

ISSN 0013-5380



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1992

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

7

Перспективы использования сверхпроводниковых накопителей в электроэнергетических системах

АСТАХОВ Ю. Н., ЛАБУНЦОВ В. А., ТЕР-ГАЗАРЯН А. Г., ЯКИМЕЦ И. В.,
ДУДКЕВИЧ О. В., ГЛУСКИН И. З., НЕЙКИРХ С. В., НОВИКОВ Н. Л., ХАЛЕВИН В. К.

Введение. В настоящее время при формировании мощных электроэнергетических систем растет доля блоков, работающих в базе суточных графиков нагрузки. В результате при нагрузках, составляющих 50 % номинальной, расход топлива увеличивается на 16–26 г/кВт·ч [1]. Статистический анализ работы объединенных энергосистем показывает, что наряду с повышением надежности энергоснабжения и снижением затрат на резервирование уплотнения суточных графиков нагрузки не происходит. Объективный учет тенденций в развитии топливно-энергетического комплекса также говорит о том, что в ближайшие 30–40 лет основными производителями электроэнергии останутся тепловые электростанции, стоимость топлива будет возрастать, а межсистемные связи еще долгие годы будут относиться к разряду "слабых связей". Вследствие этого включение в электроэнергетическую систему накопителей, позволяющих разделить во времени процессы выработки и потребления энергии, имеет большое народнохозяйственное значение.

Аккумуляция энергии позволит максимально использовать установленную мощность базовых электростанций, улучшая тем самым технико-экономические показатели крупных энергоблоков. Кроме того, накопители могут существенно повысить устойчивость крупной станции при обеспечении баланса мощности электроэнергетической системы [1]. Можно ожидать, что к 2000 г. более 10 % всей вырабатываемой энергии до поступления к потребителю будет проходить через те или иные системы накопления.

В стране и за рубежом ведутся интенсивные работы по исследованию и созданию энергонакопителей различных типов, в том числе и сверх-

проводниковых [2–4]. Проведенные к настоящему времени технико-экономические исследования в области использования сверхпроводниковых индуктивных накопителей энергии (СПИНЭ) позволяют оценить нижнюю границу их эффективного применения значением 10^{11} Дж, которое базируется на расчетных показателях удельного расхода топлива на киловатт-час электроэнергии и стоимости выработки энергии при условии использования накопителя для выравнивания графика нагрузки. При работе в составе силового стационарного оборудования предполагается, что одновременно с выравниванием графика загрузки агрегатов станции, накопитель должен активно использоваться и в качестве элементов противоаварийного управления, способствующего предотвращению развития аварий.

Результаты проведенных к настоящему времени исследований показывают, что для энергосистем страны целесообразно последовательное внедрение сверхпроводниковых накопителей в виде ряда типовых энергоемкостей: $5 \cdot 10^9$ Дж — для повышения статической и динамической устойчивости станций и крупных узлов синхронной нагрузки; $2,5 \cdot 10^{10}$ Дж — для совместной работы с гидроаккумуляторными станциями; $5 \cdot 10^{12}$ Дж — для выравнивания графиков нагрузки станций в ОЭС различных регионов страны.

В то же время мнение об экономической эффективности применения индуктивных накопителей с энергоемкостью порядка $5 \cdot 10^9$ Дж только для повышения устойчивой работы станции неоднозначно. В первую очередь это связано с большими капитальными затратами на сооружение

накопителя (6–10 млн руб.), хотя возможность практически мгновенно реагировать на изменение режима энергосистемы существенно увеличивает технические преимущества накопителя по сравнению с традиционными элементами противоаварийных систем.

Ниже оценивается целесообразность использования типового ряда сверхпроводниковых накопителей энергоемкостью $5 \cdot 10^9$ Дж в противоаварийном управлении электроэнергетическими системами на примерах конкретных мест возможной установки СПИНЭ в сетях ЕЭС страны.

Структура, функции и проблемы создания энергетических СПИНЭ. Устройство, называемое СПИНЭ, состоит из собственно накопителя одной или нескольких индуктивных катушек (ИК) (рис. 1, а), выполненных из сверхпроводникового материала и имеющих систему криообеспечения и защиты от перехода в нормальную фазу, обратимого тиристорного преобразователя (ТП), служащего для связи накопителя с сетью переменного тока, и управляемого фильтрокомпенсирующего устройства (ФКУ), служащего для подавления высших гармонических составляющих, генерируемых ТП, и компенсации реактивной мощности, потребляемой ТП. Поскольку собственно накопитель является неуправляемым элементом, ТП, предназначенный для управляемого ввода и вывода энергии в накопитель, и ФКУ осуществляют непосредственное воздействие со стороны накопителя на режимы работы энергосистемы.

Независимое регулирование активной P и реактивной Q мощностей, потребляемых СПИНЭ от энергосистемы (выдача активной мощности соответствует $P < 0$), возможно при двухпараметрическом управлении ТП. Наиболее рационально это осуществляется, если последний состоит как мини-

мум из двух преобразовательных блоков [4], соединенных по цепи постоянного тока последовательно (рис. 1, а). Область допустимых значений P и Q определяется заштрихованной зоной на диаграмме рис. 1, б, построенной для заданного значения тока в ИК при допущениях: мгновенная коммутация тока в преобразователе, минимальный угол управления в выпрямительном режиме $\alpha_{\min} = 0$, максимальный угол в инверторном режиме $\alpha_{\max} < \pi$. Положение рабочей точки на диаграмме определяется углами управления обоих преобразовательных блоков α_1 и α_2 , формируемыми системой управления (СУ) по сигналам задания P_3 и Q_3 , которые вырабатываются системным регулятором (СР) по сигналам от соответствующих датчиков в энергосистеме с учетом возможности частичной компенсации реактивной мощности с помощью ФКУ.

Ближайшей практически реализуемой областью применения индуктивных накопителей энергоемкостью порядка $5 \cdot 10^9$ Дж представляется повышение статической и динамической устойчивости электростанций, энергообъединений и крупных узлов синхронной нагрузки нефтедобывающих и нефтеперерабатывающих комплексов. Одновременно накопитель может обеспечить демпфирование электромеханических колебаний с частотой примерно до 2 Гц и, при двухпараметрическом управлении преобразователем, потребление реактивной мощности системы. Для повышения статической устойчивости и демпфирования колебаний наиболее эффективна установка накопителя возможно ближе к генераторам. При этом активная мощность накопителя демпфирует электромеханические колебания генераторов, а реактивная, при малых активных нагрузках, обеспечивает поддержание заданного уровня напряжения. Возможность раздельного регулирования активной и реактивной составляющих мощности накопителя позволяет обеспечить направленное регулирование отдельных групп машин. Однако для более эффективного повышения пределов статической и динамической устойчивости желательно обеспечить не только потребление, но и выдачу реактивной мощности, что с учетом современного развития преобразовательной техники является реальной, хотя и весьма трудной (при мощностях порядка сотен и тысяч мегавольт-ампер) задачей.

Создание накопителей средней и большой энергоемкости связано с рядом ограничений, накладываемых на предельно допустимые характеристики обмотки и преобразователя, в частности, на плотность тока в сверхпроводниковом проводе, рабочую плотность тока в обмотке, предельно допустимое напряжение на обмотке, максимальный ток преобразователя, скорость изменения тока обмотки, индукцию на обмотке. Эти характеристики, в свою очередь, определяют ограничения на эксплуатационные параметры накопителя.

Для разработанных в настоящее время сверхпроводниковых материалов можно принимать плотность тока провода равной 10^8 А/м², а рабочую плотность тока по обмотке — 10^7 А/м². Допустимое напряжение на выводах обмотки определя-

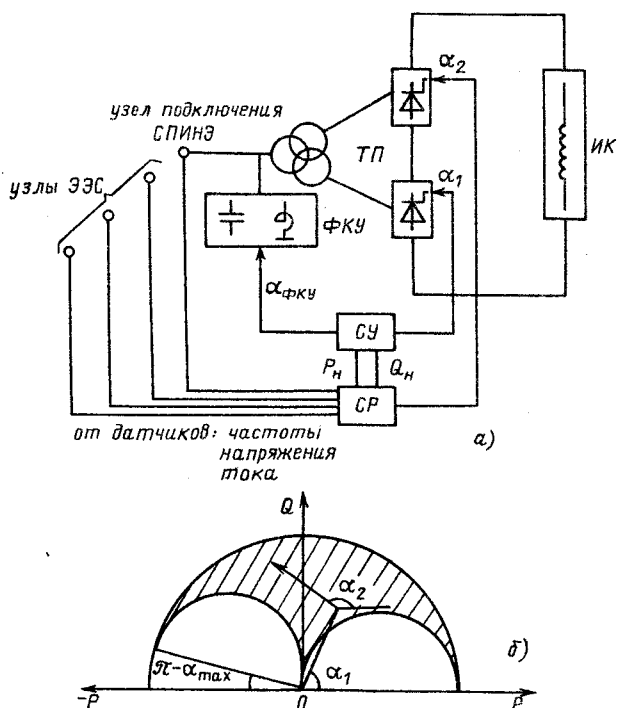


Рис. 1. Структурная схема сверхпроводникового накопителя: а — накопитель с двумя тиристорными преобразователями; б — диаграмма изменения мощности при двухпараметрическом управлении тиристорными преобразователями

ется возможностями электрической изоляции тоководов и составляет примерно 20 кВ. Максимальный ток тиристорного преобразователя, ограничиваемый параметрами тиристоров и возможностями их параллельной работы, составляет 150—200 кА. Максимальная скорость изменения тока (10—15 кА/с) определяется стабильностью сверхпроводниковой обмотки. Индукция на обмотке ограничивается значением 5 Тл.

Приведенные цифры позволяют непосредственно оценить предельно допустимую скорость набора потребляемой мощности при заряде накопителя: примерно 100 МВт/с.

Примеры применения СПИНЭ. При оценке технической эффективности применения накопителей энергоемкостью $5 \cdot 10^9$ Дж рассматривается их использование в системе противоаварийной автоматики электростанций или энергообъединений. Действие систем противоаварийной автоматики направлено на восстановление нарушенного в результате аварии баланса мощности и компенсацию избыточной энергии во время послеаварийного процесса. В настоящее время это достигается путем отключения части генераторов тепловых или гидравлических станций, а также части потребителей. Следует отметить, что даже в случае кратковременного воздействия для сохранения устойчивости при динамическом переходе система противоаварийной автоматики действует на отключение генераторов с последующим отключением потребителей. В то же время в ряде случаев устойчивость в послеаварийном режиме может быть обеспечена регулированием мощности электростанций, однако эффективность этого мероприятия ограничивается значительным временем набора мощности, которое для гидравлических электростанций составляет 6—8 с, а для тепловых — свыше 20 с.

В качестве примеров использования накопителей рассмотрены: район Рогунской и Нурекской ГЭС на реке Вахш в Таджикистане, электропередача 1150 кВ Сибирь — Казахстан и электропередача постоянного тока напряжением 1500 кВ

Экибастуз — Центр. В качестве объектов, содержащих значительную часть нагрузки в виде синхронных двигателей большой мощности, рассмотрены: схема электроснабжения Тенгизского нефтеперерабатывающего комплекса, район Астраханской энергосистемы, питающий Астраханский газоперерабатывающий комбинат, и район Тюменской энергосистемы, обеспечивающий питание развивающихся узлов энергопотребления с высокой (до 70 %) долей синхронной нагрузки.

В настоящее время проектом системы противоаварийной автоматики, обеспечивающей устойчивость параллельной работы Рогунской и Нурекской ГЭС при аварийных возмущениях, предусмотрено отключение генераторов, сопровождаемое отключением части нагрузки, для восстановления баланса мощности по отношению к остальной части объединенной энергосистемы. Эффективность и целесообразность использования сверхпроводниковых индуктивных накопителей взамен и в дополнение к традиционным, предусмотренным проектом противоаварийной автоматики, управляющим воздействиям, определяется тем, что вместо отключения генераторов может быть произведен отбор энергии в накопитель. В этом случае необходимость в отключении нагрузки отпадает.

Были выполнены расчеты динамической устойчивости при двухфазном коротком замыкании на землю на ВЛ 500 кВ Рогунская ГЭС — Регар у шин ГЭС с последующим отключением поврежденной цепи линии (рис. 2), рассмотрены режимы выдачи мощности от Нурекской ГЭС до 1000 МВт и мощности Рогунской ГЭС 3600 МВт.

Было принято, что накопитель подключается на шины 500 кВ Рогунской ГЭС в момент отключения поврежденной цепи и работает в режиме отбора мощности в течение 0,9 с. Рассматривалось управление только по активной мощности. Был принят линейный закон регулирования накопителя, отбор максимальной мощности 3000 МВт в первый момент, снижение отбора до 1700 МВт в течение 0,4 с и далее постоянный отбор мощности до момента отключения накопителя.

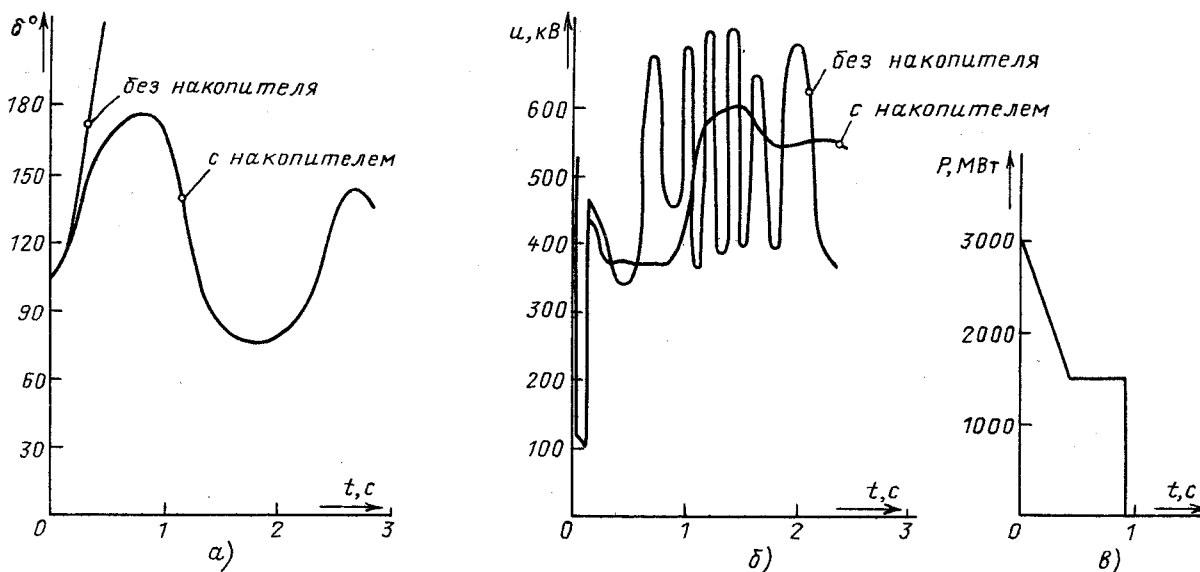


Рис. 2. Двухфазное к. з. на землю на ВЛ 500 кВ Рогунская ГЭС — Регар у шин ГЭС с последующим отключением поврежденной цепи линии: а — углы э. д. с. генераторов Рогунской ГЭС; б — напряжения на шинах 500 кВ Рогунской ГЭС; в — импульс мощности накопителя

Применение накопителей для повышения динамической устойчивости на подстанции Регар Рогунской ГЭС целесообразно при обеспечении графиков регулирования потребителей мощности. Очевидно, что для потребления начальной мощности 3000 МВт необходима предварительная зарядка накопителя, поскольку ограничение по dP/dt не позволяет достичь такой мощности за приемлемое время. Необходимо иметь в обмотке в режиме ожидания ток, равный 100–150 кА (соответственно 100 кА для начальной мощности 2000 МВт).

Для рассматриваемого накопителя мощностью 3000 МВт необходима начальная энергия $9,6 \cdot 10^9$ Дж, а с учетом набора энергии при заряде $1,8 \cdot 10^9$ Дж полная энергоемкость должна составлять около $11,4 \cdot 10^9$ Дж. Соответственно для мощности 2000 МВт начальная энергия равна $4,2 \cdot 10^9$ Дж, а полная энергоемкость — $5,9 \cdot 10^9$ Дж.

При перетоках мощности по межсистемным связям Сибирь — Казахстан с Востока на Запад наиболее тяжелым является отключение ВЛ 1150 кВ на участке Барнаул — Итат. Максимальный объем управляющих воздействий определен в размере: отключение нагрузки 3000 МВт в ОЭС Казахстана, отключение генераторов 3800 МВт в ОЭС Сибири.

При перетоках мощности по межсистемным связям Сибирь — Казахстан с Запада на Восток наиболее тяжелым является отключение ВЛ 1150 кВ на участке Экибастуз — Барнаул. Максимальный объем управляющих воздействий составляет: отключение нагрузки 4000 МВт в ОЭС Сибири, отключение генераторов 4800 МВт в ОЭС Казахстана.

Для изучения возможности сохранения устойчивости ОЭС Сибири и ОЭС Казахстана при аварийных возмущениях, связанных с отключением ВЛ 1150 кВ, путем использования в энергосистемах сверхпроводниковых индуктивных накопителей были выполнены расчеты переходных процессов при отключении без короткого замыка-

ния ВЛ 1150 кВ на участке Экибастуз — Барнаул (рис. 3, 4).

Загрузка ВЛ 1150 кВ на участке Экибастуз — Барнаул в исходном режиме составляет 3000 МВт как при направлении потока мощности из ОЭС Сибири в ОЭС Казахстана, так и при обратном. При перетоке мощности из ОЭС Сибири в ОЭС Казахстана устойчивость станций ОЭС Сибири в случае отключения ВЛ 1150 кВ Экибастуз — Барнаул можно обеспечить путем отбора энергии в накопители, установленные на шинах 500 кВ Саяно-Шушенской ГЭС и Красноярской ГЭС. Было принято, что СПИНЭ подключается к энергосистеме в момент отключения поврежденной линии и работает в режиме отбора в течение 1,4 с. Рассматривалось управление только по активной мощности и было принято, что мощность остается неизменной и равна 3000 МВт. При направлении потока мощности из ОЭС Казахстана в ОЭС Сибири для сохранения устойчивости при том же виде аварийного возмущения необходимо предусмотреть установку накопителя на шинах 500 кВ Экибастузской ГРЭС для отбора энергии и на шинах 500 кВ Красноярской ГЭС для выдачи энергии.

Применение накопителя для поддержания устойчивости в межсистемной связи Казахстан — Сибирь требует в одном узле потребления мощности 3000 МВт в течение 1,4 с, а в другом узле — выдачи такого же импульса мощности. Для первого накопителя необходима начальная энергия $9,6 \cdot 10^9$ Дж, а с учетом запаасаемой в процессе работы энергии $4,2 \cdot 10^9$ Дж полная энергоемкость составит $13,8 \cdot 10^9$ Дж. Для второго накопителя энергоемкость должна составлять $12,9 \cdot 10^9$ Дж, т. е. оба устройства можно выполнять одинаковыми с энергоемкостью около $14 \cdot 10^9$ Дж (три по $5 \cdot 10^9$ Дж).

При использовании сверхпроводниковых индуктивных накопителей возможно и сохранение статической устойчивости в послеаварийном режиме путем мобилизации резерва мощности на

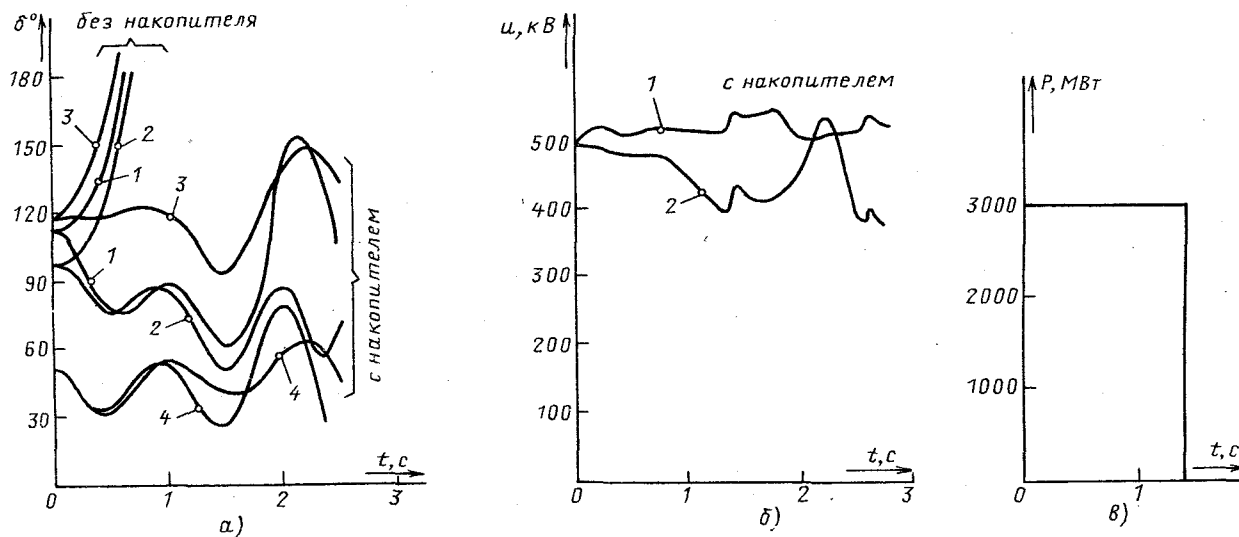


Рис. 3. Переток мощности из ОЭС Сибири в ОЭС Казахстана (отключение ВЛ 1150 кВ Экибастуз — Барнаул без к. з.): а — углы э. д. с. станций; б — напряжения на шинах 500 кВ; в — импульс мощности накопителя; 1 — Саяно-Шушенская ГЭС; 2 — Красноярская ГЭС; 3 — Березовская ГРЭС; 4 — Экибастузская ГРЭС

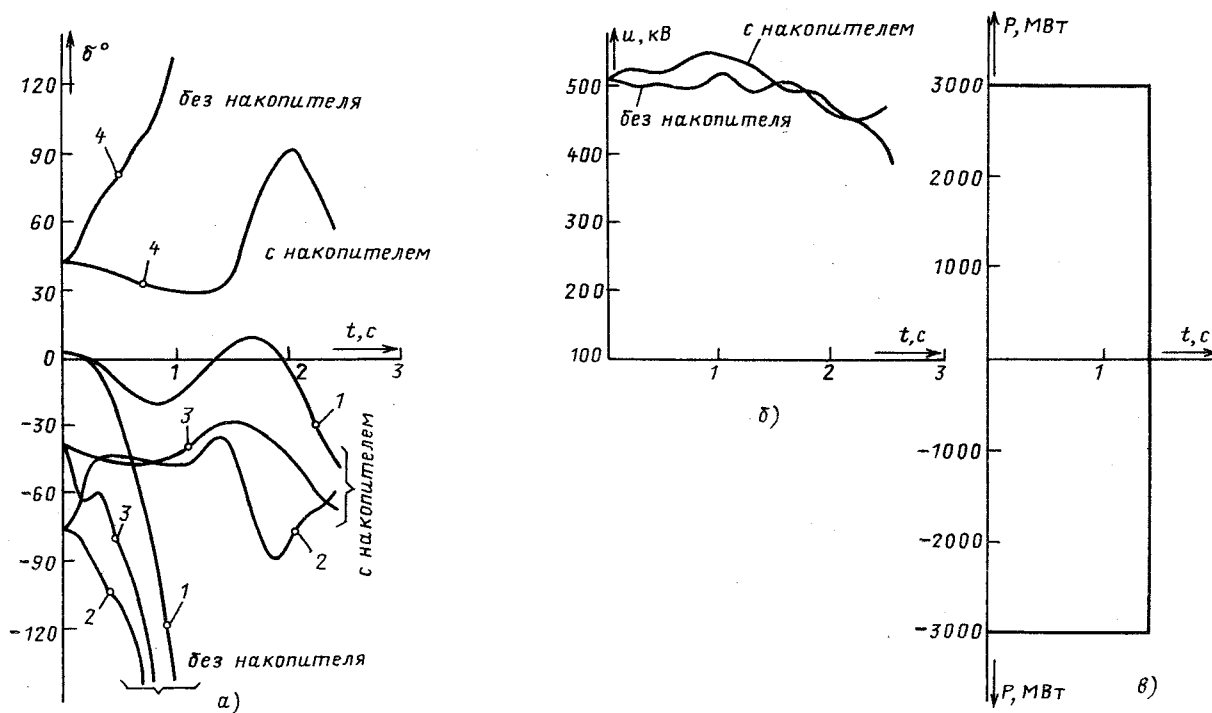


Рис. 4. Переток мощности из ОЭС Казахстана в ОЭС Сибири (отключение ВЛ 1150 кВ Экибастуз — Барнаул без к. з.): а — углы э. д. с. станций; б — напряжение на шинах 500 кВ Красноярской ГЭС; в — импульс мощности накопителя; 1 — Саяно-Шушенская ГЭС; 2 — Красноярская ГЭС; 3 — Березовская ГРЭС; 4 — Экибастузская ГРЭС

гидроэлектростанциях ОЭС Сибири. Использование сверхпроводниковых индуктивных накопителей в сочетании с набором мощности на ГЭС позволит отказаться от отключения нагрузки. Энергия, которую должны будут выдавать накопители, составляет 10^{10} Дж при времени набора мощности для мобилизации вращающегося резерва 10 с.

Эффективность отказа от отключения нагрузки определяется не только предотвращением ущерба от отключения потребителей без предупреждения, но и отказом от сооружения системы автоматического отключения нагрузки (САОН). Кроме того, следует учесть, что отключение нагрузки большой мощности сопряжено с трудностями согласования подключения потребителей к САОН. Поэтому создание систем отключения нагрузки мощностью, превышающей примерно 2000 МВт, практически невозможно. В то же время ограниченные возможности САОН сдерживают единичную мощность магистральных ЛЭП сверхвысокого напряжения.

Электропередача постоянного тока (ППТ) напряжением 1500 кВ Экибастуз — Центр соединяет северную часть ОЭС Казахстана с ОЭС Центра и предназначена для работы в реверсивном режиме. Ее мощность составляет на передающем конце 3000 МВт на первом этапе и 6000 МВт на втором. ППТ шунтирует сеть переменного тока, поэтому сбросы мощности на ней опасны для устойчивости параллельной работы энергообъединений Казахстана и Центра по этой сети.

Сбросы мощности на ППТ могут вызываться как короткими замыканиями или другими авариями на стороне постоянного тока, так и близкими к. з. в сети переменного тока. Большая часть возмущений на стороне постоянного тока, связанных с отключением оборудования подстанций или

нарушением коммутаций, приводит к сбросу мощности длительностью 0,5–0,7 с. Повреждение линии постоянного тока приводит к сбросу мощности в электропередаче на время до 1 с, хотя допустимое время по условию сохранения динамической устойчивости электропередач переменного тока, шунтирующих ППТ, составляет 0,2–0,3 с.

Проектом предусмотрены традиционные средства противоаварийной защиты. В качестве управляющих воздействий используется отключение генераторов в передающей системе и отключение нагрузки в приемной. Поскольку ППТ является реверсивной, то отключение нагрузки и генераторов предусмотрено в обеих частях ЕЭС, примыкающих к ППТ Экибастуз — Центр. Использование накопителей для обеспечения устойчивости в динамическом режиме позволит отказаться от отключения генераторов и нагрузки. Накопитель должен по команде от системы противоаварийной автоматики (ПА) на передающем конце компенсировать избыточную энергию в узле.

Применение накопителей для сохранения динамической устойчивости передачи Экибастуз — Центр требует в одном из узлов потребления мощности 1500 МВт в течение 0,8 с, а в другом — выдачи такого импульса. Для первого накопителя необходима начальная энергия $2,4 \cdot 10^9$ Дж, а с учетом запасаемой в процессе работы энергии $1,2 \cdot 10^9$ Дж полная энергоемкость составит $3,6 \cdot 10^9$ Дж; для второго — $1,7 \cdot 10^9$ Дж.

При длительных сбросах мощности на ППТ Экибастуз — Центр возникает задача сохранения статической устойчивости электропередачи переменного тока. Система ПА предусматривает в этом случае также отключение генераторов и нагрузки. Отключение такой нагрузки (2000–5000 МВт) не

только сопровождается большим ущербом, но и технически трудно выполнимо из-за необходимости сооружения сети высоконадежных специальных каналов связи. Кроме того, из-за отсутствия информации о действительной величине нагрузки, подключенной к системе ПА, приходится отключать ее с большим запасом.

Использование накопителей позволило бы вместо отключения нагрузки на время набора резервной мощности тепловыми или гидравлическими электростанциями выдавать в энергосистему переменного тока мощность и энергию, недополученную из-за снижения мощности ППТ. Требуемое увеличение мощности ГЭС или ТЭС составляет 2000–5000 МВт. В случае набора мощности ГЭС эта величина может быть достигнута за время до 10 с. При линейном законе набора мощности энергии, недополученная энергосистемой из-за снижения мощности ППТ, составит примерно 10^{10} Дж. Требуемая мощность может быть распределена между накопителями, установленными на ряде станций, примерно по 400 МВт на каждый накопитель. Накопители в этом случае целесообразно устанавливать на тех электростанциях, на которых выполняется команда от системы ПА "набор мощности". Это Красноярская ГЭС, Саяно-Шушенская ГЭС, Экибастузские ГРЭС 1 и 2. Закон управления мощностью накопителя должен быть также линейным с выдачей максимальной мощности в первый момент. В ОЭС Центра управляющие воздействия по набору мощности могут выполняться как на ГЭС Волжского каскада, так и на тепловых электростанциях. В этом случае накопители целесообразно разместить на Рязанской ГРЭС, ВОГЭС им. Ленина, ВОГЭС им. XXII съезда, Костромской и Конаковской ГРЭС.

Для обеспечения потребления мощности, линейно спадающей за время 10 с с уровня 400 МВт до нуля, начальная энергия СПИНЭ должна составлять $0,17 \cdot 10^9$ Дж, запасаемая — $2 \cdot 10^9$ Дж, полная — около $2,17 \cdot 10^9$ Дж. Для обеспечения выдачи такого импульса энергоемкость накопителя должна составлять $2,9 \cdot 10^9$ Дж.

Для Астраханской и Тюменской энергосистем, а также для Тенгизского энергоузла было рассмотрено влияние накопителей на устойчивость работы синхронных двигателей. Принято, что накопители подключаются к сети в момент отключения поврежденной цепи и работают в режиме выдачи мощности 150 МВт в течение 1 с. Исследования показали, что использование накопителей в таком режиме работы дает возможность сохранить устойчивость синхронной нагрузки при нарушении электроснабжения секции шин при работе АВР или АПВ.

В рассматриваемых примерах эффективность использования накопителя для обеспечения устойчивости двигателей обусловлена тем, что альтернативой является существенное усиление сети, а также сооружение электростанций специально для питания потребителей этого класса. Оба эти мероприятия требуют капиталовложений в объеме, значительно превышающем стоимость накопителя.

Применение накопителей для поддержания устойчивости в энергосистеме Астраханского газоперерабатывающего комплекса, Тенгизского энергоузла и Тюменской энергосистемы требует выдачи импульсов мощности 150 МВт, в течение 0,5–1 с. При допустимой глубине разряда накопи-

теля 0,3 его энергоемкость должна составлять около 220 МДж.

В таблице приведены сводные результаты расчета энергетических и габаритных характеристик рассматриваемых устройств. Анализ данных таблицы показывает, что для осуществления режимов противоаварийного управления необходимая запасаемая энергия индуктивных накопителей может быть сформирована на основе модульных элементов энергоемкостью $5 \cdot 10^9$ Дж. При этом накопители будут не только использоваться в системе противоаварийной автоматики электростанций или энергообъединений, но также и выполнять дополнительные функции, связанные с демпфированием нерегулярных колебаний мощности в ЭЭС, потреблением избыточной реактивной мощности при разгрузке линий, симметрированием напряжения сети при неравномерной нагрузке отдельных фаз, повышением пропускной способности межсистемных линий и т. д.

Исходя из того, что при создании сверхпроводниковых накопителей большой энергоемкости необходим этап практического моделирования, в Институте высоких температур Академии наук ведутся работы по созданию экспериментального стенда, включающего в себя сверхпроводниковый индуктивный накопитель энергоемкостью

$(0,5-1) \cdot 10^8$ Дж, тиристорный преобразователь связи накопителя с сетью, имитатор переменной электрохимической нагрузки, систему управления и регулятор. Накопитель предполагается включить в сеть 10 кВ ТЭЦ 21. Как важная часть функционирования стенда рассматривается работа с имитатором переменной нагрузки, результаты которой позволят сформулировать требования к различным элементам накопителя в широком диапазоне его использования для нужд электроэнергетических систем.

Создаваемый на технической базе ИВТАН индуктивный накопитель энергоемкостью

$(0,5-1) \cdot 10^8$ Дж [5] рассматривается как модель некоего обобщенного устройства, конструктивное исполнение и функциональные возможности которого позволяют учесть ряд наиболее важных особенностей, характеризующих различные типы накопителей в диапазоне энергоемкости (10^8-10^{13}) Дж.

Конкретные результаты исследования работоспособности СПИНЭ предполагается получить при совместной работе накопителя $5 \cdot 10^7$ Дж с одним или двумя генераторами мощностью 100 МВт каждый. Необходимые оценки, связанные с выбором места и условий проведения таких испытаний при организации симметричных и несимметричных к. з. в различных точках системы, показывают реальность их осуществления.

Выводы. 1. Быстродействующие накопители энергии с высоким к. п. д., к числу которых относится СПИНЭ, являются эффективным средством повышения экономичности и надежности электроснабжения.

2. На основе расчетов устойчивости для реальных вариантов применения СПИНЭ в системах противоаварийной автоматики крупных объектов ЕЭС — Рогунской и Нурекской ГЭС, электропередачи 1150 кВ Экибастуз — Центр, узлов синхронной нагрузки в Тюменской энергосистеме и Тенгизского энергоузла — определены требуемые

Место установки	Мощность СПИНЭ, МВт	Энергоемкость, 10^9 Дж	Базовый ток, кА	Внешний диаметр, м	Длина катушки, м	Индукция, Тл
Подстанция Ретар Рогунской ГЭС	3000 (потребление)	11,4	100	11,2	5,0	4,9
	2000 (потребление)	5,9	100	9,8	4,1	4,9
Астраханский комбинат, Тенгизский комплекс, Тюменская энергосистема		0,22	15	3,6	2,6	4,7
Казахстан –	3000 (потребление)	13,8	100	12,4	9,0	4,9
Сибирь	2000 (выдача)	12,9	100	12,2	8,9	4,8
Экибастуз – Центр	1500 (потребление)	3,6	75	8,1	4,7	4,9
	1500 (выдача)	1,7	75	6,9	4,0	4,5
	400 (потребление)	2,2	20	3,3	3,8	4,2
	400 (выдача)	2,9	20	3,5	3,8	4,4

демпфирующие мощности и длительности их включения.

3. Показано, что необходимый для повышения надежности энергоснабжения парк накопителей энергии может быть сформирован на основе СПИНЭ энергоемкостью $5 \cdot 10^9$ Дж каждый.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астахов Ю. Н., Веников В. А., Тер-Газарян А. Г. Накопители энергии в электрических системах. – М.: Высшая школа, 1989.

2. Применение сверхпроводящего магнитного накопителя на 30 МДж для стабилизации линии электропередачи /

Дж. Д. Роджерс, Р. И. Шермер, Б. Л. Миллер, Дж. Ф. Хауэр. – ТИИЭР, 1983, т. 71, № 9.

3. Hauer J. F., Boening H. J. Control aspect of the Tacoma superconducting magnetic energy storage project. – IEEE Trans. on Power Systems, May 1987, vol. PWR5-2.

4. Белоусов И. В., Соколов С. Г. Статические компенсаторы активно-реактивной мощности в энергосистемах. – Электричество, 1988, № 1.

5. An experimental 100 MJ SMES facility (SEN-E) / V. V. Andrianov, V. M. Batenin, A. S. Veselovsky et al. – Cryogenics (UK) 30. From 13 Int. Cryogenic Engin. Conf (ICEC-13), Beijing, China, 24–27 April 1990.

[17.12.91]

Импульсное электрическое поле вблизи проводов воздушной линии при воздействии на них тока молнии

БАРАНОВ М. И., БОНДИНА Н. Н.

Харьковский политехнический институт

В протяженных воздушных линиях (ВЛ) электропередачи высокого напряжения и высоковольтных испытательных установках (ВИУ), предназначенных для проведения испытаний энергетического и электротехнического оборудования на молниестойкость [1–3], применяются витые, сплошные и трубчатые цилиндрические провода, работающие при воздействии тока молнии в условиях нестационарного поверхностного эффекта. При анализе надежности грозозащиты подстанций и ВИУ, в исследованиях волновых процессов, сопровождающих протекание тока молнии в проводах таких ВЛ, в целях рационального выбора режимов работы ВИУ, геометрических и электрофизических параметров проводов ВЛ, размещен-

ных над поверхностью земли, а также при исследовании импульсной короны на проводах ВЛ и связанных с ней процессов требуется выполнять расчеты импульсного электрического поля [4].

Экспериментально установлено [5], что в волновом режиме распределение напряженности импульсного радиального электрического поля в воздухе вблизи поверхности цилиндрического провода ВЛ существенно зависит от амплитудно-временных параметров воздействующих импульсов напряжения, а значит, и от протекающих по проводу соответствующих импульсов тока. В связи с тем, что нестационарные электромагнитные процессы внутри проводов ВЛ зависят как от формы воздействующего импульса аксиального тока, так

и от электрофизических параметров проводов, несомненный интерес представляет задача по оценке их влияния на искажение и затухание в волновом режиме импульсного радиального электрического поля снаружи проводов ВЛ вблизи их поверхностей. При этом по известному распределению напряженности импульсного радиального электрического поля в аксиальном направлении вблизи наружной поверхности проводов ВЛ с помощью известных расчетных методик [6–8] может быть выполнена также уточненная оценка параметров процесса возникновения и развития импульсной короны на проводах ВЛ с бегущей волной тока молнии и определена необходимость учета короны в практических расчетах. В настоящее время отсутствуют данные исследований влияния потерь энергии в импульсном режиме в цилиндрических проводах ВЛ (вследствие проявления в них нестационарного поверхностного эффекта) на искажение и затухание бегущей волны тока и импульсов радиального электрического поля, формируемого вокруг проводов ВЛ волной тока грозового происхождения.

Формулировка и решение задачи. Ограничимся рассмотрением процессов в простейшей эквивалентной схеме двухпроводной ВЛ "одиночный провод — проводящая плоскость земли" для случая не очень высоких кратностей грозовых перенапряжений в ВЛ. Известно, что при таком допущении влияние импульсной короны на проводах ВЛ можно не учитывать [9]. Примем, что по неферромагнитным цилиндрическим сплошному ($i = 1$) и трубчатому ($i = 2$) проводам круглого поперечного сечения и произвольной толщины, размещенным на высоте h над землей, в продольном направлении с запаздыванием во времени t распространяется импульсная волна тока молнии $i_m(t-t_0)$ положительной полярности (где $t > z\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$; z — продольная координата; ϵ_0, μ_0 — электрическая и магнитная постоянные). Известно, что положительно заряженные молнии обычно представляют собой одиночный разряд, за которым следует непрерывный ток [1, 7]. При прямых ударах молнии в провода или при имитации главного разряда молнии в лабораторных условиях в ВЛ возникают как поперечные, так и продольные электромагнитные волны. Если учесть, что напряженности продольных составляющих электрического и магнитного полей в воздухе значительно меньше поперечных, то в первом приближении при решении рассматриваемой задачи можно считать, что векторы напряженностей радиального элект-

рического E_{ri} и азимутального магнитного $H_{\phi i}$ полей в воздухе вблизи проводов ВЛ расположены в плоскостях, перпендикулярных к их продольной оси. Считаем, что высота h подвески и длина проводов ВЛ значительно превышают их наружный радиус b , а удельная электропроводность γ_i и магнитная проницаемость μ_0 материала проводов в процессе воздействия тока молнии остаются неизменными. При этом электромагнитное поле внутри проводов, а также снаружи, вблизи их поверхностей практически удовлетворяет условиям осевой симметрии [8]. При малой стреле провеса проводов электрические параметры таких ВЛ можно считать однородными. Как и в [9], примем, что возникающими в ВЛ продольными электромагнитными волнами высших типов в рассматриваемом диапазоне длительностей их фронта

($\tau_{\phi 0} \leq 10^{-7}$ с) или граничных частот ($\omega_r \leq 10^7$ Гц) в расчетах можно пренебречь. Тогда форма возмущающей на провода в начале ВЛ ($z = 0$) волны тока молнии на стадии главного разряда приближенно может быть выражена в следующем виде [10]:

$$i_m(t) = \beta I_m [\exp(-\alpha_1 t) - \exp(-\alpha_2 t)], \quad (1)$$

где I_m — амплитуда тока молнии; α_1, α_2 — коэффициенты формы импульса тока, приближенно определяемые из соотношений $\alpha_1 = 0,7/\tau_{\phi}$, $\alpha_2 = 3,25/\tau_{\phi}$ и уточняемые по известной методике [11]; $\tau_{\phi}, \tau_{\phi i}$ — соответственно длительность фронта и длительность импульса тока молнии;

$\beta = \left[(\alpha_1/\alpha_2)^{\frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1}} - (\alpha_1/\alpha_2)^{\frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1}} \right]^{-1}$ — нормирующий множитель.

Известно, что связь между напряженностями радиального электрического E_{ri} и азимутального магнитного $H_{\phi i}$ импульсных полей вне сплошного и трубчатого цилиндрических проводов ВЛ выражается в виде [12]:

$$E_{ri}(z, r, t) = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} H_{\phi i}(z, r, t). \quad (2)$$

Возникающая в начале рассматриваемой ВЛ, относящейся к классу продольно-однородных двусвязных направляющих структур, Т-волна из-за потерь энергии в проводах, обусловленных нестационарным поверхностным эффектом, при распространении в положительном направлении вдоль оси Z испытывает искажение и затухание. Используя энергетический подход при описании пространственного затухания волновых процессов в продольно-однородных направляющих структурах [13], для напряженности импульсного радиального электрического поля вблизи сплошного и трубчатого цилиндрических проводов ВЛ при воздействии на них импульсной волны тока молнии (1) в безразмерном виде получаем:

$$E_{ri}^*(z^*, t^*) = [\exp(-\alpha_1^* t^*) - \exp(-\alpha_2^* t^*)] \times \exp[-K_{zi}^*(t^*) z^*], \quad (3)$$

где $E_{ri}^*(z^*, t^*) = E_{ri}(z^*, t^*)/E_{rm}$; $E_{rm} = \frac{\beta I_m}{2\pi b} \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$;

$\alpha_1^* = \alpha_1 t_0$; $\alpha_2^* = \alpha_2 t_0$; $z^* = z/z_0$; $t^* = t/t_0$;

$K_{zi}^*(t^*) = K_{zi}(t^*) z_0$; $K_{zi}(t^*) = \frac{P_{ri}(t^*)}{2P_i(t^*)}$ —

коэффициент пространственного затухания волновых процессов в ВЛ, обусловленный потерями энергии в ее проводах; $P_{ri}(t^*)$ — мощность потерь на единицу длины в проводах ВЛ; $P_i(t^*)$ — передаваемая мощность вдоль проводов ВЛ; z_0, t_0 — базисные величины для продольной координаты z и времени t .

Мощность потерь $P_{ri}(t^*)$ в проводах ВЛ на единицу длины известным образом связана с погонными значениями мощности $P_{si}(t^*)$, поступающей внутрь проводов через их наружную цилиндрическую поверхность:

$$P_{ri}(t^*) = P_{si}(t^*) - P_{wi}(t^*), \quad (4)$$

где $P_{wi}(t^*) = \frac{dW_i(t^*)}{dt^*}$ — изменение магнитной энергии $W_i(t^*)$ внутри проводов ВЛ.

Уравнение (4) определяет в импульсном режиме для произвольного поперечного сечения ВЛ баланс мощностей внутри ее проводов, вдоль которых снаружи в осевом направлении распространяется импульсная волна тока молнии (1), испытывающая пространственное затухание. Выражения для мощностей $P_i(t^*)$, $P_{si}(t^*)$ и $P_{Ri}(t^*)$ в исследуемой ВЛ с цилиндрическими проводами имеют вид:

$$P_i(t^*) = Z_B i_M^2(t^*); \quad (5)$$

$$P_{si}(t^*) = E_{zi}(b, t^*) i_M(t^*); \quad (6)$$

$$P_{Ri}(t^*) = 2\pi\gamma_i \int_{a_i}^b E_{zi}^2(r, t^*) r dr, \quad (7)$$

где $E_{zi}(r, t^*)$ — значения напряженностей импульсного аксиального электрического поля в сплошном и трубчатом проводах ВЛ при воздействии на них импульса тока молнии (1), приведенные в [10]; $Z_B = (2\pi)^{-1} \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \ln 2h/b$ — волновое сопротивление в докритическом режиме цилиндрического провода, размещенного над землей [14]; $a_1 = 0$; $a_2 = a$.

С учетом (3), (5) и (7) для безразмерных коэффициентов $K_{zi}^*(t^*)$, характеризующих влияние нестационарного поверхностного эффекта в сплошном и трубчатом цилиндрических проводах ВЛ с током молнии (1) на искажение и затухание импульсного радиального электрического поля $E_{ri}^*(z^*, t^*)$ вблизи их поверхностей, получаем:

$$K_{z1}^*(t^*) = \frac{2\pi R_{01}}{\ln 2h^*} \frac{\int_0^1 [E_{z1}^*(r^*, t^*)]^2 r^* dr^*}{[\exp(-\alpha_1^* t^*) - \exp(-\alpha_2^* t^*)]^2}; \quad (8)$$

$$K_{z2}^*(t^*) = \frac{2\pi(\alpha^2 - 1) R_{02}}{\ln 2h^*} \frac{\int_0^1 [E_{z2}^*(r^*, t^*)]^2 r^* dr^*}{[\exp(-\alpha_1^* t^*) - \exp(-\alpha_2^* t^*)]^2}, \quad (9)$$

где $E_{z1}^*(r^*, t^*) = \frac{E_{z1}(r^*, t^*)}{E_{zm}}$;

$$E_{z2}^*(r^*, t^*) = \frac{\gamma_2 E_{z2}(r^*, t^*)}{\alpha E_{zm}}; \quad E_{zm} = \frac{\beta I_m}{\pi b^2 \gamma_1};$$

$$R_{01}^* = \frac{R_{01} z_0}{Z_0}; \quad R_{02}^* = \frac{R_{02} z_0}{Z_0}; \quad R_{01} = (\pi b^2 \gamma_1)^{-1};$$

$R_{02} = \alpha^2 [\pi b^2 \gamma_2 (\alpha^2 - 1)]^{-1}$ — соответственно погонные значения активного сопротивления для сплошного и трубчатого проводов ВЛ при постоянном токе; $r^* = r/b$; $\alpha = b/a$; $\gamma_2^* = \gamma_2/\gamma_1$; $h^* = h/b$;

$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ — волновое сопротивление свободного пространства, равное 120π Ом.

Из формул (8), (9) следует, что для идеальных проводов ВЛ ($\gamma_i \rightarrow \infty$) $K_{zi}^*(t^*) \rightarrow 0$; при $\alpha \rightarrow 1$ (случай бесконечно тонкого трубчатого провода) $K_{z2}^*(t^*) \rightarrow \infty$, а при $\gamma_2^* \rightarrow 1$ и $\alpha \rightarrow \infty$ (случай сплошного провода) $K_{z2}^*(t^*) \rightarrow K_{z1}^*(t^*)$.

Анализ результатов численных расчетов. На рис. 1 представлены нормированные временные распределения в исследуемой ВЛ мощностей $P_i^*(t^*)$, $P_{si}^*(t^*)$, $P_{Ri}^*(t^*)$ и $P_{wi}^*(t^*)$ при воздействии на ее сплошные и трубчатые круглые провода импульсной волны тока молнии (1) с временными параметрами $\tau_\Phi/\tau_M = 2/50$ мкс ($\beta = 1,05$; $\alpha_1 = 1,38 \cdot 10^4$ с⁻¹; $\alpha_2 = 1,6248 \cdot 10^6$ с⁻¹). В качестве базисных величин для рассматриваемых мощностей в импульсном режиме были использованы погонные значения мощностей тепловых потерь в проводах ВЛ при постоянном токе, равные для сплошного провода $P_{01} = \beta^2 I_m^2 / \pi b^2 \gamma_1$, а для трубчатого провода $P_{02} = \alpha^2 \beta^2 I_m^2 / \pi b^2 (\alpha^2 - 1) \gamma_2$. Сплошными кривыми на рис. 1 изображены результаты численных расчетов на ЭВМ ЕС-1061 по формулам (4)–(7) безразмерных значений передаваемой и рассеиваемой мощностей для алюминиевых проводов ($\gamma_i = 3,47 \cdot 10^7$ См/м), а пунктирными — для стальных немагнитных проводов ВЛ ($\gamma_i = 1,388 \cdot 10^6$ См/м). В проведенных расчетах базисные величины z_0 и t_0 принимались равными $z_0 = 1$ м, $t_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ с; параметр α , характеризующий относительную толщину стенки трубчатого провода ВЛ, варьировался в пределах $1,025 \div 2,0$; безразмерные значения времени t^* и продольной координаты z^* изменялись соответственно в диапа-

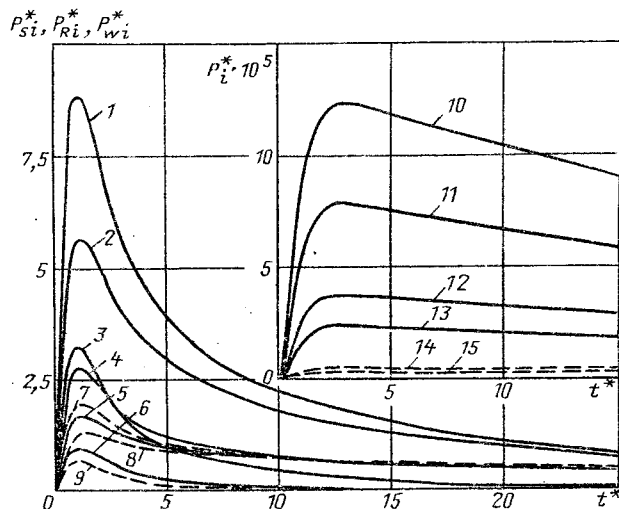


Рис. 1. Временные нормированные распределения импульсных мощностей в сплошном и трубчатом цилиндрических проводах ВЛ при воздействии на них импульсной волны тока молнии 2/50 мкс для различных материалов, значений относительной толщины стенки α и относительной высоты подвески h^* над землей проводов ВЛ ($b = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $t_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ с); кривые 1-6, 10-13 — алюминий; 7-9, 14, 15 — нержавеющая сталь; 1, 4, 7 — P_{si}^* ; 2, 5, 8 — P_{Ri}^* ; 3, 6, 9 — P_{wi}^* ; 10-15 — P_i^* ; 1-3, 7-9, 10, 11, 14, 15 — $\alpha = \infty$; 4-6, 12, 13 — $\alpha = 1$; 10, 12, 14 — $h^* = 2 \cdot 10^3$; 11, 13, 15 — $h^* = 10^2$

зонах $0 \div 100$ и $0 \div 10^5$. Численный анализ сходимости рядов в выражениях для $E_{zi}(z^*, t^*)$ [10] показал, что при $k \geq 100$ (k — число членов ряда) для сплошного и трубчатого проводов ВЛ погрешность расчета мгновенных значений нормированных напряженностей импульсного радиального электрического поля $E_{ri}(z^*, t^*)$ составляет менее 1%. При этом затраты времени на один из вариантов расчета $E_{ri}(z^*, t^*)$ по z^* для сплошного провода ВЛ составляют примерно 2,2 мин, для трубчатого провода ВЛ при $\alpha = 1,2$ –2,8 мин, а при $\alpha = 1,05$ –4,7 мин. Из приведенных данных видно, что с уменьшением значений параметра α при численных расчетах по (3) нормированных значений напряженности импульсного радиального электрического поля $E_{ri}(z^*, t^*)$ вблизи наружной поверхности трубчатого провода ВЛ затраты времени возрастают, причем нелинейно. Связано это с тем, что при линейном изменении (уменьшении) значений параметра α происходит нелинейное изменение (увеличение) значений корней x_k уравнения $J_1(x)N_1(\alpha x) - J_1(\alpha x)N_1(x) = 0$ [15], где J_1 , N_1 — функции Бесселя первого и второго родов первого порядка. Как следствие, возрастает необходимость вычисления при определении значений $E_{zi}(z^*, t^*)$ в импульсном режиме функций Бесселя с большими аргументами при высокой точности расчетов.

Из зависимостей на рис. 1 видно, что при использовании в ВЛ трубчатых проводов (кривые 4–6, 12, 13) по сравнению со сплошными (кривые 1–3, 10, 11), а также немагнитных стальных проводов (кривые 7–9) вместо алюминиевых (кривые 1–6, 10–13) происходит уменьшение передаваемых и рассеиваемых в ВЛ с током молнии (1) мощностей, нормированных к соответствующим погонным мощностям тепловых потерь в сплошных и трубчатых проводах при постоянном токе. Что же касается абсолютных значений рассматриваемых при этом импульсных мощностей в ВЛ, то следует отметить следующее. Передаваемая мощность $P_i(t^*)$ не зависит от внутренней структуры и электрофизических характеристик материала проводов ВЛ и при указанных изменениях в них остается практически неизменной. Значения $P_i(t^*)$ в волновом режиме полностью определяются амплитудно-временными параметрами распространяющейся вдоль проводов импульсной волны тока молнии и волновым сопротивлением ВЛ. Согласно (4)–(7) и графическим зависимостям на рис. 1 значения $P_{si}(t^*)$, $P_{ri}(t^*)$ и $P_{wi}(t^*)$ с уменьшением параметра α или удельной электропроводности γ_i материала проводов ВЛ возрастают. Уменьшение высоты подвески h проводов ВЛ над землей с 10 до 0,5 м при $b = 5 \cdot 10^{-3}$ м вызывает в рассматриваемом случае уменьшение до 36 % амплитуд передаваемых по сплошным и трубчатым как алюминиевым, так и стальным немагнитным проводам нормированных мощностей $P_i(t^*)$ (кривые 10–15).

На рис. 2 и 3 приведены графики зависимостей безразмерных коэффициентов затухания $K_{zi}(t^*)$ волновых процессов в исследуемой ВЛ для различных материалов, значений наружного радиуса b , параметра α и высоты подвески h сплошных и трубчатых проводов от безразмерного времени t^* . Из сопоставления приведенных на рис. 2 и 3 кри-

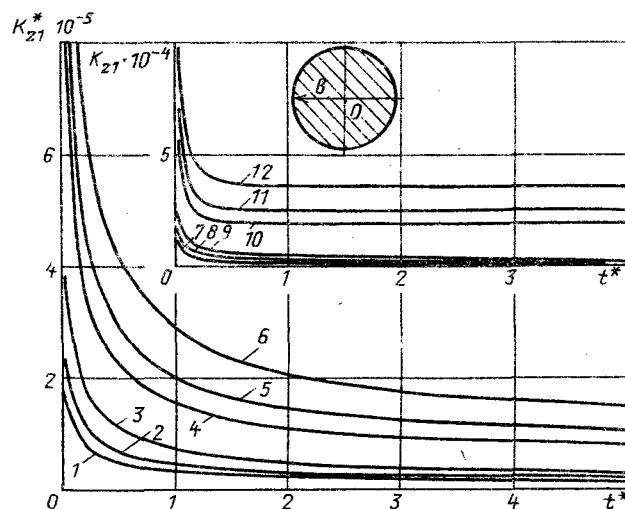


Рис. 2. Зависимости безразмерных коэффициентов затухания волновых процессов грозового происхождения в ВЛ со сплошными проводами от безразмерного времени t^* для различных материалов, значений наружного радиуса b и относительной высоты подвески h^* над землей проводов ВЛ ($t_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ с): кривые 1–6 — алюминий; 7–12 — нержавеющая сталь; 1–3, 7–9 — $b = 5 \cdot 10^{-3}$ м; 4–6, 10–12 — $b = 1 \cdot 10^{-3}$ м; 1, 7 — $h^* = 2 \cdot 10^3$; 2, 8 — $h^* = 2 \cdot 10^2$; 3, 9 — $h^* = 0,2 \cdot 10^2$; 4–10 — $h^* = 10^4$; 5, 11 — $h^* = 10^3$; 6, 12 — $h^* = 10^2$

вых следует, что временные зависимости коэффициентов затухания $K_{zi}(t^*)$ характеризуются общей закономерностью: резким возрастанием на фронте импульсной волны тока молнии (область высоких частот), медленным асимптотическим изменением вблизи ее амплитуды и практической неизменностью (стабилизацией) на ее спаде (область низких частот). При $t^* \rightarrow 0$ $K_{zi}(t^*) \rightarrow \infty$, что объясняется неограниченным увеличением при этом погонных значений активных сопротивлений R_i проводов ($R_i \rightarrow \infty$) и соответственно предельного соотношения рассеиваемой в проводах и передаваемой в ВЛ импульсных мощностей, так как $\lim_{t^* \rightarrow 0} P_{ri}(t^*)/P_i(t^*) = \lim_{t^* \rightarrow 0} R_i/Z_B \rightarrow \infty$. С умень-

шением значений высоты подвески h , наружного радиуса b , удельной электропроводности γ_i материала и относительной толщины стенки (параметра α) проводов ВЛ коэффициенты затухания $K_{zi}(t^*)$ возрастают, что подтверждается расчетными данными, представленными на рис. 2 и 3. Следует отметить, что при $h^* \rightarrow 0,5$ $Z_B \rightarrow 0$ и согласно (5) $P_i(t^*) \rightarrow 0$, т. е. в предельном случае при совмещении тела цилиндрических проводов ВЛ с проводящей плоскостью земли в волновом режиме вдоль последней импульсная мощность не передается из-за отсутствия в такой электромагнитной системе волны надрезания.

На рис. 4 приведены рассчитанные с помощью формул (3), (8) и (9) временные распределения нормированных напряженностей импульсного радиального электрического поля $E_{ri}(z^*, t^*)$ вблизи наружной поверхности сплошных и трубчатых проводов ВЛ с импульсной волной тока молнии 2/50 мкс для различных значений безразмерной продольной координаты z^* , параметра α , высоты подвески h и удельной электропроводности γ_i

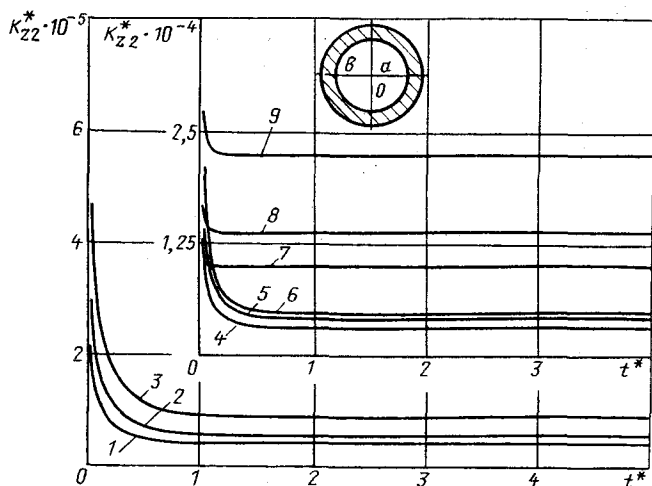


Рис. 3. Зависимости безразмерных коэффициентов затухания волновых процессов грозового происхождения в ВЛ с трубчатыми проводами от безразмерного времени t^* для различных материалов, значений относительной толщины стенки α и относительной высоты подвески h^* над землей проводов ВЛ ($b = 5 \cdot 10^{-3}$ м; $t_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ с): кривые 1–3 – алюминий; 4–9 – нержавеющая сталь; 1, 4, 7 – $h^* = 2 \cdot 10^3$; 2, 5, 8 – $h^* = 2 \cdot 10^2$; 6 – $h^* = 10^2$; 3, 9 – $h^* = 0,2 \cdot 10^2$; 1–3, 7–9 – $\alpha = 1,05$; 4–6 – $\alpha = 1,2$

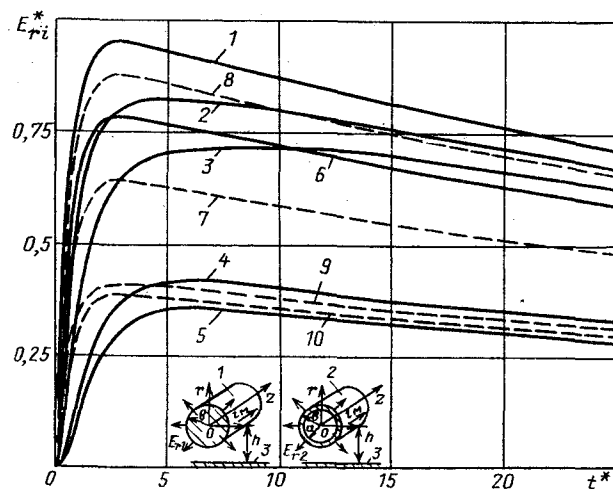


Рис. 4. Временные нормированные распределения напряженностей импульсного радиального электрического поля вблизи сплошного и трубчатого проводов ВЛ с бегущей волной тока молнии 2/50 мкс для различных материалов, значений продольной безразмерной координаты z^* , наружного радиуса b , относительной толщины стенки α и относительной высоты подвески h^* над землей проводов ВЛ ($z_0 = 1$ м; $t_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ с): кривые 2–4, 7–10 – алюминий; 5, 6 – нержавеющая сталь; 1 – $z^* = 0$; 6, 8 – $z^* = 10^3$; 9 – $z^* = 10^4$; 2 – 5, 7, 10 – $z^* = 10^5$; 2–6 – $\alpha = \infty$; 7–10 – $\alpha = 1,05$; 2, 3, 5, 7, 10 – $b = 5 \cdot 10^{-3}$ м; 4, 6, 8, 9 – $b = 10^{-3}$ м; 3, 10 – $h^* = 0,2 \cdot 10^2$; 2, 5, 7 – $h^* = 2 \cdot 10^3$; 4, 6, 8, 9 – $h^* = 10^4$

материала проводов. Сплошными кривыми на рис. 4 изображены зависимости $E_{ri}(z^*, t^*)$ для сплошных, а пунктирными – для трубчатых проводов ВЛ. Из анализа представленных на рис. 4 зависимостей следует, что в волновом режиме степень влияния нестационарного линейного поверхностного эффекта в цилиндрических проводах ВЛ на деформацию вблизи них импульсного радиального электрического поля $E_{ri}(z^*, t^*)$ существенно зависит от соотношения поперечных размеров проводов (радиуса b для сплошных и толщины стенки $b-a$ для трубчатых) и длины электромагнитной волны λ воздействующего импульса тока молнии, распространяющейся внутри проводов в радиальном направлении. Заметим, что для максимальной граничной частоты в спектре импульса тока молнии 2/50 мкс [3] в алюминиевых проводах ВЛ $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-3}$ м, а в стальных немагнитных $\lambda = 5,9 \cdot 10^{-3}$ м. При пробеге импульсной волны тока молнии вдоль массивных сплошных ($b \gg \lambda/2\pi$) и трубчатых ($b-a \gg \lambda/2\pi$) немагнитных проводов ВЛ происходит сглаживание фронта волны и затухание ее амплитуды, вызванные тепловыми потерями энергии в металле проводов, что вызывает соответствующие изменения амплитудно-временных параметров для напряженностей импульсного радиального электрического поля $E_{ri}(z^*, t^*)$ (кривые 2–5). При пробеге рассматриваемых волн тока и распространении электрического поля вдоль немассивных сплошных ($b < \lambda/2\pi$) и трубчатых ($b-a < \lambda/2\pi$) немагнитных проводов ВЛ сглаживания фронта волн не наблюдается, а имеет место лишь затухание их амплитуды (кривые 6–10). При этом на спаде волны практически не искажаются. Из кривых 2, 3 для сплошных и 7, 10 для трубчатых проводов ВЛ видно, что при уменьшении высоты их подвески h деформация распространяющихся в продольном направлении униполярных импульсов тока молнии

и радиального электрического поля вокруг цилиндрических проводов усиливается. Так, при изменении значений h для трубчатых алюминиевых проводов ВЛ ($b = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $\alpha = 1,05$) с 10 до 0,1 м амплитуда нормированных значений напряженности $E_{r2}(z^*, t^*)$ уменьшается примерно на 39 % (кривые 7, 10). Для сплошных алюминиевых проводов ВЛ при тех же значениях b и изменениях h рассматриваемая разница в значениях $E_{r1}(z^*, t^*)$ составляет не более 14 % (кривые 2, 3). Объясняется это ранее описанными при изменениях значений h особенностями в нестационарных распределениях передаваемой $P_i(t^*)$ и теряемой $P_{Ri}(t^*)$ в ВЛ мощностей (см. рис. 1) и характером изменений при этом коэффициентов затухания $K_{zi}(t^*)$ (см. рис. 2 и 3).

Уменьшение значений наружного радиуса b проводов ВЛ при прочих их постоянных параметрах приводит к уменьшению нормированных значений $E_{ri}(z^*, t^*)$ (кривые 2, 4), увеличению согласно (3) абсолютных значений напряженности импульсного радиального электрического поля $E_{ri}(z^*, t^*)$ вблизи проводов и их более быстрому в соответствии с (3), (8) и (9) пространственному затуханию. Использование в ВЛ стальных немагнитных проводов по сравнению с алюминиевыми вызывает резкий рост затухания волновых процессов (кривые 2, 5).

На рис. 5 в логарифмическом масштабе приведены графики зависимостей $E_{r1}(z^*, t^*)$ от безразмерной продольной координаты z^* для различных значений безразмерного времени t^* , радиуса b и высоты подвески h сплошных проводов ВЛ, вы-

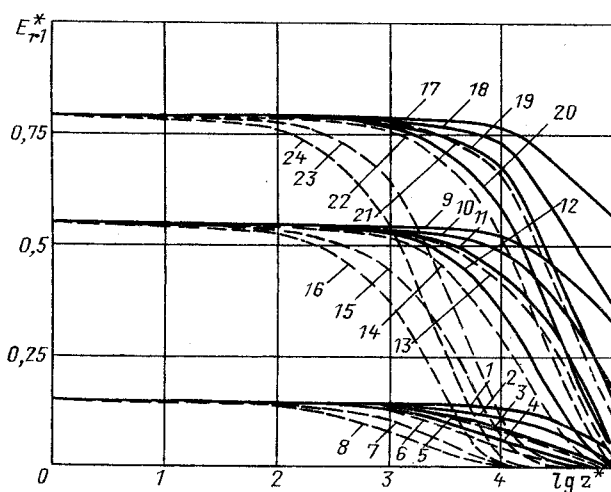


Рис. 5. Пространственные нормированные распределения напряженности импульсного радиального электрического поля вблизи сплошных проводов ВЛ с бегущей волной тока молнии 2/50 мкс для различных материалов, значений безразмерного времени t^* , наружного радиуса b и относительной высоты подвески h^* над землей проводов ВЛ ($z_0 = 1$ м; $t_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ с): кривые 1–4, 9–12, 17–20 – алюминий; 5–8, 13–16, 21–24 – нержавеющая сталь; 1–8 – $t^* = 0,1$; 9–16 – $t^* = 0,5$; 17–24 – $t^* = 1$; 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14, 17, 18, 21, 22 – $b = 5 \cdot 10^{-3}$ м; 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20, 23, 24 – $b = 10^{-3}$ м; 1, 5, 9, 13, 17, 21 – $h^* = 2 \cdot 10^3$; 2, 6, 10, 14, 18, 22 – $h^* = 0,2 \cdot 10^2$; 3, 7, 11, 15, 19, 23 – $h^* = 10^4$; 4, 8, 12, 16, 20, 24 – $h^* = 10^2$

полненных из алюминия (сплошные кривые) и нержавеющей стали (пунктирные кривые). Эти зависимости, характеризующие искажение и затухание импульсного радиального электрического поля вблизи проводов ВЛ на участке фронта импульсной волны тока молнии главного разряда, свидетельствуют о том, что для "малых" длин пробега волны тока 2/50 мкс ($z^* < 10^3$) тепловые потери энергии в немагнитных цилиндрических проводах ВЛ при $b \geq 1 \cdot 10^{-3}$ м практически не оказывают влияния на деформацию импульсов радиального электрического поля проводов. Для "больших" длин пробега указанной волны ($z^* > 10^3$) импульсное тепловыделение в рассматриваемых проводах ВЛ вызывает существенное увеличение (в несколько раз) длительности фронта t_f и затухания амплитуд бегущей волны тока и напряженности импульсного радиального электрического поля $E_{r1}(z^*, t^*)$, что имеет важное значение при анализе надежности грозозащиты и режимов работы высоковольтного оборудования, подключенного к ВЛ.

Выводы. 1. Предложенная методика аналитического расчета в докоронном волновом режиме импульсного радиального электрического поля вблизи наружной поверхности сплошного и трубчатого немагнитных цилиндрических проводов двухпроводной ВЛ, подверженных воздействию импульсной волны тока молнии главного разряда, позволяет количественно оценить влияние нестационарного линейного поверхностного эффекта и связанного с ним импульсного тепловыделения в круглых проводах произвольной толщины, а также геометрических и электрофизических параметров ВЛ на искажение и затухание бегущей волны тока и импульсов радиального электрического поля, формируемого вокруг проводов ВЛ.

2. Показано, что для "больших" длин пробега ($z > 10^3$ м) импульсной волны тока молнии 2/50 мкс импульсные тепловые потери энергии в массивных немагнитных сплошных ($b \gg \lambda/2\pi$) и трубчатых ($b-a \gg \lambda/2\pi$) цилиндрических проводах ВЛ вызывают значительное сглаживание фронта и затухание амплитуд волны тока и импульсов радиального электрического поля вблизи проводов ВЛ. Для немагнитных сплошных ($b < \lambda/2\pi$) и трубчатых ($b-a < \lambda/2\pi$) проводов ВЛ деформации фронта волн тока и поля вследствие потерь в проводах не происходит, а имеет место лишь их затухание. При этом искажений на спаде волны тока и импульсов радиального электрического поля практически не наблюдается, а их затухание происходит тем интенсивнее, чем меньше значения высоты подвески проводов над землей, наружного радиуса, толщины стенки и удельной электропроводности материала проводов ВЛ.

3. Установлено, что для "малых" длин пробега ($z < 10^3$ м) рассматриваемой волны тока молнии влиянием импульсного тепловыделения в цилиндрических проводах ВЛ на волновые процессы грозового происхождения в практических расчетах можно пренебрегать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Техника высоких напряжений / Под ред. М. В. Костенко. – М.: Высшая школа, 1973.
2. Кузнецов И. П. Испытательные установки и измерения на высоком напряжении. – М.: Энергия, 1980.
3. Баранов М. И., Кузнецов С. А. Расчет электрических параметров многопроводных линий высоковольтных испытательных установок. – Электричество, 1988, № 8.
4. Колесников Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. L'intensité du champ électrique sous tension de choc et effet de couronne autour d'un conducteur / C. Gary, G. Dragan, I. Lungu, L. Colteanu. – Bull. sci. Assoc. ing. eles. sortis Inst. eles. Montefiore, 1984, 97, N 3–4, 62–68.
6. Пик Ф. Диэлектрические явления в технике высоких напряжений. – М.: Л.: Госэнергоиздат, 1934.
7. Разевиг Д. В. Атмосферные перенапряжения на линиях электропередачи. – М.: Л.: Госэнергоиздат, 1959.
8. Костенко М. В. Влияние импульсного коронного разряда на коэффициенты связи и волновые сопротивления многопроводной линии. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 1.
9. Костенко М. В. Операционная форма телеграфных уравнений многопроводной линии высокого напряжения (Допущения и область применения). – Электричество, 1987, № 10.
10. Баранов М. И., Бондина Н. Н. Нестационарный поверхностный эффект в цилиндрических токопроводах с грозовым импульсом тока. – Электричество, 1990, № 2.
11. Лоханин А. К., Иванова Н. С. Соотношения между расчетными параметрами импульсной волны. – Электричество, 1968, № 12.
12. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976.
13. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн / Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1989.
14. Корсунцев А. В. Волновые характеристики расщепленного провода воздушной линии электропередачи при импульсной короне. – Электричество, 1985, № 11.
15. Баранов М. И., Бондина Н. Н. О применении и численном решении некоторых типов специальных уравнений в теории расчета электротехнических устройств с импульсными электромагнитными полями. – Теоретическая электротехника, 1988, № 44.

Анализ перенапряжений относительно земли в тиристорных пусковых устройствах

ТАРАСОВ А. Г.

ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского

В настоящее время получают распространение высоковольтные тиристорные преобразователи частоты в качестве пусковых устройств мощных двигателей-генераторов ГАЭС, синхронных компенсаторов, генераторов газотурбинных установок и других мощных синхронных машин.

Как известно [1—4], в тиристорных преобразователях частоты, работающих на высоковольтные асинхронные электродвигатели, отмечены "перенапряжения относительно земли" — на выходе инвертора между фазами электродвигателя и землей. Возникновение подобных перенапряжений обусловлено напряжением нулевой последовательности, которое появляется между нейтралью питающей сети и нагрузки при работе трехфазного мостового преобразователя [1, 2].

При работе тиристорного пускового устройства напряжение переменного тока с частотой 150 Гц появляется между нейтралью питающей сети, например трансформатора и синхронной машины. В зависимости от режима нейтрали питающей сети и нагрузки это напряжение суммируется с фазными напряжениями питающего трансформатора или синхронной машины, увеличивая тем самым напряжение относительно земли, воздействующее на изоляцию оборудования. Если в схеме тиристорного пускового устройства имеются заземления, например нейтрали синхронной машины или нейтрали измерительных трансформаторов, напряжение нулевой последовательности вызывает протекание переменного тока с частотой 150 Гц по заземлениям, металлическим конструкциям и изоляции оборудования, что ухудшает условия эксплуатации изоляции установки.

Формирование напряжения нулевой последовательности в тиристорных пусковых устройствах. Рассмотрим процесс формирования напряжения нулевой последовательности при работе тиристорного пускового устройства. Для этого определим, какие напряжения возникают при работе преобразователя между нейтралью питающей сети, например нейтралью вторичной обмотки трансформатора, и полюсами моста выпрямителя и нейтралью нагрузки, например нейтралью синхронной машины, и полюсами моста инвертора.

Из схемы преобразователя частоты, представленной на рис. 1, а, видно, что напряжения между нейтралью сети и полюсами выпрямителя образуются из фазных напряжений сети. Например, напряжение "нейтраль — катодный полюс" выпрямителя образуется в промежутке проводимости вентилей 2 из напряжения фазы a , т. е. $u_{0K} = u_a$, в промежутке проводимости вентилей 4 из напряжения фазы b , т. е. $u_{0K} = u_b$, в промежутке проводимости вентилей 6 из напряжения фазы c , т. е. $u_{0K} = u_c$, и т. д. Аналогично образуется напряжение "нейтраль — анодный полюс" выпрямителя: в промежутке проводимости вентилей 5 $u_{0A} = -u_a$; в

промежутке проводимости вентилей 1 $u_{0A} = -u_b$; в промежутке проводимости вентилей 3 $u_{0A} = -u_c$ и т. д.

В соответствии с этим на рис. 1 для выпрямителя построены кривые напряжения "нейтраль — катодный полюс" (рис. 1, б) и "нейтраль — анодный полюс" (рис. 1, в). Как видно, напряжение "нейтраль — полюс" выпрямителя содержит постоянную составляющую и гармонические составляющие с порядковыми номерами, кратными трем ($\nu 3k$, где $k = 1, 2, 3, \dots$). Причем пульсации напряжения "нейтраль — катодный полюс" сдвинуты относительно пульсаций напряжения "нейтраль — анодный полюс" на 60° . Кроме того, из диаграммы напряжений видно, что $u_{0A} + u_{0K} = u_{dВ}$, где $u_{dВ}$ — выпрямленное напряжение выпрямителя.

Соответственно напряжения между нейтралью нагрузки (синхронной машины) и полюсами инвертора образуются из фазных напряжений нагрузки. Например, напряжение "нейтраль — катодный полюс" инвертора образуется в промежутке проводимости вентилей 2 из напряжения фазы a , т. е. $u_{0K} = u_a$; в промежутке проводимости вентилей 4 из напряжения фазы b , т. е. $u_{0K} = u_b$; в промежутке проводимости вентилей 6 из напряжения фазы c , т. е. $u_{0K} = u_c$ и т. д. Аналогично образуется напряжение "нейтраль — анодный полюс" инвертора: в промежутке проводимости вентилей 5 $u_{0A} = -u_a$, в промежутке проводимости вентилей 1 $u_{0A} = -u_b$, в промежутке проводимости вентилей 3 $u_{0A} = -u_c$ и т. д.

На рис. 1 для инвертора построены кривые напряжения "нейтраль — катодный полюс" (рис. 1, з) и "нейтраль — анодный полюс" (рис. 1, д). Как видно, напряжение "нейтраль —

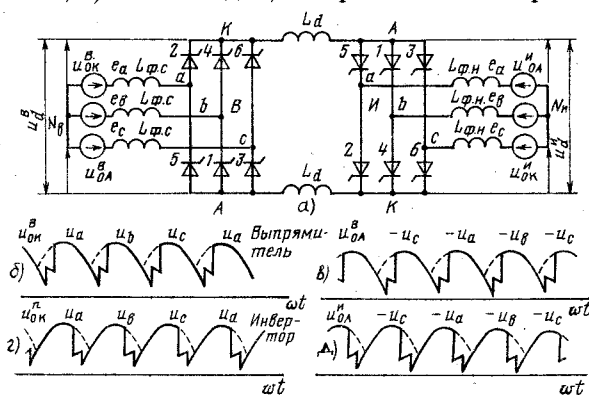


Рис. 1. Схема преобразователя частоты и диаграммы напряжений "нейтраль сети (нагрузки) — полюс преобразовательного моста"

полюс" инвертора содержит постоянную составляющую и гармонические составляющие с порядковыми номерами, кратными трем ($\nu = 3k$, где $k = 1, 2, 3, \dots$). Причем пульсации напряжения "нейтраль — катодный полюс" сдвинуты относительно напряжения "нейтраль — анодный полюс" на 60° , а сумма напряжений $u_{0A} + u_{0K} = u_{dH}$, где u_{dH} — входное напряжение инвертора.

Определив все напряжения "нейтраль — полюс" преобразователя частоты, можно перейти к определению напряжения между нейтралью сети и нагрузки, возникающего при работе преобразователя. Для расчетной схемы, представленной на рис. 2, а, можно записать

$$\begin{aligned} u_{0N} &= u_{0K} + u_{Ld} - u_{0A}; \\ -u_{0N} &= u_{0A} + u_{Ld} - u_{0K}. \end{aligned} \quad (1)$$

Исключив из (1) u_{Ld} (при симметричном включении сглаживающих реакторов $L_{d1} = L_{d2} = L_d$), получим

$$u_{0N} = (u_{0K} - u_{0A}) / 2 + (u_{0K} - u_{0A}) / 2. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что напряжения "нейтраль — полюс" преобразователя частоты полностью и однозначно определяют напряжение между нейтралью сети и нагрузки u_{0N} . Используя графические зависимости напряжений "нейтраль — полюс", представленные на рис. 1, достаточно

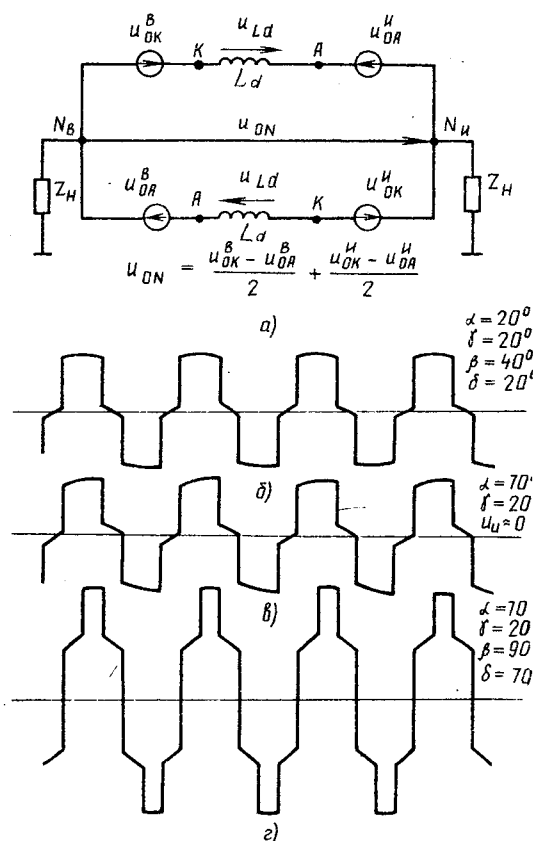


Рис. 2. Схема замещения и диаграммы напряжений нулевой последовательности

просто, без сложных математических расчетов можно определить напряжение u_{0N} для любого режима работы преобразователя частоты с учетом угла коммутации.

В качестве примера на рис. 2 представлены кривые напряжения для трех основных режимов работы тиристорного пускового устройства, полученные по выражению (2) с использованием графических зависимостей напряжений "нейтраль — полюс" преобразователя частоты, приведенных на рис. 1.

На рис. 2, б представлена кривая напряжения u_{0N} возникающего между нейтралью сети и синхронной машины в режиме точной синхронизации при пуске синхронной машины с постоянным электромагнитным моментом и номинальным током преобразователя ($i_d = I_{dH}$; $e_k = 0,2$; $\alpha_B = 20^\circ$; $\gamma_B = 20^\circ$; $\beta_H = 40^\circ$). Кривая напряжения представляет собой кусочно-синусоидальную функцию, симметричную относительно оси времени и имеющую точки разрыва первого рода. Как видно, в напряжении u_{0N} отсутствует постоянная составляющая и содержатся нечетные гармоники с порядковыми номерами, кратными трем. Амплитуда напряжения u_{0N} равна $U_{ф.м}/2$, амплитуда скачка

практически равна $\frac{U_{ф.м}}{2} \sin \pi/3$.

На рис. 2, в представлена кривая напряжения u_{0N} возникающего между нейтралью сети и синхронной машины в начальный момент пуска, когда напряжение инвертора u_H практически равно нулю, т. е. $u_H \approx 0$, а выпрямитель работает в зарегулированном режиме с большими углами регулирования, близкими к 90° . В этом случае амплитуда напряжения u_{0N} также равна $U_{ф.м}/2$, а

амплитуда скачка равна $\frac{U_{ф.м}}{2} \sin \pi/3$. В напряжении u_{0N} отсутствует постоянная составляющая и содержатся нечетные гармоники с порядковыми номерами, кратными трем.

На рис. 2, г представлена кривая напряжения u_{0N} возникающая между нейтралью сети и синхронной машины при пуске синхронной машины на холостом ходу, когда преобразователь работает с током, значительно меньшим номинального. В этом случае в режиме синхронизации выпрямитель работает с углами регулирования α , а инвертор с углами опережения β , близкими к 90° . Как видно, амплитуда напряжения u_{0N} равна $U_{ф.м}$, а амплитуда одного из скачков близка к величине $U_{ф.м}$. В напряжении u_{0N} как и в предыдущих случаях, отсутствует постоянная составляющая и содержатся нечетные гармоники с порядковыми номерами, кратными трем.

Таким образом, в случае пуска синхронной машины на холостом ходу амплитуда напряжения u_{0N} максимальная и равна амплитуде фазного

напряжения, т. е. $u_{0N}^M = U_{ф.м}$. Если в схеме тиристорного пускового устройства нейтраль сети заземлена или имеет значительную паразитную емкость относительно земли, напряжение u_{0N} суммируясь с фазными напряжениями синхронной

машины, увеличивает напряжение фаз синхронной машины относительно земли до значения, равного $2 U_{\text{ф.м}}$, т. е. существенно повышает напряжение, воздействующее на изоляцию статорных обмоток синхронной машины. Очевидно, при проектировании установок с тиристорными пусковыми устройствами следует учитывать дополнительное воздействие напряжения нулевой последовательности U_{0N} на изоляцию оборудования, в особенности синхронных машин.

Демпфирование напряжения нулевой последовательности в тиристорных пусковых устройствах. Наличие собственных емкостей оборудования преобразователя приводит к возникновению колебательного процесса в моменты коммутации тока, которые сопровождаются скачками напряжения нулевой последовательности. Свободная составляющая напряжения, обусловленная колебательным процессом, накладывается на вынужденную составляющую напряжения нулевой последовательности частоты 150 Гц и может существенно увеличить значение напряжения относительно земли, воздействующего на изоляцию трансформаторов, кабелей и синхронных машин.

Свободная составляющая напряжения нулевой последовательности может быть в общем случае обусловлена следующими процессами. Если собственные частоты контуров схемы преобразователя близки к частотам основных гармоник напряжения нулевой последовательности ($f_v = 150 k$, где $k = 1, 3, 5, \dots$), то появление свободной составляющей вызвано резонансными процессами в этих контурах. Для снижения уровня свободной составляющей напряжения нулевой последовательности резонансного характера рекомендуется шунтировать сглаживающий реактор активным сопротивлением [1, 3]. Если частоты контуров схемы существенно выше частот основных гармоник, то появление свободной составляющей напряжения нулевой последовательности обусловлено процессами удар-

ного возбуждения колебательных контуров, образованных индуктивностями преобразовательной схемы и емкостями оборудования относительно земли.

В преобразователях частоты напряжением 6–20 кВ свободная составляющая напряжения нулевой последовательности вызывается в основном процессами ударного возбуждения колебательного контура. В этом случае изоляция оборудования преобразователя частоты испытывает воздействие вынужденной ($f_0 = 150$ Гц) и свободной (колебательной) составляющих напряжения нулевой последовательности. Высокочастотная (колебательная) составляющая напряжения представляет дополнительную опасность для сильного оборудования преобразователя, вызывая значительное увеличение токов утечки на землю.

Очевидно, в первую очередь, необходимо предотвратить развитие колебательных процессов, обусловленных скачками напряжения нулевой последовательности. Это позволит как снизить уровни напряжений относительно земли, так и исключить из их спектра высокочастотные составляющие значительной величины. В этом случае уровни напряжений относительно земли будут определяться суммой напряжений на входе или выходе преобразователя и вынужденной составляющей напряжения нулевой последовательности.

Как известно, вынужденная составляющая напряжения нулевой последовательности может быть снижена симметричным включением сглаживающих реакторов L_{d1} и L_{d2} в цель постоянного тока преобразователя [1, 2].

Свободную (колебательную) составляющую напряжения нулевой последовательности можно существенно уменьшить демпфированием колебательного процесса путем шунтирования колебательных LC-контуров цепочками RC.

На рис. 3, а представлена схема демпфирования напряжения нулевой последовательности, содержащая RC-цепочки, включенные на входе и выходе

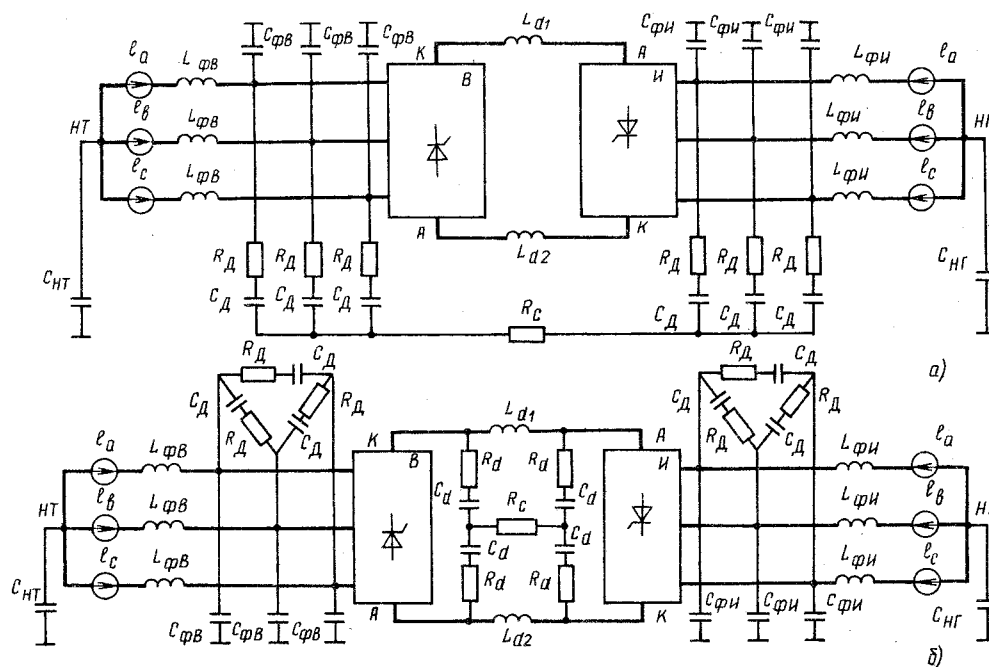


Рис. 3. Схемы демпфирования напряжения нулевой последовательности

преобразователя по схеме двух "звезд", нулевые точки которых соединены через дополнительный резистор связи [5]. RC -цепочки, включенные на входе выпрямителя и выходе инвертора по схеме "звезда", обеспечивают также демпфирование колебательных процессов, возникающих при коммутациях тока преобразователя. При таком включении демпфирующих цепочек в качестве демпфирующих конденсаторов могут использоваться только конденсаторы переменного тока, имеющие большие габариты и массу. Поэтому применение этой схемы демпфирования целесообразно в тех случаях, когда емкости, необходимые для демпфирования коммутационных колебательных процессов, достаточны и для демпфирования скачков напряжения нулевой последовательности.

На рис. 3, б представлена другая схема демпфирования колебаний напряжения нулевой последовательности. В этой схеме RC -цепочки включены на полюсы преобразовательных мостов выпрямителя и инвертора, причем средние точки цепочки соединены между собой через дополнительный резистор связи [6]. Включение демпфирующих RC -цепочек на стороне постоянного тока преобразователя оказывается предпочтительнее, поскольку в этом случае требуются фильтрующие конденсаторы постоянного или пульсирующего тока, имеющие лучшие массогабаритные показатели, чем конденсаторы переменного тока. Кроме того, RC -цепочки, включенные на полюсы преобразовательных мостов, дополнительно демпфируют колебательные процессы, возникающие при включении выпрямителя на неработающий

инвертор, при пропусках проводимости вентиля выпрямителя, при погасании тока I_d преобразователя в аварийных режимах и т. д.

Однако при таком включении демпфирующих цепочек требуются дополнительные RC -цепочки для демпфирования колебательных процессов, возникающих при коммутациях тока. На рис. 3, б эту функцию выполняют RC -цепочки, включенные на стороне переменного тока преобразователя по схеме "треугольник". Очевидно, применение такой схемы демпфирования будет предпочтительнее в том случае, если емкость демпфирующих цепей, необходимая для демпфирования коммутационных колебательных процессов, существенно меньше емкости демпфирующих цепей, требующейся для демпфирования скачков напряжения нулевой последовательности.

Известна также схема демпфирования напряжения нулевой последовательности, в которой RC -цепочки включены параллельно сглаживающим реакторам [7]. Эта схема является частным случаем схемы, представленной на рис. 3, б. По энергетическим характеристикам такая схема не имеет преимуществ перед схемой рис. 3, б, однако функциональные возможности ее существенно уступают таким возможностям схемы рис. 3, б. Поэтому далее будут анализироваться схемы, представленные на рис. 3, а и б.

При нормальной работе преобразовательного моста попеременно проводят ток два или три вентиля (так называемый режим 2—3). Если в режиме проводимости вентилях заменить фазные напряжения сети и синхронной машины соответствующими напряжениями "нейтраль — полюс", то получим схему замещения для определения напряжения нулевой последовательности, как показано на рис. 4, а и б. Схема замещения на рис. 4, а соответствует схеме включения демпфирующих цепочек на стороне переменного тока преобразователя (рис. 3, а), а схема замещения на рис. 4, б — схеме включения демпфирующих цепочек на стороне постоянного тока преобразователя (рис. 3, б). Далее, если не учитывать индуктивность фаз L_ϕ , поскольку $L_\phi \ll L_d$, и применить

теорему Тевенина, схемы замещения, представленные на рис. 4, а и б, можно преобразовать в схемы, показанные на рис. 4, в и г. В этом случае напряжение между нейтралью можно определить как напряжение u_{0N} показанное на рис. 2, на которое накладывается колебательная составляющая напряжения, возбуждаемая в схеме рис. 4, а

скачком $E_0 \approx \frac{U_{\phi \cdot M}}{2} \sin \pi/3$ или $E_0 \approx E_{\phi \cdot M} \sin \pi/3$.

Как видно, схемы замещения для расчета параметров демпфирующих цепей, представленные на рис. 4, в, г, отличаются от схем замещения, представленных в [1]. В схемах замещения на рис. 4, в и г э. д. с. нулевой последовательности выпрямителя e_{0B} и инвертора $e_{0И}$ вводятся в ветви, содержащие емкости нейтралей сети и нагрузки. На схемах замещения в [1] э. д. с. нулевой последовательности выпрямителя e_{0B} и инвертора $e_{0И}$ введены в ветвь, содержащую эквивалентную индуктивность $L_{экв}$, что является ошибкой. Расчет параметров демпфирующих цепей по схемам замещения, представленных в [1], приводит к существенному завышению емкости демпфирующих конденсаторов и мощности потерь в резисторах.

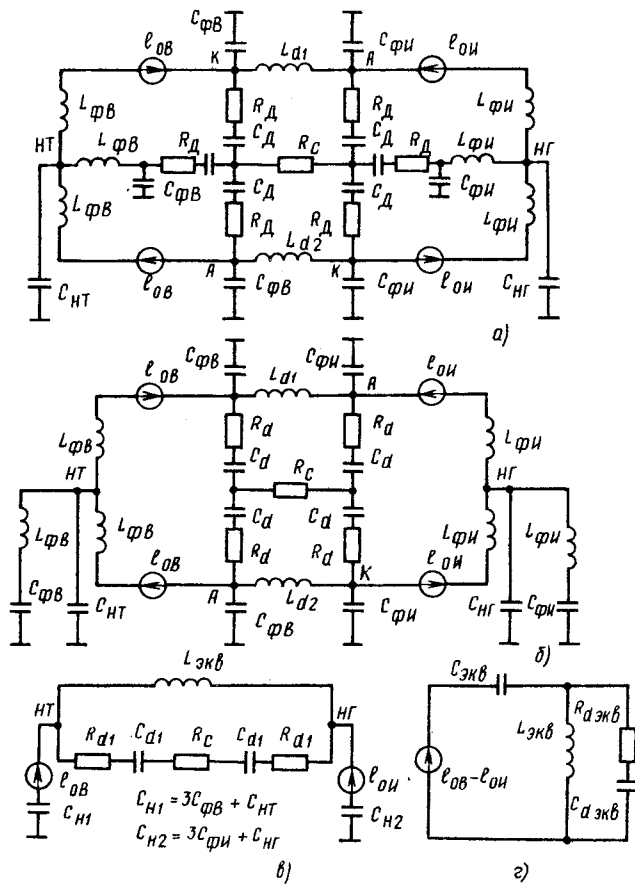


Рис. 4. Схемы замещения для расчета колебательной составляющей напряжения нулевой последовательности

Параметры схемы замещения, приведенной на рис. 4, z , можно определить следующим образом:

$$L_{\text{экв}} = \frac{L_{d1} L_{d2}}{L_{d1} + L_{d2}}, \quad (3)$$

или при $L_{d1} = L_{d2}$

$$L_{\text{экв}} = L_{d1} / 2;$$

$$C_{\text{экв}} = \frac{(C_{\text{НТ}} + 3C_{\text{ФВ}})(C_{\text{НГ}} + 3C_{\text{ФИ}})}{3C_{\text{ФВ}} + 3C_{\text{ФИ}} + C_{\text{НТ}} + C_{\text{НГ}}}, \quad (4)$$

или при $C_{\text{ФВ}} \gg C_{\text{ФИ}}$

$$C_{\text{экв}} \approx 3C_{\text{ФИ}} + C_{\text{НГ}},$$

а при $C_{\text{ФВ}} \ll C_{\text{ФИ}}$

$$C_{\text{экв}} \approx 3C_{\text{ФВ}} + C_{\text{НТ}}.$$

Кроме того,

$$C_{d \text{ экв}} = 3C_d / 2 \quad \text{и} \quad R_{d \text{ экв}} = 2R_d / 3 + R_c \quad \text{для}$$

схемы демпфирования рис. 3, а;

$$C_{d \text{ экв}} = C_d \quad \text{и} \quad R_{d \text{ экв}} = R_d + R_c \quad \text{для}$$

демпфирования рис. 3, б.

На рис. 5 построены кривые, представляющие зависимости ударного коэффициента $K_{\text{уд}}$ от параметров демпфирующей цепочки для колебательно-контурного контура, представленного на рис. 4, z . Параметры схемы замещения приведены к относительным единицам следующим образом:

$$\mu_{d \text{ экв}} = C_{d \text{ экв}} / C_{\text{экв}}; \quad \delta_{d \text{ экв}} = R_{d \text{ экв}} / \rho_{\text{экв}};$$

$$\rho_{\text{экв}} = \sqrt{L_{\text{экв}} / C_{\text{экв}}}.$$

Выполненные дополнительно расчеты показали, что представленные на рис. 5 зависимости ударного коэффициента от параметров RC -цепочки, полученные для упрощенной схемы замещения рис. 4, z , достаточно хорошо совпадают с подобными зависимостями, полученными для полных схем замещения рис. 4, а, б при $L_{\text{ф}} < 0,05 L_d$. При $L_{\text{ф}} > 0,1 L_d$ кривые на рис. 5 дают заниженное значение ударного коэффициента на 10–15 %. Таким образом, при $L_{\text{ф}} < 0,1 L_d$ по представленным на рис. 5 зависимостям ударного коэффициента можно достаточно просто определить параметры демпфирующих цепочек в рассмотренных схемах демпфирования.

Согласно требуемому значению ударного коэффициента параллельно оси абсцисс проводится прямая линия. По точкам пересечения прямой линии с кривыми зависимостей $K_{\text{уд}} = f(\delta_{d \text{ экв}})$ определяется минимальное значение $\mu_{d \text{ мин}}$. Значение параметра $\delta_{d \text{ опт}}$ выбирается по минимуму кривой зависимости $K_{\text{уд}} = f(\delta_{d \text{ экв}})$ при $\mu_{d \text{ мин}} = \text{const.}$ Переход от относительных значений $\mu_{d \text{ мин}}$ и $\delta_{d \text{ опт}}$ к эквивалентным параметрам демпфирующей цепочки выполняется по формулам

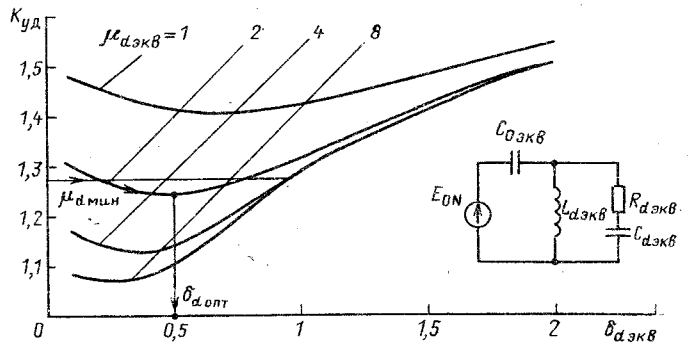


Рис. 5. Зависимость ударного коэффициента от параметров демпфирующей цепочки в расчетной схеме демпфирования напряжения нулевой последовательности

$$R_{d \text{ экв}} = \delta_{d \text{ опт}} \rho_{\text{экв}}; \quad (5)$$

$$C_{d \text{ экв}} = \mu_{d \text{ мин}} C_{\text{экв}}.$$

Из выражений (5) находятся расчетные параметры демпфирующей цепочки:

$$C_d = \frac{2}{3} C_{d \text{ экв}}; \quad R_d = \frac{3}{2} (R_{d \text{ экв}} - R_c) - \quad \text{для}$$

схемы демпфирования рис. 3, а;

$$C_d = C_{d \text{ экв}}; \quad R_d = R_{d \text{ экв}} - R_c - \quad \text{для}$$

демпфирования рис. 3, б.

Расчет мощности потерь в демпфирующих цепях. Расчет мощности потерь в рассматриваемых схемах демпфирования проведем методом, предложенным в [8]. Как известно, основные потери мощности в демпфирующих резисторах создаются в моменты скачков напряжения, когда происходят заряды и разряды конденсаторов демпфирующей цепи. Потери на участках, составленных из отрезков синусоид, незначительны.

Для схемы демпфирования, представленной на рис. 3, а, максимальные потери имеют место при пуске синхронной машины на холостом ходу. Как видно на рис. 2, z , скачки напряжения нулевой последовательности, приложенного к RC -цепочке, соответственно равны:

$$\Delta u_1 \approx U_{\text{ф.м}} \sin \frac{\pi}{3}; \quad (6)$$

$$\Delta u_2 = \frac{U_{\text{ф.м}}}{2} \sin \frac{\pi}{3}.$$

Суммируя энергию отдельных скачков напряжения нулевой последовательности за период, получаем

$$Q_0 = \sum_{i=1}^{i=6} Q_{0i} \approx \frac{3}{8} C_{d \text{ экв}} U_{\text{л.м}}^2. \quad (7)$$

При частоте напряжения нулевой последовательности $f_0 = 150$ Гц мощность потерь в сопротивлении $R_{d \text{ экв}}$ будет равна

$$P_0 \approx \frac{3}{8} f_0 C_{d \text{ экв}} U_{\text{л.м}}^2 = \frac{9}{8} f_c C_{d \text{ экв}} U_{\text{л.м}}^2. \quad (8)$$

Подставив в (8) $C_{d \text{ экв}} = \frac{3}{2} C_d$, получим

$$P_0 \approx \frac{27}{16} f_c C_d U_{\text{л.м}}^2 \quad (9)$$

Для схемы демпфирования, представленной на рис. 3, б, потери создаются скачками выпрямленного напряжения на полюсах выпрямителя и инвертора. Скачки напряжения на полюсах выпрямителя, приложенного к RC -цепочке, соответственно равны [8]:

$$u_{1B} = \frac{U_{\text{л.м}}}{2} \sin \alpha; \quad (10)$$

$$u_{2B} = \frac{U_{\text{л.м}}}{2} \sin (\alpha + \gamma).$$

Скачки напряжения на полюсах инвертора, приложенного к RC -цепочке, соответственно равны:

$$\Delta u_{1I} = \frac{U_{\text{л.м}}}{2} \sin \delta; \quad (11)$$

$$\Delta u_{2I} = \frac{U_{\text{л.м}}}{2} \sin (\beta + \gamma) = \frac{U_{\text{л.м}}}{2} \sin \beta.$$

При совпадении коммутаций в выпрямителе и инверторе имеем

$$\Delta u_{1B} = \Delta u_{1I} \text{ и } \Delta u_{2B} = \Delta u_{2I}.$$

Суммируя энергию отдельных скачков выпрямленного напряжения выпрямителя и инвертора за период, получаем

$$Q_d = Q_{dB} + Q_{dI} = \sum_{i=1}^{i=12} Q_{dB_i} + \sum_{i=1}^{i=12} Q_{dI_i} =$$

$$= \frac{3}{8} C_d U_{\text{л.м}}^2 \{ \sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + \gamma) \} +$$

$$+ \frac{3}{8} C_d U_{\text{л.м}}^2 \{ \sin^2 \delta + \sin^2 (\delta + \gamma) \} =$$

$$= \frac{3}{4} C_d U_{\text{л.м}}^2 \{ \sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + \gamma) \}. \quad (12)$$

При частоте напряжения сети $f_c = 50$ Гц мощность потерь в сопротивлении $R_{d \text{ экв}}$

$$P_d = \frac{3}{4} f_c C_d U_{\text{л.м}}^2 \{ \sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + \gamma) \}. \quad (13)$$

Мощность потерь в сопротивлении $R_{d \text{ экв}}$, обусловленных собственно напряжением нулевой последовательности u_{0N} можно оценить как

$$P_0 = \left[\frac{U_{0N \text{ эфф}}}{Z_0} \right]^2 R_{d \text{ экв}}, \quad (14)$$

где $U_{0N \text{ эфф}}$ — эффективное значение напряжения

нулевой последовательности; Z_0 — сопротивление нулевой последовательности схемы замещения.

Выводы. 1. При работе тиристорного пускового устройства между нейтралью питающей сети и нагрузки (синхронной машины) возникает напряжение переменного тока с частотой 150 Гц. Для любого режима работы тиристорного пускового устройства вынужденная составляющая этого напряжения достаточно просто без сложных математических расчетов определяется с помощью напряжений "нейтраль — полюс" выпрямителя и инвертора.

2. Кривая напряжения, возникающего между нейтралью сети и нагрузки, представляет кусочно-синусоидальную функцию, симметричную относительно оси времени и имеющую точки разрыва первого рода. В этом напряжении отсутствует постоянная составляющая и содержатся нечетные гармоники с порядковыми номерами, кратными трем ($\nu = 3k$, где $k = 2n - 1$).

3. Амплитуда вынужденной составляющей напряжения, возникающего между нейтралью, зависит от режима работы выпрямителя и инвертора пускового устройства и максимальна при пуске синхронной машины на холостом ходу, когда выпрямитель и инвертор работают с углами регулирования, близкими к 90° . В предельном случае амплитуда этого напряжения равна амплитуде фазного напряжения. При наличии в схеме тиристорного пускового устройства заземления одной из нейтралей напряжение между фазами преобразователя и землей достигает значения, равного $2U_{\text{ф.м}}$.

4. Получена обобщенная схема замещения для расчета колебательной составляющей напряжения, возникающего между нейтралью сети и нагрузки. Для полученной схемы замещения представлены графические зависимости ударного коэффициента, позволяющие относительно просто определять параметры демпфирующих устройств.

Приложение. Пример расчета параметров демпфирующих цепей преобразователя частоты для пуска двигателей-генераторов ГАЭС.

Ход расчета параметров демпфирующих цепей покажем на примере преобразователя частоты, предназначенного для пуска двигателей-генераторов ГАЭС мощностью 220 МВт напряжением 15 кВ [9]. Преобразователь питается от вторичной обмотки генераторного трансформатора ТЦ-400 000/500 с напряжением короткого замыкания $u_k = 13\%$. Инвертор подключается к статорным обмоткам двигателя-генератора ВГДС-1025/245-40У4 через токоограничивающие реакторы ($L_p = 3,6$ МГн). Выпрямитель подключается к вторичным обмоткам трансформатора также через токоограничивающие реакторы ($L_p = 3,6$ МГн). В звене постоянного тока симметрично включены сглаживающие реакторы ($L_{d1} = L_{d2} = 48$ МГн).

Расчетное значение собственной емкости фазы генераторного трансформатора на землю с учетом оборудования, присоединенного к его вторичным обмоткам, составляет 28450 пкФ, емкость ошиновки на землю равна 2850 пкФ, емкость токоограничивающего реактора на землю не превышает 500 пкФ. По данным завода-изготовителя расчетное значение собственной емкости статорной обмотки двигателя-генератора составляет 1,5 мкФ. Емкости полюсов преобразовательных мостов выпрямителя и инвертора для уровней напряже-

ния до 20 кВ незначительны и в расчете не учитываются.

Поскольку схема демпфирования на рис. 3, б представляет более широкие функциональные возможности, а кроме того, фильтрующие конденсаторы постоянного или пульсирующего тока обладают лучшими массо-габаритными показателями, чем конденсаторы переменного тока, то именно эта схема для демпфирования колебательной составляющей перенапряжений относительно земли оказывается для анализируемого преобразователя предпочтительнее схемы рис. 3, а. Поэтому расчет параметров демпфирующих цепей проведен для схемы, представленной на рис. 3, б. При расчете учитываются следующие параметры преобразователя и его оборудования: индуктивность сглаживающего реактора $L_{d1} = L_{d2} = 48$ мГн; емкость фазы генераторного трансформатора на землю $C_T = 28450$ пкФ; емкость статорной обмотки двигателя-генератора $C_r = 1,5$ мкФ.

Распределенные емкости обмоток трансформатора и двигателя-генератора принимаются сосредоточенными, включенными по концам обмоток. Тогда емкость фазы выпрямителя на землю $C_{фв} = \frac{1}{2} C_T + C_{ш} + C_p = 17575$ пкФ; емкость фазы

инвертора на землю $C_{фи} = \frac{1}{2} C_r = 0,75$ мкФ. Соот-

ветственно емкости нейтралей равны $C_{нт} = \frac{3}{2} C_T = 42675$ пкФ; $C_{нг} = \frac{3}{2} C_r = 2,25$ мкФ.

Индуктивности рассеяния трансформатора и сверхпереходные индуктивности двигателя-генератора, поскольку они значительно меньше индуктивности сглаживающего реактора, не учитываются.

Расчетные параметры схемы замещения, представленной на рис. 4, з, определим по выражениям (3) и (4):

$$L_{эв} = \frac{L_{d1} L_{d2}}{L_{d1} + L_{d2}} = 24 \text{ мГн};$$

$$C_{эв} = \frac{(C_{нт} + 3C_{фв})(C_{нг} + 3C_{фи})}{3C_{фв} + 3C_{фи} + C_{нт} + C_{нг}} = 0,0934 \text{ мкФ}.$$

Волновое сопротивление колебательного контура

$$\rho_{эв} = \sqrt{L_{эв} / C_{эв}} = 0,507 \text{ кОм}.$$

Из кривых, представленных на рис. 5, находим, что заданному значению ударного коэффициента, напр., равному 1,3, соответствуют следующие значения относительных параметров демпфирующей цепи:

$$\mu_{дэв} \geq 2,0; \delta_{дэв} = 0,25 \div 0,8.$$

Принимаем значение $\mu_{дэв}$, равное 2,0, соответствующее минимальной емкости демпфирующей цепи, при которой $K_{уд} \leq 1,3$. Значение параметра $\delta_{дэв}$ выбираем по минимуму кривой $K_{уд} = f(\delta_{дэв})$ при $\mu_{дэв} = 2,0 = \text{const}$. Оно полу-

чается равным 0,5. Теперь по относительным параметрам $\mu_{дэв}$ и $\delta_{дэв}$ определим расчетные параметры демпфирующей цепи схемы замещения $R_{дэв}$ и $C_{дэв}$ согласно выражениям (5):

$$R_{дэв} = \delta_{дэв} \rho_{эв} = 0,254 \text{ кОм};$$

$$C_{дэв} = \mu_{дэв} C_{эв} = 0,1868 \text{ мкФ} \approx 0,2 \text{ мкФ}.$$

Для схемы демпфирования на рис. 3, б $C_d = C_{дэв} = 0,2$ мкФ.

Значение сопротивления резистора R_d можно определить из условия демпфирования колебательного процесса, возникающего на полюсах преобразовательных мостов выпрямителя и инвертора. Перевод колебательного процесса на полюсах мостов в аperiodический возможен при условии,

что $2R_d \leq 0,5\rho_d$, где $\rho_d = \sqrt{4L_d/C_d} = 0,98$ кОм.

Таким образом, получим, что $R_d \leq 0,245$ кОм.

Значение сопротивления резистора связи будет равно

$$R_c = R_{дэв} - R_d \geq 0,01 \text{ кОм}.$$

Мощность суммарных потерь в резисторах демпфирующих цепей определим по выражению (13):

$$P_d = \frac{3}{4} f_c C_d U_{л.м}^2 \{ \sin^2 \alpha + \sin^2 (\alpha + \gamma) \}.$$

Для нормального режима при $\alpha_n = 15^\circ$ и $\gamma_n = 20^\circ$ эта мощность $P_{д ном} = 2,95$ кВт.

Максимальная мощность потерь в регулируемом режиме при $\alpha \approx 90^\circ$ равна $P_{д max} = 14,9$ кВт.

Мощность потерь в демпфирующих резисторах от напряжения нулевой последовательности $u_{0н}$ можно оценить по выражению (14). Однако при емкости демпфирующей цепи менее 1,0 мкФ эта мощность незначительна и в расчете ее можно не учитывать.

Порядок расчета параметров демпфирующих цепей схемы рис. 3, а — аналогичный приведенному выше. При этом значение сопротивления резистора R_d следует определять из условия демпфирования коммутационных перенапряжений, ограничивающего рабочее напряжение на тиристорных вентилях. Для расчета значения сопротивления R_d можно использовать одну из известных методик, например, изложенную в [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Забровский С. Г., Лазарев Г. Б., Штейнберг А. Ю. Перенапряжения в системах с тиристорными преобразователями. — Кишинев: Штиинца, 1979.
2. Забровский С. Г., Лазарев Г. Б. Перенапряжения относительно земли в системах с высоковольтными тиристорными преобразователями. — Электричество, 1976, № 11.
3. Забровский С. Г., Лазарев Г. Б., Толстов Ю. Г. Демпфирование перенапряжений относительно земли в системах с тиристорными преобразователями. — Электричество, 1979, № 2.
4. Забровский С. Г., Лазарев Г. Б., Наталкин А. В. Особенности перенапряжений в стационарных режимах работы автономного инвертора тока для электропривода. — В сб. "Высоковольтные тиристорные преобразователи". — М.: Изд. ЭНИН, 1981.

5. А. с. № 877700 (СССР). Устройство для защиты преобразователя от перенапряжений / С. Г. Забровский, Г. Б. Лазарев, Е. И. Ярошенко. — Оpubл. в Б. И., 1981, № 40.

6. А. с. № 864419 (СССР). Устройство для защиты статического преобразователя частоты от перенапряжений / С. Г. Забровский, А. Н. Тарасов, Г. Б. Лазарев — Оpubл. в Б. И., 1981, № 34.

7. А. с. № 1098063 (СССР). Устройство для защиты от перенапряжений статического преобразователя частоты / В. П. Барабан, С. Г. Забровский, А. Ф. Звягин и др. — Оpubл. в Б. И., 1984, № 22.

8. Находкина В. Г., Тарасов А. Н., Толстов Ю. Г. Сравнение схем демпфирования высокочастотных колебаний напряжения при коммутациях вентилей в высоковольтных преобразователях. — Электричество, 1978, № 5.

9. Высоковольтный тиристорный преобразователь частоты для пуска обратимых гидроагрегатов ГАЭС / А. Н. Тарасов, Ю. Г. Толстов, М. Ф. Красильников и др. — В сб. "Высоковольтные тиристорные преобразователи". — М.: Изд ЭНИН, 1981.

[31.10.91]

Оптимизация уровней токов короткого замыкания в электрических сетях 6–20 кВ с учетом вероятностных характеристик

ГЛАЗУНОВ А. А., КАВЧЕНКОВ В. П., ПЫХТИНА И. Н.

В городских распределительных электрических сетях (РЭС), как и в сетях более высоких уровней напряжения, токи короткого замыкания играют определяющую роль при выборе параметров элементов систем электроснабжения (СЭС), оказывая существенное влияние на технико-экономические показатели сети. При этом актуальной становится задача оценки и оптимизации токов к. з. как случайных величин.

При оптимизации токов к. з. в детерминированной постановке, в том числе и в городских распределительных электрических сетях (РЭС), накоплен определенный опыт. Вместе с тем методики оптимизации токов к. з. с учетом вероятностных характеристик находятся в стадии разработки.

В [1] был предложен метод оценки случайных величин токов к. з. в городских РЭС. Здесь на основе подобия процессов к. з. на шинах центров питания (ЦП) СЭС и объединения на такой базе имеющейся статистической информации было установлено подчинение распределения значений токов к. з. нормальному закону. Числовые характеристики данного распределения — математическое ожидание $m(I_K)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(I_K)$ — взаимосвязаны условием

$$\frac{m(I_K)}{\sigma(I_K)} = \pi_{I_K} = \text{idem}, \quad (1)$$

где π_{I_K} — критерий подобия вероятностных характеристик.

Ниже рассматривается методика применения данных характеристик в задачах технико-экономического анализа.

Предлагаемая методика оптимизации случайной величины тока к. з. ориентирована на анализ и оценку технико-экономических показателей СЭС, в том числе и величин риска превышения током к. з. допустимых значений.

В технико-экономической модели сети среднего напряжения (6–10–20 кВ) городского района

жилой застройки учитываются затраты на трансформаторы ЦП, на реакторы, как средства ограничения токов к. з., на распределительное устройство и на кабельные линии от ЦП, а также на потери мощности и электроэнергии в них [2, 3].

В таком случае функция затрат будет иметь вид

$$Z = A_1 I_K^{0,84} U_{\text{ном}}^{0,16} + A_2 I_K^{1,29} U_{\text{ном}}^{0,86} + A_3 U_{\text{ном}}^{0,38} F^{0,55} + A_4 U_{\text{ном}}^{-2} F^{-1}, \text{ тыс. руб./год}, \quad (2)$$

где $A_1 \dots A_4$ — обобщенные константы, численные значения которых зависят от стоимостных показателей оборудования, протяженности и количества отходящих линий, мощности трансформаторов ЦП и т. п.; I_K — ток к. з. на шинах среднего напряжения ЦП, кА; $U_{\text{ном}}$ — номинальное напряжение сети, кВ; F — сечение жил кабельных линий, мм².

Составляющие (2) представлены степенными аппроксимациями частных составляющих затрат в функции оптимизируемых параметров.

Модель (2) построена на основе существующих стоимостных показателей на электрооборудование напряжением 6–10 кВ при обычных в таких задачах допущениях [2, 3] с учетом ограничений по допустимому рабочему току, термической стойкости кабелей к токам к. з. и допустимой потере напряжения в сети. Решение задачи учета необходимой надежности электроснабжения обеспечивается определением коэффициентов $A_1 \dots A_4$ для соответствующих схем РЭС (с резервированием линий и трансформаторов) аналогично [2, 3] и др.

Отмечается, что возможные изменения уровней стоимостных показателей основного электрооборудования могут влиять лишь на значения коэффициентов и показателей степени, но не на состав функции (2) и иные принципиальные положения анализа.

График зависимости затрат (2) от значений I_K

при $U_{\text{ном}} = 6$ кВ и $F = 185$ мм² представлен на рис. 1.

При рассмотрении тока к. з. как случайной величины функция (2) превращается в случайную. При оценке тока к. з. по его математическому ожиданию и с учетом условной статистической независимости параметров в технико-экономической модели оптимальная оценка среднего значения тока к. з. соответствует минимуму функции (2). Вместе с тем случайные отклонения тока к. з. от среднего значения могут привести к дополнительным затратам, связанным с повреждением и заменой оборудования при превышении токами к. з. допустимых значений, например, по отключающей способности выключателей, термической стойкости кабелей и т. п. Последнее иллюстрируется на рис. 1 возможными распределениями плотности значений токов к. з. с учетом условия (1) и соответствующим риском α превышения током к. з. допустимых значений. Для учета таких ситуаций в функцию (2) вводится дополнительная составляющая среднего ущерба от превышения $I_{\text{к. доп}}$, определяемого в виде

$$Y_k = \sum_{i=1}^n [(C_i + I_i) \alpha_i \omega_i] + Y_3, \quad (3)$$

где C_i — затраты на оборудование i -го типа, пришедшего в негодность в результате аварии; I_i — издержки на ремонт и замену данного оборудования; ω_i — параметр потока отказов оборудования

при к. з.; $\alpha_i = \int_{I_{\text{к. доп}}}^{\infty} f(I_k) dI_k$ — вероятность (риск)

превышения током к. з. допустимого значения для оборудования i -го типа; $f(I_k)$ — плотность распределения величины тока к. з.; Y_3 — ущерб от недоотпуска электроэнергии потребителям из-за отказа электрооборудования в результате к. з.

Существующие методики оценки величины ущерба от недоотпуска электроэнергии потребителям позволяют учитывать различные аварийные ситуации в СЭС, в том числе и возможность возникновения к. з. при выводе в ремонт части оборудования, каскадные аварии и т. д. [4]. В последующем анализе составляющая Y_3 не рассматривается с учетом указанной выше необходимой по нормам надежности электроснабжения в составе коэффициентов A_1, \dots, A_4 в (2).

Основными учитываемыми составляющими Y_k в (3) являются затраты на замену разрушенного выключателя при превышении током к. з. предельной отключающей способности (Y_B) и затраты на замену поврежденного кабеля при несоблюдении его термической стойкости ($Y_{\text{кб}}$). Проведенный анализ показал, что Y_B может быть представлена в виде:

$$Y_B = B_1 I_{\text{к(в)}}^{1,29} U_{\text{ном}}^{0,86} \int_{I_{\text{к(в)}}}^{\infty} f(I_k) dI_k, \quad (4)$$

$f(I_k)$ 3, тыс. руб/год

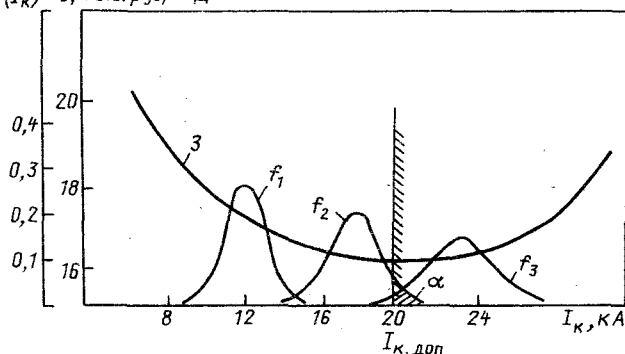


Рис. 1. Функция затрат на СЭС по (1), возможные варианты функции распределения случайных величин токов к. з. и риск от превышения током к. з. его допустимого значения

где $B_1 = \omega_B n_B$; ω_B — параметр потока отказов выключателей, 1/год; n_B — количество выключателей 6–10 кВ на ЦП; $I_{\text{к(в)}}$ — предельный ток отключения выключателя, кА.

Соответственно $Y_{\text{кб}}$ имеет вид

$$Y_{\text{кб}} = B_2 F_{\text{ном}}^{0,55} U_{\text{ном}}^{0,38} \int_{I_{\text{к(доп)}}}^{\infty} f(I_k) dI_k, \quad (5)$$

где $B_2 = A_3 \omega_{\text{кб}} L_{\Sigma}$; L_{Σ} — суммарная длина кабельных линий одного ЦП, км; $\omega_{\text{кб}}$ — параметр потока отказов кабелей в результате к. з., 1/км. год; $I_{\text{к(доп)}}$ — допустимое значение тока к. з. по термической стойкости кабеля, кА.

В итоге решение задачи оптимизации тока к. з. определяется минимумом функции затрат следующего вида:

$$\begin{aligned} Z = & A_1 I_{\text{к}}^{0,84} U_{\text{ном}}^{0,16} + A_2 I_{\text{к}}^{1,29} U_{\text{ном}}^{0,86} + \\ & + A_3 U_{\text{ном}}^{0,38} F_{\text{ном}}^{0,55} + A_4 U_{\text{ном}}^2 F_{\text{ном}}^1 + \\ & + B_1 I_{\text{к}}^{1,29} U_{\text{ном}}^{0,86} \int_{I_{\text{к(в)}}}^{\infty} f(I_k) dI_k + \\ & + B_2 U_{\text{ном}}^{0,39} F_{\text{ном}}^{0,55} \int_{I_{\text{к(доп)}}}^{\infty} f(I_k) dI_k. \end{aligned} \quad (6)$$

При известных параметрах нормального распределения верхние границы интегрирования в (6) составляют $m(I_k) + 3\sigma(I_k)$. Оптимизируемой величиной является математическое ожидание тока к. з. и связанное с ним условием (1) среднеквадратичное отклонение $\sigma(I_k)$, вследствие чего при оптимизации изменяются значения определенных интегралов в уравнении (6), т. е. риск превышения током к. з. допустимых значений (рис. 1).

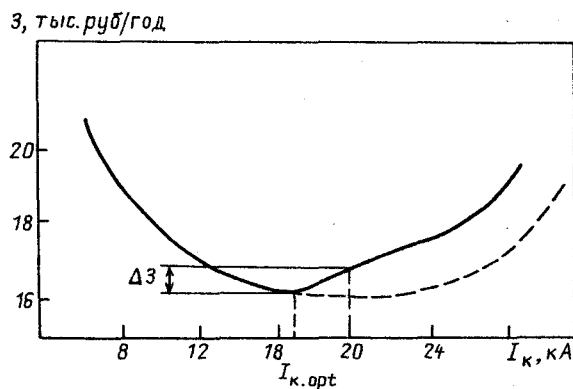


Рис. 2. Функции затрат: штриховая линия – по (2); сплошная линия – по (6)

На рис. 2 представлены графики функций (6) и (2), рассчитанных на основе действующих стоимостных и иных характеристик по [5, 6]. Как видно из кривых, учет ущерба, связанного с вероятностью превышения током к. з. его математического ожидания, деформирует кривую, отражающую зависимость приведенных затрат от тока к. з. Эта деформация тем существенней, чем больше риск превышения током к. з. допустимых значений.

Количественный анализ показал зависимость оптимизируемого тока к. з. от мощности трансформаторов 110–220 кВ, питающих СЭС. Так, при номинальной мощности трансформаторов 110/6 кВ (ЦП крупного города) от 4 до 40 МВ·А оптимальные (средние) значения токов к. з. находятся в пределах 15–18 кА; при этом оптимальное значение риска изменяется от 0,01 до 0,12.

В данных исследованиях необходимо сопоставление оптимальных расчетных значений токов к. з. при их учете как в традиционной форме детерминированных величин, так и случайных величин.

Так, в рассмотренном примере оптимальные значения характеристик случайных значений тока к. з. равны $m(I_k) = 17$ кА и $\sigma(I_k) = 1,7$ кА (затраты 16,6 тыс. руб/год), а при определении расчетного тока в детерминированной форме он равен 18,7 кА (затраты 16,4 тыс. руб/год). Таким образом, найденные значения токов к. з. находятся в 5 %-ной зоне равноэкономичности. Если же значение тока к. з., равное 18,7 кА, рассматривать как значение нормально распределенной случайной величины при найденных оптимальных его среднем значении и дисперсии, то оно не является наиболее вероятным, а соответствует более осторожной стратегии выбора с вероятностью 0,16 превышения найденного расчетного значения.

Очевидно, влиянием этого фактора и малой вероятностью режима к. з. объясняются многочисленные примеры эксплуатации, когда коммутационные аппараты успешно отключают токи к. з., расчетные значения которых превышают допустимые.

При развитии СЭС и связанном с ним росте токов к. з. полученная модель (6) может быть использована для оценки экономической эффективности мероприятий по ограничению токов к. з. Так, для рассмотренного выше примера в целях снижения среднего значения тока к. з. с 20 кА до оптимального значения 17 кА необходимо увеличить сопротивление цепи к. з. Если приведенные затраты на проведение этих мероприятий меньше $\Delta Z = 1,7$ тыс. руб/год (рис. 2), то они экономически оправданы.

Выводы. 1. Предложена методика технико-экономического анализа электрических сетей среднего напряжения с учетом вероятностных характеристик тока к. з.

2. Получена оптимизационная модель, позволяющая определять оптимальное значение математического ожидания и дисперсию тока к. з. при экономически обоснованной величине риска превышения, током к. з. допустимых значений (по отключающей способности выключателей и термической стойкости кабелей).

3. Предложенная методика позволяет оценить экономическую эффективность мероприятий по ограничению токов к. з. для их реальных значений и с учетом роста токов к. з. при развитии электрических сетей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глазунов А. А., Кавченков В. П., Пыхтина И. Н. Стохастическое моделирование токов короткого замыкания центров питания систем электроснабжения городов. – М.: Электричество, 1992, № 1.
2. Шевченко Ж. И., Власова Т. А., Глазунов А. А. Вероятностные характеристики тока к. з. в городских электрических сетях и применение этих характеристик в технико-экономических исследованиях систем электроснабжения городов. – В кн.: Электрические системы и сети. – Тр. / Моск. энерг. ин-т, 1972, вып. 133.
3. Гордиевский И. Г., Лордкипанидзе В. Д. Оптимизация параметров электрических сетей. – М.: Энергия, 1978.
4. Непомнящий В. А. Учет надежности при проектировании энергосистем. – М.: Энергия, 1978.
5. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / В. В. Ершевич, А. Н. Зейлигер, Г. А. Илларионов и др.; Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро. – М.: Энергоатомиздат, 1985.
6. Козлов В. А., Вилик Н. И., Файбисович Д. Л. / Справочник по проектированию электроснабжения городов. – Л.: Энергоатомиздат, 1986.

[14.01.92]

Многофункциональные инверторы с многофазной широтно-импульсной модуляцией

МИХЕЕВ В. В., инж., МЫЦЫК Г. С., канд. техн. наук,
ЗУЕВА Е. В., инж.

Московский энергетический институт

Введение. Одной из проявившихся закономерностей развития электротехники является опережающий рост мощности управляемого энергопотока (ЭП), требуемого для реализации закладываемых в создаваемые более производительные системы и устройства силовых функций, по сравнению с единичной мощностью располагаемых на данный момент средств реализации управляемости этого ЭП — транзисторов и тиристоров во всех их модификациях, которые являются конструктивным базисом при построении различных преобразующих устройств (ПУ).

Для разрешения этого несоответствия на практике используют различные приемы структурно-алгоритмической организации ПУ в том числе принцип, названный в [1, 2] концепцией многоканального преобразования (МКП) ЭП. Суть ее заключается в преобразовании ЭП по частям с соответствующими фазовыми сдвигами в алгоритмах преобразования этих частей потока с последующим суммированием их в выходной цепи. При этом возможное многообразие решений определяется тем, что указанные фазовые сдвиги могут осуществляться в зависимости от структурно-алгоритмической организации и функциональной характеристики ПУ либо на входной, либо на выходной частотах, либо на промежуточной более высокой частоте преобразования. Полезность использования понятия МКП заключается в возможности с единых позиций решать задачи не только анализа, но и синтеза ранее разрозненно существовавших и не коррелировавшихся между собой ПУ различных классов, на этой основе сформулировать основные закономерности и приемы синтеза и распространить их на все классы ПУ, а также упорядочить большие массивы информации, что важно для выявления тенденций развития ПУ и создания в конечном счете необходимых предпосылок для разработки конкурентоспособных решений.

В рамках настоящей статьи возможности МКП рассматриваются применительно лишь к одной группе ПУ — к группе инверторов с так называемой многотактной [3] или (называемой нами здесь более адекватно) многофазной ШИМ (МШИМ). При этом решаются следующие задачи:

развиваются, формулируются и систематизируются приемы структурно-алгоритмической организации в этом классе устройств;

создавая предпосылки для проектирования инверторов с МШИМ новым методом, адекватным принципу МШИМ, формируется в частотно-временной области математическая модель сигналов с наиболее эффективной однополярной МШИМ;

учитывая относительную сложность модели и ее физическую непрозрачность, в качестве проверки на адекватность исследуются частотные свойства модели на основе взаимодействия ее со сформированной моделью однозвенного LC-фильтра и RL-нагрузки. Этим самым, кроме того, создается дополнительный расчетно-информационный базис для проектирования таких инверторов.

Многоканальность преобразования в рассматриваемом классе инверторов реализуется на несущей

частоте, более высокой по отношению к выходной частоте. При этом характерно, что основные гармоники напряжений в N каналах оказываются синфазными, а содержащиеся в них массивы определенных высших гармоник образуют симметричные N -фазные системы. В результате операции суммирования N частей ЭП в выходной цепи по той или иной схеме (рис. 1, а, б) основные гармоники напряжения [5, 6] или тока [4, 6] в нагрузке увеличиваются в N раз, а высшие гармоники напряжения, образующие N -фазные системы, взаимокompенсируются (электрическим или электромагнитным путем) и в нагрузку не проходят. В этом проявляются мощностные возможности МКП (в конкретном случае МШИМ) и его фильтрующее свойство.

Для реализации МШИМ на информационном уровне используют известный, но N -кратно здесь повторенный (с фазовым сдвигом на угол $2\pi/N$) принцип вертикального управления. При этом формируют N -фазную систему развертывающих сигналов U_{pi} (предпочтительно симметричной треугольной формы — рис. 2), а затем с помощью компараторов сравнивают заданный, воспроизводимый сигнал U_y с каждым из развертывающих сигналов U_{pi} и на этой основе формируют N совокупностей сигналов для управления инвертор-

ными ячейками — ИЯ _{i} , где $i = \overline{1; N}$ — рис. 1, а, б.

В ИЯ _{i} , реализующих двухполярную ШИМ (ДШИМ) — рис. 2 [3, 4], пара ключей i -й стойки (например VT1, VT1', на рис. 1, в) работает в противотакте (без пауз) и проблема канализации реактивного тока нагрузки здесь не возникает.

Алгоритм формирования $U_{2(i)}^{d*}$ выходного напряжения $U_{2(i)}^d$ i -го канала (в коде +1, -1) в этом случае совпадает с эквивалентным алгоритмом

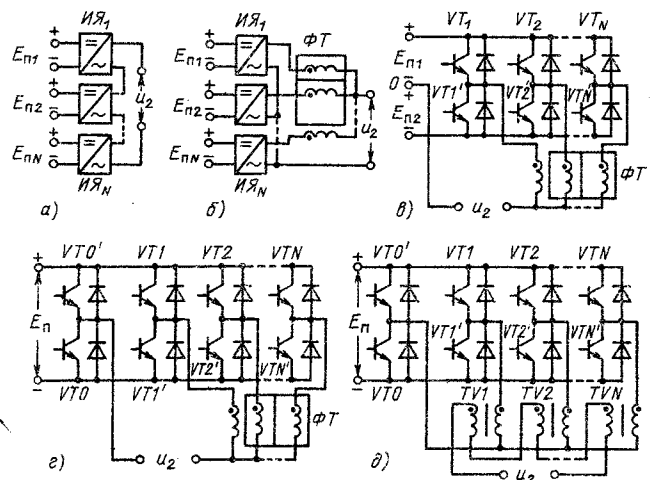


Рис. 1. Структурные схемы силовой части однофазных инверторов с МШИМ: с последовательным (а, д) и с параллельным (б, в, г) суммированием напряжений (токов) каналов с помощью фильтр-трансформаторов

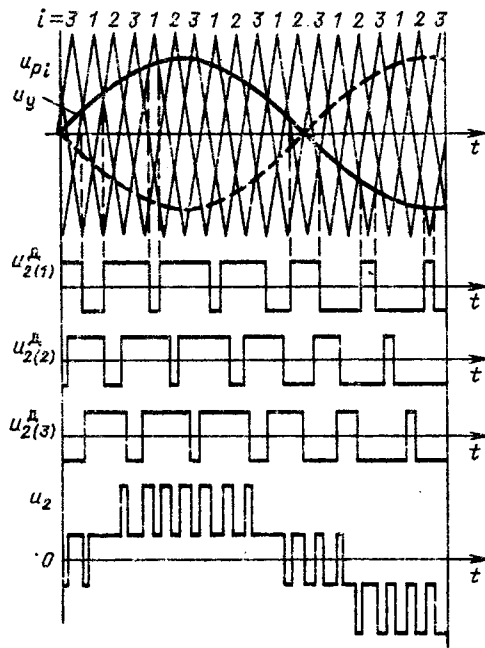


Рис. 2. Временные диаграммы, поясняющие реализацию МШИМ при двухполярной ШИМ в каналах (с помощью ИС, приведенной на рис. 1, е)

переключения ключей (АПК) стойки этого канала $\Psi_{VTi}^{\alpha(a)}$ и при двухполярных (знакопеременных) сигналах U_{pi} , U_y — рис. 2, формализуется следующим образом:

$$U_{2(i)}^{d*} \Leftrightarrow \Psi_{VTi}^{\alpha(a)} = \text{sgn}(U_y - U_{pi}) = \begin{cases} U_y / |U_y| & \text{при } |U_y| > |U_{pi}|; \\ -U_y / |U_y| & \text{при } |U_y| < |U_{pi}|, \end{cases} \quad (1)$$

где $i = \overline{1; N}$, а sgn — сигнум-функция.

При однополярной ШИМ (ОШИМ) — рис. 3 [2, 6], в простейшем случае чисто активной нагрузки алгоритм формирования $U_{2(i)}^{o*}$ (в коде +1, 0 -1) напряжения $U_{2(i)}^{\alpha}$ по сути совпадает с эквивалентным АПК $\Psi_{VTi}^{\alpha(o)}$ i -й стойки:

$$U_{2(i)}^{o*} \Leftrightarrow \Psi_{VTi}^{\alpha(o)} = \text{sgn}^o(U_y - U_{pi}) = \begin{cases} U_y / |U_y| & \text{при } |U_y| > |U_{pi}|; \\ 0 & \text{при } |U_y| < |U_{pi}|. \end{cases} \quad (2)$$

Поскольку в инверторной структуре (ИС), реализующей ДШИМ в каналах (рис. 1, а), N -кратно тиражируется схема ИЯ с нулевой точкой питания, а в ИС, реализующей ОШИМ (рис. 1, а, б), — мостовая схема, то в первом случае требуется $2N$ ключей постоянного тока, зашунтированных диодами, а во втором случае при питании от N источников (рис. 1, а, б) и традиционном исполнении ИЯ — в 2 раза больше ($4N$). При питании от одного источника структура на рис. 1, б может быть сведена к более простой

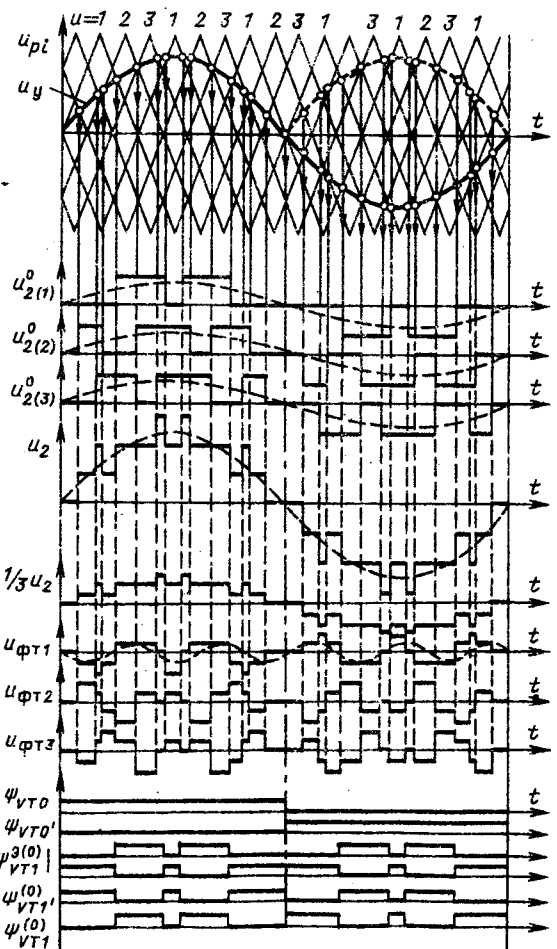


Рис. 3. Временные диаграммы, поясняющие реализацию МШИМ при однополярной ШИМ в каналах (с помощью ИС, приведенной на рис. 1, кроме структуры на рис. 1, а)

(рис. 1, а, б), содержащей уже $2(N+1)$ ключей вместо $4N$. Эквивалентный АПК VTO , VTO' общей стойки в упрощенной ИС с ОШИМ в каналах имеет вид

$$\Psi_{VTO}^{\alpha} = \Psi_{VTO} - \Psi_{VTO'} = \Psi_{VTO} - \overline{\Psi_{VTO}} = \text{sgn}(U_y) = \begin{cases} +1 & \text{при } U_y > 0; \\ -1 & \text{при } U_y < 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\Psi_{VTO} = \text{sgn}^o(U_y) = \begin{cases} +1 & \text{при } U_y > 0; \\ 0 & \text{при } U_y < 0, \end{cases}$

sgn^o — однополярная сигнум-функция (обозначение, используемое авторами для упрощения записи).

Для обеспечения работоспособности таких ИС при реактивном характере тока нагрузки АПК $\Psi_{VTi}^{(o)}$ и $\Psi_{VTi}'^{(o)}$ i -й стойки должны быть модифицированы таким образом, чтобы в моменты нулевых пауз в напряжении $U_{2(i)}$ в i -м канале создавались бы условия для протекания этого тока (рис. 3):

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{VTi}^{(o)} &= \Psi_{VTO} |\Psi_{VTi}^{\alpha(o)}| + \overline{\Psi_{VTO}} |\overline{\Psi_{VTi}^{\alpha(o)}}|, \\ \Psi_{VTi}'^{(o)} &= \overline{\Psi_{VTi}^{(o)}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Логические выражения (3), (4) являются отправными при синтезе системы управления.

С точки зрения спектрального состава выходного напряжения ИС на рис. 1, i и 1, d эквивалентны. Целесообразные области их применения определяются условиями конкретного технического задания. Заметим лишь, что ИС на рис. 1, d обеспечивает гальваническую развязку входного и выходного напряжений и требуемый коэффициент трансформации. Вместе с этим массогабаритные показатели ее хуже из-за наличия N выходных трансформаторов, работающих на выходной частоте, что ограничивает область использования ИС относительно высокими значениями этой частоты.

Указанный недостаток может быть устранен, если при структурно-алгоритмической организации ИС использовать принцип промежуточного высокочастотного преобразования (рис. 4). В этом случае ИЯ _{i} с трансформаторным выходом работают на высокой частоте разветвляющего сигнала U_{pi} , а ИС дополняется новыми силовыми звеньями — демодуляторами ДМ _{i} , осуществляющими по-существу функцию реверсивного (с частотой воспроизводимого сигнала U_y) поканального выпрямления промодулированного в соответствии с вышеописанным принципом ОШИМ

высокочастотного напряжения $U_{2(i)}^{BЧ}$. Для суммирования преобразованных частей ЭП выходы ДМ _{i} могут быть соединены либо последовательно [1, 5], либо параллельно с помощью так называемых фильтр-трансформаторов ФТ — рис. 4, a [1–4, 6].

Приведенные на рис. 1, i и 4, a ИС в принципе обеспечивают решение задачи воспроизведения — усиления информационных сигналов требуемой формы, включая однополярные сигналы, в диапазоне выходных частот не только до единиц, но и до десятков килогерц. При этом верхняя граница частоты определяется выбранной канальностью N (чем больше N , тем выше эта граница) и частотными возможностями ключевых элементов.

Такие ИС с МШИМ наряду с возможностью традиционного их применения в качестве централизованных или децентрализованных ПУ могут также применяться в качестве усилителей сигналов звукового диапазона частот (даже при современном уровне элементной базы), в том числе и в качестве программируемых синтезаторов мощных сигналов требуемой формы.

Отметим также несколько важных с точки зрения применения моментов. Инверторы с МШИМ с m -фазным выходом строятся на основе рассмотренных однофазных ИС. При этом следует иметь в виду, что при использовании ИС, приведенной на рис. 1, i , либо нагрузка должна быть $2m$ -проводной, то есть с гальванически развязанными фазами, либо при m -проводной нагрузке должно использоваться m гальванически развязанных источников питания (по источнику на фазу нагрузки).

Краткий комментарий по ФТ. Установленная мощность этого узла определяется током, протекающим через i -ю его обмотку,

$$I_{\Phi Ti} = \frac{1}{N} I_2,$$

где I_2 — полный ток нагрузки, и приложенным к этой обмотке напряжением

$$U_{\Phi Ti} = U_{2(i)} - U_2,$$

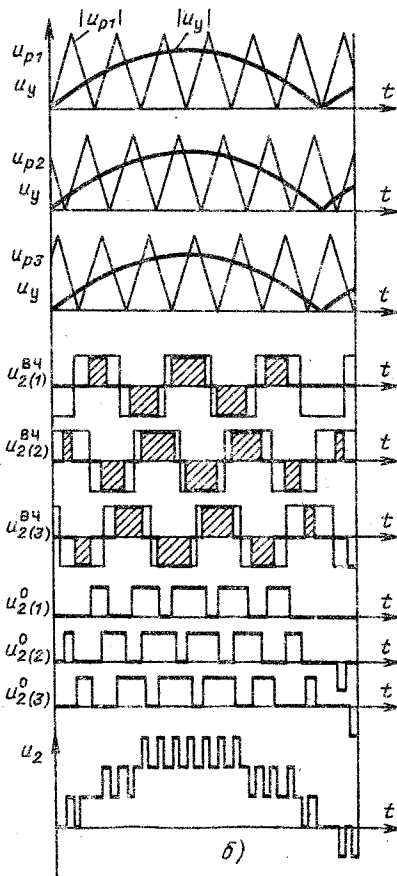
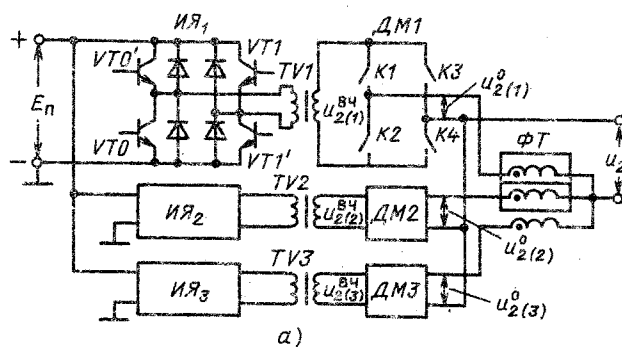


Рис. 4. Структурная схема силовой части ИС с МШИМ с промежуточным ВЧ-преобразованием — (а) и временные диаграммы, поясняющие ее работу (б)

где $U_{2(i)}$, U_2 — напряжения на выходе i -го канала ИС и на нагрузке соответственно.

Спектральные составы этих напряжений определяются ниже. Рабочая частота ФТ всегда существенно выше выходной частоты ИС (см. рис. 3) и тем выше, чем больше частота разветвляющих сигналов. Изложенная информация является отправной для оценки массогабаритных показателей ФТ. Конструктивно ФТ выполняется в виде N -стержневого магнитопровода с расположенными на его стержнях одинаковыми по числу витков обмотками. Благодаря магнитной связи между обмотками ФТ помимо своей основной заграждающей функции (для определенных высших гармоник) способен также выполнять (и выполняет) функцию выравнивания напряжений и

токов для гармоник нулевой последовательности в каналах (включая основную гармонику, что особенно важно).

Математическая модель выходного напряжения инверторов с МШИМ. В основу логики построения модели выходного напряжения, имеющего в общем случае вид сигнала с амплитудно-широкоимпульсной модуляцией (АШИМ), положим описанную выше логику его формирования: вначале найдем аналитическую запись напряжения одного i -го канала с соответствующим фазовым сдвигом высокочастотных его составляющих, а затем просуммируем эти напряжения по индексу

$i = \overline{1; N}$. Для решения первой части задачи используем уже апробированный при моделировании такого рода сигналов в ряде работ, например в [3, 7], аппарат двойных рядов Фурье. Записанный с его помощью сигнал с ШИМ в общем случае имеет вид

$$S(x, y) = \frac{1}{2} A_{00} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{0n} \cos ny + B_{0n} \sin ny) + \sum_{n=1}^{\infty} (A_{m0} \cos mx + B_{m0} \sin mx) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} [A_{mn} \cos (mx + ny) + B_{mn} \sin (mx + ny)], \quad (5)$$

где

$$x = \omega t, y = \Omega t \quad (6)$$

— переменные, определяемые частотами ω и Ω развертывающего и воспроизводимого сигналов

соответственно; A_{mn}, B_{mn} (где $n = \overline{0; \pm \infty}$,

$m = \overline{0; \infty}$) — коэффициенты Фурье, определяемые как составляющие результирующего коэффициента Фурье (в комплексной форме его записи) следующим образом:

$$A_{mn} + jB_{mn} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} S(x, y) e^{j(mx+ny)} dx dy. \quad (7)$$

Таким образом, при известности общего подхода к решению первая часть задачи по сути сводится к определению в каждом конкретном случае (в зависимости от вида развертывающего и воспроизводимого сигналов и вида ШИМ — ДШИМ для ОШИМ) коэффициентов A_{mn} и B_{mn} . Принципиальным отправным моментом в процедуре записи сигнала $S(x, y)$ при используемом нами подходе к формированию модели сигнала с АШИМ является учет фазового положения развертывающего сигнала U_p относительно воспроизводимого сигнала U_y (рис. 5, б). Рассмотрим простой прием решения этой задачи на примере модели сигнала с ДШИМ (рис. 5, а, б).

При совпадении начала отсчета (начала координат) с началом тактового интервала (равного

периоду развертывающего сигнала U_p) имеем (рис. 5, а):

$$S(x, y) = \begin{cases} +H & \text{при } 0 < x < x_m; \\ -H & \text{при } x_m < x < 2\pi, \end{cases}$$

где x_m — координата, фиксирующая равенство мгновенных значений сравниваемых сигналов U_p и U_y , т. е. координата модулируемого фронта импульса сигнала $S(x, y)$ на тактовом интервале. Исходное выражение для определения коэффициентов A_{mn} и B_{mn} при этом приобретает известный вид [7]:

$$A_{mn} + jB_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{x_m} H e^{j(mx+ny)} dx + \int_{x_m}^{2\pi} (-H) \times e^{j(mx+ny)} dx \right] dy. \quad (8)$$

Для описания нужного нам общего случая введем в развертывающий сигнал U_p начальную фазу $\omega t_{o.p}$ — рис. 5, б. Тогда область значений сигнала $S(x, y)$ приобретает следующий вид: на интервале $0 < x < 2\pi$

$$S(x, y) = \begin{cases} -H & \text{при } 0 < x < x_0; \\ +H & \text{при } x_0 < x < 2\pi; \end{cases}$$

на интервале $2\pi < x < 4\pi$

$$S(x, y) = \begin{cases} +H & \text{при } 2\pi < x < x_{m1}; \\ -H & \text{при } x_{m1} < x < x_0 + 2\pi; \\ +H & \text{при } x_0 + 2\pi < x < 4\pi; \end{cases}$$

на интервале $4\pi < x < 6\pi$

$$S(x, y) = \begin{cases} +H & \text{при } 4\pi < x < x_{m2}; \\ -H & \text{при } x_{m2} < x < x_0 + 4\pi; \\ +H & \text{при } x_0 + 4\pi < x < x_{m3}; \\ -H & \text{при } x_{m3} < x < 6\pi \end{cases}$$

и так далее (где x_{m1}, x_{m2}, x_{m3} — координаты модулируемого фронта импульса на соответствующем тактовом интервале — рис. 5, б).

Выявленную нами многозначность определения функции $S(x, y)$, существенно усложняющую формирование искомой модели, можно устранить путем совмещения пределов интегрирования по x с границами тактовых интервалов. Для этого используем следующую модификацию взаимосвязи (6):

$$\begin{cases} x = \omega(t - t_{o.p}) = \omega t - \omega t_{o.p}; \\ y = \Omega(t - t_{o.y}) = \Omega t - \Omega t_{o.y}; \end{cases} \quad (6a)$$

где $\omega t_{o.p}, \Omega t_{o.y}$ — начальные фазы развертывающе-

го и воспроизводимого сигналов соответственно; начальная фаза $\Omega t_{0,y}$ попутно введена для большей общности модели с учетом того, что ИС с МШИМ могут строиться и с многофазным выходом.

Поскольку при МШИМ развертывающие сигналы образуют симметричную N -фазную систему, то начальная фаза для i -го сигнала такого поля развертки через начальную фазу $\omega t_{0,p1}$ условно первого развертывающего сигнала U_{p1} определится так:

$$\omega t_{0,pi} = \omega t_{0,p1} + \frac{2\pi}{N} (i-1). \quad (9)$$

Решение второй части задачи (определение результирующего сигнала $S_{\Sigma}(t)$ с АШИМ) найдем как сумму N сигналов с ШИМ, полученных в результате сравнения каждого i -го сигнала U_{pi} с сигналом U_y . Произведя с этой целью в (5) замену переменных согласно (6а) с учетом (9), получаем

$$\begin{aligned} S_{\Sigma}(t) = & \sum_{i=1}^N S_i(t) = \frac{N}{2} A_{00} + N \sum_{n=1}^{\infty} [A_{0n} \cos n\Omega(t - t_{0,y}) + \\ & + B_{0n} \sin n\Omega(t - t_{0,y})] + \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \{A_{m0} \cos [m\omega(t - \\ & - t_{0,p1}) - \frac{2\pi}{N} m(i-1)] + B_{m0} \sin [m\omega(t - t_{0,p1}) - \\ & - \frac{2\pi}{N} m(i-1)]\} + \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} \{A_{mn} \cos [m\omega(t - t_{0,p1}) - \\ & - \frac{2\pi}{N} m(i-1) + n\Omega(t - t_{0,y})] + B_{mn} \sin [m\omega(t - t_{0,p1}) - \\ & - \frac{2\pi}{N} m(i-1) + n\Omega(t - t_{0,y})]\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Можно показать, что одинаковые по частоте гармоники, содержащиеся в $S_i(t)$ сигналах, имеют практически одинаковые амплитуды и характеризуются последовательным фазовым сдвигом между собой на угол $\frac{2\pi}{N} m$, причем равенство указанных амплитуд соблюдается тем точнее, чем больше кратность частот $\xi = \omega/\Omega$. Учитывая это, операцию суммирования по i выполним, воспользовавшись известной формулой геометрического суммирования N одинаковых по модулю векторов, равноотстоящих друг относительно друга на фазовый угол $\Delta\varphi$ [8]:

$$\left. \begin{aligned} D &= d \frac{\sin \frac{1}{2} N \Delta\varphi}{\sin \frac{1}{2} \Delta\varphi}; \\ \varphi_{\Sigma} &= \varphi_{01} - \frac{1}{2} \Delta\varphi(N-1), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где d , D — амплитуды суммируемых и результирующего векторов соответственно; φ_{01} , φ_{Σ} — начальные фазы первого из суммируемых и результирующего векторов; $\Delta\varphi$ — взаимный фазовый сдвиг между суммируемыми векторами.

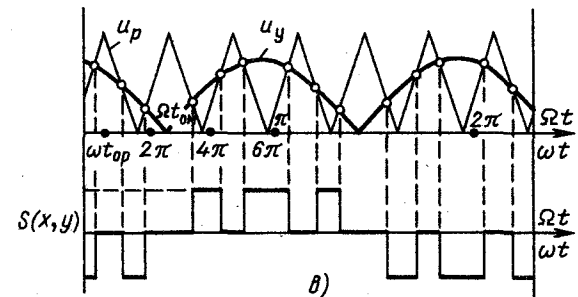
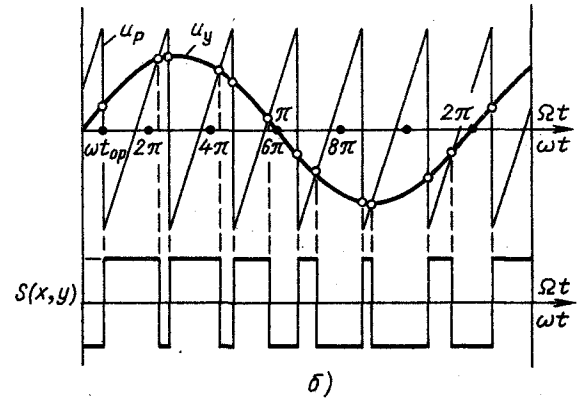
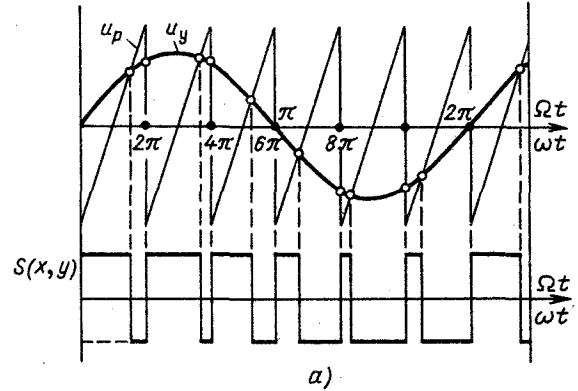


Рис. 5. Временные диаграммы, поясняющие формирование ДШИМ — и ОШИМ — сигналов соответственно (а, б и в) с учетом фазовой ориентации развертывающего и управляющего сигналов

Учитывая, что в рассматриваемом нами случае

$$\Delta\varphi = \frac{2}{N} \pi m,$$

выражение для D в (11) принимает вид

$$D = \frac{\sin \frac{\pi m}{N}}{\sin \frac{\pi m}{N}} = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq lN; \\ \% & \text{при } m = lN, \end{cases} \quad (12)$$

где $l = \overline{1; \infty}$ — целое число.

После раскрытия неопределенности вида $0/0$ получим

$$\begin{aligned} D &= dN[-1]^{l(N-1)}; \\ \varphi_{\Sigma} &= \varphi_{01} - \pi l(N-1). \end{aligned}$$

Или в более компактной комплексной форме записи

$$\dot{D} = dN e^{j\varphi_{01}}. \quad (13)$$

Из (12), (13) следует, что гармоники с номерами m , некратными N , образуют симметричные N -фазные системы, которые в результате суммирования взаимокompенсируются, а гармоники с номерами m , кратными N , оказываются синфазными, в результате чего их содержание (для ИС на рис. 1, а, д) увеличивается в N раз.

Используя вышеизложенное и учитывая возможные виды суммирования (см. рис. 1), выражение (10) приведем к виду

$$S_{\Sigma}(t) = \frac{K_{cx}}{2} A_{00} + K_{cx} \sum_{n=1}^{\infty} [A_{0n} \cos n\Omega(t-t_{o,y}) + B_{0n} \sin n\Omega(t-t_{o,y})] + K_{cx} \sum_{m=1}^{\infty} [A_{mN0} \cos mN\omega \times (t-t_{o,p1}) + B_{mN0} \sin mN\omega(t-t_{o,p1})] + K_{cx} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} \{A_{mN0} \cos [mN\omega(t-t_{o,p1}) + n\Omega \times (t-t_{o,y})] + B_{mN0} \sin [mN\omega(t-t_{o,p1}) + n\Omega(t-t_{o,y})]\}, \quad (14)$$

где K_{cx} - схемный коэффициент; $K_{cx} = N$ для ИС на рис. 1, а, д и $K_{cx} = 1$ для ИС на рис. 1, б, в, з.

При переходе от выражения (10) к (14) осуществлена замена индекса m на lN в соответствии с (12). Однако учитывая совпадение областей значений "старого" и "нового" индексов m и l , для удобства сопоставления (14) и (10) вместо "нового" будем по-прежнему использовать "старый" индекс m .

Полученная модель (14) описывает сигнал с МШИМ в общем виде.

Конкретизируя далее исследование, ограничимся здесь приведением лишь модели ОШИМ - сигнала, для формирования которого используется развертывающий сигнал U_{p1} симметричной треугольной формы, а в качестве управляющего U_y - сигнал синусоидальной формы (рис. 5, а).

Основываясь на модели, полученной в [7], и дополнив ее начальными фазовыми углами $\omega t_{o,p1}$ и $\Omega t_{o,y}$ с учетом принятого на рис. 5, в отсчета, выражающегося в появлении знакового сомножителя $(-1)^m$, получим для первого канала ИС:

$$S_1(t) = B_{01} \sin \Omega(t-t_{o,y}) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^m B_{m(2n-1)} \times \sin [m\omega(t-t_{o,p1}) + (2n-1)\Omega(t-t_{o,y})], \quad (15)$$

где

$$\left. \begin{aligned} B_{01} &= \mu H; \\ B_{m(2n-1)} &= \frac{2H}{m\pi} J_{(2n-1)}(\pi\mu t), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

- коэффициенты Фурье; μ - коэффициент модуляции, причем $\mu \in [0; 1]$, а $J_{(2n-1)}(\pi\mu t)$ - функция Бесселя 1-го рода $(2n-1)$ -го порядка.

Остальные коэффициенты разложения оказываются равными нулю.

В [7] для формирования квазисинусоидального сигнала с АШИМ используется принцип многозонной модуляции (МИМ), а не принцип МШИМ. При этом там же показано, что модель (15), полученная для ОШИМ-сигнала, справедлива и для АШИМ-сигнала, т. е.

$$S_{\Sigma}(t) = S_1(t) \quad (17)$$

с условием, если область значений коэффициента

μ задавать следующим образом: $\mu = \overline{1; N}$, где N - число зон модуляции, а в каждой зоне $\mu \in [(N-1); N]$.

При формировании квазисинусоидального сигнала с АШИМ на основе использования МШИМ модель (14) преобразуется к виду, аналогичному (15):

$$S_{\Sigma}(t) = K_{cx} B_{01} \sin \Omega(t-t_{o,y}) + K_{cx} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^{Nm} \times B_{Nm(2n-1)} \sin [Nm\omega(t-t_{o,p1}) + (2n-1)\Omega(t-t_{o,y})], \quad (17a)$$

причем один коэффициент Фурье B_{01} остается тем же, другой приобретает вид

$$B_{Nm(2n-1)} = \frac{2H}{Nm\pi} J_{(2n-1)}(\pi\mu Nm), \quad (16a)$$

а μ здесь имеет ту же область значений: $\mu \in [0; 1]$.

Из сопоставления моделей (17), (15) и (17a) видно, что при одной и той же кратности частот $\xi = \omega/\Omega$ частоты высших гармоник в результирующем сигнале $S_{\Sigma}(t)$ больше в $\frac{Nm\xi + 2n - 1}{m\xi + 2n - 1}$ раз, чем в

сигнале $S_1(t)$. Это означает, что либо при одном и том же параметре ξ качество сигнала $S_{\Sigma}(t)$ при МШИМ получается более высоким, чем при МИМ, либо при одном и том же его качестве частота сигнала развертки U_{p1} i -го канала (и, следовательно, частота переключения ключей в i -й ИЯ) при МШИМ оказывается меньшей в N раз, чем при МИМ. Последнее обстоятельство позволяет либо увеличить верхнюю границу воспроизводимых частот, либо использовать в ИС менее частотные ключевые элементы. К достоинствам МШИМ в сравнении с МИМ следует отнести также более широкую область ее использования из-за возможности не только последовательно (как при МИМ), но и параллельного соединения каналов по выходу (через ФТ), что позволяет организовать как высоковольтный, так и высоко-точный выходы.

Прохождение АШИМ-сигнала через Γ -образный LC -фильтр. Требуемое высокое качество преобразованного ЭП при МШИМ в принципе достигается соответствующим увеличением канальности N . Однако в практических решениях не должен исключаться и возможный комбинированный путь решения этой задачи, когда при умеренной канальности N (а значит и сложности) целесообразно использовать пассивную фильтрацию, например, в виде простейшего Γ -образного LC -фильтра.

Создадим в связи с этим расчетные предпосылки для исследования влияния на коэффициент гармоник выходного напряжения K_r параметров МШИМ - N , ξ , μ , параметров L_{ϕ} , C_{ϕ} фильтра и параметров статической (для упрощения анализа)

$R_2 L_2$ -нагрузки. Для этого используем относительные значения емкости конденсатора C_ϕ^* и индуктивности L_ϕ^* фильтра в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} C_\phi^* &= \frac{Q_{c(1)}}{S_{2(1)}} = \frac{U_{2(1)}^2 \omega_{2(1)} C_\phi}{S_{2(1)}} = |Z_{2(1)}| \omega_{2(1)} C_\phi; \\ L_\phi^* &= \frac{\omega_{2(1)} L_\phi}{|Z_{2(1)}|}, \end{aligned} \right\} (18)$$

где $Q_{c(1)}$, $S_{2(1)}$, $Z_{2(1)}$, $U_{2(1)}$, $\omega_{2(1)}$ - реактивная мощность конденсатора фильтра, полная (кажущаяся) мощность нагрузки ($Z_{2(1)}$), напряжение и частота выходного напряжения ИС по основной гармонике соответственно.

Приняв для удобства

$$|Z_{2(1)}| \Rightarrow Z_{2(1)}^* = 1 \quad (19)$$

и учтя это в (18), получим

$$\left. \begin{aligned} C_\phi^* &= \omega_{2(1)} C_\phi; \\ L_\phi^* &= \omega_{2(1)} L_\phi. \end{aligned} \right\} (18a)$$

Используя далее систему введенных параметров и обозначений и принимая допущение об идеальности фильтра (т. е. пренебрегая потерями в нем), модуль коэффициента ослабления $L_\phi C_\phi$ -фильтра (определяемого как отношение амплитуд p -й гармоники на его выходе и входе) может быть представлен в таком виде:

$$K_{oc(p)} = Z_{2(p)}^{*2} \{ [Z_{2(p)}^{*2} + p^2 \frac{\Phi^*}{\lambda} (\sin \varphi_{2(1)} - \Phi^* \lambda Z_{2(p)}^{*2})]^2 + p^2 \frac{\Phi^{*2}}{\lambda^2} \cos^2 \varphi_{2(1)} \}^{-1/2}, \quad (20)$$

где

$$Z_{2(p)}^* = \sqrt{\cos^2 \varphi_{2(p)} + p^2 \sin^2 \varphi_{2(1)}} -$$

модуль сопротивления для p -й гармоники тока, записанной с учетом условия (19); $\Phi^* = \sqrt{L_\phi^* C_\phi^*}$ -

параметр фильтра, характеризующий его установ-

ленную мощность и инерционность; $\lambda = \frac{C_\phi^*}{L_\phi^*}$ - вол-

новая проводимость фильтра;

$$\varphi_{2(1)} = \arctg \frac{\omega_{2(1)} L_2}{R_2} - \text{угол нагрузки по основной гармонике.}$$

Коэффициент гармоник выходного напряжения ИС с фильтром вычисляется по формуле

$$K_\Gamma = \frac{1}{U_{2(1)m}} \sqrt{\sum_{p=1}^{\infty} U_{2(p)m}^2 - U_{2(1)m}^2} =$$

$$= \frac{1}{K_{oc(1)} U_{2(1)m}} \times \sqrt{\sum_{p=1}^{\infty} (K_{oc(p)} U_{2(p)m}^2 - (K_{oc(1)} U_{2(1)m}^2)^2), \quad (21)$$

где $U_{2(p)m}$, $U_{2(p)m}^1$, $U_{2(1)m}$, $U_{2(1)m}^1$ - амплитуды p -й и первой гармоник напряжения на выходе и входе фильтра соответственно; $K_{oc(1)}$ - коэффициент ослабления основной гармоники. Умышленно допущенное нами различие в обозначениях амплитуд p -х гармоник в моделях (17a) и (21) объясняется желанием подчеркнуть соответственно общетеоретическую (для теории сигналов) и прикладную их значимость, что требует установления соответствия между ними:

$$U_{2(p)m} = K_{cx} B_{Nm(2n-1)}, \quad U_{2(1)m} = K_{cx} B_{01}.$$

Используемая нами в (20) волновая проводимость фильтра λ характеризует доленое содержание в произведении $L_\phi C_\phi$ каждого из сомножителей и введена для оценки подгрузки ИС фильтром, знание которой необходимо при оптимальном проектировании ИС (на минимум массы при заданном перегреве). Модель (20) апробирована нами на серии спектров наиболее распространенных в силовой преобразовательной технике сигналов и подтвердила свою работоспособность.

Нужно сказать, что полученная модель АШИМ-сигнала (17a) непосредственно для решения поставленной задачи неприемлема. Дело в том, что кратность частот высших гармоник относительно первой описывается выражением

$$p = Nm\xi \pm (2n-1), \quad (22)$$

из которого видно, что существует бесконечно большое число сочетаний чисел m и n , которые при заданных значениях N , ω и Ω дают одну и ту же частоту. Учитывая эту особенность, прежде чем использовать функциональную модель фильтра (20), необходимо провести упорядочение спектра (17a), т. е. из множества гармоник комбинационных частот выявить гармоники одинаковых частот (со своими амплитудами и фазами) и геометрически их просуммировать. Такое упорядочение применительно к моделям с подобной структурой выполнено еще в [10], а затем в [7]. Этот же подход использован нами (на программном уровне) и в данном случае при вычислении на ЭВМ характеристик, показанных на рис. 6 и 7. Последние иллюстрируют физическую непротиворечивость полученных моделей.

Учитывая недостаточную физическую прозрачность модели (17a) (необходимую для контроля ее по критерию физической непротиворечивости), осуществлялась проверка ее путем дублирующих просчетов одних и тех же характеристик по другим методикам. Одна из них, не требующая аналитического описания АШИМ-сигнала, т. е. чисто "машинная" методика, полностью ориентированная на использование ЭВМ, базировалась на численном методе [9]. Другая - аналитическая, основывалась на прямом разложении АШИМ-сигнала в (одинарный) ряд Фурье при некоторых конкретных значениях параметров МШИМ N , ξ ,

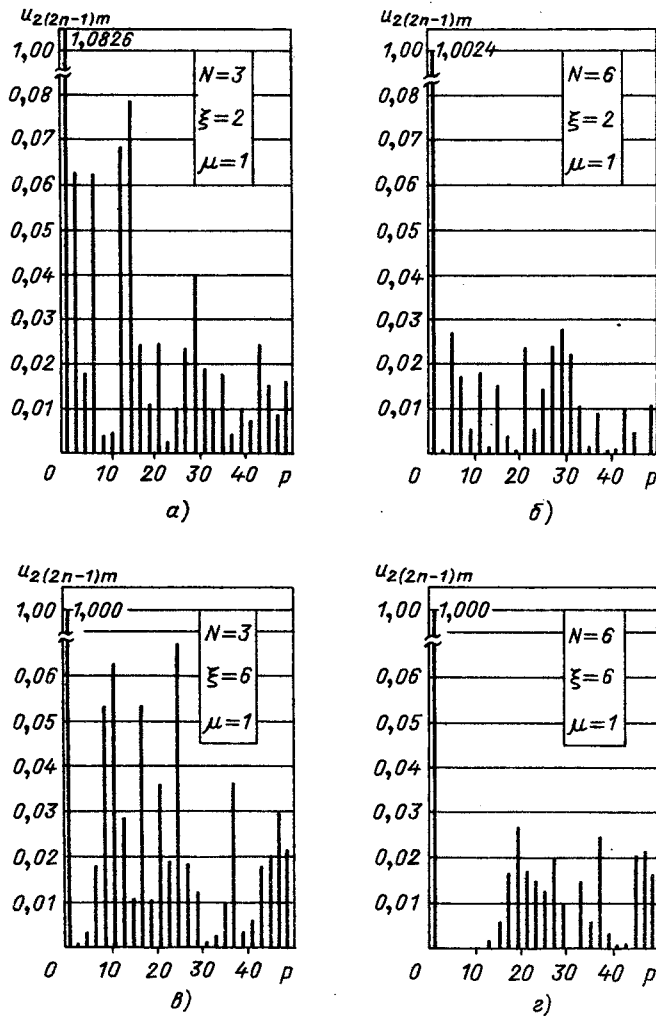


Рис. 6. Спектрограммы напряжений с АШИМ, сформированных ИС с МШИМ при некоторых значениях параметров N, ξ, μ

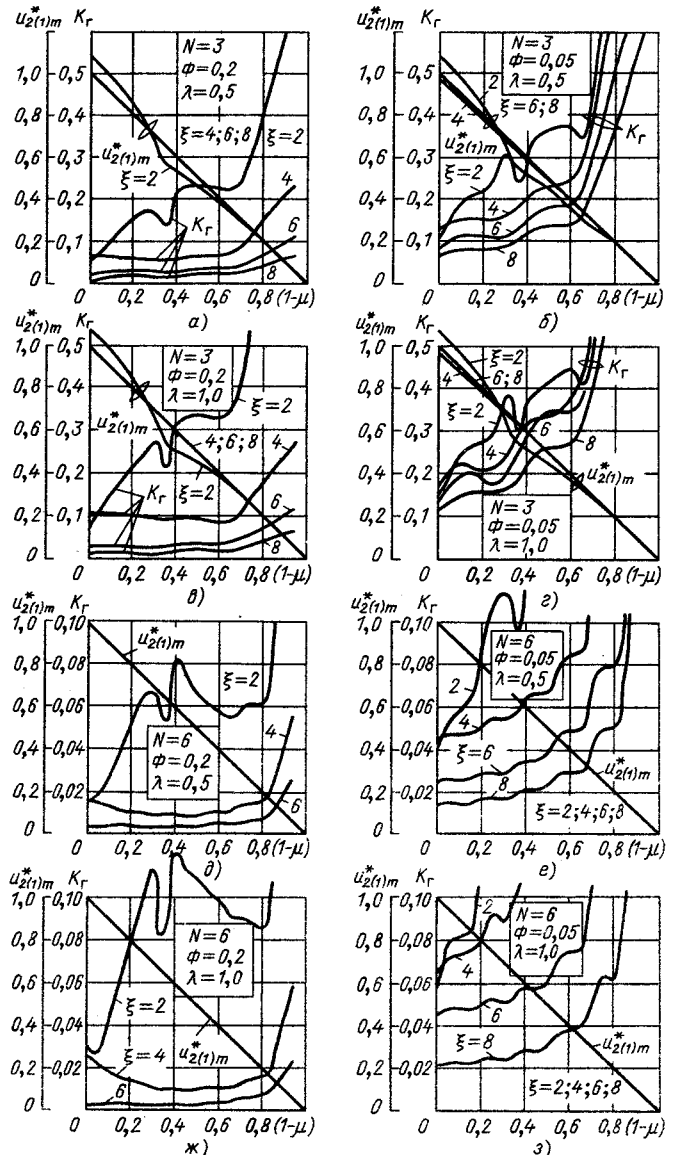


Рис. 7. Зависимости коэффициента гармоник K_r выходного напряжения ИС с МШИМ с выходным LC -фильтром от параметров фильтра Φ^*, λ , канальности N , кратности частот ξ и глубины модуляции μ , а также зависимости относительного содержания основной гармоники $U_{2(1)m}^*$ (в долях от максимального значения) АШИМ-сигнала (на входе фильтра) от параметров μ и ξ при угле нагрузки $\varphi_{2(1)} = 0$ (для придания характеристикам традиционной формы представления в качестве параметра регулирования взята не глубина модуляции μ , а "инверсная" ей величина $1 - \mu$)

μ . Совпадение результатов до третьего знака после запятой, полученное при всех вариантах расчетов, гарантирует требуемый уровень достоверности к модели (17а).

Выводы. 1. Свойство многофункциональности рассмотренных ПУ, определяемое их способностью решать широкий круг задач по преобразованию параметров ЭП, высокое качество ЭП по входу и выходу, возрастающее с увеличением канальности преобразующего тракта (см. рис. 6, рис. 7), способность решать задачу усиления-воспроизведения сигналов заданной формы и широкий диапазон мощностей (обеспечиваемый соответствующей канальностью) дают основание для вывода о несомненной перспективности этого нового класса устройств для ряда областей применения.

2. Рассмотренные вопросы структурно-алгоритмического синтеза и моделирования выходного

напряжения ИС с МШИМ с выходным LC -фильтром создают необходимую основу для их проектирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мыцк Г. С. Основы теории структурно-алгоритмического синтеза источников вторичного электропитания. - М.: Московский энергетический ин-т, 1989.
2. Мыцк Г. С., Михеев В. В., Фридман П. М. Об одной возможности структурно-алгоритмической организации преобразователей с многоканальным преобразующим трактом. - В кн.: Проблемы преобразовательной техники (Тезисы докладов IV Всесоюз. научно-техн. конф.), ч. 1 - Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1987.
3. Особенности работы инверторов с многотактной широтно-импульсной модуляцией / А. В. Иванов, В. И. Климов, Е. А. Крутяков, В. Н. Левин - Электричество, 1979, № 8.

4. А. с. № 381144 (СССР). Регулируемый преобразователь постоянного тока в переменный с улучшенной формой кривой выходного напряжения / А. В. Иванов, В. И. Климов, В. Н. Левин. Оpubл. в Б. И. 1973, № 21.

5. А. с. № 1334321 (СССР). Преобразователь исходного напряжения в напряжение требуемой формы / А. В. Буденный, С. А. Лебеденко, А. А. Левин, С. М. Фоменко. Оpubл. в Б. И. 1987, № 32.

6. А. с. № 1480060 (СССР). Преобразователь частоты / В. В. Михеев, Г. С. Мыцык, В. А. Чванов. Оpubл. в Б. И. 1989, № 18.

7. Буденный А. В., Лебеденко С. А., Левин А. А. Гармонический анализ напряжений с амплитудно-широотно-импульсной модуляцией. - В кн.: Проблемы преобразовательной техники (Тезисы докладов III Всесоюзной научно-техн. конф.) - Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1983, ч. VI.

8. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука: Главная редакция физ.-мат. лит-ры.

9. Михеев В. В., Зуева Е. В., Парийский С. Г. Некоторые структурно-алгоритмические возможности построения мощных транзисторных инверторов. - В кн.: Электрооборудование автономных объектов. (Сб. науч. трудов № 143). - М.: Московский энергетический ин-т, 1987.

10. Мыцык Г. С. Исследование и разработка способов преобразования параметров электроэнергии с помощью статических преобразователей: Автореф. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. Москва: Московский энергетич. ин-т, 1972.

[31.10.91]

Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг

ФИЛАРЕТОВ В. В.

Ульяновский политехнический институт

Метод выделения z - или y -ветвей (первый метод Фойснера [1, 2]) базируется на использовании двух взаимодуальных соотношений:

$$\Delta = z_l \Delta^l + \Delta_l \quad (1)$$

и

$$\Delta = y_l \Delta_l + \Delta^l, \quad (2)$$

где Δ — определитель схемы; $z_l(y_l)$ — сопротивление (проводимость) выделяемой ветви с номером l ; $\Delta_l(\Delta^l)$ — определитель схемы, образованной стягиванием (удалением) ветви l . При этом y -петли и висячие z -ветви в производных схемах следует отбрасывать. Для z -петли условие $\Delta_l = 0$ аналогично условию $\Delta^l = 0$ для висячей y -ветви.

Под определителем схемы или графа схемы понимается определитель соответствующей матрицы. Здесь имеется в виду то обстоятельство, что топологические методы предназначены для получения схемной функции (СФ), минуя формирование матрицы схемы.

При отображении пассивной подсхемы ненаправленными z - или y -ветвями независимые свойства активной схемы можно учесть направленными дугами — унисторами, получив унисторный (двухнаправленный) граф Робишо — Мейсона (1956—1957 гг.) [3, 4]. Унисторные дуги имеют вес, равный проводимости передачи источника тока, управляемого напряжением (ИТУН). Унисторные графы ИТУН в составе графов активного трехполюсника и четырехполюсника изображены на рис. 1 и 2. Необходимо подчеркнуть, что в современных эффективных программах символьного анализа (сложность схем — сотни узлов и компонентов) используется отображение схемы унисторным графом [5, 6]. В последние годы развит подход к анализу с помощью этого типа графа цифровых схем, а также схем с переключаемыми конденсаторами [7].

В основе метода выделения ветвей лежат эле-

ментарные преобразования схемы, и это выгодно отличает его от других методов Фойснера, предоставляя большие возможности в выборе порядка разложения определителя — очередности выделения ветвей. При этом обеспечивается эффективное решение специальных задач топологического анализа (исключение взаимно уничтожающих слагаемых — дубликаций, обусловленных избыточностью унисторных графов ИТУН; нахождение полиномиальных коэффициентов, оптимизация выражений СФ). Реализация полезных свойств первого метода Фойснера достигается его обобщением для активных схем, предложенным в [8]. Разложение определителя графа по u -дуге выполняется с помощью обобщенной формулы (2), в которой образование Δ_l предусматривает удаление всех дуг первоначального графа, заходящих в конечный узел рассматриваемой дуги, и преобразование всех инцидентных ему ветвей в исходящие дуги.

Цель настоящей статьи — развитие метода выделения ветвей и дуг в направлении разработки экономных формул для разложения определителя унисторного графа, содержащего как y -, так и z -дуги (ветви), в том числе с полиномиальными весами.

Введём вспомогательный граф G , который получается из первоначального графа удалением выделяемых y -ветвей (дуг) и стягиванием выделяемых z -ветвей (дуг). Над графом G будем проводить следующие элементарные операции: 1) объединение двух узлов; 2) удвоение узла. Операция объединения двух узлов некоторой дуги предусматривает также удаление всех дуг первоначального графа, заходящих в конечный узел рассматриваемой дуги, и преобразование всех инцидентных ему ветвей в исходящие дуги. Операция удвоения узла состоит в восстановлении фрагмента исходного графа, который был утрачен в результате стягивания соответствующей z -ветви (дуги).

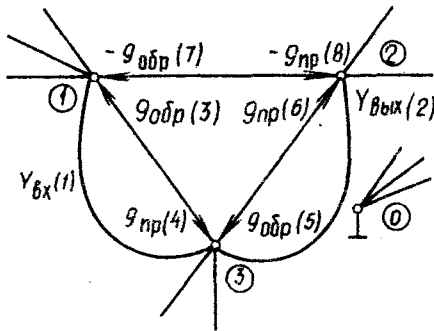


Рис. 1

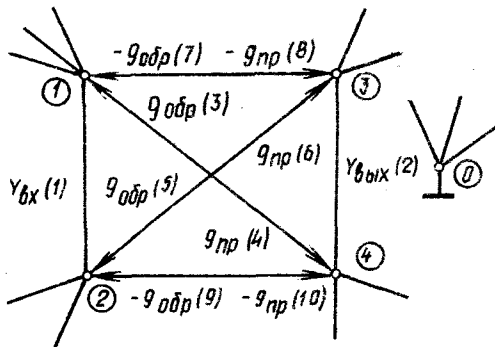


Рис. 2

Если множество выделяемых ветвей и дуг образуют Z -подграф (Y -подграф), то граф G обозначается символом G_Z (G^Y). При наличии в подграфе и z , и y -ветвей (дуг), вспомогательный граф обозначается G_Z^Y [верхний индекс, как и в формулах (1) и (2), указывает на удаление, а нижний — на стягивание соответствующих ветвей или дуг].

Использование графа G^Y позволяет исключить избыточные операции, связанные с образованием производных графов, в экономной формуле разложения определителя [8]:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n+1} y_i \sum_{j=i+1}^{n+1} y_j \dots y_a \sum_{b=a+1}^{n+1} y_b \Delta_V, \quad (3)$$

где $Y_n = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ — множество выделяемых y -ветвей и дуг; $y_{n+1} = 1$ — фиктивный элемент, который вводится для упрощения формализации и опускается при рассмотрении сочетаний из элементов Y_n ; Δ_V — определитель графа, образованного из графа G^Y путём объединения пар узлов, соответствующих ветвям (дугам) с номерами, принадлежащими множеству $V = \{i, j, \dots, b\}$ ($n+1 \notin V$).

В качестве иллюстрации формулы (3) рассмотрим анализ схем, унитарные графы которых изображены на рис. 1 и 2, применяемых для расчёта функций чувствительности к параметрам активных компонентов [9]. Выделяя параметры подграфа активного трёхполюсника $Y_{вх}$, $Y_{вых}$, $g_{обр}$ и $g_{пр}$, получаем

$$\Delta = Y_{вх}(Y_{вых}\Delta_{12} + \Delta_1) + Y_{вых}\Delta_2 + g_{обр}(g_{обр}\Delta_{35} + \Delta_3) + g_{пр}(-g_{обр}\Delta_{47} + \Delta_4) + g_{обр}(-g_{обр}\Delta_{57} - g_{пр}\Delta_{58} + \Delta_5) + g_{пр}(-g_{обр}\Delta_{67} + \Delta_6) - g_{обр}\Delta_7 - g_{пр}\Delta_8 + \Delta^Y, \quad (4)$$

где Δ^Y — определитель графа G^Y , здесь и далее индекс Y при символах Δ производных графов опущен для упрощения записи.

С целью преобразования формулы (4), содержащей дубликации, учтём, что

$$\Delta_{35} = \Delta_{57} \text{ и } \Delta_{12} = \Delta_{47} + \Delta_{67} + \Delta_{58}.$$

Удобство дальнейших упрощений достигается переходом от определителей производных графов к соответствующим множествам направленных k -деревьев [10] (при этом используется рис. 1):

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= T_{12,30} + T_{1,230}; \quad \Delta_4 = T_{3,102} + T_{32,10}; \\ \Delta_5 &= T_{13,20} + T_{3,120}; \quad \Delta_6 + T_{2,301} + T_{21,30}; \\ \Delta_7 &= T_{13,20} + T_{1,230}; \quad \Delta_8 = T_{2,103} + T_{23,10}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$\Delta_3 + \Delta_5 - \Delta_7 = \Delta_4 + \Delta_6 - \Delta_8 = T_{12,3}.$$

Учитывая приведенные соотношения в формуле (4), получаем

$$\Delta = (Y_{вх}Y_{вых} - g_{пр}g_{обр})\Delta_{12} + Y_{вх}\Delta_1 + Y_{вых}\Delta_2 + (g_{пр} + g_{обр})T_{12,3} + \Delta^Y. \quad (5)$$

Проведённые алгебраические выкладки при $Y_{вх} = Y_{вых} = g_{обр} = 0$ могут служить доказательством правила разложения определителя унитарного графа по параметру ИТУН [4] $\Delta = g_{пр}T_{12,3} + \Delta^Y$. Однако решение рассмотренного примера, данное в [9, с. 131], отличается от формулы (5). Вместо $T_{12,3}$ в формуле (4.50) из [9] содержится $T_{3,0}$. Эти множества направленных k -деревьев различные:

$$\begin{aligned} T_{12,3} &= T_{12,30} + T_{120,3}; \\ T_{3,0} &= T_{213,0} + T_{13,20} + T_{23,10} + T_{3,120}. \end{aligned}$$

Для выяснения причин расхождения исследуем фрагмент диакоптической формулы, реализующей метод D -деревьев [11] и используемой в [9, с. 128],

$$D = t_{2,3,0}T_{1,0} + t_{1,3,0}T_{2,0} + t_{1,2,0}T_{3,0}, \quad (6)$$

где символ t относится к множествам направленных k -деревьев подграфа активного трёхполюсника без учёта $Y_{вх}$ и $Y_{вых}$. Из графа на рис. 1 следует, что

$$\begin{aligned} t_{2,3,0} &= g_{пр} - g_{обр}; \quad t_{1,3,0} = g_{обр} - g_{пр}; \\ t_{1,2,0} &= g_{пр} + g_{обр}. \end{aligned} \quad (7)$$

В [9] выполнено приведение подобных членов на уровне $t_{2,3,0}$ и $t_{1,3,0}$. Указанное упрощение недопустимо, поскольку часть слагаемых, получающихся при перемножении множеств $t_{2,3,0}T_{1,0}$ и $t_{1,3,0}T_{2,0}$, не являются слагаемыми определителя, так как соответствующие им y -ветви (дуги) графа формируют контуры. Докажем, что диакоптическая формула применена в [9] некорректно.

Разлагая множества направленных k -деревьев в формуле (6) на их подмножества, получаем

$$\begin{aligned} D &= (t_{0,21,3} + t_{0,2,31})(T_{03,12} + T_{0,123} + T_{023,1} + \\ &+ T_{02,13}) + (t_{12,3,0} + t_{1,23,0})(T_{013,2} + T_{01,23} + \\ &+ T_{03,21} + T_{0,213}) + (t_{13,2,0} + t_{1,23,0})(T_{102,3} + \\ &+ T_{10,32} + T_{02,13} + T_{0,123}). \end{aligned}$$

После исключения слагаемых, соответствующих подграфам с контурами, и подстановки параметров активного трёхполюсника из формул (7) имеем

$$D = -g_{обр}(T_{023,1} + T_{02,13}) + g_{обр}(T_{03,12} + T_{023,1}) - \\ - g_{пр}(T_{013,2} + T_{01,23}) + g_{пр}(T_{013,2} + T_{03,21}) + \\ + g_{пр}(T_{102,3} + T_{10,32}) + g_{обр}(T_{102,3} + T_{02,13}) = \\ = (g_{пр} + g_{обр})T_{12,3}. \quad (8)$$

Следовательно, формула (5), полученная методом выделения ветвей и дуг, правильная.

Рассмотрение формулы (8), в которой подчеркнуты подобные члены, показывает, что вклад в $T_{12,3}$ обеспечивают обе положительные дуги как пары 4, 6, так и пары 3, 5 (см. рис. 1). В связи с этим не выдерживает критики графоструктурный метод [12], который предусматривает использование только "главных" дуг 6 ($g_{пр}$) и 3 ($g_{обр}$) в унисторных графах ИТУН.

Свойство билинейности СФ [13] позволяет существенно упростить анализ активных схем за счет исключения слагаемых, которые содержат произведения весов унисторных дуг, отображающих один и тот же ИТУН. Пусть схема содержит m ИТУН. Образует из множества унисторов графа схемы подмножества: S^1, S^2, \dots, S^m . Подмножество $S^i = \{S^1_i, S^2_i, \dots, S^i_i\}$ включает a_i унисторов, отображающих i -й ИТУН. Таким образом, определитель унисторного графа может быть раскрыт по формуле, использующей первоочередное разложение определителей производных графов, образованных удалением унисторных дуг

$$\Delta = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{a_i} S^j_i \Delta_{S^j_i} \left[\{S^1, S^2, \dots, S^{i-1}\} \cup \{S^i \setminus S^j_i\} \right] + \\ + \Delta[S^1, S^2, \dots, S^m], \quad (9)$$

где множества дуг в квадратных скобках после символов Δ подлежат удалению при образовании производных графов.

Формула (9), в отличие от исходной формулы [8], предусматривает удаление дуг $S^i \setminus S^j_i$ при стягивании дуги S^j_i , что исключает образование сомножителей вида $(S^j_i)^2$.

Получим выражение для определителя графа, изображенного на рис. 2, как функцию от параметров подграфа активного четырехполюсника $Y_{вх}, Y_{вых}, g_{обр}, g_{пр}$. Для этого первоначально выделяются $Y_{вх}$ и $Y_{вых}$ по формуле (3), а затем применяется формула (9):

$$\Delta = Y_{вх}(Y_{вых}\Delta_{12} + \Delta_1) + Y_{вых}\Delta_2 + g_{обр}(g_{пр}\Delta_{36} - \\ - g_{пр}\Delta_{38} - g_{пр}\Delta_{3,10} + \Delta_3) + g_{пр}(g_{обр}\Delta_{45} - \\ - g_{обр}\Delta_{47} - g_{обр}\Delta_{49} + \Delta_4) + g_{обр}(-g_{пр}\Delta_{58} - \\ - g_{пр}\Delta_{5,10} + \Delta_5) + g_{пр}(-g_{обр}\Delta_{67} - g_{обр}\Delta_{69} + \\ + \Delta_6) - g_{обр}(-g_{пр}\Delta_{7,10} + \Delta_7) - \\ - g_{пр}(-g_{обр}\Delta_{89} + \Delta_8) - g_{обр}\Delta_9 - \\ - g_{пр}\Delta_{10} + \Delta^Y. \quad (10)$$

Используя рис. 2, выражаем определители производных графов через веса множества направленных k -деревьев:

$$\Delta_{36} = T_{1,3,240} + T_{12,3,40} + T_{1,34,02}; \\ \Delta_{38} = T_{1,3,40}; \Delta_{3,10} = T_{1,4,20}; \Delta_3 = T_{1,40}; \\ \Delta_{45} = T_{2,4,130} + T_{21,4,30} + T_{2,43,10}; \\ \Delta_{47} = T_{1,4,30}; \Delta_{49} = T_{2,4,10}; \Delta_4 = T_{4,10}; \\ \Delta_{58} = T_{2,3,10}; \Delta_{5,10} = T_{2,4,30}; \\ \Delta_5 = T_{2,30}; \Delta_{67} = T_{1,3,20}; \\ \Delta_{69} = T_{2,3,40}; \Delta_6 = T_{3,20}; \\ \Delta_{7,10} = T_{1,4,230} + T_{12,4,30} + \\ + T_{1,43,20}; \Delta_7 = T_{1,30}; \\ \Delta_{89} = T_{3,2,140} + T_{34,2,10} + \\ + T_{3,21,40}; \Delta_8 = T_{3,10}; \\ \Delta_9 = T_{2,40}; \Delta_{10} = T_{4,20}.$$

После подстановки полученных выражений в формулу (10) и элементарных преобразований с учетом тождества

$$\Delta_{12} = T_{1,4,23} + T_{2,4,13} + T_{1,3,24} + T_{2,3,14}$$

имеем

$$\Delta = (Y_{вх}Y_{вых} - g_{пр}g_{обр})\Delta_{12} + Y_{вх}\Delta_1 + Y_{вых}\Delta_2 + \\ + (g_{пр} + g_{обр})(T_{13,24} - T_{14,23}) + \Delta^Y. \quad (11)$$

Как видно, формула (11) отличается от формулы (5) только коэффициентом при $(g_{пр} + g_{обр})$. Однако указанное слагаемое вовсе отсутствует в аналогичной формуле (4.57) из [9, с. 132]. Кроме того, в последней приводятся неправильные выражения для коэффициентов при $Y_{вх}, Y_{вых}$ и $(Y_{вх}Y_{вых} - g_{пр}g_{обр})$. Корректное применение метода D -деревьев при выбранном расчленении графа (см. рис. 2), как это выполнено в предыдущем случае, подтверждает правильность формулы (11), полученной методом выделения ветвей и дуг. Заметим, что формула (11) при $Y_{вх} = Y_{вых} = g_{обр} = 0$ совпадает с разложением определителя матрицы проводимостей схемы по параметру ИТУН [13].

Анализ рассмотренных примеров показывает, что пользоваться диакоптическими формулами, предусматривающими выделение определителей активных подграфов, с предварительно выявленными и уничтоженными дубликатами, как предлагается в [14], в общем случае нельзя.

Формула, реализующая метод выделения z -ветвей (дуг) и дуальная формула (3), имеет вид

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n+1} z_i \sum_{j=i+1}^{n+1} z_{j\dots} z_a \sum_{b=a+1}^{n+1} z_b \Delta^V, \quad (12)$$

где $Z_n = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ — множество выделяемых z -ветвей и дуг; $z_{n+1} = 1$ — фиктивный элемент, который вводится для упрощения формализации и опускается при рассмотрении сочетаний из элементов Z_n ; Δ^V — определитель графа, образованного из графа G_Z путём удвоения узлов, соответствующих ветвям с номерами, принадлежащими множеству $V = \{i, j, \dots, b\}$ ($n+1 \notin V$).

Применение выражения (12) для анализа активных схем требует обобщения формулы (1), которое выполняется совершенно аналогично рассмотренному обобщению формулы (2) и касается правила получения Δ_i . Отличие состоит лишь в том, что z -дугу, заходящую в базисный узел, нельзя отбрасывать, поскольку вес этой дуги умножается на определитель графа, образованного её удалением.

Если множество выделяемых ветвей и дуг $X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ содержит как y -ветви (дуги), так и z -ветви (дуги), то определитель графа может быть разложен по формуле, обобщающей формулы (3) и (12):

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n+1} x_i \sum_{j=i+1}^{n+1} x_j \dots x_a \sum_{b=a+1}^{n+1} x_b \Delta\{V\}, \quad (13)$$

где $x_{n+1} = 1$ — фиктивный элемент, который вводится для упрощения формализации и опускается при рассмотрении сочетаний из элементов X_n ; $\Delta\{V\}$ — определитель графа G_Z^V , в котором объединены (удвоены) узлы, соответствующие проводимостям (сопротивлениям), имеющим номера, принадлежащие множеству $V = \{i, j, \dots, b\}$ ($n+1 \notin V$).

Как и в случае смешанного (контурно-узлового) метода, существует оптимальное разбиение ветвей схемы на z -или y -ветви [15]. Подобно тому, как такое разбиение может привести к уменьшению числа уравнений схемы по сравнению с методами узловых напряжений и контурных токов, формула (13) может обеспечить лучшие вычислительные характеристики по сравнению с формулами (3) и (12).

Следует подчеркнуть, что в используемом графе активные компоненты — ИТУН отображаются только унисторными y -дугами. Появление так называемых пассивных y - и z -дуг в производных графах, соответствующих $\Delta\{V\}$, обусловлено выполнением операции объединения узлов, инцидентных унисторным дугам. Кроме того, y -ветви, инцидентные базисному узлу, преобразуются в исходящие из него пассивные y -дуги. Пассивные дуги, как правило, содержатся в графах, соответствующих несимметричным алгебраическим дополнениям, из которых формируются числители СФ.

Если определитель графа $G_Z^Y - \Delta_Z^Y$ равен нулю или единице, то формула (13) приводит к безразмерному выражению для определителя, которое удобно при подстановке численных значений параметров, а также при оценке возможности пренебрежения отдельными слагаемыми. Безразмерное выражение определителя всегда может быть получено при вынесении Δ_Z^Y за скобку [14]. Однако это в общем случае требует проведения дополнительных преобразований и приводит к появлению в формуле дробных множителей.

Таким образом, предложенное обобщение первого метода Фойснера позволяет его рассматривать как самостоятельный метод анализа активных электрических цепей, а не как вспомогательный

метод [9, 14]. Возможности этого метода существенно повышаются при использовании свойства билинейности, что затруднительно или невозможно до получения Δ в других методах, включая диакоптические. Тем не менее определяющая доля затрат времени, требуемых для разложения определителя, приходится на исключение оставшихся дубликаций.

В порождении дубликаций, наряду с унисторными дугами и их сочетаниями, участвуют ветви и пассивные дуги, которые, не внося вклада в образование новых дубликаций, многократно умножают их количество. Эксперименты с программой автоматизированного вывода СФ — СИМВОЛ [16] показали, что содержание дубликаций в выражениях Δ практических схем составляет сотни процентов по отношению к количеству слагаемых в окончательном выражении. Это приводит к избыточным операциям, увеличивает затраты памяти ЭВМ на хранение формулы СФ, вызывает падение точности расчётов СФ и появление "лишних" полиномиальных коэффициентов. Устранение дубликаций, выполняемое в программе СИМВОЛ путём попарного сравнения слагаемых определителя, приводит к резкому увеличению затрат машинного времени и требует запоминания всех дубликаций в памяти ЭВМ для последующей отбраковки.

В [8] предложено разложение определителя Y -графа с первоочередным выделением ветвей и пассивных дуг для локализации подвыражений с дубликациями. Указанные подвыражения изоморфны определителям производных графов, существенно менее сложных по сравнению с исходным графом и состоящих исключительно из унисторных дуг. Такие графы будем называть активными. В общем случае YZ -графа данная методика реализуется с помощью формулы (13). Для раскрытия определителей активных графов целесообразно использовать формулу (9) при $\Delta[S^1, S^2, \dots, S^m] = 0$. Дубликации, оставшиеся после применения этой формулы, достаточно просто исключаются путём попарного сравнения слагаемых в соответствующих подвыражениях определителя.

Методика первоочередного выделения ветвей и пассивных дуг, реализованная в программе СИМВОЛ, позволила сократить затраты машинного времени до 10 раз и обеспечить функционирование в реальном времени для схем предельной сложности. Эта сложность определяется только числом слагаемых в окончательном выражении знаменателя СФ и не зависит от числа дубликаций, которые устраняются непосредственно в процессе формирования СФ.

Практическая ценность рассмотренной методики исключения дубликаций состоит не только в том, что она несложна в реализации, но и в её применимости к нахождению как знаменателя, так и числителя СФ. Для этого используется то обстоятельство, что несимметричное алгебраическое дополнение Δ_{ij} , являющееся в большинстве случаев числителем передаточной функции, равно определителю графа, полученного из первоначального графа схемы простыми преобразованиями [17]. Они предусматривают объединение j -го узла с базисным узлом и придание i -му узлу статуса базисного узла.

Достоинства методики исключения дубликаций проявляются и при формировании полиномиальных СФ на основе унитарного графа. В этом случае числитель и знаменатель СФ раскрываются по одной из формул (3), (12), (13), когда все реактивные ветви и дуги входят в множество $\{1, 2, \dots, n\}$ и выделяются в первую очередь. Во избежание появления сомножителей в виде дробей целесообразно задавать индуктивности схемы сопротивлениями pL , а ёмкости — проводимостями pC [14]. Отсюда следует, что определитель графа G_L^C является коэффициентом при степени p^0 числителя или знаменателя СФ. Операции объединения и удвоения узлов графа G_L^C позволяют получать полиномиальные коэффициенты при степенях, отличных от p^0 . Так, если в графе G_L^C объединяются узлы, соответствующие проводимостям $y_i = pC_i$, $y_j = pC_j$ и удваиваются узлы, соответствующие сопротивлениям $z_a = pL_a$, $z_b = pL_b$, то произведение $C_i C_j L_a L_b \Delta_{ij}^{ab}$ входит слагаемым в коэффициент при степени p^4 . Другими слагаемыми этого коэффициента будут произведения, соответствующие оставшимся сочетаниям из реактивных параметров схемы по четыре.

Предложенная методика раздельного нахождения полиномиальных коэффициентов, в отличие от эквивалентной методики из [14], является следствием формулы (13). Нахождение полиномиальных СФ без дубликаций иллюстрирует пример анализа схемы операционного преобразователя [18], данный в приложении.

В случае схем с большим числом реактивных компонентов существенное уменьшение операций умножения, требуемых для вычисления полиномиальных коэффициентов, по сравнению с традиционной формулой из [14], достигается использованием следующей формулы:

$$p^l \sum_{i=1}^k x_i \sum_{j=i+1}^{k+1} x_j \dots x_a \sum_{b=a+1}^n x_b \Delta\{i, j, \dots, b\}, \quad (14)$$

где x_a равняется C_a или L_a , n — количество реактивных компонентов в схеме: $k = n - l + 1$; $\Delta\{i, j, \dots, b\}$ — определитель вспомогательного графа, в котором объединены (удвоены) узлы, соответствующие ёмкостям (индуктивностям), имеющим номера, принадлежащие множеству $\{i, j, \dots, b\}$.

Формула (14), которую можно рассматривать как начальный фрагмент формулы (13) для схем с накопителями энергии, по существу является свёрткой суммы слагаемых, представляющих собой произведения сомножителей, образованных $\begin{bmatrix} n \\ l \end{bmatrix}$ сочетаниями из n элементов по l . Выражение для числа операций умножения, требуемых в формуле (14), получается с использованием аппарата комбинаторных операторов [19]:

$$F(k, l) = \sum_{i=0}^{l-1} E_k^i,$$

где $E_k^0 = k$, $E_1^i = 1$, $E_k^i = \sum_{j=1}^k E_j^{i-1}$.

Число операций умножения для традиционной формулы равно $\begin{bmatrix} n \\ l \end{bmatrix} \cdot l$. В частности, если электронная схема содержит семь реактивных компонентов, то для вычисления коэффициента при степени p^4 требуется 69 операций по предложенной формуле (14) и 140 операций по известной формуле. Следует подчеркнуть, что число операций умножения определяет компактность формулы (количество требуемых символов, скобок) и является важной характеристикой её качества.

Как видно, обобщение первого метода Фойснера позволило решить проблему исключения дубликаций, не усложняя процедуру нахождения полиномиальных коэффициентов СФ. Первоочередное выделение реактивных ветвей и дуг, а затем оставшихся ветвей и пассивных дуг по существу является адаптацией алгоритма анализа к компонентному составу схемы. Не менее важным достоинством предложенного метода по сравнению с известными является возможность адаптации к структуре схемы с целью повышения качества формируемого выражения определителя.

Адаптивный алгоритм предусматривает настройку на конкретную схему и её граф, а также на производные графы, образующиеся в процессе анализа исходного графа. Для повышения качества выражения определителя используется рациональная последовательность ветвей и дуг $1, 2, \dots, n$, подлежащих выделению. Указанная последовательность зависит от структуры исходного или производного графов и обуславливается различием показателей участия соответствующих им ветвей и дуг.

Под показателем участия ветви (дуги) унитарного графа понимается число направленных деревьев, которые можно образовать на данном графе с участием этой ветви (дуги). Свёртка выражения определителя получается достаточно близкой к оптимальной, если выполняется первоочередное выделение y -ветвей или y -дуг с максимальными показателями участия [20] и z -ветвей или z -дуг с минимальными показателями участия (в силу дуальности). Повысить качество выражения можно путём повторного применения алгоритма свёртывания, что может привести к уменьшению не только операций умножения, но и операций сложения. В этом случае следует вычислять показатели участия не ветвей и дуг, а подвыражений. Однако такая модификация алгоритма, несмотря на возможность сокращения объёма получаемой формулы, как правило ухудшает её читабельность и усложняет процедуру выбора отдельных слагаемых, требуя значительных дополнительных затрат.

Существенное уменьшение вычислительных операций в некоторых случаях достигается комбинированной, компонентно-структурной, адаптацией. Это предусматривает установление приоритета в отображении компонентов схемы z - или y -ветвями (дугами). При этом индуктивности (ёмкости) всегда отображаются z -(y -) ветвями или дугами, а ветви или дуги с большими (меньшими) показателями участия служат для отображения сопротивлений (проводимостей) резисторов. Таким образом, z -ветви или дуги (y -ветви или дуги) войдут в

большее (меньшее) число деревьев или направленных деревьев. Поскольку вес YZ -дерева равен произведению весов принадлежащих ему y -ветвей и не принадлежащих ему z -ветвей, то установленный приоритет обеспечивает наиболее высокое качество формулы СФ. Полученные формулы (в оптимальном случае — безразмерные) отличаются большей устойчивостью вычислений.

Вывод. Предложенное обобщение метода разложения определителя пассивной схемы по ветвям, распространяющее этот метод на анализ активных YZ -схем с источниками тока, управляемыми напряжением, открывает новые возможности для эффективного решения специальных задач символьного анализа (исключение дубликаций, нахождение полиномиальных коэффициентов, расчёт функций чувствительности, оптимизация выражений схемных функций).

Приложение. Получить передаточную функцию по напряжению $K_{41} = \Delta_{14}/\Delta_{11}$ для схемы операционного преобразователя, изображённой на рис. 3, а, где ПТ1 — повторитель тока с коэффициентом повторения k_1 , УН2 — инверсный усилитель напряжения с коэффициентом усиления k_2 . Схема замещения преобразователя показана на рис. 3, б, где $R_1(R_2)$ и $r_1(r_2)$ — входное и выходное сопротивления ПТ1 (УН2), $s_1 = k_1/R_1$, $s_2 = k_2/r_2$.

Унисторный граф схемы замещения изображён на рис. 3, в и используется для нахождения Δ_{11} (при объединении узла 1 с базисным узлом). Выполняя первоочередное выделение пассивных ветвей и дуг в последовательности pC , pL , R_1 , R_2 , r_1 , r_2 по формуле (13), получаем

$$\Delta_{11} = p^2 CL R_1 B_1 + p \{ C R_1 B_2 + L [R_1 (R_2 (r_1 (r_2 \cdot 0 + 0) + r_2 \cdot 0 + 0) + r_1 (r_2 (-s_1) (s_2 - s_2) - s_1) + r_2 (s_2 - s_2) + 1) + B_1] \} + p^0 \{ R_1 [R_2 (r_1 (r_2 \cdot 0 + 0) + 0) + r_1 (r_2 (-s_1) + 1) + r_2] + B_2 \}, \quad (15)$$

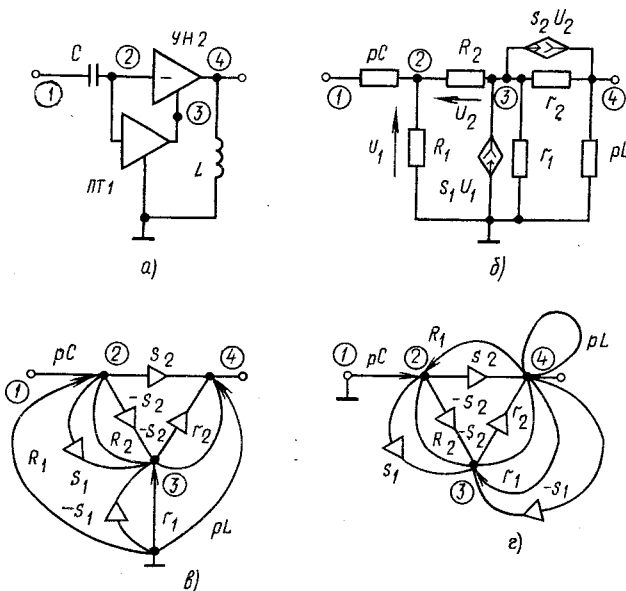


Рис. 3

где $B_1 = R_2 \{ r_1 [r_2 (s_1 - s_1 - s_2) (s_2 - s_2) + s_1 - s_1 + s_2 - s_2] + r_2 (s_2 - s_2) + 1 \} + r_1 [r_2 (s_2 - s_2) + 1]$;
 $B_2 = R_2 \{ r_1 [r_2 (s_1 - s_1 - s_2) + 1] + r_2 \} + r_1 r_2$.

Таким образом, определитель Δ_{11} содержит 53 слагаемых, среди которых имеются дубликации. Выявление их путём попарного сравнения слагаемых, как нетрудно убедиться, весьма трудоёмкая процедура. Однако исключение дубликаций в формуле (15) не вызывает затруднений, поскольку определители активных графов размещаются в конце соответствующих подвыражений. Важно, что при некотором навыке можно избежать формирования промежуточного выражения (15), исключая дубликации непосредственно в процессе разложения определителя по формуле (13)

$$\Delta_{11} = p^2 CL R_1 B_1 + p \{ C R_1 B_2 + L [R_1 (1 - r_1 s_1) + B_1] \} + p^0 \{ R_1 [r_1 (1 - r_2 s_1) + r_2] + B_2 \}, \quad (16)$$

где $B_1 = R_2 + r_1$, $B_2 = R_2 [r_1 (1 - r_2 s_2) + r_2] + r_1 r_2$.

Как видно, в выражении (16) всего 17 слагаемых.

Унисторный граф для нахождения Δ_{14} изображён на рис. 3, г. Он получается из графа на рис. 3, в путём объединения узла 4 с базисным узлом и придания узлу 1 статуса базисного узла. Отсюда

$$\Delta_{14} = p^2 L C R_1 \{ R_2 [r_1 s_1 (1 - r_2 s_2) + r_2 s_2] + r_1 \}. \quad (17)$$

Выражения (16) и (17) соответствуют результатам, приведенным в [18].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern. — Annalen der Physik, 1902, Bd 9, N 13, s. 1304—1329.
2. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern. — Annalen der Physik, 1904, Bd 15, N 12, s. 385—394.
3. Робилю Л., Буавер М., Робер М. Направленные графы и их приложение к электрическим цепям и машинам. — М.: Энергия, 1964.—248 с.
4. Мэзон С., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963.—620 с.
5. Starzyk J. A., Sliwa E. Upward topological analysis of large circuits using directed graph representation. — IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1984, vol. CAS-31, N 4, pp. 410—414.
6. Ястребов Н. И. Повышение эффективности декомпозиционных алгоритмов символьного анализа. — Радиоэлектроника. Изв. вузов, 1985, т. 28, № 6, с. 102—104.
7. Milancej T. Modelowanie i symulacja filtrow cyfrowych oraz filtrow SC. — 11 Krajowa Konferencja: Teoria obwodow i układy elektroniczne. Lodz — Rytro, 1988, s. 33—39.
8. Филаретов В. В. Унисторно-сигнальный граф электронной схемы и его анализ. — Электричество, 1989, № 9, с. 48—55.
9. Остапенко А. Г. Анализ и синтез линейных радиоэлектронных цепей с помощью графов: Аналоговые и цифровые фильтры. — М.: Радио и связь, 1985—280 с.
10. Теоретические основы электротехники. Т. 1/П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. — М.: Высшая школа, 1976.—544 с.

11. **Дмитришин Р. В., Шаповалов Ю. И.** Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ.— Автоматизация проектирования в электронике.— Киев, 1975, вып. 12, с. 42—46.

12. **Фам Ван Дыонг.** Анализ электронных цепей графовым структурным методом.— Радиотехника, 1977, т. 32, № 10, с. 72—78.

13. **Мигулин И. Н., Чаповский М. З.** Интегральные микросхемы в радиоэлектронных устройствах.— Киев: Техника, 1985.— 208 с.

14. **Тумкин Ю. В.** Анализ электронных схем методом двунаправленных графов.— М.: Энергоатомиздат, 1985.— 256 с.

15. **Свами М., Тхуласираман К.** Графы, сети и алгоритмы.— М.: Мир, 1984.— 455 с.

16. **Филаретов В. В.** Программа СИМВОЛ автоматического вывода передаточной функции электронной схемы произвольной структуры.— Алгоритмы и устройства обработки

информации и автоматизация проектирования.— Таллинн: Академия наук Эстонии, 1990.

17. **Дмитришин Р. В.** Диграфная модель несимметричных алгебраических дополнений матриц проводимостей электронных схем.— Теоретическая электротехника (Львов), 1984, вып. 36, с. 6—8.

18. **Волгин Л. И.** Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем.— М.: Энергоатомиздат, 1983.— 208 с.

19. **Филаретов В. В.** Формирование коэффициентов функций RLC -схемы полной топологической структуры.— Электричество, 1987, № 6, с. 42—47.

20. **Филаретов В. В.** Алгоритм формирования экономных буквенно-численных выражений для коэффициентов схемных функций.— Электронное моделирование, 1987, т. 9, № 4, с. 33—35.

[14.02.91]

Математическая модель торцевого асинхронного двигателя с биметаллическим ротором

ВЛАСОВ В. В., канд. техн. наук,
САРАПУЛОВ Ф. Н., доктор техн. наук,
УРМАНОВ Ю. Р., канд. техн. наук

Екатеринбург

Особенности конструкции торцевых асинхронных двигателей (ТАД), связанные с изменением длины зубцового деления машины в радиальном направлении, приводят к отличному от цилиндрических машин распределению токов ротора и магнитного поля вдоль активной длины, т. е. особенностям в проявлении поперечного краевого эффекта.

Основным методом анализа электромеханического преобразования энергии в ТАД является классический метод эквивалентных схем замещения с сосредоточенными интегральными параметрами, определяемыми по среднему диаметру активной части машины [1]. Использование этого метода требует дополнительного обоснования при определении параметров схемы замещения с учетом особенностей электромагнитных процессов в торцевых машинах. В статье для расчета характеристик ТАД с биметаллическим ротором предлагается использовать численный метод развернутых магнитных и электрических схем замещения, разработанный для анализа свойств линейных двигателей [2].

Введем идеализированную модель ТАД. По высоте двигателя (координата z) выделим пять слоев. Первый слой — магнитопровод статора. На его кольцевой поверхности, обращенной в сторону воздушного зазора, расположен тонкий токовый слой, далее — слой воздушного зазора, кольцевой

слой проводящего покрытия ротора и слой ферромагнитного ярма ротора.

Разобьем все слои по радиусу на L_p частей одинаковой длины, по окружности — на z_p частей с одинаковыми центральными углами. Если на выделенных таким образом участках распределенные магнитные сопротивления слоев заменить сосредоточенными аналогично [4] и ввести м. д. с. участков разбиения с токовыми слоями, то получится двумерная магнитная схема замещения (МСЗ) ТАД, участок которой, соответствующий зубцовому делению статора, изображен на рис. 1.

Для упрощения анализа МСЗ построена при следующих допущениях:

для каждого участка разбиения зубчатый воздушный зазор приведен к гладкому с помощью коэффициента Картера, значение которого зависит от радиуса;

насыщение стальных участков отсутствует, их магнитные сопротивления принимаются равными нулю, что вполне обосновано для рассматриваемых конструкций с повышенными немагнитными зазорами;

потоки пазового и лобового рассеяния учитываются введением в уравнения электрического равновесия обмоток соответствующих индуктивностей; все слои ротора неподвижны относительно статора, а их реальное движение учитывается

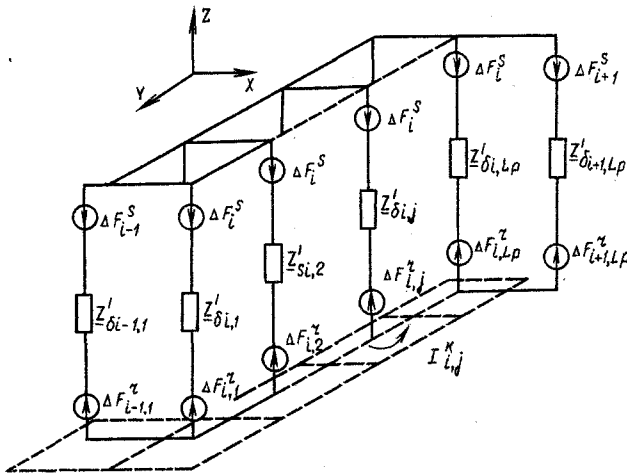


Рис. 1. Магнитная схема замещения

введением в контуры проводящего слоя ротора э. д. с. движения;

в каждом слое модели электрические и магнитные свойства среды изотропны.

Для МСЗ на рис. 1 значения магнитных сопротивлений изменяются по радиусу, а магнитный поток изменяется по окружности и по радиусу. Магнитодвижущие силы участков разбиения токового слоя статора не зависят от радиальной координаты и равны пазовым токам соответствующих зубцовых делений. При этом м. д. с. участков схемы замещения являются м. д. с. зубцовых контуров статора, вводимых аналогично [3],

$$\Delta F_j^s = C_1 K_{\text{пр}} I_{\Phi}, \quad (1)$$

где $\Delta F_j^s = (\Delta F_1^s, \Delta F_2^s, \dots, \Delta F_{zp}^s)^T$ — вектор м. д. с. зубцовых контуров с размерностью zp ;

$I_{\Phi} = (I_A, I_B, I_C)$ — вектор фазных токов обмотки индуктора размерности, равной числу фаз m ; $K_{\text{пр}}$ —

матрица преобразования вектора фазных токов к вектору токов пазовых размерности $zp \times m$, принципы формирования которой изложены в [2]; C_1 — матрицы размерности $zp \times zp$, позволяющая перейти от вектора токов в пазах к вектору м. д. с. зубцовых контуров [3].

При наложении на проводящий слой ротора полярной конечно-разностной сетки с введенными шагами разбиения по координатам аналогично [4] получаем электрическую схему замещения (ЭСЗ) ротора. Внутри каждой ячейки, образованной соседними радиальными и тангенциальными сопротивлениями, протекает индуцированный контурный ток, равный м. д. с. зубцового контура ротора ΔF_{ij}^r .

Для j -го слоя МСЗ на рис. 1 уравнение магнитного состояния имеет вид

$$R_{\delta j} \Phi_{\delta j} = \Delta F_j^s - \Delta F_j^r - E' F, \quad (2)$$

где $R_{\delta j}$ — матрицы магнитных сопротивлений j -го

слоя воздушного зазора размерности $zp \times zp$ с одной главной значащей диагональю, заполненной магнитными сопротивлениями участков зазора с шириной зубцового деления; $\Phi_{\delta j} = (\Phi_{\delta 1j}, \Phi_{\delta 2j}, \dots,$

$\Phi_{\delta zpj})^T$ — вектор потоков через выделенные участки j -го слоя зазора; E' — единичный вектор размерности zp ; $\Delta F_j^r = (\Delta F_{1j}^r, \Delta F_{2j}^r, \dots, \Delta F_{zpj}^r)^T$ — вектор м. д. с. зубцовых контуров j -го слоя ротора; F — м. д. с. между узлами магнитной схемы замещения, определяемая из условия равенства нулю суммарного магнитного потока взаимоиндукции в воздушном зазоре:

$$\sum_{i=1}^{zp} \sum_{j=1}^{Lp} \Phi_{\delta ij} = 0. \quad (3)$$

Уравнение состояния электрических цепей ротора имеет вид

$$Z^r \Delta F^r = C \Phi_{\delta}, \quad (4)$$

где

$$Z^r = \begin{bmatrix} Z_{11}^r & -Z_{12}^r & & 0 \\ -Z_{j,j-1}^r & Z_{jj}^r & & -Z_{j,j+1}^r \\ & & \ddots & \\ 0 & -Z_{Lp,Lp-1}^r & & Z_{Lp,Lp}^r \end{bmatrix};$$

$$\Delta F^r = (\Delta F_1^r, \Delta F_2^r, \dots, \Delta F_j^r, \dots, \Delta F_{Lp}^r)^T;$$

$$\Phi_{\delta} = (\Phi_{\delta 1}, \Phi_{\delta 2}, \dots, \Phi_{\delta j}, \dots, \Phi_{\delta Lp})^T;$$

$C = I \cdot C_2$; I — квадратная матрица размерности $Lp \times Lp$ с единицами в главной диагонали.

Здесь матричное собственное сопротивление контуров j -го слоя ротора Z_{jj}^r размерностью $zp \times zp$ имеет ненулевые элементы:

$$\begin{aligned} -a_{i,i-1} &= r_{nj} + (j\omega + \Omega D) L_{nj}; \\ a_{i,i} &= 2r_{nj} + 2(j\omega + \Omega D) L_{nj} + \\ &+ r_{tj} + (j\omega + \Omega D) L_{tj} + r_{tj+1} + \\ &+ (j\omega + \Omega D) L_{tj+1}; \\ -a_{i,i+1} &= r_{nj} + (j\omega + \Omega D) L_{nj}, \end{aligned}$$

причем оператор дифференцирования по угловой координате $D = d/d\alpha$ в каждом элементе при замене конечно-разностным отношением добавляет дополнительные ненулевые слагаемые в соседних элементах строки; индексы tj и nj означают принадлежность тангенциальных и радиальных параметров j -му слою, а множитель Ω — угловую частоту вращения ротора.

Соответственно матричное взаимное сопротивление Z_{jj+1} имеет ненулевые элементы $a_{ii} = r_{Tj+1} + (j\omega + \Omega D)L_{Tj+1}$, а Z_{jj-1} содержит $a_{ii} = r_{Tj} + (j\omega + \Omega D)L_{Tj}$.

Матрица формирования контурных э. д. с. j -го слоя C_2 размерностью $zp \times zp$ имеет ненулевые элементы в главной диагонали $a_{ii} = j\omega + \Omega D$.

Из (4) можно выразить вектор м. д. с. зубцовых контуров ротора

$$\Delta F^r = (Z^{r1})^{-1} C \Phi_\delta. \quad (5)$$

Тогда из (2) с учетом (1) и (5) следует

$$Z_M \Phi_\delta + E F - \Delta F^s = 0, \quad (6)$$

где $Z_M = (Z^{r1})^{-1} C + R_\delta$ — матрица комплексных магнитных сопротивлений зазора и ротора; E — единичный вектор размерности, в L_p раз большей по сравнению с E^r ; R_δ — диагональная матрица магнитных сопротивлений зазора, блок-элементами главной диагонали которой являются матрицы сопротивлений слоев зазора $R_{\delta j}$;

$\Delta F^s = (\Delta F_1^s, \Delta F_2^s, \dots, \Delta F_j^s, \dots, \Delta F_{L_p}^s)^T$, причем с учетом (1) $\Delta F_1^s = \Delta F_2^s = \dots = \Delta F_j^s$.

Уравнение состояния обмоток статора имеет вид [2]

$$Z^s I_\phi + j\omega \sum_{j=1}^{L_p} K_\phi \Phi_{\delta j} = U^s, \quad (7)$$

где Z^s — матрица сопротивлений фаз статора размерностью $m \times m$; K_ϕ — матрица формирования э. д. с. фаз статора, принципы построения которой приведены в [2], например для простейших схем соединения обмоток $K_\phi = (C_1 K_{np})^T$.

Уравнения (6), (7) совместно с условием (3) представляют математическую модель ТАД. Необходимо отметить, что электромагнитные процессы в ТАД описываются, в общем случае системой дифференциальных уравнений в частных производных. В рассмотренном варианте исходная система дифференциальных уравнений сведена к системе линейных алгебраических уравнений для установившегося режима путем замены оператора дифференцирования d/dt множителем $j\omega$. Расчет ведется в комплексных значениях величин.

Решение системы линейных алгебраических уравнений (3), (6), (7) при известном векторе фазных напряжений U^s позволяет найти распределение магнитного поля и токов ротора по радиусу, рассчитать рабочие характеристики двигателя.

С помощью рассмотренной выше методики были проанализированы особенности физических процессов в ТАД и выявлены основные факторы, влияющие на эти процессы.

Во-первых, установлено, что распределение вихревых токов в роторе и магнитного поля по

радиусу ТАД зависит от относительной длины машины λ , длины вылета β_* лобовых частей ротора за пределы магнитопровода статора и от значения магнитного числа Рейнольдса ϵ_0 , равного отношению сопротивлений намагничивающего контура и ротора в схеме замещения (рис. 2) без учета особенностей ТАД.

Во-вторых, магнитное поле в воздушном зазоре вдоль радиуса распределено неравномерно и достигает своего максимального значения на краях магнитопровода. Однако в отличие от цилиндрических двигателей распределение магнитного поля и токов массивного ротора в ТАД относительно средней линии несимметрично, что связано с особенностями конструкции данного класса машин.

Принято, что

$$\lambda = \frac{D_2 - D_1}{2\tau_{cp}},$$

где D_2, D_1 — соответственно наружный и внутренний диаметры статора; τ_{cp} — полюсное деление на среднем диаметре;

$$\beta_* = 2(b_1 + b_2)/\tau_{cp},$$

где b_1, b_2 — односторонний вылет лобовых частей ротора за пределы магнитопровода статора.

Как показывает анализ, при возрастании ϵ_0 вследствие увеличения размагничивающего действия токов ротора происходит вытеснение поля к краям магнитопровода. Кроме того, изменяется и соотношение между продольной и поперечной составляющими токов ротора. Для некоторого критического значения ϵ_{0kr} , зависящего от геометрии двигателя, влияние поперечной составляющей тока ротора возрастает, следовательно увеличивается доля потоков рассеяния. Затем влияние указанных токов ослабевает. При увеличении ϵ_0 распределение магнитного поля (и токов ротора) становится более равномерным и приближается по своему характеру к распределению поля и вихревых токов в двигателях с короткозамкнутым ротором. К аналогичным последствиям ведет увеличение относительной длины машины. Наличие вылета лобовых частей ротора приводит к уменьшению поля на краях магнитопровода и выравниванию распределения поля и токов ротора по радиусу [3].

На основании предложенной модели определены поправочные коэффициенты, позволяющие учесть особенности потоко- и токораспределения ТАД с биметаллическим ротором в традиционных методиках расчета.

На рис. 2 представлена Т-образная схема замещения ТАД с биметаллическим ротором для основной гармоник. Приняты следующие допущения:

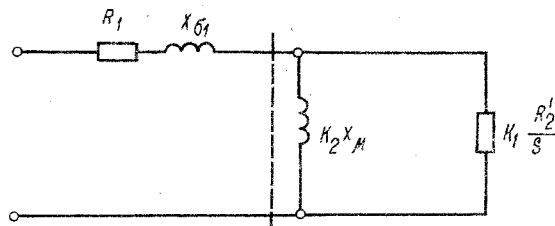
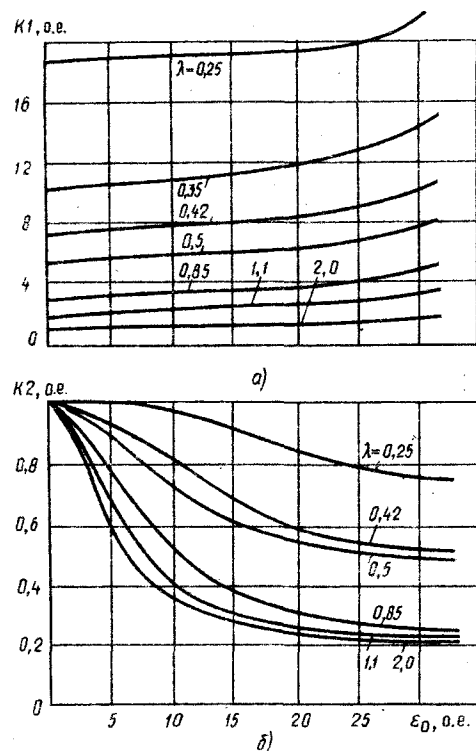


Рис. 2. Т-образная электрическая схема замещения

Рис. 3. Зависимости $K1$ (а) и $K2$ (б) от ϵ_0

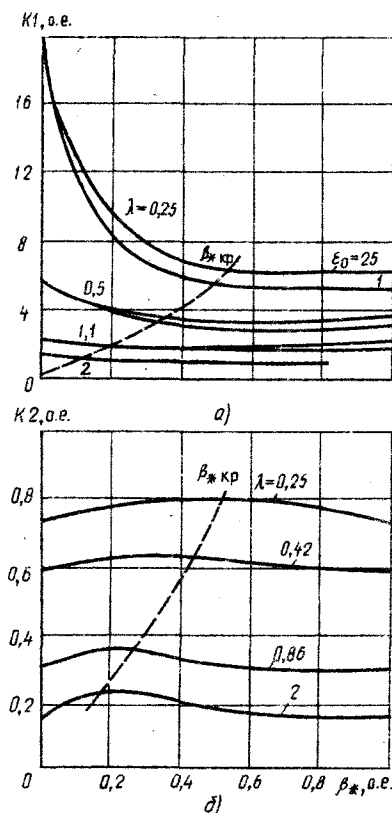
ния: потери в стали пренебрежимо малы; проводящий слой ротора на поверхности шихтованного сердечника достаточно тонкий, а его индуктивное сопротивление рассеяния равно нулю.

Сопротивление R_2 определяется из условий отсутствия поперечных составляющих токов ротора и равенства нулю сопротивления лобовых частей. Сопротивление x_μ определяется по потоку, пересекающему воздушный зазор при отсутствии токов в роторе; R'_2 и x_μ рассчитываются по среднему диаметру ТАД.

Влияние указанных особенностей на параметры схемы замещения (рис. 2) учитывается с помощью поправочных коэффициентов $K1$ и $K2$, являющихся функциями ϵ_0 , λ и β_* .

На рис. 3 представлены зависимости коэффициентов $K1$, $K2$, рассчитанные для $\beta_* = 0$. Как видно из рис. 3, при $\epsilon_0 \rightarrow 0$ значение $K2 \rightarrow 1$, а $K1$ — к некоторому конечному значению, зависящему от λ . При увеличении ϵ_0 коэффициент $K2$ уменьшается, а $K1$ — увеличивается, что объясняется влиянием поперечного краевого эффекта, возрастанием размагничивающего действия реакции токов ротора и вытеснением поля к краям магнитопровода.

На рис. 4 представлены зависимости поправочных коэффициентов $K1$, $K2$ от вылета лобовых частей ротора. Как видно, наличие вылета лобовых частей уменьшает эквивалентное активное сопротивление ротора. Для каждого значения λ существует некоторое значение β_* , мало зависящее от ϵ_0 , такое, что при $\beta_* > \beta_{*кр}$ дальнейшее увеличение лобовых частей не влияет на сопротивление ротора. Практически при тех же значениях $\beta_* = \beta_{*кр}$ зависимости $K2 = f(\beta_*)$ на рис. 4 имеют максимум. Таким образом, отношение $K2/K1$ при $\beta_* = \beta_{*кр}$ достигает максимального значения. Соот-

Рис. 4. Зависимости $K1$ (а) и $K2$ (б) от вылета лобовых частей ротора β_*

ношение коэффициентов $K2$ и $K1$ в определенной мере характеризует эффективность использования машины. При увеличении $K2/K1$ происходит уменьшение относительной величины потребляемой реактивной мощности, возрастают доля активной электромагнитной мощности и развиваемый тяговый момент. Проведенный анализ позволяет сделать вывод о целесообразности выполнения ротора с длиной вылета лобовых частей $\beta_* = \beta_{*кр}$.

Оценка точности полученных результатов и корректности сделанных выводов проводилась путем сравнения экспериментальных и расчетных данных [6]. Экспериментальные исследования включали в себя определение на специальном стенде рабочих характеристик двигателя, а также пространственного распределения его магнитного поля. Максимальные погрешности расчета интегральных показателей на основе детализированных схем замещения не превышают 6 %, по Т-образной схеме замещения с учетом поправочных коэффициентов $K2$ и $K1$ — 12 %, тогда как при расчете по средней линии с помощью традиционных методик погрешности возрастают до 25–35 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никитин Б. А. Особенности расчета параметров и характеристик асинхронных двигателей с аксиальным воздушным зазором. — Электромашиностроение и электрооборудование, 1972, вып. 15.
2. Веселовский О. Н., Коняев А. Ю., Сарапулов Ф. Н. — Линейные асинхронные двигатели. — М.: Энергоатомиздат, 1991.

3. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах / А. В. Иванов-Смоленский, Ю. В. Абрамкин, А. И. Власов, В. А. Кузнецов; под ред. А. В. Иванова-Смоленского. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

4. Туровский Я. Электромагнитные расчеты элементов электрических машин / Пер. с польск. — М.: Энергоатомиздат, 1986.

5. Власов В. В., Урманов Ю. Р. Особенности электромаг-

нитных процессов в торцевых асинхронных двигателях. — Электрические машины и машинно-вентильные системы. — Свердловск: СИПИ, 1989.

6. Глиберт С. В., Урманов Ю. Р., Власов В. В. Экспериментальная установка для исследования торцевых асинхронных двигателей / Уральск. политехн. ин-т. Свердловск, 1988. Деп. в Информэлектро 18.03.88, № 98-ЭТ88.

[28.01.92]

К расчету электрических параметров стержневых заземлителей

Ивлиев Е. А., канд. техн. наук

Санкт-Петербург

Наибольшее число заземляющих устройств энергетических систем выполняется в виде соединенных различным образом стержневых элементов. Характерной особенностью таких заземлителей является то, что поперечные размеры отдельных элементов, как правило, существенно меньше их длины. Это позволяет при расчете основных электрических параметров (сопротивление растеканию, распределение потенциала и напряженности поля в среде) пренебречь неравномерностью распределения плотности тока по образующей поперечного сечения элементов. Если поперечное сечение отличается от кругового, то указанное допущение означает, что реальная форма поперечного сечения элемента заменяется диском, с сохранением длины периметра сечения.

Расчет электрических параметров таких систем основан на замене стержневого заземлителя линейным распределением точечных источников (простым линейным электрическим слоем), расположенных на осевых линиях отдельных элементов с некоторой линейной плотностью τ , которая определяется из условия удовлетворения потенциала простого слоя заданным граничным условиям на границе заземлителя с окружающей средой.

Если при расчете электрических параметров заземлителя на его поверхности задаются условия эквипотенциальности (граничные условия 1-го рода), то расчетные схемы полностью совпадают с широко применяемыми в электростатике методами расчета электрической емкости [1]. Отличие от аналогичных электростатических задач при расчете параметров заземлителей появляется в том случае, когда требуется учесть, например, наличие поверхностного переходного сопротивления на границе контакта электрода с окружающей средой. Такие поверхностные сопротивления связаны, как правило, с явлениями поляризации электродов, наличием на отдельных участках покрытий или коррозионной пленки.

Если поверхностное сопротивление характеризуется известной величиной ρ_{Π} , Ом·м², то на поверхности заземлителя следует задать граничное условие 3-го рода, которое в безразмерной форме

имеет вид

$$(U - k \frac{\partial U}{\partial N})_S = 1, \quad (1)$$

где U — безразмерный потенциал электрического поля; $N = \frac{n}{l_0}$ — безразмерная нормаль к поверхности заземлителя S (l_0 — масштаб длины); $k = \frac{\rho_{\Pi} \gamma_0}{l_0}$ (γ_0 — масштаб электропроводности окружающей среды; для многослойной среды принимается, как правило, равным электропроводности одного из слоев).

Для численного расчета электрических параметров заземлителя построим соответствующее интегральное уравнение с использованием потенциала простого слоя. Безразмерный потенциал в произвольной точке среды t от безразмерной линейной плотности источников τ определяется выражением вида

$$U(t) = \int_L \tau(q) P(t, q) dL_q, \quad (2)$$

где L — безразмерная длина осевых линий всех стержневых элементов заземлителя, на которых размещены точечные источники; $P(t, q)$ — безразмерная функция влияния, выражающая потенциал в точке t от единичного точечного источника, расположенного в точке q , с учетом параметров окружающей среды.

Подставим (2) в (1), тогда получим следующее интегральное уравнение:

$$\int_L \tau(q) P(t, q) dL_q - k(t) \frac{\partial U(t)}{\partial N_t} = 1, \quad t \in S, \quad (3)$$

где зависимость параметра k от положения точки t на S указывает на то, что в общем случае поверхностное переходное сопротивление на различных участках заземлителя может быть разным.

Интегральное уравнение (3) можно решать различными численными методами, основные расчетные схемы которых позволяют свести (3) к соответствующей системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для стержневых систем заземлений наиболее предпочтительным является метод подобластей, который по своей физической сущности совпадает с методом средних потенциалов. В случае разбиения заземлителя на M элементов L_j ($j = \overline{1, M}$), в пределах которых $\tau_j \frac{\partial U_j}{\partial N_j}$ и k_j ($j = \overline{1, M}$) принимаются постоянными величинами, приходим к СЛАУ вида

$$-\frac{1}{L_i} \sum_{j=1}^M A_{ij} \tau_j - k_j \frac{\partial U_i}{\partial N_i} = 1, \quad i = \overline{1, M}. \quad (4)$$

Если разбиение на элементы L_j выполнено с соблюдением условия $L_j \gg a_j$ ($j = \overline{1, M}$), где

$a_j = \frac{r_j}{l_0}$ (r_j — радиус j -го элемента), то применяя к i -му элементу теорему Гаусса о потоке вектора $E = -\text{grad } U$, легко показать, что в данном случае

$$\frac{\partial U_i}{\partial N_i} = -\frac{\tau_i}{2\pi a_i},$$

и СЛАУ (4) принимает вид

$$-\frac{1}{L_i} \sum_{j=1}^M A_{ij} \tau_j + \frac{k_i}{2\pi a_i} \tau_i = 1, \quad i = \overline{1, M}. \quad (5)$$

Потенциальные коэффициенты A_{ij} , входящие в (4) и (5), определяются как

$$A_{ij} = \int_{L_i} dL' \int_{L_j} P(i, j) dL.$$

В случае однородной и двухслойной среды для A_{ij} можно использовать выражения, приведенные, например, в [1], а для многослойной среды удобнее использовать численное интегрирование.

После определения из СЛАУ (5) значений τ_i ($i = \overline{1, M}$) сопротивление растеканию найдется по формуле

$$R \approx [\gamma_0 l_0 \sum_{i=1}^M \tau_i L_i]^{-1}. \quad (6)$$

Потенциал и напряженность поля в произвольной точке среды g находятся по формулам

$$u = u_0 \sum_{i=1}^M B_{gi} \tau_i; \quad E_n(g) = -\frac{u_0}{l_0} \sum_{i=1}^M C_{gi} \tau_i,$$

где u_0 — масштаб потенциала;

$$B_{gi} = \int_{L_i} P(i, j) dL; \quad C_{gi} = \int_{L_i} \frac{\partial}{\partial N_g} P(g, j) dL.$$

Используя вариационный принцип Томсона [1] и граничное условие (1) для любого кусочно-постоянного распределения плотности τ , можно показать, что

$$R \leq \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij} \tau_i \tau_j + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^M \frac{k_i L_i}{a_i} \tau_i^2}{\gamma_0 l_0 [\sum_{i=1}^M L_i \tau_i]^2}. \quad (7)$$

Умножая обе части i -го уравнения (5) на $L_i \tau_i$, а затем производя почленное суммирование всех уравнений, аналогично [3] неравенство (7) может быть преобразовано к виду

$$R \leq [\gamma_0 l_0 \sum_{i=1}^M L_i \tau_i]^{-1}.$$

Сравнивая последнее неравенство с (6), видим, что данный численный метод позволяет определить приближенное значение сопротивления с гарантированным положительным знаком погрешности при любом количестве элементов разбиения M .

Рассмотрим еще один приближенный алгоритм расчета сопротивления растеканию, который является модификацией метода Хоу.

Допустим, что плотность τ постоянна в пределах всего заземлителя. При этом в СЛУ (5) $\tau_i = \tau$ для всех $i = \overline{1, M}$. Домножая каждое уравнение (5) на L_i , а затем суммируя последовательно все уравнения, получаем, что

$$\tau = L \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij} + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^M \frac{k_i L_i}{a_i} \right]^{-1},$$

где $L = \sum_{i=1}^M L_i$ — полная безразмерная длина всех осевых линий заземлителя.

Тогда получаем следующую приближенную формулу для сопротивления растеканию

$$R \approx \frac{1}{\gamma_0 l_0 L^2} \left[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij} + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^M \frac{k_i L_i}{a_i} \right]. \quad (8)$$

Если в неравенстве (7) положить $\tau_i = \tau$ для всех $i = \overline{1, M}$, то легко установить, что формула (8) тоже приводит к приближенным значениям сопротивлений, являющимся завышенными по отношению к истинной величине.

При $k_i = k$, $a_i = a$ для всех $i = \overline{1, M}$ (8) переходит в хорошо известную формулу [3]

$$R \approx R_0 + \frac{\rho_{\Pi}}{S}, \quad (9)$$

Таблица 1

$\frac{\gamma_1}{\gamma_2}$	k	$H/l_0 = 0,6$			$H/l_0 = 0,1$		
		\overline{R}_1	\overline{R}_2	δ	\overline{R}_1	\overline{R}_2	δ
2	0	0,11986	—	—	0,10499	—	—
	1	1,92911	1,92844	0,03	1,91528	1,91356	0,08
	100	180,979	180,978	0,00	180,965	180,963	0,00
5	0	0,07877	—	—	0,06200	—	—
	1	1,89024	1,88734	0,15	1,87114	1,87058	0,03
	100	180,940	180,937	0,00	180,921	180,920	0,00
20	0	0,03425	—	—	0,02459	—	—
	1	1,84924	1,84282	0,35	1,83330	1,83313	0,01
	100	180,899	180,892	0,00	180,833	180,883	0,00
100	0	0,01004	—	—	0,00684	—	—
	1	1,82652	1,81862	0,43	1,81545	1,81542	0,00
	100	180,877	180,868	0,00	180,865	180,865	0,00

где S — полная площадь поверхности заземлителя; R_0 — сопротивление, определенное без учета поверхностного переходного сопротивления ($\rho_{\Pi} = 0$).

Рассмотрим отдельно случай постоянного переходного сопротивления ($\rho_{\Pi} = \text{const}$ на S). Зафиксируем в СЛАУ (5) произвольный i -й элемент (опорный). Тогда в предположении о постоянстве τ в пределах всего заземлителя из i -го уравнения (5) получим

$$\tau = \left[-\frac{1}{L_i} \sum_{j=1}^M A_{ij} + \frac{k}{2\pi a_i} \right]^{-1}.$$

Тогда

$$R \approx \frac{\frac{1}{L_i} \sum_{j=1}^M A_{ij} + \frac{k}{2\pi a_i}}{\gamma_0 l_0 \sum_{i=1}^M L_i}. \quad (10)$$

При $a_i = a$ ($i = \overline{1, M}$) [последняя формула также принимает вид (9)].

В зависимости от выбора местоположения "опорного" элемента значение сопротивления, определенное по формуле (10), может быть как больше, так и меньше истинного значения.

Формулы (8) и (10) можно применять и для электродов других форм, но для стержневых заземлителей они позволяют получить простые выражения в аналитическом виде, так как из литературы (см., например, [1], [4]) известны соотношения для потенциальных коэффициентов A_{ij} в случае произвольного взаимного расположения отдельных элементов в однородной и двухслойной среде.

Пример 1. Для иллюстрации предложенного способа численного расчета электрических параметров стержневого заземлителя при наличии поверхностного переходного сопротивления рассмотрим определение сопротивления растеканию заземлителя, схема которого представлена на рисунке. Заземлитель состоит из горизонтального

контура квадратной формы размером $2l_0 \times 2l_0$ с двенадцатью вертикальными элементами и расположен в двухслойной среде с удельной электрической проводимостью верхнего слоя γ_1 и нижнего γ_2 (проводимость γ_2 принималась за масштаб электрической проводимости). Заглубление горизонтального контура — $0,2l_0$, длины вертикальных элементов — $0,8l_0$, радиусы вертикальных и горизонтальных элементов — $0,005 l_0$. Заземлитель разбивался на 88 равных элементов $l_i = 0,2 l_0$ ($i = \overline{1, 88}$). Потенциальные коэффициенты A_{ij} рассчитывались по формулам, приведенным в [5].

Результаты расчета безразмерного сопротивления $\overline{R}_1 = R_1 \gamma_2 l_0$ по формуле (6) при различных значениях γ_1/γ_2 , параметра $k = \rho_{\Pi} \gamma_2/l_0$ и мощности верхнего слоя H/l_0 представлены в табл. 1, где приведены также численные данные для сопротивления растеканию, определенные по формуле (9), которая в безразмерной форме имеет вид

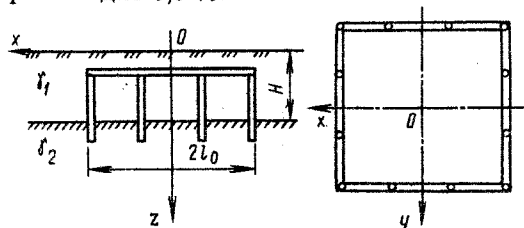
$$\overline{R}_2 = \overline{R}_0 + \frac{k}{0,176\pi}.$$

В качестве \overline{R}_0 принималось расчетное значение по формуле (6) при $k = 0$.

Как видно из табл. 1, для выбранного диапазона изменения исходных данных относительное расхождение значений сопротивлений, найденных по формулам (6) и (9),

$$\delta = \frac{R_1 - R_2}{R_2} 100 \%$$

не превосходит 0,5 %.



Пример 2. Для оценки точности приближенных формул (8) и (10) при $\rho_{\text{п}} = 0$ рассмотрим заземлитель, состоящий из M вертикальных стержневых электродов радиуса r , забитых в однородную среду на одинаковую глубину l_0 по одной линии с равным расстоянием между соседними электродами d .

Если считать, что каждый стержень разбит на один элемент, то используя выражения для потенциальных коэффициентов A_{ij} , приведенные в [1], формулу (8) преобразуем к виду

$$R_x \leq \frac{1}{2\pi\gamma M^2 l_0} \left[M \left(\ln \frac{4l_0}{r_0} - 1 \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \left[\text{Arsh} \frac{2l_0}{d_{ij}} + \frac{d_{ij}}{2l_0} - \sqrt{1 + \left[\frac{d_{ij}}{2l_0} \right]^2} \right] \right]. \quad (11)$$

Аналогично для формулы (10) получаем следующий вид:

$$R \approx \frac{1}{2\pi\gamma l_0 M} \left[\left(\ln \frac{4l_0}{r_0} - 1 \right) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^M \left[\text{Arsh} \frac{2l_0}{d_{ij}} + \frac{d_{ij}}{2l_0} - \sqrt{1 + \left[\frac{d_{ij}}{2l_0} \right]^2} \right] \right]. \quad (12)$$

Результаты расчетов безразмерного сопротивления $\bar{R} = R \gamma l_0$ для различного числа электродов в заземлителе M и $d = 0,3l_0$, $r = 0,005l_0$ представлены в табл. 2, где $R_{\text{пл}}$ — значение сопротивления, рассчитанные по формуле (6), при разбиении каждого из электродов на пять равных элементов длиной $l_i = 0,2l_0$; R_x — сопротивление, найденное по формуле (11); R_1 и R_2 — значения сопротивления по формуле (12) при выборе в качестве "опорного" элементов крайнего и среднего электродов, соответственно (R_1 и R_2 являются в данном случае минимально и максимально возможными величинами по формуле (12));

нами по формуле (12));

$$R_{\text{ср.г}} = \frac{2R_1 R_2}{R_1 + R_2}; \quad \delta_1 = \left| \frac{R_{\text{пл}} - R_x}{R_{\text{пл}}} 100 \% \right|;$$

$$\delta_2 = \left| \frac{R_{\text{пл}} - R_{\text{ср.г}}}{R_{\text{пл}}} 100 \% \right|$$

Таблица 2

M	5	7	9	11	13
$R_{\text{пл}}$	0,3312	0,2709	0,2322	0,2048	0,1841
R_x	0,3460	0,2833	0,2430	0,2144	0,1928
R_1	0,3248	0,2573	0,2150	0,1857	0,1641
R_2	0,3662	0,3021	0,2604	0,2303	0,2075
$R_{\text{ср.г}}$	0,3443	0,2779	0,2355	0,2056	0,1832
δ_1	3,8	4,6	4,7	4,7	4,7
δ_2	3,3	2,0	0,8	0,2	0,5

Из представленных в табл. 2 данных видно, что формулы (8) и (10) позволяют получить приближенные значения сопротивления растеканию стержневых заземлителей с достаточной для инженерных расчетов точностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иосель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. - Л.: Энергоиздат, 1981, 288 с.
2. Иосель Ю. Я. Электрические поля постоянных токов. - Л.: Энергоатомиздат, 1986, № 60 с.
3. Ивлиев Е. А., Иосель Ю. Я. Методы расчета сопротивления растеканию электродов, связывающих цепи постоянного тока с проводящей средой. - Электричество, № 8, 1987, с. 30-32.
4. Вургсдорф В. В., Якобс А. И. Заземляющие устройства электроустановок. - М.: Энергоатомиздат, 1987, 400 с.
5. Ивлиев Е. А. Расчет сопротивления растеканию электродных систем сложной формы в слоистой среде. - Электричество, 1988, № 1, с. 32-38.

[14.02.91]

Расчет плоскомеридианного магнитного поля в системах с постоянными магнитами методом конечных элементов

КАЗАКОВ Ю. Б., канд. техн. наук,
СТРАДОМСКИЙ Ю. И., канд. техн. наук,
ЩЕЛЫКАЛОВ Ю. А., доктор техн. наук

Ивановский энергетический институт

Благодаря прогрессу в технологии получения постоянных магнитов растет число устройств с их использованием. Они применяются в электрических машинах и аппаратах, устройствах электрофизики, измерительной техники, автоматики, радиотехники и т. д. Как правило, системы с постоянными магнитами (СПМ) содержат магнитомягкие материалы, что приводит к необходимости анализа поля в неоднородной и нелинейной среде. В последнем случае задача расчета поля становится очень сложной, поскольку намагниченность и магнитодвижущая сила (м. д. с.) магнита нелинейно зависят от магнитного состояния системы со своей нелинейной характеристикой. Упрощающим обстоятельством для большинства устройств является возможность рассмотрения в СПМ двумерных полей (плоскопараллельных или плоскомеридианных).

Для расчета СПМ широко используются методы теории магнитных цепей [1, 2, 3], по которым рабочая точка магнита E_p (рис. 1) находится как точка пересечения его прямой возврата E_0C с характеристикой намагничивания магнитной системы OD . В последние годы с целью более строгого учета неоднородности и нелинейности среды для расчета поля в СПМ применяются численные методы. В [4] с использованием скалярного потенциала на основе метода конечных разностей разработан алгоритм расчета плоскомеридианного магнитного поля в СПМ, позволяющий учитывать произвольную геометрию системы и наличие двух нелинейных сред. Поиск рабочей точки постоянного магнита производится путем итерационного решения нелинейного уравнения

$$B_0 + (H_0 - H) \operatorname{tg} \rho - B(H) = 0, \quad (1)$$

составленного из условия пересечения линий E_0C и OD . (рис. 1). При этом наряду с итерационным процессом расчета магнитного поля при заданной м. д. с. постоянного магнита возникает необходимость в дополнительных итерациях по корректировке этой м.д.с. в ходе нахождения точки E_p . При значительном уровне насыщения магнитной системы данный вычислительный процесс может сопровождаться большим количеством итераций и временем счета.

По сравнению с методом конечных разностей метод конечных элементов (МКЭ) позволяет точнее учитывать сложную конфигурацию границ раздела сред и эффективнее использовать вычислительные ресурсы ЭВМ. Поэтому можно перейти к решению уравнения для векторного потенциала \vec{A} , описывающего магнитоэстатическое поле в нелинейной среде:

$$\operatorname{rot} (\nu \operatorname{rot} \vec{A}) = \vec{J}, \quad (2)$$

где ν и \vec{J} соответственно удельное магнитное сопротивление и плотность тока в данной точке.

Уравнение (2) можно использовать и для расчета плоскомеридианного поля в СПМ, если посто-

янный магнит заменить электромагнитом с достаточно тонкими слоями тока на его поверхностях и с бесконечной проницаемостью сердечника. Плотность тока в слое рассчитывается из условия равенства м. д. с. постоянного магнита и электромагнита

$$J = H/a, \quad (3)$$

где H — напряженность поля внутри магнита; a — толщина токового слоя.

Для нахождения координат рабочей точки E_p постоянного магнита необходимо по-прежнему решать нелинейное уравнение (1), что требует, как и в [4], выполнения дополнительных итераций.

Эффективность алгоритма можно повысить, если постоянный магнит рассматривать как нелинейный источник поля, введя в уравнение поля

его намагниченность \vec{M} [5, 6]:

$$\operatorname{rot} (\nu \operatorname{rot} \vec{A}) = \vec{J} + \operatorname{rot} \vec{M}. \quad (4)$$

Однако разработанный в [5, 6] алгоритм справедлив лишь для высококоэрцитивных магнитов с постоянной намагниченностью, равной намагниченности насыщения ($M = M_s = \text{const}$), и ограничивается рассмотрением только плоскопараллельного поля. Задачей настоящей работы является дальнейшее совершенствование конечно-элементной модели СПМ с целью получения эффективного алгоритма.

При разработке математического аппарата расчета уравнения (4) были приняты следующие допущения [7].

1. Рассматривается двумерная статическая задача.
2. Оси легкого намагничивания постоянных магнитов определены, они не зависят от картины магнитного поля и лежат в плоскости решаемой задачи.
3. Векторы намагниченности магнитов совпадают с осями легкого намагничивания.
4. Рабочее состояние элементов магнита определяется по кривой возврата, как средней линии частного цикла перемагничивания.

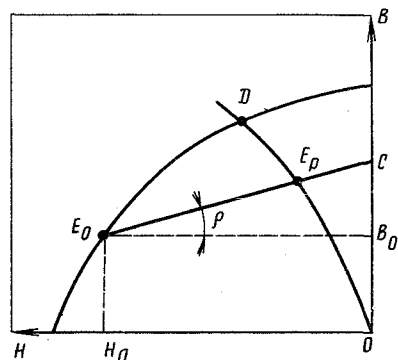


Рис. 1. Расположение рабочей точки постоянного магнита

5. Магнитные характеристики сталей однозначны.

6. Используются симплекс-элементы, в пределах которых проницаемость среды, намагниченность магнита и магнитная индукция постоянны.

7. Радиальная координата элемента определяется как среднее арифметическое радиальных координат узлов элемента.

Для осесимметричного случая уравнение (4) преобразуется в следующее:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \frac{\partial}{\partial r} (rA) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \frac{\partial A}{\partial z} \right] = -J_\varphi - \left[\frac{\partial M_r}{\partial r} - \frac{\partial M_z}{\partial r} \right], \quad (5)$$

где ось вращения совпадает с направлением z . Векторный магнитный потенциал A , так же как и сторонний ток J имеет составляющие только по угловой координате φ . Поэтому в дальнейшем индекс φ опускаем. Ось легкого намагничивания постоянного магнита α может быть ориентирована произвольно в плоскости z, r . Считая, что на-

магниченность магнита M действует по оси легкого намагничивания α , вводим составляющие по обеим координатам:

$$M_z = M n_z; M_r = M n_r. \quad (6)$$

Здесь n_z и n_r — проекции единичного вектора намагниченности на оси z и r (рис. 2); ν определяется характеристикой среды и параметрами магнитного поля. При введении новой переменной ψ — функции потока,

$$\psi = Ar, \quad (7)$$

уравнение (5) приобретает симметрию;

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] = -J - \left[\frac{\partial M_r}{\partial z} - \frac{\partial M_z}{\partial r} \right]. \quad (8)$$

При решении уравнения (8) методом конечных элементов минимизируется "энергетический" функционал, который при учете соотношения

$$(\text{rot } \vec{M}) \vec{A} = -\vec{M} \text{ rot } \vec{A} \quad (9)$$

записывается в виде

$$Q = \int \int \left\{ \frac{1}{2} \left[\nu \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \right. \right.$$

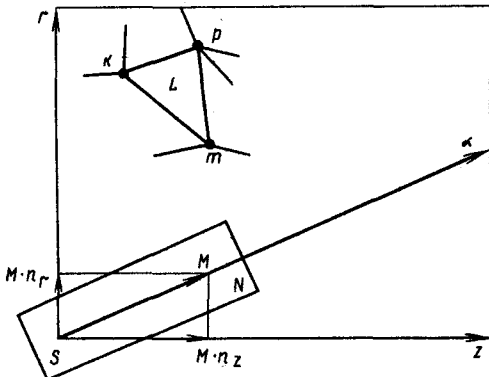


Рис. 2. Определение составляющих намагниченности магнита по осям

$$+ \nu \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} \right]^2 \left\{ \frac{1}{r} - J\psi - \left[M_z \frac{\partial \psi}{\partial r} - M_r \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] \right\} dr dz. \quad (10)$$

Использование соотношения (9) необходимо, так как в противном случае в (10) появляются производные от намагниченности по координатам, а при использовании симплекс-элементов намагниченность в них принята постоянной.

Решение считается достигнутым, когда найдено такое распределение ψ в исследуемой области с заданными граничными условиями, при котором (10) минимально. Для этого область S , содержащая N узлов, разбивается на E конечных элементов, чаще всего треугольных. Внутри каждого элемента L будем считать, что ψ — непрерывная линейная функция координат узлов p, k, m и значений ψ в узлах. Тогда индукция B и проницаемость среды в пределах элемента — постоянны. В этом случае (10) заменяется суммой вкладов от каждого элемента:

$$Q = \sum_{L=1}^E \left\{ \frac{1}{2} \left[\nu_L \frac{1}{4S_L r_{Lcp}} \sum_{i=p,k,m} \sum_{d=p,k,m} \times \right. \right. \\ \times \left[b_{Li} b_{Ld} + c_{Li} c_{Ld} \right] \psi_{Li} \psi_{Ld} \left. \right] - \\ - J_L \psi_{Lcp} S_L - \frac{1}{2} M_L \sum_{i=p,k,m} \times \\ \times \left[c_{Li} n_z - b_{Li} n_r \right] \psi_{Li} \left. \right\}. \quad (11)$$

Здесь b и c — постоянные элемента, определяемые через координаты его узлов;

$$r_{Lcp} = \frac{1}{3} \sum_{i=p,k,m} r_{Li} \quad (12)$$

Минимизация (11) приводит к необходимости решения системы, содержащей N нелинейных уравнений. Применение метода Ньютона — Рафсона позволяет решать ее итерационно в линейной постановке. При этом K -й элемент столбца правой части системы уравнений

$$F_K = \frac{\partial Q}{\partial \psi_K} = \sum_L \left[\nu_L \frac{1}{4S_L r_{Lcp}} \sum_{i=p,k,m} \times \left[b_{Lk} b_{Li} + \right. \right. \\ \left. \left. + c_{Lk} c_{Li} \right] \psi_{Li} - \frac{1}{2} M_L \left[c_{Lk} n_z - b_{Lk} n_r \right] - \right. \\ \left. - J_L \frac{S_L}{3} \right] \quad (13)$$

представляет невязку по закону полного тока для K -го узла; R — подмножество треугольных элементов сетки, в которые входит узел K .

Элементы матрицы Якоби, используемой при решении систем, записываются в виде соотношений

$$\frac{\partial F_K}{\partial \psi_m} = \sum_{L1, L2} \left\{ \frac{1}{4S_L r_{Lcp}} \left[\frac{\partial \nu_L}{\partial B_L^2} \times \frac{1}{2S_L^2 r_{Lcp}} \times \right. \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{d=p,k,m} \times \left[b_{Ld} b_{Lm} + c_{Ld} c_{Lm} \right] \psi_{Ld} \sum_{i=p,k,m} \times \\ & \times \left[b_{Lk} b_{Li} + c_{Lk} c_{Li} \right] \psi_{Li} + \nu_L \left[b_{Lk} b_{Lm} + \right. \\ & \left. + c_{Lk} c_{Lm} \right] \left] - \frac{\partial M_L}{\partial B_\alpha} \left[c_{lk} n_z - b_{Lk} n_r \right] \times \right. \\ & \left. \times \left[c_{Lm} n_z - b_{Lm} n_r \right] \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Здесь L_1, L_2 — два конечных элемента, в которые одновременно входят узлы m и k .

Матрица Якоби получается симметричной, положительно определенной, слабо заполненной с ленточной структурой.

На каждой итерации система линейных уравнений решается методом квадратного корня и находятся новые значения функции потока в узлах. Критерием окончания итерационного процесса служит выполнение условия, когда средняя сумма квадратов невязок на узел станет меньше наперед заданной погрешности. Величины ν_L и $\partial \nu_L / \partial B^2$ в формулах (13) — (14) находятся интерполяцией кубическими сплайнами кривой $\nu = f(B^2)$, определяемой из кривых намагничивания сталей.

Квадрат индукции в элементе определяется соотношением

$$B_L^2 = \frac{1}{4r_{Lcp}^2 S_L^2} \sum_{i=p,k,m} \sum_d (c_{Li} c_{Ld} + b_{Li} b_{Ld}) \times \psi_{Li} \psi_{Ld}. \quad (15)$$

Аналогично величины M_L и $\partial M_L / \partial B_\alpha$ находятся интерполяцией кубическими сплайнами кривой $M = f(B_\alpha)$, определяемой из кривой возврата и соотношения

$$B_0 = \mu_0(H + M). \quad (16)$$

Здесь B_α — проекция модуля индукции в постоянном магните на ось легкого намагничивания.

Магнитная проницаемость постоянного магнита согласно (16) принимается равной μ_0 .

Выбор для интерполяции зависимости $M = f(B_\alpha)$, а не $M = f(B_\alpha^2)$, объясняется неоднозначностью кривой магнитной характеристики постоянного магнита в разных квадрантах, т. е. условием

$$f(B_\omega) \neq f(-B_\omega). \quad (17)$$

Выбор такого вида зависимости позволяет проводить исследования при работе постоянных магнитов в разных квадрантах. По известным значениям ψ в узлах элемента проекция модуля индукции на ось легкого намагничивания определяется как

$$B_{L\alpha} = \frac{1}{2S_{L^r} L_{CP}} \sum_{i=p,k,m} \left[c_{Li} n_z - b_{Li} n_r \right] \psi_{Li} \quad (18)$$

По окончании итерационного процесса расчета для каждого элемента магнита определяется своя рабочая точка, а для каждого элемента магнитной системы — своя магнитная проницаемость. Одновременно становятся определенными значения

Функции потока или векторных потенциалов в узлах сетки.

Изложенный алгоритм реализован в виде комплекса программ, позволяющего рассчитывать плоскомеридианные и плоскопараллельные поля на ЕС ЭВМ. В последнем случае решение находится для векторного потенциала A . Предусмотрена возможность расчета поля при наличии одновременно четырех разных постоянных магнитов, четырех участков магнитопровода с разными кривыми намагничивания и шести областей с разными плотностями токов. Разработаны эффективные сервисные подпрограммы, облегчающие подготовку данных для расчета и обработку полученных результатов.

Данный программный комплекс используется для проектирования магнитных систем магнито-жидкостных герметизаторов, применяемых для герметизации вводов вращательного и возвратно-поступательного движений, работающих в глубоком вакууме, парогазовых и биологически активных средах. Принцип действия и сфера применения таких устройств указаны в [8]. В качестве примера рассмотрен герметизатор вала сепаратора биотехнологического производства (рис. 3), содержащий вал 1, две полюсные приставки 2, постоянный магнит 3. Относительно линии АВ конструкция симметрична. Полюсные приставки и магнит имеют кольцеобразную форму и концентрично охватывают вал.

Целью расчета поля в герметизаторе являются оценка рациональности его магнитной системы и нахождение распределения индукции в рабочем зазоре между приставками и валом, ее максимального B_{\max} и минимального B_{\min} значений под

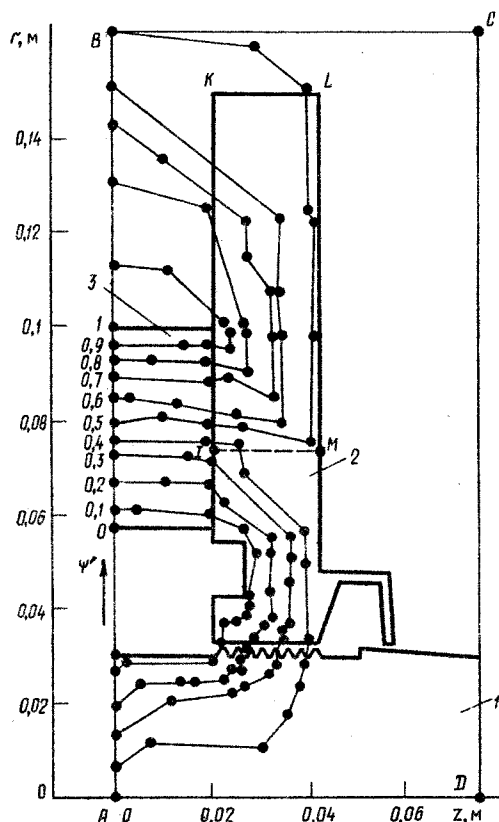


Рис. 3. Расчетная область поля магнитожидкостного герметизатора и распределение в ней линий уровня функции потока

зубцами, необходимых для определения удерживаемого герметизатором перепада давлений. Расчет производился в предположении отсутствия магнитной жидкости в рабочем зазоре, поскольку при используемых полях она находится в состоянии магнитного насыщения и слабо влияет на поле в магнитной системе в целом [9].

Граничные условия для функции потока ψ на линии AB (рис. 3) выбирались из условия симметрии магнитной системы, а на линиях AD , DC и CB — из условия отсутствия пересечения силовыми линиями данных участков границы. Конечно-элементная сетка расчетной области содержала 192 элемента, магнитное состояние которых определялось значениями ψ в 106 узлах. Для получения распределения магнитного поля решалась система из 97 нелинейных уравнений. При заданной максимальной погрешности 0,01 % решение достигалось за 6 итераций. Время счета на ЭВМ ЕС-1060 составило около 1 мин.

Были рассчитаны три варианта магнитной системы герметизатора: № 1 — геометрия системы соответствует рис. 3; № 2 — поле в системе плоскопараллельное; № 3 — полюсная приставка укороченная (область IKLM на рис. 3 относится к воздуху). Для первого варианта построена картина линий уровня функции потока

$$\psi' = \frac{\psi - \psi_{\min}}{\psi_{\max} - \psi_{\min}} 100 \%, \quad (19)$$

характеризующая интенсивность потока на разных участках расчетной области в процентном отношении к максимальному магнитному потоку в системе. Тогда (рис. 3) полезный поток, проходящий через рабочий зазор герметизатора, составляет менее 50 % общего потока. При плоскопараллельной постановке задачи индукция B в зазоре герметизатора уменьшается (см. таблицу), что соответствует физическим представлениям. Разработанный алгоритм позволяет учитывать неоднородность распределения намагниченности постоянного магнита.

Результаты расчета поля

№ вариант	B_{\max} , Тл	B_{\min} , Тл	$\Delta H_p / H_{p, \text{ср}}$
1	0,98	0,38	0,26
2	0,76	0,3	0
3	0,98	0,38	0,84

В данном примере сечение магнита подразделялось на четыре треугольных элемента. Интервал изменения значений напряженностей рабочих точек отдельных элементов магнита $\Delta H_p = H_{p, \max} - H_{p, \min}$ зависит от картины магнитного поля в магните и кривой возврата магнита и согласно таблице может составлять значительную величину.

В варианте № 1 поле плоскомеридианное и для внутренних треугольных элементов, сечения магнита, расположенных ближе к оси вращения, индукция B и соответственно напряженность H_p больше, чем для внешних элементов. В плоскопараллельной задаче (вариант № 2) распределение индукции по элементам выравнивается и значение ΔH_p близко к нулю. В варианте № 3 за счет

уменьшения внешнего потока рассеяния картина поля в сечении постоянного магнита становится более неоднородной по сравнению с исходным вариантом и значение ΔH_p увеличивается.

В рассмотренном примере наибольший градиент индукции наблюдается в рабочем зазоре магнитожидкостного герметизатора, наименьшая высота которого над вершиной зуба составляет $0,1 \div 0,2$ мм. Экспериментальное и расчетное исследование физической модели рабочей зоны герметизатора показали, что для достижения погрешности расчета индукции в зазоре менее 10 % необходимо по высоте зазора размещать не менее 5 элементов. По мере уменьшения градиента индукции размеры треугольных элементов в расчетной области увеличивались. В рассматриваемом примере в зазор попадает 88 расчетных точек. Итерационный процесс решения закончился, когда максимальная невязка по закону полного тока для любого узла не превышала 0,032 А, а средняя сумма квадратов невязок на узел — 0,000077 А² при намагничивающей силе магнита около 2000 А.

Выводы. 1. Предложенный метод рассмотрения постоянного магнита как нелинейного источника поля позволяет отказаться от дополнительных итераций при поиске рабочей точки магнита.

2. Разработанный математический аппарат способен учитывать неоднородность распределения намагниченности по сечению постоянного магнита.

3. Созданный алгоритм позволяет рассчитывать поля, созданные совместным действием нескольких токовых обмоток и постоянных магнитов с различной ориентацией в нелинейных средах с учетом их взаимного влияния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коген-Далин В. В., Комаров Е. В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1977. — 248 с.
2. Постоянные магниты. Справочник / Под ред. Ю. М. Пятина. — М.: Энергия, 1980. — 488 с.
3. Балагуров В. А., Галатеев Ф. Ф., Ларионов А. Н. Электрические машины с постоянными магнитами. — М.: Энергия, 1966. — 480 с.
4. Орлов Д. В., Страдомский Ю. И. Расчет магнитного уплотнения в статическом режиме. — В кн.: Движение гетерогенных сред в средних и сильных магнитных полях — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1978, с. 57—66.
5. Ледовский А. Н. Электрические машины с высококоэрцитивными постоянными магнитами. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 168 с.
6. Ледовский А. Н., Шапиро Л. З. Расчет магнитного поля в шаговом двигателе методом конечных элементов. — Проблемы автоматизации проектирования и САПР средств хронометрической техники: Сборник научных трудов НИИЧаспрома. 1986, с. 87—100.
7. Казанков Ю. Б. Конечноэлементная модель магнитного поля жидкостного герметизатора с постоянным магнитом. — В кн.: Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции "Современное состояние, проблемы и перспективы энергетики и технологии в энергостроении", Иваново, 1989, т. 1, с. 130.
8. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / Под общ. ред. А. И. Голубева, Л. А. Кондакова. — М.: Машиностроение, 1986, с. 399—404.
9. Михалев Ю. О., Орлов Д. В., Страдомский Ю. И. Исследование феррожидкостных уплотнений. — Магнитная гидродинамика. 1979, № 3, с. 69—76.

Обобщенная форма описания схем с многообмоточными трансформаторами

СИНЕВ В. С., доктор техн. наук

Преобразование электрических цепей с многообмоточными трансформаторами или сочетанием двухобмоточных трансформаторов возможно на основе матричных уравнений общего вида. При этом отдельным многополюсным элементом цепи может служить многообмоточный идеальный трансформатор (ИТ) с неразветвленным магнитопроводом, для которого отношение мгновенных или комплексных напряжений обмоток равно отношению соответствующих чисел витков и алгебраическая сумма произведений мгновенных (комплексных) токов на число витков равна нулю. Графически такой ИТ будем изображать прямоугольником, к одной из сторон которого примыкают одноименные выводы всех обмоток, а к противоположной стороне — соответствующие противоположные выводы обмоток; между выводами каждой обмотки будем обозначать ее относительное число витков.

На рис. 1 показана часть произвольной цепи, состоящая исключительно из ИТ. Заметим, что относительно электрической цепи любой трансформатор с разветвленным магнитопроводом, приближающийся по своим свойствам к идеальному, может быть заменен несколькими одноστεржневыми. Стало быть, названный ИТ с неразветвленным магнитопроводом является универсальным элементом цепи, достаточным для описания цепи с трансформациями любой сложности.

Все обмотки могут быть подразделены по функциональному признаку на две группы. Группа из n обмоток образует, условно говоря, первичную цепь, группа из остальных m обмоток — вторичную. Эта терминология необязательно подразумевает направление передачи энергии в цепи, лишь указывает на функциональное различие двух групп обмоток. Например, если изображенная на рис. 1 цепь является частью многополюсника, то первичными будем называть те обмотки, которые включены во внешние контуры многополюсника, а вторичными — входящие во внутренние замкнутые контуры.

Изображенную на рис. 1 часть цепи можно назвать одним многомерным ИТ, описываемым вещественной матрицей T , элементами которой являются относительные числа витков обмоток. Строки этой матрицы соответствуют электрическим контурам цепи, столбцы — магнитным, или идеальным одноστεржневым трансформаторам по данному выше определению. Отсутствие обмотки ИТ в какой-либо ветви обозначается цифрой "0" в соответствующей ячейке матрицы T . Если полярность какой-либо обмотки обратна базовой или полярности обмоток с положительным числом витков, соответствующий элемент матрицы T имеет знак "минус". В соответствии с принятой классификацией ветвей цепи T состоит из двух подматриц — первичной и вторичной:

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Каждый ИТ описывается матрицей-столбцом и по терминологии В. Кауэра [1] называется трансформатором "второго рода". Такому $(n+m)$ -обмоточному ИТ эквивалентно сочетание $(n+m)$ -

двухобмоточных ИТ, у которых первые обмотки образуют заданную цепь из $(n+m)$ обмоток, а вторые, одинаковые по числу витков, соединены между собой параллельно. Это следует иметь в виду при моделировании многообмоточного ИТ двухобмоточными.

В противоположность рассматриваемому ИТ трансформатор "первого рода" моделируется многостержневым трансформатором, на каждом стержне которого размещена только одна обмотка. Он тоже может быть заменен соответствующим количеством двухобмоточных ИТ, но их одинаковые вторые обмотки должны быть соединены последовательно в замкнутый контур. У такого ИТ матрица диагональна с одной заполненной строкой. Не останавливаясь подробно на этом вопросе, достаточно освещенном в [1, 2], отметим лишь, что цепь с трансформаторами разного рода можно описать с помощью трансформаторов одного рода, а именно, с помощью принятого здесь элемента в виде многообмоточного ИТ с неразветвленным магнитопроводом.

Вещественная матрица T по сути является структурной матрицей цепи, отличающейся от аналогичных матриц соединений, контуров, сечений цепей без ИТ тем, что ее элементы могут быть равны любому вещественному числу (не только 0 или ± 1). Сама по себе она не описывает процессы в электрической цепи, но входит в состав матричных уравнений цепи вместе с размерными матрицами напряжений, токов, сопротивлений и проводимостей. Уравнения, в обеих частях которых присутствуют либо только напряжения, либо только токи, обычно называют передаточными. При наличии ИТ они приобретают некоторые специфические свойства, полезные, например, при аналоговом моделировании любых процессов, описываемых системой линейных уравнений.

Цепь характеризуется группой первичных напряжений, описываемых n -мерным вектором U_1 , и группой вторичных напряжений соответствующего m -мерного вектора U_2 . Аналогичная ситуация с токами. Для общего вида цепи из ИТ, показанного на рис. 1, имеем следующую систему матричных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= T_2 T_1^{-1} U_1; \quad I_1 = (T_{21}^{-1}) I_2; \\ U_1 &= T_1 T_2^{-1} U_2; \quad I_2 = (T_1 T_2^{-1}) I_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

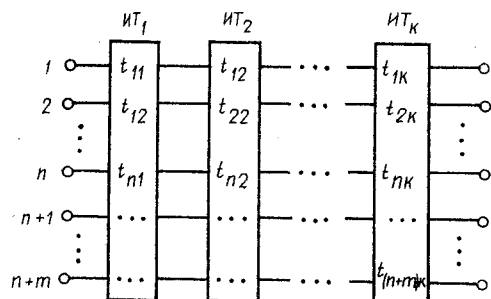


Рис. 1. Общий вид схемы цепи из k идеальных $(n+m)$ -обмоточных трансформаторов

Из системы (2) видно, что для определенности хотя бы половины уравнений хотя бы одна из подматриц T_1 или T_2 должна быть квадратной и обращаемой. В случае обеих квадратных матриц, т. е. при $n = m = k$ передаточная цепь полностью определена, следовательно задающими может быть любая пара, состоящая из вектора тока и вектора напряжения, по которой можно однозначно определить другую пару.

В частном случае единичности одной из подматриц получаем каноническую форму цепи с ИТ. Так, при $T_2 = 1$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= T_1^{-1} U_1; I_1 = (T_1^{-1})^t I_2; \\ U_1 &= T_1 U_2; I_2 = T_1^t I_1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

При этом каждый из ИТ имеет только одну вторичную обмотку. Такая каноническая форма цепи использована, например, в [3–5]. С помощью физической модели на этой основе можно решить систему из n линейных уравнений

$$AX = Y. \quad (4)$$

Тогда, если в качестве описания использовать уравнение для U_1 из системы (3), числа витков обмоток трансформаторов, составляющие матрицу T_1 , должны быть пропорциональны постоянным коэффициентам матрицы A , на ветви первичной цепи подается система напряжений U_1 , пропорциональных свободным членам системы (4) Y , и на вторичных обмотках получим напряжения U_2 , соответствующие неизвестным переменным X левой части системы (4) [3].

Указанная каноническая форма цепи, удовлетворяющая уравнениям (3), применяется при синтезе цепей [1, 2, 5], а также при преобразовании цепи, когда ставится задача ее упрощения, избавления от узлов и в аналогичных случаях.

При $T_1 = 1$ имеем форму уравнений, дуальную по отношению к (3):

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= T_2 U_1; I_1 = T_2^t I_2; \\ U_1 &= T_2^{-1} U_2; I_2 = (T_2^{-1})^t I_1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Канонизация возможна и при неквадратных матрицах, но половина уравнений из систем (3) и (5) не будет иметь решений из-за неопределенности или несовместности. Например, при $n \neq k$ в системе (3) определены уравнения U_1 и I_2 , т. е. задающими могут быть либо U_2 , либо I_1 . А в системе (5) при $m \neq k$ определены, наоборот, уравнения U_2 и I_1 , т. е. задающими могут быть либо U_1 , либо I_2 . Указанные ограничения относятся к общему случаю передаточных цепей. Если же вторичная цепь ИТ нагружена на внешнюю пассивную цепь, что будет рассмотрено далее, ограничения по условию определенности систем уравнений снимаются.

Класс цепей, где ИТ частично нагружены на пассивную цепь, будем называть цепями сопротивлений [4]. Описание и преобразование таких цепей имеют некоторую специфику. При этом первичными будем называть обмотки ИТ, входящие в ветви с источниками или во внешние контуры многополюсника (независимо от того, принимают или отдают энергию), а вторичными — обмотки ИТ, замкнутые на пассивную цепь или входящие во внутренние контуры многополюсника. Каждый ИТ можно назвать трансформатором сопротивления, в отличие от передаточных цепей, где имеем дело с

трансформаторами напряжения или тока. Соответственно в рассмотрение включаются Z -матрицы и Y -матрицы, которые вместе с T -матрицами обеспечивают связь между токами и напряжениями.

Когда к вторичным обмоткам ИТ подключен пассивный многополюсник, описываемый матрицей контурных сопротивлений Z_2 или обратной ей матрицей проводимостей сечений Y_2 , возникает задача определения Z -матрицы первичной цепи относительно n пар внешних полюсов Z_1 , которая является матрицей одновременно и контурных сопротивлений, и сопротивлений ветвей ввиду отсутствия узлов в первичной $2n$ -полюсной цепи (обратная ей матрица является матрицей проводимостей сечений Y_1).

По определению

$$U_1 = Z_1 I_1. \quad (6)$$

С другой стороны, согласно (2)

$$U_1 = T_1 T_2^{-1} U_2; I_1 = (T_2 T_1^{-1})^t I_2,$$

где $U_2 = Z_2 I_2$.

Подставляя последние выражения в (6), получаем

$$\left. \begin{aligned} Z_1 I_1 &= T_1 T_2^{-1} Z_2 I_2; \\ Z_1 (T_2 T_1^{-1})^t I_2 &= T_1 T_2^{-1} Z_2 I_2; \\ Z_1 &= T_1 T_2^{-1} Z_2 (T_1 T_2^{-1})^t. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

или, обозначив $T_1 T_2^{-1} = T_0$,

$$Z_1 = T_0 Z_2 T_0^t. \quad (8)$$

Уравнение (8) аналогично выражению матрицы контурных сопротивлений через матрицу сопротивлений ветвей и матрицу контуров. Физический смысл матрицы T_0 в том, что она представляет собой первичную подматрицу эквивалентной цепи, описываемой теми же Z_1 и Z_2 , при единичности вторичной подматрицы.

По аналогии с (6), (7), (8) без вывода запишем

$$I_1 = Y_1 U_1; \quad (9)$$

$$Y_1 = (T_2 T_1^{-1})^t Y_2 T_2 T_1^{-1}; \quad (10)$$

$$Y_1 = (T_0^{-1})^t Y_2 T_0^{-1}. \quad (11)$$

В качестве примера рассмотрим резистивную цепь, схема которой приведена на рис. 2. Заметим, что все преобразования справедливы для любых функций комплексной частоты (оператора дифференцирования). Здесь из соображений наглядности численных выкладок приводятся только резистивные цепи. Пусть заданы сопротивления, Ом:

$$Z_1 = Z_2 = 2; Z_3 = Z_4 = 1.$$

По заданным на рис. 2 относительным числам витков составляем матрицы трансформаций первичной и вторичной цепей:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix};$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Матрицы контурных сопротивлений вторичной цепи (для токов 3–5 в соответствии с нумерацией на рис. 2), Ом:

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Цели преобразования цепи могут быть различными. Например, нужно максимально упростить группу вторичных обмоток ИТ с сохранением вторичной Z -цепи. Для этого нужно найти новую, эквивалентную схему первичных обмоток, приняв $T'_2 = 1$. Новая T'_1 будет соответствовать уравнению (7) без множителя T_2 , или уравнению (8):

$$T'_1 = T_0 = T_1 T_2^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 2 & -5 & -1,5 \end{bmatrix}.$$

Полученная схема представлена на рис. 2 внизу. Здесь нумерация ИТ соответствует нумерации столбцов соответствующих T -матриц, нумерация контуров соответствует индексации токов, причем контуры 1, 2 относятся к первичной цепи, контуры 3–5 — к вторичной. Положительные направления напряжений всех обмоток ИТ одинаковы (слева направо), поэтому не нанесены. Понятно, что при этом положительные направления первичных и вторичных токов должны быть взаимно обратными, что и показано на рис. 2.

Для более полной характеристики рассматриваемой цепи определим ее Z -матрицу первичной цепи по (7) или (8):

$$Z_1 = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 2 & -5 & -1,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -5 \\ 1 & -1,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 69 & -69,5 \\ -69,5 & 72,5 \end{bmatrix}.$$

Анализ "возбужденной" цепи производится по уравнениям (3) и (6). Ввиду необращаемости T -матрицы первичной цепи из четырех передаточных уравнений (3) непосредственно применимы только два. Это не значит, однако, что цепь не определена. Благодаря заданию Z -цепи любой из четырех векторов U_1, I_1, U_2, I_2 может быть заданым и однозначно определяет три остальных. Так, если заданы первичные напряжения, то сначала через Y -матрицу первичной цепи, полученную обращением Z_1 , определяются первичные токи (вектор I_1), затем I_2 — по последнему из передаточных уравнений (3), и, наконец, вторичные напряжения — умножением матриц Z_2 и I_2 .

Обратные задачи, когда по заданной Z_1 определяется Z_2 , относятся к области синтеза цепей, требующей специального рассмотрения. Применительно к цепям с ИТ им посвящен ряд работ, например [1, 2, 5]. Здесь отметим лишь простейший случай, когда полностью задана цепь ИТ, т. е. обе подматрицы T_1 и T_2 . При этом возможно использование уравнения, обратного (7) или (10):

$$Z_2 = T_2 T_1^{-1} Z_1 (T_2 T_1^{-1})^t, \quad (12)$$

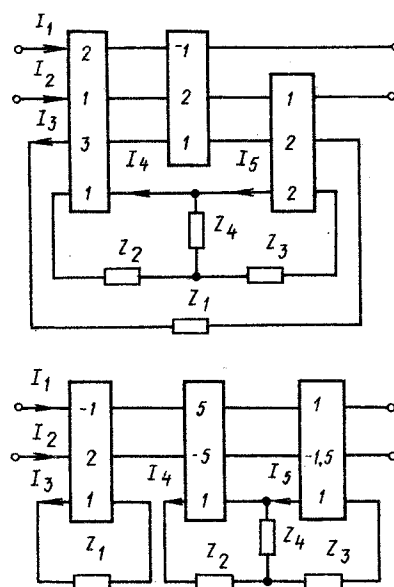


Рис. 2. Исходная и эквивалентная схемы цепи с ИТ

$$Y_2 = (T_1 T_2^{-1})^t Y_1 T_1 T_2^{-1}. \quad (13)$$

Большинство реальных цепей не выглядят графически упорядоченно, как схемы на рис. 1 и 2. Поэтому перед анализом или преобразованием цепи с ИТ необходимы предварительные процедуры, требующие определенного навыка. В качестве первого этапа рекомендуется избавление от узлов путем введения для частей ветвей "искусственных" ИТ с коэффициентами трансформации, равными единице [6]. При этом, избавляясь от узлов, добиваемся совпадения понятий независимых контуров и ветвей цепи.

Для уменьшения общего количества ИТ, т. е. числа столбцов в T -матрице, следует выбирать в качестве связей графа ветви, содержащие электрические элементы цепи (двухполюсники). Для тех двухполюсников, которые остаются в ветвях дерева, вводятся искусственные ИТ. Соответственно увеличивается количество независимых контуров (строк T -матрицы) по сравнению с исходной цепью. В итоге всегда возможен такой выбор контуров, при котором хотя бы одна из подматриц T -матрицы — первичная или вторичная — становится обращаемой, что необходимо и достаточно для полного анализа цепи.

Перечисленные правила и выкладки иллюстрируются примером, приведенным в приложении.

Выводы. Применение понятия многообмоточного идеального трансформатора позволяет максимально формализовать анализ и преобразование линейных электрических цепей, а также моделировать любые физические процессы, описываемые системой линейных уравнений. При этом, в зависимости от характера математической или физической задачи, достаточны обобщенные матричные уравнения — передаточные (2), Z -уравнения (7), (12), Y -уравнения (10), (13), в состав которых входят вещественные матрицы, состоящие из первичных и вторичных подматриц, элементы которых равны соответствующим относительным числам витков ИТ.

Приложение. На рис. 3 представлена схема цепи, содержащей три идеальных источника тока и три ИТ, для которых требуется произвести

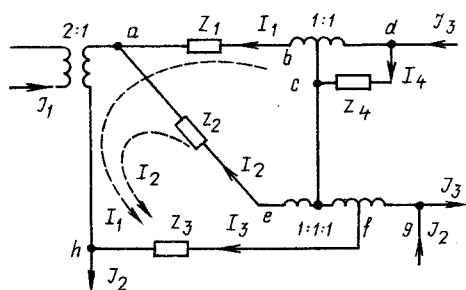


Рис. 3. Пример схемы цепи с произвольным сочетанием ИТ

полный анализ: определить токи во всех ветвях при $\mathbf{J}^t = [2 \ 3 \ 4] \text{ А}$; $Z_1 = 5 \text{ Ом}$; $Z_2 = 2 \text{ Ом}$; $Z_3 = 4 \text{ Ом}$; $Z_4 = 1 \text{ Ом}$ (далее размерность не указывается) и при указанных на схеме относительных числах витков ИТ.

Цепь состоит из шести независимых контуров (7 узлов, 12 ветвей), считая "открытые" контуры с источниками тока. Именно эти контуры резонно считать первичными. Все ветви с пассивными двухполюсниками Z_1-Z_4 должны войти во вторичную цепь. Это возможно путем введения хотя бы одного искусственного ИТ и внутреннего изолированного (седьмого) контура. Введем такой ИТ для двухполюсника Z_3 .

Имея одинаковое количество (четыре) вторичных контуров, ветвей и пассивных двухполюсников, делаем матрицу \mathbf{Z}_2 диагональной. Полученная цепь из семи изолированных контуров с четырьмя ИТ показана на рис. 4. Нумерация вторичных токов соответствует нумерации сопротивлений и строк подматрицы \mathbf{T}_2 . Нумерация столбцов обеих подматриц одинакова и соответствует нумерации ИТ. Таким образом, полная \mathbf{T} -матрица цепи

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

После обращения второй подматрицы получим

$$\mathbf{T}_2^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матрица преобразования

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_0 = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2^{-1} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Как вытекает из уравнений (7), (8), физический смысл матрицы \mathbf{T}_0 в том, что она представляет собой первичную подматрицу эквивалентной цепи, описываемой теми же \mathbf{Z}_1 и \mathbf{Z}_2 , что и исходная цепь, для которой вторичная подматрица единичная. Иначе говоря, цепь из ИТ преобразо-

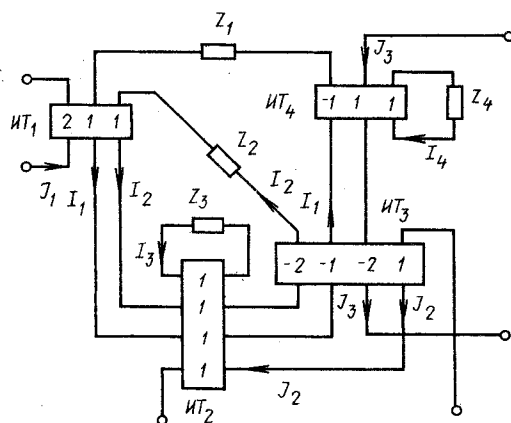


Рис. 4. Схема преобразованной цепи с изолированными контурами

вали таким образом, что для нее применимы теперь уравнения (3).

Подставляя последнее значение в уравнение (8), получаем первичную матрицу контурных сопротивлений

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_1 &= \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 20 & -52 \\ 20 & 12 & -15 \\ -52 & -15 & 29 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Вторичные токи можно определить непосредственно по одному из уравнений (3) через первичные:

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{T}_0^{-1} \mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

По уравнению (6)

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{Z}_1 \mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} 120 & 20 & -52 \\ 20 & 12 & -15 \\ -52 & -15 & 29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 92 \\ 16 \\ -33 \end{bmatrix}.$$

Аналогично определяем вторичную систему напряжений

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{Z}_2 \mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 2 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Оставшееся неиспользованным матричное уравнение из системы (3) может служить для проверки:

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{T}_0 \mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 \\ 2 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 92 \\ 16 \\ -33 \end{bmatrix}.$$

При обратном переходе от схемы с изолированными обмотками ИТ (рис. 4) к исходной схеме с электрическими связями (рис. 3) дополнительно определяются по законам Кирхгофа токи и падения напряжения в остальных ветвях исходной цепи (процесс элементарных вычислений опускаем). Результат по напряжениям дадим в виде матрицы потенциалов: $[a, b, c, d, e, f, g, h] = [0; 15; 22; 29; 2; 42; 62; 46]$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cauer W. Synthesis of linear communication networks.— New York: McGraw-Hill Book Company, 1958.
2. Belevitch V. Classical network theory.— San Francisco a. o.: Holden-Day, Inc., 1968.

3. Кобринский Н. Е. Математические машины непрерывного действия. Основы их устройства.— М.: Гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1954.— 448 с.

4. Синев В. С. Матричное описание сложных цепей с многообмоточными трансформаторами полного сопротивления / III Международный симпозиум по теоретической электротехнике (тезисы докладов), т. 2. 23–28 сентября 1985 г.— М.: МЭИ, 1985, с. 38–39.

5. Синев В. С. Обобщенный метод реализации пассивных многополюсников по матрице контурных сопротивлений.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1989, № 1, с. 90–98.

6. Махия В. Д. Эквивалентная замена кондуктивных связей.— Теоретическая электротехника (Львов), 1984, вып. 36, с. 33–40.

[05.04.91]

Моделирование несимметричных режимов электрических цепей

ГРИГОРЬЕВ А. С., канд. техн. наук

Киев

В тех случаях, когда все элементы трехфазной цепи, кроме поперечных несимметричных нагрузок (ПНН), симметричны или могут таковыми считаться, использование симметричных составляющих позволяет существенно упростить аналитический и численный анализ за счет понижения порядка системы уравнений [1]. Последнее обстоятельство обусловило применение для анализа таких цепей метода симметричных составляющих в сочетании с методом последовательных приближений. Подход, предложенный одновременно в работах [2, 3], позволяет производить расчеты при произвольном числе ПНН, подключенных на линейные напряжения. Как показано в [2, 4], вполне оправдано представление ПНН линейными проводимостями, так как погрешность вследствие линеаризации реальных статических характеристик незначительна. Например, для сети, содержащей от 15 до 30 узлов с ПНН, погрешность в определении напряжений обратной последовательности не превышает 5 % [4]. Таким образом, благодаря линеаризации нагрузок появляется возможность использования прямых методов.

Рассмотрим возможность построения алгоритма формирования математической модели несимметричного режима в виде матрицы передачи симметричных составляющих напряжения до и после подключения ПНН, позволяющей определить напряжения и токи в трехфазной цепи, к n узлам которой подключены одно-, двух- или трехфазные ПНН. При этом сложная электрическая цепь с подключенными к ней нагрузками представляется в виде двух частей: симметричной трехфазной и несимметричной, состоящей из однофазных нагрузок, подключенных в общем случае произвольно. Если токи и напряжения в местах соединения двух частей, симметричной и несимметричной,

известны, то режим можно определить, используя метод симметричных составляющих.

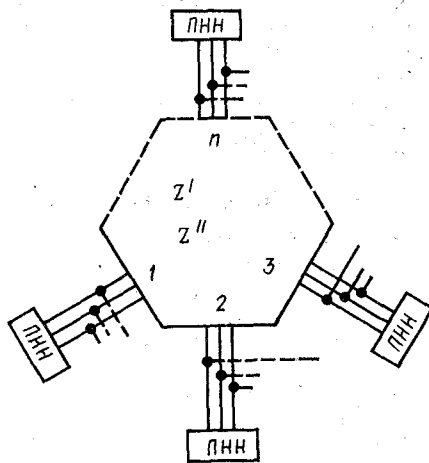
Симметричная трехфазная электрическая сеть представляется в виде многополюсников в общем случае по схемам прямой, обратной и нулевой последовательностей [1]. При многократной несимметрии нагрузок каждому из этих многополюсников соответствуют матрицы собственных и взаимных сопротивлений между узлами симметричной сети, в которые подключаются ПНН соответственно для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей Z^1, Z^2, Z^0 [1, 5].

Эквивалентирование симметричной части сети матрицами собственных и взаимных сопротивлений позволяет рассматривать ее в случае сети без нулевого провода в виде симметричного $(3 - n)$ -полюсника с присоединенными к нему нагрузками, представленными трехполюсниками (см. рисунок). Трехфазная сеть с нулевым проводом может быть представлена аналогично симметричным $(4 - n)$ -полюсником с присоединенными к нему нагрузками, представленными несимметричными четырехполюсниками, где n — число узлов.

В зависимости от способа подключения ПНН рассмотрим три возможных случая.

1. Нагрузки (Y_1, Y_2, Y_3) подключены на фазные напряжения. Запишем выражения, связывающие симметричные составляющие токов I^1, I^2, I^0 , вызванных подключением нагрузок с симметричными составляющими напряжения U^1, U^2, U^0 [1]:

$$\begin{cases} I_{\Phi}^1 = U^1 Y_{\Phi}^0 + U^2 Y_{\Phi}^2 + U^0 Y_{\Phi}^1; \\ I_{\Phi}^2 = U^1 Y_{\Phi}^1 + U^2 Y_{\Phi}^0 + U^0 Y_{\Phi}^2; \\ I_{\Phi}^0 = U^1 Y_{\Phi}^2 + U^2 Y_{\Phi}^1 + U^0 Y_{\Phi}^0; \end{cases} \quad (1)$$



где

$$\left. \begin{aligned} Y_{\Phi}^1 &= (Y_1 + aY_2 + a^2Y_3)/3; \\ Y_{\Phi}^2 &= (Y_1 + a^2Y_2 + aY_3)/3; \\ Y_{\Phi}^0 &= (Y_1 + Y_2 + Y_3)/3; \\ a &= -1/2 + j\sqrt{3}/2. \end{aligned} \right\} \quad (1a)$$

2. Нагрузки (Y_{12} , Y_{23} , Y_{31}) подключены на линейные напряжения. Для определения токов прямой и обратной последовательностей используются выражения [2]:

$$\left. \begin{aligned} I^1 &= Y_{\pi}^0 U^1 - Y_{\pi}^2 U^2; \\ I^2 &= Y_{\pi}^1 U^1 - Y_{\pi}^0 U^2, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} Y_{\pi}^1 &= a^2 Y_{12} + Y_{23} + a Y_{31}; \\ Y_{\pi}^2 &= a Y_{12} + Y_{23} + a^2 Y_{31}; \\ Y_{\pi}^0 &= Y_{12} + Y_{23} + Y_{31}. \end{aligned} \right\} \quad (2a)$$

3. Нагрузки (Y_1 , Y_2 , Y_3 , Y_{12} , Y_{23} , Y_{31}) подключены соответственно на фазные и линейные напряжения.

Симметричные составляющие токов нагрузок в узле определяются суммированием выражений (1) и (2):

$$I_c = I_{\Phi} + I_{\pi}; \quad I_c = I_{\Phi} + I_{\pi}; \quad I_c = I_{\Phi} + I_{\pi} \quad (3)$$

Для общего случая многократной несимметрии напряжение k -ой последовательности при подключении ПНН в n узлов сети определится для i -го узла:

$$U_i^{(k)} = E_i^{(k)} - \sum_{j=1}^n Z_{ij}^{(k)} I_j^{(k)}, \quad (4)$$

где $k = 0, 1, 2$ (номер последовательности); $i, j = 1, 2, \dots, n$.

При $n = 1$ (однократная несимметрия), подставив (1), (2) в (4) и произведя преобразования, получим в общем случае систему из трех линейных уравнений с тремя неизвестными (если нагрузки Y_{12} , Y_{23} , Y_{31} подключены на линейные напряже-

ния, — систему из двух линейных уравнений с двумя неизвестными).

При подключении нагрузок только на фазные напряжения (первый случай) система уравнений имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1 + Y_{\Phi}^0 Z^1 & Y_{\Phi}^2 Z^1 & Y_{\Phi}^1 Z^1 \\ Y_{\Phi}^1 Z^2 & 1 + Y_{\Phi}^0 Z^2 & Y_{\Phi}^2 Z^2 \\ Y_{\Phi}^2 Z^0 & Y_{\Phi}^1 Z^0 & 1 + Y_{\Phi}^0 Z^0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U^1 \\ U^2 \\ U^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E^1 \\ E^2 \\ E^0 \end{vmatrix} \quad (5)$$

В результате решения системы (5) определяются симметричные составляющие напряжения при подключении ПНН на фазные (или линейные) напряжения в узел сети с собственными сопротивлениями Z^1 , Z^2 , Z^0 .

Система (5) может быть представлена в матричной форме:

$$[C][U] = [E], \quad (6)$$

где C — матрица передачи симметричных составляющих напряжения в трехфазной сети с ПНН; U , E — векторы симметричных составляющих напряжения до и после подключения ПНН.

При подключении ПНН в n узлов (многократная несимметрия) используем матрицы собственных и взаимных сопротивлений порядка n .

При этом, если уравнения, относящиеся к напряжениям прямой, обратной и нулевой последовательностей, записать в порядке нумерации узлов с ПНН, то матрица передачи (для третьего, общего, случая) может быть представлена в виде

$$C = \begin{vmatrix} C_{11}^{\Phi} + C_{11}^{\pi} & C_{12}^{\Phi} + C_{12}^{\pi} & C_{13}^{\Phi} \\ C_{21}^{\Phi} + C_{21}^{\pi} & C_{22}^{\Phi} + C_{22}^{\pi} & C_{23}^{\Phi} \\ C_{31}^{\Phi} & C_{32}^{\Phi} & C_{33}^{\Phi} \end{vmatrix} \quad (7)$$

При этом блочные матрицы C_{ij}^{Φ} формируются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^{\Phi} &= Z^1 Y_{\Phi}^0 + \bar{I}; & C_{12}^{\Phi} &= Z^1 Y_{\Phi}^1; & C_{21}^{\Phi} &= Z^1 Y_{\Phi}^2; \\ C_{22}^{\Phi} &= Z^2 Y_{\Phi}^0 + \bar{I}; & C_{13}^{\Phi} &= Z^2 Y_{\Phi}^1; & C_{23}^{\Phi} &= Z^2 Y_{\Phi}^2; \\ C_{33}^{\Phi} &= Z^0 Y_{\Phi}^0 + \bar{I}; & C_{31}^{\Phi} &= Z^0 Y_{\Phi}^1; & C_{32}^{\Phi} &= Z^0 Y_{\Phi}^2, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

а блочные матрицы C_{ij}^{π} —

$$\left. \begin{aligned} C_{12}^{\pi} &= -Z^1 Y_{\pi}^2; & C_{11}^{\pi} &= Z^1 Y_{\pi}^0 + \bar{I}; \\ C_{21}^{\pi} &= -Z^2 Y_{\pi}^1; & C_{22}^{\pi} &= Z^2 Y_{\pi}^0 + \bar{I}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где \bar{I} — диагональная единичная матрица; Y_{Φ}^1 , Y_{Φ}^2 , Y_{Φ}^0 — векторы проводимостей нагрузок, определяемые по выражению (2).

Анализ (7)–(9) позволяет определить свойства матрицы передачи C , которая характеризуется:

1) отсутствием нулевых элементов (заполненная) при несимметрии всех нагрузок или малым количеством (хорошо заполненная) при симметрии части нагрузок;

2) недиагональные элементы по столбцу матрицы отличаются лишь на величину, пропорциональную взаимным сопротивлениям;

3) недиагональные элементы по строке матрицы отличаются величиной, пропорциональной взаимным сопротивлениям и проводимостям нагрузок;

4) при любых сочетаниях параметров ПНН наибольшими по модулю являются диагональные элементы матрицы.

Таким образом, при любой структуре ПНН, которые в частных случаях могут быть и симметричными, формирование модели заключается в следующем:

1) составляются схемы замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей;

2) определяются матрицы их собственных и взаимных сопротивлений по отношению к n узлам подключения ПНН;

3) определяются проводимости нагрузок в n узлах для схем замещения фазовых последовательностей по выражениям (1а) или (2а);

4) формируются матрицы передачи C_{ij}^{Φ} , C_{ij}^{Ψ} по (8) и (9) (при этом некоторые матрицы C_{ij}^{Φ} , C_{ij}^{Ψ} могут быть нулевыми) и матрица передачи C по выражениям (7).

5) решается система линейных уравнений вида (6) и тем самым определяются симметричные составляющие напряжения, обусловленного подключением ПНН.

При необходимости токи нагрузок рассчитываются по выражениям (1), (2) или (3) в зависимости от способа подключения нагрузок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вагнер К. Ф., Эванс Р. Д. Метод симметричных составляющих. — М.: ОНТИ — НКТП, 1936. — 407 с.
2. Меерович Э. А., Горушкин В. И., Голембо З. Б. Расчет токов и напряжений в электроэнергетической системе, питающей несимметричные нагрузки. — Электричество, 1955, № 9, с. 32–39.
3. Мельников Н. А. Расчет режима электрической системы при наличии нескольких несимметричных нагрузок. — Тр. Заочного энергетического института, 1958, вып. 6, с. 218–224.
4. Нейман В. В. Методы анализа установившихся несимметричных режимов электрических систем, питающих тяговые нагрузки. — В кн.: Применение математических методов при управлении режимами и развитии электрических систем. — Иркутск, 1978, с. 204–217.
5. Тимофеев Д. В. Режимы в электрических системах с тяговыми нагрузками. — М.: Энергия, 1972. — 296 с.

[04.06.91]

Силы, действующие на проводники с токами и ферромагнитные тела в магнитном поле

КУТКОВЕЦКИЙ В. Я., канд. техн. наук,
ИВАНОВ В. К., инж.

Николаевский кораблестроительный институт

Известный закон Ампера о силе F_1 , действующей на проводник с током i_1 длиной l_1 в магнитном поле с индукцией B_2 [1, 2]

$$F_1 = B_2 i_1 l_1, \quad (1)$$

фигурирует в учебниках физики, теоретических основ электротехники и электрических машин. Этот закон выводится на основании воздействия сил Лоренца на заряженные частицы, перемещающиеся в магнитном поле. Величина силы F_1 неоднократно подтверждена экспериментально и сама по себе возражений не вызывает.

В статье рассматривается вопрос об ограниченности области применения и о некоторых особенностях выражения (1), ставящих под сомнение целесообразность его использования в ранге закона.

1. Для системы магнитосвязанных контуров известны выражение для расчета электромагнитной силы F в виде производной от энергии магнитного поля W_m по координате x [3] и формула для расчета работы A , совершаемой при движении

проводника с током i в магнитном поле [4]:

$$F = \frac{dW_m}{dx} = \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n i_k \Psi_k \right]; \quad (2)$$

$$A = i(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (3)$$

где $k = 1, 2, \dots, n$ — порядковый номер контура; i_k , Ψ_k — ток и потокосцепления k -го контура; Φ_1 , Φ_2 — магнитные потоки контура с током i в начале и конце перемещения проводника.

Из обоих равенств (2) и (3) вытекает необходимость изменения магнитного поля для возникновения силы и выполнения работы, в то время как из выражения (1) этот вывод не следует. В связи с этим возникает вопрос: какая формула отражает действительно протекающие процессы?

Здесь следует отметить наличие известных преобразований, устанавливающих связь между формулами (1)–(3) и доказывающих их полное соответствие. При этом руководствуются следую-

щими рассуждениями. При перемещении проводника под действием силы (1) на расстояние Δx совершается работа [5]

$$A = F_1 \Delta x = i_1 B_2 l_1 \Delta x = i_1 \Delta \Phi, \quad (4)$$

где $\Delta \Phi$ — изменение магнитного потока контура с током i_1 .

Из (4) также следует равенство

$$F = i_1 \frac{\Delta \Phi}{\Delta x} = i_1 \frac{d\Phi}{dx}. \quad (5)$$

Формулы (4) и (5), полученные с использованием (1), полностью соответствуют выражениям (2) и (3). На этом основании и делается вывод, что равенства (1)–(3) не противоречат друг другу.

Но на самом деле при этом упускаются следующие существенные отличия:

А). Формула (5) определяет значение силы $F > 0$ только при наличии изменения магнитного потока контура. Если $\Delta \Phi = 0$, то согласно (5) $F = 0$, в то время как из выражения (1) получим $F_1 > 0$. Что же произойдет в действительности, если перемещение проводника с током в магнитном поле не приводит к изменению магнитного потока контура?

Б). Из равенства (5) вытекает необходимость изменения магнитного поля, а из (1) — нет.

На самом деле к закону следует отнести только формулу (2); формула (1) вытекает из равенства (2), является частным случаем, когда движение проводника в магнитном поле сопровождается изменением магнитного потока контура с током.

С помощью закона Ампера можно найти только силу, действующую на ток. Этот закон подтверждается в электромагнитных устройствах, в которых отсутствуют ферромагнитные тела. При наличии ферромагнитных тел закон Ампера к правильным результатам не приводит, так как с его помощью определяется только часть общей электромагнитной силы. На основании закона Ампера невозможно определить другую часть общей силы, которая вызвана изменением магнитной проницаемости в элементах объема ферромагнетика и в элементах границы ферромагнетика (на границе происходит скачкообразное изменение магнитной проницаемости). Поэтому в таких случаях используются принципиально другие подходы, дающие достоверные результаты: сила определяется либо по производной от электромагнитной энергии по координате, либо по натяжению в магнитном поле, либо по объемной и поверхностной плотностям силы в магнитном поле [6].

2. Рассмотрим демонстрационный двигатель постоянного тока (см. рисунок, выполненный авторами для иллюстрации ограниченности использования формулы (1)). Ротор двигателя содержит магнитопровод 1 с уложенной на нем катушкой возбуждения 2, питаемой постоянным

током через контактные кольца 3. Направление магнитных силовых линий указано пунктирными линиями со стрелками. Статор состоит из двух тороидальных колец 4 и 5 прямоугольного сечения, соединенных двумя магнитопроводами 6 и 7. На кольцах 4 и 5 уложены обмотки 8, через которые пропускается постоянный ток (на рисунке указана обмотка 8 только одного кольца 5; аналогичная обмотка уложена на кольце 4). Направление тока в обмотке 8 указано в кружочках. Тогда согласно формуле (1) должна возникнуть сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, а в соответствии с формулами (2) и (5) сила не должна быть, так как при перемещении ротора магнитное состояние катушки возбуждения и обмоток 8 не меняется.

Расчет электромагнитной силы по натяжению в магнитном поле, или по объемной и поверхностной плотностям силы в магнитном поле [6] всегда совпадает с результатами, найденными по изменению энергии. Испытания рассмотренного двигателя подтвердили его неработоспособность.

3. Легко убедиться в наличии силы взаимодействия между двумя постоянными магнитами. Мы вправе приписывать действие этой силы изменению состояния магнитного поля. Кстати, при объяснении физических причин появления силы F_1 также обычно прибегают к рассмотрению взаимодействия магнитных силовых линий. Однако из самой формулы (1) никак не вытекает необходимость изменения энергии магнитного поля. Наоборот, для возникновения силы F_1 достаточна полная стабильность всех входящих в формулу величин.

В любой системе без изменения запасенной энергии по координате нет силы, нет движения. А закон в форме (1) не дает ответа на вопрос: что же стремится измениться в системе взаимодействия двух тел (источник магнитного поля с индукцией B_2 и проводник с током i_1)?

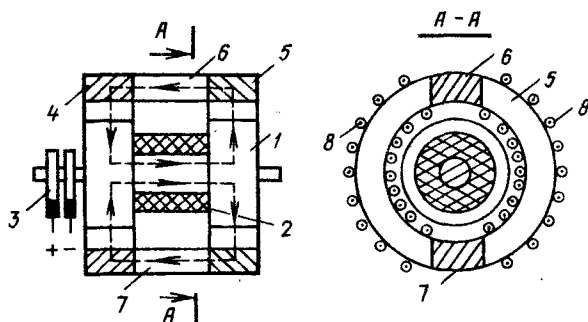
4. Заторможенный двигатель постоянного тока развивает момент, определяемый в учебниках по электрическим машинам по формуле (1), хотя проводники с током расположены в пазах (магнитно экранированы) и сила (1) на них не действует. Но ведь аналогичный момент можно получить, разместив проводники с током на поверхности ротора. Тогда формально сила (1) действует на обмотку якоря. Между тем в обоих случаях двигатель будет работать примерно с одинаковой эффективностью, так как возникает сила, определяемая формулой (2).

5. Действие равно противодействию, и сила F_1 уравнивается некоторой силой $F_2 = F_1$, действующей на источник магнитного поля. Поэтому часть силы F_2 , определяемая как

$$F'_2 = B_1 l_2 i_2,$$

действует на элемент проводника длиной l_2 с током i_2 в поле с индукцией B_1 , создаваемом контуром проводника с током i_1 . Теперь допустим, что магнитная система источника магнитного поля насыщена ($B_2 \approx \text{const}$), а ток проводника $i_1 = \text{const}$. Если в этих условиях увеличим ток i_2 в 10 раз, то увеличится сила F_2 в 10 раз при $F_1 = \text{const}$, что невозможно.

6. В синхронном реактивном двигателе электромагнитная сила возникает и без наличия проводников с током в магнитном поле.



Выводы. 1. Равенство (1) является частным случаем выражения (2) и применимо в ограниченных условиях — при отсутствии ферромагнетиков. Поэтому формула (1) не является законом. К закону следует отнести равенство (2), которое является универсальным и может использоваться для устройств с ферромагнетиками и без них. Выражение (2) применимо не только в электротехнике, но и в других областях при условии, что под W_m будем понимать запасенный любой вид энергии, а под x — перемещение тела; с помощью формулы (2) можно рассчитать, например, силу сжатой пружины; силу пара, действующего на поршень; силу ударной взрывной волны и др. Это является еще одной причиной целесообразности использования (2) в качестве закона.

2. В законе Ампера в форме записи (1) искажена физическая сущность возникновения электромагнитной силы, так как из него не вытекает необходимость изменения магнитного состояния системы и запасенной в ней энергии. Законы являются фундаментом знаний о протекающих

процессах, и в них не может быть исключений. Поэтому формула (1) должна иметь наименование "сила Ампера" по аналогии с силой Лоренца. Называя формулу (1) законом, мы утверждаем неверное понимание явления возникновения силы, дезориентируем в важнейшем вопросе электротехники и физики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 2.— М.: Наука, 406 с.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики.— М.: Высшая школа, 1989.— 607 с.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники.— М.: Высшая школа, 1967, с. 108–110.
4. Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г. Справочник по элементарной физике.— М.: Наука, 1974.— 255 с.
5. Гофман Ю. В. Законы, формулы, задачи физики.— Киев: Наукова думка, 1977.— 574 с.
6. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах.— М.: Высшая школа, 1989.— 312 с.

[20.05.91]

Параметры токов молнии и выбор их расчетных значений

(статья Бургсдорфа В. В., "Электричество", 1990, № 2)

НОВИКОВА А. Н.

В процессе подготовки (с окончанием в 1992 г.) новой редакции "Руководящих указаний по защите от грозových и внутренних перенапряжений электрических сетей 6–1150 кВ Единой энергосистемы СССР" (РУ) предполагалось обосновать расчетный закон распределения амплитуды тока молнии I_m . Вопрос стал дискуссионным после введения в проект РУ [1] распределения, приведенного в [2], вместо используемого в настоящее время распределения

$$\lg P_I = -\frac{I}{60} \quad (1)$$

Логарифмически-нормальное распределение [2] с параметрами $\bar{I} = 25$ кА и $\sigma_{\lg I} = 0,39$ было заменено в последующих редакциях проекта двумя аппроксимирующими функциями, достаточно близко описывающими статистическое распределение.

Основное возражение оппонентов вызывала неоднозначность распространения на воздушные линии, проходящие в равнинных районах, обобщенного распределения I_m , полученного в основном по результатам исследований токов, протекающих высокие одиночные объекты, в том числе и в горных районах. Зарубежные исследователи, кроме того, видели недостатки методики [2] и в отсутствии разделения разрядов молнии по полярности и по типу разрядов: нисходящие и восходящие. В дальнейшем в [3] были учтены эти замечания и предложено от имени Рабочей группы 33.01 CIGRE использовать в качестве расчетного распределения логарифмически-нормальное распределение только отрицательных нисходящих разрядов с параметрами $\bar{I} = 30$ кА и $\sigma_{\lg I} = 0,32$. Описание исходного статистического материала, использованного авторами [3], дано в табл. 1.

Распределение [3] широко используется в зарубежной расчетной практике, введено в директивные материалы, в том числе в [4]. Несомненно, причина его популярности в использовании прямых осциллографических регистраций. Однако появившиеся позднее [5] результаты исследований по обобщению законов распределения I_m по регистрациям, полученным разными методами

(табл. 2), делают рекомендации [3] небесспорными.

Строго говоря, способ измерения не должен влиять на параметры распределения I_m , поэтому полученные результаты можно объяснить неизбежным различием типов и высоты объектов, на которых проводятся измерения. Действительно, прямые измерения дают наиболее достоверную информацию о количественных характеристиках отдельных разрядов молнии, но с точки зрения расчетов грозозащиты статистические распределения, полученные таким способом измерений, будут приводить к более высоким значениям \bar{I} по следующим причинам. На практике прямые измерения проводятся на одиночных объектах,

Таблица 1

Автор	Страна	Объект	Число регистраций	Способ измерения
Berger	Швейцария	Башня	125	Прямой ¹
Eriksson	Южная Африка	Башня	8	Прямой и косвенный
Popalansky	Чехословакия	Трубы	123	Косвенный ²
Spor	Польша	Трубы	3	Косвенный
Hylten-Cavallius	Швеция	Трубы и мачты	14	Косвенный
Darveniza	Австралия	Линия	18	Косвенный
Schlomann	США	Линии	44	Косвенный

Примечания. ¹ Осциллографические исследования. ² Исследования с помощью ферромагнитных регистраторов.

Таблица 2

Метод измерения	Значения параметров	
	\bar{I}	$\sigma_{\lg I}$
Прямой	31,5	0,28
Косвенный	26,3	0,34
Дистанционный	23,1	0,48

т. е. на объектах, поражаемость которых зависит от квадрата высоты, а не от высоты, как для протяженного объекта. Кроме того, для сокращения времени дорогостоящих наблюдений выбираются объекты, по высоте значительно превышающие ВЛ. Влияние только типа объекта при одинаковой высоте можно пояснить на следующем конкретном примере, используя некоторое условное распределение I_m , в котором равновероятны только два значения амплитуды тока молнии — I_1 и I_2 , т. е. $P_{I=I_1} = P_{I=I_2} = 0,5$, причем $I_2 > I_1$. Допустим, что I_1 имеет радиус ориентировки $r_1 = 50$ м, а I_2 — соответственно $r_2 = 100$ м; плотность ударов молнии в единицу поверхности земли — p_0 . Тогда общее число разрядов, собираемых каждым объектом, составит: линией при длине l

$$N_l = p_0 P_{I=I_1} r_1 l + p_0 P_{I=I_2} r_2 l = \\ = p_0 0,5(r_1 + r_2)l;$$

$$N_m = p_0 P_{I=I_1} \pi r_1^2 + p_0 P_{I=I_2} \pi r_2^2 = \\ = p_0 0,5\pi(r_1^2 + r_2^2).$$

Доля разрядов с амплитудой I_2 , собираемых каждым объектом, будет равна: для линии

$$(P_{I=I_2})_l = \frac{p_0 0,5\pi r_2^2}{p_0 0,5\pi(r_1^2 + r_2^2)} = \frac{r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} = \\ = \frac{100}{50+100} = \frac{2}{3};$$

для мачты

$$(P_{I=I_2})_m = \frac{p_0 0,5\pi r_2^2}{p_0 0,5\pi(r_1^2 + r_2^2)} = \frac{r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} = \\ = \frac{100^2}{50^2 + 100^2} = \frac{4}{5}.$$

Таким образом,

$$(P_{I=I_2})_m > (P_{I=I_2})_l.$$

При реально существующих соотношениях скоростей изменения расстояния ориентировки при увеличении I_m и распределении с резко неравномерной плотностью можно ожидать наибольших расхождений распределений I_m для одиночного и протяженного объектов в области амплитуд с наибольшими плотностями вероятности, т. е. в области средних значений I_m . Этот вывод будет использован в дальнейшем.

Для получения статистических распределений I_m разрядов, поражающих ВЛ, необходимо использовать ферромагнитные регистраторы (косвенный

метод измерения). Естественно, точность каждого отдельного измерения ниже, но достоверность статистического распределения I_m повышается за счет проведения широкомасштабных исследований. Основное требование при постановке исследований на ВЛ — по возможности избегать суммирования токов в отдельных токоподсках при определении I_m . Меньше погрешности измерений получаются при использовании специально устанавливаемых на вершинах опор стержней или на бестросовых ВЛ.

При анализе результатов, полученных дистанционным методом, необходимо отметить следующее. Если исходить из того, что каждый наземный объект влияет на изначальное распределение I_m , дистанционный метод, по существу, дает возможность получить распределение разрядов, поражающих земную поверхность. Следовательно, этот метод дает самое низкое среднее значение I_m из рассматриваемых, что отражено в табл. 2. Вероятно, для корректировки и повышения точности косвенного и дистанционного методов измерения I_m полезны исследования с регистрацией I_m всеми тремя способами на сравнительно небольших пространствах.

Для полноты освещения вопроса следует отметить, что в настоящее время к параметрам, влияющим на I_m и его распределение, относятся

также: высота местности над уровнем моря; электрические характеристики подстилающего грунта; географическая широта (этот параметр признается пока реже остальных). С позиций вышеизложенного следует оценить исходные данные табл. 1, послужившие базой для рекомендаций рабочей группы 33.01 CIGRE. Не останавливаясь особо на большом разнообразии регионов полевых исследований, неоднородности, и, в отдельных случаях, непредставительности выборок, отметим, что только 62 измерения (20 %) проводились на ВЛ. Остановимся на большей выборке (44 измерения), полученной с помощью ферромагнитных регистраторов в ходе выполнения исследовательской программы по выяснению причин пониженной грозоупорности ВЛ 345 кВ на двухцепных опорах в США [6]. Регистраторы устанавливались на стержневых молниеприемниках, смонтированных на вершинах опор, и на тросах. Наиболее достоверные оценки I_m можно получить по показаниям

регистраторов на стержнях. Таких случаев в этих исследованиях было 5, остальные значения I_m были получены путем суммирования токов в тросах. В [6] были рассмотрены значения I_m от 7,6 до 89,4 кА. Меньшие значения токов молнии не учитывались. Были построены статистические распределения по 5 регистрациям для стержневых молниеприемников и по общей совокупности измерений (рис. 1). В качестве базового для сравнения было использовано распределение Lewis — Foust, полученное таким же способом, но на ВЛ более низкого напряжения. Отметив расхождение в значениях $I_{0,5}$, авторы [6] пришли к заключению, что в области больших амплитуд токов молнии распределения совпадают, и сделали вывод: причина пониженной грозоупорности ВЛ 345 кВ на двухцепных опорах не в неблагоприятной статистике I_m . Попутно было отмечено, что

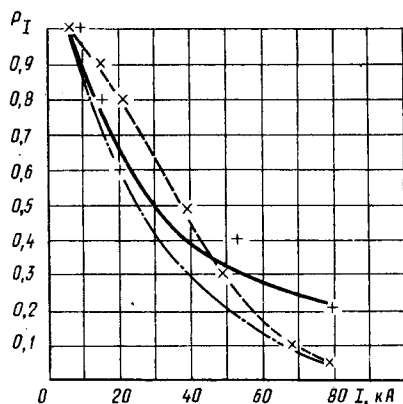


Рис. 1. Распределение амплитуд тока молнии по данным полевых исследований на ВЛ в США:

++ — по измерениям на стержнях, установленных на опорах ВЛ 345 кВ [6]; хх — обобщенное по измерениям на стержнях и тросах ВЛ 345 кВ [6]; — то же по данным Lewis-Foust

завышение значения $I_{0,5} = 38$ кА произошло отчасти из-за неучета доли малых токов. Введение этой поправки может снизить $I_{0,5}$ до 35 кА. По материалам [6] можно предположить и другую причину завышения значения $I_{0,5}$: интересно отметить, что распределение по 5 разрядам, поразившим стержни, имеет $I_{0,5} = 30$ кА, т. е. повышение $I_{0,5}$ происходит при учете разрядов, поразивших трос в пролете. Там же дан пример пересмотра I_M для восьми таких случаев. Во всех случаях токи, растекающиеся от места удара молнии, значительно различаются по амплитуде (не менее чем в 2 раза). Объяснить это можно следующим образом. Наиболее вероятен удар молнии не в середину пролета. Индуктивности участков троса между точкой удара и опорой неодинаковы, поэтому будут различаться не только амплитуды, но и время нарастания тока до амплитуды. Сложение амплитуд при такой ситуации приводит к завышению значений I_M , и в данных исследованиях — к завышению $I_{0,5}$.

Lewis и Foust уделяли этому обстоятельству особое внимание и объединили регистрации только после проверки на совпадение статистических распределений, полученных отдельно по измерениям на стержневых молниеприемниках и на тросах. Можно предположить, что на ВЛ более низкого напряжения на опорах меньшей высоты, при меньших длинах пролета и меньших стрелах провеса становится менее вероятным смещение точки удара молнии к опоре, и влияние несимметрии индуктивностей участков троса будет сглаживаться, тем более при значительно большем, чем в [6], объеме наблюдений. Авторы [6] и не ставили вопрос о пересмотре расчетных распределений амплитуд тока молнии; тем менее обоснованным кажется использование их данных при выводе обобщенного закона распределения [3].

Данные Darveniza из-за небольшой выборки не анализировались.

Из сказанного выше следует, что распределение, рекомендованное от имени Рабочей группы

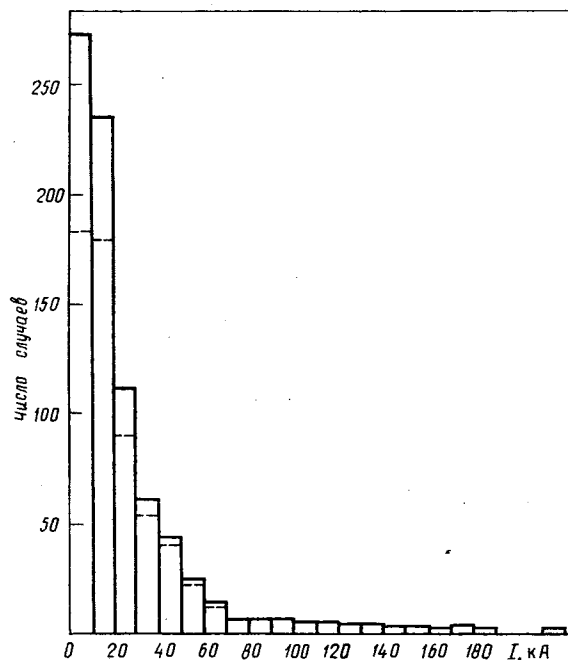


Рис. 2. Гистограмма распределения числа регистраций по амплитуде тока молнии по данным измерений в СССР [7]:

— для всей территории СССР, 807 регистраций; - - - то же для равнинных районов (623 измерения)

33.01 CIGRE, дает более высокие значения $I_{0,5}$, чем это можно было ожидать для распределения разрядов, поражающих ВЛ. С этих позиций его нельзя назвать более предпочтительным для расчетов грозоупорности ВЛ. Однако основная причина введения в проект РУ нового распределения состояла в необходимости учета более высоких вероятностей для больших амплитуд тока молнии, чем давало распределение (1). Ниже для отдельных значений I_M даны отношения N вероятностей, рассчитанных по логарифмически нормальному

закону с параметрами $I = 30$ кА и $\sigma_{lgI} = 0,32$ [3], к вероятностям P_r полученным по формуле (1):

I_M	10	20	30	40	60	80	100	150	200	250	300
N	1,37	1,53	1,58	1,62	1,67	1,75	2,46	4,56	11,3	30,9	80,0

Расхождение в области средних токов невелико по сравнению с разницей расчетных значений P_I в области токов свыше 100 кА. Причину последнего следует искать либо в занижении I_M при ранних полевых исследованиях, либо в неудачной аппроксимации прежних статистических распределений.

Отметим, что исследования I_M в 1930–40 гг. проводились достаточно тщательно. Все поправочные коэффициенты вводились в сторону увеличения значений I_M , измеренные значения I_M приводились к "идеальному" заземлению. На рис. 2 представлена гистограмма распределения числа ударов по значениям I_M для всей территории СССР по 807 измерениям на заземленных объектах (молниеотводы и опоры ВЛ) и незаземленных

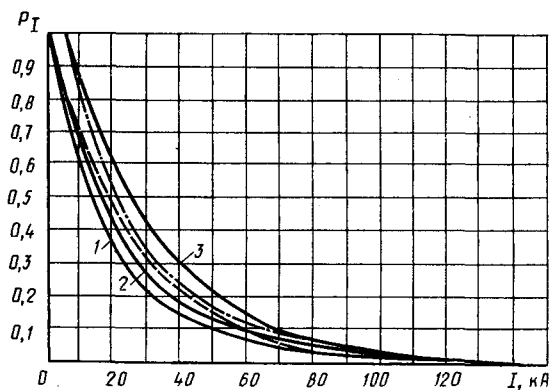


Рис. 3. Распределения амплитуд токов молнии, полученные косвенным методом на ВЛ СССР и США до 1940 г.:

1 — при измерениях на заземленных и незаземленных опорах после приведения к "идеальному" заземлению (для всей территории СССР, 807 разрядов); 2 — то же без горных районов Кавказа, 623 разряда; 3 — данные Lewis-Foust для США, 734 разряда; --- аппроксимация; — — — логарифмическо-нормальное с параметрами $M_I = 20$ кА;

$$\sigma_{\lg I} = 0,4$$

(деревянные опоры ВЛ без троса) [7]. Материалы [7] позволяют отделить от этой совокупности измерения, проводимые на ВЛ в горных районах Кавказа. Пунктирная гистограмма относится к равнинным территориям СССР. На рис. 3 по этим гистограммам построены распределения I_m . Там же представлено распределение Lewis — Foust по 734 разрядам для ВЛ США. Это распределение имеет самое большое значение $I_{0,5}$ среди результатов зарубежных исследований до 40-х гг., т. е. наиболее подходит для заниженных оценок. Расположение распределения Lewis — Foust правее кривой 2 отчасти объясняется более высоким нижним пределом регистрации I_m , а именно 5 кА. Если исключить из распределения 2 токи до 5 кА, то распределения по данным отечественных и зарубежных исследователей сближаются: расхождение между ними составляет не более 20 %. Объемы данных по этим исследованиям близки, и это позволяет заключить, что обобщенное распределение для равнинных территорий (кривая 2) подтверждается данными зарубежных исследований указанного периода.

Представляет интерес сопоставить статистические распределения I_m , полученные в 30–40 гг. в СССР (623 разряда), с аналогичным распределением по данным, используемым в [3] (338 разрядов). Это выполнено на рис. 4 в логарифмически-вероятностных координатах. Для токов свыше 50 кА получено очень хорошее совпадение этих распределений. Наибольшие расхождения получены при средних токах, что объясняется влиянием типа объекта. Для больших токов с очень малыми значениями P_I влияние типа объекта может, вероятно, проявиться только при очень большом объеме полевых исследований.

Таким образом, доля токов с большой амплитудой в довоенных исследованиях I_m в СССР не была занижена. Заниженные расчетные оценки

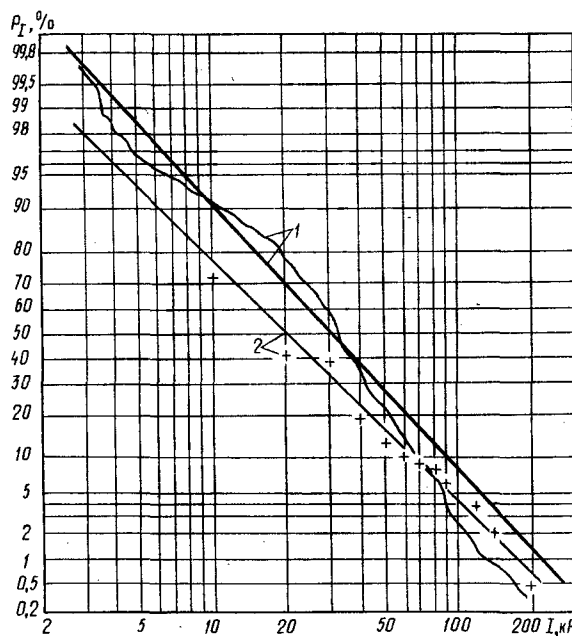


Рис. 4. Сравнение статистических распределений амплитуд токов молнии, используемых при выводе аппроксимирующих формул:

1 — статистическое распределение и аппроксимация, предложенная Рабочей группой 33 CIGRE [3]; 2 — то же для измерений I_m в СССР [7]

вероятности больших амплитуд тока молнии были обусловлены использованием аппроксимации, а не реального статистического распределения. Следует признать, что аппроксимация формулы (1) для токов свыше 60 кА начинает расходиться с реальным статистическим распределением в сторону занижения расчетных значений P_I , что видно из рис. 5 и особенно рис. 6, выполненного в уменьшенном масштабе.

Из проведенного анализа можно сделать общий вывод: распределение I_m , полученное в довоенные годы путем косвенных измерений на ВЛ, наиболее приемлемо в расчетах грозоупорности ВЛ. В области средних значений токов оно находится в логически объяснимом соответствии с $I_{0,5}$ обобщенного распределения, полученного по результатам косвенных измерений (табл. 2), поскольку в этом обобщенном распределении большую долю составляют измерения на одиночных объектах. В области больших амплитуд I_m предлагаемое распределение при правильной аппроксимации не занижает вероятности P_I . В настоящее время для такой аппроксимации можно предложить логарифмически-нормальное распределение с параметрами $I = 20$ кА и $\sigma_{\lg I} = 0,4$ (рис. 5 и 6, кривая 2).

Предлагаемое распределение является вторым вариантом расчетного распределения I_m для новой редакции "Руководящих указаний по защите от грозных и внутренних перенапряжений электрических сетей 6–1150 кВ единой энергосистемы СССР". Первый вариант предложен в [8]. Графическое его изображение дано на рис. 5 и 6 наряду с другими анализируемыми распределениями, там

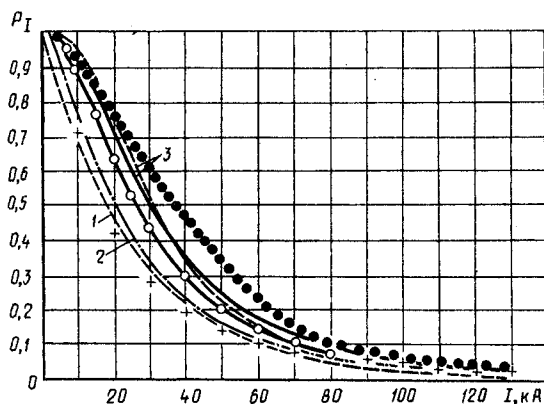


Рис. 5. Расчетные распределения амплитуд тока молнии: + — результаты полевых исследований и их аппроксимации;

1 — $\lg P_I = -\frac{I}{60}$; 2 — логарифмически-нормальное, $\bar{I} = 20$ кА,

$\sigma_{\lg I} = 0,4$; 3 — логарифмически-нормальное [3], $\bar{I} = 30$ кА, $\sigma_{\lg I} = 0,32$ и его аппроксимация $P_I = 1/(1 + (I/31)^{2,6})$ [4];

— · — · — $P_I = I^{1,55}/900$ [8]; —○— — обобщенное по измерениям косвенным методом, логарифмически-нормальное

[5], $\bar{I} = 26,3$ кА, $\sigma_{\lg I} = 0,34$

же приведены и аппроксимирующие его формулы. В области значений до 100 кА предлагаемые два варианта распределений различаются по значениям P_I в 1,5–2,0 раза, и значение $I_{0,5} = 38$ кА для распределения [8] превышает соответствующий параметр обобщенного распределения измерений I_m , полученных прямым способом (табл. 2). Вероятно, причиной этого является использование в [8] данных о I_m , полученных суммированием токов в тросах. Это относится прежде всего к уже упоминавшейся работе [6]. Проблематично и привлечение для подобного анализа данных [9], полученных суммированием результатов регистраций по 4–5 опорам опытной линии 10 кВ. Распределение, предложенное в [8], практически повторяет распределение, полученное в [6] по 44 регистрациям (рис. 1). При этом непонятно, почему оно не изменилось в результате учета данных Lewis с большим объемом (2721 разряд) и $I_{0,5} = 23$ кА.

Следует отметить, что в области больших значений амплитуд ($I_m > 100$ кА) все анализируемые статистические распределения и их аппроксимации, в том числе и аппроксимация [8], очень близки.

Выводы. 1. Влияние типа объекта, на котором производится измерения амплитуд тока молнии, проявляется в области средних значений I_m ; $I_{0,5}$ для протяженного объекта (ВЛ) меньше, чем для сосредоточенного (башни, молниеотводы). Использование для расчетов грозоупорности ВЛ распределения I_m , рекомендованного Рабочей группой 33.01 CIGRE, приведет к завышению числа грозовых отключений от прорывов молнии на провода ВЛ всех классов напряжения и от обратных перекрытий для ВЛ до 330 кВ.

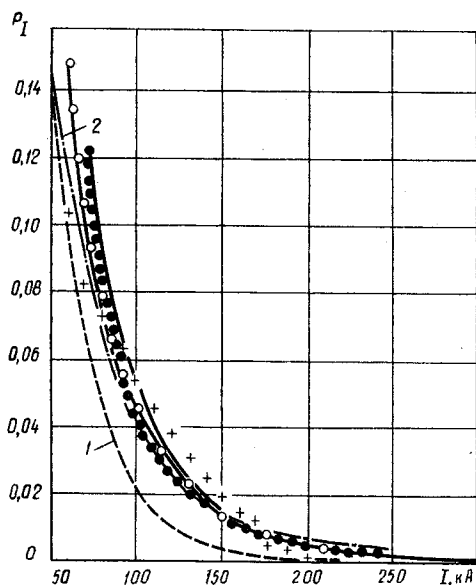


Рис. 6. Расчетные распределения амплитуд тока молнии в области больших значений: + — результаты полевых исследований [7] и их аппроксимации;

1 — $\lg P_I = -\frac{I}{60}$; 2 — логарифмически-нормальное, $\bar{I} = 20$ кВ, $\sigma_{\lg I} = 0,4$; — логарифмически-

нормальное [3], $\bar{I} = 30$ кА, $\sigma_{\lg I} = 0,32$; — · — · — $P_I = (35/I)^3$ [8]; —○— — обобщенное по измерениям

косвенным методом, логарифмически-нормальное, $\bar{I} = 26,3$ кА, $\sigma_{\lg I} = 0,34$ [5]

2. Статистическое распределение амплитуд токов молнии, полученное при широкомасштабных исследованиях I_m с помощью ферромагнитных регистраторов в СССР в довоенные годы, для $I_m > 50$ кА согласуется с аналогичным распределением, составляющим базу данных для вывода закона распределения I_m Рабочей группы 33.01 CIGRE, т. е. при правильной аппроксимации не занижает вероятности больших амплитуд тока молнии.

3. В качестве расчетного распределения амплитуд тока молнии для новой редакции "Руководящих указаний по защите от грозовых и внутренних перенапряжений электрических сетей 6–1150 кВ Единой энергосистемы СССР" предлагается логарифмически-нормальное распределение

с параметрами $\bar{I} = 20$ кВ и $\sigma_{\lg I} = 0,4$, которое для токов до 60 кА по значениям мало отличается от известного логарифмического закона (1), а при $I_m > 60$ кА значительно лучше последнего описывает действительное статистическое распределение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководящие указания по защите от внутренних и грозовых перенапряжений сетей 3–750 кВ. Раздел I. Грозовые перенапряжения и грозозащита (проект) — Л.: Энергия, 1975. — Труды НИИПТ, вып. 21–22.

2. Popalansky F. Frequency distribution of amplitudes of lightning currents.— *Electra*, May 1972, N 22.
3. Anderson R. B., Eriksson A. J. Lightning parameters for engineering application.— *Elektra*, March 1980, N 69.
4. Transmission line reference book 345 kV and above (Second edition).— Electric Power Research Institute, 1982.
5. Раков В. А., Луц А. О. К оценке радиуса стягивания разрядов молнии к объекту.— *Электричество*, 1988, № 9.
6. 1956 lightning field investigation of the OVEC 345 system / R. H. Schlomann, W. S. Price, I. B. Johnson, J. G. Anderson.—

Trans. on PAS, 1958, N 2.

7. Стекольников И. С. Физика молнии и грозозащита.— М. — Л.: Изд. АН СССР. 1943.
8. Бургсдорф В. В. Параметры токов молнии и выбор их расчетных значений.— *Электричество*, 1990, № 2.
9. Eriksson A. J., Mosi D. W. The incidence of direct lightning strikes to structures and overhead lines.— *IEE Conf. Publ.*, 1984, N 236.

[21.08.91]

БУРГСДОРФ В. В.

Определение параметров токов молнии является очень непростой задачей в силу как масштаба и сложности самого явления, так и влияния на токи молнии орографии местности (высоты над уровнем моря и пересеченности рельефа), климатических условий и высоты поражаемого объекта.

Проведенные за последние 50 лет исследования позволили внести значительную ясность в представления о процессе развития молнии и данные о форме токов молнии. Установлено, что параметры волны тока изменяются в широких пределах, однако при их определении весьма эффективен вероятностно-статистический подход. Его практическое применение стало возможным в результате многолетних исследований во многих странах. Важнейшими параметрами при разработке грозозащиты являются амплитуды токов молнии и их распределения. Именно поэтому измерения амплитуд проводились особенно широко.

На первом этапе — в 30-е и в начале 40-х годов — такие измерения проводились на опорах линий электропередачи и частично в тросах с применением магнитных регистраторов и клидонографов. В основу последующих исследований были положены измерения с помощью магнитных регистраторов, поскольку клидонографы не обеспечивали удовлетворительную точность. Результаты этих работ опубликованы в [1–3].

Примерно в это же время были начаты осциллографические исследования на часто поражаемом молнией здании Эмпайр Стейтс Билдинг, которое долгое время было высочайшим сооружением в мире [4], и на специально построенной станции по исследованию молнии в Швейцарии, где около 40 лет велись измерения, данные о которых были обобщены в [5, 6]. Эти исследования позволили внести значительную ясность в механизм развития молнии и ее параметры.

Для определения статистических характеристик амплитуд токов молнии требовались массовые измерения в различных районах. Они были организованы на линиях электропередачи с применением магнитных регистраторов, установленных в основном на опорах воздушных линий. Особенно широко исследования были проведены в США [1], Германии [2] и СССР [3]. Они включали

в общей сложности до 4000 регистраций, причем построенные кривые распределения для этих трех стран оказались близкими, подтверждая тем самым их надежность. Эти распределения широко использовались в инженерной практике и вошли в Руководящие Указания по защите от перенапряжений, принятые в СССР [7], и в рекомендации Американского института инженеров-электриков [8]. Токи молнии в канале определялись суммированием токов в стержнях металлических опор и в соседних опорах. Все это требовало использования результатов измерений токов, растекающихся по многим путям, что принципиально снижало их точность.

Стремление к непосредственному определению токов в канале молнии привело к организации измерений на трубах и мачтах, где фиксировались токи в одном или двух заземляющих токопроводах. Эти работы явились новым этапом в исследовании молнии. Результаты измерений на башнях и трубах высотой до 100 м оказались несколько неожиданными, измеренные здесь токи были значительно больше токов в канале молнии, полученных при измерениях на опорах. Наоборот, в сооружениях высотой в несколько сотен метров преобладали малые токи молнии. Причина их была быстро установлена. Осциллограммы показали, что подобные молнии возникают при многочисленных восходящих лидерах с вершины высотного сооружения. Для воздушных линий и объектов относительно небольшой высоты такие разряды не характерны; в преобладающем большинстве случаев эти объекты поражаются отрицательными молниями при опускающихся лидерах от облака к земле. Основным вопросом стали расхождения между токами, измеренными в опорах линий и башнях или трубах высотой до 100 м.

Правильность определения токов молнии на основе измерений в опорах также вызвала сомнения, так как данные расходились с результатами при эксплуатации линий 345 кВ [9, 10]. В связи с этим был проведен анализ распределений токов молнии на линиях по измерениям на молниеприемниках в виде стержней, установленных на

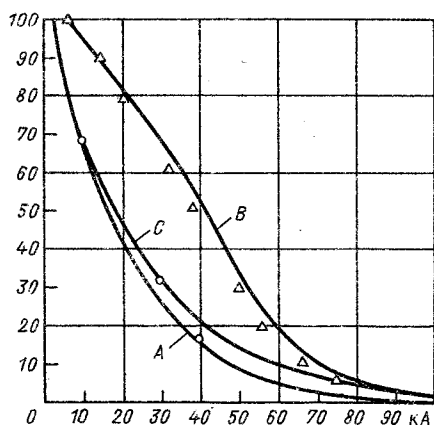


Рис. 1. Вероятности токов молнии, превышающих значения абсциссы: А — по [8]; В — по [1]; С — по [7]

вершине опоры, и при суммировании токов на концах тросов для ударов в пролеты. Такие измерения проводились Льюисом и Фустом и в системе *OVEC* [1, 9]. Их результаты были сопоставлены с распределением, полученным по совокупности всех измерений токов в опорах, которое было рекомендовано Американским институтом инженеров-электриков для расчетов грозозащиты [8]. Распределения токов при ударах в стержни и тросы были признаны совпадающими и не разделялись [10].

На рис. 1 представлены результаты этой работы. Кривая А соответствует распределению, рекомендованному в США, кривая В построена по измерениям Льюиса и Фуста в тросах и стержнях [1], треугольниками отмечены регистрации на линии *OVEC* 345 кВ [9]. В последних определяющими были удары в тросы, в стержнях зафиксировано только 5 поражений. Кроме того, на рис. 1 приведена кривая С, рекомендованная в [7]. Она также была построена по измерениям токов молнии в опорах линий электропередачи. Как видно из полученных графиков, распределения токов по измерениям в опорах близки друг другу, но резко отличаются от полученного в тросах и стержнях. Последнее хорошо согласуется, однако, с измерениями в СССР на опорах в области очень больших токов (80 кА и выше). Эти результаты дали основания считать, что старые регистрации в опорах резко занижают токи молнии, поскольку точность измерений в тросах и стержнях, башнях и трубах не вызвала сомнений.

Главными причинами погрешностей, занижающих токи молнии, могли быть насыщение регистраторов и сложная структура магнитного поля близости от стоек (поясов) при прохождении по опоре импульсных токов (эффект близости). Поэтому расчет амплитуды тока по остаточной намагниченности регистратора в случае представления пояса опоры в виде цилиндрического токопровода, как это делалось при старых измерениях, мог действительно приводить к ошибкам. Для внесения ясности в этот вопрос в США были проведены специальные исследования. Измерялись напряженности магнитного поля около стойки опоры, по которой проходил ток от генератора импульсных токов (ГИТ). Оказалось, что амплитуда тока превышает значение, рассчитанное по методике, применявшейся при старых измерениях

токов в опоре, в 1,5–3 раза [11]. Ошибка соответствовала результатам измерений, приведенным на рис. 1.

В докладе [12], рекомендованном Американским институтом инженеров-электриков, было указано, что в измерениях Льюиса и Фуста были получены заниженные в 2 раза токи молнии. Такая же методика расшифровки показаний магнитных регистраторов применялась в СССР и Германии. Полученные при этом значения токов, естественно, были занижены, и их распределения оказались близкими к полученному Льюисом и Фустом. В части измерений прослеживалось насыщение регистраторов.

В связи с выше изложенным от использования результатов старых измерений полностью отказались; в частности, в дальнейших работах Исследовательского комитета (ИК) 33 СИГРЭ рассматривались только измерения в башнях и трубах, а на линиях электропередачи — в молниеприемниках (стержнях), установленных на вершинах опор и в тросах при ударах молнии в пролет, т. е. учитывались данные измерений, при которых токи молнии измерялись достаточно точно. В Польше были организованы измерения токов в опорах при использовании большого количества более чувствительных регистраторов, устанавливаемых на значительном расстоянии от стоек опор, т. е. там, где эффект близости не мог проявиться. В СССР регистраторы прикреплялись к поясам и градуировались непосредственно с помощью ГИТ.

Обобщив данные измерений на башнях и трубах, а также регистраций в молниеприемниках и тросах на линии 345 кВ *OVEC*, ИК 33 СИГРЭ предложил распределение токов молнии для инженерных расчетов [13]. Чтобы исключить влияние молний, обусловленных восходящими лидерами, учитывались удары в конструкции высотой менее 100 м.

Кроме того, в качестве расчетных были приняты только токи отрицательных опускающихся молний. Такой подход оправдан, поскольку влияние положительных молний, которые составляют примерно 5 % общего числа, невелико. Правда, наибольшие амплитуды положительных молний выше отрицательных, но они отличаются очень пологим фронтом и представляют поэтому существенно меньшую опасность для возникновения обратных перекрытий, чем отрицательные; вероятность же опасных положительных молний при ударах в провода меньше, чем отрицательных. Таким образом, распределение, предложенное СИГРЭ, характеризует вероятности наиболее опасных токов молнии и способствует определению расчетных грозоупорности. Естественно, что полученная по данным СИГРЭ кривая распределения токов молнии проходит существенно выше построенных по старым измерениям токов в опорах. Недостатком распределения, предложенного СИГРЭ, является перегиб в области токов 20 кА, откуда следует, что рассматриваемая зависимость отражает две закономерности снижения вероятности токов по мере увеличения их амплитуды. Проведенный во ВНИИЭ анализ показал, что это связано с объединением токов горных молний и измеренных на ровной местности с небольшими отметками [14]. Как известно, токи горных молний значительно меньше, чем молний на небольших высотах, и для правильной характеристики следует рассматривать два распределения. Полученная зависимость для токов молнии на

небольших высотах после исключения горных молний имела единую закономерность [14], но, естественно, ее кривая оказалась несколько выше предложенной СИГРЭ. Такая корректировка была признана целесообразной при обсуждении этого вопроса с д-ром Эрикссоном, одним из авторов работы СИГРЭ. Именно такое скорректированное распределение целесообразно использовать в дальнейшем.

При рассмотрении материалов к новой редакции Руководящих Указаний по защите от перенапряжений выявилась, однако, иная точка зрения: принять расчетное распределение токов молний близким к полученному при "старых" измерениях в опорах [15]. Обосновывается это предложение результатами обработки измерений, проведенных тремя методами: прямым (с помощью осциллографов), косвенным (магнитными регистраторами) и дистанционным. Полученные при этом средние значения токов равнялись соответственно 31,5, 26,3 и 23,1 кА при стандартах распределения $\sigma_{lg I}$ 0,28,

0,34 и 0,48 [16]. Указанная работа представляет несомненный интерес с точки зрения оценки радиуса стягивания разрядов молний к объекту, чему она, собственно, и посвящена, однако в части характеристики распределения токов молний необходимо сделать ряд замечаний.

Прежде всего, при правильных измерениях токов магнитными регистраторами результаты не должны отличаться от полученных с помощью осциллографов. Выявленное различие свидетельствует о погрешностях магнитного метода, занижающего в данном случае токи молний, что и неудивительно, поскольку в [16] включено много регистраций в опорах линий электропередачи. Таким образом, полученные распределения подтверждают все сказанное выше о серьезных недостатках старых измерений.

Кроме того, в рассматриваемых распределениях не выделены токи горных молний. Таким образом, эти материалы не могут служить основанием для корректировки рассмотренных выше точных измерений. Сказанное относится также и к дистанционным регистрациям, к которым следует подходить с большой осторожностью, так как они не позволяют избежать погрешностей и уж никак не могут быть использованы для корректировки измерений непосредственно в инженерных конструкциях.

Следует учитывать, что при невысоком сопротивлении самозаземления молнии при ударах в грунт и больших волновых сопротивлениях канала молнии нет принципиального различия в формировании токов молнии при ударах в заземленную конструкцию и в землю. Снижения токов можно ожидать лишь при ударах в породы с очень высоким удельным сопротивлением, например, в гранит.

Различие между распределениями токов, измеренных в отдельно стоящих конструкциях и полученных при старых измерениях на опорах воздушных линий, А. Н. Новикова связывает с разной поражаемостью протяженных и сосредоточенных объектов. Однако приводимые в [15] расчеты показывают очень небольшое (не более 20 %) повышение токов в башнях по сравнению с линиями даже для принятого условия пропорциональности радиуса стягивания току молнии. Есть основание считать, что эта связь выражена слабее, и разницы в токах вообще не будет. В то же время автор [15] считает, что токи в тросах, т. е. в

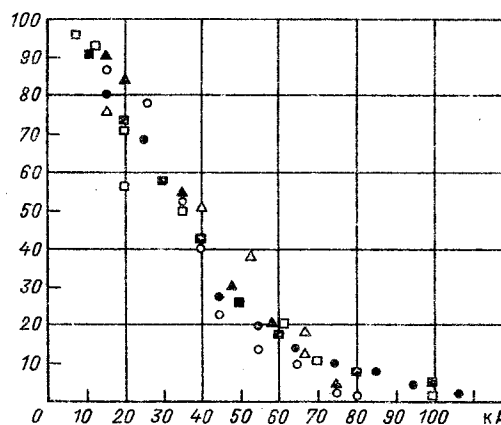


Рис. 2. Вероятности токов молний, превышающих значения абсциссы: \circ — молниеприемники по [1]; \ast — тросы по [1]; Δ — молниеприемники по [9]; \blacktriangle — тросы по [9]; \square — молниеприемники по [17]; \blacksquare — тросы по [18]

протяженных объектах, должны быть выше, чем в опорах. Мотивируется это анализом результатов упоминавшихся измерений на линии 345 кВ OVEC. Однако делать подобные выводы нельзя, поскольку регистрации в стержнях включают всего 5 разрядов, когда значительный разброс опытных точек неизбежен.

Для правильного заключения о токах молнии на линиях электропередачи необходимо привлечь все имеющиеся точные данные, к которым могут быть отнесены измерения в молниеприемниках (стержнях) на вершинах опор и в тросах. Материалы таких измерений были еще раз выверены и приведены к одинаковому нижнему пределу регистраций (4–5 кА). Принималась поправка в 10 % при нижнем пределе 10 кА и 5 % при пределе 7,5 кА. Токи уточнялись исходя из конкретных значений распределения опытных точек. Были выявлены измерения, ограниченные по верхнему пределу вследствие насыщения регистраторов.

Результаты всех известных измерений в стержнях и тросах линий электропередачи представлены на рис. 2. Поскольку они оказались близкими, отдельные данные характеризуются точками: светлыми — для токов в молниеприемниках, затемненными — для токов, полученных суммированием измеренных по концам тросов.

Измерения в молниеприемниках были проведены Льюисом и Фустом [1], Эрикссоном [17] и в системе OVEC [9]. Они включали 30, 37 и 5 регистраций. Соответственно для токов в тросах учтены измерения Льюиса и Фуста, OVEC, Гросса и Липперта [18] — 50, 44 и 51 удар. Таким образом, были получены достаточно представительные данные не только для измерений в тросах, но и в молниеприемниках.

Как следует из рис. 2 результаты измерений на разных линиях хорошо согласуются между собой, равно как в молниеприемниках и при суммировании токов в тросах.

Если учесть, что повышенный разброс точек при регистрации в системе OVEC в молниеприемниках обусловлен крайне малым числом ударов (5), заметное снижение вероятности токов около 40 кА и более в измерениях Льюиса и Фуста в молниеприемниках связано с насыщением самих регистраторов, которые вообще не записывают токи свыше 80 кА, в то время как верхний предел остальных регистраторов превышает 100 кА;

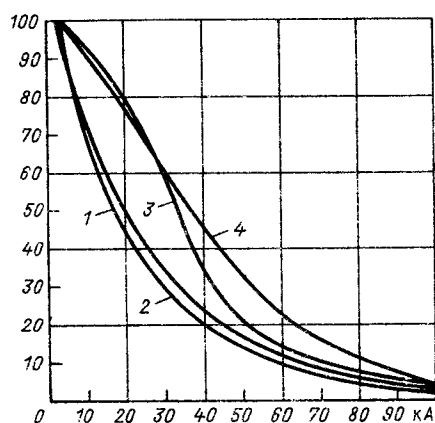


Рис. 3. Вероятности токов молнии, превышающих значение абсциссы: 1 — по [7]; 2 — по [15]; 3 — по [13]; 4 — по [14]

следовательно истинная вероятность токов в области свыше 40 кА будет больше указанной по измерениям Льюиса и Фуста на рис. 2. Таким образом, можно заключить, что в целом результаты измерений в молниеприемниках и тросах отличаются очень малым разбросом и в сущности совпадают друг с другом. Причина, по которой суммирование токов, измеренных на концах тросов, дает удовлетворительные результаты, заключается в том, что в области, близкой к их амплитудным значениям, они мало отличаются друг от друга в пределах 1–1,5 мкс. Для ударов поблизости от одной из опор большая часть тока молнии устремится именно к ней, и небольшая разница между амплитудой тока на удаленном конце троса и его значением при максимуме тока на ближнем конце троса не имеет практического значения.

Учитывая, что при измерении токов молнии всегда имеет место разброс опытных точек, который в данном случае оказался небольшим, можно утверждать, что токи в тросах и стержнях допустимо характеризовать одной общей кривой, которая хорошо совпадает с полученной для башен и труб. Отметим еще, что в точных измерениях токов при использовании до 5 регистраторов на токопровод полученные распределения в башнях и трубах и на линии, деревянные стойки которой были зашунтированы стальной проволокой, хорошо совпали [12]. Они также согласуются с рассмотренными выше распределениями при точных измерениях других авторов.

Все изложенное дает основание при определении токов молнии ориентироваться только на данные новых измерений и отказаться от старых, как имеющих явные погрешности. Этим принципом руководствовалась такая авторитетная организация, как СИГРЭ, он вошел также в современную практику ряда стран и, в частности, распределение, предложенное ИК 33 СИГРЭ, рекомендовано Американским институтом инженеров-электриков и электронщиков вместо принимавшегося ранее на основе старых измерений [7, 8].

Предложенное во ВНИИЭ распределение уточняет рекомендованное СИГРЭ, его целесообразно применять для территорий с небольшими высотами, при которых не должны учитываться токи горных молний. Естественно, что при этом токи молнии несколько возрастают. Следует также считаться с их вариацией в отдельных районах. На прилегающих к морям и океанам низменностях

возрастает доля очень больших токов молнии (с амплитудой 80 кА и более) при одновременном снижении вероятности токов 15 кА и менее. Требуется уточнения распределение токов в сухих районах, к которым относятся, в частности, Средняя Азия и Казахстан, и где возможно снижение токов молнии. Особое распределение должно быть получено для горных стран. Собранные в настоящее время материалы достаточны для определения такой характеристики.

На рис. 3 приведены кривые распределения токов, рекомендуемые в [7, 13–15]. Как видно, они отражают две разные закономерности. Кривые 1 и 2, построенные по результатам старых измерений токов в опорах, практически совпадают. Кривые 3 (СИГРЭ) и 4 (ВНИИЭ) проходят в другой зоне, но различаются за счет токов горных молний. Разница между двумя группами кривых существенна за исключением области больших токов, где все распределения дают близкие вероятности. Здесь токи в опорах определялись по намагничиванию удаленных от опоры регистраторов, где эффект близости отсутствовал, измерения были правильными и совпали с точными в других молниеприемниках.

Выводы. 1. Точность измерений в башнях, трубах, тросах и молниеприемниках на опорах не вызывает сомнений; существенно также, что все результаты хорошо согласуются между собой. Имеются поэтому основания положить их в основу распределения токов молнии для расчетов грозозащиты.

2. Распределения, полученные при измерениях в опорах, характеризуются существенно меньшими токами. Разница между обоими распределениями является несомненно закономерной и не является случайной.

3. Имеющиеся данные исследований показывают неизбежные погрешности в старых измерениях, в силу чего эти измерения не рекомендуется использовать. Материалы [15] не снимают вопрос о погрешностях измерений токов в опорах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lewis W. W. Protection of transmission system against lightning.— London: Wiley, 1950.
2. Стекольников И. С. Физика молнии и грозозащита.— М.: Изд-во АН СССР, 1943.
3. Baats H.— ETZ, 1951, A, p. 192.
4. Mac-Kann G. D. The measurement of lightning current in direct strokes.— AIEE Trans., 1944, p. 1157.
5. Berger K., Anderson R., Kroninger H. Parameters of lightning flashes.— Electra, 1975, N 41.
6. Berger K. Blitzstrom parameter fon Anwartsblitzen.— Bull. ASE, April 1978.
7. Руководящие указания по защите от перенапряжений.— М.: Л.: Госэнергоиздат, 1954.
8. A method of estimating lightning performance on transmission lines (AIEE Committee Rep.).— Trans. on PAS, 1950, vol. 69.
9. Field investigation of lightning in 345 kV system OVEC / R. H. Shlomann, V. S. Price, I. V. Johnson, G. B. Anderson.— Trans. on PAS, 1958, N 11.
10. Hagenguth J. H., Anderson J. G. Factors affecting the lightning performance.— Trans. on PAS, 1958, N 11.

Российскому физическому обществу – 120 лет

11 марта 1872 г. министром народного просвещения был утвержден Устав Российского физического Общества при Императорском С.-Петербургском университете, выработанный на нескольких собраниях. "Можно без преувеличения сказать, что история русского физического общества есть вместе с тем, история физики в России..." (Гезехус Н. "Исторический очерк десятилетней деятельности физического общества..."). Инициаторами создания общества были великие русские физики Э. Х. Ленц и Б. С. Якоби, поддержанные Д. И. Менделеевым. Много славных имен вписано в историю Российского физического общества. Его членами были Д. И. Менделеев, Ф. Ф. Петрушевский, В. В. Лермантов, О. Д. Хвольсон, А. С. Попов, А. Ф. Иоффе, Я. И. Френкель и многие другие.

Целью деятельности общества было содействие успехам всех разделов физики и распространение физических знаний в России. Одним из главных учредителей и первым председателем общества был известный русский физик Ф. Ф. Петрушевский, который оставался на этом посту до 1901 г. В 1878 г., по предложению Д. И. Менделеева, физическое общество объединилось с Русским химическим обществом в единое Русское физико-химическое общество (РФХО), учрежденное при С.-Петербургском университете, состояло оно из двух отделений: физики и химии. В течение длительного времени отделение физики РФХО являлось центром русской физической мысли.

На заседаниях физического отделения РФХО представляли свои изобретения П. Н. Яблочков и А. Н. Лодыгин; в 1885 г. А. С. Попов продемонстрировал действие своего изобретения — беспроволочного телеграфа. Первые сообщения о наиболее интересных изобретениях в области электричества и магнетизма также были заслушаны на заседаниях РФХО. Для пропаганды важнейших достижений электротехнической науки в 1880 г. был основан журнал "Электричество", который редактировали такие выдающиеся ученые, как В. Н. Чиколев, Д. А. Лачинов, А. А. Воскресенский, О. Д. Хвольсон и др., и который продолжает успешно издаваться в наши дни. РФХО издавало свой журнал — "Журнал Русского физико-химического общества", ставшего центральным научным изданием по физике (с 1930 г. — "ЖЭТФ").

В 1911 г. при Московском университете было организовано Московское физическое общество, которое после смерти П. Н. Лебедева (14 марта 1912 г.) стало носить его имя. Физическое общество им. П. Н. Лебедева объединяло лиц, работающих в области физики и смежных с ней наук.

Общество заслушивало и обсуждало научные доклады и устраивало популярные лекции. На его заседаниях выступали Н. Е. Жуковский, Г. В. Вульф, А. И. Некрасов, А. А. Эйхенвальд, Н. А. Шилов, позднее С. И. Вавилов, А. С. Предводителей, С. А. Богуславский, И. Е. Тамм и др.

В 1912 г. в Москве было создано Общество изучения и распространения физических знаний (ОИРФЗ), учредителем и первым председателем которого стал Н. А. Умов, которое с 1915 г. стало называться его именем. В отличие от физического общества им. П. Н. Лебедева, продолжавшего традиции научной лаборатории своего создателя и ориентированного на объединение научных сил физиков, ОИРФЗ главной своей целью ставило широкое распространение физических знаний и было в основном ориентировано на преподавателей физики. Печатным органом общества стал журнал "Физика".

После Октябрьской революции процесс образования новых обществ значительно активизировался, возникла необходимость в объединении всех физических организаций. В 1919 г. физическим отделением РФХО было разработано положение о Российской Ассоциации физиков, которое в 1922 г. было утверждено Государственным Ученым советом, но окончательное оформление Ассоциации (РАФ) произошло в 1924 г.

РАФ устраивала ежегодные съезды русских физиков (с 1919 по 1930 гг.), издавала монографии советских и зарубежных физиков, а также новые учебники по физике, удовлетворяла потребности наиболее нуждающихся научных школ и лабораторий, входящих в ее состав.

В 1930 г. многие общественные организации, в том числе и РФХО, прекратили свое существование.

В январе 1989 г. в Москве собралась инициативная группа, для того чтобы возобновить деятельность физического общества. Оно возродилось как ФО СССР в ноябре 1989 г., а в ноябре 1991 г. — как Российское физическое общество. 17 февраля 1992 г. Министерство юстиции России зарегистрировало возрожденное Российское физическое общество. Как сказано в Уставе РФО, основными целями его деятельности являются: "Развитие творческой активности научных работников, инженеров-физиков, преподавателей — членов общества, эффективное использование их творческого потенциала для развития и распространения физических знаний, защита научных и профессиональных интересов членов общества, пропаганда достижений физических наук и их роли в развитии общества".

Михайлин В. В., Конторова Т. Л.

11. Hagenguth J. H., Anderson J. G. Magnetic field around a transmission line tower.— Trans. on PAS, 1959, N 11.

12. Szpor S. Comparison Polish versus American lightning records.— Trans. on PAS, 1969, N 5.

13. Anderson R., Eriksson A. J. Lightning parameters for engineering application.— Electra, 1980, N 69.

14. Бургсдорф В. В. Параметры токов молнии и выбор их расчетных значений.— Электричество, 1990, № 2.

15. Новикова А. Н. Дискуссии.— Электричество, 1992, № 7.

16. Раков В. А., Луц А. О. К оценке радиуса стягивания разрядов молнии к объекту.— Электричество, 1988, № 9.

17. Eriksson A. J. The incidence of lightning strikes to power lines.— AIEEE Trans. on Power Delivery, 1987, N 3.

18. Gross I. W., Lippert G. D. Lightning investigation on 132 kV transmission system.— AIEE Trans., 1942, vol. 61.

Памяти профессора А. А. Глазунова

(К 100-летию со дня рождения)

Александр Александрович Глазунов — один из основателей нашей энергетики, талантливый инженер, участвовавший в составлении и осуществлении плана ГОЭЛРО, крупный ученый и организатор высшего электроэнергетического образования, автор многих книг, учитель, воспитавший и подготовивший тысячи электроэнергетиков.

Александр Александрович родился в 1891 г. в Москве, окончил МВТУ в 1917 г. Начал работать инженером в Бюро по проектированию электрических станций на подмосковном угле, затем в тресте "Энергострой", преобразованном впоследствии в "Теплоэлектропроект", где заведовал электротехническим отделом. В период своей инженерной деятельности он проектировал ряд крупнейших электростанций и электрических систем Донбасса, Урала, Центра.

В течение длительной командировки в Германию и США (Александр Александрович свободно владел языками) глубоко изучил и критически освоил передовую зарубежную практику проектирования и строительства, которую смело внедрял в отечественную энергетику.

Много творческих сил он отдал разработке конструкций опор воздушных линий электропередач. Широкое признание эти конструкции получили при массовом сооружении линий. Методы расчетов проводов и грозозащитных тросов, созданные им в 20—30-х годах, получили весьма широкое применение и частично используются сейчас.

Преподавательской деятельностью А. А. Глазунов занимался



с 1918 — сначала в МВТУ, а затем в МЭИ до конца жизни (1960 г.). С 1928 г. он заведовал в МЭИ кафедрами электрических сетей, электрических станций, затем с 1950 по 1956 г. — вновь кафедрой электрических сетей.

В 1930 г. ему было присвоено звание профессора, а в 1937 г. — ученая степень доктора технических наук.

В 1934 г. А. А. Глазунов был избран деканом электроэнергетического факультета МЭИ и бессменно проработал в этой должности до 1947 г. В те же годы под его руководством были разработаны методические основы построения учебного плана электроэнергетического факультета МЭИ, принципиальные положения которого оказались весьма рациональными, что определило их применение для некоторых специальностей до настоящего времени.

Его многогранная и яркая деятельность неоднократно отмечалась наградами: орденом Ленина, орденами Трудового Красного Знамени и "Знак Почета", медалями. В 1942 г. он был удостоен звания заслуженного деятеля науки и техники, в 1943 г. — Государственной премии.

Александр Александрович был педагогом по призванию. Его постоянные искания в области учебных планов, изменения программ в соответствии с новейшими научными достижениями и требованиями дня, подбор основных преподавательских кадров позволили электроэнергетическому факультету МЭИ занять ведущее место в своей области и выпускать инженеров высокой квалификации.

Перу А. А. Глазунова принадлежат учебники по электрическим сетям и системам, электрической части станций, основам механической части воздушных линий электропередач, ставшие классическими. По ним учились многие поколения студентов, к ним обращались тысячи специалистов. Все 40 лет преподавательской деятельности Александр Александрович был другом и воспитателем молодежи. Часы отдыха Александр Александрович посвящал общению с природой, симфонической музыке и любимым авторам классической литературы.

Читая эти строки, многие ученики А. А. Глазунова вспомнят добрым словом своего учителя и поблагодарят судьбу, которая позволила им встретиться с яркой личностью, интеллигентом русской школы, суровой внешности и доброй отзывчивой души.

Памяти Григория Тимофеевича Третьяка

(1892—1942)

В славной плеяде пионеров электротехники имя профессора, доктора технических наук Григория Тимофеевича Третьяка занимает достойное место.

Окончив в 1919 г. Петроградский электротехнический институт (ЭТИ) по специальности "Передача электрической энергии", молодой специалист, проявивший во время учебы незаурядные способности, был оставлен на кафедре техники высоких напряжений для подготовки к преподавательской деятельности и продолжения исследований в области высоковольтной техники. В начальный период, работая под руководством своего учителя, выдающегося ученого, профессора Александра Антоновича Смурова, Г. Т. Третьяк выполнил ряд оригинальных научных работ с четко выраженным стремлением к познанию физической природы явлений, происходящих в объектах под действием сильных электрических полей.

Период 1919—1930 гг. был для Г. Т. Третьяка временем становления его как ученого и выбора собственного пути в науке. Начав с исследований общих вопросов высоковольтной техники, он постепенно уклонялся в область изучения физических процессов, происходящих в электрических аппаратах высокого напряжения. Под его руководством уже в качестве профессора кафедры в начале 30-х годов в Высоковольтной лаборатории им. А. А. Смурова сформировалось новое направление высоковольтного электроаппаратостроения. В 1934 г. это направление выделилось в самостоятельную кафедру электрических аппаратов, руководителем которой стал проф. Г. Т. Третьяк.

За короткое время им был создан дружный коллектив научных работников, тесно связанных с электропромыш-



ленными предприятиями Ленинграда, такими, как заводы "Электроаппарат", "Электросила" и др. На этих предприятиях под руководством Г. Т. Третьяка его сотрудники совместно с заводскими инженерами принимали самое деятельное участие в разработке и исследованиях новой высоковольтной аппаратуры. А Григорий Тимофеевич являлся главным консультантом завода "Электроаппарат".

В предвоенные годы (начиная с 1939) Григорий Тимофеевич непосредственно участвовал в разработке и исследованиях электрических аппаратов для осуществления проекта линии электропередачи Куйбышев — Москва на сверхвысоком в то время напряжении в 400 кВ; он был консультантом знаменитого БКР (Бюро куйбышевских работ.) Реализация этих разработок, как известно, была осуществлена в 50-е годы.

Характерная особенность исследовательской манеры Г. Т. Третьяка — глубокое осмысление очень разнообразных физических процессов в силовой высоковольтной аппа-

ратуре. Его монография "Электрическая дуга" (1933 г.) стала первым и пока единственным научным трудом, трактующим физическую картину одного из основных и наиболее сложных явлений, происходящих в любом коммутирующем аппарате. Научный уровень этой работы таков, что, по мнению физиков, она и сейчас является вполне современной.

Другая монография Г. Т. Третьяка в соавторстве с Н. Е. Лысовым "Основы тепловых расчетов электрической аппаратуры" (1935 г.) является настолько капитальным трудом, что до сих пор может служить настольной книгой для исследователей и создателей электрических аппаратов. Им опубликованы другие оригинальные исследования высоковольтных аппаратов, такие, например, как работа аппаратов в условиях возникновения больших перенапряжений, действия на них электродинамических усилий при коротких замыканиях.

За короткий срок Григорий Тимофеевич успел создать в стенах Ленинградского электротехнического института научную школу, последователи которой долгое время и после войны развивали его идеи. Студенты любили профессора за доступность, вдумчивые лекции, глубокие знания, которые он стремился передать.

Репрессии, обрушившиеся на часть ученых блокированного Ленинграда, не обошли стороной и ЛЭТИ, его профессуру. В марте 1942 г. проф. Г. Т. Третьяк, разделивший трагическую судьбу своего города, был арестован и погиб в тюрьме. Реабилитирован посмертно.

Светлая память о талантливом ученом сохранится в наших сердцах навсегда.

Машек Ч. М., доц.

Юрий Яковлевич Иоссель

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет известному специалисту по теоретической электротехнике и прикладной электродинамике, доктору технических наук, профессору Ю. Я. Иосселю. Его научные интересы связаны прежде всего с исследованием электрических полей в различных технических устройствах (морских сооружениях, линиях электропередачи), в природных средах (земле, морской воде), а также с изучением имеющих место в таких средах электрофизических и электрохимических процессов. Много лет отдал Юрий Яковлевич решению этих вопросов применительно к техническим проблемам, возникающим в судостроении. В последние годы он сосредоточился на вопросах совершенствования электрохимической защиты энергетических объектов, заземлителей для установок и линий электропередачи высокого напряжения.

Ю. Я. Иоссель родился в Ленинграде в 1931 г., окончил Ленинградский кораблестроительный институт в 1955 г., через шесть лет защитил кандидатскую диссертацию, а еще через семь — докторскую. Все это время он работал в ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова и одновременно преподавал в ЛКИ. Ученое звание профессора было присвоено ему в 1977 г. С 1983 г. он работает в НИИ постоянного тока, возглавляя лабораторию электрофизических исследований.

Широким кругам инженеров-электриков и научных работников Ю. Я. Иоссель известен по многочисленным (более ста) публикациям в ведущих электротехнических и физических журналах ("Электричество", "Изв. РАН. Энергетика", ЖТФ и др.), а также по ряду книг, к работе над которыми он в ряде случаев привлекал своих учеников и сотрудников руководимых им коллективов. Среди написанных им книг необходимо прежде



де всего отметить фундаментальный труд "Расчет потенциальных полей в энергетике" (1981), существенно упрощающий практику решения целого класса прикладных задач математической физики, а также имеющую аналогов книгу "Электрические поля постоянных токов" (1986). Хорошо известно также вышедшее уже двумя изданиями (1969, 1981) справочное руководство "Расчет электрической емкости", широко используемое в практике работы проектных и исследовательских учреждений, конструкторских бюро и заводских лабораторий.

Активную общественную работу проводит Ю. Я. Иоссель в Федерации электротехников и энергетиков, возглавляя бюро секции теоретической электротехники. Он был одним из организаторов и ученым секретарем I Всесоюзной конференции по теоретической электротехнике, проведенной в 1987 г. в Ташкенте. Юрий Яковлевич в качестве члена редколлегии, автора и рецензента активно участвует в работе журнала

"Электричество". Организованный по его инициативе и руководимый им научно-технический семинар по прикладной электродинамике стал за последнее десятилетие центром притяжения для многих ученых из НИИ и вузов Москвы, Санкт-Петербурга, Киева, Минска, Таллинна и других городов.

Научный стиль Ю. Я. Иоселя характеризуется сочетанием практической направленности с математической строгостью и экономной рациональностью в постановке и решении научно-технических задач и огромной энергией и целеустремленностью при осуществлении технических решений, основанных на выполненных исследованиях. Он относится к редкому ныне типу ученых-универсалов, которым одинаково близки и понятны как сложнейшие вопросы теории, так и насущные запросы практики. Он одинаково уверенно чувствует себя на научных советах, конференциях, семинарах и на технических совещаниях и деловых переговорах с представителями отечественных предприятий и иностранных фирм.

За годы работы в науке Ю. Я. Иоссель был руководителем, наставником и старшим коллегой десятков исследователей, научных работников и инженеров, которые по справедливости считают себя его учениками. Многие из них под его руководством выполнили и защитили диссертационные работы.

Поздравляя Юрия Яковлевича с юбилеем, друзья, сотрудники, ученики желают ему дальнейших успехов в научной работе, новых достижений во внедрении научных результатов в практику.

**Редакция и редколлегия
журнала "Электричество",
группа товарищей
и учеников**

В Федерации энергетических и электрических обществ

10 января 1992 г. на заседании Президиума совета Федерации энергетических и электротехнических обществ (ФЭО) в действительные члены федерации по секции "Теоретическая электротехника" приняты:

Астахов Владимир Иванович — профессор Новочеркасского политехнического института

Бахвалов Юрий Алексеевич — профессор Новочеркасского политехнического института

Коровкин Николай Владимирович — доцент Санкт-Петербургского технического университета

Нетушил Анатолий Владимирович — профессор Московского института тонких химических технологий им. М. В. Ломоносова

Пищиков Всеволод Илларионович — профессор Московского энергетического института

Чечурин Владимир Леонидович — профессор Санкт-Петербургского технического университета

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ерпевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Митюшкин К. Г., Михайлов О. П., Морозкин В. П., Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Савалов С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Редакторы по направлениям тематики: Евсеев Б. Н. (электрические машины, электропривод, электрический транспорт); Макашкин Б. Д. (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы); Прилуцкий А. Л. (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская
Корректор Е. В. Кудряшова

Сдано в набор 12.05.92. Подписано в печать 10.06.92. Формат 60×88 1/8 Бумага офсетная № 2. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 8,82. Усл. кр-отт. 9,31. Уч.-изд. л. 9,64 Тираж 3387 экз. Заказ 5751

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат Министерства печати и информации Российской Федерации. 142300, г. Чехов Московской области

Отпечатано в Подольском филиале ПО «Периодика» 142110, г. Подольск, ул. Кирова, 25

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

Астахов Ю. Н., Лабунцов В. А., Тер-Газарян А. Г., Якимец И. В., Дудкевич О. В., Глускин И. З., Нейкирх С. В., Новиков Н. Л., Халевин В. К. Перспективы использования сверхпроводниковых накопителей в электроэнергетических системах	1
Баранов М. И., Бондина Н. Н. Импульсное электрическое поле вблизи проводов воздушной линии при воздействии на них тока молнии	7
Тарасов А. Г. Анализ перенапряжений относительно земли в тиристорных пусковых устройствах	13
Глазунов А. А., Кавченков В. П., Пыхтина И. Н. Оптимизация уровней токов короткого замыкания в электрических сетях 6–20 кВ с учетом вероятностных характеристик	20
Михеев В. В., Мыцык Г. С., Зуева Е. В. Многофункциональные инверторы с многофазной широтно-импульсной модуляцией	23
Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг	31
Власов В. В., Сарапулов Ф. Н., Урманов Ю. Р. Математическая модель торцевого асинхронного двигателя с биметаллическим ротором	37
Ивлиев Е. А. К расчету электрических параметров стержневых заземлителей	41
Казаков Ю. Б., Страдомский Ю. И., Щелькалов Ю. А. Расчет плоскомеридианного магнитного поля в системах с постоянными магнитами методом конечных элементов	45
Синев В. С. Обобщенная форма описания схем с многообмоточными трансформаторами	49
Григорьев А. С. Моделирование несимметричных режимов электрических цепей	53
Кутковецкий В. Я., Иванов В. В. Силы, действующие на проводники с токами и ферромагнитные тела в магнитном поле	55
ДИСКУССИИ	58
ХРОНИКА	67

Astakhov Yu. N., Labuntsov V. A., Ter-Gazarian A. G., Yakimets I. V., Dudkevich O. V., Gluskin I. Z., Neikirkh S. V., Novikov N. L., Khalevin V. K.— Prospects for the Application of Superconducting Stores in Electric Power Systems	1
Baranov M. I., Bondina N. N.— The Impulse Electric Field Near the Conductors of an Overhead Line Subjected to the Impact of Lightning Currents	7
Tarasov A. G.— Analysis of Overvoltages to Ground in Thyristor Starting Apparatus	13
Glazunov A. A., Kavchenkov V. P., Pykhina I. N.— Optimization of Fault Current Levels in 6 to 20 kV Networks With Account Taken of Probabilistic Characteristics	20
Mikheyev V. V., Mytsyk G. S., Zueva E. V.— Multi-Function Inverters With Polyphase Pulse-Width Modulation	23
Filaretov V. V.— Topological Analysis of Electronic Circuits By a Method Selecting Branches and Chords	31
Vlasov V. V., Sarapulov F. N., Uрманov Yu. R.— A Mathematical Model for an End-Face Induction Motor With a Bimetallic Rotor	37
Ivliev E. A.— On Calculating the Electrical Parameters of Ground Rods	41
Kazakov Yu. B., Stradomsky Yu. I., Schelykalov Yu. J.— Calculating the Meridian Plane Magnetic Field in Systems With Permanent Magnets By the Finite-Element Method	45
Sinev V. S.— The Generalized Form for Describing Circuits With Multi-Winding Transformers	49
Grigoriev A. S.— Simulation of Unsymmetrical Conditions for Electric Circuits	53
Kutkovetsky V. Ya., Ivanov V. K.— Forces Acting on Current Carrying Conductors and Ferromagnetic Bodies in a Magnetic Field	55
DISCUSSION	58
CHRONICLE	67

