и значения магнитной индукции:

$$\alpha \approx 5,68 \lg (p_{1,5/50} / p_{1,0/50});$$

( $p_{1,0/50}$  и  $p_{1,5/50}$  — удельные потери в электротехнической стали при частоте перемагничивания 50 Гц и индукции 1,0 и 1,5 Тл соответственно [1]).

Механические и вентиляционные потери

$$\Delta P_{mech} = \Delta P_{mechN} [(1-s)/(1-s_N)]^2, \quad (15)$$

где  $\Delta P_{mechN}$  — механические потери в номинальном режиме, определяемые по формулам [1].

Добавочные потери

$$\Delta P_{dop} = k_{dop} P_{1N} (I_1 / I_{1N})^2, \quad (16)$$

где  $k_{dop}$  — коэффициент добавочных потерь, численно равный доле добавочных потерь при номинальной нагрузке.

По национальным стандартам (например, ГОСТ 11828—75), а также по рекомендациям МЭК добавочные потери в асинхронных двигателях любой мощности и любой конструкции при номинальной нагрузке оцениваются значением, равным 0,5% потребляемой мощности, т.е.  $k_{dop}=0,005$ . По этому значению  $k_{dop}$  рассчитывается и приводимый в справочных данных условный КПД. Однако фактическое значение добавочных потерь выше [1, 3].

Исследования асинхронных короткозамкнутых двигателей общего назначения показали, что добавочные потери составляют около 2% ( $k_{dop}=0,02$ ) в АД мощностью 1 — 100 кВт и около 1% ( $k_{dop}=0,01$ ) в АД мощностью 100 — 1000 кВт, что снижает фактический КПД [1, 3].

Активная мощность, потребляемая двигателем из сети

$$P_2 = \Delta P_{2M} / s + \Delta P_{1M} + \Delta P_{ct} + \Delta P_{dop}, \quad (17)$$

которая в номинальном режиме определяется по паспортным данным

$$P_{1N} = P_{2N} / \eta_N. \quad (18)$$

Полагая  $k_{dop}=0,005$  и подставляя в уравнение (11) составляющие баланса (12)–(18) активной мощности для номинального режима, находим

номинальные потери в стали АД

$\Delta P_{ctN} = (0,995 - \eta_N) P_{2N} / \eta_N - \Delta P_{mechN} - \Delta P_{1M} - \Delta P_{2M}$ , корректность определения которых в значительной степени зависит от достоверности каталожных данных.

Подставляя в формулу (14) найденное значение  $\Delta P_{ctN}$  и каталожное  $B_{\delta 0}$ , находим потери в стали на ХХ. Соответствующие потерям в стали  $\Delta P_{ctN}$  и  $\Delta P_{ct0}$  активные сопротивления ветви намагничивания  $r_{\mu N}$  и  $r_{\mu 0}$  вычисляем по формуле (10).

Определив параметры контура намагничивания для номинального режима и ХХ, нетрудно рассчитать соответствующие параметры любого другого рабочего режима. Алгоритм расчета в этом случае можно схематично представить следующим образом:

$$E \rightarrow \beta \rightarrow B_\delta, B_{z9} \rightarrow F_\delta, F_{z9}, F_\Sigma \rightarrow I_\mu \rightarrow x_\mu. \quad (19)$$

$$\Delta P_{ct} \rightarrow r_\mu$$

На рис. 2 представлены рассчитанные по предложенному алгоритму параметры контура намагничивания (рис. 2, а) и кривые намагничающего тока (рис. 2, б) АД мощностью 15 кВт с числом пар полюсов  $p=1 \div 4$  (типоразмеры 4A160S2УЗ — 4A180M8УЗ).

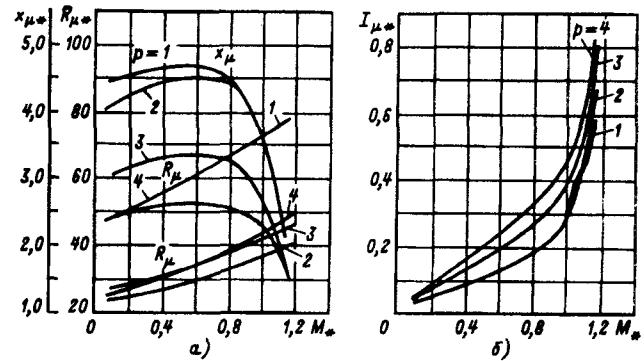


Рис. 2. Характеристики контура намагничивания АД

Аналогичные расчеты проведены для АД других типоразмеров. Расчеты показали, что погрешность определения активного и индуктивного сопротивлений контура намагничивания по методу эквивалентной зубцовой зоны по сравнению с методикой [1] не превышает 7% и определяется в основном точностью справочных данных по АД и точностью определения потерь в стали в номинальном режиме. Такая погрешность приводит к ошибке расчета характеристик установленного режима работы АД менее 0,5%. При этом значительно сокращается объем вычислений.

На втором месте по степени влияния на точность расчета характеристик установленного режима АД стоит нелинейность индуктивных со-

противлений рассеяния статора и ротора.

Все известные способы учета насыщения по путям рассеяния, а именно, нелинейных зависимостей  $x_1=f(i_1)$  и  $x'_1=f(i'_1)$ , достаточно сложны и громоздки, хотя и основаны на упрощенных моделях.

Учитывая, что в справочных данных приводятся индуктивные сопротивления рассеяния статора и ротора в номинальном режиме ( $s=s_N$ ) и общее индуктивное сопротивление рассеяния обмоток статора и ротора в пусковом режиме ( $s=1$ ), наиболее просто указанные выше нелинейные зависимости могут быть определены, если взять за основу методику [1, 4].

Известно, что опытным путем можно определить только зависимости изменения суммарного индуктивного сопротивления рассеяния двигателя от тока статора:

$$x_k = x_1 + x'_2 = f(I_1). \quad (20)$$

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что для современных серий асинхронных электродвигателей, характеризующихся подобием геометрии активных частей, такие зависимости (20) имеют гиперболический характер и с достаточной для практики точностью описываются выражением [4]:

$$x_k = x_1 + x'_2 = a + b/\sqrt{I_{1*}}, \quad (20a)$$

где  $a$  и  $b$  — коэффициенты аппроксимации;  $I_{1*}=I_1/I_{1N}$  — относительное значение тока статора.

Подставляя в (20a) значения индуктивных сопротивлений рассеяния в номинальном и пусковом режиме, получаем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{aligned} x_{kN} &= x_{1N} + x'_{2N} = a + b; \\ x_{ks} &= x_{1s} + x'_{2s} = a + b/\sqrt{I_{s*}}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $x_{kN}, x_{ks}$  — суммарные индуктивные сопротивления рассеяния в номинальном и пусковом режимах;  $x_{1N}, x_{1s}$  — индуктивные сопротивления рассеяния обмотки статора с учетом насыщения зубцов от полей рассеяния в номинальном режиме и при пуске;  $x'_{2N}, x'_{2s}$  — приведенные к обмотке статора индуктивные сопротивления рассеяния обмотки ротора с учетом насыщения зубцов от полей рассеяния и вытеснения тока в стержнях беличьей клетки в номинальном режиме и при пуске;  $I_{s*}$  — кратность пускового тока.

Решая систему (21), получаем зависимость суммарного индуктивного сопротивления рассеяния статора и ротора в функции тока статора:

$$\begin{aligned} x_k(I_1) &= [x_{1N} + x'_{2N} - x_{ks} \sqrt{I_{s*}} - (x_{1N} + x'_{2N}) \sqrt{I_{s*}/I_{1*}}] \times \\ &\times (1 - \sqrt{I_{s*}})^{-1}. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку для асинхронных двигателей общего назначения можно считать, что в диапазоне изменения скольжения  $0 \leq s \leq 2s_N$  влияние насыщения путей рассеяния на изменение индуктивных сопротивлений статора и ротора одинаково [5], то искомые зависимости можно получить, разделив  $x_k$  пропорционально известным значениям  $x_{1N}$  и  $x'_{2N}$ .

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{x_{1N}}{x_{1N} + x'_{2N}} x_k(I_1); \\ x'_2 &= \frac{x'_{2N}}{x_{1N} + x'_{2N}} x_k(I_1). \end{aligned} \quad (23)$$

На следующем месте по степени влияния на точность расчета характеристик установившегося режима работы АД принято ставить нелинейную зависимость активного сопротивления ротора от частоты вращения. Это связано с тем, что рабочий ток и врачающий момент АД при данной скорости вращения определяется прежде всего активным сопротивлением обмотки ротора.

Учитывая, что в справочных данных приводятся значения приведенного к обмотке статора активного сопротивления обмотки ротора в номинальном режиме  $r'_{2N}$  и при пуске  $r'_{2s}$  с учетом вытеснения тока в стержнях беличьей клетки и общее активное сопротивление обмоток статора и ротора в пусковом режиме  $r'_{ks}$ , зависимость  $r'_2$  от скорости вращения ротора может быть получена следующим образом.

Известно, что активное сопротивление фазы короткозамкнутого ротора определяется активным сопротивлением его стержней и колец

$$r_2 = k_r r_c + r''_{kl}, \quad (24)$$

где  $k_r$  — коэффициент увеличения активного сопротивления стержня от действия эффекта вытеснения тока;  $r_c$  — активное сопротивление стержня клетки ротора;  $r''_{kl}$  — активное сопротивление короткозамкнутых колец ротора, приведенное к току стержня.

Умножая обе части равенства (24) на коэффициент приведения сопротивлений обмотки ротора к обмотке статора, для пускового и номинального режимов соответственно получаем

$$\begin{aligned} r'_{2s} &= k_{rs} r'_c + r'_{kl}; \\ r'_{2N} &= k_{rN} r'_c + r''_{kl}, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $k_{rs}, k_{rN}$  — коэффициенты увеличения активного сопротивления стержня клетки ротора от действия эффекта вытеснения тока в пусковом и номинальном режимах соответственно.

Поскольку активное сопротивление обмотки статора при заданной частоте питающего напряжения практически не зависит от частоты вращения ротора, стоящее в левой части первого

уравнения (25), приведенное к обмотке статора активное сопротивление обмотки ротора с учетом вытеснения тока в стержнях беличьей клетки в пусковом режиме можно вычислить по формуле

$$r'_{2s} = r_{ks} - r_{1N}.$$

Тогда, решая систему двух уравнений (25) относительно приведенного активного сопротивления короткозамкнутых колец и подставляя найденное сопротивление в (24), получаем

$$r'_2 = r'_{2N} + \frac{r'_{2s} - r'_{2N}}{k_{rs} - k_{rN}} (k_r - k_{rN}). \quad (26)$$

Коэффициенты  $k_{ri}$  находим из известных аналитических зависимостей, например [1].

На рис. 3 представлены рассчитанные по (22), (23), (26) для АД мощностью 15 кВт типоразмера 4А180М8УЗ зависимости индуктивных сопротивлений рассеяния статора  $x'_{1*} = x_1/r_b$  и ротора  $x'_{2*} = x_2/r_b$  ( $r_b = U_{1N}/I_{1N}$ ) от тока статора  $I_{1*} = I_1/I_{1N}$  (рис. 3, а), и приведенного активного сопротивления ротора  $r'_{2*} = r_2/r_b$  от скольжения  $s$  (рис. 3, б).

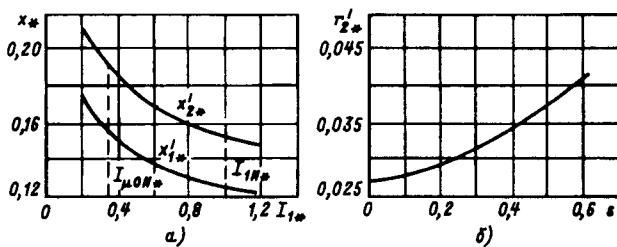


Рис. 3. Зависимости индуктивных сопротивлений рассеяния обмоток АД (отн. ед.) от тока статора (а) и приведенного активного сопротивления ротора от скольжения (б)

На основании указанных выше положений алгоритм расчета установившегося режима работы АД с учетом нелинейностей параметров схемы замещения можно схематично представить следующим образом:

$$U_1, M_c \xrightarrow{s} r'_2 \xrightarrow{E} x'_\mu, r'_\mu \xrightarrow{x'_1, x'_2} I_i, \Delta P_i, \dots, M_2. \quad (27)$$

При реализации данного алгоритма после определения  $x_{\mu N}$  и  $r_{\mu N}$  в формуле для расчета добавочных потерь (14) рекомендуется принимать  $k_{\text{доб}}=0,02$  для АД мощностью 1 — 100 кВт и  $k_{\text{доб}}=0,01$  для АД мощностью 100 — 1000 кВт [1, 3].

Как следует из (27), при заданных входных параметрах рабочего режима (прежде всего значениях питающего напряжения и момента сопротивления производственного механизма) находим сначала приведенное активное сопротивление ротора  $r'_2(s)$  (26), затем методом последовательных приближений по алгоритму (19) рассчитываем параметры контура намагничивания

$x_\mu(E)$  и  $r_\mu(E)$ , далее методом последовательных приближений определяем индуктивные сопротивления рассеяния статора и ротора  $x_1(I)$ ,  $x_2(I)$  (22), (23), корректируем значение ЭДС и проводим последующие расчеты  $x_\mu$ ,  $r_\mu$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $E$  до выполнения условий точности расчета переменных параметров схемы замещения АД. Рассчитав с заданной точностью параметры АД, переходим к расчету характеристик установленного режима работы электродвигателя, корректируя при необходимости величину скольжения ротора и взаимосвязанные со скольжением параметры схемы замещения.

Проведенные по (27) расчеты показали, что наибольшее влияние на точность расчета характеристик установленного режима работы оказывает нелинейность индуктивного сопротивления намагничивающего контура. Влияние нелинейности активного сопротивления намагничивающего контура и индуктивных сопротивлений рассеяния статора и ротора оказывается лишь при малых нагрузках  $M < (0,1-0,15)M_N$ . Нелинейность активного сопротивления ротора  $r_2(s)$  следует учитывать лишь при пониженных частотах вращения.

В качестве примера на рис. 4 представлены энергетические показатели АД мощностью 15 кВт с числом пар полюсов  $p=4$ , номинальным скольжением  $s_N=2,5\%$  (типоразмер 4А180М8УЗ) в зависимости от момента на валу  $M_* = M/M_N$ , рассчитанные без учета насыщения индуктивных сопротивлений рассеяния статора, ротора и контура намагничивания, при номинальном напряжении и при отклонении напряжения  $\Delta U_* = U_1/U_{1N}$  в питающей сети  $\pm 10\%$ .

Для получения более универсальных характеристик, справедливых для целого ряда АД, результаты расчетов представлены в отн. ед., при этом в качестве базовых единиц приняты номинальные данные соответствующего двигателя.

При малых нагрузках двигателя неучет нелинейности индуктивных сопротивлений  $x_i$  приводит при отрицательных отклонениях напряжения  $\Delta U_*$  к завышению, а при положительных  $\Delta U_*$  к занижению значения потребляемой реактивной мощности  $Q_* = Q/Q_N$  (рис. 4, а). При больших нагрузках неучет нелинейности  $x_i$  независимо от напряжения приводит к завышению  $Q_*$ .

Так, при отклонениях напряжения от  $-10$  до  $+10\%$  расхождения в значениях  $Q_*$  составляют от  $+10$  до  $-8\%$  при  $M_* = 0,1$  и от  $+10$  до  $+8\%$  при  $M_* = 1,0$ . В результате неучет нелинейности  $x_i$  ведет к завышению до  $+15\%$  значения коэффициента мощности при малых нагрузках и занижению  $k_m$  до  $-5\%$  при больших (рис. 4, б).

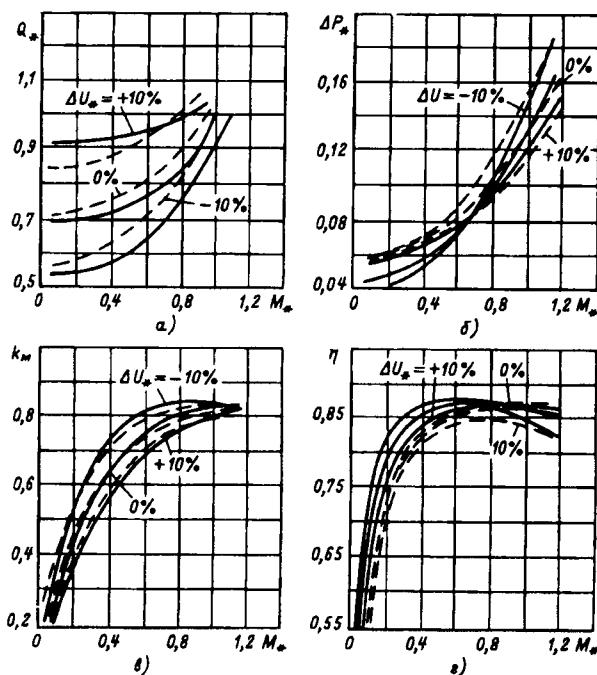


Рис. 4. Статические характеристики АД при отклонении питающего напряжения: — расчет по предложенному методу; —— по методике [2]

Кроме того, при малых нагрузках на характер проведения зависимости  $k_M = f(M, U)$  оказывает существенное влияние характер изменения активных потерь.

При отрицательных и нулевом отклонениях питающего напряжения неучет изменения сопротивления  $r_\mu$  контура намагничивания, моделирующего потери в стали, приводит к завышению суммарных потерь (рис. 4,б). Завышение значения суммарных потерь тем значительнее, чем ниже нагрузка АД. Так, при  $M_* = 0,1$  и  $\Delta U_* = -10\%$  завышение суммарных потерь доходит до 40%. При положительных отклонениях напряжения пренебрежение изменением  $r_\mu$  приводит к занижению значения потерь.

Указанное влияние значения  $r_\mu$  на активные потери приводит к занижению КПД до  $-15\%$  при малых нагрузках и отрицательных  $\Delta U_*$  и завышению КПД до  $+1,5\%$  при больших нагрузках и положительных  $\Delta U_*$  (рис. 4,г).

Таким образом, предложенные алгоритмы учета нелинейности параметров асинхронных машин позволяют с большей точностью определять энергетические показатели современных короткозамкнутых АД, оптимизировать их электропотребление, что особенно важно при исследовании энергетической системы регулятор напряжения — АД.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асинхронные двигатели общего назначения/Под ред. В.М.Петрова и А.Э.Кравчика. — М.: Энергия, 1980.
2. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник/А.Э.Кравчик и др. — М.: Энергоиздат, 1981.
3. Гаинцев Ю.В. Добавочные потери в асинхронных двигателях. — М.: Энергоатомиздат, 1981.
4. Кравчик Э.Д. Анализ экспериментальных данных о реактивном сопротивлении трехфазных короткозамкнутых асинхронных двигателей небольшой и средней мощности с глубокопазовым заливным алюминием ротором. — Труды НИПТИЭМ. Асинхронные двигатели, 1972, вып. 2.
5. Тиристорные преобразователи напряжения для асинхронного электропривода/Л.П.Петров и др. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

[12.03.92]

*Автор: Бурунин Олег Алексеевич окончил факультет электрификации и автоматизации промышленности и транспорта Московского энергетического института (МЭИ) в 1980 г. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Повышение энергетических показателей промышленных приемников электроэнергии и систем электроснабжения промпредприятий регулированием напряжения на основе схемных переключений». Заведующий кафедрой информационных технологий Сочинского института курортного дела и туризма.*

# Оптимальные токи и моменты частотно-регулируемых асинхронных двигателей в режиме пуска

БЕСПАЛОВ В.Я., МОЩИНСКИЙ Ю.А.

Предлагается методика расчета частоты и напряжения, обеспечивающая максимальный момент или минимальный ток при пуске частотно-регулируемых асинхронных двигателей. Анализируются также условия, при которых пусковые моменты или токи равны заданным при управлении по распространенным в электроприводе законам — пропорционального регулирования, регулирования с компенсацией падения на активном сопротивлении, регулирования при постоянстве магнитного тока в воздушном зазоре. Представлены результаты расчета основных показателей пускового режима при изменении частоты и напряжения по этим законам.

Электроприводы с частотно-регулируемыми асинхронными двигателями (АД) находят все большее применение. Это объясняется такими их преимуществами, как бесконтактность и более высокое быстродействие по сравнению с электроприводами постоянного тока. Известны публикации, посвященные разработке и исследованию электроприводов с частотно-регулируемыми АД [1—3], однако ряд вопросов, связанных с влиянием изменения частоты и напряжения на пусковые токи и моменты, требует более подробного изучения.

Исследование этих вопросов важно для электроприводов малой и средней мощности, для которых необходимо ограничить пусковые токи, протекающие через полупроводниковые коммутаторы (тиристоры и транзисторы), и обеспечить требуемые для производственного механизма пусковые моменты. Кроме того, информация о параметрах пускового режима может быть использована при проектировании частотно-регулируемых АД.

В статье при общепринятых в теории электрических машин допущениях [1] рассматриваются две задачи:

определение частоты и напряжения, при которых пусковой момент максимальен, а ток равен заданному (номинальному);

определение частоты и напряжения, при которых ток минимальен, а момент равен заданному (номинальному).

При этом напряжение и частота могут изменяться независимо или по известным в теории автоматизированного электропривода законам [1, 4] пропорционального регулирования  $U/f = \text{const}$ ; регулирования с компенсацией падения на активном сопротивлении  $(U - I_1 R_1)/f = \text{const}$ ; регулирования при постоянстве магнитного потока в воздушном зазоре  $\Phi = \text{const}$ . При регулировании

The method of frequency and voltage calculation has been developed allowing to find frequency controlled induction motor maximum torque or minimum current in stall. Conditions to get given values of starting torques and currents are analysed for such conventional controlled drives laws, as proportional voltage-frequency change, control with resistance voltage drop compensation, control with constant air gap magnetic flux. Some results are discussed of starting performances when voltage and frequency are controlled by these laws.

по этим законам также определяются частоты, при которых моменты или токи имеют заданные значения.

В основу анализа положена схема замещения АД для скольжения  $s=1$  (рис. 1), индуктивные сопротивления которой рассчитаны для номинальной частоты  $f_n$  с учетом насыщения. В дальнейшем с целью упрощения выкладок пренебрегаем потерями в стали, т.е. принимаем  $R_m=0$ . Изменение индуктивных сопротивлений схемы замещения в функции частоты учитывается параметром  $\alpha=f/f_n$ .

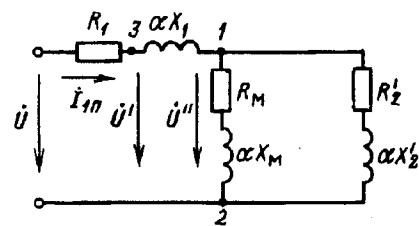


Рис. 1. Схема замещения частотно-регулируемого АД для режима пуска

Преобразовав две параллельные ветви — контур намагничивания и контур ротора, схему замещения (рис. 1) приведем к виду, показанному на рис. 2. Здесь обозначено:

$$R_{1,2} = \frac{\alpha^2 X_m^2 R_2'}{(R_2')^2 + \alpha^2 (X_m + X_2')^2};$$

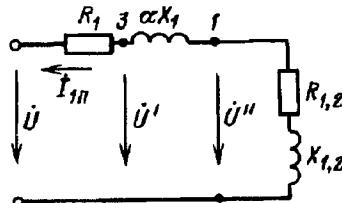


Рис. 2. Преобразованная схема замещения АД

$$X_{1,2} = \frac{\alpha^3 X_M X_2 + \alpha X_M [\alpha^2 (X_2')^2 + (R_2')^2]}{(R_2')^2 + \alpha^2 (X_M + X_2')^2}. \quad (1)$$

Запишем выражение для пускового момента

$$M_{\text{п}} = \frac{mpI_{1\text{п}}^2 R_{1,2}}{2\pi f_h \alpha}, \quad (2)$$

где  $p$  — число пар полюсов;  $I_{1\text{п}}$  — ток в фазе статора;  $m$  — число фаз.

Для определения относительной частоты  $\alpha$ , при которой пусковой момент  $M_{\text{пmax}}$  максимален, при заданном токе  $I_{1\text{п}}$  возьмем производную от момента (2) по  $\alpha$ :

$$\frac{dM}{d\alpha} = \frac{mpI_{1\text{п}}^2}{2\pi f_h} \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{R_{1,2}}{\alpha} \right) = A_1 \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{\alpha X_M^2 R_2'}{(\alpha^2 (X_2')^2 + \alpha^2 (X_M + X_2')^2)} \right),$$

где  $A_1 = mpI_{1\text{п}}^2 / 2\pi f_h$ , и приравняем ее нулю.

Решив полученное уравнение, найдем значение  $\alpha_i$ , соответствующее  $M_{\text{пmax}}$ :

$$\alpha_i = \frac{R_2'}{X_M + X_2'}. \quad (3)$$

Согласно схеме замещения, используя известное  $\alpha_i$ , рассчитываем абсолютное или относительное  $U = U/U_{\text{п}}$  напряжение, обеспечивающее пусковой ток  $I_{1\text{п}} = I_{1\text{п}}$ ,

$$U = I_{1\text{п}} \sqrt{(R_1 + R_{1,2})^2 + (\alpha X_1 + X_{1,2})^2}. \quad (4)$$

Найдя относительное значение магнитной индукции в воздушном зазоре при пуске

$$b = \frac{B_{\delta\text{п}}}{B_{\delta\text{п}}} = \sqrt{\frac{R_{1,2}^2 + X_{1,2}^2}{R_{1,2(h)}^2 + X_{1,2(h)}^2}}, \quad (5)$$

где  $R_{1,2(h)}$ ,  $X_{1,2(h)}$  — эквивалентные сопротивления разветвления схемы замещения вnomинальном режиме, уточняем используемое в расчетах индуктивное сопротивление  $X_M$  и пересчитываем  $\alpha_i$ .

Определим теперь относительное значение частоты  $\alpha_M$  исходя из условия минимума пускового тока  $I_{1\text{пmin}}$  при заданном пусковом моменте  $M_{\text{п}} = M_{\text{п}}$ .

Согласно (2) пусковой ток равен

$$I_{1\text{п}} = \sqrt{\frac{2\pi f_h M_{\text{п}}}{mp}} \frac{\alpha}{R_{1,2}} = A_2 \sqrt{\frac{\alpha}{R_{1,2}}}. \quad (6)$$

Взяв производную от тока  $I_{1\text{п}}$  по  $\alpha$  и приравняв ее нулю, получим

$$\alpha_M = \frac{R_2'}{X_M + X_2'}.$$

Отсюда следует, что частоты, при которых обеспечиваются максимальный пусковой момент приnomинальном токе или минимальный ток приноминальном моменте, одинаковы  $\alpha_i = \alpha_M$ . Подставляя найденное значение  $\alpha_M$  в выражение

(6), определяем  $I_{1\text{пmin}}$ , а затем по формулам (4)–(5) рассчитываем необходимое фазное напряжение и индукцию в воздушном зазоре.

Интересно определить значение частоты, обеспечивающее максимум пускового момента при изменении напряжение и частоты по закону  $U/f = \text{const}$ .

Выражение для квадрата тока статора, рассчитанное по схеме замещения (рис. 2), определяется соотношением

$$I_1^2 = \frac{U^2 [(R_2')^2 + \alpha^2 (X_2' + X_M)^2]}{[\alpha^2 (X_1 X_2' + X_1 X_M + X_2' X_M) - R_1 R_2] + \dots} \\ \rightarrow + \alpha^2 [R_1 (X_M + X_2') + R_2 (X_M + X_1)]^2. \quad (7)$$

С учетом (7) выражение 2) для пускового момента при регулировании по закону  $U/f = \text{const}$  будет

$$M_{\text{п}} = \frac{mpU_{\text{п}}^2}{2\pi f_h} \cdot \frac{\alpha^3 R_2 X_M^2}{[\alpha^2 (X_1 X_M + X_M X_2' + X_1 X_2') - R_1 R_2] + \dots} \\ \rightarrow + \alpha^2 [R_2 (X_M + X_1) + R_1 (X_2' + X_M)]^2. \quad (8)$$

Это более общее выражение момента при делении числителя и знаменателя на  $\alpha^2 X_M^2$  и пренебрежении членами  $R_1 R_2 / \alpha^2 X_M$  в первом и  $X_2' / X_M$  во втором слагаемых знаменателя приводит к известному в теории электрических машин соотношению, если положить  $\alpha = 1$ :

$$M_{\text{п}} = \frac{mpU_{\text{п}}^2}{2\pi f} \frac{\alpha (R_2)^2}{(R_1 + \alpha R_2')^2 + \alpha^2 (X_1 + \alpha X_2')^2}, \quad (9)$$

где  $\sigma_1 = 1 + X_1 / X_M$  — коэффициент рассеяния.

Найдя производную от момента (8) по  $\alpha$  и приравняв ее нулю, после преобразований получим биквадратное уравнение

$$N^2 \alpha^4 + (2NM - L) \alpha^2 - M^2 = 0, \quad (10)$$

где  $N = X_1 X_M + X_2' M + X_1 X_2'$ ;  $M = R_1 R_2$ ;  $L = [R_1 (X_2' + X_M) + R_2 (X_1 + X_M)]^2$ .

Решение этого уравнения

$$\alpha_{u1} = \sqrt{\frac{(L - 2NM + \sqrt{L^2 - 4NM})}{2N^2}} \approx \frac{\sqrt{L}}{N}. \quad (11)$$

При использовании (9) получаем более простое соотношение для  $\alpha_{u1}$ :

$$\alpha_{u1} = \frac{B_1 + \sigma_1 R_2'}{X_1 + \sigma_1 X_2'}. \quad (12)$$

Напряжение в точке экстремума равно  $U = \alpha_{u1} U_{\text{п}}$ , момент и ток рассчитываются по (4) и (8).

Выражение (11) позволяет определить частоту, при которой момент максимален при регули-

ровании по законам:  $(U - I_1 R_1)/f = U'/f = \text{const}$ . Полагая в (11)  $R_1 = 0$ , получаем  $\alpha_{u2} = \frac{R_2' \sigma_1}{X_1 + \sigma_1 X_2'}$ . Для  $U'/f = \text{const}$  или  $\Phi = \text{const}$ , приняв в (11)  $R_1 = X_1 = 0$ , находим  $\alpha_{u3} = R_2'/X_2'$ .

Напряжение при законах регулирования, рассмотренных выше, будут:  $U' = \alpha_{u2} U_h'$  и  $U'' = \alpha_{u3} U_h$  — для второго и третьего законов регулирования соответственно. Здесь  $U'$  и  $U''$  — напряжения между точками схемы замещения (3, 2) и (1, 2) соответственно (рис. 1). Используя эти напряжения, по схеме замещения рассчитываем токи, а затем — напряжения на зажимах фаз статора.

Исследования зависимости  $I_{1n} = j(\alpha)$  показали, что при рассмотренных законах регулирования она не имеет экстремумов во всем диапазоне изменения  $\alpha$ .

Определим для пускового режима моменты, токи и индукции в воздушном зазоре, когда ток равен заданному при регулировании АД по закону  $U/f = \text{const}$ . Для этого случая

$$I_{1n} = \frac{(U_h \alpha)^2 [(R_2'')^2 + \alpha^2 (X_2' + X_m)^2]}{(\alpha^2 N - M)^2 + \alpha^2 L},$$

Подставляя в это уравнение  $I_{1n} = I_{1h}$ , после преобразований получаем биквадратное уравнение  $(N^2 - Z_h^2 Q^2) \alpha^4 - (2NM + Z_h^2 R_2'^2 - L) \alpha^2 + M^2 = 0$ , один из корней которого определяет необходимое значение

$$\alpha_{i1} = \frac{(2NM + Z_h^2 R_2'^2 - L) \rightarrow}{2(N^2 - Z_h^2 Q^2)} \rightarrow -\sqrt{(2NM + Z_h^2 R_2'^2 - L)^2 - 4M(N^2 - Z_h^2 Q^2)}, \quad (13)$$

где  $Z_h = U_h/I_h$ ,  $Q = X_2' + X_m$ .

Затем находим напряжение по схеме замещения и формулам (2), (4) и (5) рассчитываем интересующие нас переменные.

Подстановкой в (13)  $R_1 = 0$  и  $U_h = U_h'$  находим значение  $\alpha_{i2}$  при регулировании по закону  $U'/f = \text{const}$ ; при управлении по закону  $\Phi = \text{const}$  полагаем в (13)  $R_1 = X_1 = 0$ ,  $U_h = U_h'$  и находим  $\alpha_{i3}$ , при котором  $I_{1n} = I_{1h}$ . Остальные величины рассчитываем по схеме замещения для известных  $U' = \alpha U_h'$  или  $U'' = \alpha U_h$ .

Согласно (8) для  $\alpha_1$ , при котором  $M_n = M_h$ , получаем соотношение

$$M_h = \frac{mp U_h}{2\pi f_h} \frac{\alpha^3 R_2' X_m^2}{(\alpha^2 N - M)^2 + \alpha^2 L},$$

которое преобразуется в уравнение четвертой сте-

пени относительно

$$w(\alpha^2 N - M)^2 + w \alpha^2 L - \alpha^3 R_2' X_m^2 = 0,$$

$$\text{где } w = \frac{M_h 2\pi f_h}{U_h^2 mp}$$

Оно решается численно или преобразуется в уравнение третьей степени [5].

Приближенное выражение для  $\alpha$  можно получить, если использовать выражение (9). Разрешив его относительно  $\alpha$ , найдем

$$\alpha_{m1} = \frac{(R_2')^2 + \sqrt{(R_2')^4 - 4w(R_1 + \sigma R_2)^2(X_1 + \alpha X_2)^2}}{2w(R_1 + \sigma_1 R_2)^2}.$$

При регулировании по закону  $U'/f = \text{const}$

$$\alpha_{m2} = \frac{(R_2')^2 + \sqrt{(R_2')^4 - 4w \sigma^2 (R_2)^2 (X_1 + \alpha X_2)^2}}{2w \sigma_1 X_2^2}.$$

При регулировании по закону  $\Phi = \text{const}$

$$\alpha_{m3} = \frac{(R_2')^2 + \sqrt{(R_2')^4 - 4w \sigma_1^2 (R_2)^2 (X_2)^2}}{2w (R_2)^2 \sigma_1^2}.$$

Последовательность расчета остальных величин для пускового режима подобна описанной выше (при замене  $U_h$  на  $U_h'$  и  $U_h''$  соответственно).

В качестве примера расчета был выбран асинхронный двигатель 4A71A4, имеющий следующие номинальные данные и параметры схемы замещения: мощность  $P_{2h} = 550$  Вт; фазное напряжение  $U_h = 220$  В; фазный ток  $I_{1h} = 1,58$  А; частота питания  $f_h = 50$  Гц;  $R_1 = 16,39$  Ом;  $R_2' = 15,08$  Ом;  $X_1 = 12,27$  Ом;  $X_2' = 24,3$  Ом;  $X_m = 195,9$  Ом.

Результаты расчета частот, пусковых токов, моментов и индукций и коэффициента мощности в относительных единицах приведены в табл. 1 и 2. Зависимости пусковых токов и моментов от частоты при различных законах регулирования показаны на рис. 3 и 4 соответственно.

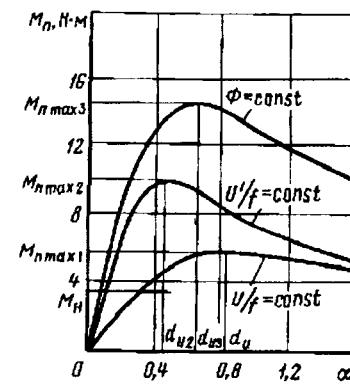


Рис. 3. Зависимости пусковых моментов от частоты при различных законах регулирования

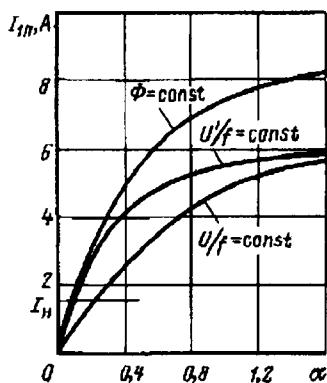


Рис. 4. Зависимости пусковых токов от частоты при различных законах регулирования

Таблица 1

Пусковой режим	Пусковой ток $I_1/I_{1H}$	Пусковой момент $M_{1n}/M_H$	Напряжение $\gamma$	Частота $\alpha$	Индукция в воздушном зазоре $b$	Коэффициент мощности $\cos \varphi$
Непосредственное включение в сеть	4,5	2	1	1	0,66	0,631
При максимальном моменте и токе	1	1,08	0,17	0,068	1,16	0,93763
При минимальном токе и моменте	0,96	1	0,164	0,068	1,12	0,93763

Таблица 2

Закон регулирования	$I_1/I_{1H}$	$M_{1n}/M_H$	$\gamma$	$\alpha$	$b$	$\cos \varphi$
при $M=M_{\max}$						
$U/f=\text{const}$	2,87	1,44	0,85	0,85	0,64	0,688
$U'/f=\text{const}$	2,76	2,53	0,649	0,44	0,85	0,858
$U'/f=\text{const}$	3,92	3,65	1,02	0,62	1	0,783
при $I_{1n}/I_{1H}$						
$U/f=\text{const}$	1	0,636	0,2	0,2	0,56	0,933
$U'/f=\text{const}$	1	1,04	0,183	0,091	1	0,936
$U'/f=\text{const}$	1	1	0,181	0,0866	1,024	0,938
при $M_{1n}=M_H$						
$U/f=\text{const}$	1,58	1	0,356			
$U'/f=\text{const}$	0,97	1	0,177			
$U'/f=\text{const}$	1	1	0,181	0,0866	1,024	0,938

Результаты анализа данных табл. 1 и 2 показывают:

режимы максимального пускового тока и ми-

нимального пускового момента по основным показателям близки друг к другу. Оптимальная частота составляет около 3,5 Гц;

наибольший пусковой момент  $M=M_H=3,65$  имеет место при регулировании с  $\Phi=\text{const}$ , однако кратность пускового тока при этом также наибольшая  $I_{1n}=I_{1H}=3,92$ , а коэффициент мощности меньше, чем в режиме максимального момента. Более высокий коэффициент мощности 0,855 будет в случае регулирования по закону  $(U-I_1 R_1)/f=\text{const}$ , при этом добротность пуска ( $M_{1n}/I_{1n}=0,92$ ) близка к добротности при  $\Phi=\text{const}=0,93$ );

пусковые режимы при регулировании с постоянными  $U/f$  и  $U'/f$  в режимах  $M_{1n}=M_H$  и  $I_{1n}=I_{1H}$  по своим показателям незначительно отличаются друг от друга и от показателей режима с максимальным пусковым моментом.

Следовательно, приемлемый для большинства практических целей пуск АД обеспечивается при регулировании по законам  $U'/f=\text{const}$  и  $U'/f=\text{const}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Булгаков А.А. Частотное управление асинхронными двигателями. — М.: Энергоатомиздат, 1982.
- Загорский А.Е. Электродвигатели переменной частоты. — М.: Энергия, 1975.
- Загорский А.Е., Шакарян Ю.Г. Управление переходными процессами в электрических машинах переменного тока. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
- Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. — М.: Энергоатомиздат, 1982.
- Бронштейн И.И., Семендиев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука, 1986.

[30.12.92]

Авторы: **Беспалов Виктор Яковлевич** окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1960 г. Защитил докторскую диссертацию в 1992 г., посвященную асинхронным машинам для динамических режимов работы. Профессор кафедры электромеханики МЭИ.

**Мощинский Юрий Анатольевич** окончил электромеханический факультет (МЭИ) в 1965 г. защитил кандидатскую диссертацию, посвященную исследованию двигателя с постоянными магнитами с асинхронно-гистерезисным пуском в 1975 г., старший научный сотрудник кафедры электромеханики (МЭИ).

# О решении магнитостатических и электростатических задач для поляризованных оболочек

РОНИНСОН А.Д.

Дано систематическое изложение решения задачи об экранировании магнитно- и электростатических полей поляризованными оболочками. Анализически исследован вопрос об эффективности экранирования этих полей в зависимости от формы, относительной толщины и поляризационных характеристик ( $\mu$  или  $\epsilon$ ) материала оболочек. Определены пределы применимости более простых формул для тонких оболочек при расчете эффективности экранирования. Предложен метод оценки эффективности экранирования для оболочек в форме вытянутого сфероида и трехосного эллипсоида на основании расчета экранирования для оболочек в форме шара — бесконечно длинного круглого цилиндра и сжатого сфероида — бесконечно длинного эллиптического цилиндра.

## 1. Введение

В «Электричество» № 1 за 1990 г. была опубликована статья «Общее решение магнитостатических и электростатических задач для поляризованных оболочек». В настоящее время у ее автора появились новые материалы, существенно дополняющие и развивающие теоретические положения упомянутой статьи; кроме того, в статье, к сожалению, допущены опечатки (касающиеся случаев эллиптического цилиндра и шара), которые следует устраниить.

## 2. Постановка задачи

Целью данной статьи является определение зависимости экранирующей способности поляризованных оболочек по различным направлениям от формы, относительной толщины и поляризационных характеристик ( $\mu$  и  $\epsilon$ ) материала оболочек, так как все это в конечном счете определяет плотности смещенных зарядов (фактических электрических и фиктивных магнитных) на внешней и внутренней поверхностях оболочек и соотношение площадей этих поверхностей. Необходимо также оценить точность формул для тонких оболочек при расчете экранирования (в предыдущей статье оценивалась точность этих формул для внешней области), а также дать метод оценки эффективности экранирования оболочек в форме эллипсоида вращения (сфероида) и трехосного эллипсоида по данным расчета экранирования соответственно бесконечно длинной круглой цилиндрической и сферической оболочек, а также бесконечно длинной эллиптической цилиндрической оболочки и оболочки в форме сжатого (сплюснутого) сфероида.

## 3. Метод решения

Решение магнитостатических и электростатических задач (МЭЗ) для поляризованных оболочек

The article deals with certain characteristics of polarized casings, mainly with their capability to screen from magneto- and electrostatic fields. It contains the new solution of that problem, and the analysis of the effectiveness of the screening depending on the form of the casing, its relative thickness, and the characteristics of polarization ( $\mu$  or  $\epsilon$ ) of the material. The formulae, deduced for thin casings (in order to calculate the effectiveness of the screening), may be applied to other ones, and the limiting thickness of a casing was determined. The new method of evaluation of the effectiveness of the screening is designed for the casing of a form of an elongated spheroid or a three-axial ellipsoid. The method is based on the calculation of the screening for spherical casings and for infinitely long round cylinders as well as oblate spheroids and for infinitely long elliptical cylinders.

основано на интегрировании уравнения Лапласа для магнитостатического и электростатического потенциалов в той системе координат, у которой одна из координатных поверхностей совпадает по форме с поверхностями оболочек. При этом рассматриваются оболочки, ограниченные замкнутыми поверхностями второго порядка — соответственно коаксиальными, концентрическими и конфокальными. В соответствии с [1] оболочки в форме сферы, круглого цилиндра и сжатого сфероида рассматриваются как производные от оболочек в форме вытянутого сфероида при изменении соотношения его большой и малой полуосей (рис. 1). Кроме того, оболочки в форме круглого цилиндра рассматриваются также как частный случай эллиптического цилиндра (рис. 7). В дополнение к этому оболочки в форме эллиптического цилиндра и сжатого (сплюснутого) сфероида рассматриваются как производные от трехосного эллипсоида при изменении соотношения его большой и средней полуосей (рис. 2). При этом малые полуоси  $b_2$  и  $b_1$  и максимальная толщина трехосного эллипсоида

$$\Delta_{\max} = b_2 - b_1$$

а также относительная толщина

$$\delta = \Delta_{\max}/b_2$$

остаются без изменения и являются одинаковыми для всех оболочек, ограниченных замкнутыми поверхностями второго порядка.

## 4. Решение в различных системах координат

4.1. Сферическая система координат. Рассмотрим МЭЗ для сферической оболочки (рис. 3). Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним однородным магнитным полем напряженностью  $Z_0$  и намагничением сфе-

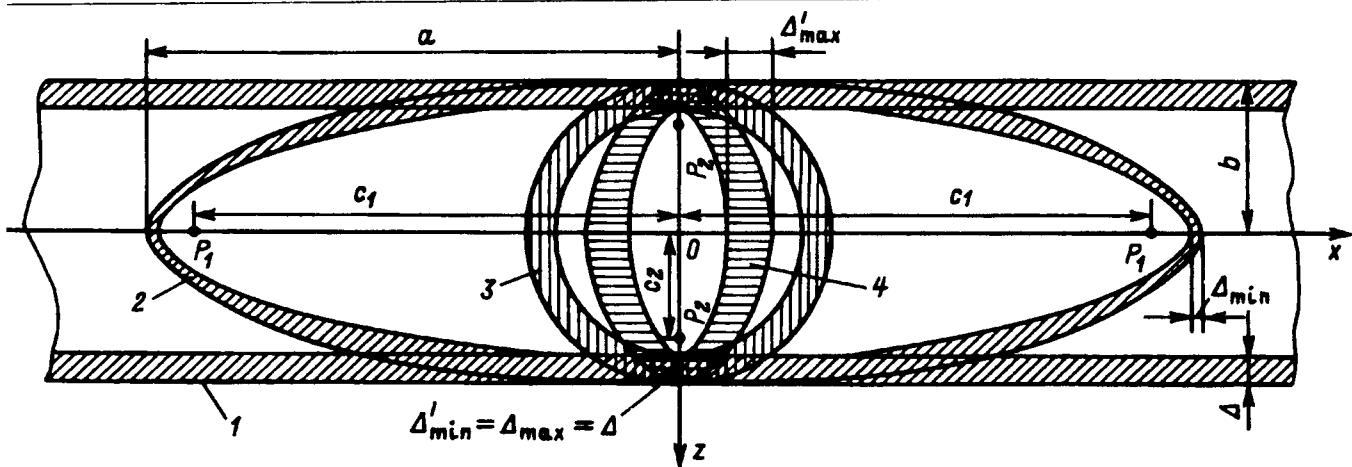


Рис. 1. Оболочки — производные от оболочки в форме вытянутого сфероида:  
 1 — бесконечно длинная цилиндрическая оболочка,  $b$  — радиус ее внешней поверхности,  $\Delta$  — абсолютная толщина;  
 2 — вытянутая сфероидальная оболочка с большой полуосью внешней поверхности  $a$  и малой полуосью  $b$ , фокусами  $P_1$ , фокусным расстоянием  $2c_1$ , минимальной толщиной  $\Delta_{\min}$  и максимальной толщиной  $\Delta_{\max}$ ; 3 — сферическая оболочка с радиусом внешней поверхности  $b$  и абсолютной толщиной  $\Delta$ ; 4 — оболочка в форме сжатого сфероида с большой полуосью внешней поверхности  $b$ , фокусами  $P_2$ , фокусным расстоянием  $2c_2$ , минимальной толщиной  $\Delta_{\min}$  и максимальной толщиной  $\Delta_{\max}$

рической ферромагнитной оболочки в этом поле, для областей в полости оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  согласно [2] имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{r}{b_1} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1^2}{r^2} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1^2}{r^2} \cos \alpha + A \frac{b_2^2}{r^2} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Границные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial r} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} \Big|_{r=b_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial r} \Big|_{r=b_2}. \quad (2)$$

Здесь и далее  $B$  и  $A$  — постоянные интегрирования, относящиеся соответственно к внутренней и внешней поверхностям оболочек. Подставляя (1) в (2), определяем  $B$  и  $A$ , что позволяет рассчитать эффективность экранирования  $k_{\text{экр}} z$  внешнего равномерного поля  $Z_0$  сферической оболочкой:

$$\begin{aligned} k_{\text{экр}} z &= \frac{Z_0}{-\frac{\partial \Psi^I}{\partial r}} = \frac{1}{1 - \frac{B}{Z_0 b_1} - \frac{A}{Z_0 b_2}} = \\ &= \frac{(2\mu + 1)(\mu + 2) - 2 \frac{b_1^3}{b_2^3} (\mu - 1)^2}{9\mu}. \end{aligned} \quad (3)$$

При использовании метода решения для тонких оболочек согласно (1), (3) получаем

$$k_{\text{экр}} = 1 + 0,667 \mu \delta. \quad (4)$$

Здесь и ниже при поляризации такой же оболочки из диэлектрического или сегнетоэлектрического материала во внешнем однородном электрическом поле

напряженностью  $E_{z0}$  задача решается аналогично, выражения для  $A$ ,  $B$  и  $k_{\text{экр}}$  будут такими же, только в выражениях (2)–(4) вместо относительной магнитной проницаемости  $\mu$  будет фигурировать относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$ , а вместо  $Z_0$  будет  $E_{z0}$ .

4.2. Цилиндрическая система координат. Рассмотрим МЭЗ для бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочки (рис. 4). Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним однородным магнитным полем  $Z_0$  и намагничением ферромагнитной цилиндрической оболочки в этом поле, для областей в полости оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  согласно (2) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{r}{b_1} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1}{r} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1}{r} \cos \alpha + A \frac{b_2}{r} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Границные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial r} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} \Big|_{r=b_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial r} \Big|_{r=b_2}. \quad (6)$$

Подставляя (5) в (6), определяем постоянные  $B$  и  $A$  и на основании этого — эффективность экранирования  $k_{\text{экр}}$  внешнего равномерного поля  $Z_0$  бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочкой:

$$\begin{aligned} k_{\text{экр}} &= \frac{Z_0}{-\frac{\partial \Psi^I}{\partial r}} = \frac{1}{1 - \frac{B}{Z_0 b_1} - \frac{A}{Z_0 b_2}} = \\ &= \frac{(\mu + 1)^2 - \frac{b_1^2}{b_2^2} (\mu - 1)^2}{4\mu}. \end{aligned} \quad (7)$$

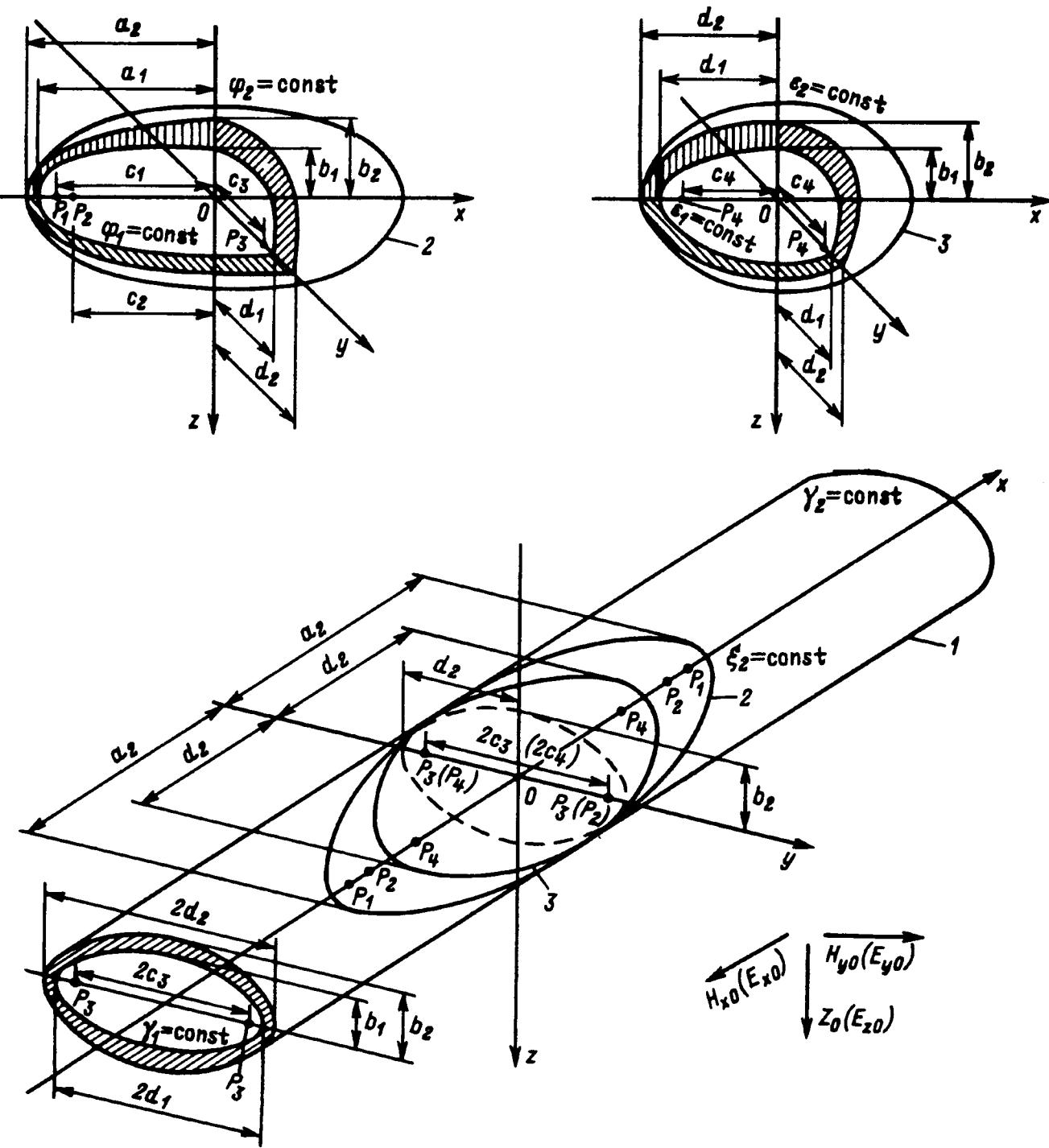


Рис. 2. Оболочки — производные от трехосного эллипсоида:

1 — оболочка в форме бесконечно длинного эллиптического цилиндра,  $d_2$  и  $d_1$  — большие, а  $b_2$  и  $b_1$  — малые полуоси внешней и внутренней поверхностей,  $\gamma_2 = \text{const}$  и  $\gamma_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $P_3$  — фокусы,  $2c_3$  — фокусное расстояние,  $\Delta_{\max} = b_2 - b_1$  и  $\Delta_{\min} = d_2 - d_1$  — максимальная и минимальная толщины оболочки; 2 — оболочка в форме трехосного эллипсоида,  $a_2$  и  $a_1$  — большие,  $d_2$  и  $d_1$  — средние,  $b_2$  и  $b_1$  — малые полуоси соответственно внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\xi_2 = \text{const}$  и  $\xi_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $P_1, P_2, P_3$  — фокусы,  $c_1, c_2, c_3$  — полуфокусные расстояния,  $\Delta_{\max} = b_2 - b_1$ ,  $\Delta_{\min} = d_2 - d_1$ ,  $\Delta_{\min} = a_2 - a_1$  — соответственно максимальная, промежуточная (средняя) и минимальная толщина оболочки; 3 — оболочка в форме сжатого сфероида,  $d_2$  и  $d_1$  — большие,  $b_2$  и  $b_1$  — малые полуоси соответственно внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\varepsilon_2 = \text{const}$  и  $\varepsilon_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $P_4$  — фокусы,  $c_4$  — полуфокусное расстояние,  $\Delta_{\max} = b_2 - b_1$  и  $\Delta_{\min} = d_2 - d_1$  — максимальная и минимальная толщины оболочки;  $Z_0, H_{x0}, H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля по осям  $z, x, y$ ;  $E_{z0}, E_{x0}, E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля по осям  $z, x, y$

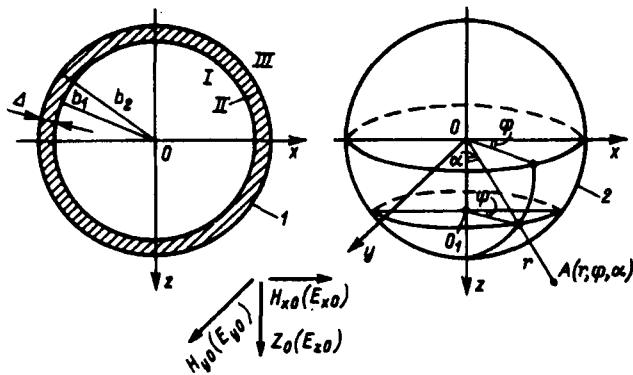


Рис. 3. Сферическая оболочка (1),  $b_2$  и  $b_1$  — радиусы внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\Delta$  — абсолютная толщина,  $\mu$  и  $\epsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки, I, II, III — области соответственно в полости оболочки, в теле оболочки и внешняя область,  $Z_0$ ,  $H_{x0}$ ,  $H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ; сферическая система координат (2),  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\alpha$  — текущие координаты сферической системы координат;  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$ ,  $E_{z0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$

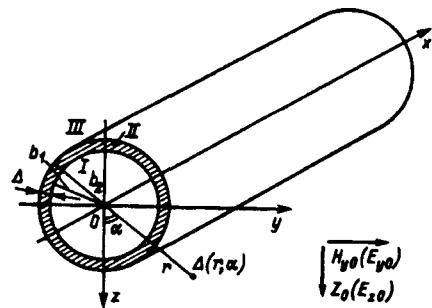


Рис. 4. Бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка,  $b_2$  и  $b_1$  — радиусы внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\Delta$  — абсолютная толщина оболочки,  $\mu$  и  $\epsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемость материала оболочки, I, II, III — области соответственно в полости оболочки, в теле оболочки и внешняя область,  $r$ ,  $\alpha$  — текущие координаты цилиндрической системы координат,  $Z_0$  и  $H_0$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$  и  $y$ ,  $E_{z0}$  и  $E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$  и  $y$

При использовании метода решения для тонких оболочек согласно (1), (3) получим

$$k_{\text{экр}} = 1 + 0,500 \mu \delta. \quad (8)$$

**4.3. Система координат вытянутого сфеноида.** Рассмотрим МЭЗ для вытянутой сфероидальной оболочки, находящейся в однородном магнитном поле напряженностью  $Z_0$  (рис. 5). Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним однородным магнитным полем напряженностью  $Z_0$  и намагничением ферромагнитной вытянутой сфероидальной оболочки в этом поле, для областей в полости оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  согласно (2) имеют вид:

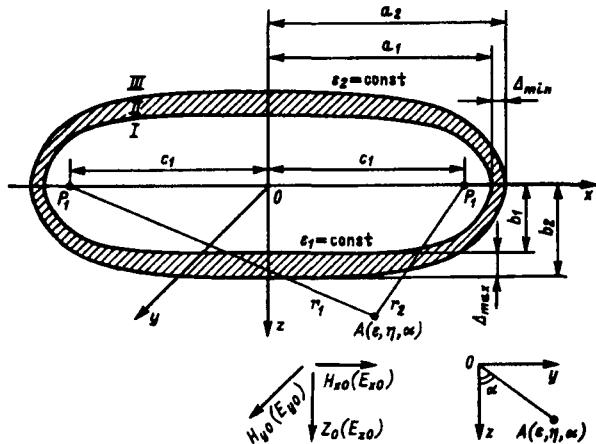


Рис. 5. Оболочка в форме вытянутого сфеноида,  $P_1$  — фокусы,  $2c_1$  — фокусное расстояние,  $a_2$  и  $a_1$  — большие полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $b_2$ ,  $b_1$  — малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\Delta_{\max} = b_2 - b_1$  и  $\Delta_{\min} = a_2 - a_1$  — максимальная и минимальная толщины оболочки, I, II и III — области в полости оболочки, в теле оболочки и внешняя область,  $\mu$  и  $\epsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки,  $Z_0$ ,  $H_{x0}$  и  $H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$  и  $x$ ,  $E_{x0}$  и  $E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ;  $\epsilon$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$  — текущие координаты вытянутой сфероидальной системы координат, определяемые как  $\epsilon = (r_1 + r_2)/2c_1$ ;  $\eta = (r_1 - r_2)/2c_1$ ;  $\alpha = \arctg \frac{y}{z}$ ;  $\epsilon_2 = \text{const}$  и  $\epsilon_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 c_1 P'_{1(\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + B \frac{P'_{1(\epsilon)}}{P'_{1(\epsilon 1)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + \\ &\quad + A \frac{P'_{1(\epsilon)}}{P'_{1(\epsilon 2)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 c_1 P'_{1(\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + B \frac{Q'_{1(\epsilon)}}{Q'_{1(\epsilon 1)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + \\ &\quad + A \frac{P'_{1(\epsilon)}}{P'_{1(\epsilon 2)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 c_1 P'_{1(\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + B \frac{Q'_{1(\epsilon)}}{Q'_{1(\epsilon 1)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + \\ &\quad + A \frac{Q'_{1(\epsilon)}}{Q'_{1(\epsilon 2)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Границные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial \epsilon} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_2}. \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10), определяем постоянные  $B$  и  $A$  и на основании этого — эффективность экранирования  $k_{\text{экр}}$  внешнего равномерного поля  $Z_0$  вытянутой сфероидальной оболочкой:

$$\begin{aligned}
 k_{\text{екр}z} &= \frac{Z_0}{-\frac{\partial \Psi^I}{\partial z}} = \frac{1}{1 - \frac{B}{Z_0 c_1 P'_1(\varepsilon_1)} - \frac{A}{Z_0 c_1 P'_1(\varepsilon_2)}} = \\
 &= \frac{1}{1 - (\mu-1) \frac{\mu Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) [Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) - Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_2)] +}{(\mu-1)^2 Q'_1(\varepsilon_2) Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_2)} - \\
 &\rightarrow \frac{+ Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) [Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_2) - Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1)]}{- [\mu Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_1) - Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_1)] \mu Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_2) - Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_2)}}. \quad (11)
 \end{aligned}$$

Здесь  $P'_1(\varepsilon)$ ,  $P'_1(\eta)$  — присоединенные функции Лежандра первого рода, а  $P'_1(\varepsilon)$  — их производные;  $Q'_1(\varepsilon)$  и  $Q'_1(\eta)$  — соответственно присоединенные функции Лежандра второго рода и их производные. В силу симметрии оболочки относительно оси  $x$  эффективность экранирования ее в направлении осей  $z$  и  $y$  одинакова, т. е.  $k_{\text{екр}z} = k_{\text{екр}y}$ .

Если же оболочка находится в однородном магнитном поле, вектор напряженности которого  $H_{x0}$  направлен вдоль оси  $x$ , то выражения для  $\Psi^I$ ,  $\Psi^{II}$  и  $\Psi^{III}$  будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 \Psi^I &= -H_{x0} c_1 P_1(\varepsilon) P_1(\eta) + B \frac{P_1(\varepsilon)}{P_1(\varepsilon_1)} P_1(\eta) + A \frac{P_1(\varepsilon)}{P_1(\varepsilon_2)} P_1(\eta); \\
 \Psi^{II} &= -H_{x0} c_1 P_1(\varepsilon) P_1(\eta) + B \frac{Q_1(\varepsilon)}{Q_1(\varepsilon_1)} P_1(\eta) + A \frac{P_1(\varepsilon)}{P_1(\varepsilon_2)} P_1(\eta); \\
 \Psi^{III} &= -H_{x0} c_1 P_1(\varepsilon) P_1(\eta) + B \frac{Q_1(\varepsilon)}{Q_1(\varepsilon_1)} P_1(\eta) + A \frac{Q_1(\varepsilon)}{Q_1(\varepsilon_2)} P_1(\eta). \quad (12)
 \end{aligned}$$

Подставляя (12) в (10), определяем постоянные  $B$  и  $A$  и на основании этого — эффективность экранирования  $k_{\text{екр}x}$  внешнего равномерного поля  $H_{x0}$  вытянутой сфероидальной оболочкой

$$\begin{aligned}
 k_{\text{екр}x} &= \frac{H_{x0}}{-\frac{\partial \Psi^I}{\partial x}} = \frac{1}{1 - \frac{B}{H_{x0} c_1 P_1(\varepsilon_1)} - \frac{A}{H_{x0} c_1 P_1(\varepsilon_2)}} = \\
 &= \frac{1}{1 - (\mu-1) \frac{\mu Q_1(\varepsilon_2) P_1(\varepsilon_1) [Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) - Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_2)] +}{(\mu-1)^2 Q'_1(\varepsilon_2) Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_2)} - \\
 &\rightarrow \frac{+ Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1) [Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_2) - Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1)]}{- [\mu Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_1) - Q'_1(\varepsilon_1) P'_1(\varepsilon_1)] \mu Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_2) - Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_1)}}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Здесь  $P_1(\varepsilon)$ ,  $P_1(\eta)$  — полиномы Лежандра первого рода;  $P'_1(\varepsilon)$  — их производные;  $Q_1(\varepsilon)$  и  $Q'_1(\varepsilon)$  — полиномы Лежандра второго рода и их производные.

При использовании метода решения для тон-

ких оболочек согласно (1), (2) получим

$$\left. \begin{aligned}
 k_{\text{екр}z} &= k_{\text{екр}y} = 1 - \mu \delta \frac{b_2^2 (2\varepsilon_2^2 - 1) Q'_1(\varepsilon_2) P'_1(\varepsilon_2)}{2a_2 c_1 (\varepsilon_2^2 - 1)}; \\
 k_{\text{екр}x} &= 1 + \mu \delta \frac{2b_2^2 Q_1(\varepsilon_2) P_1(\varepsilon_2)}{a_2 c_1}.
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

4.4. Система координат сжатого (сплюснутого) сфераоида. Рассмотрим МЭЗ для оболочки в форме сжатого сфераоида, находящейся во внешнем равномерном магнитном поле напряженностью  $Z_0$  (рис. 6). Выражения для магнитоста-

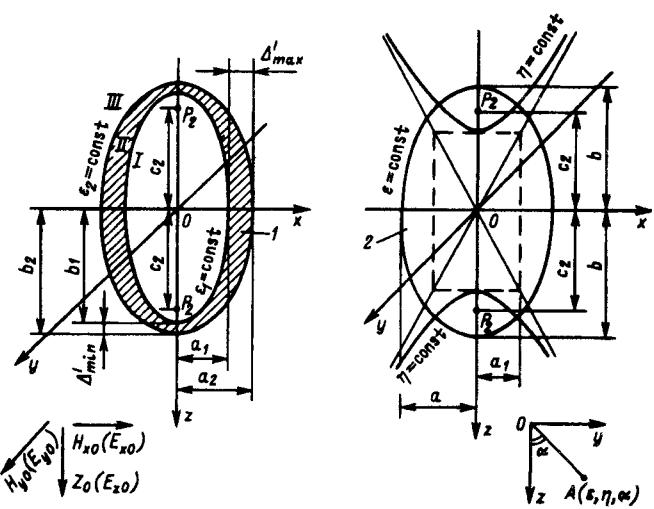


Рис. 6. Оболочка в форме сжатого сфераоида (1),  $b_2$  и  $b_1$  — большие полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $a_2$  и  $a_1$  — малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\Delta'_{\max} = a_2 - a_1$  и  $\Delta'_{\min} = b_2 - b_1$  — максимальная и минимальная толщины оболочки,  $P_2$  — фокусы,  $2c_2$  — фокусное расстояние. I, II, и III — области в полости в теле оболочки и внешняя область,  $\mu$  и  $\varepsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемость материала оболочки,  $Z_0$ ,  $H_{x0}$  и  $H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ;  $E_{z0}$ ,  $E_{x0}$  и  $E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ; система координат сжатого сфераоида (2),  $\varepsilon$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$  — текущие координаты, определяемые как  $\varepsilon = a/c_2$ ;  $\eta = a_1/c_2$ ;  $\alpha = \arctg \frac{y}{z}$ ;  $\varepsilon = \text{const}$  — сжатый сфераоид,  $\eta = \text{const}$  — однополостный гиперболоид с мнимой полуосью  $a'_1$ ,  $\alpha = \text{const}$  — полуплоскость, проходящая через ось  $x$ ;  $\varepsilon_2 = \text{const}$  и  $\varepsilon_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки

тических потенциалов, обусловленных внешним однородным магнитным полем  $Z_0$  и намагничением ферромагнитной оболочки в форме сжатого сфераоида в этом поле, для областей в полости оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -\frac{Z_0 c_2 P'_{1(i\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha}{i} + B \frac{P'_{1(i\epsilon)}}{P'_{1(i\epsilon 1)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha + \\ &\quad + A \frac{P'_{1(i\epsilon)}}{P'_{1(i\epsilon 2)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -\frac{Z_0 c_2 P'_{1(i\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha}{i} + B \frac{Q'_{1(i\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha}{Q'_{1(i\epsilon 1)}} + \\ &\quad + A \frac{P'_{1(i\epsilon)}}{P'_{1(i\epsilon 2)}} P'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -\frac{Z_0 c_2 P'_{1(i\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha}{i} + B \frac{Q'_{1(i\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha}{Q'_{1(i\epsilon 1)}} + \\ &\quad + A \frac{Q'_{1(i\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha}{Q'_{1(i\epsilon 2)}}. \end{aligned} \right\} (15)$$

Границные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial \epsilon} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_2}. \quad (16)$$

Подставляя (15) в (16), определяем постоянные  $B$  и  $A$  и на основании этого — эффективность экранирования  $k_{\text{экр}}$  внешнего равномерного поля  $Z_0$  оболочкой в форме сжатого сфероида:

$$\begin{aligned} k_{\text{экр}z} &= \frac{Z_0}{-\frac{\partial \Psi^I}{\partial z}} = \frac{1}{1 - \frac{Bi}{Z_0 c_2 P'_{1(i\epsilon 1)}} - \frac{Ai}{Z_0 c_2 P'_{1(i\epsilon 2)}}} = \\ &= \frac{1}{1 - (\mu-1) \frac{\mu Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 1)} [Q'_1(i\epsilon 2) P'_{1(i\epsilon 1)} - Q'_1(i\epsilon 1) P'_{1(i\epsilon 2)}]}{(\mu-1)^2 Q'_1(i\epsilon 2) Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 1)} P'_{1(i\epsilon 2)}} + \\ &\quad - \frac{+ Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 1)} [Q'_1(i\epsilon 1) P'_{1(i\epsilon 2)} - Q'_1(i\epsilon 2) P'_{1(i\epsilon 1)}]}{-[\mu Q'_{1(i\epsilon 1)} P'_{1(i\epsilon 1)} - Q'_{1(i\epsilon 1)} P'_{1(i\epsilon 1)}] [\mu Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)} - Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)}]} } \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $i = \sqrt{-1}$ . Решение задачи и выражение для  $k_{\text{экр}}$  аналогичны случаю для вытянутой сфероидальной оболочки, разница лишь в том, что здесь фигурируют функции Лежандра  $Q'_{1(i\epsilon)}$ ,  $P'_{1(i\epsilon)}$  и их производные  $Q'_1(i\epsilon)$ ,  $P'_1(i\epsilon)$  от магнитного аргумента.

В связи с симметрией оболочки относительно оси  $x$  эффективность экранирования ее в направлении осей  $z$  и  $y$  одинакова, т.е.  $k_{\text{экр}} = k_{\text{экр}y}$ . Если же оболочка находится в однородном магнитном поле, вектор напряженности которого  $H_{x0}$  направлен вдоль оси  $x$ , то выражения для  $\Psi^I$ ,  $\Psi^{II}$  и  $\Psi^{III}$ , а также для  $k_{\text{экр}}$  будут аналогичными, только вместо  $Z_0$  будет  $H_{x0}$ , а вместо присоединенных функций Лежандра  $Q'_{1(i\epsilon)}$ ,  $P'_{1(i\epsilon)}$ ,  $P'_{1(\eta)}$  и их производных  $Q'_1(i\epsilon)$ ,  $P'_1(i\epsilon)$  будут полиномы Лежандра  $Q_{1(i\epsilon)}$ ,  $P_{1(i\epsilon)}$ ,  $P_{1(\eta)}$ , и их производные  $Q'_1(i\epsilon)$ ,  $P'_1(i\epsilon)$ .

При использовании метода решения для тон-

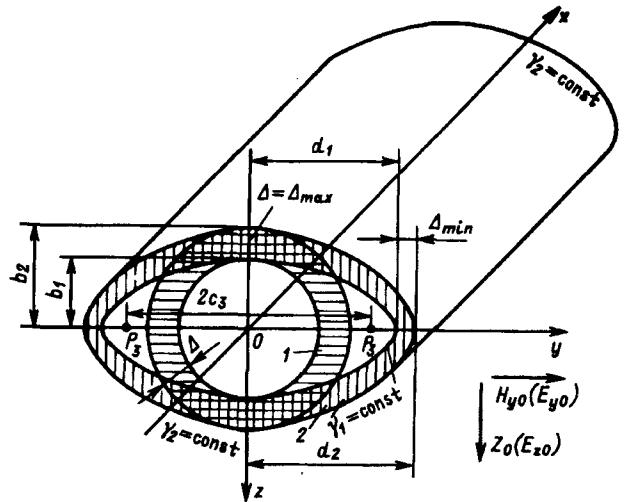


Рис. 7. Оболочка в форме бесконечно длинного круглого цилиндра (1),  $b_2$  и  $b_1$  — радиусы внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $\Delta=b_2-b_1$  — толщина оболочки; оболочка в форме бесконечно длинного эллиптического цилиндра (2),  $d_2$  и  $d_1$  — большие полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $b_2$ ,  $b_1$  — малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $P_3$  — фокусы,  $2c_3$  — фокусное расстояние,  $\Delta_{\max}=\Delta=b_2-b_1$  — максимальная толщина оболочки,  $\Delta_{\min}=d_2-d_1$  — минимальная толщина оболочки;  $\gamma_1=\text{const}$  и  $\gamma_2=\text{const}$  — координаты внутренней и внешней поверхностей оболочки;  $Z_0$ ,  $H_0$ ,  $E_0$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$ ,  $y$ ;  $E_{z0}$ ,  $E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$ ,  $y$ .

ких оболочек согласно (2), (3) получим:

$$\left. \begin{aligned} k_{\text{экр}z} &= k_{\text{экр}y} = 1 + \mu \delta \frac{b_2^2 (2\epsilon_2^2 + 1) Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)}}{a_2 c_2 (\epsilon_2^2 + 1) [Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)} - Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)}]} \\ k_{\text{экр}x} &= 1 + \mu \delta \frac{2b_2^2 Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)}}{a_1 c_2 (\epsilon_2^2 + 1) [Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)} - Q'_{1(i\epsilon 2)} P'_{1(i\epsilon 2)}]} \end{aligned} \right\} (18)$$

(17)

#### 4.5. Эллиптическая система координат.

Рассмотрим МЭЗ для оболочки в форме бесконечно длинного эллиптического цилиндра (рис. 7).

Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним однородным магнитным полем напряженностью  $Z_0$  и намагничением ферромагнитной цилиндрической оболочки в этом поле, для областей в полости оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 c_3 \sinh \gamma \cos \alpha + B \frac{\sinh \gamma}{\sinh \gamma_1} \cos \alpha + A \frac{\sinh \gamma}{\sinh \gamma_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 c_3 \sinh \gamma \cos \alpha + B \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_1}} \cos \alpha + A \frac{\sinh \gamma}{\sinh \gamma_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 c_3 \sinh \gamma \cos \alpha + B \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_1}} \cos \alpha + A \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_2}} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} (19)$$

Границные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial \gamma} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_2}. \quad (20)$$

Подставив (19) в (20), определим постоянные  $B$  и  $A$  и на основании этого — эффективность

экранирования  $k_{\text{экр}z}$  внешнего равномерного поля  $Z_0$ :

$$k_{\text{экр}z} = \frac{Z_0}{-\frac{\partial \Psi^I}{\partial z}} = \frac{\mu^2 [b_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)] + \mu [(d_1 + b_1)(d_2 d_1 - b_2 b_1)] + \mu [(d_2 + b_2)(d_1^2 - b_1^2)] + [d_1(d_1 b_2 - b_2 d_1)]}{\mu [(d_2 + b_2)(d_1^2 - b_1^2)]}. \quad (21)$$

Если же ферромагнитная цилиндрическая оболочка находится во внешнем равномерном магнитном поле напряженностью  $H_{y0}$ , то выражения для  $\Psi^I$ ,  $\Psi^{II}$  и  $\Psi^{III}$  будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -H_{y0} c_3 \operatorname{ch} \gamma \sin \alpha + B \frac{\operatorname{ch} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma_1} \sin \alpha + A \frac{\operatorname{ch} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma_2} \sin \alpha; \\ \Psi^{II} &= -H_{y0} c_3 \operatorname{ch} \gamma \sin \alpha + B \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_1}} \sin \alpha + A \frac{\operatorname{ch} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma_2} \sin \alpha; \\ \Psi^{III} &= -H_{y0} c_3 \operatorname{ch} \gamma \sin \alpha + B \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_1}} \sin \alpha + A \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_2}} \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Подставляя (22) в (20), определяем постоянные  $B$  и  $A$  и на основании этого — эффективность экранирования  $k_{\text{экру}}$  внешнего равномерного поля  $H_{y0}$ :

$$k_{\text{экру}} = \frac{\mu^2 [d_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)] + \mu [(d_1 + b_1)(d_2 d_1 - b_2 b_1)] + \mu [(d_2 + b_2)(d_1^2 - b_1^2)] + [b_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)]}{\mu [(d_2 + b_2)(d_1^2 - b_1^2)]}. \quad (23)$$

Так как  $d_1 > b_1$ , то при прочих равных условиях  $k_{\text{экру}} > k_{\text{экр}z}$ . Обычно в эллиптической системе координат угол  $\alpha$  отсчитывается от оси  $y$ , здесь же для единого подхода во всех системах координат угол  $\alpha$  отсчитывается от оси  $z$ . Поэтому в выражении (19) вместо  $\sin \alpha$  пишется  $\cos \alpha$ , а в выражении (22) вместо  $\cos \alpha$  пишется  $\sin \alpha$ .

При использовании метода решения для тонких оболочек согласно [1, 4] получим:

a) для поля  $Z_0$

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{\operatorname{sh} \gamma_1} + \frac{A}{\operatorname{sh} \gamma_2} &= Z_0 c_3 \frac{\delta \left( \mu - \frac{d_2}{b_2} \right)}{\mu \delta + \frac{d_2}{b_2} \left( \frac{d_2}{b_2} + 1 \right)}; \\ \frac{B}{e^{-\gamma_1}} + \frac{A}{e^{-\gamma_2}} &= Z_0 c_3 \frac{d_2}{d_2 - b_2} \frac{\delta \left( \mu + \frac{d_2}{b_2} \right)}{\mu \delta + \frac{d_2}{b_2} \left( \frac{d_2}{b_2} + 1 \right)}; \end{aligned} \right\} \quad (19a)$$

при  $\frac{d_2}{b_2} \leq 2$  и  $\mu \geq 100$  возможны дальнейшие упрощения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{\operatorname{sh} \gamma_1} + \frac{A}{\operatorname{sh} \gamma_2} &= Z_0 c_3 \frac{\mu \delta}{\mu \delta + \frac{d_2}{b_2} \left( \frac{d_2}{b_2} + 1 \right)}; \\ \frac{B}{e^{-\gamma_1}} + \frac{A}{e^{-\gamma_2}} &= Z_0 c_3 \frac{d_2}{d_2 - b_2} \frac{\mu \delta}{\mu + \frac{d_2}{b_2} \left( \frac{d_2}{b_2} + 1 \right)}; \end{aligned} \right\} \quad (19b)$$

б) для поля  $H_{y0}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{\operatorname{ch} \gamma_1} + \frac{A}{\operatorname{ch} \gamma_2} &= H_{y0} c_3 \frac{\mu \delta}{\mu \delta + \left( \frac{d_2}{b_2} + 1 \right)}; \\ \frac{B}{e^{-\gamma_1}} + \frac{A}{e^{-\gamma_2}} &= H_{y0} c_3 \frac{d_2}{d_2 - b_2} \frac{\mu \delta}{\mu + \left( \frac{d_2}{b_2} + 1 \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (22a)$$

в) эффективность экранирования

$$k_{\text{экр}z} = 1 + \delta \frac{\mu - \frac{d_2}{b_2}}{\frac{d_2}{b_2} \left[ \frac{d_2}{b_2} + 1 + \delta \right]}; \quad (21a)$$

$$k_{\text{экру}} = 1 + \frac{\mu \delta}{\frac{d_2}{b_2} + 1}. \quad (23a)$$

При  $\mu \gg \frac{d_2}{b_2}$  и  $\delta \ll 1$  согласно [1, 4] получим

$$k_{\text{экр}z} = 1 + \frac{\mu \delta}{\frac{d_2}{b_2} \left[ \frac{d_2}{b_2} + 1 \right]}. \quad (21b)$$

Так как у эллиптического цилиндра эффективность экранирования  $k_{\text{экр}z}$  вдоль малой полуоси  $z$  имеет максимум при  $\delta \approx 0,5$ , а при  $\delta_1 < 0,5$  и  $\delta_2 > 0,5$  величина  $k_{\text{экр}z}$  практически одинакова, если  $\delta_2 - 0,5 = 0,5 - \delta_1$ , то при  $\delta > 0,5$  в формуле (21a) следует подставлять не  $\delta$ , а  $1 - \delta$ :

$$k_{\text{экр}z} = 1 + (1 - \delta) \frac{\mu - \frac{d_2}{b_2}}{\frac{d_2}{b_2} \left[ \frac{d_2}{b_2} + (1 - \delta) + 1 \right]}. \quad (21b)$$

В табл. 1—3 указаны значения погрешностей расчета эффективности экранирования внешнего равномерного магнитного поля  $Z_0$ ,  $H_{x0}$ ,  $H_{y0}$  для рассмотренных выше оболочек при использовании формул для тонких оболочек по сравнению с расчетами по точным формулам (3), (7), (11), (13), (17), (18), (21) и (23). Анализ данных, приведенных в таблицах, позволяет сделать следующие выводы:

1. При расчетах магнитно- и электростатических полей в полости оболочек и соответственно эффективности экранирования возможно применение формул для тонких оболочек только при  $\delta \leq 0,1$  и в крайнем случае при  $\delta \leq 0,2$  (исключая случай сжатого сфероида, когда необходимо  $\delta < 0,1$ ).

Это связано с тем, что существенно усиливается влияние смещенных зарядов на внутренней поверхности поляризованной оболочки на поле в полости оболочки. Математически это следует из выражений (1) и (5), где в формулах для

Таблица 1

Погрешности расчета эффективности экранирования, %,  
по формулам для тонких оболочек в поле напряженности  $Z_0$

$\frac{a}{b}$	Форма оболочки	$\delta=0,1$		$\delta=0,2$		$\delta=0,3$		$\delta=0,5$		$\delta=0,7$		$\delta=0,9$		
		$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	
1,0	Шар	11,07	10,74	23,26	22,98	37,17	37,08	71,17	71,40	114,79	115,72	168,04	170,04	
1,1 1,5 2,0 3,0 10	Вытянутый сфероид	11,20 7,86 8,53 8,33 7,18	11,13 7,24 8,05 8,02 7,00	22,86 20,37 17,52 16,26 13,40	23,66 20,20 17,41 16,04 13,02	37,50 32,56 27,70 24,42 19,25	39,24 33,16 27,40 25,22 19,19	73,26 62,38 52,01 44,33 36,42	74,48 63,29 52,39 45,43 37,94	125,05 102,38 83,33 69,76 57,43	126,31 105,16 84,22 71,85 57,83	209,00 161,76 123,89 104,16 85,81	213,63 163,62 124,64 107,30 89,28	
		Бесконечно длинный круглый цилиндр	6,09	5,36	12,00	11,21	18,55	17,74	34,18	33,42	54,52	53,92	82,12	81,85
		$\frac{d_2}{b_2} = 1,1$	2,03	1,56	4,38	3,93	7,83	7,44	20,34	20,26	$\frac{19,96}{53,55}$	$\frac{23,61}{53,46}$	$\frac{36,26}{338,2}$	$\frac{42,28}{374,4}$
		$\frac{d_2}{b_2} = 1,2$	3,72	2,62	7,38	6,20	11,24	11,20	46,9	29,5	$\frac{8,63}{73,10}$	$\frac{12,02}{76,09}$	$\frac{5,11}{394,7}$	$\frac{35,23}{322,3}$
		$\frac{d_2}{b_2} = 1,5$	3,93	4,35	9,54	10,28	17,21	18,36	43,29	46,00	$\frac{7,64}{105,8}$	$\frac{6,93}{113,7}$	$\frac{7,64}{394,7}$	$\frac{16,13}{458,7}$
		$\frac{d_2}{b_2} = 2$	4,42	5,90	11,46	13,84	20,98	24,37	52,20	59,24	18,65	18,65	7,73	13,64
		$\frac{d_2}{b_2} = 3$	3,86	7,00	11,10	16,37	21,82	29,27	53,05	70,09	23,63	23,63	14,56	4,96
		$\frac{d_2}{b_2} = 10$	0,82	4,60	3,07	13,60	6,59	25,86	17,85	64,18	9,96	9,96	8,06	8,77

Примечание: для эллиптического цилиндра при  $\delta=0,7$  и  $\delta=0,9$  в числителе приведены данные расчета по формуле (21в), а в знаменателе — по формуле (21а)

Таблица 2

Погрешности расчета эффективности экранирования, %,  
по формулам для тонких оболочек в поле напряженности  $H_x$

$\frac{a}{b}$	Форма оболочки	$\delta=0,1$		$\delta=0,2$		$\delta=0,3$		$\delta=0,5$		$\delta=0,7$		$\delta=0,9$	
		$\mu=100$	$\mu=1000$										
0,5	Сжатый сфероид	51,85	61,61	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1,0 1,1 1,5 2,0 3,0 10	Шар	11,07	10,74	23,26	22,98	37,17	37,08	71,17	71,40	114,79	115,72	168,04	170,04
		9,99	10,25	22,40	23,07	33,76	35,16	61,44	60,81	79,15	81,68	101,36	94,57
		4,44	4,19	14,96	15,51	23,20	22,13	40,90	42,42	59,86	63,12	81,88	84,44
		6,18	6,64	12,94	13,94	20,18	20,75	36,32	37,73	55,41	58,40	79,99	82,82
		4,75	6,68	10,38	11,78	18,37	18,88	32,36	34,56	58,00	55,82	86,20	82,40
		2,13	5,21	5,75	11,03	10,31	17,46	21,86	32,95	36,98	43,50	53,82	53,10

$\Psi^I$  постоянная  $B$  делится на  $b_1$ , а постоянная  $A$  — на  $b_2$ , причем  $b_1 < b_2$ , в то время как в формулах для  $\Psi^{III}$  (внешняя область) фигурируют выражения  $Bb_1^2, Ab_2^2$  и  $Bb_1, Ab_2$ , т.е. во внешней области влияние смещенных зарядов на внутренней поверхности существенно снижается. При расчетах же по формулам для тонких оболочек все сводится к одной внешней поверхности, это в результате дает завышенное значение эффективности экранирования и несколько заниженное значение напряженности поля во внешней области.

2. Для сжатого сфероида использование формулы для тонких оболочек приводит к более

существенным погрешностям при расчете эффективности экранирования, что объясняется следующим:

а) для сжатого сфероида  $\delta = \frac{\Delta_{\min}}{b_2}$ , т.е. в выражении для относительной толщины  $\delta$  фигурирует минимальная абсолютная толщина  $\Delta_{\min}$ , в то время как для других форм оболочек она является максимальной абсолютной толщиной  $\Delta_{\max}$  (рис. 1);

б) для сжатого сфероида рассматривается эффективность экранирования вдоль его наименьшей оси, а в этом направлении имеет место эффект аномального экранирования [6], что резко

Таблица 3

Погрешности расчета эффективности экранирования, %,  
по формулам для тонких оболочек в поле напряженности  $H_0$

$\frac{a}{b}$	Форма оболочки	$\delta=0,1$		$\delta=0,2$		$\delta=0,3$		$\delta=0,5$		$\delta=0,7$		$\delta=0,9$		
		$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	
1,0	Шар	11,07	10,74	23,26	22,98	37,17	37,08	71,17	71,40	114,79	115,72	168,04	170,04	
1,1 1,5 2,0 3,0 10	Вытянутый сфEROид	11,20	11,13	22,86	23,66	37,50	39,24	73,26	74,48	125,05	126,31	209,00	213,63	
		7,86	7,24	20,37	20,20	32,56	33,16	62,38	63,29	102,38	105,16	161,76	163,62	
		8,53	8,05	17,52	17,41	27,70	27,40	52,01	52,39	83,33	84,22	123,89	124,64	
		8,33	8,02	16,26	16,04	24,42	25,22	44,33	45,43	69,76	71,85	104,16	107,30	
		7,18	7,00	13,40	13,02	19,25	19,19	36,42	37,94	57,43	57,83	85,81	89,28	
$\infty$	Бесконечно длинный круглый цилиндр	6,09	5,36	12,00	11,21	18,55	17,74	34,18	33,42	54,52	53,92	82,12	81,85	
$\infty$	Бесконечно длинный эллиптический цилиндр	$\frac{d_2}{b_2}=1,1$	5,09	4,33	9,53	8,69	13,94	13,06	21,73	20,33	24,76	23,42	13,43	12,36
		$\frac{d_2}{b_2}=1,2$	4,24	3,58	7,85	7,05	11,08	10,17	19,20	18,72	16,02	15,07	8,20	7,28
		$\frac{d_2}{b_2}=1,5$	3,03	3,47	5,05	4,16	6,68	5,76	8,56	7,60	7,88	6,93	4,13	3,28
		$\frac{d_2}{b_2}=2$	1,68	1,28	3,13	2,56	3,93	3,02	4,69	3,76	4,21	3,29	2,39	1,49
		$\frac{d_2}{b_2}=3$	1,30	0,61	1,84	2,03	2,19	1,33	2,48	1,59	2,26	1,37	1,53	0,65
		$\frac{d_2}{b_2}=10$	0,54	0,15	0,70	0,18	0,87	0,21	0,97	0,23	0,99	0,21	0,95	0,14

увеличивает погрешности расчета по формулам для тонких оболочек, не учитывающим этот эффект. Но, как показывают расчеты при  $\delta=0,02404$  погрешность определения эффективности экранирования по формулам для тонких оболочек составляет лишь 3,91%, а при  $\delta=0,04606$  погрешность равна 14,49%. По другим направлениям погрешности расчета эффективности экранирования по формулам для тонких оболочек существенно ниже. Таким образом, для оболочек в форме сжатого сфероида применение формул для тонких оболочек при расчете эффективности экранирования возможно при  $\delta \leq 0,05$ .

##### 5. Влияние формы, относительной толщины и поляризационных характеристик $\mu$ и $\varepsilon$ материала оболочек на эффективность экранирования магнитостатических и электростатических полей.

Изменение относительной толщины приводит к изменению соотношения между площадями внешней и внутренней поверхностей оболочек. А это, в свою очередь, наряду с поляризационными характеристиками материала приводит к изменению соотношения плотностей смещенных зарядов (фактических электрических и фиктивных магнитных) соответственно на внешней  $\sigma_2$  и внутренней  $\sigma_1$  поверхностях оболочек и в конечном счете — к изменению соотношения полей, создаваемых этими зарядами в полости оболочек, т.е. к изменению эффективности экранирования оболочек. При этом в зависимости от формы

оболочек одно и то же изменение относительной толщины приводит к различному изменению соотношения площадей внешней  $S_2$  и внутренней  $S_1$  поверхностей оболочек.

В качестве примера рассмотрим оболочки в форме шара и бесконечно длинного круглого цилиндра. Эффективность экранирования этих оболочек определяется выражениями (3) и (7). Известно, что при малой относительной толщине  $\delta$  эффективность экранирования при прочих равных условиях (одинаковые  $\delta$ ,  $\mu$  или  $\varepsilon$ ) у сферической оболочки выше, чем у круглой цилиндрической. По мере роста толщины отношение  $\frac{S_1}{S_2}$  у сферической оболочки уменьшается быстрее:

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{b_1^2}{b_2^2}$  для сферической и  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{b_1}{b_2}$  для круглой цилиндрической оболочек, где  $b_1$  и  $b_2$  — соответственно радиусы внутренней и внешней поверхностей оболочек. Поскольку при большой относительной толщине  $\delta$  эффективность экранирования у круглой цилиндрической оболочки будет выше, чем у сферической. Определим то значение  $\delta$ , которое назовем критическим  $\delta_{kp}$ , при котором эффективности экранирования оболочек становятся равными. Для этого надо приравнять выражения (3) и (7):

$$\frac{(\mu+2)(2\mu+1)-2(\mu-1)^2 \frac{b_1^3}{b_2^3}}{9\mu} = \frac{(\mu+1)^2 - (\mu-1)^2 \frac{b_1^2}{b_2^2}}{4\mu}. \quad (24)$$

Полученное выражение после несложных преобразований приводится к квадратному уравнению:

$$8 \frac{b_1^2}{b_2^2} - \frac{b_1}{b_2} - 1 = 0. \quad (25)$$

Решая его, получаем  $\frac{b_1}{b_2} = 0,421636 \approx 0,42$ , отсюда  $\delta_{kp} = 0,578464 \approx 0,58$ . Для оболочки в форме вытянутого сфеноида при росте  $\delta$  справедливо

$$\frac{b_1^2}{b_2^2} < \frac{S_1}{S_2} < \frac{b_1}{b_2},$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — площади внутренней и внешней поверхностей оболочки;  $b_1$  и  $b_2$  — максимальные радиусы окружностей этих поверхностей (рис. 1, 3, 4).

Для относительно тонких оболочек при одинаковых значениях  $\delta$  и  $\mu(\varepsilon)$  [6] эффективность экранирования в поле  $Z_0(E_{z0})$  у сфеноидальной оболочки меньше, чем у сферической, но больше, чем у круглой цилиндрической, т.е.

$$(k_{\text{экр}})_{\text{сф}} > (k_{\text{экр}})_{\text{сф-д}} > (k_{\text{экр}})_{\text{ц}}.$$

Но по мере роста толщины начинает скаваться эффект аномального экранирования у сфеноидальной оболочки [6], в результате чего эффективность экранирования становится у нее меньше, чем у круглой цилиндрической оболочки. Данные расчетов приведены в табл. 4. Только при соотношении полуосей  $a/b \geq 10$  эффективность экранирования поля  $Z_0$  (поперечного поля) вытянутой сфеноидальной оболочкой будет практически такой же, как у круглой цилиндрической оболочки (при одинаковых значениях  $\delta$ ,  $\mu$  или  $\varepsilon$ ), так как при  $a/b \geq 10$  эффект аномального экранирования становится незначительным.

В табл. 5 приведены значения эффективности экранирования поля  $H_{x0}(E_{x0})$  для сферической и вытянутой сфеноидальной оболочек. В направ-

лении оси  $x$  (в направлении большой полуоси) аномальное экранирование отсутствует [6]. Поэтому при малых значениях  $\delta$  эффективность экранирования поперечного поля  $Z_0$  выше, чем эффективность экранирования продольного поля, но при больших значениях  $\delta$  эффективность экранирования продольного поля может оказаться выше, чем эффективность экранирования поперечного поля. Более того, при  $\frac{a}{b} = 1,1$  и  $\delta = 0,7$  и 0,9, а также при  $\frac{a}{b} = 1,5$  и  $\delta = 0,9$  эффективность экранирования продольного поля становится больше, чем у сферической оболочки при тех же значениях  $\delta$  и  $\mu$ . Это связано с тем, что по сравнению со сферической формой растет магнитное сопротивление вдоль воздушного зазора (вдоль полости). При этом минимальная толщина оболочки лишь незначительно меньше максимальной толщины.

По мере увеличения отношения  $\frac{a}{b}$  начинает все больше сказываться уменьшение минимальной толщины оболочки, и влияние этого становится более существенным, чем удлинение и соответственно увеличение магнитного сопротивления воздушного зазора полости. В результате эффективность экранирования продольного поля становится меньше, чем у сферической оболочки при тех же значениях  $\delta$  и  $\mu$ .

Наиболее отчетливо эффект аномального экранирования наблюдается при  $\frac{a}{b} = 1,1$  (табл. 4). И вообще эффект аномального экранирования вдоль наименьшей оси наиболее сильно проявляется у вытянутого и сжатого сфеноида при незначительном отклонении формы от сферической, а у эллиптического цилиндра — при незначительном отклонении формы от круглого цилиндра [4, 6]. Причина этого явления заключается в том, что при незначительном отклонении формы от сферической или круглой имеет место

Таблица 4

Зависимость эффективности экранирования  $k_{\text{экр}}$  от  $a/b$ ,  $\delta$  и  $\mu$ 

$\delta$	Шар $a/b=1$	Вытянутый сфеноид												Бесконечно длинный круглый цилиндр $a/b \rightarrow \infty$	
		$a/b=1,1$		$a/b=1,5$		$a/b=2$		$a/b=3$		$a/b=10$					
		$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$		
0,05	4,106	32,62	—	—	—	—	3,447	25,73	3,346	24,90	3,391	25,21	3,389	25,33	
0,10	6,902	61,10	6,592	57,86	6,044	52,41	5,667	48,59	5,538	47,21	5,598	47,66	5,655	48,41	
0,20	11,629	109,23	11,069	103,19	10,003	92,68	9,615	88,58	9,461	87,04	9,700	89,37	9,821	90,82	
0,30	15,309	146,63	14,538	137,10	13,247	125,11	12,882	122,06	12,859	120,59	13,418	126,69	13,496	128,25	
0,50	20,058	195,06	18,845	181,97	17,613	169,63	17,597	169,63	18,0147	173,59	19,058	181,97	19,377	188,13	
0,70	22,192	216,79	20,133	196,24	19,587	188,83	20,210	196,24	21,207	204,24	22,868	222,40	23,297	228,05	
0,90	22,758	222,56	18,761	181,97	19,361	188,83	21,149	206,77	22,531	217,56	24,757	238,28	25,237	248,01	

Таблица 5

Зависимость эффективности экранирования  $k_{\text{экpx}}$  от  $a/b$ ,  $\delta$  и  $\mu$ 

$\delta$	Вытянутый сфероид												Бесконечно длинный круглый цилиндр $a/b \rightarrow \infty$	
	$a/b=1$		$a/b=1,1$		$a/b=1,5$		$a/b=2$		$a/b=3$		$a/b=10$			
	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$	$\mu=100$	$\mu=1000$		
0,10	6,902	61,10	6,519	56,87	5,409	45,48	4,210	33,48	3,026	21,480	1,381	4,85	1	1
0,20	11,629	109,23	10,899	101,10	8,959	81,38	7,030	61,786	4,838	39,72	1,721	8,29	1	1
0,30	15,309	146,63	14,586	137,11	12,135	115,04	9,494	87,04	6,429	55,61	2,022	11,32	1	1
0,50	20,058	195,06	19,728	192,46	17,211	163,95	13,461	126,69	8,953	81,38	2,503	16,17	1	1
0,70	22,192	216,79	24,666	238,28	20,986	200,16	16,273	153,976	10,696	98,13	2,825	19,40	1	1
0,90	22,758	222,56	28,074	285,92	23,560	227,92	17,906	171,374	11,026	107,62	3,049	26,41	1	1

максимум отношения площадей внешней  $S_2$  и внутренней  $S_1$  поверхностей оболочек  $\left(\frac{S_2}{S_1}\right)_{\max}$ , вследствие чего максимально усиливается поле, обусловленное смещеными зарядами на внутренней поверхности, в полости оболочек, усиливается разэкранирующее действие внутренней поверхности.

В то же время для случая на рис. 1 в направлении оси  $z$  эффективность экранирования у оболочки в форме сжатого сфероида при одинаковых значениях  $\delta$ ,  $\mu$  или  $\epsilon$  всегда больше, чем у сферической оболочки, хотя при одинаковой начальной относительной толщине  $\delta$  и при дальнейшем одинаковом увеличении ее отношение  $\frac{S_2}{S_1} z$  оболочки в форме сжатого сфероида растет быстрее, чем у сферической оболочки. Но при этом максимальная длина полости (воздушного зазора) у сжатого сфероида такая же, как и у сферы. Вместе с тем, у оболочки в форме сжатого сфероида минимальная толщина  $\Delta'_{\min}$  будет равна толщине сферической оболочки  $\Delta$ , а максимальная толщина  $\Delta'_{\max}$  будет больше толщины сферической оболочки (рис. 1). Вследствие этого при одинаковых значениях  $\mu$  по отношению к внешнему полю напряженностью  $Z_0$  магнитное сопротивление тела оболочки в форме сжатого сфероида будет меньше, чем магнитное сопротивление тела сферической оболочки.

В результате у оболочки в форме сжатого сфероида, находящейся в поле напряженностью  $Z_0$ , относительно меньшее число силовых линий пересечет внутреннюю поверхность, что снижает ее разэкранирующее действие по сравнению с внутренней поверхностью сферической оболочки. Такая же картина будет и по отношению к электростатическому полю  $E_{z0}$ . Таким образом доказывается утверждение, что при одинаковой относительной толщине и одинаковых поляриза-

ционных характеристиках материала ( $\mu$  или  $\epsilon$ ) эффективность экранирования в направлении оси  $z$  у оболочки в форме сжатого сфероида будет всегда больше, чем у сферической оболочки.

## 6. Оценка эффективности экранирования вытянутой сфероидальной оболочки.

Так как сфера и бесконечно длинный круглый цилиндр являются предельными случаями вытянутого сфероида (рис. 1), то эффективность экранирования оболочки в форме вытянутого сфероида можно оценить по данным расчета эффективности экранирования оболочек в форме сферы и бесконечно длинного круглого цилиндра по формуле

$$(k_{\text{экpx}})_{\text{сф-д}} = (k_{\text{экpx}})_{\text{сф}} L + (k_{\text{экpx}})_{\text{ц}} (1 - L), \quad (26)$$

отсюда

$$L = \frac{(k_{\text{экpx}})_{\text{сф-д}} - (k_{\text{экpx}})_{\text{ц}}}{(k_{\text{экpx}})_{\text{сф}} - (k_{\text{экpx}})_{\text{ц}}}; \quad (27)$$

$$(k_{\text{экpx}})_{\text{сф-д}} M = (k_{\text{экpx}})_{\text{сф}}, \quad (28)$$

откуда следует

$$M = \frac{(k_{\text{экpx}})_{\text{сф}}}{(k_{\text{экpx}})_{\text{сф-д}}}. \quad (29)$$

Определение величины  $L$  производится на основании данных табл. 4 для достаточно тонких оболочек, когда эффект аномального экранирования сфероидальной оболочки незначителен. Данные по расчету  $L$  приведены в табл. 6, а по расчету  $M$  — в табл. 7. Для значений  $a/b$ , отличающихся от приведенных в табл. 6 и 7, величины  $L$  и  $M$  определяются путем интерполяции.

Таблица 6

Расчет коэффициента  $L$ 

$\frac{a}{b}$	$\delta$	$L$	
		$\mu=100$	$\mu=1000$
1,1	0,10	0,751	0,744
	0,20	0,691	0,672
1,5	0,10	0,633	0,617
	0,05	0,0813	0,0555
2	—	—	—
	3	—	—
10	0,05	0	0

Таблица 7

Расчет коэффициента  $M$ 

$\frac{a}{b}$	$\delta$	$M$	
		$\mu=100$	$\mu=1000$
1,1	0,10	1,0588	1,0561
	0,20	1,0505	1,0586
	0,30	1,496	1,0700
	0,50	1,0167	1,0135
	0,70	0,8997	0,9098
	0,90	0,81016	0,7784
1,5	0,10	1,2760	1,3402
	0,20	1,2979	1,3423
	0,30	1,2616	1,2752
	0,50	1,1654	1,1897
	0,70	1,0574	1,0831
	0,90	0,9661	0,9785
2	0,10	1,6395	1,8252
	0,20	1,6541	1,7678
	0,30	1,6125	1,6856
	0,50	1,4901	1,5396
	0,70	1,3637	1,4079
	0,90	1,2710	1,2987
3	0,10	2,2808	2,8446
	0,20	2,4038	2,7499
	0,30	2,3814	2,6383
	0,50	2,2403	2,3970
	0,70	2,0749	2,2093
	0,90	2,0641	2,0679
10	0,05	3,4354	10,9694
	0,10	4,9996	12,6050
	0,20	6,7568	13,1816
	0,30	7,5732	12,9562
	0,50	8,0136	12,0621
	0,70	7,8552	11,1754
	0,90	7,4640	8,4267

## 7. Оценка эффективности экранирования оболочки в форме трехосного эллипсоида.

Оценка эффективности экранирования оболочки в форме трехосного эллипсоида может быть произведена по аналогии со случаем вытянутого сфероида на основании расчета экранирования оболочек в форме сжатого сфероида и бесконечно длинного эллиптического цилиндра, являющихся предельными случаями оболочки в форме трехосного эллипса (рис. 2). Но отношения  $\frac{a}{b}$  в табл. 6 и 7 следует заменить на отношения  $a/d$ :

$$(k_{\text{экpx}})_{\text{трехосн}} = (k_{\text{экpx}})_{\text{сж}} L + (k_{\text{экpx}})_{\text{э.ц}} (1-L); \quad (26a)$$

$$(k_{\text{экpy}})_{\text{трехосн}} = (k_{\text{экpy}})_{\text{сж}} L + (k_{\text{экpy}})_{\text{э.ц}} (1-L); \quad (26b)$$

$$(k_{\text{экpx}})_{\text{трехосн}} M = (k_{\text{экpx}})_{\text{сж}}. \quad (28a)$$

Следует заметить, что согласно [6] в направлении оси  $z$  эффект аномального экранирования

имеет место у всех оболочек (в форме трехосного эллипса, сжатого сфероида и бесконечно длинного эллиптического цилиндра), поэтому формула (26a) может быть применена и для относительно более толстых оболочек.

## 8. Заключение.

Аналитически решена задача об экранировании магнитостатического и электростатического полей поляризованными оболочками в зависимости от формы, относительной толщины  $\delta$  и поляризационных характеристик ( $\mu$  или  $\epsilon$ ) материала оболочек, определены пределы применимости формул для тонких оболочек при расчете эффективности экранирования, разработаны методы оценки эффективности экранирования по трем взаимно перпендикулярным направлениям для оболочек в форме вытянутого сфероида и трехосного эллипса на основании расчета экранирования для оболочек соответственно в форме шара — бесконечно длинного круглого цилиндра и сжатого сфероида — бесконечно длинного эллиптического цилиндра.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ронинсон А.Д. Общее решение магнитостатических и электростатических задач для поляризованных оболочек — Электричество, 1990, № 1.
2. Ронинсон А.Д. Некоторые особенности решения краевых задач магнитостатики, — ЖТФ, 1968, т. 38, № 3.
3. Ронинсон А.Д. Определение магнитостатических полей тонких ферромагнитных оболочек, ограниченных поверхностями второго порядка — Тр. Таллиннского политехнического института, 1978, № 408.
4. Ронинсон А.Д. Решение магнитостатической и электростатической задач для эллиптического цилиндра. — Тр. Таллинского технического ун-та, 1990, № 707.
5. Ронинсон А.Д. Решение краевых задач для поляризованных оболочек при наличии в их полости поляризованных тел. — Теоретическая электротехника, 1989, вып. 46.
6. Ронинсон А.Д. Аномальное экранирование магнитостатических и электростатических полей. — Электричество, 1992, № 10.
7. Аполлонский С.М. Справочник по расчету электромагнитных экранов. — Л.: Энергоатомиздат, 1988.

[07.09.93]

Автор: Ронинсон Александр Давидович окончил в 1947 г. электромеханический факультет Высшего военно-морского инженерного училища (Ленинград), а в 1955 г. — электротехнический факультет Военно-Морской академии (Ленинград). В 1973 г. защитил докторскую диссертацию по проблемам судового и корабельного магнетизма. Гражданин Израиля.

# Развитие разряда в слоистых диэлектриках

ГЕФЛЕ О.С., ДЕМИН А.В., КУХТА В.Р.,  
ЛЕБЕДЕВ С.М., ЛОПАТИН В.В., НОСКОВ М.Д.

Приведены результаты экспериментальных и компьютерных исследований особенностей развития разряда в трехслойных системах изоляции в условиях, приближенных к однородному внешнему полю. Исследовано влияние отношения диэлектрических проницаемостей основного диэлектрика ( $\epsilon_d$ ) и барьера ( $\epsilon_b$ ), а также местоположения границ раздела слоев ( $r$ ) на пространственно-временные характеристики разряда. Для компьютерных исследований применена фрактальная модель пробоя диэлектриков. Показано, что существенное влияние на характер развития разрядной структуры оказывают поля объемных зарядов, возникающие за счет различия диэлектрической проницаемости слоев системы. При  $\epsilon_b/\epsilon_d > 3$  перераспределение поля достаточно для возникновения эффекта удержания разрядных каналов в барьерном случае. Наиболее ярко это проявляется при  $r \approx 0,25$ . В этом же случае наблюдается максимальное увеличение времени до пробоя трехслойных изоляционных систем.

Одним из способов увеличения электрической прочности  $E_{\text{пр}}$  изоляции является введение в диэлектрик дополнительных слоев (барьеров) с повышенной диэлектрической проницаемостью [1, 2]. Повышение  $E_{\text{пр}}$  может быть связано с увеличением как времени запаздывания, так и времени развития разряда вследствие перераспределения электрического поля в слоистом диэлектрике [3–5]. Перераспределение поля может быть обусловлено следующими физическими процессами:

оседанием на барьере избыточных зарядов, образующихся в зоне ионизации (характерно для разряда в газах в резко неоднородном поле);

возникновением объемных зарядов на границах раздела слоев за счет градиента проводимости;

возникновением объемных зарядов вследствие неоднородности диэлектрической проницаемости.

Последние два процесса могут оказывать наибольшее влияние на характер развития разряда в твердых диэлектриках.

Настоящая статья посвящена исследованию особенностей развития разряда в трехслойных системах изоляции в условиях, приближенных к однородному внешнему полю. Исследовано влияние отношения диэлектрических проницаемостей основного диэлектрика и барьера ( $\epsilon_b/\epsilon_d$ ) и местоположения границ раздела слоев ( $r=d/D$ ) на пространственно-временные характеристики разряда ( $D$  — толщина изоляции,  $d$  — расстояние от потенциального электрода до барьера). Экспериментальные исследования выполнены на плоско-параллельных образцах в виде дисков диаметром 100 мм и толщиной  $D=1,1 \pm 0,1$  мм. Толщина барьерного слоя

The results of experimental and computer investigations of the discharge development features in the three-layered isolation systems under conditions similar to uniform external field are presented. The influence of the relationship between dielectric permittivities of a basic dielectric ( $\epsilon_d$ ) and barrier ( $\epsilon_b$ ) as well as position of the layer interfaces ( $r$ ) on the spatial-time discharge characteristics is studied. For computer investigations a fractal dielectric breakdown model is used. The space charges resulted from differences in layer dielectric permittivities are shown to induce the electric field redistribution, which has an essential influence on the character of the discharge structure development. At  $\epsilon_b/\epsilon_d > 3$  field redistribution is quite enough to cause the effects of keeping back the discharge channels in a barrier layer. This is more efficient at  $r \approx 0,25$ . In this case a maximum increase in time, until the three-layered isolation systems are broken, is observed.

( $d_b$ ) составляла  $0,25 \div 0,05$  мм. В качестве основного материала ( $\epsilon_d = 4,6$ ) использовалась резина ТСШМ-38 (применяется в качестве изоляции силовых гибких кабелей на напряжение 6–10 кВ), барьерного — композиционный материал на основе резины, наполненной мелкодисперсным порошком керамики с высокой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Образцы изготавливались методом прессования с последующей вулканизацией под давлением. Качество адгезии слоев и их толщины ( $D, d_b, d$ ) контролировались с помощью микроскопа, а отсутствие воздушных включений — индикатором частичных разрядов с чувствительностью  $10^{-14} \div 10^{-13}$  Кл.

Испытание образцов до пробоя проводилось при  $E=15$  кВ/мм в системе плоских электродов с закругленными краями в трансформаторном масле. Диаметр потенциального электрода составлял 10 мм, заземленного — 35 мм. Напряжение подавалось толчком, при каждом значении  $r$  и  $\epsilon_b/\epsilon_d$  испытывалось по 20 образцов. Результаты исследования приведены в таблице.

Время до пробоя ( $\tau$ ) изоляционных систем  
при различных вероятностях  $P(\tau)$

Система изоляции	$\epsilon_b/\epsilon_d$	$r$	$\tau, \text{с}$	
			$P(\tau)=0,05$	$P(\tau)=0,632$
Однослочная (ТСШМ-38)	1	—	33	$6 \cdot 10^4$
Трехслойная	10	$0,25 \pm 0,006$	181	$6 \cdot 10^5$
		$0,36 \pm 0,007$	68	$1,3 \cdot 10^5$
	3,6	$0,5 \pm 0,015$	32	$5,8 \cdot 10^4$
		$0,25 \pm 0,004$	48	$1,56 \cdot 10^5$
		$0,36 \pm 0,012$	33	$6,8 \cdot 10^4$
		$0,5 \pm 0,02$	27	$6 \cdot 10^4$

Исследования показывают, что барьерный эффект снижается с увеличением  $r$  и уменьшением отношения  $\epsilon_b/\epsilon_d$ . Максимальное увеличение времени до пробоя  $\tau$  наблюдается при  $r \approx 0,25$ . Аналогичный результат получен в [6] для случая коаксиальной системы электродов.

Увеличение времени до пробоя трехслойных систем изоляции может быть связано с ростом как времени запаздывания, так и времени развития канала разряда. При развитии разрядных каналов наблюдается существенное искажение и удлинение их траекторий вследствие удержания в слое диэлектрика с высоким значением  $\epsilon$ . На рис. 1 приведены типичные картины каналов пробоя при  $\epsilon_b/\epsilon_d = 10$  и различных  $r$ . Полученные данные позволяют предположить, что определяющее влияние на характер развития разрядной структуры оказывают поля объемных зарядов, возникающих за счет различия  $\epsilon$  отдельных слоев системы.

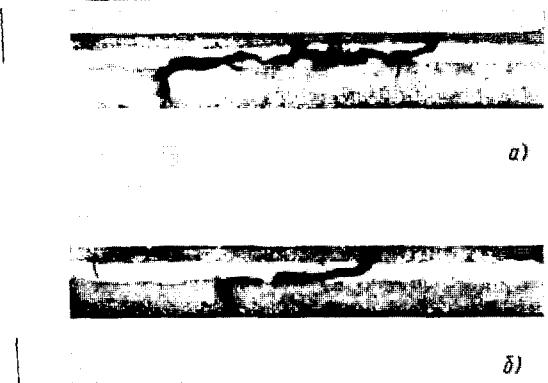


Рис. 1. Каналы пробоя в трехслойных диэлектриках при  $\epsilon_b/\epsilon_d = 10$ ,  $r = 0,17$  (а) и  $\epsilon_b/\epsilon_d = 10$ ,  $r = 0,25$  (б)

Проверку этого предположения мы попытались выполнить с помощью фрактальной модели пробоя диэлектриков, предложенной в [7] и модифицированной в [8, 9]. В рамках фрактальной модели пробоя развитие разряда в диэлектрике имитируется стохастическим процессом роста фрактальной структуры. Стохастичность модели связана как с флуктуациями параметров плазмы в разрядных каналах, так и с флуктуациями состояния диэлектрика. Все процессы, происходящие в диэлектрике в сильном электрическом поле и приводящие к развитию плазменных каналов, учитываются формальными вероятностными закономерностями. В качестве первого приближения можно считать, что вероятность  $P$  роста разрядной структуры в том или ином месте пропорциональна локальной напряженности поля  $E$  в степени  $\eta$ , если  $E$  больше некоторой критической напряженности поля ( $E > E_c$ ), и равна нулю, если  $E < E_c$ , т.е.

$$P \sim \begin{cases} E^\eta & \text{при } E > E_c; \\ 0 & \text{при } E < E_c. \end{cases} \quad (1)$$

Значение параметра роста  $\eta$  и величина критической напряженности  $E_c$  зависят от свойств

диэлектрика и происходящих при пробое процессов. Напряженность электрического поля для соответствующих граничных условий определяется из теоремы Гаусса

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho, \quad (2)$$

где  $\bar{D} = \epsilon_0 \epsilon \bar{E}$  — вектор электрического смещения;  $\rho$  — плотность свободных зарядов.

Эффективность фрактальной модели пробоя обусловлена разделением всех факторов, влияющих на развитие разряда, на глобальные, связанные с распределением электрического поля, и локальные, выражаемые функцией вероятности роста (1).

Фрактальная модель пробоя реализована как двумерная дискретная модель роста на квадратной решетке. Структура разряда растет на одно ребро или диагональ решетки за один шаг. Каждому узлу решетки  $(i,j)$  сопоставляется определенное значение потенциала  $\Phi(i,j)$  и диэлектрической проницаемости  $\epsilon(i,j)$ . Значения  $\epsilon(i,j)$  распределяются так, чтобы моделировать трехслойную изоляцию. Вероятность роста определяется соотношением (1), где локальная напряженность поля равна разности потенциалов между узлами, деленной на расстояние между ними. Предполагаем, что диэлектрик обладает малой проводимостью и плотностью свободных зарядов внутри него можно пренебречь ( $\rho=0$ ). Поэтому распределение потенциала  $\Phi_{ij}$  определяется из теоремы Гаусса (2) в дискретной форме (при  $\rho=0$ ):

$$\Phi_{ij} = (\epsilon_{ij} \sum_{i'j'} \Phi_{i'j'} + \sum_{i'j'} \epsilon_{i'j'} \Phi_{i'j'}) / (4\epsilon_{ij} + \sum_{i'j'} \epsilon_{i'j'}), \quad (3)$$

где суммирование ведется по соседним с  $(i,j)$  узлам.

Решение уравнения (3) находится методом итераций согласно заданным граничным условиям. Граничными условиями являются потенциалы электродов и разрядной структуры. В данной модели мы предполагаем, что разрядные каналы обладают большой проводимостью. Тогда все узлы имеют потенциал, равный потенциалу электрода, с которого инициируется разряд. Поскольку структура разряда растет, то после каждого шага роста значения потенциала во всех узлах, принадлежащих диэлектрику, рассчитываются заново согласно изменившимся граничным условиям. Отметим, что в предлагаемой модели учет неоднородности диэлектрической проницаемости основан на расчете поля согласно теоремы Гаусса (2), (3), в то время как в [7–9] использовалось уравнение Лапласа  $\Delta\Phi=0$ .

Описанная модификация фрактальной модели пробоя была использована для исследования влияния неоднородности диэлектрической проницаемости на характер развития разряда в слоистом диэлектрике. Поскольку необходимо было выделить

только фактор неоднородности диэлектрической проницаемости, то значения параметров  $E_c$  и  $\eta$  принимались одинаковыми для всех диэлектрических слоев. Моделирование проводилось на решетке размером  $70 \times 40$  узлов при различных значениях напряжения  $U_0$ , отношений  $\epsilon_b/\epsilon_d$  и  $r=d/D$ . Результаты компьютерных экспериментов (рис. 2) хорошо согласуются с экспериментальными данными. При отношении  $\epsilon_b/\epsilon_d > 3$  наблюдается искривление траектории и развитие структуры разряда в барьерном слое, аналогично полученному экспериментально. Наиболее эффективно это явление происходит при  $r=0,2 \div 0,3$ , что также согласуется с данными эксперимента. Отметим, что на фотографиях рис. 1 показан только след дугового канала пробоя. Возникающая при разряде ветвистая структура (рис. 2) не зафиксирована.

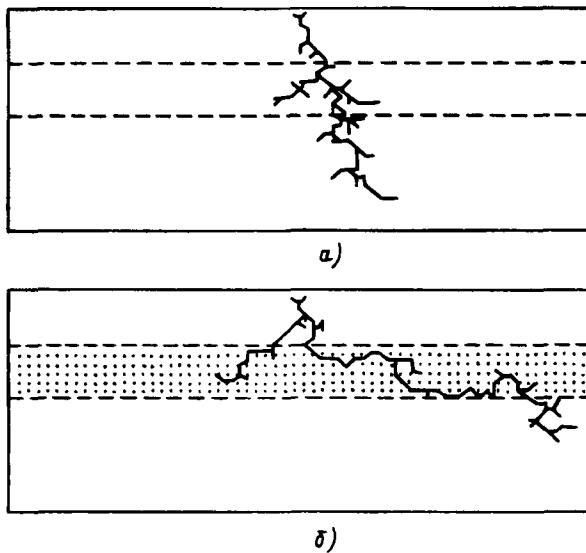


Рис. 2. Структура разряда в трехслойном диэлектрике при  $\epsilon_b/\epsilon_d = 1$ ,  $r=0,25$ ,  $\eta=2$  (а) и  $\epsilon_b/\epsilon_d = 10$ ,  $r=0,25$ ,  $\eta=2$  (б)

Следовательно, можно считать, что в случае слоистой изоляции с  $\epsilon_b/\epsilon_d > 3$ , возникающее вследствие образования объемных зарядов на границе раздела диэлектриков перераспределение электрического поля оказывается достаточным для возникновения эффекта удержания разрядных каналов в барьерном слое.

Таким образом, на основе фрактальной модели пробоя удается не только имитировать развитие древовидных, кустообразных форм разряда [7, 8] и переход между ними [9], но учитывая эффекты, связанные с неоднородностью диэлектрика. В частности, устанавливать связь между развитием разрядной структуры и параметрами диэлектрических слоев  $\epsilon_b/\epsilon_d$ ,  $r$ . Полученные результаты и предложенная модификация фрактальной модели пробоя могут служить основой для развития новых эффективных методов разработки высоковольтной изоляции и оценки ее надежности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучинский Г.С., Лысаковский Г.Г., Перфилетов А.Н. Надежность и долговечность полимерной изоляции импульсных кабелей при ограниченном сроке службы. — Электричество, 1978, № 9, с. 42—48.
2. Казанчан Г.П., Лихах С.Ф. Барьеры с повышенной диэлектрической проницаемостью в полимерной монолитной диэлектрической изоляции. — Электричество, 1990, № 6, с. 65—68.
3. Комельков В.С., Лифшиц А.М. Влияние барьеров на развитие электрического разряда в длинных промежутках. — Изв. АН СССР. Отд. техн. наук, 1950, № 10, с. 1463—1473.
4. Fleszynski J., Rufkomski J., Tuman A. The effect of thin insulating barrier on the electric strength of liquid nitrogen subjected to highly divergent fields. - IEEE Conf. Rec. Symp. Elec. Insul., Montreal, 11–13 June, 1984, N.Y. 1984, p. 301–303.
5. Влияние барьеров с повышенной диэлектрической проницаемостью на характеристики дендритообразования полиметилметакрилата/О.С.Гефле, С.М.Лебедев, А.И.Затулий, А.А.Реймер — Электричество, 1988, № 10, с. 65—67.
6. Оценка эффективности применения барьеров с высокой диэлектрической проницаемостью в изоляции высоковольтных гибких кабелей/ С.М.Лебедев, О.С.Гефле, Л.И.Лещенко, Г.В.Липов — Электричество, 1991, № 1, с. 66—68.
7. Niemeyer L., Pietronero L., Wiesmann H.J. Fractal Dimension of Dielectric Breakdown. - Phys. Rev. Lett., 1984, vol. 52, № 12, p. 1033—1036.
8. Wiesmann H.J., Zeller H.R. A fractal model of dielectric breakdown in solid dielectrics. - J. Appl. Phys., 1986. vol. 60, № 5, p. 1770—1773.
9. Кухта В.Р., Лопатин В.В., Носков М.Д. Фрактальная модель трансформации разрядных структур в диэлектриках. — Письма в ЖТФ, 1992, т. 18, вып. 19, с. 71—73.

[22.06.93]

*Авторы: Гефле Ольга Семеновна окончила в 1974 г. факультет автоматики и электромеханики Томского политехнического института (ТПИ). В 1985 г. в ТПИ защитила кандидатскую диссертацию по теме «Разработка метода диагностики зарождения и развития разрушений в электрической изоляции по тепловым эффектам». Старший научный сотрудник НИИ высоких напряжений (НИИ ВН) при Томском политехническом университете (ТПУ, ранее ТПИ).*

*Демин Александр Вячеславович окончил электротехнический факультет Пермского политехнического института в 1978 г. Начальник лаборатории АО «Камкабель».*

*Кухта Владимир Романович окончил в 1973 г. электрофизический факультет ТПИ. Старший научный сотрудник НИИ ВН при ТПУ.*

*Лебедев Сергей Михайлович окончил электротехнический факультет Красноярского политехнического института в 1976 г. В 1982 г. в ТПИ защитил кандидатскую диссертацию по теме «Разработка методик и исследование объемного заряда в полимерах в процессе их электрического старения». Зам. начальника лаборатории АО «Камкабель».*

*Лопатин Владимир Васильевич окончил в 1967 г. электрофизический факультет ТПИ. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию в Институте сильноточной электроники Сибирского отделения РАН по теме «Физико-технические основы применения нитридной керамики в электрофизическй аппаратуре». Заведующий лаборатории НИИ ВН при ТПУ.*

*Носков Михаил Дмитриевич окончил физический факультет Томского государственного университета в 1984 г. В 1988 г. защитил кандидатскую диссертацию в том же университете по теме «Вопросы квантовой электродинамики с интенсивным внешним полем». Старший научный сотрудник НИИ ВН при ТПУ.*

# Влияние радиационной обработки на долговечность пленки полиэтилентерефталата

БОРИСОВА М.Э., ЕФРЕМОВ Г.А., КОЙКОВ С.Н., СКОРНЯКОВ Ю.А.

Приведены результаты исследования воздействия малых доз ионизирующего излучения (~10 кГр) на кратковременную и длительную электрическую прочность пленки полиэтилентерефталата в воздухе и силиконовом масле как в переменном, так и в постоянном электрическом поле. Показано, что облучение конденсаторной пленки ПЭТФ ускоренными электронами и последующая ее обработка при повышенной температуре увеличивают на 20–30% кратковременную электрическую прочность пленки и в 10–15 раз ее срок службы.

В связи с расширением области применения радиационной технологии при производстве конденсаторов, в частности для отверждения влагозащищенных компаундов [1], возникает необходимость изучения свойств полимерных конденсаторных диэлектриков после воздействия на них малых доз (порядка 10 кГр) ионизирующих излучений.

К числу наиболее широко используемых в производстве конденсаторов полимерных материалов относится пленка полиэтилентерефталата (ПЭТФ). Имеющиеся в литературе данные об изменении свойств пленки ПЭТФ в результате облучения небольшими дозами противоречивы [2].

Известно [3], что изменение свойств полимера продолжается и после окончания облучения в результате последующего окисления. Отрицательные последствия влияния окислительного процесса на свойства облученного полимера могут быть уменьшены благодаря проведению послерадиационной термообработки, ускоряющей реакции свободных радикалов и рекомбинаций носителей заряда, генерированных излучением в полимере. Для ряда полимерных диэлектриков (полиэтилен, политетрафторэтилен) удается таким путем улучшить электрофизические свойства исходного материала [3]. Однако данные о влиянии последовательной радиационно-термической обработки на свойства пленки ПЭТФ в литературе отсутствуют.

В настоящей статье сопоставляются зависимости времени жизни от напряженности электрического поля для исходной пленки ПЭТФ марки ПЭТ-КЭ ГОСТ 24234-80 и пленки ПЭТФ, облученной быстрыми электронами до поглощенной дозы 10 кГр, а затем подвергнутой термообработке. Испытания на старение проводились на постоянном и переменном (частота 50 Гц) напряжениях в воздухе и в диэлектрической жидкости (силиконовом масле).

The action of ionizing radiation (dose about 10 kGr) on the short time and long time electric strength of the polyethyleneterephthalate films was investigated. The breakdown voltage and the life time of these films were measured in air and silicone liquid by direct and alternative current as well. It was shown that the breakdown voltage of polyethyleneterephthalate films grows by 20–30% and the life time grows by 10–15 times, when these films are irradiated by electron beams and then heated at the temperature of 120°C during 1 hour.

Для испытаний использовались образцы из пленки ПЭТФ (толщиной 10 мкм, размерами 25×25 мм), металлизированной с одной стороны. Диаметр второго напыленного электрода составлял 14 мм, что обеспечивало наличие закраин на образце. Для ограничения интенсивности частичных разрядов образцы помещались в силиконовое масло. Характеристики частичных разрядов контролировались с помощью анализатора импульсов АИ-128 при чувствительности до  $10^{-13}$  Кл.

Каждая точка зависимостей  $\lg \tau = f(\lg E)$  получена по результатам испытаний 10–15 образцов. Распределение времени жизни образцов пленки в электрическом поле для всех режимов испытаний удовлетворительно описывалось логарифмически нормальным законом.

Было установлено, что облучение и последующая термообработка образцов пленки ПЭТФ приводят к увеличению как кратковременной электрической прочности, так и сроков ее службы во всем интервале испытательных напряженностей постоянного и переменного электрического поля (см. таблицу, рис. 1 и 2). Так, в постоянном электрическом поле в среде воздуха времени жизни обработанных образцов пленки возрастили в 5–10 раз (рис. 1), причем разница времен жизни исходных и обработанных пленок увеличивалась с уменьшением напряженности поля.

Кратковременная электрическая прочность пленки, кВ/мм

Вид пленки	В воздухе	В масле
Исходная	510/316	560/360
Обработанная	630/380	750/410

Примечание. В числителе указаны данные о прочности при испытании в постоянном электрическом поле, а в знаменателе — в переменном.

Снижение интенсивности процессов электрического старения в обработанной пленке и уве-

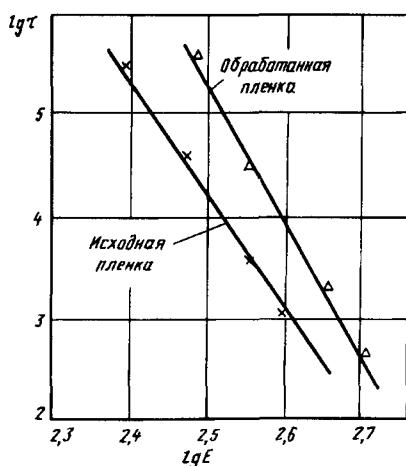


Рис. 1. Зависимости  $\lg \tau = f(\lg E)$  для пленки ПЭТФ в постоянном электрическом поле в среде воздуха

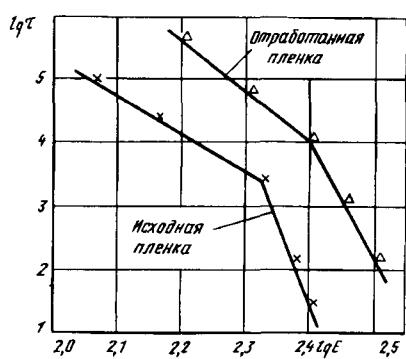


Рис. 2. Зависимости  $\lg \tau = f(\lg E)$  для пленки ПЭТФ в переменном электрическом поле в среде диэлектрической жидкости

личение ее кратковременной электрической прочности может быть связано со структурными изменениями, происходящими в пленке в результате последовательной радиационно-термической обработке. Так, в [4] отмечено увеличение кратковременной прочности пленки ПЭТФ на 20% в результате ее ориентации и последующей термообработки, вызвавший изменение степени кристалличности.

Для исследования возможных изменений структуры пространственной молекулярной сетки и соотношения между аморфной и кристаллической фазами ПЭТФ пленки, обусловленных радиационно-термической обработкой, были использованы метод анализа гель-фракции и ИК-спектроскопия.

Гель-фракция определялась путем экстрагирования кипящим ( $T = 152 \div 154^{\circ}\text{C}$ ) диметилформамидом (ГОСТ 20289-74) образцов пленки ПЭТФ в течение 36 ч. Установлено, что величина гель-фракции в результате облучения ПЭТФ пленки дозой 10 кГр и последующего ее прогрева при  $120^{\circ}\text{C}$  практически не изменяется, что говорит об отсутствии существенных изменений струк-

туры пространственной молекулярной сетки полимера. Инфракрасные спектры пропускания, измеренные до и после радиационно-термической обработки пленки с помощью спектрометра ИКС-20, практически не отличались.

Было обнаружено, что в процессе электрического старения пленок происходит частичное распыление слоя металлизации с образованием свободных от электродов участков поверхности пленки. В таких случаях после испытаний на старение можно было зарегистрировать спектры токов термостимулированной деполяризации (ТСД), что свидетельствовало о накоплении заряда в местах, где произошла деметаллизация.

Спектры токов ТСД регистрировались при наличии изолирующих прокладок из пленки политетрафторэтилена толщиной 10 мкм, которые накладывались на электроды [5], и при нагреве состаренных образцов пленки со скоростью  $\beta = 1 \text{ К/мин}$ . По-видимому, заряд в пленках накапливался за счет частичных разрядов, возникавших в зоне повреждения электродов. Проведение контрольных испытаний показало, что при отсутствии распыления слоя металлизации состаренных в переменном электрическом поле пленок токи ТСД не наблюдаются.

Спектры токов ТСД, измеренные на образцах исходной и радиационно-термически обработанной металлизированной пленки ПЭТФ, состаренных в среде воздуха в переменном электрическом поле, приведены на рис. 3. Видно, что спектр тока ТСД исходных пленок описывается кривой с двумя максимумами при температурах 60 и  $100^{\circ}\text{C}$ , в то время как спектр тока ТСД обработанных пленок имеет один существенный максимум тока при температуре  $100^{\circ}\text{C}$ , а максимум при температуре  $60^{\circ}\text{C}$  едва заметен. Таким образом, у исходных пленок, состаренных в переменном электрическом поле, основная часть заряда релаксирует в области более низких температур, нежели у образцов обработанных пленок.

Известно, что длительное воздействие газового



Рис. 3. Спектры токов ТСД пленки ПЭТФ

разряда приводит к увеличению проводимости полимерной пленки и к смещению кривых токов ТСД в область более низких температур [6]. Поэтому различия в спектрах токов ТСД (рис. 3) для образцов исходной и обработанной металлизированной пленки, состаренных в переменном электрическом поле при одинаковых режимах старения, по-видимому, связаны с разной длительностью воздействия на них частичных разрядов. Это, в свою очередь, можно объяснить разной скоростью распыления слоя металлизации исходной и обработанной пленки, приводящего к образованию воздушных включений. Следовательно, можно полагать, что радиационно-термическая обработка уменьшает скорость деметаллизации пленок в процессе их старения, и таким путем снижает интенсивность воздействия частичных разрядов на диэлектрик, и уменьшает величину объемного заряда, накапливающегося в нем.

По площади, ограниченной кривой тока ТСД, оценивалась величина заряда, накопленного в пленке в процессе ее старения, которая оказалась в обработанной пленке на порядок ниже, чем в необработанной. Возможно, с этим и связано повышение времени жизни пленок ПЭТФ в результате их предварительного облучения до поглощенной дозы 10 кГр с последующей термообработкой. Действительно, по данным [7] объемный заряд, накопленный в пленке, может существенно снижать время жизни при электрическом старении.

**Выводы.** 1. Облучение конденсаторной пленки ПЭТФ ускоренными электронами до поглощенной дозы 10 кГр и последующая ее термообработка повышают на 20–30% кратковременную электрическую прочность пленки и в 10–15 раз срок ее службы как в постоянном, так и переменном электрическом поле.

2. Величина гель-фракции пленок ПЭТФ в результате их облучения и прогрева практически не изменяется, что свидетельствует об отсутствии изменений структуры молекулярной сетки полимера.

3. Радиационно-термическая обработка металлизированной пленки снижает величину заряда, накапливающегося в ней, что может быть причиной увеличения срока службы пленки при старении в переменном электрическом поле.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Компаунд радиационного отверждения для влагозащиты конденсаторов/ Г.А.Ефремов, М.Б.Ольхова, Г.А.Толпарова и др. — Электронная техника. Сер. Радиодетали и радиокомпоненты, 1980, вып. 4 (41), с. 14–16.
2. Мошковский Н.С., Пасальский Б.К. Действие различных видов ионизирующего излучения на ПЭТФ. — Высокомолекулярные соединения, 1976, т.18А, № 9, с. 2011–2015.
3. Махлис Ф.А. Радиационная физика и химия полимеров. — М.: Атомиздат, 1972, 328 с.
4. Hara Masanori, Park Chung Hoo, Akazaki Masanori. Effects of heat treatment and mechanical stresses on the dielectric strength of uniaxially drawn PET film. — IEEE Trans. Elec. Insul., 1984, 19, № 4, р. 273–280.
5. Борисова М.Э., Койков С.Н., Скорняков Ю.А. Влияние облучения на сроки службы пленки ПЭТФ при ограничении частичных разрядов. — Электричество, 1985, № 2, с. 64–66.
6. Борисова М.Э., Койков С.Н., Новиков Г.К. Изучение спектров ТСД пленок полиэтилентерфталата, обработанных в барьерном разряде. — Электрическая релаксация и электретный эффект в твердых диэлектриках.— Л., 1980, с. 49–53.
7. Kahl M. Alterung und Raumladung. 28 Int. Wiss. Kolleg, 24–28 Окт., 1983, Н. 2. Vortragser. A3, A4, A5. Ilmenau, 1983, S. 103–106.

[11.05.93]

*Авторы: Борисова Маргарита Эдуардовна окончила радиотехнический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ) в 1958 г. В 1992 г. защитила докторскую диссертацию в Санкт-Петербургском государственном университете (СПбГТУ, бывший ЛПИ) на тему «Накопление и релаксация заряда в электроизоляционных полимерных пленках». Профессор СПбГПУ.*

*Ефремов Геннадий Александрович окончил факультет радиоэлектроники ЛПИ в 1967 г. В 1983 г. защитил кандидатскую диссертацию в НИИ «Гироконд» на тему «Радиационно-отверженные компаунды и облучение полизтилена в конденсаторостроении». Начальник лаборатории в НИИ «Гироконд».*

*Койков Сергей Николаевич окончил радиотехнический факультет ЛПИ в 1954 г. В 1970 г. защитил докторскую диссертацию в ЛПИ на тему «Электрическое старение и тепловой пробой твердых диэлектриков». Профессор СПбГТУ.*

*Скорняков Юрий Анатольевич окончил электромеханический факультет ЛПИ в 1975 г. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию в ЛПИ на тему «Влияние радиации на процессы электрического старения полимерных и композиционных материалов». Ведущий научный сотрудник СПбГТУ.*

# Дискуссии

## О неизвестных опытах по электромагнитной индукции

РОДИН А.Л.

Для уяснения сути эксперимента напомним опыты Фарадея по электромагнитной индукции, на основании которых считалось, что для создания ЭДС индукции достаточно наличия относительного движения проводника и магнита.

В 1931 г. Фарадеем был сформулирован закон: «При всяком изменении магнитного потока через проводящий контур в этом контуре возникает электрический ток». Им же было установлено, что если катушку надвигать на один из полюсов магнита, то в ней возникает ток, а если выдвигать, то возникает ток другого направления. Эксперимент с неподвижной катушкой, но двигавшимся постоянным магнитом дал тот же результат.

Значение ЭДС определялось параметрами системы и скоростью изменения магнитного потока ( $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$ ):

$$E = -K \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

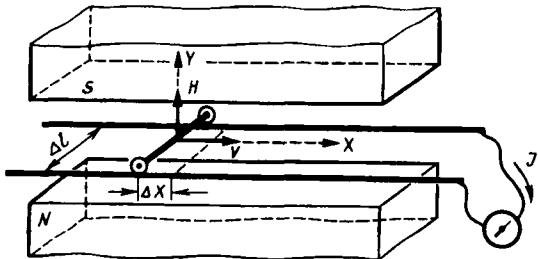


Рис. 1

Этот закон был распространен и на другую схему эксперимента, приведенную на рис. 1, когда в стационарном магнитном поле ( $H = \text{const}$ ) двигался проводник. Значение ЭДС вычисляется по формуле

$$E = -K \Delta I H v \cos \theta, \quad (2)$$

где  $K$  — учитывает размерность и параметры системы;  $\Delta l$  — длина перемещаемого проводника;  $H$  — напряженность магнитного поля;  $\Delta x$  — перемещение проводника относительно магнита;  $v$  — скорость проводника относительно магнита;  $\theta$  — угол между  $H$  и  $v$  для условия, показанного на рис. 1;  $\angle \theta = 0^\circ$ . Во всех описанных в литературе экспериментах, поставленных по данной схеме, двигался проводник, в котором при неподвижных

полюсах магнита наводилась ЭДС.

И действительно, это положение является правомерным, поскольку выражение для ЭДС было сведено к формуле (1). Подставляя в формулу (2) значение скорости движения проводника

$$v = \frac{dx}{dt},$$

получим

$$E = -K \Delta I H \frac{dx}{dt} \cos \theta.$$

Принимая во внимание, что  $\Delta I = \text{const}$  и  $\cos \theta = 1$ , получаем

$$E = -K \frac{d(xH\Delta)}{dt} = -K \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3)$$

Необходимо отметить, что при движении проводника в магнитном поле  $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$  и ЭДС в проводнике наводится. При движении плоскопараллельных полюсов магнитов относительно неподвижного проводника  $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ , следовательно, по формуле (3)  $\frac{d\Phi}{dt} = 0$  и ЭДС в проводнике не наводится. Но это справедливо при абсолютном движении. При относительном же движении, как описано в литературе,  $\Delta x \neq 0$  и ЭДС должна быть, что не подтверждается формулой (3). Объяснить это можно лишь невозможностью движения магнитного поля, созданного бесконечно длинным магнитом, относительно неподвижного проводника.

Для подтверждения были проведены эксперименты, в которых магнитный поток не изменяется и  $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ .

*Описание эксперимента.* Эксперименты проводились на специально созданной установке по схеме униполярного генератора, но вместо обычных для генератора магнитов и цилиндра были применены кольцевые ферритовые магниты и диски Фарадея. Основными конструктивными элементами были диск Фарадея, напрессованный на металлическую ось, и два кольцевых постоянных магнита, насыщенных на ту же ось посредством шариковых подшипников.

Такая конструкция установки позволила создать постоянное магнитное поле не только между неподвижными магнитами, но и при их вращении, что, в свою очередь, обеспечило ис-

ледование взаимодействия проводника с магнитами в различных вариантах их относительного движения при сохранении параметров установки.

Схема установки и ее устройство показаны на рис. 2, где: 1 — кольцевые ферритовые магниты; 2 — металлический диск (диск Фарадея); 3 — ось; 4 — металлические диски с большим  $\mu$ ; 5 — шариковые подшипники; 6 — скользящие контакты; 7 — амперметр (диапазон измерений — до 200  $\mu\text{A}$ ). На рисунке расстояния между магнитами и диском для наглядности увеличены.

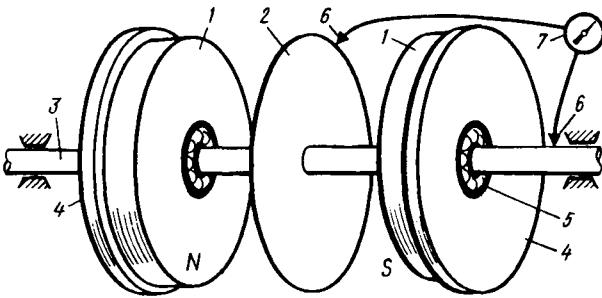


Рис. 2

Как видно на рис. 2, конструкция установки позволяет провести опыты в трех вариантах:

токопроводящий диск вращается в стационарном магнитном поле при неподвижных (заторможенных) магнитах;

вращаются постоянные магниты при неподвижном диске;

диск и магниты вращаются одновременно без проскальзывания.

В результате проведенных опытов было установлено следующее.

В *первом варианте* опыта при 15—20 оборотах диска в секунду сила тока в контуре (диск — проводник — амперметр) превышала 200  $\mu\text{A}$ . Сила тока в данном опыте была пропорциональна числу оборотов диска.

Этот эксперимент — повторение известного опыта: диск Фарадея вращается в магнитном поле. ЭДС, наводимая в диске, вычисляется по формуле

$$\varepsilon = K \frac{1}{2} \omega r^2 H, \quad (4)$$

где  $K$  — коэффициент;  $\omega$  — угловая относительная скорость диска;  $H$  — напряженность магнитного поля;  $r$  — радиус диска.

В данном опыте проводник движется относительно неподвижных полюсов магнита, поэтому физическая картина этого варианта эксперимента очевидна (Фриш С.Э., Тиморева А.В. «Курс общей физики», т. 2, 1959, с. 404; «Фейнмановские лекции по физике», т. 6, 1966, с. 53 и др.).

Во *втором варианте* опыта вращались магниты относительно неподвижного диска. По су-

ществующей теории на диске должна наводиться ЭДС, поскольку есть относительное движение диска и магнитов. Однако оказалось, что в диске никакой ЭДС нет и по показаниям амперметра ток в цепи отсутствует. Это подтверждается формулой (4), так как  $\omega = 0$ .

Но это опять справедливо при абсолютном вращении диска. При относительном вращении диска и магнитов формула (4) становится несправедливой. Объяснить это можно только отсутствием движения магнитного поля у вращающихся магнитов ( $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ ).

В *третьем варианте* опыта вращались одновременно токопроводящий диск и магниты, скрепленные между собой. Поскольку в данном случае нет относительного движения, то по современным взглядам никакого тока в цепи не должно быть. Опыт показывает наличие тока в контуре, который по значению и направлению полностью совпадает с результатами в первом варианте.

Этот опыт указывает на отсутствие движения магнитного поля у вращающихся магнитов ( $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ ). Результаты экспериментов сведены в таблицу.

Варианты	Магниты	Диск	Ток в цепи
1	неподвижны	вращается	есть
2	вращаются	неподвижен	нет
3	вращаются	вращается	есть

На этой же установке был проведен ряд дополнительных экспериментов: с магнитным экранированием токосъемников; с замыканием магнитной цепи в контуре; с кольцом и единичным проводником вместо диска; с вращением магнитов в разные стороны и вращением магнитов в направлении, противоположном направлению вращения дисков.

Во всех дополнительных экспериментах результаты были те же, что и в трех основных вариантах — значение и направление тока в цепи определялись только параметрами движения диска.

На этой же установке проверялось возможное влияние внешних магнитных полей, в том числе и магнитного поля Земли. Метод проверки — различная ориентация установки в пространстве, отключение электромотора (привода), вращение одного диска при снятых магнитах. Во всех случаях влияние посторонних полей и поля Земли не зафиксировано. Влияние внешних полей было настолько мало, что чувствительность установки оказалась недостаточной для их обнаружения, так как при создании была ориентирована на ре-

гистрацию значительных токов.

Анализируя результаты экспериментов, приходим к выводу, что ЭДС в диске наводится только в случае его движения (вращения) независимо от состояния (покоя или движения) магнитов. Кроме того, как видно из конструкции установки (рис. 2) и условий проведения экспериментов, результаты второго и третьего вариантов опытов расходятся с общепринятыми взглядами в теории магнитной индукции, в соответствии с которыми во втором варианте опыта ток должен был быть, а его нет, а в третьем варианте опыта тока не должно быть, а он есть!

Результаты экспериментов были направлены в Институт физических проблем, откуда получено заключение, что ЭДС может наводиться в проводах, идущих к щеткам. Я согласился, что это возражение можно снять только прямым экспериментом, для чего была создана специальная

установка, состоящая из двух установок (рис. 2) и отличающаяся тем, что при измерении провода подводились к осям двух установок, чем исключалось воздействие на проводник магнитного поля.

Результаты оказались теми же, что и в трех вариантах, т.е. в проводах ток не наводился.

С целью подтверждения практического применения описанных экспериментов, когда  $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ , была создана установка (рис. 3), на которой проверялась ее работа в режиме мотора. На рис. 3: 1 — игольчатая ось; 2 — кольцевые магниты; 3 — металлический диск; 4 — скользящий контакт; 5 — источник электроэнергии; 6 — подшипники (опоры) в скобе.

К оси и образующей диска подводилась электроэнергия, и вся связка диска—магниты вращалась в одну сторону, т.е. без видимого статора.

**Выводы.** 1. Проведенные эксперименты являются развитием опытов Фарадея для варианта, когда магнитный поток не изменяется ( $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ ).

2. Целесообразно расширить формулировку закона Фарадея: «При всяком изменении магнитного потока ( $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$ ) через проводящий контур или при пересечении проводником магнитного потока ( $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ ) в этом контуре (проводнике) возникает электрический ток».

3. Представленная статья не претендует на теоретическое обоснование результатов проведенных экспериментов, они не могут быть объяснены существующей теорией, что может быть предметом дискуссий по данному вопросу.

4. Проведенные эксперименты позволяют утверждать, что магнитное поле не вращается вместе с магнитами — в этом и заключается ранее неизвестное обстоятельство.

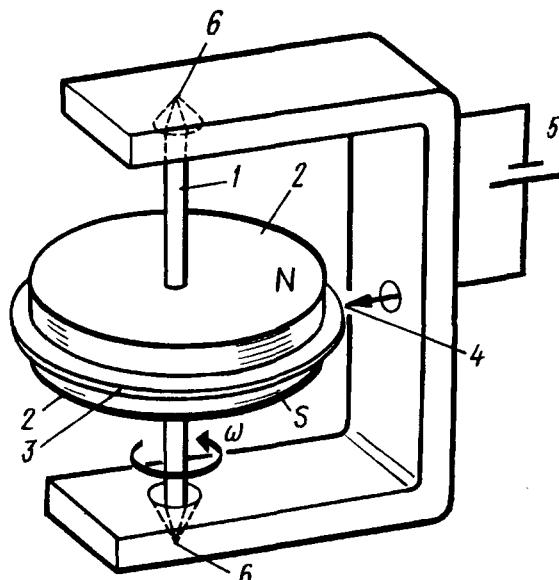


Рис. 3

## Комментарий к статье «О неизвестных опытах по электромагнитной индукции»

ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А.В.

В статье А.Л. Родина приводится описание нескольких опытов по измерению ЭДС, индуцированных на щетках унипольярной электрической машины с постоянными магнитами особого исполнения. В отличие от обычной в экспериментальной унипольярной машине, исследуемой А.Л. Родиным, может быть приведен во вращение

не только проводящий диск, но и система кольцевых постоянных магнитов, возбуждающих унипольярное магнитное поле.

А.Л. Родиным проведено три опыта: 1 — вращается проводящий диск при неподвижных магнитах (рис. 1), 2 — вращаются магниты при неподвижном диске, 3 — вращаются и диск и магниты.

Обнаружено, что в опытах 1 и 3 на щетках индуктируются одинаковые по значению ЭДС, а в опыте 2 ЭДС на щетках не индуктируется.

Представляется, что результаты этих опытов и их объяснение будут интересны для многих читателей журнала.

Чтобы иметь возможность правильно объяснить результаты описанных опытов, А.Л. Родину было бы полезно (реально или мысленно) осуществить еще один 4-й опыт, в котором была бы приведена во вращение система щеток, диск оставался бы неподвижным, а магниты или вращались бы со скоростью щеток, или оставались бы неподвижными (рис.3),

В этом 4-м опыте было бы воспроизведено такое же относительное перемещение щеток и магнитов относительно диска, которое имело место в опыте 1 или 3 и, вследствие этого, была бы измерена такая же ЭДС, как в опыте 1 (для измерения этой ЭДС нужно было бы предусмотреть в установке неподвижное контактное кольцо 5, электрически связанное со щеткой 4, контактирующей через щетку 3 с неподвижным диском 2). При сопоставлении опыта 4 с опытом 2, в котором в отличие от опыта 4 щеточная система неподвижна, легко понять, почему в опыте 2 не индуктируется ЭДС на щетках.

Что касается природы ЭДС, индуцируемой в униполярной машине (т.е. в опытах 1 и 3), то нельзя согласиться с утверждением А.Л. Родина о том, что в этих опытах изменение потока в контуре равно нулю ( $d\Phi/dt=0$ ) и, следовательно, индуцируемая в этом случае ЭДС не удовлетворяет закону электромагнитной индукции в формулировке Максвелла—Фарадея и имеет иную природу.

Как было показано<sup>1</sup>, закон электромагнитной индукции в формулировке Максвелла—Фарадея ( $e=-d\Psi/dt$ ) — универсален и распространяется на любые электромеханические преобразователи, в том числе и на униполярные машины. Чтобы убедиться в этом, обратимся к рис. 1, на котором изображен униполярный генератор с вращающимся проводящим диском 2 в конструктивном исполнении, предложенном А.Л. Родиным. Щетки 3 и 4 в этом генераторе неподвижны. Кольцевые постоянные магниты 1 могут быть или неподвижны (как в опыте 1), или вращаться с той же скоростью, что и проводящий диск (как в опыте 3).

Как было обнаружено А.Л. Родиным, в опытах 1 и 3 на щетках индуктируются одинаковые по значению ЭДС. Объясняется это тем, что в любом радиальном сечении кольцевые магниты намаг-

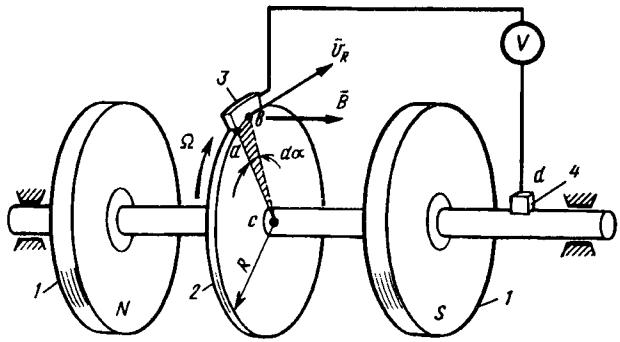


Рис. 1. Униполярный генератор с вращающимся проводящим диском и неподвижными щетками (1 — постоянные магниты; 2 — проводящий диск; 3 и 4 — щетки)

ничены одинаково и, следовательно, индукция  $B_r$  в зоне диска на радиусе  $r$  не зависит от углового положения кольцевых магнитов. Примем, кроме того, допущение, что индукция в зоне диска не зависит и от радиуса, т.е.  $B_r = \text{const}$  в любой точке объема диска. Предположим, что диск вращается со скоростью  $\Omega$ , и рассмотрим два положения диска: в мгновение  $t$  и в мгновение  $(t+dt)$ . Пусть в мгновение  $t$  в контакт со щеткой вступает некий радиальный элемент диска  $ac$  и образуется электрический контур  $acda$ , включающий этот радиальный элемент. В мгновение  $(t+dt)$  радиальный элемент диска  $ac$  займет положение  $bc$ , повернувшись на угол  $d\alpha = \Omega dt$ , и образуется электрический контур  $bcdb$ , включающий этот элемент.

В течение времени  $dt$  поток, сцепленный с рассматриваемым электрическим контуром, изменится на  $d\Phi$  через площадь сектора  $abc$  ( $S_{abc}$ ):

$$d\Phi = B S_{abc} = B (R d\alpha) \frac{R}{2} = B \Omega \frac{R^2}{2} dt.$$

Поэтому в соответствии с законом электромагнитной индукции в формулировке Максвелла—Фарадея на щетках будет индуктироваться ЭДС:

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = B \Omega \frac{R^2}{2} = BRv_{cp},$$

где  $v_{cp} = \frac{R\Omega}{2}$  — линейная окружная скорость на среднем радиусе диска  $R/2$ .

Интересно, что такую же формулу для ЭДС униполярного генератора с вращающимся проводящим диском можно получить, исходя из формулы  $e=Bv$  для проводника, перемещающегося в магнитном поле со скоростью  $v$ . С этой целью применим эту формулу к малому участку  $dr$  радиального элемента  $ac$  (или  $bc$ ) вращающегося диска по рис. 1, показанного в увеличенном виде на рис. 2.

ЭДС, индуктированная в малом участке  $dr$  ра-

<sup>1</sup> Иванов-Смоленский А.В. Математическое описание электромеханических процессов в электрических машинах. — Электричество, 1969, № 12.

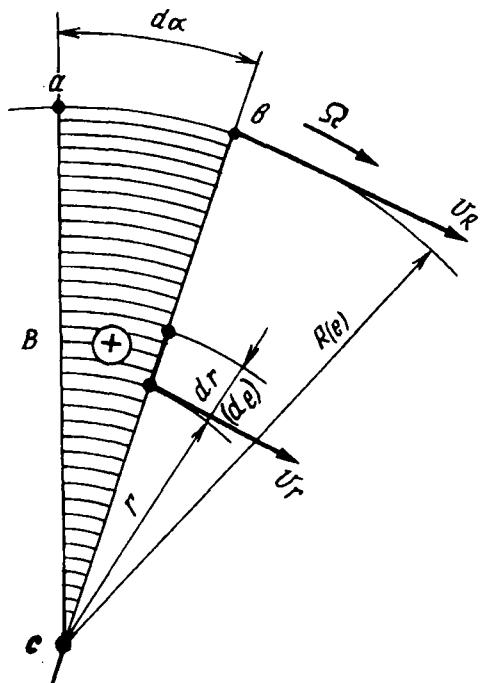


Рис. 2. К расчету ЭДС униполлярного генератора

диального элемента,

$$de = Bv_r dr,$$

где  $v_r = r\Omega$ .

ЭДС, индуцированная во всем радиальном элементе  $ac$  (или  $bc$ ),

$$e = \int_{r=0}^{r=R} de = \int_0^R Br\Omega dr = B\Omega \frac{R^2}{2} = BRv_{cp}.$$

Теперь можно показать, что в униполлярном генераторе с неподвижным проводящим диском и вращающимися щетками (рис. 3) будет индуктироваться на щетках (при одинаковых угловых скоростях  $\Omega$ ) такая же ЭДС, как и на щетках ранее рассмотренного униполлярного генератора по рис. 1.

Генератор по рис. 3 соответствует ранее проанализированным условиям опыта 4, в котором воспроизводится такая же относительная угловая скорость перемещения  $\Omega$ , как в опыте 1 (или в генераторе по рис. 1). Именно поэтому на щетках генератора по рис. 3 индуктируется такая же ЭДС, как на щетках генератора по рис. 1.

Тем не менее полезно найти ЭДС на щетках

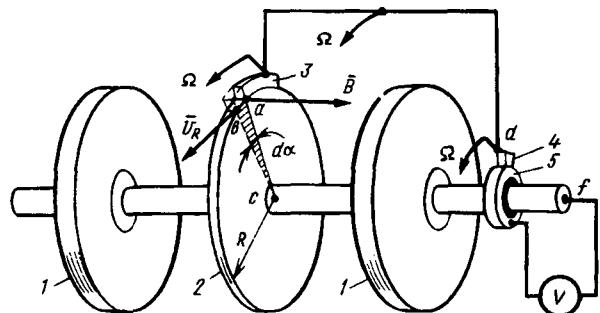


Рис. 3. Униполлярный генератор с вращающимися щетками и неподвижным проводящим диском (1 — постоянные магниты; 2 — проводящий диск; 3 и 4 — щетки; 5 — конкретное кольцо, изолированное от вала

генератора по рис. 3 с помощью закона электромагнитной индукции в формулировке Максвелла—Фарадея. Предположим, что генератор по рис. 3 отличается от генератора по рис. 1 только тем, что в нем вращаются со скоростью  $\Omega$  щетки 3 и 4 (в сторону, противоположную направлению вращения диска в генераторе по рис. 1).

Рассмотрим два положения щеток 3 — в мгновение  $t$  и в мгновение  $(t+dt)$ . Пусть в мгновение  $t$  в контакт со щеткой вступает некий радиальный элемент диска  $ac$  и образуется электрический контур  $acfda$ , включающий этот радиальный элемент. В мгновение  $(t+dt)$  в контакт со щеткой вступает радиальный элемент диска  $bc$ , повернутый относительно элемента  $ac$  на угол  $d\alpha = \Omega dt$ , и образуется электрический контур  $bcfdb$ , включающий элемент  $bc$ .

В течение времени  $dt$  поток в рассматриваемом электрическом контуре, образованном щетками 3 и 4, изменится на  $d\Phi$  через площадь сектора  $abc$  ( $S_{abc}$ ):

$$d\Phi = BS_{abc} = B(Rd\alpha)R/2 = B\Omega R^2 dt,$$

поэтому в соответствии с законом электромагнитной индукции в формулировке Максвелла—Фарадея на щетках будет индуцироваться ЭДС:

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = B\Omega \frac{R^2}{2} = BRv_{cp},$$

где  $v_{cp} = R\Omega/2$  понимается как средняя линейная окружная скорость перемещения радиального элемента диска, вступающего в контакт со щеткой.

## Хроника

# Опыт эксплуатации нелинейных ограничителей перенапряжений в сетях до 35 кВ

(Заседание, организованное отделом электроэнергетических проблем РАН, IV секцией Совета РАН по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики», Министерством науки и технической политики РФ, Научным советом по проблеме «ЭМС технических структур и биологических объектов», Санкт-Петербург, 29–30 ноября 1993 г.)

Было представлено 22 доклада и 3 сообщения от Всероссийского электротехнического института (ВЭИ), Ленинградского фарфорового завода (ЛФЗ) «Пролетарий», НИИ «Электрокерамика», Научно-исследовательского института постоянного тока (НИИПТ), Санкт-Петербургского государственного технического университета (СПбГТУ), объединения «Позитрон», Научно-производственного кооператива «Варистор», Научно-производственного предприятия «Техкомплекс», Института надежности машин и технологий РАН, АО «Эльво», АО «Защита информационных систем».

В прениях принимали участие сотрудники проектных и эксплуатирующих ОПН организаций: Минтопэнерго, Санкт-Петербургского горного университета, Союзлесмонтаж (Москва), предприятия СНЕМА (Уфа), Роснефтегаз (Москва), Ленэнерго, Свердловэнерго, Комиэнерго, Челябэнерго и др.

Заслушав и обсудив доклады и сообщения, заседание отмечает следующее.

1. В настоящее время электромагнитной совместимости сетей до 35 кВ и их защите от перенапряжений уделяется недостаточное внимание. Как следствие в этих сетях имеет место большая аварийность электрооборудования и кабелей; отсутствуют и соответствующие нормативные документы.

2. По различным причинам приостановлен выпуск вентильных разрядников 6–35 кВ II–IV группы, вследствие чего вновь строящиеся объекты не обеспечиваются соответствующими защитными аппаратами.

3. Определенные успехи достигнуты в изучении технических условий, разработке и изготовлении опытных образцов ОПН для работы в сетях с изолированной нейтралью.

4. Улучшены массогабаритные характеристики защитных аппаратов за счет улучшения фарфора, а также применения новой изоляции, например полиуретана и полимерных материалов.

Усовершенствован один из основных элементов нелинейных ограничителей перенапряжений — высоконелинейные варисторы — в части увеличения пропускной способности при грозовых и коммутационных воздействиях, рабочего градиента напряжения и др.

5. С внедрением в электрические сети вакуумных выключателей особенно остро встал проблема глубокого ограничения перенапряжений, возникающих при коммутациях индуктивных элементов (трансформаторов, генераторов, синхронных компенсаторов, электродвигателей).

6. Недостаточное внимание уделяется защите сетей 0,22–35 кВ промышленных предприятий.

8. При разработке нормативных документов

сложно учитывать возможности нелинейных ограничителей перенапряжений.

9. Невелик опыт эксплуатации ОПН, необходимых для защиты сетей 0,22–35 кВ.

10. Имеются серьезные проработки в области нелинейных ограничителей перенапряжений 0,03–1 кВ.

В связи с изложенным заседание постановляет:

1. Считать целесообразным дальнейшее проведение работ по исследованию перенапряжений и токовых воздействий на варисторы, разработке технических требований к ОПН от единиц вольт до десятков киловольт, усовершенствованных конструкций, изготовлению опытной партии защитных аппаратов и анализу опыта их эксплуатации.

2. Одобрить инициативу ЛФЗ «Пролетарий» по организации производства нелинейных ограничителей перенапряжений разной модификации с различной внешней изоляцией, в том числе в полимерных композиционных материалах.

3. Поручить Научному совету по ЭМС технических структур и биологических объектов Министерства науки и технической политики РФ и IV секции Научного совета РАН по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» скоординировать работы в области исследования технических требований к ОПН, их изготовления, испытания и анализа опыта эксплуатации.

4. Считать целесообразной усилиями двух упомянутых научных советов организацию аналогичного заседания в 1995 г.

5. Поручить ЛФЗ «Пролетарий», СПбГТУ и ВЭИ изучить специфику промышленной энергетики (с привлечением соответствующих специалистов других организаций), разработать технические требования к ОПН и руководящие указания по монтажу, размещению и эксплуатации ОПН 0,22–35 кВ.

6. В новой редакции ПУЭ предусмотреть раздел по эксплуатации электроустановок с установленными в них ОПН, а до вступления в действие нормативных документов поручить VI секции Научного совета по ЭМС дать заключение о технических требованиях и технических условиях на ОПН, вновь создаваемых различными организациями.

7. Рекомендовать организациям, выпускающим ОПН, привлечь силы для сертификации, регламентного контроля и изготовления ОПН различных классов напряжения.

Целесообразность проведения таких заседаний несомненна.

# Академик Аксель Иванович Берг

(К 100-летию со дня рождения)

Термин кибернетика происходит от греческого слова «кибернаутис», что означает «кормчий, вперед смотрящий». Первым кормчим радиоэлектроники современники называли Акселя Ивановича Берга, с именем которого связано становление не только радиоэлектроники и кибернетики, но и радиотехники, теории надежности, компьютерного обучения. Он всегда смотрел вперед, умел видеть новое и мужественно за него бороться.

В 40-е годы он отстаивал радиолокацию, в 50-е — радиоэлектронику. Но особая известность пришла к Акселю Ивановичу, когда он встал на защиту репрессированной тогда науки — кибернетики. В 60-е годы эта его борьба ознаменовалась победой, и в течение последних 20 лет своей жизни академик А.И. Берг возглавлял Научный Совет по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР<sup>1</sup>.

Достойна удивления и судьба этого человека. Отец — швед, мать — полуитальянка-полушведка. Сам себя А.И. Берг считал русским человеком. Дворянин, гардемарин, морской офицер, первый специалист-подводник. А затем — педагог, профессор, заместитель наркома электропромышленности, заместитель председателя Совета по радиолокации при ГК обороны, академик, заместитель министра обороны СССР, адмирал-инженер, директор института. В промежутке между громкими должностями — узник Лубянки! А ко всему этому — обаятельная личность, неиссякаемое чувство юмора, беспримерное трудолюбие, великолепная память. Нужно еще добавить благородные качества, сформированные дворянской средой и столь редкие в наше время: чувство чести и



долга, любовь и уважение к человеку, милосердие, верность традициям, точность и обязательность в поведении, высокий уровень общей культуры. Аксель Иванович владел основными европейскими языками, талант ученого сочетался в нем с задатками художника и музыканта (последние, к сожалению не получили развития).

Значимость и многогранность личности академика Берга столь велики, что его 100-летний юбилей нашел отклик среди ученых и инженеров в самых разных областях науки и техники.

**Инженеризация радиотехники.** Начало научной деятельности Акселя Ивановича относится к периоду, когда наша отечественная радиотехника делала первые шаги. В 1914 г. А.И. Берг окончил специальные классы Морского корпуса в Санкт-Петербурге, был произведен в морские офицеры и направлен на линкор «Цесаревич». Во время первой мировой войны он служил штурманом на союзной английской подводной лодке. Штурманское дело требовало знания радиотехники. Оно-то и определило научный интерес Акселя Ивановича на многие го-

ды. Позднее во время учебы в Военно-морской академии (1922—1925 гг.) на электротехническом факультете он специализируется в области радиотехники, а затем преподает эту специальность в Ленинградском электротехническом институте (ЛЭТИ) и в ряде других вузов. Под руководством своего учителя — И.Г.Фреймана — А.И.Берг настойчиво работает над тем, чтобы радиотехника стала инженерной дисциплиной. («Брали курс на инженеризацию радиотехники», — вспоминал Аксель Иванович.) В конце 20-х годов А.И. Берг становится заведующим кафедрой ЛЭТИ и руководителем всей радиотехнической подготовки в этом вузе. Им было опубликовано семь монографий, в которых излагались основы радиотехники и методика инженерных расчетов приемно-усилительных и передающих радиоустройств.

Основные принципы, которым следовал Аксель Иванович как педагог и исследователь: все теоретические расчеты должны проверяться экспериментально; метод расчета должен быть научно обоснован, достаточно точен, но прост, чтобы быть доступным для понимания инженерами. Деятельность Акселя Ивановича в ЛЭТИ и ВМА далеко выходила за пределы только преподавательской работы. Фактически он был идеологом всего высшего образования по связи и наблюдению на военно-морском флоте.

Аксель Иванович и в то время, и в последующие годы был решительным сторонником широкого привлечения ученых вузов к решению научных проблем. Преподавательскую деятельность А.М. Берг сочетал с научно-исследовательской. В 1932—1937 гг. он возглавлял созданный им Научно-исследовательский морской институт связи Военно-морских сил РККА.

<sup>1</sup> Автор этих строк в течение 17 лет работала под руководством академика Берга в этом Совете. Вологодская областная универсальная научная библиотека

Под его руководством исследовались свойства ультракоротких волн и возможности их применения в технике коммуникации, навигации.

В конце 20-х — в начале 30-х гг. А.И. Берг часто выезжал за границу для знакомства с состоянием исследований в области радиотехники и для заключения договоров на поставку радиоизмерительной аппаратуры в СССР. Он посетил Германию, Италию, Францию, США.

Под руководством Акселя Ивановича в этот период была разработана и внедрена на флоте система радиовооружения «Блокада-І». Затем к 1937 г. завершена новая система радиовооружения «Блокада-ІІ», обладающая более высокими техническими возможностями. За работу по техническому вооружению армии и укреплению обороноспособности страны Аксель Иванович Берг был награжден орденом Красной Звезды.

**Узник Лубянки и кронштадтской тюрьмы.** Казалось бы, удача во всем сопутствовала А.И. Бергу. Но в конце 1937 г. его блестящая служебная карьера внезапно оборвалась. Волна репрессий захватила и его. Дворянское происхождение, нерусская фамилия, служба в царском морском флоте, неоднократные поездки за рубеж — все это делало А.И. Берга особенно уязвимым в период массовых арестов. Ужасы лубянской тюрьмы он перенес, по словам очевидцев, с отменным мужеством. В соседних камерах оказалось много моряков. Аксель Иванович наладил с ними связи с помощью азбуки Морзе и всячески поддерживал бодрость духа своих собратьев по несчастью. Одно время А.И. Берг находился в камере вместе с А.Н. Туполовым и К.К. Рокоссовским. Они читали друг другу лекции, каждый по своей специальности, А.И. Берг еще дополнительно — по истории, литературе, поэзии. Он обладал изумительной па-

мятью, помнил наизусть всего «Евгения Онегина», массу стихов не только на русском, но и на немецком, французском, английском языках.

В тюрьме в Москве и Кронштадте Аксель Иванович провел 1000 дней. (Именно это число обычно называл А.И. Берг, а не «около трех лет» или «два года и 9 месяцев».) В мае 1940 г. он был освобожден и полностью реабилитирован. В семье Бергов бытовала следующая версия об освобождении Акселя Ивановича. Привожу ее со слов старшей дочери А.И. Берга Марины Акселевны: «В 1939 г. на Черном море шли испытания связи между кораблями в условиях, приближенных к военным. Испытания срывались. Присутствовал на испытаниях К.Е. Ворошилов. Он спросил:

— А где Берг?  
— Он арестован, — ответили ему.  
— Разобраться и доложить лично.

Так отец вернулся домой. Через тридцать лет после тех событий, в бытность Акселя Ивановича председателем Научного Совета по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР, в Совет на его имя пришло письмо из Сибири. Мы, сотрудники Совета, были поражены, увидев, насколько это письмо взволновало Акселя Ивановича. Писал ему старый, очень больной человек — «коллега» А.И. Берга по Лубянке. Он узнал об Акселе Ивановиче из публикаций. В письме содержались воспоминания о тех днях, когда Аксель Иванович был старостой тюремной камеры, в которой находился и автор письма, а также выражалась сердечная благодарность А.И. Бергу за оптимизм, доброжелательность, готовность помочь, которые он проявил в те страшные дни. Автор письма уверял, что выжил только благодаря моральной поддержке Акселя Ивановича. Об этом периоде А.И. Берг находил в себе му-

жество шутить: «Прошел путь из дворян в зэки».

Вскоре после начала войны Акселя Ивановича вновь привлекли к деятельности, связанной с усилением обороноспособности страны. В 1941 г. постановлением Совета Народных Комиссариатов ему было присвоено звание инженера-контр-адмирала. (В связи с этим родилась очередная острота Акселя Ивановича: «Из контрреволюционера сразу попал в контр-адмиралы»). В 1943 г. он избран членом-корреспондентом АН СССР и назначен заместителем председателя Совета по радиолокации при ГК обороны. В этом же году он становится научным руководителем и.о. начальника Научно-исследовательского института Народного комиссариата электропромышленности СССР. Пришлось переехать на постоянное место жительства в Москву и покинуть горячо любимый им Петербург — Ленинград.

**Кибернетика и ее интерпретация академиком А.И. Бергом.** Норберт Винтер, создатель кибернетики как универсальной науки об управлении в технике, обществе и живой природе, выдвинул на первый план информационную общность процессов управления. Процессы, протекающие в машинах и живых организмах, имеют много общего с информационной точки зрения: в машинах для передачи информации служат электрические импульсы, в живых организмах — импульсы нервного возбуждения, передаваемые по нервным волокнам.

Единая теория управления требует абстрактного подхода к объектам самой разной природы. Абстрагирование от их физической сущности приводит к концепции «черного ящика». Язык формализации позволяет единым образом описывать живые и искусственные объекты. При информационном подходе важна не характеристика системы самой по себе, а описание

ее поведения в некоторой изменяющейся информационной среде. Поэтому можно допустить отвлечение от физической природы системы, а переместить акцент на то общее, что они содержат с точки зрения некоторой четко определенной установки. Эта установка состоит в изучении потоков информации, циркулирующих в системах, в построении алгоритмов переработки информации и в тех общих особенностях структуры систем, которые существенны для передачи и переработки информации

Кибернетику обвинили в абстрактности и безобъективности. В 50-е годы в нашей стране она была запрещена как лженаука. Предстояла длительная и упорная борьба за реабилитацию кибернетики. Этую борьбу возглавил академик А.И. Берг. Сейчас трудно представить, сколько усилий пришлось затратить только на то, чтобы доказать, что кибернетика не является лженаукой. А.И. Берг не раз в своих выступлениях вспоминал «антикибернетические» годы: «Книгу Винера по кибернетике, вышедшую в 1948 г. в США, мы перевели через 10 лет. А за это время некоторые товарищи, которым делать было нечего, писали всякую галиматью про кибернетику, и эта галиматья публиковалась очень охотно в наших журналах. К 1958 г. было твердо «установлено», что это контрреволюционная, реакционная наука, которая поддерживает колонизацию и имперализм. Ну а через год в программе нашей партии было написано, что кибернетикой надо заниматься»<sup>2</sup>.

А.И. Берг определил кибернетику как науку об оптимальном управлении сложными динамическими системами на основе математики, логики и ЭВМ. Такое определение имело большое методологическое зна-

чение. На обвинение в безобъективности Берг возражал: «Объект есть, это — реальный сложный динамический процесс». В задачах кибернетики подчеркивалась роль оптимизации.

В философском осмыслении кибернетики А.И. Берг считал, что понятие «информация» столь же фундаментально для современной науки, как «вещество», «поле» и «энергия». Он выдвигал идею, что следует провести сопоставительное изучение таких понятий, как «физическая энтропия» и «энтропия в теории информации». Из сопоставления следует (как считал А.И. Берг) антиэнтропийная сущность кибернетики и трактовка управления, как объективного процесса, направленного на устранение хаоса.

В соответствии с концепцией кибернетики академика А.И. Берга важнейшие кибернетические направления разделились на теоретические и прикладные. Первые связаны с развитием общей теоретической базы кибернетики, вторые — с приложениями кибернетики в различных областях с учетом их специфических особенностей. Основные теоретические направления: математические проблемы кибернетики; теория информации, техническая кибернетика (теория процессов управления в технических системах); теория надежности; теория знаковых систем, изучающая построение естественных и искусственных языков; бионика; математическая теория эксперимента; философские проблемы кибернетики.

Приложения кибернетической теории: экономика, энергетика, транспорт, химия и металлургия, живая природа, медицина, психология, право. Число приложений все время увеличивалось. Появились интересные приложения в социологии, истории, культуре. С современной информационной технологией кибернетику тех лет объединяют ситуационное управление, искусственный интеллект,

структурная лингвистика.

По всем этим направлениям в Совете АН СССР создавались секции. Их возглавляли видные ученые в соответствующих областях. Секции объединяли на общественных началах специалистов НИИ, вузов производства.

Большое значение имела деятельность А.И. Берга как организатора целого ряда новых кибернетических направлений, курируемых Научным Советом по комплексной проблеме «Кибернетика». С помощью Акселя Ивановича созданы институты по кибернетике в других республиках, лаборатории и кафедры кибернетики в отраслевых, академических институтах и вузах.

В 1970 г. председатель Совета по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР академик А.И. Берг получил приглашение занять пост Вице-председателя Всемирной организации по общим системам и кибернетике.

Вот отрывок из этого письма: «Уважаемый господин Председатель!

В настоящее время ведется подготовка к созданию временного совета организации, которая получила условное наименование «Всемирная организация по общим системам и кибернетике» (ВОСиК). Профессор У.Росс Эшби любезно согласился занять пост Председателя организации, а профессор Страффорд Бир — пост Вице-Председателя Организации. Я лично буду исполнять обязанности Генерального Директора. Совет организации почти полностью укомплектован и включает представителей 18 стран, которые все являются известными специалистами в области кибернетики.

Я буду Вам благодарен, если Вы информируете меня по возможности скорее, согласны ли Вы принять приглашение занять пост Вице-Председателя.

С уважением Дж.Роуз  
Генеральный директор ВОСиК  
Блекбернский технологический  
и проектный колледж.  
Блекберн, Ланкашир, Англия».

<sup>2</sup> Стенограмма выступления А.И. Берга в Перми 17 июня 1968 г. на Всесоюзном совещании по качеству.

Это было очень почетное предложение. Войти в одну тройку с Р.Эшби и С.Биром, кибернетиками с мировыми именами, означало международное признание. Но шел только 1970 г., Аксель Иванович еще недавно был непосредственно связан с обороной СССР... От предложения пришлось отказаться.

**Учет содержательных знаний.** В дискуссиях по поводу абстрагирования от физической сущности объекта управления А.И. Берг настаивал на том, что формализованный подход не отменяет знания о сущности явлений, а дополняет их.

Эффективность моделирования как одного из основных приемов кибернетики зависит от адекватности и полноты содержащейся в них информации. Эта полнота, как правило, связана с исследованиями механизма явлений, а не только поведенческих свойств объекта («стимул-реакция»). Такой точки зрения неизменно придерживался А.И. Берг, когда речь шла о приложениях.

Для примера приведем секцию «Химическая кибернетика». А.И. Берг придавал большое значение приложению кибернетики в химии, считая, что это повысит эффективность работы химической промышленности и исследований в научных учреждениях. По его инициативе в конце 1961 г. состоялось объединенное заседание Всесоюзного химического общества им. Д.И. Менделеева и Научного Совета по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР. Заседание проходило под председательством академика А.И. Берга. Это была первая попытка объединить усилия классических химиков («детерминистов») и кибернетиков (приверженцев «черный ящик») для решения сложных проблем управления

химическими процессами.

Заседание проходило очень бурно, не было никакого взаимопонимания между химиками, кибернетиками и специалистами в области математической статистики. Аксель Иванович успешно примирил «враждующие стороны», так было положено начало новой дисциплины — химической кибернетики. Термин «химическая кибернетика», введенный А.И. Бергом, был вполне оправдан: речь шла не только о применении вычислительной техники и кибернетических идей в химии, но и о синтезе специфических химических знаний с кибернетическими понятиями (управление, оптимизация, поиск, адаптация, «черный ящик» и пр.).

Синтез профессиональных содержательных знаний и кибернетических методов происходил и в других секциях Совета. Нужно отметить, что это явление недостаточно полно освещено в литературе. Между тем подобный комплексный подход к развитию науки об управлении и информации является яркой приметой концепции кибернетики, выдвинутой Акселем Ивановичем Бергом.

**Оптимизация отношения «человек—биосфера».** Академик А.И. Берг отчетливо видел двуличность научно-технического прогресса: его достижения служат как на пользу, так и во вред людям и природе. Он считал, что проблема оптимизации отношения «человек—биосфера» не менее важна, чем вопросы управления экономикой, техникой и обществом. Экологические исследования он относил к «больше системным» по своей сущности и кибернетическим в смысле методов.

В 60-е годы А.И. Берг принимал участие в «борьбе за Байкал», в 70-е годы в Научный Совет по кибернетике была

включена комиссия «Теория и методы управления системами для исследования и освоения Мирового океана». Совет координировал эти исследования совместно с Океанологической комиссией АН СССР. А.И. Берг считал, что эта проблема по своей сложности не уступает освоению космического пространства и требует комплексного подхода с применением новейших кибернетических средств и методов. Онставил задачу создания такого комплекса, который обеспечил бы весь сквозной процесс исследования: поиск, разведку, добычу, обогащение, транспортировку и хранение полезных ископаемых, добываемых на дне Мирового океана. Самое главное в этом комплексном подходе — учет влияния разработки морских месторождений на биосферу.

В мае 1977 г. под председательством А.И. Берга проходило координационное совещание по управляющим системам при освоении Мирового океана. Как один из первых специалистов-подводников, Аксель Иванович с особенным вниманием относился к применению в океанических исследованиях подводных аппаратов. Это было одно из последних совещаний, проходящих с активным участием академика А.И. Берга. Круг замкнулся... В первом десятилетии нашего века Аксель Иванович начинал как подводник с освоения радиотехнической аппаратуры. И вот в конце 70-х годов известный ученый, беспокоенный губительным влиянием технического прогресса на состояние биосферы,ставил вопросы разработки комплексной системы управления подводными и надводными средствами для спасения Мирового океана...

Маркова Е.В.,  
доктор техн. наук

# Вспоминая Акселя Ивановича Берга

Среди замечательных людей, с которыми мне довелось встретиться в жизни, одной из самых ярких благородных фигур был академик Аксель Иванович Берг. Столетие со дня его рождения только в Москве отмечалось и в Политехническом музее, и в Московском Доме ученых, и в ряде институтов, им основанных. Аксель Иванович очаровывал своей преданностью делу, титаническим трудолюбием, нетерпимостью ко всякой лжи и фальши. Свои моральные принципы он сформулировал в дневнике, который вел регулярно всю жизнь: «Мужество искать и говорить правду, мужество быть самим собой — вот высшая степень человеческого достоинства».

Мне посчастливилось познакомиться с А.И. Бергом более 30 лет назад. В эти годы в Московском энергетическом институте был создан новый факультет автоматики и вычислительной техники, который с опаской называли факультетом технической кибернетики, так как кибернетика только начинала становиться признаваемой в нашей стране наукой и с нее был снят ярлык «реакционной лженуки» и «идеологического оружия империализма». Мне довелось стать первым деканом этого факультета.

По инициативе факультета в институте был организован цикл лекций по кибернетике, и первую лекцию любезно согласился прочитать академик А.И. Берг. Это было в сентябре 1959 г. Не помню, чтобы какая-нибудь лекция произвела такой фурор и имела такие восторженные отзывы, как эта. Увлеченно и темпераментно, с большим числом примеров Аксель Иванович рассказал о значении науки об управлении, о роли математического, физического и инженерного мышления в деятельности специалиста любой области, о значении связей между различными дисциплинами, изучаемыми в институте, и о единстве методов познания и управления. Он говорил, что кибернетика, по существу, является философской и математической наукой, основанной на информатизации всех сфер деятельности человека. Были названы такие науки, как биология, лингвистика, социология и экономика, педагогика и, конечно, различные отраслевые и технические науки.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

В А.И. Берге сочетались аристократизм и демократичность, энциклопедическая образованность, разносторонность научных интересов и знаний, смелость суждений и неутомимая жажда просвещения. Сокращенная стенограмма этой лекции опубликована в журнале «Известия вузов. Радиотехника», 1960, № 1. Многие яркие высказывания Акселя Ивановича не попали в эту стенограмму, но надежно запечатлены в памяти слушателей. Так, говоря о разобщенности инженеров, говорящих на разных языках, он напомнил библейскую легенду о строителях Вавилонской башни, разноязычие которых погубило строительство. Говоря о биологических науках, Аксель Иванович не мог не высказать своего резко отрицательного мнения об академике Лысенко, а говоря об энтузиастах развития кибернетики, не стесняясь, упоминал и конъюнктурщиков.

Вскоре у меня установилась тесная связь с Акселем Ивановичем. Он был очень организованным человеком, титанического трудолюбия; его рабочий день длился с раннего утра и до позднего вечера. Бывало, он звонил в шесть утра и давал задание, которое невозможно было не выполнить. Он очень внимательно следил за новой литературой всех стран, читал на многих языках без затруднений и рекомендовал издательству «Мир» книги для перевода. Вспоминаю о его рекомендациях к переводу книг по программированному обучению Столарова из США, Томаса, Девиса, Опеншоу и Берда из английского Авиационного педагогического училища в Брайтоне. Он поручил мне не только отредактировать перевод обеих книг, но и написать предисловие к ним, с освещением отечественных работ. Переводы этих книг вышли у нас в 1965 и 1966 гг.

Мне довелось бывать у него и на Совете по кибернетике, и дома, и на даче. Общение с Акселем Ивановичем всегда было очень интересным, полезным и увлекательным.

Вспоминается он и как редактор энциклопедии «Автоматизация производства и промышленная электроника», четыре тома которой вышли в начале 60-х годов. В ее составлении мне довелось участвовать. Во время презентации первого тома в издательстве «Советская энциклопедия»,

после оживленного праздничного застолья Аксель Иванович показал образец классического исполнения вальса.

Когда был создан Межведомственный научный совет по проблеме «Программированное обучение», А.И. Берг привлек меня к работе в этом Совете и поручил на всесоюзной конференции сделать обобщающий доклад о технических средствах обучения. Подготовка к этому докладу велась под непосредственным руководством Акселя Ивановича. Он придавал большое значение структуре доклада, классификации технических устройств и даже их наименованию и шифрам. Для ознакомления с достижениями Киевского военно-инженерного радиотехнического училища А.И.Берг организовал и возглавил поездку делегации Совета в Киев. Вспоминается его фигура в белой адмиральской форме на капитанском мостике военного катера во время ознакомительного рейса по киевскому морю.

В эти же годы для изучения программированного обучения в США была направлена делегация. По рекомендации А.И.Берга я был включен в состав этой делегации и в Американском кибернетическом обществе в Вашингтоне делал сообщение о работах А.И.Берга, рассматривавшего образование как большую кибернетическую систему, основанную на взаимосвязи различных наук. Приведу один из вопросов, заданных мне американским участником беседы: «Не считаете ли Вы, что кибернетика является паразитом на теле всех других наук?». Ответ был такой: «Не в большей мере, чем то, что человек является паразитом на теле земли». Доклад об этой поездке, одобренный А.И.Бергом, был сделан в Политехническом музее и опубликован Всесоюзным обществом «Знание» в 1966 г.

В конце 1993 г. на международном форуме Академии информатизации, который проходил в Колонном зале, я внес два предложения: учредить золотую медаль имени академика А.И. Берга, в составе Академии создать отделение Истории науки и техники, в план которой включить тему «История жизни академика А.И.Берга».

Нетушил А.В.,  
профессор

# Елена Моисеевна Лопухина

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения и 50 лет научной и педагогической деятельности в стенах Московского энергетического института Елены Моисеевны Лопухиной, широко известного в России и других странах крупного ученого в области электромеханики, талантливого преподавателя.

В 1941—1943 гг. после окончания с отличием Московского энергетического института Е.М. Лопухина работала инженером-электриком опытного производства завода им. Лепсе в Кирове, внося свой скромный вклад в Великую победу. С 1943 г. ее жизнь связана с Московским энергетическим институтом. За время более чем пятидесятилетней работы в МЭИ Елена Моисеевна подготовила тысячи высококвалифицированных специалистов-электромехаников и двадцать одного кандидата технических наук. Она обладает редким талантом пробуждать творческие способности в своих учениках, многие из которых имели счастье убедиться в этом на своем примере.

В течение ряда лет Елена Мо-



исеевна читает для студентов и слушателей факультета повышения квалификации преподавателей впервые разработанные ею курсы «Проектирование электрических машин малой мощности» и «Современные проблемы автоматизированного производства микромашин». Не один год она была деканом факультета «Электромашиностроение» Народного университета технических и экономических знаний.

Научно-исследовательские работы, выполненные под руководством Елены Моисеевны, имеют важное научное и народнохозяйственное значение, они способствовали созданию современных серий и новых асинхронных микродвигателей. Елена Моисеевна стояла у истоков становления микроэлектромашиностроения. Успешно защищенная ею в 1947 г. кандидатская диссертация, посвященная асинхронным микромашинам с полым ротором, была одной из первых работ по электрическим машинам малой мощности. Е.М. Лопухина — автор более 300 научных трудов, из которых 12 монографий и учебных пособий.

Некоторые работы переведены и изданы в Китае, Болгарии, Польше.

В дни юбилея Елена Моисеевна полна оптимизма и энергии, новых творческих замыслов, окружена учениками. Все мы желаем ей крепкого здоровья, счастья, долгих лет жизни и новых творческих успехов.

Группа товарищей  
и учеников

# Александр Степанович Шаталов

(К 80-летию со дня рождения)

Исполнилось 80 лет лауреату Государственной премии, заслуженному деятелю науки и техники РФ, генерал-майору в отставке Александру Степановичу Шаталову. В прошлом году он пережил два юбилея: 55 лет со дня окончания Новочеркасского индустриального института (Энергофак) и 50 лет со дня окончания Артиллерийской академии (ныне Военная Академия им. Дзержинского). Жизненный путь Александра Степановича, принесший ему благодарность воспитанников и подчиненных, а также ознаменованный правительственные наградами, учеными степенями и званиями, отмечался юбилейными статьями в журнале «Электротехническое». Публикации научных статей самого Александра Сте-



пановича в журнале начались с 1941 г. и продолжаются поныне. Регулярно издаются учебники и монографии А.С. Шаталова по

кибернетике, в области теории автоматического управления и электротехники. В ближайшее время ожидается выход в свет его монографии «Динамические системы и сигналы» (Энергоатомиздат).

В настоящее время Александр Степанович работает профессором аспирантуры Научно-исследовательского электромеханического института, активно трудится в специализированных советах, продолжает плодотворную литературную деятельность и не забывает о своей семье и здоровье. Во всем этом желаем ему больших успехов.

Группа товарищей,  
редакция и ред-  
коллегия журнала  
«Электротехника»

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б.Черкасский пер., 2/10

924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Художественный редактор Т.А. Дворецкова

Сдано в набор 27.05.94. Подписано в печать 28.06.94. Формат 60×881/8.  
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Тираж 800 экз. Заказ 1207

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Макет выполнен АО «Знак», 115547, Москва, Михневский пр-д, 4

Типография № 9 Комитета РФ по печати

Москва, 109033, Волочаевская ул., 40

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

## Содержание

Цветков В.А.	О группировании восстанавливаемого оборудования по надежности на основе ретроспективных данных . . . . .
Нестеренко Н.Г.	Строение областей существования и устойчивости режимов в консервативной модели электроэнергетической системы . . . . .
Рябинин И.А., Парфенов Ю.М., Цыпин О.Д.	Логико-вероятностная теория безопасности технических систем . . . . .
Кузнецов В.Н., Кузнецов Н.Д.	Фазовый метод учета потерь при экономическом распределении мощности между электростанциями . . . . .
Кирин И.Г.	Фотоэлектронные трансформаторы отбора мощности . . . . .
Быкадоров В.Ф.	Энергетические соотношения при разряде емкостного накопителя на поврежденную кабельную линию . . . . .
Бурунин О.А.	Построение характеристик асинхронного двигателя по каталожным данным . . . . .
Беспалов В.Я., Мошинский Ю.А.	Оптимальные токи и моменты частотно-регулируемых асинхронных двигателей в режиме пуска . . . . .
Ронинсон А.Д.	О решении магнитостатических и электростатических задач для поларизованных оболочек . . . . .
Гефле О.С., Демин А.В., Кухта В.Р., Лебедев С.М., Лопатин В.В., Носков М.Д.	Развитие разряда в слоистых диэлектриках . . . . .
Борисова М.Э., Ефремов Г.А., Койков С.Н., Скорняков Ю.А.	Влияние радиационной обработки на долговечность пленки полиэтилентерефталата . . . . .
<b>ДИСКУССИИ</b>	
Родин А.Л.	О неизвестных опытах по электромагнитной индукции . . . . .
Иванов-Смоленский А.В.	Комментарий к статье «О неизвестных опытах по электромагнитной индукции» . . . . .
<b>ХРОНИКА</b>	
Халилов Ф.Х.	Опыт эксплуатации нелинейных ограничителей перенапряжений в сетях до 35 кВ . . . . .
Маркова Е.В.	Академик Аксель Иванович Берг (К 100-летию со дня рождения)
Нетушил А.В.	Вспоминая Акселя Ивановича Берга . . . . .
Елена Моисеевна Лопухина	(К 75-летию со дня рождения) . . . . .
Шаталов Александр Степанович	(К 80-летию со дня рождения) . . . . .

## Contents

1	Tsvetkov V.A.	On Restorable Equipment Grouping Based on Retrospective Reliability Data . . . . .	1
7	Nesterenko N.G.	Feasibility and Stability Regions Structure of Lossless Power Systems . . . . .	7
7	Ryabinin I.A., Parfenov Yu.M., Tsypin O.D.	Logical-Probability Theory of Engineering Systems Safety . . . . .	17
17	Kuznetsov V.N., Kuznetsov N.D.	Phase Method of Account Losses at Economical Distribution of Power Output between Power Plants . . . . .	23
23	Kirin I.G.	Photovoltaic Transformers for Capture	30
23	Bykadorov V.F.	The Power Relationships to Capacity Accumulator Discharging on a Damaged Cable . . . . .	35
30	Burunin O.A.	Obtaining Performance Characteristics of Induction Motor from Nameplate Data . . . . .	38
35	Bespakov V.Ya., Moshchinskii Yu.A.	Starting Optimal Current and Torques of the Frequency Controlled Induction Motor . . . . .	45
38	Roninson A.D.	On the Solution of Magneto- and Electrostatic Problems for Polarized Casings . . . . .	49
45	Gefle O.S., Demin A.V., Kukhta V.R., Lebedev S.M., Lopatin V.V., Noskov M.D.	Discharge Development in the Layered Dielectrics . . . . .	61
49	Borisova M.E., Yefremov G.A., Koikov S.N., Skornyakov Yu.A.	The Influence of Radiation Treatment on the Life Time of Polyethyleneterephthalate Films . . . . .	64
61	<b>DISCUSSIONS</b>		
64	Rodin A.L.	On the Unknown Experiments in Electromagnetic Induction . . . . .	67
64	Ivanov-Smolenskii A.V.	Commentary on the Paper «On the Unknown Experiments in Electromagnetic Induction» . . . . .	69
67	<b>CHRONICLE</b>		
69	Khalilov F.Kh.	Operating Experience of Nonlinear Overvoltages Suppressors in Lines of up to 35 kV . . . . .	72
69	Markova Ye.V.	Academician Aksel' Ivanovich Berg (to Mark the 100th Anniversary)	73
72	Netushil A.V.	Recollecting Aksel' Ivanovich Berg	77
72	Lopukhina Yelena Moiseevna	(to Mark the 75th Anniversary)	78
73	Shatalov Aleksandr Stepanovich	(to Mark the 80th Anniversary) . . . . .	79

# **ВЕСТНИК ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ**

---

**Ежеквартальный научно-популярный  
и научно-технический журнал**

**Основные рубрики:** Актуальное интервью; Официальная хроника; Экономика и управление; Энергосистемы. Электрические станции; Новые нормативно-технические документы; Новости с конференций, выставок, семинаров.

**Журнал освещает** отечественный и зарубежный опыт в области электроэнергетики, проблемы и задачи электроэнергетического комплекса России.

Для оформления подписки на журнал (14000 руб.) необходимо направить в адрес АО «Информэнерго»: 129110, Москва, пр-т Мира, 68, отдел распространения письмо и копию банковского поручения об оплате подписки. По вопросам подписки обращаться в редакцию журнала:



280-05-59, 280-31-23.

Расчетный счет АО «Информэнерго»:

для подписчиков Москвы: 16345682 в АКБ «Бизнес» Москвы, МФО 201638, уч. 74

для иногородних подписчиков: 16345682 в АКБ «Бизнес» Москвы, МФО 44583478, кор. сч. № 478161600 в РКЦ ГУ ЦБРФ по Москве, МФО 201791, уч. 74