

ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

2

1992

9

• ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ •

ИЗДАЕТСЯ  
С ИЮЛЯ  
1880 ГОДА

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

9  
СЕНТЯБРЬ  
1992

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ЭНЕРГЕТИКИ),  
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

## Вниманию подписчиков и читателей нашего журнала!

Информация об условиях подписки на журнал  
"Электричество" на 1993 г. помещена в Приложении № 1 к основному каталогу "Газеты и журналы на 1993 г."

## Информация для наших авторов и читателей

Вот уже около 30 лет журнал "Электричество" переводится на английский язык, издается и распространяется в мире издательством "Пергамон Пресс" (Великобритания). На фотографии помещена обложка одного из таких номеров (темный фон — оранжевый). Ежегодно выходит 4 сборника (раз в квартал), каждый из которых содержит 10–12 полностью переведенных на английский статей из трех вышедших в этом квартале номеров русского издания, остальные статьи этих номеров помещены в виде рефератов.

До конца 1991 г. все вопросы, связанные с изданием журнала на английском языке, и среди них самый главный — получение денег за право перевода — решались Всесоюзным агентством по авторским правам (ВААП)\* без участия редакции. В октябре прошлого года состоялась первая встреча представителей редакции "Электричества" с представителями "Пергамон Пресс" при участии ВААП. Были намечены пути дальнейшего сотрудничества, обсуждены условия заключения очередного контракта на 1992–1996 гг. (напомним, к заключениям предыдущих контрактов редакция отношения не имела).

В январе 1992 г. контракт между редакцией журнала "Электричество" и издательством "Пергамон Пресс" при посредничестве ВААП был подписан. Изложим здесь лишь те пункты контракта, которые представляют интерес для читателей. Так, общий гонорар авторам переведенных за год статей составит 4,5 тыс. долл. США; дополнительный гонорар 500 долл. будет выплачен автору(ам) лучшей(их) статьи(ей), определяемой редколлегией журнала. "Пергамон" направляет редколлегии (для авторов) по 5 экз. оттисков каждой статьи, опубликованной в английском издании.

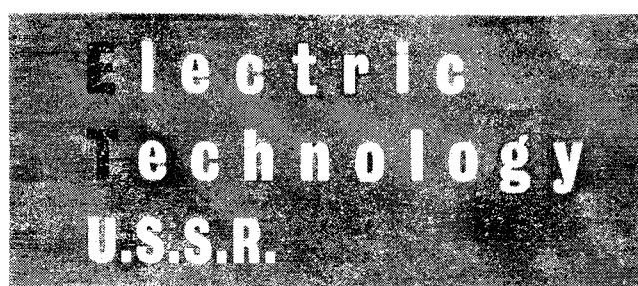
Редколлегия журнала и "Пергамон" предпримут совместные действия для последующего перевода и издания на английском языке журнала

полностью. Отбор статей для полного перевода будет осуществляться совместно редколлегией журнала и "Пергамон".

Здесь уместно также сообщить нашим читателям, что несколько сотен экземпляров русского издания "Электричества" поступает к иностранным подписчикам во многих странах мира.

РЕДКОЛЛЕГИЯ

ISSN 0013-4155



## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Number 1, 1990

Selected papers from  
Elektrichestvo Nos. 1, 2 and 3, 1990



\* Распоряжением Президента Российской Федерации от 15 июля 1992 г. функции ВААП возложены на Российское агентство интеллектуальной собственности при Президенте Российской Федерации (РАИС).

© Энергоатомиздат, "Электричество", 1992

# Особые режимы электростанций

НЕВЕЛЬСКИЙ В. Л., ЭДЛИН М. А., СУРИН Ю. П.

Вопросам обеспечения защиты генераторов в аномальных режимах уделяется большое внимание [1–4]. Разработаны рекомендации и автоматические устройства, позволяющие устранить перегрузку и предотвратить выход генераторов из работы [3]. Действие устройств основано на однозначном соответствии между изменениями тока ротора и реактивной мощности и изменением напряжения генератора. Принято, что для уменьшения загрузки генератора по реактивной мощности в случае ее выдачи и для снижения тока возбуждения необходимо снизить напряжение генератора, т. е. снизить уставку АРВ по напряжению. В случае потребления реактивной мощности уменьшение реактивной загрузки достигается за счет повышения напряжения генератора. Данные положения в настоящее время воспринимаются без сомнений, как очевидные и тривиальные. "Очевидность" такого подхода подтверждается и публикациями, в них отсутствует упоминание, а тем более результаты исследования режимов, характеризующихся изменением знака соответствия между приращениями токов генератора и его напряжения.

Однако анализ реальных процессов в конкретной энергосистеме показал, что существуют режимы с отрицательным статизмом реактивной мощности по напряжению. Так, попытка персонала одной из электростанций снизить перегрузку генераторов в послеаварийном режиме путем снижения напряжения на шинах не увенчалась успехом. В возникшем послеаварийном режиме при снижении уставки АРВ по напряжению происходило увеличение выдачи генераторами реактивной мощности. В этих условиях продолжающееся действие персонала с целью снятия перегрузки генераторов путем снижения напряжения привело в конечном итоге к нарушению устойчивости генераторов электростанции.

Необычный характер изменения режимных параметров потребовал проведения специальных исследований особых режимов электростанций, характеризующихся неоднозначным соответствием изменений ряда режимных параметров. Были рассмотрены особые режимы по реактивной мощности и особые режимы по току возбуждения или ЭДС генератора.

Особым режимом электростанций по реактивной мощности называется такой режим, в котором изменение напряжения на ее шинах путем воздействия на уставки по напряжению регуляторов возбуждения приводит к противоположному по знаку изменению суммарной реактивной мощности электростанции. В особом режиме по току возбуждения (ЭДС генераторов) изменению напряжения на шинах электростанции при воздействии на уставки АРВ генераторов соответствует противоположное по знаку изменение среднего тока возбуждения всех генераторов электростанции.

1. Условия существования и основные свойства особых режимов по реактивной мощности. 1.1. Простейшая схема. Для простейшей схемы энергосистемы "генератор—линия—приемная система" выражения для реактивной и активной мощностей на шинах генератора имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{1}{x_L} [U_r^2 - U_r U_c \cos \delta_L]; \\ P &= \frac{U_r U_c}{x_L} \sin \delta_L. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При постоянстве активной загрузки генератора и напряжения шин приемной системы ( $P_r = \text{const}$ ,  $U_c = \text{const}$ ) взаимосвязь между малыми изменениями напряжения на шинах генератора ( $\Delta U_r$ ) и его реактивной мощностью ( $\Delta Q$ ) определяется соотношением

$$\Delta Q = K_h \Delta U_r,$$

где  $K_h$  — крутизна нагрузочной характеристики генератора по реактивной мощности:

$$K_h = \frac{1}{x_L} \left[ 2U_r - \frac{U_c}{\cos \delta_L} \right]. \quad (2)$$

В обычных режимах  $K_h > 0$  и знак приращения реактивной мощности совпадает со знаком приращения напряжения генератора. Однако из выражения (2) следует, что возможны особые режимы, когда  $K_h \leq 0$ . Условия существования этих режимов определяются соотношением

$$\cos \delta_L \leq \frac{U_c}{2U_r}, \quad (3)$$

или

$$U_r \leq \sqrt{\left[ \frac{P x_L}{U_c} \right]^2 + \left[ \frac{U_c}{2} \right]^2}. \quad (4)$$

Так, например, при равенстве модулей напряжения на отправных и приемных шинах ( $U_r = U_c$ ) из (3) следует, что особый режим возникает при  $\delta_L \geq 60^\circ$ . Переход в особый режим может осуществляться путем снижения напряжения на шинах генератора  $U_r$  по (4). Особый режим электростанции может характеризоваться как выдачей, так и потреблением реактивной мощности. При  $Q > 0$  равенство в условии (4) соответствует минимуму выдачи реактивной мощности —  $Q_{\min}$ , и в этом случае в особом режиме снижение напряжения на шинах приводит к увеличению выдачи реактивной мощности. Установить режим с реактивной загрузкой ниже  $Q_{\min}$ , не изменяя активной загрузки электростанции, в этом случае принципиально невозможно (рис. 1).

При  $Q < 0$  равенство в условии (4) соответствует достижению максимума потребления реактивной мощности. При работе в особом режиме при потреблении реактивной мощности увеличение напряжения на шинах станции приводит к увеличению реактивной загрузки генераторов.

Определим условия, разделяющие область особых режимов по знаку реактивной мощности. При  $Q < 0$  из (1) следует  $\cos \delta_L > U_r / U_c$ . Совместное выполнение последнего неравенства и неравенства,

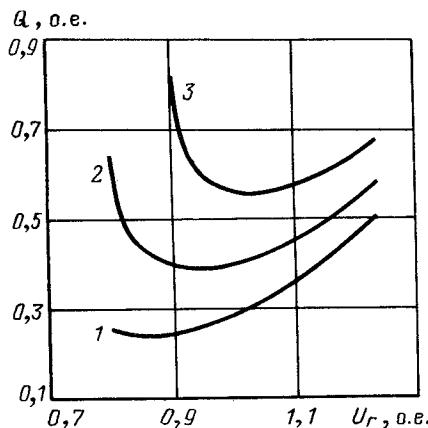


Рис. 1. Зависимость изменения реактивной мощности электростанции от напряжения на ее шинах при различных активных загрузках электроподачи ( $x_L = 1$ ,  $U_c = 1$ ): 1 —  $P = 0,7$  о. е.; 2 —  $P = 0,8$  о. е.; 3 —  $P = 0,9$  о. е.

определенного условия существования особого режима (3), возможно при

$$U_r / U_c < 1/\sqrt{2}. \quad (5)$$

Следовательно, если условие (5) выполняется, то особый режим характеризуется потреблением реактивной мощности, в противном случае в особом режиме имеет место выдача реактивной мощности из шин электростанции.

Определим влияние коэффициента запаса устойчивости электроподачи по активной мощности на условия существования особого режима по реактивной мощности. Учитывая, что  $P_{\text{пр}} = U_r U_c / x_L$ , а  $K_3 = P_{\text{пр}} / P$  из (3) следует:

$$\frac{U_r}{U_c} \leq \frac{K_3}{2\sqrt{K_3^2 - 1}}. \quad (6)$$

Граница области существования особого режима, построенная по (6), приведена на рис. 2 (кривая 1); там же построена прямая, разделяющая область особых режимов на режимы с потреблением и с выдачей реактивной мощности.

Из рис. 2 следует, что особый режим возможен при нормативном запасе устойчивости ( $K_3 = 1,2$ ) и нормальном соотношении напряжений на электроподаче ( $U_r / U_c = 0,9$ ). В послеаварийных или в нормальных напряженных режимах, допускающих меньшие значения коэффициента запаса по активной мощности, область существования особых режимов возрастает. При равенстве  $U_r$  и  $U_c$  особый режим по реактивной мощности имеет место при  $K_3 \leq 1,15$ .

При коэффициенте запаса  $K_3 > 1,4$  особый режим возможен только при потреблении реактивной мощности с существенным изменением соотношения напряжений по концам электроподачи ( $U_r / U_c < 0,7$ ). Такой режим при реальном уровне напряжения на электроподаче возможен при работе электростанции на синхронную нагрузку; в этом случае в качестве напряжения  $U_c$  принимается ЭДС синхронных двигателей.

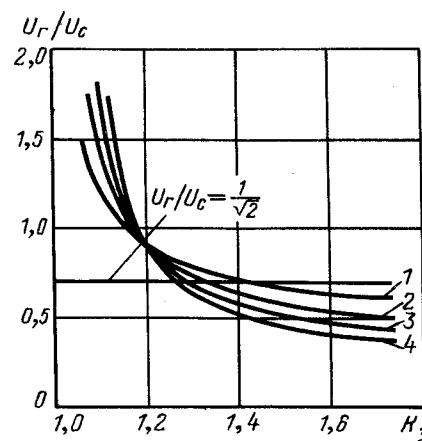


Рис. 2. Границы области существования особых режимов по реактивной мощности при различных характеристиках нагрузки на шинах электростанции ( $\cos \varphi = 0,8$ ;  $\alpha_p = 1$ ,  $\alpha_q = 2$ ): 1 —  $S_H = 0$ ; 2 —  $P_H = 0,5$ ; 3 —  $P_H = 1$ ; 4 —  $P_H = 1,5$

**1.2. Система с нагрузочными узлами.** Рассмотрим условия существования особого режима по реактивной мощности при наличии нагрузки на шинах генератора. Пусть регулирующие эффекты активной ( $P_H$ ) и реактивной ( $Q_H$ ) составляющих нагрузки по напряжению равны  $\alpha_p$  и  $\alpha_q$  соответственно. В этом случае в выражениях (1) для активной и реактивной мощностей генератора появляются дополнительные слагаемые:

$$\left. \begin{aligned} Q_r &= \frac{U_r^2 - U_r U_c \cos \delta_L}{x_L} + Q_H; \\ P_r &= \frac{U_r U_c \sin \delta_L}{x_L} + P_H. \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

При малых отклонениях напряжения  $U_r$  от установленного значения и при неизменной  $P_r$  выражение для величины  $K_H$  принимает вид

$$K_H = \frac{1}{x_L} \left[ 2U_r - \frac{U_c}{\cos \delta_L} \right] - \alpha_p P_H \operatorname{tg} \delta_L + \alpha_q Q_H, \quad (7)$$

где  $\alpha_p$  и  $\alpha_q$  задаются в относительных единицах;

$$\alpha_p = \frac{\Delta P_H U_H}{\Delta U_H P_H}; \quad \alpha_q = \frac{\Delta Q_H U_H}{\Delta U_H Q_H} \quad (\text{в исходном режиме напряжение на нагрузке } U_H = 1).$$

Используя выражения для  $P_{\text{пр}}$  и  $K_3$ , получим:

$$\frac{U_r}{U_c} \leq \frac{K_3}{2\sqrt{(K_3^2 - 1)(1 + \alpha_q Q_H^! U_c) - \alpha_p P_H^! U_c}}, \quad (8)$$

где  $P_H^! = P_H / P_{\text{пр}}$ ;  $Q_H^! = Q_H / P_{\text{пр}}$ .

На рис. 2 представлены границы области, соответствующие зависимости (8) при различных  $P_{\text{н}} (U_c = 1)$ . Из анализа следует, что активная составляющая нагрузки ( $\alpha_p P_{\text{н}}$ ) приводит к расширению области, а реактивная ( $\alpha_q Q_{\text{н}}$ ) — к ее сужению. Однако степень влияния этих факторов зависит от коэффициента запаса  $K_3$ : при больших  $K_3 (K_3 > 1,2)$  основное влияние на размер области оказывает реактивная составляющая, а при малых — активная. В целом можно заключить, что при нормальных уровнях напряжения на шинах генератора ( $U_r/U_c > 0,9$ ) и при ненулевой величине регулирующего эффекта активной составляющей нагрузки по напряжению нахождение генератора в особом режиме по реактивной мощности реально при  $K_3 < 1,2$ . Если нагрузка расположена в промежуточном узле электропередачи, то при представлении ее активным и реактивным шунтами условия существования особого режима определяются соотношением:

$$\cos(\delta_l - \alpha_{12} + \alpha_{11}) \leq \frac{U_c y_{12}}{2 U_r y_{11}}. \quad (9)$$

Анализ (9) показывает, что так же, как и в предыдущем случае, активная составляющая нагрузки расширяет, а реактивная — сужает область существования особого режима. Чем дальше нагрузка от шин генератора, тем слабее ее влияние на условия существования особого режима.

*1.3. Работа электростанции на мощную синхронную нагрузку.* Рассмотрим вариант, когда электростанция через линию электропередачи с реактантом  $x_l$  работает на синхронную нагрузку, состоящую из неявнополюсных синхронных двигателей.

Пусть  $U_r$  и  $U_d$  — напряжения на шинах эквивалентного генератора электростанции и синхронного двигателя;  $E_q$  — ЭДС за реактантом  $x_d$  синхронного двигателя;  $P_d$  и  $Q_d$  — активная и реактивная мощности двигателя.

Определим условия существования особого режима эквивалентного генератора электростанции в координатах  $P_d$  и  $Q_d$  синхронной нагрузки. При этом не будем учитывать действие регуляторов возбуждения синхронного двигателя, имеющих согласно [5] зону нечувствительности и малый коэффициент усиления. Рассмотрим уравнение границы особого режима, полученное из (4), т. е.

$$U_r^2 = \left[ \frac{P_d x_{\Sigma}}{E_q} \right]^2 + \left[ \frac{E_q}{2} \right]^2,$$

и два уравнения, связывающих напряжение  $U_r$  и  $U_d$  и ЭДС  $E_q$ :

$$U_r^2 = \left[ U_d - \frac{Q_d x_l}{U_d} \right]^2 + \left[ \frac{P_d x_l}{U_d} \right]^2;$$

$$E_q^2 = \left[ U_d + \frac{Q_d x_d}{U_d} \right]^2 + \left[ \frac{P_d x_d}{U_d} \right]^2.$$

Совместное решение этих уравнений позволяет получить биквадратное уравнение для  $P_d$  при заданных  $U_d$  и  $Q_d$ , являющиеся уравнением границы области существования особого режима в координатах  $P_d$  и  $Q_d$ . (В силу своей громоздкости оно здесь не приводится.). При  $x_l = 0$  это уравнение значительно упрощается и приобретает вид

$$P_d^2 + Q_d^2 = (U_r^2/x_d)^2. \quad (10)$$

На рис. 3 построены границы области особых режимов в координатах  $P_d$ ,  $Q_d$  для  $x_d = 2$  при различных  $x_l$ . При значениях  $P_d$  и  $Q_d$ , превышающих координаты точек граничных кривых, на шинах электростанции имеет место особый режим по реактивной мощности. Из анализа рис. 3 следует, что достаточным условием существования особого режима является загрузка синхронного двигателя выше границы 1 (случай  $x_l = 0$ ), т. е. при мощности двигателя

$$S > U_r^2/x_d.$$

Если активная мощность двигателя в режиме равна  $P = S \cos \varphi$  ( $K_{\text{загр}}^{\text{норм}}$  — коэффициент загрузки), а реактивная загрузка двигателя  $Q = P \operatorname{tg} \varphi$ , то с учетом (10) может быть определено для синхронного двигателя значение коэффициента загрузки, при котором имеет место особый режим на шинах питающей электростанции:

$$K_{\text{загр}} \geq \frac{U_r^2 \cos \varphi}{x_d \cos \varphi_{\text{норм}}}.$$

Для синхронных двигателей  $x_d \approx 2$ ,  $\cos \varphi_{\text{норм}} = 0,9$ ; следовательно,

$$K_{\text{загр}} \geq 0,56 \text{ при } \cos \varphi = 1;$$

$$K_{\text{загр}} \geq 0,5 \text{ при } \cos \varphi = 0,9.$$

Для мощных синхронных двигателей характерен режим загрузки, при котором значение  $K_{\text{загр}}$  превышает 0,6 ( $K_{\text{загр}} = 0,7-0,9$ ). Следовательно, можно утверждать, что в нормальном эксплуатационном режиме работы мощных синхронных двигателей всегда имеет место особый режим по реактивной мощности на шинах питающей электростанции.

*1.4. Влияние усложнения энергосистемы.* Промежуточный энергоузел с источниками реактивной мощности (генераторы, синхронные компенсаторы и т. п.) увеличивает предел пропускной способности электропередачи и при заданной загрузке обеспечивает более высокий коэффициент запаса устойчивости.

Из рис. 2 следует, что с увеличением запаса устойчивости зона особых режимов смещается в область пониженных значений напряжения на шинах отправной электростанции. При этом, как показывает анализ, возможны случаи, когда зона особых режимов существует только в области нереальных значений напряжения.

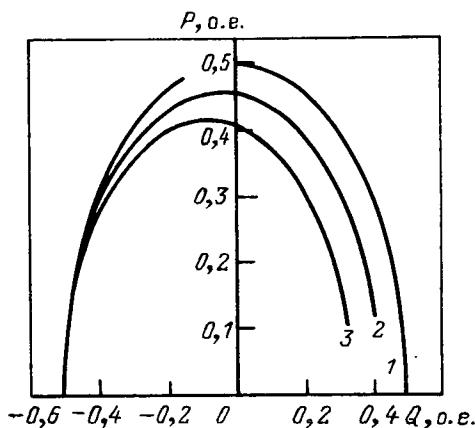


Рис. 3. Границы области существования особых режимов по реактивной мощности при работе электростанции на синхронную нагрузку при различных реактансах линии связи: 1 –  $x_{\text{л}} = 0$ ; 2 –  $x_{\text{л}} = 0,2$ ; 3 –  $x_{\text{л}} = 0,5$

Так, например, особый режим по реактивной мощности для отдельного генератора многоагрегатной электростанции возможен, если напряжение на шинах генератора будет не выше  $0,51 U_{\text{ш}}$  (вычисления были проведены с использованием (5) при выдаче номинальной активной мощности генератора,  $x_{\text{тр}} = 0,12$  о. е. и неизменном напряжении на шинах электростанции  $U_{\text{ш}} = 1$  о. е.).

При работе электростанции на несколько независимых направлений существование особого режима по отдельной электропереходке не означает, что существует особый режим для электростанции. Здесь имеет значение суммарная нагрузочная характеристика всех линий электропереходки, отходящих от шин.

В качестве примера рассмотрим схему энергосистемы, содержащую электростанцию, подключенную в узле 1 и связанную с независимыми шинами приемных систем 2 и 3 линиями электропереходки с проводимостями  $y_{12}$  и  $y_{13}$  соответственно. Условия существования особого режима электростанции в данной схеме могут быть определены из соотношения:

$$\cos(\delta_{12} + \varphi) \leq \frac{A}{2U_1(y_{12} + y_{13})}, \quad (11)$$

где  $A = \sqrt{(U_2 y_{12})^2 + (U_3 y_{13})^2 + 2U_2 U_3 y_{12} y_{13} \cos \delta_{23}}$ ;  $\varphi = \arcsin \frac{1}{A} U_3 y_{13} \sin \delta_{23}$ ;  $U_1$  – напряжение на шинах электростанции;  $U_2$ ,  $U_3$  – напряжения на приемных шинах;  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{13}$  – углы по линиям электропереходки;  $\delta_{23}$  – угол между напряжениями приемных шин.

Соотношения (11) позволяют для заданного режима загрузки одной из электропереходок (1–3) определить загрузку другой электропереходки (1–2), при которой возникает особый режим электростанции по реактивной мощности.

На рис. 4 в плоскости коэффициентов запаса электропереходок приведены кривые зависимостей, ограничивающие область особых режимов электро-

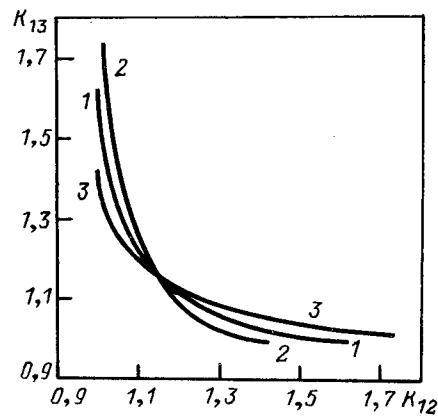


Рис. 4. Границы области существования особых режимов по реактивной мощности для электростанции, работающей на два направления, при различных реактансах линий связи: 1 –  $y_{13} = y_{12}$ ; 2 –  $y_{13} = 0,67 y_{12}$ ; 3 –  $y_{13} = 1,5 y_{12}$

станции, при различных соотношениях реактансов связей линий и при  $U_1 = U_2 = U_3$ . Появление второго направления существенно сужает область существования особых режимов. В ряде случаев наличие мало загруженного второго направления полностью исключает возможность появления рассматриваемых режимов.

Проведенный анализ условий существования особых режимов электростанции по реактивной мощности позволяет заключить, что оно реально. Вероятность возникновения особых режимов возрастает в напряженных и послеаварийных режимах энергосистем со сниженным значением коэффициента запаса по активной мощности и при наличии в энергосистеме мощной синхронной нагрузки.

**2. Особые режимы по току возбуждения. 2.1. Простейшая схема.** При работе неявнополюсного генератора через линию электропереходки на шины неизменного напряжения уравнения связи между ЭДС генератора ( $E_q$ ), его напряжением ( $U_r$ ), напряжением шин приемной системы ( $U_c$ ) и полным углом ( $\delta$ ) между векторами  $E_q$  и  $U_c$  имеет вид:

$$(U_r x_{\Sigma})^2 = (U_c x_d)^2 + (E_q x_{\pi})^2 + 2E_q U_c x_{\pi} x_d \cos \delta, \quad (12)$$

где  $x_d$  – синхронный реактанс генератора;  $x_{\pi}$  – реактанс линии электропереходки;  $x_{\Sigma} = x_d + x_{\pi}$ .

С учетом того, что активная мощность генератора остается неизменной  $\left[ P_r = \frac{1}{x_{\Sigma}} E_q U_c \sin \delta = \text{const} \right]$ , взаимосвязь между приращениями ЭДС ( $\Delta E_q$ ) и напряжения ( $\Delta U_r$ ), исходя из (11), может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_q}{\Delta U_r} &= \\ &= \frac{U_r x_{\Sigma} \cos \delta}{x_{\pi}^2 E_q \cos \delta + U_c x_{\pi} x_d [\cos^2 \delta + E_q^2 \sin^2 \delta]} \end{aligned} \quad (13)$$

Можно показать, что знаменатель выражения (13) с точностью до постоянного множителя равен свободному члену характеристического уравнения рассматриваемой системы при регулировании возбуждения генератора с коэффициентом усиления по отклонению напряжения, стремящимся к бесконечности. Следовательно, во всем диапазоне возможных режимов работы электропередачи знаменатель в правой части выражения (13) неотрицателен, и знак  $\Delta E_q / \Delta U_g$  однозначно определяется знаком  $\cos \delta$ .

Таким образом, условие существования особого режима по току возбуждения ( $\Delta E_q / \Delta U_g \leq 0$ ) не зависит от параметров схемы и имеет вид  $\delta \geq 90^\circ$ , т. е. область существования особых режимов по току возбуждения совпадает с областью режимов искусственной устойчивости генератора [6].

Сопоставим условия возникновения особых режимов по току возбуждения и реактивной мощности. Подставив в (12)  $\delta = 90^\circ$  и выразив  $E_q$  через активную мощность генератора ( $E_q = P x_\Sigma / U_c$  при  $\delta = 90^\circ$ ), после преобразований получим:

$$U_g = \sqrt{\left[ \frac{P x_\Sigma}{U_c} \right]^2 + \left[ \frac{U_c x_d}{x_\Sigma} \right]^2}. \quad (14)$$

Выражение (14) позволяет определить максимальное напряжение на шинах генераторов, при котором при заданной активной мощности имеет место особый режим по току возбуждения. Из сопоставления (14) и (4) следует, что взаимное расположение областей особых режимов по реактивной мощности и току возбуждения определяется только соотношением реактансов системы.

При  $x_d < x_\Sigma$  область особых режимов по реактивной мощности охватывает область особых режимов по току возбуждения, при  $x_d = x_\Sigma$  области совпадают, и при  $x_d > x_\Sigma$  область особых режимов по реактивной мощности находится внутри области особых режимов по току возбуждения.

На рис. 5 представлены зависимости  $E_q = f(U_g)$ ,

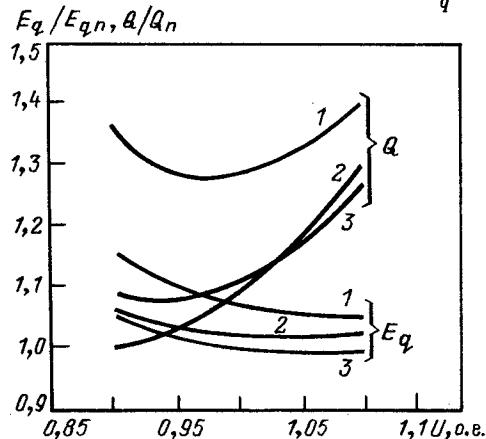


Рис. 5. Зависимости тока возбуждения и реактивной мощности от напряжения турбогенератора типа ТВВ-800-2, работающего на шины бесконечной мощности ( $U_0 = 0,95$ ), при различной длине линии связи: 1 —  $x_L = 0,9$ ;  $P = 0,9$ ; 2 —  $x_L = 0,8$ ;  $P = 0,9$ ; 3 —  $x_L = 0,9$ ;  $P = 0,85$

$Q = f(U_g)$  для турбогенератора ТВВ-800-2 при варьировании длины линии электропередачи. Значения  $E_q$  отнесены к номинальному значению ЭДС генератора. Из рис. 5 следует, что особые режимы по току возбуждения могут иметь место при перегрузке генератора по току ротора.

2.2. Общий случай работы электростанции в энергосистеме. В общем случае, без учета конкретной схемы примыкания электростанции, связь между приращением ЭДС эквивалентного генератора электростанции и изменением напряжения на его шинах может быть определена из выражения

$$(E_q U_g)^2 = (U_g^2 + Q_d x_d)^2 + (P_d x_d)^2.$$

Переходя к приращению и учитывая, что  $P_d = \text{const}$ , а

$$Q_d = \frac{E_q U_g \cos \delta_g - U_g^2}{x_d}$$

(где  $\delta_g$  — внутренний угол генератора), после преобразований получим:

$$\frac{\Delta E_q}{\Delta U_g} = \left[ 2 + \frac{K_h x_d}{U_g} \right] \cos \delta_g - \frac{E_q}{U_g}. \quad (15)$$

Выражение (15) определяет условия существования особого режима по току возбуждения генератора в зависимости от режима его работы и крутизны нагрузочной характеристики по реактивной мощности  $K_h$ . Это выражение позволяет определить в самом общем виде предельную величину крутизны нагрузочной характеристики электростанции по реактивной мощности, при которой возникает особый режим по току возбуждения. Из (15) имеем, что  $\Delta E_q / \Delta U_g \leq 0$ , если

$$K_h \leq \frac{x_d^2 (P_g^2 + Q_g^2) - U_g^4}{U_g x_d (Q_d x_d + U_g^2)}. \quad (16)$$

Из анализа (16) следует, что в области реальных режимов работы генераторов правая часть неравенства положительна. Таким образом, можно утверждать, что в большинстве случаев нахождение электростанции в особом режиме по реактивной мощности ( $K_h \leq 0$ ) означает и нахождение ее в особом режиме по току возбуждения.

3. Результаты исследований особых режимов в Тюменской энергосистеме. В качестве примера ниже приведены результаты исследований условий существования особых режимов в конкретной энергосистеме. Структурно Тюменская энергосистема (ТЭ) представляет собой генерирующий центр (Сургутская ГРЭС-1 и Сургутская ГРЭС-2), связанный сетью 500—220 кВ с узлами потребления (Нижневартовский энергорайон и Северные районы Тюменской области) и магистральной линией электропередачи 500 кВ — с энергосистемой Урала. Основным отличием ТЭ от других энергосистем является большое количество синхронной двигательной нагрузки. В Нижневартовском энергорайоне объем синхронной нагрузки составляет до 70 % с коэффициентом загрузки  $K_{\text{загр}} \approx 0,8$ .

Суммарная мощность нагрузки ТЭ соизмерима с мощностью Сургутских ГРЭС.

Поиск особых режимов проводился путем расчета режимов при различных уровнях напряжения на шинах Сургутских ГРЭС. В качестве исходного был выбран нормальный эксплуатационный режим ТЭ.

Расчеты показали, что в полной схеме ТЭ при одновременном и пропорциональном изменении напряжения на всех шинах Сургутских ГРЭС все группы генераторов ГРЭС оказываются в особых режимах по реактивной мощности и току возбуждения. Зависимости изменений суммарных реактивных мощностей электростанций, реактивных загрузок отдельных линий и токов возбуждения эквивалентных генераторов электростанций от уровней напряжения на шинах приведены на рис. 6.

При разгрузке транзита Сургут—Урал на 1400 МВт за счет снижения активной загрузки Сургутских ГРЭС обе электростанции остались в особых режимах. Независимость условий существования и характеристики особых режимов Сургутских ГРЭС от изменения активной загрузки свидетельствует о том, что источником особых режимов является двигательная нагрузка, режим которой при изменении загрузки транзита Сургут—Урал практически не меняется.

При изменении напряжения только на одной из ГРЭС особый режим при полном составе сети 500 кВ на этой станции не возникает, поскольку электростанции электрически связаны между собой достаточно жестко. Появление особых режимов для одной из ГРЭС возможно только при существенном ослаблении связей между электростанциями в ремонтных и послеаварийных режимах.

Проведенные весной 1991 г. испытания на Сургутских ГРЭС подтвердили существование особых режимов в Тюменской энергосистеме. Особый режим по реактивной мощности был зафиксирован в нормально-эксплуатационной схеме энергосистемы: при одновременном повышении напряжения на шинах Сургутских ГРЭС-1 и ГРЭС-2 имело место уменьшение выдачи суммарной реактивной мощности от ГРЭС.

**4. Анализ действия систем регулирования и управления генераторами при работе электростанции в особых режимах.** Учет неоднозначности в зависимостях тока возбуждения и реактивной мощности от напряжения шин электростанции необходим в устройствах, использующих эти параметры режима для регулирования и управления возбуждением генераторов в качестве обратных связей. К таким устройствам относятся: система группового управления возбуждением (ГУВ), устройство ограничения минимального возбуждения (ОМВ), устройство ограничения перегрузки генераторов по току ротора (ОП). Два последних устройства входят в состав АРВ СД синхронных генераторов.

Система ГУВ управляет реактивной мощностью путем воздействия на уставки АРВ по напряжению всех генераторов электростанции. В алгоритме ГУВ используется отрицательная обратная связь по реактивной мощности каждого из агрегатов, введенная по условию  $K_h > 0$  [7]. В особом режиме по реактивной мощности  $K_h < 0$ , и обратная связь по реактивной мощности в системе ГУВ становится положительной, в результате чего ее работа может оказаться неустойчивой.

При работе в особом режиме по реактивной

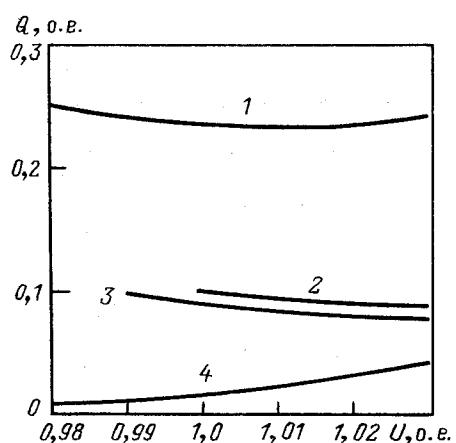


Рис. 6. Зависимости изменения суммарной реактивной загрузки Сургутской ГРЭС-2 Тюменской энергосистемы и реактивной загрузки ВЛ, примыкающих к ее шинам, от напряжения на шинах электростанции: 1 — суммарная реактивная загрузка ГРЭС-2; 2, 3, 4 — реактивные загрузки ВЛ, примыкающих к шинам ГРЭС-2

мощности генераторы электростанции могут оказаться вблизи предельно допустимого режима по тепловому нагреву. Снижение их реактивной мощности традиционным путем, т. е. снижение уставок АРВ по напряжению, приведет не к уменьшению, а к увеличению реактивной загрузки, и попытка дальнейшего воздействия на возбуждение приведет к снижению напряжения на шинах электростанции с последующим нарушением устойчивости. Подобный случай произошел в ТЭ в 1988 г., когда в результате аварийного отключения линии электропередачи генераторы Сургутской ГРЭС-2 оказались перегруженными, а электростанция находилась в особом режиме по реактивной мощности и току возбуждения. В этих условиях действие персонала на снятие перегрузки путем снижения уставок АРВ по напряжению привело к нарушению устойчивости.

Примерно то же самое может произойти и при действии блока ограничения перегрузки АРВ СД, если электростанция находится в особом режиме по току возбуждения. При перегрузке всех генераторов электростанции по току возбуждения и одновременной работе ОП на большей части генераторов эти генераторы на начальном этапе работы ОП переводятся в режим поддержания постоянного (близкого к номинальному) тока возбуждения [8]. Поскольку особый режим по току возбуждения характеризуется работой электростанции в области искусственной устойчивости, то исключение (в результате работы ОП) регулирования напряжения приведет к нарушению устойчивости.

При одновременной работе ОП на агрегатах электростанции (что более вероятно) работа ограничителя перегрузки на первом, наиболее загруженном, генераторе приведет к усугублению перегрузки остальных. На первом же генераторе схема подгонки уставки снижает уставку по напряжению [8]. Далее процесс повторится на втором генераторе и т. д. В результате вся электростанция перейдет на пониженный уровень напряжения, что, в свою очередь, приведет к усугублению перегрузки генераторов. Последующая работа ОП приведет к дальнейшему снижению напряжения на шинах электростанции вплоть до нарушения устойчивости.

Устройство ОМВ вступает в работу при потреблении генераторов реактивной мощности сверх допустимого значения. Возможны условия, когда ввод ОМВ осуществляется в особом режиме по реактивной мощности.

В этом случае воздействие ОМВ приводит к повышению напряжения. Но при работе электростанции в особом режиме по реактивной мощности повышение напряжения увеличивает потребление реактивной мощности, в результате чего контур регулирования, замыкаемый через ОМВ, становится неустойчивым. В этом случае ограничение реактивной мощности на заданном уровне будет достигнуто за счет существенного повышения напряжения на шинах электростанции. Неконтролируемый повышенный уровень напряжения представляет опасность для высоковольтного оборудования электростанции.

Таким образом, работа системы группового управления возбуждения, устройств ограничения перегрузки генераторов по току ротора и блоков ограничения минимального возбуждения в особых режимах электростанции может явиться причиной развития аварийной ситуации в энергосистеме.

**Выходы.** 1. Определены условия существования особых режимов электростанций, характеризующихся отрицательным статизмом изменения реактивной мощности и тока возбуждения генераторов при изменении напряжения на шинах электростанции путем воздействия на АРВ ее генераторов. В этих режимах снижение напряжения на шинах приводит к увеличению выдачи или к уменьшению потребления суммарной реактивной мощности электростанции, т. е. к особому режиму по реактивной мощности, и к увеличению среднего значения тока возбуждения генераторов, т. е. к особому режиму по току возбуждения.

2. Особые режимы возникают в напряженных — утяжеленных и послеаварийных — режимах энергосистемы со сниженными запасами устойчивости. Велика вероятность существования особых режимов в энергосистемах, содержащих мощную синхронную нагрузку.

3. В особых режимах работы электростанции действие штатных систем регулирования и управления генераторами (систем группового управления возбуждением, устройств автоматического ограничения перегрузки генераторов в АРВ СД (блок ОП) и устройств ограничения минимального возбуждения) может привести к аварийной ситуации в энергосистеме. В особых режимах устройства ОП и ОМВ не выполняют своих функций по защите генераторов при возникновении режима перегрузки для большинства генераторов электростанции.

4. Для обеспечения надежной работы электростанций необходимо проведение работ по усовершенствованию алгоритмов действия ГУВ и по разработке противоаварийных систем, обеспечивающих ликвидацию аномальных режимов генераторов (режим перегрузки по току ротора и режим потребления реактивной мощности) при работе электростанции в особым режиме.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматика электроэнергетических систем / Под ред. В. Л. Козиса и Н. И. Овчаренко. — М.: Энергоиздат, 1981.
2. Варкан Я. Д., Орехов Л. А. Автоматизация энергосистем. — М.: Высшая школа, 1981.
3. Коган Ф. Л. Аномальные режимы мощных турбогенераторов. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
4. Гуревич Ю. Е., Либова Л. Е., Окин А. А. Расчеты устойчивости и противоаварийная автоматика в энергосистемах. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
5. Абрамович В. Н., Круглый А. Х. Возбуждение, регулирование и устойчивость синхронных двигателей. — М.: Госэнергоиздат, 1983.
6. Жданов Н. С. Вопросы устойчивости электрических систем / Под ред. Л. А. Жукова. — М.: Энергия, 1979.
7. Ростман Л. В. Групповое регулирование возбуждения. — М.: Госэнергоиздат, 1965.
8. Соловьев И. И. Автоматические регуляторы синхронных генераторов. — М.: Энергоиздат, 1981.

[27.02.92]

## Учет взаимного влияния регулирования возбуждения и скорости турбоагрегата при анализе статической устойчивости электрической системы

ЛИТКЕНС И. В., ОТМОРСКИЙ С. Г.,

ПУГО В. И., УСОВА С. С.

При введении в эксплуатацию мощных атомных станций с блоками 1000 МВт, оснащенных системами управления АСУТ-1000 (такими системами оборудованы турбины мощностью 500 МВт и выше, выпускаемые ПОАТ ХТГЗ), отмечены в режиме выдачи располагаемой мощности случаи колебательного нарушения устойчивости при одновременной работе АРВ генераторов и САР турбин [1]. Выявлено, что при работе только одного регулятора — либо возбуждения, либо мощности турбины — явления неустойчивости при повышении активной мощности агрегата не наблюдались. Это обусловило необходимость исследования взаимодействия АРВ генератора и САР турбины как

многосвязной системы автоматического регулирования турбоагрегата. Этому посвящена настоящая статья.

**Особенности САР турбин агрегатов АЭС.** Турбины агрегатов АЭС мощностью более 500 МВт оснащаются унифицированными электрогидравлическими системами регулирования (ЭГСР), которые, с одной стороны, обеспечивают совместную работу турбин с реакторами ВВЭР и РБМК и, с другой, должны удовлетворять определенным требованиям энергосистемы. ЭГСР является основной частью унифицированной автоматизированной системы управления турбиной (АСУТ-1000) и, в свою очередь, состоит из первичных датчиков,

электронной части, обеспечивающей формирование различных алгоритмов управления, и электро-гидравлического следящего привода (ЭГСП). В [2] дан перечень алгоритмов (режимов) управления, реализуемых ЭГСР при работе генератора, включенного в сеть. Одним из основных штатных режимов является режим регулирования мощности (РМ). Алгоритмы всех режимов регулирования состоят из пропорциональной и интегральной составляющих. Пропорциональная часть в режиме РМ обеспечивает первичное регулирование частоты и электрической мощности, воздействуя на регулирующие клапаны с быстродействием ЭГСП. Интегральная часть алгоритма производит корректировку расхода пара после первичного регулирования в соответствии с назначением режима (поддержание заданной мощности — в режиме РМ). Наличие в законе регулирования мощности турбины канала по электрической (отдаваемой) мощности может само по себе (без учета взаимодействия с другими САР), как отмечалось в [3], вызвать некоторые трудности в обеспечении устойчивой работы системы и качества регулирования, причем эти проблемы будут тем более существенными, чем больше мощность агрегатов, имеющих такие регуляторы, и чем выше быстродействие этих регуляторов.

**Особенности САР возбуждения турбогенераторов АЭС.** На мощных турбоагрегатах 1000–1200 МВт на первом этапе устанавливались системы независимого бесщеточного возбуждения с автоматическим регулятором возбуждения АРВ–СД. Для обеспечения эффективной работы такой системы потребовалось [1] ввести целый ряд структурных изменений в САР. Поэтому в дальнейшем с целью повышения надежности бесщеточных систем возбуждения были применены системы бесщеточного самовозбуждения с новым регулятором АРВ–СДП1. Но даже после проведения некоторых мероприятий по совершенствованию этого регулятора проблема обеспечения устойчивой работы требует взаимосогласованности настроек САР возбуждения и турбины.

**Математическое описание задачи. Алгоритм расчета.** Анализ многосвязных систем регулирования и определение областей взаимосогласованных настроек отдельных САР, обеспечивающих устойчивую работу электрической системы, был проведен в описываемой работе методами, основанными на модальной теории линейных систем [4], в соответствии с которой линеаризованные дифференциальные уравнения переходных процессов в ЭЭС, приведенные к нормальной форме и записанные в матричном виде

$$\dot{x} = Rx, \quad (1)$$

имеют решение

$$x(t) = \Phi(t)x(0). \quad (2)$$

Здесь  $\Phi(t) = ue^{\Lambda t}u^{-1}$  — переходная матрица системы;  $u = [u_1, \dots, u_i, \dots, u_n]$  — модальная матрица, составленная из собственных векторов  $u_i$  матрицы  $R$ ;  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_n]$  — диагональная матрица собственных значений  $\lambda_i$  матрицы  $R$ ;  $x(0)$  — вектор значений переменных, определяемых начальными условиями.

Решение (2), определяющее свободное движение системы, может быть записано в виде

$$x(t) = \sum_{i=1}^n u_i e^{\lambda_i t} (u^{-1})_i x(0). \quad (3)$$

Очевидно, что свободное движение системы представляет собой наложение функций вида  $\lambda_i t u_i e^{\lambda_i t}$ , характеризующих динамические формы (моды) движения системы. Параметры  $i$ -й моды характеризуются собственным вектором  $u_i$ , компоненты которого  $u_{ji}$  определяют коэффициенты распределения  $j$ -й переменной вектора  $x$ , и собственным значением  $\lambda_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ , которое определяет частоту колебаний  $\omega_i$  и коэффициент затухания  $\alpha_i$  для  $i$ -й моды.

Задача исследования многосвязной системы регулирования на основе модальной теории включала следующие этапы:

приведение исходной системы уравнений, описывающих переходные процессы в системе, к нормальному виду (1); порядок  $n$  матричного уравнения (1) определяется математическими моделями элементов ЭЭС и их САР и переменными состояниями вектор-столбца  $x$ ; при этом матрица  $R$ , в отличие от приведения в [4], позволяет рассчитывать полный спектр всех ( $i = 1, \dots, n$ ) форм движения в системе;

определение собственных значений  $\lambda_i$  и собственных векторов  $u_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) матрицы  $R$  для заданных параметров схемы, режима системы и настроек САР; при этом, поскольку определяются в се собственные значения и собственные векторы матрицы  $R$  (т. е. как электромагнитные, так и электромеханические формы движения), т. е. решается "полная проблема собственных значений", это дает возможность оценить как динамические свойства системы, так и ее устойчивость;

определение границ области устойчивости в координатах настроек параметров САР либо непосредственно по параметрам форм (мод) колебаний, либо по специальным алгоритмам [5], основанным на расчете собственных значений  $\lambda_i$  и собственных векторов  $u_i$ ;

проведение модального анализа динамических свойств системы, если необходимо выявить те переменные состояния, в которых наиболее существенно проявляются наиболее слабодемпфированные или неустойчивые формы движения, или выбрать наилучшую настройку САР внутри области устойчивости.

**Исходная система уравнений** переходных процессов синхронного генератора, как известно, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} T_J \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} &= \Delta M_{\tau} - \Delta M_{\vartheta}; \\ \Delta U_{rq} - x_d(p) \Delta I_q &= G(p) \Delta E_{qe}; \\ \Delta U_{rd} + x_q(p) \Delta I_q &= 0. \end{aligned} \right\} (4)$$

Здесь в  $\Delta E_{qe}$  и в  $\Delta M_t$  должны быть отражены действия АРВ и САРТ:

$$\Delta E_{qe} = W_{OKP}(p)[W_{\Delta U}(p)\Delta U_r + W_{\Delta f}(p)\Delta f_{U_r} + W_{\Delta I_f}(p)\Delta I_f]; \quad (5)$$

$$\Delta M_t = -W_t(p)[W_{APC}(p)p\Delta\delta + W_{PM}(p)\Delta P], \quad (6)$$

где  $W_{OKP}$ ,  $W_t$  и  $W_{APC}$  — передаточные функции соответственно общего канала регулирования, турбины и автоматического регулятора скорости;  $p\Delta\delta$  — частота сети, рад/с;  $\Delta P = P_e - P_u$ ;  $P_u$  — уставка регулятора по мощности, отн. ед.;  $P_e$  — электрическая мощность.

Поскольку исследуется многосвязная система регулирования, в математическое описание задачи входят достаточно подробные модели САР (возможные упрощения далее исследуются).

Математическое описание АРВ—СДП1 соответствует следующему описанию 15-го порядка [6]:

по общему каналу регулирования (OKP)

$$W_{OKP}(p) = \frac{12,33(1+0,0044p)e^{-0,007p}}{(1+0,006p)(1+0,7p)(1+0,0044p)+} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{1}{1+9,49e^{-0,007p}};$$

по каналу напряжения

$$W_{\Delta U}(p) = \frac{1+0,15pe^{-0,007}}{(1+0,013p)(1+0,15p)} [A_{13} + \\ + \frac{pA_{14}}{(1+0,03p)^2}];$$

по каналу частоты

$$W_{\Delta f}(p) = \\ = \frac{0,159p^2e^{-0,007p}}{(1+0,14p)(1+2,24p)(1+0,0047p)} \times \\ \times \left[ A_{44} + \frac{pA_{45}}{(1+0,02p)(1+0,2p)} \right];$$

по каналу тока ротора

$$W_{\Delta I_f}(p) = \frac{pA_{51}}{(1+0,012p)(1+0,024p)(1+0,094p)}.$$

Отсюда следует, что настройки АРВ—СДП1 по различным каналам соответствуют произведениям соответствующих коэффициентов в (7) на коэффициент передачи по OKP:

$$k_{0U} = A_{13} k_{OKP} \frac{\text{ед.напр.возд.}}{\text{ед.напр.стат.}},$$

$$k_{1U} = A_{14} k_{OKP} \frac{\text{ед.напр.возд.}}{\text{ед.напр.стат./с}},$$

$$k_{0f} = A_{44} k_{OKP} \frac{\text{ед.напр.возд.}}{\text{Гц}};$$

$$k_{1f} = A_{45} k_{OKP} \frac{\text{ед.напр.возд.}}{\text{Гц/с}};$$

$$k_{1I_f} = A_{51} k_{OKP} \frac{\text{ед.напр.возд.}}{\text{ед.тока возд./с}},$$

где  $k_{OKP} = W_{OKP}(p)|_{p=0} = 1,175$ .

За относительные единицы напряжения статора, напряжения возбуждения и тока возбуждения

принимаются соответственно номинальное напряжение статора, номинальное напряжение возбуждения и номинальный ток возбуждения генератора.

Математическая модель САРТ соответствует следующему описанию (возможные упрощения дальнейшего исследования):

для турбины К-1000-60/1500

$$W_t(p) = k_t \times \frac{1+1,69p}{(0,0012p^2+0,015p+1)(1+0,24p)(1+5,3p)}; \quad (8)$$

для регулятора скорости [2]

$$W_{APC}(p) = \frac{1}{\sigma\omega_0}; \quad (9)$$

для регулятора мощности [2]

$$W_{PM}(p) = k_N + \frac{1}{T_N p}. \quad (10)$$

Здесь  $k_t$  — коэффициент, отражающий нелинейность характеристики момента турбины от хода клапанов, отн. ед.;  $\sigma$  — статизм по частоте, отн. ед.;  $k_N$  — коэффициент регулирования по мощности, отн. ед.;  $T_N$  — постоянная времени интегрирующего звена, с.

В [2] указано, что  $k_N$  и  $T_N$  могут выбираться (как при наладке, так и в функционирующей системе) в достаточно широких пределах:  $k_N = 0$ —5 отн. ед.;  $T_N = 5$ —60 с.

Принимая в качестве независимых переменных  $\Delta U_{rq}$ ,  $\Delta U_{rd}$ ,  $\Delta\delta$ , получим после линеаризации из системы уравнений (4) с учетом (5) и (6):

$$T_J p^2 \Delta\delta + (z_5 \Delta U_{rq} + z_6 \Delta U_{rd} + z_7 \Delta\delta) + W_t(p) \times \\ \times W_{APC}(p)p\Delta\delta + W_t(p)W_{PM}(p)(z_5 \Delta U_{rq} + z_6 \Delta U_{rd} + \\ + z_7 \Delta\delta) = 0; \quad (11)$$

$$- \Delta U_{rq} + z_4(p)(z_1 \Delta U_{rq} + z_2 \Delta U_{rd} + z_3 \Delta\delta) + \\ + G(p)W_{OKP}(p)[W_{\Delta U}(p)(z_8 \Delta U_{rq} + z_9 \Delta U_{rd} + \\ + z_{12} \Delta\delta) + W_{\Delta f}(p)(z_{10} \Delta U_{rq} + z_{11} \Delta U_{rd} + z_{13} \Delta\delta) + \\ + W_{\Delta I_f}(p)(z_{14} \Delta U_{rq} + z_{15} \Delta U_{rd} + z_{16} \Delta\delta)] = 0; \quad (12)$$

$$\Delta U_{rd} + z_q(p)(z_2 \Delta U_{rq} - z_1 \Delta U_{rd} + z_4 \Delta\delta) = 0. \quad (13)$$

Здесь введены следующие обозначения частных производных:

$$z_1 = \frac{\partial I_d}{\partial U_{rq}}; \quad z_2 = \frac{\partial I_d}{\partial U_{rd}}; \quad z_3 = \frac{\partial I_d}{\partial \delta};$$

$$z_4 = \frac{\partial I}{\partial \delta}; \quad z_5 = \frac{\partial P_e}{\partial U_{rq}}; \quad z_6 = \frac{\partial P_e}{\partial U_{rd}};$$

$$z_7 = \frac{\partial P_e}{\partial \delta}; \quad z_8 = \frac{\partial U_r}{\partial U_{rq}}; \quad z_9 = \frac{\partial U_r}{\partial U_{rd}};$$

$$z_{10} = \frac{\partial U_r}{\partial \delta}; z_{11} = \frac{\partial \delta}{\partial U_r}; z_{12} = \frac{\partial \delta}{\partial U_{rd}};$$

$$z_{13} = \frac{\partial \delta}{\partial U_r}; z_{14} = \frac{\partial E_q}{\partial U_r}; z_{15} = \frac{\partial E_q}{\partial U_{rd}}; z_{16} = \frac{\partial E_q}{\partial \delta}.$$

Уравнения (11) - (13) приводятся к нормальному виду (1). Такое приведение состоит из ряда последовательных преобразований. Покажем для примера, как преобразуется самое простое из вышеприведенных уравнений - (13). Если в поперечной оси учтен один демпферный контур, то, как известно,

$$x_q(p) = x_q \frac{1 + T_{1q} p}{1 + T_{1q_0} p}, \quad (14)$$

Введем обозначения:  $D_0 = x_q$ ;  $D_1 = x_q T_{1q}$ ;  $E_1 = T_{1q_0}$ . Тогда из (14)

$$x_q(p) = \frac{D_0 + D_1 p}{1 + E_1 p}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (13), получим:

$$\Delta U_{rd} + \frac{D_0 + D_1 p}{1 + E_1 p} (z_2 \Delta U_{rq} - z_1 \Delta U_{rd} + z_4 \Delta \delta) = 0.$$

Отсюда после преобразований имеем уравнение (13) в нормальном виде (учитывая, что  $z_2 = 0$ ):

$$\begin{aligned} p \Delta U_{rd} = & - \frac{D_0 z_4}{E_1 - z_1 D_1} \Delta \delta - \frac{D_1 z_4}{E_1 - z_1 D_1} \Delta s + \\ & + \frac{1 - z_1 D_0}{z_1 D_1 - E_1} \Delta U_{rd}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь введена новая переменная:

$$p \Delta \delta = \Delta s. \quad (17)$$

Порядок уравнений (1) зависит, как уже указывалось, во-первых, от математических моделей САР и, во-вторых, от того, какие переменные состояния  $x_j$  входят в вектор-столбец уравнений (1). В данной работе при указанных выше моделях АРВ-СДП1 и САРТ и учете продольного и поперечного демпферного контуров в турбогенераторе был получен порядок  $n = 36$ . При этом матрица  $R$  порядка  $n \times n$  является слабозаполненной (коэффициент заполненности примерно 10 %), что создает известные вычислительные преимущества. Элементы матрицы  $R$  являются функциями параметров генератора, турбины, схемы, режима системы, параметров и настроек САР.

**Анализ многосвязной системы регулирования. Причины возникновения самораскачивания.** Ис-

следование статической устойчивости многосвязной системы регулирования агрегата выполнялось для расчетной схемы: генератор ТВВ-1000-4, работающий через эквивалентное сопротивление  $x_{\text{экв}} = 0,65$  отн. ед. на шины  $U = \text{const}$ . Такая расчетная схема, предложенная в [7] для задач разработки систем регулирования возбуждения генераторов станций в конкретных схемах примыкания в ЭЭС, применяется в ряде научных и пуско-наладочных организаций (ВНИИэлектромаш, Союзтехэнерго), причем значение  $x_{\text{экв}}$  определяется для станции экспериментально по двум установившимся режимам, последовательно утяжеляемым путем изменения уставки по напряжению на шинах станции.

Решались следующие вопросы:

определение областей взаимосогласованных по условиям статической устойчивости настроек АРВ и САРТ в различных режимах работы турбогенератора и оценка влияния коэффициентов по всем каналам регулирования возбуждения и турбины на области статической устойчивости;

определение влияния демпферных контуров турбогенераторов на области статической устойчивости (в координатах коэффициентов  $k_{0f}, k_{1f}$  канала стабилизации по частоте АРВ) в условиях многосвязной системы регулирования возбуждения и турбины;

возможность упрощения математических моделей АРВ и САРТ при расчете взаимосогласованных настроек АРВ и САРТ.

Кроме того, была проведена оценка влияния жесткости связи АЭС с энергосистемой посредством вариации значений  $x_{\text{экв}}$  в диапазоне 0,2–0,65 отн. ед. на условия самораскачивания.

Исследования проводились для трех различных режимов:

режим I:  $P_0 = 675$  МВт;  $Q_0 = 71$  Мвар;  $\delta_0 = 78,33^\circ$ ;

режим II:  $P_0 = 880$  МВт;  $Q_0 = 18$  Мвар;  $\delta_0 = 88,5^\circ$ ;

режим III:  $P_0 = 1000$  МВт;  $Q_0 = 10$  Мвар;  $\delta_0 = 107^\circ$ .

По реактивной мощности эти режимы близки к режимам недовозбуждения (до входления ограничителя минимального возбуждения), что определяет наиболее тяжелые условия по статической устойчивости.

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Наиболее существенное влияние на области статической устойчивости в координатах  $k_{0f}, k_{1f}$  имеет в АРВ-СДП1 настройка коэффициента усиления по производной тока ротора  $k_{1I_f}$  (рис. 1, где кривая 1 соответствует  $k_{1I_f} = 0$ ; кривая 2 – максимально возможному проектному значению настройки  $k_{1I_f}^{\max}$ ; кривая 3 – значению  $k_{1I_f}$ , в два раза превышающему  $k_{1I_f}^{\max}$ ). Чем больше  $k_{1I_f}$ , тем большая область устойчивости. Без введения производной тока ротора (т. е. при  $k_{1I_f} = 0$ ) область устойчивости для режима I (рис. 1) существенно

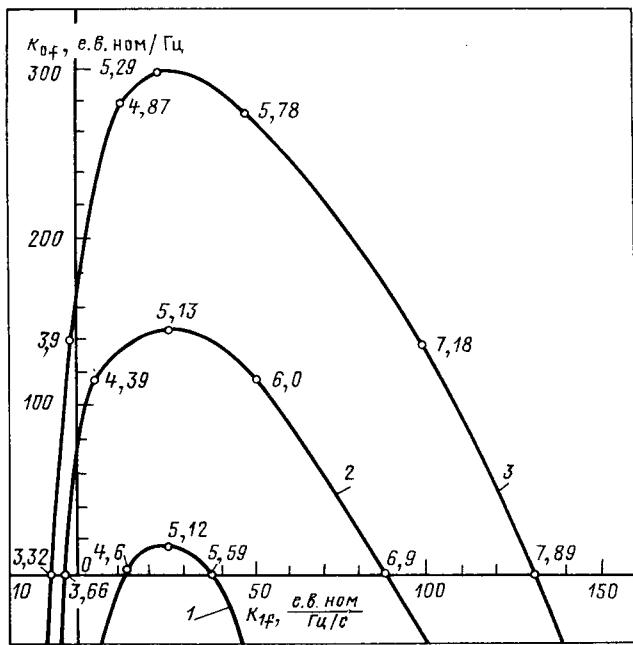


Рис. 1. Влияние коэффициента  $k_{1I_f}$  по производной тока ротора в АРВ-СДП1: режим I; демпферные контуры не учтены;  $k_N = 0,15$ ;  $\sigma = 0,03$ ;  $k_{0U} = -47$ ;  $k_{1U} = -5,43$ ; кривая 1 —  $k_{1I_f} = 0$ ; кривая 2 —  $k_{1I_f} = -2,29$ ; кривая 3 —  $k_{1I_f} = -4,58$

уменьшается, а для режима III области устойчивости вообще не существует в первом квадранте.

2. Наиболее существенное влияние на области статической устойчивости из параметров САРТ (в режиме РМ) имеет настройка  $k_N$  пропорциональной составляющей канала по электрической мощности (рис. 2). Чем больше  $k_N$ , тем меньше область устойчивости в координатах  $k_{0f}$   $k_{1f}$  при всех остальных заданных значениях параметров АРВ-СДП1 и САРТ. Существуют предельные значения  $k_{N\text{пред}}$ , при которых область устойчивости становится очень мала и вообще исчезает в первом квадранте при  $k_N > k_{N\text{пред}}$ .

3. Значения  $k_{N\text{пред}}$  определяются параметрами режима, учетом демпферных контуров турбогенератора, параметрами и настройкой всех САР. С учетом нелинейной характеристики  $k_t = f(M_t)$  (зависимость момента турбины от хода клапанов), которая в рассматриваемой задаче представлялась дискретным нелинейным коэффициентом  $k_t$  (для режима I —  $k_t = 1$ ; для режима II —  $k_t = 0,666$ ; для режима III —  $k_t = 0,5$ ), величина  $k_{N\text{пред}}^*$  —  $k_{N\text{пред}}^* = k_t k_{N\text{пред}}$  имеет (рис. 3) меньшее значение для более тяжелых режимов турбогенератора. Неучет демпферных контуров при моделировании процессов в турбогенераторе приводит к значениям  $k_{N\text{пред}}^*$ , обеспечивающим существенный запас по отношению к тем значениям  $k_{N\text{пред}}^*$ , которые рассчитаны при учете демпферных контуров.

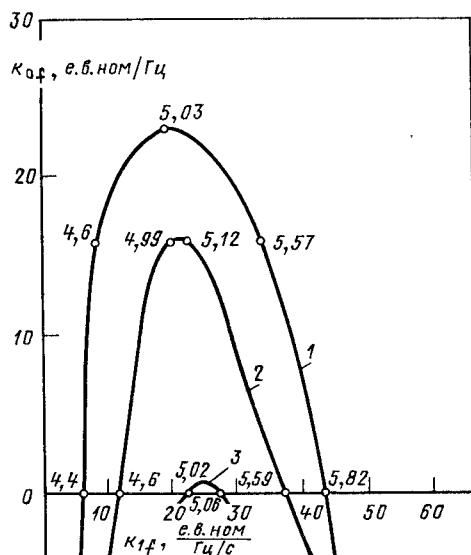


Рис. 2. Влияние коэффициента усиления  $k_N$  по каналу электрической мощности в САРТ: режим I; демпферные контуры не учтены;  $k_{0U} = -47$ ;  $k_{1U} = -5,43$ ;  $k_{1I_f} = 0$ ; кривая 1 —  $k_N = 0$ ; кривая 2 —  $k_N = 0,15$ ; кривая 3 —  $k_N = 0,33$

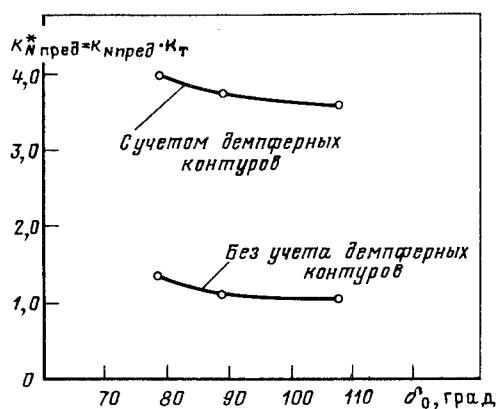


Рис. 3. Влияние режима системы и демпферных контуров турбогенератора на значение  $k_{N\text{пред}}^*$  ( $\sigma = 0,03$ ; "штатная" настройка АРВ-СДП1:  $k_{0U} = -25$ ;  $k_{1U} = -3,25$ ;  $k_{1I_f} = -1,14$ )

4. Изменение коэффициентов  $k_{0U}^*$ ,  $k_{1U}^*$  по каналу напряжения в АРВ-СДП1 в диапазоне рабочих настроек, а также изменение статизма по частоте  $\sigma$  в САРТ несущественно влияют (в рассматриваемых режимах) на размеры области статической устойчивости в координатах  $k_{0f}$   $k_{1f}$  и соответственно на значения  $k_{N\text{пред}}^*$ . Чем больше значения  $k_{0U}^*$  и  $k_{1U}^*$  и меньше статизм  $\sigma$ , тем большие размеры

\* При учете влияния коэффициента по каналу  $k_{0U}$  в расчетах приняты его значения: а) соответствующее "штатной" настройке для АРВ генераторов 1000 МВт АЭС, т. е. 25; б)  $k_{0U} = -47$  (-50) — настройка, свойственная тиристорным системам возбуждения мощных генераторов.

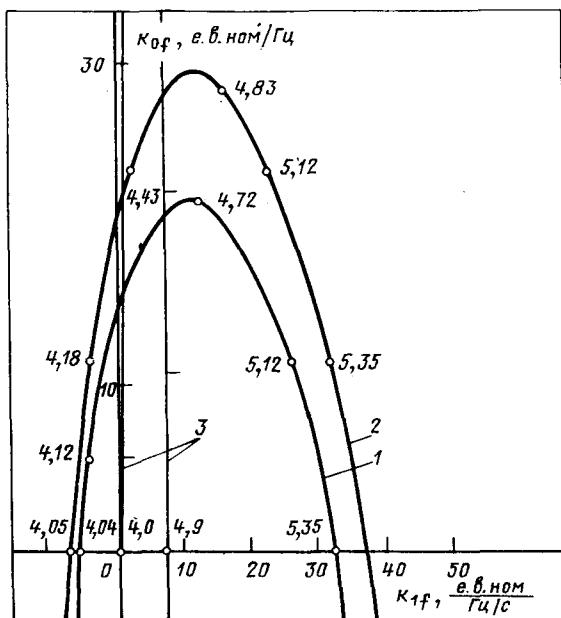


Рис. 4. Влияние упрощения математической модели АРВ-СДП1 на границы области устойчивости: кривая 1 – модель 15-го порядка; кривая 2 – модель 11-го порядка; кривая 3 – модель 2-го порядка; режим I:  $\sigma = 0,03$ ;  $k_N = 0$ ;

$$k_{0U} = -23,5; k_{1U} = -5,43; k_{1I_f} = 0$$

области устойчивости (в первом квадранте) и значение  $k_{N\text{пред}}$ .

5. Упрощение математической модели турбины – неучет колебательного звена в  $W_t(p)$  (см. (8)) – не оказывает существенного влияния на размер области статической устойчивости в координатах  $k_{0f}$ ,  $k_{1f}$  и может использоваться для расчетов взаимосогласованных настроек АРВ и САРТ.

6. Упрощение математической модели АРВ-СДП1 существенно влияет на размер области статической устойчивости (рис. 4) и значение  $k_{N\text{пред}}$ . Так, модель АРВ-СДП1 11-го порядка дает небольшое увеличение размера области устойчивости по сравнению с моделью АРВ-СДП1 15-го порядка, приведенной выше и используемой во всех расчетах в данной работе. Использование упрощенной модели АРВ-СДП1 2-го порядка ( $T_e = 0,05$  с;  $T_p = 0,01$  с), которая часто применяется в задачах расчета колебательной статической устойчивости, приводит к существенному изменению форм, размеров и частот границы области устойчивости. Можно показать, что в этом случае значение  $k_{N\text{пред}}$  также существенно искажается.

Таким образом, задача выбора взаимосогласованных настроек АРВ и САРТ требует достаточно подробных математических моделей САР (для АРВ – модель не менее 11-го порядка, для САРТ – модель 3-го порядка).

7. Указанные выше значения  $k_{N\text{пред}}$  соответствуют условию: при  $k_N > k_{N\text{пред}}$  область устойчивости не существует. Однако можно также указать значения  $k_{N\text{пред}}^{\text{раб}}$ , для которых выполняется усло-

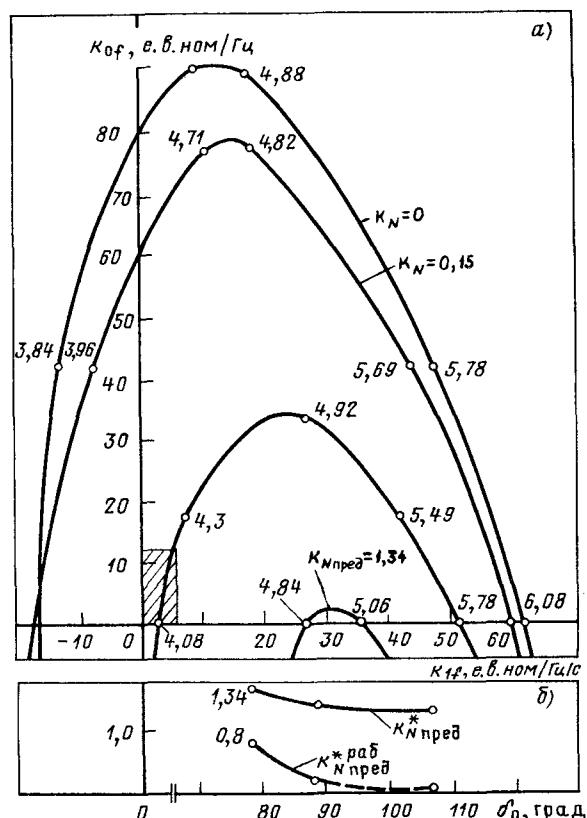


Рис. 5. К определению значений  $k_{N\text{пред}}^{\text{раб}}$  и  $k_{N\text{пред}}^*$  (без демпферных контуров; "штатная" настройка АРВ-СДП1)

вие: при  $k_N > k_{N\text{пред}}^{\text{раб}}$  область устойчивости выходит из возможной рабочей зоны настроек АРВ, соответствующей 10 дел. по  $k_{0f}$  и по  $k_{1f}$  (эта зона заштрихована на рис. 5, а). Очевидно, что значение  $k_{N\text{пред}}^{\text{раб}}$  меньше, чем значение  $k_{N\text{пред}}$  (рис. 5, б), причем пунктирная кривая означает, что для режима III ( $\delta_0 = 107^\circ$ ) при любых значениях  $k_N$  включая  $k_N = 0$ , рабочая зона настроек АРВ находится вне области устойчивости.

8. Жесткость связи электростанции с энергосистемой оказывает сильное влияние на размеры областей колебательной устойчивости и положение их границ (при фиксированных значениях настроек параметров АРВ и САРТ) (рис. 6). Так, при  $x_{\text{экв}} = 0,4-0,65$  и  $k_N = 0,15$  не удается обеспечить устойчивую работу генератора путем выбора необходимых коэффициентов усиления по каналам стабилизации  $k_{0f}$ ,  $k_{1f}$  внутри возможной зоны рабочих настроек АРВ-СДП1.

**Выводы.** 1. Проведенные исследования показали, что САР турбины и возбуждения мощных турбогенераторов АЭС являются взаимосвязанными системами, что должно учитываться при определении статической устойчивости и выборе настроек параметров обеих САР.

2. При существующих структурах и параметрах АРВ и САРТ условия статической устойчивости ограничивают предельное значение коэффициента усиления по каналу электрической мощности в

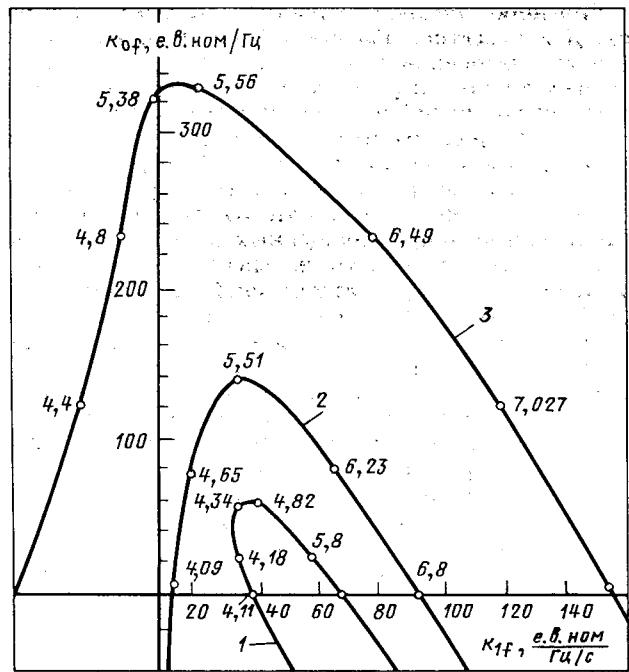


Рис. 6. Влияние  $x_{\text{ЭКВ}}$  на размеры областей колебательной устойчивости и положение их границ ( $k_N = 0,15$ ;  $\sigma = 0,03$ ;  $k_{0U} = -47$ ;  $k_{1U} = -5,43$ ;  $k_{1I_f} = -2,29$ ; кривая 1 —  $x_{\text{ЭКВ}} = 0,65$ ; кривая 2 —  $x_{\text{ЭКВ}} = 0,4$ ; кривая 3 —  $x_{\text{ЭКВ}} = 0,2$ )

САРТ  $k_{\text{Мпред}}$ , превышение которого приводит к колебательному нарушению устойчивости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Система автоматического регулирования бесщеточных систем возбуждения турбогенераторов 1000 мВт. Опыт внедрения и совершенствования / И. Ф. Перельман, Л. С. Макаров, И. П. Кабанов и др.— Тез. докл. Всес. науч.-техн. совещ. "Вопросы устойчивости и надежности энергосистемы СССР", Душанбе, 1989.
- Функции регулирования турбин АЭС / М. А. Вирченко, Т. Я. Жорницкая, Ю. Ф. Косяк и др.— Теплоэнергетика, 1984, № 12.
- Стерлинсон Л. Д. Переходные процессы при регулировании частоты и мощности в энергосистемах.— М.: Энергия, 1975.
- Литкенс И. В., Пуго В. И. Колебательные свойства электрических систем.— М.: Энергоатомиздат, 1988.
- Абдуллаев В. М., Алиев Д. Г. Определение области статической устойчивости энергосистемы по математической модели в виде уравнений состояния.— Тез. докл. IX Всес. науч. конф. "Моделирование электроэнергетических систем", Рига, 1987.
- Методические указания по наладке и испытаниям бесщеточной диодной системы возбуждения турбогенераторов серии ТВВ мощностью 1000 мВт.— М.: Союзтехэнерго, 1987.
- Юрганов А. А. Динамические свойства и устойчивость мощных турбогенераторов АЭС с сильным регулированием возбуждения: Автореф. дис. ... доктора техн. наук. Л., ЛПИ, 1990.

[14.10.91]

## Учет регулирования частоты при оперативном управлении режимами энергосистем

БАРТОЛОМЕЙ П. И., ГРУДИНИН Н. И.

**Введение.** Важнейшей функцией АСДУ энергосистемами является оперативное управление послеаварийными и утяжеленными режимами, длительное существование которых является нежелательным в связи с заниженными запасами по надежности. При этом в качестве утяжеленных режимов могут рассматриваться и вынужденные режимы. Возникает задача перевода электроэнергетической системы (ЭЭС) из состояния, соответствующего области допустимых послеаварийных и утяжеленных режимов (ОДАР), в новое состояние, удовлетворяющее требованиям области допустимых нормальных режимов (ОДНР).

Оперативное управление с момента получения информации о принадлежности текущего режима ОДАР до фиксации нового состояния в ОДНР укрупненно можно разделить на две стадии:

1. Решение задачи ввода режима в допустимую область, в результате чего определяется вектор управляющих воздействий (УВ), при помощи которых может быть достигнута необходимая коррекция режима. В общей постановке задача ввода

режима в допустимую область должна решаться с учетом критериев оптимальности и маневренности [1, 2].

2. Реализация УВ, включая передачу команд и выполнение действий диспетчерского и эксплуатационного персонала электрических систем и станций.

Вторая стадия управления связана со следующими особенностями. Во-первых, при непосредственном осуществлении коррекции режима реализация одних УВ запаздывает по отношению к реализации других. Такое запаздывание является результатом как различной маневренности станций, так и ряда объективных и субъективных причин организационного характера — иерархичности системы управления, необходимости затрат времени на более низких ступенях управления (включая время решения соответствующих задач на ЭВМ), недостаточной исполнительской дисциплины персонала станций и энергосистем и др. В результате несогласованности реализации УВ могут возникать опасные промежуточные режимы, в которых будут

нарушаться пределы передаваемой мощности  $P_l^{\text{да}}$ , описывающие ОДАР, и происходить срабатывание противоаварийной автоматики, что нежелательно, поскольку часто связано с ограничением потребления. Учет отмеченной особенности перехода ЭЭС из одного состояния в другое обеспечивается на стадии решения задачи ввода режима в допустимую область методом поэтапного управления [3, 4], основная идея которого заключается в разделении процесса управления на этапы и задании УВ на каждом из них таким образом, чтобы при любой комбинации в запаздывании реализации этих УВ гарантировалось нахождение режима в пределах ОДАР. В частном случае решением может быть и одноэтапное управление.

Во-вторых, на действия персонала по набору активной мощности или по ее разгрузке (как плавному, так и дискретному через включение и отключение генерирующей мощности, а иногда и потребителей) реагирует системная автоматика, в частности АРЧМ, предназначенная для автоматического регулирования частоты и активной мощности в ЭЭС. На уровне больших ЭЭС частотные характеристики первичного регулирования (связанные с регулированием частоты вращения турбин на станциях), узлов электрической сети (ЭС), представляющих в схеме управления отдельные подсистемы и перетоки по внешним связям, определяются с довольно большой погрешностью [5]. Кроме того, на потокораспределение активной мощности в ЭЭС определенное влияние оказывает реакция тепловой части станций (автоматика "регулирования до себя"), связанная с регулированием давления пара в котлоагрегатах электростанций [6]. Реакция тепловой части станций проявляется через 1,5–2 мин. после возникновения небаланса в системе [6] и учитывается обычно заданием изменяющихся коэффициентов статизма по частоте соответствующих узлов ЭС. Наличие этих двух факторов управления приводит к большой погрешности оценки значений перетоков мощности при несбалансированном управлении, т. е. в условиях, когда нарушается баланс активной мощности. Динамика нагрузки во времени (тренд нагрузки) учитывается на стадии ввода режима в допустимую область. Однако интервал времени прогнозирования потребления при этом оценивается диспетчером на основе эмпирических соображений о длительности цикла управления, что также вносит некоторую погрешность в моделирование перетоков. При управлении послеаварийными режимами, т. е. после возникновения аварийной ситуации и срабатывания противоаварийной автоматики, процесс коррекции может осуществляться в условиях "медленной динамики" режима (затухающих колебаний в системе). Данный фактор управления в ряде случаев также необходимо учитывать в процессе коррекции режима.

Таким образом, представляет интерес разработка математической модели ввода режима в допустимую область в условиях возможной несбалансированности режимов с учетом факторов частотного регулирования. Модель, с одной стороны, учитывает отклонение частоты от номинальной, хотя это и не главное для крупных энергообъединений, в которых таким отклонением часто вполне обоснованно пренебрегают, с другой – обеспечивает более точный расчет промежуточных и конечных потокораспределений и контроль допустимых перетоков мощности по ЛЭП и межсистемным связям.

**Линейное описание области допустимых режимов.** Как известно, области ОДАР и ОДНР определяются решением задачи оценки функциональной надежности энергосистемы и описываются системой ограничений на перетоки активной мощности по контролируемым связям ЭЭС на основе рассмотрения областей статической устойчивости текущего режима и определенных аварийных ситуаций с учетом вероятности их возникновения. При использовании упрощенных методов анализа режимов данные области называют допустимыми по условиям запаса статической устойчивости. ОДАР соответствуют пределы передаваемой мощности, отстроенные с 8 %-ным запасом от предельных по надежности перетоков. Если осуществляется переход от послеаварийного или утяжеленного режима к нормальному, то в качестве пределов передаваемой мощности необходимо рассматривать перетоки, отстроенные с 20 %-ным запасом от предельных значений. При управлении вынужденными режимами может ставиться задача перехода к утяжеленным режимам. В этом случае для ОДАР пределы передаваемой мощности отстраиваются с 15 %-ным запасом от предельных. Обозначим ОДАР как  $D^{\text{да}}$ , ОДНР –  $D^{\text{дн}}$ , и соответствующие им пределы передаваемой мощности как  $P_l^{\text{да}}$  и  $P_l^{\text{дн}}$ .

Перечисленные во введении особенности второй стадии оперативного управления позволяют взять за основу линейную модель потокораспределения при решении задачи ввода режима в допустимую область. Для учета погрешностей задания частотных характеристик узлов ЭС, динамики нагрузки во времени и динамических свойств системы, а также нелинейности потокораспределения предлагается в линейной модели пределы передаваемой мощности для ОДАР  $P_l^{\text{да}}$  задавать с некоторым запасом по отношению к уставкам  $P_l^y$  противоаварийной автоматики:

$$P_l^{\text{да}} = P_l^y - \nu P_{l1} - \nu P_{l2},$$

где  $\nu P_{l1} = \alpha \Delta P_l$  – запас, связанный с прогнозируемым ростом нагрузки на величину  $\delta P_i^L$ ,  $i \in \omega_s$  за оцениваемое время всего цикла управления.  $\delta \omega_s$  – множество узлов нагрузки;  $\Delta P_l = \sum_{i \in \omega_s} d_{li} \delta P_i^s$  –

изменение перетока по  $l$ -й связи от изменения нагрузки ЭЭС;  $d_{li}$  – коэффициент чувствительности перетока по  $l$ -й связи от изменения мощности в  $i$ -м узле, определенный с учетом эффектов частотного регулирования в ЭЭС;  $\nu P_{l2}$  – запас, связанный с другими названными выше факторами управления.

Поскольку при поэтапной коррекции необходимо ориентироваться на наихудшие условия управления, нужно учитывать лишь такое изменение режима от изменения потребления, которое приближает его по соответствующей связи к предельному, т. е. значение коэффициента определится как

$$\alpha = \begin{cases} 0, & \text{если } \delta P_l < 0; \\ 1, & \text{если } \delta P_l > 0. \end{cases}$$

Таким образом, выражение для области допустимых режимов в задаче управления режимами активной мощности можно записать в следующем виде:

$$P_l^0 + \sum_{i \in \omega_p} d_{li} \delta P_i < P_l^y, \quad i \in \omega_k, \quad (1)$$

$$f^{\min} < f^0 + \sum_{i \in \omega_p} d_{fi} \delta P_i < f^{\max}, \quad (2)$$

где  $\delta P_i, i \in \omega_p$  - управляющие воздействия на множество станций  $\omega_A$ , участвующих в управлении;

$P_l^0$  - исходное значение перетока по  $k$ -й связи;  $\omega_k$  - множество контролируемых связей;  $f^0, f^{\min}, f^{\max}$  - исходное значение и пределы регулирования частоты в системе;  $d_{fi}$  - коэффициент изменения частоты в системе при изменении мощности в  $i$ -м узле, определяемый как

$$d_{fi} = f_i^{\text{ном}} / k_{\text{ст}i} P_i^{\text{ном}}, \quad (3)$$

$k_{\text{ст}i}$  - коэффициент наклона статической характеристики  $i$ -го узла ЭС по частоте (величина, обратная коэффициенту статизма);  $f_i^{\text{ном}}, P_i^{\text{ном}}$  -名义ные значения частоты и активной мощности, при которых замерен или рассчитан  $k_{\text{ст}i}$ .

Ограничения (2) имеет смысл учитывать лишь при управлении режимами автономных энергосистем (в том числе образовавшихся в результате деления энергосистем после аварии). Пределы  $f^{\min}$  и  $f^{\max}$  в цикле оперативного управления определяются исходя из соображений исключения действия автоматики вторичного регулирования частоты и активной мощности и на уровне ЕЭС СССР составляют около +0,2 Гц. Такое отклонение частоты в ЕЭС требует возникновения небаланса порядка 1500 МВт, что при условии сбалансированного управления маловероятно. Таким образом, выражения (1), (2) являются линейным описанием ОДАР.

Расчет коэффициентов чувствительности с учетом статизма узлов ЭС по частоте. Рассмотрим методы определения коэффициентов чувствительности  $d_{li}$  с учетом частотного регулирования при заданных коэффициентах наклона характеристики статизма  $k_{\text{ст}i}, i = 1, N$ , где  $N$  - число узлов ЭС. В [7] рассмотрена упрощенная методика (без учета потерь мощности в сети) определения коэффициентов  $d_l$  из следующей системы линейных уравнений (СЛУ):

$$\begin{bmatrix} \partial P / \partial \delta & \partial P / \partial f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} d_l \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial P_l / \partial \delta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $\partial P / \partial \delta$  - матрица производных от узловой мощности по фазе напряжения;  $\partial P / \partial f$  - вектор коэффициентов статизма узлов ЭС по частоте;

$P_6$  - мощность балансирующего узла;  $d_l$  - вектор коэффициентов чувствительности для  $k$ -й связи;  $\partial P_l / \partial \delta$  - вектор производных от перетока мощности в  $k$ -й связи по фазе напряжения в узлах ЭС. Решение СЛУ (4) осуществляется на основе методов матричного анализа, позволяющих с использованием алгоритмов факторизации матриц организовать эффективную процедуру вычисления  $d_l$ .

Авторами предлагается коэффициенты чувствительности с учетом регулирования частоты определять более рациональным способом из коэффициентов потокораспределения  $c_{li}$ , которые ранее рассчитываются на стадии решения задачи ввода режима в допустимую область из СЛУ

$$[\partial P / \partial \delta][c_l] = - [\partial P_l / \partial \delta]. \quad (5)$$

Расчет коэффициентов по (5) предполагает наличие одного балансирующего узла. При этом возникающий в системе небаланс  $\Delta P_{\text{нб}}$  воспринимается станцией, расположенной именно в этом узле, т. е.  $\Delta P_6 = \Delta P_{\text{нб}}$ . Коэффициенты чувствительности  $c_{li}$  для балансирующего узла равны нулю.

Если учитывать действие частотного регулирования, то при возникновении небаланса  $\Delta P_{\text{нб}}$  каждый из узлов ЭС, в том числе и содержащий регулируемую станцию, воспримет часть этого небаланса пропорционально своему коэффициенту наклона статической характеристики  $k_{\text{ст}i}$  и名义ной (базисной) мощности данного узла  $P_i^{\text{ном}}$ , поскольку коэффициент статизма определяется для заданной мощности и заданного базисного значения частоты  $f^{\text{ном}}$ :

$$k_{\text{ст}i} = (\Delta f_i / f_i^{\text{ном}}) / (\Delta P_i^f / P_i^{\text{ном}}), \quad (6)$$

где  $\Delta P_i^f$  - изменение мощности  $i$ -го узла при изменении частоты в системе на величину  $\Delta f_i$ , вызванную небалансом в ходе активного или пассивного эксперимента при мощности этого узла  $P_i^{\text{ном}}$ .

Обычно за базисное значение частоты принимается значение  $f = 50$  Гц. Таким образом, изменение мощностей регулируемых станций в результате возникшего в системе небаланса  $\Delta P_{\text{нб}}$  определяется как:

$$\Delta P_i^f = - (k_{\text{ст}i} P_i^{\text{ном}} / k_{\text{ст}\Sigma}) \Delta P_{\text{нб}}, \quad (7)$$

где  $k_{\text{ст}\Sigma} = \sum_{i=1}^N k_{\text{ст}i} P_i^{\text{ном}}$  - суммарный коэффициент наклона статической характеристики системы.

Пусть на величину  $\delta P_k$  произойдет изменение мощности в  $k$ -м узле. Тогда мощности всех узлов (для которых  $k_{\text{ст}i} \neq 0$ ) изменятся на  $\delta P_i^f (i = 1, N)$ , определяемые соотношением (7), и переток мощности по  $k$ -й связи изменится на величину

$$\Delta P_l = c_{lk} \Delta P_k - \sum_{i=1}^N c_{li} \Delta P_i = c_{lk} \Delta P_k - \sum_{i=1}^N c_{li} \times$$

$$\times (k_{cti} P_i^{\text{ном}} / k_{cti}) = \Delta P_k (c_{lk} - (1/k_{ct\Sigma}) \times$$

$$\times \sum_{i=1}^N c_{li} k_{cti} P_i^{\text{ном}}.$$

Таким образом, коэффициент чувствительности перетока по  $l$ -й связи от изменения мощности в  $i$ -м узле определится как:

$$d_{li} = \Delta P_l / \Delta P_k = c_{lk} -$$

$$- (1/k_{ct\Sigma}) \sum_{i=1}^N c_{li} k_{cti} P_i^{\text{ном}}. \quad (8)$$

Выражение (8) дает возможность рассчитать коэффициенты чувствительности  $d_{li}$  непосредственно из ранее полученных значений  $c_{li}$  и заданных значений  $k_{cti}$  и  $P_i^{\text{ном}}$  и позволяет избежать многочленных решений СЛУ (4). Кроме того, как показано в [8], при вводе режима в допустимую область коэффициенты  $c_{li}$  целесообразно определять на основе полной матрицы Якоби (матрицы производных от уравнений установившегося режима), как это и выполняется при решении данной задачи в разработанном авторами программном комплексе ЛИНКОР. В этом случае выражение (7) дает возможность определить точные значения  $d_{li}$  с учетом потерь мощности в сети.

Предложенный алгоритм расчета коэффициентов чувствительности с учетом регулирования частоты в системе реализован в составе комплекса программ ЛИНКОР, предназначенного для расчета допустимых и оптимальных режимов и поэтапного управления режимами энергосистем. В целях экономии времени и оперативной памяти после расчета каждого вектора  $c_l$  (размерностью, равной числу узлов ЭС  $N$ ) для каждой контролируемой связи вычисляется значение

$$d_l = \sum_{i=1}^N c_{li} k_{cti} P_i^{\text{ном}}, \quad (9)$$

и после ввода режима в допустимую область коэффициенты чувствительности пересчитываются для их использования в задаче поэтапного управления:

$$d_{li} = c_{li} - b_l / k_{ct\Sigma}.$$

Рассмотрим процедуру расчета коэффициентов  $d_{li}$  для простейшей трехузловой схемы ЭЭС, изображенной на рисунке. В качестве контролируемой рассматривается связь  $l = (2, 1)$ . Пусть определены следующие коэффициенты потокораспределения:  $c_{11} = 0$ ,  $c_{13} = c_{14} = 1$  (рассматривая в качестве балансирующего узел 1). Коэффициенты наклона статических характеристик узлов по частоте имеют

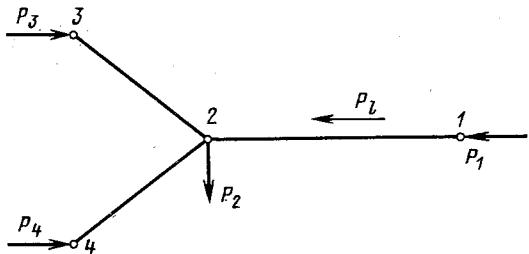


Схема ЭЭС для тестового примера

значения  $k_{ct1} = k_{ct3} = k_{ct4} = 10$ ,  $k_{ct2} = 12$ . Номинальные мощности соответственно равны  $P_1^{\text{ном}} = P_2^{\text{ном}} = P_3^{\text{ном}} = 1500$  МВт,  $P_4^{\text{ном}} = 1000$  МВт. Значение  $k_{\Sigma}$  определится как

$$k_{\Sigma} = 5,7 \cdot 10^4.$$

Коэффициент  $d_l$  согласно (9) будет равен

$$d_l = 4,2 \cdot 10^4.$$

Коэффициенты чувствительности, рассчитанные по (9) с учетом эффекта частотного регулирования, будут иметь следующие значения:

$$d_{l1} = -0,736;$$

$$d_{l2} = 0,264;$$

$$d_{l3} = 0,264.$$

Заметим, что полученные коэффициенты чувствительности справедливы лишь для приращений мощностей  $\delta P_i$ . Например, при возмущении в узле 3 и начальном потоке  $P_l^0$  результирующий переток определится как  $P_i = P_l^0 + 0,264 \delta P_1$ .

**Учет изменения коэффициентов наклона статических характеристик во времени.** Как отмечалось выше, для учета в основном реакции тепловой части станций коэффициент наклона статической характеристики рассматривают изменяющимся во времени. Характерный вид таких зависимостей более подробно обсуждается в [6]. При этом предполагается, что соответствующий наброс (брос) мощности будет достаточно плавным. Последнее обстоятельство позволяет не учитывать на данном этапе динамические свойства системы. Значение коэффициента статизма в начальный момент времени определяется действием автоматики первичного регулирования. Спустя некоторое время начинает действовать автоматика "регулирования до себя", которая стремится уменьшить регулирующий эффект первичного регулирования. В какой-то мере на изменении коэффициентов статизма сказываются и регулирующий эффект нагрузки (потребителей) и характеристики элементов электрической сети по частоте. Однако влияние этих факторов намного меньше по сравнению с реакцией тепловой части станций. В качестве наиболее характерных значений коэффициентов наклона статических характеристик можно рассматривать его максимальное  $k_{cti}^{\max}$  и минимальное  $k_{cti}^{\min}$  значения (полученные для оцениваемой длительности всего цикла управления  $T_y$ ). Предлагается следующий подход к определению коэффициентов чувст-

вительности с учетом изменения статизма узлов ЭС по частоте. Для предельных значений коэффициентов наклона статических характеристик  $k_{\text{ст}i}^{\max}$  и  $k_{\text{ст}i}^{\min}$  определяются соответствующие коэффициенты чувствительности  $d_{li}^{\max}$  и  $d_{li}^{\min}$ ,  $\forall \omega_k \in \omega_p$  ( $\omega_p$  – множество регулируемых станций) по выражению (8). Заметим, что для коэффициентов  $d_{li}$  индексы  $\min$  и  $\max$  не связаны со значениями соответствующих коэффициентов. Затем результирующий коэффициент  $d_{li}$  выбирается среди  $d_{li}^{\max}$  и  $d_{li}^{\min}$  исходя из того, что необходимо ориентироваться на наихудшие условия управления, т. е. учитывать лишь опасные изменения коэффициентов наклона статических характеристик. В зависимости от знаков коэффициентов статизма и результирующего УВ  $\delta P_i^H$  для  $i$ -й станции (для узлов нагрузки при этом рассматривается ее тренд во времени  $\delta P_i^S$ ) реализация данного УВ отдельно может либо приближать режим по соответствующей связи к предельному ( $d_{li} \delta P_i^H < 0$ ), либо удалять его от предельного ( $d_{li} \delta P_i^H > 0$ ), либо не влиять на данный переток ( $d_{li} \delta P_i^H = 0$ ). Наихудшим условиям управления будет соответствовать максимальное приближение режима по соответствующей связи к предельному при реализации УВ  $\delta P_i^H$  или, если для обоих значений  $d_{li}^{\max}$  и  $d_{li}^{\min}$  происходит удаление от  $P_l^{\text{да}}$ , минимальное удаление от соответствующего предела. Таким образом, коэффициенты чувствительности необходимо выбирать следующими:

$$d_{li} = \begin{cases} d_{li}^{\max}, & \text{если } d_{li}^{\max} \delta P_i^H < d_{li}^{\min} \delta P_i^H; \\ d_{li}^{\min}, & \text{если } d_{li}^{\max} \delta P_i^H > d_{li}^{\min} \delta P_i^H. \end{cases}$$

Данное соотношение учитывает все возможные комбинации значений  $d_{li}$  и  $\delta P_i^H$ .

Рассмотренные методы построения области допустимых режимов используются в моделях по-

этапного управления, подробное описание которых можно найти в [2, 6, 8]. Разработанные модели могут быть также использованы в задачах оперативного и превентивного управления при несбалансированном регулировании активной мощности в системе (несбалансированное управление) и в других задачах управления по надежности.

**Выводы.** 1. Предложенные методы построения области допустимых режимов для задач оперативного управления в достаточной мере учитывают факторы частотного регулирования и свойства реальных энергосистем.

2. Разработанная методика расчета коэффициентов чувствительности с учетом регулирования частоты в системе позволяет свести к минимуму время расчета и обеспечивает более высокую точность по сравнению с другими алгоритмами.

3. Предложен метод учета изменения статизма объектов ЭЭС по частоте во времени, учитывающий реакцию тепловой части станций при оперативном управлении.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бартоломей П. И., Ярославцев А. А. Оптимизационные модели ввода режима в допустимую область.– Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 2.
- Бартоломей П. И., Грудинин Н. И. Многокритериальные модели управления режимами активной мощности в ЭЭС для обеспечения надежности.– В кн.: Разработка методов и средств экономии электроэнергии в электрических системах и системах электроснабжения промышленности и транспорта. Днепропетровск: Изд-во ДГИ, 1990.
- Бартоломей П. И., Грудинин Н. И., Ярославцев А. А. Поэтапная коррекция послеаварийных режимов электроэнергетических систем.– Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1989, № 2.
- Поэтапное управление послеаварийными режимами ЭЭС СССР / П. И. Бартоломей, Н. И. Грудинин, В. Г. Орнов и др.– В кн.: Информационное обеспечение АСДУ. Задачи реального времени в диспетчерском управлении. Сб. докт. Всес. научно-техн. конф. Каunas, 1989.
- Совалов С. А., Семенов В. А. Противоаварийное управление в энергосистемах.– М.: Энергоатомиздат, 1988.
- Экспериментальные исследования режимов энергосистем / Под ред. С. А. Совалова.– М.: Энергоатомиздат, 1985.
- Неуймин В. Г. Методы расчета и анализа нормальных и послеаварийных режимов электроэнергетических систем. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Свердловск, 1988.
- Грудинин Н. И. Модели и методы оперативного управления режимами электроэнергетических систем. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Свердловск, 1990.

# Развитие импульсного разряда вдоль поверхностей воды и грунта

БАЗЕЛИАН Э. М., ХЛАПОВ А. В., ШКИЛЕВ А. В.

Гипотеза о "бесстримерном" лидере, созданная на основе обобщения существующих данных о природе длинной искры [1], еще не имеет полного экспериментального подтверждения. Согласно этой гипотезе лидер длинной искры считается инвариантным в отношении механизма производства тока, питающего канал разряда, а наиболее хорошо изученный стримерный механизм рассматривается лишь как один из возможных. В скользящем разряде, который формируется вдоль тонких диэлектрических пленок, наложенных на металлическую плоскость, может иметь место "бесстримерная" форма лидера, где ток требуемого уровня образуется главным образом за счет большой собственной емкости удлиняющегося канала. Теоретически сходная ситуация предсказана и для разряда вдоль проводящих поверхностей, например, вдоль поверхности земли [2]. Здесь ведущая роль в энергоснабжении лидера должна быть отдана току утечки через поверхность канала, контактирующего с проводящей средой.

Важной особенностью "бесстримерного" лидера нужно считать способность к развитию при весьма низком потенциале его головки. Значение потенциала ограничено снизу требованием выполнить условие самостоятельности разряда, а также обеспечить через головку ток  $I_{\min} = 0,5 - 1 \text{ A}$ , необходимый для непрерывного развития лидера. Если в первом приближении отождествить радиус головки  $r_g$ , собирающей ток, с радиусом зоны ионизации, определяемой пробивной напряженностью  $E_{\text{пр}}$  при слабонеоднородном поле [3], и допустить полусферическую симметрию растекания тока, минимальное значение потенциала головки можно оценить из выражения

$$U_{\min} = \left[ \frac{\rho I_{\min} E_{\text{пр}}}{2\pi} \right]^{1/2},$$

Так, в грунте с удельным сопротивлением  $\rho = 100 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  и пробивной напряженностью  $E_{\text{пр}} = 10^6 \text{ В/м}$  значение  $U_{\min}$  окажется не более 5 кВ. Возможность развития лидера при столь низком напряжении между его головкой и электродом противоположной полярности говорит о том, что минимальное напряжение перекрытия длинного промежутка вдоль поверхности грунта не будет принципиально отличаться от напряжения на лидерном канале, которое по результатам исследования "классического" лидера в воздухе не превышает 50 кВ/м.

Определяющая роль собственно лидерного канала должна проявиться в виде слабой зависимости условий формирования разрядного процесса от полярности напряжения. Опыт исследования длинной искры в воздухе показывает, что влияние полярности убывает по мере удлинения разрядного промежутка. Оно станет мало заметным, когда длина канала лидера выйдет на уровень  $10^2 - 10^3 \text{ м}$  и многократно превысит стримерную зону протяженностью в несколько метров, для формирования которой требуется примерно вдвое более сильное электрическое поле при отрицательном напряжении. Когда же лидер формируется вдоль проводящей поверхности, длина его зоны ионизации, исходя из  $U_{\min}$ , оценивается значением порядка 1 см, поэтому промежуток с межэлектродным расстоянием около 1 м с рассматриваемых

позиций уже может считаться сверхдлинным — для него нивелируется влияние полярности.

Следует остановиться еще на одном вероятном свойстве "бесстримерного" лидера, которое может стать принципиально важным для экспериментальной проверки гипотезы. Речь идет о минимальной скорости лидера. Ее значение фиксируется чрезвычайно четко, когда энергоснабжение канала в основном обеспечивается током смещения, для которого при постоянном потенциале головки справедливо выражение

$$i_l = C_l U_l v_l,$$

где  $C_l$  — эффективная емкость на единицу длины канала.

В формализованном виде это выражение отображает положительную обратную связь между током и скоростью лидера  $v_l$ . Именно благодаря этой связи устанавливается нижний предел скорости. Например, в воздухе нормальной плотности "классический" лидер или движется быстрее  $1 - 2 \text{ см/мкс}$  или резко останавливается, его ток падает до нуля, а канал распадается [2, 4].

Если же природа лидерного тока связана с естественной проводимостью среды, вдоль которой скользит канал, взаимосвязь между током и скоростью теряет силу, лишая смысла понятие о минимальной скорости. Теперь темп роста лидера не ограничивается снизу. Нет принципиального запрета в том, чтобы лидерный канал существовал даже при нулевой скорости.

Возможность непрерывного развития с малой скоростью должна очень сильно увеличить диапазон времени существования вольт-секундной характеристики разряда. Для ее расчета требуется знать скорость лидера, которую на основании экспериментальных данных пытаются связать с лидерным током степенной функцией типа

$$v_l = k i_l^\alpha,$$

где  $\alpha < 1$  [5]. Для "классического" лидера относительно небольшой длины в воздухе место измерения тока не имеет практического значения, поскольку последний мало изменяется вдоль канала. Для лидера, скользящего по проводящей поверхности, ситуация меняется принципиально. Здесь благодаря утечкам через боковую поверхность ток в основании канала ( $i_l$ ) может многократно превышать ток через головку ( $i_g$ ), ответственный за скорость лидера; в случае канала ограниченной проводимости нарушается прямая пропорциональность между токами  $i_l$  и  $i_g$ . В последнем убеждают, например, численные оценки распределения тока вдоль канала фиксированной длины  $l_l$  и неизменного радиуса  $r_l$  при условии, что канал контактирует с грунтом удельным сопротивлением  $\rho$  на половине периметра сечения. В расчете принято постоянное значение напряженности электрического поля в канале  $E_l$ , ток через головку отождествлялся с током через концевую полусферу радиусом  $r_g = r_l$ ; плоскость поверхности и толщина грунта считались неограниченными. Расчетные значения токов нормированы параметром

$$i_0 = \frac{\pi l_l U}{\rho \ln l_l / r_l},$$

равным току  $i_l$  при  $E_l = 0$  и воздействующем напряжении  $U$ .

Расчет был выполнен методом эквивалентных зарядов [6]. Его качественный результат не изменился при вариации отношения  $i_l/r_t$  в приемлемых пределах. Нижеследующие данные соответствуют  $i_l/r_t = 500$ :

$\frac{U}{E_{l_0} i_0}$	1,1	1,5	2,0	3,0	4,0
$i_l/i_0$	0,58	0,70	0,79	0,88	0,92
$r_t/i_0$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$9,4 \cdot 10^{-3}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$

Можно видеть, что по мере увеличения напряжения на промежутке кратность роста тока головки во много раз превысит аналогичный параметр для тока в основании канала лидера, а потому ускорение лидерного процесса вдоль проводящей поверхности и соответствующее сокращение времени формирования разряда должно наблюдаться на фоне существенно более медленного темпа роста регистрируемого тока, чем это было бы характерным для лидера в воздухе.

Для того чтобы охватить весь возможный диапазон скоростей "бесстремерного" лидера и наблюдать ход процесса при воздействии напряжения, близкого к теоретическому минимуму, необходимо использовать источник, способный формировать импульсы большой длительности; даже при работе с промежутками до 1 м длительность импульса около 1000 мкс не должна казаться чрезмерной.

К сожалению, практически все известные данные о разряде в земле соответствуют времени воздействия напряжения не более 20 мкс [3], в связи с чем они мало пригодны для проверки обсуждаемой гипотезы. Генерирование длительных импульсов при низкоомной нагрузке требует энергоемких источников. Чтобы ограничить расход энергии и обойтись импульсным генератором традиционного исполнения, целесообразно использовать неглубокий слой проводящей среды в ванне ограниченного сечения. Эксперименты в таких условиях заслуживают внимания и потому, что здесь доступно использование потенциальных электродов (зондов), при помощи которых можно контролировать динамику изменения средней продольной напряженности электрического поля в канале лидера.

Большинство экспериментов были выполнены в диэлектрической ванне  $125 \times 25$  см, установленной на большом расстоянии от заземленных электродов и высоковольтного оборудования, при толщине проводящего слоя 3,5 см. Хотя условия растекания тока здесь несколько отличались от тех, которые характерны для неограниченного объема, полученные результаты допустимо использовать для определения качественных закономерностей анализируемой формы разряда. На это, в частности, указывают контрольные опыты в глубокой ванне объемом около 1 м<sup>3</sup>, форма которой была близка к кубической.

Разрядный промежуток длиной до 1 м образовался стержнем диаметром 1–2 мм, располагавшимся перпендикулярно поверхности раздела "проводящая среда – воздух", и заземленной плоскостью, которая совпадала с торцевой стенкой ванны и повторяла ее размеры. В ванну заливалась вода с  $\rho = 25 - 45$  Ом·м или засыпался увлажненный песок с  $\rho = 80$  Ом·м; поверхность песка тщательно выравнивалась.

Измерения напряжения на участке канала были проведены в ванне, изготовленной из тонко-

стенной пластмассовой трубы с внутренним диаметром 45 мм, толщина проводящего слоя составляла 25 мм. В экспериментах использован раствор NaCl в воде с удельным сопротивлением 2–5 Ом·м, благодаря чему удавалось проводить измерения при токе в основании канала 5–25 А. Потенциальные зонды изготавливались в виде цилиндрических электродов диаметром 0,5 мм. Они располагались по центру ванны перпендикулярно поверхности жидкости. Зонд изолировался от электролита тонкой диэлектрической трубкой; контакт осуществлялся только вблизи поверхностного слоя на длине 1–2 мм. Сопротивление омического делителя зонда приближительно в 50 раз превосходило собственное сопротивление проводящего слоя в ванне.

Для формирования импульсов напряжения амплитудой до 150 кВ был использован ГИН с емкостью в ударе 0,8–3,2 мкФ. Фронтовое и токоограничительное сопротивления в разрядной цепи в сумме не превышали 400 Ом. Время фронта импульса было близко к 20 мкс, а полная длительность изменялась в зависимости от разрядного тока. При средних значениях тока около 30 А и амплитуды напряжения не более 50 кВ длительность импульса по уровню 0,5 была не ниже 1000 мкс.

В ходе экспериментов измерялись напряжение на разрядном промежутке и ток через поверхность плоского электрода; с помощью электронно-оптического преобразователя типа УМИ-92 фиксировалась оптическая картина разряда. ЭОП работал как в режиме покадрового фотографирования с регулируемыми экспозициями и временем задержки открытия электронного затвора, так и в режиме непрерывной развертки изображения. Максимальная продолжительность непрерывной развертки составляла 1200 мкс. Для более качественной пространственно-временной расшифровки регистраций каждый канал разряда фотографировался на неподвижную пленку фотоаппаратом, оптическая ось которого практически совпадала с осью ЭОП. Последнее было особенно важно при экспериментах с водой, когда из-за горизонтальной установки ванны съемку приходилось вести под достаточно малым углом, допуская тем самым заметную нелинейность изображения. Истинные размеры устанавливались в ходе обработки по контрольным фотографиям мерной линейки, размещенной непосредственно на поверхности проводящей среды в ванне.

Эксперименты показали, что формирование канала разряда требует нарушения симметрии в начальном развитии зоны ионизации у высоковольтного электрода. Проще всего этого удавалось добиться, создавая воздушный зазор длиной 1–3 мм между вершиной стержня и поверхностью проводящей среды в ванне. После пробоя зазора разряд всегда оставался шунтированным и продвигался вдоль внешней поверхности проводящей среды в направлении заземленной плоскости.

Если же стержневой электрод заглублялся в ванну хотя бы на несколько миллиметров, при воздействии импульса напряжения в зоне контакта возникала только круговая зона ионизации диаметром около 5 мм. При этом ток в разрядной цепи оказывался практически пропорциональным напряжению на промежутке в течение всего времени регистрации, достигающего 1000 мкс; при амплитуде импульса 50 кВ и  $\rho = 25$  Ом·м максимальное значение тока составляло 20 А. Описан-

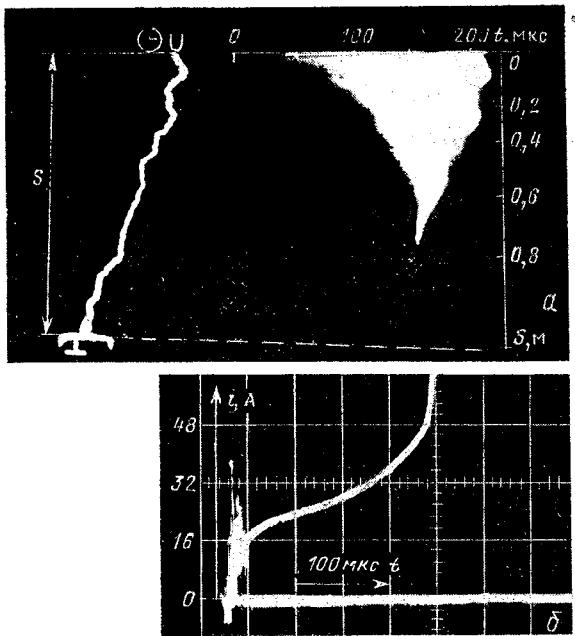


Рис. 1. Развитие положительного лидера вдоль поверхности воды с удельным сопротивлением 25 Ом·м при импульсном напряжении 50 кВ.

ная картина сохранялась по крайней мере вплоть до двукратных перенапряжений по отношению к уровню, обеспечивающему перекрытие промежутка при наличии начальной несимметрии.

На рис. 1 представлена типичная непрерывная оптическая развертка разряда вдоль поверхности воды с  $\rho = 25$  Ом·м в промежутке длиной 1 м при воздействии импульса напряжения положительной полярности. Там же дана синхронная осциллограмма разрядного тока, который должен трактоваться как ток в основании канала. Амплитуда импульса напряжения была близкой к 50 кВ, что обеспечивало вероятность перекрытия разрядного промежутка, близкую к 100 %. Время формирования разряда составило 230 мкс; электронный затвор ЭОП перекрыл изображение примерно за 4 мкс до конца процесса.

Стартовая от стержневого электрода, канал разряда непрерывно продвигается к плоскости в воздухе, контактируя с поверхностью воды. Скорость удлинения канала постепенно нарастала от начального значения  $3 \cdot 10^5$  см/с, достигнув к концу регистрации  $9 \cdot 10^5$  см/с. При этом ток разряда увеличился от 20 до 45 А, усилилась яркость свечения канала. Последняя всегда оставалась весьма слабой в месте рождения нового участка канала, и поэтому на фоторазвертке никак не выделялась лидерная головка, фиксируемая в виде особо яркого следа у "классического" лидера в воздухе. Не удавалось наблюдать и сколько-нибудь протяженной стримерной зоны — свечение перед головкой канала находилось за пределами чувствительности и пространственного разрешения ЭОП.

В режиме покадровой съемки с экспозицией 1,2 мкс канал фиксируется в виде светящейся линии переменной яркости и ширины (рис. 2). У основания "световой" диаметр канала близок к 5 см; головка канала приблизительно в 2–3 раза тоньше и практически всегда имеет несколько разветвлений длиной 5–8 см. Диаметр этих разветвлений мал и не поддается точному измерению.

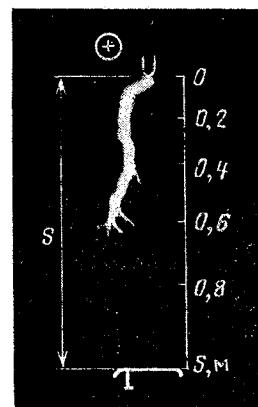


Рис. 2. Статическая фотография положительного лидера, формирующегося вдоль поверхности воды (время экспозиции 1,2 мкс)

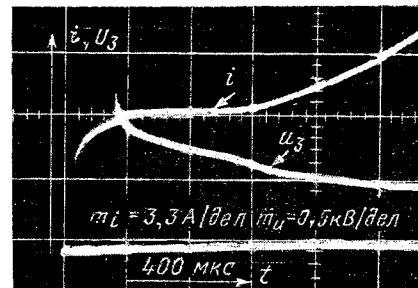


Рис. 3. Типичные осциллограммы тока ( $i$ ) и напряжения ( $U_3$ ) на зонде, установленном на расстоянии 10 см от анода в экспериментах по оценке напряженности электрического поля в канале разряда

с помощью применявшейся оптики; по чисто внешнему сходству они напоминают короткие стримеры.

Зондовые измерения напряжения на участках канала длиной 10–40 см дают основание считать, что по проводимости состояния газа в канале мало отличается от того, что наблюдалось ранее у "классического" лидера в воздухе [7]. Уже к моменту контакта головки с зондом средняя напряженность электрического поля в канале не превышала 150 В/см. В течение следующих 500–600 мкс при токе около 7 А она снижалась до 50 В/см (рис. 3), а при вдвое большем токе — примерно до 30–35 В/см, причем выход на установившийся режим занимает здесь не более 100 мкс. Известно, что столь низкие значения напряженности электрического поля характерны для канала открытой стационарной дуги.

Осциллограммы тока и напряжения позволяют оценить полную величину энергии, рассеиваемой в разрядном промежутке. Так, через 200 мкс после старта (условия съемки канала на рис. 2) энерговыделение составило около 250 Дж, причем основная доля этой энергии рассеялась в проводящей среде, а не в канале. Для оценки снизу можно предположить равномерность распределения тока по сечению камеры в неперекрытой части промежутка и пренебречь потерями энергии в той ее части, которая шунтирована каналом разряда. Такого рода обработка экспериментальных данных показала, что собственно в канале выделяется менее 10 % полной энергии. Даже при отсутствии всех видов потерь этого достаточно, чтобы довести

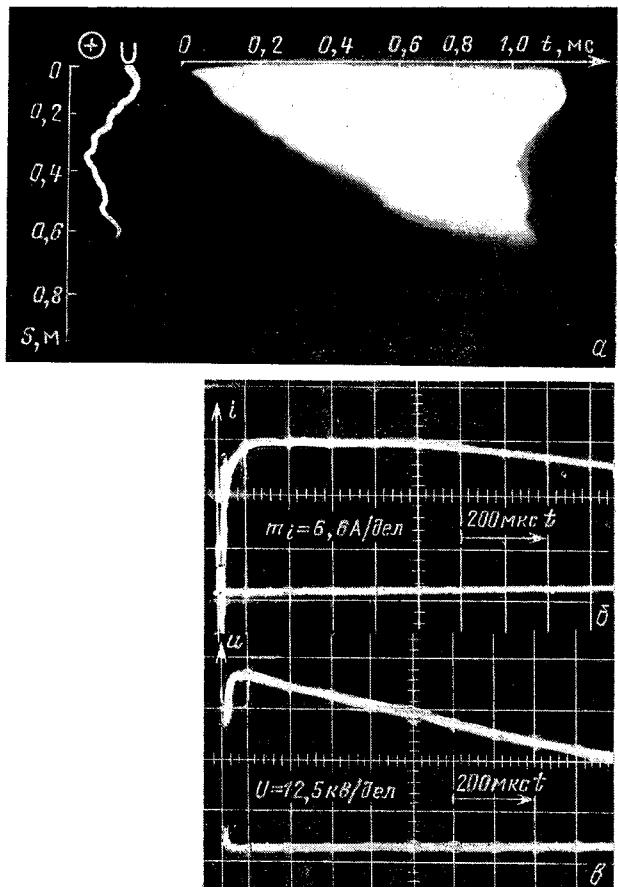


Рис. 4. Незавершенный положительный лидер при импульсном напряжении с амплитудой 42 кВ

до термоионизированного состояния объем воздуха не более  $5 \text{ см}^3$ ; следовательно, "тепловой" радиус канала должен быть по крайней мере на порядок меньше "светового" радиуса, фиксируемого ЭОП.

Как и предполагалось, снижение напряжения на промежутке обуславливает развитие канала со скоростью, существенно меньшей, чем у лидера в воздухе. Подобный ход разрядного процесса иллюстрируется рис. 4. При воздействии импульса напряжения амплитудой 43 кВ и по мере снижения напряжения после достижения максимума примерно в 2 раза скорость падала от  $2 \cdot 10^5$  до  $2 \cdot 10^4 \text{ см/с}$ . В тех же условиях у отдельных разрядов она доходила до  $1 \cdot 10^4 \text{ см/с}$ , что приблизительно в 100 раз ниже минимальной скорости лидера в открытом воздухе. Тем не менее формирование канала не прерывалось и он не терял своей высокой проводимости даже после полной остановки. Основанием для подобного заключения является медленное снижение разрядного тока, который уменьшился всего на 17 % через 1000 мкс после старта процесса благодаря тому, что спад напряжения до 0,5 амплитудного значения был скомпенсирован увеличением длины канала разряда, перекрывшего около 60 % межэлектродного расстояния.

Замена воды увлажненным песком не изменила принципиально ни оптической картины разряда (рис. 5), ни его основных параметров. Естественно, из-за более высокого удельного сопротивления среды при равном напряжении в 2,3 – 2,5 раза снижался разрядный ток. На осциллограмме рис. 5 его значение превысило 20 А лишь за 15 – 20 мкс до полного перекрытия промежутка длиной 0,8 м. Что же касается скорости удлинения канала на рис. 5, то она, как и в экспериментах с водой, сохранила свое начальное значение на уровне  $(2 - 2,5) \cdot 10^5 \text{ см/с}$  и плавно нарастала до  $2 \cdot 10^6 \text{ см/с}$  в конце регистрации. Тем самым подтверждаются результаты теоретического анализа [1], предсказывающего приблизительную стабильность параметров разряда при постоянстве значения произведения  $\rho i_l$ .

Поскольку организация тока в менее проводящей среде требует более сильного электрического поля, средняя напряженность перекрытия промежутка по поверхности песка оказалась приблизительно в 1,5 раза выше, чем для воды. Здесь важно подчеркнуть вспомогательную роль таких традиционно основополагающих понятий, как напряжение перекрытия или средняя напряженность перекрытия. Для данной формы разряда они являются не столько характеристиками изоляционной среды, сколько характеристиками объема, по которому растекается ток от источника напряжения. Сохраняя параметры атмосферы над проводящей поверхностью, можно добиться заметного изменения напряжения перекрытия, варьируя, например, толщину слоя грунта или ширину ванны, в которой ведутся измерения.

В ходе экспериментов подтвердилось и слабое влияние полярности на ход разрядного процесса. Для развития отрицательной искры вдоль поверхности песка в описанных выше условиях потребовалось увеличить напряжение на промежутке приблизительно на 11 %. При этом разрядный ток и скорость канала не претерпели сколько-нибудь заметных изменений (рис. 6).

Ход вольт-секундной характеристики разрядного промежутка также оказался слабо зависимым от удельного сопротивления среды и полярности напряжения. Измерения доказали достоверность

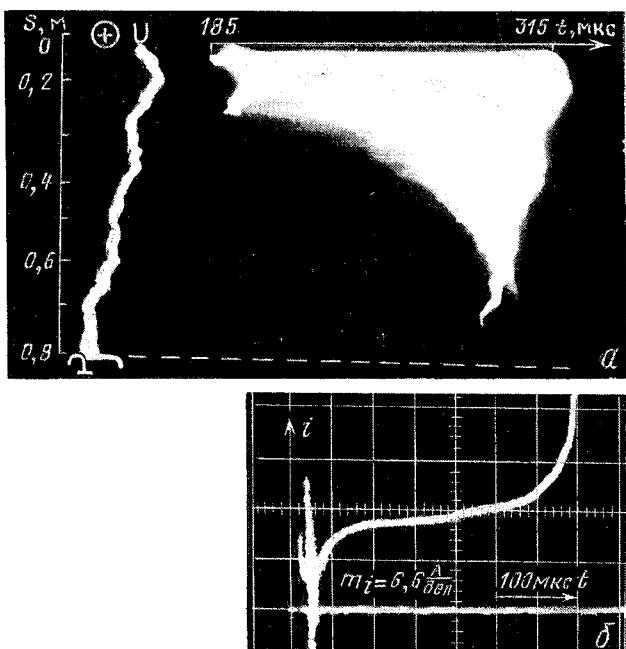


Рис. 5. Распространение положительного лидера вдоль поверхности увлажненного песка с удельным сопротивлением  $80 \text{ Ом} \cdot \text{м}$  при импульсном напряжении с амплитудой 60 кВ (непрерывная развертка изображения включена с задержкой, когда длина канала приблизилась к 20 см)

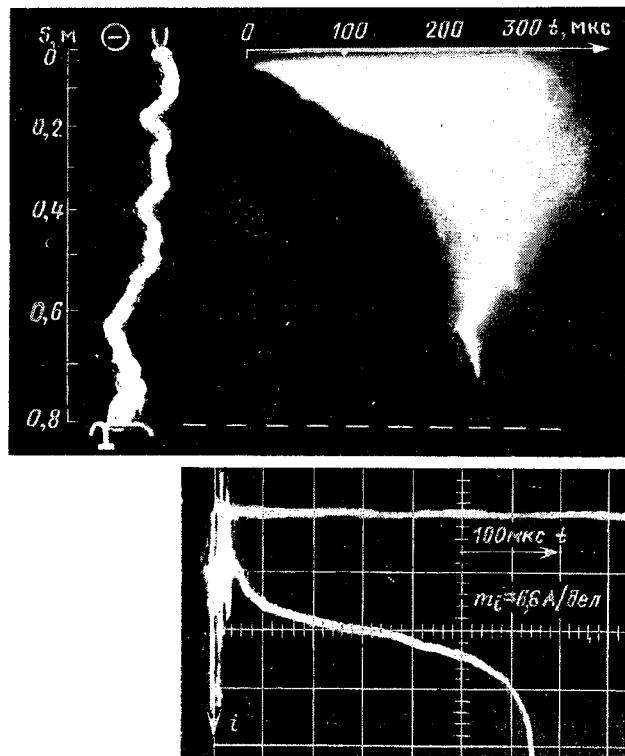


Рис. 6. Отрицательный лидер вдоль поверхности увлажненного песка при импульсном напряжении 68 кВ

предположения о чрезвычайно большом времени ее существования. Например, при отрицательных импульсах напряжения, сформированных ГИН с емкостью в ударе 1 мкФ, наибольшее время формирования разряда в промежутке 0,8 м ( $\rho = 45 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ) составило  $t_p = 1000 \text{ мкс}$ . Увеличение напряжения всего в 1,5 раза позволило сократить  $t_p$  примерно до 100 мкс, а при двукратных перенапряжениях — до 50 мкс (рис. 7). При этом среднее значение разрядного тока (по измерениям в основании канала) возросло примерно в 2 — 2,5 раза.

Таким образом, эксперименты подтверждают не только гипотезу о механизме формирования лидера вдоль поверхности проводящей среды, но и оправдывают прогноз основных свойств разряда, выполненный в ее рамках. Проведенные исследования позволяют отнести в категорию реального возможность прорыва к объекту больших импульсов тока по многометровому искровому каналу, развивающемуся от точки удара молнии в землю. Есть основание считать, что финальный скачок лидера молнии способен привести к эффекту, близкому по последствиям к пробою короткого

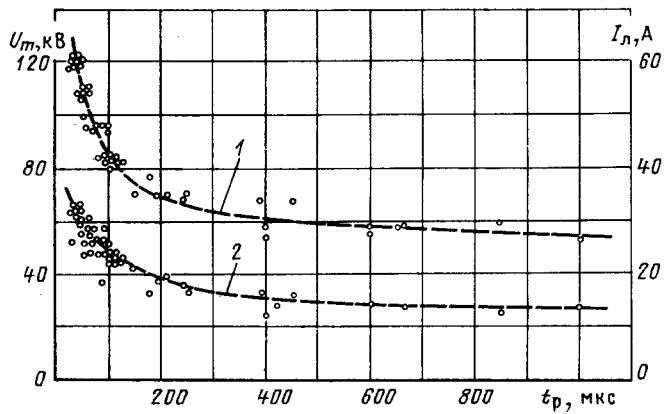


Рис. 7. Вольт-секундная (1) и ампер-секундная (2) характеристики искрового отрицательного разряда, формирующегося вдоль поверхности воды с удельным сопротивлением 45 Ом·м (измерения тока относятся к моменту времени  $t = t_p/2$ )

воздушного промежутка между электродом и поверхностью грунта, благодаря которому в лабораторных условиях нарушалась симметрия начальной ионизационной вспышки и шнуровался стартовый участок канала лидера.

Дальнейшие исследования искровых разрядов вдоль поверхности земли при мощных импульсах тока должны быть направлены на оценку влияния на процесс больших объемов грунта, где возможно одновременное развитие нескольких каналов в различных направлениях, а также на выяснение условий инициирования скользящего искрового разряда при транспортировке импульсного тока через канал встречного лидера или через стримерную зону лидера, направляющегося к земле.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Базелян Э. М. "Бесстримерный" лидер. — V Всес. конф. по физике газового разряда. Тез. докл. Омск, 26 — 28 июня 1990 г. Изд-во ОмГУ, 1990.
- Базелян Э. М. Искровой разряд вдоль поверхности грунта. — Электричество, 1991, № 11.
- Рябкова Е. Я. Заземления в установках высокого напряжения. — М.: Энергия, 1978.
- Горин Б. Н., Шкилев А. В. Развитие электрического разряда в длинных промежутках при импульсном напряжении положительной полярности. — Электричество, 1974, № 2.
- Kekez M., Savic P. Correlation of leader velocity for currents varying from 90 mA to 2 kA. — 4-th Intern. Symp. on High Voltage Engineering. Athen, 5 — 9 Sept. 1983, Rep. 42.04.
- Колечинский Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
- Базелян Э. М., Ражанский И. М. Искровой разряд в воздухе. — Новосибирск: Наука, 1988.

[21.11.91]

# Критерий стойкости конструкций к электромеханическому воздействию сильноточных разрядов

КАМЗОЛОВ С. К.

При воздействии на конструкции сильноточных электрических разрядов, например молний, в зоне привязки разряда возникает целый комплекс электромеханических явлений, в том числе электромагнитное давление, обусловленное пондеромоторным взаимодействием токов. Следствием такого воздействия является возникновение на оболочечных конструкциях, например на обшивке самолета, остаточных деформаций в виде вмятин.

В [1] была рассмотрена модель пондеромоторного взаимодействия тока в канале разряда с токами, симметрично растекающимися в тонкой пластинке. Расчетная модель, с помощью которой определено поле механических напряжений в пластинке, учитывает также дополнительное давление на пластинку со стороны плазменного канала, связанное с пинч-эффектом. С использованием известных теорий прочности, в том числе теории октаэдрических напряжений, получено расчетное соотношение, позволяющее определить предельное значение амплитуды тока разряда  $I_0$ , начиная с которого в пластинке образуются остаточные деформации:

$$I_0 = 2\pi h \sqrt{\frac{2\sigma_t}{\mu_0 f_{r\varphi}}}, \quad (1)$$

где  $\sigma_t$  — предел текучести материала пластинки;  $h$  — толщина пластинки;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $f_{r\varphi}$  — безразмерная функция напряжений.

Функция напряжений определяет относительные значения радиальной  $\sigma_r$  и касательной  $\sigma_\varphi$  составляющих нормального напряжения в пластинке на расстоянии  $r$  от оси канала разряда:

$$f_{r\varphi} = \sqrt{f_r^2 - f_r f_\varphi + f_\varphi^2}$$

где  $f_r = \frac{\sigma_r}{p_0} \alpha^2$ ;  $f_\varphi = \frac{\sigma_\varphi}{p_0} \alpha^2$ ;  $\alpha^2 = h/r_0$  — относительная толщина пластинки;  $r_0$  — радиус зоны привязки разряда;  $p_0$  — пондеромоторное "давление" на границе зоны привязки разряда, равное

$$p_0 = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r_0}. \quad (2)$$

Зависимость (1) можно представить в безразмерном виде:

$$\frac{I_0}{h} \sqrt{\frac{\mu_0}{\sigma_t}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{f_{r\varphi}}}. \quad (3)$$

В левой части равенства (2) имеется критическое значение некоторого безразмерного комплекса:

$$K_a = \frac{I_0}{h} \sqrt{\frac{\mu_0}{\sigma_t}}. \quad (4)$$

При превышении безразмерным комплексом  $K_a$  своего критического значения для соответствующей амплитуды токового импульса  $I_0$ , толщины пластинки  $h$  и предела текучести  $\sigma_t$  может наступить пластическая деформация пластинки. При меньших значениях комплекса  $K_a$  деформация имеет упругий характер.

Таким образом, комплекс  $K_a$  является критери-

ем, определяющим стойкость материала к пластическим деформациям при данном токе разрядного импульса. Критические значения критерия можно определить экспериментально либо расчетным путем. Так, например, уравнение (3) получено для жесткой пластинки без учета динамического характера нагрузки [1]. При этих условиях зависимость критического значения числа  $K_a$  от относительного расстояния  $\rho = r/r_0$  до оси канала разряда принимает вид, представленный на рис. 1.

Из рис. 1 следует, что при данных значениях амплитуды тока разряда и параметров пластинки, т. е. при соответствующем значении числа  $K_a$ , можно определить точки, где напряженное состояние пластинки достигает критического, и в этом месте развивается пластическая деформация. Таким образом, можно определить радиус вмятины, который, надо заметить, не должен превышать расстояния, проходимого волной напряжений (т. е. акустической волной) по пластинке за время длительности импульса на уровне критического значения тока. (Опыт обследования поврежденных молнией самолетов подтверждает: диаметр вмятин не превышает 10–20 см, что соответствует расстояниям, проходимым акустической волной по алюминию за время импульса, составляющее десятки микросекунд.)

Достоверность принятой модели вполне убедительно подтверждается опытом: на рис. 1 нанесено также поле экспериментальных данных по размерам вмятин, полученных на образцах из листового окрашенного материала Д16АТ толщиной 1 мм при лабораторных испытаниях электрическим разрядом с амплитудой тока 70–80 кА.

Критерий  $K_a$  (4) можно было получить, используя методы подобия и размерностей [2]. Действительно, основная характеристика — давление, обусловленное пондеромоторным взаимодействием токов, определяется квадратом тока [3] — см. соотношение (2); сопротивление нагрузке определяется толщиной пластинки и предельной прочностной характеристикой. Все эти параметры составляют безразмерный комплекс только вместе с мировой константой — магнитной постоянной.

Критическое значение числа  $K_a$ , как уже указывалось, в принятой модели [1] зависит от безразмерного относительного расстояния до оси канала разряда  $\rho = r/r_0$  (рис. 1). Однако учет реальной скорости формирования поля механических напряжений (скорости акустической волны) и ограниченного времени воздействия требует введения еще одного определяющего безразмерного комплекса:

$$\gamma = \frac{r_0}{at_0}, \quad (5)$$

где  $a$  — скорость акустической волны;  $t_0$  — продолжительность импульса;  $r_0$  — радиус зоны привязки разряда.

Таким образом, момент начала пластической деформации и соответствующее критическое значение числа  $K_a$  зависят от двух определяющих безразмерных комплексов —  $\rho$  и  $\gamma$ :

$$K_{a,kp} = f(\rho, \gamma). \quad (6)$$

Зависимость (6) может быть получена экспериментально или расчетным путем с использованием соответствующих теорий прочности.

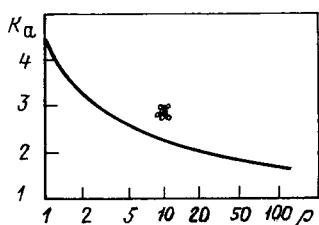


Рис. 1. Зависимость критерия  $K_a$  от относительного расстояния до оси канала разряда

Опыт эксплуатации воздушных судов гражданской авиации говорит о том, что при воздействии молнии на обшивку возможны более тяжелые повреждения из-за прожогов — пробоин. В этом случае характеризующий явление критерий  $K_a$  должен содержать соответствующее значение предельной прочностной характеристики материала  $[\sigma]$ , например, предел прочности при растяжении  $\sigma_b$ , учитывающий, к тому же, температурный фактор.

Таким образом, в обобщенной форме критерий стойкости элемента конструкции с характерным размером  $L$  к электромеханическому воздействию разряда может быть записан следующим образом:

$$K_a = \frac{I_0}{L} \sqrt{\frac{\mu_0}{\sigma}} . \quad (7)$$

В элементах конструкции сложного сечения способность сопротивляться напряжениям на изгиб определяется не линейным размером, а величиной момента сопротивления изгибу  $J_x$  [4]:

$$W = J_x / y_{max},$$

где  $W$  — момент инерции сечения относительно оси  $x$ , совпадающей с нейтральной линией сечения элемента, т. е. линией, в которой напряжения изгиба отсутствуют;  $y_{max}$  — координата максимальной удаленной точки сечения относительно оси  $x$ . Размерность момента сопротивления  $[W] = \text{м}^3$ . Следовательно, в этих случаях критерий стойкости к электромеханическому воздействию  $K_a$  будет иметь вид:

$$K_a = \frac{I_0}{\sqrt[3]{W}} \sqrt{\frac{\mu_0}{[\sigma]}} . \quad (8)$$

Надо отметить, что вид критерия, определяемый соотношениями (7) или (8), достаточно точно отражает развитие электромеханических процессов в материале при условии остроугольной формы импульса тока, когда решающая роль принадлежит амплитуде тока. В общем случае, особенно если импульс имеет пологие фронты или трапециoidalную форму, определяющее значение принадлежит такой характеристике как интеграл действия тока:

$$J = \int_0^{t_0} I(t) dt, \quad (9)$$

где  $t_0$  — длительность разряда.

Тогда с учетом теории размерностей критерий стойкости к электромеханическому воздействию

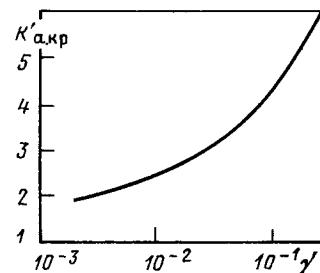


Рис. 2. Зависимость критического значения числа  $K'_{a,kp}$  от параметра  $\gamma$

принимает вид

$$K'_{a,kp} = \frac{\mu_0 J}{L^2 [\sigma] t_0} . \quad (10)$$

Если использовать расчетную модель, принятую в [1], то можно определить зависимость критического значения числа  $K_a$  от безразмерного комплекса  $\gamma$  (5):

$$K'_{a,kp} = \frac{8\pi^2}{4,5 - 6 \ln \gamma} . \quad (11)$$

Вид зависимости (11) приведен на рис. 2.

Рассмотрим примеры использования полученной зависимости. В зарубежных нормах летной годности самолетов величина интеграла действия (9) тока молнии нормируется и составляет  $J = 2 \cdot 10^6 \text{ А}^2$  с при длительности импульса  $t_0 \leq 500 \text{ мкс}$ . Исходя из зависимости (11) или соответствующей кривой на рис. 2, можно определить предельно допустимое значение толщины обшивки самолета, например, из наиболее часто применяемого для этих целей материала Д16АТ (предел текучести  $\sigma_t = 285 \text{ МПа}$ ), которая может выдержать на смятие разрядный импульс указанных параметров.

На рис. 3 изображены зависимости толщины плоской оболочки, выдерживающей электромеха-

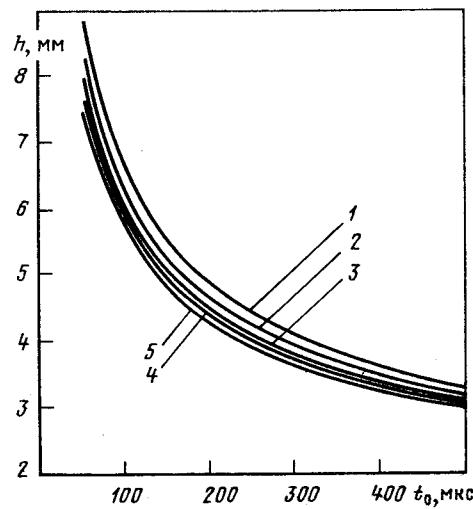


Рис. 3. Зависимость толщины обшивки, выдерживающей электромеханическое воздействие разряда с интегралом действия  $2 \cdot 10^6 \text{ А}^2$  с, от длительности импульса при разных значениях радиуса зоны привязки разряда (материал обшивки — Д16АТ): 1 —  $r_0 = 1 \text{ мм}$ ; 2 —  $r_0 = 2 \text{ мм}$ ; 3 —  $r_0 = 3 \text{ мм}$ ; 4 —  $r_0 = 4 \text{ мм}$ ; 5 —  $r_0 = 5 \text{ мм}$

нические нагрузки от разрядного импульса с интегралом действия  $2 \cdot 10^6 A^2 c$ , от длительности импульса в интервале 50 – 500 мкс для разных значений радиуса опорной зоны разряда в диапазоне от 1 до 5 мм. Причем, как видно из рис. 3, зависимость от радиуса относительно невелика. Это обстоятельство имеет принципиальное значение для практического применения предлагаемой методики расчета молниестойких конструкций, поскольку размер зоны привязки разряда зависит от состояния поверхности и носит в большой степени стохастический характер.

#### Список литературы

1. Камзолов С. К., Новиков С. М. Напряжения в пластинках под действием электромагнитного давления сильноточных разрядов (молний). – Изв. вузов. Электромеханика. 1989, № 2.
2. Седов Л. И. Методы теории размерности в механике. – М.: Наука, 1979.
3. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1966.
4. Биргер И. А., Мавлютов Р. Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. – М.: Наука, 1986.

[15.11.91]

## Электромагнитное влияние тяговых сетей переменного тока на металлические коммуникации

КОТЕЛЬНИКОВ А. В., доктор техн. наук,  
КОСАРЕВ А. Б., канд. техн. наук

Москва

Электрифицированные железные дороги переменного тока, оказывая электромагнитное влияние на смежные с ними металлические коммуникации (трубопроводы и кабели различного назначения), создают возможность возникновения на последних токов и потенциалов, которые могут оказаться опасными по условиям электробезопасности, взрывобезопасности, электрокоррозионного воздействия на незащищенные изоляционными покрытиями участки поверхности металла, контактирующие с грунтом.

Особую опасность представляет нарушение металлической непрерывности (аварийный или технологический разрыв) таких коммуникаций, когда вследствие разрыва цепи протекания индуцированного в них тока возникает дуговой (искровой) процесс с локальным выделением импульса тепловой энергии, способной воспламенить (взорвать) продукт, транспортируемый по трубопроводу или оказать травматическое воздействие на ремонтный персонал, выполняющий работы непосредственно в месте разрыва. Как то, так и другое, явно недопустимо.

В связи с этим возникает необходимость оценки электромагнитного влияния тяговых сетей переменного тока на смежные подземные коммуникации (ПК) в более широкой постановке, чем в [1, 2], т. е. как при отсутствии, так и при наличии разрывов в них. При этом более общей постановкой будет введение условия неоднородности первичных электрических параметров ПК (продольное и переходное сопротивление контура "коммуникация – земля") с продольной и попечной несимметрией.

На первой стадии по широко известной методике [1] первичные и вторичные параметры ПК на примере трубопроводов, имея в виду возможность по аналогии проведения таких расчетов и для кабеля.

Известно также, что удельная проводимость земли, сопротивление изоляции и ряд других параметров изменяются в широких пределах. По

этой причине переходное сопротивление ПК также может изменяться по его длине. Знание этого сопротивления позволяет более точно рассмотреть изменение напряжений и токов в ПК, находящихся в зоне электромагнитного влияния тяговых сетей переменного тока. Далее предлагается способ и устройство для измерения реального переходного сопротивления "коммуникация – земля" по участкам без нарушения непрерывности ПК [3].

Поставленная цель достигается тем, что в предлагаемом способе и устройстве для его реализации место "отсоединения" участка трубопровода длиной  $l_p$  от его непрерывной сети создается искусственно источником энергии, подключенным одним выходом к расположенным на некотором расстоянии друг от друга двум точкам ПК, а другим к заземлителю. В качестве заземлителя может быть использован рельсовый путь (рис. 1, a).

Известно, что в точке A (необязательно в центре между точками  $A_1$  и  $A_2$ ) ток в трубопроводе будет равен нулю. Тем самым токораспределение в схеме не нарушится (в соответствии с теоремой единственности [4]), если в сечении ПК, проходящего через точку A, расположить бесконечно тонкую изолирующую пластинку. Таким образом, включением источника энергии, соединенного одним выходом с двумя точками ПК, расположенными на расстоянии  $a$  друг от друга, а другим – с землей (рельсом), моделируется разрыв ПК.

Если источник энергии по аналогичной схеме подключить в двух местах ПК (рис. 1, б), то создается возможность измерить переходное сопротивление участка ПК на длине  $l = l_p + a$ .

Используя известные выражения для расчета токораспределения цепи, можно с достаточно высокой точностью записать

$$r_p = \frac{E}{I_1 + I_2} \frac{l_p + a}{1000}, \quad (1)$$

где  $I_1, I_2$  — токи, стекающие с рельсового пути на длине  $l = l_p + a$ .

Полученное выражение является приближенным, поскольку напряжение "трубопровод — заземлитель" принято на длине  $l_p$  постоянным. Это допущение корректно при  $l_p \leq 75$  м.

Использование этого метода позволяет выбирочно по отдельным характерным участкам трассы или сплошь по всей длине определить реальный уровень переходных сопротивлений, который в последующем использовать в расчетах.

Расчет магнитного влияния от токов в проводах тяговой сети осуществляется по известному выражению:

$$E = - \sum_{i=1}^M \int_{x_1}^{x_2} Z_{i\alpha x} I_{ix} dx = - \sum_{i=1}^M Z_i a I_{i\text{ср}} l_i \quad (2)$$

где  $i$  — порядковый номер влияющего провода;  $x_1, x_2$  — координаты начала и конца участка сближения тяговой сети и ПК;  $Z_{i\alpha x}$  — сопротивление взаимоиндукции между  $i$ -м влияющим проводом и ПК, отнесенное к 1 км, определяется по формуле

Поллячека;  $I_{ix}, I_{i\text{ср}}$  — ток  $i$ -го влияющего провода тяговой сети и его среднее значение на длине сближения (определяются по известным методикам).

Несколько сложнее дело обстоит при расчете гальванического влияния тяговых сетей переменного тока. Гальваническая составляющая электромагнитного влияния определяется током, стекающим с рельсового пути.

В частности, установлено [5, 8], что распределение потенциалов в земле от стекающего с рельсового пути тока  $I$ , расположенного на расстоянии  $x = x_h$  от начала координат, рассчитывают по формуле

$$\varphi_r = \frac{I \gamma_p (1 - Z_{12}/Z_2)}{2 \pi \gamma_3} \Omega \left[ \beta_p x; \beta_p \sqrt{x^2 + y^2} \right] \quad (3)$$

$$\text{при } \beta_p = \sqrt{0,5 \frac{Z_2}{r_p}}; \gamma_p = \sqrt{Z_2/r_p},$$

где  $\Omega \left[ \beta_p x; \beta_p \sqrt{x^2 + y^2} \right]$  — специальная функция двух переменных, зависящая от постоянной распространения рельсового пути, ее значения приведены [4];  $x, y, z$  — координаты точки земли, где определяется потенциал;  $\gamma_3$  — эквивалентная проводимость земли, зависящая от геометрических параметров; для однородной структуры земли  $\gamma_3$  принимается равной проводимости земли, при двухслойной  $\gamma_3$  принимается равной проводимости второго слоя, при трехслойной определяется по nomogramme [5].

В дальнейшем для зоны, ближней к железнодорожному полотну, можно принять, что потенциал земли относительно ее удаленной точки распределен по экспоненциальному закону [5]:

$$\varphi_r(x; y; z) = \frac{I \gamma_p (1 - Z_{12}/Z_2)}{2 \pi \gamma_3} \Omega \left[ 0; \beta_p \sqrt{\frac{x^2}{y_0^2} + z_0^2} \right] \times$$

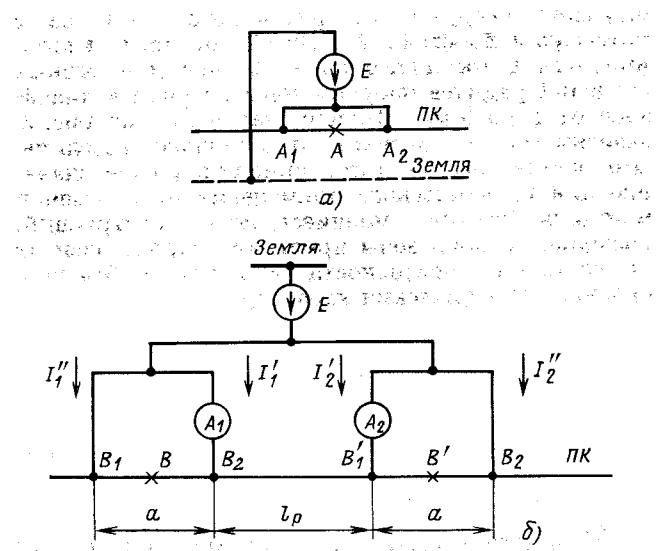


Рис. 1. К определению переходного сопротивления "ПК — земля"

$$\times \exp(-k|x - x_h|) \approx \varphi(x_h; y_0; z_0) \times \exp(-k|x - x_h|), \quad (4)$$

где  $\varphi(x_h; y_0; z_0)$  — максимальное значение потенциала земли в месте нахождения ПК (точка земли непосредственно в месте втекания тока в рельсовый путь).

В [5] даны рекомендации по нахождению параметра  $K$ , характеризующего затухание потенциала земли вдоль рельсового пути. Расчеты показывают, что  $K \approx (0,3 - 1) \text{ км}^{-1}$ . Большие значения  $K$  относятся к двухслойной земле, когда удельное сопротивление второго слоя существенно меньше удельного сопротивления первого.

Можно также принять, что

$$\varphi(x_h; y_0; z_0) \approx (0,05 \div 0,1) U_p,$$

где  $U_p$  — напряжение "рельсы — земля" в месте втекания тока в рельсовый путь.

Значения коэффициента  $K$  соответствуют потенциалам земли, находящимся на расстоянии  $10 \div 15$  м от крайнего рельса [5].

Таким образом, при оценке гальванического влияния тяговых сетей переменного тока на металлические коммуникации можно считать, что в тяговых сетях с  $U = 25$  кВ при их одностороннем питании

$$\varphi_r(x; y; z) \approx 0,04 Z_{\text{вр}} (1 - Z_{12}/Z_2) \times \times [1 - \exp(-\gamma_p)(x_h - x_p)] I \exp(-K|x - x_h|) \quad (5)$$

$$\text{при } Z_{\text{вр}} = \sqrt{Z_2 r_p},$$

где  $x_p$  — координата расположения точки соединения отсоса тяговой подстанции с рельсами.

Теперь при известных конфигурации тяговой сети и ПК, параметрах геоэлектрической структуры земли, токораспределении в проводах тяговой сети и распределении потенциалов в земле на трассе прокладки ПК можно перейти к задаче нахождения напряжений и токов в ней.

На первом этапе расчета электромагнитного влияния тяговых сетей переменного тока на металлические коммуникации рассмотрим ПК с однородными электрическими параметрами.

Пусть подверженная влиянию коммуникация имеет длину сближения  $L$  с участком железной дороги. В пределах этого участка на расстоянии  $L_1$ , считая от левого конца участка сближения, находится тяговая нагрузка или расположена точка короткого замыкания таким образом, что по разные стороны от нее влияющие токи в проводах контактной сети различны. При параллельном сближении коммуникации с осью железнодорожного полотна индуктируемая на 1 км длины э. д. с.  $E$  не зависит от координаты  $x$ . Значение э. д. с. определяется токами в проводах контактной сети  $I_K$  и рельсовом пути (7).

На рис. 2 представлена подверженная влиянию коммуникация в виде двухпроводной линии типа  $EJ$  с непрерывно распределенными источниками

ЭДС  $E(x)$ , включенными последовательно, и источниками тока  $I(x)$ , включенными параллельно. Левее сечения  $x = L_1$ ;  $E(x) = E_1$ , правее этой точки  $E(x) = E_2$ , что обусловлено различием токов в проводах контактной сети. Источники тока  $I(x)$  линии учитывают гальваническое влияние тяговой

сети, причем

$$\varphi(x) = \varphi_T Y_T,$$

где  $Y_T$  — поперечная удельная электрическая проводимость "коммуникация — земля";  $\varphi_T$  — потенциал коммуникации, определяемый специальной функцией  $\Omega$  [5].

В рассматриваемом случае закон изменения  $I(x)$  аппроксимирован экспонентами и показан на графике рис. 2, там же приведены уравнения аппроксимирующих экспонент. Части коммуникации, расположенные по обе стороны от участка сближения длиной  $L$ , учтены в расчетной схеме рис. 2 входными сопротивлениями, которые определяются по известным выражениям [4]:

$$Z_{1\text{bx}} = \frac{\underline{Z}_{\text{H}1} + \underline{Z}_B \operatorname{th} \gamma l_T}{\underline{Z}_{\text{H}1} \operatorname{th} \gamma l_T + \underline{Z}_B},$$

где  $\underline{Z}_B = \sqrt{\underline{Z}_T / Y_T}$ ,  $\gamma = \sqrt{\underline{Z}_T / Y_T}$  — вторичные параметры рассматриваемой линии;  $\underline{Z}_T$  — полное сопротивление 1 км контура "коммуникация — земля";  $l_T$  — длина участка коммуникации, замененного входным сопротивлением с нагрузкой  $\underline{Z}_{\text{H}1}$  на конце.

Целью предлагаемой методики является получение распределения напряжения вдоль рассматриваемой коммуникации относительно удаленной земли. Для этого на первом этапе разобьем рассматриваемую линию на два участка: один от левого конца длины сближения ( $x = 0$ ) до сечения  $x = L_1$ , а другой от  $x = L_1$  до правого конца ( $x = L$ ), как показано на рис. 2, причем длина левого участка  $L_1$ , правого —  $(L - L_1)$ . Воспользовавшись методом наложения, сначала решим поставленную задачу для автономной линии типа  $E$ , а потом типа  $J$ .

Зная параметры автономной линии типа  $E$ , найдем напряжения  $U_{1(E)}$  и  $U_{2(E)}$  в коммуникации относительно удаленной земли по концам длины сближения. С этой целью запишем уравнения передачи правого отрезка линии при отсчете расстояния от конца линии в виде [6]:

$$\begin{bmatrix} U_{L1} \\ I_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma(L - L_1) & \underline{Z}_B \operatorname{sh} \gamma(L - L_1) \\ \frac{1}{\underline{Z}_B} \operatorname{sh} \gamma(L - L_1) & \operatorname{ch} \gamma(L - L_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{2(E)} \\ I_{2(E)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_a \\ J_a \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где автономные параметры линии типа  $E$  определяют [6]:

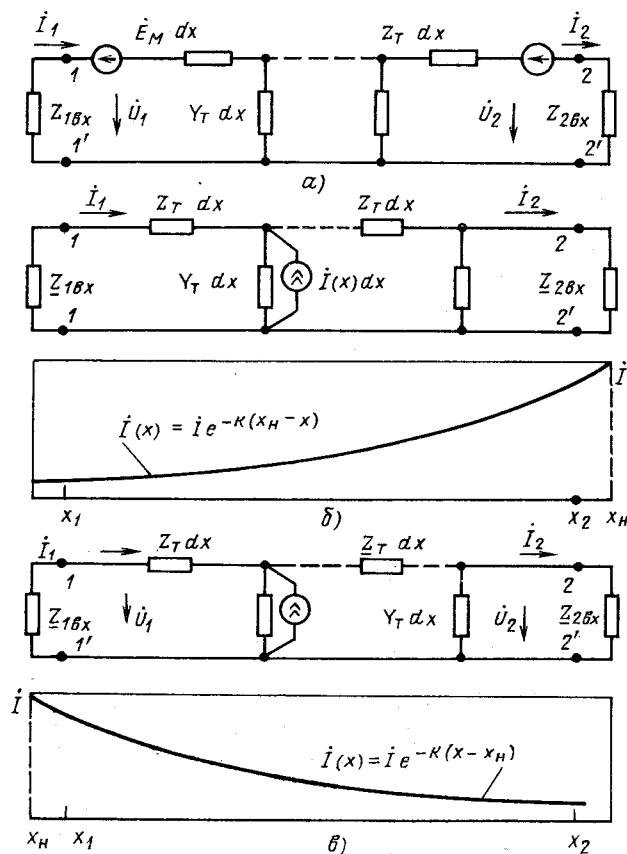


Рис. 2. Схемы замещения автономных четырехполюсников  
3 Электричество № 9

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{J}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \int_0^x E(x) \operatorname{ch} \gamma x dx \\ 0 \\ \frac{1}{Z_B} \int_0^x E(x) \operatorname{sh} \gamma x dx \end{bmatrix}. \quad (7)$$

В нашем случае  $E(x) = E_2$ .

Для левого отрезка линии длиной  $L_1$  уравнения передачи запишем при отсчете расстояния от начала линии:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{L1} \\ \dot{I}_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma L_1 & -Z_B \operatorname{sh} \gamma L_1 \\ -\frac{1}{Z_B} \operatorname{sh} \gamma L_1 & \operatorname{ch} \gamma L_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_{1E} - \frac{E_1}{\gamma} \operatorname{sh} \gamma L_1 \\ \dot{I}_{1E} - \frac{E_1}{Z_2} (\operatorname{ch} \gamma L_1 - 1) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Учитывая, что  $I_{1(E)} = U_{1(E)}/Z_{1\text{вх}}$ ;  $I_{2(E)} = U_{2(E)}/Z_{2\text{вх}}$ , получим

$$\begin{aligned} U_{1(E)} \left[ \operatorname{ch} \gamma L_1 - \frac{Z_B}{Z_{1\text{вх}}} \operatorname{sh} \gamma L_1 \right] - U_{2(E)} \left[ \operatorname{ch} \gamma(L - L_1) + \right. \\ \left. + \frac{Z_B}{Z_{2\text{вх}}} \operatorname{sh} \gamma(L - L_1) \right] = \frac{E_1}{\gamma} \operatorname{sh} \gamma L_1 + \\ + \frac{E_2}{\gamma} (\operatorname{sh} \gamma L - \operatorname{sh} \gamma L_1); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} U_{1(E)} \left[ \frac{1}{Z_{1\text{вх}}} \operatorname{ch} \gamma L_1 - \frac{1}{Z_B} \operatorname{sh} \gamma L_1 \right] - \\ - U_{2(E)} \left[ \frac{1}{Z_B} \operatorname{sh} \gamma(L - L_1) + \frac{1}{Z_{2\text{вх}}} \operatorname{ch} \gamma(L - L_1) \right] = \\ = \frac{E_1}{Z_{1\text{вх}}} (1 - \operatorname{ch} \gamma L_1) + \frac{E_2}{Z_2} (\operatorname{ch} \gamma L - \operatorname{ch} \gamma L_1). \end{aligned}$$

Из решения полученной системы уравнений можно определить напряжения  $U_{1(E)}$ ,  $U_{2(E)}$ , а далее токи  $I_{1(E)}$  и  $I_{2(E)}$  в коммуникации по концам длины сближения, обусловленные электромагнитным влиянием тока. Напряжение  $U_{1(E)}(x)$  и ток  $I_{1(E)}(x)$  могут быть найдены в любом произвольном сечении коммуникации, если воспользоваться выражениями (6) при  $0 \leq x \leq L_1$  или (8) при  $L_1 \leq x \leq L$ , формально заменяя в них  $L_1$  на  $x$ .

Для линии типа  $J$  автономные параметры определяют следующим образом [6]:

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_a \\ \dot{J}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \int_0^x Z_B J(x) \operatorname{sh} \gamma x dx \\ 0 \\ x \\ \int_0^x J(x) \operatorname{ch} \gamma x dx \end{bmatrix}. \quad (10)$$

После математических преобразований получим, что распределение напряжения  $U_{(J)}(x)$  и тока  $I_{(J)}(x)$  вдоль коммуникации на длине сближения описывается приведенными выражениями: при  $0 \leq x \leq L_1$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{I}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma x & -Z_B \operatorname{sh} \gamma x \\ -\frac{\operatorname{sh} \gamma x}{Z_B} & \operatorname{ch} \gamma x \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{aligned} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_{1(J)} - \frac{J Z_B e^{-K L_1}}{\gamma^2 - K^2} [e^{Kx} (-K \operatorname{sh} \gamma x + \\ + K \operatorname{ch} \gamma x) - \gamma] \\ \dot{I}_{1(J)} - \frac{J e^{-K L_1}}{\gamma^2 - K^2} [e^{Kx} (\gamma \operatorname{sh} \gamma x - \\ - K \operatorname{ch} \gamma x) + K] \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (11)$$

при  $L_1 \leq x \leq L$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{I}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} \gamma(L - x) & \frac{Z_B \operatorname{sh} \gamma(L - x)}{Z_B} \\ \frac{\operatorname{sh} \gamma(L - x)}{Z_B} & \operatorname{ch} \gamma(L - x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{2(J)} \\ \dot{I}_{2(J)} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} Z_B [e^{-K(L - L_1)} (\gamma \operatorname{ch} \gamma L + K \operatorname{sh} \gamma L) - \\ - e^{-K(L - L_1)} (\gamma \operatorname{sh} \gamma L + K \operatorname{ch} \gamma L) - \\ - e^{-K(x - L_1)} (\gamma \operatorname{ch} \gamma x + K \operatorname{sh} \gamma x)] \\ e^{-K(x - L_1)} (\gamma \operatorname{sh} \gamma x + K \operatorname{ch} \gamma x) \end{bmatrix} \frac{J}{\gamma^2 - K^2}. \quad (12)$$

Окончательный результат получим, суммируя комплексные напряжения и токи в каждом сечении линии  $x$ , обусловленные индуктивным и гальваническим влиянием электрифицированного

участка:

$$\left. \begin{aligned} U(x) &= U_E(x) + U_{(J)}(x); \\ I(x) &= I_{(E)}(x) + I_{(J)}(x). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

При решении задачи для подземной коммуникации с неоднородными параметрами используем схему замещения каскадно включенных автономных четырехполюсников, имитирующих участки ПК, для каждого из которых первичные параметры можно представить однородными. В пределах таких однородных участков автономные источники ЭДС не зависят от координаты, а источники тока изменяются по экспоненциальному закону.

Примем также, что первичные параметры металлических коммуникаций известны и не зависят от токов, протекающих в них. При такой постановке задачи можно принять, что решаемая задача линейна. Допущение о линейности правомерно, так как намагничивание трубопроводов протекающими по ним токами незначительно и при расчетах целесообразно принимать магнитную проницаемость равной магнитной проницаемости стали при напряженности, равной нулю.

На рис. 3 представлена схема замещения системы тяговая сеть — металлическая коммуникация. Рис. 3, а представляет собой общую схему рассматриваемого участка, остальные же — схемы замещения коммуникации, подверженной влиянию с учетом ее неоднородности. Отметим также, что в схеме на рис. 3, б представлен общий случай с

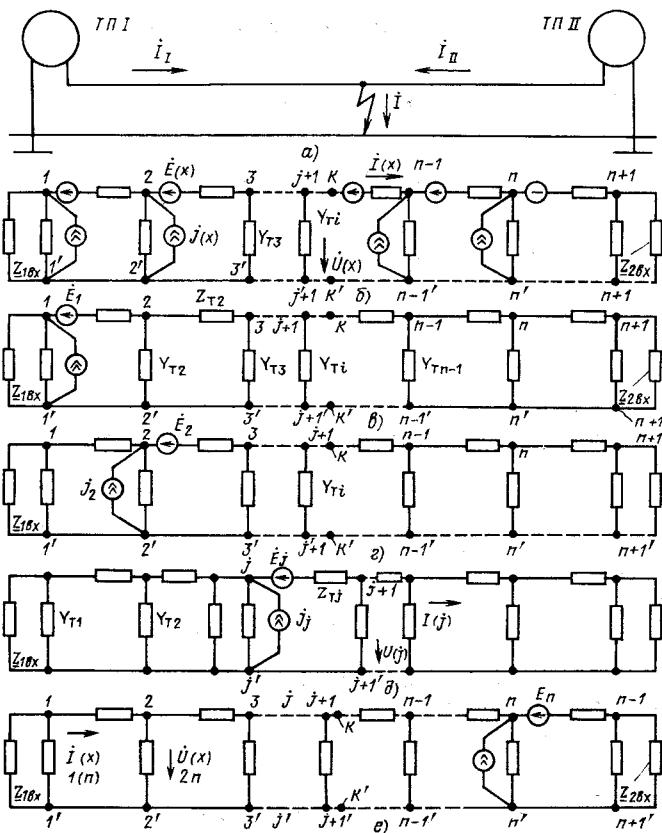


Рис. 3. Электрическая схема замещения расчета электромагнитного влияния тяговой сети на металлическую коммуникацию (а, б) и принцип наложения для ее работы (в-е)

учетом магнитного и гальванического влияния тяговой сети, остальные же (рис. 3, в-е) получены из нее при использовании метода наложения. Кроме того, на схемах выделены участки с неоднородными параметрами.

Пусть на однородном участке с номером  $j$  первичные параметры известны и на длине  $l_j = x_{j+1} - x_j$  ( $x$  — текущая координата) остаются постоянными. Известно также, что на этом участке магнитная составляющая ЭДС, а также гальваническая составляющая источника тока, изменяющиеся на этом участке по экспоненциальному закону (см. рис. 2). Вторичные параметры  $j$ -го однородного участка коммуникации — волновое сопротивление и постоянная распространения будут равны:

$$\underline{Z}_{bj} = \sqrt{\underline{Z}_{tj} / Y_{tj}}; \quad \gamma_j = \sqrt{\underline{Z}_{tj} / Y_{tj}},$$

где  $\underline{Z}_{tj}$ ,  $Y_{tj}$  — продольное сопротивление и попечерная проводимость 1 км трубопровода относительно земли на  $j$ -м участке.

Обозначим  $\underline{Z}_{(i)\text{вх.л}}$  — входное сопротивление каскадно соединенных четырехполюсников относительно зажимов  $i$ , расположенных слева от этих зажимов;  $\underline{Z}_{(i)\text{вх.п}}$  — то же, но вправо от этих зажимов.

Определение этих сопротивлений осуществляется по рекуррентным формулам, начиная от концов линии [4, 6].

Так

$$\underline{Z}_{(i)\text{вх.л}} = \frac{\underline{Z}_{(i-1)\text{вх.л}} \operatorname{ch} \gamma_i l_i + \underline{Z}_{bi} \operatorname{sh} \gamma_i l_i}{\underline{Z}_{(i-1)\text{вх.л}} \operatorname{sh} \gamma_i l_i + \operatorname{ch} \gamma_i l_i};$$

$$\underline{Z}_{(i)\text{вх.п}} = \frac{\underline{Z}_{(i+1)\text{вх.п}} \operatorname{ch} \gamma_i l_i + \underline{Z}_{bi} \operatorname{sh} \gamma_i l_i}{\underline{Z}_{(i+1)\text{вх.п}} \operatorname{sh} \gamma_i l_i + \operatorname{ch} \gamma_i l_i}.$$

Пусть  $U_{i(j)}$ ,  $I_{i(j)}$  — напряжение и ток на  $i$ -м участке трубопровода от действия ЭДС и источника тока на  $j$ -м участке.

Расчет этих напряжений осуществляется также по рекуррентным формулам после определения напряжения и тока входных и выходных зажимов  $j$ -го однородного автономного четырехполюсника, соответственно нагруженного на сопротивления  $\underline{Z}_{(j)\text{вх.л}}$  и  $\underline{Z}_{(j+1)\text{вх.п}}$ .

В частности, для однородного участка ПК длиной  $l_j = x_{j+1} - x_j$  распределение напряжений и токов на входных и выходных зажимах от действия лишь ЭДС и источников токов этого автономного четырехполюсника известно и рассчитывается по формулам [6]:

$$\left[ \begin{array}{c} U_{j(j)}(x=l_j) \\ I_{j(j)}(x=l_j) \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} \operatorname{ch} \gamma_j l_j & \underline{Z}_{bj} \operatorname{sh} \gamma_j l_j \\ \frac{1}{\underline{Z}_{bj}} \operatorname{sh} \gamma_j l_j & \operatorname{ch} \gamma_j l_j \end{array} \right] \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \dot{U}_{j+1(j)} \\ I_{j+1(j)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{E}_{aj} \\ \dot{J}_{aj} \end{bmatrix} \quad (14)$$

при

$$\begin{aligned} \dot{U}_{j+1(j)} &= \frac{\dot{E}_{aj} +}{\left[ 1 + \frac{\underline{Z}_{j\text{вх.л}}}{\underline{Z}_{(j+1)\text{вх.п}}} \right] \operatorname{ch} \gamma_j l_j +} \\ &\rightarrow \frac{+ \dot{J}_{aj} \underline{Z}_{j\text{вх.л}}}{+ \left[ \frac{\underline{Z}_{bj}}{\underline{Z}_{(j+1)\text{вх.п}}} + \frac{\underline{Z}_{j\text{вх.п}}}{\underline{Z}_{bj}} \right] \operatorname{sh} \gamma_j l_j}; \\ \dot{I}_{j+1(j)} &= \dot{U}_{j+1(j)} / \underline{Z}_{(j+1)\text{вх.п}}. \end{aligned}$$

В том случае, если автономный четырехполюсник расположен левее точки втекания тока в рельсовый путь ( $x = x_H$ ), то

$$\begin{aligned} \dot{E}_{aj} &= \frac{\dot{E}_{mj}}{\gamma_j} \operatorname{sh} \gamma_j l_j + \frac{\dot{J}_j e^{-Kx_H}}{K^2 - \gamma_j^2} [\underline{Z}_{bj} e^{Kx_{j+1}} \times \\ &\times (K \operatorname{sh} \gamma_j x_{j+1} - \gamma_j \operatorname{ch} \gamma_j x_{j+1}) - \\ &- e^{Kx_j} (K \operatorname{sh} \gamma_j x_j - \gamma_j \operatorname{ch} \gamma_j x_j)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{J}_{aj} &= \frac{\dot{E}_{mj}}{\underline{Z}_{tj}} \operatorname{ch} \gamma_j l_j + \frac{\dot{J}_j e^{-Kx_H}}{K^2 - \gamma_j^2} [e^{K_j x_{j+1}} (K \operatorname{ch} \gamma_j x_{j+1} - \\ &- \gamma_j \operatorname{sh} \gamma_j x_{j+1}) - e^{Kx_j} (K \operatorname{ch} \gamma_j x_j - \gamma_j \operatorname{sh} \gamma_j x_j)]. \quad (15) \end{aligned}$$

При расположении четырехполюсника правее точки приложения нагрузки расчет напряжения на его входных и выходных зажимах, а также токов производится по формулам (14). Однако автономные источники ЭДС и источников токов определяют из выражений:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{aj} &= \frac{\dot{E}_{mj}}{\gamma_j} \operatorname{sh} \gamma_j l_j + \frac{\dot{J}_j e^{-Kx_H}}{\gamma_j^2 - K^2} \left\{ \underline{Z}_{bj} [e^{-K_j x_{j+1}} \times \right. \\ &\times (\gamma_j x_{j+1} - K \operatorname{sh} \gamma_j x_{j+1}) - e^{-Kx_j} (\gamma_j \operatorname{ch} \gamma_j x_j + \\ &\left. + K \operatorname{sh} \gamma_j x_j)] \right\}; \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{J}_{aj} &= \frac{\dot{E}_{mj}}{\underline{Z}_{tj}} \operatorname{ch} \gamma_j l_j + \frac{\dot{J}_j e^{-Kx_H}}{\gamma_j^2 - K^2} [e^{-Kx_{j+1}} (\gamma_j \operatorname{sh} \gamma_j x_{j+1} + \\ &+ K \operatorname{ch} \gamma_j x_{j+1}) - e^{-Kx_j} (\gamma_j \operatorname{sh} \gamma_j x_j + K \operatorname{ch} \gamma_j x_j)]. \end{aligned}$$

Входящий в выражения (20) и (21) ток источ-

ника тока  $J_j$  зависит от поперечной проводимости "коммуникация — земля"  $j$ -го участка. Его значе-

ние определяется по формуле  $J_j = \varphi_i (x_H, y_0, z_0) Y_{Tj}$ , где потенциал точки земли с координатами  $x_H, y_0, z_0$  известен.

Расчет при найденных значениях  $\dot{U}_{j(j)} (x = l_j)$  и  $\dot{I}_{j(j)} (x = l_j)$ ;  $\dot{U}_{j+1(j)} (x = l_{j+1})$  и  $\dot{I}_{j+1(j)} (x = l_{j+1})$  распределения напряжений и токов в ПК на однородном участке длиной  $l_{j-1(j)} = x_j - x_{j-1}$  осуществляют по формулам

$$\begin{aligned} \dot{U}_{j-1(j)} (x) &= \dot{U}_{j(j)} (x = l_j) \operatorname{ch} \gamma_{j-1} (l_j - x) + \\ &+ \dot{I}_{j(j)} (x = l_j) \underline{Z}_{bj-1} \operatorname{sh} \gamma_{j-1} (l_j - x); \\ \dot{I}_{j-1(j)} (x) &= \dot{I}_{j(j)} (x = l_j) \operatorname{ch} \gamma_{j-1} (l_j - x) + \\ &+ \frac{\dot{U}_{j(j)} (x = l_j)}{\underline{Z}_{bj-1}} \operatorname{sh} \gamma_{j-1} (l_j - x). \end{aligned} \quad (17)$$

Полученные выражения справедливы для расчета распределения напряжений в ПК и тока в ней на длине  $l_{j-1(j)}$  от действия индуктивной и гальванической составляющей напряжений, действующих на участке сближения  $l_{j,j+1}$ .

Расчет указанных выше электрических величин токов и напряжений на участках ПК, находящихся правее точки  $x = l_{j+1}$ , т. е. при  $l_{j+1,j+2} = x_{j+2} - x_{j+1}$ , производят по формулам

$$\begin{aligned} \dot{U}_{j+1(j)} (x) &= \dot{U}_{j(j)} (x = l_{j+1}) \operatorname{ch} \gamma_{j+1} (x - l_{j+1}) - \\ &- \dot{I}_{j(j)} (x = l_{j+1}) \underline{Z}_{bj+1} \operatorname{sh} \gamma_{j+1} (x - l_{j+1}); \\ \dot{I}_{j+1(j)} (x) &= \dot{I}_{j(j)} (x = l_{j+1}) \operatorname{ch} \gamma_{j+1} (x - l_{j+1}) - \\ &- \frac{\dot{U}_{j(j)} (x = l_{j+1})}{\underline{Z}_{bj+1}} \operatorname{sh} \gamma_{j+1} (x - l_{j+1}). \end{aligned} \quad (18)$$

Далее расчет распределения напряжений и токов по длине ПК от ЭДС, наведенных в  $j$ -ом однородном участке, осуществляют соответственно при  $x \leq l_{j-1}$  по формулам (17), а при  $x \geq l_{j+2}$  согласно выражениям (18).

В связи с линейностью решаемой задачи для определения распределения напряжений и токов в любом однородном участке ПК применим принцип наложения. Согласно этому методу можно записать, что на участке  $l_k \leq x \leq l_{k+1}$  формулы для анализа напряжений в трубопроводе, токов в нем имеют вид

$$\begin{aligned} U_{\Sigma}(x) &= \sum_{j=1}^{K-1} [U_{K(j)} (x = l_K) \operatorname{ch} \gamma_K (x_K - l_K) + \\ &+ I_{K(j)} (x = l_K) \underline{Z}_{BK} \operatorname{sh} \gamma_K (x - l_K)] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{j=K+1}^w [U_{K+1(j)}(x = l_{K+1}) \operatorname{ch} \gamma_K(l_{K+1} - x) + \\
 & I_{K+1(y)}(x = l_{K+1}) Z_{\text{вх}} \operatorname{sh} \gamma_K(l_{K+1} - x)] - \\
 & - H_a^{-1} [\operatorname{ch} \gamma_K(l_{K+1} - x) Z_{(K+1)\text{вх.л}} + Z_{\text{вх}} \operatorname{sh} \gamma_K(l_{K+1} - \\
 & - x)] [E_{aK} + Z_{\text{вх.л}} J_{aK}] + E_{aK}(l_{K+1} - x)
 \end{aligned}$$

при

$$\begin{aligned}
 H_a = & (Z_{\text{вх.л}} + Z_{(K+1)\text{вх.п}}) \operatorname{ch} \gamma_K l_{K,K+1} + \\
 & + \left[ Z_{\text{вх}} + \frac{Z_{\text{вх.л}} Z_{(K+1)\text{вх.л}}}{Z_{\text{вх.л}} + Z_{(K+1)\text{вх.п}}} \right] \operatorname{sh} \gamma_K l_{K,K+1}.
 \end{aligned}$$

Для нахождения  $E_{aK}(l_{K+1} - x)$  и  $J_{aK}(l_{K+1} - x)$  используют выражения, приведенные в [6].

Аналогично определяется и распределение токов на длине  $l_{K,K+1}$ , т. е. при  $l_K \leq x \leq l_{K+1}$ :

$$\begin{aligned}
 I_{\Sigma}(x) = & \sum_{j=1}^{K-1} \left[ I_{K(j)}(x = l_K) \operatorname{ch} \gamma_K(x - l_K) - \right. \\
 & \left. - \frac{U_{K(j)}(x = l_K)}{Z_{\text{вх}}} \operatorname{sh} \gamma_K(x - l_K) \right] + \\
 & + \sum_{j=K+1}^n \left[ I_{K+1(j)}(x = l_{K+1}) \operatorname{ch} \gamma_K(l_{K+1} - x) + \right. \\
 & \left. + \frac{U_{K+1(j)}(x = l_{K+1})}{Z_{\text{вх}}} \operatorname{sh} \gamma_K(l_{K+1} - x) \right] - \\
 & - H_a^{-1} \left[ \frac{1}{Z_{\text{вх}}} \operatorname{sh} \gamma_K(l_{K+1} - x) Z_{(K+1)\text{вх.п}} + \right. \\
 & \left. + \operatorname{ch} \gamma_K(l_{K+1} - x) \right] [E_{aK} + Z_{\text{вх}} J_{aK}] + J_{aK}(l_{K+1} - x).
 \end{aligned} \quad (19)$$

Полученные выражения для расчета напряжений и токов в любом сечении ПК позволяют оценить влияние неоднородных параметров схемы на ЭДС, возникающую в месте разрыва цепи.

На рис. 4, 5 представлены результаты расчета наводимых в неоднородном ПК напряжений и токов. Расчеты проведены в зависимости от переходного сопротивления коммуникация — земля при наличии двух неоднородных участков.

Приведенные выше аналитические выражения, на наш взгляд, могут найти широкое применение и при анализе коррозионной опасности тяговых сетей постоянного тока на расположенные в земле металлические трубопроводы и кабели. Дело в том, что в настоящее время отсутствует методика

расчета утечек в разветвленных неоднородных электрических сетях. Токораспределение в таких сетях определяется лишь гальванической составляющей стекающего с рельсов постоянного тока (частота равна нулю).

При возникновении разрыва в цепи приведенный выше алгоритм также может быть использован для анализа электромагнитного влияния. При этом поступают следующим образом. Рассчитывают токи и напряжения на участке ПК, расположенным слева и справа от места разрыва отдельно.

Однако такой подход справедлив лишь при отсутствии шунтирования места разрыва другими ПК, которые в ряде случаев гальванически между собой связаны.

Рассмотрим обобщенный метод расчета распределения напряжений и токов в трубопроводе, находящемся в зоне электромагнитного влияния и имеющем разрыв в точке  $x = \bar{x}_p$ .

Известно [3], что процессы в электрических цепях при размыкании ветви (в данном случае разрыве трубопровода) находятся в результате наложения токов предшествующего режима (при отсутствии разрыва трубопровода), условно продолженного на время  $t > 0$  (при  $t = 0$  произошел разрыв цепи), на распределение токов, получаемое в результате включения в пассивную цепь источ-

ника тока  $I_i$  равного току, существовавшему в трубопроводе до момента размыкания ветви. Данное утверждение справедливо и для анализа напряжений, наводимых в трубопроводе в случае возникновения в нем разрыва.

В частности, при возникновении разрыва в цепи, представленной на рис. 2, на расстоянии  $x = 0,5l_1$ , токораспределение на ПК  $0 \leq x \leq 0,5l_1$  рассчитывают по формуле

$$I(x) = I_0(x) + I^p(x), \quad (20)$$

где  $I_0(x)$  — распределение токов в трубопроводе до разрыва;  $I^p(x)$  — распределение токов в трубопроводе от тока  $I_0(0,5l_1)$ , определенное из формулы

$$I^p(x) = I_0 \left[ (0,5l_1 - x) + \frac{Z_{\text{вх}}}{Z_b} \operatorname{sh} \gamma(0,5l_1 - x) \right]$$

$$\text{при } Z_{\text{вх}} = \frac{Z_{\text{вх.1}} \operatorname{ch} \gamma 0,5l_1 + Z_b \operatorname{sh} \gamma 0,5l_1}{\frac{Z_{\text{вх.1}}}{Z_b} \operatorname{sh} \gamma 0,5l_1 + \operatorname{ch} \gamma 0,5l_1}.$$

Аналогичным образом рассчитывают напряжения. Так, при  $0 \leq x \leq 0,5l_1$

$$U(x) = U_0(x) + U_0^p(x), \quad (21)$$

где  $U_0(x)$  — распределение напряжений по длине трубопровода до его разрыва;  $U_0^p(x)$  — распределение напряжений по длине трубопровода от тока

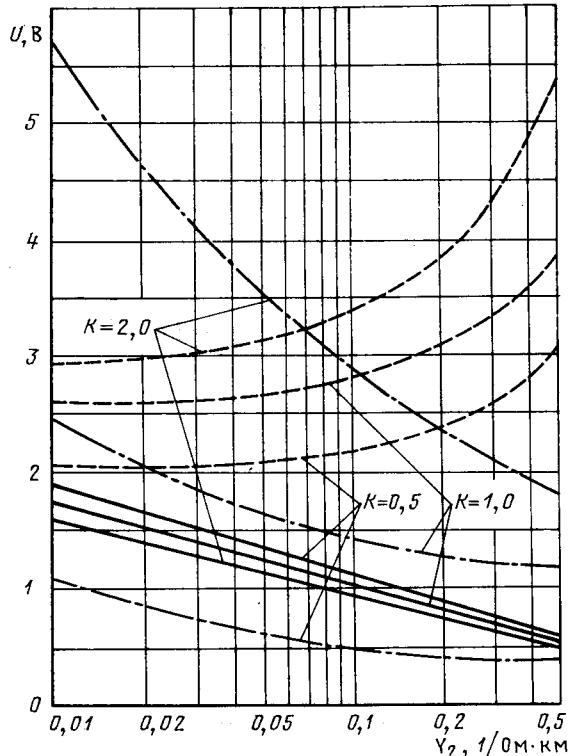


Рис. 4. Зависимость напряжения на коммуникации от удельной проводимости контура "коммуникация — земля": — — в месте втекания тока; — — — слева от места втекания тока; — · — · — справа от места втекания тока

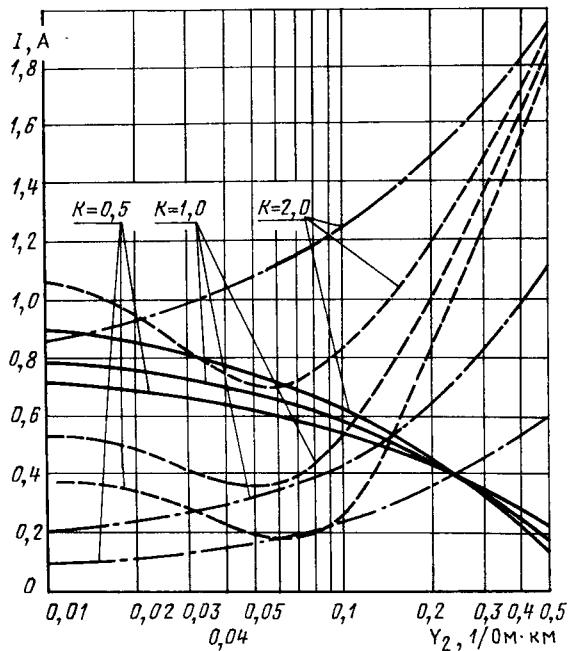


Рис. 5. Зависимость тока в коммуникации от удельной проводимости контура "коммуникация — земля": — — —, — · — · — то же, что на рис. 4

$I_0(0,5l_1)$ , которое рассчитывают по формуле

$$U_0^p(x) = I_0(0,5l_1)[Z_{bx} \operatorname{ch} \gamma(0,5l_1 - x) + Z_B \operatorname{sh} \gamma(0,5l_1 - x)].$$

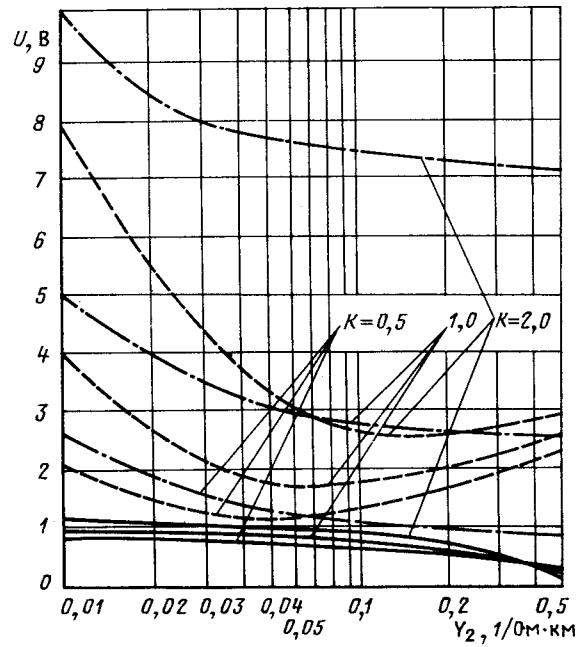


Рис. 6. Зависимость напряжения на коммуникации при наличии в ней разрыва от проводимости относительно земли:  
— — — разрыв в точке стекания тока в рельс;  
— — — слева от точки втекания тока;  
— · — · — справа от точки втекания тока

Разность потенциалов, возникающая в разрыве, может быть рассчитана по формуле

$$\dot{U}(x = x_p) = \underline{Z}_{bx,l}^p + \underline{Z}_{bx,p}^p \dot{I}_0(0,5l_1) \quad (22)$$

$$\text{при } \underline{Z}_{bx,l}^p = Z_{bx}; \underline{Z}_{bx,p}^p = \frac{Z_{bx2} \operatorname{ch}(0,5l_1 + l_2)}{Z_{bx2}} + \frac{Z_{bx2} \operatorname{sh} \gamma(0,5l_1 + l_2)}{Z_B} + \underline{Z}_B \operatorname{sh} \gamma(0,5l_1 + l_2) + \operatorname{ch} \gamma(0,5l_1 + l_2),$$

где  $\underline{Z}_{bx,p}^p$  — входное сопротивление трубопровода правее точки разрыва.

В том случае, если трубопровод имеет электрические параметры по длине одинаковые и  $Z_{bx1} = Z_{bx2} = Z_B$ , расчетное выражение для нахождения напряжений на разрыве упрощается и имеет вид

$$\dot{U}_0(x = x_p) = 2Z_B \dot{I}_0(x = x_p),$$

где  $\dot{I}_0(x = x_p)$  — ток в трубопроводе в месте его разрыва до момента возникновения аварийной ситуации.

На рис. 6 показаны результаты расчета напряжений, возникающих на разрыве, в зависимости от параметров ПК.

Энергия, выделяемая в месте разрыва ПК, определяется за период прохождения искры (дуги)  $\Delta t$  как

$$S = \int_0^{\Delta t} U(x = x_p)(t) I_0(x = x_p)(t) dt; \quad (23)$$

при условии линейного изменения  $U$  и  $I_0$  в переходном процессе

$$S \approx \frac{U(x = x_p) I_0(x = x_p)}{6}. \quad (24)$$

Сравнивая значения  $S$  с минимальными мощностями воспламенения газо-паровоздушных смесей, транспортируемых по ПК продуктов ( $S_{\text{вспл}}$ ), делается заключение по взрывобезопасности сближения ПК с электрифицированной железной дорогой.

Поскольку значения  $S_{\text{вспл}}$  для газа и нефтепродуктов малы ( $S_{\text{вспл}} = 0,06$  Вт [7]), а  $S$  может иметь переход  $0,5 - 1,0$  Вт, то практически всегда необходимо принимать профилактические меры, исключающие возможность возникновения дуги (искры) при нарушении металлической непрерывности ПК. К ним прежде всего относится необходимость шунтирования фланцев ПК сварными металлическими шинами, установка временных шунтирующих перемычек при работе на фланцах, кабельных муфтах и т. п.

Расчеты, выполненные по приведенной выше методике, показывают, что в системах тягового электроснабжения с экранированными усиливающими проводами (УЭП) и отсасывающими трансформаторами (ОП) наблюдается существенное снижение напряжений и токов в месте разрыва ПК (при ОП в большей степени). Тем самым повышается защищенность ПК от возможного взрыва легковоспламеняющихся продуктов при ее разрыве.

Таким образом, предлагаемая методика позволяет оценить электромагнитное влияние тяговых сетей переменного тока на металлические коммуникации, что позволяет выработать технические решения и дополнительные меры по исключению возможности возникновения опасных режимов работы смежных с полотном железной дороги устройств и коммуникаций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Стрижевский В. В., Дмитриев В. И. Теория и расчет влияния электрифицированной железной дороги на подземные и металлические сооружения. — М.: Стройиздат, 1967.
- Михайлов М. И., Разумов Л. Д., Соколов С. А. Электромагнитные влияния на сооружения связи. — М.: Связь, 1979.
- А. с. 1235767 (СССР). Способ определения переходного сопротивления рельсы — заземлитель на участке протяженных тоннелей / Б. И. Косарев, С. Х. Даргиеев, А. Б. Косарев, А. В. Котельников. Опубл. в Б. И., 1986, № 21.
- Анто А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1964.
- Котельников А. В. Блуждающие токи электрифицированного транспорта. — М.: Транспорт, 1986.
- Зеляк Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. — М.: Изд. АН СССР, 1951.
- Указания по проектированию защиты от искрообразования на сооружениях с легковоспламеняющимися и горючими жидкостями при электрификации железных дорог. — М.: Транспорт, 1981.
- Тарнисевский М. В. Теория и расчет комплексной электрической защиты подземных сооружений от коррозии блуждающими токами и разработка способа повышения ее эффективности. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. — М., 1970.

[25.03.91]

## Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе энергетическим методом

АБРАМКИН Ю. В., канд. техн. наук,  
ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., доктор техн. наук

Московский энергетический институт

Фундаментальным методом определения электромагнитных сил (ЭМС) в нелинейной магнитной системе (НМС) является энергетический метод. Впервые этот метод был эффективно применен для математического описания движения тел механической системы Лагранжем. Позднее Максвеллу удалось распространить подход Лагранжа и на математическое описание движения тел, электромагнитных процессов и сил в электромеханических системах.

Методика Лагранжа — Максвелла анализа электромагнитно-механических процессов электромеханического преобразования энергии в таких системах является в настоящее время общепризнанной и находит все большее применение как в теоретических исследованиях, так и при проведении практических разработок, а также в учебном процессе при изложении таких, например, курсов

как "Механика", "Электрические машины", "Электромагнитные расчеты" и другие [1, 2, 7].

В соответствии с этой методикой обобщенные ЭМС

$$F_j = \frac{\partial W}{\partial \xi_j} \left| \begin{array}{l} i_k = \text{const} \\ k \in [1, N] \end{array} \right. = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N+1} \sum_{\lambda} i_k i_{\lambda} \frac{\partial L_{k\lambda}}{\partial \xi_j}, \quad j \in [1, N_T] \quad (1)$$

определяются как скорость изменения магнитной энергии системы (система включает в себя  $N$  электрических контуров и  $N_T$  материальных тел, перемещение которых в пространстве ограничи-

вается  $l$  уравнениями связи) при малом виртуальном (т. е. с учетом наложенных ограничительных связей) обобщенном перемещении  $\delta\xi_j$  и фиксированных значениях токов контуров электрической подсистемы. Здесь и далее предполагается, что материальные тела (материальные точки) системы имеют между собой удерживающую связь, описываемую системой из  $l$  уравнений:

$$f_\nu(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_{N_T}, y_{N_T}, z_{N_T}) = 0, \quad \nu \in [1, l], \quad (2)$$

среди аргументов (независимых переменных) которых имеются только координаты материальных точек  $x_1(t), y_1(t), z_1(t), \dots, x_{N_T}(t), y_{N_T}(t), z_{N_T}(t)$  и отсутствуют производные  $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dots, \dot{x}_{N_T}, \dot{y}_{N_T}, \dot{z}_{N_T}$  и время  $t$  в явной форме. Другими словами

последующие рассуждения будут справедливы по отношению к электромеханическим системам, механические подсистемы которых обладают удерживающими, голономными, стационарными связями.

Число степеней свободы рассматриваемой системы  $R$ , совпадающее с числом обобщенных координат  $\xi_j$ , фиксирующих в данный момент времени положение в пространстве  $N_T$  материальных точек системы, зависит при известном числе тел системы  $N_T$  от числа  $l$  (порядка системы уравнений связи) и определяется из соотношения  $R = 3N_T - l$ .

Обоснование формулы (1) для обобщенной ЭМС в линейной электромеханической системе, полностью распространяющееся и на линеаризованную модель нелинейной электромеханической системы, сравнительно несложно. Оно осуществляется путем преобразования уравнения баланса мощностей при электромеханическом преобразовании энергии в рассматриваемой системе

$$\sum_k^N u_k i_k = \sum_k^N r_k i_k + \frac{dW}{dt} + \sum_j^R F_j \xi_j, \quad (3)$$

где  $\dot{\xi}_j = \frac{d\xi_j}{dt}$  — обобщенная скорость;  $W$  — магнитная энергия системы, зависящая как от токов контуров  $i_k$  ( $k \in [1, N]$ ), так и от положения тел системы  $\xi_j$  ( $j \in [1, R]$ ) в пространстве, поскольку изменение взаимного положения тел системы при изменении во времени обобщенных координат приводит к соответствующему изменению взаимной индуктивности контуров:

$$W = \frac{1}{2} \sum_k^N \sum_\lambda^{NN} i_k i_\lambda L_{k\lambda} = \frac{1}{2} \sum_k^N i_k \Phi_k.$$

Нетрудно убедиться (см. приложение, п. 1) в справедливости следующего выражения для полной (субстанциональной) производной от магнитной энергии системы:

$$\frac{dW}{dt} = \sum_{k=1}^N i_k \frac{d}{dt} \left[ \frac{dW}{di_k} \right] - \sum_{j=1}^R \frac{dW}{d\xi_j} \Bigg| \begin{array}{l} i_k = \text{const} \\ k \in [1, N] \end{array} \xi_j. \quad (4)$$

Заменяя в (3) производную  $\frac{dW}{dt}$  ее выражением по (4), уравнению баланса мощностей можно привести следующий вид:

$$\sum_{k=1}^N \left\{ u_k - i_k r_k - \frac{d}{dt} \left[ \frac{dW}{di_k} \right] \right\} i_k = \sum_j^R \left[ -\frac{dW}{d\xi_j} + F_j \right] \xi_j. \quad (5)$$

Содержимое внутри фигурных скобок в левой части уравнения (5) оказывается тождественным нулю:

$$u_k - i_k r_k - \frac{d}{dt} \left[ \frac{dW}{di_k} \right] = 0,$$

поскольку

$$u_k - i_k r_k = -e_k,$$

а

$$-\frac{d}{dt} \left[ \frac{dW}{di_k} \right] = -\frac{d}{dt} \left[ \frac{d}{di_k} \left( \frac{1}{2} \sum_\lambda^N \sum_\beta^{NN} i_\lambda i_\beta L_{\lambda\beta} \right) \right] = -\frac{d}{dt} \left[ \sum_j^N i_j L_{jk} \right] = -\frac{d\Psi_k}{dt} = e_k,$$

где  $\Psi_k$  — полный магнитный поток  $k$ -го контура в магнитном поле системы:

$$\Psi_k = \int_{S_k} (\vec{B} d\vec{s}) = \sum_{j=1}^N i_j L_{jk} = \sum_j^N \Psi_{jk}.$$

Таким образом, процесс электромеханического преобразования энергии в электромеханической системе в условиях поддержания неизменными токов контуров ( $i_k = \text{const}$ ,  $k \in [1, N]$ ) удовлетворяет уравнению

$$\sum_{j=1}^R \left[ -\frac{dW}{d\xi_j} + F_j \right] \xi_j = 0, \quad (6)$$

которое должно выполняться при любом наборе значений обобщенных скоростей, в частности и тогда, когда  $\dot{\xi}_j \neq 0$  для любого  $j \in [1, R]$ .

С учетом последнего замечания уравнение (6) будет выполнено, только если окажутся справед-

ливыми приведенные ниже  $R$  уравнений:

$$-\frac{dW}{d\xi_j} + F_j = 0, \quad j \in [1, R],$$

откуда и следует искомое расчетное выражение (1) для обобщенной ЭМС.

Относительный недостаток формулы (1) можно усмотреть в том, что с ее помощью можно определить обобщенную ЭМС, действующую на ту часть (имеющую конечные размеры) электромеханической системы, которая в течение малого промежутка времени  $dt$  переместилась, изменив значение одной из своих обобщенных координат  $\xi_j$  на  $d\xi_j = \dot{\xi}_j dt$ .

При этом, однако, остается открытым вопрос о том, как найденная ЭМС распределяется по объему этой части системы. Кроме того, классический подход к определению ЭМС в НМС, предложенный Лагранжем — Максвеллом (1), не позволяет также и рассчитать те ЭМС, которые действуют на произвольно выбранный объем в пределах рассматриваемой части электромеханической системы.

Вместе с тем объемный характер распределения ЭМС в НМС очевиден. Определить искомое распределение объемной плотности ЭМС.

$$\bar{f}(x, y, z) = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{V},$$

выразив его через физические величины магнитного поля  $(\bar{B}, \bar{H})$  и магнитную проницаемость среды  $\mu_0 \mu_r$  оказывается возможным, распространив действие формулы (1) и на расчет ЭМС, действующей на любой объем, в том числе и бесконечно малый.

С этой целью заменим исходную электромеханическую систему — нелинейную, состоящую из  $N_T$  материальных тел с  $l$  ограничительными стационарными, голономными связями, идеализированной (в механическом смысле) и линеаризованной (в магнитном отношении) моделью, состоящей из бесконечно большого числа ( $N_{ti} = \infty$ ) бесконечно малых объемов — материальных точек — без ограничительных связей с сохранением заданных зависимостей распределения объемной плотности

(ОП) тока проводимости  $J(x, y, z)$  и магнитной проницаемости  $\mu(x, y, z)$  (или намагниченности

$$\bar{M}(x, y, z))$$
.

Идеализированная (в механическом смысле) электромеханическая система отличается от заданной тем, что она содержит в себе бесконечно большое число  $N_{ti}$  материальных тел бесконечно малой величины, не имеющих между собой никакой связи.

Линеаризация (в магнитном отношении) электромеханической системы сводится к тому, что

магнитное состояние линеаризованной модели, совпадающее с действительным магнитным состоянием исходной системы в рассматриваемый момент времени, описывается с помощью зависимости магнитной проницаемости  $\mu = \mu_0 \mu_r(x, y, z)$ , среди аргументов которой имеются только пространственные координаты  $x, y, z$  и отсутствует напряженность магнитного поля  $H$ .

Очевидно, в такой модели будут в точности воспроизведены как истоки и вихри магнитного поля ( $\bar{J} = \operatorname{rot} \bar{H}$ ,  $\operatorname{rot} \bar{B}$ ,  $\nabla \bar{H}$ ) и магнитные свойства среды  $\mu = \mu_0 \mu_r$ , так и само магнитное поле  $(\bar{B}, \bar{H})$  и силовое поле объемной плотности ЭМС  $\bar{f}$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H}_m &= \operatorname{rot} \bar{H}; \operatorname{rot} \bar{B}_m = \operatorname{rot} \bar{B}; \nabla \bar{H}_m = \nabla \bar{H}; \\ \bar{M}_m &= \bar{M}; \mu_m = \mu; \bar{B}_m = \bar{B}; \bar{H}_m = \bar{H}; f_m = f. \end{aligned}$$

Векторное поле ОП ЭМС  $\bar{f}$  тождественно с полем элементарных ЭМС, отнесенных к элементарным объемам системы, рассматриваемым при описании ее механической подсистемы как материальные точки. Обобщенные координаты последних  $\xi_{j\beta} \in [1, 3]$  тождественны их декартовым координатам  $\xi_{j\beta} \in [x_j, y_j, z_j]$ ,  $j \in [1, \infty[$ .

Заменим далее предложенную макромодель магнитного поля (МП) с линеаризованными магнитными свойствами эквивалентной в отношении МП и искомого поля ОП ЭМС микромоделью МП [4], в которой действительные контуры (характеризующиеся действующими в них сторонними э. д. с.  $u_k$ , токами  $i_k$ , омическими сопротивлениями  $r_k$ ;  $k \in [1, N]$ ) заменяются искусственно [4] введенной системой линейных контуров в отдельных ветвях, характеризующихся действующими в них управляемыми сторонними э. д. с.  $u_{bs}$ , токами  $i_{bs}$ , омическими сопротивлениями  $r_{bs}$ ,  $bs \in [1, \infty[$ . Токи  $i_{bs}$  определяются исходя из заданного по условию в рассматриваемый момент времени магнитных полей индукции и напряженности в целом во всей системе и в отдельных ветвях МП. При перемещении выделенного объема  $dV$ , происходит изменение размеров отдельных ветвей. Сохранение в таких ветвях неизменным их магнитного состояния (т. е.  $\mu(x, y, z) = \text{invar}$ ) обеспечивается управляемыми сторонними э. д. с.  $u_{bs}$ , которые позволяют поддерживать неизменными либо магнитные потоки  $\Phi_{bs}$ , либо токи  $i_{bs}$  в упомянутых выше ветвях.

*Существенное преимущество микромодели МП перед ее макромоделью заключается в том, что при вычислении приращения (вариации) магнитной энергии системы приходится учитывать изменение (приращение) магнитной энергии только в тех ветвях МП, которые непосредственно призывают извне к перемещаемому выделенному объему  $dV$ , и изменяют свои размеры.*

Уравнение баланса энергии при ее преобразовании в идеализированной указанным выше образом электромеханической системе приобретает следующий вид:

$$\sum_{bs=1}^{\infty} u_{bs} i_{bs} = \sum_{bs=1}^{\infty} r_{bs} i_{bs}^2 + \frac{\partial W}{d t} +$$

<sup>1</sup> Все последующие выводы проведены при допущении непрерывности зависимостей ОП тока проводимости  $\bar{J}(x, y, z)$  и магнитной проницаемости  $\mu(x, y, z)$ .

$$+ \sum_{j=1}^{N_{\text{ти}}=\infty} \sum_{\beta=1}^3 F_{j\beta} \dot{\xi}_{j\beta}$$

Это уравнение путем уже известных преобразований приводится (при условии  $i_{bs} = \text{const}$ ) к следующему:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\beta=1}^3 \left[ -\frac{dW}{d\xi_{j\beta}} + F_{j\beta} \right] \dot{\xi}_{j\beta} &= 0; \\ \xi_{j1} &= x_j, \quad \beta = 1; \\ \xi_{j2} &= y_j, \quad \beta = 2; \\ \xi_{j3} &= z_j, \quad \beta = 3. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В идеализированной электромеханической системе обобщенные скорости

$$\dot{\xi}_{j\beta} = d\xi_{j\beta} / dt$$

являются независимыми величинами. По этой причине уравнение (7) должно выполняться при любом наборе значений всевозможных обобщенных скоростей. В частности, возможна ситуация, когда равны нулю все обобщенные скорости, кроме трех:

$$\dot{\xi}_{j\beta} = 0, \quad j \in [1, \infty[, \quad \dot{\xi}_{\nu\beta} \neq 0, \quad j = \nu, \quad \beta \in [1, 3].$$

Понятно, что речь идет здесь о перемещении только  $\nu$ -го элементарного объема  $dV_\nu$ . С учетом сказанного выше и уравнения (7) получим следующее общее выражение для искомой ЭМС, действующей на бесконечно малый  $\nu$ -й элементарный объем системы:

$$\begin{aligned} \bar{F}_\nu = \bar{f} dV_\nu &= \sum_{\beta} \frac{\delta W_{\nu\beta}}{\delta \xi_{\nu\beta}} \bar{q}_\beta = \frac{\delta W_{\nu x}}{\delta x_\nu} \bar{q}_x + \frac{\delta W_{\nu y}}{\delta y_\nu} \bar{q}_y + \\ &+ \frac{\delta W_{\nu z}}{\delta z_\nu} \bar{q}_z = \frac{\delta W_\nu}{\delta S_\nu} \bar{q}_F, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\bar{q}_F = \bar{q}_f = \frac{\bar{F}_\nu}{|\bar{F}_\nu|} = \frac{\bar{f}}{|\bar{f}|}$  — единичный вектор

тор, совпадающий по направлению с ЭМС  $\bar{F}_\nu$ ;  $\bar{S}_\nu = \bar{q}_f \bar{S}_\nu = q_x \delta x_\nu + q_y \delta y_\nu + q_z \delta z_\nu$  — вектор перемещения малого объема  $dV_\nu$  в направлении действия ЭМС  $\bar{F}_\nu$ .

В соответствии с (8) искомое общее выражение для объемной плотности ЭМС  $f$  можно представить в следующем виде:

$$f = \lim_{dV_\nu \rightarrow 0} \left[ \frac{\delta W_\nu}{\delta S_\nu} \right] \frac{\bar{q}_F}{dV_\nu},$$

$$i_{bs} = \text{const}, \quad bs \in [1, N_{\text{ти}} = \infty[. \quad (9)$$

Существенно, что приращение магнитной энергии системы  $\delta W_\nu$  в (8) или (9) обусловлено перемещением выделенного малого объема  $dV_\nu$  в направлении действия ЭМС  $\bar{F}_\nu$  (или направления вектора  $\bar{f}$ ) при условии неизменности токов контуров:  $i_{bs} = \text{const}, \quad bs \in [1, N_{\text{ти}} = \infty[.$

Нетрудно убедиться в том, что в этом случае поступающая извне (удобно при этом считать управляемыми) сторонние источники, с помощью которых возможно поддержание неизменными токов контуров) в систему электрическая энергия

$$\delta W_e = \sum_{bs} (-e_{bs} i_{bs}) dt = \sum_{bs} i_{bs} \delta \Phi_{bs} \quad (10)$$

двумя одинаковыми частями расходуется на совершение работы элементарной силой  $\delta F_\nu$  —

$$\delta A_\nu = (\delta F_\nu \delta S_\nu) = \delta F_\nu \delta S_\nu \quad (11)$$

и на изменение запасаемой в магнитном поле системы энергии —

$$\delta W_\nu = \frac{1}{2} \sum_{bs} i_{bs} \delta \Phi_{bs}. \quad (12)$$

В этих и последующих формулах и выражениях индекс  $bs$  формально изменяется от единицы до бесконечности; в действительности же учесть необходимо только те его значения, которые соответствуют ветвям, граничащим с перемещаемым объемом  $dV_\nu$ .

Из совместного рассмотрения уравнений (10) — (12), (3) следует уравнение, подтверждающее высказанное выше утверждение

$$\delta A_\nu = \delta W_\nu = \frac{1}{2} \delta W_e.$$

Поскольку разность

$$W_e - W_\nu = \sum_{bs} i_{bs} \Phi_{bs} - \frac{1}{2} \sum_{bs} i_{bs} \Phi_{bs} = \frac{1}{2} \sum_{bs} i_{bs} \Phi_{bs}$$

определяет собой не что иное как магнитную коэнергию, запасенную в приграничных с объемом  $dV_\nu$  ветвях МП  $W'_\nu$ , замечаем, что при указанных выше условиях перемещения малого объема  $dV_\nu$  системы, действующая на него элементарная ЭМС может быть рассчитана также и по изменению коэнергии системы в соответствии с уравнением

$$\delta F'_\nu = \frac{\delta W'_\nu}{\delta S_\nu} \bar{q}_F, \quad i_{bs} = \text{const}, \quad bs \in [1, N_{\text{ти}}[. \quad (13)$$

Таким образом, в условиях перемещения малого объема  $dV_\nu$  при фиксированных токах контуров искомая ЭМС  $\bar{F}_\nu$  может быть определена по изменению либо магнитной энергии системы (8), либо по изменению магнитной коэнергии системы (13). При этом структура формул (8) и (13) для

расчета искомой ЭМС  $\delta F_\nu$  полностью идентична с точностью до знака. Последнее объясняется именно тем, что в данном случае одна половина потребляемой электрическими контурами системы электрической энергии  $\delta W_\nu$  расходуется на совершение

искомой ЭМС  $\delta F_\nu$  работы  $\delta A$ , а вторая половина той же электрической энергии  $\delta W_\nu$  преобразуется в энергию магнитного поля системы ( $\delta W$ ). При этом в такой же мере испытывает изменение и магнитная коэнергия системы:

$$\delta W'_\nu = \delta W_\nu = \frac{1}{2} \delta W_\nu = \delta A_\nu.$$

Однако управляемые сторонние источники электрической энергии предоставляют в распоряжение исследователей возможность реализовать процесс электромеханического преобразования энергии в условиях поддержания неизменными магнитных потоков контуров (при  $\mu(x, y, z) = \text{invar}$ ):

$$\Phi_{bs} = \text{const.}$$

В этом случае

$$\Phi_{bs} = 0 \quad (\delta W_\nu = \sum_{bs} i_{bs} \delta \Phi_{bs} = 0)$$

и дополнительной энергии от сторонних управляемых источников, поддерживающих (путем изменения токов контуров) магнитные потоки контуров неизменными, не поступает. При этом уравнение баланса энергии (3) преобразуется к виду

$$0 = \delta W_\nu + \delta A_\nu.$$

В этом случае работа  $\delta A_\nu = (\delta F_\nu \delta S_\nu)$  искомой ЭМС  $\delta F_\nu$  совершается исключительно за счет уменьшения запасенной в магнитном поле системы энергии ( $-\delta W_\nu$ ) и расчетное выражение для ЭМС  $\delta F_\nu$  может быть представлено в следующем виде:

$$\delta \bar{F}'_\nu = -\frac{\delta W_\nu}{\delta S_\nu} \bar{q}_F = -\frac{\delta W'_\nu}{\delta S_\nu} \bar{q}_{F'} \quad \Phi_{bs} = \text{const.} \quad (14)$$

Объединяя уравнения (8), (13) и (14) в одно, получаем следующее общее выражение для определения элементарной ЭМС  $\delta F'_\nu$ , действующей на произвольно выбранный малый объем системы  $dV_\nu$ :

$$\delta F'_\nu = \mp \frac{\delta W_\nu}{\delta S_\nu} \bar{q}_F = \mp \frac{\delta W'_\nu}{\delta S_\nu} \bar{q}_{F'}$$

где знак "—" соответствует перемещению выделенного малого объема  $dV_\nu$  на  $\delta S_\nu$  в направлении действия ЭМС в условиях неизменности магнитных потоков контуров, а знак "+" соответствует перемещению того же малого объема  $dV_\nu$  при "замороженных" (неизменных) токах контуров.

Для последующих выводов важно заметить еще, что в практических расчетах удобно поверх-

ность, ограничивающую выделенный объем заменить близкой к ней аппроксимирующей поверхностью (расчетной), состоящей из отдельных участков магнитных и эквипотенциальных поверхностей.

Ниже приведено расчетное выражение<sup>2</sup> для искомого приращения магнитной энергии системы при перемещении выделенного объема  $dV_\nu$  в условиях  $\Phi_{bs} = \text{const.}$

$$\delta W_\nu = (\mp) \int \left( \frac{1}{2} \right) \frac{B^2}{s \mu_0 \mu_r} \delta S_\nu \cos(n \delta S_\nu) dS, \quad (15)$$

где символами  $s$  и  $s_\nu$  обозначены соответственно магнитные и эквипотенциальные участки ограничивающей выделенный объем  $dV_\nu$  поверхности  $S$ ;  $n$  — вектор единичной длины, задающий ориентацию малого элемента поверхности  $ds$ , направленный в сторону неперемещаемой среды: знак "—" соответствует перемещению на  $\delta S_\nu$  элементарного эквипотенциального участка поверхности  $s_\nu$ ; знак "+" следует брать тогда, когда рассматриваемый элемент поверхности  $s$  является участком магнитной поверхности ( $ds_m$ ).

Так как

$$\delta W_\nu \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}} = -\delta W'_\nu \Big|_{i_{bs} = \text{const}} = -\delta W_\nu \Big|_{i_{bs} = \text{const}},$$

то уравнение (15), умноженное на  $(-1)$ , может быть применено и для расчета искомого приращения магнитной энергии системы при перемещении выделенного объема  $dV_\nu$  в условиях поддержания неизменными токов контуров.

Полагая (с целью упрощения последующих выводов) функции объемной тока проводимости  $J(x, y, z)$  и магнитной проницаемости  $\mu_0 \mu_r(x, y, z)$  непрерывными, выделим в рассматриваемой системе элементарный объем в виде куба со стороной  $\Delta l \rightarrow 0$ . Несколько не теряя в общности последующих выводов, совместим оси декартовой системы координат с ребрами куба, а ее начало с вершиной куба, в которой сходятся упомянутые выше ребра куба (рис. 1).

В общем случае произвольно выбранный элементарный объем системы  $dV_\nu$  и элемент трубы поля не совпадают по своему положению в пространстве и по этой причине грани малого куба

<sup>2</sup> Обоснование (15) приведено в [4]. В приложении (п. 2) подход [4] к определению приращений магнитных энергии и коэнергии рассматриваемой системы при перемещении на  $\delta S_\nu$  выделенного объема  $dV_\nu$ , получил дальнейшее развитие.

системы, находящегося в действительном магнитном поле, не являются участками эквипотенциальных или магнитных поверхностей. Возникает естественный вопрос: каким образом можно рассчитать действующую на выделенный объем системы  $dV_\nu$  элементарную ЭМС  $\delta F$ , которая в общем случае может включать в себя две составляющие: амперовскую и составляющую магнитного происхождения?

Применение энергетического метода для определения искомой ЭМС  $\delta F_\nu$  сводится в конечном итоге к умению определять приращение магнитной энергии системы при малом перемещении выделенного объема вдоль любой из осей декартовой системы координат (рис. 1).

С целью придания последующему процессу решения поставленной задачи большей физической наглядности воспользуемся принципом суперпозиции по отношению к линеаризованной модели НМС и представим искомую ЭМС в виде суммы двух слагающих:

$$\bar{\delta F}_\nu = \bar{\delta F}_{J\nu} + \bar{\delta F}_{\mu\nu}$$

первая из которых обусловлена взаимодействием магнитного поля  $B = B(x, y, z)$ , созданного в пределах малого объема  $dV_\nu$  внешними к нему токами проводимости при условии  $\mu_r = \mu_{rc} = \text{const}$  с распределенным с плотностью  $\bar{J}(x, y, z)$  внутри малого объема  $dV_\nu$  током проводимости; а вторая ( $\bar{\delta F}_{\mu\nu}$ ) обусловлена взаимодействием магнитного поля напряженности, созданного в пределах малого объема  $dV_\nu$  внешними к нему токами проводимости с переменной намагниченностью малого объема ( $M(x, y, z)$ ) при условии отсутствия токов проводимости внутри малого объема  $dV_\nu$ .

Используя принцип суперпозиции, можно записать следующие выражения для индукции, напряженности магнитного поля, объемной плотности тока проводимости, магнитной проницаемости и намагниченности в пределах малого объема:

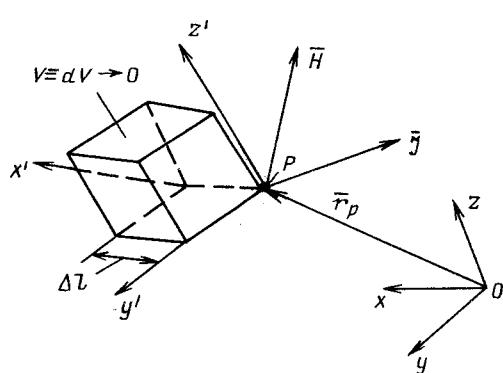


Рис. 1

$$\begin{aligned}
 \bar{B} &= q_x B_x + q_y B_y + q_z B_z = \bar{B}_e + \bar{B}_i \approx \bar{B}_e, \\
 \bar{B}_i &\rightarrow 0 \text{ при } dV_\nu \rightarrow 0; \\
 \bar{H} &= q_x H_x + q_y H_y + q_z H_z = \bar{H}_e + \bar{H}_i \approx \bar{H}_e, \\
 \bar{H}_i &\rightarrow 0; \\
 \bar{J} &= \bar{J}_i = q_x J_x + q_y J_y + q_z J_z = \text{rot } \bar{H} \equiv \text{rot } \bar{H}_i = \\
 &= q_x \left\{ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right\} + q_y \left\{ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right\} + \\
 &\quad + q_z \left\{ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right\}; \\
 \bar{M} &= \bar{M}_c + \bar{M}_v = q_x M_x + q_y M_y + q_z M_z; \\
 \bar{M}_c &= q_x M_{cx} + q_y M_{cy} + q_z M_{cz} = \text{const}; \\
 \bar{M}_v &= q_x M_{vx} + q_y M_{vy} + q_z M_{vz} = \text{var}; \\
 \mu &= \mu_c + \mu_v; \\
 \mu_c &= \mu_0 \mu_{rc} = \text{const}; \\
 \mu_v &= \mu_0 \mu_{rv} = \text{var } (x, y, z) \in dV_\nu,
 \end{aligned} \tag{16}$$

где постоянная и переменная составляющие магнитной проницаемости (соответственно постоянная и переменная составляющие намагниченности) в пределах малого объема  $dV_\nu$  удовлетворяют очевидным соотношениям (при  $dV_\nu \rightarrow 0$ )

$$\begin{aligned}
 \mu_r &\leftarrow \mu_{rc} (\bar{M} \leftarrow \bar{M}_c); \\
 \mu_{rv} &\rightarrow 0 (\bar{M}_v \rightarrow 0).
 \end{aligned}$$

Определение элементарной ЭМС  $\bar{\delta F}_{J\nu}$  амперовского происхождения удается максимально упростить, если вновь воспользоваться принципом суперпозиции и представить искомую ЭМС  $\bar{\delta F}_{J\nu}$  в виде суммы трех слагающих ее сил:

$$\bar{\delta F}_{J\nu} = \bar{\delta F}_{J\nu}^1 + \bar{\delta F}_{J\nu}^2 + \bar{\delta F}_{J\nu}^3.$$

При этом каждая из слагающих ЭМС  $\bar{\delta F}_{J\nu}$  есть своего рода продукт взаимодействия распределенного в пределах малого объема  $dV_\nu$  с плотностью  $J$  тока проводимости с одним из трех одномерных магнитных полей, сумма которых определяет собой исходное магнитное поле в пределах малого объема  $dV_\nu$ . Существенно, что магнитная проницаемость (соответственно намагниченность) в пределах того же объема  $dV_\nu$  постоянна и равна  $\mu = \mu_0 \mu_{rc} = \text{const}$ . Действительные магнитные поля индукции и напряженности в пределах малого объема  $dV_\nu$  представляются в виде суммы трех одномерных полей в соответствии со следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \bar{B} &= \bar{B}' + \bar{B}'' + \bar{B}''' ; \\ \bar{H} &= \bar{H}' + \bar{H}'' + \bar{H}''' ; \\ \bar{B}' &= q_x \bar{B}_x + q_y \bar{B}_y + q_z \bar{B}_z = q_x \bar{B}_x , \\ (\bar{B}_y &= \bar{B}_z = 0), \bar{B}_x = \bar{B}_x . \\ \bar{B}'' &= q_y \bar{B}_y, (\bar{B}_x = \bar{B}_z = 0), \bar{B}_y = \bar{B}_y ; \\ \bar{B}''' &= q_z \bar{B}_z, (\bar{B}_x = \bar{B}_y = 0), \bar{B}_z = \bar{B}_z . \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Рассмотрим более подробно процесс генерации ЭМС  $\delta F_{J_\nu}$ . Нетрудно заметить, что выделенный малый объем системы совпадает с элементом трубы одномерного магнитного поля, имеющего одну составляющую по оси  $\theta x$ :

$$\bar{B}' = \mu_0 \mu_{rc} \bar{H}' = q_x \bar{B}_x .$$

При этом грани куба, описываемые уравнениями  $x = 0$ ,  $x = \Delta l$ , являются участками эквипотенциальных поверхностей, а остальные четыре грани совпадают с участками магнитных поверхностей.

Легко убедиться в том, что перемещение малого объема  $dV_\nu$  вдоль оси  $\theta x$  (т. е. вдоль трубы поля) не приводит к изменению магнитной энергии системы. Это объясняется тем, что объемная плотность магнитной энергии на участках внешней части трубы поля, примыкающей к граням куба  $x = 0$  и  $x = \Delta l$ , одинаковы. Действительно,

$$\begin{aligned} w_{\nu x}'' &= w_\nu \Big|_{x=\Delta l} = w_{\nu x}' + \frac{\partial w_\nu}{\partial x} \Delta l = w_\nu \Big|_{x=0} + \\ &+ \mu_0 \mu_{rc} H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} \Delta l = w_{\nu x}' = w_\nu \Big|_{x=0} , \end{aligned}$$

поскольку  $\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0$  вследствие того, что

$H_x = \text{const}$ , если  $x \in [0, \Delta l]$  и уменьшение энергии системы из-за сокращения на  $\delta x$  длины трубы поля, примыкающей к набегающей грани  $x = \Delta l$ , компенсируется равноценным увеличением магнитной энергии из-за удлинения на  $\delta x$  трубы поля, примыкающей к сбегающей грани  $x = 0$ . С учетом сказанного можно утверждать, что перемещение выделенного объема  $dV_\nu$  в одномерном магнитном поле не сопровождается изменением магнитной энергии системы, что, в свою очередь, обусловливает в искомой силе  $\delta F_{J_\nu}$  отсутствие составляющей по оси  $\theta x$ :

$$\delta W_{\nu x}' = (w_{\nu x}' - w_{\nu x}'') \delta x \Delta l^2 = 0;$$

$$\Delta F_{J_\nu x}' = \frac{-\delta W_{\nu x}'}{\delta x} = 0.$$

Напротив, перемещение малого объема  $dV_\nu$  в направлении оси  $\theta y$  на  $\delta y$  и вдоль оси  $\theta z$  на  $\delta z$  приводит к приращениям магнитной энергии системы  $\delta W_{\nu y}'$  и  $\delta W_{\nu z}'$ , рассчитываемым с учетом (15) или (II-3) по уравнениям (в условиях  $\Phi_{bs} = \text{const}$ ):

$$\begin{aligned} \delta W_{\nu y}' &= (-1/2) \mu_0 \mu_{rc} H_x^2 \delta y \Delta l^2 + \\ &+ \left\{ (1/2) H_x^2 + H_x \frac{\partial H_x}{\partial y} \Delta l \right\} \mu_0 \mu_{rc} \delta y \Delta l^2 ; \\ \delta W_{\nu z}' &= (-1/2) \mu_0 \mu_{rc} H_x^2 \delta z \Delta l^2 + \\ &+ \left\{ (1/2) H_x^2 + H_x \frac{\partial H_x}{\partial z} \Delta l \right\} \mu_0 \mu_{rc} \delta z \Delta l^2 ; \end{aligned}$$

где бесконечно малые высшего (по сравнению с учтеными) порядка малости не приведены.

Рассматривая совместно три последние уравнения и (14), найдем расчетное выражение для искомой ЭМС  $\delta F_{J_\nu}'$ :

$$\begin{aligned} \delta F_{J_\nu}' &= - \left\{ q_x \frac{\delta W_{\nu x}'}{\delta x} + q_y \frac{\delta W_{\nu y}'}{\delta y} + q_z \frac{\delta W_{\nu z}'}{\delta z} \right\} = \\ &= -\mu_0 \mu_{rc} \Delta l^3 \left\{ q_y H_x \frac{\partial H_x}{\partial y} + q_z H_x \frac{\partial H_x}{\partial z} \right\} . \end{aligned}$$

Заменим в последнем уравнении производные  $\frac{\partial H_x}{\partial y}$  и  $\frac{\partial H_x}{\partial z}$  на равные им выражения — соответственно

$-J_z + \frac{\partial H_y}{\partial x}$  и  $\frac{\partial H_z}{\partial x} + J_y$ , вытекающие из (16)

и учтем при этом, что в одномерном магнитном поле  $\bar{B}' = q_x \bar{B}_x q_x \bar{B}_x$  составляющие напряженности  $H_y = 0$  и  $H_z = 0$ . С учетом сказанного искомой ЭМС  $\delta F_{J_\nu}'$  можно придать следующий окончательный расчетный вид:

$$\delta F_{J_\nu}' = \bar{f}' dV_\nu = (q_y B_x J_z - q_z B_x J_y) dV_\nu .$$

Аналогично определяются ЭМС  $\delta F_{J_\nu}''$  и  $\delta F_{J_\nu}'''$ :

$$\delta F_{J_\nu}'' = \bar{f}'' dV_\nu = (-q_x B_y J_z + q_z B_y J_x) dV_\nu ;$$

$$\delta F_{J_\nu}''' = \bar{f}''' dV_\nu = (q_x B_z J_y - q_y B_z J_x) dV_\nu .$$

Суммируя левые и правые части трех последних уравнений, найдем искомую элементарную ЭМС  $\delta F_{J_\nu}$  амперовского происхождения, обусловленную взаимодействием токового объема  $\bar{J} dV_\nu$  с магнитным полем  $\bar{B}$  в зоне малого объема  $dV_\nu$  при условии  $\mu_r = \mu_{rc} = \text{const}$ :

$$\begin{aligned} \delta F_{J_\nu} &= \bar{f} dV_\nu = \{ q_x (B_z J_y - B_y J_z) + q_y (B_x J_z - B_z J_x) + \\ &+ q_z (B_y J_x - B_x J_y) \} dV_\nu = [\bar{J} \times \bar{B}] dV_\nu , \end{aligned}$$

откуда следует искомое расчетное выражение для объемной плотности ЭМС амперовского происхождения:

$$\bar{f}_J = [\bar{J} \times \bar{B}] . \quad (18)$$

Займемся теперь физическим обоснованием расчетной формулы (через величины магнитного поля  $M, H$ ) элементарной ЭМС  $\delta F_{\mu\nu}$  магнитного происхождения  $\delta \bar{F}_{\mu\nu} = \bar{f}_\mu dV_\nu = \bar{f}_\mu \bar{J}_0 dV_\nu$ . Объемная плотность тока проводимости внутри малого объема  $dV_\nu$  условно принимается равной нулю, а намагниченность в пределах того же объема имеет в общем случае кроме средней (постоянной) составляющей  $M_c$ , еще и переменную составляющую  $M_v$ , т. е.  $M = M_c + M_v$ .

При определении вида искомой зависимости для ЭМС  $\delta F_{\mu\nu} = f(M, H)$  можно было бы (по аналогии с выводом формулы для ЭМС  $\delta F_{J\nu}$ ) определить вначале зависимости для отдельных слагающих ЭМС  $\delta F_{\mu\nu}$ :

$$\delta \bar{F}_{\mu\nu} = \delta \bar{F}_{\mu\nu}^n + \delta \bar{F}_{\mu\nu}^e + \delta \bar{F}_{\mu\nu}^{en},$$

каждая из которых обусловлена взаимодействием переменно намагниченного элементарного объема  $dV_\nu$  с соответствующим одномерным внешним полем напряженности:

$$\bar{H} = \bar{H}^n + \bar{H}^e + \bar{H}^{en}; \quad \bar{H}^e = \bar{q}_x H_x;$$

$$\bar{H}^e = \bar{q}_y H_y; \quad \bar{H}^{en} = \bar{q}_z H_z.$$

Однако более эффективным представляется иной путь обоснования зависимости искомой ЭМС  $\delta F_{\mu\nu} = f(M, H)$ . Действительно очевидно, что искомая ЭМС  $\delta \bar{F}_{\mu\nu} = \bar{f}_\mu dV_\nu$  (при  $dV_\nu \rightarrow 0$ ) никак не зависит от конфигурации (формы) бесконечно малого объема и ориентации этого объема относительно трубы поля в рассматриваемой точке наблюдения с координатами  $(x, y, z)$ . Выберем в качестве бесконечно малого объема системы  $dV_\nu$  такую ее часть, которая имеет форму куба со стороной  $\Delta l \rightarrow 0$  и бесконечно мало отличается от элемента трубы поля (рис. 2). В пределах малого объема  $dV_\nu$  с большой точностью можно считать:

а) векторы напряженности, индукции магнитного поля, намагниченности имеют каждый только одну составляющую —

$$\bar{H} = \bar{q}_z H_z; \quad H_x = H_y = 0; \quad \bar{M} = \bar{q}_z M_z; \quad M_x = M_y = 0;$$

$$\bar{B} = \bar{q}_z B_z; \quad B_x = B_y = 0;$$

б) магнитная проницаемость при фиксированных значениях двух из трех переменных  $x, y, z$  в зависимости от третьей переменной изменяется по линейному закону; например,

$$\mu(z) = \mu_1 + (\Delta\mu/\Delta l)z, \quad (19)$$

где  $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1$ ;  $\mu_2 = \mu(z = \Delta l) = \mu(\Delta l)$ ;  $\mu_1 = \mu(z = 0) = \mu(0)$ .

В силу непрерывности магнитного потока для индукции внутри элемента трубы поля оказывается справедливым соотношение

$$\bar{B} = \bar{q}_z B_z \neq f_l(z); \quad z \in [0, \Delta l],$$

откуда с учетом (19) следует следующая зависимость изменения внутри выделенного объема  $dV_\nu$  напряженности магнитного поля:

$$H_z(z) = \frac{B_z}{\mu(z)} = \frac{B_z}{\mu_0 \mu_r(z)} + \frac{\mu_1 H}{\mu_1 + (\Delta\mu/\Delta l)z}.$$

После приведенных выше дополнительных разъяснений относительно особенностей магнитных свойств среды и самого магнитного поля ( $B, H$ ) в пределах малого объема  $dV_\nu$  можно приступить к расчету отдельных слагающих векторов элементарной ЭМС  $\delta F_{\mu\nu}$ .

Прежде всего определим слагающую этой ЭМС  $\delta F_{\mu\nu}^n$ , действующую на выделенный объем  $dV_\nu$  в направлении оси  $0z$ . С этой целью переместим этот объем в положительном направлении оси  $0z$  на  $\delta z$  и рассчитаем приращение магнитной энергии системы при условии неизменности токов контуров в процессе перемещения. Магнитная энергия системы изменяется при этом за счет изменения размежев трубы поля, примыкающих к выделенному объему со стороны двух параллельных граней, совпадающих с соответствующими участками эквипотенциальных поверхностей.

Удобно по этой причине [4] вначале определить приращение магнитной энергии системы при условии поддержания неизменными магнитных пото-

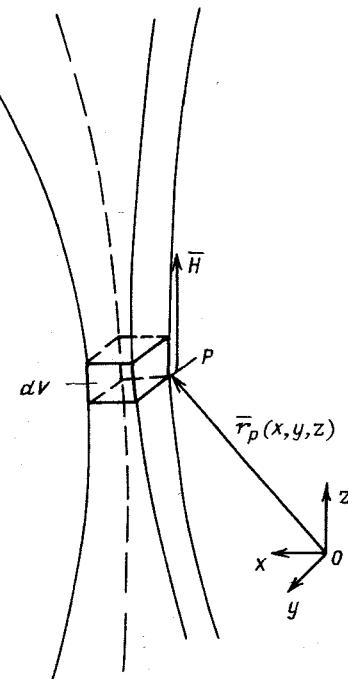


Рис. 2

ков контуров:  $\Phi_{bs} = const$ , а затем воспользоваться соотношением

$$\delta W_{\mu\nu z} \Big|_{i_{bs} = \text{const}} = - \delta W_{\mu\nu z} \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}}$$

Магнитная энергия системы (в условиях перемещения выделенного объема  $dV_\nu$  при  $\Phi_{bs} = \text{const}$ ) претерпевает положительное приращение

$$\begin{aligned} \delta W'_{\mu\nu z} \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}} &= \int_V w dV = \int_0^{\delta z} (1/2) \left[ \mu_1 + \frac{\delta \mu}{\Delta l} z \right] \times \\ &\times \frac{(\mu_1 H)^2 \Delta l^2}{\left[ \mu_1 + \frac{\delta \mu}{\Delta l} z \right]^2} dz = (1/2) (\mu_1 \Delta l H)^2 \frac{\Delta l}{\Delta \mu} \times \\ &\times \ln \left\{ \left[ \frac{\Delta \mu}{\Delta l} \delta z + \mu_1 \right] / \mu_1 \right\} \approx (1/2) \mu_1 (H \Delta l)^2 \delta z \end{aligned}$$

за счет удлинения внешней трубки поля, примыкающей к сбегающей грани  $x = 0$  и отрицательное приращение

$$\begin{aligned} \delta W''_{\mu\nu z} \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}} &= \\ &= - \int_V w dV = - \frac{1}{2} \int_{\Delta l}^{\Delta l + \delta z} \frac{(\mu_1 H)^2 (\Delta l)^2 dz}{((\Delta \mu / \Delta l) z + \mu_1)} = \\ &= (-1/2) \mu_1 (H \Delta l)^2 \delta z + (1/2) H^2 d\mu_z \delta z \Delta l \end{aligned}$$

из-за укорочения на  $\delta z$  внешней трубки поля, примыкающей к набегающей грани  $z = \Delta l$ .

Искомые элементарные ЭМС  $\delta F_{\mu\nu z}$  и слагающая  $f_{\mu z}$  объемной плотности ЭМС  $f_\mu$  определяются с учетом трех последних уравнений из следующего выражения:

$$\begin{aligned} \delta \bar{F}_{\mu\nu z} &= \bar{f}_{\mu z} dV_\nu = q_z f_{\mu z} \Delta l^3 = \left[ \frac{\delta W_{\mu\nu z}}{\delta z} \right] \Big|_{i_{bs} = \text{const}} q_z = \\ &= \left[ - \frac{\delta W_{\mu\nu z}}{\delta z} \right] \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}} q_z = \\ &= \left[ - \frac{\delta W'_{\mu\nu z} + \delta W''_{\mu\nu z}}{\delta z} \right] \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}} q_z = \\ &= (-1/2) H^2 \frac{\partial \mu}{\partial z} \Delta l^3 q_z, \end{aligned}$$

откуда

$$\bar{f}_{\mu z} = (-1/2) H^2 \frac{\partial \mu}{\partial z} q_z. \quad (20)$$

Определим теперь слагающую  $\delta \bar{F}_{\mu\nu x}$  элементарной силы  $\delta \bar{F}_{\mu\nu x}$  действующую на выделенный объем  $dV_\nu$  в направлении оси  $0x$ .

С этой целью подвернем рассматриваемый объем  $dV_\nu$  системы перемещению вдоль оси  $0x$  на  $\delta x$ . Магнитная энергия системы изменится за счет изменения размеров трубок поля, примыкающих к выделенному объему со стороны двух параллельных граней, совпадающих с соответствующими участками магнитных поверхностей.

Магнитная энергия системы приобретает положительное приращение за счет расширения трубы поля, примыкающей к сбегающей грани  $x = 0$ :

$$\begin{aligned} \delta W'_{\mu\nu x} &= i_3 \frac{\Delta \Phi'_3}{2} = \\ &= H \Delta l (1/2) \mu_1 H \delta x \Delta l = (1/2) \mu_1 H^2 \delta x \Delta l \end{aligned}$$

и отрицательное приращение за счет сужения трубы поля, примыкающей к набегающей грани  $x = \Delta l$ :

$$\begin{aligned} \delta W''_{\mu\nu x} &= - i_3 (1/2) \Delta \Phi''_3 = \\ &= (-1/2) (\mu_1 + d\mu_x) H^2 \delta x \Delta l. \end{aligned}$$

Искомые элементарные ЭМС  $\delta \bar{F}_{\mu\nu x}$  и слагающая  $\bar{f}_{\mu\nu x}$  объемной плотности ЭМС  $f_{\mu\nu}$  определяются с учетом последних двух уравнений из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \delta \bar{F}_{\mu\nu x} &= \left[ \frac{\delta W_{\mu\nu x}}{\delta x} \right] \Big|_{i_{bs} = \text{const}} q_x \Delta l^3 = \\ &= \bar{f}_{\mu\nu x} \Delta l^3 = q_x (-1/2) H^2 \frac{\partial \mu}{\partial x} \Delta l^3; \\ \bar{f}_{\mu\nu x} &= q_x \bar{f}_{\mu\nu x} = q_x (-1/2) H^2 \frac{\partial \mu}{\partial x}. \quad (21) \end{aligned}$$

Аналогично определяется и слагающая искомой объемной плотности ЭМС  $f_{\mu y}$ :

$$\bar{f}_{\mu y} = q_y \bar{f}_{\mu y} = q_y (-1/2) H^2 \frac{\partial \mu}{\partial y}. \quad (22)$$

Искомое расчетное выражение для объемной плотности ЭМС  $f_\mu$  магнитного происхождения определяется из совместного рассмотрения (20) – (22):

$$\begin{aligned} \bar{f}_\mu &= \bar{f}_{\mu x} + \bar{f}_{\mu y} + \bar{f}_{\mu z} = \\ &= (-1/2) H^2 \left\{ q_x \frac{\partial \mu}{\partial x} + q_y \frac{\partial \mu}{\partial y} + q_z \frac{\partial \mu}{\partial z} \right\} = \\ &= -\frac{1}{2} H^2 \operatorname{grad} \mu. \quad (23) \end{aligned}$$

Полученному расчетному выражению для объемной плотности ЭМС  $f_\mu$  можно придать иной вид, введя в него вместо магнитной проницаемости намагниченность  $M$ . Действительно, учитывая последние пять соотношений системы (16), нетрудно, осуществляя тривиальные преобразования, получить:

$$\begin{aligned} H^2 \operatorname{grad} M &= \operatorname{grad} (H H \mu) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} = \\ &= \operatorname{grad} (H H \mu_0 \mu_{rv}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} + \\ &\quad + \operatorname{grad} (H H \mu_0 \mu_{rv}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} = \\ &= \mu_0 \operatorname{grad} (H M) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} = \\ &= \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{H} \bar{M}_\sim) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} . \end{aligned}$$

Уравнение (23) с учетом последнего соотношения эквивалентно следующему:

$$\begin{aligned} f_\mu &= (-1/2) H^2 \operatorname{grad} (\mu_0 \mu_r) = \\ &= (-1/2) \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} = \\ &= -\frac{1}{2} \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}}. \end{aligned}$$

Следует заметить, что необходимая эквивалентность правых частей последних двух уравнений с их левыми частями может быть достигнута, если правые части этих уравнений

$$\operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}};$$

$$(-1/2) \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}}$$

будут рассматриваться при специально оговоренном условии

$$\bar{H} = \underline{\text{const}}.$$

Особенность этого условия (по сравнению с обычным условием  $\bar{H} = \underline{\text{const}}$ , понимаемым в формальном математическом смысле удержания неиз-

менной<sup>3</sup> функции  $H(x, y, z)$  при вычислении производной, например  $\operatorname{grad}(M H)|_{H=\underline{\text{const}}}$ ) заключается в том, что неизменность функции напряженности при вычислении производной

$$\operatorname{grad}(M H)|_{H=\underline{\text{const}}}$$

понимается в физическом смысле: напряженность поля условно принимается неизменной в окрестности точки наблюдения с координатами  $x, y, z$  и равной  $H(x_0, y_0, z_0) = H(x, y, z) = \text{invar}$ . Ясно, что условие  $H = \underline{\text{const}}$  шире условия  $H = \text{const}$  и распространяется не только на функцию  $H$ , скалярно умножаемую на векторную функцию намагниченности  $M$ , но и на векторную функцию  $H$ , входящую в состав функции  $M = (\mu_r - 1) H$ .

Нетрудно убедиться в том, что, во-первых, справедливым оказывается неравенство

$$\begin{aligned} \operatorname{grad}(M H) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} &\neq \\ &\neq \operatorname{grad}(\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} \end{aligned} \quad (24)$$

и, во-вторых, справедливо соотношение:

$$\begin{aligned} \operatorname{grad}(\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} &= \\ &= \left[ \operatorname{grad}(\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}} \right] \Big|_{H=\underline{\text{const}}}, \end{aligned} \quad (25)$$

где дополнительное внешнее (обычное) условие  $H = \underline{\text{const}}$  означает, что содержимое во внешних круглых скобках (т. е.  $\operatorname{grad}(\bar{M} \bar{H}) \Big|_{H=\underline{\text{const}}}$ ) должно быть рассмотрено при условии  $H = \underline{\text{const}}$ .

Приводимые ниже вычисления иллюстрируют и вместе с тем подтверждают оба сделанных выше

<sup>3</sup> В связи с обсуждаемой проблемой представляется оправданным условие удержания неизменной функции  $a(x, y, z)$  при вычислении дифференциальных операций векторного анализа вида  $\operatorname{rot}[a \times b]$ ,  $\operatorname{div}[a \times b]$ ,  $\operatorname{grad}(a \cdot b)$  и др. воспроизводить записью  $a = \text{invar}$  вместо общепринятой в настоящее время  $a = \underline{\text{const}}$ . Например,  $\operatorname{rot}[a \times b]|_{a=\underline{\text{const}}} ; \operatorname{div}[a \times b]|_{a=\underline{\text{const}}} ; \operatorname{grad}(a \cdot b)|_{a=\underline{\text{const}}}$ , где символом  $b$  обозначена некоторая векторная функция координат  $x, y, z$ .

Тогда условие физической неизменности функции  $\bar{a}$  в окрестности рассматриваемой точки наблюдения при вычислении упомянутых выше дифференциальных операций векторного анализа можно воспроизвести упрощенной (в сравнении с предложенными здесь) записью  $a = \underline{\text{const}}$  (вместо  $a = \underline{\text{const}}$ ).

заключения в форме неравенства (24) и соотношения (25). Действительно, имеем

$$\begin{aligned} \text{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} &= \\ &= (\bar{H} \nabla) \bar{M} + \bar{H} \times \text{rot} \bar{M}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} &= \\ &= \text{grad} (\bar{H} \bar{H} (\mu_r - 1)) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} = \\ &= (\bar{H} \bar{H}) \text{grad} (\mu_r - 1) = H^2 \text{grad} \mu_r, \end{aligned} \quad (27)$$

откуда непосредственно видно отсутствие адекватности левых частей последних двух уравнений из-за неравенства их правых частей.

Из-за коллинеарности (для изотропных магнитных сред) векторов  $M$  и  $H$  справедливым оказывается следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \text{rot} [\bar{M} \times \bar{H}] &= (\bar{H} \nabla) \bar{M} - (\bar{M} \nabla) \bar{H} + \\ &+ \bar{M} \text{div} \bar{H} - \bar{H} \text{div} \bar{M} = 0, \end{aligned}$$

откуда

$$(\bar{H} \nabla) \bar{M} = - \bar{M} \text{div} \bar{H} + \bar{H} \text{div} \bar{M} + (\bar{M} \nabla) \bar{H}.$$

Имея в виду последнее уравнение, определим во что преобразуется уравнение (26), если обе части (26) рассмотреть при условии  $\bar{H} = \underline{\text{const}}$ . Учитывая (27), получаем в итоге

$$\begin{aligned} \left[ \text{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} \right]_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} &= \\ &= ((\bar{H} \nabla) \bar{M} + \bar{H} \times \text{rot} \bar{M}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} = \\ &= ((\bar{H} \nabla) \bar{M}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} + (\bar{H} \times \text{rot} \bar{M}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} = \\ &= (\bar{H} \text{div} \bar{M}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} + \\ &+ i \bar{H} \times \text{rot} \bar{M} \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} = \\ &= (\bar{H} (\mu_r - 1) \text{div} \bar{H} + \bar{H} (\bar{H} \text{grad} (\mu_r - 1))) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ (\bar{H} \times (\mu_r - 1) \text{rot} \bar{H} + \\ &+ [\bar{H} \times [\text{grad} (\mu_r - 1) \times \bar{H}]] \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} = \\ &= \bar{H} (\bar{H} \text{grad} \mu_r) + (\bar{H} \bar{H}) \text{grad} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times (\mu_r - 1) - \bar{H} (\bar{H} \text{grad} (\mu_r - 1)) = \\ &= H^2 \text{grad} \mu_r = \text{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}}. \end{aligned}$$

Учитывая сказанное выше, расчетному выражению для ОП ЭМС магнитного происхождения можно придать следующие эквивалентные формы записи уравнения (23):

$$\begin{aligned} f_\mu &= -(1/2) H^2 \text{grad} \mu = -\text{grad} (\mu H^2 (1/2)) + \\ &+ (\mu/2) \text{grad} H^2 = -\text{grad} w + B \text{grad} H = \end{aligned}$$

$$= -\text{grad} ((1/2) \mu H^2) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -\text{grad} ((1/2) \mu H^2) \Big|_{(\bar{H} \bar{H}) = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -\text{grad} ((1/2) \mu \bar{H} \bar{H}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -\text{grad} (B \bar{H} (1/2)) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -\text{grad} w \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -(\mu_0/2) \text{grad} (\bar{H} (\bar{H} + M)) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -\frac{\mu_0}{2} \text{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{H} = \underline{\text{const}}},$$

откуда следует, что ОП ЭМС магнитного происхождения оказывается тождественной взятому с обратным знаком градиенту от ОП магнитной энергии, рассмотренному при искусственном условии  $\bar{H} = \underline{\text{const}}$ , означающем неизменность напряженности магнитного поля в окрестности данной точки наблюдения.

Непосредственным вычислением с учетом адекватной интерпретации условия  $M = \underline{\text{const}}$ , можно убедиться в справедливости соотношения

$$-\mu_0 \text{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{M} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= \mu_0 \text{grad} \left[ \bar{M} \bar{M} \frac{1}{\mu_r - 1} \right] \Big|_{\bar{M} = \underline{\text{const}}} =$$

$$= -\mu_0 \frac{M^2}{(\mu_r - 1)^2} \text{grad} (\mu_r - 1) = -H^2 \text{grad} \mu,$$

т. е. второй член в известной формуле Максвелла

$$\int_{\star} [\bar{J} \times \bar{B}] + \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{M} = \text{const}} \quad (28)$$

раскрывается существенно неодинаковым образом в зависимости от интерпретации условия неизменности намагниченности. Получим в итоге

$$\begin{aligned} & \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{M} = \text{const}} = \\ & = (\bar{M} \nabla) \bar{H} + \bar{M} \times \operatorname{rot} \bar{H} = (\bar{M} \nabla) \bar{H} = \\ & = \bar{M} \operatorname{div} \bar{H} = - \frac{\bar{M} (\bar{H} \operatorname{grad} \mu)}{\mu} \neq \\ & \neq \mu_0 \operatorname{grad} (\bar{M} \bar{H}) \Big|_{\bar{M} = \text{const}} = - H^2 \operatorname{grad} \mu . \end{aligned}$$

Таким образом, если условие неизменности намагниченности рассматривать в физическом смысле, т. е.  $\bar{M} = \text{const}$ , то второй член в формуле Максвелла (28) будет отличаться от второго члена в другой формуле Максвелла

$$\bar{f} = \bar{f}_J + \bar{f}_\mu = [\bar{J} \times \bar{B}] - (1/2) H^2 \operatorname{grad} \mu, \quad (29)$$

получившей здесь еще одно свое доказательство, только отсутствием постоянного коэффициента  $1/2$ . На это обстоятельство было обращено внимание в ходе последней дискуссии по ЭМС в магнитном поле [10] и еще ранее в [3]. Отметим, что уравнение (29) для ОП ПС в магнитном поле получается из совместного рассмотрения уравнений (18) с (23) или (24). Иной способ доказательства энергетическим методом формулы (29) для ОП ЭМС в магнитном поле был предложен в рамках закончившейся дискуссии по ЭМС в магнитном поле в [8]. При этом расчетное выражение для ОП ЭМС в магнитном поле было получено в форме более общего уравнения, справедливого и для сред с анизотропными магнитными свойствами

$$\begin{aligned} \bar{f} &= - \operatorname{grad} \left[ \frac{\bar{B} \bar{H}}{2} \right] + (\bar{B} \operatorname{grad}) \bar{H} = \\ &= - \operatorname{grad} w + (\bar{B} \nabla) \bar{H}, \end{aligned} \quad (30)$$

указывающего на однозначное соответствие исследуемого магнитного поля  $(\bar{B}, \bar{H})$  и силового поля ОП ЭМС  $f$ . Идентичность уравнений (29) и (30) для изотропных магнитных сред установить несложно. Действительно, на основании известных правил векторного анализа получим

$$\begin{aligned} - \operatorname{grad} w &= - \nabla \left[ \frac{\bar{B} \bar{H}}{2} \right] = - \nabla \left[ \frac{\mu H^2}{2} \right] = \\ &= - \frac{\mu}{2} \nabla (\bar{H} \bar{H}) - \frac{H^2}{2} \nabla \mu = \\ &= - \frac{\mu}{2} ( (\bar{H} \nabla) \bar{H} + \bar{H} \times \operatorname{rot} \bar{H}) = \end{aligned}$$

$$= [\bar{J} \times \bar{B}] - (\bar{B} \nabla) \bar{H} - (H^2/2) \nabla \mu. \quad (31)$$

После подстановки в (30) вместо  $\operatorname{grad} w$  его выражения из (31) получим (29). При практических расчетах удобнее применять формулу Максвелла в форме уравнения (29), а при теоретических исследованиях проблемы ЭМС в магнитном поле целесообразно придавать ей форму уравнения (30). Так, например, воспользовавшись (30), нетрудно определить натяжение  $T_n$  на любом элементе  $ds = nds$  поверхности  $S$ , ограничивающей некоторый объем  $V$ . На основании теоремы Гаусса имеем

$$\bar{F} = \int_V \bar{f} dV = \int_V \operatorname{div} \bar{T} dV = \oint_S (\bar{T} ds) = \oint_S T_n ds,$$

откуда, опираясь на известные теоремы векторного анализа, получаем искомое выражение для натяжений

$$\begin{aligned} T_n &= - (1/2) n w + (\bar{B} \bar{n}) \bar{H} = \\ &= (\bar{B} \bar{n}) \bar{H} - \bar{n} (1/2) (\bar{B} \bar{H}). \end{aligned}$$

Чрезвычайно упрощается и поиск расчетных выражений для компонентов тензора натяжений. С этой целью достаточно спроектировать уравнение

$$\bar{f} = \operatorname{div} \bar{T} = - \operatorname{grad} \left[ \frac{\bar{B} \bar{H}}{2} \right] + (\bar{B} \operatorname{grad}) \bar{H}$$

на оси декартовой системы координат или, другими словами, умножить скалярно обе части последнего уравнения на единичный вектор  $q_\lambda$ ,  $\lambda \in [x, y, z]$ . Опуская тривиальные промежуточные преобразования, получаем в итоге (для сред с изотропными магнитными свойствами)

$$T_{pq} = (B_p B_q - (1/2) B^2 \delta_{pq}) / (\mu_0 \mu_r),$$

где  $\delta_{pq} = 1$ , если  $p = q$ , и  $\delta_{pq} = 0$ , если  $p \neq q$ ,  $p, q \in [x, y, z]$ .

По сравнению с известными способами обоснования расчетных формул для компонентов тензора натяжений [9] предлагаемый здесь способ доказательства справедливости тех же формул отличается простотой и позволяет избежать громоздких промежуточных математических преобразований.

В заключение обратим внимание на иной, более эффективный, подход реализации предложенного алгоритма вывода расчетного выражения для ОП ЭМС в стационарном магнитном поле. В соответствии с ним перемещению на малые векторы  $\delta S_v; \delta S_{vx}; \delta S_{vy}; \delta S_{vz}$  подвергается не бесконечно малый элементарный объем рассматриваемой системы (после предварительной ее линеаризации), а вся остальная ее часть, т. е. смежный с малым объемом  $V = dV_v$  системы бесконечно большой объем  $V_1$ .

При этом, разумеется, определяется ЭМС, действующая на перемещаемый объем  $V_1$ :  $\bar{F}_1 = \int_{V_1} \bar{f} dV_1$ . В силу фундаментального соот-

ношения, справедливого для любой замкнутой системы,

$$\int \bar{f} dV = \int_{V_1} \bar{f} dV_1 + \int_{V_\nu} \bar{f} dV_\nu = F_1 + \delta F_\nu = 0$$

ЭМС  $\delta \bar{F}_\nu = \bar{f} dV_\nu$ , действующая на интересующий исследователя бесконечно малый элементарный объем системы  $V \equiv dV_\nu$ , будет равна взятой с обратным знаком ЭМС  $\bar{F}_1 : \delta \bar{F}_\nu = -\bar{F}_1$ .

Определение ЭМС  $\bar{F}_1$  возможно максимально упростить, если элементарный объем системы (в рамках линеаризованной ее микромодели [4]) будет совпадать в пространственном отношении с элементом трубы поля (рис. 2).

Упрощение вычислений приращений магнитной энергии системы  $\delta W_{ux}$ ,  $\delta W_{uy}$ ,  $\delta W_{uz}$ , соответствующих малым перемещениям всей системы (кроме малого ее объема  $dV_\nu$ ) на соответственно  $\delta S_{ux}$ ,  $\delta S_{uy}$ ,  $\delta S_{uz}$  будет обусловливаться изменением размеров одной единственной ветви МП, примыкающей извне к перемещаемому объему  $V_1$  и совпадающей в пространственном отношении с упомянутым выше элементом трубы поля.

**Вывод.** На основе применения энергетического метода показано, каким образом известная методика Лагранжа — Максвелла определения обобщенных электромагнитных сил, действующих в рассматриваемой электромеханической системе, может быть применена для отыскания плотности распределения электромагнитных сил в магнитном поле этой системы. При этом получила подтверждение известная формула Максвелла расчета объемной плотности электромагнитных сил в магнитном поле.

**Приложение. 1. К выводу формулы (4).** Уравнение (4) вытекает из исходного:

$$\frac{dW}{dt} = \sum_k^N \frac{\partial W}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt} + \sum_j^R \frac{\partial W}{\partial \xi_j} \frac{d\xi_j}{dt},$$

в котором  $k$ -й член  $\frac{\partial W}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt}$  в первой сумме после знака равенства следует заменить равным ему выражением в соответствии с уравнением

$$\frac{\partial W}{\partial i_k} \frac{di_k}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ i_k \frac{\partial W}{\partial i_k} \right\} - i_k \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W}{\partial i_k} \right).$$

Учитывая проверяемое непосредственным вычислением соотношение

$$\sum_k^N i_k \frac{\partial W}{\partial i_k} = 2W,$$

получаем в итоге

$$\frac{dW}{dt} = 2 \frac{dW}{dt} - \sum_{k=1}^N i_k \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial W}{\partial i_k} \right) +$$

$$+ \sum_j^R \xi_j \frac{\partial W}{\partial \xi_j},$$

откуда и следует искомая формула (4).

2. Две математические модели по определению приращения магнитной энергии и магнитной коэнергии в линеаризованной нелинейной магнитной системе при малом перемещении выделенного объема системы в заданном направлении. Излагаемый далее материал развивает идеи, сформулированные одним из авторов в [4], где рассматриваются две математические модели магнитного поля линеаризованной НМС. В обеих моделях для определения работы ЭМС при перемещении ( $F_q$ ,  $\delta q$ ) используется одно и то же уравнение электромеханического преобразования энергии<sup>4</sup>:

$$F_q \delta q = \delta W - \delta W_e \quad (\text{II-1})$$

Соответственно для приращений магнитных энергии  $\delta W$  и коэнергии  $\delta W_e$  всей линеаризованной системы получим следующие соотношения:

$$\delta W = \delta W^i = \frac{1}{2} \delta W_e = \sum_k \delta W_k =$$

$$= \sum_k \delta W_k = \sum_k (1/2) i_k \delta \Phi_k, \quad i_k = \text{const};$$

$$\delta W = \delta W^i = \sum_k \delta W_k = \sum_k \delta W_k^i = \sum_k (1/2) \Phi_k \delta i_k,$$

$$\Phi_k = \text{const}.$$

Расчетное выражение для искомой ЭМС  $\bar{F}_q$ , действующей на выделенный объем в направлении вектора малого перемещения  $\delta q$ , определится из уравнения

$$\begin{aligned} \bar{F}_q &= \bar{q}_F \frac{\partial W}{\partial q} \Big|_{i_k = \text{const}} = \bar{q}_F \frac{\partial W^i}{\partial q} \Big|_{i_k = \text{const}} = \\ &= - \bar{q}_F \frac{\partial W}{\partial q} \Big|_{\Phi_k = \text{const}} = \\ &= - \bar{q}_F \frac{\partial W^i}{\partial q} \Big|_{\Phi_k = \text{const}}, \quad k \in [1, N]. \end{aligned}$$

При применении математической модели линеаризованной НМС второго типа расчетные выражения для каждого из членов в правой части уравнения (II-1) приобретают следующий вид:

$$\delta W_e = \sum_{bs}^{\infty} i_{bs} \delta \Phi_{bs} = \sum_{bs} \delta W_{e bs};$$

<sup>4</sup> Здесь для малого вектора — перемещения принято обозначение, использованное в [4]; при этом под  $q$  понимается линейная координата:  $\delta q \equiv \Delta l$ .

$$\delta W = \delta W' = \begin{cases} (1/2) \delta W_{\vartheta} = \sum_{bs} \delta W_{bs} = \sum_{bs} (1/2) i_{bs} \delta \Phi_{bs}, \\ i_{bs} = \text{const}; \\ \sum_{bs} \delta W_{bs} = \sum_{bs} \delta W'_{bs} = \sum_{bs} (1/2) \Phi_{bs} \delta i_{bs} \\ \Phi_{bs} = \text{const}. \end{cases}$$

Важно при этом отметить, что ненулевой вклад в искомые значения приращений  $\delta W_{\vartheta}$  и  $\delta W = \delta W'$  обусловливают только те ветви, которые примыкают извне к граничной поверхности выделенного объема системы  $V$ , поскольку во всех остальных ветвях (внутри выделенного объема и вне его) имеем  $\Phi_{bs} = \text{const}$  и  $i_{bs} = \text{const}$  и соответствующие этим ветвям члены  $\delta W_{\vartheta}$  и  $\delta W_{bs}$  оказываются равными нулю.

Искомая ЭМС  $F_q$ , действующая на выделенный объем  $V$  в направлении вектора малого перемещения  $\delta q$ , с позиции модели второго типа определяется из уравнения

$$\begin{aligned} F_q &= q_F \frac{\partial W}{\partial q} \Big|_{i_{bs} = \text{const}} = q_F \frac{\partial W}{\partial q} \Big|_{i_{bs} = \text{const}} = \\ &= q_F \left[ -\frac{\partial W}{\partial q} \right] \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}} = \\ &= -q_F \frac{\partial W}{\partial q} \Big|_{\Phi_{bs} = \text{const}}. \end{aligned}$$

Условимся в дальнейшем математическую модель линеаризованной НМС с реальными (действительными) контурами с токами, возбуждающими магнитное поле системы, называть кратко моделью первого типа. Соответственно, моделью второго типа будем называть математическую модель магнитного поля линеаризованной НМС, в которой действие действительных токов контуров в отношении образующегося магнитного поля системы эквивалентируется искусственно введенными токами ветвей эквивалентной магнитной цепи.

При применении модели первого типа электрическая энергия

$$\delta W_{\vartheta} = \sum_{k=1}^N \delta W_{\vartheta k} = \sum_k i_k \delta \Phi_k \quad (\text{II-2})$$

поступает в контуры от управляемых источников энергии, если при перемещении выделенного объема  $V$  системы поддерживается неизменность токов контуров. Эта энергия оказывается равной нулю, если в процессе перемещения упомянутого выше объема системы  $V$  управляемые источники энергии путем соответствующего изменения токов контуров поддерживают неизменными магнитные потоки этих контуров.

При этом приращение (вариация) магнитной энергии системы определяется в соответствии с уравнением

$$\delta W = \begin{cases} \sum_k^N \delta W_k = \sum_k^N (1/2) i_k \delta \Phi_k = (1/2) \delta W_{\vartheta}, \\ \text{если } i_k = \text{const}, \quad k \in [1, N]; \\ \sum_{k=1}^N \delta W_k = \sum_{k=1}^N (1/2) \Phi_k \delta i_k, \\ \text{если } \Phi_k = \text{const}, \quad k \in [1, N]. \end{cases}$$

Анализируя линейные кривые намагничивания  $\Phi_{k\sim}(i_{k\sim})$  (см. рис. 3 в [4]) до (кривая *a*) и после перемещения (кривая *b*) выделенного объема системы  $V$  на  $\delta q$ , нетрудно установить справедливость приведенных ниже соотношений для приращений магнитных энергии  $\delta W_k$  и коэнергии  $\delta W$   $k$ -го контура:

$$\begin{aligned} \delta W_k \Big|_{\Phi_k = \text{const}} &= \delta W'_k \Big|_{\Phi_k = \text{const}} = (1/2) \Phi_k \delta i_k; \\ \delta W_k \Big|_{i_k = \text{const}} &= \delta W'_k \Big|_{i_k = \text{const}} = (1/2) i_k \delta \Phi_k; \\ \delta W_k \Big|_{\Phi_k = \text{const}} &= -\delta W_k \Big|_{i_k = \text{const}}; \\ \delta W'_k \Big|_{\Phi_k = \text{const}} &= -\delta W'_k \Big|_{i_k = \text{const}}. \end{aligned}$$

Достоинство модели второго типа можно усмотреть в том, что она позволяет сравнительно просто установить аналитические зависимости приращений магнитной энергии  $\delta W$  рассматриваемой системы в целом и в отдельных элементарных ветвях  $\delta W_{\vartheta,b}$ , примыкающих к граничной поверхности  $S$  выделенного объема  $V$ , от физических величин, характеризующих магнитное поле на той же поверхности —  $B, H$ . Ниже приводится обоснование расчетных формул для приращения магнитной энергии в элементарной ветви  $\delta W$ , если она примыкает извне к эквипотенциальному участку граничной поверхности  $S$  при поддержании в процессе перемещения объема на  $\delta q$  неизменными  $\Phi_{\vartheta,b}$  и  $i_{\vartheta,b}$ .

Обозначения, приводимые ниже, соответствуют указанным на рис. 5 в [4]. Особо следует отметить, что независимо от того, что поддерживается неизменным при перемещении выделенного объема  $V$  ( $\Phi_{\vartheta,b} = \text{const}$  или  $i_{\vartheta,b} = \text{const}$ ), неизменным сохраняется магнитное состояние среды, определяемое заданной (к моменту начала перемещения выделенного объема  $V$ ) зависимостью магнитной проницаемости

$$\mu(x, y, z) = \text{invar.}$$

Из условий  $\Phi_{\vartheta,b} = \text{const}$  и  $\mu(x, y, z) = \text{invar}$  следует неизменность в рассматриваемой элементарной ветви индукции и напряженности:

$$B_{\text{э.в}} \equiv B = \Phi_{\text{э.в}} / ds = \Phi_{\text{э.в}} / a^2 = \text{invar};$$

$$H_{\text{э.в}} \equiv H = B / \mu = \text{invar}.$$

Последнее условие при изменении длины элементарной ветви на

$$\delta h = -(\bar{n} \hat{\delta} \bar{l}) = -\delta l \cos(\bar{n} \hat{\delta} \bar{l})$$

может быть выполнено только в том случае, если изменить (за счет управляемого источника энергии) МДС элементарной ветви на

$$\delta i_{\text{э.в}} = H \delta h.$$

Искомое приращение магнитной энергии в элементарной ветви определится из уравнения

$$\begin{aligned} \delta W_{\text{э.в}} &= W_{\text{э.в}}^H - W_{\text{э.в}} = \frac{\Phi_{\text{э.в}} \delta i_{\text{э.в}}}{2} = \\ &= -\frac{BH}{2} \delta l \cos(\bar{n} \hat{\delta} \bar{l}) ds = \\ &= -\frac{B^2}{2\mu} \delta l \cos(\bar{n} \hat{\delta} \bar{l}) ds. \end{aligned}$$

Найдем теперь приращение магнитной энергии в той же элементарной ветви, если при перемещении объема  $V$  поддерживается неизменный ток ветви, т. е. при условии  $i_{\text{э.в}} = \text{const}$ .

В этом случае из условий  $i_{\text{э.в}} = \text{const}$ ,  $\mu(x, y, z) = \text{invar}$  имеем

$$H^H(h + \delta h) = Hh,$$

$$B^H = \mu H^H = \mu H \frac{h}{h + \delta h} = B \frac{h}{h + \delta h},$$

где символами  $B^H$ ,  $H^H$ ,  $W_{\text{э.в}}^H$  обозначены соответственно магнитные индукция, напряженность, магнитная энергия в элементарной ветви после перемещения объема  $V$  на  $\delta q \equiv \delta l$ .

Искомое выражение для приращения магнитной энергии в рассматриваемой элементарной ветви определится из уравнения

$$\begin{aligned} \delta W_{\text{э.в}} &= W_{\text{э.в}}^H - W_{\text{э.в}} = \frac{1}{2} i_{\text{э.в}} \Phi_{\text{э.в}}^H - \frac{1}{2} i_{\text{э.в}} \Phi_{\text{э.в}} = \\ &= \frac{1}{2} i_{\text{э.в}} \delta \Phi_{\text{э.в}} = \frac{1}{2} i_{\text{э.в}} (\Phi_{\text{э.в}}^H - \Phi_{\text{э.в}}) = \\ &= \frac{1}{2} i_{\text{э.в}} (B_{\text{э.в}}^H - B_{\text{э.в}}) ds = \\ &= \frac{1}{2} Hh \left[ \mu H \frac{h}{\delta h + h} - \mu H \right] ds = \\ &= \frac{B^2}{2\mu} \delta l \cos(\bar{n} \hat{\delta} \bar{l}) ds. \end{aligned}$$

Аналогичным образом могут быть обоснованы и расчетные выражения для приращений магнитной энергии в элементарной ветви, если она примыкает к магнитной поверхности. При этом, как показывает анализ, расчетное выражение для приращения магнитной энергии в элементарной ветви может быть представлено в следующем виде:

$$\delta W_{\text{э.в}} = \beta_{\text{э.в}} \frac{B^2}{2\mu} \delta l \cos(\bar{n} \hat{\delta} \bar{l}) ds, \quad (\text{П-3})$$

где

$$\beta_{\text{э.в}} = \begin{cases} -1, & \text{если элемент } ds \text{ совпадает с участком эквипотенциальной поверхности и поддерживается неизменным магнитный поток ветви, т. е. выполняется условие } \Phi_{\text{э.в}} = \text{const}; \\ & \text{если элемент } ds \text{ совпадает с участком магнитной поверхности и выполняется условие } i_{\text{э.в}} = \text{const}; \\ +1, & \text{если элемент } ds \text{ совпадает с участком эквипотенциальной поверхности и выполняется условие } i_{\text{э.в}} = \text{const}; \\ & \text{если элемент } ds \text{ совпадает с участком магнитной поверхности и выполняется условие } \Phi_{\text{э.в}} = \text{const}. \end{cases}$$

3. Воздействие электромагнитных сил в электромагнитном поле как результат взаимодействия этого поля с его источниками: вихрями и источниками. В опубликованных ранее двух работах одним из авторов было обосновано [8] энергетическим методом наиболее общее выражение (применимое в средах с анизотропными магнитными свойствами) для объемной плотности (ОП) электромагнитных сил (ЭМС) в стационарном магнитном поле нелинейной магнитной системы (НМС):

$$\bar{f} = -\text{grad}(\bar{B} \bar{H}) / 2 + (\bar{B} \nabla) \bar{H}, \quad (\text{П-4})$$

легко преобразуемое [11] (для НМС с изотропными магнитными свойствами) в известное максвелловское выражение

$$\bar{f} = [\bar{J} \times \bar{B}] - (1/2) H^2 \text{grad} \mu.$$

В той же [11] было установлено, что для возникновения отличной от нуля ЭМС  $dF = f dV$ , действующей на некоторый бесконечно малый элементарный объем НМС  $dV$ , необходимо и достаточно, чтобы внутри этого малого объема  $dV$  и вне его имели место источники магнитного поля: токи проводимости; ферромагнитные тела с переменной намагниченностью. При этом внешние к малому объему  $dV$  источники обуславливают внутри этого объема магнитные поля индукции  $\bar{B}$  и напряженности  $\bar{H}$ , внутренние источники (при пренебрежимо малом вкладе в создание упомянутых выше полей  $\bar{B}$  и  $\bar{H}$ ) принимают участие в генерации ЭМС  $dF$  как вихри и источники магнитной индукции и магнитной напряженности. Как пока-

зывает нижеприведенный анализ, этот вывод может быть наглядно проиллюстрирован на основе формулы (П-4), предварительно преобразованной соответствующим образом. Действительно, искомое уравнение для ОП ЭМС в магнитном поле НМС вытекает из совместного рассмотрения (П-4) с известными в векторном анализе двумя уравнениями

$$\begin{aligned} - (1/2) \operatorname{grad} (\bar{B} \bar{H}) &= - (1/2) \{ (\bar{B} \nabla) \bar{H} + \\ &+ (\bar{H} \nabla) \bar{B} + \bar{B} \times \operatorname{rot} \bar{H} + \bar{H} \times \operatorname{rot} \bar{B} \}, \\ (1/2) \operatorname{rot} [\bar{B} \times \bar{H}] &= (1/2) \{ (\bar{H} \nabla) \bar{B} - (\bar{B} \nabla) \bar{H} + \\ &+ \bar{B} \operatorname{div} \bar{H} - \bar{H} \operatorname{div} \bar{B} \} \end{aligned}$$

и имеет (справедливый для сред с анизотропными магнитными свойствами) вид

$$\begin{aligned} \bar{f} &= - (1/2) \operatorname{grad} (\bar{B} \bar{H}) + (\bar{B} \nabla) \bar{H} = \\ &= (1/2) \{ \operatorname{rot} \bar{H} \times \bar{B} + \bar{B} \operatorname{div} \bar{H} + \\ &+ \operatorname{rot} \bar{B} \times \bar{H} + \bar{H} \operatorname{div} \bar{B} + \operatorname{rot} [\bar{H} \times \bar{B}] \}. \quad (\text{П-5}) \end{aligned}$$

Замена в правой части последнего уравнения физических величин магнитного поля  $\bar{B}, \bar{H}$  соответственно на физические величины  $D, E$  приводит после несложных преобразований к известной максвелловской формуле<sup>5</sup> (для диэлектрической среды с изотропными диэлектрическими свойствами) для ОП пондеромоторных сил в электростатическом поле. Это свидетельствует о полной формальной аналогии математического описания силовых полей в обоих случаях: (П-5), (П-6).

Применяя известный принцип линеаризации [4] в отношении системы, генерирующей нестационарное электромагнитное поле и удовлетворяющей известной системе уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t},$$

нетрудно, исходя из расчетных выражений для ОП ЭМС в магнитном поле (П-4) и для ОП ПС в электростатическом поле

<sup>5</sup> Эта формула имеет известный вид  $\bar{f}_3 = \rho \bar{E} - 1/2 \bar{E}^2 \operatorname{grad} \epsilon$ . Ее справедливость была подтверждена в последнее время [12] путем прямого доказательства (П-6) (на основе введения понятия электрической энергии взаимодействия) энергетическим методом. Там же выявлена ошибочность одинаковых в принципиальном отношении методик М. Абрагама и И. Е. Тамма обоснования общеизвестной формулы для ОП ПС в электростатическом поле с так называемым стрикционным членом. После уточнения [12] методика Абрагама – Тамма приводит к упомянутой выше формуле Максвелла без стрикционного члена.

$$\begin{aligned} \bar{f}_3 &= - (1/2) \operatorname{grad} (\bar{D} \bar{E}) + (\bar{D} \nabla) \bar{E} = \\ &= (1/2) \{ \operatorname{rot} \bar{E} \times \bar{D} + \bar{D} \operatorname{div} \bar{E} + \\ &+ \operatorname{rot} \bar{D} \times \bar{E} + \bar{E} \operatorname{div} \bar{D} + \operatorname{rot} [\bar{E} \times \bar{D}] \} \quad (\text{П-6}) \end{aligned}$$

получить искомое расчетное выражение для ОП ЭМС в нестационарном электромагнитном поле с анизотропными магнитными и диэлектрическими свойствами сред. Оно получается в результате почлененного сложения уравнения (П-5) и (П-6), в которых, разумеется, под выражениями  $\operatorname{rot} \bar{H}$  и  $\operatorname{rot} \bar{E}$  следует понимать соответственно  $\bar{J} + \partial \bar{D} / \partial t$  и  $-\partial \bar{B} / \partial t$ :

$$\begin{aligned} \bar{f}_n &= \bar{f} + \bar{f}_3 = (1/2) \{ \operatorname{rot} \bar{H} \times \bar{B} + \bar{B} \operatorname{div} \bar{H} + \\ &+ \operatorname{rot} \bar{B} \times \bar{H} + \bar{H} \operatorname{div} \bar{B} + \operatorname{rot} [\bar{H} \times \bar{B}] + \\ &+ \operatorname{rot} \bar{E} \times \bar{D} + \bar{D} \operatorname{div} \bar{E} + \operatorname{rot} \bar{D} \times \\ &\times \bar{E} + \bar{E} \operatorname{div} \bar{D} + \operatorname{rot} [\bar{E} \times \bar{D}] \}. \quad (\text{П-7}) \end{aligned}$$

Представление силовых полей  $\bar{f}, \bar{f}_3, \bar{f}_n$  в форме уравнений, соответственно (П-5), (П-6), (П-7) имеет еще одно достоинство. Из этих уравнений наглядно видно, что любое в общем случае нестационарное электромагнитное поле, характеризующееся физическими величинами индукций  $B$  и  $D$ , напряженностей  $H$  и  $E$ , сопровождается взаимно-однозначно ему соответствующим силовым полем. Этот вывод, очевидно, может быть дополнен важным следствием: единственно правильными (удовлетворяющими соответствующим уравнениям Максвелла электромагнитного поля) расчетными выражениями для ОП ЭМС следует признать соответственно (П-5), (П-6) и (П-7). В правых частях уравнений (П-5) и (П-7) формально оставлен тождественно равный нулю член  $H \operatorname{div} B$ . Сделано это для того, чтобы отметить своеобразие: 1) аналогии математического описания полей ОП ЭМС в стационарном магнитном и электростатическом полях на основе уравнений (П-5) и (П-6); 2) структуры расчетных выражений для ОП ЭМС (П-5 – П-7), проявляющиеся в симметричном участии векторов ЭМП  $B, H, D, E$  и их истоков и вихрей  $\nabla \times H, \nabla \times B, (\nabla B), (\nabla H), \nabla \times E, \nabla \times D, (\nabla D), (\nabla E)$ , в генерации силовых полей ОП ЭМС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максвель Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля.– М.: Гостехиздат, 1954.
2. Шефер Кл. Теоретическая физика, т. 1, ч. 1. Общая механика. Механика твердого тела.– М.– Л.: ОНТИ ГТТИ, 1934.
3. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах.– М.: Высшая школа, 1989.
4. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии магнитного поля при малом перемещении.– Электричество, 1985, № 5.

5. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по напряжениям.– Электричество, 1985, № 7.
6. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.– Электричество, 1985, № 9.
7. Мартыненко Ю. Г. Аналитическая динамика электромеханических систем.– М.: МЭИ, 1984.
8. Абрамкин Ю. В. Об определении электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.– Электричество, 1988, № 10. Дискуссии.
9. Иванов-Смоленский А. В., Абрамкин Ю. В., Аванесов М. А. Об определении электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по напряжениям.– Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1990, № 5.
10. Бут Д. А. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по напряжениям.– Электричество, 1990, № 3.
11. Абрамкин Ю. В. К вопросу определения электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.– Электричество, 1992, № 3.
12. Абрамкин Ю. В. Критический анализ формулы для объемной плотности пондеромоторных сил в электростатическом поле, содержащей стрикционный член.– Изв. вузов. Электромеханика, 1992, № 1.

[13.04.91]

## Определение симметричных составляющих методом четырех выборок

ДЖЮРИЧ Б. МИЛЕНКО

Белград, Югославия

**Введение.** Для определения эффективных значений простых периодических величин разработано большое число алгоритмов. В тех случаях, когда сигнал, эффективное значение которого необходимо определить, не "засорен" составляющими более высоких гармоник эффективно можно использовать метод четырех выборок<sup>1</sup>. Метод основан на выборе четырех образцов анализируемой величины в интервалах времени, равных  $\Delta t = T/4$ , где  $T$  – период. В случае сигнала промышленной частоты 50 Гц образцы берут каждых 5 мс. Метод четырех выборок не чувствителен к наличию постоянной составляющей в анализируемом сигнале. Алгоритм этого метода, если анализируемым сигналом является напряжение, сводится к следующему отношению:

$$U = 0,25[(u_1 + u_2 - u_3 - u_4)^2 + (u_1 - u_2 - u_3 + u_4)^2]^{0,5}, \quad (1)$$

где  $u_1, u_2, u_3$  и  $u_4$  – выборки напряжения.

Метод четырех выборок асинхронен, так как выборки могут браться независимо от мгновенного значения анализируемого сигнала в момент выбора первого образца.

Анализ несимметричных режимов в трехфазных электрических цепях можно выполнить несколькими способами. Наиболее часто используют метод симметричных составляющих, который, если рассматриваемой величиной является напряжение, определяется следующими отношениями:

$$\begin{aligned} 3U_0 &= U_A + U_B + U_C; \quad 3U_d = U_A + aU_B + a^2U_C; \\ 3U_i &= U_A + a^2U_B + aU_C \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U_A, U_B$  и  $U_C$  – векторные изображения фазных напряжений трехфазной цепи;  $U_0, U_d$  и  $U_i$  – векторные изображения симметричных со-

ставляющих (нулевой, прямой и обратной – инверсной);  $a = e^{j120^\circ} = -0,5 + j\sqrt{3}/2$  – комплексный оператор.

Если для выражения мгновенных значений переменных величин выбрать синусные функции, то можно записать

$$\left. \begin{aligned} u_A &= U_{A_m} \sin(\omega t + \varphi_A) = I_m [\sqrt{2} U_A e^{j\omega t}]; \\ u_B &= U_{B_m} \sin(\omega t + \varphi_B) = I_m [\sqrt{2} U_B e^{j\omega t}]; \\ u_C &= U_{C_m} \sin(\omega t + \varphi_C) = I_m [\sqrt{2} U_C e^{j\omega t}], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $U_{A_m}, U_{B_m}$  и  $U_{C_m}$  – максимальные значения фазных напряжений;  $\varphi_A, \varphi_B$  и  $\varphi_C$  – начальные фазы фазных напряжений;  $\omega$  – круговая частота наблюдаемых напряжений;  $j$  и  $I_m$  – обозначения для мнимой единицы и мнимой составляющей;  $U_A = U_A e^{j\varphi_A}, U_B = U_B e^{j\varphi_B}$  и  $U_C = U_C e^{j\varphi_C}$ ;  $U_A, U_B$  и  $U_C$  – эффективные значения фазных напряжений.

Исходя из выражений (2) и (3) после перестановок получаем выражения для мгновенных симметричных составляющих напряжения:

$$\left. \begin{aligned} 3u_0 &= U_{A_m} \sin(\omega t + \varphi_A) + \\ &+ U_{B_m} \sin(\omega t + \varphi_B) + U_{C_m} \sin(\omega t + \varphi_C); \\ 3u_d(i) &= U_{A_m} \sin(\omega t + \varphi_A) - \\ &- 0,5[U_{B_m} \sin(\omega t + \varphi_B) + \\ &+ U_{C_m} \sin(\omega t + \varphi_C)] \pm \\ &\pm \frac{\sqrt{3}}{2} [U_{B_m} \cos(\omega t + \varphi_B) - \\ &- U_{C_m} \cos(\omega t + \varphi_C)]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

<sup>1</sup> Glenn W. Swift. Current and voltage waveform sampling methods for digital protection and metering devices. – IEEE PAS, 1987, N 2, pp. 1347–1351.

Выражения (4) дают возможность определить мгновенные значения симметричных составляющих на основе измеренных мгновенных значений фазных напряжений. Для определения нулевой составляющей нужна одна выборка, а для определения прямой и обратной составляющих нужны как минимум две выборки по фазе. Для равноправного использования обеих выборок при определении нулевой составляющей можно на основе двух выборок напряжения, которые берутся в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , рассчитать мгновенное значение напряжения в момент  $t = t_1 + \Delta t/2 = t_2 - \Delta t/2$ , где  $\Delta t = t_2 - t_1$  представляет собой интервал времени между двумя выборками образцов, исходя из суммы

$$u_1 + u_2 = U_m \sin(\omega t_1 + \varphi) + U_m \sin(\omega t_2 + \varphi),$$

следовательно,

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) = \frac{u_1 + u_2}{2 \cos \frac{\omega \Delta t}{2}}. \quad (5)$$

Исходя из разности  $u_2 - u_1 = U_m \sin(\omega t_2 + \varphi) - U_m \sin(\omega t_1 + \varphi)$  получаем отношение

$$U_m \cos(\omega t + \varphi) = \frac{u_2 - u_1}{2 \sin \frac{\omega \Delta t}{2}}. \quad (6)$$

Подстановкой выражений (5) и (6) в (4) и после перестановок получаем отношения для определения мгновенных значений симметричных составляющих на основе всего шести выборок напряжения (два по каждой фазе). Выборки с одинаковыми показателями берутся одновременно во всех трех фазах

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{1}{6 \cos \frac{\omega \Delta t}{2}} \times \\ &\times [u_{A_1} + u_{A_2} + u_{B_1} + u_{B_2} + u_{C_1} + u_{C_2}]; \\ u_{d(i)} &= \frac{1}{12 \cos \frac{\omega \Delta t}{2}} \times \\ &\times [2u_{A_1} + 2u_{A_2} - u_{B_1} - u_{B_2} - u_{C_1} - u_{C_2}] \pm \\ &\pm \frac{\sqrt{3}}{12 \cos \frac{\omega \Delta t}{2}} [u_{B_2} - u_{B_1} - u_{C_2} + u_{C_1}]. \end{aligned} \right\} (7)$$

Составление алгоритма для определения эффективных значений симметричных составляющих. Соотношения (7) дают возможность определить мгновенные значения симметричных составляющих трехфазных систем напряжения или токов. Но для релейной защиты и в некоторых других областях электроэнергетики больше необходимы эффективные значения симметричных составляющих, а также их мгновенные значения. Ниже предложен алгоритм для определения эффективных значений симметричных составляющих исходя из известного метода четырех выборок, который используется для определения эффективного значения процессированного сигнала. Начнем с определения четырех мгновенных значений симметричных составляющих при помощи четырех

еквидистантных выборок по периоду и фазе и последовательного применения метода четырех выборок для определения их эффективных значений. При помощи четырех эквидистантных выборок по периоду и фазе можно определить следующие мгновенные значения симметричных составляющих:

$$\left. \begin{aligned} u_{01} &= u_0(1, 2), u_{02} = u_0(2, 3), u_{03} = u_0(3, 4), \\ &u_{04} = u_0(4, 1); \\ u_{d1} &= u_d(1, 2), u_{d2} = u_d(2, 3), u_{d3} = u_d(3, 4), \\ &u_{d4} = u_d(4, 1); \\ u_{i1} &= u_i(1, 2), u_{i2} = u_i(2, 3), u_{i3} = u_i(3, 4), \\ &u_{i4} = u_i(4, 1). \end{aligned} \right\} (8)$$

В выражениях (8) показатели в скобках обозначают выборки, которые используются для определения рассматриваемого мгновенного значения симметричной составляющей. Выражения (8) определяются соотношениями (7). На первый взгляд, необходимо вычислить двенадцать мгновенных значений симметричных составляющих. Но вычисления мгновенных значений симметричных составляющих можно избежать прямой подстановкой соответствующих выражений (8) в выражение (1). После ряда преобразований с учетом того, что выборки напряжения берутся для каждой четверти периода, т. е.  $\omega \Delta t = 90^\circ$  и, следовательно

$\sin(\omega \Delta t/2) = \cos(\omega \Delta t/2) = 1/\sqrt{2}$ , получаем очень простые выражения для прямого определения эффективных значений симметричных составляющих:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{6\sqrt{2}} [(u_{A_2} + u_{B_2} + u_{C_2} - u_{A_4} - u_{B_4} - u_{C_4})^2 + \\ &+ (u_{A_1} + u_{B_1} + u_{C_1} - u_{A_3} - u_{B_3} - u_{C_3})^2]^{0,5}; \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} U_{d(i)} &= \frac{1}{12\sqrt{2}} \left\{ [2u_{A_2} - 2u_{A_4} - u_{B_2} - u_{C_2} + \right. \\ &+ u_{B_4} + u_{C_4} \pm \sqrt{3}(u_{B_3} - u_{B_1} + u_{C_1} - u_{C_3})]^2 + \\ &+ [2u_{A_1} - 2u_{A_3} - u_{B_1} - u_{C_1} + u_{C_3} + u_{B_3} \pm \\ &\left. \pm \sqrt{3}(u_{B_2} - u_{B_4} + u_{C_2} - u_{C_4})]^2 \right\}^{0,5}. \end{aligned} \quad (9b)$$

Выражения (9) представляют собой алгоритм для определения эффективных значений симметричных составляющих, основанный на методе четырех выборок.

**Заключение.** Составлен алгоритм для вычисления эффективных значений симметричных составляющих в трехфазных системах токов или напряжений. Алгоритм прост и может быть реализован на самых простых микропроцессорных устройствах. Алгоритм можно использовать для расчетов защитных устройств элементов электроэнергетической системы, а именно реле защиты от асимметричной нагрузки синхронных и асинхронных машин.

# ДИСКУССИИ

## Эволюция физических основ электротехники и электродинамики

(статьи Иосифьяна А. Г., "Электричество", 1987, № 12; 1989, № 9)

ГАНДИЛЯН С. В., канд. техн. наук,  
ИВАНИЯН М. И., канд. физ.-мат. наук,  
ГАНДИЛЯН У. В.

Ереван

Что такое время, пространство и  
движение, я не объясняю, ибо это  
известно всем...

И. Ньютона

Развитие разных областей современной электротехники базируется на максимальном использовании новейших достижений классической механики и электродинамики, физики полупроводников и сверхпроводников, атомной физики, когерентной оптики, химии и т. п. В последние годы на развитие электротехники весьма значительное воздействие оказывает физика электромагнетизма. Велико значение теории электромагнетизма для генерирования, передачи, распределения и потребления электромагнитной энергии, в радио- и телефонной связи, в автоматике и для новых отраслей техники, таких как микроэлектроника и вычислительная техника. Проявляется большой интерес к изучению влияния электромагнетизма на живые организмы и растения (магнитобиология) и к исследованию слабых магнитных полей, создаваемых биотоками организмов (биомагнетизм).

Наконец, электромагнетизм играет большую роль в космосе. Изучение электромагнетизма Земли, планет, Солнца, звезд, межпланетной и межзвездной сред является ключом к пониманию многих явлений и процессов, протекающих в космосе. Знание электромагнетизма космических объектов очень важно для осуществления космических полетов.

Поэтому не случайно, что в последние десятилетия появляются важные исследования (с точки зрения критического пересмотра целого ряда важных вопросов общей физической теории электромагнетизма), в совершенно новом аспекте выдвигающие новые гипотезы электромагнитных процессов. По мнению участников дискуссии, рассматриваемая работа академика АН Армении Иосифьяна А. Г. (где развиты и обобщены работы автора в этой области, опубликованные в течение последних 30 лет в виде докладов в различных журналах и сборниках) с этой точки зрения носит основополагающий характер.

В обсуждаемой статье Иосифьяна на основе новой физической интерпретации магнитных и электрических источников электромагнитного поля (автор, анализируя физические и историко-философские концепции электродинамики Фарадея — Максвелла, ввел инверсно-сопряженные уравнения электромагнитного поля, которые со-вместно с уравнениями Максвелла более полно

отражают объективные закономерности электромагнитных явлений в вакууме и в вещественных средах) довольно успешно преодолеваются основные трудности и логические противоречия теории перестановочной двойственности Хевисайда. Подробное обсуждение этих проблем и трудностей теории электромагнетизма с двумя источниками поля дано в [1]: в теории Хевисайда используются обычные уравнения Максвелла с двумя источниками, и до сих пор не удалось на основе подобных теорий построить лагранжиан, приводящий к этим уравнениям, и, следовательно, сторонний магнитный ток не может быть последовательно учтен при выводе вектора Пойтинга из лагранжиана; в уравнениях Хевисайда магнитное поле считается вихревым, несмотря на наличие источников поля — "магнитные заряды"; в уравнениях Хевисайда электрическое поле воспринимается в виде потенциального, несмотря на отсутствие электрических зарядов; введение стороннего магнитного тока в уравнение ЭДС не соответствует закону электродвижущих сил Фарадея — Максвелла; в квантовой теории возникает вопрос о наблюдаемости "сингулярной нити" вектор-потенциала и некоторые другие вопросы; неясно, какой реальной физической системе соответствует электромагнитное поле, определяемое уравнениями Хевисайда.

Авторы настоящей дискуссии попытались осветить необычайную универсальность системы инверсно-сопряженных уравнений электродинамики в различных областях современной электротехники.

**Область классической электродинамики и электромеханики.** В электродинамике А. Г. Иосифьяна принципы теоретической электротехники [физическое описание процессов генерирования, передачи, распределения и потребления электрической энергии в магнитоиндукционных (индуктивных) и электроиндукционных (емкостных) электрических машинах и аппаратах, и в особенностях вопросы генерирования и распространения электромагнитной энергии в большом классе задач, связанных с расчетом антенн и волноводов] развиваются и обобщаются на основе двух сопряженных пространств собщенных переменных с

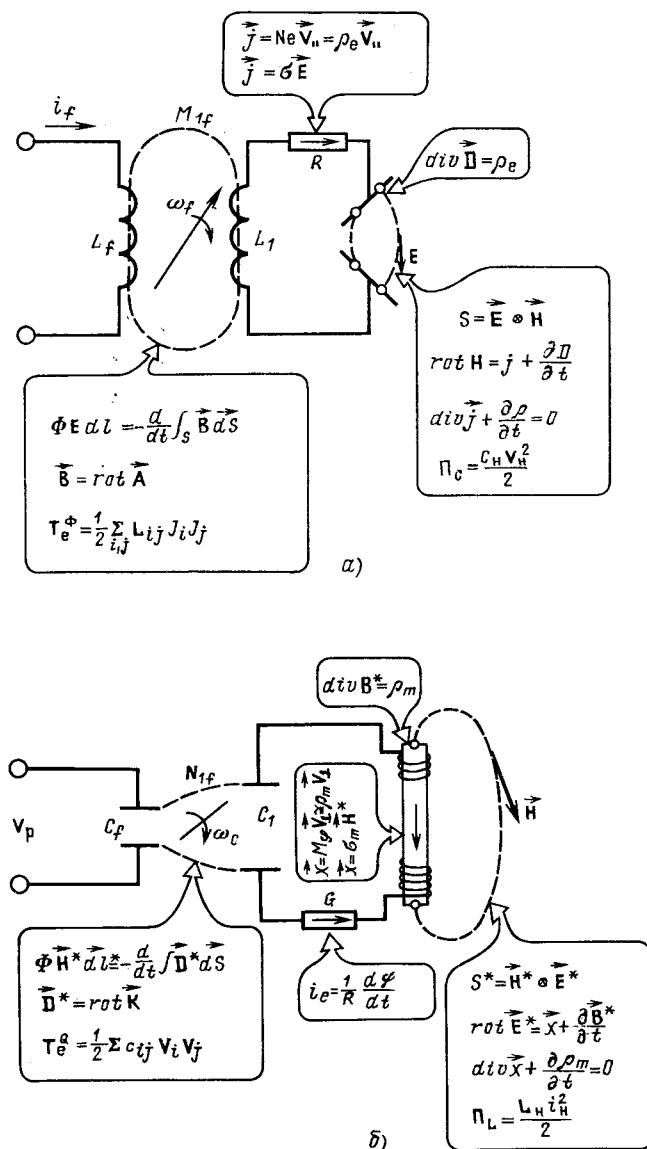


Рис. 1. Магнитоиндукционная подобласть энергообмена (а) – уравнения Лагранжа – Максвелла и электроиндукционная подобласть энергообмена (б) – уравнения Иосифьяна

использованием принципа разбиения единого процесса электромагнитного поля контура на два пространственно-временных процесса: магнитоэлектрической индукции  $e(t) = -\frac{d\psi}{dt}$  и электромагнитной индукции  $i^*(t) = -\frac{dQ^*}{dt}$ , связанных с двумя физически различными методами энергообмена. При этом анализ и синтез индуктивно-связанных электрических цепей осуществляется на базе Лагранж – Максвелловского пространства обобщенных переменных (и, следовательно, уравнений электромагнитного поля Фарадея – Максвелла), а анализ и синтез емкостно-связанных электрических цепей осуществляется с помощью уравнений сопряженного пространства обобщенных переменных (и, следовательно, по уравнениям электромагнитного поля А. Г. Иосифьяна) (рис. 1).

Следует отметить, что установленный А. Г. Иосифьяном принцип поляризации и деполяризации в электромеханике является очень важным и характерным моментом для развития теории и конструктивной реализации разных типов индуктивных и емкостных машин (криогенные электрические машины, магнитогидродинамические генераторы и т. п.).

Следует отметить одно важное обстоятельство. В машинах индуктивного типа без потерь (без стали) в условиях сверхпроводимости фазных обмоток якоря ( $R = 0$ ) при замыкании обмоток энергообмен между ротором и статором невозможен вследствие поляризации магнитного потока якоря (приемника энергии). При этом в сверхпроводящих обмотках якоря возникает такой противодействующий поток, что взаимный поток магнитного поля становится равным нулю (силовые линии магнитного поля возбуждения обходят якорные обмотки). Имеет место условие "вмороженности" магнитного потока в якорной цепи

$$d\psi_s = -\frac{d\psi}{dt} = 0, \quad \psi_s = \text{const}$$

и, соответственно

$$\psi_{fs} = L_{fs} i_s = 0; \quad L_{fs} = 0.$$

Для осуществления энергообмена необходимо в якорной цепи машины иметь  $C_H \neq 0$  или  $R_H \neq 0$  с образованием замкнутого контура напряжения (для изменения магнитного потокосцепления якорной цепи  $d\psi_s$  необходимо ввести в цепь катушки импульс напряжения  $e_s(t) dt$ , так же, как для изменения количества движения в механике  $d(m \vec{V})$  необходим импульс  $\vec{F} dt$ ).

Совершенно другой процесс происходит в емкостных машинах. При размыкании якорной цепи емкостной машины (в условиях абсолютной изоляции  $R = \infty$ ) происходит поляризация электрического потока якоря. При этом в разомкнутой якорной цепи машины возникает такой противодействующий электрический поток (поток реакции), что взаимный поток сцепления между ротором и статором машины равен нулю. При абсолютной изоляции имеет место условие "вмороженности" потока электрического поля

$$i_s^*(t) = -\frac{dQ_s^*}{dt} = 0; \quad Q_s^* = \text{const}$$

и, соответственно

$$Q_{fs}^* = C_{fs} V_s^* = 0; \quad C_{fs} = 0.$$

Для осуществления энергообмена необходимо в якорной цепи машины иметь  $L_H \neq 0$  или  $R_H \neq 0$  с образованием замкнутого контура тока (для изменения электрического потокосцепления якоря  $dQ_s^*$  необходимо ввести в цепь якоря импульс тока  $i_s^*(t) dt$ ).

Один из авторов дискуссии (С. В. Гандилян) некоторые работы А. Г. Иосифьяна в области классической электродинамики [2, 3] изучил еще студентом университета, когда пришлось столкнуться с одним спорным вопросом, о котором мы здесь кратко упомянем.

В любом курсе классической электродинамики можно найти утверждение о том, что "напряжение на катушке индуктивности равно  $V_L = L \frac{di}{dt}$ . Особенностью катушки индуктивности является то,

что она имеет области, в которых  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq 0$ , и это с неизбежностью влечет за собой условие  $\text{rot } \vec{E} \neq 0$ . Последнее, в свою очередь, не позволяет нам однозначно определить скалярный потенциал для электрического поля  $\vec{E}$  и, разумеется, делает неопределенным смысл самого понятия "напряжения" или "потенциала". Однако, что все-таки имеют в виду, когда пишут формулу  $V_L = L \frac{di}{dt}$ ? Или что

следует понимать под уравнениями, которыми мы описываем переходный процесс при разряде конденсатора в  $LCR$ -цепи? Такие уравнения в случае цепей, не содержащих катушек индуктивности,

основаны на явном предположении о том, что  $\vec{E}$  является потенциальным полем, т. е. любой интеграл от  $\vec{E}$  по замкнутому пути обращается в нуль.

В работах А. Г. Иосифьяна рассмотрение катушек индуктивности дается на таком уровне, что можно прийти к удовлетворительному решению этих вопросов, выяснить при каких дополнительных предположениях это возможно. Экспериментальные исследования макетного образца совмещенного индуктивно-емкостного генератора переменного тока подтверждают реальность основных теоретических принципов инверсно-сопряженной трактовки электродинамики и электромеханики.

В последние годы в связи с необходимостью совершенствования методов определения и численного расчета электромагнитных сил (ЭМС) в нелинейных магнитных системах в журнале "Электричество" появился ряд работ (А. В. Иванов-Смоленский, 1985, № 7, 9; Е. Л. Львов, 1984, № 6, 1987, № 10, 1988, № 9) и интересная дискуссия по этим статьям (1988, № 9, 10, 11 — по статьям Е. Л. Львова; 1985, № 5, 7, 9, 1987, № 10, 1990, № 2, 3, 11 — по статьям А. В. Иванова-Смоленского), в которых даны новые, взаимно исключающие доказательства формул Максвелла для  $J_v^{M1}$  (объемная плотность ЭМС),  $J_s^{M1}$  (поверхностная плотность ЭМС),  $T_n^{M1}$  (напряжение, действующее в магнитном поле на элемент поверхности) [7, 8].

По нашему мнению, последовательное решение этой задачи осуществляется на базе сопряженной системы уравнений электродинамики и электромеханики А. Г. Иосифьяна и описывается формулой для силы  $f_\varphi$  по Дираку [9], действующей со

стороны электромагнитного поля на массовую частицу  $m_\varphi$ , несущую монопольный магнитный заряд  $\varphi$ :

$$f_\varphi = \varphi (\vec{H}^* + [\vec{V}_\varphi \times \vec{D}^*]). \quad (1)$$

Решение этой задачи как неэнергетическими методами (путем анализа сил, возникающих в магнитном поле), так и энергетическими методами (по изменению энергии электромагнитного поля при малом перемещении выделенного объема магнитного материала в магнитном поле) будет приведено в отдельных статьях.

**Область квантовой электродинамики.** При анализе проблемы излучения электромагнитной энергии для диапазона радиоволн А. Г. Иосифьян основывается на идеи П. Дирака [10] о необходимости возрождения введенного Фарадеем понятия дискретных силовых линий, а также на идеи В. Ф. Миткевича [11] о дискретных магнитных силовых линиях в виде дискретных вихревых образований (трубок), которые в процессе своего движения (эволюции) могут образовать петли и отпочковаться в виде кванта электрического  $e$  и магнитного  $\varphi_0 = \frac{h}{2e}$  потоков. Актуальность и важ-

ность этих представлений подчеркивается в исследованиях С. Б. Пикельнера и академика Б. Б. Кадомцева о перезамыкающихся магнитных силовых линиях [12, 13]. Это совершенно замечательный факт; он позволяет "примирить" волновую и квантовую (корпускулярную) теории электромагнитного поля на всем диапазоне частот (включая диапазон радиоволн).

А. Г. Иосифьян высказал увлекательную идею, что двусвязное вихревое состояние (рис. 2) по своему физическому смыслу является фотоном, т. е. "частицей" без сингулярностей, поведение которой однозначно должно определяться соотношением

$$\oint \vec{A} dl_e \oint \vec{K} dl_\varphi = mh, \quad m = 1, 2, 3, \dots; \\ n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

где понятие вектора-потенциала электрического поля  $\vec{K}$  А. Г. Иосифьян ввел по аналогии с вектором-потенциалом магнитного поля  $\vec{A}$  (введенным Максвеллом —  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ ):  $\vec{D}^* = \text{rot } \vec{K}$ , следовательно эта полевая функция определяет электрический поток  $Q^* = \oint \vec{K} dl_\varphi$ .

При взаимодействии вещественных тел с квантами электромагнитного поля — фотонами (излучение или поглощение) соотношение (2) выражается в двух альтернативных граничных формах:

а) если вещество является сверхэлектропроводником (аналог постоянный магнит), то

$$2e \oint \vec{A} dl_e = mh, \quad m = 1, 2, 3, \dots; \quad (3)$$

б) если вещество является сверхмагнитопроводником (аналог электрет), то

$$2\varphi_0 \oint \vec{K} dl_\varphi = nh, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

где  $e$  (квант электрического заряда) и  $\varphi_0$  (квант

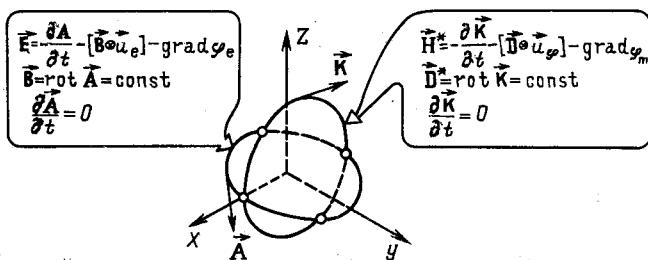


Рис. 2. Совместное действие двух подобластей энергообмена

магнитного потока "заряда") входят в полевые уравнения как константы связи.

Следует отметить одно важное обстоятельство. Введение А. Г. Иосифьяном плотности действия

$$\rho_h = \frac{\vec{D}A + \vec{B}^*K}{2} \text{ при } \frac{\partial A}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial t} = 0 \text{ позволяет}$$

связывать процесс нелинейного необратимого излучения (формирования) кванта электромагнитного поля с принципом энтропии (так как она является универсальной характеристикой всех физических процессов и служит фундаментальным объединяющим их началом). Этот факт, на наш взгляд, является крупным вкладом в понимание связи классической и квантовой электродинамики. При этом энтропия А. Г. Иосифьяна является эквивалентом энтропии Колмогорова в многомерном фазовом пространстве энергетического состояния [14].

Следует отметить одно важное обстоятельство. В последнее время многие теоретики пытаются создать теорию суперобъединения, которая охватила бы сильные, слабые, гравитационные и электромагнитные взаимодействия. Если электрослабое и великое объединения представляли собой попытки построения теории, не выходящие за пределы обычных методов квантовой теории поля, то задача суперобъединения уже с первых же попыток потребовала введения новых необычных идей. Прежде всего оказалась плодотворной идея введения пространства — времени с числом, большим чем четыре. Еще в 1956 г. А. Г. Иосифьян [15] высказал мысль о том, что законы сохранения природы наиболее полно проявляются в некотором многомерном пространстве космического поля, которое в отличие от трехмерного пространства и абсолютного времени (четырехмерного пространства) можно назвать пространством сохранения. Если в этом пространстве написать уравнения состояния поля, то для первых четырех координат они совпадут с уравнениями тяготения (уравнения гравитационно-инерционных полей), а включение остальных координат приведет к уравнениям электродинамики Максвелла. Тем самым осуществлялось объединение гравитации и электродинамики. В этой новой теории возникли уравнения, которые представляют определенный теоретический и практический интерес. И поэтому нам хотелось упомянуть об этом, как о примере того, на каком пути можно попытаться добиться успеха.

Опубликованное журналом "Электричество" мнение А. А. Бальчитиса [16] по затронутым в статье А. Г. Иосифьяна проблемам несомненно полезно, поскольку выявило широкую поддержку нового направления в электромагнетизме, но следует отметить, что по многим важным и характерным вопросам оно носит непоследовательный характер и прибавило ряд важных вопросов, на которые мы считаем нужным ответить для дальнейшего разъяснения нашей позиции.

1. Непоследователен А. А. Бальчитис, когда утверждает, что А. Г. Иосифьян понятие элементарного магнитного потока — флюксоида  $\varphi_0 = \frac{h}{2e}$

отождествляет с магнитным монополем Дирака (в работе А. Г. Иосифьяна дается совершенно новая физическая интерпретация магнитных электрических источников электромагнитного поля). Имеющиеся на сегодня теоретические и экспериментальные данные свидетельствуют о том, что исследование этого вопроса далеко от своего завершения

и представляет собой, пожалуй, единственное уязвимое место в кажущемся безупречным здании квантовой электродинамики. При этом одна из главных трудностей связана с радиусом электрона. Большинство имеющихся на сегодня теоретических положений и опытных данных свидетельствует о том, что если он равен нулю, то энергия электрического поля электрона обращается в бесконечность. Если он не равен нулю (элементарный дискретный заряд  $e$  с конечным дискретным объемом), то спрашивается, что у электрона внутри и что удерживает заряд электрона от распадания на части.

Известный физик Ричард Фейнман писал по этому поводу: "Мы вынуждены прийти к заключению, что представление, будто энергия сосредоточена в поле, не согласуется с предположением о существовании точечных зарядов. Один путь преодоления этой трудности — это говорить, что элементарные заряды (такие как электрон) на самом деле вовсе не точки, а небольшие зарядовые распределения. Но можно говорить и обратное: неправильность коренится в нашей теории электричества на очень малых расстояниях или в нашем представлении о сохранении энергии в каждом месте порознь" [17].

По трактовке А. Г. Иосифьяна электрон (который он называл электромагнетоном) является нелинейным объединением (суперпозицией) электрического заряда  $e$  (электрон по Дираку) и магнитного заряда  $\varphi_0 = \frac{h}{2e}$  (вихревой электрон по Миткевичу), которые являются небольшими зарядовыми распределениями в классических размерах электрона  $v$ , образующими элементарную частицу с основными характеристиками электродинамического солитона т'Хоффа — Полякова.

2. Электродинамика А. Г. Иосифьяна не противоречит основным принципам СРТ-теоремы (теорема, в основе которой лежит современное представление о симметрии физических процессов).

3. А. Г. Иосифьян последователен, когда утверждает, что в сопряженном пространстве "полностью исключается энергообмен с помощью магнитных потоков взаимоиндуктивности, как и в первой магнетоиндукционной подобласти исключается энергообмен с помощью электрических потоков взаимоемкости", так как волновые процессы (на которые намекает А. А. Бальчитис) в электромеханике носят диссипативный характер.

4. При "деполяризации" электрического потока якоря емкостной машины в цепи статора возникает квант магнитного потока (флюксоид  $\varphi_0$ ), но следует отметить, что для емкостных макромеханических процессов квантование магнитного потока нехарактерное явление, как и для индуктивных генераторов не характерно квантование электрического заряда. Этот факт имеет важное значение в микрозелектромеханических процессах (исследование динамики кванта магнитного потока в сквивах постоянного тока и т. п. [18]).

5. Объемная плотность магнитного "заряда"  $\rho_m$  в электродинамике А. Г. Иосифьяна определяется в соответствии с классической электронной теорией:  $\rho_m = n_0 \varphi_0$ , где  $n_0$  — число электромагнетонов в единице объема магнитопроводящего вещества. При этом  $\sigma_m$  (удельная магнитная проводимость) характеризует потери в веществе при воздействии на него магнитного поля.

6. В работе А. Г. Иосифьяна в основу построения квантовой теории электромагнитных процессов (при рассмотрении процессов взаимодействия электромагнитного поля с силовыми центрами кристаллической решетки идеального сверхэлектропроводника и сверхмагнетопроводника) положены выражения динамических импульсов, используемых в математическом формализме именно квантовой электродинамики в виде:

$$\left. \begin{aligned} m_e \vec{V}_e + q\vec{A} &= \vec{\nabla}\theta_e \vec{h}; \quad m_\varphi \vec{V}_\varphi + \varphi \vec{K} = \vec{\nabla}\theta_\varphi \vec{h} \\ q = 2e; \quad \varphi = 2\varphi_0; \quad \vec{h} &= \frac{\vec{h}}{2\pi}, \end{aligned} \right\} (5)$$

где  $\vec{\nabla}\theta_e$  и  $\vec{\nabla}\theta_\varphi$  — градиенты фазы функций Шредингера в электродинамике Максвелла и в электродинамике Иосифьяна (Иосифьян А. Г. О динамике электромагнетона как квента действия. — ДАН Арм. ССР, 1972, т. 55, № 1), а не

классические уравнения  $q\vec{A} = m_e \vec{V}_e$  и  $\vec{qK} = m_\varphi \vec{V}_\varphi$  — как утверждает А. А. Бальчитис.

7. Система уравнений Максвелла, а также соизмененная система А. Г. Иосифьяна — каждая в отдельности инвариантна к преобразованию Лоренца и допускают применение концепции точечных масс. Преобразования, которые следуют из рассмотрения инвариантности уравнений А. Г. Иосифьяна приведены в работах Р. Г. Тарханяна и Г. А. Арешяна (ДАН Арм. ССР, 1972, т. 53, № 3; 1978, т. 36, № 4). При этом следует отметить, что СТО (и соответственно преобразования Лоренца) — это теория пространственно-временного континуума, а не вещественных тел и, следовательно, носит универсальный характер и для электродинамики А. Г. Иосифьяна (по этому поводу определения А. А. Бальчитиса неуместны).

8. Электродинамика А. Г. Иосифьяна не отрицает электродинамику Максвелла, а дополняет ее основные (фундаментальные) принципы (и тем самым устанавливает границы ее применения). Следовательно, инверсно-сопряженная система уравнений электромагнитного поля совместно с уравнениями Максвелла более полно отражает объективные закономерности электромагнитных явлений в вещественных средах. Следовательно утверждение А. А. Бальчитиса о том, что в электродинамике А. Г. Иосифьяна отсутствует понятие электрического заряда и его задача состоит в том, чтобы любой ценой изменить уравнения Максвелла, необоснованно. В этой связи остается непонятной позиция С. А. Смирнова, который, с одной стороны, физически несостоит пытается защитить реальность основных теоретических принципов электродинамики А. Г. Иосифьяна, а с другой стороны, в [19] предлагает свою непоследовательную интерпретацию инверсно-сопряженной трактовки электродинамики: "в работах А. Г. Иосифьяна предлагается использовать уравнения электродинамики Максвелла в основной и инверсно-сопряженной форме".

9. А. Г. Иосифьян не отказывается от современных представлений физики о "вакууме" и квантовых полях (как это допускает А. А. Бальчитис) и не возвращается к примитивным представлениям о эфире — поле, которые имели место до начала

XX в. Следует отметить, что представления А. Г. Иосифьяна о "электродинамическом вакууме" (с точки зрения дискретных силовых линий Дирака и Миткевича) удивительно точно описывают его основные характерные свойства (непрерывные колебания электрон-позитронных полей и т. п.). То утверждение автора, "что скорость в эфире будет изменяться в широких пределах", относится к разным точкам магнитных и электрических силовых линий, а квант (фотон) излучения в вакуумном пространстве распространяется со скоростью света.

В науке новое, как правило, не отменяет старого, старые и новые идеи переплетаются и проникают друг в друга. Даже коренная научная революция не отменяет, а только пересматривает, переосмысливает прежнее, устанавливает границы применимости найденных ранее соотношений. Судьба эфира — убедительное тому подтверждение. Удивительно сложную и интересную среду — вакуум — можно снова назвать эфиром, если бы не боязнь путаницы с наивным понятием XIX в [20], т. е. "Эфир умер — да здравствует эфир!" (академик А. Б. Мигдал).

Из других выступлений в продолжающейся интересной дискуссии следует в первую очередь отметить сообщение Г. Л. Арешяна, П. М. Геруни, Р. Г. Тарханяна, А. А. Терзяна [21] (помимо упомянутой выше работы Г. Л. Арешяна), где весьма убедительно определены истоки ошибочных выводов А. А. Бальчитиса и приведены четкие рекомендации по применению основных теоретических принципов инверсно-сопряженной трактовки электродинамики в различных отраслях электромеханики, электроники, радиотехники.

Практическая реализация явлений сверхпроводимости в композитных электромагнитных конструкциях, способных генерировать или потреблять токи в миллионы ампер, и широкое применение в электронной промышленности, физике высокотемпературной плазмы и медицине дают основание утверждать, что, независимо от пути, по которому пойдет дальнейшее развитие электротехнической промышленности, магнитосверхпроводящая электротехника (где наблюдается примат магнитных явлений над электрическими) бросает решительный вызов сверхэлектропроводниковой технике. Нетрудно предсказать, что по крайней мере в обозримом будущем магнитосверхпроводящая электротехника будет самой передовой техникой, обеспечивающей предельные показатели — высокое быстродействие, высокую точность и высокую чувствительность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Монополь Дирака. Сборник статей. — М.: Мир, 1970.
- Иосифьян А. Г. О принципах теоретической электромеханики. — ДАН Арм. ССР, 1970, т. 1, № 4.
- Иосифьян А. Г. О принципах энергообмена в электромагнитном осцилляторе. — ДАН Арм. ССР, 1978, т. 67, вып. 4.
- Гандилиян С. В. Электродинамические характеристики совмещенной системы. — Изв. АН Арм. ССР. Сер. технич. наук, 1986, т. 39, № 6.
- Гандилиян С. В. Совмещенные магнито-электроиндукционные (индуктивно-емкостные) электромеханические преобразователи энергии. — Электричество, 1988, № 8.
- Гандилиян С. В., Минасян В. В. Совмещенные индуктивно-емкостные электрические машины. — ДАН Арм. ССР, 1988, т. 86, № 3.

7. Иванов-Смоленский А. В. Сопоставление формул Максвелла с другими формулами для расчета электромагнитных сил в магнитном поле. – Электричество, 1990, № 11.
8. Льзов Е. Л. Ответ автора. – Электричество, 1990, № 11.
9. Дирак П. А. Воспоминания о необычайной эпохе. – М.: Наука, 1990.
10. Dirac P. A. M. The evolution of the physical picture of nature. – Scientific American, 1963, vol. 208, No.5.
11. Миткевич В. Ф. Магнитный поток и его преобразование. – М.: Изд. АН СССР, 1945.
12. Пикельнер С. Б., Хохлов В. Л. Магнитные звезды. – УФН, 1972, т. 107.
13. Кадомцев Б. Б. Перезамыкание магнитных силовых линий. – УФН, 1987, т. 151, вып. I.
14. Эндрю К. Энтропия. Физика за рубежом (сборник статей). – М.: Мир, 1986.
15. Иосифьян А. Г. Вопросы единой теории электромагнитного и гравитационно-инерциального полей. – Ереван. Изд-во АН Арм. ССР, 1959.
16. Бальчтис А. А. Дискуссия по статье Иосифьяна А. Г. – Электричество, 1988, № 12.
17. Фейман Р., Лейтон Р., Сенде М. Феймановские лекции по физике, вып. 5 – М.: Мир, 1966.
18. Кларк Дж. Сквиды, мозг и гравитационные волны. Физика за рубежом (сборник статей). – М.: Мир, 1987.
19. Смирнов С. А. Дискуссия по статье Иосифьяна А. Г. – Электричество, 1990, № 2.
20. Блохинцев Д. И. Пространство и время в микромире. – М.: Наука, 1982.
21. Дискуссия по статье Иосифьяна / Г. Л. Арешян, П. М. Геруни, Р. Г. Тарханян, А. А. Терзян. – Электричество, 1990, № 5.

[08.12.91]

# ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

## Основоположники венгерской электропромышленности

ЦВЕРАВА Г. К.

Бокситогорск

В многонациональной империи австрийских Габсбургов пионерами изучения электричества и магнетизма были венгерские естествоиспытатели, если не считать чеха Прокопа Дивиша (1698—1765), построившего в 1754 г. первый в Европе заземленный молниeотвод. Их литературное наследие в этой области, восходящее к XVIII в., было обильнее и шире, чем по другим разделам физики. Начало экспериментальных исследований по электричеству связано с именем профессора реформатской коллегии в Дебрецене Иштвана Хатвани (1718—1786). В этом училище он основал первый в Венгрии физический кабинет, где проводились опыты с дисковой электростатической машиной и электрофором. Пропагандистом унитарной теории Франклина был Элек Хорани (1736—1809). Ее приверженцем он стал под влиянием Джамбаттисты Беккариа (1716—1781), лекции которого слушал в Риме.

Среди комментаторов и критиков "филадельфийских опытов" выделялся Ласло Чернак (1742—1816), ученик Хатвани по Дебрецену. В диссертации, опубликованной в 1771 г. в голландском университете городе Groningen, Чернак попытался дать свое толкование физической сущности конденсатора (лейденской банки). Не упоминая за недостатком места других венгерских ученых, причастных к исследованиям электрических явлений, заметим, что они не внесли ничего нового и весомого в генезис представлений об электричестве и магнетизме [1].

Положение существенно изменяется в XIX в., когда во многих странах ученые и изобретатели, опираясь на великие открытия Эрстеда, Ампера и Фарадея, бросились на перегонки конструировать электромагнитные двигатели и электромеханические источники тока. То был зов времени, предопределивший дальнейший ход всей цивилизации. В этой состязательности в венгерских землях значительных успехов добился Аньош Йедлик (1800—1895). Крестьянский сын, родом из Словакии, Йедлик учился в бенедиктинском лицее в г. Дьёре, в котором был физический кабинет и поощрялось обучение естественным наукам. В 1825 г., приняв сан священника, он начал преподавательскую работу в лицеях Дьёра и Пожони (Братиславы), совмещая ее с научно-исследовательской и изобретательской деятельностью. С 1840 г. Йедлик — профессор физики Пештского университета, в 1858 г. избирается членом основанной в 1825 г. Венгерской Академии наук. В 1827—1828 гг. он построил первые в мире образцы электромагнитного двигателя врачающегося дви-

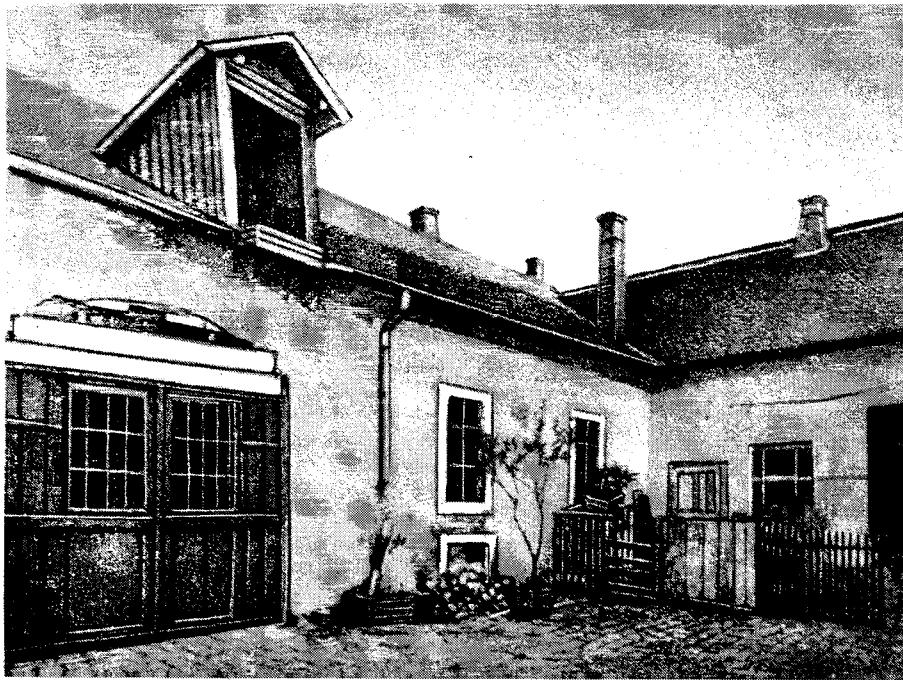
жения с питанием от гальванических элементов. В 1858 г. на несколько лет ранее других он открыл принцип самовозбуждения и сконструировал униполярный генератор с самовозбуждением [2].

После февраля 1867 г., когда Австрийская империя была преобразована в двуединую Австро-Венгерскую монархию, в Венгерском королевстве возникли условия, благоприятствующие развитию промышленности, не в последнюю очередь — электропромышленности.

Первенцем зарождавшейся в Венгрии машинной индустрии явился пущенный в 1844 г. на окраине тогдашнего Будапешта чугунолитейный и механический завод. Предприятие основал приехавший из Швейцарии мастеровой литейщик Абрахам Ганц (1814—1867). После его смерти директором завода стал тоже выходец из Швейцарии энергичный инженер-механик Андраш Мехварт (1834—1907). Под впечатлением увиденных на Всемирной Парижской выставке 1878 г. экспонатов, важнейшим из которых была свеча П. Н. Яблочкива (1847—1894), Мехварт в августе того же года организовал у себя электротехническое отделение, ставшее колыбелью и форпостом электропромышленности страны. В убогом одноэтажном помещении трудились вначале всего шесть рабочих и один технический руководитель.

Если до 80—90-х годов XIX в. в странах Европы и США электроэнергетика и стимулируемая ею электропромышленность развивались под приматом системы постоянного тока, то в Венгрии, ранее чем за ее рубежами, предпочтение было отдано переменному току. В преимуществах переменных токов как наиболее надежного и экономичного средства для централизованного электроснабжения венгерские инженеры, о которых речь пойдет ниже, были твердо убеждены.

Старейшиной венгерских электротехников был Карой (Карл) Циперновский (Зиперновски). Он родился 4 апреля 1853 г. в Вене. Окончив городскую гимназию в Будапеште, три года работал помощником аптекаря. В 1873 г. поступил в открытый незадолго перед тем Будапештский политехнический институт. Учась на четвертом курсе механического факультета, Циперновский много времени сверх программы проводил в физическом кабинете, читал книги по электричеству и увлекся этой отраслью науки. Он уверовал в захватывающие перспективы практического применения электрической энергии и еще студентом выступал с лекциями по этому вопросу. Узнав о склонностях молодого специалиста, Мехварт в 1878 г. пригласил Циперновского на должность технического



Хибара на ул. Кача — колыбель электротехнического завода "Ганц и К°" (1878 г.)

руководителя упомянутой выше мастерской. То был весьма удачный выбор. Уже через несколько месяцев после своего назначения Циперновский изготовил для освещения литейного цеха дуговыми лампами динамомашину на 56 В, 12 А — первое изделие снискавшего впоследствии мировую славу электротехнического завода "Ганц и К°" (далее завод Ганца). В 1881—1882 гг. по наметкам Циперновского в центре города на правом берегу Дуная было возведено четырехэтажное здание завода, директором которого он стал. Завод был оснащен новейшими станками и впервые в стране — фрезерными. Но и этого оказалось недостаточно. Поэтому в 1897 г. уже на другой улице выросли цехи крупнейшего в стране электротехнического предприятия, на котором работали 1200 рабочих и 250 служащих.

Небезынтересно, что в 1881—1882 гг. на будапештской телефонной станции служил начинающий инженер гениальный Никола Тесла (1856—1943). Бывал ли он на заводе Ганца, встречался ли с Циперновским — мы не знаем. Известно другое. Именно в Будапеште в феврале 1882 г. Тесле пришла в голову концепция врачающегося магнитного поля, которую он спустя пять лет блестательно реализовал в своих семи основных американских патентах, открывших новую главу в истории электротехники [3].

В 1893 г. Циперновский оставил свое детище на попечение коллег, поскольку его пригласили занять только что учрежденную кафедру электротехники в Политехническом институте. В том же году он был избран членом-корреспондентом Венгерской Академии наук. С 1905 г. он — многократный председатель Венгерского электротехнического общества. Циперновский первым начал писать на родном языке о насущных проблемах электротехники. Так, в 1880 г. в издании Союза венгерских инженеров и архитекторов появился его очерк "История развития электрического освещения". Через шесть лет он печатает статью

"О новейших достижениях в области централизованного электрического освещения", в которой речь идет о применении трансформаторов. В 1891 г. на конгрессе электриков во Франкфурте-на-Майне Циперновский изложил свой проект электрификации железной дороги Будапешт — Вена высоким напряжением переменного тока. Всего его перу принадлежит более 20 работ. Многие из них вышли на немецком и английском языках. Циперновский скончался 29 ноября 1942 г. в столице Венгрии.

Завод Ганца заявил о себе прежде всего как изготовитель электрооборудования переменного тока, однако нельзя пренебречь его активностью и в производстве машин постоянного тока, хотя в этой области фирма копировала и совершенствовала имеющиеся уже конструктивные решения. К концу XIX в. конкурентоспособными по своим технико-экономическим показателям были выполненные по расчетам Циперновского девять типоразмеров двухполюсных динамомашин серии "дельта" мощностью от 0,8 до 46 кВт на напряжение от 60 до 110 В. Они могли работать как возбудители синхронных генераторов, так и в качестве двигателей. Эти изделия отличались улучшенным щеточным механизмом, якорем, собранным из изолированной бумагой стальных листов толщиной 0,5 мм; КПД достигал 93 %. Если в аналогичных машинах зарубежных фирм на 1 Вт паспортной мощности приходилось 3,3—3,57 г меди, то в "дельта-динамо" расход меди был минимальным для тех лет — 1,56 г/Вт [4].

Первое заслуживающее внимания изобретение Циперновского датируется 17 апреля 1880 г. (немецкий патент № 15205). Из описания следует, что он предложил многополюсную машину с цилиндрическим якорем. Возможность устройства на машине наряду с коллектором контактных колец обеспечивала выработку как постоянного, так и переменного тока. Собственно, ее можно считать одноякорным преобразователем [5].

Между тем для Циперновского яснее ясного представлялись органические недостатки, присущие машинам и системе постоянного тока, и его помыслы с первых же месяцев инженерной деятельности были направлены на создание электрооборудования переменного тока. Он резонно полагал, что развитие электроэнергетики должно основываться на технике переменных токов. Это убеждение подкреплялось еще и тем, что срок службы изобретенных в 1872—1879 гг. ламп накаливания удлинялся при их питании переменным током.

Вплотную к осуществлению своих намерений Циперновский приступил в тесном сотрудничестве с другим не менее талантливым человеком. Имеется в виду Микша (Макс) Дери. Он родился 27 октября 1854 г. в селе Баш, вблизи Сегеда. Учился вначале в Будапеште, затем в Венском политехническом институте, который закончил в 1877 г. со званием инженера-гидротехника. Некоторое время Дери работал в Министерстве путей сообщения. Будучи командирован в Париж, он побывал на электротехнической выставке 1880 г., что определило его дальнейшую судьбу. Дери увлекся электротехникой и в 1882 г. поступил на завод Ганца, где вскоре проявил свои способности, самостоятельно и вкупе с Циперновским внес ощутимый вклад в развитие электромашиностроения и электроэнергетики. В 1889 г. Дери был назначен главным инженером центральной электростанции Вены. В последующие годы он консультировал швейцарскую фирму "Броун-Бовери", затем работал в Италии, где умер 3 марта 1938 г. в Мерано, близ австрийской границы, там же и похоронен.

Итак, Циперновский — Дери. В 80-х годах на заводе Ганца началось серийное производство однофазных синхронных генераторов, приводимых во вращение непосредственно паровой машиной либо с помощью ременной передачи. В первых моделях возбудитель устанавливался отдельно, затем, по предложению Мехварта, и это впервые в мировой практике, возбудитель насаживался на общий вал. По конструктивным соображениям для машин переменного тока была выбрана частота 42 Гц. Однофазные источники электрического тока предназначались для электрического освещения и вначале использовались для праздничных иллюминаций в Будапеште. В 1882 г. зажглись электролампы в Народном театре венгерской столицы. Для питания 1000 ламп накаливания по 20 свечей предусматривались пять генераторов напряжением 56 В с приводом от двух стационарных локомобилей. После театров в Лондоне и Брно это был третий в мире театр с электрическим освещением. Заметим тут же, что построенный в 1887 г. оперный театр в Одессе также был электрифицирован фирмой Ганц.

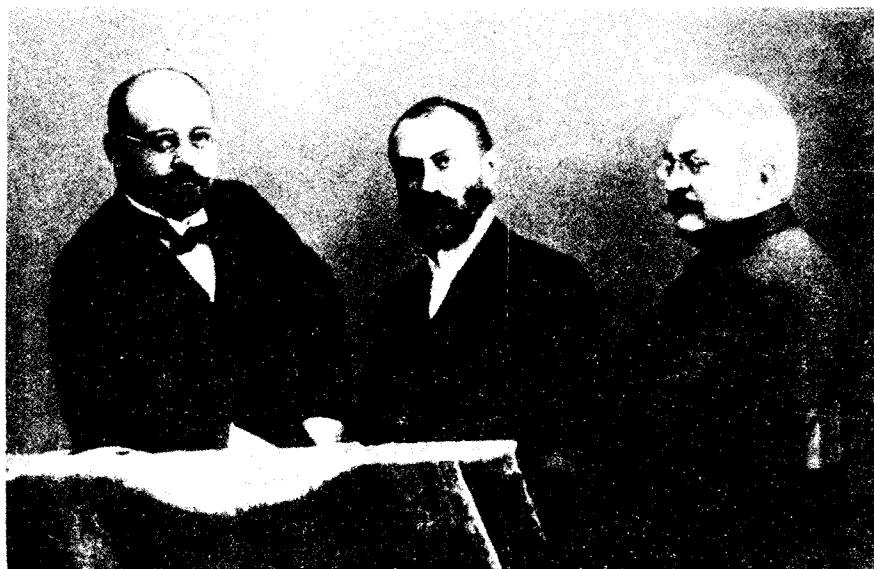
В 1883 г. на Венской электротехнической выставке<sup>1</sup> демонстрировался 36-полюсный однофазный альтернатор на 180 об/мин, мощностью 110 кВт. Установка обеспечивала горение 1200—1600 ламп в выставочных павильонах. Такие же машины, называемые "паровыми осветителями", в течение 30 лет работали на Восточном вокзале Будапешта. Самые мощные данной серии генераторы по 450 кВт были установлены в 1885 г. на римской электростанции Черки.

На упомянутой Венской выставке Циперновский и Дери экспонировали синхронный генератор с самовозбуждением мощностью 110 кВт. От предыдущей конструкции он отличался тем, что вместо контактных колец машина имела компаундированный к статорной обмотке коммутатор, выпрямляющий переменный ток в постоянный для питания вращающихся полюсов. На Туринской выставке 1884 г. эти машины были отмечены золотой медалью. И в наши дни такая модификация не потеряла привлекательности [6]. В последующие годы до середины 90-х годов однофазные машины являлись основным видом вращающихся машин завода Ганца. Высокими эксплуатационными качествами обладали десятиполюсные генераторы мощностью до 30 кВт, 2000 В, 500 об/мин.

Однофазные генераторы будапештской фирмы служили главным образом для освещения. Требовалось, однако, надежные однофазные электродвигатели для привода рабочих механизмов интенсивно развивающейся индустрии. На заводе Ганца разрабатывались и изготавливались различные виды однофазных двигателей, которые, собственно, базировались на освоенных уже конструкциях генераторов, поэтому мы о них здесь не будем говорить. Исключением явился созданный Дери в 80-х годах однофазный коллекторный электродвигатель, на который изобретатель в 1904 г. получил германский патент. В основу этого двигателя была положена конструкция серийного мотора постоянного тока. Новшество, предложенное Дери, заключалось в устройстве на коллекторе вместо одного двух комплектов щеток, из которых один остается неподвижным, а второй служит для пуска и изменения числа оборотов. По предложению американского электротехника Илайу Томсона (1857—1937), автора схожей конструкции, эти двигатели были названы "репульсионными". Фирма "Броун-Бовери", в которой, как уже отмечалось, некоторое время работал Дери, поставляла репульсионные двигатели мощностью до 44 кВт, 50 Гц. Надо ли подчеркивать, что однофазные двигатели не удовлетворяли потребителей. Создатель работоспособной системы трехфазного тока М. О. Доливо-Добровольский (1862—1919) в статье, опубликованной в 1917 г. в немецком журнале, воздал должное усилиям венгерских электротехников, направленных на усовершенствование однофазных двигателей. Вместе с тем он подчеркивал, "что они представляли собой не полное, а скорее лишь вынужденное решение" [7].

После перехода Циперновского на профессору директором завода стал Отто Титус Блати, который своим научно-техническим творчеством оставил неизгладимый след в истории электротехники. Он родился 11 августа 1860 г. в зажиточной купеческой семье в городе Тата. Еще в школьные годы обратил на себя внимание недюжинными математическими способностями и был прозван "чудо-ребенком". По окончании реального училища Блати поступил в Венский политехнический институт, который завершил в 1881 г. После двухлетней работы в качестве инженера-механика в конструкторском бюро машиностроительного завода Венгерских железных дорог он 1 июля 1883 г. перешел на службу на электрозвездовод Ганца, с которым был связан всю жизнь. В 1909 г. Блати удостоили академической премии Вармана, в 1917 г. его избрали почетным доктором политехнических институтов обеих столиц, а спустя 10 лет — почетным членом Венгерской Академии наук. Блати скончался 26 сентября 1939 г.

<sup>1</sup> Заботами проф. А. фон Вальтенхофена (1828—1914) к открытию выставки было приурочено основание первой в Австро-Венгрии кафедры электротехники в Венском политехническом институте.



Триада венгерских электротехников: М. Дери, О. Т. Блати, К. Циперновский

По воспоминаниям сотрудников, Блати был замкнутым человеком, избегал публичных выступлений. Список его печатных трудов ограничивается несколькими журнальными статьями. В 1914 г. вышла его брошюра на английском языке, повествующая об энергетическом использовании Нила и проекте старой Асуанской плотины. Блати был одаренным шахматным теоретиком. В 1891 г. в Лейпциге появилась его книга "Многоходовые шахматные задачи" [8]. О ней вряд ли знают даже ведущие наши шахматисты.

Первым по времени и самым крупным достижением Блати явилось изобретение трансформатора. Не вдаваясь в историю вопроса, в решении которого с переменным успехом участвовали изобретатели ряда стран, в том числе и России, укажем лишь, что ближайшим предком трансформатора следует считать все же "вторичный генератор" Л. Голяра (1850–1888), работы которого финансировались английским банкиром Э. Гиббсом. В сентябре 1882 г. им был выдан британский патент № 4362. В этом аппарате на вертикальный сердечник из мягкого железа была намотана первичная обмотка, поверх которой располагалась вторичная обмотка в виде отдельных катушек, помещенных друг над другом; от схемы их соединения зависело вторичное напряжение. В питающую сеть эти аппараты включались последовательно. Впервые они были использованы в 1883 г. для освещения четырех станций лондонского метрополитена.

Гвоздем Туринской электротехнической выставки 1884 г. была двухкиловольтная линия передачи однофазного тока длиной 40 км (Турин–Чирие–Ланцо) с питанием от синхронного генератора завода "Сименс–Гальске" мощностью 22 кВт. В линии были последовательно включены три аппарата Голяра по 3,7 кВ·А, понижающие напряжение до 100 В, необходимого для питания ламп накаливания. Блати, командированный фирмой на эту выставку, был поражен неуклюжестью, техническим несовершенством и сложностью обслуживания "вторичных генераторов".

В год Туринской выставки еще не были исследованы закономерности в цепях переменного тока и соотношения в магнитной системе электрических

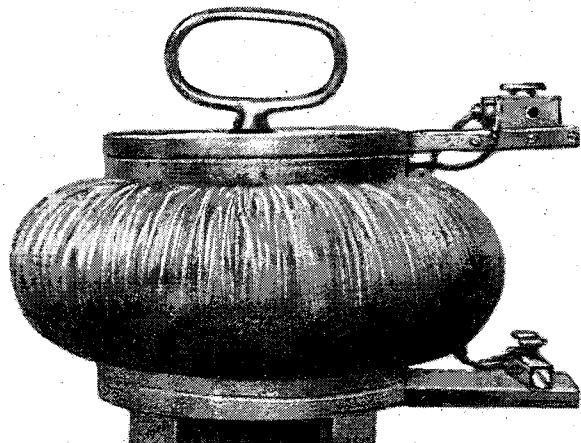
машин. Закон Ома для магнитной цепи был сформулирован английским электриком Дж. Гопкинсоном (1849–1898) в 1886 г., натурализовавшийся в Великобритании австриец Г. Капп (1852–1922) свою формулу электродвижущей силы в электрической машине вывел в 1887 г., а формулу для подсчета потерь на гистерезис американский электротехник Ч. П. Штейнмеш (1865–1923) предложил только в 1892 г. Естественно, что в 80-х годах конструкторы еще не умели наделять электрические машины высокими техническими показателями, продвигались вперед на ощупь, что помимо других причин объяснялось отсутствием инженерного подхода к расчету магнитопровода и даже пренебрежением к данному вопросу. Между тем Блати, еще молодым инженером правильно представлял себе доминирующее значение магнитной системы в работе любого электромагнитного механизма и в 80–90-х годах успешно занимался этой проблемой; он объяснил, в частности, природу малоизученного тогда явления перемагничивания железа.

В июле 1884 г. по возвращении из Италии домой Блати поделился впечатлениями об увиденном в Турине с Циперновским и Дери и изложил вчерне логический путь устранения недостатков "вторичного генератора". Коллегам становилось очевидным, что надо создать не только более совершенный, чем у Голяра, аппарат для понижения напряжения, но и найти надежные способы передачи и распределения электрической энергии на большие расстояния. Завод Ганца, с самого начала своей деятельности пестовавший систему переменного тока, в чем его историческая заслуга, был как нельзя лучше подготовлен решить эту ключевую задачу.

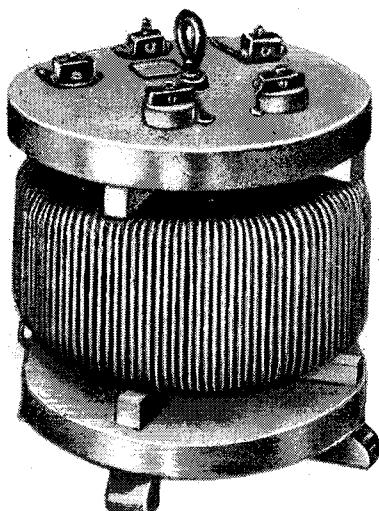
В оставшиеся месяцы 1884 г. и в течение следующего года триада будапештских инженеров своими изобретениями и разработками, ставшими предметом нескольких патентных заявок, значительно обогатила арсенал электроэнергетики. Сущность заявленных Циперновским и Дери "Нововведений в распределение электрических токов с помощью индукционных катушек" сводилась к параллельному подключению рассредоточенных от источника высокого напряжения индукционных

аппаратов с параллельным же включением приемников (электроламп) к вторичному напряжению. Предложенные схемы обеспечивали устойчивый режим электроснабжения (австрийская привилегия № 37/101 от 2 января 1885 г., германский патент № 34649 от 18 февраля 1885 г. и др.).

Тем временем Блати приступил к конструированию оригинальных однофазных индукционных аппаратов. Сохранились его собственноручная запись в рабочей тетради за 16 сентября 1884 г. и заводской формуляр с той же датой, из коих следует, что построенный Блати аппарат под № 1, названный им же "вторичным генератором переменного тока", отличался от конструкции Голяра тем, что его незамкнутый сердечник длиной 350 мм и диаметром 90 мм состоял из витков изолированной стальной проволоки толщиной 2,5 мм. Вокруг него изобретатель разместил 3 секции по 80 витков изолированного медного провода диаметром 3,5 мм, поверх которых уложил 4 секции по 100 витков медного же провода толщиной 2,5 мм. Таким образом, был получен индукционный аппарат мощностью 1400 Вт, 40 Гц, 120/72 В, 11,6/19,4 А [8]. Эти аппараты находились в опытной эксплуатации.



Броневой трансформатор



Стержневой трансформатор

В начале 1885 г. после неудачных промежуточных модификаций, одна из которых из-за развернутых в разные стороны и загнутых железных прутков сердечника была прозвана "дикобразом", Блати изготавливал аппараты № 8 и 9, уже указанные как "трансформаторы". В производство были запущены две главные модели трансформаторов: стержневой и броневой. В первом типе сердечник имел форму кольца из слегка оплетенных стальных проволок, на которое наматывались раздельно первичная и вторичная обмотки. В броневом исполнении катушки из медного провода обматывались стальной проволокой. Впоследствии фирма перешла на изготовление трансформаторов с прямоугольным вертикальным сердечником, собранным внахлест из изолированных лаком или оксидированных стальных листов толщиной 0,5 мм. К 1889 г. эти трансформаторы выпускались мощностью до 30 кВ·А при максимальном напряжении 3,6 кВ первичной стороны и 110 В на зажимах вторичной обмотки. По мере приобщения фирм к трехфазному току, т. е. к концу столетия, трансформаторы постепенно приобретали знакомые нам очертания. Надо ли подчеркивать, что Блати не преминул внедрить масляное охлаждение, когда это потребовалось.

На изобретение трансформатора, значимость которого трудно переоценить, Циперновский, Дери и Блати получили германский патент № 40414, заявленный 6 марта 1885 г., и предваряющую австрийскую привилегию, датированную февралем того же года за № 35/2446. В этих документах отражены, главным образом, идеи Блати. В последний день марта на собрании Общества венгерских инженеров и архитекторов Циперновский выступил с докладом, в котором подробно рассказал о сути новой системы распределения электроэнергии с помощью параллельно включенных трансформаторов с замкнутым сердечником. На то же новшество те же инженеры получили британский патент № 5201 от 27 апреля 1885 г. и российскую привилегию № 3503, заявленную 24 сентября 1886 г. В свете сказанного малоубедительны утверждения тех, кто полагает, что замкнутый магнитопровод был ранее Блати предложен другими электротехниками.

Конечно, когда идея висит в воздухе, такие упреждения возможны. Все же укажем, что британский патент на изобретение индукционной катушки с замкнутым сердечником, выданный братьям Гопкинсонам, датируется 28 октября 1884 г. Однако эти аппараты были пригодны лишь для индивидуальных установок, поэтому быстро сошли со сцены. Английский электротехник С. Ц. де Ферранти (1864–1937) свою схему с параллельным включением трансформаторов патентовал 11 декабря 1885 г. (британский патент № 15251). Американец У. Стенли (1858–1916) подал заявку на аналогичное изобретение 23 ноября 1885 г. (патент № 349612), в то время как будапештские инженеры подали заявку в Патентное бюро США 7 мая 1885 г. [8, 9].

Итак, 1885 г. резонно считать годом изобретения трансформатора. Между прочим, сам термин "трансформатор" был в ходу еще до упомянутых патентов. Известный французский электротехник Э. Госпиталье (1858–1907) писал: "Все аппараты, которые дают возможность изменять качества или свойства токов, посыпаемых распределением, для того чтобы их приспособить к требованиям приемников, которым они должны служить, суть транс-

форматоры. Аккумулятор Планте, катушка Румкорфа — трансформаторы" [10]. Как мы знаем, это широкое определение не удержалось и, начиная с 1885 г., трансформаторами повсеместно стали обозначать то, что было придумано и построено Блати.

Для освещения Венгерской Национальной выставки, открывшейся 1 мая 1885 г., был установлен однофазный генератор на 1350 В, 70 Гц с самовозбуждением от механического выпрямителя (см. выше). Напряжение понижалось посредством 75 броневых трансформаторов, питающих 1067 эдисоновских ламп накаливания. А еще четыре стержневых аппарата предназначались для питания дуговых ламп. Установка бесперебойно работала до ноября и подтвердила дееспособность трансформаторов Ганца. Новация довольно быстро снискала высокую оценку тогдашних специалистов, посетивших выставку, особенно американских.

Успеху изобретения Блати способствовали и положительные результаты тщательных испытаний его трансформатора, проведенных в июне все того же 1885 г. в туринском "Музее Индустрiale" крупнейшим авторитетом в области переменных токов профессором Г. Феррарисом (1847—1897). За год до того он исследовал "вторичный генератор" Голяра и Гиббса, что позволило вынести объективное суждение по обоим видам аппаратов и выскажаться в пользу трансформатора. В статье, опубликованной в октябре 1885 г., итальянский ученый отметил, что "результаты этих опытов были столь благоприятны, что я посчитал целесообразным уже теперь сообщить о них" [11]. Испытывалась одна из самых ранних конструкций броневого трансформатора мощностью 3 кВ·А с числом витков 216:54, массой 34 кг. Соотношение масс железа к меди было 2:1, тогда как у Голяра — 1:6. Преимущество аппарата Блати было налицо. Неудивительно поэтому, что к концу 1886 г. было уже продано более ста трансформаторов завода Ганца. В 1889 г. они были испытаны специальной комиссией во Франкфурте-на-Майне. Результаты получились обнадеживающими: КПД трансформатора оказался равным 95—96 %.

Однофазные трансформаторы Ганца мощностью до 30 кВ·А и напряжением до 3,6 кВ за 1885—1890 гг. были установлены в десятках городов разных стран вплоть до Австралии, в том числе в Одессе, Харькове, Санкт-Петербурге, Царском Селе, Нижнем Тагиле, Москве [12]. В редакционной статье журнала "Электричество" за 1888 г. о трансформаторах сказано: "На них обращено теперь большое внимание. Эти приборы дают возможность обращать слабые электрические токи большой электровозбудительной силы, идущие из отдаленной генераторной станции по тонкому проводнику, при сравнительно низком проценте потери, в токи большого числа амперов, но низкой электровозбудительной силы, какие требуются для питания обыкновенных ламп накаливания. У некоторых видов этих трансформаторов потеря на обращение бывает не больше 5 %" [13]. Не следует, однако, думать, что внедрение переменного тока в России не встречало препятствий. Год спустя в том же журнале в статье выдающегося русского физика А. Г. Столетова (1839—1896) можно было прочитать: "Невольно вспоминается та травля, которой подверглись трансформаторы в нашем отечестве по поводу недавнего проекта фирмы Ганц и К° осветить часть Москвы. И в ученых (!) докладах, и в газетных статьях система

обличалась как нечто еретическое, ненациональное и безусловно гибельное; доказывалось (!), что трансформаторы начисто запрещены во всех порядочных государствах Запада и терпятся разве в какой-нибудь Италии, падкой на дешевизну. Защитники "национальности в электричестве" забывали, что первую идею о трансформации тока в технике сами иностранцы приписывают Яблочкову" [14].

Столетов не зря устами своих оппонентов говорил об Италии. По проекту и под руководством Блати была сооружена и 4 июля 1892 г.пущена в эксплуатацию первая в Италии и самая крупная в Европе гидроэлектростанция в Тиволи, работающая при напоре 50 м и расходе воды 4 м<sup>3</sup>/с. На станции были смонтированы шесть главных турбин Жирара мощностью 260 кВт с однофазными 30-полюсными генераторами Ганца на 5100 В, 45 А, 42 Гц. Возбудители врашивались от малых турбин до 37 кВт. По ЛЭП протяженностью 26 км высокое напряжение от ГЭС подавалось на понизительную подстанцию в Риме с 30 трансформаторами по 30 кВ·А. Этим, конечно, не ограничивалось действенное участие Блати в энергостроительстве Италии, Венгрии и других стран.

Немаловажной проблемой в технике переменных токов был учет электроэнергии. Появившиеся в конце прошлого века варианты приборов служили, скорее, для измерения количества ампер-часов, чем ватт-часов. В 1885 г. Блати собрал электродинамический ваттметр [15], затем однофазный индукционный счетчик электроэнергии, в устройстве которого он ранее других осуществил сдвиг магнитных потоков на 90°, применил магнитный тормоз (германский патент № 52793 от 3 сентября 1889 г.). Правда, первый образец весил 20 кг. Приборы Блати, несомненно, являлись первенцами в этом классе измерительных устройств. Показательно, что в русской литературе по электрометрии начала XX в. раздел, касающийся измерения мощности переменного тока, поясняется и иллюстрируется "ваттметром Блати" [16].

Нельзя пройти мимо вклада Блати в конструирование мощных турбогенераторов, освоенных заводом Ганца в первые годы текущего столетия. Так, он внедрил параллельные пазы в роторах турбогенераторов, изобрел пасту для пропитки обмоток и др. [12].

Настоящий очерк о будапештских электротехниках был бы неполным без упоминания о трагически погибшем в возрасте 62 лет Кальмане Кандо (10 июля 1869 г. — 13 января 1931 г.). Уроженец Будапешта, Кандо в 1892 г. окончил там же Политехнический институт. С 1894 г. работал на заводе Ганца, в 1927 г. — член-корреспондент Венгерской Академии. Фирма обязана ему прежде всего тем, что по его инициативе она приобщилась к технике трехфазного тока. Призванием Кандо была электротяга на переменном токе, в становлении и развитии которой его вклад был приоритетным и многогранным. В 1898—1902 гг. по его проекту и на венгерском оборудовании был электрифицирован трехфазным током 3 кВ, 16 Гц первый в Европе участок длиной 106 км магистральной железной дороги в гористой местности Вальтельлина (Северная Италия). На электровозах этой дороги Кандо в 1905 г. внедрил изобретенный им групповой движущий механизм "треугольник Кандо". В 1923 г. в Венгрии он реализовал электротягу на переменном токе 15 кВ промышленной частоты 50 Гц с помощью установленного на локомотиве пре-



Кальман Кандо

образователя фаз, питающего тяговые двигатели трехфазным током 350–650 В с частотой  $16\frac{2}{3}$  Гц [12].

В 1978 г. в Будапеште широко отмечалось столетие со дня основания электрозводства Ганца. Среди многочисленных зарубежных гостей находился и главный конструктор завода "Электроси-ла" Г. М. Хуторецкий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zemplén J. A magyarországi fizika története a XVIII században. — Budapest, 1964.
2. Цвэрва Г. К. Анош Йедлик. — Л.: Наука, 1972.
3. Tesla N. Lectures. Patents. Articles. — Beograd, 1956.
4. Gerland F. Neuere Verbesserung an Dinamomaschinen. — Elektrotechnische Zeitschrift, 1890, No. 7, 9.
5. Ефремов Д. В., Радовский М. И. Динамомашин в ее историческом развитии. — Л.: Изд-во АН СССР, 1934.
6. Таманцев С. Г. Синхронный генератор с самовозбуждением от механического выпрямителя и автоматическим регулированием напряжения. — Электричество, 1952, № 3.
7. Доливо-Добровольский М. О. Избранные труды. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1948.
8. Góber M. Zipernowsky-Déri-Blathy, a transzformatorrendszer harom magyar feltalaloja. — Muszaki Nagyjaink II kötet. — Budapest, 1967.
9. Гусев С. А. Очерки по истории развития электрических машин. — М.-Л.: Госэнергоиздат, 1955.
10. Госпиталь Э. Главнейшие приложения электричества, СПб, 1886.
11. Ferraris G. Resultate einiger Experimente mit der Transformatoren Zipernowsky Déri und Blathy. — Elektrotechnische Zeitschrift, 1885, No. 10.
12. Asztalos P. Product development of the century-old Ganz Electric Works. — Budapest, 1978.
13. Современное состояние электротехники и предположения относительно ее дальнейшего развития. — Электричество, 1888, № 8.
14. Столетов А. Г. Второй конгресс электриков в Париже. — Электричество, 1889, № 13—14.
15. Blathy O. T. The Ganz wattmeter. — The Electrician, 1888, No. 12.
16. Закревский В. Электрические измерения, СПб, 1901.

## Исследования Вильгельма Фойснера в области теоретической электротехники

ФИЛАРЕТОВ В. В.

Жизнь и научная деятельность В. Фойснера связана с городом Марбургом (Германия). Степень доктора философии им была получена в 1867 г. после защиты диссертации "Об измерении количества теплоты". Двумя годами позже В. Фойснер становится внештатным членом Общества содействия естествознанию в Марбурге, а с 1871 г. работает в должности приват-доцента физики и математики Марбургского университета. В эти годы В. Фойснером был опубликован ряд работ в журнале "Annalen der Physik und Chemie": "О двух новых методах для измерения высоты обла-

ков: (1871 г.), "Об описании явления интерференции" (1873 г.), "Новое доказательство некорректности эмиссионной теории света" (1877 г.), "Об интерференции в тонких пленках с учетом теории колец Ньютона" (1881 г.). В 1881 г. В. Фойснер становится штатным членом Общества содействия естествознанию в Марбурге и поступает на должность профессора теоретической физики Марбургского университета. На этих должностях ученый проработал до самой своей смерти в 1928 г.

Интересы В. Фойснера во второй половине его творческой жизни были весьма разносторонними.

Наряду с завершением своих работ в области теоретической физики, он провел целый комплекс исследований в области теоретической электротехники, осуществив становление такого ее раздела как топологический анализ электрических цепей.

Биографические сведения о В. Фойснере были получены нами из его опубликованных работ и докладов заседаний Общества содействия естествознанию в Марбурге, которые имеются в фондах Фундаментальной библиотеки Ленинградского государственного технического университета и Государственной публичной библиотеки им. М. Е. Салтыкова-Щедрина. Цель данной статьи — показать вклад В. Фойснера-электротехника в теорию линейных электрических цепей, выполнив анализ его пионерских работ начала нынешнего века [1, 2], которые оказались невостребованными в течение многих десятилетий.

В. Фойснер, по-видимому, был первый, кто указал на недостатки топологических формул Кирхгофа [3] и Максвелла [4], объяснив в 1902 г. почему они не находят применения у физиков и отсутствуют в справочниках по физике. Главная, по его мнению, причина состояла в трудностях выбора принимаемых сочетаний сопротивлений (проводимостей) из очень большого числа возможных сочетаний. Поэтому В. Фойснер разработал ряд методов поэтапного разложения числителя и знаменателя схемной функции. Заметим, что к понятию "схемная функция" приводит изучение работы Максвелла (1873 г.), который подавал э. д. с. вдоль одного проводника и находил возникающий при этом ток в другом проводнике схемы [4].

В отличие от работ Кирхгофа и Максвелла, излагающих топологический подход к анализу электрических цепей, работы В. Фойснера остаются до сих пор по существу неизвестными специалистам. Изучение его работ [1, 2] показывает, что он не повторил классический результат Кирхгофа и не ограничился разработкой одного из методов разложения определителя схемы, как можно понять из весьма немногочисленных зарубежных источников, цитирующих его работы, например [5]. В. Фойснер развел результаты Кирхгофа и Максвелла практически до их современного состояния применительно к пассивным электрическим цепям без взаимоиндуктивностей.

В. Фойснером были высказаны также некоторые идеи диакоптического подхода к анализу схем задолго до появления работ Г. Крона [6]. Немецкому ученому следует отдать приоритет в обобщении метода ячеек, изложенного Максвеллом в своей последней университетской лекции [1, 4], применительно к произвольной (непланарной) схеме [1]. В. Фойснер обратил внимание на трудоемкость анализа полной схемы, введенной Максвеллом [4], и рассмотрел топологический подход к анализу электрических цепей, в котором полная схема используется в качестве шаблона [1]. Много лет спустя были разработаны методы, реализующие этот подход для анализа за [7, 8] и синтеза [9, 10]  $RLC$ -схем. Важно, что В. Фойснер сформулировал все свои результаты как для  $Z$ -, так и для  $Y$ -схем, одним из первых использовав принцип дуальности [2].

Сущность вычислительных преимуществ топологических методов В. Фойснера состоит, во-первых, в устраниении перебора излишних сочетаний ветвей схемы и, во-вторых, в формировании скобочного выражения определителя, т. е. выражения с вынесенными за скобки общими множителями.

Последнее многократно уменьшает количество требуемых вычислительных операций. Им были предложены и доказаны методы разложения определителя  $Z$ -схемы ( $Y$ -схемы) по  $z$ -ветви ( $y$ -ветви), по  $Z$ -контуру ( $Y$ -узлу), по  $Z$ -узлу ( $Y$ -контуру), которые в дальнейшем называются соответственно первым, вторым и третьим методами Фойснера. Под определителем  $Z$ -схемы ( $Y$ -схемы), как и В. Фойснер, будем понимать определитель соответствующей матрицы контурных сопротивлений (узловых проводимостей). Это подчеркивает то обстоятельство, что топологические методы предназначены для получения схемной функции, минуя формирование матрицы схемы.

В 70-е годы было установлено, что алгоритмы перечисления деревьев графа, по существу реализующие первый метод Фойснера для  $Y$ -схем, являются наиболее эффективными [11]. Заметим, что этот результат В. Фойснера был повторно открыт через пять десятилетий [12]! Необходимо подчеркнуть, что второй метод Фойснера для схем обычно приписывают Мэйсону [13]. Ему же нередко отдают приоритет в разработке всех основных методов разложения определителя  $Y$ -схемы [14], хотя, как нами установлено, им был предложен только метод разложения определителя по путям между парами узлов [13]. Первый и второй методы Фойснера для  $Z$ -схем были сформулированы на основе принципа дуальности в 1968 г. [14]. Аналогично была получена формула, реализующая третий метод Фойснера для  $Z$ -схем [15].

Формулировки второго и третьего методов Фойснера заслуживают того, чтобы привести их полностью [1, 2] (заголовки утверждений и их нумерация не принадлежат оригиналу).

1. Разложение определителя  $Z$ -схемы с  $\mu$  независимыми контурами по контуру, содержащему  $h$  ветвей.

Если  $h \leq \mu$ , то образуют сочетания по  $h$ ,  $h - 1, \dots, 1$ ; если  $h > \mu$ , то — сочетания по  $\mu$ ,  $\mu - 1, \dots, 1$  из сопротивлений ветвей контура с исключением тех сочетаний ветвей, при удалении которых схема распадается на части. Каждое такое произведение сопротивлений умножается на определитель схемы, которая получена из первоначальной схемы в результате удаления ветвей контура и объединения узлов, которые связываются ветвями контура, не входящими в сочетание. Сумма указанных произведений есть искомый определитель.

2. Разложение определителя  $Y$ -схемы по узлу.

Если к  $Y$ -схеме добавляется узел с  $p$   $Y$ -ветвями, оканчивающимися в каких-либо узлах исходной схемы, то определитель новой  $Y$ -схемы есть сумма, слагаемые которой состоят из всех сочетаний по  $p$ ,  $p - 1, \dots, 1$  из проводимостей новых ветвей, а каждое такое произведение проводимостей умножено на определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате объединения конечных узлов ветвей, которые имеются в данном сочетании.

3. Разложение определителя  $Z$ -схемы по узлу.

Если к  $Z$ -схеме добавляется узел с  $pz$ -ветвями, оканчивающимися в каких-либо узлах исходной схемы, то определитель новой  $Z$ -схемы есть сумма, слагаемые которой состоят из всех сочетаний по  $p - 1, p - 2, \dots, 0$  из сопротивлений новых ветвей, а каждое такое произведение сопротивлений умножено на определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате объединения конечных узлов добавляемых ветвей, которые отсутствуют в данном сочетании.

4. Разложение определителя  $Y$ -схемы с  $\mu$  независимыми контурами по контуру, содержащему  $h$  ветвей.

Если  $h \leq \mu$ , то образуют сочетания по  $h-1, h-2, \dots, 0$ ; если  $h > \mu$ , то — сочетания по  $h-1, h-2, \dots, h-\mu$  из проводимостей ветвей контура с исключением тех сочетаний ветвей, при удалении которых схема распадается на несвязные части. Каждое такое произведение проводимостей умножается на определитель схемы, которая получена из первоначальной схемы в результате удаления ветвей контура и объединения узлов, которые связываются ветвями, имеющимися в сочетании. Сумма этих произведений есть искомый определитель.

На наш взгляд, утверждения 1, 2, 3 не уступают, а даже превосходят современные формулировки [14, 15] по общности и четкости. Утверждение 4, которое, по-видимому, в более поздних источниках не приводилось, дополняет предыдущие утверждения. В результате имеем полную группу утверждений относительно разложения определителя схемы по узлу и контуру.

Применяя утверждения 2 и 4 для анализа схем с параллельными (кратными) ветвями, необходимо иметь в виду, что определитель производной схемы, соответствующей некоторому сочетанию ветвей, тождественно равен нулю, если ее образование требует повторного объединения узлов. Под повторным объединением понимается объединение узлов, которые представляются на первоначальной схеме одним узлом вследствие кратности ветвей. В. Фойнер приводит правило [1], которое позволяет учесть наличие многократных  $z$ -ветвей в выражении определителя, полученному для упрощенной схемы, образованной в результате формальной замены многократных ветвей однократными. Это обеспечивает существенное сокращение трудоемкости расчета сложных электрических цепей.

Для упрощения нахождения числителя схемной функции как  $Z$ -, так и  $Y$ -схемы по сравнению с формулами Кирхгофа и Максвелла В. Фойнером были получены формулы, в которых совместно учитывались слагаемые, обусловленные вкладом в сумму слагаемых числителя каждого контура схемы, проходящего через источник э. д. с. и ветви с искомым током [2]. Мэйсон открыл аналогичную топологическую формулу передачи (только для  $Y$ -схем) через полвека с лишним [13]. Таким образом, строго рассуждая, Мэйсону принадлежит лишь заслуга обобщения этой формулы для анализа активных схем. Следовательно, топологическая формула передачи для пассивных схем должна носить имя Фойнера, но не Мэйсона [15], а топологическую формулу передачи для активных схем можно назвать формулой Фойнера—Мэйсона.

По поводу авторства второй формулы также необходимо сделать уточнение. Мэйсон в своей статье [13] ссылается на статью Робиша (эта ссылка имеется также в [16]), датируемую 1956 г., в которой получена в принципе сходная топологическая формула. Поясним, что унаследованный граф Мэйсона и двунаправленный  $Y$ -граф Робиша по существу представляют собой один и тот же вид графа.

Надежды В. Фойнера на то, что его методы будут использованы физиками, не оправдались. Почти три десятилетия топологические методы решения контурных и узловых уравнений были в

забвении. Интерес к топологическому подходу возобновился в 30-е годы. Однако на следующее развитие этой области оказали влияние, по-видимому, лишь результаты Ванга, который предложил специальную алгебру для формализации поиска деревьев или дополнений деревьев электрической схемы [9]. Представляется, что это был, в определенной мере, регресс по отношению к методам Фойнера. Использование Вангом ряда математических абстракций и формализация методики лишь немногим улучшили топологические формулы Кирхгофа и Максвелла. Кроме того, алгебраический метод Ванга фактически отрицал применение топологических понятий и схемных моделей, являющихся наиболее общим и в то же время наглядным математическим описанием цепи. Это же замечание можно отнести и к алгебре структурных чисел, разработанной в 60-е годы и базирующейся на результатах Ванга.

Потребность в анализе сложных электрических цепей и повышении его эффективности обусловили интерес исследователей в конце 60-х — начале 70-х годов к диакоптической идеи, предусматривающей сведение задачи анализа схемы к трем подзадачам: 1) расчленение схемы на части; 2) анализ каждой части в отдельности; 3) объединение результатов анализа подсхем. Подчеркнем, что понятие "подсхема" ("частичная цепь") было введено и использовано уже В. Фойнером [1].

Определяющих успехов в топологическом анализе схем по частям добились прежде всего исследователи украинской школы. Ими был разработан способ расчленения схемы на части по ветвям [10]. Обобщающий его способ расчленения схемы на части по узлам [17] использует внешнюю характеристику подсхем как множество  $D$ -деревьев, т. е.  $K$ -деревьев, имеющих одинаковые пути относительно внешних узлов этой подсхемы. При сочленении подсхем необходимо проверять выбранные сочетания  $D$ -деревьев на соответствие свойствам дерева первоначальной схемы. Это приводит к существенному усложнению заключительного этапа анализа по частям.

По-видимому, наличие побочных сочетаний обуславливает то обстоятельство, что наименьшие вычислительные затраты достигаются при расчленении схемы на элементарные подсхемы — узлы с инцидентными ветвями, отдельные ветви, т. е. при использовании процедуры наращивания. Это показало исследование машинных программ, реализующих метод  $D$ -деревьев [10, 17]. Существенно, что процедура наращивания позволяет также исключить первый, подготовительный этап диакоптического подхода. Как видно, полезные свойства указанной процедуры были выявлены уже В. Фойнером (см. утверждения 2 и 3), который представил свои методы (второй метод для  $Y$ -схем и третий метод для  $Z$ -схем) в такой форме, что оказалось возможным последовательно добавлять к некоторой начальной подсхеме по одному узлу.

Таким образом, в ходе эволюции методов топологического анализа (набросок которой был дан выше) произошел возврат к ее исходной точке — методам Фойнера, но на более высоком уровне — анализ активных схем. Нетрудно убедиться, что если  $D$ -деревья задавать символьно, то объединение подсхем приведет к свернутому выражению для определителя схемы, которое, как правило, требует больше вычислительных операций, чем выражения, сформулированные с помощью методов Фойнера.

Несмотря на то, что в настоящее время известны обобщения топологических формул и методов Фойснера для активных схем [18–20], результаты, полученные В. Фойснером, представляют не только учебно-методический, но и научный интерес. Для подтверждения этого достаточно указать, например, на то обстоятельство, что вопросы топологического анализа  $Z$ -схем (а также  $YZ$ -схем) являются недостаточно разработанными в литературе. Кроме того, методы разложения определяются схемы требуют дальнейшего исследования и определения условий целесообразного применения для ручных и машинных расчетов электрических цепей. Несомненно, что работы В. Фойснера должны быть отражены в истории электротехники. Наука не является безликой, и потому установление научных приоритетов не должно отставать от ее развития.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern. — Annalen der Physik, 1902, Bd 9, No. 13.
2. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern. — Annalen der Physik, 1904, Bd 15, No. 12.
3. Кирхгоф Г. Р. Избранные труды. — М.: Наука, 1988. — 428 с.
4. Максвелл Д. К. Трактат об электричестве и магнетизме. Т. 1. — М.: Наука, 1989.
5. Weinberg L. Kirchhoff's "Third and fourth laws". — IRE Trans. on circuit theory, 1958, vol. CT-5, No. 1.
6. Крон Г. Исследование сложных систем по частям — диакоптика. — М.: Наука, 1972.
7. Филаретов В. В. Метод изоморфных преобразований для анализа квазиполных и квазиоднородных графов проводимостей. — Электротехника, 1987, № 5.
8. Тимкин Ю. В. Рекуррентные формулы передаточных функций линейной пассивной полной электрической цепи. — Электротехника, 1991, № 1.
9. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. — Мир.: 1972.
10. Оптимальная реализация линейных электронных  $RLC$ -схем / А. А. Ланна, Е. Д. Михайлова, Б. С. Саркисян, Я. Н. Матвийчук. — Киев: Наукова думка, 1981.
11. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы: Теория и практика. — М.: Мир, 1980.
12. Persival W. S. The solution of passive electrical networks by means of mathematical trees. — Proc. of the IEE, 1953, vol. 100, Pt. 3, No. 65.
13. Mason S. J. Topological analysis of linear non-reciprocal networks. — Proc. of the IRE, 1957, vol. 45, No. 6.
14. Долбня В. Т. Топологические методы анализа и синтеза электрических цепей и систем. — Харьков: Вища школа, 1974.
15. Теоретические основы электротехники. Т. 1 / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В. Г. Миронов, Н. А. Мельников. — М.: Высшая школа, 1976.
16. Робишо Л., Буавер М., Робер М. Направленные графы и их приложение к электрическим цепям и машинам. — М.-Л.: Энергия, 1964.
17. Березко Л. А., Шаповалов Ю. И. Реализация метода подсхем при символическом анализе линейных схем. — Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1980, т. 23, № 6.
18. Hoang S. Direct topological rules for analysis of networks without magnetic coupling. — Archiwum elektrotechniki, 1974, t. 23, z. 2.
19. Дмитришин Р. В. Генерация формулы характеристического уравнения для многовариантного анализа схем. — Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1982, т. 25, № 6.
20. Филаретов В. В. Унисторно-сигнальный граф электронной схемы и его анализ. — Электротехника, 1989, № 9.

# БИБЛИОГРАФИЯ

## О двух монографиях по технике автоматического управления и защиты электроэнергетических систем

АНДРЕЕВ В. А., ТЕМНИКОВ Ф. Е.

Издательство "Энергоатомиздат" выпустило в свет вторую монографию доцента МЭИ Овчаренко Н. И. [1], составляющую совместно с изданной ранее [2] единый научный труд, отображающий многолетнюю творческую работу автора в области техники автоматического управления и защиты электроэнергетических систем.

Исследования и разработки функциональных элементов устройств релейной защиты, начатые с конца 50-х гг. (например, [3]), в этих монографиях получили развитие и по существу завершение с точки зрения современного уровня развития техники автоматического управления и защиты электроэнергетических систем.

Обе книги написаны на высоком теоретическом и методическом уровне и являются плодом оригинальных научных работ.

Прежде всего должна быть отмечена обоснованная классификация функциональных элементов автоматических устройств релейной защиты, автоматики и телемеханики энергосистем в соответствии с функциональными операциями, производимыми над сигналами информации (на основе процессов получения, передачи, переработки и использования этой информации функционируют автоматические устройства управления и защиты энергосистем). Автор представил в завершенном виде упорядоченное представление о сигналах, используемых в автоматических устройствах, и их формах.

Удачным с точки зрения последующего использования при анализе свойств и синтезе структур функциональных элементов можно признать творческое изложение необходимых положений теории информации, теории автоматического управления и, особенно применительно к активным элементам, теории обратных связей. Именно на основе понятий теории обратных связей автором четко разграничены свойства двух групп функциональных элементов, а именно элементов непрерывного и релейного действия, и обоснована релейная характеристика.

Оригинальными и, видимо, перспективными, хотя в настоящее время еще и не используемыми на практике, являются введенные автором на основе теории информации информационные характеристики функциональных элементов. Одна из них — относительный уровень выходного сигнала — исследована автором исчерпывающим образом как имеющая большое практическое значение с точки зрения основных и специфических свойств функциональных элементов автоматических устройств энергосистем — их быстродействия при правильном функционировании в условиях интен-

сивных электромагнитных переходных процессов в электроэнергетических системах.

В связи с необходимостью выделения входных сигналов автоматических устройств из смеси сигналов и помех, получаемой от источников информации — первичных измерительных преобразователей (трансформаторов) напряжения и тока, методически удачно, с теоретическим обобщением применительно к использованию в автоматических устройствах энергосистем, изложены основы теории и технического выполнения частотных фильтров и фильтров симметричных составляющих.

Большую группу функциональных элементов представляют собой измерительные преобразователи информационных параметров — амплитуды, фазы и частоты входных напряжений и тока. Наряду с упорядоченным и методически обобщенным изложением известных типовых измерительных преобразователей рассматриваются и оригинальные, предложенные и исследованные автором. Таковыми являются быстродействующие измерительные преобразователи амплитуды, функционирующие на основе перемножений сдвигнутых по фазе на углы  $\gamma \leq \pi/12$  составляющих напряжения и тока, и измерительные преобразователи фазы и частоты, выполняемые с использованием фазовых контуров, обладающих необходимыми для функциональных элементов автоматических устройств энергосистем свойствами и известных только принципиально из теоретических основ электротехники.

Большой вклад внесен автором в исследования и разработку быстродействующих измерительных преобразователей активной и реактивной мощности. Единое с методических позиций изложение теории и практики их технической реализации содержит оригинальные предложения автора, особенно связанные с использованием перемножений указанных составляющих напряжения и тока.

Решающее значение для функционирования автоматических устройств имеют элементы сравнения сигналов. Результаты исследований проф. В. Л. Фабриканта для схем сравнения измерительных органов устройств релейной защиты получили теоретическое развитие и обобщены. При этом автором введены и обоснованы два вида элементов сравнения, а именно: элементов сравнения (или схем) релейного действия, характерных для устройств релейной защиты, и элементов сравнения непрерывного действия как элементов измерительной части, характерных для устройств автоматики и телемеханики, т. е. автоматических регуляторов и устройств телеизмерения и телепрограммирования.

Из двух основных принципиально различаемых элементов сравнения (амплитуд и фаз) автором теоретически исследованы элементы сравнения фаз; обосновано показаны их преимущества с точки зрения требуемых свойств автоматических устройств энергосистем.

Подробно исследован ряд измерительных органов устройств релейной защиты и автоматики электроэнергетических систем: как типовых измерительных органов устройств защиты линий сверхвысокого напряжения и автоматических регуляторов современных турбо- и гидрогенераторов, так и оригинальных специфических измерительных органов устройств защиты линий сетей с малым током замыкания на землю.

Как указывалось, монографии содержат результаты работ автора по созданию новых функциональных элементов, измерительных органов и автоматических устройств в целом.

Прежде всего должно быть отмечено создание практических всего арсенала измерительных преобразователей и измерительных органов непрерывного и особенно релейного действия (измерительных реле) на основе гальваномагнитного эффекта Холла в полупроводниках. Поскольку гальваномагнитные измерительные органы функционируют по принципу сравнения фаз, то при их разработке теоретически исследован комплекс вопросов, связанных с использованием элементов сравнения фаз, обладающих, как указывалось, преимуществами перед элементами сравнения амплитуд.

Освещены результаты разработки быстродействующих трехфазного измерительного реле направления мощности обратной последовательности для фильтровой направленной высокочастотной защиты и направленного измерительного реле сопротивления дистанционных защит линий электропередач напряжением 500 и 750 кВ, а также разработок специфических измерительных реле и уникальной дистанционной защиты сетей с изолированной или компенсированной нейтралью — единственной известной защиты, полноценно функционирующей при двойных замыканиях на землю в указанных сетях.

Почти целая глава монографии [2] посвящена результатам исследований особенностей работы при двойных замыканиях на землю дифференциально-фазной защиты типа ДФЗ-2 и продольной дифференциальной защиты линий типа ДЗЛ-2; приведены разработанные предложения по необходимому и наиболее целесообразному выполнению цепей переменного тока указанных устройств защиты.

Приведены результаты разработок быстродействующих измерительных органов амплитуды и частоты напряжения, а также измерительного органа ограничителя минимального возбуждения синхронного генератора для автоматических регуляторов возбуждения сильного действия.

Теоретические исследования подтверждаются результатами экспериментальной проверки работы функциональных элементов и достижения предполагаемых их характеристик, а также результатами эксплуатации автоматических устройств в электроэнергетических системах и в системах электроснабжения промышленных предприятий.

В связи с практической реализацией функциональных элементов автором в доступной и методически отработанной форме охарактеризованы полупроводниковые дискретные и современные интегральные микроэлектронные аналоговые микроЭлементы, особенно интегральные операционные усилители, логические микросхемы и микропроцессорные комплексы цифровых интегральных микросхем. Приведены структурные схемы программных функциональных элементов, реализуемых на микропроцессорах и микроЭВМ.

Цифровые функциональные элементы автоматических устройств управления и защиты энергосистем и возможности их программной реализации рассмотрены в плане конкретного их выполнения, поэтому монография [1] имеет практическое значение для перспективной разработки цифровых автоматических устройств.

Из неизбежных для каждой творческой работы недостатков можно отметить излишне (с точки зрения сегодняшнего дня) подробное рассмотрение в монографии [1] по существу проектирования транзисторных усилителей, утративших свое практическое значение ввиду разработки соответствующих интегральных микросхем. Выглядит недоработанной попытка автора применить к анализу и синтезу дискретных элементов сравнения фаз основ теории конечных автоматов, что само по себе заманчиво и, видимо, перспективно. Следует отметить также досадную опечатку: минимальное указанное на рис. 5.12, б монографии [2] значение коэффициента передачи нерекурсивного частотного фильтра приближенно равно 0,1, а не 0,001.

В целом же монографии автора представляют собой высококвалифицированное и в основном завершенное исследование функциональных элементов автоматических устройств управления и защиты электроэнергетических систем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Овчаренко Н. И. Аналоговые и цифровые элементы автоматических устройств энергосистем. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Овчаренко Н. И. Полупроводниковые элементы автоматических устройств энергосистем. — М.: Энергоиздат, 1981.
3. Фабрикант В. Л. Основы теории построения измерительных органов релейной защиты и автоматики. — М.: Высшая школа, 1968.

## Лев Ананьевич Кощеев

(К 60-летию со дня рождения)



Исполнилось 60 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора, заместителя директора по научной работе Научно-исследовательского института по передаче электроэнергии постоянным током высокого напряжения (НИИПТ) Льва Ананьевича Кощеева.

Л. А. Кощеев после окончания в 1955 г. ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина) был направлен на работу в НИИПТ. За время работы в институте прошел путь от инженера до заместителя директора по научной работе. В 1965 г. защитил кандидатскую диссертацию, в 1987 г. — докторскую.

В течение 15 лет Л. А. Кощеев руководил коллективом одного из ведущих подразделений института — отдела электротехнических систем. Под его руководством выполнен ряд важных научно-исследовательских работ, результаты которых используются во многих отечественных и зарубежных энергосистемах.

Научные интересы Л. А. Кощеева относятся к вопросам устойчивости, надежности и живучести сложных современных энергообъединений, их

автоматическому регулированию и противоаварийному управлению. В этой области им опубликовано свыше 130 печатных работ и создано более 50 изобретений.

Одним из весомых результатов многолетней творческой работы Л. А. Кощеева и руководимого им коллектива стали создание теоретических основ и практическая разработка централизованных адаптивных систем противоаварийного управления. Первая в стране и в мире такая система внедрена и успешно функционирует в объединенной энергосистеме Урала. За эту работу Л. А. Кощееву и руководимому им коллективу присуждена Государственная премия за 1991 г. Близки к завершению работы по созданию таких систем в энергобольшинствах Средней Волги, Северного Кавказа, Тюмени.

Работу в НИИПТ Л. А. Кощеев успешно сочетает с преподавательской деятельностью, являясь профессором кафедры "Электрические системы и сети" Санкт-Петербургского технического университета, под его руководством несколько аспирантов защитили кандидатские диссертации.

Л. А. Кощеев — член Научно-технического совета Минтопэнерго России, председатель секции электроэнергетических систем Ассоциации инженеров-электриков Федерации энергетических и электротехнических обществ, член редакционных коллегий журнала "Электрические станции" и трудов НИИПТ.

За плодотворную научную деятельность Л. А. Кощеев награжден Орденом Трудового Красного Знамени и медалями.

Творческий, доброжелательный и принципиальный человек, Лев Ананьевич пользуется заслуженным авторитетом и уважением научной и инженерной общественности страны.

Горячо поздравляем юбиляра, желаем ему здоровья и новых творческих успехов в научной и педагогической деятельности.

Группа товарищей

*Если Вы работаете в области энергетики или электротехники, позаботьтесь о том, чтобы Ваша предприятие, лаборатория, кафедра не опоздали с подпиской на*

### **"ЭЛЕКТРИЧЕСТВО"**

*– старейший отечественный теоретический и научно-практический журнал, орган Российской Академии наук, Федерации энергетических и электротехнических обществ;*

*выходит ежемесячно, предназначен для высококвалифицированных специалистов в области энергетики и электротехники;*

*публикует теоретические статьи и научно-практические работы отечественных и зарубежных ученых и инженеров, освещает работу всесоюзных и международных конференций, рецензирует учебники и монографии по тематике журнала, помещает материалы по истории электротехники, статьи о выдающихся отечественных ученых;*

*переводится на английский язык, издается и распространяется в мире издательством "Пергамон Пресс"; русскоязычное издание поступает во все промышленно развитые страны мира.*

### **РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Митюшкин К. Г., Морозкин В. П., Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

---

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10.

Телефон 924-24-80

101000 Москва, Главный почтamt, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

---

#### **Редакторы по направлениям тематики:**

Евсеев Б. Н. (электрические машины, электропривод, электрический транспорт); Макаршин Б. Д. (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы); Прилуцкий А. Л. (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

---

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор З. Б. Драновская

---

Сдано в набор 14.07.92. Подписано в печать 24.08.92. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная № 2. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 8,82. Усл. кр.-отт. 9,31. Уч.-изд. л. 9,47. Тираж 3408 экз. Заказ 6033.

---

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.  
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат  
Министерства печати и информации Российской Федерации  
142300, г. Чехов Московской области  
Отпечатано в Подольском филиале ПО "Периодика"  
142110, г. Подольск, ул. Кирова, 25

# С О Д Е Р Ж А Н И Е

Информация для наших авторов и читателей	
Невельский В. Л., Эдлин М. А., Сурин Ю. П.	
Особые режимы электростанций . . . . .	
Литкенс И. В., Отморской С. Г.,	
Пуго В. И., Усова С. С. Учет взаим-	
ного влияния регулирования возбуждения	
и скорости турбоагрегата при анализе	
статической устойчивости электрической	
системы . . . . .	
Бартоломей П. И., Грудинин Н. И. Учет	8
регулирования частоты при оперативном	
управлении режимами энергосистем . . . .	
Базелян Э. М., Хлапов А. В., Шкилев А. В.	14
Развитие импульсного разряда вдоль по-	
верхностей воды и грунта . . . . .	
Камзолов С. К. Критерий стойкости конст-	19
рукций к электромеханическому воздей-	
ствию сильноточных разрядов . . . . .	
Котельников А. В., Косарев А. Б. Электромаг-	24
нитное влияние тяговых сетей переменного	
тока на металлические конструкции . . . . .	
Абрамкин Ю. В., Иванов-Смоленский А. В.	26
Определение электромагнитных сил в	
нелинейной магнитной системе энергетиче-	
ским методом . . . . .	
Джюрич Б. Миленко. Определение симме-	34
трических составляющих методом четырех	
выборок . . . . .	
<b>ДИСКУССИИ . . . . .</b>	
из истории электротехники . . . . .	52
<b>БИБЛИОГРАФИЯ . . . . .</b>	
ХРОНИКА . . . . .	68
	70

# C O N T E N T S

Information for authors and readers . . . . .		1
Nevelsky V. L., Edlin M. A., Surin Yu. P.—Spe-		2
cial Operating Conditios at Power Stations .		
Litkens I. V., Otmorsky S. G., Pugo V. I.,		
Usova S. S.— Account of the Mutual Unflu-		
ence Between Excitation and Speed Regu-		
lation of a Turbo-Generator in Power System		
Steady-State Stability Analysis . . . . .		
Bartolomei P. I., Grudinin N. I.— Account of	8	
Frequency Control in Operative Management		
of Power System Conditions . . . . .		
Bazelian E. M., Khlapov A. V., Shkilev A. V.—	14	
Development of Impulse Discharge Over the		
Surface of Water and Earth . . . . .		
Kamzolov S. K.— A Criterion of the Withstand	19	
Strength of Constructions to Electromechani-		
cal Impacts From Powerful Discharges . . . .		
Kotelnikov A. V., Kosarev A. B.— The Electro-	24	
magnetic Influence of AC Traction Networks		
on Metal Service Lines . . . . .		
Abrakin Yu. V., Ivanov-Smolenski A. V.—	26	
Finding Electromagnetic Forces in a Non-		
Linear Magnetic System Using an Energy		
Technique . . . . .		
Dzhurich B. Milenko — Finding Symmetrical	34	
Components Using the Method of Four		
Samples . . . . .		
<b>DISCUSSION . . . . .</b>		50
<b>FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL . . . . .</b>		52
<b>BIBLIOGRAPHY . . . . .</b>		58
<b>CHRONICLE . . . . .</b>		68
		70

Индекс 71106

ISSN 0013-5380. Электричество. 1992. № 9. 1—72.