

ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1992

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

10



ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

УЧРЕДИТЕЛИ: РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК (Отделение физико-технических проблем энергетики), ФЕДЕРАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ОБЩЕСТВ

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

## Управляемые электрические реакторы для энергосистем

ДОРОЖКО Л. И., СОРОКИН В. М.

Для управления нормальными и аварийными режимами электрических сетей необходимы соответствующие силовые устройства. Традиционно для этих целей применялись синхронные компенсаторы, которые в последнее десятилетие вытесняются статическими компенсаторами реактивной мощности (СКРМ).

Имеются два основных типа СКРМ, обеспечивающих плавное регулирование реактивной мощности:

на основе реакторно-тиристорных групп, в которых используются мощные тиристоры;

на основе устройств ферромагнитного типа — управляемых подмагничиванием или насыщающихся реакторов.

К настоящему времени в мире произведено управляемых и насыщающихся реакторов общей мощностью около 3000 Мвар и устройств "конкурирующего" типа — статических тиристорных компенсаторов — более 30000 Мвар. Меньший объем производства СКРМ ферромагнитного типа можно объяснить сложностью принятых за рубежом [1—3] конструктивных решений.

Тем не менее управляемые реакторы имеют принципиальные преимущества не только как статическое оборудование по отношению к синхронным компенсаторам, но и при сопоставлении с тиристорными СКРМ. В тиристорном СКРМ регулирующее звено — тиристоры — обособлено от звена, накапливающего энергию, т. е. реактора, в отличие от управляемого реактора, регулирование которого осуществляется с использованием эффекта магнитного усиления. Поэтому каждый из элементов реакторно-тиристорной группы выбирается на номинальное напряжение и номинальный ток, тогда как мощность источника подмагничивания управляемого реактора составляет десятки или сотые доли процента от его номинальной мощности.

Фазовое управление током реакторно-тиристорной группы порождает высшие гармоники, которые необходимо локализовать с помощью фильтров или иных схемных решений. Это влечет усложнение и удорожание устройства. Управляемые реакторы могут быть выполнены с минимальным искажением потребляемого тока; при этом фильтры не требуются.

Вследствие большой тепловой инерции СКРМ ферромагнитного типа имеют большую перегрузочную способность по току, напряжению, мощности, что может быть эффективно использовано, например, для ограничения кратковременных (секунды, минуты) установившихся перенапряжений в электрических сетях. Это обеспечивает защиту от перенапряжений оборудования на линиях электропередачи, в том числе разрядников и нелинейных ограничителей перенапряжений.

Управляемый реактор позволяет также ограничить перенапряжения на линиях электропередачи, возникающие, например, при включении линии. Наиболее глубокое ограничение достигается, если заранее, до коммутации линии, устанавливается номинальный ток подмагничивания. Применяя управляемый реактор с сильным насыщением, можно обеспечить глубокое ограничение перенапряжений в переходном режиме и, в частности, уменьшить ударный ток до номинального значения.

Система подмагничивания и управления реактора значительно проще системы управления многоэлементным тиристорным компенсатором.

Управляемые реакторы выполняются для наружной установки и, в отличие от тиристорного СКРМ, не требуют закрытого помещения.

К управляемым реакторам энергетического назначения предъявляются следующие основные требования:

минимальное искажение формы кривой потребляемого тока;

минимально возможные потери (активная мощность) реактора;

высокое быстродействие.

Известны следующие способы уменьшения высших гармоник тока, генерируемых управляемыми реакторами:

применение компенсационных обмоток;

формирование искусственной кривой намагничивания, например, в виде полинома третьей степени и линеаризация кривой намагничивания;

выбор рабочего режима в области насыщения кривой намагничивания;

создание режима постоянства во времени магнитной проницаемости ферромагнетика.

В известном управляемом реакторе Э. Фридендера [1] с помощью компенсационных обмоток удалось локализовать внутри устройства наиболее значительные высшие гармоники тока — третью, пятую, седьмую и девятую, вследствие чего содержание высших гармоник сетевого тока не превышает 2 % (в основном 11-я и 13-я гармоники). Такое "очищение" от гармоник получено дорогой ценой: реактор состоит из двух шестистержневых магнитопроводов, на которых расположено 40 катушек различных обмоток. Естественно, при этом оказались велики и масса устройства и потери в нем (соответственно 3 кг/кВ·А и 1 % для реактора мощностью 100 МВ·А). Третьим недостатком указанного реактора является невысокое быстродействие, определяемое наличием прямой электромагнитной связи между обмоткой управления и обмотками переменного тока. Так как обмотка управления в таком реакторе охватывает три стержня, исключается его выполнение на высокое напряжение (110 кВ и выше).

Вследствие указанных причин управляемые реакторы Фридендера не нашли широкого применения в энергосистемах. Однако предложенный принцип компенсации высших гармоник тока используется в насыщающихся реакторах, в том числе большой мощности, которые применяются в линиях электропередачи для стабилизации напряжения [4]. Расход активных материалов и потери при этом остаются значительными.

В нашей стране предложен принципиально новый подход к построению управляемых реакторов с практически синусоидальным рабочим током. Теоретически показано [5], что в многофазной симметричной нелинейной цепи условием синусоидальности фазных токов является постоянство во времени запаса электромагнитной энергии  $W$ , т. е. суммарная мгновенная мощность всех фаз  $S = 0$ . Этот принцип можно реализовать в различных конструкциях. Наиболее простым и наглядным решением является трехфазный управляемый реактор с вращающимся магнитным полем [6]. Этот реактор подобен трехфазной электрической машине, статор которой остается без изменения, а вместо ротора помещается неподвижный кольцевой барабан из штампованных пластин электротехнической стали с намотанной на него тороидальной обмоткой управления. При полной симметрии статорной обмотки и магнитопровода реактора запас энергии в нем не меняется на протяжении периода частоты сети. Кольцевое подмагничивание "ротора" не нарушает симметрию. При соединении обмоток переменного тока в звезду без нулевого провода или в треугольник реактор потребляет из сети синусоидальный ток при синусоидальном

напряжении на его шинах, хотя его вольт-амперная характеристика существенно нелинейна. Синусоидальность рабочего тока сохраняется во всем диапазоне регулирования (подмагничивания), что экспериментально подтверждено на реакторах разной мощности — от десятков киловольтампер до десятков мегавольтампер.

Другое техническое решение, позволяющее реализовать принцип постоянства энергии, получается при ортогональном подмагничивании магнитопровода в режиме постоянства модуля результирующей индукции  $\bar{B}$  [7], если магнитопровод выполнен из изотропной (квазиизотропной) стали.

Действительно, при  $B(t) = \text{const}$  магнитная проницаемость в течение периода частоты сети также постоянна:  $\mu(t) = \text{const}$ . Тогда, разделив выражение  $B^2 = B_x^2 + B_y^2$  на  $\mu$ , получим:  $B^2/\mu = B_x^2/\mu + B_y^2/\mu = B_x H_x + B_y H_y = cW = \text{const}$ , где  $B_{x,y}$  и  $H_{x,y}$  — соответственно компоненты результиру-

ющих векторов поля  $\bar{B}$  и  $\bar{H}$  по ортогональным осям  $x$ ,  $y$  рабочей и подмагничивающей обмоток;  $c$  — постоянный коэффициент, зависящий от кривой намагничивания.

При синусоидальной индукции по рабочей оси  $x$  имеем  $B_x = B_{xm} \sin \omega t$ , и режим  $B(t) = \text{const}$  получается в двух случаях:

а) индукция в поперечной оси  $y$  равна  $B_y = B_{ym} \cos \omega t$ ;

б) индукция в оси  $y$  равна  $B_y = B_{y0} + \sum_{\nu} B_{y\nu m} \cos \nu \omega t$  ( $\nu = 2, 4, 6, \dots$ ), где  $B_{y0}$  — постоянная составляющая индукции;  $B_{y\nu m}$  — амплитуда  $\nu$ -й гармоники индукции.

В случае (а) вектор  $\bar{B}$  вращается, в случае (б) вектор  $\bar{B}$  колеблется относительно оси  $y$ , при этом модуль его остается неизменным (рис. 1).

Вариант (б) реализован в ряде реакторов мощностью несколько сотен киловольтампер и в фильтровом реакторе для передачи постоянного тока с электромагнитной мощностью фазы 16 МВ·А [8].

Практически синусоидальный рабочий ток можно получить и на основе традиционного магнитного усилителя с продольным подмагничиванием. С этой целью отдельные участки магнитопровода, охваченные рабочей обмоткой, выполняются с уменьшенным сечением так, чтобы в этих участках достигалось предельное магнитное насыщение [9]. Режим подмагничивания выбирается так, чтобы либо вся переменная составляющая индукции в участках уменьшенного сечения либо только ее положительная полуволна находилась в области насыщения технической кривой намагничивания (рис. 2). В обоих случаях реактор не генерирует в сеть высшие гармоники тока. Первый случай называется режимом предельного, а второй — режимом полупредельного насыщения. Во всех иных режимах реактор будет генерировать в сеть нечетные гармоники тока. При симметричном трехфазном управлении можно добиться, чтобы содержание генерируемых в сеть высших гармоник тока во всем диапазоне регулирования не превышало 5 % первой гармоники тока в номинальном режиме. Режим предельного насыщения требует большего расхода активных материалов, поэтому

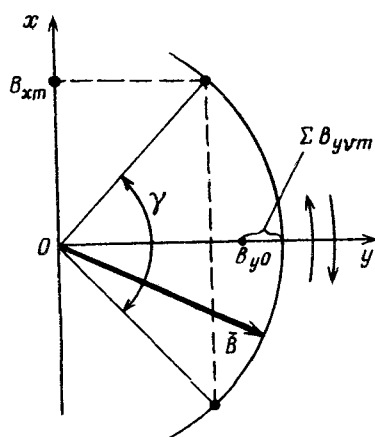


Рис. 1. Колебания вектора результирующей индукции  $\vec{B}$  в режиме  $\mu(t) = \text{const}$

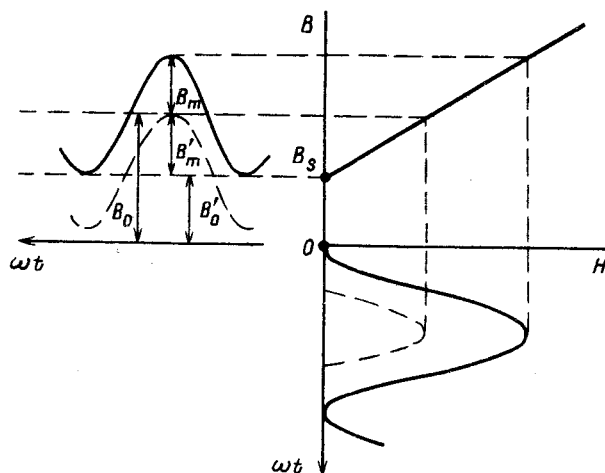


Рис. 2. Режимы предельного и полупредельного (пунктир) намагничивания реактора

на практике можно ограничиться режимом полупредельного насыщения.

В нашей стране разработаны также реакторы с комбинированным продольно-поперечным подмагничиванием [10], в магнитопроводах которых имеются участки продольного и поперечного подмагничивания.

Реакторы всех перечисленных типов могут быть выполнены с содержанием высших гармоник тока в номинальном режиме не более 2 %.

Потери (активная мощность) управляемых реакторов примерно такие же, как в трансформаторах той же мощности.

В общей сложности на отечественных заводах изготовлено около 25 управляемых реакторов разных конструкций суммарной мощностью 300 МВ·А [11].

Управляемые реакторы могут найти разнообразное применение в сетях всех классов напряжения — от 0,4 до 1150 кВ. Управляемые шунтирующие реакторы выполняют, в основном, такие же функции, как статические тиристорные компенсаторы:

- регулирование напряжения, ограничение перенапряжений;
- повышение пропускной способности линий электропередачи по статической и динамической устойчивости;
- симметрирование напряжения;
- снижение потерь в электрических сетях;
- устранение субсинхронного резонанса, связанного с крутильными моментами на валах турбоагрегатов;
- плавное регулирование мощности конденсаторных батарей.

Наибольшего эффекта следует ожидать от применения управляемых реакторов для компенсации избыточной реактивной мощности ЛЭП сверхвысокого напряжения переменного тока, где реактор может быть использован как многофункциональное устройство и выполнять также и функцию дугогашения при однофазном автоматическом повторном включении линии.

Важным свойством управляемых реакторов является вышеупомянутая способность глубокого ограничения перенапряжений, что особенно актуально для передач сверхвысокого напряжения. Наличие взаимосвязанных контуров рабочей и подмагничивающей обмоток при предварительном

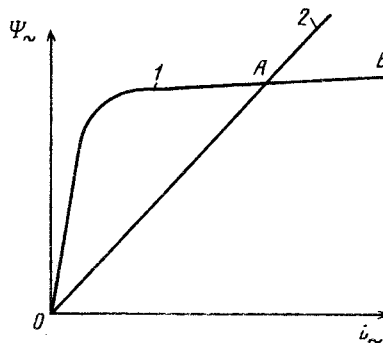


Рис. 3. Характеристики намагничивания реакторов: 1 — насыщающийся реактор и управляемый реактор без подмагничивания; 2 — шунтирующий (неуправляемый) реактор

установлении тока подмагничивания обеспечивает быстрое нарастание тока в рабочей обмотке и соответственно ограничение напряжения на линии в точке присоединения реактора [12, 13]. В процессе ограничения перенапряжений такой реактор характеризуется малой индуктивностью "рассеяния" (прямая АБ на рис. 3). В случае насыщающегося реактора или управляемого без предварительного подмагничивания ток нарастает медленнее, в соответствии с кривой намагничивания 1; в момент ударного перенапряжения падение напряжения на линии мало. По этой же причине менее эффективно ограничение перенапряжений в линии с шунтирующим реактором, характеристика намагничивания которого линейна (прямая 2 на рис. 3).

В [14] описано применение управляемого реактора в распределительной сети 35/10 кВ в комбинации с группой некоммутируемых конденсаторных батарей, размещенных в различных узлах этой сети. Такие конденсаторные батареи являются наиболее надежными и дешевыми источниками реактивной мощности и не требуют обслуживания; для эффективного снижения потерь в сети они размещаются вблизи нагрузки. Мощность конденсаторов и места их расположения выбираются по условию минимума затрат на передачу реактивной мощности по электрической сети. Выбранная таким образом мощность неотключаемых конденсаторных батарей оказывается избыточной при "провалах" нагрузки, возникают обратные потоки

реактивной мощности, создающие потери в сети и повышения напряжения. Оказалось целесообразным сочетать нерегулируемые конденсаторные батареи, установленные на потребительских подстанциях, с шунтирующим управляемым реактором, подключенным на шины центральной подстанции. Номинальная мощность реактора составляет 30–50 % суммарной мощности конденсаторных батарей. Такая схема может рассматриваться как модификация ферромагнитного СКРМ с оптимально раздробленной и разнесенной по сети емкостной частью.

Управляемые реакторы могут использоваться не только как шунтовые элементы, но также для включения последовательно с нагрузкой. Наиболее эффективно при этом решается задача ограничения колебаний напряжения на "спокойной" группе нагрузки, вызванных резкопеременным графиком работы другой нагрузки. На принципе кольцевого подмагничивания реализован двоянный управляемый реактор со сталью, предназначенный для устранения колебаний напряжения, вызванных работой дуговой печи. Сопротивление реактора регулируется в соответствии с сопротивлением сети; глубина регулирования сопротивления реактора составила 2,2, что позволило при всех возможных переключениях в питающей сети уменьшить колебания напряжения на шинах спокойной нагрузки с 7 до 1 % [15]. Второй двоянный реактор со сталью на мощность нагрузки 10 МВ·А обеспечил еще более эффективное ограничение колебаний напряжения — в 17 раз, что является наилучшим достигнутым в мире результатом. Затраты на это мероприятие оказались на порядок меньше, чем в варианте со статическим тиристорным компенсатором, который к тому же менее эффективен в решении данной задачи.

Помимо ограничения колебаний напряжения, двоянные управляемые (или неуправляемые) реакторы со сталью могут выполнять следующие функции:

повысить остаточное напряжение на шинах источника питания и местной нагрузки при к. з. в сети;

симметризовать напряжение при несимметричных замыканиях;

уменьшить искажение формы кривой напряжения;

обеспечить мягкий пуск мощных электрических машин;

ограничить токи КЗ.

**Выводы.** 1. Управляемые электрические реакторы обладают рядом достоинств (малое искажение тока, быстрое действие, простота конструкции, удобство эксплуатации и др.), обуславливающих перспективность их применения для решения многих энергетических задач. Управляемые реак-

торы могут быть выполнены как шунтирующие либо для последовательного включения в линию, практически на любой класс напряжения.

2. Опытные образцы реакторов проверены в эксплуатации, подтвердившей расчетные технико-экономические показатели и надежность работы, особенно на подстанциях без постоянного обслуживающего персонала. Полученные результаты позволили активизировать работы по созданию более мощных управляемых реакторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fisher F. J., Friedlander E. D. C. controlled 100 MVA reactor. — GEC J., 1955, vol. 22, No. 2, p. 93.
2. Static VAR compensators / Ed. by Erinmez I. A. — CIGRE, 1986, WG 38-01, TF No. 2 on SVC, p. 99.
3. George Y. Static compensators of reactive energy for rolling mill systems. — ACEC Review, 1976, No. 1–2, p. 23–33.
4. Thanawala H. L. Static VAR compensators for transmission systems. — GEC Review, 1985, vol. 1, No. 2, p. 117–122.
5. Libkind M. S. Some properties of balanced nonlinear electric circuits. — 2-nd Conf. on Nonlinear Vibrations, Warsaw, 1962, p. 504.
6. Либкинд М. С. Управляемый реактор для линии передачи переменного тока. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.
7. Дорожко Л. И., Либкинд М. С. Реакторы с поперечным подмагничиванием. — М.: Энергия, 1977.
8. Матрюков Л. А., Языков В. И., Дорожко Л. И. Мощный управляемый реактор с ортогональным расположением рабочего и управляющего магнитного поля. — Всемирный электротехнический конгресс, Москва, июнь 1977, доклад 2-45.
9. Брянец А. М. Подмагничиваемые ферромагнитные устройства с предельным насыщением участков магнитной системы. — Электричество, 1986, № 2.
10. Устройство автоматической компенсации емкостных токов в промышленных сетях 35 кВ/ Л. И. Дорожко, Л. Л. Федосов, В. М. Божко и др. — Промышленная энергетика, 1983, № 4.
11. Дорожко Л. И., Сорокин В. М. Эффективность применения управляемых реакторов в энергосистемах. — Электрические станции, 1989, № 3.
12. Либкинд М. С., Маневич А. С., Сорокин В. М. Длинная линия передачи с управляемыми реакторами на приемном конце. — Электричество, 1970, № 5.
13. Крюков А. А., Либкинд М. С., Сорокин В. М. Управляемая поперечная компенсация электропередачи переменного тока. — М.: Энергоиздат, 1982.
14. Сорокин В. М., Пекельс В. Г., Налецкий М. М. Уменьшение расхода энергии в электрических распределительных сетях энергосистем с помощью компенсирующих устройств. — В сб. Экономия и повышение эффективности использования топливно-энергетических ресурсов / Тр. ЭНИН, М.: 1982.
15. Libkind M. S., Sorokin V. M., Tseretely K. O. Device for voltage fluctuation limitation in electric networks. — CIGRE, 1982, Rep. 36-06.

[14.11.90]

# Метод расчета длительно допустимого тока нагрузки самонесущих изолированных проводов

АЙЗЕН А. М., ВЫСКИРКА А. С.

Одним из перспективных направлений повышения надежности и электробезопасности ЛЭП 0,38 кВ является применение для строительства ВЛ самонесущих изолированных проводов (СИП) [1]. СИП представляют собой пучок из трех фазных изолированных токоведущих жил, скрученных вокруг несущей механическую нагрузку неизолированной нулевой жилы. При необходимости конструкция дополняется изолированной фонарной жилой. В качестве изоляции используется светостабилизированный полиэтилен черного цвета.

В нашей статье разработаны СИП марки САСП (ТУ 16.К71-120-91). Их производство освоено на кабельных заводах — "Иркутсккабель", "Кирскабель" и "Таджиккабель". В 1989–1990 гг. этими заводами был осуществлен выпуск опытных партий СИП, с использованием которых были построены опытные ВЛ. В настоящее время производство СИП сдерживается дефицитом полиэтилена и осуществляется небольшими партиями.

Вопросом, представляющим практический интерес, является определение величины длительно допустимого тока нагрузки исходя из допустимой термической стойкости изоляции.

Тепловой режим проводов ВЛ, как известно [2, 3], определяется выделением теплоты в процессе протекания тока по токоведущей жиле, нагреванием за счет воздействия на провод солнечной радиации и рассеянием теплоты в окружающую среду.

Существующие методы теплового расчета проводов ВЛ [2–5] разработаны применительно к однородным по сечению проводам. Основу этих методов составляют балансовые соотношения. Одним из существенных факторов, влияющих на эксплуатационную надежность СИП, является термическая стойкость изоляции, определяемая допустимой температурой нагрева изоляции  $t_d$ .

Тепловой расчет изоляции можно провести, если рассматривать изменение поля температур по сечению изолированного провода. В этом случае расчет, основанный на уравнениях теплового баланса, неприемлем.

Отметим также, что методы теплового расчета, разработанные для силовых кабелей [6], не могут быть применены для СИП вследствие различий в их конструктивных особенностях (в кабелях это общая оболочка, внутри которой расположены изолированные жилы, а также наличие пространства между жилами и оболочкой).

Математическая модель процесса стационарной теплопередачи в произвольном сечении достаточно длинного уединенного изолированного провода при условии идеального теплового контакта между токоведущей жилой и изоляцией сводится к следующей системе уравнений и граничных условий (рис. 1):

$$\frac{d^2 t_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_1}{dr} = A, \quad 0 < r \leq r_1; \quad (1)$$

$$\frac{d^2 t_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_2}{dr} = 0, \quad r_1 < r \leq r_2; \quad (2)$$

$$t_1(r_1) = t_2(r_1); \quad (3)$$

$$\lambda_1 \frac{dt_1(r_1)}{dr} = \lambda_2 \frac{dt_2(r_2)}{dr}; \quad (4)$$

$$\frac{dt_2(r_2)}{dr} + h[t_2(r_2) - t_n] = 0. \quad (5)$$

Здесь  $t_1$  — температура токоведущей жилы;  $t_2$  — температура изоляции;  $\lambda_1$  — теплопроводность токоведущей жилы;  $\lambda_2$  — теплопроводность изоляции;  $h = \alpha/\lambda_2$  — относительный коэффициент теплообмена;  $\alpha$  — общий коэффициент теплообмена от наружной поверхности изоляции к окружающему воздуху;  $t_n$  — температура наружного воздуха;

$A = \frac{\rho_0 j(1 + \epsilon t_1) K_d}{\lambda_1}$ ;  $\rho_0$  — удельное электрическое

сопротивление;  $j$  — плотность тока;  $\epsilon$  — температурный коэффициент электрического сопротивления;  $K_d$  — коэффициент добавочных потерь [5], учитывающий поверхностный эффект и эффект близости.

Особенностью краевой задачи (1)–(5) является наличие постоянной величины  $\epsilon$ , которая в диапазоне изменения температур, характерном для условий эксплуатации СИП, может служить в качестве малого параметра принятой модели. В связи с этим для реализации модели (1)–(5) может быть использован аппарат теории регулярных возмущений, который применительно к задачам теории теплопроводности рассмотрен в [7]. Согласно этому методу искомые температуры  $t_1$  и  $t_2$  с точностью до квадрата малого параметра  $\epsilon$  представляются в виде:

$$t_1 = t_{11} + \epsilon t_{21}; \quad (6)$$

$$t_2 = t_{12} + \epsilon t_{22}. \quad (7)$$

После подстановки (6) и (7) в уравнения модели и некоторых преобразований получаем две краевые задачи для определения неизвестных функций  $t_{11}$ ,  $t_{12}$ ,  $t_{21}$  и  $t_{22}$ .

Для функций, определяющих первое приближение,

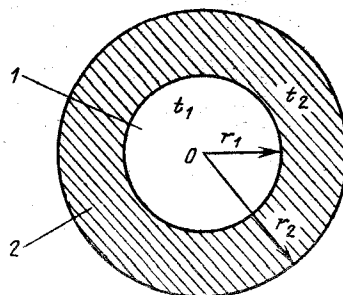


Рис. 1. Сечение изолированного провода: 1 — токоведущая жила; 2 — изоляция

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 t_{11}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_{11}}{dr} &= -A_0, \quad 0 < r \leq r_1; \\ \frac{d^2 t_{12}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_{12}}{dr} &= 0, \quad r_1 < r \leq r_2; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$t_{11}(r_1) = t_{21}(r_1); \quad (9)$$

$$\lambda_1 \frac{dt_{11}(r_1)}{dr} = \lambda_2 \frac{dt_{21}(r_1)}{dr}; \quad (10)$$

$$\frac{dt_{21}(r_2)}{dr} = h[t_{21}(r_2) - t_H]. \quad (11)$$

$$\text{Здесь } A_0 = \frac{\rho_0 j^2 K_D}{\lambda_1}.$$

Для функций, определяющих второе приближение, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 t_{12}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_{12}}{dr} &= -A_1; \\ \frac{d^2 t_{22}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt_{22}}{dr} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$t_{12}(r_1) = t_{22}(r_1); \quad (13)$$

$$\lambda_1 \frac{dt_{12}(r_1)}{dr} = \lambda_2 \frac{dt_{22}(r_1)}{dr}; \quad (14)$$

$$\frac{dt_{22}(r_2)}{dr} = h t_{22}(r_2). \quad (15)$$

Здесь

$$A_1 = t_{11}(r) A_0. \quad (16)$$

Решение краевой задачи (8)–(11) получаем в виде:

$$t_{11}(r) = \frac{mA_0}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r} \right] + \frac{A_0}{4} (r_1^2 - r^2) + t_H. \quad (17)$$

$$t_{21}(r) = \frac{mA_0}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r} \right] + t_H, \quad (18)$$

где  $m = \lambda_1/\lambda_2$ .

Решение краевой задачи (12)–(15) можно получить из выражений (17) и (18), если заменить функцию  $t_{11}(r)$ , входящую в (16), ее средним значением  $\bar{t}_{11}$  в промежутке  $(0, r_1)$ . Такая замена оправдана присутствием малого параметра при  $t_{12}$  и  $t_{22}$  в формулах (6) и (7).

Подставив в (17) и (18) вместо  $A_0$  выражение

$$A_1 = \bar{t}_{11} A_0, \quad \text{где } \bar{t}_{11} = \frac{1}{r_1} \int_0^{r_1} t_{11}(r) dr, \quad \text{и приняв на}$$

основании (15)  $t = 0$ , получим решение задачи

второго приближения:

$$t_{12} = \frac{mA_1}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r_1} \right] + \frac{A_1}{4} (r_1^2 - r^2); \quad (19)$$

$$t_{22} = \frac{mA_1}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \frac{r_2}{r} \right]. \quad (20)$$

Используя (6) и (7), получаем асимптотические выражения для распределения температур по сечению изолированного провода:

$$t_1 = \left[ \frac{m}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r_1} \right] + \frac{1}{4} (r_1^2 - r^2) \right] \times (A_0 + \varepsilon A_1) + t_H, \quad 0 < r \leq r_1; \quad (21)$$

$$t_2 = \left[ \frac{m}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r} \right] \right] (A_0 + \varepsilon A_1) + t_H; \quad (22)$$

Температуру на стыке токоведущей жилы с изоляцией получим, приняв в (22)  $r = r_1$ :

$$t_c = \frac{m}{2} r_1^2 \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r_1} \right] (A_0 + \varepsilon A_1) + t_H. \quad (23)$$

В эксплуатационных условиях СИП подвержены воздействию солнечной радиации, которая существенно влияет на тепловые процессы в рассматриваемых проводах. Поскольку изоляция проводов выполняется из полиэтилена черного цвета, пренебрегать влиянием солнечной радиации в этом случае недопустимо.

Для учета влияния солнечной радиации введем понятие условной температуры наружного воздуха [8], приведенной к границе между токоведущей жилой и изоляцией:

$$t_H^{ysl} = t_H + \frac{q_H}{\alpha} - \frac{q_H}{\lambda_2} r_2 \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (24)$$

где  $q_H$  — плотность теплового потока поглощенной солнечной радиации. В свою очередь,  $q_H = \gamma q$ , где  $q$  — плотность теплового потока падающего излучения;  $\gamma$  — коэффициент поглощения.

Из (23) получаем после преобразований расчетное соотношение для длительно допустимого тока нагрузки с учетом замены  $t_H$  на  $t_H^{ysl}$ :

$$j_D \leq F \sqrt{\frac{\lambda_1}{\varepsilon K_1 \rho_0 K_D} \left[ - (1 + \varepsilon t_H^{ysl}) + \sqrt{(1 + \varepsilon t_H^{ysl})^2 + 4 \varepsilon K_1 M} \right]}, \quad t_D < t_H^{ysl}. \quad (25)$$

Здесь  $F = \pi r_2^2$  — площадь сечения изолированного провода;

$$K_1 = r_1^2 \left[ m \left[ \frac{1}{hr_2} + \ln \frac{r_2}{r_1} \right] + \frac{1}{3} \right];$$

$M = \frac{t_D - t_H^{ysl}}{K_2}$ ;  $t_D$  — допустимая температура нагрева изоляции;

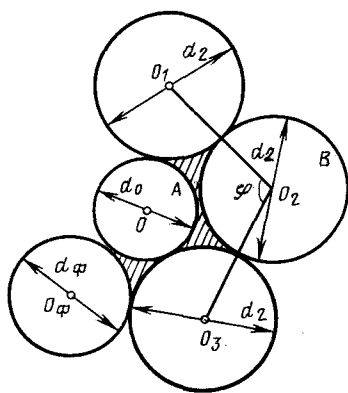


Рис. 2. Сечение пучка проводов

$$K_2 = m r_1^2 \left[ \frac{1}{h r_2} + \ln \frac{r_2}{r_1} \right].$$

Для практического использования (25) необходимо знать значение коэффициента общего теплообмена  $\alpha$ . Представим  $\alpha$  согласно [9] в виде суммы конвективной и лучистой составляющих:

$$\alpha = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}.$$

Лучистую составляющую можно определить по формуле [10]:

$$\alpha_{\text{л}} = \frac{e C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{T_1 - T_2}, \text{ Вт/(м}^2\text{К)}. \quad (26)$$

Здесь  $T_1$  и  $T_2$  соответственно абсолютные температуры наружной поверхности провода и окружающей среды;  $C_0 = 5,67 \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4)$  — коэффициент излучения абсолютно черного тела;  $e$  — приведенная степень черноты серого тела, принимаемая равной  $e = 0,9$  [9].

Перепад температур, характерный для условий эксплуатации СИП, позволяет получить численное значение  $\alpha_{\text{л}} = 5,1 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$ .

Коэффициент конвективного теплообмена  $\alpha_{\text{к}}$  для пучка проводов СИП определяется из следующих соображений. На тепловой режим провода оказывают влияние смежные провода пучка. На рис. 2 схематически представлено сечение пучка проводов.

Как видно из рис. 2, в силу конструктивных особенностей СИП возле проводов существуют "застойные" зоны, в которых нет движения воздуха. В целом длительно допустимый ток СИП должен определяться по проводу, тепловой режим которого наиболее неблагоприятен. Из рис. 2 следует, что таким проводом является фазный провод В, и также видно, что часть наружной поверхности фазного провода пребывает в режиме естественной конвекции, т. е. не обдувается ветром (ка рис. 2 заштриховано), в то время как остальная поверхность находится в условиях вынужденной конвекции. Представим общий коэффициент конвективного теплообмена в виде

$$\alpha_{\text{к}} = n_1 \alpha_{\text{к1}} + (1 - n_1) \alpha_{\text{к2}}, \quad (27)$$

где  $n_1$  — множитель, учитывающий долю коэффициентов теплообмена естественной  $\alpha_{\text{к1}}$  и вынужден-

ной  $\alpha_{\text{к2}}$  конвекции, определяемый из геометрии сечения.

Для рассматриваемого (наиболее неблагоприятного в смысле теплообмена) сечения имеем:

$$n_1 = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{d_2}{d_2 + d_0},$$

где  $d_0$  — наружный диаметр нулевого провода;  $d_2$  — наружный диаметр изолированной жилы.

Коэффициент  $\alpha_{\text{к1}}$  может быть определен согласно [9] из соотношения

$$Nu = C (Gr Pr)^n, \quad (28)$$

где  $Nu = \frac{\alpha_{\text{к1}} d_2}{\lambda_{\text{в}}}$  — средний по длине фазного провода критерий Нуссельта;  $\lambda_{\text{в}}$  — теплопровод-

ность воздуха;  $Gr = \frac{\rho g d_2^3}{\nu^2} \Delta T$  — критерий Грасго-

фа;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения воздуха;  $\Delta T$  — разность температур наружной поверхности фазного провода и воздуха;  $\nu$  — кинематическая вязкость воздуха;  $Pr = 0,71$  — критерий Прандтля. Для нашего случая по [10] можно принять  $C = 0,53$ ;  $n = 0,25$ .

Коэффициент теплообмена  $\alpha_{\text{к2}}$  аналогичен коэффициенту конвективного теплообмена, используемому при расчете теплового режима одножильного провода. В табл. 1 указаны критериальные зависимости, по которым определяется величина  $\alpha_{\text{к2}}$  для неизолированных проводов.

Таблица 1

Условный тип формулы	Литературный источник	Зависимость	Примечание
I	[2], [3]	$\tilde{Nu} = 0,525 Re^{0,5}$	Для $800 \leq Re \leq 4000$
II	[4]	$\tilde{Nu} = 0,55 Re^{0,5}$	Для $40 \leq Re \leq 4000$
III	[9]	$\tilde{Nu} = C Re^n Pr^{1/3}$	$C = 0,683$ $n = 0,466$

Здесь  $Re = v d_2 / \nu$  — критерий Рейнольдса, вычисляемый при скорости ветра  $v = 0,6 \text{ м/с}$  [2]. Расчеты  $\alpha_{\text{к2}}$ , проведенные для нашего случая по формулам I—III, дали близкие результаты; тем не менее наиболее обоснованной для определения  $\alpha_{\text{к2}}$  следует считать формулу типа III [11].

Результаты расчетов длительно допустимого тока нагрузки в фазных жилах СИП для различных сечений приведены на рис. 3. В качестве исходных данных было принято:  $\lambda_1 = 209,3 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$  [10];  $\lambda_2 = 0,292 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$  [12];  $t_d = 70^\circ \text{C}$ ;  $t_n = 20^\circ \text{C}$ ;  $\rho_0 = 2,61 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  [5];  $\epsilon = 0,004 \text{ 1/K}$  [5];  $\gamma = 0,9$  [9].

С целью проверки правомерности предложенного подхода к тепловому расчету было проведено сравнение значений длительно допустимого тока, рассчитанных по предложенной методике, по



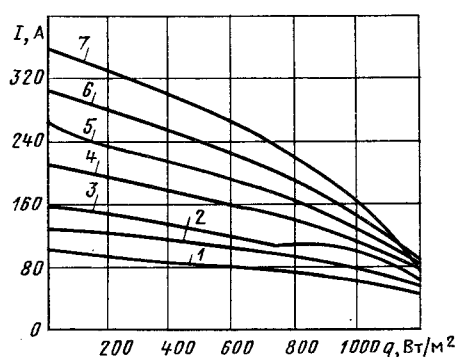


Рис. 3. Зависимости допустимого тока от падающего потока излучения для сечений фазных жил, равного: 1 — 16 мм<sup>2</sup>; 2 — 25 мм<sup>2</sup>; 3 — 35 мм<sup>2</sup>; 4 — 50 мм<sup>2</sup>; 5 — 70 мм<sup>2</sup>; 6 — 95 мм<sup>2</sup>; 7 — 120 мм<sup>2</sup>

методике [6] и нормируемых ПУЭ [13] для одиночного изолированного провода с изоляцией из полихлорвинила. Расчеты выполнялись для условий, приведенных в ПУЭ.

На рис. 4 приведены результаты расчетов по предложенной методике (кривая 3), по методике [6] (кривая 2) и нормируемые ПУЭ (кривая 1). Из сопоставления данных на рис. 4 видно, что результаты, полученные по предложенной методике, достаточно хорошо совпадают с нормируемыми ПУЭ, хотя и несколько превышают их.

Полученные результаты были также сопоставлены с аналогичными данными для СИП марки "АМКА", выпускаемых фирмой NOKIA (Финляндия).

Значения длительно допустимых токов для проводов марки САСП, рассчитанные по предлагаемой методике, и для проводов марки АМКА (приняты по каталогу фирмы NOKIA) приведены в табл. 2 для условий  $q = 1200 \text{ Вт/м}^2$ ,  $t_n = 25^\circ\text{C}$ ,  $t_d = 90^\circ\text{C}$ .

Таблица 2

Номинальное сечение фазной жилы, мм <sup>2</sup>	Длительно допустимый ток для проводов марки, А	
	АМКА	САСП
16	76	75
25	100	100
35	124	120
50	151	150
70	184	180
95	220	210
120	255	240

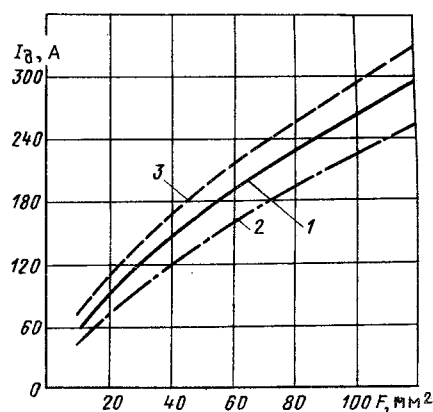


Рис. 4. Расчетные зависимости  $I$  от сечения провода: 1 — нормируемые ПУЭ; 2 — по методике [6]; 3 — по предложенной методике

Сопоставление данных табл. 2 показывает достаточно хорошую сходимость результатов, что дает основание сделать вывод о правомерности использования предлагаемого метода теплового расчета СИП.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Выскирка А. С., Шевляков В. И. Эффективность применения изолированных проводов при строительстве ВЛ 0,38 кВ. — Энергетическое строительство, 1988, № 6.
2. Бургсдорф В. В., Никитина Л. Г. Определение допустимых токов нагрузки воздушных линий электропередачи по нагреву их проводов. — Электричество, 1989, № 11.
3. Бургсдорф В. В., Никитина Л. Г. Нагрев проводов, их термическая стойкость и повышение передаваемой мощности по линиям электропередачи. Воздушные линии передачи. — М.: Госэнергоиздат, 1982.
4. Махлин Б. Ю. Нагрев проводов и его влияние на механическую прочность. — Труды ЦНИЭЛ, 1956, вып. 5.
5. Залесский А. М., Кукеков Г. А. Тепловые расчеты электрических аппаратов — Л.: Энергия, 1967.
6. Брагин С. М. Электрический и тепловой расчет кабеля. — М.: Госэнергоиздат, 1960.
7. Федоткин И. М., Айзен А. М. Асимптотические методы в задачах тепломассопереноса. — Киев: Высшая школа, 1975.
8. Богословский В. Н. Строительная теплофизика. — М.: Высшая школа, 1982.
9. Андерсон Б. Солнечная энергия. — М.: Стройиздат, 1982.
10. Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи. — М.: Мир, 1983.
11. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. — Л.—М.: Госэнергоиздат, 1959.
12. Бачелис Д. С., Белорусов И. И., Саакян А. Е. Электрические кабели, провода, шнуры. Справочник. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963.
13. Правила устройства электроустановок (ПУЭ). — М.: Энергоатомиздат, 1986.

[11.09.91]

# Нестационарные электромагнитные и тепловые процессы в цилиндрических проводниках при воздействии на них тока молнии

БАРАНОВ М. И., БОНДИНА Н. Н.

Импульсный нагрев проводника конечных размеров мощным импульсом тока с крутым фронтом приводит к резкому росту его удельного сопротивления, а при определенных условиях — к расплавлению материала и последующему электрическому взрыву (ЭВ) скин-слоя или тела проводника. Предельные режимы ЭВ скин-слоя для плоского массивного проводника при воздействии на него сверхсильных импульсных магнитных полей проанализированы в [1, 2]. Одномерная задача численного расчета процесса нелинейной диффузии сильного импульсного магнитного поля, изменяющегося во времени по закону экспоненциально затухающей синусоиды, в плоский массивный проводник с учетом джоулева нагрева и теплопередачи рассмотрена в [3]. Исследования основных закономерностей явления ЭВ металлических проволок в газовой среде [4, 5] показали, что механизм разрушения проводника током определяется скоростью ввода в него электромагнитной энергии. При этом последняя, в свою очередь, определяется объемной плотностью  $\delta_z$  тока в проводнике [6]. Там же установлено, что при "медленном" подводе энергии к проводнику ( $\delta_z \leq 10^{11}$  А/м<sup>2</sup>) полного расплавления и последующего испарения (сублимации) для немассивного проводника не происходит. Этому препятствуют магнитогидродинамические (МГД) неустойчивости [7], которые приводят к деформации немассивного проводника и образованию перетяжек, и испарение материала проводника локализуется в зонах перетяжек. При "быстром" подводе энергии к немассивному проводнику ( $10^{11} < \delta_z \leq 10^{12}$  А/м<sup>2</sup>)

скорость джоулева нагрева становится такой, что МГД неустойчивости не успевают развиться и проводник сохраняет однородное состояние вплоть до ЭВ. Для массивных проводников характерна взрывная абляция [5], когда ЭВ характеризуется испарением материала проводника в тонком поверхностном слое. При этом процесс развития ЭВ проводника определяется нелинейным скин-эффектом.

Известно, что воздействие тока молнии на металлические объекты вызывает повреждения как их стенки (частичное или полное ее проплавление), так и внутренних электрических цепей их оборудования за счет индуцированных в них токов и напряжений, вызванных прямым ударом тока молнии во внешние элементы объектов. Применительно к электроэнергетическим (ЭЭС) и аэрокосмическим (АКС) системам это может приводить к необратимым процессам с тяжелыми последствиями [8]. Для дальнейшего изучения механизма воздействия молнии на металлические объекты и отдельные устройства ЭЭС и АКС, в целях разработки рекомендаций по повышению их стойкости к прямым ударам молнии и для эффективного решения задач по молниезащите воздушных линий ЭЭС, а также при разработке кабелестрофов аэростатов, испытательных установок высокого напряжения, имитирующих грозовые разряды в лабораторных условиях, и анализе переходных процессов в разрядных цепях таких установок необходимо рассчитывать нестационарные электро-

тепловые процессы в цилиндрических проводниках, испытывающих воздействие тока молнии.

Известные приближенные соотношения для расчета в стационарном режиме температурного поля массивных цилиндрических проводников при прохождении по ним аperiodического импульса тока молнии [9] не позволяют выяснить влияние нестационарного поверхностного эффекта в проводниках произвольной толщины, нелинейных изменений электропроводности, теплопроводности материала и теплоотдачи с поверхностей проводников на их импульсный нагрев и соответственно оценить стойкость цилиндрических проводников произвольной толщины к воздействию тока молнии. В [10, 11] решены задачи расчета тепловых процессов в плоских неограниченных стенках металлических объектов для случаев воздействия на них неизменной или спадающей по линейному закону во времени длительной составляющей тока молнии, характеризующейся максимальными значениями токов в сотни ампер и длительностями от единиц до сотен миллисекунд. Прохождение тока молнии на стадии главного разряда по цилиндрическим проводникам может приводить к их интенсивному нагреву [12]. При этом импульсная составляющая тока молнии характеризуется амплитудами в десятки и сотни килоампер и длительностями, равными десяткам и сотням микросекунд. Исследованию нестационарных электромагнитных и тепловых процессов, протекающих в немагнитных сплошных ( $i = 1$ ) и трубчатых ( $i = 2$ ) цилиндрических проводниках произвольной толщины при воздействии на них импульсной составляющей тока главного разряда молнии, посвящена данная статья.

**Формулировка и реализация решения задачи.** Пусть по проводникам круглого поперечного сечения и длиной много больше их диаметра  $2b$  (рис. 1), размещенным в воздухе и выполненным из неферромагнитного материала с удельной электропроводностью  $\gamma_{0i}$ , удельной объемной теплоемкостью  $c_{0i}$ , тепловым коэффициентом удельной электропроводности  $\beta_{0i}$  и коэффициентом теплопроводности  $\lambda_{0i}$  в аксиальном направлении протекает импульсный ток главного разряда молнии, имеющий следующий безразмерный вид:

$$i_m^*(t^*) = \beta [\exp(-\alpha_1^* t^*) - \exp(-\alpha_2^* t^*)], \quad (1)$$

где  $i_m^*(t^*) = i_m(t^*)/I_m$ ;  $I_m$  — амплитуда импульса тока молнии;  $\alpha_1^* = \alpha_1 t_6^*$ ;  $\alpha_2^* t_6^*$ ;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  — коэффициенты формы импульса тока молнии ( $\alpha_1 \approx 0,76/\tau_\phi$ ;  $\alpha_2 \approx 2,37/\tau_\phi$ );  $\tau_\phi$ ,  $\tau_\psi$  — длительность фронта и длительность импульса тока молнии, определяемые соответственно между уровнями 0,1–0,9 и на уровне 0,5 от его амплитуды;  $t^* = t/t_6^*$ ;  $t_6^*$  — базисная величина для времени  $t$ ;  $\beta = [(\alpha_1^*/\alpha_2^*)^{\alpha_1^*/(\alpha_2^* - \alpha_1^*)} - (\alpha_1^*/\alpha_2^*)^{\alpha_2^*/(\alpha_2^* - \alpha_1^*)}]^{-1}$  — нормирующий множитель.

Пренебрегая эффектами, связанными со сжатостью и фазовыми изменениями (плавление и испарение) материала проводников, полагаем, что электропроводность зависит только от теплосодержания проводника. Тогда для температурной зависимости удельной электропроводности  $\gamma_i$  материала твердого проводника, т. е. при температурах ниже точки его плавления, справедливо следующее соотношение в безразмерном виде [1]:

$$\gamma_i^* = (1 + \Theta_i^*)^{-1}, \quad (2)$$

где  $\gamma_i^* = \gamma_i / \gamma_{0i}$ ;  $\Theta_i^* = \Theta_i / \Theta_{0i}$ ;  $\Theta_i = \Theta_{ti} - \Theta_{0i}$  — превышение температуры материала проводника;  $\Theta_{0i}$ ,  $\Theta_{ti}$  — соответственно температура материала проводника до (как правило,  $\Theta_{0i}$  принимают равной  $\Theta_{0i} = 20^\circ\text{C}$ ) и в процессе воздействия на него тока молнии;  $\Theta_{0i} = (c_{0i} \beta_{0i})^{-1}$  — базисная величина для превышения температуры  $\Theta_i$ .

Так как теплоемкость и теплопроводность материала проводника в диапазоне температур от  $0^\circ\text{C}$  до температуры плавления изменяются незначительно [1, 13], то в дальнейшем примем, что  $c_{0i} = \text{const}$  и  $\lambda_{0i} = \text{const}$ .

При принятых допущениях для  $t \geq 0$  и  $0 \leq r \leq b$  нестационарные электромагнитные и тепловые процессы, протекающие в исследуемых цилиндрических проводниках при воздействии на них импульсной составляющей тока главного разряда молнии, в безразмерном виде описываются следующей системой дифференциальных уравнений с частными производными параболического типа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_{\vartheta i}^*}{\partial (r^*)^2} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial H_{\vartheta i}^*}{\partial r^*} - \frac{H_{\vartheta i}^*}{(r^*)^2} + (1 + \Theta_i^*)^{-1} \times \\ \times \frac{\partial(r^* H_{\vartheta i}^*)}{r^* \partial r^*} - \frac{\partial \Theta_i^*}{\partial r^*} - \\ - (1 + \Theta_i^*)^{-1} \frac{\partial H_{\vartheta i}^*}{\partial t^*} = 0; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta_i^*}{\partial t^*} = 2(H_{\vartheta i m}^*)^2 (1 + \Theta_i^*) \left[ \frac{\partial(r^* H_{\vartheta i}^*)}{r^* \partial r^*} \right]^2 + \\ + \frac{Fo_{\vartheta i}}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[ r^* \frac{\partial \Theta_i^*}{\partial r^*} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $H_{\vartheta i}^* = 2\pi b \cdot H_{\vartheta i}(r^*, t^*) / I_m$ ;  $H_{\vartheta i}(r^*, t^*)$  — напряженность азимутального импульсного магнитного поля тока молнии (1) в сплошном и трубчатом проводниках;  $r^* = r/b$ ;  $H_{\vartheta i m}^* = I_m / 2\pi b \cdot h_{ci}$ ;  $h_{ci} = (2/\mu_0 \cdot \beta_{0i})^{0.5}$  — характеристическая напряженность магнитного поля [1];  $Fo_{\vartheta i} = \lambda_{0i} \mu_0 \gamma_{0i} / c_{0i}$  — электротепловой критерий Фурье [3];  $t_0 = \mu_0 \gamma_{0i} b^2$ .

Уравнение (3) при этом описывает нелинейную диффузию магнитного поля тока молнии в несжимаемых цилиндрических проводниках, учитывающую температурные эффекты, а уравнение тепло-

проводности (4) — распределение нестационарного температурного поля в проводниках, т. е. тепловую диффузию. Отметим, что первый член в правой части уравнения (4) описывает объемный источник тепла, обусловленный джоулевым нагревом материала проводников, а второй член характеризует влияние теплопроводности на процесс изменения энергии внутри проводников.

Граничные условия для уравнений (3) и (4) при учете теплообмена между проводниками и воздушной средой в соответствии с законами Фурье и Ньютона—Рихмана имеют следующий безразмерный вид:

$$H_{\vartheta i}^*(1, t^*) = \beta [\exp(-\alpha_1^* t^*) - \exp(-\alpha_1^* t^*)]; \quad (5)$$

$$H_{\vartheta 2}^*(\alpha^{-1}, t^*) = 0; \quad (6)$$

$$H_{\vartheta 1}^*(0, t^*) = 0; \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta_i^*(r^*, t^*)}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} + Bi_{1i} \Theta_i^*(1, t^*) = 0; \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta_2^*(r^*, t^*)}{\partial r^*} \right|_{r^*=\alpha^{-1}} - Bi_{22} \Theta_2^*(\alpha^{-1}, t^*) = 0; \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta_1^*(r^*, t^*)}{\partial r^*} \right|_{r^*=0} = 0, \quad (10)$$

где  $Bi_{ki} = \alpha_{\Theta k} b / \lambda_{0i}$  — критерий Био, характеризующий теплоотдачу с наружной ( $k=1$ ) и внутренней ( $k=2$ ) поверхностей сплошного и трубчатого цилиндрических проводников;  $\alpha_{\Theta k} = 5,6 + 4v$  — коэффициент теплоотдачи для гладкой металлической поверхности проводников [14];  $v$  — скорость воздушного потока (м/с), обдувающего поверхности проводников.

При  $Bi_{ki} = 0$  тепловые процессы в проводниках становятся адиабатическими, а при  $Bi_{ki} \rightarrow \infty$  граничные условия 3-го рода (8) и (9) переходят в граничные условия 1-го рода, определяющие поверхностьную температуру проводников.

Начальные условия для уравнений (3) и (4) являются нулевыми:

$$H_{\vartheta i}^*(r^*, 0) = 0; \quad (11)$$

$$\Theta_i^*(r^*, 0) = 0. \quad (12)$$

Численное решение одномерной краевой задачи расчета нестационарных электротепловых процессов в цилиндрических проводниках произвольной толщины при воздействии на них импульсной составляющей тока молнии (1) на стадии главного разряда, описываемой уравнениями (3)–(12), было реализовано с помощью метода конечных разностей [15].

Нанесем на поперечные сечения проводников координатную сетку (рис. 1) с шагом  $h$  и узлами, имеющими индекс  $n$  и координаты  $r_n^* = r_0^* + nh$ , где  $r_0^*$  — начальное безразмерное значение текущего радиуса (для сплошного проводника  $r_0^* = 0$ , а для трубчатого —  $r_0^* = \alpha^{-1}$ );  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$  ( $N$  — число шагов по радиусу). Введем временную

сетку с шагом  $\tau$  и узлами с индексом  $j$ , характеризующимися значениями безразмерного времени  $t_j^* = j\tau$ , где  $j = 0, 1, 2, \dots, M$  ( $M$  — число шагов по времени), а также сеточные функции  $H_n^j$ ,  $\Theta_n^j$ , аппроксимирующие на пространственно-временной сетке безразмерные функции  $H_{vi}^*$  и  $\Theta_i^*$ . Воспользовавшись неявной четырехточечной схемой [15] и используя разностные аппроксимации пространственного и временного дифференциальных операторов, для уравнений диффузии магнитного (3) и теплового (4) полей в проводники с учетом введенных ранее безразмерных величин получим следующие разностные уравнения:

$$\begin{aligned} & \frac{H_{n+1}^{j+1} - 2H_n^{j+1} + H_{n-1}^{j+1}}{h^2} + \left[ \frac{1}{r_n^*} + (1 + \Theta_n^{j+1})^{-1} \times \right. \\ & \times \left. \left[ \frac{\Theta_{n+1}^{j+1} - \Theta_{n-1}^{j+1}}{2h} \right] \right] \left[ \frac{H_{n+1}^{j+1} - H_{n-1}^{j+1}}{2h} \right] + \\ & + \left[ (1 + \Theta_n^{j+1})^{-1} \left[ \frac{\Theta_{n+1}^{j+1} - \Theta_{n-1}^{j+1}}{2h} \right] - \frac{1}{r_n^*} \right] \times \\ & \times \frac{H_n^{j+1}}{r_n^*} - (1 + \Theta_n^{j+1})^{-1} \left[ \frac{H_n^{j+1} - H_n^j}{\tau} \right] = 0; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & 2(H_{\vartheta i m}^*)^2 (1 + \Theta_n^{j+1}) \left[ \frac{H_n^{j+1}}{r_n^*} + \frac{H_{n+1}^{j+1} - H_{n-1}^{j+1}}{2h} \right]^2 + \\ & + \frac{Fo_{\vartheta i}}{r_n^*} \left[ \frac{\Theta_{n+1}^{j+1} - \Theta_{n-1}^{j+1}}{2h} + \right. \\ & + \left. r_n^* \left[ \frac{\Theta_{n+1}^{j+1} - 2\Theta_n^{j+1} + \Theta_{n-1}^{j+1}}{h^2} \right] \right] - \\ & - \frac{\Theta_n^{j+1} - \Theta_n^j}{\tau} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Разностные аппроксимации граничных условий (5)–(10) принимают следующий вид:

$$H_N^{j+1} = \beta [\exp(-\alpha_1^* t_{j+1}^*) - \exp(-\alpha_2^* t_{j+1}^*)]; \quad (15)$$

$$H_0^{j+1} = 0; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \Theta_N^{j+1} \left[ \frac{1}{hK_l} - \frac{(H_{\vartheta i m}^*)^2 h K_6}{K_l Fo_{\vartheta i}} + Bi_{1i} + \right. \\ & + \left. \frac{h}{2\tau K_l Fo_{\vartheta i}} \right] = \Theta_{N-1}^{j+1} (hK_l)^{-1} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{h}{2K_l Fo_{\vartheta i}} \left[ \frac{\Theta_N^j}{\tau} + 2(H_{\vartheta i m}^*)^2 K_6 \right]; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \Theta_0^{j+1} \left[ (hK_m)^{-1} - \frac{(H_{\vartheta 2m}^*)^2 h K_6}{K_m Fo_{\vartheta 2}} + Bi_{22} + \right. \\ & + \left. \frac{h}{2\tau K_m Fo_{\vartheta 2}} \right] = \Theta_1^{j+1} (hK_m)^{-1} + \\ & + \frac{h}{2K_m Fo_{\vartheta 2}} \left[ \frac{\Theta_0^j}{\tau} + 2(H_{\vartheta 2m}^*)^2 K_6 \right], \end{aligned} \quad (18)$$

где  $K_l = 1 + \frac{h}{2r_n^*}$ ;  $K_m = 1 - \frac{h}{2r_n^*}$ ;  $K_6 = (\delta_n^{j+1})^2 = \left[ \frac{H_n^{j+1}}{r_n^*} + \frac{H_{n+1}^{j+1} - H_{n-1}^{j+1}}{2h} \right]^2$ ;  $\delta_n^{j+1}$  — сеточная функция, аппроксимирующая безразмерную плотность тока  $\delta_{zi}^* = \frac{\partial(r^* H_{\vartheta i}^*)}{r^* \partial r^*}$ .

Уравнения (13)–(18) совместно с разностными аппроксимациями условий (11), (12) составляют разностную схему сформулированной задачи, имеющую погрешность аппроксимации  $O(h^2 + \tau)$  и являющуюся абсолютно устойчивой, т. е. устойчивой при любых шагах  $h$  и  $\tau$  [15]. Данная схема решается по слоям методом прогонки [15] с помощью итерационного процесса: из разностного уравнения (13), например на  $(j+1)$  слое по времени, при известном с предыдущего слоя  $j$  значении  $\Theta_n^j$  находим значение  $H_n^{j+1}$ , подставляя которое в уравнение (14), определяем значение  $\Theta_n^{j+1}$ . Далее по найденному значению  $\Theta_n^{j+1}$  из уравнения (13) находим новое значение  $H_n^{j+1}$  и т. д. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока для двух ближайших итераций  $s$  и  $s+1$  значения искомых функций  $H_{\vartheta i}^*$  и  $\Theta_i^*$  не станут отличаться меньше, чем на некоторое заданное значение  $\epsilon$ , определяющее погрешность расчетов.

**Анализ результатов численных расчетов.** На рис. 2 и 3 приведены в нормированном виде распределения в нестационарном режиме напряженности магнитного поля  $H_{\vartheta 2}^*$ , превышения температуры  $\Theta_2^*$ , плотности тока  $\delta_{z2}^*$  и удельной электропроводности  $\gamma_2^*$  по относительной толщине  $(1 - r^*)$  стенки трубчатого медного проводника, испытывающего воздействие импульса тока, обусловленного главным разрядом молнии. Для плотности тока в безразмерном виде было использовано соотношение  $\delta_{z2}^* = \delta_{z2} b / H_{\vartheta 2m}^* h c_2$ . При расчетах временные параметры импульса тока молнии были приняты равными  $\tau_\phi / \tau_{\text{и}} = 2/50$  мкс, а соответствующие им коэффициенты формы составляли  $\alpha_1 = 1,5292 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 1,1887 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$  и  $\beta = 1,072$ . Значения амплитуд грозового импульса тока были

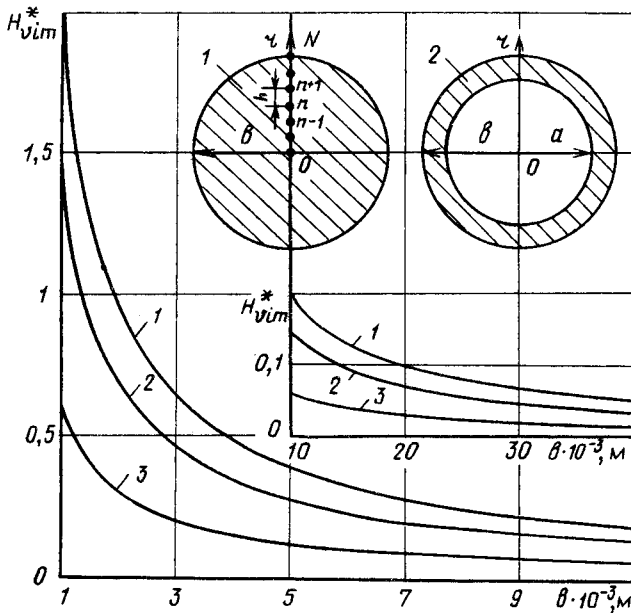


Рис. 1. Расчетные конструкции сплошного 1 и трубчатого 2 цилиндрических проводников и нормированные зависимости напряженности действующего на них импульсного магнитного поля  $H_{\vartheta m}^*$  для тока молнии 2/50 мкс предельных параметров ( $I_m = 300$  кА) от наружного радиуса  $b$  проводника для различных материалов: 1 — алюминий; 2 — медь; 3 — нержавеющая сталь

взяты из [7], а значения электро- и теплофизических характеристик материалов немагнитных проводников, приведенные в таблице, — в основном из [1]. Значение безразмерного параметра  $H_{\vartheta m}^*$ , характеризующего уровень действующего на медный проводник внешнего магнитного поля (см. рис. 1), было принято равным  $H_{\vartheta m}^* = 0,2$ , что при  $b = 5 \cdot 10^{-3}$  м соответствует амплитуде импульса тока молнии, равной  $I_m = 215$  кА. В ходе проведенного численного эксперимента было установлено, что для обеспечения погрешности расчетов не более  $\epsilon = 0,001$  для итерационного процесса должно выполняться условие  $s \geq 2$ . Шаги на сетке при этом принимались равными  $h = 0,01$ ,  $\tau = 2 \cdot 10^{-4}$ , что при указанных расчетах электро- и тепловых процессов в 15 точках по времени  $t^* \leq 0,05$  и  $s = 2$  приводит к затратам процессорного времени на ЭЦВМ ЕС-1061, не превышающим 6 с.

Из кривых на рис. 2 видно, что на фронте действующего импульса тока молнии радиальные распределения плотности тока  $\delta_{z2}$  (кривая 4) и температуры  $\Theta_2^*$  (кривые 7–15) в тонкостенном трубчатом медном проводнике, эквивалентном в первом приближении токопроводящей оболочке кабеля, носят явно выраженный неравномерный характер, обусловленный "прямым" скин-эффектом [16]. При этом абсолютные значения превышения температуры  $\Theta_2$  на наружной поверхности проводника при  $t \leq 6,9$  мкс достигают не более  $32^\circ\text{C}$  (кривая 13), а изменение (уменьшение) удельной электропроводности  $\gamma_2$  поверхностного слоя не превышает 14 % (кривая 20). Вблизи амплитуды и на спаде импульса молнии в цилинд-

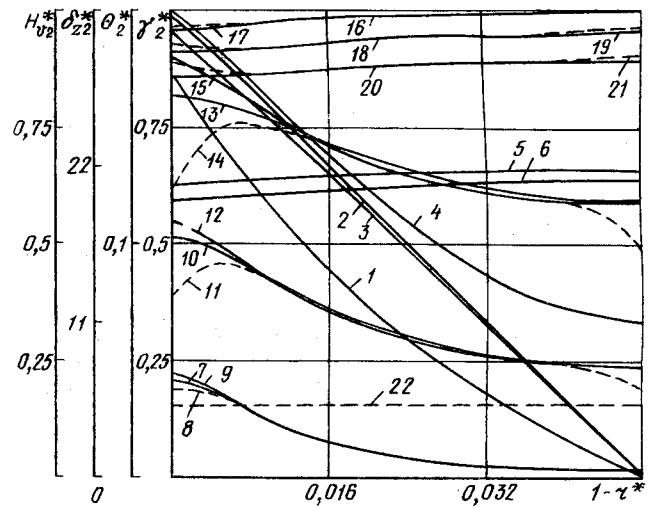


Рис. 2. Радиальные нормированные распределения напряженности магнитного поля  $H_{\vartheta 2}^*$ , плотности тока  $\delta_{z2}^*$ , температуры  $\Theta_2^*$  и удельной электропроводности  $\gamma_2^*$  в тонкостенном ( $\alpha = 1,05$ ) трубчатом медном проводнике при воздействии на него импульса тока молнии 2/50 мкс с амплитудой  $I_m = 215$  кА ( $b = 5 \cdot 10^{-3}$  м;  $H_{\vartheta m}^* = 0,2$ ;  $t_6 = 1825,6 \cdot 10^{-6}$  с): 1–3 —  $H_{\vartheta 2}^*$ ; 4–6 —  $\delta_{z2}^*$ ; 7–15 —  $\Theta_2^*$ ; 16–21 —  $\gamma_2^*$ ; 22 —  $\gamma_{n2}^*$ ; 1, 4, 7–9, 16, 17 —  $t^* = 6 \cdot 10^{-4}$ ; 2, 5, 10–12, 18, 19 —  $t^* = 2 \cdot 10^{-3}$ ; 3, 6, 13–15, 20, 21 —  $t^* = 3,8 \cdot 10^{-3}$ ; 9, 12, 15  $Fo_{\vartheta 2} = 0$ ; 1–7, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18, 20 —  $Bi_{k2} = 0$ ; 8, 11, 14, 17, 19, 21 —  $Bi_{k2} = 100$

рических проводниках из-за влияния температурных эффектов на диффузию магнитного поля начинает проявляться "обратный" скин-эффект [5], вызывающий такое распределение плотности тока по поперечному сечению проводников, когда ее значения, например на внутренней поверхности трубчатого проводника, становятся больше значений  $\delta_{z2}^*$  на его наружной поверхности (кривые 5, 6 на рис. 2 и кривая 3 на рис. 3).

На фронте импульса тока молнии толщина токового слоя в полом проводнике существенно превышает толщину теплового слоя (кривые 4 и 7 на рис. 2). Объясняется это тем, что глубина проникновения электромагнитного поля  $\Delta_{\vartheta i}$  значительно превышает глубину проникновения теплового поля  $\Delta_{Ti}$  (см. таблицу) в немагнитный мате-

риал проводника ( $\Delta_{\vartheta i} / \Delta_{Ti} = \sqrt{(Fo_{\vartheta i})^{-1}} \gg 1$ ). На спаде действующего импульса тока расхождение толщин токового и теплового слоев в рассматриваемом проводнике становится незначительным (кривые 3 и 7 на рис. 3).

Установлено, что при граничных условиях (8), (9) теплоотдача в воздушную среду с наружной или внутренней поверхностей цилиндрического проводника оказывает заметное влияние на протекающие в нем электротепловые процессы в случае, когда  $Bi_{ki} \gg 10^{-1}$  (кривые 8, 11, 14, 17, 19, 21 на рис. 2 и 4, 6, 8, 12, 14 на рис. 3). При  $b \leq 5 \cdot 10^{-3}$  м это условие выполняется при наличии такого воздушного потока, охлаждающего цилиндрические поверхности проводника, скорость  $v$  которого

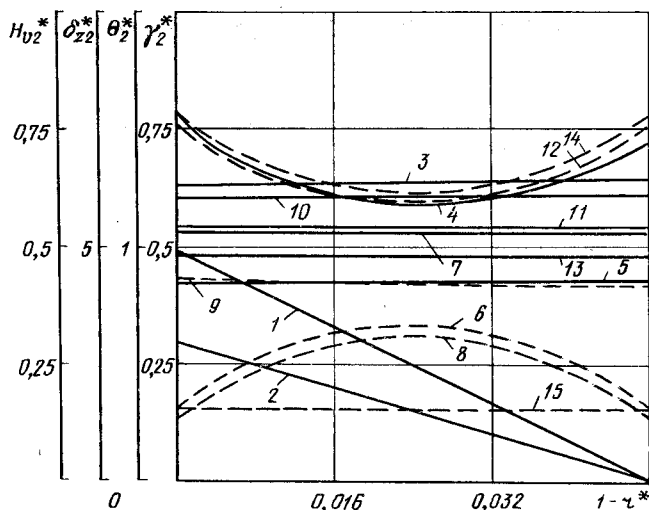


Рис. 3. Радиальные нормированные распределения напряженности магнитного поля  $H_{\vartheta 2}^*$ , плотности тока  $\delta_{z2}^*$ , температуры  $\Theta_2^*$  и удельной электропроводности  $\gamma_2^*$  в тонкостенном ( $\alpha = 1,05$ ) трубчатом медном проводнике с импульсом тока молнии 2/50 мкс амплитудой  $I_m = 215$  кА ( $b = 5 \cdot 10^{-3}$  м;  $H_{\vartheta 2m}^* = 0,2$ ;  $t_0 = 1825,6 \cdot 10^{-6}$  с): 1, 2 —  $H_{\vartheta 2}^*$ ; 3, 4 —  $\delta_{z2}^*$ ; 5–10 —  $\Theta_2^*$ ; 11–14 —  $\gamma_2^*$ ; 15 —  $\gamma_{\Pi 2}^*$ ; 3, 5, 6, 9, 11, 12 —  $t^* = 3 \cdot 10^{-2}$ ; 2–4, 7, 8, 13, 14 —  $t^* = 5 \cdot 10^{-2}$ ; 10 —  $t^* = 25 \cdot 10^{-2}$ ; 9 —  $Bi_{\vartheta 2} = 0$ ; 1–3, 5, 7, 9–11, 13 —  $Bi_{k2} = 0$ ; 4, 6, 8, 12, 14 —  $Bi_{k2} = 100$

значительно превышает скорость звука в воздухе при 20 °С, т. е. при  $v \gg 343$  м/с. В остальных случаях влиянием теплоотдачи на ход электро-тепловых процессов в рассматриваемых проводниках с током молнии можно пренебрегать.

Из кривых на рис. 3 следует, что на участке спада импульса тока молнии при  $t \geq \tau_i$  и в отсутствие теплоотдачи ( $Bi_{k2} = 0$ ) радиальные распределения  $\Theta_2^*$  (кривые 5, 7, 9, 10) и  $\gamma_2^*$  (кривые 11, 13) в трубчатом проводнике устанавливаются и принимают практически равномерный характер. С увеличением значений  $t^*$  в проводнике происходит монотонное возрастание  $\Theta_2^*$ , уменьшение  $\delta_{z2}^*$  и  $\gamma_2^*$ . При  $t = 456,4$  мкс (кривая 10), что соответствует характерным значениям длительности импульсной составляющей тока молнии [7], максимальные изменения температуры  $\Theta_2$  на наружной поверхности медного тонкостенного ( $\alpha = 1,05$ ) проводника при  $b = 5 \cdot 10^{-3}$  м не превышают 236 °С.

На рис. 4 представлены типичные временные распределения  $H_{\vartheta i}^*$ ,  $\delta_{zi}^*$ ,  $\Theta_i^*$  и  $\gamma_i^*$  на наружных поверхностях сплошного и трубчатого медных проводников и вблизи них, обусловленные воздействием на проводники импульса тока молнии 2/50 мкс с амплитудой, равной 215 кА ( $H_{\vartheta im}^* = 0,2$ ), с учетом и без учета теплоотдачи в воздушную среду. Рассматриваемое воздействие к моменту времени  $t = 73$  мкс ( $t^* = 0,04$ ) при  $Bi_{ki} = 0$  для сплошного проводника (кривая 9)

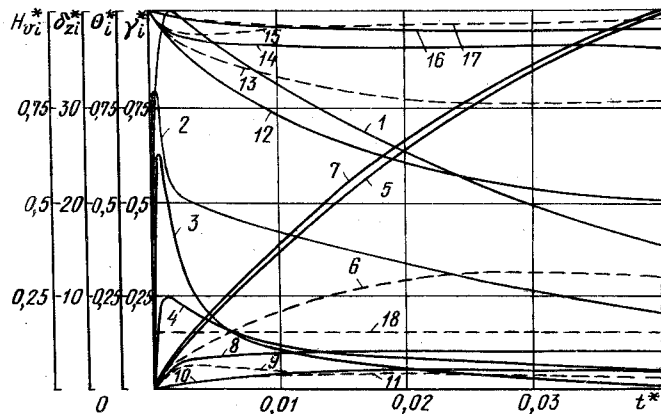


Рис. 4. Временные нормированные распределения напряженности магнитного поля  $H_{\vartheta i}^*$ , плотности тока  $\delta_{zi}^*$ , температуры  $\Theta_i^*$  и удельной электропроводности  $\gamma_i^*$  на и вблизи наружной поверхности сплошного и трубчатого медных проводников с импульсом тока молнии 2/50 мкс амплитудой  $I_m = 215$  кА ( $b = 5 \cdot 10^{-3}$  м;  $H_{\vartheta im}^* = 0,2$ ;  $t_0 = 1825,6 \cdot 10^{-6}$  с): 1 —  $\gamma_{\Pi i}^*$ ; 2–4 —  $\delta_{zi}^*$ ; 5–11 —  $\Theta_i^*$ ; 12–17 —  $\gamma_i^*$ ; 18 —  $\gamma_{\Pi i}^*$ ; 1, 5–17 —  $r^* = 1$ ; 2 —  $r^* = 0,995$ ; 3 —  $r^* = 0,983$ ; 4 —  $r^* = 0,9$ ; 7 —  $Bi_{\vartheta 2} = 0$ ; 5–7, 12, 13 —  $\alpha = 1,05$ ; 8, 9, 14, 15 —  $\alpha = 1, 2$ ; 10, 11, 16, 17 —  $\alpha = \infty$ ; 2–5, 7, 8, 10, 12, 14, 16 —  $Bi_{ki} = 0$ ; 6, 9, 11, 13, 15, 17 —  $Bi_{ki} = 100$

приводит к превышению поверхностной температуры  $\Theta_i(1, t)$  примерно на 10 °С, для трубчатого проводника при  $\alpha = 1,2$  (кривая 7) — на 20 °С, а для тонкостенного трубчатого проводника при  $\alpha = 1,05$  (кривая 4) — на 192 °С. При этом удельная электропроводность  $\gamma_2$  материала полого тонкостенного проводника уменьшается практически до половины своего первоначального значения (кривая 11). Временные зависимости для плотности тока  $\delta_{zi}^*$  характеризуются наличием пика, амплитудное значение которого возрастает с уменьшением безразмерного параметра  $\alpha$ , отражающего относительную толщину стенки полого проводника (кривые 2–4). Эта выявленная особенность распределения  $\delta_{zi}^*$  приводит к тому, что скорость нарастания плотности тока молнии в цилиндрических проводниках существенно превышает скорость нарастания внешнего магнитного поля  $H_{\vartheta i}^*$  (кривая 1) и для тонкостенного ( $\alpha = 1,05$ ) трубчатого проводника вблизи его наружной поверхности ( $r^* = 0,995$ ) достигает максимального значения не менее  $6 \cdot 10^{16}$  А/м<sup>2</sup>·с (кривая 2). Амплитуда плотности тока  $\delta_{z2}^*$  при этом достигает значения  $0,436 \cdot 10^{11}$  А/м<sup>2</sup>, что свидетельствует о наличии в данном случае сравнительно "медленного" ввода электромагнитной энергии в проводник [4].

Из сравнения импульсного нагрева цилиндрических проводников током молнии главного разряда при отсутствии теплоотдачи с их поверхностей ( $Bi_{ki} = 0$ ) с учетом и без учета теплопроводности следует, что на фронте и вблизи амплитуды воздействующего импульса тока неучет теплопроводности ( $Bi_{\vartheta i} = 0$ ) приводит к повышению поверхно-

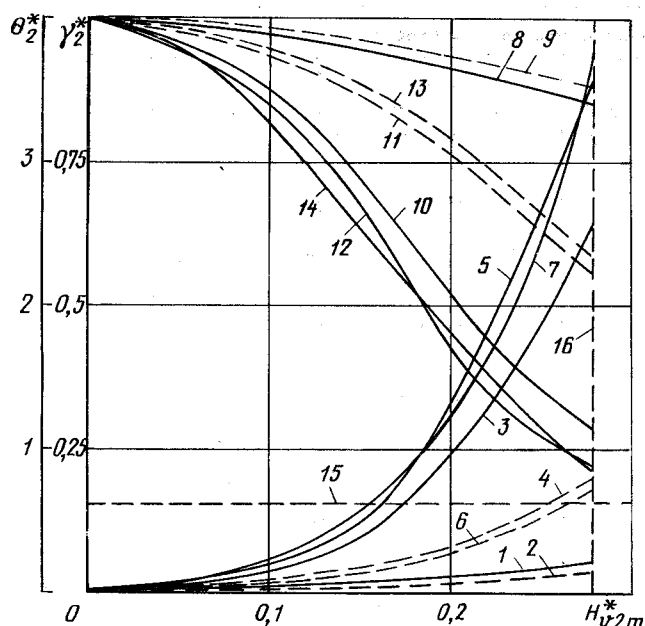


Рис. 5. Нормированные зависимости изменения температуры  $\Theta_2^*(1, t^*)$  и удельной электропроводности  $\gamma_2^*(1, t^*)$  на наружной поверхности тонкостенного ( $\alpha = 1,05$ ) трубчатого медного проводника с импульсом тока молнии  $2/50$  мкс от безразмерного параметра  $H_{\vartheta 2m}^* = 5 \cdot 10^{-3}$  м;  $t_0 = 1825,6 \cdot 10^{-6}$  с): 1–7 —  $\Theta_2^*$ ; 8–14 —  $\gamma_2^*$ ; 15 —  $\gamma_{n2}^*$ ; 16 —  $H_{\vartheta 2m}^* = 0,279$ ; 1, 2, 8, 9 —  $t^* = 1,6 \cdot 10^{-3}$ ; 3, 4, 10, 11 —  $t^* = 3 \cdot 10^{-2}$ ; 5, 6, 12, 13 —  $t^* = 5 \cdot 10^{-2}$ ; 7, 14 —  $t^* = 25 \cdot 10^{-2}$ ; 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12, 14 —  $Bi_{k2} = 0$ ; 2, 4, 6, 9, 11, 13 —  $Bi_{k2} = 100$

стной температуры  $\Theta_i^*(1, t^*)$  не более чем на 10 % (кривые 7, 12 и 15 на рис. 2). На спаде импульса тока влияние теплопроводности на температуру наружной цилиндрической поверхности ( $r^* = 1$ ), являющуюся максимальной температурой проводника, не превышает 4 % (кривая 9 на рис. 3 и кривая 6 на рис. 4). Полученные результаты, отражающие роль теплопроводности, качественно согласуются с известными данными, приведенными в [1, 3] при решении задач диффузии сильного импульсного магнитного поля специальных временных форм в плоские массивные проводники.

На рис. 5 показаны нормированные зависимости, характеризующие в переходном процессе изменения температуры и удельной электропроводности наружной поверхности ( $r^* = 1$ ) тонкостенного ( $\alpha = 1,05$ ) медного проводника радиусом  $b = 5 \cdot 10^{-3}$  м от безразмерного параметра  $H_{\vartheta 2m}^*$ , определяющего уровень внешнего магнитного поля тока молнии, для различных значений безразмерного времени  $t^*$  при учете теплоотдачи и без ее учета. Из этих зависимостей следует, что при фиксированном значении наружного радиуса  $b$  проводника наибольшие изменения значений поверхностной температуры  $\Theta_2^*(1, t^*)$  и соответственно удельной электропроводности  $\gamma_2^*(1, t^*)$  определяются главным образом амплитудой протекающего по проводнику импульса тока молнии. При  $H_{\vartheta 2m}^* = 0,279$  (кривая 16), что соответствует в

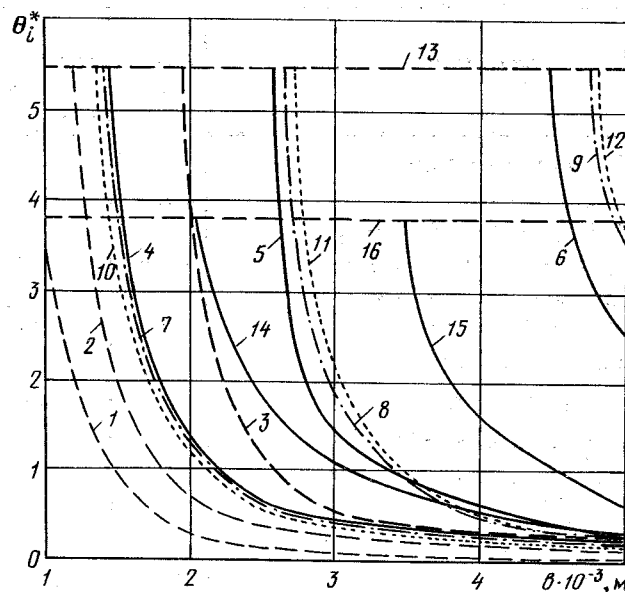


Рис. 6. Нормированные зависимости поверхностной температуры  $\Theta_i^*(1, t^*)$  сплошного и трубчатого проводников при воздействии на них импульса тока молнии  $2/50$  мкс предельных параметров от их наружного радиуса  $b$  ( $Bi_{ki} = 0$ ;  $I_m = 300$  кА): 1–13 — медь; 14–16 — алюминий; 1–12, 14, 15 —  $\Theta_i^*$ ; 13, 16 —  $\Theta_{pi}^*$ ; 1, 2, 3 —  $t = 1,81 \cdot 10^{-6}$  с; 4, 5, 6 —  $t = 54,7 \cdot 10^{-6}$  с; 7–9 —  $t = 91,3 \cdot 10^{-6}$  с; 10–12 —  $t = 456,4 \cdot 10^{-6}$  с; 14, 15 —  $t = 45,3 \cdot 10^{-6}$  с; 1, 4, 7, 10, 14 —  $\alpha = \infty$ ; 2, 5, 8, 11, 15 —  $\alpha = 1$ ; 3, 6, 9, 12 —  $\alpha = 1,05$

данном случае амплитуде тока молнии, равной  $I_m = 300$  кА, вероятность которой для ЭЭС не превышает 0,01 [17], превышение поверхностной температуры цилиндрического проводника при  $Bi_{k2} = 0$  и  $t = 456,4$  мкс составляет примерно  $718,5$  °С (кривая 7). При этом  $\gamma_2^*$  принимает значение, равное  $\gamma_2^* = 0,209$  (кривая 14) и приближающееся к значению удельной электропроводности  $\gamma_{n2}^* = \gamma_{n2}/\gamma_{02} = 0,1544$  (кривая 15), соответствующему температуре плавления  $\Theta_{pi}$  материала проводника (см. таблицу).

Практический интерес представляют количественные оценки изменений в нестационарном режиме поверхностной температуры  $\Theta_i^*(1, t^*)$  цилиндрических проводников для различных материалов, значений наружного радиуса  $b$  и параметра  $\alpha$  при ударах молнии с предельными значениями тока. На рис. 6 при  $Bi_{ki} = 0$  с учетом теплопроводности приведены изменения  $\Theta_i^*(1, t^*)$  в различные моменты времени  $t^*$  для сплошных и трубчатых проводников различного диаметра с различной толщиной стенки, выполненных из меди и алюминия (см. таблицу), при прохождении по ним импульса тока молнии (1) с предельным значением амплитуды  $I_m = 300$  кА. Из зависимостей, приведенных на рис. 6, видно, что уже на фронте импульса тока молнии с предельными параметрами ( $t = 1,81$  мкс) поверхностная температура тонко-

Характеристика	Размерность	Значения характеристик для материалов		
		Медь (электролитическая, 99,5 %)	Алюминий (отожженный, 99,5 %)	Нержавеющая сталь (AISI 304)
Удельная электропроводность $\gamma_{0i}$ (при 20 °C)	См/м	$5,814 \cdot 10^7$	$3,610 \cdot 10^7$	$1,388 \cdot 10^6$
Удельная электропроводность $\gamma_{pi}$ (при температуре плавления $\Theta_{pi}$ )	См/м	$0,898 \cdot 10^7$	$0,768 \cdot 10^7$	$0,0611 \cdot 10^7$
Характеристическая напряженность магнитного поля $h_{ci}$	А/м	$3,422 \cdot 10^7$	$2,467 \cdot 10^7$	$7,719 \cdot 10^7$
Электротепловой критерий Фурье $Fo_{\Delta i}$ (при 20 °C)	А/м	$0,855 \cdot 10^{-2}$	$0,430 \cdot 10^{-2}$	$0,724 \cdot 10^{-5}$
Температура плавления $\Theta_{pi}$	°C	1083,0	658,0	1430,0
Базисная температура $\Theta_{\delta i}$	°C	194,2	172,4	1111,1
Соотношение толщин электрического и термического скин-слоев $\Delta_{\Delta i} / \Delta_{Ti}$ (при 20 °C)	°C	10,81	15,24	371,6

стенного ( $\alpha = 1,05$ ) медного проводника при  $b \leq 2 \cdot 10^{-3}$  м достигает температуры плавления  $\Theta_{pi}$  (кривая 3), и принятая расчетная модель качественного начала соответствовать модели "идеализированного" ЭВ скин-слоя [2]. Плотность тока  $\delta_{22}$  вблизи наружной поверхности проводника ( $r^* = 0,995$ ) при этом принимает значение  $\delta_{22} = 2,458 \cdot 10^{11}$  А/м<sup>2</sup>, что соответствует режиму "быстрого" ввода электромагнитной энергии в проводник [4]. Аналогичное тепловое состояние наступает для сплошного ( $\alpha = \infty$ ) алюминиевого проводника при  $b \leq 2 \cdot 10^{-3}$  м (кривая 10) на спаде импульса тока молнии ( $t = 45,3$  мкс). Нормированные зависимости на рис. 6 могут быть использованы для оценки молниестойкости медных и алюминиевых цилиндрических проводников ( $b \leq 5 \cdot 10^{-3}$  м), испытывающих воздействие импульсной составляющей тока молнии главного разряда.

**Выводы.** 1. Разработаны математическая модель и алгоритм решения одномерной краевой задачи численного расчета нестационарных электромагнитного и температурного полей в немагнитных сплошном и трубчатом цилиндрических проводниках произвольной толщины, размещенных в воздушной среде, при воздействии на них импульсной составляющей тока молнии на стадии главного разряда, характеризующейся амплитудами в десятки и сотни килоампер и длительностями, равными десяткам и сотням микросекунд.

2. Показано, что при анализе воздействия импульса тока молнии главного разряда на цилиндрические проводники влиянием теплоотдачи с их поверхностей, охлаждаемых высокоскоростным воздушным потоком, и теплопроводности материала проводников в практических расчетах можно пренебрегать.

3. Установлено, что при прохождении по тонкостенным медным и алюминиевым цилиндрическим проводникам с наружным диаметром до десяти миллиметров импульса тока молнии 2/50 мкс предельных параметров с амплитудой до 300 кА поверхностная температура проводников на стадии главного разряда молнии может достигать температуры плавления их материала, что приводит к электрической эрозии поверхности и создает условия для электрического взрыва скин-слоя проводников.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.
2. Шнейерсон Г. А. К теории электрического взрыва скин-слоя в сверхсильном магнитном поле. — Журнал технической физики, 1973, т. 43, вып. 2.
3. Михайлов В. М. Электромагнитные и тепловые процессы в проводниках при получении сильных импульсных магнитных полей. — Электричество, 1977, № 5.
4. Взрывающиеся проволоки: Пер с англ. / Под ред. А. А. Рухадзе. — М.: Изд-во иностранная литература, 1963.
5. Электрический взрыв проводников: Пер с англ. / Под ред. А. А. Рухадзе и И. С. Шпигеля. — М.: Мир, 1965.
6. Лебедев С. В., Савватинский А. И. Металлы в процессе быстрого нагрева электрическим током большой плотности. — Успехи физических наук, 1984, т. 144, вып. 2.
7. Абрамова К. В., Златин Н. А., Перегуд Б. П. Магнито-гидродинамические неустойчивости жидких и твердых проводников. Разрушение проводников электрическим током. — ЖЭТФ, 1975, т. 69, вып. 6.
8. Юман М. А. Естественная и искусственно инициированная молния и стандарты на молниезащиту. — ТИИЭР, 1988, т. 76, № 12.
9. Техника высоких напряжений / Под общ. ред. Д. В. Разевига. — М.: Энергия, 1976.
10. Абрамов Н. Р., Кузнецкий И. П., Ларионов В. П. Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии. — Электричество, 1986, № 11.
11. Абрамов Н. Р., Кузнецкий И. П. К расчету нагрева стенок металлических объектов при воздействии на них молнии. — Электричество, 1990, № 5.
12. Baranov M. I., Bondina N. N. Nonstationary electromagnetic and thermal processes in cylindric conductors with lightning current. — 7-th Intern. Symp. on High Voltage Engineering. Dresden, 1991, Rep. 83. 16, p. 159—161.
13. Шнейдер П. Инженерные проблемы теплопроводности. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1960.
14. Кузнецкий Х. Справочник по физике. — М.: Мир, 1982.
15. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971.
16. Варанов М. И., Бондина Н. Н. Нестационарный поверхностный эффект в цилиндрических токопроводах с грозовым импульсом тока. — Электричество, 1990, № 2.
17. Вургсдорф В. В. Параметры токов молнии и выбор их расчетных значений. — Электричество, 1990, № 2.



# Влияние обратного коронного разряда на улавливание высокоомной пыли в электрофилт্রে

МИРЗАБЕКЯН Г. З., ТЕНИШВИЛИ З. Т., ВОРОБЬЕВ П. В.

При решении различных задач электрогазоочистки, таких как прогнозирование степени очистки газов в электрофилтрах, улавливающих высокоомную пыль, оптимизация режимов работы электрофилтров при питании как униполярным, так и знакопеременным напряжением (в частности, выбор длительности приложения питающего знакопеременного напряжения каждой из полярностей) необходимо учитывать влияние обратного коронного разряда (ОКР) на процессы электроосаждения.

Отношение плотностей токов положительных и отрицательных ионов  $J_+/J_-$ , как показано в [1, 2], определяет как степень снижения предельного заряда частицы в поле обратной короны, так и скорость ее зарядки, поэтому основное вредное влияние обратной короны определяется отношением  $C_{о.к} = J_+/J_-$ , которое и принято называть интенсивностью ОКР.

В настоящее время существуют различные методы определения интенсивности ОКР, из которых наибольший практический интерес представляет метод определения интенсивности обратной короны по вольт-амперным характеристикам (ВАХ) межэлектродного промежутка с чистым и покрытым порошковым слоем осадительным электродом [3]. Метод основан на многочисленных зондовых исследованиях, с помощью которых определены параметры, влияющие на интенсивность ОКР, доказано постоянство падения напряжения на осаденном слое в процессе развития ОКР [1, 3, 4], установлено, что появление в межэлектродном промежутке ионов со знаком, противоположным знаку ионов прямой короны, и связанное с этим перераспределение электрических характеристик поля не приводит к изменению потока ионов прямой короны, достигающих поверхности диэлектрического слоя в установившемся режиме.

На основании этих положений плотность тока прямой короны  $J_0$  у поверхности слоя можно определить для рабочего напряжения по ВАХ униполярного коронного разряда с учетом падения напряжения на осаденном слое. При этом величина интенсивности ОКР рассчитывается по формуле:

$$C_{о.к} = J_+/J_- = \frac{J_{ос} - J_0}{J_0} = \frac{J_{ос}}{J_0} - 1,$$

где  $J_{ос}$  — общая плотность тока на осадительном электроде при рабочем напряжении.

В дальнейшем для определения интенсивности обратной короны введем понятие кратности тока  $K_T$ , равной

$$K_T = J_{ос}/J_0 = C_{о.к} + 1.$$

Для учета вредного влияния ОКР в настоящее время применяются методы, при которых определяется параметр, характеризующий степень снижения эффективной скорости дрейфа частиц к осадительному электроду за счет влияния обратной короны:

$$\kappa = W/W_{о.к},$$

где  $W, W_{о.к}$  — скорости дрейфа частиц к осадительному электроду с учетом влияния обратной короны и без нее.

Один из подходов — чисто эмпирический [5, 6], при котором для каждого конкретного электрофилтра определяется величина  $\kappa$ . Основным недостатком данного подхода является то, что он не универсален и, кроме того, требует знания экспериментально определенного значения степени очистки в условиях отсутствия ОКР, что часто невыполнимо.

Второй подход к определению влияния обратной короны описан в [3], где аналитическим путем получено выражение для определения  $\kappa$ :

$$\kappa = \left[ \frac{E}{E_{б.о.к}} \right]^2 \frac{1 - \sqrt{K_T - 1}}{1 + \sqrt{K_T - 1}}. \quad (1)$$

Здесь  $E, E_{б.о.к}$  — напряженности электрического поля в межэлектродном промежутке соответственно с учетом влияния обратного коронного разряда и при униполярном коронном разряде.

При выводе формулы (1) использовалось следующее приближение: распределение объемной плотности положительных  $\rho_+$  и отрицательных  $\rho_-$  ионов при однородной структуре слоя равномерно у его поверхности.

Анализ формулы (1) показывает, что при  $K_T = 2$  скорость дрейфа частиц к осадительному электроду равна нулю; следовательно, эффективность работы электрофилтра при этом также равна нулю.

Экспериментальная проверка описанной методики учета влияния обратной короны на эффективность работы цилиндрического электрофилтра, проведенная в лабораторных условиях при характерных для условий электрогазоочистки электрических параметрах, показала, что при кратности тока свыше двух осаждение пыли продолжается. Аналогичный результат получен при анализе экспериментальных исследований, проведенных на промышленных электрофилтрах [7, 8].

Наиболее вероятно, что причиной такого несоответствия является принятое при выводе формулы (1) допущение. Это подтверждается как визуальными наблюдениями поверхности осаденного слоя, на котором каналы обратной короны располагаются неравномерно, так и результатами зондовых исследований. Возникновение обратной короны в отдельных точках приводит к фокусировке тока в канал ОКР, что усиливает ионизационные процессы в канале и тем самым увеличивает интенсивность ОКР. Таким образом, улавливание пыли полностью не прекращается и при интенсивной обратной короне, однако в этом случае уменьшается эффективность улавливания как вследствие снижения заряда частиц и напряженности поля около осадительного электрода, так и из-за уменьшения площади поверхности, на которой осаждение оказывается возможным.

Основываясь на результатах исследований [3] по определению зависимости интенсивности обратной короны от используемой системы электродов, можно считать процессы осаждения в условиях обратной короны, проходящие в трубчатых и пластинчатых электрофилтрах, в первом приближении подобными. Это позволяет существенно упростить решение задачи, определяя искомую зависимость применительно к трубчатому электро-

фильтру; таким образом, последняя определяется на основании результатов исследований, проводимых на лабораторном электрофилт্রে с системой электродов "коаксиальные цилиндры". Для обобщения получаемых результатов и возможности их использования при анализе работы промышленных электрофильтров эксперименты должны быть организованы таким образом, чтобы при ограниченном их числе определить искомую зависимость при разнообразных сочетаниях параметров, определяющих исследуемый процесс. К таким параметрам должны быть отнесены параметры, характеризующие процессы в слое и межэлектродном промежутке, а также геометрические параметры системы электродов. В число влияющих параметров не входит размер частиц, так как в известных литературных данных не отмечается влияние этого параметра на относительное снижение эффективной скорости дрейфа. Экспериментальное обоснование этого факта будет приведено ниже.

Интенсивность обратной короны связана с электрическими характеристиками диэлектрических слоев, такими как удельное электрическое сопротивление  $\rho_v$ , диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  и пробивная напряженность слоя  $E_{пр}$ . Они, в свою очередь, зависят от толщины  $H_{сл}$  и плотности упаковки слоя  $k_{уп}$ , а также от температуры  $T$  и влажности  $B$  (%). На величину интенсивности обратной короны, на форму обратного коронного разряда и на его структуру оказывают влияние средняя напряженность поля в межэлектродном промежутке  $E_{ср}$  [2] и плотность тока ионов у поверхности осадочного слоя [3].

Таким образом, можно записать следующую функциональную зависимость исследуемого процесса:

$$\kappa = f(r_0, R, E_{ср}, J_0, k_{уп}, T, B, \epsilon, \rho_v, E_{пр}, H_{сл}, K_T). \quad (2)$$

Здесь  $r_0$ ,  $R$  — радиусы коронирующего и осадительного электродов;  $\epsilon = \epsilon_r^{k_{уп}}$  [9];  $\epsilon_r$  — диэлектрическая проницаемость частиц.

Анализ влияющих параметров, стоящих в правой части (2), позволяет исключить параметры  $T$ ,  $B$ ,  $k_{уп}$  и  $H_{сл}$  вследствие их однозначного соответствия с основными параметрами исследуемого процесса. В частности, температура и влажность учитываются величиной удельного электрического сопротивления, значение коэффициента упаковки учитывается при определении диэлектрической проницаемости слоя. Толщиной слоя определяются такие параметры исследуемого процесса, как пробивная напряженность слоя и кратность тока  $K_T$ , которые входят в функциональную зависимость. Таким образом, получаем

$$\kappa = f(r_0, R, E_{ср}, J_0, \epsilon, \rho_v, E_{пр}, K_T). \quad (3)$$

Количество физических величин, определяющих характер процесса, как это видно из (3), достаточно велико, поэтому для их снижения, используя теорию подобия [10], в частности, метод анализа размерностей физических величин, определяем критерии подобия, с помощью которых устанавливаются закономерности однозначного взаимного соответствия лабораторной модели электрофилтра и его промышленного аналога. В результате функциональная зависимость (3) преобразуется к виду

$$\kappa = f\left[\pi_1 = K_T; \pi_2 = r_0/R; \pi_3 = \frac{J_0 \epsilon \rho_v}{E_{ср}};\right]$$

$$\pi_4 = \frac{E_{пр}}{J_0 \rho_v} \}. \quad (4)$$

В уравнении (4) критерий подобия  $\pi_4$  можно переписать в виде  $\pi_4 = J_{кр}/J_0$ , используя известное выражение для определения пробивной напряженности в слое

$$E_{пр} = J_{кр} \rho_v. \quad (5)$$

где  $J_{кр}$  — значение плотности тока, при котором возникает обратная корона.

Таким образом, для обеспечения подобия степени снижения скорости дрейфа в условиях обратной короны в модели и промышленном аппарате, как это следует из (4), необходимо обеспечить равенство критериев подобия, входящих в это уравнение. Результаты экспериментальных исследований целесообразно представлять в зависимости от полученных критериев подобия.

Экспериментальные исследования процессов осаждения в условиях обратной короны проводились на модели трубчатого электрофилтра, осадительный электрод которого был секционирован. Секции спроектированы съемными, что позволило проводить непосредственные измерения толщины осадочного слоя и определять количество уловленной на секции золы. Количество золы, поступающей на вход и осадочной на  $i$ -й секции осадительного электрода электрофилтра, определялось взвешиванием. Для определения ВАХ каждая секция осадительного электрода была изолирована и заземлена через микроамперметр.

С целью изменения удельного электрического сопротивления (УЭС) слоя осадочной золы в диапазоне от  $10^{10}$  Ом·м до  $10^{12}$  Ом·м производился нагрев поверхностей секций осадительного электрода. Для контроля температуры поверхностей на указанных секциях были установлены термодатчики.

В опытах использовалась зола карагандинского угля, дисперсный состав которой имеет следующие параметры, среднегеометрический весовой радиус равен  $a_{в.м} = 11 \cdot 10^{-6}$  м, среднеквадратичное отклонение  $\sigma = 2,44$ . Относительная диэлектрическая проницаемость частичек золы  $\epsilon_r = 2,65$ . УЭС осадочного слоя при комнатной температуре и влажности  $B = 45\%$  равно  $(1-2) \cdot 10^9$  Ом·м.

**Методика проведения исследований.** Для определения искомой зависимости при проведении экспериментов критерия подобия  $\pi_i$  изменялись путем варьирования плотности тока прямой короны, средней напряженности электрического поля в межэлектродном промежутке, удельного электрического сопротивления и толщины осадочного слоя, а также диаметра коронирующего электрода. Эксперименты проводились при значениях плотности тока прямой короны, характерных для промышленных электрофильтров и равных  $(1-2,3) \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>. При этом значения критериев подобия изменялись в диапазонах:  $\pi_2 = 0,79 \cdot 10^{-3} - 2,8 \cdot 10^{-3}$ ;  $\pi_3 = 80 - 1800$ ;  $\pi_4 = 1 - 0,015$ .

Поскольку интенсивность обратной короны однозначно связана с толщиной осадочного слоя, в ходе экспериментов определялись эмпирические зависимости  $P_{ул} = f(P_{вх})$  и  $K_T = f(H_{сл})$ , на основе которых определялась зависимость  $\kappa = f(K_T)$  при изменении критериев подобия  $\pi_i$ . Здесь  $P_{вх}$  — количество золы, поступившей на вход электрофилтра;  $P_{ул}$  — количество золы, уловленной на  $i$ -й секции осадительного электрода.

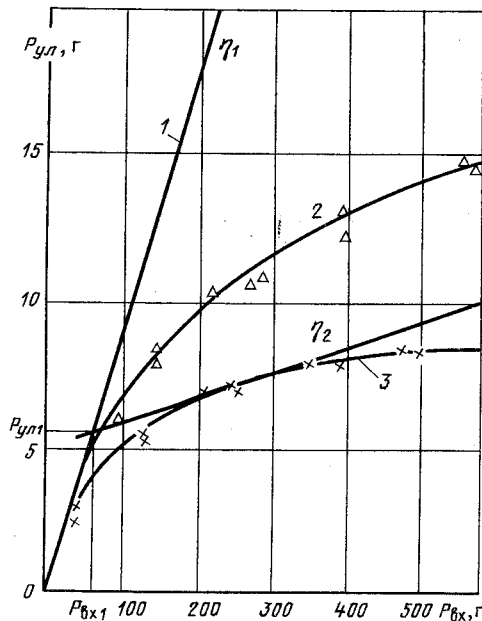


Рис. 1. Зависимость массы уловленной пыли  $P_{ул}$  от массы пыли, поступившей на вход электрофилтра ( $P_{вх}$ ), при  $J_0 = 2,35 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>,  $\pi_2 = 0,79 \cdot 10^{-3}$ : 1 - в отсутствие ОКР; 2 - при  $\pi_3 = 544$ ; 3 - при  $\pi_3 = 1784$

Указанные выше зависимости определялись для каждого значения критерия подобия  $\pi_3$ , равного 89, 166, 210, 405, 544, 565, 1016, 1045, 1264, 1784, 1825. При фиксированных значениях  $\pi_2 = 0,79 \cdot 10^{-3}$  и  $2,8 \cdot 10^{-3}$  опыты проводились в следующем порядке. Устанавливалось определенное значение температуры поверхности секций осадительного электрода, которой в описываемых экспериментах определялось УЭС осаденного слоя. После этого устанавливалось заданное значение рабочего напряжения на коронирующем электроде и на вход электрофилтра подавалась навеска золы. После окончания процесса улавливания снималась ВАХ с осаденным на осадительном электроде слоем. Затем определялось количество золы, осаденной на  $i$ -й секции, и толщина слоя золы, осаденной на этой секции, а также регистрировалась ВАХ с чистым осадительным электродом. В результате обработки полученных ВАХ вычислялась результатность тока  $K_T$  [3].

Дальнейшая обработка экспериментальных данных производилась следующим образом. Используя известную формулу Дейча [11], которая устанавливает связь степени очистки с эффективной скоростью дрейфа

$$\eta = 1 - e^{-Wf},$$

после несложных преобразований можно было получить выражение для определения относительного снижения скорости дрейфа в результате влияния обратного коронного разряда в следующем виде:

$$\kappa = \frac{W}{W_{б.о.к}} = \frac{\ln(1-\eta_2)}{\ln(1-\eta_1)} \quad (6)$$

Здесь  $\eta_1$  — степень очистки газа в отсутствие обратной короны, равная  $\eta_1 = P_{ул1}/P_{вх1}$  (рис. 1);  $\eta_2$  — дифференциальная степень очистки газа в условиях обратной короны, равная тангенсу угла

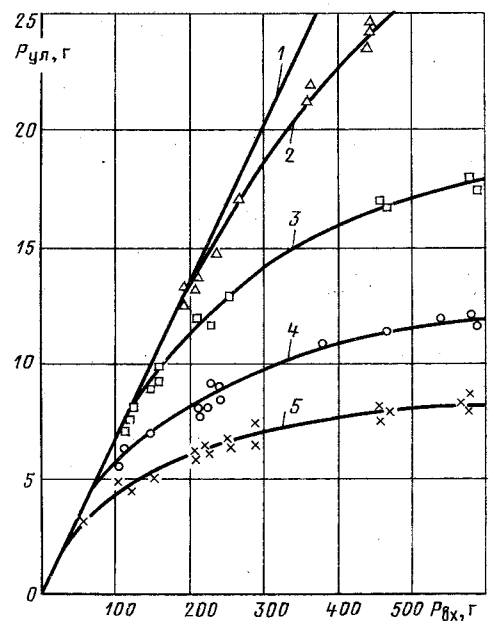


Рис. 2. Зависимость массы уловленной пыли  $P_{ул}$  от поступившей на вход электрофилтра  $P_{вх}$  при  $J_0 = 1,1 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>,  $\pi_2 = 0,79 \cdot 10^{-3}$ : 1 - в отсутствие ОКР; 2 -  $\pi_3 = 89$ ; 3 -  $\pi_3 = 166$ ; 4 -  $\pi_3 = 565$ ; 5 -  $\pi_3 = 1825$

наклона касательной к кривой  $P_{ул} = f(P_{вх})$  после ее предварительного сглаживания.

**Результаты экспериментов.** Приведенные на рис. 1, 2 кривые иллюстрируют влияние обратного коронного разряда на эффективность работы электрофилтра. При увеличении  $P_{вх}$  рост  $P_{ул}$  замедляется, что связано с увеличением интенсивности обратного коронного разряда с ростом толщины осаденного слоя (рис. 2). Анализ зависимостей  $K_T = f(H_{сл})$  (рис. 3), полученных для различных значений критерия подобия, показал, что все они имеют примерно одинаковый характер. При этом можно выделить три характерных области в зависимости от толщины осаденного слоя (анализируются зависимости, снятые при  $J_0 = 1,1 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>).

*I область*, которая характеризуется отсутствием ионизационных процессов в слое. Эта область характерна для тонких слоев и определяется значениями плотности тока прямой короны и УЭС слоя.

*II область*, в которой происходит резкое нарастание интенсивности обратной короны, что связано с возникновением ионизационных процессов в слое и развитием в первый момент квазинепрерывной формы обратной короны, которая характеризуется равномерным распределением плотности положительных и отрицательных ионов по поверхности осаденного слоя. В дальнейшем с увеличением толщины слоя происходит перестройка его структуры, что вызвано уменьшением областей слоя, в которых облегчены условия пробоя, и переходом от квазинепрерывной к стримерной форме ОКР с образованием сквозных каналов разряда. Последующее увеличение интенсивности обратной короны происходит в результате стягивания трубок тока в область существования стримерного разряда, что способствует активизации в них ионизационных процессов. Таким образом, происходит перераспределение плотности объемных зарядов положительных и отрицательных ионов по

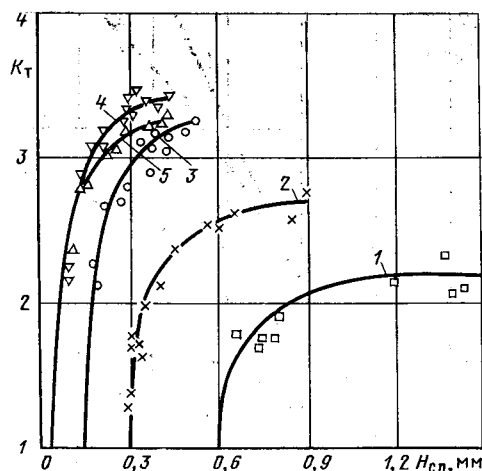


Рис. 3. Зависимости изменения кратности тока от толщины осажденного слоя: 1-4 —  $J_0 = 1,1 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>, 1 —  $\pi_3 = 89$ ; 2 —  $\pi_3 = 166$ ; 3 —  $\pi_3 = 565$ ; 4 —  $\pi_3 = 1825$ ; 5 —  $J_0 = 2,35 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>;  $\pi_3 = 1784$

поверхности осажденного слоя с концентрацией вблизи точек обратной короны. Поэтому, наряду с увеличением интенсивности обратной короны при  $K_T > 2$ , продолжают существовать зоны, в которых происходит осаждение частиц.

III область, в которой дальнейшее увеличение толщины слоя не приводит к увеличению интенсивности обратной короны, структура слоя стабилизируется.

При плотностях тока прямой короны выше  $2,5 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup> наблюдается аномальное снижение кратности тока после достижения своего максимального значения при определенной толщине слоя, что, возможно, связано с изменением формы обратного коронного разряда при дальнейшем увеличении  $H_{сл}$ .

На рис. 4 приведены графики зависимостей  $\kappa = f(K_T)$ , построенные по результатам экспериментов для разных значений критериев подобия  $\pi_3$ . Для сравнения здесь же приведена теоретическая зависимость, определяемая по формуле (1). Существенное отличие экспериментальных кривых от теоретической подтверждает сделанное выше предположение о неправомерности допущений, на основе которых производился вывод формулы (1).

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 4, показывает, что критерий подобия  $\pi_4 = J_{кр} / J_0$  в исследуемом диапазоне значений, соответствующих промышленным условиям, не влияет на степень снижения скорости дрейфа в условиях обратной короны, так как при постоянном значении, критерия подобия  $\pi_3$  экспериментальные точки, соответствующие разным значениям критерия подобия  $\pi_4$ , ложатся на одну кривую  $\kappa = f(K_T)$ .

При проведении экспериментов на лабораторном трубчатом электрофилтре при плотности тока прямой короны, равной  $J_0 = 10^{-3}$  А/м<sup>2</sup>, что значительно превышает средние значения плотности токов для промышленных аппаратов, полученные максимальные значения кратности тока равны  $K_T = 5-6$ , и в этом диапазоне значений плотности тока параметр  $\pi_4$  оказывается значимым.

Рассмотрим ход полученных экспериментальных кривых. Анализ будем проводить для кривых, соответствующих критериям подобия  $\pi_3$ , изменение которых осуществлялось путем изменения

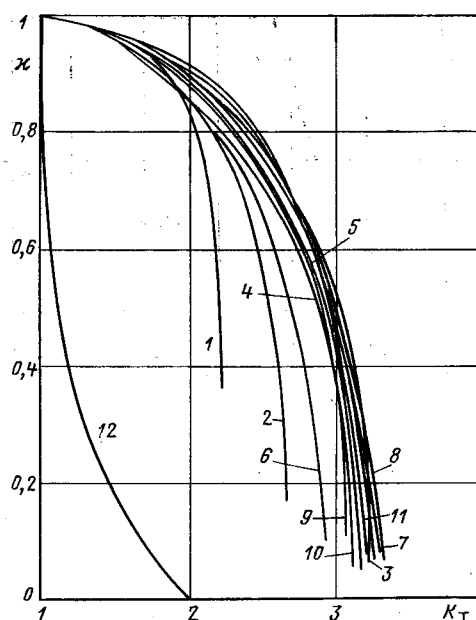


Рис. 4. Влияние ОКР на относительное снижение эффективной скорости дрейфа: 1 —  $\pi_3 = 89$ ; 2 —  $\pi_3 = 166$ ; 3 —  $\pi_3 = 565$ ; 4 —  $\pi_3 = 1825$ ; 5 —  $\pi_3 = 1784$ ; 6 —  $\pi_3 = 210$ ; 7 —  $\pi_3 = 1264$ ; 8 —  $\pi_3 = 544$ ; 9 —  $\pi_3 = 405$ ; 10 —  $\pi_3 = 1045$ ; 11 —  $\pi_3 = 1016$ ; 12 — определенная по формуле (1)

УЭС осажденного слоя при постоянном значении плотности тока прямой короны, равном  $J_0 = 1,1 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>, т. е. анализируются зависимости 1, 2, 3, 4 на рис. 4.

Начальный участок кривых вызван существованием на начальной стадии ОКР импульсов тока, имеющих дискретную структуру [3], приводящих к увеличению кратности тока и слабо влияющих на величину  $\kappa$ .

Для постоянного значения кратности тока максимальное снижение скорости дрейфа соответствует минимальному (для условий эксперимента) значению удельного электрического сопротивления осажденного слоя. Такой ход полученных зависимостей объясняется различной структурой и формой обратного коронного разряда, развивающегося на слоях золы с разными значениями УЭС.

При малом значении УЭС слоя, как следует из визуальных наблюдений, на слое развивается квазинепрерывная форма обратной короны, равномерно распределенная по поверхности слоя и не нарушающая его структуру. Для больших значений УЭС возникающая на слое обратная корона при росте толщины слоя переходит из квазинепрерывной в стримерную форму, которая имеет дискретную структуру и, следовательно, неравномерно распределена по поверхности слоя. Такое развитие обратного коронного разряда при разных значениях УЭС слоя подтверждается визуальными наблюдениями. При больших значениях УЭС осмотр поверхности осажденного слоя вокруг каналов обратной короны выявил белые пятна диаметром от 3 до 5 мм. Структура слоя в этих зонах более плотная, чем на остальных участках. При увеличении интенсивности обратной короны наряду с увеличением диаметра канала обратной короны увеличивается диаметр пятна, который достигает 10-15 мм. Образование более плотной структуры слоя в области канала обратной короны приводит к увеличению коэффициента упаковки слоя  $k_{уп}$ , что подтверждается экспериментальными

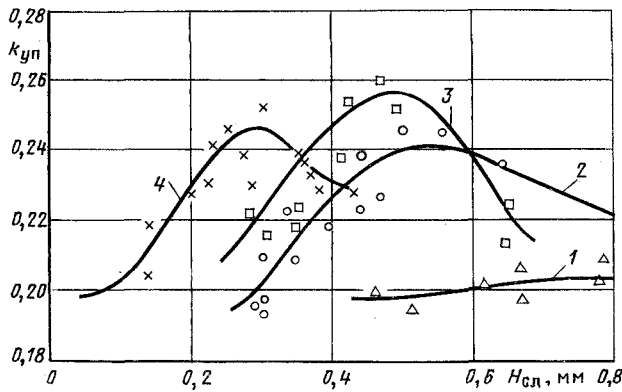


Рис. 5. Зависимости коэффициента упаковки слоя от его толщины: 1 —  $\rho_v = 4 \cdot 10^{10}$  Ом·м; 2 —  $\rho_v = 7 \cdot 10^{10}$  Ом·м; 3 —  $\rho_v = 2,4 \cdot 10^{11}$  Ом·м; 4 —  $\rho_v = 8,4 \cdot 10^{11}$  Ом·м

данными (рис. 5). Уменьшение  $k_{уп}$  при дальнейшем увеличении толщины слоя обусловлено снижением количества "слабых мест" в осажденном слое, что, в свою очередь, приводит к уменьшению количества очагов обратного коронного разряда.

При малых значениях УЭС слоя указанные выше неравномерности структуры слоя не наблюдаются, о чем косвенно свидетельствует практически постоянное значение коэффициента упаковки при увеличении толщины слоя (рис. 5). Таким образом, о различных формах обратного коронного разряда косвенно свидетельствует зависимость  $k_{уп} = f(H_{сл})$ .

Для проверки влияния критерия подобия  $\pi_2$  на степень снижения эффективной скорости дрейфа в условиях обратной короны были проведены эксперименты по вышеописанной методике при значении  $\pi_2$ , равном  $2,8 \cdot 10^{-3}$ . Ход полученных при этом зависимостей  $\kappa = f(K_T)$  (кривые 6, 10, 11 на рис. 4) совпадают с аналогичными кривыми, полученными при  $\pi_2 = 0,79 \cdot 10^{-3}$  (кривые 1–5 и 7–9 на рис. 4), что говорит о независимости относительного снижения эффективной скорости дрейфа от критерия подобия  $\pi_2 = r_0/R$ . Этот факт подтверждает ранее сделанное допущение о независимости  $\kappa = f(K_T)$  от геометрии электродов.

Для проверки влияния размера частиц на относительное снижение эффективной скорости дрейфа зависимость  $\kappa = f(K_T)$  определялась при двух значениях среднегеометрического радиуса частиц  $\bar{a}_{в.м1} = 6 \cdot 10^{-6}$  м (кривые 7, 8, 9 на рис. 4) и  $\bar{a}_{в.м2} = 11 \cdot 10^{-6}$  м (кривые 1–5 на рис. 4). Зола с частицами меньшего радиуса получалась в результате просеивания через сито золы карагиндинского угля с размером частиц, равным  $\bar{a}_{в.м2} = 11 \cdot 10^{-6}$  м.

На основании полученных зависимостей можно сделать вывод о том, что размер частиц не влияет на относительное снижение эффективной скорости дрейфа.

Выражение, аппроксимирующее экспериментальные кривые, имеет вид:

$$\kappa = \frac{W}{W_{6.ок}} = \left[ \cos \frac{\pi(K_T - 1)}{2(K_{т.пр} - 1)} \right]^{1/y}, \quad (7)$$

где  $\begin{cases} 1 + 1/x & \text{при } 1; \\ 2 & \text{при } 1; \end{cases}$   $K_{т.пр}$  — предельная крат-

ность тока, определяемая по формуле  $K_{т.пр} + \begin{cases} \frac{9,2x + 1}{2,14x + 1} & \text{при } x < 1; \\ 3,25 & \text{при } x \geq 1; \end{cases} x = \pi_3 / 350.$

Под предельной кратностью тока понимается кратность, при которой практически прекращается осаждение частиц. Погрешность аппроксимации не превышает 2 % при  $x \geq 0,8$  и 6,5 % при  $x < 0,8$ .

Применимость полученного выражения для расчетов степени очистки дымовых газов промышленными пластинчатыми электрофильтрами была проверена путем сопоставления результатов расчета и промышленных экспериментов, проведенных на двухпольном, двухсекционном электрофильтре типа ДГП УГ-55×2 Черепетской ГРЭС, при сжигании карагиндинского угля. При проведении экспериментов скорость дымовых газов в электрофильтре составляла  $v = 1,04$  м/с, запыленность на входе в электрофильтр  $z = 36,4$  г/м<sup>3</sup>. Измеренная кратность тока равнялась 2,875. Относительная величина проскока, измеренная экспериментально, составила 0,118, расчетная — 0,11. Получено хорошее совпадение экспериментальных и расчетных данных, что свидетельствует о применимости эмпирического выражения (7) для расчета эффективности промышленных электрофильтров.

**Выводы.** 1. Для реальных условий характерна неравномерность распределения очагов ОКР на осажденном слое, которая обуславливает существенное отличие эмпирической зависимости  $\kappa = f(K_T)$ , полученной в описываемой работе, от предсказанной теоретически в предположении равномерного распределения плотности положительных и отрицательных ионов по поверхности осажденного слоя.

2. Зависимость степени снижения скорости дрейфа от интенсивности обратного коронного разряда для промышленных условий электрогазоочистки определяется одним параметром  $\pi_3 = J_0 \epsilon \rho_v / E_{ср}$  при плотностях тока, характерных для промышленных электрофильтров:  $J_0 \leq 2,3 \cdot 10^{-4}$  А/м<sup>2</sup>.

3. При значениях критерия подобия  $\pi_3 > 350$  не происходит изменения вида зависимостей  $\kappa = f(K_T)$ , и для этих значений предельные кратности тока равны  $K_{т.пр} = 3,25$ .

4. При малых значениях  $\rho_v$  снижение предельной кратности тока обусловлено равномерным распределением обратного коронного разряда по поверхности осажденного слоя.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рещидов И. К. Экспериментальное исследование электрических полей электрофильтров и их особенности при обратной короне: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1970.
2. Masuda S., Mizuno A., Akutsu K. Initial condition and mode of back discharge for extremely high resistivity powders. - IEEE-Ind. Appl. Soc. Annual Meeting, 1987, p. 867-874.
3. Калинин А. В. Исследование обратной короны с целью повышения эффективности электротехнологических процессов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1986.
4. Левитов В. И., Рещидов И. К. Характеристики электрических полей пластинчатых электрофильтров. - В сб.: Сильные электрические поля в технологических процессах (электронно-ионная технология). М.: Энергия. 1972. вып. 2.

5. Ермилов И. В., Дмитриев Т. И., Морозов Ю. М. Усовершенствованная математическая модель расчета электрофильтров.- Докл. III Сов.-амер. симпоз. по технологии очистки газов от твердых частиц. М., 1979.

6. Аверин А. А. Организация движения пылегазового потока в электрофильтрах ГРЭС и ТЭЦ: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1986.

7. Кизим И. А., Пятигорский А. Н. Эффективность горизонтальных электрофильтров.- Энергетик, 1973. № 10.

8. Результаты реконструкции электрофильтра ПГД-3-38 /

И. А. Кизим, Л. А. Киссельман, И. К. Решидов, Г. С. Чеканов.-Электрические станции, 1972, № 3.

9. Мирзабекян Г. З., Руденко В. М. Определение пробивной напряженности слоя высокоомного порошка, нанесенного в электрическом поле.- Тр. / Моск. энерг. ин-т, 1975, вып. 224.

10. Веников В. А., Веников Г. А. Теория подобия и моделирования.- М.: Высшая школа, 1984.

11. Дымовые электрофильтры / В. И. Левитов, И. К. Решидов, В. М. Ткаченко и др.: Под ред. В. И. Левитова.- М.: Энергия, 1980. [16.08.91]

## Аномальное экранирование магнитостатических и электростатических полей

РОНИНСОН А. Д., доктор техн. наук

Таллиннский технический университет

**Введение.** Известно, что замкнутые оболочки из ферромагнитного материала представляют собой экраны для магнитостатических полей, а такие же оболочки из диэлектрического и сегнето-электрического материалов экранируют электростатическое поле. Однако в некоторых случаях возможно с помощью таких оболочек не экранировать, а усиливать магнитостатическое и электростатическое поля, т. е. возможно аномальное экранирование этих полей [1-4]. Здесь рассматриваются оболочки, ограниченные замкнутыми поверхностями второго порядка (трехосный эллипсоид, вытянутый и сжатый сфероиды, шар, бесконечно длинный круглый и эллиптический цилиндры), при этом внешняя и внутренняя поверхности оболочек соответственно конфокальны, концентричны и коаксиальны. Такие оболочки равномерно экранируют магнитостатическое и электростатическое поля. Полученные результаты обобщаются на тела произвольной формы и на случай неравномерного магнитостатического и электростатического полей.

**Постановка задачи.** Целью данной статьи является математическое обоснование и физическое толкование эффекта аномального экранирования магнитостатических и электростатических полей, а также исследование практических аспектов этого эффекта.

**Метод решения.** Решение магнитостатических и электростатических задач основано на интегрировании уравнения Лапласа для магнитостатического и электростатического потенциалов. Интегрирование производится в той системе координат, у которой одна из координатных поверхностей совпадает по форме с поверхностью оболочки. Здесь применяется новый метод определения постоянных интегрирования, разработанный автором [5]. При этом число постоянных интегрирования равно числу поверхностей оболочек, каждая постоянная соответствует определенной поверхности. В этом случае постоянные интегрирования пропорциональны поверхностным плотностям смещенных зарядов  $\sigma$  на соответствующих поверхностях обо-

лочек (для магнитостатических задач речь идет о так называемых фиктивных магнитных зарядах). Заряды на внешней поверхности оболочек экранируют магнитостатическое и электростатическое поля внешнего источника, а заряды на внутренней поверхности ослабляют это экранирование. Математически это выражается в том, что постоянные интегрирования, относящиеся к внешней и внутренней поверхностям, имеют противоположные знаки [6].

Рассмотрим сначала экранирование оболочек, обладающих сферической или круговой симметрией (сферические или круглые цилиндрические). На рис. 1 представлена бесконечно длинная круглая ферромагнитная цилиндрическая оболочка во внешнем равномерном магнитном поле, вектор напряженности которого  $Z_0$  перпендикулярен продольной оси оболочки  $x$ . Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним магнитным полем  $Z_0$  и индуцированным намагничиванием оболочки в этом поле, согласно (1) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{r}{b_1} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1}{r} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1}{r} \cos \alpha + A \frac{b_2}{r} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial r} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} \Big|_{r=b_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial r} \Big|_{r=b_2} \quad (2)$$

Здесь и в последующем  $B$  и  $A$  - постоянные интегрирования, относящиеся соответственно к внутренней и внешней поверхностям оболочки. Под-

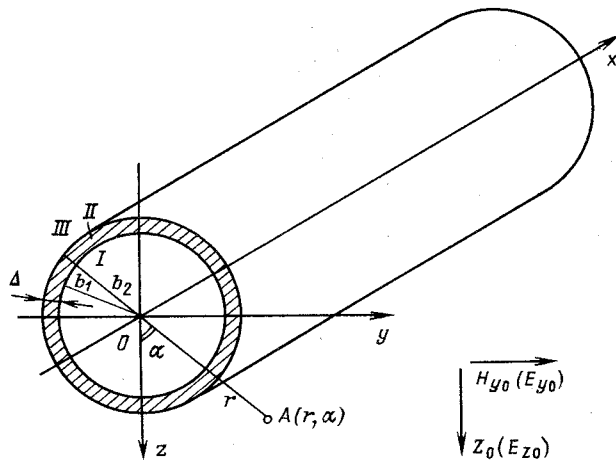


Рис. 1. Бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка:  $b_2$  и  $b_1$  — радиусы внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $\Delta$  — абсолютная толщина оболочки;  $\mu$  и  $\varepsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки; I, II, III — области соответственно в полости оболочки, в теле оболочки и внешняя;  $r, \alpha$  — текущие координаты цилиндрической системы координат;  $Z_0$  и  $H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$  и  $y$ ;  $E_{z0}$  и  $E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$  и  $y$

ставляя (1) в (2), получаем

$$\left. \begin{aligned} B &= -Z_0 \frac{2b_2^2 b_1 (\mu-1)}{(\mu+1)^2 b_2^2 - (\mu-1)^2 b_1^2}; \\ A &= Z_0 b_2 \frac{(\mu^2-1)b_2^2 - (\mu-1)^2 b_1^2}{(\mu+1)^2 b_2^2 - (\mu-1)^2 b_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Подставляя (3) в выражения для  $\Psi^I$  и  $\Psi^{III}$ , получаем

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + Z_0 \frac{(\mu-1)^2 (b_2^2 - b_1^2)}{(\mu+1)^2 b_2^2 - (\mu-1)^2 b_1^2} \times \\ &\times r \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + Z_0 \frac{(\mu^2-1)(b_2^2 - b_1^2)}{(\mu+1)^2 b_2^2 - (\mu-1)^2 b_1^2} \frac{b_2^2}{r} \times \\ &\times \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь и в последующем для учета изменения  $\mu$  в функции напряженности магнитного поля в теле ферромагнетика решение магнитоэлектрических задач производится методом последовательных приближений в соответствии с [1, 6].

В случае поляризации такой же оболочки из диэлектрического или сегнетоэлектрического материалов во внешнем равномерном электрическом поле, вектор напряженности которого  $E_{z0}$  перпендикулярен продольной оси оболочки  $x$  (параллелен вектору  $Z_0$ ), задача решается аналогично, выражения для  $B$  и  $A$ , а также для  $\Psi^I$ ,  $\Psi^{II}$ ,  $\Psi^{III}$  будут такими же, только всюду вместо  $\mu$  будет

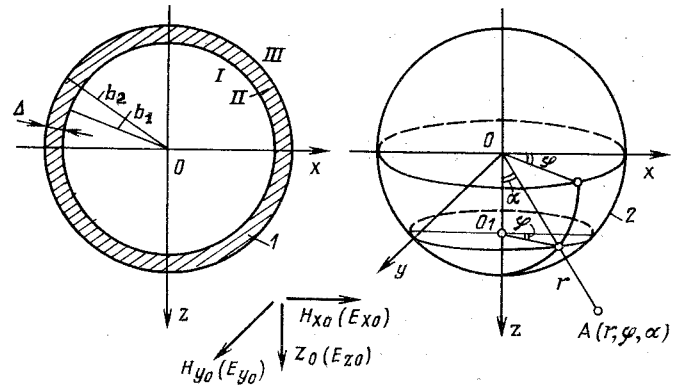


Рис. 2. Сферическая ферромагнитная оболочка во внешнем равномерном магнитном поле: I — сферическая оболочка;  $b_2$  и  $b_1$  — радиусы внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $\Delta$  — абсолютная толщина оболочки;  $\mu$  и  $\varepsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки; I, II, III — области соответственно в полости оболочки, в теле оболочки и внешняя;  $Z_0, H_{x0}, H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z, x, y$ ;  $E_{z0}, E_{x0}, E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z, x, y$ ; 2 — сферическая система координат;  $r, \varphi, \alpha$  — текущие координаты сферической системы координат

$\varepsilon$ , а вместо  $Z_0$  будет  $E_{z0}$ . Все это справедливо и для последующего изложения.

Рассмотрим теперь сферическую ферромагнитную оболочку во внешнем равномерном магнитном поле напряженностью  $Z_0$  (рис. 2).

Выражения для магнитоэлектрических потенциалов, обусловленных внешним магнитным полем  $Z_0$  и индуцированным намагничиванием оболочки в этом поле, согласно [5] имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{r}{b_1} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_2^2}{r^2} \cos \alpha + A \frac{r}{b_2} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + B \frac{b_1^2}{r^2} \cos \alpha + A \frac{b_2^2}{r^2} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial r} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} \Big|_{r=b_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial r} \Big|_{r=b_2} \quad (6)$$

Подставляя (5) в (6), получаем

$$\left. \begin{aligned} B &= -Z_0 \frac{3b_2^3 b_1 (\mu-1)}{(2\mu+1)(\mu+2)b_2^3 - 2(\mu-1)^2 b_1^3}; \\ A &= Z_0 (\mu-1) b_2 \times \\ &\times \frac{(2\mu+1)b_2^3 - 2(\mu-1)b_1^3}{(2\mu+1)(\mu+2)b_2^3 - 2(\mu-1)^2 b_1^3}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставляя (7) в выражения для  $\Psi^I$  и  $\Psi^{III}$ , получаем

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + \\ &+ Z_0 \frac{2(\mu-1)^2(b_2^3 - b_1^3)}{(2\mu+1)(\mu+2)b_2^3 - 2(\mu-1)^2b_1^3} \times \\ &\times r \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + \\ &+ Z_0 \frac{(\mu-1)(2\mu+1)(b_2^3 - b_1^3)}{(2\mu+1)(\mu+2)b_2^3 - 2(\mu-1)^2b_1^3} \frac{b_2^3}{r^2} \times \\ &\times \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Анализ выражений (4) и (8) свидетельствует о том, что при любых значениях  $\mu$  (и соответственно при любых значениях  $\varepsilon$ ) поле, обусловленное поляризацией оболочек в магнитоэлектрическом или электростатическом поле внешнего источника, в полости оболочки направлено навстречу полю источника, ослабляет его, обуславливая тем самым его экранирование. Для сферической оболочки это справедливо для любого направления вектора напряженности поля источника, а для круглой цилиндрической оболочки — только для составляющей этого вектора, перпендикулярного продольной оси симметрии  $x$ . Составляющая же вектора, параллельная оси  $x$ , цилиндрической оболочкой не экранируется [6]. Нетрудно убедиться в том, что аналогичная картина экранирования будет и для случая, когда источник поля расположен в полости оболочки. Рассмотрим теперь напряженность результирующего поля  $Z'$  внешнего источника и поля, обусловленного поляризацией оболочки в поле этого источника, во внешней области. Для круглой цилиндрической оболочки оно определяется выражением

$$\begin{aligned} Z' &= -\frac{\partial \Psi^{III}}{\partial z} = Z_0 + Z_0 \frac{(\mu^2-1)(b_2^2 - b_1^2)}{(\mu+1)^2b_2^2 - (\mu-1)^2b_1^2} \times \\ &\times \frac{b_2^2}{r^2} \cos \alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Видим, что в направлении  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi$  поле, обусловленное поляризацией оболочки, усиливает поле внешнего источника при  $\mu > 1$  (и соответственно при  $\varepsilon > 1$ ), т. е. усиление происходит для оболочек из ферромагнитного, парамагнитного, диэлектрического и сегнетоэлектрического материалов. При  $\mu < 1$ , т. е. для оболочек из диамагнитного материала, поле, обусловленное их поляризацией, направлено навстречу полю источника, ослабляет его. Но это ослабление незначительно, так как величина  $\mu$  у диамагнетиков отличается от единицы, как правило, на соты тысяч или миллионные доли [3]. Вполне очевидно, что тривиальный случай  $\mu = 1$  ( $\varepsilon = 1$ ) означает отсутствие оболочки.

Сферическая и круглая бесконечно длинная цилиндрическая оболочки могут рассматриваться как производные от вытянутого сфероида (эллипсоида вращения) (рис. 3). Если обозначить через  $a$  и  $b$  соответственно большую и малую полуоси сфероида, то  $a/b = 1$  соответствует форме шара

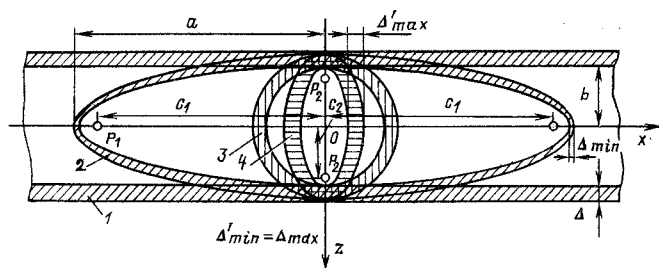


Рис. 3. Частные случаи сфероидальных оболочек: 1 — бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка,  $b$  — радиус ее внешней поверхности,  $\Delta$  — абсолютная толщина; 2 — вытянутая сфероидальная оболочка с большой полуосью внешней поверхности  $a$  и малой полуосью  $b$ , фокусами  $P_1$ , фокусным расстоянием  $2c_1$ , минимальной толщиной  $\Delta_{\min}$  и максимальной толщиной  $\Delta_{\max}$ ; 3 — сферическая оболочка с радиусом внешней поверхности  $b$  и абсолютной толщиной  $\Delta$ ; 4 — оболочка в форме сплюснутого сфероида с большой полуосью внешней поверхности  $b$ , фокусами  $P_2$ , фокусным расстоянием  $2c_2$ , минимальной толщиной  $\Delta'_{\min}$  и максимальной толщиной  $\Delta'_{\max}$

$$(\Delta'_{\min} = \Delta'_{\max} = \Delta)$$

$a/b = \infty$  — форме бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочки, а  $0 < \frac{a}{b} < 1$  — форме сплюснутого (сплюснутого) сфероида [6]. Рассмотрим намагничение вытянутой сфероидальной оболочки во внешнем равномерном магнитном поле  $Z_0$  (рис. 4). Выражения для магнитоэлектрических потенциалов, обусловленных внешним магнитным полем  $Z_0$  и индуцированным намагничением оболочки в этом поле, согласно [5] имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 c_1 p'_{1(\varepsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha + B \frac{p'_{1(\varepsilon)}}{p'_{1(\varepsilon_1)}} p'_{1(\eta)} \times \\ &\times \cos \alpha + A \frac{p'_{1(\varepsilon)}}{p'_{1(\varepsilon_2)}} p'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 c_1 p'_{1(\varepsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha + B \frac{Q'_{1(\varepsilon)}}{Q'_{1(\varepsilon_1)}} p'_{1(\eta)} \times \\ &\times \cos \alpha + A \frac{p'_{1(\varepsilon)}}{p'_{1(\varepsilon_2)}} p'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 c_1 p'_{1(\varepsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha + B \frac{Q'_{1(\varepsilon)}}{Q'_{1(\varepsilon_1)}} p'_{1(\eta)} \times \\ &\times \cos \alpha + A \frac{Q'_{1(\varepsilon)}}{Q'_{1(\varepsilon_2)}} p'_{1(\eta)} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Граничные условия

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial \varepsilon} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\varepsilon_2}. \quad (11)$$



Здесь  $p'_{1(\epsilon)}$  и  $p'_{1(\eta)}$  – присоединенные функции Лежандра первого рода;  $Q'_{1(\epsilon)}$  – присоединенные функции Лежандра второго рода. Подставив (10) в (11), определим постоянные  $A$  и  $B$  и получим следующие выражения для  $\Psi^I$  и  $\Psi^{III}$ :

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 c_1 p'_{1(\epsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha + \\ &+ \frac{Z_0 c_1 (\mu-1)}{\Delta} \{ \mu Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} - \\ &- Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)}] + Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)} - \\ &- Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)}] \} p'_{1(\epsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 c_1 p'_{1(\epsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha + \\ &+ \frac{Z_0 c_1 (\mu-1)}{\Delta} \{ \mu p'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} - \\ &- Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)}] + p'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)} - \\ &- Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)}] Q'_{1(\epsilon)} p'_{1(\eta)} \cos \alpha; \\ \Delta &= (\mu-1)^2 Q'_{1(\epsilon_2)} Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)} + \\ &+ [\mu Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)} - Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)}] [Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)} - \\ &- \mu Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)}]. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\Delta = (\mu-1)^2 Q'_{1(\epsilon_2)} Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)} +$$

$$+ [\mu Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)} - Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)}] [Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)} -$$

$$- \mu Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)}]. \quad (13)$$

Здесь  $p'_{1(\epsilon_1)}$ ,  $p'_{1(\epsilon_2)}$  и  $Q'_{1(\epsilon_1)}$ ,  $Q'_{1(\epsilon_2)}$  – производ-

ные от присоединенных функций Лежандра соответственно первого и второго рода. Выражения

$A \frac{p'_{1(\epsilon)}}{p'_{1(\epsilon_2)}} p'_{1(\eta)} \cos \alpha$  и  $B \frac{p'_{1(\epsilon)}}{p'_{1(\epsilon_1)}} p'_{1(\eta)} \cos \alpha$  описыва-

ют влияние внешней и внутренней поверхностей оболочки, обуславливающих соответственно экранирование и ослабление экранирования внешнего поля. Обычно  $\left| \frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} \right| > \left| \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} \right|$ , что и обуслав-

ливает экранирование поля внешнего источника в полости оболочки. Рассмотрим, возможно ли такое положение, когда  $\left| \frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} \right| < \left| \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} \right|$ , т. е. когда

вместо экранирования будет иметь место усиление поля внешнего источника в полости оболочки. Если это возможно, то возможно и равенство  $\left| \frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} \right| = \left| \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} \right|$ .

Определим то значение  $\mu$ , которое назовем критическим  $\mu_{кр}$ , при котором возможно это равенство. При  $\mu = \mu_{кр}$  оболочка не экранирует поле  $Z_0$ , т. е.

$$\frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} + \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} = 0. \quad (14)$$

Отсюда получаем

$$\mu_{кр} = \frac{Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} - Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)}]}{Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} - Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)}]}. \quad (15)$$

Если  $\mu < \mu_{кр}$ , то  $\left| \frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} \right| < \left| \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} \right|$ . Значения  $\mu_{кр}$

для вытянутой сфероидальной оболочки при различных соотношениях большой  $a_2$  и малой  $b_2$  полуосей ее внешней поверхности и для различных толщин оболочки приведены в табл. 1.

Таблица 1

$a_2/b_2$	$\delta = (b_2 - b_1)/b_2$	$\mu_{кр}$
10	0,10	0,9782
	0,50	1,0224
	0,90	1,0301
5	0,10	1,0838
	0,50	1,0976
	0,90	1,1157
2	0,10	1,0124
	0,50	1,2571
	0,90	1,9988

Решение магнитостатической задачи производилось для случая, когда оболочка находилась в вакууме ( $\mu = 1$  и соответственно  $\epsilon = 1$ ). Если же вместо вакуума будет воздух, то решение и цифровые данные практически не изменятся, так как для воздуха, являющегося парамагнетиком,  $\mu = 1,00000038$  [7]. Данные, приведенные в табл. 1, свидетельствуют о том, что при поляризации вытянутой сфероидальной оболочки во внешнем равномерном магнитостатическом или электростатическом полях, векторы напряженности которых перпендикулярны продольной оси симметрии оболочки, значения  $\mu_{кр}$  и соответственно  $\epsilon_{кр}$  лежат в пределах  $1 < \mu_{кр} < 2$  и  $1 < \epsilon_{кр} < 2$ .

Таким образом, в направлении оси  $z$  (в направлении наименьшего линейного размера) в принципе возможно усиление поля внешнего источника в полости, т. е. возможно аномальное экранирование. Ввиду малых значений  $\mu_{кр}$  и  $\epsilon_{кр}$  усиление магнитостатического и электростатического полей внешних источников в полости оболочки при  $\mu < \mu_{кр}$  и  $\epsilon < \epsilon_{кр}$  будет незначительным. Необходимо также учесть, что у ферромагнетиков  $\mu \geq 100$ , а у диэлектриков обычно  $\epsilon \geq 2$ . При  $a_2/b_2 = 10$  и  $\delta = 0,1$  усиление поля в полости оболочки невозможно, так как  $\epsilon > 1$ , у парамагнетиков  $\mu > 1$ , а у ферромагнетиков  $\mu \gg 1$ . У диамагнетиков  $\mu < 1$ , но очень близко к единице [7]. И вообще при оболочке из диамагнитного материала поле от внешнего источника в полости оболочки всегда экранируется,

усиление поля здесь невозможно по физическому смыслу, математически это следует из выражения (12), где множитель  $(\mu - 1)$  меняет знак при  $\mu < 1$ . При  $\mu < \mu_{кр}$  и  $\epsilon < \epsilon_{кр}$  сопротивление на пути силовых линий через воздушный зазор становится меньше сопротивления на пути их через тело оболочки. В связи с этим возрастает отношение поверхностной плотности смещенных зарядов  $\sigma_1$  на внутренней поверхности оболочки к поверхностной плотности их  $\sigma_2$  на внешней поверхности оболочки. Как известно,

$$\sigma_1 = \left\{ \frac{1}{h_\epsilon} \frac{\partial \left[ B \frac{p'_1(\epsilon)}{p'_1(\epsilon_1)} p'_1(\eta) \cos \alpha + A \frac{p'_1(\epsilon)}{p'_1(\epsilon_2)} p'_1(\eta) \cos \alpha \right]}{\partial \epsilon} - \frac{1}{h_\epsilon} \frac{\partial \left[ B \frac{Q'_1(\epsilon)}{Q'_1(\epsilon_1)} p'_1(\eta) \cos \alpha + A \frac{p'_1(\epsilon)}{p'_1(\epsilon_2)} p'_1(\eta) \cos \alpha \right]}{\partial \epsilon} \right\} \Big|_{\epsilon = \epsilon_1} ;$$

$$\sigma_2 = \left\{ \frac{1}{h_\epsilon} \frac{\partial \left[ B \frac{Q'_1(\epsilon)}{Q'_1(\epsilon_1)} p'_1(\eta) \cos \alpha + A \frac{p'_1(\epsilon)}{p'_1(\epsilon_2)} p'_1(\eta) \cos \alpha \right]}{\partial \epsilon} - \frac{1}{h_\epsilon} \frac{\partial \left[ B \frac{Q'_1(\epsilon)}{Q'_1(\epsilon_1)} p'_1(\eta) \cos \alpha + A \frac{p'_1(\epsilon)}{p'_1(\epsilon_2)} p'_1(\eta) \cos \alpha \right]}{\partial \epsilon} \right\} \Big|_{\epsilon = \epsilon_2} ;$$

Здесь  $h_\epsilon = \frac{c_1(\epsilon^2 - \eta^2)^{1/2}}{(\epsilon^2 - 1)^{1/2}}$  — масштабный коэффициент.

Подставив выражение для  $h_\epsilon$  в (16) и взяв производные при  $\epsilon = \epsilon_1$  и  $\epsilon = \epsilon_2$ , получим

$$\sigma_1 = \frac{-B}{p'_1(\epsilon_1)} \frac{2p'_1(\eta_1) \cos \alpha_1}{c_1(\epsilon_1^2 - \eta_1^2)^{1/2} Q'_1(\epsilon_1) p'_1(\epsilon_1)} ;$$

$$\sigma_2 = \frac{-A}{p'_1(\epsilon_2)} \frac{2p'_1(\eta_2) \cos \alpha_2}{c_1(\epsilon_2^2 - \eta_2^2)^{1/2} Q'_1(\epsilon_2) p'_1(\epsilon_2)} .$$

Здесь  $\eta_1$  и  $\alpha_1$  — координаты на поверхности  $\epsilon_1 = \text{const}$ , а  $\eta_2$  и  $\alpha_2$  — координаты на поверхности  $\epsilon_2 = \text{const}$ . Согласно схеме на рис. 4 по физическому смыслу  $\sigma_2$  — положительная величина, а  $\sigma_1$  — отрицательная. Математически это следует из того, что знаменатели выражений (17) — отрицательные величины, постоянная  $A$  — положительная величина, а постоянная  $B$  — отрицательная. Максимальные абсолютные значения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  находятся в точках  $\eta_1 = 0$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\pi$  и  $\eta_2 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\pi$ , т. е. в точках, где  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = \pm b_2$ .

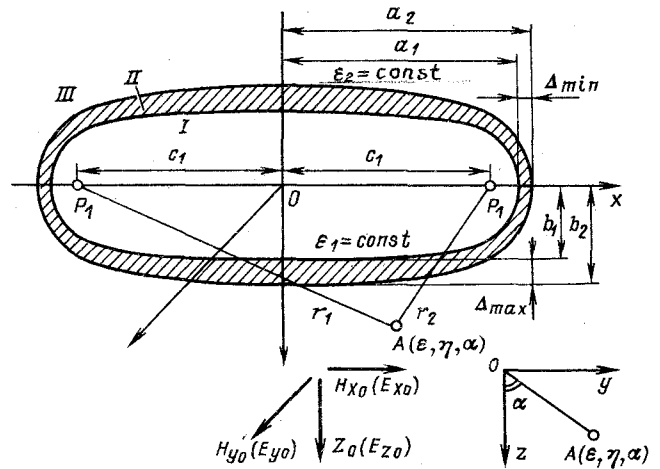


Рис. 4. Оболочка в форме вытянутого сфероида:  $p_1$  — фокусы;  $2c_1$  — фокусное расстояние;  $a_2$  и  $a_1$  — большие полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $b_2$ ,  $b_1$  — малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $\Delta_{\max} = b_2 - b_1$  и  $\Delta_{\min} = a_2 - a_1$  — максимальная и минимальная толщины оболочки; I, II, III — области в полости оболочки, в теле оболочки и внешняя область;  $\mu$  и  $\epsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки;  $Z_0$ ,  $H_{x0}$ ,  $H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ;  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ;  $\epsilon$ ,  $\eta$ ,  $\alpha$  — текущие координаты вытянутой сфероидальной системы координат  $\left\{ \epsilon = \frac{r_1 + r_2}{2c_1} ; \eta = \frac{r_1 - r_2}{2c_1} \right.$  ;  $\alpha = \arctg \frac{y}{z}$  ;  $\epsilon_2 = \text{const}$  и  $\epsilon_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки

$$\left. \begin{aligned} |\sigma_1|_{\max} &= \left| \frac{-B}{p'_{1(\epsilon_1)} c_1 \epsilon_1 Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)}} \right|; \\ |\sigma_2|_{\max} &= \left| \frac{-A}{p'_{1(\epsilon_2)} c_1 \epsilon_2 Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)}} \right|. \end{aligned} \right\} (18)$$

При  $\mu = \mu_{\text{кр}}$   $\left| \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} \right| = \left| \frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} \right|$ , но  $|c_1 \epsilon_1 Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)}| > |c_2 \epsilon_2 Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)}|$ , так как  $\epsilon_2 > \epsilon_1$ . Следовательно, и при  $\mu = \mu_{\text{кр}}$   $|\sigma_2| > |\sigma_1|$ . Но  $\sigma_1$  относится к внутренней, т. е. к меньшей поверхности  $\epsilon_1 = \text{const}$ . Поэтому при  $\mu < \mu_{\text{кр}}$  (и соответственно  $\epsilon < \epsilon_{\text{кр}}$ ) в области I на рис. 4, охватываемой поверхностью  $\epsilon_1 = \text{const}$ , поле от смещенных зарядов на поверхности  $\epsilon_1 = \text{const}$  будет больше, чем поле от смещенных зарядов на поверхности  $\epsilon_2 = \text{const}$ , что и предопределяет аномальное экранирование.

Из выражения (18) следует, что в общем случае при  $|\sigma_1| = |\sigma_2|$  и при одинаковой форме поверхностей, расположенных соответственно коаксиально, concentрично или конфокально, в области, охватываемой внутренней (меньшей) поверхностью, поле, обусловленное зарядами на этой поверхности, будет больше, чем поле от зарядов на внешней поверхности. В случае внешнего источника поля всегда  $|\sigma_2| > |\sigma_1|$ , а при источнике поля в полости оболочки всегда  $|\sigma_1| > |\sigma_2|$  [1]. При  $\mu > \mu_{\text{кр}}$  (и соответственно  $\epsilon > \epsilon_{\text{кр}}$ )  $\left| \frac{B}{p'_{1(\epsilon_1)}} \right| < \left| \frac{A}{p'_{1(\epsilon_2)}} \right|$ , и

отношение  $\left| \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right|$  уменьшается. Во внешней области при  $\mu > \mu_{\text{кр}}$  и  $\epsilon > \epsilon_{\text{кр}}$  имеет место неравенство  $\left| \frac{A}{Q'_{1(\epsilon_2)}} \right| > \left| \frac{B}{Q'_{1(\epsilon_1)}} \right|$ , т. е. в направлении  $\alpha = 0$  и

$\alpha = \pi$  поле, обусловленное поляризацией оболочки из диэлектрического, сегнетоэлектрического, парамагнитного и ферромагнитного материалов, усиливает поле внешнего источника. Исключение составляет лишь оболочка из диамагнитного материала. Рассмотрим, каким значениям  $\mu_{\text{кр}}$  или  $\epsilon_{\text{кр}}$  соответствует равенство  $\left| \frac{A}{Q'_{1(\epsilon_2)}} \right| = \left| \frac{B}{Q'_{1(\epsilon_1)}} \right|$ . На основа-

нии выражения (12) получим

$$\mu_{\text{кр}} =$$

$$= \frac{p'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} - Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_2)}]}{p'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_1)} [Q'_{1(\epsilon_2)} p'_{1(\epsilon_2)} - Q'_{1(\epsilon_1)} p'_{1(\epsilon_1)}]} \quad (19)$$

В выражении (19) при  $\epsilon_2 > \epsilon_1$  числитель является положительной, а знаменатель — отрицательной величиной, следовательно,  $\mu_{\text{кр}} < 0$  (и соответственно  $\epsilon_{\text{кр}} < 0$ ). Но, как известно,  $\mu > 0$  и  $\epsilon > 0$ , следовательно поле во внешней области, обусловленное поляризацией оболочки из диэлектрического, сегнетоэлектрического, парамагнитного и ферромагнитного материалов, всегда усиливает поле внешнего источника в направлении  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi$ . Если в полости поляризованной оболочки расположено поляризованное тело, то при внешнем источнике поля и при  $\mu \leq \mu_{\text{кр}}$  и  $\epsilon \leq \epsilon_{\text{кр}}$  согласно [8] во внешней области возрастает вклад этого тела в общее поле системы "оболочка — внутреннее тело".

Рассмотрим теперь намагничивание оболочки на рис. 4 во внешнем равномерном магнитном поле  $H_{x_0}$ . Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним магнитным полем  $H_{x_0}$  и индуцированным намагничиванием оболочки в этом поле, согласно [5] имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -c_1 H_{x_0} p_{1(\epsilon)} p_{1(\eta)} + B \frac{p_{1(\epsilon)}}{p_{1(\epsilon_1)}} p_{1(\eta)} + \\ &+ A \frac{p_{1(\epsilon)}}{p_{1(\epsilon_2)}} p_{1(\eta)}; \\ \Psi^{II} &= -c_1 H_{x_0} p_{1(\epsilon)} p_{1(\eta)} + B \frac{Q_{1(\epsilon)}}{Q_{1(\epsilon_1)}} p_{1(\eta)} + \\ &+ A \frac{p_{1(\epsilon)}}{p_{1(\epsilon_2)}} p_{1(\eta)}; \\ \Psi^{III} &= -c_1 H_{x_0} p_{1(\epsilon)} p_{1(\eta)} + B \frac{Q_{1(\epsilon)}}{Q_{1(\epsilon_1)}} p_{1(\eta)} + \\ &+ A \frac{Q_{1(\epsilon)}}{Q_{1(\epsilon_2)}} p_{1(\eta)}. \end{aligned} \right\} (20)$$

Здесь  $p_{1(\epsilon)}$  и  $p_{1(\eta)}$  — полиномы Лежандра первого рода;  $Q_{1(\epsilon)}$  — полиномы Лежандра второго рода.

Подставляя (20) в (11), определяем постоянные  $A$  и  $B$  и по аналогии с предыдущим определяем то значение  $\mu$  (и соответственно  $\epsilon$ ), при котором выполняется равенство  $\left| \frac{B}{p_{1(\epsilon_1)}} \right| = \left| \frac{A}{p_{1(\epsilon_2)}} \right|$ . В ре-

зультате получим

$$\mu_{\text{кр}} = \frac{Q_{1(\epsilon_2)}^{(\cdot)} [\epsilon_1 Q_{1(\epsilon_2)} - \epsilon_2 Q_{1(\epsilon_1)}]}{\epsilon_1 Q_{1(\epsilon_2)} [Q_{1(\epsilon_2)}^{(\cdot)} - Q_{1(\epsilon_1)}^{(\cdot)}]} \quad (21)$$

Анализ выражения (21) свидетельствует о том, что здесь  $\mu_{\text{кр}} < 1$ . Расчетные данные приведены в табл. 2.

Таким образом, в направлении оси  $x$  (в направлении большего линейного размера) поле внешнего источника в полости оболочки всегда ослабляется, в этом направлении не может быть аномального экранирования. Физический смысл заключается в том, что в данном направлении сопротивле-

Таблица 2

$a_2/b_2$	$\delta = (b_2 - b_1)/b_2$	$\mu_{кр}$
10	0,10	0,2316
	0,50	0,1136
	0,90	0,0114
5	0,10	0,2691
	0,50	0,1590
	0,90	0,0162
2	0,10	0,5479
	0,50	0,3088
	0,90	0,0338

ние на пути силовых линий через воздушный зазор всегда больше, чем сопротивление на их пути через тело оболочки.

Рассмотрим теперь намагничение сжатого (сплюснутого) сфероида во внешнем равномерном магнитном поле  $H_{x0}$  (рис. 5), т. е. в направлении наименьшего линейного размера. Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним магнитным полем  $H_{x0}$  и индуцированным намагничением оболочки в этом поле, согласно [1] имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -H_{x0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_{1(\eta)} + B \frac{p_1(i\epsilon)}{p_{1(i\epsilon_1)}} p_{1(\eta)} + \\ &+ A \frac{p_1(i\epsilon)}{p_{1(i\epsilon_2)}} p_{1(\eta)}; \\ \Psi^{II} &= -H_{x0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_{1(\eta)} + B \frac{Q_1(i\epsilon)}{Q_{1(i\epsilon_1)}} p_{1(\eta)} + \\ &+ A \frac{p_1(i\epsilon)}{p_{1(i\epsilon_2)}} p_{1(\eta)}; \\ \Psi^{III} &= -H_{x0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_{1(\eta)} + B \frac{Q_1(i\epsilon)}{Q_{1(i\epsilon_1)}} p_{1(\eta)} + \\ &+ A \frac{Q_1(i\epsilon)}{Q_{1(i\epsilon_2)}} p_{1(\eta)}. \end{aligned} \right\} (22)$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial \epsilon} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_2}, \quad (23)$$

где  $i = \sqrt{-1}$ .

Подставив (22) в (23), определим постоянные  $A$  и  $B$ . В результате получим следующее выражение для  $\Psi^I$ :

$$\begin{aligned} \Psi^I &= -H_{x0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_{1(\eta)} + H_{x0} c_2 \frac{(\mu-1)}{i\Delta} \times \\ &\times \{ \mu Q_{1(i\epsilon_2)} p_{1(i\epsilon_1)} [Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} - \\ &- Q_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)}] + Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} \times \\ &\times [Q_{1(i\epsilon_1)} p_{1(i\epsilon_2)} - Q_{1(i\epsilon_2)} p_{1(i\epsilon_1)}] \}, \end{aligned} \quad (24)$$

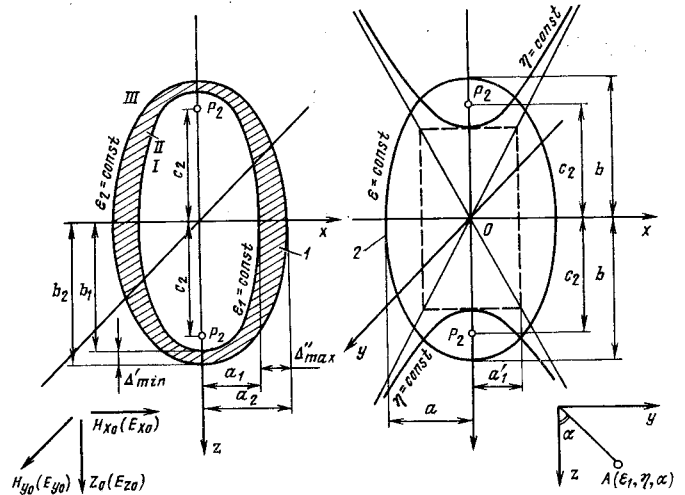


Рис. 5. Сжатый сфероид во внешнем равномерном магнитном поле: 1 — оболочка в форме сжатого сфероида;  $b_2$  и  $b_1$  — большие полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $a_2$  и  $a_1$  — малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $\Delta'_{\max} = a_2 - a_1$  и  $\Delta'_{\min} = b_2 - b_1$  — максимальная и минимальная толщина оболочки;  $p_2$  — фокусы;  $2c_2$  — фокусное расстояние; I, II и III — области в полости и в теле оболочки и внешняя область;  $\mu$  и  $\epsilon$  — относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки;  $Z_0$ ,  $H_{x0}$ ,  $H_{y0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного магнитного поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ;  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$ ,  $E_{z0}$  — составляющие вектора напряженности внешнего равномерного электрического поля вдоль осей  $z$ ,  $x$ ,  $y$ ; 2 — система координат сжатого сфероида;  $\epsilon$ ,  $\eta$ ,  $d$  — текущие координаты;  $\epsilon = a/c_2$ ;  $\eta = a'_1/c_2$ ;  $d = \arctg \frac{y}{z}$ ;  $\epsilon = \text{const}$  — сжатый сфероид;  $\eta = \text{const}$  — однополостный гиперболоид с мнимой полуосью  $a'_1$ ;  $\alpha = \text{const}$  — полуплоскость, проходящая через ось  $x$ ;  $\epsilon_2 = \text{const}$  и  $\epsilon_1 = \text{const}$  — координаты внешней и внутренней поверхностей оболочки

$$\begin{aligned} \Delta &= (\mu-1)^2 Q_{1(i\epsilon_2)} Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} - \\ &- \mu Q_{1(i\epsilon_2)} p_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} [\mu Q_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)} - \\ &- Q_{1(i\epsilon_1)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)}] + Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_2)} \times \\ &\times [\mu Q_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)} - Q_{1(i\epsilon_1)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)}]. \end{aligned} \quad (25)$$

Из выражения (24) определим  $\mu_{кр}$ , при котором

$$\begin{aligned} \left| \frac{B}{p_{1(i\epsilon_1)}} \right| &= \left| \frac{A}{p_{1(i\epsilon_2)}} \right|; \\ \mu_{кр} &= \\ &= \frac{Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} [Q_{1(i\epsilon_1)} p_{1(i\epsilon_2)} - Q_{1(i\epsilon_2)} p_{1(i\epsilon_1)}]}{Q_{1(i\epsilon_2)} p_{1(i\epsilon_1)} [Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} - Q_{1(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{1(i\epsilon_1)}^{(\cdot)}]}. \end{aligned} \quad (26)$$

$\delta = \frac{\Delta'_{\max}}{a_2}$	$\frac{b_2}{a_2} = 10$					$K_{\text{экp}}$				
	$\delta = \frac{\Delta'_{\min}}{b_2}$	$\frac{\Delta'_{\max}}{\Delta'_{\min}}$	$\frac{b_1}{a_1}$	$\frac{S_1}{S_2}$	$\mu_{\text{кр}}$					
						$\mu = 2$	$\mu = 5$	$\mu = 10$	$\mu = 100$	$\mu = 1000$
0,01	0,0000996	10,04	10,10	0,9899	5,27	0,9996	0,9999	1,0011	1,0245	1,2612
0,10	0,000951	10,52	11,10	0,8991	9,01	0,9946	0,9925	1,0014	1,1391	2,5282
0,20	0,00180	11,10	12,48	0,7986	10,29	0,9888	0,9836	0,9993	1,2401	3,0578
0,30	0,00255	11,75	14,25	0,6982	11,58	0,9828	0,9742	0,9951	1,3169	4,5723
0,40	0,00321	12,48	16,61	0,5981	13,53	0,9763	0,9634	0,9869	1,3510	5,0055
0,50	0,00376	13,31	19,92	0,4981	16,06	0,9696	0,9525	0,9765	1,3593	5,2480
0,60	0,00421	14,26	24,89	0,3983	20,19	0,9625	0,9403	0,9622	1,3259	5,0365
0,70	0,00456	15,54	33,18	0,2986	26,83	0,9550	0,9280	0,9451	1,2625	4,5226
0,80	0,00481	16,63	49,76	0,1990	40,30	0,9472	0,9151	0,9248	1,1631	3,6426
0,90	0,00496	18,14	99,50	0,0995	80,52	0,9390	0,9020	0,9013	1,0300	2,4278
0,99	0,00501	19,64	995,0	0,00995	803,9	0,9313	0,8900	0,8775	0,8805	1,0336

Из выражения для  $\Psi^I$  определим эффективность экранирования оболочкой внешнего равномерного магнитного поля  $H_{x_0}$ , т. е. коэффициент  $K_{\text{экp}}$ :

$$H'_x = -\frac{\partial \Psi^I}{\partial x} = H_{x_0} - \frac{B}{p_1(i\epsilon_1)} \frac{i}{c_2} - \frac{A}{p_1(i\epsilon_2)} \frac{i}{c_2}; \quad (27)$$

$$K_{\text{экp}} = \frac{H_{x_0}}{H_{x_0} - \frac{iB}{c_2 p_1(i\epsilon_1)} - \frac{iA}{c_2 p_1(i\epsilon_2)}} = \frac{1}{1 - \frac{iB}{c_2 H_{x_0} p_1(i\epsilon_1)} - \frac{iA}{c_2 H_{x_0} p_1(i\epsilon_2)}}. \quad (28)$$

Расчетные значения  $\mu_{\text{кр}}$  при различных соотношениях  $b_2/a_2$  и при различной толщине  $\Delta'_{\max} = a_2 - a_1$  оболочек, а также коэффициенты эффективности экранирования внешнего поля приведены в табл. 3.

Анализ данных этой таблицы позволяет сделать следующие выводы:

1. При  $\mu \gg \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon \gg \epsilon_{\text{кр}}$ ) наибольшая эффективность экранирования в направлении наименьшего размера оболочки имеет место при  $\delta' = \Delta'_{\max}/a_2 = 0,5-0,6$ . Дальнейшее увеличение толщины оболочки приводит к ослаблению эффективности экранирования в этом направлении. Это связано с уменьшением толщины воздушного зазора (поперечного размера полости оболочки), а также с ростом отношения  $\Delta'_{\max}/\Delta'_{\min}$  (т. е. с более резким уменьшением площади сечения оболочки в районе минимальной толщины), что приводит к росту сопротивления на пути силовых линий вдоль тела оболочки и к снижению этого сопротивления в воздушном зазоре.

2. По мере приближения  $\mu$  к  $\mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon$  к  $\epsilon_{\text{кр}}$ ) сни-

жается эффективность экранирования и при  $\mu < \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon < \epsilon_{\text{кр}}$ ) вместо экранирования происходит усиление поля внешнего источника в полости оболочки.

3. По мере уменьшения отношения  $b_2/a_2$ , т. е. по мере приближения к сферической форме при неизменной величине  $\Delta'_{\max}/a_2$  растет эффективность экранирования при  $\mu \gg \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon \gg \epsilon_{\text{кр}}$ ), а при  $\mu < \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon < \epsilon_{\text{кр}}$ ) возрастает степень усиления поля внешнего источника в полости оболочки в направлении наименьшего размера. Это связано с тем, что при уменьшении  $b_2/a_2$  при  $\Delta'_{\max}/a_2 = \text{const}$  уменьшается также отношение  $\Delta'_{\max}/\Delta'_{\min}$ , т. е. растет  $\Delta'_{\min}$  и тем самым уменьшается сопротивление на пути силовых линий вдоль тела оболочки. Вследствие этого аномальное экранирование наступает при меньших значениях  $\mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon_{\text{кр}}$ ). И поэтому при одинаковых значениях  $\mu$  ( $\epsilon$ ), превышающих  $\mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon_{\text{кр}}$ ), разность  $(\mu - \mu_{\text{кр}})$  и  $(\epsilon - \epsilon_{\text{кр}})$  растет по мере уменьшения  $b_2/a_2$ . Это и предопределяет усиление эффективности экранирования при приближении формы оболочки к сферической.

С другой стороны, по мере уменьшения  $b_2/a_2$  при  $\Delta'_{\max}/a_2 = \text{const}$  уменьшается отношение площади  $S_1$  внутренней поверхности  $\epsilon_1 = \text{const}$  к площади  $S_2$  внешней поверхности  $\epsilon_2 = \text{const}$ , что приводит к усилению аномального экранирования при  $\mu < \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon < \epsilon_{\text{кр}}$ ).

4. Чрезмерно большая толщина оболочки приводит к существенному снижению сопротивления на пути силовых линий через воздушный зазор и к дальнейшему уменьшению отношения  $S_1/S_2$ . Все это обуславливает усиление аномального экранирования при  $\mu < \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon < \epsilon_{\text{кр}}$ ).

5. Значение  $\mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon_{\text{кр}}$ ) можно приближенно оце-

Таблица 3

$\frac{b_2}{a_2} = 2$									
$\delta = \frac{\Delta'_{\min}}{b_2}$	$\frac{\Delta'_{\max}}{\Delta'_{\min}}$	$\frac{b_1}{a_1}$	$\frac{S_1}{S_2}$	$\mu_{\text{кр}}$	$K_{\text{экp}}$				
					$\mu = 2$	$\mu = 5$	$\mu = 10$	$\mu = 100$	$\mu = 1000$
0,00249	2,008	2,02	0,9875	1,80	1,0003	1,0067	1,0193	1,2546	3,6099
0,02404	2,080	2,17	0,8784	1,94	1,0014	1,0582	1,1725	3,3093	24,727
0,04606	2,171	2,38	0,7632	2,14	0,9973	1,0959	1,2997	5,1043	43,224
0,06592	2,275	2,67	0,6539	2,40	0,9888	1,1161	1,3819	6,3942	56,625
0,08348	2,396	3,06	0,5499	2,76	0,9758	1,1153	1,4188	7,1823	64,965
0,09861	2,535	3,61	0,4507	3,42	0,9538	1,0822	1,3850	7,5986	65,732
0,11118	2,698	4,44	0,3555	4,04	0,9331	1,0498	1,3510	7,2189	66,124
0,12108	2,891	5,86	0,2637	5,37	0,9024	0,9831	1,2420	6,4352	58,805
0,12822	3,120	8,72	0,1744	8,03	0,8646	0,8910	1,0794	5,0873	45,481
0,13253	3,395	17,3	0,0867	16,12	0,8186	0,7715	0,8586	3,1346	26,274
0,13396	3,695	173	0,00866	162,2	0,7695	0,6382	0,6059	0,8228	3,4066

нить как отношение  $b_1/a_1$ . При  $b_2/a_2 = 10$  и  $\frac{\Delta}{a_2} \geq 0,1$  значения  $\mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon_{\text{кр}}$ ) отличаются от  $b_1/a_1$  не более, чем на 25 %, а при  $b_2/a_2 = 2$  при всех значениях  $\Delta'_{\max}/a_2$  не более, чем на 7 %.

В связи с изложенным рассмотрим аномальное экранирование для оболочки в форме сжатого сфероида при  $b_2/a_2 = 1,1$  и при большой толщине оболочки ( $\Delta'_{\max}/a_2 = 0,9999$ ). При этом получается  $\Delta'_{\max}/\Delta'_{\min} = 1,558$ ,  $\Delta'_{\min}/b_2 = 0,5834622$ ,  $b_1/a_1 = 4582,7$ ,  $\mu_{\text{кр}} = 5424$ . Расчетные данные приведены в табл. 4

Таблица 4

$\mu$	$K_{\text{экp}}$	$\frac{1}{K_{\text{экp}}}$
2	0,67899	1,47278
5	0,48788	2,04968
10	0,42444	2,35605
50	0,37794	2,64592
100	0,37748	2,64917
1000	0,48662	2,05499

Анализ данных, приведенных в табл. 3, 4, свидетельствует о том, что по мере возрастания толщины оболочки возрастает эффективность аномального экранирования. Максимальная степень усиления поля внешнего источника в полости оболочки  $1/K_{\text{экp}}$  асимптотически приближается к трем. Во внешней области по аналогии с вытянутым сфероидом при  $\mu > \mu_{\text{кр}}$  и  $\epsilon > \epsilon_{\text{кр}}$  имеет место неравенство  $\left| \frac{A}{Q_1(i\epsilon_2)} \right| > \left| \frac{B}{Q_1(i\epsilon_1)} \right|$ .

Рассмотрим, каким значениям  $\mu_{\text{кр}}$  и  $\epsilon_{\text{кр}}$  соответствует равенство  $\left| \frac{A}{Q_1(i\epsilon_2)} \right| = \left| \frac{B}{Q_1(i\epsilon_1)} \right|$ . На основании выражений (22) и (23) и по аналогии с выражением (19) получим

$$\mu_{\text{кр}} = \frac{p_1^{(\cdot)}(i\epsilon_2) p_1^{(\cdot)}(i\epsilon_1) [Q_1(i\epsilon_2) p_1(i\epsilon_1) - Q_1(i\epsilon_1) p_1(i\epsilon_2)]}{p_1(i\epsilon_2) p_1(i\epsilon_1) [Q_1^{(\cdot)}(i\epsilon_2) p_1^{(\cdot)}(i\epsilon_1) - Q_1^{(\cdot)}(i\epsilon_1) p_1^{(\cdot)}(i\epsilon_2)]} \quad (29)$$

В выражении (29) числитель является положительной, а знаменатель — отрицательной величиной, т. е.  $\mu_{\text{кр}} < 0$  (и  $\epsilon_{\text{кр}} < 0$ ). Но всегда  $\mu > 0$  и  $\epsilon > 0$ , следовательно поле во внешней области, обусловленное поляризацией оболочки в форме сжатого сфероида из диэлектрического, сегнетоэлектрического, парамагнитного и ферромагнитного материалов, всегда усиливает поле внешнего источника в направлении  $\alpha = 0$  и  $\alpha = \pi$ .

Сжатый (сплюснутый) сфероид может также рассматриваться как частный случай трехосного эллипсоида (рис. 6), для которого  $a > d > b$ . При  $a = d$  ( $a > b$  и  $d > b$ ) трехосный эллипсоид трансформируется в сжатый сфероид с осью симметрии  $z$ , а при  $a/d = \infty$  ( $d > b$ ) — в бесконечно длинный эллиптический цилиндр. При  $d = b$  и  $a/d > 1$  трехосный эллипсоид трансформируется в вытянутый сфероид (эллипсоид вращения), а если при  $d = b$   $a/d = \infty$  — в бесконечно длинный круглый цилиндр. В процессе этой трансформации оболочки в форме трехосного эллипсоида малые полуоси  $b_2$  и  $b_1$  и толщина  $(b_2 - b_1)$  остаются без изменения, не меняется и величина  $\delta = (b_2 - b_1)/b_2$ , которая является универсальной относительной толщиной. В связи с этим рассмотрим магнитоэлектростатическую задачу для бесконечно длинного эллип-

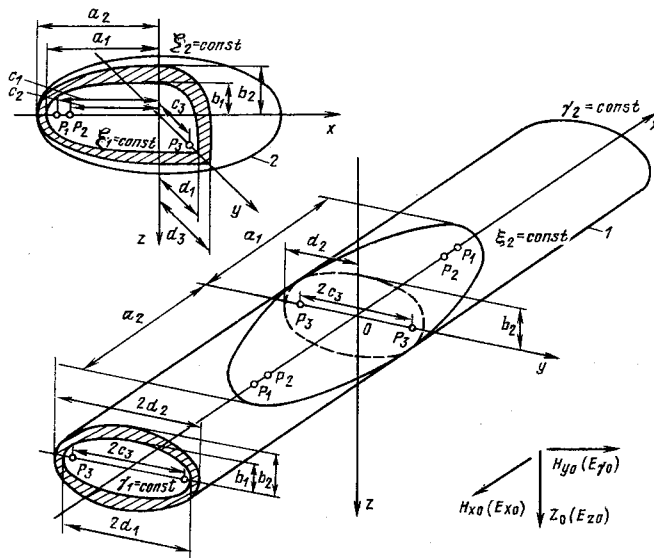


Рис. 6. Частные случаи трехосного эллипсоида: 1 – оболочка в форме бесконечно длинного эллиптического цилиндра;  $d_2$  и  $d_1$  – большие полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $b_2$  и  $b_1$  – малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $p_3$  – фокусы;  $2c_3$  – фокусное расстояние;  $\gamma_1 = \text{const}$  и  $\gamma_2 = \text{const}$  – соответственно внутренняя и внешняя поверхности оболочки; 2 – оболочка в форме трехосного эллипсоида;  $a_2$ ,  $d_2$ ,  $b_2$  – соответственно большая, средняя и малая полуоси внешней поверхности оболочки;  $a_1$ ,  $d_1$ ,  $b_1$  – соответственно большая, средняя и малая полуоси внутренней поверхности оболочки;  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  – фокусы;  $2c_1$ ,  $2c_2$ ,  $2c_3$  – соответствующие им фокусные расстояния;  $\xi_2 = \text{const}$  и  $\xi_1 = \text{const}$  – внешняя и внутренняя поверхности оболочки

тического цилиндра, который наряду со сжатым (сплюснутым) сфероидом является частным случаем трехосного эллипсоида. Магнитостатические потенциалы магнитного поля, обусловленного полем  $Z_0$  и намагничением эллиптической цилиндрической оболочки в этом поле, для областей в поло-

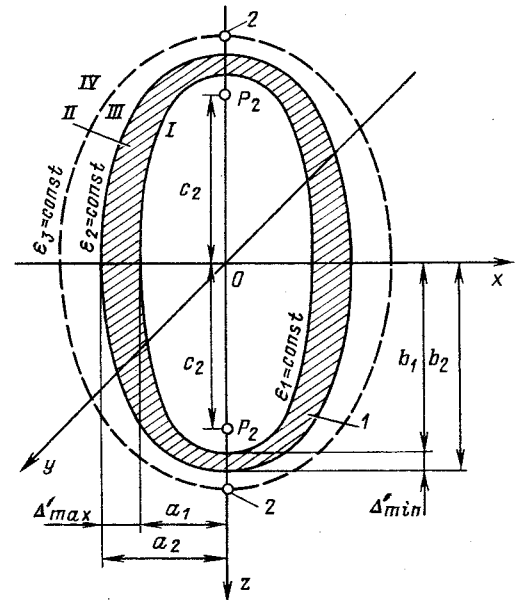


Рис. 7. Намагничивание оболочки в форме сжатого сфероида в неравномерном магнитном поле: 1 – оболочка в форме сжатого сфероида;  $b_2$  и  $b_1$  – большие полуоси внешней  $\epsilon_2 = \text{const}$  и внутренней  $\epsilon_1 = \text{const}$  поверхностей оболочки;  $a_2$  и  $a_1$  – малые полуоси внешней и внутренней поверхностей оболочки;  $p_2$  – фокусы;  $2c_2$  – фокусное расстояние;  $\mu$  и  $\epsilon$  – относительная магнитная и относительная диэлектрическая проницаемости материала оболочки;  $\Delta'_{\max} = a_2 - a_1$  и  $\Delta'_{\min} = b_2 - b_1$  – максимальная и минимальная толщины оболочки; 2 – обмотка – источник внешнего неравномерного магнитного поля, симметричного относительной оси  $x$ ;  $\epsilon_3 = \text{const}$  – поверхность в форме сжатого сфероида, проходящая через оси витков обмотки; I, II – области в полости и в теле оболочки, III – область между поверхностями  $\epsilon_2 = \text{const}$  и  $\epsilon_3 = \text{const}$ , IV – внешняя область

сти оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  выражаются так:

Таблица 5

$\delta = \frac{b_2 - b_1}{b_2}$	$K_{\text{экp}}$						
	$\frac{a_2}{b_2} = 10$			$\frac{a_2}{b_2} = 2$			$\frac{a_2}{b_2} = 1,1$
	$\mu = 1000$	$\mu = 100$	$\mu = 2$	$\mu = 1000$	$\mu = 100$	$\mu = 2$	$\mu = 100$
0,01	1,09	1,01	1,000	2,65	1,16	1,000	—
0,05	1,43	1,04	0,998	8,94	1,77	1,000	—
0,10	1,81	1,07	0,996	16,1	2,47	0,999	—
0,30	2,88	1,16	0,988	37,3	4,49	0,964	—
0,50	3,23	1,18	0,980	45,4	5,21	0,946	—
0,70	2,85	1,13	0,970	39,3	4,60	0,934	—
0,90	1,74	1,00	0,960	17,7	2,40	0,865	—
0,95	1,35	0,96	0,957	9,75	1,59	0,852	—
0,99	1,00	0,92	0,955	2,86	0,88	0,852	—
0,9999	0,91	0,91	0,955	0,69	0,67	0,834	0,539

$$\begin{aligned}
 \Psi^I &= -Z_0 c_3 \operatorname{sh} \gamma \sin \alpha + B \frac{\operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{sh} \gamma_1} \sin \alpha + \\
 &+ A \frac{\operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{sh} \gamma_2} \sin \alpha ; \\
 \Psi^{II} &= -Z_0 c_3 \operatorname{sh} \gamma \sin \alpha + B \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_1}} \sin \alpha + \\
 &+ A \frac{\operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{sh} \gamma_2} \sin \alpha ; \\
 \Psi^{III} &= -Z_0 c_3 \operatorname{sh} \gamma \sin \alpha + B \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_1}} \sin \alpha + \\
 &+ A \frac{e^{-\gamma}}{e^{-\gamma_2}} \sin \alpha .
 \end{aligned} \quad (30)$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial \gamma} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_1} ; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \gamma} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \gamma} \Big|_{\gamma=\gamma_2} \quad (31)$$

Соотношения между параметрами оболочки и функциями эллиптической системы координат следующие:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{ch} \gamma_1 &= d_1/c_3 ; \operatorname{ch} \gamma_2 = d_2/c_3 ; \operatorname{sh} \gamma_1 = b_1/c_3 ; \\
 \operatorname{sh} \gamma_2 &= b_2/c_3 ; \\
 e^{-\gamma_1} &= (d_1 - b_1)/c_3 ; e^{-\gamma_2} = (d_2 - b_2)/c_3 .
 \end{aligned} \quad (32)$$

Подставляя (30) в (31), получаем

$$\begin{aligned}
 \frac{B}{\operatorname{sh} \gamma_1} + \frac{B}{\operatorname{sh} \gamma_2} &= Z_0 c_3 (\mu - 1) \times \\
 &\times \frac{(d_1 b_2 - d_2 b_1)(\mu b_1 - d_1)}{\mu^2 [b_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)] +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{+ \mu [(d_1 + b_1)(d_2 d_1 - b_2 b_1)] +}{+ [d_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)]} ; \\
 \frac{B}{e^{-\gamma_1}} + \frac{A}{e^{-\gamma_2}} &= Z_0 c_3 \frac{(\mu - 1)}{(d_2 - b_2)} \times \\
 &\times \frac{(a_1 b_2 - a_2 b_1) \times}{\mu^2 [b_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)] +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{\times (\mu b_2 b_1 + a_2 a_1)}{+ \mu [(d_1 + b_1)(d_2 d_1 - b_2 b_1)] +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{+ [d_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)]}{+ [d_1(d_1 b_2 - d_2 b_1)]} .
 \end{aligned} \quad (33)$$

Из выражения (33) следует, что  $\frac{B}{\operatorname{sh} \gamma_1} + \frac{A}{\operatorname{sh} \gamma_2} =$

$= 0$  при  $\mu_{\text{кр}} = d_1/b_1$  (соответственно  $\varepsilon_{\text{кр}} = d_1/b_1$ ).

Следовательно, при  $\mu < \frac{d_1}{b_1} \left[ \varepsilon < \frac{d_1}{b_1} \right]$  вместо экрани-

рования будет иметь место усиление поля внешнего источника в полости оболочки. В то же время

$\frac{B}{e^{-\gamma_1}} + \frac{A}{e^{-\gamma_2}} = 0$  при  $\mu_{\text{кр}} = -\frac{d_2 d_1}{b_2 b_1} < 0$  (и соответственно  $\varepsilon_{\text{кр}} < 0$ ), т. е. эллиптические цилиндриче-

ские оболочки из ферромагнитного, парамагнитного, диэлектрического и сегнетоэлектрического материалов (т. е. при  $\mu > 1$ ) всегда усиливают поле внешнего источника в направлении  $\alpha = \pm 90^\circ$  (в направлении оси  $z$ ). Для случая намагничивания обо-

лочки в поле  $H_0$  согласно [1]  $\mu_{\text{кр}} = \frac{b_1}{d_1} < 1$ , т. е. в на-

правлении оси  $y$  аномальное экранирование невозможно. Таким образом, на основании решения задач для вытянутого и сжатого сфероидов, а также для эллиптического цилиндра видим, что аномальное экранирование возможно только в направлении меньшей оси (в направлении меньшего линейного размера). Но так как эллиптический цилиндр и сжатый сфероид являются частными случаями трехосного эллипсоида, то в общем случае аномальное экранирование возможно только в направлении наименьшей оси (в направлении наименьшего линейного размера). Расчетные данные по экранированию поля внешнего источника эллиптической цилиндрической оболочкой выполнены на основании [1] и приведены в табл. 5. Данные этой таблицы аналогичны соответствующим данным табл. 3, но эффективность экранирования, как нормального, так и аномального, здесь ниже. Предельное усиление поля внешнего источника в полости оболочки асимптотически приближается к двум при  $\frac{b_1}{d_2} < 2$  и при стремлении  $b_1$  к нулю. Следовательно,

для трехосного эллипсоида максимальное усиление поля внешнего источника в полости оболочки  $1/K_{\text{экp}}$  лежит в пределах  $2 \leq \frac{1}{K_{\text{экp}}} < 3$ . Если источ-

ник поля расположен в полости оболочки (например, токовая пленка, поверхность которой конфокальна поверхностям оболочки), то, согласно [1], получим такое же значение для эффективности экранирования и такое же значение для  $\mu_{\text{кр}} (\varepsilon_{\text{кр}})$ .

**Случай неравномерного поля источника.** Выше были рассмотрены случаи, когда поле источника равномерно. Если поле источника неравномерно, то оно описывается рядом из пространственных гармоник. Рассмотрим картину намагничивания в этом поле оболочки в форме сжатого сфероида (рис. 7), которая характеризуется максимальной эффективностью нормального и аномального экранирования. Магнитостатические потенциалы магнитного поля, обусловленные магнитным полем обмотки с током и намагничиванием ферромагнитной оболочки в этом поле, для  $n$ -й пространственной гармоники имеют вид



$$\begin{aligned}
 \Psi_n^I &= M'_n p_{n(i\epsilon)} p_{n(\eta)} + B_n \frac{p_{n(i\epsilon)}}{p_{n(i\epsilon_1)}} p_{n(\eta)} + \\
 &+ A_n \frac{p_{n(i\epsilon)}}{p_{n(i\epsilon_2)}} p_{n(\eta)}; \\
 \Psi_n^{II} &= M'_n p_{n(i\epsilon)} p_{n(\eta)} + B_n \frac{Q_{n(i\epsilon)}}{Q_{n(i\epsilon_1)}} p_{n(\eta)} + \\
 &+ A_n \frac{p_{n(i\epsilon)}}{p_{n(i\epsilon_2)}} p_{n(\eta)}; \\
 \Psi_n^{III} &= M'_n p_{n(i\epsilon)} p_{n(\eta)} + B_n \frac{Q_{n(i\epsilon)}}{Q_{n(i\epsilon_1)}} p_{n(\eta)} + \\
 &+ A_n \frac{Q_{n(i\epsilon)}}{Q_{n(i\epsilon_2)}} p_{n(\eta)}; \\
 \Psi_n^{IV} &= M_n Q_{n(i\epsilon)} p_{n(\eta)} + B_n \frac{Q_{n(i\epsilon)}}{Q_{n(i\epsilon_1)}} p_{n(\eta)} + \\
 &+ A_n \frac{Q_{n(i\epsilon)}}{Q_{n(i\epsilon_2)}} p_{n(\eta)}.
 \end{aligned} \quad (34)$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Psi_n^I}{\partial \epsilon} = \mu \frac{\partial \Psi_n^{II}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_1}; \quad \mu \frac{\partial \Psi_n^{II}}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \Psi_n^{III}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_2}. \quad (35)$$

Здесь  $M'_n$  и  $M_n$  — коэффициенты для обмотки с током соответственно для областей I, II, III и области IV, зависящие от размера, формы и ампервитков обмотки. Подставляя (34) в (35), получаем выражения для постоянных интегрирования  $B_n$  и  $A_n$ . Выражение для экранирования  $n$ -й пространственной гармоники имеет вид

$$K_{\text{экpn}} = \frac{M'_n}{M'_n + \frac{B_n}{p_{n(i\epsilon_1)}} + \frac{A_n}{p_{n(i\epsilon_2)}}}. \quad (36)$$

Расчеты для  $K_{\text{экpn}}$  при  $n = 2, 3, 4, 5$  и  $b_2/a_2 = 1,1$ ,  $\Delta'_{\text{max}}/a_2 = 0,9999$  приведены в табл. 6.

При  $\left| \frac{B_n}{p_{n(i\epsilon_1)}} \right| = \left| \frac{A_n}{p_{n(i\epsilon_2)}} \right|$  получим значение

$\mu_{\text{кр}}$  (и соответственно  $\epsilon_{\text{кр}}$ ) для  $n$ -й пространственной гармоники:

$$\begin{aligned}
 \mu_{\text{крn}} &= \\
 &= \frac{Q_{n(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{n(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} [Q_{n(i\epsilon_1)} p_{n(i\epsilon_2)} - Q_{n(i\epsilon_2)} p_{n(i\epsilon_1)}]}{Q_{n(i\epsilon_2)} p_{n(i\epsilon_1)} [Q_{n(i\epsilon_1)}^{(\cdot)} p_{n(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} - Q_{n(i\epsilon_2)}^{(\cdot)} p_{n(i\epsilon_1)}^{(\cdot)}]}.
 \end{aligned} \quad (37)$$

Расчетные данные для  $n = 2, 3, 4, 5$  приведены в табл. 6. Эти данные свидетельствуют о следующем:

1. При одинаковых  $\mu$  и  $\epsilon$  высшие пространственные гармоники экранируются значительно сильнее, чем первая гармоника. Особенно сильно экранируются четные гармоники.

2. Аномальное экранирование имеет место лишь для третьей пространственной гармоники, но эффективность его ниже, чем для первой гармоники. Для остальных пространственных гармоник расчетные значения  $\mu_{\text{крn}} < 1$ , т. е. аномальное экранирование невозможно.

3. Неравномерное поле по сравнению с равномерным полем экранируется значительно эффективнее, а аномальное экранирование для неравномерного поля менее эффективно. Таким образом, при  $\mu > \mu_{\text{кр}}$  ( $\epsilon > \epsilon_{\text{кр}}$ ) экранирующая оболочка является фильтром для высших пространственных гармоник.

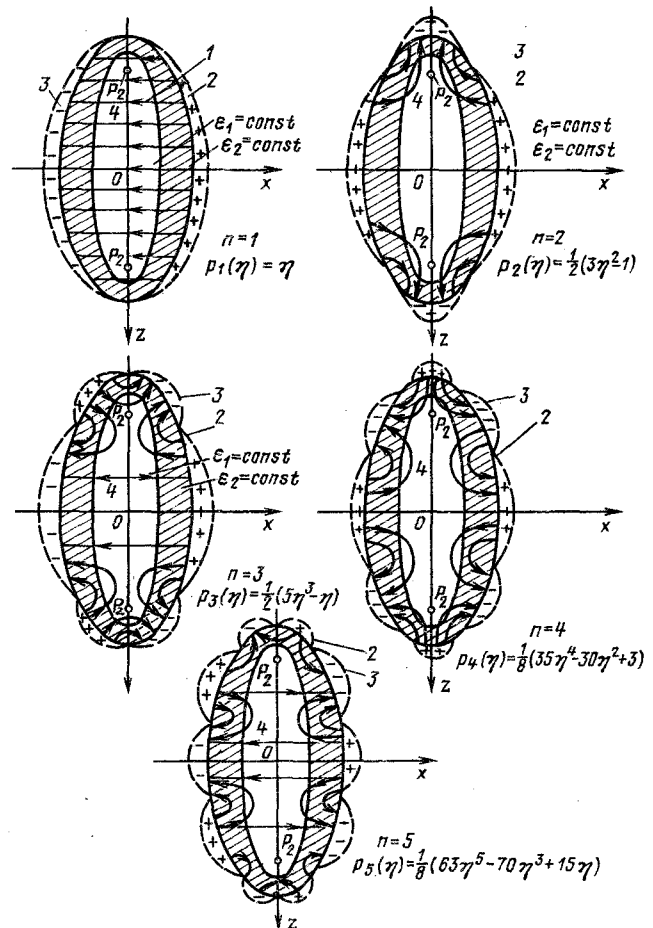
4. Изложенные выше результаты объясняются тем, что при внешнем источнике неравномерного поля ослабляется влияние внутренней поверхности, обуславливающей снижение эффективности экранирования и эффект аномального экранирования. Суть дела в том, что для внешнего равномерного поля и для первой пространственной гармоники внешнего неравномерного поля относительно большее число силовых линий поля, обусловленного смещенными зарядами на внешней поверхности, пересекает внутреннюю поверхность и вызывает появление на ней смещенных зарядов противоположного знака. Для высших пространственных гармоник и особенно для четных гармоник существенно снижается число силовых линий поля от смещенных зарядов на внешней поверхности, пересекающих внутреннюю поверхность. Это наглядно иллюстрируется рис. 8. В случае же расположения источника неравномерного поля в полости оболочки ослабляется влияние внешней поверхности.

**Оболочки произвольной формы.** Наиболее общий случай аномального экранирования связан с оболочками произвольной формы. Здесь возможны

Таблица 6

Номер гармоники $n$	$\mu_{\text{крn}}$	$K_{\text{экpn}}$					
		$\mu = 2$	$\mu = 5$	$\mu = 10$	$\mu = 50$	$\mu = 100$	$\mu = 1000$
2	0,00028	1,40323	2,61300	4,62873	20,7607	40,9247	403,210
3	1077,01	0,78294	0,65370	0,61229	0,59417	0,61061	0,96989
4	0,02701	1,03442	1,13666	1,30875	2,68381	4,40092	39,9693
5	0,00050	1,00089	1,00421	1,01010	1,05808	1,11817	2,19976

Рис. 8. Влияние пространственных гармоник внешнего неравномерного поля на характер поляризации оболочки в форме сжатого сфероида:  $n = 1 \div 5$  — номера пространственных гармоник; + и — смещенные заряды на внешней поверхности оболочки (2 — положительные заряды, 3 — отрицательные заряды); 1 — силовые линии поля, обусловленного смещенными зарядами на внешней поверхности оболочки;  $p_1(\eta)$ ,  $p_2(\eta)$ ,  $p_3(\eta)$ ,  $p_4(\eta)$ ,  $p_5(\eta)$  — функции распределения плотности смещенных зарядов на внешней поверхности оболочки



два подхода. В первом случае оболочка произвольной формы заменяется ближайшей по форме эквивалентной оболочкой, ограниченной поверхностями второго порядка. Для эквивалентной оболочки, параметры которой определяются согласно [6], производится расчет экранирования, позволяющий приближенно оценить эффективность экранирования реальной оболочки. Во втором случае потенциал поля, обусловленного поляризацией реальной оболочки, выражается в виде бесконечного ряда по основным гармоническим функциям той системы координат, у которой одна из координатных поверхностей ближе всего подходит по форме к поверхности реальной оболочки (внешней поверхности при внешнем источнике поля и внутренней поверхности при источнике поля в полости оболочки). При этом опорная (эквивалентная) оболочка также определяется согласно [6].

Каждая из пространственных гармоник поля источника обуславливает поляризацию оболочки произвольной формы, описываемую бесконечным рядом пространственных гармоник. Поэтому, как при равномерном, так и при неравномерном поле источника поле, обусловленное поляризацией этой оболочки, будет выражаться в виде бесконечного ряда пространственных гармоник, но удельный вклад каждой гармоники в общее поле поляризованной оболочки будет не таким, как для случая, представленного на рис. 7.

Математически же потенциал поля, обусловленного внешним источником неравномерного поля и поляризацией оболочки произвольной формы в поле этого источника, может быть сведен к выражению типа (34) при условии, что вместо  $B_n$  и  $A_n$  будут фигурировать  $L_n B_n$  и  $S_n A_n$ , где  $L_n$  и  $S_n$  — коэффициенты, учитывающие отклонение формы реальной оболочки от сжатого сфероида (в общем случае от оболочек, ограниченных соответственно коаксиальными, концентрическими и конфокальными поверхностями второго порядка). Величины  $L_n$  и  $S_n$  — положительные, они изменяются с изменением  $n$  и могут быть больше и меньше единицы, а при некоторых  $n$  могут быть равны нулю в зависимости от характера отклонения формы поверхностей реальной оболочки от поверхностей второго порядка. В случае внешнего однородного поля  $H_{x_0}$  потенциал поля, обусловленного источником и поляризацией оболочки произвольной формы в поле источника, для областей в полости оболочки  $\Psi^I$ , в теле оболочки  $\Psi^{II}$  и во внешней области  $\Psi^{III}$  будет описываться выражением

$$\begin{aligned} \Psi^I &= -H_{x_0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_1(\eta) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ L'_n B_n \frac{p_n(i\epsilon)}{p_n(i\epsilon_1)} p_{n(\eta)} + \right. \\ &\left. + S'_n A_n \frac{p_n(i\epsilon)}{p_n(i\epsilon_2)} p_{n(\eta)} \right]; \\ \Psi^{II} &= -H_{x_0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_1(\eta) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ L'_n B_n \frac{Q_n(i\epsilon)}{Q_n(i\epsilon_1)} p_{n(\eta)} + \right. \\ &\left. + S'_n A_n \frac{p_n(i\epsilon)}{p_n(i\epsilon_2)} p_{n(\eta)} \right]; \\ \Psi^{III} &= -H_{x_0} c_2 \frac{p_1(i\epsilon)}{i} p_1(\eta) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ L'_n B_n \frac{Q_n(i\epsilon)}{Q_n(i\epsilon_1)} p_{n(\eta)} + \right. \\ &\left. + S'_n A_n \frac{Q_n(i\epsilon)}{Q_n(i\epsilon_2)} p_{n(\eta)} \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Здесь параметры  $L'_n$  и  $S'_n$  по аналогии с коэффициентами  $L_n$  и  $S_n$  также учитывают отклонение формы реальной оболочки от сжатого сфероида. И

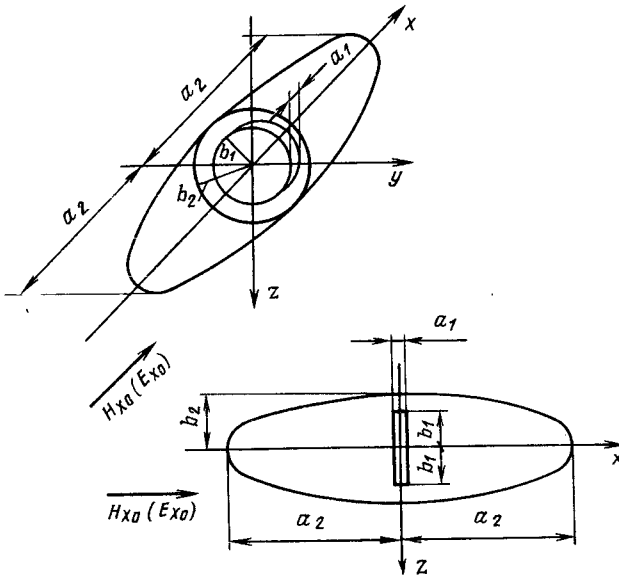


Рис. 9. Поляризуемое в продольном направлении тело с протяженным дискообразным поперечным дефектом (щель, трещина):  $2a_2$  и  $2b_2$  — максимальные продольный и поперечный размеры тела;  $2b_1$  — диаметр дефекта;  $2a_1$  — протяженность дефекта (толщина трещины, щели);  $\mu$  и  $\epsilon$  — относительная магнитная и диэлектрическая проницаемости материала тела;  $H_{x0}$  и  $E_{x0}$  — векторы напряженности внешнего равномерного магнитного и электрического полей, ориентированных вдоль наибольшего размера тела

в других системах координат выражение (38) будет иметь аналогичный вид. В общем случае  $S'_n \neq S_n$  и  $L'_n \neq L_n$ . Коэффициенты  $L_n$  и  $S_n$ ,  $L'_n$  и  $S'_n$  определяются эмпирически путем измерения поля, обусловленного поляризацией реальной оболочки (фактически определяются не сами коэффициенты, а произведения  $L_n B_n$ ,  $S_n A_n$ ,  $L'_n B_n$  и  $S'_n A_n$ ). Чем больше  $n$ , т. е. чем большее число пространственных гармоник учитывается, тем выше точность аппроксимации поля реальной оболочки.

Изложенное выше свидетельствует о возможности аномального экранирования магнитостатического и электростатического полей оболочками произвольной формы. При этом появляется большее число вариантов аномального экранирования, в том числе и в направлении наибольшего размера тела, если в поперечном направлении имеется протяженный дискообразный дефект в виде воздушного зазора (щели, трещины) или включения материала с другими значениями  $\mu$  и  $\epsilon$  (рис. 9).

Если при этом, например, у щели на рис. 9  $\frac{b_1}{a_1} > \mu$  или  $\frac{b_1}{a_1} > \epsilon$ , где  $\mu$  или  $\epsilon$  относятся к материалу

тела, то возможно усиление внешнего поля в щели, так как сопротивление на пути силовых линий через воздушный зазор будет меньше, чем сопротивление на пути силовых линий в обход воздушного зазора.

**Влияние микровключений.** До сих пор мы принимали для области в полости оболочки  $\mu = 1$  ( $\epsilon = 1$ ). При наличии включений (при заполнении полости оболочки поляризующимся материалом)  $\mu \neq 1$  ( $\epsilon \neq 1$ ). Так как аномальное экранирование наиболее эффективно для микрополостей и для формы сжатого сфероида, то необходимо рассмотреть случай микровключений для этой же формы. При внешнем равномерном поле магнитостатические потенциалы внешнего поля и поля, обусловленного поляризацией оболочки, описываются выражением (22). Но граничные условия изменяются:

$$\mu_1 \frac{\partial \Psi^I}{\partial \epsilon} = \mu_2 \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_1}; \quad \mu_2 \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial \epsilon} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon=\epsilon_2}. \quad (39)$$

Для случая электростатического поля вместо  $\mu_1$  и  $\mu_2$  следует писать  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ , где  $\mu_1$  и  $\epsilon_1$  относятся к микровключению, а  $\mu_2$  и  $\epsilon_2$  — к материалу оболочки. При  $\mu_2 > \mu_1$  и  $\epsilon_2 > \epsilon_1$  возможно усиление поля внешнего источника в области микровключений, а при  $\mu_1 > \mu_2$  и  $\epsilon_1 > \epsilon_2$  — усиление этого поля вблизи включений в материале оболочки. Расчетные данные, иллюстрирующие это для  $\epsilon_1 = 2$ ,  $\epsilon_2 = 5$ ; 10 и  $\epsilon_1 = 10$ ,  $\epsilon_2 = 2$ , приведены в табл. 7, где рассмотрен случай  $b_2/a_2 = 1,1$  и  $\Delta'_{\max}/a_2 = 0,9999$ .

**Случай переменного во времени электромагнитного поля.** Если выполняется условие квазистационарности, то расчет экранирования магнитного и электрического полей сводится к рассмотренному выше. Вихревые токи в теле проводящей оболочки, обусловленные переменным во времени магнитным полем, согласно принципу электромагнитной инерции имеют такое направление, что создаваемое ими магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, пронизывающего оболочку.

Таблица 7

$\epsilon_1$ ( $\mu_1$ )	$\epsilon_2$ ( $\mu_2$ )	Экранирование в области микровключений $K_{\text{экр}}$	Усиление поля в области микровключений $\frac{1}{K_{\text{экр}}}$	Усиление поля в основном материале за счет микровключений	Усиление внешнего поля в основном материале вблизи микровключения
2	10	0,847532	1,179897	—	—
2	5	0,975492	1,025124	—	—
10	2	2,789577	0,356477	2,435985	1,792387

**Выводы.** В общем виде решена задача об аномальном экранировании магнитостатического и электростатического полей, дано математическое обоснование и физическое толкование эффекта аномального экранирования. Материалы статьи позволяют рассчитывать экраны, не обладающие сферической симметрией, и указывают на необходимость ужесточения требований к качеству электроизоляционных материалов, ибо наличие микротрещин и микровключений может привести к значительному усилению напряженности электрического поля в полости микротрещин или в районе микровключений и, как следствие этого, к пробое изоляции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ронинсон А. Д. Общее решение магнитостатической и электростатической задач для эллиптического цилиндра.— Сб. тр. Таллинского технич. ун-та, 1990, № 707.
2. Куренев С. И., Волков М. Г. Экранирование внешнего

однородного статического поля полым эллиптическим цилиндром.— Изв. вузов. Электромеханика, 1960, № 8.

3. Куренев С. И., Волков М. Г. Экранирование внешнего поля полым сплюснутым эллипсоидом.— Изв. вузов. Электромеханика, 1963, № 9.

4. Иванов В. В. Особенности магнитного экранирования сфероидальными оболочками.— Изв. вузов. Электромеханика, 1968, № 6.

5. Ронинсон А. Д. Некоторые особенности решения краевых задач магнитостатики.— ЖТФ, 1968, т. 38, № 3.

6. Ронинсон А. Д. Общее решение магнитостатических и электростатических задач для поляризованных оболочек.— Электричество, 1990, № 1.

7. Бушманов В. Н., Хромов Ю. А. Физика твердого тела.— М.: Высшая школа, 1971.

8. Ронинсон А. Д. Решение краевых задач для поляризованных оболочек при наличии в их полости поляризованных тел.— Теоретическая электротехника, 1989, вып. 46.

9. Аполлонский С. М. Справочник по расчету электромагнитных экранов.— Л.: Энергоатомиздат, 1988.

[26.03.91]

*Статья известного швейцарского специалиста проф. Г. Найдхоффера является сокращенным переводом его доклада на международных конференциях, посвященных 100-летию синхронной машины (Цюрих, август 1991 г.) и 100-летию изобретений М. О. Доливо-Добровольского (С.-Петербург, ноябрь 1991 г.)*

*Редакция считает, что статья будет интересна читателям "Электричества".*

## Эволюция синхронной машины

(К 100-летию электропередачи трехфазного переменного тока)

Д-р, инж., проф. НАЙДХОФФЕР Г.

(Швейцария, АББ)

Синхронная машина в течение многих лет является основным устройством, обеспечивающим преобразование механической энергии в электрическую, но не менее важным является ее использование в системах привода.

Начало создания синхронной машины и первые этапы ее развития относятся к предыдущему столетию, отмеченному вдохновением, смелостью и дальновидностью многих ученых и инженеров в различных странах мира. Значительный вклад был внесен Швейцарией при создании синхронного генератора для гидростанции Лауффен на р. Некар в Германии. Этот генератор еще сто лет тому назад обеспечивал передачу трехфазного переменного тока на дальнее расстояние — от гидростанции Лауффен к Франкфурту-на-Майне.

**Начало создания синхронной машины.** К моменту проведения Международной электротехнической выставки во Франкфурте в 1891 г. синхронная машина находилась все еще в "детском" возрасте. Основным преимуществом пользовалась другая машина — "электродинамо", успешно работавшая в качестве генератора постоянного тока или двигателя. Будущее, однако, принадлежало технологии переменного тока, использование которого сделало возможным с помощью трансформаторов преобразование одних значений токов и напряжений в другие. Это открыло путь к оптимальной передаче электрической энергии на дальние расстояния и сделало независимым напряжение электропередачи от номинального напряжения генераторов, двигателей и других потребителей.

Начало создания синхронной машины относится к 80-м годам XIX в., когда за относительно короткий промежуток времени была предложена большая номенклатура базовых структур и разработаны соответствующие модели и промышленные образцы. Сначала была создана конструкция машины с неподвижными полюсами, охватывающими вращающийся кольцевой якорь (конструкция с внешними полюсами). На якоре размещались одна или две пары катушек (одно- или двухфазные машины), концы которых подсоединялись к контактным кольцам. Важным этапом было создание "динамо с вращающимся током", берущим начало от машины постоянного тока с якорем Томсона с тремя катушками и общей внутренней нейтралью. В этой машине вместо трехсегментного коллектора использовались три контактных кольца. Обратная структура с полюсами, расположенными внутри якоря, вращающимся полем и неподвижным якорем была признана как возможная и также разрабатывалась. В роторах использовались различные конструкции полюсов и катушек возбуждения, при этом статор был кольцевого типа с одно- или многофазной обмоткой.

Параллельно с совершенствованием конструкции машин решались проблемы обмотки якоря. Было осознано, что оптимальное решение следует искать в системе "вращающегося тока", образуемой при комбинации использования трехфазной обмотки и токов, сдвинутых по фазе. Обмотки были выполнены с числом катушек, кратным шести, фазы соединены в "звезду", а внешние соединения — в виде трех проводов линии передачи.

Развитие и становление синхронных машин связано с деятельностью выдающихся инженеров: Н. Тесла, Г. Феррариса, Ч. Брэдли, М. О. Доливо-Добровольского, Ф. А. Гаселвандера, которые разработали концепцию многофазных машин переменного тока. Кроме того, Доливо-Добровольским была осуществлена идея "вращающегося тока", обеспечивающая значительные преимущества для передачи энергии. Впоследствии на основе этой идеи он смог построить первый асинхронный двигатель. Гаселвандер в 1887 г. построил первую синхронную машину с "вращающимся током" мощностью около 2,8 кВт. Машина имела неподвижный якорь кольцевого типа с трехфазной обмоткой и вращающийся четырехполюсный с явно выраженными полюсами индуктор, расположенный внутри якоря (рис. 1), который обеспечивал вращающееся магнитное поле.

Генератор Гаселвандера с "вращающимся током" был прототипом трехфазного явнополюсного синхронного генератора (его можно увидеть в немецком музее в Мюнхене). Гаселвандер разработал концепцию электропередачи между двумя непосредственно соединенными трехфазными синхронными машинами. Эта передача впервые была продемонстрирована в 1888 г. Имя инженера Ионаса Венстрема также заслуживает внимания. В 1890 г. он запатентовал систему распределения электрической энергии на основе трех переменных токов, включая трехфазный синхронный генератор, и построил прототип — синхронную машину мощностью 10 кВ·А, частотой вращения 720 об/мин с 10 внешними полюсами.

**Трехфазная синхронная машина в 1891 г.** Синхронная машина с "вращающимся током" выдержала в 1891 г. первое большое испытание: на выставке во Франкфурте был поставлен экспери-

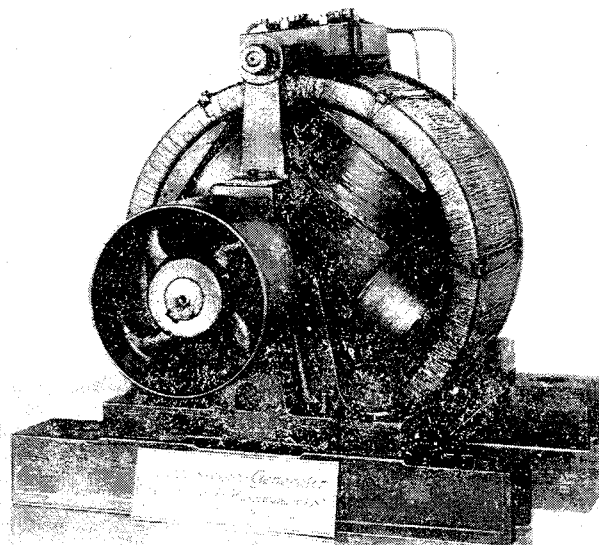


Рис. 1. Первая синхронная машина с "вращающимся током", построенная Ф. А. Гаселвандером в 1887 г. (немецкий музей, Мюнхен)

мент по передаче мощности 300 л. с. с помощью трехфазной линии от гидростанции Лауффен на р. Некар, расположенной на расстоянии 175 км от Франкфурта. Это событие привлекло внимание всего мира и было принято с восхищением.

На старой фотографии из архива (рис. 2) показан генератор и стационарный щит; установленные на ГЭС Лауффен, принадлежащей цементным заводам в Лауффене. Сейчас генератор находится в музее в Мюнхене. Мощность генератора составляла 210 кВт, частота вращения 150 об/мин, линейное напряжение 95 В, фазный ток 1400 А, частота тока 40 гц. Машина имела горизонтальное исполнение, на роторе размещено 32 полюса. Диаметр ротора составил 1752 мм, активная длина 380 мм, обмотка ротора — кольцевого типа. Ток возбуждения подавался через две пары роликов с помощью "бесконечных" кабельных петель. Источником возбуждения была машина постоянного тока типа Манчестер, которая приводилась во вращение от небольшой гидротурбины.

На статоре генератора было размещено 96 закрытых пазов круглого сечения (называемых "отверстиями"), в каждом из которых размещались медные стержни диаметром 29 мм (в то время явление вытеснения тока в стержнях, расположенных в пазу, было неизвестным!). Трехфазная обмотка статора имела только один стержень на полюс и фазу, полюса ротора были несколько скошены, что улучшало форму кривой напряжения. В пазу стержни были изолированы асбестом толщиной 2 мм, в лобовых частях из-за низкого напряжения изоляция не накладывалась. Генератор имел высокий КПД, достигавший почти 96 %.

По мнению экспертов того времени, конструкция машины была "изобретательной, но простой". Создателем машины был Чарльз Е. Браун. Было бы ошибкой считать, что в 1891 г. конструкция синхронной машины была окончательно установленной. Конструкция индуктора, принятая в гидрогенераторе ГЭС Лауффен, была в последующем заменена на явнополюсную. В дополнение к индукторам этого типа в течение длительного време-

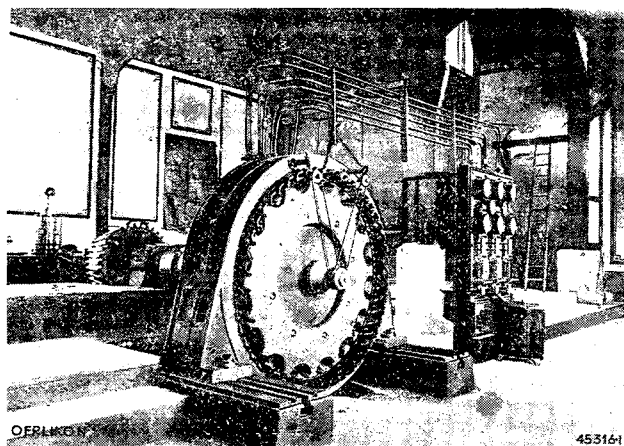


Рис. 2. Синхронный генератор 210 кВт, 150 об/мин, 40 Гц и станционный щит на ГЭС Лауффен на р. Некар в 1891 г.

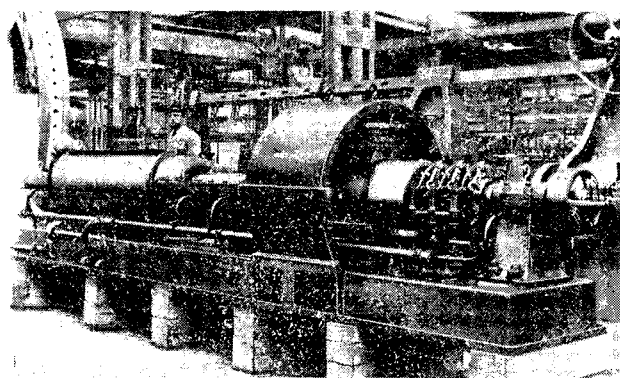


Рис. 3. Турбоагрегат 250 кВт, 3000 об/мин с двухполюсным генератором (тип с внешними полюсами), 1901 г.

ни строились машины с внешними полюсами и вращающимся якорем. В частности, такой тип машины был использован в высокоскоростных двухполюсных машинах первого поколения, однако их мощность была ограниченной (рис. 3). К категории машин с вращающимся якорем относятся также специальные двухфазные генераторы 1890-х годов, которые состояли из двух однофазных генераторов, смонтированных на общем валу, с обмотками якоря, сдвинутыми на  $90^\circ$ . Следует также отметить, что соревнование между переменным током и "вращающимся током" продолжалось. Некоторые специалисты того времени считали, что система "вращающегося тока" является промежуточной системой в развитии системы переменного тока, пока не решена проблема надежного пуска однофазных двигателей. Эти примеры являются иллюстрацией разделения мнений и соревнования конструкций, которыми сопровождалась эволюция синхронной машины.

**Этапы развития синхронной машины до настоящего времени.** Несмотря на различие мнений специалистов, выставка 1891 г. во Франкфурте, ставшая большим событием для электротехники, дала толчок развитию техники переменного тока и системы "вращающегося тока" в эволюции синхронной машины. В Северной Америке вскоре после Франкфуртской выставки было решено применить переменный ток вместо постоянного для передачи энергии от Ниагарского водопада в Канаде до Буффало в США и построить Ниагарскую станцию как станцию переменного тока. В Швеции первая передача мощностью 344 кВт·А, основанная на использовании трехфазного переменного тока и введенная в эксплуатацию в 1893 г., передавалась на расстояние 13 км от Геллсёна до Грангесберга.

**Гидрогенераторы.** Важнейшим условием при создании синхронных машин являлось их использование в качестве гидрогенераторов. Генератор, приводимый во вращение через ременную передачу или мультипликатор, был вскоре заменен машиной, которая соединялась с валом гидротурбины непосредственно. С этой целью инженеры разработали различные конструкции, базировавшиеся на применении общего горизонтального или вертикального валов. Примером такого исполнения является гидрогенератор зонтичного типа, построенный в 1890-х годах, в котором ротор генера-

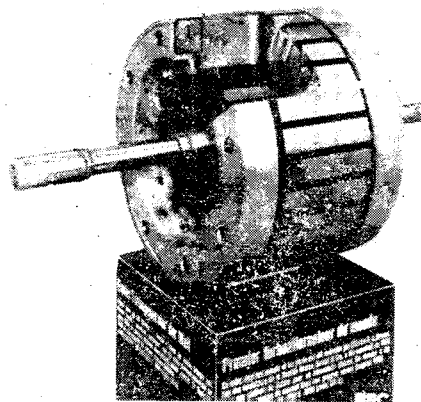


Рис. 4. Первый турботор в мире 100 кВт·А, шестиполюсный, построенный Ч. Брауном в 1898 г.

тора помещался над подпятником. В дальнейшем подобное исполнение для низкоскоростных гидрогенераторов стало традиционным. В течение длительного времени роторы выполнялись литыми, состояли из втулки, спиц и явно выраженных полюсов, статоры были массивными.

**Турбогенераторы.** С появлением мощных паровых турбин в конце прошлого века потребовались высокоскоростные генераторы. Первое поколение таких машин имело неподвижную магнитную систему и вращающийся якорь (рис. 3). Однако трудность заключалась в генерировании и передаче мощности от вращающегося якоря, и для машин большей мощности была принята обратная конструктивная схема. Явнополюсные роторы не выдерживали больших центробежных усилий. Чарльз Е. Браун изобрел цилиндрический ротор, в котором катушки обмотки возбуждения помещались в пазы, распределенные по окружности ротора. В 1898 г. им был построен цилиндрический шихтованный ротор (рис. 4), а в 1901 г. — первый цилиндрический массивный ротор (рис. 5), последняя конструкция которого стала основной не только для турбогенераторов, но и для высокоскоростных синхронных двигателей. Уже тогда Ч. Браун использовал высокопрочный немагнитный сплав для бандажных колец ротора.

Таким образом, в начале XX в. два основных

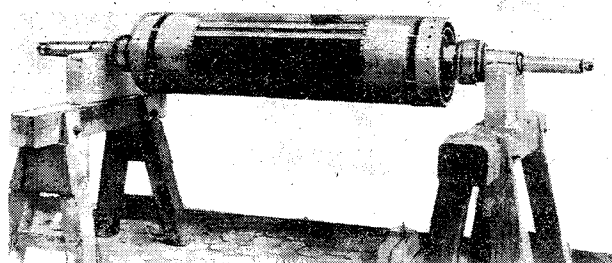


Рис. 5. Первый в мире двухполюсный турборотор частотой вращения 3900 об/мин, изобретенный и построенный Ч. Брауном в 1901 г. (см. турбоагрегат на рис. 8)

исполнения синхронных машин были созданы. Поэтому основным вопросом для дальнейшего развития стало совершенствование конструкции машин в целом и их элементов.

**Снижение потерь.** Значительные усилия были предприняты для снижения потерь, зависящих от тока. Интересно отметить, что скин-эффект в массивных проводниках в пазу был выявлен только в начале этого столетия. Существенный вклад был внесен двумя физиками — Фильдом и Эмде, опубликовавшими свои основополагающие работы в 1905 и 1908 гг. Затем в 1912 г. Л. Ребел сделал пионерское изобретение транспозиции элементарных проводников (рис. 6), без которого создание крупных машин переменного тока было бы невозможным. В дополнение к этому были предприняты меры по снижению влияния сильных магнитных полей в концевой зоне, что привело в 1950—1960 гг. к созданию специальных схем транспозиции (В. Л. Рингляндом, Д. М. Виллиянтом и др.) для пазовой и (Д. Даррье и др.) для лобовой частей обмотки. Д. Даррье более известен как создатель ветротурбин, названных его именем, но кроме того, он изобрел шихтованное нажимное кольцо, используемое в сердечниках статоров крупных турбогенераторов. Шихтованные нажимные кольца существенно снижают потери в торце-

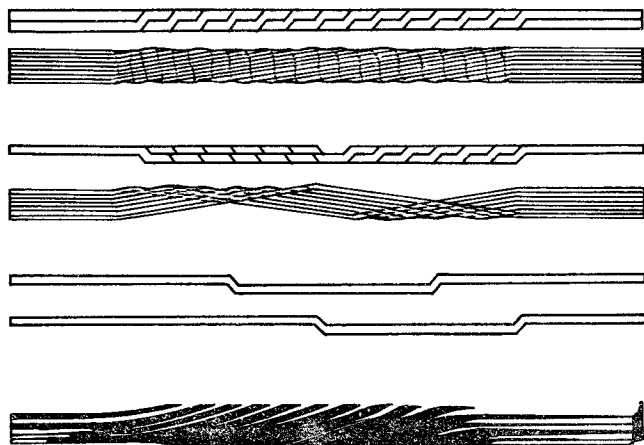


Рис. 6. Транспозиция проводников переменного тока, изобретенная Л. Ребелем в 1912 г.

вой зоне, что обеспечивает создание машин с большими электромагнитными нагрузками. В результате подобных мер, в сочетании со многими другими, удалось существенно повысить КПД синхронных машин с 87 почти до 99 %.

**Эффективные системы охлаждения.** Совершенствование систем охлаждения играет существенную роль в повышении использования активного объема и увеличении единичной мощности. При традиционном воздушном охлаждении быстро была достигнута предельная мощность высокоскоростных турбогенераторов. Максом Шулером в 1916 г. была предложена идея применения водорода для охлаждения электрических машин, на которую он получил патент США в 1923 г. Мы должны быть благодарны американским инженерам и компаниям, создавшим первые электрические машины с водородным охлаждением, начав в 1928 г. с синхронного компенсатора. В 1936 г. они ввели в эксплуатацию первый турбогенератор с водородным охлаждением частотой вращения 3600 об/мин. В Европе водородное охлаждение начало внедряться после 1945 г. Вскоре здесь был осуществлен прорыв в области систем охлаждения — введено непосредственное водородное охлаждение проводников сначала обмотки ротора, а затем и статора. За непосредственным водородным охлаждением последовало непосредственное масляное охлаждение и почти сразу же — непосредственное водяное охлаждение. В середине 1960-х годов непосредственное водяное охлаждение было успешно использовано и в мощных гидрогенераторах. Здесь необходимо назвать имя Е. Видеманна, внесшего большой вклад в совершенствование систем охлаждения. Ограниченность объема статьи не позволяет отметить вклад многих инженеров и компаний, которые существенно усовершенствовали систему охлаждения синхронных машин.

**Высоковольтная изоляция.** Современные системы изоляции, основанные на использовании стеклотекстолитовых лент и синтетических пропитывающих смол, были созданы в 1950—1960 гг. и явились важным этапом развития синхронных машин. Естественно, новые системы изоляции обеспечивали существенную выгоду для всех типов высоковольтных электрических машин. Мощные синхронные машины сейчас выполняются на напряжения 6—27 кВ, причем обеспечивается высокая надежность их работы.

**Специальные материалы и конструкция.** В связи с высоким уровнем электрического и механического использования активного объема в синхронных машинах традиционно применяются материалы наивысшего качества и наиболее эффективные конструктивные решения. К такого рода материалам относятся:

- листы сердечника статора из стали с низкими потерями;

- листы из высокопрочной стали для обода ротора, щек полюсов и сварных узлов гидрогенераторов (корпус статора, спицы ротора);

- поковки роторов турбогенераторов из специальных сталей;

- немагнитные стали (в последнее время коррозионностойкие) для бандажных колец роторов турбогенераторов;

- стеклотекстолиты для частей, подвергающихся действию сильных переменных магнитных полей.

В качестве иллюстрации развития конструкции на рис. 7 показан корпус современного гидрогене-



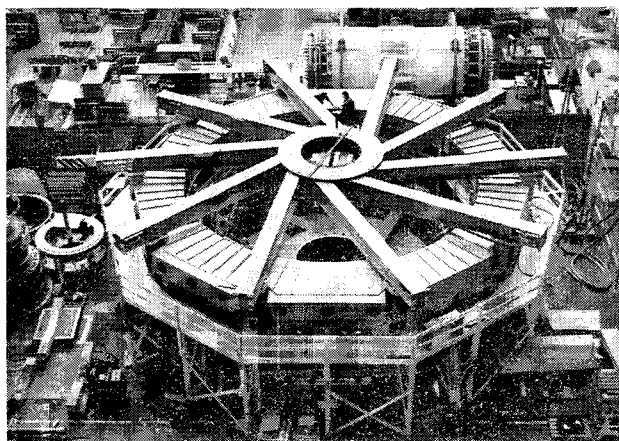


Рис. 7. Корпус статора и опоры подшипника современного гидрогенератора 315 МВ·А, 150 об/мин, 50 Гц

ратора, включая опоры подшипника, которые выполнены скошенными; на рис. 8 — ротор турбогенератора в сборе, выполненный из цельнойковки, его размеры являются типичными для современных генераторов большой мощности.

**Системы возбуждения.** Прогресс в системах возбуждения непосредственно связан с синхронными машинами. Благодаря революции в силовой электронике возбудители постоянного тока были постепенно, начиная с 1960-х годов, заменены на источники переменного тока, питающие системы выпрямителей. В настоящее время используются системы возбуждения с вращающимися или статическими возбудителями со скользящими контактами или бесщеточные. Могут быть обеспечены любая мощность возбуждения, максимальный ток возбуждения 8000 А или более, напряжение возбуждения, составляющее почти 1000 В, эффективное регулирование и контроль.

**Единичная мощность.** Упомянутые выше усовершенствования, а также многие другие привели к непредсказуемому повышению статуса синхронной машины. Это видно из роста единичной мощности. Если сравнивать гидрогенератор ГЭС Лауффен мощностью 210 кВт с современным гидрогенератором для ГЭС Итайпу мощностью 824000 кВт (рис. 9), то единичная мощность за 100 лет увеличилась почти в 4000 раз. Рост единичной мощности турбогенераторов еще более драматичен — их мощность достигла 1700 МВ·А. Один из самых крупных двухполюсных турбогенераторов мощностью 1047 МВт, 1232 МВ·А показан на рис. 10. Мощность крупных синхронных генераторов в течение длительного времени выражалась в мега- и даже гигаветчинах. Такая тенденция, которую можно назвать гигантоманией, в настоящее время не имеет места, так как заказы в основном приходятся на машины средней и меньшей мощности. Потребовалось изменить направление разработок, что, в частности, привело к успешному расширению предела мощности турбогенераторов с полностью воздушным охлаждением до 200 МВ·А.

**Номинальные частоты тока.** Рассматривая развитие устройств переменного тока, особенно синхронных машин, необходимо иметь в виду вопрос о номинальной частоте тока. Вначале единообразия в номинальных частотах тока не наблюдалось, так как было трудно предвидеть, что все станции, как большие, так и малые, будут в один

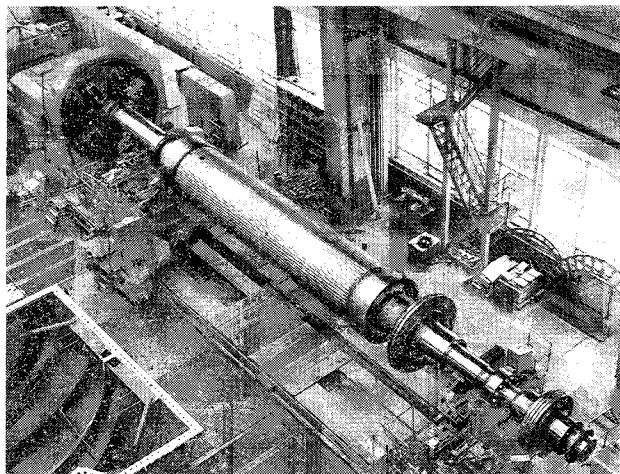


Рис. 8. Ротор современного турбогенератора большой мощности 1500 МВ·А, 1800 об/мин, 60 Гц

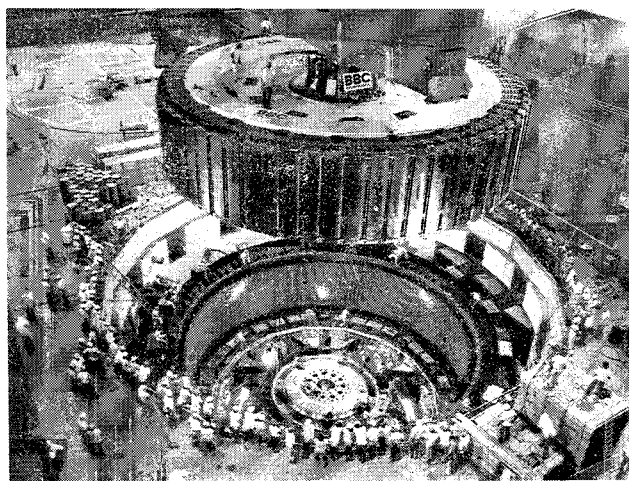


Рис. 9. Один из гидрогенераторов ГЭС Итайпу (Бразилия — Парагвай) 824 МВ·А, 90,9 об/мин, 60 Гц

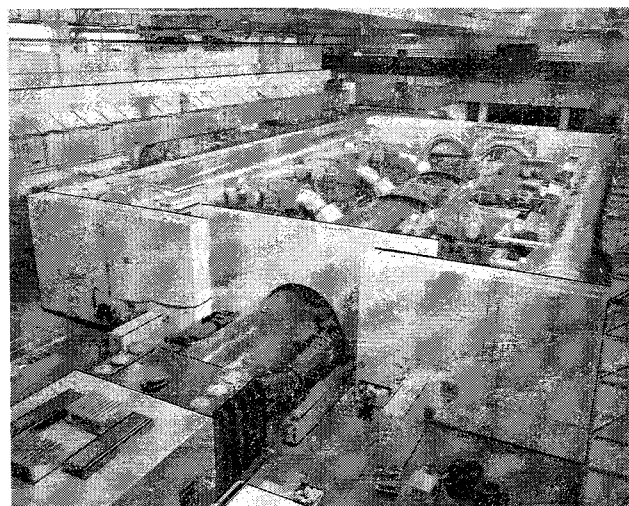


Рис. 10. Турбоблок АЭС Лейбштадт (Швейцария), 1230 МВ·А, 3000 об/мин, 50 Гц



прекрасный день работать вместе. Поэтому можно найти машины частотой 25–60 Гц. Следует отметить частоту 42 Гц (строго говоря, 41,7 Гц) — она соответствует "5000 изменений поля в минуту". Свободный выбор значения номинальной частоты для существующих типов машин обеспечивает наилучшее соотношение между номинальной мощностью и частотой вращения. Последующее объединение отдельных станций в энергосистему предоставило возможность для модернизации и замены многих старых типов машин на новые конструкции. Однако и в настоящее время имеются станции, работающие на частотах, отличающихся от 50 или 60 Гц, и снабжающие энергией обособленные районы. Эти станции могут быть присоединены к национальной системе через преобразователи частоты. Наиболее известным является пример гидростанции на Ниагарском водопаде, которая в течение многих десятилетий работала на частоте 25 Гц, сейчас постепенно генераторы этой станции заменяются на машины с частотой 60 Гц. Последние из гидрогенераторов частотой 25 Гц снабжают местных потребителей, при этом для соединения с сетью 60 Гц используются вращающиеся преобразователи частоты.

**Работа на преобразователь частоты.** В последнее время частота тока синхронных машин для некоторых применений опять может выбираться свободно, что связано с использованием преобразователей частоты. Выбор частоты становится квазиограниченным и, что более существенно, частота может изменяться. В результате синхронная машина может работать при экстраординарных частотах вращения или с переменной скоростью. Таким образом, комбинация машин с силовым преобразователем частоты представляет собой очередной этап развития синхронной машины, которая теперь может быть выполнена оптимальной как в качестве генератора, так и двигателя. Так, возможно использование синхронных генераторов в ветростанциях и ГЭС с переменным напором, а также двигателей в системах регулируемого электропривода.

**Основные направления исследований.** Эволюция синхронной машины — это результат непрерывного процесса максимизации и оптимизма. Синхронные машины стали практически идеальными преобразователями энергии и характеризуются, по сравнению с другими типами электрических машин, высоким техническим и экономическим уровнем качества. Это было достигнуто за счет постоянного совершенствования машин, введения больших инноваций при производстве, испытаниях и эксплуатации.

Текущие исследования также охватывают широкий круг проблем. Одни исследования направлены на совершенствование новых машин с особым упором на удешевление продукции и повышение качества и надежности; другие — на решение проблем эксплуатации существующих машин с тем, чтобы обеспечить безаварийную работу и увеличить срок службы, что достигается за счет систем диагностики и капитальных ремонтов. С этим тесно связана модернизация, обновление и повышение мощности старых машин, замена некоторых узлов и элементов с использованием более поздних технологий. Такой подход, как правило, более выгоден, учитывая высокую стоимость оборудования и процессов.

Большое внимание уделяется также разработке совершенно новых концепций машин. Прежде

всего это относится к использованию сверхпроводников, в частности для обмоток роторов. Первые модельные машины были испытаны в течение 1920-х годов, и с тех пор многие лаборатории в мире работают над созданием машин большей мощности и над отработкой наиболее существенных элементов. Новые "высокотемпературные" сверхпроводники и, возможно, проводники, работающие на переменном токе, дадут толчок к разработке новых проектов.

Электронные преобразователи частоты расширяют область применения синхронных машин. Выше уже говорилось об использовании систем "синхронная машина — преобразователь частоты" в регулируемом приводе и для генерирования энергии. Открываются также новые возможности для создания источников импульсной энергии большой мощности.

Эволюция синхронной машины сопровождалась развитием ее теории. В настоящее время развитие теории связано с разработкой методов расчета на ЭВМ для получения оптимальных решений по конструкции и технологии изготовления, создания систем защиты, контроля, управления и диагностики.

#### Список основной литературы по эволюции синхронной машины.

1. Huber F. Haselwanders Drehstrom (Erfindung des Drehstrom-generators im Jahre 1887). Franz Huber Druckerei und Verlag GmbH, Offenburg, 1987.
2. Brown Ch. E. Reasons for the use of three-phase current in the Lauffen — Frankfurt transmission. — Electrical World, 1891, Vol. 18, p. 346.
3. Müller K. E. 50 Jahre Drehstrom-Kraftübertragung. — Bulletin Oerlikon, 1941, Bd 231, S. 1437–1443; 1941, Bd 232, S. 1445–1452.
4. Schnetzler K. 50 Jahre Wechselstrom-Kraftübertragung — 50 Jahre Brown Boveri. — BBC-Nachrichten, 1941, Bd 28, S. 59–65.
5. Caspari E., Wiedemann E. Die Entwicklung der Wasserkraftgeneratoren im Zusammenhang mit der Gestaltung der Kraftwerke. — Elektrotechnik und Maschinenbau, 1942, Bd 60, H. 3/4, S. 33–41.
6. Hillebrand F. Zur Geschichte des Drehstromes. — Elektrotechnische Zeitschrift, ETZ-A, 1959, Bd 80, H. 13, S. 409–421; 1959, Bd 80, H. 14, S. 453–461.
7. Boveri W. 75 Jahre Wechselstrom-Kraftübertragung Lauffen/Neckar — Frankfurt/main/ — BBC-Nachrichten, 1966, Bd 48, H. 9/10, S. 523–525.
8. Happoldt H., Merz K. Die Entwicklung der Generatoren seit der Energieübertragung Lauffen — Frankfurt. — BBC-Nachrichten, 1966, Bd 48, H. 9/10, S. 526–534.
9. Leukert W. 100 Jahre dynamoelektrisches Prinzip — 100 Jahre Elektromaschinenbau. — Elektrotechnische Zeitschrift, ETZ-A, 1966, Bd 87, H. 24, S. 841–847.
10. Wiedemann E. Internationale Entwicklung von Grossturbo-generatoren. — Elektrizitätswirtschaft, 1968, Bd 67, H. 10, S. 249–255.
11. Abegg K., Rauhut P. Large Electrical Machines. Past,

Present and Future. — Bulletin Swiss Electrotechnical Institution, 1971, Vol. 62, N 18, p. 865–874.

12. Ruelle G. La construction des alternateurs entre les dix dernières et les dix prochaines années. — Revue Générale d'Electricité, 1973, T. 82, N 6, p. 382–387.

13. Vickers V. J. Recent trends in turbogenerators. — Proc. IEE, 1974, Vol. 121, N 11, p. 1273–1306.

14. Rosenberg L. T. Evolution of the turbogenerator. — IEEE / ASME Power-Generation Technical Conference, 1974, Sept., Conference Paper C74 517–9, 10 p.

## Приближенный метод определения параметров электрических генераторов с нелинейной вольт-амперной характеристикой

ДУБОВСКИЙ В. В., канд. техн. наук, ДУБОВСКАЯ И. Г., инж

Типичный стандартный подход к определению параметров электрических источников постоянного тока с нелинейной ВАХ изложен в [Л]\*: в окрестности заданной рабочей точки ВАХ линеаризуется, внутреннее сопротивление эквивалентного линейного генератора определяется по углу наклона касательной (секущей) к ВАХ:

$$R_{\text{вн.экв}}(I) = - \frac{dU(I)}{dI}, \quad (1)$$

а его ЭДС находится с помощью тех же графических построений как точка пересечения касательной (секущей) с осью напряжений.

Некорректность такого подхода в случае нелинейного источника, ЭДС  $E(I)$  и внутреннее сопротивление  $R_{\text{вн}}(I)$  которого зависят от тока нагрузки, легко показать, проанализировав уравнение электрического равновесия, описывающее ВАХ источника:

$$U(I) = E(I) - IR_{\text{вн}}(I). \quad (2)$$

Из (2) получаем:

$$\frac{dU(I)}{dI} = \frac{dE(I)}{dI} - R_{\text{вн}}(I) - I \frac{dR_{\text{вн}}(I)}{dI}. \quad (3)$$

Сравнивая (1) и (3), заключаем, что  $R_{\text{вн.экв}}(I)$  совпадает с  $R_{\text{вн}}(I)$  только в случае линейного источника, когда и э. д. с., и внутреннее сопротивление не зависят от тока. Применение рекомендаций к источникам с нелинейной ВАХ [Л] влечет априорную методическую ошибку в определении параметров источника, значение которой в пределах указанных рекомендаций не поддается оценке.

В то же время в ряде прикладных задач (диагностика состояния электрических генераторов, оптимизация режимов работы электро-химических генераторов и т. п.) необходимо оценивать как действительные значения параметров генераторов, так и степень их зависимости от тока нагрузки.

В статье предлагается математическая модель, позволяющая в первом (линейном) приближении учитывать зависимость от тока нагрузки параметров электрического генератора постоянного тока с нелинейной ВАХ, описывается способ их определения и даются рекомендации по оценке погрешностей расчета.

Математическую модель некоторого рассматриваемого участка нелинейной ВАХ источника сформируем исходя из условия, что в уравнении (3) сохраняются постоянными значения производных

$\frac{dE(I)}{dI} = e$ ,  $\frac{dR_{\text{вн}}(I)}{dI} = r$ , тогда в пределах выделенного участка формула (3) примет вид

$$\frac{dU(I)}{dI} = e - R_{\text{вн}}(I) - Ir, \quad (4)$$

отсюда

$$\frac{d^2U(I)}{dI^2} - 2r = \text{const.} \quad (5)$$

Таким образом, принятая математическая модель по существу означает, что на участке, прилегающем к заданной рабочей точке  $(U_0, I_0)$ , ВАХ в приращениях описывается степенным рядом Тейлора второго порядка:

$$U(i) = U_0 + U'_0 i + \frac{(-2r_0)}{2} i^2 = U_0 + U'_0 i - r_0 i^2, \quad (6)$$

где  $i = I - I_0$ ;  $U'_0 = \frac{dU(I)}{dI} \big|_{I=I_0}$ ;  $r_0 = \frac{d^2U(I)}{dI^2} \big|_{I=I_0}$ .

В полных величинах (6) перепишется:

$$U(I - I_0) = U_0 + U'_0 (I - I_0) - r_0 (I - I_0)^2. \quad (7)$$

\* [Л] — Лидоренко Н. С., Мучник Г. Ф. Электрохимические генераторы. — М.: Энергоиздат, 1982.

По традиционному определению (заимствованному опять же из теории линейного генератора) ЭДС источника равна его выходному напряжению при токе нагрузки, равном нулю. Тогда, экстраполируя формулу (7) на все значения переменной  $I$ , для ЭДС нелинейного источника в точке  $(U_0, I_0)$  получаем:

$$E_0 = U_0 + U'_0 I_0 - r_0 I_0^2. \quad (8)$$

Коэффициенты  $U'_0$  и  $r_0$  могут быть найдены решением системы уравнений, составленной на основании (6) для узлов интерполяции  $(U_k, i_k, k = \overline{1, 2})$ , взятых в пределах рассматриваемого участка:

$$\left. \begin{aligned} U'_0 i_{10} - r_0 i_{10}^2 &= U_{10}; \\ U'_0 i_{20} - r_0 i_{20}^2 &= U_{20}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $i_{k0} = I_k - I_0$ ;  $U_{k0} = U_k - U_0$ .

Отсюда

$$U'_0 = \frac{\begin{vmatrix} U_{10} & -i_{10}^2 \\ U_{20} & -i_{20}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} i_{10} & -i_{10}^2 \\ i_{20} & -i_{20}^2 \end{vmatrix}}; \quad r_0 = \frac{\begin{vmatrix} i_{10} & U_{10} \\ i_{20} & U_{20} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} i_{10} & -i_{10}^2 \\ i_{20} & -i_{20}^2 \end{vmatrix}}. \quad (10)$$

Конкретизируем основные определения и понятия, беря по-прежнему за основу уравнение (2), отнесенное к точке  $(U_0, I_0)$  ВАХ нелинейного источника. В этом уравнении параметру  $R_{\text{вн}}(I_0)$  придается физический смысл меры активного сопротивления, на котором создается падение напряжения, соответствующее току нагрузки  $I_0$ . Параметр  $E(I_0)$  физически равен сумме выходного напряжения генератора  $U(I_0)$  и падения напряжения на активном сопротивлении  $R_{\text{вн}}(I_0)$ . Очевидно, он отличается от формального параметра  $E_0$ , определяемого уравнением (8). Связь между ними в пределах выбранной математической модели имеет вид

$$E(I_0) = E_0 + e I_0. \quad (11)$$

Соответственно уравнение (2) запишется в виде

$$U_0 = E_0 - (R_{\text{вн}}(I_0) - e) I_0. \quad (12)$$

Отсюда можно сделать следующие заключения.

С точки зрения влияния на ВАХ нелинейного генератора параметры  $e$  и  $R_{\text{вн}}(I_0)$  идентичны и отражают линейную составляющую изменения выходного напряжения в зависимости от тока нагрузки.

В пределах исследования ВАХ нелинейного генератора невозможно разделить параметры  $e$  и  $R_{\text{вн}}(I_0)$ , поэтому понятие внутреннего сопротивления нелинейного генератора целесообразно расширить, включив в него наряду с активной составляющей, определяющей собственно падение напряжения, параметр  $e$ , характеризующий линейное

изменение ЭДС от тока нагрузки, т. е. для внутреннего сопротивления в точке  $(U_0, I_0)$  принять определение:

$$R_0 = R_{\text{вн}}(I_0) - e; \quad (13)$$

его численное значение

$$R_0 = -U'_0 - I_0 r_0. \quad (14)$$

Для участка ВАХ, с достаточной степенью точности описываемого уравнением (6), ЭДС нелинейного генератора следует считать величиной постоянной, равной правой части уравнения (8).

Изложенный способ определения параметров нелинейного источника постоянного тока в заданной рабочей точке  $(U_0, I_0)$  основан на аппроксимации ВАХ квадратичным полиномом на интервале  $[I_0, I_2]$ . Коэффициенты полинома определяются по узлам интерполяции  $(U_k, i_k, k = \overline{0, 2})$ . Погрешность полученных расчетных формул связана с точностью использованной аппроксимации ВАХ и может быть приближенно оценена следующим образом.

Как уже указывалось, исходное выражение (6) является разложением ВАХ источника в ряд Тейлора с ограниченным числом членов в окрестности заданной рабочей точки. Влияние отброшенных членов ряда не превышает последнего из оставленных членов. Поэтому в данном случае погрешность рекомендуемых расчетных формул можно оценить, учтя в разложении (6) третью производную, т. е. представив его в виде

$$U(i) = U_0 + U'_0 i - r_0 i^2 + \frac{1}{6} U_0^{(3)} i^3, \quad (15)$$

где коэффициент

$$U_0^{(3)} = 6\varepsilon / i_{m0}^3; \quad (16)$$

$\varepsilon$  — разность между действительным значением ВАХ  $U(i)$  и ее аппроксимацией (6) в точке  $i_{m0} \in [0, i_{20}]$ , соответствующей максимальному (по модулю) значению этой разности между узлами интерполяции.

Тогда система уравнений (9) примет вид:

$$U'_0 i_{10} - r_0 i_{10}^2 = U_{10} - \frac{\varepsilon}{i_{m0}^3} i_{10}^3;$$

$$U'_0 i_{20} - r_0 i_{20}^2 = U_{20} - \frac{\varepsilon}{i_{m0}^3} i_{20}^3,$$

а значения  $U'_0, r_0, E_0$ , найденные по формулам (8), (10), (14), получают соответственные поправки:

$$\Delta U'_0 = \frac{\varepsilon}{i_{m0}^3} i_{10} i_{20};$$

$$\Delta r_0 = \frac{\varepsilon}{i_{m0}^3} (i_{10} + i_{20});$$

$$\Delta E_0 = -I_0 \frac{\varepsilon}{i_{m0}^3} [i_{10} i_{20} + I_0 (i_{10} + i_{20})].$$

Рассмотрим расчетный пример, иллюстрирующий количественную оценку практической значимости предложенного подхода к рассматриваемой задаче.

Требуется найти параметры нелинейного генератора постоянного тока в точке  $U_0 = 90$  В,  $I_0 = 10$  А по двум заданным узлам интерполяции прилегающего участка ВАХ:  $U_1 = 88,39$  В,  $I_1 = 10,1$  А;  $U_2 = 86,76$  В;  $I_2 = 10,2$  А.

Приведенные значения рассчитаны для следующих параметров генератора:  $E(I_0) = 100$  В;  $e = -5$  Ом;  $R(I_0) = 1$  Ом;  $r_0 = 1$  Ом/А; им соответствуют предлагаемые в данной работе параметры генератора:  $E_0 = 150$  В;  $R_0 = 6$  Ом.

Согласно изложенному подходу по формулам (8), (10), (14) находим:  $U'_0 = -16$  Ом;  $r_0 = 1$  Ом/А;  $E_0 = 150$  В;  $R_0 = 6$  Ом.

Таким образом, предложенный подход дает в точке  $(U_0, I_0)$  точные значения: ЭДС  $E_0$ , определяемой согласно общепринятым представлениям как точка пересечения аппроксимированной ВАХ с осью напряжений, внутреннего сопротивления  $R_0$ , трактуемого в расширенном смысле согласно (13); параметра  $r_0$ , характеризующего линейную зависимость внутреннего сопротивления от тока нагрузки.

Заменяя согласно [Л] данный нелинейный генератор эквивалентным линейным, параметры последнего получаем равными:  $R_{\text{вн.экв}}(I_0) = 16,1$  Ом;  $E_{\text{экв}}(I_0) = 251$  В. Нетрудно видеть, что они не имеют ничего общего с действительными параметрами генератора и могут использоваться лишь как абстрактный математический образ при решении частных задач, допускающих рассмотрение работы генератора в приращениях.

[05.12.91]

## Модуляционные ключевые преобразователи электрической энергии

МИХАЛЬЧЕНКО Г. Я., канд. техн. наук,  
СЕМЕНОВ В. Д., канд. техн. наук

НИИ автоматики и электромеханики при  
Томском институте автоматизированных  
систем управления и радиоэлектроники

Импульсно-модуляционные преобразователи (ИМП), в основу которых положен принцип воспроизведения входного модулирующего воздействия на энергетическом (силовом) выходе, применяются давно, а в настоящее время в связи с интенсивным совершенствованием динамических свойств полностью управляемых полупроводниковых приборов (транзисторов, запираемых тиристоров) и ростом коммутируемой ими мощности становятся основным инструментом для реализации практически всех видов преобразования параметров электрической энергии (ППЭЭ) [1–3 и др.]. Существенное снижение динамических потерь полностью управляемых приборов позволяет без заметного снижения к.п.д. ИМП повысить скорость управления энергетическим потоком и на этой основе повысить электромагнитную совместимость (ЭМС), снизить загрузку питающих сетей реактивной мощностью, мощностью искажения, а также получить желаемые динамические характеристики в замкнутых системах автоматического регулирования.

Поэтому в последние годы возрастает интерес исследователей к ИМП на основе полностью управляемых ключевых элементов [1–5]. Это объясняется и принципиальной простотой реали-

зации свободного энергообмена между питающей сетью и нагрузкой в таких ИМП, их широкими функциональными возможностями и открывающимися перспективами создания универсального преобразователя с повышенной ЭМС [10].

Известны, разрабатываются и исследуются полупроводниковые преобразователи с повышенной ЭМС следящего [3, 6, 9–12] и модуляционного [1, 2, 5, 7, 8, 13] типов, причем преобразователи первого типа преимущественно ориентированы на формирование заданного выходного переменного напряжения при постоянном входном [3] или входного переменного тока при постоянном выходном напряжении [6, 9–11]. В практике построения преобразователей модуляционного типа к настоящему времени сложилось два направления, одно из которых базируется на принципах однополосной (квазиоднополосной) модуляции (КОМ) и достаточно подробно освещено в [2, 5], а второе — на основе двойной модуляции энергетического потока. Общие свойства и возможности этих направлений с точки зрения повышения качества ППЭЭ рассмотрены в [13].

Различия этих двух направлений можно установить по предельно достижимым характери-

Тип преобразователя	Квазидвухполюсная модуляция	Двойная модуляция
Однофазный вход – выход постоянного тока	Не рассматривается	$u_{\text{вых}} = U_m \sin^2 \omega t = \frac{U_m}{2} (1 - \cos 2\omega t);$ $i_{\text{вх}} = I_m \sin \omega t$ при $L_d \rightarrow \infty$
Однофазный вход – однофазный выход переменного тока	Не рассматривается	$u_{\text{вых}} = \frac{U_m}{2} \sin \Omega t - \frac{U_m}{2} \cos 2\omega t \sin \Omega t;$ $i_{\text{вх}} = I_m \sin \omega t \sin \Omega t$ при $\tau_H \gg a$ , $i_H = \sin \Omega t$
Однофазный вход – многофазный выход переменного тока	Не рассматривается	$u_{\text{вых } i} = \frac{U_m}{2} \sin(\Omega t + \varphi_i) -$ $\frac{U_m}{2} \cos 2\omega t \sin(\Omega t + \varphi_i);$ $i_{\text{вх}} = I_m \sin \omega t$ при $\tau_H \gg a$ , $i_H = \sin \Omega t$
Многофазный вход – выход постоянного тока	$u_{\text{вых}} = \frac{3}{2} U_m;$ $i_{\text{вх } j} = I_m \sin(\omega t + \varphi_j)$ (вырожденный случай при $\omega = \Omega$ )	$u_{\text{вых}} = \frac{3}{2} U_m;$ $i_{\text{вх } j} = I_m \sin(\omega t + \varphi_j)$
Многофазный вход – однофазный выход переменного тока	$u_{\text{вых}} = \frac{3}{2} U_m \cos(\omega - \Omega)t;$ $i_{\text{вх } j} = \frac{U_m}{2} \sin(\omega t - \varphi_H) +$ $\frac{I_m}{2} \sin[(\omega - 2\Omega)t + \varphi_H]$	$u_{\text{вых}} = \frac{3}{2} U_m \sin \Omega t;$ $i_{\text{вх } j} = \frac{I_m}{2} \cos \varphi_H \sin \omega t - \frac{I_m}{4} \sin[(\omega -$ $- 2\Omega)t - \varphi_H] - \frac{I_m}{4} \sin[(\omega + 2\Omega)t + \varphi_H]$
Многофазный вход – многофазный выход переменного тока	$u_{\text{вых } i} = \frac{3}{2} U_m \cos[(\omega - \Omega)t + \varphi_i];$ $i_{\text{вх } j} = I_m \sin(\omega t - \varphi_H + \varphi_i)$	$u_{\text{вых } i} = \frac{3}{2} U_m \sin(\Omega t + \varphi_i);$ $i_{\text{вх } j} = I_m \cos \varphi_H \sin(\omega t + \varphi_j)$

кам, определяющим их ЭМС с питающей сетью и нагрузкой, необходимые сведения по которым приведены в таблице, где приняты следующие обозначения:  $U_m$ ,  $I_m$  – амплитуды токов и напряжений;  $\omega$ ,  $\Omega$  – частота напряжения питающей сети и модулирующего воздействия соответственно;  $j$ ,  $i$  – индексы фаз сети и выхода;  $\tau_H$  – постоянная времени нагрузки (при последовательном соединении  $R$  и  $L$ );  $a$  – период квантования;  $\varphi$  – фазный сдвиг. Здесь представлены основные соотношения выходного напряжения ( $u_{\text{вых}}$ ) и входного тока ( $i_{\text{вх}}$ ) при различных сочетаниях частоты и числа фаз питающей сети и нагрузки. Анализ таблицы показывает, что:

КОМ может быть реализована лишь при ограниченных сочетаниях частоты и числа фаз питающей сети и нагрузки;

при двойной модуляции потребляемый из сети ток всегда синфазен с напряжением сети, в то же время КОМ характеризуется зависимостью фазы входного тока от характера нагрузки  $\varphi_H$ ;

частота выходного напряжения при КОМ отличается от частоты  $\Omega$  модулирующего воздействия; величина потребляемого тока при двойной модуляции пропорциональна активной составляющей мощности нагрузки;

величины искажающих гармоник при КОМ в 2

раза больше, чем в случае двойной модуляции.

Можно видеть, что лишь в одном случае (многофазный вход – выход постоянного тока) характеристики обоих подходов совпадают при условии, что в КОМ рассматривается вырожденный случай.

Авторы статьи, не претендуя на обобщение всевозможных подходов к решению задачи повышения ЭМС, преследуют цель показать возможности двойной модуляции по одновременному и независимому управлению выходным напряжением и входным током при минимизации низкочастотных искажений этих параметров. Для этого используются математические модели преобразователей в базисе разрывных функций, позволяющем записать коммутационные функции в виде разностных уравнений, которые с достаточной точностью описывают процессы модуляции, а будучи дополненными дифференциальными уравнениями фильтрующих устройств, пригодны для анализа динамических свойств систем регулирования [16]. Процессы модуляции здесь можно представить во временной области, что позволяет непосредственно, без обращения к другим отображениям, осуществить замену коммутационных функций их непрерывными эквивалентами и получить, как показано ниже, наглядную интерпретацию физических процессов в структурах с двойной модуляцией.

Сущность подхода на основе метода КОМ заключается в модуляции многофазной (в общем случае) системы переменных напряжений управляющим сигналом, форма которого является комбинацией двух информационных сигналов, один из которых определяет форму выходного напряжения преобразователя, а второй — форму потребляемого от сети (входного) тока.

Сущность двойной модуляции удобно показать на примере реализации ИМП с промежуточным звеном повышенной частоты, обобщенная структура которого приведена на рис. 1. Здесь переменное напряжение каждой фазы преобразуется модуляционными ячейками  $M1_j$  в ряд напряжений повышенной частоты, длительность импульсов которых изменяется в соответствии с управляющим воздействием  $U_{y1}(t)$ . Эти напряжения суммируются трансформаторным узлом  $\Sigma$  и преобразуются ячейками  $M2_i$  в напряжения с требуемыми параметрами в соответствии с  $U_{y2}(t)$ . Отметим, что для подобной структуры, модуляционные ячейки  $M1_j$  которой подключены к источнику постоянного напряжения, в [1] получены соотношения, связывающие энергетический вход и выход ИМП через коммутационную функцию  $K\Phi$ , вид которой определяется управляющим сигналом ИМП:

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{вых}} &= K\Phi(U_y) u_{\text{вх}0}; \\ u_{\text{вх}0} &= K\Phi(U_y) i_{\text{вых}}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $u_{\text{вх}0}$ ,  $i_{\text{вх}0}$  — напряжение и ток входного источника постоянного напряжения;  $u_{\text{вых}}$ ,  $i_{\text{вых}}$  — напряжение и ток на выходе ИМП;  $K\Phi(U_y)$  — коммутационная функция ИМП, определяемая сигналом  $U_y$  управления.

Для ИМП аналитическое описание сложных коммутационных функций  $K\Phi(U_y)$  удобно представлять в базисе разрывных функций через простейшие составляющие [1], такие как

$$\left. \begin{aligned} &\text{целочисленная функция } E(t/a) \text{ с периодом } a; \\ &\text{дробная функция } \theta_a(t/a) = t/a - E(t/a); \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\text{сигнум-функция } \text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x > 0; \\ -1, & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Проиллюстрируем это на примере элементарной ячейки на рис. 2, а, в которой можно выделить энергетический вход ( $u_{\text{вх}}$ ), выход ( $u_{\text{вых}}$ ) и информационный управляющий вход ( $U_{y1}$ ). Подробно алгоритмы работы ключей такой ячейки изложены в [1, 4]. Моменты переключения определяются равенством  $U_y$  линейно нарастающему развертывающему напряжению (2) и линейно падающему напряжению, описываемому соотношением  $1 - \theta_a(t/a)$ , как показано на рис. 2, б, где  $U_{y1}$  представлено гармоническим сигналом, а развертывающие напряжения  $U_p$  выделены сплошной и пунктирной линиями. Здесь же показаны и коммутационные функции  $K1$ ,  $K2$  каждой инверторной стойки. Коммутационная функция  $K\Phi1$  ячейки будет определяться суммой функций  $K1$  и  $K2$  и может быть представлена следующим образом [14]:

$$K\Phi1 = \frac{1}{2} \{ \text{sign}[U_y(t) - \theta_a(t/a)] + \text{sign}[1 + U_y(t) - \theta_a(t/a)] \}. \quad (4)$$

При двойной модуляции симметричная многофазная система переменных напряжений

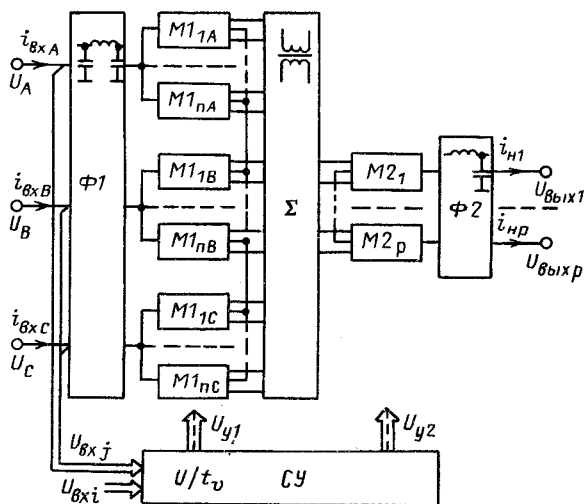


Рис. 1. Обобщенная структура трехфазно —  $p$ -фазного преобразователя с суммированием в общем контуре:  $\Phi1$  — входной фильтр;  $M1_{1A} - M1_{1C}$  — параллельно включенные в каждой фазе инверторные ячейки;  $\Sigma$  — трансформаторный суммирующий узел;  $M2_1 - M2_p$  — модуляционные ячейки вторичной цепи;  $\Phi2$  — выходной фильтр;  $CV$  — система управления ключевыми элементами

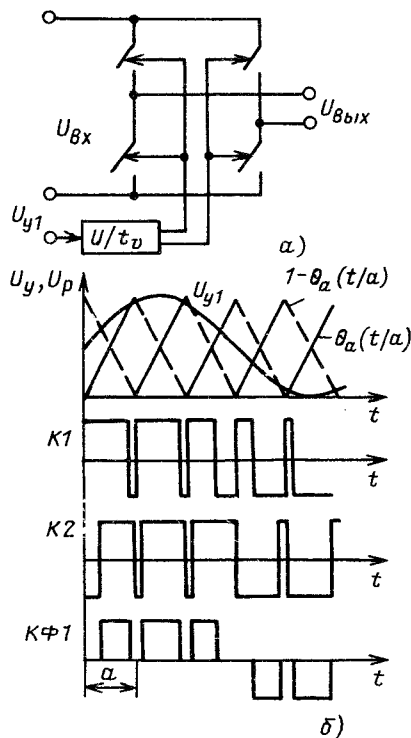


Рис. 2. Структура ячейки с промежуточным звеном повышенной частоты (а) и временные диаграммы формирования коммутационной функции  $K\Phi1$  из простейших составляющих  $K1$  и  $K2$  (б)

$$u_{\text{вх}j} = U_m \sin(\omega t + \varphi_j), \quad (5)$$

(где  $j = 1, 2, 3, \dots$ ) модулируется в общем случае симметричной многофазной системой управляющих воздействий такой же частоты

$$U_{yj} = \mu \sin(\omega t + \theta_j), \quad (6)$$

где  $\mu$  — глубина модуляции;  $\theta_j$  — фазовый сдвиг модулирующего воздействия.

Процесс модуляции многофазной системы переменных напряжений ИМП на рис. 1 иллюстрируется диаграммами рис. 3 для случая синхронных входных и управляющих воздействий ( $\varphi_j = \theta_j$ ) и двух модуляционных ячеек в каждой фазе ( $n = 2$ ). Коммутационная функция  $K\Phi(U_{y j})$  в общем случае может быть записана в виде [15]

$$K\Phi_j(U_{y j}) = \frac{1}{2N} \sum_{q=1}^N \left\{ \text{sign} \left[ U_{y j}(t) - \frac{U_{оп}}{N} [q-1 + \theta_a(t/a)] \right] + \text{sign} \left[ U_{y j}(t) - \frac{U_{оп}}{N} [q + \theta_a(t/a)] \right] \right\} = K\Phi_j(t), \quad (7)$$

где  $N = 2n$  — количество зон;  $U_{оп}$  — глубина поля развертки;

$$q = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq U_{y j}(t) < \frac{U_{оп}}{N}; \\ 2, & \text{при } \frac{U_{оп}}{N} \leq U_{y j}(t) < \frac{2U_{оп}}{N}; \\ \dots & \dots \\ N, & \text{при } \frac{(N-1)U_{оп}}{N} \leq U_{y j}(t) \leq U_{оп}. \end{cases}$$

Тогда напряжения  $U'_1 - U'_3$ , действующие на входах трансформаторного суммирующего узла  $\Sigma$  каждой фазы  $u_{вх j}$ , можно представить согласно (1) как

$$U'_j = U_m f_a(t) K\Phi_j(t) \sin(\omega t + \varphi_j), \quad (8)$$

где  $f_a(t)$  — функция "прямоугольный синус" с периодом  $a$ , отражающая процесс промежуточного преобразования.

Полученные таким образом напряжения (8) разных фаз суммируются, и на выходе трансформаторного суммирующего узла  $\Sigma$  (см. рис. 1) действует напряжение  $U_\Sigma$  (рис. 3), которое при единичном коэффициенте трансформации будет равно

$$U_\Sigma = \sum_{j=1}^3 U_m f_a(t) K\Phi_j(t) \sin(\omega t + \varphi_j). \quad (9)$$

При необходимости на выходе суммирующего узла  $\Sigma$  можно организовать  $p$  гальванически развязанных напряжений (по числу вторичных ячеек  $M2_1 - M2_p$ ). Из рис. 3 видно, что напряжение (9) представляет собой высокочастотное напряжение с частотой прямоугольного синуса  $f_a(t)$ , огибающая (средневыпрямленное значение) которого представляет собой постоянную величину. Этот факт можно трактовать как формирование неявно выраженного звена постоянного тока путем модуляции системы питающих напряжений (5) синхронной системой управляющих напряжений (6).

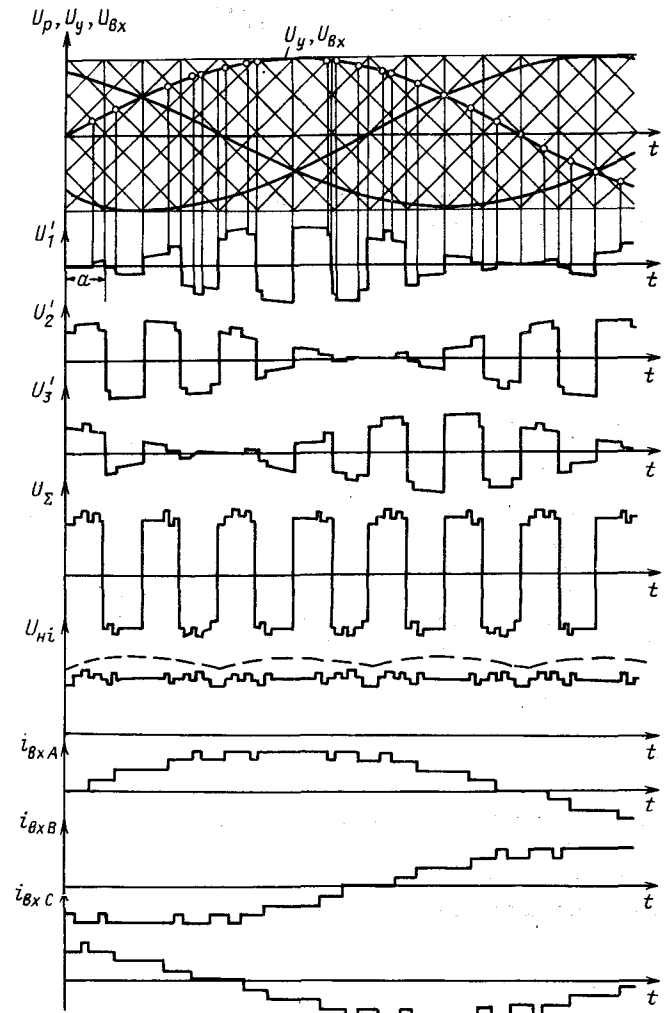


Рис. 3. Диаграммы, иллюстрирующие процессы преобразования в структуре с выходным постоянным напряжением

Полученное высокочастотное напряжение (9) подвергается вторичной модуляции ячейками  $M2_1 - M2_p$  в соответствии с другой системой управляющих сигналов

$$U_{yi} = \mu_i \sin(\Omega_c t + \psi_i), \quad (10)$$

где  $i = 1, 2, \dots, p$ , параметры которых соответствуют требуемым выходным напряжениям по амплитуде ( $\mu_i$ ), частоте ( $\Omega_c$ ) и фазе ( $\psi_i$ ). Коммутационная функция  $K\Phi_i(U_{y i})$  в общем случае может быть записана по аналогии с (7):

$$K\Phi_i(U_{y i}) = \frac{1}{2M} \sum_{q=1}^M \left\{ \text{sign} \left[ U_{y i}(t) - \frac{U_{оп}}{M} [q-1 + \theta_a(t/a)] \right] + \text{sign} \left[ U_{y i}(t) - \frac{U_{оп}}{M} [q + \theta_a(t/a)] \right] \right\} = K\Phi_i(t), \quad (11)$$

где  $M = 2m$  — количество зон в модуляционных ячейках  $M2_i$ .

$$q_1 = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq U_{yi} < U_{on}/M; \\ 2 & \text{при } U_{on}/M \leq U_{yi} < 2 U_{on}/M; \\ \dots & \dots \\ M & \text{при } (M-1)U_{on}/M \leq U_{yi} < U_{on}. \end{cases}$$

С учетом (9) и (11) выходное напряжение ИМП можно представить так:

$$u_{\text{BbIX}} = K\Phi_i(U_{\text{y}}) \times \sum_{j=1}^3 U_m K\Phi_j(t) \sin(\omega t + \varphi_j). \quad (12)$$

В простейшем случае, при  $U_{y i} = U_{1 \max} = \text{const}$ ,  $M = 2$ , как следует из (11),  $K\Phi_i(U_{y i}) = f_a(t)$ , а выходное напряжение ИМП будет постоянным, так как  $[f_a(t)]^2 = 1$ . В этом случае ИМП работает в выпрямительном режиме, как показано на диаграмме  $U_n$  i рис. 3.

Пусть под действием этого постоянного напряжения в симметричной многофазной нагрузке  $R_{\text{н} i} = R_{\text{н}}$  протекает постоянный ток

$$I_{H\ i} = \frac{U_m}{R_H} K\Phi_i(t) \sum_{j=1}^3 K\Phi_j(t) \sin(\omega t + \varphi_j), \quad (13)$$

высоочастотная составляющая которого сглажена выходным фильтром ИМП с нагрузкой, тогда суммарный ток, приведенный к напряжению  $U_{\Sigma}$  (9), в соответствии с (1) и (11) равен

$$i_{\Sigma} = \sum_{i=1}^P \frac{U_m}{R_H} \left[ K\Phi_i(t) \right]^2 \sum_{j=1}^3 K\Phi_j(t) \sin(\omega t + \varphi_j). \quad (14)$$

Форма кривой тока, протекающего по обмоткам трансформаторов суммирующего узла, как следует из (14) и рис. 3, будет прямоугольной. Тогда в каждой  $j$ -й фазе с учетом (1), (7), (14) будет протекать ток

$$u_{\text{BX } j} = K\Phi_j(t) \sum_{i=1}^P \frac{U_m}{R_H} \left[ K\Phi_i(t) \right]^2 \times \\ \times \sum_{j=1}^3 K\Phi_j(t) \sin(\omega t + \varphi_j), \quad (15)$$

форма кривой которого, как видно из рис. 3, совпадает с коммутационной функцией  $K\Phi_i(t)$ .

Характеристики сигналов типа (8), (9), (12)–(15), получаемые в ИМП с многозонной импульсной модуляцией, представлены в [1], где показано, что с ростом числа зон  $N$  и кратности квантования  $\frac{2\pi}{\alpha\Omega_c}$  все большую долю общей энергии сигнала несет первая гармоника. Это позволяет без ущерба для точности применить приемы усреднения [7] и заменить коммутационные функции  $K\Phi_i(t)$  и  $K\Phi_j(t)$  их непрерывными составляющими  $M\Phi_i(t)$  и  $M\Phi_j(t)$ , представляющими

собой первые гармоники выражений (11) и (7) при гармонических управляющих сигналах. Непрерывную модулирующую функцию  $M\Phi(t)$  можно трактовать как обобщенный коэффициент передачи ИМП, зависящий от управляющего сигнала [7] и осуществляющий модуляцию входного параметра за счет своего непрерывного изменения. В этом случае возможно аналитическое описание процессов в ИМП, позволяющее выяснить их предельные характеристики.

Допустим, что требуется воспроизвести на выходе ИМП двухфазную систему переменных напряжений (любая  $m$ -фазная система может быть приведена к эквивалентной двухфазной), заданную на управляющем входе в виде двух гармонических колебаний единичной амплитуды ( $\bar{U}_{y_i}$  на рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} U_{y1} &= \sin \Omega ct, \\ U_{y2} &= \cos \Omega ct, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

а входная сеть задана трехфазной системой переменных напряжений  $u_{\text{вх } j}$ , пусть также единичной амплитуды:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \sin \omega t; \\ U_2 &= \sin (\omega t + 2\pi/3); \\ U_3 &= \sin (\omega t + 4\pi/3). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

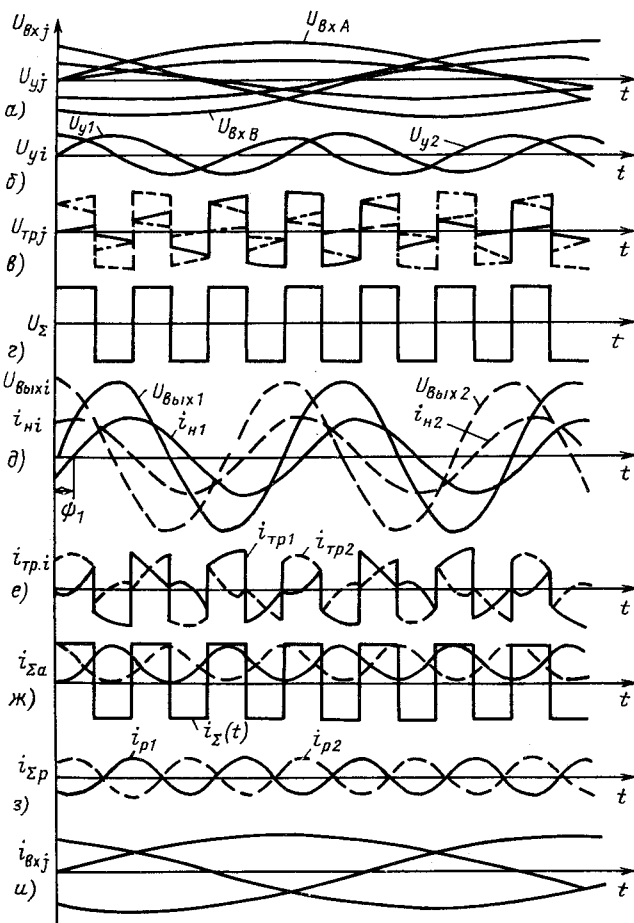


Рис. 4. Диаграммы, иллюстрирующие процессы преобразования в структуре на рис. 1 по усредненным значениям огибающих токов и напряжений



Согласно алгоритму двойной модуляции под действием модулирующих воздействий  $U_{y_j}$ , совпадающих согласно (17) по фазе и амплитуде с напряжением сети, на выходах модуляционных ячеек  $M1_1 - M1_n$  каждой из входных фаз будут действовать напряжения ( $U_{\text{тр}j}$  на рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} U_1' &= \sin \omega t f_a(t) M\Phi_1(t) = f_a(t) \sin^2 \omega t; \\ U_2' &= \sin (\omega t + 2\pi/3) f_a(t) M\Phi_2(t) = \\ &= f_a(t) \sin^2 (\omega t + 2\pi/3); \\ U_3' &= \sin (\omega t + 4\pi/3) f_a(t) M\Phi_3(t) = \\ &= f_a(t) \sin^2 (\omega t + 4\pi/3), \end{aligned} \right\} (18)$$

которые в дальнейшем суммируются, а полученное напряжение подвергается вторичной модуляции. Из выражений (18) видно, что суммирование многофазной системы напряжений, огибающая которых изменяется по квадратичному синусоидальному закону —

$$\sin^2 (\omega t + \varphi_j) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\omega t + \varphi_j), \quad (19)$$

сопровождается суммированием постоянных составляющих и уничтожением составляющих удвоенной частоты за счет включения их в общий контур и взаимной компенсации, т. е.

$$\begin{aligned} U_{\Sigma} &= f_a(t) U_m [\sin^2 \omega t + \sin^2 (\omega t + 2\pi/3) + \\ &+ \sin^2 (\omega t + 4\pi/3)] = f_a(t) \frac{3}{2} U_m. \end{aligned} \quad (20)$$

С учетом принятых допущений диаграмма суммарного напряжения  $U_{\Sigma}$  на рис. 4 отражает идеальное неявно выраженное звено постоянного тока, огибающая которого не зависит от времени [5, 13].

Вторичная модуляция напряжения (20) позволяет получить на выходе ИМП систему напряжений  $u_{\text{вых}i}$ :

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{вых}1} &= U_{\Sigma} M\Phi_{2.1}(t) = \frac{3}{2} U_m \sin \Omega_c t; \\ u_{\text{вых}2} &= U_{\Sigma} M\Phi_{2.2}(t) = \frac{3}{2} U_m \cos \Omega_c t. \end{aligned} \right\} (21)$$

Пусть под действием этих напряжений в симметричной активно-индуктивной нагрузке протекает ток  $i_{\text{н}i}$ :

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{н}1}(t) &= I_m \sin (\Omega_c t + \psi); \\ i_{\text{н}2}(t) &= I_m \cos (\Omega_c t + \psi). \end{aligned} \right\} (22)$$

Тогда согласно (1) в параллельных (гальванически развязанных) ветвях последовательно соединенных вторичных обмоток трансформаторов суммирующего узла будут протекать токи  $i_{\text{тр}i}$ :

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{тр}1} &= i_{\text{н}1}(t) M\Phi_{2.1}(t) f_a(t) = f_a(t) I_m \sin (\Omega_c t + \psi) \sin \Omega_c t; \\ i_{\text{тр}2} &= f_a(t) I_m \cos (\Omega_c t + \psi) \cos \Omega_c t. \end{aligned} \right\} (23)$$

По первичным обмоткам суммирующего узла будут протекать токи, равные сумме токов (23)  $i_{\text{тр}1}$  и  $i_{\text{тр}2}$  обеих выходных фаз:

$$\begin{aligned} i_{\Sigma}(t) &= i_{\text{тр}1} + i_{\text{тр}2} = f_a(t) [I_m \sin (\Omega_c t + \psi) \sin \Omega_c t + \\ &+ I_m \cos (\Omega_c t + \psi) \cos \Omega_c t] = f_a(t) I_m \left[ \frac{1}{2} \cos \psi - \right. \\ &\left. - \cos (2\Omega_c t + \psi) + \frac{1}{2} \cos \psi + \cos (2\Omega_c t + \psi) \right] = \\ &= f_a(t) I_m \cos \psi. \end{aligned} \quad (24)$$

Выражение (24) иллюстрируется диаграммами рис. 4, на которых токи нагрузки  $i_{\text{тр}i}$  представлены в виде суммы активной составляющей  $i_{\Sigma a}$ , синфазной с соответствующим напряжением фазы, и реактивной  $i_{\Sigma p}$ , сдвинутой относительно последней на угол  $\psi = \pi/2$ . Активная составляющая тока нагрузки преобразуется в постоянную составляющую и в составляющую двойной частоты, причем при суммировании токов разных фаз в общем узле постоянные составляющие суммируются, а составляющие удвоенной частоты взаимно компенсируются. Таким образом, осуществляется преобразование активной составляющей тока нагрузки в ток повышенной частоты с идеально сглаженной огибающей. А реактивная составляющая тока нагрузки преобразуется в составляющую двойной частоты без постоянной составляющей, причем при суммировании в общем узле составляющие удвоенной частоты разных фаз  $i_{p1}$  и  $i_{p2}$  компенсируются, осуществляя междофазный обмен реактивной мощностью внутри ИМП, т. е.  $i_{\Sigma p} = 0$ .

С учетом сказанного потребляемый из сети ток будет равен:

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{вх}1} &= i_{\Sigma}(t) \sin \omega t = I_m \cos \psi \sin \omega t; \\ i_{\text{вх}2} &= i_{\Sigma}(t) \sin (\omega t + 2\pi/3) = \\ &= I_m \cos \psi \sin (\omega t + 2\pi/3); \\ i_{\text{вх}3} &= i_{\Sigma}(t) \sin (\omega t + 4\pi/3) = \\ &= I_m \cos \psi \sin (\omega t + 4\pi/3); \end{aligned} \right\} (25)$$

Таким образом, из (25) видно, что из сети потребляется только активная составляющая тока многофазной нагрузки, пропорциональная косинусу угла тока нагрузки, а реактивная составляющая тока нагрузки циркулирует между фазами, преобразуясь во вторую гармонику, и замыкается в общих узлах ИМП. Так реализуется режим комбинированного преобразователя.

Рассмотренный ИМП может генерировать в питающую сеть реактивную энергию емкостного или индуктивного характера. Для этого достаточно изменить фазу  $\theta_j$  в системе (6) управляющих воздействий. Выходное напряжение в этом случае определится следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= U_m \sin \omega t \sin (\omega t \pm \theta) + U_m \sin (\omega t + \\ &+ 2\pi/3) \sin \left[ \omega t + \frac{2\pi}{3} \pm \theta \right] + U_m \sin (\omega t + 4\pi/3) \times \end{aligned}$$

$$\times \sin \left[ \omega t + \frac{4\pi}{3} \pm \theta \right] = \frac{3}{2} U_m \cos \theta. \quad (26)$$

Потребляемый из каждой фазы сети ток будет равен произведению тока нагрузки  $i_n(t) = I_m \cos \theta$  на модулирующую функцию в каждой из фаз:

$$\left. \begin{aligned} i_{вх1} &= I_m \cos \theta \sin (\omega t \pm \theta); \\ i_{вх2} &= I_m \cos \theta \sin \left[ \omega t + \frac{2\pi}{3} \pm \theta \right]; \\ i_{вх3} &= I_m \cos \theta \sin \left[ \omega t + \frac{4\pi}{3} \pm \theta \right]. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Из выражений (26), (27) видно, что управляемое генерирование реактивной энергии ИМП сопровождается изменением величины выходного напряжения пропорционально  $\cos \theta$ . При поддержании выходного напряжения на заданном уровне необходимо, естественно, увеличивать расчетную мощность ИМП.

Рассмотренный подход можно применить и к многофазным структурам с явно выраженным звеном постоянного тока. Один вариант такой структуры приведен на рис. 5. Для того, чтобы представить процессы в ней через обобщенный коэффициент передачи, воспользуемся определением коммутационной функции [1] ветви с ключом. Учитывая, что интервалы работы полностью управляемых ключей каждой из фаз всегда разнесены во времени по низкой или высокой частоте, потенциалы точек  $a$  и  $b$  в усредненном смысле определяются суммой потенциалов от каждой из фаз. Тогда выпрямленное напряжение  $U_d$  определим как разность потенциалов:

$$U_d = \varphi_a - \varphi_b, \quad (28)$$

а

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a &= U_A K\Phi(U_{yA})_1 + U_B K\Phi(U_{yB})_3 + \\ &\quad + U_C K\Phi(U_{yC})_5; \\ \varphi_b &= U_A K\Phi(U_{yA})_2 + U_B K\Phi(U_{yB})_4 + \\ &\quad + U_C K\Phi(U_{yC})_6, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

где  $K\Phi(U_{yj})_s$  — коммутационная функция ветви с соответствующим ключом;  $s = \overline{1, 6}$ .

Коммутационную функцию  $K\Phi(U_{yj})_s$  трехфазной мостовой схемы определим по аналогии с (4), учитывая, что состояние ключей инверторной стойки (см. рис. 2) определяется на периоде входным сигналом и двумя функциями —  $\theta_a(t/a)$  и  $1 - \theta_a(t/a)$ , т. е. фактически треугольным развернутым напряжением, уравнение которого имеет вид

$$\left[ \theta_a(t/a) - \frac{a}{2} \right] f_a(t). \quad (30)$$

С учетом (30) получим

$$K\Phi(U_{yj}) = \text{sign} \left\{ U_y(t)_j - \left[ \theta_a \left( \frac{t}{a} - \frac{a}{2} \right) \right] f_a(t) \right\}.$$

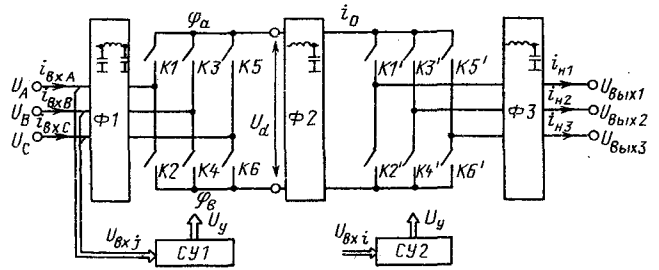


Рис. 5. Обобщенная структура трехфазно-трехфазного преобразователя с суммированием в общем узле:  $\Phi 1, \Phi 2, \Phi 3$  — фильтры;  $СУ 1, СУ 2$  — системы управления входным и выходным преобразователями

По этому выражению легко получить необходимые в (28) уравнения коммутационной функции ветви с ключом. В частности, состояние "катодной" группы ключей  $K1, K3, K5$  будет определяться следующим уравнением:

$$K\Phi(U_{yj})_{1, 3, 5} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \text{sign} \left[ U_y(t)_j - \theta_a(t/a) f_a(t) + \frac{a}{2} f_a(t) \right] \right\}, \quad (31)$$

а "аноидной" группы —

$$K\Phi(U_{yj})_{2, 4, 6} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \text{sign} \left[ U_y(t)_i - \theta_a(t/a) f_a(t) + \frac{a}{2} f_a(t) \right] \right\}. \quad (32)$$

Полагая, что управляющее воздействие представляет собой гармонический сигнал, перейдем к усредненным составляющим в (31), (32):

$$M\Phi(U_{yj})_{1, 3, 5} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sin(\omega t + \varphi_j) \right]; \quad (33)$$

$$M\Phi(U_{yj})_{2, 4, 6} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sin(\omega t + \varphi_j) \right]. \quad (34)$$

Подставляя (33) и (34) в (29) с учетом (28), приходим к полученному ранее выражению (20) без множителя  $f_a(t)$ :

$$\begin{aligned} U_d &= \sum_{j=1}^3 U_m \sin(\omega t \pm \varphi_j) \frac{1}{2} \left[ 1 + \sin(\omega t + \varphi_j) \right] - \\ &\quad - \sum_{j=1}^3 U_m \sin(\omega t + \varphi_j) \frac{1}{2} \left[ 1 - \sin(\omega t \pm \varphi_j) \right] = \frac{3}{2} U_m. \end{aligned} \quad (35)$$

Нетрудно показать, что и для выходного преобразователя с учетом (33), (34) имеем

$$u_{\text{вых } i} = M\Phi(U_{yi})_{1, 3, 5} - M\Phi(U_{yi})_{2, 4, 6} = \sin(\omega t + \psi_i).$$

По-прежнему используя допущение (1) по аналогии с (24) и (27), можно получить соотношения для токов  $i_0$  в звене постоянного тока и потребляемых из сети синусоидальных токов  $i_{\text{вх } A}$ ,  $i_{\text{вх } B}$ ,  $i_{\text{вх } C}$ , величина которых пропорциональна активной составляющей мощности нагрузки. Междофазный обмен реактивной энергией нагрузки осуществляется в такой структуре в промежуточном звене постоянного тока.

Спектральный состав выходного напряжения и потребляемого из сети тока, а также их характеристики с учетом импульсной составляющей в структурах по рис. 1 и 5 полностью определяются характеристиками  $K\Phi(U_{yi})$  и  $K\Phi(U_{yj})$ , которые достаточно подробно изложены в [1, 15].

**Заключение.** Преобразователи с двойной импульсной модуляцией энергетического потока позволяют осуществить независимое формирование заданных кривых выходного напряжения и входного тока при любых сочетаниях частоты и числа фаз на их выходе и входе. Математические модели таких преобразователей, основанные на записи коммутарующих функций в виде разностных уравнений, позволяют проводить анализ динамических свойств систем регулирования входных и/или выходных параметров. Замена коммутационных функций их непрерывными эквивалентами (аналогичная методу основной гармоники) позволяет получить наглядную интерпретацию физических процессов в различных структурах преобразователей с двойной модуляцией и найти их основные характеристики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кобзев А. В. Многозонная импульсная модуляция. Теория и применение в системах преобразования параметров электрической энергии. — Новосибирск: Наука, 1979.
2. Мыдык Г. С., Сенько В. И., Скобченко В. М. Построение, анализ и возможности применения преобразователей частоты с квазиоднополосной модуляцией. — В кн.: Автоматизация управления организационными и техническими системами. — Томск: Изд-во Томского гос. ун-та, 1979.
3. Мустафа Г. М. Классификация и системные свойства модуляционных преобразователей электрической энергии. — В кн.: Силовая полупроводниковая техника и ее применение в народном хозяйстве. Тезисы докладов VIII Всесоюзной научно-технической конференции, Челябинск, 1989.
4. Стабилизаторы переменного напряжения с высокочастотным широтно-импульсным регулированием / А. В. Кобзев, Ю. М. Лебедев, Г. Я. Михальченко и др. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Мыдык Г. С. Преобразование параметров многофазных сигналов на основе квазиоднополосной модуляции. — Электричество, 1986, № 11.
6. Malesani L., Tenti P. Three-phase AC/DC PWM converter with sinusoidal AC currents and minimum filter requirements. — IEEE Trans. Ind. Appl., 1987, vol. 23, No. 1.
7. Кобзев А. В., Семенов В. Д. Возможности систем с многозонной импульсной модуляцией в формировании потребляемого из сети тока. — Техническая электродинамика, 1987, № 1.
8. А. с. 1385208 (СССР). Способ преобразования переменного напряжения в постоянное / В. Д. Семенов. — Оpubл. в Б. И., 1988, № 12.
9. Принципы построения источников вторичного электропитания с улучшенной электромагнитной совместимостью / Г. А. Москаленко, Н. С. Комаров, А. В. Козлов, П. С. Бойко. — В кн.: Проблемы электромагнитной совместимости силовых полупроводниковых преобразователей. Тезисы докладов III Всесоюзного научно-технического совещания, ч. 1, Таллинн, АН ЭССР, 1986.
10. Лабунцов В. А. О некоторых проблемах силовой электроники. — В кн.: Силовая полупроводниковая техника и ее применение в народном хозяйстве. Тезисы докладов VIII Всесоюзной научно-технической конференции. Челябинск, 1989.
11. Wernekinck E., Kawamura A., Hoft R. A high frequency AC/DC converter with unity power factor and minimum harmonic distortion. — PESC 87 Rec.: 18-th Annu. IEEE Power Electron. Spec. Conf., Blacksburg, Va, 1987. New York, 1987.
12. Manias S., Ziagas Phoivos D., Olivier G. An AC-to-DC converter with improved input power factor and high power density. — IEEE Trans. Ind. Appl., 1986, vol. 22, No. 6.
13. Михальченко Г. Я. Двойная модуляция потока энергии при воспроизведении низкочастотных сигналов в многофазных преобразователях. Техническая электродинамика, 1988, № 5.
14. Алейников О. А., Михальченко Г. Я., Музыченко Н. М. Оценка точности воспроизведения сигналов в модуляционных преобразователях с обратной связью. — В кн.: Проблемы электромагнитной совместимости силовых полупроводниковых преобразователей. Тезисы докладов III Всесоюзного научно-технического совещания, ч. III, Таллинн, АН ЭССР, 1986.
15. Кобзев А. В., Михальченко Г. Я. Характеристики преобразования параметров электрической энергии в системах с многозонной импульсной модуляцией. — Электричество, 1986, № 5.
16. Исследование локальной устойчивости периодических режимов в нелинейных импульсных системах / О. А. Алейников, В. С. Баушев, А. В. Кобзев, Г. Я. Михальченко. — Электричество, 1991, № 4.

[18.03.92]

# Расчет автоколебаний в цепях, содержащих элементы с отрицательной гистерезисной релейной характеристикой

ЧЕРНЫШЕВ Э. П., РУЖНИКОВ В. А.

Как известно, анализ автоколебаний спектральными методами является приближенным. Если же для повышения точности учитывают значительное число членов используемого ортогонального ряда, анализ становится трудоемким. В [1] предложен достаточно простой точный метод расчета автоколебаний в релейных электрических цепях (и динамических системах) с обычной положительной петлевой гистерезисной характеристикой нелинейных элементов, в том числе при наличии некоторых типов внешних воздействий. В то же время основные положения метода оказались возможными применить в случае нелинейных элементов с упреждающим релейным эффектом, т. е. с отрицательным гистерезисом, описанным, например, в [2].

Цепь (динамическую систему) предполагаем состоящей из нелинейной части (НЧ), содержащей релейный элемент с нормированным выходным сигналом  $y = \pm 1$ , причем переключение происходит при достижении входным сигналом значений

$$x = \pm b, \quad (1)$$

а также линейной части (ЛЧ) с оператором предачи

$$H(S) = X(S)/Y(S) = k \prod_{i=1}^m (S - S_{0i}) / \prod_{i=1}^n (S - S_{pi}), \quad (2)$$

где  $k < 0$  — коэффициент;  $S$  — аргумент преобразования Лапласа;  $S_{0i}$ ,  $S_{pi}$  — нули и полюсы  $H(S)$ , причем ниже для простоты считаем  $m < n$ .

Особенность петлевой характеристики с "опережением" заключается в возможности двустороннего движения по вертикальным участкам (1) релейной гистерезисной характеристики  $y(x)$ . Например, если временной сигнал  $y(t) = -1$ , а сигнал  $x(t) < -b$  и начинает возрастать, то при  $x = -b$  осуществляется переход к значению  $y = 1$ . При дальнейшем увеличении  $x(t)$  значение  $y = 1$ . Если затем входной сигнал, не достигнув значения  $x = b$ , начнет уменьшаться, то при  $x = -b$  выходной сигнал скачком вновь примет значение  $y = -1$ .

Проанализируем методику точного расчета в данном случае, считая, что

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= 1, & 0 < t < T_0 = T/2; \\ y(t) &= -1, & T_0 < t < T = 2T_0; \\ x(0) &= -b, & x(T_0) = b, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

будем рассматривать симметричные автоколебания с неизвестным периодом  $T = 2T_0$ , когда

$$x(t) = -x(t - 0,5T); \quad y(t) = -y(t - T_0), \quad (4)$$

предполагая, что амплитуда автоколебаний превышает ширину релейной характеристики (1).

Принимая условно  $y(t) = 0$  при  $t < 0$ , находим на основании (3), (4) изображение по Лапласу:

$$Y(S) = [1 - \exp(-ST_0)]/[S(1 + \exp(-ST_0))], \quad (5)$$

в этом случае общий сигнал на выходе ЛЧ с учетом (2), (5)

$$X_0(S) = \frac{H(S)[1 - \exp(-ST_0)]}{S[1 + \exp(-ST_0)]} =$$

$$= \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{S - S_i} + \frac{X_1(S, T_0)}{1 + \exp(-ST_0)}, \quad (6)$$

где  $A_i = \lim_{S \rightarrow S_i} (S - S_i) X_0(S)$  при  $S \rightarrow S_i$  в случае не-кратных  $S_i$ .

Из (6) искомое описание полупериода сигнала на выходе ЛЧ при  $0 < t < T_0$ :

$$\begin{aligned} X_1(S, T_0) &= H(S)/S - \Sigma A_i/(S - S_i) = \\ &= B_0/S + \Sigma (B_i - A_i)/(S - S_i), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $B_0 = H(0)$ ;  $B_i = \lim_{S \rightarrow S_i} (S - S_i) H(S)/S$  при  $S \rightarrow S_i$ .

В отличие от [1] полупериод автоколебаний находим на основании (3), (7) путем решения следующего нелинейного функционального уравнения:

$$x_1(0) = -b = \lim_{S \rightarrow \infty} S X_1(S, T_0), \quad S \rightarrow \infty,$$

или, поскольку  $m < n$ ,

$$b = \Sigma A_i(T_0). \quad (8)$$

Определив из (8) значение ( $T_0$ ), отыскиваем оригинал (7), т. е. описание полупериода установившихся автоколебаний:

$$x(t) = x_1(t) = B_0 + \Sigma (B_i - A_i) \exp(S_i t)$$

в интервале  $0 < t < T_0 = T/2$  и на основании (4) периодические продолжаем его.

Проведенный таким образом анализ расширяет рамки приложения разработанной методики точного расчета автоколебаний в практически важных классах цепей, что позволяет в явной форме связать параметры цепи с характеристиками автоколебаний и выявить полностью физическую картину протекающих в цепи процессов.

*Пример 1.* Дано  $b = 3$ ,  $H(s) = -240/[(s + 0,2) \times (s + 1,25)(s + 2)]$ . Находим использованное в (7) изображение переходной характеристики  $H_1(S) = H(S)/S = B_0/S + B_1/(S + 0,2) + B_2/(S + 1,25) + B_3/(S + 2)$ , причем  $B_0 = -480$ ,  $B_1 = 635$ ,  $B_2 = -244$ ,  $B_3 = 89$ . Согласно (5), (6)

$$\begin{aligned} X_0(S) &= H(S)Y(S) = \\ &= \frac{A_1}{S + 0,2} + \frac{A_2}{S + 1,25} + \frac{A_3}{S + 2} + \frac{X_1(S, T_0)}{1 + \exp(-ST_0)}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_1(T_0) &= 635[1 - \exp(0,2T_0)]/[1 + \exp(0,2T_0)]; \\ A_2(T_0) &= -244[1 - \exp(1,25T_0)]/[1 + \exp(1,25T_0)]; \\ A_3(T_0) &= 89[1 - \exp(2T_0)]/[1 + \exp(2T_0)]. \end{aligned}$$

На основании (8) находим полупериод автоколебаний  $T_0$  путем решения функционального уравнения  $\Sigma A_i(T_0) = 3$ . Получим два решения:

$T_{01} \approx 0,8$  с и  $T_{02} \approx 1,6$  с. Для первого случая, когда период  $T_1 = 2T_{01} \approx 1,6$  с, находим  $A_1 \approx -51$ ,  $A_2 \approx 113$ ,  $A_3 \approx -59$ ; описание полупериода автоколебаний в интервале  $0 < t < T_{01}$  будет следующим:

$$\begin{aligned} x(t) = x_1(t) &\approx -480 + 686 \exp(-0,2t) - \\ &- 357 \exp(-1,25t) + 148 \exp(-2t), \end{aligned}$$

причем максимальное значение  $x_{\max} = 4,3$ . Во втором случае ( $T_2 = T_{02} \approx 3,2$  с) получим  $A_1 \approx -101$ ,  $A_2 \approx 186$ ,  $A_3 \approx -82$ , следовательно, в интервале  $0 < t < T_{02}$  точное решение (т. е. в "замкнутой" форме сумма бесконечного числа гармоник ряда Фурье)

$$x(t) \approx -480 + 736 \exp(-0,2t) - 430 \exp(-1,25t) + 171 \exp(-2t),$$

причем  $x_{\max} = 23$ .

В данном примере (благодаря фильтрующим свойствам оператора ЛЧ цепи третьего порядка на рассчитанных частотах автоколебаний) достаточно близкие результаты дает метод гармонической линеаризации [3] при выполнении условия

$$|K(A)| \exp[j\Phi(A)]H(j\omega) = 1$$

или

$$|R(A) + jJ(A)|H(j\omega) = 1,$$

где  $\omega$  — частота;  $A$  — амплитуда первой гармоники автоколебаний на входе релейного элемента;  $|K| = 4c/(\pi A)$ ,  $\Phi(A) = \arcsin(b/A)$  при  $A > b$ ,

$R(A) = 4c\sqrt{1 - (b/A)^2}/(\pi A)$ ,  
 $J(A) = 4cb/(\pi A^2)$  — модуль, фаза, вещественная и мнимая части коэффициента гармонической

линеаризации;  $c = y_{\max} = 1$ ;  $j = \sqrt{-1}$ .

Приведенные уравнения также дают два решения для амплитуд  $A$  и частот  $\omega = 2\pi/T$  первой гармоники автоколебаний:

- 1)  $A_1 \approx 4,5$ ;  $\omega_1 \approx 3,85$  1/с;  $T_1 = 2T_{01} \approx 1,63$  с;
- 2)  $A_2 \approx 22,5$ ;  $\omega_2 \approx 2,01$  1/с;  $T_2 = 2T_{02} \approx 3,12$  с,

из которых на основании критериев, приведенных в [3], устойчивым является второе.

Следует отметить, что описанная методика точного расчета справедлива для рассмотренного выше варианта релейной характеристики с отрицательным гистерезисом и указанных в формулах (2), (3) ограничений, которые предполагают наличие ярко выраженной первой гармоники автоколебаний с амплитудой, превышающей величину опережения  $b$ .

В случае  $m = n$  в операторе передачи (2) методика расчета видоизменяется, как указано в [4], поскольку сигнал  $x(t)$  в момент переключения релейного элемента претерпевает скачок на величину  $2h_1(0+)$ , где  $H_1(S) = H(S)/S \div h_1(t)$  — переходная характеристика ЛЧ. Последнее условие в (3) при этом преобразуется к виду:

$$x(0-) = -b = -x(T_0-); \quad x(0+) = -b + 2h_1(0+); \quad (9)$$

соответственно меняется функциональное уравнение (8):

$$-b + 2h_1(0+) = h_1(0+) - \Sigma A_i(T_0). \quad (10)$$

*Пример 2.* Дано  $b = 2$ ;  $H(S) = (3S + 1)/(S + 1)$ .  
Находим  $H_1(S) = H(S)/S \div h_1(t) = 1 + 2 \exp(-t)$ , затем  $X_0(S) = Y(S)H(S) = A/(S + 1) + X_1(S)$ ,  $T_0/[1 + \exp(-ST_0)]$ , где  $A = 2(1 - \exp T_0)/(1 + \exp T_0)$ . Поскольку  $h_1(0+) = 3$ , то из решения уравнения (10) при  $b = 2$  получим  $A(T_0) = -1$ , следовательно,  $T_0 = \ln 3$ . Таким образом, в интервале  $0 < t < T_0$  описание полупериода автоколебаний имеет вид  $x(t) = x_1(t) = 1 + 3 \exp(-t)$ . Очевидно, в подобных случаях разрывных, резко несимметричных автоколебаний, при возрастающей амплитуде-частотной характеристике ЛЧ цепи учет на основании спектральных методов лишь первых гармоник выходного сигнала ЛЧ уступает по точности (а в примере 2 и по сложности расчетов) описанному выше методу.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чернышев Э. П., Мясоедов Г. Б., Ружников В. А. Метод точного анализа автоколебаний в электрических цепях, содержащих нелинейные элементы с релейной гистерезисной характеристикой. — Изв. вузов СССР. Электромеханика. — 1987, № 11.
2. Бычков Ю. А., Васильев Ю. В. Расчет периодических режимов в нелинейных системах управления. — Л.: Энергоатомиздат, 1988.
3. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1975.
4. Чернышев Э. П. Точный расчет периодических режимов в цепях с элементами, имеющими релейную характеристику с гистерезисом. — В кн.: Исследование и моделирование электротехнологических устройств и преобразователей энергии, 1988, вып. 401.

[13.11.91]

#### ОТ РЕДАКЦИИ

С предшествующими работами по расчету процессов в релейных системах регулирования с отрицательным гистерезисом можно ознакомиться по статье "Динамика релейных систем регулирования с отрицательным гистерезисом" — "Электричество", 1977, № 2 и учебнику "Теория автоматического управления" под ред. А. В. Нетушила. — М.: Высшая школа, 1983, где отражены материалы кандидатской диссертации В. В. Бураева "Исследование релейных систем автоматического регулирования с отрицательным гистерезисом", защищенной в МЭИ в 1971 г.

# Индуктивность многослойной "воздушной" тороидальной катушки с круглым сечением каркаса

ГЕЛЬМАН М. З., канд. техн. наук

Санкт-Петербург

При расчете индуктивности многослойных "воздушных" тороидальных катушек с круглым сечением каркаса часто применяют классическую формулу для однослойных катушек [1], которая может быть преобразована к виду:

$$L = \mu_0 W^2 R_0 (R - \sqrt{R^2 - \rho_0^2}) = \mu_0 W^2 R_0 (1 + \rho_0 - \sqrt{1 + 2\rho_0}), \quad (1)$$

где  $R_0$  — внутренний радиус каркаса;  $\rho_0$  и  $R$  — соответственно радиус сечения каркаса и его средний радиус, определенные относительно  $R_0$  (рис. 1).

При этом предполагается, что размеры витков внутреннего и наружного слоев мало отличаются [1]. В [2] такой метод рекомендуют применять, полагая что  $\rho_0$  — радиус среднего витка. Однако с увеличением толщины намотки погрешность формулы (1) заметно возрастает.

В [3] в общем (интегральном) виде решена задача расчета индуктивности однослойной катушки с учетом не только основных геометрических параметров ( $R_0$ ,  $\rho_0$ ), но и диаметра провода и шага намотки. Сложность и объем программы численного расчета, а также машинное время расчета существенно возрастают, если применить подобный метод к многослойным катушкам. Вместе с тем практический диапазон соотношений параметров в таких катушках, применение в большинстве случаев намотки "виток к витку", а также технологические особенности намотки — все это дает основание применять модели, учитывающие только основные геометрические параметры катушек, и обеспечить достаточную для практики точность расчета индуктивности.

Положим, что диаметр провода существенно (на 1–1,5 порядка) меньше любого из размеров каркаса катушки, толщина межслойной и межвитковой изоляций на порядок меньше диаметра провода, витки в окне и по периметру каркаса и последующих слоев уложены равномерно виток к витку по внутреннему диаметру, и пренебрежем их спиральностью. При этом возможны две модели катушки. Первая — соответствует катушке с идеально "жесткой" межслойной изоляцией. Обычно в катушках соотношение между внешним ( $2R - r$ ) и внутренним ( $r$ ) радиусами укладки (рис. 1) не превышает пяти, что позволяет пренебречь влиянием образующегося при переходе от внутреннего радиуса укладки к внешнему шага намотки. Вторая модель соответствует катушке с идеально эластичной межслойной изоляцией и равномерной плотностью витков при укладке.

Принятые допущения позволяют считать, что магнитное поле существует только внутри катушки, а его силовые линии — окружности с центрами на главной оси тороида  $Y$ . Их длина относительно  $R_0$  составит  $l = 2\pi[1 + \rho_0 - \rho \cos \varphi]$ , где  $\rho$ ,  $\varphi$  — полярные координаты витка (рис. 1). Число витков, охватываемых силовыми линиями, пронизывающими слой, левая граница которого по оси  $X$  имеет относительную координату  $x$ , составит  $w(x) = W(x^2 - r^2)/(R_0^2 - r^2)$  при  $r \leq x \leq 1$  и  $w = W$

при  $1 \leq x \leq R + \rho_0$ , где  $r$  — внутренний радиус катушки в относительных единицах. Тогда, используя классические выражения для энергии поля и ее объемной плотности, получаем общее выражение для индуктивности многослойной "воздушной" тороидальной катушки:

$$L = \mu_0 \int_V \frac{w^2 dV}{(l R_0)^2} = \frac{\mu_0 W^2 R_0}{2\pi} \int_0^{\rho_0} \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\varphi d\rho}{R - \rho \cos \varphi} + \frac{\mu_0 W^2 R_0}{2\pi(1 - r^2)^2} \int_r^1 \int_0^{2\pi} \frac{(x^2 - r^2)^2 \rho d\varphi d\rho}{R - \rho \cos \varphi}. \quad (2)$$

Первый член выражения (2) определяет индуктивность однослойной катушки. Можно показать, что этот член приводится к выражению (1).

Введем  $Z = z_0 + z$  — безразмерные функции геометрии катушки, причем

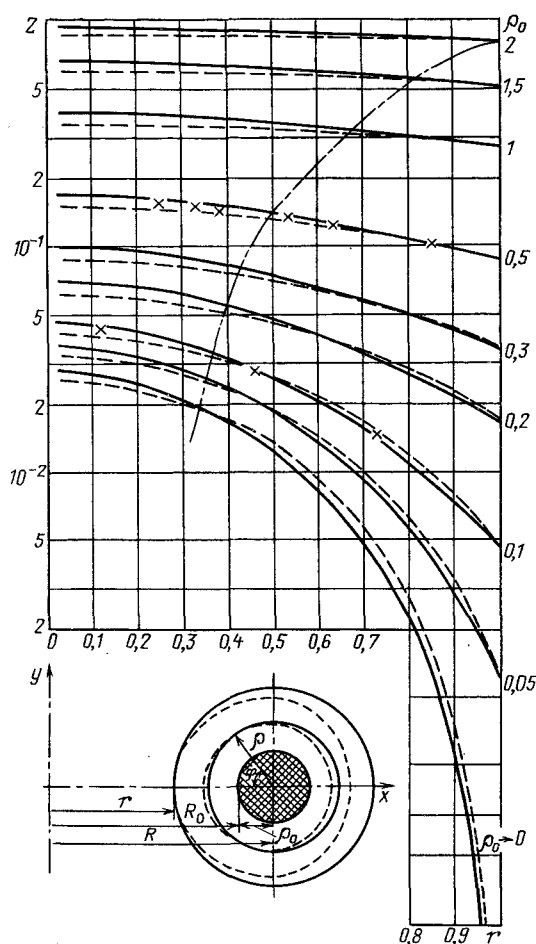


Рис. 1. Многослойная "воздушная" тороидальная катушка с круглым сечением каркаса и функции для расчета ее индуктивности; — — — первая модель,  $Z = z_0 + z_1$ ; — — — граница ее практического применения; — — — вторая модель,  $Z = z_0 + z_2$ ; x — экспериментальные данные

$$z_0 = R - \sqrt{R^2 - \rho_0^2} = 1 + \rho_0 - \sqrt{1 + 2\rho_0}$$

соответствует первому члену выражения (2) и формуле (1), а  $z$  — второму. Выразим индуктивность как  $L = \mu_0 W^2 R_0 Z$  и определим функцию  $Z$  в обеих моделях.

Согласно первой модели все витки — окружности, concentричные сечению каркаса (рис. 1). В этом случае  $\rho = R - x$  и из (2) получим:

$$z = z_1 = \frac{1}{(1 - r^2)^2} \int_r^1 \frac{(x^2 - r^2)^2 (R - x) dx}{\sqrt{R^2 - (R - x)^2}} \quad (3)$$

Согласно второй модели витки имеют форму, обуславливающую постоянную площадь сечения обмотки поверхностью, образованной вращением  $\rho$  вокруг главной оси  $Y$  при  $\rho = \text{const}$  и  $\varphi = \text{const}$ . Тогда можно записать условие

$$2\pi \int_{\rho_0}^{\rho} (R - \rho \cos \varphi) d\rho = \pi(R_0^2 - x^2)$$

и после интегрирования получить квадратное уравнение, решение которого приводит к следующим выражениям для  $\rho$  и  $d\rho$ :

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \left\{ R - [(R - \rho_0 \cos \varphi)^2 - (R_0^2 - x^2) \cos \varphi]^{1/2} \right\} / \cos \varphi; \\ d\rho &= x [(R - \rho_0 \cos \varphi)^2 - (R_0^2 - x^2) \cos \varphi]^{-1/2} dx. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Тогда из (2) и (4) определим функцию  $z = z_2$  для второй модели:

$$z = z_2 = \frac{1}{\pi(1 - r^2)^2} \int_r^1 \int_0^{\pi} \frac{x(R - b)(x^2 - r^2)^2 dx d\varphi}{b^2 \cos \varphi}, \quad (5)$$

где  $b = [(R - \rho_0 \cos \varphi)^2 - (1 - x^2) \cos \varphi]^{1/2}$ .

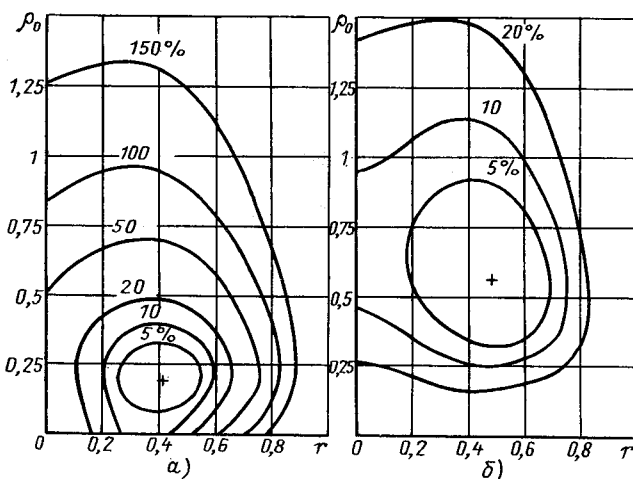


Рис. 2. Диаграммы избыточных объемов тороидальной катушки с круглым сечением каркаса при расчете по критерию допустимой добротности [4]: а — габаритного, б — проводникового материала; + — соотношение размеров катушки, обеспечивающих минимальный объем

На рис. 1 приведены функции  $Z = z_0 + z_1$  и  $Z = z_0 + z_2$ , причем для первой модели ( $z_0 + z_1$ ) приведена граница, обусловленная шагом намотки (см. выше). Результаты показывают, что обе модели приводят к близким результатам, причем при  $r \rightarrow 0$   $z_2 < z_1$ , а при  $r \rightarrow 1$   $z_2 > z_1$ . Из рис. 1 также видно, что при  $\rho_0 \geq 2,0$  катушку допустимо рассматривать как однослойную, так как  $Z \rightarrow z_0$  и  $z_0 \rightarrow 0$ , и применять следует только вторую модель. Отметим также, что  $Z$  практически не зависит от внутреннего радиуса катушки при  $r < 0,1$ . Экспериментальные результаты (рис. 1), полученные при известных  $L$ ,  $W$ ,  $R_0$ ,  $\rho_0$ ,  $r$  в виде  $Z(\rho_0, r) = L/\mu_0 W^2 R_0$ , находятся между рассчитанными функциями  $z_0 + z_1$  и  $z_0 + z_2$ , причем ближе к нижним значениям.

Представляет практический интерес найти аналитическое выражение, аппроксимирующее полученные численными методами функции  $Z$ . В соответствии с экспериментальными данными примем, что оно должно аппроксимировать функцию, проходящую на 1/3 интервала функций  $z_0 + z_1$  и  $z_0 + z_2$  выше нижней границы. Предположениями для получения искомого выражения являются следующие особенности: при  $r \rightarrow 1$   $z \rightarrow 0$ ,  $Z \rightarrow z_0$ ; при  $r \rightarrow 0$   $\partial z / \partial r \rightarrow 0$ ; при  $\rho_0 \rightarrow \infty$   $z \rightarrow 0$ ,  $Z \rightarrow z_0$ . Этим требованиям удовлетворяет следующее выражение:

$$Z = 0,086(1 - r^2) \ln(1 + 1,53\rho_0) + 0,2245/(1,42 + r^2) + 0,03833r^2 + 0,8689 + \rho_0 - (1 + 2\rho_0)^{1/2}, \quad (6)$$

которое аппроксимирует приведенную выше функцию с погрешностью не более 2,5 %. Это является достаточным, учитывая технологические особенности намотки тороидальных катушек.

На рис. 2 приведены диаграммы избыточных объемов тороидальных катушек с круглым сечением каркаса, определенные методом [4] по различным критериям. Эти данные устанавливают предпочтительные соотношения геометрических параметров катушек и соответственно уменьшают область  $r$  и  $\rho_0$  при аппроксимации  $Z$ . Расчеты показали, что при  $r \geq 0,1$  и  $\rho_0 \geq 0,1$  допустимо применять классическую формулу (1), приняв, что радиус "эффективного" витка превышает радиус  $\rho_0$  на  $(1 - r)/n$ :

$$Z = 1 + \rho_0 + (1 - r)/n - \{1 + 2[\rho_0 + (1 - r)/n]\}^{1/2}. \quad (7)$$

Погрешность расчета составит при этом не более 3 %, если принять  $n = 2,973 + 0,2165/(r + 0,1108)$ , и не более 11 %, если  $n = 3,64$ . Отметим, что рекомендуемый [2] метод расчета по среднему витку допустимо применять лишь при  $\rho_0 \geq 0,3$  и  $r \geq 0,7$  (погрешность до 12 %), иначе погрешность может достигать 25 %.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. — Л.: Энергоатомиздат, 1986.
2. Русин Ю. С., Чепарухин А. М. Проектирование индуктивных элементов приборов. — Л.: Машиностроение, 1981.
3. Немцов М. В. Справочник по расчету параметров катушек индуктивности. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. Гельман М. З. Расчет и оптимизация конструкции индуктивных катушек без стали. — Электротехника, 1989, № 6.

[12.02.92]

# Эквивалентные параметры массивных проводников с учетом их нагрева в установившемся режиме при периодических токах

НОСОВ Г. В., канд. техн. наук

Томский политехнический институт

Анализ и оптимизация некоторых электротехнических устройств связаны с необходимостью учета поверхностного эффекта в массивных проводниках в установившемся режиме при периодических токах, которые в самом общем случае могут быть представлены как

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^n \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (1)$$

при активной потребляемой мощности

$$P = I_0^2 R_0 + \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k \quad (2)$$

где  $R_0$  и  $R_k$  — активные сопротивления массивного проводника постоянной составляющей и  $k$ -гармонике тока.

При этом для инженерных вычислений может быть использован метод эквивалентных синусоид [1], когда ток и напряжение, записанные в виде

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= I_0 + \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi_1); \\ u(t) &= I_0 R_0 + \sqrt{2} U \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

отражают результирующее энергетическое воздействие тока (1) на проводник, характеризующееся активной мощностью, равной мощности (2)

$$P = I_0^2 R_0 + IU \cos \varphi = I_0^2 R_0 + I^2 R_a \quad (4)$$

и следующими действующими значениями эквивалентных синусоид:

$$I = \sqrt{\sum_{k=1}^n I_k^2}; \quad U = I \sqrt{R_a^2 + \omega^2 (L + L_b)^2}, \quad (5)$$

где  $R_a$  и  $L_b$  — активное сопротивление и внутренняя индуктивность проводника эквивалентной синусоиде тока;  $L$  — индуктивность внешнего магнитного поля.

Для данного метода были бы удобны аналитические выражения для эквивалентных параметров массивных проводников  $R_0$ ,  $R_a$  и  $L_b$ , учитывающие поверхностный эффект и нагрев проводника, а также гармонический состав тока. Однако известные соотношения для установившегося режима касаются только постоянного или гармонического тока [1–3].

Поэтому целью настоящей статьи является получение достаточно обоснованных формул для эквивалентных параметров массивных проводников, которые отражали бы нагрев проводника в установившемся режиме и гармонический состав тока при использовании метода эквивалентных синусоид.

Для достижения этой цели примем следующие общепринятые допущения [1–3]:

1. Вся толща проводника характеризуется неизменной температурой  $\Theta$  и постоянными теплофизическими параметрами, т. е. постоянными значениями магнитной проницаемости  $\mu_a$  и электропроводности  $\gamma$ , а также постоянными величинами температурного коэффициента сопротивления  $\alpha$  и коэффициента теплоотдачи  $\beta$  в окружающую среду со стабильной температурой  $\Theta_0$ .

2. Растекание тока по проводнику (краевой эффект) и влияние соседних проводников с током (эффект близости) учитывать не будем, считая при этом, что площадь поперечного сечения проводника равна  $S$ .

3. Продольные и поперечные размеры проводника, а также радиусы кривизны его поверхности много больше эквивалентной глубины проникновения электромагнитного поля, поэтому будем исходить из представления о плоской одномерной электромагнитной волне, проникающей в проводник перпендикулярно его поверхности и полностью затухающей в его теле.

С учетом этих допущений при электропроводности [2]

$$\gamma = \gamma_0 / [1 + \alpha(\Theta - \Theta_0)] \quad (6)$$

для эквивалентных параметров массивного проводника можно записать следующие выражения:

$$R_0 = \frac{l}{\gamma S}; \quad R_a = \frac{l}{\gamma a \Delta_R}; \quad L_b = \mu_a \frac{l}{a} \Delta_L \quad (7)$$

где  $\gamma_0$  — электропроводность материала проводника при температуре окружающей среды  $\Theta_0$ ;  $l$  и  $a$  — длина и внешний периметр поперечного сечения проводника;  $\Delta_R$  и  $\Delta_L$  — эквивалентная толщина поверхностного слоя для эквивалентной синусоиды тока и для ее магнитной энергии соответственно.

Последние величины могут быть получены на основании эквивалентной глубины проникновения в проводящее полупространство гармонического тока с угловой частотой  $\omega$  [1–3]

$$\Delta = \sqrt{2/\mu_a \gamma \omega} \quad (8)$$

Смысл этой величины раскрывается в равенстве джоулевых потерь во всей толще проводящей среды при гармоническом токе и в проводнике толщиной  $\Delta$  при постоянном токе, равном действующему значению этого гармонического тока. Поэтому в данном случае  $\Delta_R = \Delta$ . Если же воспользоваться также приведенной в [1] формулой равенства активного и индуктивного сопротивлений гармоническому току

$$R_1 = \omega L_1, \quad (9)$$



то из выражений (7)–(9) будет следовать

$$\Delta_L = \Delta/2. \quad (10)$$

Так что для гармонического тока с угловой частотой  $\omega$  активное сопротивление и внутренняя индуктивность массивного проводника будут равны [1]:

$$R_1 = \frac{l}{\gamma a \Delta}; L_1 = \mu_a \frac{l}{2a} \Delta. \quad (11)$$

Очевидно, при увеличении угловой частоты гармонического тока в  $k$  раз эти величины составят

$$R_k = \sqrt{k} R_1; L_k = L_1 / \sqrt{k}. \quad (12)$$

Далее воспользуемся средними значениями активной и реактивной мощности для эквивалентной синусоиды тока

$$P_a = I^2 R_a; Q_b = I^2 \omega L_b, \quad (13)$$

на основании которых, применяя принцип наложения и формулы (11), (12), получаем

$$\left. \begin{aligned} P_a &= \sum_{k=1}^n P_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 P_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 \sqrt{k} R_1; \\ Q_b &= \sum_{k=1}^n Q_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 k \omega L_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 \sqrt{k} \omega L_1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Откуда с учетом выражений (5), (7), (11), (13) имеем

$$\Delta_R = \Delta/N; \Delta_L = N\Delta/2, \quad (15)$$

где через  $N$  обозначен безразмерный параметр,

$$N = \sum_{k=1}^n \sqrt{k} I_k^2 / I^2. \quad (16)$$

Из соотношения (16) нетрудно заметить, что  $N \geq 1$ , причем этот параметр тем больше, чем существеннее несинусоидальность тока. Его величина не зависит от начальных фаз гармоник тока, а определяется лишь соотношением их действующих значений.

Так, согласно расчетам на ЭВМ периодический ток (1) в виде однополярных прямоугольных импульсов с амплитудой  $I_m$  и длительностью  $\tau$  при скважностях

$$q_1 = 2\pi/\omega\tau = 1; 2; 4; 9; 16; 25 \quad (17)$$

и постоянной составляющей

$$I_0 = I_m/q_1 \quad (18)$$

имеет соответственно такие относительные действующие значения эквивалентной синусоиды:

$$I/I_m = 0; 0,499; 0,433; 0,314; 0,241; 0,195 \quad (19)$$

и следующий безразмерный параметр

$$N = -; 1,359; 1,543; 2,070; 2,655; 3,248. \quad (20)$$

В свою очередь ток (1) в виде знакопеременных прямоугольных импульсов ( $I_0 = 0$ ) с амплитудой  $I_m$  и длительностью  $\tau$  при скважностях

$$q_2 = \pi/\omega\tau = 1; 2; 4; 9; 16; 25 \quad (21)$$

соответственно имеет

$$I/I_m = 1; 0,707; 0,499; 0,333; 0,249; 0,199; \quad (22)$$

$$N = 1,359; 1,362; 1,833; 2,694; 3,567; 4,433. \quad (23)$$

Для определения неизменной температуры проводника  $\Theta$  можно воспользоваться уравнением теплового баланса [2]

$$P = \alpha l \beta (\Theta - \Theta_0) \quad (24)$$

и соотношениями (4), (6)–(8), (15), на основании которых получаем

$$\begin{aligned} \Theta = \Theta_0 + \frac{A^2}{2\alpha(B - I_0^2)} \left[ 1 + \sqrt{1 + 4B(B - I_0^2)/A^2} \right] + \\ + \frac{I_0^2}{\alpha(B - I_0^2)}, \end{aligned} \quad (25)$$

причем для любых значений  $I_0$  и  $I$ , когда

$$\beta > \frac{\alpha I_0^2}{\gamma_0 S}, \quad (26)$$

имеем  $\Theta \geq \Theta_0$  при расчетных параметрах

$$A = \frac{I^2 N S}{a \Delta_0}; B = \frac{\gamma_0 S \beta}{\alpha}, \quad (27)$$

где  $\Delta_0 = \sqrt{2/\mu_a \gamma_0 \omega}$  — эквивалентная глубина проникновения гармонического тока при температуре проводника, равной температуре окружающей среды  $\Theta_0$ .

Так, например, гармонический ток

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) \quad (28)$$

согласно выше приведенным формулам ( $I_0 = 0$ ) нагревает цилиндрический медный проводник при

$$\begin{aligned} I_m = 10^4 \text{ А}; I = I_m/\sqrt{2} = 0,707 \cdot 10^4 \text{ А}; \omega = 314 \text{ 1/с}; \\ N = 1; \Theta_0 = 20^\circ \text{С}; \gamma_0 = 58 \cdot 10^6 \text{ 1/Ом}\cdot\text{м}; \\ \alpha = 0,0043 \text{ 1/}^\circ\text{С}; S = 0,01 \text{ м}^2; a = 0,3545 \text{ м}; \end{aligned}$$

ь = 15 Вт/(м<sup>2</sup>·°С) до температуры  $\Theta = 74,33$  °С.

При этом периодический ток (1) в виде однополярных и знакопеременных прямоугольных импульсов с амплитудой  $I_m = 10^4$  А и  $\omega = 314$  1/с при параметрах (17)–(20) и (21)–(23) нагревает этот же проводник соответственно до следующих температур:  $\Theta = 57,68$ ; 65,94; 52,52; 41,29; 35,72; 32,45 °С;  $\Theta = 196,27$ ; 96,82; 69,14; 51,12; 42,66; 37,82 °С.

Таким образом, температура массивного проводника (25) и его эквивалентные параметры (7) определяются гармоническим составом тока, угловой частотой  $\omega$  первой гармоники, размерами проводника и его теплофизическими свойствами.

**Вывод.** Получены достаточно простые и обоснованные формулы для вычисления в установившемся режиме эквивалентных параметров массивных проводников при различных периодических токах, которые могут быть рекомендованы для использования в инженерных расчетах соответствующих энергетических устройств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергия, 1966. – 414 с.
2. Теория электрических аппаратов / Г. Н. Александров, В. В. Борисов, В. Л. Иванов и др. Под ред. Г. Н. Александрова. – М.: Высшая школа, 1985. – 312 с.
3. Немков В. С., Демидович В. В. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.

[01.08.90]

## Особенности электрических свойств клеток и их взаимосвязи

БЕЛЯВСКИЙ Е. М.,  
БЕЛЯВСКИЙ Д. Е.

Харьков

Многообразие протекающих в клетках процессов и их взаимосвязи можно оценить по анализу их электрических полей и сигналов. Для получения такой оценки рационально воспользоваться [1] характеристикой иммунитета как способности клетки восстанавливать собственное электрическое поле после воздействия извне. Такая формулировка удобна для анализа, так как по одной характеристике можно качественно оценить состояние клетки. Это утверждение справедливо, если собственное электрическое поле однозначно характеризует все многообразие биохимических процессов, протекающих в клетке. Действительно, собственное электрическое поле в динамике (с периодичностью деления клетки) однозначно отождествляет процессы, происходящие в ней.

Анализируя одну из таких характеристик, например, скорость изменения напряжения во времени [1], для идентичного момента времени  $t$  каждого цикла, можно отметить, что при

$$\frac{du}{dt} = \text{const} \quad (1)$$

клетка нормально развивается, делится. При увеличении значения  $\frac{du}{dt}$  происходит сокращение цикла деления, скорость размножения клеток увеличивается.

При уменьшении значения  $\frac{du}{dt}$  увеличиваются

потери клеток, развитие тормозится, идет мощная дифференциация клеток, образуются застойные явления.

Для жизнеобеспечения клеток, их групп и образований требуется не только подвод питания, но и воздействие электрических сигналов на собственное электрическое поле, которыми регулируются биохимические процессы в клетке. В основном на собственное электрическое поле клетки действует три вида сигналов:

1. Сигналы от командных центров организма, направленные на регулирование действия клетки.
2. Сигналы от собственных полей других клеток.
3. Сигналы от внешних источников воздействия.

Причем все виды сигналов, включая сигналы от командных центров организма, имеют искажения. Это вызвано всевозможными нарушениями в организме, прежде всего в механизме его нервной системы (более 50 %), в нарушениях проводимости из-за склеротических явлений, травм и др. Клетка избирательно реагирует на все виды сигналов. Именно это свойство ее позволяет ей сохранить свою жизнеспособность. Это объясняется тем, что клетка, ее элементы обладают природными свойствами реагировать адекватно на определенный вид сигнала. При других несвойственных видах сигналов элементы клетки либо не реагируют, либо адаптируются к ним. После окончания такого воздействия собственное поле восстанавливается. В

этом сказываются иммунные природные свойства клетки.

В связи с многообразием процессов, происходящих в клетке [2, 3], и ее малыми размерами исследовать непосредственным путем хотя бы качественно реакцию клетки, ее состояние под действием импульсов электрического тока не представляется возможным. Поэтому для исследования автором использован косвенный метод, позволяющий теоретически качественно проанализировать влияние импульсов электрического тока на клеточном уровне.

Для упрощения исследования вводятся следующие допущения:

1. Клетка имеет форму шара с радиусом  $R$ . Поскольку форма клетки не влияет на процессы, происходящие в ней [4, 5], такое допущение вполне оправдано.

2. Наружная оболочка клетки мгновенно под действием импульса тока меняет свой потенциал.

3. Импульс тока вызывает адекватные тепловые процессы.

4. Собственное электрическое поле клетки во много раз меньше поля, возбуждаемого наведенным электрическим сигналом.

5. Клетка изолирована от других клеток и кроме наведенного воздействия другим воздействием не подвергается.

В таком упрощенном (идеальном) случае задача сводится к определению распределения температуры от действия мгновенного источника на оболочку клетки.

Исходными данными будем считать радиус клетки  $R$  и мгновенное значение температуры  $t_0$  на оболочке клетки, которая образовалась под действием импульса тока. С целью удобства анализ будет проводиться в относительных единицах. Его можно проводить на основе решения уравнения теплопроводности в частных производных [6]

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left[ \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad (2)$$

где  $t$  — температура (текущее значение);  $\tau$  — время (текущее значение);  $a$  — коэффициент теплопроводности (теплоинерционность тела);  $r$  — текущее значение  $R$ .

Решение имеет смысл при  $\tau > 0$ ,  $0 < r < R$ .

Для решения (2) следует использовать граничные условия первого рода, так как имеется импульсный источник температуры, являющийся функцией времени.

Граничными условиями будем считать

$$\left. \begin{aligned} t(r, 0) &= f(r); \\ t(R, \tau) &= t_c = \text{const}; \\ t(0, \tau) &\neq \infty; \\ \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $t_c$  — температура на поверхности клетки, обусловленная действием источника тепла.

(Последнее выражение есть условие симметрии).

Для решения (2) можно воспользоваться известным методом [6], для чего уравнение (2) после

преобразований приведем к виду

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[ \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right] \quad (4)$$

Для решения применим метод разделения переменных [6]. После применения метода Фурье получаем (в относительных единицах)

$$Q = \frac{t(r, \tau) - t_c}{t_0 - t_c} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{R \sin \frac{r}{R}}{r \mu_n} \exp(-\mu_n^2 F_0), \quad (5)$$

где  $A_n = (-1)^{n+1} r$ ;  $\mu_n = n\pi$ ;  $t_0$  — начальная температура.  $F_0 = a\tau/r^2$  — критерий гомохронности для процессов частной теплопроводности.

Решение (6) представляет собой быстро сходящийся ряд, так как с увеличением  $\mu_n$  функция  $(-\mu_n^2 F_0)$  быстро уменьшается. Для больших  $F_0$  достаточно взять один член ряда. Для клетки значение  $F_0$  велико вследствие большого значения коэффициента теплопроводности  $a$ , и, как следует из решения (5), изменение температуры на глубине  $\frac{r}{R} \leq 0,6$  уже не заметно, а в центре температуры практически не изменяется.

Клетки имеют неоднородную структуру, плотность и проводимость ее отдельных элементов различны. Коэффициент теплопроводности ядра во много раз меньше, чем цитоплазмы и др. Такая структура, созданная природой, обеспечивает замкнутый цикл жизнеобеспечения клетки с максимальными затратами энергии. Ее изотермы совпадают с эквипотенциальными поверхностями клетки.

Изменение изотерм и эквипотенциальных поверхностей, как следует из анализа решения (5), имеет место только вблизи оболочки цитоплазмы, а в ядре и вблизи него изменений нет. За счет этого сохраняются природные свойства клетки, ее иммунитет. Изменение формы клетки не сказывается на закономерностях расположения изотерм и эквипотенциальных поверхностей.

Однако реальная клетка имеет дефекты, связанные со множеством причин, в том числе с нарушениями связи с нежелательными нарушениями связаны не с изменением формы клетки, а с смещением ядра от центра к оболочке клетки и даже касанием ее. Такая клетка имеет деформированное собственное электрическое поле и при воздействии на нее отвечает неадекватно, и собственное поле полностью не восстанавливается по окончании воздействия. Имеет место полная или частичная потеря иммунитета. Такие деформированные клетки легко трансформируются, в том числе в онкогенные, приобретают новые, не свойственные им качества.

Такие деформированные клетки находятся в состоянии устойчивого равновесия, если влияние извне не создает условий для их ускоренного роста, в том числе следующих:

1. Наличие уплотненных клеток, групп клеток, что связано с уменьшением расстояния между ними ниже допустимого. Образуются как бы подложки, способствующие образованию недифференцированных клеток.

Как следует из анализа решения (5) в деформированной клетке под действием электрического поля и температуры происходят изменения в ядре, снижение иммунитета, появляются условия для ее трансформации, увеличения скорости деления. Соответственно происходит увеличение заряда деформированной клетки, а на границе с нормальными клетками увеличивается скорость изменения заряда  $\frac{dQ}{dx}$ .

2. Внеклеточные структуры жизнеобеспечения клеток эффективны при наличии между клетками расстояния, достаточного для транспортировки продуктов жизнеобеспечения, эвакуации переработанных продуктов. Причем внеклеточные структуры создают на определенной занятой ими территории [4] условия для жизнеобеспечения своей группы клеток, последние могут находиться также и на другой близлежащей территории, где есть условия для их жизнеобеспечения. Последнее объясняется тем, что резкого барьера между отдельными территориями практически нет (даже между мягкими и костными тканями), так как есть переходные структуры, обеспечивающие их автономность. Условия жизнеобеспечения переходных тканей соответствуют плавному переходу одного вида ткани в другой. Благодаря этому скорость изменения заряда  $\frac{dQ}{dx}$  в естественных условиях организма

изменяется плавно [3], обычно по закону экспоненты. Хотя при нарушениях, например, травмах, в результате которых может происходить деформация, скорость изменения заряда может быть очень большая. При сухом отслоении мягкой ткани от кости на границе с дефектом предел скорости изменения заряда

$$\lim_{dx} \frac{dQ}{dx} = \infty \text{ при } x \rightarrow 0. \quad (6)$$

В этом месте костная ткань может превратиться в подложку для ускоренного образования центров дефектных клеток, в том числе онкогенных, например как при саркоме кости и других видах опухолевых образований.

Следует отметить, что роль переходных тканей может выполнять жидкая среда, по которой транспортируются продукты жизнеобеспечения клеток, обеспечиваются их связи между собой и другими видами тканей. Все виды клеток и тканей имеют между собой определенную взаимосвязь, которая и определяет их взаимное поведение. Для объяснения этих процессов предлагается в качестве гипотезы теория подобия межклеточных взаимосвязей. Эта теория основана [1] в свою очередь на двух гипотезах — на теории центров образования дефектных клеток и теории деформации электрических воздействий. На основе этих гипотез с помощью теории подобия межклеточных взаимосвязей объясняются динамика поведения клетки и система управления ею. Во многих исследованиях, в том числе в [1–3], так и в данной работе для удобства и упрощения анализа клетка рассматривается как изолированная и автономная структура. Такое упрощение не объясняет ряда ее свойств и поведения. Теория подобия межклеточных воздей-

ствий рассматривает клетку во взаимодействии с окружающей ее средой.

Основными постулатами предлагаемой теории являются:

1. Считаются достоверными гипотезы, предложенные в [1], в том числе утверждение, что собственные электрические и магнитные поля клетки являются отображением физико-химических процессов в ней, в ее внутренних структурах.

2. Связь между различными видами клеток может осуществляться контактным и безконтактным путями. Контактным путем могут передаваться электрические сигналы, продукты жизнеобеспечения и др. Бесконтактным путем могут передаваться только электрические сигналы. Сигналы обоих видов определяют поведение клетки.

3. Изолированная клетка не может существовать автономно даже при наличии продуктов ее жизнеобеспечения. Клетка может существовать только во взаимосвязи с другими клетками, в том числе в нервной, переходной и других видах тканей.

4. Поведение клетки в общем определяется интегральным значением сигналов, воздействующих на нее и вызывающих ее ответную реакцию.

Основываясь на приведенных положениях, рассмотрим изолированный объем однородной ткани. В этом объеме однородные клетки имеют близкие по характеристикам электрические и магнитные поля, которые суммируясь создают групповые поля. Сигналы этих полей поддерживают протекание физико-химических процессов в клетках. Все клетки в данном объеме поля обладают близкими или подобными характеристиками. В дальнейшем такие клетки будем называть подобными. Такой объем подобных клеток, не являясь автономным объединением, обладает способностью саморегулирования жизнеобеспечения клеток, совершенствования их структуры, поддержания с помощью электрических сигналов своего поля постоянную связь с другими видами клеток, в том числе с нервной тканью, давая информацию о своем состоянии, получая ответные сигналы.

При попадании в данный объем клеток другого вида, имеющих поля с другими характеристиками, под действием более сильных полей, полей подобных клеток происходит трансформация чужеродных клеток в подобные либо меняются их свойства на свойства подобных или они погибают. В любом из указанных случаев поля, а значит и свойства подобных клеток восстанавливаются.

Таким образом иммунитет, каким его представляют, есть свойство не изолированной клетки, а объема подобных клеток, способных восстанавливать собственные электрическое и магнитное поля в результате воздействия извне. Какими бы не были природные свойства изолированной клетки, ее иммунитет — они подавляются полем суммарного объема подобных клеток. Поэтому понятие иммунитета относится к концентрации и распределению клеток в данном объеме, а не к индивидуальным свойствам изолированных клеток.

Если концентрация  $\gamma_n$  нормальных клеток в данном объеме

$$\gamma_n = \frac{dn}{dV}, \quad (7)$$

где  $n$  — число нормальных клеток;  $V$  — объем, есть величина, преобладающая над концентрациями других видов клеток, то

$$\gamma_n \gg \sum_{i=1}^k \gamma_i, \quad (8)$$

где  $k$  — количество различных видов клеток, имеющих в данном объеме;  $\gamma_i$  — концентрация клеток.

Исходя из анализа (7) и (8) можно дать количественную оценку иммунитета:

$$j = \frac{\gamma_n}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \gamma_i \quad (9)$$

Для различных видов тканей минимальное значение иммунитета примерно равно  $j = 100 \div 1000$ . При этом для каждого вида ткани, ее микрообъемов есть свой показатель  $j$ , который должен превышать минимальное значение:

$$j > j_m. \quad (10)$$

В целом для организма иммунитет следует оценивать по виду ткани, для которой значение показателя  $\gamma$  минимально.

При наличии в организме объемов клеток в тканях, где имеются сплошные дефекты (допустим из-за нарушения трофики, застойных явлений имеет место недостаток калия, кальция и т. д.), но ткани продолжают функционировать, показатель иммунитета следует оценивать как

$$j = j_n \lambda, \quad (11)$$

где  $j_n$  — иммунитет объемов нормальной ткани;  $\lambda$  — коэффициент снижения иммунитета, всегда

$$\lambda < 1. \quad (12)$$

В опухолях, в том числе злокачественных, где нормальных клеток  $n$  практически нет,

$$j_n = 0. \quad (13)$$

Следует вести оценку состояния организма только по показателю иммунитета  $j$  для границы между нормальной и опухолевой тканью.

При малых концентрациях нормальных клеток, например  $j_n < 100$ , существенное влияние оказывают другие виды клеток, в основном не свойственные данному виду тканей, допустим соседние клетки, захватившие частично данную территорию. В этом случае собственные электрические и магнитные поля данного объема ткани отражают суммарные свойства всех видов клеток. Соответственно влияние этого поля способствует созданию на границе этого объема других клеток (клеток-

мутантов) с подобными свойствами. Они могут обладать совершенно новыми свойствами и быть центрами образования новых популяций, как полезных, так и опухолевых.

Изложенные положения гипотезы теории подобия межклеточных взаимосвязей позволяют обобщить следующее:

1. Суммарные электрические и магнитные поля и сигналы отдельных объемов клеток, взаимодействуя с расположенными на границе с ними клетками, а также удаленными от них, но обладающими повышенным восприятием, могут привести к трансформации последних, к созданию себе подобных клеток, клеток-мутантов и т. п. Исходя из этого можно объяснить, например, динамику опухолей, их распространение, образование метастаз, а также способ переноса заболеваний без вирусной инфекции.

2. Поля, напряжения и температуры на нормальные клетки особого влияния не оказывают, стимулируются только процессы их жизнеобеспечения, улучшается трофика. В дефектных клетках, в том числе с механическими дефектами (уплотнение, нарушение формы со смещением ядра и т. д.), эти воздействия вызывают существенные изменения. Может произойти дифференцировка дефектных клеток, и наоборот — ускорение их роста, трансформация в желательном и нежелательном направлениях. Достоверный положительный эффект может быть достигнут только при селективном воздействии и наличии обратной связи.

3. Каждая клетка имеет связь с окружающими ее клетками, объемами и существует, управляется, меняет свои свойства в зависимости от них, уподобляясь им, хотя при этом она может погибнуть.

Это подобие групповым свойствам свойств каждой клетки и является законом подобия живого организма, который можно определить как способность клеток под действием электрических и магнитных полей и сигналов в том числе от других групп клеток управляться, приобретая новые свойства, ранее им не свойственные.

Из этого закона вытекает следующее:

1. Клетки в соответствии с законом подобия приобретают качественно новые свойства, в зависимости от воздействия на них суммарных электрических полей и сигналов. Эти воздействия неодинаковы для каждой клетки из-за целого ряда факторов (например, строения клетки, условий ее жизнеобеспечения, электрических характеристик и др.). Поэтому каждая клетка приобретает свои особые свойства, двух одинаковых клеток быть не может. Все виды клеток могут быть только подобны, с близкими свойствами.

2. Существует два вида воздействия на клетку. Первое — это мощное (ударное) механическое, электрическое или другое (например, травма) воздействие. Такое воздействие противостоит естественно, результаты его действия, в основном, отрицательные. Второе — это естественное постоянное воздействие на клетку, являющееся результатом действия слабых электрических, магнитных полей и сигналов других видов клеток, сигналов извне и т. п. При этом в клетке происходят изменения (меняются обменные процессы, ход физико-химических реакций и др.). Эти изменения происходят и с определенным запаздыванием, инерцией, которая характеризует устойчивость клетки к внешним воздействиям. Инерция свойственна всем видам

клеток и тканей, исключает их реакцию на случайные кратковременные воздействия. Инерция является важнейшей характеристикой клетки, ее противодействия к изменениям, ее желания сохранить свое исходное состояние. Именно это сопротивление изменяет воздействующее на клетки поле подобных клеток, соответственно меняются их свойства. Таким образом, поле подобных клеток постоянно меняется, самосовершенствуется. Это есть динамика процесса нормального существования клеток.

Исходя из этого можно сформулировать рациональную концепцию лечения как стабилизацию процесса образования и самосовершенствования механизма подобных клеток, их электрических, магнитных полей и сигналов. Практически большинство известных методов лечения основано на этой концепции, хотя механизм лечения объясняют иначе. К таким "чистым" способам лечения относят метод электроимпульсной терапии, разработанной автором, основанный на селективном воздействии на клеточном уровне. Способ практически не имеет противопоказаний и ограничений, как возрастных, так и при наличии сопутствующих заболеваний, в том числе сердечно-сосудистых. Поскольку воздействие осуществляется на клеточном уровне, то он приемлем для лечения больных с опухолевыми образованиями, в том числе злокачественного происхождения.

Полученные клинические результаты лечения острых лейкозов у детей, заболеваний молочной железы, больных со злокачественными опухолевыми образованиями подтвердили справедливость данной концепции лечения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белявский Е. М. Концепция электроимпульсного воздействия на клетки организма. — Электричество, № 5, 1991.
2. Бутенко З. А., Барановский М. А., Наумов О. И. Лейкозные клетки. Происхождение, ультраструктура, дифференцировка. — Киев: Наукова думка, 1984.
3. Казьмин С. Д. Биохимия математического цикла опухолевых клеток. — К.: Наукова думка, 1984.
4. Васильев Ю. М., Гельфанд И. М. Взаимодействие нормальных и неопластических клеток со средой. — М.: Наука, 1981.
5. Кинетика форменных элементов крови / Е. Н. Мосягина, Е. В. Владимирская, Н. А. Турубарова, Н. В. Мызина. — М.: Медицина, 1976.
6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Изд-во технико-теоретической литературы, 1963.

[27.09.91]

## Выбор типа воздушной линии электропередачи по комплексному критерию

(Статья ЗУЕВА Э. Н., "Электричество", 1991, № 11)

ФЕЛЬДМАН М. Л.

Приведенные удельные затраты на сооружение и эксплуатацию линии ( $Z_0$ ) учитывают как стоимость отчуждаемой земли (экологический ущерб), так и влияние изменения натуральной мощности линии на ее стоимость (собственно линии и конечных компенсирующих устройств) и на затраты по эксплуатации (потери в линии и в связанной с ней сети). Следовательно, величина  $Z_0$  несет в себе всю необходимую информацию, и ее умножение или деление на  $B$  и  $P_{\text{нат}}$  ничего не добавляет к физическому смыслу критерия и представляется искусственной операцией. Естественно, что сказанное справедливо, если верить в методологическую правильность и однозначность оценки всех понятий, входящих в приведенные затраты [1]. Если же определение приведенных затрат, являющихся основой любых оптимизационных критериев, считать недостоверным, то формальные операции с ними не прибавят доверия к выбранному варианту.

В этой связи уместно отметить характерную для многих научных публикаций тенденцию к расширению числа критериев (социологический, эстетический, психологический, надежность и др.) без указания способа их стоимостной оценки, но зато с детально разработанным математическим анализом их оптимизации [2]. Очевидно, что при широкой зоне равноэкономичных значений приведенных затрат или при игнорировании этого основного критерия все другие критерии (баллы, весовые коэффициенты, нечеткие свидетельства и т. п.) являются частными случаями субъективной экспертной оценки и любая форма их практического использования связана с необходимостью иметь соответствующую условную нормативную базу.

В качестве одной из целей оптимизации в обсуждаемой статье принимается "ширина полосы отчуждения земли под ее трассу", связанная с расстоянием между фазами. На самом деле такое понятие вообще отсутствует в нормативных документах, регламентирующих отвод земли. В соответствии с "Нормами отвода земель для электрических сетей 0,4–500 кВ" (СН 465-74) в постоянное пользование отводится только площадь под опоры ВЛ, не зависящая от расстояния между фазами, а вся остальная земля по трассе линии из постоянного хозяйственного пользования не изымается.

Обосновывая применение этого ошибочного понятия, автор ссылается на другие публикации

[3, 4], однако не указывает, что в [3] учитывается коэффициент использования площади под трассой, а в [4] речь идет о весьма редком случае, когда трасса ВЛ уменьшает селитебную территорию крупного города, стоимость которой может оправдать прокладку кабельной линии. Следует отметить также, что автор этим понятием подменил заимствованную в "Справочнике по проектированию электроэнергетических систем" ширину коридора ВЛ (включая охранную зону). В целом применение этого критерия в общем виде, приведенном в статье, следует признать необоснованным.

В статье показано, что увеличение натуральной мощности всегда связано с повышенными затратами на сооружение линии, однако возможность компенсации этих затрат за счет удешевления конечных компенсирующих устройств или снижения стоимости потерь во всех элементах сети осталась не рассмотренной. Введение натуральной мощности в знаменатель комплексного критерия привело к ошибочному выводу о целесообразности ее безграничного увеличения.

Поскольку введение в критерий параметра  $B$  ошибочно, а натуральная мощность не может рассматриваться как самоцель, из трех целей остается одна — удельные приведенные затраты на сооружение и эксплуатацию, хорошо известные со времен Кельвина.

Характерно, что все иллюстрации эффективности предложенного критерия, основой которого являются удельные приведенные затраты на единицу натуральной мощности, даются для напряжения 110 кВ, для которого, как справедливо указывает автор, задача повышения натуральной мощности не является первостепенной. Есть в этом смысле и другие настораживающие моменты:

сравниваются "традиционные" конструкции ВЛ, для которых не ставилась задача повышения натуральной мощности со специальными конструкциями, где использование поверхности проводов полное, т. е. с компактными ВЛ с междупольными распорками (при установке на "традиционных" ВЛ распорок их натуральная мощность увеличилась бы в 1,5 раза);

под "традиционной" конструкцией ВЛ 110 кВ в статье понимается линия с горизонтальным расположением фаз, никогда не входившая в типовые унифицированные конструкции, для которых отсутствует само понятие  $d_{\text{мф}}$  на рис. 2 обсуждаемой статьи.

Кроме того, в статье содержится ряд излишне категорических утверждений, которые без соответствующих оговорок и ограничений могут ввести в заблуждение читателя:

а) натуральная мощность не может однозначно характеризовать геометрию линии (взаимное расположение проводов в фазе и самих фаз в пространстве), так как эта задача в принципе многозначна (натуральную мощность можно увеличить не только за счет сближения фаз, но и за счет их расширения);

б) ошибочно утверждается, что под повышением пропускной способности понимается увеличение натуральной мощности. На самом деле [5] натуральная мощность определяется собственными параметрами линии (погонные значения индуктивности и емкости), в то время как пропускная способность определяется многими критериями, зависит от схемно-режимных условий работы линии как элемента сети, и, как правило, они не совпадают по величине;

в) утверждается, что предельная по условиям статической устойчивости передаваемая мощность пропорциональна величине натуральной мощности, что равносильно исключению из рассмотрения всех других элементов сети, в которую включается линия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будзко И. А., Левин М. С., Лещинская Т. Б. Выбор типа линии электропередачи по комплексному критерию. — *Электричество*, 1991, № 11.
2. Поспелова Т. Г., Сви́дёрская О. В. Проблемы учета влияния ВЛ на окружающую среду. — *Энергетическое строительство*, 1989, № 7.
3. Лисочкина Т. В. Экономические проблемы создания воздушных линий электропередачи переменного тока сверхвысокого напряжения. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.
4. Цирель Я. А. Учет ценности земли при выборе варианта линий электропередачи. — *Электрические станции*, 1987, № 6.
5. Фельдман М. Л. Проектирование ВЛ повышенной пропускной способности. — *Электрические станции*, 1985, № 11.

#### ПОСПЕЛОВА Т. Г.

Своевременность и актуальность поднимаемой в обсуждаемой статье проблемы выбора типа электропередачи по комплексному критерию безусловны. Полностью поддерживая необходимость использования комплексного критерия, включающего экономическую, техническую, экологическую эффективность, и применения в этой связи многоцелевого подхода, выскажем некоторые соображения по конкретному содержанию.

В современных условиях формирования новых экономических межрегиональных взаимоотношений между электроэнергетическими системами (ЭЭС), ввиду обнаруживаемых ими тенденций к самобалансированию и использованию межсистемных связей и транзитных линий в узкорегиональных целях появляются новые аспекты рассматриваемой проблемы. Представляется также правомерной ее более широкая постановка. Действительно, для перспективного проектирования ЭЭС на расчетный срок 10–15 лет, указываемый авторами, обоснованнее говорить о выборе варианта развития ЭЭС и ОЭС, имея в виду наряду с рассмотрением воздушных линий (ВЛ) того или иного напряжения и типа также и строительство электростанций, реконструкцию имеющихся электросетей, энергосбережение и др. О выборе же типа ВЛ можно говорить на этапе конкретного проектирования электропередачи.

Учитывая вышесказанное, можно остановиться на следующих вопросах.

**Об экономической эффективности.** При перспективном проектировании комплексный критерий должен отражать и компромиссно согласовывать экономические и социально-хозяйственные интересы отдельных регионов, с одной стороны, и системную эффективность вариантов для ЕЭС в целом, с другой. Показатель приведенных затрат в традиционном виде в силу причин, указанных в [1], этому требованию не удовлетворяет. Можно предложить в качестве альтернативных показателей экономической эффективности значения суммы относительных экономий капитальных затрат и издержек в ЭЭС за счет реализации сравниваемых вариантов проекта или суммы изменений приведенных затрат при условии пересмотра норм отчислений. Такой подход позволяет в определенной мере учесть региональные интересы независимых государств, их возможности по энергоресурсам, различие в ценах на энергоресурсы, а также системную эффективность рассматриваемых вариантов. Факторы нестабильности цен и инфляций могут быть учтены, как предлагается в [2], посредством размытых оценок и прогнозных данных. При конкретном проектировании ВЛ экономическая эффективность может оцениваться приведенными затратами на 1 км линии. Однако и здесь, если иметь в виду возможность использования регулируемых ВЛ, указанных в классификации [3], в критерий экономической эффективности следует ввести составляющую, отражающую экономию издержек за счет использования ВЛ как активных регуляторов режимов ЭЭС.

**О технической эффективности.** При расчетном сроке 10–15 лет наиболее важной технической характеристикой проектов ВЛ в числе других вариантов развития ЭЭС является, на наш взгляд, их участие в обеспечении надежности электроэнергетических систем. Поэтому за показатель технической эффективности можно принять сумму изменений математических ожиданий недоотпуска электроэнергии в электроэнергетических системах, существенно связанных с проектируемой электропередачей. Программные возможности расчета такого показателя на сегодняшний день существуют.

Что касается выбора типа ВЛ при конкретном проектировании, то, кроме натуральной мощности, которая является важнейшей характеристикой технических возможностей собственно линии электропередачи, необходимо учесть системное значение и зависимость эффективности рассматриваемых типов ВЛ от условий ЭЭС. Так, например, при использовании натуральной мощности в качестве единственной характеристики технической эффективности упускаются преимущества применения компактных линий в условиях дефицита реактивной мощности в ЭЭС. К важнейшим техническим характеристикам ВЛ, которые следовало бы учитывать в комплексном критерии, к сожалению, мало коррелируемым с натуральной мощностью, относятся ремонтпригодность линии и степень использования ее пропускной способности в связи с перспективным развитием ЭЭС.

**Об экологической эффективности.** Очевидно, правомернее говорить в первую очередь об эколого-социальной эффективности. Причем для учета региональных интересов независимых государств в условиях перспективного проектирования ЭЭС нельзя обойти стоимостную оценку основных эко-



лого-социальных факторов альтернативных вариантов: отчуждаемых земель, вырубемого леса под линии и электростанции, вредных выбросов электростанций и радиационной опасности АЭС. В связи с этим весьма остро стоит задача разработки обоснованных цен на природные ресурсы с привлечением аппарата размытых и прогнозных оценок.

В то же время, выбирая экологический критерий эффективности ВЛ при конкретном проектировании, вряд ли целесообразно ориентироваться на стоимостные оценки в связи с необходимостью учета весьма сложной структуры эколого-социального влияния ВЛ на окружающую среду [4] и трудностью, а в ряде случаев невозможностью денежной оценки части эколого-социальных факторов и их последствий. В частности, это касается влияния ВЛ на окружающий ландшафт, состояние фауны, флоры, социально-хозяйственное развитие в зонах прохождения ВЛ и т. д. В [4] рассматриваются и предлагаются возможные механизмы оценки эколого-социального влияния электропередачи, включая линию и подстанции, на окружающую среду с помощью искусственных шкал, аппарата нечетких множеств.

Использование ширины полосы отчуждения в качестве критерия экологической эффективности можно признать обоснованным для достаточно частной задачи: определения типа линии при относительно жестко заданной трассе ее прохождения, и в основном — линий распределительных сетей.

Нельзя не отметить усложнения дискутируемой темы в связи с необходимостью учета и согласования интересов государственных структур, нарождающихся фермерских хозяйств, населения.

В заключение подчеркнем разноплановость рассматриваемой проблемы во временном и территориальном аспектах, необходимость учета в комплексном показателе эффективности динамики экономического, экологического и социального развития регионов, перспектив изменения функций и роли линий электропередачи в ЭЭС. В связи с этим представляется обещающим и требующим исследований использование для решения многоцелевых проблем выбора ВЛ методов предпочтения [2] и квалиметрии [5].

**Выводы.** 1. Проблема многоцелевой оценки выбора технического решения вариантов развития ЭЭС, включая тип ВЛ, представляется весьма актуальной и своевременной. Изменение системы экономических отношений и хозяйственных связей вносит в нее новые аспекты, что требует отражения при формировании комплексного критерия эффективности.

2. Достоинством предложенного в мультипликативной форме критерия является простота, однако необходимо четкое определение области и условий его применения.

3. При формировании критерия выбора типа ВЛ было бы полезно учесть зависимость эффективности линии от условий (схем и режимов) ЭЭС.

4. Представляются целесообразными исследования по применению методов квалиметрии и предпочтений для решения многоцелевых проблем выбора электропередач.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будзко И. А., Левин М. С., Лещинская Т. В. Дискуссии. — Электричество, 1991, № 11.
2. Арзамасцев Д. А., Липес А. В., Мызин А. Л. Модели

оптимизации развития энергосистем. — М.: Высшая школа, 1987.

3. Зуев Э. Н., Федин В. Т. О классификации и терминологии в области воздушных линий электропередачи новых типов. — Электричество, 1991, № 10.

4. Поспелова Т. Г., Кузьмич В. В., Мательский М. А. Оценка влияния электропередачи на окружающую среду. — Минск: БелНИИТИ, 1990.

5. Поспелова Т. Г., Кузьмич В. В. Эффективность электропередач в электроэнергетических системах. — Минск: БелНИИТИ, 1991.

#### ПОСПЕЛОВ Г. Е.

Воздушные линии электропередачи служат важнейшими структурными элементами электроэнергетических систем, требующими громадных затрат. В этих условиях особенное значение приобретает экономичность принимаемых решений. Поэтому рассматриваемая статья, посвященная анализу технических и экономических показателей воздушных линий, представляет несомненный интерес. Автор совершенно правильно отмечает, что "в современном представлении воздушная линия любого номинального напряжения — это протяженная многокомпонентная электромеханическая система, активно взаимодействующая с сопряженными элементами ЭЭС и с окружающей средой в пространственном и временном измерениях". Поэтому выбор типа воздушной электропередачи может быть произведен на основе многостороннего анализа технико-экономических, экологических, электроэнергетических и других показателей. Предлагаемый автором статьи критерий выбора типа воздушной линии не заменит указанного многостороннего анализа. В статье несколько идеализируется режим натуральной мощности. В частности, потери активной мощности не будут минимальными при передаче мощности, равной натуральной. Действительно, потери мощности на нагревание от прохождения рабочего тока и емкостного тока линии могут быть определены из выражения

$$\Delta P = 3I_a^2 R + 3 \int_0^L \left[ \frac{I_c}{L} l \pm I_p \right]^2 r_0 dl, \quad (1)$$

где  $I_a$  и  $I_p$  — активная и реактивная составляющие рабочего тока линии, имеющие знак плюс при емкостном характере и знак минус при индуктивном;  $I_c$  — емкостный ток линии, который рассматривается как равномерно распределенная вдоль линии нагрузка;  $\frac{I_c}{L} l$  — емкостный ток в точке,

находящейся на расстоянии  $l$  от конца линии;  $R$  и  $r_0$  — соответственно активное сопротивление всей линии и сопротивление на 1 км.

После интегрирования и преобразований получим

$$\Delta P = 3 \left[ R \pm I_p I_c + \frac{I_c^2}{3} \right] r_0 L. \quad (2)$$

Или, при индуктивном характере рабочего тока,

$$\Delta P = 3R^2 + I_c^2 R - 3I_p I_c R. \quad (3)$$

Из выражения (3) хорошо видна ошибочность утверждения, что минимуму потерь соответствует режим натуральной мощности. При передаче натуральной мощности

$$I_p \leq 0$$

и третий член будет отсутствовать.

В случае передачи мощности больше натуральной

$$I_p < 0$$

и третий член выражения (3) имеет положительный знак.

Только при передаче мощности меньше натуральной, т. е. при

$$I_p > 0,$$

третий член становится отрицательным.

Таким образом, из выражений (2) и (3) следует, что минимальные потери активной мощности будут при передаче мощности меньше натуральной.

Включение в комплексный критерий величины натуральной мощности представляется мало оправданным. Эта величина пропорциональна квадрату напряжения, которое само по себе достаточно полно характеризует технические свойства воздушной линии. Можно согласиться с авторами [1], что спорен тезис о рассмотрении натуральной мощности как номинальной мощности воздушной линии электропередачи. Если бы было целесообразно ввести такое понятие, то лучше воспользоваться величиной экономической мощности передачи,

равной [2]:

$$P_{\Sigma} = \frac{U^2 \cos^2 \varphi}{r_0 l} \frac{1 - \eta_{\Sigma}}{\eta_{\Sigma}}, \quad (4)$$

где  $\eta_{\Sigma}$  — экономический к. п. д. линии электропередачи, соответствующий минимуму стоимости передачи электроэнергии.

Включение в комплексный критерий ширины полосы отчуждения недостаточно для учета экологического влияния воздушной электропередачи на окружающую среду.

Утверждая, что в большинстве работ под повышением пропускной способности понимается увеличение натуральной мощности, автор статьи существенно сужает область соответствующих мероприятий. В частности, не используются средства воздействия на волновую длину линии (в том числе настройка на режим полуволны) и автоматического регулирования возбуждения генераторов.

Спорно представление предельной по условиям статической устойчивости передаваемой мощности выражением  $P_{\text{пр}} \approx P_{\text{нат}} / \sin \beta_{\text{ВЛ}} L$ ; соответственно значения  $P_{\text{пр}}$ , приведенные автором статьи, также вызывают сомнения. Для того чтобы реализовать эффект увеличения номинального напряжения электропередачи для повышения ее пропускной способности, необходимо применение средств поперечной компенсации, а тогда указанное выражение для предельной передаваемой мощности не будет справедливо.

Автор статьи говорит также об ограничениях максимальной допустимой активной мощности условиями нагрева и не упоминает об ограничениях по потерям напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будзко И. А., Левин М. С., Лецинская Т. Б. Дискуссии. — Электричество, 1991, № 11.
2. Постелов Г. Е., Федин В. Т. Электрические системы и сети. Проектирование. — Минск: Высшая школа, 1988.

## ЭДС в ферромагнитных телах, обусловленная градиентами магнитной индукции и температуры

МОГИЛЬНИКОВ В. С.,  
ОЛЕЙНИКОВ А. М.

Севастополь

Известно, что отдельный магнетик с магнитным моментом  $\vec{M}$  в постоянном магнитном поле обладает энергией

$$A = - \vec{M} \vec{B}, \quad (1)$$

и на него действует сила (в случае одномерного поля)

$$\vec{F} = - \text{grad } A. \quad (2)$$

В ферромагнитной среде под магнитным моментом  $\vec{M}$  можно понимать магнитный момент свободного электрона  $\mu_0$ .

Вследствие хаотической ориентации моментов электронов их суммарный момент в среднем равен нулю, однако в магнитном поле некоторая их часть ориентируется преимущественно по полю  $\vec{B}$ , что может проявиться в появлении силы, действующей на электрон. При этом если магнитный момент электрона совпадает с направлением поля  $\vec{B}$ , то действующая на него сила определяется из соотношения

$$\vec{F} = \vec{M} \text{grad } \vec{B}. \quad (3)$$

Пусть ферромагнитный проводник находится в однородном постоянном магнитном поле (рис. 1) с индукцией  $\vec{B}$ . В соответствии с изложенным в зонах 1 и 2 на электроны действуют силы, направленные в сторону возрастания поля, т. е. к центру

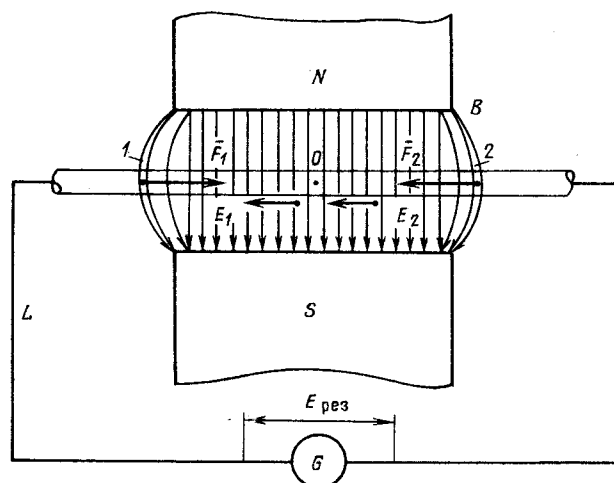


Рис. 1

магнитной системы. В точке 0 образуется избыток отрицательных зарядов, благодаря чему между точками 1-0 и 2-0 возникает разность потенциалов  $\Delta\varphi$ . Перетекание зарядов будет происходить до тех пор, пока энергия электростатического взаимодействия не будет уравновешена энергией магнитного взаимодействия:

$$MB = e\Delta\varphi. \quad (4)$$

Следовательно

$$\Delta\varphi = MB/e.$$

Приняв значение магнитной индукции  $B = 1,6$  Тл и учтя, что заряд электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, а магнитный момент  $M = \mu_0 = 9,27 \cdot 10^{-24}$  А·м<sup>2</sup>, получим

$$\Delta\varphi = \frac{9,27 \cdot 10^{-24} \cdot 1,6}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 10^{-4} \text{ В},$$

т. е. вполне измеряемую величину.

Если взаимная ориентация магнитного момента электрона и магнитной индукции не изменяется, то силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , направленные в разные стороны, равны, следовательно равны по величине и противоположны по направлению ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ . Результирующая ЭДС в контуре  $L$  в этом случае равна нулю.

Из соотношения

$$A = \oint_L \vec{F} d\vec{e} = \oint_L \text{grad } A d\vec{e} = 0 \quad (5)$$

следует, что ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  нельзя обнаружить присоединением прибора к точкам 1-0 или 2-0.

Указанное равновесие можно нарушить путем, например, нагревания какой-либо области (1 или 2), при котором изменяется намагниченность  $J$  ферромагнетика (рис. 2). Физически это объясня-

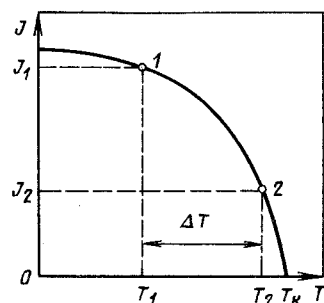


Рис. 2

ется снижением доли магнитных моментов электронов, ориентированных по полю, с повышением температуры ферромагнитного тела. Так, если участок 1 будет нагрет до температуры  $T_1$ , а участок 2 до температуры  $T_2$  (рис. 2), то намагниченность, а следовательно степень ориентации электронов по полю, на этих участках будет различной, и в цепи (рис. 1) возникает результирующая ЭДС [1]

$$E_{\text{рез}} = E_1 - E_2. \quad (6)$$

Опытная проверка высказанных положений проведена на установке, выполненной в соответствии с рис. 1. При разности температур в областях 1 и 2  $\Delta T = 180^\circ \text{C}$  значение ЭДС  $E_{\text{рез}} = 0,16 \cdot 10^{-4} \text{ В}$ .

Погрешности в проведении подобных экспериментов связаны прежде всего со сложным распределением температуры по длине ферромагнетика,

так что речь может идти только о принципиальном подтверждении теоретических рассуждений. Важно также подчеркнуть, что в неферромагнитных проводниках искомая ЭДС не обнаруживается.

Факт концентрации электронов в неоднородном магнитном поле отмечался и другими авторами [2]. Градиенты магнитного поля и разности температуры присутствуют, например, в массивных магнитопроводах электрических машин, в которых даже незначительные по величине ЭДС могут вызвать неучитываемые токи в десятки ампер.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Могильников В. С. Терромагнитная электродвижущая сила. — Изв. АН СССР (Сиб. отделение), 1971, № 13, вып. 3, с. 109–112.
2. Нагаев Э. Л. Фотоиндуцированный магнетизм и магнитоэлектрический эффект. — Природа, 1989, № 6, с. 65–72.

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ФАКТОГРАФИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПО КАРМАННЫМ ДОЗИМЕТРАМ И РАДИОМЕТРАМ

Рекламируемая база данных содержит информацию по карманным дозиметрам и радиометрам, разработанным и выпускаемым ведущими зарубежными фирмами США, ЯПОНИИ, ГЕРМАНИИ, ФИНЛЯНДИИ и других стран.

Для сопоставления представлены аналогичные изделия отечественной дозиметрии.

Сравнение можно проводить по 16 характеристикам приборов, в том числе диапазону измеряемых доз, виду представления информации, типу детектора, конструктивным особенностям прибора, условиям его эксплуатации, ориентировочной стоимости приборов.

В рекламируемую базу введена информация по более чем 200 типам карманных дозиметров и радиометров, выпущенным за последние 5 лет.

База данных не имеет аналогов. Может быть использована для

- проведения сопоставительного анализа технических решений,
- определения конкурентноспособности,
- составления конъюнктурных обзоров,
- информирования заинтересованных разработчиков и организаций, занимающихся разработкой и сбытом продукции.

Рекламируемая система разработана в ЦНИИАтоминформ и предлагается на договорной основе.

Система разработана на ПЭВМ IBM-PC и поставляется на дискетах (копируется на дискету заказчика).

Ориентировочная стоимость поставки вместе с программным обеспечением и поддержанием актуальности системы в течение года около 10000 руб.

Контактный телефон 976-72-76 Киселев А. Н.

## Две книги о науке и паранауке

В последние годы российская научная литература пополнилась рядом книг, в которых рассматриваются вопросы, выходящие далеко за пределы традиционной науки. Хотелось бы обратить внимание на две из этих книг:

1. **Торчилин В. П.** Там, где кончается наука. — М.: Изд-во политич. лит-ры, 1991. — 128 с.
2. **Дубров А. П., Пушкин В. Н.** Парапсихология и современное естествознание. — М.: Совместное советско-американское предприятие "Соваминко", 1989. — 280 с.

В книгах развиваются существенно различные точки зрения на проблемы, лежащие около большой науки. Рассматривается область на границе знания и незнания, которую, строго говоря, нельзя отнести ни к науке в ее традиционном понимании, ни к невежеству. Не дается объяснения новых явлений с помощью описания причинно-следственных связей между познанным и познаваемым. Эта область знаний получила название паранаука; она является предметом рассмотрения обеих книг.

Геометрическую трактовку паранауки можно дать в виде наложения кругов Эйлера, впервые примененного английским математиком, логиком и историком Джоном Венном (1834—1923), читавшим лекции по моральным наукам в Кембридже в течение ряда лет, начиная с 1862 г. Эти различно ориентированные на плоскости окружности, применяемые в геометрии логики, получили название диаграмм Венна; они могут быть весьма полезны при оценке взаимосвязи таких видов человеческой деятельности как наука, проявление невежества, фантазия и обман. Каждый из этих видов деятельности может быть изображен в виде круга, тогда паранаука представит собой область наложения на круг науки частей кругов невежества, фантазии и обмана. Диаграммы Венна получили различное применение в науке и технике, и их развернутое описание содержится в изданной в 1968 г. в издательстве "Наука" книге А. С. Кузечева "Диаграммы Венна. История и применение". Они успешно применяются в энергетике при вероятностных расчетах и подробно описаны А. В. Шмойловым в его книге "Основы вероятностных расчетов в энергетике", изданной в Томске в 1988 г. Правда, в этой книге русская транскрипция английской фамилии Венн, дана как Вьенн, что иногда затрудняет поиски первоисточников.

Остановимся на каждой из двух названных книг, выражающих существенно различные точки зрения на паранауку и ее познавательное значение.

В первой из названных книг автор определяет паранауку как кодекс практически невозпроизводимых экспериментов и непредсказуемых событий,

базирующихся на неформализованных теориях, которые или вообще не пересекаются с общепринятым знанием или полностью ему противоречат. При этом он избегает полемики с авторами описания чудотворных явлений и ограничивается историей развития новых концепций и их анализом и оценкой.

В книге шесть глав: "Рассуждения на тему о научной истине", "От Ромула до наших дней", "Особенности момента", "Специфика нашей паранауки", "Верую потому, что нелепо" и "Как это у них делается". В последней главе приводятся некоторые вопросы, связанные с астрофизикой, биологией, биоэнергетикой, ясновидением, спиритизмом; автор высказывает отрицательное суждение о недостаточно корректно поставленных экспериментах.

В заключении формулируются основные признаки паранаучной концепции: претензии на универсальность, обилие бессмысленных терминов, априорно завышенные требования внимания к себе, спекуляция на реальных нуждах людей и уход от конкретных объяснений. Подводя итоги, автор дает объяснение развития паранауки разрывом между обыденным сознанием и научным знанием, неизбежным в условиях стремительного развития науки. Книга написана очень живо, увлекательно и читается с большим интересом.

Вторая из названных книг отражает противоположную точку зрения на паранауку на примере развития парапсихологии. В отличие от первой книги, в которой отсутствует библиография, во второй список цитированной литературы содержит более пятисот наименований.

В книге ставится задача изменения современного естествознания на основе изучения психобиофизических структур и явлений. Книга написана представителями двух различных областей естествознания: психологом В. Н. Пушкиным и биофизиком А. П. Дубровым. Первый из них написал части 1 и 2: "Психология и парапсихология" и "Экспериментальная психология паранормальных явлений", а второй — части 3 и 4: "Фундаментальные понятия естествознания и парапсихологии" и "Современные парапсихологические исследования в СССР и за рубежом". Оба автора отдают себе отчет в пограничном характере работы и призывают читателя к синтезу смешанных областей науки.

Книга насыщена множеством конкретных примеров. Говоря о странных и непонятных явлениях человеческой психики авторы сознают необходимость их объяснения в ходе объективного естественно-научного исследования. Большой интерес представляет описание исследований так называемых пси-явлений в СССР. Обзор наблюдений

различных проявлений телекинеза, психокинеза, левитации, полтергейста, пирогагии, ясновидения, ретраспекции, психометрии, дистанционного воздействия сопровождается описанием работ А. В. Игнатенко, А. В. Чернетского, А. В. Чумака, А. М. Кашпировского и др. Все описания относятся к области явлений непознанной природы, изучение которых должно обогатить науку.

Книга является первым московским изданием этого труда авторов. Ранее она издавалась в Испа-

нии и Югославии (1980 г.), США (1982 г.), Греции (1984 г.), Японии (1986 г.), Польше (1989 г.). Русский ее вариант существенно расширен и дополнен по сравнению с зарубежными изданиями.

Книги отражают две различные точки зрения на паранауку. Они, конечно, не охватывают все области изучения явлений, лежащих на грани науки и фантазии, незнания и обмана. Изучение этих различных суждений о паранауке должно послужить дальнейшему развитию науки и прояснению заблуждений.

А. В. Петушил

**Хотите знать все о предстоящих и  
прошедших зарубежных конференциях,  
симпозиумах, семинарах, выставках?  
Хотите заранее спланировать зарубежную  
командировку?  
Хотите быть всегда в курсе событий в области  
своих деловых и научных интересов?  
Все это обеспечит вам система "МЕНАКОС" -**  
Результат совместной работы ВИНТИ и ЦНИИАТОМИНФОРМ!  
**"МЕНАКОС" - информационно-поисковая  
система по международным конференциям,  
семинарам, выставкам!  
"МЕНАКОС" - исчерпывающая информация  
по более чем восьмидесяти тематическим  
направлениям науки, техники, бизнеса!  
"МЕНАКОС" - данные о мероприятиях с  
трехгодичной перспективой!  
"МЕНАКОС" - информация в удобном для ВАС  
виде по самым низким ценам!**

Система реализована на ПЭВМ IBM PC

Информация поставляется на бумажных и магнитных носителях (ГМД)

Годовой объем информационного массива составляет 3-5 тыс. сообщений о проводимых за рубежом мероприятиях.

*Вы можете стать нашим абонентом, если обратитесь по адресу: 127434  
Москва, а/я 971, ЦНИИАТОМИНФОРМ, отд. 17  
Наши реквизиты: р/с 222906 в Промышленном ОПЕРУ МИБ г. Москвы  
МФО 201166  
Контактный телефон: 976-72-76, 210-84-47 Киселев А. Н.*

Постановка на абонентное обслуживание: 1500 руб.

Условия оплаты оговорены в проекте договора, который будет направлен по вашему запросу.

## Сакович Анатолий Алексеевич



После продолжительной болезни ушел из жизни выдающийся инженер, изобретатель, ученый Анатолий Алексеевич Сакович, старший научный сотрудник, кандидат технических наук.

А. А. Сакович родился 5 апреля 1915 г. в г. Луга Ленинградской области. С 1932 г. после переезда в Москву он работал во Всесоюзном электротехническом институте им. В. И. Ленина. В 1941–1944 гг. А. А. Сакович трудился на строительстве завода в г. Каменск-Уральском. В 1945 г. окончил Всесоюзный заочный индустриальный институт, а еще до окончания вуза в 1943 г. получил свое первое авторское свидетельство (совместно с И. Л. Кагановым) "Быстродействующий электромагнитный регулятор постоянного тока".

В 1948 г. на Ученом совете ВЭИ А. А. Сакович

защитил диссертацию на тему "Исследование анодных материалов для ртутных выпрямителей". Его научные интересы чрезвычайно широки и многообразны. Так, занимаясь в конце 40-х — начале 50-х гг. в основном ртутными вентилями и преобразователями на их основе, он в 1948 г. получил авторское свидетельство на масс-спектрометр и изготовил в ВЭИ опытный образец такого прибора (впервые в мире).

С момента появления первых полупроводниковых диодов и тиристоров А. А. Сакович становится одним из вдохновителей этого направления в преобразовательной технике. Он внес неоценимый вклад в разработку полупроводниковых преобразователей частоты и преобразовательных устройств для железнодорожного транспорта, активно участвовал в разработке преобразователей для судового электрооборудования, разрабатывал и внедрял схемы управления силовыми полупроводниковыми приборами. Его многогранная научная и инженерная деятельность всегда характеризовалась оригинальностью предлагаемых решений, о чем свидетельствуют более 110 изобретений.

В последние годы Анатолий Алексеевич увлекся интеллектуальными силовыми интегральными схемами, и его идеи в этой области, как и во многих других, намного опередили сегодняшние технологические возможности. Много энергии Анатолий Алексеевич отдавал работе в Международной электротехнической комиссии, он был участником нескольких международных симпозиумов.

Обладая широким научным кругозором и эрудицией, А. А. Сакович оставил нам, кроме более ста научных работ, не менее ценное: он создал научную школу, представители которой успешно трудятся в самых различных областях электротехники и электроэнергетики. Это был настоящий Учитель, который всегда щедро и абсолютно бескорыстно делился своим научным и жизненным опытом со всеми, кто обращался к нему за советом. Светлая память о замечательном человеке Анатолии Алексеевиче Саковиче навсегда сохранится в наших сердцах.

Группа товарищей

## Уважаемые подписчики журнала "Электричество"!

Напоминаем, что условия подписки на наш журнал указаны в Дополнении № 1 к основному каталогу "Газеты и журналы в 1993 г.", которое должно быть во всех пунктах подписки.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А.,  
Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора),  
Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С.,  
Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г.,  
Морозкин В. П., Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И.,  
Семенов В. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г.,  
Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С.,  
Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10.

Телефон 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

### Редакторы по направлениям тематики:

Евсеев Б. Н. (электрические машины, электропривод, электрический транспорт);  
Макашкин Б. Д. (ТОЭ, преобразовательная техника, электроматериалы);  
Прилуцкий А. Л. (электроэнергетика, ТВН, электрические аппараты)

Художественный редактор Т. А. Дворецкова. Технический редактор Г. В. Преображенская.

Корректор З. Б. Драновская.

Сдано в набор 11.08.92. Подписано в печать 21.09.92. Формат 60×88<sup>1</sup>/<sub>8</sub> Бумага кн.-журн. офсетная.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,82. Усл. кр.-отт. 9,06. Уч.-изд. л. 9,64. Тираж 3428 экз. Заказ 935.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Набрано на ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате

Министерства печати и информации Российской Федерации

142300 г. Чехов Московской области

Отпечатано в Подольском филиале ПО "Периодика"

Министерства печати и информации Российской Федерации.

142110, г. Подольск, ул. Кирова, 25



## СОДЕРЖАНИЕ

Дорожко Л. И., Сорокин В. М. Управляемые электрические реакторы для энергосистем	1
Айзен А. М., Выскирка А. С. Метод расчета длительно допустимого тока нагрузки самонесущих изолированных проводов	5
Баранов М. И., Бондина Н. Н. Нестационарные электромагнитные и тепловые процессы в цилиндрических проводниках при воздействии на них тока молнии	9
Мирзабекян Г. З., Тенишвили З. Т., Воробьев П. В. Влияние обратного коронного разряда на улавливание высокоомной пыли в электрофилт্রে	16
Ронинсон А. Д. Аномальное экранирование магнитостатических и электростатических полей	21
Найдхоффер Г. Эволюция синхронной машины	35
Дубовский В. В., Дубовская И. Г. Приближенный метод определения параметров электрических генераторов с нелинейной вольт-амперной характеристикой	41
Михальченко Г. Я., Семенов В. Д. Модуляционные ключевые преобразователи электрической энергии	43
Чернышев Э. П., Ружников В. А. Расчет автоколебаний в цепях, содержащих элементы с отрицательной гистерезисной релейной характеристикой	51
Гельман М. З. Индуктивность многослойной "воздушной" тороидальной катушки с круглым сечением каркаса	53
Носов Г. В. Эквивалентные параметры массивных проводников с учетом их нагрева в установившемся режиме при периодических токах	55
Белявский Е. М., Белявский Д. Е. Особенности электрических свойств клеток и их взаимосвязи	57
ДИСКУССИИ	62
ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА	66
БИБЛИОГРАФИЯ	68
ХРОНИКА	70

## CONTENTS

Dorozhko L. I., Sorokin V. M. The Controlled Reactors for Power Systems	1
Aizen A. M., Vyskirka A. S. Method for Calculating the Continuous Admissible Load Current for Self-Supporting Insulated Conductors	5
Baranov M. I., Bondina N. N. Electromagnetic and Thermal Transients on Cylindrical Conductors Subjected to Lightning Current Impacts	9
Mirzabekyan G. Z., Tenieshvili Z. T., Vorob'yev P. V. Effect of Back Corona Discharge on Arresting High-Resistance Dust in Electric Precipitators	16
Roninson A. D. Abnormal Screening of Magnetostatic and Electrostatic Fields	21
Naidhoffer G. Evolution of the Synchronous Mashine	35
Dubovsky V. V., Dubovskaya I. G. An Approximate Method for Determining the Parameters of Electric Generators With a Non-Linear Volt-Ampere Characteristic	41
Mikhal'chenko G. J., Semenov V. D. Modulation Keying Converters of Electric Energy	43
Chernyshev E. P., Ruzhnikov V. A. Calculation of Self-Excited Oscillations in Circuits Having Elements With a Negative On/Off Hysteresis Characteristic	51
Gel'man M. Z. The Inductance of Multi-Layer Toroidal "Air" Coil With a Round Section Frame	53
Nosov G. V. Equivalent Parameters of Solid Conductors Including their Heating in the Steady-State for Periodic Currents	55
Belyavsky E. M., Belyavsky D. E. Specifics of the Electric Properties and Relationships Between Cells	57
DISCUSSION	62
NOTES and LETTERS	66
BIBLIOGRAPHY	68
CHRONICLE	70

