

ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

№ 7

1993

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

7

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

АНДЕРС В. И., БЕЛКИН Г. С., БОРТНИК И. М., БОРЦОВ Ю. А., БУДЗКО И. А., БУТЫРИН П. А., ГЕЛЬФАНД Я. С., ДАНИЛЕВИЧ Я. Б., ЕВСЕЕВ Б. Н. (зам. главного редактора), ЕРШЕВИЧ В. В., ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., ИЛЬИНСКИЙ Н. Ф., ИОССЕЛЬ Ю. Я., КОМЕЛЬКОВ В. С., КОСТЕНКО М. В., ЛАБУНЦОВ В. А. (главный редактор), ЛАРИОНОВ В. П., ЛИЗУНОВ С. Д., МАМИКОНЯНЦ Л. Г., МИТЮШКИН К. Г., МОРОЗКИН В. П., НЕТУШИЛ А. В., РОЗАНОВ Ю. К., ПИЩИКОВ В. И., СЕМЕНОВ В. А., СЛЕЖАНОВСКИЙ О. В., СОВАЛОВ С. А., СТРОЕВ В. А., ТАРЕЕВ Б. М., ТОЛСТОВ Ю. Г., ЧЕЧУРИН В. Л., ШАКАРЯН Ю. Г., ШАТАЛОВ А. С., ШИЛИН Н. В.

Редакторы по направлениям тематики:

Евсеев Б. Н. (электрические машины, электропривод, электрический транспорт);

Макаршин Б. Д. (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы);

Прилуцкий А. Л. (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10.

Телефон 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ИЗДАЕТСЯ
С ИЮЛЯ
1880 ГОДА

ЭЛЕКТРИ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК. ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ЭНЕРГЕТИКИ,
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

MOCKBA

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

Совершенствование нормативов надежности функционирования электроэнергетических систем

БАРИНОВ В. А., ВОЛКОВ Г. А., КАЛИТА В. В., КОГАН Ф. Л., МАКАРОВ С. Ф., МАНЕВИЧ А. С.,
МОГИРЕВ В. В., СИНЬЧУГОВ Ф. И., СКОПИНЦЕВ В. А., ХВОЩИНСКАЯ З. Г.

Введение. В независимых государствах – бывших республиках СССР (далее для краткости именуемых "независимыми государствами") происходят глубокие социальные и экономические преобразования, которые затрагивают и базовые отрасли промышленности, в том числе электроэнергетику. Введение рыночных отношений подразумевает возможность свободного принятия решений собственниками в процессе производства, транспорта и распределения электрической и тепловой энергии с одновременным выполнением согласованных между всеми участниками требований по обеспечению совместной работы электроэнергетических систем (ЭЭС) и их объединений. Одними из главных требований среди них являются требования обеспечения устойчивости и безопасности функционирования ЭЭС и эффективного (надежного и экономичного) электроснабжения потребителей. Согласование указанных требований имеет важное значение также при рассмотрении вопросов интеграции ЭЭС суверенных государств – членов СНГ и стран Западной и Восточной Европы.

Ниже дается анализ наиболее принципиальных положений существующих норм и требований по обеспечению безопасности и устойчивости ЭЭС и эффективного (надежного и экономичного) электроснабжения потребителей; рассматриваются

положения, уточнение и корректировка которых целесообразны в будущем.

Используемая в настоящее время терминология. Применительно к теме статьи используется ряд терминов и определений. Наиболее полный и систематизированный перечень этих терминов приведен в [1]. Основным из этих терминов принято понятие надежности. Согласно [1] термин "надежность" определяется как свойство объекта выполнять заданные функции в заданном объеме при определенных условиях функционирования. Применительно к системам энергетики в числе заданных функций рассматривается бесперебойное снабжение потребителей соответствующей продукцией требуемого качества и недопущение ситуаций, опасных для людей и окружающей среды. Надежность как комплексное свойство может включать в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации ряд свойств (в отдельности или в определенном сочетании), основными из которых являются следующие: безотказность, ремонтопригодность, долговечность, сохраняемость, устойчивоспособность, режимная управляемость, живучесть и безопасность [1, 2].

Под живучестью понимается способность объекта противостоять возмущениям, не допускать их каскадного развития с массовым нарушением питания потребителей [1].

Под безопасностью понимается свойство объекта не допускать ситуаций, опасных для людей и окружающей среды [1].

За рубежом в понятии надежность (reliability) различают два основных термина: adequacy (соответствие) и security (безопасность) [3]. Термин "adequacy" характеризует существование достаточных возможностей в энергосистеме в отношении генерации, транспорта и распределения электроэнергии внутри системы, чтобы покрыть нагрузку потребителей. Термин "security" характеризует способность ЭЭС противостоять внезапным возмущениям, таким как короткие замыкания (КЗ), непредвиденные потери элементов системы и др. Различают "static security" и "dynamic security". Первый термин связан с анализом только установленных послеаварийных режимов в процессе оценки надежности при различных возмущениях, второй связан дополнительно с анализом динамической устойчивости в процессе перехода к последующим установившимся режимам.

В отношении безопасности людей и окружающей среды могут рассматриваться два аспекта проблемы. Один из них связан с непосредственным влиянием электроэнергетических объектов на безопасность людей, второй — с угрозой безопасности людей и окружающей среды из-за нарушения электроснабжения потребителей.

Необходимо подчеркнуть, что проблема нормативного обеспечения надежности ЭЭС должна решаться комплексно в направлении создания полной и непротиворечивой системы нормативов, в которой рассмотренные ниже положения могли бы быть составной частью.

Нормирование показателей надежности. При проектировании и эксплуатации энергосистем используются два основных способа нормирования надежности:

"опосредованное" нормирование уровней надежности (косвенный подход к нормированию) в виде нормативных требований к отдельным элементам ЭЭС, средствам обеспечения надежности и т. п., априорно обеспечивающих удовлетворительные уровни надежности;

нормирование непосредственно показателей надежности, характеризующих те или иные ее свойства.

Наиболее принципиальными показателями надежности, подлежащими уточнениям и корректировке, представляются следующие.

1. Одним из важных требований для обеспечения надежности функционирования ЭЭС является обеспечение необходимого резерва мощности. В общем случае резерв мощности ЭЭС должен определяться на основе минимизации приведенных затрат с учетом ущерба потребителей из-за перебоев электроснабжения и с учетом помощи от

других ЭЭС при их параллельной работе в составе ЕЭС. Отсутствие достаточно достоверных данных по удельным ущербам потребителей не позволяет широко использовать минимизационный подход.

В практике применяются различные нормативные критерии. Наиболее часто используемым критерием за рубежом является критерий LOLP (Loss of load probability), характеризующий вероятность потери нагрузки или вероятность появления дефицита мощности. Значение этого критерия принимается обычно равным одному дню в 10 лет или такого же порядка [4].

В независимых государствах значение критерия, подобного LOLP, т. е. вероятности появления дефицита мощности (J), принималось в практике проектирования равным 0,004 [5], что более чем в 10 раз ниже, чем принято за рубежом. Это обуславливает значительно меньшие требования к резерву мощности в энергосистемах и приводит к большим отключениям потребителей при авариях. Необходимо отметить, что критерию, принятому в независимых государствах, соответствует значение удельного ущерба от аварийных ограничений в ЭЭС порядка 0,8–1,0 руб/кВт·ч (в ценах 1990 г.) [5], по зарубежным данным [6] — около 3 долл./кВт·ч.

С учетом перехода на рыночные отношения, очевидно, должен быть пересмотрен удельный ущерб от аварийных ограничений, изменено нормативное значение критерия J и определены необходимые резервы мощности в энергосистемах и объединенных энергосистемах независимых государств с учетом новых экономических условий.

2. Целесообразно в перспективе принимать решения по развитию энергообъединений независимых государств и ЕЭС с учетом выполнения критерия ($n - 1$), принятого за рубежом [7]. Этот критерий означает, что отказ любого одного элемента в ЕЭС, ОЭС или ЭЭС не должен приводить к нарушению устойчивости системы и электроснабжения потребителей. В ряде случаев, особенно на системообразующих связях между энергообъединениями или связях между крупными частями объединений, за рубежом используется размерностный критерий ($n - 2$). В независимых государствах во многих случаях критерий ($n - 1$) для межсистемных связей не выполняется, и сохранение устойчивости достигается за счет специальных мероприятий. Необходимо отметить, что в ЕЭС по сравнению с объединенными энергосистемами стран Западной Европы выполнение критерия ($n - 1$) во многом затруднено из-за наличия дальних ЛЭП и связанной с ними проблемы устойчивости. При невыполнимости критерия ($n - 1$) необходимо обосновывать допустимый уровень противоаварийного управления.

Для удовлетворения критерия ($n - 1$) в каждом регионе электрическую сеть целесообразно разви-

вать с резервной структурой, при которой от каждого узла отходят несколько связей. Эта сеть должна обеспечивать надежную схему выдачи мощности крупных электростанций и надежное электроснабжение крупных узлов нагрузки и городов. Схемы выдачи мощности крупных электростанций, в первую очередь АЭС и крупных ГРЭС, должны допускать отключение любой из отходящих ЛЭП без снижения мощности электростанций, а схемы питания нагрузки должны допускать отключение одной из питающих линий без нарушения электроснабжения потребителей. Отдельные регионы при этом могут связываться либо параллельными ЛЭП переменного тока, либо передачами постоянного тока. При этом необходимо стремиться к тому, чтобы выход одной из них не приводил как к нарушению устойчивости ЕЭС, так и к действию противоаварийной автоматики, отключающей потребителей электроэнергии. Другими словами, за счет выбора соответствующей структуры ЕЭС должна быть обеспечена надежность электроснабжения потребителей при отключении любой линии. Это же требование относится и к ЛЭП внутри регионов.

При возникновении необходимости в перспективе передачи больших потоков электроэнергии на дальние расстояния следует отдавать предпочтение многоценным транзитным передачам высших классов напряжения постоянного или переменного тока с пропускной способностью, достаточной для передачи предельного потока мощности при отключении одной из параллельных цепей. При этом целесообразно, чтобы транзитные линии электропередач переменного тока не работали параллельно с шунтирующими сетями более низкого класса напряжения, так как такой режим при отсутствии необходимых средств регулирования приводит не только к увеличению потерь электроэнергии, но и к ограничению передаваемого по всему сечению потока мощности по условиям устойчивости.

Критерий ($n - 1$) должен быть распространен на схемы выдачи мощности АЭС для любого периода суток и года. Для всех электростанций другого типа, а также всех межсистемных связей в ближайшее время выполнить этот критерий практически невозможно. Однако при принятии последующих решений по развитию ЕЭС, ОЭС и ГЭС необходимо постепенно улучшать структуру энергообъединений в направлении удовлетворения этого критерия в будущем.

3. Необходимо разработать нормативы и требования по защите ЕЭС от отрицательного воздействия электроприемников с резкопеременным характером нагрузки. Необходимы нормативы, средства диагностики и защиты, предотвращающие опасность повреждения валов крупных турбогенераторов из-за крутильных колебаний, вызванных

различными причинами, в том числе действием резкопеременной нагрузки, АПВ, синхронизации и др. В существующих нормативных документах по проектированию и эксплуатации ЕЭС указанные проблемы не рассматриваются. В то же время поломка вала вращающегося мощного турбогенератора может привести к тяжелым последствиям на электростанциях с возможными человеческими жертвами. Особенно опасной такая авария может быть при разрушении валов турбогенераторов АЭС. Опасность резонансных явлений, связанных с крутильными колебаниями валов турбогенераторов, возрастает с внедрением в промышленность все большего количества различного рода преобразовательных устройств и, в частности, мощных преобразовательных подстанций, применением в народном хозяйстве различных технологий с мощными импульсными источниками питания, подключенными к ЕЭС, и др.

Необходимо отметить, что указанной проблеме за рубежом уделяется большое внимание. Только во второе дополнение к библиографии по проблеме субсинхронного резонанса между вращающимися машинами и ЕЭС [8], содержащее в основном публикации 1979–1984 гг., включено 120 статей. На Западе разработаны методы анализа субсинхронных колебаний, исследованы вопросы усталостной повреждаемости валов турбогенераторов, разработаны методы и системы диагностики состояния валов, средства и системы защиты валов от повреждений.

В независимых государствах по указанной проблеме в ряде организаций ведутся исследовательские работы в малом объеме, которые совершенно недостаточны для ее решения. На заводах, выпускающих турбогенераторы, проблема крутильных колебаний и прочности валов рассматривается тщательно, однако это рассмотрение ограничивается, как правило, работой генератора на шине неизменного напряжения и частоты. Сложные же процессы в ЕЭС и их влияние на крутильные колебания, как правило, не рассматриваются.

4. Представляется целесообразным введение порядка, при котором уровень надежности электроснабжения потребителей определяется самим потребителем, согласовывается с ЕЭС и фиксируется в договоре на пользование электрической энергией. Энергоснабжающая организация гарантирует оговоренный в договоре уровень надежности электроснабжения и несет ответственность за его обеспечение, а потребитель оплачивает уровень надежности электроснабжения [9].

Принятая в ПУЭ [10] система нормативов надежности электроснабжения практически полностью исключает применение механизма экономического стимулирования принятия решений при выборе систем внешнего и внутреннего электроснабжения потребителей, выгодных как потребите-

лям, так и ЭЭС, а следовательно, оптимальных с точки зрения народного хозяйства в целом. Учет через тарифы на электроэнергию фактора надежности электроснабжения потребителей может существенно расширить применение оптимизационных методов в решении вопросов надежности ЭЭС. Однако это предъявляет серьезные требования к предприятиям, которые должны иметь четкие представления о характере технологического процесса и возможных ущербах при различных нарушениях электроснабжения.

Необходимо ускорить разработку тарифа на электрическую энергию, учитывающего фактор надежности электроснабжения потребителей, и системы ответственности ЭЭС в виде штрафов за нарушение последними заявленного уровня надежности электроснабжения.

Нормирование показателей устойчивости. Основным документом, нормирующим показатели устойчивости ЭЭС, являются руководящие указания (РУ) по устойчивости энергосистем, которые были утверждены и введены в действие в 1984 г. [11]. Опыт проектирования ЭЭС и систем противоаварийного управления в соответствии с принятыми РУ за истекший период показал, что ряд положений требует уточнения, углубления и дополнения.

1. Анализ устойчивости ЭЭС предлагается выполнять для многомерной области существования режимов, которая может быть ограничена границами предельных режимов по условиям статической устойчивости ЭЭС, а также возможными техническими ограничениями, определяемыми характеристиками оборудования системы. При этом вместо единичных допустимых режимов ЭЭС может быть найдена область допустимых режимов ЭЭС, в которой обеспечиваются нормативные запасы статической устойчивости по мощности и напряжению и отсутствуют перегрузки оборудования. Этот подход потребует определения предельных режимов по условиям статической устойчивости ЭЭС при разных траекториях утяжеления и в необходимых случаях — с учетом изменения частоты в исследуемой системе. Для правильного нормирования коэффициентов запаса по устойчивости необходимо будет определить наиболее тяжелые траектории утяжеления режимов.

2. Учитывая большое число автоматически регулируемых устройств, которые при определенных настройках регуляторов могут вызвать качания в ЭЭС вплоть до нарушения устойчивости, следует граничные значения области предельных режимов характеризовать условиями не только апериодической, но и колебательной устойчивости. Особенно актуально это для ЭЭС, содержащих ЛЭП сверхвысокого напряжения (СВН) 750–1150 кВ и оснащенных регулируемыми устройствами. Необходимость оценки статической колеба-

тельной устойчивости энергосистем связана также с проблемой слабодемпфированных колебаний в ЭЭС, имеющих общесистемное значение [12].

3. Целесообразно в будущем распространить критерий $(n-1)$ в отношении обеспечения устойчивости ЭЭС на ЛЭП любого класса напряжения, в том числе и на линии СВН. При невыполнимости критерия $(n-1)$ необходимо обосновывать допустимый объем противоаварийного управления в ЭЭС при отключении ЛЭП СВН, который определит допустимую загрузку этих передач по условиям устойчивости.

4. Особо стоит вопрос об устойчивости узлов нагрузки. За последнее время для ряда крупных предприятий с непрерывными технологическими процессами имели место перерывы технологического производства, обусловленные нарушением устойчивости двигателей и излишними отключениями электроприемников из-за кратковременных нарушений электроснабжения. Отрицательную роль играет и то обстоятельство, что некоторые виды промышленного электрооборудования разработаны без учета влияния возможных кратковременных нарушений электроснабжения на его работу. В результате кратковременные аварийные возмущения, которые неизбежны в ЭЭС, могут приводить к тяжелейшим последствиям от такого перерыва вплоть до загрязнения окружающей среды, возникновения угрозы для здоровья и жизни людей, повреждения основного оборудования [13, 14].

Поэтому в нормативах по устойчивости необходимо предусмотреть расчетные условия, возникновение которых имеет большую вероятность для ЭЭС и при которых необходимо обеспечивать сохранение устойчивости нагрузки, а также виды более редких и тяжелых возмущений в системах, при которых необходимо стремиться либо сохранить непрерывный технологический процесс, либо обеспечить его безаварийное прекращение.

Нормирование живучести и безопасности ЭЭС. В настоящее время нормативных документов по обеспечению живучести ЭЭС и энергообъединений практически не имеется. Есть предложения характеризовать живучесть ЭЭС показателями, которые учитывают частоту и глубину аварий, длительность аварийного состояния, распространяемость аварий по системе, предельные по живучести возмущения. К этим показателям относятся: частота каскадных аварий, объем отключаемой нагрузки системами противоаварийного управления и частотной разгрузки, глубина снижения частоты в ЭЭС, число несинхронно работающих частей, на которые разделяется энергообъединение, длительность восстановления системы, недоотпуск электроэнергии потребителям системы за год, величина района, на который распространяется каскадная авария, и др. [15]. Эти показатели, однако, не

нормированы. Поэтому требуется нормирование видов отказов и возмущений при оценке безопасности и живучести, а также разработка нормативных требований по обеспечению безопасности и живучести ЭЭС.

Особое внимание следует обратить на разработку требований к структуре схем ЭЭС и к системам противоаварийного управления с позиций восстановления функционирования ЭЭС после тяжелых аварийных возмущений с массовым погашением потребителей. Для этой цели схемы ЭЭС и их объединений должны допускать деление на самобалансирующиеся части с сохранением генерирующих источников в выделенных районах, иметь возможность самостоятельного восстановления нормального режима функционирования выделившихся частей. Помимо схемных решений необходимо сформулировать дополнительные требования к средствам противоаварийного управления. В настоящее время функции по восстановлению нормального режима ЭЭС и энергообъединений после тяжелых аварий, по существу, возложены на диспетчерские службы ЭЭС, ОЭС и ЕЭС, которые должны проводить восстановление согласно действующим диспетчерским инструкциям. Необходимо отметить, что работы по созданию автоматических систем по быстрейшему восстановлению нормального режима функционирования ЭЭС после тяжелых аварий широко ведутся за рубежом [16].

Указанные выше положения по устойчивости и живучести ЭЭС необходимо будет учесть также в руководящих указаниях по противоаварийной автоматике и при разработке систем противоаварийного управления [17].

Аварийность электроэнергетических систем. Наибольшую опасность для ЭЭС и их объединений представляют системные аварии. В табл. 1 приведены данные по общему количеству системных аварий в 1976–1990 гг. и их распределения по годам и по ОЭС.

Анализ существующих инструкций по учету аварийности ЭЭС показывает их несовершенство и необходимость их дальнейшего улучшения в направлении более адекватной оценки категорийности аварий и отказов.

Типовой инструкцией по расследованию и учету аварий и брака и прочих нарушений в работе объектов энергетического хозяйства, потребителей электрической и тепловой энергии, утвержденной Минэнерго СССР в мае 1970 г., не предусматривались классификационные признаки системных аварий. Учитывались аварии только на электростанциях, в электросетях и на подстанциях, а также в цеховых электроустановках.

В сентябре 1975 г. Минэнерго СССР была утверждена "Инструкция по расследованию и учету аварий и других нарушений в работе элек-

тростанций, электрических и тепловых сетей, энергосистем и энергообъединений". В сентябре 1983 г. эта инструкция была пересмотрена. В июне 1990 г. взамен была введена "Инструкция по расследованию и учету технологических нарушений в работе электростанций, сетей и энергосистем".

В соответствии с инструкцией 1975 г. (введена в действие с января 1976 г.) системной аварией считались:

а) нарушение устойчивости ЭЭС, разделение ЭЭС на части, вызвавшее отключение потребителей на общую мощность более 5 % нагрузки ЭЭС;

б) работа ЭЭС или ОЭС с частотой ниже 49,5 Гц длительностью более 1 ч (отклонение частоты более чем на 0,5 Гц от номинальной длительностью от 30 мин до 1 ч – отказ 1-й степени);

в) невыполнение ЭЭС или ОЭС задания ОДУ или ЦДУ ЕЭС по величине межсистемного перетока мощности, если это привело к отключению или ограничению потребителей на величину более 20 % заданного перетока мощности (величина перетока мощности – 100 МВт и более для ЭЭС, 500 МВт и более для ОЭС);

г) разделение ОЭС на части, вызвавшее отключение потребителей на общую мощность более 5 % нагрузки ОЭС (особая системная авария);

д) массовые отключения или повреждения ЛЭП напряжением 6 кВ и выше в ЭЭС из-за стихийного явления, приведшие к отключению потребителей на общую мощность более 10 % нагрузки ЭЭС (особая системная авария).

При меньшей мощности отключенных потребителей, а также при отключении потребителей от специальной автоматики отключения нагрузки на общую мощность более 5 % нагрузки ОЭС, если при этом не произошло разделения ЭЭС на части, авария учитывалась не как системная, а как электростанционная или электросетевая.

Классификационный признак "в" вскоре был отменен и при расследованиях аварий не использовался.

Инструкцией, введенной в действие в 1984 г., по классификационным признакам "а" и "г" мощность отключившихся потребителей при нарушении устойчивости ЭЭС, ОЭС или их разделения на части была увеличена до 10 %, признаки "б" и "д" были практически сохранены (работа ЭЭС с повышенной частотой перестала учитываться как отказ 1-й степени) и был добавлен новый классификационный признак: нарушение устойчивости электропередачи или отключение одной или нескольких ЛЭП между ОЭС из-за превышения аварийно допустимого перетока мощности, если это привело к отключению потребителей на величину 10 % и более от нагрузки ОЭС.

Однако Инструкцией, введенной в действие со второй половины 1990 г., этот признак вновь не предусматривается, по классификационному при-

Энергообъединения	Количество системных аварий в 1976–1990 гг. и их распределение по годам															
	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983*	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990**	Всего
Общее по стране	26	24	23	36	24	32	26	33/20	17	21	15	12	7	7	8	311
ОЭС Центра	1	1	0	1	1	5	0	0	4	3	0	3	1	1	0	21
ОЭС Средней Волги	2	0	2	1	0	2	0	2/2	0	1	0	0	0	0	0	10
ОЭС Урала	1	1	1	0	2	1	3	4/3	0	1	0	1	1	0	0	16
ОЭС Северо-Запада	3	3	0	3	0	3	2	4/3	2	1	2	1	0	0	2	26
ОЭС Юга***				1	0	2	0	0/0	1	0	0	0	0	0	0	4
ОЭС Северного Кавказа		1	1	1	0	1	1	0/0	0	0	0	0	1	1	2	9
ОЭС Закавказья	2	2	4	9	5	2	5	4/2	0	3	0	2	0	1	0	39
ОЭС Казахстана	7	4	1	4	3	2	4	1/1	1	3	4	1	0	1	0	36
ОЭС Сибири	7	4	11	6	5	6	0	5/2	3	3	2	2	1	1	0	56
ЕЭС СССР				2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3
ОЭС Средней Азии	7	2	6	3	6	6	1/0	1	0	4	1	2	0	0	0	35
ОЭС Востока	3	1	1	2	5	5	5	12/7	5	5	3	1	1	2	4	56

Приимечания. Таблица составлена по данным Госинспекции по эксплуатации электростанций и ОРГРЭС. * В 1983 г. указано количество аварий, квалифицированных как системные по Инструкции 1975/1983 гг. ** В 1990 г. учтено 5 аварий и 3 отказа первой степени по Инструкции 1990 г. *** С 1989 г. ОЭС Юга разделилась на ОЭС Украины и Молдэнерго.

знаку "а" мощность отключившихся потребителей увеличена до 40 % нагрузки, но не менее 300 МВт в отделившейся части ЭЭС, по признаку "б" допустимая граница частоты снижена до 49 Гц в течение 1 ч или суммарной продолжительностью более 3 ч в течение суток, по признаку "д" мощность отключившихся потребителей увеличена до 20 % и более от потребления ЭЭС, и предусмотрен новый признак: "Обусловленное общими причинами обесточение электроприемников потребителей общей мощностью 500 МВт и более, за исключением нагрузки, отключенной или восстановленной средствами противоаварийной автоматики".

В табл. 1 количество аварий в 1983 г. показано в соответствии с их классификацией как системных по инструкции 1975/1983 гг. Из этих данных видно, что только за счет учетных особенностей инструкций общее количество аварий, регистрируемых как системные, "уменьшилось" более чем на 1/3. В 1990 г. в связи с новым изменением инструкции классифицированы как системные аварии всего пять нарушений.

Анализ ряда аварий показывает искусственность и непоказательность такого подхода к оценке системных аварий, когда серьезные системные аварии классифицируются как электросетевые. Примером является авария, произошедшая в ОЭС Сибири 11 февраля 1989 г. Авария возникла при нормальной схеме сети из-за перекрытия и разрушения разрядника на одной из фаз трансформатор-

ра на подстанции, питающей Красноярский алюминиевый завод. Из-за ряда отклонений от нормальных условий работы ОЭС Сибири произошла эскалация аварии, и она охватила большой регион с разделением ОЭС на несколько частей и массовым отключением потребителей. Однако авария не была учтена как системная, так как представленные данные о погашении потребителей и недоотпуске электроэнергии составили менее 10 % нагрузки всей ОЭС Сибири. Распределение этих данных по ЭЭС приведено в табл. 2, где сопоставлены отключенная мощность потребителей и суммарная нагрузка ЭЭС, в которых они отключились. Видно, что авария должна была быть классифицирована как системная. Однако комиссия сочла правомерным отнести отключившуюся мощность не к суммарной мощности указанных ЭЭС, а к суммарной мощности всей ОЭС Сибири, составлявшей на момент аварии 25 888 МВт. По отношению к этой величине мощность отключившихся потребителей (подтвержденная представителями Энергонадзора) составила 9,887 %, то есть на 0,113 % меньше установленного Инструкцией граничного значения, равного 10 %.

Приведенный выше один из примеров подтверждает несовершенство существующих инструкций по учету аварийности ЭЭС и указывает на необходимость их улучшения с целью своевременной выработки и осуществления мероприятий, предотвращающих подобное развитие аварий. Кроме

того, существующие инструкции по учету и расследованию аварий должны быть расширены с точки зрения полноты информации о последствиях аварий в рамках рассматриваемых понятий.

Таблица 2

Энергосистема	Суммарная нагрузка, МВт	Отключившаяся нагрузка		Недоотпуск электроэнергии, тыс. кВт·ч
		МВт	%	
Бурятэнерго	765	211,4	27,6	53,9
Читазнерго	1020	271,7	26,6	202,3
Кузбассэнерго	4346	524,0	12,0	14,3
Иркутскэнерго	7629	1552,4	20,0	241,3
Итого:	13 760	2559,5	18,6	511,8

С точки зрения классификации системных аварий представляется целесообразным введение признака, выраженного через системные минуты, который используется при классификации аварий в зарубежных энергосистемах и энергообъединениях. В качестве предварительного минимального значения, при котором авария могла бы классифицироваться как системная, может быть принята 1 системная минута, что было использовано для выделения основных аварий при подготовке третьего обзора по основным нарушениям в энергосистемах Исследовательским комитетом 39 СИГРЭ [18].

Природные опасности. Анализ природных опасностей показывает, что сейсмические районы с интенсивностью от 7 баллов (представляющей уже опасность для оборудования подстанций) и выше составляют около 10 % всей территории независимых государств, более половины ЭЭС этих государств в большей или меньшей степени расположены в зонах с повышенными внешними нагрузками на ЛЭП из-за гололедных и ветровых явлений. Это обуславливает необходимость уточнения районирования территории по степени опасности природных воздействий на ЭЭС и совершенствования нормативов и требований к электротехническому оборудованию, предназначенному к установке в районах с повышенными природными опасностями. В первую очередь (как показывает опыт Спитакского землетрясения в 1988 г.) это касается нормативов и требований, учитывающих сейсмические условия.

• Выводы. 1. Целесообразно в дальнейшем принимать решения по развитию энергообъединений независимых государств и ЕЭС с учетом выполнения критерия структурной надежности ($n = 1$). В первую очередь это касается системообразующих связей, систем выдачи мощности АЭС, крупных ГРЭС и ГЭС, систем транспорта электроэнер-

гии посредством ЛЭП сверхвысокого напряжения, схем питания крупных узлов нагрузки. Необходима разработка соответствующих нормативных документов.

2. Целесообразно с учетом перехода на рыночные отношения пересмотреть критерий статической надежности в сторону его увеличения до экономически целесообразных значений, учитывающих наиболее точно ущерб потребителей, и определить необходимые резервы мощности в объединенных энергосистемах независимых государств, с учетом новых экономических условий.

3. Необходимо расширить исследования по восстановлению нормального режима функционирования энергообъединений и ЕЭС после тяжелых аварий с массовым отключением потребителей и погашением электростанций в части разработки требований к оборудованию, методов исследования, идеологии и систем управления.

4. Необходимо пересмотреть существующую инструкцию по анализу аварийности ЭЭС в направлении более адекватной оценки категорийности аварий и отказов.

5. Следует ввести в большем объеме вероятностные подходы к оценке показателей надежности ЭЭС. Необходимо ускорить разработку тарифа на электрическую энергию, учитывающего фактор надежности электроснабжения потребителей и системы ответственности ЭЭС в виде штрафов за нарушение последними гарантированного и заявленного потребителями уровня надежности электроснабжения.

6. Учитывая, что многие объекты электроэнергетики подвержены опасным природным воздействиям (землетрясения, ураганы, гололед и др.), необходимо совершенствование норм и требований к электротехническому оборудованию электростанций, подстанций и ЛЭП, работающих в этих условиях, в первую очередь — к оборудованию, работающему в сейсмических регионах.

7. Для повышения надежности энергоснабжения потребителей с непрерывным технологическим циклом, перерыв электроснабжения которых может привести к тяжелым экологическим последствиям и опасен для жизни людей, необходима разработка требований к согласованному проектированию систем внешнего и внутреннего электроснабжения в целях обеспечения непрерывности технологического процесса при расчетных возмущениях либо безаварийной остановки производства при более тяжелых авариях.

8. Необходима разработка нормативов и требований по защите ЭЭС от воздействия электроприемников с резкопеременным характером нагрузки.

9. Необходимы нормативы и требования к системам диагностики и защиты, предотвращающим опасность разрушения валов турбоагрегатов из-за крутильных колебаний.

10. Необходимо разработать нормативы по обеспечению живучести функционирования ЭЭС. Требуется нормирование видов отказов и возмущений при оценке живучести и разработка критериев нормативной оценки этих показателей.

11. Целесообразно большее сближение понятий, используемых в рамках термина "надежность" в независимых государствах, входивших в СССР, и за рубежом.

ная информация / Н. И. Воропай, А. М. Кроль, Е. В. Калентионок, М. В. Негневицкий. – В сб. Энергетика и электрификация. Средства и системы управления в энергетике. – М.: Информэнерго, 1991.

17. Совалов С. А., Семенов В. А. Противоаварийное управление в энергосистемах. – М.: Энергоатомиздат, 1988.

18. Knight U. G. Third survey of major disturbances. – Elektra, 1989, No. 122.

[12.11.92]

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надежность систем энергетики. Терминология. Сборник рекомендуемых терминов. Вып. 95. – М.: Наука, 1980.

2. Руденко Ю. Н., Ушаков И. А. Надежность систем энергетики. – М.: Наука, 1986.

3. Allan R. N., Billinton R. Concepts of power system reliability evaluation. – Electrical Power and Energy Systems, 1988, vol. 10, No. 3.

4. Generation planning and transmission systems / P. J. Palermo, J. A. Casazza, J. Lucas, F. Branca – CIGRE, Session 1988, Rep. 37-02.

5. Нормативы надежности покрытия нагрузки ОЭС и ЭЭС СССР при проектировании и планировании их развития / А. Н. Зейлигер, П. А. Малкин, В. В. Могириев и др. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 3.

6. Burns S., Gross G. Value of service reliability. – IEEE Trans. on Power Systems, 1990, vol. 5, No. 3.

7. Johansson T., Wrang B., Makela L. Stability problems in the NORDIC power system. – CIGRE, Session 1982, Rep. 31-06.

8. IEEE Committee Report. Second supplement to a bibliography for the study of subsynchronous resonance between rotating machines and power systems. – IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1985, vol. PAS-104, No. 2.

9. Синьчугов Ф. И., Макаров С. Ф. Учет фактора надежности электроснабжения потребителей при формировании тарифа на электрическую энергию. – Электрические станции, 1991, № 1.

10. Правила устройства электроустановок (ПУЭ). – М.: Энергоатомиздат, 1985.

11. Руководящие указания по устойчивости энергосистем. – М.: СПО Союзтехэнерго, 1983.

12. Баринов В. А., Совалов С. А. Режимы энергосистем. Методы анализа и управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990.

13. Гуревич Ю. Е., Либова Л. Е. Отклик на статью Королова С. Г., Синьчугова Ф. И. "Нормирование надежности электрических сетей энергосистем и систем электроснабжения потребителей". – Электрические станции, 1988, № 12.

14. Гуревич Ю. Е., Файбисович Д. Л., Хвощинская З. Г. Особенности электроснабжения промышленных предприятий с непрерывными технологическими процессами. – Электричество, 1990, № 1.

15. Воропай Н. И. О нормативах живучести электроэнергетических систем. – В сб.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Выпуск 31. – Новосибирск: Наука, 1986.

16. Восстановление электроэнергетических систем после крупных аварий (принципы и методические средства). Обзор-

Авторы: Баринов Валентин Александрович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1965 г. В 1981 г. защитил докторскую диссертацию по вопросам математического моделирования, анализа и управления режимами сложных энергосистем в ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского. Заведующий отделением ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского.

Волков Геннадий Александрович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1951 г. В 1964 г. защитил кандидатскую диссертацию по надежности электроэнергетических систем в ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского. Ведущий научный сотрудник ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского.

Калита Виктор Васильевич окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1964 г. Заместитель начальника службы ЦДУ ЕЭС России.

Коган Феликс Лазаревич окончил электроэнергетический факультет Харьковского политехнического института в 1955 г. В 1974 г. защитил кандидатскую диссертацию по асинхронным режимам высокочастотных турбогенераторов в Новосибирском электротехническом институте. Заместитель главного инженера фирмы "ОРГРЭС".

Макаров Сергей Федорович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1976 г. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию по методами расчета надежности энергосистем в ВНИИЭ. Заведующий сектором ВНИИЭ.

Маневич Александр Соломонович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1967 г. Заместитель заведующего отделением ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского.

Могириев Вадим Владимирович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1962 г. В 1970 г. защитил кандидатскую диссертацию по устойчивости и надежности энергосистем в МЭИ. Начальник службы ЦДУ ЕЭС России.

Синьчуков Федор Ильич окончил энергетический факультет Среднеазиатского политехнического института в 1950 г. В 1973 г. защитил кандидатскую диссертацию по расчетам надежности электрических сетей энергосистем в МЭИ. Ведущий научный сотрудник ВНИИЭ.

Скопинцев Владимир Алексеевич окончил электротехнический факультет Московского энергетического института в 1965 г. В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию по применению динамических характеристик для исследования элек-

трических систем. Начальник головного научно-методического центра ГПИ и НИИ "Энергосетьпроект".

Хвоцкая Зоя Георгиевна окончила электротехнический факультет Московского энергетического института в 1958 г. В 1970 г. защитила кандидатскую диссертацию по системам возбуждения и автоматическим регуляторам возбуждения крупных турбогенераторов. Заведующая научно-исследовательской лабораторией ГПИ и НИИ "Энергосетьпроект".

Влияние переходных процессов на поведение дифференциальной защиты трансформаторов

КУЖЕКОВ С. Л., ЧМЫХАЛОВ Г. Н., ЦЫГУЛЕВ Н. И.,
ЗИЛЬБЕРМАН В. А., ХАЙМОВ Г. М., ШЕЙНКМАН А. Г.

Общие положения. В эксплуатации отмечены случаи излишнего срабатывания реле ДЗТ-21 продольной дифференциальной защиты трансформаторов собственных нужд электростанций при групповом самозапуске электродвигателей в режиме автоматического ввода резервного питания и при внешних коротких замыканиях (КЗ). Наблюдались также излишние срабатывания дифференциальных защит блоков генератор-трансформатор при сквозных токах (внешние КЗ, синхронизация генератора). Послеаварийные проверки защит в этих случаях не выявляли неисправностей и ошибок в схемах защит; параметры срабатывания и настройки реле этих защит были выбраны в соответствии с действующими рекомендациями по расчетам уставок [1]. В связи с этим приобрели актуальность вопросы выявления причины указанных выше излишних срабатываний и разработки мероприятий по обеспечению селективности дифференциальной защиты трансформаторов.

Натурные испытания, теоретический анализ и исследования с помощью физических и математических моделей позволили выявить основную причину излишних срабатываний — насыщение магнитопроводов трансформаторов тока (ТТ). Указанное явление в наибольшей степени проявляется в переходных режимах при наличии значительных апериодических составляющих (i_a) в токах внешних КЗ и самозапуска двигателей, для краткости названных сквозными (i_{sv}) токами.

Апериодические составляющие в сквозных токах. Реальность появления значительных апе-

риодических составляющих в сквозных токах в настоящее время является предметом дискуссии. В [2, 3] приведены данные о низком значении вероятности появления апериодической составляющей в токах КЗ и делается вывод об экономической нецелесообразности учета погрешностей ТТ, соответствующих переходным режимам. В [4, 5] доказывается необходимость учета реальности возникновения апериодических составляющих. Противоречивость указанных данных вызывает необходимость дополнительного исследования этого вопроса.

Можно выделить 4 основных случая, в которых появляются апериодические составляющие.

1. Начальный период процесса пуска или самозапуска электродвигателей ($3T_a > t > 0$, где T_a — постоянная времени затухания i_a). В этом случае начальное (I_{a0}) значение i_a может приближаться к амплитуде I_{nm} периодической составляющей тока пуска или самозапуска (рис. 1 и 2).

2. Процесс успешного разгона ротора электродвигателя ($t_p > t > 3T_a$, где t_p — время пуска). Возникает низкочастотная составляющая переменной частоты, обусловленная свободным током ротора. Амплитуда этой составляющей I_{msh} может достигать номинального значения тока электродвигателя [6]. Влияние составляющей i_{sh} во многом эквивалентно апериодическому току.

3. Неуспешное автоматическое повторное включение (АПВ) поврежденного элемента или включение на короткое замыкание, существовавшее в цепи.

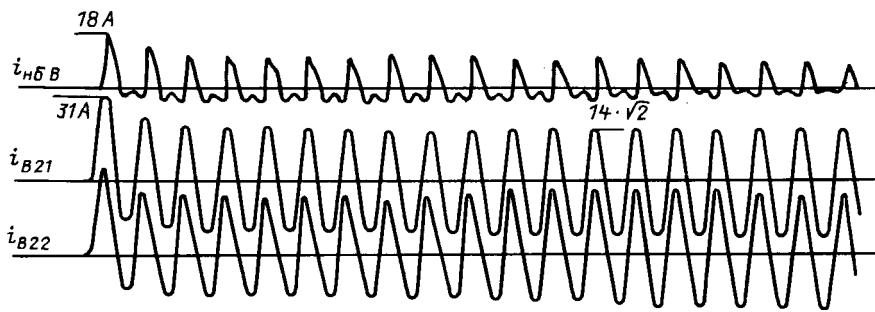


Рис. 1. Осциллограмма токов при пуске электродвигателя АТД-8000/6000: i_{B21} , i_{B22} — вторичные токи ТТ фазы B в плачах защиты; $i_{nB}B$ — ток небаланса в фазе B

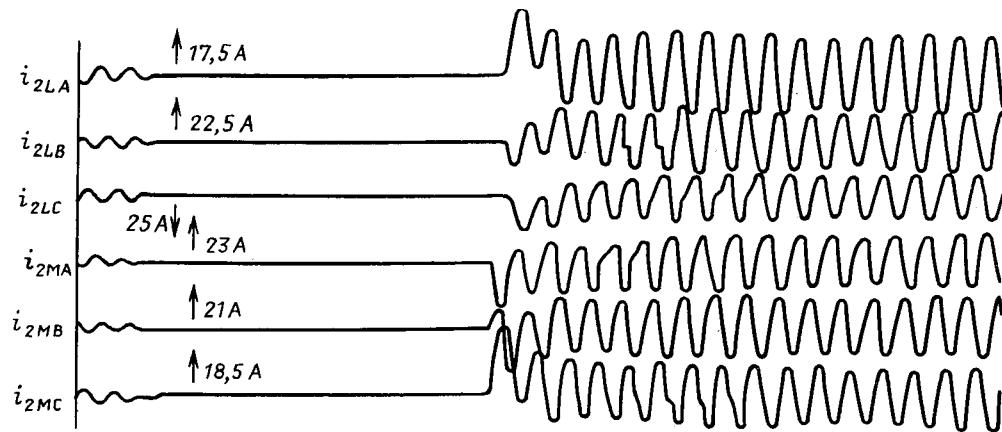


Рис. 2. Осциллограмма электрических величин дифференциальной защиты резервного трансформатора собственных нужд при автоматическом вводе резервного питания выключателей 6 кВ собственных нужд блочной электростанции. Перерыв питания $\Delta t = 1,53$ с i_{2LA} , i_{2LB} , i_{2LC} , i_{2MA} , i_{2MB} , i_{2MC} — токи в плачах дифференциальной защиты трансформатора от ТТ, установленных на вводе к магистралям резервного питания L и M фаз A , B , C

4. Внезапное КЗ в цепях объектов защиты.

В первых трех случаях режим начинается включением выключателя. Если в пределах полу-периода синусоиды напряжения промышленной частоты (из-за симметрии явления при отсутствии остаточного напряжения на объекте допустимо рассматривать один полупериод) фаза включения равновероятна, то плотность ее распределения равна $1/\pi$ рад $^{-1}$. В соответствии с положениями теории переходных процессов в линейных электрических цепях нетрудно показать, что значительная апериодическая составляющая ($I_{a0} \geq 0,5 I_{pt}$) в цепи с индуктивностью имеет место при включении выключателя в диапазоне углов $(0^\circ - 3^\circ - 2\pi - \pi)$, а вероятность включения в данном диапазоне равна $2/3$, т. е. достаточно велика.

В реальных условиях указанная вероятность имеет меньшие значения. Так, в частности, по данным [7] при включении ненагруженной линии она составляет $0,45-0,7$ и мало зависит от остаточ-

ного напряжения на объекте. При неуспешных АПВ из-за влияния остаточной электрической прочности в месте повреждения по данным [8] апериодическая составляющая в токах практически отсутствует более чем в 50 % случаев, а вероятность того, что $I_{a0} \geq 0,5 I_{pt}$, составляет 0,25-0,3.

Вероятность появления значительной апериодической составляющей в токе группового самозапуска электродвигателей зависит не только от фазы включения напряжения источника питания, но и от частоты, фазы и скорости затухания остаточной ЭДС эквивалентного электродвигателя. Опыт эксплуатации показал, что за время перерыва питания электродвигателей собственных нужд электростанций вектор остаточной ЭДС может сдвигаться на 180° (с погрешностью 10-20 %) по отношению к напряжению питающей сети. Следует заметить, что амплитуда начального периодического тока самозапуска и, следовательно, начальное значение апериодической составляющей могут превышать соответствующие значения в режиме пуска электродвигателей. Это приводит к более глубокому насыщению магнитопроводов ТТ при самозапуске.

В четвертом случае причинами КЗ могут быть удары молнии, попадание посторонних предметов, сближение токоведущих частей и др. Если скорость движения предметов, вызывающих КЗ, ниже скорости изменения периодической составляющей, то вероятность возникновения значительных апериодических составляющих мала и для воздушных линий соответствует данным [2, 3].

Однако при ударах молнии и внутренних перенапряжениях следует считаться с возможностью появления значительной апериодической составляющей. Следует отметить, что при удаленных КЗ на линиях электропередачи напряжением 330 кВ и выше повышенные погрешности ТТ не возникают, поскольку эти ТТ всегда выполняются со вторичным номинальным током 1А, а также вследствие невысоких значений кратности тока КЗ и малой постоянной времени затухания апериодической составляющей, хотя сами апериодические составляющие часто заметны на аварийных осциллограммах. Анализ последних показал, что повышенные погрешности ТТ имеют место при кратностях токов, близких к предельным по условию полной погрешности $\epsilon \leq 10\%$. Последнее наблюдается как для ТТ со вторичным номинальным током 5 А, так и 1 А, но в последнем случае — при КЗ вблизи от шин мощных электростанций, если через рассматриваемый ТТ протекает суммарный ток нескольких генераторов.

Возможно также появление значительных апериодических составляющих при неоднородном включении фаз выключателя, а также при переходе замыкания на землю в симметричное КЗ и несимметричного КЗ в трехфазное. Последнее имеет место, например, при развивающемся повреждении в коробке выводов электродвигателя и приводит к наблюдавшимся в эксплуатации излишним срабатываниям дифференциальных защит трансформаторов и магистралей резервного питания 6,3 кВ собственных нужд. Следует отметить, что в таких случаях, а также в начальной фазе самозапуска электродвигателей (при биениях тока) кривая сквозного тока может не иметь перехода через нулевое значение в течение 1–2 периодов. Это явление существенно затрудняет условия правильной работы дифференциальных защит.

Таким образом, при проектировании, наладке и эксплуатации дифференциальных защит силовых трансформаторов, в первую очередь — трансформаторов собственных нужд электростанций, следует учитывать возможность появления в сквозных токах, протекающих через защиты, значительных апериодических составляющих.

Токи небаланса при высоких кратностях сквозного тока. Тормозная характеристика реле имеет горизонтальный участок (торможение сквозным током отсутствует) в интервале от нуля до I_h , где I_h — номинальный ток объекта защиты. Можно

условно разделить кратности k периодической составляющей сквозного тока ($I_{\text{скв.п}}$), равные $k = I_{\text{скв.п}}/I_h$, на два диапазона: незначительные — при $k \leq 3$, и высокие — $k > 3$. Такое разделение объясняется тем, что влияние тормозного сигнала на работу реле ощущимо при $I_{\text{скв.п}} > 2I_h$.

В состав реле входят: 1) чувствительный орган, реагирующий на длительность бестоковой паузы во входном сигнале на определенном уровне замера и имеющий как торможение второй гармонической подведенного тока, так и процентное торможение токами плеч;

2) дифференциальная токовая отсечка, в первом приближении при синусоидальном входном токе реагирующая на среднее выпрямленное значение напряжения на вторичной обмотке входного трансреактора реле. Неодинаковость принципов выполнения обоих органов обусловливает их различную реакцию не только на интегральные характеристики, но и форму подводимых токов. Это объясняет необходимость выявления расчетных токов небаланса для каждого органа в отдельности.

Нетрудно показать, что среднее выпрямленное значение напряжения на вторичной обмотке входного трансреактора реле максимально, если при сквозном токе одна группа ТТ идеально трансформирует ток, а вторая работает с максимальными погрешностями. Характеристики намагничивания насыщенных ТТ при этом допустимо заменить идеальными прямоугольными кривыми (ПХН), что дает возможность получить предельные значения периодической составляющей тока небаланса. На рис. 3 приведены кривые среднего выпрямленного значения периодической составляющей намагничивающего тока ($I_{0\text{ср.в.п.}}$) ТТ с ПХН при максимальном содержании апериодической составляющей в первичном токе. Вычисленные значения

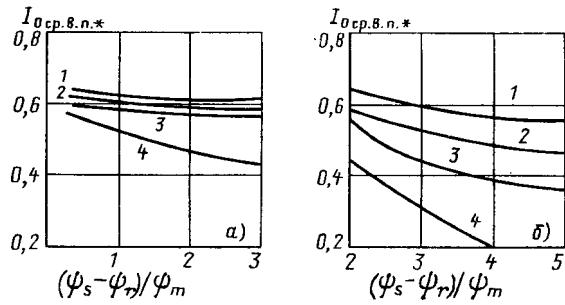


Рис. 3. Среднее выпрямленное значение периодической составляющей намагничивающего тока ТТ с ПХН в переходном режиме при различных значениях постоянной времени T_a затухания апериодической составляющей: а) на первом периоде; б) на последующих периодах; 1 — $T_a = 0,3$ с; 2 — $T_a = 0,1$ с; 3 — $T_a = 0,05$ с; 4 — $T_a = 0,02$ с.

выражены в долях $I_{\text{скв.п.}}$, т. е. $I_{0\text{ср.в.п.}^*} = I_{0\text{ср.в.п.}}/I_{\text{скв.п.}}$

Аргументом на рис. 3 является аналог параметра A_z для переходного режима $\frac{\Psi_s - \Psi_r}{\Psi_m}$, опреде-

ляемый для каждого периода промышленной частоты (где Ψ_s — потокосцепление насыщения; Ψ_r — остаточное потокосцепление; Ψ_m — амплитуда условного потокосцепления, которое имело бы место при отсутствии насыщения ТТ). На рис. 3, б те же значения $I_{0\text{ср.в.п.}^*}$ приведены для второго и последующего периодов n переходного процесса, если ТТ насыщался на предыдущих периодах.

Расчетный ток небаланса дифференциальной отсечки, обусловленный погрешностями ТТ, составляет $I'_{\text{нб}} \leq I_{0\text{ср.в.п.}^*} I_{\text{скв.п.}}$.

Следует отметить, что после насыщения ТТ второй группы (или автотрансформаторов тока типа АТ-31) $I'_{\text{нб}} \approx 0$.

Выявление расчетного значения $I'_{\text{нб}}$ для чувствительного органа представляет более сложную задачу, так как он реагирует на форму сигнала (бестоковые паузы в сигнале на выходе реального дифференцирующего звена, гармоническое и процентное торможение). В рамках данной статьи рассмотрен наиболее типичный случай синусоидального первичного тока с апериодической составляющей.

Биение тока, неодновременность замыкания контактов выключателей, последовательные (переходящие из одного вида в другой) КЗ не учитываются. С учетом отмеченного производилось физическое моделирование переходных режимов работы дифференциальных защит на базе установок, описанных в [9] и успешно эксплуатируемых в

Новочеркасском политехническом институте в течение длительного времени. В качестве физических моделей использовались ТТ со следующими параметрами: площадь сечения сердечников $s = 6,05 \text{ см}^2$ (сталь 3413); средняя длина силовой линии магнитопровода $l_{\text{ср}} = 42,4 \text{ см}$; число витков обмоток $W_1 = W_2 = 200$; сопротивление нагрузки на ТТ $R_{\text{нр}} = 0-3 \text{ Ом}$. Уставки реле ДЗТ-21: начальный ток срабатывания $I_{\text{ср.0}^*} = 0,3$; ток начала торможения $I_{\text{т.н}^*} = 0,6$ и $1,0$; коэффициент торможения $k_t = 0,3-0,9$. Кратность сквозного тока изменялась в пределах $0,6-8$ от номинального тока защиты ($2,5 \text{ А}$). Постоянная времени затухания апериодической составляющей T_a находилась в пределах $0,02-0,3 \text{ с}$. Удельные напряжения ТТ в плечах защиты регулировались в пределах $25-500 \text{ В/м}^2\cdot\text{вит}$. Осциллограмма, приведенная на рис. 4, получена при удельных напряжениях ТТ в плечах защиты $18 \text{ В/м}^2\cdot\text{вит}$ и $180 \text{ В/м}^2\cdot\text{вит}$, что приблизительно соответствует данным эксплуатации пускорезервных трансформаторов собственных нужд электростанций с турбогенераторами ($32,9 \text{ В/м}^2\cdot\text{вит}$ и $189 \text{ В/м}^2\cdot\text{вит}$). Исследования позволили выявить две характерные формы тока небаланса, вызывающие неправильные действия реле.

Первая форма характерна для защиты с двумя одиночными ТТ,ключенными на разность токов, или с группами ТТ по схеме звезда-звезда. Максимальный ток небаланса возникает, если в одной из фаз апериодическая составляющая максимальна ($i_{a,\text{max}}$), а в двух других равна по величине и составляет $0,5 i_{a,\text{max}}$. Ток небаланса $i_{\text{нб}}$ в фазе, имеющей $i_{a,\text{max}}$, имеет форму, приведенную на рис. 4. Начиная с третьего периода переходного процесса, коэффициент смещения тока

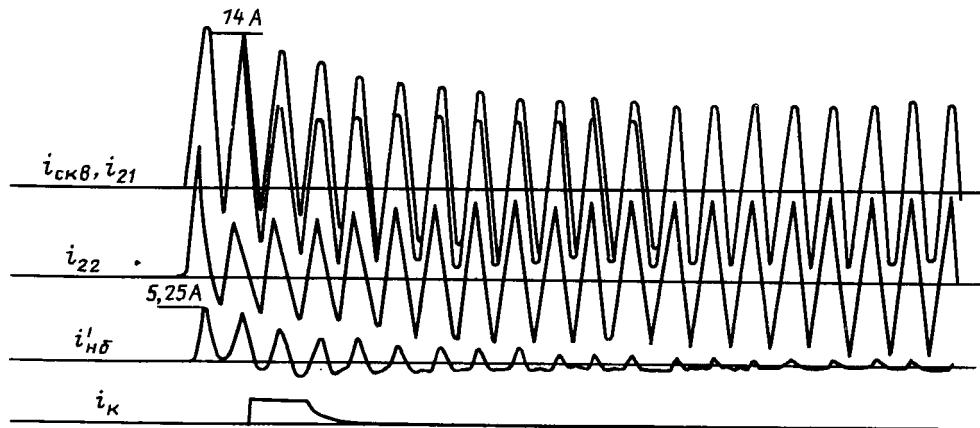


Рис. 4. Осциллограмма токов дифференциальной защиты (два одиночных ТТ включены на разность токов) при $k_t = 0,3$: $i_{\text{скв}}$ — сквозной ток; i_{21} , i_{22} — токи в плечах; $i_{\text{нб}}$ — ток небаланса, обусловленный насыщением ТТ; i_K — ток через контакты выходного органа реле ДЗТ-21

$k_{\text{см}} = i_a / I_{\text{пп}} \leq 0,2$, где $I_{\text{пп}}$ — амплитуда периодической составляющей.

Этот ток, начиная с третьего периода, по форме близок ко вторичному току насыщенного ТТ, по первичной обмотке которого проходит ток, обусловленный однополярным броском намагничивающего тока силового трансформатора. В этих условиях реле ДЗТ-21 загрублется и не срабатывает. Однако в течение первых двух периодов переходного процесса ток небаланса по форме приближается к синусоиде, смещенной апериодическим током. Последний поглощается трансреактором реле, и периодическая составляющая тока небаланса, близкая по форме к синусоиде, поступает во вторичные цепи реле и имеет незначительные бестоковые паузы. При этом, хотя $k_{\text{см}}$ близок к единице, создаются условия для неправильного срабатывания реле (рис. 4). Ток небаланса получается наибольшим, если ТТ одной группы практически не имеют погрешностей. Исследования показали, что в этих условиях относительное значение периодической составляющей тока небаланса $I'_{\text{нб.п.} \ast} = I'_{\text{нб.п.}} / I_{\text{скв.п.}}$ можно приближенно принять равным 0,3. Здесь $I'_{\text{нб.п.}}$ — периодическая составляющая тока небаланса $i'_{\text{нб.}}$.

Следует отметить, что $I'_{\text{нб.п.}}$ в течение первых двух периодов практически равен току небаланса с отрицательными полуволнами, значения которого определены в [10].

Вторая форма тока небаланса характерна для защиты со схемой соединения ТТ звезда—треугольник при насыщении ТТ, соединенных в треугольник [11]. Следует отметить, что в [11] исследован ток небаланса, не содержащий апериодической составляющей, т. е. способный вызвать неселективное срабатывание реле ДЗТ-11. Исследования, проведенные авторами, показали, что такая форма тока может приводить и к неселективному срабатыванию защиты с реле ДЗТ-21.

Наиболее близкий к синусоидальному току $i_{\text{нб}}$ протекает в дифференциальной цепи той фазы, принужденная составляющая тока которой в момент коммутации проходит через нулевое значение. Апериодическая составляющая первичного тока в этой фазе отсутствует. В двух других фазах токи i_a имеют противоположные направления, а модуль начального значения i_a составляет

$$\sqrt{3}$$

$I_{\text{а0}} = \frac{\sqrt{3}}{2} i_{\text{ам}}$. На рис. 5 приведена осциллограмма токов при срабатывании реле ДЗТ-21 с неправильно выбранным коэффициентом торможения ($k_t = 0,3$) при второй форме тока небаланса.

Для защиты трансформатора со схемой соединения звезда—треугольник для ТТ со вторичным номинальным током 1А, соединенных в треугольник, характерными являются незначительные погрешности последних, что наблюдается на осциллограммах, снятых как в реальных условиях, так и на физических моделях. В этом случае наибольшая опасность излишнего срабатывания возникает, если апериодическая составляющая в одной из фаз, где ТТ соединены в звезду, максимальна, т. е. равна $i_{\text{a max}}$, а в двух других равна по величине и составляет $0,5 i_{\text{a max}}$. В результате формы токов небаланса для первых двух периодов переходного процесса у дифференциальных защит со схемами соединения ТТ звезда—звезда и звезда—треугольник оказываются практически одинаковыми, и действующее значение периодической составляющей $I'_{\text{нб.п.}} \approx 0,3$.

Таким образом, принятное в [12] значение коэффициента $k_{\text{пер}} = 2,0$, учитывающего переходный режим, является недостаточным и не обеспечивает в наиболее тяжелых условиях несрабатывание реле при больших сквозных токах. Введение дополнительной выдержки времени с помощью существую-

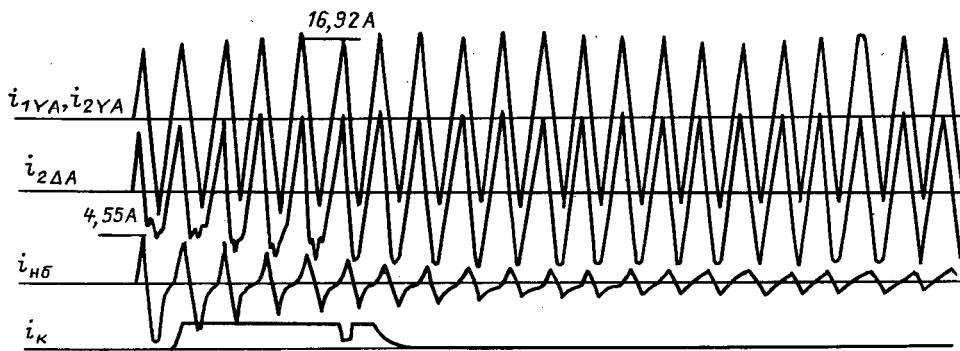


Рис. 5. Осциллограмма токов дифференциальной защиты со схемой соединения звезда—треугольник: i_{1YA} , i_{2YA} — первичный и вторичный токи фазы A ТТ, соединенных в звезду; $i_{2\Delta A}$ — вторичный ток фазы A ТТ, соединенных в треугольник; $i_{\text{нб}}$ — ток

через контакты выходного органа реле ДЗТ-21

щих промежуточных электромеханических реле с замедлением на возврат не исключает неправильной работы защиты при кратковременном срабатывании реле ДЗТ-21.

Токи небаланса при незначительных кратностях сквозного тока. Процессы, аналогичные описанным выше для схемы звезда—звезда, могут иметь место и при небольшом сквозном токе. Следует подчеркнуть особую опасность таких токов, так как процентное торможение при этом либо отсутствует, либо незначительно. Такие токи, в частности, наблюдаются при синхронизации генераторов, а также при удаленных внешних КЗ и небольших сквозных токах (например, токах самозапуска электродвигателей).

Возможность насыщения ТТ на стороне генераторного напряжения блока генератор—трансформатор при небольшом токе объясняется следующим. Пусть в сквозном токе содержится максимальная апериодическая составляющая, т. е.

$$i_{\text{скв}} = I_{\text{скв.п}} (e^{-t/T_a} - \cos \omega t), \quad (1)$$

где T_a — постоянная времени затухания апериодической составляющей; $I_{\text{скв.п}}$ — амплитуда периодической составляющей сквозного тока; ω — угловая частота.

При активном характере нагрузки ТТ магнитная индукция до насыщения в соответствии с [8] составляет:

$$B = B_r + B_m [\omega T_a (1 - e^{-t/T_a}) - \sin \omega t], \quad (2)$$

где B_m — амплитуда переменной составляющей индукции при отсутствии насыщения; B_r — остаточная индукция.

Обычно в цепях генераторов устанавливают ТТ серий ТШ и ТШВ, у которых при номинальном токе индукция $B_m \approx (0,1 - 0,2)$ Тл. Предельное значение апериодической составляющей условной индукции при $T_a = 0,05$ с составляет $B_{\text{апр}} = B_m \omega T_a = (1,57 - 3,14)$ Тл, т. е. ТТ может весьма заметно насыщаться, особенно при остаточной индукции неблагоприятного знака.

Наибольшую опасность представляет периодическая составляющая тока небаланса, по форме близкая к синусоидальной, которая имеет место, если соответствующая апериодическому процессу точка находится на линейном насыщенном участке кривой намагничивания. Периодическая составляющая намагничивающего тока

$$I_{0\text{п}} = \frac{I_{\text{скв.п}}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}}, \quad (3)$$

где $T_2 = \frac{L_{0s}}{R_2}$ — постоянная времени вторичного контура ТТ; L_{0s} — остаточная индуктивность намагничивающей ветви.

Значение T_2 зависит от апериодического намагничивающего тока i_{0a} и определяется по уравнению

$$L_{0s} \frac{di_{0a}}{dt} = R_2 i_{2a}, \quad (4)$$

где i_{2a} — вторичный апериодический ток.

После насыщения ТТ первичный апериодический ток описывается уравнением

$$i_{1a} = I_{\text{скв}} e^{-t_s/T_a} e^{-t/T_a}, \quad (5)$$

где t — время, отсчитываемое с момента насыщения ТТ; t_s — время насыщения ТТ, определяемое из (2) при $B = B_s$; $B_s = (1,7 - 1,8)$ Тл — индукция насыщения.

Следует подчеркнуть, что на практике ТТ могут насыщаться при небольшом токе, если остаточная индукция имеет неблагоприятный знак.

Периодическая составляющая $I_{0\text{п}}$ достигает максимального значения и наиболее приближается по форме к синусоиде в момент достижения i_{0a} максимума [13, 14]. Интегрирование выражения (4) дает

$$i_{0a} = \frac{T_a}{T_a - T_2} I_{\text{скв}} e^{-t_s/T_a} (e^{-t/T_a} - e^{-t/T_2}). \quad (6)$$

Эта апериодическая составляющая достигает максимума за время [13, 14]

$$t_{0am} = \frac{T_a T_2}{T_a - T_2} \ln \frac{T_a}{T_2} + t_s. \quad (7)$$

Расчет показал, что при токах порядка $(1-2)I_n$ у ТТ серий ТШ и ТШВ значение напряженности магнитного поля, созданной апериодической составляющей, может достигать 10–15 А/см, T_2 находится в пределах 3–13 мс, а ориентировочное значение периодической составляющей намагничивающего тока $I_{0\text{п}} \approx (0,24 - 0,73) I_{\text{скв}}$. Если в этих условиях торможение отсутствует или незначительно, а начальный ток срабатывания $I_{c0} < I_{0\text{п}}$, то следует ожидать излишнего срабатывания реле ДЗТ-21. На рис. 6 в качестве примера приведена осциллограмма токов КЗ и тока через контакты срабатывающего в этом случае реле ДЗТ-21 при небольшом сквозном токе, полученная на физиче-

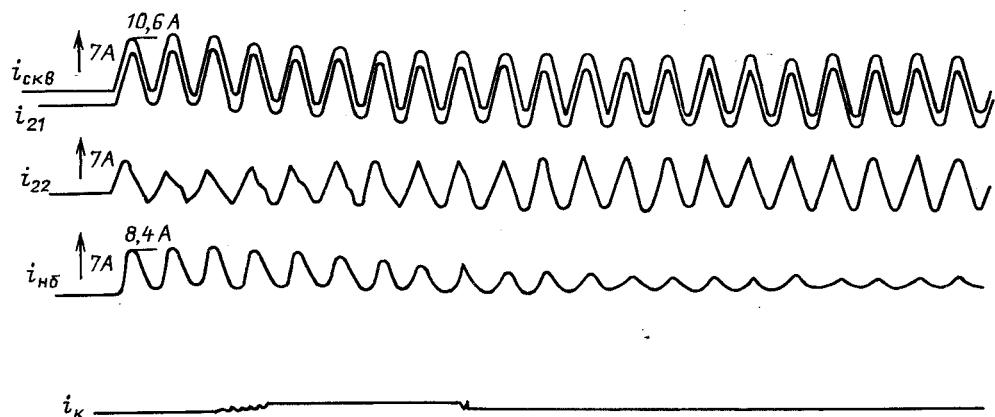


Рис. 6. Осциллограмма токов дифференциальной защиты (два одиничных ТТ включены на разность токов) при незначительном сквозном токе (обозначения в соответствии с рис. 4)

ской модели. Кратность сквозного тока составляла 1,67; коэффициент торможения реле $k_t = 0,35$; ток начала торможения $I_{t.h*} = 0,6$; торможение осуществлялось токами обоих плеч дифференциальной защиты.

Расчеты показали также, что при любом значении остаточной индукции в магнитопроводе ТТ типа ТШ, ТШВ последние не насыщаются в переходном режиме при номинальном сопротивлении нагрузки и $T_a \leq 0,3$ с, если $I_{cкв.п} < 0,6I_{1h}$, где I_{1h} — номинальный первичный ток ТТ. Поэтому выбором значений I_{c0} и $I_{t.h*}$ можно исключить излишние срабатывания реле на горизонтальном участке тормозной характеристики. Неучет повышенных погрешностей ТТ в переходных режимах при незначительных кратностях токов может привести к неправильному срабатыванию реле при сквозном токе даже при наличии выдержки времени, рекомендованной в [12].

Радикальным способом предотвращения излишних срабатываний при небольшом токе является правильный выбор I_{c0} и ликвидация горизонтального участка тормозной характеристики (достигается путем закорачивания стабилитронов в целях торможения внутри реле). Это улучшает условия отстройки реле от всех видов сквозных токов. Следует отметить, что это приводит к некоторому загрублению защиты, но устраняет опасность потери питания системы собственных нужд на электростанциях с турбогенераторами из-за ложного действия защиты при сквозных токах, возникающих при автоматическом вводе резервного питания.

Тормозные токи в переходном режиме. Опыт эксплуатации показал, что схемы с односторонним торможением менее эффективны, чем схемы, в которых используется торможение токами всех обмоток (сторон) защищаемого трансформатора.

Насыщение ТТ, вызванное наличием апериоди-

ческой составляющей в сквозном токе, снижает эффективность торможения при одновременном росте тока небаланса. Однако при этом происходит загрубление реле по форме подводимого тока (бестоковые паузы, высшие гармонические). Исследования показали, что при токах небаланса, представляющих опасность для излишнего срабатывания реле при высоких кратностях тока, вторичные токи ТТ в плечах защиты близки к приведенным ко вторичным цепям первичным токам, т. е. $I_{2*} = I_2/I_1' \approx 1,0$. Поэтому при высоких кратностях тока учитывать снижение тормозного действия реле из-за насыщения ТТ не следует. При незначительных кратностях сквозного тока тормозной ток со стороны низшего напряжения ТТ можно вычислить по выражению

$$I_{t.hn} = \sqrt{(I_{cкв.п})^2 - I_{0n}^2}.$$

Выводы. Насыщение ТТ в переходных режимах сквозными токами может привести к срабатываниям высокочувствительных реле ДЗТ-21, если их уставки выбраны в соответствии с [1]. Приведенные в статье данные могут быть использованы при разработке методик расчета уставок реле ДЗТ-21, более полно учитываяших переходные процессы. Указанные данные можно обоснованно использовать при расчете уставок дифференциальных защит повышающих трансформаторов и блоков генератор-трансформатор, автотрансформаторов связи, понижающих автотрансформаторов и трансформаторов с незначительной двигательной нагрузкой. Для получения необходимых данных по расчету уставок защит трансформаторов, питающих двигательную нагрузку, например, пускорезервных трансформаторов собственных нужд, необходимо провести дополнительные исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководящие указания по релейной защите. Релейная защита понижающих трансформаторов и автотрансформаторов 110–500 кВ. Расчеты. Выпуск 13Б.– М.: Энергоатомиздат, 1985.

2. Вероятность возникновения больших погрешностей трансформаторов тока в переходных режимах и оценка действия релейных защит / А. Д. Дроздов, В. А. Гармаш, М. А. Беркович, В. В. Ильиничнин.– Электричество, 1978.– 6.

3. Алексеев В. Г., Зихерман М. Х. Оценка вероятности насыщения трансформаторов тока в сети 500 кВ.– Электричество, 1979, № 2.

4. Verhalten von Stromwandlern und Distanzschutzreleis bei Kurzschlusstromen mit Gleichstromglied / H. H. Bay, W. Halamta, J. H. Noeller, R. Zahorka – ETZ-A, 1967, B. 88, N. 5, S. 113–120.

5. Стогний Б. С., Оробец Ю. Н. Вероятностные исследования переходных режимов работы трансформаторов тока.– Техническая электродинамика, 1982, № 3.

6. Защита двигателя от несостоявшегося пуска / С. Л. Кужеков, В. Ф. Минаков, И. А. Шихкеримов, Г. Н. Чмыхалов.– Изв. вузов. Электромеханика, 1988, № 10.

7. Шперлинг Б.–Р. Т. Характеристики включения выключателей и их влияние на параметры распределения перенапряжений при включении ненагруженной линии.– Л.: Энергия, 1968.– Изв. НИИПТ, вып. 14.

8. Алексеев В. Г. Апериодические составляющие токов короткого замыкания в сетях сверхвысокого напряжения.– Электричество, 1987, № 9.

9. Электрические цепи с ферромагнитными элементами в релейной защите / А. Д. Дроздов, А. С. Засыпкин, С. Л. Кужеков и др.– М.: Энергоатомиздат, 1986.

10. Кужеков С. Л., Синельников В. Я. Защита шин электростанций и подстанций.– М.: Энергоатомиздат, 1983.

11. Новаш В. И., Тишечкин А. А. Токи небаланса в схеме продольной дифференциальной защиты трансформаторов и блоков генератор–трансформатор.– Изв. вузов. Энергетика, 1970, № 10.

12. О предотвращении ложной работы дифференциальной защиты ДЗГ–21 пускорезервных трансформаторов собственных нужд электростанций. Противоаварийный циркуляр № Ц–04–87 (Э)

13. Сирота И. М. Переходные режимы работы трансформаторов тока.– Киев: Изд. АН УССР, 1961.

14. Стогний Б. С. Анализ и расчет переходных режимов работы трансформаторов тока.– Киев: Наукова думка, 1972.

[06.11.92]

Авторы: Кужеков Станислав Лукьянович окончил энергетический факультет (ЭФ) Новочеркасского политехнического института (НПИ) в 1964 г. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию "Модели, методы синтеза и структуры многофункциональных защит электроустановок" в ИЭД АН УССР, г. Киев. Профессор НПИ.

Чмыхалов Геннадий Николаевич окончил ЭФ НПИ в 1970 г. В 1982 г. защитил кандидатскую диссертацию "Исследования режимов работы и разработка устройства релейной защиты электродвигателей собственных нужд электростанций" в НПИ. Доцент НПИ.

Дыгулев Николай Иосифович окончил ЭФ НПИ в 1971 г. В 1976 г. защитил кандидатскую диссертацию "Исследования переходных процессов и разработка устройства релейной защиты с повышенной чувствительностью и быстродействием" в НПИ. Доцент НПИ.

Зильберман Виктор Айзикович окончил электротехнический факультет Одесского политехнического института в 1967 г. В 1992 г. защитил докторскую диссертацию "Совершенствование релейной защиты энергоблоков АЭС" в Санкт-Петербургском Государственном техническом университете. Главный инженер проекта института "Атомэнергопроект".

Хаймов Георий Михайлович окончил ЭФ ВЗПИ в 1980 г. Начальник цеха ОРГРЭС.

Шейнкман Александр Гилелевич окончил электроэнергетический факультет МЭИ в 1962 г. Старший бригадный инженер ОРГРЭС.

Моделирование магнитокумулятивного генератора с трансформаторным отводом энергии

ПЛЯШКЕВИЧ Л. Н., ЖИЛЬЦОВА И. Л., РЫМАРЬ О. В.

Магнитокумулятивный генератор (МКГ) преобразует энергию взрыва в мощный импульс электрической энергии. Электротехнической моделью МКГ является его представление последовательным RL -контуром с уменьшающимися сопротивлением и индуктивностью, причем в простейшей разновидности модели R и L принимаются зависящими только от времени. В [1, 2] показано, что в таком случае работа МКГ формально определяется заданием функций перестройки сопротивления и индуктивности и трех безразмерных параметров.

При использовании МКГ в более сложной электрической цепи эти параметры также могут использоваться в части, касающейся генератора. Характерным примером такой задачи является рассматриваемое в настоящей работе включение индуктивно-омической нагрузки МКГ через выходной трансформатор, широко применяемое на практике [3–9]. Здесь генератор может быть смоделирован двумя индуктивно связанными RL -контурами, и к вышеуказанным добавляются еще три безразмерных параметра, характеризующие вторичную цепь трансформатора [3, 4]. В общем случае система уравнений обоих контуров решается только численно. Проиллюстрируем ее решение для двух законов индуктивности генератора: гиперболического (№ 1) и равномерного (№ 2) при подобном изменении его сопротивления и рассмотрим влияние на его работу некоторых параметров первичной и вторичной цепей трансформатора.

Пусть МКГ с нагрузкой представлены в виде двух индуктивно связанных трансформатором контуров. Индуктивность L_1 первичного контура состоит из индуктивности МКГ и индуктивности L_{1T} первичной обмотки трансформатора и уменьшается от начального значения L_0 до L_{1T} с совершенствием работы против пондеромоторных сил магнитного поля. Коэффициент перестройки индуктивности $\lambda = L_0/L_1$ при гиперболическом законе (№ 1) вывода индуктивности $L_1(t)$ выражается формулой $\lambda = 1 + (\lambda_k - 1)\tau$, при равномерном (№ 2) — $\lambda = 1/(1 - (1 - 1/\lambda_k)\tau)$, где $\lambda_k = L_0/L_{1T}$; безразмерное время $\tau = t/T$; T — время работы МКГ.

Сопротивление первичного контура R_1 уменьшается от R_0 до R_k , коэффициент перестройки сопротивления $\rho = R_0/R_1$, его конечное значение ρ_k . При $\tau = 0$ значение $\lambda = \rho = 1$. Параметр первичной цепи $\nu_0 = R_0 T/L_0$.

Трансформатор с взаимоиндукцией L_{12} и индуктивностью вторичной обмотки L_{2T} имеет коэф-

фициент связи $k = L_{12}/\sqrt{L_{1T}L_{2T}}$. Индуктивность вторичной цепи $L_2 = L_{2T} + L_h$, где L_h — индуктив-

ность нагрузки; $\alpha = L_h/L_{2T}$. Для простоты положим, что все сопротивление вторичной цепи R_2 сосредоточено в нагрузке. Параметр вторичной цепи $\nu_2 = R_2 T/L_2$.

В этих обозначениях система уравнения Кирхгофа для обоих контуров запишется в следующем виде:

$$\frac{i'_1}{\lambda} - \left[\frac{\lambda'}{\lambda^2} - \frac{\nu_0}{\rho} \right] i_1 - \frac{k^2}{\lambda_k(1 + \alpha)} i'_2 = 0;$$

$$i'_2 + \nu_2 i_2 - i'_1 = 0,$$

где штрих обозначает дифференцирование по τ ; $i_1 = I_1/I_0$; I_1 и I_0 — ток в первичной цепи и его начальное значение; $i_2 = -I_2 L_2/I_0 L_{1T}$; I_2 — ток во вторичной цепи.

Начальные условия: при $\tau = 0$ токи $i_1 = 1$, $i_2 = 0$, т. е. предполагается, что вторичная цепь замыкается только в момент начала работы МКГ.

Таким образом, в общем случае задача определяется заданием функций $\lambda(\tau)$, $\rho(\tau)$ и безразмерных параметров λ_k , ρ_k , ν_0 , k , α , ν_2 . Решая систему уравнений, можно получить зависимости $i_1(\tau)$ и $i_2(\tau)$ и исследовать влияние на них всего набора параметров.

В настоящей работе предполагается, что $\lambda = \rho$, и некоторые параметры зафиксированы: $\lambda_k = 10$, $k = 0,95$. На рис. 1 и рис. 2 представлены зависимости $i_1(\tau)$ и $i_2(\tau)$ для обоих законов изменения индуктивности для некоторых значений параметров ν_0 и ν_2 .

Влияние вторичной цепи сказывается в возрастаании i_1 , как видно из рис. 1. С ростом ν_2 влияние уменьшается. При режимах с высокими значениями ν_0 для рассматриваемых случаев на кривых $i_1(\tau)$ появляется максимум или минимум, в соответствующих зависимостях $i_2(\tau)$ знак i_2 может уже в ходе работы МКГ меняться на противоположный.

При $\nu_2 = 0$ для рассматриваемых условий $i_2 = i_1 - 1$. Из рис. 2 видно, что, например, при $\nu_2 = 0,2$ величина i_2 уже сильно отличается от идеальной для гиперболического закона вывода индуктивности, а для равномерного еще близка к ней.

При небольших значениях ν_2 влияние вторичной цепи на работу МКГ можно приближенно учесть, полагая, что его индуктивность уменьшается с L_1 до $L_{\text{эфф}}$, а сопротивление возрастает с R_1 до $R_{\text{эфф}}$:

Моделирование магнитокумулятивного генератора с трансформаторным отводом энергии

ПЛЯШКЕВИЧ Л. Н., ЖИЛЬЦОВА И. Л., РЫМАРЬ О. В.

Магнитокумулятивный генератор (МКГ) преобразует энергию взрыва в мощный импульс электрической энергии. Электротехнической моделью МКГ является его представление последовательным RL -контуром с уменьшающимися сопротивлением и индуктивностью, причем в простейшей разновидности модели R и L принимаются зависящими только от времени. В [1, 2] показано, что в таком случае работа МКГ формально определяется заданием функций перестройки сопротивления и индуктивности и трех безразмерных параметров.

При использовании МКГ в более сложной электрической цепи эти параметры также могут использоваться в части, касающейся генератора. Характерным примером такой задачи является рассматриваемое в настоящей работе включение индуктивно-омической нагрузки МКГ через выходной трансформатор, широко применяемое на практике [3–9]. Здесь генератор может быть смоделирован двумя индуктивно связанными RL -контурами, и к вышеуказанным добавляются еще три безразмерных параметра, характеризующие вторичную цепь трансформатора [3, 4]. В общем случае система уравнений обоих контуров решается только численно. Проиллюстрируем ее решение для двух законов индуктивности генератора: гиперболического (№ 1) и равномерного (№ 2) при подобном изменении его сопротивления и рассмотрим влияние на его работу некоторых параметров первичной и вторичной цепей трансформатора.

Пусть МКГ с нагрузкой представлены в виде двух индуктивно связанных трансформатором контуров. Индуктивность L_1 первичного контура состоит из индуктивности МКГ и индуктивности L_{1T} первичной обмотки трансформатора и уменьшается от начального значения L_0 до L_{1T} с совершенствием работы против пондеромоторных сил магнитного поля. Коэффициент перестройки индуктивности $\lambda = L_0/L_1$ при гиперболическом законе (№ 1) вывода индуктивности $L_1(t)$ выражается формулой $\lambda = 1 + (\lambda_k - 1)\tau$, при равномерном (№ 2) — $\lambda = 1/(1 - (1 - 1/\lambda_k)\tau)$, где $\lambda_k = L_0/L_{1T}$; безразмерное время $\tau = t/T$; T — время работы МКГ.

Сопротивление первичного контура R_1 уменьшается от R_0 до R_k , коэффициент перестройки сопротивления $\rho = R_0/R_1$, его конечное значение ρ_k . При $\tau = 0$ значение $\lambda = \rho = 1$. Параметр первичной цепи $\nu_0 = R_0T/L_0$.

Трансформатор с взаимоиндукцией L_{12} и индуктивностью вторичной обмотки L_{2T} имеет коэффициент связи $k = L_{12}/\sqrt{L_1L_{2T}}$. Индуктивность вторичной цепи $L_2 = L_{2T} + L_h$, где L_h — индуктив-

ность нагрузки; $\alpha = L_h/L_{2T}$. Для простоты положим, что все сопротивление вторичной цепи R_2 сосредоточено в нагрузке. Параметр вторичной цепи $\nu_2 = R_2T/L_2$.

В этих обозначениях система уравнения Кирхгофа для обоих контуров запишется в следующем виде:

$$\frac{i_1'}{\lambda} - \left[\frac{\lambda'}{\lambda^2} - \frac{\nu_0}{\rho} \right] i_1 - \frac{k^2}{\lambda_k(1 + \alpha)} i_2' = 0;$$
$$i_2' + \nu_2 i_2 - i_1' = 0,$$

где штрих обозначает дифференцирование по τ ; $i_1 = I_1/I_0$; I_1 и I_0 — ток в первичной цепи и его начальное значение; $i_2 = -I_2L_2/I_0L_{12}$; I_2 — ток во вторичной цепи.

Начальные условия: при $\tau = 0$ токи $i_1 = 1$, $i_2 = 0$, т. е. предполагается, что вторичная цепь замыкается только в момент начала работы МКГ.

Таким образом, в общем случае задача определяется заданием функций $\lambda(\tau)$, $\rho(\tau)$ и безразмерных параметров λ_k , ρ_k , ν_0 , k , α , ν_2 . Решая систему уравнений, можно получить зависимости $i_1(\tau)$ и $i_2(\tau)$ и исследовать влияние на них всего набора параметров.

В настоящей работе предполагается, что $\lambda = \rho$, и некоторые параметры зафиксированы: $\lambda_k = 10$, $k = 0,95$. На рис. 1 и рис. 2 представлены зависимости $i_1(\tau)$ и $i_2(\tau)$ для обоих законов изменения индуктивности для некоторых значений параметров ν_0 и ν_2 .

Влияние вторичной цепи оказывается в возрастаании i_1 , как видно из рис. 1. С ростом ν_2 влияние уменьшается. При режимах с высокими значениями ν_0 для рассматриваемых случаев на кривых $i_1(\tau)$ появляется максимум или минимум, в соответствующих зависимостях $i_2(\tau)$ знак i_2 может уже в ходе работы МКГ меняться на противоположный.

При $\nu_2 = 0$ для рассматриваемых условий $i_2 = i_1 - 1$. Из рис. 2 видно, что, например, при $\nu_2 = 0,2$ величина i_2 уже сильно отличается от идеальной для гиперболического закона вывода индуктивности, а для равномерного еще близка к ней.

При небольших значениях ν_2 влияние вторичной цепи на работу МКГ можно приближенно учесть, полагая, что его индуктивность уменьшается с L_1 до $L_{\text{ЭФ}}$, а сопротивление возрастает с R_1 до $R_{\text{ЭФ}}$:

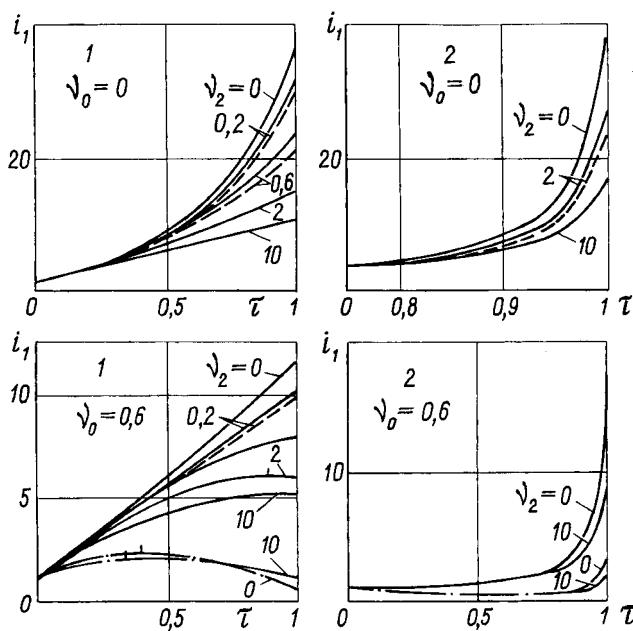


Рис. 1. Изменение во времени коэффициента усиления тока в первичной цепи при различных значениях параметров ν_0 и ν_2 : 1, 2 – номера функций $L_1(t)$ согласно тексту; —·—·— – пунктир – $\nu_0 = 2$; —— – приближенное решение с использованием L_{eff} , R_{eff} ; $\alpha = 0,2$

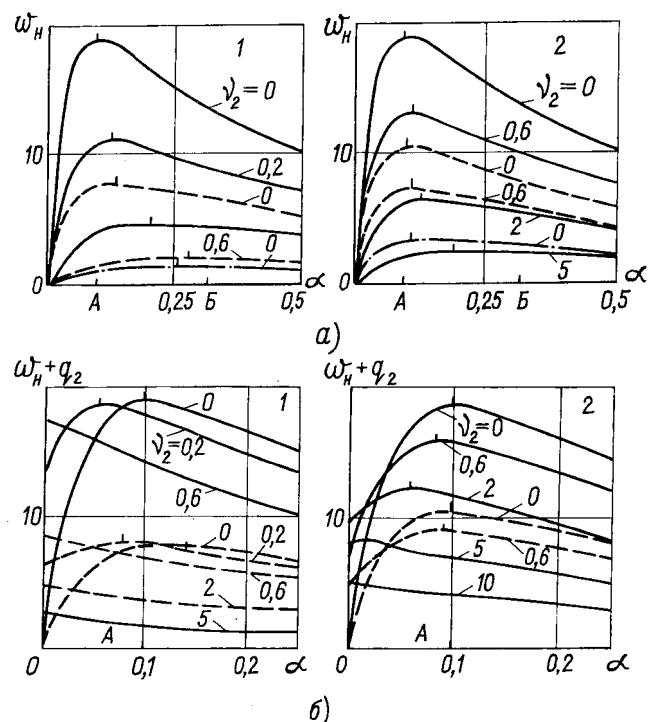


Рис. 3. Изменение конечных значений коэффициентов усиления магнитной энергии в нагрузке (а) и суммы магнитной и тепловой энергий в нагрузке (б) в зависимости от отношения индуктивности нагрузки к индуктивности вторичной обмотки трансформатора:

1, 2 – номера функций $L_1(t)$ согласно тексту; ——— – $\nu_0 = 0$; —·—·— – $\nu_0 = 0,2$; А – $\alpha = 1 - k^2$; Б – — $\alpha = \sqrt{1 - k^{-2}}$

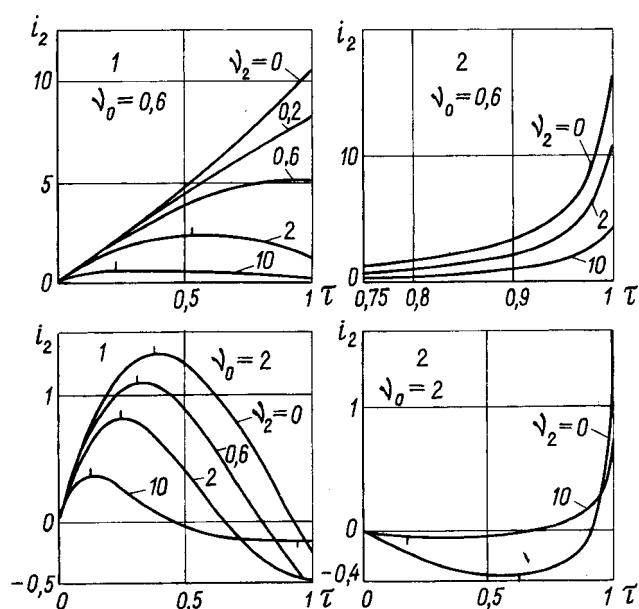


Рис. 2. Изменение во времени коэффициента усиления тока во вторичной цепи при различных значениях параметров ν_0 и ν_2 :

1, 2 – номера функций $L_1(t)$ согласно тексту; $\alpha = 0,2$

$$L_{\text{eff}} = L_1 \left[1 - \frac{k^2 \lambda}{\lambda_{\text{K}}(1 + \alpha)} \right];$$

$$R_{\text{eff}} = R_1 \left[1 + \frac{\nu_2 k^2 \rho}{\nu_0 \lambda_{\text{K}}(1 + \alpha)} \right],$$

тогда

$$i_1 = \varphi_{\text{eff}} \frac{1 - k^2 / [\lambda_{\text{K}}(1 + \alpha)]}{1 / \lambda - k^2 / [\lambda_{\text{K}}(1 + \alpha)]};$$

$$\varphi_{\text{eff}} = \exp \left[- \int_0^{\tau} \frac{\lambda(\nu_0 + \nu_2) k^2 \rho / [\lambda_{\text{K}}(1 + \alpha)] d\tau}{\rho \{ 1 - k^2 \lambda / [\lambda_{\text{K}}(1 + \alpha)] \}} \right].$$

На рис. 1 показаны также некоторые зависимости $i_1(\tau)$, полученные с помощью этого приближения. Для гиперболического закона, имеющего наибольшую скорость вывода индуктивности в начале процесса, заметные отличия в решениях начинаются примерно с $\nu_2 = 0,2$, для равномерного закона – с $\nu_2 = 2$. Увеличение ν_0 и α несколько увеличивает значение ν_2 , при котором еще допустимо это приближение.

Из полученных зависимостей $i_1(\tau)$ и $i_2(\tau)$ можно также выразить различные величины, характеризующие энергетический баланс в обоих контурах. Следует отметить, что нет какого-то одного универсального параметра, характеризующего качество работы МКГ с трансформатором.

Энергию в индуктивности нагрузки определяет выражение

$$w_H = \frac{k^2 \alpha}{\lambda_k(1 + \alpha)^2} i_2^2,$$

полную магнитную энергию в обоих контурах характеризует величина

$$w = \frac{(i_2^2 - 2i_1 i_2)k^2}{\lambda_k(1 + \alpha)} + \frac{i_1^2}{\lambda},$$

где $w_H = W_H/W_0$; $w = (W_1 + W_2 - W_{12})/W_0$; $W_H = L_H I_2^2/2$; $W_0 = L_0 I_0^2/2$; $W_1 = L_1 I_1^2/2$; $W_2 = L_2 I_2^2/2$; $W_{12} = L_{12} I_1 I_2$.

Отношение $\psi = w_H/w$ определяет часть полной магнитной энергии, переданной трансформатором в нагрузку. При всегда замкнутой вторичной цепи и идеальных контурах максимум зависимостей $\psi_k(\alpha)$ определяется только связью и наступает при

$\alpha = \sqrt{1 - k^2}$ [2, 3]. С уменьшением α доля энергии, передаваемой в нагрузку, начнет падать, однако величина полной магнитной энергии будет возрастать за счет уменьшения конечной эффективной индуктивности МКГ. Поэтому будет расти пока и конечная энергия в нагрузке, максимум которой в зависимости от α наступит при $\alpha = 1 - k^2$, когда влияние этих двух факторов с уменьшением α скомпенсируется.

При наличии омических потерь в контуре МКГ с уменьшением будет генерироваться меньшая добавочная магнитная энергия, поэтому максимум энергии в индуктивной нагрузке сместится в сторону больших значений α . Аналогично влияет и сопротивление вторичной цепи благодаря вносимому в первичную цепь сопротивлению.

На рис. 3, а приведены зависимости конечных величин w_H от α для обоих выбранных законов изменения индуктивности, здесь вторичная цепь замыкается только с началом работы МКГ. При $\nu_0 = \nu_2 = 0$ максимум имеет место также при $\alpha = 1 - k^2$. С увеличением как ν_0 , так и ν_2 величина w_H уменьшается, а максимум также смещается в сторону более высоких α , причем для гиперболического закона это выражено существенно более заметно. Для этих случаев влияние использования холостого хода трансформатора при запитке МКГ начальным током оказывается в том, что в зависимостях $\psi_k(\alpha)$ их довольно пологий максимум с

увеличением ν_0 и ν_2 сначала незначительно смещается влево от значения $\alpha = \sqrt{1 - k^2}$, замедляя сдвиг вправо максимумов в зависимостях конечных значений w_H от α , от $\alpha = 1 - k^2$, а затем уходит вправо.

Поэтому, если полезной является только W_H , то величину α надо выбирать несколько больше, чем $\alpha = 1 - k^2$. Но если тепловая энергия Q_2 в нагрузке также является полезной, то нужно рассматривать зависимость от α суммы $w_H + Q_2$. На рис. 3, б эту зависимость характеризует величина $w_H + q_2$, где $q_2 = Q_2/W_0$. Здесь с увеличением α максимум быстро сдвигается к началу координат и исчезает, т. е. в этом случае α выгоднее брать как можно меньшим.

На рис. 4 представлены зависимости конечных значений q_2 , а также суммы $w_H + q_2$ от ν_2 при различных значениях ν_0 и α . Все кривые q_2 имеют максимум, который для гиперболического вывода индуктивности существенно выше и расположен при меньших ν_2 . С увеличением ν_0 и α величина q_2 быстро уменьшается, а максимум смещается в сторону больших значений ν_2 . Сумма $w_H + q_2$ имеет в зависимостях от ν_2 максимум при малых α , сдвигающийся с увеличением ν_0 в сторону больших ν_2 . С увеличением α этот максимум быстро сдвигается к началу координат и исчезает. Таким образом, если цель заключается в получении тепловой энергии только за время работы МКГ, то ν_2 необходимо выбирать в области максимума, если же возможно использование тепловой энергии и по окончании работы МКГ, то значение ν_2 необходимо брать как можно меньшим.

Отношение суммы магнитной и тепловой энергий в нагрузке к сумме тепловых и магнитных энергий в обоих контурах будет характеризовать своего рода электрический КПД всего устройства, его зависимости от параметров вторичной цепи α и ν_2 также могут быть полезными.

Могут быть также построены и трехмерные графики зависимостей конечных значений энергетических коэффициентов сразу от двух параметров, например, от ν_0 и α , ν_0 и ν_2 , ν_2 и α и т. д.

Трансформатор также позволяет в некоторых пределах регулировать время ввода тока в нагрузку за счет частичного использования холостого хода. Оценки потерь энергии, происходящих при этом, приведены в [3] для условий, при которых допустимо приближение с $L_{\text{эфф}}$ и $R_{\text{эфф}}$. В случае же больших ν_2 необходимо численное решение системы уравнений для обоих контуров. К моменту замыкания τ^* ток в первичной цепи определяется выражением

$$i_1^* = \lambda^* \exp \left[-\nu_0 \int_0^{\tau^*} \frac{\lambda}{\rho} d\tau \right],$$

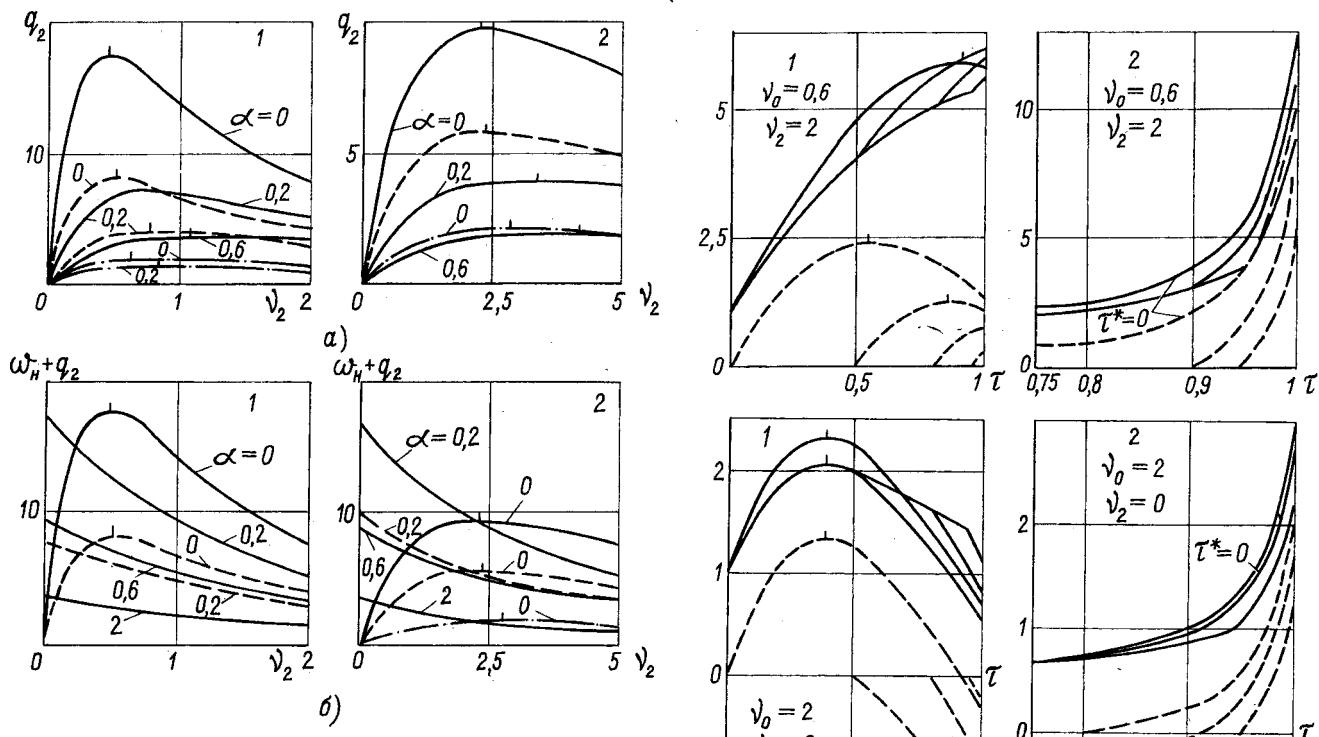


Рис. 4. Изменение конечных значений коэффициентов усиления тепловой энергии в нагрузке (а) и суммы магнитной и тепловой энергий в нагрузке (б) в зависимости от параметра вторичной цепи v_2 :

1, 2 – номера функций $L_1(t)$ согласно тексту: — $v_0 = 0$; — — — $v_0 = 0.2$; — · · · — $v_0 = 0.6$

где $\lambda^* = L_0/L_1^*$; L_1^* – значение индуктивности L_1 в момент замыкания и принимается в качестве начального условия для системы уравнений, которая решается от $\tau = \tau^*$ до $\tau = 1$; i_2^* полагается равным нулю.

Вид зависимостей $i_1(\tau)$ и $i_2(\tau)$ для обоих законов $L_1(t)$ при $\alpha = 0.2$ при некоторых сочетаниях v_0 и v_2 для различных τ^* приведен на рис. 5. Он показывает, что возможности использования холостого хода для сокращения времени токового фронта в нагрузке при равномерном законе вывода индуктивности существенно выше, чем для гиперболического. Очень своеобразна форма токового импульса в нагрузке при достаточно больших значениях v_0 и v_2 : при использовании холостого хода конечное значение тока в нагрузке может оказаться даже более высоким, чем когда вторичная цепь замкнута с самого начала работы МКГ.

Возможности использования холостого хода довольно ограничены из-за больших потерь энергии, как это видно из приведенных случаев. Они несколько увеличиваются при более высокоменных контурах, но в этом случае снижается и сама энергия, которую дает генератор. Однако для ряда задач ценно уже и то, что удается без больших потерь избавиться от протекания тока в нагрузке на время запитки МКГ начальной энергией.

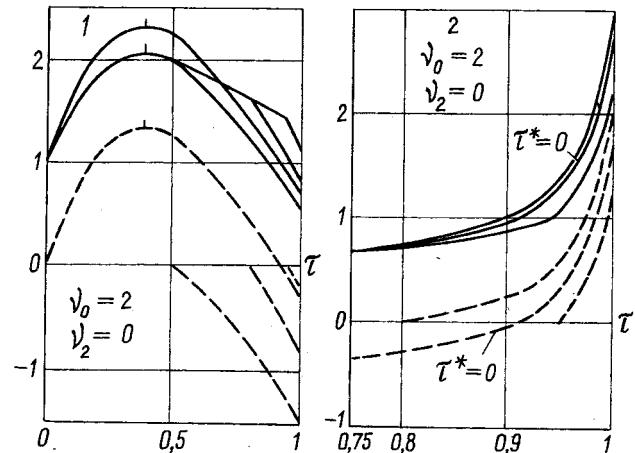


Рис. 5. Изменение во времени коэффициентов усиления токов в первичной (—) и во вторичной цепи (— —) при различном времени τ^* замыкания вторичной цепи в ходе работы генератора:

1, 2 – номера функций $L_1(t)$ согласно тексту; $\alpha = 0.2$

Таким образом, в общем случае невозможно свести работу трансформаторного МКГ к рассмотрению только одного RL -контура с эквивалентными параметрами. Большое количество параметров затрудняет анализ их влияния на энергетический баланс генератора, необходимо их рассматривать конкретно в рамках определенной задачи.

Несмотря на большую идеализацию МКГ в описанном представлении, оно весьма полезно при выборе конструктивных параметров генератора, трансформаторного узла и оценки возможности его работы с различными нагрузками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Плышкевич Л. Н., Шувалов А. М., Брагин Ю. Б. Электрическое моделирование магнитокумулятивного генератора. – Электричество, 1990, № 5.
- Magnetic cumulative generators with a near to flat profile of the flux pressing piston / A. I. Pavlovskii, L. N. Plyashkevich, A. M. Shuvalov et al. – New York: Nova Science Publishers, 1990.
- Transformer energy output magnetic cumulation genera.

tors / A. I. Pavlovskii, R. Z. Lyudaev, L. N. Plyashkevich et al. — In: Megagauss physics and technology. — New York — London: Plenum Press, 1980.

4. Chernyshev V. K., Davydov V. A. Ultimate capacities of transformer method of energy transfer from explosive magnetic generator to inductive load. — In: Megagauss physics and technology. — New York — London: Plenum Press, 1980.

5. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.

6. Взрывной электрический генератор / Е. И. Азаревич, А. Е. Войтенко, В. П. Исаков и др. — ЖТФ, 1976, т. 46, № 9.

7. Взрывомагнитный генератор с плазменной нагрузкой / И. И. Дивнов, Н. И. Зотов, О. П. Карпов и др. — ПМТФ, 1979, № 6.

8. Herlach F. Explosion-driven energy generators with transformer coupling. — J. Phys. E: Scient. Instrum., 1979, vol. 12, No 5.

9. A megavolt pulse transformer powered by a fast plate generator / D. J. Erickson, R. S. Caird, C. M. Fowler et al. — In: Ultrahigh magnetic fields. Physics. Techniques. Applications. — Moscow: Nauka, 1984.

[17.02.92]

Авторы: Пляшкевич Леонид Николаевич окончил физический факультет Горьковского государственного университета в 1962 г. В 1974 г. защитил кандидатскую диссертацию "Трансформаторный метод отвода энергии от магнитокумулятивных генераторов". Работает в Федеральном ядерном центре России — Всесоюзном научно-исследовательском институте экспериментальной физики (ВНИИЭФ) в должности старшего научного сотрудника.

Жильцова Ирина Леонидовна окончила факультет радиоэлектроники и кибернетики Горьковского государственного политехнического института в 1989 г. Работает во ВНИИЭФ инженером-исследователем.

Рымарь Олег Владимирович окончил факультет летательных аппаратов Харьковского авиационного института в 1989 г. Работает во ВНИИЭФ инженером-исследователем.

Методы испытания бортового оборудования летательных аппаратов на молниестойкость

БОРИСОВ Р. К., ГРИГОРЬЕВ О. А., ЛАРИОНОВ В. П.

Введение. Являясь естественным источником мощных электромагнитных помех, больших токов и высоких напряжений, грозовые разряды представляют существенную опасность для радиоэлектронного и электротехнического оборудования. Для решения проблемы обеспечения молниестойкости летательных аппаратов (ЛА) в настоящее время используется комплексный подход [1], включающий в себя проведение наземных испытаний ЛА, физическое моделирование процессов взаимодействия молнии с ЛА и бортовым оборудованием (БО), расчет электромагнитного поля внутри ЛА и наведенных импульсов напряжения, испытания отдельных систем и устройств БО в лабораторных условиях при воздействии импульсных напряжений. Важнейшим элементом такого подхода является проведение испытаний ЛА и БО, так как по результатам испытаний дается окончательное заключение о молниестойкости ЛА. Достоверность же результатов испытаний зависит от того, насколько

воздействующие на БО электромагнитные поля и наведенные импульсы напряжений и токов соответствуют реальным воздействиям.

В статье описаны исследования с целью анализа условий воздействия электромагнитного поля молнии на бортовое оборудование ЛА в полете и определения соответствия методов испытания оборудования на молниестойкость реальным условиям, а также разработки рекомендаций по совершенствованию методов испытаний на основе проведенного анализа.

Поражение молнией летательного аппарата. При поражении молнией ЛА воздействие на БО определяется током, проходящим по корпусу ЛА. Молния в своем развитии проходит несколько стадий. Приближение лидера к ЛА до момента контакта с ним сопровождается прохождением по корпусу тока смещения, который на последних десятках метров движения лидера достигает единиц ампер при крутизне 10^5 — 10^6 А/с. При близи-

ких расстояниях (менее 100 м) средняя напряженность поля между лидером и ЛА может достигать $3 \cdot 10^5$ В/м, и при этом развиваются разряды с корпуса ЛА. Импульсы тока, определяемые этими разрядами, имеют амплитуду десятки ампер, фронт импульсов тока составляет десятки наносекунд, а длительность импульсов — единицы микросекунд [2]. Перед импульсом тока главного разряда по объекту, как правило, проходит лидерный ток. Скорость нарастания лидерного тока составляет 10^7 — 10^9 А/с, амплитудное значение — несколько килоампер, а длительность — несколько миллисекунд. При этом могут возникать импульсы тока, связанные со ступенчатым развитием лидера, длительностью 3—10 мкс, амплитудой до 10^4 А и со скважностью 10—100 мкс. После достижения лидером земли возникает ток главного разряда. Амплитуда тока может достигать сотен килоампер (имеются сообщения о регистрации молний с током 300 кА [3] и даже 500 кА [4]). Максимальная скорость изменения тока в импульсе составляет 10^9 — 10^{11} А/с и выше (наибольшая зарегистрированная скорость изменения тока — $4,5 \cdot 10^{11}$ А/с [5]). Длительность импульса главного разряда составляет до 100 мкс. В большинстве случаев молния состоит из двух—трех отдельных разрядов (компонентов), однако наблюдаются молнии и с большим числом компонентов — до 30. Импульсы обычно накладываются на медленно меняющийся ток, так называемую постоянную составляющую тока молнии. Среднее значение тока постоянной составляющей меняется от 10 до 1000 А при наиболее вероятном значении 150 А. Длительность молнии обычно составляет доли секунды (максимальная длительность — 1,3 с). Следует иметь в

виду, что все характеристики молнии имеют статистический характер, причем корреляция между ними практически отсутствует.

Для БО, размещенного внутри корпуса ЛА, наибольшую опасность представляет импульсная составляющая тока молнии. Поэтому при разработке методов и средств испытания БО основное внимание уделялось именно этой стадии развития молнии. Принималось, что испытания будут тем надежнее, чем больше будет приближение к предельным (по амплитуде и крутизне) параметрам тока в канале молнии при генерировании испытательного тока в ЛА. Вместе с тем в ряде работ [6] было показано, что ток в самолете может отличаться по форме от тока в канале молнии. Объясняется это тем, что, если рассматривать канал молнии и ЛА как линии с распределенными параметрами (рис. 1), волновые сопротивления которых отличаются, возникают отражения тока на концах самолета. Эти отражения приводят к возникновению на фронте тока в ЛА высокочастотной составляющей. Для того, чтобы оценить характеристики высокочастотной составляющей тока, проходящего по корпусу ЛА, рассчитывался переходный процесс в ЛА на стадии главного разряда. Канал молнии моделировался линией бесконечной длины с волновым сопротивлением Z_M , в разрыв которой включался отрезок линии ограниченной длины (модель ЛА) с волновым сопротивлением Z_{LA} . Импульс тока главного разряда вводился от источника тока и описывался с помощью двухэкспоненциальной функции

$$i(t) = I_M(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}),$$

где $\alpha = 1,5 \cdot 10^4$ с⁻¹; $\beta = 2,5 \cdot 10^6$ с⁻¹; $I_M = 10^5$ А.

Расчет переходного процесса осуществлялся на основе метода синтетических схем, реализованного с помощью программы "Wave VI" на языке Фортран на ПЭВМ IBM PC/AT.

Амплитуда и скорость уменьшения амплитуды отраженной волны тока в ЛА зависят от коэффициента отражения

$$K_{\text{отр}} = \frac{Z_M - Z_{LA}}{Z_M + Z_{LA}}.$$

Значение волнового сопротивления Z_{LA} определяется геометрическими размерами ЛА и высотой полета над землей. При этом следует учитывать возможный путь прохождения тока. Для реальных ЛА $Z_{LA} = 100$ —600 Ом. Волновое сопротивление канала молнии определяется в соответствии с [7]:

$$Z_M = 60 \sqrt{\ln(2H/r_e) \ln(2H/r_m)},$$

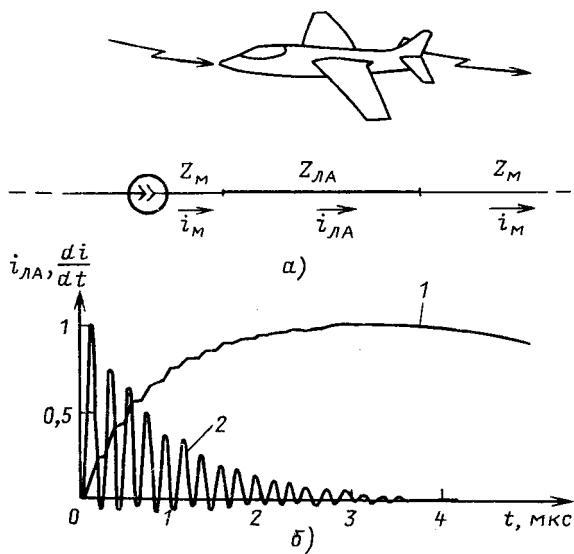


Рис. 1. Переходный процесс в ЛА при прохождении импульса тока главного разряда молнии: а — расчетная модель; б — результаты расчета для $K_{\text{отр}} = 0,8$; 1 — ток в ЛА; 2 — производная тока по времени.

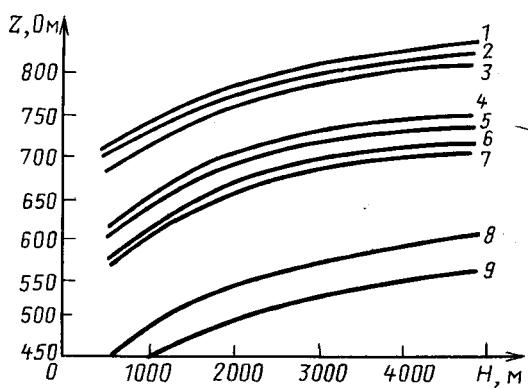


Рис. 2. Зависимости волнового сопротивления канала молнии (1-7) и ЛА (8, 9) от высоты: 1 - $I_m = 5$ кА, $r_e = 1$ м; 2 - $I_m = 30$ кА, $r_e = 1$ м; 3 - $I_m = 200$ кА, $r_e = 1$ м; 4 - $I_m = 30$ кА, $r_e = 5$ м; 5 - $I_m = 200$ кА, $r_e = 5$ м; 6 - $I_m = 30$ кА, $r_e = 10$ м; 7 - $I_m = 200$ кА, $r_e = 10$ м; 8 - эквивалентный радиус фюзеляжа $r_f = 0,5$ м; 9 - эквивалентный радиус фюзеляжа $r_f = 1,0$ м

где H - высота над землей; r_e - электрический радиус канала; r_m - магнитный радиус канала.

Магнитный радиус, соответствующий радиусу канала горячей плазмы, может быть определен по известной формуле Брагинского

$$r_m = 0,93 \delta^{-1/6} t_m^{1/3} t^{1/2},$$

где δ - относительная плотность воздуха; t_m - значение тока молнии, кА; t - время, мкс.

Согласно данным [7] электрический радиус может изменяться в диапазоне 1-10 м для канала с током от единиц килоампер до сотен килоампер. На рис. 2 представлены зависимости Z_m и Z_{LA} от высоты полета ЛА при различных значениях тока молнии и геометрических размерах ЛА. Расчетные значения Z_m хорошо согласуются с указанными в [8]: $Z_m = 100-1500$ Ом. Видно, что $Z_m > Z_{LA}$, и различие в волновых сопротивлениях может быть существенным.

Результаты расчета переходного процесса в ЛА для некоторых значений Z_m , Z_{LA} и $K_{отр}$ приведены в табл. 1.

Амплитуда высокочастотной составляющей тока A_1 , как правило, не превышает нескольких процентов от амплитуды импульса тока в канале молнии A_{max} . Частота колебаний $f_i \approx \frac{c}{2l}$ (с - скорость распространения электромагнитной волны в воздухе; l - расстояние между точками "входа" и "выхода")

Таблица 1

Z_m , Ом	$K_{отр}$	A_{max}	Δ	t_B , С
		$\frac{100}{A_1}$, %		
300	0,32	2,4	3,1	$5 \cdot 10^{-7}$
500	0,53	3,6	2,1	$1 \cdot 10^{-6}$
1500	0,81	6,0	1,6	$2,3 \cdot 10^{-6}$

хода" молнии). Время затухания колебаний t_B и декремент колебаний Δ зависят от $K_{отр}$.

Взаимодействие тока молнии, проходящего по ЛА, с БО, расположенным внутри корпуса, осуществляется путем диффузии электромагнитного поля непосредственно через обшивку и проникновения поля через различного рода апертуры (отверстия, лючки, элементы из композиционных материалов). Наведенные в соединительных цепях БО импульсы ЭДС определяются интенсивностью электромагнитного поля и скоростью его изменения. В электрических цепях БО, расположенных вблизи апертур, высокочастотная составляющая импульса ЭДС может быть определяющей.

Наводимую магнитным потоком, проникающим через апертуры, ЭДС в первом приближении можно рассматривать, как точечный источник напряжения, результатом появления которого является переходный процесс в электрических цепях БО. Для того, чтобы оценить характеристики импульсов напряжения и токов, действующих на элементы оборудования, рассчитывались переходные процессы в электрических цепях с различными нагрузками на концах. При расчетах соединительные провода и кабели заменялись линиями с распределенными параметрами, а элементы оборудования - эквивалентными активными или реактивными сопротивлениями. В качестве наведенных ЭДС принимались импульсы, близкие по форме к производной тока молнии в канале (рис. 3, а) и в ЛА (рис. 3, б). Отдельно проводились расчеты с импульсом ЭДС, соответствующим высокочастотной составляющей тока (рис. 3, в).

В результате проведенных расчетов было установлено, что форма и амплитуда импульсов напряжения на концах линий, т. е. на входах отдельных устройств БО, может существенно отличаться от импульсов ЭДС, наведенных в соединительных цепях (рис. 3, г). Чрезвычайную важность представляет тот факт, что наличие высокочастотной составляющей может привести при определенных нагрузках на концах линий к резонансным явлениям, когда амплитуда импульсов напряжения многократно превышает амплитуду наведенной ЭДС (рис. 3, д).

Натурные испытания ЛА на молниестойкость. Принятый в международной практике в качестве

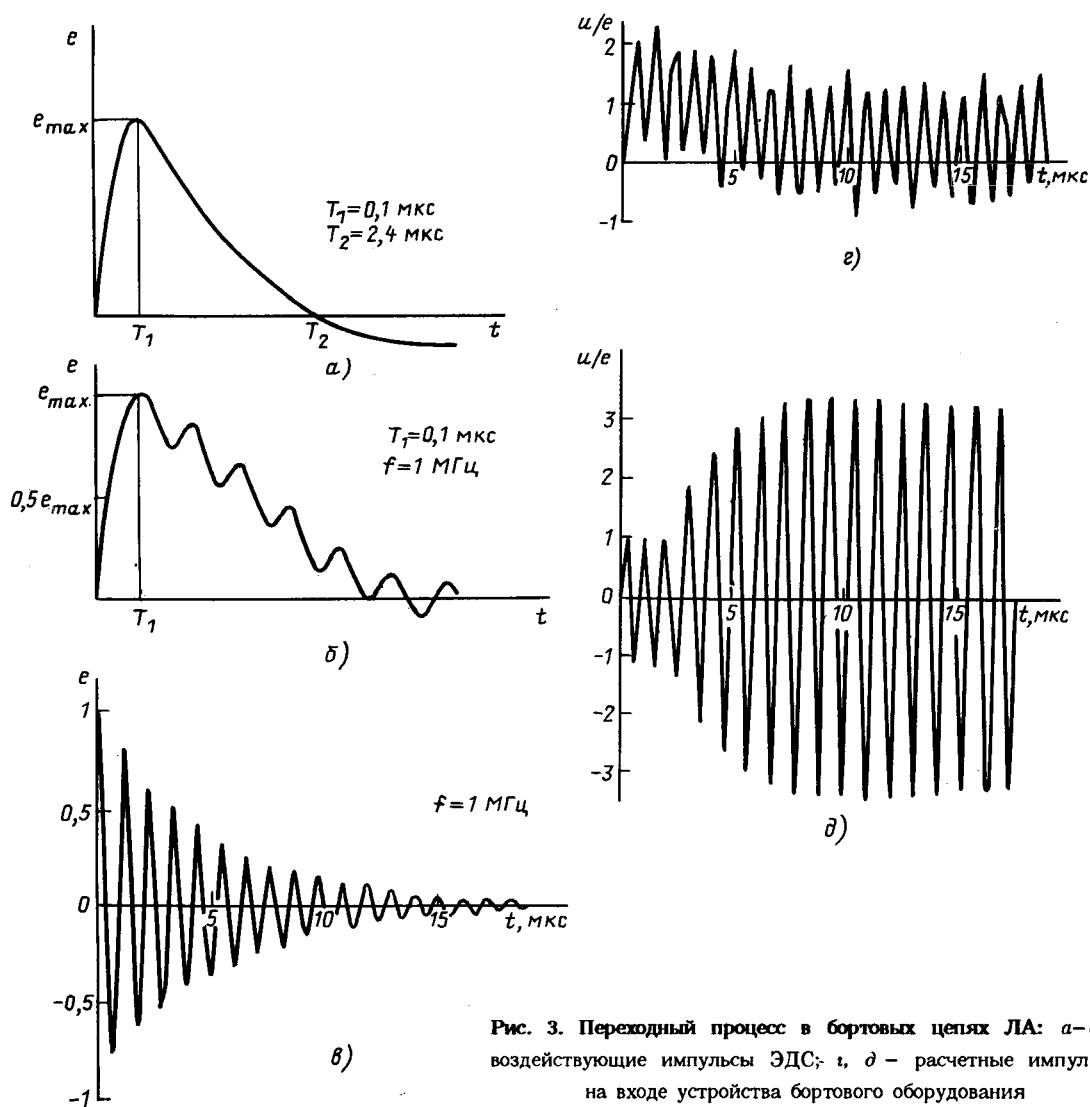


Рис. 3. Переходный процесс в бортовых цепях ЛА: а-в – воздействующие импульсы ЭДС; г, д – расчетные импульсы на входе устройства бортового оборудования

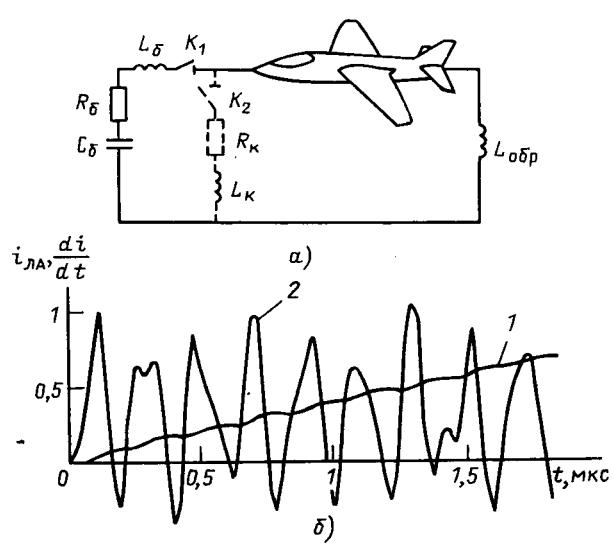


Рис. 4. Переходный процесс в ЛА при проведении наземных испытаний: а – схема замещения; б – результаты расчета; 1 – ток в ЛА; 2 – производная тока по времени

испытательного тока, имитирующий ток молнии, имеет сложную форму и содержит несколько составляющих: две импульсные, промежуточную и постоянную [9]. Для испытаний БО на стойкость к электромагнитному воздействию молнии интерес представляют лишь импульсные составляющие с параметрами: амплитуда первого импульса тока $I_{M1} = 200$ кА, второго – $I_{M2} = 100$ кА; максимальная крутизна – $(di/dt)_M = 10^{11}$ А/с; длительность полуволны – $\tau_b = 50-70$ мкс. Как правило, при натурных испытаниях БО на молниестойкость стремятся воспроизвести лишь первую импульсную составляющую, полагая, что воздействие ее перекрывает воздействие второй импульсной составляющей. Испытание двумя импульсами проводится в случае, если возможен кумулятивный эффект. Типичная схема натурных испытаний приведена на рис. 4. В качестве генератора импульсных токов при испытаниях используются емкостной C_b или (значительно реже) индуктивный L_b накопитель энергии. При использовании емкостного накопителя энергии фронт и длительность импульса

формируются с помощью подбора параметров разрядной цепи C_b , R и L_ϵ (L_ϵ — суммарная индуктивность, включающая собственную индуктивность ЛА). В некоторых случаях для обеспечения апериодического разряда используется шунтирование нагрузки в момент максимума тока — режим круубар. Для формирования фронта тока в ЛА при использовании индуктивного накопителя энергии в разрядной цепи устанавливается обостритель тока — взрывающийся проводник. Неравномерность распределения тока по фюзеляжу из-за влияния земли и обратного токопровода обычно снижается тем, что обратный токопровод выполняется из проводников, расположенных coaxialno корпусу ЛА. При этом заметно уменьшается собственная индуктивность ЛА.

Условия проведения натурных наземных испытаний отличаются от условий поражения молнией ЛА в полете. Основные отличия состоят в том, что параметры схемы замещения ЛА, а именно Z_{LA} , при наземных испытаниях иные, чем в полете (табл. 2), а также генератор, имитирующий ток молнии, неадекватно замещает канал реальной молнии. Вследствие этого амплитуда высокочастотной составляющей тока, проходящего по ЛА, отличается от амплитуды в условиях полета. Еще хуже обстоит дело, если при испытаниях генератор подключается к ЛА проводами или кабелями, длина которых соизмерима с длиной пути прохождения тока по ЛА. В этом случае различие будет не только в амплитуде, но и частоте колебаний этой составляющей, а в некоторых случаях возможно появление дополнительных колебаний другой частоты. Применение режима круубар сопровождается возникновением нового контура в схеме испытаний, и из-за неидеальности шунтирующей цепочки R_k , L_k на импульс тока накладываются затухающие колебания, частота которых определяется параметрами этого контура. Их амплитуда может составлять до 20 % амплитуды основного тока. Таким образом, при проведении наземных испытаний импульсы ЭДС, наводимые в соединительных цепях, будут отличаться от реальных импульсов и по форме, и по амплитуде (рис. 4). Переходные процессы в разветвленных электриче-

ских цепях БО еще больше усилият несоответствие результатов испытаний реальным условиям: элементы устройств БО будут подвергаться действию импульсов напряжения и тока, далеко не соответствующим реальным воздействиям. На практике полномасштабные испытания ЛА нормированным током могут быть реализованы лишь для объектов относительно небольших размеров. Большинство самолетов не может быть испытано током с амплитудой 200 кА и крутизной его нарастания до 10^{11} А/с, так как не существует генераторов, способных реализовать эти требования. В настоящее время допускается проводить испытания БО самолетов путем воздействия тока с параметрами, на порядки ниже нормированных. При таких испытаниях предусмотрено проведение измерений напряжения в контрольных точках БО. В дальнейшем производится пересчет результатов измерений к нормированным значениям амплитуды и крутизны импульса тока, причем методика пересчета совершенно не учитывает факта различия условий при наземных испытаниях и полете. Определенные таким образом значения наведенных импульсов напряжения используются при оценке молниестойкости отдельных устройств БО, на основе которой и дается заключение о молниестойкости ЛА в целом.

Лабораторные испытания оборудования на молниестойкость. Анализ осцилограмм наведенных импульсов напряжения, полученных при натурных испытаниях и при поражении молнией ЛА в полете, показал, что эти импульсы имеют сложную форму, в которой можно выделить три основные составляющие: импульсы, близкие по форме к импульсу тока и его производной, а также высокочастотный импульс. Этот факт и используется при организации испытаний отдельных систем БО в лабораторных условиях. Методика проведения таких испытаний [10] предусматривает нагружение электрических цепей БО импульсами ЭДС трех типов, характеристики которых приведены на рис. 5. Ввод импульсов ЭДС, показанных на рис. 5, а и б, в соединительные провода и кабели БО осуществляется с помощью импульсного трансформатора. Таким образом имитируется воздействие магнитного поля тока молнии на электрические цепи, проходящие вблизи апертур. При испытаниях импульсами ЭДС (рис. 5, в) имитируется резистивное падение напряжения на корпусе ЛА от тока молнии, воздействующее на оборудование, устройства которого имеют связь с корпусом в точках, разнесенных пространственно. Амплитуда испытательных импульсов определяется конструкцией ЛА и составляет от 125 В до 3,2 кВ (пять категорий жесткости).

В отличие от натурных испытаний, где стойкость БО к электромагнитному воздействию молнии определяется чаще всего путем пересчета

Таблица 2

Высота подъема ЛА H , м	Волновое сопротивление ЛА Z_{LA} , Ом	
	$r_\phi = 0,75$ м	$r_e = 2$ м
2	100	42
5	155	97
10	197	138
100	335	276
1000	473	414

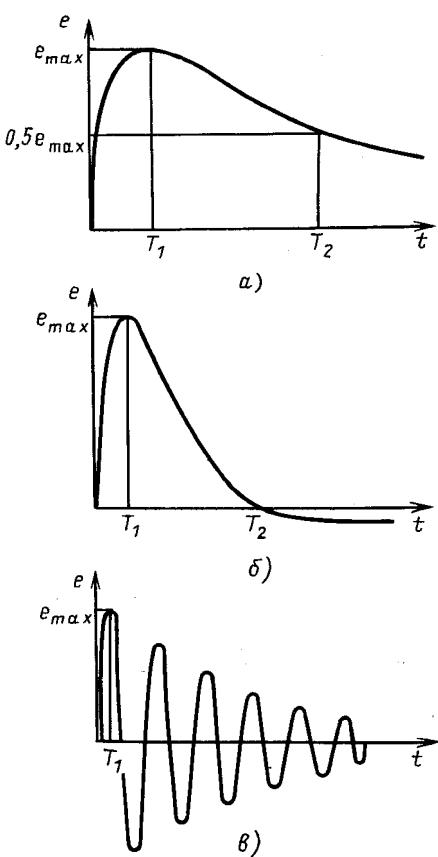


Рис. 5 Испытательные импульсы напряжения: а - $T_1 = 2 \pm 0,4$ мкс, $T_2 = 50 \pm 10$ мкс; б - $T_1 \leq 0,1$ мкс, $T_2 = 2 \pm 0,4$ мкс; в - $T_1 \leq 0,1$ мкс, затухание в e раз через 3-5 периодов, $f = 1$ МГц

результатов к нормированным значениям тока, в лабораторных условиях оборудование испытывается всегда на воздействие предельными уровнями ЭДС для данного типа ЛА и в соответствии с условиями размещения оборудования на борту. Стоимость проведения лабораторных испытаний во много раз ниже, чем натурных. Лабораторные испытания дают более широкие возможности контроля токов и напряжений в различных цепях и устройствах, входящих в состав испытуемой системы. В то же время методика проведения таких испытаний, принятая в настоящее время, имеет ряд недостатков. Испытания, проводимые при воздействии импульсов ЭДС, имеющих форму затухающих колебаний с частотой 1 МГц, не соответствуют реальным условиям. Частота колебаний для различных типов ЛА может изменяться от 1 МГц до 50 МГц. Раздельное испытание тремя типами импульсов ЭДС также не всегда оправдано. Для некоторых систем, устройства которых могут обладать кумулятивным эффектом, необходимо осуществлять генерирование импульсов с частотой следования до 100 Гц. Испытания проводятся при работающем оборудовании, и испытательные импульсы подаются от генераторов в произвольные моменты времени. Правильнее было бы осуществить синхронную работу оборудования и генераторов, чтобы испытательный импульс подавался в заранее установленный момент времени, наиболее тяжелый для оборудования.

Выводы. 1. Анализ современных методов испытаний БО на молниестойкость показал, что натурные испытания ЛА не отражают реальных условий поражения молнией ЛА в полете и проводятся, как правило, при воздействии импульса тока с параметрами, не соответствующими нормированным значениям. Лабораторные испытания обеспечивают нагружение оборудования импульсами ЭДС с предельными для каждого типа ЛА уровнями и дают более достоверные результаты по молниестойкости БО, но требуют совершенствования.

2. Совершенствование лабораторных испытаний должно проводиться по следующим основным направлениям:

а) синхронизировать работу испытуемого оборудования с испытательными генераторами, чтобы нагружение оборудования осуществлялось, в определенный момент времени;

б) обеспечить изменение частоты колебаний генерируемого импульса ЭДС в диапазоне, соответствующем реальным условиям (приблизительно от 1 МГц до 50 МГц);

в) обеспечить возможность генерирования импульсов с частотой следования до 100 Гц.

3. Методика обеспечения молниестойкости БО должна содержать следующие основные моменты. Расчетным путем или по результатам экспериментов с натурным объектом определяется электромагнитная обстановка на борту и оцениваются уровни наведенных ЭДС в соединительных цепях БО. С учетом таких оценок проводятся лабораторные испытания отдельных систем, устанавливается выдерживаемая категория жесткости для каждой системы идается заключение о молниестойкости. После установки оборудования на борту осуществляется проверка соответствия категории жесткости систем БО электромагнитной обстановке (при необходимости проводятся натурные испытания) и делается заключение о молниестойкости ЛА в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воздействие молнии на бортовое оборудование летательных аппаратов / Г. О. Авакян, М. Б. Бабинов, Р. К. Борисов, В. П. Ларионов - Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1990, № 5.
2. Horii K., Sahurano S. Observation on final jump of the discharge in the experiment of artificially triggered lightning. - IEEE Trans. Power Appl. and Syst., 1985, PAS - 104, No. 10, pp. 2910-2915.

3. Berger K. Blitzstromparameter von Aufwärts-blitzen.- Bull. SEV., 1978, Bd. 69, No. 8, S. 353-360.
4. Spor S., Muladowska K., Wieckowski J. Lightning current records on industrial chimneys in Poland.- CIGRE, Session 1974, pp. 1-6.
5. Leteintarier C., Hamelin J., Weidman C. Correlation of current and electric field derivative.- Proc. 8th Int. Zwich Symp. and Technic Exhibition Electromag. Compat., 1989, pp. 405-410.
6. Crouch K. E., Plumer J. A. Improved test methods for determination lightning-induced voltages in aircraft.- NASA, CR-3329, 1980.
7. Spor S. Review of the theory of the lightning main discharges.- Arhiwum Electrotechiks, 1972, pp. 279-290.
8. Юман М. Молния: Пер. с англ. / Под ред. Красногорской.- М.: Мир, 1972.
9. Clifford D. W., Crouch K. E., Sculpe E. H. Lightning simulation and testing.- IEEE Trans. Electromag. Compat., 1982, vol. EMC-24.
10. ОСТ I 01160-88. Оборудование бортовое самолетов и вертолетов. Методы испытания на молниестойкость.

[26.11.92]

Авторы: Борисов Руслан Константинович окончил электроэнергетический факультет (ЭЭФ) МЭИ в 1971 г. В 1981 г. защитил кандидатскую диссертацию "Исследование восстановления электрической прочности сильноточных импульсных коммутаторов" в МЭИ. Старший научный сотрудник МЭИ. Ученый секретарь научного Совета по ЭМС при Министерстве науки и технической политики РФ.

Григорьев Олег Александрович окончил ЭЭФ МЭИ в 1992 г. Аспирант МЭИ.

Ларионов Владимир Петрович окончил ЭЭФ МЭИ в 1946 г. В 1978 г. защитил в ВЭИ им. В. И. Ленина докторскую диссертацию по высоковольтным установкам, работающим при высокой частоте. Профессор МЭИ. Заслуженный деятель науки и техники РФ.

Об одной модели отказов элементов систем электроснабжения

ВОЛОСАРСКИЙ В. А

Опыт эксплуатации показывает, что первоначально интенсивность отказов элементов систем электроснабжения монотонно убывает (период приработки), затем сохраняется примерно постоянной (период нормальной эксплуатации) и, наконец, монотонно возрастает (период старения и износа) [1, 2]. В литературе по теории надежности подобные функции интенсивности отказов называются *U*-образными [3], и для их описания используются распределения *U*-образной формы [4].

В настоящее время отказы элементов систем электроснабжения в течение каждого периода эксплуатации описываются собственной математической моделью.

Так, для аппроксимации отказов в период приработки, как правило, используют распределение Вейбулла и гамма-распределение с параметрами формы меньше единицы, а также смесь экспоненциальных распределений [1, 2]. Отказы в период нормальной эксплуатации обычно аппроксимируют

с помощью экспоненциального распределения [1, 2]. Для аппроксимации отказов в период старения и износа чаще всего используют нормальное распределение, распределение Вейбулла и гамма-распределение с параметрами формы больше единицы [1, 2].

Ряд авторов (например [4, 5]) для описания *U*-образной функции интенсивности отказов предлагаю использовать комбинации распределений. Полученные при этом выражения для определения интенсивности отказов являются сравнительно сложными, поскольку зависят от трех [4] или четырех [5] параметров. Практическое использование комбинации распределений наталкивается на трудности при определении этих параметров. Поэтому поиск распределений *U*-образной формы с минимальным числом параметров является актуальной научной задачей.

Цель статьи — предложить и исследовать простую, универсальную модель для описания отказов элементов систем электроснабжения.

В принципе в качестве функции распределения, описывающей зависимость вероятности безотказной работы P от времени t , можно использовать любую кривую, которая образует с осью абсцисс площадь, равную средней наработке элемента до отказа T . В качестве такой функции предлагается использовать кривую вида

$$P(t) = 1 - (t/a)^b; \quad 0 \leq t \leq a, \quad (1)$$

где a — параметр масштаба; b — параметр формы.

Параметр a определяется из условия $\int_0^a P(t) dt = T$:

$$a = (b+1)b^{-1}T. \quad (2)$$

Плотность распределения $f(t)$ определяется из выражения

$$f(t) = [-P(t)]^{-1} = ba^{-b}t^{b-1}, \quad (3)$$

а интенсивность отказов $\lambda(t)$ — из выражения

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = bt^{b-1}(a^b - t^b)^{-1}. \quad (4)$$

Подставив значение a из (2) в выражения (1), (3) и (4) и обозначив $u = t/T$, получим:

$$P(u) = 1 - [bu(b+1)^{-1}]^b; \quad (1a)$$

$$f(u) = b^{b+1}(b+1)^{-1}u^{b-1}; \quad (3a)$$

$$\lambda(u) = b^{b+1}u^{b-1}[(b+1)^b - b^b u^b]^{-1}. \quad (4a)$$

Выражения (1a), (3a) и (4a) являются функцией одного параметра b , что удобно для проведения исследований предлагаемого распределения.

Коэффициенты вариации V , асимметрии ρ и эксцесса β распределения определяются согласно [6] из выражений:

$$V = \mu_2^{0,5} \mu_1^{-1}; \quad \rho = \mu_3 \mu_2^{-1,5}; \quad \beta = \mu_4 \mu_2^{-2}. \quad (5)$$

где μ_1 — первый начальный момент; μ_2, μ_3, μ_4 — соответственно второй, третий и четвертый центральные моменты.

Значения $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ вычисляются по формулам [6]:

$$\mu_1 = \int_0^a t f(t) dt; \quad \mu_r = \int_0^a (t - \mu_1)^r f(t) dt;$$

$$r = 2, 3, 4. \quad (6)$$

Подставив значение a из (2) и $f(t)$ из (3) в (6) и произведя интегрирование, получим:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= T; \\ \mu_2 &= (b^2 + 2b)^{-1}T^2; \\ \mu_3 &= [(b+1)^3(b^3 + 3b^2)^{-1} - 3(b+1)^2(b^2 + 2b)^{-1} + 2]T^3; \\ \mu_4 &= [(b+1)^4(b^4 + 4b^3)^{-1} - 4(b+1)(b^3 + 3b^2) + 6(b+1)^2(b^2 + 2b)^{-1} - 3]T^4. \end{aligned}$$

Подставив значения $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ в (5), получим:

$$V = (b^2 + 2b)^{0,5}; \quad (7)$$

$$\rho = (b+1)^3(b+2)^{1,5}(b+3)^{-1}b^{0,5} + 3b^{0,5}(b+1)^2 \times \times (b+2)^{0,5} + 2(b^2 + 2b)^{0,5}; \quad (8)$$

$$\beta = (b+1)^4(b+2)^2(b^2 - 4b)^{-1} - 4(b+1)^3(b+3)^2(b+2)^{-1} + 6b(b+1)^2(b+2) - 3b^2(b+2)^2. \quad (9)$$

При оцененном значении V из (7) получим выражение для определения параметра b :

$$b = (1 + V^{-2})^{0,5} - 1. \quad (10)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

При $b = 1$ и $V = 0,577$ из (1a) и (4a) получим равномерное распределение вида:

$$P(u) = 1 - 0,5u; \quad \lambda(u) = (2-u)^{-1}; \quad 0 \leq u \leq 2.$$

При $b \rightarrow \infty$ из (1a) после раскрытия неопределенности получим вырожденное распределение вида $P(u) = 1, 0 \leq u \leq 1$.

При $b > 1$ из (4a) в случае $u = 0$ имеем $\lambda(0) = 0$, а в случае $u = a/T = (b+1)b^{-1}$ получим $\lambda(a/T) \rightarrow \infty$, что соответствует распределению с возрастающей функцией интенсивности отказов (ВФИ-распределению) [3].

При $b < 1$ из (4a) в случае $u = 0$ имеем $\lambda(0) \rightarrow \infty$, а в случае $u = a/T$ получим $\lambda(a/T) \rightarrow \infty$, что соответствует распределению U-образной формы. Координаты точки, в которой значение интенсив-

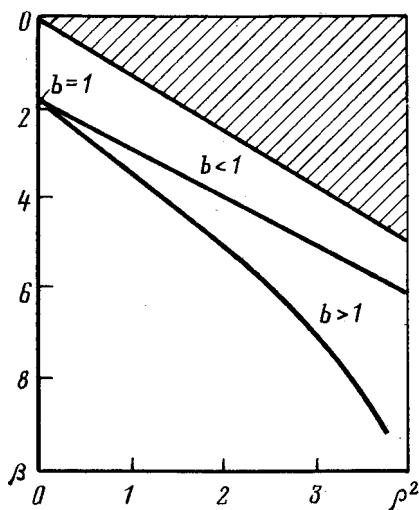


Рис. 1

ности отказов минимально, определяются из условия $\partial\lambda(u)/\partial u = 0$:

$$u_m = (b+1)(1-b)^{1/b}b^{-1};$$

$$\lambda(u_m) = b^2[(b+1)(1-b)^{1/b}(1-b)^{1-b}-1]^{-1}.$$

С использованием выражений (8) и (9) были вычислены коэффициенты асимметрии и эксцесса при различных значениях параметра b . На рис. 1 в области (β, ρ^2) , полученной Пирсоном [6], представлены соответствующие кривые для $b < 1$ (распределение U -образной формы) и для $b > 1$ (ВФИ-распределение). При $b < 1$ распределение имеет правостороннюю асимметрию, причем с уменьшением параметра b асимметрия и эксцесс, характеризующий островершинность, возрастают. При $b > 1$ распределение имеет левостороннюю асимметрию, причем с увеличением параметра b асимметрия и эксцесс возрастают. При $b = 1$ было получено $\beta = 1,8$ и $\rho = 0$, что соответствует равномерному распределению (точка $b = 1$ на оси ординат рис. 1).

В качестве примера при отдельных значениях параметра b представлены зависимости интенсивности отказов (рис. 2) и вероятности безотказной работы (рис. 3) от времени. Как видно из рис. 2, при $b = 2$, что соответствует ВФИ-распределению, $\lambda(u)$ возрастает от 0 до ∞ ; при $b = 1$, что соответствует равномерному распределению, $\lambda(u)$ возрастает от 0,5 до ∞ ; при $b = 0,5$, что соответствует распределению U -образной формы, $\lambda(u)$ изменяется от ∞ до ∞ с минимальным значением в точке с координатами $u_m = 0,75$; $\lambda(u_m) = 0,67$. Отметим, что с уменьшением параметра b кривые $\lambda(u)$ смещаются вниз и вправо, а отрезок кривой, характеризующий период нормальной эксплуатации, становится длиннее и положе. Как видно из рис. 3, кривая $P(u)$ при $b = 2$, когда функция интенсив-

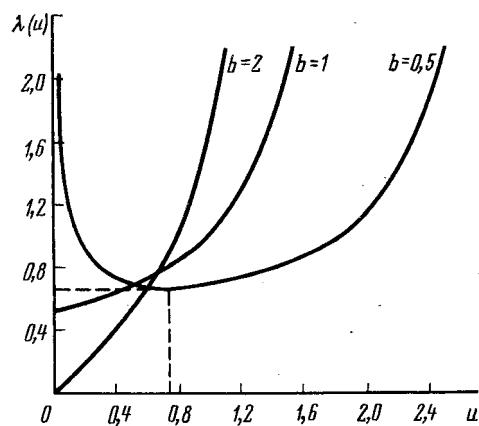


Рис. 2

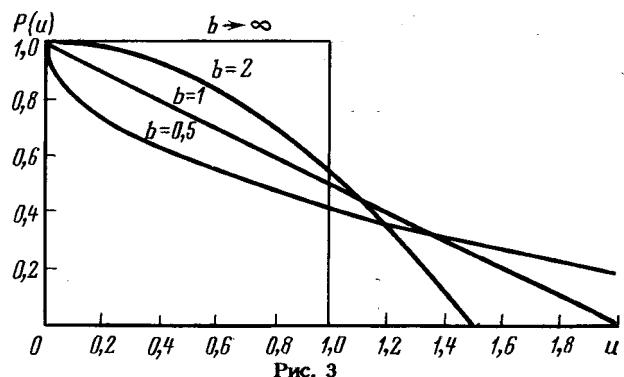


Рис. 3

ности отказов возрастает, является выпуклой вверх, а при $b = 0,5$, когда функция интенсивности отказов имеет U -образную форму, — выпуклой вниз. Отметим, что с возрастанием параметра b ВФИ-распределение все более приближается к вырожденному.

Оценка параметров a и b предложенного распределения по совокупности статистических данных об отказах элементов систем электроснабжения производится методом моментов следующим образом.

1. Вычисляют среднюю наработку до отказа, среднеквадратичное отклонение σ и коэффициент вариации по формулам:

$$T = n^{-1} \sum_{i=1}^n t_i; \quad \sigma = [(n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (t_i - T)^2]^{0.5};$$

$$V = \sigma/T, \quad (11)$$

где n — количество отказов элементов; t_i — i -я реализация наработки до отказа.

2. По полученному значению V по формуле (10) определяют оценку параметра формы b .

3. По полученному значению b по формуле (2) определяют оценку параметра масштаба a .

Пример 1. Для кабельных линий, имеющих распределение U -образной формы, дано 100 на-

блюдений наработки до отказа в годах (не приведено в статье для краткости). Найти методом моментов оценки параметров формы b и масштаба a .

По формулам (11), (10) и (2) получим: $T = 10,34$ года; $\sigma = 8,74$ года; $V = 0,845$; $b = 0,55$; $a = 29,14$ года. Тогда вероятность безотказной работы и интенсивность отказов кабельных линий на интервале $0 \leq t \leq 29,14$ года определяются согласно (1) и (4) по формулам:

$$P(t) = 1 - 0,16t^{0,55};$$

$$\lambda(t) = 0,55(6,39t^{0,45} - t)^{-1}, \text{ 1/год.}$$

Пример 2. Для трансформаторов, имеющих ВФИ-распределение, дано 23 наблюдения наработки до отказа в годах: 2,8; 2,9; 3,3; 4,2; 4,3; 4,6; 4,9; 5,2; 5,2; 5,3; 5,6; 6,7; 6,9; 7,0; 7,1; 8,5; 9,5; 9,9; 10,6; 10,7; 12,8; 13,0; 17,5. Найти методом моментов оценки параметров формы и масштаба.

По формулам (11), (10) и (2) получим:

$T = 7,44$ года; $\sigma = 3,76$ года; $V = 0,5$; $b = 1,24$; $a = 13,37$ года.

Тогда вероятность безотказной работы и интенсивность отказов на интервале $0 \leq t \leq 13,37$ года определяются по формулам:

$$P(t) = 1 - 0,04t^{1,24};$$

$$\lambda(t) = 1,24t^{0,24}(24,91 - t^{1,24})^{-1}, \text{ 1/год.}$$

Проверка соответствия опытного распределения наработки до отказа предложенному теоретическому распределению степенного вида может быть проведена с помощью критерия хи-квадрат по методике, изложенной в [6].

Пример 3. В результате наблюдений получено $n = 100$ значений наработки до отказа электродвигателей в годах (в статье не приведены). Найти методом моментов оценки параметров формы a и масштаба b и проверить соответствие распределения наработки до отказа, полученного в результате наблюдения, предложенному распределению степенного вида по критерию согласия хи-квадрат при доверительной вероятности $\gamma = 0,9$.

Проверка согласия с помощью критерия хи-квадрат производится следующим образом [6].

1. По формулам (11), (10) и (2) получаем:

$$T = 1,074 \text{ года; } \sigma = 0,985 \text{ года; } V = 0,917;$$

$$b = 0,480; a = 3,314 \text{ года.}$$

2. Разделим полученные данные о наработке до отказа на 20 интервалов: $k = n/5 = 20$.

3. Используя выражение (1), определим границы интервалов для $i = 1, 2, \dots, k$ как

$$t_1 = a(1/k)^{1/b}; t_2 = a(2/k)^{1/b}; \dots;$$

$$t_{k-1} = a[(k-1)/k]^{1/b}.$$

Результаты вычислений представлены в таблице.

Интервал	M_i	Интервал	M_i
0–0,006	2	0,782–0,953	5
0,007–0,027	5	0,954–1,142	6
0,028–0,063	4	1,143–1,350	6
0,064–0,115	5	1,351–1,575	6
0,116–0,184	6	1,576–1,819	5
0,185–0,269	5	1,820–2,081	7
0,270–0,371	5	2,082–2,361	5
0,372–0,490	6	2,362–2,660	6
0,491–0,627	4	2,661–2,978	1
0,628–0,781	7	2,979 и более	4

4. Математическое ожидание числа наблюдений в интервале для принятого теоретического распределения получаем по формуле $E_i = n/k = 5$. Фактическое число наблюдений M_i в i -м интервале определяем непосредственно по исходным данным значений наработки до отказа. Значения M_i приведены в таблице.

5. Вычисляя критерий хи-квадрат по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (M_i - E_i)/E_i = 2,8.$$

6. Определяем число степеней свободы как $k - m - 1$, где m – число параметров теоретического распределения, оценки которого определялись на этапе 1. При $m = 2$ число степеней свободы равно 17. По таблице IV в [6] при $\gamma = 0,9$ получаем $\chi^2_* = 24,8$. Сравнивая вычисленное значение χ^2 с табличным χ^2_* , делаем вывод, что гипотеза о соответствии наработки до отказа электродвигателей предлагаемому распределению степенного вида принимается. Тогда вероятность безотказной работы и интенсивность отказов на интервале $0 \leq t \leq 3,314$ года определяются согласно (1) и (4) по формулам:

$$P(t) = 1 - 0,56t^{0,48};$$

$$\lambda(t) = 0,48(1,78t^{0,52} - t)^{-1}, \text{ 1/год.}$$

• **Выводы.** 1. Предлагаемое распределение позволяет описывать отказы элементов систем электроснабжения в течение всего периода эксплуатации

и при различном виде функции интенсивности отказов (U -образной, ВФИ, равномерной плотности).

2. Определение параметров предложенного распределения при его практическом использовании производится достаточно просто методом моментов по совокупности статистических данных об отказах элементов систем электроснабжения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фокин Ю. А., Туфанов В. А. Оценка надежности систем электроснабжения. – М.: Энергоатомиздат, 1981.
2. Гук Ю. Б. Анализ надежности электроэнергетических установок. – Л.: Энергоатомиздат, 1988.
3. Барлю Р., Прошан Ф. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. – М.: Наука, 1984.
4. Дилюн Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем. – М.: Мир, 1984.

5. Грозденский С. Я. О виде статистического распределения моментов отказов ЭВП СВЧ. – Электронная техника, сер. 1, Электроника СВЧ, 1987, вып. 2.

6. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. – М.: Мир, 1969.

[07.04.92]

Автор: **Володарский Владислав Афанасьевич** окончил электротехнический факультет Томского электромеханического института инженеров ж. д. транспорта в 1961 г. В 1986 г. защитил кандидатскую диссертацию по тематике разработки математических моделей предупредительных замен и ремонтов электрооборудования в Московском горном институте. Работает в НПО "Сибцветметавтоматика" в должности заведующего отделом.

Особенности расчета магнитного поля асинхронных двигателей малой мощности с ротором из ферромагнитного порошкового материала

БЕЛЯЕВ Е. Ф., ШУЛАКОВ Н. В.

В [1, 2] показано, что одним из путей экономии электротехнической стали при производстве машин малой мощности является применение порошковых и композиционных материалов. Доказана и практически реализована возможность создания методом порошковой металлургии микромашин, технические характеристики которых не уступают серийно выпускаемым. Следует особо отметить, что достоинством этого метода является возможность автоматизации всего технологического цикла при производстве электрических машин.

Однако, как показали исследования, неучет реально существующих факторов, в частности неоднородности материала ротора может привести к значительным погрешностям при расчете их параметров. В этой связи возникла необходимость разработки уточненной методики расчета магнитного поля асинхронного двигателя с массивным ротором из порошкового материала.

Характерной особенностью заготовок из порошкового материала является наличие в нем пористости и появление градиентов плотности материала, обусловленных трением между частицами

порошка и трением материала о стенки пресс-формы. Неоднородность структуры материала обусловливает зависимость электропроводности и магнитной проницаемости от пространственных координат, которую, как показали исследования, необходимо учитывать при расчете магнитного поля двигателя.

Анализ электромагнитных процессов производится на основе расчетной модели трехфазного асинхронного двигателя обращенной конструкции, представленной на рис. 1, с учетом следующих допущений.

1. Магнитная проницаемость материала статора равна бесконечности, а электропроводность – нулю. Статор лишен пазов, а их влияние учитывается соответствующим увеличением воздушного зазора.

2. Токовая нагрузка статора представляет бегущую вдоль координаты φ волну:

$$J_{\text{ст}} = J_{\text{ст.м}} e^{j(\omega_0 st - p\varphi)}$$

и расположена на поверхности статора в пределах

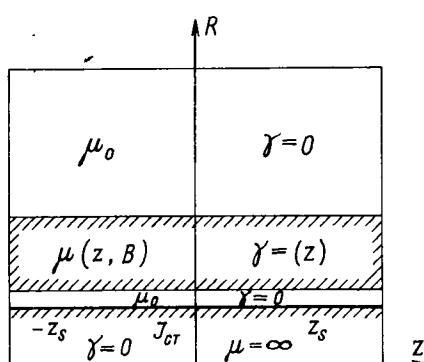


Рис. 1. Расчетная модель двигателя

3. Потери на гистерезис ферромагнитного порошкового материала отсутствуют.

4. Материал ротора представляет изотропную среду, электропроводность и магнитная проницаемость которой определяются его плотностью.

5. Плотность ферромагнитного материала ротора является функцией координаты z и от других координат не зависит.

6. Напряженность электрического поля и плотность тока содержат по две составляющие, направленные по координатным осям z и φ ; составляющие E_R и J_R отсутствуют.

Пренебрегая током смещения, уравнения Максвелла запишем в виде:

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \bar{J}_{ct}; \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \bar{J} = 0; \operatorname{div} \bar{J}_{ct} = 0. \quad (4)$$

Уравнения материальных сред:

$$\bar{B} = \mu \bar{H}; \bar{J} = \gamma \bar{E}. \quad (5)$$

Преобразуя систему уравнений Максвелла с учетом уравнений (5) и проектируя векторные величины на координатные оси, получим для z -компоненты напряженности электрического поля:

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial R} \right] + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \right] -$$

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right] = \frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial J_{ctz}}{\partial t}. \quad (6)$$

Согласно допущениям (4) и (5) магнитная проницаемость от координаты φ не зависит, поэтому

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial R} \right] + \frac{1}{\mu} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{R} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} \right] = \frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial J_{ctz}}{\partial t}. \quad (7)$$

Из условия замкнутости линий тока (4) следует:

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\gamma E_\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma E_z) = 0. \quad (8)$$

Поскольку, согласно допущениям (4) и (5) электропроводность материала ротора γ от координаты φ не зависит, можно записать:

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial z}. \quad (9)$$

Подставляя это выражение в (7), получим:

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial R} \right] + \frac{1}{\mu} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} +$$

$$+\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial z} \right] = \frac{\partial J_z}{\partial t} + \frac{\partial J_{ctz}}{\partial t}. \quad (10)$$

В этом уравнении магнитная проницаемость и электропроводность в пределах исследуемой области являются функциями пространственных координат R и z .

Поскольку токовая нагрузка статора представляет бегущую волну, решение уравнения (10) также представляет бегущую волну и может быть записано в виде

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{zm} e^{j(\omega_0 st - p\varphi)}. \quad (11)$$

Переходя к комплексным амплитудам и учитывая выражение (5), уравнение (10) в окончательном виде:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_{zm}}{\partial R} \right] - \frac{1}{\mu R^2} E_{zm} - j\omega_0 \gamma s E_{zm} + \\ & + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z} (\gamma E_{zm}) \right] = j\omega_0 s J_{ctzm}. \quad (12) \end{aligned}$$

При прессовании и спекании заготовки ротора из ферромагнитного порошка плотность материала по высоте заготовки распределена неравномерно: максимум плотности на ее поверхности, минимум — в середине. Характер распределения плотности материала заготовки по ее высоте при двухстороннем прессовании представлен в [3]. Если начало координат совпадает с центром заготовки, то эта зависимость с достаточной точностью может быть аппроксимирована выражением

$$\rho = \frac{\rho_m}{\operatorname{ch} \left[\frac{z_0}{2} \right]} \operatorname{ch} (\alpha z), \quad (13)$$

где ρ_m — относительная плотность материала на поверхности заготовки; α — коэффициент, зависящий от механических свойств порошка и материала пресс-формы; z_0 — высота заготовки; $-z_0/2 \leq z \leq z_0/2$ — пространственная координата.

Для расчета электропроводности материала ротора воспользуемся выражением электропроводности двухфазных сплавов, которое справедливо и для пористых сред [4]:

$$\gamma = \gamma_0 \left[1 + \frac{c}{(1-c)/3 + \gamma_0 / (\gamma_1 - \gamma_0)} \right], \quad (14)$$

где γ_0 и γ_1 — удельные электропроводности матрицы и включений; c , $1-c$ — объемные содержания включений и матрицы.

Полагая объемную плотность и электропроводность воздушных включений равными нулю и выражая объемные содержания через относительную плотность пористой заготовки, преобразуем это выражение к следующему виду:

$$\gamma = \gamma_0 \frac{2\rho}{3-\rho}. \quad (15)$$

Зависимость магнитной проницаемости ферромагнитного порошкового материала от пористости имеет гиперболический характер и представлена в [3]. Переходя от пористости материала к его плотности, эта зависимость для реальных величин относительной плотности $0,7 \leq \rho \leq 0,95$ может быть аппроксимирована выражением

$$\mu(\rho) = \frac{\mu_m}{a - b\rho}, \quad (16)$$

в которой коэффициенты μ_m , a и b определяются исходя из графика зависимости в [3].

Для решения нелинейного уравнения в частных производных (12) необходимо, кроме того, иметь кривую намагничивания ферромагнитного порошкового материала, которая определяется экспериментальным путем.

Определение φ -компоненты напряженности электрического поля производится по выражению (9), которое в комплексном виде записывается следующим образом:

$$E_{\varphi m} = -j \frac{R}{p} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z} (\gamma E_{zm}). \quad (17)$$

Для непроводящей среды можно считать величину электропроводности $\gamma = 0$ и это выражение записывать в виде

$$E_{\varphi m} = -j \frac{R}{p} \frac{\partial E_{zm}}{\partial z}, \quad (18)$$

что эквивалентно условию: $\operatorname{div} \vec{E} = 0$.

Компоненты магнитной индукции рассчитываются исходя из уравнения Максвелла (2) и для комплексных амплитуд записываются следующим образом:

$$B_{Rm} = \frac{1}{\omega_0 s} \left[-\frac{p}{R} E_{zm} - j \frac{\partial E_{\varphi m}}{\partial z} \right]; \quad (19)$$

$$B_{\varphi m} = -j \frac{1}{\omega_0 s} \frac{\partial E_{zm}}{\partial R}; \quad (20)$$

$$B_{zm} = j \frac{1}{\omega_0 s} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RE_{\varphi m}). \quad (21)$$

Значение магнитной проницаемости для ферромагнитного порошкового материала можно определять по амплитуде магнитной индукции:

$$B_m = \sqrt{|B_{Rm}|^2 + |B_{\varphi m}|^2 + |B_{zm}|^2}, \quad (22)$$

используя кривую намагничивания и выражение (16).

Известно, что вращающиеся волны магнитных и электрических полей, трехфазные системы напряжений и токов могут быть представлены в виде вращающихся пространственных векторов [5]. При отсутствии нулевой составляющей токов система уравнений статорной цепи асинхронного двигателя для мгновенных значений величин отдельных фаз может быть представлена в виде одного уравнения для вращающихся векторов или пропорциональных или комплексных амплитуд этих величин:

$$U_{sm} = -E_{sm} + I_{sm} Z_{st}. \quad (23)$$

Комплексные амплитуды фазных ЭДС в этом выражении определяются через рассчитанные ранее значения компонент напряженности электрического поля или магнитной индукции согласно известным выражениям:

$$E_{sm} = w_1 K_{ob1} \oint \bar{E}_m dl; \quad (24)$$

$$E_{sm} = -w_1 K_{ob1} \frac{\partial}{\partial t} \int_s \bar{B}_m dS, \quad (25)$$

где w_1 и K_{ob1} — число витков фазы и обмоточный коэффициент статорной обмотки.

Таким образом, представленные выше уравнения (12), (13), (15), (16), (23), (24) образуют систему, позволяющую рассчитать магнитное поле двигателя и определить величину фазного напряжения при заданной плотности тока статора. Если полученная величина напряжения отлична от номинальной, производится корректировка J_{ctzm} с целью устранения возникшей погрешности.

Для решения нелинейного уравнения в частных производных (12) используется неявный метод простой итерации [6], записываемый в операторном виде следующим образом:

$$\Phi \frac{y^{t+1} - y^t}{\tau} = A y^t - f, \quad (26)$$

где $A(y, R, z)$ — нелинейный оператор дифференциального уравнения (12); $\Phi(y, R, z)$ — линейный оператор, близкий в смысле минимума погрешности к нелинейному оператору; τ — итерационный параметр, выбираемый из условия обеспечения минимального числа итераций при заданной точности; f — правая часть уравнения (12).

Для нашего случая оператор A записывается в виде

$$A(y, R, z) = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial y}{\partial R} \right] + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z} (\gamma y) \right] - \left[\frac{1}{\mu} \frac{p^2}{R^2} + j\omega_0 s \gamma \right] y. \quad (27)$$

В качестве линейного оператора $\Phi(y, R, z)$ выберем оператор, коэффициенты которого являются функциями лишь одной пространственной переменной R и который может быть обращен прямыми методами с минимальными затратами машинного времени:

$$\Phi(y, R, z) = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu(R)} \frac{\partial y}{\partial R} \right] + \frac{1}{\mu(R)} \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} - \left[\frac{1}{\mu(R)} \frac{p^2}{R^2} + j\omega_0 s \gamma(R) \right] y. \quad (28)$$

Скорость сходимости итерационного процесса в значительной степени зависит от точности первого приближения. Для получения первого приближения используем тот же оператор $\Phi(y, R, z)$, соответствующий решению задачи в линейном приближении:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{\mu(R)} R \frac{\partial E_{zm}}{\partial R} \right] + \frac{1}{\mu(R)} \frac{\partial^2 E_{zm}}{\partial z^2} - \\ & - \left[\frac{1}{\mu(R)} \frac{p^2}{R^2} + j\omega_0 s \gamma(R) \right] E_{zm} = \\ & = j\omega_0 s J_{ctzm}(R, z) \end{aligned} \quad (29)$$

с учетом условий на границах исследуемой области:

$$E_{zm}(R, 0) = E_{zm}(R, L_z) = 0;$$

$$\frac{\partial E_{zm}}{\partial R}(0, z) = 0; E_{zm}(L_R, z) = 0. \quad (30)$$

Линейное дифференциальное уравнение (29), коэффициенты которого зависят лишь от одной пространственной переменной R , допускает разделение переменных и может быть решено конечно-разностным методом с применением дискретного преобразования Фурье [6].

Получающаяся при этом система трехчленных алгебраических уравнений решается методом потоковой прогонки, обеспечивающей высокую точность вычисления искомой функции и ее потока для существенно неоднородных сред. Время решения уравнения может быть значительно сокращено, если учесть симметрию распределения

напряженности электрического поля E_{zm} вдоль координаты z , а вычисление коэффициентов разложения сеточных функций и их восстановление производить с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье [6].

Определение начального приближения решения нелинейного уравнения (12) производится в следующем порядке: задаваясь значением токовой

нагрузки статора J_{ctzm} , близким к номинальному, и средним значением магнитной проницаемости материала ротора по кривой намагничивания, решаем линейное уравнение (29) и определяем значения z -компоненты напряженности электрического поля E_{zm} . Используя выражения (17) и (24), рассчитываем значение ЭДС статорной обмотки и по (23) — напряжение сети. Если значение напряжения отлично от номинального, корректируется значение токовой нагрузки статора:

$$J_{ctzm}^{t+1} = K J_{ctzm}^t,$$

где комплексный коэффициент K определяется как

$$K = U_{s \text{ nom}} / U_s.$$

Для линейной задачи эта операция производится безытерационным способом при решении уравнения (29) с новым значением токовой нагрузки J_{ctzm} .

Полученное таким образом начальное приближение дает возможность определения магнитной проницаемости ферромагнитного материала ротора в зависимости от значения магнитной индукции и плотности материала по выражениям (13), (16), (19), (20), (21), (22) и перейти к итерационному процессу.

Итерационный процесс решения нелинейного уравнения (12) организован следующим образом.

1. Используя начальное приближение и рассчитанные для него значения магнитной проницаемости $\mu(R, z)$, определяются невязки решения для каждого интервала разбиения исследуемой области:

$$\varphi^t = Ay^t - f.$$

2. Определяются поправки решения с использованием линейного оператора $\Phi(y, R, z)$:

$$\Delta y^t = \Phi(\tau \varphi^t).$$

3. Находится уточненное решение уравнения (12):

$$y^{t+1} = y^t + \Delta y^t.$$

На каждой итерации определяется новое значение фазного напряжения и производится корректировка токовой нагрузки статора. Итерационный процесс заканчивается, если норма невязки и погрешность расчета напряжения не превышают допустимых значений.

Известно, что для получения оптимальной конструкции асинхронной машины со сплошным ферромагнитным ротором необходимо уменьшать магнитную проницаемость материала ротора до определенных значений [7]. Методы порошковой металлургии позволяют получить любое значение магнитной проницаемости материала за счет смешивания ферро- и неферромагнитных металлических порошков.

Расчет электромагнитного поля и рабочих характеристик производился для обращенного трехфазного короткозамкнутого асинхронного двигателя электровентилятора типа 1,25ЭВ-2, 8-Б. Массивный ротор выполнен из смеси ферромагнитного порошка ПЖРВ-2-200 с добавкой 20 % (по объему) медного порошка ПМС-2. Заготовки ротора прессовались при удельном давлении 800 МПа и спекались в вакууме при температуре 800 °С. Удельная электропроводность материала ротора составляла $14 \cdot 10^6$ (Ом·м) $^{-1}$, начальная магнитная проницаемость — $162 \mu_0$, максимальная — $345 \mu_0$. Учитывая значительное насыщение ферромагнитного материала ротора и соответ-

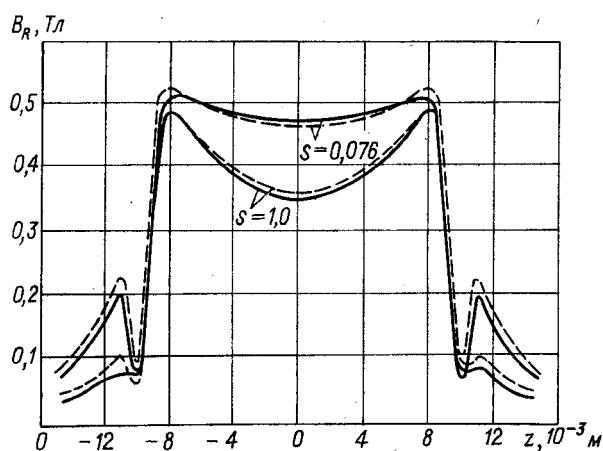


Рис. 2. Распределение нормальной составляющей магнитной индукции в зазоре двигателя:

— неоднородная структура; — однородная структура

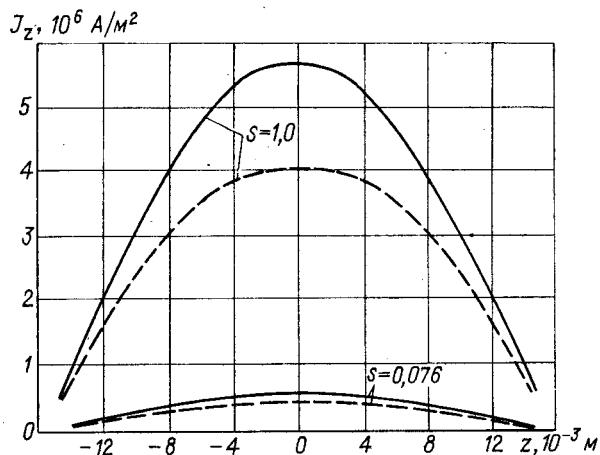


Рис. 3. Распределение плотности аксиальной составляющей тока в поверхностном слое ротора:

— неоднородная структура; — однородная структура

ствующее уменьшение магнитной проницаемости, можно считать, что она находится в зоне оптимальных значений [7].

Расчет магнитного и электрического полей двигателя выполнен по описанной выше методике при нелинейной зависимости $\mu = f(B)$ для двух вариантов: с учетом и без учета изменения плотности материала по длине ротора. Определение полезной, электромагнитной и потребляемой мощностей, электромагнитного момента и других параметров двигателя производилось с использованием известных соотношений по рассчитанным значениям магнитной индукции, плотности тока ротора, напряженности электрического поля, полученным в ходе решения системы уравнений.

На рис. 2 представлены кривые распределения радиальной составляющей магнитной индукции в воздушном зазоре двигателя по его длине для

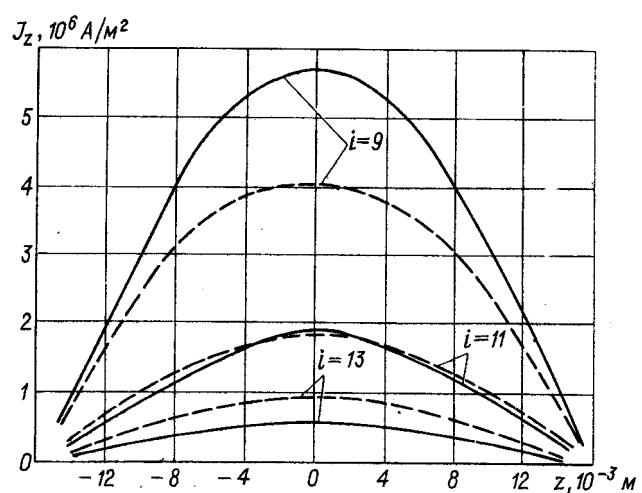


Рис. 4. Распределение плотности аксиальной составляющей тока по длине и глубине ротора (i — номер слоя):

— неоднородная структура; — однородная структура

неподвижного состояния ($s = 1,0$) и номинальной частоте вращения ($s = 0,076$). Аналогичные кривые для аксиальной составляющей тока ротора в его поверхностном слое представлены на рис. 3.

На характер распределения индукции в зазоре двигателя главным образом влияют два фактора: размагничивающее действие тока ротора и величина магнитной проницаемости материала ротора. Анализ кривых, приведенных на рис. 2 и 3, показывает преобладание первого фактора при больших скольжениях. В зоне малых скольжений при малых величинах тока ротора преобладает второй фактор.

На рис. 4 представлены кривые, показывающие характер распределения аксиальной составляющей плотности тока ротора по его длине и глубине. Как и следовало ожидать, для однородного материала, имеющего более высокие значения магнитной проницаемости и электропроводности, наблюдается более быстрое затухание тока. Расчеты показывают, что при скольжении $s = 1,0$ максимальное значение плотности тока на глубине 4 мм уменьшается в 8,69 раза; при скольжении $s = 0,076$ — в 2,11 раза. Аналогичные показатели для материала с неоднородной структурой составляют соответственно 4,21 и 1,97.

Параметры двигателя, полученные в результате расчетов и эксперимента при номинальной частоте вращения, представлены в таблице.

Уменьшенные значения потребляемых токов, полученные в результате расчета, можно объяснить пренебрежением значением магнитного сопротивления статорной цепи двигателя согласно допущению (1). Увеличенные же значения моментов объясняются занижением значения механических потерь, принятых при расчете характеристик двигателя.

Определение параметров	Параметры двигателя					
	потребляемый ток, А	потребляемая мощность, Вт	полезная мощность, Вт	момент, Н·м	К. п. д.	$\cos \varphi$
Расчет (структуря неоднородная)	0,0825	17,6	3,2	0,0117	0,182	0,560
Расчет (структуря однородная)	0,078	17,6	3,7	0,0136	0,210	0,592
Эксперимент	0,088	16,8	2,8	0,0102	0,167	0,500

Рис. 5. Характеристики асинхронного двигателя с массивным ротором из ферромагнитного порошкового материала:

P_1 , P_2 , I , η , $\cos \varphi = f(n)$; — неоднородная структура; — однородная структура

Сравнение параметров двигателя, приведенных в таблице, и его характеристик на рис. 5 показывает, что пренебрежение неоднородностью ферромагнитного материала является источником достаточно больших погрешностей даже для относительно короткого ротора. Так, для данного случая, при отношении длины ротора к диаметру расточки, равном 0,89, погрешность вычисления моментов составляет 14,2 % при учете неоднородности материала и 32 % — без учета. Для больших отношений неоднородность материала проявляется в большей степени и погрешности расчетов могут достичь недопустимых значений.

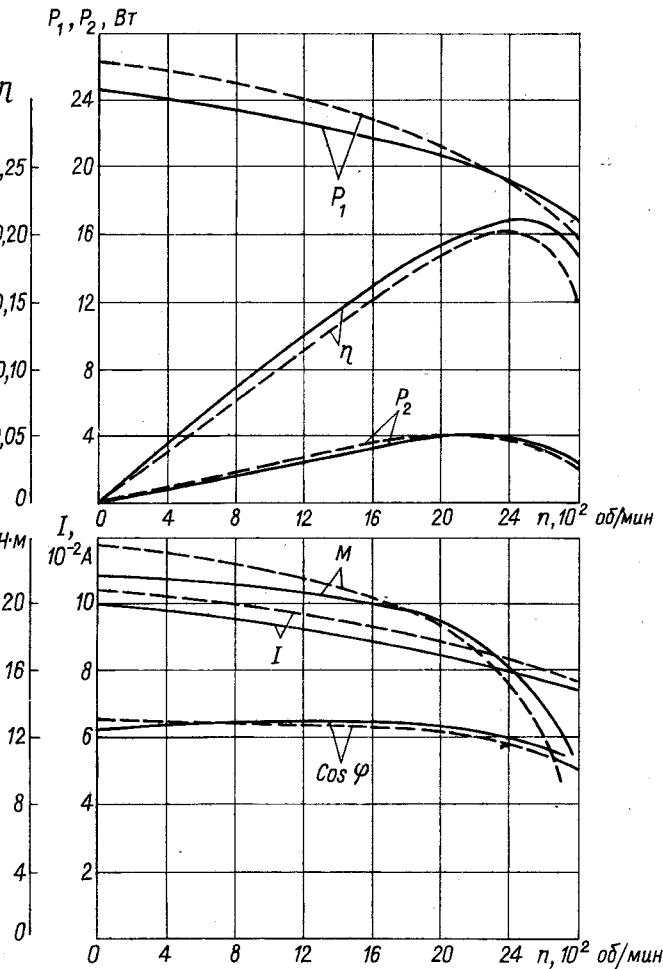
Таким образом, разработанная методика позволяет с достаточной точностью рассчитывать магнитное поле и характеристики асинхронного двигателя с массивным ротором из порошкового материала. В дальнейшем она будет использована для оптимизации его параметров и совершенствования технологии изготовления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Разработка технологии изготовления порошковых магнитопроводов электрических машин и исследование их магнитных характеристик / Е. Ф. Беляев, А. П. Вакутин, Н. В. Шулаков, А. С. Юрин. — Изв. вузов. Электромеханика, 1965, № 2.

2. А. с. 1573505 (СССР). Магнитопровод / В. Н. Анциферов, Е. Ф. Беляев, А. П. Вакутин и др. Опубл. в Б. И., 1990, № 24.

3. Порошковая металлургия и напыленные покрытия / В. Н. Анциферов, Г. В. Бобров, Л. К. Дружинин и др. Под ред. Б. С. Митина. — М.: Металлургия, 1987.



4. Лифшиц Б. Г., Крапотин В. С., Линецкий Я. Л. Физические свойства металлов и сплавов. — М.: Металлургия, 1980.

5. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока / Пер. с нем. — М.; Л.: ГЭИ, 1963.

6. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978.

7. Могильников В. С. Оптимальное значение магнитной проницаемости массивного ротора асинхронного электродвигателя. — Электричество, 1963, № 8.

[10.11.92]

Интегральные электромагнитные характеристики соленоидов для получения сильных импульсных магнитных полей

МИХАЙЛОВ В. М.

Введение. При анализе переходных процессов в электрофизических установках для получения сильных импульсных магнитных полей и ускорения или деформации проводящих тел решают совместно три задачи: 1) находят распределение плотности тока в соленоиде или в системе "соленоид — проводящее тело"; 2) рассчитывают ток и напряжение на элементах контура источника, включая соленоид; 3) определяют скорость, перемещение или деформацию проводящего тела [1—4]. В дальнейшем полагаем, что проводящее тело неподвижно или его движение несущественно влияет на ток и напряжение соленоида (при этом третья задача отпадает или может быть решена отдельно).

Наиболее трудоемкой является первая задача, связанная с решением интегродифференциального уравнения для плотности тока (напряженности электрического поля в проводниках). Совместное решение выделенных задач не эффективно при изменении только параметров источника (например, при поиске их оптимальных значений), поскольку приходится многократно решать интегродифференциальное уравнение, и в тех случаях, когда плотность тока находить не обязательно, а требуется знать законы изменения тока и напряжений. Кроме того, неизвестные падения напряжения на элементах контура либо включают в правую часть уравнения, и тогда необходимо уточнять их с помощью итераций, либо рассредоточивают в левой части. Первое увеличивает трудоемкость расчетов, второе приводит к необходимости громоздких преобразований. В статье развита методика раздельного решения первых двух задач с помощью интегральных электромагнитных характеристик.

Основные допущения и определения интегральных электромагнитных характеристик. Примем следующие основные допущения: а) соблюдаются условия квазистационарности; б) магнитное поле соленоида или системы "соленоид — проводящее тело" является плоскомеридианным, а вектор плотности тока имеет только азимутальную составляющую; в) проводники являются немагнитными, неподвижными и имеют неизменные во времени электрофизические характеристики.

Введем три интегральные характеристики, аналогичные известным из теории электрических цепей с сосредоточенными параметрами [5]: операторную проводимость $Y(p)$; импульсную проводимость $y(t)$; переходную проводимость $i_l(t)$.

Операторная проводимость определяется сле-

дующим соотношением:

$$I(p) = Y(p) U(p), \quad (1)$$

где $I(p)$, $U(p)$ — изображения по Лапласу соответственно тока $i(t)$ и падения напряжения на соленоиде $u(t)$.

Импульсная проводимость равна току при подключении соленоида к дельта-импульсу напряжения и является оригиналом операторной проводимости, т. е.

$$y(t) = Y(p). \quad (2)$$

Переходная проводимость $i_l(t)$ равна току при подаче на соленоид единичного ступенчатого импульса напряжения. Изображение по Лапласу переходной проводимости

$$I_l(p) = Y(p)/p. \quad (3)$$

Соотношения, связывающие импульсную и переходную проводимости, вытекают непосредственно из (3) и имеют вид:

$$i_l(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau; \quad (4)$$

$$i_l'(t) = y(t). \quad (5)$$

Нетрудно видеть, что после определения одной из интегральных характеристик остальные могут быть рассчитаны с помощью соотношений (2)–(5).

Предельные значения импульсной и переходной проводимостей:

$$y(0) = L^{-1}; \quad (6)$$

$$y(\infty) = 0; \quad (7)$$

$$i_l(0) = 0; \quad (8)$$

$$i_l(\infty) = G, \quad (9)$$

где L — индуктивность соленоида (системы "соленоид — проводящее тело") в приближении идеального поверхностного эффекта (токи протекают в бесконечно тонких поверхностных слоях); G — проводимость соленоида постоянному току.

Соотношения (8) и (9) очевидны [начальное условие и установившееся значение тока $i_l(t)$], (7) следует из (5) и (9). Формально выражение (6) подобно соответствующему выражению для катушки, которую заменяют последовательно соединенными сопротивлением и индуктивностью [5], однако величина L в нем должна быть определена при отсутствии поля внутри проводников, так как в

начальный момент времени оно не успевает проникнуть в них.

Расчет интегральных характеристик одновитковых соленоидов. В соответствии с определением переходной проводимости рассматриваем подключение одновиткового соленоида с соосным проводящим телом к источнику единичного ступенчатого импульса напряжения $1_u(t)$. Соленоид представляет собой проводящее кольцо с радиальным разрезом для токоподвода, влиянием которого пренебрегаем. Это допущение принято на основании экспериментальных данных [6], согласно которым влияние разреза относительно малой ширины и подводящих проводов, искажающее осевую симметрию поля, имеет локальный характер и существенно лишь на краях соленоида в секторе размером около 30° . На практике с целью уменьшения этих искажений поля выполняют разрез минимальной ширины. Интегродифференциальное уравнение для напряженности электрического поля $E(Q, t)$ внутри рассматриваемых проводников имеет следующий вид (вывод этого уравнения аналогичен приведенному в работе [1]):

$$E(Q, t) + \frac{\mu_0}{2\pi} \int_S \frac{\partial E(M, t)}{\partial t} \gamma(M) K(Q, M) \times$$

$$\times \int_M \frac{r_M}{r_Q} ds_M = \begin{cases} 1_u(t)/(2\pi r_Q), & Q \in S_1; \\ 0, & Q \in S_2, \end{cases} \quad (10)$$

где Q — точка наблюдения; M — текущая точка; $S = S_1 + S_2$; S_1, S_2 — меридианые сечения соответственно соленоида и проводящего тела; $\gamma(M)$ — удельная электропроводность материала проводника в точке M ; r_M, r_Q — радиальные координаты точек M и Q ; $K(Q, M)$ — известная функция полных эллиптических интегралов и их модуля для магнитного поля кругового контура с током [7]; ds_M — элемент меридианного сечения проводников с центром в точке M .

Начальное условие:

$$E(Q, 0) = 0. \quad (11)$$

После решения уравнения (10) переходную проводимость соленоида с соосным проводящим телом находим с помощью формулы

$$i_1(t) = \int_{S_1} \gamma(M) E(M, t) ds_M \quad (12)$$

Возможен и другой подход к определению переходной проводимости. Пусть по соленоиду протекал постоянный ток, обусловленный приложенным к нему единичным напряжением. В некоторый момент времени, принимаемый за начальный, соленоид замыкается накоротко и по нему начинает протекать ток $i_{k,3}$, причем

$$i_{k,3}(0) = G; \quad i_{k,3}(\infty) = 0. \quad (13)$$

Представляя рассматриваемый режим как результат наложения двух процессов — протекания постоянного тока при единичном напряжении и тока, обусловленного отрицательным единичным ступенчатым импульсом напряжения $-1_u(t)$, имеем:

$$i_1(t) = G - i_{k,3}. \quad (14)$$

Величина $i_{k,3}$ определяется с помощью формулы (12). Напряженность электрического поля, входящая под интеграл этой формулы, описывается однородным уравнением (10). При этом для проводящего тела остается справедливым начальное условие (11), а для соленоида

$$E(Q, 0) = 1/(2\pi r_Q). \quad (15)$$

Интегродифференциальное уравнение (10) может быть решено следующими способами: 1) путем преобразования в интегральное уравнение на временной сетке, а затем в систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ); 2) преобразованием в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) на пространственной сетке, нанесенной на меридианные сечения проводников; 3) с помощью преобразования Лапласа по времени и теоремы Гильберта — Шмидта для вполне непрерывных симметричных операторов; 4) последовательным применением второго и третьего способов. Перечисленные способы были использованы для решения аналогичных задач в работах [1–3, 8–12]. Третий и четвертый способы позволяют получить аналитические выражения для интегральных характеристик, поэтому рассмотрим их более подробно.

При реализации третьего способа введена вспомогательная функция

$$F_E(Q, t) = E(Q, t) \sqrt{\gamma(Q) r_Q}$$

с помощью которой ядро уравнения (10) симmetризовано (подобную симметризацию осуществляли в [11, 12]). Применяя к уравнению с симметричным ядром последовательно прямое преобразование Лапласа, теорему Гильберта — Шмидта [13, 14] и обратное преобразование Лапласа, находим функцию $F_E(Q, t)$, а следовательно, и решение исходного уравнения. Опуская выкладки описан-

ных преобразований, приводим это решение:

$$E(Q, t) = (2\pi\sqrt{Rr_Q})\gamma^*(Q)^{-1}f_1(Q, t), \quad (16)$$

где

$$f_1(Q, t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \varphi_k(Q) \left(a - e^{-\frac{t}{\lambda_k R^2 \mu_0 \gamma}} \right), \quad (17)$$

$a = 1$ при $Q \in S_1$, $a = 0$ при $Q \in S_2$; λ_k , $\varphi_k(Q)$ – соответственно собственные значения и собственные функции ядра, удовлетворяющие уравнению

$$\int_S \varphi_k(M) \frac{1}{2\pi} K(Q, M) \sqrt{\gamma^*(M) \gamma^*(Q)} ds_M^* - \lambda_k \varphi_k(Q) = 0; \quad (18)$$

$$b_k = \int_{S_1} \sqrt{\frac{\gamma^*(Q)}{r_Q^*}} \varphi_k(Q) ds_Q^*; \quad (19)$$

R – базисный размер; γ – базисная удельная электропроводность;

$$r_Q^* = r_Q/R; \quad ds_Q^* = ds_Q/R^2; \quad \gamma^*(Q) = \gamma(Q)/\gamma.$$

После подстановки функции $E(Q, t)$ в формулу (12) получаем выражение для расчета переходной проводимости:

$$i_1(t) = \frac{\gamma R}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\lambda_k R^2 \mu_0 \gamma}} \right). \quad (20)$$

Согласно (5) и (20) импульсная проводимость системы "соленоид – проводящее тело"

$$y(t) = \frac{1}{2\pi\mu_0 R} \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{-1} b_k^2 e^{-\frac{t}{\lambda_k R^2 \mu_0 \gamma}}. \quad (21)$$

Используя предельные соотношения (9) и (6), из формул (20) и (21) получаем:

$$G = \frac{\gamma R}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2; \quad (22)$$

$$L = 2\pi\mu_0 R \left[\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{-1} b_k^2 \right]^{-1}. \quad (23)$$

С помощью соотношений (2) и (21) получаем формулу для определения операторной проводимости:

$$Y(p) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{p - \frac{b_k^2}{\lambda_k} + \frac{2\pi}{\gamma R b_k^2}}. \quad (24)$$

При реализации четвертого способа меридиан-ные сечения проводников разбиваются на N достаточно малых элементов площадью $\Delta s(M_k)$ с центрами в точках M_k , совокупность которых образует сетку. В пределах каждого элемента сечения искому функцию $E(M_k, t)$ и удельную электропроводность полагаем одинаковыми. То же относится и к значениям ядра $K(Q, M)$ за исключением элемента с особой точкой. Заменяя интеграл уравнения (10) суммой и симметризируя матрицу, получаем следующую систему ОДУ:

$$F_E(Q_i, t) + \sum_{k=1}^{k=N} a_{ik} \frac{dF_E(M_k, t)}{dt} =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma(Q_i) \Delta s(Q_i)}{r_{Q_i}}} & Q_i \in S_1; \\ 0 & Q_i \in S_2, \end{cases} \quad (25)$$

$i = 1, 2, \dots, N$,

где

$$F_E(M_k, t) = E(M_k, t) \sqrt{r_{M_k} \gamma(M_k) \Delta s(M_k)};$$

$$a_{ik} = \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{\gamma(M_k) \gamma(Q_i) \Delta s(Q_i)} \times \begin{cases} K(Q_i, M_k) \sqrt{\Delta s(M_k)}, & i \neq k; \\ [\Delta s(M_k)]^{-1/2} \int_{\Delta s(M_k)} K(Q_i, M) ds_M & i = k. \end{cases}$$

Описанное преобразование интеграла уравнения (10) соответствует использованию простейшей квадратурной формулы. Практически оно оправдано тем, что удобно для выделения элемента с особой точкой ядра (в отличие от более сложных квадратурных формул).

Используя для решения системы (25) преобразование Лапласа и теорему Гильберта–Шмидта в

той же последовательности, что и при реализации третьего способа, находим вначале функцию $F_E(Q_i, t)$, а затем и напряженность электрического поля:

$$E(Q_i, t) = \frac{f_1(Q_i, t)}{2\pi \sqrt{R r_{Q_i} \Delta s^*(Q_i) \gamma^*(Q_i)}}, \quad (26)$$

где $\Delta s^*(Q_i) = \Delta s(Q_i)/R^2$.

Функцию $f_1(Q_i, t)$ рассчитываем с помощью формулы (17), в которой:

нужно заменить верхнее значение индекса суммы (∞) на величину N , собственную функцию $\varphi_k(Q)$ — на функцию $\varphi_k(Q_i)$; $\lambda_k, \varphi_k(Q_i)$ — соответственно собственные значения и проекции собственных векторов, удовлетворяющие СЛАУ

$$\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{2\pi} K(Q_i, M_k) \sqrt{\gamma^*(M_k) \gamma^*(Q_i) \Delta s^*(M_k) \Delta s^*(Q_i)} \times$$

$$\times \varphi_k(M_k) - \lambda_k \varphi_k(Q_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (27)$$

$$b_k = \left[\sqrt{\frac{\Delta s^*(Q_i) \gamma^*(Q_i)}{r_{Q_i}^*}}, \varphi_k(Q_i) \right]. \quad (28)$$

Интегральные характеристики рассчитываем по формулам (20)–(24), заменив в них ∞ над знаком суммы на N .

Нетрудно видеть, что при разбивке меридианного сечения системы проводников на одинаковые (по площади) элементы, СЛАУ (27) является аппроксимацией интегрального уравнения (18). При этом собственные значения и собственные векторы СЛАУ (27) аппроксимируют соответственно собственные значения и собственные функции ядра уравнения (18), а значения коэффициентов b_k , определенные с помощью формул (19) и (28), совпадают. Точность такого приближения тем выше, чем меньше площади элементов и больше их число. Отмеченное свойство лежит в основе одного из методов определения значений λ_k и функций $\varphi_k(Q)$ [8, 11]. Другой метод заключается в использовании процедуры Келлога [14, 9].

Рассматривались уединенный одновитковый соленоид прямоугольного сечения (рис. 1) и система из такого соленоида с соосной проводящей трубой (рис. 3) из однородных материалов (γ_1, γ_2 — удельные электропроводности материалов

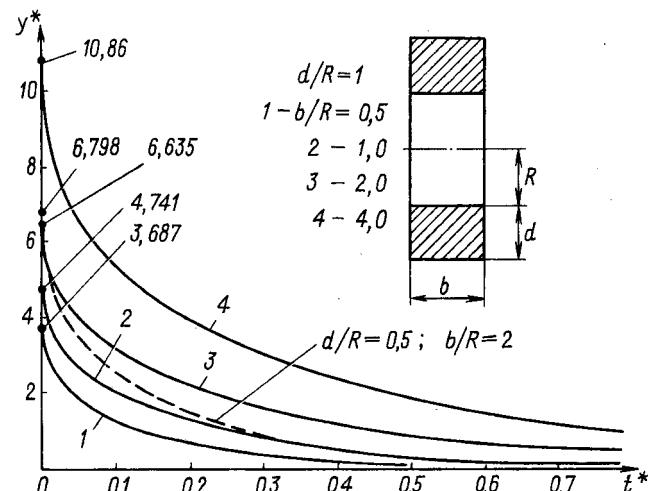


Рис. 1. Импульсная проводимость одновиткового соленоида прямоугольного сечения

соленоида и трубы). Расчетные данные получены путем решения уравнения (10) первым и четвертым способами. При этом на симметричную половину меридианного сечения системы проводников наносилась сетка, узловые точки которой являлись центрами прямоугольных элементов. Размеры сетки: на сечении соленоида $N_r \times N_z$, на сечении трубы $N_{r1} \times N_{z1}$, где N_r, N_{r1} — числа элементов вдоль оси r цилиндрической системы координат; N_z, N_{z1} — то же вдоль оси z . Таким образом, общее число элементов $N = N_r N_z + N_{r1} N_{z1}$.

Численное решение СЛАУ и нахождение собственных значений и собственных векторов осуществлялось на цифровой ЭВМ ЕС 1061 с помощью стандартных программ *MINV* и *EIGEN* [15]. Наибольшие расхождения данных, полученных различными способами при одной и той же пространственной сетке, не превышают нескольких процентов.

В табл. 1 приведены первые значения коэффициентов λ_k, b_k , входящих в формулы (20)–(22) и (24). Правильность данных контролировалась с помощью предельного соотношения (22). При этом безразмерная величина проводимости соленоида $G^* = \frac{2\pi}{\gamma_1 R} G = \frac{b}{R} \ln \left[1 + \frac{d}{R} \right]$, поэтому согласно

$$(22) \quad G^* = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2.$$

$$(22) \quad G^* = \sum_{k=1}^{\infty} b_k^2.$$

Расхождение между значениями левой и правой частей последнего соотношения для данных табл. 1 не превышает нескольких единиц в четвертом знаке. Время счета всей совокупности коэффициентов λ_k, b_k составляет 1–6 мин.

Первые пять собственных значений λ_k и коэффициентов b_k для одновиткового соленоида прямоугольного сечения (рис. 1)

k	λ_k	b_k	λ_k	b_k	λ_k	b_k	λ_k
при $d/R = 0,5$, $b/R = 1$, $N_r \times N_z = 8 \times 8$		при $d/R = 0,5$, $b/R = 2$, $N_r \times N_z = 8 \times 16$		при $d/R = 1$, $b/R = 0,5$, $N_r \times N_z = 16 \times 4$		при $d/R = 1$, $N_r \times N_z =$	
1	0,1176	0,6297	0,1684	0,8847	0,1304	0,5757	0,2183/0,2200
2	0,01710	-0,04878	0,04108	0,1188	0,03540	-0,09704	0,04961/0,05099
3	0,01564	-0,06805	0,01945	-0,08961	0,01569	0,06258	0,02038/0,02155
4	0,00754	0,01002	0,01681	0,04992	0,00871	-0,02000	0,01862/0,01988
5	0,00592	0,03585	0,01253	0,01928	0,00597	0,02766	0,01317/0,01447
$\sum_{k=0}^{k=N} b_k^2$	0,4054		0,8107		0,3465		0,6930/0,6927
G^*	0,4055		0,8109		0,3466		0,6931

В случае уединенного одновиткового соленоида пять членов ряда в формулах (20), (21) обеспечивают относительную погрешность не более 1 %: для первых пяти вариантов табл. 1 — при $t^* \geq 0,01$, остальных вариантов — при $t^* \geq 0,02$, причем с течением времени эта погрешность уменьшается ($t^* = t/(R^2 \mu_0 \gamma_1)$). В случае системы "соленоид — проводящая труба" для достижения такой же погрешности при $t^* \geq 0,02$ требуется десять членов ряда (при меньшем t^* — 20 и более). Данные табл. 1 могут быть использованы для расчета параметров схем замещения в соответствии с формулой (24) [1].

На рис. 1 и 2 приведены зависимости импульсной и переходной проводимостей уединенного

одновиткового соленоида: $y^* = 2\pi\mu_0 Ry$,
 $i_1^* = \frac{2\pi}{\gamma_1 R} i_1$.

Точками на оси ординат рис. 1 и соответствующими числами показаны начальные значения импульсной проводимости. При $d/R = 1$ и увеличении отношения b/R проводимость соленоида возрастает, а индуктивность L уменьшается, и соответственно возрастает значение $y(0)$. Этим можно объяснить взаимное расположение кривых, характер которых согласуется с предельными значениями электромагнитных характеристик (6)–(9). В случае $b/R = 2$ при уменьшении толщины соленоида индуктивность L изменяется незначительно, а проводимость существенно уменьшается. Поэтому расхождения пунктирных кривых и кривых \mathcal{Z} увеличиваются с течением времени.

На рис. 3 изображена переходная проводимость системы "одновитковый соленоид, прямоугольного сечения — соосная проводящая труба". Уменьшение γ_2 приводит к уменьшению скорости нарастания переходной проводимости и соответственно к уменьшению импульсной проводимости в начале процесса вследствие усиления проникновения поля в трубу. В конце процесса затухание индуцированного в трубе поля, а следовательно, и установление $i_1(t)$, медленнее происходит при больших значениях γ_2 (кривые 1–3).

Определение интегральных характеристик многовитковых соленоидов. Многовитковый соленоид представляет собой цилиндрическую спираль из w витков провода неизменного сечения. Шаг спирали значительно меньше ее радиуса, поэтому спиральностью соленоида пренебрегаем, заменяя

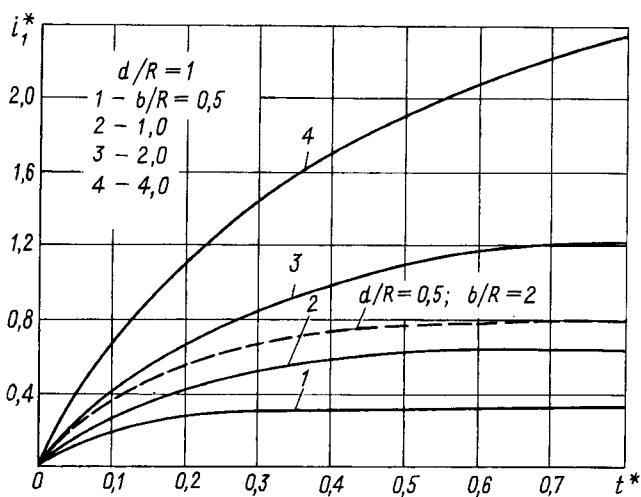


Рис. 2. Переходная проводимость одновиткового соленоида прямоугольного сечения

Таблица 1

b_k	λ_k	b_k	λ_k	b_k	λ_k	b_k
$b/R = 1,$ $= (16 \times 4)(8 \times 4)$	при $d/R = 1, b/R = 2,$ $N_r \times N_z = 8 \times 8$	при $d/R = 1, b/R = 4,$ $N_r \times N_z = 6 \times 12$	при $d/R = 5, b/R = 1,$ $N_r \times N_z = (40 \times 4)/(20 \times 2)$			
0,8125/0,8128 -0,1406/-0,1405 0,09929/0,09748 0,01753/-0,01746 -0,02324/-0,02245	0,3315 0,06341 0,05955 0,02967 0,02297	1,143 -0,1358 -0,2103 0,03434 -0,1070	0,4446 0,1501 0,07152 0,06634 0,04962	1,598 0,2653 -0,2973 -0,1531 0,06830	0,9453/0,9524 0,3755/0,3819 0,2084/0,2144 0,1328/0,1384 0,09194/0,09721	1,129/1,129 -0,5212/-0,5222 0,3717/0,3725 -0,2097/-0,2100 0,1644/0,1638
	1,385		2,769		1,791/1,789	
	1,386		2,773		1,792	

его совокупностью последовательно соединенных кольцевых витков. При составлении исходной формулировки задачи использованы результаты [1, 3, 12]. Рассматриваем подключение описанного многовиткового соленоида с соосным проводящим телом к источнику единичного ступенчатого импульса напряжения $1_u(t)$. Введем дополнительные неизвестные функции — напряжения на витках u_i , $i = 1, 2, \dots, w$. Сечение многовиткового соленоида представляем в виде

$$S_1 = \sum_{i=1}^{i=w} s_i,$$

где s_i — меридианное сечение i -го витка.

Задачу определения $E(Q, t)$ формулируем в виде совокупности следующих соотношений: уравнения

$$E(Q, t) + \frac{\mu_0}{2\pi} \int_S \frac{\partial E(M, t)}{\partial t} \gamma(M) K(Q, M) \sqrt{\frac{r_M}{r_Q}} ds_M -$$

$$- \begin{cases} u_i / (2\pi r_Q) & Q \in s_i \\ 0 & Q \in S_2, \end{cases} = 0, \quad (29)$$

$i = 1, 2, \dots, w$;

$w - 1$ условий последовательного соединения витков

$$\int_{s_i} \gamma(M) E(M, t) ds_M - \int_{s_l} \gamma(P) E(P, t) ds_P = 0,$$

$$i, l = 1, 2, \dots, w, i \neq l, M \in s_i, P \in s_l; \quad (30)$$

уравнения

$$\sum_{i=1}^{i=w} u_i = 1; \quad (31)$$

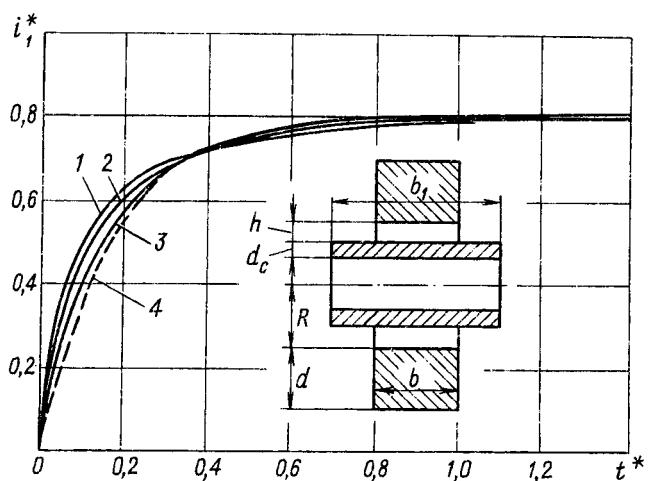


Рис. 3. Переходная проводимость системы "одновитковый соленоид прямоугольного сечения — соосная проводящая труба" при $b/R = 2$, $d/R = 0,5$, $d_c/R = 0,2$, $h/R = 0,1$, $b_1/R = 3$:

кривая 1 — $\gamma_2/\gamma_1 = 5,0$; 2 — 2,0; 3 — 0,5; 4 — уединенный соленоид

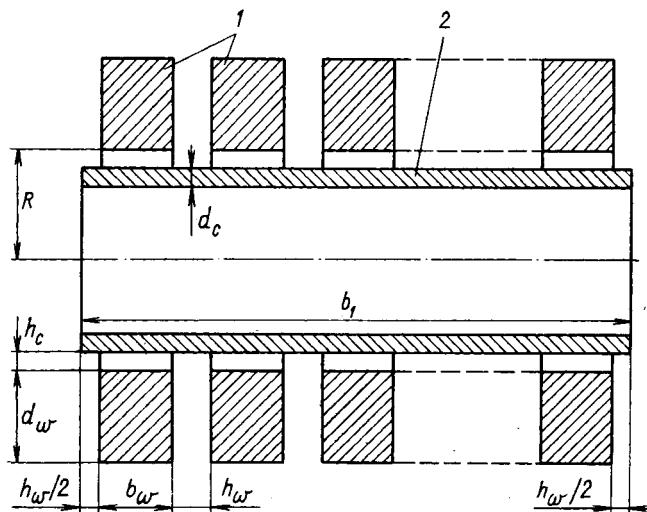


Рис. 4. Расчетная конструкция системы "многовитковый соленоид — соосная проводящая труба":

1 — кольцевые витки, 2 — труба

начального условия (11).

После преобразования уравнения (29) и соотношений (30), (31) в алгебраические уравнения получаем СЛАУ $N + w$ порядка. В общем случае $N = N_r N_z + N_{r1} N_{z1}$ (обозначения величин в

правой части соотношения те же, что и в случае одновиткового соленоида; N_r , N_z — параметры сетки на сечении одного витка), в случае симметрии меридианного сечения величина N в два раза меньше. Переходную проводимость находим по формуле (12), в которой интегрирование осуществляется по меридианному сечению любого из w витков соленоида.

В качестве примера рассмотрим многовитковый соленоид из провода прямоугольного сечения с соосной проводящей трубой (рис. 4). Расчетную конструкцию помещаем в цилиндрическую систему координат так, чтобы ось симметрии меридианного сечения и ось вращения первой совпали с осями соответственно r и z второй. В табл. 2 и 3 приведены результаты расчетов для таких исходных данных: $b_w/R = 0,1$, $d_w/R = 0,2$, $h_w/R = 0,04$, $d_c/R = 0,1$, $h_c/R = 0,03$, $w = 12$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $b_1/R = (h_w + d_w) \times w/R$. На симметричную половину сечения системы, обращающую расчетную область, нанесена сетка со следующими параметрами: $N_r = 8$, $N_z = 4$, $N_{r1} = 2$, $N_{z1} = 36$. С учетом симметрии число неизвестных функций u_i при

Таблица 2

Интегральные электромагнитные характеристики уединенного многовиткового соленоида (рис. 4) и напряжения на его витках при подключении к единичному ступенчатому импульсу напряжения (порядок СЛАУ 198)

t^*	$100r_1^*$	$10y^*$	$10u_i$					
			$i = 7$	$i = 8$	$i = 9$	$i = 10$	$i = 11$	$i = 12$
0,01	0,02777	0,2777	0,9098	0,8988	0,8757	0,8383	0,7817	0,6956
0,02	0,05029	0,2252	0,8964	0,8874	0,8684	0,8376	0,7909	0,7191
0,05	0,09610	0,1234	0,8680	0,8630	0,8526	0,8357	0,8100	0,7705
0,1	0,1313	0,04546	0,8461	0,8442	0,8404	0,8341	0,8247	0,8101
0,2	0,1491	0,00617	0,8350	0,8347	0,8342	0,8334	0,8321	0,8301

Таблица 3

Интегральные электромагнитные характеристики системы "многовитковый соленоид — проводящая труба" (рис. 4) и напряжения на витках при подключении соленоида к единичному ступенчатому импульсу напряжения (порядок СЛАУ 270)

t^*	$100r_1^*$	$10y^*$	$10u_i$					
			$i = 7$	$i = 8$	$i = 9$	$i = 10$	$i = 11$	$i = 12$
0,01	0,04840	0,4840	0,8806	0,8753	0,8635	0,8421	0,8046	0,7337
0,02	0,07140	0,2300	0,8759	0,8705	0,8587	0,8386	0,8059	0,7503
0,05	0,1034	0,07834	0,8649	0,8603	0,8506	0,8350	0,8117	0,7773
0,1	0,1276	0,03538	0,8505	0,8477	0,8423	0,8338	0,8215	0,8041
0,2	0,1456	0,0091	0,8377	0,8370	0,8356	0,8334	0,8302	0,8257

четном w равно $w/2$, при нечетном $w - (w+1)/2$. В рассматриваемом примере $u_i = u_{w-i+1}$, $i = 1, 2, \dots, 6$.

Полученную СЛАУ решали на цифровой ЭВМ ЕС 1061 с помощью стандартной программы *MINV* [15]. Безразмерный шаг временной сетки $h_t = 0,01$.

Правильность результатов контролировали проверкой выполнения соотношений (9) и (31), причем для многовиткового соленоида безразмерная проводимость

$$G^* = \frac{2\pi}{\gamma_1 R} G = \frac{b}{R} \frac{w}{w} \ln \left[1 + \frac{d}{R} \frac{w}{w} \right], \quad \text{а}$$

также определением i_1 путем интегрирования по сечению каждого витка, входящего в расчетную область. Использованы те же безразмерные величины, что и в случае одновиткового соленоида. Установившиеся значения: переходной проводимости $i_1^{*(\infty)} = G^* = 0,001519$, напряжений на витках $u_i^{(\infty)} = 1/w = 0,08333$.

Из данных табл. 2 и 3 следует, что неравномерность распределения напряжений u_i , наиболее

резко проявляется на двух-трех крайних витках соленоида в начале процесса и с течением времени уменьшается. В средней части соленоида примерно из шести витков значения u_i отличаются на несколько процентов. Как показывает более детальный анализ, такое же отличие между значениями плотности тока в соответствующих (занимающих одинаковое положение на сечениях витков относи-

тельно их границ) точках $M^{(i)}$ этих витков. Это свойство позволяет преобразовать исходную формулировку задачи (29)–(31) на основе принятия допущений об одинаковости значений u_i и токораспределений в w_e витках средней части соленои-

да [16]. Меридианное сечение этой части соленоида обозначим S_{11} , а остальной его части — S_{12} . Интеграл уравнения (29) преобразуем так:

$$\int_S = \int_{S_{11}} + \int_{S_{12}} + \int_{S_{12}}. \quad (32)$$

Второй и третий интегралы выражения (32) сохраняют вид интеграла уравнения (29), а

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{S_{11}} \frac{\partial E(M, t)}{\partial t} \gamma(M) K(Q, M) \sqrt{\frac{r_M}{r_Q}} ds_M = \\ = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{S_i} \frac{\partial E(M^{(i)}, t)}{\partial t} \gamma(M^{(i)}) \sqrt{\frac{r_{M^{(i)}}}{r_Q}} \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^{i=w_e} K(Q, M^{(i)}) \right] ds_{M^{(i)}}, \end{aligned} \quad (33)$$

где s_i — меридианное сечение любого i -го витка из w_e витков.

Число условий (30) становится равным $w - w_e$, а уравнение (31) принимает вид

$$w_e u_0 + \sum_{l=1}^{w_e} u_l = 1, \quad (34)$$

где u_0 — напряжение на витках средней части соленоида; u_l — то же на остальных витках.

В табл. 4 приведены результаты расчета переходной проводимости рассматриваемых устройств с помощью преобразованной формулировки задачи.

Таблица 4
Значения переходной проводимости, полученные с помощью преобразованной формулировки задачи, и порядка соответствующей СЛАУ

t^*	100 r_1^* для уединенного соленоида			100 r_1^* для системы "соленоид — труба"	
	$w_e = 6$	$w_e = 10$	$w_e = 12$	$w_e = 6$	$w_e = 10$
0,01	0,02750	0,02643	0,02538	0,04832	0,04723
0,02	0,04985	0,04811	0,04637	0,07115	0,06960
0,05	0,09551	0,09308	0,09060	0,1029	0,1011
0,1	0,1309	0,1291	0,1271	0,1272	0,1257
0,2	0,1490	0,1485	0,1479	0,1455	0,1448
Порядок СЛАУ	116	50	16	188	122

В расчетах использовано также дополнительное допущение о симметрии токораспределения в каждом витке средней части соленоида. Наибольшие расхождения с данными табл. 2 и 3 составляют при $w_e = 6$ менее процента, при $w_e = 10$ несколько процентов. Для уединенного соленоида рассмотрен также вариант, когда принятые допущения распространены на все витки ($w_e = 12$). При этом необходимость в условиях (30) отпадает, а $u_i = u_0 = 1/w$. В этом варианте наибольшее расхождение с данными табл. 2 приблизительно равно 10 %. Рассматриваемые расхождения, естественно, уменьшаются с течением времени. Поэтому выбор того или иного значения w_e зависит от длительности фронта и всего импульса тока: с их увеличением возможно увеличение w_e . Описанное преобразование позволяет значительно уменьшить порядок СЛАУ и за счет этого в несколько раз требуемое машинное время.

Формулировка задачи определения тока и напряжения на соленоиде. Рассмотрим подключение соленоида к емкостному накопителю с собственными параметрами C (емкость), L_C (индуктивность), r_C (активное сопротивление). Полагаем, что импульсная или переходная проводимость соленоида или системы "соленоид — проводящее тело" известна. Требуется найти ток и напряжения на соленоиде и других элементах контура.

Уравнение контура:

$$r_C i + L_C \frac{di}{dt} + u_C + u = 0, \quad (35)$$

где u_C — падение напряжения на емкости накопителя;

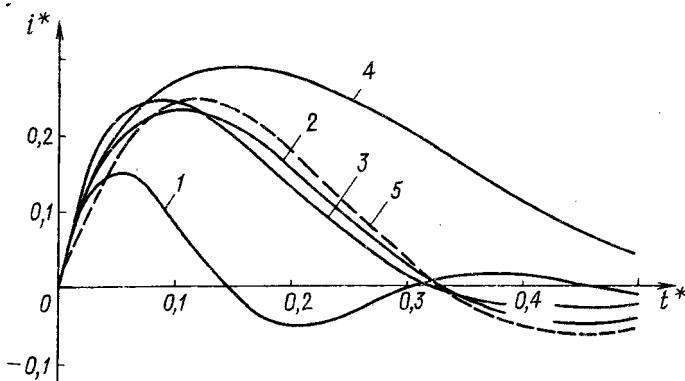


Рис. 5. Ток в разрядном контуре емкостного накопителя с одновитковым соленоидом и соосной проводящей трубой (соотношения размеров — в подпись к рис. 3): кривая 1 — $C^* = 0,01$; 2, 3, 5 — 0,04; 4 — 0,09; для кривых 1, 2, 4 — $\gamma_2/\gamma_1 = 0,5$, 3 — 2; кривая 5 — уединенный соленоид

$$u_C = -U_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau;$$

U_0 — начальное напряжение емкостного накопителя.

В уравнении (35) две неизвестные функции: ток $i(t)$ и напряжение на соленоиде $u(t)$. Для определенности дополняем его оригиналом соотношения (1), записанным в виде уравнения

$$i(t) - \int_0^t y(t-\tau) u(\tau) d\tau = 0 \quad (36)$$

или

$$i(t) - i_1(t) u(0) - \int_0^t u'_t(\tau) i_1(t-\tau) d\tau = 0, \quad (37)$$

где $u(0)$ — начальное напряжение на соленоиде (после включения).

Начальные условия:

$$i(0) = 0, \quad u(0) = \frac{U_0}{1 + \frac{L_C}{C} y(0)}. \quad (38)$$

Таким образом, рассматриваемая задача формулируется системами уравнений (35), (36) или (35), (37) и начальными условиями (38). После нахождения тока в контуре источника определяем напряжения на всех его элементах, т. е. получаем решение второй задачи.

На рис. 5 показаны кривые тока, протекающего через одновитковый соленоид прямоугольного сечения с соосной проводящей трубой. Система уравнений (35), (37) была решена с помощью преобразования в систему алгебраических уравнений на временной сетке. Параметры разрядного контура:

$$\frac{\gamma_1 R}{2\pi} r_C = 0,01, \quad \frac{L_C}{2\pi\mu_0 R} = 0,025.$$

Безразмерные величины:

$$C^* = \frac{2\pi}{R^3 \mu_0 \gamma_1^2} C; \quad u^* = u/U_0; \quad u_C^* = u_C/U_0;$$

$$i^* = \frac{2\pi}{\gamma_1 R U_0} i; \quad t^* — \text{та же.}$$

В начальной стадии переходного процесса основную роль играет геометрия системы проводников, поэтому кривые тока 1—4 достаточно близки. В дальнейшем начинают влиять проникнове-

ние поля в проводники и емкость накопителя. С увеличением последней возрастают амплитуда и длительность полуволны импульса тока (кривые 1, 2, 4 рис. 5). Взаимное расположение кривых тока 2, 3 и 5 согласуется с соответствующими зависимостями переходной проводимости (кривые 3, 2 и 4 рис. 3).

Достоинством описанной методики анализа переходных процессов, основанной на использовании интегральных электромагнитных параметров соленоидов, является то, что при изменении параметров источника (например, C , r_C , L_C , U_0) нет необходимости повторно решать интеграло-дифференциальное уравнение (10) или (29) — достаточно решить простые системы уравнений (35), (36) или (35), (37). После определения напряжения на соленоиде напряженность электрического поля в нем и в проводящем теле может быть найдена с помощью интеграла Дюамеля и уже известного решения задачи для ступенчатого импульса напряжения. Возможно также повторное решение уравнений (10) и (29), но при известном напряжении соленоида, что значительно проще, чем совместное решение двух ранее выделенных задач. В случае многовиткового соленоида такой подход сводится к нахождению с помощью интеграла Дюамеля напряжений на витках и решению уравнения (29) без соотношений (30) и (31) (при этом последний член левой части (29) при $Q \in S_1$ переносится в правую часть этого уравнения).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов В. М. Двумерное импульсное электромагнитное поле массивных проводников. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 3.
2. Чемерис В. Т., Подольцев А. Д. Исследование магнито-импульсного взаимодействия проводящих контуров на ЭЦВМ с учетом движения вторичного контура. — Техническая электродинамика, 1979, № 1.
3. Балтаханов А. М., Бондашев В. Н. Расчет электромагнитных и электромеханических процессов в индукционно-динамических системах. — Электричество, 1981, № 2.
4. Михайлов В. М., Руденко Ю. С. О применении точек зрения Эйлера и Лагранжа на движение в расчетах импульсных электромагнитных полей. — Изв. вузов. Электромеханика, 1987, № 10.

5. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Том. I — Л.: Энергоиздат, 1981.

6. Распределение переменного магнитного поля в массивных одновитковых катушках / Б. Г. Сафонов, В. А. Чураев, Ю. С. Азовский и др. — Приборы и техника эксперимента, 1961, № 3.

7. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981.

8. Silvester P. Modal network theory of skin effect in flat conductors. — Proc. of the IEEE, 1966, vol. 54, No. 9.

9. Калесников Э. В., Савин Д. Д. Переходные режимы токопроводов. — Изв. вузов. Электротехника, 1968, № 8.

10. Петрушенко Е. И. К расчету вихревых токов в проводниках сложной формы. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1969, № 1.

11. Silvester P., Wong S. K., Burke P. E. Modal theory of skin effect in single and multiple turn coils. — IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, 1972, vol. PAS-91, No. 1.

12. Моделирование на ЦВМ вихревых токов в осесимметричных индукционных нагревателях с учетом симметричности исходного интегрального уравнения / Боженко А. И., Вильнер Д. Е., Петрушенко Е. И. и др. — Препринт Ин-та электродинамики АН УССР, № 238. — Киев, 1980.

13. Петровский И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984.

14. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. — М.: Наука, 1975.

15. Программирование, отладка и решение задач на ЭВМ единой серии. Язык Фортран / И. А. Кудряшов, Н. Х. Кушнер, Л. В. Петрова и др. — Л.: Энергоатомиздат, 1988.

16. Бондина Н. М., Иванов И. А., Михайлов В. М. Расчет переходных процессов в индуктивном накопителе энергии при помощи интеграло-дифференциальных уравнений. — Интегральные уравнения в прикладном моделировании: Тез. докл. — Киев: Ин-т электродинамики АН УССР, 1983, ч. 1.

[29.10.92]

Автор: **Михайлов Валерий Михайлович** окончил электротехническо-строительный факультет Харьковского политехнического института (ХПИ) в 1966 г. В 1986 г. защитил докторскую диссертацию, посвященную исследованиям поверхностного эффекта в проводниках при получении сильных импульсных магнитных полей. В настоящее время профессор кафедры инженерной электрофизики ХПИ.

Исследование электромагнитных процессов в гистерезисных средах

ГЕРАСИМОВИЧ А. Н.

Расчет электротехнических устройств связан с исследованием электромагнитных процессов в их конструктивных частях (магнитопроводах), выполненных из шихтованных (электротехнических) и сплошных (конструкционных) сталей. Результаты таких исследований будут зависеть не только от принятого метода решения уравнений электромагнитного поля, определяющих состояние магнитопроводов, но и способов учета их магнитных свойств. Последние характеризуются сложными гистерезисными зависимостями магнитной индукции B от напряженности магнитного поля H . Необходимую и достаточную информацию о магнитных свойствах среды несут статические петли гистерезиса. Использование математических моделей статических гистерезисных циклов при решении уравнений электромагнитного поля позволяет получать и динамические гистерезисные циклы магнитопроводов.

Влияние гистерезиса на характер протекания электромагнитных процессов рассмотрим для случая одномерного поля, что позволяет использовать в расчетах скалярную модель гистерезиса. Мгновенные значения электромагнитных параметров в ферромагнитной среде, в случае проникновения в нее плоской волны, связаны между собой уравнениями Максвелла (рис. 1) [1]

$$-\frac{\partial H(z, t)}{\partial z} = \gamma E(z, t); \frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = -\frac{\partial B(z, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

где γ — электрическая проводимость стали; E — напряженность электрического поля.

Форма петли гистерезиса ферромагнитного вещества зависит от его химического состава и величины напряженности магнитного поля. Для слабых полей форма петли имеет вид эллипса [2, 3]. С увеличением напряженности магнитного поля форма петли искажается. Зависимость между B и H при синусоидальном изменении одной из рас-

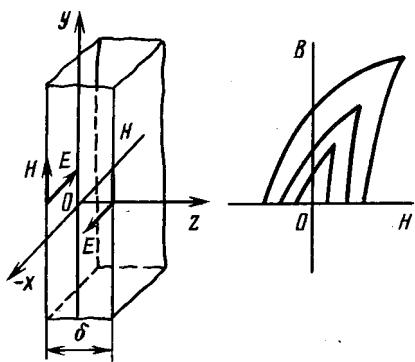


Рис. 1. К расчету электромагнитных процессов в гистерезисной среде

сматриваемых величин определяется формой петли. Синусоидальное изменение индукции и напряженности магнитного поля возможно лишь в случае эллиптической петли и для слабых полей разработаны аналитические методы исследований электромагнитных процессов в переходных и стационарных режимах [4, 5].

В зависимости от режима намагничивания связь между мгновенными значениями напряженности и индукции в переходных и стационарных режимах при гармоническом изменении напряженности электромагнитного поля устанавливается по аналогии с электрическими RL - или RC -цепями [4]. Если режим намагничивания определяется законом изменения напряженности магнитного поля, то B отстает от H , как ток в RL -цепи отстает от приложенного к ней напряжения. Связь между $H(t)$ и $B(t)$ для эллиптической петли записывается в виде

$$H(t) = k_1 B(t) + k_2 \frac{\partial B(t)}{\partial t}, \quad (2)$$

где $k_1 = \frac{\cos \alpha}{\mu}$; $k_2 = \frac{\sin \alpha}{\omega \mu}$; ω — круговая частота; α — угол потерь; $\mu = B_m / H_m$ — амплитудная (полная) магнитная проницаемость.

Если режим определяется законом изменения магнитного потока (индукции), то напряженность магнитного поля опережает индукцию на угол α , как ток в RC -цепи опережает напряжение, и связь между H и B для данного случая будет

$$B(t) = k_1 H(t) + k_2 \int H(t) dt, \quad (3)$$

где $k_1 = \mu \cos \alpha$; $k_2 = \omega \mu \sin \alpha$.

Коэффициенты k_1 , k_2 , k_1 и k_2 в уравнениях (2) и (3) аналогичны величинам R , L , C соответствующих уравнений, связывающим мгновенные значения напряжений и токов в электрических цепях.

На рис. 2, а приведены зависимости индукции магнитного поля от его напряженности в координатах HB (петли гистерезиса), полученные для обоих режимов намагничивания из решения уравнений (2) и (3) при гармонически изменяющихся величинах и нулевых начальных условиях. Эти гистерезисные зависимости, как видно, воспроизводят все основные закономерности циклического перемагничивания в слабых полях и практически соответствуют петлям гистерезиса, получаемым по результатам испытаний магнитных материалов.

Приведенные модели эллиптической петли гистерезиса совместно с принципами наложения и

Рис. 2. Эллиптические петли гистерезиса (a) и изменение параметров магнитного поля во времени в слоях листа (б):
 $\mu_* = 1000$; $\alpha = 25^\circ$; $\gamma = 10^7 \text{ 1/Ом} \cdot \text{м}$; $\omega = 314 \text{ 1/с}$; \times – результаты решения уравнения (2), \bullet – (3)

разложения в ряд Фурье периодических функций позволяют исследовать электромагнитные процессы в ферромагнитных средах при несинусоидальном изменении возмущающего воздействия, т. е. при возникновении в гистерезисных зависимостях частных циклов.

Первоначально рассмотрим аналитическое решение уравнений электромагнитного поля для гистерезисной среды в случае, когда возмущающим воздействием является напряженность магнитного поля. Решение произведем с помощью преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях (среда находилась в полностью размагниченном состоянии). Разрешив систему (1) относительно H с учетом (2), получим уравнение в изображениях, определяющее распределение напряженности магнитного поля по координате z [4]:

$$\frac{\partial^2 H(z, p)}{\partial z^2} - \frac{\gamma p}{k_1 + pk_2} H(z, p) = 0. \quad (4)$$

Решением уравнения (4) относительно $H(z, p)$ при известных граничных условиях $H(-\delta/2, p) = H(\delta/2, p)$ будет

$$H(z, p) = H(\delta/2, p) \frac{\operatorname{ch} \lambda_1 z}{\operatorname{ch} \lambda_1 \delta/2}, \quad (5)$$

а формула для расчета изображения напряженности электрического поля примет вид

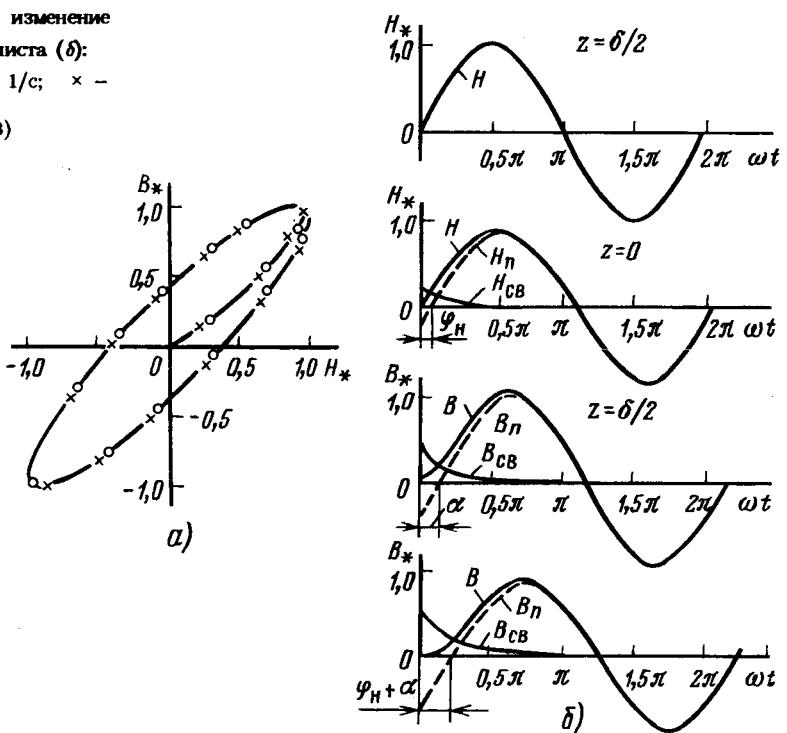
$$E(z, p) = -\frac{\lambda_1}{\gamma} H(\delta/2, p) \frac{\operatorname{ch} \lambda_1 z}{\operatorname{ch} \lambda_1 \delta/2}, \quad (6)$$

$$\text{где } \lambda_1 = \sqrt{\frac{\gamma p}{k_1 + pk_2}}.$$

Выражения (4) и (5) позволяют получить формулы для расчета изображений остальных параметров электромагнитного поля.

Оригиналы функций $H(z, t)$ и $E(z, t)$ можно легко найти, используя теорему разложения. Расчет оригиналов H и E производится при синусоидальном изменении напряженности магнитного поля. Для рассматриваемого случая изображение напряженности на поверхности листа [6]

$$H(\delta/2, p) = H_m(\delta/2) \frac{\omega \cos \varphi - p \sin \varphi}{p^2 + \omega^2} \quad (7)$$



и величины H и E с учетом (7) можно определить как сумму периодических и свободных составляющих, которые получаются при использовании мнимых корней $p = \pm j\omega$ и приводятся ниже.

Свободные составляющие напряженностей магнитного и электрического полей находятся по формулам [4]:

$$H_{CB}(z, t) = H_m(\delta/2) \frac{4}{\delta_*^2 \cos \alpha} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \times \frac{\nu \omega^2 c^2 d_k \cos 2\nu z / \delta}{\omega^2 + p_k^2} e^{p_k t}; \quad (8)$$

$$E_{CB}(z, t) = H_m(\delta/2) \frac{4\sqrt{2}}{\delta_*^3 \cos \alpha} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\gamma}} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \times \frac{\nu^2 c^2 d_k \sin 2\nu z / \delta}{\omega^2 + p_k^2} e^{p_k t}, \quad (9)$$

$$\text{где } c_k = \cos \alpha + \frac{p_k}{\omega} \sin \alpha; \quad d_k = \cos \varphi - \frac{p_k}{\omega} \sin \varphi; \\ p_k = -\frac{2\omega\nu^2 \cos \alpha}{\delta_*^2 + 2\nu^2 \sin \alpha}; \quad \nu = (2k-1) \frac{\pi}{2};$$

$$\delta_* = \delta \sqrt{\frac{\omega \mu}{2}}; \quad \varphi - \text{начальная фаза включения};$$

p_k — корни уравнения $\operatorname{ch} \sqrt{\gamma p(k_1 + p k_2)^{-1}} \delta/2 = 0$;
 δ_* — относительная толщина листа.

Из (8), (9) следует, что явление гистерезиса влияет на скорость затухания свободных составляющих параметров электромагнитного поля. Свободные составляющие затухают тем медленнее, чем шире петля гистерезиса (больше α и соответственно постоянная времени $\tau_k = p_k$). На рис. 2, б приведены результаты расчетов свободных составляющих отдельных параметров электромагнитного поля.

Периодические составляющие H и E находятся по выражениям

$$H_n(z, t) = H_m(\delta/2) f_H(z) \sin [\omega t + \varphi + \psi_H(z)]; \quad (10)$$

$$E_n(z, t) = H_m(\delta/2) f_E(z) \sin [\omega t + \varphi + \psi_E(z)], \quad (11)$$

$$\text{где } f_H(z) = \frac{\operatorname{ch}^2 m z_* - \sin^2 n z_*}{\sqrt{\operatorname{ch}^2 m \delta_* / 2 - \sin^2 n \delta_* / 2}}; \quad f_E(z) = \sqrt{\omega \mu / \gamma} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\operatorname{sh}^2 m z_* + \sin^2 n z_*}{\operatorname{ch}^2 m \delta_* / 2 - \sin^2 n \delta_* / 2}}; \quad \psi_H(z) = \operatorname{arctg} (\operatorname{th} m z_* \times$$

$$\times \operatorname{tg} n z_*) - \operatorname{arctg} (\operatorname{th} m \delta_* / 2 \operatorname{tg} n \delta_* / 2); \quad \psi_E(z) =$$

$$= \operatorname{arctg} (\operatorname{cth} m z_* \operatorname{tg} n z_*) - \operatorname{arctg} (\operatorname{th} m \delta_* / 2 \times$$

$$\times \operatorname{tg} n \delta_* / 2) + \pi/4 - \alpha/2; \quad m = \sqrt{1 + \sin \alpha}; \quad n =$$

$$= \sqrt{1 - \sin \alpha}.$$

Здесь отметим, что такие выражения по расчету периодических составляющих напряженностей электромагнитного поля получаются при решении уравнений Максвелла для комплексных амплитуд и использовании комплексной абсолютной магнитной проницаемости $\mu = \mu e^{-j\alpha}$, предложенной В. К. Аркадьевым [7].

Выражения (10) и (11) позволяют определить величину мощности потерь в гистерезисной среде. Среднее значение потока электромагнитной энергии, проникающего в лист через единицу поверхности за период, определяется вектором Пойнтинга [7]:

$$S = \frac{1}{2} E_m(\delta/2) H^*(\delta/2) = P_S + j Q_S, \quad (12)$$

где

$$P_S = \frac{H_m^2(\delta/2)}{4} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} \left[\frac{m \operatorname{sh} m \delta_* - n \sin n \delta_*}{\operatorname{sh}^2 m \delta_* / 2 + \cos^2 n \delta_* / 2} \right];$$

$$Q_S = \frac{H_m^2(\delta/2)}{4} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} \left[\frac{n \operatorname{sh} m \delta_* + m \sin n \delta_*}{\operatorname{sh}^2 m \delta_* / 2 + \cos^2 n \delta_* / 2} \right].$$

В случае, когда лист становится для электромагнитного поля "массивным" телом ($\delta \rightarrow \infty$), составляющие в квадратных скобках (12) стремятся соответственно к $2m$ и $2n$ и формулы для расчета мощности потерь принимают вид [7]:

$$\left. \begin{aligned} P_S &= \frac{H_m^2(\delta/2)}{4} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} \sqrt{1 + \sin \alpha}; \\ Q_S &= \frac{H_m^2(\delta/2)}{4} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \gamma}} \sqrt{1 - \sin \alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Аналогичным образом выражения (10), (11) позволяют произвести анализ изменения амплитуды и фазы средней индукции в листе в зависимости от величины угла α и относительной толщины листа. Мгновенное значение средней индукции находится через величину магнитного потока и сечение листа. В нашем случае индукция

$$B_{cp}(t) = \frac{1}{\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \dot{\mu} H(z, t) dz = B_{m cp} \sin (\omega t + \varphi + \psi_{\Phi}), \quad (14)$$

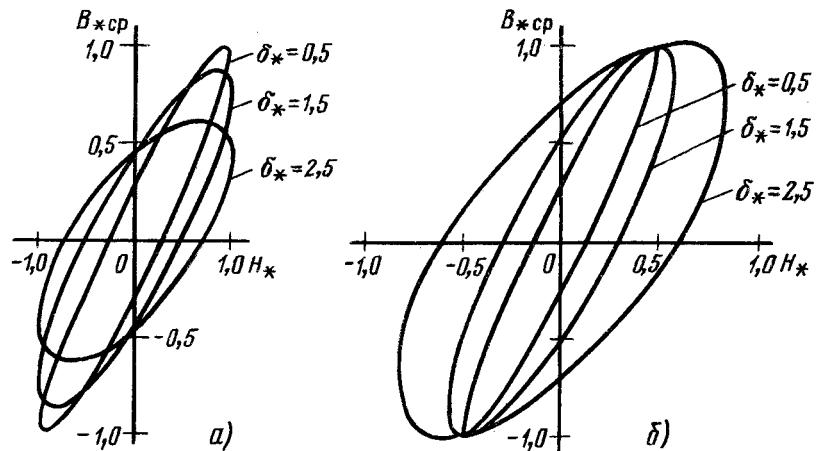
$$\text{где } B_{m cp} = B_m(\delta/2) f_B; \quad f_B = \frac{1}{\sqrt{2 \delta_*}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\operatorname{sh}^2 m \delta_* + \sin^2 n \delta_*}{\operatorname{ch}^2 m \delta_* / 2 - \sin^2 n \delta_* / 2}}; \quad B_m(\delta/2) = \dot{\mu} H_m(\delta/2);$$

$$\psi_{\Phi} = \operatorname{arctg} (\sin n \delta_* / \operatorname{sh} m \delta_*) - \pi/4 - \alpha/2.$$

Анализ выражений по расчету амплитуды и фазы индукции показывает, что с увеличением относительной толщины листа значение амплитуды средней индукции уменьшается, а фазовый сдвиг изменяется от угла потерь α до величины $45^\circ + \alpha/2$. Так, при $\delta_* = 0,25$ и менее значение средней индукции составляет 99 % индукции на поверхности, а фазовый сдвиг примерно равен углу потерь α , который принят в данном случае 15° . При $\delta_* = 1$ эти величины составляют соответственно 93 % и 25° , а при $\delta_* = 3$ — уже 50 % и 50° . Если статические петли, принятые в расчетах

Рис. 3. Динамические петли гистерезиса при постоянной напряженности магнитного поля на поверхности листа (а) и постоянной средней индукции (б)



(эллиптическая петля), остаются неизменными, то динамические петли, уравнения которых в параметрическом виде будут [8]

$$H(t) = H_m \sin(\omega t + \varphi); \\ B_{cp}(t) = B_{m cp} \sin(\omega t + \varphi + \psi_{\Phi}), \quad (15)$$

при увеличении относительной толщины листа изменяются.

Такие динамические петли, полученные при одной и той же амплитуде напряженности на поверхности, но разных δ_* (0,5; 1,5 и 2,5), приведены на рис. 3, а. При малой относительной толщине, когда величина средней индукции практически равна индукции на поверхности, а угол $\psi_{\Phi} \approx \alpha$, динамическая петля совпадает с принятой эллиптической петлей. С увеличением δ_* динамические петли расширяются и наклоняются к горизонтальной оси, несмотря на то, что свойства листа приняты постоянными. В случае, когда остается неизменной величина средней индукции для листов различной толщины, с увеличением δ_* требуется увеличивать значение напряженности магнитного поля на поверхности листа. Динамические петли при неизменной средней индукции для тех же значений δ_* представлены на рис. 3, б.

Если ферромагнитный лист расположен в переменном электромагнитном поле и задан синусоидальный закон изменения магнитного потока в нем (известны закон изменения и напряженность электрического поля), то система (1) разрешается относительно E с учетом (3). Уравнение в изображениях, определяющее распределение напряженности электрического поля по толщине листа, имеет вид

$$\frac{\partial^2 E(z, p)}{\partial z^2} - \frac{\gamma}{k_1 p + k_2} E(z, p) = 0. \quad (16)$$

Его решение аналогично решению уравнения (4). Свободные составляющие напряженностей электромагнитного поля будут равны:

$$E_{cb}(z, t) = -E_m(\delta/2) \frac{2\sqrt{\omega\gamma\mu}}{\gamma\delta\omega\mu^2 \cos\alpha} \times \\ \times \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^{s-1} \frac{c_s^2 d_s \sin 2s\pi z/\delta}{(\omega^2 + p_s^2) \sqrt{|c_s|}} e^{p_s t}; \quad (17)$$

$$H_{cb}(z, t) = -E_m(\delta/2) \frac{\sqrt{\omega\gamma\mu}}{\pi\omega\mu^2 \cos\alpha} \times \\ \times \sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s \frac{c_s^2 d_s \cos 2s\pi z/\delta}{s(\omega^2 + p_s^2) \sqrt{|c_s|}} e^{p_s t}; \quad (18)$$

где $c_s = \frac{p_s}{\omega} \cos\alpha + \sin\alpha$; $d_s = \cos\varphi - \frac{p_s}{\omega} \sin\varphi$;
 $p_s = -\frac{2\omega s^2 \pi^2 \cos\alpha}{\delta_*^2 + 2s^2 \pi^2 \sin\alpha}$; p_s — корни уравнения

$$\operatorname{sh} \frac{\gamma}{k_1 p + k_2} \delta/2 = 0.$$

Периодические составляющие E и H определяются по выражениям:

$$E_n(z, t) = E_m(\delta/2) f_E(z) \sin[\omega t + \varphi + \psi_E(z)]; \quad (19)$$

$$H_n(z, t) = E_m(\delta/2) f_H(z) \sin[\omega t + \varphi + \psi_H(z)], \quad (20)$$

$$\text{где } f_E(z) = \sqrt{\frac{\operatorname{sh}^2 m z_* + \sin^2 n z_*}{\operatorname{sh}^2 m \delta_* / 2 + \sin^2 n \delta_* / 2}}; \quad f_H(z) = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\gamma}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\cosh^2 m z_* - \sin^2 n z_*}{\sinh^2 m \delta_* / 2 + \sin^2 n \delta_* / 2}}; \quad \psi_E(z) = \operatorname{arctg}(\operatorname{cth} m z_* \times \times \operatorname{tg} n z_*) - \operatorname{arctg}(\operatorname{cth} m \delta_* / 2 \operatorname{tg} n \delta_* / 2); \quad \psi_H(z) = \pi/4 - \alpha/2 + \operatorname{arctg}(\operatorname{th} m z_* \operatorname{tg} n z_*) - \operatorname{arctg}(\operatorname{th} m \delta_* / 2 \times \times \operatorname{tg} n \delta_* / 2).$$

Рассмотренный аналитический способ расчета электромагнитных процессов в гистерезисных средах можно использовать для качественной оценки параметров поля и в случае, когда фактическая петля отличается от эллипса. Если реальная петля гистерезиса линеаризуется, т. е. заменяется эквивалентным эллипсом исходя из равенства площадей и соответствующих амплитуд, то получаемые результаты, как показывают исследования, приемлемы для расчета интегральных характеристик поля (величины потерь, амплитуды магнитного потока и др.) [9].

В тех случаях, когда требуется знание мгновенных значений параметров поля и их распределения в ферромагнитной среде, эквивалентирование петли гистерезиса эллипсом может приводить к значительным качественным и количественным погрешностям. Для таких исследований необходимо установление связей между мгновенными значениями B и H с учетом реальной петли.

Математическим моделям нелинейных гистерезисных систем посвящено значительное число работ. Широкое распространение получила двухзначная модель, описывающая восходящие и нисходящие ветви петель гистерезисных циклов [10]. Наряду с такими моделями применяют нелинейные дифференциальные уравнения первого и второго порядков [11] или эквивалентные интегральные модели [12]. Все они позволяют с заданной точностью воспроизводить зависимость B от H для определенной области изменения амплитуд напряженности магнитного поля. Для электротехнических и конструкционных сталей характерно существенное различие функциональных зависимостей восходящих (нисходящих) ветвей в относительных единицах для различных диапазонов амплитуд напряженности магнитного поля [13], что сужает область использования перечисленных моделей.

При расчете электромагнитного поля в электрических и конструкционных сталях не менее важно приближение функцией с необходимой точностью ветвей петель гистерезиса, обладающих большими градиентами. Удовлетворить одновременно требованиям количественного и качественного характера при приближении функциями реальных кривых ветвей гистерезисных циклов позволяют модели на основе обобщенных кубиче-

ских сплайнов, получивших широкое распространение из-за своих аппроксимативных свойств, простоты и эффективности реализации алгоритмов расчета. Ниже рассматривается применение сплайна для определения зависимости магнитных свойств стали с учетом гистерезиса для случая заданного режима изменения напряженности магнитного поля. В режиме с заданным законом изменения индукции его применение аналогично.

Аппроксимирующая функция сплайна $B(H)$ на отрезке (H_i, H_{i+1}) для каждого промежутка (H_i, H_{i+1}) имеет вид [13, 14]

$$B(H) = B_i(1-d) + B_{i+1}d + C_i \left[\frac{d^3}{1+p_i(1-d)} - d \right] + \\ + D_i \left[\frac{(1-d)^3}{1+q_id} - (1-d) \right], \quad (21)$$

а ее первая производная (динамическая магнитная проницаемость) $\mu_d(H) = \frac{\partial B(H)}{\partial H} -$

$$\mu_d(H) = \frac{B_{i+1} - B_i}{h_i} + \frac{C_i}{h_i} \left\{ \frac{3d^2(1+p_i) + 2d^3p_i}{[1+p_i(1-d)]^2} - 1 \right\} + \\ + \frac{D_i}{h_i} \left\{ \frac{2(1-d)^3q_i - 3(1-d)^2(1+q_i)}{(1+q_id)^2} + 1 \right\}, \quad (22)$$

где коэффициенты сплайна C_i, D_i, h_i, d и другие вычисляются по формулам, приведенным в [13, 14]; B_i – задаваемая в i -м узле индукция.

Выражения (21) и (22) в сочетании с логическими условиями позволяют построить основной модуль расчета индукции и динамической проницаемости для симметричных гистерезисных петель и частных циклов, если таблично задана одна из ветвей петли гистерезиса (например, нисходящая) на отрезке изменения напряженности от нуля до максимального значения. Для восходящей ветви искомые величины получаются как зеркальное отображение результатов нисходящей. В зависимости от величины напряженности магнитного поля процесс перемагничивания может происходить или по предельной петле гистерезиса, или по циклам, расположенным внутри предельной. Чтобы получить с требуемой точностью гистерезисные зависимости при периодическом изменении напряженности магнитного поля с амплитудой, величина которой лежит в диапазоне от нуля до предельной (рис. 4), последний разделяется на ряд участков. Их число зависит от задаваемой точности аппроксимации и определяет количество вводимой в расчет исходной информации. Для сокращения количества информации ветвь петли задается в относительных единицах на середине каждого участка. Помимо этого, задаются зависимости

амплитуд индукции B_m и коэрцитивной силы H_c от амплитуд H_m . Когда максимальное значение напряженности равно или превышает предельное, задается одна из ветвей предельной петли в именованных единицах.

Расчету индукции и динамической проницаемости предшествует определение по значению H_m (амплитуда напряженности считается известной) номера участка, B_m и H_c , по которым находятся значения индукции и напряженности в именованных единицах для соответствующей ветви петли. По значениям напряженности поля на интервале времени $(t - \Delta t, t)$ определяется знак производной $H'(t)$ от H по t . Положительному значению соответствует восходящая ветвь, а отрицательному — нисходящая. Если процесс намагничивания происходит по восходящей ветви и в момент времени t_1 производная меняет знак, а абсолютное значение $H(t_1)$ меньше H_m , то эти условия являются признаками начала размагничивания по частному циклу. При достижении времени t_2 , когда восстанавливается знак производной и $H(t_2) < H_m$, начинается намагничивание по частному циклу, который заканчивается в момент t_3 , когда $H(t_3) = H(t_1)$.

Аналогичные признаки появления частного цикла присущи и нисходящей ветви. Характер изменения ветвей частных циклов можно принимать как для ветвей симметричных петель. Таким образом, зная величину амплитуды напряженности магнитного поля H_m , мгновенные значения напряженности для момента времени $(t - \Delta t) - H(t - \Delta t)$ ("магнитная история") и $t - H(t)$, можно определить знак производной $H'(t)$ и установить, какой ветви основного или частного цикла в данный момент соответствует процесс намагничивания.

Для режима, когда задан закон изменения индукции магнитного поля, в расчет для участков вводятся зависимости $H(B)$ и контроль признаков ведется по значениям $B(t - \Delta t)$ и $B(t)$.

Рассмотренный способ расчета магнитных характеристик с учетом гистерезиса позволяет находить $B(H)$ и $\mu_d(H)$ при воздействии на среду изменяющегося магнитного поля с затухающей или возрастающей во времени амплитудой путем контроля $H_m(t)$. Отдельные результаты расчетов симметричных гистерезисных циклов стали Ст.3, проведенные по рассмотренному методу, представлены на рис. 4. Более полно определение магнитных характеристик и их численный расчет для сталей Ст.3 и Э43 в различных режимах приведены в [13].

Теперь рассмотрим решение системы уравнений (1) при определении параметров электромагнитного поля в среде с учетом нелинейного гистерезиса. Для режима, когда задан закон изменения напряженности магнитного поля, система (1) приводится

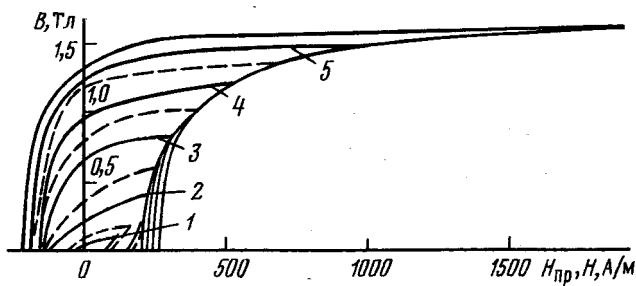


Рис. 4. Расчетные (—) и экспериментальные (—) статические петли гистерезиса стали Ст.3

к нелинейному уравнению

$$\frac{\partial^2 H(z, t)}{\partial z^2} - \gamma \mu_d[H(z, t)] \frac{\partial H(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (23)$$

и решается численным способом путем замены пространственно-временной области изменения параметров расчетной сеткой и аппроксимации частных производных разностными отношениями. Обычно используется неявная разностная схема аппроксимации уравнения (23), обеспечивающая устойчивость и сходимость вычислительного процесса, при которой решение дифференциального уравнения заменяется решением системы алгебраических уравнений [15]

$$a_j^H H_{j-1, l+1} + b_j^H H_{j, l+1} + c_j^H H_{j+1, l+1} = q_j^H H_{j, l} \quad (j = 1, 2, \dots, n-1; l = 1, 2, \dots, m), \quad (24)$$

где $a_j^H = 1$; $b_j^H = - (2 + s_{j, l})$; $c_j^H = 1$; $q_j^H = - s_{j, l-1}$; $q^H = \gamma \mu_{d, l} \frac{(\Delta z)^2}{\Delta t}$; Δz — шаг расчетной сетки по координате z ; Δt — шаг по координате t ; $\mu_{d, l}$ — динамическая магнитная проницаемость в узле сетки j, l ; $n = \frac{\delta}{\Delta z}$; $m = \frac{t_k}{\Delta t}$.

При решении уравнений (24) в результатах расчета будет присутствовать апериодическая составляющая вычислительного процесса. Его длительность в зависимости от величины принятых шагов Δz и Δt может составлять пять-десять периодов [16, 17] при периодическом изменении параметров поля. В связи с этим величину t_k необходимо принимать такой, чтобы получить установившийся режим.

При решении системы уравнений (24) и определении параметров поля в среде используются рассмотренные выше функциональные зависимости магнитных свойств среды от напряженности поля с учетом гистерезиса [18], т. е.

$$\left. \begin{aligned} B(z_j, t_l) &= F_B H_m(z_j), H(z_j, t_{l-1}), H(z_j, t_l), H'(z_j, t_l); \\ \mu_d[H(z_j, t_l)] &= F_\mu [H_m(z_j), H(z_j, t_{l-1}), H(z_j, t_l), H'(z_j, t_l)], \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где $z_j = j\Delta z$; $t_l = l\Delta t$.

В основе решения уравнений (24) с учетом (25) лежит метод прогонки при известных граничных и начальных условиях [15]. Вычислительный процесс разбивается на два этапа. Первый состоит в последовательном вычислении прогоночных коэффициентов в порядке возрастания j от 1 до $(n-1)$ по формулам [15, 16]

$$L_{j, l+1}^H = -\frac{c_j^H}{b_j^H + a_j^H L_{j-1, l+1}^H};$$

$$K_{j, l+1}^H = \frac{q_j^{HH} - a_j^H K_{j-1, l+1}^H}{b_j^H + a_j^H L_{j-1, l+1}^H}. \quad (26)$$

На втором этапе рекуррентно вычисляются значения напряженности поля на временном слое $l+1$ в порядке убывания j :

$$H_{j, l+1} = L_{j, l+1}^H H_{j+1, l+1} + K_{j, l+1}^H,$$

$$j = n-1, n-2, \dots, 1. \quad (27)$$

Принятая математическая модель гистерезиса определяет и порядок построения вычислительного процесса при определении прогоночных коэффициентов и напряженностей поля [18, 19]. Для определения значения индукции и динамической магнитной проницаемости в узлах расчетной сетки необходимо знать величину амплитуды $H_m(z_j)$, мгновенные значения напряженностей $H(z_j, t_{l-1})$, $H(z_j, t_l)$ и знак производной $H'(z_j, t_l)$. Предварительно, на первом этапе (первой итерации) их приближенные значения могут быть найдены из решения задачи для нелинейной безгистерезисной среды или среды с постоянными магнитными свойствами. Определенные таким образом параметры поля совместно с граничными и начальными условиями позволяют найти величины динамической магнитной проницаемости в узлах расчетной сетки, рассчитать величины $s_{j, l}$ прогоночные коэффициенты по (26) и затем напряженности поля по (27). Используя полученные в установившемся режиме новые значения амплитуд напряженности и их мгновенные значения, повторяют решение системы (24) (вторая итерация). Применяя метод итераций, вычислительный процесс продолжают до тех пор, пока значения новых расчетных параметров не будут отличаться от значений величин предыдущей итерации на заданную величину невязки.

На основе рассмотренного метода расчета проведено исследование электромагнитных параметров в полупространстве из стали Ст.3 (толщина листа принята равной ∞). Рассмотрен случай, когда в

полупространство проникает электромагнитная волна, напряженность магнитного поля которой на поверхности стали изменяется по гармоническому закону. Исходная информация (статические петли Ст.3) для расчета заимствована из [10]. Исследования показали, что для практических расчетов достаточно трех-четырех итерационных циклов. Получаемые результаты вполне приемлемы для качественных и количественных оценок параметров, и отдельные из них в установившемся режиме приведены на рис. 5, б.

Приведенные на рис. 5 результаты показывают, что наличие гистерезиса обеспечивает более быстрое затухание электромагнитного поля в среде. Это вызвано большими значениями динамической магнитной проницаемости, рассчитанными с учетом гистерезиса (из ветвей петли), по сравнению со значениями, получаемыми из средней кривой намагничивания.

Для тонких листов из гистерезисных сред рассмотрен случай расчета параметров поля, когда задан закон изменения магнитного потока (напряженности электрического поля на поверхностях листа). Система уравнений (1) приводится к виду [17]:

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\mu_d[B(z, t)]} \frac{\partial \mu_d[B(z, t)]}{\partial z} \frac{\partial E(z, t)}{\partial z} -$$

$$- \gamma \mu_d[B(z, t)] \frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = 0. \quad (28)$$

При решении уравнения (28), как показано ниже, целесообразно применять функциональные зависимости магнитных свойств среды от индукции магнитного поля [18]:

$$H(z_j, t_l) = F_H[B_m(z_j), B(z_j, t_{l-1}), B(z_j, t_l), B'(z_j, t_l)];$$

$$\mu_d[B(z_j, t_l)] = F_\mu[B_m(z_j), B(z_j, t_{l-1}), B(z_j, t_l), B'(z_j, t_l)], \quad (29)$$

Как и в предыдущем режиме, уравнение (28) аппроксимируется системой алгебраических уравнений [17]:

$$a_j^E E_{j-1, l+1} + b_j^E E_{j, l+1} + c_j^E E_{j+1, l+1} = q_j^E E_{j, l},$$

$$j = 1, 2, \dots, n-1; l = 1, 2, \dots, m, \quad (30)$$

В зависимости от принятой схемы аппроксимации производных $\partial E / \partial z$ и $\partial \mu_d / \partial z$ можно получить девять значений для каждого из коэффициентов a_j^E , b_j^E , c_j^E и q_j^E . Только в двух сочетаниях аппроксимирующих схем обеспечивается устойчивость численного решения уравнений (30). Усло-

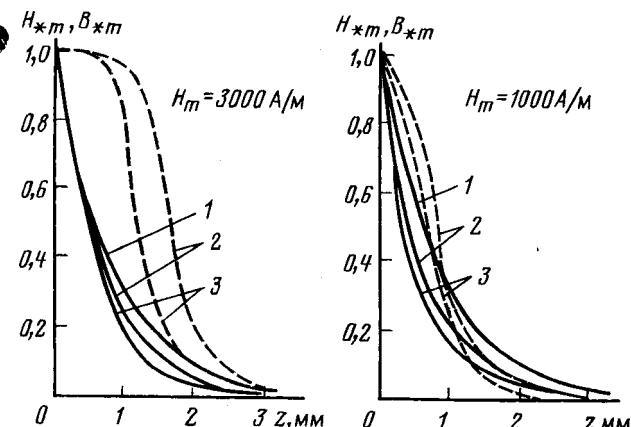


Рис. 5. Затухание амплитудных значений напряженности магнитного поля (—) и индукции (---) в толще ферромагнитного полупространства:

1 — при $\mu = \text{const}$; 2 — при $\mu = \text{var}$; 3 — при учете гистерезиса

вию устойчивости соответствует сочетание правой разностной производной для напряженности E и левой разностной производной для динамической магнитной проницаемости и наоборот. Для первого сочетания производных коэффициенты уравнения (30) будут рассчитываться по формулам [17]:

$$a_j^E = 1; b_j^E = 1 + \frac{\mu_{\text{д}, j-1, l}}{\mu_{\text{д}, j, l}} + s_{j, l};$$

$$c_j^E = \frac{\mu_{\text{д}, j-1, l}}{\mu_{\text{д}, j, l}}; q_j^E = -s_{j, l}.$$

Решение системы алгебраических уравнений (30) совместно с (29) осуществляется, как и в предыдущем случае, методом прогонки с использованием формул (26) и (27) для расчета прогоночных коэффициентов и напряженности электрического поля в узлах сетки на временным слое $l+1$. Для вычисления индукции в узлах сетки, необходимой при определении напряженности магнитного поля и динамической проницаемости, производная от напряженности электрического поля по координате z во втором уравнении (1) аппроксимируется центральной разностной схемой, а само уравнение относительно B решается улучшенным методом численного интегрирования Эйлера [17]:

$$B_{j, l+1} = B_{j, l} + \frac{\Delta \psi}{4 \Delta z} (E_{j-1, l} + E_{j-1, l+1} - E_{j+1, l} - E_{j+1, l+1}). \quad (31)$$

Уравнения (30) решаются совместно с (31), и для них должны быть взаимозависимыми начальные условия. Если магнитный поток в листе изме-

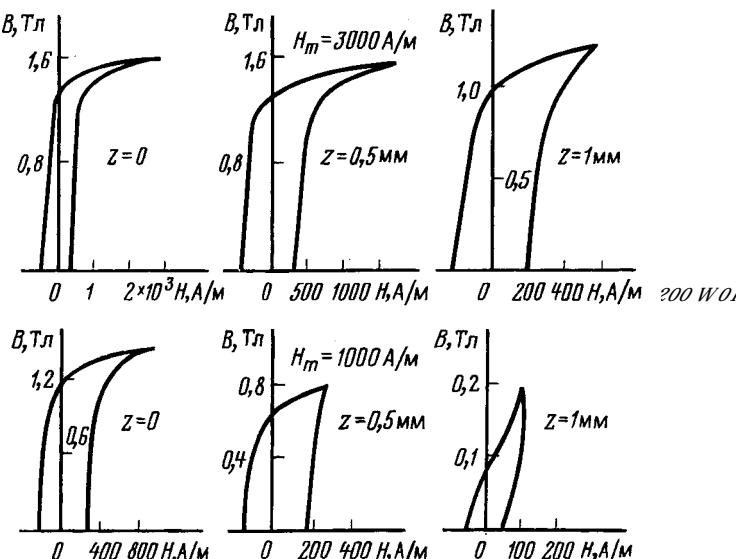


Рис. 6. Гистерезисные зависимости магнитной индукции от напряженности поля для различных слоев ферромагнитного полупространства при амплитудах напряженности магнитного поля на поверхности 3000 и 1000 А/м

няется периодически, то нулевым начальным значениям напряженности электрического поля соответствуют начальные амплитудные значения индукции и наоборот.

Как и для предыдущего режима, уравнения (29)–(31) совместно с методом итераций позволяют рассчитывать параметры поля в листе любой толщины с учетом явления гистерезиса. В качестве примера такого расчета проведено исследование процессов в стальном листе толщиной 0,5 мм, выполненного из стали Э43, для синусоидального изменения напряженности электрического поля на поверхностях листа. Начальные значения индукции в узлах сетки приняты нулевыми, а значения напряженности электрического поля находились из предположения ее линейного распределения по толщине листа и условия, что на поверхностях листа она имеет амплитудное значение. Исследования проводились для различных значений амплитуд средней индукции в листе. В расчетах использовались статические петли гистерезиса стали Э43, приведенные в [20].

Электротехнические стали обладают узкой петлей гистерезиса [20] и для одних и тех же значений B или H величины динамической магнитной проницаемости, определяемые из ветвей петель гистерезиса и средней кривой намагничивания, незначительно отличаются между собой. В связи с этим незначительно отличаются и параметры электромагнитного поля, рассчитанные с учетом и без учета гистерезиса. Исключение составляют расчетные величины джоулевых потерь в области индукции 0,3–1,5 Тл. Их зависимость от амплитуды средней индукции приведена на рис. 7. Величина потерь находилась численным интегри-

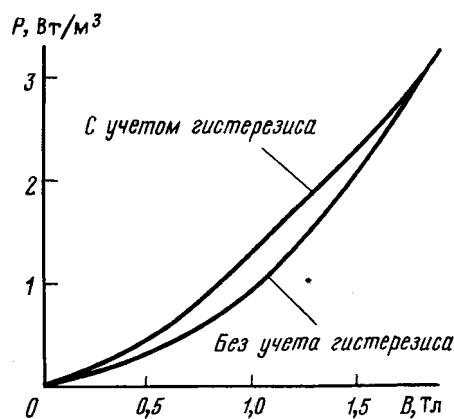


Рис. 7. Зависимость джоулевых потерь мощности, выделяемых в стальном листе из стали Э43 толщиной 0,5 мм и боковой поверхностью 1 м², от амплитуды средней индукции

рованием выражения

$$P = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \int_{z-T/2}^{z+T/2} \gamma E^2(z, t) dz dt \approx \frac{\gamma \Delta z \Delta t}{T} \sum_{l=1}^k \left[\sum_{j=1}^n E_{j, l}^2 \right], \quad (32)$$

где $k = \frac{T}{\Delta t}$.

Наибольшее различие в потерях (40 %) присуще значению средней индукции, равной примерно 1 Тл. По мере роста индукции петля сужается и различие в потерях уменьшается. Результаты исследования других электромагнитных параметров в полупространстве из Ст.3 и тонком листе из Э43 приведены в [18].

Таким образом, разработанные методы расчета электромагнитных процессов на основе математических моделей эллиптических петель и моделей на основе сплайнов для нелинейного гистерезиса позволяют производить расчеты поля в ферромагнитных материалах аналитическим и численными способами и более полно определять параметры электротехнических устройств, содержащих элементы в виде шихтованных и сплошных магнитопроводов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. – Л.: Энергия, 1967.
- Преображенский А. А. Магнитные материалы и элементы. – М.: Высшая школа, 1976.
- Рейнбот Г. Магнитные материалы и их применение. – Л.: Энергия, 1974.
- Герасимович А. Н., Бобко Н. Н. Расчет переходного процесса в магнитопроводах с учетом гистерезиса. – Изв. вузов. Энергетика, 1977, № 6.
- Иванов-Смоленский А. В., Абрамкин Ю. В. Оценка влияния поверхностного эффекта на потери от вихревых токов

и на гистерезис при учете комплексной магнитной проницаемости. – Электротехника, 1973, № 10.

6. Анто Андре. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука, 1965.

7. Расчет мощности потерь на вихревые токи и гистерезис в конструкционных сталях / А. И. Руцкий, А. Н. Герасимович, Ю. Г. Румянцев, В. Н. Мазуркевич. – Изв. вузов. Энергетика, 1974, № 11.

8. Герасимович А. Н., Мазуркевич В. Н., Румянцев Ю. Г. Об одной из причин отличия динамических петель гистерезиса материалов на разных частотах. – Изв. вузов. Энергетика, 1976, № 11.

9. Комплексная магнитная проницаемость конструкционных сталей и ее применение для электромагнитных расчетов / А. И. Руцкий, А. Н. Герасимович, Ю. Г. Румянцев, В. Н. Мазуркевич. – Изв. вузов. Энергетика, 1976, № 4.

10. Панасенков М. П. Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределительными параметрами. – М.: Энергия, 1971.

11. Верлань А. Ф., Бусаров Ю. П. Математические модели статических гистерезисных систем. – Электронное моделирование, 1989, т. 11, № 2.

12. Толмачев С. Т. Численная модель векторного гистерезиса. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, № 2.

13. Герасимович А. Н. Математическая модель магнитного гистерезиса на основе рациональных сплайнов. – Изв. вузов. Энергетика, 1990, № 10.

14. Сацукевич В. Н., Лаппо Н. П. Аппроксимация гистерезисных зависимостей рациональными сплайнами. – Изв. вузов. Энергетика, 1987, № 2.

15. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. Введение в теорию. – М.: Наука, 1973.

16. Герасимович А. Н., Бобко Н. Н. Расчет кривых намагничивания ферромагнитных материалов на переменном токе. – Электричество, 1976, № 10.

17. Герасимович А. Н., Булат В. А. Численный метод анализа параметров электромагнитного поля в магнитопроводах. – Изв. вузов. Энергетика, 1985, № 4.

18. Герасимович А. Н. Расчет стационарных электромагнитных полей в гистерезисных средах. – Изв. вузов. Энергетика, 1991, № 4.

19. Герасимович А. Н. Расчет квазистационарных электромагнитных процессов в проводящих средах с учетом гистерезиса. – Изв. вузов. Электромеханика, 1991, № 8.

20. Дружинин В. В. Магнитные свойства электротехнической стали. – М.: Энергия, 1974.

[29.01.92]

Автор: Герасимович Александр Никанорович окончил энергетический факультет Белорусского политехнического института (БПИ) в 1961 г. В 1969 г. защитил кандидатскую диссертацию в БПИ по материалам исследований оптимального распределения нагрузок между агрегатами электростанций. Доцент кафедры "Электрические станции" Белорусской государственной политехнической академии.

Точность многошаговых методов численного интегрирования при расчете переходных процессов в электрических цепях

БОРОДУЛИН М. Ю.

Многошаговые методы находят широкое применение для численного интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в электрических цепях [1, 2]. Известен опыт использования различных многошаговых методов при моделировании переходных электромеханических процессов в электроэнергетических системах, электромагнитных процессов в схемах передач постоянного тока и различных устройств преобразовательной техники, а также при решении других электротехнических задач, в которых возникает необходимость изучения динамики сложных линейных или нелинейных электрических цепей. Весьма широко многошаговые методы применяются в системах автоматизированного проектирования электронных схем [3], а также при моделировании электрических цепей с вентилями [4].

Исследование точности воспроизведения переходных процессов в цепях является важным вопросом теории их моделирования [5]. Основные трудности получения приемлемого по точности и экономичного по вычислительным затратам численного решения при моделировании переходного процесса обусловлены воспроизведением его свободной компоненты. В [6] для одношаговых методов предложен подход к оценке точности, основанный на использовании характеристик затухания и частоты отдельных составляющих свободного процесса при моделировании линейной цепи. С его помощью получены характеристики точности большого числа методов, выявлены или объяснены вычислительные эффекты [6–8], механизмы которых не могут быть поняты исходя из традиционных представлений о точности, основанных на понятиях локальной погрешности на шаге или глобальной погрешности на полном интервале расчета. Этот подход позволяет модифицировать известные методы, улучшая характеристики их точности и устойчивости, и формировать новые, обладающие заданными свойствами и позволяющие повысить эффективность моделирования.

Цель данной статьи – распространение подхода [6] на класс линейных многошаговых методов (ЛММ) для оценки их точности и выявления существенных особенностей при моделировании цепей. Следует подчеркнуть, что этот подход носит сугубо инженерный характер, так что уровень математической строгости изложения адекватен характеру рассматриваемых проблем моделирования. Важным аспектом реализации подхода, подробно обсуждаемым в статье, является способ представления характеристик точности методов,

удобный для использования в практике инженерных расчетов.

Линейный m -шаговый метод применительно к нормальной системе n дифференциальных уравнений, описывающих электрическую цепь, $\frac{d}{dt} X = f(X, t)$, $X(0) = X_0$, при интегрировании с шагом $h = \text{const}$ задается формулой вида

$$X_{p(k+1)} = \sum_{i=0}^{m-1} a_i X_{p(k-i)} + h \sum_{i=-1}^{m-1} b_i f(X_{p(k-i)}, t_{k-i}). \quad (1)$$

Здесь t – время; X – вектор интегрируемых переменных; f – вектор-функция (в общем случае нелинейная); X_{pk} – вектор численных решений на k -м шаге расчета; a_i , b_i – коэффициенты метода ($b_{-1} \neq 0$ для неявных методов) [1]. Вообще говоря, интегрирование на основе ЛММ обычно выполняется с переменной, автоматически выбираемой величиной шага h ; во многих случаях в процессе интегрирования предусматривается также автоматическое изменение порядка метода (m) или даже переход к методам других семейств. Тем не менее изучение свойств m -шагового метода для линейных систем и применительно к случаю $h = \text{const}$ имеет важное практическое значение, поскольку дает достаточное представление о характере получаемого решения и для более сложных случаев. Далее, специфическим и важным аспектом применения любого m -шагового метода является так называемый "разгон" (получение $m-1$ начальных точек $X_{p1}, X_{p2}, \dots, X_{p(m-1)}$), осуществляемый обычно на основе одношаговых методов. Особенности, привносимые в решение "разгоном", далее не учитываются.

Для линейной системы однородных уравнений с матрицей коэффициентов A (постоянной) формула (1) приобретает вид

$$X_{p(k+1)} = (E - b_{-1}Ah)^{-1} \sum_{i=0}^{m-1} (a_i E + b_i Ah) X_{p(k-i)}, \quad (2)$$

где E – единичная матрица.

Будем рассматривать (2) как систему n линейных однородных разностных уравнений m -го порядка, которая описывает процесс интегрирования на основе m -шагового метода при $h = \text{const}$.

Каждая составляющая свободного процесса системы дифференциальных уравнений (иначе — точного решения) ξ_λ определяется одним из n собственных значений $\lambda = \alpha + j\omega$ матрицы A (для простоты предположим, что кратные собственные значения в ее спектре отсутствуют). Обозначим $z = \lambda h = x + jy$. Составляющие свободного процесса в численном решении ξ определяются собственными значениями $z_p = x_p + jy_p$ матрицы коэффициентов системы разностных уравнений первого порядка (размером $n \times m$), эквивалентных системе (2).

Из (2) непосредственно вытекает алгебраическое уравнение m -порядка, связывающее величины z и z_p :

$$z_p^m = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} (a_i + b_i z_p) z_p^{m-1-i}}{1 - b_{-1} z_p}. \quad (3)$$

Таким образом, каждой составляющей ξ_λ точного решения соответствуют m составляющих ξ_p в численном решении. В [1] указывается, что для малых z одно из m значений z_p является "главным", а остальные $m - 1$ значения рассматриваются как "побочные", "паразитные". Однако ясно, что такое соотношение параметров составляющих ξ_p ($i = \overline{1, m}$) характерно не для всех ξ_λ ; с другой стороны, области комплексной плоскости z , соответствующие "малым" значениям параметров ξ_λ , для разных методов могут заметно различаться.

Следуя [6], определим искажения затухания η и частоты ω составляющей ξ_λ как относительные погрешности в воспроизведении этих величин, так что

$$\delta_\eta = \eta_p / \eta - 1 = \exp(x_p) / \rho_p - 1; \quad (4)$$

$$\delta_\omega = \omega_p / \omega - 1 = \varphi_p / y_p - 1, \quad (5)$$

где $\rho_p = |z_p|$, $\varphi_p = |\arg(z_p)|$, $\omega_p = \varphi_p / h$.

При этом под затуханием η (или η_p) для составляющей ξ_λ (или ξ_p), как апериодической, так и колебательной, понимается отношение значения ее огибающей при $t = 0$ к значению при $t = h$. Такое определение затухания означает, что для

физически устойчивых ($\alpha < 0$) и неустойчивых ($\alpha > 0$) составляющих соответственно $\eta > 1$ и $\eta < 1$, так что и неустойчивым (расходящимся) составляющим отвечают положительные значения затухания. Однако другое возможное определение, при котором $\eta > 0$ и $\eta < 0$ соответственно для устойчивых и неустойчивых составляющих, сделали бы относительную погрешность очень чувствительной к изменениям шага h и коэффициентов a_i , b_i для слабозатухающих, в том числе высокочастотных, составляющих (для них тогда $\eta \approx 0$). Подобные составляющие типичны для многих электротехнических задач, в которых рассматриваются длинные линии, замещенные цепными схемами, реакторы и другие элементы, характеризуемые высокой добротностью; такое определение затухания для оценки искажений этих составляющих неудобно.

Подчеркнем, что искажения δ_η , δ_ω не учитывают погрешность решения, обусловленную округлением. Величины δ_η , δ_ω характеризуют погрешность, которую можно рассматривать как методическую и систематическую, в отличие от погрешности, связанной с округлением, которая имеет случайный характер или, по крайней мере, содержит случайную компоненту [9]. Опыт моделирования показывает, что при использовании современных ЭВМ серии ЕС какого-либо существенного накапливания ошибок округления не происходит, даже если рассматриваются длительные переходные процессы, и величины δ_η , δ_ω дают достаточное представление о точности. Кроме того, при реализации неявных ЛММ возникает погрешность, связанная с решением алгебраической системы для определения вектора $X_{p(k+1)}$ на каждом шаге расчета, однако проблемы ее решения имеют самостоятельную природу, не связанную со свойствами ЛММ.

Распространяя подход [6] на линейный m -шаговый метод (2), будем составляющую ξ_λ сравнивать с m порожденными ею составляющими ξ_p

($i = \overline{1, m}$) численного решения, используя m пар величин $\delta_{\eta i}$, $\delta_{\omega i}$. Для иллюстрации особенностей воспроизведения свободного процесса при использовании ЛММ обратимся к методу Адамса—Башфорта второго порядка (АБ2) (двухшаговый явный метод). Одновременно рассмотрим вопрос о форме графического представления характеристик точности. В [6] для этой цели были предложены карты искажений, представляющие собой семейства линий равных искажений затухания $\delta_\eta = \text{const}$ и частоты $\delta_\omega = \text{const}$, построенные в плоскости z .

Очевидно, в общем случае m -шаговый метод требует для полной характеристики его свойств m карт искажений.

Формула (2) и соответствующее ей алгебраическое уравнение (3) для метода АБ2 имеют вид

$$X_{p(k+1)} = \left[E + \frac{3}{2} Ah \right] X_{pk} - \frac{1}{2} Ah \cdot X_{p(k-1)} \quad (6)$$

и

$$z_p^2 = \left[1 + \frac{3}{2} z \right] z_p - \frac{1}{2} z. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) представим как

$$z_p^i = u + (-1)^{i+1} \sqrt{v}, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

где $u = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} z$; $v = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} z + \frac{9}{16} z^2$, (u, v — комплексные величины).

Тогда точность метода АБ2 можно охарактеризовать двумя картами искажений, относящихся к величинам z_{pi} ($i = 1, 2$). Эти две карты получены в [10]; их анализ показывает, что вблизи начала координат $z = 0$, где метод должен обладать наибольшей точностью, одна из составляющих воспроизводится очень точно, а другая — с огромными положительными искажениями δ_η , которые должны приводить к ее быстрому исчезновению в решении ("паразитная составляющая"); и что по мере удаления от точки $z = 0$ соотношение искажений для обеих составляющих изменяется.

Возможен другой путь построения карт искажения для метода АБ2, если для каждого z располагать величины z_{p1}, z_{p2} в порядке убывания по модулю. Пусть

$$z_{p1}^* = z_{pN}, \quad z_{p2}^* = z_{p(3-N)},$$

где N — номер величины z_{pi} , которая при данном z имеет больший модуль.

Фрагменты карт искажений для величин z_{pi}^* показаны на рис. 1 (карты "с упорядочением по модулю").

На картах рис. 1 обращает на себя внимание кривая (на рисунках не выделена), вдоль которой происходит излом линий $\delta = \text{const}$ (назовем эту кривую линией \mathcal{L}). Анализ (8) показывает, что линия \mathcal{L} отвечает условию равенства модулей обоих собственных значений $|z_{p1}| = |z_{p2}|$; эта

линия задается уравнением $x^2 + y^2 = \frac{4}{9}$. На кривой \mathcal{L} находится точка, отвечающая условию $z_{p1} = z_{p2}$, которая имеет координаты $z =$

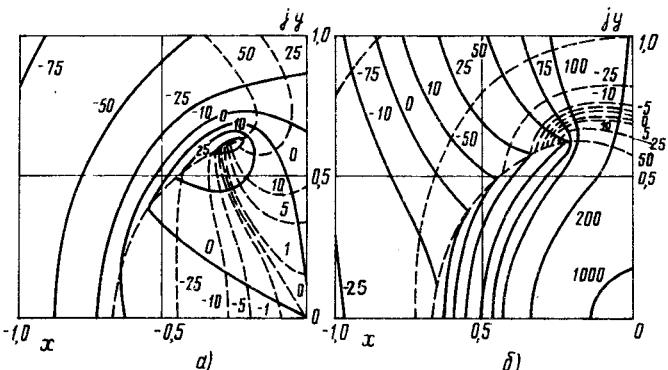


Рис. 1. Карты искажений для метода Адамса-Башфорта второго порядка (6):

а — для z_{p1}^* , б — для z_{p2}^* ; линии $\delta = \text{const}$ — сплошные, $\eta = \text{const}$ — штриховые (значения искажений указаны в процентах)

$= (-2 + j\sqrt{2})/9$; при этом $v = 0$ и $z_{p1} = z_{p2} = (1 + j\sqrt{2})/3$. Таким образом, изломы линий δ_η на рис. 1 обусловлены сменой номера N корня, имеющего больший модуль.

Линия \mathcal{L} расположена в области, где вполне могут оказаться точки, отвечающие составляющим ξ_λ при решении практических задач. Так например, в [11] рассматривается система из двух синхронных машин, работающих на общую нагрузку в виде активного сопротивления, и приведены корни характеристического полинома этой системы. Соотношения $\omega/|\alpha|$ для некоторых из этих корней таковы, что при моделировании сложных энергообъектов, элементом которых является указанная система, возможно появление точек z вблизи линии \mathcal{L} , что усложнит характер полученного решения. Анализ простейшего колебательного контура показывает, что в такой ситуации осциллограмма свободного процесса содержит участки, создающие иллюзию присутствия не одной, а нескольких составляющих. Отметим здесь, что граница области вычислительной устойчивости метода также состоит из двух частей, каждая из которых определяется своим корнем z_{pi} .

Перенося выводы, сделанные для метода АБ2 (6), на общий случай m -шагового метода (2), укажем, что для него потребовалось бы построение m карт искажений. Как известно, для алгебраических уравнений пятой и более высоких степеней корни не могут быть выражены через коэффициенты при помощи радикалов, поэтому для методов $m \geq 5$ представление корней z_{pi} в форме, аналогичной (8), невозможно и практически могут быть построены только карты "с упорядочением по

модулю" при нахождении корней z_p^* численными методами. Как следствие, такие карты целесообразно строить и для методов $m < 5$.

Любые карты искажений при достаточно больших m имеют сложную конфигурацию; на картах "с упорядочением" с ростом m увеличивается число линий типа \mathcal{L} , которые соответствуют различным случаям равенства модулей всех m корней, $m-1$ корней и т. д. Такие карты весьма малонаглядны, а использовать их необходимо всем комплектом из m штук. Особенно затрудняется при этом сопоставление свойств различных методов с целью выбрать оптимальный (с учетом шага h) для решения конкретной задачи.

Рассмотрим другую возможность графического представления характеристик точности m -шагового метода. Используя выражение (3), представим связь между величинами z и z_p в виде

$$z = \frac{z_p^m - \sum_{i=0}^{m-1} a_i z_p^{m-1-i}}{b_{-1} z_p^m + \sum_{i=0}^{m-1} b_i z_p^{m-1-i}}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что каждая составляющая в численном решении порождена одной составляющей в точном. Показав в комплексной плоскости z линии равных искажений $\delta_\eta = \text{const}$, $\delta_\omega = \text{const}$, можно с их помощью судить о точности, с которой получена та или иная составляющая ξ_p , определяемая величиной z_p . Такого рода график можно рассматривать как карту искажений, по смыслу обратную рассматривавшимся ранее; очевидно, любой m -шаговый метод (2) характеризуется одной "обратной" картой. В качестве примера на рис. 2 приведена "обратная" карта для метода АБ2, для которого

$$z = \frac{2(z_p^2 - z_p)}{3z_p - 1} \quad (10)$$

(граница области вычислительной устойчивости в плоскости z_p — окружность $x_p^2 + y_p^2 = 1$). На рис. 2 обращает на себя внимание точка, в которую линии $\delta_\eta = \text{const}$ сходятся и которую линии $\delta_\omega = \text{const}$ огибают. Эта точка имеет координаты $x_p = \frac{1}{3}$, $y_p = 0$ и соответствует полюсу правой части (10).

Еще одной формой графического представле-

ния, удобной для сравнения характеристик точности различных методов, являются распределения искажений δ_η , δ_ω вдоль вещественной и мнимой осей плоскости z , а также некоторых других ее лучей [6–8]. Соответственно для ЛММ целесообразно строить характеристики искажений ("обратного" типа) в виде функций от модуля ρ_p (при разных φ_p) и аргумента φ_p (при разных ρ_p) собственного значения z_p (см., например, рис. 3).

Целесообразен следующий порядок применения предложенных характеристик точности при практических расчетах. На этапе подготовки к расчету для выбора метода и шага используются карты искажений, типа показанных на рис. 1; предполагается наличие необходимой информации [6, 7] о диапазонах для параметров составляющих моделируемого процесса. На этом этапе искажения могут быть и непосредственно вычислены по формулам (4), (5). "Обратные" карты и характеристики типа показанных на рис. 3 следует использовать при анализе результатов расчета (их интерпретации и оценке приемлемости).

В рамках данной работы получены характеристики точности для некоторых ЛММ (например, Адамса–Башфорта, Адамса–Маултона, Гира для $m \leq 4$). Важно подчеркнуть, что основные проблемы воспроизведения свободного процесса цепи связаны с ситуациями, когда для каких-либо составляющих, присутствующих в его спектре, искажения принимают слишком большие положительные или близкие к минус единице отрицательные значения. Для пояснения возникающих особенностей решения рассмотрим случаи, когда искажения принимают одно из своих предельных значений (∞ или -1).

Предельные значения $\delta_\eta = \infty$ и $\delta_\eta = -1$ отвечают ситуациям, когда составляющая ξ_p в решении исчезает или, напротив, становится бесконечно большой на первом же шаге расчета, причем последнее можно рассматривать как крайнее проявление вычислительной неустойчивости процесса интегрирования. Отметим здесь, что вопросы устойчивости применительно к ЛММ изучены достаточно хорошо [1, 12]. Тем не менее, искажение δ_η является еще одной, весьма полезной характеристикой устойчивости для незатухающих колебательных составляющих ($x = 0$), условие устойчивости при воспроизведении которых имеет вид $\delta_\eta \geq 0$. Для любого метода численного интегрирования существенно, сохраняет ли он качественные свойства моделируемой цепи — такие как характер ее устойчивости по Ляпунову [13] (будем далее называть эту устойчивость физической, в отличие от вычислительной устойчивости, харак-

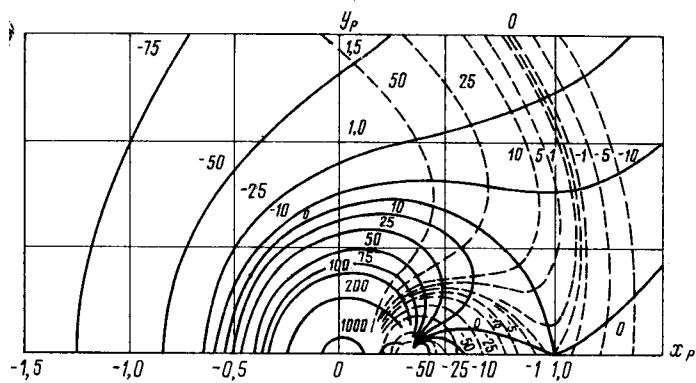


Рис. 2. "Обратная" карта искажений для метода Адамса-Башфорта второго порядка (обозначения см. рис. 1)

теризующей процесс интегрирования). Условия, при которых метод адекватно отображает физическую устойчивость цепи, имеют вид: $\delta_\eta > 0$ при $x < 0$, $\delta_\eta = 0$ при $x = 0$ и $\delta_\eta < 0$ при $x > 0$ при любых значениях y .

Предельное значение $\delta_\omega = \infty$ отвечает ситуации, когда апериодическая (обычно быстрозатухающая) составляющая ξ_λ превращается в сильно осциллирующую составляющую ξ_p с частотой ω_p , определяемой только шагом h : $\omega_p = \pi/h$ [8]. Решение, содержащее такую компоненту, называют также "звенящим" и обычно связывают с методом трапеций [1, 2, 12], однако оно может наблюдаться при использовании других методов — и одношаговых, и многошаговых. Так, осцилляции в решении часто возникают при моделировании цепей, содержащих большие активные сопротивления, если для каких-то составляющих $|x|$ велико, например, при расчете электромагнитных процессов преобразовательной подстанции передачи постоянного тока (в этом случае большое активное сопротивление обусловлено резистором широкополосного фильтра). Осциллирующие компоненты часто наблюдаются в решении при воспроизведении низкочастотных быстрозатухающих составляющих. Во всех случаях возможность появления осцилляций может быть выяснена из анализа величины δ_ω .

Предельное значение $\delta_\omega = -1$ отвечает ситуации, когда колебательная составляющая ξ_λ с частотой ω превращается в апериодическую $\omega_p = 0$ (а при значениях δ_ω , близких к -1 , в колебательную, однако имеющую значительно более низкую частоту, чем ω). При $y \rightarrow \infty$ для любого метода $\delta_\omega \rightarrow -1$, что обусловлено известным явлением "поглощения" частот [14] (или "ложной" частоты

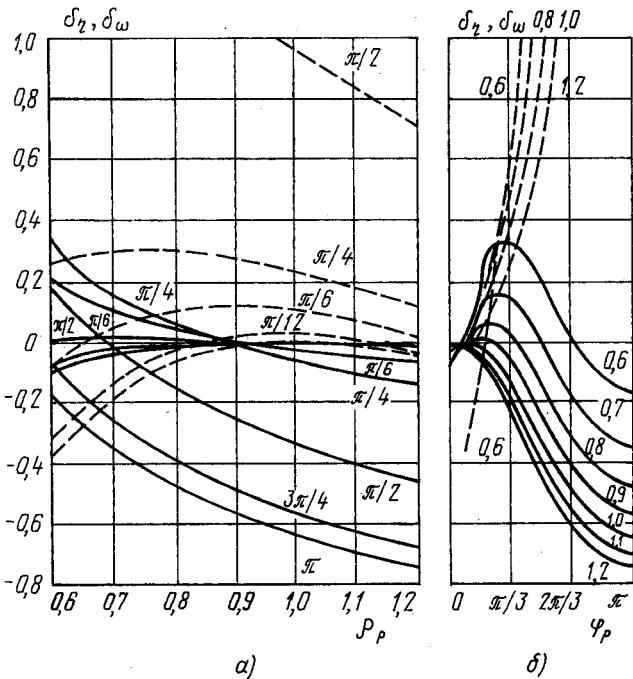


Рис. 3. Характеристики точности для метода Адамса-Башфорта второго порядка в зависимости от ρ_p (а) и φ_p (б): сплошные линии — δ_z , штриховые — δ_ω ; около линий δ_z , δ_ω указаны значения φ_p (а) и ρ_p (б)

[15]), условие возникновения которого в данном случае имеет вид $y > \pi$ и может быть легко связано с понятием частоты Найквиста.

Анализ показал, что для некоторых методов сильные искажения частоты происходят и при относительно небольших значениях y . На практике появление в решении составляющих со значительно искаженными частотами может, например, наблюдаться при моделировании объектов, содержащих длинные линии, замещенные цепными схемами, или при введении в расчетную схему искусственных элементов (малых емкостей или индуктивностей), как это иногда делается при разработке цифровых моделей сложных энергетических объектов для развязки отдельных подсистем полной системы уравнений [16]. В спектре свободного процесса таких объектов присутствует большое число высокочастотных слабозатухающих составляющих, и искажение их частоты (особенно при хорошем воспроизведении затухания) существенно деформирует картину переходных процессов.

Отметим в заключение, что характер искажений при непосредственном интегрировании системы дифференциальных уравнений (уравнений состояния) с помощью ЛММ и при использовании дискретных резистивных моделей, ассоциированных с этим ЛММ, в том числе синтетических схем [5, 13], одинаков. С другой стороны, проявления искажений определяются особенностями протека-

ния переходного процесса. Так, в зависимости от начальных условий X_0 (а для цепей с переменной топологией, линейных на интервалах времени между моментами ее изменения — в зависимости от этих моментов) составляющие способны подвергнуться недопустимому искажению, могут быть очень малы по величине и не наблюдаться в решении, в других же переходных процессах той же цепи — наблюдаться очень хорошо. Уменьшение шага не всегда позволяет уточнить решение и, например, при появлении осциллирующей компоненты весьма мало влияет на ее затухание, если задача является достаточно жесткой. Картина наблюдаемых явлений осложняется дополнительной дискретизацией полученного численного решения при его цифровом осциллографировании, шаг которого (шаг печати) обычно превосходит шаг интегрирования h . В этих условиях применение предложенных в работе характеристик точности ЛММ является условием правильной интерпретации результатов расчета.

• **Выводы.** 1. Для оценки точности линейного t -шагового метода численного интегрирования при моделировании переходных процессов в электрических цепях целесообразно использовать величины искажений затухания и частоты отдельных составляющих свободного процесса, каждая из которых воспроизводится в виде набора из t составляющих в численном решении. Характеристики точности различных методов удобно представлять в форме, показывающей, с какими искажениями получена та или иная наблюдаемая в решении составляющая.

2. Некоторым многошаговым методам, как и одношаговым, присущи особенности воспроизведения составляющих, осложняющие численное решение, например, значительное снижение частоты при моделировании слабозатухающих низкочастотных составляющих или появление сильно осциллирующих компонент при моделировании быстрозатухающих апериодических составляющих.

3. Использование характеристик искажений дает априорное представление о целесообразности применения метода и особенностях численного решения при решении каждой конкретной задачи, облегчает интерпретацию полученного решения и оценку его приемлемости, а также создает возможность улучшения характеристик точности методов путем изменения коэффициентов в их формулах.

4. Приведенные характеристики точности метода Адамса—Башфорта второго порядка предназначены для непосредственного использования в практике электротехнических расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чуа Л. О., Лин Пен Мин. Машинный анализ электронных схем. — М.: Энергия, 1980.

2. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Под ред. Дж. Холла и Дж. Уатта. — М.: Мир, 1979.

3. Петренко А. И., Цирфа А. И. Развитие методов численного интегрирования в подсистемах автоматизированного проектирования электронных схем (аналитический обзор). — Электронное моделирование, 1991, т. 13, № 1.

4. Конев Ф. Б., Ярлыкова Н. Е. Методы численного решения систем дифференциальных уравнений, применяемые в цифровых моделях вентильных преобразователей. Обзорная информация. — М.: Информэлектро, 1978. 49 с.

5. Демирчян К. С., Ракитский Ю. В., Бутырин П. А. и др. Проблемы численного моделирования процессов в электрических цепях. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 2.

6. Бородулин М. Ю., Джур Д. П., Кадомский Д. Е. Точность численного интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в электрических цепях. — Электричество, 1988, № 6.

7. Бородулин М. Ю. Фильтрация колебательных составляющих свободного процесса при численном интегрировании дифференциальных уравнений линейных электрических цепей. — Электричество, 1990, № 11.

8. Бородулин М. Ю. О "звоне" в численном решении при моделировании переходных процессов электрических цепей на основе метода трапеций и других методов численного интегрирования / НИИПТ, Л., 1987. Деп. в Информэнерго 08.01.88, № 2705 эн-88.

9. Бабушкин И., Витасек Э., Прагер М. Численные процессы решения дифференциальных уравнений. — М.: Мир, 1969.

10. Бородулин М. Ю. Оценка точности многошаговых методов численного интегрирования. НИИПТ, Л., 1989. Деп. в Информэнерго 27.02.89, № 3011—ЭН89.

11. Ушаков Е. И. Статическая устойчивость электрических систем. — Новосибирск: Наука, 1988.

12. Ракитский Ю. В., Устинов С. М., Черноруцкий И. Г. Численные методы решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. — Л.: Изд-во ЛПИ им. М. И. Калинина, 1977.

13. Демирчян К. С., Бутырин П. А. Моделирование и машинный расчет электрических цепей. — М.: Высшая школа, 1988.

14. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. — М.: Мир, 1987.

15. Арийлага Дж., Брэдли Д., Боджер П. Гармоники в электрических системах. — М.: Энергоатомиздат, 1990.

16. Войтевович Л. Л., Набутовский И. В., Юрганова Т. М. Моделирование вставки постоянного тока на ЦВМ. — Тр. НИИПТ, 1978, вып. 27.

[16.08.91]

Автор: **Бородулин Михаил Юрьевич** окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института в 1978 г. В 1987 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме "Цифровое моделирование и устойчивость вентильных преобразователей. Электромагнитные

процессы и регулирование инверторов МГД-генераторов". Защита состоялась в Ленинградском институте точной механики и оптики. Работает

старшим научным сотрудником НИИ по передаче электроэнергии постоянными током высокого напряжения (Санкт-Петербург).

Расчет переходных процессов в цепях с ферромагнитными сердечниками по частным циклам перемагничивания

ЦЫГУЛЕВ Н. И.

В настоящее время расчет переходных процессов в трансформаторах тока (ТТ) для целей релейной защиты и при включении силовых трансформаторов на холостой ход (х. х.) производится по однозначным кривым намагничивания. Такой подход обеспечивает требуемую для инженерных расчетов точность, если напряженность магнитного поля H в магнитопроводе значительно превышает коэрцитивную силу, иначе мгновенное значение погрешности тока намагничивания по данным [1, 2] достигает 30–50 %. Для снижения погрешности необходимо учитывать частные циклы перемагничивания.

В [1, 2] описаны алгоритмы расчета переходных процессов по частным циклам перемагничивания. Однако широкого распространения они не получили: для АВМ разрабатывались электронные модели с использованием реальных ферромагнетиков [3] и сегнетоэлектриков [4], для ЦВМ использование этих алгоритмов затруднено из-за сложности реализации. Кроме того, в расчетных выражениях обоих методов используется динамическая магнитная проницаемость $\mu_d = dB/dH$, которая вычисляется с большей погрешностью по сравнению с остальными параметрами. Имеются и другие замечания: так, в [1] не указан способ построения восходящей ветви частного цикла и довольно приближенно строится нисходящая ветвь, в [2] необходим расчет дополнительных кривых и таблиц.

В данной статье описаны алгоритмы расчета в цепях с ферромагнитными элементами с учетом частных циклов на примере расчета переходных процессов ТТ и броска тока намагничивания при включении силового трансформатора на х. х.

Основная сложность расчета заключается в построении частных циклов перемагничивания. Для этой цели рекомендуется использовать правила Маделунга [2]. Напомним те из них, которые потребуются для построения частных циклов (в переложении автора):

1) каждая точка внутри предельного гистерезисного цикла может служить началом (или концом) только одной восходящей (или нисходящей) ветви частного цикла;

2) с достаточной для инженерных расчетов точностью все частные циклы считаются замкнутыми;

3) все частные циклы, начинающие в разных точках с одинаковой индукцией B и имеющие одинаковые приращения индукции ΔB , равны.

Правила Маделунга недостаточны для построения частных циклов, поэтому на основании экспериментальных исследований были сделаны следующие дополнения:

- 1) частные циклы центрально симметричны;
- 2) если расчет начинается с нулевой начальной индукции, то правой границей (в первом квадранте) является основная кривая намагничивания;
- 3) если расчет начинается с $B_r = 0$, то правой границей (в первом квадранте) является восходящая ветвь цикла, нисходящей ветвью которого является кривая размагничивания в точку B_r .

Анализ процессов в трансформаторах может быть представлен в более наглядной форме с помощью удельных электрических величин, которые связаны с действительными следующими соотношениями [5]:

$$i_{1уд} = i_1 w_1 / l_m; i_{2уд} = i_2 w_2 / l_m; i_{0уд} = i_0 w_1 / l_m = H;$$

$$L_{2уд} = L_2 l_m / (s_m w_2^2); r_{2уд} = r_2 l_m / (s_m w_2^2);$$

$$u_{2уд} = u_2 / (s_m w_2); \psi_{0уд} = \psi_0 / (s_m w_2^2) = B,$$

где i_1, i_2, i_0 – соответственно первичный и вторичный токи и ток намагничивания; w_1, w_2 – число витков первичной и вторичной обмоток; l_m, s_m – длина и сечение магнитопровода.

Расчет переходных процессов в трансформаторах тока. Переходный процесс в одноступенчатом ТТ описывается системой уравнений, которые для удельных величин имеют следующий вид (для

упрощения записи индекс "уд" опущен):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= R_2 H_2 + L_2(H) \frac{dH_2}{dt}; \\ \frac{dB}{dt} &= R_M H_M; \\ H_2 &= H_1 - H_0 - H_M; \\ B &= f(H_0), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где R_2 , $L_2(H)$ — эквивалентные активное сопротивление и индуктивность рассеяния (в общем случае зависящая от магнитного состояния магнитопровода) вторичной цепи; R_M — сопротивление потерь на вихревые токи; H_1 , H_0 , H_2 , H_M — напряженности магнитного поля, пропорциональные токам i_1 , i_0 , i_2 , i_M (i_M — ток в сопротивлении R_M).

Приведем систему (1) к одному уравнению, проинтегрируем его в пределах $0 - t_n$ и заменим определенные интегралы суммами по формуле трапеций. При этом получим расчетное выражение

$$\begin{aligned} B_n(L_2(H)/R_M + \Delta t(1 + R_2/R_M)/2) + H_{0n}\Delta t(L_2(H) + \\ + R_2\Delta t/2)/2 = L_2(H_0) \int_0^{t_n} H_1 dt + R_2 \int_0^{t_n} \int_0^{t_n} H_1 dt + \\ + B_r(t + L_2/R_M) - \Delta t(L_2(H_0) + R_2\Delta t) \sum_{i=1}^{n-1} H_{0i} - \\ - \Delta t(1 + R_2/R_M) \sum_{i=1}^{n-1} B_i, \quad (2) \end{aligned}$$

где B_n , H_{0n} — значение индукции и напряженности магнитного поля в расчетный (n -й) момент времени t_n ; Δt — шаг интегрирования.

Интегралы в правой части берутся аналитически.

Расчет переходного процесса в ТТ для нулевой остаточной индукции выполняется в следующей последовательности.

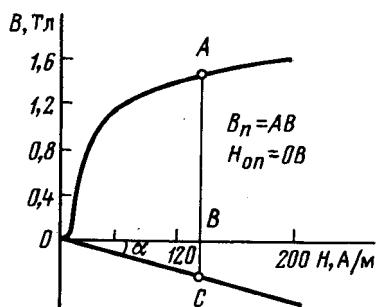


Рис. 1. Графическое определение H_{0n} , B_n

1. Строятся основная кривая намагничивания $B(H)$ и кривая $(L_2(H) + R_2\Delta t/2)H$. На рис. 1 построения показаны для $L_2(H) = \text{const}$, при этом $\alpha = \arctg(L_2 + R_2\Delta t/2)$.

2. Предполагая, что первичный ток изменяется по закону $i_1 = I_m(\exp(-t/T_a) - \cos \omega t)$, вычисляется правая часть выражения (2) для текущего n -го момента времени и находятся значения H_{0n} и B_n (рис. 1).

3. В момент изменения знака приращения индукции ΔB (точка B_2) на отрицательный (можно фиксировать по изменению знака тока) осуществляется переход на нисходящую ветвь $B_2 - B_{0,75} - B_0$ частного цикла (рис. 2), которая строится с помощью кривых размагничивания, приведенных на рис. 3: на рис. 3, а приведены кривые B при $H = 0$, на рис. 3, б — значение H при уменьшении B на 25 % от исходного значения. В дальнейшем эта кривая используется

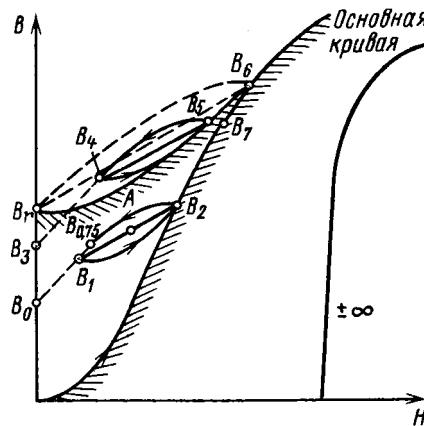


Рис. 2. Кривые размагничивания до B_T (а), до $0,75 B_M$ (б)

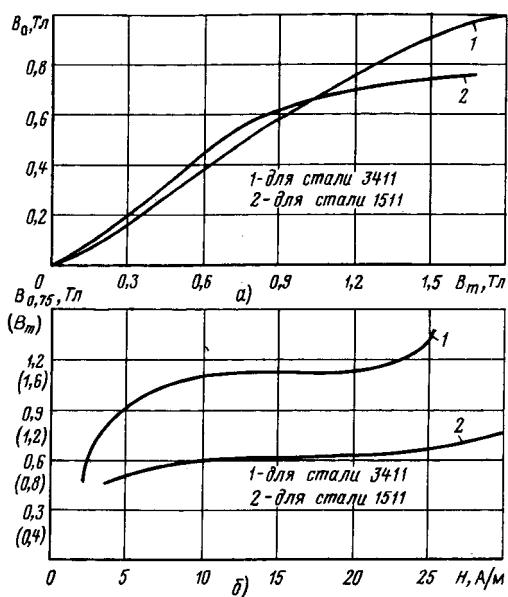


Рис. 3. Построение частных циклов размагничивания

вместо основной кривой $B(H)$ (рис. 1) для вычисления H_{0n} и B_n в соответствии с п. 1 и 2.

4. В момент изменения знака ΔB на положительный (точка B_1 на кривой $B_2 - B_{0,75} - B_0$) осуществляется переход на восходящую ветвь $B_1 - B_2$, являющуюся симметричной кривой $B_2 - B_{0,75} - B_1$, относительно середины отрезка B_1B_2 (точка A). Полученная кривая используется для дальнейшего расчета H_{0n} и B_n . При достижении точки B_2 частный цикл заканчивается и расчет продолжается с использованием основной кривой $B(H)$.

Следующие изменения знака ΔB определяют моменты перехода на новые частные циклы.

Кривые рис. 3 построены на основе частных циклов для одного типа холоднокатанной (кривые 1) и горячекатанной (кривые 2) стали. Если магнитопроводы выполнены из другого типа стали, то кривые могут быть пересчитаны в соответствии с рекомендациями [5] для однозначной кривой намагничивания. Следует отметить, что даже приближенные построения частных циклов обеспечивают снижение погрешности по сравнению с расчетами по однозначной кривой намагничивания.

Если $B_r = 0$, то по заданному значению B_r , используя кривую размагничивания $B_0 = f(B_m)$ (рис. 3, а), находится значение индукции B_6 на основной кривой намагничивания. С учетом зависимости $B_{0,75} = f(H)$ (рис. 3, б) строится нисходящая ветвь $B_6 - B_r$. Затем на основе центральной симметрии строится восходящая ветвь $B_r - B_6$, которая в дальнейшем является правой границей частных циклов перемагничивания, если $B < B_6$. Если $B > B_6$, то правой границей становится основная кривая намагничивания.

Если в течение положительной полуволны $i_1(H_1)$ приращение ΔB недостаточно для достижения точки B_6 , то в момент изменения знака ΔB рабочая точка переходит на нисходящую ветвь $B_5 - B_3$, которая строится для точки B_7 ($B_5 = B_7$), а затем осуществляется параллельный перенос в точку B_5 . Восходящая ветвь $B_4 - B_5$ строится на основе центральной симметрии. В остальном расчет производится по описанному алгоритму.

В области малых значений индукции $B = 0,4$ Тл (для стали 3411) и $B = 0,3$ Тл (для стали 1511) площади частных циклов оказываются достаточно малыми и их влиянием на переходный процесс можно пренебречь.

В области больших значений $B = 1,7$ Тл (для стали 3411) и $B = 1,1$ Тл (для стали 1511) динамические магнитные проницаемости восходящей и нисходящей ветвей частных циклов близки между собой и примерно равны μ_d основной кривой на-

магничивания, поэтому в этом режиме частными циклами также можно пренебречь.

Для оценки погрешности алгоритма результаты расчета сравнивались с данными эксперимента [1]. Кривая намагничивания была представлена 20 отрезками на квадрант, $R_m \rightarrow \infty$, $\Delta t = 0,001$ с. Максимальная мгновенная погрешность расчета тока намагничивания составила 12 %. Расчетные значения i_0 оказались больше экспериментальных, что может быть объяснено неучетом L_2 , величина которой отсутствует в [1].

Аналогично можно производить расчет переходного процесса и в каскадном ТТ. Учитывая, что нагрузка первой ступени практически не зависит от нагрузки ТТ, дифференциальные уравнения для первой и второй ступеней могут быть записаны и решены независимо. Связь между ними только в том, что вторичный ток первой ступени является первичным током второй ступени.

Расчет броска тока намагничивания силового трансформатора. Переходный процесс при включении силового трансформатора на х. х. описывается следующей системой уравнений в удельных величинах:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} + L_{\Sigma} \frac{dH}{dt} + R_{\Sigma} H &= e_c; \\ \frac{dB}{dt} &= R_m H_m; \\ H &= H_0 + H_m; \\ B &= f(H_0), \end{aligned}$$

где L_{Σ} — эквивалентная индуктивность сети и обмотки трансформатора при отсутствии магнитопровода; R_{Σ} — эквивалентное активное сопротивление сети и обмотки трансформатора; R_m — сопротивление потерь на вихревые токи; H , H_0 , H_m — напряженности магнитного поля, соответствующие суммарному току, токам в ветви намагничивания и сопротивлении R_m соответственно; e_c — ЭДС сети.

Выполнив преобразования, аналогичные описанным выше, получим расчетное выражение

$$\begin{aligned} B_n(L_{\Sigma}/R_m + \Delta t(1 + R_{\Sigma}/R_m)/2) + H_{0n}(L_{\Sigma} + \\ + R_{\Sigma}\Delta t/2)\Delta t/2 = \iint_0^{t_n} e_c dt + B_0(t + R_{\Sigma}/R_m) - \\ - (1 - R_{\Sigma}/R_m)\Delta t \sum_{i=1}^{n-1} B_i - (R_{\Sigma}\Delta t + L_{\Sigma})\Delta t \sum_{i=1}^{n-1} H_{0i}, \end{aligned} \quad (3)$$

где B_n , H_{0n} — значения индукции и напряженности магнитного поля в расчетный момент времени.

Расчет броска тока намагничивания производится по описанному выше алгоритму, используя расчетное выражение (2). Моменты перехода на соответствующие ветви частных циклов определяются временем перехода кривой через нулевые значения.

В заключении необходимо отметить, что потери на гистерезис в принципе можно учесть и путем включения активного сопротивления параллельно ветви намагничивания в Т-образной схеме замещения трансформатора. Однако это допустимо только для расчета интегральных параметров в установившемся режиме, т. к. искусственное включение активного сопротивления искажает реальный процесс.

В описанном алгоритме ветвь намагничивания индуктивная, а потери на гистерезис учитываются путем изменения динамической магнитной проницаемости по закону, определяющему форму частных циклов перемагничивания.

Так как процессы в сегнетоэлектриках феноменологически подобны процессам в ферромагнетиках, то описанный алгоритм может быть использован для расчета переходных процессов в цепях с сегнетоэлектриками.

• **Выводы.** 1. Разработаны алгоритмы расчета переходных процессов в цепях с ферромагнитными элементами по частным циклам намагничивания на примере расчета переходного процесса в трансформаторах тока и при включении силового

трансформатора на холостой ход, позволяющие учитывать и нелинейный характер индуктивности рассеяния.

2. Определены правила построения частных циклов перемагничивания.

3. Разработанные алгоритмы могут использоваться для расчета цепей с сегнетоэлектриками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г. Н. Релейная защита высоковольтных сетей. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1949.
2. Сирота И. М. Переходные режимы работы трансформаторов тока. — Киев: Изд-во АН УССР, 1961.
3. Васильев В. Г., Зверев В. А. Электронное моделирование гистерезисных характеристик ферромагнитных материалов. — Изв. вузов. Электромеханика, 1969, № 9.
4. Хлебников С. Д. Моделирование ферромагнитных гистерезисных характеристик с помощью сегнетоэлектрических конденсаторов. — Электричество, 1964, № 9.
5. Трансформаторы тока / В. В. Афанасьев и др. 2-е изд., перераб. и доп. — Л.: Энергоатомиздат, 1989.

[04.02.92]

Автор: Цыбулев Николай Иосифович окончил энергетический факультет Новочеркасского политехнического института (НПИ) в 1971 г. В 1976 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме "Исследование переходных процессов и разработка устройство релейной защиты повышенной чувствительности и быстродействия" в НПИ. В настоящее время доцент НПИ.

Максимальная напряженность электрического поля в системе параллельных плоских электродов

НОВГОРОДЦЕВ А. Б., АБРОСИМОВ И. Н.

Расчет электрического поля, выполняемый при конструировании узлов высоковольтных изоляционных конструкций, имеет основной целью определение максимальной напряженности электрического поля, которая рассматривается обычно в качестве главного, а иногда и единственного критерия электрической прочности узла.

Для ряда типовых узлов с простейшей геометрией установлены аналитические зависимости максимальной напряженности E_{\max} , достигаемой на единственном скругленном участке поверхности электрода, от основных размеров системы 1, 2. При этом характерные размеры участка существенно меньше остальных размеров системы, что позво-

ляет при анализе поля воспользоваться аналитическими соотношениями. Преимущество подобных аналитических соотношений перед результатами численного расчета определяется прежде всего возможностью быстрой, пусть даже и приближенной оценки, применяемой на начальной стадии проектирования. Однако для систем с более сложной геометрией, в частности имеющих несколько скругленных кромок с различными значениями максимальной напряженности, подобные аналитические соотношения отсутствуют.

В настоящей работе установлены аналитические связи между распределением напряженности на скругленных кромках двух протяженных парал-

лельных плоских электродов (рис. 1), их основными размерами и потенциалами, позволяющие оценивать значения максимальной напряженности на электродах. Рассматриваемая электродная система является характерным узлом ряда высоковольтных конструкций, таких как конденсаторы, сильноточные несимметричные полосковые линии и им подобные.

Для плоскопараллельного поля электродов с произвольной формой скругленных участков BC и FG может быть получено интегральное соотношение, связывающее модуль напряженности E на этих участках с потенциалами и основными размерами. Рассмотрим интеграл от комплексной напряженности $\frac{dW}{dz} = -E_y - jE_x$, вычисляемый в плоскости

$d z$

кости комплексного потенциала $W = V + jU$ по контуру $ABCDFGA$ (рис. 1) — поверхности полу бесконечных электродов. Так как внутри области интегрирования функция $\frac{dW}{dz}(W)$ не имеет особенностей, то на основании теоремы Коши можно записать:

$$\oint \frac{dW}{dz} dW = 0.$$

Проанализируем поведение мнимой части этого интеграла

$$\oint (E_x dV + E_y dU) = 0$$

на контуре интегрирования. На прямоугольных участках поверхности электродов AB , CD , DF и GA оба подинтегральных слагаемых, как легко видеть, обращаются в нуль. На эвипотенциальном скругленном участке остается лишь слагаемое с $\int E_x dV$, которое преобразуем с учетом соотношений

$$dV = E_x dy - E_y dx \text{ и } dU = -E_x dx - E_y dy = 0,$$

тогда

$$dV = \frac{E_x^2 + E_y^2}{E_x} dy = \frac{E^2}{E_x} dy.$$

Следовательно, на краевом участке поверхности электрода

$$\int E_x dV = \int E^2 dy.$$

Интеграл по замкнутому контуру, таким образом, состоит из двух подобных слагаемых на краевых участках BC и FG и третьего слагаемого $\int E_y dU$, вычисляемого вдоль прямолинейной силовой линии в окрестности точки D , лежащей в области однородного поля с напряженностью $E_y = U_0/h$. Это последнее слагаемое, с учетом выбранного направления обхода контура интегрирования, равно $-\int E_y dU = -U_0^2/h$. Поэтому окончательно имеем

$$\int_{l_1} E_1^2 dy + \int_{l_2} E_2^2 dy = U_0^2/h, \quad (1)$$

где E_1 и E_2 — модули напряженности на соответствующих кромках электродов.

Полученное интегральное соотношение не позволяет однозначно определить максимальные напряженности на кромках E_{M1} и E_{M2} , которые существенно зависят также от формы кромки и обусловленного ею характера распределения E_1 и E_2 по координате y .

Формулу (1) можно записать с помощью среднеквадратичного по высоте значения напряженности E

$$E^* \left[\int_{l_k} E_k^2 dy \right] = \int_{l_k} E_k^2 dy.$$

$$E_1^* d_1 + E_2^* d_2 + U_0^2/h. \quad (2)$$

В высокоиспользованной изоляционной конструкции напряженность поля на поверхности кромки $E(y)$ мало изменяется и значения среднеквадратичной напряженности E^* и максимальной напряженности E_M близки друг к другу. Возможно также осуществить специальный выбор формы скругления, при котором на всей кромке модуль напряженности постоянен. В этом случае формула (2) позволяет определить точные значения максимальных напряженностей на кромке. Формула показывает также, что выбор профиля скругления из условия $E = E_M = \text{const}$ приводит к минимальным значениям максимальных напряженностей. Прямые методы решения подобных задач синтеза профилей рассмотрены в [3].

Однако формула (2), включающая значения напряженности на кромках обоих электродов E_1^* и E_2^* , не дает однозначного определения каждой из этих величин, которые зависят от геометрических характеристик системы — смещения крайних точек электродов Δx (рис. 1) и соотношения их толщин d_1/d_2 . Расчеты показывают, что величина слагаемых в левой части (2) весьма слабо зависит от

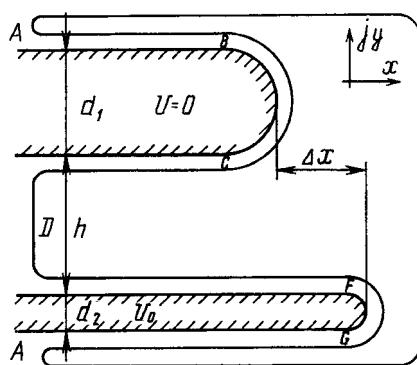


Рис. 1

второго из указанных параметров. Так, при изменении отношения d_1/d_2 от единицы до бесконечности максимальное отличие значений $E^2 dh/U_0^2$ при $\Delta x = 0$ не превышает 0,1. Поэтому установим в первую очередь зависимость $E^2 d$ от смещения краев электродов Δx .

Формулы (1) и (2) справедливы также и в случае, когда толщина одного или обоих электродов $d \rightarrow 0$ и $E \rightarrow \infty$, при этом произведение $E^2 d$ сохраняет конечное значение. Рассмотрение простейшего частного случая бесконечно тонких электродов ($d_1 = d_2 = 0$) приводит к элементарным соотношениям для анализируемых величин. Применение метода конформных отображений позволяет определить параметрические связи между искомыми величинами:

$$\frac{\Delta x}{h} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\lambda^2 - 1}{2\lambda} + \ln \lambda \right], \quad E_1^2 d_1 = \frac{U_0^2}{h} \frac{1}{1 + \lambda}, \quad (3)$$

где λ — параметр, принимающий значения $0 \leq \lambda \leq \infty$; величина $E_2^2 d_2$ определяется из (2).

Зависимость $E_1^2 d_1 = f(\Delta x)$, отвечающая формулам (3), изображена на рис. 2 (кривая 1). Характер задачи таков, что эта зависимость симметрична относительно точки $\Delta x = 0$, $E^2 dh/U_0^2 = 0,5$.

На рис. 2 приведены также аналогичные зависимости для системы электродов конечной толщины, профили скругления кромок которых выбраны из условия $E_1 = E_2 = U_0/h = \text{const}$ (кривая 2) и для несимметричной системы, в которой профиль скругленного участка первого электрода выбирается из условия $E_1 = U_0/h = \text{const}$, а толщина $d_2 = 0$ (кривая 3). Обращает на себя внимание малое различие между кривыми во всем диапазоне изменения аргумента $\Delta x/h$.

Для электродов со скруглением по дуге окружности максимальную напряженность E_M можно оценить, зная среднеквадратичную напряженность

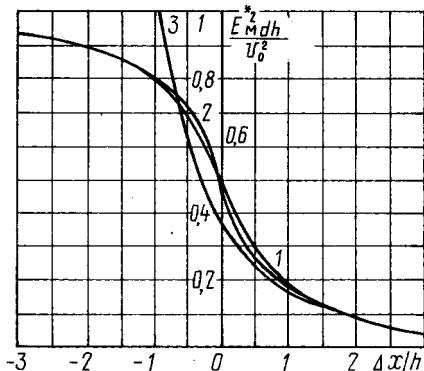


Рис. 2

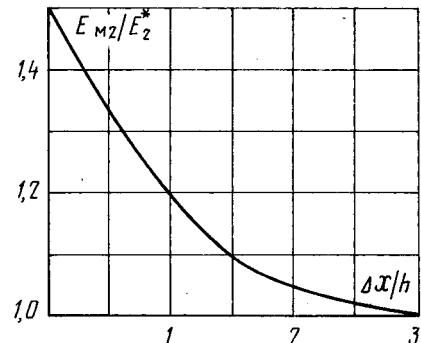


Рис. 3

E^* , определяемую по кривой 1 рис. 2. Численные расчеты показывают, что отношение E_M/E^* принимает максимальные значения при условии $d_1 + d_2 = h$. Зависимость $E_M2/E_2^* = f(\Delta x)$ для этого случая показана на рис. 3, а $E_{M1} = 1,5 E_1^*$. Для других соотношений между толщинами d_1 и d_2 , на которые накладывается ограничение $d_1 + d_2 \leq h$, так как $E \geq U_0/h$, определить E_M можно следующим образом. При $E = U_0/h$ и заданной толщине d из кривой 1 рис. 2 находим Δx , затем на рис. 3 начало координат переносим в точку, соответствующую этому смещению, и окончательно определяем E_M при любом смещении краев. Погрешность оценки E_M описанным способом не превышает 5 %.

Приведенные зависимости позволяют оценить максимальные напряженности E_{M1} и E_{M2} рассматриваемой системы электродов. Для этого по заданным Δx и h для каждого из электродов находится значение $E^2 d$ и при известной толщине d определяются E^* и E_M . Полученные кривые позволяют также решать и обратную задачу — по заданным E_{M1} , E_{M2} , U_0 и h находить толщины электродов d_1 , d_2 и смещение краев Δx , обеспечивающие требуемый уровень максимальной напряженности. Воз-

ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Три работы по теоретической электротехнике

К нам возвращаются незаслуженно забытые имена. В 1988 г. в журнале "Электричество" [1] опубликована статья о члене-корреспонденте АН СССР ученом-математике, электротехнике Яне Николаевиче Шпильрейне (1889–1939). В 1992 г. в архиве покойного профессора Московского энергетического института К. М. Поливанова были найдены рукописи трех последних работ Я. Н. Шпильрейна, написанные им в 1936–1937 гг., очевидно, незадолго до ареста. Все три работы были доложены на заседаниях комиссии по проводникам и магнитным материалам, которой руководил чл.-корр. АН СССР В. К. Аркадьев. В 30-е годы К. М. Поливанов много работал с В. К. Аркадьевым, и в этом причина того, что рукописи оказались у него.

Надо воздать должное гражданскому мужеству К. М. Поливанова, сохранившего рукописи. Две статьи сохранились в виде машинописных копий, третья — рукопись.

В настоящей публикации они расположены в хронологической последовательности.

В первой статье: "О вытеснении тока в биметаллических проводах" рассчитана величина синусоидального тока в круглом проводе, состоящем из стальной внутренней части, покрытой слоем меди. Такие провода применяются, например, в высоковольтных линиях электропередачи (ЛЭП). Заданными считаются диаметры стальной и медной

частей, их электрические проводимости и магнитные проницаемости, а также частота и плотность тока на поверхности провода (или, что то же самое, напряжение на единицу длины провода). Результат расчета дан в виде отношения тока в биметаллическом проводе к току в медном проводе того же внешнего диаметра. Показано, что при определенных параметрах провода сопротивление биметаллического провода *меньше* сопротивления сплошного медного провода. Для провода в виде трубы такое уменьшение составляет 10–15 %.

Во второй статье "О притяжении токоведущих проводов к ферромагнитным телам" сделан расчет силы взаимодействия провода с током и ферромагнитного тела, поверхность которого параллельна проводу. Предполагается, что эта поверхность имеет форму двугранного угла и что магнитная проницаемость тела бесконечно велика.

В последней статье "О расчете магнитного напряжения на трещинах рельса" выполнен расчет магнитного напряжения $H\Delta l$ на трещине в сплошной стальной полосе, в которой задан магнитный поток Φ . Величина магнитного напряжения определяется как функция отношения глубины трещины к толщине полосы. Такие задачи встречаются в магнитной дефектоскопии.

За 50 с лишним лет, прошедших после написания статей, статьи на подобные темы были, безусловно, опубликованы. Однако настоящая публи-

можно, в частности, выполнение краевой зоны с геометрией, исключающей усиление напряженности ($E_{M1} = E_{M2} = U_0/h$). В этом случае формула

(2) при $E = E_M$ приводит к необходимому условию $d_1 + d_2 = h$. Таким образом, подобная задача имеет множество решений для различных $0 \leq d \leq h$ и соответствующих им Δx . Методика выбора профиля таких электродов описана в [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основич Л. Д., Макельский В. Д. Максимальная напряженность электростатического поля электродов со скругленными кромками. — Изв. вузов. Энергетика, 1977, № 11, с. 26–31.

2. Кизеветтер В. Е., Кучинский Г. С., Пингаль Ю. С. Изоляция установок высокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 367 с.

3. Новгородцев А. Б. Максимальная напряженность в системах заряженных пластин. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 4, с. 104–112.

4. Амромин Э. Л., Новгородцев А. Б. Определение формы электродов конденсатора с постоянной напряженностью на краевых участках. — Электричество, 1983, № 12, с. 31–34.

[05.12.91]

Авторы: Новгородцев Александр Борисович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ) в 1963 г. В 1992 г. защитил докторскую диссертацию на тему "Синтез электрических полей в электрофизических устройствах". Профессор кафедры "Теоретические основы электротехники" Санкт-Петербургского технического университета (бывш. ЛПИ).

Абросимов Игорь Николаевич окончил электромеханический факультет ЛПИ в 1987 г. Аспирант кафедры "Теоретические основы электротехники" Санкт-Петербургского технического университета.

кация целесообразна, во-первых, для восстановления приоритета и, во-вторых, из-за четкости формулировок, чего часто не хватает в статьях современных авторов.

В настоящей публикации сохранены старые представления о методах численных расчетов. Так, в одной из статей говорится, что уравнение легко может быть решено графоаналитическим методом (единственно возможным в 30-е годы). В настоящее время надо писать о составлении программы численного метода решения с помощью ЭВМ.

После первой статьи публикуется работа доцента кафедры высшей математики МЭИ В. А. Шиллера.

Шиллер, который сделал систематические расчеты по формулам, приведенным в этой статье¹ Я. Н. Шпильрейна. Данные расчеты, а также рис. 2.3 второй статьи, к сожалению, не сохранились. Для их восстановления написаны программы Bimet и Izodin. Программы написаны на языке Fortran и работают в среде MS DOS IBM PC (см. дополнение к первой статье).

Рис. 2.3 помещен в тексте второй статьи, а результаты расчета вытеснения тока в биметаллических проводах — в дополнении.

Январь 1993 г.

Я. Н. КОЛЛИ

О вытеснении тока в биметаллических проводах¹

ШПИЛЬРЕЙН Я. Н., чл.-корр. АН СССР

Обычно при вычислении вытеснения тока в биметаллических проводах сравнивают сопротивление переменному току с сопротивлением постоянному току в том же проводе. Такое сравнение практически мало интересно. Поэтому еще в 1931 г. я вывел формулы для вычисления отношения переменного тока в биметаллическом проводе к переменному току в сплошном медном проводе того же внешнего диаметра. Эти формулы приводятся А. А. Смарским в его исследовании биметаллических проводов [2].

Пусть мы имеем биметаллический провод. Диаметр наружной медной оболочки равен $2b$, диаметр внутренней железной жилы равен $2a$.

Как известно, плотность тока Δ в уединенном проводе удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2\Delta}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\Delta}{dx} + \Delta = 0, \quad (1)$$

а напряженность магнитного поля — уравнению

$$\frac{d^2H}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dH}{dx} + \left[1 - \frac{1}{x^2} \right] H = 0, \quad (2)$$

здесь для меди

$$x = kr, \quad k^2 = -j\omega\gamma\mu\mu_0,$$

для железа

$$x = k_1 r, \quad k_1^2 = -j\omega\gamma_1\mu_1\mu_0,$$

где r — расстояние точки наблюдения от оси; ω — круговая частота; $j = \sqrt{-1}$; γ — электропроводность меди; γ_1 — электропроводность железа; μ — относительная магнитная проницаемость меди; μ_1 — относительная магнитная проницаемость железа; μ_0 — абсолютная магнитная проницаемость вакуума.

Интегрируя уравнение (1), получаем:
для меди

$$\Delta_m = AJ_0(kr) + BN_0(kr), \quad (3)$$

для железа

$$\Delta_{\text{ж}} = CJ_0(k_1 r). \quad (4)$$

Функция Неймана отсутствует в уравнении (4) потому, что при $r = 0$, плотность $\Delta_{\text{ж}}$ остается конечной.

Для определения постоянных A , B , C служат следующие граничные условия:

1. На поверхности проводника ($r = b$) плотность тока имеет заданное значение

$$\Delta_0 = AJ_0(kb) + BN_0(kb).$$

2. На поверхности раздела железо — медь ($r = a$) напряженность электрического поля непрерывна:

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\Delta_m}{dr} = \frac{1}{\gamma_1} \frac{d\Delta_{\text{ж}}}{dr} \text{ при } r = a,$$

¹ Доложено на заседании комиссии проводниковых и магнитных материалов АН СССР 8 апреля 1936 г.

откуда

$$A \frac{1}{\gamma} J_0(ka) + B \frac{1}{\gamma} N_0(ka) = C \frac{1}{\gamma_1} J_0(k_1 a).$$

3. На той же поверхности раздела напряженность магнитного поля непрерывна,

$$H_m = H_{jk} \text{ при } r = a.$$

Это равенство лучше всего выразить, пользуясь соотношением закона индукции:

$$\frac{d\Delta}{dr} = -j\omega\gamma\mu H,$$

откуда²

$$A \frac{1}{k} J_1(ka) + B \frac{1}{k} N_1(ka) = C \frac{1}{k_1} J_1(k_1 a).$$

Следовательно для определения A , B , C получаем систему из трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} AJ_0(kb) + BN_0(kb) &= \Delta_0; \\ AJ_0(ka) + BN_0(ka) - C \frac{\gamma}{\gamma_1} J_0(k_1 a) &= 0; \\ AJ_1(ka) + BN_1(ka) - C \frac{k}{k_1} J_1(k_1 a) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Ток в биметаллическом проводе равен потоку вектора плотности тока через все сечение провода:

$$I_{\text{бим}} = I_m + I_{jk} = 2\pi \int_0^a \Delta_{jk} r dr + 2\pi \int_a^b \Delta_m r dr.$$

Это дает, учитывая условия непрерывности³:

$$\begin{aligned} I_{\text{бим}} &= \frac{2\pi}{k_1^2} C k_1 r J_1(k_1 r) \Big|_0^a + \\ &+ \frac{2\pi}{k^2} [Akr J_1(kr) + Bkr N_1(kr)] \Big|_a^b \end{aligned}$$

или

$$I_{\text{бим}} = \frac{2\pi b}{k} [AJ_1(kb) + BN_1(kb)]. \quad (6)$$

Этот же результат можно получить непосред-

ственно, по закону полного тока:

$$I_{\text{бим}} = (2\pi r H)_{r=b} = \frac{2\pi b}{k} [AJ_1(kb) + BN_1(kb)].$$

Ток в сплошном проводе при том же значении плотности тока на поверхности Δ_0 определяется, как известно, следующим образом:

плотность тока

$$\Delta = \Delta_0 \frac{J_0(kr)}{J_0(kb)};$$

напряженность магнитного поля

$$H = \frac{\Delta_0}{k} \frac{J_1(kr)}{J_0(kb)};$$

полный ток в сплошном проводе

$$I = (2\pi r H)_{r=b} = \frac{2\pi b \Delta_0}{k} \frac{J_1(kb)}{J_0(kb)}. \quad (7)$$

Таким образом, отношение токов в сплошном и в биметаллическом проводах

$$\frac{I_{\text{бим}}}{I} = \frac{J_0(kb)}{J_1(kb)} \left[\frac{A}{\Delta_0} J_1(kb) + \frac{B}{\Delta_0} N_1(kb) \right]. \quad (8)$$

Но согласно (5): $AJ_0(kb) = -BN_0(kb) + \Delta_0$. Поэтому можно значительно упростить (8), воспользовавшись известным соотношением

$$N_0(x) J_1(x) - J_0(x) N_1(x) = \frac{2}{\pi x}. \quad (8a)$$

Тогда

$$\frac{I_{\text{бим}}}{I} = 1 - \frac{B}{\Delta_0} \frac{2}{\pi k b J_1(kb)}. \quad (9)$$

Значение B/Δ_0 определяется из уравнений (5):

$$\frac{B}{\Delta_0} = \frac{1}{D} \left[\frac{k}{k_1} J_0(ka) J_1(k_1 a) - \frac{\gamma}{\gamma_1} J_0(k_1 a) J_1(ka) \right], \quad (10)$$

где

$$D = \begin{vmatrix} J_0(kb) & N_0(kb) & 0 \\ J_0(ka) & N_0(ka) & \frac{\gamma}{\gamma_1} J_0(k_1 a) \\ J_1(ka) & N_1(ka) & \frac{k}{k_1} J_1(k_1 a) \end{vmatrix}. \quad (10a)$$

² Напомним, что $\frac{dJ_0(x)}{dx} = -J_1(x)$.

³ Напомним, что $\int_0^x x J_0(x) dx = x J_1(x)$.

Вычисления по этим все еще достаточно сложным формулам были произведены А. А. Смарским для нескольких точек.

По поручению кафедры математики Б. А. Шиллеров⁴ установил для различных конфигураций кривые зависимости отношения $I_{\text{бим}}/I$ от частоты. В результате получилось, что в определенном диапазоне частот наблюдается неожиданное соотношение:

$$|I_{\text{бим}}/I| > 1.$$

Это соотношение еще более резко проявилось при расчете *полого* цилиндра. Оказывается, что при известных частотах ток в полом цилиндре на 10–15 % больше, чем в сплошном. И это при том же напряжении и при том же внешнем диаметре. Экспериментальная проверка этого результата нами пока не произведена.

Расчет вытеснения тока в биметаллических проводах⁵. Шиллеров Б. А., доц.

При расчетах вытеснения тока в проводах обычно определяется отношение полного тока в проводе к постоянному току. Чтобы судить о целесообразности применения биметаллических и трубчатых проводников представляется более естественным сравнивать полный ток не с постоянным, а с полным током, возникающим при той же частоте в сплошном медном проводе с диаметром, равным внешнему диаметру трубчатого или биметаллического провода.

Эти вычисления были проведены по нижеуказанным формулам. Формулу (9), данную проф. Я. Н. Шпильрейном в рассматриваемой статье, можно выразить в виде:

$$\frac{I_{\text{бим}}}{I} = 1 + \frac{2}{\pi q \sqrt{-i}} \frac{Q}{J_1[qb\sqrt{-i}]}, \quad (1)$$

где

$$Q = \frac{\left| J_0[qa\sqrt{-i}] \frac{\gamma}{\gamma_1} J_0[q_1 a\sqrt{-i}] \right|}{\left| J_1[qa\sqrt{-i}] \frac{q}{q_1} J_1[q_1 a\sqrt{-i}] \right|} \rightarrow$$

$$= \frac{\left| J_0[qa\sqrt{-i}] N_0[qa\sqrt{-i}] \right|}{\left| J_1[qa\sqrt{-i}] N_1[qa\sqrt{-i}] \right|} \frac{\left| J_0[qb\sqrt{-i}] N_0[qb\sqrt{-i}] \right|}{\left| J_1[qb\sqrt{-i}] N_1[qb\sqrt{-i}] \right|}$$

$$\rightarrow \frac{\left| -\frac{\gamma}{\gamma_1} J_0[q_1 a\sqrt{-i}] \right|}{\left| -\frac{q}{q_1} J_1[q_1 a\sqrt{-i}] \right|} \frac{0}{0}; \quad (2)$$

$$q\sqrt{-i} = k.$$

Вместо отношения $I_{\text{бим}}/I_{\text{мед}}$ вычислялась сопряженная величина, которую получим, если в (1) и

(2) $-i$ заменим на i , так как $J_0[q\sqrt{-i}] = J_0[qa\sqrt{i}]$; $N_0[q\sqrt{-i}] = N_0[qa\sqrt{i}]$ и т. д.

Ввиду того, что при тех значениях аргументов qa , qb , $q_1 a$, с которыми пришлось иметь дело,

$N_0[q\sqrt{i}] \approx i J_0[q\sqrt{i}]$ и т. д., функции Неймана были в знаменателе сопряженного значения Q в силу равенства $H_p^{(1)}(z) = J_p(z) + i N_p(z)$ заменены функциями Ганкеля.

Таким образом, работа свелась к вычислению

$$\frac{\overline{I_{\text{бим}}}}{I} = 1 - \frac{2}{\pi q b \sqrt{i}} \frac{\overline{Q}}{J_1[qb\sqrt{i}]}, \quad (1a)$$

где

$$\overline{Q} = \frac{\left| J_0[qa\sqrt{i}] \frac{\gamma}{\gamma_1} J_0[q_1 a\sqrt{i}] \right|}{\left| J_1[qa\sqrt{i}] \frac{q}{q_1} J_1[q_1 a\sqrt{i}] \right|} \rightarrow$$

$$= \frac{\left| J_0[qa\sqrt{i}] H_0^{(1)}[qa\sqrt{i}] \right|}{\left| J_1[qa\sqrt{i}] H_1^{(1)}[qa\sqrt{i}] \right|} \frac{\left| J_0[qb\sqrt{i}] H_0^{(1)}[qb\sqrt{i}] \right|}{\left| J_1[qb\sqrt{i}] H_1^{(1)}[qb\sqrt{i}] \right|} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\left| -\frac{\gamma}{\gamma_1} J_0[q_1 a\sqrt{i}] \right|}{\left| -\frac{q}{q_1} J_1[q_1 a\sqrt{i}] \right|} \frac{0}{0}. \quad (2a)$$

Было принято: для оболочки (медь) $\gamma = 57 \times 10^4$, $\mu = 1$; для сердцевины (сталь) $\gamma_1 = 7,58 \cdot 10^4$, $\mu_1 = 100, 150$ и 200 .

Отношения радиусов b и a были взяты следующие: $\frac{a}{b} = 0,95; 0,90; 0,80; 0,70; 0,50$.

⁴ См. ниже.

⁵ Доложено на заседании комиссии проводниковых и магнитных материалов АН СССР 8 апреля 1936 г.

Для аргументов qa , qb и q_1a , не превосходящих 10, значения функций были получены интерполярованием четырехзначных таблиц, помещенных в новом издании (1933 г.) книги Jahnke u. Emde "Functionentafeln". Остальные значения были частью взяты из таблиц функций beg и bei , приведенных в статье Savage G. в "Phyl. Magaz.", № 109, р. 49, частью вычислены непосредственно по асимптотическим разложениям.

Ввиду того, что из чисел qa , qb , q_1a наиболь-

шим является $q_1 a = \sqrt{\omega \mu_0 \mu_1 \gamma_1 a}$, оно для сокращения вычислений было взято за основной аргумент. Все вычисления были произведены для значений $q_1 a$, не превышающих 30, а именно 2,5; 5; 7,5; 10; 15; 20; 25; 30, как это видно из графиков. Когда обнаружилось, что отношение $I_{\text{бим}}/I$ в некотором интервале аргумента $q_1 a$ превосходит по модулю единицу, точно такой же расчет был произведен для трубчатого проводника. Полагая $\gamma_1 = 0$, получим, умножив предварительно на γ_1 числитель и знаменатель (2a):

$$\overline{Q} = \frac{J_1\left[qa\sqrt{i}\right]}{J_1\left[qa\sqrt{i}\right] - H_1^{(1)}\left[qa\sqrt{i}\right]}, \quad (26)$$

$$\frac{J_0\left[qb\sqrt{i}\right]}{J_0\left[qb\sqrt{i}\right] - H_0^{(1)}\left[qb\sqrt{i}\right]}$$

так как $\gamma_1 = 0$ и $J_1(0) = 0$.

q_1
Следовательно:

$$\frac{I_{\text{труба}}}{I} = 1 - \frac{2}{\pi q b J_1} \frac{\bar{Q} \sqrt{i}}{q b \sqrt{i}}$$

Значения qa и qb были взяты те же самые, что и для биметаллического провода с $\mu_1 = 150$. На кривой нанесены округленные значения qb . Для случая $\omega = 0$ отношение $I_{\text{труба}}/I_{\text{сплош.}}$ равно отно-
шению площадей поперечных сечений. Легко усмотреть из кривых, что во многих случаях биметаллический и трубчатый проводники являются более выгодными по электрическим свойствам, чем сплошной медный.

Этой выгоды не замечали до сих пор, вероятно, потому, что для сравнения с биметаллическим и трубчатым проводом брали сплошной провод под постоянным напряжением, а не переменным. Работа выполнена по предложению проф. Я. Н. Шпильрейна.

На графиках даны в полярных координатах линии, соединяющие концы векторов, изображаю-

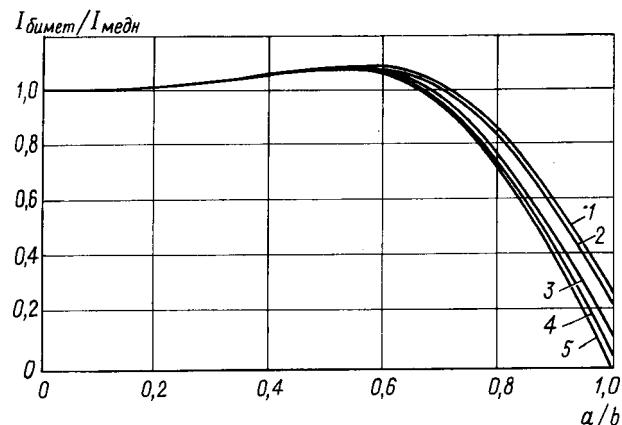


Рис. Д1

щих по модулю и по фазе комплексное отношение $I_{\text{бим}}/I$ при различных значениях $q_1 a$. Цифры на этих линиях обозначают значения $q_1 a$ для соответствующих точек на кривых.

При данном a коэффициент q_1 изменяется пропорционально $\sqrt{\omega}$. Расстояние любой точки графика от начала координат равно по модулю отношению $I_{\text{бим}}/I$ или, что то же самое, отношению соответствующих текущих сопротивлений. Начиная с отношения $\frac{a}{b} = 0,8$, на чертежах легко отметить область, где $|I_{\text{тек}}/I| > 1$.

Дополнение канд. техн. наук Колли Я. Н.

Расчет зависимости модуля отношения тока в биметаллическом проводе к току в медном проводе от отношения радиуса внутренней жилы к внешнему радиусу (рис. Д1) осуществлен по программе Bimet, написанной на алгоритмическом языке Fortran и действующей в среде MS DOS IBM PC.

Программа делает вычисления согласно формулам (1a) и (2a) приложения. Значение $\frac{a}{b} = 0$ соот-

ветствует сплошному медному проводу, $\frac{a}{b} = 1 -$
железному. Зависимость для трубчатого провода
сделана по тем же формулам, но при $\mu_1 = 1$ и
 $\gamma_1 = 10^{-7}$ (Ом·см) $^{-1}$ (кривая 5). Остальные кривые
соответствуют разным значениям μ_1 : 1 - 1, 2 - 2,
3 - 10, 4 - 50. Другие данные постоянны:
 $\gamma = 57 \cdot 10^4$ (Ом·см) $^{-1}$, $\gamma_1 = 7,58 \cdot 10^4$ (Ом·см) $^{-1}$,
 $f = 50$ Гц, $b = 2,5$ см.

Следует иметь в виду, что внутренняя часть биметаллического провода ЛЭП — стальной канат, свитый из большого числа проволок. Между проволоками имеются воздушные промежутки, которые уменьшают магнитную проницаемость внутренней части провода наподобие того, как это имеет место в искусственных магнитодиэлектриках.

с шаровыми ферромагнитными частицами в диэлектрике [3]. Кроме того, закон распределения поля определяется не одной функцией Бесселя, а

более сложным образом. Поэтому в случае гибких, биметаллических проводов полученные численные результаты имеют приближенный характер.

О притяжении токоведущих проводов к ферромагнитным телам⁶

ШПИЛЬРЕЙН Я. Н., чл.-корр. АН СССР

При расчете электромагнитных приборов приходится определять силу притяжения токоведущих проводов близлежащими железными массами. В настоящей статье проведен расчет этой силы методом конформных отображений для того случая, когда дело идет о цилиндрическом проводе малого сечения. Ферромагнитное тело предполагается при этом ограниченным двумя пересекающимися плоскостями, параллельными проводу.

Рассмотрим плоскопараллельное магнитное поле, создаваемое током в прямом цилиндрическом проводе, параллельном плоской поверхности ферромагнитного тела с бесконечно большой магнитной проницаемостью. Картина поля в плоскости, перпендикулярной к проводу, определяется, как известно [4], при помощи комплексного потенциала (рис. 2.1):

$$W = \varphi + j\psi = A \ln (Z - Z_0)(Z - \bar{Z}_0). \quad (1)$$

Здесь φ — функция потока; ψ — магнитный потенциал; $Z = x + iy$ — комплекс, изображающий любую точку P ; $Z_0 = x_0 + iy_0$ — комплекс, изображающий след P_0 токонесущего провода; $\bar{Z}_0 = x_0 - iy_0$ — сопряженный комплекс, изображающий симметричную точку P_0' .

⁶ Деложено на заседании комиссии по проводникам и магнитным материалам АН СССР 20 февраля 1937 г.

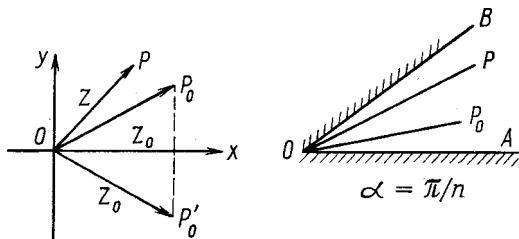


Рис. 2.1

Рис. 2.2

Если измерять в амперах магнитный потенциал и ток I в проводе, то

$$A = \frac{I}{2\pi}. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь поле, создаваемое током в проводе, проходящем внутри двугранного угла, образуемого плоскими поверхностями OA и OB ферромагнитного тела (рис. 2.2).

Пусть угол между этими плоскостями будет $\alpha = \pi/n$. Тогда конформное отображение

$$Z' = Z^n \quad (3)$$

поворачивает все радиусы-векторы на рис. 2.2, исходящие из точки O , причем полярный угол каждого радиуса-вектора увеличивается в n раз. В частности, угол α превращается в угол π и поэтому ломаная линия BOA отображается в прямую $X'OX$.

При конформном отображении потенциальные линии и линии потока сохраняют свое значение, причем на соответственных линиях остаются неизменными значения потенциала и функции потока.

Поэтому если подставить в (1) вместо Z , Z_0 , \bar{Z}_0 , соответственно Z^n , Z_0^n , \bar{Z}_0^n , то получится формула $W = A \ln (Z^n - Z_0^n)(Z^n - \bar{Z}_0^n)$, описывающая картину поля двугранного угла $\alpha = \pi/n$.

Производная комплексного потенциала

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dx} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = \\ &= nAZ^{n-1} \left[\frac{1}{Z^n - Z_0^n} + \frac{1}{Z^n - \bar{Z}_0^n} \right]. \end{aligned}$$

или

$$-H_y - iH_x = nAZ^{n-1} \left[\frac{1}{Z - Z_0} + \frac{1}{Z - \bar{Z}_0} \right]. \quad (4)$$

Сила, действующая на единицу длины провода, определяется из векторного произведения:

$$\mathbf{F}_1 = I\mu_0[\mathbf{kH}]$$

или

$$\mathbf{F}_1 = I\mu_0 \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ H_x & H_y & 0 \end{vmatrix} = I\mu_0(-iH_y + jH_x). \quad (5)$$

Значения H_x и H_y определяются из уравнения (4), где надо подставить $Z = Z_0$. При этом возникает то затруднение, что первое слагаемое в круглой скобке обращается в бесконечность. Физически это объясняется тем, что формулы (3) и (4) выведены в предположении, что провод имеет бесконечно малое сечение. На самом деле это сечение имеет конечные размеры и первое слагаемое определяет радиальные силы воздействия собственного поля на провод. Эти силы только сжимают провод, но их равнодействующая равна нулю. Для определения силы, действующей на весь провод, следует использовать только второе слагаемое в круглой скобке. Сравнивая (5) и (4), видим, что сила F_1 может быть изображена в комплексной форме, как величина, сопряженная $\frac{dW}{dx}$, в которой отброшена первая дробь, выполнена

подстановка $Z = Z_0$ и добавлен множитель $I\mu_0$:

$$F_1 = \mu_0 n I A \bar{Z}_0^{-n-1} \frac{1}{\bar{Z}_0 - \bar{Z}_0}.$$

Введем обозначения: $Z_0 = re^{i\varphi}$, $\bar{Z}_0 = re^{-i\varphi}$.

Тогда

$$F_1 = -\frac{\mu_0 n}{4\pi r} \frac{I^2 \sin(n-1)\varphi + \cos(n-1)\varphi}{\sin n\varphi}. \quad (6)$$

Сила F_1 образует с положительным направлением оси OX угол τ , определяемый из соотношений

$$\begin{cases} \cos \tau = -\sin(n-1)\varphi, \\ \sin \tau = -\cos(n-1)\varphi. \end{cases} \quad (7)$$

Эта сила не зависит от направления тока. Вблизи OA (рис. 2.2) мы видим, что вертикальная составляющая всегда направлена вниз. Провод притягивается к ферромагнетику (при малых значениях φ). Если $n < 1$, то угол $\alpha > \pi$. В этом случае горизонтальная составляющая силы F_1 положительна. Провод стремится удалиться от вершины O .

Если $n > 1$, то угол $\alpha < \pi$ и $\cos \tau < 0$. В этом случае провод стремится приблизиться к вершине.

Во всех случаях модуль силы F_1

$$|F_1| = K \frac{1}{r \sin n\varphi}, \quad K = \frac{\mu_0 n}{4\pi} I^2. \quad (8)$$

Вертикальная составляющая

$$F_{1y} = -K \frac{\cos(n-1)\varphi}{r \sin n\varphi}, \quad (9)$$

горизонтальная составляющая

$$F_{1x} = -K \frac{\sin(n-1)\varphi}{r \sin n\varphi}. \quad (10)$$

Пользуясь тем, что $y = r \sin \varphi$, $x = r \cos \varphi$, можно представить (8), (9), (10) в виде

$$|F_1| = K \frac{\sin \varphi}{\sin n\varphi} \frac{1}{y} = K \frac{\cos \varphi}{\sin n\varphi} \frac{1}{x}; \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} F_{1y} &= -\frac{K}{y} \frac{\sin \varphi \cos(n-1)\varphi}{\sin n\varphi} = \\ &= -\frac{K}{x} \frac{\cos \varphi \cos(n-1)\varphi}{\sin n\varphi}; \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} F_{1x} &= -\frac{K}{y} \frac{\sin \varphi \sin(n-1)\varphi}{\sin n\varphi} = \\ &= -\frac{K}{x} \frac{\cos \varphi \sin(n-1)\varphi}{\sin n\varphi}. \end{aligned} \quad (10a)$$

Для суждения о величине силы F_1 можно начертить изодинамы, т. е. линии постоянного значения модуля F_1 , или линии

$$\frac{F_1}{K} = \frac{1}{r \sin n\varphi} = C. \quad (11)$$

На рис. 2.3 построены изодинамы для $C = 1, 2, 3, 5, 7, 10$ при $\alpha = \pi/n = 3\pi/2$.

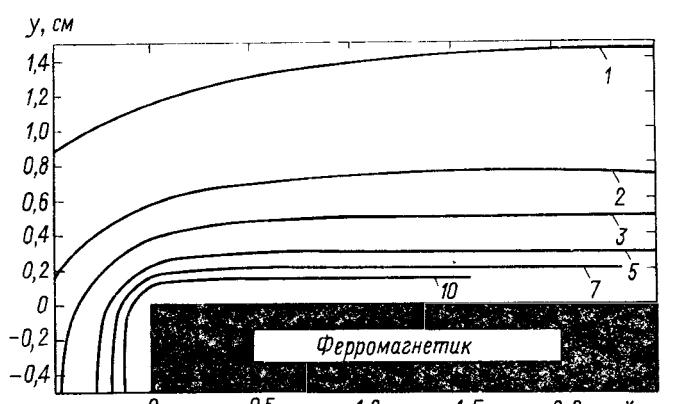


Рис. 2.3

В этом случае $n = 2/3$ и поэтому

$$C = \frac{1}{r \sin \frac{2\varphi}{3}}. \quad (12)$$

Для малых углов φ это дает приближенно

$$|F_1| \approx K \frac{1}{ny} \quad (13)$$

или

$$|F_1| \approx \frac{\mu_0 I^2}{4\pi y}. \quad (13a)$$

Подставляя значение $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9} \frac{\text{Гн}}{\text{см}}$ получаем:

$$|F_1| \approx \frac{I^2}{y} \cdot 10^{-9} \frac{\text{Н}}{\text{см}}. \quad (13b)$$

О расчете магнитного напряжения на трещинах рельса⁷

ШПИЛЬРЕЙН Я. И., чл.-корр. АН СССР

Если по рельсу проходит магнитный поток, то потеря магнитного напряжения вдоль рельса весьма мала благодаря большой проницаемости железа. Рассеяние потока при этих условиях невелико. Однако если на поверхности рельса расположена трещина, перпендикулярная к направлению потока, то эта трещина вызывает добавочное падение магнитного напряжения, а, следовательно, и увеличение рассеяния.

Попытаемся вычислить приближенно это напряжение. Для этого будем пренебречь влиянием толщины рельса и займемся решением следующей задачи: железная масса ограничена слева плоскостью $P'AP$, а справа — плоскостью $Q'C'BCQ$ с трещиной $C'BC$ (рис. 3.1). Регулярное расстояние между плоскостями равно h . Расстояние $AB = H$. Угол между BC и CQ равен

$$\alpha = \pi/m. \quad (1)$$

Параллельно плоскости $P'AP$ проходит заданный магнитный поток Φ . Требуется найти магнитное напряжение $U_{CC'}$. Между точками C и C' .

Задачу эту можно решить методом конформных отображений. Поместим начало координат в точку

A . Ось OX расположим по AB , а ось OY — по AP . Будем считать, что слой железа имеет толщину, равную единице длины в направлении оси OZ , перпендикулярной к плоскости чертежа. Положение точки наблюдения в плоскости XOY определяется при помощи комплексного числа

$$z = x + iy, \quad i = \sqrt{-1}. \quad (2)$$

Магнитное поле в любой точке поля определим при помощи комплексного потенциала

$$W = \varphi + i\psi, \quad (3)$$

где φ — функция потока вектора напряженности магнитного поля, а ψ — магнитный потенциал.

Для удобства вычисления введем пропорциональные величины

$$\xi = \frac{\pi\mu}{\Phi} \varphi, \quad \eta = \frac{\pi\mu}{\Phi} \psi, \quad (4)$$

объединенные в одном комплексном выражении

$$s = \xi + i\eta = \frac{\pi\mu}{\Phi} W. \quad (5)$$

Здесь Φ — заданный поток индукции между граничными поверхностями, а Φ/μ — поток напряженности магнитного поля H .

Применяя метод Шварца, легко найти связь между s и z . Эта связь выражается формулой

$$z = \frac{h}{\pi} \int_{-\pi/2}^s n \sqrt{\frac{1-\sin s}{\gamma-\sin s}} ds. \quad (6)$$

Полоса между $P'AP$ и $Q'C'BCQ$ плоскости z (рис. 3.1) отображается при этом на полосу между $P'AP$ и $Q'BQ$ плоскости s (рис. 3.3).

Параметры γ , n определяются геометрической

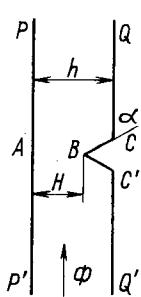


Рис. 3.1

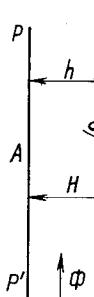


Рис. 3.2

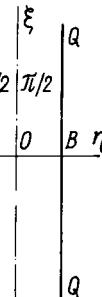


Рис. 3.3

формой поля. Мы уже видели, что

$$n = \pm \frac{\pi}{\alpha}. \quad (7)$$

Для узкой щели $\alpha \approx \frac{\pi}{2}$ и поэтому $n \approx 2$.

Параметр γ определяется из соотношения

$$\frac{H}{h} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} n \sqrt{\frac{1-\sin s}{\gamma-\sin s}} ds. \quad (8)$$

Займемся теперь проверкой формул (6), (8). Когда z пробегает действительные значения от 0 до H , т. е. пробегает отрезок AB на рис. 3.1, то $s = \frac{\pi\mu}{\Phi} (\varphi + i\psi)$ пробегает действительные значения

от $-\pi/2$ до $+\frac{\pi}{2}$. Это значит, что функция

потока φ пробегает значения от $-\frac{\Phi}{2\mu}$ до $+\frac{\Phi}{2\mu}$.

В комплексной плоскости $s = \xi + i\eta$ на рис. 3.3 точка s пробегает при этом отрезок AB . Таким образом, подставляя в (6) верхний предел $s = \pi/2$, мы должны получить при изменении s от $-\frac{\pi}{2}$ до

$+\frac{\pi}{2}$ с левой стороны приращение z , равное 2

$H = AB$. Это подтверждает формулу (8), как следствие (6).

Когда точка z перемещается по прямой AP , функция потока сохраняет свое постоянное значение $-\frac{\Phi}{2\mu}$, а потенциал ψ меняется. Соответственно,

действительная часть от s остается равной $-\pi/2$, а η изменяется. Подставляя в (6) значение $s = -\pi/2 + i\eta$, получаем $\sin(-\pi/2 + i\eta) = -\operatorname{ch} \eta$, $ds = id\eta$ и следовательно

$$z = i \frac{h}{\pi} \int_0^{\eta} n \sqrt{\frac{1+\operatorname{ch} \eta}{\gamma+\operatorname{ch} \eta}} d\eta. \quad (9)$$

Проследим теперь за изменением z , когда функция потока имеет постоянное положительное значение $\varphi = +\frac{\Phi}{2\mu}$, а потенциал ψ меняется.

Тогда $s = \pi/2 + i\eta$, $\sin(\pi/2 + i\eta) = \operatorname{ch} \eta$, $ds = id\eta$.

Когда $\sin s$ проходит через значение $\sin s = 1$, разность $1 - \sin s$ меняет знак при $\xi = \pi/2$, $\eta = 0$

и становится равной $(\operatorname{ch} \eta - 1)e^{-i\pi}$ при $\eta > 0$.

Тогда

$$\sqrt{1-\operatorname{ch} \eta} = \sqrt{\operatorname{ch} \eta - 1} e^{-i\frac{\pi}{n}}.$$

Подставляя эти значения в формулу (6) и интегрируя от точки B , т. е. от значения $\eta = 0$, получаем приращение z на отрезке BC :

$$\Delta z = \frac{h}{\pi} ie^{-i\frac{\pi}{n}} \int_0^{\eta} n \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \eta - 1}{\gamma - \operatorname{ch} \eta}} d\eta. \quad (10)$$

Это значит, что отрезок Δz образует с осью AB угол $\pi/2 - \pi/n$. Когда η достигает значения $\eta_C = \operatorname{arsh} \gamma$, то знаменатель подкоренного выражения меняет знак, т. е. корень при переходе η через это значение оказывается умноженным на $e^{+\pi/n}$. После этого, при дальнейшем росте η точка z перемещается перпендикулярно AB .

Очевидно, что это значение η_C соответствует узловой точке C . Таким образом отрезок BC равен модулю интеграла (10) в пределах от 0 до η_C :

$$BC = \frac{h}{\pi} \int_0^{\eta_C} n \sqrt{\frac{\operatorname{ch} \eta - 1}{\gamma - \operatorname{ch} \eta}} d\eta. \quad (11)$$

Остается еще рассмотреть изменение интеграла (6) при $\eta \gg 1$, когда точка наблюдения уходит в бесконечность. Из соотношения $\sin s = \sin(\xi + i\eta) = \sin \operatorname{ch} \eta + i \cos \xi \operatorname{sh} \eta$ следует, что

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\gamma - \sin s}{1 - \sin s} = 1, \text{ так как } \gamma \text{ и } 1 \text{ ничтожно малы}$$

по сравнению с $|\sin s|$. Когда, поэтому, при постоянном и очень большом значении η действительная часть ξ меняется от $-\pi/2$ до $+\pi/2$, то z

$$\text{испытывает приращение } \Delta z = \frac{h}{\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} ds = h.$$

И действительно, на достаточно большом расстоянии от середины поле становится однородным и силовые линии $\eta = \text{const}$ совпадают с прямыми, параллельными оси OX .

Мы видели, что магнитное напряжение между точками B и C равно

$$U_{BC} = \psi_C - \psi_B = \frac{\Phi}{\pi\mu} \eta_C = \frac{\Phi}{\pi\mu} \operatorname{arsh} \gamma.$$

Отсюда по соображениям симметрии искомое напряжение:

$$U_{C'C} = \frac{2\Phi}{\pi\mu} \operatorname{arsh} \gamma. \quad (12)$$

Для получения числовых значений необходимо

вычислить средние значения $n \sqrt{\frac{1-\sin s}{\gamma-\sin s}}$ для раз-

ХРОНИКА

Юрий Георгиевич Толстов

(К 80-летию со дня рождения)

Доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, Юрий Георгиевич Толстов родился 20 января 1913 г. в Петербурге. В 1935 г. окончил Новочеркасский индустриальный институт, а в 1940 г. — аспирантуру Московского энергетического института и защитил кандидатскую диссертацию, посвященную передаче электроэнергии на дальние расстояния от асинхронных генераторов.

С 1941 г. Ю. Г. Толстов — старший научный сотрудник Энергетического института им. Г. М. Кржижановского. С 1948 г. он — заместитель заведующего лабораторией постоянного тока, руководителем которой был чл.-корр. АН СССР К. А. Круг. С 1952 по 1988 г. Ю. Г. Толстов руководил этой лабораторией, переименованной в 1966 г. в лабораторию преобразовательной техники им. К. А. Круга, а с 1988 по 1992 г. работал в этой же лаборатории научным консультантом.



Ю. Г. Толстов — крупный ученый в области электроэнергетики и преобразовательной техники, его научные работы, посвященные в основном вопросам нелинейной электротехни-

ки, получили широкое признание в нашей стране и за рубежом.

Ю. Г. Толстов был одним из пионеров разработки и внедрения в преобразовательных устройствах силовых полупроводниковых приборов, регулируемых насыщающими реакторами. Им были разработаны основы методики аналитического исследования электромагнитных процессов в электрических цепях, содержащих вентили и нелинейные индуктивности. В 1950 г. Ю. Г. Толстов защитил докторскую диссертацию, посвященную анализу электромагнитных процессов в преобразовательных установках с нелинейными реакторами. Идеи и методы аналитических исследований в теории нелинейной электротехники, предложенные Ю. Г. Толстовым в диссертации и монографиях, положили начало новому научному направлению, развитому в дальнейших трудах Юрия Георгиевича и его учеников.

личных n и γ . Эти вычисления легко выполнить графоаналитическим путем. Полученные числовые данные позволяют составить таблицу или номограмму, дающую значения $\operatorname{arch} \gamma$ в функции H/h и n , т. е. в зависимости от конфигурации трещины.

Все эти рассуждения велись в предположении, что силовые линии совпадают с линиями $P'AP$ и $Q'C'BCQ$, а это осуществляется тем точнее, чем больше отношение μ/μ_0 .

Если в рельсе имеется не трещина, а бугор, (см. рис. 3.2), то все приведенные рассуждения остаются в силе, но связь между s и z в этом случае осуществляется не формулой (6), а формулой

$$z = \frac{h}{\pi} \int_{-\pi/2}^s \sqrt{\frac{\gamma - \sin s}{1 - \sin s}} ds. \quad (13)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ян Николаевич Шпильрейн, Электричество, 1988, № 1, с. 90
2. Смарский А. А. Биметаллические провода для воздушных линий связи. Сб. № 30 ЦНИИ транспортной электротехники. — М.: Гострансиздат, 1932.
3. Поливанов К. М. Ферромагнетики (Основы теории технического применения). — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1957.
4. Френкель А. Электромагнитные расчеты. — М.: Энергиздат, 1933.

Ю. Г. Толстов является одним из основоположников силовой преобразовательной техники. Под его руководством были проведены глубокие исследования оригинальных типов тиристорных преобразователей, предложен и внедрен в производство ряд новых схем высоковольтных тиристорных блоков, разработаны основы теории автономных инверторов.

Проведенные под руководством Ю. Г. Толстова теоретические и экспериментальные исследования привели к созданию мощных тиристорных преобразователей: высоковольтных тиристорных блоков с лавинными ограничителями (ТЛБ, 100 кВ, 50А), высоковольтных тиристорных блоков с масляным охлаждением открытой установки (БТМ, 130 кВ, 90А), предназначенные для ЛЭП постоянного и переменного тока в качестве статических компенсаторов реактивной мощности. Серийно выпускаемые электротехнической промышленностью высоковольтные регулируемые выпрямители типа ВРВ и ПВТ в 1977 и 1980 гг. удостаивались государственного Знака качества.

Существенный вклад внес Ю. Г. Толстов в дальнейшее развитие теории частотно-регулируемого электропривода с применением высоковольтных тиристорных блоков. На ТЭЗ им. М. И. Калинина с 1972 г. и

по настоящее время выпускаются статические преобразователи регулируемой частоты асинхронных и синхронных двигателей (СПЧРА и СПЧРС), предназначенные для частотного регулирования приводов циркуляционных насосов атомных электростанций, питательных насосов тепловых электростанций, для пуска агрегатов гидроаккумулирующих электростанций, компрессоров аэродинамических труб.

Работая научным консультантом в лаборатории постоянного тока, Ю. Г. Толстов внес существенный вклад в разработку научных основ источников питания устройств газоочистки, получивших в настоящее время широкое внедрение на ГРЭС и ТЭЦ, а также в разработку систем питания инжекторов нейтронных атомов для термоядерного реактора ИРЕК.

С начала трудовой деятельности Ю. Г. Толстов опубликовал свыше 150 научных работ, в том числе 7 монографий, получил 28 авторских свидетельств. В 1978 г. вышли две его книги: монография "Автономные инверторы тока" и учебное пособие для студентов "Теория линейных электрических цепей".

Ю. Г. Толстов воспитал много специалистов по силовой преобразовательной технике и, можно сказать, создал научную

школу в этой области электротехники. Им подготовлено 24 кандидата и 2 доктора технических наук. Он читал лекции и вел учебно-методическую работу по курсу "Теория электрических цепей" в Московском физико-техническом институте, являясь профессором кафедры прикладной радиофизики МФТИ.

Ю. Г. Толстов – признанный авторитет среди научно-технической общественности страны. В течение 27 лет он был бессменным членом экспертного совета ВАК и совета экспертов по энергетике, членом специализированных советов в ЭНИИ и ВНИИэлектроприводе, членом Научно-технического совета по силовой полупроводниковой технике при ГКНТ СССР, членом Научного совета АН СССР по комплексной проблеме "Научные основы электрофизики и электроэнергетики"; много лет он работает в редколлегии журнала "Электричество".

За заслуги в области науки и техники Ю. Г. Толстов награжден орденом "Трудового Красного Знамени", орденом "Знак Почета", многими медалями, ему присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Группа товарищей и учеников,
редакция и редколлегия журнала "Электричество"

Художественный редактор Т. А. Дворецкова. Технический редактор Г. В. Преображенская.
Корректор Н. И. Курдюкова

Сдано в набор 12.05.93. Подписано в печать 11.06.93. Формат 60×88 1/8.
Бумага офсетная № 2. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,8. Усл. кр.-отт. 10,28.
Уч.-изд. л. 9,48. Тираж 1274 экз. Заказ 634.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.
Набрано на ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате
Министерства печати и информации Российской Федерации.
142300 г. Чехов Московской области. Отпечатано в Подольском филиале ПО Периодика,
142110 г. Подольск, ул. Кирова, 25

Баринов В. А., Волков Г. А., Калита В. В., Коган Ф. Л., Макаров С. Ф., Маневич А. С., Могирев В. В., Синчугов Ф. И., Скошинцев В. А., Хвощинская З. Г. Совершенствование нормативов надежности функционирования электро- энергетических систем	Barinov V. A., Volkov G. A., Kalita V. V., Kogan F. L., Makarov S. F., Manevich A. S., Mogirev V. V., Sinchugov F. I., Skopintsev V. A., Khvoshchinskaya Z. G.— Improvement of Standards on the Functional Reliability of Electric Power Systems	1
Кужеков С. Л., Чмыхалов Г. Н., Цыгулев Н. И., Зильberman В. А., Хаймов Г. М., Шейнкман А. Г. Влияние переходных процессов на поведение дифференциальной защиты трансформаторов	1 Kuzhekov S. L., Chmikhalov G. N., Tsigulev N. I., Zilberman V. A., Khaimov G. M., Sheinkman A. G.— The Effect of Transients on the Behavior of Transformer Differential Protection	9
Пляшкевич Л. Н., Жильцова И. Л., Рымарь О. В. Моделирование магнитокумулятивного генератора с трансформаторным отводом энергии	9 Pliashkevich L. N., Zhiltsova I. L., Rymar O. V. Modeling a Magnito-Cumulative Generator with a Transformer Energy Tap	17
Борисов Р. К., Григорьев О. А., Ларинов В. П. Методы испытания бортового оборудования летательных аппаратов на молниестойкость	17 Borisov R. K., Grigoriev O. A., Larinov V. P.— Methods for Testing the Lightning Withstand of Aircraft Equipment	21
Володарский В. А. Об одной модели отказов элементов систем электроснабжения	21 Volodarsky V. A.— On a Model for Failures of Elements in Power Supply Systems	27
Беляев Е. Ф., Шулаков Н. В. Особенности расчета магнитного поля асинхронных двигателей малой мощности с ротором из ферромагнитного порошкового материала	27 Belyaev E. F., Shulakov N. V.— Specifics of Magnetic Field Calculations for Small Induction Motors Having a Ferromagnetic Powder Rotor	31
Михайлов В. М. Интегральные электромагнитные характеристики соленоидов для получения сильных импульсных магнитных полей	31 Mikhailov V. M. Integral Electromagnetic Characteristics of Solenoids for Creating High- Power Pulse Magnetic Fields	38
Герасимович А. Н. Исследование электромагнитных процессов в гистерезисных средах	38 Gerasimovich A. N. A Study of Electromagnetic Phenomena in Hysteresis Media	48
Бородулин М. Ю. Точность многошаговых методов численного интегрирования при расчете переходных процессов в электрических цепях	48 Borodulin M. Yu. The Accuracy of Multi-Step Methods of Numerical Integration in Calculating Transients in electric Circuits	57
Цыгулев Н. И. Расчет переходных процессов в цепях с ферромагнитными сердечниками по частным циклам перемагничивания	57 Tsigulev N. I. Calculation of Transients in Circuits with Ferromagnetic Cores Using Minor Magnetisation Loops	63
Новгородцев А. Б., Абросимов И. Н. Максимальная напряженность электрического поля в системе параллельных плоских электродов	63 Novgorodtsev A. B., Abrosimov I. N. The Maximal Electric Field Intensity in a System of Parallel Plane Electrodes	66
ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ	66 FROM the HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING	69
ХРОНИКА	69 CHRONICLE	78

БЕЗОТХОДНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МАЛОЙ МОЩНОСТИ МЕТОДОМ ПОРОШКОВОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

Нами разработана и реализована принципиально новая безотходная технология изготовления порошковых магнитопроводов и коллекторов электрических машин переменного тока. Технические характеристики электрических машин с магнитопроводами и коллекторами из спеченных материалов не уступают серийно выпускаемым и полностью соответствуют требованиям технических условий.

Применение порошковых магнитомягких композиционных материалов позволяет заменить аналогичные детали из электротехнической стали и меди:

- замена электротехнической стали;
- замена полосовой меди при производстве коллекторов;
- автоматизация технологического процесса;
- использование отходов металлургического производства в качестве порошка.

Новая технология может быть использована при производстве электрических машин малой мощности как для промышленного назначения, так и для товаров народного потребления.

Предлагаемая форма коммерческой реализации: научно-производственная коопeração.

Предприятия, заинтересованные в разработке, могут обращаться в Пермский государственный технический университет: 614600, Пермь, ГСП-45, Комсомольский проспект, 29-а, ПГТУ.

Тел. 31-83-57, 31-83-28. Факс 3422 33-11-47.