

ISSN 0013-5380



# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1991

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

7

ИЗДАЕТСЯ

С ИЮЛЯ

1880 года

Форма № 1 бланком Гоского издания № 88	Код 0310001	02181023	Дата составлен 20/	Код целевой назначе
--	----------------	----------	--------------------------	---------------------------

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА  
ЭНЕРГЕТИКОВ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.311:62:5:001.83(100)

## Совершенствование управления энергосистемами (по материалам СИГРЭ)

СЕМЕНОВ В. А.

Исследовательским комитетом 39 (ИК-39) Международной конференции по электрическим сетям высокого напряжения (СИГРЭ) в течение двух последних лет проводилась активная работа по обобщению опыта и совершенствованию управления энергосистемами. Наряду с сессией СИГРЭ 1990 г., традиционных заседаний ИК-39 и рабочих групп комитетом самостоятельно и совместно с другими комитетами был проведен ряд важных мероприятий:

коллоквиум по эксплуатации и управлению энергосистемами (июнь 1989 г., Будапешт, Венгрия);

симпозиум по цифровой технологии в энергосистемах (июнь 1989 г., Борнмаус, Великобритания);

симпозиум по эксплуатации энергосистем в развивающихся странах (ноябрь 1989 г., Таиланд).

**Регулирование напряжения и реактивной мощности.** Большое внимание ИК-39 уделяет вопросам регулирования напряжений и реактивной мощности в нормальных и аварийных режимах. Этой проблеме было посвящено 6 докладов на сессии СИГРЭ (Италии, Франции, ФРГ, Швейцарии, Японии), 10 докладов на симпозиумах и коллоквиуме [1—9].

Целью управления напряжениями и реактивной мощностью в нормальном режиме является минимизация потерь электроэнергии в электрической сети. Все большее распространение в энергосистемах за рубежом получают многоуровневые иерархические системы управления напряжением и реактивной мощностью [2, 4]:

на первом уровне функционируют местные регуляторы — автоматические регуляторы возбуждения (АРВ) генераторов, автоматические регуляторы напряжения (АРН) трансформаторов, устройства автоматического включения — отключения батарей конденсаторов;

на втором (станционном или региональном) уровне функционируют автоматические регуляторы, поддерживающие напряжение в некоторой точке основной сети и задающие с помощью каналов телерегулирования изменение уставок местных устройств автоматики.

Регуляторы трех уровней работают с разными циклами регулирования: наиболее быстро осуществляется регулирование на местном уровне, медленнее всего реализуются алгоритмы верхнего уровня.

Во Франции функционирует централизованная система автоматического вторичного регулирования напряжения (ЦАВН), которая представляет собой микропроцессорный комплекс, обеспечивающий поддержание постоянного уровня напряжения в базовом узле контролируемого района (таких районов во французской энергосистеме 28). Поддерживая нормальный, устойчивый режим, микропроцессорный комплекс воздействует на возбуждение генераторов и на включение—отключение батарей конденсаторов. При этом первичные регуляторы напряжения компенсируют небольшие, быстрые отклонения, а вторичные — глубокие и медленные. Периодичность выдачи управляющих воздействий вторичными регуляторами составляет 10 с. В регулировании участвуют около 100 турбогенераторов и 150 гидрогенераторов, объем регулируемой реактивной мощности достигает 30 тыс. Мвар. В перспективе (около 1993 г.) ЦАВН будет дополнена располагаемой на национальном диспетчерском центре (ДЦ) третичной системой, призванной обеспечить взаимопомощь между соседними районами перетоками реактивной мощности [2].

Аналогичная иерархическая система регулирования напряжения функционирует в итальянской энергосистеме [4]. Третичный регулятор функционирует в реальном времени на нацио-

нальном ДЦ, формируя оптимальный план регулирования режима по напряжению и реактивной мощности. Первые вторичные регуляторы были введены в эксплуатацию во Флоренции (1984 г.) и на Сицилии (1986 г.). Эти регуляторы поддерживают напряжения в контрольных точках, воздействуя на изменение реактивной мощности одной-двух электростанций с диапазоном регулирования соответственно 500 и 650 Мвар. Полностью иерархическая система регулирования будет завершена к 1993 г. Общее число вторичных АРН при этом достигнет 13, а число электростанций, участвующих в регулировании, — 36.

В связи с крупными аварийными нарушениями, произошедшими в энергосистемах ряда стран по причине нарушения устойчивости по напряжению, вырос интерес к этой проблеме, называемой лавиной напряжения. Характерной особенностью лавины напряжения является неспособность энергосистемы обеспечить баланс по реактивной мощности, в особенности в узлах нагрузки, удаленных от электростанций.

Большое внимание этой проблеме уделяется во Франции, где в январе 1987 г. благодаря правильным действиям оперативного персонала, отключившего большую группу потребителей, удалось предотвратить лавину напряжения (в критической точке напряжение на одной из подстанций 400 кВ снизилось до 180 кВ). Математическое моделирование аварийного режима и анализ опыта эксплуатации позволили предложить комплекс превентивных и корректирующих мероприятий, предотвращающих возникновение и развитие лавины напряжения в основной электрической сети [10].

К превентивным мерам, реализация которых может продолжаться десятки минут, относятся вторичное автоматическое регулирование напряжения и действия оперативного персонала, предотвращающие возникновение лавины напряжения. Предполагается, что благодаря действию системы автоматического регулирования напряжения оперативный персонал получит время порядка 15 мин для принятия необходимых мер.

Программа *EVARIST*, служащая для предупреждения оперативного персонала об опасности возникновения лавины напряжения, будет введена в эксплуатацию на Национальном ДЦ в 1993 г. Эта программа путем моделирования изменения режима (увеличения активной и реактивной нагрузки в узлах энергосистемы) и с учетом наличия резервов активной и реактивной мощности позволяет оценить возможность нарушения устойчивости. При этом в качестве критерия неустойчивости используется снижение напряжения источников питания при увеличении потребления.

К корректирующим мерам, которые реализуются в течение нескольких минут в начальной стадии лавины напряжения с целью предотвращения её развития относятся: автоматическая блокировка РПН трансформаторов СВН/СН и ВН/СН, адаптация законов воздействия на РПН трансформаторов в зависимости от текущего

режима, совершенствование метода диагностирования режима по критерию лавины напряжения, формирование советов диспетчеру по отключению нагрузки (выбор мест и объемов отключаемой нагрузки), определение критериев прекращения блокировки РПН трансформаторов.

На сессии СИГРЭ 1990 г. был представлен также доклад, подготовленный работниками Латвэнерго и ВНИИЭ, посвященный автоматическому регулированию напряжения в основных сетях Латвэнерго и оперативному регулированию напряжения в сетях 750 кВ ОЭС Украины [6].

Централизованное автоматическое регулирование напряжения в основной сети 330 и 110 кВ осуществляется с помощью оперативного информационно-управляющего комплекса (ОИУК) Латвэнерго. При этом ЭВМ воздействует на АРВ генераторов четырех электростанций и выдает рекомендации оперативному персоналу по изменению коэффициентов трансформации трансформаторов, пуску или останову синхронных компенсаторов [6].

За целевую функцию принятая минимизация потерь активной мощности в электрических сетях при соблюдении на текущий режим ограничений в виде равенств и неравенств. При оптимизации учитываются три вида потерь: нагрузочные потери в основной сети, потери на корону, потери в синхронных компенсаторах и сетях низших напряжений. Нагрузочные потери моделируются активными сопротивлениями ветвей, потери в синхронных компенсаторах — полиномами второй степени по реактивной мощности, потери на корону в ВЛ 330 кВ — наборами полиномов по напряжению (от первой до четвертой степени) для разных погодных условий и конфигурации ВЛ. Линии большой длины разделяются на несколько секций. В модели учитывается также реактивная проводимость ВЛ.

**Оптимизация режима по активной мощности.** Большинство энергокомпаний, имеющих в своем составе электростанции, осуществляют планирование режима на сутки вперед, часть — как на неделю, так и на сутки вперед, часть — только на неделю (без суточного цикла). Встречаются и другие циклы (от одного до 10 дней). Интервал задания графика нагрузки в большинстве случаев составляет 1 ч, встречаются и другие интервалы (0,25; 0,5; 6; 12 ч).

Основой для формирования графика на предстоящий период является прогноз нагрузки, выполняемый в большинстве энергокомпаний один раз в сутки. Лишь в отдельных энергокомпаниях прогноз выполняется чаще.

Состав работающих турбоагрегатов определяется в соответствии с их экономичностью и с учетом ограничений, обусловленных затратами на пуск и останов агрегатов, а также исходя из продолжительности их нахождения в резерве. Учитываются также ограничения по следующим показателям: минимальное время нахождения агрегата в работе, максимальное число пусков и остановов агрегата, максимально допустимая

скорость изменения нагрузки работающего агрегата [11—13].

В некоторых энергокомпаниях при формировании баланса мощности учитывают требования надежности, принимая во внимание возможность возникновения дефицита активной мощности при определенных значениях вероятности превышения прогнозируемой нагрузки и аварийности агрегатов электростанций. Большинство энергокомпаний не проводят вероятностных расчетов надежности для обеспечения баланса мощности, а предусматривают вращающийся резерв, равный мощности наиболее крупного работающего агрегата.

В отдельных случаях при назначении вращающегося резерва принимают во внимание также возможность потери активной мощности, поступающей по межсистемным ЛЭП от соседних энергосистем.

Почти все энергосистемы задают суточный график нагрузки для каждого энергоблока ТЭС и для каждой ГЭС в целом. Все энергокомпании, энергосистемы которых работают параллельно с другими энергосистемами, формируют графики межсистемных перетоков активной мощности.

Почти все энергокомпании в качестве целевой функции оптимизации принимают условие минимальных затрат на топливо. Лишь отдельные энергокомпании принимают в качестве целевой функции при оптимизации минимальный расход условного топлива.

Специалистами ФРГ проведен анализ эффективности методов и алгоритмов оптимизации режимов энергосистем, содержащий следующие выводы:

оптимизация режима по активной мощности для одной точки графика нагрузки при использовании линейной модели обеспечивает снижение эксплуатационных затрат на 0,15 %, а применение квадратичной модели повышает экономический эффект всего на 0,005 % (это значение невелико, что говорит о нецелесообразности применения квадратичных моделей);

применение методов комплексной оптимизации режима по активной и реактивной мощности позволяет получить дополнительную экономию по сравнению с последовательной оптимизацией (по активной и реактивной мощности) на 0,025 %. Столь незначительный дополнительный эффект делает сомнительной целесообразность применения комплексной оптимизации;

оптимизация режима для нескольких последовательных расчетных интервалов дает дополнительный эффект по сравнению с оптимизацией, выполняемой раздельно для каждой точки графика. Так, например, если при оптимизации режима работы электростанций для одной точки обеспечивается, как уже отмечалось выше, снижение эксплуатационных расходов на 0,15 %, оптимизация режима на несколько последовательных расчетных периодов (например, на сутки) обеспечивает дополнительное снижение эксплуатационных расходов на 0,33 % (суммарное снижение эксплуатационных расходов на 0,48 %). Аналогично, если потери электроэнергии при оптимизации

режима электрической сети для одной точки графика снижаются на 2,2 %, то при расчете для нескольких последовательных интервалов — на 5,3 %;

уменьшение расчетного интервала до 20 мин (при обычном для краткосрочного планирования — 1 ч) обеспечивает дополнительное снижение эксплуатационных расходов на 0,18 %.

Широкое распространение в зарубежных ОИУК получила функция оперативной оптимизации режима по активной мощности (ОРАМ). Обычно эта функция реализуется в сочетании с функцией АРЧМ. В результате периодического (каждые 6—30 мин) осуществления функции ОРАМ формируются задания базовой нагрузки и коэффициентов долевого участия агрегатов, участвующих в регулировании текущего режима и АРЧМ. Алгоритмы ОРАМ реализуют эту функцию с разной степенью детализации (с учетом и без учета потерь электроэнергии в электрической сети, ограничений ЛЭП, с длительно используемыми и оперативно обновляемыми характеристиками относительных приростов и т. д.). Как правило, критерием ОРАМ является минимум затрат на топливо.

**Противоаварийная автоматика на базе цифровой вычислительной техники.** Хотя общий уровень развития противоаварийной автоматики (ПА) в зарубежных энергосистемах отстает от отечественного, отдельные виды ПА успешно используются для предотвращения возникновения и прекращения развития аварийных нарушений в энергообъединениях. Все большее распространение в системах ПА находят управляющие мини- и микроЭВМ [14—18].

Наиболее совершенная система автоматики, предотвращающая нарушение устойчивости, выполнена на базе оперативного информационно-управляющего комплекса энергосистемы Онтарио Гидро (Канада), алгоритм автоматической дозировки управляющих воздействий (АДВ) которой сочетает методы II-До и I-До. Применение этой автоматики было вызвано быстрым развитием АЭС Брюс до 6400 МВт (8 агрегатов по 800 МВт) и задержкой ввода в эксплуатацию двухцепной ВЛ 500 кВ. Для увеличения передачи мощности по имеющимся двум ВЛ 500 кВ и пяти 220 кВ ПА отключает при аварийном выходе из строя одной-двух ВЛ один — три агрегата АЭС. Одновременно в приемной части энергосистемы отключается нагрузка общей мощностью до 1500 МВт [14, 15].

На основании предварительных расчетов пределов динамической устойчивости для нормальной и ремонтных схем при одном отключенном элементе сети, выполняемых в энергосистеме с помощью ЭВМ, используемой для планирования режимов, формируются таблицы решения для ОИУК, по которым в реальном масштабе времени определяются управляющие воздействия (метод II-До). Команды на подготовку цепей отключения соответствующих генераторов передаются по дублированным каналам связи от ОИУК на АЭС. Информация о положении цепей отключения передается с АЭС в ОИУК, который постоянно контрол-

лирует правильность настройки автоматики и формирует сообщения диспетчеру об отклонении настройки от заданного алгоритма.

Поскольку для ремонтных режимов с отключением двух и более элементов контролируемой сети предварительные расчеты отсутствуют, в ОИУК предусмотрена специальная упрощенная программа для расчета пределов в реальном масштабе времени (метод I-До), которая, как показал анализ, дает уменьшенные на 5—10 % пределы устойчивости по сравнению с точными методами.

Как уже отмечалось выше, ОИУК для балансировки управляющих воздействий определяет ступенями по 50 МВт нагрузку, подлежащую отключению в случае срабатывания автоматики. При выборе подстанций, на которых должна отключаться нагрузка, учитываются предшествующие режимы — нагрузка, отключавшаяся недавно, будет отключаться в последнюю очередь. Цепи отключения нагрузки формируются на АЭС по командам, поступающим от ОИУК. При аварийном отключении ВЛ команды на отключение нагрузки передаются с АЭС на соответствующие подстанции.

В послеаварийном режиме рассматриваемая ПА обеспечивает восстановление в пределах 10 мин баланса генерируемой и потребляемой мощности при нормальном значении частоты в энергосистеме; полное восстановление в пределах 30 мин всей отключенной действием ПА нагрузки, имея в виду возможность быстрого восстановления в работе агрегатов АЭС, переведенных на питание собственных нужд, и восстановление в работе ВЛ, связывающих АЭС с энергосистемой (предполагается, что одна из линий 500 кВ может остаться отключенной из-за наличия на ней устойчивого повреждения).

Мобилизация оперативных резервов мощности по плану, сформированному ОИУК и при необходимости корректируемому диспетчером, должна обеспечить через две минуты частичное восстановление значения частоты в энергосистеме. К этому моменту времени ( $t=2$  мин) в ОИУК по межмашинной связи (ЭВМ агрегатов АЭС Брюс — ЭВМ ОИУК энергосистемы) будет передана информация о состоянии отключавшихся под действием ПА агрегатов; намечаемое время их синхронизации; скорости набора нагрузки после включения агрегатов в сеть; невозможности восстановления в работе агрегатов вследствие «отравления» реактора. С учетом полученной информации о состоянии и возможной перспективе использования генерирующей мощности АЭС Брюс, а также схемы основной сети, ОИУК представляет диспетчеру два плана загрузки агрегатов АЭС Брюс и дальнейшей мобилизации оперативных резервов мощности энергосистемы на последующие три минуты. Эти планы соответствуют двум вариантам (оптимистическому и пессимистическому) восстановления в работе ВЛ, соединяющих АЭС Брюс с энергосистемой: к моменту времени  $t=5$  мин диспетчер энергосистемы должен попытаться включить оставшиеся отклю-

ченными после неуспешного действия АПВ линии, а до тех пор возможность их восстановления в работе остается неясной.

К моменту времени  $t=5$  мин план восстановления генерирующей мощности в энергосистеме корректируется исходя из предположения, что все оставшиеся отключенными ВЛ в ближайшее время не будут включены в работу. В случае недостаточности оперативных резервов мощности и невозможности к моменту времени  $t=30$  мин восстановить питание всех отключенных потребителей при нормальном значении частоты в энергосистеме принимается решение о снижении напряжения у потребителей и об отключении части нагрузки, допускающей кратковременный перерыв питания. В процессе восстановления нормального режима энергосистемы при необходимости с помощью ОИУК производятся корректировочные расчеты.

Восстановление нагрузки, отключенной действием ПА, осуществляется ступенями через каждые 2 мин по плану, сформированному ОИУК, после того, как регулирующее отключение для энергосистемы достигнет нулевого значения.

Как показал опыт эксплуатации, рассматриваемая автоматика действует успешно, и питание нагрузки, отключенной при срабатывании ПА, как правило, восстанавливается за время менее 30 мин. Энергоблоки АЭС Брюс, переведенные при срабатывании ПА на собственные нужды, в 90 % случаев быстро восстанавливаются в работе.

В энергосистеме Консолидейтед Эдисон, обеспечивающей электроснабжение г. Нью-Йорка (США), в 1985 г. введен в эксплуатацию новый ОИУК, в котором наряду с традиционными функциями управления, реализуемыми подобными ОИУК, предусмотрено осуществление функций ПА — отключение нагрузки при опасной термической перегрузке ЛЭП 330 кВ, по которым поступает электроэнергия от соседних энергосистем. Команды на отключение нагрузки, объем разгрузки и выдержку времени ЭВМ определяет на основании заданных характеристик с учетом термической стойкости ЛЭП. Нагрузка отключается воздействием на выключатели 0,2 и 4 кВ [14].

В Токийской энергосистеме (Япония) эксплуатируется микропроцессорный комплекс ПА, предотвращающей развитие аварии в отделившемся от основной части энергосистемы крупном городском районе, который характеризуется наличием большого числа кабельных ЛЭП (КЛ) напряжением 66, 154 и 257 кВ. При отключении питающих ВЛ 500 или 275 кВ район отделяется от энергосистемы с большим дефицитом активной мощности и избытком реактивной. При этом оказываются перегруженными многие КЛ. Для предотвращения развития аварии комплекс ПА отключает потребителей и стабилизирует напряжение в электрической сети, воздействуя на источники (КЛ и конденсаторные батареи) и потребители (шунтовые реакторы) реактивной мощности.

В состав ПА, реализующей эту функцию, входят: центральная часть (2 микропроцессора), 7 удаленных терминалов, каналы передачи исходной информации и управляющих воздействий,

для чего используются телефонные провода. В доаварийном режиме микропроцессоры рассчитывают режим, который образуется в районе после отделения питающей энергосистемы, и определяют необходимые управляющие воздействия на отключение нагрузки, шунтирующих батарей конденсаторов и реакторов, а также КЛ; благодаря этому предотвращается полное погашение района. В момент отделения района управляющие воздействия передаются к удаленным терминалам, где и реализуются. Время передачи управляющих воздействий не превышает 100 мс [14].

В Токийской энергокомпании создана интегрированная система на базе ЭВМ для автоматического управления (ИСАУ) электрическими сетями напряжением 154 кВ и ниже. ИСАУ обеспечивает автоматическое восстановление электроснабжения района электрических сетей в аварийных ситуациях, а также быстрое и точное выполнение необходимых оперативных переключений в основных и распределительных электрических сетях.

ИСАУ, представляющая собой иерархическую децентрализованную систему, охватывает несколько районов, находящихся в компетенции соответствующего оперативного персонала. В каждом ДЦ установлены ЭВМ, взаимодействующие между собой в режиме обмена пакетами данных. Благодаря децентрализации ИСАУ имеет высокий уровень надежности, что обеспечивается следующими мероприятиями: дублированием ЭВМ, использованием мощных накопителей на магнитных дисках и дублированных каналов связи. Требования надежности учтены также при формировании программного обеспечения: программная логика структурирована так, что системные функции реализуются в сочетании с каждой системой управления. Например, в случае автоматического восстановления электроснабжения района при ликвидации аварийной ситуации общая последовательность операций определяется на ДЦ, откуда управляющие воздействия передаются к системам управления соответствующих подстанций. Благодаря разумному сочетанию централизованного и децентрализованного принципов управления обеспечивается, с одной стороны, оптимальность, а с другой — надежность реализации функций управления.

Соответствующие элементы программного обеспечения для разных уровней управления стандартизованы. Благодаря этому стандартное программное обеспечение может быть использовано на ДЦ и подстанциях в сочетании с соответствующими базами данных.

В нормальных режимах ИСАУ осуществляет программные переключения на контролируемых подстанциях, причем последовательность операций на каждой подстанции определяет установленная на ней система управления по обобщенной команде, поступающей с ДЦ.

В послеаварийном режиме ИСАУ автоматически определяет участок сети, оставшийся без напряжения, отделяет поврежденное оборудование от сети, восстанавливает электроснабжение

ние потребителей, подключенных к неповрежденной сети. При этом автоматически выполняются расчеты, необходимые для оценки режима контролируемой сети в процессе восстановления электроснабжения потребителей. При этом так же как и в нормальном режиме, взаимодействуют подсистемы ДЦ и подстанций.

Эффективность ИСАУ по сравнению с традиционными, ручными методами осуществления оперативных переключений характеризуется следующими показателями:

вывод в плановый ремонт трансформатора — затраты времени при использовании ИСАУ — 1,5 мин, при традиционных методах — 40 мин; восстановление питания потребителей секции 66 кВ, потерявших питание при отключении одного из трех трансформаторов подстанции 275/66 кВ — 7,5 мин и 25 мин;

восстановление питания потребителей в распределительной сети 6 кВ при повреждении питающей ЛЭП — 4 мин и 42 мин [14].

**Оперативные информационно-управляющие комплексы АСДУ.** Современные ОИУК АСДУ строятся по сетевой структуре: на общие, обычно дублированные, шины работают элементы комплекса: основные ЭВМ, коммуникационные процессы, рабочие станции, устройства отображения и документирования информации (диспетчерские щиты, дисплеи, графопостроители, большие дисплеи, регистрирующие приборы, видеопроекторы и т. д.) Для обмена информацией с ДЦ и терминалами, установленными на энергообъектах, используются разные средства связи (радиоканалы, высокочастотные каналы по ЛЭП, уплотненные кабельные линии связи, волоконно-оптические линии связи, сети коммутации пакетов и т. д.) [19—23].

Основу большинства ОИУК составляют супермини-ЭВМ с длиной слова 32 бит и виртуальной памятью. Как правило, предусматривается возможность как наращивания мощности ОИУК для того, чтобы обеспечить возможность обработки увеличивающихся объемов информации при неизменном составе реализуемых функций, так и введение новых функций. Опыт показывает, что объем программного обеспечения нарастает в 2 раза за 5 лет эксплуатации. Наличие необходимых резервов и возможность модульного наращивания технических средств и программного обеспечения ОИУК предотвращают его преждевременное старение.

Ниже в виде дроби указаны периодичность (числитель) и время выполнения (знаменатель) отдельных, циклически реализуемых функций автоматического и оперативного управления: АРЧМ — 5/2 с: оперативная оптимизация режима по активной мощности с учетом сетевых ограничений — 5 мин/10 с; контроль за резервами активной мощности — 2 мин/5 с: оценка эффективности обмена мощностью и электроэнергией с соседними энергосистемами — 1 ч/30 с: оценивание состояния — 10 мин/30 с: оперативный расчет уставновившегося режима — 30 мин/10 с; оптимизация

потокораспределения — 30 мин/60 с; анализ возможных аварийных ситуаций — 15 мин/20 с; расчет токов короткого замыкания — 8—12 ч/10 с; прогноз нагрузки — 4—8 ч/20 с; выбор состава работающего оборудования ТЭС — 4 ч/2 мин.

Взаимодействие оперативного персонала с ОИУК характеризуется следующими данными: вызов информации на экран дисплея — 2 раза в минуту на каждое рабочее место оперативного персонала; ввод информации в ОИУК с экрана дисплея — 1 раз за 5 минут на каждое рабочее место; команда на отключение (включение) выключателя — 1 раз за 15 мин.

Загрузка ОИУК спонтанно изменяющимися и поступающими в ЭВМ для обработки и отображения телесигналами (ТС) и телеизмерениями (ТИ) определяется следующими соображениями: 1 % всех контролируемых ТС изменяется в течение одного часа в таком размере, что они должны вноситься в список аварийных сообщений; 2 % всех ТИ АРЧМ, и 1 % ТИ, не входящих в состав АРЧМ, изменяются каждую секунду.

Наряду с рассмотренной выше загрузкой в нормальном режиме, в случае возникновения в энергосистеме аварийных нарушений возникает дополнительная нагрузка на ЭВМ. Максимальная информационная активность может иметь место при тяжелых нарушениях в энергосистеме: короткое замыкание в основной сети с отказом релейной защиты, когда повреждение локализуется действием устройства резервирования при отказе выключателей: полное «погашение» энергосистемы.

Для обеспечения надежной работы ОИУК загрузка ЭВМ в нормальном режиме нормируется: средняя загрузка центрального процессора за интервал 5 мин не должна превышать 50 %; должен оставаться свободным объем оперативной памяти 1—1,5 Мбайт.

С целью разгрузки ОИУК в экстремальных аварийных ситуациях часть менее ответственных функций, реализуемых в нормальном режиме, может быть временно исключена. К таким функциям могут быть отнесены: оценивание состояния, анализ возможных аварийных ситуаций, оперативные расчеты установившегося и оптимального режимов электрической сети, расчеты токов короткого замыкания, оптимизация режима по активной мощности и контроль за оперативными резервами, выбор состава работающего оборудования, оценка эффективности обменов мощностью и электроэнергией с соседними энергосистемами, прогноз нагрузки, печать и построение графиков.

Естественно, что в экстремальных ситуациях должны исключаться функции планирования режимов, обучения и тренировки оперативного персонала. В результате всех этих мероприятий должны осуществляться функции АРЧМ, сбора и отображения оперативной информации с допустимым временем. В максимальном режиме загрузки ОИУК ряд функций отображения информации может выполняться с замедлением: вызов информации на экран дисплея — с 1 до 2 с; обновление ТИ, поступающих от удаленных термина-

лов, — с 3 до 6 с; обновление значений рассчитываемых параметров — с 4 до 7 с.

Основными направлениями развития ОИУК АСДУ являются:

применение мини- и микроЭВМ с длиной слова 32 бит с возможностью виртуального использования памяти, а также применение персональных ЭВМ;

применение структуры с общей шиной, позволяющей распределять функции управления между разными процессорами; использование блочной структуры, позволяющей наращивать элементы оперативной и внешней памяти, центрального процессора;

переход к распределенным системам, предусматривающим передачу части функций по обработке информации удаленным интеллектуальным терминалам;

интеграция функций управления во временном, территориальном и функциональном аспектах;

применение экспертных систем и интеллектуальных методов обработки информации, распределение предупредительных и аварийных сигналов по приоритетным уровням, что позволит исключить перегрузку системы в аварийных ситуациях.

**Обучение и тренировки оперативного персонала.** Большое внимание в последние годы в ИК-39 уделялось вопросам обучения и тренировки оперативного персонала. Основное внимание при этом обращалось на режимные тренажеры (РТ), предназначенные для использования оперативным персоналом высших уровней диспетчерского управления. Этим вопросам было посвящено 7 докладов на коллоквиуме в Будапеште и на сессии СИГРЭ 1990 г., в том числе доклад советских специалистов [24—28].

Основным требованием, предъявляемым к алгоритмам РТ, является надежное качественное отражение последовательности событий, происходящих в моделируемой ЭЭС в результате возникновения аварийного нарушения и после его устранения. Точность представления параметров режима при этом имеет второстепенное значение.

Модель РТ представляет обычно набор дифференциальных уравнений, характеризующих медленные переходные процессы (изменение мощности генераторов ТЭС и АЭС, регулируемых автоматически или вручную коэффициентов трансформации трансформаторов), алгебраических уравнений, характеризующих главным образом электрическую сеть, программируемых событий (заданные программой тренировки нарушения — короткие замыкания, отказы выключателей, ложные и излишние срабатывания релейной защиты, действия АПВ и АВР), вынужденные события, обусловленные ходом развития аварийного нарушения (срабатывания устройств ПА и релейной защиты, обусловленные их действием управляющие воздействия — разгрузка электростанций, отключение элементов сети и нагрузки).

С целью ускорения расчетов динамических процессов и применения ЭВМ меньшей произ-

водительности в РТ может предусматриваться ряд упрощений; не учитываются малые постоянные времени, что позволяет увеличить степень интегрирования; не учитывается явнополюсность синхронных машин, нелинейность нагрузки и сопротивления элементов сети, что приводит к линейности системы алгебраических уравнений, описывающих электрическую сеть; неотключенное короткое замыкание представляется в схеме сети шунтом с высокой проводимостью.

В качестве информационной базы для РТ целесообразно использовать массивы данных об изменении параметров режима, накапливаемые в ОИУК. Выбрав набор данных за соответствующий момент времени, инструктор, готовящий тренировку, может внести в него уточнения, необходимые для реализации ее сценария.

Для упрощения РТ быстрые переходные процессы (нарушение устойчивости, короткие замыкания) можно не моделировать, представляя исследуемый процесс как набор последовательных квазиустановившихся режимов. Медленные же переходные процессы, обусловленные действием АРЧМ, АРНТ, АПВ линий, регулированием производительности котлов на ТЭС и реакторов на АЭС, должны моделироваться.

Для диалога диспетчера, проходящего тренировку с РТ должны использоваться средства отображения информации, аналогичные применяемым в работе. Наиболее удобно использовать для этой цели дисплеи со сменой информации, поступающей от модели через 5—10 с. В отдельных случаях могут применяться диспетчерские щиты, сооружение и поддержание в рабочем состоянии которых, однако, требует больших трудозатрат.

Алгоритмы РТ должны обеспечивать представление диспетчеру, участвующему в тренировке, следующие ситуации, в которых он должен оценить создавшийся режим и сформировать управляющие команды: разделение энергосистемы, выделение энергорайона правильными действиями релейной защиты и автоматики в результате короткого замыкания, нарушения устойчивости; неотключившееся симметричное, а иногда и несимметричное короткое замыкание в сети; неэкономичный режим, требующий корректировки по активной и/или реактивной мощности; утяжеленный режим (по значениям частоты, напряжений в контрольных точках, перетоков активной мощности, термической перегрузке элементов сети), требующий принятия мер (включая отключение части нагрузки) для восстановления нормального режима.

При наличии связей с соседними ОЭС должна предусматриваться возможность моделирования изменения их режима, отражающегося в данной ОЭС перетоком активной мощности в межсистемных ЛЭП и значениями напряжений на границах подстанций.

Размерность моделей РТ в большинстве случаев составляет: генераторов — 65, узлов — 200, ветвей — 300, нагрузок — 300, трансформаторов — 100. Применяются и более крупные модели с числом узлов до 1000 и более.

Режимный тренажер обеспечивает моделирование режимов:

нормального — тренируемый решает задачу поддержания установленных значений частоты или напряжений с контролем допустимости перетоков мощности по отдельным элементам сети;

аварийного — поиск места неотключенного короткого замыкания и отделение его от основной неповрежденной части энергосистемы;

утяжененного (обычно, послеаварийного), ликвидация опасной перегрузки элементов сети, восстановление нормальных значений частоты и напряжений, синхронизация разделившихся частей энергосистемы, восстановление полностью «погашенной» (подъем с нуля) энергосистемы (энергорайона).

В состав РТ должны входить следующие модели:

электрической сети энергосистемы с представлением нагрузок в узлах статическими характеристиками, отражающими зависимость электропотребления от напряжения и частоты;

трансформаторов с учетом изменения их коэффициентов трансформации под действием АРНТ;

генераторов с учетом изменения их мощности под действием автоматических регуляторов частоты вращения (АРЧВ), а агрегатов ТЭС и АЭС — с учетом переходных процессов в котлах и реакторах, причем должно учитываться также изменение мощности агрегатов под действием АРЧМ;

противоаварийной и линейной автоматики (АПНУ, АЛАР, АЧР, АПВ и др.), осуществляющей отключение и включение соответствующих элементов сети, разгрузку электростанций и отключение нагрузки.

В Великобритании для обучения и тренировки оперативного персонала электрических сетей применяется переносной тренажер, выполненный на базе персональной ЭВМ.

С целью автоматизации подготовки сценариев тренировок оперативного персонала в одной из энергокомпаний США используется программа расчета установившихся режимов и переходных процессов, информационно увязанная с комплексом программ, обеспечивающих функционирование РТ.

**Экономические аспекты повышения надежности энергосистем и применения противоаварийной автоматики.** Ряд докладов, представленных на совместном заседании ИК-39 и ИК-38, были посвящены анализу стоимости ненадежности электроснабжения в основных электрических сетях и оценке экономической эффективности противоаварийной автоматики.

В [11] приведены сведения о нормативах ненадежности электроснабжения для основных электрических сетей 115—500 кВ в минутах (показатель, предложенный в СИГРЭ и равный отношению суммарного недоотпуска электроэнергии в МВт·мин к максимуму нагрузки в МВт).

Общий недоотпуск (103 системных минуты в год) делится на три составляющих:

по причине дефицита генерирующей мощности — 75 мин (в том числе 25 мин — отключение потребителей, 50 мин — оперативное снижение напряжения):

по причине дефицита энергоресурсов — 3 мин;

по причине дефицита электрических сетей (ограничения потребления при ремонтах) — 15 мин;

по причине аварийных нарушений в электрических сетях — 10 мин.

В [11] описаны устройства ПА, эксплуатируемые в энергосистеме Бразилии (АРВ с системными стабилизаторами, разгрузка электропередач снижением генерирующей мощности и отключением нагрузки, управление электропередачами постоянного тока, автоматика ликвидации асинхронного режима, автоматика частотной разгрузки и др.) и предложена методика оценки экономической эффективности внедрения устройств ПА.

Рассматривая ПА одной из межсистемных электропередач, стоимость которой составляет около 350 тыс. долл., авторы считают, что благодаря повышению мощности, передаваемой в дефицитные энергорайоны, может быть получена ежегодная экономия около 2,6 млн. долл. (при стоимости одного недоотпущеного кВт·ч, равной 2 долл./кВт·ч).

Ранее на совместном симпозиуме СИГРЭ и ИФАК было представлено сообщение энергокомпании Онтарио Гидро (Канада) об опыте эксплуатации ПА, обеспечивающей передачу мощности от крупной АЭС Брюс: при затратах на создание ПА 33 млн долл. годовой экономический эффект составил 160 млн долл. в год [14, 15].

Высокая эффективность ПА, эксплуатируемой в электрических сетях 275 и 500 кВ Японии, отмечена в [14]: пропускная способность электропередач этих сетей увеличилась на 200—400 МВт.

На симпозиуме, посвященном эксплуатации энергосистем в развивающихся странах, а также на сессиях СИГРЭ были представлены доклады ЦДУ ЕЭС СССР, ВНИИЭ, НИИПТ, ВЭИ и Энергосетьпроекта, посвященные ПА, применяемой в ЕЭС СССР [14—18].

**Выводы.** 1. Исследовательский комитет 39 СИГРЭ проводит эффективную работу в области планирования режимов, оперативного и автоматического управления энергообъединениями, которая представляет большой интерес для отечественной энергетики.

2. Советские специалисты не принимают должного участия в работе ИК-39 и его рабочих групп. Информация о деятельности СИГРЭ распространяется в СССР неудовлетворительно.

3. Учитывая высокую эффективность деятельности СИГРЭ, наличие в материалах исследовательских комитетов СИГРЭ и их рабочих групп большого объема полезной информации о научно-техническом прогрессе в электроэнергетике, необходимо:

активизировать работу советских специалистов в ИК СИГРЭ и в рабочих группах, чаще практиковать командирование их на заседания ведущих специалистов научно-исследовательских, проектных и эксплуатационных организаций;

на базе советского комитета СИГРЭ, издающего Энергоатомиздат, Информэнерго Минэнерго СССР, журналов (Электричество, Электрические станции, Теплоэнергетика, Энергетика и транспорт, Энергетик и др.) развернуть работу по оперативной информации о деятельности СИГРЭ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Advanced control of reactive power supply enhancing voltage stability of a bulk power transmission system and a new scheme of monitor on voltage security / S. Koishikawa et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-01.
2. Improvements in the organization of secondary voltage control in France / J. F. Paul et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-03.
3. Voltage VAR control under normal operation and in emergencies / K. W. Edwin et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-05.
4. New developments in the application of ENEL transmission system voltage and reactive power automatic control / V. Arcidiacono et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-06.
5. Experiences and new concepts in reactive power and voltage control in interconnected power systems / H. Glavitsch et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-08.
6. Real time optimization of power system steady state operating conditions for voltage and reactive power / N. V. Vladimirova et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-09.
7. Method for voltage stabilization and control of reactive power in a large power system / H. Fundt et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-10.
8. Merlin A. Emergency voltage and reactive control on large electric power systems.— Electra, 1990, March.
9. Mariani E., Turner K. Short term voltage-reactive scheduling.— Colloquium of Study Committee 39. Power system operation and control. Budapest, paper N 4-01.
10. Analysis of a voltage collapse-incident and proposal for a time-based hierarchical containment scheme / Y. Harmand et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-02.
11. The security and cost analysis in the enhancement of the interconnected system utilization through the intensive application of special control actions / X. Viera et al.— CIGRE, Session 1990, N 39-202.
12. Park Y. M. Optimal real and reactive power operation using P, Q decomposition in steady state.— Symp. CIGRE, Bangkok, November 1989.
13. Управление энергосистемами (пер. докл. Междунар. конф. СИГРЭ-86) / Под ред. Ю. Н. Руденко и В. А. Семенова.— М.: Энергоатомиздат, 1988.
14. Иофьев Б. И., Семёнов В. А. Энергетические системы и их автоматизация. Развитие противоаварийной автоматики энергосистем на базе цифровой вычислительной техники.— М.: ВИНИТИ, 1990.
15. Winter W. H., Cowbourne D. P. The Bruce load and generation rejection scheme.— CIGRE — IFAC Symp., Florence, 1983.
16. Djakov A. F., Semenov V. A. Emergency real time control in the UPG of the USSR.— Symp. CIGRE, Bangkok, November 1989.
17. Hierarchical stability control system in the UPG of the USSR / L. A. Cosheev et al.— CIGRE, Session 1989, N 39-12.
18. Adaptive centralized emergency control for a large power pool / I. A. Bogomolova et al.— Symp. CIGRE, Bournemouth, June 1989.
19. Power system control integration / V. K. Ishkin et al.— Symp. CIGRE, Bournemouth, June 1989.
20. Modern power system dispatch control in the UPG of the USSR / Ja. N. Luginsky et al.— CIGRE, Session 1986, N 39-12.
21. Lindstrom. Justification of control centres in developing countries.— Symp. CIGRE, Bangkok, November 1989.

22. Ishkin V. H., Mitjushkin K. G., Orlov V. G. Multi-level telecontrol system for dispatch control in the UPG of the USSR.— CIGRE, Session 1988, N 35-08.

23. Evaluating artificial intelligence applications for electric power systems: knowledge-based approaches to the line overload alleviation / B. Delfino et al.— CIGRE, Session 1990, N 38/39-07.

24. Power system dispatcher-training simulator / B. S. Guis sin et al.— CIGRE, Session 1990, N 39-302.

25. Tsukada M., Yamada S. Operator training experience by a system simulator.— CIGRE, Session 1990, N 39-301.

26. Implementation and integration of a dispatcher training simulators / E. Handshin et al.— CIGRE, Session 1990, N 39-303.

27. Simonnet G. Models used in dispatcher training simulators.— Colloquium of Study Committee 39. Power system operation and control. Budapest, paper N 3-01.

28. Van Meeteren H. P., Thorson J. M., Waignt J. G. Extension of existing energy management systems with dispatcher training facilities.— Colloquium of Study Committee 39. Power system operation and control. Budapest, paper N 3-05.

[14.02.91]

УДК 621.311.001.572

## Микропроцессорный автоматический регулятор возбуждения для асинхронизированных электромеханических преобразователей частоты

АЛЕКСАНДРОВ В. А., инж., КЛЕЩЕНКО В. Г., канд. техн. наук, МОРОЗКИН В. П., доктор техн. наук, ЦГОЕВ Р. С.,  
канд. техн. наук, ШАКАРЯН Ю. Г., доктор техн. наук

Асинхронизированные электромеханические преобразователи частоты (АС ЭМПЧ) являются эффективным средством повышения режимной управляемости систем энергетики, в том числе автономных систем электроснабжения. Обладая высокой маневренностью по активной и реактивной мощности, они позволяют обеспечить переход в полсварийном режиме по оптимальной траектории без ухудшения качества электрической энергии.

Учитывая перспективу применения АС ЭМПЧ в большой электроэнергетике, автономных системах электроснабжения, а также развитие нетрадиционной энергетики (малые ГЭС, ветроэнергетика, приливные ГЭС и т. д.) с применением асинхронизированных синхронных генераторов (АСГ), в статье рассмотрена возможность разработки и создания микропроцессорных автоматических регуляторов возбуждения (МП АРВ) применительно для АС ЭМПЧ и АСГ, которые должны повысить маневренность и гибкость силового оборудования и узлов коммутации систем электроснабжения, снять противоречие между двумя тенденциями: снижением уровня резервов генерирующих мощностей и повышением надежности системы.

Рассматривается схема включения АС ЭМПЧ по рис. 1 при работе асинхронизированного генератора АСГ-2 на пассивную автономную нагрузку  $Z_n$  и при подключенном к мощной энергосистеме ( $U_1=\text{const}$ ) асинхронизированного двигателя АСД-1. Источником возбуждения (ИВ) непосредственного преобразователя частоты (НПЧ) могут быть шины как самого АСГ-2 (самовозбуждение), так и другого источника.

Система электроснабжения по рис. 1 описывается без учета активных сопротивлений и переходных процессов в статорных цепях машин уравнениями [1]:

$$\bar{u}_2 = (R_n + j\omega_2 x_n) i_2; \quad (1)$$

$$-\bar{u}_i = -u_i e^{j[\int (\omega_i - \omega_{k,i}) dt + \psi_i]} = j\omega_i (x_i \bar{i}_i + \bar{e}_{fi}); \quad (2)$$

$$\bar{u}_{fi} = u_{fi} e^{j[\int (\omega_{fi} - \omega_{k,i} + \omega_p) dt + \psi_{fi}]} = \bar{e}_{fi} + [p + j(\omega_{k,i} - \omega_p)] (\mu_i x_i \bar{i}_i + \bar{e}_{fi}) T_{fi}; \quad (3)$$

$$T_p \omega_p + \sum_{i=1}^2 \operatorname{Re} j(\bar{i}_i \bar{e}_{fi}) = 0, \quad (4)$$

где  $i = 1, 2$  — индекс («1» относится к АСД-1, а «2» — к АСГ-2);  $u$  — вектор напряжения;  $\bar{i}$  — вектор тока;  $e_f = i_f x_{af}$  — вектор тока, численно равный э. д. с. в статоре;  $p = \frac{d}{dt}$  — символ дифференцирования;  $\bar{u}_f$  — вектор напряжения возбуждения;  $x_i$  — сопротивление статорной обмотки машины;  $Z_n = R_n + jX_n$  — комплексное сопротивление нагрузки;  $T_f$  — инерционная постоянная роторов машин агрегата;  $T_f$  — постоянная времени обмотки возбуждения;  $\omega_i = 2\pi f_i$  — частота напряжения статора машины;  $\omega_k$  — частота вращения осей координат;  $\omega_p$  — частота вращения ротора агрегата;  $\mu$  — коэффициент магнитной связи между обмотками ротора и статора машины.

Напряжение возбуждения АСД-1 при форсировании с жесткой отрицательной обратной связью по току ротора имеет вид:

$$\bar{u}_{fi} = (1 + k_{el}) \bar{u}_{fyi} - k_{el} \bar{e}_{fi}, \quad (5)$$

где  $\bar{u}_{fyi} = u_{fqy1} + j u_{fdy1}$  — закон управления двигателем.

Для упрощения приняв  $k_{el} \rightarrow \infty$ , из (2) — (4) следует, что при  $\bar{u}_i = u_{q1} = u_1$  электромагнитный момент двигателя при  $\omega_{k1} = \omega_1$  равен:

$$M_1 = \operatorname{Re} (\bar{i}_1 \bar{e}_{fi}) = -u_1 e_{fq1} / x_1 = -u_1 u_{fq1} / x_1. \quad (6)$$

При этом, сформировав соответствующий закон управления, можно обеспечить требуемые характеристики регулирования скорости вращения  $\omega_p$  вала агрегата. Так как АСД-1 подключен к мощной энергосистеме, нет необходимости регули-

ровать напряжение статора, поэтому можно сформировать возможно простой закон управления вида:

$$\bar{u}_{f_2} = a_0 + a_1(\omega_1 - \omega_p) + j\beta_0, \quad (7)$$

где  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $\beta_0$  — коэффициенты регулирования.

Для генератора АСГ-2 при  $\omega_{k2} = \omega_2$  условием существования установившегося режима является, как это следует из (3), выполнение равенства

$$\omega_{f2} - \omega_2 + \omega_p = 0. \quad (8)$$

В соответствии с (8) рассмотрим возможности формирования частоты напряжения возбуждения АСГ-2.

Первый случай

$$\omega_{f2} = \omega_2 - \omega_p. \quad (9)$$

Для реализации (9) необходимы датчики частот напряжения статора и вращения вала агрегата. Метод формирования частоты (9) в случае, если  $\omega_2$  — независимый параметр, может быть обеспечена при подключении статора АСГ-2, например, ко второй энергосистеме (т. е. это классическая схема подключения АС ЭМПЧ для связи двух энергосистем с различающимися частотами). Для рассматриваемого режима работы АСГ-2 на автономную нагрузку метод (9) не подходит, так как не удается обеспечить [2, 3] стабильной частоты напряжения нагрузки.

Второй случай:

$$\omega_{f2} = \omega_3 - \omega_p, \quad (10)$$

где  $\omega_3$  — частота какого-либо задатчика.

Подставив (10) в (8), получим

$$\omega_2 = \omega_3. \quad (11)$$

Из (11) следует, что частота напряжения статора АСГ-2 жестко равна частоте задатчика. Для реализации (10) необходимы задатчик частоты напряжения статора АСГ-2 и датчик частоты вращения вала агрегата.

Третий случай:

$$\omega_{f2} = F_\omega(p)(\omega_3 - \omega_2), \quad (12)$$

где  $F_\omega(p)$  — функция формирования частоты напряжения возбуждения, содержащей в общем случае составляющие пропорционального, интегрального, дифференциального регулирования.

Учитывая (12), из (8) следует<sup>1</sup>:

$$\omega_2 = \frac{\omega_3}{1 + \frac{1}{F_\omega(p)}} + \frac{\omega_p}{F_\omega(p) + 1}. \quad (13)$$

В уравнении (4) движения скорость изменения  $\omega_p$  определяется инерционной постоянной  $T_f$ , ротора агрегата, быстродействие же в системе регулирования напряжения возбуждения ротора определяется переходной постоянной времени

$T'_f$  машины. Но так как в обычных машинах  $T'_f << T_f$ , то, как следует из (13), в принципе всегда можно обеспечить требуемую точность поддержания частоты  $\omega_2$  на статоре АСГ-2. Для реализации (12) необходимы задатчик и датчик частоты напряжения статора АСГ-2, что в принципе проще, так как не требуется датчик частоты вращения ротора как в предыдущих случаях.

Структура реализации АРВ при формировании частоты напряжения возбуждения в соответствии с (10) практически не отличается от известной [1, 4] структуры АРВ асинхронизированной синхронной машины. Экспериментальные исследования аналогового АРВ с реализацией (10) описаны в [5]. В принципе структура аналогового и цифрового АРВ может быть одной и той же без учета ограничений быстродействия МП.

Режим АСМ с (12) является разновидностью обобщенного синхронного режима [1, 4], поэтому рассмотрим управление (12) подробнее. Сформируем закон управления АСГ-2 по напряжению статора машины при  $\omega_{k2} = \omega_2$  и  $\bar{u}_2 = u_{q2} = u_2$  с учетом (12) в виде:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{f2} &= (u_{f2} e^{j\psi_2}) e^{\int_j^f (\omega_{f2} - \omega_2 + \omega_p) dt} = \\ &= jF_U(u_2 - u_0) e^{j \int_j^f [F_\omega(p)(\omega_3 - \omega_2) - \omega_2 + \omega_p] dt} = \\ &= jF_U(u_2 - u_0) e^{j\delta}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\delta = \int_j^f [F_\omega(p)(\omega_3 - \omega_2) - \omega_2 + \omega_p] dt$ ;

$u_0$  — уставка по напряжению.

Особенностью закона управления (14) является формирование его вектора в показательной форме, тогда как традиционно в АСМ вектор закона управления формируется в проекциях на выбранные оси координат. Поэтому определенный интерес представляет рассмотрение устойчивости АС ЭМПЧ при традиционном (5) управлении АСД-1 и формировании вектора закона управления АСГ-2 в показательной форме (14).

Записав для каждой из машин уравнение (1) — (4) в проекциях на свои синхронные оси, учитывая (5) для АСД-1 и (14) для АСГ-2, приняв при этом для упрощения анализа в (14)  $F_\omega(p) = k_\omega$ ,  $F_U(p) = k_2$ , из этой системы следует характеристическое уравнение:

$$Tp - \frac{u_1 \alpha_1}{x_1} + \left( b_3 - a_3 \frac{b_4}{a_4} \right) = 0, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} a_4 &= \frac{1}{p} k_2 (u_{20} - u_0) (k_\omega + 1) (\cos \delta_0 - \frac{c_2}{a_2} \sin \delta_0) - \\ &\quad - \frac{c_2 b_2}{a_2} + d_2; \\ b_4 &= \frac{1}{p} k_2 (u_{20} - u_0) \left( -\cos \delta_0 + \frac{c_2}{a_2} \sin \delta_0 \right) + \\ &\quad + (\mu_2 x_2 i_{d20} + e_{fd20}) T_{f2} + \frac{c_2}{a_2} (\mu_2 x_2 i_{q20} + e_{fq20}) T_{f2}; \\ a_3 &= \frac{1}{a_2} [i_{q20} c_1 - i_{d20} a_1 + e_{fd20} - e_{fq20} a] [-k_2 (u_{20} - \right. \\ &\quad \left. \left. - \right. \right. \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Вместо (12) частоту напряжения возбуждения можно сформировать в более сложном виде  $\omega_{f2} = \omega_3 + F_\omega(p)(\omega_3 - \omega_2)$ , при этом из (8) следует:

$$\omega_2 = \omega_3 + \frac{\omega_p}{1 + F_\omega(p)}. \quad (13)'$$

$$-u_0(k_\omega + 1) \sin \delta_0 \frac{1}{p} - b_0] + [i_{q20}d_1 - i_{d20}b_1 - e_{fq20}b];$$

$$b_3 = \frac{1}{a_2} [i_{q20}c_1 - i_{d20}a_1 + e_{fd20} - e_{fq20}a] [k_2(u_{20} - u_0) \sin \delta_0 \frac{1}{p} + (\mu_2 x_2 i_{q20} + e_{fq20}) T_{f2}] ;$$

$$a_2 = (1 + pT_{f2}) c_1 + p\mu_2 x_2 T_{f2} a + (\omega_{20} - \omega_{p0}) \mu_2 x_2 T_{f2} + (\omega_{20} - \omega_{p0}) T_{f2} a_1 + k_2 c \cos \delta_0;$$

$$b_2 = (1 + pT_{f2}) d_1 + p\mu_2 x_2 T_{f2} b + (\omega_{20} - \omega_{p0}) T_{f2} b_1 + (\mu_2 x_2 i_{q20} + e_{fq20}) T_{f2} + k_2 d \cos \delta_0;$$

$$c_2 = (1 + pT_{f2}) a_1 + p\mu_2 x_2 T_{f2} - (\omega_{20} - \omega_{p0}) \mu_2 x_2 T_{f2} a - (\omega_{20} - \omega_{p0}) T_{f2} c_1 - k_2 c \sin \delta_0;$$

$$d_2 = (1 + pT_{f2}) b_1 - (\omega_{20} - \omega_{p0}) T_{f2} \mu_2 x_2 b - (\omega_{20} - \omega_{p0}) T_{f2} d_1 - (\mu_2 x_2 i_{d20} + e_{fd20}) T_{f2} - k_2 d \sin \delta_0;$$

$$a_1 = -\frac{R_n d}{\omega_{20}} - x_\Sigma;$$

$$b_1 = -\frac{R_n b}{\omega_{20}} - \frac{x_\Sigma i_{q20}}{\omega_{20}} - \frac{e_{fq20}}{\omega_{20}};$$

$$c_1 = \frac{R_n}{\omega_{20}} - x_\Sigma a;$$

$$d_1 = -x_\Sigma b - \frac{x_\Sigma i_{d20}}{\omega_{20}} - \frac{e_{fd20}}{\omega_{20}};$$

$$a = -\frac{x_n \omega_{20}}{R_n};$$

$$b = -\frac{x_n i_{q20}}{R_n};$$

$$c = R_n + \frac{\omega_{20}^2 x_n^2}{R_n};$$

$$d = \frac{\omega_{20} x_n^2}{R_n} i_{q20} - i_{d20} x_n.$$

Параметры с индексом «0» являются параметрами установившегося режима в рассматриваемой точке.

Характеристическое уравнение (15) четвертого порядка для анализа в общем виде неудобно, поэтому для снижения его порядка примем аналогичное (5) управление (т. е. отрицательную обратную связь по току ротора  $\bar{e}_{f2}$ ). При этом приняв  $T_{f2} = T_{f2k} = \frac{T_{f2}}{1+k_{e2}}$  и учитывая, что в установившемся режиме  $\delta_0 \equiv 0$  при  $k_{e2} \rightarrow \infty$  имеем:

$$T_f p - \frac{u_1 \alpha_1}{x_1} + \left( m \frac{\frac{d_1}{k_2} + d}{\frac{c_1}{k_2} + c} + n \right) \times$$

$$\times \frac{\frac{u_{20}}{p} \frac{1}{\rho}}{u_{20}(k_\omega + 1) \frac{1}{p} - \frac{a_1 \left( \frac{d_1}{k_2} + d \right)}{\frac{c_1}{k_2} + c} + b_1} = 0, \quad (16)$$

где  $m = -(i_{q20}c_1 - i_{d20}a_1 + e_{fd20} + e_{fq20}a)$ ;  
 $n = i_{q20}d_1 - i_{d20}b_1 - e_{fq20}b$ .

Очевидно, чем больше значение коэффициентов  $k_2$ ,  $k_\omega$ , тем меньше влияние регулирования напряжения частоты АСГ-2 на устойчивость АС ЭМПЧ, и тем взаимно независимее каналы регулирования этих параметров. Однако, если  $k_2 \rightarrow \infty$ , то из (16) имеем уравнение второго порядка

$$T_f p - \frac{u_1 \alpha_1}{x_1} + \left( m \frac{d}{c} + n \right) \frac{1}{(k_\omega + 1) + \frac{(cb_1 - a_1 d)p}{cu_{20}}} = 0, \quad (17)$$

откуда следует, что при рассматриваемом регулировании более существенен в смысле устойчивости канал формирования частоты возбуждения, что необходимо учитывать при практической реализации (12).

Структурная схема МП АРВ, отражающая основные операции при формировании напряжения возбуждения в соответствии с законом управления (14) при пропорционально-интегральном регулировании по напряжению статора АСГ-2 и интегральном регулировании по частоте этого напряжения, приведена на рис. 2. Микропроцессорный АРВ реализован с использованием стандартной магистрально-модульной аппаратуры КАМАК [7] в одном крейте. Использование микропроцессорного крейт-контроллера С180А, в состав которого входит микропроцессор типа Intel 8080A, обеспечивает независимую работу крейта от центральной ЭВМ. Программа, реализующая

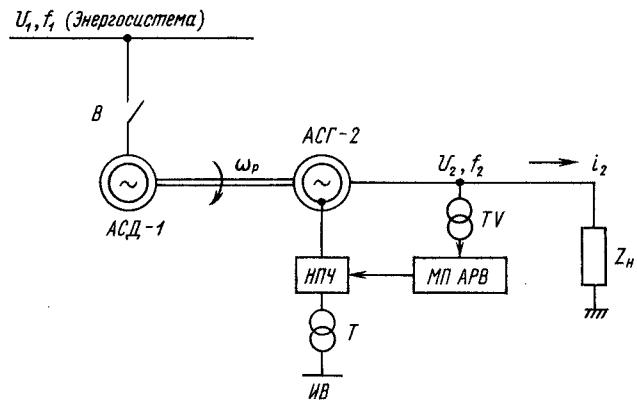


Рис. 1. Схема включения АСЭМПЧ: АСД-1 — асинхронизированный синхронный двигатель; АСГ-2 — асинхронизированный синхронный генератор; ИПЧ — непосредственный преобразователь частоты;  $T$  — измерительный трансформатор напряжения;  $TV$  — трансформатор; ИВ — источник возбуждения; МП АРВ — микропроцессорный автоматический регулятор возбуждения;  $B$  — выключатель

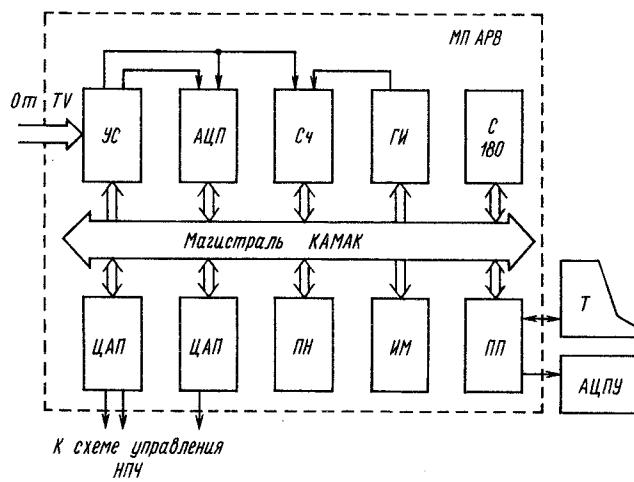


Рис. 2. Структурная схема МП АРВ: С180 — микропроцессорный контроллер крейта; ГИ — генератор импульсов; СЧ — счетчик импульсов; АЦП — аналого-цифровой преобразователь; ПН — преобразователь напряжения питания; ИМ — индикатор магистрали; ПП — периферийный процессор; Т — терминал; АЦПУ — алфавитно-цифровое печатающее устройство

алгоритм управления, выполняется крейт-контроллером С180А.

Для решения задачи управления возбуждением АСГ разработано устройство связи (УС) в стандарте КАМАК. Напряжение фаз с шин АСГ подается на УС, в котором реализован измерительный преобразователь напряжения по схеме Ларионова с ФНЧ на выходе; УС также преобразует аналоговые сигналы (трехфазное напряжение) в дискретные сигналы ТТЛ уровня, несущие необходимую информацию о частоте напряжения, симметричности полупериодов и угле сдвига фаз, которые запускают АЦП для измерения амплитуды напряжений и токов АСГ и счетчики для измерения частоты.

Выпрямленное значение напряжения АСГ  $u_r$  подается на АЦП (модуль КАМАК ADC 712), преобразующий напряжения от 10 мВ до 10,24 В в десятиразрядный двоичный код за время не более 24 мкс. В соответствии с полученным кодом  $u_r$  вычисляется значение амплитуды напряжения возбуждения согласно выражения

$$u_f(kT) = u_{f0} + k_n(u_0 - u_r(kT)) + k_u \sum_{i=1}^k (u_0 - u_r(iT)),$$

где  $T$  — интервал дискретности регулятора;  $u_{f0}$  — начальное значение амплитуды напряжения возбуждения;  $k_n, k_u$  — коэффициенты регулирования;  $u_0$  — заданное значение уставки напряжения статора АСГ.

Для измерения частоты напряжения статора АСГ в блоке УС формируются импульсы в момент перехода через нуль в положительную сторону напряжения фазы А. Эти импульсы являются запросами прерывания для крейт-контроллера, по которым производится чтение и сброс кода 16-разрядного счетчика (модуль КАМАК QS 401), осуществляющего подсчет импульсов частоты 100 кГц, поступающих от генератора тактовых

импульсов (модуль КАМАК CG 730 В). Полученный таким образом код  $N_f$  соответствует частоте напряжения статора, и частота напряжения возбуждения формируется как

$$\omega_f(kT) = k_w \sum_{i=1}^k (N_f(iT) - N_{f0}), \quad k=1, 2, 3, \dots,$$

где  $T$  — интервал дискретности регулятора;  $k_w$  — коэффициент регулирования;  $N_{f0}$  — заданное значение уставки частоты напряжения статора АСГ.

Угол  $\delta = \omega_f t$  вычисляется интегрированием:

$$\delta(kT) = \sum_{i=1}^k \omega_f(iT), \quad k=1, 2, 3, \dots .$$

Получив значения  $u_f(kT)$  и  $\delta(kT)$ , рассчитываем значения фаз напряжений возбудителя:

$$\begin{aligned} u_f^{(a)}(kT) &= u_f(kT) \cos(\delta(kT)); \\ u_f^{(b)}(kT) &= u_f(kT) \cos(\delta(kT) - 120^\circ); \\ u_f^{(c)}(kT) &= u_f(kT) \cos(\delta(kT) + 120^\circ). \end{aligned}$$

Значения  $u_f^{(a)}, u_f^{(b)}, u_f^{(c)}$  передаются на цифроаналоговые преобразователи. Модуль КАМАК 2ЦАП10 обеспечивает преобразование 10-разрядного кода в напряжение от -10 до +10 В и имеет два канала. Для трех фаз используется два таких модуля. Для повышения быстродействия  $\cos x$  находится табличным методом и все вычисления производятся в целых числах с масштабными коэффициентами.

В состав МП АРВ входит также периферийный процессор (модуль КАМАК PP580), который является 8-разрядной микро-ЭВМ с встроенным накопителем на гибком диске. Модуль PP580 осуществляет периодический прием из С180 измеренных значений  $u_r$  и  $N_f$  и вычисленных  $u_f$  и  $\omega_f$  и отображает их на дисплее. Кроме того, PP580 обеспечивает ввод значений установок и коэффициентов регулятора и передачу их в С180, не прерывая процесса регулирования.

Экспериментальные исследования АС ЭМПЧ с МП АРВ проводились на электродинамической модели (ЭДМ), схема которой соответствует рис. 1. В качестве шин энергосистемы использовалась сеть 380 В. АС ЭМПЧ представляет собой агрегат из двух типовых асинхронных двигателей АК-91-4, к роторным обмоткам которых подключены НПЧ, выполненные как трехфазно-трехфазный трехпульсный тиристорный преобразователь с нулевыми вентильными группами [6]. Нагрузка представляла собой активную (ламповый реостат), индуктивную (катушки индуктивности), емкостную (батареи конденсаторов) нагрузки и асинхронный двигатель в любом их соотношении и сочетании. В экспериментах АДС-1 использовался в режиме асинхронного двигателя. Питание НПЧ АСГ-2 осуществлялось от шин 220 В через трансформатор 220/127 В.

Программой экспериментальных исследований АС ЭМПЧ с МП АРВ на ЭДМ предусмотрены испытания в установившихся и переход-

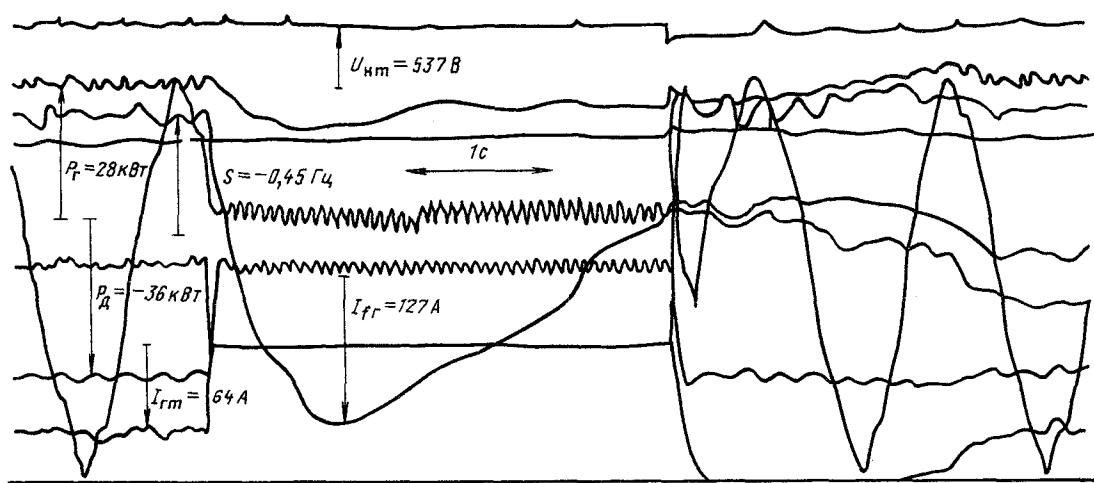


Рис. 3. Сброс — наброс полной нагрузки (асинхронный двигатель, активная, индуктивная, емкостная)

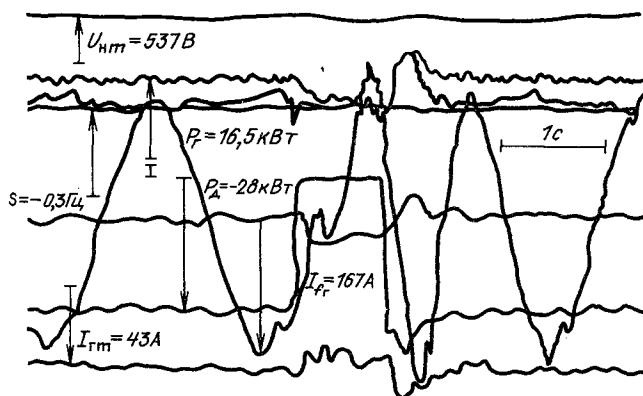


Рис. 4. Перерыв питания асинхронного двигателя АСЭМПЧ при полной нагрузке генератора

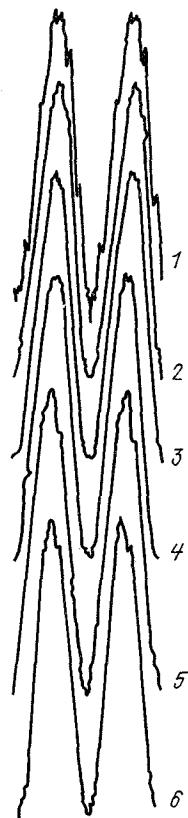
ных режимах. В установившихся режимах исследованию подлежало качество регулирования напряжения на шинах нагрузки при различном ее составе. В переходных режимах исследовались режимы при сбросах, набросах нагрузки, запуске асинхронного двигателя нагрузки, кратковременных перерывах питания АСД-1.

Целью исследований являлось уточнение разработанных структур и алгоритмов МП АРВ, проверка их работоспособности в комплексе с АС ЭМПЧ при заданных возмущениях и при независимом возбуждении АСГ-2. На рис. 3 приведена осциллограмма сброса — наброса нагрузки, включающей активную нагрузку 15 кВт, батарею конденсаторов мощностью 12 кВ·Ар, катушки индуктивности мощностью 13,5 кВ·Ар, и асинхронный двигатель с нагрузкой на валу 10 кВт при номинальной частоте вращения вала агрегата. При набросе нагрузки в первый момент напряжение на шинах нагрузки снижается до 80 %  $U_{\text{ном}}$ , а затем в течение 2,4 с восстанавливается до номинального значения. Связано это с режимом самозапуска асинхронного двигателя нагрузки, кото-

рый за время бестоковой паузы практически остановился.

На рис. 4 приведена осциллограмма перерыва питания АСД-1 при вышеуказанной полной нагрузке АСГ-2. Длительность перерыва питания, имитируемого отключением и включением АСД-1 в сеть включателем В, составляет 0,8 с. В течение 0,4 с скольжение агрегата достигает 5 Гц, соответствующего потолочному значению напряжения возбуждения. Напряжение нагрузки снижается до 85 %  $U_{\text{ном}}$ , поэтому снижается и мощность нагрузки, однако при восстановлении питания АСД-1 исходный режим нагрузки быстро восстанавливается.

На рис. 5 приведены осциллограммы формы кривой напряжения нагрузки ( $U_{\text{ном}} = 380$  В) при холостом ходе — и при различном составе нагрузки. Причем активная нагрузка составляет 15 кВт, асинхронный двигатель с нагрузкой на валу 10 кВт, индуктивная — 13,5 кВ·Ар, емкостная — 12 кВ·Ар.



Наибольшее отклонение качества напряжения (по составу высших гармонических) наблюдается в режиме холостого хода. Во всех остальных режимах качество напряжения удовлетворительное, которое объясняется быстродействием МП АРВ, учетом нелинейности характеристики тиристорного преобразователя, а также подключением на шины батареи конденсаторов, которые совместно с индуктивным сопротивлением линии (соединяющей АС ЭМПЧ с нагрузкой) образует Г-образный фильтр высших гармоник.

Асинхронизированный ЭМПЧ с разработанным МП АРВ может использоваться в качестве источника гарантированного электроснабжения ответственных потребителей, подобные МП АРВ могут использоваться в ветроэнергетике, приливных и малых ГЭС, в автономных, например дизельных, электромашинных источниках электропитания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина на переменного тока.— М.: Наука, 1969.
2. Мирошников И. Ю., Цгоев Р. С. Устойчивость АС ЭМПЧ при нарушении электрической связи одной из его машин с мощной энергосистемой.— Электричество, 1989, № 4.
3. Исследование режима межсистемной связи с АС ЭМПЧ / Н. И. Зеленохат, Н. А. Кокарев и др.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 1.
4. Шакарян Ю. Г. Асинхронизированные синхронные машины.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
5. Мирошников И. Ю. Режимы работы межсистемной связи с асинхронизированным электромеханическим преобразователем частоты и управление им при образовании автономного энергорайона.— Автореф. дисс. на соиск. уч. степени к-та техн. науки — М.: 1988.
6. Жемеров Г. Г. Тиристорные преобразователи частоты с непосредственной связью.— М.: Энергия, 1977.
7. Певчев Ю. Ф., Финогенов К. Г. Автоматизация физического эксперимента.— М.: Энергоатомиздат, 1986.

[02.11.90]

УДК 621.314.241:621.313.332

## Расчет двухфазного преобразователя частоты, предназначенного для возбуждения асинхронизированного генератора

ВЕЙГАНДТ В. Я., канд. техн. наук,  
ЛАТЫШКО В. Д., канд. техн. наук

Ленинград

Широкие возможности асинхронизированных генераторов (АГ) [1] вызывают повышенный интерес к ним у проектантов автономных электроэнергетических систем. Способность АГ обеспечивать стабильную частоту напряжения при переменной частоте вращения ротора может найти разнообразное и достаточно важное применение [2], например, для экономии топлива за счет снижения частоты вращения в дизельгенераторных установках, для развязки сетей с различными частотами, для генерирования электроэнергии стабильной частоты на выбеге ротора за счет запасенной энергии маховых масс. Поэтому в настоящее время осуществляется широкое исследование характеристик АГ [1, 3], изучаются возможности различных структур автономных электроэнергетических систем на основе АГ [4, 5], а также идет поиск рациональных схем преобразователей частоты для возбуждения АГ.

Статья посвящена определению основных расчетных соотношений и характеристик непосредственного преобразователя частоты с искусственной коммутацией, выполненного по схеме так называемого двухзвенного циклокоммутатора (ЦК2) и предназначенного для возбуждения автономных асинхронизированных генераторов (см. рис. 1) средней мощности (до 1600 кВт).

**Описание двухзвенного циклокоммутатора.** В качестве основных элементов ЦК2 содержит возбудитель с двумя трехфазными обмотками LU1,

LU2, мосты UZ1, UZ2 с диагональными тиристорами VQ1, VQ2, обеспечивающими замыкание обмоток LU1, LU2 в звезду и симисторы IV1... 3V6, задающие фазу подключения обмоток LU1, LU2 к обмотке возбуждения АГ.

Принцип работы ЦК2 состоит в следующем. Одновременно с тиристорами моста UZ1 проводят ток диагональный тиристор VQ1 и три симистора, подсоединеные к обмотке LU1, или проводят ток тиристоры моста UZ2 с диагональным тиристором VQ2 и три симистора, подсоединеные к обмотке LU2. Интервалы проводимости тиристоров и симисторов обмотки LU1 меняются интервалами проводимости тиристоров и симисторов обмотки LU2 и наоборот. Симисторы каждый раз включаются в такой комбинации (см. таблицу), чтобы на обмотку возбуждения АГ подавалась симметричная система трех напряжений, сдвинутая относительно предыдущей на  $60^\circ$  (элект.).

Вид кривой выходного напряжения ЦК2 показан на рис. 2 (при различных частотах коммутации). Основная гармоническая составляющая этой кривой в соответствии с приложением 2 имеет частоту

$$\omega_f = \omega_k - \omega_b,$$

где  $\omega_b$ ,  $\omega_k$  — частоты возбудителя и коммутации ЦК2.

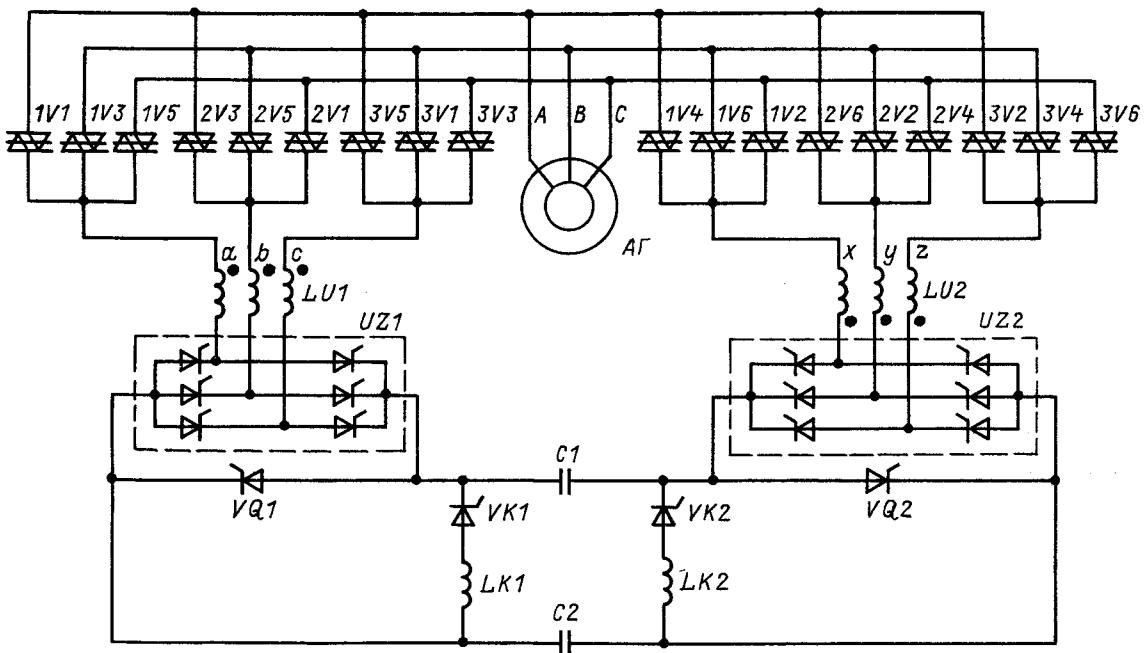
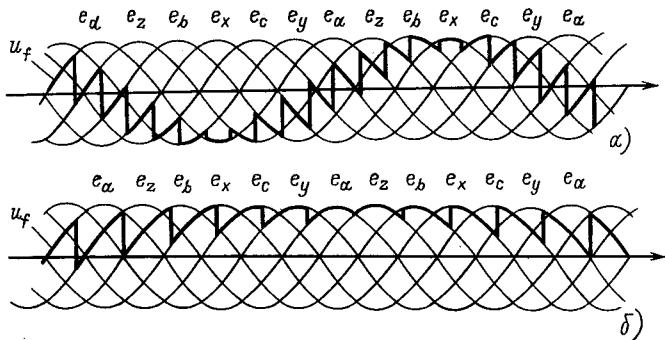


Рис. 1. Принципиальная схема двухзвенного циклодвигателя с асинхронизированным генератором

Рис. 2. Кривые выходного напряжения двухзвенного циклодвигателя  $u_f$  и э. д. с. возбудителя  $e_a, \dots, e_z$   
а — при  $\omega_R < \omega_k$ ; б — при  $\omega_R > \omega_k$ 

Выходное напряжение АГ имеет частоту

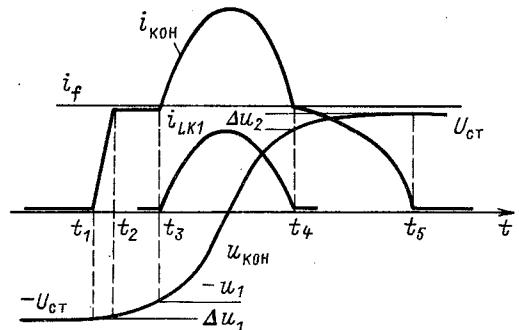
$$\omega_0 = \omega_f + \omega_R$$

где  $\omega_R$  — частота вращения ротора.

Возбудитель имеет общий с АГ ротор и одинаковое с ним число полюсов, что обеспечивает равенство  $\omega_b = \omega_R$ . Благодаря этому выходная частота АГ задается частотой коммутации ЦК2 независимо от частоты вращения  $\omega_0 = \omega_k$ . Амплитуда выходного напряжения ЦК2 меняется путем изменения напряжения возбудителя.

Циклодвигатель ЦК2 выполнен на незапираемых тиристорах, поэтому прерывание тока в них осуществляется принудительно с помощью узла искусственной коммутации, состоящего из конденсаторов  $C1$ ,  $C2$ , дросселей  $LK1$ ,  $LK2$  и тиристоров  $VK1$ ,  $VK2$ .

Диаграмма токов и напряжений на интервале искусственной коммутации при переводе тока из обмотки  $LU1$  в  $LU2$  приведена на рис. 3. Искусственная коммутация тиристоров осуществляется в следующей последовательности. В момент  $t_1$  при

Рис. 3. Диаграмма токов и напряжений на интервале искусственной коммутации:  
 $i_{\text{КОН}}$ ,  $u_{\text{КОН}}$  — ток и напряжение коммутирующих конденсаторов;  
 $i_{LK1}$  — ток дросселя  $LK1$ ;  $i_f$  — наибольший из выходных токов циклодвигателя

снятии импульсов управления с моста  $UZ1$  включается диагональный тиристор  $VQ2$ , который, замыкая цепь коммутирующих конденсаторов  $C1$  и  $C2$ , создает условия для запирания диагонального тиристора  $VQ1$  в момент  $t_2$ . Затем коммутирующие конденсаторы разряжаются на интервале  $t_2 - t_3$  током нагрузки. В момент  $t_3$  при достижении напряжения конденсаторов за-

Номер интервала	Комбинация включения симисторов		
	Фаза обмотки возбуждения		
	A	B	C
1	a (1V1)	c (3V1)	b (2V1)
2	z (3V2)	y (2V2)	x (1V2)
3	b (2V3)	a (1V3)	c (3V3)
4	x (1V4)	z (3V4)	y (2V4)
5	c (3V5)	b (2V5)	a (2V5)
6	y (2V6)	x (1V6)	z (3V6)

данного уровня  $u_1$  отпирается вспомогательный тиристор  $VK1$  цепи перезаряда с дросселями  $LK1$ .

После завершения перезаряда в момент  $t_4$  отпираются очередная группа симисторов обмотки  $LU2$  и тиристорный мост  $UZ2$ . Коммутирующие конденсаторы оказываются включенными в цепи наибольшего из токов нагрузки ЦК2 с напряжением, противодействующим протеканию тока нагрузки в обмотке  $LU1$ . Поэтому на интервале  $t_4 - t_5$  под действием напряжения на конденсаторах  $C1, C2$  происходит снижение тока в обмотке  $LU1$  и перевод его в обмотку  $LU2$ . Аналогично происходит процесс искусственной коммутации на следующем интервале при переводе тока из обмотки  $LU2$  в обмотку  $LU1$ .

**Загрузка основных цепей ЦК2.** В условиях общепринятой идеализации, когда коммутация считается мгновенной, а токи выхода ЦК2 синусоидальными, токи диагональных тиристорных ключей представляют собой импульсы, чередующиеся с паузами той же длительности и имеющие огибающие в виде выпрямленного трехфазного мостом тока возбуждения АГ. При этом средние ( $I_{cp}$ ) и действующие ( $I_d$ ) значения тока в диагоналях мостов  $UZ1, UZ2$

$$I_{cp} = 3I_{fm}/2\pi; I_d = 3I_{fm}/\sqrt{2}\pi. \quad (1)$$

Для симисторов длительности импульсов тока составляют шестую часть продолжительности их работы. Поэтому средние и действующие значения токов через них определяются соотношениями

$$I_{cp} = I_{fcp}/6; I_d = I_{fd}/\sqrt{6}, \quad (2)$$

где  $I_{fcp}, I_{fd}$  — средние и действующие значения тока возбуждения генератора.

Ввиду симметрии процессов средние и действующие значения токов обмоток возбудителя в 3 и  $\sqrt{3}$  раз больше, чем токи в симисторах, а в плечах мостов в 2 и  $\sqrt{2}$  раз меньше, чем в обмотках возбудителя. При этом в обмотках возбудителя

$$I_{cp} = I_{fcp}/2; I_d = I_{fd}/\sqrt{2}, \quad (3)$$

в плечах мостов  $UZ1, UZ2$

$$I_{cp} = I_{fcp}/4, I_d = I_{fd}/2. \quad (4)$$

Амплитудные значения напряжений диагональных тиристоров  $VQ1, VQ2$ , тиристоров мостов  $UZ1, UZ2$  и тиристоров перезаряда  $VK1, VK2$  определяются соотношением  $U_m = U_{cm}$ , а для симисторов  $U_m = k_{RC}(U_{cm} + 1,5E_m)$ , где  $E_m$  — амплитудное значение э. д. с. фазы возбудителя;  $k_{RC}$  — коэффициент, определяемый процессами перезаряда демпфирующих  $RC$ -цепей (на рис. 1 они не показаны); при рациональном выборе  $RC$ -цепей  $k_{RC} = 1,2 \div 1,5$ .

**Основные параметры узла искусственной коммутации.** При выборе параметров узла искусственной коммутации необходимо соблюдение следующих условий. Амплитудное напряжение на конденсаторах  $U_{cm}$  должно быть достаточным для успешного запирания тиристоров в любом режиме. В процессе перезаряда коммутирующих конденсаторов не должно происходить накопление

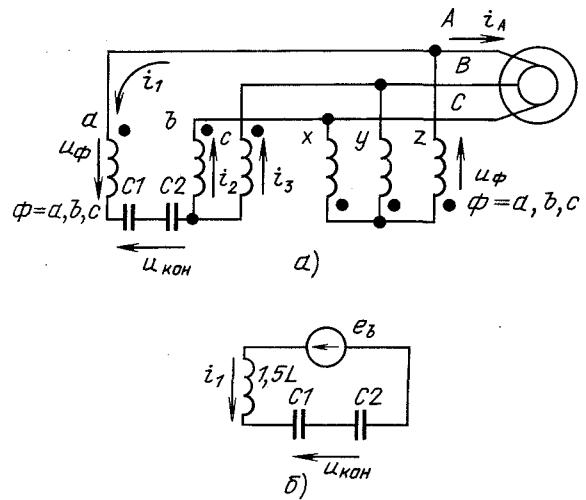


Рис. 4. Расчетная схема двухзвенного циклокоммутатора на интервале коммутации  
— полная; б — упрощенная

энергии. Длительность  $t_b$  отрицательного напряжения на  $C1$  и  $C2$ , прикладываемого к запираемым диагональным тиристорам, должна быть больше времени их восстановления.

Для обеспечения успешного запирания тиристоров амплитудное напряжение на коммутирующих конденсаторах  $U_{cm}$  должно быть больше эквивалентной э. д. с. возбудителя на интервале  $t_4 - t_5$ , т. е.

$$U_{cm} > 4,5E_m/\pi.$$

Условие отсутствия накопления энергии на коммутирующих конденсаторах равносильно обеспечению равенства изменения напряжения  $\Delta u_1$  при разряде конденсаторов  $C1, C2$  на интервале  $t_2 - t_3$  изменению напряжения  $\Delta u_2$  при их заряде на интервале  $t_4 - t_5$  (см. рис. 3).

Длительность отрицательного напряжения на коммутирующих конденсаторах в соответствии с рис. 3 определяется соотношением

$$t_b = \Delta t_3 + \Delta t_4/2. \quad (5)$$

Основные соотношения узла искусственной коммутации определяются следующими процессами: разрядом конденсаторов  $C1, C2$  постоянным током  $I_f$  на интервале  $t_2 - t_3$ , колебательным перезарядом через индуктивность  $LK$  на интервале  $t_3 - t_4$  и зарядом через обмотки возбудителя (см. приложение 1) на завершающем этапе искусственной коммутации  $t_4 - t_5$ . На интервале  $t_4 - t_5$  упрощенная расчетная схема показана на рис. 4, где  $1,5L$  — эквивалентная индуктивность возбудителя;  $e_b = 4,5/\pi \times E_m \sin(\pm \varphi_f)$  — эквивалентная э. д. с. возбудителя;  $\varphi_f$  — угол запаздывания тока возбуждения АГ относительно напряжения возбуждения; верхний знак соответствует случаю  $\omega_R < \omega_0$ , нижний знак  $\omega_R > \omega_0$ .

Из общизвестных уравнений для перечисленных интервалов искусственной коммутации следует

$$\Delta u_1 = I_f \Delta t_3/C; \quad (6)$$

$$\Delta t_4 = 2(\pi/2 - \arctg \rho_k I_f/u_1)/\omega_1, \quad (7)$$

где

$$\omega_1 = 1/\sqrt{LK \cdot C}, \rho_k = \sqrt{LK/C}, C = C1C2/(C1 + C2); \quad (8)$$

$$\Delta u_2 = e_b - u_1 + \sqrt{(e_b - u_1)^2 + (I_f \sqrt{L/C})^2}; \quad (9)$$

$$\Delta t_5 = \omega_2^{-1} \operatorname{arctg}(\rho_2 I_f / (u_1 - e_b)),$$

где

$$\omega_2 = 1/\sqrt{LC}, \rho_2 = \sqrt{L/C}.$$

После совместных преобразований (6), (9) с учетом того, что  $U_{cm} = u_1 + \Delta u_1$ ,  $\Delta u_1 = \Delta u_2$  будем иметь  $u_1 = e_b + I_f(LC - \Delta t_3^2)/2C\Delta t_3$ ,  $U_{cm} = u_1 + I_f\Delta t_3/C$ .

Рекомендуется выбирать  $u_1 = e_b$ .

**Уравнения связи и гармонический состав токов и напряжений ЦК2.** При идеальной коммутации уравнения связи для векторов основных гармонических составляющих напряжения и тока якоря возбудителя  $\bar{U}_b^{dq}$ ,  $\bar{I}_f^{dq}$ , записанные во вращающейся с ротором системе координат, и векторов напряжения и тока возбуждения АГ  $\bar{U}_f^{xy}(\omega_f)$ ,  $\bar{I}_f^{xy}(\omega_f)$  в синхронной системе координат имеют вид (см. приложение 1):

$$\bar{E}_b^{dq} = \frac{\pi}{3} \bar{U}_f^{*xy}(\omega_f) e^{-j(\beta + \pi/2)},$$

$$\bar{I}_b^{dq}(\omega_f) = \frac{\pi}{3} \bar{I}_f^{*dq} e^{-j(\beta + \pi/2)}.$$

Ряд гармонических составляющих напряжения на выходе ЦК2 определяется соотношением

$$\bar{U}_f^{dq} = \frac{3}{\pi} E_m \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{6l+1} e^{j[-\omega_b l + (6l+1)(\omega_0 t - \beta) - \pi/2]},$$

где при  $l=0$  имеем основную гармоническую составляющую с амплитудой  $3E_m/\pi$  и частотой  $\omega_f = -\omega_b + \omega_0$ ; при  $l=\pm 1, \pm 2, \dots$  имеем высшие гармонические составляющие с амплитудой  $3E_m/6l+1$  и частотой  $\omega_f + 6l\omega_0$ .

Ряд гармонических составляющих результирующего тока двух обмоток якоря возбудителя, определяющего процессы в возбудителе, выражается соотношением

$$\bar{I}_b = \frac{3}{\pi} I_{fm} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{6l+1} e^{j[\omega_b t + 6l(\omega_0 t - \beta) \pm \varphi_l]},$$

где при  $l=0$  имеем основную гармоническую составляющую с амплитудой  $3I_{fm}/\pi$  и частотой  $\omega_b$ .

Важно отметить, что знак «плюс» перед  $\varphi_l$  соответствует режиму  $\omega_R < \omega_0$ , знак «минус» перед  $\varphi_l$  соответствует режиму  $\omega_R > \omega$ . Из этого следует, что при выбранном законе управления ЦК2 при частотах вращения ротора ниже синхронных происходит реверсирование реактивной мощности.

Существенное влияние на гармонический состав выходного напряжения оказывает коммутация тиристоров, проявляющаяся в виде коммутационных всплесков напряжения. Коммутационные всплески напряжения, представленные для упрощения прямоугольными импульсами длительностью  $\gamma$ , имеют ряд гармоник (см. прило-

жение 2)

$$\bar{U}_{f\text{ком}}^{dq} = \frac{2}{\pi^2} U_{cm} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{3\rho_k}{(6k+1)} e^{j(6k+1)\omega_f t} + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq 0}}^{\infty} \frac{\rho_k}{(6k+1)l} \sin 3l\gamma e^{j[(6k+1)\omega_f + 6l\omega_0]t} \right\}, \quad (10)$$

где  $\rho_k = 1$  при  $k=0$ ,  $\rho_k = -1$  при  $k \neq 0$ ;

$$\gamma = \omega_0(\Delta t_5 - \Delta t_3).$$

Эти соотношения приведены без учета реальных фазовых соотношений лишь для оценки основных амплитуд и частот гармонических составляющих. Из соотношения (3) видно, что гармонические составляющие коммутационных всплесков напряжения имеют частоты  $\omega_f + 6l\omega_0 + 6k\omega_0$ ,  $k, l=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , которые при  $k=0$  совпадают с основными гармоническими составляющими идеализированной кривой напряжения и при  $k \neq 0$  являются «боковыми» гармоническими составляющими, сдвинутыми влево и вправо относительно основных гармонических составляющих на  $6k\omega_0$ .

**Пример расчета.** Приведем расчет загрузки элементов, а также параметров узла искусственной коммутации ЦК2 при использовании его для возбуждения четырехполюсного асинхронизированного генератора, работающего в диапазоне мощности 500—800 кВт и частот вращения 1200—1800 об/мин.

Определяющими для загрузки элементов преобразователя являются максимальные действующие значения напряжения (фазного) и тока обмотки возбуждения при частоте вращения 1800 об/мин:  $U_{fd} = 190$  В,  $I_{fd} = 553$  А. Определяющими для выбора параметров узла искусственной коммутации являются сверхпереходная индуктивность якорной обмотки возбудителя  $L = 160 \mu$  Гн, действующие значения напряжения и тока возбуждения  $U_{fd} = 180$  В,  $I_{fd} = 374$  А при частоте вращения 1200 об/мин.

Используя максимальные значения тока обмотки возбуждения, найдем загрузку вентиляй по току. Для диагональных тиристоров согласно (1)  $I_{cp} = 373$  А,  $I_d = 528$  А. Для симисторов согласно (2)  $I_{cp} = 82,9$  А,  $I_d = 225$  А. В обмотках возбудителя согласно (3)  $I_{cp} = 249$  А,  $I_d = 391$  А. Для тиристоров мостов  $UZ1, UZ2$  согласно (4)  $I_{cp} = 124$  А,  $I_d = 276$  А.

Для расчета параметров узла искусственной коммутации примем дополнительные условия: значение коммутирующей емкости — кратной 120 мкФ (с учетом использования конденсаторов типа ПСВИ по 120 мкФ); максимальное напряжение на последовательно соединенных коммутирующих конденсаторах в диапазоне  $U_{cm} = 600$ —700 В.

С учетом рекомендаций (10) из (9) будем иметь

$$C = I_f^2 L / \Delta u_2^2. \quad (11)$$

Тогда согласно (П1-5) (см. приложение 1) при

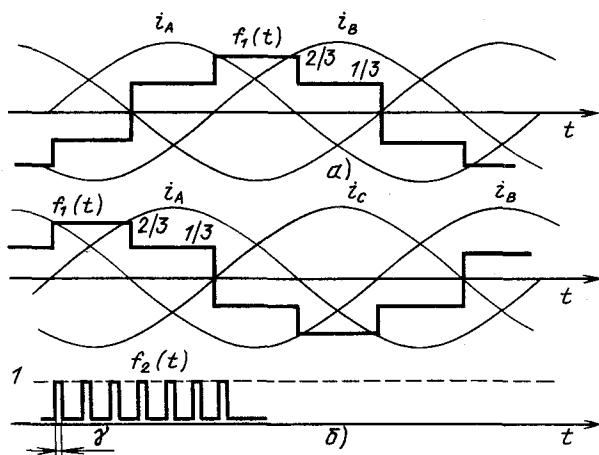


Рис. 5. Вид функций  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ , определяющих напряжение коммутации:

*a* — при  $\omega_R < \omega_0$ ; *b* — при  $\omega_R > \omega_0$

$\varphi_f = 90^\circ$   $e_b = 364,5$  В;  $\Delta u_2 = \Delta u_1 = U_{cm} - e_b$ ;  $\Delta u_2 = 235,4 - 335,4$  В и соответственно согласно (11)  $C = 807 - 398$  мкФ. Примем  $C = 720$  мкФ ( $C_1 = C_2 = 1440$  мкФ), для которой  $U_{cm} = 614$  В. Из соотношения (6)  $\Delta t_3 = 338$  мкс. Приняв  $L_k = 87$  мкГн, из (8)  $\omega_1 = 3,99 \cdot 10^3$ ;  $\rho_k = 0,347$ . Согласно (7)  $\Delta t_4 = 552$  мкс,  $t_b = 614$  мкс.

Напряжения на симисторах  $k_{RC}$  — 996 В, на тиристорах плеч выпрямителя, ключа диагонального и тиристира перезаряда — 614 В, где  $k_{RC} = 1,2 - 1,5$ . В связи с тем, что  $t_b = 614$  мкс могут быть использованы низкочастотные тиристоры.

**Приложение 1. Соотношения для токов и напряжений фаз обмоток возбудителя на интервалах коммутации.** Рассмотрим процесс искусственной коммутации, соответствующий участку  $t_4 - t_5$  перевода тока из обмотки  $LU1$  в обмотку  $LU2$  с целью определения закономерности изменения свободной составляющей токов фаз и значения эквивалентной э. д. с. возбудителя в контуре коммутации. Для простоты примем следующие допущения: нулевые токи обмоток отсутствуют, все три фазы переключаются одновременно, в интервале коммутации э. д. с. возбудителя меняется незначительно.

Для напряжений фаз возбудителя справедливо соотношение

$$u_{\phi 1} = u_{\phi 2} = e_\phi + L_p(i_{\phi 1} + i_{\phi 2}), \quad (\text{П1-1})$$

где  $u_{\phi 1}$ ,  $u_{\phi 2}$ ,  $i_{\phi 1}$ ,  $i_{\phi 2}$  — напряжения и токи одноименных фаз ( $\phi 1$ ,  $\phi 2 = a, b, c$ ) обмоток  $LU1$ ,  $LU2$ , соответственно;  $e_\phi$  — неискаженная э. д. с.;  $L = 0,5(x_d'' + x_q'')/\omega_0$  — индуктивность коммутации.

Для случая, когда ток фазы  $A$  обмотки возбуждения АГ максимальный, на рис. 4 приведена расчетная схема, для которой

$$\left. \begin{aligned} u_a = u_c = u_A = u_C = u_k/3; \\ Lpi_1 = e_b + 2u_{kon}/3; \\ u_b = u_B = -2u_k/3, Lpi_2 = -e_c + u_{kon}/3; \\ Lpi_3 = -e_a + u_{kon}/3, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-2})$$

где  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  — свободные составляющие токов фаз.

Обозначим в общем виде

$$e_a = e_1, e_z = e_2, e_b = e_3, e_x = e_4, e_c = e_5, e_y = e_6$$

или

$$e_p = E_m \cos(\omega_b t - (p-1)\pi/3), p = 1, 2, \dots, 6.$$

Ток фазы  $A$  обмотки возбуждения АГ при этом согласно (П2-7) определяется соотношением

$$i_A = I_{fm} \cos(\omega_f t - \beta \mp \varphi_f - \pi/2).$$

Интервал, в котором  $|i_A| > |i_B|$ ,  $|i_C|$  имеет границы

$$(\beta + \pi/3 \pm \varphi_f) < \omega_b t < (\beta + 2\pi/3 \pm \varphi_f). \quad (\text{П1-3})$$

При этом интервале на участках коммутации, начинаяемых в моменты  $t_k = t_0 + k\tau$ , уравнения (П1-2) приобретают вид

$$\left. \begin{aligned} u_{k+3} = u_{k+5} = -u_A = u_C = u_{kon}/3; \\ u_{k+1} = u_B = -2u_{kon}/3; \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1-4})$$

$$1,5 xpi_1 - u_{kon} = e_b, \quad (\text{П1-5})$$

где  $e_b = 1,5e_{k+1}$  — эквивалентная э. д. с. возбудителя в контуре коммутации.

Так как

$e_{k+1}(t_k) = E_m \cos(\omega_b t_k - k\pi/3) = E_m \cos(\omega_b t_0 - k\omega_f \tau)$ , то на границах интервала (П1-3)

$e_{k+1}^1 = E_m \sin(\pi/6 \mp \varphi_f)$ ;  $e_{k+1}^2 = E_m \sin(-\pi/6 \mp \varphi_f)$ , а усредненное за интервал значение эквивалентной э. д. с. возбудителя

$$e_b^{cp} = 1,5 e_{k+1}^{cp} = \frac{4,5}{\pi} E_m \sin(\mp \varphi_f). \quad (\text{П1-6})$$

**Приложение 2. Гармонический состав напряжений и токов ЦК2.** Воспользуемся представлением э. д. с. якоря возбудителя в общем виде (П1-3). Тогда полагая, что к фазе  $A$  обмотки возбуждения АГ в момент  $t_0$  подключается фаза  $y$ , а затем через интервал  $\tau$  фаза  $a$ , в соответствии с таблицей можно записать

$$\left. \begin{aligned} u_A = 0,5(\Phi_1 e_1 + \Phi_2 e_2 + \dots + \Phi_6 e_6), \\ u_B = 0,5(\Phi_1 e_5 + \Phi_2 e_6 + \dots + \Phi_6 e_4), \\ u_C = 0,5(\Phi_1 e_3 + \Phi_2 e_4 + \dots + \Phi_6 e_2), \end{aligned} \right\} \quad (\text{П2-1})$$

где  $\Phi_p$ ,  $p = 1, 2, \dots, 6$  коммутационные функции, которые в интервале  $t_0 + 6k\tau + \tau(p-1) < t < t_0 + 6k\tau + \tau(p-2)$  принимают значения  $\Phi_p = 1$  и вне указанных интервалов  $\Phi_p = 0$ .

В векторной форме

$$U_{fr}^{dq} = \frac{2}{3}(u_A + u_B \rho + u_C \rho^2), \quad \rho = e^{j2\pi/3}. \quad (\text{П2-2})$$

После подстановки (П2-1) и (П2-2) с учетом того, что

$$\begin{aligned} 2(e_1 + e_3 Q^2 + e_5 Q)/3 &= \bar{E}_{BQ}^*; \\ 2(e_3 + e_5 Q^2 + e_7 Q)/3 &= \bar{E}_{BQ}^*; \\ 2(e_5 + e_7 Q^2 + e_9 Q)/3 &= \bar{E}_{BQ}^*, \end{aligned}$$

где  $\bar{E}_B^*$  вектор, комплексно сопряженный вектору  $\bar{E}_B = E_m e^{j\omega_B t}$ , будем иметь

$$\bar{U}_f^{dq} = \bar{\Phi} \bar{E}_B^*, \quad (\text{П2-3})$$

где

$$\bar{\Phi} = 0,5 [\Phi_1 - \Phi_4 + (\Phi_3 - \Phi_6) q + (\Phi_5 - \Phi_2) q^2].$$

С учетом того, что

$$\Phi_p = 0,5 - \frac{2}{\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2 \sin(2l-1)}{2l-1} \frac{[\omega_k t - \beta - (p+2)\pi/3]}{(p+2)\pi/3},$$

где  $\omega_k = \pi/3t$ ,  $\beta = \omega_k t_0$ , будем иметь

$$\bar{\Phi} = \frac{3}{\pi} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{6l+1} e^{j[(6l+1)(\omega_k t - \beta) - \pi/2]}, \quad (\text{П2-4})$$

$$\bar{U}_f^{dq} = \frac{3}{\pi} E_m \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{6l+1} e^{j[-\omega_k t + (6l+1)(\omega_k t - \beta) - \pi/2]}. \quad (\text{П2-5})$$

При  $l=0$  имеем основную гармоническую составляющую напряжения возбуждения генератора

$$\bar{U}_f^{dq}(\omega_f) = \frac{3}{\pi} E_m e^{j[(\omega_k - \omega_s)t - \beta - \pi/2]} \quad (\text{П2-6})$$

С учетом запаздывания во времени основной гармоники тока возбуждения генератора на угол  $\varphi_f$  основная гармоническая составляющая тока возбуждения генератора определяется соотношением

$$\bar{I}_f^{dq}(\omega_f) = I_{fm} e^{j[(\omega_k - \omega_s)t - \beta - \pi/2 \mp \varphi_f]}, \quad (\text{П2-7})$$

где верхний знак перед  $\varphi_f$  соответствует подсинхронной частоте вращения  $\omega_R < \omega_0$ , нижний знак перед  $\varphi_f$  — надсинхронной частоте вращения  $\omega_R > \omega_0$ .

Пренебрегая высшими гармоническими составляющими тока возбуждения АГ, найдем гармонические составляющие тока возбудителя. Для этого, воспользовавшись коммутационными функциями, будем иметь

$$\begin{aligned} i_a &= 0,5(\Phi_1 i_1 + \Phi_2 i_2 + \dots + \Phi_6 i_6); \\ i_b &= 0,5(\Phi_1 i_5 + \Phi_2 i_6 + \dots + \Phi_6 i_4); \\ i_c &= 0,5(\Phi_1 i_3 + \Phi_2 i_4 + \dots + \Phi_6 i_2), \end{aligned}$$

где

$$i_1 = -i_4 = i_A, \quad i_3 = -i_6 = i_B, \quad i_5 = -i_2 = i_C.$$

Для вектора тока якоря возбудителя

$$\bar{I}_B = 2(i_a + i_b \rho + i_c \rho^2)/3$$

по аналогии с (П2-3) будем иметь

$$\bar{I}_B = \bar{\Phi} \bar{E}_B^*$$

или

$$I_B = \frac{3}{\pi} I_{fm} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{1}{6l+1} e^{j[\omega_k t + 6l(\omega_k t - \beta) \pm \varphi_f]}. \quad (\text{П2-8})$$

При  $l=0$  имеем основную гармоническую составляющую тока якоря возбудителя

$$I_B(\omega_B) = \frac{3}{\pi} I_{fm} e^{j(\omega_B t \pm \varphi_f)}. \quad (\text{П2-9})$$

Представив вектора основных гармонических составляющих э. д. с. и тока якоря возбудителя в системе координат, врачающейся с ротором

$$\bar{E}_B^{dq} = \bar{E}_B e^{-j\omega_B t}, \quad \bar{I}_B^{dq} = \bar{I}_B(\omega_B) e^{-j\omega_B t},$$

а основные гармонические составляющие напряжения и тока возбуждения АГ в синхронной системе координат

$$\bar{U}_f^{xy}(\omega_f) = \bar{U}_f^{dq}(\omega_f) e^{-j\omega_f t}, \quad \bar{I}_f^{xy}(\omega_f) = \bar{I}_f^{dq}(\omega_f) e^{-j\omega_f t},$$

можно записать уравнения связи в следующем виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_B^{dq} &= \frac{\pi}{3} \bar{U}_f^{*xy}(\omega_f) e^{-j(\beta + \pi/2)}; \\ \bar{I}_f^{xy}(\omega_f) &= \frac{\pi}{3} \bar{I}_B^{*dq} e^{-j(\beta + \pi/2)}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П2-10})$$

Уравнения связи впервые были получены в [6].

Коммутационные процессы приводят к дополнительному, сложному по форме (см. рис. 3) искажению кривой напряжения возбуждения АГ. Для оценки гармонического состава, обуславливаемого коммутацией, заменим реальную кривую коммутационных всплесков прямоугольными импульсами той же площади и амплитуды, что и напряжение на конденсаторе  $u_{\text{кон}}$  в интервале  $t_1 - t_5$ . Из соотношений (П1-4) следует, что зависимость фазных напряжений возбуждения АГ от  $u_{\text{кон}}$  определяется только тем, какая из фаз проводит наибольший по абсолютному значению ток. Выделив таким образом коммутационные составляющие напряжения, представим их следующими зависимостями

$$\begin{aligned} u_{A \text{ ком}} &= U_{Cm} f_1(t) f_2(t), \\ u_{B \text{ ком}} &= U_{Cm} f_1(t \mp 2\pi/3) f_2(t), \\ u_{C \text{ ком}} &= U_{Cm} f_1(t \mp 4\pi/3) f_2(t), \end{aligned}$$

вид функций  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  показан на рис. 5, верхний знак соответствует  $\omega_R < \omega_0$ , нижний знак —  $\omega_R > \omega_0$ , длительность импульсов равна  $\gamma = \omega_0(\Delta t_5 - \Delta t_3)$ , фазовые соотношения не учитываются. Гармоническое разложение функций  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \frac{2}{\pi} \left[ \cos \omega_f t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{k \neq 0}^{\infty} \frac{1}{6k+1} \cos (6k+1) \omega_f t \right]; \\ f_2(t) &= \frac{3\gamma}{\pi} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2}{\pi l} \sin 3l\gamma \cos 6l\omega_0 t. \end{aligned}$$

Для вектора

$$\bar{U}_{\text{ком}} = \frac{2}{3} (u_{A \text{ ком}} + u_{B \text{ ком}} \rho + u_{C \text{ ком}} \rho^2)$$

$$\begin{aligned} \text{имеем } \bar{U}_{\text{ком}} &= \frac{2}{\pi^2} U_{Cm} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{3\gamma a_k}{(6k+1)} e^{j(6k+1)\omega_f t} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{l \neq 0}^{\infty} \frac{ak}{(6k+1)l} \sin 3l\gamma \cdot e^{j[(6k+1)\omega_f t + 6l\omega_0 t]} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П2-11})$$

где  $a_k = 1$  при  $k=0$ ;  $a_k = -1$  при  $k \neq 0$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакарян Ю. Г. Асинхронизированные синхронные машины.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Улучшение технико-экономических показателей автономных систем электроснабжения / А. В. Орлов и др.— Судостроение, 1976, № 10.
3. Читечян В. И. Электромеханические характеристики асинхронизированных машин с независимым возбуждением.— Электричество, 1988, № 8.
4. Перспективы развития автономных систем генерирования переменного стабильной частоты / А. И. Бертинов и др.— Электричество, 1988, № 10, с. 28—39.
5. Карташов Р. П., Кулиш А. К., Чехет Э. М. Тиристорные преобразователи частоты с искусственной коммутацией.— Киев: Техника, 1979.
6. Разработка автономного асинхронизированного синхронного генератора (АСГ) для дизель-генераторной установки. Оценка качества выходного напряжения. Техн. отчет, № 12—305/86, ВНИИЭ, 1986.

[07.08.90]

УДК 621.362:539.2

## Напряженно-деформированное состояние сверхпроводниковых обмоток и бандажных элементов дипольных магнитных систем

БУТ Д. А., КОВАЛЕВ Л. К., ЛАРИОНОВ А. Е.

**Введение.** В настоящее время крупномасштабные дипольные седлообразные сверхпроводниковые магнитные системы (СПМС) находят широкое применение в современных электроэнергетических и электрофизических установках (индукторы мощных сверхпроводниковых синхронных генераторов (СПСГ) [1, 2] и магнитогидродинамических генераторов (МГДГ) [3], отклоняющие и фокусирующие магнитные системы ускорителей [4] и т. д.).

Седлообразные СПМС перспективных установок должны создавать магнитные поля с высокими значениями индукции ( $\sim 4\text{--}6$  Тл и более [1, 3, 4]), что заставляет проводить на этапах проектирования и создания установок детальный расчет локальных электродинамических сил и механических напряжений в обмотке и конструктивных элементах СПМС. Основная задача механического расчета крупномасштабных седлообразных СПМС того или иного типа обычно связана с определением допустимых напряжений и деформаций, обеспечивающих ее работоспособность при минимальных массогабаритных показателях.

В отличие от обычных магнитных систем допустимые напряжения в СПМС ограничены не только соответствующими пределами прочности и жесткости, но зависят также от ряда факторов, связанных с устойчивостью сверхпроводникового (СП) состояния обмотки. К ним, в первую очередь, относятся снижение критических токов в СП композите при его деформации выше предельного уровня и уменьшение критериев внутренней стабилизации обмотки при термомеханических явлениях [4]. На практике указанные факторы проявляются в виде эффектов тренировки, деградации, размерного эффекта, которые также необходимо учитывать при расчете и проектировании СПМС [4, 5].

Современные методики расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) СПМС, как правило, основаны на численном решении урав-

нений переменного стабильной частоты / А. И. Бертинов и др.— Электричество, 1988, № 10, с. 28—39.

5. Карташов Р. П., Кулиш А. К., Чехет Э. М. Тиристорные преобразователи частоты с искусственной коммутацией.— Киев: Техника, 1979.

6. Разработка автономного асинхронизированного синхронного генератора (АСГ) для дизель-генераторной установки. Оценка качества выходного напряжения. Техн. отчет, № 12—305/86, ВНИИЭ, 1986.

нений термоупругости и требуют значительных затрат машинного времени [1, 6]. Последнее затрудняет их применение на предварительных этапах расчета, проектирования и оптимизации параметров СПМС. Обычно отношение длины СПМС к ее диаметру превышает 3—5, что позволяет оценивать ее прочностные характеристики на основе двумерного анализа НДС в центральной части системы (влияние лобовых зон учитывается отдельно на заключительных этапах расчета). В данной работе приводится сравнительный анализ двумерных подходов к расчету НДС в центральной части СПМС различного конструктивного исполнения. Приведены аналитические решения для расчета НДС на основе линейной теории упругости, технической теории оболочек и криволинейных стержней. Даны оценки влияния вторичных температурных полей и термомеханических возмущений в СПМС на критерии стабилизации СП композитов.

**Конструктивные схемы СПМС.** На рис. 1 приведены типичные схемы седлообразных СПМС. Основными силовыми элементами СПМС, обеспечивающими ее прочность и жесткость, являются опорная труба 1, внешний бандажный цилиндр 2, выполненный в виде набора профилированных колец. Между опорной трубой и внешним бандажом расположена СП обмотка 0 с компаундной или металлической вставкой 3. Для уменьшения толщины внешнего бандажа в отдельных случаях проводится послойное бандажирование 4 СП обмотки (рис. 1, в). В зависимости от требований к однородности магнитного поля в центральной зоне СПМС и технологии ее выполнения поперечное сечение обмотки может иметь различную конфигурацию. При этом распределение плотности тока  $j_z$  может задаваться постоянным ( $j_z = j_0$ ) или меняющимся по закону  $j_z = j_0 \cos \theta$  (рис. 1, г).

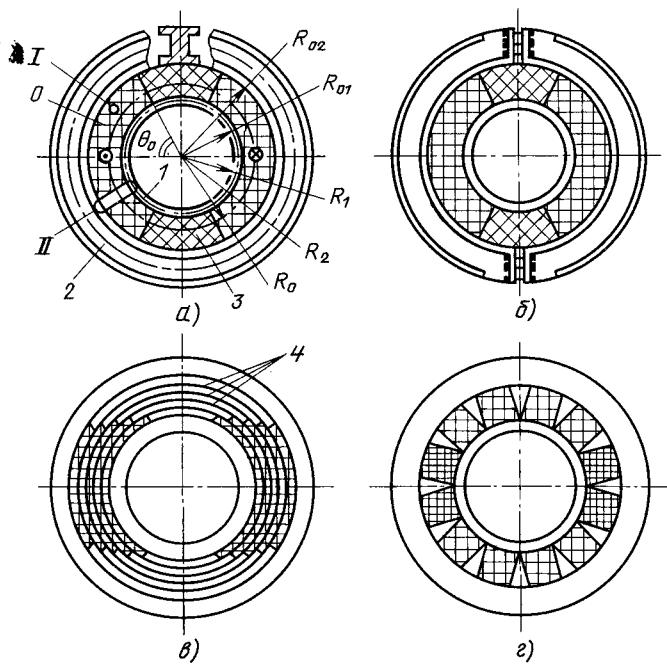


Рис. 1. Конструктивные схемы СПМС

**Характеристики механических сил.** Вследствие высоких значений магнитной индукции  $\vec{B}$  и плотности тока  $j$  объемная плотность электромагнитных сил  $\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B}$  в СП обмотках, как правило, определяет основные особенности конструкций СПМС. В двумерном приближении величина  $\vec{f}$  в центральном сечении длинных СПМС может быть найдена из [6, 7]:

$$\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B} = \vec{j} \times \text{rot} \vec{A} = j_z \text{grad } A_z. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{A}(0,0,A_z)$  — векторный потенциал, аксиальная компонента которого  $A_z$  в зоне обмотки удовлетворяет уравнению Пуассона  $\Delta A_z = -\mu_0 j_z$  ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м). Функции  $A_z$  для дипольных экранированных СПМС с секториальными обмотками с  $j_z = \text{const}$  описываются известными соотношениями в виде рядов Фурье [1, 2, 4]. Выражения для  $A_z$  для СПМС с  $j_z = j_0 \cos \theta$  даны в таблице. Значения  $\vec{f}$  находятся из (1) простым дифференцированием  $A_z$  по  $r$  и  $\theta$ .

На рис. 2 представлены эпюры распределений  $\vec{f}$  по сечению дипольных СПМС с секторными обмотками при  $j_z = \text{const}$ . Видно, что обмотки подвержены сложному нагружению с вертикальными сжимающими и горизонтальными разрывающими силами. В зоне полюса вектор  $\vec{j}$  в основном имеет тангенциальное направление, в центральной зоне обмоток — радиальное. Существенное влияние на характер распределения  $\vec{f}$  оказывает тип внешнего экрана СПМС (см. рис. 2, б, в).

Распределения  $\vec{f}$  по сечению обмоток СПМС используются в двумерных моделях НДС, основанных на линейной теории упругости. Для моделей НДС на базе технической теории составных оболочек и криволинейных стержней используются усредненные по толщине обмотки  $\Delta_0 = R_{02} - R_{01}$  — величины электромагнитных сил  $\vec{F}_\Delta$  ( $F_{\Delta r}, F_{\Delta\theta}$ ). Для

длинных СПМС выражения  $\vec{F}_\Delta$  на единицу длины находятся по известным соотношениям для  $A_z$  как [8]:

$$\vec{F}_\Delta = \int_{R_{01}}^{R_{02}} (\vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{r} \cdot dr = \int_{R_{01}}^{R_{02}} j_z \text{grad } A_z \cdot \vec{r} \cdot dr. \quad (2)$$

Для СПМС с  $j_z = j_0 \cos \theta$  и обмотками конечной толщины усредненные по (2) выражения для  $\vec{F}_\Delta$  ( $F_{\Delta r}, F_{\Delta\theta}$ ) даны в таблице.

**Модели НДС на основе теории упругости.** Двумерные модели линейной теории упругости дают наиболее полную картину НДС в центральной части СПМС и используются, как правило, при поверочных расчетах. Для изотропно деформируемого тела с постоянными значениями модуля Юнга  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$  (рис. 3, а) решения задачи строятся на основе уравнений Ляме (3) для перемещения  $\vec{u}$  ( $u_r, u_\theta$ ) упругого элемента СП обмотки и обобщенного закона Гука (4) [7, 8]:

$$G \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + G) \text{grad}(\text{div } \vec{u}) + \vec{j} \times \vec{B} + (3\lambda + 2G)\alpha \text{grad } T = 0; \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \lambda \text{div } \vec{u} + 2G(\partial u_r / \partial r); \\ \sigma_\theta &= \lambda \text{div } \vec{u} + 2G(u_r/r + \partial u_\theta / \partial \theta); \\ \tau_{r\theta} &= 2G[\partial u_r / \partial \theta + r \partial(u_\theta / r) / \partial \theta]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь  $\sigma_r, \sigma_\theta$  — соответственно нормальные радиальные и азимутальные компоненты напряжений;  $\tau_{r\theta}$  — касательное напряжение;  $G = E/[2(1+\nu)]$  — коэффициент сдвига;  $\lambda = \lambda(E, \nu)$  — коэффициент Ляме;  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения;  $T$  — температура.

Аналогичные уравнения для перемещений и напряжений со своими значениями констант  $E$  и  $\nu$  записываются и для бандажных элементов, если последние выполнены в виде сплошных круговых цилиндров. На границах сопряжений элементов СПМС принимают условие непрерывности нормальных напряжений  $\sigma_r$  и перемещений  $u_r$ , а также дополнительное условие  $\tau_{r\theta} = 0$  при нежестком скреплении обмотки с бандажными элементами (вариант с проскальзыванием). Для варианта с жестким креплением обмотки и бандажных элементов (без проскальзывания) используются дополнительные условия непрерывности  $\tau_{r\theta}$  и  $u_\theta$  на границах сопряжения. На свободных поверхностях

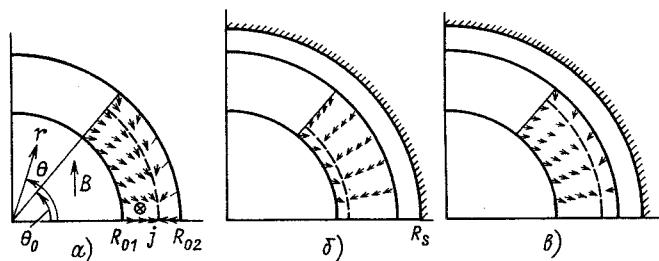


Рис. 2. Электродинамические силы в обмотках дипольных СПМС:  
а — без экрана; б — с диамагнитным экраном; в — с ферромагнитным экраном

СПМС задаются условия  $\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$ . При выполнении бандажных элементов в виде колец со сложной формой поперечного сечения (например, двутавр и т. д.) для расчета НДС целесообразно использовать смешанные модели.

В этих моделях описание НДС СП обмоток проводится на основе уравнений (3)–(4), а НДС бандажных элементов описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений технической теории оболочек [см. ниже формулы (16), (17)]. Последние играют роль граничных условий для системы (3)–(4). Как и в случае сплошных бандажных элементов при решении смешанной задачи полагается, что нормальные напряжения и перемещения на границе сопряжения непрерывны ( $\sigma_r = p$ ,  $u_r = \xi$ ), а также условие  $\tau_{r\theta} = 0$  для варианта бандажирования с проскальзыванием. Решение двумерных задач теории упругости с учетом влияния лобовых частей обычно проводится в постановке плоской осевой деформации ( $\partial u_z / \partial z = \text{const}$ ,  $\lambda = vE / [(1+v)(1-2v)]$ ) [7, 8]. В отдельных случаях могут рассматриваться также постановки задачи для плосконапряженного состояния ( $\sigma_z = \text{const}$ ,  $\lambda = vE / (1-v^2)$ ). Выбор той или иной постановки определяется способом закрепления лобовых зон и типом их сопряжения с линейными частями СП обмоток.

Для построения аналитического решения задачи (3)–(4) вектор  $\vec{u}$  представляется в следующем виде [8]:

$$\vec{u} = \text{grad } \Phi + \text{rot } \vec{\chi}. \quad (5)$$

Здесь  $\Phi$  и  $\vec{\chi}(0, 0, \chi_z)$  соответственно скалярный и векторный потенциалы деформации. Подстановка (5) в (3) дает систему бигармонических уравнений для  $\Phi$  и  $\chi_z$ :

$$\begin{aligned} G\Delta\Delta\chi_z &= \text{grad } j_z \times \text{grad } A_z; \\ (\lambda + 2G)\Delta\Delta\Phi &= -j_z\Delta A_z + \text{grad } j_z \cdot \text{grad } A_z + K\alpha\Delta T, \end{aligned} \quad (6)$$

а также дополнительные ограничения, накладываемые на  $\Phi$  и  $\vec{\chi}$  условием неразрывности тела при его деформации [8]:

$$G\text{rot}\Delta\chi + (\lambda + 2G)\text{grad}\Delta\Phi - (3\lambda + 2G)\alpha\text{grad}T + j_z \cdot \text{grad}A_z = 0. \quad (7)$$

Здесь  $K = E / (1-v)$  — модуль всестороннего сжатия.

В силу линейности уравнений решение задачи (6)–(7) (после завершения этапа захолаживания, когда  $\text{grad } T = 0$ ) представляется в виде

$$\Phi = \Phi_t(T) + \Phi_f(\vec{f}); \quad (8)$$

$$\chi = \chi_t(T) + \chi_f(\vec{f}). \quad (9)$$

Здесь  $\Phi_t$  и  $\chi_t$  — частные решения, связанные с температурными деформациями, возникающими при перепаде температур  $T$  на заключительном этапе захолаживания [7];

$$\Phi_t(T) = \frac{K\alpha T}{4(\lambda + 2G)} r^2; \quad \chi_t = 0;$$

$\Phi_f$  и  $\chi_f$  — общие решения, определяемые электромагнитными силами и граничными условиями задачи. Для секторных обмоток с  $\theta_0 = \pi/2$  функции  $\Phi_f$  и  $\chi_f$  при  $j_z = \text{const}$  записываются в явном виде и представляются рядами Фурье [1, 8]. Для обмо-

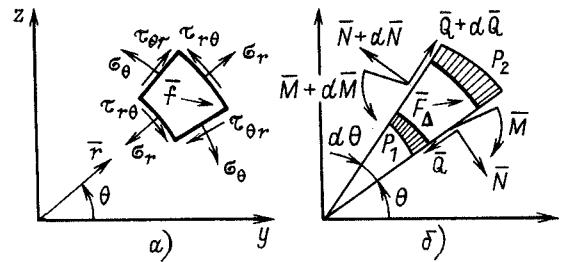


Рис. 3. Модели напряженно-деформированного состояния элементов СПМС; *a* — линейная теория упругости; *б* — теория составных оболочек

ток с  $j_z = j_0 \cos\theta$  функции  $\Phi_f$  и  $\chi_f$  даются конечными выражениями (см. таблицу).

Значения констант  $c_{10}$  и  $c_{i2}$  в таблице находятся из граничных условий задачи и соотношения (7). Аналитические выражения для  $u$ ,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  и  $\tau_{r\theta}$  находятся из (5), (4) и таблицы с помощью обычных операций дифференцирования по  $r$  и  $\theta$ . На рис. 4 приведен пример расчета азимутальных и радиальных напряжений в СПМС с  $j_z = j_0 \cos\theta$  и бандажными элементами в виде сплошных цилиндров. Решение получено в приближении плоской деформации для варианта граничных условий с проскальзыванием СП обмотки и бандажных элементов. Из рис. 4 видно, что азимутальные напряжения  $\sigma_\theta$ , связанные с изгибными моментами, на порядок превышают радиальные напряжения  $\sigma_r$ . Наибольшие значения  $\sigma_\theta$  наблюдаются в зоне полюсов ( $\theta = \pi/2$ ) и средней линии ( $\theta = 0$ ).

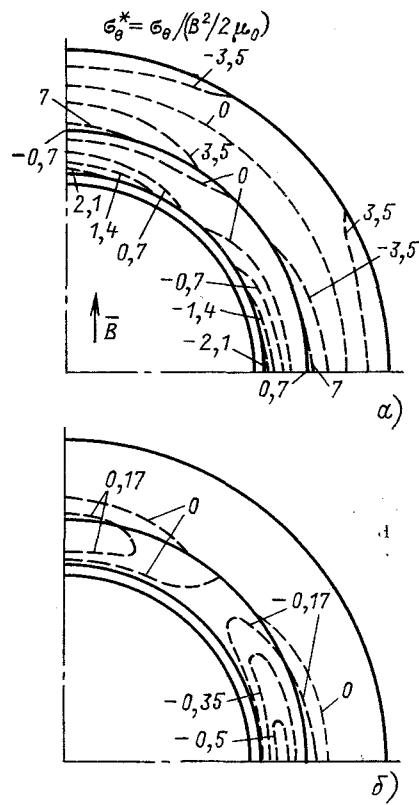


Рис. 4. Распределение напряжений в элементах СПМС

Векторный потенциал $A_z$ и электромагнитные силы $\vec{f}$	$\vec{f} = j_z \operatorname{grad} A_z; A_z = \frac{\mu_0 j_z R_{01}^2}{2} \left[ \rho_2 \rho - \frac{1}{3} \rho^{-1} - \frac{2}{3} \rho^2 + K_M \frac{\rho_2^2 - 1}{3\rho_s^2} \rho \right] \cos \theta$
Усредненные электромагнитные силы $\bar{F}_\Delta$	$F_{\Delta r} = F_r^* (1 - \cos 2\theta); F_r^* = \frac{\mu_0 j_z^2 R_{01}^3}{4} \left[ \frac{\rho_2^2 - 1}{2} + \frac{1}{3} \ln \rho_2 - \frac{4}{9} (\rho_2^2 - 1) + K_M \frac{(\rho_2^2 - 1)(\rho_2^2 - 1)}{6\rho_s^2} \right]$
	$F_{\Delta\theta} = F_\theta^* \sin 2\theta; F_\theta^* = -\frac{\mu_0 j_z^2 R_{01}^3}{4} \left[ \frac{\rho_2^2 - 1}{2} - \frac{1}{3} \ln \rho_2 - \frac{2}{9} (\rho_2^2 - 1) + K_M \frac{(\rho_2^2 - 1)(\rho_2^2 - 1)}{6\rho_s^2} \right]$
Скалярный $\Phi$ и векторный $\chi$ потенциалы деформации	$\Phi = \frac{\mu_0 j_z^2 R_{01}^4}{4(\lambda + 2G)} \left\{ c_{10}\rho^2 + a_{10} + a_{20} \ln \rho + [c_{12}\rho^4 + c_{22} + a_{12}\rho^2 + a_{22}\rho^{-2}] \cos 2\theta - \frac{1}{9} \rho_2 \rho^3 + \frac{1}{3} \rho + \frac{1}{24} \rho^4 + \left[ -\frac{1}{15} \rho_2 \rho^3 - \frac{1}{27} \rho + \frac{1}{108} \rho^4 (3 \ln \rho - 2) \right] \cos 2\theta \right\}$
	$\chi = \frac{\mu_0 j_z^2 R_{01}^4}{4G} \left\{ [-c_{12}\rho^4 - c_{22}] \sin 2\theta + \left[ -\frac{1}{15} \rho_2 \rho^3 + \frac{1}{27} \rho - \frac{1}{216} \rho^4 (6 \ln \rho - 13) \right] \sin 2\theta \right\}$
Радиальное $\xi$ и азимутальное $\chi$ перемещения срединной поверхности $R_0$	$\xi = \frac{1}{18G_M} \frac{2F_r^* - F_\theta^*}{R_0} \cos 2\theta + \frac{1}{G_N} \frac{F_r^*}{R_0}$
	$\zeta_i = -\frac{1}{36G_{Ni}} \left[ \frac{3G_{Mi} + G_{Ni}}{G_M} \frac{2F_r^* - F_\theta^*}{R_0} + 6 \frac{F_r^* - 2F_\theta^*}{R_0} \delta(i) \right] \sin 2\theta$
Азимутальные напряжения $\sigma_{\theta N}$ от силы $N$ и $\sigma_{\theta M}$ от момента $M$	$\sigma_{\theta N} = -\frac{E_i^*}{3G_{Ni}R_i} \left[ \frac{G_{Mi}}{2G_M} \frac{2F_r^* - F_\theta^*}{R_0} + \frac{F_r^* - 2F_\theta^*}{R_0} \delta(i) \right] \cos 2\theta - \frac{E_i^*}{G_{Ni}R_i} \frac{F_r^*}{R_0}$
	$\sigma_{\theta M} = \frac{E_i^*}{12G_M R_i} \frac{2F_r^* - F_\theta^*}{R_0} \frac{\Delta_i}{R_i} \cos 2\theta - \frac{E_i^*}{G_N R_i} \frac{E_r^*}{R_0} \frac{\Delta_i}{R_i}$
Условные обозначения	$\rho = r/R_{01}; \rho_2 = R_{02}/R_{01}; \rho_s = R_s/R_{01}; K_M = (\mu_s - 1)/(\mu_s + 1); E^* = E/(1 - v^2); G_{Ni} = \frac{E_i^* S_i}{R_i^2}; G_N = \sum_{i=0}^2 G_{Ni}; G_{Mi} = \frac{E_i^* J_i}{R_i^4}; G_M = \sum_{i=0}^2 G_{Mi}; \delta(i) = \begin{cases} 1 & \text{при } i=0 \\ 0 & \text{при } i=1,2 \end{cases}$

Для случая вращающихся СПМС с частотой  $\omega$  (например, индуктор СПСГ) соотношения (8), (9) необходимо дополнить слагаемыми  $\Phi_\omega$  и  $\chi_\omega$ , учитывающими нагружение центробежными силами [8]:

$$\Phi_\omega = \frac{\rho \omega^2}{32(\lambda + 2G)} r^4; \chi_\omega = 0,$$

где  $\rho$  — плотность материала.

**Модели НДС на основе теории оболочек.** Эти модели могут применяться для расчета СПМС с относительно тонкими СП обмотками и бандажными элементами ( $\Delta/R < 1/5$ ) [9, 10]. При выводе расчетных соотношений принималось, что в центральной части СПМС отсутствуют скручивающие и изгибающие моменты, связанные с действием лобовых зон. В соответствии с гипотезами Кирхгофа — Лява для простейшего варианта теории цилиндрических оболочек принималось также  $\tau_{\theta\theta} = 0$  и  $\sigma_r \sim d\psi/dr = 0$  [9, 10]. С учетом сделанных замечаний уравнения равновесия элемента СП обмотки имеют вид [10] (см. рис. 3, б):

$$dQ/d\theta - N + p_1 \cdot R_0 + p_2 \cdot R_0 + F_{\Delta r} = 0; \quad (10)$$

$$dN/d\theta + Q + F_{\Delta\theta} = 0; \quad (11)$$

$$dM/d\theta - Q \cdot R_0 = 0. \quad (12)$$

Здесь  $R_0$  — радиус срединной поверхности до деформации;  $Q$ ,  $N$  и  $M$  — соответственно поперечная и нормальная силы и главный момент в сечении элемента;  $p_1$  и  $p_2$  — распределенные нормальные реакции на элемент СП обмотки со стороны опорной трубы и бандажного цилиндра.

Для цилиндрических оболочек зависимость  $N$  и  $M$  от радиального  $u_r = \xi$  и азимутального  $u_\theta = \zeta$  перемещений срединной поверхности  $R_0$  записываются как [8]

$$N = S \dot{E}^* (\zeta^I + \xi); \quad M = J \ddot{E}^* (\zeta^{II} + \xi)/R_0; \quad (13)$$

$$\ddot{E}^* = E/(1 - v^2). \quad (14)$$

Здесь  $J$  и  $S$  — соответственно момент инерции и площадь поперечного сечения единицы длины СП обмотки. Римские цифры означают порядок дифференцирования по  $\theta$ . Величина азимутальных напряжений определяется как [10]

$$\sigma_\theta = N/S + M(R_0 - r)/J + K\alpha T. \quad (15)$$

Исключая  $Q$  из (10)–(12) и используя (13)–(14), можно получить следующую систему дифференциальных уравнений относительно  $\xi$  и  $\zeta$  для обмотки, опорной трубы и бандажного цилиндра:

$$G_{Mi}(\xi_i^{IV} + 2\xi_i^{II} + \xi_i^I) = p_1^I + p_2^I + (F_{\Delta\theta} + F_{\Delta r}^I)/R_0; \quad (16)$$

$$G_{Ni}[(\zeta_i^{III} + \zeta_i^I) + (\xi_i^{II} + \xi_i^I)] = p_1 + p_2 + (F_{\Delta r} - F_{\Delta\theta}^I)/R_0, \quad (17)$$

где  $G_{Mi} = \dot{E}_i \cdot J_i / R_i^4$  и  $G_{Ni} = \dot{E}_i \cdot S_i / R_i^2$  — соответственно приведенные жесткости оболочек на изгиб и растяжение-сжатие; индекс  $i=0$  — относится к СПМС обмотке,  $i=1$  — к опорной трубе,  $i=2$  — к бандажному цилиндру (для  $i=1$  и  $i=2$   $F_{\Delta r} = F_{\Delta\theta} = 0$ ).

В общем случае решение системы (16)–(17) строится в форме рядов Фурье в предположении непрерывности радиальных смещений ( $\xi_0 = \xi_1 = \xi_2 = \xi$ ) и свободного проскальзывания элементов. Границные условия для  $\xi$  и  $\zeta$  определяются типом обмотки и бандажных элементов: сплошные (рис. 1, а, в, г) или разрезные (рис. 1, б). Для сплошных бандажных элементов СПМС эти условия находятся из предложения симметрии задачи ( $\partial M / \partial \theta = \partial N / \partial \theta = 0$  при  $\theta = 0, \pm\pi/2, \pm\pi$ ). Расчетные соотношения для  $\sigma_\theta$  при  $j_z = j_0 \cos \theta$  даны в таблице. На рис. 5 показаны зависимости максимальных напряжений в обмотке ( $\sigma_{\theta 0}$ ) и внешнем бандажном цилиндре ( $\sigma_{\theta 2}$ ) при различных толщинах обмотки  $\Delta_0$  и бандажа  $\Delta_2$  и при неизменной индукции магнитного поля  $B$ . Видно, что при  $\Delta_2 < 0,2$  значение  $\sigma_{\theta 2}$  в обмотке резко растет с уменьшением  $\Delta_0$ . Наличие экстремума по  $\Delta_2$  у  $\sigma_{\theta 0}$  при умеренных  $\Delta_2 \approx 0,2$  связано с перераспределением изгибных моментов между обмоткой и бандажным цилиндром с ростом  $\Delta_2$ . Падение  $\sigma_{\theta 2}$  при  $\Delta_0 > 0,2$  с ростом  $\Delta_2$  объясняется увеличением изгибающей жесткости бандажного элемента.

**Модели НДС на основе теории криволинейных стержней.** Для ряда конструкций СПМС изгибающие напряжения  $\sigma_M = M_i R_i \Delta_i / J_i$  существенно превосходят напряжения растяжения — сжатия  $\sigma_N = N_i / S_i$  ( $\sigma_N / \sigma_M < 0,2$ ). В этом случае вместо уравнения (17) для  $\zeta$  можно использовать условие нерастяжимости срединной поверхности элементов [10, 12]:

$$\zeta^I = \xi. \quad (18)$$

С учетом (18) из (16) можно получить следующее уравнение для  $\xi$  [7, 11]:

$$\left( \sum_{i=0}^2 G_{Mi} \right) (\xi^{VI} + \xi^{IV} + \xi^{II}) = (F_{\Delta\theta} + F_{\Delta r}^I) / R_0, \quad (19)$$

совпадающее по форме с уравнением для кольцевых криволинейных стержней [10, 11]. Общее решение (19) известно и записывается при  $j_z = \text{const}$  в форме рядов Фурье [7]. Для СПМС

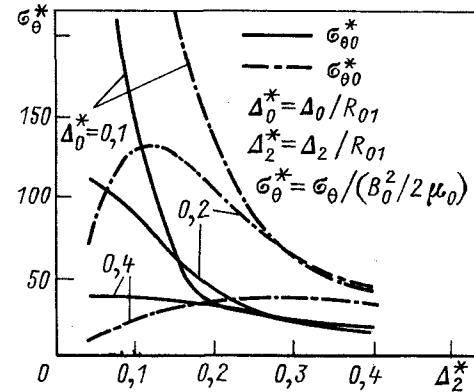


Рис. 5. Зависимости максимальных напряжений в обмотке и бандаже от толщины бандажа

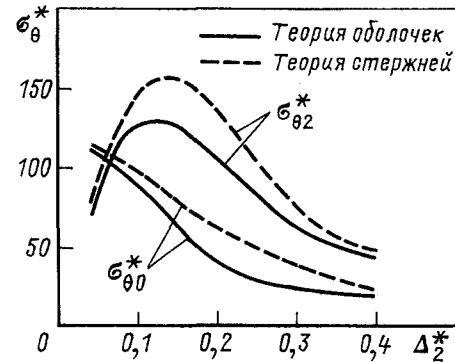


Рис. 6. Сравнение результатов расчета напряжений в обмотке и бандаже по теории оболочек и по теории стержней

с  $j_z = j_0 \cos \theta$  величина  $\zeta$  определяется как

$$\zeta = -(\dot{F}_\theta - 2\dot{F}_r) / (36R_0 \sum_{i=0}^2 G_{Mi}). \quad (20)$$

Здесь выражения для  $\dot{F}_\theta$  и  $\dot{F}_r$ , даны в таблице. На рис. 6 приведены результаты расчета  $\sigma_\theta$ , выполненные по различным методикам. Видно, что при относительной толщине элементов СПМС  $\Delta_i / R_i \approx 0,1 - 0,2$  расчетные значения согласуются между собой с точностью до 15 %. Подход, основанный на теории криволинейных стержней, может быть распространен и для приближенного расчета СПМС с послойным бандажированием СП обмотки. В этом случае в правую часть (19) необходимо добавить член  $F_{\Delta\theta}^N$ , учитывающий напряжение предварительного натяга бандажной ленты  $F_{\Delta\theta}^N \approx -\sigma_N \ln(R_{02}/R_{01})$ , где  $\sigma_N$  — азимутальное напряжение ленты при намотке.

**Термомеханические эффекты.** При трении обмотки и бандажного цилиндра на границе сопряжения  $r = R_{02}$  возможно появление значительных вторичных нестационарных температурных полей  $T_\sigma(r, \theta, t)$ . С точностью до членов  $O(\Delta^2/R^2)$  в начальный момент времени распределения  $T_\sigma$  в зоне сопряжения описывается системой одномерных уравнений теплопроводности для полу-

пространства:

$$\left. \begin{aligned} \partial T / \partial t &= \kappa_0 \partial^2 T / \partial r^2 + q_v \delta(r - R_{02}) / \rho_0 c_0, \quad r < R_{02}; \\ \partial T / \partial t &= \kappa_2 \partial^2 T / \partial r^2, \quad r > R_{02}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Здесь индексы 0 и 2 относятся соответственно к материалам обмотки и бандажного цилиндра;  $\kappa = \lambda / (\rho c)$ ;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\rho$  — плотность материалов;  $\delta(r - R_{02})$  — дельта-функция. Мощность тепловыделения  $q_v$  на границе сопряжения  $r = R_{02}$  за счет работы сил трения находится как

$$q_v = \frac{1}{\tau_t} [K_t \cdot \sigma_r(\theta) \cdot (u_{00} - u_{02})]_{r=R_{02}} S(t\tau) / 2.$$

Здесь  $u_{00}$  и  $u_{02}$  — соответственно перемещения обмотки и бандажного цилиндра на границе  $r = R_{02}$ ;  $K_t \approx 0,2 - 0,3$  — коэффициент трения;  $\tau_t$  — характерное время сдвига элементов СПМС;  $S(t\tau)$  — ступенчатая функция [ $S(t\tau) = 1$  при  $0 \leq t \leq \tau_t$  и  $S(t\tau) = 0$  при  $t < 0$  и  $t > \tau_t$ ]. Распределение  $T_\sigma$  вблизи границы записывается в виде [13]

$$T_\sigma \cong \int_0^t G[(r - R_{02}), t - t_1] \frac{q_v(t_1)}{\rho_0 c_0} dt_1. \quad (22)$$

Здесь  $G$  — функция Грина системы (21) [13], определяемая как

$$G = \frac{\lambda \kappa_2^{1/2}}{(\lambda_0 \kappa_2^{1/2} + \lambda_2 \kappa_0^{1/2}) \sqrt{\pi} \kappa_i (t - t_1)} \exp \left[ -\frac{(r - R_{02})^2}{4 \kappa_i (t - t_1)} \right],$$

где  $i = 0$  при  $r < R_{02}$  и  $i = 2$  при  $r > R_{02}$ .

На рис. 7 показаны типичные распределения от  $t^* = t / \tau_t$ , приведенных значений максимальных температур  $T_\sigma^* = T_\sigma / \sqrt{\tau_t}$  для СПМС с  $j_z^* = j_0 \cos \theta$  и характерными параметрами  $j_0 \approx 120 \text{ A/mm}^2$ ,  $B_0 \approx 3,5 \text{ Тл}$ ,  $\kappa_0 \approx 0,6 \text{ мм}^2/\text{с}$ ,  $\kappa_2 \approx 20 \text{ мм}^2/\text{с}$ . Видно, что при  $t^* < 1$  значение  $T_\sigma$  достигает 3—5 К, что может влиять на стабилизацию СП обмотки. Так, для простейшего варианта адиабатической стабилизации криостабилизированного СП провода [11, 14] можно получить следующее критериальное соотношение

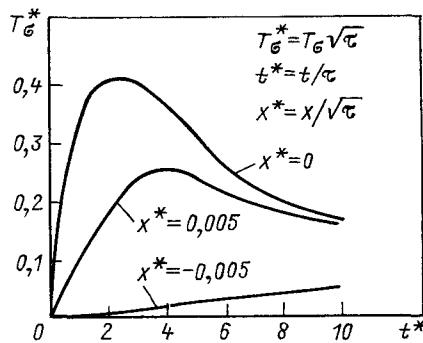


Рис. 7. Зависимость от времени вторичных температурных полей на границе обмотка-бандаж и на расстоянии  $x = \pm 0,005$  от границы в обмотке и бандаже

с учетом  $T_\sigma$ :

$$\beta_i = \frac{\mu_0 j_c^2 K_s^2 a^2}{\rho c (T_c - T_{He})} < 3 \left( 1 - \frac{T_\sigma}{T_c - T_{He}} \right). \quad (24)$$

Здесь  $j_c$  и  $T_c$  — соответственно критические плотность тока и температура СП материала;  $T_{He}$  — температура жидкого гелия;  $a$  — диаметр СП жилы;  $K_s$  — коэффициент заполнения кабеля сверхпроводником.

Из анализа приведенных здесь решений для  $T_\sigma$  (23) можно получить:  $q_v \sim R_0^{2/3}$  и  $T_\sigma \sim R_0^{2/3}$ . Отсюда следует, что рассмотренные выше термомеханические явления, как отмечалось в [4, 5], будут проявляться в большей степени в крупномасштабных СПМС в результате действия размерного эффекта.

**Выводы.** 1. Получены аналитические решения для двумерного расчета НДС в центральной части СПМС на основе линейной теории упругости, технической теории оболочек и криволинейных стержней. Проведен сравнительный анализ развитых подходов и определены области их рационального применения.

2. Показано, что электродинамические силы и НДС дипольных СПМС существенно зависят от типа внешнего экрана (ферромагнитный или диамагнитный), что необходимо учитывать при расчете допустимых напряжений в элементах системы.

3. Даны результаты расчета полей механических напряжений и деформаций в обмотках и конструктивных элементах дипольных СПМС. Показано, что наибольшие сжимающие напряжения наблюдаются в зоне  $\theta = 0$ , а наибольшие растягивающие — в зоне  $\theta = \pi/2$ .

4. Разработаны методы расчета вторичных температурных полей и термомеханических эффектов, связанных с возможными взаимными перемещениями элементов СПМС при ее нагружении электромагнитными силами. Получены аналитические оценки влияния термомеханических воздействий на критерии стабилизации СП провода и размерные эффекты в СПМС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Глебов И. А., Данилевич Я. Б., Шахтарин В. Н. Турбогенераторы с использованием сверхпроводимости. — Л.: Наука, 1981. — 231 с.
- Криогенные электрические машины / А. С. Веселовский, В. И. Геминтерн, Е. В. Лебедев и др.; Под ред. Н. Н. Шереметьевского. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 168 с.
- Том Р., Тэрр Дж. Магнитные системы МГД-генераторов и термоядерных установок: Основы расчета магнитных полей и сил / Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 272 с.
- Уилсон М. Сверхпроводящие магниты / Пер. с англ. — М.: Мир, 1985. — 406 с.
- Физика композитных сверхпроводников / А. В. Гуревич, Р. Г. Минц, А. Л. Раухманов. Под ред. Р. Г. Минца. — М.: Наука, 1987. — 240 с.
- Бертинов А. И., Егошкина Л. А., Ковалев Л. К. Механические напряжения и деформации в индукторе сверхпроп

<sup>1</sup> Авторы искренне благодарят А. В. Губарева, Н. М. Колядина и Е. П. Полуляха за обсуждение постановки отдельных задач, а также А. В. Иванова-Смоленского за обсуждение результатов работы.

водниковых машин.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 3, с. 92—102.

7. Bout D. A., Kovalev L. K., Larionoff A. E. Stressed-deformed state of superconducting windings and ring girders for dipole magnetic systems of MHD generators.— 10-th Int. Conf. on MHD Elec. Power Generation. Tiruchirappalli, India, 1989, vol. 1, p. VI.18—VI.24.

8. Колтунов М. А., Васильев Ю. Н., Черных В. А. Упругость и прочность цилиндрических тел. М.: Высшая школа, 1975.— 526 с.

9. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. 2-е изд. перераб. и доп.— М.: Физматгиз, 1959.— 508 с.

10. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник / Под ред. Биргера И. А., т. 1.— М.: Машиностроение, 1968.

11. Коварский М. Е., Рубинраут А. М., Геминтерн В. И.

Исследование электромеханических переходных процессов в криогенных электрических машинах.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 2, с. 57—68.

12. Хозиков Ю. Ф. Расчет радиальных электромагнитных усилий и механических напряжений в роторе турбогенератора со сверхпроводящей обмоткой возбуждения.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 5, с. 43—51.

13. Карслу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел / Пер. с англ. Под ред. проф. А. А. Померанцева.— М.: Наука, 1964.— 187 с.

14. Трусов Н. Б. Расчет потерь при пластической деформации сверхпроводящих обмоток.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 3, с. 87—94.

[06.04.91]

УДК 629.7.064.58.001.2

## Фарадеевские многополюсные магнитогидродинамические генераторы постоянного и переменного тока

КОВАЛЕВ Л. К., канд. техн. наук, КОВАЛЕВ К. Л., инж.

Для ряда прикладных задач представляют интерес фарадеевские магнитогидродинамические генераторы (МГДГ) большой мощности (10—100 МВт), позволяющие получать электрическую энергию непосредственно за счет срабатывания части энергии высокотемпературных газовых потоков [1]. В большинстве случаев фарадеевские МГДГ выполняются по двухполюсной схеме и предназначены для получения постоянного или однополярного тока и напряжения [1, 2]. Процесс преобразования энергии в таких МГДГ обычно приводит к существенным возмущениям потока во всем объеме канала, что в ряде случаев нежелательно по условиям работы энергосистем. В статье рассматриваются фарадеевские многополюсные МГДГ постоянного и переменного тока, позволяющие осуществить МГД преобразование энергии как в периферийной зоне канала так и в центральной части потока.

**Схемы многополюсных МГДГ.** На рис. 1 показаны фарадеевские МГДГ с цилиндрическим каналом радиуса  $r_0 = 1$ . В схемах на рис. 1, а, б в периферийной зоне канала на радиусе  $r_p < r_0$  симметрично расположены  $2P$  сплошных электродов. Электроды занимают часть поверхности тонких цилиндрических стержней радиуса  $r_s \ll r_0$  или вытянутых вдоль оси канала эллипсоидов вращения. В других вариантах электроды устанавливаются на U-образных выступах (рис. 1, г) или цилиндрических стенках канала (рис. 1, д). Внешнее магнитное поле  $B$  создается мультипольной магнитной системой (МС), состоящей вне лобовых зон из  $2P$  линейных участков с поперечными размерами  $r_m \ll r_0$  и током  $\pm I_p$ . Линейные участки расположены вне канала на радиусе  $r_m > r_0$  непосредственно над электродами. Двигущийся вдоль оси канала проводящий газ, взаимодействуя с магнитным полем, приводит к воз-

никновению электрического тока, который через систему  $2P$  электродов подается в нагрузку. Внешняя коммутация электродов для МГДГ постоянного и однофазного переменного тока показана на рис. 1, д. При других вариантах коммутации электродов и возбуждении МС трехфазным переменным током в МГДГ возможно также получение многофазного переменного тока.

**Постановка задачи, исходные уравнения.** В дальнейшем будем считать, что индуцированными магнитными полями от электрических токов в МГДГ можно пренебречь (реакция якоря незначительна). Период генерируемого переменного тока ( $T = 1/f$ ) существенно больше времени пролета газа через канал. (Для МГДГ на химическом топливе эти допущения обычно выполняются на практике [1]). Длина МГДГ  $L$  считается большой по сравнению с расстоянием между электродами  $l_s$  ( $L/l_s \geq 5—7$ ), что позволяет не учитывать концевые эффекты на входе и выходе [2]. Рассматриваются сверхзвуковые и дозвуковые режимы работы МГДГ при конечных значениях параметра Холла  $\beta_e \neq 0$  и больших гидродинамических числах Рейнольдса ( $Re \gg 1$ ). Полагается, что толщина пограничных слоев  $\delta$  на боковых стенках канала и электродных модулях мала ( $\delta/r_0 \ll 1$ ). Последнее позволяет описывать трехмерные процессы и основную зону МГД-течения в генераторе в приближении стационарных уравнений магнитной газодинамики для невязкого проводящего идеального газа [1, 2]<sup>1</sup>. В безразмерной форме эти уравнения имеют вид:

$$\operatorname{div}(\rho_* \mathbf{u}_*) = 0; \quad (1)$$

<sup>1</sup> Дополнительный учет влияния пограничных слоев на параметры МГДГ проводится далее при решении двумерных электродинамических задач.

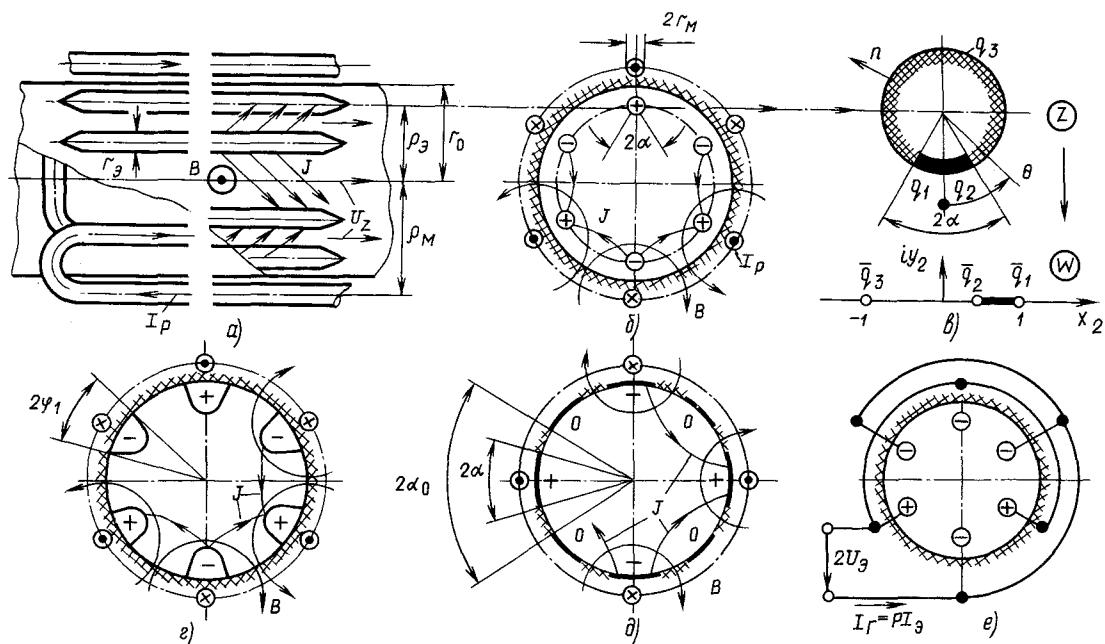


Рис. 1. Конструктивные схемы многополюсных МГДГ: а — продольное сечение генератора; б — генератор с цилиндрическими электродами; в — цилиндрический электрод и схема конформного отображения; г — генератор с У-образными электродами; д — генератор с модульными электродами; е — внешняя коммутация электродов

$$\rho_* (\mathbf{u}_* \cdot \nabla) \mathbf{u}_* = -\left(1/(\gamma M)^2\right) \nabla p_* + S/\lambda \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\rho_* T_* (\mathbf{u}_* \cdot \nabla) s_* = SM^2 \gamma (\gamma - 1) J_*^2 / (\lambda \sigma_*); \quad (3)$$

$$J_* + (\beta_e / |B|) J_* \times B = \sigma_* (\mathbf{u}_* \times B_* + E_*); \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_* = 0; \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_* = -\nabla U_*; \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B}_* = 0; \quad (7)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B}_* = 0; \quad (8)$$

$$p_* = \rho_* T_*; s = \ln(p_*/\rho_*^\gamma); \sigma_* = \sigma_*(p_*, T);$$

$$\beta_e = \beta_e(p_*, T_*) |B|; \mathbf{u}_* = \mathbf{u}_1/\mathbf{u}_0; T_* = T_1/T_0;$$

$$p_* = p_1/p_0; \rho_* = \rho_1/\rho_0; \sigma_* = \sigma_1/\sigma_{00};$$

$$\mathbf{E}_* = \mathbf{E}_1/(u_0 B_0); J_* = J_1/(\sigma_* u_0 B_0); \mathbf{B} = \mathbf{B}_1/B_0.$$

Здесь нижний индекс «1» соответствует размечным величинам; «0» — базовым величинам на входе МГДГ; «\*» — безразмерным величинам;  $\mathbf{u}_*$ ,  $\mathbf{u}_\phi$ ,  $\mathbf{u}_z$  — скорость газа;  $\rho$ ,  $p$ ,  $T$  и  $s$  — соответственно плотность, давление, температура и энтропия газа;  $\sigma_* = \sigma_0 / (1 + \beta_{e0}^2)$  — характеристическая эффективная проводимость плазмы;  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $U$  — плотность электрического тока, напряженность и потенциал электрического поля, соответственно;  $M = u_0 / \sqrt{\gamma R T_0}$  и  $S = \sigma_{00} B_0^2 L / (\rho_0 u_0)$  — число Маха и параметр МГД-взаимодействия;  $\gamma$ ,  $R$  — коэффициент адиабаты и газовая постоянная;  $\lambda = L/r_0$  — относительная длина канала;  $B_0 = \mu_0 I_{m0} r_0^{P-1} / (r_m^P)$  — характеристическое значение магнитной индукции в канале ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ );  $I_{m0} = PI_P$  — полный ток через  $P$  секции МС.

При слабом МГД-взаимодействии ( $S \ll 1$ ) ре-

шение задачи ищется методом возмущений путем разложения зависимых переменных ( $\mathbf{u}_*$ ,  $p_*$ ,  $\rho_*$ ,  $T$  и т. д.) в асимптотические ряды по степеням малых параметров  $S \ll 1$  (и  $\varepsilon_0 = r_0/r_0 \ll 1$  для схем МГДГ на рис. 1, а, б) вида:

$$\mathbf{u}_* = \mathbf{u} + S \mathbf{u}_S + \varepsilon_0 \mathbf{u}_s + \dots; p_* = p + S p_S + \varepsilon_0 p_s + \dots \quad (9)$$

Здесь величины без индекса относятся к нулевому приближению, нижние « $S$ » и « $\varepsilon_0$ » соответствуют первому приближению по  $S$  и  $\varepsilon_0$ . Так как невозмущенные параметры при  $S \ll 1$  в МГДГ известны, то определение полей  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{J}$  сводится к независимому решению двух эллиптических задач (4) — (6) и (7) и (8), после чего находятся поля возмущений соответствующих газодинамических величин ( $\mathbf{u}_S$ ,  $p_S$ ,  $\rho_S$  и т. д.).

При сильном МГД-взаимодействии ( $S > 0,5$ ) распределение параметров и характеристики МГДГ с каналом переменного сечения определяются на основе одномерных канонических МГД-уравнений, полученных путем усреднения величин в (1) — (4) по сечению канала  $F$  [1, 2].

**Двумерные распределения магнитного поля.** В центральной части длинных МГДГ  $\lambda > 5-7$  распределение  $\mathbf{B}\{B_r, B_\phi, 0\}$  можно считать двумерным  $\mathbf{B}(r, \phi)$  [2]. Вводя из (7) функцию магнитного потока

$$B_r = \partial A / \partial \phi, B_\phi = \partial A / \partial r, \quad (10)$$

аналитическое решение задач (8), (10) для  $A$  и  $\mathbf{B}$  при отсутствии внешнего ферромагнитного экрана ( $A < \infty$ ,  $r=0$  и  $A=0$ ,  $r=\infty$ ) можно представить при  $r_m \ll 1$  как суперпозицию чередующихся логарифмических источников и стоков, симметрично расположенных на  $r_m$  [5, 6]:

$$A(r, \varphi) = \frac{I_m}{4\pi P} \sum_{l=0}^{2P-1} (-1)^l \ln a_l^2 = \frac{I_m}{P} \times \\ \times Q_P(r, \varphi, \rho_m, \varphi_0). \quad (11)$$

Здесь  $I_m = I_p P = \mu_0 I_m / (B_0 r_0)$  — безразмерный полный ток через секции МС и  $a_l$  — расстояние от точки источника с координатами  $\{\rho_m, \varphi_l\}$  (где  $\varphi_l = \varphi_0 + \pi l/P$ ) до точки наблюдения  $\{r, \varphi\}$ ;

$$a_l^2(r, \varphi, \rho_m, \varphi_l) = r^2 + \rho_m^2 - 2r\rho_m \cos(\varphi - \varphi_l). \quad (12)$$

Значение  $\varphi_0 = 0$  соответствует возбуждению МС от постоянного тока ( $A = A(r, \varphi)$ ) или переменного однофазного тока [ $A = A(r, \varphi) \exp \times \times (2i\pi f t)$ ,  $i = \sqrt{-1}$ ];  $\varphi_0 = 2\pi f t$  — от многофазного тока ( $A = A(r, \varphi - 2\pi f t)$ ).

Функция  $Q_P$  в (11) может быть представлена либо рядом Фурье [5]

$$Q_P(r, \varphi, \rho_m, \varphi_0) = \frac{1}{\pi} \sum_{v=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{1}{v} \left( \frac{r}{\rho_m} \right)^{\pm Pv} \times \\ \times \cos[vP(\varphi - \varphi_0)], \quad (13)$$

(здесь «плюс» соответствует  $r < \rho_m$ , а «минус» — области  $r > \rho_m$ ) либо в виде конечного выражения [7]:

$$Q_P(r, \varphi, \rho_m, \varphi_0) = \frac{1}{4\pi} \ln \times \\ \times \left[ \frac{r^{2P} + \rho_m^{2P} + 2r^P \rho_m^P \cos[P(\varphi - \varphi_0)]}{r^{2P} + \rho_m^{2P} - 2r^P \rho_m^P \cos[P(\varphi - \varphi_0)]} \right]. \quad (14)$$

При наличии внешнего ненасыщенного экрана радиуса  $R_m$  с относительной магнитной проницаемостью  $\mu_r \gg 1$  функция магнитного потока при

$r_m \ll 1$  может быть построена методом отражения [5, 6]:

$$A_\mu = \frac{I_m}{P} \left[ Q_P(r, \varphi, \rho_m, \varphi_0) + \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \times \right. \\ \left. \times Q_P(r, \varphi, \frac{R_m^2}{\rho_m}, \varphi_0) \right]. \quad (15)$$

На рис. 2, а представлены результаты расчета функции  $A$  по (14) в длинных МГД каналах постоянного тока ( $\varphi_0 = 0$ ) с числом пар полюсов  $P = 3, 5$ . Видно, что распределения  $A$  и следовательно  $\mathbf{B}$  (10) существенно неоднородны и при  $P \geq 3$  сосредоточены в основном в периферийной зоне канала ( $\delta_p \sim 1/[2(P+1)]$ ).

**Двумерные распределения тока в МГДГ с  $S \ll 1$ .** При  $S \ll 1$  в цилиндрическом МГДГ  $\mathbf{u} \{0, 0, 1\}$ ,  $\sigma_0 = \text{const}$  и при  $\lambda > 5 \div 7$  в центральной части канала распределение  $\mathbf{J} \{J_r, J_\varphi, J_z\}$  можно считать двумерным  $\mathbf{J} \{r, \varphi\}$  [1, 2]. Для схем МГДГ на рис. 1, а, б, в приближенно выполняются условия  $\mathbf{u} \perp \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$ , и закон Ома (4) при  $\beta_e \neq 0$  приводится к виду [1]:

$$\mathbf{J} = \sigma_s [(u \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) - \beta_e |u \times \mathbf{B} + \mathbf{E}| i_z] = \\ = \sigma_s [\nabla_{r,\varphi}(A - U) - \beta_e |\nabla_{r,\varphi}(A - U)| i_z]. \quad (16)$$

(Здесь  $\sigma_s = (1 + \beta_{e0}^2) / (1 + \beta_{e0}^2 |\mathbf{B}|)$  — безразмерная эффективная проводимость,  $\nabla_{r,\varphi} = (\mathbf{i}_r \partial / \partial r + \mathbf{i}_\varphi \partial / \partial \varphi)$  — поперечный градиент и  $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\varphi, \mathbf{i}_z$  — единичные вектора вдоль осей  $r, \varphi$  и  $z$ .)

Вводя потенциал плотности электрического тока  $\psi = A - U$  из (5) и (16), можно получить следующее уравнение для  $\psi$  [2]:

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \Delta \psi + \nabla_{r,\varphi} [\ln(1 + \beta_e^2 |\mathbf{B}|)] \nabla_{r,\varphi} \psi = 0. \quad (17)$$

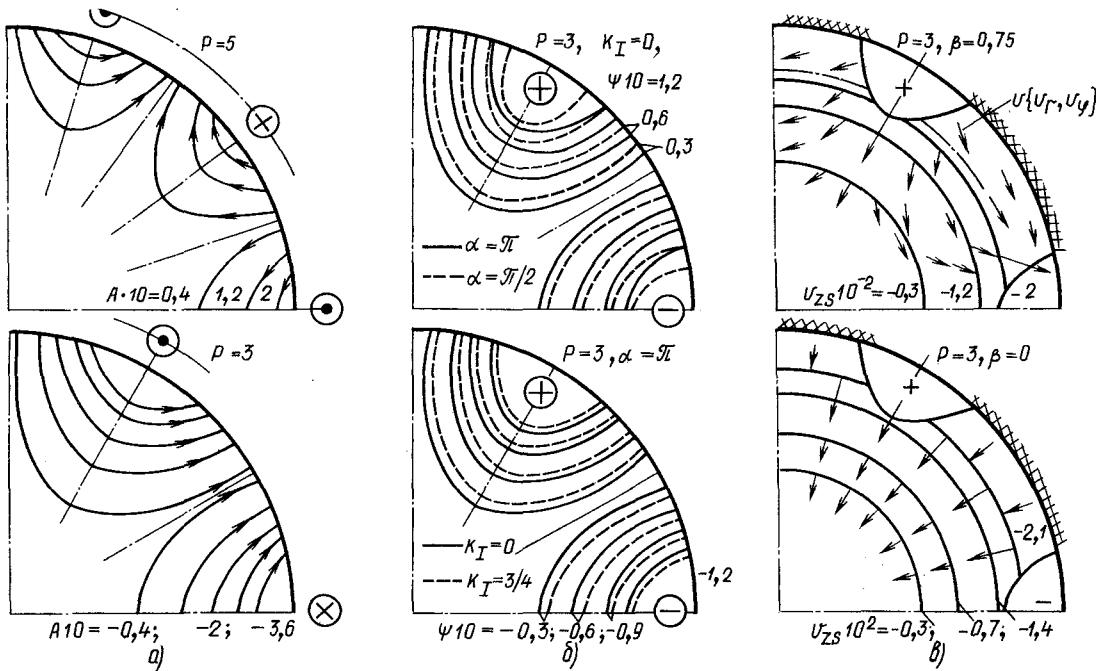


Рис. 2. Распределение параметров в поперечном сечении многополюсного МГДГ: а — функция магнитного потока  $A$ ; б — потенциал плотности электрического тока  $\psi$ ; в — возмущения скорости газового потока  $u_s$

При  $\beta_e = \text{const}$ , что справедливо для некоторых неравновесных составов рабочих тел [1] (17) переходит в уравнение Лапласа

$$\Delta\psi=0. \quad (18)$$

Для рабочих тел, основанных на равновесных продуктах сгорания,  $\beta_e \sim |\mathbf{B}|$  [1]. Используя первую гармонику ряда (13) для представления  $\beta_e = \beta_{e0} |\mathbf{B}| = \beta_{e0} r^{P-1}$ , уравнение (17) сводится при  $\beta_{e0} \geq 3$  к уравнению типа Гельмгольца:

$$\Delta\psi - 2(P-1)\partial\psi/\partial r = 0. \quad (19)$$

Аналитические решения уравнений (18) и (19) могут быть получены на основе методов функции Грина и рядов Фурье [2, 7, 8].

*МГДГ с тонкими цилиндрическими электродами* (рис. 1, а, б). С точностью до членов 0 ( $\varepsilon_0$ ) граничные условия для  $\psi$  на стенках и электродных модулях имеют вид:

$$J_r = \sigma_0 \partial\psi/\partial r = 0 \text{ при } r = 1; \quad (20a)$$

$$\psi = \psi_0 = A_0 \pm U_0, \text{ при } |z - z_l| = r_0; \\ \alpha > |\theta|; \quad (20b)$$

$$J_n = \sigma_0 \partial\psi/\partial n = \sigma_0 \nabla_{r\varphi} \psi \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ при } |z - z| = r_0, \\ \alpha < \theta \leq \pi. \quad (20b)$$

Здесь  $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $n$  — соответственно локальная угловая координата в полярной системе координат, связанная с электродом, угол раскрытия проводящей стенки и единичный вектор нормали к поверхности электрода (рис. 1, в);  $z$  и  $z_l$  — комплексные координаты точки наблюдения и осей электродов соответственно.

При решении задачи (17), (20) с  $r_0 \ll 1$  зона канала  $|z| < 1$  разбивается на две подобласти [3]. В первой подобласти вдали от электродов ( $|z - z| > 5r_0$ ) функция  $\psi$  ищется в виде суммы

$$\psi = \psi_J + \psi_D \quad (21)$$

потенциала  $\psi_J$  точечных источников (стоков) и потенциала  $\psi_D$  дипольных моментов, симметрично расположенных на  $r_0$  с заданными интенсивностями соответственно  $I_s(\alpha)$  и  $D(\alpha)$  (внешняя задача). Во второй подобласти вблизи электродов ( $|z - z_e| < (3 \div 5)r_0$ ) потенциал  $\psi$  находится из решения задачи (18), (20b), (20b) при  $\beta_e = \text{const}$  об уединенном электроде в поле  $\psi_i = \text{const}$  (внутренняя задача). Значения  $I_s(\alpha)$ ,  $D(\alpha)$ ,  $\psi_i(\alpha)$  находят путем срашивания решений внутренней и внешней задач в зоне сопряжения, где одновременно выполняются оба решения.

Решение внешней задачи (17), (20a) для  $\psi$  строится для двух случаев:  $\beta_e = \text{const}$  и  $\beta_e = \beta_{e0} |\mathbf{B}|$ . При  $\beta_e = \text{const}$  потенциал  $\psi$  (21) при  $z \neq z_l$  удовлетворяет уравнению (18). Функции  $\psi_J$  и  $\psi_D$  с учетом граничного условия (20a) строятся по методу отражений и для системы  $2P$  электродов записываются как [7, 9]:

$$\psi_J = I_s [Q_p(r, \varphi, r_0, 0) + Q_p(r, \varphi, 1/r_0, 0)]; \quad (22)$$

$$\psi_D = (D_{r_0}/I_s) \partial\psi_J/\partial r_0. \quad (23)$$

Здесь  $I_s$ ,  $I_s = I_r/P$  — соответственно полный ток МГДГ, ток через одну пару электродов;  $Q_p$  — как функция своих аргументов определяется из (13) или (14) при замене в них  $r_m$  на  $r_0$ . Для определения  $I_r$  и  $D$  используются асимптотические выражения для  $\psi_J$  и  $\psi_D$  которые получаются из (22), (23) и (21) предельным переходом при  $|z_1| = |z - z_l| / r_0 \rightarrow 1$ :

$$\psi_J = I_r / (2\pi P) \left\{ \ln \left[ \frac{2r_0(\rho_0^2 + 1)}{Pr_0(\rho_0^2 - 1)} \right] + \ln \frac{1}{|z_1|} + 0(\varepsilon_0) \right\}; \quad (22a)$$

$$\psi_D = Dr_0 \left\{ \frac{2\cos\theta}{|z_1|} + 0(1) \right\}. \quad (23a)$$

При  $\beta_e = \beta_{e0} |\mathbf{B}|$  потенциал  $\psi$  (21) удовлетворяет при  $z \neq z_l$  уравнению (19). Решение задачи (19), (20a) для  $\psi_J$  строится по методу Гринберга [7] и записывается в виде:

$$\psi_J = \frac{I_r}{\pi P} \frac{(1 + \beta_{e0}^2 r_0^{2n})}{(1 + \beta_{e0}^2)} \left( \frac{r}{r_0} \right)^n \sum_{v=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \frac{P}{q_v} \cos(P\varphi) \times \\ \times \left[ \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\pm q_v} + (\rho_0 r)^{q_v} \frac{q_v + n}{q_v - n} \right]. \quad (24)$$

Здесь  $q_v = \sqrt{P^2 v^2 + n^2}$  и  $n = (P-1)$ ; «плюс» соответствует  $r < r_0$ , «минус» —  $r > r_0$ .

Отметим, что, зная  $\psi_J$  (24), функция  $\psi_D$  для  $\beta_e \sim |\mathbf{B}|$  находится из (23).

При решении внутренней задачи (18, 20b, 20b) для  $\psi$ , следя [11, 12], внешность электрода единичного радиуса на плоскости  $z_1$  ( $z_1 = (z - z_l)/r_0$ ) отображается с помощью функции  $W_1 = (z_1^2 + 1)/(2z_1)$  на плоскость  $W_1$  с разрезом вдоль отрезка  $[-1, +1]$  (рис. 1, в). На плоскости  $W_1$  решение внутренней задачи дается формулой Келдыша — Седова [11, 12]:

$$\psi = \eta_1 \ln \left[ \frac{\eta_2}{2} [\sqrt{W_1 - 1} + \sqrt{W_1 - \cos\alpha}]^2 \right] = \\ = \eta_1 \ln \left[ \frac{\eta_2}{2} \left| \sqrt{\frac{(z_1 - 1)^2}{2z_1}} + \sqrt{\frac{(z_1 - 1)^2 + 4z_1 \sin^2(\alpha/2)}{2z_1}} \right|^2 \right]. \quad (25)$$

Здесь  $\eta_1$  и  $\eta_2$  — константы, подлежащие определению.

Из граничного условия  $\psi = (A_0 - U_0)$  для проводящего участка  $W_1 \in [\cos\alpha, 1]$  и решения (25) получим следующее соотношение для  $\eta_1$  и  $\eta_2$ :

$$\psi_0 = A_0 - U_0 = \eta_1 \ln [\eta_2 \sin^2(\alpha/2)], \quad (|z_1| = 1; \\ |\theta| \leq \alpha).$$

Второе условие для  $\eta_1$  и  $\eta_2$  находится из срашивания с (23a), (24a) и асимптотического решения (25) при  $|z_1| \gg 1$ :

$$\psi \approx \eta_1 \left\{ \ln(\eta_2) + \ln|z_1| - \frac{2\cos^2(\alpha/2)\cos\theta}{|z_1|} + \right. \\ \left. + 0\left(\frac{1}{|z_1|^2}\right) \right\}. \quad (26)$$

Сравнение асимптотических решений внешней (23а), (24а) и внутренней (26) задач в области их сопряжения при  $\beta_e = \text{const}$  дает:

$$I_r = \eta_1 = I_{k,z}(1 - K); \quad I_{k,z} = \\ = 2P\pi A_3 / |\ln [\eta_2 \sin^2(\alpha/2)]|; \quad (27)$$

$$\eta_2 = \frac{2\beta_e(\beta_e^{2P} + 1)}{Pr_s(\beta_e^{2P} - 1)}; \quad D = I_r \cos^2(\alpha/2)/P; \\ \psi_i = \eta_1 \ln (\eta_2/2).$$

Здесь  $I_{k,z}$  — ток короткого замыкания МГДГ;  $K = U_3/A_3$  — коэффициент нагрузки МГДГ ( $0 \leq K \leq 1$ ).

Аналогичные соотношения можно получить для случая  $\beta_e \sim |B|$ . Так для цельнометаллического электрода ( $\alpha = \pi$ ,  $D = 0$ ), используя (24), выражения для  $I_{k,z}$  и  $I_r$  записываются в виде:

$$I_{k,z} = \frac{I_r}{1 - K} = \frac{2P\pi A_3(1 + \beta_{e0}^2)}{(1 + \beta_{e0}^2\beta_e^{2K})} \left\{ \ln \left( \frac{2\beta_e}{r_s P} \right) + \right. \\ \left. + 2 \sum_{v=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \left( \frac{P}{q_v} - \frac{1}{v} \right) + \frac{P}{q_v} \frac{q_v+n}{q_v-n} \beta_e^{2q_v} \right] \right\}^{-1}.$$

Характер распределений  $\psi$  при  $\beta_e = \text{const}$ ,  $\phi_0 = 0$  и различных значениях  $\alpha$  показан на рис. 2, б.

Используя теорему Грина [10] и решения для  $A$  (11)–(14) и  $\psi$  (21)–(23), можно найти усредненные по сечению  $F$  значения объемных плотностей осевой электромагнитной силы  $\langle (J \times B)_z \rangle$ , удельной мощности МГДГ  $\langle JE \rangle$  и джоулевых потерь  $\langle J^2/\sigma \rangle$ . Для  $\beta_e = \text{const}$  и  $\phi_0 = 0$  будем иметь:

$$\langle (J \times B)_z \rangle = \frac{1}{\pi} \int_F \nabla_{r\varphi} \psi \nabla_{r\varphi} A dF = \\ = \frac{2}{\pi} I_r A_3 = \frac{2}{\pi} I_{k,z} A_3 (1 - K); \quad (30)$$

$$\langle JE \rangle = \frac{1}{\pi} \int_F \nabla_{r\varphi} \psi \nabla_{r\varphi} U dF = \frac{2}{\pi} I_r U_3 = \frac{2}{\pi} I_{k,z} \times \\ \times A_3 K (1 - K); \quad (31)$$

$$\langle J^2/\sigma \rangle = \frac{1 + \beta_e^2}{\pi} \int_F (\nabla_{r\varphi} \psi)^2 dF = \frac{2(1 + \beta_e^2)}{\pi} \left[ I_r^2 + \right. \\ \left. + \pi D^2 r_s^2 \right]. \quad (32)$$

На рис. 3 показан характер зависимости  $I_r$  и  $\langle JE \rangle$  от радиуса электрода  $r_s$ , угла  $\alpha$  и числа пар полюсов  $P$ . Кривые построены для  $\beta_e = \text{const}$ ,  $\rho_s = 0,9$ ,  $\rho_m = 1,1$  и  $\phi_0 = 0$ . Видно, что  $I_r$  и  $\langle JE \rangle$  имеют максимум по  $r_s$  и  $\alpha$ , значение которого можно найти стандартными методами, дифференцируя (27), (30) по  $r_s$  и  $\alpha$ .

**МГДГ с U-образными электродами.** Если электроды имеют большие поперечные размеры, то при  $\phi_0 = 0$  их поверхности целесообразно выбрать таким образом, чтобы в канале отсутствовали короткозамкнутые токи, связанные с неоднородностью магнитного поля. При  $\rho_m = 1$  и  $\beta_e = \text{const}$  поверхность таких электродов будет совпадать с линией магнитного потока  $A$  и описывается кривой вида

$$\pi Q_p(r, \varphi, 1, 0) = \omega = \text{const}. \quad (33)$$

Здесь  $Q_p$  — функция, определяемая из (13) или (14);  $\omega$  — относительная доля магнитного потока, проходящая между соседними электродами.

Для случая  $\beta_e = \text{const}$ ,  $\phi_0 = 0$  распределение  $\psi$  и полный ток  $I_r$  на единицу длины МГДГ определяется как [9]:

$$\psi = A(r, \varphi)(1 - K); \quad (K = U_3/[I_m \omega / (P\pi)]); \\ I_r = P \int_L \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dl = 2(I_m / \pi) \omega (1 - K) \int_0^{\varphi_1} [(\nabla_{r\varphi} Q_p)^2 / \partial Q_p / \partial r] d\varphi.$$

Здесь  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности  $Q_p$ ;  $\varphi_1$  — угол, соответствующий точке пересечения образующей  $Q_p$  (33) с  $r = 1$ .

Если воспользоваться первым членом ряда (13) для  $Q_p$ , то  $\omega = \cos P_1 \varphi_1$  и выражение для  $U_{x,x}$ ,  $I_{k,z}$  и  $I_r$  приводится к виду:

$$U_{x,x} = 2I_m \cos(P\varphi_1)/(P\pi); \quad I_{k,z} = I_r/(1 - K) = \\ = (2I_m)/\pi P \cos(P\varphi_1).$$

Используя (33) и теорему Грина [10], можно получить также следующие соотношения для усредненных значений  $\langle (J \times B)_z \rangle$  и  $\langle JE \rangle$ :

$$\langle (J \times B)_z \rangle / (1 - K) = \langle JE \rangle / [K(1 - K)] = 2I_m I_{k,z} \times \\ \times \cos(P\varphi_1) / (P\pi).$$

На рис. 4 показаны зависимости  $U_{x,x}$ ,  $I_r$ ,  $\langle JE \rangle$  от  $\varphi_1$  при различных значениях  $P$ . Видно, что величины  $I_r$  и  $\langle JE \rangle$  имеют максимум по  $\varphi_1$ .

**МГДГ с модульными электродами.** В ряде случаев боковая стенка МГД-канала выполняется в виде проводящих модулей, отделенных от электрода непроводящим промежутком (рис. 1, д). Такая конструкция позволяет обеспечивать надежность электрической изоляции, улучшить условия охлаждения боковых стенок, а также снижает потери на трение и аэродинамическое сопротивление проточного тракта МГДГ. Границные условия задачи (18) для многополюсного МГД канала при  $\phi_0 = 0$  в силу симметрии задачи записываются в виде:  $\psi = A_s \pm U_3$  на электродах;  $\psi = A_{r=1}$  на проводящих модулях и  $d\psi/dr = 0$  на изоляционных промежутках. В качестве  $A_s$  на стенах канала ( $r = 1$ ) берется первый член ряда (13) и  $A_s = [I_m / (\pi P \rho_m)] \cos(P\varphi)$ . При  $\beta_e = \text{const}$  рассматриваемая задача для многополюсного МГДГ ( $P \geq 1$ ) с помощью конформного отображения  $Z_1 = z^p$  сводится к задаче для двухполюсного МГДГ ( $P = 1$ ), решение для которого, построенное с помощью формулы Келдыша—Седова, приведено в [12]. На рис. 5, а представлены результаты численных расчетов напряжения холостого хода  $U_{x,x}$  и тока короткого замыкания  $I_{k,z} = I_r/(1 - K)$  от угла раскрытия электродов  $\alpha$  и относительной доли изоляционного промежутка  $\delta' = (\alpha_0 - \alpha) / (\pi/P - \alpha)$ . Зависимости от  $\alpha$  и  $\delta'$  усредненных по сечению удельной электрической мощности многополюсного МГДГ  $\langle JE \rangle = \frac{4}{\pi} I_{k,z} U_{x,x} K (1 - K)$ , а также

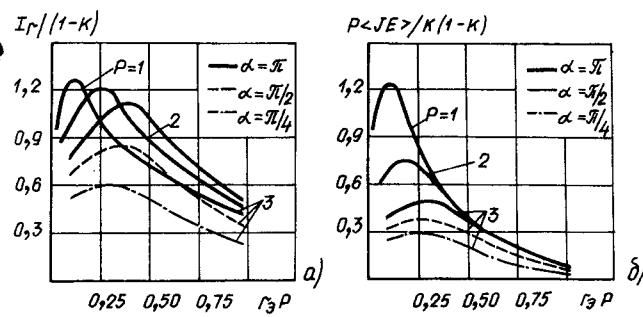


Рис. 3. Зависимости электрического тока  $I_r$  (а) и объемной плотности удельной мощности  $\langle J \cdot B \rangle$  (б) многополюсного МГДГ от относительного радиуса цилиндрического электрода  $r_3$

плотности электромагнитной силы  $\langle (J \times B)_z \rangle$  при  $K=0,5$  показаны на рис. 5, б. Видно, что  $U_{x,x}$  и  $\langle J \times E \rangle$  имеют максимум по  $\alpha$  при  $\delta'=\text{const}$ , который смещается в сторону меньших углов с ростом  $\delta'$ . Сложный характер изменения  $\langle (J \times B)_z \rangle$  от  $\alpha$  и  $\delta'$  связан с токами утечки и интенсивностью присоединенных токовых вихрей на проводящих модулях.

**Влияние пограничных слоев.** При малых толщинах пограничного слоя ( $\delta < r_3/5$ ) приближенный учет влияния пристеночных слоев можно провести в предположении, что нормальная к электроду компонента плотности тока  $J_n = \text{const}$ . Можно показать [13], что при сделанном допущении полученные ранее соотношения для расчета  $\psi$ ;  $I_r$ ;  $\langle (J \times B)_z \rangle$  и  $\langle JE \rangle$  остаются неизменными, если в соотношения для  $I_r$  ввести два дополнительных коэффициента; коэффициент снижения тока короткого замыкания  $K_1$  и коэффициент снижения напряжения холостого хода  $K_x$ . Расчетные соотношения для  $I_r$ ,  $K_1$  и  $K_x$  с учетом пограничного слоя имеют вид [13]:

$$\left. \begin{aligned} I_r &= I_{k,z} K_1 (1 - K/K_x); \\ K_1 &= K_x / (1 + \delta_\alpha); \\ K_x &= (1 - |\nabla_{r\varphi} A|_{r=r_0}, \delta_*). \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Здесь  $\delta$ ;  $\delta_* = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta (1 - u_z(n)) dn$ ;  $\delta_\alpha = \int_0^\delta [\sigma^{-1} - 1] dn$  — соответственно толщины пограничного слоя, вытеснения потока и потери проводимости, определяемые методами теории пограничного слоя [15].

На рис. 2 показаны результаты расчета  $\psi$  при  $\beta_e = \text{const}$  с учетом влияния пристеночных слоев. Видно, что наличие пограничного слоя снижает интенсивность полей тока в канале.

**Трехмерные магнитные и токовые поля.** Для относительно коротких каналов  $\lambda > 2-4$  при большом  $P$ , когда расстояние  $l_m = \rho_m/P$  между линейными участками МС невелико ( $l_m/L < 0,1-0,2$ ), магнитное поле  $B$  вдали от лобовых зон будет также иметь две основные компоненты:  $B \{B_r, B_\varphi\}$  и  $B_z \ll |B|$ . Величину  $A$  в этом случае можно найти как сумму магнитных потоков от отрезков конечной длины  $L$  с током  $I_m/P$  [9, 11]. Наличие

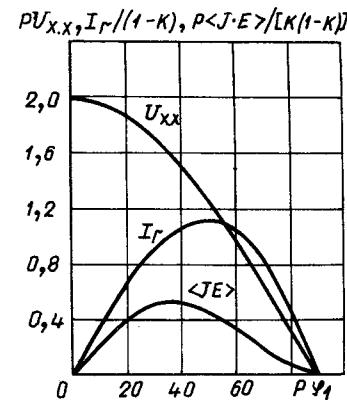


Рис. 4. Зависимости напряжения холостого хода  $U_{x,x}$  электрического тока  $I_r$  и объемной плотности электрической мощности  $\langle JE \rangle$  МГДГ от углового размера  $U$ -образного электрода

внешнего ферромагнитного экрана длиной  $L_m > 1,5 L$  и радиуса  $R_m > \rho_m$  с точностью до членов  $O[(R_m - \rho_m)/\rho_m]$  можно приближенно учесть по методу отражения [3, 6].

С учетом сделанных замечаний соотношения для  $A$  можно представить в виде:

$$A \cong \frac{I_m}{\pi P} \sum_{l=0}^{2P-1} (-1)^l \left[ \Lambda_l(L, z, a_l) + \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 1} \times \right. \\ \left. \times \Lambda_l(L, z, a_{l*}) \right];$$

$$\Lambda_l = \frac{1}{4} \left[ \text{Arsh} \left( \frac{L-z}{a_l} \right) + \text{Arsh} \left( \frac{z}{a_l} \right) \right].$$

Здесь  $a_l = a_l(r, \varphi, \rho_m, \varphi_l)$  и  $a_{l*} = a_{l*}(r, \varphi, R_m/\rho_m, \varphi_l)$  как функции своих аргументов определяются из (12).

Если электроды МГДГ выполнены в виде тонких проводящих эллипсоидов вращения ( $r_3(z) \ll 1$ ), то при  $\beta_e = \text{const}$  трехмерное распределение токового потенциала  $\psi$  с учетом граничного условия (20а) с точностью до  $O(1 - \rho_3)$  можно также построить по методу отражения [9]:

$$\psi = A(\rho_3)(1 - K) \sum_{l=0}^{2P-1} (-1)^l [\Lambda_l(L, z, a_l) + \Lambda_l(L, z, a_{l*})],$$

где  $\Lambda_l$  как функция своих аргументов описывается приведенным соотношением;  $a_l(r, \varphi, \rho_3, \varphi_l)$  и  $a_{l*}(r, \varphi, 1/\rho_3, \varphi_l)$  как функции своих аргументов определяются из (12) при  $\varphi_0 = 0$ ;  $A(\rho_3)(1 - K)$  — значение токового потенциала на границе электрода

$$\Lambda_0(L, z, r_3(z)) = 0,25 \ln \eta, \quad (\eta \approx \frac{L^2}{\max(r_3(z))}).$$

Отметим, что в основной зоне генерирования энергии в МГДГ вдали от начального и конечного участка электрода  $\partial\psi/\partial z \ll |\nabla_{r\varphi}\psi|$ , и распределение токов в канале при  $(\rho_m - 1) \ll 1$  и  $(1 - \rho_3) \ll 1$  будет описываться законом Ома в форме (16).

**Уравнения трехмерных МГД процессов при  $S \ll 1$ .** Подставляя в (1) — (4) асимптотические разложения (9) и удерживая в уравнениях члены первого порядка малости по  $S$  [2, 14], урав-

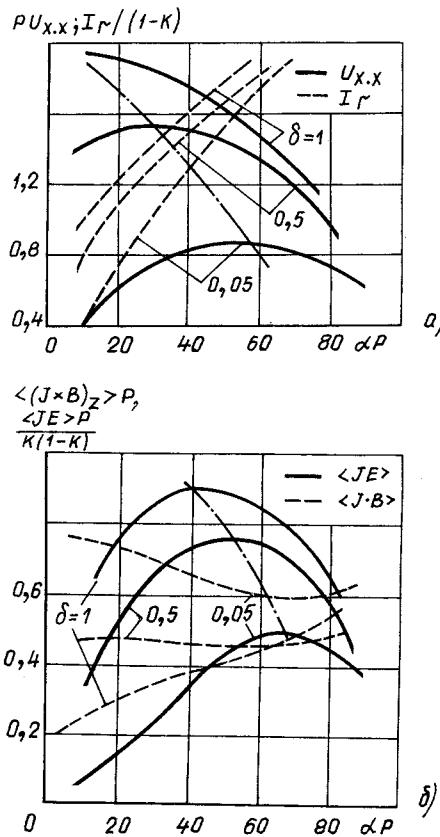


Рис. 5. Зависимости параметров МГДГ от угловых размеров модульных электродов: а — напряжение холостого хода  $U_{x,x}$  и тока генератора  $I_r$ ; б — объемные плотности электромагнитной силы  $\langle J \times B \rangle_z$  и электрической мощности  $\langle J \cdot E \rangle$  для возмущенных величин после преобразований записываются как:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{u}_s + \partial p_s / \partial z = 0; \\ \partial \mathbf{u}_s / \partial z = -(1/\gamma M^2) \operatorname{grad} p_s + (1/\lambda) \mathbf{J} \times \mathbf{B}; \\ \partial s / \partial z = \partial (n_s - \gamma p_s) / \partial z = M^2 \gamma (\gamma - 1) (1 + \beta_e^2) \mathbf{J}^2 / \lambda; \\ p_s = p_s + T_s \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Вводя потенциал возмущений  $\chi$  с помощью соотношения  $p_s = \gamma M^2 \partial \chi / \partial z$ , система (36) сводится к следующим соотношениям для  $\chi$  и  $\mathbf{u}_s$

$$\Delta_{r\varphi} \chi - (M^2 - 1) \partial^2 \chi / \partial^2 z = f(r, \varphi, z); \quad (37)$$

$$\mathbf{u}_s = -\operatorname{grad} \chi + \mathbf{V}(r, \varphi, z), \quad (38)$$

где

$$\left. \begin{aligned} f(r, \varphi, z) = -M^2(\gamma - 1)(1 + \beta_e^2) \mathbf{J}^2 (\lambda + \operatorname{div} \mathbf{V}), \quad (0 < z < \lambda); \\ \mathbf{V}(r, \varphi, z) = (1/\lambda) \int_0^z (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) dz, \quad (0 < z < \lambda); \\ f(r, \varphi, z) = 0; \quad \mathbf{V}(r, \varphi, z) = 0 \text{ при } z > \lambda \text{ или } z < 0. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Уравнение (37) при  $M < 1$  является эллиптическим, а при  $M > 1$  — гиперболическим. Обычно анализ дозвуковых режимов ( $M < 1$ ) МГДГ проводится для условий отсутствия возмущений на бесконечности ( $\chi \approx \partial \chi / \partial z = 0$  при  $z = \pm \infty$ ) [15]. Исследование сверхзвуковых режимов ( $M > 1$ ) проводится в предположении отсутствия возмущений на входе в канал ( $\chi = \partial \chi / \partial z = 0$  при  $z = 0$ ) [15].

Принимается также, что процессы в канале протекают в условиях безотрывности течения на боковых стенках ( $r = 1$ ,  $u_{rs} = 0$ ).

**Дозвуковые и сверхзвуковые режимы МГДГ при  $S \ll 1$ .** Решение задачи при  $M < 1$  строится с помощью двухстороннего cos — преобразования Фурье и функции Грина  $G$  модифицированного уравнения Гельмгольца [15]. Для  $M > 1$  решение задачи строится на основе одностороннего cos — преобразования Фурье и функции Грина  $G$  обычного уравнения Гельмгольца [15]. В обоих вариантах функции  $G$  строятся с учетом граничных условий на боковых стенах методом отражения [7].

С учетом граничных условий решение задачи (37) для  $\chi$  записывается [7, 14]:

$$\chi = \frac{1}{g} \int_l^\infty \cos(\omega z) d\omega \left\{ \int_F G(\omega |r - r_1|) r_1 dr_1 d\varphi_1 \times \right. \\ \times \int_l^\infty f(r_1, \varphi_1, z_1) \cos(\omega z_1) dz_1 + \Phi G(\omega |r - r_1|) d\varphi_1 \times \\ \left. \times \int_l^\infty V_z(r_1, \varphi_1, z_1) \cos(\omega z_1) dz_1 \right\},$$

где  $G = [K_0(\omega |r - r_1|) + K_0(\omega |r - r_1*|)] / (4\pi)$  при  $M < 1$ ;

$G = i[H_0(\omega |r - r_1|) + H_0(\omega |r - r_1*|)] / 4$  при  $M > 1$ .

Здесь  $K_0$  — функция Макдональда [15],  $H_0$  — функция Ганкеля [15],  $f(r, \varphi, z)$  и  $V_z(r, \varphi, z)$  — функции возмущения, определяемые из (39);  $F$  и  $\Pi$  — соответственно площадь и периметр проточной части канала (см. рис. 1);  $g$  и  $l$  — параметры cos-преобразования Фурье ( $g = 1/(2\pi)$ ,  $l = -\infty$  при  $M < 1$  и  $g = 2/\pi$ ,  $l = 0$  при  $M > 1$ );  $r(r, \varphi)$  — точка наблюдения и  $r_1(r, \varphi_1)$ ,  $r_1*(1/r_1, \varphi_1)$  — сопряженные точки источника в сечении  $z_1 = \text{const}$  [15]. Расчет  $\chi$  и  $\mathbf{u}_s$  при данном подходе и выбранной конструкции электродов выполняется численно с использованием полученных выше зависимостей для  $\mathbf{J}$  и  $\mathbf{B}$ .

**Гиперзвуковые режимы МГДГ при  $S \ll 1$ .** Относительно простые решения задачи при  $M^2 \gg 1$  можно построить асимптотическими методами [14]. Для этого представим решение в виде двух составляющих  $\chi = \chi_J + \chi_0$ . Первое слагаемое  $\chi_J$  определяется торможением потока объемными электромагнитными силами и при  $M^2 \gg 1$  удовлетворяет асимптотическому уравнению [14]:

$$\frac{\partial^2 \chi_J}{\partial z^2} \cong \frac{1}{M^2 - 1} f(r, \varphi, z). \quad (40)$$

Решение (40) с учетом  $\chi_J = \partial \chi_J / \partial z = 0$  при  $z = 0$  записывается в виде:

$$\chi_J = \frac{1}{M^2 - 1} \int_0^z dz_1 \int_0^{z_1} f(r, \varphi, z_2) dz_2. \quad (41)$$

Второе слагаемое  $\chi_0$  связано с взаимодействием возмущенного потока с боковыми стенками канала

ла и определяет газодинамическую волну  $\chi_0(z - \sqrt{M^2 - 1}(1 - r))$ , движущуюся вниз по потоку в тонком пристеночном слое  $\delta_x \sim 1/\sqrt{M^2 - 1}$ . Используя метод размерных оценок [3, 4], можно показать, что с точностью до  $O(1/M)\chi_0$  удовлетворяет однородному гиперболическому уравнению

$$\frac{\partial^2 \chi_0}{\partial r^2} - (M^2 - 1) \frac{\partial^2 \chi_0}{\partial z^2} = 0 \quad (42)$$

с граничными условиями ( $\chi_0 = \partial \chi_0 / \partial z = 0$  при  $z = 0$  и  $u_{r,s} = -(\partial \chi_0 / \partial r + \partial \chi_0 / \partial z) = 0$  при  $r = 1$ ). Решение (42) в явном виде записывается как [15]:

$$\chi_0 = \int_0^z (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_z |_{r=1} dz_1 - \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \int_0^z dz_1 \int_0^{z_1} \frac{\partial f}{\partial r} |_{r=1} dz_2, \quad (43)$$

где  $\xi = z - \sqrt{M^2 - 1}(1 - r)$  при  $\xi \geq 0$  и  $\chi_0 = 0$   $\xi < 0$ .

На рис. 3, в представлены результаты расчета распределений  $u_{r,s}$ ,  $u_{u,s}$  и  $u_{z,s}$  при  $M = 3$  в многополюсном МГДГ постоянного тока ( $\phi_0 = 0$ ) с U-образными электродами (рис. 1, г). Определяющие параметры выбирались равными  $\rho_m = 1,0$ ,  $\phi_1 =$

$= \frac{\pi}{2P}$  и  $P = 3$ . Видно, что при  $P = 3$  основная зона

торможения сосредоточена в кольцевой области. При  $\beta_e \neq 0$  ( $\text{rot } \mathbf{u}_s)_z = 0$ , и в МГДГ формируются вторичные вихревые течения, которые могут влиять на устойчивость режимов работы генератора [1].

**Влияние формы электродов на МГД процессы при  $S \ll 1$ .** Подставляя асимптотические разложения (9) в (1) — (4) и удерживая в них члены первого порядка малости по  $\epsilon_s$ , уравнения для потенциала  $\chi_s$  и скорости  $\mathbf{u}_s$  после преобразований приводятся к виду (40) при  $f \equiv V \equiv 0$ . Для наиболее важного случая сверхзвукового режима работы МГДГ ( $M < 1$ ) аналитическое решения для  $\chi_s$  при  $r_s \ll 1$  и отсутствии интерференции между зонами возмущений от отдельных электродов имеет вид [14]:

$$\chi_s = \frac{1}{4\pi} \int_0^\xi \left[ \frac{dF_s(z_1)}{dz_1} \frac{dz_1}{\sqrt{(z - z_1)^2 - (M^2 - 1)a^2}} \right]. \quad (44)$$

Здесь  $\xi = z - \sqrt{M^2 - 1}a$ ;  $F_s(z)$  — площадь попечного сечения электрода;  $a$  — расстояние от оси электрода до точки наблюдения (12).

Используя (44), можно определить силовое воздействие на электрод газового потока, а также коэффициент давления  $C_p(z)$  [14], используемый в одномерных моделях расчета в МГДГ.

**МГДГ процессы при  $S \sim 1$ .** При сильном МГД-взаимодействии процессы в МГДГ описываются квазиодномерными уравнениями с усредненными электромагнитными членами  $\langle (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_z \rangle$  и  $\langle \mathbf{J}\mathbf{E} \rangle$  (см. например (30) — (31)). В случае слабого расширения канала при  $P \leq 3$  усреднение приводит к следующей приближенной форме ква-

зиодномерных уравнений [1, 2]:

$$\begin{aligned} \rho u_z \frac{du_z}{dz} &= - \frac{1}{\gamma M^2} \frac{dP}{dz} + S \frac{1}{\lambda} \langle (\mathbf{J} \times \mathbf{B})_z \rangle + 2 \times \\ &\times \left( \frac{C_f}{D_f} + \frac{C_p}{D_p} \right) \rho u_z^2; \\ \rho u_z \frac{d}{dz} \left( T + \frac{\gamma-1}{2} M^2 u_z^2 \right) &= S M^2 (\gamma-1) \langle \mathbf{J}\mathbf{E} \rangle \frac{1}{\lambda} + \\ &+ 2 C_f \frac{\rho u_z}{D_f} (T_* - T_w); \\ \rho u_z F(z) [1 - q(z)] &= 1; \quad P = \rho T; \\ T_* &\cong T + 0,9 \frac{\gamma-1}{2} M^2 u_z^2. \end{aligned}$$

Здесь  $C_f$ ,  $C_p$  — коэффициенты трения и потерь давления в канале [14];  $D_f = 4F/\Pi$ ,  $D_p = = 4F/(2P\pi r_s)$  — гидравлические диаметры [1];  $q$  — коэффициенты затенения потока.

Решение системы при заданной геометрии канала и заданных параметрах газа на входе обычно проводится численными методами.

**Особенности расчета МГДГ переменного тока.** При питании МС МГДГ с  $S \ll 1$  однофазным переменным током ( $\phi_0 = 0$ ) мгновенные распределения  $A$ ,  $\Psi$  и  $\chi$  в канале МГДГ, работающего на активную нагрузку, будут аналогичны распределениям МГДГ постоянного тока. При работе на смешанную (например, активно-индуктивную) нагрузку следует использовать комплексное представление для электромагнитных величин [16]. При этом фазы и комплексные амплитуды можно определить по векторной диаграмме генератора и полученным выше зависимостям. При питании МС трехфазным током процессы в МГДГ на рис. 1, а, б при выбранной схеме соединения электродов (однофазный режим) могут также определяться по предложенными выше зависимостями при  $\phi_0 = 2\pi ft$ .

**Выходы.** 1. Рассмотрены схемы кондукционных многополюсных МГДГ, позволяющие получать электрическую энергию постоянного и переменного тока за счет МГД преобразования энергии как в периферийной (число пар полюсов  $P \geq 3$ ), так и в центральной части потока ( $P \leq 2$ ).

2. Получены аналитические решения объемных электродинамических и магнитогазодинамических задач для расчета локальных электромагнитных полей и МГД течений в многополюсных МГДГ различного конструктивного выполнения (стержневые, U-образные, сегментные и т. д.).

3. Даны результаты расчета локальных и интегральных параметров МГДГ, позволяющие проводить сравнительный анализ выходных характеристик генераторов различного конструктивного выполнения, с учетом эффекта Холла, параметра МГД взаимодействия, пограничных слоев, а также требований к режиму работы генератора.

Автор искренне благодарит Д. А. Бута и В. Н. Полтавца за обсуждение постановки отдельных задач и ценные критические замечания, а также А. В. Иванова-Смоленского за внимание и обсуждение результатов работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреев В. В., Губарев А. В., Панченко В. П. Сверхзвуковые МГД генераторы.— М.: Энергоатомиздат, 1988.
2. Ватажин А. Б., Любимов Г. А., Региер С. А. Магнитогидродинамические течения в каналах.— М.: Наука. Физматгиз, 1970.
3. Найф Э. Введение в методы теории возмущений.— М.: Мир, 1984.
4. Мигдал А. Б. Качественные методы в квантовой теории.— М.: Наука, Физматгиз, 1975.
5. Брехна Г. Сверхпроводящие магнитные системы.— М.: Мир, 1976.
6. Домбровский В. В. Справочное пособие по расчету электромагнитного поля в электрических машинах.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.
7. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений.— М.: Изд-во АН СССР, 1968.
8. Анализ и расчет стационарных электрических и магнитных полей в движущихся средах / А. И. Бертинов, Д. А. Бут, Л. К. Ковалев, Ю. М. Никитин.— Электричество, 1976, № 17.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Н. Электродинамика сплошных сред.— М.: Наука, Физматгиз, 1982.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, Физматгиз, 1968.
11. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного.— М.: Физматгиз, 1978.
12. Ковалев Л. К., Конев С. М.— А. Поперечный краевой эффект в цилиндрическом МГД канале.— Магнитная гидродинамика, 1974, № 1.
13. Ковалев Л. К., Никитин Ю. М. Влияние поперечного краевого эффекта на характеристики МГД канала с неоднородным потоком.— Теплофизика высоких температур, 1975, т. 13, № 3.
14. Краснов Н. Ф. Аэродинамика, Т. П.— М.: Высшая школа, 1980.
15. Арфкен Г. А. Математические методы в физике.— М.: Атомиздат, 1970.
16. Иванов—Смоленский А. В. Электрические машины.— М.: Высшая школа, 1980.

[13.10.89]

УДК 681.516.42

## Приближенная оптимизация одного класса многоканальных систем на принципе декомпозиции

КУЗНЕЦОВ Б. И., канд. техн. наук

Украинский заочный политехнический институт им. И. З. Соколова

Создание новых поколений техники и новых технологий предъявляет исключительно высокие требования по точности управления при достаточно широком диапазоне регулирования. В частности, при управлении рядом технологических процессов требуется микронная точность линейных или секундная точность угловых перемещений при общем диапазоне регулирования в десятки метров или повороте на 360°. Перечисленные требования могут быть с успехом удовлетворены в рамках многоканальных систем, работающих по принципу грубого и точного управления [1].

Основной силовой канал в таких системах реализует весь диапазон регулирования и несет всю статическую нагрузку при сравнительно невысокой точности управления. Второй и последующий менее мощные, но более быстродействующие каналы компенсируют ошибки основного силового канала и тем самым обеспечивают высокую результирующую точность управления. Такие системы достаточно широко используются во многих областях техники [2] и, по-видимому, в дальнейшем следует ожидать расширения областей их применения. Итерационные [2] или нониусные [3] многоканальные системы являются частным случаем (подклассом) синтезированных в [1] структур многоканальных систем, работающих по принципу грубого и точного управления.

В связи с высокой размерностью, обусловленной многоканальностью и разнотемпостью

движений, вызванной существенным различием динамических характеристик отдельных каналов, в статье рассмотрен подход, связанный с декомпозицией исходного движения многоканальной системы на быстрые и медленные движения, что позволяет свести процедуру синтеза многоканальной системы к последовательности задач оптимального синтеза отдельных каналов существенно меньшей размерности, причем спектр каждого расширенного канала, включающего модель эквивалентного задающего воздействия, компактно расположен в области рабочих частот этого канала управления.

Рассмотрим многоканальную систему, состоящую из  $n$  каналов управления, каждый из которых описывается в пространстве состояний  $\vec{x}_i(t)$  уравнением

$$\dot{\vec{x}}_i(t) = \vec{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t)); \quad (1)$$

$$y_i(t) = F_i(\vec{x}_i(t)), i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $u_i(t)$  и  $y_i(t)$  — управляющее воздействие и выходная координата  $i$ -го канала — обычно скалярные величины.

Тогда  $n$ -канальная система в пространстве состояния  $\vec{x}(t) = \{\vec{x}_i(t)\}$  может быть описана уравнением

$$\dot{\vec{x}}(t) = \vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t)), \quad (3)$$

в котором  $\vec{u}(t) = \{u_i(t)\}$ ,  $\vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) = \{f_i(\vec{x}_i(t), u_i(t))\}$ .

Точность многоканальной системы обычно оценивается по одной выходной координате  $y(t)$ ,

связанной, как правило, статической зависимостью с выходными координатами  $y_i(t)$  отдельных каналов

$$y(t) = \varphi(y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)), \quad (4)$$

в частности

$$y(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t). \quad (5)$$

Требуется определить некоторое допустимое управление

$$\vec{u}(t) \in U, \quad (6)$$

переводящее систему (3) из начального состояния  $\vec{x}(t_0) = \vec{x}_0$  в конечное состояние  $\vec{x}(t_k) = \vec{x}_k$  и минимизирующее интегральный функционал

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f^0(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) dt. \quad (7)$$

Для рассматриваемого класса многоканальных систем обычно

$$y(t_0) = y_1(t_0), y_i(t_0) = 0, i = \overline{2, n} \text{ и } y(t_k) = y_1(t_k) = 0, i = \overline{1, n}.$$

Искомое управление  $\vec{u}(t)$  может быть определено на основании принципа максимума Понтрягина [5] максимизацией функции Гамильтона

$$H(\Psi, \vec{x}, \vec{u}) = \Psi^\top \tilde{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) \quad (8)$$

на множестве допустимых управлений (6).

Сопряженные переменные  $\Psi$  определяются соотношением

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial \tilde{f}^\top(\vec{x}(t), \vec{u}(t))}{\partial \vec{x}} \Psi, \quad (9)$$

где

$$\tilde{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) = \{f_0(\vec{x}(t), \vec{u}(t)), \tilde{f}^1(\vec{x}(t), \vec{u}(t))\}^\top. \quad (10)$$

Заметим, что оптимальное управление в открытой области может быть получено [6] непосредственно из уравнения Эйлера — Лагранжа, решаемого совместно с уравнением исходной системы, что соответствует стационарной точке функции Гамильтона (8) по управлению.

В практически важном случае линейных каналов управления

$$\dot{\vec{x}}_i(t) = A_i(t)\vec{x}_i(t) + B_i(t)u_i(t), \quad (11)$$

$$y_i(t) = C_i(t)\vec{x}_i(t) \quad (12)$$

и, следовательно, линейной системы

$$\dot{\vec{x}}(t) = A(t)\vec{x}(t) + B(t)\vec{u}(t); \quad (13)$$

$$A(t) = \text{diag}\{A_i(t)\}; B(t) = \text{diag}\{B_i(t)\} \quad (14)$$

при квадратичном критерии качества

$$J = \int_{t_0}^{t_k} [\vec{x}^\top(t)R_1(t)\vec{x}(t) + \vec{u}^\top(t)R_2(t)\vec{u}(t)] dt \quad (15)$$

оптимальное управление в открытой области линейно по вектору состояния [7]:

$$\vec{u}(t) = F(t)\vec{x}(t), \quad (16)$$

где

$$F(t) = R_2^{-1}(t)B(t)P(t), \quad (17)$$

а матрица  $P(t)$  может быть определена из решения уравнения Риккати:

$$-\dot{P}(t) = R_1(t) - P(t)B(t)R_2^{-1}(t) + A^\top(t)P(t) + P(t)A(t) \quad (18)$$

с нулевым конечным условием  $P(t_k) = 0$ .

Если жесткие ограничения (6) являются активными, то оптимальное управление для линейной системы (15) может иметь разрывы первого рода и состоять из кусочно-непрерывных функций скольжения по области ограничения управления (6), определяемых максимизацией функции Гамильтона (8).

Трудности «лобового» решения исходной нелинейной задачи (8) и даже линейной задачи (18) вызваны прежде всего высокой размерностью вектора состояния  $\vec{x}(t)$ , обусловленной многоканальностью. Кроме того, получение численных результатов даже на достаточно мощных ЭВМ затруднено еще и тем, что спектр  $\sigma(A)$  матрицы состояния системы в силу ее блочно-диагонального вида представляет объединение спектров  $\sigma(A_i)$  отдельных каналов

$$\sigma(A) = \bigcup_{i=1}^n \sigma(A_i) \quad (19)$$

и требует применения специальных методов решения жестких уравнений, что при высокой размерности вектора состояния  $\vec{x}(t)$  является исключительно сложной вычислительной задачей.

Рассматриваемый класс системы управления относится к многотемповым, так как собственные значения отдельных каналов существенно различаются в связи с различными динамическими характеристиками отдельных каналов: первый основной силовой канал является достаточно медленным, второй менее мощный, но более быстродействующий и т. д. В этом случае исходная система (3) может быть описана следующими уравнениями [8]:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}}_1(t) = \tilde{f}_1(\vec{x}_1(t), u_1(t)); \\ \mu \dot{\vec{x}}_2(t) = \tilde{f}_2(\vec{x}_2(t), u_2(t)); \\ \vdots \\ \mu^{n-1} \dot{\vec{x}}_n(t) = \tilde{f}_n(\vec{x}_n(t), u_n(t)), \end{cases} \quad (20)$$

где  $\mu > 0$  — малый параметр;  $\vec{x}_1(t)$  — медленная компонента;  $\vec{x}_2(t)$  — более быстрая компонента и т. д. вплоть до  $x_n(t)$ .

Такие системы рассматривались в [8, 9], и основным методом их решения является замена точного решения приближенным на принципе декомпозиции. Естественно, что как быстрые, так и медленные движения должны быть устойчивыми.

**Метод решения.** Рассмотрим один из наиболее рациональных подходов к формированию отдельных компонент, составляющих полное движение системы (20). Полагая, что все быстрые движения  $x_i(t)$ , начиная со второго канала  $i = 2, n$ , устойчи-

вы, синтезируем субоптимальное движение первого канала таким образом, чтобы минимизировать интегральный критерий

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_k} f_{01}(\vec{x}_1(t), u_1(t)) dt, \quad (21)$$

характеризующий интегральную меру ошибки одноканальной системы управления.

Оптимальное управление  $u_1(t)$  первого класса может быть определено при максимизации функции Гамильтона

$$H_1(\vec{\Psi}_1, \vec{x}_1, u_1) = \vec{\Psi}_1^T \tilde{f}_1(\vec{x}_1(t), u_1(t)) \quad (22)$$

на множество допустимых управлений  $u_1(t) \in U_1$  первого канала. Сопряженные переменные  $\vec{\Psi}_1$  первого канала определяются соотношением

$$\frac{d\vec{\Psi}_1}{dt} = - \frac{\partial \tilde{f}_1(\vec{x}(t), \vec{u}(t))}{\partial \vec{x}_1} \vec{\Psi}_1, \quad (23)$$

где

$$\tilde{f}(\vec{x}_1(t), u_1(t)) = \{f_{01}(\vec{x}_1(t), u_1(t)), \tilde{f}_1(\vec{x}_1(t), u_1(t))\}^T. \quad (24)$$

Для синтеза управления  $u_2(t)$  второго и последующих каналов  $u_i(t)$ ,  $i=3, n$ , сформируем эквивалентное задающее воздействие  $\Theta_i(t)$  в виде выхода динамической системы

$$\vec{x}_{bi}(t) = \tilde{f}_b(\vec{x}_b(t)); \quad (25)$$

$$\Theta_{bi}(t) = F_b(\vec{x}_{bi}(t)) \quad (26)$$

таким образом, чтобы функция  $\Theta_{bi}(t)$  была достаточно близкой к ошибке  $(i-1)$ -канальной системы.

Естественно, что модель (25), (26) может быть существенно более простой как по размерности пространства состояния, так и по виду функции  $\tilde{f}_b$  и  $F_b$  по сравнению с  $(i-1)$ -канальной системой. Тогда в расширенном пространстве состояния  $i$ -го канала  $\vec{x}_i(t) = [\vec{x}_b(t), \vec{x}_i^T(t)]^T$  для расширенной системы управления

$$\dot{\vec{x}}(t) = \tilde{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t)), \quad (27)$$

включающей модель эквивалентного задающего воздействия (25), (26) и  $i$ -й канал (1), может быть рассмотрена задача синтеза оптимального управления  $u_i(t)$ , переводящего систему (27) из состояния  $\vec{x}_i(t_0) = \vec{x}_{i0}$  в состояние  $\vec{x}_i(t_k) = \vec{x}_{ik}$  и минимизирующего интегральный критерий

$$J_i = \int_{t_0}^{t_k} f_{0i}(\vec{x}_i(t), u_i(t)) dt, \quad (28)$$

характеризующий интегральную меру ошибки  $i$ -канальной системы.

Заметим, что введение модели эквивалентного задающего воздействия (25), (26) делает расширенную систему  $i$ -го канала (27) не вполне управляемой даже при полностью управляемом автономном  $i$ -м канале (1). Однако для стабили-

зируемых расширенной системы (27) кроме управляемости  $i$ -го канала достаточно устойчивости модели (25) эквивалентного задающего воздействия, что практически всегда может быть выполнено [10].

Оптимальное управление  $u_i(t)$   $i$ -го канала может быть определено при максимизации функции Гамильтона:

$$H_i(\vec{\Psi}_i, \vec{x}_i, \vec{u}_i) = \vec{\Psi}_i^T \tilde{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t)) \quad (29)$$

на множество допустимых управлений  $u_i(t) \in U_i$   $i$ -го канала. Сопряженные переменные  $\vec{\Psi}_i$  определяются соотношением

$$\frac{d\vec{\Psi}_i}{dt} = - \frac{\partial \tilde{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t))}{\partial \vec{x}_i} \vec{\Psi}_i, \quad (30)$$

где

$$\tilde{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t)) = \{f_{0i}(\vec{x}_i(t), u_i(t)), \tilde{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t))\}^T. \quad (31)$$

Естественно, что оптимальное управление  $u_i(t)$   $i$ -го канала в открытой области может быть определено непосредственно из решений уравнений Эйлера — Лагранжа и исходной системы  $i$ -го расширенного канала, что соответствует стационарной точке функции Гамильтона (29) по управлению.

В замкнутой форме оптимальное управление  $i$ -го канала  $u_i(t)$  может быть также найдено из решения уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана:

$$-\frac{\partial J_{0i}}{\partial t} = \min_{u_i \in U} \left[ \int_{t_0}^{t_k} f_{0i}(\vec{x}_i(t), u_i(t)) + \frac{\partial J_{0i}}{\partial \vec{x}_i} \tilde{f}_i(\vec{x}_i(t), u_i(t)) \right],$$

в котором

$$J_{0i}(\vec{x}_i(t)) = \min_{u_i(t) \in U_i} \left[ \int_{t_0}^{t_k} f_{0i}(\vec{x}_i(t), u_i(t)) dt \right]. \quad (33)$$

Для линейной системы (13), вводя эквивалентное задающее воздействие  $i$ -го канала

$$\vec{x}_{bi}(t) = A_{bi}(t) \vec{x}_b(t); \quad (34)$$

$$\Theta_{bi}(t) = C_{bi}(t) \vec{x}_{bi}(t) \quad (35)$$

оптимальное управление  $u_i(t)$  в открытой области, минимизирующее интегральный квадратичный функционал

$$J_i = \int_{t_0}^{t_k} [\tilde{x}_i^T(t) R_{1i}(t) \tilde{x}_i(t) + R_{2i}(t) u_i^2(t)] dt \quad (36)$$

расширенной системы  $i$ -го канала

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = \tilde{A}_i(t) \tilde{x}_i(t) + \tilde{B}_i(t) u_i(t), \quad (37)$$

где

$$\tilde{A}_i(t) = \begin{vmatrix} A_{ib}(t) \\ A_{ii}(t) \end{vmatrix}, \quad \tilde{B}_i(t) = \begin{vmatrix} B_{ib}(t) \\ B_{ii}(t) \end{vmatrix},$$

является линейным по вектору состояния

$$u_i(t) = -F_i(t) \tilde{x}_i(t), \quad (38)$$

где

$$F_i(t) = R_{2i}^{-1}(t) \tilde{B}_i(t) P_i(t), \quad (39)$$

а матрица  $P_i(t)$  может быть определена из решения уравнения Риккати

$$-\dot{P}_i(t) = R_{1i}(t) - P_i(t)\tilde{B}_i(t)R_{2i}^{-1}(t)P_i(t) + \tilde{A}_i^T(t)P_i(t) + P_i(t)\tilde{A}_i(t) \quad (40)$$

с нулевым конечным условием  $P_i(t_k) = 0$ .

Если жесткие ограничения  $i$ -го канала  $u_i(t) \in U_i$  являются активными, то оптимальное управление  $i$ -го канала является релейным и определяется максимизацией функции Гамильтона  $i$ -го канала, которая в силу линейности системы имеет существенно более простой вид, чем (29).

При оптимальном управлении многоканальной системой (3) по критерию (7) с введенной функцией Гамильтона (8) выполняется следующая гамильтонова система

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = \frac{\partial H(\tilde{\Psi}, \tilde{x}, \tilde{u})}{\partial \tilde{\Psi}}, \quad (41)$$

$$\frac{d\tilde{\Psi}(t)}{dt} = -\frac{\partial H(\tilde{\Psi}, \tilde{x}, \tilde{u})}{\partial \tilde{x}}. \quad (42)$$

Естественно, что при синтезе  $i$ -го канала (27) по критерию (28) с функцией Гамильтона (29) также выполняется гамильтонова система  $i$ -го канала:

$$\frac{d\tilde{x}_i(t)}{dt} = \frac{\partial H_i(\tilde{\Psi}_i, \tilde{x}_i, u_i)}{\partial \tilde{\Psi}}; \quad (43)$$

$$\frac{d\tilde{\Psi}_i(t)}{dt} = -\frac{\partial H_i(\tilde{\Psi}_i, \tilde{x}_i, u_i)}{\partial \tilde{x}_i}. \quad (44)$$

Компонентами вектора состояния  $\tilde{x}(t)$  многоканальной системы (3) являются векторы состояния  $\tilde{x}_i(t)$ , а компонентами вектора сопряженных переменных  $\tilde{\Psi}(t)$  являются часть компонент вектора сопряженных переменных  $\tilde{\Psi}_i(t)$   $i$ -го канала, так как в вектор состояния расширенного  $i$ -го канала  $\tilde{x}_i(t)$  входит вектор состояния  $\tilde{x}_i(t)$   $i$ -го канала и вектор состояния  $\tilde{x}_{bi}(t)$  эквивалентного задающего воздействия. Естественно, что полученные в ходе декомпозиции решения  $\tilde{x}_i(t)$ ,  $\tilde{\Psi}_i(t)$  могут не совпадать с глобальным оптимумом  $\tilde{x}(t)$ ,  $\tilde{\Psi}(t)$ , и, следовательно, значения локальных критериев (28) отличаются от глобального (7).

Рассмотренная процедура декомпозиции подобна алгоритму Корнаи — Липтака [11] централизованного распределения ресурсов и децентрализованного определения целей. При таком подходе синтез каждого  $i$ -го канала осуществляется из условия «выжимания» минимальной дисперсии ошибки  $i$ -канальной системы за счет наиболее полного использования ресурсов управления  $u_i$   $i$ -го канала управления. В то же время, как следует непосредственно из теоремы Куна — Таккера [11], необходимым условием глобального оптимума является равенство двойственных оценок

$$\left. \frac{\partial J}{\partial u_i} \right|_{w_i} = \left. \frac{\partial J}{\partial u_i} \right|_{w_2} = \dots = \left. \frac{\partial J}{\partial u_i} \right|_{w_n}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (45)$$

Если же значение двойственной оценки  $\partial J / \partial u_i$  при синтезе  $(k+1)$ -го канала меньше, чем при синтезе  $k$ -го канала, то целесообразно перераспределить часть ресурса управления  $\Delta u_i$  таким образом, чтобы уменьшить ошибку  $(k+1)$ -канальной системы. При этом в силу блочно-диагонального вида векторной функции  $\tilde{f}(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))$  многоканальной системы (3) ошибка  $k$ -канальной системы может несколько увеличиваться. Алгоритмы рационального перераспределения ресурсов приведены в [2].

Заметим, что если при вычислении оптимального управления  $k$ -го канала используется вектор сопряженных переменных  $\tilde{\Psi}_k$ , то часть соответствующих двойственных оценок (45) может быть вычислена непосредственно по формулам (43), (44). Если же вычисление оптимального управления осуществляется по явной схеме решением уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана (32) или для линейных систем решением уравнения Риккати (40), то искомые двойственные оценки находятся численным дифференцированием непосредственно по формулам (45).

При максимизации функции Гамильтона (29) оптимальная траектория находится в виде программного движения. В рассматриваемом классе систем управления начальные условия  $x_{0i}$  обычно не заданы, и, следовательно, оптимальное управление необходимо искать в виде явной функции вектора переменных состояния  $\tilde{x}_i(t)$  из решения уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана (32). Это уравнение может быть решено точно лишь в исключительно простых случаях. Один из наиболее эффективных способов [12] приближенного решения этого уравнения для технических приложений связан с разложением нелинейных функций:

$$\tilde{f}_i(\tilde{x}_i, u_i) = \hat{f}_i(\tilde{x}_i) + \tilde{B}_i u_i; \quad (46)$$

$$f_{0i}(\tilde{x}_i, u_i) = \hat{f}_{0i}(\tilde{x}_i) + P_i u_i \quad (47)$$

в сходящие степенные ряды

$$\hat{f}_i(\tilde{x}_i) = f_i^{(1)}(\tilde{x}_i) + \dots + f_i^{(k)}(\tilde{x}_i) + \dots; \quad (48)$$

$$\hat{f}_{0i}(\tilde{x}_i) = f_{0i}^{(2)}(\tilde{x}_i) + \dots + f_{0i}^{(k)}(\tilde{x}_i) + \dots, \quad (49)$$

где символ « $k$ » указывает порядок формы, что позволяет реализовать оптимальное управление в форме нелинейных обратных связей (порядка  $k$ ) по вектору состояния  $i$ , и, следовательно, существенно упростить техническую реализацию системы. Преимуществом этого метода является возможность получения приближенного решения с заданной точностью надлежащим выбором числа членов в рядах (48), (49) с достаточно простой оценкой погрешностей приближенного решения. В частности, если в рядах (48), (49) оставить лишь первые члены, то синтезируемая система является линейной с квадратичным функционалом качества и линейное оптимальное управление может быть найдено из решения уравнения Риккати (40).

Известно [7], что задача минимизации интегрального квадратичного критерия качества (15) в детерминированной задаче управления линейной системой (13) эквивалентна задаче управления стохастической системой, возбуждае-

мой векторным сигналом типа белого шума по стохастическому критерию. При синтезе  $i$ -го канала эквивалентное задающее воздействие также формируется с помощью стохастической системы, возбуждаемой векторным сигналом типа белого шума, и, следовательно, расширенная система  $i$ -го канала также возбуждается векторным сигналом типа белого шума, а оптимальное управление минимизирует стохастический критерий. Для реализации оптимального регулятора необходим весь вектор состояния. Обычно доступны для измерения лишь некоторые компоненты вектора состояния или их комбинации. В этом случае для восстановления всего вектора состояния используют различные наблюдающие устройства. В частности, для линейных систем восстановление вектора состояния по измеренному вектору с помехой типа белого шума используют линейную оптимальную оценку с помощью фильтра Калмана — Бьюси.

Преимущество такого подхода к приближенному синтезу многоканальной системы заключается также в том, что на каждом этапе итерации синтезируются устойчивые управления для отдельных  $i$ -х каналов, а за счет автономности многоканальной системы по устойчивости при устойчивых отдельных каналах, выполняющейся точно для итерационных [3] и приближенно для квазиитерационных [1] систем, обеспечивается устойчивостью многоканальной системы в целом.

**Пример.** В качестве примера рассмотрим синтез трехканальной системы автоматического регулирования толщины (САРТ) полосы реверсивного стана холодной прокатки. Основным силовым каналом регулирования толщины является канал электропривода нажимных винтов (ЭПНВ), с помощью которого удается компенсировать лишь самые низкочастотные составляющие спектра разнотолщинности подката. Вторым каналом «тонкого» регулирования полосы является регулирование заднего натяжения с помощью согласованного управления скоростью привода на многоклетевых станах или с помощью электропривода задней моталки (ЭПМ) на реверсивных одноклетевых станах. Третьим, наиболее быстро действующим, но и самым маломощным каналом регулирования толщины полосы является электрогидравлический привод (ЭГП) распора опорных валков.

Основным возмущением в системе автоматической стабилизации толщины полосы является продольная разнотолщинность подката, для компенсации которой и служит система. Как показали многочисленные исследования [13], корреляционные функции случайного изменения продольной разнотолщинности как горячекатаного, так и холоднокатаного проката в первом приближении могут быть аппроксимированы экспонентно-косинусной зависимостью

$$R(\tau) = D e^{-\alpha \tau} \cos \beta \tau.$$

В этом случае оператор формирующего фильтра случайного процесса от некоррелированного источника случайного сигнала типа белого шума

единичной интенсивности имеет вид

$$V(P) = \frac{V(m+P)}{P^2 + 2\alpha P + m^2},$$

где  $m^2 = \alpha^2 + \beta^2$ ;  $V = \sqrt{2D\alpha}$ .

Примем переменные состояния модели формирующего фильтра в виде

$$x_{1b}(t) = r(t); \quad x_{2b}(t) = \frac{dr(t)}{dt},$$

тогда модель фильтра переменных состояния

$$x_1(t) = \{x_1 r(t), x_2 r(t)\}^\top$$

описывается уравнением (34), где

$$A_b = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -m^2 & -2\alpha \end{vmatrix}; \quad V_b = V^2 \begin{vmatrix} 1 & 2\alpha \\ (2\alpha-m) & (2\alpha-m^2) \end{vmatrix}.$$

В качестве примера рассмотрим реализацию оптимальных регуляторов для второго пропуска стали У8Г, прокатываемой на реверсивном стане холодной прокатки 850 Новосибирского металлургического завода им. А. Н. Кузьмина. В этом случае параметры корреляционной функции спектральной плотности разнотолщинности подката равны:  $D = 36 \cdot 10^{-4}$ ;  $\alpha = 1,5$ ;  $\beta = 5$ , и, следовательно, матрица состояния модели формирующего фильтра равна

$$A_b = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -27 & -3 \end{vmatrix},$$

а матрица корреляционных моментов

$$V_b = \begin{vmatrix} 10^{-2} & -2,2 \cdot 10^{-2} \\ -2,2 \cdot 10^{-2} & 4,6 \cdot 10^{-2} \end{vmatrix}.$$

Рассмотрим синтез оптимального первого канала ЭПНВ, для которого в первом приближении расширенная система описывается линейным уравнением (37), в котором

После выбора весовых матриц  $R_1(t)$ ,  $R_2(t)$  в функционале (15) по методике (2) и интегрирования уравнений Риккати определены матрицы оптимальных регуляторов и наблюдателей

$$F^0 = \{2,34 \quad 19,3 \quad 15,0 \quad 1,01 \quad 2,5\};$$

$$K = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 22 \quad 34\}.$$

Заметим, что электропривод нажимных винтов можно считать линейной системой лишь при сравнительно небольших входных сигналах и без учета сил сухого трения в паре винт — гайка. При больших входных сигналах электропривод нажимных винтов становится существенно нелинейной системой. Для упрощения технической реализации приближенного оптимального нелинейного регулятора для системы (46) — (49) на вход канала электропривода нажимных винтов включено нелинейное звено, реализующее параболический регулятор толщины [14]. За счет выбора наклона линейного участка вблизи начала координат реализуется оптимальное управление линеаризованной системой при небольших входных сигналах. При больших входных сигналах в системе приближенно реализуется предельное быстродействие подачей на вход регулятора максимально допустимого управляемого воздействия.

Второй и третий каналы работают по ошибке основного силового канала и эквивалентный спектр задающего воздействия для этих каналов имеет существенно меньшие значения, поэтому эти каналы практически всегда работают в зонах линейностей и их синтез может быть выполнен по линейной теории.

На рис. 1 показана упрощенная принципиальная схема трехканальной системы. Для реализации оптимального управления по состоянию каждый канал имеет модель возмущающего воздействия (наблюдатель), с помощью которого восстанавливается вектор переменных состояния. Оптимальный регулятор представляет обратные связи по переменным состояния объекта управления каждого канала, так и по переменным состояния возмущающего воздействия, восстанавливаемых с помощью наблюдателя устройства.

Для повышения эксплуатационной надежности работы каналы электропривода нажимных винтов практически без снижения результирующей точности работы САРТ на входе канала включено нелинейное звено типа зоны нечувствительности, что позволило уменьшить количество включений электропривода нажимных винтов и уменьшить износ махинооборудования нажимных винтов.

Исследование САРТ с электрогидравлическим приводом распора опорных валков на стане 850 НМЗ показало ее достаточно высокую эффективность. В ходе прокатки проводились всесторонние исследования эффективности работы САРТ по сравнению с ручным режимом. Анализ корреляционных функций и спектральных плотностей продольной разнотолщинности по проходам при прокатке стали 7ХНМ в шесть проходов показывал, что САРТ уменьшает низкочастотные и среднечастотные составляющие спектральной плотности продольной разнотолщинности. Однако следует заметить, что в неко-

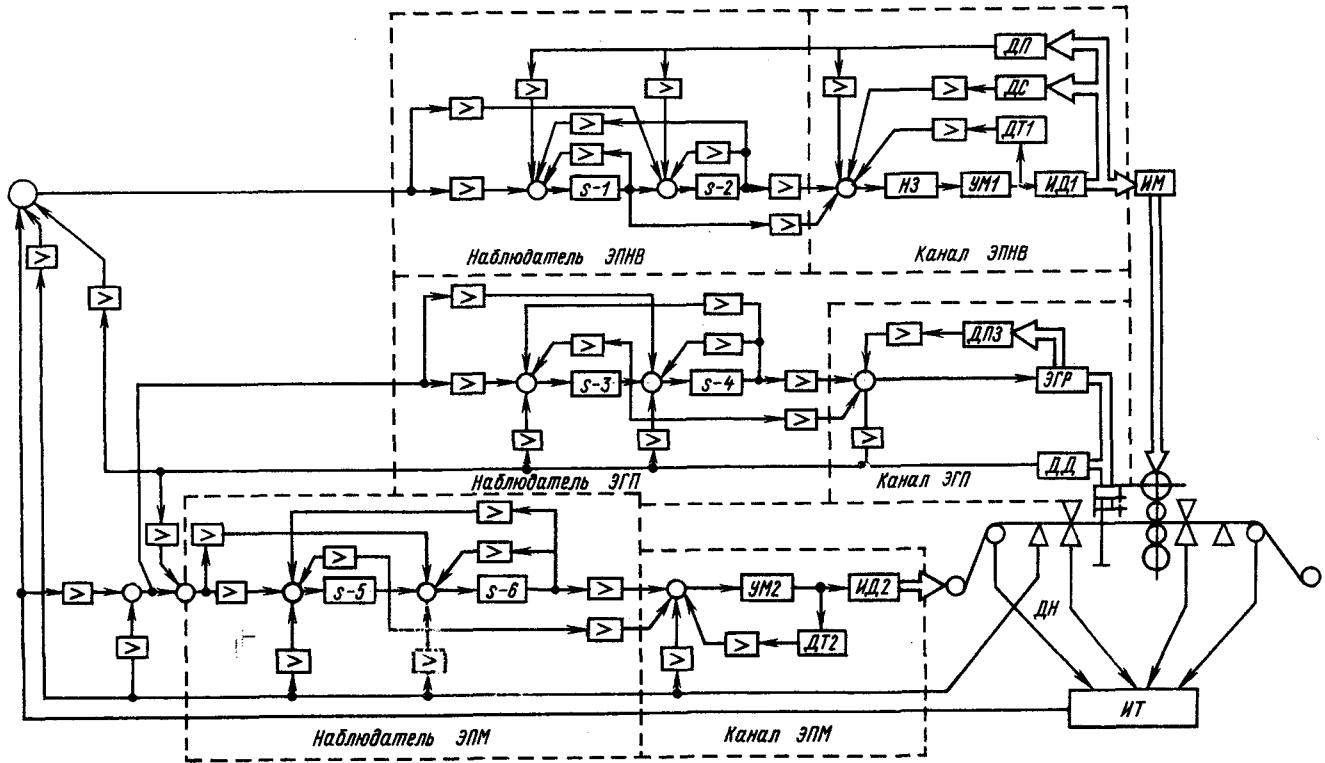


Рис. 1. Упрощенная функциональная схема трехканальной системы автоматического регулирования толщины полосы

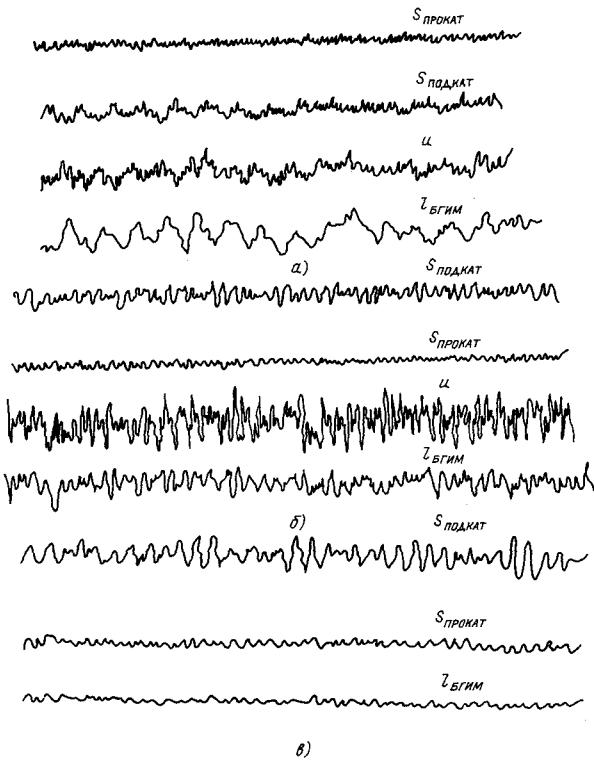


Рис. 2. Продольная разнотолщинность подката, проката, управляющего воздействия и изменения положения беспоршневого гидравлического исполнительного механизма при прокатке сталей: а — 7ХНМ шириной 465 мм во втором пропуске с толщиной 2,0 мм на толщину 1,55 мм; б — 29НК шириной 595 мм в пятом пропуске с толщины 1,17 мм на толщину 1,10 мм; в — 08КП шириной 680 мм в третьем пропуске с толщины 1,0 мм на толщину 0,45 мм

торых случаях, особенно при прокатке трудно деформируемых сталей с высокой неравномерностью механических свойств по длине полосы и высокой наследственной разнотолщинностью, в последних пропусках наблюдалось незначительное возрастание относительной доли разнотолщинности в высокочастотном участке спектральной плотности. Это, по-видимому, происходит из-за недостаточно высокого быстродействия канала регулирования толщины с помощью электрогидравлического привода распора опорных валков.

Точность многоканальной системы в значительной степени определяется самым быстродействующим каналом. Поэтому канал электрогидравлического привода распора опорных валков был заменен оригинальным отечественным короткоходовым беспоршневым электрогидравлическим исполнительным механизмом (БГИМ).

На рис. 2 показаны продольная разнотолщинность подката, проката, управляющего воз-

действия и изменения положения БГИМ при прокатке сталей. Как следует из приведенных осциллограмм, САРТ с БГИМ позволяет устойчиво вести прокатку с разнотолщинностью, не превышающей 1 %. Причем, для компенсации разнотолщинности подката из мягких хорошо деформируемых сталей в первых проходах требуются существенно меньшие размеры перемещения БГИМ по сравнению с прокаткой трудно деформируемых сталей в последних пропусках с высокой жесткостью полосы.

В заключение заметим, что реализация системы на управляющей микро-ЭВМ позволило существенно упростить перестройку регуляторов от прохода к проходу и от полосы к полосе. Однако для некоторых сортаментов спектральный состав продольной разнотолщинности сильно изменяется от полосы к полосе, что требует применения адаптивного управления [15].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов Б. И. Синтез структур многоканальных следящих систем.— Электричество, 1987, № 3.
2. Кузнецов Б. И. Декомпозиция оптимального синтеза многоканальных следящих систем.— Электричество, 1989, № 3.
3. Осмоловский П. Ф. Итерационные многоканальные системы автоматического управления.— М.: Советское радио, 1969.
4. Следящие приводы / Под ред. Б. К. Чемоданова. Книга первая.— М.: Энергия, 1976.
5. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понtryгин.— М.: Наука, 1983.
6. Брайсон, Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления.— М.: Мир, 1972.
7. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления.— М.: Мир, 1977.
8. Викторов Б. В. О декомпозиции линейных нестационарных систем автоматического управления.— ДАН СССР, 1981, т. 256, № 5.
9. Геращенко Е. И., Геращенко С. М. Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем.— М.: Наука, 1975.
10. Кузнецов Б. И. Об управляемости, наблюдаемости и стабилизируемости одного класса многоканальных систем высокой точности.— Изв. вузов. Электромеханика, 1990, № 5.
11. Первозванский А. А., Гайцгори В. Г. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация.— М.: Наука, 1979.
12. Тригуб М. В. Приближенно-оптимальная стабилизация одного класса нелинейных систем.— Автоматика и телемеханика, 1987, № 1.
13. Кузнецов Б. И. Оптимизация на ЭВМ двухканального электропривода по аппроксимированной спектральной плотности.— Электротехника, 1987, № 4.
14. Работа параболического регулятора положения в цифровой САРТ / А. С. Филатов и др.— ЭП. Электропривод, 1979, вып. 5 (76).
15. Борцов Ю. А., Поляков Н. Д., Путов В. В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением.— Л.: Энергоатомиздат, 1984.

[31.10.90]

# Искажения апериодических составляющих свободного процесса при численном моделировании линейных электрических цепей

БОРОДУЛИН М. Ю., канд. техн. наук

Ленинград

При численном моделировании переходных процессов линейных электрических цепей основные вычислительные проблемы, связанные с устойчивостью и точностью решения дифференциальных уравнений, определяются воспроизведением свободного процесса. Практика электротехнических расчетов показывает, что при выборе метода и шага численного интегрирования, обеспечивающих удовлетворительное воспроизведение свободного процесса, точность моделирования вынужденного процесса обычно оказывается вполне достаточной. Особенно высокие требования к качеству воспроизведения свободного процесса предъявляются при моделировании цепей с частыми коммутациями, когда на интервалах времени между соседними коммутациями «инициализируемый» свободный процесс не успевает вполне затухнуть (примером являются электрические цепи с вентилями). Широкое применение при решении подобных задач нашли одношаговые методы численного интегрирования, изучение свойств которых поэтому имеет важное практическое значение.

В [1] показано, что такая общепринятая характеристика точности методов, как величина локальной методической ошибки (ошибки усечения) [2—4] не позволяет выявить существенные особенности воспроизведения свободного процесса, а в некоторых случаях создает неадекватные представления о свойствах методов. Основные механизмы формирования погрешности могут быть установлены путем анализа искажений для отдельных составляющих свободного процесса на основе методики [1]. Характеристики искажений, предложенные в этой статье, по сути являются характеристиками точности методов и дают исчерпывающее представление о целесообразности применения того или иного метода для конкретной задачи.

В [5] рассмотрены явления, обусловленные искажениями колебательных составляющих свободного процесса, и показано, что при численном интегрировании на основе одношаговых методов происходит своеобразная фильтрация составляющих, а методы действуют подобно электрическим частотным фильтрам различных типов. Учет или искусственное формирование фильтрующих свойств методов позволяет повысить эффективность моделирования.

Задачей данной статьи является анализ различных искажений, которым подвергаются апериодические составляющие моделируемого свободного процесса при использовании одношаговых методов. Ограничимся случаем, когда среди вещественных собственных значений матрицы коэффициентов системы дифференциальных уравнений  $\lambda = \alpha$  отсутствуют кратные, и рассмотрим только

устойчивые электрические цепи ( $\alpha \leq 0$ ); шаг численного интегрирования  $h$  будем считать постоянным.

Если представить отдельную апериодическую составляющую моделируемого свободного процесса, определяемую собственным значением  $\lambda = \alpha$  (будем для кратности говорить также «составляющая  $\lambda$ »), в виде функции времени  $\xi_\lambda(t)$ , то результатом ее искажений при численном решении являются следующие обстоятельства. Составляющая  $\xi_\lambda(t)$  может «растягиваться» или «сжиматься» вдоль оси времени при сохранении убывающего характера; убывающая составляющая способна превратиться в возрастающую; известно, что при определенных условиях апериодическая составляющая может превратиться в колебательную с частотой, определяемой значением шага. Такое разнообразие искажений делает желательным использовать для их обобщенного наименования термин «деформации», вынесенный в название работы, и сохранить термин «искажение» только для характеристики изменений таких параметров составляющих, как затухание и частота. При этом для апериодической составляющей под затуханием понимается отношение ее значения при  $t=0$  к значению при  $t=h$ , а частота равна нулю.

Численное интегрирование исходной системы дифференциальных уравнений при  $h=\text{const}$  описывается системой линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами, собственные значения матрицы которой  $\lambda_p(h)$  определяют отдельные составляющие свободного процесса в численном решении. Связь между составляющей  $\lambda$  и ее «образом» в численном решении, определяемым собственным значением  $\lambda_p(h)$  «составляющей  $\lambda_p(h)$ » — при использовании одношаговых методов имеет вид

$$\lambda_p(h) = f_p(\lambda h).$$

Здесь  $f_p$  — функция метода, которую для большинства применяемых на практике одношаговых методов (явных и неявных) можно обобщить в виде

$$f_p(\lambda h) = \frac{1 + \sum_{i=1}^r k'_i (\lambda h)^i}{1 + \sum_{i=1}^r (-1)^i k''_i (\lambda h)^i}, \quad (1)$$

где  $r$  — порядок (степень) метода;  $k'_i$ ,  $k''_i$  — его коэффициенты причем,  $k''_i = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) для явных методов. Значения коэффициентов  $k'_i$ ,  $k''_i$  следуют из разложений экспоненциальной функции в ряды Тейлора, Паде [6, 7] и некоторые другие. Функцию  $f_p$  называют также функцией устойчивости метода [6].

Искажения затухания  $\delta_n$  и частоты  $\delta_\omega$  для общего случая составляющей  $\lambda = \alpha + j\omega$  в [1]

определенены как

$$\delta_n = \frac{\exp(\operatorname{Re} \lambda h)}{|f_p(\lambda h)|} - 1; \quad (2)$$

$$\delta_\omega = \left| \frac{\arg f_p(\lambda h)}{\operatorname{Im} \lambda h} \right| - 1. \quad (3)$$

Основные характеристики одношаговых методов в соответствии с (2), (3), используемые далее, приведены в [8].

Обратимся сначала к деформациям апериодических составляющих  $\lambda = \alpha$ , обусловленным только искажениями затухания. Характеризующие их зависимости  $\delta_n(\alpha h)$  для наиболее распространенных на практике (см., например, [9]) одношаговых методов показаны на рис. 1. Значения коэффициентов  $k'_i, k''_i$  для этих методов общеизвестны и поэтому не приводятся. Поясним, что положительное (отрицательное) значение  $\delta_n$  означает, что составляющая  $\lambda_p(h)$  затухает быстрее (медленнее), чем составляющая  $\lambda$ . Для того чтобы было удобнее судить о вычислительной устойчивости, воспользуемся также зависимостями  $\rho_p(\alpha h)$ , где  $\rho_p = |f_p(\lambda h)|$ , показанными для явных методов на рис. 2. Известное условие устойчивости имеет вид  $\rho_p \leq 1$ .

Определяющую роль в смысле формирования искажений затухания играют нули функции метода. Нуль  $z_n$  соответствует точке комплексной плоскости  $\lambda h$ , для которой  $f_p(z_n) = 0$ , так что  $\delta_n = \infty$  и  $\rho_p = 0$ . Окрестность плоскости  $\lambda h$  около точки  $z_n$  характеризуется очень большими положительными значениями искажения  $\delta_n$ , так что отвечающие ей составляющие  $\lambda = z_n/h$  очень быстро подавляются в численном решении. С точки зрения воспроизведения апериодических составляющих  $\lambda = \alpha$  наиболее интересен случай, когда

один из нулей функции метода  $z_n$  расположен на вещественной оси  $\alpha h$  плоскости  $\lambda h$ . Таким свойством обладают все явные методы нечетных порядков и методы Паде нечетных порядков.

Можно провести определенную аналогию между воспроизведением этими методами апериодических составляющих, отвечающих полосе с большими искажениями затухания, и прохождением сложного гармонического сигнала через заграждающий электрический частотный фильтр. К числу методов, действующих подобно заграждающему фильтру, относятся, в частности, явные методы Эйлера ( $r=1, z_{n\alpha}=-1$ ) и Кутта — Мерсона ( $r=5, z_{n\alpha}=-2,42$ ), неявный метод Паде первого порядка (Паде-1) ( $r=1, z_{n\alpha}=-2$ ). Далее будет показано, что явным методом в дополнение к имеющимся (или отсутствующим) у них могут быть приданы искусственные свойства заграждающего фильтра в отношении составляющих из заданного диапазона значений  $\alpha h$ .

Из рис. 1, 2 видно, что явные методы четных порядков (Эйлера — Коши и Рунге — Кутта четвертого порядка) — собственно неявные (Эйлера и Эйлера — Коши), для которых  $k'_i=0$  ( $i=1, 2, \dots, r$ ), и метод Паде второго порядка (Паде-2) всегда уменьшает затухание апериодических составляющих ( $\delta_n < 0$ ), что объясняется отсутствием у функций этих методов нулей на оси  $\alpha h$ . Однако неявные методы устойчивы при воспроизведении любых апериодических составляющих ( $\rho_p \leq 1$  вдоль всей оси  $\alpha h$ , что отражает их  $A$ -устойчивость). Для явных методов  $\delta_n < 0$  при  $\rho_p > 1$  означает, что убывающие апериодические составляющие в численном решении превращаются в возрастающие, и соответствуют вычислительной неустойчивости.

Проиллюстрируем явление деформации апериодических составляющих на примере моделирования цепной схемы из  $N$  ячеек, каждая из которых содержит конденсатор и резистор. Пусть при  $N=3$  собственные значения, определяющие апериоди-

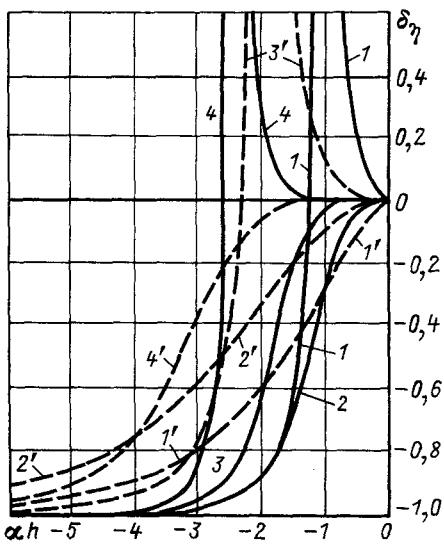


Рис. 1. Характеристики искажений затухания апериодических составляющих. Явные методы (сплошные линии): 1 — Эйлер, 2 — Эйлер — Коши, 3 — Рунге — Кутта четвертого порядка, 4 — Кутта — Мерсона. Неявные методы (штриховые линии): 1' — Эйлер, 2' — Эйлер — Коши, 3' — Паде первого порядка (трапеций), 4' — Паде второго порядка

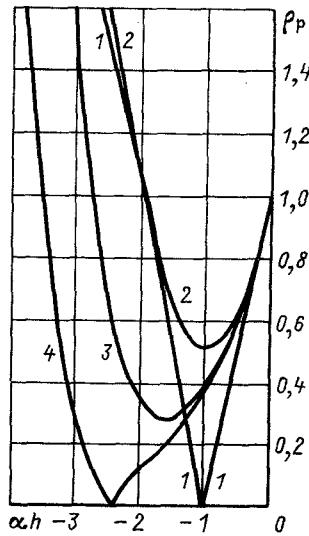


Рис. 2. Зависимости  $\rho_p(\alpha h)$ , характеризующие вычислительную устойчивость процесса численного интегрирования. Обозначения соответствуют использованным для рис. 1

ческие составляющие свободного процесса, таковы, что  $(\alpha h)_1 = -0,1$ ,  $(\alpha h)_2 = -2$ ,  $(\alpha h)_3 = -20$ . Кривые рис. 1 и 2 позволяют судить о значениях  $\delta_n$  и  $\rho_p$  для первых двух составляющих; для второй составляющей при использовании метода Паде-1  $\delta_n \approx 3 \cdot 10^4$ . Осциллограммы свободного процесса, полученные при  $h \approx 55 \cdot 10^{-6}$  с (т. е.  $1^\circ$ ), показаны на рис. 3. Видно, насколько существенно могут различаться результаты в зависимости от примененного метода. Пояснения к характеру кривой 2 будут даны ниже.

Наряду с обычными одношаговыми методами в практике моделирования находят применение различные их модификации, а также специальные алгоритмы и методы, ориентированные на решение задач определенного типа. Такие способы численного решения позволяют увеличивать шаг расчета, уменьшать число арифметических операций на шаге и т. п. и направлены на снижение вычислительных затрат при обеспечении необходимой точности решения. Некоторые из этих способов с точки зрения воспроизведения апериодических составляющих обладают особенностями, которые следует учитывать при проведении вычислительных экспериментов.

Так, в [10] предложен алгоритм приближенной реализации метода Паде-2, рекомендованный для случаев, когда матрица коэффициентов системы дифференциальных уравнений обладает характерной трехлучевой структурой, описанной в [11]. Функция  $f_p$  самого метода Паде-2 имеет коэффициенты  $k'_1 = k''_1 = \frac{1}{2}$ ,  $k'_2 = k''_2 = \frac{1}{12}$ ; для предложенной в [10] модификации

$$f_p(\lambda h) = \frac{1 + \frac{1}{2} \lambda h + (1 - \varepsilon^2) \frac{1}{16} (\lambda h)^2}{1 - \frac{1}{2} \lambda h + (1 - \varepsilon^2) \frac{1}{16} (\lambda h)^2}, \quad (4)$$

где  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ .

Поясним назначение модификации (4).

Трехлучевая структура типична для матриц коэффициентов при моделировании сложных электрических цепей, рассматриваемых во многих задачах электротехники и электроэнергетики, и отражает блочный характер математического описания объекта исследования. Для таких задач с целью сокращения числа арифметических операций на шаге в [11] предложен эффективный способ реализации неявных методов, учитывающий структурные особенности матрицы коэффициентов. Однако трехлучевая структура, как правило, исчезает уже при возведении матрицы в квадрат, так что способ [11] может быть реализован только для неявных методов первого порядка.

Функция метода  $f_p$  для модификации может быть представлена в виде суммы двух дробей со знаменателями  $1 - \lambda h (1 + (-1)^l \varepsilon) / 4$ ,  $l = 1, 2$ . Это позволяет реализовать модификацию (4) как комбинацию на шаге расчета двух методов первого порядка, каждый из которых допускает применение эффективного способа решения из [11]. Для само-

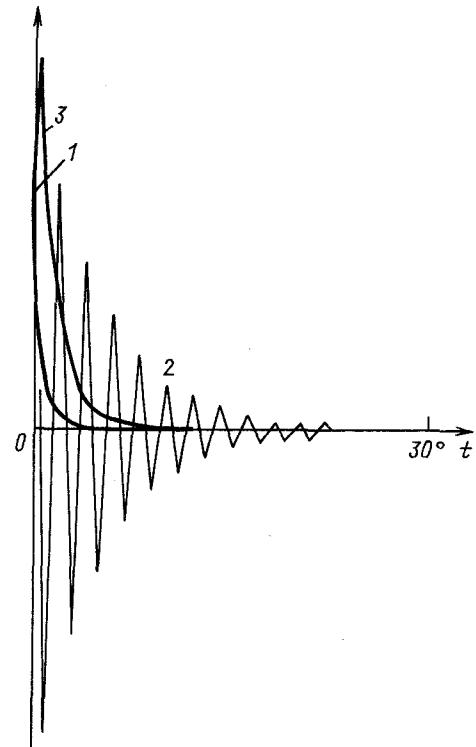


Рис. 3. Свободный процесс цепной схемы при  $N=3$ : 1 — неявный метод Эйлера, 2 — метод Паде-1, 3 — метод Паде-2

го же метода Паде-2 функция  $f_p$  к сумме двух дробей нужного вида сведена быть не может.

Анализ искажений  $\delta_n$  и  $\delta_\omega$  для модификации (4) показывает, что она А-устойчива и обладает хорошими характеристиками точности при воспроизведении колебательных, в том числе и слабозатухающих, составляющих. При моделировании цепей, свободный процесс которых формируется в основном колебательными составляющими, модификация (4) практически не уступает исходному методу по точности и в то же время очень существенно снижает вычислительные затраты на шаге. Однако в смысле воспроизведения апериодических, а также и быстрозатухающих низкочастотных составляющих, когда  $\omega \ll |\alpha|$ , модификация существенно отличается от исходного метода. Функция  $f_p$  для нее имеет два нуля на вещественной оси

$$z_{n\alpha l} = -\frac{4}{1 + (-1)^l \varepsilon}, \quad l = 1, 2,$$

около которых формируется весьма широкая (см. рис. 4) полоса с очень большими значениями искажения  $\delta_n$ , так что модификация приобретает свойства «заграждающего фильтра», причем более мощного, чем в случае метода Паде-1 (см. кривую 1 на рис. 4), который имеет только один нуль  $z_{n\alpha} = -2$ .

В качестве примера специального метода, обладающего особыми характеристиками в смысле воспроизведения затухания апериодических составляющих, рассмотрим явный метод с формулой

$$f_p(\lambda h) = f_{pB}(\lambda h) (1 - \lambda h / z_{n\alpha}^*)^R, \quad (5)$$

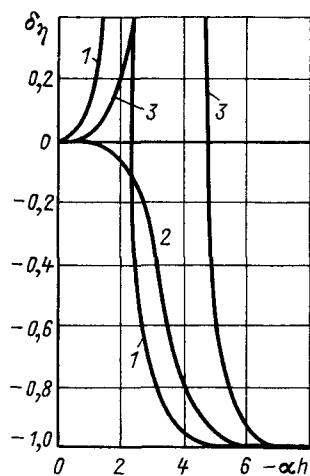


Рис. 4. Характеристики искажений затухания апериодических составляющих: 1 — метод Паде-1, 2 — метод Паде-2, 3 — модификация (4) при  $\epsilon=0-0,05$

где  $f_p(\lambda h)$  — функция так называемого базового метода;  $z_a^*$  — вещественное число;  $R$  — натуральное число ( $R \neq 0$ ).

Метод (5) представляет частный случай методов с управляемой устойчивостью [1] и обладает высокой эффективностью при моделировании электрических цепей, свободный процесс которых содержит апериодическую составляющую  $\lambda^* = \alpha^*$ , затухающую существенно быстрее, чем остальные (как апериодические, так и колебательные, которые будем считать основными), однако не представляющую интереса.

При  $z_a^* = \alpha^* h$  метод (5) воспроизводит составляющую  $\lambda^* = \alpha^*$  с искажением  $\delta_\eta = \infty$  и, следовательно, обеспечивает ее быстрое подавление в численном решении без нарушения устойчивости. Тогда шаг  $h$  может быть выбран по условиям воспроизведения основных составляющих и оказывается значительно больше, чем необходимо для устойчивости базового метода при воспроизведении составляющей  $\lambda^* = \alpha^*$ . Под базовым здесь понимается обычный явный метод (например, Эйлера и Эйлера — Коши), которому метод (5) эквивалентен по искажениям  $\delta_\eta$  и  $\delta_\omega$  для основных составляющих.

Метод (5) может быть использован и в случае, если необходимо подавить целый набор относительно близких составляющих  $\lambda_i^* = \alpha_i^*$ , для него необходимо лишь создать на оси  $\alpha h$  соответствующую зону, отвечающую большим значениям искажения  $\delta_\eta$ . Размер этой зоны и уровень искажений определяются как положением точки  $z_a^*$ , так и параметром  $R$ , который представляет собой кратность нуля функции метода.

Величины  $z_a^*$ ,  $R$  выступают в качестве своеобразных управляющих параметров и позволяют формировать для метода (5) необходимые характеристики  $\delta_\eta(\alpha h)$ . При относительно небольших значениях  $|z_a^*|$ , когда составляющая  $\lambda^* = \alpha^*$  затухает быстрее остальных, но так, что затухания различаются не более, чем в несколько раз, метод с функцией (5) по точности воспроизве-

дения основных составляющих может заметно отличаться от базового метода даже при минимально возможной кратности  $R=1$ . Вообще говоря, и при  $R < 1$  (когда  $R=1/\kappa$ , где  $\kappa=1, 2, \dots$ ) метод (5) может быть приближенно реализован на основе алгоритма, оперирующего правыми частями системы дифференциальных уравнений, типа обычно применяемых для явных методов.

Свойства метода при  $R < 1$  заметно улучшаются в отношении основных составляющих, однако ширина полосы на оси  $\alpha h$ , где велики искажения  $\delta_\eta$ , оказывается весьма малой. Практически метод (5) может быть эффективен, если  $|z_a^*|$  составляет не менее нескольких десятков. Отметим здесь, что аналогичные особенности имеют и методы с управляемой устойчивостью, ориентированные на моделирование цепей с преобладанием в свободном процессе колебательных составляющих очень высокой частоты.

Обратимся теперь к деформациям апериодических составляющих  $\lambda = \alpha$ , обусловленных искажением их частоты (равной нулю). При численном решении составляющая  $\xi_\alpha(t)$  воспроизводится как

$$\xi_\alpha[n] = (f_p(\alpha h))^n \xi_\alpha[0], \quad n = 1, 2, \dots,$$

где  $n$  — номер шага;  $\xi_\alpha[0]$  — начальное значение составляющей.

Если  $f_p(\alpha h) < 0$ , то величина  $\xi_\alpha[n]$  на каждом шаге расчета изменяет знак, и в численном решении появляется не имеющая физического смысла колебательная составляющая. О тенденции изменения ее огибающей можно судить по величине  $L = \lim_{\alpha h \rightarrow +\infty} f_p(\alpha h)$ ; если  $L = -1$ , то не имеющая физического смысла колебательная составляющая при больших значениях  $|\alpha h|$  затухает очень медленно. Такое свойство в [2, 3, 12] было установлено для метода Паде-1. Так, в [2] указывается, что быстрозатухающей апериодической составляющей может соответствовать в численном решении отнюдь не быстрозатухающая колебательная, причем этот эффект, названный «звоном», весьма типичен для метода Паде-1 при относительно больших значениях шага и способен привести к ошибочной трактовке результатов расчета. Однако анализ выражения (1) показывает, что «звон» в решении может быть присущ и другим методам — как явным, так и неявным.

Условие появления «зыва», очевидно, имеет вид  $f_p(\alpha h) < 0$ , а величина  $L$  для метода с функцией  $f_p$  вида (1) составляет  $L = (-1)^r k'_r / k_r$ . Поскольку в нашем случае  $\alpha \leq 0$ , для собственно неявных методов ( $k'_r = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ ) всегда  $f_p = (\alpha h) > 0$ , т. е. «звон» в решении принципиально невозможен, и  $L = 0$ , что отражает А-устойчивость этих методов. Для явных методов ( $k'_r = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ ) возможно  $f_p(\alpha h) < 0$ , а  $L = (-1)^r \infty$ , что отражает их ограниченную устойчивость при воспроизведении апериодических составляющих и свидетельствует о том, что «звон» должен быть характерен только для методов нечетных порядков. Наконец, для методов Паде порядка  $r$ , когда  $k'_r = k''_r = p_r$  ( $p_r$  — коэффициент, следующий из раз-

ложении экспоненты в ряд Паде),  $L = (-1)'$ , так что «звон» может проявиться также только при нечетных  $r$ . Кривая 2 на рис. 3 иллюстрирует «звенящее» решение при моделировании рассмотренной выше цепной схемы, обусловленное составляющей, для которой  $(\alpha h)_3 = -20$ .

Можно показать (см. [13]), что «звон» присущ любому одношаговому методу, функция которого  $f_p$  имеет хотя бы один нуль  $z_{n\alpha}$  не вещественной оси  $\alpha h$ . Для метода, имеющего единственный нуль  $z_{n\alpha}$ , условие появления «звона» при моделировании составляющей  $\lambda = \alpha$  имеет вид  $h > |z_{n\alpha}/\alpha|$  (что эквивалентно условию  $f_p = (\alpha h) < 0$ ).

Выясним частоту составляющей, возникающей при «звоне». В общем случае, когда  $\lambda = \alpha + j\omega$  ( $\omega \neq 0$ ), частота составляющей  $\lambda_p(h)$  в численном решении

$$\omega_p(h) = \frac{1}{h} |\arg f_p(\lambda h)|. \quad (6)$$

В нашем случае, когда  $\omega = 0$ , при  $f_p(\alpha h) > 0$  получаем  $\omega_p(h) = 0$ , так что апериодический характер составляющей в численном решении сохраняется. При  $f_p(\alpha h) < 0$  из (6) следует, что  $\omega_p(h) = \pi/h$ , т. е. апериодическая составляющая  $\lambda = \alpha$  превращается в колебательную со значением частоты, приведенным к шагу,  $\omega_p(h)h$ , равным  $\pi$ . В соответствии с (3) получаем  $\delta_\omega = \infty$ , т. е. «звон» в решении соответствует бесконечно большому искажению частоты. На практике «звон» может приобрести и другую, также неприемлемую форму. При выводе результатов расчета на печать (осциллографировании) с шагом печати, в четное число раз превосходящим шаг интегрирования  $h$ , возникает иллюзия присутствия в численном решении апериодической составляющей, затухание которой значительно меньше, чем у составляющей  $\lambda = \alpha$ .

Явление, близкое к «звону», возникает и при моделировании быстрозатухающих низкочастотных составляющих  $\lambda = \alpha + j\omega$ ,  $\omega \ll |\alpha|$ , которым соответствуют точки комплексной плоскости вблизи вещественной оси  $\alpha h$ . О значениях искажений частоты таких составляющих можно судить по характеристикам, приведенным в [8, 13].

Практически возможность и последствия развития «звона» в решении неодинаковы для тех методов, которые принципиально допускают его появление. Например, для явного метода Эйлера «звон» может возникнуть при моделировании составляющих из весьма узкого диапазона  $-2 < \alpha h < -1$  (при  $\alpha h < -2$  метод уже неустойчив). Кроме того, составляющие вблизи правой границы этого диапазона (вблизи нуля  $z_{n\alpha} = -1$ ) подвергаются очень большим искажениям затухания, что обеспечивает быстрое подавление «звенящей» составляющей в решении. Несколько большую опасность представляет «звон» при использовании явного метода Кутта — Мерсона, поскольку для него в пределах области устойчивости существует достаточно широкая зона, где выполняется условие  $f_p(\alpha h) < 0$ , однако искажения  $\delta_\omega$  недостаточно велики для того, чтобы «звенящая»

составляющая быстро исчезла [14]. Наиболее серьезные ограничения на выбор шага «звон» обусловливают для методов Паде нечетных порядков, когда условие  $f_p(\alpha h) < 0$  выполняется для всех составляющих  $\alpha h < z_{n\alpha}$ , и  $L = 1$ , так что «звенящее» решение весьма медленно затухает.

Таким образом, для широко применяемого в практике моделирования А-устойчивого метода Паде-1 (трапеций), несмотря на отсутствие ограничений шага с точки зрения устойчивости, его увеличение ограничено по условиям точности решения. При воспроизведении апериодических составляющих это определяется описанным выше эффектом «звона», при воспроизведении слабо затухающих высокочастотных составляющих  $\omega \gg |\alpha|$  — эффектом искажения их частоты, описанным в [1, 5]. Нежелательные последствия искажений частоты составляющих  $\omega \gg |\alpha|$  могут быть в значительной степени ослаблены без уменьшения шага  $h$  при использовании модификации метода, коэффициенты которой заданы как

$$k'_1 = \frac{1}{2} - \epsilon, \quad k'_2 = \frac{1}{2} + \epsilon, \quad \text{где } 0 < \epsilon \ll 1 [5].$$

**Выводы.** 1. Численное интегрирование дифференциальных уравнений, описывающих линейные электрические цепи, сопровождается различными деформациями апериодических составляющих свободного процесса. Характер и величина деформации определяются особенностями искажений затухания и частоты.

2. Искажения затухания приводят к тому, что одни методы (явные нечетных порядков, методы Паде нечетных порядков) быстро подавляют в численном решении апериодические составляющие определенного диапазона, действуя подобно заграждающим частотным фильтрам для гармонических сигналов. Другие методы (явные четных порядков, все собственно неявные, «обратные» явным, и методы Паде четных порядков) способны только уменьшать затухание.

3. Искажения частоты апериодических (а также быстрозатухающих низкочастотных) составляющих приводят к тому, что при их воспроизведении в численном решении могут появиться колебательные составляющие со значением частоты, приведенным к шагу, равным  $\pi$  (так называемый «звон» в решении). Этот эффект присущ любому одношаговому методу, функция которого имеет хотя бы один вещественный нуль, и наиболее существен для метода Паде первого порядка.

4. Приведенные в статье характеристики распространенных одношаговых методов предназначены для непосредственного использования при моделировании электрических цепей. Учет всевозможных деформаций апериодических составляющих позволяет выбирать метод и шаг интегрирования таким образом, чтобы обеспечить необходимое качество численного решения при минимуме вычислительных затрат.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бородулин М. Ю., Дижур Д. П., Кадомский Д. Е. Точность численного интегрирования дифференциальных уравнений

нений, описывающих переходные процессы в электрических цепях.— Электричество, 1988, № 6, с. 46—51.

2. Чуа Л. О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем.— М.: Энергия, 1980.— 640 с.

3. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений / Под ред. Дж. Холла и Дж. Уатта.— М.: Мир, 1979.— 312 с.

4. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1986.— 288 с.

5. Бородулин М. Ю. Фильтрация колебательных составляющих свободного процесса при численном интегрировании дифференциальных уравнений линейных электрических цепей.— Электричество, 1990, № 11, с. 49—54.

6. Деккер К., Вервер Я. Устойчивость методов Рунге—Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений.— М.: Мир, 1988.— 332 с.

7. Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации.— М.: Мир, 1980.— 608 с.

8. Бородулин М. Ю. Сравнительные характеристики точности и устойчивости одношаговых методов численного интегрирования / НИИПТ. Л.: Деп. рукопись.— М.: Информэнерго, 1989, № 3009-эн 89.

9. Конев Ф. Б., Ярлыкова Н. Е. Методы численного решения систем дифференциальных уравнений, приме-

няемые в цифровых моделях вентильных преобразователей. Обзорная информация.— М.: Информэлектро, 1978.— 49 с.

10. Бородулин М. Ю. Об одном алгоритме реализации метода Паде второго порядка при моделировании электрических цепей, характеризуемых трехлучевыми матрицами / НИИПТ. Л.: Деп. рукопись.— М.: Информэнерго, 1988, № 2703-эн 88.

11. Бородулин М. Ю., Дижур Д. П., Кадомский Д. Е. Повышение эффективности неявных методов численного интегрирования при цифровом моделировании некоторых электрических цепей / НИИПТ. Л.: Деп. рукопись.— М.: Информэнерго, 1985, № 1910-эн-Д85.

12. Ракитский Ю. В., Устинов С. М., Черноруцкий И. Г. Численные методы решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений.— Л.: Изд-во ЛПИ им. М. И. Калинина, 1977.— 84 с.

13. Бородулин М. Ю. О «звоне» в численном решении при моделировании переходных процессов электрических цепей на основе метода трапеций и других методов численного интегрирования / НИИПТ. Л.: Деп. рукопись.— М.: Информэнерго, 1988, № 2705-эн 88.

14. Бородулин М. Ю. Некоторые особенности явного метода Кутта — Мерсона / НИИПТ. Л.: Деп. рукопись.— М.: Информэнерго, 1988, № 2706 эн-88.

[04.01.90]

УДК 621.314.222.6.014.4.017

## Потери в тороидальных ленточных магнитопроводах трансформаторов повышенной частоты

БОЕВ В. М., ГЛИБИЦКИЙ М. М., УШАКОВА И. В.

Харьковский политехнический институт

В настоящее время для определения потерь на вихревые токи в магнитопроводах трансформаторов, как правило, используется эмпирическая формула Штейнметца или формула потерь, полученная при решении задачи о проникновении плоской электромагнитной волны в бесконечно протяженный ферромагнитный лист [1, 2]. Однако для ленточных магнитопроводов трансформаторов повышенной частоты (до десятков килогерц) расчеты по этим формулам не всегда приводят к желаемым результатам, в частности, вследствие допущения о бесконечно протяженных границах листа.

Настоящая статья посвящена разработке метода расчета потерь на вихревые токи в стальном ленточном магнитопроводе с учетом конечных размеров поперечного сечения ленты и неравномерности распределения вихревых токов по сечению.

В [3, 4] получены соотношения для магнитной индукции в сечении ленты магнитопровода тороидального трансформатора, учитывающие конечную ширину ленты. Для комплексной амплитуды  $\dot{B}_m$  в системе координат  $x, z$  (рис. 1) получено выражение

$$\dot{B}_m(x, z) = \dot{B}_0 [\varphi(x, z) + \psi(x, z)], \quad (1)$$

где

$$\varphi(x, z) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{ch}(\alpha_n z)}{(2n+1) \operatorname{ch}(\alpha_n b)} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a}; \quad (2)$$

$$\psi(x, z) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{ch}(\beta_n x)}{(2n+1) \operatorname{ch}(\beta_n a)} \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2b}. \quad (3)$$

Здесь  $\dot{B}_0$  — граничное значение амплитуды магнитной индукции;  $2a, 2b$  — ширина и толщина ленты;

$$\alpha_n = \frac{1}{2a} \sqrt{2(2ka)^2 j + (2n+1)^2 \pi^2}; \\ \beta_n = \frac{1}{2b} \sqrt{2(2kb)^2 j + (2n+1)^2 \pi^2}; \quad k = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2}} = \frac{1}{\lambda}; \quad (4)$$

$\gamma$  — удельная проводимость материала ленты;  $\omega$  — круговая частота;  $\mu$  — магнитная проницаемость;  $\lambda$  — эквивалентная глубина проникновения поля.

Решение уравнений (1) — (4) позволяет осуществить поставленную задачу определения потерь в ленте. Для этого необходимо сначала найти закон распределения вихревых токов в сечении ленты.

**Распределение вихревых токов в сечении ленты.** Напряженность электрического поля в сечении ленты, ограниченном размерами  $2a, 2b$ , можно определить из первого уравнения Максвелла

$$\vec{E} = \frac{1}{\gamma} \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{\gamma \mu} \left( -\frac{\partial B}{\partial z} \vec{i} + \frac{\partial B}{\partial x} \vec{k} \right),$$

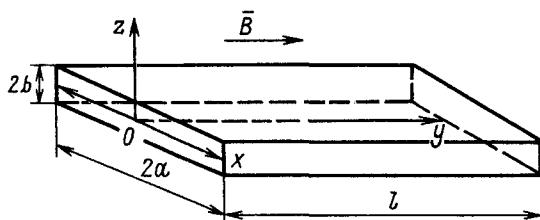


Рис. 1. Участок ленты магнитопровода

откуда составляющие  $\vec{E}$ 

$$E_x = -\frac{1}{\gamma \mu} \frac{\partial B}{\partial z}, \quad E_z = \frac{1}{\gamma \mu} \frac{\partial B}{\partial x}. \quad (5)$$

Казалось бы, используя (5), значения  $E_x$  и  $E_z$  можно найти путем почлененного дифференцирования рядов (2), (3). Однако ряды, полученные в результате почлененного дифференцирования, на границе сечения расходятся. Это обстоятельство не позволяет найти таким путем напряженность электрического поля не только на границе сечения, но и в достаточно близких к границе точках. Поэтому выполним преобразование, существенно улучшающее свойства рядов (2), (3). Положим

$$\tilde{\alpha}_n = \frac{(2n+1)\pi}{2a}; \quad \tilde{\beta}_n = \frac{(2n+1)\pi}{2b}.$$

Учитывая (4), получаем, что при  $n \rightarrow \infty$ 

$$\alpha_n - \tilde{\alpha}_n = \frac{(2n+1)\pi}{2a} \left( \sqrt{1 + \frac{2(2ka)^2 j}{(2n+1)^2 \pi^2}} - 1 \right) \sim \frac{2k^2 aj}{(2n+1)\pi};$$

$$\beta_n - \tilde{\beta}_n \sim \frac{2k^2 bj}{(2n+1)\pi},$$

откуда следует, что  $\alpha_n$  и  $\tilde{\alpha}_n$ ,  $\beta_n$  и  $\tilde{\beta}_n$  при  $n \rightarrow \infty$  эквивалентны и

$$\alpha_n - \tilde{\alpha}_n = 0^* \left( \frac{1}{2n+1} \right); \quad \beta_n - \tilde{\beta}_n = 0^* \left( \frac{1}{2n+1} \right). \quad (6)$$

Представим ряд (2) двумя рядами:

$$\varphi(x, z) = \frac{4}{\pi} [\varphi_1(x, z) + \varphi_2(x, z)], \quad (7)$$

где

$$\varphi_1(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left[ \frac{\operatorname{ch}(\alpha_n z)}{\operatorname{ch}(\alpha_n b)} - \frac{\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n z)}{\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n b)} \right] \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a}; \quad (8)$$

$$\varphi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \frac{\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n z)}{\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n b)} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a}. \quad (9)$$

Члены ряда (8), как следует из (6), имеют более высокий порядок убывания, чем  $\frac{1}{(2n+1)^2}$  ( $n \rightarrow \infty$ ), что дает возможность почленно дифференцировать этот ряд.

Ряд (9) имеет вещественные члены, и поэтому для улучшения его сходимости мы смогли применить методику, близкую к изложенной в [5], и получили (см. приложение):

$$\varphi_2(x, z) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)b-z]\pi}{2a}} + \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)b+z]\pi}{2a}} \right\}. \quad (10)$$

Если теперь к ряду (3) применить преобразования, аналогичные тем, которые применялись к ряду (2), то для функции  $\varphi(x, z)$  получим следующее выражение:

$$\psi(x, z) = \frac{4}{\pi} [\psi_1(x, z) + \psi_2(x, z)], \quad (11)$$

где

$$\psi_1(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left[ \frac{\operatorname{ch}(\beta_n x)}{\operatorname{ch}(\beta_n a)} - \frac{\operatorname{ch}(\tilde{\beta}_n x)}{\operatorname{ch}(\tilde{\beta}_n a)} \right] \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2b}; \quad (12)$$

$$\psi_2(x, z) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2b}}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)a-x]\pi}{2b}} + \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi z}{2b}}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)a+x]\pi}{2b}} \right\}. \quad (13)$$

Вещественные, знакопеременные ряды (10), (13) сходятся равномерно и абсолютно по всему сечению (см. приложение 2).

Новые представления рядов (2) и (3) дают возможность найти напряженность электрического поля и, следовательно, значение вектора плотности вихревых токов  $\delta_x = y \dot{E}_x$ ,  $\delta_z = y \dot{E}_z$  в каждой точке сечения ленты. Действительно, учитывая соотношения (1), (5), (7), (11) и почленно дифференцируя ряды (8), (10), (12), (13), находим

$$\begin{aligned} \delta_x &= \gamma \dot{E}_x = -\frac{4\dot{B}_0}{\pi \mu} \left( \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} + \frac{\partial \psi_1}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} + \frac{\partial \psi_2}{\partial z} \right) = \\ &= -\frac{4\dot{B}_0}{\pi \mu} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left[ \frac{\alpha_n \operatorname{sh}(\alpha_n z)}{\operatorname{ch}(\alpha_n b)} - \frac{\tilde{\alpha}_n \operatorname{sh}(\tilde{\alpha}_n z)}{\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n b)} \right] \times \right. \\ &\quad \times \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a} - \frac{\pi}{2b} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{\operatorname{ch}(\beta_n x)}{\operatorname{ch}(\beta_n a)} - \frac{\operatorname{ch}(\tilde{\beta}_n x)}{\operatorname{ch}(\tilde{\beta}_n a)} \right] \times \\ &\quad \times \sin \frac{(2n+1)\pi z}{2b} + \frac{\pi}{4a} \cos \frac{\pi x}{2a} \sum_{n=0}^{\infty} \times \\ &\quad \times \left[ \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \frac{[(2n+1)b-z]\pi}{2a}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)b-z]\pi}{2a} + \cos^2 \frac{\pi x}{2a}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \frac{[(2n+1)b+z]\pi}{2a}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)b+z]\pi}{2a} + \cos^2 \frac{\pi x}{2a}} \right] - \frac{\pi}{4b} \sin \frac{\pi z}{2b} \times \end{aligned}$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n \operatorname{sh} \frac{[(2n+1)a-x]\pi}{2b}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)a-x]\pi}{2b}} + \right. \\ \left. + \frac{(-1)^n \operatorname{sh} \frac{[(2n+1)a+x]\pi}{2b}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)a+x]\pi}{2b} + \cos^2 \frac{\pi z}{2b}} \right\}. \quad (14)$$

Выражение для  $\delta_z$  можно получить таким же способом:

$$\delta_z = \frac{4B_0}{\pi\mu} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left[ \frac{\operatorname{ch}(\beta_n x)}{\operatorname{ch}(\beta_n a)} - \frac{\tilde{\beta}_n \operatorname{sh}(\tilde{\beta}_n x)}{\operatorname{ch}(\beta_n a)} \right] \times \right. \\ \times \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2b} - \frac{\pi}{2a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{\operatorname{ch}(\alpha_n z)}{\operatorname{ch}(\alpha_n b)} - \frac{\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n z)}{\operatorname{ch}(\alpha_n b)} \right] \times \\ \times \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2a} + \frac{\pi}{4b} \cos \frac{\pi z}{2b} \sum_{n=0}^{\infty} \times \\ \times \left[ \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \frac{[(2n+1)a-x]\pi}{2b}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)a-x]\pi}{2b} + \cos^2 \frac{\pi z}{2b}} - \right. \\ \left. - \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \frac{[(2n+1)a+x]\pi}{2b}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)a+x]\pi}{2b} + \cos^2 \frac{\pi z}{2b}} \right] - \frac{\pi}{4a} \sin \frac{\pi x}{2a} \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^n \operatorname{sh} \frac{[(2n+1)b-z]\pi}{2a}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)b-z]\pi}{2a} + \cos^2 \frac{\pi x}{2a}} + \right. \\ \left. + \frac{(-1)^n \operatorname{sh} \frac{[(2n+1)b+z]\pi}{2a}}{\operatorname{sh}^2 \frac{[(2n+1)b+z]\pi}{2a} + \cos^2 \frac{\pi x}{2a}} \right] \right\}.$$

**Потери на вихревые токи в стальной ленте.** Эти потери могут быть определены с помощью вектора Пойнтинга  $\vec{P}$ , т. е. как поток энергии через боковую поверхность ленты в единицу времени. Индукция на границе сечения ленты предполагается постоянной [2, 3]. Запишем выражение вектора  $\vec{P}$ , учитывая связь между  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , вытекающую из уравнений Максвелла:

$$\vec{P} = [\vec{E}, \vec{H}] = -E_z H_y \vec{i} + E_x H_y \vec{k} = \\ = -\frac{1}{\gamma} \left[ H_y \frac{\partial H_z}{\partial x} \vec{i} + H_y \frac{\partial H_z}{\partial z} \vec{k} \right].$$

Предполагая, что  $H_y = H_m \sin(\omega t + \varphi)$ , усреднением по временному периоду находим

$$\vec{P}_{\text{ep}} = -\frac{1}{2\gamma} \left[ H_m \frac{\partial H_z}{\partial x} \vec{i} + H_m \frac{\partial H_z}{\partial z} \vec{k} \right] = \\ = -\frac{1}{4\gamma} \left( \frac{\partial H_m^2}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial H_m^2}{\partial z} \vec{k} \right). \quad (15)$$

Вихревые потери  $P_v$  в стальной ленте длины  $l$  выражаются потоком —  $\vec{P}_{\text{ep}}$  через боковую поверхность ленты, т. е.

$$P_v = - \iint_{(a)} (\vec{P}_{\text{ep}}, \vec{d}\sigma),$$

где  $\sigma$  — боковая поверхность ленты (рис. 1). Подставив сюда  $\vec{P}_{\text{ep}}$  из (15) и разбив интеграл на интегралы по отдельным граням ( $x=a$ ,  $x=-a$ ,  $z=b$ ,  $z=-b$ ) с учетом симметрии, получим

$$P_v = \frac{l}{\gamma} \left[ \int_0^a \left( \frac{\partial H_m^2}{\partial z} \right)_{z=b} dx + \int_0^b \left( \frac{\partial H_m^2}{\partial x} \right)_{x=a} dz \right]. \quad (16)$$

Если теперь ввести комплексную амплитуду  $\dot{H}_m$ , то  $H_m^2 = |\dot{H}_m|^2 = \dot{H}_m \dot{H}_m^*$  ( $\dot{H}_m^*$  — сопряженное значение), и (16) можно придать следующий вид:

$$P_v = \frac{l}{\gamma} \left\{ \int_0^a \left[ \left( \dot{H}_m \frac{\partial \dot{H}_m^*}{\partial z} \right)_{z=b} + \left( \dot{H}_m^* \frac{\partial \dot{H}_m}{\partial z} \right)_{z=b} \right] dx + \right.$$

$$+ \int_0^b \left[ \left( \dot{H}_m \frac{\partial \dot{H}_m^*}{\partial x} \right)_{x=a} + \left( \dot{H}_m^* \frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} \right)_{x=a} \right] dz \right\} =$$

$$= \frac{2l}{\gamma} \operatorname{Re} \left[ \int_0^a \left( \dot{H}_m \frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} \right)_{z=b} dx + \int_0^b \left( \dot{H}_m \frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} \right)_{x=a} dz \right].$$

Но

$$\frac{\partial \dot{H}_m}{\partial z} \Big|_{z=b} = -\delta_x(x, b), \quad \frac{\partial \dot{H}_m}{\partial x} \Big|_{x=a} = \delta_z(a, z),$$

$$\dot{H}_m \Big|_{z=b} = \dot{H}_m \Big|_{x=a} = \frac{B_0}{\mu},$$

так что

$$P_v = \frac{2l}{\gamma\mu} \operatorname{Re} \left\{ B_0^2 \left[ - \int_0^a \delta_x(x, b) dx + \int_0^b \delta_z(a, z) dz \right] \right\}. \quad (17)$$

Из (14) следует

$$\delta_x(x, b) = -\frac{4B_0}{\pi\mu} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} [\alpha_n \operatorname{th}(\alpha_n b) - \right.$$

$$\left. \tilde{\alpha}_n \operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)] \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a} - \frac{\pi}{2b} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\operatorname{ch}(\beta_n x)}{\operatorname{ch}(\beta_n a)} - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{\operatorname{ch}(\tilde{\beta}_n x)}{\operatorname{ch}(\tilde{\beta}_n a)} \right] + \left[ \frac{\pi}{4a} \frac{1}{\cos \frac{\pi x}{2a}} - \right. \right]$$

$$\left. \left. - \frac{\pi}{4b} \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi(a-x)}{2b}} \right] + \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\pi}{2a} \cos \frac{\pi x}{2a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \operatorname{ch} \frac{n\pi b}{a}}{\operatorname{sh}^2 \frac{n\pi b}{a} + \cos^2 \frac{\pi x}{2a}} - \\
 & - \frac{\pi}{4b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)a-x]\pi}{2b}} - \\
 & - \frac{\pi}{4b} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)a+x]\pi}{2b}} \}, \quad 0 \leqslant x < a. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Используя (18), вычислим интеграл  $\int_0^a \delta_x(x, b) dx$ ,

учитывая, что он несобственный (точка разрыва подынтегральной функции  $x=a$ ; разрывные слагаемые выделены) (см. приложение 3). В результате имеем

$$\begin{aligned}
 \int_0^a \delta_x(x, b) dx = & - \frac{4\dot{B}_0}{\pi\mu} \left\{ \frac{2a}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n \operatorname{th}(\alpha_n b) - \tilde{\alpha}_n \operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{(2n+1)^2} - \right. \\
 & - \frac{\pi}{2b} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n} - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\beta}_n a)}{\tilde{\beta}_n} \right] + \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} + \\
 & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2b} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{cth} \frac{n\pi b}{2a} \right\}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

По аналогии составляется выражение для

$$\int_0^b \delta_z(a, z) dz:$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^b \delta_z(a, z) dz = & \frac{4\dot{B}_0}{\pi\mu} \left\{ \frac{2b}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_n \operatorname{th}(\beta_n a) - \tilde{\beta}_n \operatorname{th}(\tilde{\beta}_n a)}{(2n+1)^2} - \right. \\
 & - \frac{\pi}{2a} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\operatorname{th}(\alpha_n b)}{\alpha_n} - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{\tilde{\alpha}_n} \right] + \frac{1}{2} \ln \frac{a}{b} + \\
 & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{cth} \frac{n\pi a}{2b} \right\}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Подставляя выражения (19), (20) в (17), получаем (приложение 4):

$$\begin{aligned}
 P_B = & \frac{16|\dot{B}_0|^2 \omega abl}{\pi^2 \mu} \operatorname{Re} \left\{ j \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left[ \frac{\operatorname{th}(\alpha_n b)}{\alpha_n b} + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n a} \right] \right\} = - \frac{16|\dot{B}_0|^2 \omega abl}{\pi^2 \mu} \operatorname{Im} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \times \\
 & \times \left[ \frac{\operatorname{th}(\alpha_n b)}{\alpha_n b} + \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n a} \right]. \quad (21)
 \end{aligned}$$

Члены ряда (21) убывают при  $n \rightarrow \infty$  как  $\frac{1}{(2n+1)^3}$ . Такой порядок убывания дает возможность пользоваться в инженерных расчетах двумя — тремя членами ряда.

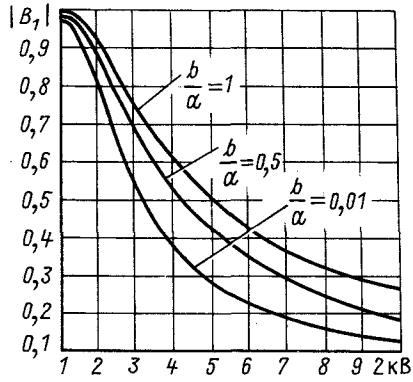


Рис. 2. Зависимость относительной индукции от  $2kb$  и  $b/a$

Для применения (21) к расчету вихревых потерь в сердечнике тороидального трансформатора магнитная лента разбивается на отдельные витки (либо группы витков) [6], для которых изменением внешнего поля по радиусу можно пренебречь. Для этих витков значение  $\dot{B}_0$  принимается равным  $\mu I_m \dot{W} / 2\pi r_{cp}$ , где  $r_{cp}$  — средний радиус соответствующего витка (группы витков) тороидального магнитопровода трансформатора;  $I_m \omega$  — амплитудное значение магнитодвижущей силы.

Потери на вихревые токи обычно выражают через среднюю индукцию  $|\dot{B}_{mcp}|$ , которую можно измерить экспериментально. В [3] получена формула для  $\dot{B}_{mcp}$ :

$$\dot{B}_{mcp} = \frac{8\dot{B}_0}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left[ \frac{\operatorname{th}(\alpha_n b)}{\alpha_n b} + \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n a} \right],$$

из которой определяется безразмерная величина  $\dot{B}_1$ :

$$\dot{B}_1 = \frac{\dot{B}_{mcp}}{\dot{B}_0} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left[ \frac{\operatorname{th}(\alpha_n b)}{\alpha_n b} + \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n a} \right], \quad (22)$$

зависящая только от двух параметров: отношения  $b/a$  и  $2kb = 2b/\lambda$ . Зависимость  $|\dot{B}_1|$  от  $2kb \geq 1$  при различных  $b/a$ , рассчитанная на ЭВМ, показана на рис. 2. Введение  $\dot{B}_1$  позволяет формуле (21) придать следующий вид:

$$P_B = - \frac{2|\dot{B}_{mcp}|^2 \omega abl \operatorname{Im} \dot{B}_1}{\mu |\dot{B}_1|^2},$$

а для удельных потерь получить формулу

$$P_{yd} = - \frac{|\dot{B}_{mcp}|^2 \omega \operatorname{Im} \dot{B}_1}{2\mu |\dot{B}_1|^2}. \quad (23)$$

При  $2a \rightarrow \infty$  из (23) можно получить классическое выражение для потерь на вихревые токи в бесконечно протяженном стальном листе [2]. Действительно, при  $a \rightarrow \infty$  можно положить  $\alpha_n = k(1+j)$  и из (22) получить выражение

$$\dot{B}_1 = \frac{8}{\pi^2} \frac{\operatorname{th}[k(1+j)]}{kb(1+j)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\operatorname{th}[k(1+j)]}{kb(1+j)} =$$

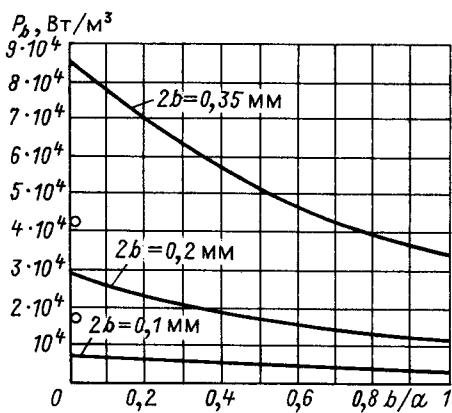


Рис. 3. Зависимость удельных потерь от размеров сечения ленты

$$= \frac{\sin 2kb + \sin 2kb - j(\sin 2kb - \sin 2kb)}{2kb (\cosh 2kb + \cos 2kb)}.$$

Подставив это  $B_1$  в (23), получим выражение

$$P_{\text{уд}} = \frac{B_{\text{ср}}^2 kb}{2\mu} \frac{\sin 2kb - \sin 2kb}{\cosh 2kb - \cos 2kb}, \quad (24)$$

которое полностью совпадает с известным [2].

Новое соотношение (23), в отличие от известного (24), учитывает зависимость потерь от соотношения размеров поперечного сечения ленты магнитопровода.

По формуле (23) были проведены расчеты, результаты которых приведены на графиках рис. 3, иллюстрирующих зависимость удельных потерь на вихревые токи от соотношения размеров поперечного сечения  $b/a$  для ленты из стали 79НМ при частоте  $f = 10^3$  Гц для нескольких толщин  $2b$  (0,1; 0,2; 0,35 мм) и средней индукции 0,5 Тл [ $\gamma = 1,82 \cdot 10^6 \text{ 1/(Ом·м)}$ ]. При вычислении потерь по (23) магнитная проницаемость стали выбиралась по статической кривой намагничивания в зависимости от значения индукции  $B = |\dot{B}_0|$  на границе ленты той или иной толщины. Для определения значения индукции  $B$  на границе по сред-

ней индукции использовалось соотношение (22), по которому строились графики, определяющие зависимость  $B_{\text{ср}}$  от  $B$  при различных толщинах и отношениях  $b/a$ . Эти графики представлены на рис. 4.

Для сравнения расчетных потерь на вихревые токи с полными потерями, т. е. с суммарными потерями на вихревые токи и гистерезис, указанными в ГОСТ 10160—75 для стали 79НМ, значения полных потерь на рис. 3 отмечены кружочками.

При этом следует иметь в виду, что расчетные потери можно сравнивать с приведенными в ГОСТ только при  $b/a \leq 0,1$ , так как такое соотношение имеет место для стальных лент, используемых для снятия кривой намагничивания. Сравнение показывает, что наименьшая погрешность расчета имеет место при  $2b = 0,35 \text{ мм}$ , что согласуется с известным положением: при большей толщине ленты доля гистерезисных потерь меньше.

Расчеты по формуле (23) показывают (см., например, рис. 3), что при фиксированных толщине ленты, частоте и средней индукции минимум удельных потерь достигается при  $b/a = 1$ , а максимум — при  $a \rightarrow \infty$ , т. е.  $b/a = 0$  (бесконечный лист). Минимум удельных потерь при  $b/a = 1$  можно объяснить более равномерным распределением поля по квадратному сечению, чем по прямоугольному. Поэтому можно утверждать, что потери в прямоугольной ленте будут больше, чем в набранном из квадратных изолированных проводников жгуте той же толщины и имеющем ту же суммарную площадь сечения, что и лента. Этот факт согласуется с применяемым на практике методом расщепления магнитопровода с целью уменьшения вихревых потерь.

Формула потерь (23), очевидно, позволяет рассчитать эффективность метода расщепления в то время, как прежняя формула (24) не дает такой возможности.

**Выводы.** 1. Предложен аналитический метод расчета потерь на вихревые токи в ленточном магнитопроводе, позволяющий учесть размеры поперечного сечения ленты.

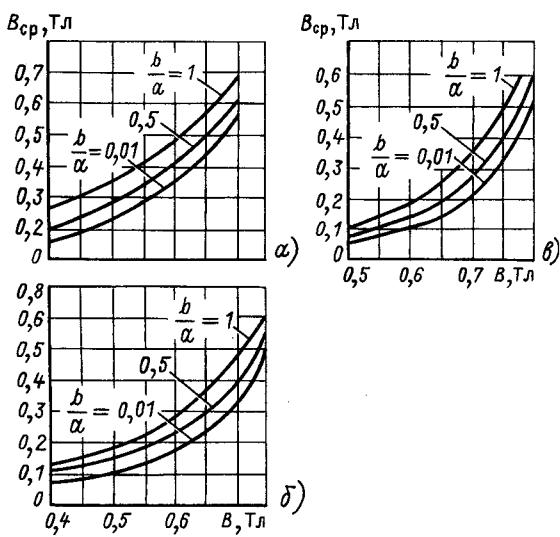
2. Получены выражения, описывающие распределение вихревых токов по сечению ленты (включая границу сечения). В частности в угловых точках сечения  $\delta_x(\pm a, \pm b) = \delta_x(\pm a, \pm b) = 0$ .

3. Получены формулы (21), (23) для потерь на вихревые токи в зависимости от граничной или средней по сечению ленты индукции, включающие как частный случай известную в литературе формулу потерь для бесконечного протяженного листа (24).

4. Формулы (21), (23) позволяют повысить точность расчета потерь на вихревые токи в ленточных магнитопроводах, в том числе тороидальных.

**Приложение 1.** Пользуясь представлением

$$\frac{1}{\cosh(\tilde{\alpha}_n b)} \cdot \frac{2 \exp\left[-\frac{(2n+1)\pi b}{2a}\right]}{1 + \exp\left[-\frac{(2n+1)\pi b}{a}\right]} = \frac{1}{1+q},$$

Рис. 4. Зависимость средней индукции от индукции на границе при  $2b = 0,1 \text{ мм}$  (a),  $2b = 0,2 \text{ мм}$  (b) и  $2b = 0,35 \text{ мм}$  (c)

и учитывая, что

$$q = \exp \left[ -\frac{(2n+1)\pi b}{a} \right] < 1,$$

разложим  $\frac{1}{1+q}$  в геометрическую прогрессию со знаменателем  $q$ . Тогда

$$\frac{1}{\operatorname{ch}(\alpha_n b)} = 2 \exp \left[ -\frac{(2n+1)\pi b}{2a} \right] \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \exp \left[ -\frac{\pi b}{2a} \times \right.$$

$$\left. -\frac{(2n+1)\pi k b}{a} \right] = 2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \exp \left[ -\frac{\pi b}{2a} \times \right.$$

$$\left. \times (2n+1)(2k+1) \right].$$

Подставив это выражение в (9) и приняв во внимание, что

$$\cos \frac{(2n+1)\pi x}{2a} = \operatorname{Re} \exp \frac{(2n+1)\pi x}{2a};$$

$$\operatorname{ch}(\tilde{\alpha}_n z) = \frac{1}{2} \left\{ \exp \frac{(2n+1)\pi z}{2a} + \exp \left[ -\frac{(2n+1)\pi z}{2a} \right] \right\},$$

получим

$$\varphi_2(x, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \times$$

$$\times \left\{ e^{-\frac{\pi(2n+1)}{2a}[(2k+1)b-z-jx]} + e^{-\frac{\pi(2n+1)}{2a}[(2k+1)b+z-jx]} \right\} =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} (w_k^{2n+1} + \zeta_k^{2n+1}), \quad (\text{П-1})$$

где

$$w_k = \rho_k e^{j\theta}; \quad \rho_k = \exp \left\{ -\frac{\pi}{2a} [(2k+1)b-z] \right\}; \quad \theta = \frac{\pi x}{2a};$$

$$\zeta_k = r_k e^{j\theta}; \quad r_k = \exp \left\{ -\frac{\pi}{2a} [(2k+1)b+z] \right\}. \quad (\text{П-2})$$

Поскольку при  $z \in (-b, b)$   $|w_k| < 1$ ,  $|\zeta_k| < 1$  при всех  $k$ , имеют место разложения

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n w_k^{2n+1}}{2n+1} = \int_0^{w_k} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{2j} \ln \frac{1+jw_k}{1-jw_k};$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \zeta_k^{2n+1}}{2n+1} = \int_0^{\zeta_k} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{2j} \ln \frac{1+j\zeta_k}{1-j\zeta_k}.$$

(Для получения разложений интегралы вычисляются двумя способами: разложением подынтегрального выражения в степенной ряд и разложением подынтегральной функции на простейшие дроби.)

Используя эти разложения из (П-1), получаем

$$\varphi_2(x, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \frac{1}{2j} \left( \ln \frac{1+jw_k}{1-jw_k} + \ln \frac{1+j\zeta_k}{1-j\zeta_k} \right).$$

Поскольку  $\ln c = \ln |c| + j \arg c$  и  $\operatorname{Re} \frac{\ln c}{j} = \arg c$ , то

$$\varphi_2(x, z) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left[ \arg \frac{1+jw_k}{1-jw_k} + \arg \frac{1+j\zeta_k}{1-j\zeta_k} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left[ \arg \frac{1-\rho_k^2 + 2j\rho_k \cos \theta}{|1-jw_k|^2} + \right.$$

$$\left. + \arg \frac{1-r_k^2 + 2jr_k \cos \theta}{|1-j\zeta_k|^2} \right] = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left[ \operatorname{arctg} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{2\rho_k \cos \theta}{1-\rho_k^2} + \operatorname{arctg} \frac{2r_k \cos \theta}{1-r_k^2} \right].$$

Подставив сюда  $\rho_k$ ,  $r_k$ ,  $\theta$  из (П-2), окончательно найдем

$$\varphi_2(x, z) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left\{ \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{[(2k+1)b-z]\pi}{2a}} + \right.$$

$$\left. + \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{[(2k+1)b+z]\pi}{2a}} \right\}.$$

Затем можно вернуться к прежнему обозначению переменной суммирования.

**Приложение 2.** Действительно, для модулей общих членов этих рядов верны оценки через члены сходящихся числовых рядов с экспоненциальным убыванием. Приводим оценку общего члена ряда (10):

$$0 \leq \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)b-z]\pi}{2a}} + \operatorname{arctg} \frac{\cos \frac{\pi x}{2a}}{\operatorname{sh} \frac{[(2n+1)b+z]\pi}{2a}} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{n\pi b}{a}} + \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{(2n+1)\pi b}{2a}} \quad (n \geq 1).$$

[При установлении оценки использовались четные функции и неравенство  $\operatorname{arctg} \varphi \leq \varphi$  ( $\varphi \geq 0$ ).]

**Приложение 3.** Рассмотрим вычисление интегралов  $\int_0^a \delta_x(x, b) dx$ ,  $\int_0^b \delta_z(a, z) dz$ . Почленным интегрированием рядов (18) устанавливается:

$$\int_0^a \delta_x(x, b) dx = \frac{4B_0}{\pi \mu} \left\{ \frac{2a}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n \operatorname{th}(\alpha_n b) - \tilde{\alpha}_n \operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{(2n+1)^2} - \right.$$

$$- \frac{\pi}{2b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n} - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\beta}_n a)}{\tilde{\beta}_n} \right] + \frac{1}{2} \ln \frac{a}{b} - \frac{1}{2} \times$$

$$\times \ln \operatorname{th} \frac{\pi a}{4b} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{a} + 1}{\operatorname{ch} \frac{n\pi b}{a} - 1} -$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{(2n+1)\pi a}{4b} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \times$$

$$\times \frac{n\pi a}{2b} + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{(2n+1)\pi a}{4b} - \\ - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{(n+1)a\pi}{2b} \}, \quad (\text{П-3})$$

причем от разрывного слагаемого интеграл вычислялся как несобственный, а именно:

$$\int_0^a \left[ \frac{\pi}{4a \cos \frac{\pi x}{2a}} - \frac{\pi}{4b \operatorname{sh} \frac{\pi(a-x)}{2b}} \right] dx = \\ = \frac{\pi}{4} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{a-\epsilon} \left[ \frac{1}{a \cos \frac{\pi x}{2a}} - \frac{1}{b \operatorname{sh} \frac{\pi(a-x)}{2b}} \right] dx = \\ = \frac{\pi}{4} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ \frac{2}{\pi} \ln \left| \operatorname{ctg} \frac{\pi \epsilon}{4a} \right| + \frac{2}{\pi} \ln \operatorname{th} \frac{\pi \epsilon}{4b} - \right. \\ \left. - \frac{2}{\pi} \ln \operatorname{th} \frac{\pi a}{4b} \right] = - \frac{1}{2} \ln \operatorname{th} \frac{\pi a}{4b} + \frac{1}{2} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{4a\pi \epsilon}{4b\pi \epsilon} = \\ = \frac{1}{2} \ln \frac{a}{b} - \frac{1}{2} \ln \operatorname{th} \frac{\pi a}{4b}.$$

После приведения подобных членов в (П-3) получим (19).

*Приложение 4.* После подстановки (19) и (20) в (17) получим

$$P_b = \frac{8|\dot{B}_0|^2 l}{\gamma \pi \mu} \operatorname{Re} \left\{ \frac{2a}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n \operatorname{th}(\alpha_n b) - \tilde{\alpha}_n \operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{(2n+1)^2} - \right. \\ \left. - \frac{\pi}{2b} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{\beta_n} - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\beta}_n a)}{\tilde{\beta}_n} \right] + \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2b} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{cth} \frac{n\pi b}{2a} + \right. \\ \left. + \frac{2b}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta_n \operatorname{th}(\beta_n a) - \tilde{\beta}_n \operatorname{th}(\tilde{\beta}_n a)}{(2n+1)^2} - \frac{\pi}{2a} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\operatorname{th}(\alpha_n b)}{\alpha_n} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{\tilde{\alpha}_n} \right] + \frac{1}{2} \ln \frac{a}{b} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a} + \right\}$$

После перегруппировки слагаемых и приведения подобных членов имеем

$$P_b = \frac{8|\dot{B}_0|^2 l}{\pi \gamma \mu} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2a \operatorname{th}(\alpha_n b)}{\pi(2n+1)^2} - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{2n+1} - \frac{\pi \operatorname{th}(\beta_n a)}{2b \beta_n} + \right. \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{th}(\beta_n a)}{2n+1} + \frac{2b \beta_n \operatorname{th}(\beta_n a)}{\pi(2n+1)^2} - \frac{\operatorname{th}(\tilde{\beta}_n a)}{2n+1} - \frac{\pi \operatorname{th}(\alpha_n b)}{2a \alpha_n} + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{th}(\tilde{\alpha}_n b)}{2n+1} \right] + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{b}{a} \frac{a}{b} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left( \operatorname{th} \frac{n\pi a}{2b} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \operatorname{cth} \frac{n\pi a}{2b} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left( \operatorname{th} \frac{n\pi b}{2a} \operatorname{cth} \frac{n\pi b}{2a} \right) \right\} = \\ = \frac{8|\dot{B}_0|^2 l}{\pi \gamma \mu} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{4a^2 \alpha_n^2 - \pi^2 (2n+1)^2}{2a \pi (2n+1)^2 \alpha_n} \operatorname{th}(\alpha_n b) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4b^2 \beta_n^2 - \pi^2 (2n+1)^2}{2b \pi (2n+1)^2 \beta_n} \operatorname{th}(\beta_n a) \right] \right\}.$$

Если теперь в чисителях дробей воспользоваться формулами (4), то получим выражение (21).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крохин В. В. Исследование взаимосвязи частотных свойств и параметров магнитомягких материалов.— Электричество, 1988, № 6.
2. Нейман Л. Г., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 2.— Л.: Энергия, 1981.
3. Боеев В. М., Глибицкий М. М., Ушакова И. В. Распределение магнитного поля в тороидальном ленточном магнитопроводе трансформатора.— Изв. вузов. Электромеханика, 1988, № 7.
4. Боеев В. М., Глибицкий М. М., Ушакова И. В. Об учете конечной ширины ленты магнитопровода в расчете поля тороидального трансформатора.— Изв. вузов. Электромеханика, 1988, № 8.
5. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений.— М.: Изд-во АН СССР, 1948.

[07.08.90]

# Сообщения

УДК 621.311.153:519.21.001.24

## Оценка вероятности непревышения расчетных электрических нагрузок

ТЮХАНОВ Ю. М., канд. техн. наук,  
УСИХИН В. Н., канд. техн. наук

Значение вероятности непревышения расчетных электрических нагрузок, существенно влияющее на величину последних, обычно без особых обоснований принимается равным от 0,95 до 0,998 [1, 2]. Как правило, расчетные значения нагрузок не менее чем на 25 % превышают фактические, и поэтому снижение принимаемого значения вероятности непревышения расчетных нагрузок, анализ возможности которого излагается ниже, может явиться одним из способов повышения достоверности расчетов нагрузок и соответственно экономичности систем промышленного электроснабжения. При последующем изложении будет рассматриваться стационарный нормальный процесс изменения тока нагрузки с экспоненциальной корреляционной функцией, являющейся математической моделью графиков электрических нагрузок общепромышленных (массовых) электроприемников [3].

При выборе элементов систем электроснабжения по условиям нагрева [3, 4] в качестве расчетной нагрузки принимается максимум усредненного значения тока за интервал времени  $\tau$ , равный утроенной постоянной времени нагрева соответствующего элемента, т. е. [3]

$$I_p = \max \left[ \tau^{-1} \int_t^{t+\tau} I(t) dt \right], \quad (1)$$

где  $I_p$  — расчетный ток;  $I(t)$  — значение тока в момент времени  $t$ .

Для нормального закона распределения вероятностей значений тока нагрузки величина интеграла (1) может быть определена следующим образом. Рассмотрим график изменения тока в течение рабочей смены, представленный на рисунке, выделив на нем интервал  $\tau = 3T$  (где  $T$  — постоянная времени нагрева), характеризующийся наибольшими значениями нагрузки. Значение тока на границах рассматриваемого интервала обозначим  $I_q$ . В терминах теории вероятностей [5] отношение

$$\tau/T_{\text{см}} = q \quad (2)$$

(где  $T_{\text{см}}$  — продолжительность смены) определяет вероятность того, что ток нагрузки будет

$$I(t) \geq I_q. \quad (3)$$

а вероятность того, что ток нагрузки не превышает значение  $I_q$ , равна соответственно

$$p = 1 - q = 1 - \tau T_{\text{см}}^{-1}. \quad (4)$$

При заданных значениях  $\tau$  и  $T_{\text{см}}$  по [5] значение

$$I_q = I_c + z_q \sigma = I_c(1 + z_q v), \quad (5)$$

где  $I_c$  — математическое ожидание (среднее значение) тока;  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение тока;  $v = \sigma I_c^{-1}$  — коэффициент вариации тока;  $z_q$  — величина, определяемая по таблицам функции Лапласа [5] из условия равенства функции нормального распределения значению  $1 - q$ .

Разобьем далее рассматриваемый интервал  $\tau$  на бесконечно малые подинтервалы  $\Delta t_i$ , на каждом из которых значение  $I_i$  постоянно. Тогда (1) тождественно

$$I_p = \tau^{-1} \sum_i I_i \Delta t_i. \quad (6)$$

Умножая и деля правую часть (6) на  $T_{\text{см}}$ , с учетом (2) получим:

$$I_p = q^{-1} \sum_i I_i \Delta t_i T_{\text{см}}^{-1}. \quad (7)$$

Отношение  $\Delta t_i / T_{\text{см}}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$  в терминах теории вероятностей определяет вероятность того, что значение тока нагрузки при его дискретном представлении на интервале  $\Delta t_i$  равно  $I_i$ . Для непрерывных случайных величин аналогом отмеченной выше вероятности является элемент вероятности  $f(I) dI$  (где  $f(I)$  — плотность распределения), определяющий вероятность того, что значение тока принадлежит интервалу  $[I \div I + dI]$  при  $dI \rightarrow 0$ . Поэтому, возвращаясь к непрерывному представлению тока, после замены суммы в (7) соответствующим интегралом получим:

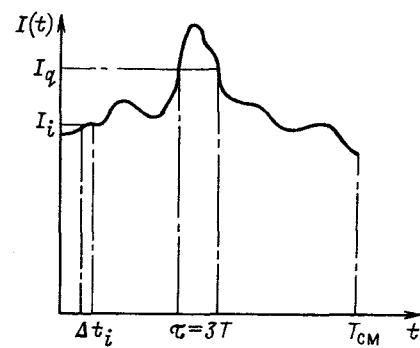


График изменения тока  $I(t)$  в течение рабочей смены  $T_{\text{см}}$ .

$$I_p = q^{-1} \int_{I_q}^{\infty} I f(I) dI, \quad (8)$$

где  $f(I) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(I-I_c)^2}{2\sigma^2}}$  — плотность нормального распределения.

Равнозначимость формул (7) и (8) определяется следующим. По своему содержательному смыслу (7) определяет среднее значение тока нагрузки на интервале времени  $\tau$ , причем любое из значений тока на рассматриваемом интервале  $I_i \geq I_q$ . Поэтому интеграл (1) можно определить и как среднее значение тока нагрузки при условии, что любое из значений тока не менее  $I_q$ . Согласно [6], если  $f(I)$  — плотность вероятностей значений тока, то условная плотность вероятностей значения тока (т. е. плотность вероятностей значений тока при условии  $I(t) \geq I_q$ ) по формуле Байеса

$$\varphi(I) = \frac{f(I)}{1 - \int_0^{I_q} f(I) dI}. \quad (9)$$

Но интеграл в знаменателе (9) определяет вероятность того, что значение тока  $I \leq I_q$ , т. е. с учетом (4)

$$\int_0^{I_q} f(I) dI = 1 - q \quad (10)$$

и после подстановки (10) в (9)

$$\varphi(I) = q^{-1} f(I). \quad (11)$$

Среднее значение тока при условии  $I \geq I_q$  определяется как условное математическое ожидание по [6]:

$$I_p = \int_{I_q}^{\infty} I \varphi(I) dI,$$

а с учетом (11) последнее выражение тождественно (8). Эквивалентность выражений вида (7) и (8) будет использована ниже.

Интегрирование (8) дает [7]:

$$I_p = I_c [1 + v f(z_q)] / q, \quad (12)$$

где  $f(z_q)$  — значение плотности нормального распределения при  $z_q = (I - I_c) \sigma^{-1}$ .

По своему содержательному смыслу величина в скобках (12) тождественна коэффициенту максимума  $k_m$ , т. е.

$$k_m = 1 + q^{-1} f(z_q) v. \quad (13)$$

В качестве примера определим  $k_m$  при  $\tau = 1$  ч,  $T_{cm} = 8$  ч. По (2)  $q = 0,125$ , по (4)  $1 - q = 0,875$ , при значении функции Лапласа, равном 0,875, по таблице из [5]  $z_q = 1,15$ , а соответствующая плотность по [5]  $f(z_q) = 0,206$ . Тогда по (13)  $k_m = 1 + 1,65 v$ , а расчетный ток  $I_p = I_c (1 + 1,65 v)$ . Нетрудно заметить, что в условиях рассмотрен-

ного примера расчетный ток оказался численно равным току, определенному из условия непревышения его значения с вероятностью 0,95, так как согласно [5] значение случайной величины при вероятности непревышения, равной 0,95, определяется как

$$I = I_c (1 + 1,65 v).$$

Иными словами, значение тока, определенного из условия его непревышения с вероятностью 0,95, равно расчетному току по (1) при  $\tau = 3T = 1$  ч. Ниже приведены значения  $k_m$ , определенные изложенным выше методом для различных  $\tau$ , и соответствующие им значения вероятностей непревышения  $\Phi$  значений тока:

$\tau, \text{ч}$	0,5	1,0	1,5	2,0
$k_m$	$1+2v$	$1+1,65v$	$1+1,41v$	$1+1,28v$
$\Phi$	0,98	0,95	0,92	0,9

Необходимо отметить, что выбор элементов систем электроснабжения по условию нагрева на основании расчетного тока, определяемого по (1), предполагает возможность нагрева элемента до допустимой температуры в течение смены только на одном из интервалов времени длительностью  $\tau$ , нагрузка на котором максимальна, т. е. при рассмотренном подходе не учитываются допускаемые, например в [8, 9], перегрузки элементов систем электроснабжения, влияние которых на величину расчетного тока рассматривается ниже.

Процесс нагрева некоторого элемента системы электроснабжения описывается дифференциальным уравнением вида [4]

$$T \frac{d\theta}{dt} + \theta = \lambda I^2(t), \quad (14)$$

где  $T$  — постоянная времени нагрева элемента;  $\theta$  — температура перегрева (разность между температурами нагрева элемента и окружающей среды);  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности между температурой перегрева элемента и квадратом протекающего тока, принимаемый постоянным вследствие слабого влияния [1] изменения сопротивления элемента на результат решения.

Рассмотрим стационарный нормальный случайный процесс  $I(t)$  с корреляционной функцией вида

$$k_I = \sigma^2 e^{-\delta|t|}. \quad (15)$$

Процесс с корреляционной функцией вида (15) имеет место при следующих условиях [6]: случайная величина (в терминах рассматриваемой задачи — значение тока) изменяет свои значения в случайные моменты времени, причем число «скачков» процесса за время  $t$  представляет простейший [5] поток с параметром  $\delta$ . В промежутках времени  $\Delta t$  между двумя скачками значения  $I(t)$  не меняются и являются независимыми случайными величинами. Описанной модели соответствуют изменения тока нагрузки в течение рабочей смены при разбиении последней на интервалы времени  $\Delta t_i$ , в общем случае не равные между собой, на каждом из которых значение тока постоянно. Параметр  $\delta$  в (15) общепринято определять как коэффициент корреляции, но, как сле-

дует из [6], его можно определить и как величину, обратную среднему интервалу времени, на котором значение тока постоянно, т. е.

$$\delta = \Delta t_c^{-1}. \quad (16)$$

Корреляционная функция процесса  $I^2(t)$  для нормального случайного процесса  $I(t)$  с корреляционной функцией (15) имеет вид [6]

$$k_1 = 2\sigma^4 e^{-2\delta|t|} + 4I_c^2 \sigma^2 e^{-\delta|t|}, \quad (17)$$

причем, как указывается в [6], процесс  $I^2(t)$  нормальным уже не является, следовательно, не будет нормальным и процесс изменения  $\theta$  [10]. Решение дифференциального уравнения вида (14) при корреляционной функции (17) дано в [6, 10], откуда среднее значение температуры перегрева  $\theta_c$ , дисперсия температуры перегрева  $\sigma_\theta^2$  и коэффициент асимметрии температуры перегрева  $\gamma_\theta$  определяются как

$$\theta_c = \lambda(I_c^2 + \sigma^2) = \lambda I_c^2(1 + v^2); \quad (18)$$

$$D_\theta = \sigma_\theta^2 = \frac{2\sigma^4 \lambda^2}{1+2T\delta} + \frac{4I_c^2 \sigma^2 \lambda^2}{1+T\delta}; \quad (19)$$

$$\gamma_\theta = \frac{2}{k+\delta} \sqrt{2k(k+2\delta)}, \quad (20)$$

$$\text{где } k = T^{-1}. \quad (21)$$

Обозначая коэффициент вариации температуры

$$v_\theta = \tau_\theta / \theta_c, \quad (22)$$

после подстановки (18) и (19) в (22), а также (21) в (20) получим

$$v_\theta = \frac{\sqrt{2}v^2}{(1+v^2)\sqrt{1+2T\delta}} + \frac{2v}{(1+v^2)\sqrt{1+T\delta}}; \quad (23)$$

$$\gamma_\theta = \frac{2\sqrt{2}}{1+T\delta} \sqrt{1+2T\delta}. \quad (24)$$

Как следует из (23) и (24), значения  $V_\theta$  и  $\gamma_\theta$  существенно зависят от  $\delta$ , т. е. от неравномерности графика протекающего тока. При резкопеременных нагрузках средний интервал времени  $\Delta t_c$ , соответствующий неизменности тока, в (16) стремится к нулю, т. е.  $\delta \rightarrow \infty$ , и в этих условиях  $V_\theta \rightarrow 0$  и  $\gamma_\theta \rightarrow 0$ , а температура перегрева элемента практически будет равна средней по (18). При медленных изменениях тока  $\delta$  мало, и если  $1 \gg T\delta$ , то

$$V_\theta = \frac{\sqrt{2}v^2 + 2v}{1+v^2}; \quad (25)$$

$$\gamma_\theta = 2\sqrt{2}. \quad (26)$$

Следовательно, (25) и (26) определяют предельно возможные значения коэффициентов вариации и асимметрии температуры перегрева элемента. Для определения плотности распределения значений температуры перегрева используем обычную для задач теории вероятностей замену в общем случае неизвестного закона распределения рядом Грамма — Шарлье [11], который при учете первых трех моментов распределения имеет вид

$$\varphi(\theta) = \frac{1}{\sigma_\theta \sqrt{2\pi}} e^{-0.5y^2} \left[ 1 + \frac{1}{6} \gamma_\theta (y^3 - 3y) \right], \quad (27)$$

где

$$y = (\theta - \theta_c) \sigma_\theta^{-1}. \quad (28)$$

Отметим, что учет в ряде (27) четвертого момента, величина которого для решения уравнения вида (14) определена в [10], как показали расчеты, мало влияет на конечный результат.

При выборе элементов систем электроснабжения по условию нагрева с учетом возможных превышений над допустимой температурой перегрева на определенных интервалах времени необходимо гарантировать, что износ изоляции за все время функционирования элемента не превысит износа изоляции в условиях нагрева элемента в течение того же времени при протекании неизменного тока, значение которого соответствует допустимой температуре. Относительный износ изоляции, определяемый отношением износа при допустимом токе, по [4] равен

$$R = e^{a(\theta - \theta_d)}, \quad (29)$$

где  $\theta$  — имеющаяся температура перегрева элемента;  $\theta_d$  — допустимая температура перегрева элемента;  $a$  — коэффициент износа, значение которого при «двойкратном» износе изоляции от повышения температуры перегрева на  $8^\circ$  равно 0,0865 [4].

График изменения температуры перегрева элемента за время  $t$  можно разбить на достаточно малые интервалы времени  $\Delta t_i$ , на каждом из которых значение  $\theta_i$  постоянно. Тогда результирующий износ изоляции

$$R_p = \sum_i e^{a(\theta_i - \theta_d)} \frac{\Delta t_i}{t}. \quad (30)$$

По своей структуре (30) подобно (7), поэтому, переходя к непрерывному представлению  $\theta$ , аналогично (8) можно записать

$$R_p = \int_0^\infty e^{a(\theta - \theta_d)} \varphi(\theta) d\theta, \quad (31)$$

где  $\varphi(\theta)$  определяется по (27).

Интегрируя (31) с учетом (27), получим [6]:

$$R_p = e^{-(a\theta_d - a\theta_c - 0.5a^2\sigma_\theta^2)} \left( 1 + \frac{\gamma_\theta}{6} a^3 \sigma_\theta^3 \right). \quad (32)$$

По условию недопустимости ускоренного износа изоляции необходимо, чтобы

$$R_p \leqslant 1. \quad (33)$$

Обозначив

$$\bar{\theta} = \theta_c / \theta_d \quad (34)$$

и логарифмируя (33) с учетом (32), после преобразований получим:

$$\ln \left( 1 + \frac{\gamma_\theta}{6} a^3 \theta_d^3 v_\theta^3 \bar{\theta}^3 \right) = a\theta_d - a\theta_d \bar{\theta} - 0.5a^2 \theta_d v_\theta^2 \bar{\theta}^2. \quad (35)$$

Принимая допустимую по ПУЭ температуру перегрева жил кабелей  $\theta_d = 40^\circ$  и предельные зна-

чения  $v_\theta$  и  $\gamma_\theta$  по (25) и (26), можно для фиксированных значений  $v_\theta$  и  $\gamma_\theta$  построить зависимости левой и правой частей (35) от  $\bar{\theta}$ , анализ которых показал, что значения правой части (35) превышают не менее чем на 10 % значения левой части (35), если

$$\bar{\theta} \leq \frac{1+v^2}{(1+1,28v)^2}. \quad (36)$$

Учитывая, что

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_c}{\theta_d} = \frac{\lambda I_c(1+v^2)}{\lambda I_d^2} \quad (37)$$

(где  $I_d$  — допустимый по нагреву ток нагрузки), после подстановки (37) в (36) получим

$$I_d = I_c(1+1,28v). \quad (38)$$

Согласно [5] правая часть (38) численно равна току нагрузки, определенному исходя из вероятности его непревышения, равной 0,9 при нормальном распределении. Таким образом, учет перегревов элементов систем электроснабжения позволяет в качестве расчетного тока принимать значение последнего исходя из 90 %-ной вероятности непревышения независимо от постоянной времени нагрева и степени неравномерности графика изменения тока. Последнее обстоятельство существенно снижает значения расчетных токов. В частности, если принять по [2] вероятность непревышения нагрузки равной 0,998, то при  $v=0,3$  расчетный ток будет равен согласно [5]  $I_p=1,9 I_c$ , а по (38) окажется на 27 % меньше и составит  $I_p=1,38 I_c$ .

**Вывод.** Вероятность непревышения расчетного значения тока нагрузки, процесс изменения которого является нормальным, при выборе сечений кабельных сетей должна приниматься не превышающей 0,9, что обусловит существенное снижение расчетных токов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Жежеленко И. В., Саенко Ю. Л., Стан В. В. Выбор продолжительности интервала осреднения нагрузки потребителей с резкопеременными графиками.— Промышленная энергетика, 1988, № 1.
- Гордеев В. И., Темеров Г. Л., Демура А. В. Формирование и расчет максимума групповой нагрузки.— Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 9.
- Жежеленко И. В., Степанов В. П., Быховская О. В. Учет вероятностного характера графиков нагрузки при пересчете коэффициентов максимума на различные интервалы времени.— Электричество, 1987, № 12.
- Электрические нагрузки промышленных предприятий / С. Д. Волобринский, Г. М. Каялов, П. Н. Клейн, Б. С. Мешель.— Л.: Энергия, 1971.
- Вентцель Е. С. Теория вероятностей.— М.: Наука, 1969.
- Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории вероятностей.— М.: Радио и связь, 1983.
- Брыков Ю. А., Маричев О. И., Прудников А. П. Таблицы неопределенных интегралов.— М.: Наука, 1986.
- Правила устройства электроустановок — М.: Энерготомиздат, 1985.
- ГОСТ 1642-80\*. Кабели силовые с пластмассовой изоляцией. Технические условия.
- Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Под ред. А. А. Свешникова.— М.: Наука, 1970.
- Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров).— М.: Наука, 1974.

[03.05.90]

УДК 621.316.37:621.317.333.6.001.6

## Установки высокого напряжения для испытаний изоляции КРУЭ на подстанциях

АКСЕНОВ Ю. П., ГОЛОВКОВ М. Ю., ЛЕТИЦКАЯ Л. В., ЛЯПИН А. Г., САХАРОВ А. Е.

Опыт эксплуатации комплектных распределительных устройств с элегазовой изоляцией (КРУЭ), в том числе и за рубежом, показал необходимость проведения высоковольтных испытаний на подстанциях по окончании монтажа и после различного вида ремонтов, так как включение КРУЭ без испытаний приводит к серьезным авариям [1]. В зависимости от схемы каждой конкретной подстанции и распределляемой мощности варьируется объем КРУЭ (от 4—6 до 20—25 ячеек различных классов напряжений), его емкость и, следовательно, требуемая мощность источников высокого напряжения. Принципиально изоляция КРУЭ, как и любого электроэнергетического оборудования, может быть испытана пере-

менным, импульсным или выпрямленным напряжением.

В Мосэнерго разработаны и применяются испытательные установки различных видов напряжения, а накопленный опыт испытаний КРУЭ позволяет определить основные принципы создания оптимальной конструкции источников, условия и методы их применения при испытании изоляции КРУЭ на подстанциях. Указанные вопросы и рассматриваются в настоящей статье.

К источникам высокого напряжения предъявляются следующие основные требования [2]: обеспечение необходимой мощности при испытании, блочная конструкция, небольшие габариты и вес транспортного блока, обеспечение измерения ха-

рактеристик частичных разрядов (ЧР) при напряжении переменного тока.

**Испытание напряжением переменного тока** с измерением характеристик ЧР [3, 4], выявляющее практически любые дефекты в изоляции, является наиболее предпочтительным для изоляции КРУЭ. Принятие решения об использовании источника испытательного напряжения переменного тока зависит прежде всего от емкости и класса напряжения оборудования и практически сводится к выбору между изготовлением резонансного источника промышленной частоты и приобретением испытательных трансформаторов фирмы *TUR*, ГДР. Основу резонансного источника составляют испытательные трансформаторы серии ИОМ-100. На рис. 1 приведены расчетные зависимости числа трансформаторов в резонанском источнике от емкости испытуемого оборудования для классов напряжения 110—220 кВ. Целесообразно использовать резонансный источник, если число трансформаторов не превышает восьми; при большем их числе конструкция становится сложной и практически нереализуемой из-за ограниченности свободного места на подстанции для установки источника. В противном случае необходимо применять испытательные установки, выпускаемые фирмой *TUR* (ГДР) или другими фирмами. Трансформаторы образуют конструкцию из 2—4 последовательных ступеней с одним или несколькими параллельно соединенными трансформаторами на каждой ступени. Низковольтная обмотка каждого трансформатора включена на переменную индуктивную катушку с подвижным сердечником [2, 5]. Индуктивность источника настраивается в резонанс с емкостью КРУЭ на частоте 50 Гц при этом из сети потребляется только активная мощность. Емкость КРУЭ оценивается исходя из погонной конструктивной емкости, которая слабо зависит от класса напряжения и составляет 60—70 пФ/м, и суммарной длины полюсов включателей и токопроводов по токоведущим элементам, определяемой по чертежам. При определении емкости испытуемого КРУЭ необходимо учитывать принадлежность подстанции, т. е. ее нахождение в электросетевом или на промышленном предприятии, или на электростанции. Как правило, в электросетевом или на промышленном предприятии КРУЭ используется при строительстве новых подстанций, вводимых в полном объеме. В этом случае учитывается емкость всех ячеек или ячеек, подключенных к одной секции при секционированных сборных шинах. На электростанциях (крупных ТЭЦ, ГРЭС или ГЭС) развитие распределустройства 220—500 кВ осуществляется при строительстве и сдаче в эксплуатацию очередного блока, поэтому учитываются ячейки, относящиеся к вновь вводимому блоку. В условиях наращивания КРУЭ при высоковольтных испытаниях создается ситуация, когда часть оборудования находится под рабочим напряжением, а другая — под испытательным, и одного разрыва коммутационного аппарата между этими частями недостаточно. При приложении одномоментного напряжения, равного приблизительно  $3 U_{\Phi}$ , к разрыву может оказаться приложено на-

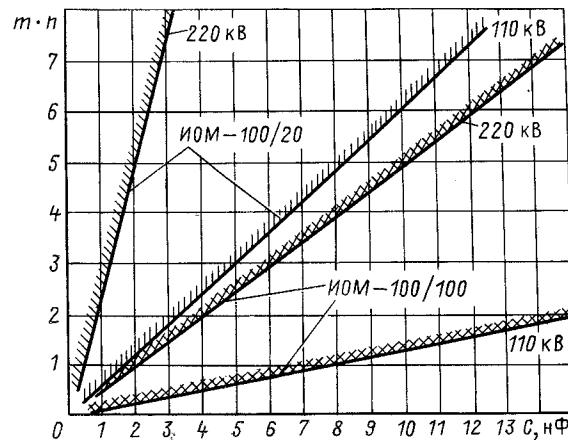


Рис. 1. Зависимости числа трансформаторов  $m \cdot n$  в резонанском источнике от емкости нагрузки  $C$ :  
110 кВ, 220 кВ — номинальное напряжение КРУЭ;  
ИОМ-100/20, ИОМ-100/100 — испытательные трансформаторы серии ИОМ мощностью соответственно 20 и 100 кВА;  
 $m$  — число последовательно соединенных ступеней источника;  
 $n$  — число параллельных трансформаторов на ступени

напряжение  $4 U_{\Phi}$ , если испытательное и рабочее напряжение окажутся в противофазе, что может привести к пробою промежутка и короткому замыканию. Для исключения вероятности аварии при испытаниях конструкция КРУЭ и схемное решение источника должны предусматривать два разрыва коммутационных аппаратов между токоведущими частями, находящимися под рабочим и испытательным напряжением. Вопросы выбора испытательного оборудования и размещения его в распределустройстве, безопасного с точки зрения возможных аварий на уже действующем оборудовании, а также проведения испытаний требуют тщательного рассмотрения уже на стадии проектирования подстанции. Это обуславливается высокими требованиями к надежности КРУЭ, которая в настоящее время обеспечивается проведением качественных высоковольтных испытаний в период пусконаладочных работ. Для испытания КРУЭ напряжением 330 кВ и выше рекомендуется применение испытательных трансформаторов фирмы *TUR*. Конкретный тип испытательной установки выбирается по каталогам фирмы.

В данной статье описана конструкция основных узлов резонансного источника высокого напряжения. Основными составными частями источника являются блок трансформаторов и блок изолятов, показанные на рис. 2. В зависимости от конкретных условий испытаний на подстанции, т. е. количество ячеек и требуемого испытательного напряжения, источник комплектуется необходимым количеством блоков. Для испытаний КРУЭ = 110 кВ требуется минимум 2 блока трансформаторов и 1 блок изолятов, КРУЭ = 220 кВ — 3 блока трансформаторов и 2 блока изолятов. Конструктивно блок трансформаторов (рис. 2) выполнен в виде «корзины» из электростатических экранов, закрепленных на раме. Экраны, сваренные из толстостенных стальных труб, одновременно являются несущей конструкцией при сборке источника на подстанции. На раме

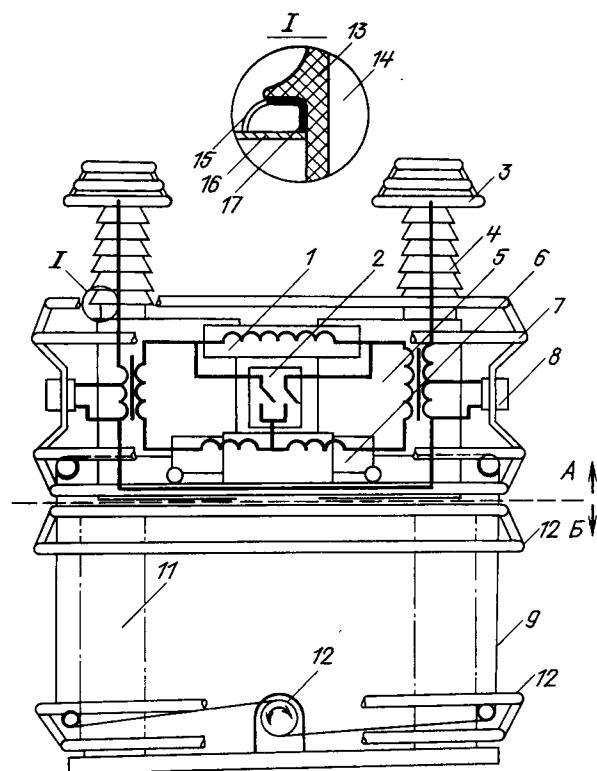


Рис. 2. Основные блоки резонансного источника:  
A — блок трансформаторов; 1 — индуктивная катушка; 2 — низковольтный коммутатор; 3 — электростатический экран; 4 — ввод трансформатора; 5 — трансформатор типа ИОМ-100; 6 — индуктивный дроссель с подвижным сердечником; 7 — экран-корзина; 8 — вольтметры; Б — блок изоляторов; 9 — изолирующий шнур привода подвижного сердечника; 10 — исполнительный механизм привода подвижного сердечника; 11 — изолятор; 12 — экран; I — часть ввода трансформатора; 13 — фарфоровая покрышка; 14 — масло; 15 — экран; 16 — бак трансформатора; 17 — проводящее покрытие

закреплены два испытательных трансформатора 5, два дросселя с подвижным сердечником 6 и дроссель без сердечника 1 с выводом средней точки. На экранах установлены киловольтметры 8 каждого трансформатора и коммутатор 2 для переключения в цепи низковольтных обмоток трансформаторов и дросселей. В каждом блоке высоковольтные обмотки трансформаторов могут соединяться последовательно или параллельно. При параллельном соединении высоковольтных обмоток коммутатором низковольтные обмотки и индуктивные дроссели соединяются последовательно, при последовательном соединении высоковольтных обмоток дроссели включаются каждый на низковольтную обмотку одного трансформатора. Последовательное или параллельное соединение трансформаторов позволяет гибко реагировать на изменение емкости объекта испытания и на требуемое испытательное напряжение. Настройка источника в резонанс производится изменением индуктивности дросселей 6 при перемещении сердечников магнитопроводов. Перемещение магнитопроводов осуществляется дистанционно с пульта управления посредством исполнительного механизма 10 и изолирующего шнура 9. Существенным недостатком трансформаторов се-

рии ИОМ-100 является наличие в них собственных ЧР, препятствующих качественному измерению характеристик ЧР в испытуемом КРУЭ. Наиболее слабым местом трансформаторов являются вводы, где и возникают собственные ЧР. Для устранения последних нижняя юбка фарфоровой покрышки 13 покрывается проводящим слоем 17, а экран 15 устанавливается таким образом, чтобы был обеспечен контакт с проводящим слоем.

Блоки трансформаторов всех кроме первой ступени, находятся под высоким потенциалом, поэтому каждый из них установлен на блок изоляторов. Блок изоляторов способен выдерживать напряжение 300 кВ. На подстанцию источник перевозится поблочно. Размещение источника на подстанции зависит как от компоновки КРУЭ по подстанции, так и от наличия свободной площади в распределустройстве, причем блоки трансформаторов могут располагаться на значительных расстояниях (до 20 метров) друг от друга. Другие достоинства источника определяются применением резонансной схемы. Во-первых, при перекрытии испытуемого объекта источник выходит из резонанса, перекрытие не вызывает короткого замыкания и появления дуги, и, следовательно, не происходит разрушения изоляции. Во-вторых, добротность при использовании в источнике испытательных трансформаторов ИОМ-100/20 и катушек индуктивности с незамкнутым магнитопроводом достигает 10. Следовательно, мощность, потребляемая из сети, во столько же раз меньше по сравнению с обычным трансформатором. Соответственно снижается и мощность регулирующего устройства, его габариты и масса. Методика испытаний [6] содержит следующие основные этапы: ступенчатый подъем и длительная (30 мин) выдержка напряжения на всех полюсах фазы или секции с контролем ЧР при чувствительности 50—100 пКл; приложение одноминутного напряжения для фазы или секции без контроля ЧР; измерение характеристик ЧР до напряжения  $1,5 U_{\text{ном}}/\sqrt{3}$  отдельно каждого полюса при чувствительности 5 пКл.

С использованием рассмотренного испытательного оборудования и указанной методики в 1981—1988 гг. были проведены испытания 7 подстанций с КРУЭ = 110 и 220 кВ с общим объемом 52 ячейки (156 полюсов). При этом было выявлено и при последующей разборке КРУЭ устранено около 50 дефектов изоляции. Сводные данные по обнаруженным при испытаниях КРУЭ дефектам изоляции даны в таблице.

Порядковый номер испытательных подстанций	Число ячеек КРУЭ	Тип и количество дефектов		
		изоляторы	посторонние частицы	другие типы дефектов
1	2	2	6	—
2	4	2	2	—
3	10	4	3	—
4	8	2	2	—
5	10	7	—	5
6	10	6	—	4
7	8	4	—	1

### Испытания коммутационными импульсами.

Данный вид испытаний [7] не полностью заменяет испытания напряжением переменного тока с измерением характеристик ЧР, поскольку не может обеспечить выявление всех типов дефектов в изоляции КРУЭ. Например, невозможна выявить дефекты в твердой эпоксидной изоляции или обнаружить мелкие подвижные проводящие частицы, зафиксировать плохой контакт между токоведущими частями в контактных соединениях, т. е. дефекты, которые существенно влияют на длительную электрическую прочность изоляции. В Мосэнерго коммутационными импульсами испытано КРУЭ из 8 ячеек, в одной из которых в эксплуатации произошло перекрытие эпоксидного тарельчатого изолятора, приведшее к аварии. Импульсными испытаниями хорошо выявляются дефекты, возникающие при монтаже и наладке газового оборудования: отсутствие или низкое качество элегаза в одном из отсеков КРУЭ; грубые нарушения электрического поля, т. е. отсутствие или смещение электростатических экранов, наличие крупных посторонних предметов.

Требования, предъявляемые к высоковольтным испытательным установкам, применяемым на подстанциях (транспортабельность, малый вес и габариты), ограничивают максимальную емкость нагрузки генераторов коммутационных импульсов значениями 1—1,5 нФ, т. е. практически емкостью одного полюса КРУЭ. Поэтому импульсные испытания могут быть целесообразны при выполнении следующих условий: незначительный объем КРУЭ — 2—3 ячейки; отсутствие длинных сборных шин и токопроводов; устанавливаемые ячейки должны пройти испытания напряжением переменного тока с измерением ЧР на заводе-изготовителе или в стационарной лаборатории.

Испытания импульсным коммутационным напряжением проводились с помощью генераторов коммутационных импульсов ГКИ-350 и ГКИ-600 с номинальными напряжениями 350 кВ (для класса 110 кВ) и 600 кВ (для класса 220 кВ). Схемы генераторов предложены ВЭИ имени В. И. Ленина и реализованы в Мосэнерго при испытаниях КРУЭ на подстанциях. Генераторы (рис. 3) разработаны на базе элегазовых трансформаторов напряжения типа ЗНОГ соответствующего класса напряжения. На низковольтную обмотку трансформатора разряжается батарея конденсаторов; при этом на обмотке высокого напряжения инициируется коммутационный импульс. В формировании импульса участвуют 2 контура (рис. 3, а), имеющие различные собственные частоты: первый состоит из последовательно соединенных емкости конденсаторной батареи, индуктивности рассеяния трансформатора и емкости нагрузки; второй — из параллельно соединенных емкостей конденсаторной батареи и нагрузки и последовательной с ними индуктивности намагничивания трансформатора. Получаемый коммутационный импульс является колебательным. Параметры импульса зависят от емкости нагрузки. Например, при нагрузке 1500 пФ время нарастания до максимального значения составляет 2 мс, длительность импульса — 3,6 мс. Конструктивно генератор состоит из

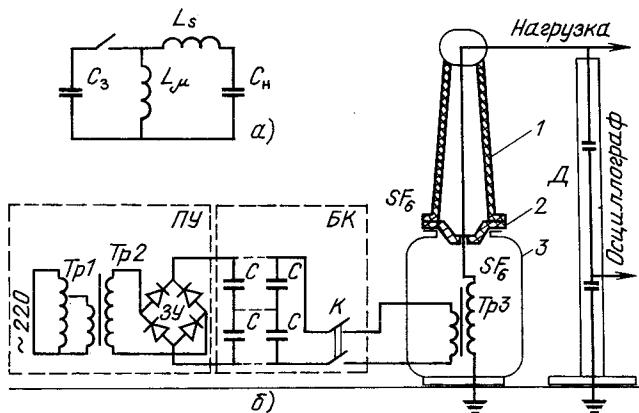


Рис. 3. Генератор коммутационных импульсов: а — схема замещения;  $C_3$  — емкость зарядная;  $L_\mu$  — индуктивность намагничивания;  $L_s$  — индуктивность рассеяния;  $C_n$  — емкость нагрузки; б — конструкция и электрическая схема; ПУ — пульт управления;  $Tp1$  — регулировочный автотрансформатор;  $Tp2$  — повышающий трансформатор; ЗУ — зарядное устройство; БК — батарея конденсаторов;  $C$  — конденсаторы; К — коммутатор;  $Tp3$  — трансформатор напряжения элегазовый серии ЗНОГ; 1 — высоковольтный ввод «элегаз — воздух»; 2 — изолятор эпоксидный; 3 — бак трансформатора; Д — делитель напряжения

четырех блоков (рис. 3, б): пульт управления, батарея конденсаторов, элегазовый трансформатор напряжения с вводом «элегаз — воздух», емкостной делитель напряжения с осциллографом. В пульте управления содержится коммутационная и защитная аппаратура, а также зарядное устройство (ЗУ). Батарея конденсаторов (БК) набрана из электролитических конденсаторов емкостью по 500 мкФ и напряжением 450 В, соединенных параллельно. Общая емкость батареи 20 000 мкФ, зарядное напряжение до 400 В. В батарее размещен силовой контактор. Трансформатор и ввод транспортируются отдельно, на подстанции ввод монтируется на трансформаторе и проводятся газотехнологические работы по вакуумированию переходного отсека и заполнению его элегазом, а также дозаполнение элегазом ввода (ввод транспортируется при избыточном давлении не более 0,02 МПа). Для контроля параметров импульсов используются емкостной делитель и запоминающий осциллограф. При испытании каждого полюса КРУЭ на него необходимо установить испытательный ввод «элегаз — воздух». Методика проведения испытаний изоляции КРУЭ коммутационным импульсным напряжением включает несколько этапов, на каждом из которых подаются несколько импульсов положительной и отрицательной полярности. Напряжение увеличивается ступенями от этапа к этапу. Например, для КРУЭ=220 кВ на первом и втором этапах подается по 5 импульсов обеих полярностей и напряжением соответственно 450 и 500 кВ. На третьем и четвертом этапах подается по 15 импульсов обеих полярностей и напряжением 550 и 600 кВ. Испытания считаются успешными, если не было пробоев или после пробоя изоляции выдержала указанное число импульсов.

**Испытание выпрямленным напряжением** проводится только в исключительных случаях, по-

скольку при данном виде испытательных воздействий может быть получен обратный эффект, т. е. не выявление дефектов и кондиционирование изоляции, а ее ухудшение и создание предпосылок для повреждения нормальной изоляции. Тем не менее такие испытания могут быть допущены в эксплуатации при отсутствии оборудования для испытания переменным или импульсным напряжением, если выполняются условия:

КРУЭ находилось в работе в течение длительного времени;

при переборке ячеек на подстанции соблюдаены меры по чистоте помещения (отсутствие пыли, многоразовая влажная уборка и т. д.);

вновь устанавливаемые изоляторы прошли проверку на отсутствие ЧР на заводе-изготовителе или в лаборатории.

В этом случае остается только проверить отсутствие искажений геометрии электрического поля. При создании конструкции выпрямителя за основу принимается каскадная схема умножения [8]. В такой схеме допустимое значение тока нагрузки определяется номинальным током выпускаемых промышленностью высоковольтных диодов. Использование частоты питающего напряжения, в несколько раз превышающей промышленную, предполагает наличие преобразователя частоты, что усложняет конструкцию выпрямителя и условия его эксплуатации. Конденсаторы выбираются как можно большей емкости, но конструктивно наиболее удобны для применения в выпрямителе конденсаторы в баке из изоляционного материала, имеющие выводы в виде днища и крыши. Таким образом, можно считать, что ток нагрузки  $I_n$ , частота входного напряжения  $f$  и емкость конденсатора  $C$  заданы. Остается найти оптимальное соотношение входного напряжения и числа ступеней выпрямителя. С ростом числа

ступеней  $n$  растет выходное напряжение  $U_{\text{вых}}$ , но при этом падение напряжения и пульсация растут быстрее, следовательно, использование большого числа ступеней при заданных  $I_n$ ,  $f$ ,  $C$  неэффективно. Поскольку для питания выпрямителя всегда можно использовать распространенный испытательный трансформатор ИОМ-100/20, имеющий номинальное напряжение 100 кВ (действующее значение), и таким образом резко увеличить входное напряжение, то число ступеней может быть равно, например, двум для выпрямителя на 500 кВ. Конструкция такого выпрямителя показана на рис. 4. Главными элементами выпрямителя являются высоковольтные вентили 2, имеющие параметры: номинальный ток 0,1 А, максимальное обратное напряжение 250 кВ. Вентили набраны из последовательно соединенных высоковольтных диодов. Конденсаторы типа ФМ емкостью 0,015 мкФ и номинальным зарядным напряжением 110 кВ в ступенях соединены последовательно, так как напряжение каждой ступени составляет 250 кВ. Небольшая перегрузка по напряжению не является опасной, поскольку испытательное напряжение конденсаторов составляет 150 кВ и применено дополнительное экранирование фланцев конденсаторов, позволяющее повысить разрядное напряжение по поверхности. Для равномерного распределения напряжения между конденсаторами они шунтируются высоковольтными высокоомными резисторами 4 типа КЭВ. Из таких же резисторов набрано измерительное сопротивление 9, соединенное последовательно с микроамперметром 10, шкала которого отградуирована в киловольтах. Для измерения токов утечки предусмотрен микроамперметр 8, имеющий предел измерения. Переключение пределов измерения производится дистанционно под напряжением с помощью изолирующей штанги. На месте испытания устанавливаются специальные складные опоры, на которых конденсаторы собираются в колонны; между колоннами конденсаторов навешиваются вентили. Измерительное сопротивление собирается из трех секций, на верхней из которых устанавливается экранированный микроамперметр. Для перемены знака испытательного напряжения достаточно перевернуть высоковольтные вентили.

В Мосэнерго при проведении испытаний КРУЭ постоянным током применялись две методики. По первой проводились испытания КРУЭ 110—220 кВ на одной из первых подстанций. В это время в энергосистеме отсутствовало оборудование для испытания напряжением переменного тока с измерением характеристик ЧР. Испытательное напряжение для КРУЭ = 110 кВ составляло 186 кВ и для КРУЭ = 220 кВ — 368 кВ. На первом этапе испытывается участок КРУЭ до первого встречающегося по схеме разрыва выключателя или разъединителя, а также сам разрыв. На втором этапе испытывается первый участок и новый до следующих разрывов. Поэтому испытание продолжается до тех пор, пока в схему испытаний не включится все КРУЭ. Выдержка испытательного напряжения равна 1 мин. При испытаниях не было пробоев, а токи утечки по фазам отли-

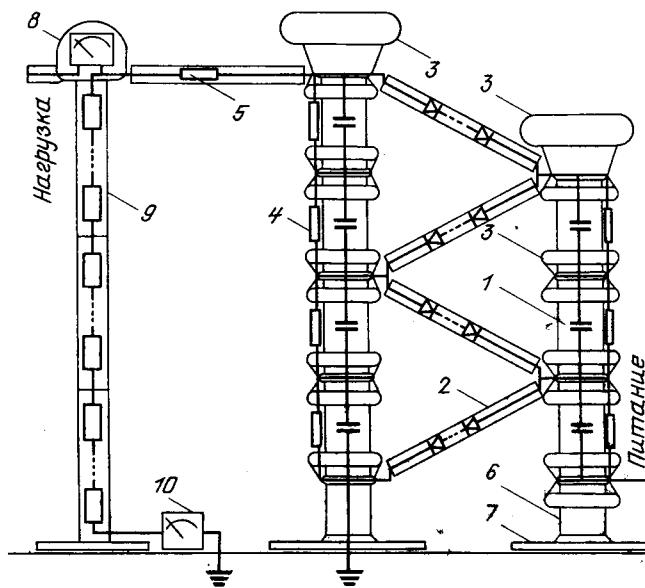


Рис. 4. Выпрямитель каскадный:  
1 — конденсаторы; 2 — вентили; 3 — электростатические экраны;  
4 — шунтирующие резисторы; 5 — защитный резистор;  
6 — изолятор; 7 — опора; 8 — микроамперметр; 9 — измерительное сопротивление; 10 — киловольтметр

чались не более чем на 10 %, что позволило сделать вывод об успешности испытаний, однако через несколько месяцев эксплуатации на токопроводе 220 кВ произошла авария из-за пробоя опорного изолятора в токопроводе.

По второй методике были испытаны блоки вводов КРУЭ=220 совместно с кабелем 220 кВ, поскольку на испытуемой конструкции КРУЭ отсутствовали специальные кабельные разъединители. Напряжение поднималось ступенями по 50 кВ, причем на каждой ступени подавалось напряжение обоих знаков, сначала положительное, затем отрицательное. На ступенях производился подъем и спуск напряжения без выдержки. Изоляция КРУЭ такие испытания выдержала, однако при включении на рабочее напряжение в кабельных объемах произошло несколько пробоев. Пробои произошли, вероятно, в результате образования дорожек на изоляторах КРУЭ, что связано с осаждением на поверхности изоляторов заряженных непроводящих частиц и нейтрализацией заряда при переходных процессах, вызванных разрядом кабеля.

**Выводы.** 1. Приведенная конструкция основных узлов из испытательных трансформаторов серии ИОМ позволяет компоновать на подстанции резонансный источник высокого напряжения и испытывать изоляцию КРУЭ из 5—20 ячеек напряжением переменного тока с измерением характеристик ЧР. Такие испытания выявляют все типы дефектов и являются наиболее эффективными, так как обеспечили безаварийную работу 63 ячеек в течение нескольких лет.

2. Генератор коммутационных импульсов с использованием элегазового трансформатора напряжения серии ЗНОГ вследствие малой нагрузоч-

ной способности может быть использован для КРУЭ из 2—3 ячеек. Импульсные испытания не выявляют дефектов, определяющих длительную прочность; в одной из испытанных ячеек произошла авария на третьем году эксплуатации.

3. Испытание выпрямленным напряжением должно применяться в исключительных случаях, так как может привести к ухудшению изоляции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельзяк И. Я. Развитие подстанций с элегазовым оборудованием за рубежом.— Энергохозяйство за рубежом, 1982, № 6.
2. Высоковольтные установки промышленной частоты для испытаний оборудования с газовой изоляцией в условиях действующих подстанций / Ю. П. Аксенов, М. Ю. Головков, А. Г. Ляпин, А. А. Филиппов.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 5.
3. Метод диагностики элегазовой изоляции по параметрам частичных разрядов / Ю. П. Аксенов, А. Г. Ляпин, В. И. Попков и др.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1983, № 3.
4. Методика и оборудование для измерения характеристик частичных разрядов в КРУЭ / Ю. П. Аксенов, Л. В. Летицкая, А. Г. Ляпин и др.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, № 5.
5. А. с. 1156209 (СССР). Преобразователь переменного напряжения в высокое переменное напряжение для реактивной нагрузки / Ю. П. Аксенов, М. Ю. Головков, В. Д. Лесковец и др. Опубл. в Б. И., 1985, № 18.
6. Монтаж и испытания изоляции КРУЭ / Ю. П. Аксенов, М. Ю. Головков, А. С. Лесковец и др.— Энергетическое строительство, 1987, № 7.
7. Лабус-Наврат К. Испытания диэлектрической прочности изоляции ГЭКРУ в месте эксплуатации.— Междунар. коллоквиум по высоковольтной испытательной технике. Ленинград, 1988, доклад 1.
8. Катаев Г. И. Применение схем умножения в высоковольтных испытательных установках.— Изв. вузов. Энергетика, 1960, № 1.

{10.04.90}

УДК 538.12

## Э. д. с. контура в поле движущегося постоянного магнитного диполя или квадруполя

ЛИПАТОВ В. В.

Ленинград

Задача определения э. д. с. линейного контура в поле движущегося постоянного магнитного диполя или квадруполя возникает при анализе взаимного влияния различных электротехнических цепей и устройств, а также при расчете выходных сигналов протяженных рамочных антенн, расположенных в неоднородном магнитном поле.

Пусть замкнутый линейный контур произвольной конфигурации расположен в поле движущегося источника электромагнитного поля, размеры которого значительно меньше, чем расстояние до контура. Скорость движения мала по

сравнению со скоростью света и в каждый момент времени может меняться как по величине, так и по направлению. Для определения э. д. с. могут использоваться разные формулировки закона электромагнитной индукции [1], требующие вычисления поверхностного или контурного интеграла от магнитной индукции, векторного потенциала или индуцированной напряженности электрического поля источника. Математическая постановка задачи зависит от ориентации и типа источника, траектории и параметров его движения.

Если свести задачу к вычислению характе-

ристик магнитного поля неподвижного контура, питаемого постоянным током, то метод расчета становится унифицированным. Предварительно установим соотношения взаимности между потоком вектора магнитной индукции через любую поверхность, натянутую на контур  $L$ , и характеристиками магнитного поля этого контура в точке расположения источника (точка  $P$ , рис. 1). Приравнивая известные выражения для взаимной потенциальной энергии [2] контура  $L$  с постоянным током  $I$  и источника магнитного поля, распределенного в объеме  $V$ , получаем

$$I\Phi = \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} dV, \quad (1)$$

где  $\Phi$  — магнитный поток;  $\mathbf{J}$  — вектор намагченности;  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции поля контура  $L$  при  $\mathbf{J}=0$  во всем объеме  $V$ .

Намагченность в окрестности точки  $Q$  объема  $V$  представим рядом Тейлора:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}(\mathbf{r}_0) + \frac{d^2\mathbf{J}(\mathbf{r}_0)}{2!} + \dots + \frac{d^n\mathbf{J}(\mathbf{r}_0)}{n!} + \{n+1\}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}_0$  — радиусы-векторы точек  $P$  и  $Q$  (см. рис. 1);  $\{n+1\}$  — остаточный член.

Удерживая только первый член ряда (2), получаем представление намагченности для диполя:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{M}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (3)$$

где  $\mathbf{M}$  — магнитный момент;  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$  — трехмерная дельта-функция.

Подставляя выражение (3) в правую часть уравнения (1) и учитывая фильтрующее свойство  $\delta$ -функции, находим

$$I\Phi = \mathbf{M} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}_0). \quad (4)$$

Формула (4) показывает, что магнитный поток равен скалярному произведению векторов момента диполя и магнитной индукции контура с током 1 А в точке расположения диполя<sup>1</sup>. Если дипольный момент источника равен нулю, то следует принять более высокое приближение в разложении (2). Первый дифференциал объемной плотности магнитного момента может быть представлен в таком виде:

$$d\mathbf{J}(\mathbf{r}_0) = -\mathbf{M} \cdot \nabla \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \quad (5)$$

<sup>1</sup> Формула (4) приводится в [3], где она получена иным способом.

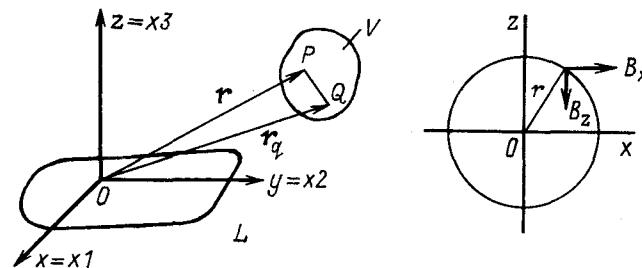


Рис. 1. К постановке задачи

Рис. 2. Структура магнитного поля бесконечно длинного кабеля

где  $\nabla \delta = \frac{\partial \delta}{\partial x_k} \mathbf{e}_k$  — градиент  $\delta$ -функции;  $\mathbf{M} = M_{ik} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_k$  — тензор квадрупольного момента<sup>2</sup>;  $i, k = 1, 2, 3$ ;  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ .

Подставляя выражение (5) в (1) с учетом свойства производных  $\delta$ -функций, в декартовом базисе получаем

$$I\Phi = M_{ik} \frac{\partial B_i}{\partial x_k} (\mathbf{r}_0), \quad (6)$$

что может быть представлено в форме

$$I\Phi = \mathbf{M} : \nabla \mathbf{B}(\mathbf{r}_0), \quad (7)$$

где символ  $(:)$  означает операцию двойного скалярного произведения (двойной свертки) [4].

Градиент вектора магнитной индукции  $\nabla \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{B}_i}{\partial x_k} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_k$  есть тензор второго ранга, имеющий пять независимых компонентов. Таким образом, в этом случае магнитный поток равен двойному скалярному произведению тензоров квадрупольного момента и градиента вектора магнитной индукции с током 1 А в точке расположения квадруполя.

Э. д. с. в контуре определяется производной по времени магнитного потока, меняющегося при линейном перемещении или вращении источника поля относительно неподвижного контура. Для дипольного и квадрупольного источников из выражений (4) и (7) находим соответственно

$$I\dot{\Phi} = -\frac{d\mathbf{M}}{dt} \cdot \mathbf{B} - \mathbf{M} \cdot \frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (8)$$

$$I\dot{\Phi} = -\frac{d\mathbf{M}}{dt} : \nabla \mathbf{B} - \mathbf{M} : \frac{d\nabla \mathbf{B}}{dt}. \quad (9)$$

Дипольный и квадрупольный момент не меняются в любой лагранжевой системе координат, поэтому изменение этих величин во времени вследствие вращения с угловой скоростью  $\omega$  относительно неподвижной системы координат определяется выражениями [5]:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \omega \times \mathbf{M}; \quad (10)$$

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \omega \times \mathbf{M} - \mathbf{M} \times \omega. \quad (11)$$

Для стационарного поля изменения во времени вектора магнитной индукции и его градиента вследствие перемещения точки наблюдения имеют вид

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{B}; \quad (12)$$

$$\frac{d(\nabla \mathbf{B})}{dt} = \mathbf{v} \cdot \nabla \nabla \mathbf{B}, \quad (13)$$

где  $\mathbf{v}$  — линейная скорость движения источника;  $\nabla \nabla \mathbf{B} = \frac{\partial^2 \mathbf{B}_i}{\partial x_i \partial x_k} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_k$  — градиент вектора магнит-

<sup>2</sup> Здесь и далее используется диадная форма записи тензоров второго ранга и правило суммирования по повторяющимся индексам.

ной индукции, тензор третьего ранга с семью независимыми компонентами.

Э. д. с. линейного контура в поле движущегося диполя с учетом формул (8), (10) и (12) представляется выражением

$$I\vartheta = -M \cdot (v \cdot \nabla \mathbf{B} + \omega \times \mathbf{B}), \quad (14)$$

которое записывается в компонентной форме

$$I\vartheta = -M_i (v_k \frac{\partial B_i}{\partial x_k} + \omega_k B_i \epsilon_{kli}), \quad (15)$$

где  $\epsilon_{kli}$  — символы Леви — Чивита, равные +1, если набор индексов  $k, l, i$  равен 1, 2, 3 или круговой перестановке этих цифр;  $\epsilon_{kli} = -1$ , если в следовании индексов указанный порядок нарушается;  $\epsilon_{kli} = 0$ , если среди индексов имеются одинаковые.

Развернутое выражение последней формулы имеет вид

$$\begin{aligned} I\vartheta = & -M_x \left( v_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial B_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial B_x}{\partial z} + \right. \\ & + \omega_y B_z - \omega_z B_y \Big) - M_y \left( v_x \frac{\partial B_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + \right. \\ & + v_z \frac{\partial B_y}{\partial z} + \omega_z B_x - \omega_x B_z \Big) - M_z \left( v_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + \right. \\ & \left. + v_y \frac{\partial B_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial B_z}{\partial z} + \omega_x B_y - \omega_y B_x \right). \quad (16) \end{aligned}$$

Таким образом, определение э. д. с., наводимой движущимся диполем, сводится к вычислению компонентов вектора магнитной индукции контура и их пространственных производных. Если при линейном перемещении диполя направления момента и скорости коллинеарны осям прямоугольной системы координат, то достаточно вычислить одну пространственную производную компоненты индукции на направление момента по переменной, координатная ось которой коллинеарна вектору скорости. Вращающийся диполь создает э. д. с., если его магнитный момент ортогонален вектору угловой скорости, а в точке расположения источника не равна нулю компонента индукции контура, ортогональная как моменту, так и угловой скорости.

Выражение (9) э. д. с. контура в поле движущегося квадруполя при подстановке значений производных из формул (11), (13) и с учетом свойств смешанного (векторного — двойного скалярного) произведения может быть преобразовано к виду

$$I\vartheta = -M \cdot (v \cdot \nabla \nabla \mathbf{B} - \omega \times \nabla \mathbf{B} + \nabla \mathbf{B} \times \omega), \quad (17)$$

или в компонентной форме<sup>3</sup>

$$I\vartheta = -M_{ik} \left[ v_l \frac{\partial^2 B_i}{\partial x_l \partial x_k} + \omega_l \left( \epsilon_{nli} \frac{\partial B_n}{\partial x_k} - \epsilon_{klm} \frac{\partial B_i}{\partial x_m} \right) \right], \quad (18)$$

где все индексы  $i, k, l, m, n$  суммирования принимают значения 1, 2, 3;  $\epsilon_{nli}$  и  $\epsilon_{klm}$  — символы Леви — Чивита.

При линейном перемещении квадруполя вычисление э. д. с. сводится к нахождению компонентов градиента индукции (тензора третьего ранга) поля контура, а при вращении квадруполя — к нахождению градиента индукции (тензора второго ранга). При прямолинейном перемещении квадруполя с одной ненулевой компонентой квадрупольного момента достаточно определить всего одну пространственную производную второго порядка.

Для иллюстрации метода рассмотрим в качестве контура бесконечно длинный кабель, расположенный на оси  $y$  (рис. 2). Для такого контура  $B_y = 0$ ,  $\frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{\partial B_z}{\partial y} = 0$ , и из формулы (16) находим

$$\begin{aligned} I\vartheta = & -M_x \left( v_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + v_z \frac{\partial B_x}{\partial z} + \omega_y B_z \right) - \\ & - M_y (\omega_z B_x - \omega_x B_z) - M_z \left( v_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + v_z \frac{\partial B_z}{\partial z} - \omega_y B_x \right). \quad (19) \end{aligned}$$

Компоненты вектора индукции и их пространственные производные в декартовых координатах равны

$$\begin{aligned} B_x = & \frac{\mu I z}{2\pi r^2}; \quad B_z = -\frac{\mu I x}{2\pi r^2}, \\ \frac{\partial B_z}{\partial z} = & -\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\mu I x z}{\pi r^4}; \quad \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\frac{\mu I (z^2 - x^2)}{2\pi r^4}, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $\mu$  — абсолютная магнитная проницаемость окружающего однородного пространства;  $r = (x^2 + z^2)^{1/2}$  — радиальная дистанция до точки наблюдения.

Подставляя эти формулы в выражение (19), находим

$$\begin{aligned} \vartheta = & \frac{\mu}{2\pi r^4} [2xz(M_x v_z - M_z v_z) + (z^2 - x^2)(M_x v_z + \\ & + M_z v_x) + xr^2(M_x \omega_y - M_y \omega_x) + zr^2(M_z v_y - M_y \omega_z)]. \quad (21) \end{aligned}$$

Для дипольного источника, движущегося параллельно оси  $x$ , э. д. с. равна

$$\vartheta = \frac{\mu v_x}{2\pi r^4} [M_x \cdot 2xz + M_z(z^2 - x^2)]. \quad (22)$$

При таком же движении квадрупольного источника

$$\begin{aligned} I\vartheta = & -v_x \left( M_{xx} \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + M_{xz} \frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial z} + \right. \\ & \left. + M_{zx} \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + M_{zz} \frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial z} \right). \quad (23) \end{aligned}$$

Вторые производные компонент индукции линейного провода с постоянным током равны

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} = & -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial z} = -\frac{\mu I z}{\pi r^6} (r^2 - 4x^2); \\ \frac{\partial^2 B_x}{\partial x \partial z} = & \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\frac{\mu I x}{\pi r^6} (r^2 - 4z^2). \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

<sup>3</sup> Развернутое выражение в декартовой системе координат содержит в общем случае 63 члена.

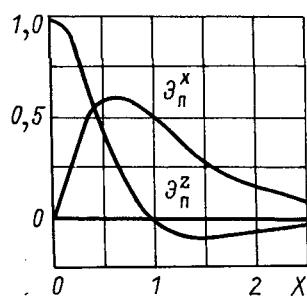


Рис. 3. Э. д. с., индуцированная в проводе горизонтальным и вертикальным диполями, движущимися с постоянной скоростью

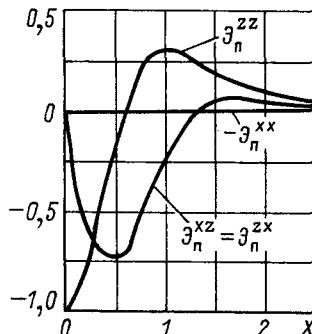


Рис. 4. Э. д. с., индуцированная в проводе магнитными квадрупольными источниками, движущимися с постоянной скоростью

Выражение для э. д. с., создаваемой квадрупольным источником, перемещающимся без вращения коллинеарно оси  $x$ , имеет вид

$$\mathcal{E} = \frac{\mu v_x}{\pi r^6} [(M_{xx} - M_{zz})(r^2 - 4x^2)z + (M_{xz} + M_{zx})(r^2 + 4z^2)x]. \quad (25)$$

Зависимости э. д. с. в бесконечно длинном проводе, индуцированной вертикальным и горизонтальным магнитными диполями, движущимися с постоянной скоростью  $v_x$ , при фиксированном значении координаты  $z$  приведены на рис. 3. По оси абсцисс отложена безразмерная координата  $x = x/z$ , по оси ординат — нормированные значения э. д. с.:

$$\mathcal{E}_n^x = \mathcal{E}^x \cdot 2\pi z^2 / (\mu v_x M_x); \quad \mathcal{E}_n^z = \mathcal{E}^z \cdot 2\pi z^2 / (\mu v_x M_z).$$

Аналогичные зависимости для квадрупольных источников с моментами  $M_{xx}$ ,  $M_{xz}$ ,  $M_{zx}$ ,  $M_{zz}$  даны

на рис. 4, где по оси ординат отложены нормированные значения  $\mathcal{E}_n^{ij} = \mathcal{E}^{ij} \pi z^3 / (\mu v_x M_{ij})$ . Сравнение зависимостей  $\mathcal{E}_n^z(X)$  и  $\mathcal{E}_n^{xx}(X)$  позволяет установить их подобие. При малых значениях  $X$  наблюдается  $\mathcal{E}^z \approx \mathcal{E}^{xx}$ , если выполняется условие  $M_{xx} \approx 0,5 M_{zz}$ . Зависимости  $\mathcal{E}_n^x(X)$  и  $-\mathcal{E}_n^{xx}(X)$  похожи на начальном участке, но далее в случае квадрупольного источника имеется дополнительный, слабо выраженный экстремум. При изменении положения источника величина э. д. с. меняется быстрее для квадруполя вследствие более высокой степени уменьшения его индукции с расстоянием по сравнению с диполем.

Для более сложной траектории движения источника в каждый момент времени определяются его линейная и угловая скорости, затем в точке, соответствующей этому моменту, вычисляются компоненты индукции магнитного поля и их пространственные производные. После этого находится значение э. д. с.

В заключение отметим, что изложенный метод вычисления э. д. с. может быть распространен на мультипольные источники более высокого порядка.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Поливанов К. М. Электродинамика движущихся тел.—М.: Энергоиздат, 1982.
- Стрэттон Д. А. Теория электромагнетизма.—М.: Иностранная литература, 1948.
- Липатов В. В. Теорема взаимности для линейных цепей и сосредоточенных источников.—Электричество, 1987, № 8, с. 28—30.
- Фомин В. Л. Механика континуума для инженеров.—Л.: Изд. ЛГУ, 1975.
- Лурье А. И. Аналитическая механика.—М.: Физматиздат, 1961.

УДК 621.372.061

## Расчет переходных процессов в линейных звеньях на базе новой математической модели сигнала

ДУБОВСКИЙ В. В.

Севастополь

В практических задачах электротехники, радиотехники, электронной техники и автоматики в числе актуальных остается задача разработки инженерных методов расчета переходных процессов при воздействиях произвольной формы.

Динамические свойства линейных звеньев описываются импульсной характеристикой  $g(t)$  или в операторной форме соответствующей передаточной функцией  $G(s)$ . Реакция линейного динамического звена с ненулевыми начальными условиями на произвольное воздействие  $x(t)$  вы-

ражается формулой [1]

$$y(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{\lambda_i t} + \int_0^t g(\tau) x(t-\tau) d\tau,$$

где  $\lambda_i (i=1, n)$  — корни характеристического уравнения звена  $n$ -го порядка;  $c_i$  — постоянные интегрирования, соответствующие заданным начальным условиям.

Учет начальных условий и определение постоянных интегрирования осуществляются мето-

дом наложения и обычно не вызывают затруднений.

### Вычисление интеграла свертки

$$y_b(t) = \int_0^t g(\tau) x(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

требует аналитического описания воздействия на всем интервале интегрирования и связано, как правило, с громоздкими вычислениями. Достаточно простой алгоритм получен для установившегося в определенном смысле режима, когда допустимо верхний предел интеграла свертки принять равным бесконечности, функцию  $x(t-\tau)$  разложить в степенной ряд в окрестности точки  $t$ , в результате чего искомый интеграл может быть выражен через производные входного воздействия в данный момент времени и начальные моменты импульсной характеристики, которые вычисляются как производные передаточной функции звена [2, 3 и др.].

Но такой алгоритм имеет больше теоретическую, чем практическую значимость по следующим причинам. Предположение о существовании установившегося режима на бесконечном (или достаточно продолжительном) интервале времени практически несостоятельно, особенно при расчете переходных процессов.

Степенной ряд для произвольной функции в общем случае содержит бесконечное число членов. Но в практических расчетах этот ряд приходится ограничивать. Методом последовательного интегрирования нетрудно показать, что ограниченному степенному ряду с  $m$  членами соответствует такая математическая модель сигнала, когда на всем интервале разложения сохраняется постоянство  $m$ -й производной. Причем увеличение числа членов ряда совсем не обязательно ведет к повышению точности разложения в силу его неортогональности. Очевидно, такая модель сигнала далеко не всегда приемлема.

При наличии указанных недостатков рассмотренный алгоритм вычисления интеграла свертки (1) обладает тем не менее такими несомненными достоинствами как простота вычислений и «привязка» к свойствам входного сигнала в текущий момент времени.

В данной статье предлагается метод расчета по выражению (1) реакции линейных динамических звеньев на произвольное воздействие, сохраняющий достоинства рассмотренного алгоритма вычисления интеграла свертки, но свободный от его указанных выше ограничений.

В основе метода лежит новая математическая модель сигнала произвольной формы, которая может рассматриваться как обобщенный степенной ряд Тейлора.

В [4] отмечается, что степенной ряд Тейлора «не может представлять функцию на интервале, на котором она или производная от нее какого-либо порядка имеют разрывы, а также если она на различных частях этого интервала задается различными формулами».

Предлагаемая модель сигнала снимает эти

ограничения классического ряда Тейлора. Предполагается, что функция  $x(t)$ , описывающая входной сигнал динамического звена, задается различными степенными полиномами  $m$ -го порядка на отдельных частях рассматриваемого интервала времени  $0 \div t$ . На границах частей интервала в общем случае будут иметь место разрывы производных от нулевого до  $m$ -го порядков.

Методом последовательного интегрирования для функции  $x(t-\tau)$ , входящей в интеграл (1), может быть получено разложение в обобщенный степенной ряд Тейлора вида

$$x(t-\tau) = \sum_{k=0}^m (-\tau)^k \frac{1}{k!} x^{(k)}(t) + \sum_p \sum_{j=0}^q \frac{(-1)^j a_q}{j!(q-j)!} \tau^j [t - t_q]^{q-j} - 1[t - (t - t_q)], \quad (2)$$

где  $p$  — полное в пределах интервала разложения количество скачков всех производных входного воздействия от нулевого до  $m$ -го порядков включительно;  $a_q$  — величина скачкообразного изменения  $q$ -й производной (с учетом знака),  $0 \leq g \leq m$ ;  $t_q$  — момент скачкообразного изменения  $q$ -й производной;

$$1[t - (t - t_q)] = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < t - t_q, \\ 1 & \text{при } \tau \geq t - t_q. \end{cases}$$

В разложении (2) первая сумма правой части является классическим разложением в ряд Тейлора функции  $x(t-\tau)$  в окрестности точки  $t$  с ограниченным числом членов  $m$ . Как указывалось выше, эта сумма совпадает с разлагаемой функцией лишь в пределах той части интервала времени, где сохраняется постоянство  $m$ -й производной функции. При нарушении этого условия появляется погрешность аппроксимации, которая компенсируется второй (сдвоенной) суммой, вносящей поправки на все  $p$  имеющих место скачкообразных изменений производных в пределах интервала разложения, появляющихся вследствие отличия степенных полиномов, аппроксимирующих разлагаемую функцию на различных участках интервала разложения. В общем случае способ формирования этих полиномов может быть произвольным. В дальнейшем изложении предполагается едиобразный подход, когда на каждой из выделенных частей разлагающаяся функция  $x(t-\tau)$  аппроксимируется самостоительным рядом Тейлора с ограниченным числом членов  $m$ .

В матричной форме записи разложение (2) имеет вид

$$x(t-\tau) = \sum_{v=0}^n \vec{a}(t_v) \vec{B}(t - t_v, \tau), \quad (3)$$

где  $n$  — количество выделенных участков непрерывности функции  $x(t)$  с постоянными значениями  $m$ -й производной;  $t_v$  — граничные точки участков;  $t_0 = t$ ;  $t_n = 0$ ;  $\vec{a}(t_v)$  — вектор-строка  $(1 \times (m+1))$ ;  $a_i(t_v) = x^{(i-1)}(t_v - 0) - x^{(i-1)}(t_v + 0)$ ;  $i = 1, (m+1)$ ;  $x(t) = 0$  при  $t \notin [t_n, t_0]$ ;  $\vec{B}(t - t_v, \tau)$  — вектор-столбец  $((m+1) \times 1)$ ;

$$B_u(t-t_v, \tau) = \sum_{j=0}^{u-1} \frac{(-1)^j (t-t_v)^{u-1-j}}{j!(u-1-j)!} \tau^j I_j [t-(t-t_v)],$$

$$u = \overline{1, (m+1)}.$$

Подстановка (3) в (1) дает:

$$y_b(t) = \sum_{v=0}^n \vec{a}(t_v) \vec{\mathcal{G}}(t-t_v), \quad (4)$$

где  $\vec{\mathcal{G}}(t-t_v)$  — вектор-столбец  $((m+1) \times 1)$ ;

$$\vec{\mathcal{G}}_u(t-t_v) = \sum_{j=0}^{u-1} \frac{(-1)^j (t-t_v)^{u-1-j}}{j!(u-1-j)!} I_j(t-t_v),$$

$$u = \overline{1, (m+1)};$$

$$I_j(t-t_v) = \int_{t-t_v}^{\infty} \tau^j g(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Интеграл (5) может быть выражен в операторной форме через передаточную функцию звена:

$$I_j(t-t_v) = (-1)^j G^{(j)}(0) - L_{(t-t_v)}^{-1} \left[ \frac{(-1)^j}{s} G^{(j)}(s) \right], \quad (6)$$

где под оператором  $L_{(t-t_v)}^{-1}$  понимается оригинал выражения, стоящего под знаком этого оператора, при аргументе равном  $(t-t_v)$ .

Нетрудно видеть, что представлению сигнала  $x(t-\tau)$  в виде классического ряда Тейлора соответствует первое слагаемое правой части (4) при  $v=0$ . Остальные слагаемые корректируют искомое значение реакции звена за счет уточнения описания входного воздействия при переходе к обобщенному ряду Тейлора.

Ввиду произвольности входного воздействия  $x(t)$  разбиение интервала его задания на участки непрерывности с постоянными значениями  $m$ -й производной может быть выполнено лишь с определенным приближением. Поэтому практическое использование предлагаемого способа расчета предполагает наличие рекомендуемых критериев формирования участков, обеспечивающих требуемую точность конечного результата (в пределах указанного фактора).

Приближенный критерий выбора длительности некоторого участка  $\lambda_v = t_{v-1} - t_v$  может быть получен посредством учета влияния  $(m+1)$ -го члена ряда Тейлора, по сравнению с которым отброшенный остаток ряда имеет более высокий порядок малости. Принимая, что в пределах рассматриваемой части интервала  $(m+1)$ -я производная сохраняет постоянное значение, можно получить следующее условие для выбора  $\lambda_v$ :

$$\frac{|b(t_v)| |\vec{v}(t_v) \vec{\mathcal{G}}(t-t_v)|}{\lambda_v^{m+1}} \leq \frac{\delta}{(m+1)!} |\vec{a}(t_{v-1}) \vec{\mathcal{G}}(t-t_{v-1})|, \quad (7)$$

где  $\delta$  — заданная относительная погрешность определения  $y_b(t)$ ;  $b(t_v) = \sum_{k=0}^m \frac{(-\lambda_v)^k}{k!} x^{(k)}(t_{v-1}-0)$  —  $x(t_v+v)$  — величина рассогласования в искомой

точке  $t_v$  между действительным значением функции и ее аппроксимацией на рассматриваемом участке рядом Тейлора с ограниченным числом членов  $m$ ;  $\vec{v}(t_v)$  — вектор-строка  $(1 \times (m+1))$ ;

$$\vec{v}_i(t_v) = - \frac{(-\lambda_v)^{m+2-i}}{(m+2-i)!}, \quad i = \overline{1, (m+1)}.$$

Поскольку в правой части (7) стоит величина, не зависящая от  $\lambda_v$ , то задача сводится к выбору такого значения  $\lambda_v$ , при котором левая часть удовлетворяет указанному неравенству.

Приведенные выше формулы (4)  $\div$  (7) по существу являются алгоритмом расчета реакции линейных динамических звеньев на воздействия произвольной формы с заданной степенью точности, которая достигается переходом от модели сигнала в виде классического ряда Тейлора к обобщенному степенному ряду с соответствующим разбиением интервала задания функции, описывающей входное воздействие, на участки ее непрерывности с постоянными значениями  $m$ -й производной.

В порядке конкретизации общих расчетных формул в таблице приведены выражения составляющих вектора-столбца  $\vec{\mathcal{G}}(t-t_v)$  при  $m=2$  для типовых динамических звеньев. Как показывает опыт [5], при решении многих практических задач динамические свойства сложных линейных цепей достаточно точно описываются либо одной из передаточных функций, приведенных в таблице, либо одной из них сведением надлежащего запаздывания  $\tau_3$ , когда передаточная функция цепи принимает вид

$$G^*(s) = e^{-\tau_3 s} G(s),$$

где  $G(s)$  — передаточная функция одного из типовых динамических звеньев, приведенных в таблице. Тогда для установленных граничных точек, удовлетворяющих условию  $t-t_v < \tau_3$ , функционал  $I_j(t-t_v)$  в выражениях для элементов вектора  $\vec{\mathcal{G}}(t-t_v)$  вычисляется по формуле

$$I_j(t-t_v) = \sum_{r=0}^j \varphi_j^r (-1)^{j-r} \tau_3^r G^{(j-r)}(0),$$

где  $\varphi_j^r$  — биномиальные коэффициенты.

В остальных случаях остаются справедливыми выражения, приведенные в таблице, с заменой их аргумента на значение  $(t-t_v-\tau_3)$ .

**Пример.** Найти реакцию звена с передаточной функцией

$$G(s) = \frac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}, \quad T_1 > T_2,$$

на входное воздействие

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 0,5t^2 + t & \text{при } 0 \leq t < 2; \\ -t^2 + 8t - 8 & \text{при } t \geq 2 \end{cases}$$

для значений  $t > 2$ . Начальные условия нулевые.

Передаточная функция	Выражения для $\mathcal{F}_u(t-t_v)$ для типовых динамических звеньев		
	при $u=1$	при $u=2$	при $u=3$
$G(s) = \frac{1}{1+Ts}$	$e^{-\frac{t-t_v}{T}}$	$-Te^{-\frac{t-t_v}{T}}$	$T^2 e^{\frac{t-t_v}{T}}$
$G(s) = \frac{1}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$	$\frac{1}{T_1-T_2} \left[ T_1 e^{-\frac{t-t_v}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t-t_v}{T_2}} \right]$	$\frac{1}{T_1-T_2} \left[ -T_1^2 e^{-\frac{t-t_v}{T_1}} + T_2^2 e^{-\frac{t-t_v}{T_2}} \right]$	$\frac{1}{T_1-T_2} \left[ T_1^3 e^{-\frac{t-t_v}{T_1}} - T_2^3 e^{-\frac{t-t_v}{T_2}} \right]$
$G(s) = \frac{1}{1+2\xi Ts+T^2 s^2}$	$e^{-\frac{\xi}{T}(t-t_v)} \left\{ \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \right. \\ \times \sin \left[ (t-t_v) \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \right] + \\ \left. + \cos \left[ (t-t_v) \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \right] \right\}$	$Te^{-\frac{\xi}{T}(t-t_v)} \left\{ \frac{1-2\xi^2}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \right. \\ \times \sin \left[ (t-t_v) \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \right] - \\ \left. - 2\xi \cos \left[ (t-t_v) \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \right] \right\}$	$T^2 e^{-\frac{\xi}{T}(t-t_v)} \left\{ \frac{4\xi^3-3\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \right. \\ \times \sin \left[ (t-t_v) \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \right] + \\ \left. + (4\xi^2-1) \cos \left[ (t-t_v) \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} \right] \right\}$
$G(s) = \frac{s}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$	$\frac{1}{T_1-T_2} e^{-\frac{t-t_v}{T_2}} - e^{-\frac{t-t_v}{T_1}}$	$\frac{1}{T_1-T_2} \left\{ e^{-\frac{t-t_v}{T_1}} [T_1 - (t-t_v)] - \right. \\ \left. - e^{-\frac{t-t_v}{T_2}} [T_2 - (t-t_v)] \right\}$	$\frac{1}{T_1-T_2} \left\{ e^{-\frac{t-t_v}{T_2}} [(t-t_v)^2 + T_2^2] - \right. \\ \left. - e^{-\frac{t-t_v}{T_1}} [(t-t_v)^2 + T_1^2] \right\}$

Границными точками выделенных участков являются  $t_0=t$ ,  $t_1=2$  с.,  $t_2=0$ . Векторы  $\vec{a}(t_v)$  и  $\vec{\mathcal{F}}(t-t_v)$  соответственно равны:

$$\begin{aligned}\vec{a}(t_0) &= |(-t^2 + 8t - 8) (-2t + 8) - 2|; \\ \vec{a}(t_1) &= \begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}; \\ \vec{a}(t_2) &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix};\end{aligned}$$

По формуле (4) получаем искомое решение:

$$y(t) = (-t^2 + 8t - 8) - (T_1 + T_2)(-2t + 8) - 2(T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2) -$$

$$-\frac{1}{T_1-T_2} [e^{-\frac{t}{T_1}} (-T_1^2 + T_1^3) + e^{-\frac{t}{T_2}} (T_2^2 - T_2^3) + e^{-\frac{t-2}{T_1}} (-T_1^2 - 3T_1^3) + e^{-\frac{t-2}{T_2}} (T_2^2 + 3T_2^3)].$$

Расчет методом разложения воздействия в классический ряд Тейлора дает значение:

$$y^*(t) = (-t^2 + 8t - 8) - (T_1 + T_2)(-2t + 8) - 2(T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2).$$

Вычисление интеграла (1) по участкам, как и применение для этой цели преобразований Лапласа даже в рассмотренном простом примере сопряжено с громоздкими промежуточными преобразованиями. Преимущества предлагаемого способа становятся более явными с увеличением числа участков разбиения интервала интегрирования и с усложнением вида импульсной характеристики звена. При этом структура решения по формуле (4) вполне наглядна и дает однозначную физическую интерпретацию каждой его составляющей.

$$\vec{\mathcal{F}}(t-t_2) = \left| T_1 \left[ -\frac{T_1}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2^2}{T_1(T_1-T_2)} e^{-\frac{t}{T_2}} \right] \right.$$

$$\left. \frac{T_1}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right|$$

$$\left. \frac{T_1}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2}{T_1-T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right|$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прикладные математические методы анализа в радиотехнике / Под ред. Г. В. Обрезкова.— М.: Высшая школа, 1985.

2. Азизов А. М., Гордов А. Н. Точность измерительных преобразователей.— Л.: Энергия, 1975.

3. Теория автоматического управления / Под ред. А. В. Нетушила.— М.: Высшая школа, 1976.

4. Мышкис А. Д. Лекции по высшей математике.— М.: Наука, 1969.

5. Ицхоки Я. С. Приближенный метод анализа переходных процессов в сложных линейных цепях.— М.: Советское радио, 1969.

[01.02.1989]

УДК 621.372.061

## Линейные соотношения в нелинейных резистивных цепях

КАЗАКОВ О. И., инж.

В статье рассматриваются линейные свойства нелинейных резистивных электрических схем, имеющих степенную вольт-амперную характеристику резисторов. Получены точные для последовательно-параллельных цепей и приближенные для цепей произвольной топологии аналитические решения, обеспечивающие упрощение расчета токов и напряжений элементов схем.

Определим класс нелинейных резисторов, подчиняющихся степенной зависимости

$$u = a \operatorname{sign}(i) |i|^\gamma, \quad (1)$$

или обратной зависимости

$$i = b \operatorname{sign}(u) |u|^{1/\gamma}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  — показатель степени;  $a$  и  $b$  — положительные коэффициенты, которые связаны соотношением

$$a b^\gamma = 1. \quad (3)$$

Будем рассматривать электрические цепи, состоящие из резисторов с указанными характеристиками и одинаковым значением показателя степени  $\gamma$ .

Исходя из формул (1) — (3) для последовательного соединения двух резисторов с коэффициентами  $a_1(b_1)$  и  $a_2(b_2)$ , получим:

$$a = a_1 + a_2,$$

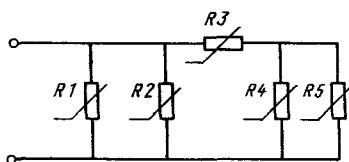


Рис. 1

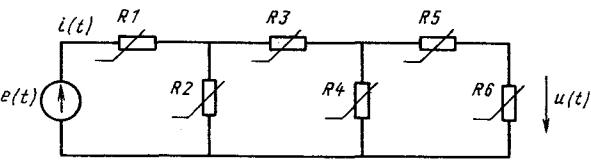


Рис. 2

$$b = b_1 \& b_2 = b_1 b_2 (b_1^\gamma + b_2^\gamma)^{-1/\gamma}, \quad (4)$$

а для параллельного соединения

$$b = b_1 + b_2,$$

$$a = a_1 \parallel a_2 = a_1 a_2 (a_1^{1/\gamma} + a_2^{1/\gamma})^{-\gamma}, \quad (5)$$

где символы  $\&$  и  $\parallel$  соответствуют сокращенной форме записи формул (4) и (5) соответственно.

Поскольку при последовательном и параллельном соединениях резисторов вид эквивалентной функции не изменяется, а изменяется коэффициент  $a$  ( $b$ ), то любую последовательно-параллельную резистивную цепь со стороны входных зажимов можно представить эквивалентным резистором с нелинейностью вида (1), (2) и коэффициентом  $a$  ( $b$ ), зависящим от топологии схемы.

*Пример 1.* Цепь на рис. 1 можно заменить относительно входных зажимов эквивалентным нелинейным резистором с коэффициентом  $b$ , который рассчитывается по формуле  $b = b_1 + b_2 + b_3 \& (b_4 + b_5)$ . В частности, если  $\gamma = 2$  и  $b_1 = b_2 = \dots = b_5 = 1$ , то  $b = 2,8944$ .

Определив передаточные коэффициенты для схем последовательного и параллельного соединения двух резисторов, получим передаточные коэффициенты

по напряжению:

$$\alpha = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \quad (6)$$

и по току:

$$\beta = \frac{b_2}{b_1 + b_2}, \quad (7)$$

которые не зависят от значений токов и напряжений резисторов.

Поэтому в последовательно-параллельных резистивных цепях напряжения (токи) элементов схем пропорциональны, что является специфической особенностью рассматриваемого класса характеристик резисторов. В частности, если цепь возбуждается источником синусоидального напряжения, то напряжение на резисторах не содержит высших гармоник, тогда как токи такие гармоники содержат.

**Пример 2.** Рассчитаем ток  $i(t)$  источника напряжения  $e(t)$  и напряжение  $u(t)$  на резисторе  $R_6$  цепи, представленной на рис. 2:

$$\begin{aligned} a_7 &= a_4 \parallel (a_5 + a_6); \quad a_8 = a_2 \parallel (a_3 + a_7); \quad a = a_1 + a_8; \\ \alpha &= \frac{a_8}{a_1 + a_8} \frac{a_7}{a_3 + a_7} \frac{a_6}{a_5 + a_6}; \quad i(t) = \text{sign}(e(t)) \left| \frac{e(t)}{a} \right|^{1/\gamma}; \\ u(t) &= \alpha e(t). \end{aligned}$$

Так, если  $\gamma = 2$  и  $a_1 = a_2 = \dots = a_6 = 1$ , то  $a_7 = 0,3431$ ,  $a_8 = 0,2882$ ,  $a = 1,2882$ ,  $\alpha = 0,02858$ .

Отметим, что формула (6) остается справедливой для цепей с характеристиками резисторов вида  $u_k(i) = a_k f(i)$ , а формула (7) — для цепей с характеристиками резисторов вида  $i_k(u) = -b_k g(u)$ , где  $f$  и  $g$  — некоторые функции, одинаковые для составляющих цепь элементов. Формулы (6) и (7) остаются справедливыми для одной и той же цепи, по-видимому, только в случае степенной зависимости между током и напряжением (1), (2).

С помощью формул (1) — (7) можно получать точные аналитические решения только для цепей с одним входом и последовательно-параллельной структурой относительно этого входа. Поэтому представляют интерес результаты, связанные с эквивалентными преобразованиями цепей произвольной топологии. Аналитические решения существуют для преобразований в режимах холостого хода и короткого замыкания относительно групп зажимов.

Преобразование треугольника резисторов в звезду в режиме холостого хода определяется формулами

$$a_{x,xk} = \frac{1}{2} [a_{ik} \parallel (a_{ij} + a_{jk}) + a_{jk} \parallel (a_{ij} + a_{ik}) - a_{ij} \parallel (a_{ik} + a_{jk})], \quad (8)$$

где  $k, i, j$  — обозначения соответствующих трех входных зажимов.

При  $\gamma = 2$  получим формулы, которые известны и используются, например, для приближенного расчета аэродинамических сопротивлений шахтной вентиляционной сети.

Более общее, чем (8), преобразование  $n$ -лучевой звезды резисторов в полной  $n$ -полюсник в режиме короткого замыкания определяется фор-

мулами

$$b_{k,3ij} = \frac{1}{2} [b_i \& (b_j + b_k) + b_j \& (b_i + b_k) - b_k \& (b_i + b_j)], \quad (9)$$

где  $b_k = \sum_{\substack{m \neq i \\ m \neq j}} b_m$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $i \neq j$ . В частности,

при  $n=2$  формула (9) преобразуется в (4).

Преобразование (9) является следствием следующей формулы, определяющей симметричную характеристику резистора  $R_{ij}$ , расположенного между узлами  $i$  и  $j$ , по специальным опытам короткого замыкания:

$$i_{ij}(U) = \frac{1}{2} [I_{k,3i}(U) + I_{k,3j}(U) - I_{k,3ij}(U)], \quad (10)$$

где  $I_{k,3i}(I_{k,3j})$  — ток, измеряемый между узлом  $i(j)$  и короткозамкнутыми остальными узлами;  $I_{k,3ij}$  — ток, измеряемый между короткозамкнутыми узлами  $i, j$  и остальными короткозамкнутыми узлами;  $U$  — испытательное напряжение, согласованное для трех опытов.

Формулы (8) и (9) можно использовать для приближенного расчета нелинейной цепи с целью получения начального приближения для какой-либо итерационной процедуры.

Если  $\gamma = 1$ , то формулы (4) — (9) переходят в известные формулы эквивалентных преобразований резисторов с линейной вольт-амперной характеристикой, где  $a$  интерпретируется как сопротивление, а  $b$  — как проводимость элементов.

**Выводы.** 1. Если электрическая цепь состоит из резисторов со степенной нелинейностью и одинаковым показателем степени  $\gamma$ , то при последовательно-параллельной структуре относительно входных зажимов цепь может быть замещена нелинейным резистором с аналогичной характеристикой.

2. В последовательно-параллельных цепях напряжения (токи) нелинейных резисторов линейно зависят, поэтому расчет таких цепей не требует составления системы нелинейных уравнений, а обеспечивается эквивалентными последовательно-параллельными преобразованиями схемы.

3. Электрические цепи, содержащие диагональные элементы, могут быть преобразованы к последовательно-параллельным цепям по формулам (8) и (9) для получения приближенных характеристик относительно входных зажимов. Нарушение эквивалентности для таких схем обусловлено изменением вида эквивалентной нелинейности.

# Влияние микроструктурных нарушений на ресурс полиэтилена в импульсном электрическом поле

БЫЧКОВ П. Н., ГЕФЛЕ О. С., СУРЖИКОВ В. П.,  
УШАКОВ В. Я., ЧЕРНЫШЕВА Н. Н.

В ряде работ [1, 2] среди важнейших факторов, определяющих старение полимеров в сильных электрических полях, указывается процесс распада макромолекул на стабильную атомную группировку с двойной связью и активный концевой радикал, способный вступать в реакцию с другими молекулами. Считается, что распад макромолекул приводит к образованию субмикротрешин, развитие и агрегация которых вызывают разрушение полимера. Однако имеющиеся в литературе данные не позволяют однозначно связать микроструктурные нарушения и ресурс изоляции в сильных электрических полях. В первую очередь это обусловлено многофакторностью процесса электрического старения и сложным влиянием этих факторов [3].

Указанные трудности исследования роли микроструктурных нарушений в электрическом старении полимерной изоляции в значительной мере можно преодолеть путем создания последних искусственным способом с помощью моделирующих воздействий. При использовании в качестве такого воздействия ионизирующего излучения изменение концентрации микроструктурных нарушений в полимере легко достигается варьированием поглощенной дозы.

Для исследования выбран полиэтилен низкой плотности (ПЭНП), широко используемый в качестве изоляционного материала в высоковольтных электрофизических установках. Образцы ПЭНП толщиной 0,4—0,7 мм облучались протонами с энергией 10 МэВ при комнатной температуре и атмосферном давлении. Пробег протонов превышал толщину образцов, что предотвращало созда-

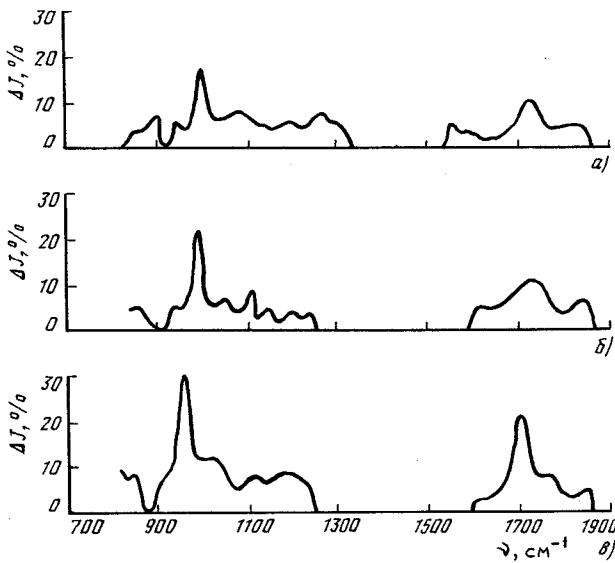


Рис. 1. Дифференциальные инфракрасные спектры ПЭНП после облучения протонами: *a* —  $D = 2 \cdot 10^5$  Гр; *b* —  $D = 4 \cdot 10^5$  Гр; *c* —  $D = 7 \cdot 10^5$  Гр

ние градиента проводимости и накопление объемного заряда, а также обеспечивало равномерность поглощения энергии излучения по их объему.

Согласно [4] процессы деструкции в полиэтилене начинают превалировать над процессами структурирования при поглощенных дозах излучения выше  $10^5$  Гр, поэтому величина поглощенной дозы в эксперименте изменялась в интервале от  $2 \cdot 10^5$  до  $7 \cdot 10^5$  Гр.

Структурные нарушения в ПЭНП контролировались по инфракрасным спектрам (ИКС), которые снимались до и после облучения образцов на спектрометре  $UR=20$  в области  $400\text{--}4000\text{ см}^{-1}$  при скорости сканирования  $400\text{ см}^{-1}/\text{мин}$ .

После облучения образцы испытывались до пробоя импульсами напряжения апериодической формы положительной полярности с длительностью фронта и импульса соответственно 3 и 4 мкс. Частота следования импульсов составляла 400 имп/с, напряженность электрического поля — 75 кВ/мм. Система электродов обеспечивала однородность электрического поля в рабочей зоне образцов. Количество образцов в выборке — 30 штук.

Зондирование образцов акустическим методом [5] после облучения и в процессе испытаний показало отсутствие накопления объемного заряда.

В спектрах облученных образцов ПЭНП появляются полосы в области  $970\text{--}1000\text{ см}^{-1}$  и  $1700\text{--}1750\text{ см}^{-1}$  (рис. 1), интенсивность которых растет по мере увеличения дозы. Полосы в области  $970\text{--}1000\text{ см}^{-1}$  соответствуют ненасыщенным связям и обусловлены образованием транс — винилевых групп —  $\text{CH}-\text{CH}$  —, а появление полосы в области  $1700\text{--}1750\text{ см}^{-1}$  связано с образованием карбонилсодержащих соединений в приповерхностной области, поскольку образцы облучались на воздухе [4, 6]. Аналогичные полосы, свидетельствующие о разрушении макромолекул с образованием C-C и C-O связей, наблюдались при механическом [1] и электрическом [2] нагружении полиэтилена.

С ростом поглощенной дозы от  $2 \cdot 10^5$  до  $7 \cdot 10^5$  Гр ресурс ПЭНП (при вероятности пробоя  $P=0,632$ ) уменьшается более чем на порядок по сравнению с необлученным, при этом существенно изменяется вид плотности распределения числа импульсов до пробоя (рис. 2). Так, плотность вероятности пробоя образцов  $f(n_1)$  в интервале  $10^5\text{--}10^6$  импульсов увеличивается, а в интервале  $10^6\text{--}10^8$  импульсов  $f(n_2)$  уменьшается более чем в 4 раза по сравнению с необлученными образцами. Зависимость среднего числа импульсов до пробоя  $\bar{n}$  от поглощенной дозы излучения  $D$  приведена ниже:

$D, 10^5\text{ Гр}$	0	2	4	7
$\bar{n}, \text{ имп}$	$1,4 \cdot 10^6$	$3,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	$5,2 \cdot 10^4$

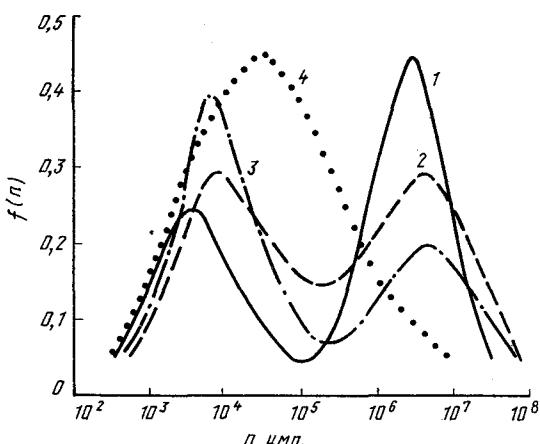


Рис. 2. Плотность распределения числа импульсов до пробоя ПЭНП: 1 — необлученный; 2, 3, 4 — облученный соответственно дозами  $2 \cdot 10^5$ ,  $4 \cdot 10^5$  и  $7 \cdot 10^5$  Гр

Изменение плотности вероятности пробоя образцов ПЭНП может быть обусловлено изменением плотности распределения энергии активации процесса разрушения, вид которой определяется количеством слабых связей в макромолекулах полиэтилена. В [7] показано, что при наличии в макромолекулах полиэтилена слабых связей, стохастически распределенных в основной цепи и концевых группах молекул, деструкция полимера начинается с разрыва слабых связей с более низким значением энергии активации ( $\sim 10^5$  Дж/моль). После спада слабых связей развивается деструкция молекул, имеющих более высокую энергию активации процессов разрушения ( $\sim 3 \cdot 10^5$  Дж/моль).

Поскольку с ростом поглощенной дозы концентрация слабых связей в основной цепи и концевых группах макромолекул ПЭНП увеличивается, двухмодальное распределение энергии активации процесса разрушения должно приближаться к нормальному. При этом среднее значение энергии активации должно стремиться к величине  $\sim 10^5$  Дж/моль, а плотность распределения числа импульсов до пробоя — приближаться к нормальному закону с центром моды в области меньших чисел импульсов до пробоя.

На рис. 3 приведены зависимости плотности вероятности пробоя образцов  $f(n_1)$  и  $f(n_2)$  от интенсивности полосы поглощения ИКС ( $\Delta J, \%$ ) в области  $970-1000 \text{ см}^{-1}$ . Видно, что с ростом интенсивности полосы поглощения плотность вероятности пробоя образцов в интервале  $10^3-10^6$  импульсов увеличивается, а в интервале  $10^6-10^8$  импульсов уменьшается, что косвенно подтверждает высказанное предположение.

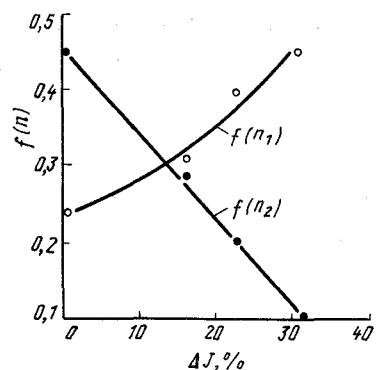


Рис. 3. Зависимости плотности вероятности пробоя образцов  $f(n_1)$  и  $f(n_2)$  в интервалах соответственно  $10^3-10^6$  и  $10^6-10^8$  импульсов от интенсивности полосы поглощения ИКС ( $\Delta J$ ) в области  $970-1000 \text{ см}^{-1}$

пульсов уменьшается, что косвенно подтверждает высказанное предположение.

Таким образом, изменение микроструктуры оказывает существенное влияние на ресурс полиэтилена в сильном электрическом поле. Повышение концентрации ненасыщенных связей ведет к снижению ресурса более чем на порядок при поглощенных дозах излучения, соответствующих началу процесса деструкции макромолекул полиэтилена. Уменьшение ресурса может быть обусловлено снижением энергии активации процесса разрушения, вызванным увеличением концентрации слабых связей как в основной цепи, так и в концевых группах молекул полиэтилена.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закревский В. А. Свободнорадикальные и электронные процессы при деформировании и разрушении твердых тел в механическом и электрическом полях: Автореф. дис. на докт. физ.-мат. наук. Л., 1987.
2. Осиенко И. А., Сквирская И. И., Ушаков В. Я. Изменение структуры полиэтилена под действием электрического поля при отсутствии ЧР. — В кн.: Изоляция высоковольтных электрофизических установок. Томск, 1988.
3. Ушаков В. Я. Электрическое старение и ресурс монолитной полимерной изоляции. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
4. Иванов В. С. Радиационная химия полимеров. — Л.: Химия, 1988.
5. Устройство для акустического зондирования электрического поля в твердых диэлектриках / С. М. Лебедев, О. С. Геффе, А. Н. Кузьмин, В. Я. Ушаков. — Приборы и техника эксперимента, 1988, № 6.
6. Инфракрасная спектроскопия полимеров / Под ред. И. Деханта. — М.: Химия, 1976.
7. Регель В. Р., Поздняков О. Ф., Амелин А. В. Исследование процессов термо- и механодеструкции полимеров с применением масс-спектрометров. — Механика полимеров, 1975, № 1.

[12.05.90]

# Дискуссии

УДК 62-83.004.15

## О критериях эффективности процесса электромеханического преобразования энергии

(статья Ильинского Н. Ф. и Горнова А. О., «Электричество», 1987, № 10, с. 24—29)

ЗАЙЦЕВ А. И., доктор техн. наук,  
ЖЕЛЕЗНЯКОВ С. В., ассистент

Горьковский политехнический институт

Авторами обсуждаемой статьи поставлен вопрос о новом универсальном, гибком и объективном критерии, который более полно, чем принятый в настоящее время к. п. д., оценивал бы эффективность процесса передачи — преобразования энергии в силовом канале.

Несовершенство существующего критерия не вызывает сомнения. Действительно, этот показатель в ряде случаев, типичных для современного электропривода, становится крайне необъективным. Кроме того, один из существенных его недостатков заключается в том, что он не нацеливает на решение важнейших задач сегодняшнего дня — широкое внедрение энергосберегающих технологий, наиболее эффективное и оптимальное использование установленного оборудования.

Следует заметить, что и раньше в ряде работ, например в [1], уже вводились некоторые частные критерии эффективности преобразования энергии, такие как цикловой к. п. д. и т. п. Однако эти предложения до сих пор носили частный характер и не устраяли всех, подробно описанных в статье, общих недостатков к. п. д.

Поэтому предложение авторов о введении нового универсального обобщенного критерия эффективности процесса передачи — преобразования энергии в силовом канале — заслуживает пристального внимания и тщательного изучения.

Представляется весьма обоснованным мнение о целом ряде новых свойств, которыми обладает предложенный обобщенный критерий, что качественно отличает его от своего предшественника. Впервые на его основе появляется возможность объективно оценить как эффективность потребления энергии, так и эффективность ее преобразования, независимо от состава элементов и структуры силового канала.

Вместе с тем, на наш взгляд, имеется очевидная необходимость некоторого уточнения способов применения обобщенного критерия, так как показанное авторами использование его для определения платы за потребляемую энергию в ряде случаев не стимулирует внедрения энергосберегающих режимов работы электрического привода, т. е. сохраняется тот же недостаток, что и у принятого сегодня к. п. д.

Поясним сказанное конкретным примером. Известно, что нерегулируемые по частоте вращения асинхронные электроприводы потребляют около 80 % электроэнергии, приходящейся на все ра-

ботающие электроприводы [2, 3]. При этом, по данным отечественных и зарубежных исследований около 60 % асинхронного электропривода массового применения имеет значительную недогрузку, одной из главных причин которой можно считать неоптимальное технологическое использование установленного оборудования [4]. Отсюда вытекает актуальнейшая задача: модернизация установленного нерегулируемого асинхронного электропривода путем замены его регулируемым с оптимальным с точки зрения обеспечения технологии и энергопотребления режимом работы.

Рассмотрим пример модернизации широко распространенного на практике нерегулируемого асинхронного электропривода с вентиляторной нагрузкой. Актуальность поставленной задачи подтверждает тот факт, что привод данных механизмов потребляет около 25 % вырабатываемой в стране электроэнергии [5]. Частота вращения большой группы производственных механизмов, таких, например, как вентиляторы теплообменных установок, может быть существенно снижена при низкой температуре (в холодные периоды года), поступающей для охлаждения жидкости и т. п., не только без ущерба для технологии, но и с очевидной пользой для нее. Подобное мероприятие позволяет значительно снизить потребление асинхронным электродвигателем как активной, так и реактивной энергии, а также увеличить его срок службы. Например, для электропривода вентилятора градирни при низких температурах может оказаться желательной (с точки зрения экономии энергии) вообще полная остановка вентилятора. Обеспечение предельно низкой частоты вращения позволяет избежать обычных в рассматриваемом примере неприятностей — переваривания обмоток статора двигателя и механического разрушения подшипников. Расчеты и производственные испытания разработанного авторами электропривода вентилятора градирни свидетельствуют о том, что в холодный период года единственно возможной по нагреву двигателя режим при наиболее приемлемом на практике параметрическом управлении уже установленным нерегулируемым асинхронным короткозамкнутым электродвигателем удовлетворяет требованиям технологии.

Силовой канал рассматриваемого электропривода упрощенно показан на рис. 1.

Для сечения (ПС, ЭД) при параметрическом

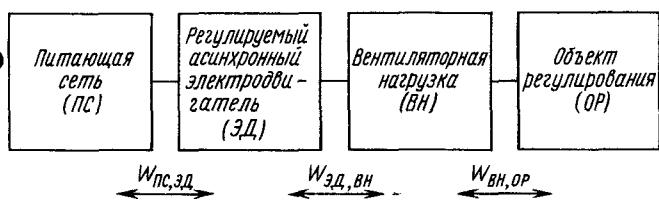


Рис. 1

управлении асинхронным короткозамкнутым электродвигателем с вентиляторной нагрузкой получаем согласно приведенной в статье методике коэффициент эффективности потребления энергии  $H_{\text{потр}}$  как частный случай обобщенного критерия:

$$H_{\text{потр}} = \frac{\int_{t_1}^{t_1+\tau} |M\omega| dt + \int_{t_1}^{t_1+\tau} |M(\omega_0 - \omega)(1 + R_1/R'_2)| dt}{\int_{t_1}^{t_1+\tau} |M\omega| dt + 2 \int_{t_1}^{t_1+\tau} M(\omega_0 - \omega)(1 + R_1/R'_2) dt} \quad (1)$$

В (1) учтены составляющие, определяющие механическую работу на валу асинхронного двигателя и переменные потери. При этом, рассматривая значения  $H_{\text{потр}}$  в области низких скоростей АД, получаемых путем параметрического регулирования, для простоты постоянными потерями пренебрежем. Анализируя (1) для статических

режимов и принимая  $\omega^* = \frac{\omega}{\omega_0}$ ;  $(1 + \frac{R_1}{R'_2}) = A$ , запишем

$$H_{\text{потр}} = \frac{\omega^* + (1 - \omega^*)A}{\omega^* + 2(1 - \omega^*)A}. \quad (2)$$

Соответствующий график приведен на рис. 2, и его характер соответствует подобной зависимости в [1].

Из рис. 2 следует, что коэффициент эффективности потребления при уменьшении угловой скорости также уменьшается, следовательно, согласно статье, снижается и степень «рациональности потребления».

В обсуждаемой статье авторы приводят выражение для объективной меры, нормализующей цену затрат электроэнергии при данном процессе, в форме

$$W^*_{\text{ээ}} = W_{\text{ээ}} / H_{\text{потр}}, \quad (3)$$

где  $W_{\text{ээ}}$  — значение потребляемой и подлежащей оплате энергии за время  $t$ ,  $W_{\text{ээ}} = \int_0^t P(t) dt$ .

Из (3) видно, что приведенная в статье методика «предлагает» платить за электроэнергию при пониженной угловой скорости в большем размере, чем при номинальной, т. е. фактически наказывать «рублем» за попытку оптимизировать, снизить потребление электроэнергии.

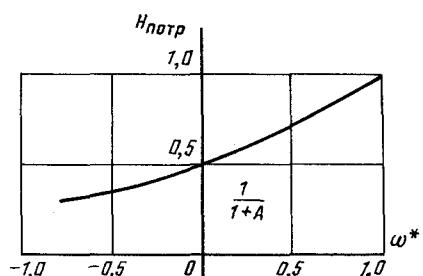


Рис. 2

Причина такого парадокса, очевидно, заключается в том, что предлагаемая мера затрат электроэнергии оказалась оторванной от конечного результата (выпускаемой продукции, технологического процесса), для обеспечения которого и работает электропривод.

Справедливости ради нужно отметить, что авторы обсуждаемой статьи в некоторой степени пытаются, правда косвенно, устранить несоответствие введением понятия «приведенная производительность». Однако влияние этой величины на оплату потребляемой электроприводом электроэнергии не ясно.

Одним из способов, позволяющих непосредственным образом связать коэффициент эффективности потребления энергии с технологическим процессом, могло бы служить, например, введение «коэффициента оптимальности потребления электроэнергии»  $H_{\text{опт}}$ :

$$H_{\text{опт}} = W_{\text{ээ}} / W_{\text{ээ, опт}}, \quad (4)$$

где  $W_{\text{ээ, опт}}$  — оптимальное значение потребления электроэнергии при заданной требованиями технологии производительности исполнительного механизма.

Тогда выражение (3) для меры нормализации цены электроэнергии может быть записано в виде

$$W^*_{\text{ээ}} = W_{\text{ээ}} H_{\text{опт}} / H_{\text{потр}}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что величина  $W^*_{\text{ээ}}$ , определяющая размер платы за потребляемую электроэнергию, будет тем меньше, чем ближе к оптимальному по требованиям технологии окажется процесс электромеханического преобразования энергии.

Выражение (5) четко стимулирует как повышение производительности установленного оборудования, так и снижение его производительности, когда то и другое отвечает оптимальной организации технологического процесса в данный момент или период времени, а также нацеливает на повышение эффективности потребления электроэнергии.

Необходимо заметить, что при оценке эффективности потребления электроэнергии следует, очевидно, учитывать и влияние применяемых преобразователей на питающую сеть. Например, использование преобразователей частоты наряду со снижением потребления энергии собственным

потребителем может порождать дополнительные потери в питающей сети и других нагрузках вследствие генерирования высших гармоник. Поэтому представляется целесообразным учитывать это либо введением соответствующего коэффициента в выражение (5), либо как дополнительные капитальные затраты на компенсацию высших гармоник.

Применение предложенного выражения (5) для меры нормализации цены электроэнергии не учитывает также капитальные затраты на применяемое устройство, годовые эксплуатационные расходы и т. п., что должно быть определенным образом учтено при технико-экономических сопоставлениях.

Таким образом, введение «коэффициента оптимальности потребления электроэнергии» позволяет увязать предложенный авторами обсуждаемой статьи универсальный и объективный обобщенный критерий эффективности с технологическим про-

цессом и тем самым стимулировать внедрение в производство энергосберегающих режимов работы электроприемников, а также наиболее эффективное использование установленного оборудования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключев В. И. Теория электропривода: Учебник для вузов.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Богаченко Д. Д., Безаев В. Г. Экспериментальное исследование асинхронного электропривода с улучшенными энергетическими показателями // Труды МЭИ. Энергосбережение в электрическом приводе, 1985.
3. Ильинский Н. Ф., Слежановский О. В., Юньков М. Г. Развитие и проблемы электропривода в СССР.— Электричество, 1987, № 11.
4. Анисимов В. А., Катаев М. Ю., Никифоров А. Г. Результаты испытания опытного образца энергосберегающего устройства в промышленных условиях // Проблемы энергосбережения в проектировании и эксплуатации новых видов электроприводов: Тезисы докладов научно-технического семинара.— МДНТП, 1986.
5. Онищенко Г. Б., Юньков М. Г. Электропривод турбомеханизмов.— М.: Энергия, 1972.

КУДРИН Б. И., доктор техн. наук

Гипромез

Стимулирование энергосбережения, основанное на экономическом воздействии, предполагает возможность оценки эффективности энергетических процессов, в частности, передачи и преобразования энергии. С несовершенством и трудностями применения понятия к. п. д. для реальных потоков энергии следует согласиться, как и с общим подходом [1] и свойствами критерии оценки эффективности. Возрастание абсолютной величины электрической энергии, расходуемой на механическую работу, увеличивает актуальность проблемы критериев эффективности процесса электромеханического преобразования энергии, требует введения универсального показателя. Исследование, восходящее к представлениям классической механики, необходимо и как шаг, позволяющий перейти к оценке эффективности электротехнологических процессов, где энергетическая картина усложняется физическими деформациями и протеканием химических реакций.

Отметим, что на стадии технико-экономического обоснования строительства (технического перевооружения) и при выдаче технических условий на присоединение к сетям энергосистемы предприятия — 6УР, отдельного производства (главная понизительная подстанция — 5УР) или цеха (распределительная подстанция — 4УР) определение электрических нагрузок, в частности, расчетного максимума  $P_p$ , числа часов использования максимума  $T$  нагрузки  $P_m$ , общего электропотребления  $A = P_m \cdot T$  осуществляется без учета изменения к. п. д. элементов электрической сети [2]. Практическое невключение к. п. д. в расчеты отражает теоретическую невозможность учесть эту величину. Но при расчете электрических нагрузок для отдельных электроприемников 1УР и их суммировании на 2УР (щиты, шкафы, сборки 0,4 кВ) не учитываются не только к. п. д. при изменении нагрузки, но и к. п. д. вообще.

Если ставить конечной целью снижение энергоемкости процесса как единого целого, то для оценки канала в целом и каждого элемента целесообразно введение предложенного в [1] обобщенного критерия эффективности процесса передачи — преобразования энергии  $W_i$  в силовом канале

$$H_{i,k-l}^{t_1, \tau} = \frac{W_i^{t_1, \tau}}{\sum_{j=k}^l \Delta W_j^{t_1, \tau}}, \quad (1)$$

где  $\tau$  — отрезок времени передачи энергии;  $\Delta W_j$  — потеря энергии в  $j$ -м элементе.

Тогда возникает проблема разрешимости такой задачи, имея в виду ее фрактальный характер [2—4] и необходимость преодоления на практике парадоксов, связанных с определением  $\Delta W_j$ . Из-за неоднозначности результатов суммирования потерь  $\Delta W_j$  в каждом из элементов не очевидна однозначность результатов для канала в целом, тем более для 6УР, 5УР, 4УР.

Вычисление обобщенного критерия (1) даже на простом примере [1] предполагает не только вычисление (знание) потерь в элементах, но и уточнение границ системы, режимов, интервалов осреднения. Рассмотрение проблемы при углублении изучаемого вопроса, в чем и проявляется фрактальность [2], вынуждает оперировать с некоторыми расчетными паспортными средними, которые воспринимаются различно при решении вопросов электропривода, электрических машин, электроснабжения, электроремонта.

Загрузка электрооборудования, определяемая среднегодовым коэффициентом спроса  $K_c$  по предприятию (производству, цеху, отделению, участку), со временем снижается. Для черной металлургии на 6УР, например, он стал равным 0,20—0,25, что объясняется выбором электропривода

(электроприемника) для максимального расчетного режима (называемого номинальным), специализацией электропривода, появлением оборудования, исключающего возможность одновременной работы и охватывающего как основное технологическое оборудование, так и ремонтное, сантехническое и др. Аварийные, экологические, комфортные требования увеличивают применение специального электропривода с низкой загрузкой и редким использованием.

Для агрегатов (линий), включающих десятки и сотни электроприемников, возможен лишь статический подход определения обобщенного критерия. Выражение (1) следует считать предельным, когда опускаются до первого — второго уровня. Численное значение отдельного расхода  $W_i$  и потеря  $\Delta W_j$  должно быть определено до начала работы механизма (агрегата), участка, отделения, цеха, производства, завода, т. е. эффективность расхода энергии должна быть четко определена на стадии создания проектного и планового документа.

Затем документ должен контролироваться и корректироваться. Пока такая обратная связь отсутствует, а она должна создаваться и поддерживаться через отраслевые и локальные информационные банки (в пределе — общесоюзный).

Следует выделять и различать следующие узловые точки. Стадия разработки (конструирования) агрегата: определяется теоретическая полезная работа, теоретические потери, и как итог — приводится паспортный расход при различных режимах. Стадия установки (проектирование размещения) изделия на конкретном предприятии: рассчитывается годовая программа, сменный и годовой расходы энергии по основной технологии (основные механизмы и агрегаты). Проектирование (построение) отделения, цеха, комплекса при добавлении объектов водоснабжения, вентиляции, вспомогательных механизмов, освещения и т. д. Определение расхода по каждому объекту и паспортное его представление (фиксирование) — итог: проектный расход (эффективность). Стадия пуска цеха и достижение им проектной производительности: составление отчетности, информационная оценка (отбор) проектной-конструкторских решений и фактических результатов, представление и идентификация в системе «Электроучет» (применение теории распознавания образов). Документирование результатов: научные разработки — конструирование — проектирование — функционирование. Выдача рекомендаций и директив для групп аналогичных действующих предприятий и для новых разработок и проектов.

Установление нормативного расхода и потерь по элементам с последующей разработкой норм затруднительно. Это объясняется многообразием технологических процессов в промышленности, разнотипностью оборудования и разнообразием режимов его работы, организационных и внешних факторов, влияющих на удельные расходы энергии, а также недостатками учета энергии и слабостью лабораторной базы энергохозяйства на многих промышленных предприятиях. Теоретически мы имеем дело с практически счетным (беско-

нечно большим) количеством элементов, причин и следствий, которые при их классификации распределяются по повторяемости негауссово [4], а следовательно, имеют бесконечную дисперсию и при определенных параметрах  $H$ -распределения не имеют математического ожидания. Необходимо определенное изменение подхода, опирающееся на сочетание неизбежного статистического подхода и планирования «сверху» с исследованиями по агрегатам, которые основывались бы на причинных связях [1].

Остается главная трудность — несопоставимость. Например, станы одинакового назначения имеют разные расходы электроэнергии в зависимости от типа прокатного стана, размеров исходного металла, от количества мелких и крупных профилей в программе и др. Расход электрической энергии относят к валкам, валу двигателя, зажимам двигателя, зажимам преобразователя и т. д. Но даже при одной методике исследования и учета результаты различаются в 10 и более раз [2]. Например, среднегодовые удельные расходы электроэнергии по доменным производствам отрасли колеблются от 5 до 53 кВт·ч/т чугуна. Суточные замеры расхода электроэнергии за квартал по одной доменной печи дали интервал от 118 до 227 кВт·ч/т.

На уровне механизма расход электроэнергии может быть рассчитан однозначно — это и предполагает постановка [1]. Имеется жесткая каузальность: оперируя со средним, случайностью процессов можно пренебречь. Например, на зажимах двигателя клети стана горячей прокатки расход энергии определен постоянными клети, температурой и маркой металла, толщиной и скоростью выхода полосы. Статистический подход, опирающийся, например, на многофакторные модели, оправдал себя для агрегатов, таких как электросталеплавильные и ферросплавные печи, прокатные станы и др. Нормативные расходы электроэнергии в этом случае находятся на основе дифференцированных показателей, определяемых вероятностно-статистически с учетом укрупненных групп (марок) прокатываемых (выплавляемых) сталей и основных технологических параметров.

Поагрегатный учет электроэнергии ведется как по времени (за каждую смену, за сутки), так и по отдельным сортаментам. Последний является технической базой для нормирования расходов электроэнергии по каждому виду продукции, в котором заинтересован и цех, обслуживающий системой учета, и все предприятие. Нельзя игнорировать расход электроэнергии на вспомогательные нужды предприятия и цеха: производство сжатого воздуха, холода, кислорода и азота, генераторного газа, воды, производственных нужд вспомогательных и обслуживающих цехов (ремонтных, заводских лабораторий, складов, административно-бытовых зданий и т. п., включая их освещение, отопление, вентиляцию), работа внутриводского транспорта, наружное освещение территории; потери в заводских электрических сетях и трансформаторах (сети и оборудование цеха сетей и подстанций).

Цеху результаты нормирования открывают

возможность снижения затрат на электроэнергию путем перехода в часы максимума нагрузки на выпуск менее энергоемких сортаментов, повышения точности планирования электропотребления цехом в целом и отдельными агрегатами и установления лимита расхода электроэнергии в соответствии с планом производства. Полученные при нормировании результаты позволяют снизить стоимость оборудования проектируемых предприятий на основе применения достоверных данных об удельных расходах электроэнергии. Это дает возможность избежать как завышения нагрузки (ведущего к увеличению установленной мощности трансформаторов и другого оборудования, а также к перерасходу кабельной продукции), так и занижения ее (ведущего к перегрузкам электрооборудования, нарушениям электроснабжения и повышенным потерям электроэнергии).

Ежесменное сопоставление фактического расхода электроэнергии с расчетными позволяет оперативно выявлять и устранять нарушения технологического режима, вызывающие перерасход электроэнергии (например, неотключение части электроприемников в длительных паузах), находить резервы экономии, связанные с совершенствованием технологии производства, улучшением состояния оборудования и режимов его работы, установить бригаду, чьи приемы работы приводят к наиболее бережливому использованию электроэнергии, выявить нарушения в работе оборудования (например, переполнение редуктора маслом). Дополнительная экономия электроэнергии достигается, если сопоставление вести, например, по каждому рулону при прокатке листа и более оперативно выдавать информацию об отклонениях.

Изложенные выше трудности расчета составляющих для оценки энергетической эффективности системы увеличивают необходимость обоснованного выбора сечения энергетического канала в каждом конкретном случае; требуют точности указания элементов, в которых учитываются потери; делают обязательным учет неотрицательности  $W_i$  при любых направлениях потока энергии. Целесообразно уточнение и развитие понятия полезной работы  $W_{\text{пол}}$ . Простейший идеализированный случай, оптимальный по минимуму потерь, реализуется при постоянной мощности за время  $\Theta$

$$P_{(n, n+1)\text{опт}} = W_{\text{пол}}/\Theta = \text{const}, \quad (2)$$

определяя предельный коэффициент эффективности потребления. Практически (2) означает неко-

торое предельное состояние, редко характеризующее реальный процесс, рассматриваемый применительно к элементу на все время его установки (эксплуатации).

Определяя потребленную энергию

$$W_{\text{зз}} = \int_0^t p(t)dt \quad (3)$$

и рассматривая потери как интеграл некоторой мгновенной мощности потерь в любом  $j$ -м элементе

$$\Delta W_j^{t_1, t} = \int_{t_1}^{t_1 + \tau} \Delta p_j(t)dt, \quad (4)$$

важным становится вопрос о выборе отрезка  $t_1, t_1 + \tau$  или в более общей постановке — о выборе интервала осреднения.

Другими словами, правилен вывод (1), что полезная работа реализуется в определенной временной последовательности при мощности и направлениях потоков энергии между рабочим органом и объектом, определяемых конкретными технологическими условиями и ограничениями, структурой и параметрами силового канала. Но его следует увязать на множестве электроприемников, образующих системы электроснабжения промышленного предприятия.

Предполагается необходимой разработка энергетического образа объекта, включающего затраты энергии на выпуск продукции (теоретическая технология) и расход энергии во всех режимах, встречающихся в течение года. Переход после этого на некоторую неформализованную систему показателей (в смысле Гёделя) позволит выделить кластеры и сравнить их.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильинский Н. Ф., Горнов А. О. Критерии эффективности процесса электромеханического преобразования энергии.— Электричество, 1987, № 10.
2. Кудрин Б. И. Электрика: некоторые теоретические основы.— Электрификация металлургических предприятий Сибири.— Томск: Изд-во ТГУ, 1989, вып. 6.
3. Фракталы в физике. Тр. VI международного симпозиума по фракталам в физике (МЦТФ, Триест, Италия, 9—12 июля 1985 г.).— М.: Мир, 1988.
4. Кудрин Б. И. Отбор: энергетический, естественный, информационный, документальный. Общность и специфика.— Электрификация металлургических предприятий Сибири.— Томск: Изд-во ТГУ, 1981, вып. 5.
5. Пиотровский Л. М. Электрические машины.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1949.

ПОЛЯКОВ Н. Г., канд. техн. наук,

КУВАЕВ Ю. В., канд. техн. наук,

КОЗЛО В. К., канд. техн. наук

Одно из основных направлений экономии энергоресурсов — решение задач, направленных на экономию электроэнергии. В настоящее время до 12 % производимой электроэнергии идет на покрытие непроизводительных потерь при ее передаче и преобразовании в энергетическом канале,

включающем совокупность источников и потребителей. Для реализации мероприятий, направленных на снижение потерь электроэнергии, необходима информация об эффективности электроэнергетических процессов. Такая информация определяется рядом энергетических показателей (коэф-

фициент мощности, к. п. д. и др.), по значениям которых судят о состоянии процесса электропотребления.

При электромеханическом преобразовании электроэнергии для количественной характеристики процесса обычно используется к. п. д. Можно согласиться с высказанным авторами положением, что оценка эффективности процесса электромеханического преобразования энергии в электроприводе с помощью к. п. д во многих случаях (при неоднонаправленных потоках энергии, при частичной аккумуляции энергии внутри системы на некоторых интервалах с реализацией ее на других интервалах и т. д.) или затруднительна, или не дает желательных результатов.

Предложенный обобщенный критерий оценки эффективности передачи и преобразования энергии отличается большей универсальностью и возможностью выполнения вычислительных процедур на ЭВМ, удобством для САПР электропривода.

При помощи обобщенного критерия можно давать оценку как эффективности передачи энергии данным силовым каналом, так и эффективности преобразования энергии, т. е. оценить электропривод и как звено, передающее электроэнергию, и как преобразующее.

Достоинство предложенного авторами обобщенного критерия наиболее полно проявляется при анализе таких режимов работы электропривода, как, например, статорный статический режим. Анализ такого режима приведен в обсуждаемой статье, и его результаты, на наш взгляд, наглядно показывают положительные моменты применения «обобщенного критерия».

Следует отметить как положительный момент использование авторами при рассмотрении энергетических процессов обобщенной схемы энергетического канала, включающего источник питания и технологический объект. Это позволило достаточно полно учесть возможные направления передачи энергии в различных режимах.

Вместе с тем, не отрицая безусловной полезности предложенного «обобщенного критерия», следует отметить, что он все же представляет собой расширенное понятие такого энергетического показателя, как к. п. д. В частных случаях, как указывают и авторы, предложенный «обобщенный критерий» сводится к выражению мгновенных значений к. п. д. системы либо отдельного элемента энергетического канала. Предложенный критерий можно рассматривать как усредненное значение к. п. д. с расширенными возможностями учета потерь энергии в энергетическом канале.

Однако энергетика электромеханической системы (ЭМС) связана двумя составляющими единого процесса, а именно: взаимодействие ЭМС с энергоснабжающей сетью и преобразование энергии в самой ЭМС при передаче ее технологическому агрегату. Первый из этих процессов

достаточно полно определяется коэффициентом мощности ( $\lambda = P/S$ ), где  $S$  — установленная мощность на входе ЭМС;  $P$  — активная мощность, второй — к. п. д. Предложенный «обобщенный критерий» не позволяет оценить в явной форме эффективность взаимодействия ЭМС с сетью, а также учесть и дифференцировать энергетические потоки, связанные, например, с низким качеством электроэнергии (несинусоидальность, несимметрия), которые существенно снижают эффективность процессов электропотребления.

В [1] для оценки эффективности потребления и преобразования электроэнергии используется понятие коэффициента эффективности электропотребления, который может определяться по отношению к любому сечению энергетического канала. Одновременно могут быть определены потери в энергоснабжающей сети и на любом участке энергетического канала. Известны и другие подходы к оценке эффективности процессов передачи и преобразования электроэнергии (см., например, в [2]). Поэтому дискуссия по данному вопросу представляется весьма целесообразной. В заключение считаем необходимым высказать ряд замечаний по статье Н. Ф. Ильинского и А. О. Горнова, пояснения к которым позволили бы более полно раскрыть и определить границы применения предлагаемого обобщенного критерия. Замечания сводятся к следующим:

1. Следовало бы назвать случаи, когда должна количественно определяться полезная работа на стыке: рабочий орган — физический процесс.

2. Необходимо указать степень расхождения результатов, полученных при использовании обобщенного и общепринятого критериев.

3. Целесообразно показать, в каких случаях имеет место корреляция между обобщенным и общепринятым критериями, и определить граничные условия.

4. Следует привести практические рекомендации по реализации предлагаемого способа оценки эффективности процесса электромеханического преобразования энергии.

Отмечая также безусловную полезность опубликованных авторами материалов, следует указать, что введение новых критериев оценки энергетической эффективности процесса электромеханического преобразования энергии взамен традиционных вызывает ряд психологических трудностей для практиков. Поэтому необходимы определенные рекомендации по их применению в инженерной практике.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляков Н. Г. Метод оценки эффективности энергопотребления преобразователя электроэнергии // Горн. электромеханика и автоматика: Респ. межвед. науч.-техн. сб.—1989, вып. 55.

2. Маевский О. А. Энергетические показатели вентильных преобразователей.— М.: Энергия, 1978.

В статье представлены результаты одного из практических применений энергетического критерия [1] для системной оценки рациональности конструкции экскаватора-драглайна и поиска оптимального соотношения его основных параметров.

Мощный экскаватор-драглайн — это сложная электромеханическая система с рабочим механизмом манипуляционного типа, имеющим четыре степени подвижности и три главных электропривода, посредством которых перемещается в пространстве рабочий орган — ковш. В цикл экскавации входят: наполнение ковша (собственно копание), его подъем на высоту разгрузки с одновременным разворотом платформы экскаватора на угол разгрузки, разгрузка ковша и возврат порожнего ковша в забой в точку начала копания.

Типовой (паспортный) цикл экскавации следует считать технологически целесообразным, а механическую работу по разрушению породы при наполнении ковша и переносу породы к месту разгрузки полезной.

В цикле экскавации происходит обмен энергией как между сетью и приводами, так и непосредственно между главными приводами, взаимосвязанными по управляющим и возмущающим воздействиям через общий рабочий орган. В качестве главных приводов в мощных экскаваторах-драглайнах используются обычно электроприводы постоянного тока по системе «тиристорный возбудитель — генератор — двигатель (ТВ — Г — Д)» в двухдвигательном исполнении.

Задача проектирования подобных машин отличается исключительной сложностью. Так, например, математическое описание динамики системы состоит из 40 нелинейных дифференциальных уравнений. Около 100 параметров объекта влияют в той или иной мере на его качество, в том числе на энергетическую эффективность выполнения технологического цикла.

Для получения оценки качества объекта на стадии принятия проектных решений в МЭИ создана адекватная объекту математическая модель, позволяющая осуществить параметрическую оптимизацию [3]. Задача решена на аппаратных и программных средствах, предоставленных для этой цели СНПП «CRONY».

Традиционно оценка эффективности главных приводов производится в типовом цикле экскавации по коэффициенту загрузки по эквивалентному току:

$$k_{zi} = \frac{\sqrt{\frac{1}{T_u} \int_0^{T_u} i_{zi}^2(t) dt}}{I_{nomi}}, \quad (1)$$

где  $i_{zi}$  — мгновенный ток в якорной цепи привода;  $I_{nomi}$  — номинальный ток двигателя или якорного преобразователя;  $T_u$  — продолжительность цикла экскавации;  $i$  — индекс, которым обозначается проверяемый (оцениваемый) силовой элемент привода.

Однако даже коэффициент загрузки  $k_{zi}=1$  не гарантирует полного использования оборудования по мощности и эффективности всей системы в целом, так как приводы в цикле экскавации могут недоиспользоваться по скорости и параметры конструкции экскаватора могут быть таковы, что выполнение технологического процесса будет сопровождаться относительно завышенными потерями энергии. Разрешение данного противоречия может быть найдено путем варьирования ряда основных параметров с оценкой результатов по объективному критерию, чувствительному к любым изменениям параметров системы и дающему системную оценку в смысле эффективности выполнения технологического процесса.

Если принимать процесс взаимодействия рабочего органа экскаватора с технологической средой априори полезным, то системную оценку энергетической эффективности выполнения технологического процесса дает предложенный в [1] обобщенный критерий эффективности преобразования энергии. В том случае, когда цикл экскавации, принятый технологически целесообразным, для любых типов экскаваторов-драглайнов выполняется по одинаковым типовым траекториям, впервые появляется возможность сравнивать по эффективности несравнимые казалось бы объекты — экскаваторы с существенно различными длинами стрел и емкостями ковшей, разными параметрами механизмов и электроприводов.

Схема распределения потоков мощности для механизмов главных приводов, силовых цепей и цепей возбуждения ТВ — Г — Д, отвечающая принятым в теории электропривода [2] представлениям, показана на рис. 1.

Для оценки качества проектирования силового канала приводов целесообразно использование критерия эффективности потребления энергии:

$$H_{потреб} = \frac{\int_0^{T_u} |P_{потреб}(t)| dt}{\int_0^{T_c} |P_{потреб}(t)| dt + \sum_{j=1}^n \int_0^{T_u} \Delta P_j(t) dt}, \quad (2)$$

где  $P_{потреб}(t)$  — мощность, перекачиваемая через сечение силового канала на входе;  $\Delta P_j(t)$  — мощность потерь в  $j$ -м элементе силового канала;  $n$  — количество элементов силового канала, в которых имеются потери.

Для оценки оптимальности соотношения параметров экскаваторов, в первую очередь, длины стрелы и емкости ковша, целесообразно использование критерия эффективности преобразования энергии:

$$H_{преоб} = \frac{\int_0^{T_u} |P_k(t)| dt}{\int_0^{T_u} |P_k(t)| dt + \sum_{j=1}^n \int_0^{T_u} \Delta P_j(t) dt}, \quad (3)$$

где  $P_k(t)$  — мощность, обусловленная наполнением ковша породой и переносом породы на выгрузку.

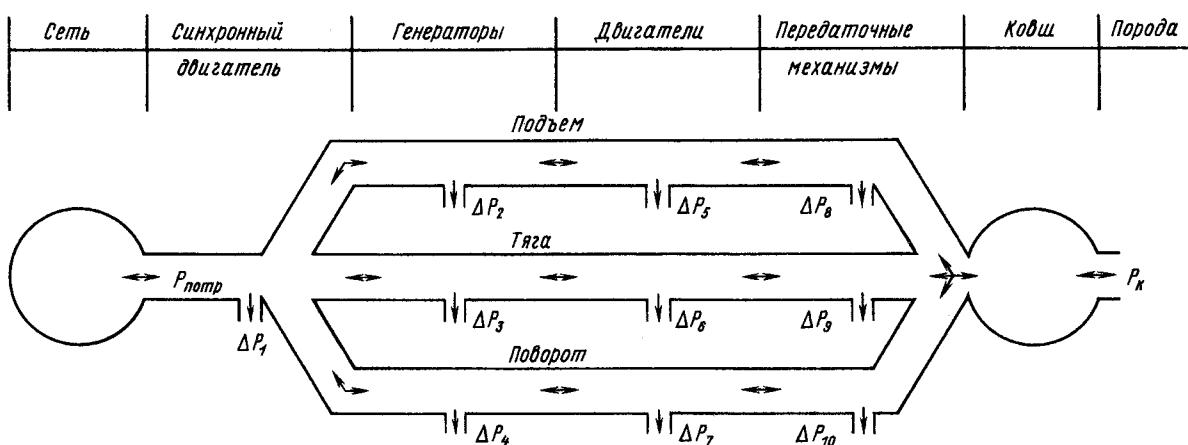


Рис. 1

При приблизительно одинаковых  $H_{\text{потр}}$  сравнение  $H_{\text{преоб}}$  различных типов экскаваторов позволяет дать оценку оптимальности конструкции машины в целом.

На базе использования  $H_{\text{преоб}}$  как функции цели разработана процедура автоматической оптимизации длины стрелы, емкости ковша и их соотношения. Для этого метода теории инженерного эксперимента определяется поверхность отклика

$$H_{\text{преоб}} = f(L_c, V_{\text{ков}}), \quad (4)$$

где  $L_c$  — длина стрелы;  $V_{\text{ков}}$  — емкость ковша.

Затем численным методом находится экстремум найденной поверхности, дающий оптимальные параметры.

На рис. 2 в качестве примера дана поверхность, указывающая на возможность оптимизации параметров экскаватора ЭШ-6,5/45М. Емкость ковша при сохранении существующих приводов может быть увеличена с 6,5 до 7,4 м<sup>3</sup> при длине стрелы 49,5 м. Дальнейшее продвижение к экстремуму при установленных приводах невозможно, так как достигается  $k_{3,n} = 1$ , т. е. полное использование двигателей и генератора привода подъема по эквивалентному току (нагреву).

Аналогичная процедура оптимизации для экскаватора ЭШ-11/70Б дала емкость ковша 13,4 м<sup>3</sup> и длину стрелы 77 м. Сравнение конструкций данных экскаваторов между собой при одинаковых системах электроприводов) указывает на преимущество ЭШ-11/70Б.

Приведенные результаты свидетельствуют о возможностях системой оценки качества проект-

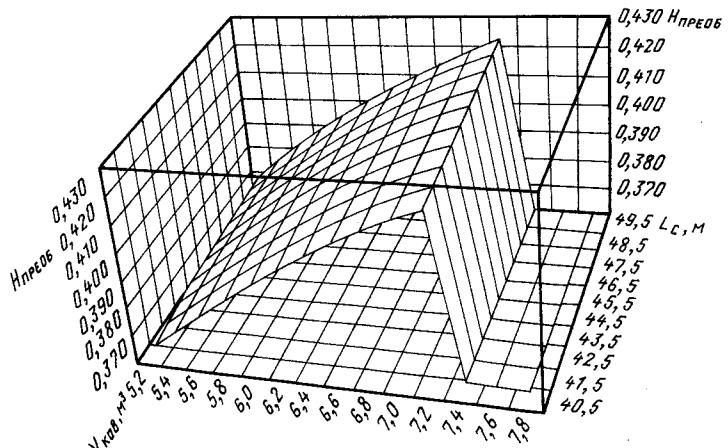


Рис. 2

ных решений для манипуляционных электромеханических систем с помощью обобщенного критерия эффективности процесса передачи — преобразования энергии в силовом канале.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильинский Н. Ф., Горнов А. О. Критерий эффективности процесса электромеханического преобразования энергии.— Электричество, 1987, № 10.
2. Теория автоматизированного электропривода / Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С.— М.: Энергия, 1979.
3. Остриров В. Н., Спур Жамиль, Овсянников В. П. Система автоматизированного проектирования силового оборудования главных электроприводов экскаватора-драглайна. IV Всесоюзная научно-техническая конференция по электроприводу экскаваторов. Тезисы докладов.— Информэлектро, 1989.

## Ответ авторов

В обсуждаемой статье авторами предложен критерий энергетической эффективности процессов передачи и электромеханического преобразования энергии — обобщенный к.п.д. Критерий делает вполне однозначными и, следовательно, строго сопоставимыми оценки в нетривиальных ситуациях — неоднонаправленные потоки энергии, запасание энергии на отдельных участках цикла с последующим возвратом ее и т. п. и сводится к общепринятым в простейших случаях ( $P=\text{const}$  и т. п.)

Публикуемые выше статьи — небольшая часть откликов на наше предложение, которое в течение последних трех лет регулярно обсуждалось среди специалистов по электроприводу в рамках конференций, научных семинаров, частных дискуссий. Предложенный критерий начал использоваться в ряде разработок как количественная мера при синтезе систем по энергетическим показателям.

Опыт обсуждений, как и публикуемые выше статьи, служат основанием для главного вывода: принципиальных возражений ни по структуре критерия, ни по количественным оценкам, спектр которых значительно шире традиционных, не поступило. Причину этого мы видим в простоте и физической ясности критерия, сходимости получаемых на его основе оценок в простейших ситуациях к традиционным. Это обстоятельство позволило нам включить описание критерия в учебное пособие (Ильинский Н. Ф., Рожанковский Ю. В., Горнов А. О. Экономия энергии в электроприводе. — М.: Высшая школа, 1989).

Несмотря на отсутствие принципиальных возражений по структуре и разрешающей способности критерия, в дискуссии высказаны замечания, и мы хотели бы далее на них ответить.

**По статье Б. И. Кудрина.** В отклике обсуждаются тесно связанные с темой нашей статьи, но гораздо более широкие аспекты проблемы оценки энергетической эффективности каналов распределения и преобразования энергии. Ряд этих аспектов перенесен на второй и более высокие уровни иерархии электрических сетей, затрагиваются организационные и информационные проблемы, характерные для процесса проектирования электрики в системном смысле. Однако представляется, что проф. Б. И. Кудрин, не отрицая наших предложений, указывает на необходимость доработки поднятых в статье вопросов на уровне распределительных сетей и различных временных стадий функционирования системы.

Авторы намеренно не распространяют анализ режимов силового канала за пределы распределительной сети, непосредственно питающей электропривод. Кроме того, мы считали необходимым вначале обсудить существование и разрешающие возможности критерия, не затрагивая деталей определительных процедур (как вычислять, чем измерять и т. п.).

Однако, если касаться этого вопроса, то критерий, предусматривающий оценку суммарных потерь  $\sum_j \Delta W_j$ , вовсе не предполагает буквальное

суммирование ее составляющих, определенных раздельно.

Например, в статических режимах сумма потерь  $\sum_j \Delta W_j$  в цепи элементов легко определяется разностью или суммой (в зависимости от режима) энергий, зарегистрированных в сечениях, охватывающих эту цепь элементов. Не всегда эти трудности возникают и в динамических режимах, так как изменение энергии в механической части привода (основном аккумуляторе энергии в электроприводе) легко оценить по изменению кинематических координат. При этом не предполагается знание (оценка) к.п.д. каждого элемента.

Что касается точности оценки составляющих  $H$ , то это опять-таки операционная проблема, которая решается в каждом конкретном случае.

Мы не считаем, что при оценке эффективности энергетических процессов, протекающих стохастически, возникают проблемы или они устраниются за счет игнорирования случайного характера процессов. Напротив, как подчеркнуто в обсуждаемой статье, структура оценки необходимо предполагает ее сходимость к генеральному значению для стационарного процесса при возрастании  $t$ .

**По статье Н. Г. Полякова, Ю. В. Куваева и В. К. Козло.** Мы согласны, что обобщенный критерий — это расширенное понятие к.п.д., не усредненное значение, а именно расширенное понятие, поскольку в структуре критерия фигурирует энергия полезная и сопровождающие ее передачу, преобразование и использование потери энергии.

Подчеркнем, что с точки зрения энергетической эффективности, в смысле платы за некоторый результат, процессы передачи и преобразования энергии физически едины, а следовательно, единой должна быть и структура оценки. Разумеется, мы не отрицаем такого общепринятого при взаимодействии поставщика и потребителя электроэнергии показателя, как коэффициент мощности, уверены, что он должен и всегда будет использоваться при разработке мероприятий по компенсации реактивной мощности, при оценке ее результатов и т. п., но не считаем его пригодным для оценки фактической энергетической эффективности процесса передачи, преобразования и потребления электроэнергии.

Несинусоидальность, несимметрия — исключительно важные, иногда решающие характеристики энергетического процесса, но по своей сути — это детализирующие характеристики, прямо связанные с функционированием многих потребителей и лишь косвенно — с интегральным показателем энергетической эффективности в указанном ранее смысле (энергетическая плата за результат). Структура предложенного нами критерия не исключает, а напротив, предполагает учет этого косвенного влияния, если можно оценить составляющую потерю, вызванных несинусоидальностью и несимметрией.

Упомянутые в отзыве Н. Г. Полякова и др. коэффициент эффективности электропотребления,

по нашему мнению, обладает недостатками, которые присущи неконкретизированному понятию к.п.д. В конкретизации этого понятия главный смысл нашего предложения.

По конкретным вопросам, содержащимся в отзыве Н. Г. Полякова и др. считаем отметить следующее.

Полезную работу в сечении «рабочий орган — физический процесс» следует определять в случае, когда оценка энергетической эффективности сопровождает выбор траекторий изменения координат, т. е. выбор технологии выполнения полезной работы. В противном случае полезная работа оценивается не по прямым физическим затратам, а с учетом способа ее выполнения и связанными с ним траекториями.

Полагая общепринятыми критериями мгновенный к.п.д. или цикловый к.п.д. при заданном цикле, подчеркнем, что предложенный в нашей статье критерий не дает и не может давать отличных результатов при указанных условиях. Главный же смысл предложенного нами критерия — определять энергетическую эффективность в режимах, в которых традиционные оценки или не имеют смысла, или дают физически нетрактуемые результаты.

**По статье В. И. Зайцева, С. В. Железнякова.** Считаем, что авторы статьи также не выдвинули возражений по структуре критерия энергетической эффективности, и в частности, в двух его наиболее очевидных случаях — в виде  $H_{\text{прое}}$ , оценивающего эффективность преобразования, и в виде  $H_{\text{потр}}$ , оценивающего эффективность потребления электроприводом электроэнергии. При этом авторы наиболее подробно рассматривают следствия, связанные с применением  $H_{\text{потр}}$  на примере регулируемого электропривода вентиляционной установки (ВУ). Ими обсуждаются совместные эффекты в технологической сфере и связанные с изменением  $H_{\text{потр}}$  при снижении скорости ВУ, в частности, величина приведенной к оплате энергии  $W_{\text{зз}}^*$ .

Авторы критикуют полученный в приведенном ими примере результат, когда ввиду снижения  $H_{\text{потр}}$  при уменьшении скорости может возникнуть увеличение приведенной энергии и, следовательно, как предложено в обсуждаемой статье, увеличение оплаты, несмотря на очевидные положительные эффекты в технологической и эксплуатационной сферах. Нам представляется, что здесь противоречие по существу отсутствует. Дело в том, что критерий  $H$  призваны оценивать лишь эффективность собственно энергетического процесса. Не предполагалось, что они в чистом виде долж-

ны оценивать другие эффекты, связанные с изменением эффективности процессов в энергетическом канале электропривода.

Однако заметим, что любой эффект в технологической сфере связан с затратами на изменения этого технологического процесса (как минимум возникают капитальные затраты, эксплуатационные издержки, связанные с техническими и эксплуатационными издержками), и суммарный эффект зависит от баланса «затрат» и «прибыли». Не считаем, что критерий  $H$  «оторван» от технологии, и специально подчеркивали возможность учета ее эффективности в части оптимальности принятых траекторий координат электропривода при ее реализации. Поэтому считаем, что вполне возможны ситуации, когда при положительном технологическом эффекте  $H_{\text{потр}}$  будет ниже, предполагая увеличение  $W_{\text{зз}}^*$ . Что же касается примера авторов статьи, то для определенности вывода по выражению (3) об изменении приведенных затрат энергии и оплаты за них, необходимо учесть не только  $H_{\text{потр}}(\omega^*)$ , но и  $W_{\text{зз}}^*(\omega^*)$ .

При тех же условиях, что приняты авторами отзыва  $\Delta P_{\text{пост}} = 0$ ;  $\omega_n \approx \omega_0$ , отношение приведенных затрат энергии при  $\omega = \omega_n \approx \omega_0$  и при любой текущей скорости может быть получено в виде (сохранены обозначения авторов отзыва  $\omega^* = \omega/\omega_0$ ;  $A = (1 + R_1/R_2')$ , добавлено  $M^* = M/M_n$ ):

$$\pi = p_{\text{зз}}/p_{\text{зз},n} = M^* [\omega^* + 2(1 - \omega^*)A]. \quad (1)$$

Авторы рассматривают случай вентиляторной нагрузки, т. е.  $M^* = \omega^{*2}$ , поэтому

$$\pi = \omega^{*3} + 2\omega^{*2}(1 - \omega^*)A.$$

На отрезке  $0 < \omega^* < 1$  при  $A \approx 2 \div 1$  функция  $\pi(\omega^*)$  возрастающая, а не убывающая, как предполагают авторы. Нам представляется также, что введенное понятие  $H_{\text{опт}}$  вполне аналогично по смыслу нашему  $H_{\text{пред}}$ . Однако мы не рассматривали все возможные конструкции на его основе, и предложение авторов в конкретной ситуации представляется целесообразным (возможным).

Учет же влияния таких факторов, как несинусоидальность, не требует введения каких-либо коэффициентов, так как будет учтено «автоматически» ввиду увеличения потерь как в передающей, так и в преобразующей частях системы при наличии высших гармоник.

Авторы искренне признательны всем коллегам, принявшим участие в дискуссии, и надеются, что она способствовала выработке подходов к построению объективных критериев оценки эффективности энергетических процессов.

ИЛЬИНСКИЙ Н. Ф., ГОРНОВ А. О.

# Перспективы объединения энергосистем СССР и США

(статья Ершевича В. В и Антименко Ю. Л., «Электричество», 1990, № 9)

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н.

В обсуждаемой статье рассматривается очень интересная проблема создания межсистемных электропередач для реализации эффекта от сдвига максимумов нагрузки в различных часовых поясах. Эта проблема актуальна не только применительно к межгосударственным электрическим связям, но и для нашей страны, где мощные энергетические узлы разнесены на расстояния до 4—5 тыс. км (например, Ангаро-Енисейский энергокомплекс и Урал и далее центр европейской части СССР). Естественно, что чем больше расстояние между связываемыми энергосистемами вдоль параллелей, тем больше возможный обменный поток электроэнергии и тем большую установленную мощность электростанций может сэкономить межсистемная электропередача. Аналогичный обсуждаемому в статье эффект может быть получен и при создании межгосударственной электропередачи СССР — ОЭС стран Западной Европы, поскольку расстояние от Урала до крупнейших энергообъединений Германии, Франции, Италии составляет 4—5 тыс. км. Создать единую транспортную магистраль от Ангаро — Енисейского энергетического комплекса к Уралу и далее к центру Западной Европы значительно проще и дешевле, а получаемый при этом эффект не меньше, чем при предлагаемом авторами варианте межгосударственной связи. Общая длина такой электропередачи составит также около 10 000 км, что позволит наиболее полно реализовать межсистемный эффект.

Таким образом, при кажущейся экзотичности рассматриваемых предложений они имеют реальную основу, и можно выразить уверенность в том, что в скором времени экономия установленной мощности электростанций за счет межсистемного эффекта будет делом обычным. В связи с этим целесообразно рассмотреть справедливость основных предложений авторов и вытекающих из них выводов.

Авторы оценивают прямое сокращение потребности в установленной мощности электростанций на уровне 2005—2010 гг. не менее чем в 80 ГВт. Причем при существующем расположении крупных энергозузлов в СССР и США длина межсистемной связи Красноярск — Магадан — Анкоридж — Чикаго составит около 10 000 км. Далее авторы утверждают, что при таких длинах межсистемной связи, проходящей по необжитым районам с неблагоприятными геологическими и климатическими условиями, такая связь не может быть оправдана преимуществами совместной работы.

Такой вывод получен авторами при ориентации на электропередачу постоянного тока напряжением  $\pm 750$  кВ. Однако такая ориентация совершенно необоснована. При длине электропередачи 10 000 км потери мощности при напряжении  $\pm 750$  кВ составят более 30 % от передаваемой мощности (с учетом потерь на нагрев проводов и потерь на корону).

Выполненные в ЛГТУ технико-экономические расчеты показали, что для передачи мощностью около 15 ГВт на расстояние в несколько тысяч километров необходимо напряжение относительно земли более 1100 кВ [1, 2]. Например, при номинальном линейном напряжении линий переменного тока 2000 кВ и плотности тока 0,6 А/мм<sup>2</sup> суммарные потери мощности при длине 10 000 км не превысят 20 %. Такое номинальное напряжение электропередач может быть освоено к указанным авторами срокам (2005—2010 гг). Уже 10 лет назад электротехническая промышленность страны начала разработку всего комплекса высоковольтного оборудования, и к концу прошлой пятилетки были созданы макетные образцы, прошедшие высоковольтные испытания. Эти разработки подтвердили реальную возможность создания электропередач класса 1800—2000 кВ. Высокая эффективность электропередач такого уровня подтверждена разработками Северо-Западного отделения института «Энергосетьпроект» [3]. В этой работе показано, что стоимость конструктивно-строительной части линий такого класса, отнесенная к ее натуральной мощности, на 25 % меньше, чем для электропередач 1150 кВ. По данным [4] оптимальная длина линии для передачи обменных потоков мощности на уровне 14 ГВт равна 10 000 км при удельной стоимости генерирующей мощности 450 руб/кВт. Такая удельная стоимость соответствует современным оценкам для АЭС и ГЭС. Иными словами, рассматриваемые в статье условия формирования обменных потоков мощности между СССР и США оптимальны, поскольку в связываемых регионах СССР, США и Канады преобладают либо имеют преобладающие перспективы развития именно эти виды электростанций.

Наглядное представление об эффективности широтных межсистемных связей дают графики на рис. 1, где экономический эффект от сооружения двухцепной электропередачи класса 1800—2000 кВ длиной 10 000 км представлен в функции удельной стоимости генерирующей мощности. Экономический эффект получен как разность приведенных затрат на сооружение и эксплуатацию двухцепной электропередачи с расчетной передаваемой мощностью 15 ГВт на цепь и приведенных затрат на сооружение электростанций в связываемых системах общей мощностью 2×30 ГВт.

Для варианта электроэнергетической связи СССР — США предусмотрена вставка постоянного тока в районе Берингового пролива стоимостью 1 млрд. руб на цепь, обеспечивающая связь разночастотных систем СССР и США. Такой вариант межгосударственной связи является предпочтительным, поскольку позволяет просто и дешево осуществить примыкание электропередачи к промежуточным системам и тем самым обеспечить ускоренное развитие ныне малонаселенных районов, богатых природными ресурсами, в том числе

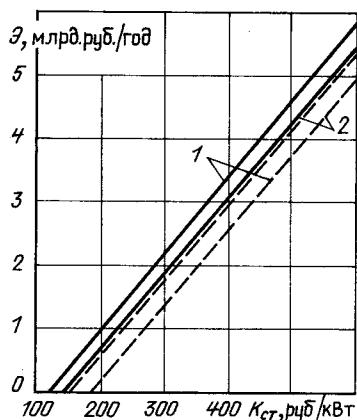


Рис. 1. Зависимости ежегодного экономического эффекта от сооружения двухцепной межсистемной линии электропередачи класса 1800—2000 кВ длиной 10000 км от удельной стоимости генерирующей мощности при стоимости 1 км одной цепи линии 275 тыс. руб./км (1) и 400 тыс. руб./км (2); сплошные линии — без вставки постоянного тока; штриховые линии — при наличии вставки постоянного тока

и эффективное использование рассматриваемых в статье мощных приливных электростанций. Для варианта электроэнергетической связи Центральная Сибирь — Урал — Западная Европа вставка постоянного тока не предусмотрена.

Стоимость 1 км линии (одной цепи) оценена с использованием данных [3]. Количество проводов в фазе  $n=15$  с активным сечением 500 мм<sup>2</sup>. Плотность тока при передаче расчетной мощности принята равной 0,6 А/мм<sup>2</sup>. С учетом неблагоприятных климатических условий рассмотрен вариант линии с увеличенной удельной стоимостью (400 тыс. руб./км на одну цепь).

Возможность и экономическая целесообразность создания сверхдалких электропередач переменного тока показана в [1, 2]. При этом принят вариант линии с управляемыми реакторами, освоению производства которых в настоящее время уделяется большое внимание [5]. Как видно из рис. 1, положительный экономический эффект от электроэнергетической широкой связи длиной 10 000 км получается при удельной стоимости генерирующей мощности выше  $K_{ct}=120$ —180 руб./кВт в зависимости от стоимости линии и наличия вставки постоянного тока. Увеличение  $K_{ct}$  приводит к быстрому росту экономического эффекта, достигающего при  $K_{ct}=400$ —500 руб./кВт чрезвычайно большого значения 3—4 млрд. руб. в год, соответствующего полной стоимости одной цепи электропередачи.

Соответственно срок окупаемости капиталовложений в межгосударственную электропередачу быстро уменьшается при увеличении удельной стоимости генерирующей мощности (рис. 2); при  $K_{ct}=400$ —500 руб./кВт он составляет от одного до четырех лет в зависимости от стоимости 1 км линии и наличия вставки постоянного тока. Очевидно,

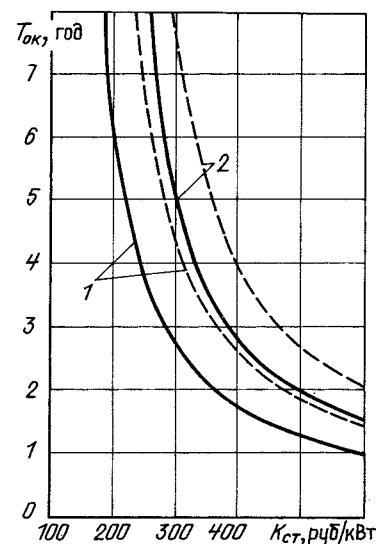


Рис. 2. Зависимость срока окупаемости двухцепной электропередачи 1800—2000 кВ длиной 10000 км от удельной стоимости генерирующей мощности. Обозначения те же, что на рис. 1

что это очень хороший показатель для энергетического объекта (нормативный срок окупаемости 8 лет).

Даже при удельной стоимости генерирующей мощности, соответствующей конденсационным станциям, срок окупаемости близок к нормативному.

Таким образом, сооружение сверхдалких межгосударственных электропередач переменного тока класса 1800—2000 кВ со вставками или без вставок постоянного тока технически возможно и экономически целесообразно, поскольку позволит значительно сократить программу строительства электростанций и существенно повысить эффективность использования эксплуатируемых электростанций. Для реализации грандиозных проектов создания межгосударственных электропередач необходимо форсировать разработку электропередач ультравысокого напряжения класса 1800—2000 кВ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г. И. Об использовании в Единой энергетической системе электропередач переменного тока напряжением выше 1150 кВ и электропередач новых конструкций. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1989, № 1.
2. Александров Г. И. Передача электрической энергии переменного тока. — Л.: Энергоатомиздат, 1990.
3. Астафьев А. М., Курносов А. И. К выбору класса напряжения ВЛ СВН. — Электричество, 1990, № 6.
4. Александров Г. И., Кашина В. А., Лисочкина Т. В. Экономическая эффективность дальнего транспорта обменных потоков мощности. — В сб.: Управляемые электропередачи, вып. 2. Кишинев: Штиинца, 1989.
5. Труды симпозиума: Эффективность использования управляемых реакторов в энергосистемах. — Электротехника, 1991, № 2.

# Определение параметров схем замещения ВЛ при расчете несимметрии в сетях СВН

(статья Ланды М. Л. и Погорелого Л. Г., «Электричество», 1989, № 11)

ГЕРШЕНГОРН А. И., инж.

В обсуждаемом сообщении утверждается, что в [1] приведены соотношения, позволяющие учитывать распределение параметров линии в П-образной схеме замещения прямой последовательности, а зависимости, позволяющие производить аналогичный учет в схемах замещения обратной и нулевой последовательностей, отсутствуют.

Это утверждение является ошибочным.

В главе 4 упомянутой выше книги описан метод расчета несимметрии токов и напряжений промышленной частоты в электрической системе при пофазном различии параметров воздушной линии электропередачи (ВЛ), предложенный проф. Н. А. Мельниковым [2, 3]. Метод заключается в том, что для расчета несимметрии в электрической системе, содержащей ВЛ с пофазно различными параметрами (продольными сопротивлениями и поперечными проводимостями), используются матричные уравнения многофазного несимметричного четырехполюсника, замещающего эту систему. Рассматриваемая электрическая система представляется в виде цепочки многофазных несимметричных четырехполюсников, эквивалентирующих приемную и отправную системы и различные участки ВЛ, которые могут отличаться друг от друга геометрической конфигурацией опор, взаимным расположением фазных проводов и грозозащитных тросов, расстояниями между ними и длиной. Каждый участок ВЛ, отличный от других, представляется в виде пассивного многофазного несимметричного четырехполюсника, например,  $A_1B_1C_1D_1$  и  $A_2B_2C_2D_2$ .

Для определения обобщенных параметров четырехполюсника для каждого участка составляются матрицы продольных сопротивлений и поперечных проводимостей ВЛ. Так как сопротивления и проводимости пофазно различны и представляют собой несимметричные системы, они могут быть разложены на симметричные составляющие, представляемые в виде квадратных матриц:

$$Z = \begin{vmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{22} & z_{20} & z_{21} \\ z_{01} & z_{02} & z_{00} \end{vmatrix}; \quad Y = \begin{vmatrix} y_{10} & y_{11} & y_{12} \\ y_{22} & y_{20} & y_{21} \\ y_{01} & y_{02} & y_{00} \end{vmatrix}.$$

Поскольку длина каждого участка ВЛ выбирается меньше 300 км, рассматриваемый участок может быть представлен П-образной многофазной схемой замещения с сосредоточенными параметрами, определяемыми по соответствующим удельным (погонным) параметрам без поправочных коэффициентов. При этом все значения симметричных составляющих параметров участков будут иметь погрешность менее 1 %.

Для П-образной схемы типа  $YZY$  соблюдаются соотношения

$$Z = zl; \quad Y = y \frac{l}{2},$$

где  $z$  и  $y$  — матрицы удельных значений соответственно сопротивлений для всех последовательностей токов и проводимостей для всех последовательностей напряжений;  $l$  — длина участка.

Для многофазного четырехполюсника, эквивалентирующего один участок ВЛ, обобщенные параметры, определяющие симметричные составляющие параметров ВЛ, будут иметь следующие значения:

$$\begin{aligned} B &= Z; \\ C &= 2Y + YZY. \end{aligned}$$

Для ВЛ, состоящей из двух участков, соответствующие параметры эквивалентного многофазного четырехполюсника, замещающего цепочку из двух многофазных четырехполюсников, представляющих участки ВЛ, имеют вид

$$\begin{aligned} B &= B_2A_1 + D_2B_1; \\ C &= A_2C_1 + C_2D_1. \end{aligned}$$

Из сказанного выше очевидно, что над всеми составляющими параметров совершаются одинаковые математические операции, описываемый метод позволяет учитывать распределенность всех составляющих параметров ВЛ и при пользовании этим методом нет необходимости во введении дополнительных поправочных коэффициентов для составляющих обратной и нулевой последовательностей.

Сказанное выше можно проиллюстрировать следующим конкретным примером.

Для ВЛ 750 кВ с горизонтальным расположением фазных проводов, состоящей из двух участков длиной по 100 км, расположение фаз на которых различно, удельные расчетные значения симметричных составляющих продольных сопротивлений равны:

$$\begin{aligned} z_{10} &= z_{20} = 0,01375 + j0,2815 \text{ Ом/км}; \\ z_{00} &= 0,2766 + j0,8110 \text{ Ом/км}. \end{aligned}$$

Значения этих составляющих для всей ВЛ без учета распределенности параметров (со штрихом) или с учетом распределенности параметров по описанному выше методу (с двумя штрихами) равны:

$$\begin{aligned} z'_{10} &= 2,750 + j56,30 \text{ Ом}; \quad z''_{10} = 2,7266 + j55,9719 \text{ Ом}; \\ z'_{20} &= 2,750 + j56,30 \text{ Ом}; \quad z''_{20} = 2,7850 + j55,9721 \text{ Ом}; \\ z'_{00} &= 55,32 + j162,20 \text{ Ом}; \quad z''_{00} = 53,8087 + j160,2434 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Как указано в [1, 3], неучет влияния земли и грозозащитных тросов при определении индуктивных сопротивлений фаз ВЛ для токов прямой и обратной последовательностей и емкостных проводимостей для напряжений тех же последовательностей практически не оказывает влияния на точность расчета.

# Хроника

## Виталий Иванович Андерс

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения Виталия Ивановича Андерса — доктора технических наук, профессора, заведующего кафедрой электрического транспорта Московского энергетического института.

Инженерную деятельность В. И. Андерс начал на заводе «Динамо» в Москве в 1955 г. после окончания МЭИ. Обогатившись производственным опытом, он через несколько лет вернулся в МЭИ преподавателем кафедры электрического транспорта. Здесь защитил кандидатскую (1964 г.) и докторскую (1983 г.) диссертации, стал ведущим специалистом в области тяговых электрических машин и теплоэлектрического подвижного состава.

Характерной особенностью научных исследований и инженерных разработок В. И. Андерса и его научной группы всегда была ярко выраженная практическая направленность, глубина и конкретность. Эти же качества типичны и для кандидатских диссертаций, выполненных под руководством В. И. Андерса, типичны для созданной им школы.

В. И. Андерс — автор 4 монографий и учебных пособий, 150 научно-технических статей, изобрете-



ний, 6 патентов. Монография «Электрические передачи переменного тока тепловозов и газотурбовозов», одним из авторов которой является В. И. Андерс, широко известна научно-технической общественности, активно используется студентами, внесла заметный вклад

в теорию и практику современного транспорта электрооборудования.

С 1986 г. В. И. Андерс заведует кафедрой электрического транспорта МЭИ. При его участии на кафедре возникли и успешно развиваются новые научные направления, в частности, САПР тяговых электродвигателей и систем, энергосбережение на транспорте и другие. Благодаря активному творческому взаимодействию с промышленностью кафедра в последние годы оснастилась современными средствами вычислительной техники, вышла по этому показателю на одно из первых мест в институте. Вырос престиж специальности, интерес к ней студентов, получивших непосредственную возможность активного участия в новейших разработках и исследованиях.

Увлеченность делом, стремление увидеть его результаты, поддержка молодых талантливых сотрудников, постоянная забота об их творческом росте — характерные черты профессора В. И. Андерса, органично сочетающиеся с высокой порядочностью, внутренней интеллигентностью, мягким юром.

Желаем Виталию Ивановичу Андерсу здоровья, новых творческих успехов.

Редакция и редколлегия журнала «Электричество», коллеги, ученики

О  
Расчет параметров для токов и напряжений нулевой последовательности производится описанным методом с учетом влияния заземленных грозозащитных тросов (в зависимости от применяемой схемы подвески и изоляции и скрутки тросов).

Поэтому и в данном случае нет необходимости во введении поправочных коэффициентов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брацлавский С. Х., Гершенгорн А. И., Лосев С. Б. Специальные расчеты электропередач сверхвысокого напряжения.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Мельников Н. А. Метод расчета сложных несимметричных многофазных электрических систем.— Труды ВЗЭИ, 1954, вып. 3.
3. Гершенгорн А. И., Мельников Н. А. Рачет несимметрии в электрической системе при увеличенной длине цикла транспортировки на длинных линиях.— Труды ВЗЭИ, 1954, вып. 3.

# I Всесоюзная научно-техническая конференция «Проблемы комплексной автоматизации электроэнергетических систем на основе микропроцессорной техники»

(Киев, 9—11 октября 1990 г.)

Конференция была организована Научным советом Академии наук УССР по комплексной проблеме «Научные основы электроэнергетики», Институтом электродинамики Академии наук УССР (ИЭД АН УССР), Республиканским домом экономической и научно-технической пропаганды общества «Знание» УССР, Министерством энергетики и электрификации УССР и проводилась в ИЭД АН УССР.

В работе приняли участие около 200 специалистов из более чем 50 научно-исследовательских и проектно-конструкторских организаций, высших учебных заведений, производственных энергетических объединений из 29 городов страны.

Цель конференции заключалась в оценке современного состояния и проблем комплексной автоматизации электроэнергетических систем (ЭЭС) на основе микропроцессорной техники, обобщении опыта проведения научных исследований, конструкторских разработок и эксплуатации, а также разработке мероприятий по концентрации усилий на важнейших направлениях автоматизации ЭЭС и ускорению внедрения в народное хозяйство результатов исследований, направленных на скорейший переход к электроэнергетике с высокоразвитой информационной базой.

На конференции работали три секции: «Микропроцессорные системы управления электроэнергетическими объектами»; «Диагностика электроэнергетического оборудования с использованием микропроцессорных средств»; «Датчики и каналы информации на базе микропроцессорной техники». На пленарных заседаниях и заседаниях секций было заслушано 86 докладов и сообщений, которые опубликованы в сборнике материалов конференции.

В результате обсуждения докладов и сообщений конференция сделала вывод о том, что в настоящее время энергетика переходит в качественно новое состояние — в энергетику с высокоразвитой информационной базой, позволяющей осуществить наиболее эффективно комплексную автоматизацию систем и достигнуть существенно более высоких показателей производительности труда, экономичности, качества энергии при требуемой надежности. Такая энергетика, в частности электроэнергетика, которую можно в этом случае назвать информатизированной, — это энергетика с единой общеэнергетической информационной средой, информационной инфраструктурой, которая позволяет решать весь комплекс задач, существующих в этой области (научные, технические, технологические, экономические и организационные).

Конференция отметила, что проблемы, связанные с комплексной автоматизацией ЭЭС на основе микропроцессорной техники, являются составной частью первого этапа информатизации энер-

гетики и занимают важное место среди исследований, проводимых в научных и научно-технических центрах страны. Основные направления этих работ связаны с созданием и внедрением новых информационных технологий и находятся в соответствии с основными тенденциями развития мировой электротехнической науки. Основное внимание на конференции было уделено задачам информатизации, решаемым в реальном времени — на уровнях автоматического и оперативного управления — с обеспечением информационной увязки на единой интегрированной базе. На конференции было отмечено, что решение задач первого этапа информатизации должно строиться путем создания развитой системы управления ЭЭС «снизу — вверх» с использованием распределенных баз данных на объектах, согласования возникающих задач на различных уровнях управления и обеспечения необходимого обмена информацией между уровнями управления с учетом приоритетности решаемых задач.

Важнейшей проблемой остается вопросы обеспечения надежности функционирования электроэнергетического оборудования. Реальной информационной основой при этом становится средства и системы диагностирования, реализуемые, в первую очередь, на уровне энергообъекта и позволяющие не только своевременно предупреждать аварийные ситуации, но и накапливать необходимую статистическую информацию.

Особое значение в связи с развитием средств автоматизации на основе микропроцессорной техники приобрели вопросы создания современных датчиков и каналов информации систем управления на базе микропроцессорной техники, обеспечивающих передачу необходимой информации с достаточной точностью, надежностью и быстродействием.

Общей чертой наиболее перспективных разработок такого рода является интеграция всех основных функций, связанных с управлением, решением задач защиты основного оборудования, технологической и системной автоматики, диагностирования состояния оборудования в единый интегрированный информационно-управляющий комплекс. Реальная возможность решения проблемы появилась в связи с использованием современных средств микропроцессорной техники, а также высокопроизводительных персональных ЭВМ. Их быстродействие, надежность, широкие возможности по созданию на их основе адаптивных систем управления позволили поставить и в настоящее время перейти к практической реализации проблемы информатизации электроэнергетики, ориентируясь на создание интегрированных информационно-управляющих систем, и, в первую очередь, систем комплексной автоматизации электроэнергетических объектов.

Конференция выработала следующие рекомендации:

1. Одной из основных задач в электроэнергетике в настоящее время следует считать переход к информатизированной электроэнергетике, позволяющей обеспечить повышение производительности труда, экономичность, качество электрической энергии при значительном повышении надежности. Текущий период является первым этапом в создании информатизированной энергетики, в связи с чем основной задачей является оценка и обобщение первых полученных результатов и выработка путей дальнейшего развития.

2. Особое внимание следует уделять работам по созданию современных интегрированных микропроцессорных информационно-управляющих систем (ИУС) нижнего уровня электроэнергетических объектов (электрических станций, подстанций) как основных источников информации. При создании такого рода систем необходимо стремиться к максимальному использованию в них современных результатов фундаментальных исследований и достижений в области управления, защиты, автоматики и вычислительной техники, ориентируясь на разработку систем, работающих в реальном времени, в том числе в темпе электромагнитных переходных процессов.

3. Необходимо обратить внимание на создание при ведущих научно-технических организациях центров по обучению работе с микропроцессорными ИУС специалистов-производственников.

4. Среди важнейших работ по созданию интег-

рированных информационно-управляющих систем, в первую очередь, следует отметить разработку:

первичных измерительных каналов, в том числе ориентированных на волоконно-оптические системы, создание на этой основе типовых структурных решений первичных измерительных каналов, методов и средств их испытаний и метрологической аттестации;

эффективных систем управления, автоматики, релейной защиты и диагностирования в рамках единой интегрированной информационно-управляющей системы электроэнергетических объектов;

методов проектирования и создание отказоустойчивых микропроцессорных систем, ориентированных на их использование в составе ИУС;

нового поколения автоматизированных систем управления верхних территориальных уровней (ЭЭО, ОЭС, ЕЭС СССР), широко использующих микропроцессорную вычислительную технику, интегрированную и ИУС технологических процессов.

5. Следует обратить внимание на необходимость скорейшего внедрения перспективных разработок по созданию интегрированных ИУС, которое к настоящему времени сдерживается низким техническим уровнем (в первую очередь по надежности и быстродействию), а также отсутствием необходимой номенклатуры современной отечественной вычислительной базы.

6. Данную конференцию целесообразно проводить регулярно, 1 раз в три года.

СТОГНИЙ Б. С., академик АН УССР,  
КИРИЛЕНКО А. В., канд. техн. наук

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С.,  
Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В.,  
Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор),  
Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Митюшкин К. Г., Михайлов О. П., Морозкин В. П.,  
Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Строев В. А.,  
Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурин В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер. 2/10. Телефон 924-24-80  
101000 Москва, Главный почтamt, абонентский ящик № 648  
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макаршин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор И. А. Володяева

Сдано в набор 14.05.91. Подписано в печать 14.06.91. Формат 60×88<sup>1/8</sup>. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 10,78. Усл. кр.-отт. 11,27. Уч.-изд. л. 11,37. Тираж 3516 экз. Заказ 5762. Цена 2 р.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10  
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат Государственного комитета СССР по печати  
142300, г. Чехов Московской области

## СОДЕРЖАНИЕ

Семенов В. А.	Совершенствование управления энергосистемами (по материалам СИГРЭ)
1	
Александров В. А., Клещенко В. Г., Морозкин В. П., Цгоев Р. С., Шакарян Ю. Г.	Микропроцессорный автоматический регулятор возбуждения для асинхронизированных электромеханических преобразователей частоты . . . . .
9	
Вейгандт В. Я., Латышко В. Д.	Расчет двухфазного преобразователя частоты, предназначенного для возбуждения асинхронизированного генератора . . . . .
14	
Бут Д. А., Kovalev L. K., Larionov A. E.	Напряженно-деформированное состояние сверхпроводниковых обмоток и бандажных элементов дипольных магнитных систем . . . . .
20	
Kovalev L. K., Kovalev K. L.	Фарадеевские многополюсные магнитогидродинамические генераторы постоянного и переменного тока . . . . .
26	
Кузнецов Б. И.	Приближенная оптимизация одного класса многоканальных систем на принципе декомпозиции . . . . .
34	
Бородулин М. Ю.	Искажения апериодических составляющих свободного процесса при численном моделировании линейных электрических цепей . . . . .
41	
Боев В. М., Глибецкий М. М., Ушакова И. В.	Потери в торoidalных ленточных магнитопроводах трансформаторов повышенной частоты . . . . .
46	
<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Тюханов Ю. М., Усихин В. Н.	Оценка вероятности непревышения расчетных электрических нагрузок . . . . .
53	
Аксенов Ю. П., Головков М. Ю., Летицкая Л. В., Ляпин А. Г., Сахаров А. Е.	Установки высокого напряжения для испытаний изоляции КРУЭ на подстанциях . . . . .
56	
Липатов В. В.	Э. д. с. контура в поле движущегося постоянного магнитного диполя или квадруполя . . . . .
61	
Дубовский В. В.	Расчет переходных процессов в линейных звеньях на базе новой математической модели сигнала . . . . .
64	
Казаков О. И.	Линейные соотношения в нелинейных резистивных цепях . . . . .
68	
Бычков П. Н., Гефле О. С., Суржиков В. П., Ушаков В. Я., Чернышева Н. Н.	Влияние микроструктурных нарушений на ресурс полиэтилена в импульсном электрическом поле . . . . .
70	
<b>ДИСКУССИИ</b> . . . . .	
<b>ХРОНИКА</b> . . . . .	

## CONTENTS

Semenov V. A.—	Improvement of Power System Control (From Reports to CIGRE) . . . . .
1	
Alexandrov V. A., Kleschenko V. G., Morozkin V. P., Tsogoyev R. S., Shakarian U. G.—	An Automatic Microprocessor-Based Field Regulator for Asynchronous Rotary Frequency Changers . . . . .
9	
Veigandt V. J., Latishko V. D.—	Design of a Two-Phase Frequency Converter for Exciting a Doubly-Fed Generator . . . . .
14	
But D. A., Kovalev L. K., Larionov A. E.—	The Stressed—Deformed State of Superconducting Windings and Bandage Elements in Dipole Magnetic Systems . . . . .
20	
Kovalev L. K., Kovalev K. L.—	Faraday DC and AC Multi-pole MHD Generators . . . . .
26	
Kuznetsov B. I.—	Approximate Optimization of One Class of Multi-Channel Systems Based on the Principle of Decomposition . . . . .
34	
Borodulin M. U.—	Distortion of DC Components in the Transient Response With Numerical Simulation of Linear Electric Circuits . . . . .
41	
Boyev V. M., Glibitsky M. M., Ushakova I. V.—	Losses in Toroidal Ribbon-Type Cores for Higher Frequency Transformers . . . . .
46	
<b>REPORTS</b>	
Tiukhanov U. M., Usikhin V. N.—	Evaluating the Probability That Design Values for Electrical Loads Will Not Be Exceeded . . . . .
53	
Aksenov U. P., Golovkov M. U., Letitskaya L. V., Liapin A. G., Sakharov A. E.—	High-Voltage Installations for Testing the Insulation of Gas-Filled Factory-Assembled Switchgear at Substations . . . . .
56	
Lipatov V. V.—	The EMF of a Loop in the Field of a Moving Permanent Magnetic Dipole or Quadripole . . . . .
61	
Dubovsky V. V.—	Calculations of Transients in Linear Networks Based on a New Mathematical Model for the Signal . . . . .
64	
Kazakov O. I.—	Linear Relationships in Non-Linear Resistance Circuits . . . . .
68	
Bychkov P. N., Gefle O. S., Surzhikov V. P., Ushakov V. J., Chernisheva N. N.—	How Microstructure Breakdowns Influence the Resource of Polyethylene in an Electric Impulse Field . . . . .
70	
<b>DISCUSSION</b> . . . . .	
72	
<b>CHRONICLE</b> . . . . .	
85	