

ISSN 0013-5380



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1992

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

8

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики),
ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

Релейная защита и автоматика в материалах СИГРЭ

ГЕЛЬФАНД Я. С.

В представленном обзоре рассмотрены доклады, которые освещают наиболее важные направления развития современной техники релейной защиты и автоматики (РЗА).

К первой группе относятся доклады, посвященные созданию ведущими фирмами Запада микропроцессорных (МП) устройств РЗА, ко второй — доклады по устройствам РЗА ВЛ, в том числе и МП, использующим каналы связи по защищаемой ВЛ, радиорелейные линии (РРЛ) и каналы по оптико-волоконным кабелям, встроенным в грозозащитные тросы. В третьей группе докладов рассматриваются возможности создания адаптивных устройств РЗА на базе МП техники. Последняя группа докладов — сборная.

1. Устройства РЗА на МП элементной базе. В последние несколько лет существенно увеличилась доля МП аппаратуры РЗА в общем объеме выпуска ведущими фирмами мира. Это определяется современными достижениями МП технологии, позволяющей резко повысить вычислительные возможности МП контроллеров на комплектующих изделиях, широко доступных на мировом рынке. Поскольку номенклатура современных МП наборов несколько стабилизировалась, фирмы не опасаются, что в ближайшие несколько лет существенно изменятся технические средства МП аппаратуры РЗА, в то время как модернизацию алгоритмов можно будет проводить только за счет математического обеспечения. Особенно важно, что система РЗА, являющаяся, как правило, автономной подсистемой АСУ ТП электрических станций и подстанций, может выполняться на тех же контроллерах, что и остальные подсистемы. Это в дополнение к упоминающимся ниже принципиальным преимуществам МП устройств РЗА позволяет уменьшить общую номенклатуру МП блоков и облегчить эксплуатацию всей АСУ ТП.

Доклад [1], в составлении которого принимали участие специалисты фирмы Сименс, в большой степени предвосхищает современные направления промышленного выпуска МП устройств РЗА не только этой, но и практически всех западных

фирм. В докладе отмечено, что для широкого внедрения МП устройств взамен хорошо зарекомендовавших себя в эксплуатации микроэлектронных защит требуется, чтобы МП техника обеспечивала существенные преимущества как для пользователя, так и для производителя. При высокой аппаратной надежности наиболее привлекательным для пользователя является присущий МП устройствам непрерывный самоконтроль, что в пределе может свести к минимуму периодические проверки, т. е. резко снизить трудозатраты на эксплуатацию. Возможность стандартизации МП модулей снижает объем запасных частей, необходимых для замены поврежденных блоков. Конкурентоспособные МП устройства РЗА должны допускать возможность их установки на действующих установках и совместной работы с электромеханическими и микроэлектронными устройствами, а также не вызывать существенных неудобств для персонала, привыкшего эксплуатировать традиционные защиты.

Производитель получает выгоду от возможности унификации технических средств и от облегчения автоматизации контроля их качества.

Уставки МП устройств РЗА задаются программно, обычно с помощью небольшого дисплея и очень ограниченной клавиатуры. Это практически ликвидирует проблему нехватки площади лицевых плат, характерную для микроэлектронных устройств РЗА. Программа задания уставок и их проверки выполняется с таким расчетом, чтобы была практически исключена возможность ошибки.

Интересно, что две фирмы, ASEA и BBC, впоследствии объединившиеся в одну — ABB relays — представили доклады, в которых демонстрируются два разных подхода к выполнению МП устройств РЗА. Доклад [2], в составлении которого принимала участие фирма ASEA, в большой степени следует направлению, принятому фирмой Сименс. В докладе [3] фирма BBC представила описание комплексной МП защиты генератора, установленной в опытную эксплуатацию в 1987 г. в Швейцарии. В защите использована шинная организация общей вычислительной системы, причем

шины рассчитаны на передачу 16-разрядной информации со скоростью 100 Мбит/с. Можно отметить две важные характеристики системы:

программирование осуществляется на языке высокого уровня *Modula-2* и только в критических по времени вычислениях используется ассемблер;

конструкция шкафа обеспечивает электромагнитную совместимость устройства защиты с внешними условиями действующих станций и подстанций. Первым экраном является сварная ячейка из металлических листов, вторым — алюминиевая 19-дюймовая кассета, а третьим — многослойные печатные платы с защитным кольцом.

Испытания на помехозащищенность были проведены на элегазовой подстанции 765 кВ при работе разъединителей и выключателей. Уровень помех в электронных модулях был значительно ниже допустимого.

В комплектном устройстве предусмотрена эффективная система самоконтроля, включая проверку достоверности входных данных, правильности уставок и соответствия вычислений заданным алгоритмам.

Определенным отступлением от принципов автономности основных и резервных защит являются общие для всего комплекса шины вычислительной системы, хотя непрерывный самоконтроль, немедленно выявляющий возникающие неисправности, в большинстве случаев предотвратит неправильное функционирование защиты.

Можно отметить, что описанная комплексная защита явилась прототипом устройства *Modures-216*, входящего в номенклатуру фирмы *ABB*. В то же время новое поколение защит фирмы *ABB* использует принципы построения, положенные в основу устройств защиты фирм *Сименс* и *ASEA*.

2. Устройства РЗА линий с использованием каналов связи. Доклад [4] был подготовлен специалистами *GEC Measurement* и Британской энергосистемы и посвящен дифференциальным токовым защитам многоконцевых ВЛ с оптико-волоконным кабелем, встроенным в грозозащитные тросы. Опытный образец защиты был испытан на трех-концевой ВЛ 400 кВ длиной 21 км. Использована аппаратура с импульсно-кодовой модуляцией (ИКМ), рассчитанная на передачу информации со скоростью 34 Мбит/с. Канал имеет один пункт переприема, установленный примерно на половине ВЛ. Аппаратура рассчитана на 480 тональных каналов с передачей информации 64 кбит/с по каждому каналу.

Интерес представляет обработка аналоговых сигналов токов по концам ВЛ, а также синхронизация дискретной информации об амплитудах и фазах тока.

Использовано дискретное преобразование Фурье, позволяющее выделить ортогональные составляющие $I_s = I \sin \vartheta$ и $I_c = I \cos \vartheta$ основной гармоники тока. Преобразование проводится непрерывно в "окне", составляющем период промышленной частоты, причем первые выборки "окна" отбрасываются по мере поступления очередных выборок. Поэтому значение $I_s + jI_c$ представляет собой вращающийся вектор, а его амплитуда может быть интерполирована на любой выборке.

Использование внешней синхронизации усложняет защиту и требует существенных дополнительных затрат. Поэтому синхронизация входит в задачу выполнения дифференциальной защиты

как одна из функций. Используется передача сигналов, соответствующих моментам выборок, причем прием сигнала вызывает немедленную посылку ответного сигнала. Сигналы содержат информацию как о моменте посылки инициирующего сигнала, так и о моменте посылки ответного сигнала, а также о сдвиге момента приема по отношению к текущему моменту выборки на "ответчающем" конце. Поэтому может быть внесена поправка путем сдвига принимаемого вектора по фазе умножением на некоторый вектор $a + jb$. Составляющие этого вектора определяются один раз за две выборки, что уменьшает объем вычислений. Частота квантования выбрана по условиям передачи 64 кбит/с и составляет 400 Гц (номинальная частота сети — 50 Гц). При этом время действия защиты равно около 28 мс.

В защите используется нелинейное торможение суммой модулей токов всех трех концов ВЛ. При токах меньше номинального торможение отсутствует, а при дальнейшем увеличении тока торможение линейно возрастает.

При испытаниях прототипа проводились опыты с отключением различных коммутационных аппаратов, а также дуговые к. з. Исследовались помехозащищенность и работоспособность защиты. Защита работала при всех к. з. и не срабатывала ложно при коммутациях.

Испытаниям защиты предшествовала проверка канала связи. В течение двух недель из $12 \cdot 10^7$ посылок по 120 бит со скоростью 64 кбит/с каждые 10 мс с погрешностями были приняты только 8 посылок.

В докладе [5] специалистами фирмы *Reyrolle* рассмотрены возможности выполнения универсальной МП продольной дифференциальной защиты линий, которая может работать как с проводным каналом, так и с любым тональным каналом в составе УКВ или оптико-волоконной системы связи. Тональный канал должен иметь полосу частот 1750 Гц, а при цифровой связи — скорость передачи 64 кбит/с. Для выполнения защиты необходима компенсация задержки в передаче сигнала с противоположных концов защищаемой линии. Этого можно достигнуть, используя различные стандартные схемы синхронизации. Пусковые органы могут выполняться как токовыми, так и реагирующими на приращение тока, что позволяет повысить чувствительность защиты. Однофазное сравнение фаз токов может осуществляться с использованием как сумматоров, так и комбинированных фильтров, например $I_1 + kI_2$ (как в защите ДЗЛ-2, используемой в нашей стране). Проведено математическое моделирование дифференциальной защиты с учетом нелинейностей диодов и трансформаторов тока.

Наиболее широко вопросы по тематике настоящего раздела рассмотрены в докладе [6], где приводятся данные на март 1987 г. об использовании в Японии релейной защиты ВЛ 187–500 кВ, в том числе параллельных и многоконцевых устройств с каналами связи между концами ВЛ. Высокочастотный канал по ВЛ использован на 284 ВЛ, в том числе на 26 многоконцевых, причем направленные защиты с дистанционными измерительными органами (ИО) и передачей блокирующих сигналов применены на 182 ВЛ; главным образом это защиты на электромеханических реле (их 169). Такие защиты и сейчас, как это ни странно, сохраняются в номенклатуре фирмы Фудзи. Остальные 102 ВЛ, в том числе 3 многоконцевые, оснащены диффе-

релееднофазной защитой (ДФЗ) в трехфазном исполнении.

На 1145 ВЛ, в том числе на 88 многоконцевых, использованы УКВ каналы либо по радиорелейным линиям (РРЛ), либо по оптико-волоконному кабелю. Направленными выполнены лишь 118 из них, в основном на электромеханических реле. Защиты ДФЗ в трехфазном исполнении использованы на 18 ВЛ, а в пофазном исполнении — на 763, в том числе 8 многоконцевых. Дифференциальные защиты в пофазном исполнении установлены на остальных 246 ВЛ, причем с каналом на принципе частотной модуляции (ЧМ) — на 159 ВЛ, в том числе 41 многоконцевых, а на принципе ИКМ — на 87 ВЛ, в том числе 33 многоконцевых.

Для направленных защит с ВЧ каналами по ВЛ применяются приемопередатчики в полосе частот 200–250 кГц. Мощность передатчика составляет 3–10 Вт, а мощность, достаточная для надежного приема, — 0,1 Вт. Передается немодулированный сигнал с полосой пропускания ± 150 Гц. Обработка ВЛ по схемам фаза — земля или фаза — фаза. Возможно выполнение канала с непрерывной посылкой блокирующего сигнала, а также его пуском только при к. з. Помехи при к. з. практически не влияют на прием сигнала при полосе ± 150 Гц, но они заметны при полосе ± 500 Гц и могут кратковременно прервать блокирующий сигнал. Поэтому вводится дополнительная выдержка времени.

Передача блокирующего сигнала по УКВ каналу осуществляется на принципе сдвига частоты в телефонном канале 2300 ± 400 Гц.

При выполнении ДФЗ используются два уровня мгновенных значений токов, при которых осуществляется пуск ВЧ сигнала. При одной полярности, принятой "отключающей", порог пуска выше, а при другой — ниже, что делает ширину "отключающего" импульса меньше, чем "блокирующего". При к. з. в зоне с обоих концов ВЛ идут "отключающие" импульсы, а при внешних к. з. — с одной стороны "отключающие", а с другой — "блокирующие". При выборе соотношения между чувствительностью пуска "отключающих" и "блокирующих" сигналов учитывается емкостный ток защищаемой ВЛ. Отключение происходит, если время, в течение которого имеется "отключающий" сигнал, а "блокирующий" сигнал с другого конца не приходит, соответствует углу 60° . При такой схеме пусковые органы ДФЗ в Японии практически не применяются.

При использовании ВЧ канала по ВЛ мощность передатчика доходит до 100 Вт, чтобы обеспечить удовлетворительную отстройку от помех при ширине полосы ± 1 кГц.

При УКВ каналах для ДФЗ используются телефонные каналы со сдвигом частоты 2390 ± 400 Гц, 1700 ± 400 Гц и 1700 ± 400 Гц, входящие в многоканальную систему, работающую с частотным или временным разделением телефонных каналов.

При использовании РРЛ каналы ДФЗ дублируются. Поскольку возможности РРЛ велики, то ДФЗ в большинстве случаев выполняется пофазной.

Дифференциальные защиты с передачей данных о мгновенных значениях токов со всех концов ВЛ применяются в Японии с 1977 г. Тогда эта информация передавалась по каналам с ЧМ, причем диапазон ЧМ составлял 1900 ± 900 Гц или 1900 ± 1000 Гц. Получаемые на приемных концах

сигналы демодулировались, причем вводилась поправка на время передачи. При выполнении таких защит приходится считаться с погрешностями модуляции и демодуляции из-за недостаточного динамического диапазона. Для предотвращения ложных срабатываний и отказов применялись более грубые дифференциально-фазные схемы с немодулированными сигналами. С 1980 г. в эксплуатацию внедряются дифференциальные защиты, использующие УКВ или оптико-волоконные каналы с ИКМ. Обычно по каналу 12 раз за период промышленной частоты передаются 12-разрядные данные о мгновенных значениях токов в моменты выборок. Наибольшие проблемы связаны с синхронизацией данных о токах по концам ВЛ, а также с выявлением недостоверности принимаемой информации.

Пофазное исполнение защиты позволяет значительно упростить устройство ОАПВ, в том числе и на многоконцевых ВЛ. Передаваемая информация, соответствующая очередным выборкам, формируется в пакеты (фреймы), состоящие из 90 бит. Первые 13 бит используются для синхронизации пакета во времени. Следующие 3×13 бит содержат информацию об одиннадцати разрядах плюс знак мгновенных значений трех фазных токов. Очередные 13 бит предназначены для передачи знака мгновенных значений напряжений (4 бита), положения выключателя (1 бит), команд телеотключения (3 бита), сигналов об ошибочных выборках и ошибочной информации (2 бита). Последние 2×13 бит используются для автоматической синхронизации моментов выборок и для выявления ошибок в передаче данных (CRC). Обращает на себя внимание значительно больший объем обрабатываемой и передаваемой информации, чем в [4].

Приводятся данные об излияниях срабатываний в сетях сверхвысокого напряжения Японии со старыми (1962–1966 гг.) и новыми (1984–1986 гг.) защитами. Старые защиты при 609 случаях к. з. работали ложно в 3,1 % случаях и в 0,8 % случаях отказывали. Соответствующие цифры для новых защит при 722 случаях к. з. одинаковы — 0,26 % (приведенные данные создают впечатление о неучете случаев неправильной работы, которые, по мнению авторов, не относятся к собственно устройствам защиты).

В докладе [7] рассмотрены дифференциальные и дистанционные защиты с использованием УКВ каналов. На территории Бельгии длина ВЛ редко превышает 50 км, и поэтому для целей релейной защиты используется сеть УКВ каналов, работающих на частотах от 2,5 до 2,7 ГГц. Выбор относительно низкой частоты позволяет увеличить допустимую длину каналов и уменьшить влияние дождей и ветров. Каждый участок рассчитан на 120 каналов со скоростью передачи 64 кбит/с. Часть каналов — с ЧМ, а часть — с ИКМ. В последнем случае используется синхронизация (см. выше). Наиболее слабым элементом системы связи является радиоаппаратура. Поэтому предусматривается резервная аппаратура, работающая на той же частоте и находящаяся в "горячем" резерве.

3. Адаптивные устройства РЗА. Использование МП элементной базы и оптико-волоконных каналов дает дополнительные возможности в части автоматического изменения уставок и даже алгоритма функционирования устройств РЗА, т. е. их адаптации в зависимости от изменения структуры и режима защищаемой сети.

В докладе [8] приводится обзор возможных вариантов выполнения адаптивных устройств РЗА.

В пределах одной подстанции адаптация может производиться, например, за счет ввода в РЗА данных о положении выключателей или данных о текущем положении ответвлений трансформатора с регулировкой напряжения под нагрузкой. Передача данных по каналам между концами ВЛ позволяет изменять уставки резервных защит ВЛ в зависимости от структуры сети на подстанциях, связываемых этой ВЛ.

Положения [8] развиты в [9], где рассмотрены три варианта применения адаптивных систем РЗА, испытанных в лаборатории и при математическом моделировании процессов в защищаемой сети:

дистанционные и высокочастотные защиты многоконцевых линий с дистанционными ИО; информация об условиях доаварийного режима в принципе может дать возможность соответствующего изменения уставок ИО;

дифференциальные защиты трансформаторов; информация о положении устройств РПН может быть использована для изменения масштаба тока соответствующего плеча дифференциальной защиты; введение в схему органа, реагирующего на напряжение, предлагается использовать для введения в действие отстройки от броска намагничивающего тока только при подаче напряжения на трансформатор или после отключения близких внешних к. з.; алгоритм был проверен при установке в 1987 г. МП защиты типа ТРМ на мощном автотрансформаторе на подстанции Мэриевиль, Коламбия, шт. Огайо; приведены фантастические данные о чувствительности ($0,025 I_{ном}$) и быстродействии (4 мс) защиты типа ТРМ;

автоматическое повторное включение; основные предложения относятся к выполнению быстродействующего АПВ в сети 800 кВ; например, предлагается начинать его как однофазное АПВ на заданном неповрежденной фазе; ряд предложений касается использования информации о токах и напряжениях для выбора последовательности включения фаз.

Общая оценка предложений по адаптивным МП устройствам РЗА не может быть однозначной. Необходимо, однако, иметь в виду, что любая дополнительная информация снижает надежность функционирования РЗА, и поэтому в каждом конкретном случае необходимо оценивать последствия усложнения алгоритма МП системы РЗА.

Более подробно вопросы адаптивного АПВ, рассмотренные в предыдущем докладе, приведены в докладе [10].

В докладе [11] рассмотрены вопросы эффективности однофазного АПВ (ОАПВ) на ВЛ сверхвысокого напряжения, а также статистические зависимости времени погасания дуги подпитки от неповрежденных фаз. Приведены сведения об отечественных устройствах ОАПВ с контролем погасания дуги подпитки (адаптивные ОАПВ) и результаты их испытаний на ВЛ 1200 кВ длиной 500 км.

4. Разное. В докладе [12] рассмотрены МП системы противоаварийной автоматики, используемые в Японии. Противоаварийная автоматика осуществляет в зависимости от вида аварии отключение генераторов или нагрузки.

Существующая система основана на предварительном расчете последствий аварий в системе, сопровождающихся отключением линий или генераторов. Если такие аварии происходят, то дается команда на отключение генераторов или нагрузки.

Основными элементами системы являются:

измерительные органы, обнаруживающие повреждение и его вид и выявляющие отключившиеся выключатели; центральный процессор, непрерывно вычисляющий требуемый объем отключений и вырабатывающий соответствующие команды на базе информации измерительных органов; местные исполнительные органы, осуществляющие требуемые отключения. Все уровни связаны быстродействующей системой передачи информации, позволяющей произвести отключения в течение 0,2 с после начала аварийного нарушения. Если по какой-либо причине разгрузка не осуществилась, то противоаварийная автоматика пускается от измерительных органов, реагирующих на выход из синхронизма или отклонение частоты.

Новая МП система прогнозирующей противоаварийной автоматики предназначена для энергосистем с расположенными на больших расстояниях генерирующими источниками (ЭС) и гидроаккумулирующими электростанциями (ГАЭС). Создание этой системы базируется на следующих допущениях:

моменты на валу генераторов ЭС и ГАЭС остаются неизменными в течение 1 с после аварии;

изменение угла δ между векторами полей статора и ротора можно оценить по изменению мощности генераторов ΔP между моментами до и после аварии;

большое число расчетов при моделировании аварийных условий позволяет оценить пределы устойчивости, что позволяет предотвратить развал системы селективными отключениями генерирующих источников и/или нагрузки за время, не превышающее 0,2 с.

В настоящее время эксплуатируются уже 10 таких систем, основанных на оценке соотношений мощности P и угла δ и мощности и кинетической энергии генераторов E . Мощность генераторов вычисляется один раз в период по 12 выборкам и принимается равной среднему значению. Такое же вычисление после начала аварии позволяет вычислить ΔP , следовательно, при известном моменте инерции M — и δ . По нескольким замерам можно прогнозировать дальнейшее изменение δ и определить необходимый объем отключений.

При оценке кинетической энергии также решаются уравнения машины, и результаты расчета сравниваются с потенциальной энергией в точке неустойчивого равновесия. Если кинетическая энергия превышает потенциальную, то прогнозируется нарушение устойчивости.

Для функционирования системы требуется также обмен информацией между центральным процессором и ЭС, ГАЭС и узлами нагрузки.

Были рассмотрены и некоторые другие прогнозирующие устройства противоаварийной автоматики.

Доклад [13] связан с рассмотрением работы мощных турбогенераторов ЭС, расположенных вблизи мощных передач постоянного тока, когда возможны торсионные колебания валов блоков турбина — генератор из-за взаимодействия генераторов и преобразователей. Такие явления наблюдаются на блоках 900 МВт французской АЭС Гравелин, расположенной в 25 км от биполярной передачи Франция — Англия мощностью 2×1000 МВт.

Опыты и расчеты показали, что на валу блока турбина — генератор длиной 54 м торсионные колебания возникают на нескольких частотах, причем наиболее заметными являются две нижние

частоты — 6,3 и 12 Гц, а причиной их возникновения могут служить как разрывы цепей постоянного тока, так и близкие к з. в системообразующей сети 400 кВ. При передаче энергии из Англии во Францию колебания валов не наблюдались. Предполагается, что при медленном затухании колебаний возможна преждевременная усталость металла валов. В связи с этим разрабатываются способы ускорения затухания колебаний, а при недостаточности принимаемых мер агрегат должен отключаться через предельно допустимое расчетное время.

Основным способом подавления колебаний является действие автоматического регулятора возбуждения, который на генераторах АЭС реагирует на напряжение статора, механическую и электрическую мощность и скорость вращения агрегата. Именно эта последняя воздействующая величина и позволяет улучшить стабилизацию частоты вращения генератора, включенного в сеть.

Алгоритм функционирования МП защиты от торсионных колебаний состоит в выделении двух нижних резонансных частот колебаний, определении их огибающих и сравнении полученных огибающих с заданной границей, обеспечивающей безопасную работу агрегата. Если снижение амплитуды колебаний до заданного порога происходит за время, меньшее допустимого, то защита не работает. С первой выдержкой времени защита действует на отключение одной из цепей передачи постоянного тока, так как это ускоряет затухание колебаний, а для энергосистемы это более предпочтительно, чем отключение блока АЭС. Если это не помогает, то защита со второй выдержкой времени действует на отключение агрегата, на котором зафиксирован опасный уровень торсионных колебаний.

Для повышения надежности несрабатывания защиты используется функциональный контроль, для чего создается дублирующий канал и действие только одного канала дает сигнал о неисправности. Как и во всех МП защитах, широко используется непрерывный самоконтроль.

Авторы полагают, что аналогичные явления возможны на мощных генераторах ЭС, связанных с системой через ВЛ с продольной компенсацией.

В докладе [14] рассмотрена потенциальная возможность возникновения феррорезонанса на двухцепных ВЛ 400 кВ при наличии малонагруженной подстанции на ответвлении от одной из цепей, если последняя отключена с обеих сторон всеми или одной фазой, например в цикле ТАПВ или ОАПВ. Феррорезонанс возникает за счет контура с последовательно включенной емкостью между отключенными и находящимися под напряжением фазами и холостым трансформатором, параллельно которому включена емкость отключенных фаз. Вероятность возникновения таких условий в сетях 400 кВ Франции оценивается как 0,1 в год, и поскольку последствия могут оказаться тяжелыми, то рассматриваются варианты защиты. Можно отметить, что подобные проблемы возникают с электромагнитными трансформаторами напряжения на отключенных шинах или фазах линий, если выключатели имеют конденсаторы, включенные параллельно разрывам контактов.

В системе 400 кВ колебания возникают на основной гармонике и субгармонике 1/3 от основной. Комплекты защиты от повышения напряжения устанавливаются как на питающих концах ВЛ, так и на вторичной стороне подстанций на

ответвлениях. Наличие феррорезонанса фиксируется по появлению суб- и ультрагармоник. Защита от феррорезонанса действует на закорачивание вторичной обмотки трансформатора и его отключение от ВЛ.

В докладе [15] обсуждается серьезная проблема, возникающая в странах Европы, где основной защитой от однофазных к. з. в сетях с большим током замыкания на землю является дистанционная защита от всех видов повреждений, а фазные дистанционные органы третьей ступени являются одновременно и избирателями поврежденной фазы устройств ОАПВ. При больших переходных сопротивлениях, например при установке опор на каменистых грунтах, при лесных пожарах и т. д., а также при обрывах проводов, дистанционная защита не приходит в действие. В докладе рассмотрены три вида защиты: направленная токовая защита нулевой последовательности (широко применяемая у нас и в США), а также ступенчатые токовые защиты нулевой последовательности и токовые защиты нулевой последовательности с зависимыми характеристиками срабатывания. Последняя считается в докладе наиболее целесообразной.

Поскольку источником тока нулевой последовательности является место однофазного к. з. или обрыва, наибольшее значение тока будет на поврежденной линии, если на подстанциях по ее концам ток нулевой последовательности разветвляется. Это во всех режимах обеспечит селективность работы защиты. Защита должна быть отстроена от бросков намагничивающего тока силовых трансформаторов, для чего предлагается торможение составляющими второй гармоники тока I_0 (в нашей практике измерительный орган тока включается через трансреактор, не пропускающий аperiodическую составляющую I_0 , а отстройку от периодической составляющей осуществляют введением выдержки времени, отстроенной от разновременности включения контактов выключателей линии трансформаторов).

Стандартная характеристика измерительного органа защиты имеет вид

$$t = t_a + \ln(I/I_a)[\Delta t / \ln k].$$

Время t_a , соответствующее первичному току к. з. I_a , равному 80 А, принимается равным 5,8 с.

Коэффициент разветвления тока I_0 по концам ВЛ принимается $k = 0,8$, что обеспечивает селективность по току, а $\Delta t = 0,3$ с — селективность по времени. Зависимая часть характеристики начинается в точке 80 А, 5,8 с и кончается в точке 2400 А, 1,2 с.

В защиту вводится УРОВ, а также орган, который при недовключении фазы действует на отключение через 0,3 с. Этот орган выводится из действия, если все фазы выключателя оставались включенными в течение 4 с.

До 1987 г. в Швеции было установлено 200 комплектов такой защиты в сетях 400 кВ (полностью) и 220 кВ (внедрение завершится в 1992 г.). Можно полагать, что при к. з., отключаемых этой защитой, ОАПВ не производится.

В докладе [16] приведено описание прототипа промышленного образца комбинированного трансформатора тока и трансформатора напряжения, выполненного с помощью пассивных оптических преобразователей плоскости поляризации световых волн под воздействием магнитного поля тока

(эффект Фарадея) и электрического поля напряжения (эффект Поггеля). Поляризованный свет подается по оптико-волоконному кабелю и после поворота осей поляризации под воздействием тока и напряжения возвращается также по оптико-волоконному кабелю в помещения, в которых установлены устройства релейной защиты и измерения. Длина оптико-волоконного кабеля может достигать нескольких сотен метров.

Поскольку для измерения напряжения необходимо снижение входного сигнала примерно до 10 кВ, в устройстве предусматривается емкостный делитель, который облегчает равномерное распределение напряженности электрического поля по всей высоте изоляции. Этот делитель можно одновременно использовать для подключения ВЧ аппаратуры. Конденсаторы выполнены на бумажно-элегазовой технологии, что снижает интенсивность внутреннего искрения. Однако продукты разложения элегаза агрессивны по отношению к оптическому волокну, и поэтому в преобразователе предусматривается наполнение сухим азотом, который предотвращает процесс разложения элегаза и конденсацию водяных паров при колебаниях температуры.

Точность измерения тока составляет 0,2 % в динамическом диапазоне от 0,1 до $1,0I_{\text{ном}}$ (измерительный канал) и 5 % в динамическом диапазоне от 0,1 до $20I_{\text{ном}}$ (канал релейной защиты). Можно отметить, что погрешность 5 % в диапазоне до номинального тока очень неприятна для фильтровых защит, защит, реагирующих на аварийные составляющие, и т. д. Традиционные трансформаторы в этом отношении явно предпочтительней.

Точность измерения напряжения составляет 0,2 % в динамическом диапазоне 0,8–1,2 $U_{\text{ном}}$ (измерительный канал) и 3 % в динамическом диапазоне от 0,1 до $2U_{\text{ном}}$ (канал релейной защиты). Это также хуже, чем у традиционных трансформаторов напряжения в диапазоне 0,8–1,2 $U_{\text{ном}}$, очень важном для фильтровых защит.

Точность измерения задается для промышленной частоты, но она сохраняется и при апериодических и периодических свободных составляющих. Температурный диапазон составляет только $-25^{\circ}\text{C} \div +50^{\circ}\text{C}$. Преобразователь выдерживает механическую вибрацию в соответствии с тестом МЭК 68.2.6. Оконечные устройства имеют выходные напряжения, равные 4 В в каналах измерения при номинальных значениях тока и напряжения (3 кА, 400/ $\sqrt{3}$ кВ) и 70 мВ при номинальном токе — в канале релейной защиты. Электронная часть преобразователя должна быть надежно защищена от помех в соответствии со стандартами

МЭК (255.4, 801.2, 801.3 и 801.4).

Авторы доклада признают, что область применения комбинированного преобразователя пока невелика, поскольку современные микроэлектронные и микропроцессорные устройства релейной защиты, не говоря уже об электромеханических, не могут к нему подключаться из-за недостаточной выходной мощности преобразователя. Однако они надеются, что наличие такого преобразователя может побудить промышленность к выпуску соответствующей вторичной аппаратуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mainka M., Renz K., Koch G. Design aspects of a fully microcomputer-based feeder protection system for HV lines.— 1986, Paper 34-12.
2. Engquist A., Eriksson L. Numerical distance protection for subtransmission lines.— 1988, Paper 34-04.
3. Lanz O. E., Fromm W. A new approach to digital protection.— 1988, Paper 34-12.
4. Kwong W. S. et al. A microprocessor-based current differential relay for use with digital communication systems. Its design and field experience.— 1986, Paper 34-02.
5. Wheatley J. M. et al. Development of a current differential feeder protection.— 1988, Paper 34-10.
6. Kobayashi J. et al. The state of the art of multi-terminal overhead transmission line protection systems associated with telecommunication systems.— 1990, Paper 34-201.
7. Hoffelman J. et al. Protection of a two-circuit three terminal line by means of equipment employing digital microwave links as communication carrier.— 1990, Paper 34-203.
8. Phadke A. G., Politis A., Thorp J. S. Improved protection and control of power systems with digital computers.— 1986, Paper 34-09.
9. Thorp J. S., Horowitz S. H., Phadke A. G. The application of an adaptive technology to power system protection and control.— 1988, Paper 34-03.
10. Phadke A. G., Horowitz S. H., McCabe A. G. Adaptive automatic reclosing.— 1990, Paper 34-204.
11. Беляков Н. Н. и др. Использование ОАПВ в сложных сетях ультравысокого напряжения с ВЛ 1200 кВ.— 1990, Доклад 34-207.
12. Takahashi M. et al. Development of predictive failure extension protection systems for electric power systems using dynamic state on-line data.— 1988, Paper 34-06.
13. Bornard P., Souque D., Vieilpeau A. Torsional interactions between the gresselines units and the 2000 MW Gross-Channel DC link: protection of the turbine-generator units.— 1988, Paper 34-14.
14. Bornard P., Collet V., Kieny C. Protection of EHV power systems against ferroresonance.— 1990, Paper 34-103.
15. Lohage L., Holst S. Selective clearance of small zero sequence currents.— 1988, Paper 34-07.
16. Meyrullix P., Chatrefon D., Tantin P. A great step in the industrialization of optical measuring reducers.— 1988, Paper 34-15.

[27.04.92]

Высокочастотная связь по ВЛ в электроэнергетике

ИШКИН В. Х., МИКУЦКИЙ Г. В., ШКАРИН Ю. П.

Надежность и экономичность работы энергетики в значительной степени зависят от применяемых средств связи, среди которых важную роль играют высокочастотные (ВЧ) каналы по воздушным линиям электропередачи (ВЛ) всех классов напряжения и, в первую очередь, по ВЛ сверхвысокого (330–750 кВ) и ультравысокого (выше 1000 кВ) напряжений.

Широкое использование ВЧ каналов на ВЛ обусловлено главным образом тем, что для передачи информации в системе оперативно-диспетчерского и технологического управления энергосистемами эти каналы в большинстве случаев являются самыми экономичными и надежными, а для реальной защиты и противоаварийной автоматики этот вид связи — практически единственный, удовлетворяющий требованиям высокой надежности и необходимого быстродействия.

В нашей стране на долю ВЧ каналов по ВЛ приходится около 45 % общей протяженности каналов связи в отрасли и в будущем предусматривается их дальнейший рост (рис. 1), в связи с чем ведущая роль данного вида связи будет сохранена, очевидно, на ближайшие 12–15 лет.

ВЧ связь по ВЛ широко используется в энергетике многих зарубежных стран. По результатам анализа, проведенного в рамках Исследовательского комитета № 35 ("Связь и телемеханика") Международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ) на базе данных, полученных от 28 стран всех континентов, доля ВЧ каналов по ВЛ превышает 20 % от всего количества каналов в энергетике. При этом в ряде стран доля ВЧ каналов по ВЛ значительно превышает указанную величину (рис. 2). В еще больших объемах ВЧ каналы по ВЛ используются для релейной защиты и противоаварийной автоматики (рис. 3).

В последние годы в связи с созданием в энергетике многих зарубежных стран интегрально-цифровых сетей начаты работы по организации цифровых систем передачи по ВЛ, что даст существенный толчок дальнейшему развитию данного вида связи.

Исследования параметров линейных трактов каналов ВЧ связи по ВЛ. Создание надежно функционирующих каналов ВЧ связи по ВЛ основывается на результатах научно-исследовательских теоретических и экспериментальных работ по анализу волновых процессов в многопроводных ВЛ и по исследованию физической природы и разработке методов расчета электрических помех в линиях электропередачи.

Базой для анализа волновых процессов в многопроводных ВЛ в целях определения одного из основных параметров каналов связи по ВЛ — затухания для ВЧ трактов, является теория распространения электромагнитных волн вдоль ВЛ. Основными уравнениями этой теории являются матричные телеграфные уравнения, получаемые из решения фундаментальных уравнений Максвелла для электромагнитного поля ВЛ. Анализ этих уравнений осуществляется на основе модального метода.

Модальный метод исследования волновых процессов в многопроводных ВЛ заключается в применении линейного преобразования для перехода от n векторов взаимозависимых напряжений (токов) проводов ВЛ (фазные координаты) к n векторам независимых модальных напряжений

(токов) (модальные координаты) и обратного линейного преобразования от модальных к фазным координатам. Напряжения (токи) для каждой из модальных составляющих представляются в виде суммы падающей и отраженной волн, распространяющихся по каждому из однородных участков ВЛ независимо от других мод.

В систематизированном виде теория распространения электромагнитных волн по многопроводным ВЛ изложена в [1].

Места нарушения однородности ВЛ (концы ВЛ, транспозиции фазных проводов и тросов, ответвления от ВЛ, обрывы и короткие замыкания проводов и др.) описываются матричными уравнениями, определяющими связь между токами и напряжениями проводов ВЛ в месте нарушения ее однородности и условия передачи токов и напряжений через многополюсник, описывающий данную неоднородность. В [1, 2] приведены методы

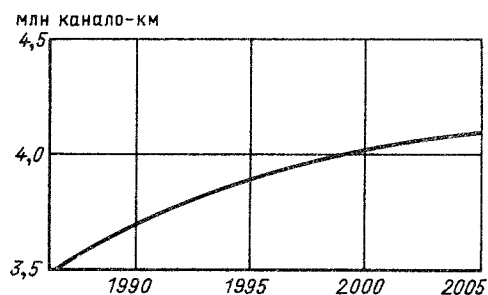


Рис. 1. Изменение по годам суммарной протяженности каналов ВЧ связи по ВЛ в энергосистемах страны

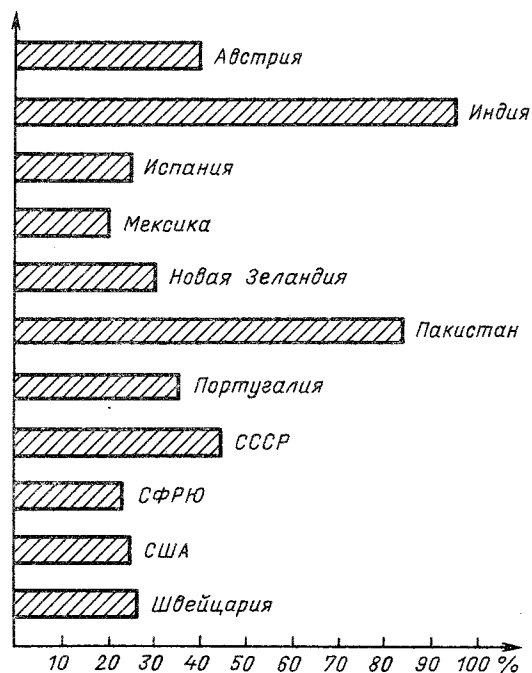


Рис. 2. Гистограмма относительного количества каналов ВЧ связи по ВЛ всех назначений в энергетике разных стран (за 100 % принято общее количество каналов в энергетике соответствующих стран)

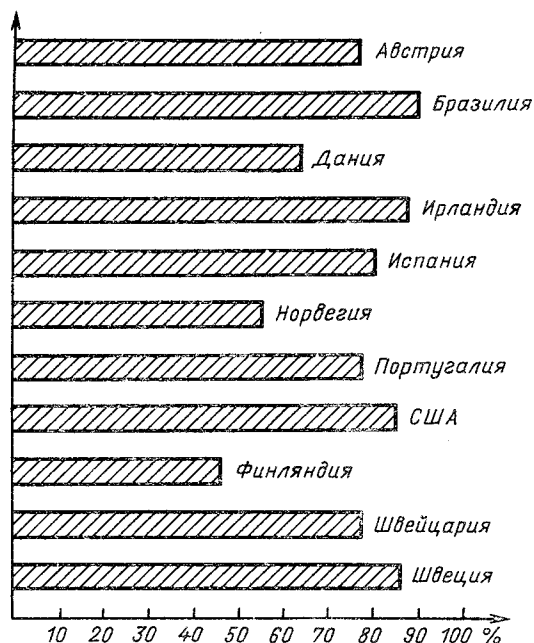


Рис. 3. Гистограмма относительного количества каналов ВЧ связи, используемых в энергетике разных стран для передачи сигналов релейной защиты (за 100 % принято общее количество каналов РЗ в соответствующих странах)

расчета неоднородной ВЛ со всеми практически встречающимися случаями нарушения ее однородности.

Отдельно стоит выделить исследования влияния повторяющихся неоднородностей ВЛ — емкости фазных проводов и тросов ВЛ по отношению к телу опоры, а также неоднородностей, эквивалентных местам повреждения с к. з. и обрывами фаз и тросов.

Исследования влияния емкости фаз и тросов ВЛ по отношению к телу опоры производились с введением понятия характеристических параметров многополюсника, что позволило использовать так называемые эквивалентные модальные параметры ВЛ с повторяющимися неоднородностями. В результате теоретических и экспериментальных исследований показано, что влияние емкости фаз и тросов ВЛ по отношению к телу опоры необходимо учитывать при расчетах волновых процессов только для ВЛ 500 кВ и выше при наличии проводящих тросов.

Влияние дуговых и металлических к. з. на проводах ВЛ на затухание передаваемых по ней сигналов исследовалось для определения возможности передачи сигналов противоаварийной автоматики через место к. з. во время аварии. В результате этих исследований была разработана эквивалентная схема замещения места к. з. и места обрыва проводов, позволяющая с большой точностью определять затухание сигнала, передаваемого по поврежденной линии.

На основании общей теории распространения синусоидальных колебаний вдоль неоднородных ВЛ была разработана методика расчета характеристических параметров (затухания и входного сопротивления) ВЧ тракта с произвольной схемой включения однородных участков ВЛ и разделяющих их пунктов нарушения однородности и с подключением схем присоединения к любым проводам линии [1, 2].

Все основные положения разработанной теории распространения волн по многопроводным линиям апробированы натурными измерениями на строящихся и действующих ВЛ всех классов напряжения вплоть до 1150 кВ [1, 3].

Для измерения модальных параметров многопроводных линий был разработан оригинальный метод, основанный на измерении входных проводимостей при разных, специально выбираемых схемах подключения к ВЛ при полной изоляции (холостой ход) и к. з. всех проводов на противоположном конце линии. По результатам этих измерений, по специально разработанному алгоритму определяются все модальные параметры линии [3].

Кроме общей, достаточно точной методики определения параметров тракта, расчет по которой возможен только с использованием ЭВМ, разработаны упрощенные методы расчета, позволяющие для наиболее распространенных (стандартных) схем организации тракта выбрать оптимальные схемы присоединения к ВЛ, аналитически определить влияние тех или иных причин на параметры тракта [4, 5].

Исследования уровней и характера помех в каналах ВЧ связи по ВЛ. Уровень и характер помех является параметром, по которому оцениваются каналы ВЧ связи по ВЛ. В трактах каналов связи по ВЛ 220 кВ и выше основным видом электрических помех при нормальном режиме работы ВЛ являются помехи от коронирования ее проводов (помех от короны).

В основе методов расчета уровней помех от короны лежит понятие генерации помех как линейной плотности среднеквадратического тока электрических помех в проводах ВЛ, обусловленных электрическими разрядами с поверхности проводов в окружающее пространство (стримерами). С помощью модальной теории распространения синусоидальных сигналов по проводам многопроводной ВЛ разработана методика определения токов и напряжений помех в местах подключения систем присоединения к фазным проводам и тросам ВЛ (токи и напряжения помех от короны).

Уровень помех от короны зависит от многих климатических факторов — атмосферного давления, степени влажности воздуха, наличия осадков в виде дождя или снега и др. и потому является случайной величиной. В связи с этим были выполнены долговременные измерения уровней помех в каналах ВЧ связи по ВЛ различных классов напряжения, проходящих в различных климатических районах страны. Статистическая обработка результатов этих измерений установила, что уровни помех изменяются в соответствии с нормальным законом распределения и позволила определить параметры этого распределения.

Результаты экспериментальных исследований помех от короны хорошо совпали с результатами теоретических расчетов. Это подтверждает правильность основных положений, лежащих в основе теоретических методов расчета.

Помимо помех от короны, исследовались другие виды помех, обусловленные наличием на линии высокого напряжения промышленной частоты. К этим помехам относятся помехи, возникающие при работе коммутационной высоковольтной аппаратуры (разъединителей и выключателей), от возникновения на линии к. з., от горящей дуги к. з., от дуг в искровых промежутках разрядников на грозозащитных тросах. Эти виды помех исследовались экспериментально на ВЛ различных классов

напряжения вплоть до 1150 кВ включительно [2, 3, 6].

На основании проведенных теоретических исследований разработаны алгоритмы и программы: "Тракт" (для расчета параметров ВЧ трактов) и "Noise" (для расчета уровней помех от короны). Обе программы реализованы на ЭВМ серии ЕС и на персональных ЭВМ РС АТ и XT и широко используются при проектных, пусконаладочных и научно-исследовательских работах.

Теоретические и экспериментальные исследования в области помехоустойчивости систем передачи информации. Каналы ВЧ связи для релейной защиты. В этой области было исследовано воздействие всех видов помех на работу дифференциально-фазной защиты (ДФЗ), получившей наибольшее распространение в нашей стране. Определены вероятностные характеристики, связанные с возможностью отказа или излишнего срабатывания защиты из-за воздействия помех всех указанных видов, а также вероятностные характеристики задержек в срабатывании защиты для различных вариантов исполнения реагирующего органа ДФЗ. На основании этих исследований были разработаны нормы на минимальное значение уровня порога чувствительности приемника ВЧ канала и необходимого превышения уровня принимаемого сигнала над уровнем порога чувствительности, знание которых необходимо для проектирования таких ВЧ каналов [6, 7]. Аналогичные исследования были выполнены для каналов связи направленных защит, требующих передачи блокирующих или разрешающих сигналов.

Каналы для противоаварийной автоматики (ПА). Основной задачей исследований в этой области было обеспечение весьма малой вероятности приема ложных команд (сигналов неконтролируемого телеотключения). Были определены условия, связывающие параметры аппаратуры с частотой повторения приемов ложных команд. Эта теория легла в основу разработки аппаратуры и проектирования каналов ПА [6].

Каналы телефонной связи. Основным источником электрических помех, влияющих на качество телефонных каналов ВЧ связи по ВЛ, являются помехи от коронирования проводов, так как влияние других видов помех несущественно из-за их кратковременности. Качественным объективным показателем любого канала телефонной связи является разборчивость речи, которая зависит от отношения сигнал/помеха в полосе приема и характера воздействующих помех. В связи с этим были проведены артикуляционные испытания слововой разборчивости речи при воздействии на приемник помех от короны при присоединении к линейному тракту по схемам фаза-земля и фаза-фаза [8]. Эти испытания в основном подтвердили принятую ранее норму на минимально допустимое отношение сигнал/помеха.

Каналы телемеханики и передачи данных. В настоящее время сигналы телемеханики и передачи данных в системах ВЧ связи по ВЛ передаются в основном методом частотной манипуляции на скоростях 100–300 Бод. Исследования помехоустойчивости такой передачи связаны с определением вероятностных соотношений для случайных вариаций местоположений фронтов импульсов при воздействии помех на приемник [9]. При воздействии помех от коронирования проводов необходимое превышение сигнала над среднеквадратическим уровнем помех выше, чем для помех типа "белый шум" из-за зависимости огибающей напря-

жения помех от времени в течение периода промышленной частоты.

Научные исследования, связанные с разработками устройств обработки и присоединения. Эти устройства являются неотъемлемыми элементами любого канала ВЧ связи по воздушным или кабельным линиям электропередачи и предназначены для передачи сигналов каналообразующей ВЧ аппаратуры в провода ВЛ на передающем конце и обратной передачи на приемном конце.

Создание таких устройств и систем связано с теоретическим и экспериментальным исследованием следующих вопросов:

разработка оптимальных схем настройки ВЧ заградителей, обеспечивающих наилучшее использование наиболее дорогой и ответственной его части — силового реактора. Результаты таких исследований, включая определение теоретического предела ширины полосы заграждения и вопросы защиты от волн, воздействующих на заградитель при внешних и внутренних перенапряжениях на ВЛ, рассмотрены в [10];

разработка схем и систем присоединения к проводам и тросам ВЛ. При этом были исследованы вопросы оптимального выполнения фильтров присоединения (ФП) к фазным проводам, обеспечивающие получение наибольшей ширины полосы пропускания ФП при заданной емкости конденсатора связи и определен теоретический предел ширины этой полосы [11]. Исследованы системы присоединения к изолированным проводам расщепленных фаз и к изолированным проводящим грозозащитным тросам, обеспечивающие наилучшие параметры при определенных значениях емкостей конденсаторов связи и индуктивностей реакторов заградителей, входящих в системы присоединения [10]. В частности, разработана новая система присоединения к изолированным проводам расщепленных фаз, позволяющая осуществить до двух 12-канальных систем связи по одной паре изолированных проводов при малой емкости конденсатора связи.

Разработка и промышленное производство аппаратуры каналов ВЧ связи по ВЛ. На основании научных исследований, обеспечивающих получение аппаратуры с оптимальными параметрами, были выполнены опытно-конструкторские разработки и организован широкий промышленный выпуск аппаратуры, необходимой для создания каналов ВЧ связи по ВЛ всех классов напряжения от 35 до 1150 кВ всех назначений, требуемых в энергетике (РЗ, ПА, телефонная связь, телемеханика и передача данных). Эта аппаратура включает устройства обработки и присоединения к фазным проводам и тросам ВЛ и каналообразующую аппаратуру, отвечающую требованиям перечисленных назначений.

Высокочастотные заградители. В настоящее время отечественная промышленность выпускает ВЧ заградители серии ВЗ из шести модификаций для присоединения к фазным проводам и тросам ВЛ 110–1150 кВ. Эти заградители обеспечивают заграждение в диапазоне частот, используемых в настоящее время для ВЧ связи по ВЛ. Их параметры соответствуют рекомендациям МЭК (публикации 353) и по сравнению с зарубежными аналогами имеют более совершенные схемы настройки, позволяющие получить более широкие полосы заграждения на частотных диапазонах. Для распределительных сетей 35–110 кВ разработаны и выпускаются заградители оригинальной конструкции (спирального типа).

Фильтры и системы присоединения. Выпускаются фильтры присоединения серии ФПМ в 19 модификациях, обеспечивающие присоединение каналообразующей аппаратуры к проводам и тросам ВЛ 110–750 кВ, к фазным проводам и изолированным проводящим тросам. Эти фильтры соответствуют рекомендациям МЭК (публикация 481) и выполнены по новой схеме, обеспечивающей при одинаковых значениях емкости конденсатора связи более широкие полосы присоединения по сравнению с выпускаемыми за рубежом.

Каналообразующая аппаратура для релейной защиты. Начат промышленный выпуск аппаратуры типа АВЗ, которая может работать со всеми типами ВЧ релейных защит, выпускаемых в настоящее время и предполагаемых к выпуску в ближайшем будущем. Аппаратура снабжена микропроцессорной системой автоматического контроля исправности канала связи. АВЗ может работать на всех ВЛ 110–1150 кВ на частотах 36–750 кГц.

Аппаратура для каналов ПА. Начат промышленный выпуск аппаратуры типа АКПА-В, обеспечивающей передачу по каналу с полосой пропускания 3,4 кГц четырнадцати сигналов неконтролируемого телеотключения. Аппаратура выполнена на основании выполненных теоретических исследований исходя из допустимости ложного приема команд одним устройством в среднем один раз в 300 лет. На том же принципе была выполнена аппаратура типа АНКА-АВПА-И6, эксплуатируемая почти во всех энергосистемах в течение длительного времени. Опыт эксплуатации этой аппаратуры показал, что ее помехоустойчивость удовлетворяет высоким требованиям систем противоаварийной автоматики.

Аппаратура каналов телефонной связи и телемеханики. В настоящее время выпускается каналообразующая одноканальная (АВС-1) и трехканальная (АВС-3) аппаратура. Эта аппаратура соответствует рекомендациям МЭК (публикация 405), снабжена компандерными устройствами для повышения помехоустойчивости, имеет по сравнению с предшествующей аппаратурой меньшие габариты и массу и более высокую надежность. Предусмотрена возможность передачи сигналов телемеханики в надтональном спектре телефонных каналов. Для этого выпускается аппаратура тональных модемов типа АПСТ-М на скорости 100, 200 и 300 Бод.

В последние годы уделяется большое внимание повышению качества выпускаемой аппаратуры. Введен 74-часовой прогон каждого из изготовленных аппаратов перед отправкой его заказчику. Введена система автоматического проектирования всех печатных плат и автоматическая система выходного контроля. Благодаря этим мерам почти полностью прекратились жалобы потребителей (энергосистем) на недостаточное качество и надежность выпускаемой аппаратуры.

Основные проблемы, требующие новых исследований. Такие проблемы можно разделить на две группы. Первая группа связана с явлениями, исследование которых необходимо для улучшения работы существующих видов каналов связи по ВЛ. Вторая группа связана с исследованиями, которые необходимы для осуществления некоторых новых видов каналов связи в энергетике.

К первой группе проблем следует отнести: появление помех в каналах дифференциально-фазной релейной защиты, работающих по фазам ВЛ 500–750 кВ при к. з. и приводящих к отказу защиты. Воздействие этих помех ощущается на линиях с проводящими грозозащитными тросами,

заземленными только по концам ВЛ. Как показывают имеющиеся осциллограммы, помехи значительного уровня могут существовать на протяжении всей длительности к. з., бестоковой паузы ОАПВ и даже после восстановления нормального режима ВЛ при успешном ОАПВ. Достоверно определить причину этих помех и разработать мероприятия по их устранению еще не удалось;

большое возрастание затухания ВЧ тракта при изморозиевых отложениях на проводах. Как показывают измерения, результаты расчета по существующим методикам дополнительного затухания ВЧ тракта, вызванного изморозиевыми отложениями, могут значительно отличаться от измеренных значений, причем степень этого отличия зависит от частоты. В то же время вероятность возникновения изморозиевых отложений на грозозащитных тросах, не обтекаемых током, и на фазных проводах слабо загруженных линий в ряде регионов страны достаточно велика, и каналы связи по тросам и фазным проводам могут на длительное время выходить из строя. В связи с этим необходимо уточнение расчетной методики для определения дополнительного затухания, вызываемого изморозиевыми отложениями на фазных проводах и тросах;

скручивание составляющих проводов расщепленного троса ВЛ 750 и 1150 кВ при ветровых нагрузках. На ВЛ 1150 кВ, ряде ВЛ 750 кВ и на будущей передаче постоянного тока 1500 кВ одним из основных видов каналов телефонной связи является связь по изолированным проводам расщепленного троса (внутритросовый тракт). Эти каналы часто выходят из строя из-за скручивания составляющих проводов расщепленного троса в пролетах. Необходимо определить причину скручивания и разработать мероприятия по его исключению.

Ко второй группе проблем можно отнести освоение новых диапазонов частот ниже 36 кГц и свыше 1 МГц. Нижний диапазон частот 12–36 кГц предполагается использовать для организации каналов связи по длинным ВЛ 750–1150 кВ имея в виду, что дополнительное затухание, обусловленное гололедно-изморозиевыми отложениями на этих частотах, будет мало. Исследования должны касаться вопросов затухания ВЧ трактов, уровней помех, переходных затуханий между трактами, осуществления обработки фаз ВЛ и устройств присоединения к фазам.

Диапазон частот выше 750 кГц предполагается использовать для организации цифровых каналов по ВЛ. При этом дополнительно к уже оговоренным выше исследованиям необходима разработка специальной цифровой аппаратуры уплотнения.

Генеральным направлением в области техники связи и, в частности, техники связи в энергетике является постепенный переход к цифровым сетям связи. Одним из существенных элементов таких сетей могут стать каналы цифровой связи по фазным проводам, по изолированным проводам расщепленных фаз и по изолированным грозозащитным тросам. Исследования параметров цифровых трактов передачи и разработка необходимой цифровой ВЧ аппаратуры является задачей ближайшего будущего.

Наиболее перспективным видом каналов цифровой связи в энергетике являются каналы по волоконно-оптическому кабелю, встроенному в грозозащитный трос ВЛ. В настоящее время ведется разработка необходимой для этого аппаратуры и указанного троса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костенко М. В., Перельман Л. С., Шкарин Ю. П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения.— Л.: Энергия, 1973.
2. Микуцкий Г. В., Шкарин Ю. П. Линейные тракты каналов высокочастотной связи по линиям электропередачи.— М.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Экспериментальные исследования ВЧ параметров ВЛ 1150 кВ / Р. Г. Книжник, А. Н. Зельцер, Б. Р. Котельников, Ю. П. Шкарин — СИГРЭ, 1984, доклад 35-10.
4. Методические указания по расчету параметров и выбору схем ВЧ трактов по линиям электропередачи 35–750 кВ переменного тока, МУ 34-30 186-86.— М.: Союзтехэнерго, 1989.
5. Ишкин В. Х., Книжник Р. Г., Шкарин Ю. П. Справочник по расчету ВЧ параметров ВЛ 330–1150 кВ.— М.: Энергоатомиздат, 1990.
6. Микуцкий Г. В. Каналы высокочастотной связи для

релейной защиты и автоматизации.— М.: Энергия, 1977.

7. Уточнение уровня порога чувствительности приемников каналов высокочастотной связи для релейной защиты / А. И. Левиуш, Г. В. Микуцкий, Е. Д. Сапир, Ю. П. Шкарин.— Электрические станции, 1990, № 5.

8. Исследования помех в каналах ВЧ связи по ВЛ и их влияния на разборчивость речи (СИГРЭ, 1978, доклад 35-10) / В. А. Ишкин, Р. Г. Книжник, Г. В. Микуцкий и др.— В кн.: Передача информации в энергосистемах.— М.: Энергия, 1981.

9. Баранова В. Б. Оценки искажений импульсов на выходе приемника канала телемеханики.— В кн.: Каналы связи в энергосистемах. М.: Энергоиздат, 1981.

10. Микуцкий Г. В. Высокочастотные заградители и устройства присоединения для каналов высокочастотной связи.— М.: Энергоатомиздат, 1984.

11. Израилев Р. А., Микуцкий Г. В. Определение полосы пропускания конденсаторного устройства присоединения.— Электричество, 1990, № 6.

[14.02.91]

Влияние параметров моделей на результаты расчета распределения напряжения по элементам ограничителей перенапряжений

БЕЛОЕДОВА И. П.,
КОЛЕЧИЦКИЙ Е. С.

Московский энергетический институт

В процессе проектирования ограничителя перенапряжений (ОПН) возникают задачи расчета распределения напряжения по его элементам и выбора средств, обеспечивающих распределение напряжения, близкое к равномерному, при воздействии рабочего напряжения. Обычно распределение напряжения регулируется с помощью экранов и шунтирующих конденсаторов.

Распределение напряжения по элементам ОПН определяется путем расчета электрического поля аппарата или его схемы замещения. При рабочем напряжении рассматривается емкостная схема замещения, параметры элементов которой равны коэффициентам матрицы собственных и взаимных частичных емкостей аппарата. Расчет значений емкостей дополнительных конденсаторов также производится на основе вычисления матрицы собственных и взаимных частичных емкостей. В свою очередь, для определения коэффициентов матрицы частичных емкостей необходимо произвести расчет электрического поля аппарата.

Таким образом, для решения поставленных задач необходимо рассчитать электрическое поле ОПН. Реальная конструкция при этом заменяется расчетной моделью (РМ). Как правило, рассматривают двухмерную РМ, упрощенно принимая, что поле имеет радиальную структуру. Наличие наполнителя (песка) в РМ не учитывается. Фарфоровая рубашка входит в РМ лишь при изучении влияния загрязнения на распределение напряжения. Наиболее важным является способ представления в РМ оксидно-цинковых резисторов (ОЦР). Так в РМ, приведенной в [1], блоки ОЦР имитируются диэлектриком, диэлектрическая проницаемость

которого подбирается так, чтобы обеспечить заданные емкости блоков. В РМ [2, 3] входят только металлические элементы конструкции, а наличие ОЦР учитывается путем включения соответствующих "конденсаторных" емкостей. При этом принимается, что собственные частичные емкости электродов остаются неизменными. Однако именно их значения существенно влияют на неравномерность распределения напряжения.

В статье рассматривается влияние значений собственных частичных емкостей элементов ОПН на распределение напряжения и значения емкостей дополнительных конденсаторов при разном представлении ОЦР в РМ.

Рассмотрим методические вопросы расчета ОПН на примере двух моделей, приведенных на рис. 1. Обе они содержат одинаковые системы электродов в форме дисков (1–6) и экран в виде тороида (7). Различие моделей состоит в том, что во второй промежутки между электродами заполнены диэлектриком, а в первой диэлектрик отсутствует. Все размеры электродов указаны на рис. 1. Значение диэлектрической проницаемости диэлектрика выбрано равным $\epsilon = 300$.

С помощью метода интегральных уравнений [4] проводился расчет электрических полей данных моделей при наличии экрана 7 и без него. Потенциалы и заряды электродов принимали следующие значения: $\varphi_1 = U_0$; $\varphi_7 = U_0$; $\varphi_6 = 0$; $Q_i = 0$; $i = 2, 3, 4, 5$.

Полученные в результате расчета значения собственных частичных емкостей электродов приведены в табл. 1, откуда видно, что наличие ди-

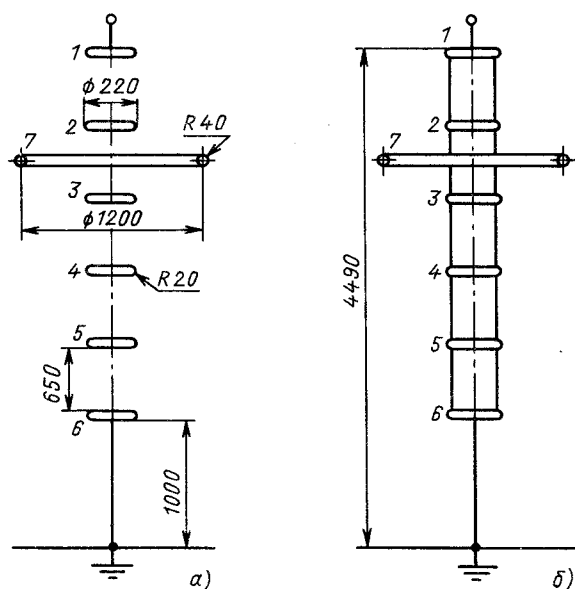


Рис. 1. Модель 1 (а) и модель 2 (б) ограничителя перенапряжений

электрика приводит к существенному увеличению значений собственных частичных емкостей.

Таблица 1

№ электрода	Значения собственных частичных емкостей электродов (пФ) для моделей на рис. 1			
	без экрана		с экраном	
	модель 1	модель 2	модель 1	модель 2
1	7,4	10,5	40,3	42,3
2	6,7	13,7	3,8	8,6
3	6,5	12,9	2,8	6,1
4	6,5	12,9	4,7	10,1
5	6,7	13,7	5,7	12,3

Для обеих моделей выполнялся расчет распределения напряжения по электродам. Причем в первой наличие ОЦР учитывалось, согласно методике [3], включением между дисками сосредоточенных емкостей, равных емкостям между соседними электродами во второй модели. Как показали дополнительные вычисления, при $\epsilon = 300$ и принятых размерах модели эти емкости могут быть определены по простейшей формуле для плоского конденсатора. Это вполне объяснимо, так как для силовых линий, проходящих внутри диэлектрика, граница диэлектрик-газ является практически непроницаемой. Для нашего случая при радиусе диэлектрика 90 мм эти емкости составляют 103,9 пФ. Полученные распределения напряжения представлены на рис. 2.

Анализ результатов расчета показал, что значения потенциалов электродов для двух моделей отличаются не более, чем на 17 % в случае отсутствия экрана и не более, чем на 16 % при наличии экрана. Распределение напряжения во второй модели более неравномерное, что логично вытекает из больших значений собственных частичных емкостей электродов.

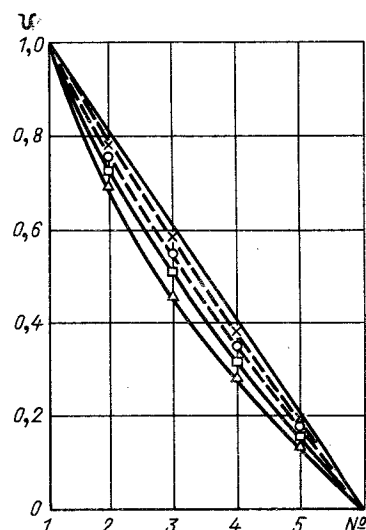


Рис. 2. Распределение напряжения по электродам: — x — x — модель 1 с экраном; — □ — □ — модель 2 с экраном; — ○ — ○ — модель 1 без экрана; — Δ — Δ — модель 2 без экрана

Большой интерес представляет неравномерность распределения напряжения по элементам конструкции. Она характеризуется коэффициентом неравномерности

$$a = \frac{\Delta U_{\max}}{\Delta U_{\text{равн}}}$$

значения которого для рассмотренных вариантов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Модель (рис. 1)	Значения коэффициента a для конструкций	
	без экрана	с экраном
1	1,34	1,07
2	1,62	1,20

Отметим, что наибольшее падение напряжения во всех случаях приходится на первый элемент: $\Delta U_{\max} = \Delta U_{12}$. Различия же в значениях потенциалов второго диска не превосходят 8 %.

Для ОПН допустимая степень неравномерности распределения напряжения определяется физическими характеристиками ОЦР и, как правило, не превышает 1,1–1,15. Исходя из этого выбираются необходимые средства выравнивания распределения напряжения. Так, очевидно, что в моделях без экрана необходима установка шунтирующих конденсаторов. Если принять допустимую степень неравномерности $a = 1,1$, то для модели 1 с экраном шунтирующие конденсаторы не требуются, а для модели 2 они необходимы. Отсюда непосредственно вытекает, что использование упрощенной методики [3], с одной стороны, дает заниженные значения коэффициента неравномерности a , а с другой может привести к неправильным инженерным решениям — отказу от использования необходимых средств регулирования распределения напряжения.

По методике [5] рассчитывались значения ем-

костей шунтирующих конденсаторов, обеспечивающих равномерное распределение напряжения по электродам. Результаты вычислений приведены в табл. 3, из которой следует, что использование упрощенной методики приводит к снижению значений емкостей шунтирующих конденсаторов в рассматриваемых моделях примерно в два раза.

Таблица 3

Конструкция	Значения емкостей шунтирующих конденсаторов (пФ)			
	без экрана		с экраном	
	модель 1	модель 2	модель 1	модель 2
ΔC_{12}	66,1	133,2	11,4	26,0
ΔC_{23}	37,2	71,0	0	0
ΔC_{34}	17,0	30,1	2,2	6,9
ΔC_{45}	4,6	6,5	0,6	3,0
ΔC_{56}	0	0	2,0	6,2
$\Sigma \Delta C$	124,9	240,8	16,2	42,1

Тогда возникает вопрос о неравномерности распределения напряжения при включении конденсаторов с уменьшенными значениями емкостей. Этот вопрос правомочен, поскольку в действительности собственные частичные емкости электродов больше определенных по упрощенной методике. Для его решения рассчитывалось распределение напряжения по электродам второй модели при наличии шунтирующих конденсаторов, значения емкостей которых вычислялись по условию обеспечения равномерного распределения напряжения по элементам первой модели. Другими словами, к элементам матрицы коэффициентов электростатической индукции добавлялись значения емкостей шунтирующих конденсаторов, определенных для первой модели. Путем решения полученной таким образом максвелловской системы уравнений определялось распределение напряжения по проводникам второй модели. Для варианта без экрана коэффициент неравномерности составил $a = 1,23$, а с экраном $a = 1,07$.

Оценку неравномерности распределения напряжения в случае приближенного вычисления значений ΔC можно получить на основании зависимости $a = f\left[\frac{\Sigma \Delta C}{\Sigma \Delta C_p}\right]$, где ΔC_p — значения емкостей

шунтирующих конденсаторов, обеспечивающих равномерное распределение напряжения. В результате проведенных исследований выяснилось, что эта зависимость может быть аппроксимирована прямой. На рис. 3 представлены такие прямые, построенные для второй модели при наличии экрана и без него. Оценка коэффициента неравномерности при включении во вторую модель шунтирующих конденсаторов, рассчитанных по первой модели, производится на основании соотношения $\frac{\Sigma \Delta C}{\Sigma \Delta C_p}$, которое определяется из табл. 3. Оно рав-

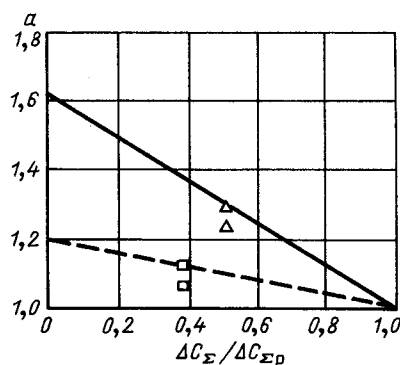


Рис. 3. К оценке неравномерности распределения напряжения: — — без экрана; - - - - с экраном

но 0,38 и 0,52 соответственно при наличии экрана и без него. По прямым на рис. 3 определяются соответствующие этим значениям коэффициенты неравномерности распределения напряжения: 1,12 и 1,29.

Суммируя вышеизложенное, можно сделать следующие выводы.

Анализ рассмотренных расчетных моделей показал, что использование упрощенной методики дает излишне оптимистические результаты: распределение напряжения получается более равномерным, чем в действительности, а значения емкостей шунтирующих конденсаторов занижены. Более того, применение упрощенной методики может привести к неоправданному отказу от использования необходимых средств регулирования распределения напряжения.

Расчеты распределения напряжения по элементам ОПН целесообразно производить с учетом увеличения собственных частичных емкостей металллических элементов конструкции за счет влияния ОЦР. Расчетные модели ОПН должны содержать ОЦР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоедова И. П., Колечницкий Е. С., Шульгин В. Н. Вопросы регулирования электрических полей в устройствах высокого напряжения. — Труды МЭИ, 1986, № 108.
2. Сергеев А. С., Скобейдо Д. А., Фирсов А. В. Методика расчета распределения напряжения по элементам ОПН с применением прикладных программ схемотехнического проектирования СПАРС-ЕС. — Труды ЛПИ, 1983, № 392.
3. Расчет емкостных параметров эквивалентной схемы ограничителей перенапряжений / О. Л. Грацианова, Ю. Я. Иоссель, А. В. Яковсон, С. Н. Кадников — В сб.: Эффективность и надежность нелинейных ограничителей перенапряжений. — Л.: Энергоатомиздат, 1987.
4. Колечницкий Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. Белоедова И. П., Колечницкий Е. С. Расчет емкостей для заданного распределения напряжения по элементам высоковольтных конструкций. — Электричество, 1984, № 2.

[31.10.91]

О возможностях расчета молниезащиты электрогеометрическим методом

ЛАРИОНОВ В. П.

Московский энергетический институт

Зависимость эффективности молниезащитных устройств от интенсивности разряда (тока, скорости развития) была отмечена еще в 1940 г. [1] и послужила основанием для рекомендации проводить эксперименты по определению зон защиты молниеотводов при импульсных напряжениях, близких к 50 %-ным разрядным. Однако в дальнейшем идея о вероятностном характере зависимости зон защиты от тока разряда в отечественной практике развития не получила — как в лабораторных исследованиях, так и в расчетах защитного действия молниезащитных устройств.

Вместе с тем, в ряде стран используется электрогеометрический метод, учитывающий зависимость защитных свойств молниеотводов от вероятностных характеристик тока молнии. Этот метод в законченном виде был разработан и предложен комитетом № 33 СИГРЭ в 1975 г. [2]. В основу метода положено представление о том, что при приближении лидерного канала к какому-либо объекту напряженность электрического поля на последнем растет, достигает критического значения, и с него начинается развиваться встречный канал разряда, что и предопределяет удар молнии в объект. Кратчайшее расстояние между головкой лидера и точкой удара в момент начала развития от нее встречного разряда — расстояние ориентировки h_m — тем больше, чем выше заряд лидера и, соответственно, выше максимальное значение тока молнии I_m , проходящего через пораженный объект.

Расстояние ориентировки зависит от тока молнии I_m в первом компоненте удара и определяется по формуле

$$h_m = 2I_m + 30(1 - e^{-I_m/6,8}),$$

где h_m — в м, I_m — в кА.

Пользуясь значением h_m , соответствующим определенному току I_m , можно построить зону защиты того или иного молниеотвода. На рис. 1 показано для примера [3] построение зоны защиты двух тросов, расположенных на высоте h ($h < h_m$). Если развивающийся лидер достигает поверхности А, то молния поражает один из тросов. Если он достигает поверхности В, то удар приходится в

землю. Объект, расположенный ниже поверхности С, находится в зоне защиты тросов. Вероятность поражения объекта молнией при этом равна $(1-P)$, где P — вероятность тока молнии, соответствующего h_m (рис. 2, кривая 1), а следовательно, и надежность защиты. В зону защиты могут проникать лидеры молнии только с токами, меньшими расчетного, которым соответствуют меньшие расстояния ориентировки.

Проверка молниезащищенности объектов сложной конфигурации может производиться с использованием моделей, выполненных в уменьшенном масштабе. Модель объекта представляется шаром с радиусом h_m , изготовленным в принятом масштабе, при этом шар должен касаться только устройств молниезащиты. В противном случае необходимы дополнительные защитные устройства.

На рис. 3 показан пример расчета электрогеометрическим методом защиты радиолокационной антенны и диэлектрического обтекателя самолета с помощью молниезащитных шин [4]. Шины расположены на обтекателе на равных расстояниях друг от друга и имеют одинаковую длину $l_{ш}$, поэтому их зону защиты можно определить графически (без модели). В расчете принято $h_m = 16,8$ м, что соответствует первым компонентам отрицательных и положительных молний (рис. 2, кривая 1) с током $I_m = 3$ кА (вероятность $P = 0,999$). Как следует из рис. 2, расчетно-графический метод, использованный в [4], дает более осторожную оценку защитного действия шин, что оправдано снижением эффективности защиты в полете.

Электрогеометрический метод позволяет оценить надежность молниезащиты элементов самолета в полете на некоторой высоте над землей.

Ток главного разряда молнии формируется в результате нейтрализации зарядов лидера, поэтому он уменьшается с высотой. Принимая для простоты равномерное распределение зарядов

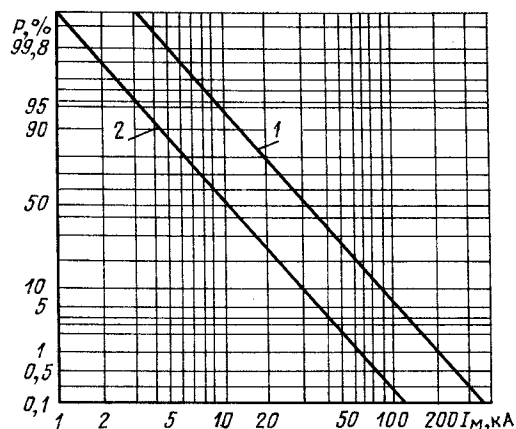


Рис. 2. Вероятности токов молнии в первых компонентах отрицательных и положительных разрядов: 1 — токи измерены у поверхности земли; 2 — предполагаемые токи в канале молнии на высоте 4000 м при длине канала 6000 м

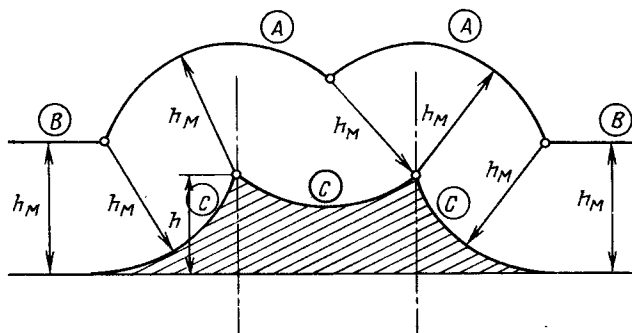


Рис. 1. Построение сечения зоны защиты (заштрихована) двух параллельных молниезащитных тросов

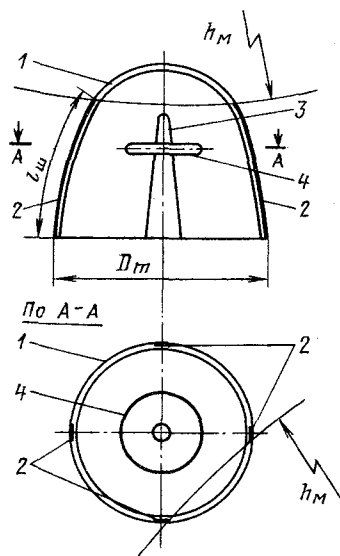


Рис. 3. Проверка защиты обтекателя и РЛС [4] электрогеометрическим методом: 1 — диэлектрический обтекатель ($D_M = 3,5$ м); 2 — молниезащитные шины (l_M по [4]); 3 — излучатель антенны; 4 — зеркало антенны

лидера по высоте канала, получим, что, например, на высоте 4000 м (при длине канала молнии 6000 м) ток будет в три раза меньше, чем у поверхности земли. А тот же ток молнии, как и принятый расчетным у поверхности земли, будет иметь меньшую вероятность. В примере защиты обтекателя самолета ток молнии $I_M = 3$ кА на высоте 4000 м будет иметь вероятность $P = 0,95$ (рис. 2, кривая 2). Таким образом, на высоте

4000 м надежность защиты оказывается заметно ниже, чем у поверхности земли.

Следует заметить, что току молнии на высоте соответствует большее значение расстояния ориентировки, поскольку разрядное напряжение воздушных промежутков снижается пропорционально относительной плотности воздуха δ . На высоте 4000 м $\delta = 0,67$, поэтому току молнии 3 кА будет соответствовать расстояние ориентировки $h_M/0,67 = 16,8/0,67 = 25$ м. Учет изменения электрической прочности воздуха с высотой несколько компенсирует снижение надежности защиты.

Для достаточно хорошей оценки снижения надежности защиты в зависимости от высоты полета необходимы дальнейшие исследования распределения зарядов по высоте лидера и соответствующих изменений тока главного разряда, что осложняется наличием ветвей канала первого компонента молнии. Необходимы также сведения о распределении вероятностей длины канала молнии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аюлян А. А. Исследование защитного действия молниевыводов. — В сб.: Труды ВЭИ. М.— Л.: Госэнергоиздат, 1940, вып. 36.
2. Darveniza M., Popolansky F., Whitehead E. R. Lightning protection of UHV transmission lines. — Electra, July 1975, No. 41.
3. Hasse P., Wiesinger J. Handbuch für Blitzschutz und Erdung. — 2. überarb. u. erw. Aufl. — München: Pflaum; Berlin: VDE-VERLAG, 1982, S. 62–74.
4. Ларионов В. П., Агапов В. Г., Сергиевская И. М. Молниезащита радиолокационной системы и диэлектрического обтекателя самолета. — Электричество, 1978, № 3.

[20.04.92]

Анализ разряда коаксиальной формирующей линии на основе разложения решения в ряд Фурье

БАРАНОВ М. И., канд. техн. наук,
КУЗНЕЦОВ С. А., инж.

Харьковский политехнический институт

В последние годы опубликован ряд работ [1, 2], в которых рассмотрены асимптотические методы обращения интегральных преобразований, связанных со специальным разложением искомых временных зависимостей в ряды по ортогональным функциям Лежандра, Лагерра, Чебышева, и приведен соответствующий математический аппарат применительно к решению прикладных задач в области механики, тепло- и электротехники.

В настоящее время в технике высоких напряжений, сильноточной электронике при создании высоковольтных электрофизических установок

(ЭФУ), предназначенных для получения мощных наносекундных импульсов напряжения и тока, широкое применение нашли схемы формирования с длинной линией.

В качестве таких линий обычно используют одинарные и двойные коаксиальные формирующие линии (КФЛ) с жидким диэлектриком (например, водой, глицерином или трансформаторным маслом) [3, 4]. Диапазон изменения амплитуд напряжений и токов в таких ЭФУ определяется в основном электрической прочностью изоляции КФЛ, параметрами коммутатора и нагрузки и лежит по напряжению в пределах от сотен до

нескольких тысяч киловольт, а по току — от единиц до сотен килоампер [5]. Расчет волновых электромагнитных процессов в цепях ЭФУ с такими КФЛ, имеющими распределенные электрические параметры, является актуальной задачей. Применение для этих целей указанных выше численных методов, основанных на приближенном обращении интегральных преобразований, представляет несомненный интерес.

Целью данной статьи является разработка методики численного расчета волновых электромагнитных процессов при разряде одинарной КФЛ конечной длины через идеальный ключ или разрядный промежуток газового коммутатора на активное сопротивление нагрузки с учетом нестационарного скин-эффекта в токопроводах КФЛ на основе обобщенных рядов Фурье, представляющих разложения временных зависимостей напряжения и тока в разрядной цепи КФЛ по ортогональным функциям смещенных полиномов Лежандра.

На рис. 1 приведена расчетная электрическая схема разряда предварительно заряженной до постоянного напряжения U_0 одинарной однородной КФЛ длиной l , состоящей из изолированных друг от друга жидким диэлектриком двух трубчатых коаксиальных токопроводов, на активную нагрузку R_H . Пусть ток утечки через изоляцию высоковольтной КФЛ отсутствует, а материалы внутреннего ($j = 1$) и наружного ($j = 2$) токопроводов КФЛ имеют постоянные относительные магнитные проницаемости μ_j и удельные электропроводности j_j . Отношения наружных радиусов токопроводов КФЛ к их внутренним обозначим соответственно через $\alpha_1 = r_2/r_1$ и $\alpha_2 = r_4/r_3$.

О применении в цепи разряда КФЛ телеграфных уравнений. Определим условия применимости телеграфных уравнений для расчета приведенной на рис. 1 электрической схемы. Известно, что если поперечные и продольные размеры КФЛ будут выбраны такими, чтобы в ней не возникали H - и E -волны высших типов, то расчет временных зависимостей напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ в ней с достаточной точностью можно провести с помощью решения системы телеграфных уравнений. Формулы для расчета определяемых поперечными размерами КФЛ критических частот, выше которых появляются волны высших типов, имеют следующий вид [6]:

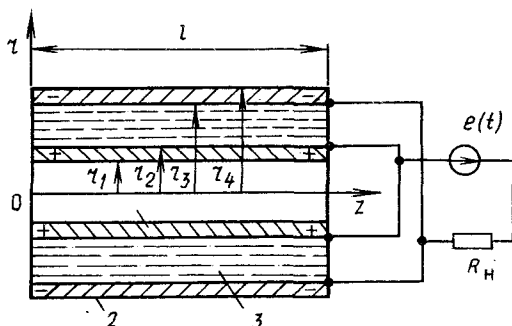


Рис. 1. Расчетная электрическая схема разряда одинарной КФЛ с трубчатыми цилиндрическими токопроводами на активную нагрузку R_H : 1, 2 — соответственно внутренний и наружный токопроводы КФЛ; 3 — жидкий диэлектрик КФЛ (плюсом и минусом условно обозначена полярность зарядов токопроводов)

для H -волн

$$f_K = v/\pi (r_2 + r_3) \sqrt{\epsilon}; \quad (1)$$

для E -волн

$$f_K = v/2 (r_3 - r_2) \sqrt{\epsilon}, \quad (2)$$

где v — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме; ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей объем между трубчатыми токопроводами КФЛ.

Длину КФЛ, при которой будет происходить незначительная перекачка энергии из основной волны T -типа в E - и H -волны высших типов, можно оценить из выражения [5]

$$l > r_3 - r_2. \quad (3)$$

Заметим, что в случае разряда однородной КФЛ на нагрузку в ее тракте могут возникать волны типа E_{0k} и H_{0k} , где $k = 1, 2, 3, \dots$ [7]. При этом наибольшую амплитуду имеет волна типа E_{01} , критическая частота которой значительно выше критической частоты волны типа H_{11} , имеющей при заряде КФЛ наибольшую амплитуду.

Примем, что напряжение на газовом коммутаторе, учитывающее фазу разряда в его искровом промежутке, можно аппроксимировать экспоненциально спадающей характеристикой [8]:

$$e(t) = U_0 \exp(-at), \quad (4)$$

где a — постоянная экспоненты, определяемая выбором соответствующей модели газового разряда в коммутаторе (для генераторной модели коммутатора $a \approx 2,2/\tau$, τ — время коммутации разрядника, определяемое между уровнями 0,1 — 0,9 от амплитуды импульсов напряжения).

Тогда граничную частоту в спектре импульсов напряжения в расчетной схеме определяем по формуле [9]

$$f_r = 0,4\tau.$$

Из формул (2), (5) для минимального значения времени коммутации τ_{\min} , которое можно вводить в расчеты при использовании телеграфных уравнений для анализа разряда рассматриваемой КФЛ, имеем:

$$\tau_{\min} = 0,8 \sqrt{\epsilon} (r_3 - r_2)/v. \quad (6)$$

Таким образом, формулы (2) — (6) определяют условия применимости телеграфных уравнений для расчета разряда однородной КФЛ конечной длины через разрядный промежуток газового коммутатора на активное сопротивление нагрузки.

Численное решение телеграфных уравнений цепи разряда КФЛ. Известно, что кусочно-гладкие функции — оригиналы $\varphi(t)$, обладающие лишь точками разрыва первого рода и удовлетворяющие условиям Дирихле, можно представить с помощью обобщенного ряда Фурье в виде [10]:

$$\varphi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n Y_n(t), \quad (7)$$

где C_n — коэффициент ряда; $Y_n(t)$ — полная система ортогональных функций; $n = 0, 1, 2, \dots$

При решении сформулированной задачи в качестве системы ортогональных функций $Y_n(t)$ выбираем смещенные полиномы Лежандра степени n $P_n(e^{-t})$, являющиеся ортогональными на отрезке $[0, 1]$ и имеющие весовую функцию равную единице [11]. Если функцию-оригинал $\varphi(t)$ предварительно привести к безразмерному виду $\varphi^*(t^*)$, позволяющему производить ее расчеты для $t^* \in [0, 1]$, то формула (7) с учетом интеграла Римана—Меллина может быть записана следующим образом [1, 11]:

$$\varphi^*(t^*) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi i} \frac{b_n^2}{b_n^2} \int_{c-i_M^{\infty}}^{c+i_M^{\infty}} F^*(p^*) \int_0^1 P_n(e^{-t^*}) \times \right. \\ \left. \times e^{p^* t^*} \times dt^* dp^* \right] \left[P_n(e^{-t^*}) \right], \quad (8)$$

где $F^*(p^*)$, $P_n(e^{-t^*})$ — соответственно изображение функции-оригинала $\varphi^*(t^*)$ и смещенные полиномы Лежандра в безразмерном виде; $t^* = t/t_6$; $p^* = pt_6$; P — оператор Лапласа; t_6 — базисная величина времени; $b_n^2 = \int_0^1 \rho(t^*) P_n^2 \times$ $\times (e^{-t^*}) dt^*$ — нормирующие коэффициенты; $\rho(t^*)$ — весовая функция на отрезке $[0, 1]$; $0 < c < \sigma$; $\sigma > 0$ — свободный параметр; $i_M = \sqrt{-1}$.

Введение безразмерного времени t^* в формуле (8) позволяет в аналогичном выражении для функции-оригинала $\varphi(t)$ в реальном времени t для $t \in [0, T]$ на промежутке $[0, \infty)$ положить свободный параметр σ равным единице [1]. Это позволяет упростить алгоритм вычисления искомой функции $\varphi(t)$, сделать его более удобным для пользователя при расчете нестационарных процессов в электрических цепях. В практических приложениях бесконечную сумму в формулах (7), (8) заменяют конечной. Эта замена основывается на том, что обращение интегрального преобразования Лапласа является некорректно поставленной задачей, решение которой в форме выражения (7) приводит к потере точности в вычислениях коэффициентов C_n . Так как вычисления безразмерной функции-изображения $F^*(p^*)$ проводят на ЦВМ, работающих с конечным числом значащих цифр, с неравной нулю абсолютной погрешностью, то суммирование величин с малыми погрешностями приводит к тому, что ряд (7) начинает расходиться [12]. Поэтому с достаточной точностью в ряде (7) можно вычислить лишь несколько первых коэффициентов C_0, C_1, \dots, C_N , где N — номер старшего члена ряда (7).

В окончательном виде выражение для безразмерной функции-оригинала $\varphi^*(t^*)$, вычисляемой по значениям безразмерной функции-изображения

$F^*(p^*)$ в точках $p^* = 1, 2, 3, \dots, n+1$, запишется в виде:

$$\varphi^*(t^*) \approx \sum_{n=0}^N \left[\frac{1}{b_n^2} \sum_{m=0}^n \alpha_n^m F^*(m+1) \right] \left[\sum_{m=0}^n \alpha_n^m e^{-mt^*} \right], \quad (9)$$

где $b_n^2 = (2n+1)^{-1}$; $\alpha_n^m = (-1)^m (n+m)!/(n-m)!(m!)^2$ — целочисленные коэффициенты в смещенных полиномах Лежандра, значения которых приведены в [13] для $n = 0, 1, 2, \dots, 15$.

Введем в рассматриваемой расчетной схеме следующие базисные величины: для напряжения $u_6 = U_0$, длины — l_6 , активного сопротивления — R_6 и емкости — C_6 . Тогда базисные величины для времени и индуктивности можно выразить в следующем виде: $t_6 = R_6 C_6$; $L_6 = R_6^2 C_6$.

Запишем для КФЛ в безразмерном виде систему телеграфных уравнений (СТУ) с учетом импульсных потерь в ее внутреннем и наружном трубчатых токопроводах, работающих в условиях нестационарного скин-эффекта:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u^*(z^*, t^*)}{\partial z^*} + (L_B^* + \sum_{j=1}^2 L_j^*) \times \\ \times \frac{\partial i^*(z^*, t^*)}{\partial t^*} + \sum_{j=1}^2 R_j^* i^* \times \\ \times (z^*, t^*) = 0; \\ \frac{\partial i^*(z^*, t^*)}{\partial z^*} + C^* \times \\ \times \frac{\partial u^*(z^*, t^*)}{\partial t^*} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $u^*(z^*, t^*) = u(z^*, t^*)/u_6$; $i^*(z^*, t^*) = i(z^*, t^*) \times R_6/U_6$;

$$z^* = z/l_6; L_B^* = L_B l_6/L_6; C^* = C l_6/C_6;$$

$$L_B = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_3}{r_2}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln \frac{r_3}{r_2}} - \text{соответственно}$$

погонные внешняя индуктивность и емкость КФЛ; ϵ_0, μ_0 — электрическая и магнитная постоянные вакуума; $R_j^* = R_j l_6/R_6$; $L_j^* = L_j l_6/L_6$; R_j, L_j — соответственно погонные активное сопротивление и внутренняя индуктивность трубчатых токопроводов КФЛ в импульсном режиме.

Лапласовы образы для СТУ (10) принимают вид обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U^*(z^*, p^*)}{\partial z^*} + [p^* L_B^* + Z^* \times \\ \times (p^*)] I^*(z^*, p^*) - (L_B^* + \\ + \sum_{j=1}^2 L_j^* i^*(z^*, 0)) = 0; \\ \frac{\partial I^*(z^*, p^*)}{\partial z^*} + p^* C^* U^* \times \\ \times (z^*, p^*) - C^* u^*(z^*, 0) = 0; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где

$$U^*(z^*, p^*) = u^*(z^*, t^*); I^*(z^*, p^*) = i^*(z^*, t^*);$$

$$Z^*(p^*) = \sum_{j=1}^2 (R_j^* + p^* L_j^*)$$

— безразмерное погонное полное внутреннее сопротивление внутреннего и наружного трубчатых токопроводов КФЛ в изображениях по Лапласу, представляемое в виде следующей цепной дроби [14]:

$$Z^*(p^*) = \sum_{j=1}^2 R_{j1}^* + \frac{1}{(p^* L_{j1}^*)^{-1} + \frac{1}{R_{j2}^* + \frac{1}{\vdots + \frac{1}{R_{j\beta}^* + (p^* L_{j\beta}^*)^{-1} + \vdots}}}}$$

$$R_{1\beta}^* = \frac{(4\beta - 3) \alpha_1 l_6}{2\pi r_2^2 (\alpha_1 - 1) \gamma_1 R_6};$$

$$R_{2\beta}^* = \frac{(4\beta - 3) l_6}{2\pi r_3^2 (\alpha_2 - 1) \gamma_2 R_6};$$

$$L_{1\beta}^* = \frac{\mu_0 \mu_1 (\alpha_1 - 1) l_6}{\pi \alpha_1 (8\beta - 2) L_6};$$

$$L_{2\beta}^* = \frac{\mu_0 \mu_2 (\alpha_2 - 1) l_6}{\pi (8\beta - 2) L_6};$$

$$\beta = 1, 2, 3, \dots$$

Для СТУ (11) справедливы следующие начальные условия:

$$i^*(z^*, 0) = 0; \quad (12)$$

$$u^*(z^*, 0) = 1. \quad (13)$$

С учетом (12), (13) решения СТУ (11) в изображениях по Лапласу запишутся в следующем безразмерном виде:

$$U^*(z^*, p^*) = \frac{1}{p^*} + A^*(p^*) e^{-\gamma^* z^*} + B^*(p^*) e^{-\gamma^* z^*}; \quad (14)$$

$$I^*(z^*, p^*) = -\frac{1}{Z_B^*} [A^*(p^*) e^{-\gamma^* z^*} - B^*(p^*) e^{-\gamma^* z^*}], \quad (15)$$

где

$$\gamma^* = \gamma l_6 = \sqrt{[p^* L_B^* + Z^*(p^*)] p^* C^*};$$

$$Z_B^* = \frac{Z_B}{R_6} = \sqrt{\frac{p^* L_B^* + Z^*(p^*)}{p^* C^*}};$$

γ , Z_B — соответственно постоянная распространения и волновое сопротивление КФЛ с учетом импульсных потерь в ее токопроводах; $A^*(p^*)$, $B^*(p^*)$ — постоянные интегрирования.

Разряд КФЛ через идеальный ключ. Для сравнения полученных решений (14), (15) СТУ (11) с известными рассмотрим случай разряда КФЛ на активную нагрузку R_H через идеальный ключ. Постоянные интегрирования $A^*(p^*)$ и $B^*(p^*)$ определяем при этом из следующих граничных условий:

$$I^*(0, p^*) = 0; \quad (16)$$

$$U^*(l^*, p^*) = R_H^* I^*(l^*, p^*), \quad (17)$$

где $l^* = l/l_6$; $R_H^* = R_H/R_6$.

Из формул (14) — (17) следует, что в рассматриваемом случае

$$A^*(p^*) = B^*(p^*) = -D^*(p^*)/p^*, \quad (18)$$

где

$$D^*(p^*) = 0,5 \left(\operatorname{ch} \gamma^* l^* + \frac{R_H^*}{Z_B^*} \operatorname{sh} \gamma^* l^* \right)^{-1}.$$

С учетом (18) решения (14), (15) в операторной форме для СТУ (11) при разряде КФЛ через идеальный ключ имеют вид:

$$U^*(z^*, p^*) = \frac{1}{p^*} - \frac{2D^*(p^*)}{p^*} \operatorname{ch} \gamma^* z^*, \quad (19)$$

$$I^*(z^*, p^*) = \frac{2D^*(p^*)}{p^* Z_B^*} \operatorname{sh} \gamma^* z^*. \quad (20)$$

Отметим, что в случаях короткого замыкания в конце КФЛ ($z^* = l^*$, $R_H^* = 0$) или холостого хода ($z^* = l^*$, $R_H^* = \infty$) на основании выражения (19)

получаем известные решения

$$u_{к.з}^* (t^*, t^*) = 0, \text{ а } u_{х.х}^* (t^*, t^*) = 1.$$

Оригиналы нормированных значений напряжения $u^* (z^*, t^*)$ и тока $i^* (z^*, t^*)$ в рассматриваемой разрядной цепи КФЛ с идеальным ключом находим путем численного обращения изображений (19) и (20) с помощью применения формулы (9).

Известно, что точное решение, описывающее в разрядной цепи однородной КФЛ без потерь с идеальным ключом явления многократных отражений волн от ее обоих концов, для напряжения на активной нагрузке R_H^* имеет следующий безразмерный вид [15]:

$$u_s^* (t^*, t^*) = \frac{R_H^*}{R_H^* + Z_B^*} \times \left[\frac{R_H^* - Z_B^*}{R_H^* + Z_B^*} \right]^{s-1}, \quad (21)$$

где $s = 1, 2, 3, \dots$ — номер ступени напряжения, длительность t_s^* которой равна времени двойного

пробега волны по КФЛ ($t_s^* = 2l\sqrt{\epsilon}/vt_0$);

$$u_s^* (t^*, t^*) = u_s (t^*, t^*)/u_0.$$

На рис. 2 приведены рассчитанные по формулам (9), (19) и (21) временные зависимости нормированных значений напряжения $u^* (t^*, t^*)$ в конце КФЛ с нормированным волновым сопротивлением без учета потерь $Z_B^* = 10,38$ и электрической длиной равной $25 \cdot 10^{-9}$ с, разряжающейся через идеальный ключ на активную нагрузку с нормированным сопротивлением $R_H^* = 100$. При этом КФЛ была заполнена трансформаторным маслом ($\epsilon = 2,3$) и имела следующие геометрические параметры: $r_1 = 0,69$ м, $r_2 = 0,7$ м, $r_3 = 0,91$ м, $r_4 = 0,92$ м, $\alpha_1 = 1,014$, $\alpha_2 = 1,011$ и $l = 4,945$ м. Базисные величины были приняты равными: $R_0 = 1$ Ом, $C_0 = 10^{-6}$ Ф, $L_0 = 10^{-6}$ Гн, $l_0 = 1$ м, $t_0 = 10^{-6}$ с. Сплошными кривыми на рис. 2 изображены зависимости без учета импульсных потерь в токопроводах КФЛ ($Z^* (p^*) = 0$), а пунктирной — с учетом влияния нормированного полного внутреннего операторного сопротивления $Z^* (p^*) \neq 0$ трубчатых токопроводов КФЛ, выполненных из стали марки Ст. 3 ($\mu_j = 200$, $\gamma_j = 5,46 \cdot 10^6$ См/м).

Из приведенных на рис. 2 кривых видно, что при численном расчете в волновом режиме напряжения в однородной КФЛ существенное влияние на точность расчета оказывает выбор числа n полиномов Лежандра в формуле (9). Установлено, что при $n = 7$ (кривая 3) рассчитанная путем численного обращения изображения по Лапласу напряжения (19) при помощи ортогональных многочленов Лежандра согласно (9) временная зависимость напряжения на активной нагрузке наилучшим образом приближается к точному решению (кривая 1), вычисляемому по формуле (21). При $n > 7$ наступает потеря точности в расчетах $u^* (t^*, t^*)$ по (9), вычислительный процесс начинает расходиться и при $n = 11$ приобретает колебательный характер (кривая 4).

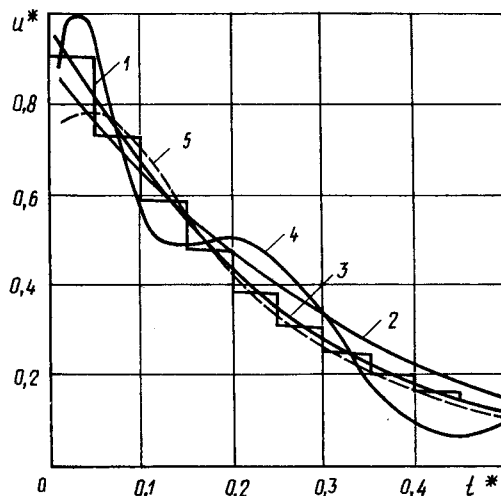


Рис. 2. Нормированные временные зависимости импульсов напряжения на активной нагрузке при разряде КФЛ через идеальный ключ ($\beta = 10$):

1 - по [15]; 2 - $n = 2$; 3 - $n = 7$; 4, 5 - $n = 11$

Для повышения устойчивости расчетов волн напряжения в КФЛ на основании рассматриваемого метода численного обращения преобразования Лапласа выделим согласно рекомендациям, изложенным в [16], в изображении нормированного напряжения (19) наиболее простую функцию-оригинал и запишем следующее соответствие оригинала изображению напряжения в конце КФЛ:

$$u^* (t^*, t^*) = 1 - \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{F_1^* (t^*, p^*)}{p^*} dp^*, \quad (22)$$

где $F_1^* (t^*, p^*) = 2D^* (p^*) \operatorname{ch} \gamma^* t^*/p^*$.

Тогда расчет оригинала нормированного напряжения $u^* (t^*, t^*)$ в конце КФЛ (на активной нагрузке R_H^*) можно выполнять по формуле:

$$\varphi_2^* (t^*) = 1 - \varphi_1^* (t^*), \quad (23)$$

где $\varphi_1^* (t^*)$ — функция-оригинал, определяемая из (9) путем замены функции-изображения $F^* (p^*)$ на $F_1^* (p^*)$ согласно (22), вычисляемой в точках $p^* = 1, 2, 3, \dots, n+1$.

Численные расчеты, проведенные по формулам (9), (22) и (23), показали, что предложенный алгоритм вычислительного процесса в расчетах импульсов напряжения в конце КФЛ становится устойчивым и при увеличении числа полиномов Лежандра до $n = 11$ включительно. Результаты расчетов при этом практически совпадают с кривой 3 на рис. 2. Отметим, что данной кривой соответствует и решение, найденное по формуле (17), в которой значения для тока в конце КФЛ

определялись из формулы (20) с помощью (9) при $n = 11$.

Установлено, что при расчетах с учетом импульсных потерь в токопроводах волновых процессов в исследуемой разрядной цепи КФЛ с идеальным ключом на основе разложения решения в обобщенный ряд Фурье по смещенным полиномам Лежандра число цепочек β в нормированном полном операторном сопротивлении $Z^*(p^*)$ токопроводов КФЛ может не превышать десяти, а число смещенных полиномов Лежандра n в (9) — одиннадцати. Импульсные потери в материалах внутреннего и наружного токопроводов КФЛ приводят к увеличению длительности фронта τ_Φ импульсов напряжения (тока) в конце КФЛ и снижению их амплитуды примерно на 13,4 % при незначительном уменьшении длительности их спада (кривые 3 и 5 на рис. 2).

Разряд КФЛ через газовый коммутатор. При включении в цепь разряда рассматриваемой КФЛ искрового промежутка газового коммутатора, определяемого выражением (4), граничные условия в изображениях по Лапласу для решений (14), (15) вместо уравнений (16), (17) запишутся в следующем виде:

$$I^*(0, p^*) = 0; \quad (24)$$

$$U^*(t^*, p^*) = R_H^* I^*(t^*, p^*) + E^*(p^*), \quad (25)$$

где $E^*(p^*) = E(p^*)/u_0 = (p^* + 2,2/\tau^*)^{-1}$ — безразмерное изображение напряжения на коммутаторе для фазы разряда в его газовом промежутке; $E(p^*) \equiv e(t^*)$; $\tau^* = \tau/t_0$ — безразмерное время коммутации.

С учетом (24), (25) постоянные интегрирования $A^*(p^*)$ и $B^*(p^*)$ в (14), (15) в этом случае принимают вид:

$$A^*(p^*) = B^*(p^*) = -2,2 D^*(p^*)/p^* \times \\ \times (p^* \tau^* + 2,2). \quad (26)$$

Заметим, что при $\tau^* = 0$ формула (26) переходит в (18). В результате решения (14) и (15) для СТУ (11), учитывающие влияние характеристик газового коммутатора на волновые процессы в разрядной цепи КФЛ, в изображениях по Лапласу принимают вид

$$U^*(z^*, p^*) = \frac{1}{p^*} - \frac{4,4 D^*(p^*) \operatorname{ch} \gamma^* z^*}{p^* (p^* \tau^* + 2,2)}; \quad (27)$$

$$I^*(z^*, p^*) = \frac{4,4 D^*(p^*) \operatorname{sh} \gamma^* z^*}{p^* (p^* \tau^* + 2,2) Z_B^*}. \quad (28)$$

Используя формулу (9) и описанный применительно к ней алгоритм повышения устойчивости вычислительного процесса, выполняем численное обращение изображений (27) и (28) в пространство оригиналов и в результате получаем нормированные значения для импульсов напряжения (тока) в цепи разряда КФЛ через искровой промежуток газового коммутатора на активную нагрузку R_H^* .

На рис. 3 приведены рассчитанные на ЭВМ ЕС-1061 по формулам (9), (27) и (28) временные зависимости для нормированного напряжения

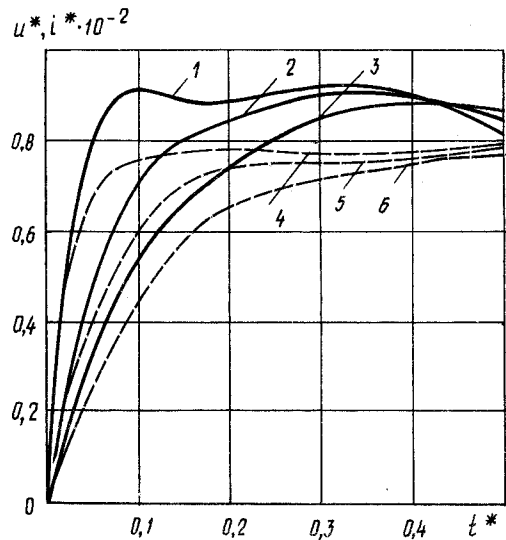


Рис. 3. Нормированные временные зависимости импульсов напряжения (тока) на активной нагрузке при разряде КФЛ через искровой промежуток газового коммутатора ($n = 11$; $R_0 = 1$ Ом; $C_0 = 10^{-7}$ Ф; $L_0 = 10^{-7}$ Гн; $t_0 = 10^{-7}$ с; $\beta = 10$; $\mu = 200$; $\gamma_j = 5,46 \cdot 10^6$ См/м); 1, 4 — $\tau^* = 0,05$; 2, 5 — $\tau^* = 0,15$; 3, 6 — $\tau^* = 0,25$

(тока) на активной нагрузке для различных значений безразмерного времени коммутации τ^* разрядника в цепи КФЛ. Сплошные кривые относятся к расчету без учета потерь в КФЛ ($Z^*(p^*) = 0$, $Z_B^* = 10,38$), а пунктирные — к расчету с учетом импульсных потерь в материалах внутреннего и наружного токопроводов КФЛ. Геометрические и электрофизические параметры КФЛ и нагрузки при этом были аналогичны параметрам, использованным в расчетах, результаты которых приведены на рис. 2. Отметим, что при принятых поперечных размерах и $t_0 = 10^{-7}$ с минимальное значение безразмерного времени коммутации τ_{\min}^* разрядника согласно (6) должно быть не менее $8 \cdot 10^{-3}$.

Из кривых 1–6 рис. 3 видно, что увеличение значений τ^* приводит к соответствующему возрастанию безразмерной длительности фронта $\tau_\Phi^* = \tau_\Phi/t_0$ импульсов напряжения (тока) между уровнями 0,1 — 0,9 от их амплитуды на активной нагрузке и определенной деформации формы генерируемых импульсов. Анализ зависимостей на рис. 3 свидетельствует о совпадении рассчитанных значений длительности фронта τ_Φ^* импульсов напряжения (тока) и вводимых в расчет значений времени коммутации τ^* разрядника. Импульсные потери в материалах токопроводов исследуемой КФЛ вызывают увеличение (до 17 %) длительности фронта τ_Φ^* и уменьшение (до 14 %) амплитуды импульсов напряжения (тока) на активной нагрузке R_H^* (кривые 1 и 4).

На рис. 4 представлены нормированные зависимости для импульсов напряжения (тока) на активной нагрузке R_H^* при разряде КФЛ через искровой промежуток газового коммутатора ($\tau^* = 1,5 \cdot 10^{-2}$) от безразмерного времени t^* для различных значений параметра α_j , характеризующего относительную толщину равных по толщине

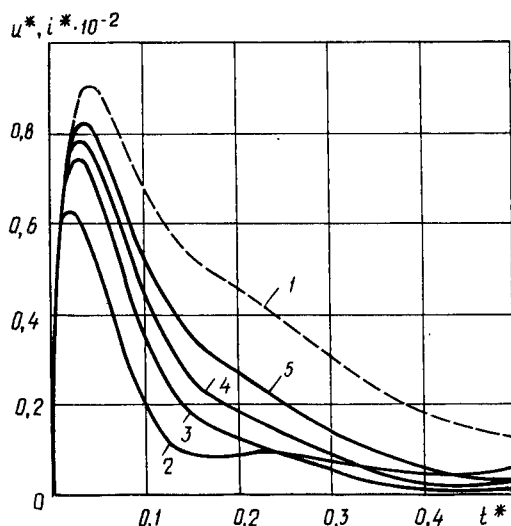


Рис. 4. Нормированные временные зависимости импульсов напряжения (тока) на активной нагрузке при разряде КФЛ с неферромагнитными токопроводами через искровой промежуток газового коммутатора ($n = 11$; $\mu_j = 1$; $R_6 = 1$ Ом; $C_6 = 10^{-6}$ Ф; $L_6 = 10^{-6}$ Гн; $t_6 = 10^{-6}$ с; $l_6 = 1$ м; $\gamma_j = 5,46 \cdot 10^6$ См/м; $\beta = 10$; $\tau^* = 0,015$; $R_H^* = 100$): 2 - $\alpha_1 = 1,014$; 3 - 1,044; 4 - 1,077; 5 - 1,166; 2 - $\alpha_2 = 1,011$; 3 - 1,033; 4 - 1,055; 5 - 1,109

стенки неферромагнитных токопроводов КФЛ. Из кривых рис. 4 следует, что увеличение значений параметра α_j для рассматриваемой КФЛ вызывает возрастание (до двух раз) длительности фронта τ_{Φ}^* и увеличение (до 34 %) амплитуды импульсов напряжения (тока) на нагрузке R_H^* при одновременном увеличении (до 65 %) их безразмерной длительности $\tau_{\Phi}^* = \tau_{\Phi}/t_6$ на уровне 0,5 от амплитуды (кривые 2 и 5). При $\alpha_j > 1,2$ генерируемые на нагрузке импульсы напряжения (тока) по амплитудно-временным параметрам приближаются к импульсу напряжения (тока), получаемому на активной нагрузке без учета потерь ($Z^*(p^*) = 0$, $Z_B^* = 10,38$) в токопроводах КФЛ (кривая 1).

На рис. 5 приведены зависимости нормированного напряжения (тока) на нагрузке R_H^* от времени t^* в случае разряда КФЛ с равными по толщине ферромагнитными токопроводами через искровой промежуток газового коммутатора ($\tau^* = 1,5 \cdot 10^{-2}$) для различных значений параметра α_j . Из кривых 2-5 рис. 5 видно, что с возрастанием значений параметра α_j (толщины стенок токопроводов) в случае применения в КФЛ токопроводов из ферромагнитного материала наблюдается увеличение (в несколько раз) длительности фронта τ_{Φ}^* , уменьшение (до 30 %) амплитуды и увеличение (до двух раз) длительности импульса τ_{Φ}^* напряжения (тока) на уровне 0,5 амплитуды, формируемого на активной нагрузке R_H^* . Причем, при $\alpha_j > 1,05$ на столе рассматриваемых импульсов напряжения (тока) появляется провал (кривые 4 и 5). При $\alpha_j \rightarrow 1$ формируемые импульсы

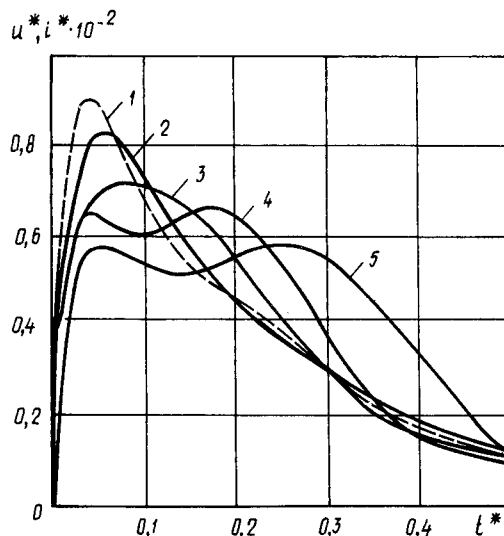


Рис. 5. Нормированные временные зависимости импульсов напряжения (тока) на активной нагрузке при разряде КФЛ с ферромагнитными токопроводами через искровой промежуток газового коммутатора ($n = 11$; $\mu_j = 200$; $R_6 = 1$ Ом; $C_6 = 1 \cdot 10^{-6}$ Ф; $L_6 = 1 \cdot 10^{-6}$ Гн; $t_6 = 1 \cdot 10^{-6}$ с; $l_6 = 1$ м; $R_H^* = 100$; $\tau^* = 0,015$; $\gamma_j = 5,46 \cdot 10^6$ См/м; $\beta = 10$): 2 - $\alpha_1 = 1,014$; 3 - 1,044; 4 - 1,077; 5 - 1,166; 2 - $\alpha_2 = 1,011$; 3 - 1,033; 4 - 1,055; 5 - 1,109

напряжения (тока) в разрядной цепи КФЛ с ферромагнитными токопроводами приближаются по параметрам к импульсу напряжения (тока), генерируемому на нагрузке при разряде КФЛ без потерь (кривая 1).

Затраты процессорного времени ЭВМ ЕС-1061 при указанных расчетах импульсов напряжения (тока) в исследуемой разрядной цепи КФЛ в 50 точках по t^* не превышали 1,6 с. Выявлено, что погрешность численных расчетов имеет минимальное значение (значительно меньше 1 %) на половине интервала $[0, 1]$ безразмерного времени t^* . В этой связи при расчетах значение базисного времени t_6 следует выбирать не менее, чем в 2 раза

большим длительности τ_{Φ} формируемых импульсов напряжения (тока). Следует отметить, что принятая в расчетах генераторная модель коммутатора с искровым промежутком, описываемая формулой (4), аппроксимирует падение напряжения на его искровом промежутке с погрешностью не более 5 % [17]. Поэтому в предложенной методике численного расчета на ЭВМ волновых процессов при разряде КФЛ на активную нагрузку через идеальный ключ или искровой промежуток газового коммутатора, отличающийся быстродействием, сравнительной простотой и удобством для пользователя, суммарная погрешность также не превышает 5 %.

Проведем сопоставление предложенного алгоритма расчета волновых процессов с известными методами, используемыми в настоящее время в практических расчетах. С этой целью рассмотрим алгоритмы, основанные на теории однородных цепных схем (ОЦС) [18] и обратном преобразовании Фурье по Карсону [19]. На рис. 6 приведены результаты расчетов с помощью рассматриваемых методов формируемых импульсов напряжения

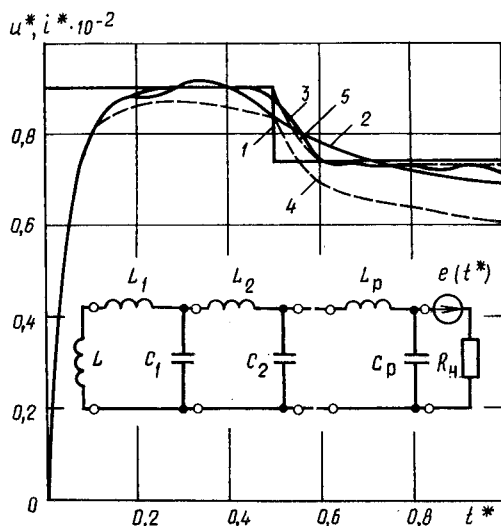


Рис. 6. Нормированные временные зависимости импульсов напряжения (тока) на активной нагрузке при разряде КФЛ без потерь, рассчитанные разными методами ($t_0 = 100 \cdot 10^{-9}$ с;

$R_0 = 1$ Ом; $C_0 = 10^{-7}$ Ф; $L_0 = 10^{-7}$ Гн)

(тока) на активной нагрузке $R_H = 100$ Ом для случая отсутствия потерь в рассматриваемой КФЛ при $\tau = 10 \cdot 10^{-9}$ с в 100 точках на временной оси. Кривая 1 на рис. 6 отражает точное аналитическое решение, найденное по формуле (21), кривая 2 соответствует приближенному решению на основе численного обращения преобразования Лапласа по формулам (27), (28), а кривая 3 построена на базе расчета ОЦС, замещающей КФЛ без потерь. Пунктирными кривыми 4 и 5 на рис. 6 изображены временные зависимости тока на нагрузке, полученные при помощи обратного преобразования Фурье по Карсону. Особенности реализации известных методов расчета приведены в приложении. Полученные при этом результаты в части затрат расчетного времени процессора и требуемого объема памяти ЭВМ ЕС-1061 применительно к данным рис. 6 приведены в таблице.

Из анализа кривых рис. 6 и данных, приведенных в таблице, следует, что описанный алгоритм численного расчета волновых процессов в разрядной цепи КФЛ, основанный на приближенном обращении преобразования Лапласа, выгодно отличается от приведенных известных методов расчета как в части затрат процессорного времени, так и требуемого объема памяти ЭВМ. К недостаткам предложенного метода можно отнести такую его характерную особенность как сглаживание

результатов расчетов для временных зависимостей, имеющих сложную форму за счет наложенных колебаний или разрывы первого рода. При этом, однако, получаемую погрешность расчетов можно уменьшать путем разбиения относительно большого временного интервала исследуемого процесса на подинтервалы, вычисления оригиналов напряжения (тока) на которых производятся с учетом соответствующих начальных условий. Выигрыш в затратах процессорного времени станет при этом менее заметным, но преимущество в требуемом объеме памяти ЭВМ сохранится, что особенно важно при расчетах переходных процессов в цепи

разряда КФЛ на многоэлементные схемы (например, на комплексную нагрузку или нагрузку с распределенными параметрами).

Метод расчета (MP1)	Затраты процессорного времени, с	Сравнительные данные о требуемом объеме памяти ЭВМ
Метод ОЦС (MP1)	6,38	$\frac{MP1}{MP3} = \frac{4(P+1)(P+2)}{2(n+1) + \sum_{m=0}^n (m+1)} \approx$
Обратное преобразование	13,95 при $n_k = 1000$	$\frac{MP2}{MP3} = \frac{\sum_{i=1}^n i}{2(n+1) + \sum_{m=0}^n (m+1)} \approx$
Фурье по Карсону (MP2)	4,21 при $n_k = 250$	
Численное обращение преобразования Лапласа, примененное в данной статье (MP3)	2,40	$\frac{MP3}{MP2} \approx 1$

Примечание. Здесь приняты следующие обозначения: n_k - число разбиений по частоте в MP 2 ($n_k \leq 1000$); n_i - число точек на оси времени в MP 2 ($n_i \leq 100$); P - число звеньев в ОЦС в MP 1 ($P = 12$); n - число смещенных полиномов Лежандра в MP 3 ($n = 11$).

Выводы. 1. Предложенная методика численного расчета на ЭВМ волновых электромагнитных процессов при разряде одинарной однородной КФЛ конечной длины на активную нагрузку через идеальный ключ или искровой промежуток газового коммутатора, базирующаяся на нахождении в лапласовых образах решения системы телеграфных уравнений и его последующем численном обращении в пространство оригиналов на основе применения разложения временных зависимостей формируемых импульсов напряжения (тока) в обобщенные ряды Фурье по ортогональным функциям смещенных полиномов Лежандра, позволяет количественно оценить влияние нестационарного скин-эффекта и импульсных потерь в трубчатых токопроводах КФЛ, геометрических и электрических параметров КФЛ, коммутатора и нагрузки на амплитудно-временные параметры формирующих импульсов напряжения (тока).

2. Установлено, что для уменьшения длительности фронта апериодических импульсов напряжения (тока), формируемых в разрядной цепи одиночной КФЛ, трубчатые токопроводы КФЛ необходимо выполнять из неферромагнитного материала с минимально допустимой по тепловой и механической стойкости толщиной стенок, а разрядник с искровым промежутком выбирать с минимальным временем коммутации.

Приложение. 1. Заменяв нагруженную КФЛ без потерь длиной l ОЦС, состоящей из Г-образных звеньев, структура которых показана на рис. 6, запишем соотношения между первичными параметрами исходной линии L_B , C и параметрами одного звена ОЦС в виде

$$L_p = L_B \text{ } l/P; C_p = C \text{ } l/P, \quad (29)$$

где $p = 1, 2, 3, \dots, P$.

Очевидно, что при конечном числе звеньев P в ОЦС всегда существуют погрешности замены КФЛ. Используя известную методику определения в ОЦС числа звеньев P , соответствующего заданному уровню амплитудной погрешности, для предварительной оценки P получаем следующее трансцендентное уравнение [18]:

$$P \approx \frac{0,8 \pi \sqrt{L_B C l}}{\tau} / \sqrt{2 \left[1 - \cos \left[\frac{0,8 \pi \sqrt{L_B C l}}{\tau P} \right] \right]} = f(P). \quad (30)$$

Задаваясь в (30) расхождением между $f(P)$ и P , выбираем необходимое число звеньев в ОЦС. Расчеты по (30) показывают, что при $P = 12$ данное расхождение в рассматриваемом случае не превышает 1,2%. Эту погрешность при замене КФЛ ОЦС можно считать вполне допустимой. Отметим, что при $P = 12$ $L_p = 2,162 \cdot 10^{-8}$ Гн, $C_p = 2,010 \cdot 10^{-10}$ Ф. Условие холостого хода в начале КФЛ ($z^* = 0$) было выполнено путем включения перед ОЦС сосредоточенной индуктивности $L = 10^5$ Гн. Такая реализация холостого хода существенно упрощает решение системы дифференциальных уравнений для ОЦС, полученное с помощью метода Рунге—Кутты четвертого порядка при шаге интегрирования по времени 10^{-10} с.

2. При использовании обратного преобразования Фурье по Карсону искомое выражение для тока в активной нагрузке согласно [19] имеет следующий безразмерный вид:

$$i^*(t^*, t_i^*) \approx \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{n_k-1} \int_{\omega_k^*}^{\omega_{k+1}^*} \operatorname{Re} [I^*(t^*, i_M^* \omega^*)] \frac{\sin \omega^* t_i^*}{\omega^*} \times d\omega^*, \quad (31)$$

где $I^*(t^*, i_M^* \omega^*)$ — комплексное безразмерное значение тока на нагрузке, получаемое из (28) заменой $P^* = i_M^* \omega^*$; $\omega^* = \omega t_6$; ω — круговая частота; $k = 1, 2, 3, \dots, n_k-1$; $\omega_1^* = 20 \pi t_6$; $\omega_{n_k}^* = 8 \pi t_6 / \tau$; $i = 1, 2, 3, \dots, n_i$.

Из кривых 4 и 5 рис. 6 видно, что при расчетах по (31) заметное влияние на точность вычислений тока оказывает число n_k разбиений по частоте. При $n_k = 1000$ и $n_i = 100$ достигается высокая точность в описании на промежутке $[0, t_6]$ разрядного тока в конце КФЛ, но при этом затраты процессорного времени становятся примерно в 6 раз больше, чем при расчетах по предложенному алгоритму (см. таблицу). При сравнении рассматриваемых методов расчета переходных процессов в ЭФУ следует не забывать и об ограничениях применения обратного преобразования Фурье по Карсону, связанных с невозможностью получения спектральных описаний для ряда внешних электромагнитных воздействий [19].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белов М. А., Цирулис Т. Т. Асимптотические методы обращения интегральных преобразований. - Рига: Знание, 1985.
2. Гаврилов Л. П. Анализ нелинейных схем при представлении временных зависимостей рядами по системе функций Чебышева. - Электричество, 1989, № 8.
3. Накопление и коммутация энергии больших плотностей / Под ред. Бостика У., Нарди В., Цукера О. - М.: Мир, 1979.
4. Исследование нестационарных процессов в водных формирующих линиях / В. В. Еремкин, Б. В. Ефимов, И. Г. Попов и др. - Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 1.
5. Смирнов В. П. Получение сильноточных пучков. Приборы и техника эксперимента. 1977, № 2.
6. Белоруссов Н. И., Гордеев И. И. Радиочастотные кабели. - М.: Госэнергоиздат. 1959.
7. Мейнке Х., Гундлах Ф. Радиотехнический справочник, т. I. - М. —Л.: Госэнергоиздат, 1960.
8. Кремнев В. В., Месяц Г. А. Методы умножения и трансформации импульсов в сильноточной электронике. - Новосибирск: Наука, 1987.
9. Месяц Г. А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. - М.: Сов. радио, 1974.
10. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. - М.: Физматиздат, 1958.
11. Крылов В. И., Скобля Н. С. Замечания о сходимости приближенного обращения преобразования Лапласа при помощи ортогональных многочленов Лежандра и Якоби. - ДАН БССР, 1967, т. 11, № 10.
12. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1986.
13. Крылов В. И., Скобля Н. С. Справочная книга по численному обращению преобразования Лапласа. - Минск: Наука и техника, 1968.
14. Баранов М. И., Белый И. В. Переходный процесс при разряде конденсатора на коаксиальную систему цилиндрических проводников с активно-индуктивной нагрузкой - Электричество, 1978, № 8.
15. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. - М.: Сов. радио, 1959.
16. Крылов В. И., Скобля Н. С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа: Справочная книга. - М.: Наука, 1974.
17. Романенко И. Н. Импульсные дуги в газах. - Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 1976.
18. Каганов З. Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. - М.: Энергоатомиздат, 1990.
19. Гумерова Н. И., Ефимов Б. В. Методы расчета переходных процессов в высоковольтных устройствах: Учебное пособие. - Л.: ЛПИ, 1989.

Электромеханический эффект Губера и его развитие

(По докладу на второй Всесоюзной конференции по теоретической электротехнике, Винница, сентябрь 1991 г.)

НЕТУШИЛ А. В., доктор техн. наук

В последние годы жизни известный проф. Московского энергетического института Константин Михайлович Поливанов занимался электродинамикой движущихся тел [1], в частности, он был увлечен исследованием и объяснением описанного в 1959 г. [2] электромеханического эффекта, названного им в честь автора первой публикации эффектом Губера. Подробное описание этого эффекта и рассмотрение различных гипотез, его объясняющих, приведены в статье К. М. Поливанова с соавторами, опубликованной в 1973 г. [3]. Электромеханический двигатель, построенный на основе этого эффекта, несмотря на его исключительную простоту оказался экономически неэффективным, и исследования в этом направлении за последние 20 лет не получили дальнейшего развития. Оставалась некоторая неудовлетворенность и в части физического объяснения явлений, лежащих в основе функционирования двигателя; высказывались различные гипотезы.

Объяснение, приведенное в [3], не удовлетворило самого Губера, и он, опубликовав вторично свои пионерские работы 1959 г. в журнале "Raum und Zeit" [4] и сомневаясь в справедливости гипотезы о неэлектрической природе силы, приводящей двигатель во вращение, начал искать объяснение в создании новой нетрадиционной физики и корректировке уравнений Максвелла [5] с помощью понятия "свободной энергии" [6]. Эти работы выходят за пределы традиционной электродинамики и заслуживают специального изучения.

Более простое дополнительное объяснение возникновения вращающего момента двигателя вытекает из изучения работ по силовому воздействию сварочной электрической дуги, основанных на рассмотрении силы Двайта [7]. Соображения по этому вопросу были высказаны при обсуждении настоящего доклада проф. Пентеговым И. В. и отражены в этой статье.

Рассмотрим качение цилиндрического проводящего тела по горизонтальной проводящей поверхности при пропускании электрического тока I через место касания цилиндра и направляющей поверхности (рис. 1, а). Если цилиндр неподвижен и контакт между ним и направляющей только в месте касания, то распределение плотности тока по поверхности цилиндра выражается симметричным графиком $J(s)$, где s координата точки дуги окружности радиусом $R_1 = R_3$ (рис. 1, б). Если же цилиндр приведен во вращение, то на его оси симметрии происходит замыкание цепи между цилиндром и направляющей, а в области правой оси симметрии, где зазор между цилиндром и направляющей увеличивается, происходит дуговой разряд, который в некоторой точке завершается разрывом дуги (см. рис. 1, в). График распределения плотности тока по поверхности цилиндра становится несимметричным, и средняя точка эпюры плотности тока смещается в сторону сбегающей части поверхности цилиндра.

Исследование газового разряда между катящимся цилиндром и неподвижной плоской поверхностью и количественное определение распределения плотности тока разряда по поверхности представляют самостоятельную большую задачу. Однако для приближенного суждения о процессе можно

воспользоваться условной сосредоточенной моделью и считать, что ток распределен равномерно вдоль образующей цилиндра или для шара сосредоточен в некоторой средней точке, а сила взаимодействия между неподвижным и вращающимися телами определяется как для точечных контактов, так и для симметричного дугового разряда. При этом место приложения силы определяется аналогично нахождению центра тяжести тела. Конечно, такая модель носит приближенный качественный характер, но с ее помощью можно составить некоторое представление о взаимодействии тел, между которыми происходит газовый разряд при вращательном движении одного тела относительно другого.

Если распределение плотности тока заменить током, сосредоточенным в некоторой средневзвешенной точке участка токопроводящей поверхности, то эта точка с увеличением скорости качания смещается вправо в сторону сбегающей части поверхности цилиндра. Чем больше скорость вращения цилиндра, тем это смещение a , связанное с запаздыванием места разрыва цепи дуги, становится больше (рис. 1, з). Если $v_2 > v_1$, то соответственно и $a_2 > a_1$.

Для приближенного расчета силы, с которой ток разряда между цилиндром и поверхностью отталкивается от этой поверхности, можно воспользоваться условной моделью, аналогичной рассмотрению силы Двайта [7]. Рассмотрим упрощенную задачу взаимодействия малой проводящей полусферы 1 (радиусом r_0) и массивного проводящего тела, например, в виде полусферы 2 (радиусом R_0), изображенных на рис. 2.

Электродинамическая сила отталкивания малой полусферы от большой может быть рассчитана по закону Лоренца для взаимодействия магнитного поля с током I . Рассматриваемая задача обладает сферической симметрией, и для нее поле плотности тока и магнитное поле токов полностью аналогичны задаче, рассмотренной К. М. Поливановым для поля растекания тока сферического электрода (например 1-12 [8]), которая может быть получена путем зеркального отображения рассматриваемой на рис. 2 задачи относительно плоскости $z = 0$.

Принимая естественную сферическую систему координат R, θ, α , получаем для поля плотности тока

$$J = J_R = I/2\pi R^2, \quad (1)$$

а по закону полного тока для индукции —

$$B = B_\alpha = \mu_0 I (1 - \cos \theta) / 2\pi R \sin \theta. \quad (2)$$

Здесь принято во внимание, что телесный угол, под которым из начала координат виден круговой контур радиусом $r = R \sin \theta$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \theta) \quad (3)$$

и, следовательно, ток, проходящий через конус с основанием радиусом r

$$I_R = I(1 - \cos \theta). \quad (4)$$

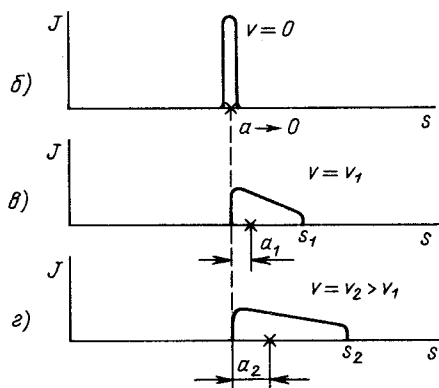
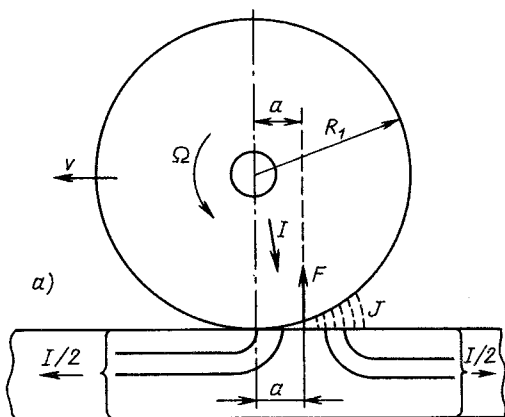


Рис. 1

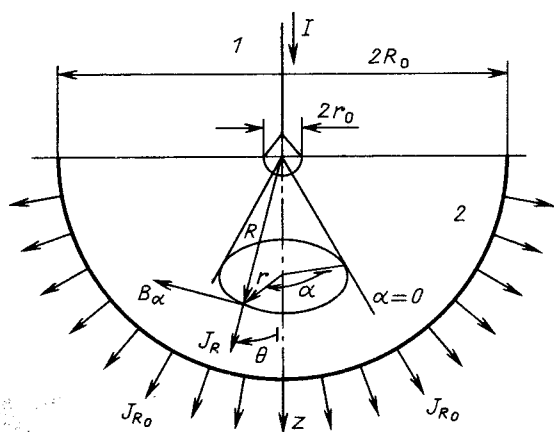


Рис. 2

По закону Лоренца сила $d^3F = I_R B_\alpha R^2 dR \times \sin \theta d\theta d\alpha$, действующая на элемент объема dR , $R d\theta$, $R \sin \theta d\alpha$, направлена нормально к векторам плотности тока $J = J_R$ и индукции $B = B_\alpha$, а ее составляющая вдоль оси Z :

$$d^3F_z = d^3F \sin \theta. \quad (5)$$

Таким образом, результирующая сила отталкивания малой полусферы 1 относительно большой полусферы 2 определится как

$$F_z = \int_{r_0}^{R_0} dR \int_0^{\pi/2} R d\theta \int_0^{2\pi} I_R B_\alpha \sin^2 \theta d\alpha. \quad (6)$$

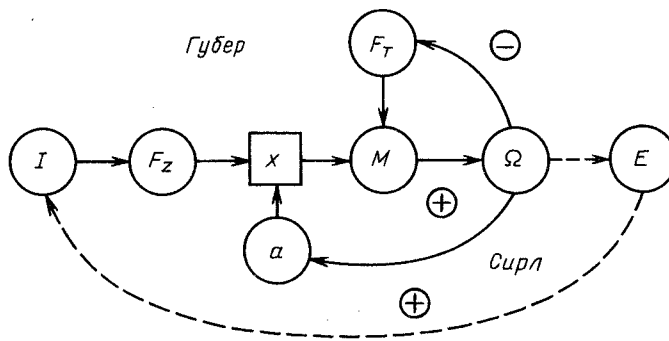


Рис. 3

Выполняя интегрирование, получаем

$$F_z = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{R_0}{r_0}, \quad (7)$$

что совпадает с известным значением силы Двайта [7]. Так как входящие в эти формулы геометрические размеры R_0 и r_0 носят приближенный условный характер, то на практике обычно пользуются обобщенной [7] формулой

$$F_z = k F^2, \quad (8)$$

где в зависимости от формы дугового разряда и материалов поверхностей

$$3 \cdot 10^{-7} \leq k \leq 6,5 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2. \quad (9)$$

Помимо электродинамической силы в создании вращающегося момента двигателя, основанного на эффекте Губера, участвуют и чисто механические воздействия плазменного разряда, увеличивающие этот момент, и разделение ролей электродинамики и газодинамики (воздействия расширяющегося воздуха в месте газового разряда) не представляется возможным. Совместное действие электродинамики и газодинамики нуждается в специальном внимательном изучении. Зависимость вращающегося момента от степени разрежения воздуха, обнаруженная Поливановым К. М. при проведении эксперимента, первоначально объяснялась неэлектромагнитной природой силы в эффекте Губера. Однако представление об электродинамическом воздействии дуги, ось которой смещается в сторону, противоположную движению, позволяет объяснить эффект электромеханическим действием дуги и не может служить основанием для утверждения о неэлектромагнитной природе эффекта.

Подводя итоги рассмотрения эффекта Губера, можно предложить следующую схему причинно-следственных связей, выражающих влияние различных факторов на вращение вала двигателя (рис. 3).

Вращающий момент двигателя M создается силой F_z , развиваемой током вблизи места контакта между вращающимся с угловой частотой $\Omega = v/R_s$ цилиндром и направляющими обоймами.

При этом вращающий момент зависит от места приложения равнодействующей силы, определяемого расстоянием до оси цилиндра a (см. рис. 1, а). В свою очередь, это расстояние зависит от распределения плотности тока в месте контакта и газового разряда, зависящего от скорости вращения цилиндра. С увеличением скорости его вращения $v = R_s \Omega$ увеличивается и расстояние a и

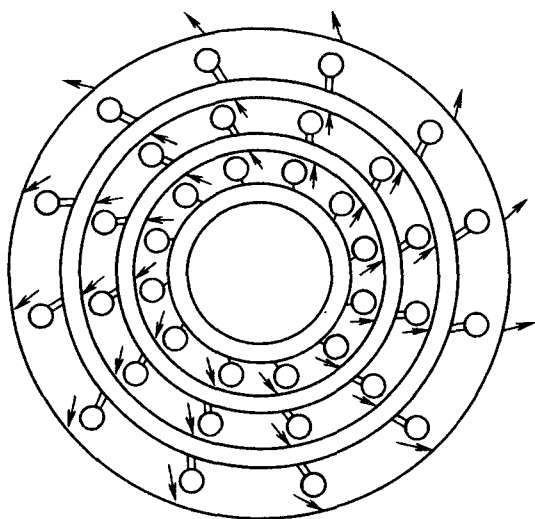


Рис. 4

соответственно — момент на валу двигателя. Зависимость момента от произведения силы F_z на плечо a на схеме показана прямоугольником, выражающим произведение $M = aF_z$.

Таким образом, связь между Ω , a и M на схеме выражается контуром положительной обратной связи, приводящим к резкому возрастанию скорости вращения при достижении ею определенного значения. На вращающий момент влияет сила трения $F_{тр}$, нелинейно зависящая от скорости вращения: за счет воздушного трения она увеличивается со скоростью вращения. Эта зависимость выражает контур отрицательной обратной связи Ω , F , M .

Интерес к практическому применению эффекта Губера возник вновь через 30 лет после его открытия при попытках объяснить сенсационные сообщения об эффекте Сирла (Searl) и его применении для построения "летающих тарелок" [9, 10]. Двигатель Сирла представляет собой систему вращающихся цилиндров, выполненных в виде намагниченных роликов, катящихся по направляющим кольцам [13] и прижимающихся к ним за счет сил магнитного притяжения (рис. 4). Использование э. д. с. E электромагнитной индукции, наводимой в различных участках конструкции генератора Сирла, дает возможность осуществить положительную обратную связь по контуру Ω , E , I , F_z , M , необходимую для самовозбуждения генератора. На диаграмме (рис. 3) этот контур замыкается через участок Ω , E , I , показанный штриховой линией.

Опубликование изобретения Сирла [11, 12, 13] вызвало большой интерес в российской печати [14, 15], хотя скудность информации об этом изобретении и характер описания конструкции построенной Сирлом летающей тарелки не дают возможности однозначно судить о реальности изобретения. Тем не менее, некоторые элементы конструкции, схематически описанные в печати, дают возможность высказать соображения о возможности реализовать отдельные звенья цепи положительной обратной связи, показанные на рис. 3. Так, на рис. 5, приведенном в [12], показан участок двух соседних колец, в промежутке между которыми вращается система роликов — постоянных магнитов. Наводимая в катушках магнитных систем

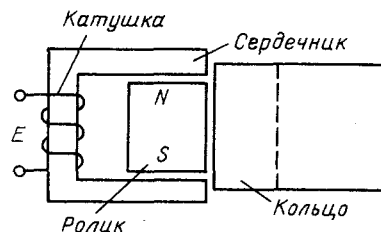


Рис. 5

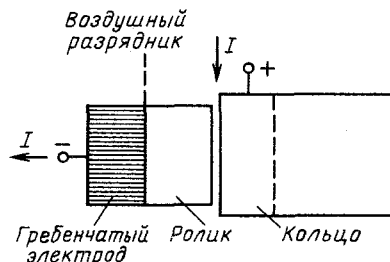


Рис. 6

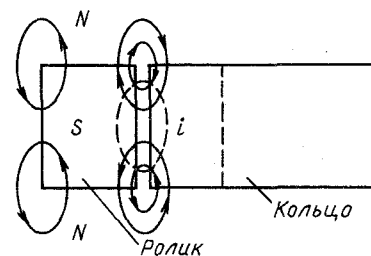


Рис. 7

одного из колец э. д. с. E дает возможность получить необходимый для эффекта Губера ток. Цепь этого тока схематически показана на рис. 6, заимствованном из [12].

Ток i , необходимый для эффекта Губера, также может быть получен путем продольно-поперечного намагничивания роликов (рис. 7) и наведения необходимой э. д. с. в контуре, состоящем из ролика и кольца, по поверхности которого ролик катится.

Все это носит характер предположений, связанных с попытками найти рациональное зерно в совокупности загадочных описаний, опубликованных в литературе. Можно понять журнал, завершающий опубликование рассматриваемых статей сообщением, что дальнейшее рассмотрение вопроса на его страницах откладывается до демонстрации функционирующей модели аппарата, пусть даже небольшой [13]. Хотелось бы, чтобы для подтверждения эффекта Сирла была построена модель, иллюстрирующая реализуемость аппарата также убедительно, как это сделано для двигателя, основанного на эффекте Губера (см. цветной вкладыш в [15]).

В заключение необходимо указать на большой интерес к эффекту Сирла в научно-популярной литературе, в которой опубликовано три статьи, по-разному оценивающие его изобретения: от трезвого скептицизма в журнале "Наука и жизнь" [15] к обоснованным сомнениям в журнале "Знание — Сила" [16] до убежденности в безупречности информации об экспериментальных работах изобретателя — в журнале "Свет" [14].

Можно надеяться, что рассмотрение работ Сирла, как развитие исследований Губера [9], будет содействовать внесению ясности в этот вопрос.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поливанов К. М. Электродинамика движущихся тел.— М.: Энергоатомиздат, 1982.
2. Huber J. Elektrodynamische Kraftwirkungen an einem auf Eisenbahnschienen beweglichen Radsatz.— E & M, 1959, Bd 76, H 8.
3. Поливанов К. М., Нетушил А. В., Татарникова Н. В. Электромеханический эффект Губера.— Электричество, 1973, № 8.
4. Huber J. Das raumgebundene Magnetfeld.— Raum und Zeit, 1987, Bd 28.
5. Huber J. Ausbreitungsphänomene elektromagnetischer wellen.— Raum und Zeit, 1987, Bd 28.
6. Huber J. Phänomene der Freien Energie in Natur und Technik.— Raum und Zeit, 1991, Bd 49.

7. Лебедев В. К., Пентегов И. В. Силовое воздействие сварочной дуги.— Автоматическая сварка, 1981, № 1.
8. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. Ч. III.— М.: Энергия, 1969.
9. Нетушил А. В. Изобретение Сирла, как развитие эффекта Губера.— Электричество, 1991, № 4.
10. Netuschil A. W. Der Huber- und der Searl-Effekt.— Raum und Zeit, 1991, Bd 51.
11. Schneider H., Koepl J. B., Ehler H. J. Begegnung mit John R. Searl.— Raum und Zeit, 1989, Bd 31.
12. Sandberg S. G. Was ist dran an Searl-Effekt? — Raum und Zeit, 1989, Bd 40.
13. Schneider H., Watt M. Dem Searl-Effekt auf der Spur (I—II).— Raum und Zeit, 1989, Bd 42; 1990, Bd 43.
14. Заев Е. Н. НЛО зовут "Тестатик"? — Свет, 1990, № 12.
15. Демин П. Эффект Губера и летающие тарелки.— Наука и жизнь, 1991, № 7.
16. Барашников В. Минус — материя.— Знание—сила, 1991, № 11, 12.

[30.01.92]

Математическое моделирование электромагнитных процессов асинхронизированного генератора ветроэнергетической установки

ПЛАХТЫНА Е. Г., ШАКАРЯН Ю. Г., ПИКОВСКИЙ А. В.,
КАРПИНСКИЙ О. И., ПЛЮТНИКОВА Т. В.

ВНИИЭ

Одним из направлений в создании ветроэнергетических установок является использование асинхронизированных машин, отличающихся рядом преимуществ [1], позволяющих эффективно использовать оборудование при изменениях угловой частоты и момента приводного двигателя (ветроколеса). Перспективной является схема, изображенная на рис. 1, в которой электрическая машина самовозбуждается через циклоконвертер, а гармонические составляющие выходного напряжения, обусловленные работой циклоконвертера, устраняются фильтро-компенсирующим устройством. Эта схема предназначена для работы как на автономную нагрузку, так и параллельно с сетью.

В процессе проектирования указанного объекта одной из важных задач является оптимизация параметров схемы, обеспечивающих заданное качество выходного напряжения при удовлетворении условий самовозбуждения. Не прибегая к физическому моделированию или макетированию, эту задачу можно успешно решить путем исследования электромагнитных процессов на основе теории моделирования электромашино-вентильных систем (ЭМВС) [2], позволяющей учитывать нелинейности электромагнитных связей в схеме и взаимное влияние структурных элементов.

Применительно к схеме, изображенной на рис. 1, математическая модель для исследования электромагнитных процессов имеет следующее содержание.

Она состоит из уравнений структурных элементов (асинхронной машины, трансформатора, циклоконвертера, фильтро-компенсирующего устройства, электрической сети или нагрузки), узлового уравнения системы и уравнений системы управления.

Уравнения структурных элементов в общем виде состоят из узлового векторного уравнения электрического равновесия

$$P\vec{i}_3 + \vec{\Gamma}_3\vec{\varphi}_3 + \vec{C}_3 = 0 \quad (1)$$

и уравнений, определяющих на основе потенциалов внешних узлов остальные переменные состояния, характеризующие структурный элемент.

В [1] входят $\vec{i}_3 = (i_1, \dots, i_n)_t$, $\vec{\varphi}_3 = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)_t$ — векторы токов внешних ветвей и потенциалы внешних узлов, т. е. ветвей, выходящих из структурного элемента как многополюсника, и узлов — точек возможного подсоединения этого многополюсника в систему; $\vec{\Gamma}_3$, \vec{C}_3 — соответственно матрица ($n \times n$) и вектор размерности n , определяемые электромагнитными параметрами структурного элемента; $p = d/dt$ — оператор дифференцирования по времени.

Векторное уравнение (1) представляет собой систему узловых внешних уравнений электрического равновесия структурного элемента, электри-

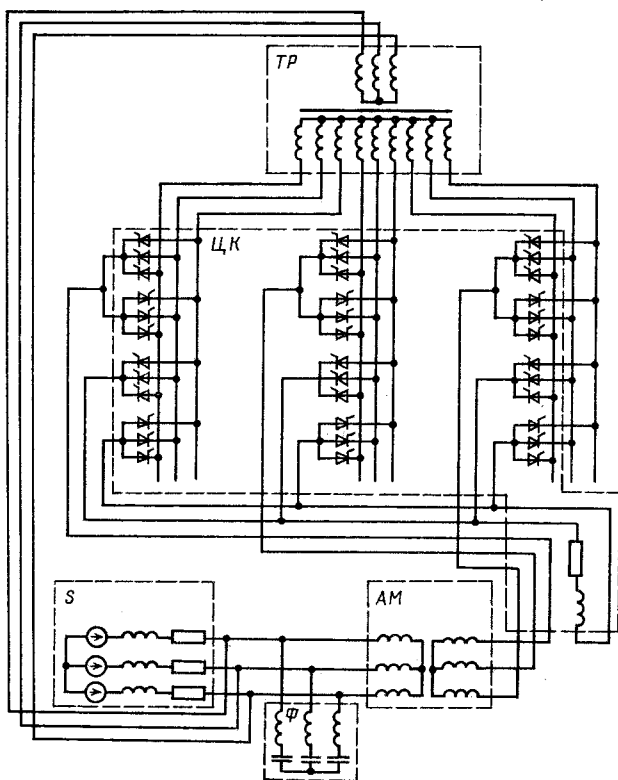


Рис. 1. Принципиальная электрическая схема ветроэнергетической установки: АМ — асинхронная машина; ТР — трансформатор; ЦК — циклоконвертер; S — электрическая сеть или нагрузка; Ф — фильтро-компенсирующее устройство

ческая схема которого является n — полюсником. Такого вида уравнения получаем путем математического описания структурных элементов и последующих алгебраических преобразований.

Узловое уравнение системы имеет вид

$$\vec{\Gamma}_c \vec{\varphi}_c + \vec{C}_c = 0, \quad (2)$$

где $\vec{\Gamma}_c$, \vec{C}_c — соответственно, матрица и вектор, вычисляемые по формулам:

$$\vec{\Gamma}_c = \sum_{j=1}^5 \vec{\Pi}_j \vec{\Gamma}_{aj} \vec{\Pi}_{jt}, \quad \vec{C}_c = \sum_{j=1}^5 \vec{\Pi}_j \vec{C}_{aj}, \quad (3)$$

где $\vec{\Pi}_j$ — матрица инцидентий; $\vec{\Pi}_{jt}$ — матрица, транспонированная по отношению к матрице $\vec{\Pi}_j$ j -го структурного элемента. (Здесь принята следующая индексация: 1 — асинхронная машина; 2 — трансформатор; 3 — циклоконвертер; 4 — электрическая сеть или нагрузка; 5 — фильтро-компенсирующее устройство.)

Уравнения системы управления составляются на основе структурной схемы, описывающей логику управления тиристорами с помощью алгебры Буля.

Для структурных элементов, соответствующих схеме (рис. 1), матрица $\vec{\Gamma}_a$ и вектор \vec{C}_a определяются следующим образом.

Асинхронная машина:

$$\vec{\Gamma}_{a1} = \begin{bmatrix} \vec{L}^{-1} & -\vec{L}^{-1} \\ -\vec{L}^{-1} & \vec{L}^{-1} \end{bmatrix}; \quad \vec{C}_{a1} = \begin{bmatrix} \vec{L}^{-1} \\ -\vec{L}^{-1} \end{bmatrix} \vec{E}, \quad (4)$$

где

$$\vec{L} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix};$$

$$\vec{E} = p_0 \omega_R \begin{bmatrix} \psi_A^\gamma \\ \psi_B^\gamma \\ \psi_C^\gamma \\ \psi_a^\gamma \\ \psi_b^\gamma \\ \psi_c^\gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_A i_A \\ r_B i_B \\ r_C i_C \\ r_a i_a \\ r_b i_b \\ r_c i_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

— матрица динамических индуктивностей и вектор, определяемый производными потокоцеплений по углу γ , произведениями активных сопротивлений на токи фаз, угловой частотой ротора ω_R и числом пар полюсов p_0 .

Трансформатор:

Матрица $\vec{\Gamma}_{a2}$ и вектор \vec{C}_{a2} имеют вид (4), где под \vec{L} подразумевается матрица динамических индуктивностей, а под \vec{E} — вектор произведений активных сопротивлений на токи, соответственно.

Циклоконвертер:

Матрица $\vec{\Gamma}_{a3}$ и вектор \vec{C}_{a3} формируются на основе уравнений, составленных по методу узловых потенциалов для расчета переходных процессов в электрических цепях [3].

Циклоконвертер описывается как схема с постоянной структурой и переменными параметрами. При этом подходе тиристор эквивалентуется последовательно соединенными активным сопротивлением и индуктивностью, малыми в проводящем состоянии, и большими — в непроводящем [4].

Основные положения используемого здесь метода составления уравнений следующие.

1. Для каждого узла электрической схемы составляется уравнение, в котором в левой части записывается алгебраическая сумма, состоящая из потенциалов всех узлов с коэффициентами при них и производных токов ветвей, подходящих к данному узлу с внешней стороны схемы, то есть от узлов, не относящихся к описываемой схеме, а в правой части записывается алгебраическая сумма, определяемая токами, э. д. с., напряжениями на емкостях, активными сопротивлениями и индуктивностями.

2. Коэффициент перед потенциалом узла, для которого составлено уравнение, равен сумме обратных индуктивностей всех ветвей схемы, подходящих к данному узлу (под обратными индуктивностями понимается единица, деленная на индуктивность), а коэффициенты при потен-

циалах остальных узлов равны взятым с отрицательным знаком обратным индуктивностям ветвей, соединяющих эти узлы с узлом, для которого составлено уравнение. Перед потенциалами узлов, не имеющими соединений непосредственно с узлом, для которого составлено уравнение, коэффициенты равны нулю.

3. Производные тока в уравнении имеют знак плюс, если они направлены от узла, и знак минус, если — к узлу.

4. Правая часть уравнения состоит из суммы по всем ветвям, подходящим к узлу, для которого она записана, каждое слагаемое которой равно сумме э. д. с., напряжения на емкости и произведения активного сопротивления на ток, деленной на индуктивность ветви. При этом э. д. с. и напряжения на емкости имеют знак плюс, если они направлены к узлу и знак минус, если — от узла, а произведение активного сопротивления на ток имеет знак плюс, если — к узлу.

Электрическая сеть или нагрузка:

Матрица $\check{\Gamma}_{34}$ и вектор \vec{C}_{34} имеют вид (4), где

$$\check{L} = \text{diag}(L_{SA}, L_{SB}, L_{SC});$$

$$\vec{E} = (-e_A + r_{SA}i_{SA}, -e_B + r_{SB}i_{SB}, -e_C + r_{SC}i_{SC})t,$$

$$(6)$$

где $L_{SA}, L_{SB}, L_{SC}, r_{SA}, r_{SB}, r_{SC}, e_A, e_B, e_C, i_{SA}, i_{SB}, i_{SC}$ — индуктивности, активные сопротивления, э. д. с. и токи фаз нагрузки или электрической сети, соответственно.

Фильтро-компенсирующее устройство:

Содержание матрицы $\check{\Gamma}_{35}$ и вектора \vec{C}_{35} аналогично нагрузке, где под e_A, e_B, e_C подразумеваются отрицательные напряжения на емкостях U_{KA}, U_{KB}, U_{KC} , которые определяются в процессе численного интегрирования уравнений

$$pU_{KA} = i_{KA}/C_A; pU_{KB} = i_{KB}/C_B; pU_{KC} = i_{KC}/C_C, \quad (7)$$

где $C_A, C_B, C_C, i_{KA}, i_{KB}, i_{KC}$ — емкости и токи фаз фильтро-компенсирующего устройства.

Алгоритм, положенный в основу программы моделирования электромагнитных процессов в схеме асинхронизированной машины, является следующим.

1. В начале расчета на основе исходных данных структурных элементов находим константы, служащие информацией для выполнения циклического численного процесса, которым является численное интегрирование дифференциальных уравнений.

2. Вычисляем коэффициенты внешних уравнений $\check{\Gamma}_{3j}, \vec{C}_{3j}$ ($j = 1, \dots, 5$) на основе параметров структурных элементов.

3. По формулам (3) определяем матрицу $\check{\Gamma}_c$ и вектор \vec{C}_c .

4. Решаем векторные уравнения (2) относительно φ_c .

5. Находим потенциалы внешних узлов структурных элементов.

6. По формулам (1) определяем производные токов внешних ветвей и затем — производные остальных переменных, входящих во внутренние уравнения структурных элементов.

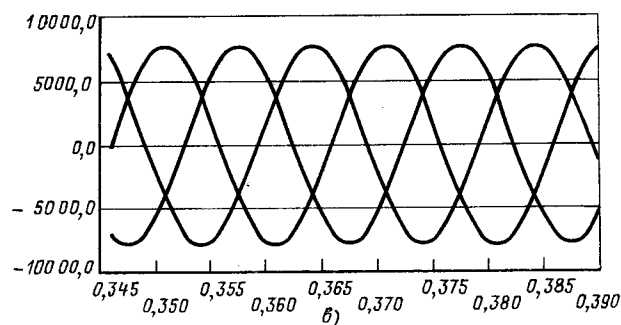
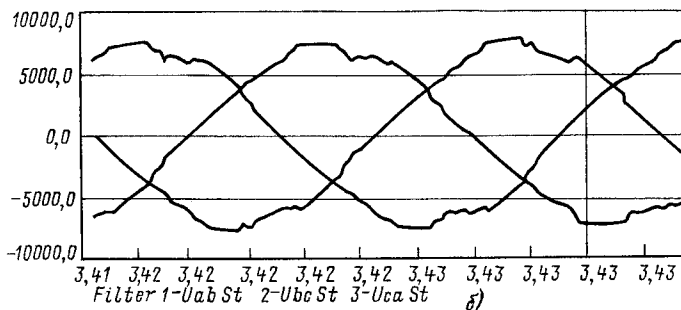
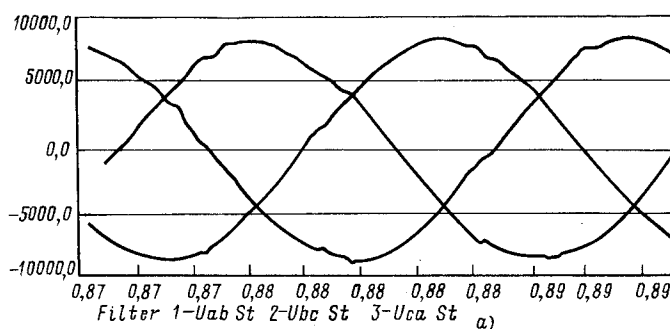


Рис. 2. Линейные напряжения статора: а — при отсутствии фильтро-компенсирующего устройства; б — при настройке фильтро-компенсирующего устройства на 5-ю гармонику (индуктивность фильтра в фазе равна 0,0135 Г, емкость 0,00003 Ф); в — при настройке фильтро-компенсирующего устройства на 5-ю и 7-ю гармоники (индуктивность фильтра в фазе для 5-й гармоники равна 0,0128 Г, емкость — 0,0000317 Ф; индуктивность фильтра в фазе для 7-й гармоники равна 0,00577 Г, емкость — 0,0000359 Ф)

7. На основе производных переменных и шага интегрирования получаем приращения и новые значения переменных состояния системы.

Пункты 2–7 повторяются на протяжении всего этапа интегрирования.

В процессе интегрирования системы дифференциальных уравнений осуществляется: включение и выключение тиристоров путем изменения параметров, их эквивалентирующих, формирование в численном виде и обработка результатов расчетов.

Описанный алгоритм реализован в виде программ и эксплуатируется на ЭВМ типа IBM PC/AT.

Результатами расчетов являются изменяющиеся во времени потенциалы узлов и напряжения на всех участках схемы, токи в ветвях, потокоотделения, намагничивающие силы и электромагнитный момент электрической машины, результаты

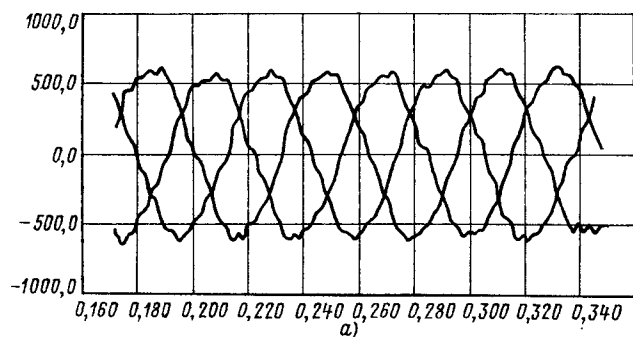


Рис. 3. Осциллограммы токов ротора асинхронной машины (а) и токов статора (i_{ST}); сети (i_S) и первичной обмотки трансформатора (i_{TR}) (б)

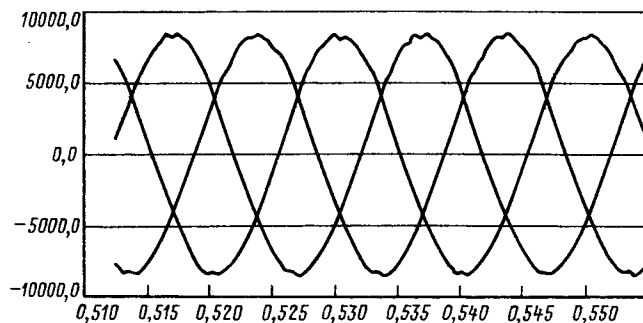
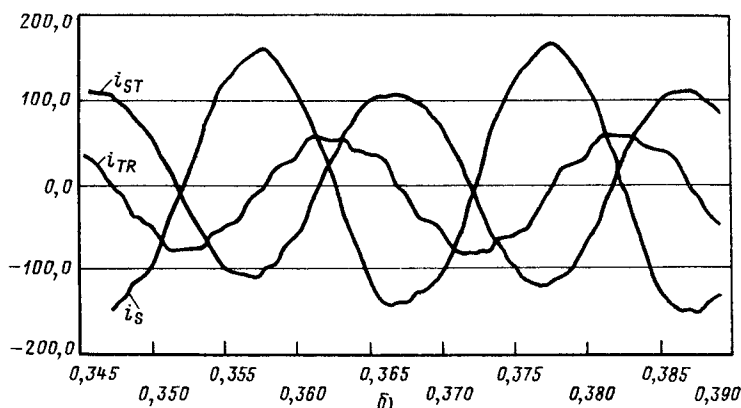


Рис. 4. Линейные напряжения статора при наличии фильтро-компенсирующего устройства, настроенного на 5-ю и 7-ю гармоники

интегрального анализа расчетных величин на периоде квазиустановившегося режима.

В соответствии с описанной математической моделью на ЭВМ выполнены всесторонние исследования электромагнитных процессов в схеме, изображенной на рис. 1, для ветроэнергетической установки мощностью 1000 кВт. Эта установка рассчитана на регулирование угловой частоты в диапазоне 650–1300 об/мин. Синхронная частота для электрической машины равна 1000 об/мин. В процессе исследования определено влияние параметров фильтро-компенсирующего устройства на качество выходного напряжения, устойчивость процесса самовозбуждения, оптимизированы параметры системы управления.

В качестве примера на рис. 2 приведены напряжения на выходе электрической машины для различных параметров фильтро-компенсирующего устройства при угловой частоте ротора, равной 1300 об/мин. На рис. 3, а изображены токи ротора, а на рис. 3, б токи статора машины,

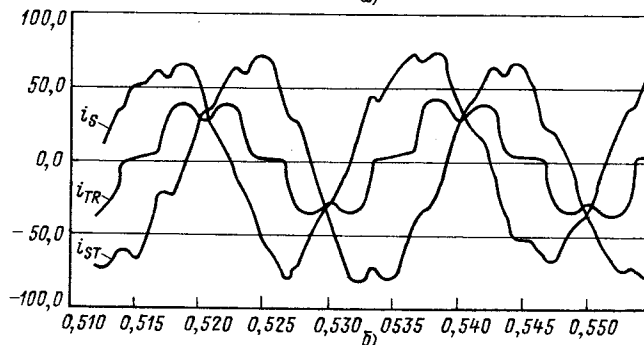
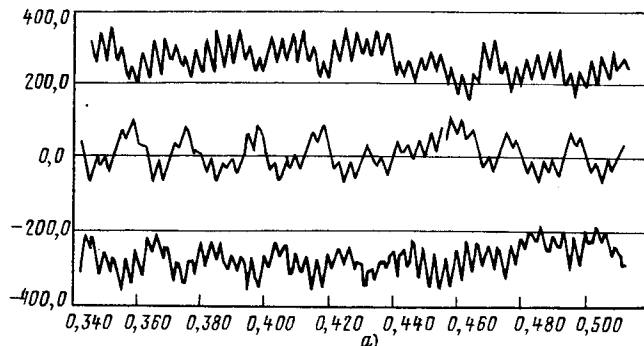


Рис. 5. Токи ротора (а), статора; сети и трансформатора (б) для режима, соответствующего рис. 4

первичной обмотки трансформатора и электрической сети для режима, соответствующего рис. 2, в. На рис. 4, 5 изображены напряжения и токи при угловой частоте ротора, равной 1000 об/мин.

Описанные исследования использованы при проектировании ветроэнергетической установки мощностью 1000 кВт на базе асинхронизированного генератора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина переменного тока. — М.: Энергия, 1969.
2. Пляхтына Е. Г. Математическое моделирование электро-машинно-вентильных систем. — Львов: Вища школа, 1986.

3. Пляхтына Е. Г. Применение метода узловых потенциалов для расчета переходных процессов в электрических цепях. — В кн.: Теоретическая электротехника. — Львов: Вища школа, 1978, вып. 24.

4. Дижур Д. И. Метод моделирования на ЦВМ вентильных преобразовательных схем. — В кн.: Известия НИИ постоянного тока, 1970, сб. 16.

[01.10.91]

О синхронном режиме машины двойного питания при колебательном движении

АРИСТОВ А. В., канд. техн. наук,
ЛУКОВНИКОВ В. И., доктор техн. наук

Томский политехнический институт

В общем случае синхронным называют такой режим, при котором закон движения пространственного вектора тока (поля) первичного элемента $\alpha_s(t)$ совпадает с точностью до первой производной (до скорости) с законом движения вторичного элемента $\alpha_R(t)$. Причем синхронизм при варьировании нагрузки обеспечивается стабилизирующим изменением угла нагрузки δ , равного пространственной начальной фазе между вектором первичного тока и вторичным элементом.

Исходя из этих общеизвестных понятий, будем определять условия возникновения синхронных режимов по уравнению движения симметричной машины двойного питания (МДП), которое для наиболее распространенного случая нагрузки можно представить в следующем обобщенном для углового и линейного перемещений виде [1, 2]:

$$L_{\text{мех}} \frac{d^2 \alpha_R}{dt^2} + R_{\text{мех}} \frac{d \alpha_R}{dt} + C_{\text{мех}}^{-1} \alpha_R + q_{\text{тр}} \operatorname{sign} \left[\frac{d \alpha_R}{dt} \right] + q_0 = M I_S I_R \sin (\alpha_s - \alpha_f - \alpha_R), \quad (1)$$

где $L_{\text{мех}}$, $R_{\text{мех}}$, $C_{\text{мех}}^{-1}$ — обобщенные коэффициенты инерционного, демпфирующего и позиционного усилия нагрузки; q_0 , $q_{\text{тр}}$ — обобщенные усилия постоянного сопротивления и сухого трения; M — максимальное значение взаимной индуктивности обмоток первичного и вторичного элементов; I_S , I_R и α_s , α_f — модули и текущие фазы пространственных векторов токов первичного и вторичного элементов; α_R — обобщенная пространственная координата положения ротора (бегуна).

В случае однонаправленного движения $\alpha_R = \xi_R t - \delta$, когда скорость движения (вращательного для угловых и поступательного для линейных МДП) ξ_R постоянна, а упругая связь $C_{\text{мех}}^{-1} = 0$ отсутствует, уравнение (1) преобразуется к виду

$$q_{\text{тр}} + q_0 = M I_S I_R \sin [\alpha_s(t) - \alpha_f(t) - \xi_R t + \delta]. \quad (2)$$

Из решения (2) следует, что в данном случае пространственный угол сдвига векторов токов (полей) первичного и движущегося вторичного

элементов должен быть постоянным

$$\alpha(t) = \alpha_s(t) - \alpha_f(t) - \xi_R t + \delta = \arcsin \left[\frac{q_{\text{тр}} + q_0}{M I_S I_R} \right]. \quad (3)$$

Это возможно, если выполняется условие

$$\alpha_s(t) - \alpha_f(t) - \xi_R t = 0. \quad (4)$$

При возбуждении обмотками первичного элемента пространственного вектора тока (поля), перемещающегося относительно статора (индуктора) по закону $\alpha_s(t) = \xi_s t$, а обмотками вторичного элемента — перемещающегося относительно ротора (бегуна) по закону $\alpha_f(t) = \xi_f t$, уравнение (3) при условии (4) дает два равенства

$$\left. \begin{aligned} \xi_R &= \xi_s - \xi_f; \\ \delta &= \arcsin \left[\frac{q_{\text{тр}} + q_0}{M I_S I_R} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Система уравнений (5) подтверждает два известных из общей теории вращательного (линейного) движения электрических машин результата: однонаправленное электромеханическое преобразование энергии осуществляется при взаимонеподвижных, но перемещающихся в пространстве векторах токов (полей) первичного и вторичного элементов электродвигателя;

синхронный режим вращательного (линейного) движения МДП возникает при фиксированных скоростях ξ_s и ξ_f , заданных источниками электро-энергии, к которым подключены фазные обмотки.

"Автоматическое" поддержание синхронизма ($\xi_R = \text{const}$) при варьировании нагрузки ($q_{\text{тр}}$, $q_0 = \text{VAR}$) обеспечивается изменением угла нагрузки δ , не зависящего, как следует из второго уравнения системы (5), от закона движения ротора (бегуна) $\alpha_R(t)$.

В случае гармонического колебательного движения $\alpha_R = \alpha_{Rm} \sin (\Omega t - \delta)$, когда амплитуда α_{Rm} и угловая частота Ω постоянны, а $q_0 = q_{\text{тр}} = 0$, уравнение (1) дает

$$\begin{aligned} \varepsilon_{Rm} R_{\text{mex}} \Omega (1 + z_{\text{mex}}^2)^{0,5} \sin \left[\Omega t - \delta + \arctg \left(\frac{1}{z_{\text{mex}}} \right) \right] = \\ = M I_s I_R \sin [\varepsilon_s \varepsilon_f - \varepsilon_{Rm} \sin (\Omega t - \delta)], \end{aligned} \quad (6)$$

где для упрощения записи через $z_{\text{mex}} = (C_{\text{mex}}^{-1} - L_{\text{mex}} \Omega^2) R_{\text{mex}}^{-1}$ обозначен в соответствии с [1] коэффициент нагрузки.

Из уравнения (6) следует новый по сравнению с (5) вывод, что в данном случае пространственный угол сдвига векторов токов (полей) должен быть линейной функцией времени

$$\alpha(t) = \varepsilon_s(t) - \varepsilon_f(t) - \varepsilon_{Rm} \sin (\Omega t - \delta) = \Omega t - \delta + \arctg \frac{-1}{z_{\text{mex}}}$$

Это возможно, если, например, выполняются условия

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_s(t) &= \varepsilon_{Rm} \sin (\Omega t - \delta); \\ \varepsilon_f(t) &= -\Omega t; \\ \delta &= \arctg \frac{-1}{z_{\text{mex}}}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Кроме того, уравнение (6) дает дополнительное условие

$$\varepsilon_{Rm} = \frac{M I_s I_R}{R_{\text{mex}} \Omega (1 + z_{\text{mex}}^2)^{0,5}}. \quad (8)$$

Из первых уравнений системы (7) следует, что гармонический колебательный режим возникает при возбуждении обмотками первичного элемента пространственного вектора тока (поля), качающегося [1] относительно статора (индуктора) по закону $\varepsilon_s(t) = \varepsilon_{sm} \sin (\Omega t - \gamma)$ (причем $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{Rm}$, $\gamma = \delta$), а обмотками вторичного элемента — вращающегося (бегущего) относительно ротора (бегуна) по закону $\varepsilon_f(t) = -\Omega t$.

Анализ соотношений (7) и (8) показывает, что этот режим синхронным не является. Дело в том, что варьирование нагрузки z_{mex} приводит к изменению амплитуды ε_{Rm} и фазы δ (угла нагрузки) колебаний вторичного элемента, а значит к нарушению равенства $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{Rm}$, $\gamma = \delta$, то есть к невыполнению основополагающего для гармонического режима требования линейного изменения во времени угла сдвига ветров токов $\alpha(t)$.

Если же допустить некоторую несинусоидальность закона колебаний $\varepsilon_R(t)$, то из (6) можно выявить стабилизирующее действие угла нагрузки δ на амплитуду колебаний ε_{Rm} . Однако наиболее эффективно это проявляется, если согласно предложению [3] близкий к гармоническому колебательный режим возбуждать с помощью синфазно качающихся по гармоническому закону векторов токов (полей) первичного и вторичного элементов.

В этом случае $\varepsilon_s(t) = \varepsilon_{sm} \sin \Omega t$, $\varepsilon_f(t) = \varepsilon_{fm} \sin \Omega t$, $\varepsilon_R(t) \approx \varepsilon_{Rm} \sin (\Omega t - \delta)$ и уравнение движения (1) преобразуется к виду $\varepsilon_{Rm} R_{\text{mex}} \Omega (1 + z_{\text{mex}}^2)^{0,5} \sin [\Omega t - \delta + \arctg (z_{\text{mex}}^{-1})] = M I_s I_R \sin [(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{fm}) \sin \Omega t - \varepsilon_{Rm} \sin (\Omega t - \delta)]$.

С помощью гармонического баланса для первых гармонических составляющих получим

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{Rm} &= \frac{2 M I_s I_R}{R_{\text{mex}} \Omega (1 + z_{\text{mex}}^2)^{0,5}} J_1 \{ [\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{fm} - \\ &\quad - \varepsilon_{Rm} \cos \delta]^2 + \varepsilon_{Rm}^2 \sin^2 \delta \}^{0,5}; \\ \delta &= \arctg (z_{\text{mex}}^{-1}) - \arctg \times \\ &\quad \times \left[\frac{\varepsilon_{Rm} \sin \delta}{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{fm} - \varepsilon_{Rm} \cos \delta} \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $J_1 \{ \dots \}$ — функция Бесселя первого рода.

Система уравнений (9) является базовой для анализа синхронных режимов машины двойного питания, работающей в колебательном режиме по способу [3].

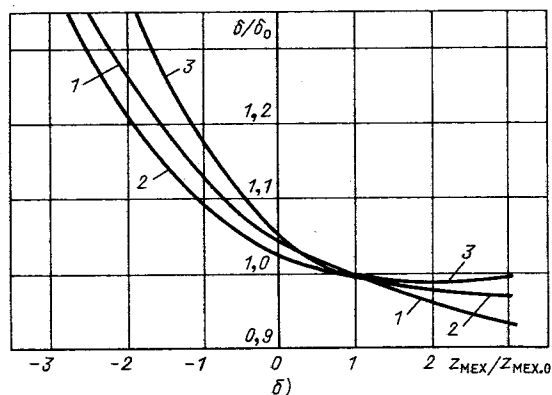
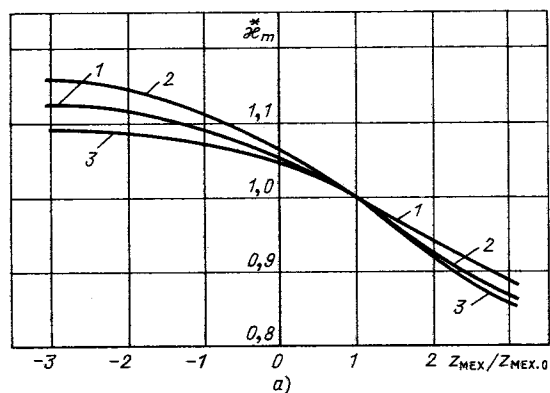
Проанализируем, например, синхронный режим, когда $\varepsilon_R = \lambda \varepsilon_{sm} \sin (\Omega t - \delta)$. При этом электромагнитные поля первичного и вторичного элементов должны взаимодействовать встречно ($\varepsilon_{fm} = -\mu \varepsilon_{sm}$), и тогда система (9) после преобразований примет вид

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{2 M I_s I_R J_1 \{ \varepsilon_{sm} [(1 + \mu)^2 - \\ &\quad - \varepsilon_{sm} R_{\text{mex}} \Omega \times \\ &\quad - 2 \lambda (1 + \mu) \cos \delta + \lambda^2]^{0,5} \}}{\times (1 + z_{\text{mex}}^2)^{0,5}}; \\ \lambda &= (1 + \mu) (\cos \delta - z_{\text{mex}} \sin \delta). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Система уравнений (10) в отличие от системы (5) является взаимосвязанной, следовательно, и в данном случае варьирование нагрузки z_{mex} вызовет изменение угла нагрузки δ , т. е. фазы колебаний вторичного элемента, что приведет к изменению амплитуды $\varepsilon_{Rm} = \lambda \varepsilon_{sm}$ его колебаний, а это, в свою очередь, изменит фазу колебаний, т. е. угол нагрузки δ и т. д. В конце концов в МДП установится колебательный режим, отличающийся от исходного. Таким образом, рассматриваемый случай будет квазисинхронным режимом и установить допустимое его отличие от синхронного можно по коэффициенту вариации амплитуды и изменению фазы при неустойчивости нагрузки.

Пусть для МДП рабочим является колебательный режим с частотой Ω_0 , амплитудой ε_{Rm0} , фазой δ_0 при нагрузке $z_{\text{mex}0}$. Для его реализации необходимо первичным и вторичным элементам создать качающиеся вектора токов (полей) по законам $\varepsilon_s(t) = \varepsilon_{sm0} \sin \Omega_0 t = \lambda_0^{-1} \varepsilon_{Rm0} \sin \Omega_0 t$, $\varepsilon_f(t) = \varepsilon_{fm0} \sin \Omega_0 t = -\mu_0 \varepsilon_{sm0} \sin \Omega_0 t$, причем амплитуда качания вектора тока (поля) первичного элемента должна быть задана источниками электроэнергии равной, согласно (10),

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm0} &= \frac{2 M I_s I_R J_1 \{ \varepsilon_{sm0} [(1 + \mu_0)^2 - \\ &\quad - \lambda_0 R_{\text{mex}0} \Omega_0 \times \\ &\quad - 2 \lambda_0 (1 + \mu_0) \cos \delta_0 + \lambda_0^2]^{0,5} \}}{\times (1 + z_{\text{mex}0}^2)^{0,5}}. \end{aligned}$$



Зависимости коэффициента вариации амплитуды \mathfrak{a}_m^* (а) и относительного изменения фазы (б) угла нагрузки от коэффициента нагрузки МДП, выполненной на базе 4АК160 8УЗ при частоте колебаний 10 Гц: 1 — $\mu = 1,0$; 2 — $\mu = 0,5$; 3 — $\mu = 0$

Тогда из (10) выражения для коэффициента вариации амплитуды найдем в виде

$$\mathfrak{a}_m^* = \frac{\mathfrak{a}_{Rm}}{\mathfrak{a}_{Rm0}} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{R_{мех0}(1 + z_{мех0}^2)^{0,5}}{R_{мех}(1 + z_{мех}^2)^{0,5}} \times \left[\frac{J_1\{\mathfrak{a}_{sm0}[(1 + \mu_0)^2 - 2\lambda_0\mathfrak{a}_m^*(1 + \mu_0)] \times \cos \delta + (\lambda_0\mathfrak{a}_m^*)^2\}^{0,5}}{J_1\{\mathfrak{a}_{sm0}[(1 + \mu_0)^2 - 2\lambda_0(1 + \mu_0)] \times \cos \delta_0 + \lambda_0^2\}^{0,5}} \right] \rightarrow \mathfrak{a}_m^* = \frac{\cos \delta - z_{мех} \sin \delta}{\cos \delta_0 - z_{мех0} \sin \delta_0} \quad (11)$$

На рисунке представлено семейство характеристик, иллюстрирующих зависимости коэффициента вариации амплитуды \mathfrak{a}_m^* и относительного изменения фазы δ/δ_0 угла нагрузки от изменения коэффициента нагрузки $z_{мех}$ для $\lambda_0 = 2$, $z_{мех0} = 0,1$ и $\delta_0 = 35^\circ$ при различных значениях μ_0 .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луковников В. И. Электропривод колебательного движения. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Луковников В. И., Середа В. П. Динамические режимы работы асинхронного электропривода. — М.: ВЗПИ, 1990.
3. А. с. 1307530 (СССР). Электропривод колебательного движения / А. В. Аристов, С. А. Ткалич, Е. А. Шутов. — Опул. в Б. И., 1987, № 16.

[11.11.91]

Определение электромагнитных сил в зубцовой зоне электрических машин

ФИСЕНКО В. Г., канд. техн. наук,
ЕРИН В. В., инж., ШАТСКИЙ С. В., инж.

Московский энергетический институт

Электрохимическое преобразование энергии в электрических машинах сопровождается рядом нежелательных процессов: шумами, вибрациями, паразитными моментами. В основном эти процессы определяются электромагнитными силами, действующими в зубцовой зоне электрических машин. Улучшение виброакустических характеристик электрических машин, а также детальный анализ их механической прочности связаны с уточнением методик расчета электромагнитных сил.

Методы расчета электромагнитных сил, основанные на достаточно сложных математических моделях и обладающие универсальностью, рассмотрены в [1–3]. Эти методы позволяют определить силы, действующие на нелинейное ферромагнитное тело или отдельные его части.

В данной статье рассматривается возможность определения электромагнитных сил в зубцовой зоне электрической машины по изменению энергии при малом перемещении [1]. Рассматривается магнитная система электрической машины, состоящая из двух ферромагнитных тел — статора и ротора. Магнитное поле в зазоре машины при этом рассчитывается методом проводимостей зубцовых контуров (ПЗК) [4] как в установившихся [5], так и переходных [6] режимах.

Для определения силы используется энергетический метод [1, 7]. Суть метода состоит в применении закона сохранения энергии к электрохимическому преобразованию, которое произойдет при бесконечно малом изменении координаты q , характеризующей положение выделенной части системы по отношению к остальной ее части. Это перемещение Δq производится по линии действия определяемой обобщенной силы. Во время перемещения либо токи ветвей машины, либо сцепленные с токами ветвей потоки остаются постоянными.

Рассмотрим электрическую машину, имеющую Z_1 зубцов на статоре и Z_2 — на роторе. Присвоим зубцам статора номера k от 1 до Z_1 , а зубцам ротора номера m от 1 до Z_2 (рис. 1).

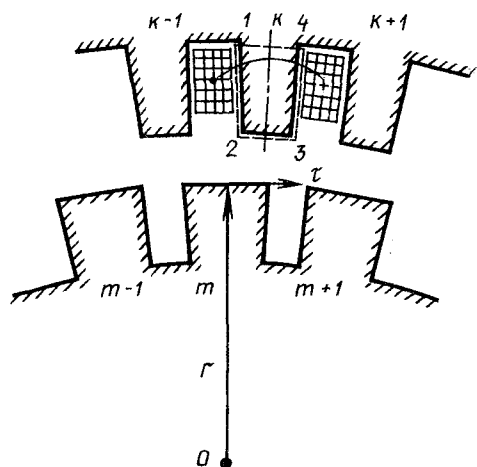


Рис. 1. Зубцовая зона электрической машины

Для определения силы электромагнитного взаимодействия пары зубцов k и m ограничим зубец k разделительной поверхностью S_{1234} , нигде не совпадающей с поверхностью зубца. В этом случае справедливы выражения, определяющие обобщенную электромагнитную силу, действующую на выделенную часть нелинейной системы [1]. При перемещении с условием постоянства магнитного потока взаимодействующих зубцовых контуров $\Phi_{km} = \text{const}$ сила определяется через приращение магнитной энергии контура:

$$D = - \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta q} = - \frac{\partial W}{\partial q} \quad (\Phi_{km} = \text{const}) \quad (1)$$

Магнитная энергия W при этом условии определяется по выражению

$$W = \frac{1}{2} \Phi_{km}^2 R_{km}, \quad (2)$$

где R_{km} — магнитное сопротивление взаимоиндукции зубцовых контуров k и m .

С учетом (2) выражение (1) принимает вид

$$D = - \frac{1}{2} \Phi_{km}^2 \frac{\partial R_{km}}{\partial q} \quad (3)$$

Выразим магнитный поток через величины, известные из расчета магнитной цепи машины:

$$\Phi_{km} = (\varphi_k - \varphi_m) \Lambda_{km}, \quad (4)$$

где φ_k , φ_m — скалярные магнитные потенциалы головок зубцов k и m ; Λ_{km} — проводимость взаимоиндукции зубцовых контуров k и m .

Магнитное сопротивление R_{km} выражается через проводимость Λ_{km} следующим образом:

$$R_{km} = 1/\Lambda_{km}. \quad (5)$$

Подставив (4), (5) в выражение (3), получим

$$D = \frac{1}{2} (\varphi_k - \varphi_m)^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial q} \quad (6)$$

Сила, действующая на зубец m ротора, от совокупности всех зубцов k статора определяется соотношением

$$D_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Z_1} (\varphi_k - \varphi_m)^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial q} \quad (7)$$

В тех случаях, когда необходимо проанализировать влияние токов статора и ротора на составляющие электромагнитных сил, выражение (7) удобно представить в виде

$$D_m = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Z_1} \varphi_k^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial q} - \varphi_m \sum_{k=1}^{Z_1} \varphi_k \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial q} +$$

$$+ \frac{1}{2} \varphi_m^2 \sum_{k=1}^{Z_1} \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial q}. \quad (8)$$

Для определения по (7) или (8) составляющих электромагнитных сил, действующих на зубцы, зададимся положительными направлениями (рис. 1). За положительное направление примем перемещение вправо (по часовой стрелке) для определения тангенциальной D_τ составляющей силы и перемещение по радиусу (от оси вращения) для нахождения радиальной D_r составляющей силы. При этом за положительное направление тангенциальной силы примем направление, совпадающее с положительным направлением перемещения, а за положительное направление радиальной силы примем направление в сторону воздушного зазора как для сердечника статора, так и ротора.

В соответствии с принятыми положительными направлениями выражение (7) при расчете тангенциальной составляющей силы, действующей на зубец m ротора, принимает вид

$$D_{\tau m} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Z_1} (\varphi_k - \varphi_m)^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial \tau}. \quad (9)$$

а для расчета радиальной составляющей силы имеем

$$D_{rm} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Z_1} (\varphi_k - \varphi_m)^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial r}. \quad (10)$$

Зависимость проводимости взаимной индукции зубцовых контуров Λ_{km} , изображенная на рис. 2, находится предварительно из решения локальной полевой задачи в области воздушного зазора, а потенциалы зубцов φ_k, φ_m — при расчете магнитной цепи машины.

Производная $\partial \Lambda_{km} / \partial \tau$ определяется численным дифференцированием по пятиточечной формуле зависимости Λ_{km} по тангенциальному перемещению (рис. 2). Наряду с этим расчет производной $\partial \Lambda_{km} / \partial \tau$ осуществлялся также с помощью кубического интерполяционного сплайна [8].

Расчет производной $\partial \Lambda_{km} / \partial r$ более сложен. Для этого необходимо рассчитать по крайней мере две дополнительные зависимости Λ_{km1} при увеличенном воздушном зазоре, для которого радиус $r_1 = r - \Delta r$, и Λ_{km2} при уменьшенном воздушном зазоре, когда $r_2 = r + \Delta r$. В этом случае производная определяется из соотношения

$$\frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial r} = \frac{\Lambda_{km2} - \Lambda_{km1}}{2\Delta r}. \quad (11)$$

Рассчитанная по (11), зависимость $\partial \Lambda_{km} / \partial r$ от τ приведена на рис. 2.

Поскольку проводимости Λ_{km} и Λ_{mk} обладают свойством взаимности [4], производные $\partial \Lambda_{km} / \partial \tau$ и $\partial \Lambda_{mk} / \partial \tau$ зависят только от изменения воздушного зазора между рассматриваемыми зубцами и не зависят от того, какой из зубцов (k или m) вызовет это изменение. Таким образом, зависимости $\partial \Lambda_{km} / \partial \tau$ и $\partial \Lambda_{mk} / \partial \tau$, полученные для расчета

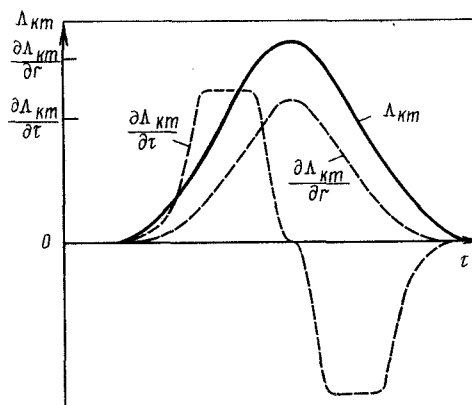


Рис. 2. Кривые проводимости Λ_{km} и ее радиальной и тангенциальной производных k -го и m -го зубцов

сил, действующих на зубцы ротора (рис. 2), могут быть использованы и для расчета сил, действующих на зубцы статора.

На основании сказанного и в соответствии с принятыми положительными направлениями запишем по аналогии с (9), (10) выражения для расчета тангенциальной составляющей силы, действующей на зубец k статора:

$$D_{\tau k} = -\frac{1}{2} \sum_{m=1}^{Z_2} (\varphi_k - \varphi_m)^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial \tau}, \quad (12)$$

а также для расчета радиальной составляющей:

$$D_{rk} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{Z_2} (\varphi_k - \varphi_m)^2 \frac{\partial \Lambda_{km}}{\partial r}. \quad (13)$$

По приведенным соотношениям были выполнены расчеты электромагнитных сил, действующих на зубцы статора и ротора гидрогенератора СВ 1230/140-56 в установившемся режиме (для этого использовался пакет прикладных программ поверочного расчета синхронных машин по методу ПЗК [5]) и асинхронного двигателя 4АА56В4УЗ в переходном режиме (расчет переходного процесса асинхронного двигателя проводился по программе, разработанной в [6]).

На рис. 3 представлено распределение тангенциальных электромагнитных сил, действующих на зубцы статора гидрогенератора в режиме холостого хода с током возбуждения $I_b^* = 0,5$ о. е. Тангенциальные силы были рассчитаны по (12) для момента совпадения осей первого зуба статора и пятого зуба ротора. Как видно из рис. 3, тангенциальные силы имеют два периода изменения на периоде первоначальной обмотки (число зубцовых делений статора равно 15). При этом сумма тангенциальных сил равна нулю для любого положения ротора. Таким образом, в режиме холостого хода тангенциальные силы, не создавая вращающего момента, вызывают вибрацию машины с двойной частотой сети.

По (13) были рассчитаны радиальные силы, действующие на зубцы статора гидрогенератора при тех же условиях, что и тангенциальные. Рас-

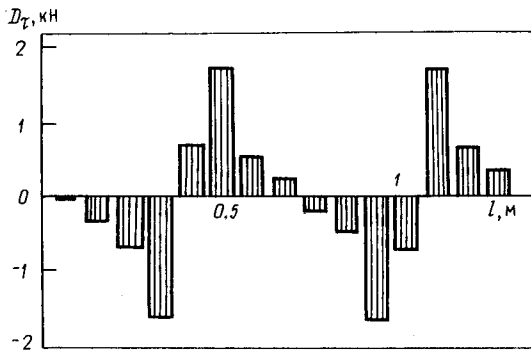


Рис. 3. Распределение тангенциальных сил, действующих на зубцы статора гидрогенератора на периоде первоначальной обмотки

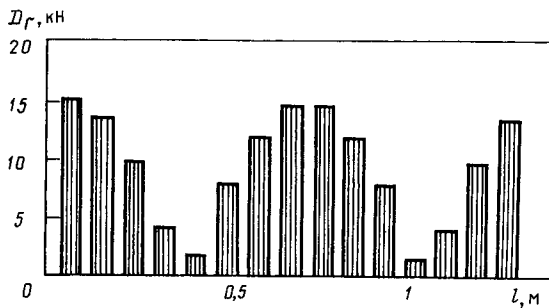


Рис. 4. Распределение радиальных сил, действующих на зубцы статора гидрогенератора на периоде первоначальной обмотки

пределение этих сил показано на рис. 4. Радиальные силы всех зубцов положительны и имеют два периода изменения на периоде первоначальной обмотки. Полученное распределение сил свидетельствует о наличии постоянной и переменной составляющих, действующих на зубцы статора. Постоянная составляющая создает механические на-

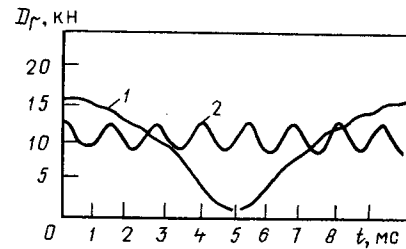


Рис. 5. Радиальные силы, действующие на первый зубец статора (1) и пятый зубец ротора (2) гидрогенератора за полупериод изменения во времени поля

пряжения растяжения зубцов и сжатия ярма и корпуса статора. Переменная составляющая вызывает вибрацию машины с двойной частотой сети.

Вычисляя силы для ряда взаимных положений сердечников машины, можно получить временные зависимости сил, действующих на зубцы. На рис. 5 приведены кривые изменения радиальных сил, действующих на первый зубец статора и пятый зубец ротора гидрогенератора за полупериод изменения поля машины. Обе кривые имеют постоянные составляющие. Переменные составляющие обусловлены явнополюсностью ротора, зубчатостью сердечников и дискретностью обмоток. Наибольшее влияние оказывает явнополюсность ротора. Открытые пазы статора оказывают большее влияние на переменную составляющую сил, чем полузакрытые пазы демпферной обмотки.

На рис. 6 представлены результаты расчета радиальной силы D_r , действующей на один из зубцов статора двигателя 4AA56B4Y3 мощностью 180 Вт со скосом пазов ротора во время его пуска без нагрузки на валу. Здесь также приведены расчетные и экспериментальные кривые изменения частоты вращения n и электромагнитного момента M_3 этого двигателя. Экспериментальное определение частоты вращения и момента производилось на установке, разработанной в [9].

Расчетные значения кривой электромагнитного момента, изображенной на рис. 6, определялись

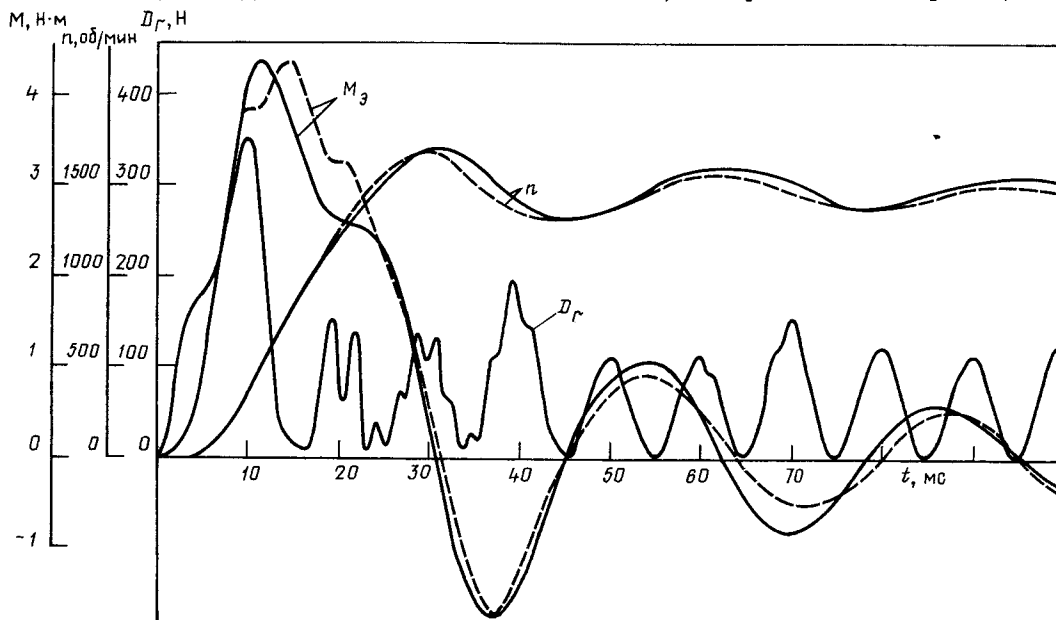


Рис. 6. Расчетные и экспериментальные данные пуска двигателя 4AA56B4Y3 без нагрузки на валу (— расчет, --- эксперимент)

путем суммирования найденных по изложенной методике тангенциальных сил, действующих на зубцы ротора, и последующего умножения этой суммы на радиус ротора. Поэтому представленное здесь сравнение расчетных и экспериментальных кривых электромагнитного момента является хорошим косвенным подтверждением точности предложенного метода расчета электромагнитных сил.

Выводы. 1. На основе метода проводимостей зубцовых контуров разработана методика расчета, позволяющая определять электромагнитные силы, действующие на реальные зубцы машины, с учетом дискретной структуры обмоток и конфигурации воздушного зазора.

2. Разработанная методика расчета сил численно реализована для синхронных явнополюсных и асинхронных машин в установившихся и переходных режимах.

3. Предложенная методика может быть использована при оценке виброактивности и механической прочности электрических машин с зубчатой структурой сердечников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии при малом перемещении. — Электричество, 1985, № 5, с. 27–36.

2. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям. — Электричество, 1985, № 7, с. 12–21.

3. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности. — Электричество, 1985, № 9, с. 18–28.

4. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах / А. В. Иванов-Смоленский, Ю. В. Абрамкин, А. И. Власов, В. А. Кузнецов. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 216 с.

5. Грунов А. Н. Разработка метода расчета электромагнитных параметров и характеристик явнополюсных синхронных машин с учетом двухсторонней зубчатости сердечников и насыщения элементов магнитопровода: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. — М.: МЭИ, 1985. — 20 с.

6. Фисенко В. Г. Разработка метода расчета переходных процессов асинхронных двигателей с учетом вытеснения тока и двухсторонней зубчатости сердечников: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. — М.: МЭИ, 1989. — 19 с.

7. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. — М.: Энергия, 1964. — 527 с.

8. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980. — 280 с.

9. Потапов А. А., Зотин В. Ф. Испытания микроэлектродвигателей в переходных режимах. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 104 с.

[12.09.91]

Оптимизация режимов управления многосвязных электроприводов одноковшовых экскаваторов

ОСТРИРОВ В. Н., канд. техн. наук

Москва

Одноковшовый экскаватор, как объект управления, относится к классу биотехнических дистанционно управляемых командных манипуляторов большой мощности. Одним из путей повышения эффективности командных манипуляторов является их автоматизация с целью перевода в класс манипуляционных роботов с интерактивным управлением. Технологический цикл, заключающийся в перемещении рабочего органа по заданной в пространстве траектории, должен в результате автоматизации выполняться за минимальное время.

Традиционно задача планирования управления координатами манипулятора при перемещении рабочего органа по заданной траектории решается в функции времени [1]. В результате "обучения" манипулятора или расчета траектории получают и записывают массив данных в виде матрицы m узловых точек траектории для n обобщенных координат манипулятора

$$[Q] = \begin{bmatrix} q_{11} & \dots & q_{1j} & \dots & q_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{i1} & \dots & q_{ij} & \dots & q_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & \dots & q_{nj} & \dots & q_{nm} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Запись столбцов матрицы Q производят через известные, обычно одинаковые, промежутки времени. Затем выполняют интерполяцию по строкам в функции времени и получают зависимости для управления следящими проводами каждой из n координат. Задача не вызывает затруднений, если ограничения скоростей $\dot{q}_i < \dot{q}_{i \max}$ и ускорений $\ddot{q}_i < \ddot{q}_{i \max}$ координат отсутствуют. Если в каждой точке заданной траектории известны ограничения на скорость и ускорения, то для минимизации времени перемещения применяют метод динамического программирования [2].

В общем случае ограничения скоростей и ускорений координат зависят от статических и динамических характеристик приводов, их точности и стабильности, веса объекта манипулирования, формы траектории перемещения. Чтобы устранить эти препятствия, используют электроприводы:

с практически бесконечной жесткостью механической характеристики и широким диапазоном регулирования скорости (более 10000), что обеспечивает отсутствие статических ошибок регулирования и строго определенное, известное ограничение максимальной скорости;

с перегрузочной способностью 10 и более, что практически снимает ограничение по ускорению;

с высокой полосой пропускания частот (100 Гц и более), т. е. с малыми динамическими ошибками регулирования;

с высокой стабильностью характеристик.

Это — прецизионные электроприводы с мощностями, ограниченными единицами киловатт. Для экскаваторов в связи с большой мощностью их приводов (до нескольких тысяч киловатт), невысокой жесткостью механических характеристик, ограничением момента и ускорения (перегрузочная способность не более 2,5 и полоса пропускания частот — десятые доли герц), невысокой стабильностью характеристик напрямую не подходят решения, используемые в робототехнике.

Решение поставленной задачи для одноковшовых экскаваторов или других мощных манипуляторов возможно следующим способом.

Положение ковша в пространстве с некоторыми допущениями описывается трехмерным вектором обобщенных координат:

$$\bar{Q} = [q_1, q_2, q_3]^T, \quad (2)$$

где q_1, q_2, q_3 — координаты трех главных приводов экскаватора.

Получают массив координат узловых точек траектории (1) при $n = 3$. Представим для пояснения способа массив графически, взяв при этом любую непрерывно меняющуюся координату за независимую переменную и откладывая ее по оси абсцисс, как это показано на рис. 1, где принята независимой переменной q_1 . Используя интерполяцию, сплайнами например, получают гладкие кривые $q_2 = f_2(q_1)$, $q_3 = f_3(q_1)$, проходящие через все m узловые точки и имеющие непрерывные первые df_2/dt , df_3/dt и вторые d^2f_2/dt^2 , d^2f_3/dt^2 производные.

С целью перемещения рабочего органа (ковша) из точки 1 в точку m задают перемещение q_1 с максимальной скоростью и ускорением на заданное расстояние q_{1m} , как это показано на рис. 1, назначив привод этой координаты позиционным, а другие два привода следящими. Далее проверяют, способны ли приводы координат q_2 и q_3 "отследить" заданную траекторию, воспользовавшись

следующими уравнениями для их скоростей и ускорений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_2 &= \frac{df_2}{dq_1} \dot{q}_1; \\ \dot{q}_3 &= \frac{df_3}{dq_1} \dot{q}_1; \\ \ddot{q}_2 &= \frac{d^2f_2}{dq_1^2} \dot{q}_1^2 + \frac{df_2}{dq_1} \ddot{q}_1; \\ \ddot{q}_3 &= \frac{d^2f_3}{dq_1^2} \dot{q}_1^2 + \frac{df_3}{dq_1} \ddot{q}_1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Если подстановка в (3) $\dot{q}_1 \max$, $\ddot{q}_1 \max$ не приводит к тому, что $\dot{q}_2 > \dot{q}_2 \max$, $\dot{q}_3 > \dot{q}_3 \max$, $\ddot{q}_2 > \ddot{q}_2 \max$, $\ddot{q}_3 > \ddot{q}_3 \max$, то ограничения скорости и ускорения позиционного привода не требуются. Если же указанные превышения имеют место в какой-либо части обрабатываемой траектории, то там необходимо уменьшение \dot{q}_1 , \ddot{q}_1 до уровня, при котором скорости и ускорения следящих приводов имеют наибольшие значения, но не превышают своих допустимых максимумов. Время перемещения при этом будет минимально возможным на данной траектории.

Практически такое управление достигается с помощью перекрестных связей по ошибкам слежения, воздействующих на задание скорости позиционного привода. Главная особенность данного способа заключается в том, что независимая переменная — время исключается в явном виде и заменяется переменной, на которую можно воздействовать. Рассмотренный способ в принципе обеспечивает минимальное время перемещений независимо от того, какой из приводов назначен позиционным, требуется ли от него максимальная скорость на данном отрезке пути или нет, важно только, чтобы конец отрезка, на котором данный привод позиционный, обозначался его остановкой.

Эта задача решена в МЭИ для шагающего экскаватора-драглайна с использованием микропроцессорных средств [3]. Значительную сложность при этом составила разработка алгоритма и программного обеспечения интерактивного автоматизированного управления. Блок-схема алгоритма приведена на рис. 2, где приняты следующие обозначения: l_{Π} и l_T — длины подъемного и тягового канатов, φ_B — угол поворота платформы, представляющие текущие координаты трех главных приводов экскаватора; $l_{\Pi.з}$, $l_{T.з}$, $\varphi_{B.з}$ — заданные координаты; $l_{\Pi j}$, $l_{T j}$, $\varphi_{B j}$ — координаты j -й узловой точки заданной траектории; $l_{\Pi}(l_{\Pi})$, $\varphi_B(l_{\Pi})$, $l_T(l_{\Pi})$, $\varphi_B(l_T)$ — зависимости координат следящих приводов от координат позиционного привода; $u_{к.з.п}$, $u_{к.з.т}$, $u_{к.з.в}$ — сигналы коррекции заданий, поступающих на приводы с командоконтроллеров машиниста.

Микропроцессорная система (МПС) предназначена для одновременного управления приводами подъема, тяги и поворота и имеет три режима работы: "Обучение", "Ручное управление" и

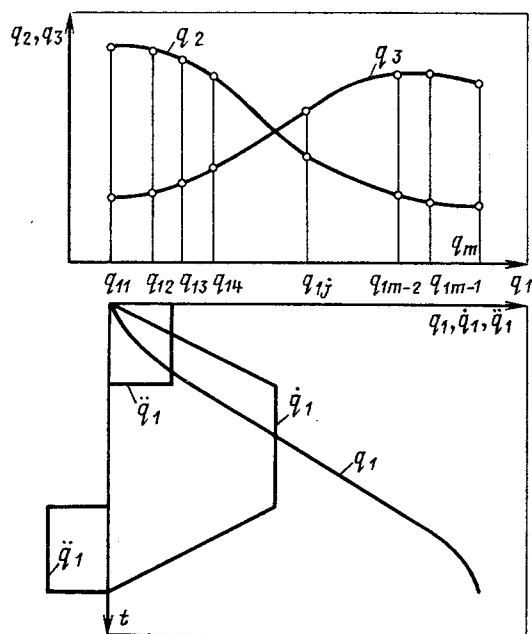


Рис. 1

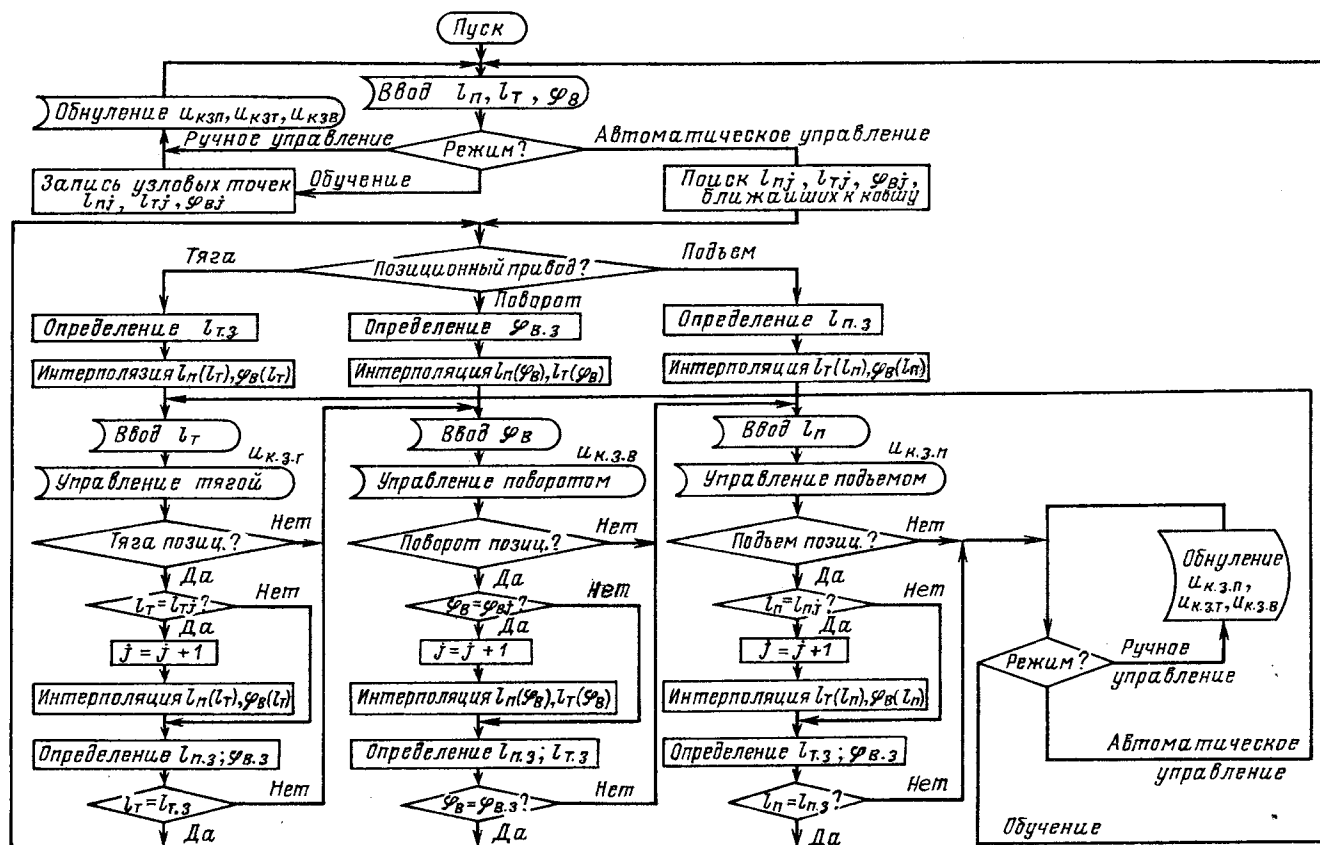


Рис. 2

"Автоматическое управление", которые задаются машинистом с помощью трехпозиционного переключателя, смонтированного в рукоятку одного из командоконтроллеров.

Вкратце принцип работы системы заключается в следующем.

Машинист экскаватора после заполнения ковша устанавливает режим "Обучение" и выполняет "вручную" цикл транспортировки ковша на разгрузку и обратно в забой, а система в это время записывает в память координаты узловых точек траектории. Перед началом копания машинистом устанавливается режим "Ручное управление". В последующих циклах, пока заданная траектория удовлетворяет машиниста, он после заполнения ковша устанавливает режим "Автоматическое управление" и переводит командоконтроллеры в максимальные задания скорости в направлении транспортировки ковша. В точке разгрузки ковша машинист реверсирует командоконтроллеры вновь на максимальные задания, а в точке начала копания берет управление на себя, устанавливая режим "Ручное управление".

Система автоматически воспроизводит траекторию в пространстве, корректируя поданные на вход приводов максимальные сигналы управления. Вместе с тем машинист не выключается полностью из контура управления экскаватором и может в любое время вмешаться в работу системы, изменив положение командоконтроллеров или взяв управление на себя установкой режима "Ручное управление".

Изложенный способ управления требует, чтобы главные электроприводы экскаватора были замкнуты по положению, причем в зависимости от формы заданной траектории любой из трех приводов может быть как позиционным, так и следящим.

Серийно выпускаемые экскаваторы имеют главные электроприводы, которым присущи все перечисленные выше особенности, не позволяющие применить традиционные методы автоматизации манипуляторов. Их отличает сочетание статических и динамических характеристик, существенно затрудняющее качественное управление по положению. Однако рассмотренным способом формируются управляющие воздействия при транспортировке ковша, адаптированные к статическим и динамическим характеристикам электроприводов, что позволяет управлять ими по положению не изменяя структуры систем электроприводов и настроек внутренних контуров регулирования, вплоть до контура регулирования скорости, которые выбраны рациональными для ручного управления экскаватором.

При синтезе САУ электроприводов использован метод последовательной коррекции с подчиненным регулированием координат [4]. Структурная схема САУ дана на рис. 3, в ней приняты следующие обозначения: $K_{р.п}$ — коэффициент усиления регулятора положения (РП); a_T — коэффициент настройки контура регулирования тока якоря; a_c и $k_{о.с}$ — коэффициенты настройки и обратной связи

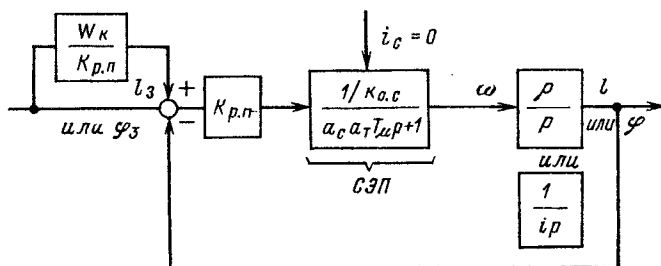


Рис. 3

контура регулирования скорости, приближенно эквивалентного реально применяемому контуру регулирования напряжения; $T\mu$ — малая некомпенсируемая постоянная времени внутреннего контура; $i_c = 0$ — ток якоря, обусловленный моментом сопротивления; ω — скорость двигателя; ρ и i — радиус приведения и передаточное отношение механизмов; W_k — передаточная функция корректирующего звена; СЭП — система электропривода.

Коэффициенты РП определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \text{подъем, тяга} \\ K_{p.p} = k_{o.c} / (\rho a_{п} a_{с} a_{т} T\mu); \\ \text{поворот} \\ K_{p.p} = k_{o.c} i / (a_{п} a_{с} a_{т} T\mu); \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $a_{п}$ — коэффициент настройки контура положения.

Для позиционирования применены РП с параболической характеристикой, которая в отличие от линейной характеристики (4) обеспечивает равнозамедленное торможение привода [4]. Зависимости задания скорости от ошибки позиционирования в этом случае имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{подъем, тяга} \\ u_{з.с} = \text{sign} |l_3 - l| k_{o.c} \sqrt{2 |l_3 - l| \ddot{\varphi}_{д \max} / \rho}; \\ \text{поворот} \\ u_{з.с} = \text{sign} |\varphi_3 - \varphi| k_{o.c} \sqrt{2 |\varphi_3 - \varphi| \ddot{\varphi}_{д \max} / i}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $\ddot{\varphi}_{д \max}$ — максимально реализуемое ускорение двигателя, определяемое МПС на каждом шаге управления для придания адаптивности РП.

Для уменьшения ошибки следящих приводов применено комбинированное управление [5], которое заключается в подаче на вход объекта регулирования сигнала задания через корректирующее звено, имеющее передаточную функцию, обратную передаточной функции объекта регулирования $W_k = 1/W_{o.p}$. Такая система инвариантна к

заданию, так как передаточная функция замкнутой системы равна единице.

В случае подачи корректирующего воздействия непосредственно на вход системы, как это реализовано практически, а также учитывая невозможность точной реализации $W_k = 1/W_{o.p}$, компенсации подвергалась только составляющая ошибки, пропорциональная первой производной задания. При этом

$$\left. \begin{aligned} \text{подъем, тяга} \\ W_k = p k_{o.c} / (\rho K_{p.p}); \\ \text{поворот} \\ W_k = p k_{o.c} i / K_{p.p}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для того, чтобы не допустить повреждения экскаватора при отказе МПС, а также обеспечить органичность интерактивного взаимодействия, применено аппаратное средство для введения сигналов управления, не позволяющее МПС генерировать активные сигналы, управления приводами, а способное лишь корректировать сигналы поданные машинистом. Этим достигается, что сигналы от командоконтроллеров, подаваемые машинистом в соответствии со сложившимися навыками управления экскаватором, по приоритету обрабатываются и в режиме "Автоматическое управление".

Функциональная схема, данная на рис. 4, поясняет сказанное. Между командоконтроллером КК и входом СЭП установлено линейное звено с регулируемым коэффициентом передачи от 0 до 1; МПС воздействует на значение этого коэффициента. Там же на рис. 4 функционально показано взаимодействие перекрестных связей с сигналом на выходе РП. Координаты q (измеряются датчиками положения ДП и вводятся в МПС) имеют индексы i, j, k , соответствующие одному из трех обозначений "п" (подъем), "т" (тяга), "в" (поворот), причем $i \neq j$; $j \neq k$; и $k \neq i$, т. е. любой из приводов может быть позиционным и получать сигналы отрицательной связи по наибольшей из ошибок слежения от любого из двух других приводов. Если же привод работает в следящем режиме, то перекрестные связи на него не воздействуют.

Для исследования свойств системы трех приводов в целом при их работе на общую нагрузку и воздействии перекрестных связей были проведены исследования на комплексной математической модели системы и объекта управления. Один из существенных результатов исследований состоит в том, что сигналы перекрестных связей не должны по частоте превышать границы полосы пропускания сигналов системы электропривода, иначе наступает потеря устойчивости.

Для обеспечения устойчивости при отсутствии возможности улучшить частотные свойства приводов есть только путь ограничения частоты сигнала перекрестной связи посредством выбора на каждом участке траектории в качестве позиционного того привода, который лимитирует время перемещения рабочего органа из начальной точки этого участка в конечную.

В МПС это выполняется на минимизированной прогнозирующей модели, приближенно представляющей объект, что допустимо, в связи с некорректностью системы к точности определения лимитирующего привода. На рис. 5 приведена

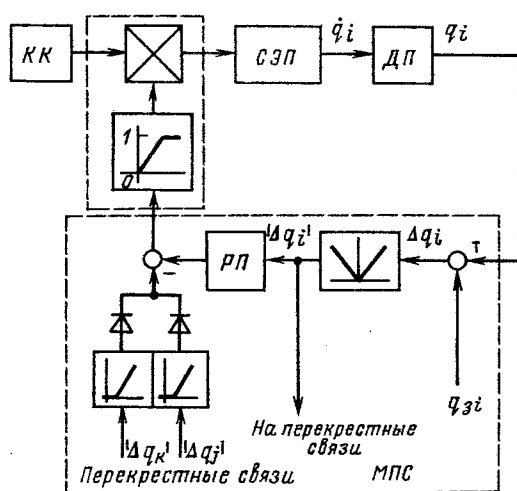


Рис. 4

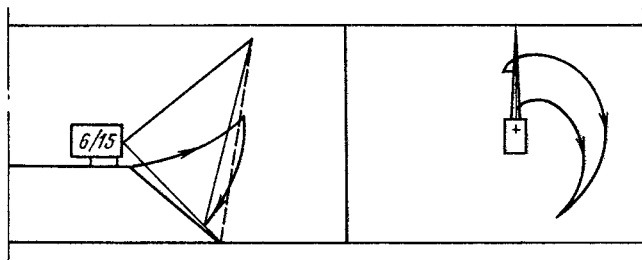


Рис. 5

траектория перемещения ковша, предварительно записанная на экскаваторе и воспроизведенная затем на модели.

При моделировании найдена область рациональных коэффициентов настройки системы. Это дало возможность наладить МПС управления транспортировкой ковша на экскаваторе и провести ее испытания.

Цель испытаний состояла в проверке эффективности решения поставленной задачи управления. Для этого выполнен полнофакторный эксперимент ПФЭ 2² [6]. Функция цели эксперимента — относительная продолжительность цикла транспортировки ковша

$$Y = T_{ц.авт.} / T_{ц.руч.} \quad (7)$$

Неизменными факторами являлись: тип экскаватора, настройка систем электроприводов, настройка МПС управления транспортировкой. Варьируемыми факторами, имевшими два уровня, были стаж работы машиниста (2 года и 14 лет) и время суток (день и ночь). Случайными факторами являлись: траектория перемещения ковша (изменения ограничены технологией), степень заполнения ковша и точность позиционирования приводов.

При проведении эксперимента предполагалось, что выполняются допущения дисперсионного анализа, т. е. случайная величина Y имеет нормальное распределение и влияние факторов не сказывается на дисперсии воспроизводимости, но может вызвать расхождение средних значений.

Документально зафиксировано 104 цикла экскавации (52 при ручном и 52 при автоматическом управлении), записанные в режиме "соревнования" машиниста и системы: вначале цикл выполнял машинист, затем тот же цикл воспроизводила система. Для оценки влияния факторов эксперименты были разбиты на четыре серии по 13 пар циклов в каждой в соответствии с ПФЭ 2².

В результате исследований установлено, что варьируемые факторы не влияют на Y . Оценка

относительной продолжительности цикла транспортировки ковша по выборке из всех 52 опытов равна 0,98, а истинное значение с доверительной вероятностью 0,95 лежит в пределах $0,976 < MU < 0,984$, что дает основание утверждать о сокращении времени транспортировки ковша на 2 %.

Анализ записанных на экскаваторе осциллограмм и наблюдений за действиями машинистов позволяет сделать вывод, что постановка эксперимента в режиме "соревнования" побудила машинистов не следить за качеством отработки траектории, а выполнять транспортировку предельно быстро. В этой связи влияние варьируемых факторов оказалось несущественным, а у системы не было резервов скорости привода, лимитирующего длительность транспортировки, для значительного сокращения продолжительности цикла.

Однако система в отличие от машиниста во всех случаях управляет с максимально возможной для отработки заданной траектории скоростью, а полученный результат дает право утверждать, что решение задачи перемещения в пространстве рабочего органа одноковшового экскаватора за время, близкое к минимальному, найдено.

Вместе с тем анализ осциллограмм 104 циклов экскавации свидетельствует, что число перестановок командоконтроллеров машинистами за счет автоматического управления транспортировкой ковша уменьшается в среднем в 10 раз, что говорит о существенном снижении трудоемкости управления экскаватором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пол Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора. — М.: Наука, 1976.
2. Шевелева Г. И., Потапов В. И. Минимизация времени перемещения схвата манипулятора при ограничениях на скорости и ускорения. — Станки и инструмент, 1988, 9.
3. Микропроцессорная система интерактивного автоматизированного управления электроприводами экскаватора-драглайна в транспортных операциях / В. Н. Остриров, С. Н. Коваленко, Е. К. Перепичаенко, В. В. Бормотов. — IV Всесоюзная научно-техническая конференция по электроприводу экскаваторов. Тезисы докладов. — М.: Информэлектро, 1989.
4. Теория автоматизированного электропривода / Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С. — М.: Энергия, 1979.
5. Теория автоматического управления / Под ред. А. В. Негушиля. Изд. 2-е, доп. и перераб. — М.: Высшая школа, 1976.
6. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. — М.: Энергия, 1975.

[29.11.91]

Анализ устойчивости "в большом" импульсных преобразователей постоянного напряжения с широтно-импульсной модуляцией

КОРОТЕЕВ И. Е., ПЕРЕКРЕСТ В. В

Киев

При проектировании импульсных преобразователей постоянного напряжения (ИПН) с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) возникает задача определения предельных параметров силовой цепи (СЦ) и системы управления (СУ), обеспечивающих устойчивость электромагнитных процессов.

В большинстве работ, посвященных исследованию условий устойчивости ИПН, анализируется устойчивость "в малом" [1-4]. В данной статье предлагается метод определения условий устойчивости "в большом" для ИПН с двумя интервалами постоянства структуры СЦ и различными видами ШИМ. Метод основывается на оценке нормы приращений вектора переменных состояния относительно значений в установившемся режиме и позволяет определять условия устойчивости "в большом" и "в малом" и проводить анализ соотношений этих условий.

При использовании RS -моделей силовых полупроводниковых приборов [5], линейных моделей пассивных элементов и условии отсутствия пульсаций в питающем напряжении преобразователей электромагнитные процессы на интервалах постоянства структуры описываются системой линейных дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= A_1 X(t) + B_1, \quad t \in [nT, nT + t_n]; \\ \dot{X}(t) &= A_2 X(t) + B_2, \quad t \in [nT + t_n, (n+1)T], \end{aligned} \right\} (1)$$

катушках индуктивности, напряжения на конденсаторах); $\dot{X}(t)$ — производные вектора переменных состояния; A_1 и A_2 — матрицы параметров силовой цепи; B_1 и B_2 — матрицы-столбцы входных напряжений и параметров силовой цепи; T — длительность периода; n — номер периода; t_n — момент времени изменения структуры силовой цепи.

Соответствующее системе (1) разностное уравнение в матричной форме будет иметь вид

$$X[(n+1)T] = e^{A_2(T-t_n)} e^{A_1 t_n} X[nT] + e^{A_2(T-t_n)} \times \\ \times (e^{A_1 t_n} - 1) A_1 B_1 + (e^{A_2(T-t_n)} - 1) A_2 B_2, \quad (2)$$

где $X[(n+1)T]$, $X[nT]$ — векторы переменных состояния в конце и начале n -го периода; $e^{A_2(T-t_n)}$, $e^{A_1 t_n}$ — переходные матрицы; 1 — единичная матрица.

Для получения малых пульсаций выходного сигнала (напряжения или тока) на частоте переключения силовых ключей параметры элементов СЦ выбираются такими, что элементы матриц A_1 и A_2

$$|a_{ij}^1| < T^{-1}, \quad |a_{ij}^2| < T^{-1}. \quad (3)$$

Тогда для системы (1) можно записать разностное уравнение для приращений вектора переменных состояния относительно значений в установившемся режиме (вывод дан в приложении 1):

$$\Delta X[(n+1)] = e^{A_2(T-t_n)} e^{A_1 t_n} \Delta X[nT] + (e^{A_2(T-t_n)} - 1) \times$$

$$\times (A_1 - A_2) R[t_n] e^{A_1 t_y} (X_y[nT] + A_1 B_1) + e^{A_2(T-t_y)} \times \\ \times A_2 N_1[t_n] (A_1 B_1 - A_2 B_2) (t_n - t_y), \quad (4)$$

где $\Delta X[nT] = X[nT] - X_y[nT]$; $X_y[(n+1)T] = X_y[nT]$; $X_y[nT]$; t_y — соответственно значение вектора переменных состояния и момент изменения структуры в установившемся режиме.

Уравнение (4) описывает изменение переменных состояния относительно их значений в установившемся режиме за период работы СЦ ИПН. Уравнение обратной связи для СУ с односторонней ШИМ второго рода имеет вид

$$K_y (U_{\text{э}} - K_{\text{д}} C^T X[nT + t_n]) = U_{\text{п}}[t_n],$$

где K_y — коэффициент усиления усилителя сигнала рассогласования; $U_{\text{э}}$ — эталонное (опорное) напряжение; $K_{\text{д}}$ — коэффициент передачи выход-

ного делителя; C^T — матрица-строка, учитывающая связи переменных состояния со входом системы управления; $U_{\text{п}}[t]$ — напряжение пилообразной формы. Это уравнение запишем в приращениях относительно установившегося режима

$$C^T (X[nT + t_n] - X_y[nT + t_y]) = \frac{K_{\text{п}}}{K_{\text{д}} K_y} \times \\ \times (t_n - t_y), \quad (5)$$

где $K_{\text{п}}$ — коэффициент наклона "пилы", равный отношению амплитуды "пилы" и длительности периода.

При подстановке выражения (П-2.1) из приложения 2 в уравнение (5) получим уравнение замыкания для ненасыщенного модулятора, осуществляющего одностороннюю ШИМ второго рода:

$$t_n - t_y = - \frac{C^T e^{A_1 t_n}}{\frac{K_{\text{п}}}{K_{\text{д}} K_y} + C^T e^{A_1 t_y} N_2[t_n] (A_1 X_y[nT] + B_1)} \times \\ \times \Delta X[nT]. \quad (6)$$

Система управления, реализующая интегральную ШИМ со сбросом, имеет уравнение обратной связи

$$U_1 T_{\text{и}} = \int_0^{t_n} (K_{\text{д}} C^T X[nT + t] - U_{\text{э}}) dt,$$

где $T_{\text{и}}$ — постоянная времени интегратора; U_1 — постоянный уровень напряжения.

Уравнение обратной связи в приращениях относительно установившегося режима можно записать как

$$C^T \left(\int_0^{t_n} X[nT+t] dt - \int_0^{t_y} X_y[nT+t] dt \right) = \frac{U_{\Sigma}}{K_d} (t_n - t_y).$$

Используя выражение (II-2.2), получаем уравнение замыкания для интегральной ШИМ со сбросом

$$t_n - t_y = \frac{C^T A_1^{-1} (e^{A_1 t_n} - 1)}{\frac{U_{\Sigma}}{K_d} + C^T (A_1^{-1} B_1 - e^{A_1 t_y} N_2 [t_n] (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1))} \times \Delta X[nT]. \quad (7)$$

Уравнение замыкания в приращениях относительно установившегося режима для ненасыщенного модулятора, осуществляющего ШИМ первого рода, описывается следующим выражением:

$$t_n - t_y = -K C^T \Delta X[nT], \quad (8)$$

где K — коэффициент пропорциональности, определяемый параметрами системы управления.

Уравнения замыкания (5), (7), (8) при подстановке в уравнение (4) дают возможность получить нелинейное разностное уравнение вида

$$\Delta X[(n+1)T] = P[t_n] \Delta X[nT], \quad (9)$$

где

$$P[t_n] = e^{A_2(T-t_n)} e^{A_1 t_n} - (e^{A_2(T-t_y)} \times (A_1 - A_2) R[t_n] e^{A_1 t_y} (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1) + e^{A_2(T-t_y)} \times A_2 N_1[t_n] (A_1^{-1} B_1 - A_2^{-1} B_2)) \times C^T e^{A_1 t_n} \times \frac{K_{\Pi}}{K_d K_y} + C^T e^{A_1 t_y} N_2[t_n] (A_1 X_y[nT] + B_1))$$

для односторонней ШИМ второго рода;

$$P[t_n] = e^{A_2(T-t_n)} e^{A_1 t_n} + (e^{A_2(T-t_y)} \times (A_1 - A_2) R[t_n] e^{A_1 t_y} (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1) + e^{A_2(T-t_y)} \times A_2 N_1[t_n] (A_1^{-1} B_1 - A_2^{-1} B_2)) \times$$

$$\times \frac{C^T A_1^{-1} (e^{A_1 t_n} - 1)}{\frac{U_{\Sigma}}{K_d} + C^T (A_1^{-1} B_1 - e^{A_1 t_y} N_2[t_n] (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1))} -$$

для интегральной ШИМ со сбросом;

$$P[t_n] = e^{A_2(T-t_n)} e^{A_1 t_n} - K (e^{A_2(T-t_y)} \times (A_1 - A_2) R[t_n] e^{A_1 t_y} (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1) - e^{A_2(T-t_y)} \times A_2 N[t_n] (A_1^{-1} B_1 - A_2^{-1} B_2)) C^T -$$

для ШИМ первого рода.

Уравнение (9) позволяет проводить исследование устойчивости "в большом" ИПН с рассмотренными выше видами ШИМ. Так как момент времени изменения структуры СЦ ИПН t_n изменяется в пределах $[0; T]$, то для любой точки $t_i \in [0; T]$ можно записать линейное разностное уравнение

$$\Delta X[(n+1)T] = P_i \Delta X[nT],$$

$$\text{где } P_i = P[t_n] \Big|_{t_n = t_i}.$$

Используя линейное преобразование

$$\Delta Y[nT] = S_i \Delta X[nT],$$

где S_i — квадратная невырожденная матрица, получаем уравнение

$$\Delta Y[(n+1)T] = D_i \Delta Y[nT]. \quad (10)$$

Матрицы P_i и D_i подобные и имеют одинаковые собственные значения. Если все собственные значения различные, то существует такая S_i , что матрица D_i будет диагональной матрицей. Используя для оценки уравнения (10) спектральную (евклидову) норму $\| \cdot \|_2$ квадратной матрицы, получаем

$$\| \Delta Y[(n+1)T] \|_2 \leq \| D_i \|_2 \| \Delta Y[nT] \|_2.$$

Согласно [6] для любой квадратной невырожденной матрицы A выполняется равенство $\| A \|_2 = \max | \sqrt{\lambda} |$, где λ — собственное значение матрицы $A^* A$ (A^* — сопряженная матрица). Следовательно, $\| D_i \|_2 = \max | \lambda^i |$, где λ^i — собственное значение матрицы D_i . Тогда при условии $| \lambda^i | < 1$ уравнение (9) описывает сходящийся процесс и $\Delta X[nT] \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. На основании этого можно сделать вывод: если собственные значения матрицы $P[t_n]$ при любых $t_n \in [0; T]$ по модулю меньше единицы, то система (9) устойчива "в большом".

Пример. Используя изложенный выше метод, определим условия устойчивости для понижающего и повышающего импульсных стабилизаторов постоянного напряжения (ИСН). Эквивалентные схемы замещения СЦ этих стабилизаторов при модуляции заднего фронта управляющего импульса представлены на рис. 1.

Для понижающего ИСН при модуляции заднего фронта импульса управления (рис. 1, а) имеем

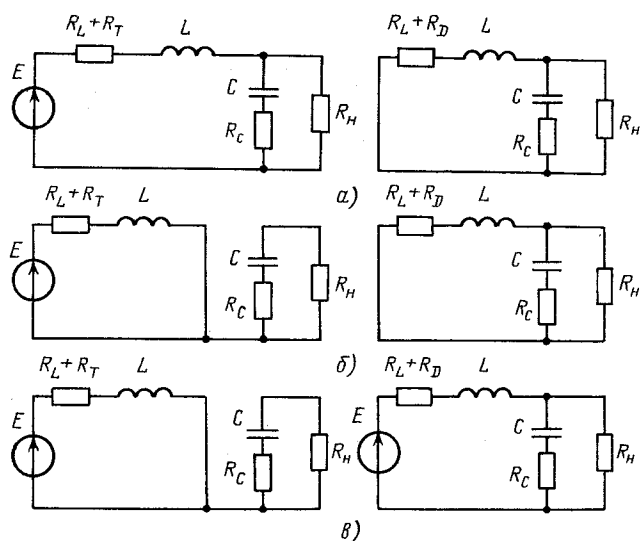


Рис. 1

$$A_1 = \begin{vmatrix} -\frac{R_L+R_T}{L} - \frac{R_H R_C}{(R_H+R_C)L} - \frac{R_H}{(R_H+R_C)L} & \frac{R_H}{(R_H+R_C)C} \\ \frac{R_H}{(R_H+R_C)C} & -\frac{1}{(R_H+R_C)C} \end{vmatrix}; B_1 = \begin{vmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} -\frac{R_L+R_D}{L} - \frac{R_H R_C}{(R_H+R_C)L} - \frac{R_H}{(R_H+R_C)L} & \frac{R_H}{(R_H+R_C)C} \\ \frac{R_H}{(R_H+R_C)C} & -\frac{1}{(R_H+R_C)C} \end{vmatrix}; B_2 = 0,$$

где R_T и R_D — сопротивления в открытом состоянии транзистора и диода; R_L — активное сопротивление обмотки дросселя; R_C — внутреннее сопротивление конденсатора. Обратная связь осуществляется только по выходному напряжению, поэтому вектор C^T на основании уравнения для выходного напряжения

$$U_H(t) = \frac{R_H R_C}{(R_H+R_C)} I_L(t) + \frac{R_H}{R_H+R_C} U_C(t)$$

будет иметь вид

$$C^T = \left\| \frac{R_H R_C}{(R_H+R_C)C} \frac{R_H}{R_H+R_C} \right\|.$$

На рис. 2 показаны результаты расчета предельных параметров СУ: ШИМ второго рода

$\delta_1 = \frac{K_A K_Y}{K_n T}$, рис. 2, а; интегральная ШИМ со сбро-

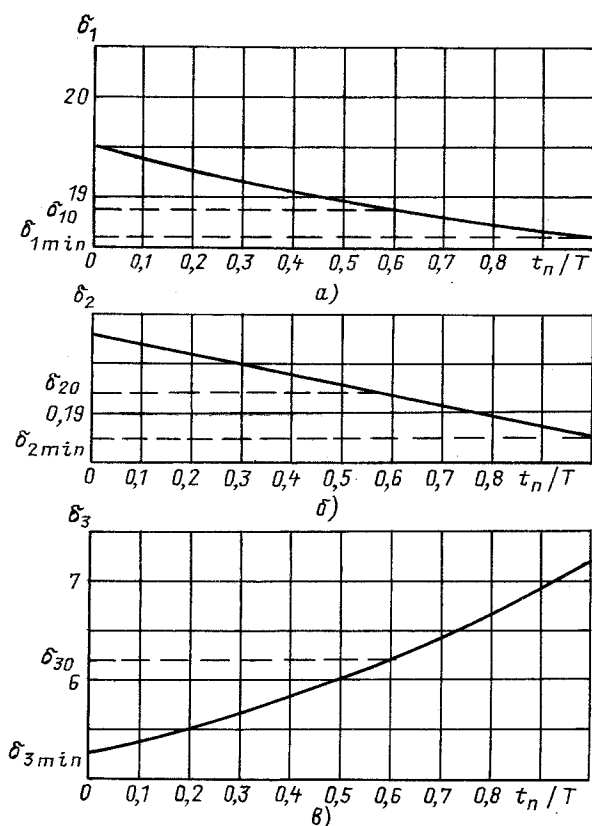


Рис. 2

сом $\delta_2 = K_d / U_\gamma$, рис. 2, б; ШИМ первого рода $\delta_3 = K / T$, рис. 2, в.

Расчеты проводились при $L = 0,5 \cdot 10^{-3}$ Гн; $C = 10^{-4}$ Ф; $R_L = 0,05$ Ом; $R_T = R_D = 0,1$ Ом; $R_C = 0,5$ Ом; $R_H = 1$ Ом; частота преобразования $f = 20$ кГц; входное напряжение $E = 10$ В; выходное напряжение $U_H = 5$ В; амплитуда пульсаций выходного напряжения 100 мВ.

Для инвертирующего ИСН (рис. 2, б) имеем

$$A_1 = \begin{vmatrix} -\frac{R_L+R_D}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(R_H+R_C)C} \end{vmatrix}; B_1 = \begin{vmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} -\frac{R_L+R_D}{L} - \frac{R_H R_C}{(R_H+R_C)L} - \frac{R_H}{(R_H+R_C)L} & \frac{R_H}{(R_H+R_C)C} \\ \frac{R_H}{(R_H+R_C)C} & -\frac{1}{(R_H+R_C)C} \end{vmatrix}; B_2 = 0.$$

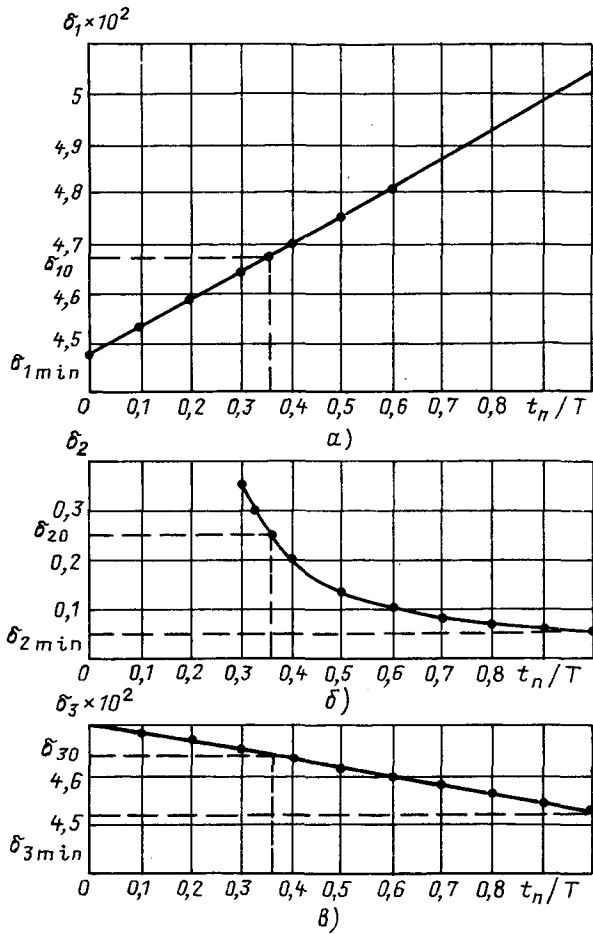


Рис. 3

Вектор C^T при стабилизации выходного напряжения для ШИМ-1 будет определяться из уравнения для выходного напряжения на интервале закрытого состояния транзистора

$$U_n(t) = \frac{R_n R_C}{(R_n + R_C)C} I_L(t) + \frac{R_n}{R_n + R_C} U_C(t)$$

и будет иметь вид

$$C^T = \left\| \frac{R_n R_C}{(R_n + R_C)C} \quad \frac{R_n}{R_n + R_C} \right\|.$$

Для односторонних ШИМ-2 и интегральной ШИМ со сбросом вектор C^T определяется из уравнения для выходного напряжения на интервале открытого состояния транзистора

$$U_n(t) = \frac{R_n}{R_n + R_C} U_C(t)$$

и будет иметь вид

$$C^T = \left\| 0 \quad \frac{R_n}{R_n + R_C} \right\|.$$

На рис. 3 показаны результаты расчета предельных параметров СУ для инвертирующего ИСН. Расчеты проводились при $L = 0,5 \cdot 10^{-3}$ Гн;

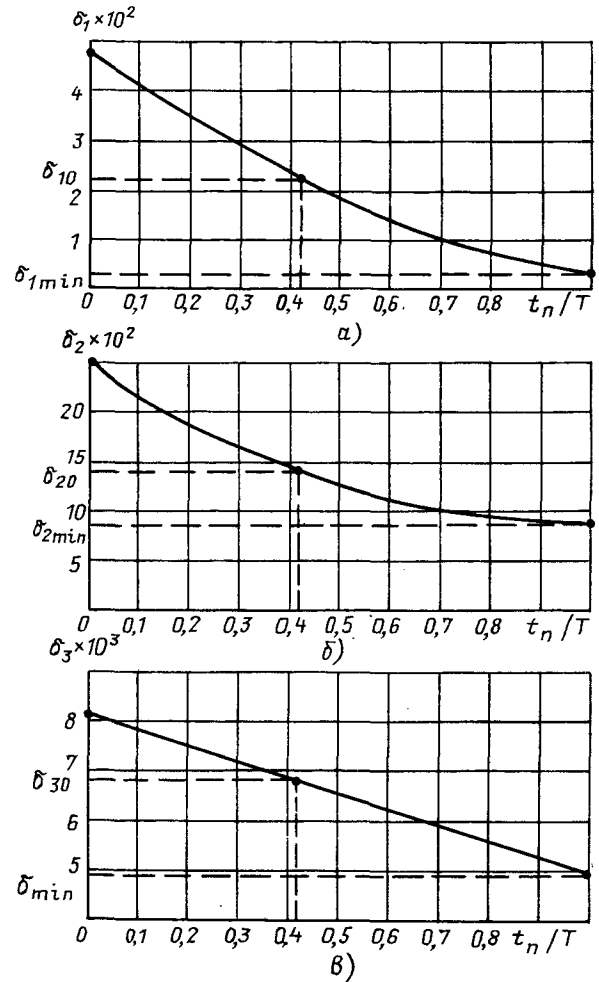


Рис. 4

$C = 10^{-4}$ Ф; $R_L = 0,05$ Ом; $R_T = R_D = 0,1$ Ом; $R_C = 0,5$ Ом; $R_n = 3$ Ом; частота преобразования $f = 20$ кГц; входное напряжение $E = 10$ В; выходное напряжение $U_n = 5$ В; амплитуда пульсаций выходного напряжения 100 мВ.

Для повышающего ИСН (рис. 1, в) матрицы A_1 и A_2 , векторы C^T аналогичны соответственно матрицам и векторам инвертирующего ИСН, а для векторов B_1 и B_2 справедливо выражение

$$B_1 = B_2 = \left\| \begin{array}{c} E \\ L \\ 0 \end{array} \right\|.$$

На рис. 4 показаны результаты расчета предельных параметров СУ для повышающего ИСН. Расчеты проводились при $L = 0,5 \cdot 10^{-3}$ Гн; $C = 3 \cdot 10^{-4}$ Ф; $R_L = 0,05$ Ом; $R_T = R_D = 0,1$ Ом; $R_C = 0,5$ Ом; $R_n = 3$ Ом; частота преобразования $f = 20$ кГц; входное напряжение $E = 10$ В; выходное напряжение $U_n = 15$ В; амплитуда пульсаций выходного напряжения 100 мВ. Значения δ_{10} , δ_{20} ,

δ_{30} соответствуют предельным значениям параметров СУ при анализе устойчивости "в малом" стабилизаторов. Для обеспечения устойчивости "в большом" необходимо выбирать значения $\delta_1 < \delta_{1min}$, $\delta_2 < \delta_{2min}$, $\delta_3 < \delta_{3min}$.

Предлагаемый метод позволяет с учетом принятых допущений проводить по единой методике анализ устойчивости "в большом" ИПН как с постоянной, так и переменной структурой, определять параметры СУ с рассмотренными видами ШИМ на границах устойчивости "в малом" и "в большом". При этом СУ могут содержать в контуре управления дополнительные связи по переменным состояниям.

Приложение 1. Уравнение (2) при $X[(n+1)T] = X[nT] = X_y[nT]$, $t_n = t_y$ будет описывать установившийся режим в силовой цепи преобразователя. Тогда разностное уравнение в приращениях относительно значений вектора переменных состояния в установившемся режиме имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta X[(n+1)T] = & e^{A_2(T-t_n)} e^{A_1 t_n} \Delta X[nT] + \\ & + e^{A_2(T-t_y)} (e^{-A_2(t_n-t_y)} e^{A_1(t_n-t_y)} - 1) \times \\ & \times e^{A_1 t_y} (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1) - e^{A_2(t_n-t_y)} \times \\ & \times (e^{-A_2(t_n-t_y)} - 1) (A_1^{-1} B_1 - A_2^{-1} B_2), \quad (\text{П-1.1}) \end{aligned}$$

где $\Delta X[nT] = X[nT] - X_y[nT]$.

Используя разложение функции e^{At} в ряд Тейлора, получим следующее преобразование:

$$\begin{aligned} e^{-A_2(t_n-t_y)} - 1 = & -A_2(t_n-t_y) \sum_{m=1}^{\infty} \times \\ & \times \frac{(-A_2(t_n-t_y))^{m-1}}{m!}. \end{aligned}$$

При выполнении условия (3) ряд в этом выражении будет сходящимся к матрице $N_1[t_n]$, и тогда можно записать

$$e^{-A_2(t_n-t_y)} - 1 = -A_2(t_n-t_y) N_1[t_n], \quad (\text{П-1.2})$$

где $N_1[t_n]$ всегда можно вычислить с заданной точностью. При выполнении условия (3) справедливо выражение

$$\begin{aligned} e^{-A_2(t_n-t_y)} e^{A_1(t_n-t_y)} - 1 = & (A_1 - A_2) \times \\ & \times (t_n - t_y) R[t_n]. \quad (\text{П-1.3}) \end{aligned}$$

Подставив выражения (П-1.2), (П-1.3) в уравнение (П-1.1), получим уравнение (4).

Приложение 2. Значение вектора переменных состояния $X[nT+t]$ на интервале $[nT; nT+t_n]$ работы СЦ можно определить из первого уравнения системы (1):

$$X[nT+t] = e^{A_1 t} X[nT] + A_1^{-1} (e^{A_1 t} - 1) B_1.$$

Интеграл от вектора переменных состояния равен

$$\begin{aligned} \int_0^{t_n} X[nT+t] dt = & A_1^{-1} (e^{A_1 t_n} - 1) \times \\ & \times (X[nT] + A_1^{-1} B_1) - A_1^{-1} B_1 t_n. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} X[nT+t_n] - X_y[nT+t_y] = & \\ & \times e^{A_1 t_n} \Delta X[nT] + e^{A_1 t_y} N_2[t_n] (A_1 X_y[nT] + B_1) \times \\ & \times (t_n - t_y); \quad (\text{П-2.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{t_n} X[nT+t] dt - \int_0^{t_y} X_y[nT+t] dt = & \\ = A_1^{-1} (e^{A_1 t_n} - 1) \Delta X[nT] + e^{A_1 t_y} N_2[t_n] \times \\ & \times (X_y[nT] + A_1^{-1} B_1) - A_1^{-1} B_1 t_n \times \\ & \times (t_n - t_y); \quad (\text{П-2.2}) \end{aligned}$$

где

$$N_2[t_n] = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(A_1(t_n - t_y))^{m-1}}{m!}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шипилов В. П., Чикотило И. И. Устойчивость замкнутой системы с широтно-импульсным преобразователем. - Электричество, 1978, № 1.
2. Белов Г. А., Кузьмин С. А. Динамическая модель и устойчивость импульсного стабилизатора с асинхронным интегральным ШИМ. - Техническая электродинамика, 1989, № 4.
3. Мелешин В. И. Динамические свойства преобразователей с ШИМ-2 в режимах прерывистого и непрерывного тока. - ЭТВА, 1986, вып. 17.
4. Коротев И. Е., Руденко Ю. В. Исследование устойчивости в малом преобразователе с переменной структурой. - Техническая электродинамика, 1984, № 3.
5. Автоматизированное проектирование силовых электронных схем / В. Я. Жуйков, В. Е. Сучик, П. Д. Андриенко, М. А. Еременко - Киев: Техника, 1988.
6. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. - М.: Мир, 1989.

О недетерминированных режимах функционирования стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием

БАУШЕВ В. С., канд. физ.-мат. наук,
ЖУСУБАЛИЕВ Ж. Т., канд. техн. наук

Томск

Введение. Сигналы на выходе динамической системы с внешним периодическим воздействием через достаточно большой промежуток времени с момента начала функционирования можно классифицировать по признаку детерминированности. К детерминированным относятся сигналы, обладающие свойством периодичности. В случае недетерминированных либо нет четко выраженной периодичности, либо при определенных условиях характер сигнала удовлетворяет критериям стохастичности.

Целью данной статьи является попытка дать объяснение причинам возникновения недетерминированных сигналов на примере стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием. Необходимо отметить, что решению проблемы предшествовало преодоление ряда принципиальных трудностей. Первая — исследование устойчивости стационарных режимов в импульсных системах. Это было сделано в [1]. Вторая трудность связана с построением алгоритмов для нахождения стационарных режимов. Наконец, непростым делом оказалось представление материала. Авторы осознают неоптимальность предложенной в этом отношении работы и частично находят оправдание в наличии ограничений на статью.

Математическая модель и методы поиска стационарных решений. Анализируемая модель стабилизатора

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= AX + Bk_F(\xi); \quad k_F = \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(\xi)]; \\ \xi(X, t) &= U_{\kappa.у} - U_{\Pi}, \quad U_{\kappa.у} = \alpha(U_y - \beta x_2); \\ U_{\Pi} &= U_{\text{ОН}} [t/a - E_1(t/a)]; \\ A &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{CR_H} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{E_0}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} (1)$$

с параметрами

$R = 10,6 \text{ Ом}; \quad L = 0,1 \text{ Гн}; \quad E_0 = 1040 \text{ В}; \quad C = 10^{-6} \text{ Ф}; \quad R_H = 100 \text{ Ом}; \quad U_y = 5 \text{ В}; \quad U_{\text{ОН}} = 10 \text{ В};$
 $a = 10^{-4} \text{ с}; \quad \beta = 0,01; \quad \alpha > 0$ рассмотрена в [1] с позиций исследования устойчивости стационарных решений. Там же в общем виде указан и метод поиска стационарных решений. Здесь необходимо рассмотреть этот вопрос детально. Напомним, что в (1): E_1 — целая функция; $U_{\kappa.у}$ — напряжение корректирующего устройства; U_{Π} — пилообразное напряжение; $x_1, x_2 = U_C$ — выходные ток и напряжение. К сформированной в виде (1) модели следует добавить принципы формирования импульса, отражающие специфику системы управления.

1. Импульс может возникнуть только в начале тактового интервала $(k-1)a < t < ka, k = 1, 2, \dots$

Пусть t_k — момент окончания импульса в пределах указанного тактового интервала.

2. Если $\xi|_{t=(k-1)a+0} \leq 0$, то $t_k = (k-1)a$, и длительность импульса равна нулю.

3. Если $\xi|_{t=(k-1)a+0} > 0, \xi|_{t=ka-0} < 0$, то t_k — наименьший корень уравнения $\xi(X(t_k), t_k) = 0$.

4. Если $\xi > 0$ в пределах тактового интервала, то $t_k = ka$, т. е. длительность импульса равна величине тактового интервала.

От переменных x_1, x_2 сделаем переход к переменным ω_1, ω_2 следующей заменой:

$$x_1 = \frac{E_0/L}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[\frac{\lambda_2 + R/L}{\lambda_1} \omega_1 - \frac{\lambda_1 + R/L}{\lambda_2} \omega_2 \right];$$

$$x_2 = \frac{E_0/L}{C(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\frac{\omega_1}{\lambda_1} - \frac{\omega_2}{\lambda_2} \right].$$

Здесь $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1 < \lambda_2$ — собственные числа матрицы A , вещественные и отрицательные при выбранных параметрах.

Подставляя ω_1, ω_2 в (1) и разрешая относительно производных, находим

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \lambda_i (\omega_i - k_F). \quad (2)$$

Введем обозначения

$$\omega_i(ka) = \omega_{ik}; \quad t_k/a = z_k + k_F - 1;$$

$$\varphi(z_k) = \frac{LC\lambda_1(\lambda_1 - \lambda_2)}{\alpha\beta E_0} \xi(X(t_k), t_k) =$$

$$= v(1 - \omega_{2(k-1)})e^{a\lambda_2 z_k} - (1 - \omega_{1(k-1)})e^{a\lambda_1 z_k}$$

$$- \frac{P}{\alpha} z_k + q - v + 1;$$

$$v = \lambda_1/\lambda_2; \quad P = \frac{U_{\text{ОН}}(\lambda_1 - \lambda_2)(R + R_H)}{\beta E_0 R_H \lambda_2};$$

$$q = \frac{U_y}{U_{\text{ОН}}} P, \quad i = 1, 2; \quad k = 1, 2, \dots$$

Очевидно, $0 \leq z_k \leq 1$. Для моментов коммутации внутри тактового интервала ξ обращается в нуль. Отсюда следует, что для их нахождения надо

решать уравнение $\varphi(z_k) = 0$. Учет принципов формирования импульса вносит специфику в нахождение z_k . На основании второго принципа следует, что $z_k = 0$, если $\varphi(0) \leq 0$. Элементарно доказываются два утверждения:

1. Если $\varphi(0) > 0$, $\varphi(1) < 0$, то уравнение $\varphi(z_k) = 0$ имеет единственный корень, который обозначим z_{k*} .

2. Если $\varphi(0) > 0$, $\varphi(1) > 0$, то $\varphi(z_k) > 0$.

Если имеет место второе утверждение, то с учетом четвертого принципа формирования импульса следует, что $z_k = 1$. Подводя итог этому простому исследованию, можно построить алгоритм нахождения z_k :

$$z_k = \begin{cases} 0, & \varphi(0) \leq 0; \\ 1, & \varphi(0) > 0, \varphi(1) \geq 0; \\ z_{k*}, & \varphi(0) > 0, \varphi(1) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Учитывая, что

$$k_F = \begin{cases} 1, & (k-1)a < t < t_k; \\ 0, & t_k < t < ka, \end{cases}$$

с помощью (2) находим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{1k} &= \omega_{1(k-1)} e^{a\lambda_1 + e^{a\lambda_1(1-z_k)} - e^{a\lambda_1}}, \\ \omega_{2k} &= \omega_{2(k-1)} e^{a\lambda_2 + e^{a\lambda_2(1-z_k)} - e^{a\lambda_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Таким образом, исследование свойств системы (1) сводится к исследованию свойств двумерного отображения (3), (4). Интересно в дальнейшем сопоставить результаты исследования с информацией, полученной на основе одномерного отображения Фейгенбаума [2, 3]:

$$\omega_k = \lambda(\omega_{k-1} - \omega_{k-1}^2), \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

в зависимости от параметра λ . К этому же отображению в частном случае можно свести отображение Хенона [4]. Исследование свойств отображения (5) значительно проще, чем (3), (4) и позволило получить детерминированные и стохастические режимы. Но причина возникновения последних осталась невыясненной.

На основе отображения (3), (4) нахождение стационарного решения на M -й субгармонике (терминология из [1]) можно свести к решению

системы уравнений относительно z_k , $k = 1, M$. Действительно, последовательное использование рекуррентных соотношений (4) даст

$$\omega_{ik} = \omega_{i0} e^{ka\lambda_i} + \sum_{j=1}^k e^{a\lambda_i(k+1-jz_j)} - e^{a\lambda_i(1-e^{ka\lambda_i})} \times (1 - e^{a\lambda_i})^{-1}.$$

Из условия периодичности $\omega_{i0} = \omega_{iM}$ следует

$$\omega_{ik} = (1 - e^{Ma\lambda_i})^{-1} \sum_{j=1}^M e^{a\lambda_i(M+k+1-jz_j)} + \sum_{j=1}^k e^{a\lambda_i(k+1-jz_j)} - e^{a\lambda_i(1-e^{ka\lambda_i})}.$$

Подставим найденные значения ω_{ik} в выражение для $\varphi(z_k)$ и обозначим полученные выражения $\varphi_k(z_1, z_2, \dots, z_M)$. Если все $0 < z_k < 1$, то для определения z_1, z_2, \dots, z_M следует решать систему $\varphi_k(z_1, z_2, \dots, z_M) = 0$. Однако с учетом принципов формирования импульса приходим к системе

$$\varphi_k(z_1, z_2, \dots, z_M) = \mu_k(z_k); \quad (6)$$

$$\mu_k(z_k) = \begin{cases} 0, & 0 < z_k < 1; \\ > 0, & z_k = 1; \\ < 0, & z_k = 0, \quad k=1, M. \end{cases}$$

Такая запись означает, что в процессе ее решения, как только z_k принимает значения 0 или 1, искомой величиной становится μ_k .

Решение системы (6) явилось далеко не простой задачей. Здесь укажем лишь, что дело не ограничилось каким-то одним методом, а пришлось использовать довольно широкий арсенал средств вычислительной математики, неоднократно сталкиваясь при этом с нестандартными ситуациями. С помощью системы (6) удалось находить не только устойчивые, но и неустойчивые стационарные решения. Приведенная в статье информация получена на основе сочетания метода установления [с использованием отображения (3), (4)] с методом поиска стационарного решения с помощью системы (6).

Анализ картины ветвления. На рис. 1 изображены стационарные решения на разных субгармониках [выходное напряжение и $k_F(t)$], получаемые методом установления при различных коэффициентах усиления. Это детерминированные сигналы. Недетерминированный сигнал можно наблюдать на достаточно большом временном интервале. Динамика такого сигнала изображена на рис. 2 на временном интервале 50а. На этом же рисунке дана коррелограмма $\Phi(\tau)$ этого сигнала, типичная для стационарного стохастического процесса. Расчет коррелограммы осуществлялся по формуле [5]:

$$\Phi(\tau) = \frac{E[x_2(t+\tau)x_2(t)] - E[x_2(t+\tau)]E[x_2(t)]}{D[x_2(t+\tau)]D[x_2(t)]},$$

где E, D — математическое ожидание и дисперсия.

Попытка разобраться в закономерностях возникновения различных режимов с помощью метода установления (как, например, это делается в [6]) оказалась безнадежной. И это естественно, поскольку выход на то или иное стационарное решение определяется не только коэффициентом усиления, но и выбором начальных условий и свойствами области притяжения этого решения. Картину ветвления стационарных решений уда-

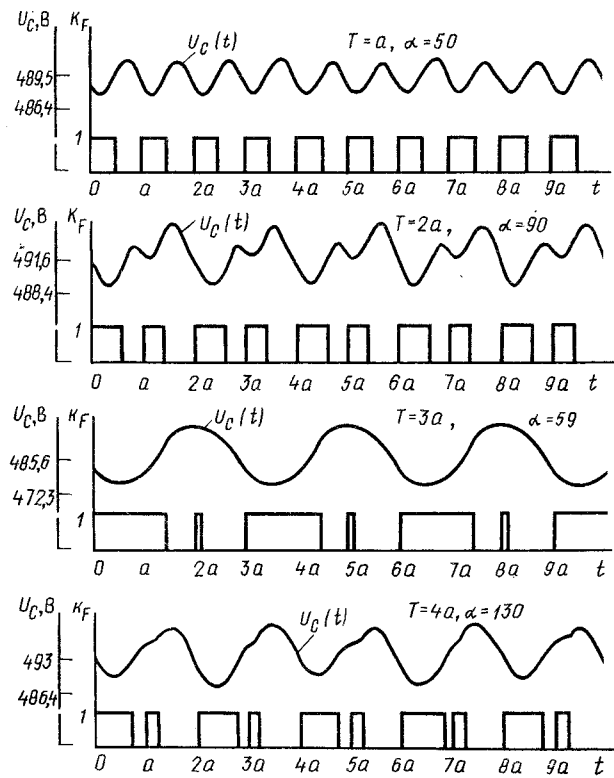


Рис. 1. Примеры детерминированных сигналов на выходе динамической системы

лось получить лишь частично. Выяснить полную картину ветвления не удастся из-за исключительной сложности задачи. Да авторы и не ставили перед собой эту цель. Информация о картине ветвления отражена в табл. 1. Для каждого значения M указан диапазон коэффициента усиления α , в котором имеет место локальная устойчивость.

Данные табл. 1 удобно изобразить в виде схемы (рис. 3). Картина ветвления представляется в виде ветвей I, III, V, ..., начало которых дают решения на нечетных субгармониках. Обнаружена одна ветвь (VI), начинающаяся с шестой субгармоники. Необходимо заметить, что картина ветвления на схеме отражена не в масштабе, поскольку сделать это сложно. Соблюдено лишь относительное по α начало каждой ветви (выделены точки на схеме). Стационарные режимы, с которых начинается каждая ветвь (кроме первой), возникают скачкообразно (так называемое жесткое возбуждение). Затем, с ростом значения α происходят множественные бифуркации (мягкое возбуждение) с удвоением периода. Пунктирная часть горизонтальных линий означает, что после потери устойчивости стационарный режим на соответствующей субгармонике (на схеме указаны арабскими цифрами) продолжает существовать вплоть до $\alpha = \infty$. Причем может иметь место неединственность неустойчивых режимов.

Чем же отличаются параметры мягкого возбуждения от параметров жесткого возбуждения? Пусть α_* — один из них и пусть $X_C(t)$ — стационарное решение (1). Обозначим через X_C^-, X_C^+ все стационарные решения (в том числе и фазово сдвинутые) соответственно для $\alpha < \alpha_*$, $\alpha > \alpha_*$.

При переходе через α_* меняется топологическая

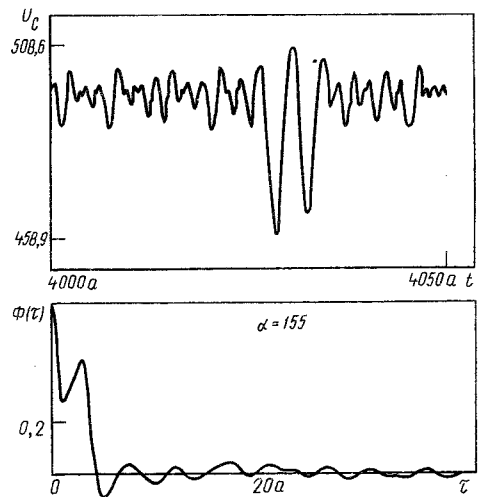


Рис. 2. Пример недетерминированного сигнала и его коррелограммы

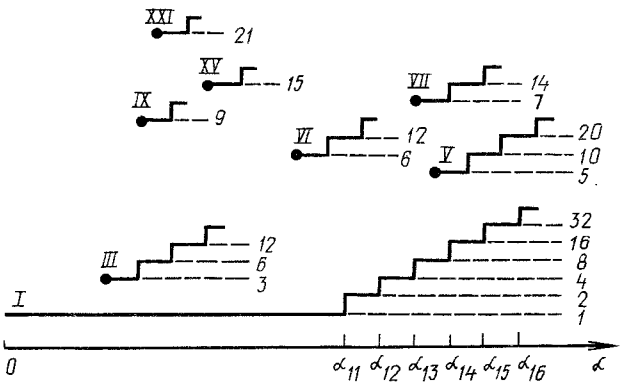


Рис. 3. Схема картины ветвления стационарных решений

Таблица 1

M	α
1	$0 < \alpha \leq 86,58$
2	$86,59 \leq \alpha \leq 126,84$
4	$126,85 \leq \alpha \leq 137,96$
8	$137,97 \leq \alpha \leq 140,41$
16	$140,42 \leq \alpha \leq 140,94$
32	$140,95 \leq \alpha \leq 141,06$
3	$52,67 \leq \alpha \leq 61,5$
6	$62,0 \leq \alpha \leq 68,00$
12	$68,006 \leq \alpha \leq 68,0153$
5	$144,6 \leq \alpha \leq 144,85$
10	$144,86 \leq \alpha \leq 144,92$
20	$144,94 \leq \alpha \leq 144,95$
7	$144,26 \leq \alpha \leq 144,30$
14	$144,31 \leq \alpha \leq 144,325$
9	$66,56 \leq \alpha \leq 66,78$
15	$68,68 \leq \alpha \leq 68,698$
21	$68,393 \leq \alpha \leq 68,4$
6	$136,526 \leq \alpha \leq 137,1$
12	$137,2 \leq \alpha \leq 137,3$

структура фазовой плоскости (x_1, x_2) , т. е. при $\alpha = \alpha_*$ динамическая система (1) теряет свойство грубости [7]. Если α_* — параметр мягкого возбуж-

дения, то для любого X_c^+ имеется хотя бы одно X_c^- такое, что будет выполнено условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \max |X_c^-(t) - X_c^+(t)| \rightarrow 0, \alpha^+ - \alpha^- \rightarrow 0. \quad (7)$$

Естественно назвать условие (7) свойством непрерывности. Если α_* — параметр жесткого возбуждения, условие непрерывности не выполняется.

Параметры бифуркации ветви 1 $\alpha_{11} = 86,58$; $\alpha_{12} = 126,84$; ... позволяют вычислить несколько членов последовательности

$$\delta_k = \frac{\alpha_{1(k+1)} - \alpha_{1k}}{\alpha_{1(k+2)} - \alpha_{1(k+1)}}, k = 1, 2, \dots,$$

а именно:

$$\delta_1 = 3,62; \delta_2 = 4,54; \\ \delta_3 = 4,63; \delta_4 = 4,42.$$

В [3] при анализе ветви 1 отображения (5) (правда, в [3] нет понятий картины ветвления и ветвей) показано, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \delta_k = \delta = 4,6692016. \quad (8)$$

Оказалось, что свойство бифуркаций удвоения (8) имеет место и для других одномерных отображений, рассмотренных Фейгенбаумом [3]. Будет ли обладать свойством (8) отображение (3), (4)? Приведенные результаты пока не позволяют ответить на этот вопрос утвердительно.

Рассмотрим теперь подробно случай $M = 3$. При $\alpha = 52,67$ происходит жесткое возбуждение двух режимов на третьей субгармонике. Характеристики этих режимов указаны в табл. 2. Для каждого из режимов в зависимости от α указаны z_k и мультипликаторы, на основе которых делается вывод о локальной устойчивости режимов. На основании данных табл. 1 и 2 следует, что в диапазоне $52,67 \leq \alpha \leq 61,5$ имеют место два режима, один из которых устойчив. В диапазоне $61,5 < \alpha \leq 150$ существуют два неустойчивых режима. При $\alpha > 150$ (точнее 152,5) имеет место один неустойчивый режим. Аналогичная ситуация характерна и для других ветвей.

Причины возникновения недетерминированных режимов. Пусть $X_c(t)$ — локально устойчивое

стационарное решение динамической системы (1) и пусть возмущенное решение

$$X(t) = X_c(t) + \varepsilon(t), \quad (9)$$

где ε — вектор с компонентами $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

В силу локальной устойчивости X_c при достаточно малых начальных возмущениях $|\varepsilon(0)|$ будет иметь место

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X_c(t). \quad (10)$$

Это значит, что в плоскости $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ в окрестности начала координат существует односвязная область D' с границей Γ' такая, что если $\varepsilon(0) \in D'$, то имеет место (10). Под областью притяжения D (в [8] — областью устойчивости) понимается множество точек плоскости $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, обладающих свойством, аналогичным свойству области D' в отношении (10). В общем случае D (заштрихованная часть рис. 4) может иметь сложную структуру: невыпуклость относительно начала координат, неограниченность и, возможно, неодносвязность. Поскольку $X_c(0)$ может принимать любое из значений $X_c(t)$, когда t меняется в пределах периода $T = Ma$, то область D и граница Γ , вообще говоря, будут периодически меняться во времени, т. е. $D = D(t)$, $\Gamma = \Gamma(t)$.

Построение области D является сложной задачей. В [8] обсуждаются возможности построения последовательности вложенных в D областей. Но весьма сомнительно использование этих результатов для построения конкретного алгоритма. В принципе при известном X_c такой алгоритм авторы построили (не на идеях [8]), но для его реализации, даже для рассматриваемой модели, требуются большие затраты машинного времени. Для целей, преследуемых в этой статье, важно не столько знание всей области D , сколько нахождение величины области притяжения.

О п р е д е л е н и е 1. Пусть $r(t)$ — максимальный радиус окружности в плоскости $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ с центром в начале координат, не пересекающей границу $\Gamma(t)$ (величина r на рис. 4). Под величиной области притяжения $D(t)$ понимается $r = \min_t r(t)$.

Пусть $r_1(\alpha)$, $r_3(\alpha)$ — величины областей притяжения устойчивых стационарных режимов на первой и третьей субгармониках. Авторам удалось

Таблица 2

α	1-е решение					2-е решение				
	z_1	z_2	z_3	ρ_1	ρ_2	z_1	z_2	z_3	ρ_1	ρ_2
53	1	0,4218	0,1331	-0,0785	-0,6144	0,9937	0,4176	0,1441	2,1162	0,0228
55	1	0,4332	0,1216	-0,0707	-0,6819	0,9658	0,4054	0,1866	2,3326	0,0207
57	1	0,4446	0,1099	-0,0632	-0,7627	0,9480	0,3953	0,2163	2,5065	0,0192
59	1	0,4560	0,0982	-0,0564	-0,8555	0,9362	0,3863	0,2385	2,6695	0,0181
61	1	0,4673	0,0866	-0,0503	-0,9596	0,9284	0,3780	0,2559	2,8336	0,0170
75	1	0,5374	0,0142	-0,0256	-1,8871	0,9222	0,3299	0,3162	4,2317	0,0114
80	1	0,5516	0	-0,0454	-1,0619	0,9275	0,3157	0,3264	4,8417	0,0100
85	1	0,5528	0	-0,0441	-1,0947	0,9338	0,3029	0,3342	5,4972	0,0088
150	1	0,5613	0	-0,0356	-1,3542	0,9988	0,2081	0,3725	5,4199	0,0031
195	1	0,5639	0	-0,0334	-1,4458	—	—	—	—	—
∞	1	0,5729	0	—	—	—	—	—	—	—

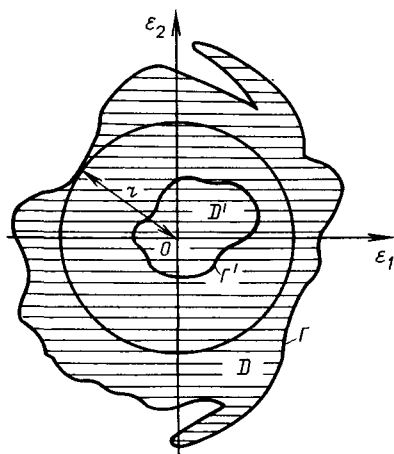


Рис. 4. К понятию величины области притяжения

построить алгоритм для нахождения r_1 , r_3 . Показано, что с ростом α , начиная с $\alpha = 52,67$, r_1 уменьшается, а r_3 возрастает. В частности $r_1(53) = 224,7$; $r_1(55) = 0,34$; $r_1(59) = 0,27$; $r_3(53) = 0,01$; $r_3(55) = 0,06$; $r_3(59) = 0,1$.

Рассмотрим теперь понятие величины помехи. Реальные технические объекты всегда функционируют в условиях случайных помех. Помехи могут быть внутренними и внешними, непрерывными и импульсными. Рассмотрим сначала действие на систему импульсной помехи. Пусть t_0 — момент окончания действия помехи. На основании (9) можно найти $\varepsilon(t_0)$. Если в дальнейшем помехи отсутствуют, а $\varepsilon(t_0)$ окажется в области притяжения D , то будет иметь место (10). Если помехи действуют непрерывно, то в каждый фиксированный момент времени t , согласно (9), $\varepsilon(t)$ принимает определенное значение.

Определение 2. Пусть система функционирует в условиях случайных помех. Под величиной помехи понимается $\max_t |\varepsilon(t)|$. Рассмотрим

теперь динамику системы (1) в условиях случайных помех в диапазоне $0 < \alpha < 61,5$. Возможны следующие варианты.

1. Существует единственное устойчивое состояние. В этом случае система будет эволюционировать вблизи этого состояния.

2. Существуют два устойчивых состояния, но величина области притяжения одного много больше, чем другого. В этом случае система будет функционировать преимущественно вблизи состояния с большей областью притяжения.

3. Величины областей притяжения обоих стационарных состояний и величины случайных помех одного порядка. В этом случае равновероятно функционирование вблизи каждого из устойчивых состояний.

С целью проверки этих вариантов были проведены численные эксперименты динамики системы (1) в условиях случайных помех. Помехи вводились в виде возмущения на входное напряжение $E_B(t) = E_0 + \gamma(t)$:

$$\gamma(t) = (-1)^{r_1} \gamma_m / 4\tau_2 \{1 + (-1)^{r_2} E_1(2t/na)\} \times \\ \times \{1 + \text{sign}(t_1 - t)\};$$

$$t_1 = na E_1 \left[\frac{t}{na} \right] + \tau_2 \frac{\alpha}{2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

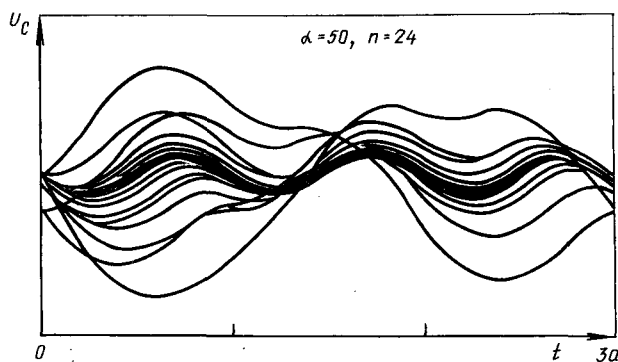


Рис. 5. Динамика системы при наличии единственного устойчивого стационарного режима в условиях случайных помех

Здесь r_1 — случайные целые числа с равномерным распределением в диапазоне от 0 до N ; r_2 — случайные числа с равномерным распределением в диапазоне от 0 до 1. В расчетах принималось $N = 1000$, $\gamma_m = 10$ 400.

Рассмотрим смысл сомножителей в выражении $\gamma(t)$, представляющем, очевидно, импульсную функцию. Первый сомножитель $(-1)^{r_1}$ определяет полярность импульса, сомножитель $\gamma_m \tau_2$ — амплитуду импульса. Выражение в первой фигурной скобке, в зависимости от n , определяет частоту возникновения импульса. Наконец, выражение в последней фигурной скобке определяет длительность импульса, не превышающую $a/2$. Таким образом, возмущающее воздействие имеет случайную полярность, амплитуду и длительность. Значение n подбиралось в процессе проведения численных экспериментов. Если n невелико, в динамике системы превалирует случайность, определяемая помехой. Если n велико, роль случайности, по сравнению с внутренними факторами в функционировании системы, уменьшается. Но при этом приходится делать расчет на достаточно большом временном интервале.

Рис. 5 отображает динамику выходного напряжения на интервале 144a. Кривые из интервалов

$(k-1)a < t < (k+1)a$, $k = 1, 143$ переносились в один интервал, равный $(0, 3a)$. Хорошо видна концентрация кривых в окрестности стационарного решения, соответствующего первой субгармонике. В случае $\alpha = 53$ получается картина, мало отличающаяся от той, которая изображена на рис. 5. На рис. 6 на интервале $(0, 3a)$ изображены устойчивые стационарные решения на первой и третьей субгармониках. Там же для каждого из режимов даны кривые напряжения корректирующего устройства $U_{к.у.}$ и пилообразное напряжение U_n , а также $k_F(t)$. Хорошо видно, что для режима на первой субгармонике $0 < z_1 < 1$, а для режима на третьей субгармонике $z_1 = 1$ и, следовательно, в системе (6) $\mu_1 > 0$.

Наконец, рис. 7 отображает динамику выходного напряжения, когда величины областей притяжения обоих режимов близки. Концентрация кривых в окрестности стационарных режимов, соответствующих первой и третьей субгармоникам, свидетельствуют о том, что преобразователь преимущественно функционирует то в одном, то в другом режиме. Сигнал на рис. 7 уже не обладает

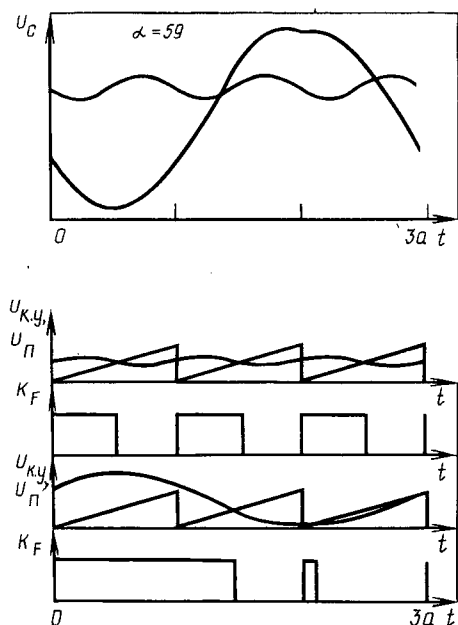


Рис. 6. Устойчивые стационарные режимы на первой и третьей субгармониках

свойством детерминированности. Приведенные результаты численных экспериментов полностью подтверждают высказанные положения.

На основании картины ветвления (рис. 3) можно предположить, что с ростом α число устойчивых стационарных решений неограниченно нарастает. Причем все они, как предельные циклы, располагаются в ограниченной области фазовой плоскости (x_1, x_2) (это нетрудно доказать). Отсюда следует вывод о том, что величины их областей притяжения будут неограниченно убывать. Каждое из стационарных решений имеет свою величину области притяжения. Пусть $r_{\max}(\alpha)$ — наибольшая из этих величин, причем $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} r_{\max}(\alpha) \rightarrow 0$.

Если $r_{\max}(\alpha)$ меняется немонотонно (рис. 8), то при величине помехи, равной r_* , возникает ситуация, когда интервалы, в которых имеют место детерминированные режимы ($52.67, \alpha_1$), (α_2, α_3) , (α_4, α_5) , сменяются интервалами, в которых имеют место недетерминированные сигналы. Этим можно объяснить явление перемежаемости, наблюдавшееся при анализе отображения (5) в [2, 3] и в динамике нелинейного RLC -контура в [6].

Материалы исследования позволяют объяснить причины возникновения недетерминированных сигналов в динамической системе (1). А именно, таковые будут иметь место, если выполнены условия:

1. Существует множество стационарных устойчивых режимов.
2. Величины областей притяжения этих режимов становятся меньше величины случайных помех.

Причины возникновения помех в реальных устройствах многообразны и хорошо известны. На моделях помехи возникают в результате усечения чисел при расчетах на ЭВМ. Впервые эти положения в виде гипотезы были высказаны в [9]. Результаты исследования, изложенные здесь, подтверждают эту гипотезу.

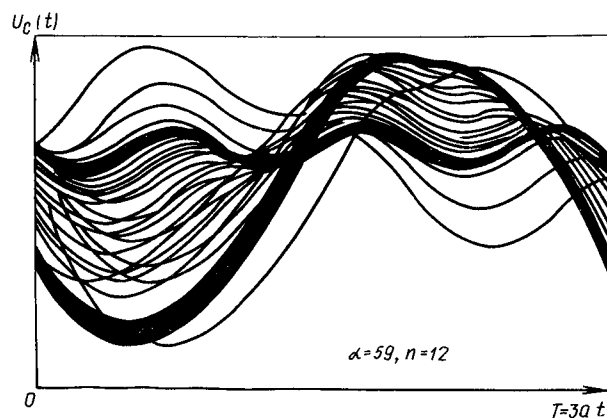


Рис. 7. Динамика системы при наличии двух устойчивых стационарных режимов в условиях случайных помех

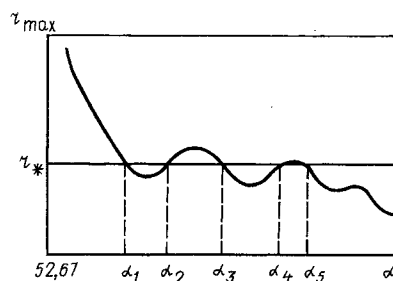


Рис. 8. К объяснению явления перемежаемости

В заключение необходимо отметить, что литература по затронутой здесь проблеме практически необъятна. Поэтому приведенная библиография выбиралась скорее по принципу — что под рукой. Но, при желании, и этого списка достаточно, чтобы глубоко войти в проблему.

Выводы. 1. Объяснен механизм возникновения недетерминированных сигналов в стабилизаторе напряжения с широтно-импульсным регулированием.

2. Результаты статьи имеют важное значение для параметрического проектирования и совершенствования математического обеспечения систем автоматизированного проектирования.

3. Некоторые положения статьи не бесспорны (в частности, неограниченный рост числа параметров жесткого возбуждения с увеличением коэффициента усиления, данные рис. 8) и требуют дальнейших исследований.

4. Авторы берут на себя смелость провести экстраполяцию положений о причинах возникновения недетерминированных сигналов на любые динамические системы (в частности, явление турбулентности в гидродинамике, фибрилляции миокарда в кардиологии и т. д.). В основе этой экстраполяции лежит анализ многочисленных экспериментальных данных в отношении динамики различных объектов с позиции высказанных положений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исследование локальной устойчивости периодических режимов в нелинейных импульсных системах / О. А. Алейников, В. С. Баушев, А. В. Кобзев, Г. Я. Михальченко — Электричество, 1991, № 4, с. 16–21.
2. Компьютеры и нелинейные явления: Информатика и современное естествознание. — М.: Наука, 1988. — 192 с.

3. Фейгенбаум М. Универсальное поведение в нелинейных системах.— Успехи физических наук, 1983, т. 141, вып. 2, с. 343–374.

4. Томпсон Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике: Пер. с англ.— М.: Мир, 1985.— 254 с.

5. Павловский З. Введение в математическую статистику.— М.: Статистика, 1967.— 285 с.

6. Мучник Г. Ф., Доманин Н. Г., Астахов А. Ю. Закономерности перехода вынужденных колебаний в нелинейном RLC-контуре в стохастический режим.— Электричество, 1989, № 6, с. 22–28.

7. Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фufaев Н. А. Введе-

ние в теорию нелинейных колебаний.— М.: Наука, 1976.— 384 с.

8. Зубов В. И. Теория уравнений управляемого движения.— Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1980, 288 с.

9. О стационарных состояниях стабилизатора напряжения с широко-импульсным регулированием / О. А. Алейников, В. С. Баушев, А. В. Кобзев, Г. Я. Михальченко — Тезисы доклада XIV научно-технической конференции, посвященной 40-летию научно-исследовательского, проектно-конструкторского и технологического института электромеханики. НПО "Полус".— Томск, 1990, с. 72–73.

[16.08.91]

Объемные плотности сил и моментов в анизотропной среде при воздействии переменного электромагнитного поля

ФРОЛОВ С. И.

Рассматривается анизотропная в электрическом и магнитном отношениях неподвижная среда, в которой отсутствуют эффекты стрикции и дисперсии. Среда находится в переменном электромагнитном поле. Материальные уравнения в анизотропной среде определяются как¹

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{\epsilon} \bar{E}; \quad \bar{B} = \mu_0 \bar{\mu} \bar{H},$$

в изотропной среде, как частном случае,—

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{\epsilon} \bar{E}; \quad \bar{B} = \mu_0 \bar{\mu} \bar{H}.$$

Проблема однозначного математического описания силового воздействия электромагнитного поля на среду остается актуально-дискуссионной вот уже более столетия. Периодизация истории дискуссий отражена в работе [2] В. И. Павлова. Не останавливаясь подробно на их причинах (они всесторонне отражены в работах Паули [3], Скобельцына [4], Гинзбурга, Угарова [5], Седова [6], Бревика [7], Робинсона [8], де Гроота [9], Павлова [10] и др.), отметим лишь две, на наш взгляд, основные:

1. Неоднозначность разделения полного тензора (второго ранга) энергии-импульса \hat{N} на "полевую" \hat{S} и "вещественную" \hat{K} составляющие.

2. Сложность экспериментального определения плотностей сил и моментов в среде.

По этим причинам данная статья, несмотря на изложение в ней точки зрения автора на рассматриваемую проблему, не несет в себе какой-либо категоричности.

В замкнутой системе "поле — среда" выполняется условие [11]

$$\nabla \cdot \hat{N} = 0. \quad (1)$$

Четырехмерный вектор объемной плотности электромагнитной силы определяется из (1) на основании закона действия и противодействия:

$$\bar{F} = \nabla \cdot \hat{K} = -\nabla \cdot \hat{S}. \quad (2)$$

Объемная плотность электромагнитной силы (далее — плотность ЭМС) определяется из (2):

$$\bar{f} = f_\alpha \bar{e}_\alpha = - \left[\nabla_\beta S^{\alpha\beta} + \frac{\partial S^{\alpha 4}}{\partial t} \right] \bar{e}_\alpha, \quad (3)$$

где $S^{\alpha\beta}$, $S^{\alpha 4}$ — компоненты четырехмерного тензора энергии-импульса поля; $\alpha, \beta = 1, 2, 3$; \bar{e}_α — орты системы координат.

Как следует из (2) и (3), неоднозначность разделения полного тензора на "полевую" и "вещественную" составляющие проявляется в выборе формы тензора энергии-импульса электромагнитного поля \hat{S} . К настоящему времени определились четыре основные формы представления тензора энергии-импульса поля. Ниже они представлены в трехмерном обозначении.

Тензор Минковского (несимметричный тензор)

$$\hat{S}^M = \begin{bmatrix} -\hat{T}^M & c(\bar{D} \times \bar{B}) \\ c^{-1}(\bar{E} \times \bar{H}) & 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H}) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где \hat{T}^M — несимметричный тензор натяжений Максвелла — Хевисайда;

$$\hat{T}^M = \bar{E}\bar{D} + \bar{H}\bar{B} - 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H})\hat{I}; \quad (5)$$

c — скорость света; \hat{I} — единичный тензор.

Тензор Минковского получен сугубо формальным путем исходя из условия его инвариантности

¹Обозначения операций соответствуют правилам тензорного анализа [1]; необходимые преобразования производятся в декартовой системе координат; используется только система единиц СИ.

во всех лоренцовых системах отсчета. Плотность ЭМС определяется по формуле (3):

$$\bar{f}^M = \nabla \cdot \hat{T}^M - \frac{\partial}{\partial t} (\bar{D} \times \bar{B}). \quad (6)$$

В окончательном виде плотность \bar{f}^M представлена в [6] через составляющие векторов поля, и в [12] в векторной форме:

$$\begin{aligned} \bar{f}^M = & \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} + 0,5 [\bar{D}(\nabla \cdot \bar{E}) - \\ & - \bar{E}(\nabla \cdot \bar{D}) + \bar{D} \times (\nabla \times \bar{E}) - \bar{E} \times (\nabla \times \bar{D}) + \\ & + \nabla \times (\bar{E} \times \bar{D}) + \bar{B}(\nabla \cdot \bar{H}) + \bar{B} \times (\nabla \times \bar{H}) - \\ & - \bar{H} \times (\nabla \times \bar{B}) + \nabla \times (\bar{H} \times \bar{B})], \end{aligned} \quad (7)$$

где $\rho = \nabla \cdot \bar{D}$ — объемная плотность электрического заряда; \bar{J} — объемная плотность электрического тока.

В изотропной неоднородной среде

$$\bar{f}^M = \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - 0,5(\epsilon_0 E^2 \nabla \epsilon + \mu_0 H^2 \nabla \mu). \quad (8)$$

Тензор Абрагама (полностью симметричный тензор)

$$\hat{S}^A = \begin{vmatrix} -\hat{T}^A & c\bar{g} \\ c^{-1}(\bar{E} \times \bar{H}) & 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H}) \end{vmatrix}, \quad (9)$$

где \hat{T}^A — симметричный (что и определяет полную симметрию тензора \hat{S}^A) тензор натяжений, полученный Герцем;

$$\begin{aligned} \hat{T}^A = & 0,5(\bar{E}\bar{D} + \bar{D}\bar{E} + \bar{H}\bar{B} + \bar{B}\bar{H}) - \\ & - 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H})\hat{I}; \end{aligned} \quad (10)$$

\bar{g} — плотность импульса поля;

$$\bar{g} = c^{-2}(\bar{E} \times \bar{H}). \quad (11)$$

Плотность импульса поля была введена Абрагамом для сохранения закона действия и противодействия (отвергая теорию эфира, необходимо было ввести силу, действующую в вакууме, как изменение этого импульса).

Плотность ЭМС по Абрагаму поэтому определяется уравнением

$$\bar{f}^A = \nabla \cdot \hat{T}^A - \frac{\partial \bar{g}}{\partial t}. \quad (12)$$

Поскольку

$$\hat{T}^A = \hat{T}^M + 0,5(\bar{E}\bar{D} - \bar{D}\bar{E} + \bar{H}\bar{B} - \bar{B}\bar{H}), \quad (13)$$

то

$$\bar{f}^A = \bar{f}^M + \bar{f}^a - 0,5\nabla \times (\bar{D} \times \bar{E} + \bar{B} \times \bar{H}), \quad (14)$$

где второе слагаемое — так называемая сила Абрагама:

$$\bar{f}^a = \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{D} \times \bar{B} - \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{c^2} \right]. \quad (15)$$

В изотропной неоднородной среде

$$\bar{f}^A = \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - 0,5(\epsilon_0 E^2 \nabla \epsilon + \mu_0 H^2 \nabla \mu) + \bar{f}^a; \quad (16)$$

$$\bar{f}^a = \frac{\epsilon\mu - 1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{E} \times \bar{H}). \quad (17)$$

Тензор Эйнштейна — Лауба (симметричный тензор)

$$\hat{S}^{\mathcal{E}} = \begin{vmatrix} -\hat{T}^{\mathcal{E}} & c\bar{g} \\ c^{-1}(\bar{E} \times \bar{H}) & 0,5(\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2) \end{vmatrix}, \quad (18)$$

где $\hat{T}^{\mathcal{E}}$ — несимметричный тензор натяжений Эйнштейна — Лауба;

$$\hat{T}^{\mathcal{E}} = \bar{E}\bar{D} + \bar{H}\bar{B} - 0,5(\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2)\hat{I}. \quad (19)$$

Плотность ЭМС по Эйнштейну — Лаубу

$$\bar{f}^{\mathcal{E}} = \nabla \cdot \hat{T}^{\mathcal{E}} - \frac{\partial \bar{g}}{\partial t} \quad (20)$$

в окончательной (векторной) форме равна

$$\begin{aligned} \bar{f}^{\mathcal{E}} = & \rho \bar{E} + \mu_0 \bar{J} \times \bar{H} + (\bar{P} \cdot \nabla) \bar{E} + \\ & + \mu_0 (\bar{M} \cdot \nabla) \bar{H} + \mu_0 \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \times \bar{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} \times \bar{E}, \end{aligned} \quad (21)$$

или

$$\begin{aligned} \bar{f}^{\mathcal{E}} = & \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} + (\nabla \bar{E}) \cdot \bar{P} + \\ & + \mu_0 (\nabla \bar{H}) \cdot \bar{M} + \bar{f}^a. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку

$$\begin{aligned} \hat{T}^{\mathcal{E}} = & \hat{T}^M + 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H} - \\ & - \epsilon_0 E^2 - \mu_0 H^2)\hat{I}, \end{aligned} \quad (23)$$

то

$$\begin{aligned} \bar{f}^{\mathcal{E}} = & \bar{f}^M + \bar{f}^a + 0,5\nabla(\bar{D} \cdot \bar{E} + \\ & + \bar{B} \cdot \bar{H} - \epsilon_0 E^2 - \mu_0 H^2) = \\ = & \bar{f}^M + \bar{f}^a + 0,5\nabla(\bar{P} \cdot \bar{E} + \mu_0 \bar{H} \cdot \bar{M}). \end{aligned} \quad (24)$$

В изотропной неоднородной среде

$$\begin{aligned} \bar{f}^{\mathcal{E}} = & \bar{f}^M + \bar{f}^a + 0,5\nabla[(\epsilon - 1)\epsilon_0 E^2 + \\ & + (\mu - 1)\mu_0 H^2]. \end{aligned} \quad (25)$$

В этом случае \bar{f}^M и \bar{f}^a берутся, разумеется, в форме (8) и (17) соответственно.

Тензор де Гроота (симметричный тензор)

$$\hat{S}^{\Gamma} = \begin{vmatrix} -\hat{T}^{\Gamma} & c\bar{g} \\ c^{-1}(\bar{E} \times \bar{H}) & 0,5(\epsilon_0 E^2 + B^2/\mu_0) \end{vmatrix}, \quad (26)$$

где \hat{T}^{Γ} — несимметричный тензор натяжений де Гроота;

$$\hat{T}^{\Gamma} = \bar{E}\bar{D} + \bar{H}\bar{B} - 0,5(\epsilon_0 E^2 + B^2/\mu_0 - 2\bar{B} \cdot \bar{M})\hat{I}. \quad (27)$$

Плотность ЭМС по де Грооту

$$\bar{f}^{\Gamma} = \nabla \cdot \hat{T}^{\Gamma} - \frac{\partial \bar{g}}{\partial t} \quad (28)$$

в векторной форме определяется как

$$\bar{f}^{\Gamma} = \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} + (\nabla \bar{E}) \cdot \bar{P} + (\nabla \bar{B}) \cdot \bar{M} + \bar{f}^a \quad (29)$$

и отличается от плотности ЭМС по Эйнштейну — Лаубу (22) только четвертым слагаемым:

$$\bar{f}^{\Gamma} = \bar{f}^{\mathcal{A}} + \mu_0(\nabla \bar{M}) \cdot \bar{M} = \bar{f}^{\mathcal{A}} + 0,5\mu_0 \nabla M^2. \quad (30)$$

Поскольку

$$\hat{T}^{\Gamma} = \hat{T}^M + 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H} - \varepsilon_0 E^2 - B^2/\mu_0 + 2\bar{B} \cdot \bar{M})\hat{I}, \quad (31)$$

то

$$\begin{aligned} \bar{f}^{\Gamma} &= \bar{f}^M + \bar{f}^a + 0,5\nabla(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H} - \varepsilon_0 E^2 - B^2/\mu_0 + 2\bar{B} \cdot \bar{M}) = \\ &= \bar{f}^M + \bar{f}^a + 0,5\nabla(\bar{P} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{M}). \end{aligned} \quad (32)$$

В изотропной неоднородной среде

$$\bar{f}^{\Gamma} = \bar{f}^M + \bar{f}^a + 0,5\nabla[(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E^2 + (\mu - 1)\mu_0 H^2], \quad (33)$$

$$\bar{f}^{\Gamma} = \bar{f}^{\mathcal{A}} + 0,5\nabla[(\mu - 1)^2\mu_0 H^2]. \quad (34)$$

В этом случае выражения для \bar{f}^M , \bar{f}^a и $\bar{f}^{\mathcal{A}}$ берутся в форме (8), (17) и (25) соответственно.

Неопределенность в расчетах плотности ЭМС является следствием некоторой свободы выбора тензора натяжений и сомнений в существовании силы Абрагама. А. В. Ивановым-Смоленским и его сотрудниками теоретически и экспериментально обосновывается [13] утверждение о единственно верной трактовке тензора натяжений (применительно к изотропной неоднородной среде) как трактовке по Максвеллу — Хевисайду. В работе [14] справедливость формулы (5) доказывается для общего случая (анизотропная среда). Сегодня можно говорить и о положительных результатах экспериментального определения силы Абрагама [15]. Таким образом, тензору энергии-импульса следует придать форму (симметричную)

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} -\hat{T}^M & c\bar{g} \\ c^{-1}(\bar{E} \times \bar{H}) & 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H}) \end{pmatrix} \quad (35)$$

и плотность ЭМС определять как

$$\bar{f} = \bar{f}^M + \bar{f}^a, \quad (36)$$

или, после некоторых преобразований (7), —

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - (\nabla \bar{D}) \cdot \bar{E} - (\nabla \bar{B}) \cdot \bar{H} + \\ &+ 0,5(\bar{D} \cdot \bar{E} + \bar{B} \cdot \bar{H}) + \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{D} \times \bar{B} - \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{c^2} \right]. \end{aligned} \quad (37)$$

В изотропной неоднородной среде

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \rho \bar{E} + \bar{J} \times \bar{B} - 0,5(\varepsilon_0 E^2 \nabla \varepsilon + \mu_0 H^2 \nabla \mu) + \\ &+ \frac{\varepsilon \mu - 1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{E} \times \bar{H}). \end{aligned} \quad (38)$$

Векторное произведение $\bar{R} \times \hat{S}$, которое условно можно назвать "моментом" тензора энергии-импульса поля, есть тензор второго ранга, сопутствующий тензору момента поля, равному удвоенной антисимметричной части тензора третьего ранга $\hat{S}R$. Вышесказанное можно представить следующим образом:

$$\bar{R} \times \hat{S} \leftrightarrow \hat{S}R - \bar{R}\hat{S},$$

где \bar{R} — четырехмерный радиус-вектор. Отметим, что в рассматриваемой среде не действуют поверхностные пары и внутренние моменты количества движения [6].

С учетом тождеств тензорного анализа

$$\nabla \cdot (\hat{S}R) = (\nabla \cdot \hat{S})\bar{R} + \hat{S} \cdot (\nabla \bar{R});$$

$$\nabla \bar{R} = \hat{I}; \quad \hat{S} \cdot \hat{I} = \hat{S}; \quad (\hat{S}\bar{R})_c = \bar{R}\hat{S}$$

и (2) имеем:

$$-\nabla \cdot (\hat{S}R - \bar{R}\hat{S}) = (\bar{F}R - \bar{R}F) + (\hat{S}_c - \hat{S}), \quad (39)$$

где индекс "с" идентифицирует сопряженность тензора.

Правая часть (39) есть антисимметричный тензор второго ранга. Слагаемым в первых скобках сопутствует четырехмерный момент сил:

$$\bar{F}R - \bar{R}F \leftrightarrow \bar{R} \times \bar{F}.$$

Слагаемые во вторых скобках обозначим как четырехмерный тензор \hat{h} . Ему при использовании в качестве тензора \hat{S} несимметричного ($\hat{S} \neq \hat{S}_c$, $\hat{T} \neq \hat{T}_c$) тензора энергии-импульса (4) сопутствуют два вектора [6]: вектор объемной плотности электромагнитного момента (далее — плотность ЭММ)

$$\bar{l} = \bar{D} \times \bar{E} + \bar{B} \times \bar{H}, \quad (40)$$

и вектор

$$c(\bar{D} \times \bar{B}) - \frac{\bar{E} \times \bar{H}}{c}. \quad (41)$$

Выражение (40) получено² с использованием (5).

Для полностью симметричного тензора (9) имеем $\hat{S} = \hat{S}_c$, $\hat{T} = \hat{T}_c$. В этом случае плотность ЭММ будет иметь место только при существовании в среде поверхностных пар или внутренних моментов количества движения. В противном случае

$$\bar{l} = 0. \quad (42)$$

Для симметричных тензоров энергии-импульса поля (18), (26) и (35) тензор \hat{h} можно определить как

$$\hat{h} = \hat{T} - \hat{T}_c \quad (43)$$

(поскольку $\hat{S} = \hat{S}_c$, $\hat{T} \neq \hat{T}_c$), или в матричной форме

$$\hat{h} = \begin{pmatrix} 0 & -l_3 & l_2 \\ l_3 & 0 & -l_1 \\ -l_2 & l_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (44)$$

где l_1 , l_2 и l_3 — моменты сопутствующего тензору \hat{h} трехмерного вектора \bar{l} , определяемого по формуле (40).

²В [6, стр. 347] в матрице \hat{h} следует изменить знаки ее компонент на обратные.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. - М.: Изд-во АН СССР, 1961. - 427 с.
2. Павлов В. И. О пондеромоторных силах электромагнитного поля. - Препринт № 9 / АН АзССР, ин-т физики, Баку, 1979. - 28 с.
3. Паули В. Теория относительности. - М.: Наука, 1991. - 328 с.
4. Скобелъцин Д. В. О тензоре импульс-энергии электромагнитного поля. - Успехи физических наук, 1973, т. 110, вып. 2, с. 253-292.
5. Гинзбург В. Л., Угаров В. А. Несколько замечаний о силах и тензоре энергии-импульса в макроскопической электродинамике. - Успехи физических наук, 1976, т. 118, вып. 1, с. 175-188.
6. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. - М.: Наука, 1983. - 528 с.
7. Brevik I. Electromagnetic energy momentum tensor within material media. - Matematisk-fysiske Meddelelser. Danske videnskabernes Selskabs, 1970, Bd 37, No. 11, p. 1-51; No. 13, p. 1-79.
8. Robinson F. N. H. Electromagnetic stress and momentum in matter. - Physics reports, Sect. C, 1975, vol. 16, No. 6, p. 313-354.
9. Де Гроот С. Р., Сатторп Л. Г. Электродинамика. - М.: Наука, 1982. - 560 с.
10. Павлов В. И. К дискуссиям по проблеме пондеромоторных сил. - Успехи физических наук, 1978, т. 124, вып. 2, с. 345-349.
11. Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология. - М.: Наука, 1974. - 520 с.
12. Костен, Адамсон. Трехмерный вывод электродинамических граничных условий и законов сохранения энергии и импульса на движущейся поверхности разрыва. - ТИИЭР, 1965, т. 53, № 9, с. 1341-1358.
13. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. - М.: Высшая школа, 1989. - 311 с.
14. Фролов С. И. Напряжения и деформации под действием электромагнитных сил и моментов. - М.: Изд-во МЭИ, 1991.
15. Walker G. B., Lahoz D. G. Experimental observation of Abraham force in a dielectric. - Nature, 1975, vol. 253, No. 5490, p. 339-340.

[17.09.91]

Расчет электрических параметров систем катодной защиты резервуаров

ИВЛИЕВ Е. А., ИОССЕЛЬ Ю. Я.

Санкт-Петербург

При хранении или транспортировке различных агрессивных жидкостей, влажного сырья и полупродуктов возникает необходимость борьбы с коррозией рабочих поверхностей резервуаров, цистерн или платформ с помощью специальных систем катодной защиты. Эффективность действия таких систем определяется прежде всего характером распределения защитного тока. Это приводит к необходимости оптимизации формы и расположения анодных электродов с учетом свойств коррозионной среды и параметров защищаемых поверхностей.

В общем случае анодные электроды могут располагаться на поверхности или в объеме коррозионной среды, а также на самих защищаемых поверхностях. Обобщенные расчетные модели систем с анодами, размещаемыми на поверхности (накладной анод) и в объеме коррозионной среды, представлены соответственно на рис. 1, а и рис. 1, б, где S_A — поверхность анода (а также площадь этой поверхности); S_K — поверхность катода, S_c — свободная поверхность сырья.

Определение защитной плотности тока при какой-либо конкретной форме электродов сводится к предварительному интегрированию уравнения Лапласа для потенциала U при заданных граничных условиях. Если допустить линейность поляризационных характеристик электродов, то можно представить указанные граничные условия в следующем общем виде:

$$\begin{cases} U - k_1 \frac{\partial U}{\partial n} \Big|_{S_A} = U_{эф}; \\ \left[U - k_2 \frac{\partial U}{\partial n} \right]_{S_K} = 0; \\ \left[\frac{\partial U}{\partial n} \right]_{S_c} = 0, \end{cases}$$

где $U_{эф}$ — эффективное значение потенциала¹; $k_1 = b_A / \rho$, $k_2 = b_K / \rho$, b_A , b_K — удельное анодное и катодное поляризационные сопротивления; ρ — удельное объемное сопротивление среды; n — внутренняя (направленная в среду) нормаль к поверхности $S (S = S_A + S_K + S_c)$.

Непосредственное решение поставленных задач даже при достаточно простой форме электродов и защищаемых поверхностей наталкивается на трудности принципиального характера. Однако в большинстве указанных систем размеры и площади поверхности анода, как правило, существенно меньше, чем у защищаемой поверхности (катода). В этом случае при расчете распределения тока на защищаемой поверхности можно считать плотность тока на поверхности анода постоянной, т. е. использовать следующее приближенное граничное

См. Иоссель Ю. Я. Расчет потенциальных полей в энергетике. — Л.: Энергия, 1978.

$$+ \sin \frac{\nu_m b_1}{b} \left[\sin \frac{\gamma_n a_1}{a} - \sin \frac{\gamma_n a_2}{a} \right].$$

Применяя затем метод средних потенциалов, получаем следующее приближенное выражение для сопротивления между анодом и защищаемой поверхностью:

$$R = \frac{U_{cp}}{I} = \frac{1}{I(\Delta a b_1 + \Delta b a_2)} \times$$

$$\times \left[\int_0^{a_2} dx \int_{b_1}^{b_2} (U)_{z=c} dy + \int_{a_1}^{a_2} dx \int_0^{b_1} (U)_{z=c} dy \right] =$$

$$= \frac{4\rho a b}{(\Delta a b_1 + \Delta b a_2)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{A_{nm}(c) B_{nm}^2}{D_{nm} E_n E_m \gamma_n \nu_m \omega_{nm}}, \quad (6)$$

где $(U)_{z=c}$ определяется по формуле (5).

Выражение для защитной плотности тока можно определить с использованием (2) и (5) по формулам

$$(j)_{x=a} = \frac{1}{b_k} (U)_{x=a}; (j)_{y=b} = \frac{1}{b_k} (U)_{y=b}; (j)_{z=0} =$$

$$= -\frac{1}{b_k} (U)_{z=0}. \quad (7)$$

После необходимых преобразований получим:

$$(j)_{x=a} = -\frac{4I\rho}{b_k(\Delta a b_1 + \Delta b a_2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{\cos \gamma_n \cos \frac{\nu_m \varphi}{b} A_{nm}(z) B_{nm}}{D_{nm} E_n E_m \omega_{nm}};$$

$$(j)_{y=b} = -\frac{4I\rho}{b_k(\Delta a b_1 + \Delta b a_2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{\cos \frac{\gamma_n x}{a} \cos \frac{\nu_m y}{b} A_{nm}(z) B_{nm}}{D_{nm} E_n E_m \omega_{nm}};$$

$$(j)_{z=0} = \frac{4I\rho k_2}{b_k(\Delta a b_1 + \Delta b a_2)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{\cos \frac{\gamma_n x}{a} \cos \frac{\nu_m y}{b} B_{nm}}{D_{nm} E_n E_m},$$

где обозначения те же, что и в (5).

Потенциал в среде, описываемый выражением (5), определяется полностью при известном полном токе I . Если же задано напряжение между анодом и катодом, то сначала определяют по формуле (6) сопротивление, а затем находят полный ток и плотность тока на защищаемой поверхности.

В качестве примера использования полученных выражений ниже представлены результаты расчета

безразмерного сопротивления $R = Ra/\rho$ при $b = a$; $c = 0,5a$, $a_1 = b_1 = 0$, $k_2 = 0$ и различных значениях параметров a_2/a и b_2/b :

$a_2/a = b_2/b$	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1
R	0,3868	0,6484	1,1227	2,2966	8,2745

Для цилиндрических резервуаров с накладными дисковыми или кольцевыми анодами их электрические параметры могут быть найдены с помощью расчетной модели, изображенной на рис. 4. При этом граничные условия могут быть представлены в виде

$$\left[U + k_2 \frac{\partial U}{\partial r} \right]_{r=a} = \left[U + k_2 \frac{\partial U}{\partial z} \right]_{z=c} = 0, \quad (8)$$

$$\left[\frac{\partial U}{\partial z} \right]_{z=0} = \begin{cases} \frac{I\rho}{\pi(a_2^2 - a_1^2)} & \text{при } a_1 \leq r \leq a_2; \\ 0 & \text{при } 0 < r < a_1, \\ & a_2 < r < a. \end{cases}$$

Пользуясь изложенной выше методикой, можно представить выражение для потенциала и сопротивления между анодом и защищаемой поверхностью в следующем виде:

$$U = \frac{2I\rho}{\pi(a_2^2 - a_1^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{J_0\left[\gamma_n \frac{r}{a}\right] \left[a_2 J_1\left[\gamma_n \frac{a_2}{a}\right] - a_1 J_1\left[\gamma_n \frac{a_1}{a}\right] \right]}{\gamma_n^2 [J_0^2(\gamma_n) + J_1^2(\gamma_n)] E_n} D_n(z); \quad (9)$$

$$R = \frac{2\rho a}{\pi^2(a_2^2 - a_1^2)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{\left[a_2 J_1\left[\gamma_n \frac{a_2}{a}\right] - a_1 J_1\left[\gamma_n \frac{a_1}{a}\right] \right]^2}{\gamma_n^2 [J_0^2(\gamma_n) + J_1^2(\gamma_n)] E_n} D_n(0),$$

где γ_n — положительные корни уравнения

$$J_0(\gamma) = \frac{k_2 \gamma}{a} J_1(\gamma);$$

$$D_n(x) = \text{sh} \frac{\gamma_n}{a} (c - x) + k_2 \frac{\gamma_n}{a} \text{ch} \frac{\gamma_n}{a} (c - x);$$

$$E_n = \text{ch} \frac{\gamma_n}{a} c + k_2 \frac{\gamma_n}{a} \text{sh} \frac{\gamma_n}{a} c.$$

При этом плотность защитного тока может быть найдена из выражений (8) и (9).

Рассмотрим далее системы катодной защиты с анодами, размещенными на самих защищаемых

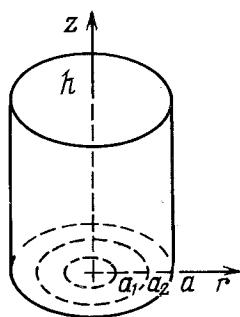


Рис. 4

поверхностях. Наиболее типичные схемы размещения анодов для таких систем представлены на рис. 5. Если пренебречь краевыми эффектами, то анализ электрических параметров указанных систем может быть произведен с помощью упрощенных расчетных моделей. Так, для системы, изображенной на рис. 5, а, можно использовать двухмерную расчетную модель, представленную на рис. 6, где a_1 — половина ширины анода; $(a_2 - a_1)$ — ширина — изоляционного экрана; $(a - a_2)$ — половина ширины катода; ρ — удельное сопротивление среды; b — высота слоя сырья. При этом расчет потенциала электрического поля U в области $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ сводится к интегрированию уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

при граничных условиях

$$\left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{x=0} = \left[\frac{\partial U}{\partial x} \right]_{x=a} = \left[\frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=b} = \left[\frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0} = 0; \quad a_1 < x < a_2 \quad (11)$$

$$\left[U - k_1 \frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0, x \leq a_1} = V_{\text{эфА}}, \quad (12)$$

$$\left[U - k_2 \frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0, a_2 \leq x \leq a} = V_{\text{эфК}}, \quad (13)$$

где $V_{\text{эфА}}$ и $V_{\text{эфК}}$ — эффективные потенциалы анода и катода.

Аналитическое решение рассматриваемой задачи наталкивается на трудности принципиального характера ввиду необходимости учета существенно смешанных граничных условий на поверхности $y = 0$. Поэтому построим численно-аналитическую схему решения рассматриваемой задачи, заменив граничные условия (12) и (13) следующими приближенными условиями:

$$\left[\frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0, 0 \leq x \leq a_1} = f_1(x); \quad (14)$$

$$\left[\frac{\partial U}{\partial y} \right]_{y=0, a_2 \leq x \leq a} = f_2(x), \quad (15)$$

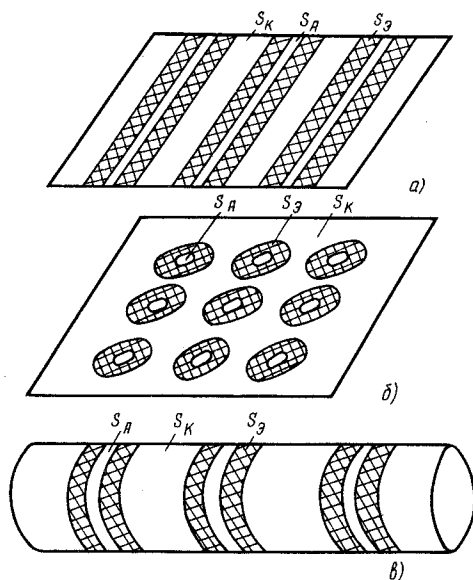


Рис. 5

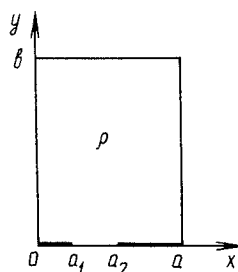


Рис. 6

где $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — функции, удовлетворяющие соотношению

$$\int_0^{a_1} f_1(x) dx + \int_{a_2}^a f_2(x) dx = 0. \quad (16)$$

Решение задачи (10), (11), (14)–(16) может быть найдено с использованием материалов, приведенных в книге Ю. Я. Иоссея "Расчет потенциальных полей в энергетике"; оно имеет вид:

$$U = M_0 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^a f(x) \cos \frac{n\pi}{a} x dx \operatorname{ch} \times \left[\frac{n\pi}{a} (b - y) \right] \frac{\cos \frac{n\pi}{a} x}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{a} b}, \quad (17)$$

где M_0 — произвольная постоянная;

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{при } 0 < x \leq a_1; \\ 0 & \text{при } a_1 < x < a_2; \\ f_2(x) & \text{при } a_2 \leq x \leq a. \end{cases}$$

Подстановка выражения (17) в граничные условия (12), (13) с учетом (16) позволяет получить следующую систему интегральных уравнений относительно значений $\partial U / \partial y$ на поверхности $y = 0$:

$$\left. \begin{aligned} & -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{a} x}{n \operatorname{th} \frac{n\pi}{a} b} \int_0^a \frac{\partial U}{\partial y} \cos \frac{n\pi}{a} x dx - \\ & -k_1 \frac{\partial U}{\partial y} - V'_2 = V_{12}, \quad 0 \leq x \leq a_1; \\ & -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi}{a} x}{n \operatorname{th} \frac{n\pi}{a} b} \int_0^a \frac{\partial U}{\partial y} \cos \frac{n\pi}{a} x dx - \\ & -k_2 \frac{\partial U}{\partial y} - V'_2 = 0, \quad a_2 \leq x \leq a; \\ & \int_0^a \frac{\partial U}{\partial y} dx + \int_{a_2}^a \frac{\partial U}{\partial y} dx = 0, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где $V_2 = V_2 - M_0$, $V_{12} = V_1 - V_2$.

Решая систему (18) методом Крылова — Боголюбова, можно построить систему линейных интегральных уравнений (СЛАУ) вида:

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial y} - k_1 \frac{\partial U_i}{\partial y} - V'_2 = V_{12}, \quad i \in N_1; \\ & \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial y} - k_2 \frac{\partial U_i}{\partial y} - V'_2 = 0, \quad i \in N_2; \\ & \sum_{j=1}^N (d_j - c_j) \frac{\partial U_j}{\partial y} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где

$$A_{ij} = \frac{4a}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n\pi(d_j - c_j)}{2a} \sin \frac{n\pi(d_j - c_j)}{2a}}{n^2 \operatorname{th} \frac{n\pi}{a} b} \times \\ \times \cos \frac{n\pi}{a} x_i,$$

N_1, N_2 — количество участков на аноде и катоде ($N = N_1 + N_2$); $(d_j - c_j)$ — ширина j -го участка; $x_j = (d_j - c_j)/2$.

Результаты численного расчета безразмерного тока $\bar{I} = \frac{I_p}{l_0 V_{12}}$ между анодом и катодом (где l_0 — длина полосовых анодов и катодов; V_{12} — приложенное напряжение) при $N_1 = N_2 = 5$; $k_1 = 0$, $l_0/a = b/a = 1$ и различных значениях k_2 , a_1/a , a_2/a представлены в табл. 1.

Таблица 1

a_1/a	a_2/a	Значения \bar{I} при k_2 , равных					
		0	0,01	0,1	0,2	1,0	10
0,2	0,3	0,830	0,812	0,701	0,624	0,556	0,064
0,4	0,6	0,762	0,742	0,620	0,524	0,256	0,038

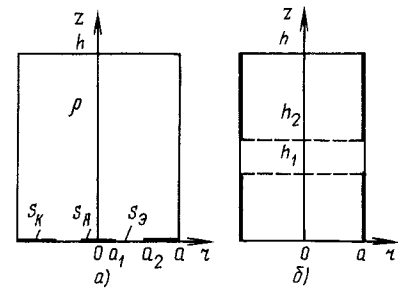


Рис. 7

Аналогичные численно-аналитические алгоритмы могут быть построены и для систем катодной защиты, схемы которых представлены на рис. 5, а и 5, в, а расчетные модели — на рис. 7, а и 7, в. Граничные условия на анодных и катодных участках этих расчетных моделей аналогичны (12) и (13).

Опуская промежуточные преобразования, аналогичные применявшимся выше, можно построить СЛАУ, отличающуюся от (19) выражениями для потенциальных коэффициентов A_{ij} . При этом для системы, представленной на рис. 7, а, коэффициенты A_{ij} будут иметь вид

$$A_{ij} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left[\gamma_n \frac{r_i}{a} \right] \left[d_j J_1 \left[\gamma_n \frac{d_j}{a} \right] - \right.}{\gamma_n J_0(\gamma_n) \times} \\ \left. - c_j J_1 \left[\gamma_n \frac{c_j}{a} \right] \right] \times \operatorname{th} \left[\gamma_n \frac{b}{a} \right],$$

где J_0, J_1 — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков; γ_n — положительные корни уравнения $J_1(\gamma) = 0$; c_j и d_j — наименьший и наибольший радиусы j -й кольцевой площадки, на которые разбиваются поверхности S_A и S_K ; $r_i = (d_i + c_i)/2$.

Для расчетной модели, представленной на рис. 7, б, потенциальные коэффициенты A_{ij} в СЛАУ (19) определяются выражением

$$A_{ij} = \frac{2b}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left[\sin \frac{n\pi}{b} c_j - \sin \frac{n\pi}{b} d_j \right]}{n^2} \times \\ \times \frac{I_0 \left[\frac{n\pi}{b} a \right]}{I_1 \left[\frac{n\pi}{b} a \right]} \cos \frac{n\pi}{b} z_i,$$

где I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков; d_j и c_j — наибольшая и наименьшая высоты j -й кольцевой площадки, на которые разбиваются при выбранной схеме расчета анодные и катодные поверхности; $z_i = (d_i + c_i)/2$, а остальные обозначения те же, что и на рис. 7, б.

Таблица 2

b/a	a_1/a	a_2/a	Значения \bar{R}
0,2	0,2	0,3	1,1213
		0,4	1,2923
	0,3	0,4	0,7700
		0,5	0,9097
		0,3	0,9769
1,0	0,2	0,4	1,0657
		0,4	0,6234
	0,3	0,5	0,6912

В качестве примера в табл. 2 представлены результаты численного расчета безразмерного

сопротивления растеканию $\bar{R} = Ra/\rho$ для расчетной модели, изображенной на рис. 7, а, при $N_1 = N_2 = 4$, $k_1 = k_2 = 0$ и различных значениях параметров b/a , a_1/a и a_2/a .

В заключение отметим, что рассмотренные методы определения электрических параметров систем катодной защиты резервуаров позволяют более обоснованно подойти к проектированию таких систем и оптимизировать размеры и расположение анодов.

ВНИМАНИЕ!

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ предлагает уникальный справочник "ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ" под редакцией И. С. Григорьева и Е. З. Мейлихова.

Аналогичного издания в мире нет. Идея его создания принадлежит академику И. К. Кикоину. Авторы — ведущие специалисты крупнейших научных центров страны. Представлены все разделы физики — от механики до астрофизики. Приведены основные характеристики процессов и веществ, наиболее часто используемых в технике и научных исследованиях.

Справочник необходим специалистам всех уровней — научным работникам, инженерам, преподавателям, аспирантам, студентам.

Объем справочника 164 авторских листа (1232 стр.), он содержит 46 глав. Твердый переплет, формат энциклопедический. Цена 250 руб. (Для сравнения, ориентировочная стоимость справочника, подготовленного для издания за рубежом — 150—200 долл.).

Приобрести справочник можно в Энергоатомиздате за наличный и безналичный расчет. Оптовым покупателям предоставляется скидка.

Расчетный счет 362101 в Москворецком отделении Промстройбанка г. Москвы филиала МИБ, МФО 20113, индекс 113184.

Адрес: 113114, Москва, Шлюзовая наб., д. 10, Энергоатомиздат. Отдел реализации.

Контактные телефоны: 235-91-38 и 235-39-27.

Математическая модель трехпроводной электротяговой сети переменного тока

(статья Т. К. Асанова, С. Ю. Петуховой, "Электричество", 1991, № 11)

Закарюкин В. П.

В обсуждаемой статье предлагается эквивалентная схема замещения тяговой сети переменного тока каскадным соединением шестиполусников отдельных участков тяговой сети, однофазных трансформаторов и нагрузок с подключением на концах схемы трехполусников источников энергии. Разработанная в статье модель трехпроводной сети выглядит очень заманчиво, обещая универсальный подход к исследованию систем тягового электроснабжения 2×25 кВ и двухпутных участков системы 1×25 кВ.

К сожалению, при разработке модели авторами сделан ряд важных, но не обсуждаемых ими допущений, которые сильно сужают сферу возможных применений модели и на которые следует обратить внимание.

Во-первых, решение телеграфных уравнений для тока в рельсе проведено с граничными условиями в начале и в конце участка вида $I_p = I_k - I_n$, или $I_z = 0$, что верно только для единственного случая консольного питания и одной нагрузки в тяговой сети.

Во-вторых, требует обоснования замена тока в рельсе, зависящего от координаты, средним током рельса. Во всяком случае, представляется спорным переход от удельных параметров (для участка длиной 1 км) к участку произвольной длины умножением удельного параметра на длину участка.

В-третьих, необходимо обсуждение вопроса замены двух или четырех рельсов одним проводом.

Кроме того, при переходе от уравнений для участка 1 км к участку произвольной длины авторы не умножили удельные параметры на длину участка и не записали соответственно и матрицу шестиполусника участка.

Немало сложностей составит и определение эквивалентного сопротивления тяговой подстанции.

Наконец, следует отметить принципиальное ограничение предложенной модели тремя проводами в системе: при большем числе проводов методика неработоспособна.

Между тем решение задачи моделирования системы тягового электроснабжения с произвольным числом проводов (контактных, питающих, усиливающих, экранирующих и любых смежных проводов, несущих тросов и рельсов) вместе с трансформаторами и внешним электроснабжением вполне возможно. При этом очевидна ориентация на применение ЭВМ и уже имеющееся программное обеспечение.

Для нужд энергетики разработан ряд программ расчета режима систем с учетом нелинейного характера нагрузок по методикам, описанным, например, в [1]. Моделирование в фазовых координатах многопроводных систем и трансформаторов решетчатыми схемами также известно [2]. Одна из возможных реализаций такого решения задачи осуществлена с участием автора в работе, проведенной в Иркутском институте инженеров железнодорожного транспорта.

Предложенная авторами обсуждаемой статьи модель трехпроводной сети может представлять интерес как оригинальное решение частной задачи, обладающее ценным достоинством простоты и кратности расчетного алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Идельчик В. И. Расчеты и оптимизация режимов электрических сетей и систем. - М.: Энергоатомиздат, 1988.
2. Вайнштейн Л. М., Мельников Н. А. О возможности замены схем с взаимной индукцией эквивалентными без взаимной индукции. — Электричество, 1965, № 5.

Проблемы надежности и механики воздушных линий электропередачи

(статья Л. М. Кессельмана, "Электричество", 1991, № 10)

ФЕДОСЕНКО Р. Я.

Актуальность проблемы оценки и учета показателей надежности при проектировании ВЛ не вызывает сомнения. Решение проблемы позволяет перейти от задач типа "нагрузки — прочность" к задачам "затраты — надежность". К сожалению, положения обсуждаемой статьи не опираются на современное состояние вопросов надежности конструкций ВЛ. В списке литературы статьи не указано ни одной из многих (например, [1–6]) публикаций по проблеме оценки надежности механических систем вообще и ВЛ в частности.

Автор не определил объект исследования и признаки отказа. Далее под термином "отказ" мы будем понимать физическое разрушение от воздействия ветра и гололеда опор, проводов и грозозащитных тросов. Отказ наступает, если усилие S достигло прочности R расчетного сечения элемента. Вероятность отказа, как аналог статистической частоты, на фиксированном интервале времени определяется отношением числа разрушенных элементов к общему их числу n/N .

Основные критические замечания по содержанию статьи следующие.

1. Для вероятности отказа p_f автор дает два, и оба ошибочных, определения.

1.1. В четвертом абзаце сказано: "Атмосферные нагрузки на провода определяются по заданной вероятности p_f их появления в любом году." И далее: "...указанная вероятность связана с периодом повторяемости нагрузки T (лет) соотношением $p_f = 1/T^n$ ".

Во-первых, появление нагрузок и отказы — это разные события. Для отказа необходимо условие $S = R$.

Во-вторых, подобное определение вероятности относится к дифференциальной (плотностной) интерпретации, что для наших задач не имеет смысла. Если $F(Q)$ — функция распределения вероятностей воздействия (нагрузки) вида Q , то "период повторяемости" [3, 5]

$$T = \frac{1}{1 - F(Q)},$$

где знаменатель есть вероятность воздействий, превышающих фиксированный уровень, которую автор определил как вероятность отказа p_f .

1.2. В формуле (3) автор определил p_f как "годовую ненадежность (аварийность)", равную

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} f(Q_x) F(R_x) dx.$$

Формула ошибочна, так как нагрузка Q и прочность R имеют разные размерности. Нагрузка, как указано в табл. 1 и следует из текста обсуждаемой статьи, измеряется в Н/м, а прочность, хотя это в статье вообще не определено, — в кН или кН · м.

Правильно указанный интеграл [1, 3] следует

формулировать в виде:

$$p_f = \int_0^{\infty} f(S) F(R) dS,$$

где $S = QL$; L — оператор пересчета воздействий (нагрузки) Q в усилия S , представляющий систему алгоритмов механического расчета опор и проводов (например, [7]).

Однако и в этом случае интеграл не может быть применен для расчета надежности элементов ВЛ, так как:

а) в элементе всегда более одного расчетного сечения (у стволов стальных опор — пояса нижних панелей каждой из секций, у секций опор ПВС — на уровне земли и в двух точках крепления внутренних связей, у каждого из проводов в пролете — у двух зажимов);

б) на элементы воздействуют два одновременных усилия, соответствующие годовым максимумам скорости ветра, и комбинации ветра с гололедом;

в) каждое из воздействий характеризуется величиной и направлением, причем в режиме "ветер + гололед" имеется по крайней мере три переменных (скорость и направление ветра, ветровая нагрузка на провод с гололедом, вес гололеда);

г) прочность уменьшается во времени в связи со старением материала.

2. Нельзя согласиться с утверждением о том, что "представляется реальным считаться с нагрузками, имеющими период повторяемости не более 50 лет", так как за периоды повторяемости 50–150 лет "невозможно собрать одинаково значимые сведения об атмосферных воздействиях".

Во-первых, если определена функция $F(Q)$, то однозначно определяются и воздействия с любым периодом повторяемости. Для этого не требуется 50–150 лет наблюдений. Проблема состоит в подборе вида и параметров функции, аппроксимирующей статистические ряды наблюдений.

Во-вторых, разрушающие нагрузки элементов ВЛ, запроектированных по имеющимся правилам, имеют "периоды повторяемости" более 100 лет и лежат в области $F(Q) > 0,99$. Это следует хотя бы из того, что статистические вероятности разрушения опор ВЛ 110–550 кВ составляют 10^{-4} – 10^{-5} в год и лишь в исключительно сложных условиях повышаются до 10^{-3} в год.

И, наконец, в-третьих, для расчетов надежности используются все возможные для заданной функции $F(Q)$ воздействия Q . Термин "период повторяемости" нужен только для расчетов с фиксированными нагрузками и прочностями, например, по методу предельных состояний.

3. Указанные в качестве первоочередных задачи в "области атмосферных нагрузок" уже много лет как решены. Имеются и используются компьютерные программы обработки данных наблюдений, включая определение нагрузок комбинации ветра и гололеда, проверку согласия всех трех предельных распределений вероятностей (Гумбеля) с эмпирическими рядами и выбор предпочтительного распределения.

4. Ссылка на то, что концепция для решения проблемы расчета надежности изложена в материалах МЭК (Рекомендации по воздушным линиям. Нагрузки и прочности ЛЭП — МЭК, 1988), не справедлива. В указанных рекомендациях используется понятие уровней относительной надежности, определяемых по функциям распределений вероятностей нагрузок 0,98—0,993—0,998 или соответственно по периодам повторяемости детерминированных расчетных нагрузок 50, 150 и 500 лет. Эти уравнения не определяют абсолютной надежности, на что прямо указано в докладе [5].

5. Вопросы расчета проводов по методу предельных состояний, которым отведена треть статьи, не имеют отношения к проблеме оценки надежности. Метод ориентирован на детерминированные расчетные нагрузки и сопротивления и не рассматривает поведение проводов в области сверхрасчетных нагрузок, включая область разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. — М.: Стройиздат, 1982.
2. Channoum E. Probability design of transmission line. — Trans. on PAS, 1983, vol. 102, No. 9.
3. Дьяков А. Ф., Федосенко Р. Я. Имитационные модели планирования надежности линий электропередачи. — Электрические станции, 1989, № 7.
4. Дьяков А. Ф., Федосенко Р. Я. Метод и результаты оценки вероятности разрушения проводов ВЛ гололедом. — Электрические станции, 1990, № 12.
5. Loading and strength of overhead transmission lines. — Electra, 1990, No. 129.
6. Дривинг А. Я. Вероятностно-экономический метод в нормах расчета строительных конструкций. — Строительная механика и расчет сооружений, 1982, № 3.
7. Крюков К. П., Новгородцев Б. П. Конструкции и расчет линий электропередачи. — Л.: Энергия, 1979.

Почему Кавендиш не опубликовал первый количественный закон электрофизики

Крыжановский Л. Н.

*Я не люблю печататься
при всяком случае <...>*

Исаак Ньютон

Личность и творчество Генри Кавендиша (1731—1810), выдающегося английского химика и физика, привлекает к себе внимание не одного поколения историков науки, которым Кавендиш задавал непростую загадку: он выполнил ряд исследований по электричеству, намного опередивших свое время, но эти исследования по непонятным причинам оставались неопубликованными при жизни Кавендиша. Их выпустил в свет другой выдающийся британский ученый, Джеймс Кларк Максвелл (1831—1879), которому в 1874 г. родственник Кавендиша, герцог Девонширский, представил его рукописи. На изучение рукописей, подготовку их к печати, повторение некоторых опытов, составление очерка жизни и творчества Кавендиша ушло у Максвелла пять лет.

Во второй половине XVIII в. уже имелось немало сведений об электрических явлениях. К тому времени были известны проводники и непроводники электричества; было установлено два вида электричества — "стеклянное" и "смоляное", или, по терминологии Бенджамина Франклина (1706—1790), которой мы пользуемся и в настоящее время, — положительные и отрицательные заряды, при этом было известно, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются, и т. д. Но все эти сведения носили качественный характер. Высказывались различные предположения о количественных соотношениях, характеризующих электрические явления, в частности, основанное на аналогии с гравитацией предположение о том, что силы электростатического взаимодействия подчиняются "закону обратных квадратов" [1].

Так, в 1755 г. Франклин обнаружил, что пробковый шарик на шелковой нити, опущенный в заряженный металлический сосуд, не притягивается к его стенкам, а если коснуться шариком стенок, то он не приобретает заряда [2, с. 178]. На основании этого опыта Джозеф Пристли (1733—1804) в 1767 г. предположил, что "притяжение электричества подчиняется тем же законам, что и гравитация". Но это — не доказательство закона Кулона. Более того, Пристли не дал надлежащей формулировки этого закона, ибо "притяжение электричества" не равнозначно "силе взаимодействия между точечными зарядами" [3, с. 464], и в опыте имеет место не притяжение, а как раз наоборот — отталкивание зарядов друг от друга. Пристли основывался на относящейся к гравитации теореме Ньютона, согласно которой точечная масса внутри сферической оболочки не испытывает никакого притяжения. Но незаряженный пробковый шарик не является аналогом точечной массы, а заряженный шарик, соприкоснувшись с внутренними стенками металлического сосуда, теряет свой заряд, как впоследствии установил Джамбаттиста Беккариа (1716—1781) [4, с. 87]. Кроме того, сосуд Франклина не был сферическим.

Генри Кавендиш четко осознавал разницу между гравитационной массой и "упругим электрическим флюидом", частицы которого распределяются по поверхности проводника так, чтобы их действие внутри проводника отсутствовало [3, с. 464]. Ясно, что аналогией, высказанной Джозефом Пристли, Кавендиш не мог удовлетвориться.

Однако некоторые современные исследователи пишут, что опыт Франклина — это и есть строгое экспериментальное подтверждение закона Кулона [5]. Это верно, но только с современных позиций. В самом деле, можно сказать, что опытом Франклина подтверждается уравнение Максвелла $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$, представляющее собой обобщенный закон Кулона (следует взять замкнутую поверхность, проходящую внутри стенок сосуда). Но во времена Пристли еще не были сформулированы ни уравнения Максвелла, ни вытекающая из них теорема Остроградского — Гаусса.

Первым опубликовал экспериментальное подтверждение "закона обратных квадратов" Шарль-Огюстен де Кулон (1736—1806), проведя прямые измерения сил отталкивания (рис. 1) и убедившись в следовании этому закону сил притяжения (рис. 2) на основании теории колебаний, — и то, и другое с помощью изобретенных им крутильных весов.

Открытие законов кручения принадлежит, вероятно, Кулону. Идея применения крутильных весов для измерения малых сил независимо от Кулона возникла у Джона Мичелла (1724?—1793) [3, с. 470—471], которого Кавендиш считал изобре-

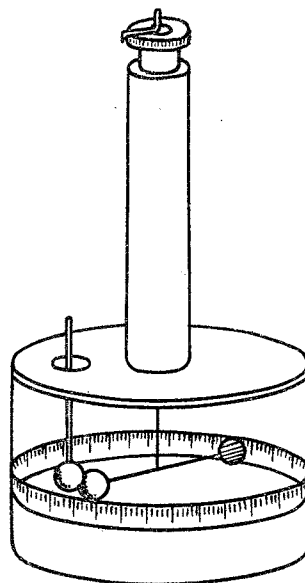


Рис. 1. Схема установки Кулона для измерения сил отталкивания

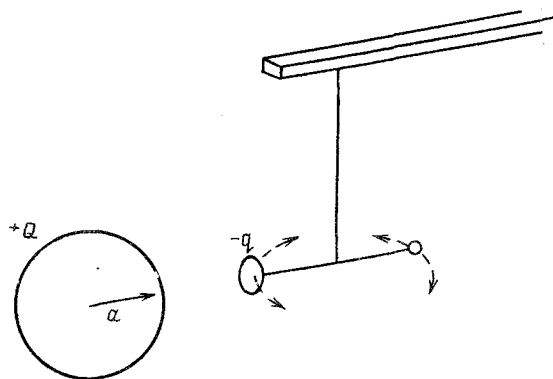


Рис. 2. Схема установки Кулона для проверки закона электростатического притяжения

тателем этого весьма чувствительного прибора. Сам Кавендиш в 1798 г. с помощью крутильных весов "взвесил" Землю — определил среднюю плотность Земли, исходя из закона всемирного тяготения.

Соотношение, опубликованное Кулоном и названное им "основным законом электричества" [6, с. 572], имеет вид

$$F \sim 1/d^2, \quad (1)$$

где d — расстояние между центрами маленьких заряженных проводящих шариков ("точечных зарядов").

Задолго до Кулона, около 1773 г., к закону

$$F \sim q_1 q_2 / d^2 \quad (2)$$

(здесь $q_{1,2}$ — значения точечных зарядов) пришел Кавендиш на основании одного-единственного "нулевого" опыта с незаряженной проводящей сферой, охватываемой двумя заряженными проводящими полусферами несколько большего диаметра (рис. 3) [7, с. 104–113].

Полусферы соединялись проволочкой с внутренней сферой. Разняв полусферы и одновременно убрав проволоку, Кавендиш установил, что с соединенных полусфер на внутреннюю сферу мог перетечь заряд q не более $1/60$ их заряда Q (в соответствии с чувствительностью электроскопа на основе двух бузиновых шариков на льняной нити).

Исходя из закона $F \sim q_1 q_2 / d^n$, где $n=2 + \varepsilon$

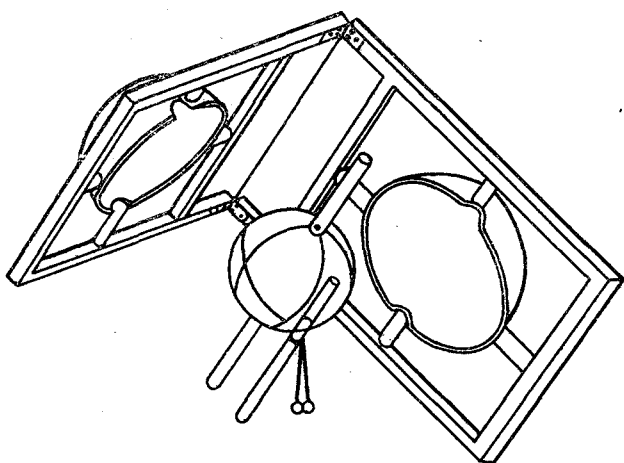


Рис. 3. Установка Кавендиша

(здесь ε — отклонение показателя степени от 2), Кавендиш написал выражения для сил F_Q и F_q , действующих на свободный заряд, находящийся в некоторой точке P проволоки, которые обусловлены соответственно зарядами Q и q . Чтобы выразить условие неперетекания заряда, Кавендиш приравнял абсолютные величины F_Q и F_q , в результате чего он получил для своей установки $\varepsilon = (q/Q) \cdot (b/a) \approx 1/57$. Здесь b — радиус полусфер, a — расстояние от центра до точки P . Таким образом, Кавендиш доказал, что показатель степени в "законе Кулона" отличается от 2 не более чем на $1/50$. Вероятно, это был первый в истории анализ погрешности, выполненный на столь высоком уровне.

Следует обратить внимание на то, что, пользуясь аппаратом математического анализа, Кавендиш оперировал элементарными зарядами, тогда как Кулон неизбежно имел дело с зарядами хотя и малых, но конечных размеров.

Кавендиш опубликовал за свою жизнь около двух десятков статей, но эта работа английского ученого, как и ряд других его электрических исследований, оставалась неопубликованной более ста лет. Высказывалось множество предположений о том, почему Кавендиш не опубликовал "закон Кулона". Эти предположения, как правило, носят личностный характер. Например, говорят о высокомерии Кавендиша, якобы пренебрежавшего мнением других ученых. С этим нельзя согласиться. Верно, что Кавендиш вел замкнутый образ жизни, посвятив себя науке. Но известно, что он приглашал к себе коллег, демонстрируя различные опыты, в том числе такие забавные, как опыт с изготовленной из дерева и кожи "электрической рыбой" (с укрытыми лейденскими банками), которая, плавающая в ванне, разряжалась через тело любопытных гостей; Кавендиш разрешал пользоваться своей библиотекой; кроме того, он мог сотрудничать с коллегами, например он возглавлял комиссию по молниезащите при Лондонском Королевском обществе (академии наук).

Американский историк науки Дж. Л. Хайльброн полагает, что Кавендиш не опубликовал интересующую нас работу просто потому, что считал ее незавершенной, и у него не было конкретного повода для публикации (заметим, что Ньютон мог годами и десятилетиями хранить свои открытия неопубликованными [8, с. 131]). К тому же в 70-е годы интересы Кавендиша все более смещались в сторону химии [3, с. 489]. Доводы Хайльброна представляются убедительными. Мы выскажемся в поддержку первого из них и покажем, что у Кавендиша могли быть чисто научные соображения, по которым он воздержался от публикации формулы (2).

Предположим, что $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$. Тогда из (2) формально следует, что $F = 0$, т. е. силовое взаимодействие отсутствует. Но Кавендиш, конечно, знал, что на самом деле это не так: незаряженный шарик всегда притягивается к заряженному. Этот опытный факт и мог заставить Кавендиша воздержаться от публикации "закона Кулона". Не зря Максвелл в предисловии к изданию работ Кавендиша писал: "Кавендишу было важнее исследовать, чем печататься" [7, с. XLV].

О том, что закон Кулона в формулировке (2) не всегда выполняется в действительности, пишет современный английский физик Генри Липсон: "Если бы это было так, то не было бы силы взаи-

модействия между заряженными и незаряженными телами, а ведь именно существованию такой силы обязано открытие электричества" [9, с. 116].

Затруднение, с которым, по-видимому, столкнулся Кавендиш при $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$, мы, с высоты сегодняшних знаний, легко объясняем электростатической индукцией (термин Фарадея). Это явление было хорошо известно в XVIII в. для длинных стержней [2, с. 144–149], но чтобы перенести его на маленькие шарики, очевидно, требовалось преодолеть некий психологический барьер. Уместно привести слова Майкла Фарадея (1791–1867): "Индукция играет самую большую роль во всех электрических явлениях, участвуя, по-видимому, в каждом из них, и носит в действительности черты первейшего существенного и основного начала. Ее понимание является настолько важным, что без более глубокого понимания ее природы нельзя, мне кажется, значительно продвинуться вперед в исследовании законов электричества" [10, с. 478].

Результаты опытов Робисона (предположительно 1769 г.) [1] и Кулона (1785 г.) [5] искажены из-за того, в частности, что исследователи не учитывали электростатическую индукцию, но поскольку речь идет только о формуле (1), то имеет место лишь расхождение результатов эксперимента с этой формулой при малых d , но не парадокс, который получается в случае формулы (2) при $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$.

Кулон опубликовал без числителя закон, носящий его имя, хотя и делал опыты, чтобы убедиться в справедливости соотношения

$$F \sim q_1 q_2 \quad (3)$$

при $q_{1,2} \neq 0$. Эти опыты столь же просты по идее, сколь остроумны: если прикоснуться к заряженному проводящему шарiku незаряженным проводящим шариком такого же размера, то естественно считать, что исходный заряд разделится пополам между шариками; пропорционально должна уменьшиться и сила F , что и наблюдал Кулон в своих опытах [11, с. 69–71].

Вероятно, Кулон также рассуждал о случае $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$, поэтому и опубликовал свой закон без числителя. Кулон мог позволить себе опубликовать формулу (1), поскольку она вытекала из отдельной серии опытов (без деления зарядов) при $q_{1,2} \neq 0$. А Кавендиш не мог опубликовать формулу (1), вероятно, потому, что из его опыта со сферами сразу вытекала формула (2), чреватая вышеописанным парадоксом.

В связи с этим парадоксом представляет интерес количественная оценка силы взаимодействия двух одинаковых шариков для случая $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$. На рис. 4 в двойном логарифмическом масштабе представлена зависимость силы взаимодействия F (в относительных единицах) от расстояния D между центрами одинаковых проводящих сфер, выраженного как кратное радиуса R сфер: прямая линия отражает идеализированный закон Кулона, когда заряды $q_1 = \pm q_2$ сфер сосредоточены в их центрах (принята зависимость $F = 1/D^2$); верхняя сплошная линия отражает притяжение сфер при $q_1 = -q_2$, а нижняя — отталкивание при $q_1 = q_2$ с учетом электростатической индукции; пунктирная кривая относится к интересующему нас случаю $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$. Данные, по которым построены кривые, представлены также в таблице.

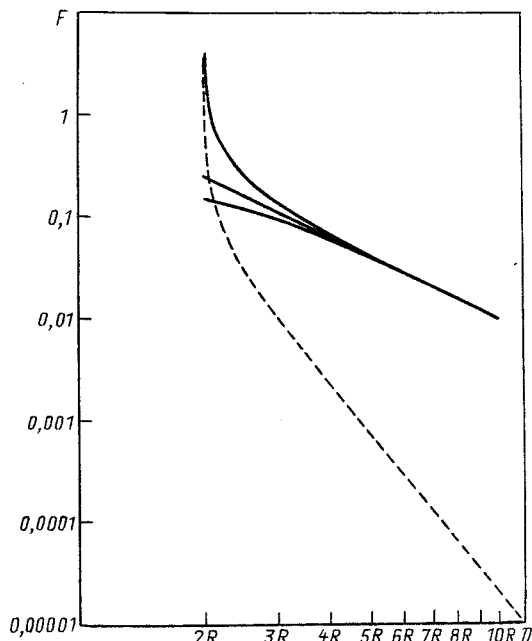


Рис. 4. Зависимость сил электростатического взаимодействия от расстояния между центрами сфер

Пунктирная кривая показывает, что в диапазоне значений D между $10R$ и $3R$ сила притяжения довольно точно описывается законом $1/D^5$ (взаимодействие типа "монополь — диполь"), а при уменьшении расстояния от $3R$ начинает быстро возрастать. Сила остается конечной даже при $D = 2R$.

Использованные здесь числовые данные и графики любезно предоставил автору профессор Дж. А. Соулс (США). Эти данные получены численным методом, описанным в [5]. Соулс убедительно показал, что цель знаменитой работы Кулона [6] состояла не в доказательстве закона обратных квадратов, а в представлении весьма чувствительного измерительного метода (и в этом действительно выдающаяся заслуга французского ученого), но Кулон сделал упор на закон, ныне носящий его имя, только так рассчитывая на всеобщее признание. Такова была научная атмосфера XVIII века. Однако, как пишет Соулс, эта уловка привела Кулона к незаконной экстраполяции закона в область малых D и, добавив от себя, к пренебрежению случаем $q_1 \neq 0$, $q_2 = 0$.

D	F при $q_1 = -q_2$	$F = 1/D^2$ при $ q_1 = q_2 $	F при $q_1 = q_2$	F при $q_1 \neq 0, q_2 = 0$
2,0	∞	0,25	0,154	3,357908
2,05	1,22538	0,237954	0,15012	0,3043072
2,1	0,759739	0,226757	0,146583	0,1625742
2,2	0,470269	0,206612	0,139794	0,0842546
2,3	0,352514	0,189036	0,133313	0,0552683
2,4	0,285277	0,1736	0,127089	0,0397156
2,5	0,240647	0,16	0,121091	0,0299590
3	0,134819	0,111111	0,094437	0,0100980
4	0,067097	0,0625	0,058457	0,0021602
5	0,041404	0,04	0,036680	0,0006811
6	0,028324	0,027778	0,027250	0,0002684
7	0,020656	0,020408	0,020165	0,0001228
8	0,015751	0,015625	0,015501	0,0000625
9	0,012415	0,012346	0,012277	0,0000345
10	0,010041	0,01	0,00996	0,0000203

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крыжановский Л. Н. Джон Робисон — первооткрыватель "закона Кулона". — Электричество, 1990, № 8, с. 92–94.
2. Франклин В. Опыты и наблюдения над электричеством / Пер. с англ. — М.: Изд-во АН СССР, 1956. — 272 с.
3. Heilbron J. L. Electricity in the 17-th and 18-th centuries: a study of early modern physics. — Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1979.
4. Льюиси М. История физики / Пер. с итал. — М.: Мир, 1970. — 464 с.
5. Soules J. A. Precise calculation of the electrostatic force between charged spheres including induction effects. — Amer. J. Phys., 1990, vol. 58, No. 12, p. 1195–1199.
6. Coulomb Ch.-A. de. Premier memoire sur l'electricite et le magnetisme. — Hist. de l'Acad., Paris, 1785, p. 569–577.
7. Cavendish H. The electrical researches of the Honourable Henry Cavendish, F.R.S. written between 1771 and 1781 / Ed. by J. Clerk Maxwell, F.R.S. — Cambridge: University Press, 1879.
8. Вавилов С. И. Исаак Ньютон. 4-е изд., доп. — М.: Наука, 1989. — 271 с.
9. Липсон Г. Великие эксперименты в физике / Пер. с англ. — М.: Мир, 1972. — 216 с.
10. Фарадей М. Экспериментальные исследования по электричеству, т. 1. / Пер. с англ. — М.: Изд-во АН СССР, 1947. — 848 с.
11. Coulomb Ch.-A. de. Quatrieme memoire sur l'electricite. — Hist. de l'Acad., Paris, 1786, p. 67–77.

Вниманию подписчиков и читателей нашего журнала!

Информация об условиях подписки на журнал "Электричество" на 1993 г. будет помещена в Приложении № 1 к основному Каталогу "Газеты и журналы на 1993 г."

Игорь Петрович Верещагин

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения видного педагога и ученого в области техники и электрофизики высоких напряжений, доктора технических наук, профессора Игоря Петровича Верещагина.

И. П. Верещагин окончил Московский энергетический институт в 1955 г. и аспирантуру МЭИ по кафедре техники высоких напряжений в 1958 г. В июне 1960 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук, а в декабре 1975 г. — доктора технических наук. С 1958 г. и по настоящее время работает на кафедре техники и электрофизики высоких напряжений МЭИ, с 1977 г. в должности профессора, с 1988 г. — заведующего кафедрой. Имеет ученые звания старшего научного сотрудника, доцента, профессора.

Основное направление научной деятельности И. П. Верещагина — создание теоретических и практических основ применения сильных электрических полей в технологических процессах, разработка методов расчета и исследования электрических полей с объемным зарядом. Под его руководством разработан и внедрен ряд безотходных экологически чистых технологий и создано соответствующее оборудование, отличающееся малым энергопотреблением.

И. П. Верещагиным создана научная школа в области технологического использования сильных электрических полей.



В течение около 30 лет он является научным руководителем исследовательской лаборатории проблем сильных электрических полей по этому научному направлению в нашей стране. Под его руководством выполнено и успешно защищено 19 кандидатских диссертаций. Им опубликовано около 250 печатных работ, в том числе 5 монографий, получено 46 авторских свидетельств и патентов.

И. П. Верещагин — ведущий специалист в нашей стране по электротехнологии, его труды широко известны зарубежным специалистам. Успешно выступает с докладами на международных конференциях. Является почетным членом Междуна-

родного общества по электрофильтрам, ему присуждена соответствующая премия.

Игорь Петрович плодотворно ведет большую разностороннюю педагогическую работу. Много внимания уделяет организации учебного процесса на кафедре, программам и содержанию курсов, развитию учебной лаборатории. Им поставлены новые курсы лекций по теоретическим основам электротехнологии и по электричеству атмосферы, создан новый цикл лабораторных работ, написано 6 учебных пособий. Он — соавтор базового учебника в нашей стране по электрофизическим основам ТВН.

И. П. Верещагин постоянно ведет общественно-научную работу. Длительное время он является заместителем председателя Научного Совета по проблеме "Сильные электрические поля в технологических процессах" и председателем одной из секций этого Совета, входит в состав экспертного совета ВАК по энергетике, состоит членом редколлегии журнала "Электронная обработка материалов", Международного общества по электрофильтрам, проводит активную работу по обеспечению деятельности Московского семинара высоковольтников, является председателем секции ТЭВН учебно-методического совета. За плодотворную научно-педагогическую работу Игорь Петрович Верещагин награжден медалями, почетными знаками министерств и ведомств.

Группа товарищей

Егор Сергеевич Колечицкий

(К 60-летию со дня рождения)



Исполнилось 60 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора Егора Сергеевича Колечицкого, крупного специалиста в области электрической изоляции высоковольтных аппаратов, внесшего большой вклад в развитие отечественной науки и техники.

Е. С. Колечицкий окончил в 1957 г. электроэнергетический факультет Московского энергетического института, в 1966 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1984 г. — докторскую. В 1988 г. ему было присвоено ученое звание профессора.

В 1957—1966 гг. Е. С. Колечицкий работал в отраслевых научно-исследовательских институтах, в том числе в ВЭИ, а с 1966 г. работает на кафедре техники и электрофизики высоких напряжений МЭИ, в настоящее время в должности профессора,

являясь одновременно научным руководителем научно-исследовательской лаборатории высоких напряжений.

Е. С. Колечицкий был одним из основоположников создания высоковольтных изоляционных конструкций, работающих в области высоких частот, исследования характеристик коронного разряда при этих частотах, а также разработки устройств молниезащиты. Он один из ведущих специалистов в стране по расчету электростатических полей высоковольтных устройств.

Основным направлением его научной деятельности в настоящее время является оптимизация высоковольтных изоляционных конструкций на основе анализа электрических полей и создания математических моделей разрядных явлений. Результаты его работ используются на изоляторных заводах и в проектных организациях. Он неоднократно был председателем межведомственных комиссий по повышению качества некоторых типов высоковольтных аппаратов.

Под руководством Е. С. Колечицкого выполнено и защищено 4 кандидатские диссертации. Список его научных трудов содержит более 120 наименований, среди которых 2 монографии. Егор Сергеевич является высококвалифицированным преподавателем, проводит большую методическую работу. Им написаны и опубликованы учебные и методические пособия, в том числе сборники задач по расчету электрических полей и описания лабораторных работ по технике высоких напряжений.

Е. С. Колечицкий является председателем редакционного совета МЭИ, членом специализированного совета, членом секции № 2 научного Совета по проблеме "Научные основы электрофизики и электроэнергетики", членом рабочей группы ИК-36 СИГРЭ.

Группа товарищей

Ефим Янкелевич Казовский



Трагически погиб доктор технических наук, профессор, лауреат премии АН СССР им. П. Н. Яблочкова Е. Я. Казовский. В его лице наша наука потеряла известного ученого в области электромашиностроения, воспитателя и учителя большой плеяды специалистов высокой квалификации России, Украины, Средней Азии, Кавказа, стран Восточной Европы.

Е. Я. Казовский родился в 1910 г. В 1930 г. блестяще окончил Московский энергетический институт и был направлен в качестве инженера-исследователя в Ленинград на завод "Электросила". С тех пор вся дальнейшая трудовая деятельность Е. Я. Казовского была связана с крупным

электромашиностроением, развитию которого он отдал более 60 лет. На заводе "Электросила" он работал в Общезаводском бюро исследований (ОБИС), где вел расчеты различных типов машин, занимался исследованиями турбо- и гидрогенераторов. В последующем трудился в монтажном отделе, был шеф-электриком конструкторского бюро электрофизической аппаратуры, начальником бюро стандартизации завода. С 1962 г. до последних дней Е. Я. Казовский работал во ВНИИэлектромаш старшим научным сотрудником, заведующим лабораторией, ведущим научным сотрудником института.

Е. Я. Казовский внесен крупный вклад в развитие отечественного электромашиностроения. Им развита теория переходных процессов синхронных машин, впервые изучены сложные переходные процессы, исследованы крутильные колебания многомассовых систем, введены в практику электромашиностроения частотные характеристики. Характерной особенностью научных работ Е. Я. Казовского была их направленность на решение практических задач электромашиностроения, хотя некоторым специалистам они казались далекими от практики.

Е. Я. Казовский является автором более 200 научных работ. Многие из них, такие как фундаментальный труд "Переходные процессы в электрических машинах переменного тока" давно стали классическими.

Ефим Янкелевич был членом многих ученых и научно-технических советов. Его участие всегда оказывало существенное влияние на обсуждаемые вопросы и принимаемые решения.

Светлая память о Е. Я. Казовском навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа друзей, товарищей, учеников

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А.,
Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора),
Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С.,
Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г.,
Митюшкин К. Г., Морозкин В. П., Негушил А. В., Розанов Ю. К.,
Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Савалов С. А., Строев В. А., Тареев Б. М.,
Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10.

Телефон 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Редакторы по направлениям тематики:

Евсеев Б. Н. (электрические машины, электропривод, электрический транспорт); **Макарьин Б. Д.** (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы); **Прилуцкий А. Л.** (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

Художественный редактор **Т. А. Дворецкова**

Технический редактор **Г. В. Преображенская**

Корректор **И. А. Володьева**

Сдано в набор 10.06.92. Подписано в печать 20.07.92. Формат 60×88¹/₈ Бумага кн.-журн. офсетная № 2. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 8,82. Усл. кр.-отт. 9,31. Уч.-изд. л. 9,63. Тираж 3411 экз. Заказ 5890

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат

Министерства печати и информации Российской Федерации

142300 г. Чехов Московской области

Отпечатано в Подольском филиале ПО "Периодика" Министерства печати и информации Российской Федерации.

142110, г. Подольск, ул. Кирова, 25

СОДЕРЖАНИЕ

Гельфанд Я. С. Релейная защита и автоматика в материалах СИГРЭ	1
Ишкин В. Х., Микуцкий Г. В., Шкарин Ю. П. Высокочастотная связь по ВЛ в электроэнергетике	7
Белоедова И. П., Колечицкий Е. С. Влияние параметров моделей на результаты расчета распределения напряжения по элементам ограничителей перенапряжений	11
Ларионов В. П. О возможностях расчета молниезащиты электрогеометрическим методом	14
Баранов М. И., Кузнецов С. А. Анализ разряда коаксиальной формирующей линии на основе разложения решения в ряд Фурье	15
Нетушил А. В. Электромеханический эффект Губера и его развитие	24
Плахтына Е. Г., Шакарян Ю. Г., Пиковский А. В., Карпинский О. И., Плотникова Т. В. Математическое моделирование электромагнитных процессов асинхронизированного генератора ветроэнергетической установки	27
Аристов А. В., Луковников В. И. О синхронном режиме машины двойного питания при колебательном движении	31
Фисенко В. Г., Ерин В. В., Шатский С. В. Определение электромагнитных сил в зубцовой зоне электрических машин	34
Остриров В. Н. Оптимизация режимов управления многосвязных электроприводов одноковшовых экскаваторов	37
Коротеев И. Е., Перекрест В. В. Анализ устойчивости "в большом" импульсных преобразователей постоянного напряжения с широтно-импульсной модуляцией	42
Баушев В. С., Жусубалиев Ж. Т. О недетерминированных режимах функционирования стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием	47
Фролов С. И. Объемные плотности сил и моментов в анизотропной среде при воздействии переменного электромагнитного поля	53
Ивлиев Е. А., Иоссель Ю. Я. Расчет электрических параметров систем катодной защиты резервуаров	56
ДИСКУССИИ	62
ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ	65
ХРОНИКА	69

CONTENTS

Gelfand J. S.— Relay Protection and Automation in the Reports to CIGRE	1
Ishkin V. H., Mikutski G. V., Shkarin Yu. P.— Carrier Communication Over Transmission Lines in Power Systems	7
Beloyedova I. P., Kolechitski E. S.— How the Parameters of Models Influence the Results of Calculations of the Voltage Distribution Along the Elements of Overvoltage Limiters	11
Larionov V. P.— On Possibilities for Designing a Lightning Protection Using an Electro-Geometrical Technique	14
Baranov M. I., Kuznetsov S. A.— Analysis of the Discharge of a Coaxial Shaping Line By Means of a Fourier Series Expansion of the Solution	15
Netushil A. V.— Huber's Electromechanical Effect and Its Development	24
Plakhtyna E. G., Shakarian Yu. G., Pikovski A. V., Karpinski O. I., Plotnikova T. V.— Mathematical Simulation of Electromagnetic Phenomena in the Doubly-Fed Generator of a Wind-Energy Plant	27
Aristov A. V., Lukovnikov V. I.— On the Synchronous Operation of a Doubly-Fed Machine in the Presence of Mechanical Oscillations	31
Fisenko V. G., Yerin V. V., Shatski S. V.— Finding Electromagnetic Forces in the Tooth Area of Electrical Machines	34
Ostrirov V. N.— Optimization of Control Conditions of Multiple-Coupled Electric Drives for Single-Bucket Excavators	37
Koroteyev I. E., Perecrest V. V.— Analysis of Stability in the "Large Sense" for DC Voltage Pulse Converters With Pulse-Width Modulation	42
Baushev V. S., Zhusubaliev Zh. T.— On Indeterminate Modes of Functioning of a Voltage Stabilizer With Pulse-Width Modulation	47
Frolov S. I.— Volume Densities of Forces and Moments in an Anisotropic Medium for Impacts of a Variable Electromagnetic Field	53
Ivliev E. A., Yossel Yu. J.— Calculation of the Electrical Parameters of Cathode Protection Systems for Reservoirs	56
DISCUSSION	62
FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING	65
CHRONICLE	69

обл 5

Индекс 71106

ISSN 0013-5380. Электричество. 1992. № 8. 1—72