ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1994 4

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Секция теоретических основ электротехники, преобразовательной техники, электротехнических материалов

Лабунцов В.А., главный редактор, председатель секции (Московский энергетический институт), **Бутырин П.А.** (Институт высоких температур Российской Академии наук, Москва), **Иоссель Ю.Я.** (Научно-исследовательский институт постоянного тока, Санкт-Петербург), **Комельков В.С.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Нетушил А.В.** (Московская государственная академия тонкой химической технологии), **Розанов Ю.К.** (Московский энергетический институт), **Пищиков В.И.** (Московский энергетический институт), **Тареев Б.М.** (Всероссийский институт научной и технической информации, Москва), **Толстов Ю.Г.** (Научно-исследовательский энергетический институт, Москва), **Чечурин В.Л.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет)

Научный редактор — **Макаршин Б.Д.**

Секция электроэнергетики

Мамиконянц Л.Г., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Будзко И.А.** (Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства), **Гельфанд Я.С.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Ершевич В.В.** (Проектный и научно-исследовательский институт «Энергосетьпроект», Москва), **Митюшкин К.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва), **Морозкин В.П.** (Московский энергетический институт), **Семенов В.А.** (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), **Совалов С.А.** (Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы России), **Строев В.А.** (Московский энергетический институт).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

Секция техники высоких напряжений, электрических аппаратов, трансформаторов

Ларионов В.П., председатель секции (Московский энергетический институт), **Белкин Г.С.** (Всероссийский электротехнический институт, Москва), **Бортник И.М.** (Министерство науки и технической политики России), **Костенко М.В.** (Санкт-Петербургский государственный технический университет), **Лизунов С.Д.** (Московский электрозавод), **Шилин Н.В.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Кудинова Л.С.**

Секция электрических машин

Иванов-Смоленский А.В., председатель секции (Московский энергетический институт), **Данилевич Я.Б.** (Всероссийский институт электромашиностроения, Санкт-Петербург), **Евсеев Б.Н.**, заместитель главного редактора журнала, **Шакарян Ю.Г.** (Всероссийский научно-исследовательский институт электроэнергетики, Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

Секция электропривода и автоматизации технологических процессов

Слежановский О.В., председатель секции (Всероссийский научно-исследовательский институт «Электропривод», Москва), **Андерс В.И.** (Московский энергетический институт), **Борцов Ю.А.** (Санкт-Петербургский электротехнический институт), **Ильинский Н.Ф.** (Московский энергетический институт), **Шаталов А.С.** (Научно-техническое объединение «Антей», Москва).

Научный редактор — **Евсеев Б.Н.**

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ИЗДАЕТСЯ С ИЮЛЯ 1880 ГОДА

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

4
АПРЕЛЬ
1994

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики), ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

Расчет комплексных показателей качества электроэнергии в трехфазных системах

МАЙЕР В.Я., РАСАМУЭЛИНА Д.

Приводится методика, алгоритм и программа расчета комплексных показателей качества электрической энергии, а именно: несимметрии (коэффициента обратной и нулевой последовательности) напряжений с учетом высших гармоник; несинусоидальности напряжений с учетом ее во всех трех фазах трехфазной системы и отклонения линейных напряжений с учетом их неравенства и несинусоидальности их форм кривых. Это свидетельствует о том, что сделан принципиально новый подход к оценке качества электрической энергии в трехфазных системах. В результате чего возникает перспектива разработки устройств измерения этих показателей, средств стабилизации электрических режимов и создания устройств коррекции параметров электрической энергии и обеспечения электромагнитной совместимости потребителей.

The method, algorithm and computer program are presented for calculation of complex quality indices of electrical energy, namely: voltage asymmetry (negative and zero sequence factor) accounting upper harmonics; voltage unsinusoidality in all three phases of the system and line voltage deviations accounting their inequality and unsinusoidality of their curves. Therefore, the principally new approach is proposed for evaluation of electrical energy quality in three-phase systems. The possibility appears for development of devices for measuring these indices and stabilization of electrical operating models, as well as for creation of means for correction of electrical energy parameters and ensuring of electromagnetic compatibility of consumers.

Существующие методы определения несимметрии, неуравновешенности электрических режимов и отклонения напряжений, принятые ГОСТ 13109—87, не учитывают составляющих обратной и нулевой последовательностей, обусловленных высшими гармониками, участвующими в формировании этих последовательностей [1]. Это не отражает реальных физических процессов в сетях с несинусоидальной формой кривой напряжений и токов, поэтому не может быть применено в нелинейных сетях, так как при наличии в сети высших гармоник это допущение искажает результаты оценки показателей качества электроэнергии (ПКЭ). Критерий оценки несинусоидальности ν-й гармонической составляющей напряжений трехфазной системы допустим только для одной фазы и при полном равенстве одноименных гармоник по фазам [2]. На электрооборудование и технологические процессы оказывают влияние как напряжение, так и ток, поэтому учет только одного фактора, например несимметрии напряжений или токов, является односторонним и неполным.

В процессе совершенствования критериев оценки ПКЭ следует стремиться к разработке и учету комплексных ПКЭ, учитывающих одновременно те параметры электроэнергии, которые участвуют в формировании этого показателя. Например, оценку несимметрии и неуравновешенности напряжений, токов и мощностей фаз следует осу-

© «Электричество», 1994

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ществлять с учетом несинусоидальности форм их кривых, оценку несинусоидальности — с учетом неравенства этих параметров по фазам, т.е. с учетом параметров показателя по всем фазам, а отклонение напряжений — с учетом несимметрии и несинусоидальности их кривых.

Обработка осциллограмм. Исходной информацией для определения ПКЭ являются осциллограммы напряжений и токов.

Обработка графической информации выполняется с помощью преобразователя графиков, например, «Ф О18», «График», «Старт», «Лазеродар» [3].

Период разбивается на n равных частей, что дает массив равно стоящих точек $x_i=2\pi i/n$, в каждой из которых определяются соответствующие ординаты осциллограмм l_i. Полученные значения $l_i\,(i=\overline{1,n})$ умножаются на соответствующий масштаб напряжений (токов) $m_{u(i)}$, определяемый по формуле

$$m_u = \frac{U}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} l_i^2/n}} \quad ,$$

где U — измеренное действующее значение напряжения в В или кВ (тока); l_i — соответствующая ордината осциллограммы; n — число разбиений периода.

Число n выбирается так, чтобы кривая напряжений (токов) без потери информации была представлена последовательностью U_i, полученной в результате рассечения. Число n зависит от числа рассматриваемых гармоник и определяется из условий [4]:

$$\nu_{\max} \leqslant \frac{\pi}{4h},$$

где $\nu_{\max}$ — наивысший порядок гармонической составляющей; $h=2\pi/n$ — шаг дискретизации.

Тогда $\nu_{\max} \leqslant n/8$.

Гармонический анализ данных осциллографирования. Периодические функции могут быть разложены в ряд Фурье и представлены в виде:

$$U(x) = U_0 + \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} [U_{\nu c}\cos(\nu x) + U_{\nu s}\sin(\nu x)],$$

где $U_0, U_{\nu c}, U_{\nu s}$ — числовые коэффициенты; ν — порядок многочлена.

Амплитуда и угловой сдвиг ν-й гармоники по отношению к гармонике основной частоты определяются следующими выражениями:

$$U_{m\nu} = \sqrt{U_{\nu s}^2 + U_{\nu c}^2}\,; \qquad (1)$$

$$\psi_{u\nu} = \operatorname{arctg}\left[\frac{U_{\nu s}}{U_{\nu c}}\right]. \qquad (2)$$

В теории Фурье коэффициенты тригонометрического многочлена $U(x)$ задаются формулами:

$$U_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} U(x)\,dx\,;$$

$$U_{\nu c} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} U(x)\cos(x\nu)\,dx\,;$$

$$U_{\nu s} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} U(x)\sin(x\nu)\,dx\,.$$

Одним из распространенных методов интегрирования подынтегральной функции коэффициентов Фурье является метод Филона [4]. Вычисление коэффициентов Фурье по методу Филона приводит к более точным результатам. Интегрирование по методу Филона заключается в замене исследуемой функции отрезками квадратичных парабол, после чего интегралы на участке $(i, i+h)$ вычисляются аналитически, что и уменьшает погрешность, связанную с приближенным интегрированием, затем производится суммирование значений интеграла на участке $(0, 2\pi)$.

Исследуемая функция $U(x)$ задана в точках $x_0, x_1, \ldots, x_n$ соответствующими ординатами $U(x_0)$, $U(x_1), \ldots, U(x_n)$. Аппроксимируя $U(x)$ на участках $(x_0, x_2); (x_2, x_4); \ldots; (x_{n-2}, x_n)$ квадратичными параболами вида $y = ax^2 + bx + c$, проходящими через заданные ординаты функции $U(x)$, для любого i-го участка получаем систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} a_i x_{2i-2}^2 + b_i x_{2i-2} + c_i &= U(x_{2i-2})\,; \\ a_i x_{2i-1}^2 + b_i x_{2i-1} + c_i &= U(x_{2i-1})\,; \\ a_i x_{2i}^2 + b_i x_{2i} + c_i &= U(x_{2i})\,. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Коэффициенты $U_0, U_{\nu c}, U_{\nu s}$ могут быть представлены в следующем виде:

$$U_0 = \frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{n/2}\int_{(i-1)\Delta x}^{i\Delta x} (a_i x^2 + b_i x + c_i)\,dx\,; \qquad (4)$$

$$U_{\nu c} = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n/2}\int_{(i-1)\Delta x}^{i\Delta x} (a_i x^2 + b_i x + c_i)\cos(\nu x)\,dx\,; \qquad (5)$$

$$U_{\nu s} = \frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{n/2}\int_{(i-1)\Delta x}^{i\Delta x} (a_i x^2 + b_i x + c_i)\sin(\nu x)\,dx\,, \qquad (6)$$

где $\Delta x = \frac{2\pi}{n/2}$.

Значения a_i и b_i определяются решением системы уравнений (3).

После соответствующих преобразований окончательные выражения $U_0, U_{\nu c}, U_{\nu s}$ примут вид:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$U_o=U(x_o)-\frac{\Delta x^2}{2\pi}\sum_{i=1}^{n/2}\left\{\frac{2}{3}a_i\,\Delta x(3i^2-3i+1)+\frac{b_i}{2}(2i-1)\right\};\quad (7)$$

$$U_{\nu c}=-\frac{2\sin\left(\nu\frac{\Delta x}{2}\right)}{\nu^2\pi}\sum_{i=1}^{n/2}\left\{\frac{2a_i}{\nu}\cos\left[\nu\Delta x\left(i-\frac{1}{2}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+(2a_i\,\Delta x+b_i)\sin\left[\nu\Delta x\left(i-\frac{1}{2}\right)\right]\right\};\quad (8)$$

$$U_{\nu s}=-\frac{2\sin\left(\nu\frac{\Delta x}{2}\right)}{\nu^2\pi}\sum_{i=1}^{n/2}\left\{\frac{2a_i}{\nu}\sin\left[\nu\Delta x\left(i-\frac{1}{2}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-(2a_i\,\Delta x+b_i)\cos\left[\nu\Delta x\left(i-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}.\quad (9)$$

Тригонометрический многочлен порядка ν дает приближение к функции $U(x)$, ошибка которой по методу наименьших квадратов определяется равенством

$$S_\nu=\sum_{i=1}^{n}(U(x_i)-U_0)^2-\frac{n}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}}U_{m\nu}^2.\quad (10)$$

Имея в виду уменьшение S_ν при увеличении ν, можно оценить значение дополнительно взятых гармоник. Для выбора оптимального порядка многочлена можно использовать следующее правило [5]: повышать порядок подбираемого тригонометрического многочлена ν следует до тех пор, пока отношение суммы S_ν к числу $(n-2\nu-1)$ не перестанет заметно убывать.

Разложение несимметричных систем на системы симметричных составляющих. Любую несимметричную систему трех векторов одинаковой частоты можно однозначно представить в виде трех систем:

$$\underline{U}_\nu^{\text{пр}}=\frac{1}{3}(\underline{U}_{A\nu}+a^\nu\,\underline{U}_{B\nu}+a^{2\nu}\,\underline{U}_{C\nu});\quad (11)$$

$$\underline{U}_\nu^{\text{обр}}=\frac{1}{3}(\underline{U}_{A\nu}+a^{2\nu}\,\underline{U}_{B\nu}+a^\nu\,\underline{U}_{C\nu});\quad (12)$$

$$\underline{U}_\nu^{\text{нул}}=\frac{1}{3}(\underline{U}_{A\nu}+\underline{U}_{B\nu}+\underline{U}_{C\nu}),\quad (13)$$

где $\underline{U}_\nu^{\text{пр}}, \underline{U}_\nu^{\text{обр}}, \underline{U}_\nu^{\text{нул}}$ — комплексное значение напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей; $a=e^{j\frac{2\pi}{3}}$ — оператор поворота на $2\pi/3$.

Расчет симметричных составляющих для каждой из гармоник производим следующим образом. Амплитудное значение напряжений прямой последовательности ν-й гармоники определяется равенством

$$U_{m\nu}^{\text{пр}}=\frac{1}{3}\sqrt{[\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{пр}})]^2+[\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{пр}})]^2}.\quad (14)$$

Угловой сдвиг по отношению к гармонике основной частоты определяются формулой

$$\psi_{u\nu}^{\text{пр}}=\text{arctg}\left[\frac{\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{пр}})}{\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{пр}})}\right],\quad (15)$$

где

$$\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{пр}})=U_{m\nu}^A\cos\psi_{u\nu}^A+U_{m\nu}^B\cos\left(\psi_{u\nu}^B+\frac{2\pi\nu}{3}\right)+$$
$$+U_{m\nu}^C\cos\left(\psi_{u\nu}^C+\frac{4\pi\nu}{3}\right);\quad (16)$$

$$\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{пр}})=U_{m\nu}^A\sin\psi_{u\nu}^A+U_{m\nu}^B\sin\left(\psi_{u\nu}^B+\frac{2\pi\nu}{3}\right)+$$
$$+U_{m\nu}^C\sin\left(\psi_{u\nu}^C+\frac{4\pi\nu}{3}\right).\quad (17)$$

Амплитудные значения и угловые сдвиги напряжений обратной и нулевой последовательностей определяются аналогично:

$$U_{m\nu}^{\text{обр}}=\frac{1}{3}\sqrt{[\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{обр}})]^2+[\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{обр}})]^2};\quad (18)$$

$$\psi_{u\nu}^{\text{обр}}=\text{arctg}\left[\frac{\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{обр}})}{\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{обр}})}\right],\quad (19)$$

где

$$\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{обр}})=U_{m\nu}^A\cos\psi_{u\nu}^A+U_{m\nu}^B\cos\left(\psi_{u\nu}^B+\frac{4\pi\nu}{3}\right)+$$
$$+U_{m\nu}^C\cos\left(\psi_{u\nu}^C+\frac{2\pi\nu}{3}\right);\quad (20)$$

$$\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{обр}})=U_{m\nu}^A\sin\psi_{u\nu}^A+U_{m\nu}^B\sin\left(\psi_{u\nu}^B+\frac{4\pi\nu}{3}\right)+$$
$$+U_{m\nu}^C\sin\left(\psi_{u\nu}^C+\frac{2\pi\nu}{3}\right).\quad (21)$$

$$U_{m\nu}^{\text{нул}}=\frac{1}{3}\sqrt{[\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{нул}})]^2+[\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{нул}})]^2};\quad (22)$$

$$\psi_{u\nu}^{\text{обр}}=\text{arctg}\left[\frac{\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{нул}})}{\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{нул}})}\right],\quad (23)$$

где

$$\text{Re}\,(\underline{U}_\nu^{\text{нул}})=U_{m\nu}^A\cos\psi_{u\nu}^A+U_{m\nu}^B\cos\psi_{u\nu}^B+U_{m\nu}^C\cos\psi_{u\nu}^C;\quad (24)$$

$$\text{Im}\,(\underline{U}_\nu^{\text{нул}})=U_{m\nu}^A\sin\psi_{u\nu}^A+U_{m\nu}^B\sin\psi_{u\nu}^B+U_{m\nu}^C\sin\psi_{u\nu}^C.\quad (25)$$

Действующие значения напряжений каждой последовательности имеют вид:
для прямой

$$U_{\text{пр}}=\sqrt{(U_0^{\text{пр}})^2+\frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}}(U_{m\nu}^{\text{пр}})^2},\quad (26)$$

где $\nu_{\max}$ — наибольшее число учитываемых гармоник в фазах;
для обратной

$$U_{\text{обр}}=\sqrt{(U_0^{\text{обр}})^2+\frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}}(U_{m\nu}^{\text{обр}})^2},\quad (27)$$

для нулевой

$$U_{\text{нул}}=\sqrt{(U_0^{\text{нул}})^2+\frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}}(U_{m\nu}^{\text{нул}})^2}.\quad (28)$$

Постоянные составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей определяем по формуле

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$U_0^{\text{пр}} = U_0^{\text{обр}} = U_0^{\text{нул}} = \frac{U_0^A + U_0^B + U_0^C}{3}, \qquad (29)$$

где U_0^A, U_0^B, U_0^C — постоянные составляющие, вычисляемые в результате разложения в ряд Фурье кривых напряжений фаз.

Расчет комплексных показателей качества электроэнергии. Несимметрию напряжений в отличие от ГОСТ 13109—87 предлагается определить как отношение действующих значений напряжений обратной последовательности к прямой с учетом принимаемых во внимание гармоник всех фаз, участвующих в формировании этих последовательностей, рассчитанных по гармоникам междуфазных напряжений [5]:

$$K_{U_2} = \frac{U_{\text{обр}}}{U_{\text{пр}}} 100. \qquad (30)$$

Неуравновешенность напряжений предлагается определять как отношение действующих значений напряжений нулевой последовательности к прямой с учетом принимаемых во внимание гармоник всех фаз, участвующих в формировании этих последовательностей, рассчитанных по гармоникам напряжений:

$$K_{U_0} = \frac{U_{\text{нул}}}{U_{\text{пр}}} 100. \qquad (31)$$

Несинусоидальность напряжений трехфазной системы — как отношение среднеквадратического значения высших гармоник прямой последовательности к действующему значению первой гармоники прямой последовательности напряжений:

$$K_{\text{нс}U} = \frac{\sqrt{\sum_{\nu=2}^{\nu_{\max}} (U_\nu^{\text{пр}})^2}}{U_1^{\text{пр}}} 100. \qquad (32)$$

Отклонение напряжений трехфазной системы определяется по следующей формуле

$$\delta U = \frac{U_{\text{пр}} - U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} 100, \qquad (33)$$

где $U_{\text{ном}}$ — номинальное напряжение сети. Причем $U_{\text{пр}}$ определяется не только для первой гармоники, как это принято в ГОСТ 13109—87, а с учетом всех принимаемых во внимание гармоник, участвующих в формировании этой последовательности.

Расчет симметричных составляющих и комплексных ПКЭ токов производится аналогично.

Несимметрию мощностей предполагается характеризовать коэффициентом несимметрии мощностей фаз, который равен отношению действующих значений полных мощностей обратной последовательности к прямой последовательности

$$K_{s_2} = \frac{S_{\text{обр}}}{S_{\text{пр}}} 100, \qquad (34)$$

где $S_{\text{обр}}, S_{\text{пр}}$ — действующие значения полных мощностей обратной и прямой последовательностей:

$$S_{\text{обр}} = 3U_0^{\text{обр}} I_0^{\text{обр}} + \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{обр}} I_{m\nu}^{\text{обр}}; \qquad (35)$$

$$S_{\text{пр}} = 3U_0^{\text{пр}} I_0^{\text{пр}} + \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{пр}} I_{m\nu}^{\text{пр}}. \qquad (36)$$

Несимметричный режим потребления активной мощности характеризуется коэффициентом несимметрии по активной мощности:

$$K_{P2} = \frac{P_{\text{обр}}}{P_{\text{пр}}} 100, \qquad (37)$$

где $P_{\text{обр}}, P_{\text{пр}}$ — действующие значения активной мощности обратной и прямой последовательностей:

$$P_{\text{обр}} = 3U_0^{\text{обр}} I_0^{\text{обр}} + \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{обр}} I_{m\nu}^{\text{обр}} \cos(\psi_{u\nu}^{\text{обр}} - \psi_{i\nu}^{\text{обр}}); \qquad (38)$$

$$P_{\text{пр}} = 3U_0^{\text{пр}} I_0^{\text{пр}} + \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{пр}} I_{m\nu}^{\text{пр}} \cos(\psi_{u\nu}^{\text{пр}} - \psi_{i\nu}^{\text{пр}}), \qquad (39)$$

где $\psi_{u\nu}^{\text{обр}}, \psi_{u\nu}^{\text{пр}}, \psi_{i\nu}^{\text{обр}}, \psi_{i\nu}^{\text{пр}}$ — угловые сдвиги напряжения и тока обратной и прямой последовательностей ν-й гармоники по отношению к гармонике основной частоты, соответственно.

Коэффициент несимметрии по реактивной мощности можно вычислить по формуле

$$K_{Q2} = \frac{Q_{\text{обр}}}{Q_{\text{пр}}} 100, \qquad (40)$$

где $Q_{\text{обр}}, Q_{\text{пр}}$ — действующие значения реактивной мощности обратной и прямой последовательностей:

$$Q_{\text{обр}} = \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{обр}} I_{m\nu}^{\text{обр}} \sin(\psi_{u\nu}^{\text{обр}} - \psi_{i\nu}^{\text{обр}}); \qquad (41)$$

$$Q_{\text{пр}} = \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{пр}} I_{m\nu}^{\text{пр}} \sin(\psi_{u\nu}^{\text{пр}} - \psi_{i\nu}^{\text{пр}}). \qquad (42)$$

Неуравновешенность электрического режима трехфазной четырехпроводной системы предполагается характеризовать коэффициентом нулевой последовательности полных мощностей фаз:

$$K_{S0} = \frac{S_{\text{нул}}}{S_{\text{пр.ф}}} 100, \qquad (43)$$

где $S_{\text{нул}}, S_{\text{пр.ф}}$ — действующие значения полных мощностей нулевой и прямой последовательностей:

$$S_{\text{нул}} = 3U_0^{\text{нул}} I_0^{\text{нул}} + \frac{3}{2} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{нул}} I_{m\nu}^{\text{нул}}; \qquad (44)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$S_{\text{пр.ф}} = 3U_0^{\text{пр.ф}} I_0^{\text{пр.ф}} + \frac{3}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{пр.ф}} I_{m\nu}^{\text{пр.ф}}. \quad (45)$$

Коэффициент неуравновешенности активных мощностей фаз предлагается определить как отношение действующих значений активных мощностей нулевой последовательности к прямой последовательности:

$$K_{P0} = \frac{P_{\text{нул}}}{P_{\text{пр.ф}}} 100, \quad (46)$$

где $P_{\text{нул}}, P_{\text{пр.ф}}$ — действующие значения активных мощностей нулевой и прямой последовательностей:

$$P_{\text{нул}} = 3U_0^{\text{нул}} I_0^{\text{нул}} + \frac{3}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{нул}} I_{m\nu}^{\text{нул}} \cos(\psi_{u\nu}^{\text{нул}} - \psi_{i\nu}^{\text{нул}}); \quad (47)$$

$$P_{\text{пр.ф}} = 3U_0^{\text{пр.ф}} I_0^{\text{пр.ф}} + \frac{3}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{пр.ф}} I_{m\nu}^{\text{пр.ф}} \times$$

$$\times \cos(\psi_{u\nu}^{\text{пр.ф}} - \psi_{i\nu}^{\text{пр.ф}}); \quad (48)$$

где $\psi_{u\nu}^{\text{нул}}, \psi_{u\nu}^{\text{пр.ф}}, \psi_{i\nu}^{\text{нул}}, \psi_{i\nu}^{\text{пр.ф}}$ — угловые сдвиги напряжения и тока нулевой и прямой последовательностей ν-й гармоники по отношению к гармонике основной частоты, соответственно.

Коэффициент неуравновешенности реактивных мощностей фаз предлагается определить как отношение действующих значений реактивных мощностей нулевой последовательности к прямой последовательности:

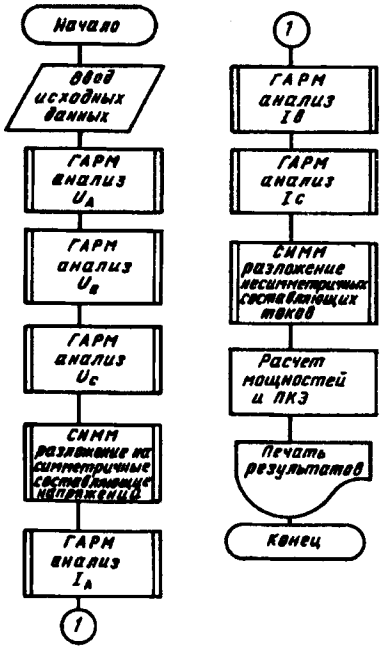
$$K_{Q_0} = \frac{Q_{\text{нул}}}{Q_{\text{пр.ф}}} 100, \quad (49)$$

где $Q_{\text{нул}}, Q_{\text{пр.ф}}$ — действующие значения реактивных мощностей нулевой и прямой последовательностей:

$$Q_{\text{нул}} = \frac{3}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{нул}} I_{m\nu}^{\text{нул}} \sin(\psi_{u\nu}^{\text{нул}} - \psi_{i\nu}^{\text{нул}}); \quad (50)$$

$$Q_{\text{пр.ф}} = \frac{3}{2}\sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} U_{m\nu}^{\text{пр.ф}} I_{m\nu}^{\text{пр.ф}} \sin(\psi_{u\nu}^{\text{пр.ф}} - \psi_{i\nu}^{\text{пр.ф}}). \quad (51)$$

Расчет комплексных ПКЭ легко реализуется с помощью специально разработанной авторами программы, структурная схема которой представлена на рисунке. Исходными данными для расчета ПКЭ по этой программе являются осциллограммы линейных и (или) фазных напряжений и токов трех фаз. Представив осциллограммы токов и напряжений в виде цифровой информации (с помощью преобразователя графиков Ф О18), вводим эти данные для каждой фазы в ЭВМ и обращаемся к подпрограмме ГАРМ. В подпрограмме ГАРМ определяются амплитуды и фазы



каждой гармоники по формулам (1),(2),(7)—(9); погрешность S_ν — по формуле (10) и значение ν, при котором $S_\nu/(n-2\nu-1)$, перестает заметно убывать.

После определения амплитуд и фаз гармонических составляющих трех фаз обращаемся к подпрограмме СИММ, в которой вычисляются амплитуды и фазы гармоник симметричных составляющих по формулам (15)—(33). После обращения к подпрограмме СИММ производится аналогичный расчет комплексных ПКЭ, расчет последовательностей мощностей по формулам (35),(36),(38),(39),(41),(42),(44),(45),(47),(48) и собственно расчет комплексных параметров качества электроэнергии по (34),(37),(40),(43),(46),(49).

В качестве примера представлен расчет комплексных ПКЭ для сетей шахты «Павлоградуголь». При обработке осциллограмм учитывалось 240 ординат. Результаты расчета показали, что максимальное число учитываемых гармоник равно 23 (фазы *A*-11, *B*-11, *C*-23).

Выводы. 1. Коэффициенты обратной, нулевой последовательностей напряжений по первой гармонике следует определять как отношение действующих значений напряжений обратной, нулевой последовательностей к прямой последовательности с учетом принимаемых во внимание гармоник, участвующих в формировании этих последовательностей.

2. Для полного учета несимметрии и неуравновешенности электрических режимов необходимо наравне с несимметрией, неуравновешенностью напряжений учитывать еще несимметрию, неуравновешенность токов, т.е. характеристики таких режимов следует осуществлять по несим-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

метрии и неуравновешенности мощностей фаз. Эти коэффициенты применяются и для определения мощностей симметрирующих и уравнивающих устройств.

3. Коэффициент несинусоидальности напряжений трехфазной системы рекомендуется определять как отношение среднеквадратического значения напряжения прямой последовательности к действующему значению напряжения прямой последовательности первой гармоники.

4. Оптимизацию ПКЭ, определение ущерба от плохого КЭ и разработку устройств для измерения ПКЭ следует производить по критериям комплексного учета ПКЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Майер В.Я., Галак И.Л.** О совершенствовании нормирования качества электроэнергии.— Электричество, 1987, № 10.

2. **Майер В.Я.** Разработка критериев оценки качества электрической энергии, адекватно отражающих изменение энергетического процесса трехфазных систем.— Труды междунар. научн. конф. «Качество электрической энергии».— Спала. 1991.

3. **Обработка** графической информации на ЭВМ/ Петренко А.И., Абакумов В.Г., Будняк А.А. и др.— Киев: Техника 1974.

4. **Иванов Г.М., Егоркин В.Ф.** Несимметричные режимы работы тиристорных преобразователей в электроприводах переменного тока.— М.: Энергоатомиздат, 1990.

5. **Майер В.Я., Зения, Приемова Т.Ю.** Критерии оценки несимметрии напряжений, адекватно отражающий энергетический процесс трехфазных систем.— Известия вузов. Энергетика, 1990, № 9.

6. **Румшинский З.Л.** Математическая обработка результатов эксперимента.— М: Наука, 1979.

[06.07.93]

*Авторы: **Майер Виктор Яковлевич** окончил энергетический факультет Павлодарского индустриального института в 1970г. В 1974 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Качество электрической энергии» в Московском энергетическом институте. Доцент Запорожского машиностроительного института.*

***Расамуэлина Давид Оноре** (гражданин Мадагаскара) окончил Запорожский машиностроительный институт в 1991 г.*

Применение методов распознавания образов для экспресс-анализа динамической устойчивости электрических систем

КУЕН ЗУИ АНЬ

На основе теории распознавания образов и знаний экспертов предложены быстродействующие методы оценки состояния ЭЭС при больших возмущениях в условиях неопределенности и неполноты исходной информации, а также жесткого ограничения во времени. Рассмотрен порядок построения экспертной распознающей системы. Получен способ представления распознаваемого режима ЭЭС на дисплее персонального компьютера в виде изображающей точки. При этом в процессе тренировки экспертная распознающая система выступает в качестве интеллектуального партнера диспетчера ЭЭС, помогает ему разобраться с аварией и принять решение по ликвидации аварийной ситуации. Показано применение методов распознавания образов и знаний экспертов для оценки динамической устойчивости на примере южной электроэнергетической системы Вьетнама.

Fast state estimation methods for electrical power systems (EPS) transients under large disturbances are proposed. The methods are based on pattern recognition theory and expert knowledge and they can handle stochastic and incomplete data in the conditions of severe time limitations. The way of constructing expert system for pattern recognition has been considered. Recognized EPS operating condition is represented by a point on the pC monitor. In the course of training expert system operates as an intellectual partner of EPS dispatcher, helping him to recognize emergency situation and to make necessary steps to correct it. The use of pattern recognition methods and expert system for transient stability evaluation is shown with South Vietnam EPS taken as an example.

Решение задач управления переходными процессами в электроэнергетической системе (ЭЭС) имеет важное значение для повышения надежности и устойчивости ее работы. Все трудности управления режимами ЭЭС связаны со сложностью объекта управления, отсутствием строгого математического описания протекающих в ней процессов, многокритериальностью управления. Для оценки устойчивости ЭЭС при больших возмущениях традиционные методы, использующие упрощенные системы уравнений, описывающие режим ЭЭС, оказываются неэффективными и не-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

удобными, особенно в условиях неопределенности, неполноты информации и жесткого ограничения времени расчета. В последние годы существенные результаты получены на основе применения методов распознавания образов и знаний экспертов. Основная масса исходной схемно-режимной информации обрабатывается предварительно (в режиме «ДО»). Непосредственная оценка состояния ЭЭС определяется с помощью достаточно простых алгоритмов без решения системы дифференциальных уравнений по данным о предшествующем нормальном режиме и возмущении.

Состояние ЭЭС при решении задачи распознавания представляется в виде вектора X в m-мерном пространстве наблюдений R^m. При анализе устойчивости ЭЭС в состав вектора X входят признаки, характеризующие нормальный доаварийный режим и аварийную ситуацию в ЭЭС. В качестве количественных признаков, характеризующих нормальный доаварийный режим, принимаются потоки мощности по линиям электропередачи и модули напряжения в узлах ЭЭС. Количественными признаками, характеризующими аварийную ситуацию в ЭЭС, являются изменение мощностей узлов, потоков мощностей по линиям электропередачи, снижение напряжений в узлах в момент возникновения аварии, длительность короткого замыкания и т.д. В состав качественных признаков могут входить виды коротких замыканий, виды регуляторов возбуждения (пропорционального и сильного действия), режимы нагрузок (максимальный и минимальный) и т.п. В состав логических признаков могут входить направления потоков мощности по линиям, их режимы работы (включены или отключены), наличие или отсутствие АПВ на линиях и т.д. С участием экспертов можно сократить процесс выбора информативных признаков (ВИП) путем уменьшения числа экзаменационных признаков.

Разработка распознающей системы содержит этапы построения обучающей выборки и собственно обучения. На первом шаге построения обучающей выборки необходимо выявить наблюдаемую часть ЭЭС, в которой появление резких возмущений может приводить к нарушению динамической устойчивости. Варьируется исходный режим, соответствующий эксплуатации системы, вид и место короткого замыкания; определяются совокупности устойчивых и неустойчивых режимов.

В предположении, что обучающая выборка получена, далее излагается порядок построения распознающей системы и проводится анализ методов распознавания образов. На первом этапе построения производится процедура нормировки, так как значения признаков существенно отличаются между собой. Нормировка значений признаков объектов производится по формуле (1):

$$x'_{ij} = [x_{ij} - M(x_i)]/\sigma(x_i), \qquad (1)$$

где x_{ij}, x'_{ij} — исходное и нормированное значение i-го признака j-го объекта соответственно; $M(x_i)$ — значение математического ожидания признака; $\sigma(x_i)$ — значение среднего квадратического отклонения признака x.

Одной из сложных задач теории распознавания является понижение размерности вектора измерений X с размерности M до меньшей размерности m, при котором распознавание выполняется быстрее и проще. На этом этапе реализованы четыре метода: метод сравнения вероятностных характеристик признаков (ВХП); информативных расстояний (МИР); сравнения весовых коэффициентов признаков (ВКП); метод КЕНДАЛЛА (МЕК) и алгоритм голосования.

Для снижения длины обучающей выборки в [1] предлагалось использовать метод планирования экспериментов. Но при большей размерности пространства объектов число экспериментов велико, поэтому на практике процесс поиска типичных обучающих режимов усложняется. Устранить этот недостаток можно при применении алгоритмов распознавания без учителя [2]: алгоритм максимально-минимального расстояния (ММР) и алгоритм «К» средних. Результатом процесса распознавания без учителя является число подклассов каждого класса обучающих режимов. На основе анализа расположения режимов внутри каждого подкласса выявлены типичные режимы, которые находятся около центров подклассов. При неучете логических и качественных признаков в качестве типичных режимов можно выбирать именно центры подклассов.

Если учитываются логические и качественные признаки, то выполняется процедура кодирования количественных признаков в двоичном виде. Для кодировки логических признаков принимается следующий способ: если мощности P_{ij} направлены от узла i к узлу j, то логический признак принимается за единицу, когда же направление мощности обратное — за нуль и т.д. В случае кодирования качественных признаков в режимах максимальных нагрузок качественный признак принимается за единицу, в режимах минимальных нагрузок — за нуль и т.д. Кодирование количественных признаков может производиться при квантовании на многих или двух уровнях. При квантовании на двух уровнях использованы три способа: кодирование по минимуму неопределенности решения $H(X)$; по среднему значению математических ожиданий признаков; по среднему значению максимальных и минимальных значений признаков.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Для распознавания режимов использованы пять методов: формализации знаний; функции расстояния; функции правдоподобия; векторов сопоставления; вероятностный метод.

Пусть A_1 — класс устойчивых режимов, A_2 — класс неустойчивых режимов.

Общая форма решающего правила имеет вид:

$$\text{Если } A, \text{ то } B \text{ или } A \Rightarrow B, \qquad (2)$$

где A — логическое выражение; B — выполняемый оператор.

При применении метода формализации знаний коллектив решающих правил имеет вид [5, 6]:

Если

$$\left.\begin{array}{l} P_1(X) = 1, \text{ то } X \text{ — устойчивый режим;} \\ P_2(X) = 1, \text{ то } X \text{ — неустойчивый режим;} \\ P_1(X) = 0 \text{ и } P_2(X) = 0, \text{ то } X \text{ — неопределенный режим,} \end{array}\right\} \quad (3)$$

где $P_1(X), P_2(X)$ — предикаты, характеризующие класс устойчивых и неустойчивых режимов соответственно.

Предикаты, выражающие основные закономерности, свойственные режимам классов, описываются логическими выражениями:

$$P_i(X) = x_i \bar{x}_j \ldots x_k + x_l \ldots \bar{x}_m + \ldots + x_n x_p; \; i=1,2. \quad (4)$$

Для остальных методов распознавания коллектив решающих правил имеет вид:

Если

$$\left.\begin{array}{l} E_1(X) > E_2(X), \text{ то } X \text{ — устойчивый режим;} \\ E_1(X) < E_2(X), \text{ то } X \text{ — неустойчивый режим;} \\ E_1(X) = E_2(X), \text{ то } X \text{ — неопределенный режим,} \end{array}\right\} \quad (5)$$

где $E_i(X)$ решающая функция; $i=1,2$.

При применении метода функции расстояния решающая функция имеет вид (6) или (7) [3—5]:

$$E_i(X) = X' Z_i - 0{,}5 Z_i' Z_i; \; i=1,2, \qquad (6)$$

где X — вектор, описывающий состояние ЭЭС; Z_i — вектор эталона i-го класса состояний ЭЭС;

$$E_i(X) = \sum_{i=1}^{m} a_i x_i + a_0; \; i=1,\ldots,m, \qquad (7)$$

где m — число количественных признаков; a_i — коэффициенты решающей функции; x_i — значение признака i.

При применении метода векторов сопоставления решающая функция имеет вид [1, 3]:

$$E_i(X) = N_i^{-1} \sum_{ki} [R(X, X_{ki})]^p, \; i=1,2; R(\ldots) > T_p, \quad (8)$$

где N_1, N_2 число образов класса устойчивых и неустойчивых режимов соответственно; T_p — порог различимости; $R(X, X_{ki})$ — заданная метрика, равная $(m-S_h)$, m — размерность векторов, описывающих состояние ЭЭС в пространстве информативных признаков; S_h — хеммингово расстояние между векторами X и X_{ki}; p — целое число, $p>1$.

При применении метода функции правдоподобия без учета отличий корреляционных матриц решающая функция получается в виде полинома первой степени и для повышения точности распознавания в [1] решающая функция определялась в виде многочлена второй степени на основе метода регрессии. Эта процедура непроста и эффективность повышения точности распознавания с ее помощью невелика (85%). При учете отличий корреляционных матриц параметров устойчивых и неустойчивых признаков решающая функция непосредственно получается второй степени. Эта процедура несложна, если учитывается симметричность корреляционных матриц, а точность распознавания существенно повышается (более чем 90%). При этом решающая функция имеет вид (9) или (10) [2—4]:

$$E_i(X) = -0{,}5 X' K_i^{-1} X + X' K_i^{-1} \mu_i - $$
$$- 0{,}5 \mu_i' K_i^{-1} \mu_i + \lg[P(A_i)] - 0{,}5 \lg[D_i], \; i=1,2, \quad (9)$$

где K_i — корреляционная матрица класса устойчивых и неустойчивых режимов; μ_i — вектор, соответствующий эталонному образу класса устойчивых и неустойчивых режимов; X — вектор информативных признаков; $P(A_i)$ — частота появления устойчивых и неустойчивых режимов; D_i — определитель матрицы K_i;

$$E_i(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{m} c_i x_i + c_0, \qquad (10)$$

где b_{ij}, c_i, c_0 коэффициенты решающей функции.

При применении вероятностного метода решаюшая функция имеет вид [1, 3]:

$$E_i(X) = \prod_{k=1}^{n} p_{ki}^{x^k} (1 - p_{ki})^{1-x^k} [1 + \sum_{k<1} r_{kl} y_i^k y_i^l], \quad (11)$$

где x^k — значение k-го разряда X(O или 1); p_{ki} — вероятность появления единицы в каждом k-м разряде i-го класса; n- размерность признаков; r_{kl} — степень корреляционной связи между разрядами; y_i^k — своеобразная нормировка x_i^k (k-го разряда вектора X i-го класса).

Без учета корреляционной связи между разрядами формула (11) преобразуется к виду

$$E_i(X) = \sum_{k=1}^{n} [x^k \lg(p_{ki}) + (1 - x^k) \lg(1 - p_{ki})]. \quad (12)$$

Точность и эффективность каждого метода распознавания оценивается на основе анализа ре-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

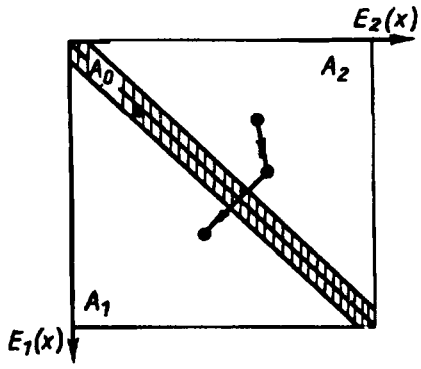


Рис. 1. Представление результатов на дисплее: A_0 — зона неопределенных режимов; A_1 — устойчивых режимов; H_2 — неустойчивых режимов

зультатов распознавания режимов обучающей выборки.

Важное значение имеет графическое представление состояния ЭЭС в виде изображающей точки, траектория которой несет информацию о протекающих процессах. Для отображения распознаваемого режима ЭЭС на дисплее необходимо выполнить преобразование исходного m-мерного пространства E^m в некоторое двухмерное пространство E^2. В качестве последнего могут быть использованы решающие функции $E_1(X)$, $E_2(X)$. В этом случае удается оценить положение изображающей точки относительно границы области устойчивых и неустойчивых режимов ЭЭС, т.е. можно оценить меру устойчивости. На рис. 1 точки, лежащие в зоне A_0 (на разделяющей линии или вблизи ее), считаются предельными или неопределенными режимами.

Автором был разработан комплекс программ «РАС», в состав которого входят 12 программ и 23 подпрограммы.

Структурная схема комплекса программ «РАС» показана на рис. 2. В комплексе программ «РАС» для реализации влияния эксперта на ход вы-

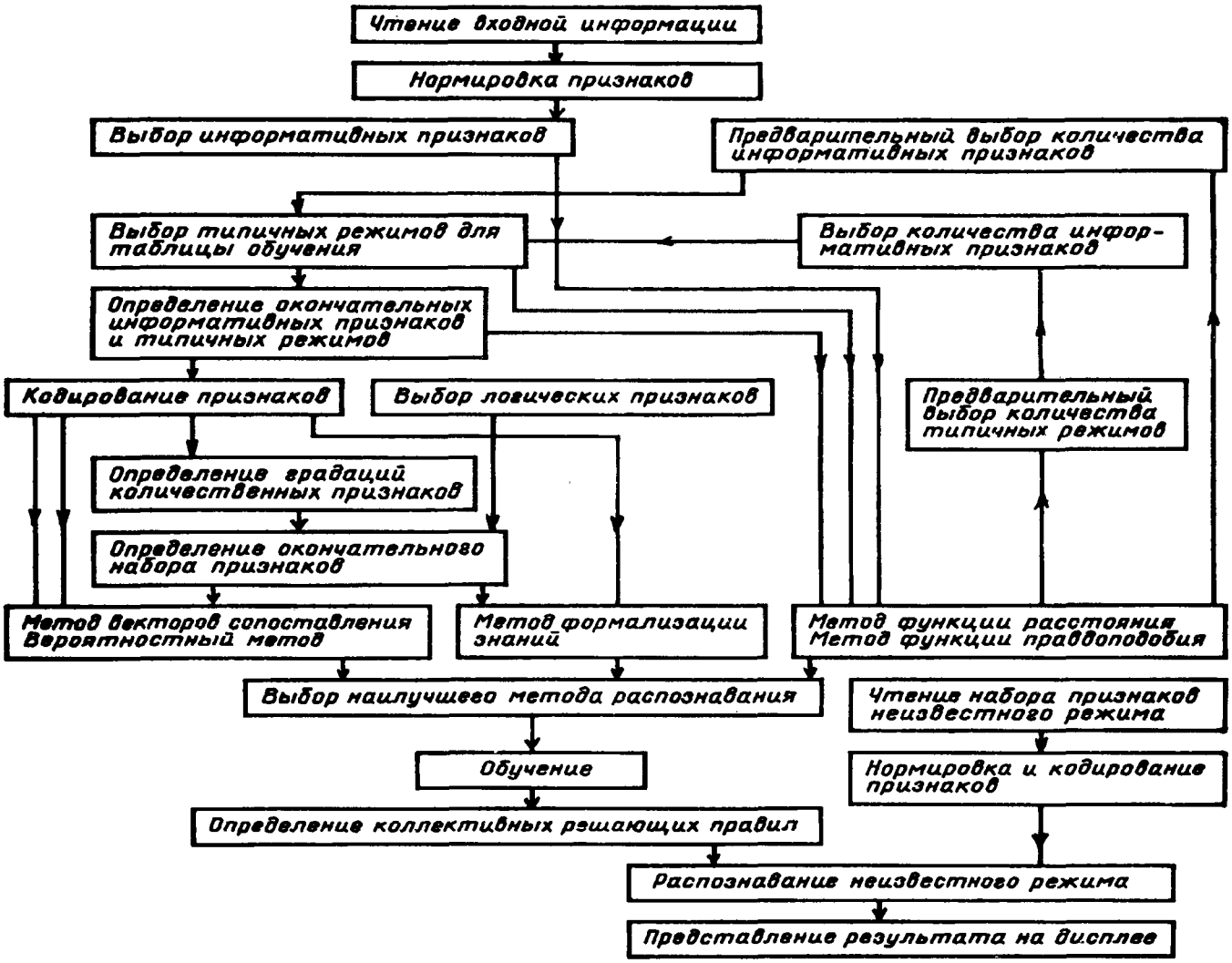


Рис. 2. Структурная схема программного комплекса «РАС»

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

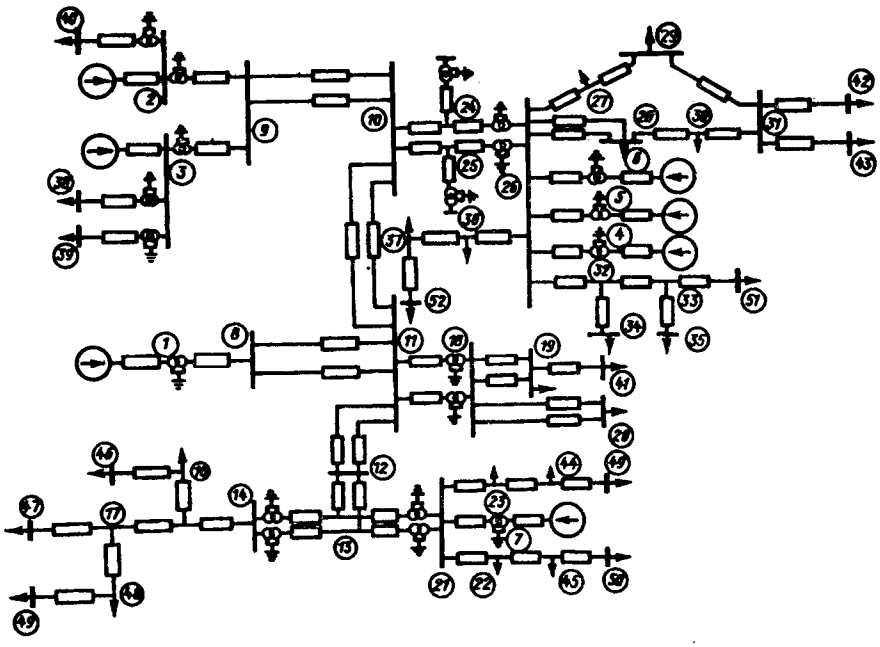


Рис. 3. Схема замещения ЮЗЭСВ

числения вводятся управляющие коды в диалоговом режиме.

Дальше рассмотрим применение методов распознавания образов и знаний экспертов для оценки динамической устойчивости южной электрической системы Вьетнама (ЮЭСВ).

В настоящее время большая часть электроэнергетической нагрузки Вьетнама сконцентрирована на юге страны, чем и объясняется ее высокая электровооруженность. В ЮЭСВ имеются 52 узла и 53 ветви со ступенями напряжения 220, 110 и 66 кВ. Все линии являются воздушными (рис. 3).

По рекомендации организации эксплуатации ЮЭСВ в процессе построения обучающих режимов были рассмотрены 18 вариантов эксплуатации, соответствующие режимам максимальных, минимальных и средних нагрузок, вариантам комбинации генераторов, ежегодному ремонту. При анализе результатов расчета переходных процессов с помощью программы MUSTANG-4 в режиме максимальных нагрузок была определена наблюдаемая часть ЮЭСВ, в состав которой входят 10 ветвей, соединяющих подсистемы и отходящих от шин на стороне высшего напряжения подстанций ЭЭС. Для определения характерных режимов ЮЭСВ производилась серия расчетов переходных процессов, соответствующая 250 рассматриваемым режимам. Предварительно экспертом были отобраны излишние режимы, которые близки друг к другу. В результате обучающая выборка, необходимая для решения задачи распознавания состояния ЮЭСВ, содержала 160 режимов (80 устойчивых и 80 неустойчивых)

В результате выбора информативных параметров ряд информативности для первых двадцати параметров получился следующим: шесть — с изменением перетоков от шин 66 кВ, три — с изменением перетоков и перетоками по автотрансформаторам 220/110/66 кВ, восемь — с изменением напряжений и напряжениями на шинах 220, 110, 66 кВ. Для определения необходимого числа признаков для распознавания состояния ЮЭСВ построена зависимость точности от числа применяемых параметров (рис. 4). Легко заметить, что метод функции правдоподобия дал более высокую точность распознавания, чем метод функции расстояния. При числе признаков, равном 18, оба метода дали максимальную точность распознавания. Так как метод функции расстояния проще, то его можно использовать для определения необходимого числа признаков. При применении метода функции правдоподобия без учета разницы корреляционных матриц точность распознавания снижается.

Для снижения длины обучающей выборки построена зависимость точности распознавания от числа обучающих режимов (рис. 5). Результаты

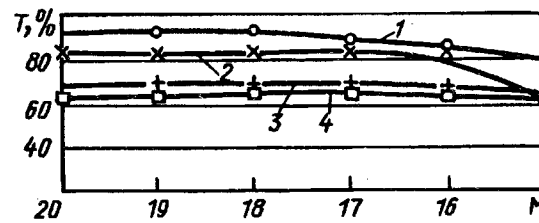


Рис. 4. Зависимости точности распознавания от числа признаков: *1,2,3* — распознавание по методу функции правдоподобия; *4* — по методу функции расстояния

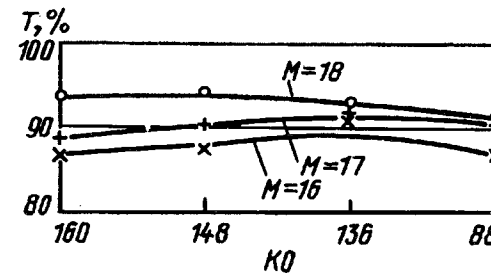


Рис. 5. Зависимости точности распознавания от числа обучающих режимов (*M* — число признаков)

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

показывают, что при числе обучающих режимов, равном 148, и числе признаков, равном 18, точность распознавания достигла максимального значения, равного 94,4%. Интересно заметить, что при числе обучающих режимов, равном 88, точность распознавания исходных режимов снижается только 2,5%. Это доказывает эффективность и работоспособность алгоритмов распознавания без учителя.

На рис. 6 показаны зависимости точности распознавания от числа признаков при квантовании количественных признаков на двух уровнях. При использовании вероятностного метода точность распознавания достигла максимального значения, равного 75%, при кодировании признаков по первому способу и числе признаков, равном 18. Зависимости точности распознавания от степени дискретизации количественных признаков показаны на рис. 7. Легко заметить, что при увеличении числа градаций точность распознавания повышается. Однако точность распознавания еще не достигла ожидаемого значения (больше 90%). При числе градации, равном 6, размерность вектора X в двоичном виде равна 36. Поэтому кодирование количественных признаков на многих уровнях оказалось нецелесообразным. Как показали исследования, наиболее рационально кодирование количественных признаков проводить на двух уровнях и для повышения точности распознавания учитывать качественные и логические признаки. Результаты кодирования логических и качественных признаков:

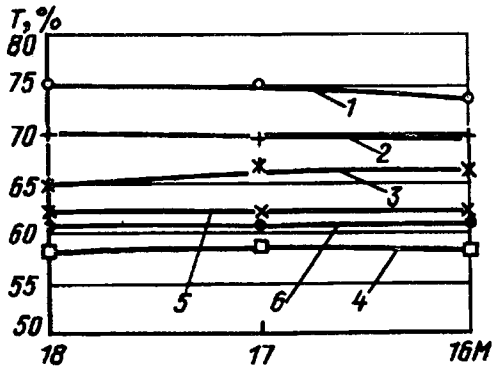


Рис. 6. Зависимости точности распознавания от числа признаков при квантовании на двух уровнях: *1,2,3* — по вероятностному методу; *4,5, 6* — по методу векторов сопоставления; *1,4* — по первому способу кодирования; *2,5* — по второму способу; *3,6* — по третьему способу

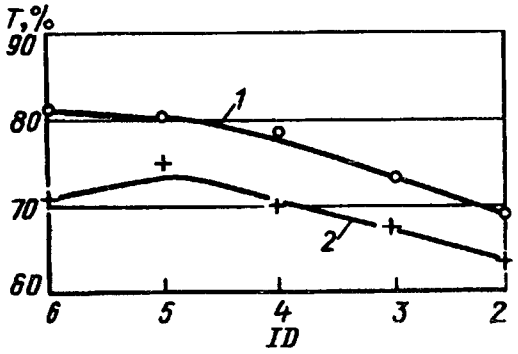


Рис. 7. Зависимости точности распознавания от числа градации признаков: *1* — по вероятностному методу; *2* — по методу векторов сопоставления

Режимы потребления	Максимальный — средний	1
	Минимальный	0
Режимы генерации	Все генераторы включены	1
	Только часть их	0
Направление потоков мощности по линиям (9-10, 10-11, 10-24, 11-12, 13-21)	Изменяется	1
	Не изменяется	0
Вид коротких замыканий	Симметричный	1
	Несимметричный	0
Место возникновения трехфазных коротких замыканий	На шинах 9, 10, 11, 21, 26	1
	В других местах	0
Число линий, отключаемых при повреждениях	Несколько	1
	Одна	0

При этом число количественных признаков составляет 18, качественных 5 и логических 12.

Зависимости точности распознавания от числа признаков (рис. 8) доказывают, что вероятностный метод в данном случае дает более высокую точность распознавания, чем метод векторов сопоставления. Однако при числе признаков, равном 21, оба метода дали максимальную точность распознавания. Так как метод векторов сопоставления проще, поэтому его можно использовать для определения полезного числа признаков. В полезное число признаков вошли 12 количественных признаков и 9 качественных и логических признаков.

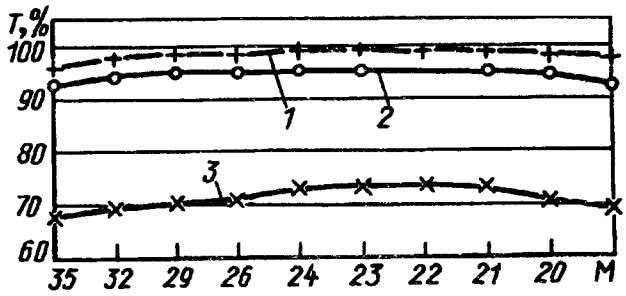


Рис. 8. Зависимости точности распознавания от числа признаков: *1,2* — по вероятностному методу с учетом и без корреляционной связи между разрядами; *3* — по методу векторов сопоставления

Зависимости точности распознавания от числа обучающих режимов (рис. 9) показывают, что хотя длина обучающей выборки уменьшается до 140, точность распознавания сохраняется (99,3%)

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

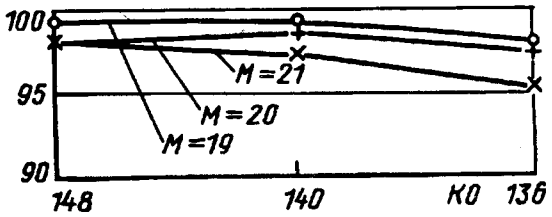


Рис. 9. Зависимости точности распознавания от числа обучающих режимов при применении вероятностного метода (*M* — число признаков)

при числе признаков, равном 21.

Интересно, заметить, что ложно распознаваемые режимы находятся очень близко от границы, разделяющей классы неустойчивых и устойчивых режимов. Если ввести некоторую толщину разделяющей линии, характеризующую зону неопределенности распознавания, то точность распознавания увеличивается. Все режимы, попавшие в зону неопределенности распознавания, относятся к классу неустойчивых режимов. Подобное распознавание предельных режимов будет верным, так как в этом случае должны работать противоаварийные устройства. Зависимости точности распознавания от толщины неопределенной зоны показаны на рис. 10. Результаты показывают, что разделяющая линия имеет слишком малую толщину.

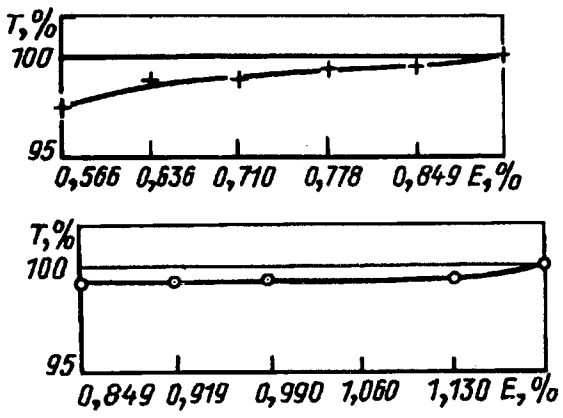


Рис. 10. Зависимости точности распознавания от толщины неопределенной зоны: *а* — по методу функции правдоподобия; *б* — по вероятностному методу

С помощью программы PRED находятся предикаты, характеризующие классы устойчивых и неустойчивых режимов, $F_1(X)$ и $F_2(X)$:

$$F_1(X)=x_1x_4x_{17}x_{18}\bar{x}_{21}+x_1x_3\bar{x}_7\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}x_{15}\bar{x}_{16}\bar{x}_{18}\bar{x}_{20}\bar{x}_{21}+$$
$$+x_1\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}\bar{x}_{18}x_{21}+\bar{x}_1x_3\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}\bar{x}_{14}x_{15}\bar{x}_{19}+$$
$$+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5\bar{x}_6x_8\bar{x}_9\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}\bar{x}_{14}\bar{x}_{19}x_{20}\bar{x}_{21}+\bar{x}_1\bar{x}_8\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}; \quad (13)$$

$$F_2(X)=x_1\bar{x}_4x_{17}x_{18}\bar{x}_{21}+x_1\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}\bar{x}_{18}\bar{x}_{21}+$$
$$+\bar{x}_1x_3\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}x_{14}x_{15}\bar{x}_{19}+$$
$$+\bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5\bar{x}_6x_8\bar{x}_9\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}\bar{x}_{14}\bar{x}_{19}x_{20}\bar{x}_{21}. \quad (14)$$

Однако найденные предикаты еще не могут полно характеризовать классы устойчивых и неустойчивых режимов, т.е. их работоспособность недостаточна для распознавания всех режимов, вновь необходимо находить предикаты второго уровня $F_{11}(X)$ и $F_{22}(X)$, с помощью которых можно верно распознавать все остальные режимы:

$$F_{11}(X)=\bar{x}_2x_3\bar{x}_5\bar{x}_7\bar{x}_8\bar{x}_9\bar{x}_{10}\bar{x}_{11}\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}x_{15}\bar{x}_{16}\bar{x}_{19}\bar{x}_{20}\bar{x}_{21}; \quad (15)$$

$$F_{11}(X)=\bar{x}_2x_3\bar{x}_5\bar{x}_7\bar{x}_8\bar{x}_9\bar{x}_{10}\bar{x}_{11}\bar{x}_{12}\bar{x}_{13}x_{15}\bar{x}_{16}\bar{x}_{19}\bar{x}_{20}\bar{x}_{21}+$$
$$+\bar{x}_1x_5x_7x_8x_{10}x_{20}. \quad (16)$$

Кодирование и декодирование показаны далее:

Вид короткого замыкания	Симметричный	x1=1
	Несимметричный	x1=0
Изменение направления потоков мощностей по линиям 11—12	Да	x2=1
	Нет	x2=0
Изменение потоков мощностей по линиям 11—12	DP 11—12 > 5.90 МВт	x3=1
	DP 11—12 < 5.90 МВт	x3=0
Изменение потоков мощностей по линии 26—32	DP 26—32 > 48.27 МВт	x4=1
	DP 26—32 < 48.27 МВт	x4=0
Изменение потоков мощностей по линиям 26—28	DP 26—28 > 64.18 МВт	x5=1
	DP 26—28 < 64.18 МВт	x5=0
Изменение напряжения в узле 9	DU 9 > 163.48 кВ	x6=1
	DU 9 < 163.48 кВ	x6=0
Изменение потоков мощностей по линиям 13—21	Да	x7=1
	Нет	x7=0
Изменение потоков мощностей по линии 26—27	DP 26—27 > 51.42 МВт	x8=1
	DP 26—27 < 51.42 МВт	x8=0
Изменение направления потоков мощностей по линии 10—24	Да	x9=1
	Нет	x9=0
Изменение напряжения в узле 12	DU 12 > 184.97 кВ	x10=1
	DU 12 < 184.97 кВ	x10=0
Изменение потоков мощностей по линиям 10—11	DP 10—11 > 81.19 МВт	x11=1
	DP 10—11 < 81.19 МВт	x11=0
Трехфазное короткое замыкание на шине 21	Да	x12=1
	Нет	x12=0
Трехфазное короткое замыкание на шине 26	Да	x13=1
	Нет	x13=0
Изменение направления потоков мощностей по линиям 9—10	Да	x14=1
	Нет	x14=0
Изменение направления потоков мощностей по линиям 10—11	Да	x15=1
	Нет	x15=0
Изменение напряжения в узле 26	DU 26 > 50.51 кВ	x16=1
	DU 26 < 50.51 кВ	x16=0
Напряжение в узле 21	U 21 > 64.96 кВ	x17=1
	U 21 < 64.96 кВ	x17=0

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Напряжение в узле 12	U 12 > 221.85 кВ	x18=1
	U 12 < 221.85 кВ	x18=0
Трехфазное короткое замыкание на шине 10	Да	x19=1
	Нет	x19=0
Изменение потоков мощностей по линиям 26—36	DP 26—36 > 22.18 МВт	x20=1
	DP 26—36 < 22.18 МВт	x20=0
Напряжение в узле 14	U 14 > 115.73 кВ	x21=1
	U 14 < 115.73 кВ	x21=0

Сравнение методов распознавания:

Метод распознавания	МФП		ВМ		МФЗ
Толщина разделяющей линии *E*, %	0.0	0.9	0.0	1.2	0.0
Точность распознавания *T*, %	94.4	100.	99.3	100.	100.
Размер пространства признаков	18		21		21
Тип признаков	количественный		количественный и другие		количественный и другие
Вид признаков	непрерывный		дискретный		дискретный
Время обучения, с	0.0—5.11		0.0—3.70		0.0
Время распознавания, с	0.0—0.05		0.0—0.10		0.0
Возможность представления результатов на дисплее	есть		есть		нет

Выводы. 1. Метод формализации понятий является наилучшим в том случае, если необходимо построить распознающую систему с помощью бесконтактных логических модулей и результаты распознавания использованы только в качестве сигналов для запуска противоаварийных устройств или сообщения о состоянии ЭЭС при появлении в ней коротких замыканий. Его преимущество заключается в том, что он дает максимальную точность распознавания, при этом полностью исключены время обучения и время распознавания.

2. Вероятностный метод и метод функции правдоподобия позволяют определять степень устойчивости режима. Благодаря возможности представления распознаваемого режима в виде изображающей точки на дисплее в процессе тренировки распознающая система выступает в качестве интеллектуального партнера диспетчера ЭЭС, помогает ему разобраться с аварией и принять решение по ликвидации аварийной ситуации. Недостаток этих методов заключается в том, что для достижения 100%-ной точности распознавания, необходимо учитывать толщину неопределенной зоны. Время обучения и время распознавания уменьшаются, если процесс обучения и распознавания производится на PCAT386 и равны нулю при использовании PCAT486.

3. Достоинством вероятностного метода является более высокая точность распознавания и дискретность представления признаков, благодаря чему ускоряется процесс переработки информации, повышается быстродействие, точность и надежность передачи сигналов по телеканалам. С другой стороны, при тренировке для определения степени устойчивости по отдельным параметрам, на основе анализа этой взаимозависимости производится контроль за состоянием и настройкой СУАР и коррекция уставок систем ПАА. При этом может оказаться предпочтительнее метод функции правдоподобия, так как в этом случае вектор *X*, описывающий состояние ЭЭС, представляется в пространстве непрерывных количественных признаков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Богатырев Л.Л.** Диагностика аварийных состояний электроэнергетических систем. — Свердловск: УПИ, 1983.
2. **Фор А.** Восприятие и распознавание образов. — М.: Машиностроение, 1989.
3. **Горелик А.Л., Скрипкин В.А.** Методы распознавания. — М.: Высшая школа, 1989.
4. **Нейлор К.** Как построить свою экспертную систему. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. **Ленвин Р., Дранг Д., Эделсон Б.** Практическое введение в технологию интеллекта и экспертных систем с иллюстрациями на бейсике.— М.: Финансы и статистика, 1991.
6. **Экспертные** системы/ Под ред. Р.М. Форсайта — М.: Радио и связь, 1987.

[27.05.93]

*Автор: **Куен Зуи Ань** окончил электроэнергетический факультет Политехнического института (г. Хошимин, Вьетнам) в 1977 г. В 1993 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Применение методов распознавания образов для экспресс-оценки состояния электроэнергетических систем при больших возмущениях» в Московском энергетическом институте (МЭИ). Научный сотрудник кафедры электроэнергетических систем МЭИ.*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Электронный синхроноскоп для отображения режимов электрической сети переменного тока

СМИРНОВА Е.В., ФИЛАТОВ В.И., ФОКИН В.К.

Рассмотрены принципы построения и схемная реализация многоканального устройства для индикации в форме векторной диаграммы установившихся и квазиустановившихся режимов электрической сети переменного тока.

The paper discribes the design principles and circuit implementation of a multichannel device for indication, in a phasor diagram form, of steady-state and quasi steady-state operating conditions of an AC electric network.

При проведении исследований на моделях и стендах переменного тока, при натурных испытаниях в электрической сети, а также в процессе оперативного управления электроэнергетическими системами (ЭЭС) часто необходимо решать задачи быстрой оценки амплитуд и относительных фазовых сдвигов нескольких векторов напряжения и (или) тока. К таким задачам, в частности, относятся включение синхронных машин на параллельную работу с сетью и оценивание текущего режима электропередачи переменного тока по условиям допустимости режима, устойчивости или симметрии.

Для того чтобы составить представление о текущем режиме электроустановки (сети или модели сети), оператору необходимо визуально считать показания нескольких измерительных приборов (лабораторных или щитовых, обычно электромеханических): вольтметров, амперметров, ватт-вар-метров, фазометров, синхроноскопов. Очевидным недостатком такого способа восприятия информация является необходимость держать в поле зрения одновременно показания нескольких приборов, особенно в нестационарных режимах работы электрической сети.

В принципе фазовый сдвиг и амплитуды двух контролируемых переменных величин можно оценить по форме и ориентации эллипса (частного случая фигур Лиссажу), получаемого на экране электроннолучевого осциллографа при подаче напряжений, пропорциональных этим величинам, на входы горизонтального и вертикального отклонения луча*. Можно качественно оценить и характер электромеханических колебаний после динамических возмущений в сети. Однако этот способ требует дополнительной обработки представляемой с его помощью информации и неприменим для одновременной индикации более чем двух величин.

Более эффективным способом представления информации о контролируемых переменных величинах в установившихся режимах и в электромеханических переходных процессах была бы индикация непосредственно в форме векторной диаграммы: по длине вектора можно судить о модуле напряжения (тока); по фазовому сдвигу векторов напряжения — о передаваемой мощности и запасе устойчивости; по взаимному движению векторов напряжения — о характере синхронных качаний или об асинхронном режиме и т.д.

Формально векторная диаграмма установившегося или квазиустановившегося режима сети переменного тока представляет собой графическое отображение в прямоугольной системе координат комплексных алгебраических уравнений, связывающих параметры режима. При этом каждая переменная характеризуется ее составляющими по действительной и мнимой осям и таким образом может быть представлена в виде вектора на комплексной плоскости. Одна из переменных, являющаяся обычно задающим напряжением или током, принимается за опорный вектор, от которого производится отсчет угловых сдвигов остальных векторов. Для записи комплексных векторов $\dot{A}_0, \ldots, \dot{A}_n$ где $\dot{A}_0$ принимается за опорный, используются известные обозначения: $\dot{A}_0 = A_0\angle 0$; $\dot{A}_1 = A_1\angle\varphi_{0-1}, \ldots, \dot{A}_n = A_n\angle\varphi_{0-n}$ или $\dot{A}_0 = A_0$; $\dot{A}_1 = A_1(\cos\varphi_{0-1} + j\sin\varphi_{0-1}), \ldots, \dot{A}_n = A_n(\cos\varphi_{0-n} + j\sin\varphi_{0-n})$.

Рассмотрим возможность получения такой векторной диаграммы на экране электроннолучевого осциллографа. Условимся считать горизонтальную ось X действительной, а вертикальную ось Y — мнимой. Для простоты возьмем случай векторной диаграммы, в которой отсчет всех векторов производится от начала координат. Чтобы получить точку, соответствующую концу опорного вектора, достаточно на вход горизонтального отклонения луча подать напряжение, пропорциональное амплитуде этого вектора. Для получения точки, соответствующей концу вектора A_i, необходимо определить косинус и синус фазового сдвига этого вектора относительно опорного, т.е. $\cos\varphi_{0-i}$ и $\sin\varphi_{0-i}$, получить произведения $A_i\cos\varphi_{0-i}$, $A_i\sin\varphi_{0-i}$ и подать эти сигналы соответственно на входы горизонтального и вертикального отклонения луча осциллографа. Чтобы получить изображение полного вектора, каждый из сигналов, подаваемых на входы осциллографа, необходимо дополнительно умножить на периодическую функцию времени $f(t)$, изменяющуюся на

* **Электрические** измерения электрических и неэлектрических величин/ Под ред. Е.С. Полищука.— Киев: Вища школа, 1984.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

отрезке $0 \leq f(t) \leq 1$. В действительности векторы A_i являются синусоидальными функциями времени: $A_i(t) = A_i \sin(\omega t + \varphi_i)$, так что для получения изображений векторов достаточно взять произведения выпрямленных значений каждой величины на синус и косинус угла соответствующего фазового сдвига. Наконец, чтобы получить одновременное изображение всех контролируемых векторов на экране осциллографа, необходимо организовать их циклический опрос, т.е. мультиплексирование.

Далее описывается разработанное во ВНИИЭ устройство, реализующее рассмотренный принцип индикации векторных величин.

Структурная схема устройства, названного согласно своему назначению (индикация в векторной форме нескольких синхронных или околосинхронных переменных величин) электронным синхроноскопом, показана на рис. 1. В состав

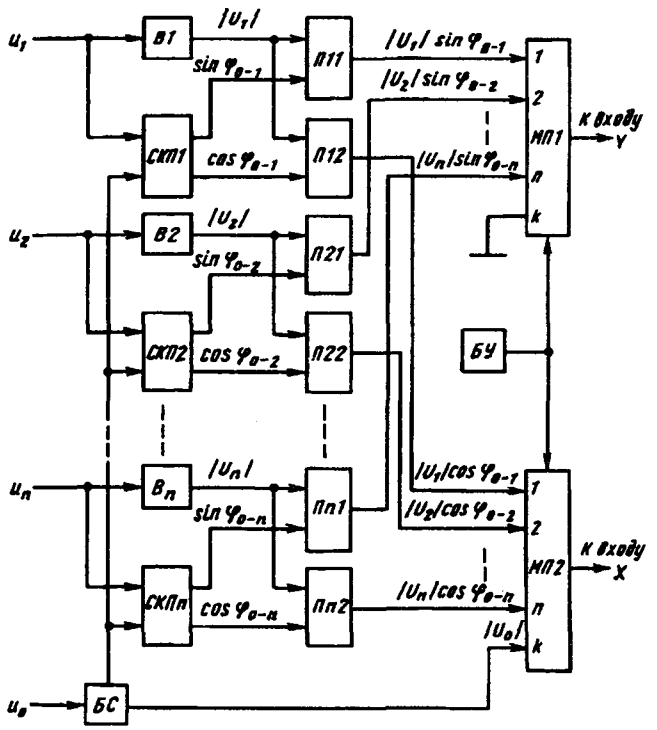


Рис. 1. Структурная схема электронного синхроноскопа

устройства входят следующие блоки: выпрямители B_0, B_1, ..., B_n синусно-косинусные преобразователи *СКП1*, *СКП2*, ..., *СКПn*, перемножители *П11*, *П12*, *П21*, *П22*, ..., *Пп1*, *Пп2*, мультиплексоры *МП1*, *МП2* с общим блоком управления *БУ* и блок стабилизации амплитуды *БС*. Устройство имеет входы: u_o — для подачи опорной переменной величины, от которой производится отсчет фазовых сдвигов; u_1, u_2, ..., u_n — для подачи остальных контролируемых переменных величин и два выхода, сигналы с которых подаются на входы вертикального и горизонтального отклонения луча электронного осциллографа.

Опорное напряжение u_0 поступает на вход *БС*, на выходе которого формируется сигнал, синфазный с u_0 и имеющий постоянную амплитуду, значение которой принимается за единичное. Этот сигнал поступает на один из входов синусно-косинусных преобразователей *СКП1*, ..., *СКПn*, где он используется для формирования напряжений, пропорциональных синусу и косинусу фазового сдвига между опорным вектором $\dot{V}_0$ и вектором $\dot{V}_i$, поступающим на второй из входов соответствующего *СКП*.

Сигналы u_0, u_1, ..., u_n поступают также на входы выпрямителей B_0, B_1, ..., B_n. Выпрямленные напряжения $|u_i|$ с выходов выпрямителей поступают на входы перемножителей *Пi1*, *Пi2*. На второй вход перемножителя *Пi1* поступает сигнал, пропорциональный синусу, а на второй вход *Пi2* — сигнал, пропорциональный косинусу угла между опорным вектором и вектором $\dot{V}_i$.

Таким образом, на выходах пар перемножителей *Пi1*, *Пi2* формируются периодические сигналы с амплитудами, пропорциональными проекциям вектора $\dot{V}_i$ на оси, ортогональные и синфазные вектору $\dot{V}_0$.

Сигналы с выходов перемножителей *Пi1* поступают далее на входы мультиплексора *МП1*, а сигналы с выходов *Пi2* — на соответствующие входы мультиплексора *МП2*. Блок управления *БУ* обеспечивает синхронную циклическую коммутацию i-х входов *МП1* и *МП2*. На k-й вход мультиплексора *МП2* поступает сигнал $|u_0|$, а на k-й вход *МП1* подается нуль. Сигналы с выходов *МП1* и *МП2* поступают на входы вертикального и горизонтального отклонения луча электронного осциллографа.

На экране осциллографа будут высвечиваться вектор опорного напряжения, расположенный по горизонтальной оси, и векторы $\dot{V}_1$, $\dot{V}_2$, ..., $\dot{V}_n$, длина которых будет соответствовать амплитудам, а угловые смещения — фазовым сдвигам между контролируемыми величинами. Заметим, что концы векторов будут иметь повышенную яркость свечения за счет снижения скорости изменения выпрямленных синусоидальных величин в окрестности амплитудных значений.

Рассмотрим кратко схемную реализацию основных узлов устройства.

Блок стабилизации амплитуды. Схема *БС* (рис. 2) включает в себя выпрямитель *В*, фильтр *Ф* и балансный модулятор в интегральном исполнении, работающий в режиме делительного устройства. На вход *X* делителя поступает опорное напряжение $V_o \sin\omega t$, а на вход *Y* — сигнал, пропорциональный его амплитуде. При этом на выходе делителя формируется сигнал, равный

$$z = Kx/y = KV_0 \sin\omega t/V_0 = k \sin\omega t,$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

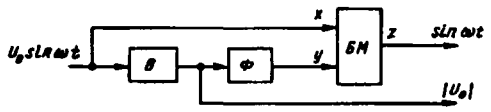


Рис. 2. Схема блока стабилизации амплитуды

т.е. амплитуда этого сигнала не зависит (в достаточно широких пределах) от амплитуды опорного напряжения. Значение коэффициента *K* выбирается из соображений удобства масштабирования выходных сигналов синусно-косинусного преобразователя *СКП*.

Синусно-косинусный преобразователь. Схема *СКП* (рис. 3) состоит из нуль-органа *НО*, одновибраторов *ОВ1*, ..., *ОВ3*, аналоговых ключей *К1*, *К2*, запоминающих устройств *ЗУ1*, *ЗУ2* и инвертора.

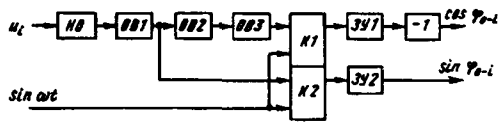


Рис. 3. Схема синусно-косинусного преобразователя

Сигнал, пропорциональный u_i, поступает на вход *НО*, фиксирующего моменты прохождения u_i через нуль. Одновибратор *ОВ1* формирует на своем выходе короткий импульс, соответствующий моменту прохождения u_i через нуль. Одновибратор *ОВ2* формирует временную задержку, равную четверти периода опорного напряжения, а одновибратор *ОВ3* формирует на своем выходе короткий импульс в конце указанной временной задержки. Импульсы с выходов *ОВ1* и *ОВ3* управляют работой ключей *К1* и *К2*, на аналоговые входы которых поступает напряжение единичной амплитуды, синфазное с опорным вектором. В моменты поступления импульсов на управляющие входы ключей происходит считывание мгновенных значений единичной синусоиды и их запоминание до следующего периода. Инвертор обеспечивает требуемое правило знаков, и таким образом на выходе устройства формируются сигналы, пропорциональные синусу и косинусу угла между опорным и *i*-м векторами.

Перемножители. В качестве аналоговых перемножителей используются интегральные балансные модуляторы, работающие в режиме множительных устройств.

Мультиплексоры. На рис. 4 изображена схема мультиплексора на четыре канала. В состав схемы входят: тактовый генератор на логических элементах *D1*, *D2*, счетчик *D3*, преобразователь последовательности импульсов на элементах *D4*, *D5*, *D6*, ключевые элементы *DA1*, *DA2*. На выходах преобразователя формируется циклическая последовательность импульсов, обеспечивающая синхронный опрос соответствующих каналов мультиплексоров.

Четырехканальный вариант электронного синхроноскопа функционирует в настоящее время в составе трехфазной аналого-физической модели энергосистемы (ТАФМ) во ВНИИЭ. Это устройство позволяет:

наблюдать асинхронные режимы работы синхронных машин при скольжении вектора напряжения статора относительно опорного до нескольких процентов;

производить последовательно синхронизацию

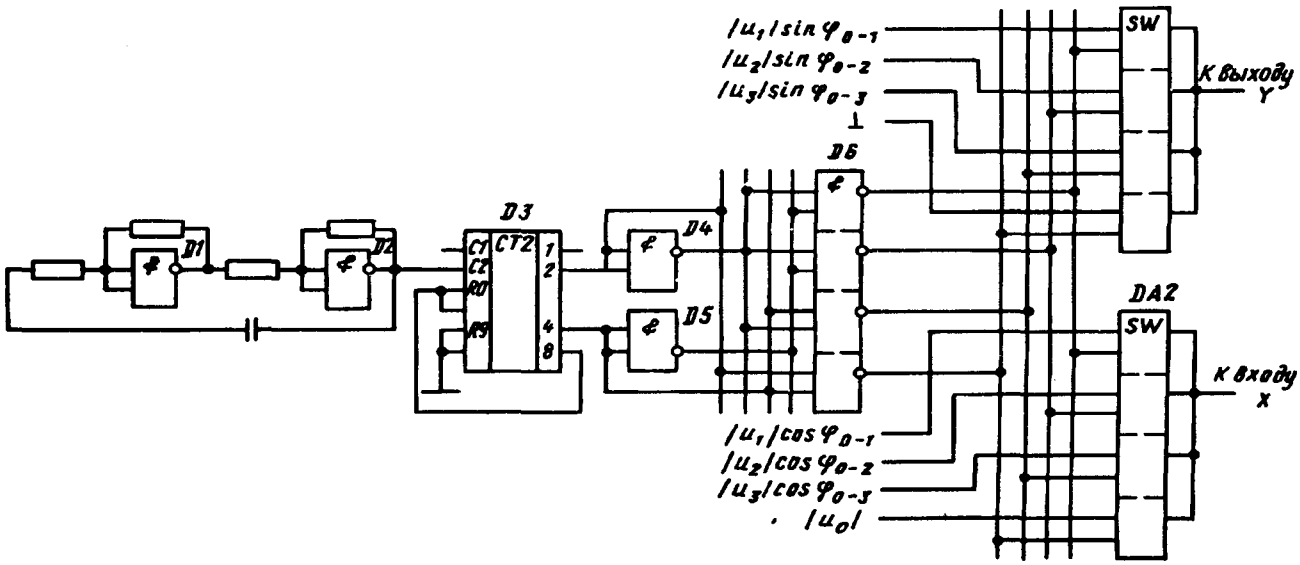


Рис. 4. Схема мультиплексора на четыре канала

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

моделей генераторов станций и других синхронных машин;

исследовать колебательную устойчивость ЭЭС и оценивать качество демпфирования электромеханических колебаний при выборе законов регулирования управляемых устройств (синхронных машин, статических компенсаторов реактивной мощности, управляемых реакторов, накопителей электрической энергии и т.д.);

оценивать уровни напряжения в промежуточных точках ЭЭС по отношению к опорному напряжению — шинам неизменного напряжения;

оценивать углы по участкам электропередачи и по отношению к шинам неизменного напряжения, следить за их изменениями при утяжелениях режима; отслеживать нарушение статической устойчивости ЭЭС.

К сожалению, невозможно графическим путем проиллюстрировать работу электронного синхроноскопа в динамических режимах ЭЭС, но это можно сделать для установившегося режима работы энергосистемы. На рис. 5 показаны фотографии векторных диаграмм напряжений для протяженной электропередачи 220 кВ с промежуточными подстанциями в режиме минимальной (рис. 5,*а*) и максимальной (рис. 5,*б*) нагрузки, снятые с экрана электроннолучевого осциллографа.

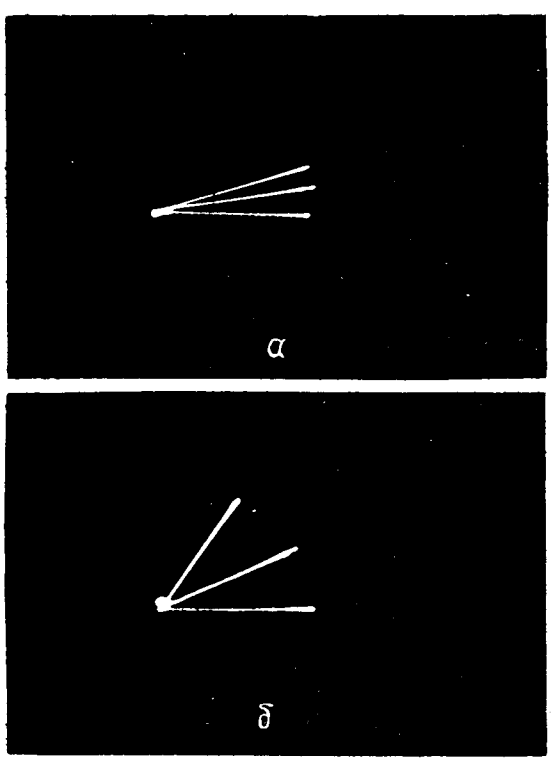


Рис. 5. Изображение на экране осциллографа векторной диаграммы напряжений по концам и в промежуточной точке протяженной передачи 220 кВ: *а* — режим малых нагрузок; *б* — режим больших нагрузок

Ввод в эксплуатацию на ТАФМ этого устройства позволил существенно повысить удобство и наглядность индикации рабочих режимов модели ЭЭС при исследовании, в частности сложной электропередачи с промежуточными подстанциями, значительно ускорить выполнение исследовательских работ.

Многоканальный вариант этого устройства может служить хорошим учебным пособием при изучении электротехнических дисциплин в вузах и техникумах, а также при отработке навыков управления режимами и ЭЭС на тренажерах.

Следует отметить также, что схема электронного синхроноскопа может быть легко доработана для задач индикации векторных диаграмм, а которых начало последующего вектора отсчитывается от конца предыдущего.

В случае использования в качестве средства индикации экрана цветного электронного дисплея наглядность представления диаграммы режима может быть дополнительно повышена за счет управления цветностью с помощью импульсов, коммутирующих соответствующие каналы мультиплексора.

Авторы: ***Фокин Владимир Константинович*** *окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1970 г. В 1981 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Повышение устойчивости электропередач и узлов нагрузки энергосистем путем регулирования возбуждения синхронных машин по двум осям» в Научно-исследовательском институте электроэнергетики (ВНИИЭ). Заведующий сектором моделирования лаборатории статических тиристорных компенсаторов ВНИИЭ.*

Филатов Владимир Игоревич *окончил электроэнергетический факультет МЭИ в 1980 г. Заведующий группой систем регулирования лаборатории статических тиристорных компенсаторов ВНИИЭ.*

Смирнова Елена Васильевна *окончила факультет автоматики, телемеханики и электроники Московского электротехнического института связи в 1971 г. Научный сотрудник лаборатории статических тиристорных компенсаторов ВНИИЭ.*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Комплексная оценка плотности тока в проводах сельских ВЛ 10 кВ

БУДЗКО И.А., ЛЕВИН М.С., ЛЕЩИНСКАЯ Т.Б.

Дана альтернативная методика выбора сечений проводов воздушных линий электропередачи по комплексному критерию мультипликативного типа, учитывающего потери электроэнергии, массу проводникового материала и характеристики повреждаемости проводов различных сечений. Достоинством такого критерия является учет «натуральных» показателей линий, что позволяет избежать части недостоверных стоимостных характеристик. В результате количественного анализа получен вывод о необходимости существенного снижения рабочих плотностей тока в алюминиевых и сталеалюминиевых проводах воздушных линий 10—110 кВ.

As a result of authors' research work the article offers a new methodology of optimum choices of wire gauges for power transmission supply and distributive air lines making use of an integrated multiplier. The integrated multiplier covers power supply energy losses, mass conductor criteria and fault in transmission air lines criteria of different gauges as well. All components of the integrated multiplier are expressed in natural indices, that allows us to avoid unreliable data to form a correct cost estimation. The authors have got the result that shows the necessity of the substantial lowering of working current density in aluminium and steel-aluminium wires of 10—110 kV power transmission air lines.

На протяжении многих десятков лет сечения проводов электрических линий выбирались в соответствии с так называемым правилом Кельвина. Согласно этому правилу при наилучшем выборе годовые затраты на потери электроэнергии в линии равны ежегодным отчислениям от переменной части ее стоимости, зависящей от сечения проводов. Указанному соотношению соответствует известное выражение для так называемой экономической плотности тока (см., например, [1]):

$$j_{эк} = \frac{I}{F} = \sqrt{\frac{1000pb}{3\rho\tau c}}, \qquad (1)$$

где I — ток линии, А; F — сечение проводов, мм^2; p — сумма нормативных отчислений на амортизацию от стоимости линии, 1/год; b — угловой коэффициент в линейной зависимости стоимости линии от ее сечения, руб./(км·мм^2) для линий с однотипными опорами; ρ — удельное сопротивление металла проводов, Ом/мм^2·км; τ— время потерь, ч/год; c — удельные затраты на электроэнергию в рассматриваемом звене сети, руб/(кВт·ч).

Из выражения (1) следует, что при прочих равных показателях значение экономической плотности тока полностью определяется соотношением удельных стоимостей проводникового металла и электроэнергии. Таким образом, при выборе проводов по экономической плотности не учитывается, например, то заметное снижение вероятности повреждения проводов на воздушных линиях (ВЛ) среднего напряжения (класса 6—20 кВ) по мере роста сечения проводов. Другими словами, надежность сельских ВЛ напряжением 10 кВ тем выше, чем больше сечение проводов. Кроме того, при одних и тех же электрических нагрузках потери напряжения в распределительных ВЛ с увеличением сечений проводов снижаются, уменьшаются отклонения напряжения у потребителей и, следовательно, у них улучшается качество напряжения. Наконец, следует указать, что выбор проводов по экономической плотности тока соответствует условию минимума приведенных затрат на ВЛ.

Можно показать, что по своему экономическому смыслу приведенные затраты, подобно марксовой цене производства, являются превращенной формой стоимости. Следовательно, при экономической плотности тока стоимость передачи электроэнергии по ВЛ минимальна, но лишь при условии, что цены на проводниковый металл и на электроэнергию, определяющие значение приведенных затрат, формируются на свободном рынке. В нашей же стране, как известно, это пока не так, и поэтому выбор проводов по нормируемой ПУЭ экономической плотности тока по существу не имеет объективного обоснования.

Для такого обоснования, по нашему мнению, целесообразно воспользоваться идеей многокритериального выбора (см., например, [2]). При выборе проводов по нескольким критериям можно учесть такие факторы, как надежность электроснабжения и качество напряжения у потребителей. Кроме того, в качестве критериев можно использовать натуральные показатели (потери энергии, масса проводов и т.п.) и таким образом устранить влияние на результаты расчетов несоответствия действующих цен и тарифов фактической стоимости продукции [3].

При формировании набора критериев для выбора проводов будем исходить из понятий полезности [4] и эффективности [5] линии электропередачи. Поскольку линия с различными проводами предназначается для передачи одной и той же мощности, основными показателями полезности линии являются надежность электро-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

снабжения и качество электроэнергии у потребителей. В настоящее время питающие подстанции в сельских сетях повсеместно проектируются с трансформаторами с РПН, что в основном и обеспечивает соблюдение нормируемых уровней отклонений напряжения у потребителей. Поэтому достаточной оценкой полезности тех или иных марок и сечений проводов можно считать показатель, характеризующий их повреждаемость.

Как уже отмечалось, оценка эффективности выбора с помощью показателя приведенных затрат необъективна. Его естественными заменителями, по нашему мнению, могут служить масса проводов и суммарные потери электрической энергии с учетом ее затрат на изготовление алюминиевых проводов [6].

Как показано в [3], объединять частные критерии оценки целесообразно мультипликативным способом, так как для систем электроснабжения это приводит к объективному выбору лучшего решения в отличие от аддитивного. При аддитивной свертке выбираемое решение зависит как от способа нормирования частных критериев, так и от числа рассматриваемых стратегий.

Таким образом, для выбора проводов сельских ВЛ 10 кВ можно составить комплексный мультипликативный критерий

$$K = WG\Pi, \qquad (2)$$

где W — суммарные потери электроэнергии с учетом ее затрат на изготовление алюминиевых проводов; G — масса алюминия, пропорциональная сечению проводов; Π — показатель, характеризующий надежность проводов и пропорциональный коэффициенту их удельной повреждаемости.

Наилучшему выбору при заданном токе соответствует минимальное значение комплексного показателя (2).

Рассмотрим подробнее особенности формирования критерия (2). В соответствии с [6] суммарные потери энергии с учетом ее затрат на изготовление алюминиевых проводов для трехпроводной линии длиной 1 км составляют:

$$W = 3w_0Fd + \frac{3I^2\rho\tau}{1000F}T, \qquad (3)$$

где w_0 — удельные затраты энергии на изготовление 1 км алюминиевого провода сечением F; d — плотность алюминия; ρ — удельное электрическое сопротивление алюминия; τ — годовое время максимальных потерь; T — срок службы линии.

Масса проводов, как уже отмечалось, пропорциональна их сечению, поэтому в выражение (2) вместо значения массы можно включить площадь сечения провода F.

Для оценки показателя П, характеризующего надежность ВЛ, выполненной различными проводами, были использованы данные ПО «Союзтехэнерго» о коэффициентах повреждаемости алюминиевых и сталеалюминиевых проводов на сельских ВЛ 10 кВ (см. таблицу).

Сечение провода, мм^2	Коэффициент повреждаемости (число повреждений в год/100 км)	
	алюминиевые провода	сталеалюминиевые провода
16	3,32	2,33
25	2,13	1,63
35	1,94	1,17
50	1,75	0,94
70	1,25	0,79
95	0,93	0,33
120	0,62	0,24

Значения коэффициентов получены статистической обработкой данных о повреждениях проводов ВЛ 10 кВ за 5 лет по семи энергосистемам России.

Зависимость коэффициента повреждаемости от сечения проводов с корреляционным отношением $r=0{,}95$ определяется следующим уравнением регрессии (рис. 1):

$$K_{\text{повр}} = \frac{1}{aF+b}, \qquad (4)$$

где $a=0{,}012$ и $b=0{,}09$.

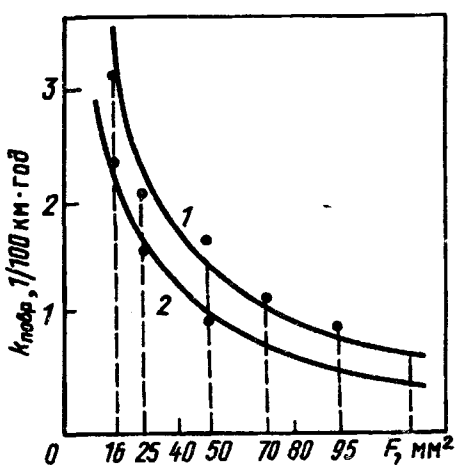


Рис. 1. Регрессионная зависимость коэффициента повреждаемости от сечений проводов: *1* — для алюминиевых; *2* — для сталеалюминиевых

Естественным представляется отождествление в выражении (2) показателей Π и $K_{\text{повр}}$. Тогда

$$K = \frac{WF}{aF+b}. \qquad (5)$$

С учетом выражения (3), в общем виде можно записать:

$$K = \left(CF + \frac{DI^2}{F}\right)\frac{F}{aF+b} = \frac{CF^2 + DI^2}{aF+b}, \qquad (6)$$

где $C = 3w_0d$; $D = \frac{3\rho\tau T}{1000}$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Продифференцируем (6) по F и приравняем нулю производную dK/dF. Тогда минимум комплексного показателя K соответствует значение $F_{опт}$, являющееся решением квадратного уравнения

$$F^2 + \frac{2b}{a}F - \frac{D}{C}I^2 = 0. \qquad (7)$$

Разделив ток I на результат, полученный при решении уравнения (7), получим рациональное значение плотности тока, объективно учитывающее затраты энергии и проводникового металла, а также фактор надежности электроснабжения потребителей.

В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости плотностей тока по уравнению (7)

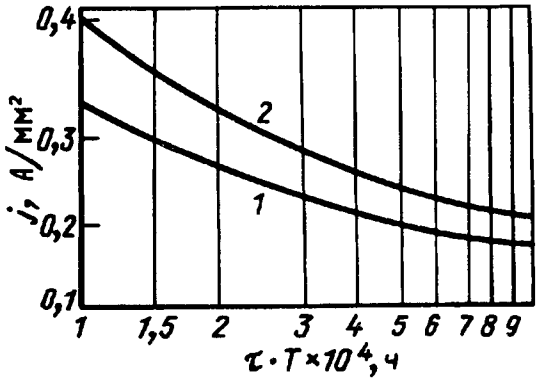


Рис. 2. Зависимости $j=f(\tau T)$ для тока 50 А: *1* — при $w_0=20$ кВт·ч/кг; *2* — при $w_0=40$ кВт·ч/кг

при токе 50 А от произведения τT. Как отмечалось в [6], значение удельных затрат электроэнергии на изготовление алюминия в слитках по литературным данным составляет $w_0=20$ кВт·ч/кг. С учетом дополнительных затрат на изготовление проводов значение w_0 по-видимому не превышает 40 кВт·ч/кг. Принято, что $\rho=29{,}5$ Ом/мм^2·км, а $d=2700$ кг/м^3.

Что касается произведения τT, то по разработанным институтом «Сельэнергопроект» типовым графикам нагрузки сельскохозяйственных потребителей минимальное значение годового числа потерь графика полной мощности составляет примерно 1500 ч/год, а максимальное значение 4300 ч/год [1]. Таким образом, при средних значениях срока службы сельских ВЛ 15÷20 лет значения τT составляют примерно от $2\cdot10^4$ до $8\cdot10^4$ ч.

При указанных значениях w_0 и τT рациональная плотность тока в проводах сельских ВЛ равна 0,2÷0,4 А/мм^2, что ниже средней экономической плотности тока для ВЛ 10 кВ (0,5÷0,6 А/мм^2 [Л.]; по ПУЭ $j_{эк}=1{,}1$ А/мм^2).

Другая особенность полученного решения заключается в следующем. Рациональная плотность тока, соответствующая минимуму выражения (6), в отличие от экономической плотности, в принципе зависит от значения тока. В качестве примера на рис. 3 приведены зависимости от тока нагрузки значений плотности тока при различных значениях w_0 и τT. Из анализа рис. 3 видно, что зависимость плотности от тока заметнее проявляется при больших значениях w_0 и меньших значениях τT.

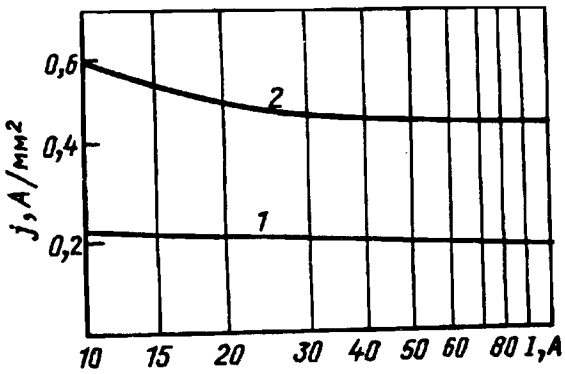


Рис. 3. Зависимости $j=f(I)$: *1* — при $w_0=20$ кВт·ч/кг и $\tau T=5\cdot10^4$ ч; *2* — при $w_0=40$ кВт·ч/кг и $\tau T=2\cdot10^4$ ч

Аналогичные расчеты проведены и для сталеалюминиевых проводов. На рис. 4 приведена зависимость плотности тока от τT при $w_0=40$ кВт·ч/кг и токе 50 А.

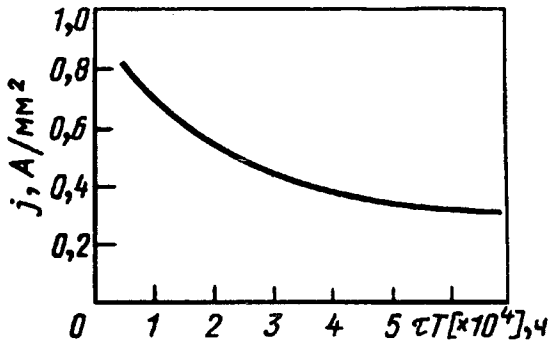


Рис. 4. Зависимость $j=f(\tau T)$ для тока $I=50$ А при $w_0=40$ кВт·ч/кг

Исходя из рассчитанной выше рациональной плотности тока для каждого из стандартных сечений можно определить интервал нагрузки, внутри которого его целесообразно использовать.

На рис. 5. приведены интервалы рациональных нагрузок для выбора сечений проводов ВЛ 10 кВ по комплексному мультипликативному критерию K. Удобны значения границ этих интервалов, приведенных далее:

Сечение и марка провода	АС 35	АС 50	АС 70	АС 95	АС 120
Граница интервалов (ток в А)	до 21	21—30	31—43	44—55	свыше 55

В последние годы институт «Сельэнергопроект»

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

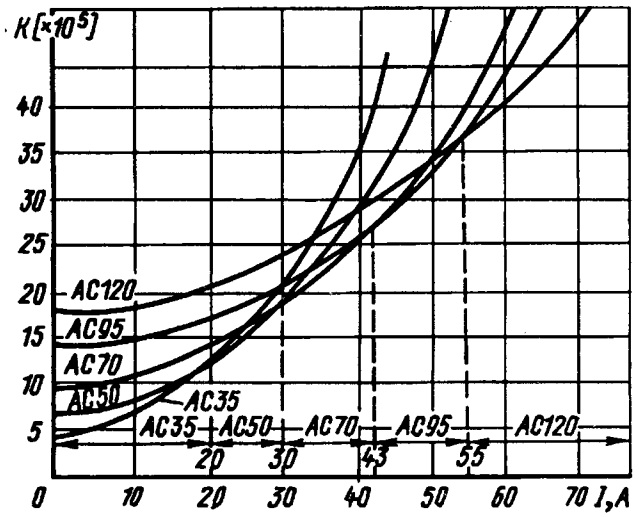


Рис. 5. Интервалы электрических нагрузок для выбора сечений по комплексному мультипликативному критерию

рекомендует сооружать сельские ВЛ 10 кВ в соответствии с так называемым магистральным принципом. Согласно этому принципу на магистралях ВЛ 10 кВ монтируют сталеалюминиевые провода сечением 70—95 мм^2 [7]. Повреждаемость сталеалюминиевых проводов на сельских ВЛ 10 кВ по данным ПО «Союзтехэнерго» в 1,5÷2,5 раза ниже повреждаемости алюминиевых проводов, поэтому применение сталеалюминиевых проводов на сельских ВЛ предпочтительнее. Приведенные в статье результаты подтверждают и целесообразность повышения сечений проводов с точки зрения снижения общих затрат энергии и повышения надежности электроснабжения сельских потребителей.

Вывод. Выбор сечений проводов воздушных линий среднего напряжения целесообразно осуществлять не по приведенным затратам, а по мультипликативному критерию, включающему потери электроэнергии, массу алюминия проводов 1 км ВЛ и показатель повреждаемости сечений проводов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Будзко И.А., Левин М.С.** Электроснабжение сельскохозяйственных предприятий и населенных пунктов. — М.: Агропромиздат, 1985.
2. **О методах** решения многокритериальных оптимизационных задач электроэнергетики с неопределенными величинами/ В.А.Веников и др. — Электричество, 1987, № 2.
3. **Левин М.С., Лещинская Т.Б.** Методы теории решений в задачах оптимизации систем электроснабжения. — М.: ВИПКэнерго, 1989.
4. **Брахман Т.Л.** Многокритериальность и выбор альтернативы в технике. — М.: Радио и связь, 1984.
5. **Дружинин В.В., Конторов Д.С.** Системотехника. — М.: Радио и связь, 1985.
6. **Будзко И.А., Левин М.С.** Энергетически целесообразная плотность тока в проводах электрических линий. — Электричество, 1985, № 2.
7. **Шевляков В.И.** О концепции развития электрических сетей в сельской местности. — Энергетическое строительство, 1992, № 1.

[05.07.93]

Авторы: ***Будзко Игорь Александрович*** *окончил факультет электрификации сельского хозяйства (с.х.) Московского института механизации и электрификации с.х. (МИМЭСХ) в 1933 г. В 1949 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Сельские электроустановки и методы их электрификации» в МИМЭСХ. Профессор кафедры электроснабжения с.х. Московского государственного агроинженерного университета им. В.П. Горячкина (МГАУ).*

Левин Моисей Соломонович *окончил факультет электрификации с.х. МИМЭСХ в 1946 г. В 1966 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Оптимизация параметров сельских электрических сетей» в МГАУ. Профессор кафедры электроснабжения с.х. МГАУ.*

Лещинская Тамара Борисовна *окончила факультет электрификации с.х. Московского института инженеров с.-х. производства им. В.П. Горячкина в 1964 г. В 1990 г. защитила докторскую диссертацию по теме «Разработка многокритериальных методов оптимизации параметров систем электроснабжения» во Всесоюзном институте электрификации с.х. Зав. кафедрой электроснабжения с.х. МГАУ.*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Исследование резкопеременных нагрузок электроэнергетических систем на цифро-аналого-физическом комплексе

ГОЛОВЩИКОВ В.О., КЫЧАКОВ В.П.

В статье рассматриваются проблемы, связанные с резкопеременными нагрузками (РПН) электроэнергетических систем (ЭЭС). Показано, что математическое моделирование процессов, вызванных РПН, не учитывает в должной мере возникновение искажений электроэнергии (высшие гармонические, колебания напряжения), которые наблюдаются в натурных ЭЭС. Наиболее сильно эти явления проявляются при использовании мощных тиристорных ключей. Показано также, что РПН может вызвать опасные крутильные колебания валов агрегатов электростанций. Проведенные исследования на цифро-аналого-физическом комплексе в условиях, близких к натурным, подтвердили важность этого направления исследований.

The paper deals with problems of shock loads in an Electric Power System (EPS). It is shown that a mathematical simulation of the processes, which are created by shock loads, does not take into consideration appearance of the electric energy distortions (upper harmonics, voltage oscillations) in real EPS. Primarily all the high-power thyristor switches cause such occurences. Besides the shock loads are shown to create dangerous torsion constrained oscillations of the power machine shafts. The investigations by the digital-analog-physical complex, when the conditions are similar to natural, confirm importance of this research direction.

В системах электроснабжения практически всегда существовали потребители с неравномерным графиком потребления электроэнергии, что создало определенные трудности для электроэнергетических систем (ЭЭС). Но развитие ЭЭС и рост их мощностей снижал остроту этого вопроса.

Однако с развитием научно-технического прогресса наблюдается тенденция роста таких технологий, при которых электропотребление становится резкопеременным с весьма большими и сложными по форме амплитудами. Появление нагрузок с такими нетрадиционными свойствами порождает в ЭЭС ряд проблем, например:

1) определение условий, при которых работа этих нагрузок не приводит к недопустимым колебаниям напряжения на остальных нагрузках, что в свою очередь может привести к резкому снижению производительности или даже выходу из строя оборудования;

2) определение устойчивости самих двигателей, работающих с переменным моментом на валу, например, привод прокатных станов;

3) оценка влияния резкопеременной нагрузки на параметры режима ЭЭС, а следовательно на поведение ее отдельных элементов (турбины, преобразовательные подстанции и т.д.).

К наиболее характерным из традиционных видов резкопеременной нагрузки (РПН) и достаточно исследованным относятся прокатные станы, электротяга, дуговые печи [1—4].

Другие же новые виды РПН, по которым практически нет опубликованных исследований, прежде всего связаны с различными электрофизическими установками. Примером таких установок может служить ТОКОМАК [5].

Потребление электроэнергии электрофизическими установками часто носит не просто резкопеременный характер, он во многих случаях импульсный. Эти виды нагрузок, их влияние на ЭЭС практически не исследованы. Такое же потребление электроэнергии характерно и для лазерных установок, где электрическая энергия от источника питания проводится в виде импульсов к объекту накачки [6].

Анализ РПН показывает, что несмотря на большие различия таких нагрузок по значению и форме, наблюдаются и их общие свойства: это — наличие повторяемости набросов и сбросов нагрузки большой амплитуды.

Из-за большого диапазона изменения периодов повторяемости сбросов и набросов нагрузки, а также различия их форм не представлялось возможным провести анализ всех существующих видов РПН. Поэтому для проведения исследований были сформированы некоторые абстрактные (обобщенные) формы нагрузок с определенными характерными свойствами. При формировании таких нагрузок прежде всего учитывались такие свойства РПН, которые наиболее опасны для электроэнергетических систем, особенно для их вращающихся элементов. Предполагалось, что такими свойствами из множества других являются периоды повторяемости и амплитуда РПН. Периоды повторяемости РПН, принятые при проведении исследований, варьировались в достаточно широком диапазоне: от 0,1 до 8 с.

Следует отметить, что исследования поведения ЭЭС, включающей в свой состав РПН, в настоящее время главным образом проводятся методами математического моделирования. Успех при этом зависит от правильности самой модели. Чаще всего это достаточно простые описания РПН в виде логических построений, реализую-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

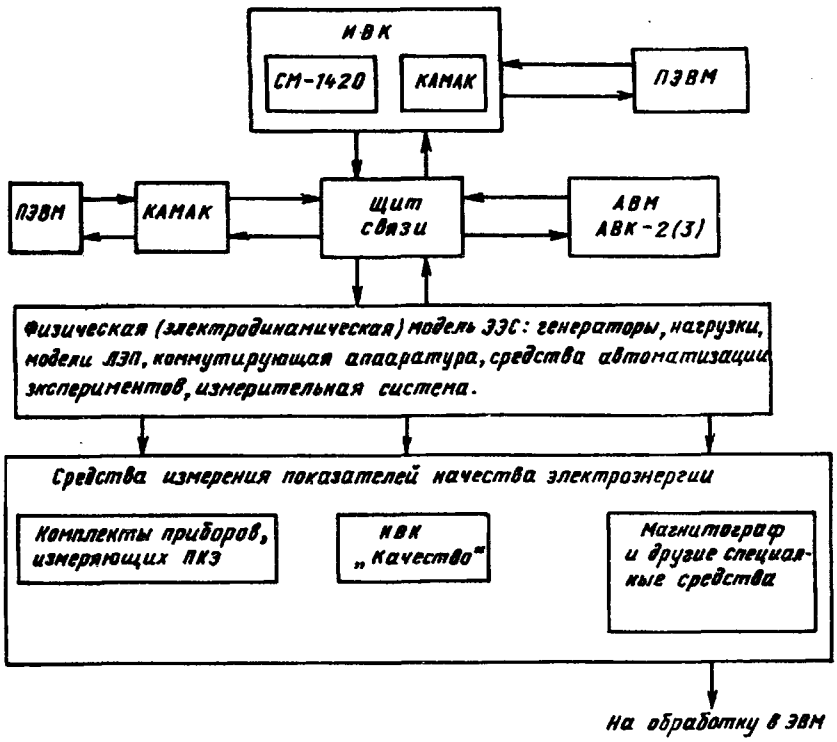


Рис. 1. Структурная схема цифро-аналого-физического комплекса

щих, например, сбросы—наброcы нагрузки. В настоящее время, по нашим сведениям, практически нет промышленных программ, позволяющих исследовать сложные ЭЭС с такого рода нагрузками. Но даже если они и появятся, то нужен некий эталон, позволяющий оценить достоверность полученных результатов. В качестве эталона мог бы быть натурный эксперимент, но его, как правило, невозможно осуществить.

Наиболее реальный выход — это использование цифро-аналого-физического комплекса (ЦАФК), содержащего физическую модель ЭЭС и последующее уточнение математических моделей после экспериментов на комплексе. В настоящее время ЦАФК Сибирского энергетического института РАН имеет структуру, представленную на рис. 1. Его состав обычен для подобного рода комплексов. Особенность заключается в использовании персональных ЭВМ и достаточно широкой оснащенности средствами измерения показателей качества электроэнергии. Имеется также возможность измерять скручивающие моменты на одном из синхронных генераторов, входящих в физическую (электродинамическую) модель. На физической модели реализована экспериментальная схема, соответствующая эквивалентной схеме восточной части ОЭС Сибири (рис. 2). Эта схема интересна тем, что содержит множество мощных нелинейных нагрузок: алюминиевые заводы и электротяга. Следует особо отметить, что именно в этом регионе планировалось размещение импульсной нагрузки мощностью 1,5—2,0 млн кВт.

Как уже отмечалось, проведенный анализ РПН показал, что временные характеристики в идеализированном виде представляют собой прямоугольники или ступенчатые функции. Их легко реализовать программно, но существенно сложнее осуществить их физическое моделирование. Пачки прямоугольных импульсов или ступенчатые функции ($P=f(t)$), близкие к идеализированным представлениям, можно реализовать и с помощью стандартных устройств, но мощностью не более нескольких ватт, что недостаточно для физической модели, поскольку требуются

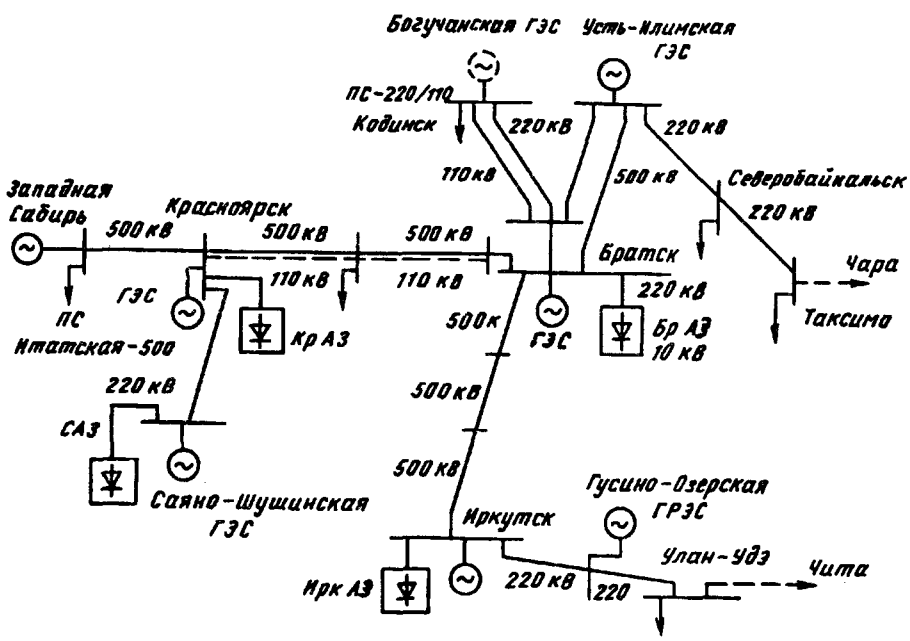


Рис. 2. Эквивалентная схема восточной части ОЭС Сибири (САЗ, КрАЗ, БрАЗ, ИркАЗ — алюминиевые заводы; ПС — подстанции)

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

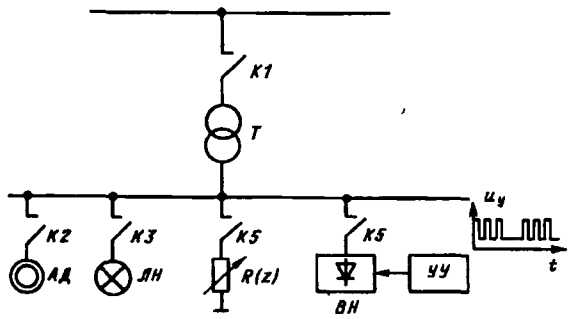


Рис. 3. Схема узла нагрузки физической модели

киловатты.

Традиционный узел нагрузки физической модели представлен на рис. 3, где *T* — трансформатор, моделирующий подстанцию; *АД*, *ЛН*, *R*(*Z*), *ВН*: асинхронный двигатель, ламповая, активная (комплексная) и выпрямительная нагрузка; *УУ* — устройство управления. Необходимая мощность в таком узле может коммутироваться как на высокой, так и на низкой стороне трансформатора. В этом случае частота переключения РПН не может быть больше 1—2 Гц, что для многих видов РПН недостаточно.

Управляемый выпрямитель свободен от этих недостатков, так как скорости переключения могут достигать сотен герц, однако и для него присущи свойства, которые принципиально не позволяют получить «чистые» ступенчатые функции. Дело в том, что *ВН* это существенно нелинейная нагрузка, которая вносит искажения в форму кривой напряжения и тока (появляются высшие гармонические), что не позволяет получить не только прямоугольники, но и оказывает воздействие на режим исследуемой ЭЭС. Общим свойством при управлении с помощью контакторов и тиристорного преобразователя является и то, что при коммутациях нагрузки, соизмеримой с генерирующими мощностями исследуемой ЭЭС, получить «чистые» ступенчатые функции $P=f(t)$ невозможно из-за глубоких посадок напряжения, изменений реактивных мощностей, частоты и т.д.

Рассмотренные особенности нагрузки не являются недостатками в прямом понимании этого слова. Это реальные свойства, присущие оборудованию физической модели. В натурных ЭЭС наблюдаются такие же процессы, если, например, в качестве коммутирующих элементов выступают тиристорные ключи. Из сказанного ясно, что получение идеализированных ступенчатых характеристик для силовой части физической модели и в натурных ЭЭС нереально. Речь можно вести только о форме управляющих сигналов.

Данный вывод показывает, что идеализированное упрощенное представление нагрузки в математических моделях и реализуемых программах приведет к ошибочным результатам, когда коммутируются мощности, соизмеримые с генерирующими, или когда в качестве «ключей» используются тиристорные преобразователи.

На физической модели СЭИ РАН были проведены исследования ЭЭС в схеме (рис. 2) с двумя вариантами РПН для возможности сопоставления с расчетом переходных процессов на ЕС ЭВМ. Первый вариант: управление ключами с частотой 1—5 Гц и мощностью 0,2—0,4 номинала. Второй вариант: шестифазный управляемый тиристорный преобразователь со специальным управляемым генератором импульсов. Реализация второго варианта была попыткой смоделировать мощный специальный потребитель, характер управляющих и силовых импульсов которого был известен.

Исследования влияния РПН на поведение ЭЭС показали, что режим системы становится колебательным. На рис. 4 приведена осциллограмма

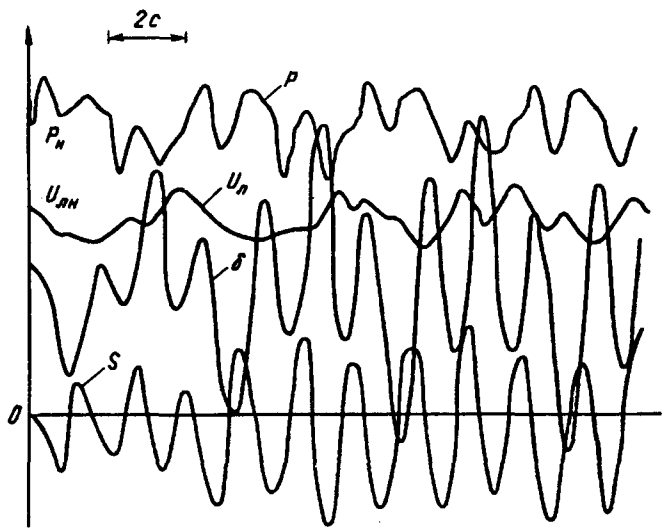


Рис. 4. Осциллограммы процессов в экспериментальной схеме (в качестве РПН использовалось переключение активно-индуктивной нагрузки)

режимных параметров при периоде изменения РПН равным 4 с. На рис. 4 представлены: изменения напряжения в узле примыкания РПН к ЭЭС, изменение мощности эквивалентного генератора, моделирующего Братскую ГЭС, угол выбега и скольжение этого генератора.

Как следует из рис. 4, РПН в ЭЭС вызывает не только резкие изменения электромагнитных параметров (напряжение, мощность), но и способствует появлению незатухающих процессов электромеханических параметров (угол выбега, скольжение — частота).

Кроме оценки влияния РПН на поведение ЭЭС проводились также исследования по оценке воздействия РПН на скручивающий момент в шейке вала (между генератором и моделью турбины, представленной двигателем постоянного тока).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Как известно, работы, связанные с крутильными колебаниями, проводились во ВНИИэлектромашиностроения при коротких замыканиях [7—9]. Эти исследования были продолжены в СЭИ и направлены на изучение более сложных условий функционирования ЭЭС: рассматривались многократные возмущающие воздействия и возможность возникновения резонансных явлений при периодических возмущениях, вызванных РПН. Хотя резонансных явлений с резким увеличением амплитуды при том ограниченном числе опытов обнаружено не было, однако явления, близкие к резонансным, наблюдались. Исследования показали также, что для каждого опыта требуется моделирование конкретного вида агрегата и валопровода, поскольку именно от этого зависит диапазон частот свободных колебаний. Поэтому исследования влияния крутильных колебаний на вращающиеся элементы ЭЭС требуют не обобщенных, а конкретных моделей агрегатов.

Другая серия экспериментов по данной проблеме была направлена на оценку влияния РПН на качество электроэнергии (КЭ), причем упор делался на два фактора: появление высших гармоник и изменения напряжения. Схема экспериментов, приведенная на рис. 5, была получена

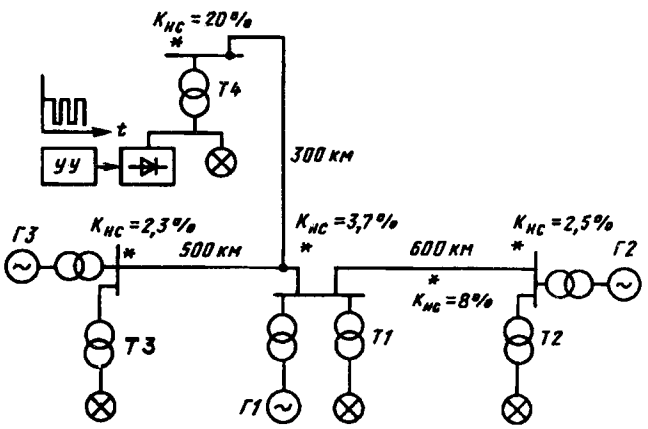


Рис. 5. Схема экспериментов по выявлению влияния РПН на качество электрической энергии

из исходной. Звездочками отмечены точки контроля показателя качества электроэнергии (ПКЭ) и уровни коэффициентов несинусоидальности напряжения ($K_{нс}$) в них. Из представленного рисунка видно, что КЭ существенно хуже нормы (согласно ГОСТ $K_{нс}$ для напряжений 110 кВ и выше не должен превышать 2%). На рис. 6 приведена осциллограмма процессов в указанной схеме, когда в качестве РПН применялся тиристорный преобразователь. Из рис. 6 видно, что форма сигналов, характеризующих режим, не является идеальной ступенчатой функцией: она искажена высшими гармониками.

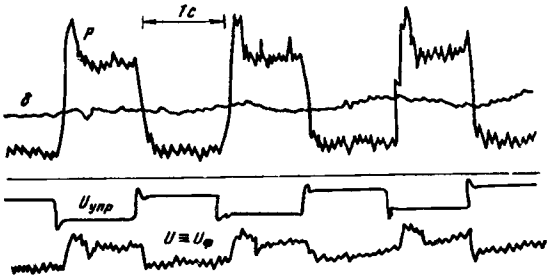


Рис. 6. Осциллограммы процессов в системе с тиристорным преобразователем в качестве РПН

Исследования показали, что искажения в местах коммутации нагрузки могут распространяться по сети на большие расстояния и что уровень гармоник зависит от конфигурации сети и режима ЭЭС. Этот уровень искажений может сделать невозможной работу обычных потребителей: нагрев и взрывы конденсаторов, старение изоляции, увеличение уровней наведенного напряжения и т.д. Ситуация может быть гораздо хуже, если возникнут резонансные явления на высших гармонических, когда даже малое увеличение $K_{нс}$ в точке искажающего источника приведет к значительному росту искажений в сети, причем даже в точках, находящихся за десятки, а иногда и за сотни километров.

Стабилизация режимов и устранение отрицательного влияния толчкообразных режимов на параметры ЭЭС традиционно осуществлялись с помощью использования автоматических регуляторов возбуждения сильного действия (АРВСД) и компенсирующих устройств (ИРМ). Однако в ряде случаев эти меры оказываются недостаточно эффективными. Наиболее перспективным может оказаться применение сверхпроводимого индукционного накопителя (СПИН) [10]. Целесообразность использования СПИН объясняется тем, что при РПН СПИН функционирует в режиме постоянного разряда—заряда, т.е. во время наброса мощности СПИН разряжается, а во время интервала между набросами осуществляется его заряд (накопление).

За рубежом такие СПИН уже имеются в промышленной эксплуатации [11].

Выводы. Проведенные исследования (которые продолжаются и в настоящее время) выявили, что качественное совпадение результатов расчета на ЭВМ и экспериментов на физической модели имеет место только при больших периодах изменения РПН. Традиционный подход расчета режима не учитывает возникновения искажений электроэнергии, когда в качестве нагрузок применяются существенно нелинейные элементы (тиристоры). Эти исследования показали необходимость проведения тщательных разносторонних

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

экспериментов по изучению возникновения опасных крутильных колебаний валов агрегатов, вызванных РПН. Работы этого направления должны вестись одновременно по трем направлениям: натурные эксперименты, математическое моделирование и исследования на моделирующих комплексах. Анализ литературы и результатов экспериментов показал также, что перспективным средством стабилизации режима при РПН может явиться СПИН, что также требует продолжения исследований и в этом направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Соколов Н.Н., Неклепаев Б.И., Морозов Ю.А.** Влияние ударных нагрузок на работу энергосистемы. — Тр. ВНИИЭ, вып. XX1У. М., 1966.
2. **Рыжков Ю.Л., Минаев Р.В.** Влияние дуговых электропечей на систему электроснабжения. — М.: Энергия, 1975.
3. **Липский А.М.** Особенности расчетов колебаний напряжения в электрических системах с резкопеременными нагрузками. — В кн.: Исследование качества электроэнергии в сложных электрических системах, Братск, 1990.
4. **Блантер С.Г.** Электрическое оборудование тяговых подстанций. — М.: Мин. коммунхоз, 1958.
5. **Система** электропитания кратковременного действия с электромашинными агрегатами/ И.А. Глебов, В.В. Вырвинский, Э.Г. Каширский и др. — В кн.: Источники электропитания кратковременных и импульсных нагрузок большой мощности. Л.:Энергоатомиздат, 1984.
6. **Электрооборудование** лазерных установок. — В кн.: Электротехнический справочник. Т. 2, кн. 2.— М.: Энергоатомиздат, 1982.
7. **Скручивающие** моменты в шейке вала крупного турбогенератора при неуспешном БАПВ в энергосистеме/ Г.В. Рубисов., Л.Я. Аксенова, Э.Е. Остроумов и др. — Электротехника, 1983, № 8.
8. **Рубисов Г.В., Сигаев В.Е.** Расчетный метод анализа крутильных колебаний валопровода турбогенератора. — Электротехника, 1986, № 1.
9. **Аксенова Л.Я., Лифшиц А.Л., Рубисов Г.В.** Скручивающие моменты в валопроводе турбогенераторов серии ТТВ при отключении кратковременных коротких замыканий. — Электротехника, 1978, № 5.
10. **Попов А.Я., Фарсюк О.С.** Разработка закона управления преобразователем СПИН, компенсирующего небаланса мощности резкопеременной нагрузки. — В кн.: 5 Всесоюзн. науч.-техн. конф. «Проблемы преобразовательной техники». Тезисы докладов. Ч. 2.— Киев, 1991
11. **Hoffmann E., Alcorn J., Chen W.** Designing of the BpA (Bonivil Power American) superconducting 30 Mg energy storage coil. — IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 2, May 17, № 1, January, 1981, New York.

[17.04.92]

*Авторы: **Головщиков Владимир Олегович** окончил энергетический факультет Иркутского политехнического института (ИрПИ) в 1971 г. В 1983 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Совершенствование методов экспериментальных исследований электроэнергетических систем на моделирующих комплексах» в Сибирском научно-исследовательском институте энергетики (г. Новосибирск). Инженер АО «Иркутскэнерго», руководитель группы физического моделирования энергосистем в Сибирском энергетическом институте (г. Иркутск).*

***Кычаков Василий Павлович** окончил факультет электрических станций Харбинского политехнического института (КНР) в 1947 г. и Всесоюзный заочный политехнический институт в 1962 г. В 1969 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме «Повышение динамической устойчивости электроэнергетических систем с помощью тормозных сопротивлений» в Новосибирском электротехническом институте. Доцент кафедры электрических систем ИрПИ.*

Магнитное поле и параметры ударного генератора с полюсными выступами на статоре

ВЕНЮКОВ Э.И., ПОПОВ В.И., ХОРЬКОВА В.З., ХОРЬКОВ К.А., ШМИГИРИЛОВ Ю.Г.

Описаны конструктивные особенности синхронного ударного генератора с полюсными выступами на статоре. По результатам расчета магнитного поля ударного генератора получены зависимости коэффициента поля и проводимости рассеяния статорной обмотки в функции параметров зубцовой зоны машины. Показано влияние параметров зубцовой зоны на энергетические характеристики генератора (энергию, отдаваемую согласованной нагрузке, и плотность тока в обмотке статора).

The design features of synchronous impact generator with the stator pole buttends have been described. According to the results of the magnetic field calculation of the impact generator the equations of field coefficient and the stator winding scattering conductance in the function of the parameters of the machine tooth zone have been cited. The influence of the tooth zone parameters on the generator energetic characteristic has been shown (the energy released to the matched load and the current density in the stator winding).

Круг потребителей импульсных источников питания непрерывно расширяется. Диапазон используемых энергий энергий колеблется от сотен джоулей до сотен мегаджоулей при длительности импульсов тока от долей миллисекунды до сотен миллисекунд. Среди импульсных источников питания видное место занимают синхронные ударные генераторы с кинетическими накопителями энергии (маховиками). Для получения максимальной энергии от ударного генератора с заданным объемом активной части необходимо иметь по возможности минимальное индуктивное сопротивление обмотки статора и максимальную индукцию в воздушном зазоре генератора [1].

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Улучшение характеристик и надежности, уменьшение габаритов и массы импульсных источников питания является насущной задачей. Определенный вклад в реализацию этих задач может внести разработка однофазного ударного генератора с полюсными выступами на статоре.

Конструкция разработанного нами ударного генератора описана в [1]. Генератор предназначен для получения как отдельных импульсов тока длительностью порядка 0,02 с, так и серии из 10÷20 импульсов тока при работе генератора на индуктивный накопитель энергии.

В свободной от обмотки части зубцовой зоны статора ударного однофазного генератора пазы статора можно не выштамповывать, в обмотанной же части статора можно ликвидировать зубцы, благодаря чему толщина токового слоя статора уменьшается. Сечение активной зоны такого ударного генератора представлено на рис. 1.

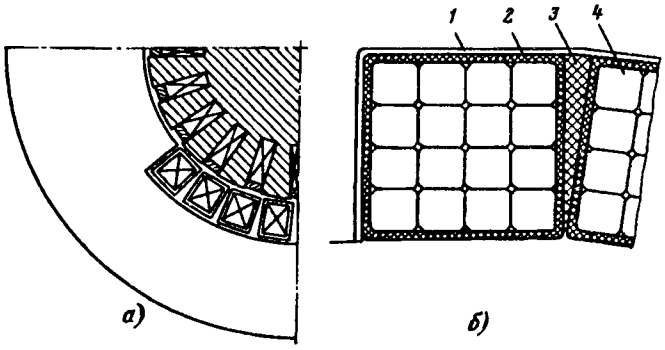


Рис. 1. Сечение активной зоны: *а* — поперечное сечение ударного генератора с полюсными выступами на статоре; *б* — сечение стержня обмотки статора (*1* — корпусная изоляция; *2* — витковая изоляция; *3* — изоляционный клин; *4* — жила провода)

Обмотка статора выполнена из транспонированного провода. Стержни обмотки образуют арочную конструкцию, приклеены к дну паза. Дополнительное крепление их клиньями в области активной части отсутствует. Лобовые части обмотки отогнуты и закреплены алюминиевыми конусами (каппами). Этим обеспечивается механическая прочность и снижается индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей обмотки статора за счет экранирования потоков рассеяния.

Ротор генератора выполнен цельнокованым с равномерно распределенными по всей окружности пазами, в которые уложена продольно-поперечная обмотка возбуждения [2, 3, 4]. Лобовые части обмотки ротора удерживаются бандажными кольцами из аустенитовой стали.

Ударный генератор с полюсными выступами на статоре имеет много общих черт с генераторами, статорная обмотка которых вынесена в воздушный зазор машины [5, 6]. Подсчитано, что за счет ликвидации зубцов и соответствующего снижения среднего диаметра ярма статора достигается экономия стали статора до 40%. Существенно снижается расход изоляционных материалов. Основной особенностью генератора с полюсными выступами на статоре является изменение распределения магнитного поля возбуждения при изменении углового положения ротора. В этом отношении ударный генератор с полюсными выступами на статоре имеет много общего с высоковольтными гидрогенераторами [7].

Следует отметить, что проектирование генераторов с полюсными выступами затруднено отсутствием инженерных методик расчета электромагнитного поля в воздушном зазоре машины и параметров обмотки статора при широких открытых пазах, занимающих значительную долю полюсного деления.

Уточнить коэффициенты магнитного поля можно методом удельной магнитной проводимости воздушного зазора в сочетании с расчетом магнитного поля на полюсном делении генератора [8]. Неравномерность воздушного зазора из-за полюсных выступов на статоре приводит к пульсации магнитного потока в воздушном зазоре генератора. Для примера на рис. 2 приведены

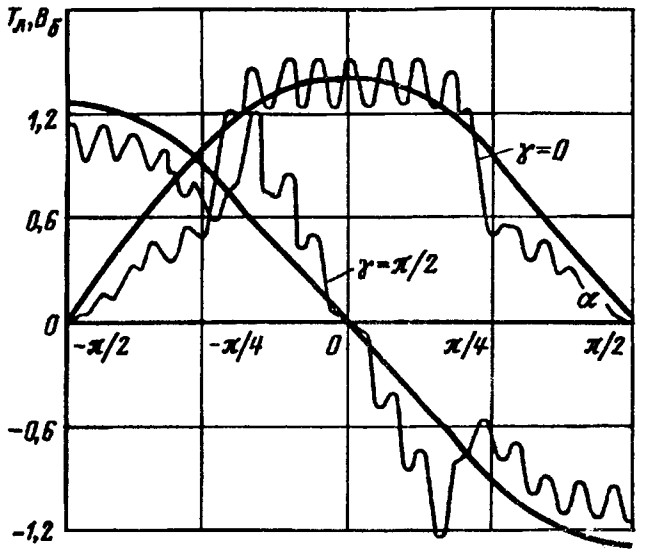


Рис. 2. Распределение индукции в воздушном зазоре по расточке статора на полюсном делении для двух положений ротора

кривые распределения индукции в воздушном зазоре машины вдоль полюсного деления для двух положений ротора: при совпадении продольной оси ротора с осью полюсного выступа статора ($\gamma=0$); при совпадении продольной оси ротора с осью большого паза на статоре ($\gamma=\pi/2$).

На этом же рисунке выделены первые гар-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

монические индукции. Амплитуды гармоник индукции $B_{m\nu}$ магнитного поля для указанных кривых представлены в табл. 1 (b_n — ширина большого паза статора).

Таблица 1

ν	$B_{m\nu}$, Тл					
	$b_n = \tau_1/3$		$b_n = \tau_1/2$		$b_n = 2\tau_1/3$	
	$\gamma=0$	$\gamma=\frac{\pi}{2}$	$\gamma=0$	$\gamma=\frac{\pi}{2}$	$\gamma=0$	$\gamma=\frac{\pi}{2}$
1	1,427	1,305	1,401	1,264	1,374	1,250
3	0,060	0,323	0,233	-0,334	0,220	-0,225
5	-0,107	-0,039	-0,166	0,054	-0,151	0,204
7	0,049	-0,018	-0,067	0,136	0,064	0,089
9	-0,035	0,046	-0,018	-0,043	-0,082	-0,087
11	0,038	0,056	0,058	-0,109	-0,095	0,117
13	0,062	-0,001	-0,067	0,017	-0,041	-0,037
15	-0,016	-0,052	-0,018	0,092	0,002	-0,046

Расчеты показывают, что пульсация основной гармонической индукции невелика. Основное влияние не изменение формы поля при вращении ротора оказывает изменение 3-й и 5-й гармонических.

Индукция в воздушном зазоре генератора без учета демпфирующего действия массива ротора на пульсации магнитного поля равна

$$B_f(t) = \lambda F_{f0}, \qquad (1)$$

где F_{f0} — МДС обмотки возбуждения.

Исключая зубцовые гармонические, удельную магнитную проводимость можно представить в виде

$$\lambda=\lambda_0+\sum_{\nu}\lambda_{0\nu}\cos\nu\gamma+\sum_{n}\sum_{\nu}[\lambda_{n0}+\lambda_{n\nu}\cos\nu\gamma]\cos n\alpha, \qquad (2)$$

где λ_0 — постоянная составляющая магнитной проводимости; $\lambda_{0\nu}, \lambda_{n0}, \lambda_{n\nu}$ — амплитуды гармонических составляющих магнитной проводимости; n — порядок пространственных гармонических; ν — порядок временных гармонических; α — угловое положение рассматриваемой точки на полюсном делении относительно оси полюсного выступа.

На рис. 3 и 4 представлены зависимости амплитуд гармонических составляющих магнитной проводимости от относительной ширины большого паза статора b_n/τ_1 и углового положения ротора γ, полученные для ударного генератора с $\tau_1=1{,}36$ м; $h_n=0{,}09$ м; $F_{fm}=1{,}4\cdot10^5$ А.

МДС обмотки возбуждения

$$F_{f0} = \sum_k F_{fmk}\cos k\gamma, \qquad (3)$$

где k — порядок гармонических МДС.

Если принять $n\leqslant2$; $\nu\leqslant2$ и $k=1$ и 3, то при

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_{02}\cos 2\gamma + \lambda_2\cos 2\alpha + 0{,}5\lambda_{22}\times$$
$$\times[\cos 2(\gamma+1) + \cos 2(\gamma-\alpha)] \qquad (4)$$

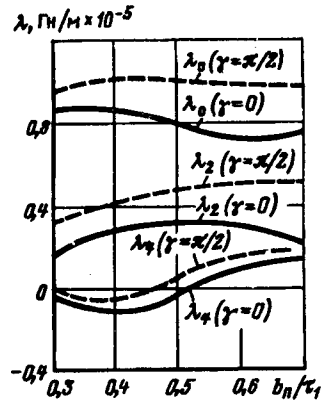


Рис. 3. Зависимости амплитуд гармонических составляющих λ

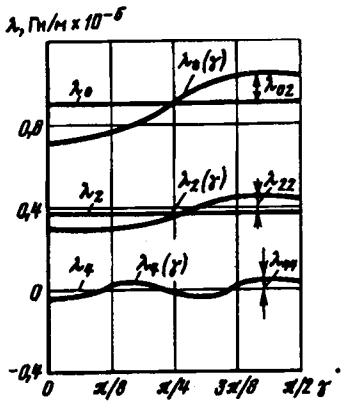


Рис. 4. Зависимости амплитуд гармонических составляющих λ при $b_n/\tau_1=0{,}5$

мгновенное значение составляющих индукции, изменяющихся с основной частотой, равно

$$\begin{aligned}B_{f1}(t)=\lambda_0 F_{fm1}\cos(\gamma-\alpha)+0{,}6\lambda_{02}[F_{fm1}\cos(\gamma+\alpha)+\\+F_{fm3}\cos(\gamma-3\alpha)]+0{,}5\lambda_2F_{fm1}[\cos(\gamma+\alpha)+\\+\cos(\gamma-3\alpha)]+0{,}25\lambda_{22}[(F_{fm1}+F_{fm3})\cos(\gamma+\alpha)+\\+F_{fm1}\cos(\gamma+3\alpha)+F_{fm3}\cos(\gamma-5\alpha)].\end{aligned} \qquad (5)$$

Амплитуда эквивалентной индукции, создающей основную гармоническую ЭДС обмотки статора при пренебрежении величинами второго порядка малости, равна

$$\begin{aligned}B_{fm1}=[\lambda_0+0{,}5\lambda_{02}+0{,}5\lambda_2(1+k_{об3}/3k_{об1})]F_{fm1}+\\+0\ 25\lambda_{22}[F_{fm1}(1+k_{об3}/3k_{об1})+F_{fm3}].\end{aligned} \qquad (6)$$

Обмоточные коэффициенты

$$k_{обk} = \left[\sin\left(\frac{b_n}{\tau_1}k\frac{\pi}{2}\right)\sin\frac{k\pi}{2}\right]\Big/\left(\frac{b_n}{\tau_1}k\frac{\pi}{2}\right). \qquad (7)$$

Гармонические составляющие МДС

$$F_{fmk} = \frac{8}{\pi^2 k\gamma_f}\sin\left(k\gamma_f\frac{\pi}{2}\right)F_{fm}, \qquad (8)$$

где γ_f — отношение числа обмотанных пазов ротора к полюсному числу пазовых делений.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

При индукции в воздушном зазоре под серединой полюсного выступа (B_m) коэффициент формы поля возбуждения

$$k_f = B_{fm1}/B_{fm}\,. \qquad (9)$$

Коэффициент полюсного перекрытия определяем как отношение

$$\alpha_f = 2\int_0 F_f \lambda\, d\alpha/(\tau_1 \lambda_m F_{fm})\,. \qquad (10)$$

После тригонометрических преобразований получаем

$$\alpha_f = \frac{2\lambda_0}{\pi\lambda_m}(1-b_2+b_4)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{8}{\pi^2k^2\gamma_f}\sin\left(\gamma_f k\frac{\pi}{2}\right)\sin k\frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi}\sum_{n=2}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\lambda_n}{\lambda_m}(1-b_2+b_4)\frac{8}{\pi^2k\gamma_f}\sin\left(\gamma_f k\frac{\pi}{2}\right)\times \left[\frac{1}{k+n}\sin(k+n)\frac{\pi}{2}+\frac{1}{k-n}\sin(k-n)\frac{\pi}{2}\right]. \qquad (11)$$

При равномерном распределении зубцов по окружности ротора поле реакции якоря по продольной и поперечной осям ротора получается одинаковым, и коэффициенты формы поля реакции якоря

$$k_d = k_q = [\lambda_0 F_{am1} + 0{,}5\lambda_2 (F_{am1}+F_{am3})]/(\lambda_m F_{am}). \qquad (12)$$

По результатам расчета магнитного поля в поперечном сечении активной части генератора определяем проводимость рассеяния активной части стержней обмотки статора. При выводе формулы пользуемся методикой планирования эксперимента. Для удобства расчетов все переменные величины относим к полюсному делению машины. Интервал варьирования каждой переменной установлен на основании возможных конструктивных исполнений генератора и предварительных электромагнитных расчетов ряда вариантов. Пределы варьирования переменных приведены в табл. 2.

Таблица 2

Переменное	$-\alpha$	-1	0	+1	$+\alpha$
$x_1\,(b_n/\tau_1)$	0,167	0,333	0,5	0,667	0,833
$x_2\,(h_м/\tau_1)$	0,007	0,022	0,037	0,052	0,067
$x_3\,(h_k/\tau_1)$	0,007	0,011	0,015	0,019	0,023
$x_4\,(\delta/\tau_1)$	0,005	0,013	0,021	0,029	0,037
$x_5\,(I_n/\tau_1)\,10^6$, А/м	0,02	1,8	3,4	5	6,6

Составляем матрицу планирования дробного факторного эксперимента — полуреплику с генерирующим соотношением $x_5 = -x_1x_2x_3x_4$. После отброса слагаемых с коэффициентами регрессии, оказавшимися в поле доверительного интервала, и перехода от кодовых значений переменных к натуральным величинам получаем

$$\lambda_a = 0{,}1756 - 0{,}5344 b_n/\tau_1 + 0{,}57 h_м/\tau_1 + 1{,}852 h_k/\tau_1 + 0{,}9787\delta/\tau_1 + 3686(b_n/\tau_1)^2\,. \qquad (13)$$

Линейные эффекты не противоречат известным для электрических машин зависимостям: увеличение ширины паза ведет к снижению проводимости рассеяния, к этому же ведет уменьшение высоты меди или клина, а также уменьшение размера воздушного зазора. Наибольшее влияние на проводимость рассеяния оказывает ширина большего паза. Влияние изменения насыщения магнитной цепи невелико по сравнению с влиянием других факторов, и в уравнении регрессии (13) этот фактор отсутствует. Зависимости проводимости рассеяния активной части обмотки статора от геометрических параметров зубцовой зоны статора представлены на рис. 5.

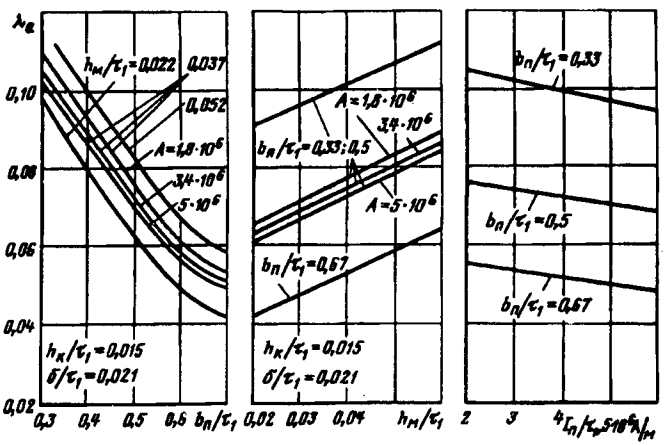


Рис. 5. Зависимость проводимости рассеяния активной части обмотки статора от размеров паза и величины тока

Наряду с формулой (13) заслуживает внимания следующая упрощенная зависимость, аналогичная известным формулам проводимости пазового рассеяния серийных электрических машин, дающая отклонение от (13) не более чем на 10%:

$$\lambda_a = h_м/3b_n + h_k/b_n + \delta/2b_n\,. \qquad (14)$$

Расчет магнитного поля позволяет найти электродинамические усилия, действующие на стержни обмотки статора: радиальную составляющую F_r, прижимающую стержень к дну паза, и тангенциальную F_τ, стягивающую стержни к центру паза (табл. 3). Значения радиальных усилий, дей-

Таблица 3

$I_{уд}$, кА	ЭДУ, кН/м	Номер стержня от стенки паза					
		1	2	3	4	5	6
230	F_r	304	325	333	336	336	337
	F_τ	94	26	7,2	1,9	0,4	0,2
460	F_r	1131	1281	1329	1342	1345	1346
	F_τ	522	143	39	10	2	1

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ствующих на отдельные стержни обмотки статора, практически равны. Значения тангенциальных сил по мере удаления стержней от стенки паза снижаются по экспоненциальной зависимости.

Основным критерием выбора оптимальных геометрических размеров активной зоны статора является получение максимальной энергии в согласованной индуктивной нагрузке при допустимой плотности тока в обмотке статора и принятом значении максимальной индукции B_{zm} в полюсном выступе. Индукция в воздушном зазоре генератора

$$B_\delta = (1 - b_n/\tau_1) B_{zm}/\alpha_f. \qquad (15)$$

Расчеты показывают, что в отличие от зубчатого статора в статоре с полюсными выступами возможно увеличение индукции B_δ до 2 Тл.

Зависимости энергии и плотности тока в обмотке статора при его работе на согласованную нагрузку приведены на рис. 6. Расчеты показывают, что оптимальная ширина паза статора с полюсными выступами лежит в пределах $b_n/\tau_1 = 0{,}45—0{,}6$.

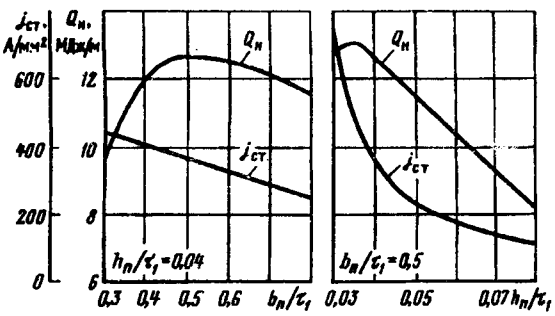


Рис. 6. Зависимости энергии и плотности тока от ширины и высоты паза статора

Таким образом, в статье представлены основные отличительные особенности генератора с полюсными выступами на статоре и формулы для расчета параметров и электромагнитных величин. Коэффициенты формы поля обмотки возбуждения и полюсного перекрытия зависят не только от γ_f, как у турбогенераторов, но и от относительной ширины паза статора и размера воздушного зазора. При оптимальной ширине паза статора с полюсными выступами высота паза статора рекомендуется в пределах $h_n/\tau_1 = 0{,}04—0{,}05$. Максимальные тангенциальные усилия, действующие на крайние стержни в пазу, достигают 40% радиального усилия, прижимающего стержень к дну паза. Сумма тангенциальных усилий, сжимающих стержни в центре паза, практически равна радиальному усилию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Сипайлов Г.А., Хорьков К.А.** Генераторы ударной мощности. — М.: Энергия, 1979.

2. **Венюков Э.И., Сипайлов Г.А., Хорьков К.А.** Формирование импульсов тока при работе генератора ударной мощности в режиме накопления энергии. — Электротехника, 1980, № 4.

3. **А.с. № 668046 (СССР).** Синхронный генератор ударной мощности/ Г.А. Сипайлов, К.А. Хорьков, Э.И. Венюков, В.И. Андреев. Опубл. в БИ, 1979, № 22.

4. **Венюков Э.И., Хорьков К.А.** Продольно-поперечное возбуждение с емкостью. — Электричество, 1988, № 7.

5. **Кильдишев В.С., Ружинский Л.Н.** Мощные синхронные генераторы с беззубцовым статором. — Электричество, 1977, № 1.

6. **Аккумулирование** энергии во вращающихся электрических машинах. — Электрические машины и аппараты. Экспресс-информация, 1970, № 36.

7. **Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В.** Расчет ряда коэффициентов, характеризующих магнитное поле в высоковольтных гидрогенераторах. — Труды МЭИ, 1972, вып. 138.

8. **Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А.** Электрические машины (специальный курс). — М.: Высшая школа, 1987.

[07.02.93]

Авторы: ***Венюков Эдуард Игоревич*** *окончил электромеханический факультет Томского политехнического института (ТПИ) в 1959 г. В 1984 г. защитил кандидатскую диссертацию в ТПИ на тему «Синхронный ударный генератор для питания индуктивного накопителя». Доцент кафедры «Теоретические основы электротехники» Томского политехнического университета (ТПУ).*

Попов Виталий Иванович *окончил электромеханический факультет ТПИ в 1962 г. В 1969 г. защитил кандидатскую диссертацию в ТПИ на тему «Электродинамические усилия в лобовых частях ударного генератора». Доцент кафедры «Электрические машины и аппараты» ТПУ.*

Хорькова Вера Зосимовна *окончила электромеханический факультет ТПИ в 1959 г. В 1972 г. защитила кандидатскую диссертацию в ТПИ на тему «Исследование параметров и геометрии зубцовой зоны статора ударного генератора». Доцент кафедры «Электрические машины и аппараты» ТПУ.*

Хорьков Константин Александрович *окончил электромеханический факультет ТПИ в 1959 г. В 1980 г. защитил докторскую диссертацию в Уральском политехническом институте на тему «Генераторы ударной мощности для питания электрофизических устройств». Заведующий кафедрой «Робототехнические системы и комплексы» ТПУ.*

Шмигирилов Юрий Григорьевич *окончил электромеханический факультет ТПИ в 1973 г. В 1979 г. защитил кандидатскую диссертацию в ТПИ на тему «Разработка и исследование однофазного ударного генератора для электрогидравлического возбуждения сейсмических колебаний». Доцент Восточно-Казахстанского дорожно-строительного института.*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Моделирование электромагнитных процессов в шестифазных асинхронных двигателях с расщепленной обмоткой

БАБАЕВ М.Б., ГОЛУБЕВ А.Н.

Разработана математическая модель шестифазного асинхронного двигателя, позволившая обосновать необходимость учета высших пространственных гармоник при расчете и моделировании электропривода с шестифазным АД.

A mathematical model of sixphase induction motor was created. This model permits to ground the necessity of accounting higher spatial harmonics when calculating and simulating electric drive with sixphase induction motor.

Развитие перспективного электропривода (ЭП) по системе преобразователь частоты — асинхронный двигатель (ПЧ—АД) в последнее время идет недостаточно быстро. Одна из серьезных причин этого, по мнению авторов, обусловлена преимущественным использованием в ЭП серийных трехфазных АД или двигателей, называемых частотно-регулируемыми, но имеющих лишь некоторые весьма несущественные в отношении качества регулирования усовершенствования по сравнению с серийными машинами. Вместе с тем, создание новой конструкции АД может привести к упрощению самых сложных и дорогостоящих составных частей привода — преобразователя частоты и системы управления, что повысит эффективность и конкурентоспособность всего ЭП.

Одна из возможностей решения данной задачи заключается в увеличении числа фаз статорной обмотки АД. Такое чисто количественное изменение приводит, как показывают многочисленные исследования [1—4], к серьезным качественным изменениям характеристик двигателя, что особенно резко проявляется при несинусоидальном питающем напряжении на обмотках АД, характерном для большинства ПЧ. Многофазные машины (с числом фаз $m>3$) достаточно давно используются в качестве генераторов электрической энергии [5], а в последнее время начинают применяться как двигатели в регулируемом ЭП [6, 7]. Этот процесс в значительной мере сдерживается недостатком информации о математическом описании электромагнитных процессов в многофазных машинах с учетом такой их характерной особенности, как резко выраженный несинусоидальный характер распределения индукции в зазоре; использование же известных математических моделей трехфазного АД для многофазных двигателей зачастую приводит к некорректным результатам из-за отличий в протекании электромагнитных процессов при несинусоидальном питании [1—3]. Таким образом, отсутствие корректных математических моделей не позволяет осуществить достоверную оценку энергетических и регулировочных характеристик многофазного АД.

Из [1—4] известны математические модели многофазных машин, отличающиеся высокой сложностью и, следовательно, малопригодные для разработки и моделирования ЭП. В [2—4] получены математические модели многофазного АД, однако принятые при этом допущения справедливы лишь для $m \geq 7...9$.

В данной статье поставлена задача разработки математической модели и исследования характеристик шестифазного АД как одного из перспективных двигателей для использования в регулируемом приводе.

При общепринятых допущениях [8] m-фазный АД с расщепленной обмоткой (статорная обмотка соединена в $m/3$ трехфазные системы, а оси одноименных обмоток сдвинуты по окружности статора на π/m рад) описывается следующей системой уравнений для i-й тройки фаз в векторной форме (эквивалентная схема обмотки ротора совпадает со схемой обмотки статора) [3]:

$$\overline{U}_{si} = \overline{I}_{si} R_s + p\,\overline{\psi}_{si}; \qquad (1)$$

$$0 = \overline{I}_{ri} R_r + p\,\overline{\psi}_{ri} - j\omega\,\overline{\psi}_{ri}; \qquad (2)$$

$$\overline{\psi}_{si} = L_{se}\overline{I}_{si} + \frac{3}{2} L_m \sum_{k=1}^{m/3} \sum_{n=1}^{\infty} a(n) \times$$

$$\times \left\{ [\overline{I}_{sk} + \overline{I}_{rk} e^{jx(n-1)}]\, e^{jn\frac{\pi}{m}(k-i)} \right\}; \qquad (3)$$

$$\overline{\psi}_{ri} = L_{re}\overline{I}_{ri} + \frac{3}{2} L_m \sum_{k=1}^{m/3} \sum_{n=1}^{\infty} a(n) \times$$

$$\times \left\{ [\overline{I}_{rk} + \overline{I}_{sk} e^{-jx(n-1)}]\, e^{jn\frac{\pi}{m}(k-i)} \right\}, \qquad (4)$$

где $\overline{U}_s, \overline{I}_{s(r)}, \overline{\psi}_{s(r)}$ — соответственно векторы напряжения, тока и потокосцепления статора (ротора); $R, L_{s(r)e}, L_m$ — активное сопротивление, индуктивность рассеяния и максимальная взаимоиндуктивность между фазами; x — электрический угол поворота ротора относительно статора; n — номер пространственной гармоники; $a(n)$ — ко-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

эффициент разложения в гармонический ряд функции взаимоиндуктивности фаз [1, 4]; p — символ дифференцирования; ω — «электрическая» скорость вращения ротора.

Выражение электромагнитного момента

$$M_{\text{эм}} = \frac{3}{2} z_p \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^{m/3} \operatorname{Re}\left[\overline{\psi}_{si} \hat{I}_{si} + \overline{\psi}_{ri} \hat{I}_{ri}\right], \qquad (5)$$

где z_p — число пар полюсов АД.

При введении спектрального вектора $\overline{Y}_{(\nu)}$, приведенного к ν-й пространственной гармонике:

$$\overline{Y}_{(\nu)} = \frac{3}{m} \sum_{i=1}^{m/3} \overline{Y}_i e^{j\nu \frac{\pi}{m}(i-1)}, \qquad (6)$$

уравнения (1)—(5) сводятся к следующей системе [3]:

$$\overline{U}_{s(\nu)} = \overline{I}_{s(\nu)} R_s + p\,\overline{\psi}_{s(\nu)}; \qquad (7)$$

$$0 = \overline{I}_{r(\nu)} R_r + p\,\overline{\psi}_{r(\nu)} - j\omega\,\overline{\psi}_{r(\nu)}; \qquad (8)$$

$$\overline{\psi}_{s(\nu)} = L_{se}\overline{I}_{s(\nu)} + \frac{m}{2} L_m \sum_{n=\nu+2mN}^{\infty} a(n)\left[\overline{I}_{s(\nu)} + \overline{I}_{r(\nu)} e^{jx(n-1)}\right]; \qquad (9)$$

$$\overline{\psi}_{r(\nu)} = L_{re}\overline{I}_{r(\nu)} + \frac{m}{2} L_m \sum_{n=\nu+2mN}^{\infty} a(n)\left[\overline{I}_{s(\nu)} e^{jx(1-n)} + \overline{I}_{r(\nu)}\right]; \qquad (10)$$

$$M_{\text{эм}} = \frac{m^2}{4} z_p L_m \operatorname{Im}\left[\sum_{\nu=1}^{\infty} \nu a(\nu)\, \overline{I}_{s(\nu)} \hat{I}_{r(\nu)} e^{jx(1-\nu)}\right], \qquad (11)$$

которая в общем случае записывается для $m/3$ значений ν ($\nu \in [n]$).

При $\nu=1$, что соответствует общепринятому допущению о синусоидальном характере распределения магнитной индукции в зазоре трехфазного АД, справедливому для трехфазной машины [8], система уравнений (7)—(11) сводится к известному математическому описанию трехфазного АД.

Для $m>7...9$ соотношения (9), (10) с определенной погрешностью, уменьшающейся с ростом m, могут быть записаны в виде:

$$\overline{\psi}_{s(\nu)} = L_{se}\overline{I}_{s(\nu)} + \frac{m}{2} L_m a(\nu)\left[\overline{I}_{s(\nu)} + \overline{I}_{r(\nu)} e^{jx(\nu-1)}\right]; \qquad (12)$$

$$\overline{\psi}_{r(\nu)} = L_{re}\overline{I}_{r(\nu)} + \frac{m}{2} L_m a(\nu)\left[\overline{I}_{s(\nu)} e^{jx(1-\nu)} + \overline{I}_{r(\nu)}\right], \qquad (13)$$

что существенно упрощает анализ уравнений m-фазного АД. Возможность такого подхода обусловлена тем, что

$$a(n) \sim 1/n^2. \qquad (14)$$

Однако для $m=6$ рассмотрение переменной суммирования $n=\nu+2mN$ в (10) и (11) дает:

$\nu=1$: $n=1,\ -11,\ 13,\ -23,\ 25...$;

$\nu=-5$: $n=-5,\ 7,\ -17,\ 19,\ -29,\ 31...$;

$\nu=7$: $n=-5,\ 7,\ -17,\ 19,\ -29,\ 31...$.

В соответствии с (14) для $\nu=1$ можно пренебречь гармониками $n=-11$, 13 и гармониками более высоких порядков. Для $\nu=-5$, 7 необходимо рассмотрение 5-й и 7-й пространственных гармоник [поскольку в соответствии с (14) $a(-5)/a(7)>0{,}5$ и неучет этого приводит к значительной погрешности], а гармониками более высоких порядков по аналогии с рядом для $\nu=1$ можно пренебречь. Для получения уравнений шестифазного АД запишем (9) и (10) для $\nu=-5$ и $\nu=7$:

$$\overline{\psi}_{s(-5)} = L_{se}\overline{I}_{s(-5)} + \frac{m}{2} L_m a(-5)\left[\overline{I}_{s(-5)} + \overline{I}_{r(-5)} e^{-j6x}\right] + \frac{m}{2} L_m a(7)\left[\overline{I}_{s(7)} + \overline{I}_{r(7)} e^{j6x}\right]; \qquad (15)$$

$$\overline{\psi}_{s(7)} = L_{se}\overline{I}_{s(7)} + \frac{m}{2} L_m a(7)\left[\overline{I}_{s(7)} + \overline{I}_{r(7)} e^{j6x}\right] + \frac{m}{2} L_m a(-5)\left[\overline{I}_{s(-5)} + \overline{I}_{r(-5)} e^{-j6x}\right]; \qquad (16)$$

$$\overline{\psi}_{r(-5)} = L_{re}\overline{I}_{r(-5)} + \frac{m}{2} L_m a(-5)\left[\overline{I}_{s(-5)} e^{j6x} + \overline{I}_{r(-5)}\right] + \frac{m}{2} L_m a(7)\left[\overline{I}_{s(7)} e^{-j6x} + \overline{I}_{r(7)}\right]; \qquad (17)$$

$$\overline{\psi}_{r(7)} = L_{re}\overline{I}_{r(7)} + \frac{m}{2} L_m a(7)\left[\overline{I}_{s(7)} e^{-j6x} + \overline{I}_{r(7)}\right] + \frac{m}{2} L_m a(-5)\left[\overline{I}_{s(-5)} e^{j6x} + \overline{I}_{r(-5)}\right]. \qquad (18)$$

Поскольку

$$\exp[j\nu\pi(i-1)/m] = \exp[j(\nu+2mN)\pi(i-1)/m],$$

а для $m=6$ $-5+2m=7$, то

$$\overline{Y}_{(-5)} = \overline{Y}_{(7)}, \qquad (19)$$

т.е. для всех электромагнитных переменных шестифазного АД соответствующие спектральные векторы, приведенные к 5-й и 7-й пространственным гармоникам, одинаковы. Соотношение (19) наглядно показывает, что уравнение (15) тождественно (16), а (17) — уравнению (18).

Базируясь далее на переменных с индексом $\nu=7$ (поскольку доказано, что $\overline{Y}_{(-5)}=\overline{Y}_{(7)}$), решим (18) относительно $\overline{I}_{r(7)}$ и получим:

$$\overline{I}_{r(7)} = L_{r(6)}^{-1}\overline{\psi}_{r(7)} - K_{r(7,6)}\overline{I}_{s(7)} e^{-j6x} - k_{r(5,6)}\overline{I}_{s(7)} e^{j6x}, \qquad (20)$$

где $L_{r(6)}=L_{re}+L_{m(-5)}+L_{m(7)}$; $K_{r(7,6)} = L_{m(7)}/L_{r(6)}$; $K_{r(5,6)} = L_{m(-5)}/L_{r(6)}$; $L_{m(\nu)} = mL_m a(\nu)/2$.

Подставив в (16) выражение $\overline{I}_{r(-5)}$ и $\overline{I}_{r(7)}$ согласно (20) и обозначив $L_{э(6)}=L_{se}+L_{m(7)}[1-K_{r(7,6)}]+L_{m(-5)}[1-K_{r(5,6)}]$, запишем:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\overline{\psi}_{s(7)}=L_{э(6)}\overline{I}_{s(7)}+K_{r(7,6)}\overline{\psi}_{r(7)}e^{j6x}+K_{r(5,6)}\overline{\psi}_{r(7)}e^{-j6x}-$$
$$-L_{m(-5)}K_{r(7,6)}\overline{I}_{s(7)}\left(e^{j12x}+e^{-j12x}\right). \quad (21)$$

Тогда на основании (7) и (8), а также двух последних соотношений (20) и (21) получаем искомые уравнения для $\nu=-5$; 7, записанные относительно $\overline{I}_{s(7)}$ и $\overline{\psi}_{r(7)}$:

$$\overline{U}_{s(7)}=R_{э(6)}[T_{э(6)}p+1]\overline{I}_{s(7)}+j[7\omega K_{r(7,6)}e^{j6x}-$$
$$-5\omega K_{r(5,6)}e^{-j6x}]\overline{\psi}_{r(7)}-\alpha_{r(6)}[K_{r(7,6)}e^{j6x}+K_{r(5,6)}e^{-j6x}]\times$$
$$\times\overline{\psi}_{r(7)}+[R_rK_{r(5,6)}K_{r(7,6)}-L_{m(-5)}K_{r(7,6)}p]\overline{I}_{s(7)}\times$$
$$\times(e^{j12x}+e^{-j12x}); \quad (22)$$

$$0=T_{r(6)}^{-1}[T_{r(6)}p+1]\overline{\psi}_{r(7)}-j\omega\overline{\psi}_{r(7)}-R_r[K_{r(7,6)}e^{-j6x}+$$
$$+K_{r(5,6)}e^{j6x}]\overline{I}_{s(7)}, \quad (23)$$

где $\alpha_{r(6)}=R_r/L_{r(6)}$; $R_{э(6)}=R_s+R_r[K_{r(5,6)}^2+K_{r(7,6)}^2]$; $T_{э(6)}=L_{э(6)}/R_{э(6)}$; $T_{r(6)}=1/\alpha_{r(6)}$.

Уравнения (22) и (23) совместно с уравнениями (7)—(10), записанными для $\nu=1$, и выражением электромагнитного момента (11) представляют собой математическую модель шестифазного АД с учетом пространственной несинусоидальности распределения магнитной индукции в его воздушном зазоре.

После разложения векторов $\overline{U}_{s(7)}$, $\overline{I}_{s(7)}$ и $\overline{\psi}_{r(7)}$ на ортогональные составляющие по осям α и β неподвижной относительно статора системы координат получим из уравнений (22), (23) и (11):

$$I_{s(7)\alpha}=\frac{1}{p}\left\{\frac{1}{R_{э(6)}T_{э(6)}-2L_{m(-5)}K_{r(7,6)}\cos 12x}[U_{s(7)\alpha}+\right.$$
$$+(7\omega K_{r(7,6)}-5\omega K_{r(5,6)}\psi_{r(7)\beta}\cos 6x+(7\omega K_{r(7,6)}+$$
$$+5\omega K_{r(5,6)})\psi_{r(7)\alpha}\sin 6x+(\alpha_{r(6)}K_{r(7,6)}+\alpha_{r(6)}K_{r(5,6)})\times$$
$$\times\psi_{r(7)\alpha}\cos 6x+(\alpha_{r(6)}K_{r(5,6)}-\alpha_{r(6)}K_{r(7,6)})\psi_{r(7)\beta}\sin 6x-$$
$$-I_{s(7)\alpha}R_{э(6)}-2R_rK_{r(5,6)}K_{r(7,6)}I_{s(7)\alpha}\cos 12x-24\omega\times$$
$$\left.\times L_{m(-5)}K_{r(7,6)}I_{s(7)\alpha}\sin 12x]\right\}; \quad (24)$$

$$I_{s(7)\beta}=\frac{1}{p}\left\{\frac{1}{R_{э(6)}T_{э(6)}-2L_{m(-5)}K_{r(7,6)}\cos 12x}[U_{s(7)\beta}+\right.$$
$$+(5\omega K_{r(5,6)}-7\omega K_{r(7,6)}\psi_{r(7)\alpha}\cos 6x+(5\omega K_{r(5,6)}+$$
$$+7\omega K_{r(7,6)})\psi_{r(7)\beta}\sin 6x+(\alpha_{r(6)}K_{r(7,6)}+\alpha_{r(6)}K_{r(5,6)})\times$$
$$\times\psi_{r(7)\beta}\cos 6x+(\alpha_{r(6)}K_{r(7,6)}-\alpha_{r(6)}K_{r(5,6)})\psi_{r(7)\alpha}\sin 6x-$$
$$-I_{s(7)\beta}R_{э(6)}-2R_rK_{r(5,6)}K_{r(7,6)}I_{s(7)\beta}\cos 12x-24\omega\times$$
$$\left.\times L_{m(-5)}K_{r(7,6)}I_{s(7)\beta}\sin 12x]\right\}; \quad (25)$$

$$\psi_{r(7)\alpha}=\frac{1/\alpha_{r(6)}}{T_{r(6)}p+1}\{-\omega\psi_{r(7)\beta}+(R_rK_{r(7,6)}+R_rK_{r(5,6)})\times$$
$$\times I_{s(7)\alpha}\cos 6x+(R_rK_{r(7,6)}-R_rK_{r(5,6)})I_{s(7)\beta}\sin 6x\}; \quad (26)$$

$$\psi_{r(7)\beta}=\frac{1/\alpha_{r(6)}}{T_{r(6)}p+1}\{\omega\psi_{r(7)\alpha}+(R_rK_{r(7,6)}+R_rK_{r(5,6)})\times$$
$$\times I_{s(7)\beta}\cos 6x+(-R_rK_{r(7,6)}+R_rK_{r(5,6)})I_{s(7)\alpha}\sin 6x\}; \quad (27)$$

$$M_{эм(-5)}+M_{эм(7)}=z_p\{[21K_{r(7,6)}-15K_{r(5,6)}]\psi_{r(7)\alpha}\times$$
$$\times I_{s(7)\beta}\cos 6x-[21K_{r(7,6)}-15K_{r(5,6)}]\psi_{r(7)\beta}I_{s(7)\alpha}\times$$
$$\times\cos 6x-[21K_{r(7,6)}+15K_{r(5,6)}]\psi_{r(7)\alpha}I_{s(7)\alpha}\sin 6x-$$
$$-[21K_{r(7,6)}+15K_{r(5,6)}]\psi_{r(7)\beta}I_{s(7)\beta}\sin 6x+[21K_{r(7,6)}\times$$
$$\times L_{m(-5)}+15K_{r(5,6)}L_{m(7)}]I_{s(7)\alpha}^2\sin 12x+[21K_{r(7,6)}\times$$
$$\times L_{m(-5)}+15K_{r(5,6)}L_{m(7)}]I_{s(7)\beta}^2\sin 12x\}. \quad (28)$$

На основании данных уравнений может быть построена структурная схема шестифазного АД, приведенная к 5-й и 7-й пространственным гармоникам магнитной индукции. Совместно с общеизвестной структурной схемой АД, приведенной к первой пространственной гармонике, разработанная модель позволяет вести расчет статических и динамических режимов работы шестифазного АД.

Полученные уравнения достаточно сложны, поэтому закономерен вопрос: есть необходимость учета в шестифазном АД целого спектра пространственных гармоник и велика ли погрешность при моделировании двигателя с традиционным учетом только 1-й пространственной гармоники поля?

Для выяснения этого было проведено моделирование на ЦВМ шестифазного АД, выполненного на базе двигателя 4А160М8У3 (11 кВт, $2p=8$, 50 Гц, обмотка соединена в две гальванически не связанные трехфазные звезды со сдвигом на 30°). Рассматривались два случая: моделирование при допущении о синусоидальности распределения магнитной индукции в воздушном зазоре; моделирование с использованием полученной модели при учете спектра пространственных гармоник. В обоих случаях принималось, что питание АД осуществляется от автономного инвертора напряжения со 180-градусной коммутацией ключей; напряжение на фазе АД при этом имело прямоугольно-ступенчатую форму. Основные результаты моделирования при-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ведены ниже.

Если на величину пульсаций момента и его постоянную составляющую учет высших пространственных гармоник влияет незначительно (отличия менее 5%), то ошибка в определении тока фазы статора может достигать 50% (для амплитудных значений).

На рис. 1 приведены кривые тока статора

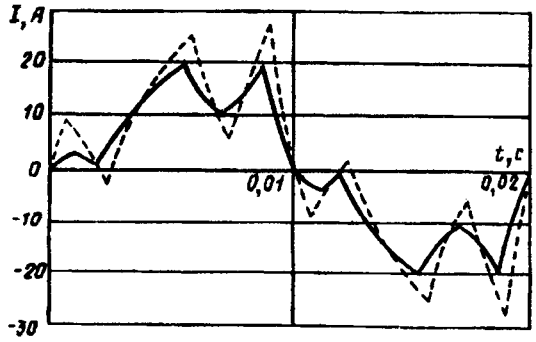


Рис. 1. Ток фазы статора шестифазного АД (11 кВт, $2p=8$, 50 Гц) в номинальном режиме с учетом (————) и без учета (— — —) высших пространственных гармоник индукции

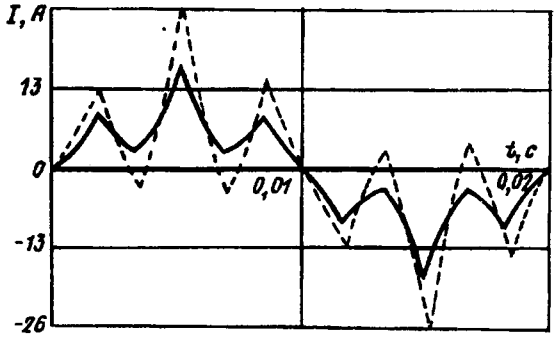


Рис. 2. Ток фазы статора шестифазного АД на холостом ходе с учетом (————) и без учета (— — —) высших пространственных гармоник индукции

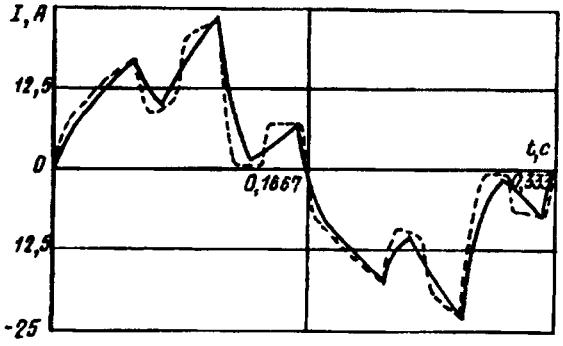


Рис. 3. Ток фазы шестифазного АД при $f=3$ Гц, $M_C=0{,}2M_H$ с учетом (————) и без учета (— — —) высших пространственных гармоник индукции

для обеих моделей в номинальном режиме работы АД, на рис. 2 — при номинальных частоте и напряжении и холостом ходе, на рис. 3 — при частоте 3 Гц и моменте нагрузки, равном одной пятой номинального момента.

Анализ кривых показывает, что на частоте 50 Гц ток, полученный без учета высших пространственных гармоник, имеет амплитуду, значительно большую (на 34% в номинальном режиме и на 46% на холостом ходе), чем ток, полученный с их учетом. Кроме того, вид кривой тока в первом случае говорит о значительной величине высших гармоник; первая гармоника в обоих случаях одинакова. С физической стороны это объясняется следующим образом: при допущении о синусоидальности магнитной индукции в шестифазном АД 5-я и 7-я гармоники тока, например, не создают магнитного потока в зазоре машины и замыкаются только через сопротивление собственно обмотки статора, чем и обусловлено их большое относительное значение.

На частоте 3 Гц ток отличается не столь значительно (на 4%). С физической стороны это объясняется тем, что на низких частотах, как известно, падение напряжения на обмотке статора сопоставимо с приложенным напряжением. Более крутые фронты нарастания и спада тока в случае неучета высших пространственных гармоник могут быть объяснены меньшей индуктивностью (индуктивность ветви намагничивания считается при этом равной нулю) и, следовательно, меньшей постоянной времени статорной цепи для высших гармоник тока.

Таким образом, при проектировании и исследовании шестифазного электропривода по системе ПЧ—АД неучет высших пространственных гармоник магнитной индукции может привести к серьезным ошибкам в определении тока статора и, следовательно, неверному расчету энергетических характеристик, неправильному выбору силовых ключей преобразователя частоты и другим нежелательным последствиям. Разработанная в статье математическая модель позволяет избежать этих неточностей при разработке шестифазных ЭП с АД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бражников В.П.** Теория установившихся электромагнитных процессов в многофазном асинхронном инверторном электроприводе. Ч. 1. Многофазные асинхронные двигатели. Красноярск: Изд-во Красноярского университета, 1984.

2. **Лившиц М.И., Королев А.Н., Бабаев М.Б.** Математическая модель установившегося режима и схема замещения многофазного асинхронного двигателя. — Электротехника, 1990, № 8.

3. **Королев А.Н., Голубев А.Н.** Модель многофазного асинхронного электродвигателя как элемента системы автоматического управления. Микропроцессоры и устройства автоматики в системах управления электроприводами. — Иваново: ИвГУ, 1983.

4. **Моделирование** электромагнитных процессов в многофазных асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором с учетом несинусоидального характера распределения индукции в воздушном зазоре/ А.Н. Королев, А.Н. Голубев, Е.Р. Пантелеев, К.В. Куликов. — Деп. ВИНИТИ, Иваново, ИвГУ,1986.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

5. **Турбогенератор** мощностью 1200 МВт, 3000 об/мин/ И.А. Глебов, Я.Б. Данилевич, Л.В. Курилович и др. — Электротехника, 1978, № 3.
6. **Сумин В.Б., Андриенко П.Д., Волков А.В.** Высокоскоростной электропривод мощностью 6,3 МВт для газодувок АЭС (Автоматизированный электропривод)/ Под ред. Н-Ф. Ильинского, М.Г. Юнькова. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
7. **Безредукторный** электропривод агрегатов повышенной производительности/ Л.Х. Дацковский, И.З. Богуславский, И.С. Кузнецов и .др. X1 Всесоюзная научно-техническая конференция по проблемам автоматизированного электропривода. Тезисы докладов. — М., 1991.
8. **Ковач К.П., Рац И.** Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963.

[19.03.93]

Авторы: ***Бабаев Михаил Брониславович*** *окончил электромеханический факультет Ивановского энергетического института (ИЭИ) в 1985 г. В 1989 г. в ИЭИ защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Электрооборудование». Доцент кафедры теоретических основ электротехники и электрических измерений Ивановского государственного энергетического университета (ИГЭУ).*

Голубев Александр Николаевич *окончил электромеханический факультет ИЭИ в 1976 г. В 1984 г. в ИЭИ защитил кандидатскую диссертацию по специальности «Электрооборудование». Доцент кафедры теоретических основ электротехники и электрических измерений ИГЭУ.*

Частотно-регулируемый асинхронный электропривод двухмассовой системы

ЛАНГЕН А.М., ЛАНГЕН С.А., СОЛОВЬЕВ В.А.

Рассматривается способ демпфирования упругих колебаний в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе посредством оптимальных фильтров антивибраторов, выходной сигнал с которых поступает на регулятор скорости модальной системы управления скоростью привода.

The authors consider the method of smoothing away the vibrations in the frequency controlled asynchronous drive, by means of the optimum band filter (developed by the authors), from which the output signal serves as an input of speed regulator of the model speed controlled system.

Эффективность применения частотно-регулируемого асинхронного электропривода (ЧАЭП) в механизмах с тяжелыми динамическими режимами обусловлена высокой нагрузочной способностью и малым моментом инерции асинхронного двигателя (АД), позволяющим существенно повысить быстродействие системы регулирования. Вместе с тем, высокое быстродействие привода связано с увеличением внутренних упругих деформаций в различных звеньях механизма и вероятности возникновения в них упругих колебаний, частота которых, как правило, не превышает 10 Гц [1]. Разработанные методы и средства подавления упругих колебаний в механизмах относятся в основном к электроприводам постоянного тока, что объясняется сложностью переходных процессов в ЧАЭП и нелинейностью характеристик АД.

Решить задачу демпфирования колебаний в общем виде для произвольных режимов работы ЧАЭП весьма затруднительно, поэтому целесообразно исследовать отдельные частные случаи, а именно: а) управление угловой частотой напряжения статора при условии постоянства потокосцепления; б) управление по системе «трансвектор».

Пусть движение двухмассовой электромеханической системы (ДЭМС) приближенно описывается системой линейных уравнений [2]. В ней не учитываются влияние зазоров в кинематической цепи, зависимость коэффициентов трения в опорах от скорости и т.д. Однако эти уравнения дают возможность установить основные связи между параметрами и характеристиками ДЭМС.

Запишем эту систему в векторной форме с новыми обозначениями, имея в виду, что все параметры исполнительного механизма приведены к частоте вращения двигателя:

$$\dot{x} + \mathbf{A}x = \mathbf{B}u, \qquad (1)$$

где x — вектор переменных состояния; u — вектор входных воздействий (управлений); $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ — матрицы коэффициентов.

Здесь

$$x = \begin{vmatrix} \Delta\omega_1 \\ \Delta M_у \\ \Delta\omega_2 \end{vmatrix}; \quad u = \begin{vmatrix} \Delta M_д \\ 0 \\ \Delta M_с \end{vmatrix};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \frac{k_c = k_{f1}}{T_{м1}} & \frac{1}{T_{м1}} & -\frac{k_c}{T_{м1}} \\ -\frac{1}{T_c} & 0 & \frac{1}{T_c} \\ -\frac{k_c}{T_{м2}} & -\frac{1}{T_{м2}} & \frac{k_c + k_{f2}}{T_{м2}} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \frac{1}{T_{м1}} \\ 0 \\ -\frac{1}{T_{м2}} \end{vmatrix}.$$

Обозначения приняты в соответствии с [2].

В развернутом виде после преобразований система (1) в операторной форме имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} px_2(p) &= a_1\Delta\mu_д(p) - a_1x_4(p) - a_7x_5(p) - \\ &- a_9x_2(0) + x_2(0); \\ px_3(p) &= a_2x_4(p) + a_8x_5(p) + a_{10}x_3(p) + \\ &+ a_2\Delta\mu_c(p) + x_3(0); \\ px_4(p) &= a_4x_5(p) + x_4(0); \\ px_5(p) &= a_1\Delta\mu_д(p) - a_6x_5(p) - \frac{a_5x_5(p)}{p} + \\ &+ a_2\Delta\mu_c(p) - [a_9x_2(p) + a_{10}x_3(p)] + x_5(0). \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

В этих уравнениях переменными являются приращения в относительных единицах: $x_2 = \Delta\overline{\omega}_1$ — частота вращения двигателя; $x_3 = \Delta\overline{\omega}_2$ — частота вращения механизма; $x_4 = \Delta\mu_у$ — момент упругих сил; $x_5 = x_2 - x_3$ — разность частот вращения; $\Delta\mu_д$ — момент двигателя; $\Delta\mu_c$ — момент сопротивления; коэффициенты равны: $a_1 = T_{м1}^{-1}$; $a_2 = T_{м2}^{-1}$; $a_3 = T_{м1}^{-1} + T_{м2}^{-1} = T_м^{-1}$; $a_4 = T_c^{-1}$; $a_5 = (T_c T_м)^{-1}$; $a_6 = k_c T_м^{-1}$; $a_7 = k_c T_{м1}^{-1}$; $a_8 = k_c T_{м2}^{-1}$; $a_9 = k_{f1} T_{м1}^{-1}$; $a_{10} = k_{f2} T_{м2}^{-1}$; $T'_м = T_{м1} + T_{м2}$; $k^2 = T_м^{-1} \times [T_c^{-1} - (0{,}5k_c)^2 T_м^{-1}]$; $T_c = M_б/(\omega_б C)$; $T_{м1} = J_1\omega_б/M_б$; $T_{м2} = J_2\omega_б/M_б$; $T_у = \sqrt{T_c T_м}$; $T_у$ — постоянная времени упругих колебаний:

Решим (2) относительно разности частот вращения;

$$x_5(p) = \frac{pa_1\Delta\mu_д(p)}{(p+a_6/2)^2+k^2} + \frac{pa_2\Delta\mu_c(p)}{(p+a_6/2)^2+k^2} - \frac{a_3x_4(0) - px_5(0)}{(p+a_6/2)^2+k^2} = x_{5д}(p) + x_{5c}(p) - x_{50}(p). \quad (3)$$

Разность частот вращения определяется совместным действием момента двигателя (электрическая подсистема), момента сопротивления (механическая подсистема), а также запасами энергии внутри механической системы (при ненулевых начальных условиях).

Уравнение (3) справедливо для всех линейных и линеаризованных систем, в том числе и для привода постоянного тока.

В силу независимости второго и третьего слагаемых в (3) от момента двигателя можно осуществить демпфирование этих составляющих раздельно. Предположим, что в пределах малых отклонений момент трения в опорах $\mu_{тр}$ пропорционален частоте вращения ω, тогда $\Delta\mu_{тр}$ можно разделить на две составляющие

$$\Delta\mu_{тр} = \frac{k_{f2}}{T_{м2}}(\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2) + \left(\frac{k_{f1}}{T_{м1}} - \frac{k_{f2}}{T_{м2}}\right)\Delta\omega_1 = \Delta\mu_{тр1} + \Delta\mu_{тр2}, \quad (4)$$

первая из которых участвует в демпфировании колебаний, а вторая представляет постоянную нагрузку на валу. Действие $\Delta\mu_{тр1}$ можно учесть поправкой к коэффициенту a_6:

$$a'_6 = a_6 + k_{f2}/T_{м2}, \quad (5)$$

а действие $\Delta\mu_{тр2}$ — как дополнение к моменту $\Delta\mu_c$.

Управления будем искать методом аналитического конструирования регулятора-демпфера колебаний в ДЭМС, используя для этого критерий обобщенной работы [3], для чего зададимся функционалом квадратичного вида:

$$I = c\int x^{т}\beta_x x\,dt + \frac{1}{2}\int\sum_{j=1}^{m}\frac{u_j^2 + u_{jоп}^2}{k_j^2}dt = c\int Q(x,t)\,dt + \frac{1}{2}\int\sum_{j=1}^{m}\frac{u_j^2 + u_{jоп}^2}{k_j^2}dt, \quad (6)$$

где c, β_x, k_j — заданные коэффициенты.

Коэффициенты c выбираются в зависимости от требуемой степени демпфирования упругих колебаний. Коэффициенты β_x определяются по принципу равных вкладов максимальных ошибок датчиков. Коэффициенты диагональной матрицы k_j задаются пропорциональными максимальным скоростям изменения компонент оцениваемого вектора x [3].

Оптимальными в смысле минимума (6) являются управления:

$$u_j = u_{jоп} = -k_j^2\sum_{k=1}^{n}Bk_j\frac{\partial u}{\partial x_k}, \quad (7)$$

где $u = u(x,t)$ — решения уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u}{\partial x_i} = -Q$.

Для демпфирования колебаний, вызванных флуктуацией момента сопротивления, вводится отдельный канал в регуляторе, настроенный на полосу наиболее вероятных частот этой флуктуации.

Пусть возмущение $\Delta\mu_c$ соответствует затухающим колебаниям

$$\Delta\mu_c = \Delta\mu_{c0}\,e^{-q_1t}\sin q_2t, \quad (8)$$

где q_1, q_2 — заданные коэффициенты.

Управление, компенсирующее такие колебания, описывается выражением

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$u_{\text{оп.с}} = -\Delta\mu_{c0} k_c^2 f_{1c}(t). \qquad (9)$$

Функция $f_{1c}(t)$ приведена в приложении 1, она соответствует фильтру второго порядка с передаточной функцией

$$F_a = \frac{p + Q_0}{p^2 + Q_1 p + Q_2}, \qquad (10)$$

эквивалентной передаточной функции антивибратора.

При скачкообразном изменении момента сопротивления демпфирующий сигнал описывается уравнением, аналогичным последнему члену суммы (7). Следовательно, управление $u_{\text{опс}}$ пригодно и в этом случае, однако с отклонением от оптимального закона.

Параллельное соединение нескольких однотипных звеньев обеспечит широкую полосу демпфирования частот возмущений.

Компенсация влияния ненулевых начальных условий производится отдельным регулятором:

$$u_{\text{оп.с}} = -k_{\text{н.у}}^2 f_{\text{н.у}}[x_4(0), x_5(0)]. \qquad (11)$$

Функция $f_{\text{н.у}}(t)$ показана в приложении 2.

Колебания момента двигателя и момента сопротивления, возникающие вследствие случайных или детерминированных переходных процессов, могут оказать как возмущающее, так и стабилизирующее воздействие на частоту вращения элементов электропривода. Однако в любом случае амплитуда колебаний частоты вращения невелика (иначе система привода неработоспособна), что дает основания рассматривать переменные состояния двигателя в приращениях относительно начальных значений, характеризующих статический режим.

Рассмотрим сначала работу частотно-регулируемого асинхронного электропривода с постоянным потокосцеплением ротора, который получил широкое распространение на практике. Функциональная схема системы управления такого привода приведена в [2]. Для переменных этой системы, выраженных в приращениях, можно записать передаточные функции двигателя в следующем виде [2]:

$$\frac{\Delta\mu(p)}{\Delta\omega_{\text{к}}(p) - \Delta\omega_1(p)} = \left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \frac{1}{1+n_{\text{к}}^2} \frac{T_{\text{эл}}p + 1 - n_{\text{к}}^2}{(T_{\text{эл}}p+1)^2 + n_{\text{к}}^2}, \qquad (12)$$

где $n_{\text{к}} = s/s_{\text{к}}$; $T_{\text{эл}} = L_2''/R_2' = (L_{1\sigma} + L_{2\sigma})/R_2'$; $\gamma = U/U_{\text{ном}}$; $\nu = f_1/f_{1\text{н}}$; $\Delta\omega_{\text{к}}(p)$ — приращение угловой частоты питающего напряжения; $\Delta\omega_1(p)$ — приращение угловой частоты вращения ротора; $\Delta\mu(p)$ — приращение момента АД.

Обозначив $[T_{\text{эл}}(1+n_{\text{к}})^2]^{-1} = a_1'$, подставим (12) в (3) и определим влияние переходного процесса на разность частот вращения x_5:

$$x_{5\text{д}}(p) = \frac{(\gamma/\nu)^2 a_1' k_s p\,[T_{\text{эл}}p + 1 - n_{\text{к}}^2]\,\Delta\omega_{\text{к}}(p)}{[(T_{\text{эл}}p+1)^2 + n_{\text{к}}^2]\,[p^2 + a_6 p + a_5]}, \qquad (13)$$

где k_s — коэффициент, учитывающий при ращение частоты вращения ротора за время изменения момента (определяется методом последовательного приближения).

Для скачка частоты напряжения питания уравнение регулятора имеет вид:

$$u_{\text{оп.д}} = -\Delta\omega_{\text{к}} k_{\text{д}}^2 f_{1\text{д}}(t), \qquad (14)$$

функция $f_{1\text{д}}(t)$ которого приведена в приложении 3.

Выражение момента при постоянной частоте вращения и постоянном потокосцеплении ротора для скачка напряжения имеет вид:

$$\mu \approx (\gamma/\nu)^2 k_s \frac{\beta\nu}{D_1}[\rho_2 - D_2 e^{-\nu_{\text{д}}t}\sin(\omega_{\text{св}}t + \varphi_{\text{д}}) + D_3 e^{-\nu_{\text{д}}t}], \qquad (15)$$

где $\beta = \frac{\omega_{\text{к}} - \omega_1}{\omega_{1\text{ном}}}$ — абсолютное скольжение; $\nu_{\text{д}} = \sigma_2\rho_1/\eta$; $\rho_1 = R/x_{m\text{ном}}$; $\sigma_2 = (x_2' + x_m)/x_m$; $\eta = \sigma_1\sigma_2 - 1$; $\rho_2 = R_2'/x_{m\text{ном}}$; $\omega_{\text{св}} \approx \omega_{\text{к}}$; $D_1, D_2, D_3, \varphi_{\text{д}}$ — постоянные, зависящие от параметров, угловой частоты вращения ротора, начальных значений тока статора и скольжения.

Преобразуем (15) по Лапласу и, подставив в (3), получим

$$x_{s\text{д}}(p) = \frac{p a_1 k_s}{(p + a_6/2)^2 + k^2}\left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \frac{\beta\nu}{D_1} \times \left\{\frac{\rho_2}{p} - \frac{D_4(p + D_5)}{[(p+\omega_{\text{к}})^2 + \lambda^2](p + 2\nu)}\right\}, \qquad (16)$$

где D_4, D_5 — постоянные коэффициенты.

Минимизация $x_{5\text{д}}(t)$ по критерию обобщенной работы не вызывает принципиальных затруднений, однако сложность конечных выражений осложняет их практическое использование. Анализ выражения (16) показывает, что структура звеньев регулятора сохраняет соответствие фильтру второго порядка.

В приводе с векторным управлением момент пропорционален активной составляющей тока статора, поэтому в (2) можно ввести следующее уравнение относительно $i_1\beta$:

$$p x_1(p) = b_0 u_{\text{c}} - b_1 x_1(p) + x_1(0), \qquad (17)$$

где $x_1 = i_{1\beta}$; $b_0 = z_{\text{н}}/L_1''$; $b_1 = R_\Sigma/L_1''$; $z_{\text{н}} = U_{\text{н}}/I_{\text{н}}$; $R_\Sigma = R_1 + k_2^2 R_\Sigma'$; $k_2 = L_m/L_2'$.

Сохраняя общее выражение функционала неизменным, получаем оптимальное управление колебаниями частоты вращения при векторном управлении в следующем виде:

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$u_{\text{оп.в}} = -\Delta u_{\text{с}} k_{\text{в}}^2 f_{2\text{д}}(t). \qquad (18)$$

Функция $f_{2\text{д}}(t)$ приведена в приложении 4.

Уравнениям оптимального управления можно поставить в соответствие структурную схему привода (рис. 1), на которой переменные состояния регулятора $x(t)$ представлены в операторной форме $F[x(p)]$.

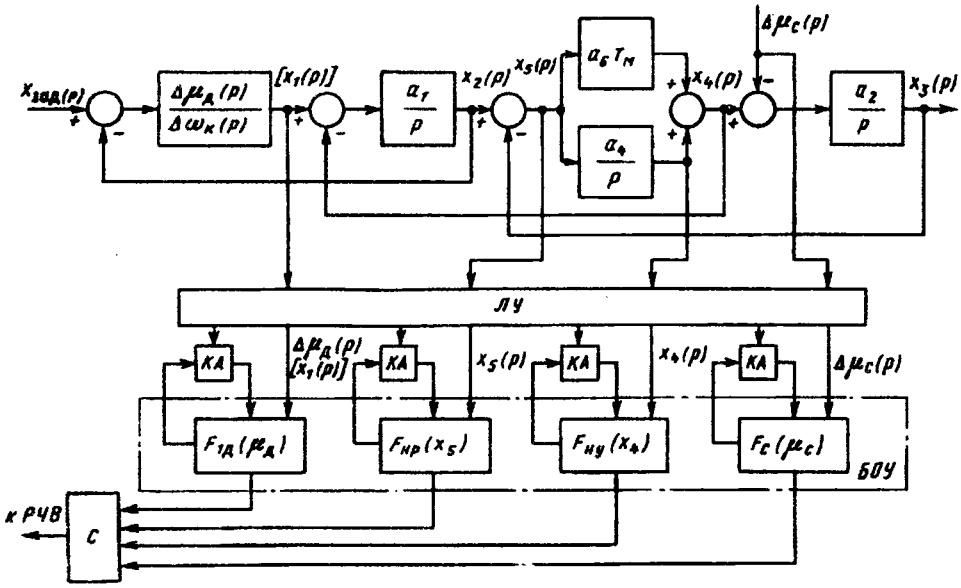


Рис. 1

Погрешности в определении многочисленных постоянных, входящих в уравнение управления,— влияние зазоров, нелинейной зависимости коэффициентов трения от скорости — могут вызвать заметные отклонения сигналов управления от оптимальных и даже привести к «раскачке» системы. Для предотвращения подобных явлений целесообразно ввести самонастройку антивибраторов, образующих блок оптимального управления (БОУ) привода, по минимуму x_5. С этой целью фильтры БОУ включаются не непосредственно в структуру системы автоматического регулирования, а через логическое устройство (ЛУ), которое в случае возрастания амплитуды колебаний (или хотя бы устойчивых колебаний с постоянной амплитудой) включает соответствующий контур адаптации (КА).

Выходные напряжения фильтров БОУ суммируются с требуемыми весовыми коэффициентами во многовходовом сумматоре (С), а полученный результирующий сигнал управления подается в регулятор частоты вращения (РЧВ).

Необходимая для работы системы информация поступает с датчиков, которыми снабжается привод. Момент АД оценивается по току статора, что в небольших пределах его пульсаций обеспечивает необходимую точность. Начальные условия фиксируются по начальному значению разности частот вращения, а начальный момент упругих сил определяется как величина, пропорциональная этой разности. Момент сопротивления изменяется устройством, принцип действия которого основан на изменении деформации вала исполнительного механизма посредством тензодатчиков или зубчатых индукторов с датчиками ЭДС [4].

Логическое устройство (ЛУ) состоит из идентичных каналов, структурная схема одного из которых с фильтром $F(x_j)$ БОУ и КА изображена на рис. 2. Каждый канал ЛУ содержит два устройства выборки-хранения (УВХ1, УВХ2) аналогового сигнала [5] и дифференциальный усилитель (ДУ). Управление работой УВХ1, УВХ2, заключающееся в поочередном их включении в режим выборки (запоминания) входных напряжений, осуществляется генератором прямоугольных импульсов (ГПИ) и

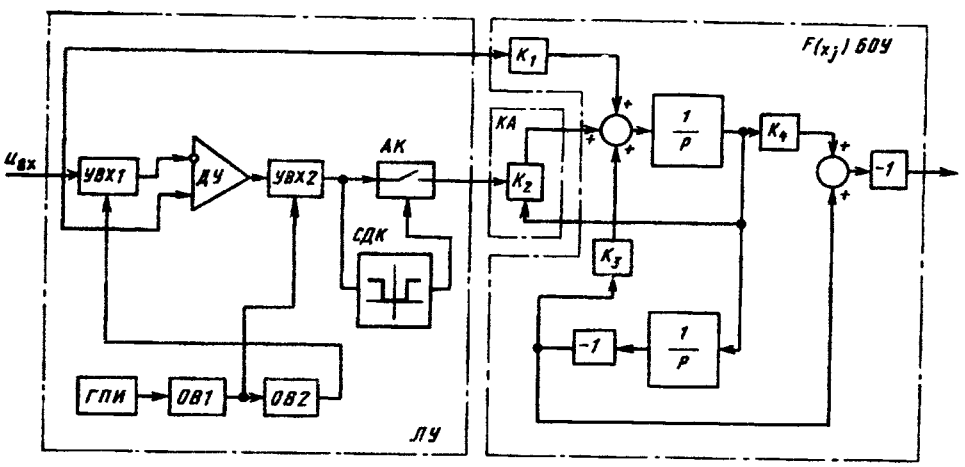


Рис. 2

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

двумя одновибраторами (ОВ1, ОВ2).

Входное напряжение $u_{вх}$ канала ЛУ, поступающее, например, с датчика разности частот вращения или с одного из датчиков моментов, подается на неинвертирующий вход ДУ, вход УВХ1, а также на вход усилителя К1 фильтра БОУ. Дифференциальный усилитель с устройствами выборки-хранения сравнивает текущее входное напряжение $u_{вх}$ с его значением на предыдущем такте, т.е. определяет приращение $\Delta u_{вх}$ за время такта, равного периоду импульсов ГПИ.

При рассогласовании частот вращения больше допустимого, определяемого порогом срабатывания симметричного двухпорогового компаратора (СДК), этот компаратор включает аналогичный ключ (АК), входное напряжение УВХ2 $\Delta u_{вх}$ воздействует на усилитель К2 контура адаптации и изменяет параметры фильтра $F(x_j)$. После снижения амплитуды колебаний частоты вращения ниже допустимого СДК отключает АК, и система возвращается к непосредственному демпфированию упругих колебаний.

Качество решения задачи демпфирования колебаний зависит от точности измерения разности частот вращения двигателя и механизма x_5. Наиболее точное вычисление x_5 реализуется цифровыми датчиками частоты вращения с последующим анализом сигналов на цифровом фазовом дискриминаторе [6]. Менее точным является способ измерения показателей аналогового наблюдателя с самонастройкой по данным сравнения с реальным объектом [7]. Наконец, наиболее простым и наименее точным представляется измерение вибрации корпусов двигателя и механизма и сравнение частот этих вибраций после приведения частоты вращения механизма к частоте вращения двигателя [8].

Проверка теоретических положений проводилась на опытной установке, состоящей из соединенных гибким валом АД типа 4А100L4У3 и машины постоянного тока (МПТ) типа П-32, используемых соответственно как приводной двигатель и как генератор. Питание АД осуществлялось от статического преобразователя частоты, нагрузкой МПТ служил магазин резисторов. На машинах были установлены импульсные датчики частоты вращения, выходные сигналы которых сравнивались на измерителе разности частоты [6]. Возмущения в систему вносились низкочастотной модуляцией напряжения и частоты питания АД и напряжения на обмотке возбуждения МПТ. Момент сопротивления в установке определялся по току якоря.

Данные ДЭМС: $a_1=3{,}33$ с$^{-1}$; $a_2=6{,}67$ с$^{-1}$; $a_3=10$ с$^{-1}$; $a_4=8$ с$^{-1}$; $a_5=80$ с$^{-1}$; $a_6=11$ с$^{-1}$; $a_7=3{,}65$ с$^{-1}$; $a_8=7{,}3$ с$^{-1}$; $T_{эл}=L_к/R'_2=0{,}012$ с; $s_к\approx R'_2/x_к=0{,}25$; $\lambda_к=n_к/T_{эл}=16{,}7$ с$^{-1}$; $\lambda_1-k=9{,}7$; $\lambda_1+k=23{,}7$.

На рис. 3 приведены частотные характеристики системы (зависимости амплитуды выходного напряжения $U_{ирч}$ измерителя разности частот вращения от частоты модуляции $f_м$) для случая: а) возмущения только от АД; б) возмущения от АД и МПТ (частота возмущений АД постоянна); в) возмущения только от МПТ. Кривые: *1* — без подавлений возмущений фильтрами (без обратной связи); *2* — с применением фильтров (с обратной связью).

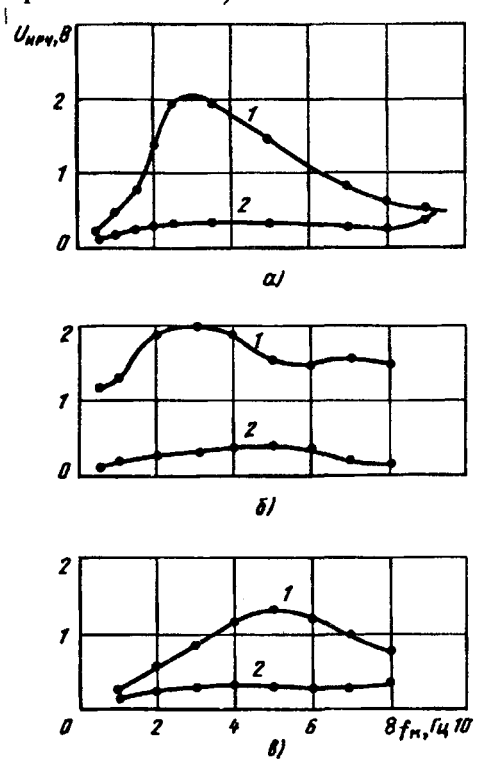


Рис. 3

В случае б) возникают характерные биения на частотах возмущения, однако фильтр вполне удовлетворительно гасит биения.

Как следует из графиков, фильтры весьма эффективно стабилизируют частоту вращения элементов системы. Полоса частот, в которой подавляются упругие колебания, в данном случае ограничена 8 Гц. В зависимости от спектра наиболее «опасных» частот возмущений фильтр-демпфер может быть перенастроен на соответствующую полосу.

Приложение 1. Затухающие колебания момента сопротивления $\Delta\mu_c$. Исходное выражение

$$x_{5c}(p)=\frac{pa_2\Delta\mu_{c0}}{[(p+q_1)^2+q_1^2]\,[(p+a_6/2)^2+k^2]},$$

где $\Delta\mu_{c0}$ — амплитуда момента сопротивления;

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$-F_1=\frac{\sqrt{q_1^2+q_2^2}}{q_2\sqrt{R_q}}$; $-F_2=\frac{\sqrt{(a_6/2)^2+k^2}}{k\sqrt{R_q}}$; $\rho_{q1}=q_1^2+q_2^2$; $\rho_{к1}=$ $=(a_6/2)^2+k^2$; $R_q=(\rho_{q1}-\rho_{к1})^2+4(q_1-a_6/2)\left(q_1\rho_{к1}-\right.$ $\left.-\frac{a_6}{2}\rho_{q1}\right)$; $\xi_{1c}=\operatorname{arctg}\frac{2q_2(q_1-a_6/2)}{2q_1(q_1-a_6/2)-(\rho_{q1}-\rho_{к1})}-\operatorname{arctg}\frac{q_2}{q_1}$; $\xi_{2c}=\operatorname{arctg}\frac{2k(a_6/2-q_1)}{a_6(a_6/2-q_1)-(\rho_{к1}-\rho_{q1})}-\operatorname{arctg}\frac{2k}{a_6}$; $\cos\psi_{\mu1}=$ $=\frac{q_2-k}{(q_1+a_6/2)^2+(q_2-k)^2}$; $\cos\psi_{\mu2}=\frac{q_2+k}{\sqrt{(q_1+a_6/2)^2+(q_2+k)^2}}$; $\cos\psi_3=\frac{2k}{\sqrt{a_6^2+4k^2}}$; $\psi_3=\operatorname{arctg}\frac{2k}{a_6}$; $\psi_3\theta$.

Управление

$$f_{1c}(t)=-\beta_\mu a_2\left\{\frac{F_1}{2k}\sqrt{\left(\frac{a_6}{2}\right)^2+k^2}\times\right.$$

$$\times\left\{\frac{e^{-(q_1+a_6/2)t}}{\sqrt{(q_1+a_6/2)^2+(q_2+k)^2}}\sin[(q_2-k)t+(\xi_{1c}+\theta)-\psi_{\mu1}]-\right.$$

$$\left.-\frac{e^{-(q_1+a_6/2)t}}{\sqrt{(q_1+a_6/2)^2+(q_2+k)^2}}\sin[(q_2+k)t+(\xi_{1c}-\theta)-\psi_{\mu2}]\right]+$$

$$+\frac{F_2}{2k}\sqrt{\left(\frac{a_6}{2}\right)^2+k^2}\left[\frac{e^{-a_6t}}{a_6}\cos(\xi_{2c}+\theta)+\right.$$

$$\left.\left.+\frac{e^{-a_6t}}{\sqrt{a_6^2+4k^2}}\sin(2kt+\xi_{2c}-2\theta)\right]\right|_{t_0}^{t_0+\tau}.$$

Приложение 2. Запасы энергии механической системы. Исходное выражение

$$x_{50}(p)=\frac{a_3x_4(0)-px_5(0)}{[(p+a_6/2)^2+k^2]}.$$

Управление

$$u_{\mu0}=\beta_{0y}\left\{\left[a_3x_4(0)-\frac{1}{2}x_5(0)\sqrt{\left(\frac{a_6}{2}\right)^2+k^2}\right]\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1}{2k^2}e^{-a_6t}\left[\frac{1}{a_6}\sqrt{\left(\frac{a_6}{2}\right)^2+k^2}+\frac{1}{2}\sin(2kt-\theta)\right]\right\}\Bigg|_{t_0}^{t_0+\tau}.$$

Приложение 3. Скачок частоты сигнала управления. Исходное выражение

$$x_{5\omega}(p)=\frac{\left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2\frac{a_1'k_s}{T_{эл}}[T_{эл}p+1-n_к^2]\Delta\omega_к}{[(p+1/T_{эл})^2+(n_к/T_{эл})^2][(p+a_6/2)^2+k^2]}=$$

$$=\frac{\Phi\left(p+\frac{1-n_к^2}{T_{эл}}\right)\Delta\omega_к}{[(p+1/T_{эл})^2+(n_к/T_{эл})^2][(p+a_6/2)^2+k^2]},$$

где $\Phi=\left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2\frac{a_1'k_s}{T_{эл}}$; $-c_1=\frac{\sqrt{T_{эл}^2+\lambda_1^2}}{\lambda_1\sqrt{R\omega}}$; $\lambda_1=\frac{n_к}{T_{эл}}$;

$$-c_2=\frac{\sqrt{\left(\frac{a_6}{2}\right)^2+k^2}}{k\sqrt{R_\omega}};\quad \rho_{\omega1}=T_{эл}^{-2}+\lambda_1^2;$$

$\rho_{к1}=(a_6/2)^2+k^2$; $R_\omega=(\rho_{\omega1}-\rho_{к1})^2+4(T_{эл}-$ $-a_6/2)(T_{эл}^{-1}\rho_{к1}-\frac{a_6}{2}\rho_{\omega1})$; $\xi_{\omega1}=$

$$=\operatorname{arctg}\frac{2\lambda_1(T_{эл}^{-1}-a_6/2)}{2T_{эл}^{-1}(T_{эл}^{-1}-a_6/2)-(\rho_{\omega1}-\rho_{к1})}-\operatorname{arctg}\lambda_1T_{эл};$$

$$\xi_{\omega2}=\operatorname{arctg}\frac{2k(a_6/2-T_{эл}^{-1})}{a_6(a_6/2-T_{эл}^{-1})-(\rho_{к1}-\rho_{\omega1})}-\operatorname{arctg}\frac{2k}{a_6}.$$

Управление

$$f_{1д}(t)=\beta_\omega\Phi\left\{\frac{c_1}{2k}\sqrt{\left(\frac{a_6}{2}\right)^2+k^2}\,e^{-(T_{эл}^{-1}+a_6/2)t}\times\right.$$

$$\times\left[\sqrt{(1/T_{эл}+a_6/2)^2+(\lambda_1-k)^2}\sin[(\lambda_1-k)t+\theta-\right.$$

$$\left.-\xi_{\omega1}-\psi_{\omega1}]-\sqrt{(1/T_{эл}+a_6/2)^2+(\lambda_1+k)^2}\times\right.$$

$$\left.\times\sin[(\lambda_1+k)t-\theta+\xi_{\omega1}-\psi_{\omega2}]\right]+c_2\frac{1}{a_6}e^{-a_6t}[(\theta+\xi_{\omega1})-$$

$$\left.-\sqrt{a_6^2+4k^2}\sin(2kt+\xi_{\omega2}-2\theta)]\right\}\Bigg|_{t_0}^{t_0+\tau};$$

$$\psi_{\omega1}=\operatorname{arctg}\frac{T_{эл}^{-1}+a_6/2}{\lambda_1-k};\quad \psi_{\omega2}=\operatorname{arctg}\frac{T_{эл}^{-1}+a_6/2}{\lambda_1+k}.$$

Приложение 4. Векторное управление при скачке напряжения. Исходное выражение

$$x_{5в}(p)=\frac{pa_1''[b_0\Delta u_c(p)+x_1(0)]}{(p+b_1)[(p+a_6/2)^2+k^2]}.$$

При $a_1''b_0=m_0$; $\gamma=(a_6/2-b_1)^2+k^2$; $c_4=$ $=\frac{\sqrt{k^2+(a_6/2)^2}}{k\sqrt{\gamma}}$; $\xi_{в1}=\operatorname{arctg}\frac{k}{a_6/2-b_1}$; $\xi_{в2}=\operatorname{arctg}\frac{k}{a_6/2-b_1}-\theta$;

$\psi_{в1}=\arccos\frac{k}{\sqrt{[(a_6/2)^2+b_1^2]+k^2}}$; $\psi_{в2}=\arccos\frac{2k}{\sqrt{a_6^2+4k^2}}=\theta$.

Управление

$$f_{2д}(t)=\beta_{1\beta}\left\{\frac{m_0\Delta u_c}{\gamma k}e^{-(a_6/2+b_1)t}\frac{\sqrt{(a_6/2)^2+k^2}}{\sqrt{(a_6/2+b_1)^2+k^2}}\times\right.$$

$$\times\sin(kt-\theta-\psi_{в1})+\frac{m_0\Delta u_c}{2k^2\sqrt{\gamma}}[e^{-a_6t}\sqrt{(a_6/2)^2+k^2}\sin(kt-\theta+$$

$$+\xi_{в1}-\psi_{в1})]-\frac{m_0\Delta u_c}{2k^2\sqrt{\gamma}}\left[\frac{1}{a_6}e^{-a_6t}\sqrt{(a_6/2)^2+k^2}\cos(\xi_{в1}+\theta)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}e^{-a_6t}\sin(2kt+\xi_{в1}-2\theta)\right]-\frac{x_1(0)b_1}{k^2}\frac{\sqrt{(a_6/2)^2+k^2}}{\sqrt{(a_6/2+b_1)^2+k^2}}\times$$

$$\times\sin(kt-\theta+\xi_{в2}-\psi_{в1})+\frac{x_1(0)c_4}{k}\left[\frac{1}{a_6}e^{-a_6t}\sqrt{(a_6/2)^2+k^2}\times\right.$$

$$\left.\left.\times\cos(\xi_{в2}+\theta)-\frac{1}{2}e^{-a_6t}\sin(2kt-2\theta+\psi_{в2})\right]\right\}\Bigg|_{t_0}^{t_0+\tau}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Борцов Ю.А., Поляхов Н.Д., Путов В.В.** Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. Л.: Энергоатомиздат, 1984. — 216 с.
2. **Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г.** Управление электроприводами. Л.: Энергоатомиздат, 1982. — 392 с.
3. **Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С.** Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. М.: Наука, 1977. — 270 с.
4. **Столов Л.И., Афанасьев А.Ю.** Моменты двигателя постоянного тока. М.: Энергоатомиздат, 224 с.
5. **Алексеенко А.Г., Коломбет Е.А., Стародуб Г.И.** Применение прецизионных аналоговых микросхем. М.: Радио и связь, 1985. — 256 с.
6. **А.с. СССР № 917088**, кл. O1P 3/60, 1980.
7. **А.с. СССР № 1347142**, кл. HO2P 7/42, 1986.
8. **А.с. СССР № 1418878**, кл. HO2P 5/06, 1986.

[29.06.93]

*Авторы: **Ланген Александр Михайлович** окончил Московский энергетический институт (МЭИ) в 1949 г. В 1972 г. защитил докторскую диссертацию на тему «Гистерезисный двигатель». Работает в Московском государственном строительном университете на кафедре электротехники.*

***Ланген Сергей Александрович** окончил МЭИ в 1974 г. В 1983 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Оптимизация электрических машин в автономных системах электроснабжения». Работает в Московской академии тонкой химической технологии на кафедре информационных технологий.*

***Соловьев Владимир Алексеевич** окончил Московский текстильный институт в 1971 г. В 1983 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Система автоматического управления бесконтактным двигателем постоянного тока». Работает в Московской государственной текстильной академии на кафедре электротехники.*

Индуктивное сопротивление многофазного трансформатора с вращающимся магнитным полем и подмагничиваемым ярмом

МАРТЫНОВ А.А., ХРУЩЕВ В.В.

Предлагается методика расчета индуктивного сопротивления трансформатора и дросселя с вращающимся магнитным полем с использованием кривых намагничивания электротехнической стали на постоянном токе. Приведен пример расчета индуктивного сопротивления трансформатора и дросселя с вращающимся магнитным полем для нескольких значений токов обмотки подмагничивания и выполнено сравнение с экспериментальными данными.

The method of the calculation of inductive impedance of rotating magnetic field transformer and solenoid is suggested. The method is based on the using of direct current magnetization curves of electrotechnical steels. The calculation of the inductive impedance of the rotating magnetic field transformer and solenoid is fulfilled as well as comparison of the calculated and experimental data.

В электротехнических устройствах (реакторах силовых сетей, вторичных источниках питания, преобразователях и т.п.) широко применяются трехфазные трансформаторы и дроссели с магнитопроводами, аналогичными статору асинхронной машины. Для замыкания магнитного потока устанавливается ярмо с некоторым технологическим зазором δ_0 (рис. 1). Индуктивность обмоток при питании их трехфазным переменным током регулируется подмагничиванием внешнего и внутреннего ярм с помощью тороидальных обмоток постоянного тока (рис. 2).

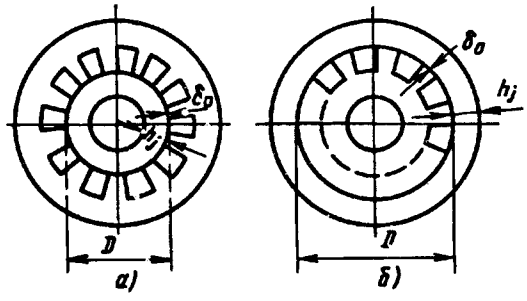


Рис.1. Магнитопровод трансформатора (дросселя) с вращающимся полем: *а* — с пазами на наружном ярме; *б* — с пазами на внутреннем ярме

В [1—3] предложены методы расчета индуктивностей такого рода устройств, основанные на кривых намагничивания стали при одновременном воздействии переменного и постоянного магнитных полей. В настоящей работе предлагается способ расчета индуктивностей с использованием кривых намагничивания на постоянном токе, взятых из технических условий на электротехническую сталь. Сущность способа состоит в сле-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

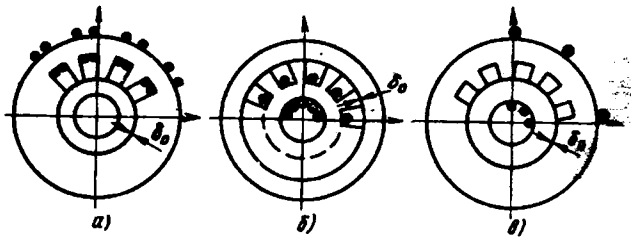


Рис. 2. Варианты размещения обмотки подмагничивания: *а* — вокруг внешнего ярма; *б* — вокруг внутреннего ярма; *в* — вокруг обоих ярм

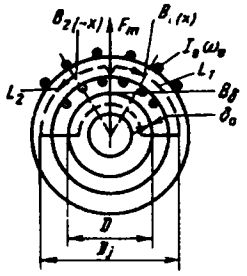


Рис. 3. Магнитная система трансформатора (дросселя) с вращающимся полем при подмагничивании наружного ярма

дующем. Индуктивное сопротивление взаимоиндукции фазы многофазной обмотки при синусоидальном распределении МДС определяется по формуле [4]:

$$x_m = 2mf\mu_0 \frac{Dl}{\delta' p^2} w_ф^2 k_{об}^2,$$

где m — число фаз; f — частота сети; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума; D — диаметр магнитопровода по технологическому зазору; l — длина пакета статора; p — число пар полюсов; $w_ф$ — число витков в фазе; $k_{об}$ — обмоточный коэффициент; δ' — эквивалентный воздушный зазор.

В рассматриваемых устройствах величину δ' можно представить в виде

$$\delta' = \delta_0 + \delta_z + \delta_{jн} + \delta_{jв},$$

где δ_0 — технологический воздушный зазор; δ_z — зазор, соответствующий магнитному сопротивлению зубцов статора; $\delta_{jн}, \delta_{jв}$ — зазоры, соответствующие магнитным сопротивлениям наружного и внутреннего ярм магнитопровода.

В ненасыщенных устройствах при подмагничивании ярма постоянным магнитным полем $\delta_{jн}$ и $\delta_{jв} \gg \delta_0 + \delta_z = \delta_0''$, поэтому правильная оценка индуктивного сопротивления сводится к точности расчетов $\delta_{jн}$ и $\delta_{jв}$, которые можно выполнить исходя из закона полного тока для контуров, неподвижных по отношению к вращающемуся магнитному полю. В этой системе координат постоянное магнитное поле в ярме можно считать неподвижным по отношению к вращающемуся полю и использовать кривую намагничивания на постоянном токе для каждой точки ярма. (Потери на гистерезисе и вихревые токи не учитываются)

Обмотка подмагничивания охватывает только наружное ярмо (рис. 3). На рис. 3 изображено устройство с $p=1$. Обозначим: $\tau = \pi D/2p$ — полюсное деление по технологическому зазору; $\tau_j = \pi D_j / 2p$ — полюсное деление по наружному ярму; x — расстояние по наружному ярму, отсчитываемое от оси, соответствующей максимуму МДС переменного тока (в принятой системе координат она неподвижна); h_j — высота ярма; $k_з$ — коэффициент заполнения пакета сталью; $B_1(x)$ — закон распределения индукции в ярме по контуру L_1; $B_2(x)$ — закон распределения индукции в ярме по контуру L_2; B_δ — максимальная индукция в технологическом зазоре; F_m — амплитуда МДС обмотки переменного тока; $I_0 w_\delta$ — МДС обмотки подмагничивания.

Из условия сохранения магнитного потока в технологическом зазоре и ярме получаем

$$k_з [B_1(x) + B_2(x)] h_j = \frac{\tau}{\tau_j} \int_{-x}^{x} B_\delta \cos\frac{\pi}{\tau_j} y\, dy =$$

$$= B_\delta \frac{2\tau}{\pi} \sin\frac{\pi}{\tau_j} x = B_0 \frac{D}{p} \sin\frac{\pi}{\tau_j} x,$$

отсюда

$$B_1(x) + B_2(-x) = \frac{DB_\delta}{ph_j k_з} \sin\frac{\pi}{\tau_j} x. \qquad (1)$$

Полагая, что падение магнитного потенциала в ненамагниченном внутреннем ярме равно нулю (при уточненном расчете его можно учесть увеличением зазора δ_0'), запишем уравнения полного тока для контуров L_1 и L_2:

$$\left.\begin{aligned} \frac{B\delta}{\mu_0}\delta_0' + \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} H_1(x)\, dx &= -\frac{I_0 w_0}{4p} + F_m; \\ \frac{B\delta}{\mu_0}\delta_0' + \int_0^{-\frac{\tau_j}{2}} H_2(-x)\, dx &= -\frac{I_0 w_0}{4p} + F_m. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Аппроксимируем кривую намагничивания стали выражением

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B, \qquad (3)$$

где α и β находятся методом выбранных точек (рис. 4). Значения α и β зависят от выбора точек H_1, B_1 и H_2, B_2 на кривой намагничивания.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

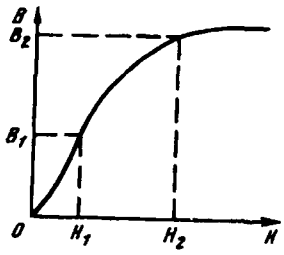


Рис. 4. Кривая намагничивания стали

Для получения правильных результатов эти точки следует выбирать вблизи значения напряженности магнитного поля H_0, соответствующего намагничиванию постоянным током

$$H_0 = \frac{I_0 w_0}{\pi D_j};$$

$$\beta = \frac{\ln \frac{H_2}{H_1}}{B_2 - B_1}; \quad \alpha = \frac{H_2}{\operatorname{sh} \beta B_2}.$$

Подставляя (3) в уравнения (2), заменяя во втором из них x на $(-x)$, а также беря их полусумму и полуразность, получаем

$$\left.\begin{aligned} &\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta_0' + \frac{\alpha}{2}\int_0^{\frac{\tau_j}{2}} [\operatorname{sh}\beta B_2(x) + \operatorname{sh}\beta B_1(x)]\,dx = F_m; \\ &\alpha \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} [\operatorname{sh}\beta B_2(x) - \operatorname{sh}\beta B_1(x)]\,dx = \frac{I_0 w_0}{2p} \end{aligned}\right\}$$

или, опуская для кратности аргумент у $B_1(x)$ и $B_2(x)$, имеем

$$\left.\begin{aligned} &\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta_0' + \alpha \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} \operatorname{sh}\beta \frac{B_2+B_1}{2} \operatorname{ch}\beta \frac{B_2-B_1}{2}\,dx = F_m; \\ &\alpha \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} \operatorname{sh}\beta \frac{B_2-B_1}{2} \operatorname{ch}\beta \frac{B_2+B_1}{2}\,dx = \frac{I_0 w_0}{4p}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Подставляя сюда выражение (1) и учитывая, что $B_2 - B_1 = 2B_0$, где B_0 — индукция постоянного магнитного поля, находим

$$\left.\begin{aligned} &\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta_0' + \alpha \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} \operatorname{sh}\left(\beta_1 B_\delta \sin\frac{\pi}{\tau_j}x\right) \operatorname{ch}\beta B_0\,dx = F_m; \\ &\alpha \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} \operatorname{sh}\beta B_0 \operatorname{ch}\left(\beta_1 B_\delta \sin\frac{\pi}{\tau_j}x\right) dx = \frac{I_o w_0}{4p}, \end{aligned}\right\} (5)$$

где $\beta_1 = \beta \frac{D}{2h_j p k_з}$.

Однако [5]

$$\operatorname{sh}\left(\beta_1 B_\delta \sin\frac{\pi}{\tau_j}x\right) = 2\sum_{n=0}^{\infty} I_{2n+1}(\beta_1 B_\delta) \sin(2n+1)\frac{\pi}{\tau_j}x;$$

$$\operatorname{ch}\left(\beta_1 B_\delta \sin\frac{\pi}{\tau_j}x\right) = I_0(\beta_1 B_\delta) + 2\sum_{n=1}^{\infty} I_{2n}(\beta_1 B_\delta) \cos 2n\frac{\pi}{\tau_j}x,$$

где $I_к(\beta_1 B_\delta)$ — модифицированные функции Бесселя 1-го рода k-го порядка.

Подставляя в (5) и выполняя интегрирование, получаем

$$F_m = \frac{B_\delta}{\mu_0}\delta_0' + 2\alpha \operatorname{ch}\beta B_0 \frac{\tau_j}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} I_{2n+1}(\beta_1 B_\delta),$$

$$\frac{I_0 w_0}{4p} = \frac{\alpha\tau_j}{2} \operatorname{sh}\beta B_0 I_0(\beta_{11} B_\delta),$$

отсюда

$$\operatorname{sh}\beta B_0 = \frac{I_0 w_0}{\pi D_j \alpha I_0(\beta_1 B_\delta)}; \quad \operatorname{ch}\beta B_0 = \sqrt{1 + \left[\frac{I_0 w_0}{\pi D_j \alpha I_0(\beta_1 B_\delta)}\right]^2};$$

$$F_m = \frac{B_\delta}{\mu_0}\left\{\delta_0' + \frac{\mu_0 \alpha D_j}{p B_\delta}\sqrt{1 + \left[\frac{I_0 w_o}{\pi D_j \alpha I_0(\beta_1 B_\delta)}\right]^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} I_{2n+1}(\beta_1 B_\delta)\right\}.$$

Второй член в фигурных скобках представляет собой эквивалентный зазор $\delta_{jн}$, соответствующий внешнему ярму. При достаточно больших МДС $I_0 w_0$

$$\delta_{jн} = \frac{4 \cdot 10^{-7} I_0 w_0}{p B_\delta} \varphi(\beta_1 B_\delta), \quad (6)$$

где $\varphi(z) = \frac{1}{I_0(z)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} I_{2n+1}(z)$ — некоторая универсальная функция, график которой приведен на рис. 5.

Обмотка подмагничивания охватывает оба ярма (рис. 6). Обозначая значения напряженности и индукции магнитного поля для внутреннего ярма индексами 3 и 4, а полюсное деление τ_j', составим уравнения законов полного тока для контуров L_1, L_2, L_3, L_4:

$$\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta_0' + \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} H_1\,dx + \int_{\frac{\tau_j}{2}}^{0} H_4\,dx = F_m;$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

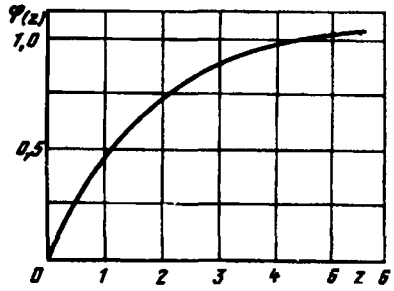


Рис. 5. Универсальная функция $\varphi(z)$

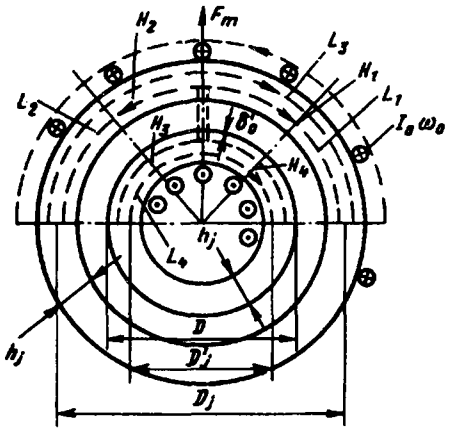


Рис. 6. Магнитная система трансформатора (дросселя) с вращающимся полем при подмагничивании обоих ярм

$$\frac{B_\delta}{\mu_0}\delta_0' + \int_0^{-\frac{\tau_j}{2}} H_2\,dx + \int_{-\frac{\tau_j}{2}}^{0} H_3\,dx = F_m;$$

$$-\int_{-\frac{\tau_j}{2}}^{0} H_2\,dx + \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} H_1\,dx = -\frac{I_0 w_0}{p};$$

$$\int_{-\frac{\tau_j}{2}}^{0} H_3\,dx - \int_0^{\frac{\tau_j}{2}} H_4\,dx = -\frac{I_0 w_0}{p}.$$

Выполняя аналогичные предыдущим преобразования и полагая, что $h_{j_н} = h_{j_в} = h_j$, получаем

$$F_m = \frac{B_\delta}{\mu_0}\left\{\delta_0' + \frac{2\mu_0}{\pi B_\delta}\left[\alpha\tau_j \operatorname{ch}\beta B_0 \sum_{2n+1}^{\infty}\frac{1}{2n+1} I_{2n+1}(\beta_1 B_\delta) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \alpha'\tau_j' \operatorname{ch}\beta B_0 \sum_{2n+1}^{\infty} I_{2n+1}(\beta_1' B_\delta)\right]\right\};$$

$$\operatorname{sh}\beta B_0 = \frac{I_0 w_0}{\pi\alpha D_j I_0(\beta_1 B_\delta)}; \quad \operatorname{sh}\beta' B_0' = \frac{I_0 w_0}{\pi\alpha' D_j' I_0(\beta_1' B_\delta)},$$

где D_j' — средний диаметр внутреннего ярма; B_0'— индукция постоянного магнитного поля внутреннего ярма; α', β' — параметры, характеризующие кривую намагничивания внутреннего ярма.

При достаточной МДС намагничивания $I_0 w_0$

$$\operatorname{sh}\beta B_0 \approx \operatorname{ch}\beta B_0; \quad \operatorname{sh}\beta' B_0' \approx \operatorname{ch}\beta' B_0',$$

тогда

$$\delta_j = \delta_{jн} + \delta_{jв} = \frac{4\cdot 10^{-7} I_0 w_0}{pB_\delta}\left[\varphi(\beta_1 B_\delta) + \varphi(\beta_1' B_\delta)\right]. \quad (7)$$

Сравнение с экспериментом. Для подтверждения формул (6) и (7) были испытаны трехфазные дроссели с подмагничиванием одного внешнего ярма, а также внешнего и внутреннего одновременно. Основные технические данные дросселей первого и второго типов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тип дросселя	D_j, мм	D, мм	l, мм	p	h_j, мм	w_0	$w_ф$	$k_{об}$	Марка стали	δ_0, мм
1	142	80	90	2	12,5	336	20	0,925	2421	0,228
2	142	80	90	2	12,5	36	20	0,925	2421	0,28

Примечание: технологический зазор δ_0 рассчитывался, значение x_m определялось по опытным данным при $I_0 w_0 = 0$.

Расчетные и экспериментальные данные по определению индуктивностей дросселей приведены в табл. 2.

Таблица 2

Тип дросселя	Эксперимент				Расчет			
	$U_ф$, В	$I_ф$, А	I_0, А	x_m, Ом	B_δ, Тл	δ_z, мм	δ', мм	x_m, Ом
1	66	10,25	0	6,21	0,540	0,020	0,300	6,2
	68	14,7	1,0	4,40	0,548	0,020	0,400	4,64
	42,5	41,3	12,0	0,80	0,281	0,015	2,545	0,73
2	66	10,25	0	6,21	0,540	0,020	0,300	6,2
	86	43,3	0	1,75	0,646	0,060	1,098	1,69
	65	49	55	1,10	0,457	0,020	2,020	0,92

Примечания: значение x_m определялось по формуле $x_m = \frac{U_ф}{I_ф} - x_s$, где x_s — расчетная индуктивность рассеяния; значение B_δ рассчитывалось по формуле $B_\delta = \frac{(U_ф - I_ф x_s)p}{\pi\sqrt{2}Dw_ф k_{об} f}$

Данные табл. 2 показывают, что расхождения между рассчетными и экспериментальными значениями индуктивности не превосходят 10% в широком диапазоне изменения МДС $I_0 w_0$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Либкинд М.С., Черновец А.К.** Управляемый реактор с вращающимся магнитным полем. М.: Энергия, 1971.
2. **Чесаченко В.Ф.** Уравнения электромагнитных процессов мощного управляемого реактора. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1966, № 6.
3. **Усов С.В., Черновец А.К., Козулин В.С.** Взаимное влияние обмотки переменного тока и обмотки управления в реакторе с вращающимся полем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1966, № 3.
3. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. Учебник для вузов. М.: Энергия, 1980.
5. **Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.** Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 13-е изд., исправленное. М.: Наука, 1986.

[26.03.92]

Авторы: ***Мартынов Александр Александрович*** *окончил электромеханический факультет в Ленинградском институте авиационного приборостроения (ЛИАП) в 1964 г. В 1971 г. защитил в ЛИАП кандидатскую диссертацию по тематике «Электромашинно-вентильные системы». Доцент Санкт-Петербургской государственной академии аэрокосмического приборостроения.*

Хрущев Виталий Васильевич *окончил физический факультет Ленинградского государственного университета в 1946 г. В 1962 г. защитил в ЛИАП докторскую диссертацию по тематике «Электрические микромашины». Профессор Санкт-Петербургской государственной академии аэрокосмического приборостроения.*

Система электроснабжения с отсасывающими трансформаторами на железнодорожном транспорте

РОЗАНОВ В.А.

Рассматриваемая система электроснабжения предназначается для электрификации железных дорог переменного тока, когда требуется обеспечить малое индуктивное влияние и отсутствие электрических дуг. Система предусматривает включение отсасывающих трансформаторов без расчета контактных проводов и создает возможность электроснабжения потребителей от совмещенной трехфазной линии, подвешиваемой на опорах контактной сети.

Electricity supply system considered here is intended for electrification of alternating current railway systems when weak effect of inductance and no electric arcs are necessary. The system makes it possible to connect draw off transformers without breaking contact wires and supply users with electric power from three-phase line suspended on pylons of contact net.

Установившийся в мировой практике принцип: «поставщик электрификации должен обеспечить ликвидацию индуктивного влияния» обязывает в системах электрификации предусматривать соответствующие дополнительные устройства.

Наиболее трудно добиться снижения индуктивного влияния в электроснабжении электрических железных дорог переменного тока. Японским специалистам удалось создать тяговое электроснабжение 2×25 кВ с малым индуктивным влиянием, однако японская система несовместима с продольными ЛЭП, а оборудование изготовляется с повышенным классом изоляции 70 кВ. В наших условиях тяговую сеть Японии использовать практически невозможно из-за наличия продольных ЛЭП и отсутствия заводов, приспособленных для изготовления оборудования с таким классом изоляции. Транспортные заводы выпускают оборудование с классом изоляции не выше 35 кВ.

В статье рассмотрена принципиально новая система тягового и нетягового электроснабжения с отсасывающими трансформаторами, обеспечивающая малое индуктивное влияние и отсутствие электрических дуг при электрификации железных дорог на переменном токе. Обладая достоинствами японской тяговой сети, новая система, кроме того, совместима с продольными ЛЭП, сокращает капитальные затраты при строительстве, уменьшает эксплуатационные расходы, обеспечивает малое индуктивное влияние не только самой тяговой сети, но и электроснабжения нетяговых потребителей, оборудование рассчитано на стандартный класс изоляции 35 кВ.

Электроснабжение нетяговых потребителей. Нетяговые потребители на электрических железных дорогах переменного тока снабжаются по системе ДПР (два провода, рельсы) или по системе КРД (контактный провод, рельсы, дополнительный провод). В обеих системах использование рельсов в качестве третьего провода значительно увеличивает индуктивное влияние. Нейтрализовать индуктивное влияние систем ДПР и КРД можно, заменив их на трехпроводную

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

трехфазную линию электропередачи.

Существующие системы тягового электроснабжения. В [1] приведены характеристики тяговых сетей переменного тока. Особенно следует рассмотреть существующую тяговую сеть с отсасывающими трансформаторами, приведенную на рис. 1. Она создана для уменьшения индуктивного

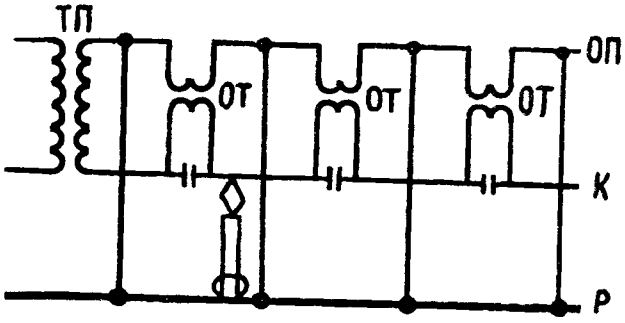


Рис. 1. Существующая тяговая сеть с отсасывающими трансформаторами и разрезом контактных проводов (прототип)

влияния [2], однако не снижает его на крупных станциях, а в межстанционной зоне создает электрические дуги при прохождении поездов через пункты подключения отсасывающих трансформаторов. Нетяговые потребители питаются по системе ДПР. На рис. 2 приведена существующая тяговая сеть с отсасывающими трансформаторами и разрезом проводов для их включения при электропитании нетяговых потребителей по системе ДПР.

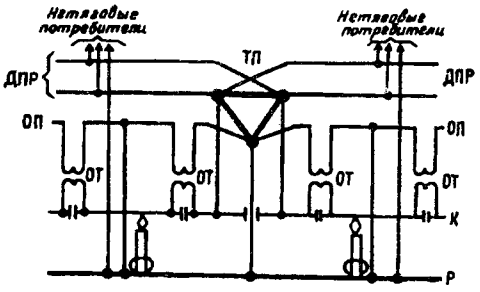


Рис. 2. Существующая тяговая сеть с отсасывающими трансформаторами и разрезом контактных проводов с электропитанием по системе ДПР

Тяговое электроснабжение с нейтрализацией индуктивного влияния. Отечественные системы тягового электроснабжения электрических железных дорог переменного тока стоят ниже мировых аналогов по уровню электромагнитного влияния. Обеспечить малое индуктивное влияние и отсутствие электрических дуг в местах установки отсасывающих трансформаторов можно с помощью *устройства* [3], приведенного на рис 3. По сути дела, это *устройство* представляет собой тяговую сеть с отсасывающими трансформаторами со сплошной контактной подвеской. Здесь

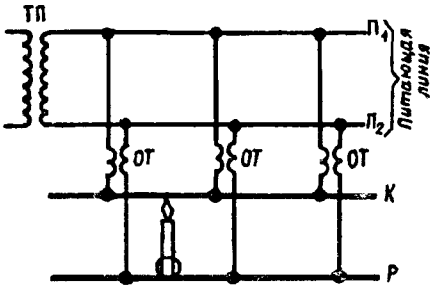


Рис. 3. Устройство для электроснабжения железных дорог переменного тока

применен неизвестный ранее в практике электрификации способ включения отсасывающих трансформаторов без разреза контактных проводов. При движении электропоездов в местах включения отсасывающих трансформаторов не возникают электрические дуги на пантографе и уменьшается вероятность повреждения контактных проводов, исключается электрическое влияние на радио- и телевизионную аппаратуру.

Включение отсасывающих трансформаторов без разрыва контактных проводов позволяет выполнить защиту сооружений связи от индуктивного влияния не только в межстанционной зоне, но и на крупных станциях и железнодорожных узлах с большим количеством контактных проводов. Как видно из рис. 3, электроэнергия от тяговой подстанции вдоль линии передается по двум проводам питающей линии. Контактный провод и рельсы подключены к питающей линии через обмотки отсасывающих трансформаторов.

В *прототипе* контактный провод и обмотки отсасывающих трансформаторов рассчитываются на прохождение полного результирующего тока тяговой подстанции. В *устройстве* контактный провод и обмотки отсасывающих трансформаторов рассчитываются на прохождение только одного электровоза, находящегося на секции. Этот ток на порядок меньше, чем в *прототипе*, что позволяет облегчить конструкцию контактной подвески.

Влияние токов транзитной составляющей тяговой сети зависит от взаимного расположения проводов на опорах контактной сети. Чем ближе прямой и обратный провода, тем меньше индуктивное влияние. Питающие провода *устройства* расположены на значительно меньшем расстоянии, чем контактный и обратный провода *прототипа*, происходит лучшая нейтрализация индуктивного влияния по сравнению с *прототипом*.

Индуктивное влияние *устройства* во многом зависит от сопротивлений питающей линии и контактного провода. Первое должно быть меньше второго на всем участке от тяговой подстанции до места нахождения нагрузки. Требуемое со-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

отношение сопротивлений определяется расчетом при конкретном проектировании.

Здесь не приводится методика расчета защитного действия тяговой сети от индуктивного влияния и соотношения сопротивлений питающего и контактного проводов. Нарушение требуемого соотношения сопротивлений можно восстановить, включив в контактную сеть дополнительные сопротивления. Для этого производится секционирование контактной подвески с шунтированием мест разрывов контактной сети дополнительными сопротивлениями. Делается это в местах, определяемых при конкретном проектировании, с интервалом примерно в десять километров.

Обмотки отсасывающих трансформаторов *устройства*, кроме прочих функций, регулируют требуемое соотношение токов контактного и питающего проводов. Эти обмотки имеют значительно большее по сравнению с *прототипом* реактивное сопротивление $Z_{от}$ и рассчитываются на прохождение тока I только одного электровоза. Ток I на порядок меньше тока в обмотках отсасывающих трансформаторов *прототипа*, значение которого примерно равно результирующему току тяговой подстанции. Сопротивление обмоток отсасывающих трансформаторов *прототипа* рассчитывается с учетом обеспечения «отсоса» токов из рельсов на длине одной секции, протяженность которой колеблется в пределах 1,5—5 км. В *устройстве* сопротивление обмоток отсасывающих трансформаторов рассчитывается с учетом обеспечения «отсоса» от места нахождения отсасывающего трансформатора до тяговой подстанции. что может быть на порядок больше длины секции *прототипа*. Чем больше длина участка «отсоса» тяговых токов, тем больше индуктивное сопротивление обмоток отсасывающих трансформаторов. Индуктивное сопротивление обмоток отсасывающих трансформаторов *устройства* на порядок больше в сравнении с *прототипом*.

Сказанное выше позволяет объяснить принцип регулировки отсасывающими трансформаторами требуемого соотношения токов питающего и контактного проводов. При нарушении соотношения сопротивлений питающего и контактного проводов возрастает ток, стремящийся перейти из питающего провода в контактный. Увеличение тока обмоток отсасывающих трансформаторов вызывает увеличение потерь электроэнергии и повышает ЭДС индуктивности на обмотках трансформатора, что препятствует поступлению тока из питающего провода в контактный. В результате тяговые токи из питающего провода в контактный будут поступать через обмотки отсасывающих трансформаторов только на той секции, где находится электровоз, ибо $Z_{от} \ll Z_п$, где $Z_п$, Ом/км — индуктивное сопротивление питающего провода.

Тяговое и нетяговое электроснабжение с нейтрализацией индуктивного влияния. Такое электроснабжение можно получить, сочленив *устройство* с трехфазной трехпроводной линией электропередачи. В результате создается система тягового электроснабжения с отсасывающими трансформаторами (рис. 4), представляющая со-

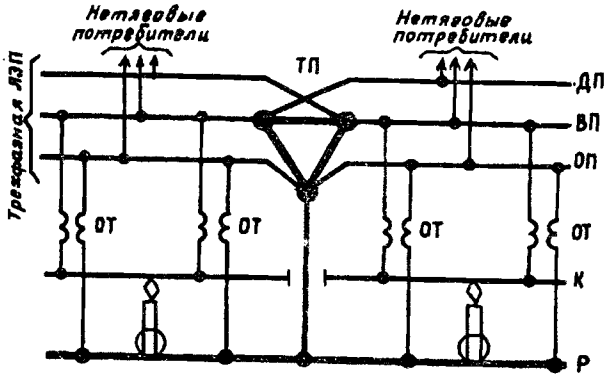


Рис. 4. Система тягового и нетягового электроснабжения с отсасывающими трансформаторами

бой тяговую сеть с отсасывающими трансформаторами со сплошной контактной подвеской и трехфазной линией электропитания. Трехфазная трехпроводная линия подвешивается на опорах контактной сети. Она обеспечивает питание тяговых и нетяговых потребителей электроэнергии. Возможность создания такой системы кроется в особой схеме включения отсасывающих трансформаторов *устройства*, позволяющей совместить электропитание тяговых и нетяговых потребителей, а также выполнить сплошную контактную подвеску.

Система тягового и нетягового электроснабжения с отсасывающими трансформаторами содержит: тяговую подстанцию с трехфазным питающим трансформатором, трехфазную трехпроводную линию, контактную подвеску, рельсы и отсасывающие трансформаторы. На опорах контактной сети подвешивается четыре провода: три для линии электропитания и один для контактной подвески.

В рассматриваемой системе и системах ДПР КРД, а также *устройстве* [4] тягового электроснабжения переменного тока одна из фаз трехфазной питающей линии используется для электроснабжения тяговых и нетяговых потребителей электроэнергии. Такое совмещение создает предпосылку зависимости уровня напряжения у нетяговых потребителей от потерь в линейных проводах при прохождении тока тяговой нагрузки. Нейтрализация этой зависимости в системе ДПР

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

достигается путем подвески двух дополнительных проводов, а в *устройстве* [4] — посредством регулируемых реактивных сопротивлений.

В рассматриваемой системе нейтрализация зависимости уровня напряжения нетяговых потребителей при изменении тяговой нагрузки происходит за счет отказа от использования контактного провода и рельсов в качестве проводника тока при электропитании нетяговых потребителей. Кроме того, нетяговые потребители включаются через обмотки трехфазных отсасывающих трансформаторов. Отсасывающие трансформаторы в тяговой сети обладают значительной кинетической энергией и при резком изменении тяговой нагрузки служат демпфирующим (сглаживающим) устройство, нейтрализующим зависимость уровня напряжения у нетяговых потребителей от потерь, создаваемых тяговыми токами. Трехфазные отсасывающие трансформаторы выравнивают токи фаз. Таким образом, обмотки отсасывающих трансформаторов выполняют функции индуктивных стабилизационных сопротивлений уровня напряжения нетяговых потребителей.

На рис. 4 проводам линии электропитания присвоены обозначения ВП, ОП и ДП. Нетяговые потребители подключены ко всем трем проводам. Электровоз на секции получает питание по контактному проводу от двух смежных отсасывающих трансформаторов. В отличие от *прототипа* (рис. 1) при прохождении электровозов через пункты подключения отсасывающих трансформаторов не происходит замыкания обмоток этих трансформаторов, обладающих большой электрической кинетической энергией, являющейся источником электрических дуг. Расстояния между отсасывающими трансформаторами определяются при конкретном проектировании в зависимости от требуемого уменьшения индуктивного влияния и пропускной способности железной дороги.

На рис. 5 приведена схема подвески контактного провода *К* и трехфазной линии электропитания с проводами *ВП*, *ОП* и *ДП*. Обратный провод *ОП* целесообразно разместить в нижней части подвески, так как он по отношению к земле (рельсам) имеет пониженную изоляцию. Такое расположение проводов уменьшает высоту контактной опоры.

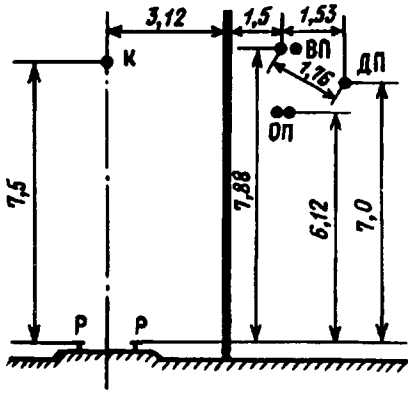


Рис. 5. Схема подвески контактного провода *К* и трехфазной линии электропитания с проводами *ВП*, *ОП* и *ДП*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Розанов В.А.** Исследование эффективности тяговых сетей электрических железных дорог. — Электричество, 1991, № 6. с. 22—27.

2. **Павлов И.В.** Отсасывающие трансформаторы в тяговых сетях переменного тока. М.: Транспорт, 1965.

3. **Розанов В.А.** Устройство для электроснабжения железных дорог переменного тока. Государственный комитет СССР по делам изобретений и открытий, описание изобретений № SU 1071475 А, 1981 г. Опубл. в БИ, 1984, № 5.

4. **А.с. 1505804.** Устройство тягового электроснабжения переменного тока/ Б.И. Косарев, В.С. Азаров, А.В. Фролов и др. Опубл. в БИ, 1989, № 33.

[26.02.92]

*Автор: **Розанов Валерий Алексеевич** окончил факультет электропроводной связи Московского института связи в 1940 г. Работал начальником отдела и главным специалистом института «Трансэлектропроект», в настоящее время на пенсии.*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Об уточнении понятий «комплексная проводимость» и «комплексная мощность»*

ГОРЮНОВ Ю.П., СМОЛОВИК С.В.

Проанализированы подходы, обуславливающие появление различных комбинаций знаков реактивных проводимостей и мощностей при расчете установившихся режимов электрических цепей и электроэнергетических систем. Сформулирована система уточнений, позволяющая получить единые для теории переменных токов и теории синхронных машин понятия реактивных параметров схемы и режима, не противоречащие аксиомам линейного векторного пространства и алгебре комплексных чисел.

The paper presents an analysis of the approaches leading to the different combinations of the signs of the imaginary part of admittance and reactive power in calculation of the networks and electrical power systems steady-state performance. More precise definitions are recommended giving the uniform both for the alternative current and synchronous machines theory notions which do not contradict the axioms of the vector linear space as well as the complex numbers algebra.

Теория электрических цепей как фундаментальная дисциплина электротехнического образования сложилась более шестидесяти лет назад. Тем не менее, в ней до сих пор нет общепринятых определений таких широко применяемых понятий как «комплексная проводимость» и «комплексная мощность». В расчетной практике это приводит к нескольким системам математических моделей, отличающихся знаками реактивных составляющих проводимостей и мощностей. Неоднозначность этих параметров в силу ряда причин обуславливает существенные неудобства для специалистов, занимающихся изучением процессов в электроэнергетических системах (ЭЭС).

Во-первых, при расчетах установившихся режимов ЭЭС активные и реактивные мощности генераторов и нагрузок задаются в виде исходных данных. Поэтому необходимость применять выражения, определяющие связь токов в ветвях и напряжений в узлах с активными и реактивными мощностями, возникает уже на начальной стадии расчетов. При изменении знаков реактивных мощностей меняется вид расчетных выражений и появляются различия в толковании понятий индуктивной и емкостной мощностей.

Во-вторых, результаты расчетов установившихся режимов ЭЭС, в свою очередь, часто становятся исходной информацией для исследования процессов в синхронных машинах, устройствах автоматического регулирования их возбуждения и моментов вращающих их турбин или приводимых ими в движение механизмов. При этом математические модели для расчетов установившихся режимов и переходных процессов и программы для ЭВМ, разработанные на их основе, для электрической сети, синхронной машины и систем автоматики могут использовать различные понятия одних и тех же величин. Разный выбор знаков реактивных мощностей оказывается в этом случае эквивалентным рассмотрению уравнений синхронной машины без связи с уравнениями сети переменного тока и приводит к возникновению противоречий между физическим смыслом некоторых величин и их математической интерпретацией.

Попытки «исправить» расхождения между физическим смыслом и численными результатами расчетов приводят к отказу от принятых в математике обозначений комплексных чисел и направлений осей координат. Этой проблеме была посвящена дискуссия в журнале «Электричество» [1—3]. Несмотря на то что с тех прошло более двадцати лет, вопросы, поднятые в дискуссии, остаются актуальными и сегодня. Нам представляется, что разрешению этих противоречий могло бы способствовать уточнение некоторых понятий теории электрических цепей и их математического описания, что и является целью данной статьи.

Комплексные величины — «векторы» и «невекторы». Для расчетов установившихся режимов ЭЭС широко используется комплексный (или символический) метод, являющийся одним из способов получения частных решений систем неоднородных линейных дифференциальных уравнений, составленных на основе законов Кирхгофа, для цепей, в которых протекают процессы, описываемые гармоническими функциями времени. Как известно, он включает следующие положения.

1. Синусоидальные функции времени $a = A_m \sin\psi_A$ (здесь $\psi_A = \omega t + \psi_{A0}$), которыми являются ЭДС, напряжения, токи, изображаются с помощью комплексных чисел:

$$\underline{A} = A_m e^{j\psi_A} = A_m \cos\psi_A + jA_m \sin\psi_A = A' + jA''. \quad (1)$$

2. Все уравнения, описывающие процессы в электрической цепи, заменяются алгебраическими уравнениями, содержащими комплексы, изображающие заданные и искомые гармонические функции времени, их производные и интегралы.

* В порядке обсуждения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

3. Выполняется решение полученных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами.

4. При необходимости осуществляется переход от изображений к оригиналам — гармоническим функциям.

Однако помимо величин, являющихся синусоидальными функциями времени, в комплексном методе комплексными числами изображаются также и величины, не зависящие от времени (комплексные сопротивления и проводимости и комплексные мощности), к которым существует исторически сложившееся неоднозначное отношение.

Основоположники российских научных школ теоретических основ электротехники (ТОЭ), вводя в инженерную практику символический метод, справедливо полагали «комплексное число, определяемое концом вектора, проведенного из начала (координат), символом, изображающим данный вектор» ([4], с. 113). Однако при этом векторами считалось только те комплексные числа, которые изображали гармонически изменяющиеся во времени величины. Характерно замечание В.Ф. Миткевича о комплексе полного сопротивления: «...по физической природе это не вектор, а функция параметров электрической цепи, не зависящая от времени» ([4], с. 118). Аналогичный подход при введении символического метода можно проследить и в [5].

Хотя и сегодня имеется много сторонников разделения комплексных величин на «векторы» и «невекторы» в зависимости от свойств физических величин, которые этими комплексными числами изображаются, от такой точки зрения, являющейся, на наш взгляд, одной из главных причин рассматриваемых разногласий, целесообразно отказаться по следующим причинам.

Во-первых, такое разделение ведет к смешиванию математических и физических понятий, что приводит к недоразумениям.

Во-вторых, в алгебре комплексных чисел каждое комплексное число изоморфно (соответствует взаимно однозначно) вектору в двумерном пространстве (на комплексной плоскости).

Вторая причина требует более подробного рассмотрения с экскурсом в область основных понятий высшей алгебры.

Поскольку в законе Ома, используемом в комплексном методе, операндами являются комплексные величины, часть которых традиционно считается «векторами», а часть «невекторами», возникает необходимость в таких операциях как «умножение (или деление) вектора на комплексное число» (см. например [4], с. 115—116), что, на наш взгляд некорректно по следующим соображениям.

Известно [6], что поле (в алгебраическом смысле этого слова) комплексных чисел над полем вещественных чисел образует алгебру и что алгебра есть одновременно кольцо и линейное векторное пространство с естественным согласованием кольцевого умножения и векторных действий.

Линейным векторным пространством является множество K над полем P, определяемое следующими аксиомами [7].

А. Определен закон, согласно которому выполняется операция сложения: $c=a+b$, $\{a,b,c\}\in K$.

При этом имеют место:

1) коммутативность сложения: $a+b=b+a$, $\{a,b\}\in K$;

2) ассоциативность сложения: $a+(b+c)=(a+b)+c$, $\{a,b,c\}\in K$;

3) существует единственный элемент $0\in K$, такой, что $a+0=a$ для любого $a\in K$;

4) для каждого $a\neq 0$ существует единственный противоположный элемент $-a$, такой, что $a+(-a)=0$.

В. Определен закон для умножения элемента множества K на число из поля P: $\alpha a=b$, $\alpha\in P$, $\{a,b\}\in K$.

При этом:

1) имеет место ассоциативность умножения элемента множества на число: $\alpha(\beta a)=(\alpha\beta)a$, $\{\alpha,\beta\}\in P$, $a\in K$;

2) в поле P имеется единственный единичный элемент 1, такой, что $1a=a$ для любого $a\in K$.

С. Определена связь операций сложения и умножения.

При этом имеют место:

1) дистрибутивность умножения на число относительно сложения элементов множества: $\alpha(a+b)=\alpha a+\alpha b$, $\alpha\in P$, $\{a,b\}\in K$;

2) дистрибутивность умножения на элемент множества относительно сложения чисел: $(\alpha+\beta)a=\alpha a+\beta a$, $\{\alpha,\beta\}\in P$, $a\in K$.

С помощью базиса линейного векторного пространства выполнение операций над элементами этого пространства K сводится к операциям над числами из поля P, что практически целесообразно, так как числа из поля P имеют более простую структуру, чем элементы множества K.

В то же время полем называется множество K, связь между элементами которого определяется следующими аксиомами.

А'. Определена операция сложения: $c=a+b$, $\{a,b,c\}\in K$.

При этом:

1) $a+b=b+a$ (коммутативность сложения);

2) $a+(b+c)=(a+b)+c$ (ассоциативность сложения);

3) существует единственный элемент $0\in K$, такой, что $a+0=a$ для любого $a\in K$;

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

4) для каждого $a \neq 0$ существует единственный противоположный элемент $-a$, такой, что $a+(-a)=0$.

B′. Определена операция умножения: $c=ab$, $\{a,b,c\} \in K$.

При этом:

1) $ab=ba$ (коммутативность умножения);

2) $a(bc)=(ab)c$ (ассоциативность умножения);

3) существует единственный единичный элемент $1 \in K$, такой, что $1a=a$ для любого $a \in K$;

4) для любого $a \neq 0$ существует единственный обратный элемент a^{-1}, такой, что $aa^{-1}=1$.

C′. Определена связь операций умножения и сложения: $(a+b)c=ac+bc$ (умножение дистрибутивно относительно сложения).

Поскольку поле является частным случаем кольца и отличается от него тем, что в кольце не действуют аксиомы B′1), B′3) и B′4), линейное пространство и поле образуют алгебру, которая базируется на всех аксиомах A, B, C, A′, B′, C′.

Анализ этих аксиом применительно к случаю, когда элементами множества K являются комплексные числа, а элементами поля P — вещественные числа, показывает, что все комплексные числа являются одновременно и элементами линейного векторного пространства (векторами) и *никаких комплексных чисел, не являющихся векторами* («невекторов»), *этими аксиомами не предусматривается.*

С другой стороны, если в алгебру комплексных чисел ввести операцию умножения вектора на комплексное число, то потребуется заменить в аксиомах B и C поле P вещественных чисел полем комплексных чисел. Формально такая замена возможна, но при этом возникает новая алгебра комплексных чисел уже над полем комплексных, а не вещественных чисел. В ней исчезает возможность построения векторных диаграмм, поскольку для них должна быть использована такая координатная система, по осям которой откладываются комплексные числа, а это невозможно.

Кроме того, эффективный аппарат, сводящий выполнение операций над элементами пространства K к операциям над числами поля P, имеющими более простую структуру, в данном случае отсутствует, так как и элементы множества K, и числа из поля P оказываются комплексными числами.

Таким образом получаем уточнение первое. *Все комплексные величины, используемые в теории переменных токов, независимо от их физической сущности следует понимать одновременно и как векторы в двумерном линейном пространстве (на комплексной плоскости), и как элементы поля комплексных чисел, для которых определена операция умножения, выполняемая по правилам умножения комплексных чисел. Причем наличие единичного и обратных элементов эквивалентно наличию операции, обратной умножению, которая в данном случае выполняется по правилам деления комплексных чисел.*

Знак реактивной проводимости. В подавляющем большинстве учебников по курсу ТОЭ комплексные проводимости вводятся с помощью деления комплексных чисел следующим образом:

$$\underline{y}=I/U=Ie^{j\psi_i}/Ue^{j\psi_4}=ye^{j(\psi_i-\psi_u)}=ye^{-j\psi}=$$

$$=y\cos\varphi - jy\sin\varphi = g - jb\,. \qquad (2)$$

Такой способ введения комплексной проводимости содержит допущения, которые вызывают возражения.

1. Вместо аргумента комплексной проводимости ψ_y в (2) используется функция от разности фаз напряжения и тока ($\psi_y=f(\varphi)=-\varphi$), которая при определении комплексной проводимости произвольно заменяется самой разностью фаз ($\varphi=\psi_u-\psi_i$), в результате чего и получается сопряженное комплексное число.

2. Представление комплексной проводимости в форме сопряженного комплексного числа $y=g-jb$ противоречит форме записи комплексных чисел (1), принятой в комплексном методе.

3. Появление подмножества комплексных чисел вида $g-jb$ требует их специального учета и преобразования, особенно при использовании ЭВМ и алгоритмических языков, допускающих применение операций с комплексными числами.

Выходом из этих противоречий является точное следование формам записи комплексных чисел согласно (1) при определении комплексных сопротивлений и проводимостей:

$$\underline{z}=\underline{U}/\underline{I}=Ue^{j\psi_u}/Ie^{j\psi_i}=ze^{j\psi_z}=z\cos\psi_z + jz\sin\psi_z=r+jx, \quad (3)$$

где $z=U/I$, $\psi_z=\psi_u-\psi_i$, а также

$$\underline{y}=\underline{I}/\underline{U}=Ie^{j\psi_i}/Ue^{j\psi_u}=ye^{j\psi_y}=y\cos\psi_y + jy\sin\psi_y=g+jb, \quad (4)$$

где $y=I/U$, $\psi_y=\psi_i-\psi_u$.

Расположение векторов сопротивления и проводимости, соответствующих (3) и (4), и их составляющих показано на рис. 1. Очевидно, что при токе, отстающем по фазе от напряжения ($\psi_z>0$ и $\psi_y<0$), $x>0$ и $b<0$, а при токе, опережающем по фазе напряжение ($\psi_z<0$ и $\psi_y>0$), $x<0$ и $b>0$. При этом в пассивных электрических цепях $-\pi/2 \leq \psi_z/2$ и $-\pi/2 \leq \psi_y \leq \pi/2$. (По причинам, которые будут поняты из дальнейшего изложения, мы временно отказываемся от использования угла φ, являющегося разностью фаз напряжения и тока).

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

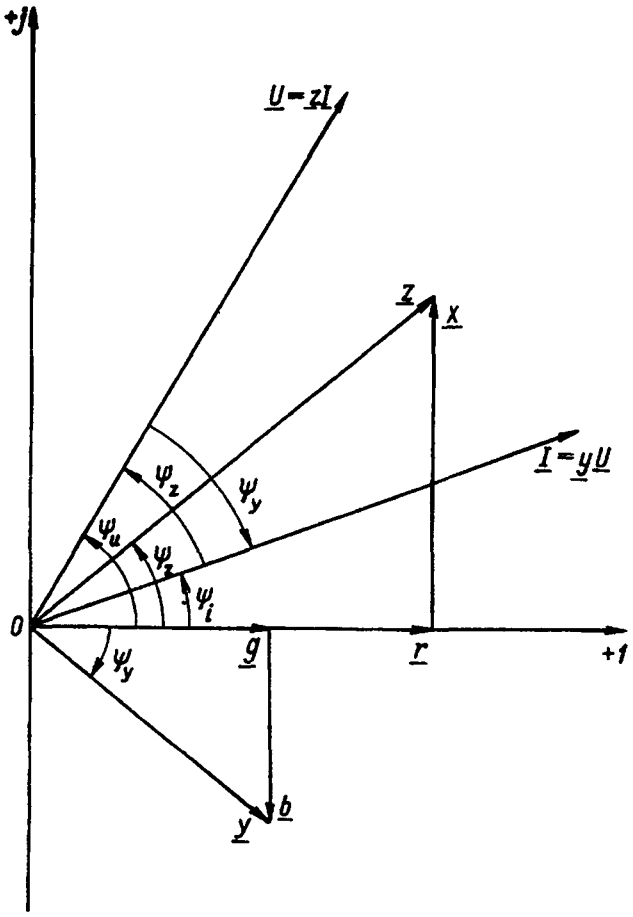


Рис. 1. Векторная диаграмма с вращающимися векторами напряжения и тока и неподвижными векторами сопротивлений и проводимостей

Заметим также, что запись реактивной проводимости в форме (4) появляется не только в многочисленных работах, посвященных расчету режимов электрических цепей и ЭЭС, но и в вузовских курсах теории электрических цепей [8], [9], что свидетельствует о целесообразности ее использования вместо (2).

Из сказанного вытекает уточнение второе. *Все комплексные величины, используемые в теории переменных токов* (в том числе и проводимости), *следует записывать в форме (1), в которой аргумент ψ_A не должен автоматически заменяться сдвигом фаз φ между напряжением и током с последующей «компенсацией» знака перед мнимыми составляющими.*

Следующее уточнение тесно связано с предыдущим и касается знаков индуктивных и емкостных проводимостей.

Общепризнано, что параметры пассивной линейной электрической цепи, такие как активное сопротивление r и активная проводимость g, индуктивность L и емкость C всегда считаются неотрицательными. Поскольку их значения определяются физическими свойствами материалов и геометрическими размерами конструкций, их неотрицательность не вызывает возражений. В то же время знаки таких реактивных параметров, как сопротивления $x=\pm\sqrt{z^2-r^2}$ и проводимости $b=\pm\sqrt{y^2-g^2}$ могут быть и положительными и отрицательными, так как они определяются не только входящими в них параметрами L и C, но и характером колебательного электромагнитного процесса в электрической цепи.

В курсах ТОЭ понятия реактивного сопротивления и реактивной проводимости вводятся при рассмотрении гармонических процессов в простейших цепях. Хотя дифференциальные уравнения, описывающие процессы, происходящие в цепях, показанных на рис. 2,

$$u_1=u_r+u_L+u_C=ri_1+L(di_1/dt)+(1/C)\int i_1\,dt; \quad (5)$$

$$i_2=i_g+i_C+i_L=gu_2+C(du_2/dt)+(1/L)\int u_2\,dt, \quad (6)$$

записаны для общего случая, их решение и определение параметров z и y выполняются для установившихся гармонических процессов, при которых $u=U_m\sin(\omega t+\psi_{u0})$ и $i=I_m\sin(\omega t+\psi_{i0})$. Поэтому определение знаков величин x и b выполним с помощью комплексного метода.

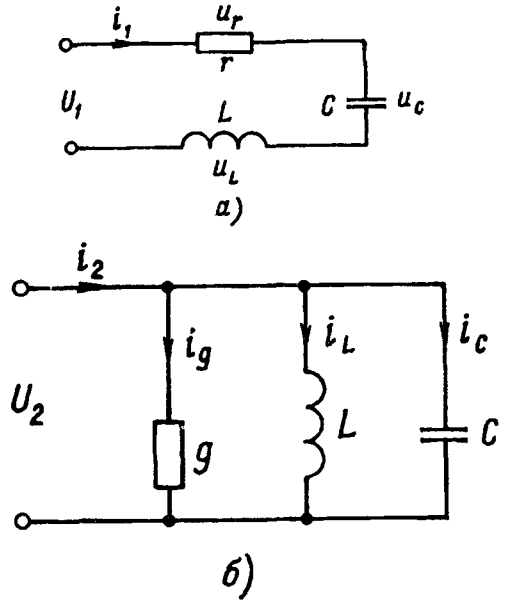


Рис. 2. Схемы простейших электрических цепей: с последовательным (*а*) и параллельным (*б*) соединением элементов

Переходя от уравнений (5) и (6) к их символическим изображениям, получаем соответственно:

$$\underline{U}_{1m}\,e^{j\omega t}=(r+j\omega L+1/(j\omega C))\,\underline{I}_{1m}\,e^{j\omega t}; \quad (7)$$

$$\underline{I}_{2m}\,e^{j\omega t}=(g+j\omega C+1/(j\omega L))\,\underline{U}_{1m}\,e^{j\omega t}. \quad (8)$$

Сохраняя принятые во всех современных кур-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

сах ТОЭ понятия активного сопротивления r, активной проводимости g, индуктивного и емкостного сопротивлений $x_L=\omega L$ и $x_C=1/(\omega C)$, индуктивной и емкостной проводимостей $b_L=1/(\omega L)$ и $b_C=\omega C$, а также реактивного сопротивления $x=x_L-x_C$, определяем из (7) и (8) комплексные сопротивление и проводимость:

$$\underline{z}=r+j\omega L+1/(j\omega C)=r+j(\omega L-1/(\omega C))=$$
$$=r+j(x_L-x_C)=r+jx; \qquad (9)$$

$$\underline{y}=g+j\omega C+1/(j\omega L)=g+j(\omega C-1/(\omega L))=$$
$$=g+j(b_C-b_L)=g+jb. \qquad (10)$$

Их показательная и тригонометрическая форма представлены в (3) и (4).

Величина реактивной проводимости $b=b_C-b_L$, полученная вследствие представления комплекса проводимости в виде $y=g+jb$, отличается от применяемой в большинстве курсов ТОЭ ($b=b_L-b_C$) своим знаком. Причем в этих курсах знаки реактивных сопротивления x и проводимости b при одном и том же значении угла сдвига φ между фазами напряженияи тока оказываются одинаковыми, что вряд ли может считаться достоинством, но неизбежно приводит к выражению $\underline{y}=g-jb$.

Следствием первого и второго уточнений является уточнение третье.

Величина реактивной проводимости должна представляться в виде $b=b_C-b_L=\omega C-1/(\omega L)$, *причем* $L\geqslant 0$, $C\geqslant 0$, $\omega\geqslant 0$.

Заметим, что запись реактивной проводимости в виде $b=b_C-b_L$ используется в [8] и [9].

Треугольники сопротивлений и проводимостей. Во многих курсах ТОЭ используется известный способ треугольников напряжений, токов, сопротивлений и проводимостей.

Для получения «треугольника проводимостей» вектор тока $\underline{I}=\underline{U}\underline{y}$ (рис. 3) раскладывают на активную $\underline{I}_a=\underline{U}\underline{g}$ и реактивную $\underline{I}_p=\underline{U}\underline{b}$ составляющие. Затем каждую из сторон этого «треугольника токов» (см. например, [10]) делят на величину U, которой придается смысл вещественного скаляра. Аналогично (рис. 4) вектор напряжения $\underline{U}=\underline{I}\underline{z}$ раскладывают на активную $\underline{U}_a=\underline{I}\underline{r}$ и реактивную $\underline{U}_p=\underline{I}\underline{x}$ составляющие и путем деления на вещественный скаляр I получают «треугольник сопротивлений».

При этом в одной части курсов ТОЭ на векторных диаграммах, соответствующих представленным на рис. 3 и 4, стороны треугольников сопротивлений и проводимостей не имеют направлений (например, [11]), а в другой направления векторов $\underline{z}$ и $\underline{y}$ на векторных диаграммах указываются, но в дальнейшем рассмотрении не

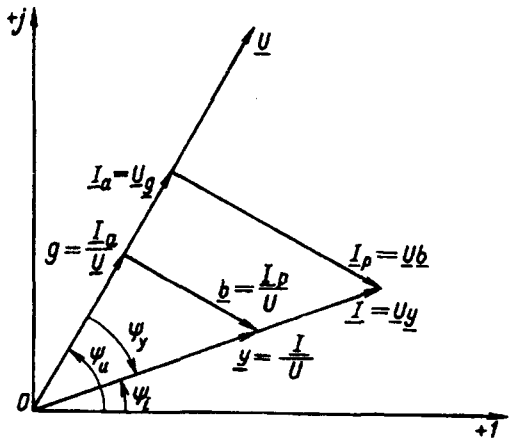


Рис. 3. Векторная диаграмма с «треугольниками» токов и проводимостей

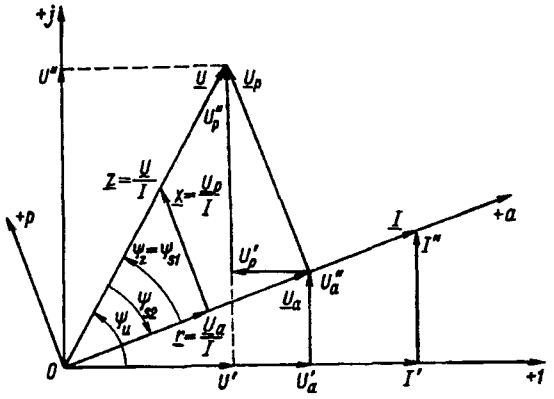


Рис. 4. Векторная диаграмма с «треугольниками» напряжений и сопротивлений и проекциями векторов тока и напряжения на оси вещественных и мнимых величин, а также с активными и реактивными составляющими

учитываются (например, [10]).

Таким образом, возникают следующие противоречия.

1. Из-за неправомерной замены вектора-делителя вещественным скаляром в результате операции деления комплексных чисел должны получиться вращающиеся с угловой скоростью ω векторы $\underline{z}$ и $\underline{y}$, совпадающие по фазе соответственно с векторами $\underline{U}$ и $\underline{I}$, что принципиально неверно.

2. Даже если по каким-то причинам и допустить такую замену, в результате деления вектора на вещественный скаляр (или, что то же самое, умножения вектора на обратную величину этого скаляра — тоже скаляр) должен быть получен именно вектор, а не комплексное число, не изоморфное вектору («невектор»).

Наличие этих противоречий создает видимость возможности произвольно выбирать знаки реак-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

тивных составляющих проводимостей и сопротивлений.

В действительности же в силу аксиом А′, В′, С′, определяющих операции над множеством комплексных чисел, такой произвол полностью исключается.

Заметим, что существует по крайней мере один курс ТОЭ [12], в котором стороны треугольников сопротивлений и проводимостей получаются как векторы путем деления комплексов напряжения и тока друг на друга.

Цель введения способа треугольников, по-видимому, состояла в том, чтобы установить связь активных и реактивных составляющих токов и напряжений с активными и реактивными составляющими проводимостей и сопротивлений эквивалентных двухполюсников, моделирующих ту или иную пассивную электрическую цепь. Такая связь устанавливается совершенно корректным способом. Для этого следует разложить вектор U на активную и реактивную составляющие и каждую из них представить в виде вещественной и мнимой составляющих (рис. 4):

$$\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_p = U_a' + jU_a'' + U_p' + jU_p''. \qquad (11)$$

Выразив комплекс полного эквивалентного сопротивления $\underline{z}_э$ через эти составляющие, а также через вещественную и мнимую части вектора $\underline{I}$ и выполнив операцию деления комплексных чисел, получим

$$\underline{z}_э = r_э + jx_э = \underline{U}/\underline{I} = \frac{(U_a'+jU_a''+U_p'+jU_p'')(I'-I'')}{(I'+I'')(I'-I'')} =$$

$$= \frac{U_a'I'+U_p'I'+U_a''I''+U_p''I''}{I} + j\,\frac{U_a''I'+U_p''I'-(U_a'I''+U_pI'')}{I}. \qquad (12)$$

Подставляя в (12) выражения для составляющих, показанных на рис. 4,

$$\left.\begin{array}{c} U_a'=U_a\cos\psi_i,\ U_p'=-U_p\sin\psi_i,\ U_a''=U_a\sin\psi_i, \\ U_p''=U_p\cos\psi_i; \\ I'=I\cos\psi_i,\ I''=I\sin\psi_i,\ U_a=U\cos\psi_z, \\ U_p=U\sin\psi_z \end{array}\right\} \qquad (13)$$

и проводя необходимые сокращения, получаем

$$\underline{z}_э=r_э+jx_э=U_a/I+jU_p/I=(U/I)\cos\psi_z+j(U/I)\sin\psi_z. \qquad (14)$$

Аналогично выражается и комплекс полной эквивалентной проводимости:

$$\underline{y}_э=g_э+jb_э=I_a/U+jI_p/U=(I/U)\cos\psi_y+j(I/U)\sin\psi_y. \qquad (15)$$

Итак, получаем уточнение четвертое. *Связь между активными и реактивными составляющими токов и напряжений и активными и реактивными проводимостями и сопротивлениями эквивалентных двухполюсников устанавливается с помощью операций над комплексными числами без некорректной замены векторов тока или напряжения скалярами, как это допускается в способе треугольников токов, напряжений, проводимостей и сопротивлений.*

Заметим, что суммы

$$U' = U_a' + U_p' \quad \text{и} \quad U'' = U_a'' + U_p'', \qquad (16)$$

в которых U_a', U_p', U_a'', U_p'' взяты из (13), дают уравнения преобразования координат вектора $\underline{U}$ из координат U_a, U_p в координаты U', U''.

Комплексная мощность. Для однофазных (и однофазных эквивалентов трехфазных) цепей она чаще всего определяется как

$$\underline{S}_1 = \underline{U}\underline{I}^* = P_1 + jQ_1, \qquad (17)$$

где $\underline{U}$ — комплекс действующего напряжения; $\underline{I}^*$ — сопряженный комплекс действующего тока; P — активная и Q — реактивная мощности.

Поскольку $\underline{S}$ можно представить и как $\underline{U}^*\underline{I}$, и как $P-jQ$, очевидно, что выражение (17) может иметь еще три разновидности:

$$\underline{S}_2 = \underline{U}^*\underline{I} = P_2 + jQ_2; \qquad (18)$$

$$\underline{S}_3 = \underline{U}\underline{I}^* = P_3 - jQ_3; \qquad (19)$$

$$\underline{S}_4 = \underline{U}^*\underline{I} = P_4 - jQ_4. \qquad (20)$$

В связи с тем что (19) и (20) противоречат (1), исключим их из рассмотрения, хотя имеются сторонники и их применения.

Формально (17) и (18) равноправны, поскольку при определении комплексной мощности главную роль играет разность фаз напряжения и тока, что и обеспечивается введением сопряженного комплекса одной из этих величин. Однако при исследованиях электрических режимов понятие «потоки реактивной мощности» непосредственно связывают с реактивным током, что имеет более глубокий физический смысл, чем привязка Q к реактивной составляющей напряжения. При наличии связи потока Q и тока I_p они должны иметь одинаковые знаки, поскольку нет причин принимать их направления противоположными.

Сравнивая выражения для комплексных мощностей (17) и (18)

$$\underline{S}_1 = S\,e^{j\psi_{s1}} = U\,e^{j\psi_u}I\,e^{-j\psi_i} = S\,e^{j(\psi_u-\psi_i)} = S\cos\psi_{s1} + jS\sin\psi_{s1} = P_1 + jQ_1; \qquad (21)$$

$$\underline{S}_2 = S\,e^{j\psi_{s2}} = U\,e^{-j\psi_u}I\,e^{j\psi_i} = S\,e^{j(\psi_i-\psi_u)} = S\cos\psi_{s2} +$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$+ jS\sin\psi_{s2} = P_2 + jQ_2\,, \qquad (22)$$

где $S=UI$, $\psi_{s1}=\psi_u-\psi_i$, $\psi_{s2}=\psi_i-\psi_u$, видим, что значения активной мощности не зависят от формы записи комплекса мощности, так как в силу четности функции косинуса $P_1=P_2$, а реактивные мощности при изменении формы записи комплексной мощности меняют свой знак на противоположный:

$$Q_1 = S\sin\psi_{s1}\,; \qquad (23)$$

$$Q_2 = S\sin\psi_{s2} = S\sin(-\psi_{s1}) = -Q_1\,. \qquad (24)$$

В настоящее время во всех курсах ТОЭ используется выражение для мощности в форме (17). Однако оно содержит в себе определенные противоречия. Чтобы выявить их, рассмотрим вопрос о связи активной $\underline{I}_a$ и реактивной $\underline{I}_p$ составляющих вектора тока $\underline{I}$ с активной P и реактивной Q составляющими комплекса мощности $\underline{S}$.

Сначала запишем комплекс мощности $\underline{S}_1$ в виде суммы произведений проекций вектора напряжения и сопряженного вектора тока на оси вещественных и мнимых величин:

$$\underline{S}_1 = \underline{U}\underline{I}^* = (U' + jU'')(I' - jI'') = U'I' + U''I'' +$$
$$+ j(U''I' - U'I'')\,, \qquad (25)$$

где согласно рис. 5

$$U' = U\cos\psi_u\,,\quad U'' = U\sin\psi_u\,,\quad I' = I\cos\psi_i\,,$$
$$I'' = I\sin\psi_i\,. \qquad (26)$$

Проекции (26) преобразуются в проекции на оси a, p (ось a совпадает по направлению с $\underline{U}$) с помощью поворота осей 1, j на угол ψ_u:

$$\left.\begin{aligned} U_a &= U'\cos\psi_u + U''\sin\psi_u = U\cos^2\psi_u + U\sin^2\psi_u = U;\\ U_p &= -U'\sin\psi_u + U''\cos\psi_u = -U\cos\psi_u\sin\psi_u +\\ &\quad + U\sin\psi_u\cos\psi_u = 0\,,\end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

а также

$$\left.\begin{aligned} I_a &= I'\cos\psi_u + I''\sin\psi_u = I\cos\psi_i\cos\psi_u +\\ &+ I\sin\psi_i\sin\psi_u = I\cos(\psi_u - \psi_i) = I\cos\psi_{s1}\,;\\ I_p &= -I'\sin\psi_u + I''\cos\psi_u = -I\cos\psi_i\sin\psi_u +\\ &+ I\sin\psi_i\cos\psi_u = -I\sin(\psi_u - \psi_i) = -I\sin\psi_{s1}\,,\end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

что полностью согласуется с рис. 5.

Для определения зависимости $\underline{S}_1$ от составляющих I_a и I_p выразим через них проекции I' и I'':

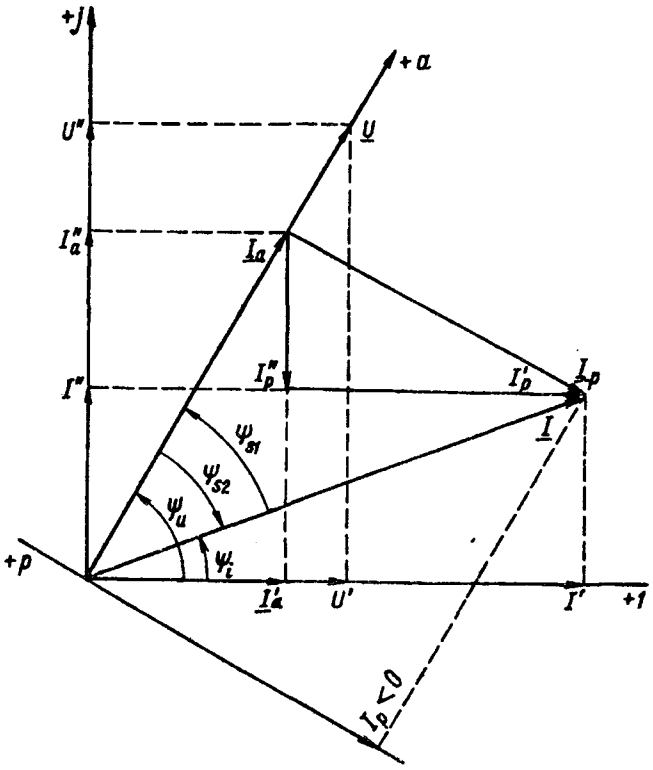


Рис. 5. Векторная диаграмма с проекциями векторов тока и напряжения на оси вещественных и мнимых, а также с активными и реактивными составляющими вектора напряжения

$$\left.\begin{aligned} I' &= I_a\cos\psi_u - I_p\sin\psi_u\,;\\ I'' &= I_a\sin\psi_u + I_p\cos\psi_u\,,\end{aligned}\right\} \qquad (29)$$

кроме того, используя (27), получим

$$\left.\begin{aligned} U' &= U_a\cos\psi_u - U_p\sin\psi_u = U\cos\psi_u\,;\\ U'' &= U_a\sin\psi_u + U_p\cos\psi_u = U\sin\psi_u\,,\end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

что совпадает с (26).

Тогда после подстановки (29) и (30) в (25) найдем

$$\underline{S}_1 = P_1 + jQ_1 = U\cos\psi_u I_a\cos\psi_u - U\cos\psi_u I_p\sin\psi_u +$$
$$+ U\sin\psi_u I_a\sin\psi_u + U\sin\psi_u I_p\cos\psi_u + j(U\sin\psi_u \times$$
$$\times I_a\cos\psi_u - U\sin\psi_u I_p\sin\psi_u - U\cos\psi_u I_a\sin\psi_u -$$
$$- U\cos\psi_u I_p\cos\psi_u) = UI_a + jU(-I_p) = UI\cos(\psi_u - \psi_i) +$$
$$+ jUI\sin(\psi_u - \psi_i)\,. \qquad (31)$$

В (31) содержится противоречие, так как поток Q_1 и ток I_p имеют разные знаки или, что то же самое, их направления противоположны.

Для случая

$$\underline{S}_2 = \underline{U}^*\,\underline{I} = P_2 + jQ_2 = UIe^{j(\psi_i - \psi_u)} = UIe^{j\psi_{s2}}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

имеем (рис. 5):

$$\underline{S}_2 = \underline{U}^* \underline{I} = \underline{U}(\underline{I}_a + \underline{I}_p) = (U' - jU'')I'_a + jI''_a + I'_p + $$
$$+ jI''_p) = I'_a U' + I'_p U' + I''_a U'' + I''_p U'' + j(I''_a U' +$$
$$+ I''_p U' - I_a U'' - I'_p U'') . \qquad (32)$$

Рассмотрим выражения составляющих I'_p и I''_p для тока I_p, приведенных на рис. 5:

$$I'_p = I_p \sin\psi_u , \quad I''_p = -I_p \cos\psi_u . \qquad (33)$$

Эти составляющие определяют отрицательное значение тока I_p. Следовательно, для нахождения значения I_p, знак которого получается с помощью вычислений, а не назначается, знаки в выражениях (33) необходимо изменить на противоположные. Поэтому в (32) следует подставить следующие выражения для составляющий:

$$I'_a = I_a \cos\psi_u ; \; I'_p = -I_p \sin\psi_u ; \; I''_a = I_a \sin\psi_u ;$$
$$I''_p = I_p \cos\psi_u ; \; U' = U\cos\psi_u ; \; U'' = U\sin\psi_u ;$$
$$I_a = I\cos\psi_{s2} ; \; I_p = I\sin\psi_{s2} . \qquad (34)$$

В итоге получим

$$\underline{S}_2 = P_2 + jQ_2 = I_a U + jI_p U = UI\cos(\psi_i + \psi_u) +$$
$$+ jUI\sin(\psi_i - \psi_u) . \qquad (35)$$

Заметим, что и здесь I'_a, I'_p, I''_a, I''_p из (34), подставленные в выражения, аналогичные (16), определят уравнения преобразования координат вектора $\underline{I}$ из координат I_a, I_p в координаты I', I''.

Из (35) видно, что реактивный ток I_p и связанный с ним поток реактивной мощности Q_2 имеют одинаковые знаки (и следовательно, одинаковое направление). Таким образом, (35) оказывается свободным от противоречия, присущего (31). Поэтому из альтернативных уравнений (17) и (18) последнее заслуживает предпочтения, как лучше отражающее физику явлений.

Принимаемое в курсах ТОЭ для комплекса мощности уравнение (17) приводит также и к тому, что величина тока $\underline{I}$ определяется не комплексом мощности $\underline{S}$, а сопряженным с ним комплексом $\underline{S}^*$:

$$\underline{I} = \underline{S}^*/\underline{U}^* = (P - jQ)/(U' - jU'') . \qquad (36)$$

В результате этого в расчетах режимов ЭЭС, для которых характерно задание в качестве исходных данных значений P и Q или P и $|U|$, комплексные мощности $\underline{S}$ заменяются сопряженными им величинами $\underline{S}^*$.

Таким образом, понятие комплекса мощности, становясь практически ненужными, из расчетов режимов ЭЭС исчезает, а вместо него применяется понятие сопряженного комплекса $\underline{S}^*$. В то же время в курсе «Электрические системы и сети» и базирующихся на нем дисциплинах понятия комплекса и сопряженного комплекса мощности существуют совместно, не внося ни ясности, ни стройности в изложение материала.

Заметим, что эта проблема существует не только для электроэнергетиков. Например, в [13] при написании уравнений баланса мощностей авторы вынуждены, записывая первый закон Кирхгофа, пользоваться не суммой токов в узле, а суммой сопряженных им величин, что не отвечает в точности формулировке используемого закона.

Поэтому получаем уточнение пятое. *Из различных выражений (17)—(20) для комплекса мощности, наиболее полно отвечающим физике процессов и принятой математической символике, является (18)*:

$$\underline{S} = \underline{U}^* \underline{I} = P + jQ = I_a U + jI_p U = UI\cos(\psi_i - \psi_u) +$$
$$+ jUI\sin(\psi_i - \psi_u) .$$

Угол сдвига между фазами напряжения и тока. Обратимся теперь к определению понятий активной, реактивной и полной мощностей в курсах ТОЭ.

Активная мощность определяется как отнесенная к длительности периода переменного тока поступающая к потребителю в течение периода T электрическая энергия, которая преобразуется в нем в другие виды энергии:

$$P = (1/T)\int_0^T ui\,dt , \qquad (37)$$

где u, i — мгновенные значения тока и напряжения, являющиеся произвольными периодическими функциями времени.

Величина P является средним значением мощности за период. В случае гармонических процессов она находится с помощью действующих значений напряжения U и тока I и угла сдвига фазы тока по отношению к фазе напряжения:

$$P = UI\cos\varphi , \qquad (38)$$

где $\varphi = \psi_u - \psi_i$.

Понятие полной мощности $S = UI$ вводится как частный случай P при отсутствии сдвига фаз напряжения и тока, а понятие реактивной мощности определяется формально, как величины, находящейся в квадратуре с активной мощ-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ностью

$$Q = \pm\sqrt{S^2 - P^2}\,, \qquad (39)$$

причем потребителям энергии, сопротивление которых имеет индуктивный характер, априорно приписывается значение $Q>0$. Поскольку у таких потребителей ток по фазе отстает от напряжения ($\varphi>0$), для них оказывается, что

$$Q = UI\sin\varphi = UI\sin(\psi_u - \psi_i)\,. \qquad (40)$$

Сопоставляя Q_2 из (35):

$$Q_2 = UI\sin\psi_{s2} = UI\sin(\psi_i - \psi_u) \qquad (41)$$

и (40), видим, что знаки величин Q_2 и Q не соответствуют друг другу. Это свидетельствует о том, что в теории переменных токов невозможно определить знак реактивной мощности независимо от угла сдвига фаз между током и напряжением, так как эти величины взаимосвязаны. Поскольку уравнению (35) и следующему из него (41) было отдано предпочтение, как лучше отвечающим физике явлений и ее математическому описанию, необходимо (40) привести в соответствие с (41). Это можно осуществить либо переопределив понятие реактивной мощности:

$$Q = UI\sin(-\varphi)\,, \qquad (42)$$

сохраняя определение угла $\varphi=\psi_u-\psi_i$, либо переопределив угол

$$\varphi = \psi_i - \psi_u \qquad (43)$$

и сохранив понятие реактивной мощности:

$$Q = UI\sin\varphi = UI\sin(\psi_i - \psi_u)\,. \qquad (44)$$

Нам представляется, что переопределение угла φ в соответствии с (43) более целесообразно, так как при этом все основные понятия теории электрических цепей (с учетом изложенных выше уточнений) сохраняются.

Это приводит к уточнению шестому, являющемуся следствием предыдущих уточнений. *Поскольку знак реактивной мощности $Q=UI\sin\varphi$ определяется знаком угла φ, этот угол, согласно изложенному выше, следует рассматривать как угол сдвига между фазой тока ψ_i и фазой напряжения ψ_u: $\varphi=\psi_i-\psi_u$.*

Некоторые следствия из предложенных уточнений. 1. Поскольку существует связь (15) между активной g и реактивной b проводимостями и активным I_a и реактивным I_p токами, а также имеется связь (35) между I_a и I_p и активной P и реактивной Q мощностями, легко устанавливается связь между P и g и между Q и b. Учитывая, что $\underline{I}=\underline{U}\underline{y}$, из (18) получаем

$$\underline{S}=P+jQ=\underline{U}^*\underline{I}=\underline{U}^*\underline{U}\underline{y}=|U|^2\underline{y}=|U|^2 g+j|U|^2 b. \qquad (45)$$

Заметим, что соотношение (45), исключительно удобное для практических расчетов, при определении комплекса мощности в соответствии с (17) не имеет места.

2. При построении векторных диаграмм есть полная свобода выбора момента времени, для которого строится векторная диаграмма или, что то же самое, выбора ориентации ее векторов относительно вещественной и мнимой осей. Не отражаясь на общности результатов исследования, удачный выбор направления векторов относительно осей координат может существенно упростить анализ, сократить вычисления, выявить скрытые закономерности.

В качестве примера такого благоприятного случая можно привести совмещение вектора напряжения $\underline{U}$ с положительным направлением оси вещественных ($\underline{U}^*=\underline{U}=U$). В этом случае имеет место совпадение составляющих тока $\underline{I}$: $I_a=I'$ и $I_p=I''$, что заметно упрощает векторную диаграмму (рис. 6) и анализ даваемых ею соотношений. Эта векторная диаграмма может быть еще более упрощена, если величины, изображенные на ней, представить в относительных единицах (при $U=1$, $I=1$ и $S=1$). Тогда на ней максимально отражается физическая связь величин, так как комплексы мощности и тока (и их составляющие) изображаются одними и теми же векторами.

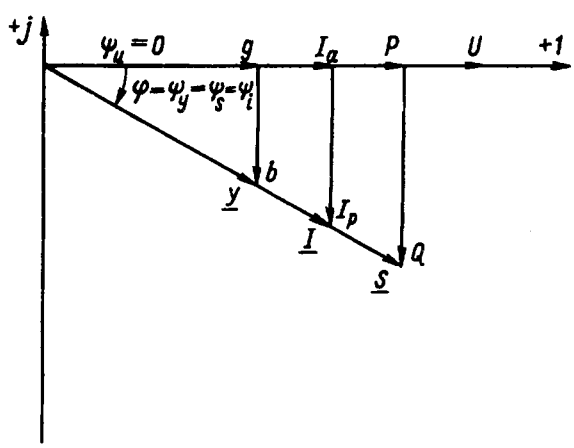


Рис. 6. Векторная диаграмма токов и мощностей (при $\psi_u=0$)

3. На рис. 1 и 6 видны полученные в (3), (4), (22) и (44) соотношения между углами $\varphi=\psi_y=\psi_s=\psi_i-\psi_u$ и $\psi_z=\psi_u-\psi_i$. Эти соотношения при

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

индуктивном токе, отстающем по фазе от напряжения ($\varphi=\psi_y=\psi_s<0$, $\psi_z>0$), приводит к тому, что в соответствии с (3), (4), (22) и (44) $b<0$, $Q<0$, $x>0$, а при емкостном токе, опережающем напряжение по фазе ($\varphi=\psi_y=\psi_s>0$, $\psi_z<0$), $b>0$, $Q>0$, $x<0$. При этом в пассивных электрических цепях углы $\varphi, \psi_y, \psi_s, \psi_z$ могут меняться в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$.

Справедливость предлагаемых уточнений в теории синхронных машин. Рассмотрим векторную диаграмму синхронного генератора (рис. 7,*а*), на которой положительное направление продольной оси d принято совпадающим с направлением потока Φ_{ad} при положительном направлении тока возбуждения, а поперечная ось q отстает от продольной на угол $\pi/2$ и совпадает с индуктируемой в обмотках статора ЭДС E_Q. Такая диаграмма, как известно, совпадает с диаграммой для участка сети, концы которого находятся под потенциалами ЭДС E_Q и напряжения U (рис. 7,*б*).

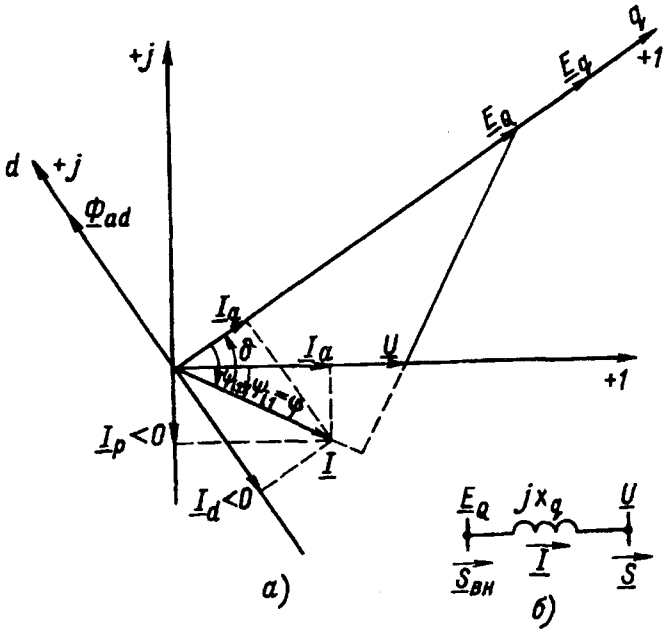


Рис. 7. Векторная диаграмма синхронной машины (*а*) и ее схема замещения (*б*)

Эту векторную диаграмму можно расположить на комплексной плоскости разными способами. Мы рассмотрим два: первый, когда направление оси вещественных величин совпадает с направлением вектора напряжения $\underline{U}$, и второй, когда оно совпадает с вектором ЭДС $\underline{E}_Q$. В первом случае комплекс тока запишется в виде $\underline{I}=I_a+jI_p$ ($I_p<0$, так как $\psi_{i1}=\varphi<0$), а комплекс мощности на шинах синхронного генератора — в виде $\underline{S}=UI_a+jUI_p$. Во втором случае комплекс тока запишется как $\underline{I}=I_q+jI_d$ ($I_d<0$, так как $\psi_{i2}=\psi_{i1}-\delta<0$), а комплекс «внутренней» мощности генератора — как $\underline{S}_{вн}=E_Q I_q+jE_Q I_d$.

Эти соотношения показывают, что ток I_q имеет физический смысл активного тока, а ток I_d — реактивного тока (на диаграмме рис. 7,*а* индуктивного) по отношению к ЭДС. Индуктивный ток создает поток реакции статора, направленный по оси d навстречу основному потоку возбуждения. Поэтому значение тока $I_d<0$ на векторной диаграмме (рис. 7,*а*) имеет вполне определенный физический смысл.

Рассмотренные соображения, касающиеся знаков реактивных параметров схемы и режима, применительно к теории синхронных машин полностью совпадают с изложенным в [3]. В ней проанализированы некорректные соотношения, возникающие в теории синхронных машин при использовании комплексных величин в формах (2), (17) и (20), а также при записи комплекса тока в виде $I=I_a-jI_p$.

Заключение. Авторы отдают себе отчет в том, что, обращая внимание на некорректные моменты в такой сложившейся области знаний, как теория электрических цепей, и предлагая изложенную систему уточнений, они затрагивают исключительно деликатную проблему, входящую в сферу интересов весьма широкого круга электриков. Эта проблема приводит к противоречиям на стыках математики и теоретической электротехники, теории электрических цепей и теории синхронных машин.

Несогласованный выход из этих противоречий создает разнобой в понятиях и математических моделях и вызывает дополнительные трудности в применении математических методов и анализе полученных с их помощью результатов. Эта, в свою очередь, приводит к осложнениям как в инженерной практике, так и в подготовке инженеров-электриков.

Мы далеки от мысли, что поднимаемую проблему можно решить публикацией одной статьи. Отягощенная многолетними традициями, она потребует для практической реализации усилий многих специалистов и в первую очередь по теоретической электротехнике. Появление учебников по теории электрических цепей [8], [9] с более строгим подходом к понятию комплексной проводимости внушает в этом отношении определенный оптимизм. Нам кажется, что до тех пор пока не достигнуто однозначное толкование понятий комплексной проводимости и комплексной мощности, целесообразно требовать, чтобы во всех публикуемых материалах, связанных с расчетами электрических режимов комплексным методом, четко указывалось, как определяются комплексы напряжения, тока, сопротивления, проводимости и мощности (как это сделано, например, в [14]), а при построении векторных диаграмм соблюдались принятые в математике направления осей

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

координат и указывались направления отсчета углов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Веретенников Л.П.** Классификация дифференциальных уравнений Горева-Парка. — Электричество, 1959, № 11.
2. **Алябьев М.И.** К вопросу о классификации и выборе методов исследования электрических машин. — Электричество, 1959, № 11.
3. **Левинштейн М.Л., Щербачев О.В.** О рациональной записи основных соотношений в теории переменных токов и теории синхронных машин. — Электричество, 1960, № 11.
4. **Миткевич В.Ф.** Теория переменных токов. — Л.: Кубуч, 1931.
5. **Круг К.А.** Основы электротехники. Теория переменных токов. Т. 2. — М; Л.: Госэнергоиздат, 1932.
6. **Фадеев Д.К.** Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.
7. **Воеводин В.В.** Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
8. **Лосев А.К.** Теория линейных электрических цепей. М.: Высшая школа, 1987.
9. **Матханов П.Н.** Основы анализа электрических цепей. — Линейные цепи. — М.: Высшая школа, 1990.
10. **Нейман Л.Р., Демирчян К.С.** Теоретические основы электротехники. Т. 1. — Л.: Энергоиздат, 1981.
11. **Бессонов Л.А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. Ч. 1. — М.: Высшая школа, 1984.
12. **Атабеков Г.И.** Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. Ч. 1. — М.: Высшая школа, 1978.
13. **Основы** теории цепей/ Г.В. Зевеке., П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
14. **Идельчик В.И.** Электрические системы и сети. — М.: Энергоатомиздат, 1989.

[24.11.92]

Авторы: ***Горюнов Юрий Павлович*** *в 1956 г. окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ, ныне Санкт-Петербургский государственный технический университет (СПбГТУ). В 1977 г. в ЛПИ защитил кандидатскую диссертацию по теме «Методы, алгоритмы и программы для исследования с помощью ЭЦВМ условий самораскачивания и качества переходных процессов в сложных электрических системах». Доцент кафедры электрических систем и сетей СПбГТУ.*

Смоловик Сергей Владимирович *в 1963 г. окончил электромеханический факультет ЛПИ. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию в СПбГТУ на тему «Методы математического моделирования переходных процессов высокоиспользованных и нетрадиционных синхронных генераторов электроэнергетической системы». Заведующий кафедрой электрических систем и сетей СПбГТУ.*

Новые интегральные операторы rot^{-1}, div^{-1}, grad^{-1}. Часть 1

ШВАБ А.И.

В настоящей работе представлены три новых интегральных оператора, которые допускают прямое интегрирование дифференциальных уравнений, содержащих дифференциальные операторы rot, div, grad, *и могут рассматриваться как дополнение набла-исчисления. Эти интегральные операторы могут быть выведены из известных дифференциальных операторов* rot, div *и* grad, *которые, в свою очередь, вытекают из уравнений Максвелла в интегральной форме как вихревая плотность и плотность «истечения», а также градиент скалярного потенциального поля. В первой части статьи приведены определения и математические обоснования новых операторов.*

This paper presents three new integral operators which allow direct integration of differential equations containing the operators rot, div, grad. They can be considered as an amendment of the Nabla Calculus. The new operators are derived from the well known differential operators rot, div and grad, related to Maxwell's equations in integral form as vortex- and source-densities and as gradient of a scalar potential field. The first part of the paper deals with the mathematical definition of the new operators.

1. Введение. Одной из наиболее частых задач в электродинамике является решение уравнений Максвелла относительно полевых векторов **E**, **H**, **D** и **B** для заданных плотностей заряда $\rho(\mathbf{r})$, тока $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ и меняющихся во времени индукций $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Так как непосредственное интегрирование уравнений поля часто оказывается очень затруднительным, применяют вспомогательные математические величины — так называемые потенциалы, которые, например в случае электрического скалярного потенциала, отличаются тем, что вначале должно быть найдено только скалярное потенциальное поле $\Phi(\mathbf{r})$, из которого затем простым дифференцированием $\mathbf{E}=-\mathrm{grad}\,\Phi$ может быть получено соответствующее векторное поле.

Возможность представления векторного поля с помощью градиента скалярного потенциального поля чаще всего обосновывается тезисами типа «...безвихревое поле **E**, характеризуемое равенством rot $\mathbf{E}=0$, ввиду rot grad $\Phi=0$ может быть представлено равенством $\mathbf{E}=-\mathrm{grad}\,\Phi$, причем от-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

рицательный знак является условностью. Если rot $\mathbf{E}=0$, то $\mathbf{E}=-\mathrm{grad}\,\Phi$ и наоборот». То, что при этом уравнение $\mathbf{E}=-\mathrm{grad}\,\Phi$ или для магнитного векторного потенциала $\mathbf{B}=\mathrm{rot}\ \mathbf{A}$ берется почти «с потолка», очень не удовлетворяет не только студентов. Новые операторы среди прочего позволяют заменить вышеприведенное словесное обоснование формальной математической методикой, что кратко показывается здесь на примере скалярного электрического потенциала $\Phi(\mathbf{r})$.

Электростатическое поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в безвихревой окрестности некоторого распределения электрических зарядов с плотностью $\rho_v(\mathbf{r})$ представляет собою чистое поле источника $\mathbf{E}(\mathbf{r})=\mathbf{E}_и(\mathbf{r})$ и к тому же безвихревое, т.е. справедливо rot $\mathbf{E}_и(\mathbf{r})=0$. Далее можно показать аналитически, что (независимо от координатной системы) образование градиента любой скалярной потенциальной функции, в том числе принадлежащей пространственному распределению зарядов $\rho_v(\mathbf{r})$ потенциальной функции $\Phi(\mathbf{r})$, и их последующее частное дифференцирование по правилу rot всегда дает нуль. Это также является естественным, потому что градиент скалярной электрической потенциальной функции всегда представляет поле источника, которое по определению не содержит вихрей.

Таким образом, справедливо

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{E}(\mathbf{r})=0 \ \text{ и } \ \mathrm{rot}\ \mathrm{grad}\ \Phi(\mathbf{r})=0. \qquad (1)$$

Если приравнять друг другу rot $\mathbf{E}(\mathbf{r})=0$ и rot grad $\Phi(\mathbf{r})=0$, что выражает тот математический и физический факт, что в одной и той же области [области определения независимой переменной $\mathbf{r}$ функций $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\Phi(\mathbf{r})$] может существовать только одно единственное связанное с потенциальным полем $\Phi(\mathbf{r})$ электрическое поле источника $\mathbf{E}_и(\mathbf{r})$, то получим

$$\mathrm{rot}\ \mathbf{E}(\mathbf{r})=\mathrm{rot}\ \mathrm{grad}\ \Phi(\mathbf{r}). \qquad (2)$$

Отмена операции rot в обеих частях дает $\mathbf{E}(\mathbf{r})=$ $=\mathrm{grad}\ \Phi(\mathbf{r})$, или

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r})=-\mathrm{grad}\ \Phi(\mathbf{r})}\,. \qquad (3)$$

Требуемый в электротехнике отрицательный знак добавляется «по определению», так как в началах учения об электричестве направление напряженности поля установлено от более высокого к более низкому потенциалу (от плюса к минусу). (В неэлектрической общей теории поля градиент указывает направление к более высокому потенциалу.) Отмену операции rot, практически с помощью умножения на оператор rot^{-1}, следует понимать в том смысле, в котором обычно при решении дифференциальных уравнений говорят об их интегрировании. Символ rot^{-1} является при определенных ограничивающих предпосылках (см. раздел 4) оператором, обратным дифференциальному оператору rot. Так как существование вихревых полей было исключено и $\mathbf{E}_и(\mathbf{r})$, как и grad $\Phi(\mathbf{r})$, являются eo ipso полями источника (кроме того, оба поля имеют одинаковые границы), результат всегда однозначен, т.е. электрическое поле источника может быть всегда представлено как градиент соответствующего скалярного поля (см. также разделы 3 и 4 и [1]).

По смыслу из несодержащего источников магнитного поля $\mathbf{B}$ может быть выведен векторный магнитный потенциал $\mathbf{A}$. Так как вращение векторной магнитной потенциальной функции всегда дает вихревое поле, которое по определению не содержит источников, то оказывается, что

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B}=0 \ \text{ и } \ \mathrm{div}\ \mathrm{rot}\ \mathbf{A}=0. \qquad (4)$$

Если приравнять друг другу div $\mathbf{B}=0$ и div rot $\mathbf{A}=0$, что опять выражает тот математический и физический факт, что в одной и той же области [области определения независимой переменной $\mathbf{r}$ функций $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{A}(\mathbf{r})$] может существовать только одно единственное связанное с потенциальным полем $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ магнитное вихревое поле $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, то получим

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B}(\mathbf{r})=\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{A}(\mathbf{r}). \qquad (5)$$

Отмена операции div в обеих частях дает

$$\boxed{\mathbf{B}(\mathbf{r})=\mathrm{rot}\ \mathbf{A}(\mathbf{r})}\,. \qquad (6)$$

2. Математическое определение операторов $\mathbf{rot}^{-1}$, $\mathbf{div}^{-1}$, и $\mathbf{grad}^{-1}$. Хотя вовсе не является необычным применять обратные операторы чисто формально, без ясного математического представления (например в квантовой электронике и ядерной физике), возможность располагать математическими определениями весьма желательна. Последние выводятся ниже.

Интегральный оператор rot^{-1}. Вначале следует еще раз на практическом примере закона электромагнитной индукции вывести определение известного дифференциального оператора rot, из которого затем получается определение нового интегрального оператора rot^{-1} [1]. Как известно, меняющийся во времени магнитный поток индукции $\mathbf{B}$ в стержне трансформаторного сердечника окружен электрическим вихревым полем напряженности $\mathbf{E}$ с замкнутыми силовыми линиями (рис. 1). Так как причиной этого вихревого поля является изменение во времени потока в стержне сердечника, трубки потока или линии $\mathbf{B}$ в маг-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

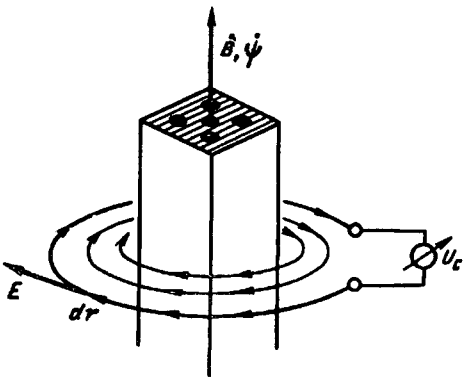


Рис. 1. Стержень трансформаторного сердечника с электрическим вихревым полем **E** и его вихрями $\dot{B}$

нитопроводе называют также вихрями электрического вихревого поля [1]. Для предотвращения образования вихревых токов вдоль линии вихревого поля трансформаторные сердечники, как известно, шихтуются.

Если перемножить в любом месте проводящего контура напряженность электрического поля **E** с линейным элементом $d\mathbf{r}$, то получим действующее вдоль $d\mathbf{r}$ напряжение $dU=\mathbf{E}d\mathbf{r}$, соответственно при интегрировании всех бесконечно малых напряжений вдоль замкнутого пути C, например отдельного витка обмотки трансформатора с площадью **A**, индуцированное в нем напряжение (называемое электродвижущей силой $\dot{U}$ или напряжением вихря), а с ним и закон электромагнитной индукции —

$$\oint_C \mathbf{E}\,d\mathbf{r} = \dot{U} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\,d\mathbf{A}. \qquad (7)$$

Интеграл $\oint_C \mathbf{E}\,d\mathbf{r}$ дает общую характеристику существующего поля **E** и области интегрирования C (граничная кривая) или **A** (площадь витка). Если мы желаем получить локальную характеристику в точке поля и понуждаем контур C стянуться вокруг точки, исчезает, к сожалению, и индуцированное напряжение $\dot{U}$. Во избежание этой проблемы рассчитывают сначала напряжение, индуцированное вдоль контура $C_{\Delta A}$ конечного элемента поверхности $\Delta\mathbf{A}$, нормальный вектор которого $\mathbf{n}_{\Delta A}$ ориентирован по направлению потока (при такой ориентации индуцированное напряжение принимает свое максимальное значение),

$$\oint_{C_{\Delta A}} \mathbf{E}\,d\mathbf{r} = -\int_{\Delta A} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\,d\mathbf{A}. \qquad (8)$$

Если отнести это напряжение к ограниченной площади $\Delta\mathbf{A}=\Delta A\mathbf{n}_{\Delta A}$ (причем деление производится только на модуль), получим отношение

$$\mathbf{n}_{\Delta A}\frac{\oint_{C_{\Delta A}} \mathbf{E}\,d\mathbf{r}}{\Delta A} = \mathbf{n}_{\Delta A}\frac{-\int_{\Delta A}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\mathbf{A}}{\Delta A}, \qquad (9)$$

которое для $\Delta A\to 0$ остается конечным.

При предельном переходе интегрирование с помощью поверхностного интеграла исключается и мы получаем с учетом $d\mathbf{A}=dA\mathbf{n}_A$ и $\mathbf{n}_A\mathbf{n}_A=1$ вихревую плотность электрического поля, также называемую rot **E**

$$\lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_{\Delta A}\frac{\oint_{C_{\Delta A}} \mathbf{E}\,d\mathbf{r}}{\Delta A} = \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_{\Delta A}\frac{-\int_{\Delta A}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}d\mathbf{A}}{\Delta A} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\mathbf{E}; \qquad (10)$$

$$\boxed{\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}}. \qquad (11)$$

На практике определяют вихревую плотность векторного поля не с помощью этого предельного перехода, а при помощи известных определений оператора rot в соответствующей координатной системе, которые сводятся к простым дифференцированиям [1].

Вышеприведенное бескоординатное определение оператора rot мы получили путем деления интегральной ЭДС $\oint_{C_{\Delta A}} \mathbf{E}\,d\mathbf{r}$ на ограниченную площадь ΔA и последующего предельного перехода. Вывод интегрального оператора rot^{-1} предполагает обращение этого процесса. Интегрирование $\oint_{C_{\Delta A}} \mathbf{E}\,d\mathbf{r}$ мы отменяем с помощью дифференциального оператора $\mathbf{n}_r\,\partial/\partial r$, а отношение к площади ΔA, стремящейся к нулю, аннулируем процессом интегрирования $\int d\mathbf{A}$, причем дифференциальный оператор $\partial/\partial r$ реализуется как операция предельного перехода. Тем самым для нового интегрального оператора получилось бы прежде всего

$$\boxed{\mathrm{rot}^{-1} := \lim_{\Delta r\to 0} \mathbf{n}_r \frac{\Delta\sum_{i=1}^{n}\int_{\Delta A_i} \cdot\, d\mathbf{A}}{\Delta r}}, \qquad (12)$$

причем $\mathbf{n}_r$ должен быть единичным вектором ориентированного в направлении обхода элемента контура $\Delta\mathbf{r}=\mathbf{n}_r\Delta r$, а три точки суть заместитель подлежащего подстановке операнда (любая вихревая плотность rot **X**). (Для простоты здесь и в дальнейшем и касательный вектор обозначается буквой **n**.) При произвольном выборе $\mathbf{n}_r$ получают компоненту вектора искомой характеристики поля, указывающую только в направлении $\Delta\mathbf{r}$. Читателю предлагается сравнить в этой связи также осуществление равенств (8) и (9).

В качестве простой проверки очевидности вышеприведенного представления применим новый

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

интегральный оператор к вихревой плотности rot **H** магнитного поля, что должно нас привести опять к напряженности магнитного поля **H**.

Прежде всего мы получаем

$$\mathrm{rot}^{-1}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \lim_{\Delta r\to 0} \mathbf{n}_r \frac{\Delta \sum_{i=1}^{n} \int_{\Delta A_i} \mathrm{rot}\,\mathbf{H}\,dA}{\Delta r}. \qquad (13)$$

С помощью правила Стокса преобразуем интеграл по поверхности в интеграл по замкнутому контуру и получим

$$\mathbf{H} = \lim_{\Delta r\to 0} \mathbf{n}_r \frac{\Delta \sum_{i=1}^{n} \oint_{C_{\Delta A_i}} \mathbf{H}\,d\mathbf{r}}{\Delta r} = \lim_{\Delta r\to 0} \mathbf{n}_r \frac{\Delta \oint_{C} \mathbf{H}\,d\mathbf{r}}{\Delta r} =$$

$$= \lim_{\Delta r\to 0} \mathbf{n}_r \frac{\int_{\Delta C} \mathbf{H}\,d\mathbf{r}}{\Delta r}, \qquad (14)$$

т.е.

$$\mathbf{H} = \lim_{\Delta r\to 0} \mathbf{n}_r \frac{\Delta \dot{U}_{\text{м}}}{\Delta r} = \mathbf{n}_r \frac{d\dot{U}_{\text{м}}}{dr}, \qquad (15)$$

причем $\dot{U}_{\text{м}}$ означает магнитное напряжение.

Здесь вначале не очень ясно, почему сумма всех магнитодвижущих сил $\dot{U}_{\text{м}\Delta A}$ частных площадей $\Delta\mathbf{A}_i$ равна полной магнитодвижущей силе $\dot{U}_{\text{м}}$ вдоль большого контура C поверхности **A** (рис. 2). При суммировании частных МДС всех

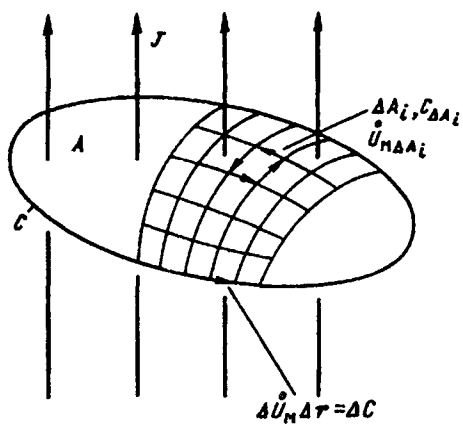


Рис. 2. К объяснению равенства $\dot{U}_{\text{м}}$ и $\sum_{i=1}^{n} \dot{U}_{\text{м}\Delta A_i}$

площадей $\Delta\mathbf{A}_i$ все вклады граничащих друг с другом отрезков обхода устраняются, так что остаются только вклады путей, которые одновременно являются частью большого контура C, что в конечном счете приводит к МДС $\dot{U}_{\text{м}}$. (При этом предполагается, что напряженность магнитного поля **H** и ее первая производная непрерывны.) Предел отношения элементарных частей МДС к элементарным частям пути по контуру прямо соответствует для $\Delta r\to 0$ определению напряженности магнитного поля.

Далее возникает вопрос, как должна быть получена элементарная МДС

$$\Delta\dot{U}_{\text{м}} = \Delta \oint_{C} \mathbf{H}\,d\mathbf{r}, \qquad (16)$$

так как контурный интеграл не дает сведений о распределении МДС вдоль контура. Однако элементарная МДС $\Delta U_{\text{м}}$ может быть указана, если определить ее из криволинейного интеграла $\int_{\Delta C} \mathbf{H}\,d\mathbf{r}$, а $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ — из магнитного векторного потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r})$,

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu}\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{A}(\mathbf{r}), \qquad (17)$$

который, в свою очередь, получается как частное решение уравнения Пуассона $\Delta\mathbf{A} = -\mu\mathbf{I}$:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \Delta^{-1}[-\mu\mathbf{I}(\mathbf{r})]. \qquad (18)$$

Здесь Δ^{-1} — известный обратный оператор Лапласа (см. раздел 3),

$$\Delta^{-1} = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{\dot{\cdot}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}\,dV_q, \qquad (19)$$

с помощью которого производится расчет скалярных и векторных потенциалов по заданным скалярным плотностям истечения, например $\Phi(\mathbf{r})$ или и $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ (векторный магнитный потенциал) по векторной вихревой плотности $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ [4]. Этот оператор позже, в разделе 3, будет рассмотрен подробно. Если заменить $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ в уравнении (17) на $\Delta^{-1}[-\mu\mathbf{I}(\mathbf{r})]$, получается

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu}\,\mathrm{rot}\,\Delta^{-1}[-\mu\mathbf{I}(\mathbf{r})] = -\,\mathrm{rot}\,\Delta^{-1}\mathbf{I}(\mathbf{r}). \qquad (20)$$

С помощью $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ из уравнения (20) может быть теперь для каждого ΔC указана элементарная МДС $\int_{\Delta C} \mathbf{H}\,d\mathbf{r}$.

Далее, из сравнения коэффициентов в уравнении (20) и законе полного тока $\mathrm{rot}\,\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{I}(\mathbf{r})$ сразу же получаем математическое определение нового интегрального оператора:

$$\boxed{\mathrm{rot}^{-1} := -\mathrm{rot}\,\Delta^{-1}}. \qquad (21)$$

Что касается однозначности этого оператора, а также появляющихся при его применении постоянных или функций интегрирования, мы сошлемся на разделы 3 и 4, а в отношении его применения — на многочисленные примеры в части 2 настоящей работы.

Интегральный оператор div^{-1}. Прежде всего

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

мы еще раз выведем известный дифференциальный оператор div и при этом будем исходить из закона Гаусса для электрического поля:

$$\oint_A \mathbf{D}\,d\mathbf{A} = \dot{\Psi} = Q. \qquad (22)$$

Этот интеграл служит характеристикой поля **D** и области интегрирования **A**. Если захотеть охарактеризовать точку поля и для этого стянуть в точку оболочку **A** (и ограниченный ею объем), окруженный заряд тоже устремится к нулю. Во избежание этой проблемы сначала рассчитывают поток через замкнутую поверхность $\Delta\dot{\Psi}$ малого элемента объема с огибающей поверхностью ΔA и относят этот поток к объему ΔV:

$$\frac{\oint_{\Delta A} \mathbf{D}\,d\mathbf{A}}{\Delta V} = \frac{\Delta\dot{\Psi}}{\Delta V}. \qquad (23)$$

Это отношение остается при $\Delta V \to 0$ конечным, предельное же значение есть плотность заряда, или плотность истечения, называемая также дивергенцией div **D** векторного поля,

$$\lim_{\Delta V\to 0} \frac{\oint_{\Delta A} \mathbf{D}\,d\mathbf{A}}{\Delta V} = \lim_{\Delta V\to 0} \frac{\Delta\dot{\Psi}}{\Delta V} = \rho = \operatorname{div}\mathbf{D}. \qquad (24)$$

Для определения обратного интегрального оператора div^{-1} мы и здесь снова будем исходить из бескоординатного представления оператора div. Представление плотности истечения через отношение полученного как интеграл потока через замкнутую поверхность к малому элементу объема требует для обратного оператора суммирования всех элементов объема с помощью объемного интеграла и обращения процесса интегрирования для потока через замкнутую поверхность с помощью производной. Последнее мы опять можем реализовать не прямо, а только через предельный переход. Таким образом, для нового интегрального оператора получилось бы вначале выражение

$$\boxed{\operatorname{div}^{-1} := \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_A \frac{\Delta\sum_{i=1}^{n} \int_{\Delta V_i} \therefore dV}{\Delta A}}, \qquad (25)$$

причем вектор $\mathbf{n}_A$ должен указывать в направлении потока, а три точки суть заместитель подлежащего подстановке операнда (плотность истечения div **X**). При любом выборе $\mathbf{n}_A$ соответственно получается только одна компонента вектора искомой характеристики поля.

В качестве простой проверки очевидности этого определения применим новый интегральный оператор к div **D**, что должно нас привести опять к электрической плотности потока:

$$\operatorname{div}^{-1}\operatorname{div}\mathbf{D} = \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_A \frac{\Delta\sum_{i=1}^{n} \int_{\Delta V_i} \operatorname{div}\mathbf{D}\,dV}{\Delta A}.$$

С помощью правила Гаусса преобразуем объемный интеграл в интеграл по замкнутой поверхности:

$$\mathbf{D} = \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_A \frac{\Delta\sum_{i=1}^{n} \oint_{\Delta V_i} \mathbf{D}\,dA}{\Delta A} = \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_A \frac{\Delta \oint_A \mathbf{D}\,dA}{\Delta A} =$$

$$= \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_A \frac{\int_{\Delta A} \mathbf{D}\,dA}{\Delta A}, \qquad (26)$$

т.е.

$$\mathbf{D} = \lim_{\Delta A\to 0} \mathbf{n}_A \frac{\Delta\dot{\Psi}}{\Delta A} = \mathbf{n}_A \frac{d\Psi}{dA}. \qquad (27)$$

И здесь вначале сразу не ясно, почему сумма всех потоков $\dot{\Psi}_{\Delta V_i}$ через оболочки частичных объемов ΔV_i равна полному потоку $\dot{\Psi}$ через большую огибающую поверхность **A** (рис. 3).

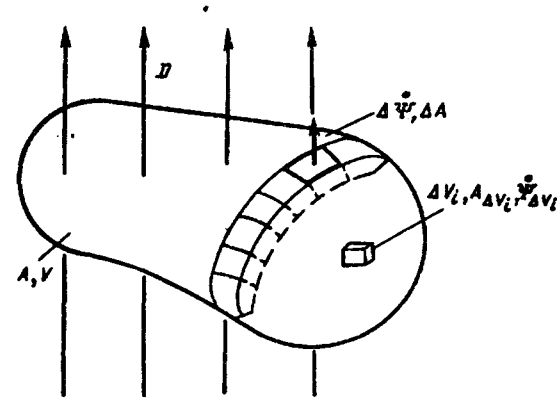


Рис. 3. К объяснению равенства $\dot{\Psi}$ и $\sum_{i=1}^{n} \dot{\Psi}_{\Delta V_i}$

При суммировании частичных потоков всех объемов ΔV_i вклады граничащих друг с другом оболочек устраняются, так что остаются только вклады поверхностей, которые одновременно являются частью большой оболочки **A** [5]. (При этом предполагается, что плотность потока **D** и ее первая производная непрерывны.)

Далее возникает вопрос, как должен быть получен элементарный поток

$$\Delta\dot{\Psi} = \Delta \oint_A \mathbf{D}\,d\mathbf{A}$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

в уравнении (27), так как интеграл по замкнутой поверхности не дает сведений о распределении потока через оболочку по поверхности. Однако элементарный поток $\Delta\Psi$ может быть указан, если определить его из поверхностного интеграла $\int_{\Delta A} \mathbf{D}\,dA$, а $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ — из электрического скалярного потенциала

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon\,\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\varepsilon\,\mathrm{grad}\,\Phi(\mathbf{r}), \qquad (28)$$

который, в свою очередь, получается как частное решение уравнения Пуассона $\Delta\Phi = -\rho/\varepsilon$ [3]:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Delta^{-1}(-\rho(\mathbf{r})/\varepsilon) \text{ при } \Delta^{-1} = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{\therefore}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}\,dV_q. \qquad (29)$$

Если заменить $\Phi(\mathbf{r})$ в уравнении (28) на $\Delta^{-1}(-\rho(\mathbf{r})/\varepsilon)$, электрическая плотность потока получается как

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = -\varepsilon\,\mathrm{grad}\,\Delta^{-1}(-\rho(\mathbf{r})/\varepsilon = \mathrm{grad}\,\Delta^{-1}\rho(\mathbf{r}). \qquad (30)$$

Отсюда после сравнения с коэффициентами правила для потока через замкнутую поверхность в дифференциальной форме [div $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})$] непосредственно получается математическое определение нового интегрального оператора:

$$\boxed{\mathrm{div}^{-1} := \mathrm{grad}\,\Delta^{-1}}. \qquad (31)$$

Что касается неоднозначности этого оператора, а также появляющихся при его применении постоянных или функций интегрирования, мы сошлемся на разделы 3 и 4, а в отношении его применения — на многочисленные примеры в части 2 настоящей статьи.

Интегральный оператор grad^{-1}. По аналогии с вышеприведенными соображениями для интегрального оператора grad^{-1} имеем

$$\boxed{\mathrm{grad}^{-1} := \int d\mathbf{r}}. \qquad (32)$$

Например, применяя этот обратный оператор к напряженности электрического поля, определенной как градиент скалярного поля $\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\,\Phi$,

$$\int \mathbf{E}\,d\mathbf{r} = \mathrm{grad}^{-1}(-\mathrm{grad}\,\Phi),$$

получаем без обходного пути соответствующую потенциальную функцию

$$\Phi = -\int \mathbf{E}\,d\mathbf{r}. \qquad (33)$$

В отношении однозначности этого оператора, а также появляющихся при его применении постоянных и функций интегрирования читатель отсылается к разделам 3 и 4.

3. **Обратный оператор Лапласа Δ^{-1}.** Как известно, потенциальная функция $\Phi(\mathbf{r})$, смотря по выбору, может быть представлена в неявной форме — как зависимая переменная дифференциального уравнения (уравнения Пуассона), или в явной форме — как зависимая переменная с помощью интеграла Кулона, например

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = -\rho(\mathbf{r})/\varepsilon \text{ или } \Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}_q)/\varepsilon}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}\,dV_q. \qquad (34)$$

Сравнение обоих уравнений дает определение оператора Δ^{-1}, обратного известному оператору Лапласа Δ [1, 3, 4]:

$$\Delta^{-1} = -\frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\therefore}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}\,dV_q, \qquad (35)$$

в котором три точки суть заместитель операнда.

Примененный к уравнению Пуассона $\Delta\Phi(\mathbf{r}) = -\rho(\mathbf{r})/\varepsilon$

$$\Delta^{-1}\Delta\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}_q)/\varepsilon}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}\,dV_q, \qquad (36)$$

он сразу приводит к решению $\Phi(\mathbf{r})$ — правое выражение уравнений (34) (интеграл Кулона).

В отношении однозначности решения, получаемого с этим интегралом, можно установить следующее.

Решение однозначно в неограниченном пространстве, оно соответствует частному решению уравнения $\Delta\Phi(\mathbf{r}) = -\rho(\mathbf{r})/\varepsilon$. В этом случае однородное дифуравнение $\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$ имеет тривиальное решение $\Phi = 0$.

Решение также однозначно для ограниченного пространства (если, например, ограничить электроды некоторыми контурами). Только в качестве $\rho(\mathbf{r})$ нужно подставить фактически существующую плотность заряда, которая описывает также распределение зарядов на границах. Так делают, например, при так называемых интегральных способах численного расчета полей. Они вначале дают пространственное распределение заряда $\rho(\mathbf{r})$, учитывающее существование границ, либо дискретное точечное распределение зарядов $Q(\mathbf{r})$, из которого затем с помощью интеграла Кулона определяется $\Phi(\mathbf{r})$.

Эта однозначность оператора Δ^{-1} основана на том факте, что в уравнении (35) стоит не неопределенный, а определенный интеграл (интеграл по объему), пределы интегрирования которого уже учитывают существование возможных границ, следовательно, постоянные или функции интегрирования вовсе не появляются вначале. Так же, как в анализе при определении численного значения определенного интеграла получается однозначное число без постоянных интегрирования,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

так и обратный оператор Лапласа в функциональном анализе выполняет однозначное отображение, при условии, что распределение заряда на границах известно. Другими словами, он является функционалом (функцией функции), который описывает связь между независимой переменной $\rho(\mathbf{r})$ и зависимой переменной $\Phi(\mathbf{r})$.

При классическом, аналитическом решении уравнения Пуассона для краевой задачи должны находиться естественно как частное, так и общее решения. На практике при комплексной электростатической краевой задаче задаются, например, пространственная плотность заряда $\rho(\mathbf{r})$ и контуры электродов (края), которые находятся на известных потенциалах (краевые условия). Аналитическое решение уравнения Пуассона дает тогда (через $\rho(\mathbf{r})/\varepsilon$) частное решение $\Phi_{\text{р}}(\mathbf{r})$, решение однородного уравнения Лапласа $\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$ — общее решение $\Phi_{\text{н}}(\mathbf{r})$. В таком случае наложение обоих частных решений определяет полную потенциальную функцию

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi_{\text{н}}(\mathbf{r}) + \Phi_{\text{р}}(\mathbf{r}).$$

Если возмущающая функция $\rho(\mathbf{r})/\varepsilon$ учитывает наряду со свободным распределением зарядов также распределение зарядов на краях, т.е.

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_{\text{св}}(\mathbf{r}) + \rho_{\text{кр}}(\mathbf{r}),$$

и оно известно (например, как при численном расчете полей), то однородное уравнение Лапласа $\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$ имеет только нулевое решение $\Phi_{\text{н}}(\mathbf{r})$. Соответственно уравнение Пуассона дает частное решение $\Phi_{\text{р}}(\mathbf{r})=\Phi_{\text{св}}(\mathbf{r}) + \Phi_{\text{кр}}(\mathbf{r})$, которое из-за $\Phi(\mathbf{r})=0$ идентично полному решению [4]:

$$\Phi(\mathbf{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int\limits_V [\rho_{\text{св}}(\mathbf{r}_q) + \rho_{\text{кр}}(\mathbf{r}_q)]\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|^{-1}\,dV_q.$$

Понятия зависимая переменная $\Phi(\mathbf{r})$ и независимая переменная $\rho(\mathbf{r})$ справедливы здесь в смысле функционального анализа, который воспринимает функции с общей областью определения как элементы функциональных пространств. Их можно, как при классическом анализе, снова подставлять в качестве независимых или зависимых переменных в отображения или функции (однозначные отображения), которые у метрических функциональных пространств называются также операторами.

4. Об однозначности решений, полученных с применением новых интегральных операторов.

Как вначале уже упоминалось, главная задача электродинамики состоит в определении электрических и магнитных полей путем интегрирования их вихревых плотностей и плотностей истечения, например rot **E** или div **D**. Решение этой задачи во многих отношениях сравнимо с нахождением особой первообразной функции

$$F(x) = \int f(x)\,dx - C_v \qquad (37)$$

функции $f(x)$. Для одномерной задачи $\mathbf{E}(x)$ в плоском конденсаторе отличия практически не существует. Однако обращение с функциями нескольких независимых переменных, например $\mathbf{E}(x,y,z)$, сводится к интегрированию дифференциальных уравнений в частных производных и требует несравнимо больших усилий. Как известно, общее решение линейного, однородного дифференциального уравнения, такого как rot $\mathbf{E}=0$ или div $\mathbf{B}=0$, содержит бесконечно много вариантов, которые при одномерных задачах отличаются постоянной интегрирования, при многомерных — функциями. Если же речь идет о неоднородном дифференциальном уравнении, то его общее решение состоит из частного (особого) решения и общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения, которые должны быть определены отдельно.

Со ссылкой на рассуждения, сделанные в конце предыдущего раздела, новые операторы rot^{-1}, div^{-1} в отношении краевых условий в неограниченном пространстве однозначны и в ограниченном пространстве (краевая задача) тоже однозначны, если в качестве операндов подставляются плотности истечения и вихревые плотности всего пространства, включая края. Если же заряды на границах неизвестны, обратный оператор Лапласа однозначен по меньшей мере в отношении частного решения.

Однако у полных векторных полей возникает еще дополнительная проблема однозначности.

Пусть требуется найти полное согласно фундаментальному положению векторного анализа состоящее из компонент истечения и вихревой неограниченное электрическое векторное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})=\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})$ с плотностью истечения $\text{div}\,\mathbf{E}(\mathbf{r})=\rho(\mathbf{r})/\varepsilon$ и вихревой плотностью rot $\mathbf{E}=-\mathbf{B}$. Применение div^{-1} к плотности истечения div $\mathbf{E}=\rho/\varepsilon$ дает

$$\text{div}^{-1}\,\text{div}\,\mathbf{E} = \mathbf{E} = \text{grad}\,\Delta^{-1}\frac{\rho}{\varepsilon} + \mathbf{C}_{\text{в}}(\mathbf{r}). \qquad (38)$$

Первый член правой части приводит к искомому полю источника $\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r})$, второй член $\mathbf{C}_{\text{в}}(\mathbf{r})$ является так называемой функцией интегрирования, которая учитывает существование вихревой составляющей поля $\mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})$, не обнаруживаемой более после образования плотности истечения общего векторного поля (div $\mathbf{E}=0$). В нашем случае $\mathbf{C}_{\text{в}}(\mathbf{r})$ как раз соответствует вихревой составляющей поля $\mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})$.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

С помощью обратного оператора Лапласа в соответствии с разделом 3 получаем в конце концов

$$\boxed{\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\frac{1}{4\pi\varepsilon}\int\frac{\rho(\mathbf{r}_q)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}dV_q + \mathbf{C}_{\text{в}}(\mathbf{r})}\,. \qquad (39)$$

Функция интегрирования $\mathbf{C}_{\text{в}}(\mathbf{r})$ может быть определена только в том случае, если задана также вихревая плотность $\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\dot{\mathbf{B}}$. Из нее получаем с помощью обратного оператора rot^{-1}

$$\operatorname{rot}^{-1}\operatorname{rot}\mathbf{E} = \mathbf{E} = -\operatorname{rot}\Delta^{-1}(-\dot{\mathbf{B}}) + \mathbf{C}_{\text{и}}(\mathbf{r})\,, \qquad (40)$$

или с помощью обратного оператора Лапласа —

$$\boxed{\mathbf{E} = -\operatorname{rot}\frac{1}{4\pi}\int\frac{\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{r}_q)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}dV_q + \mathbf{C}_{\text{и}}(\mathbf{r})}\,. \qquad (41)$$

Здесь первый член правой части выражения представляет искомое вихревое поле $\mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})$, в то время как функция интегрирования $\mathbf{C}_{\text{и}}(\mathbf{r})$ теперь соответствует составляющей поля источника $\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r})$, которая при образовании вихревой плотности векторного поля вынужденно исчезает $[\operatorname{rot}\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r})=0]$ и поэтому при интегрировании снова должна быть добавлена.

В данном случае полного векторного поля существуют обе функции интегрирования и мы получаем полное решение путем сложения уравнений (38) и (40):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})\,. \qquad (42)$$

Если речь идет eo ipso о безвихревых областях ($\operatorname{rot}\mathbf{E}=0$), т.е. ищется только чистое поле источника $\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r})$, из заданной плотности истечения $\operatorname{div}\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r})=\rho(\mathbf{r})/\varepsilon$ получаем непосредственно:

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{и}}(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\operatorname{grad}\int\frac{\operatorname{div}\mathbf{E}_{\text{и}}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}dV_q = \\ &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\operatorname{grad}\int\frac{\rho(\mathbf{r}_q)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}dV_q\,.\end{aligned}} \qquad (43)$$

Постоянная интегрирования $\mathbf{C}(\mathbf{r})$ здесь отсутствует.

Если речь идет eo ipso об областях без источников ($\operatorname{div}\mathbf{E}=0$), т.е. ищется чисто вихревое поле $\mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})$, из заданной вихревой плотности $\operatorname{rot}\mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r})=-\dot{\mathbf{B}}$ непосредственно следует

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{в}}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi}\operatorname{rot}\int\frac{\operatorname{rot}\mathbf{E}_{\text{в}}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}dV_q = \\ &= -\frac{1}{4\pi}\operatorname{rot}\int\frac{\dot{\mathbf{B}}(\mathbf{r}_q)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_q|}dV_q\,.\end{aligned}} \qquad (44)$$

Здесь не появляется постоянная интегрирования $\mathbf{C}_{\text{и}}(\mathbf{r})$.

Обобщая, можно установить, что существование дополнительного поля источника или вихревого поля не ограничивает однозначность операторов, если eo ipso должен быть определен только тот или другой вид векторного поля, соответственно применяются оба оператора. Часто в рассматриваемой области существует либо только поле источника, либо вихревое поле, что обычно отражается указаниями типа «В области без источников справедливо...». В последнем очень часто встречающемся случае рассматриваемая здесь дополнительная проблематика однозначности отпадает полностью.

Понятия оператор и обратный оператор (обычно характеризуемый показателем степени «–1») строго применяются в математике только для однозначно обратимых отображений. Исключения получаются, например, у преобразования Лапласа, обращение которого L^{-1} не обязательно однозначно, так как одной и той же функции изображения могут принадлежать несколько функций-оригиналов. Однако эта многозначность тривиальна, если добиться однозначности eo ipso с помощью определенных предположений.

Таким же образом можно и здесь достичь однозначности, поскольку, как уже упоминалось, многие практические задачи eo ipso ограничиваются исключительно полями источников или вихревыми полями, а заряды и вихри на границах в принципе могут предполагаться известными (они всегда могут быть определены численно с требуемой для практики точностью с помощью методов дискретизации), иными словами, краевые задачи при отсутствии границ в основном могут сводиться к ньютоновским. Это не означает, что новые операторы в будущем сделают ненужным решение краевых задач.

Правильность и отсутствие противоречий в полученных до сих пор с новыми интегральными операторами многочисленных результатах говорят, по мнению автора, в пользу описанной методики, которая в остальном обнаруживает черты, родственные обоснованию введения операционного исчисления по Хевисайду.

Наконец, представленные здесь интегральные операторы совсем не столь новы, как полагают вначале, потому что они уже содержатся в вышерассмотренном фундаментальном законе векторного анализа, представленном в форме теоремы Гельмгольца [6].

Автор благодарит г-на А.Хорнберга, а также г-на доктора Ф.Имо за ценные советы по данной тематике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Schwab A.** Begriffswelt der Feldtheorie, 4. — Berlin, New York, Heidelberg: Springer, 1993.
2. **Schwab A.** Field Theory Concepts, I. engl.— Berlin, New York, Heidelberg: Springer, 1993.
3. **Wunsch G., Schulz H.-G.** Elektromagnetische Felder.— Berlin: VEB Technik, 1989.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ДИСКУССИИ

К анализу формул для расчета электромагнитных сил, действующих на магнетики

ЦЫБУЛЕВСКИЙ Ф.И.

*Указываются физические условия, обеспечивающие сплошность магнитных свойств **магнетика** и возможность введения его макроскопической **модели** по **Амперу**. Эти условия выполняются, в частности, для поликристаллических **ферромагнетиков**. Предложенная Е.Л. Львовым «микроскопическая модель» не позволяет рассматривать ферромагнетик как сплошную среду и, по-видимому, непригодна для описания пространственного распределения **электромагнитных сил**. Результат известного эксперимента по измерению момента электромагнитных сил удовлетворительно совпадает с данными расчета для модели магнетика по Амперу.*

The physical conditions ensuring the continuous magnetic properties of the magnetic substance and a possibility of Ampere's macroscopic model introduction are shown. The conditions are fulfilled specifically for the polycrystalline ferromagnetic substances. «Microscopic» model proposed by E.L. L'vov does not allow to consider a magnetic substance as a continuous medium and is evidently unacceptable for the representation of the spatial distribution of electromagnetic forces. The results of the known experiment on measuring the electromagnetic force torque coincide satisfactorily with calculation results on Ampere's model of the magnetic substance.

Достаточно подробно соображения автора по рассматриваемому вопросу приведены в [1]. Для проверки рекомендуемых в [1] формул воспользуемся опубликованными в литературе экспериментальными данными. При этом наиболее удачным по замыслу и исполнению представляется эксперимент по измерению скручивающего момента в сердечнике индуктора [2,3]. Представления, на которых базируется отстаиваемая автором точка зрения [1], общепризнаны в современной физике [4—8]. Коротко повторим их.

Возбудителями магнитного поля в ферромагнетиках являются квантово-спиновые эффекты «поведения» электронов, сводящиеся к так называемым молекулярным токам. Явление намагниченности ферромагнетика реализуется дискретно, в отдельных объемах — микрокристаллах или доменах. Намагниченность внутри домена практически постоянна, и молекулярные токи можно считать распределенными по поверхности доменов. Граница между доменами внутри сплошного поликристаллического ферромагнетика не образуют гладких поверхностей макроскопических размеров. При однородности характеристик материала магнетика последнее условие, с одной стороны, обусловливает непрерывность поля вектора намагниченности $\bar{M}$, получаемой усреднением магнитного момента по физически бесконечно малому объему, а с другой стороны, исключает существование настила молекулярных токов на макроскопическом участке гладкой поверхности внутри сплошного объема магнетика. Соответственно, появление настила молекулярных токов на макроскопическом участке гладкой поверхности внутри магнетика возможно при нарушении сплошности среды на этой поверхности — существовании бесконечно малого зазора из вакуума, или при скачке магнитных свойств [1].

Согласно изложенным представлениям физически бесконечно малый объем, ограниченный гладкими поверхностями, будет содержать элемент тока намагниченности, отражающего суммарное действие молекулярных токов этого объема, с плотностью

4. **Bronstein — Semendjajew.** Taschenbuch der Matematik, 25. — Moskau: Nauka; Stuttgart—Leipzig: Teubner, Thun; Frankfurt: Harri Deutsch, 1991.
5. **Johnk C.T.A.** Engineering Electromagnetic Fields and Waves. — New York: J.Wiley, 1975.
6. **Lehner G.** Elektromagnetische Feldtheorie. — Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona: Springer, 1990.

[22.06.93]

*Автор: **Шваб Адольф И.** окончил электротехнический факультет университета г. Карлсруэ (Германия) в 1961 г. Ученую степень доктора получил в 1963 г. в Карлсруэ при защите диссертации по теме «О временах нарастания импульсов коронного разряда в искровом промежутке «острие—пластина». Вторую ученую степень получил в 1971 г. в Карлсруэ, защитив диссертацию по теме «Измерения на высоких напряжениях». Профессор, руководитель Института электроэнергетических систем и техники высоких напряжений университета г. Карлсруэ. Одновременно является руководителем Немецкого исследовательского центра концерна ABB Германия.*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

$$\bar{J}_M = \operatorname{rot} \bar{M}. \qquad (1)$$

На поверхности разрыва $\bar{M}$ правая часть (1) заменяется на поверхностный ротор [4, 1]. Соотношение (1) общепринято при учете влияния магнетика на поле магнитной индукции. Для исключения логического противоречия именно эта же плотность тока (1) должна использоваться и при определении сил, действующих согласно закону Ампера на магнетик в магнитном поле. При этом несомненно имеет место существенно неравномерное распределение электромагнитных сил (ЭМС) по физически бесконечно малому объему магнетика, но учет этого фактора выходит за рамки представлений сплошной среды.

Замена магнетика токами намагниченности плотности (1), кстати подробно обоснованная в [4], и составляет модель магнетика по Амперу [3, 9]. Модели магнетика по Амперу соответствуют записанные через натяжения следующие формулы для результирующих ЭМС [10, 11, 1] и вращающего момента относительно произвольной точки u [1], действующих на некоторый объем v, ограниченный поверхностью s,

$$\bar{F}_v = \frac{1}{\mu_0} \int_s \left[\frac{1}{2} (B_n^2 - B_\tau^2) \bar{n} + B_n \bar{B}_\tau \right] ds; \qquad (2)$$

$$\bar{N}_{vu} = \frac{1}{\mu_0} \int_s \left[\bar{r}_{su} \left[\frac{1}{2} (B_n^2 - B_\tau^2) \bar{n} + B_n \bar{B}_\tau \right] \right] ds, \qquad (3)$$

где $\bar{n}$ — орт внешней нормали к поверхности s; $B_n, \bar{B}_\tau$ — соответственно проекция на нормаль и тангенциальная составляющая индукции на поверхности s; $\bar{r}_{su}$ — радиус-вектор, направленный из точки u к элементу ds. В [12—14] считается, что применение закона Ампера к плотности тока (1) не отражает действительного распределения ЭМС по объему магнетика, поэтому формула (2) пригода лишь для всего объема магнитного тела, а формула (3) вообще недействительна. Для получения правильных результатов в [12] предложено свое представление о физической структуре магнетика, названное его микроскопической моделью.

В микромодели магнетик гипотетически разрезается на произвольно выделяемые трубки поля $\bar{M}$ с бесконечно тонкими слоями вакуума между ними, а затем магнетик каждой обособленной трубки известнам способом замещается поверхностными и объемными токами намагниченности. На поверхности тела образуется, таким образом, слой тока намагниченности. Внутри трубок предполагаются и объемные токи проводимости. Величины $\bar{B}$ и $\bar{M}$ при этом получаются непрерывными только внутри обособленной трубки $\bar{M}$, а в зазорах между трубками претерпевают разрывы. Сила, действующая на элемент длины обособленной трубки, ограниченный ее поперечными сечениями, вычисляется по закону Ампера для токов данного элементарного объема и затем выражается через величины поля в магнетике внутри трубки.

Здесь следует согласиться с указанием Е.Л. Львова, что замечание о невозможности введения понятия трубки $\bar{M}$ для нелинейного магнетика, высказанное в [1], ошибочно. Тем не менее, микромодель магнетика нельзя считать физически обоснованной, а полученные для нее выражения — аналитически корректными и достаточными для практики.

В действительности в магнетике нет разделенных слоями вакуума трубок $\bar{M}$, как это полагается в микромодели. Произвольное же конструирование физической структуры магнетика вовсе не может служить базой для получения «представления об истинном распределении объемных и поверхностных сил», как это ожидается от микромодели в [14]. В [12] как обязательное условие принимается, что поверхность некоторого выделяемого внутреннего объема тела должна быть ступенчатой — касаться обособленных трубок поля $\bar{M}$ или пересекать их под прямым углом. Поэтому в качестве структурного элемента объема рассматривается элемент обособленной трубки $\bar{M}$, ограниченный близкими ее поперечными сечениями, и для него вычисляется плотность ЭМС.

Однако отмеченная взаимообусловленность между поверхностью выделяемого внутреннего объема магнетика и поверхностями обособленных трубок $\bar{M}$ не имеет физических оснований, и вполне правомерно выделение объема произвольной формы. В частности, при сохранении указанного ранее ступенчатого объема и ином выборе всех обособленных трубок $\bar{M}$ поверхность этого объема уже не будет иметь участков боковых поверхностей обособленных трубок $\bar{M}$. Тогда в качестве структурного элемента объема надо будет принять область, содержащую участки соприкасающихся поверхностей соседних обособленных трубок $\bar{M}$ с прилегающими внутренними объемами. Легко видеть, что как объемные плотности, так и результирующие ЭМС в обоих случаях будут разными. Иначе говоря, принятая в микромодели дискретизация магнетика не только не соответствует действительной физической картине, но и не позволяет рассматривать магнетик как сплошную среду, что с учетом произвольности выбора обособленных трубок $\bar{M}$ порождает неоднозначность в величине силы, действующий на некоторый внутренний объем магнетика.

Укажем еще несколько погрешностей теории микромодели магнетика. Хотя в [12] и утверждается, что рассматривается общий случай, когда связь между векторами $\bar{H}$ и $\bar{M}$ произвольна,

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

однако при получении (35) и, естественно, последующих выражений (41), (49) принято

$$\operatorname{div} \overline{B}_{\text{ср}}^{(\text{т})} = \mu_0 \operatorname{div}(\overline{H} + \overline{M}/2) = 0\,, \qquad (4)$$

что обеспечивается при постоянной по объему магнитной проницаемости и не выполняется для магнитно-мягких нелинейных магнетиков. Далее, выражение (41) нельзя рассматривать как объемную плотность ЭМС вообще, так как оно относится не к произвольному элементу объема, а к участку обособленной трубки $\overline{M}$, ограниченному ее поперечными сечениями. В частности, (41) неприменимо для прилегающих к поверхности тела косоугольных (в [12] — треугольных) частей обособленных трубок M. Поэтому распространение поверхностного интеграла (49), полученного для ступенчатой поверхности, состоящей из боковых поверхностей и поперечных сечений обособленных трубок $\overline{M}$, на поверхность тела неправомерно. Действительно, при отсутствии внутри магнитного тела скачка магнитных свойств силы, действующие на поверхностные токи всех обособленных трубок тела, взаимно уничтожатся. Тогда для вычисления результирующей полного внутреннего объема тела без слоя поверхностного тока намагниченности надо учесть лишь силы, приложенные к объемным токам. Полученная таким образом результирующая выразится формулой (2), которая не совпадает с формулой (49) из [12], даже если отнести последнюю к поверхности тела. Этот же результат можно подтвердить и аналитически с помощью формул из [12]. Полагая проницаемость μ постоянной для всего объема магнитного тела, что обеспечивает выполнение условия (4) и непрерывность $\overline{B}$ при переходе от трубки к трубке, выражение (49) из [12] можно записать в виде

$$\overline{f}_{vsп} = \frac{1}{\mu_0} \int\limits_{s_т} \left[\frac{1}{2}(B_n^2 - B_\tau^2)\,\overline{n} + B_n \overline{B}_\tau \right] ds +$$

$$+ \frac{\mu^2 - \mu_0^2}{2\mu_0 \mu^2} \int\limits_{s_т} (B_\tau^2\,\overline{n} - B_n \overline{B}_\tau)\, ds\,. \qquad (5)$$

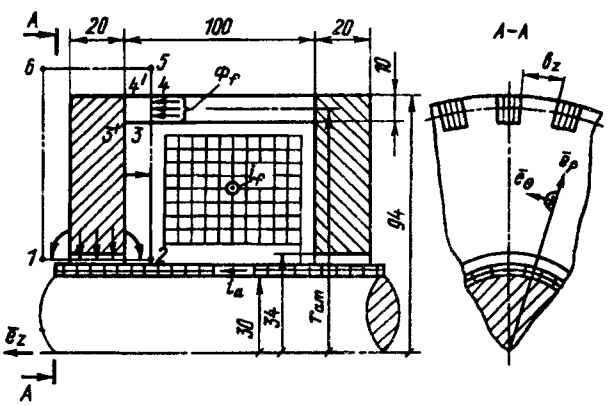
Первый интеграл в (5) совпадает по форме с (2). Второй же интеграл в (5) ввиду коллинеарности в данном случае векторов $\overline{B}$ и $\overline{M}$ обратится в нуль для всех поперечных сечений трубок и будет отличным от нуля лишь на боковых поверхностях трубок. Плотность силы на боковой поверхности обособленной трубки согласно (33) и (38) из [12] составит

$$\overline{f}_{ds} = \frac{\mu^2 - \mu_0^2}{2\mu_0 \mu^2} (B_\tau^2\,\overline{n} - B_n \overline{B}_\tau)\,. \qquad (6)$$

Записывая на основе (6) выражения для сил, действующих на боковые поверхности всех косоугольных частей обособленных трубок и складывая их со вторым интегралом в (5), с учетом противоположности нормалей для $s_т$ и для боковых поверхностей косоугольных частей получим нуль. Сила же, действующая на внутренний объем косоугольной части трубки, обусловливается объемными токами намагниченности и проводимости и выразится в виде поверхностного интеграла, аналогичного (2). Складывая такие поверхностные интегралы для всех косоугольных частей трубок с первым интегралом в (5), придем как и ранее, к формуле (2).

Так как в общем случае (41) из [12] не выражает объемной плотности ЭМС, то теряет смысл тензор натяжений с компонентами (47). Соответственно ранее изложенному ошибочна и формула (51) из [12].

Для микромодели магнетика вообще не записаны выражения для моментов сил, действующих на элементарный внутренний или прилегающий к границе тела объем магнетика. Соответственно не получены и выражения для вычисления моментов сил макрообъемов — магнитного тела и произвольной части магнитного тела. К серьезным недостаткам теории микромодели магнетика следует отнести и отсутствие требования непрерывности величин $\overline{B}$, $\overline{M}$ при переходе от трубки к трубке в процессе получения выражения (49).



Эскиз макета униполярной машины постоянного тока

Произведем расчет электромагнитного вращающего момента для условий эксперимента, описанного в [2]. На рисунке схематически показана конструкция макета униполярной машины постоянного тока и даны основные размеры. Магнитная система индуктора состоит из двух массивных дисков, соединенных между собой ярмом, которое составлено из пакетов пластин электротехнической стали. В опыте измерялся момент скручивания одного диска относительно другого. Соответственно, требуется вычислить момент ЭМС относительно оси z, действующих в замкнутом объеме, который получается вращением прямоугольника *1—2—5—6—1* вокруг

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

оси z.

Для момента сил относительно оси z объема v, получаемого вращением произвольной плоской фигуры вокруг оси z, на основе (3) и [8] в цилиндрической системе координат (см. рисунок) можно записать

$$\overline{N}_{vz} = \overline{e}_z \frac{1}{\mu_0} \int_s \rho B_n B_\vartheta \, ds . \qquad (7)$$

Магнитная проницаемость ферромагнетиков сохраняется в опыте много большей проницаемости вакуума [2]. Ток i_f обуславливает суммарный поток в ярме Φ_f, замыкающийся через поверхности *1—2* и *2—3*. Ток i_a создает магнитное поле с силовыми линиями в виде окружностей (в окрестностях пакетов ярма окружности несколько искажаются), плоскости которых нормальны оси z. На поверхностях *4—5*, *5—6* и *6—1* нормальные составляющие индукции практически равны нулю, и поэтому моменты относительно оси z от натяжений на них согласно (7) также равны нулю. Ненулевыми будут моменты относительно оси z от натяжений на поверхностях *1—2*, *2—3* и *3—4*.

Индукцию, совпадающую по направлению с $\overline{e}_\vartheta$, практически будет создавать лишь ток i_a, и для точек, расположенных на поверхностях *1—2* и *2—3*, имеем

$$B_\vartheta = \mu_0 i_a / 2\pi\rho . \qquad (8)$$

Если поверхность *3—4* удалена от поверхности диска не менее чем примерно на величину b_z расстояния между соседними пакетами (см. рисунок), чтобы не учитывать краевой эффект в месте входа пакетов в диск, а число пакетов c_p достаточно велико и их размер в направлении $\overline{e}_\rho$ мал, то можно записать

$$B_{3.4\vartheta} \approx i_a / [c_p b_p / \mu + (2\pi r_{am} - c_p b_p / \mu_0] =$$

$$= \mu_0 i_a / \{2\pi r_{am} [1 - (c_p b_p / 2\pi r_{am})(1 - \mu_0/\mu)]\}, \qquad (9)$$

где b_p — толщина стали одного пакета в направлении $\overline{e}_\vartheta$; μ — средняя магнитная проницаемость пакета в сечении *3—4*; r_{am} — средний радиус ярма (см. рисунок). Принимая

$$\int_{1.2.3} B_n \, ds = \Phi_f ,$$

на основании выражений (7)—(9) для момента относительно оси z, действующего на объем *1—2—3—4—5—6—1*, получаем

$$\overline{N}_{1.2.5.6z} \approx -\overline{e}_z \frac{i_a \Phi_f}{2\pi} \cdot \frac{(c_p b_p / 2\pi r_{am})(1 - \mu_0/\mu)}{1 - (c_p b_p / 2\pi r_{am})(1 - \mu_0/\mu)} , \qquad (10)$$

где μ берется для сечения *3—4* пакетов ярма.

Момент (10) в

$$\frac{1 - (c_p b_p / 2\pi r_{am})(1 - \mu_0/\mu)}{(c_p b_p / 2\pi r_{am})(1 - \mu_0/\mu)} (\mu/\mu_0 - 1)$$

раз меньше, чем результат расчета в [2].

Отличие обусловлено тем, что в [2] при расчете не учтен электромагнитный момент, действующий в магнитном поле на токи намагниченности, распределенные на участках поверхности диска *3'—4'* между пакетами ярма и на поверхностях пакетов вблизи их входа в диск. Этот момент противоположен моменту от токов намагниченности на внутренней цилиндрической поверхности диска. Конечно, магнитное поле и поверхностные токи в области входа пакетов ярма в диск могут быть рассчитаны только численно. Однако анализ приближенных картин, созданных токами i_a и i_f линий токов намагниченности и линий индукции в рассматриваемой области, которым, однако, не будем утруждать читателей, подтверждает высказанные соображения. Использование же натяжений и выбор поверхности, охватывающей диск и прилегающие к нему части пакетов, позволили получить достаточно обоснованный результат, не производя трудоемких численных расчетов поля.

Нетрудно убедиться, что на участки пакетов, расположенные правее поверхности *3—4*, электромагнитный момент не действует.

При $c_p b_p / 2\pi r_{am} = 1$ выражение (10) совпадает с полученным в [2] для сплошного ферромагнитного ярма.

Если же выделенный объем является плоскомеридианным магнитным телом [1], то при полной плоскомеридианной симметрии конструкции макета (при замене ярма из макетов сплошной трубой) для поверхности такого объема везде будет выполняться (8), и согласно (7) электромагнитный момент относительно оси z для этого объема будет равен нулю. Для произвольной же части плоскомеридианного магнитного тела момент нулю не равен.

Очевидно, что практически нулевым будет и момент для выделенного на рисунке объема, если пакеты разрезать по поверхности *3—4*.

Если принять $c_p b_p / 2\pi r_{am} = 0{,}3$ (для вычисления действительного значения этой величины в [2] нет данных, однако она должна быть невелика, чтобы обеспечить малую жесткость ярма на скручивание), то для принятых в опыте [2] $i_a = 700$ А и $\Phi_f = 2{,}37 \cdot 10^{-3}$ Вб получаем

$$N_{1.2.5.6z} \approx -\frac{1}{2\pi} \cdot 700 \cdot 2{,}37 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0{,}3}{1 - 0{,}3} = -0{,}113 \text{ Н·м}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

При этом, поскольку нормальная и тангенциальная составляющие индукции в сечении *3—4* пакетов ярма составляет соответственно 1,41 и 0,00225 Тл, то $\mu_0/\mu<1/500$, и этой величиной оказалось возможным пренебречь. Так как в опыте, как отмечалось, целесообразно было иметь минимальное сечение пакетов ярма, то можно предположить, что в действительности $c_p b_p/2\pi r_{am}<0{,}3$, что обеспечило бы загрузку пакетов до более рациональных величин индукции 1,5—1,6 Тл. Индукцию в пакетах 1,6 Тл, равную наибольшей принятой в опыте индукции в дисках [2], получим при $c_p b_p/2\pi r_{am}=0{,}265$, и тогда будет $N_{1.2.5.6z}=-0{,}0949$ Н·м.

В опыте [2] измерена абсолютная величина момента 0,1 Н·м.

Для сравнения полезно привести и значение момента $N_{1.2.5.6zM1}$, рассчитанное через напряжения, соответствующие первой формуле Максвелла для плотности ЭМС, согласно выражению [3]

$$\overline{N}_{vuM1} = \int_s \frac{1}{\mu}\left[\overline{r}_{su}\left[\frac{1}{2}(B_n^2 - B_\tau^2)\,\overline{n} + B_n\overline{B}_\tau\right]\right] ds\,. \quad (11)$$

Из (11) аналогично (10) можно получить

$$\overline{N}_{1.2.5.6zM1} \approx \overline{e}_z \frac{i_a\Phi_f}{2\pi} \times$$
$$\times\left\{1 - \frac{\mu_0/\mu}{(c_p b_p/2\pi r_{am})[1-(c_p b_p/2\pi r_{am})(1-\mu_0/\mu)]}\right\}. \quad (12)$$

Расчет по (12) при $c_p b_p/2\pi r_{am}=0{,}265$ и $\mu_0/\mu=$ $=0{,}00267$ дает $N_{1.2.5.6zM1}=0{,}2604$ Н·м.

Экспериментальный результат [2] анализировался и в [14]. Соответственно изложенному ранее расчет момента сил для магнитопровода индуктора согласно микромодели магнетика непосредственно по материалам работ [12—14] не может быть произведен. Анализ же момента ЭМС для элементарного объема сердечника индуктора в [14] не соответствует концепции микромодели магнетика, поскольку рассматривается элементарное магнитное тело, а вовсе не внутренний или граничный элементарный объем в виде конструкции из обособленных трубок поля *M*. Поэтому утверждение [14] об отсутствии скручивающего момента в сердечнике индуктора со сплошным ярмом в рамках концепции микромодели магнетика нельзя считать обоснованным. Не представляется физически убедительным и высказанное в [14] объяснение существования скручивающего момента при ярме из пакетов появлением аксиальной составляющей индукции в пакетах от тока i_a.

Выводы. 1. Экспериментальный результат, полученный на макете униполярной машины постоянного тока [2], удовлетворительно совпадает с результатом расчета по формуле (3). Таким образом, подтверждаются применимость модели магнетика по Амперу и для получения пространственного распределения ЭМС, а также справедливость соответствующих этой модели формулы Стреттона-Львова для результирующей ЭМС (2) и формулы для результирующего электромагнитного момента (3).

2. Микроскопическая модель магнетика, предложенная в [12], по-видимому, не может считаться приемлемой для описания пространственного распределения ЭМС. Это обусловливается как физической неадекватностью микромодели, так и ошибочностью полученных для нее аналитических выражений. Расчеты величин электромагнитных моментов на основе концепции микромодели магнетика невозможны из-за отсутствия соответствующих формул.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Цыбулевский Ф.И.** К расчету сил, действующих на магнетики с электрическими токами в магнитном поле. — Изв. вузов. Электромеханика, 1991, № 1; Электричество, 1991, № 5.
2. **Ашмарин Д.Г., Серихин Н.А.** Экспериментальное определение электромагнитных сил в униполярной машине постоянного тока. — Электричество, 1988, № 9.
3. **Иванов-Смоленский А.В.** Электромагнитные силы и преобразования энергии в электрических машинах.— М.: Высшая школа, 1989.
4. **Тамм И.Е.** Основы теории электричества.— М.: Наука, 1976.
5. **Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.** Теоретическая физика. Т.VIII. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, 1982.
6. **Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.** Фейнмановские лекции по физике. Т.7. Физика сплошных сред.— М.: Мир, 1966.
7. **Ахиезер А.И.** Общая физика. Электрические и магнитные явления: справочное пособие.— Киев: Наукова думка, 1981.
8. **Яворский Б.М., Детлаф А.А.** Справочник по физике.— М.: Наука, 1985.
9. **Маделунг Э.** Математический аппарат физики / Пер. с нем.— М.: Наука, 1968.
10. **Стреттон Дж.** Теория электромагнетизма.— М.,Л.: ГИТТЛ, 1948.
11. **Львов Е.Л.** Связь между различными методами расчета статических тяговых сил в электромагнитных системах. — Труды МЭИ, 1951, вып.VII.
12. **Львов Е.Л.** Интегральные выражения для пондеромоторных сил в магнитном поле. — Электричество, 1984, № 6.
13. **Львов Е.Л.** Объемные силы и тензоры поля в магнетиках. — Электричество, 1987, № 10.
14. **Львов Е.Л.** Ответ автора. — Электричество, 1990, № 11.

[03.08.93]

*Автор: **Цыбулевский Феликс Иванович** окончил электромеханический факультет Новочеркасского политехнического института (НПИ) в 1962 г. В 1975 г. в НПИ защитил кандидатскую диссертацию на тему «Исследование добавочных моментов в симметричных асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором». Доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок и технологических комплексов Новочеркасского государственного технического университета (бывш. НПИ).*

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Об обозначениях элементов схем замещения

(Статья А.К. Тер-Акопова, «Электричество», 1993, № 3)

МАМИКОНОВ Ю.Г.

В обсуждаемой статье поставлен актуальный вопрос создания стандарта на обозначения элементов схем замещения. Отсутствие такого стандарта, как справедливо замечает автор, приводит очень часто к подмене понятий электрической цепи и ее схемы замещения. Анализируя схему замещения, сплошь и рядом ее называют электрической цепью, емкость называют конденсатором и т.д.

Привлекательной стороной в предлагаемых обозначениях является возможность составления графа схемы (автор называет его «скелетом») с последующим добавлением обозначений элементов ветвей. Предлагаемые обозначения дают возможность отличать их от обозначений однородных элементов принципиальных схем, сохраняя при этом большое сходство с используемыми до сих пор обозначениями. Последнее представляется крайне важным, так как позволит легко перейти к новым обозначениям, не вызывая никаких затруднений в использовании уже имеющейся литературы.

Чтобы отличить полное сопротивление (одиннадцатая строка таблицы) от сопротивления потерь (пятая строка) в проекте предложено на условном графическом обозначении полного сопротивления (прямоугольнике) проводить вертикальную черточку, которая делит его пополам. До сих пор обозначения этих элементов были одинаковыми. Может быть есть смысл ввести такое дополнительное обозначение, как это например делается для отличия нуля от буквы О в тех случаях, когда это может вызвать недоразумение, путем добавления к обозначению косой черты справа налево.

В то же время предложение ввести название «трансформация» вместо «идеальный трансформатор» кажется менее удачным, так как слово «трансформация» означает преобразование, т.е. действие и называть так элемент не следует.

Вызывает возражение и предложенное положительное направление напряжений и токов навстречу друг другу для независимых и зависимых источников. Связывая между собою алгебраические величины в формулах, мы всегда подразумеваем совпадение их положительных направлений ($u=Ri$; $u=L\frac{di}{dt}$; $u=-e$). Целесообразно сохранить это правило для всех элементов, что однако не исключает в конкретных случаях возможность задания направления напряжений и токов так, как это удобнее, обязательно указав их при этом на схеме.

[01.07.93]

НОВЫЕ КНИГИ

В 1993 г. издательством МГУ выпущена монография «Аналитический расчет магнитостатических полей» (248 с., библиогр. 54 назв., табл. 16, рис. 102) и Энергоатомиздатом — справочник «Аналитические методы расчета стационарных магнитных полей» (288 с., библиогр. 55 назв., табл. 16, рис. 102). Автор — Л.А. Саркисян, доктор физ.-мат. наук, профессор, ректор Московского института-интерната.

Каждая из книг содержит около 500 формул, позволяющих рассчитать магнитное поле токовых проводников и намагниченных тел различной конфигурации, окруженных средой с отличающейся магнитной проницаемостью. Формулы чрезвычайно удобны для дальнейшего программирования на персональных ЭВМ. Широта рассмотренных расчетных методик, приведенного графического материала, ясность и наглядность изложения делают книги незаменимыми для специалистов, работающих в прикладном направлении, и для преподавателей учебных курсов по электромагнетизму, электротехнике, радиотехнике и сверхпроводимости.

По вопросу приобретения книг обращаться в Московский институт-интернат (тел. 160-92-00). Стоимость каждой книги 1500 руб.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

Определение параметров холостого хода и короткого замыкания силовых трансформаторов под нагрузкой

Одними из наиболее информативных интегральных характеристик технического состояния силовых трансформаторов являются параметры холостого хода — ток ХХ i_0, потери ХХ P_0 и короткого замыкания — сопротивления КЗ $z_к$, потери КЗ $P_к$ [1]. Покажем возможность определения этих параметров по данным измерений в двух режимах токов I_i^j и напряжений U_i^j обмоток двухобмоточного трансформатора ($i=1$, 2 — номера обмоток, $j=1$, 2 — номера режимов). Предложение основывается на использовании диагностической модели, соответствующей следующей системе уравнений:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1^j \\ \dot{U}_2^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1+\frac{w_1}{w_2}R_m+j\omega L_1 & R_m+j\omega M \\ R_m+j\omega M & R_2+\frac{w_2}{w_1}R_m+j\omega L_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_1^j \\ \dot{I}_2^j \end{bmatrix}, \quad (1)$$

которая при использовании приведенных параметров преобразуется в хорошо известные модели «приведенных» трансформаторов [2]. Здесь R_m, ωM — активное и индуктивное сопротивления намагничивающего контура трансформатора с равным числом витков обмоток, $R_i, \omega L_i$ — активные и индуктивные сопротивления обмоток с реальным числом витков w_i, $i=1$, 2. Суть предложения сводится к использованию для определения искомых параметров методики диагностики многополюсников [3] согласно которой две системы уравнений (1), соответствующие режимам 1 и 2, объединяются в одну систему уравнений:

$$\mathbf{U}=\mathbf{ZI},\ \mathbf{U}=\begin{bmatrix} \dot{U}_1^1 & \dot{U}_1^2 \\ \dot{U}_2^1 & \dot{U}_2^2 \end{bmatrix},\ \mathbf{I}=\begin{bmatrix} \dot{I}_1^1 & \dot{I}_1^2 \\ \dot{I}_2^1 & \dot{I}_2^2 \end{bmatrix},\ \mathbf{Z}=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$Z_{11} = R_1 + \frac{w_1}{w_2}R_m + j\omega L_1,\ Z_{12} = Z_{21} = R_m + j\omega M,$$
$$Z_{22} = R_2 + \frac{w_2}{w_1}R_m + j\omega L_2.$$

Разрешив систему (2) относительно матрицы сопротивлений холостого хода $\mathbf{Z}=\mathbf{UI}^{-1}$ и определив затем матрицу проводимостей короткого замыкания $\mathbf{Y}=\{Yij\}=\mathbf{Z}^{-1}$ можно найти и все искомые параметры рассматриваемой задачи

$$i_0^{\%}=\frac{|\dot{I}_0^l|}{I_н^l}\cdot 100\%,\ P_0-|\dot{I}_0^l|^2\,\mathrm{Re}\,z_{ll},\ |\dot{I}_0^l|=\frac{U_н^l}{|Z_{jj}|},\ l=1,2;$$
$$z_к^{\%}=|z_к^l|\,\frac{I_н^l}{U_н^l}\cdot 100\%,\ P_к=(I_н^l)^2\,\mathrm{Re}\,z_к^l,\ z_к^l=Y_{ll}^{-1},\ l=1,2,$$

где $z_к^l, \dot{I}_0^l$ — сопротивление КЗ и ток ХХ, соответствующие опытам КЗ и ХХ со стороны l-й обмотки; $I_н^l, U_н^l$ — номинальные значения тока и напряжения l-й обмотки.

Заметим, что матрица $\mathbf{Z}$ заведомо плохо обусловлена (собственные числа $\lambda_1\approx 0$, $\lambda_2\approx z_{11}+z_{22}$) и вычисление матриц $\mathbf{Z}$ и $\mathbf{Y}$ следует производить с особой тщательностью, используя специальные процедуры.

Предложение может быть обобщено на случай диагностики многообмоточных трансформаторов, а также при использовании разработок [4] — на случай диагностики трансформаторов в несинусоидальных режимах. Представляется, что реализация предложения позволит осуществлять непрерывный контроль параметров холостого хода и короткого замыкания трансформатора под нагрузкой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алексенко Г.В., Ашратов А.К., Веремей Е.В., Фрид Е.С.** Испытание мощных трансформаторов и реакторов / — М.: Энергия, 1978.
2. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.
3. **Демирчян К.С., Бутырин П.А.** Моделирование и машинный расчет электрических цепей. — М.: Высшая школа, 1988.
4. **Демирчян К.С.** Реактивная мощность на случай несинусоидальных функций. Ортомощность. — Изв. РАН. Энергетика, 1992, № 1.

[27.01.94]

Алпатов М.Е., Бутырин П.А.

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ХРОНИКА

Межвузовская научно-методическая конференция

«Компьютеризация учебного процесса по электротехническим дисциплинам»

(7—11 сентября 1993 г., Астрахань)

На прошедшем в 1992 г. в Астрахани Межвузовском научно-методическом семинаре «Компьютеризация учебного процесса по курсам «Электротехника и основы электроники» («Электричество», 1993, № 6) было принято решение об учреждении межвузовской Ассоциации разработчиков и пользователей компьютерных обучающих программ и отмечена необходимость периодического (ежегодного) обмена опытом на межвузовской конференции для разработки концептуальных положений в области компьютеризации учебного процесса.

Ассоциация разработчиков и пользователей компьютерных обучающих программ (АРПКОП) зарегистрирована как общественная организация в апреле 1993 г.

Настоящая конференция организована Научно-методическим Советом по электротехнике Госкомитета Российской Федерации по высшему образованию, Ассоциацией разработчиков и пользователей компьютерных обучающих программ, Астраханским техническим институтом рыбной промышленности и хозяйства.

В программу было включено 87 докладов от 29 вузов России, Украины, Казахстана. Опубликованы тезисы 80 докладов. Непосредственное участие в работе конференции приняли 22 местных и 29 иногородних докладчиков из ряда вузов России, в том числе из таких ведущих вузов, как Московский энергетический институт, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет и др.

В период работы конференции проведена первая сертификация программных продуктов по электротехническим дисциплинам и конкурс на лучшую работу.

Среди участников конференции были профессор А.В. Нетушил, по книгам которого обучалось не одно поколение специалистов, председатель Научно-методического Совета по электротехнике профессор А.Е. Краснопольский и другие известные методисты.

Конференция носила деловой характер, большинство докладов сопровождалось демонстрацией оригинальных обучающих программ непосредственно на компьютерах в дисплейном классе IBM PC.

Опыт семинара 1992 г. и нынешней конференции показал, что в такой области, как компьютеризация учебного процесса, весьма эффективными формами и средствами повышения уровня разработок являются живое общение разработчиков обучающих программ, конкурсы и сертификация программных продуктов.

Жукоборский В.М.,
Зайнутдинова Л.Х.

РЕШЕНИЕ
научно-методической конференции

Участники конференции, представители 27 вузов России, Украины и Казахстана, детально обсудили работы по компьютерным технологиям в учебном процессе и научных исследованиях. В докладах рассмотрены вопросы методологии применения ЭВМ в учебном процессе, технологии разработки программ. Обсуждены пакеты программ по направлениям: электрические и магнитные цепи, электроснабжение, электромагнитные устройства и поля и др. Представлены обучающие, контролирующие и моделирующие программы, компьютерные учебники, тренажеры, компьютерные фильмы.

Отмечены возросший уровень и расширение спектра представленных программных продуктов, в том числе выполненных с участием студентов. Конференция способствовала расширению научных связей между представителями различных регионов и обмену опытом преподавания электротехнических дисциплин с использованием

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

компьютерной техники.

Решения Межвузовского научно-методического семинара, проведенного в сентябре 1992 г. в Астрахани, выполнены, в частности, образована Ассоциация разработчиков и пользователей компьютерных обучающих программ.

В Ассоциацию вошли: Московский энергетический институт; Московский государственный горный университет; Государственная академия нефти и газа им. И.М. Губкина; Тверской политехнический институт; Днепродзержинский индустриальный институт; Астраханский технический институт рыбной промышленности и хозяйства; Костромской технологический институт; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет.

Проведены первая сертификация представленных программных продуктов по электротехническим дисциплинам и конкурс на лучшую работу.

Итоги конкурса:

1 место — пакет учебных программ «ЭЛИН — 93», автор — Э.В. Кузнецов (Московский энергетический институт);

2 место — компьютерный учебник «Однофазные цепи синусоидального тока», «Трехфазные цепи», авторский коллектив: Л.Х. Зайнутдинова (руководитель), С.К. Сулейманов, Д.П. Ануфриев, В.Д. Тараскин, С.А. Волынский, И.И. Хисамов, С.В. Доронин (Астраханский технический институт рыбной промышленности и хозяйства);

3 место — компьютерный тренажер АОС-КТЦ-1.0, авторы — Ю.Г. Репьев, И.Г. Грабельников (Краснодарский политехнический институт).

Конкурсная комиссия особо отметила программные продукты для моделирования электромагнитных полей:

«Моделирующий комплекс для анализа, исследований и проектирования электротехнических устройств», авторы В.П. Лунин, Д.А. Гомонов, С.В. Кирсанов (Московский энергетический институт);

компьютерный фильм «Геометрическая интерпретация результатов расчетов магнитного поля в устройствах электромеханики», автор Е.И. Забудский (Ульяновский политехнический институт).

С целью повышения уровня электротехнического образования конференция:

1. Поручает оргкомитету конференции подготовить, издать и распространить в вузах каталог сертифицированных обучающих программных продуктов по электротехническим дисциплинам.

2. Поручает оргкомитету подготовить информационное сообщение о конференции для опубликования в журнале «Электричество».

3. Образовала авторскую группу по подготовке обзорной статьи о работе конференции в составе: А.В. Нетушил, П.В. Ермуратский, Э.В. Кузнецов, С.А. Башарин, Л.Х. Зайнутдинова.

4. Просит Академию электротехнических наук о включении в ее состав Ассоциации разработчиков и пользователей компьютерных обучающих программ.

5. Утвердила положение о сертификации учебных программных продуктов.

6. Рекомендует Ассоциации разработчиков и пользователей компьютерных обучающих программ образовать региональные экспертные группы для предварительной сертификации программных продуктов.

7. Считает целесообразной организацию периодической (ежегодной) сертификации компьютерных учебных продуктов с изданием каталога и распространением его в вузах страны.

Конференция объявляет благодарность оргкомитету за большую работу по подготовке и проведению конференции.

НАУЧНАЯ СЕССИЯ

Отделения физико-технических проблем энергетики РАН совместно с Научным советом «Научные основы электрофизики и электроэнергетики» по фундаментальным проблемам электротехники и электрофизики на рубеже XX в.

(21 января 1994 г., Москва)

Сессия была приурочена к 80-летию крупного ученого академика РАН Игоря Алексеевича Глебова. В докладах академиков РАН К.С. Демирчяна, Н.Н. Тиходеева и научных сообщениях члена-корреспондента РАН Я.Б. Данилевича и академика Академии электротехнических наук И.М. Бортника содержались высокие оценки научных достижений И.А. Глебова и приветствия юбиляру.

К.С. Демирчян остановился на самом понятии «фундаментальные проблемы» применительно к электрофизике и электротехнике. Докладчик отметил, что после Максвелла и Лоренца фундаментальность (в физическом смысле) соответ-

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ствующей теории закончилась. Далее классическая теория «споткнулась» на проблеме эфира. Квантовая электродинамика тоже не вышла из круга проблем придания свойств вакууму. В современной электродинамике перспективы разрешения подобных проблем связываются с электронно-позитронной теорией. По мнению докладчика, для электротехников важно, что здесь кроется и возможность получения энергии. Далее К.С. Демирчян рассказал о своих работах по моделированию тепловых процессов в атмосфере Земли, опровергающих как известную гипотезу о грядущем глобальном потеплении климата планеты в связи с хозяйственной деятельностью человека, так и обоснованность рекомендаций по искусственному ограничению развития энергетики. В заключительной части доклада академик дал весьма негативную оценку современному состоянию работ и научному потенциалу в электротехнике. В условиях сворачивания фундаментальных работ, конструкторских разработок, капитальных вложений докладчик выделил две главные задачи. Первая, предвосхищающая массовую потерю надежности электрооборудования (тем более при движении к рынку), — развивать положения теории надежности и прогноза ресурса работы. Вторая — развивать работы по созданию разумных (интеллектуализированных) объектов и систем электротехники.

В докладе Н.Н. Тиходеева анализировались современные проблемы передачи электрической энергии. Была дана ретроспектива развития электропередач различных классов напряжений, оценивало[illegible]менное состояние передач и связей энергосис[illegible]кцентировалось внимание на трагичности положения таких уникальных объектов, как передачи 1150 кВ переменного и 1500 кВ постоянного токов. Докладчик обосновал необходимость повышения надежности ЛЭП, в частности, за счет более широкого применения двухцепных линий, снижения потерь и воздействия ЛЭП на окружающую среду, и в этой связи указал на целесообразность использования иных конструкций опор и особо отметил перспективу использования проводов с большим содержанием алюминия. Далее Н.Н. Тиходеев связал низкую эксплуатационную надежность оборудования с традициями его испытания, отметив, что оборудование разрушается обычно при рабочих напряжениях (от токов КЗ, перегрева и т.д.), в то время как испытания проводятся при перенапряжениях.

В сообщении Я.Б. Данилевича отмечалось, что все достижения современной электротехники основываются на фундаментальных работах Максвелла. В последнее время появились данные о необходимости дополнения этих работ, что, по-видимому, произойдет в начале XXI в. Тогда будут созданы и новые виды электрооборудования. Сейчас же наиболее актуально повышение надежности и эффективности, снижение габаритов оборудования. Большие перспективы связываются с новыми машинно-вентильными комплексами и созданными на их основе электроприводами как едиными целыми объектами.

Сообщение И.М. Бортника было посвящено оценке возможностей использования достижений высоковольтной электрофизики в энергетике. Докладчик продемонстрировал эти возможности применительно к проблемам коммутации, излучения, генерирования и преобразования электрической энергии, очистки газов на электрических станциях. Особо отметил достижения в лазерном термояде, линейных ускорителях, СВЧ-преобразовании, озонировании, позволяющие говорить о реальном применении достижений высоковольтной электрофизики в энергетике.

С заключительным докладом на сессии выступил И.А. Глебов, который рассмотрел научные проблемы электромашиностроения и опыт их решения во ВНИИэлектромаше. Применительно к созданию генераторов больших мощностей была отмечена заведомая ограниченность габаритов ротора и необходимость в силу этого применять водородное охлаждение, а затем вводить воду. Докладчик дал подробную оценку решениям проблем равномерного распределения температур, особенно в торцевой зоне, вибрации, коррозии и т.д. Рассматривая проблемы создания высоконадежных машин, он отметил необходимость проведения ресурсных испытаний, а затем остановился на создании единой серии турбогенераторов, конкурентоспособно с любыми машинами зарубежных фирм. Здесь особо подчеркивалась проблема надежности и, в частности, отмечалось, что системы возбуждения генераторов должны быть на порядок надежнее самих агрегатов. В заключение И.А. Глебов поделился опытом кооперации ВНИИэлектромаша с неимеющими своих КБ заводами-изготовителями машин, позволившей существенно пополнить портфель заказов института.

После научных докладов и сообщений состоялось торжественное чествование академика И.А. Глебова в связи с 80-летием со дня рождения.

Бутырин П.А.
кандидат техн. наук

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

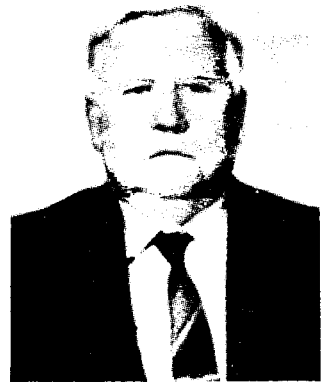
Игорь Петрович Копылов

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет профессору кафедры электромеханики Московского энергетического института, заслуженному деятелю науки и техники Российской Федерации, доктору технических наук Игорю Петровичу Копылову — крупному ученому-электромеханику.

Профессором И.П. Копыловым подготовлено 55 кандидатов и пять докторов технических наук. Под его руководством прошли стажировку сотни преподавателей вузов России и зарубежных стран. Пятнадцать лет он возглавлял передовую в области научной и методической работы кафедру электрических машин МЭИ.

Талантливый ученый и изобретатель, Игорь Петрович обогатил отечественную электромеханику фундаментальными работами в области динамики электрических машин. Им создана теория обобщенного электромеханического преобразователя, обеспечивающая составление математических моделей для любого случая, встречающегося в практике электромашиностроения. Предложено определение активной, реактивной и обменной мощности в переходных процессах. И.П. Копылов один из первых в стране применил вычислительные машины для решения задач электромеханики.



Свои достижения в области динамики электрических машин И.П. Копылов изложил в выдержавшем три издания учебнике «Математическое моделирование электрических машин», который в 1990 г. удостоен Государственной премии.

Результаты научной деятельности И.П. Копылова изложены в 415 печатных работах, в том числе двадцати пяти учебниках, учебных пособиях и монографиях, переведенных на многие иностранные языки.

Вышедшие под редакцией И.П. Копылова капитальные работы «Проектирование электрических машин» и «Справочник по электрическим машинам» в двух томах являются настольными книгами инженеров-электромехаников. Талантливый изобретатель, И.П. Копылов имеет 110 авторских свидетельств на изобретения в области электрических машин.

В последние годы электромеханическое преобразование энергии занимает в трудах Игоря Петровича области от биологических двигателей до космических. Представляют большой интерес работы по электромеханической системе планеты Земля.

И.П. Копылов вел и ведет в настоящее время большую научно-организационную работу, являясь членом ряда ученых советов и членом редколлегий журналов «Известия РАН. Энергетика», «Известия вузов. Электромеханика».

И.П. Копылов избран Почетным академиком Инженерной академии Российской Федерации, членом-корреспондентом Международной инженерной академии, а также академиком Мега-наук.

Участник Великой Отечественной войны, И.П. Копылов награжден орденами Ленина и Отечественной войны, Красной Звезды и многими медалями.

Коллеги и ученики сердечно поздравляют Игоря Петровича со славным юбилеем и желают ему доброго здоровья и успехов в научной и педагогической работе.

Группа товарищей и учеников

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Виктор Михайлович Ермоленко

(К 85-летию со дня рождения)

Исполнилось 85 лет лауреату Ленинской премии Виктору Михайловичу Ермоленко, одному из ведущих специалистов в области релейной защиты и автоматики энергетических систем.

Инженерная деятельность Виктора Михайловича началась в 1931 г. в Теплоэлектропроекте. С 1962 г. он работал в институте «Энергосетьпроект» главным инженером проекта — начальником сектора, руководителем Центральной научно-исследовательской лаборатории релейной защиты и автоматики.

Виктор Михайлович признан одним из основоположников теории и практики создания и проектирования релейной защиты и автоматики энергосистем. Неоценимый вклад внес он в разработку и проектирование релейной защиты и автоматики для первых в нашей стране и во всем мире линий электропередач 400, 500, 750, 1150 кВ. В 1964 г. вместе с другими специалистами В.М. Ермоленко был удостоен Ленинской премии за выдающиеся работы в области создания релейной защиты дальних передач сверхвысокого напряжения.

Под руководством и при непосредственном участии В.М.Ермоленко начинались и были завершены исследовательские и проектные работы по созданию комплексов устройств релейной защиты и автоматики для объектов передач на постоянном токе.

В.М. Ермоленко широко известен в странах ближнего и дальнего зарубежья. Он достойно представлял нашу страну на международных конференциях и симпозиумах. Долгое время был председателем рабочей группы в Международном исследовательском комитете СИГРЭ и Международной электротехнической комиссии.

Более четверти века Виктор Михайлович занимался педагогической деятельностью на кафедре автоматизации и релейной защиты в Московском энергетическом институте. В 1956 г. ему было присвоено звание доцента, а в 1968 г. — ученая степень кандидата технических наук.

В.М. Ермоленко — автор ряда печатных трудов, посвященных актуальным проблемам релейной защиты и автоматики, имеет авторские свидетельства на изобретения.

Много сил и энергии Виктор Михайлович отдал общественной жизни коллектива, в котором проработал всю жизнь. Член Научно-технической комиссии по созданию и внедрению новых устройств релейной защиты в энергетических системах Госкомитета по науке и технике и председатель рабочей группы по трансформаторам тока этой же комиссии, Виктор Михайлович способствовал внедрению в производство и эксплуатацию новейших разработок. Много времени уделял Виктор Михайлович работе в научно-техническом обществе, где был членом бюро секции автоматизации систем управления.

В.М. Ермоленко награжден двумя орденами Трудового Красного Знамени и медалями, ему присвоено звание «Заслуженный энергетик России».

Высококвалифицированный специалист, человек большой работоспособности и энергии, щедро передающий свои знания и опыт, Виктор Михайлович снискал глубокое уважение, признательность и любовь окружающих.

От всей души поздравляем Виктора Михайловича, желаем ему здоровья и долгих лет жизни!

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

Григорий Нариманович Тер-Газарян

После продолжительной болезни скончался заслуженный деятель науки и техники Республики Грузия Григорий Нариманович Тер-Газарян.

Ушел из жизни крупный учены-энергетик, занимавшийся исследованиями, связанными с особенностями работы гидрогенераторов при несимметрии и несинусоидальности токов статора — главным фактором, определяющим работу машин большой мощности в таких режимах.

Г.Н. Тер-Газарян родился в 1914 г. в Железноводске, в 1938 г. окончил энергетический факультет Грузинского индустриального института им. С.М. Кирова и был направлен на работу в НИИ Гидроэнергетики (ныне ГрузНИИЭГС). Последние 40 лет он заведовал отделом электроэнергетики и электрических машин.

Многочисленные исследования, выполненные под руководством и при участии Г.Н. Тер-Газаряна, отличают два неизменных качества: они основываются на надежных фактических данных и независимо от сложности решаемых задач завершаются конкретными результатами, способствующими повышению надежности и эффективности производства и передачи электроэнергии. Недаром его имя хорошо известно на гидроэлектростанциях и электромашиностроительных заводах Содружества независимых государств.

Именно на фактических данных были основаны теоретические решения задачи о влиянии

токов обратной последовательности на работу гидрогенератора, полученные Г.Н. Тер-Газаряном и позволившие записать в ГОСТ на гидрогенераторы длительно допустимую несимметрию токов статора, более чем в два раза превышающую прежние многолетние нормы.

Натурные исследования несимметричных режимов головных мощных гидрогенераторов позволили Г.Н. Тер-Газаряну выдвинуть ряд новых задач, решение которых было необходимо для дальнейшего прогресса в области эксплуатации и создания мощных гидрогенераторов. К их числу относится исследование механизма выделения добавочных потерь в полюсах гидрогенераторов. Исследование велось по инициативе, под руководством и при личном активном творческом участии Г.Н. Тер-Газаряна в течение ряда лет и потребовало создания специальной установки для учета всех тонкостей процесса проникновения электромагнитной волны в сталь. В результате разработаны методика расчета этих потерь и мероприятия по их уменьшению.

Испытания гидрогенераторов Красноярской и Саяно-Шушенской ГЭС стимулировали продолжение исследований механических напряжений в активной стали и в демпферных стержнях при несимметричных коротких замыканиях. Г.Н. Тер-Газарян и его сотрудники установили уровни механических напряжений в эксплуатационных режимах, разработали средства измерения напряжений и меры повышения механической устойчивости активной стали и демпферной клетки.

В числе последних работ Г.Н. Тер-Газаряна — создание методики расчета процесса частотного пуска синхронных машин, разработка новых способов расчета токов в демпферной клетке и выявления резервов мощности гидрогенераторов.

Основные результаты многолетних исследований Г.Н. Тер-Газарян опубликовал в многочисленных статьях и четырех монографиях. Под его руководством подготовлено и защищено около 20 кандидатских диссертаций.

Трудолюбие, научная добросовестность, доброжелательность к людям снискали Григорию Наримановичу глубокое и искреннее уважение сотрудников, учеников, коллег. Светлая память о Григории Наримановиче Тер-Газаряне навсегда сохранится в сердцах людей, знавших его.

Группа товарищей и учеников

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Майер В.Я., Расамуэлина Д. Расчет комплексных показателей качества электроэнергии в трехфазных системах 1

Куен Зуи Ань. Применение методов распознавания образов для экспресс-анализа динамической устойчивости электрических систем 6

Смирнова Е.В. Электронный синхроноскоп для отображения режимов электрической сети переменного тока 14

Будзко И.А. Комплексная оценка плотности тока в проводах сельских ВЛ 10 кВ. . 18

Головщиков В.О., Кычаков В.П. Исследование резкопеременных нагрузок электроэнергетических систем на цифро-аналого-физическом комплексе 22

Венюков Э.И. Магнитное поле и параметры ударного генератора с полюсными выступами на статоре 26

Бабаев М.Б., Голубев А.Н. Моделирование электромагнитных процессов в шестифазных асинхронных двигателях с расщепленной обмоткой 31

Ланген А.М., Ланген С.А., Соловьев В.А. Частотно-регулируемый асинхронный электропривод двухмассовой системы 35

Мартынов А.А., Хрущев В.В. Индуктивное сопротивление многофазного трансформатора с вращающимся магнитным полем и подмагничиваемым ярмом . . . 41

Розанов В.А. Система тягового и нетягового электроснабжения с отсасывающими трансформаторами 45

Горюнов Ю.П., Смоловик С.В. Об уточнении понятий «комплексная проводимость» и «комплексная мощность» 49

Шваб А.И. Новые интегральные операторы. Часть I 59

ДИСКУССИИ 67

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА 73

ХРОНИКА 74

CONTENTS

Maier V.Ya., Rasamuelina D. Calculation of Complex Quality Indices of Electrical Energy in Three-phase Systems Using Computers 1

Quyen Huy Ahn. The Use of Pattern Recognition Methods and Expert Systems for Estimation of Electrical Power Systems Transient under Large Disturbances 6

Smirnova Ye.V., Filatov V.I., Fokin V.K. Electronic Synchronoscope for Indication of AC Electric Network Operating Conditions 14

Budzko I.A., Levin M.S., Leshchinskaya N.D. Integrated Estimation of Current Density in Wires of 10 kV Farm Power Supply Air Lines 18

Golovshchikov V.O., Kychakov V.P. Simulation and Investigation of Shock Loads in Electric Power Systems by Digital-Analog-Physical Complex 22

Venjukov E.I., Popov V.I., Khor'kova V.Z., Khor'kov K.A., Shmigirilov Yu.D. Impact Generator Magnetic Field And Parameters with the Stator Pole Buttends 26

Babayev M.B., Golubev A.N. Simulation of Electromagnetic Processes in Sixphase Induction Motors with Splitting Winding 31

Langen A.M., Langen S.A., Solov'ev V.A. The Frequency Controlled Asynchronous Drive of the Double-Mass System 35

Martynov A.A., Chrushchov V.V. Inductive Impedance of Multiphase Transformer with Rotating Magnetic Field and Magnetization of it's Yoke 41

Rosanov V.A. Electricity Supply System with Draw off Transformers in Railway Transport 45

Goryunov Yu.P., Smolovik S.V. On Definition of the Notion «Complex Admittance» and «Complex Power» 49

Schwab A.I. New Integral Operators rot^{-1}, div^{-1}, $grad^{-1}$ (Part 1) 59

DISCUSSIONS 67

NOTES and LETTERS 73

CHRONICLE 74

Адреса редакции: *103012 Москва, К-12, Б.Черкасский пер., 2/10*

☎ **924-24-80**

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Художественный редактор **Т.А. Дворецкова**

Сдано в набор 28.02.94. Подписано в печать 28.03.94. Формат 60×88 1/8.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Тираж 1050 экз. Заказ 738

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Макет выполнен АО «Знак», 115547, Москва, Михневский пр-д, 4
Типография № 9
Москва, 109033, Волочаевская ул., 40

Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru