



# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1990

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

9

издается  
с июля  
1880 года

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКОВ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.317.7.082.742.001.6

## Кондукционное электромагнитное устройство

ПИВОВАРОВ Л. В.

Для транспортировки водных растворов солей и кислот, ядовитых или агрессивных жидкостей, а также для управления параметрами жидкого потока в промышленности используются технологические системы с жидкими контурами, снабженные индукционными или кондукционными электромагнитными устройствами различного назначения. Благодаря электрическим связям внешних цепей с жидким потоком кондукционные устройства обладают лучшими электромеханическими характеристиками, большей гибкостью и управляемостью, а также конструктивно проще и технологичнее по сравнению с индукционными устройствами [1, 2].

Кондукционное электромагнитное устройство, предназначенное для транспортировки, дросселирования или измерения параметров электропроводной среды, как правило, не должно изменять ее химические, механические и другие свойства. Устройства другого назначения, например, гидромагниты, МГД-генераторы, реактивные двигатели используют среду активно: они могут изменять ее физико-химические параметры и, если необходимо, выводят за пределы жидкого контура.

Распределение электромагнитных гидродинамических и тепловых характеристик проводящей среды, движущейся по каналу в магнитном поле, определяется из решения полной системы уравнений магнитной гидродинамики [1, 2] и термодинамики [3]. Однако полное решение этой системы при учете пространственных эффектов представляется невозможным. Чтобы облегчить исследование основных явлений, используют различные упрощающие модели. Один из приближенных методов расчета состоит в том, что вместо полной системы уравнений решаются некоторые уравнения электродинамики, а гидродинамические

тепловые (а возможно, и химические) величины либо определяются из независимых соображений, либо считаются известными. Например, если среда несжимаема, течение плоское и магнитное поле перпендикулярно плоскости движения, то вихрь электродинамической (ЭД) силы  $\text{rot}[\sigma\vec{B}] = 0$ , а функция потока определяется уравнениями гидродинамики. Известны и другие методы решения уравнений МГД [1, 2], позволяющие получить весьма приближенные, но удовлетворительные, пригодные для практических целей характеристики устройства.

В данной статье с помощью интегральных характеристик рассмотрены варианты схем и конструкций кондукционного электромагнитного устройства различного назначения, работающего в системе жидкого контура с нелинейной характеристикой типа терморезистора; приведены основные результаты экспериментов на действующей модели устройства и сформулированы некоторые проблемы, связанные с применением кондукционных устройств в жидких электролитических контурах, имеющие важное прикладное и теоретическое значение.

При выводе характеристик приняты следующие допущения.

Поток среды — непрерывный, несжимаемый и безвихревой. Векторы скорости потока  $v$ , плотности тока  $\sigma$  и индукции поля  $\vec{B}$  направлены вдоль прямоугольных осей координат  $z$ ,  $x$ ,  $y$ . Профиль скорости потока прямоугольный. Магнитное число Рейнольдса  $Re_m < 1$ . Внутренние силы трения и сила трения среды о стенки канала пренебрежительно малы по сравнению с ЭД-силой  $[\sigma\vec{B}]$ . Движение потока среды рассматривается как движение квазивердого тела без трения. Длина электродов в среде и длина полюсов элект-

ромагнита значительно больше их ширины и расстояния между ними, а магнитное поле на краях полюсов спадает плавно. В такой конструкции краевые эффекты практически отсутствуют [1].

Толщина  $h$  слоя потока меньше глубины проникновения электромагнитной волны в среду:  $h < \sqrt{2/\omega\mu}$  ( $\gamma$  — удельная проводимость;  $\mu$  — магнитная проницаемость). Это позволяет пре-небречь поверхностным эффектом. Э. д. с Холла  $u_x = RB\sigma/\mu$  мала, и эффект Холла не учитывается.

Нелинейная зависимость удельной проводимости среды от температуры учитывается в стационарном режиме. Динамические режимы не рассматриваются.

Электрическая цепь кондукционного ЭД-устройства содержит два сопротивления контактного перехода между электропроводной жидкостью и электродами. Причиной появления этого сопротивления является возникновение двойного слоя с напряжением порядка 0,1 В (электрический потенциал). Сопротивление контактного перехода зависит от многих факторов, в частности, от толщины двойного слоя, степени смачивания жидкости, температуры, концентрации раствора, плотности тока в среде и др. [4, 5]. В данной работе сопротивление контактного перехода не учитывалось.

Схема кондукционного прибора показана на рис. 1. По каналу прямоугольного сечения  $b_k h_k$  вдоль оси  $z$  транспортируется жидкость 1. В рабочей зоне канала боковые стенки 2 выполнены из высокоелектропроводных металлических пластин длиной  $a$ ; они являются электродами, с помощью которых осуществляется электрический контакт между внешней электрической цепью и жидким подвижным контуром. С помощью этих электродов параллельно оси  $Ox$  в жидкости возбуждается ток  $I_k$ . Электромагнит с обмоткой возбуждения, параллельной оси  $Oy$ , создает магнитное поле с индукцией  $B_0$ . Устройство возбуждается от внешнего источника напряжения  $U$ . Напряжение между электродами канала  $U_k$ . Блок 3 служит для регулирования фазового угла между током  $I$  и напряжением  $U_k$ . Предполагается, что напряжение, ток и индукция поля изменяются по синусоидальному закону; явлениями поляризации электролита пренебрегаем. Как известно, электролитические жидкости относятся к проводникам второго рода: их проводимость с увеличением температуры увеличивается по сложному закону. Кроме того, удельная проводимость электролитов зависит от концентрации раствора, давления, вязкости растворителя, посторонних примесей и др. [6]. Заметим также что, поскольку нелинейная характеристика жидкого канала имеет «падающий участок», в устройстве возможно возникновение нежелательного или аварийного теплового переходного процесса.

1. Электромагнитный насос, дроссель, МГД-генератор. В результате взаимодействия тока  $I_k$  с магнитным полем  $B_0$  электромагнита согласно закону Ленца в канале возникают объемные силы  $[\bar{\sigma}B]$ , где  $\sigma$  — плотность тока в канале, определяемая по закону Ома:

$$\dot{\sigma} = \gamma_k [\bar{E}_k + \bar{v}B]. \quad (1)$$

Здесь  $E_k = U_k/b_k$  — напряженность электрического поля;  $\gamma_k = \gamma_k(\Theta)$  — нелинейная удельная проводимость среды.

Применим закон полного тока к контуру, совпадающему со средней магнитной силовой линией электромагнита, в зазоре  $h_0$  которого расположен канал. Для упрощения анализа считаем магнитную проницаемость магнитопровода электромагнита значительно большей магнитной проницаемости  $\mu_0$  воздуха и среды в канале. Тогда индукция магнитного поля

$$\dot{B}_0 = \mu_0 W_0 I_b / h_0, \quad (2)$$

где  $W_0 I_b$  — ампервитки обмотки возбуждения электромагнита.

Поверхностным эффектом и силами вязкости  $F_v = \eta b_k h_k dv/dx$  пренебрегаем ( $\eta$  — коэффициент вязкости, для воды  $\eta = 10^{-3}$  Н·с/м<sup>2</sup>;  $v$  — скорость потока). Тогда в стационарном режиме уравнение Навье—Стокса [1] упрощается:

$$\text{grad} \bar{p} = [\sigma B], \quad (3)$$

где  $p$  — давление, создаваемое электромагнитными силами.

Рис. 1. Кондукционное электромагнитное устройство: а — с параллельным возбуждением; б — с последовательным возбуждением

В направлении движения потока  $\text{grad } p = -dp/dz$ , поэтому, интегрируя (3), получим

$$p(a) - p(0) = a\gamma_k v B^2 + a\gamma_k B U_k / b_k, \quad (4)$$

где  $p(a) - p(0) = p^*$ ;  $a$  — длина рабочего участка канала.

ЭД-сила равна

$$F_z = \int pdS = p^* b_k h_k. \quad (5)$$

Активная составляющая электромагнитного напора

$$p_a^* = a \operatorname{Re}(-\dot{\gamma}_k v \dot{B}^2 + \dot{\gamma}_k \dot{B} \dot{U}_k / b_k). \quad (6)$$

Таким образом, механические характеристики  $p^*(v)$  и  $v(p^*)$  кондукционного электромагнитного устройства имеют вид

$$\begin{cases} p^* = -C_1 v + C_2; \\ v = -p^*/C_1 + C_2/C_1, \end{cases} \quad (7)$$

где  $C_1 = a\gamma_k B^2$ ;  $C_2 = a\gamma_k B U_k / b_k$ ;  $C_2/C_1 = U_k / b_k B$ .

Система уравнений (7) определяет следующие возможные режимы работы устройства. Режим ЭД-насоса соответствует диапазону скоростей потока  $0 \leq v \leq C_2/C_1$ ; запертый режим:  $v=0$ ;  $p^*=C_2$ . Режим ЭД-дросселя (тормоза):  $-\infty \leq v \leq 0$ . Режим МГД-генератора:  $C_2/C_1 \leq v \leq +\infty$ .

Уравнения (7) позволяют по заданным параметрам характеристики определить параметры канала. Например, увеличение напора достигается увеличением параметра  $a$ . Жесткость характеристики  $v(p)$  обратно пропорциональна параметру  $b_k$ . В (7) содержатся также характеристики объемного расхода  $Q_v = dS_k v$  и механической мощности  $P_{\text{мех}} = F_z v$  потока жидкости, где  $d$  — удельный вес;  $S_k = h_k b_k$  — поперечное сечение канала.

Удельная проводимость  $\gamma_k(\Theta)$  жидкости в уравнениях (6), (7) зависит от концентрации раствора, температуры  $\Theta$ , давления и других факторов. Температурный коэффициент удельной проводимости  $T K_y = d\gamma_k / d\Theta$  положителен и приблизительно равен 2 % на 1 ° С. По данным [6, 7] в некотором интервале температур удельная проводимость подчиняется закону (рис. 2)

$$\gamma_k = \gamma_k(\Theta_0) \exp(\alpha\Theta), \quad (8)$$

где  $\gamma_k(\Theta_0)$  — удельная проводимость при начальной температуре.

Из условия равенства электромагнитных сил и сил вязкости Стокса, действующих на заряд  $q$  радиуса  $r_0$ , следует также, что удельная проводимость электролита обратно пропорциональна вязкости:  $\gamma = n_0 q^2 / \eta^{6/7}$ .

Введем коэффициент  $\beta = \gamma_k(\Theta) / \gamma_k(\Theta_0)$ . Тогда для последовательной схемы возбуждения

$$\begin{cases} p^* = -\beta^2 C_1 v + \beta C_2; \\ v = -p^*/\beta^2 C_1 + C_2/\beta C_1, \end{cases} \quad (9)$$

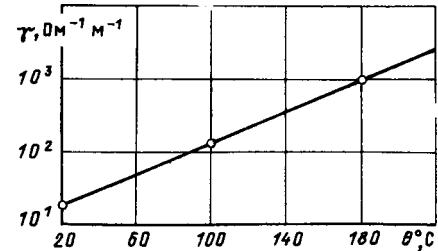


Рис. 2. Зависимость удельной электропроводности жидкого электролита от температуры:  $\gamma = 20 \exp[0.02(\Theta - 20)]$

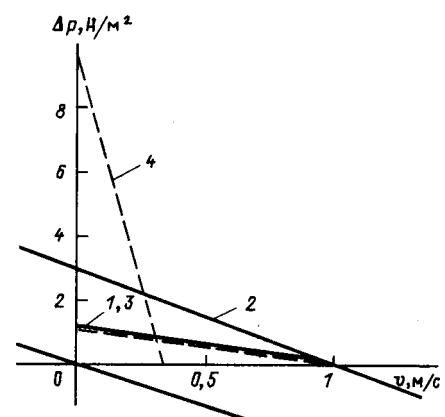


Рис. 3. Механические характеристики  $p(v)$  кондукционного устройства

Семейство характеристик  $p^*(v)$  по (7), (9) при  $\Theta = 20^\circ \text{ С}$  и  $\Theta = 100^\circ \text{ С}$  построены на рис. 3: кривые 1, 2 — для параллельной и кривые 3, 4 — для последовательной схем возбуждения.

Приведем уточненные расчетные формулы для ЭД-силы в запертом канале, учитывающие расстояние магнитного поля электромагнита  $K_s$  и реакцию магнитного поля канала  $\lambda$  для параллельной и последовательной схем возбуждения соответственно:

$$\begin{cases} F_z = C_3 I_k(\Theta); \\ F_z = C_4 I_k^2(\Theta), \end{cases} \quad (10)$$

где  $C_3 = K_s \lambda \mu_0 W_0 I_b b_k / h_k$ ;  $C_4 = K_s \lambda \mu_0 b_k / h_k$ ;  $K_s = (1 - h_k/h_0)$ ;  $\lambda = 1 - h_k/(2(a + h_k))$ ;  $I(\Theta) = U_k C_k(\Theta)$ ;  $C(\Theta) = C_k(\Theta) / [1 + C_k(\Theta)/C_b]$ ;  $I = I_k + I_b$ ;  $C_k(\Theta) = 1/R_k(\Theta) = \frac{ah_k}{b_k} \gamma(\Theta_0) \exp(\alpha\Theta)$ ;  $C_k(\Theta)$  и  $R_k(\Theta)$  — проводимость и сопротивление жидкости в рабочей зоне канала при температуре  $\Theta$ .

Когда задана индукция магнитного поля  $B$ , удобна расчетная формула

$$F_z = C_5 B C(\Theta),$$

где  $C_5 = K_s \lambda b_k U$ .

2. Гидромагнит — это устройство, преобразующее механическую энергию потока электропроводной жидкости в энергию магнитного поля.

Гидромагнитом может служить устройство, изображенное на рис. 1, а и б, работающее в режиме самовозбуждения. Схема гидромагнита на встречных потоках показана на рис. 4. Условие самовозбуждения — наличие начального (или остаточного) магнитного поля  $B_0$ , имеющего согласованную фазу.

Так как

$$vb_k B = I_k (R_k + R_b), \quad (11)$$

(где  $R_k = b_k / \gamma_k S_k$ ,  $R_b = b_b / \gamma_b S_b$ ), то результирующее магнитное поле гидромагнита пропорционально магнитному числу Рейнольдса  $Re_m = \mu_0 \gamma_k a v$ :

$$B = B_0 + B_p = (1 + K_R Re_m) B_0, \quad (12)$$

где  $K_R = 1/(1 + R_b/R_k)$ .

Расход жидкого потока в гидромагните с развитыми электродами (например на рис. 4) по сравнению с известным безэлектродным гидромагнитом [1] приблизительно в  $(b_b/b_k)^2$  раз меньше, что является весьма существенным преимуществом.

**3. МГД-генератор.** Кондукционное устройство способно нормально работать в режиме МГД-генератора с самовозбуждением, «включенным» непосредственно на сверхнизкоомную нагрузку, развивая сравнительно малую э. д. с  $vBb_k$  и очень большой ток, как это имеет место, например, в гидромагните. Для уменьшения потерь энергии элемент «нагрузка», «соединительные провода» и контактные электроды рабочей зоны канала должны составлять единый монолитный бесконтактный контур.

Проблема согласования нагрузки с генератором решается также с помощью повышающего трансформатора, первичная обмотка которого является обмоткой возбуждения гидромагнита.

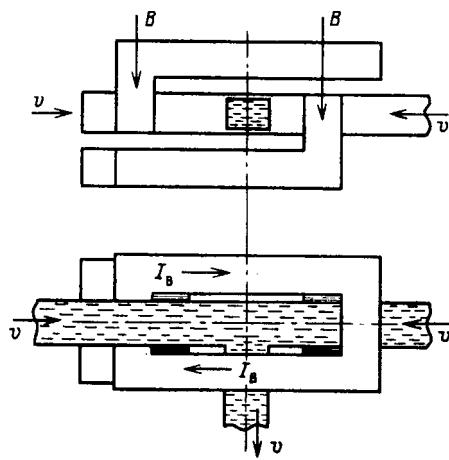


Рис. 4. Схема гидромагнита на встречных потоках с развитыми электродами

**4. Измерительный электромагнитный прибор.** Из (12) следует, что при  $K_R \ll 1$  отношение

$$B/B_0 = Re_m. \quad (13)$$

Таким образом, чтобы измерить магнитное число Рейнольдса для жидкости в канале, необходимо измерить магнитную индукцию до и после самовозбуждения генератора с помощью, например, индукционных катушек, датчиков Холла и др. [8]. Если  $K_R > 0,5$ , в расчет вводят поправку на сопротивление  $R_k$ .

Для измерения скорости потока используем, например, соотношение из (7):

$$v = -p^*/C_1 + C_2/C_1,$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные;  $p^* = p_1 - p_2$ ;  $p_1$  и  $p_2$  — давление на входе и выходе рабочей зоны канала (измерение проводится, например, манометром).

Далее определяется удельная проводимость среды при данной температуре:

$$\gamma_k(\Theta) = Re_m / \mu_0 a v. \quad (14)$$

Скорость потока жидкости определяется также электромагнитным методом по схеме рис. 1, с независимым возбуждением в режиме холостого хода  $I_k = 0$ :

$$U_k = b_k B v, \quad (15)$$

где  $b_k \cdot B = \text{const}$ .

При условии  $a/h_k > 3$  погрешность измерения составляет приблизительно 0,5—1 %.

**5. Тепловые эффекты.** Термовой баланс в рабочей зоне канала кондукционного устройства представим уравнением

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5, \quad (16)$$

где  $Q = 0,24 UIt$  — количество тепла, эквивалентное электрической энергии, подводимой к каналу от внешнего источника энергии;  $Q_1 = mc\Delta\Theta$  — тепло, расходуемое на нагрев среды в канале на температуру  $\Delta\Theta$ ;  $Q_2 = m\lambda_1$  — теплота парообразования;  $Q_3 = 0,24 F_z vt$  — теплота, эквивалентная механической работе, выполняемой при перемещении жидкости;  $Q_4 = K_q Q$  — теплота, рассеиваемая в окружающую среду внешними и внутренними конвекционными потоками;  $Q_5 = 0,24 F_b vt$  — теплота, эквивалентная механической работе, выполняемой внутренними силами вязкости жидкости;  $m$  — масса;  $c$  — теплоемкость;  $\lambda_1$  — коэффициент парообразования;  $K_q$  — коэффициент тепловых потерь за счет всех видов теплоотдачи;  $\Delta\Theta = \Theta - \Theta_0$  — разность температур нагрева среды в жидкой фазе. Давление и температура среды в канале могут быть критическими (для воды):  $p_{\text{крит}} = 217 \text{ кг}/\text{см}^2$ ;  $\sigma_{\text{крит}} = 374^\circ \text{C}$ .

Из (16) определяем время, в течение которого жидкость в рабочей зоне достигает определенного фазового состояния в наиболее тяжелом «закрытом» режиме ( $v=0$ ):

$$t \approx (Q_1 + Q_2) / (1 - K_q) Q, \quad (17)$$

откуда следует, что для улучшения теплообмена длину рабочей зоны канала следует выбирать из условия:  $a \leq vt$ .

Скорость нарастания температуры в канале описывается дифференциальным уравнением

$$d\Theta/dt = A(\Theta), \quad (18)$$

где  $A(\Theta) = \frac{0,24}{mc} \{(1 - K_g)UI(\Theta) - [F_z(\Theta) + F_b(\Theta)]\}$ .

Решение (18) для параллельной схемы  $U_k = \text{const}$  в запертом режиме ( $v = 0$ ) имеет вид

$$\Theta = \frac{1}{\alpha} \ln(\alpha A_1 t) + \Theta_{\text{нач}}, \quad (19)$$

где  $A_1 = 0,24(1 - K_g)U_k^2 C_k / mc$ ;  $C_k = C_k(20^\circ \text{C}) = \gamma_k(20^\circ \text{C}) a h_k / b_k$ .

Формулы (16) — (18) не могут отразить все сложное многообразие тепловых явлений в нелинейном канале кондукционного электромагнитного устройства. Они являются первым грубым приближением и лишь указывают на возможность существования тепловых переходных процессов с малой постоянной времени, а также неравновесных критических режимов, способных привести к тепловым и механическим разрушениям рабочей зоны канала или всего жидкого контура.

6. *Газопаровое состояние среды* возникает, когда количества тепла, подводимого к каналу за время  $t = a/v$ , достаточно для превращения жидкости в пар. При скорости потока 1 см/с для этого необходима объемная мощность порядка  $10^3 - 10^4 \text{ Вт}/\text{см}^3$ . Концентрацию насыщенного газопарового раствора при температурах до  $500^\circ \text{C}$  можно взять из [5]. Если считать, что объем среды при переходе из жидкости в газ не изменяется, то давление газопроводной среды  $p = RT/V$ , где  $V$  — объем;  $T$  — абсолютная температура;  $R = p_0 V_0 / T_0$  — газовая постоянная, а удельную проводимость газопарового раствора вычисляют по (8).

7. *Электродуговой режим*. Проблема получения больших электромагнитных сил и давлений решается путем использования кратковременного режима работы: в рабочую зону канала за короткое время вводится большая порция электрической энергии. При этом возникает электрическая дуга, сопровождающаяся мощной термоэлектронной эмиссией. Дуга весьма быстро преобразует жидкость в плазму в виде шнура, замыкающего электроды, с плотностью тока ( $10^4 - 10^7$ )  $\text{A}/\text{см}^2$ , и его взаимодействие с внешним полем напряженностью приблизительно 0,5 Тл вызывает появление объемной электромагнитной силы ( $50 - 500$ )  $\text{Н}/\text{см}^3$ . Одновременно происходит расщепление вещества электродов и быстрый их износ. Проблема состоит в получении стабильно бегу-

ящих плазменных шнурков достаточно большого сечения.

Если в устройстве предусмотрен выход плазменного шнура в открытую трубу (сопло, наконечник), оно может выполнять функции реактивного плазменного двигателя либо плазменной высокотемпературной горелки.

8. *Плазменный генератор*. Самовозбуждение гидромагнита, сопровождающееся возникновением в потоке жидкости рабочей зоны канала мощной электрической дуги, целесообразно использовать для получения высокотемпературной плазмы, содержащей в качестве примесей атомы определенных металлов и элементов. Для зарождения электрической дуги используют расположенные вверх по потоку в начале рабочей зоны канала поджигающие электроды, управляемые генератором токовых импульсов.

Для нормального горения электрической дуги в водном растворе необходимо большее напряжение, чем в воздухе ( $U_d \approx 60 \text{ В}$ ), что соответствует напряженности электрического поля  $E_d = U_d/b_k$ . Тогда, учитывая (12), получим следующее условие:

$$Re_m \approx U_d/b_k v B_0.$$

Например, при  $v = 20 \text{ м/с}$  и  $B_0 \approx 0,5 \text{ Тл}$  магнитное число Рейнольдса должно быть приблизительно равно  $6/b_k$ .

**Вывод.** Жидкие технологические МГД-контуры с «холодными» параметрами все шире применяются в промышленности, народном хозяйстве, в научных исследованиях. Такие контуры нуждаются в простых и эффективных устройствах для контроля и управления режимами их работы. Несомненные достоинства рассмотренных кондукционных электромагнитных устройств — многофункциональность, простота конструкции, надежность, технологичность — подтверждают их полезность и перспективность.

**Приложение. Эксперимент и характеристики устройств.** Испытание действующей модели кондукционного электромагнитного устройства проводилось в системе экспериментального жидкого контура, показанного на рис. 5, где обозначено: 1 — кондукционное устройство; 2 — мерный накопитель жидкого раствора; 3 — соединительные шланги. Давление жидкости регулировалось и измерялось высотой  $H$  уровня жидкости в накопителе относительно оси канала устройства 1. Размеры рабочего участка канала:  $b_k = 2,0 \text{ см}$ ,  $h_k = 2,0 \text{ см}$ ,  $a = 5,0 \text{ см}$ . Высота  $H \approx 1 \text{ м}$ . Канал возбуждали от источника синусоидального напряжения, регулируемого в пределах 0—150 В. Параметры электромагнита: сечение магнитопровода  $S = 10 \text{ см}^2$ , намагничивающая сила  $W_0 I_0 = 0 - 2 \text{ кА}$ . Жидкая среда — водный раствор NaCl различной концентрации при различных температурах в диапазоне  $20 - 100^\circ \text{C}$ . Фазовые сдвиги в канале

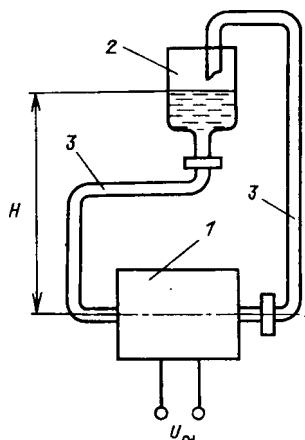


Рис. 5. Система экспериментального жидкого контура

контролировались осциллографическим методом. Некоторые результаты испытания устройства в запертом режиме приведены ниже:

$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{Н}/\text{м}^2$	$\Delta H, \text{см}$
20	150	15
80	280	28

Пример. Параметры кондукционного насоса:  $a=0,1 \text{ м}$ ;  $b_k=h_k=4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Проводимость раствора  $\gamma_k(20^\circ\text{C})=20 \text{ } 1/\text{Ом}\cdot\text{м}$ ;  $\mu_0=4\pi \times 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{с}/\text{м}$ . Концентрация солей 15 %. Намагничивающая сила электромагнита  $W_0 I_0=10^4 \text{ А}$ . Напряжение на электродах и обмотке возбуждения  $U=U_k=100 \text{ В}$ . Коэффициент рассеяния поля  $K_s \approx 1,0$ .

#### 1. Насос с параллельным возбуждением

а) Номинальный магнитный поток электромагнита на полюс:

$$\Phi = K_s \mu_0 W_0 I_0 a b_k / h_k = 10^{-3} \text{ В}\cdot\text{с};$$

$$B = \Phi / b_k a \approx 0,25 \text{ Тл.}$$

#### б) Коэффициенты в формулах (6), (8), (9):

$$C_1 = 0,125; C_2 = 1250;$$

$$\beta(20^\circ\text{C})=1; \beta(100^\circ\text{C}) \approx 3.$$

в) Механические характеристики схемы с параллельным возбуждением:

$$\text{при } t=20^\circ\text{C} \quad p = -0,125v + 1250;$$

$$\text{при } t=100^\circ\text{C} \quad p = -0,375v + 3750.$$

г) Механические характеристики схемы с последовательным возбуждением:

$$\text{при } t=20^\circ\text{C} \quad p = -0,125v + 1250;$$

$$\text{при } t=100^\circ\text{C} \quad p = -3,4v + 11250.$$

д) Тепловая функция по (13) при  $K_q=0,5$ :  
 $\Theta = 50 \ln 0,03t + 20^\circ$ .

Нагрев жидкости в канале в запертом режиме до  $100^\circ\text{C}$  происходит за время, равное 2,7 мин.

#### 2. Гидромагнит по схеме рис. 4.

Параметры:  $b_k=b_v=h_k=0,3 \text{ м}$ ;  $a=r_k=0,2 \text{ м}$ . Жидкость — натрий,  $\gamma_k(100^\circ\text{C})=10^7 \text{ } 1/\text{Ом}\cdot\text{м}$ . Электроды — медь,  $\gamma_v(100^\circ\text{C})=5 \cdot 10^7 \text{ } 1/\text{Ом}\cdot\text{м}$ . Скорость потока  $v=30 \text{ м/с}$ .

Индукция магнитного поля  $B_0=0,6 \text{ Тл}$ .

а) Магнитное число Рейнольдса

$$Re_m = \mu \gamma_k v h_k \approx 9.$$

#### б) Коэффициенты:

$$K_{R1} = R_v / R_k = \gamma_k / \gamma_v = 0,2; \quad K_R = 1 / (1 + K_{R1}) = 0,8.$$

#### в) Результирующее магнитное поле

$$B = (1 + K_R Re_m) B_0 = 5 \text{ Тл.}$$

3. Электромагнитный измеритель скорости  
Параметры:  $b_k=h_k=4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

Жидкость — электролит,  $\gamma_k(100^\circ\text{C})=100 \text{ } 1/\text{Ом}\cdot\text{м}$ .

Индукция внешнего магнитного поля  $B=0,5 \text{ Тл}=\text{const}$ .

а) Чувствительность прибора в режиме холостого хода — независимое возбуждение:

$$U_k / v \approx b_k B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ В}\cdot\text{с}/\text{м.}$$

б) В режиме самовозбуждения при больших скоростях:  $B=6 \text{ Лт}$ ;  $v=20 \text{ м/с}$ ;  $b_k=0,5 \text{ м}$ .

Напряжение  $U_k=90 \text{ В}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Шерклиф Дж. Курс магнитной гидродинамики: Пер. с англ.— М.: Мир, 1967.
- Шерклиф Дж. Теория электромагнитного измерения расхода: Пер. с англ.— М.: Мир, 1965.
- Приожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов: Пер. с англ.— М.: Мир, 1964.
- Поль Р. В. Учение об электричестве: Пер. с нем.— М.: Физматлит, 1962.
- Справочник по химии. Т. 3. Химическое равновесие. Кинетика растворов.— М.—Л.: Химия, 1965.
- Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Гареев Б. М. Электротехнические материалы.— Л.: Энергия, 1977.
- Табакс К. К. Расчет электрического поля электромагнитного насоса постоянного тока.— Уч. записки Латв. гос. унив. им. П. Ступки, 1958, т. XXI.
- Черников В. И. Магнитные измерения / Под ред. Е. И. Кондорского.— М.: МГУ, 1963.

# Переходные и установившиеся процессы в токовых цепях устройств релейной защиты с каскадными двухступенчатыми трансформаторами тока

СОПЬЯНИК В. Х., канд. техн. наук, СИЛАКОВ Е. П., инж.

Западный филиал ВТИ

Каскадные трансформаторы тока (КТТ) широко используются в сетях сверхвысокого и ультравысокого напряжений в качестве преобразователей тока для питания измерительных цепей устройств релейной защиты (РЗ) и автоматики. Искажения, вносимые КТТ при трансформации тока короткого замыкания (к. з.), существенно влияют на быстродействие, чувствительность и селективность устройств РЗ. Поэтому исследование поведения существующих и вновь разрабатываемых устройств РЗ должно базироваться на фундаментальном анализе протекающих аварийных процессов как в защищаемом объекте, так и во вторичных токовых цепях РЗ с учетом реальных схем соединения КТТ и их конструктивных параметров.

Наиболее детально в этом плане изучены переходные и установившиеся процессы в одиночных двухобмоточных ТТ со сплошным магнитопроводом, с немагнитным и частичным зазором в магнитопроводе. Для таких ТТ разработаны и реализованы на ЭВМ математические модели, отражающие реально существующие взаимосвязи мгновенных значений параметров режима с конструктивными параметрами ТТ и вторичных цепей и позволяющие задавать соединения ТТ в звезду, треугольник, неполную звезду, неполный треугольник и их различные сочетания по дифференциальной схеме [1—4].

Несколько меньше в этом плане исследованы одиночные КТТ [4—7] и, практически, нет доступных и приемлемо точных методов исследования процессов в трехфазных группах КТТ.

Это объясняется сложностью расчетов переходных и установившихся процессов в КТТ и токовых цепях устройств РЗ в режиме к. з., обусловленной насыщением магнитопроводов первой и второй ступени КТТ, нелинейностью их характеристик намагничивания, взаимным влиянием протекающих процессов во вторичных цепях ТТ второй ступени через вторичную обмотку ТТ первой ступени КТТ, влиянием соединений вторичных обмоток ТТ второй ступени КТТ в трехфазные группы: звезду, треугольник, которые, в свою очередь, могут быть соединены по дифференциальной схеме.

Разработанные и реализованные на ЭВМ математические модели одиночного КТТ [5—7] не позволяют исследовать процессы в трехфазных токовых цепях устройств РЗ в режимах к. з., исследовать влияние схем соединения КТТ в звезду, треугольник и по дифференциальной схеме в ре-

жиме глубокого насыщения магнитопроводов КТТ с целью оценки поведения соответствующих устройств РЗ. При этом в указанных математических моделях одиночного КТТ отсутствует математический аппарат анализа токов, что весьма затрудняет их использование даже для анализа переходных и установившихся процессов в одиночном КТТ в режимах к. з.

На точность работы и характер переходных и установившихся процессов в КТТ и токовых цепях устройств РЗ в режиме к. з. влияют:

значения токов к. з., наличие в них свободных составляющих и их постоянные времена затухания;

конструктивные параметры КТТ, характеристики намагничивания магнитопроводов ТТ первой и второй ступеней КТТ, наличие остаточных индукций и воздушных зазоров в магнитопроводах КТТ;

значения вторичных нагрузок первой и второй ступеней КТТ и их активно-индуктивный характер;

схемы соединения вторичных обмоток ТТ второй ступени КТТ в трехфазные группы: звезду, треугольник, которые, в свою очередь, могут быть соединены по дифференциальной схеме.

Оценка работы КТТ, расчет и анализ переходных и установившихся процессов в КТТ и токовых цепях устройств РЗ с учетом вышеуказанных факторов, влияющих как на точность работы КТТ, так и на протекающие в них процессы, практически возможны только с помощью ЭВМ. Для этих целей была разработана математическая модель двухступенчатых КТТ и токовых цепей многоплечевой дифференциальной защиты в трехфазном исполнении.

В основу модели положено математическое описание схемы токовых цепей многоплечевой дифференциальной защиты (рис. 1), включающей  $n$  трехфазных групп КТТ, каждый из которых имеет  $m$  ТТ второй ступени. Магнитопроводы первой и второй ступеней КТТ могут быть сплошными, с полным или частичным немагнитным зазором. Одноименные вторичные обмотки ТТ второй ступени КТТ соединены в звезду или треугольник, которые, в свою очередь, соединены по дифференциальной схеме.

Математическая модель КТТ и токовых цепей многоплечевой дифференциальной защиты составлена на основе известных законов электротехники для электрических и магнитных цепей. При разработке математической модели КТТ и токовых

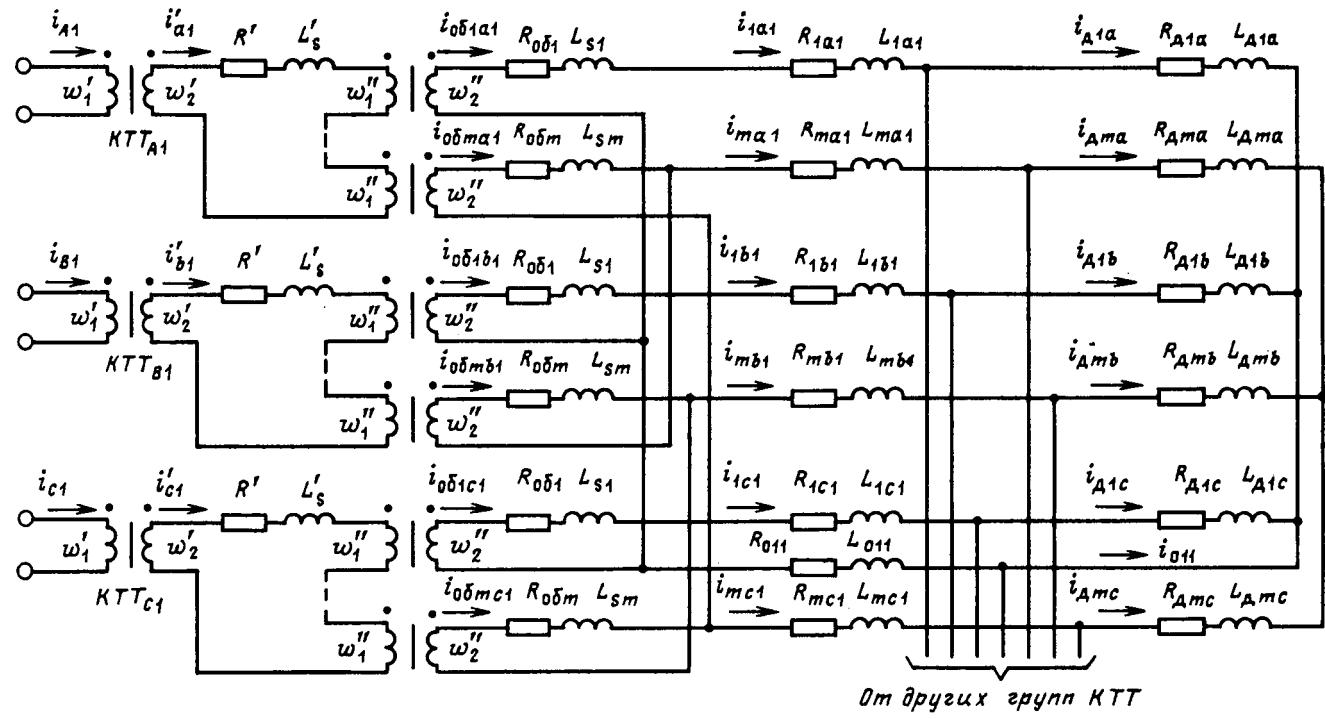


Рис. 1. Схема токовых цепей многоплечевой дифференциальной защиты

цепей устройств РЗ принимались следующие допущения:

активные сопротивления, индуктивности рас-  
сенияя первичных обмоток КТТ и активные потери  
в магнитопроводах КТТ не учитываются;

нагрузка КТТ активно-индуктивная, индуктивности рассеяния обмоток КТТ линейные;

трансформаторы тока, соединенные в трехфазные группы и по дифференциальной схеме, однотипные;

связь между индукцией  $B$  и напряженностью  $H$  магнитного поля магнитопроводов КТТ представляется однозначной характеристикой намагничивания  $H = f(B)$ , которая при математическом моделировании аппроксимируется кусочно-параметрической зависимостью [1].

Применение кусочно-параболической зависимости для аппроксимации нелинейных характеристик намагничивания магнитопроводов КТТ исключает следующие недостатки, присущие математическим моделям ТТ с ПХН- и СХН-аппроксимацией и логическим ключом в ветви намагничивания ТТ, положение которого зависит от степени насыщения ТТ [4]: скачкообразное изменение индуктивностей ветви намагничивания ТТ и ее неизменное значение после замыкания ключа в момент насыщения ТТ; определение момента насыщения ТТ и выход его из насыщения для определения положения ключа; нарушение непрерывности первых производных и состава системы дифференциальных и алгебраических уравнений, описывающих процесс.

Математическое описание первых ступеней КТТ включает:

а) дифференциальные уравнения равновесия  
э. д. с. в контурах вторичных обмоток ТТ  
первой ступени

$$w'_2 S' \frac{dB'_{ij}}{dt} = R'i'_{ij} + L_s \frac{di'_{ij}}{dt} + w''_2 \sum_{k=1}^m S''_k \frac{dB''_{kij}}{dt} \quad (1)$$

$$(k=1, 2, 3, \dots, m; i=a, b, c; j=1, 2, 3, \dots, n),$$

где индексы  $k=1, 2, 3, \dots, m$  — номер ТТ второй ступени КТТ;  $i=a, b, c$  — фазы трехфазной группы КТТ;  $j=1, 2, 3, \dots, n$  — номер трехфазной группы КТТ;  $B_{ij}^t$  — мгновенные значения индукций магнитных полей в магнитопроводах ТТ первой ступени КТТ;  $B_{kj}^t$  — мгновенные значения индукций магнитных полей в магнитопроводах ТТ второй ступени КТТ;  $S', S''_k$  — площади первичных сечений магнитопроводов ТТ первой и второй ступеней КТТ;  $w'_2$  — число витков вторичной обмотки первой ступени КТТ;  $w''_1$  — число витков первичной обмотки второй ступени КТТ;  $R', L'_s$  — суммарные активные сопротивления и индуктивность рассеяния вторичной обмотки ТТ первой ступени и первичных обмоток ТТ второй ступени КТТ;  $i_j^t$  — мгновенные значения вторичного тока первой ступени КТТ фазы  $i$ , присоединения  $j$ ;

б) уравнения равновесия м. д. с. в магнитных контурах

$$w'_i i_l = w'_j i'_l = l' H'_{ij} + \frac{l_{ij}}{w_0} B'_{ij}, \quad (2)$$

где  $H'_{ij}$  — мгновенные значения напряженностей магнитных полей в магнитопроводах ТТ первой ступени КТТ;  $w'_1$  — число витков первичной обмотки первой ступени КТТ;  $l'$  — средняя длина пути магнитного потока в магнитопроводе ТТ первой ступени КТТ;  $l'_{bj}$  — расчетная длина немагнитного зазора в магнитопроводе ТТ первой ступени КТТ присоединения  $j$ ;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума;  $i_{jj}$  — первичный ток КТТ;

в) характеристики намагничивания магнитопроводов ТТ первых ступеней КТТ

$$H'_{ij} = f_{ij}(B'_{ij}), \quad i=a, b, c; \quad j=1, 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

Первичные токи КТТ в математической модели задаются зависимостью вида

$$i_{jj} = \sqrt{2}I_{1jj} \sin(\omega t + \alpha_{1jj}) + I_{jj} \exp(-t/T_j) +$$

$$+ \sum_{G=1}^{G=z} \sqrt{2}I_{Gjj} \exp(-t/T_{Gj}) \sin(2\pi f_G t + \alpha_{Gjj}), \quad (4)$$

$$J = A, B, C; \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где  $I_{1jj}$  — действующее значение периодической составляющей промышленной частоты;  $I_{jj}$  — значение апериодической составляющей, затухающей с постоянной времени  $T_j$ ;  $I_{Gjj}$  — действующее значение свободной составляющей с частотой  $f_G$ , затухающей с постоянной времени  $T_{Gj}$ .

Исключив из уравнения (1) токи  $i'_{ij}$  путем подстановки их выражений, полученных из уравнений (2), получим математическое описание первых ступеней КТТ в виде

$$\begin{aligned} \frac{dB'_{ij}}{dt} &= \frac{n'}{m'} R' H'_{ij} - \frac{b'}{m'} R' H'_{ij} - \frac{a'_j}{m'} R' B'_{ij} + \\ &+ \frac{n'}{m'} L'_s \frac{di_{jj}}{dt} - \frac{a'_j}{m'} L'_s \frac{dB'_{ij}}{dt} - \frac{b'}{m'} L'_s \frac{dH'_{ij}}{dt} - \\ &- \frac{w''_1}{m' k=1} \sum^m S'_k \frac{dB''_{kj}}{dt}; \quad i'_{ij} = n' i_{jj} - b' H'_{ij} - a'_j B'_{ij}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$H'_{ij} = f_{ij}(B'_{ij}), \quad J = A, B, C; \quad k = 1, 2, 3, \dots, m; \\ i = a, b, c; \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

$$\text{где } m' = w'_2 S'; \quad n' = \frac{w'_1}{w'_2}; \quad b' = \frac{l'}{w'_2}; \quad a'_j = \frac{l'_{bj}}{\mu_0 w'_2}.$$

Систему уравнений (5) приведем к виду, удобному для численного интегрирования. В дифференциальном уравнении перенесем производные из правой части в левую и обозначим

$$B'_{ij} + \frac{b'}{m'} L'_s H'_{ij} + \frac{a'_j}{m'} L'_s B'_{ij} = B'_{ij},$$

$$B'_{ij} - \frac{n'}{m'} L'_s i_{jj} - \frac{w''_1}{m' k=1} \sum^m S'_k B''_{kj} = Y'_{ij},$$

тогда математическое описание первых ступеней КТТ будет следующим:

$$B'_{ij} = Y'_{ij} + \frac{n'}{m'} L'_s i_{jj} + \frac{w''_1}{m'} \sum_{k=1}^m S'_k B''_{kj}; \quad (6)$$

$$H'_{ij} = f'_{ij}(B'_{ij}); \quad (7)$$

$$B'_{ij} = \frac{b'}{m'} L'_s H'_{ij}}{1 + \frac{a'_j}{m'} L'_s}; \quad (8)$$

$$i'_{ij} = n' i_{jj} - b' H'_{ij} - a'_j B'_{ij}; \quad (9)$$

$$\frac{dY'_{ij}}{dt} = \frac{n'}{m'} R' i_{jj} - \frac{b'}{m'} R' H'_{ij} - \frac{a'_j}{m'} R' B'_{ij}. \quad (10)$$

Эквивалентная характеристика намагничивания  $H = f'(B_s)$  строится на основании характеристики намагничивания  $H = f(B)$  стали магнитопровода и конструктивных данных КТТ и вводится в ЭВМ в виде констант и коэффициентов кусочно-параболической аппроксимации [1].

Следует отметить, что учет в математической модели КТТ немагнитных зазоров в магнитопроводах первой и второй ступеней КТТ возможен двумя способами. Первый способ — это задание соответствующих экспериментально снятых характеристик намагничивания магнитопроводов с немагнитным зазором. В этом случае значения расчетных немагнитных зазоров в исходных данных к расчету на ЭВМ принимаются равными нулю. Второй способ — задание характеристик намагничивания сталей магнитопроводов КТТ и расчетных величин немагнитных зазоров  $l'_{bj}$ ,  $l''_{bj}$  в магнитопроводах первой и второй ступеней КТТ. Учет в математической модели КТТ частичных немагнитных зазоров в магнитопроводах первой и второй ступеней КТТ осуществляется заданием экспериментально снятых характеристик намагничивания соответствующих магнитопроводов.

В случае невозможности получения реальных характеристик намагничивания магнитопроводов с частичным немагнитным зазором можно использовать подход, изложенный в [11], т. е. до насыщения магнитопровода расчет производить с использованием характеристики намагничивания замкнутого магнитопровода, а далее использовать характеристики намагничивания магнитопровода со сплошным немагнитным зазором.

Вторые ступени КТТ, включая цепи нагрузки и дифференциальные цепи, описываются следующими уравнениями:

а) при схеме соединения одноименных вторичных обмоток ТТ вторых ступеней КТТ в звезду

$$w''_2 S'_k \frac{dB''_{kj}}{dt} = R_{ob\ kj} i_{ob\ kj} + R_{kij} i_{kij} + R_{dk\ kj} i_{dk\ kj} +$$

$$+ R_{0\ kj} i_{0\ kj} + L_{sk} \frac{di_{ob\ kj}}{dt} + L_{kij} \frac{di_{kij}}{dt} + L_{dk\ kj} \frac{di_{dk\ kj}}{dt} +$$

$$\omega'' i'_{ij} - \omega'' i_{ob\ kij} = l''_k H''_{kij} + \frac{l''_{kj}}{\mu_0} B''_{kij};$$

$$i_{kij} = i_{ob\ kij}; i_{0\ kj} = \sum_{i=a, b, c} i_{kij}; i_{d\ ki} = \sum_{j=1}^n i_{kij}; \quad (11)$$

$$H''_{kij} = f''_{kij}(B''_{kij}), \quad k=1, 2, 3, \dots, m; \quad i=a, b, c;$$

$$j=1, 2, 3, \dots, n;$$

б) при схеме соединения одноименных вторичных обмоток ТТ вторых ступеней КТТ в треугольник

$$\begin{aligned} \omega'' S'' \frac{d\beta''_{kij}}{dt} &= R_{ob\ kij} i_{ob\ kij} + R_{kij} i_{kij} + R_{d\ ki} i_{d\ ki} - \\ &- R_{krj} i_{krj} - R_{dkr} i_{dkr} + L_{sk} \frac{di_{ob\ kj}}{dt} + L_{kij} \frac{di_{kj}}{dt} + \\ &+ L_{d\ ki} \frac{di_{dkj}}{dt} - L_{krj} \frac{di_{krj}}{dt} - L_{dkr} \frac{di_{dkr}}{dt}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\omega'' i'_{ij} - \omega'' i_{ob\ kij} = H''_{kij} l''_k + \frac{l''_{kj}}{\mu_0} B''_{kij};$$

$$i_{kij} = i_{ob\ kij} - i_{ob\ kj}; \quad i_{d\ ki} = \sum_{j=1}^n i_{kij};$$

$$H''_{kij} = f''_{kij}(B''_{kij}), \quad k=1, 2, 3, \dots, m; \quad i=a, b, c;$$

$$r=c, a, b; \quad q=b, c, a; \quad j=1, 2, 3, \dots, n,$$

где  $H''_{kij}$  — мгновенные значения напряженностей магнитных полей в магнитопроводах ТТ второй ступени КТТ;  $l''_k$  — средняя длина пути магнитного потока в магнитопроводах ТТ второй ступени КТТ;  $l''_{kj}$  — расчетная длина немагнитного зазора в магнитопроводах ТТ второй ступени КТТ;  $\omega''$  — число витков вторичной обмотки ТТ второй ступени КТТ.

Остальные обозначения приведены на рис. 1.

Дифференциальные уравнения из систем (11), (12) объединим и приведем к виду, удобному для численного интегрирования, путем переноса производных из правой части в левую:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ B''_{kij} - \frac{1}{\omega'' S''_k} L_{sk} i_{ob\ kij} + L_{kij} i_{kij} + L_{d\ ki} i_{d\ ki} + \right. \\ \left. + (1 - M_{kj}) L_{0\ kj} i_{0\ kj} - M_{kj} (L_{krj} i_{krj} + L_{dkr} i_{dkr}) \right] = \\ = \frac{1}{\omega'' S''_k} [R_{ob\ kij} i_{ob\ kij} + R_{kij} i_{kij} + R_{d\ ki} i_{d\ ki} + (1 - M_{kj}) \times \\ \times R_{0\ kj} i_{0\ kj} - M_{kj} (R_{krj} i_{krj} + R_{dkr} i_{dkr})]. \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} B''_{kij} - \frac{1}{\omega'' S''_k} [L_{sk} i_{ob\ kij} + L_{kij} i_{kij} + L_{d\ ki} i_{d\ ki} + (1 - M_{kj}) \times \\ \times L_{0\ kj} i_{0\ kj} - M_{kj} (L_{krj} i_{krj} + L_{dkr} i_{dkr})] = Y''_{kij}. \end{aligned}$$

С учетом проведенных преобразований математическая модель вторых ступеней КТТ с соединением вторичных обмоток в звезду, треугольник и по дифференциальной схеме будет следующая:

$$i_{kij} = i_{ob\ kij} - M_{kj} i_{ob\ kj}; \quad (13)$$

$$i_{0\ kj} = \sum_{i=a, b, c} i_{kij},$$

$$i_{d\ ki} = \sum_{j=1}^n i_{kij}; \quad (15)$$

$$B''_{kij} = Y''_{kij} + m''_k [L_{sk} i_{ob\ kij} + L_{kij} i_{kij} + L_{d\ ki} i_{d\ ki} + \\ + (1 - M_{kj}) L_{0\ kj} i_{0\ kj} - M_{kj} (L_{krj} i_{krj} + L_{dkr} i_{dkr})]; \quad (16)$$

$$H''_{kij} = f''_{kij}(B''_{kij}); \quad (17)$$

$$i_{ob\ kij} = n'' i'_{ij} - b''_k H''_{kij} - a''_{kj} B''_{kij}; \quad (18)$$

$$\frac{dY''_{kij}}{dt} = m''_k [R_{ob\ kij} i_{ob\ kij} + R_{kij} i_{kij} + R_{d\ ki} i_{d\ ki} +$$

$$+ (1 - M_{kj}) R_{0\ kj} i_{0\ kj} - M_{kj} (R_{krj} i_{krj} + R_{dkr} i_{dkr})] \quad (19)$$

$$(k=1, 2, 3, \dots, m; \quad i=a, b, c; \quad r=c, a, b; \\ q=b, c, a; \quad j=1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\text{где } n'' = \frac{\omega''}{\omega''_2}; \quad m''_k = \frac{1}{\omega''_2 S''_k}; \quad b''_k = \frac{l''_k}{\omega''_2}; \quad a''_{kj} = \frac{l''_{kj}}{\mu_0 \omega''_2};$$

$M_{kj}$  — параметр модели; при соединении вторичных обмоток второй ступени КТТ в звезду  $M_{kj}=0$  и при соединении в треугольник  $M_{kj}=1$ .

Уравнения (7) — (10), (13) — (19) совместно с выражением (4), описывающим первичные токи, представляют собой математическую модель трехфазных токовых цепей устройств релейной защиты с КТТ.

Приведение дифференциальных уравнений (10), (19) к нормальному виду путем решения в общем виде алгебраических уравнений относительно переменных, входящих в правые части дифференциальных уравнений, и подстановки их в правые части дифференциальных уравнений практически невозможно из-за нелинейности систем алгебраических уравнений. Поэтому с целью повышения точности численного интегрирования дифференциальных уравнений необходимо на каждом шаге (такте) интегрирования решать систему алгебраических уравнений [8].

Расчеты на ЭВМ и сопоставления результатов расчета переходных процессов в трехфазных токовых цепях устройств РЗ с ТТ обычного исполнения [2] при интегрировании дифференциальных уравнений методами Рунге — Кутта, среднеинтервальным и среднеинтервальным с экстраполяцией неинтегрируемых переменных, входящих в правые части дифференциальных уравнений, показали, что вполне приемлемым является среднеинтервальный метод с экстраполяцией неинтегрируемых переменных. Он обеспечивает достаточную точность расчета при значительном сокращении затрат (в 4 раза) машинного времени по сравнению с методом Рунге — Кутта четвертого порядка.

В основу программной реализации математической модели токовых цепей устройств РЗ с каскадными ТТ положен алгоритм решения дифференциальных уравнений среднеинтервальным методом с экстраполяцией неинтегрируемых переменных. Укрупненный алгоритм решения на ЭВМ математической модели токовых цепей

устройств РЗ с КТТ приведен на рис. 2 и сводится к выполнению следующих процедур:

1. Ввод значений параметров первичных токов КТТ по фазам и группам, значений вторичных нагрузок КТТ по фазам и группам, конструктивных и обмоточных данных первой и второй ступени КТТ, констант и коэффициентов аппроксимации кривых  $H'_{ij} = f'_{ij}(B'_{ij})$  и  $H''_{kij} = f''_{kij}(B''_{kij})$ , начальных значений интегрируемых переменных  $Y'_{ij}$ ,  $Y''_{kij}$ , количества и номеров гармонических составляющих ряда Фурье; задание начальных приближенных значений токов КТТ для организации решения итерационным методом нелинейных алгебраических уравнений; задание начального времени  $t=0$ ; вычисление коэффициентов.

2. Вычисление мгновенных значений первичных токов по формуле (4).

3—5. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений (13) — (17), (6) — (9) итерационным способом; вычисление новых значений токов  $i_{ob\ kij(n+1)}$  по формуле (18); сравнение начальных приближенных значений токов  $i_{ob\ kij(n)}$  с рассчитанными значениями токов  $i_{ob\ kij(n+1)}$ . В зависимости от результатов сравнения итерационный процесс заканчивается или продолжается. Сходимость итерационного процесса обеспечивается методом Вегстейна [9], согласно которому на каждом шаге итерации очередное приближенное значение токов  $i_{ob\ kij}$  вычисляется по следующей формуле (индексы  $k, i, j$  при  $i_{ob\ kij}$  в формуле опущены):

$$\bar{i}_{ob(n+1)} = \bar{i}_{ob(n+1)} - \frac{(i_{ob(n+1)} - i_{ob(n)}) \bar{i}_{ob(n+1)} - \bar{i}_{ob(n)}}{\bar{i}_{ob(n+1)} - \bar{i}_{ob(n)} - \bar{i}_{ob(n)} + \bar{i}_{ob(n-1)}}. \quad (20)$$

Результатом решения системы нелинейных алгебраических уравнений являются мгновенные значения  $i'_{ij}$ ,  $H'_i$ ,  $B'_i$ ,  $i_{obkij}$ ,  $i_{kij}$ ,  $i_{okj}$ ,  $i_{dkj}$ ,  $H''_{kij}$ ,  $B''_{kij}$ .

6. Разложение вторичных токов КТТ в ряд Фурье и на симметричные составляющие.

7. Печать результатов расчета.

8. Выявление первого такта каждого шага интегрирования дифференциальных уравнений.

9. Вычисление правых частей дифференциальных уравнений (10), (19),  $dY/dt$  и неуточненных

значений  $Y'_{t+h} = Y_t + h \frac{dY}{dt}$ ; запоминание

$dY/dt$  и неинтегрируемых переменных, входящих в правые части дифференциальных уравнений (10), (19). Наращивание текущего времени  $t$  на величину шага интегрирования, т. е.  $t = t + h$ .

10. Логическая операция, выявляющая первый ли шаг интегрирования. Если текущее время  $t \leq h$ , то переходим на выполнение операций блока 3. Если  $t > h$ , то переходим на выполнение операций блока 11.

11. Вычисление методом экстраполяции переменных, входящих в правые части дифференциальных уравнений  $i_{(n+1)} = 2i_{(n)} - i_{(n-1)}$ .

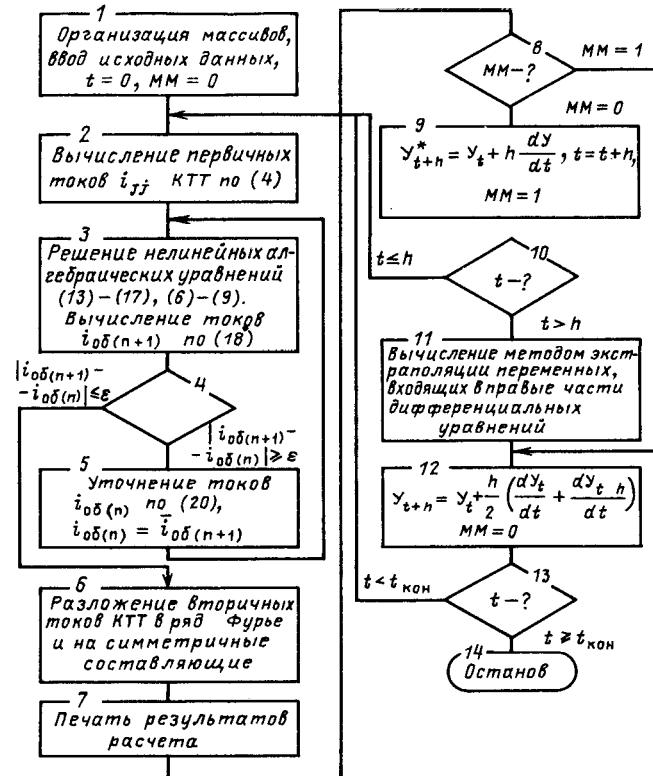


Рис. 2. Алгоритм решения математической модели токовых цепей устройств РЗ с КТТ

12. Вычисление правых частей дифференциальных уравнений  $\frac{dY_{t+h}}{dt}$  и уточненных значений  $Y_{t+h} = Y_t + \frac{h}{2} \left( \frac{dY_t}{dt} + \frac{dY_{t+h}}{dt} \right)$ .

13. Проверка условия окончания расчетов на ЭВМ процессов в КТТ. При  $t \geq t_{kon}$  счет прекращается.

Основным результатом решения уравнений математической модели КТТ и токовых цепей устройств РЗ являются мгновенные значения токов во вторичных обмотках первых и вторых ступеней КТТ, в цепях нагрузки, нулевых проводах и дифференциальных цепях, по которым может быть определена качественная сторона процессов, протекающих в КТТ и вторичных цепях.

Для количественной оценки работы КТТ в программной реализации предусмотрено вычисление значений токовых погрешностей за период  $T=0,02$  с для первой ступени КТТ —

$$F'_{ij} = \left( \frac{w_2 I'_{ij}}{I_{(n-1)}} - 1 \right) 100 \% \quad (21)$$

и для КТТ в целом —

$$F_{kij} = \left( \frac{w'_2 w''_{i\text{об} kij}}{w'_1 w''_{Ij}} - 1 \right) 100 \%, \quad (22)$$

а также полных погрешностей за период для первой ступени КТТ —

$$E'_{ij} = \frac{100 \%}{I_{jj}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t \left( \frac{w'_2}{w'_1} i_{ij} - i_{jj} \right)^2 dt} \quad (23)$$

и для КТТ в целом —

$$E_{kij} = \frac{100 \%}{I_{jj}} \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t \left( \frac{w'_2 w''_2}{w'_1 w''_1} i_{\text{об} kij} - i_{jj} \right)^2 dt}. \quad (24)$$

В этих выражениях  $I_{jj}$ ,  $i_{ij}$ ,  $I_{kij}$  — действующие значения соответствующих токов;  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $J = A, B, C$ ;  $i = a, b, c$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots, m$ .

Вычисление на ЭВМ действующих значений токов, входящих в выражения (20) — (23), а также токов в цепях нагрузки, нулевых проводах и дифференциальных цепях производится с использованием численного метода, основанного на замене определенного интеграла суммой конечного числа вычисленных мгновенных значений токов на каждом шаге численного интегрирования дифференциальных уравнений в течение периода  $T = 0,02$  с. Формула численного метода вычисления определенного интеграла тока в виде, удобном для реализации на ЭВМ, следующая:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t i^2 dt = \frac{1}{n} \left( \frac{i_0^2}{2} + i_1 + i_2 + \dots + i_{(n-1)}^2 + \frac{i_n^2}{2} \right), \quad (25)$$

где  $t = T, 2T, 3T, \dots, mT$ ;  $n = T/h$  — количество вычисленных мгновенных значений тока за период  $T$  при шаге интегрирования  $h$  (при  $h = 0,0001$  с,  $n = 200$ );  $i_0, i_1, \dots, i_n$  — мгновенные значения тока на начало периода  $T$  и в последующих шагах интегрирования;  $m$  — количество периодов рассчитываемого процесса.

Для анализа переходных и установившихся процессов в ТТ и токовых цепях устройств РЗ предусмотрено разложение вторичных токов трехфазных групп КТТ в ряд Фурье и вычисление симметричных составляющих гармоник этих токов. Количество составляющих ряда Фурье и номера гармоник, на которые разлагаются вторичные токи, задаются предварительно. Результаты разложения вторичных токов в ряд Фурье могут быть использованы только в первом периоде промышленной частоты, принятом при разложении.

Постоянная составляющая тока при разложении в ряд Фурье определяется по выражению

$$I_n = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t idt. \quad (26)$$

Значения гармонических составляющих вторичных токов определяются путем вычисления амплитудных значений синусной  $I_{ks}$  и косинусной  $I_{kc}$  ( $k$  — номер гармоники) составляющих каждой гармоники [10]:

$$I_{ks} = \frac{2}{T} \int_{t-T}^t i \sin(k\omega t) dt; \quad (27)$$

$$I_{kc} = \frac{2}{T} \int_{t-T}^t i \cos(k\omega t) dt \quad (28)$$

с последующим вычислением действующих значений гармонических составляющих и углов  $\varphi_k$ , на которые гармонические составляющие смешены по отношению к началу отсчета:

$$\varphi_k = \arctg \frac{I_{kc}}{I_{ks}}. \quad (29)$$

При реализации на ЭВМ алгоритма разложения вторичных токов в ряд Фурье используется численный метод, аналогичный вычислению действующих значений токов. При этом постоянная составляющая тока определяется по формуле

$$I_n = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t idt = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n i_p, \quad (30)$$

где  $p$  — текущий индекс, изменяющийся от 1 до  $n$  ( $n = T/h$ );  $i_p$  — мгновенные значения тока при  $t = ph$ .

Амплитудные значения синусной и косинусной составляющих  $k$ -й гармоники соответственно равны

$$I_{ks} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n i_p \sin_p(k\omega t); \quad (31)$$

$$I_{kc} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n i_p \cos_p(k\omega t), \quad (32)$$

где  $\sin_p(k\omega t)$ ;  $\cos_p(k\omega t)$  — соответствующие значения функций при  $t = ph$ .

Действующие значения токов гармонического ряда вычисляются при  $T = 0,02$  с; 0,04 с и т. д. по формуле

$$I_{dk} = \sqrt{(I_{ks}^2 + I_{kc}^2)/2}. \quad (33)$$

Полученные значения синусной  $I_{ks}$  и косинусной  $I_{kc}$  составляющих  $k$ -й гармоники используются для вычисления соответствующих амплитудных значений синусных и косинусных составляющих токов нулевой, прямой и обратной последовательностей по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned} I_{0ks} &= 0,333(I_{aks} + I_{bks} + I_{cks}); \\ I_{0kc} &= 0,333(I_{akc} + I_{bkc} + I_{ckc}); \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} I_{1ks} &= 0,333[I_{aks} - 0,5(I_{bks} + I_{cks}) + 0,866(I_{bkc} - I_{ckc})]; \\ I_{1bc} &= 0,333[I_{abc} - 0,5(I_{bkc} + I_{ckc}) + 0,866(I_{cks} - I_{bks})]; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} I_{2ks} &= 0,333I_{aks} - 0,5(I_{bks} + I_{cks}) - 0,866(I_{bkc} - I_{ckc}); \\ I_{2kc} &= 0,333[I_{akc} - 0,5(I_{bkc} + I_{ckc}) + 0,866(I_{bks} - I_{cks})], \end{aligned} \quad (36)$$

где  $I_{0ks}$ ,  $I_{1ks}$ ,  $I_{2ks}$ ,  $I_{akc}$ ,  $I_{1kc}$ ,  $I_{2kc}$  — амплитудные значения синусной и косинусной составляющих токов нулевой, прямой и обратной последовательностей;  $I_{aks}$ ,  $I_{bks}$ ,  $I_{cks}$ ,  $I_{akc}$ ,  $I_{bkc}$ ,  $I_{ckc}$  — амплитудные значения синусной и косинусной составляющих  $k$ -й гармоники вторичных токов КТТ фаз  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

Амплитудные и действующие значения токов нулевой, прямой и обратной последовательностей вычисляются по следующим известным формулам:

а) амплитудные значения

$$I_{jk} = \sqrt{I_{jks}^2 + I_{jkc}^2}, \quad j = 0, 1, 2; \quad (37)$$

б) действующие значения

$$I_{djk} = 0,707I_{jk}, \quad j = 0, 1, 2. \quad (38)$$

Разработанная математическая модель расчета и анализа переходных и установившихся процессов в КТТ и токовых цепях устройств РЗ реализована на ЭВМ в виде программы на алгоритмическом языке ФОРТРАН-4.

Исходные данные для проведения расчетов и анализа процессов в КТТ включают:

шаг интегрирования дифференциальных уравнений, шаг печати мгновенных значений результатов расчетов, длительность рассчитываемого процесса, количество групп КТТ и их соединение в определенные группы, количество составляющих ряда Фурье и номера гармоник, на которые разлагаются вторичные токи;

параметры первичных токов КТТ по фазам и группам;

значения вторичных нагрузок КТТ по фазам и группам;

конструктивные и обмоточные данные первой и второй ступени КТТ, константы и коэффициенты аппроксимации кривых намагничивания магнитопроводов КТТ.

Результатами расчета и анализа являются мгновенные значения первичных приведенных токов и всех вторичных токов КТТ, действующие значения вторичных токов за период, полные и токовые погрешности КТТ, результаты разложения вторичных токов в ряд Фурье и на симметричные составляющие.

Исследования на ЭВМ переходных и установившихся процессов как в одиночном КТТ, так и соединенных в трехфазные группы звезду и треугольник показали, что в режиме к. з. в КТТ протекают весьма сложные процессы, обусловленные насыщением магнитопроводов КТТ, взаимным влиянием ТТ второй ступени через вторичную

обмотку ТТ первой ступени, а также влиянием соединения вторичных обмоток ТТ второй ступени в трехфазные группы.

Полные и токовые погрешности работы ТТ второй ступени одиночного КТТ в режиме глубокого насыщения зависят от работы других ТТ этой же ступени. Это в первую очередь существенно для ненагруженного ТТ, когда другие ТТ сильно нагружены.

С этой целью были проведены расчеты на ЭВМ переходных процессов в одиночном КТТ типа ТФНКД-500-2000/1 с тремя сердечниками класса  $P$  ( $P_1$ ;  $P_2$ ;  $P_3$ ) и одним сердечником класса 0,5 при различной вторичной нагрузке ТТ второй ступени (рис. 3). Из рисунка видно, что величины полных и токовых погрешностей закороченных ТТ второй ступени КТТ влияют в режиме

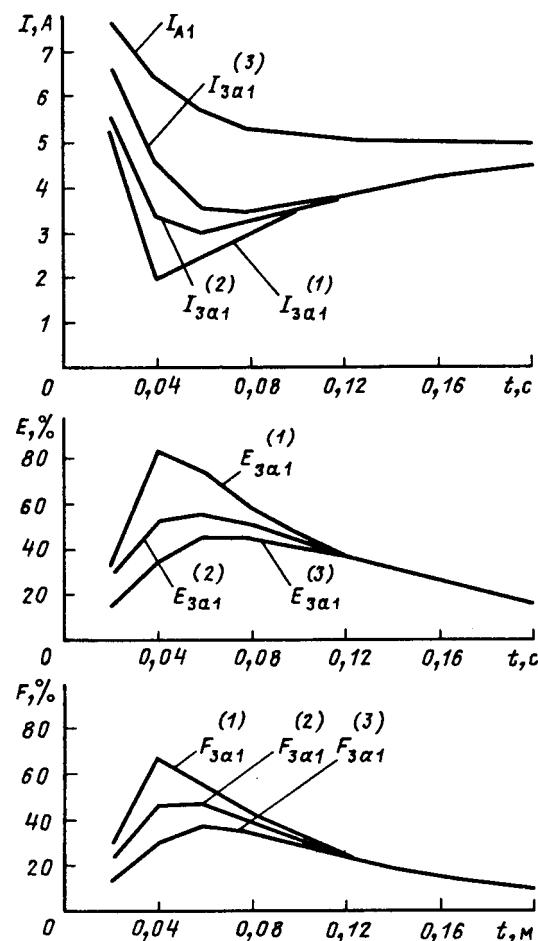


Рис. 3. Зависимости изменения во времени действующих значений токов в первичной обмотке первой ступени ( $I_{A1}$ ), во вторичной обмотке ТТ  $P_3$  ( $I_{3a1}$ ) и полных ( $E_{3a1}$ ), токовых ( $F_{3a1}$ ) погрешностей одиночного КТТ типа ТФНКД-500-2000/1 при к. з.:  $i_{A1} = \sqrt{2} 10000 \sin(\omega t - 90^\circ) + 14100 \exp(-t/0,05)$  и вторичной нагрузке: 1— $R_{ka1} = 75$  Ом,  $\omega L_{ka1} = 50$  Ом ( $k = 1, 2, 3$ );  $R_{4a1} = 30$  Ом,  $\omega L_{2a1} = 18$  Ом; 2— $R_{1a1} = R_{2a1} = 75$  Ом,  $\omega L_{1a1} = \omega L_{2a1} = 50$  Ом,  $R_{3a1} = 0$ ,  $\omega L_{3a1} = 0$ ,  $R_{4a1} = 30$  Ом,  $\omega L_{4a1} = 18$  Ом; 3— $R_{ka1} = 0$ ,  $\omega L_{ka1} = 0$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ).

глубокого насыщения другие сильно нагруженные ТТ и неучет этого влияния может повлиять на точность расчета. Максимальных значений погрешности достигают на первом — четвертом периодах переходного процесса, а затем уменьшаются по мере затухания апериодической составляющей тока к. з.

Более сложные процессы протекают во вторичных цепях ТТ второй ступени КТТ, соединенных в звезду или треугольник, так как кроме уже рассмотренной взаимозависимости одиночного КТТ накладывается влияние, обусловленное схемой соединения КТТ в трехфазные группы и по дифференциальной схеме.

Интенсивность влияния друг на друга КТТ, соединенных в звезду ( $KTT_y$ ), зависит от вида к. з., степени насыщения магнитопроводов, вторичных сопротивлений в фазах ( $Z_{kij}$ ) и в нулевом проводе ( $Z_{0kj}$ ). При отсутствии насыщения КТТ, а также при  $Z_{0kj}=0$  или  $Z_{kij} \gg Z_{0kj}$   $KTT_y$  практически не влияют друг на друга и проте-

кающие в них процессы ничем не отличаются от процессов в одиночном КТТ при тех же исходных данных.

В насыщении КТТ, при трехфазном к. з. при  $Z_{0kj} \geq Z_{kij}$  протекают достаточно сложные процессы. С насыщением КТТ, например фазы  $A$ , его индуктивное сопротивление цепи намагничивания сильно уменьшается. В это время насыщение  $KTT_B$  и  $KTT_C$  еще не наступает и вторичные токи от  $KTT_B$  и  $KTT_C$  распределяются между нулевым проводом и фазой  $A$  обратно пропорционально их сопротивлениям, т. е. происходит подпитка током вторичной обмотки  $KTT_A$  в зоне его насыщения. При выходе  $KTT_A$  из насыщения его индуктивное сопротивление цепи намагничивания увеличивается, также увеличиваются э. д. с. и ток вторичной обмотки и подпитка  $KTT_A$  токами  $KTT_B$  и  $KTT_C$  уменьшается, а затем прекращается. Начинается подпитка токами  $KTT_y$  той фазы, у которой раньше наступает момент максимального насыщения, и процесс повторяется аналогично описанному.

Взаимная подпитка токами вторичных обмоток ТТ второй ступени КТТ сильно проявляется при соединении их в треугольник в режиме трехфазного к. з., когда наступает насыщение магнитопроводов и уменьшается их индуктивное сопротивление, и наличие вторичной нагрузки, соизмеримой с сопротивлением вторичных обмоток. При этом взаимная подпитка токами вторичных обмоток может быть настолько существенна, что вторичный ток насыщенного магнитопровода ТТ КТТ меняет знак на противоположный по отношению к току, протекающему в первичной обмотке КТТ, а полная погрешность КТТ становится больше 100 %.

В качестве примера на рис. 4 приведены полные и токовые погрешности работы ТТ второй ступени  $P_2$ ,  $P_3$  КТТ типа ТФНКД-500-2000/1 и кривые токов в их вторичных обмотках фазы  $A$ , соединенных в звезду (ТТ  $P_2$ ) и треугольник (ТТ  $P_3$ , ток  $i_{3a1}$ ), при трехфазном к. з.

**Выводы.** Разработана и реализована на ЭВМ ЕС на языке ФОРТРАН-4 в виде программы математическая модель трехфазных токовых цепей устройств релейной защиты, включающая описание на основе законов электротехники  $n$  трехфазных групп двухступенчатых КТТ с  $m$  ТТ второй ступени с учетом нелинейности характеристик намагничивания ферромагнитных сердечников первой и второй ступеней. Вторичные нагрузки КТТ представлены в модели активными и индуктивными сопротивлениями. Одноименные обмотки ТТ второй ступени соединены в звезду или треугольник и при необходимости могут быть соединены по дифференциальной схеме.

Программа позволяет: произвести расчет и анализ переходных и установившихся процессов в КТТ и токовых цепях устройств РЗ и исследовать влияние величин токов к. з., их апериодических

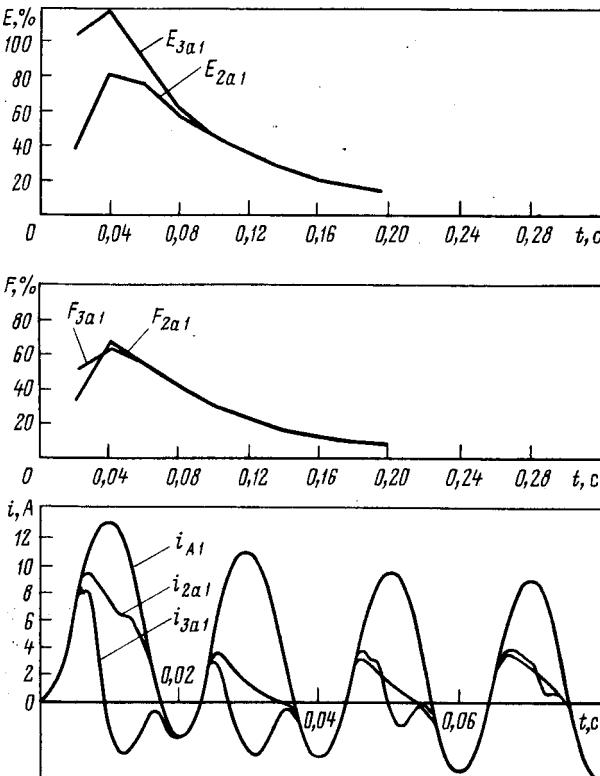


Рис. 4. Полные ( $E_{2a1}$ ,  $E_{3a1}$ ) и токовые ( $F_{2a1}$ ,  $F_{3a1}$ ) погрешности работы ТТ  $P_2$ ,  $P_3$  и кривые токов в первичной обмотке первой ступени и во вторичных обмотках ТТ второй ступени фазы  $A$  КТТ типа ТФНКД-500-2000/1, соединенных в звезду (ТТ  $P_2$ , ток  $i_{2a1}$ ) и треугольник (ТТ  $P_3$ , ток  $i_{3a1}$ ), при трехфазном к. з.  $i_{A1} = \sqrt{2} 10000 \times \sin(\omega t - 90^\circ) + 14100 \exp(-t/0.05)$ ,  $i_{B1} = -\sqrt{2} 10000 \times \sin(\omega t - 210^\circ) - 7050 \exp(-t/0.05)$ ,  $i_{C1} = -\sqrt{2} 10000 \times \sin(\omega t + 30^\circ) - 7050 \exp(-t/0.05)$  и вторичной нагрузке  $R_{kii} = 75$  Ом,  $\omega L_{kii} = 50$  Ом,  $R_{0b1} = 0$ ,  $\omega L_{0b1} = 0$  ( $k=1, 2, 3$ ;  $i=a, b, c$ ),  $R_{4ii} = 30$  Ом,  $\omega L_{4ii} = 0$ .

и свободных составляющих, характеристик намагничивания КТТ, конструктивных параметров КТТ, величин немагнитных зазоров и остаточных индукций в магнитопроводах КТТ, вторичных нагрузок, групп соединения КТТ на процессы в КТТ и токовых цепях устройств РЗ; рассчитать токовую и полную погрешности КТТ в переходных и установившихся режимах с учетом реальных схем токовых цепей устройств РЗ; произвести гармонический анализ вторичных токов КТТ и токов в цепях устройств РЗ и рассчитать их симметричные составляющие.

Разработанная математическая модель токовых цепей РЗ с КТТ совместно с математическими моделями защищаемого объекта и устройства защиты позволяет путем математического эксперимента воспроизвести и проанализировать поведение рассматриваемого устройства РЗ в любых заданных режимах как на стадии проектирования, так и в условиях эксплуатации защищаемого объекта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новаш В. И., Сопьянник В. Х. Расчет переходных процессов в токовых цепях многоплечевых дифференциальных защит.— Электричество, 1982, № 7.

2. Сопьянник В. Х. Расчет переходных и установившихся процессов в трансформаторах тока и токовых цепях устройств релейной защиты.— Электротехника, 1987, № 3.

3. Подгорный Э. В., Хлебников С. Д. Моделирование и расчеты переходных режимов в цепях релейной защиты.— М.: Энергия, 1974.

4. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики.— М.: Энергия, 1978.

5. Багинский Л. В., Лещенко В. М. Итерационный метод расчета переходных процессов в каскадных трансформаторах тока на ЭЦВМ.— Изв. вузов СССР. Энергетика, 1975, № 11.

6. Тищекин А. А. О математическом моделировании каскадных трансформаторов тока.— Изв. вузов СССР. Энергетика, 1976, № 3.

7. Методика определения погрешностей каскадных трансформаторов тока, предназначенных для работы в переходных режимах / Б. С. Стогний, Е. Н. Танкевич, В. А. Черненко, Н. А. Богданович.— Техническая электродинамика, 1984, № 2.

8. Новаш В. И. Некоторые вопросы математического моделирования релейных защит на полупроводниках.— Изв. вузов СССР. Энергетика, 1971, № 2.

9. Сопьянник В. Х. Применение метода Вегстейна для решения на ЭВМ нелинейных уравнений математических моделей устройств релейной защиты.— Изв. вузов СССР. Энергетика, 1986, № 5.

10. Федосеев А. М. Релейная защита электроэнергетических систем. Релейная защита сетей.— М.: Энергоатомиздат, 1984.

11. Трансформаторы тока / В. В. Афанасьев, Н. А. Адоньев, Л. В. Жалалис и др.— Л.: Энергия, 1980.

[19.12.88]

УДК 621.315.1.025.015.532.017.6.001.24

## О потерях мощности на местную корону в линиях электропередачи переменного тока

СОХРАНСКИЙ А. С.

В связи с освоением новых классов напряжений и разработкой ЛЭП нетрадиционных конструкций потерям на корону продолжает уделяться большое внимание. Различным вопросам исследования короны в ЛЭП переменного тока в отечественной литературе посвящены три монографии [1—3]. Для них, так же как и для современных зарубежных исследований, характерен в основном эмпирический подход. Приведенные рекомендации по оценке ожидаемых потерь получены на основании обработки большого числа результатов измерений на опытных и действующих линиях. В особенности это относится к потерям на местную корону, характерную для ЛЭП в нормальных режимах. Но рекомендации по оценке ожидаемых потерь, полученные эмпирическим путем, строго говоря, ограничены теми классами напряжений и конструкциями линий, на которых проводились измерения. В частности, данные [4] странечки

напряжением 750 кВ и числом составляющих в расщепленном проводе до четырех.

Область применения эмпирических результатов может быть значительно расширена, если они удовлетворяют результатам теоретического анализа явлений коронного разряда. Такое сопоставление эмпирических и теоретических результатов для однопроводной линии было сделано в [2] на основе теоремы Шокли [5]; результаты были удовлетворительными. Однако в [2] нет обоснования возможности применения этой теоремы. Специфика теоремы Шокли заключается в том, что она определяет величины наведенных токов в системе заземленных проводников при движении вблизи них точечного заряда, тогда как ЛЭП к такой системе, вообще говоря, не относится.

В данной статье дается теоретическое и экспериментальное обоснование возможности применения теоремы Шокли—Рамо [6] для определения

зависимости потерь, вызываемых местной короной в многопроводных линиях, от конструкции расщепленного провода.

Под потерями на корону будем понимать активную мощность (энергию), непроизводительно затрачиваемую генераторами электрической станции на коронный разряд на проводах ЛЭП.

Из этого определения следует, что для расчета потерь на корону необходимо знать активную составляющую тока в проводах линии, созданного короной («тока короны»). Этот ток образуется в результате движения объемных зарядов, создаваемых короной, в поле проводов линии, причем заряды разных знаков создают конвекционный ток одного и того же знака.

С целью определения тока короны рассмотрим  $n$ -проводную ненагруженную ЛЭП конечной длины. В начале линии к каждому из проводов подключен источник напряжения, характеризуемый мгновенным значением напряжения  $u_i$  относительно земли ( $i=1, 2, \dots, n$ ). На поверхности одного или нескольких проводов существуют очаги короны, создающие объемный заряд с плотностью  $\rho$  и скоростью  $v$ . При этом объемный заряд, образовавшийся вблизи поверхности одного из проводов, при движении в поле, изменяющемся с промышленной частотой, не достигает поверхности других проводов и земли. В таких случаях соответствующий ток в проводах всегда меньше конвекционного тока вне зависимости от того, исходят ли линии плотности конвекционного тока  $j_{\text{конв}} = \rho v$  из поверхности проводов (во время горения короны) или они существуют только в объеме (корона не горит). Эта разница между током, наведенным в проводе, и конвекционным током обусловлена током смещения, протекающим между движущимся объемным зарядом и наведенным им (по электростатической индукции) поверхностным зарядом на проводах. При рассмотрении электрического поля в объеме  $V$ , ограниченном поверхностью  $S$  (рис. 1), принимаем следующие допущения.

1. Электрическое поле линии описывается уравнениями электростатики.

2. Падение напряжения на проводах и в земле за счет тока короны пренебрежимо мало, т. е. поверхности проводов  $S_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), являющиеся внутренними границами объема  $V$ , экви-потенциальны (при общей короне, которая может существовать на линии в рабочих режимах при некоторых видах погоды, например, при изморози, это допущение несправедливо).

3. Наружная поверхность  $S_0$  достаточно велика, что позволяет пренебречь электрическим полем на ней и за ее пределами; на поверхности земли потенциал равен нулю.

4. Проводимость среды, окружающей провода, равна нулю.

Используя уравнения электростатики и указанные допущения, получаем следующее выражение

для мгновенного значения тока короны  $i_{hi}$  в  $i$ -м проводе, совпадающее с интегральной формой теоремы Шокли—Рамо [6] (см. приложение):

$$i_{hi} = \int_V \mathbf{E}_{i(+1)} \mathbf{j}_{\text{конв}} dV, \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}_{i(+1)}$  — напряженность поля в точке нахождения элемента объемного заряда, движущегося со скоростью  $v$  в поле проводов линии, рассчитываемая при условии, что объемный заряд отсутствует, а на  $i$ -м проводе задан безразмерный потенциал +1, тогда как потенциалы всех остальных проводов равны нулю.

Потери на корону каждого источника напряжения равны

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^T u_i i_{hi} dt, \quad (2)$$

где  $T$  — период промышленной частоты.

Используя выкладки, аналогичные приведенным в приложении, можно показать, что потери, определяемые формулой (2), удовлетворяют закону сохранения энергии, поскольку они представляют собой потери на изменение энергии электрического поля, созданного всеми зарядами, находящимися в объеме  $V$  и на поверхностях  $S_i$ .

Если скорость  $v$  задана, то в рамках указанных выше допущений формула (1) является точной. В тех случаях, к которым относится и данная задача, когда объемные заряды двигаются под действием сил электрического поля, их скорость в каждой точке должна быть определена как функция напряженности поля в этой точке. Эту напряженность поля в общем случае нужно определять с учетом поля самого объемного заряда. Когда скорость движения объемных зарядов прямо пропорциональна напряженности поля, как это имеет место при движении ионов, поле, созданное объемным зарядом, может быть выделено из результирующего поля, поскольку  $v = KE = KE_1 + KE_2$ , где  $K$  — подвижность ионов;  $E_1$  — напряженность поля, созданного зарядами на проводах и земле при отсутствии объемных зарядов;  $E_2$  — напряженность поля, созданного объемными зарядами в предположении, что все провода заземлены. Поэтому формулу (1) можно представить в виде

$$i_{hi} = K \int_V \mathbf{E}_{i(+1)} \mathbf{E}_{1Q} dV + K \int_V \mathbf{E}_{i(+1)} \mathbf{E}_{2Q} dV, \quad (3)$$

где второй интеграл учитывает влияние объемного заряда на его скорость. Оценим соотношение обоих слагаемых в правой части равенства (3) для однофазной или трехфазной симметричной линии, когда напряжение источников изменяется по синусоидальному закону. Активная составляющая первой гармоники тока короны в однофазной

или трёхфазной симметричной линии определяется в основном первым интегралом в правой части формулы (3), поскольку ток, определяемый этим интегралом, проходит через нулевые значения одновременно с напряжением на проводе (напряженность  $E_1$  совпадает по фазе с напряжением  $u_1$ ). Справедливость этого предположения была подтверждена экспериментом на опытной ЛЭП путем исследования тока короны.

Расщепленный провод однофазной опытной линии длиной 310 м и эквивалентной высотой 18,7 м состоял из 8 составляющих проводов АС400/51. Измерения тока короны проводились на высоком потенциале с помощью мостовой схемы с высоковольтным конденсатором [2]. Мост уравновешивался при напряжении на линии, меньшем напряжения начала местной короны. При напряжении на линии, превышающем напряжение начала местной короны, в диагонали моста протекал ток, который равен току короны, деленному на коэффициент  $A=1+C_1/C_2$ , одинаковый на всех гармониках (за исключением постоянной составляющей, которая в данной схеме не измерялась), где  $C_1$  и  $C_2$  — емкости низковольтных плеч моста, причем  $C_1 > C_2$ .

Измерения проводились при трех различных шагах расщепления: 0,115 м; 0,383 м и 1,15 м. На рис. 2, а, б представлены осциллограммы тока в диагонали моста, которые с учетом масштабного коэффициента  $A$  могут считаться также осциллограммами тока короны. Эти осциллограммы были получены в хорошую погоду при шаге расщепления 0,115 м. Отношение максимальной напряженности поля на поверхности провода в момент максимума приложенного напряжения  $E_m$  к начальной напряженности общей короны  $E_0$ , определяемой по [4], равнялось  $E_m/E_0=0,82$  (а) и  $E_m/E_0=0,92$  (б). Характер осциллограмм при других шагах расщепления оставался таким же.

На этих осциллограммах синусоида — напряжение на линии, а несинусоидальная кривая — ток короны. Из осциллограмм видно, что кривые напряжения и тока практически одновременно проходят через нулевые значения (небольшое опе-

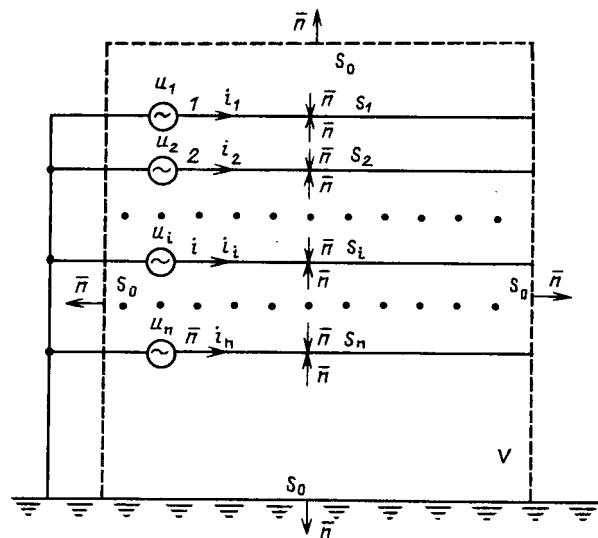


Рис. 1. Схема  $n$ -проводной линии электропередачи

режение током напряжения имеет место при угле напряжения, равном  $180^\circ$ ). Таким образом, проведенные измерения подтвердили, что вторым слагаемым в правой части формулы (3) можно пренебречь. Аналогичные результаты были получены на той же линии с проводом 12·АС 300/39 с шагом расщепления 0,414 м.

Рассмотрим, например, коронирующую однородную линию с расщепленным проводом из  $n$  составляющих, имеющих один общий источник напряжения  $u = U_m \cos \omega t$ . В этом случае  $E_1 = E_{(+1)} U_m \cos \omega t$ , а мгновенное значение тока короны  $i_n$ , протекающего через источник напряжения, в соответствии с формулой (3) равно

$$i_n = (KU_m \int_V E_{(+1)}^2 \rho dV) \cos \omega t. \quad (4)$$

Рассчитаем по формуле (4) ток короны в проводе, создаваемый точечным зарядом  $Q$ , отходящим от поверхности составляющего провода в точке с максимальной напряженностью  $E_m$  в мо-

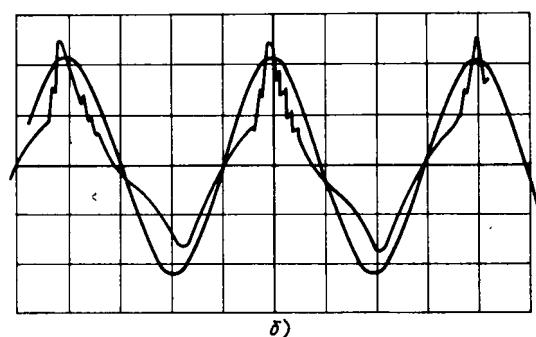
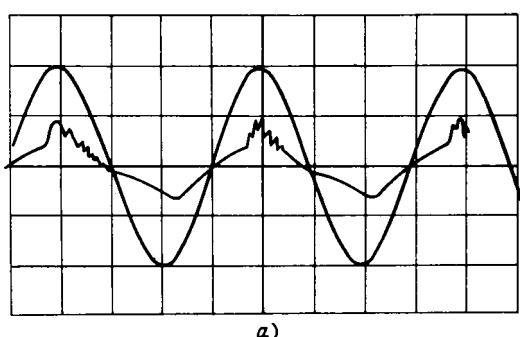


Рис. 2. Осциллограммы тока короны в линии (масштаб: 1 клетка  $\leftrightarrow$  1 мА): а —  $U=700$  кВ; б —  $U=775$  кВ

мент максимума фазного напряжения. В этом случае на основании формулы (4) имеем

$$i_n = KQU_m E_{(+1)}^2 \cos \omega t. \quad (5)$$

Так как величину  $E_{(+1)}$  необходимо определять в точке  $r(t)$  нахождения заряда в момент  $t$ , то формулу (5) следует дополнить решением уравнения движения заряда

$$r(t) = \int_0^t v(t) dt. \quad (6)$$

Для однопроводной линии это уравнение имеет простое решение [1, 2], а во всех остальных случаях его целесообразно решать численным методом, принимая  $v(t) = KE_1(t)$ .

Сравним потери на корону в проводах с шагами расщепления, принятными в описанном выше эксперименте, используя формулы (2), (5) и (6) при  $K=1,8 \text{ см}^2/\text{B} \cdot \text{s}$  и  $U_m/U_0 = E_m/E_0 = 0,9$ , полагая заряд не зависящим от шага расщепления. Результаты этого сравнения, а также соответствующие экспериментальные данные, полученные в хорошую погоду, приведены в таблице (за базисную величину приняты потери на фазе с шагом расщепления 0,383 м).

Из таблицы видно, что, несмотря на всю условность допущения о точечной форме заряда и о моменте начала его удаления от провода, расчет и эксперимент дают достаточно близкие результаты.

Из полученных осцилограмм следует также, что в каждом полупериоде при неизвестных погодных условиях зажигание короны происходит при мгновенном значении напряжения, не зависящем от величины  $E_m/E_0$ . Это указывает на отсутствие влияния объемного заряда на напряженность поля на поверхности провода в момент зажигания. Вместе с тем напряженность поля на каждом источнике короны  $E_{0\text{ист}}$  при ее горении остается неизменной, несмотря на увеличение мгновенных значений напряжения [7]. Это объясняется появлением на источнике короны заряда противоположного знака, наведенного отходящим от поверхности провода объемным зарядом. Таким образом, первому приращению мгновенного значения напряжения  $\Delta u_1$  над напряжением  $u_{0\text{ист}}$  начала зажигания короны соответствует появление заряда  $Q_1$  в непосредственной близости от источника и заряда  $-Q_1$ , практически полностью сосре-

доточенного на этом источнике. К следующему приращению напряжения  $\Delta u_2$  заряд  $Q_1$ , двигаясь от провода с большой скоростью, отойдет от его поверхности на такое расстояние, при котором доля наведенного заряда, приходящаяся на источник короны, будет пренебрежимо мала по сравнению с зарядом, наведенным зарядом  $Q_1$  на всем проводе (см. формулу (П-5)). Поэтому при втором приращении напряжения  $\Delta u_2 = \Delta u_1$  от поверхности провода отойдет заряд  $Q_2 \approx 2Q_1$ , при третьем приращении напряжения  $\Delta u_3 = \Delta u_1$  — заряд  $Q_3 \approx \approx 3Q_1$  и т. д. вплоть до достижения напряжением амплитудного значения, после которого горение короны становится невозможным. Эта физическая картина образования местной короны позволяет анализировать с помощью формулы (5) зависимость тока короны, создаваемого движущимися зарядами  $Q_1, Q_2, Q_3 \dots$ , от конструкции расщепленного провода при заданном значении  $E_m/E_0$ , располагая экспериментальными данными для какой-либо одной конструкции.

Как уже отмечалось выше, полученные зависимости относятся к местной короне, поэтому представляет интерес вопрос о пределе их применимости. Условие, чтобы напряженность поля на поверхности проводов была меньше начальной напряженности общей короны для данного вида погоды (определение местной короны), является достаточным, но не необходимым. Условия, которые являются необходимыми, заключаются в ограниченности величин наведенного тока и объемного заряда. Первое из этих условий приводит к выводу, что с увеличением напряжения линии пределы применимости рассмотренной в данной статье модели расширяются (см. допущение 2 и формулу (2)). Второе условие требует выявления погодных условий, при которых наведенный ток имеет такой же вид, как и для хорошей погоды (см. рис. 2). Дополнительные исследования, проведенные на опытной линии, показали, в частности, что при напряжении 1150 кВ предлагаемая модель может применяться не только для хорошей погоды, но и для сухого снега и дождя с интенсивностью не свыше 1 мм/ч.

**Выводы.** Показано, что токи короны и, соответственно, потери в проводах линий электропередачи переменного тока могут определяться по теореме Шокли—Рамо. При местной короне на проводах можно пренебречь влиянием величины объемного заряда на его скорость и на напряжение, при котором происходит зажигание короны. Полученная на основании теоремы Шокли—Рамо расчетная зависимость позволяет анализировать влияние конструкции расщепленного провода на потери на корону.

**Приложение. Вывод формулы наведенного тока в коронирующем проводе.** Необходимость вывода формулы наведенного тока применительно к короне обусловлена тем, что в опубликованных работах, где получена эта формула для системы

N	Шаг расщепления, м	Относительная величина потерь $P_N/P_2$ при различных шагах расщепления провода AC400/51	
		расчет	эксперимент
1	0,115	1,26	1,37
2	0,383	1	1
3	1,15	0,75	0,60

произвольных проводников, соединенных с землей непосредственно [6] или через сопротивление [8], не учитываются два обстоятельства. Во-первых, каждый провод коронирующей линии имеет потенциал, создаваемый сторонней э. д. с. (источником напряжения). Во-вторых, во время горения короны с поверхности коронирующего провода стекает конвекционный ток, тогда как в [6], [8] рассматривается конвекционный ток в объеме.

Рассмотрим поле в объеме  $V$ , ограниченном поверхностью  $S$  (рис. 1), для двух состояний, первое из которых определяется реальной напряженностью  $E$ , а второе — напряженностью  $E_{1i}$ , создаваемой зарядами на  $i$ -м проводе, когда остальные провода заземлены, а объемный заряд отсутствует. В соответствии с формулой Грина имеем

$$\int_S \left( \varphi_{1i} \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial n} \right) dS = \int_V (\varphi_{1i} \Delta \varphi - \varphi \Delta \varphi_{1i}) dV, \quad (\text{П-1})$$

причем  $\operatorname{grad} \varphi = -E$ ,  $\operatorname{grad} \varphi_{1i} = -E_{1i}$ ,

$$\Delta \varphi = -\rho/\epsilon, \quad \Delta \varphi_{1i} = 0.$$

Считая интеграл по внешней поверхности  $S_0$  равным нулю, преобразуем левую часть равенства (П-1) следующим образом:

$$\sum_{k=1}^n \int_{S_k} \left( \varphi_{1i} \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial n} \right) dS = u_i \int_{S_i} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial n} \right) dS - \sum_{k=1, k \neq i}^n u_k \int_{S_k} \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial n} dS, \quad k=1, 2, \dots, i, \dots, n. \quad (\text{П-2})$$

Напряженность поля  $E = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}$  на поверхности  $i$ -го провода обусловлена всеми зарядами, т. е.

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{S_i} = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{i_0} + \sum_{k=1}^n \left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{ik}, \quad (\text{П-3})$$

где  $\left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{i_0}$  — напряженность на поверхности  $i$ -го провода от объемного заряда с плотностью  $\rho$ , а  $\left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{ik}$  — от заряда на  $k$ -м проводе, причем

$$\left( \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_{ii} = \left( \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial n} \right)_{S_i}.$$

Интегрируя в правой части равенства (П-2) с учетом (П-3), получаем

$$\sum_{k=1}^n \int_{S_k} \left( \varphi_{1i} \frac{\partial \varphi}{\partial n} - \varphi \frac{\partial \varphi_{1i}}{\partial n} \right) dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left( u_i q_{i_0} + u_i \sum_{k=1, k \neq i}^n q_{ik} - \sum_{k=1, k \neq i}^n u_k q_{ki} \right) \quad (\text{П-4})$$

где  $q_{i_0}$  и  $q_{ik}$  — наведенные заряды на  $i$ -м проводе от объемного заряда и от заряда на  $k$ -м проводе соответственно, а  $q_{ki}$  — наведенный заряд на  $k$ -м проводе от заряда на  $i$ -м проводе, причем  $q_{ik} = \beta_{ik} u_k$  и  $q_{ki} = \beta_{ki} u_i$ .

Поскольку взаимные коэффициенты электростатической индукции с переставленными индексами равны друг другу ( $\beta_{ik} = \beta_{ki}$ ), то два последние слагаемые в правой части (П-4) в сумме дают нуль. Поэтому формула для наведенного заряда в  $i$ -м проводе от объемного заряда с плотностью  $\rho$  на основании равенства (П-1) принимает следующий вид:

$$q_{i_0} = - \int_V \varphi_{i(+1)} \rho dV, \quad (\text{П-5})$$

где  $\varphi_{i(+1)}$  — потенциал поля, когда на  $i$ -м проводе задан безразмерный потенциал, равный +1, остальные провода заземлены, а объемный заряд отсутствует.

Изменение во времени объемной плотности  $\rho$  приведет к изменению наведенного заряда  $q_{i_0}$  и, соответственно, к протеканию в  $i$ -м проводе наведенного тока  $i_{hi}$ . На рис. 3 показаны токи, втекающие в провод и вытекающие из него, при  $\frac{d\rho}{dt} \neq 0$  и без учета токов смещения, обусловленных его частичными емкостями. Там же показаны положительные направления нормалей  $n$  к поверхностям провода, принятые в соответствии с рис. 1.

На основании принципа непрерывности тока имеем

$$i_{hi} = i_{\text{конв}} - i_{\text{см}}, \quad (\text{П-6})$$

$$\text{где } i_{\text{см}} = \int_{S_i} j_{\text{см}} dS; \quad (\text{П-7})$$

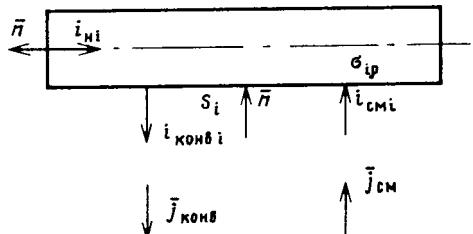


Рис. 3. Токи в проводе при движении вблизи его поверхности объемного заряда

$$i_{\text{конв}} = \int_{S_i} j_{\text{конв}} dS, \quad (\text{П-8})$$

причем  $j_{\text{см}} = \partial D / \partial t$ , а на поверхности  $S_i$   $D = \sigma_{ip}$ .

Интегрируя по формуле (П-7) с учетом (П-5), получаем

$$i_{\text{см}} = \int_{S_i} \frac{\partial D}{\partial t} dS = \int_{S_i} \frac{\partial \sigma_{ip}}{\partial t} dS = \frac{\partial q_{ip}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\nu} \Phi_{i(+1)} \rho dv. \quad (\text{П-9})$$

Меняя порядок выполнения операций интегрирования и дифференцирования, получаем

$$i_{\text{см}} = - \int_V \Phi_{i(+1)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_V \Phi_{i(+1)} \operatorname{div} j_{\text{конв}} dV. \quad (\text{П-10})$$

Подставляя полученные выражения (П-10) для  $i_{\text{см}}$  и (П-8) для  $i_{\text{конв}}$  в правую часть (П-6), получаем

$$i_{hi} = \int_{S_i} j_{\text{конв}} dS - \int_{\mathcal{V}} \Phi_{i(+1)} \operatorname{div} j_{\text{конв}} dV = \int_{S_i} j_{\text{конв}}$$

$$dS + \int_{\mathcal{V}} j_{\text{конв}} \times \operatorname{grad} \Phi_{i(+1)} dV - \int_{\nu} \operatorname{div} (\Phi_{i(+1)} \times$$

$$\times j_{\text{конв}}) dV = - \int_{\mathcal{V}} E_{i(+1)} j_{\text{конв}} dV. \quad (\text{П-11})$$

Формула (П-11) идентична формуле (1). Знак «минус» перед последним интегралом не имеет существенного значения, поскольку он лишь указывает на то, что ток  $i_{hi}$  протекает в направлении, противоположном направлению внешней нормали к торцевой поверхности провода.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г. Н. Коронный разряд на линиях электропередачи.— М.—Л.: Энергия, 1964.
2. Емельянов Н. П., Козлов В. С. Коронный разряд на проводах.— Минск: Наука и техника, 1971.
3. Левитов В. И. Корона переменного тока.— М.: Энергия, 1975.
4. Руководящие указания по учету потерь на корону и помех от короны при выборе проводов воздушных линий электропередачи переменного тока 330—750 кВ и постоянного тока 800—1500 кВ.— М.: СЦНТИ ОРГРЭС, 1975.
5. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений.— М.—Л.: АН СССР, 1948.
6. Герштейн Г. М. Некоторые вопросы взаимодействия заряженных частиц с электрическим полем.— Саратов: Саратовский университет, 1960.
7. Богданова Н. Б., Певчев Б. Г. Напряженность электрического поля на частично коронирующем электроде.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 5.
8. Пронин В. П., Шехтман Л. А. Наведение токов движущимся зарядом в системе проводников с комплексными нагрузками.— Журнал технической физики, 1967, т. XXXVII, № 8.

[12.04.89]

УДК 621.319.4:621.315.612.027.3.029.5.001.24

## Термоупругие напряжения и тепловой пробой второго рода в высоковольтных высокочастотных керамических конденсаторах

ГЕДЗЮН В. А., ЕРМОЛИНА Э. И., КОВАЛЕВСКАЯ О. Г., РОЗИН И. Т., СЕМЕНОВ А. И., ХАРИТОНОВ Е. В.

Высоковольтные высокочастотные керамические конденсаторы используются в электрофизической аппаратуре для импульсного питания ускорителей. Реактивная мощность, выделяемая при их разряде и достигающая  $10^3$ — $10^4$  квар, определяет габаритные размеры конденсаторов и эффективность их использования.

При столь высоких мощностях тепловыделение температура перегрева конденсаторного диэлектрика по отношению к окружающей среде может достигать сотен градусов; при этом велики температурные перепады между нагретой внутрен-

ней частью и охлаждаемой внешней поверхностью конденсатора. Большие градиенты температуры в первую очередь приводят к значительным механическим термоупругим напряжениям, и для хрупких диэлектриков — радиокерамики — механическое разрушение наступает раньше обычного теплового пробоя, т. е. имеет место тепловой пробой второго рода [1]. Детальный теоретический и экспериментальный анализ этих явлений необходим в целях повышения выделяющейся в конденсаторе реактивной мощности при заданном сроке службы и ограничениях на габа-

риты конденсатора. При этом следует предусматривать возможности принудительного охлаждения конденсатора.

В настоящей статье приведены результаты расчетов температурных полей и термоупругих напряжений в высоковольтных высокочастотных керамических конденсаторах дискового и трубчатого типов, а также данные экспериментальной проверки характера разрушения при тепловом пробое второго рода. По результатам испытаний конденсаторов предложена модель долговечности.

**Температурные поля.** В качестве тепловой модели конденсатора можно выбрать цилиндр конечных размеров для конденсатора дискового типа и полый цилиндр конечных размеров — для конденсатора трубчатого типа [2].

Расчет стационарного температурного поля цилиндрических конденсаторов сводится к решению уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = -\frac{q}{\lambda} \quad (1)$$

с граничными условиями для конденсаторов дискового типа

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha(t - t_0) \Big|_{r=R}; \quad \left. \right\} \quad (2a)$$

$$\mp \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=\pm H/2} = \alpha(t - t_0) \Big|_{z=\pm H/2}$$

и конденсаторов трубчатого типа:

$$\left. \begin{aligned} \mp \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \Big|_{z=\pm H/2} &= \alpha(t - t_0) \Big|_{z=\pm H/2}; \\ + \lambda \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=R_1} &= \alpha_1(t - t_1) \Big|_{r=R_1}; \\ - \lambda \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=R_2} &= \alpha_2(t - t_2) \Big|_{r=R_2}. \end{aligned} \right\} \quad (2b)$$

В (1), (2) величина  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности конденсаторного диэлектрика. В (2b) допускается отличие коэффициентов теплообмена на торцевых поверхностях ( $\alpha$ ), внутренней ( $\alpha_1$ ) и внешней ( $\alpha_2$ ) боковых поверхностях; кроме того, температура среды  $t_2$ , охлаждающей внешнюю боковую поверхность, может отличаться от температуры среды внутри полого цилиндра  $t_1$  и окружающей среды  $t_0$ . Плотность объемного тепловыделения  $q$  в активном диэлектрике конденсатора, как обычно, принимается в виде:

$$q = 2\pi f C U^2 \operatorname{tg} \delta / V,$$

где  $f$  — частота переменного тока;  $C$  — емкость конденсатора;  $U$  — действующее значение приложенного напряжения;  $\operatorname{tg} \delta$  — тангенс угла диэлектрических потерь (принимаемый не зависящим от температуры);  $V$  — объем активного диэлектрика конденсатора.

Решение уравнения (1) с граничными условиями (2a) для дискового конденсатора имеет вид:

$$t = t_0 + \frac{qH^2}{8\lambda} \left[ 1 - \left( \frac{z}{H/2} \right)^2 + \frac{2}{Bi_z} \right] - \frac{qH^2}{8\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \times \cos \left( \omega_n \frac{z}{H/2} \right) I_0 \left( \omega_n \frac{r}{H/2} \right), \quad (3)$$

где

$$a_n = \frac{2(\omega_n^2 + Bi_z^2)}{\omega_n^2 + Bi_z^2 + Bi_z} \frac{\sin \omega_n}{\omega_n^3} \times \frac{1}{I_0 \left( \omega_n \frac{R}{H/2} \right) + \frac{\omega_n}{Bi_z} I_1 \left( \omega_n \frac{R}{H/2} \right)}$$

$$Bi_z = \frac{\alpha H}{2\lambda}; \quad \text{корни уравнения } \omega_n \operatorname{tg} \omega_n = Bi_z; \quad I_0(x),$$

$I_1(x)$  — функции Бесселя 2-го рода.

Для трубчатого конденсатора с высотой  $H > R_2$  (внешний размер полого цилиндра) допустимо считать температурное поле чисто радиальным [3]. Решение задачи (1) — (2b) в этом приближении имеет вид:

$$t(r) = t_1 + \frac{qR_2^0}{2\lambda} \ln \frac{r}{R_1} + \frac{q}{4\lambda} \left[ R_0^2 \left( \frac{2}{Bi_1} - \frac{r^2}{R_0^2} \right) - R_1^2 \left( \frac{2}{Bi_1} - 1 \right) \right], \quad (4)$$

где

$$R_0^2 = \frac{(t_2 - t_1) + \frac{q}{4\lambda} \left[ R_1^2 \left( \frac{2}{Bi_1} - 1 \right) + R_2^2 \left( \frac{2}{Bi_2} + 1 \right) \right]}{1/Bi_1 + 1/Bi_2 + \ln R_2/R_1},$$

$$Bi_1 = \frac{\alpha_1 R_1}{\lambda}; \quad Bi_2 = \frac{\alpha_2 R_2}{\lambda}.$$

Результаты расчетов приведены на рис. 1 и 2.

Для дисковых конденсаторов наиболее нагретой плоскостью является центральная плоскость (плоскость симметрии)  $z=0$ , а наиболее нагретой точкой — центр конденсатора  $z=0, r=0$ . Из рис. 1 видно, что при удельном тепловыделении  $q = 5,4 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$  и комнатной температуре окружающей среды максимальная температура может достигать приблизительно  $200^\circ\text{C}$ , перепады температуры по толщине диска достигают  $50$ — $60$  К, а по радиусу еще более значительны — до  $100$ — $150$  К. При расчетах принимались значения параметров, характерные для конденсаторов К15-У-1-15-470:  $R=25$  мм,  $H=7,5$  мм, теплопроводность керамики  $T=150$  на основе титаната кальция  $\lambda=0,9 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ . Значения коэффициентов внешнего теплоотвода  $\alpha=200$ ;  $500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$  характерны для принудительного охлаждения конденсатора.

Для трубчатых конденсаторов наиболее нагретой плоскостью является плоскость  $z=0$ ,

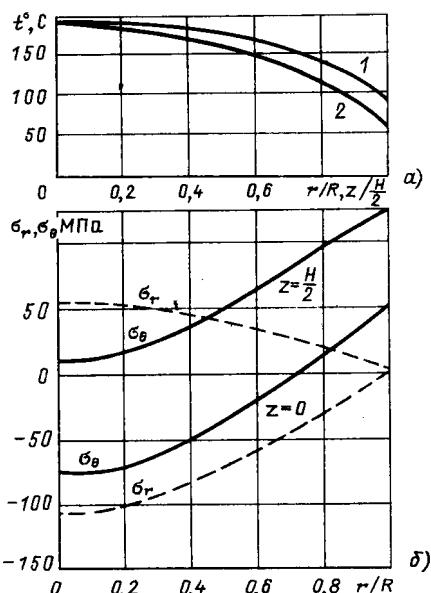


Рис. 1. Распределение температуры (а), радиальных  $\sigma_r$  и касательных  $\sigma_\theta$  термоупругих напряжений (б) в дисковом керамическом высоковольтном высокочастотном конденсаторе:  $q = 5,4 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$  — разрушающая нагрузка;  $1 - t\left(\frac{z}{H/2}\right)$ ;  $2 - t\left(\frac{r}{R}\right)$ ;  $\alpha = 200 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$

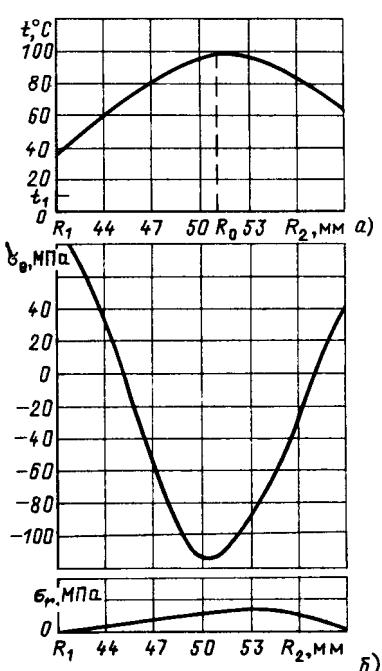


Рис. 2. Распределение температуры (а), радиальных  $\sigma_r$  и касательных  $\sigma_\theta$  термоупругих напряжений (б) в трубчатом керамическом высоковольтном высокочастотном конденсаторе:  $q = 1,15 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$ ;  $\alpha_1 = 500 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $\alpha_2 = 200 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$

однако перепад температуры по оси  $z$  — высоте конденсатора — невелик и даже при удельном тепловыделении  $q = 5,4 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$  составляет  $\Delta t \leq 5 \text{ К}$ , что оправдывает использованное приближение чисто радиального распределения температуры. Максимальная температура в радиальном направлении достигается при  $r = R_0$ ,  $R_1 < R_0 < R_2$ :

$$t_m = t(R_0) = t_1 + \frac{qR_0^2}{4\lambda} \ln \frac{R_0^2}{R_1^2} + \frac{q}{4\lambda} (R_0^2 - R_1^2) \left( \frac{2}{B_{l_1}} - 1 \right). \quad (5)$$

Для рабочего режима конденсаторов К15-11-12-5600-1500 ( $R_1 = 41 \text{ мм}$ ,  $R_2 = 59 \text{ мм}$ ) с выделяемой реактивной мощностью 1500 квар ( $q = 0,21 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$ ) и естественным охлаждением ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 15 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $t_1 = t_2 = 25^\circ\text{C}$ )  $t_m \approx 120^\circ\text{C}$ . Реактивной мощности 8200 квар соответствует тепловыделение  $q = 1,15 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$ , и при естественном охлаждении максимальная температура  $t_m$  согласно (5) достигает  $550^\circ\text{C}$ . При таком увеличении температуры наверняка произойдет обычный тепловой пробой керамического диэлектрика (первого рода). Если использовать принудительное водяное охлаждение внутри трубчатого конденсатора ( $\alpha_1 \approx 1000 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $t_2 = 25^\circ\text{C}$ ), то по распределению температур тепловой пробой первого рода не наступает [4, 5]:  $t_m = t(R_0) \approx 185^\circ\text{C}$ ;  $t(R_1) \approx 30^\circ\text{C}$ ;  $t(R_2) \approx 180^\circ\text{C}$ .

Однако, как будет видно из дальнейшего, градиент температуры вблизи внутренней стенки слишком велик, и термоупругие напряжения превышают предел прочности на растяжение ( $\sigma_0^{\max} \approx 270 \text{ МПа} > [\sigma_p] \approx 120 \dots 140 \text{ МПа}$ ), т. е. наступает тепловой пробой второго рода. Поэтому необходимо использовать принудительное водяное охлаждение внутри трубчатого конденсатора и интенсивное принудительное воздушное охлаждение (обдув) — снаружи. Распределение температуры для этого случая ( $q = 1,15 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$ ,  $\alpha_1 \approx 500 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_2 \approx 200 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $t_2 \approx 25^\circ\text{C}$ ) приведено на рис. 2; максимальная температура  $t_m = t(R_0) \approx 98^\circ\text{C}$ .

**Термоупругие напряжения.** Расчет термоупругих напряжений, возникающих в конструкциях дисковых и трубчатых конденсаторов вследствие неоднородности температурного поля, может быть проведен по методике [6, 7]. Если наружные поверхности свободны от внешней нагрузки, то радиальные термоупругие напряжения  $\sigma_r$  рассчитываются по формуле

$$\sigma_r(r, z) = \frac{\alpha_r E}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \left[ \frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} t(r, z) r dr - \int_{R_1}^{r} t(r, z) r dr \right], \quad (6)$$

тангенциальные  $\sigma_\theta$  — по формуле

$$\sigma_0(r,z) = \frac{\alpha_r E}{1-v} \frac{1}{r^2} \left[ \frac{r^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} t(r,z) r dr + \right. \\ \left. + \int_{R_1}^{r} t(r,z) r dr - t(r,z) r^2 \right], \quad (7)$$

а осевые  $\sigma_z$  (при отсутствии результирующей силы по торцам) — по формуле

$$\sigma_z(r,z) = \frac{\alpha_r E}{1-v} \left[ \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} t(r,z) r dr - t(r,z) \right]. \quad (8)$$

В (6) — (8)  $\alpha_r$  — температурный коэффициент линейного расширения материала конденсатора;  $E$  — модуль Юнга;  $v$  — коэффициент Пуассона. Для дискового конденсатора в (6) — (8) следует принять  $R_1=0$ ,  $\sigma_z=0$ ,  $v=0$ .

Распределения термоупругих напряжений для дискового конденсатора приведены на рис. 1. Максимальная температура даже при принудительном охлаждении равна  $t_m \approx 200^\circ\text{C}$ , однако тепловой пробой первого рода следует ожидать при больших температурах [4]. Тем не менее максимальное касательное растягивающее напряжение на внешнем торцевом краю диска  $\sigma_\theta^{\max} = \sigma_\theta(z=H/2, r=R_2)$  является разрушавшим для керамики Т-150, т. е. при удельном тепловыделении  $q \approx 5 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$  дисковые конденсаторы испытывают тепловой пробой второго рода даже при интенсивном принудительном охлаждении.

Для трубчатых конденсаторов из (4) — (7) легко получить формулы для термоупругих напряжений:

$$\sigma_r(r) = \frac{\alpha_r E}{1-v} \left[ \frac{q R_0^2}{4\lambda} \left( \frac{1 - \frac{R_1^2}{r^2}}{1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}} \ln \frac{R_2}{R_1} - \ln \frac{r}{R_1} \right) - \right. \\ \left. - \frac{q}{16\lambda} \left( R_2^2 + R_1^2 - r^2 - \frac{R_1^2 R_2^2}{r_2} \right) \right]; \quad (9)$$

$$\sigma_\theta(r) = \frac{\alpha_r E}{1-v} \left[ \frac{q R_0^2}{4\lambda} \left( \frac{1 - \frac{R_1^2}{r^2}}{1 - \frac{R_1^2}{R_2^2}} \ln \frac{R_2}{R_1} - \ln \frac{r}{R_1 - 1} \right) - \right. \\ \left. - \frac{q}{16\lambda} \left( R_1^2 + R_2^2 - 3r^2 + \frac{R_1^2 R_2^2}{r_2} \right) \right]. \quad (10)$$

Для тепловыделения  $q = 1,15 \cdot 10^6 \text{ Вт}/\text{м}^3$  и интенсивного принудительного теплоотвода ( $\alpha_1 \approx \approx 500 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_2 \approx 200 \text{ Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$ ,  $t_2 = 25^\circ\text{C}$ ) радиальные распределения термоупругих напряжений приведены на рис. 2. Видно, что максимальные растягивающие касательные напряжения на внутренней стенке конденсатора  $\sigma_\theta(r=R_1)$  ниже предела прочности на растяжение, т. е. трубчатый конденсатор выдерживает нагрузку, соответствующую реактивной мощности 8200 кварт, без теплового пробоя первого и второго рода. Прочность керамики на сжатие в 4—10 раз выше, чем на растяжение. Радиальные ( $\sigma_r$ ) и осевые ( $\sigma_z$ ) напряжения существенно меньше касательных ( $\sigma_\theta$ ). При расчетах термоупругих напряжений было принято:  $\alpha_r = 9,3 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$ ,  $E = 24 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  $v = 0,233$ .

**Модель долговечности.** Если в высоковольтных высокочастотных керамических конденсаторах имеет место тепловой пробой второго рода, т. е. механическое разрушение под действием термоупругих напряжений, то в качестве модели долговечности (наработка на отказ по механическому разрушению) естественно выбирать кинетическую модель С. Н. Журкова [5, 8]:

$$\tau = \tau_0 \exp \left( \frac{W - \gamma \sigma}{kT} \right), \quad (11)$$

где  $W$  — энергия активации;  $\gamma$  — (структурная) постоянная;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\sigma$  — приложенное механическое напряжение;  $T$  — абсолютная температура.

Для интересующего нас случая в качестве  $\sigma^{\max}$  следует выбирать максимальную величину термоупругих напряжений, а в качестве  $T$  — не температуру окружающей среды, а температуру наиболее опасной точки, в которой термоупругие напряжения достигают наиболее опасного максимума. Поэтому для диска в модели (11) следует принять (см. рис. 1 и (7)):

$$t = t(R, \frac{H}{2}) = t_0 + \frac{qH}{2\alpha} \left[ 1 - F_0 \left( \frac{2R}{H} \right) \right]; \quad (12)$$

$$\sigma = \sigma_0 \left( R, \frac{H}{2} \right) = \frac{\alpha_r E}{1-v} \frac{qH}{2\alpha} F_2 \left( \frac{2R}{H} \right),$$

где  $F_k(x) =$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_k(\omega_n x) \sin^2 \omega_n}{\omega_n^2 \left[ I_0(\omega_n x) + \frac{\omega_n}{B_i} I_1(\omega_n x) \right] \left( 1 + \frac{\sin^2 \omega_n}{B_{iz}} \right)}.$$

Для трубчатого конденсатора наиболее опасным местом является внутренняя поверхность полого цилиндра  $r=R_1$ , где растягивающие касательные напряжения  $\sigma_\theta$  достигают максимума

(см. рис. 2). Поэтому в модели долговечности (11) следует принять (см. (4), (10)):

$$\left. \begin{aligned} t &= t(R_1) = t_1 + \frac{q}{2\lambda} (R_0^2 - R_1^2) \frac{1}{B_{11}}; \\ \sigma &= \sigma_0(R_1) = \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$= \frac{\alpha_r E}{1 - \nu} \frac{q}{4\lambda} \left[ R_0^2 \left( \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} - 1 \right) - \frac{1}{2} (R_2^2 - R_1^2) \right],$$

где  $R_0$  — радиальная координата точки с максимальной температурой (см. (4)).

**Эксперимент.** Экспериментально исследовались дисковые конденсаторы К15-У-1-15-470. В качестве испытательной установки использовался генератор высокой частоты, собранный на основе промышленной установки ЛЗ-67. Блок колебательного контура, собранного по трехточечной схеме, содержал генераторную лампу ГУ-23А и контурную катушку. Изменение частоты производилось путем переключения конденсаторов в анодной батарее конденсаторов и сменных катушек индуктивности; регулировка напряжения осуществлялась автотрансформатором АТМК-100/0,5 с повышающим трансформатором и выпрями-

телем на тиатронах. Характеристики генератора: мощность 80 кВт; эффективное значение напряжения на контуре до 50 кВ; частота до 3 МГц.

Измерение частоты производилось с помощью волнометра 42-2, измерение напряжения на конденсаторе — с помощью электростатического киловольтметра С-96. При определении температуры использовался стрелочный магнитоэлектрический милливольтметр с предельным напряжением 5 мВ с термопарой, горячий спай которой плотно прижимался к электроду испытуемого конденсатора с меньшим потенциалом.

Дефектные (с порами, трещинами) конденсаторы отбраковывались разрушающим образом — путем подачи испытательного напряжения 19 кВ (эффективное значение).

При принудительном воздушном охлаждении конденсаторов использовался поток воздуха от вентилятора; скорость потока регулировалась набором диафрагм в воздуховоде между вентилятором и конденсатором.

Нагрев керамического тела испытуемого конденсатора за счет джоулевых потерь в арматуре и электродах исключался путем использования арматуры большого периметра в месте контакта с электродами конденсатора.

Испытывалась выборка конденсаторов объемом  $N=40$ . Высокочастотная нагрузка подавалась ступенчато через  $q=0,2 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup> с выдержкой до установления теплового равновесия на каждой ступени. Температура образца фиксировалась прямо (термопарой) и косвенно (с помощью частотометра) по уходу резонансной частоты контура за счет температурного изменения емкости керамического конденсатора. За кратковременную прочность относительно теплового пробоя второго рода принималась разрушающая нагрузка  $q=5,4 \times 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>. Характер разрушения (рис. 3) как при кратковременном, так и при длительном нагружении подтвердил модель теплового пробоя второго рода за счет растягивающих касательных термоупругих напряжений  $\sigma_0$  на внешнем краю диска. По результатам испытаний определены значения параметров модели долговечности (11) (рис. 4):

$$\bar{\tau} = \tau_0 \exp \left( \frac{W}{kT} \right) \approx 3 \cdot 10^9 \text{ с}; \gamma \approx 7 \cdot 10^{-22} \text{ см}^3, \quad (14)$$

т. е. если  $\tau_0 \approx 10^{-12} - 10^{-13}$  с, то  $W \approx 1,3$  эВ. Значения этих параметров определяются свойствами материала — керамики Т-150 на основе титаната кальция — и поэтому могут быть использованы для определения долговечности как дисковых, так и трубчатых конденсаторов.

Характер взаимного соответствия наибольших значений термоупругих напряжений ( $\sigma_0^{\max}$ ), наибольших перегревов ( $\Delta t_{\max}$ ) и долговечности для различных электрических нагрузок ( $q$ ) следует из расчетных данных для дискового

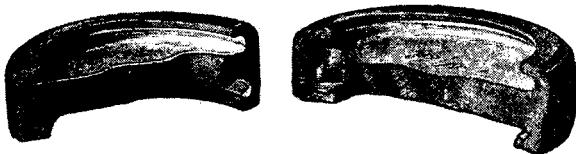


Рис. 3. Характер разрушения дискового конденсатора касательными термоупругими напряжениями (тепловой пробой второго рода)

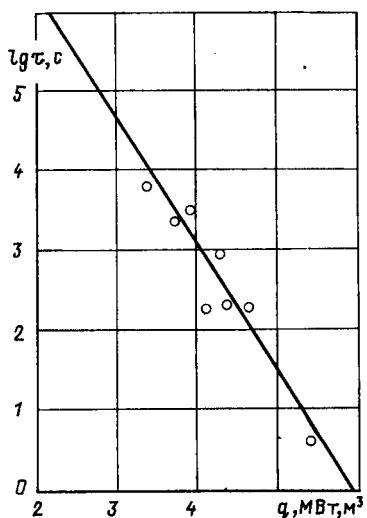


Рис. 4. Зависимость долговечности  $\tau$  от электрического нагружения  $q$  для дисковых конденсаторов К15-У-1-15-470. Сплошная линия — расчет по формуле (11) с параметрами по (14); точки — эксперимент

конденсатора:

$q$ , МВт/м <sup>3</sup>	0,2	0,5	1,0	1,5	2	3	4	5	5,4
$\sigma_0^{\max}$ , МПа	4,6	11,6	23,2	34,8	46,2	69,5	92	116	125
$\Delta t_{\max}$ , К	4	10	20	30	40	60	80	100	108
$t$ , с	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$	$9 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^4$	$10^3$	35	7

**Выводы.** 1. Рассчитаны температурные поля и термоупругие напряжения в керамических конденсаторах дисковой и трубчатой формы для различных режимов электрического нагружения и охлаждения. Модель предполагает возможность теплового пробоя второго рода за счет термоупругих напряжений.

2. Построена модель долговечности керамических конденсаторов относительно теплового пробоя второго рода.

3. Механизм теплового пробоя второго рода экспериментально подтвержден на керамических конденсаторах. Найденные параметры модели долговечности позволяют прогнозировать наработку конденсаторов при различных режимах нагружения и охлаждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волокобинский Ю. М. Механизм пробоя хрупких диэлектриков на высоких и сверхвысоких частотах.—ДАН СССР, 1962, т. 144, № 6.
2. Обобщенная методика теплового расчета конденсаторов / Э. И. Ермолина, А. А. Ступаченко, Е. В. Харитонов, В. Н. Черкасов.—Электронная техника, 1979, сер. 5, № 3 (34).
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности.—М.: Высшая школа, 1967.
4. Богородицкий Н. П., Фридберг И. Д. Электрофизические основы высокочастотной керамики.—М.—Л.: Госэнергоиздат, 1958.
5. Богородицкий Н. П., Гедзюн В. А., Мандрыка Н. А. Высоковольтные керамические конденсаторы.—М.: Советское радио, 1970.
6. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений.—М.: Мир, 1964.
7. Ван Цзи-де. Прикладная теория упругости.—М.: ГИФМЛ, 1959.
8. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. И. Кинетическая природа прочности твердых тел.—М.: Наука, 1974.

[13.07.88]

Публикуя нижеследующую статью Ершевича В. В. и Антименко Ю. М. в порядке обсуждения, редакция отмечает сугубо предварительный характер предложений авторов об объединении энергосистем СССР и США. Целесообразность рассмотрения вопроса о таком объединении можно определить только на основе технико-экономической оценки.

УДК 621.311 (47+57) (73)

## Перспективы объединения энергосистем СССР и США

ЕРШЕВИЧ В. В., доктор техн. наук, АНТИМЕНКО Ю. Л., инж.

В настоящее время изолированно работают два крупнейших объединения мира: восточная группа энергосистем США и Канады с установленной мощностью 600 ГВт и ЕЭС СССР с установленной мощностью 300 ГВт. Их объединение позволило бы реализовать ряд существенных преимуществ совместной работы национальных энергосистем и заложило бы основы более крупного международного энергобольшого объединения, включающего страны Северной Америки, Европы и Азии. Прогресс в технике передачи электроэнергии на большие расстояния [1] делает возможной постановку вопроса об объединении энергосистем СССР и США.

Межгосударственная линия электропередачи сможет выполнять свою роль только в случае присоединения к крупному узлу системообразующей сети. В перспективе до 2000—2005 гг. самым восточным таким узлом в ЕЭС СССР будет Итатский (юг Красноярского края) с собственной генерацией (Березовские ГРЭС), мощными электрическими связями с сибирскими ГЭС и другими объединенными энергосистемами (ОЭС) по линиям постоянного (1500 кВ) и переменного (1150 кВ) тока. В США, видимо, следует ориентироваться на присоединение межгосударственной линии к восточной группе энергосистем США, работающих параллельно с энергосистемами юго-восточной

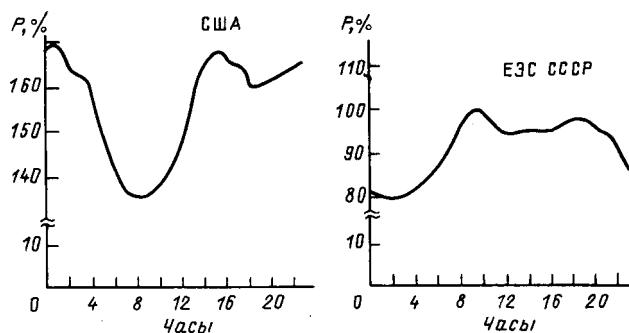


Рис. 1. График нагрузки ЕЭС СССР и восточной группы энергосистем США (время — московское)

части Канады и имеющих около 3/4 установленной мощности США. Условно точка присоединения выбрана в районе Чикаго. В этом случае межсистемная передача пройдет по трассе Красноярск — Магадан — Анкоридж — Чикаго.

Не представляет принципиальной преграды Берингов пролив шириной 86 км и глубиной 42 км, так как уже существующая технология прохождения водных преград и в первую очередь Ботнического залива (кабельная ППТ Финляндия — Швеция длиной 200 км) позволяет осуществить этот переход.

При объединении энергосистем СССР и США можно реализовать следующие преимущества совместной работы:

1. Совмещение суточных максимумов нагрузки, которое достигается в результате разницы поясного времени. Вечерний максимум восточных энергосистем США приходится на ночное снижение нагрузки ЕЭС СССР (0—1 ч по московскому времени), а утренний максимум ЕЭС — на ночное снижение нагрузки в США (рис. 1). Совмещенный максимум нагрузки определяется утренним пиком восточных энергосистем США и дневной нагрузкой ЕЭС СССР и в отчетный период был на 20 ГВт меньше, чем сумма максимумов энергосистем США и СССР. Снижение потребности в генерируемой мощности за счет совмещения суточных максимумов будет расти пропорционально увеличению нагрузки в национальных энергосистемах и на расчетный период составит порядка 30 ГВт.

2. Совмещение годовых максимумов нагрузки: в СССР годовой максимум приходится на зиму, в США — на лето. Разница в ЕЭС между зимним максимумом и летним в отчетный период составила 50 млн. кВт. Плохая организация ремонта оборудования привела к тому, что приблизительно на ту же величину возрастает вывод оборудования в ремонт и свободной мощности остается не более 5 млн. кВт. В отдаленной перспективе за счет общего увеличения мощности ЕЭС и улучшения ремонтной службы (в том числе внедрения фирменного обслуживания) можно

рассчитывать на свободную мощность порядка 10 ГВт, которую можно будет использовать для покрытия летнего максимума в США. В зимний максимум ЕЭС возможен обратный переток из США на такую же величину.

3. Сокращение аварийного резерва за счет малой вероятности совпадения наиболее тяжелых аварийных ситуаций сразу в обоих энергообъединениях. По ЕЭС СССР сокращение оперативного резерва составляет 3,5 % максимума нагрузки. Сокращение оперативного резерва за счет объединения энергосистем СССР и США можно оценить меньшей величиной — порядка 1—1,5 %, что дает в перспективе до 20 ГВт.

4. Снижение резерва, предназначенного для компенсации непредвиденных отклонений нагрузки от расчетных (прогнозируемых) значений.

Как видно из таблицы, суммарный прирост электропотребления более равномерный, чем в США.

Два последних (№ 3 и 4) преимущества для США, где имеет место значительное превышение установленной мощности над максимумом нагрузки, не очень существенны, а для СССР могут иметь большое значение.

5. Сокращение установленной мощности электростанций за счет повышения гарантированной мощности ГЭС в условиях маловодного года в результате несовпадения маловодных лет в разных речных бассейнах. Совместная работа ГЭС Волжско-Камского и Ангаро-Енисейского каскадов могла бы дать (при наличии соответствующей пропускной способности передач) экономию мощности, равную 5 % суммарной мощности каскадов. При принятии такого же сокращения совместная работа ГЭС СССР, США и Канады смогла бы обеспечить экономию не менее 10 ГВт мощности.

6. Расширение возможности оптимизации режимов работы электростанций с учетом конъюнктуры первичных топливно-энергетических ресурсов.

7. Улучшение экологической ситуации при неблагоприятных метеорологических условиях в результате сокращения на это время выработки электроэнергии (и соответственно вредных выбросов) и получения ее из других регионов, где для выработки электроэнергии нет ярко выраженных противопоказаний (экологический эффект).

Только прямое сокращение потребности в установленной мощности благодаря названным выше преимуществам совместной работы составит на уровне 2005—2010 гг. не менее 80 ГВт.

Дополнительно можно будет реализовать и целый ряд других, менее существенных, энергетических и экономических преимуществ. Наличие межгосударственной ЛЭП позволит частично ее использовать и для коммерческих сделок по купле или продаже электроэнергии.

Теоретически максимальный энергетический эффект, который может обеспечить межсистемная линия, равен

Энергобъединение	Прирост электропотребления (%) по годам										Дисперсия, %
	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	
США	4,2	-1,0	1,0	-1,0	0	4,8	1,9	1,9	1,9	6,2	7,03
СССР	3,0	4,6	2,4	3,1	3,7	5,2	3,5	3,6	4,1	2,4	2,70
США + СССР	3,8	0,9	1,5	0,5	1,3	5,0	2,5	2,5	2,7	4,8	4,72

удвоенной пропускной способности линии (сокращение мощности электростанций на величину передаваемой по линии мощности в каждой из связываемых энергосистем) за вычетом резерва на аварийность самой линии и потери в ней мощности. Расчеты показали, что предельные расстояния, при которых целесообразно реализовывать межсистемный эффект, могут достигать 3000—4000 км.

При определившемся расположении крупных энергоузлов в СССР и США длина межсистемной связи должна составить около 10000 км, проходить трасса будет по неожитым, с неблагоприятными геологическими и экстремальными климатическими условиями районам, и эта связь не может быть оправдана преимуществами совместной работы.

Развитие основной сети ЕЭС СССР в направлении Берингова пролива, связанное с присоединением изолированно работающих энергорайонов (Якутия, Магадан) или строительством электростанций общесистемного значения на северо-востоке страны, продвинет основную системообразующую сеть на восток и намного сократит длину межсистемной линии СССР—США. Такими станциями могут быть крупные ГРЭС на местных углях, АЭС, вынесенные по проблемам безопасности в наименее обжитые районы, или приливные электростанции (ПЭС). Аналогичное сближение со стороны США основной системообразующей сети произойдет при строительстве АЭС, КЭС или ПЭС на Аляске с выдачей их мощности к основной территории США.

Значительный эффект может быть обеспечен при совместном решении задачи создания межсистемных связей и выдачи мощности двух и более ПЭС, и на нем нужно остановиться более подробно. Наиболее подходит для совместной работы рассматриваемая Гидропроектом Пензинская ПЭС (северная часть Охотского моря) мощностью 21,4 ГВт в Северном створе Пензинской губы между мысами Средним и Водопадным [2] и ПЭС в заливе Кука (Аляска), возможность сооружения которой рассматривалась американской стороной и максимальная мощность которой по оценкам составляет 18 ГВт. При работе названных ПЭС имеет место значительный (около трех часов) сдвиг по времени в начале приливов при относительно небольших расстояниях между пунктами вероятного сооружения станций (1500 км). В результате при снижении мощности одной ПЭС начинает нарастать мощность другой и они дополняют друг друга (рис. 2). Совместный режим работы ПЭС через межсистемную линию позволяет почти вдвое сократить требуемую пропускную способность ЛЭП для выдачи мощности ПЭС в районы нагрузки и обеспечить более равномерный режим работы.

Большие мощности ПЭС (21,4 и 18 ГВт) не позволяют полностью использовать их на месте и потребуют протяженных линий для выдачи мощности Пензинской ПЭС на юг Сибири и Дальнего Востока, а ПЭС в заливе Кука — к основной территории США, т. е. практически в районы развитой системообразующей сети. Связь с названными районами необходима еще и потому, что хотя совместный режим работы ПЭС получается более равномерным, чем раздельных ПЭС, для полного использования вырабатываемой на ПЭС электроэнергии необходимо использование советских (сибирских), канадских и американских ГЭС.

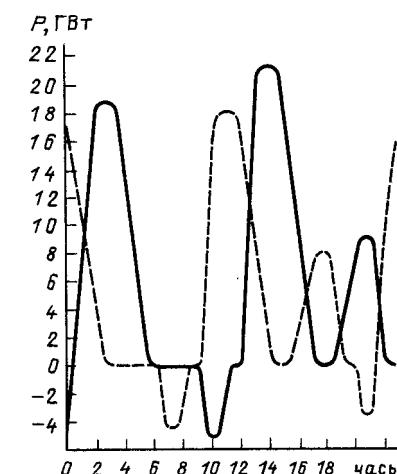


Рис. 2. Характерный график нагрузки ПЭС: — Пензинская ПЭС; - - - ПЭС в заливе Кука

При максимальной мощности ПЭС в заливе Кука она выдается по двум направлениям — американским потребителям и на Пензинскую ПЭС, которая в этот момент имеет нулевую или малую мощность, и от нее далее советским потребителям. Когда наберет максимальную мощность Пензинская ПЭС, выдача мощности будет осуществляться аналогично — часть советским, часть американским потребителям (рис. 3).

Если добавить к этому комплексу другие ПЭС (со сдвигом по времени), то будет обеспечен еще более благоприятный режим работы. Такой станцией может быть Тугурская ПЭС (Охотское море) мощностью до 8 ГВт.

Наибольший результат достигается при ориентации работы ПЭС на обеспечение межсистемных эффектов.

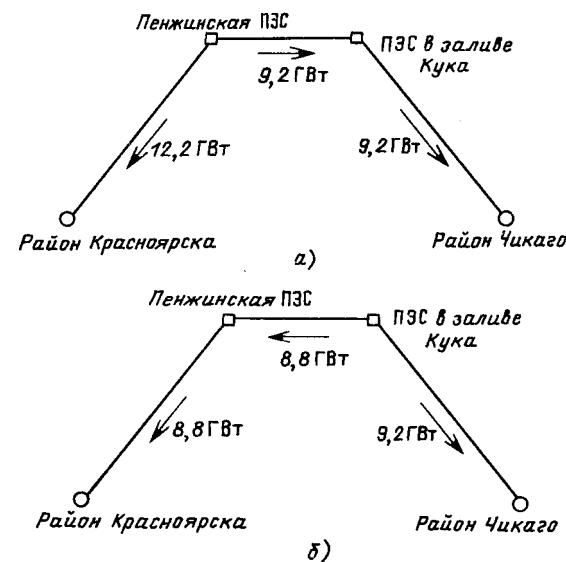


Рис. 3. Энергетические потоки при максимальной мощности Пензинской ПЭС (а) и ПЭС в заливе Кука (б)

В зимние месяцы работа всех ПЭС может ориентирована на выдачу максимальной мощности советской стороне, а в летние — в США. Такое сезонное перераспределение мощности не потребует дополнительного усиления сети.

В условиях, когда целесообразность строительства ЛЭП будет определяться выдачей мощности указанных ПЭС и обеспечением их совместной работы, затраты на увеличение пропускной способности линии на 30—40 % для реализации других межсистемных эффектов будут значительно ниже стоимости нового строительства. По предварительным оценкам приведенные затраты в увеличение пропускной способности меньше экономии приведенных затрат от реализации названных выше эффектов.

На основании анализа режимов работы ПЭС и для обеспечения отдельных межсистемных эффектов определена ориентировочная потребность в пропускной способности транзита СССР — США. Она составила на участке Итат — Пенжинская ПЭС протяженностью 4000 км — 20 ГВт, Пенжинская ПЭС — ПЭС в заливе Кука протяженностью около 2000 км — 14 ГВт, ПЭС в заливе Кука — район Чикаго (более 4000 км) — 12 ГВт. При длине передачи около 10000 км, разной частоте (в СССР — 50 Гц, США — 60 Гц) и необходимости прохождения Берингова пролива осуществить передачу можно только на постоянном токе.

Как один из вариантов, обеспечивающих необходимую пропускную способность, можно предложить две ППТ 1500 кВ. Преимущества данного варианта — возможность использования разработанного оборудования для ППТ 1500 кВ и повышенная надежность по сравнению с одной ППТ.

Аналогичная ситуация сложится в случае принятия решения о строительстве ГРЭС или АЭС на северо-востоке СССР и на северо-западе Канады или Аляске и выдаче их мощности в район основной системообразующей сети, когда длина межсистемной связи сократится до 2000—3000 км. При такой длине строительство межсистемной ЛЭП и усиление отдельных участков основной сети для реализации указанных преимуществ совместной работы энергосистем становится эффективным. Реализована межсистемная связь может быть, как и в случае с ПЭС, только на постоянном токе, а класс напряжения и пропускная способность определяются на последующих этапах разработки предложений.

По мере роста нагрузки в районах размещения ПЭС (или других электростанций) поток в южные районы СССР и США будет сокращаться, и высвобождающаяся пропускная способность может быть исполь-

зована для транспорта потоков, связанных с реализацией межсистемных эффектов.

**Возможные сроки сооружения связи СССР — США 2010—2020 гг.**

**Выводы.** 1. Путем объединения энергосистем СССР и США можно обеспечить снижение потребности в установленной мощности за счет совмещения суточных и годовых максимумов нагрузки, сокращения резерва, повышения гарантированной мощности ГЭС и др., которое можно оценить в 80 ГВт на уровне 2006—2010 гг. Кроме того, улучшатся режимы работы электростанций, в том числе с точки зрения экологии.

2. При определившемся расположении крупных энергоузлов СССР и США для объединения энергосистем этих стран потребовалась бы межгосударственная связь Красноярск — Магадан — Анкоридж — Чикаго длиной порядка 10000 км. Затраты на линию такой длины не будут перекрыты межсистемным эффектом.

3. Возможное строительство на северо-востоке СССР или на Аляске крупных АЭС или ГРЭС, вынесенных туда по соображениям безопасности и экологии, или приливных электростанций сблизит основные системообразующие сети двух стран и создаст благоприятные условия для объединения энергосистем СССР и США. При этом более подробного рассмотрения в первую очередь заслуживает вариант совместной работы двух и более приливных электростанций на территории СССР и США (а возможно и Канады), так как это позволяет почти вдвое сократить требуемую пропускную способность линий для выдачи мощности ПЭС потребителям и частично использовать образовавшуюся электрическую сеть как межгосударственную. Совместный режим работы двух приливных электростанций получается более равномерным, чем каждой из них в отдельности.

4. Межгосударственная связь СССР — США при создании мощных энергоузлов на Северо-Востоке СССР или на Аляске может быть реализована с использованием сегодняшних технических средств передачи электроэнергии: ППТ напряжением класса 1000—1500 кВ пропускной способностью 10—20 ГВт. На выбор параметров передачи существенно влияет переход через Берингов пролив.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ершевич В. В. Энергосистемы. — Энергохозяйство за рубежом, 1989, № 1.

2. Приливные электростанции / Л. Б. Бернштейн, В. Н. Силаков, С. Л. Гельдер и др.; Под ред. Л. Б. Бернштейна. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

[20.01.90]

# Численный метод алгебраизации уравнений Максвелла при расчетах полей в электрических машинах методом конечных разностей

ФИЛЬЦ Р. В., доктор техн. наук

Львов

Для расчетов магнитных и электрических полей в электрических машинах широко используется метод конечных разностей. Области расчета этих полей являются кусочнооднородными, причем контактные поверхности подобластей, заполненных различными однородными средами, имеют сложную конфигурацию, что исключает возможность применения регулярных сеток. Наиболее распространение получили сетки, в которых во внутренней части каждой из однородных подобластей шаги по пространственным координатам постоянны, а в окрестности контактных поверхностей сложной конфигурации используется один из следующих приемов: применяется сетка с неравномерным шагом и алгебраизация уравнений Максвелла для приповерхностных шаблонов выполняется с пониженным порядком погрешности аппроксимации [1], либо реальные контактные поверхности приближенно заменяются кусочно-плоскостными, участки которых параллельны координатным плоскостям [2]. Очевидно, что в обоих случаях точность расчета поля снижается.

В статье излагается численный метод составления разностных аналогов уравнений Максвелла для нерегулярных шаблонов, возникающих в окрестности поверхностей сложной конфигурации, основанный на теории инвариантного приближения функций [3], обеспечивающий любой на перед заданный порядок погрешности аппроксимации и непосредственно пригодный для машинной реализации.

Принадлежащие реальной контактной либо граничной поверхности узлы приповерхностного шаблона могут не лежать на плоскостях, параллельных координатным, поэтому обычно применяемый для целей алгебраизации дифференциальных уравнений метод, основанный на поочередной замене соответствующим разностным выражением каждой из входящих в эти уравнения частных производных [1], оказывается непригодным. Значительно более широкими возможностями обладает метод, базирующийся на аналитическом дифференцировании интерполирующего выражения (интерполянты), построенного по заданным узловым значениям функции [4]. Согласно этому методу для функции  $U = U[x, y, z]$  заданной совокупностью значений  $U_1, \dots, U_p$  в узлах  $Q_1, \dots, Q_p$  шаблона, координаты которых в некоторой декартовой прямоугольной системе координат (ДПСК) равны соответственно  $x_1, y_1, z_1; \dots; x_p, y_p, z_p$ , вначале составляется интерполянта вида

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

$$U = \sum_{l=1}^p \varphi_l [x, y, z] c_l, \quad (1)$$

где  $\varphi_l [x, y, z]; l = \overline{1, p}$  — линейно независимые базисные функции.

Для вычисления постоянных  $c_l (l = \overline{1, p})$  интерполянту (1) применяют поочередно к каждому из узлов шаблона, в результате чего получают линейную систему алгебраических уравнений

$$\sum_{m=1}^p \varphi_l [x_m, y_m, z_m] c_l = U_m, \quad m = \overline{1, p}. \quad (2)$$

Аналитическое решение этой системы

$$c_l = \sum_{m=1}^p b_{lm} U_m, \quad l = \overline{1, p}, \quad (3)$$

где  $b_{lm} (l, m = \overline{1, p})$  — постоянные, определяемые только координатами узлов шаблона, подставляют в выражение (1), в результате чего получают интерполянту

$$U = \sum_{l=1}^p \varphi_l [x, y, z] \sum_{m=1}^p b_{lm} U_m, \quad (4)$$

т. е. формулу, позволяющую вычислять интерпolatedное значение функции  $U$  в произвольной точке через координаты  $x, y, z$  этой точки и узловые значения функции.

Дифференциальные уравнения Максвелла содержат дифференциальный оператор Гамильтона

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k}, \quad (5)$$

где  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  — орты по осям рассматриваемой ДПСК.

Применив оператор  $\nabla$  к интерполянте (4), имеем

$$\begin{aligned} \nabla U = & \bar{i} \sum_{l=1}^p \frac{\partial \varphi_l [x, y, z]}{\partial x} \sum_{m=1}^p b_{lm} U_m + \bar{j} \sum_{l=1}^p \times \\ & \times \frac{\partial \varphi_l [x, y, z]}{\partial y} \sum_{m=1}^p b_{lm} U_m + \bar{k} \sum_{l=1}^p \frac{\partial \varphi_l [x, y, z]}{\partial z} \times \\ & \times \sum_{m=1}^p \rho b_{lm} U_m. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставив в (6) координаты  $x_s, y_s, z_s$ ,  $s$ -го узла шаблона, приходим к формуле

$$\nabla U|_{x_s, y_s, z_s} = \bar{i} \sum_{m=1}^p q_{xm} U_m + \bar{j} \sum_{m=1}^p q_{ym} U_m +$$

$$+ \bar{k} \sum_{m=1}^p q_{zm} U_m, \quad (7)$$

где

$$q_{xm} = \sum_{l=1}^p \frac{\partial \Phi_l}{\partial x} \Big|_{x_s, y_s, z_s} b_{lm}; \quad q_{ym} = \sum_{l=1}^p \frac{\partial \Phi_l}{\partial y} \Big|_{x_s, y_s, z_s} b_{lm};$$

$$q_{zm} = \sum_{l=1}^p \frac{\partial \Phi_l}{\partial z} \Big|_{x_s, y_s, z_s} b_{lm} \quad (8)$$

— искомые коэффициенты разностного выражения, аппроксимирующего производную  $\nabla U$  в  $s$ -м узле шаблона.

Единственным ограничением, накладываемым на применимость изложенного метода, является требование, чтобы базисные функции были линейно-независимыми. Это ограничение вытекает из математической разрешимости задачи, так как в обратном случае система (2) не имеет решения при любой конфигурации шаблона.

Так, например, можно было бы использовать в качестве интерполянты (1) выражение

$$U = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 z + a_5 xy + a_6 yz + \\ + a_7 zx + a_8 xyz. \quad (9)$$

Легко убедиться, что при этом система (2) разрешима для шаблона, узлы которого расположены не только в вершинах куба с гранями, параллельными координатным плоскостям, но и в вершинах тел, получаемых в результате широкого класса нелинейных деформирований такого куба.

Вместе с тем известно, что дифференциальные уравнения Максвелла сохраняют свою структуру при переходе от ДПСК любой иной ДПСК  $Oxyz$ , т. е. они инвариантны по отношению к линейным неоднородным преобразованиям:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x' \cos \gamma_{x'x} + y' \cos \gamma_{x'y} + z' \cos \gamma_{x'z}; \\ y &= y_0 + x' \cos \gamma_{y'x} + y' \cos \gamma_{y'y} + z' \cos \gamma_{y'z}; \\ z &= z_0 + x' \cos \gamma_{z'x} + y' \cos \gamma_{z'y} + z' \cos \gamma_{z'z}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $x_0, y_0, z_0$  — координаты начала ДПСК  $Ox'y'z'$  в системе  $Oxyz$ ;  $\gamma_{\alpha'\beta}$  ( $\alpha, \beta = x, y, z$ ) — углы наклона осей преобразованной ДПСК по отношению к осям исходной системы.

Эта инвариантность является фундаментальным свойством уравнений Максвелла, отражающим реальность (физичность) электромагнитного поля. Естественно потребовать, чтобы на этапе алгебраизации дифференциальных уравнений Максвелла это их фундаментальное свойство не было потеряно. В связи с этим мы заменим исходное требование к интерполянте (1) о нелинейной независимости входящих в нее базисных функций более жестким требованием, согласно которому интерполянта (1) должна принадлежать к классу функций, инвариантных при преобразованиях (10) [3].

Подставив (10) в (9) и выполнив алгебраические преобразования, легко убедиться, что интерполянта (9) описывается в ДПСК  $Ox'y'z'$  полным полиномом третьей степени, содержащим 20 членов, т. е. она не удовлетворяет сформулированному выше требованию инвариантности.

Этому требованию удовлетворяют усеченные ряды Тейлора, учитывающие все члены до  $n$ -й степени включительно. Чтобы не усложнять изложения, мы решим подробно задачу для  $n=3$ .

При  $n=3$  трехмерный усеченный ряд Тейлора имеет вид

$$\begin{aligned} U = & u_1 + u_2 x + u_3 y + u_4 z + u_5 x^2 | 2! + u_6 xy + u_7 xz + \\ & + u_8 y^2 | 2! + u_9 yz + u_{10} z^2 | 2! + u_{11} x^3 | 3! + u_{12} x^2 y | 2! + \\ & + u_{13} x^2 z | 2! + u_{14} xy^2 | 2! + u_{15} xyz + u_{16} xz^2 | 2! + \\ & + u_{17} y^3 | 3! + u_{18} y^2 z | 2! + u_{19} yx^2 | 2! + u_{20} z^3 | 3!. \end{aligned} \quad (11)$$

Коэффициентами этого ряда являются значения соответствующих частных производных функций  $U$ , вычисленные в начале используемой ДПСК.

Введем в рассмотрение 20-мерное линейное пространство и образуем в нем ковариантный вектор базисных функций, изображаемый строкой

$$\vec{T}[x, y, z] = (1, x, y, z, x^2 | 2!, xy, xz, y^2 | 2!, yz, z^2 | 2!, x^3 | 3!, x^2 y | 2!, x^2 z | 2!, xy^2 | 2!, xyz, xz^2 | 2!, y^3 | 3!, y^2 z | 2!, yz^2 | 2!, z^3 | 3!), \quad (12)$$

называемый в дальнейшем вектором Тейлора, и контравариантный вектор, изображаемый столбцом

$$\vec{u}_* = (u_1, \dots, u_{20})_*, \quad (13)$$

называемый вектором производных. Здесь и далее индекс «\*» обозначает транспонирование.

С учетом (12), (13) представим ряд (11) скалярным произведением

$$U = \vec{T}[x, y, z] \vec{u}_*. \quad (14)$$

Применив (11) поочередно к каждому из узлов шаблона, приходим к линейной системе алгебраических уравнений, равносильной векторному уравнению

$$T \vec{u}_* = \vec{U}_*, \quad (15)$$

где

$$U_* = (U_1, \dots, U_{20})_* \quad (16)$$

— конвариантный вектор узловых значений функций;

$$T = (\vec{T}[x_1, y_1, z_1], \dots, \vec{T}[x_{20}, y_{20}, z_{20}])_* \quad (17)$$

— квадратная матрица размерности 20,  $s$ -я строка которой есть численное значение вектора Тейлора в  $s$ -м узле шаблона. Назовем ее матрицей Тейлора.

Будем считать, что матрица Тейлора — невырожденная. Это равносильно утверждению, что узлы шаблона не принадлежат одной поверхности третьего порядка. Шаблон, удовлетворяющий этому условию, будем называть невырожденным. Для невырожденного шаблона из (15) следует, что

$$\vec{u}_* = T^{-1} \vec{U}_*. \quad (18)$$

Подставив (18) в (14), получаем формулу

$$U = \vec{T} [x, y, z] T^{-1} \vec{U}_*, \quad (19)$$

определенную интерполированное значение функции  $U$  в произвольной точке  $Q$  с координатами  $x, y, z$  как произведение трех взаимонезависимых объектов; вектора Тейлора, определяемого координатами точки  $Q$ , обратной матрицы Тейлора, определяемой координатами узлов шаблона, и вектора узловых значений функции.

Применив к интерполянте операцию  $\nabla$ , имеем

$$\nabla U = (\nabla \vec{T}[x, y, z]) T^{-1} \vec{U}_*, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \nabla \vec{T}[x, y, z] = & \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial y} \vec{j} + \\ & + \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial z} \vec{k}. \end{aligned} \quad (21)$$

Но, согласно (12)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial x} &= 0, 1, 0, 0, x, y, z, 0, 0, 0, x^2|2!, \\ xy, xz, y^2|2!, &yz, z^2|2!, 0, 0, 0, 0; \\ \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial y} &= (0, 0, 1, 0, 0, x, 0, y, z, 0, 0, x^2|2!, \\ 0, xy, xz, 0, y^2|2!, &yz, z^2|2!, 0); \\ \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial z} &= (0, 0, 0, 1, 0, x, 0, y, z, 0, 0, x^2|2!, \\ 0, xy, xz, 0, y^2|2!, &yz, z^2|2!). \end{aligned} \quad (22)$$

Из (22) видно, что элементами частных производных вектора Тейлора по переменным  $x, y, z$  являются нули и те элементы вектора Тейлора, степень которых не превышает  $3-1=2$ . Непосредственной проверкой легко убедиться, что имеют место равенства

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial x} &= \vec{T}[x, y, z] N_x; \quad \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial y} = \vec{T}[x, y, z] N_y; \\ \frac{\partial \vec{T}[x, y, z]}{\partial z} &= \vec{T}[x, y, z] N_z, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$N_x = N\bar{i}; \quad N_y = N\bar{j}; \quad N_z = N\bar{k}. \quad (24)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

причем квадратная матрица размерности 20:

$$N = \begin{matrix} 0 & \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & \bar{i} & 0 & \bar{j} & \bar{k} \end{matrix} \quad (25)$$

С учетом (21), (23), (24) находим, что

$$\nabla \vec{T}[x, y, z] = \vec{T}[x, y, z] N, \quad (26)$$

и, следовательно, матрица  $N$  есть оператор, выполняющий в 20-мерном линейном пространстве ту же роль, которая в трехмерном евклидовом пространстве аргумента функции  $U$  принадлежит оператору Гамильтона. Поэтому будем называть матрицу  $N$  матрицей Гамильтона.

Подставив (26) в (20), приходим к выражению

$$\nabla U = \vec{T}[x, y, z] N T^{-1} \vec{U}_*, \quad (27)$$

позволяющему вычислить производную  $\nabla U$  в произвольной точке  $Q$  с координатами  $x, y, z$  через координаты этой точки (вектор Тейлора), геометрию шаблона (обратную матрицу Тейлора) и вектор узловых значений функции, т. е. отражающую интерполяционную формулу для градиента скалярной функции  $U$ .

Подставив в (27) координаты  $s$ -го узла шаблона, имеем для  $\text{grad } U$  в  $s$ -м узле разностное выражение

$$\nabla U|_{x_s, y_s, z_s} = \vec{q} \vec{U}_* = i \vec{q}_x \vec{U}_* + j \vec{q}_y \vec{U}_* + k \vec{q}_z \vec{U}_*, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{q} &= \vec{T}[x_s, y_s, z_s] N T^{-1} = \vec{T}[x_s, y_s, z_s] \times \\ &\times (i N_x + j N_y + k N_z) = i \vec{q}_x + j \vec{q}_y + k \vec{q}_z = \\ &= (\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_{20}) \end{aligned} \quad (29)$$

— ковариантный вектор, изображаемый строкой с векторнозначными (из евклидова пространства) элементами, произведение которого на вектор узловых значений функций равно значению градиента этой функции в  $s$ -м узле шаблона.

По своему математическому содержанию вектор  $\vec{q}$  есть разностный аналог (РА) дифференциального оператора Гамильтона в  $s$ -м узле шаблона.

Ковариантные векторы

$$\left. \begin{aligned} \vec{q}_x &= \vec{T}[x_s, y_s, z_s] N_x T^{-1} = (q_{x1}, \dots, q_{x20}); \\ \vec{q}_y &= \vec{T}[x_s, y_s, z_s] N_y T^{-1} = (q_{y1}, \dots, q_{y20}); \\ \vec{q}_z &= \vec{T}[x_s, y_s, z_s] N_z T^{-1} = (q_{z1}, \dots, q_{z20}) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

равны проекциям вектора  $\vec{q}$  на оси ДПСК  $Oxyz$  и представляют собой разностные аналоги диф-

дифференциальных операторов  $\partial/\partial x$ ,  $\partial/\partial y$ ,  $\partial/\partial z$  соответственно в  $s$ -м узле шаблона.

Формулы (30), (29) позволяют вычислять РА оператора Гамильтона для любого узла невырожденного шаблона с применением ЭВМ.

Алгоритм расчета РА оператора Гамильтона оказывается наиболее простым, если расположить начало ДПСК в  $s$ -м узле шаблона. Действительно, в этой ДПСК  $x_s = y_s = z_s = 0$ , и тогда вектор Тейлора для  $s$ -го узла принимает вид  $\vec{T}[x_s, y_s, z_s] = \vec{T}[0, 0, 0] = [1, 0, \dots, 0]$ . Произведение этого вектора на матрицу  $N$  есть первая строка этой матрицы, равная  $(0, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k}, 0, \dots, 0)$ . Представив матрицу, обратную матрице  $T_{(s)}$ , вычисленной в этой же ДПСК, как столбец, состоящий из строк  $\vec{\tau}_1, \dots, \vec{\tau}_{20}$ , т. е. в виде

$$T_s^{-1} = (\vec{\tau}_1, \dots, \vec{\tau}_{20})_*$$

находим, что РА оператора Гамильтона равен

$$\begin{aligned} \vec{q} &= (0, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k}, 0, \dots, 0) (\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{\tau}_3, \vec{\tau}_4, \dots, \vec{\tau}_{20}) = \\ &= \vec{\tau}_2 + \bar{j}\vec{\tau}_3 + \bar{k}\vec{\tau}_4. \end{aligned} \quad (31)$$

Таким образом, для вычисления РА оператора  $\nabla$  в  $s$ -м узле достаточно совместить начало ДПСК с этим узлом, вычислить в этой ДПСК матрицу Тейлора, найти обратную ей матрицу, после чего составить искомый РА как линейную комбинацию второй, третьей и четвертой строк матрицы в соответствии с формулой (31).

Для векторной функции

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}[x, y, z] = \bar{i}\vec{V}_x[x, y, z] + \bar{j}\vec{V}_y[x, y, z] + \\ &\quad + \bar{k}\vec{V}_z[x, y, z] \end{aligned}$$

интерполянту будем искать в виде

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \bar{v}_1 + \bar{v}_2 x + \bar{v}_3 y + \bar{v}_4 z + \bar{v}_5 x^2 / 2! + \dots + \\ &\quad + \bar{v}_{20} z^3 / 3! = \vec{T}[x, y, z] \vec{v}_*, \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$\vec{v}_* = (\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_{20})_* — \quad (33)$$

контравариантный вектор производных с векторнозначными (из евклидова пространства) элементами  $\bar{v}_s = \bar{i}v_{sx} + \bar{j}v_{sy} + \bar{k}v_{sz}$  ( $s = 1, 20$ ).

Для его вычисления следует применить выражение (32) поочередно к каждому из узлов шаблона, в результате чего будет получена линейная система алгебраических уравнений, равносильная векторному уравнению

$$T\vec{v}_* = \vec{V}_*, \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{V}_* &= (\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_{20})_* = (\bar{i}\vec{V}_{x1} + \bar{j}\vec{V}_{y1} + \bar{k}\vec{V}_{z1}, \dots, \bar{i}\vec{V}_{x20} + \\ &\quad + \bar{j}\vec{V}_{y20} + \bar{k}\vec{V}_{z20})_* = (\bar{i}\vec{V}_{x*} + \bar{j}\vec{V}_{y*} + \bar{k}\vec{V}_{z*}) \end{aligned} \quad (35)$$

— контравариантный вектор узловых значений функции  $\vec{V}[x, y, z]$  с векторнозначными (из евклидова пространства) элементами. Здесь  $\vec{V}_{x*} =$

$$\begin{aligned} &= (V_{x1}, \dots, V_{x20})_*; \quad \vec{V}_{y*} = (V_{y1}, \dots, V_{y20})_*; \quad \vec{V}_{z*} = \\ &= (V_{z1}, \dots, V_{z20})_* \end{aligned}$$

Из (34) находим, что

$$\vec{v}_* = T^{-1} \vec{V}_*. \quad (36)$$

Подставив (36) в (32), приходим к интерполяционной формуле

$$\vec{V} = \vec{T}[x, y, z] T^{-1} \vec{V}_*. \quad (37)$$

С учетом (37), (26) для  $\operatorname{div} \vec{V} = \nabla \cdot \vec{V}$  имеем

$$\nabla \cdot \vec{V} = \vec{T}[x, y, z] NT^{-1} \vec{V}_*, \quad (38)$$

отражающее интерполяционную формулу для дивергенции векторной функции  $U$ . Применив выражение (38) к  $s$ -му узлу шаблона, с учетом (29), (35) имеем для  $\operatorname{div} \vec{V}$  разностное выражение

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{V}|_{x_s, y_s, z_s} &= \vec{T}[x_s, y_s, z_s] NT^{-1} \vec{V} = \bar{q} \vec{V}_* = \\ &= (\bar{i}\vec{q}_x + \bar{j}\vec{q}_y + \bar{k}\vec{q}_z) (\bar{i}\vec{V}_{x*} + \bar{j}\vec{V}_{y*} + \bar{k}\vec{V}_{z*}) = \\ &= \bar{q}_x \vec{V}_{x*} + \bar{q}_y \vec{V}_{y*} + \bar{q}_z \vec{V}_{z*}. \end{aligned} \quad (39)$$

Интерполяционная формула для  $\operatorname{rot} \vec{V} = \nabla \times \vec{V}$  имеет вид

$$\nabla \times \vec{V} = \vec{T}[x, y, z] NT^{-1} \times \vec{V}_*. \quad (40)$$

Применив ее к  $s$ -му узлу шаблона, с учетом (29), (35) имеем для  $\operatorname{rot} \vec{V}$  разностное выражение

$$\begin{aligned} (\nabla \times \vec{V})|_{x_s, y_s, z_s} &= \bar{q} \times \vec{V} = \bar{i}(\bar{q}_y \vec{V}_{z*} - \bar{q}_z \vec{V}_{y*}) + \\ &\quad + \bar{j}(\bar{q}_z \vec{V}_{x*} - \bar{q}_x \vec{V}_{z*}) + \bar{k}(\bar{q}_x \vec{V}_{y*} - \bar{q}_y \vec{V}_{x*}). \end{aligned} \quad (41)$$

Из сопоставления формул (28), (39), (41) видно, что составление разностных выражений, аппроксимирующих градиент скалярной функции и дивергенцию и ротор векторной функции, сводится к умножению вычисляемого по формулам (30), (29) либо по формуле (31) разностного аналога  $\bar{q}$  оператора Гамильтона на вектор узловых значений функции, причем для градиента и дивергенции умножение выполняется как скалярное, а для ротора — как векторное.

Приведенные положения и формулы непосредственно применимы для любой степени  $n$  интерполяционных рядов (11), (32). Число членов усеченного ряда Тейлора при этом определяется по формуле  $p = (n+3)(n+2)(n+1)/6$ , и, следовательно, шаблон должен содержать  $p$  узлов, а вектор Тейлора, вектор производных, вектор узловых значений, разностный аналог оператора Гамильтона, матрица Тейлора и матрица Гамильтона должны иметь размерность, равную  $p$ .

Последовательность элементов в векторе Тейлора, очевидно, не влияет на РА оператора Гамильтона, и потому она может быть принята

произвольной. Однако для удобства машинной реализации алгоритма целесообразно формировать вектор Тейлора, руководствуясь следующим правилом: для получения элементов этого вектора, соответствующих степени  $n+1$ , необходимо умножить на  $x$  поочередно все элементы степени  $n$ , начиная от  $x^n|n!$ , умножить на  $y$  все элементы степени  $n$ , начиная от  $y^n|n!$  и умножить на  $z$  элемент  $z^n|n!$ , после чего в каждом полученном элементе необходимо заменить числовой знаменатель произведением факториалов показателей степеней переменных, входящих в рассматриваемый элемент. Вектор (12) составлен в соответствии с этим правилом.

Погрешность интерполяции функции с помощью ряда Тейлора, учитывающего все члены до  $n$ -й степени включительно, имеет порядок  $n+1$ , поэтому погрешность выражения (27) имеет порядок, равный  $n$ , и, следовательно погрешность РА оператора Гамильтона, определяемого по формуле (29), имеет порядок, также равный  $n$ .

Для двумерного пространства при  $n=3$  формулы (12), (25), (5) принимают соответственно вид

$$\bar{T}[x, y] = (1, x, y, x^2|2!, xy, y^2|2!, x^3|3!, x^2y|2!,$$

$$N = \begin{vmatrix} xy^2|2!, y^3|3!; \\ 0 \bar{i} \bar{j} \\ 0 \bar{i} \bar{i} \bar{j} \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y}; \quad \vec{q} = \bar{i} \vec{q}_x + \bar{j} \vec{q}_y;$$

$$\vec{q}_x = \bar{T}[x_s, y_s] N_x T^{-1} = \vec{\tau}_2; \quad \vec{q}_y = \bar{T}[x_s, y_s] N_y T^{-1} = \vec{\tau}_3,$$

где  $\vec{\tau}_2, \vec{\tau}_3$  — вторая и третья строки обратной матрицы Тейлора, составленной в ДПСК, начало которой совмещено с  $s$ -м узлом шаблона;

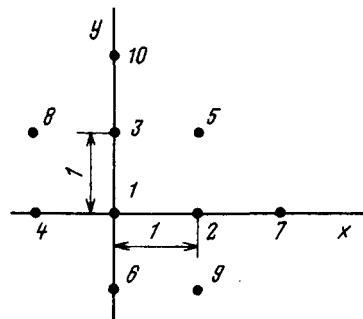


Рис. 1. Внутренний шаблон третьего порядка для квадратной сетки

$$\begin{aligned} \nabla U|_{x_s, y_s} &= \bar{i} \vec{q}_x \bar{U}_* + \bar{j} \vec{q}_y \bar{U}_*, \quad \nabla \bar{V}|_{x_s, y_s} = \\ &= \bar{i} \vec{q}_x \bar{V}_x^* + \bar{j} \vec{q}_y \bar{V}_y^*; \quad \nabla \times \bar{V}|_{x_s, y_s} = \bar{i} \vec{q}_x \bar{V}_y^* - \bar{j} \vec{q}_y \bar{V}_x^*, \end{aligned}$$

где  $\bar{U}_* = (U_1, \dots, U_{10})_*$ ;  $\bar{V}_x^* = (V_{x1}, \dots, V_{x10})_*$ ;  $\bar{V}_y^* = (V_{y1}, \dots, V_{y10})_*$ .

Проиллюстрируем применение предложенного метода на конкретных примерах.

**Пример 1.** Для шаблона, показанного на рис. 1, координаты узлов в ДПСК, начало которой совмещено с первым узлом, определяются:

Номер узла	Координата	
	$x$	$y$
1	0	0
2	1	0
3	0	1
4	-1	0
5	1	1
6	0	-1
7	2	0
8	-1	1
9	1	-1

Матрица Тейлора здесь равна

$$T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/6 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & -1/6 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1/2 & 1 & 1/2 & 1/6 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/6 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8/6 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1/2 & -1 & 1/2 & -1/6 & 1/2 & -1/2 \\ 1 & 1 & -1 & 1/2 & -1 & 1/2 & 1/6 & -1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8/6 \end{vmatrix}$$

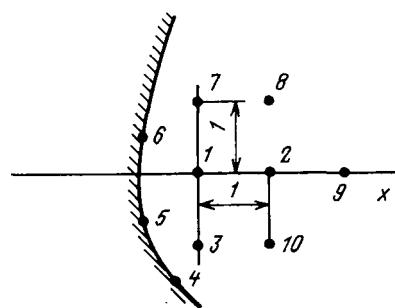


Рис. 2. Приграничный шаблон третьего порядка для квадратной сетки

Вторая и третья строки вычисленной на ЭВМ обратной ей матрицы равны соответственно (здесь и далее численные результаты распечатки приводятся с точностью до третьего десятичного разряда):

$$\vec{\tau}_2 = (-0,500; 1,000; 0; -0,333; 0; 0; 0,167; 0; 0; 0);$$

$$\vec{\tau}_3 = (-0,500; 0; 1,000; 0; 0; -0,333; 0; 0; 0; -0,167),$$

и, следовательно, для  $\text{grad } U$  в первом узле шаблона имеем разностное выражение

$$\begin{aligned} \text{grad } U = & (-0,5\bar{i} - 0,5\bar{j})U_1 + \bar{i}U_2 + \bar{j}U_3 - 0,333\bar{i}U_4 - \\ & - 0,333\bar{j}U_6 + 0,167\bar{i}U_7 - 0,167\bar{j}U_{10}, \end{aligned}$$

что совпадает с известным результатом:

$$\begin{aligned} \text{grad } U = & -\frac{1}{2}(\bar{i} + \bar{j}) + \bar{i}U_2 + \bar{j}U_3 - \frac{1}{3}\bar{i}U_4 - \\ & - \frac{1}{3}\bar{j}U_6 + \frac{1}{6}\bar{i}U_7 - \frac{1}{6}\bar{j}U_{10}, \end{aligned}$$

получаемым традиционным путем, основанным на замене отдельных входящих в оператор  $\nabla$  частных производных конечными разностями.

**Пример 2.** Для шаблона, показанного на рис. 2, координаты узлов в ДПСК, начало которой совмещено с первым узлом, определяются:

Номер узла	Коэффициента	
	<i>x</i>	<i>y</i>
1	0	0
2	1,0	0
3	0	-1,0
4	-0,3	-1,5
5	-0,7	-0,7
6	-0,7	0,5
7	-0	1,0
8	1,0	1,0
9	2,0	0
10	1,0	-1,0

Матрица Тейлора здесь равна

$$T = \left| \begin{array}{ccccccccc} 1,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 1,0 & 1,0 & 0,0 & 0,5 & 0,0 & 0,0 & 0,167 & 0,0 & 0,0 \\ 1,0 & 0,0 & -1,0 & 0,0 & 0,0 & 0,5 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 1,0 & -0,3 & -1,5 & 0,045 & 0,450 & 1,125 & 0,005 & -0,068 & -0,338 \\ 1,0 & -0,7 & -0,7 & 0,245 & 0,490 & 0,245 & 0,057 & -0,172 & -0,172 \\ 1,0 & -0,7 & 0,5 & 0,245 & -0,350 & 0,125 & 0,057 & 0,123 & -0,088 \\ 1,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 & 0,0 & 0,5 & 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 1,0 & 1,0 & 1,0 & 0,5 & 1,0 & 0,5 & 0,167 & 0,5 & 0,5 \\ 1,0 & 2,0 & 0,0 & 2,0 & 0,0 & 0,0 & 1,333 & 0,0 & 0,0 \\ 1,0 & 1,0 & -1,0 & 0,5 & -1,0 & 0,5 & 0,167 & -0,5 & 0,5 \end{array} \right| -0,167$$

Вторая и третья строки вычисленной на ЭВМ обратной ей матрицы равны соответственно:

$$\vec{\tau}_2 = (-0,407; 0,968; 0,148; 0,020; -0,270; -0,358; 0,170; -0,072; 0,130; -0,070);$$

$$\vec{\tau}_3 = (0,806; -0,174; -1,360; 0,464; -0,244; 0,115; 0,157; 0,100; 0,013; 0,149),$$

и следовательно, для  $\text{div } \bar{V}$  в первом узле имеем разностное выражение

$$\begin{aligned} \text{div } \bar{V} = & -0,407V_{x1} - 0,968V_{x2} + 0,148V_{x3} + \\ & + 0,02V_{x4} - 0,27V_{x5} - 0,358V_{x6} + 0,17V_{x7} - \\ & - 0,072V_{x8} - 0,13V_{x9} - 0,07V_{x10} + 0,806V_{y1} - \\ & - 0,174V_{y2} - 1,36V_{y3} + 0,464V_{y4} - 0,244V_{y5} + \\ & + 0,115V_{y6} + 0,157V_{y7} + 0,1V_{y8} - 0,013V_{y9} + \\ & + 0,149V_{y10}. \end{aligned}$$

Здесь, в отличие от примера 1, в РА участвует большее число узлов, так как узлы с номерами 4, 5, 6 не лежат на линиях, параллельных координатным линиям.

**Пример 3.** Для шаблона, показанного на рис. 3, координаты узлов в ДПСК, начало которой совмещено с первым узлом, будут следующими:

Номер узла	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
1	0	0	0
2	1,0	0	0
3	0	1,0	0
4	0	0	1,0
5	-0,7	-0,3	-0,2
6	1,0	1,0	0
7	1,0	0	1,0
8	-0,2	-0,7	-0,3
9	0	1,0	1,0
10	-0,3	-0,2	-0,7
11	2,0	0	0
12	-1,0	1,0	0
13	-1,0	0	1,0
14	1,0	-1,0	0
15	1,0	1,0	1,0
16	1,0	0	1,0
17	0	2,0	0
18	0	-1,0	1,0
19	0	1,0	-1,0
20	0	0	2,0

Вторая и третья строки вычисленной на ЭВМ обратной матрицы Тейлора соответственно равны:

$$\vec{\tau}_2 = (-0,486; 1,024; 0,012; -0,003; -0,462; -0,027; 0,011; 0,168; 0,024; 0,050; -0,147;$$

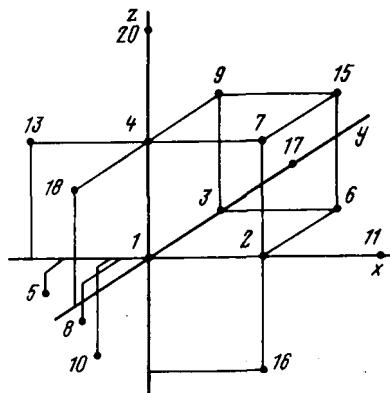


Рис. 3. Приграничный шаблон третьего порядка для кубической сетки

$-0,066; -0,042; -0,041; -0,010; -0,023;$   
 $0,009; 0,016; 0,012; 0,004;$

$\vec{t}_3 = (-0,486; -0,003; 1,024; 0,012; 0,050;$   
 $-0,011; 0,024; -0,462; -0,027; 0,168; 0,004;$   
 $-0,023; 0,012; -0,042; -0,010; 0,016;$   
 $-0,147; -0,066; -0,041; 0,009),$

и следовательно, для проекции  $\operatorname{rot} \bar{V}$  на ось  $Oz$  в первом узле имеем разностное выражение

$$\bar{k} \operatorname{rot} \bar{V} = -0,486V_{y1} + 1,024V_{y2} + 0,012V_{y3} -$$

$$\begin{aligned}
 & -0,003V_{y4} - 0,462V_{y5} - 0,027V_{y6} - 0,011V_{y7} + \\
 & + 0,168V_{y8} + 0,024V_{y9} + 0,05V_{y10} - 0,147V_{y11} - \\
 & - 0,066V_{y12} - 0,042V_{y13} - 0,041V_{y14} - 0,01V_{y15} - \\
 & - 0,023V_{y16} + 0,009V_{y17} + 0,016V_{y18} + 0,012V_{y19} + \\
 & + 0,004V_{y20} + 0,486V_{x1} + 0,003V_{x2} - 1,024V_{x3} - \\
 & - 0,012V_{x4} - 0,05V_{x5} + 0,011V_{x6} - 0,024V_{x7} + \\
 & + 0,462V_{x8} + 0,027V_{x9} - 0,168V_{x10} - 0,004V_{x11} + \\
 & + 0,023V_{x12} - 0,012V_{x13} + 0,042V_{x14} + 0,01V_{x15} - \\
 & - 0,016V_{x16} + 0,147V_{x17} + 0,066V_{x18} + \\
 & + 0,041V_{x19} - 0,009V_{x20}.
 \end{aligned}$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М.: Наука, 1980.
2. Расчет индуктивного сопротивления рассеяния демпферных обмоток синхронных машин с учетом насыщения стали ротора / А. Э. Бобров, В. В. Домбровский, В. И. Праздников, С. В. Смоловик.— ЭП. Электрические машины, 1980, вып. 2.
3. Фильц Р. В. Дискретный аналог оператора Гамильтона.— Мат. методы и физ.-мех. поля, 1985, вып. 23.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1970.

[20.02.89]

УДК 62-83-52

## Формирование принципов построения релейно-импульсных регуляторов тока тяговых двигателей постоянного тока

КОЛОКОЛОВ Ю. В., канд. техн. наук

НИИ автоматики и электромеханики при Томском институте АСУ и радиоэлектроники

Построение систем автоматического регулирования (САР) тока тяговых двигателей (ТД) постоянного тока электрического подвижного состава (ЭПС) сопряжено с трудностями, обусловленными традиционными противоречиями между необходимыми условиями эксплуатации ТД и реальными изменениями параметров контактной сети и нагрузки.

Построение систем автоматического регулирования (САР) тока тяговых двигателей (ТД) постоянного тока электрического подвижного состава (ЭПС) сопряжено с трудностями, обусловленными традиционными противоречиями между необходимыми условиями эксплуатации ТД и реальными изменениями параметров контактной сети и нагрузки.

Регулирование мощности в большинстве современных и перспективных систем ЭПС осуществляется дискретным потреблением энергии посредством автоматического переключения полупроводниковых коммутаторов (ПК) в цепях питания ТД, что позволяет снизить остроту противоречий. Динамические свойства автоматических тиристорных электроприводов (ТЭП) ЭПС в значительной степени зависят от способов регулирования тягового тока. Соответственно, формирование и анализ принципов построения САР тока ТД, учитывающих реальные условия эксплуатации ТЭП ЭПС, представляет теоретический и практический интерес.

Возможность построения САР тока на основе использования в той или иной форме релейного способа регулирования [1], техническая простота реализации подобных систем и высокие динамические свойства определяют интерес к ним с точки зрения применения на ЭПС. Основной недостаток релейных САР при использовании в режимах тяги ЭПС — переменная в широких пределах частота автоколебаний тока, устраниемая синхронизацией автоколебаний тока внешними периодическими воздействиями  $F(nT)$ , где  $T$  — периодичность воздействий,  $n = 1, 2, 3, \dots$  [2]. Подобные системы можно называть релейно-импульсными (РИ), поскольку постоянная частота вынужденных колебаний регулируемого значения в РИ САР, обусловленная квантованием регулируемой величины по времени, обеспечивает им основные достоинства широтно-импульсных систем, превосходя последние по динамическим свойствам, характерным для систем с квантованием регулируемой величины по уровню [2].

Особенно важны динамические свойства РИ САР тока ТД в рамках регулирования тока ослаблением потока возбуждения ТД при резких кратковременных набросах напряжения контактной сети, при которых скорость ЭПС не успевает заметно измениться [3]. При этом необходимо отметить, что для высокоскоростного ЭПС режимы работы ТЭП с ослаблением потока возбуждения ТД являются основными. Тиристорный преобразователь, разработанный для их реализации на электропоезде ЭР200, имеет необходимые регулировочные возможности в широком диапазоне изменения потока возбуждения ТД [4] и позволяет использовать положительные свойства РИ способа регулирования тока в динамических режимах ТЭП.

Цель статьи — исследование возможностей устранения традиционных противоречий между реальными параметрами напряжения контактной сети постоянного тока и требованиями, предъявляемыми к ней ТД, посредством использования РИ способа регулирования тягового тока и формирования соответствующих принципов построения РИ САР тока ТД.

В [1] приведено фундаментальное положение

по построению РИ САР. Сущность его заключается в возможности приложения внешнего синхронизирующего воздействия  $F(nT)$  в любой точке релейной системы. На основании этого положения предложен первый принцип построения РИ САР тока ТД, а именно: внешние синхронизирующие воздействия  $F(nT)$  в виде импульсов постоянной частоты (ИПЧ) подаются непосредственно на исполнительный элемент РИ САР — на открывание или закрывание ПК (типа  $R-S$  триггера по управлению) (рис. 1) [5, 6]. Переключения ПК между моментами поступления ИПЧ осуществляются релейным способом под воздействием сигналов, формируемых безгистерезисным релейным элементом (РЭ) в моменты достижения регулируемым током  $i(t)$  уровня токов уставки  $I_y$ .

В РИ САР тока ТД [5] ПК закрывается под воздействием сигналов напряжения  $U_{p_3}$ , формируемых при переключениях РЭ в моменты достижения нарастающим током  $i^+(t)$  уровня  $I_y$  (рис. 1), снимая тем самым напряжение контактной сети с ТД. Импульсы периодической частоты  $F(nT)$  периодически открывают ПК. В РИ САР тока ТД [6] ПК открывается под воздействием сигналов напряжения  $U_{p_3}$ , формируемых при переключениях РЭ в моменты достижения спадающим током  $i^-(t)$  уровня  $I_y$ . Тем самым подается напряжение контактной сети на ТД. ИПЧ  $F(nT)$  периодически закрывают ПК. Условия переключения ПК под воздействием сигналов напряжения с РЭ для систем с первым [5] и вторым [6] алгоритмами синхронизации соответственно имеют вид (рис. 1):

$$I_y - i(t) \leq 0; \quad (1)$$

$$I_y - i(t) \geq 0. \quad (2)$$

Внешние синхронизирующие воздействия  $F(nT)$  вызывают в РИ САР два режима [1]. Первый режим соответствует биениям между вынужденными колебаниями тока и автоколебаниями, обусловленными  $F(nT)$ , а второй — соответствует наличию в системе только вынужденных колебаний тока. Следствием первого режима являются низкочастотные гармонические составляющие регулируемого тока, оказывающие мешающее воздействие на сопряженные устройства сигнализации, централизации и блокировки железных дорог (СЦБ ЖД) и повышенная амплитуда их колебаний. Второй режим — рабочий и условия его существования и обеспечения представляют практический интерес.

Исследование диапазонов изменения коэффициента заполнения ПК —  $\gamma$ , при которых существуют устойчивые вынужденные колебания в РИ САР тока ТД, выполняем на примере ТЭП моторной секции электропоезда ЭР200 № 1 [4]. Математические модели силовых цепей ТЭП для режимов регулирования тягового тока  $i(t)$  дискретным

изменением сопротивления ступени  $R_1$  пускового реостата или ослаблением потока возбуждения ТД (рис. 2) соответственно имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{(R_1 k + R_\Sigma + R_\kappa)}{\lambda_1} i + \frac{R_\kappa}{\lambda_1} i_\mu + \frac{U_c}{\lambda_1} - \frac{C_e \omega \Phi(i_\mu)}{\lambda_1}; \\ \frac{di_\mu}{dt} &= \frac{R_\kappa}{\lambda_2} (i - i_\mu); \\ \frac{di_\mu}{dt} &= -\frac{R_\phi}{L_\phi} i_\mu - \frac{U_c}{L_\phi} + \frac{U_{kc}}{L_\phi}; \\ \frac{dU_c}{dt} &= -\frac{1}{C_\phi} (i - i_\mu); \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{(R_s + R_2 k + R_3)}{\lambda_3} i + \frac{(R_2 k + R_3)}{\lambda_3} i_b + \\ &+ \frac{U_c}{\lambda_3} - \frac{C_e \omega \Phi(i_\mu)}{\lambda_3}; \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{(R_2 k + R_3)}{L_s} i - \frac{(R_s + R_2 + R_3 + R_\kappa)}{L_s} i_b + \frac{R_\kappa}{L_s} i_\mu; \\ \frac{di_\mu}{dt} &= \frac{R_\kappa}{\lambda_2} (i_b - i_\mu); \\ \frac{di_b}{dt} &= -\frac{R_\phi}{L_\phi} i_b - \frac{U_c}{L_\phi} + \frac{U_{kc}}{L_\phi}; \\ \frac{dU_c}{dt} &= -\frac{1}{C_\phi} (i - i_b), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\lambda_1 = i \frac{dL_s}{dt} + L_s + L_\mu$ ;  $\lambda_2 = i_\mu \frac{dL_\mu}{dt} + L_\mu$ ;  $\lambda_3 = i \frac{dL_\mu}{dt} + L_\mu$ ;  $L_\phi, R_\phi, C_\phi$  — параметры входного фильтра;  $U_{kc}$ ,  $U_c$  — напряжения КС и на конден-

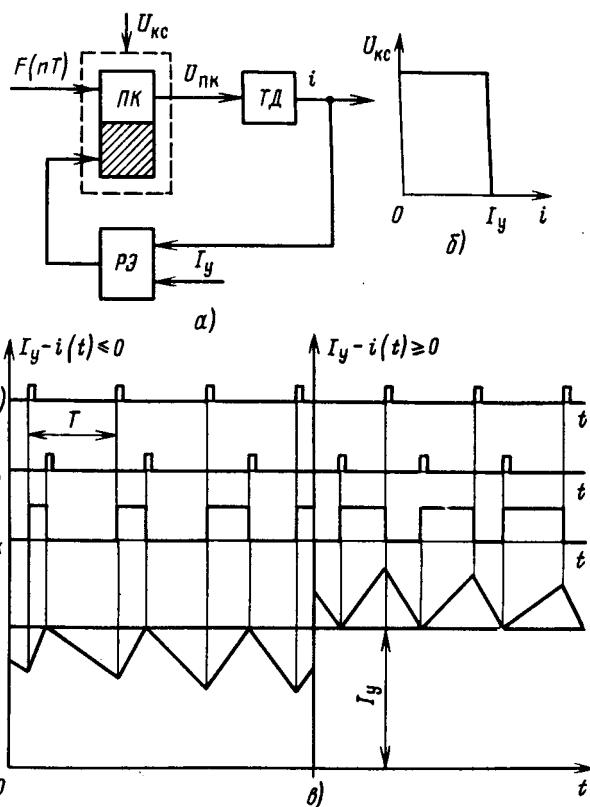


Рис. 1

саторе фильтра;  $L_s = L_s(i)$ ,  $L_\mu = L_\mu(i_\mu)$  — индуктивности якоря, рассеяния полюсов и намагничивающего контура;  $i$ ,  $i_\mu$ ,  $i_k$ ,  $i_u$  — токи якоря, намагничивающего контура

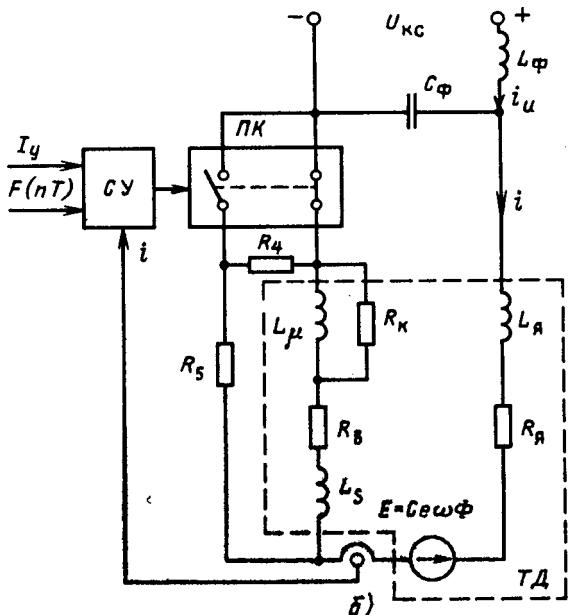
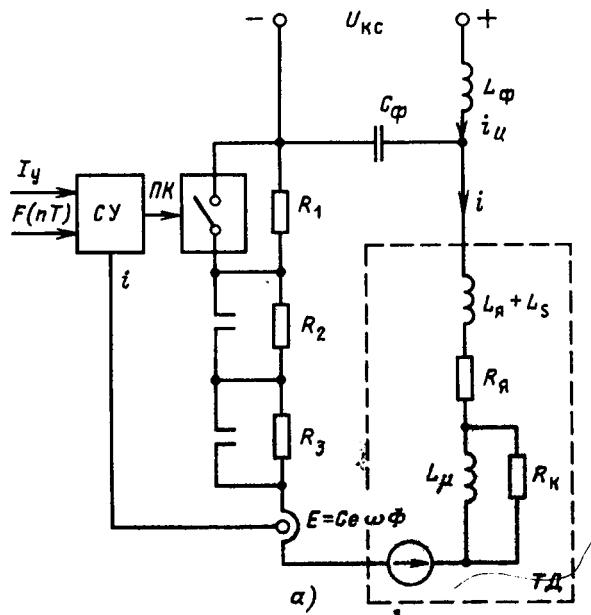


Рис. 2  
Вологодская областная универсальная научная библиотека  
www.booksite.ru

вихревых токов, источника (контактной сети);  $R_{\Sigma}$  — суммарное сопротивление якорной цепи ТД в режимах регулирования тока дискретным изменением сопротивления  $R_1$ , пускового реостата;  $R_a, R_b, R_k, R_4, R_5$  — сопротивления обмоток якоря и возбуждения, эквивалентного контура вихревых токов и шунтов обмотки возбуждения;  $\omega$  — частота вращения ТД;  $\Phi(i_{\mu})$  — поток возбуждения ТД;  $C_e$  — конструктивная постоянная ТД;  $R = «0»$  — для открытого и  $R = «1»$  — для закрытого состояний ПК.

Для исследования условий устойчивости вынужденных колебаний тока и диапазонов изменения коэффициента заполнения ПК —  $\gamma$ , при которых существуют устойчивые вынужденные колебания тока, выделим ряд характерных особенностей РИ САР тока ТД [5, 6].

1. Релейно-импульсные САР тока [5, 6] являются разновидностью дискретных статистических, регулировочные характеристики которых

$$i_0 = \Theta[I_y, T, \Phi_0(\beta), \gamma],$$

где  $i_0$ ,  $\Phi_0$  — постоянные составляющие  $i(t)$  и  $\Phi(i_{\mu})$  для текущего периода регулирования  $i(t)$ ;  $\beta$  — коэффициент ослабления потока возбуждения ТД, а также функции

$$\Delta i_0(\gamma) = I_y - i_0(\gamma), \quad (5)$$

определяющие статизм регулировочных характеристик (отклонения  $i_0$  от  $I_y$  в текущем периоде регулирования  $i(t)$ ), представляют собой аналитические зависимости.

2. Процессы регулирования в статистических регуляторах с регулировочными характеристиками, имеющими в квазистатике аналитические зависимости, устойчивые только при выполнении фундаментального принципа регулирования по отклонению [7], а именно: функции (5) должны быть неубывающими функциями  $\gamma$ , а их изменения — одного знака с изменениями  $\gamma$ .

Таким образом, диапазоны изменения  $\gamma$  в режимах работы ТЭП с РИ способом регулирования тока, в которых получены устойчивые вынужденные колебания тока, можно определить аналитически, исходя из приведенных особенностей, путем поиска экстремальных значений функций (5) из равенства

$$d[\Delta i_0(\gamma)]/d\gamma = 0. \quad (6)$$

Очевидно, что равенством (6) можно воспользоваться только при описании электромагнитных процессов в квазистатике упрощенными дифференциальными уравнениями не выше первого порядка [3, 8]. Однако исключение из математических моделей (3), (4) параметров входного фильтра (рис. 2) приводит, как это будет видно далее, к существенным погрешностям при поиске значений  $\gamma_{\text{ек}}$ , соответствующих экстремальным значениям функций (5).

мальным значениям функций (5). Усложняются аналитические расчеты по равенству (6) и нелинейной зависимостью  $\beta(\gamma)$  при ослаблении потока возбуждения ТД [3].

Для исследования параметров вынужденных колебаний тока и диапазонов изменения  $\gamma$  с устойчивыми вынужденными колебаниями тока использован наиболее простой численный метод поиска периодических режимов нелинейных систем, основанный на отыскании вектора начальных условий  $Q$  периодического решения из системы уравнений относительно  $Q$  [9]:

$$Q = \varphi(T, Q),$$

где  $\varphi(T, Q)$  — решение задачи Коши для систем (3), (4) с начальными условиями  $X(0)=Q$  по схеме

$$Q^{(s+1)} = \varphi(T, Q^{(s)}), s=0, 1, 2, \dots$$

Блок-схема алгоритма расчетов по этому методу приведена на рис. 3. Зависимости  $L_a(i)$ ,  $L_{\mu}(i_{\mu})$ ,  $T_k(i_{\mu})$ ,  $C_e\Phi(i_{\mu})$  для тягового двигателя ГДТ001.3 вводились в ЭВМ в виде таблиц и использовались в расчетах с привлечением интерполяционных методов. Диапазоны изменения частоты вращения ТД и ее начальные значения —  $\omega_k=0$  (блок 3 на рис. 3) для всех режимов работы ТЭП [4] получены в результате предварительных расчетов искусственных характеристик ТД —  $\omega(I_y)$  при  $\gamma=0$  и  $\gamma=1$ .

Условия переключения ПК при квантовании тока ТД по уровню тока уставки (1, 2) и времени ( $t=nT$ ) реализованы программно согласно алгоритмам синхронизации [5, 6].

Параметры регулировочных характеристик  $\gamma(\omega_k)$ ,  $i_0(\gamma)$  и  $\Delta i_0(\gamma)$  (рис. 4) для текущего значения  $\omega_k=\text{const}$  выводились на печать (блок 12) при выполнении условий сходимости итерационного процесса

$$|Q_K^{(s+1)} - Q_K^{(s)}| \leq \varepsilon \quad (7)$$

не более, чем за  $M$  периодов процесса установления вынужденных колебаний  $i(t)$ .

В условии (7):  $Q_K^{(s+1)}$  и  $Q_K^{(s)}$  — векторы начальных значений переменных состояния систем (3), (4), соответственно, для  $(s+2)$  и  $(s+1)$  периодов регулирования  $i(t)$ ; величина  $\varepsilon \equiv \delta = \gamma_{s+1} - \gamma_s \leq 2\Delta\gamma$  определяется двумя шагами численного интегрирования систем (3, 4) —  $2\Delta t$  ( $\Delta\gamma=0,04$  при  $\Delta t=25$  мкс и  $T=2,5$  мс). Из предварительных исследований для выполнения условия (7) при значениях  $\gamma$ , близких к  $\gamma_{\text{ек}}$ , и  $\Delta\gamma=0,04$  имеем  $M \geq 100$ .

Значение  $\gamma_{\text{ек}}$ , соответствующее равенству (6) и условиям переключения ПК (1) или (2), получаем при очередном увеличении  $\omega_k$  на  $\Delta\omega$  (блоки 13, 14) и невыполнении условия (7) за  $M$  пе-

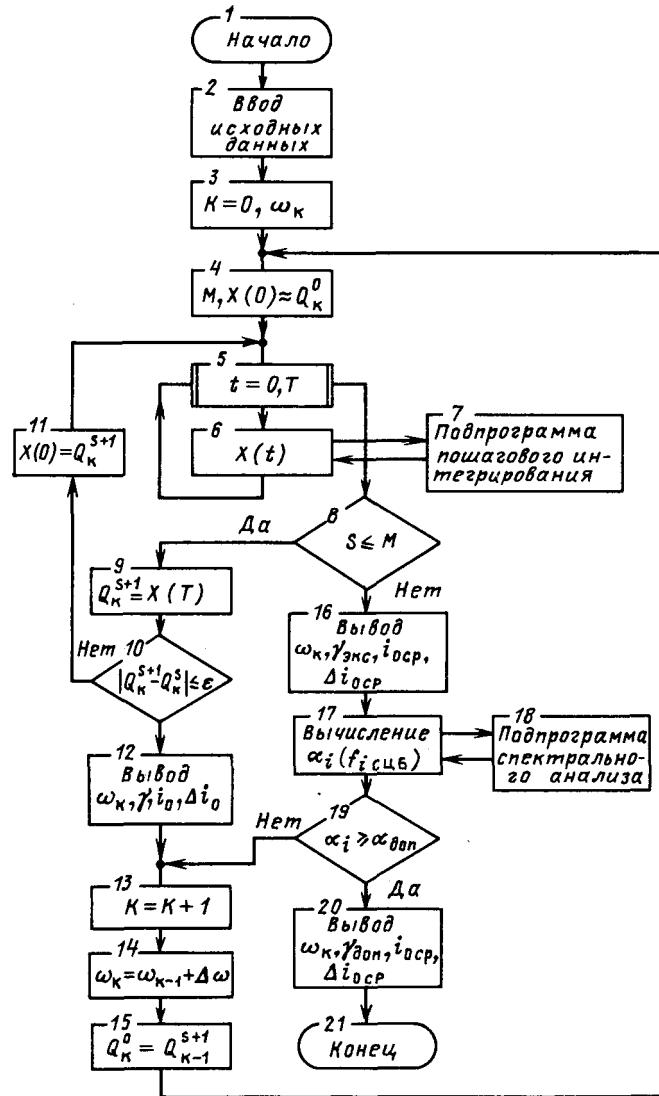


Рис. 3

риодов процесса установления вынужденных колебаний тока (блоки 8, 16).

Для режима регулирования тока ТД дискретным изменением сопротивления ступени  $R_1$  пускового реостата при последовательно-параллельном соединении ТД моторной секции электропоезда ЭР200 № 1 [4] приведены результаты исследований для случая с выведенными нерегулируемыми ступенями пускового реостата —  $R_2$ ,  $R_3$  (рис. 2).

Анализ регулировочных характеристик  $\Delta i_0(\gamma)$  РИ САР тока ТД [5, 6] (рис. 4) позволяет сделать следующие выводы.

1. Процесс синхронизации автоколебаний тока ТД —  $i(t)$  внешними периодическими воздействиями  $F(nT)$ , устойчиво сходящийся в диапазонах изменения  $\gamma \in [0; \gamma_{\text{ЭКС}1}]$  для САР тока [5] и  $\gamma \in [\gamma_{\text{ЭКС}2}; 1]$  — для САР тока [6]. Можно говорить

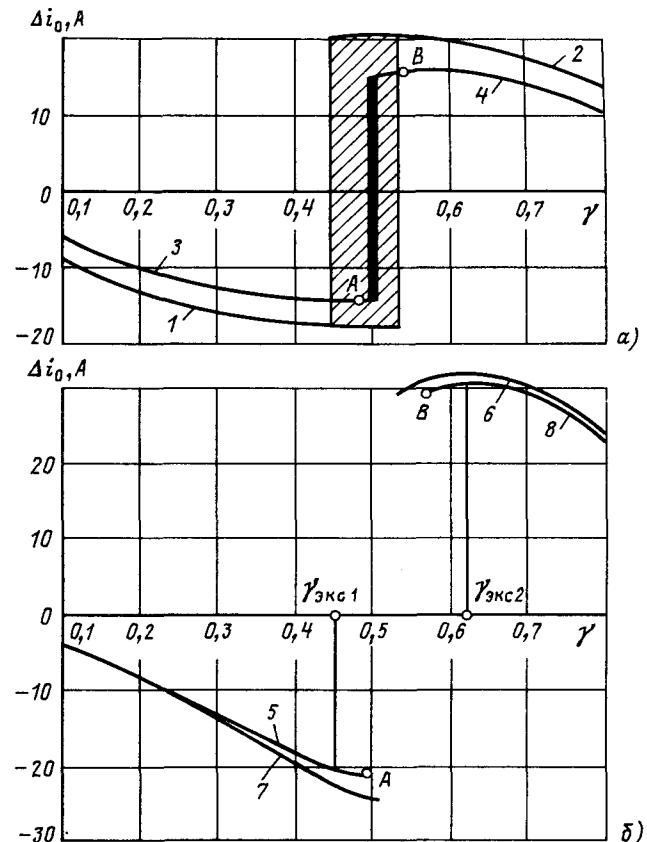


Рис. 4

об отсутствии биений  $\gamma$  в приведенных диапазонах его изменения с точностью до двух шагов численного интегрирования систем (3), (4) исследуемым методом.

2. Регулировочные характеристики 1—4 (рис. 4, а) в режимах регулирования  $i(t)$  дискретным изменением сопротивления пускового реостата и регулировочные характеристики 6, 8 (рис. 4, б) в режимах регулирования  $i(t)$  ослаблением потока возбуждения ТД имеют вершины, близкие к плоским в зонах изменения  $\gamma$ , близких к  $\gamma_{\text{ЭКС}1}$ ,  $\gamma_{\text{ЭКС}2}$ . Это позволяет расширить диапазоны изменения  $\gamma$  за пределы  $\gamma_{\text{ЭКС}}$  при соответствующем увеличении биений  $\gamma$  до  $\delta^*$  и  $i(t)$

до  $\eta^*$ , где  $\delta^* = (\gamma_{l+1} - \gamma_l) / \gamma_{\text{ср}}$ ;  $\eta^* = \frac{\Delta i_{l+1} - \Delta i_l}{2\Delta i_{l, \text{ср}}}$ .

$(l+1) \in [(M-m); M]$ ;  $\gamma_{l+1}$ ;  $\gamma_l$ ;  $\Delta i_{l+1}$ ;  $\Delta i_l$  — значения  $\gamma$  и амплитуды вынужденных колебаний тока, имеющие максимальные  $\delta^*$  и  $\eta^*$  для  $t$  последних вынужденных колебаний  $i(t)$ , текущего значения  $\omega_K$  и средних за  $t$  периодов  $\gamma_{\text{ср}} = \omega_K$  и  $\Delta i_{l, \text{ср}} = \gamma_{\text{ср}}(\omega_K)$ .

Допустимые значения  $\gamma_{\text{доп}}$ ,  $\delta_{\text{доп}}^*$  и  $\eta_{\text{доп}}^*$  определяются посредством численного спектрального анализа [9] тока  $i_n(t)$  (рис. 2), потребляемого РИ САР тока ТД из контактной сети, для

последних  $N$  из  $M$  колебаний  $i(t)$  (блоки 17, 18 на рис. 3), где  $N = \frac{y}{f_{\min \text{ СЦБ}} T}$ ,  $y=1, 2, 3, \dots$ ,  $f_{\min \text{ СЦБ}}$  — минимальная частота следования сигналов управления аппаратурой СЦБ ЖД. Полученные амплитуды  $a_i(f_i \text{ СЦБ})$  сравниваются с допустимым мешающим воздействием  $a_{\text{доп}}$  на аппаратуру СЦБ ЖД (блок 19) [10]. Выполнение условия блока 19 для любой  $a_i(f_i \text{ СЦБ})$  соответствует достижению допустимых значений  $\gamma_{\text{доп}}$ ,  $\delta_{\text{доп}}$ ,  $\eta_{\text{доп}}$  для исследуемой РИ САР с соответствующим алгоритмом синхронизации [5, 6].

**Пример.** Значения  $\gamma_{\text{экс}2} \approx 0,62$ ;  $2\Delta i_0 \text{ max} \approx 61$  А;  $\delta^* \approx 0$  и  $\eta^* \approx 0$  для регулировочной характеристики 8 на рис. 4, б получены при  $\omega = 218,5 \text{ c}^{-1}$ . Допустимые значения  $\gamma_{\text{доп}} \approx 0,565$ ,  $\delta_{\text{доп}}^* \approx 0,5$  и  $\eta_{\text{доп}}^* \approx 0,33$  для регулировочной характеристики 8 получены при  $\omega = 209 \text{ c}^{-1}$  и  $2\Delta i_0 \text{ cp} \approx 57$  А. Амплитуды гармонических составляющих  $i_n(t)$ , соответствующих  $f_{\text{СЦБ}} \in [150; 250]$  Гц, имеют значения, близкие к допустимому мешающему воздействию —  $a_{\text{доп}} \approx \approx 1$  А [10].

3. Очевидно, что путем изменения структуры и параметров силовой цепи ТЭП на интервалах дискретных состояний ПК (рис. 2) получить устойчивые вынужденные колебания тока в диапазоне изменения  $\gamma \in [0; 1]$  невозможно, т. е. РИ САР тока ТД [5, 6] структурно неустойчивы.

4. Регулировочные характеристики 1, 2 для режимов РИ регулирования  $i(t)$  дискретным изменением сопротивления  $R_1$  имеют общую зону изменения  $\gamma$  с устойчивыми вынужденными колебаниями тока (заштрихована на рис. 4, а), которая при учете параметров фильтра уменьшается более, чем в 5 раз (сплошная линия для регулировочных характеристик 3, 4 на рис. 4, а).

5. Регулировочные характеристики 5, 6 для режимов регулирования  $i(t)$  ослаблением потока возбуждения ТД не имеет общей зоны изменения  $\gamma$  с устойчивыми вынужденными колебаниями тока; учет параметров фильтра увеличивает разрыв между значениями  $\gamma_{\text{экс}1}$  и  $\gamma_{\text{экс}2}$  (регулировочные характеристики 7, 8 на рис. 4, б). Существенной особенностью процессов РИ регулирования  $i(t)$  ослаблением потока возбуждения ТД является соответствие значений  $\gamma_{\text{экс}1}$  регулировочных характеристик 5, 7 точкам перегиба этих кривых, что связано, по-видимому, с изменением знака второй производной

$$d^2 [\Delta i_0(\gamma)] / d\gamma^2$$

при  $\gamma_{\text{экс}1}$  и изменением при этом соотношений вторых производных тока  $i(t)$  на интервалах дискретных состояний ПК:

$$\left| \frac{d^2 [i^+(t)]}{dt^2} \right| > \left| \frac{d^2 [i^-(t)]}{dt^2} \right| \text{ при } \gamma < \gamma_{\text{экс}1},$$

$$\left| \frac{d^2 [i^+(t)]}{dt^2} \right| < \left| \frac{d^2 [i^-(t)]}{dt^2} \right| \text{ при } \gamma_{\text{экс}1} \leq \gamma \leq \gamma_{\text{экс}2}.$$

Для обеспечения устойчивости вынужденных колебаний тока в диапазоне изменения  $\gamma \in [0; 1]$  сформирован второй принцип построения РИ САР тока ТД — при значениях  $\gamma_{\text{экс}}$  автоматически изменяя алгоритм синхронизации релейных автоколебаний (рис. 5) [11]:

при  $\gamma \leq \gamma_{\text{экс}1}$  ИПЧ  $F(nT)$  поступают на открытие ПК, а сигналы напряжения —  $U_{p_3}$ , формируемые РЭ в моменты достижения нарастающим током  $i^+(t)$  уровня  $I_y$ , поступают на закрытие ПК;

при  $\gamma \geq \gamma_{\text{экс}2}$  ИПЧ  $F(nT)$  поступают на закрытие ПК, а сигналы напряжения —  $\bar{U}_{p_3}$ , формируемые РЭ в моменты достижения спадающим током  $i^-(t)$  уровня  $I_y$ , поступают на открытие ПК.

Переключение ИПЧ  $F(nT)$  и сигналов напряжения с РЭ ( $U_{p_3}, \bar{U}_{p_3}$ ) выполняется автоматически бесконтактным устройством переключения (например, мультиплексором МС на рис. 5), команды управления на который поступают с блока изменения алгоритмов синхронизации (БИАС) в моменты достижения коэффициентом заполнения ПК значения  $\gamma_{\text{экс}}$ . Информация о текущем значении  $\gamma$  поступает на вход БИАС с выхода ПК (рис. 5).

Инерционные свойства электропоезда позволяют считать частоту вращения ТД при смене алгоритмов синхронизации релейных автоколебаний неизменной. Среднее значение тока при этом изменяется и система переходит из состояния  $A$  с коэффициентом заполнения ПК  $\gamma_A$  на регулировочной характеристике 3 в состояние  $B$  на регулировочной характеристике 4 (рис. 4, а) с коэффициентом заполнения ПК  $\gamma_B$ , определяемым частотой вращения ТД

$$\omega_A = G [\gamma_A, i_{0A} = (I_y - \Delta i_{0A})] \approx \text{const},$$

где  $\Delta i_{0A}$  — отклонение  $i_0$  от  $I_y$  при  $\gamma = \gamma_A$  для первого алгоритма синхронизации [5], и средним значением тока ТД

$$i_{0B} = I_y + \Delta i_{0B},$$

где  $\Delta i_{0B}$  — отклонение  $i_0$  от  $I_y$  при втором алгоритме синхронизации [6];  $\omega = \omega_A$ ;  $\gamma = \gamma_B$ .

Коэффициент заполнения ПК  $\gamma_B > \gamma_A$  и находится в диапазоне изменения  $\gamma$  с явно устойчивыми вынужденными колебаниями тока при втором алгоритме синхронизации. Изменение  $i_0$  на

$$\Delta i_0 = \Delta i_{0A} + \Delta i_{0B} \quad (8)$$

при автоматической смене алгоритмов синхронизации является недостатком РИ САР тока ТД [11].

Однако автоматический переход при этом коэффициенте заполнения ПК от  $\gamma_A$  к  $\gamma_B$  обеспечивает возможность реализовать второй принцип построения РИ САР тока ТД, несмотря на имеющиеся диапазоны изменения  $\gamma$  с устойчивыми вынужденными колебаниями тока при регу-

лировании  $i(t)$  ослаблением потока возбуждения ТД (рис. 4, б).

Рассмотрим это на примере регулировочных характеристик 7, 8 на рис. 4, б. При первом алгоритме синхронизации коэффициенту заполнения ПК  $\gamma_A = 0,495$  соответствует частота вращения ТД  $\omega = 209 \text{ с}^{-1}$ . В этом состоянии системы вынужденные колебания тока сопровождаются допустимыми биениями  $\gamma$  и  $i(t)$ , соответственно  $\delta_{\text{доп}}^*$  и  $\eta_{\text{доп}}^*$ . Для второго алгоритма синхронизации частоте вращения ТД —  $\omega = 209 \text{ с}^{-1}$  соответствует  $\gamma_B \approx 0,565$  (рис. 4, б), что позволяет также получить вынужденные колебания тока с допустимыми биениями

$$\gamma \rightarrow \sigma_{\text{доп}}^* \approx 0,5 \text{ и } i(t) \rightarrow \eta_{\text{доп}}^* \approx 0,33.$$

В РИ САР тока ТД [11] сигналы на изменение алгоритмов синхронизации формируются в БИАС с помощью интеграторов, выходное напряжение которых пропорционально среднему значению  $\gamma$ . Такой принцип построения БИАС обусловлен возможными биениями  $\gamma$  и  $i(t)$  в областях изменения  $\gamma$ , близких к  $\gamma_{\text{экс}}$ , и воздействии при этом различных возмущающих факторов на РИ САР тока ТД, а именно, резких кратковременных колебаний напряжения контактной сети и нагрузки, импульсной формы сигналов в цепи обратной связи по току ТД [12].

Приведенный анализ обуславливает необходимость точной настройки интеграторов БИАС [11] в режимах регулирования  $i(t)$  ослаблением потока возбуждения ТД на значениях  $\gamma_{\text{доп}}$ , при которых осуществляется изменение алгоритмов синхронизации.

Опыт эксплуатации РИ САР тока ТД на электропоезде ЭР200 № 1 с 1984 г. выявил определенные ограничения в реализации положительных свойств квантования по уровню тока уставки  $i(t)$  при использовании второго принципа построения РИ САР [11]:

реальные параметры контактной сети обуславливают влияние запаздывания переключения алгоритмов синхронизации, вносимое интеграторами БИАС;

сложность вычисления  $\gamma_{\text{доп}}$  и необходимость точной настройки интеграторов БИАС с учетом многорежимной работы ТЭП на высокоскоростном ЭМП. Следствием неточной настройки интеграторов являются недопустимые биения  $i(t)$ .

Синхронизация автоколебаний тока релейной САР с РЭ, имеющим петлеобразную гистерезисную характеристику [1], внешними периодическими воздействиями в виде двух последовательностей ИПЧ  $F(nT)$  и  $F[(n+0,5)T]$  позволяет реализовать функциональную схему РИ САР тока ТД, устраняющую основные недостатки РИ САР тока ТД [5, 6, 11]. Ширина гистерезисной петли, симметричной относительно уровня  $I_y$ , должна быть больше максимального размаха ко-

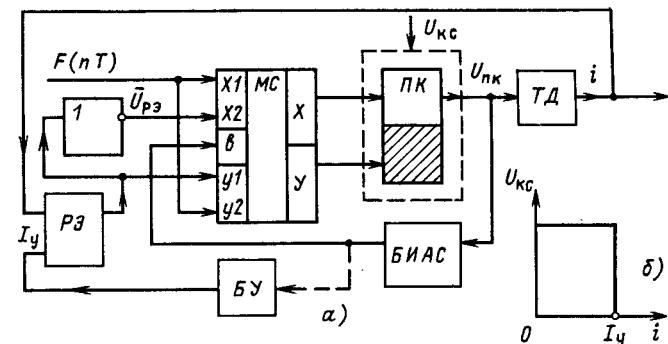


Рис. 5

лебаний  $i(t) - 2\Delta I_{0 \text{ max}}$  с учетом возможных изменений параметров якорной цепи ТД и контактной сети. ИПЧ  $F(nT)$  и  $F[(n+0,5)T]$  сдвинуты один относительно другого на полпериода.

Вместо одного РЭ с петлеобразной гистерезисной характеристикой можно использовать два безгистерезисных (рис. 6) с уровнями токов уставок —  $I_{y1}$  и  $I_{y2}$  [12]. Причем,  $I_{y1}$  больше  $I_{y2}$  на величину  $2\Delta I_{0 \text{ max}}$  (рис. 7).

Синхронизирующие последовательности ИПЧ подаются непосредственно на исполнительный элемент РИ САР тока ТД — ПК (рис. 6):

на открывание ПК совместно через схему ИЛИ 1 подаются ИПЧ  $F(nT)$  и сигналы напряжения  $U_{p_2}$ , формируемые РЭ2 в моменты достижения спадающим током  $i^-(t)$  уровня  $I_{y2}$ ;

на закрывание ПК совместно через схему ИЛИ 2 подаются ИПЧ  $F[(n+0,5)T]$  и сигналы напряжения  $U_{p_1}$ , формируемые РЭ1 в моменты достижения нарастающим током  $i^+(t)$  уровня  $I_{y1}$ .

В процессе регулирования тока в РИ САР тока ТД (рис. 6) косвенно сравниваются относительное значение средних скоростей нарастания и спадания тока в пределах периодов его регулирования, которому соответствует текущее значение  $\gamma$ , и относительный сдвиг внешних периодических воздействий  $F[(n+0,5)T]$  и  $F(nT)$ , который для рассматриваемого случая равен 0,5. Тогда в диапазоне изменения  $\gamma \in [0; 0,5]$  средняя скорость нарастания больше средней скорости спадания тока в пределах периодов его регулирования и сигналы напряжения  $U_{p_1}$  поступают на закрывание ПК всегда раньше ИПЧ  $F[(n+0,5)T]$ . Полупроводниковый коммутатор периодически открывается под воздействием ИПЧ  $F(nT)$ , так как

$$2\Delta I_{0 \text{ max}} < (I_{y1} - I_{y2}), \quad (9)$$

и периодически спадающий ток не достигает уровня  $I_{y2}$ . В диапазоне изменения  $\gamma \in [0,5; 1]$  средняя скорость спадания больше средней скорости нарастания тока в пределах периодов его регулирования и сигналы напряжения  $U_{p_2}$  поступают на открывание ПК всегда раньше ИПЧ  $F(nT)$ ; ПК периодически закрывается под воздействием

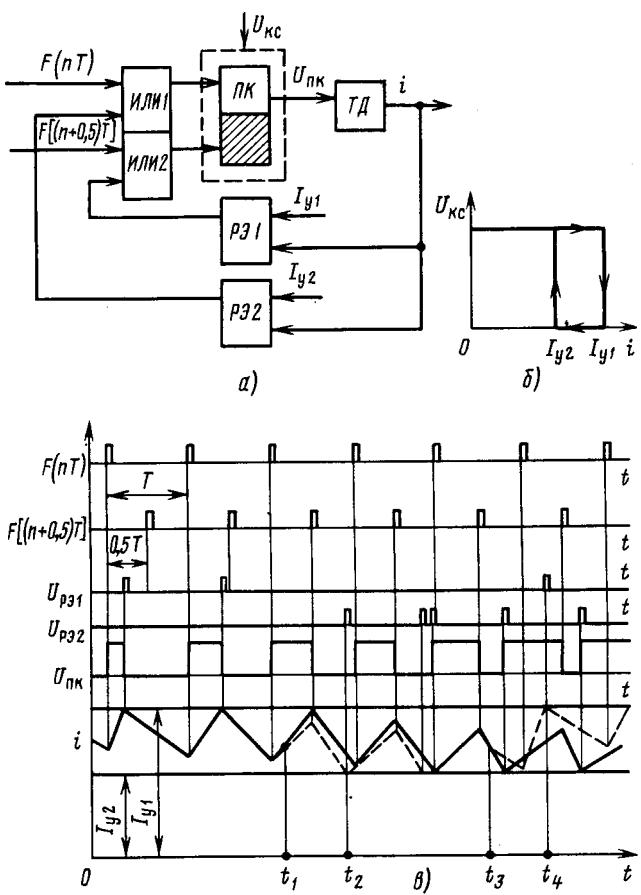
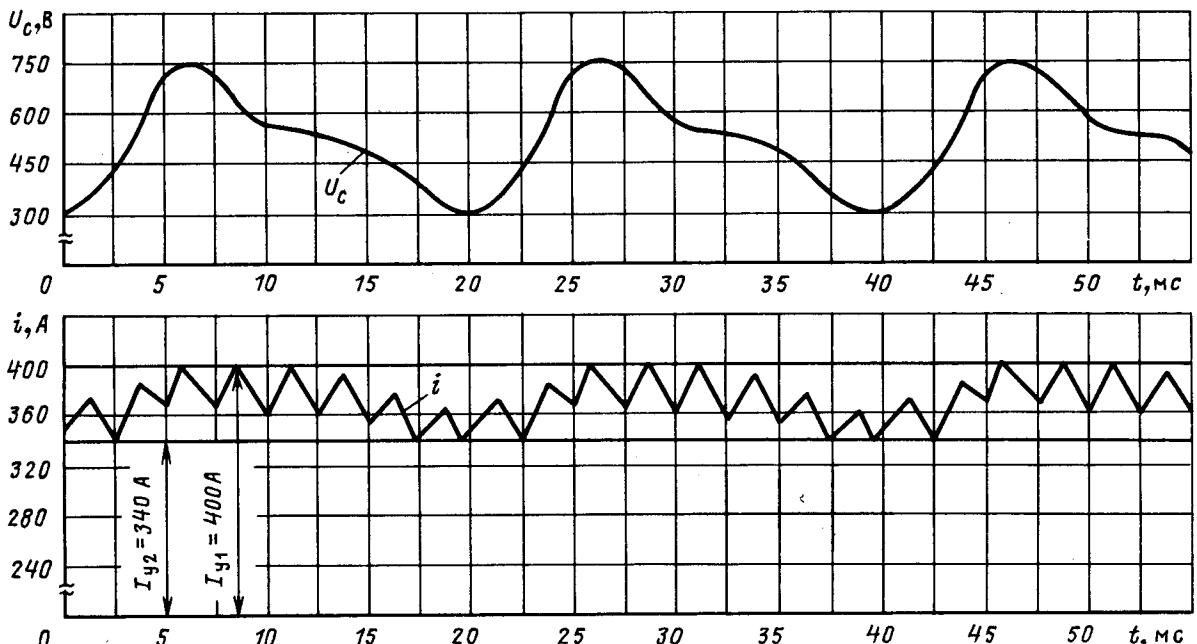


Рис. 6

ИПЧ  $F[(n+0,5)T]$ , так как выполняется неравенство (9) и периодически нарастающий ток не достигает уровня  $I_{y1}$ . Смена алгоритмов синхронизации выполняется автоматически при достижении коэффициентом заполнения ПК значения относительного сдвига ИПЧ  $F[(n+0,5)T]$  и  $F(nT)$ . В этот момент времени на закрывание ПК поступают одновременно сигналы управления, формируемые РЭ1 и ИПЧ  $F[(n+0,5)T]$ .

Дальнейшее уменьшение средней скорости нарастания и увеличение средней скорости спадания тока в пределах его регулирования приводят к нарушению электрического равновесия в якорной цепи ТД [3], поскольку не компенсируется автоматическим увеличением  $\gamma$ . Первым на закрывание ПК приходит ИПЧ  $F[(n+0,5)T]$ . Ток осуществляется периодические колебания с  $\gamma=0,5$  относительно среднего, спадающего с увеличением частоты вращения ТД или с уменьшением  $U_{kc}$ , значения  $i_0$ , не достигая уровней токов установок  $I_{y1}$ ,  $I_{y2}$ . Открывание и закрывание ПК происходит только под воздействием ИПЧ  $F(nT)$  и  $F[(n+0,5)T]$  до момента достижения в очередной раз спадающим током  $i^-(t)$  уровня  $I_{y2}$  и формирования первого сигнала напряжения  $U_{pe2}$ . При этом  $U_{pe2}$  приходит на открывание ПК раньше ИПЧ  $F(nT)$ , поскольку  $[i^-(t)]'_{cp} > [i^+(t)]'_{cp}$ , а соответствующий средним значениям скоростей спадания и нарастания тока коэффициент заполнения ПК больше относительного сдвига ИПЧ  $F(nT)$  и  $F[(n+0,5)T]$ .

Релейно-импульсные регуляторы тока ТД (рис. 6) отрабатывают набросы или провалы напряжения контактной сети и другие возмущаю-



щие воздействия с быстродействием, обеспечивающее им релейным способом ограничения периодически нарастающего или спадающего тока ТД (квантованием регулируемого тока по уровням токов уставок  $I_{y1}$  и  $I_{y2}$ ) [12]. Автоматический переход к необходимому по условиям электрического равновесия в силовой цепи РИ системы алгоритму синхронизации может осуществляться в пределах одного (пунктирные линии на рис. 6, в) или нескольких периодов регулирования в зависимости от параметров возмущающих воздействий.

Последний принцип построения РИ САР тока ТД (рис. 6) исключает броски  $i_0$  при автоматическом изменении алгоритмов синхронизации, обеспечивает устойчиво сходящийся процесс синхронизации автоколебаний  $i(t)$  в диапазоне изменения  $\gamma \in [0; 1]$ , а также практическое устранение биений  $\gamma$  и  $i(t)$  в зонах изменения  $\gamma$ , близких к  $\gamma_{\text{эксп1}}$ ,  $\gamma_{\text{эксп2}}$ . Например, для регулировочной характеристики 7 на рис. 4, б в РИ САР тока ТД [6] (рис. 1) при  $\gamma_{\text{ср}} \approx 0,495$  и  $\omega = 209 \text{ c}^{-1}$   $\delta^* \leqslant 0,5$ ,  $\eta^* \leqslant 0,33$ , а в РИ САР тока ТД (рис. 6) при тех же  $\gamma_{\text{ср}}$  и  $\omega$   $\delta^* \leqslant 0,04$ ,  $\eta^* \leqslant 0,03$ .

Осциллограммы на рис. 7 характеризуют динамику процессов при РИ регулировании тока ТД (рис. 6) дискретным изменением сопротивления ступени пускового реостата с частотой 400 Гц и колебаниях напряжения  $U_c$  на фильтре примерно от 250 до 800 В с частотой 50 Гц (стенд проектно-экспериментального бюро перспективных поездов производственного объединения «Рижский электромашиностроительный завод»).

Областью применения третьего принципа построения РИ САР тока ТД являются регуляторы тягового тока в системах управления ТЭП электропоезда ЭР200 № 2 [13].

**Выводы.** 1. Синхронизация автоколебаний тока в релейных САР позволяет обеспечить постоянную частоту колебаний регулируемого тока, что дает возможность использовать положительные свойства релейных систем в динамике на ЭПС (режимы тяги) с целью устранения традиционных противоречий между реальными параметрами контактной сети и требованиями, предъявляемыми к ним тяговыми двигателями.

2. Определение диапазонов изменения коэффициента заполнения ПК с устойчивыми вынужденными колебаниями тока без учета параметров входного фильтра и нелинейных свойств тяговых двигателей приводит к погрешностям, исключающим применение результатов расчетов экстремальных и допустимых значений коэффициентов заполнения ПК при построении и наладке РИ систем для ЭПС.

3. Получение устойчивых вынужденных колебаний тока в диапазоне изменения  $\gamma \in [0; 1]$  при синхронизации релейных автоколебаний подачей

ИПЧ непосредственно на исполнительный элемент САР (на открывание [5] или закрывание [6] ПК) возможно при обеспечении достижения регулируемым током уровней токов уставок по более крутым участкам кривых его нарастания или спадания. Последнее возможно при автоматическом изменении алгоритмов синхронизации автоколебаний тока одновременно с достижением коэффициентом заполнения ПК экстремальных значений.

4. Практическое исключение биений коэффициента заполнения ПК —  $\gamma$  и регулируемого тока  $i(t)$  в диапазоне изменения  $\gamma \in [0; 1]$  достигается при синхронизации автоколебаний тока в релейной САР двумя последовательностями ИПЧ, сдвинутыми относительно друг друга на полпериода и подаваемыми совместно с соответствующими сигналами, формируемыми релейными элементами, на открывание и закрывание ПК.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Цыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования. — М.: Госиздат технико-экономической литературы, 1955.
- Поспелов Г. С. Релейные системы автоматического регулирования. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 3, ч. II. — М.: Машиностроение, 1969.
- Тихменев Б. Н., Трахман Л. М. Подвижный состав электрифицированных железных дорог. Теория работы электрооборудования. Электрические схемы и аппараты. — М.: Транспорт, 1980.
- Гуткин Л. В., Дымант Ю. Н., Иванов И. А. Электропоезд ЭР200. — М.: Транспорт, 1980.
- Гончаров Ю. П., Чикотило И. И., Гапчинский Е. С. Анализ устойчивости широтно-импульсных преобразователей при однопозиционном регулировании тока. — Изв. вузов. Электромеханика, 1979, № 7.
- А. с. 395296 (СССР). Устройство для регулирования тока тяговых электродвигателей / А. П. Зайцев, В. А. Подлягин, В. М. Шадт и др. Опубл. в Б. И., 1973, № 35.
- Теория автоматического управления. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления / Под ред. А. А. Воронова. — М.: Высшая школа, 1986.
- Подлягин В. А. К вопросу синтеза релейных систем стабилизации тока двигателей с синхронизацией колебаний на основе метода разделения движений. — Автоматика, электромеханика и вычислительная техника. — Томский университет, 1977.
- Дьяконов В. П. Справочник по алгоритмам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. — М.: Наука, 1987.
- Автоматическая локомотивная сигнализация и автoreгуировка / А. М. Брылев и др. — М.: Транспорт, 1981.
- А. с. 481476 (СССР). Устройство для релейного регулирования тока электродвигателя / А. П. Зайцев, В. А. Подлягин, Ю. В. Колоколов и др. Опубл. в Б. И., 1975, № 31.
- Колоколов Ю. В. Оценка влияния дискретного измерительного преобразователя тока на гармонический состав тока в релейноимпульсных регуляторах. — ЭП. Электропривод, 1982, № 7.
- Автоматизированная система управления вторым скоростным электропоездом ЭР200 / Ю. В. Колоколов и др. — Электротехн. производство. Передовой опыт и научно-технические достижения для внедрения. Отраслевой сборник, 1988, вып. 8(8).

# Исследования колебаний в импульсном стабилизаторе напряжения вблизи границы устойчивости

БЕЛОВ Г. А., канд. техн. наук

При настройке и эксплуатации импульсных стабилизаторов постоянного напряжения (ИСН) возможны как небольшие, так и значительные изменения их параметров, приводящие к нарушению устойчивости нормального режима вынужденных колебаний с частотой  $f$  внешнего периодического воздействия и появлению устойчивых колебаний на частотах  $f/2$ ,  $f/3$  и других. В связи с возрастанием требований к характеристикам ИСН обоснованный выбор параметров при проектировании становится невозможным без изучения процессов вблизи границы устойчивости. В первую очередь необходимо определять частоту и амплитуду колебаний, возникающих при нарушении устойчивости, вид самовозбуждения (мягкое или жесткое), оценивать насколько опасно нарушение устойчивости [1].

Динамической моделью ИСН является отображение  $x=f(x):R^n \rightarrow R^n$ , где  $R^n$  —  $n$ -мерное

евклидово пространство;  $x$  и  $\bar{x}$  — значения вектора состояния в начале и конце периода дискретности  $T=1/f$  [2].

В [1] рассмотрен метод исследования, основанный на нахождении неподвижных точек отображения с помощью изокривых, который, однако, пригоден только для систем второго порядка. В данной статье используется более универсальный и эффективный метод, основанный на теории бифуркаций [3, 4]. Исследуется ИСН с обратными связями по напряжению и току (рис. 1, a), в котором управляющий сигнал  $u_y$  формируется на основе полной информации о состоянии объекта регулирования ( $LC$ -фильтра с нагрузкой  $R$ ) и поэтому имеется возможность создания оптимальной системы [5].

Схема управления стабилизатором состоит из компаратора  $A1$ ,  $RS$ -триггера, формирователя импульсов управления транзистором  $\Phi И$ , генератора пилообразного напряжения  $ГПН$ , работающего в режиме автоколебаний, генератора тактовых импульсов  $ГТИ$ , синхронизированного перепадами, возникающими в моменты сброса пилообразного напряжения  $u_n(t)$ , суммирующего усилителя  $A3$  с коэффициентом усиления  $K_1$  по отношению к неинвертирующему входу, усилителя рассогласования  $A2$  с коэффициентом усиления  $K_2$  по отношению к инвертирующему входу, датчика тока  $ДТ$  с сопротивлением передачи  $R_{ДТ}$ . Тактовые импульсы  $u_t$ , устанавливающие  $RS$ -триггер в состояние 1, формируются в моменты скачкообразного изменения пилообразного напряжения  $u_n$  (см. рис. 1, б).

Управляющий сигнал на выходе компаратора определяется формулой

$$u_y = K_1 K_2 (U_{оп} - K_d u_{вых}) - K_1 R_{ДТ} i_L, \quad (1)$$

где  $U_{оп} = U_{оп1}(K_2 + 1)/K_2$  — опорное напряжение, пересчитанное к инвертирующему входу усилителя  $A2$ ;  $K_d$  — коэффициент передачи делителя напряжения, подключенного к выходу ИСН;  $R_{ДТ} = R_{ДТ1}(K_1 - 1)/K_1$  — сопротивление передачи датчика тока  $ДТ$ , пересчитанное к неинвертирующему входу  $A3$ ;  $u_{вых} = u_c$  — выходное напряжение стабилизатора;  $i_L$  — ток реактора фильтра.

При дальнейшем анализе транзистор  $VT1$  и диод  $VD1$  полагаем идеальными ключами. Однако при необходимости падение напряжения на включенном транзисторе или диоде учитываем кусочно-линейной аппроксимацией прямой ветви его вольт-амперной характеристики, заменяя ее полупрямой, проходящей через точку  $u = U_{пор}$  на оси напряжений с наклоном, соответствующим дифференциальному сопротивлению. Пороговое

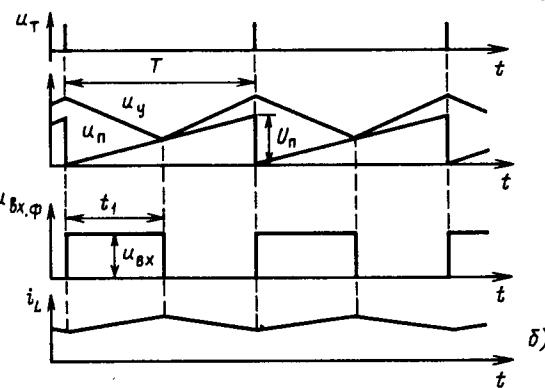
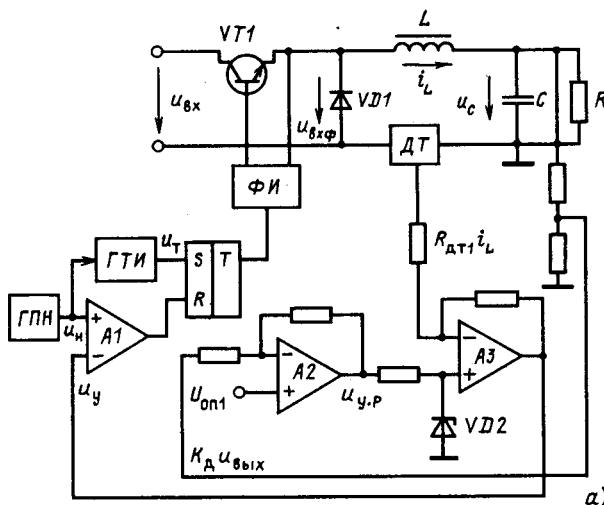


Рис. 1. Схема импульсного стабилизатора напряжения (а) и временные диаграммы, поясняющие ее работу (б)

напряжение транзистора  $U_{\text{пор1}}$  в случае необходимости можно учесть соответствующим уменьшением входного напряжения ИСН  $u_{\text{вх}}$ . Для упрощения будем полагать, что пороговое напряжение диода  $U_{\text{пор2}} \ll u_{\text{вых}}$  и будем пренебрегать его влиянием.

Поскольку дифференциальные сопротивления включенных транзистора и диода малы и в большинстве случаев незначительно влияют на процессы в  $LC$ -фильтре, то суммарное активное сопротивление  $r$ , включенное в схеме замещения линейной части последовательно с индуктивностью  $L$  реактора, будем полагать одинаковым как при включенном транзисторе, так и при включенном диоде. Пренебрегаем нелинейностью реактора, его емкостью, а также паразитными параметрами конденсатора фильтра. Дополнительно предполагаем, что схема работает в режиме непрерывного тока реактора фильтра, не проявляются ограничения сверху и снизу длительности  $t$ , включенного состояния регулирующего транзистора и ограничение сигнала  $u_{y,p}$  на выходе усилителя рассогласования  $A2$ .

Кривые внешних воздействий  $u_{\text{вх}}(t)$ ,  $U_{\text{оп}}(t)$  в общем случае будем аппроксимировать ступенчатыми функциями, которые изменяются скачком в тактовые моменты времени  $t=nT$  и остаются постоянными на интервале  $nT < t < (n+1)T$ .

Введем вектор состояния  $x = [x_1, x_2]^T$  с относительными координатами  $x_1 = i_L R / K_\phi U_6$ ,  $x_2 = u_C / K_\phi U_6$ , где  $K_\phi = R/(R+r)$  — коэффициент передачи фильтра на постоянном токе;  $U_6$  — базовое напряжение, которое будем принимать равным постоянной составляющей входного напряжения  $u_{\text{вх}}(t)$ . Тогда, отсчитывая время от очередного момента  $t=nT$  включения транзистора, для интервала  $t_1$  включенного состояния транзистора аналогично [2] получим

$$x(\tau) = A(\tau)x + B(\tau)v, \quad (2)$$

где  $\tau = t/T_\phi$  — относительное время;  $T_\phi = \sqrt{K_\phi LC}$  — постоянная времени фильтра;  $v = u_{\text{вх}}/U_6$  — относительное входное напряжение (возмущающее воздействие);  $A(\tau)$  — переходная матрица линейной части;  $B(\tau)$  — вектор, учитывающий влияние входного напряжения на линейную часть.

Формулы для определения элементов матриц

$$A(\tau) = \begin{vmatrix} a_{11}(\tau) & a_{12}(\tau) \\ a_{21}(\tau) & a_{22}(\tau) \end{vmatrix}; \quad B(\tau) = \begin{vmatrix} B_1(\tau) \\ B_2(\tau) \end{vmatrix} \quad (3)$$

приведены в приложении.

Аналогично [2] находим уравнение, по которому определяется длительность включенного состояния регулирующего транзистора  $t_1 = t_1/T_\phi$ :

$$\tau_1/\tau_n - K_0 u + K_{0t} [a_{11}(\tau_1)x_1 + a_{12}(\tau_1)x_2 + b_1(\tau)v] + K_0 [a_{21}(\tau_1)x_1 + a_{22}(\tau_1)x_2 + b_2(\tau)v] = 0, \quad (4)$$

где  $K_0$  и  $K_{0t}$  — коэффициенты усиления контуров регулирования напряжения и тока;

$K_0 = K_\phi K_d K_1 K_2 U_6 / U_n$ ;  $K_{0t} = K_\phi K_d U_6 R_{dt} / U_n R$ ;  
 $u = U_{\text{оп}} / K_\phi K_d U_6$  — относительное управляющее воздействие;  $\tau_n = T / T_\phi$  — относительный период;  $U_n$  — амплитуда пилообразного напряжения  $u_n(t)$ . Так же аналогично [2] получаем соотношение

$$\bar{x} = A(\tau_n)x + [B(\tau_n) - B(\tau_n - \tau_1)]v, \quad (5)$$

связывающее значение вектора состояния в конце рассматриваемого периода  $\bar{x} = x(\tau_n)$  с его значением в начале периода. Соотношение (5) вместе с уравнением (4) задает отображение  $\bar{x} = f(x)$ :  $R^2 \rightarrow R^2$ , являющееся динамической моделью ИСН.

Как видно из уравнений (7), (9), (П-1), ИСН представляет собой нелинейную дискретную динамическую систему, зависящую от параметров  $Q_0$ ,  $q$ ,  $\sqrt{LC}/T = 1/(\sqrt{K_\phi} \tau_n)$ ,  $K_0$ ,  $K_{0t}$ , а также управляющего  $u$  и возмущающего  $v$  воздействий. Полагая в уравнении (6)  $\bar{x} = x = x_N$ , получаем соотношение для определения простой неподвижной точки отображения

$$x_N = [1 - A(\tau_n)]^{-1} [B(\tau_n) - B(\tau_n - \tau_1)]v, \quad (6)$$

где  $1$  — единичная матрица размера  $2 \times 2$ .

В дальнейшем для упрощения величины  $u$ ,  $v$  будем считать постоянными, причем  $v=1$ .

Вопрос об устойчивости точки  $x_N$  решается на основе линейного приближения отображения, называемого его первым дифференциалом

$$\bar{h} = f'(x_N)h, \quad (7)$$

где  $h = \|h^1, h^2\|^T$  — вектор смещения от точки  $x_N$  (приращение аргумента);  $h^1 = \Delta x_1$ ;  $h^2 = \Delta x_2$ ;  $\bar{h} = \|\bar{h}^1, \bar{h}^2\|^T$ ;  $C = f'(x_N)$  — матрица Якоби отображения в точке  $x_N$ .

По правилам дифференцирования отображений [7] находим

$$C = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} = A(\tau_n) - \frac{\partial B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial \tau_1}{\partial x}, \quad (8)$$

где  $\frac{\partial B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} = \left\| \frac{\partial b_1(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1}, \frac{\partial b_2(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \right\|^T$  — производная вектора  $B(\tau_n - \tau_1)$  по скаляру  $\tau_1$ ;  $\frac{\partial \tau_1}{\partial x} = \left\| \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1}, \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \right\|$  — производная скаляра  $\tau_1$  по вектору  $x$ , определяемая дифференцированием неявной функции, задаваемой уравнением (4).

Методы определения критических значений параметров, при которых возникает неустойчивость, хорошо разработаны. Однако они не дают ответа на вопрос о том, что происходит в нелинейной дискретной системе при возникновении неустойчивости, опасны или безопасны возникающие при

этом колебания. В связи с этим не существует достаточно обоснованных методик выбора запасов устойчивости при проектировании подобных систем: эти запасы могут оказаться завышенными, если при нарушении устойчивости происходит мягкое возбуждение колебаний, а их амплитуда растет медленно при изменении параметра, и, наоборот, запасы устойчивости могут оказаться заниженными при жестком возбуждении колебаний, когда амплитуда колебаний быстро возрастает при малом изменении параметра.

Иногда без достаточного обоснования при проектировании ИСН пользуются рекомендациями, разработанными для непрерывных динамических систем, хотя, строго говоря, для этого требуется обосновать эквивалентность ИСН некоторой непрерывной динамической системе. Однако даже линейные дискретные системы могут существенно отличаться от непрерывных. Известно, что для линейной дискретной системы, описываемой, например, уравнением (7), эквивалентная ей непрерывная система существует в том и только в том случае, когда матрица Якоби  $C$  невырождена и не имеет отрицательных действительных собственных значений нечетной кратности [5].

Расчеты показывают, что в нормальном режиме рассматриваемого ИСН имеются два комплексно сопряженных собственных значения  $\lambda_{1,2}$  матрицы Якоби, являющихся корнями уравнения

$$\det(\lambda I - C) = 0, \quad (9)$$

расположенные внутри круга единичного радиуса. С ростом коэффициента усиления  $K_0$  при  $K_{0r} = \text{const}$  корни перемещаются влево по кривой линии, затем сливаются на действительной оси, после чего корень  $\lambda_1$  движется вправо вдоль оси, а корень  $\lambda_2$  — влево. Нарушение устойчивости ИСН практически всегда происходит за счет перехода корня  $\lambda_2$  через значение  $-1$ , а корень  $\lambda_1$  остается внутри круга единичного радиуса. Отсюда видно, что вблизи границы устойчивости ИСН имеет отрицательное собственное значение  $\lambda_2$  нечетной кратности и не существует эквивалентная ИСН непрерывная система. Никакая непрерывная модель ИСН не может правильно отразить изменения, происходящие в ИСН при переходе собственного значения  $\lambda_2$  через значение  $-1$ .

Строгое исследование изменений режима вблизи границы устойчивости ИСН возможно методами теории бифуркаций [3, 4, 9]. Основная идея применяемого в дальнейшем метода заключается в том, что на основе теоремы о центральном многообразии [3]  $n$ -мерную систему  $\dot{x} = f(x): R^n \rightarrow R^n$  в окрестности неподвижной точки  $x_N$  можно свести к одномерной или двумерной системе в зависимости от того, связано ли нарушение устойчивости с выходом из круга единичного радиуса одного действительного собствен-

го значения или пары комплексно сопряженных собственных значений матрицы Якоби.

Первым шагом в исследовании бифуркации является разложение отображения  $\bar{x} = f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности простой неподвижной точки  $x_N$  [7]:

$$\bar{x} = f(x_N + h) - f(x_N) = Ch + R(h) + S(h) + \dots, \quad (10)$$

где  $h_1 = h_2 = h_3 = h$ ;

$$R(h) = \left\| \begin{array}{c} R_1(h) \\ R_2(h) \end{array} \right\| = \frac{1}{2} f''(x_N)(h, h); \quad (11)$$

$$S(h) = \left\| \begin{array}{c} S_1(h) \\ S_2(h) \end{array} \right\| = \frac{1}{6} f'''(x_N)(h, h, h);$$

$f''(x_N)(h_1, h_2)$  — второй дифференциал отображения, представляющий собой билинейный оператор, линейный по каждой из векторных переменных  $h_1$  и  $h_2$  при фиксировании другой переменной;  $f'''(x_N)(h_1, h_2, h_3)$  — третий дифференциал отображения, представляющий собой трилинейный оператор (линейный по каждой из векторных переменных  $h_1, h_2, h_3$ ).

Для исследования бифуркаций, связанных с нарушением устойчивости неподвижной точки, в выражении (10) необходимо учитывать члены до третьего порядка малости относительно  $|h|$  включительно [6]. Элементами векторов  $R(h)$ ,  $S(h)$  служат однородные многочлены 2-й и 3-й степеней [3]:

$$R_i(h) = \sum_{j=0}^2 R_{ij+1}(h^1)^{2-j}(h^2)^j; \quad (12)$$

$$S_i(h) = \sum_{j=0}^3 S_{ij+1}(h^1)^{3-j}(h^2)^j, \quad i = 1, 2,$$

где  $R_{ij+1}$  и  $S_{ij+1}$  — коэффициенты, выражения для которых получены в приложении.

На рис. 2 представлены кривые, определяющие отображение  $\bar{x} = f(x)$ , полученные в результате расчетов по описанному в [1] алгоритму. Левые линейные участки этих кривых соответствуют режиму ограничения длительности  $t_1$  сверху на уровне  $t_{1\max} < T$ , определяемой системой управления регулирующим транзистором. Нелинейные участки кривых на рис. 2 соответствуют режиму, при котором  $t_{1\min} < t_1 < t_{1\max}$  (обычно  $t_{1\min}=0$ ). Имеются еще не показанные на рис. 2 правые линейные нарастающие участки кривых, соответствующие  $t_1=t_{1\max}$ .

Для значений параметров, при которых построены кривые на рис. 2, решение системы уравнений (6), (4) дает координаты неподвижной

точки  $x_{1N}=0,402998$ ,  $x_{2N}=0,640187$ , а из формулы (10) следует

$$\begin{aligned} h^1 &= -1,49886h^1 - 23,1828h^2 + 1,12286(h^1)^2 - \\ &- 4,95824h^1h^2 - 134,372(h^2)^2 + 0,266191(h^1)^3 + \\ &+ 18,9723(h^1)^2 + 12,30492h^1(h^2)^2 - 1219,31(h^2)^3; \\ h^2 &= 0,00456670h^1 + 0,233486h^2 - 0,0826599(h^1)^2 - \\ &- 2,20284h^1h^2 - 13,0956(h^2)^2 + 0,108062(h^1)^3 + \\ &+ 0,825084(h^1)^2h^2 - 18,80457H^1(h^2)^2 - \\ &- 156,936(h^2)^3. \end{aligned}$$

Задаваясь значениями  $h^1$ ,  $h^2$  и вычисляя значения  $\bar{h}^1$ ,  $\bar{h}^2$ ,  $x_1 = x_{1N} + h^1$ ,  $x_2 = x_{2N} + h^2$ ,  $x_1 = x_{1N} + \bar{h}^1$ ,  $x_2 = x_{2N} + \bar{h}^2$ , получаем графические зависимости, которые практически совпадают с правыми участками кривых на рис. 2. Это подтверждает правильность выражений для коэффициентов, входящих в соотношение (10).

Второй шаг в исследовании заключается в преобразовании выражения (10) к виду, в котором матрица Якоби  $C$  имеет диагональную форму (а в общем случае — форму Жордана). Для этого используется линейная замена переменных

$$h = y_1 f_{p1} + y_2 f_{p2}, \quad (13)$$

где  $f_{p1}$ ,  $f_{p2}$  — правые собственные векторы матрицы  $C$ , соответствующие собственным значениям  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  [8];  $y = \|y_1\|, \|y_2\|^T$  — новая переменная.

Для определения коэффициентов  $y_1$ ,  $y_2$  разложения вектора  $h$  по собственным векторам  $f_{p1}$ ,  $f_{p2}$  будем использовать еще левые собственные векторы  $f_{L1}$ ,  $f_{L2}$  матрицы  $C$ , соответствующие собственным значениям  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ . Правые и левые собственные векторы выбираются так, что составляют биортогональную систему [8]. Для этого скалярное произведение векторов должно удовлетворять условию

$$\langle f_{pi}, f_{Lj} \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } i=j; \\ 0 & \text{при } i \neq j. \end{cases}$$

Обозначая

$$f_{pi} = \left\| \begin{array}{c} f_{pi1} \\ f_{pi2} \end{array} \right\|; \quad f_{Lj} = \left\| \begin{array}{c} f_{Lj1} \\ f_{Lj2} \end{array} \right\|, \quad i=1, 2; \quad j=1, 2,$$

с учетом условия (14), находим координаты правых собственных векторов:

$$f_{p11} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}; \quad f_{p12} = \frac{c_{21}}{(\lambda_1 - c_{22})^2 + c_{12}c_{21}}; \quad (14)$$

$$f_{p21} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad f_{p22} = \frac{c_{21}}{(\lambda_2 - c_{22})^2 + c_{12}c_{21}}$$

и координаты левых собственных векторов

$$f_{L11} = \lambda_1 - c_{22}; \quad f_{L12} = c_{12}; \quad f_{L21} = \lambda_2 - c_{22}; \quad f_{L22} = c_{12}. \quad (15)$$

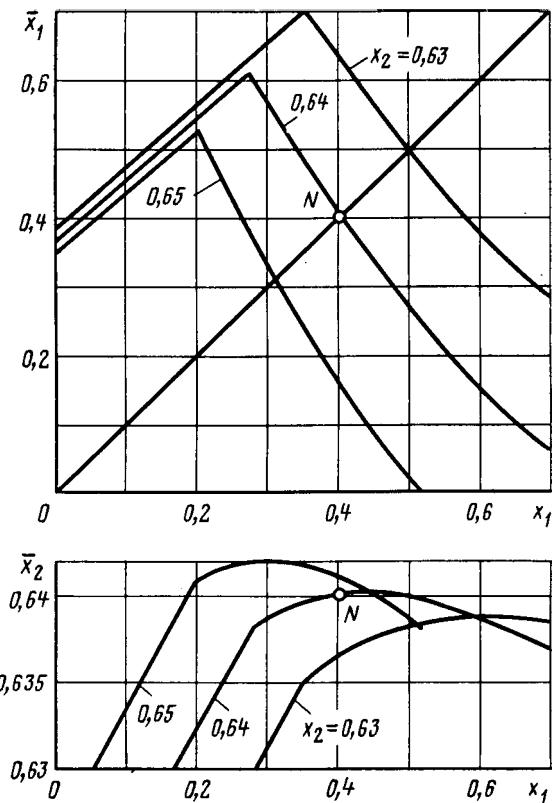


Рис. 2. Графики, определяющие отображение  $\bar{x} = f(x)$ , для  $Q_0 = 10$ ;  $q = 0,2$ ;  $\sqrt{LC}/T = 2,5$ ;  $K_0 = 40$ ;  $K_0 = 2$ ;  $u = 0,7$

Подставляя в (10) выражение (13) и  $\bar{h} = y_1 f_{p1} + y_2 f_{p2}$ , умножая первое из двух равенств, на которые разбивается (10), скалярно на  $f_{L1}$ , второе — на  $f_{L2}$ , с учетом (14) находим

$$\bar{y}_1 = \lambda_1 y_1 + M_1(y) + N_1(y) + \dots; \quad (16)$$

$$\bar{y}_2 = \lambda_2 y_2 + M_2(y) + N_2(y) + \dots, \quad (17)$$

где

$$M_i(y) = \langle R(h), f_{Li} \rangle = \sum_{j=0}^2 m_{ij} + y_1^{2-i} y_2^i;$$

$$N_i(y) = \langle S(h), f_{Li} \rangle = \sum_{j=0}^3 n_{ij} + y_1^{3-i} y_2^i;$$

$m_{ij}$ ,  $n_{ij}$  — коэффициенты, выражения для которых приведены в приложении.

Дальнейшее упрощение отображения, задаваемого равенствами (16), (17), возможно приведением его к нормальной форме, в результате чего в правой части остаются только члены, которые становятся резонансными на границе устойчивости ИСН [9]. Однако не будем проводить громоздких преобразований, необходимых для приведения отображения к нормальной форме, поскольку соотношения (16), (17) уже пригодны для применения теоремы о центральном многообразии [3, 6]. Согласно этой теореме в окрестности неподвижной

точки  $y_N=0$  существует устойчивое инвариантное многообразие, такое, что любая точка этого многообразия, переводится рассматриваемым отображением в точку, также принадлежащую многообразию. Нахождение инвариантного многообразия является следующим шагом исследования. В рассматриваемом случае инвариантное многообразие представляет собой кривую на плоскости  $y_1, y_2$ , которую будем искать в виде

$$y_1 = c_1 y_2 + c_2 y_2^2 + c_3 y_2^3 + \dots, \quad (18)$$

где коэффициенты  $C_1, C_2, C_3, \dots$  определяются из условий инвариантности.

Соотношение, получающееся при подстановке (18) в (17), подставляем в равенство  $\bar{y}_1 = c_1 \bar{y}_2 + c_2 \bar{y}_2^2 + c_3 \bar{y}_2^3$ , затем приравниваем коэффициенты при одинаковых степенях  $y_2$  правых частей этого равенства и выражения, получающегося при подстановке (18) в (16). Тогда находим

$$c_1 = 0; \quad c_2 = \frac{m_{13}}{\lambda_2^2 - \lambda_1}; \quad \left. \right\} \quad (19)$$

$$c_3 = \frac{1}{\lambda_2^3 - \lambda_1} (m_{12} - 2\lambda_2 m_{23}) \frac{m_{13}}{\lambda_2^2 - \lambda_1} + n_{14}$$

Равенство (17) при подстановке (18) с учетом (19) принимает вид

$$\bar{y}_2 = \lambda_2 y_2 + m_{23} y_2^2 + (m_{22} c_2 + n_{24}) y_2^3 + \dots \quad (20)$$

Для определения двукратных неподвижных точек составим квадрат отображения (20):

$$\bar{\bar{y}}_2 = f_2(f_2(y_2)) = \lambda_2^2 y_2 + b y_2^2 + a y_2^3 + \dots, \quad (21)$$

где  $a = \lambda_2 [2m_{23}^2 + (1 + \lambda_2^2)(m_{22} c_2 + n_{24})]$ ;  $b = \lambda_2 (1 + \lambda_2) m_{23}$ .

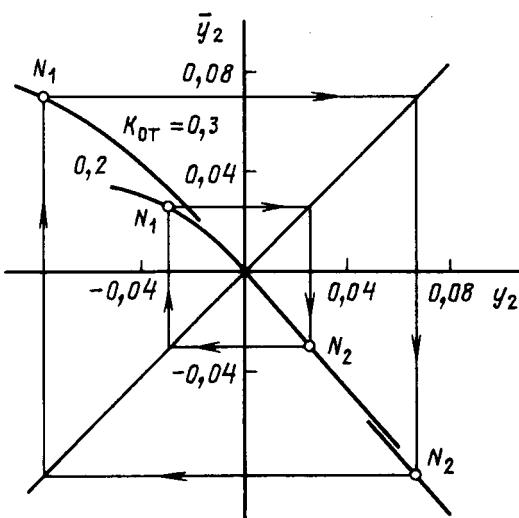


Рис. 3. Графики отображения на инвариантной кривой и циклы двухкратных неподвижных точек  $N_1, N_2$

Отображение (21) имеет неподвижную точку  $y_{2N}=0$  и две неподвижные точки, определяемые уравнением

$$ay_{2N}^2 + by_{2N} + \lambda_2^2 = 1,$$

откуда

$$y_{2N_{1,2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(\lambda_2^2 - 1)}}{2a}. \quad (22)$$

На основе полученных соотношений разработана и реализована программа расчетов на ЭВМ. Сначала при заданных  $Q_0, q$  и  $\sqrt{LC}/T$  по уравнению (6) находится граничное значение времени открытого состояния транзистора  $t_{1\text{гр}}$ , соответствующее  $x_{1N}=0$ , т. е. переходу от режима непрерывного тока реактора фильтра к режиму прерывистого тока. Затем при заданных остальных параметрах  $K_0, K_{0t}$ , и определяется решение  $t_1$  уравнения, получающегося при подстановке (6) в уравнение (4), находящееся в интервале  $(t_{1\text{гр}}, t_n)$ , а по (6) — координаты  $x_{1N}, x_{2N}$  простой неподвижной точки  $N$ . В неподвижной точке вычисляются элементы матрицы  $C$ , собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2$ . Варьируя один из параметров системы, например  $K_{0t}$ , и, решая уравнения  $|\lambda(K_{0t})| = 1$ , находим критическое значение  $K_{0t\text{кр}}$ , соответствующее попаданию наибольшего по модулю собственного значения на окружность единичного радиуса.

Далее проводится исследование поведения ИСН при изменении параметра в окрестности критического значения. Для каждого значения параметра проводят указанные выше вычисления и, кроме того, определяют коэффициенты, входящие в соотношения (10), (11), (16), (17), (18), (20). В результате для каждого значения варьируемого параметра соотношение (20) задает вполне определенную функцию последования  $\bar{y}_2 = f_2(y_2)$  (рис. 3). Выполненное сведение отображения  $\bar{x} = f(x)$  к одномерному  $\bar{y}_2 = f_2(y_2)$  позволяет применить хорошо разработанные эффективные методы исследования одномерных отображений.

В рассматриваемом ИСН при критическом значении параметра, соответствующем  $\lambda_2 = -1$ , простая неподвижная точка  $N$  становится неустойчивой, и из нее рождается устойчивый цикл двукратных неподвижных точек  $N_1$  и  $N_2$  (рис. 3). Это означает появление колебаний на частоте  $f/2$  [6]. Двукратные неподвижные точки  $N_1, N_2$  могут быть найдены как непосредственно из графика функции последования (рис. 3), так и из равенства (22).

На рис. 4, приведены бифуркационные диаграммы, представляющие собой зависимости координат  $y_{2N_1}, y_{2N_2}$  неподвижных точек  $N_1$  и  $N_2$  от параметра. Определив по (18) значение  $y_1$ , соответствующее  $y_2$ , можно найти по (13) приращения «старых» координат  $h^1 = y_1 f_{p11} + y_2 f_{p21}$ ,  $h^2 = y_1 f_{p12} + y_2 f_{p22}$ , зависимости которых от параметра также приведены на рис. 4. Относительные ток и напря-

жение, например в неподвижной точке  $N_1$ , находятся из равенства  $x_{1N_1} = x_{1N} + h_{N_1}^1$ ,  $x_{2N_1} = x_{2N} + h_{N_1}^2$ . После этого можно найти амплитуду колебаний [1]. Для сравнения на рис. 4 штриховыми линиями показаны точные зависимости, рассчитанные по методике [1]. Эти зависимости проверены экспериментально на макете с параметрами, приведенными в [1].

Различия бифуркационных диаграмм, построенных по изложенной методике, и точных зависимостей увеличиваются по мере удаления от критической точки. Необходимо учитывать, что равенство (22) дает дополнительную погрешность, обусловленную отбрасыванием членов выше третьего порядка малости в (21). Кривые на рис. 3 определяются точнее.

Как видно из рис. 4, а, при  $K_0 = 40$ ,  $K_{0t} = 0$  система устойчива, поскольку, как показывают расчеты,  $K_0 < K_{0kp} = 42,1607$ ; корни  $\lambda_{1,2}$  уравнения (9) комплексно сопряженные и располагаются на окружности с радиусом  $\exp(-\zeta \tau_n) = 0,941764$  вблизи левой границы круга единичного радиуса. Введение обратной связи по току реактора фильтра ( $K_{0t} > 0$ ) приводит сначала к перемещению корней  $\lambda_{1,2}$  к действительной оси, отдаляя их от границы круга единичного радиуса, при  $K_{0t} \approx 0,13$  корни сливаются на действительной оси, достигая значения  $\lambda_1 = \lambda_2 \approx -0,85$ . Дальнейшее увеличение  $K_{0t}$  приводит к перемещению корня  $\lambda_2$  влево по действительной оси, а корня  $\lambda_1$  вправо. При  $K_{0t} \approx 0,16$  ( $\lambda_2 \approx -1$ ,  $\lambda_1 = -0,72690$ ) нарушается устойчивость простой неподвижной точки с координатами  $x_{1N} = 0,454593$ ,  $x_{2N} = 0,679359$ , происходит мягкое возбуждение колебаний на частоте  $f/2$ , амплитуда которых при дальнейшем увеличении  $K_{0t}$  плавно нарастает.

Колебания в наибольшей степени сказываются на кривой тока  $x_1(\tau)$  и длительности импульсов  $\tau_1$ , которая в один период увеличивается, в другой — уменьшается. С ростом  $K_{0t}$  изменяются и координаты простой неподвижной точки, которая стала неустойчивой, но мы отсчитываем приращения координат  $h_{N_1}^1$ ,  $h_{N_2}^1$ ,  $h_{N_1}^2$  и  $h_{N_2}^2$  от этой точки. Например, при  $K_{0t} = 0,4$  эти координаты  $x_{1N} = 0,447502$ ,  $x_{2N} = 0,675115$ , токовая координата одной из двукратных неподвижных точек  $x_{1N_1} = x_{1N} + h_{N_1}^1$  увеличивается на  $h_{N_1}^1 = 0,155846$ , т. е. примерно на 34 %, а координата второй уменьшается на  $-h_{N_2}^1 = 0,126275$ , т. е. на 27 %. Отклонения относительного напряжения за счет колебаний на частоте  $f/2$  при  $K_{0t} = 0,4$  составляют  $h_{N_1}^2 = 0,00106$  и  $h_{N_2}^2 = -0,00174$ , т. е. не превышают 2,5 %. Это приводит к соответствующему увеличению амплитуды пульсаций выходного напряжения.

Аналогичные пояснения могут быть даны к бифуркационным диаграммам на рис. 4, б, соответствующим  $K_{0t} = 0$ . При  $K_0 > K_{0kp}$ , как было отмечено, происходит нарушение устойчивости за счет перехода корня  $\lambda_2$  уравнения (9) через значение  $-1$  и мягкое возбуждение колебаний на частоте  $f/2$ .

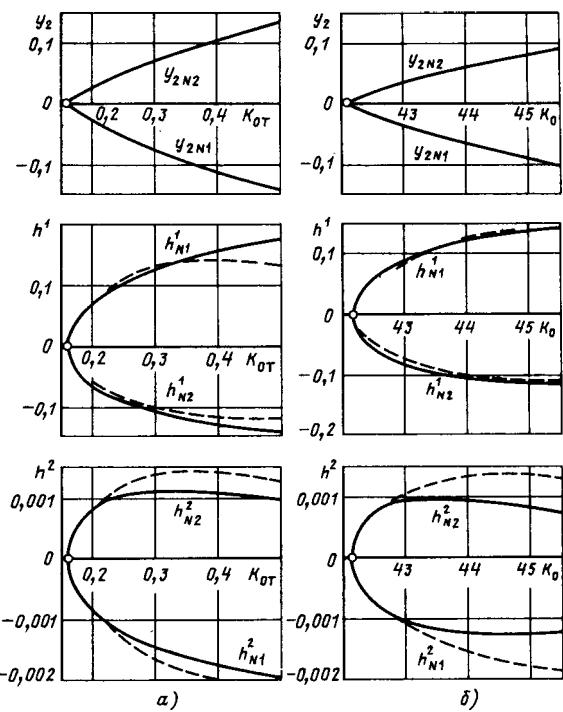


Рис. 4. Бифуркационные диаграммы для  $Q_0 = 10$ ;  $q = 0,2$ ;  $\sqrt{LC}/T = 2,5$ ;  $u = 0,7$ ; а —  $K_0 = 40$ ; б —  $K_{0t} = 0$

Как показано в [10], введение обратной связи по току ( $K_{0t} \neq 0$ ) при  $\gamma = \tau_1/\tau_n < 0,5$  расширяет область устойчивой работы, при  $\gamma > 0,5$  — сужает эту область. Кривые на рис. 3 и 4 соответствуют  $\gamma > 0,5$ . В нормальном же режиме работы, когда устойчивость обеспечена, при отсутствии токовой связи корни уравнения (9) располагаются на окружности с радиусом  $\exp(-\zeta \tau_n)$ , т. е. модуль корней  $|\lambda_{1,2}|$  близок к единице, следствием чего является высокая колебательность и большая длительность переходных процессов в ИСН. С увеличением коэффициента  $K_{0t}$ , выбираемого так, чтобы в нормальном режиме корни  $\lambda_{1,2}$  были комплексно сопряженными, годограф корней, уменьшаясь в размерах, стягивается к началу координат. Это приводит к существенному улучшению динамических показателей качества ИСН, зависящих также от относительной постоянной времени  $\sqrt{LC}/T$ .

Коэффициент усиления  $K_0$  на практике выбирается из условия обеспечения требуемой статической точности и устойчивости ИСН с учетом результатов, полученных в [10]. Коэффициент  $K_{0t}$  выбирается так, чтобы обеспечивались требуемые динамические показатели качества (перерегулирование и длительность переходных процессов). Для того чтобы обратная связь по току не вызывала существенного сужения области устойчивости при  $\gamma > 0,5$ , согласно [10] необходимо выполнение условия

$$\frac{K_{0\tau}}{q}(2\gamma - 1) \frac{\sqrt{LC}}{T} \ll K_0[0.5 - \gamma(1 - \gamma)],$$

которое в большинстве случаев выполняется.

Поскольку, как было отмечено, в процессе эксплуатации параметры ИСН не остаются постоянными, то после изучения характера и параметров колебаний на границе устойчивости производится уточнение значений  $K_0$  и  $K_{0\tau}$  в сторону повышения, либо снижения запасов устойчивости.

**Приложение. 1.** В [2] получены следующие формулы для определения элементов матриц (3):

$$\begin{aligned} a_{11}(\tau) &= \zeta(\tau) - (\zeta - \sqrt{K_\phi} q)\sigma(\tau)/\beta; \\ a_{12}(\tau) &= -(\sqrt{K_\phi}/q)\sigma(\tau)/\beta; \quad a_{21}(\tau) = \sqrt{K_\phi} q\sigma(\tau)/\beta; \\ a_{22}(\tau) &= \zeta(\tau) + (\zeta - \sqrt{K_\phi} q)\sigma(\tau)/\beta; \\ b_1(\tau) &= b_2(\tau) + (\sqrt{K_\phi} q)^{-1}\sigma(\tau)/\beta; \\ b_2(\tau) &= 1 - \zeta(\tau) = \xi\sigma(\tau)/\beta, \end{aligned} \quad (\Pi-1)$$

где  $\zeta = \sqrt{K_\phi}(1/Q_0 + q)/2$  — коэффициент затухания фильтра;  $\beta = \sqrt{1 - \zeta^2}$  — относительная собственная частота фильтра;  $Q_0 = \sqrt{L/C}/r$  — добротность  $LC$ -фильтра без учета затухания, вносимого нагрузкой  $R$ ;  $q = \sqrt{L/C}/R$  — коэффициент нагрузки.

В выражениях (П-1) используются вспомогательные функции

$$\sigma(\tau) = e^{-\zeta\tau} \sin \beta\tau; \quad \xi(\tau) = e^{-\zeta\tau} \cos \beta\tau. \quad (\Pi-2)$$

2. Определение дифференциалов высших порядков отображений. Второй дифференциал отображения  $x = f(x)$ , входящий в равенство (10), определяется дифференцированием первого дифференциала, задаваемого соотношением (7):

$$\begin{aligned} [f'(x_N)h_1]' &= - \left[ \frac{\partial B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right]' = \\ &= - \frac{\partial^2 B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right) - \frac{\partial B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \times \\ &\quad \times \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right), \end{aligned}$$

$$\text{где } - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \right)', h_1 \right\rangle =$$

$$= h_1^\dagger \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \right)'.$$

Обозначив

$$T_2 = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} \right)' = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_2^2} \end{array} \right\|$$

получим

$$f''(x_N)(h_1, h_2) = (f'(x_N)h_1)'h_2 =$$

$$= - \frac{\partial^2 B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right) \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_2 \right) - \frac{\partial B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \times \\ \times h_1^\dagger T_2 h_2, \quad (\Pi-3)$$

где  $\frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1$ ,  $\frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_2$  и  $h_1^\dagger T_2 h_2$  — скалярные величины.

Аналогично находим

$$\begin{aligned} f'''(x_N)(h_1, h_2, h_3) &= ([f'(x_N)h_1]'h_2)'h_3 = \\ &= - \frac{\partial^3 B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^3} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right) \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_2 \right) \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_3 \right) - \\ &- \frac{\partial^2 B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \left[ \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_1 \right) h_2^\dagger T_2 h_3 + \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_2 \right) h_1^\dagger T_2 h_3 + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x} h_3 \right) h_1^\dagger T_2 h_2 \right] - \frac{\partial B(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} h_1^\dagger \frac{\partial}{\partial x} (T_2 h_2) h_3. \end{aligned} \quad (\Pi-4)$$

3. Выражения для коэффициентов, входящих в соотношения (10), (11). Преобразуя формулы (11) с учетом выражений (8), (П-3), (П-4), находим:

$$R_{i1} = - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \right)^2 + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1^2} \right];$$

$$R_{i2} = - \left[ \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right];$$

$$R_{i3} = - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_2^2} \right];$$

$$\begin{aligned} S_{i1} &= - \frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^3} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \right)^3 + 3 \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^3 \tau_1}{\partial x_1^3} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{i2} &= - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^3 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^3} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \right)^2 \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \left( \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1^2} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} + 2 \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^3 \tau_1}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{i3} &= - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^3 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^3} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_2^2} + 2 \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^3 \tau_1}{\partial x_1 \partial x_2^2} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{i4} &= - \frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^3} \left( \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \right)^3 + 3 \frac{\partial^2 b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial b_i(\tau_n - \tau_1)}{\partial \tau_1} \frac{\partial^3 \tau_1}{\partial x_2^3} \right], \end{aligned}$$

где  $i=1,2$ ; производные, необходимые для вычисления этих коэффициентов, в статье определялись аналитически (они могут быть найдены и численными методами).

4. Выражения для коэффициентов, входящих в соотношения (16), (17), получаются преобразованием скалярных произведений, входящих в равенства (16), (17) с учетом формул для второго и третьего дифференциалов (П-3), (П-4) и формул для левых собственных векторов (15):

$$m_{11} = \frac{1}{2} \langle f''(x_N)(f_{p1}, f_{p1}), f_{L1} \rangle = \alpha_1 f_{p11}^2 + 2\alpha_2 f_{p11} f_{p12} + \alpha_3 f_{p12}^2;$$

$$m_{12} = \langle f''(x_N)(f_{p1}, f_{p2}), f_{L1} \rangle = 2[\alpha_1 f_{p11} f_{p21} + \alpha_2(f_{p11}, f_{p22} + f_{p12} f_{p21}) + \alpha_3 f_{p12} f_{p22}];$$

$$m_{13} = \frac{1}{2} \langle f''(x_N)(f_{p2}, f_{p2}), f_{L1} \rangle = \alpha_1 f_{p21}^2 + 2\alpha_2 f_{p21} f_{p22} + \alpha_3 f_{p22}^2;$$

$$\alpha_1 = R_{11} f_{L11} + R_{21} f_{L12}; \quad 2\alpha_2 = R_{12} f_{L11} + R_{22} f_{L12}; \\ \alpha_3 = R_{13} f_{L11} + R_{23} f_{L12};$$

$$n_{11} = \frac{1}{6} \langle f'''(x_N)(f_{p1}, f_{p1}, f_{p1}), f_{L1} \rangle = \beta_1 f_{p11}^3 + 3\beta_2 f_{p11}^2 f_{p12} + 3\beta_3 f_{p11} f_{p12}^2 + \beta_4 f_{p12}^3;$$

$$n_{12} = \frac{1}{2} \langle f'''(x_N)(f_{p1}, f_{p1}, f_{p2}), f_{L1} \rangle = 3[\beta_1 f_{p11}^2 f_{p21} + \beta_2 f_{p11}(f_{p11} f_{p22} + 2f_{p12} f_{p21}) + \beta_3 f_{p12}(f_{p12} f_{p21} + 2f_{p11} f_{p22}) + \beta_4 f_{p12}^2 f_{p22}];$$

$$n_{13} = \frac{1}{2} \langle f'''(x_N)(f_{p1}, f_{p2}, f_{p2}), f_{L1} \rangle = 3[\beta_1 f_{p11} f_{p21}^2 + \beta_2 f_{p21}(f_{p12} f_{p21} + 2f_{p11} f_{p22}) + \beta_3 f_{p22}(f_{p11} f_{p22} + 2f_{p12} f_{p21}) + \beta_4 f_{p12} f_{p22}^2];$$

$$n_{14} = \frac{1}{6} \langle f'''(x_N)(f_{p2}, f_{p2}, f_{p2}), f_{L1} \rangle = \beta_1 f_{p21}^3 + 3\beta_2 f_{p21}^2 f_{p22} + 3\beta_3 f_{p21} f_{p22}^2 + \beta_4 f_{p22}^3;$$

$$\beta_1 = S_{11} f_{L11} + S_{21} f_{L12}; \quad \beta_2 = (S_{12} f_{L11} + S_{22} f_{L12})/3; \\ 3\beta_3 = S_{13} f_{L11} + S_{23} f_{L12}; \quad \beta_4 = S_{14} f_{L11} + S_{24} f_{L12}.$$

Выражения для коэффициентов  $m_{21}$ ,  $m_{22}$ ,  $m_{23}$  получаются из выражений для  $m_{11}$ ,  $m_{12}$ ,  $m_{13}$  при замене  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  соответственно на  $\varphi_1 = R_{11} f_{L21} + R_{21} f_{L22}$ ;  $\varphi_2 = (R_{12} f_{L21} + R_{22} f_{L22})/2$ ;  $\varphi_3 = R_{13} f_{L21} + R_{23} f_{L22}$ . Аналогично для получения  $n_{21}$ , ...,  $n_{24}$  нужно в выражениях для  $n_{11}$ , ...,  $n_{14}$  заменить  $\beta_1$ , ...,  $\beta_4$  на  $\psi_1 = S_{11} f_{L21} + S_{21} f_{L22}$ ;  $\psi_2 = (S_{12} f_{L21} + S_{22} f_{L22})/3$ ;  $3\psi_3 = S_{13} f_{L21} + S_{23} f_{L22}$ ;  $\psi_4 = S_{14} f_{L21} + S_{24} f_{L22}$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белов Г. А., Картузов А. В. Колебания в импульсном стабилизаторе напряжения вблизи границы устойчивости.— Электричество, 1988, № 7.

2. Белов Г. А. Высокочастотные тиристорно-транзисторные преобразователи постоянного напряжения.— М.: Энерготехиздат, 1987.

3. Марсден Дж., Мак-Красен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения.— М.: Мир, 1980.

4. Йосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций.— М.: Мир, 1983.

5. Шамриков Б. М. Основы теории цифровых систем управления.— М.: Машиностроение, 1985.

6. Неймарк Ю. И. Динамические системы и управляемые процессы.— М.: Наука, 1978.

7. Зорич В. А. Математический анализ. Ч. II.— М.: Наука, 1984.

8. Ланкастер П. Теория матриц.— М.: Наука, 1978.

9. Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1978.

10. Белов Г. А., Кузьмин С. А. Условия устойчивости и коэффициент стабилизации импульсного стабилизатора с обратными связями по току и напряжению.— Электронная техника в автоматике. 1984, вып. 15.

[24.04.90]

УДК 621.314.5

## Фазовое управление вентильными преобразователями на базе восемиразрядных микропроцессоров

ЧАПЛЫГИН Е. Е.

**Постановка вопроса.** Технико-экономические достоинства устройств управления, выполненных на программируемых БИС, обуславливают активное внедрение микропроцессоров (МП) в преобразовательную технику. Возможно решение задачи управления, как при использовании достаточно универсальных микро-ЭВМ, так и построение встроенных контроллеров с весьма простой струк-

турой и программным обеспечением. Задачи управления вентильными преобразователями с естественной коммутацией вентилей можно разбить на ряд проблем: 1) организация фазового управления, т. е. преобразование управляющих сигналов в углы управления тиристоров и распределение управляющих импульсов; 2) создание регуляторов систем, формирующих управляющий сиг-

нал под воздействием задающих сигналов и сигналов обратной связи, обрабатываемых по заданному закону; 3) осуществление защиты по цепям управления; 4) организация диагностики и само-диагностики системы управления и вентильного преобразователя в целом и т. д. В данной статье рассмотрена организация фазового управления, а также возможность взаимодействия при решении данной задачи и других в пределах микропроцессорной системы управления.

Объектом рассмотрения выбраны восьмиразрядные МП, широко применяемые для построения встроенных контроллеров, имеющие низкую стоимость и развитый набор микропроцессорных компонентов. Однако главный интерес к восьмиразрядным МП связан с появлением и развитием однокристальных микроЭВМ, использование которых значительно улучшает технико-экономические показатели встроенных контроллеров. Принципы построения устройств фазового управления на восьмиразрядных МП, например, на МП K580M80A, успешно реализуемы и при использовании однокристальных микроЭВМ серии 1816.

При построении программных устройств фазового управления необходимо учитывать два вида квантования сигналов. Во-первых, это квантование по уровню, обусловленное ограниченным форматом управляющего сигнала. Во-вторых, это квантование по времени, связанное с тем, что между вводом информации и принятием решения в микропроцессорной системе существует временной интервал, который вызывает дискретизацию углов управления и зависит от быстродействия МП, а также от принятого алгоритма работы. Обработка данных двойного формата снижает дискретизацию по уровню, но нерационально увеличивает дискретизацию по времени, и поэтому здесь не рассматривается.

В статье анализируются возможности построения МП-систем, не уступающих существующим аппаратурным решениям по быстродействию и точности, при этом ставится задача минимизации аппаратурных затрат на реализацию микропроцессорных решений.

**Особенности фазового управления**, рассматриваемого в статье сводятся к следующему. Анализ ограничен синхронными системами управления вертикального типа в силу присущих им высоких динамических показателей. Модуляция угла управления осуществляется по принципу ШИМ-2. Такая организация фазового управления позволяет достичь высоких динамических показателей и оптимально реализовать функции регулятора системы управления.

Рассматриваемые решения реализуют одноканальный принцип управления, поскольку многоканальные решения обладают информационной избыточностью. На рис. 1, а показаны опорные (развертывающие) сигналы в многоканальной системе фазового управления  $K_{\text{оп}} = K_1 \dots K_m$  и управ-

ляющий сигнал  $K_y$ . Легко видеть, что для выработки углов управления необходимы только отрезки опорных сигналов  $K_{\text{оп}i}$  между включениями ( $i = 1$ ) и  $i$ -го тиристоров. Таким образом, в системе может быть сформирован выделенный на рис. 1, а единый опорный сигнал. Различные типы одноканальных систем фазового управления вертикального типа описаны в [1]. Особенностью рассматриваемых систем является равенство межкоммутационных интервалов при постоянстве  $K_y$  вне зависимости от симметрии сети. Такое свойство преобразователя, как показывает гармонический анализ, позволяет максимально ослабить нежелательные гармонические составляющие на выходе преобразователя при несимметрии сети. Для достижения указанного свойства синхронизация рассматриваемых систем осуществляется от одной фазы сети один раз за период. Фазовая характеристика рассматриваемых систем описывается выражением

$$\alpha = \pi(1 - K_y/K_{ym}).$$

Способы ее преобразования в арксинусоидальную форму описаны в [1].

Среди трех описанных в [1] способов одноканального управления при программной реализации можно выделить два: адресное кодирование и зонное кодирование. При адресном кодировании формируется один развертывающий сигнал  $K_{\text{оп}0}$  (см. рис. 1, а). Сигналы развертки для других вентиляй формируются при вычислении  $K_* = K_{\text{оп}0} + nD$ , где  $n$  — номер вентиля  $[0 - (m-1)]$ ;  $m$  — пульсность вентильного преобразователя;  $D = (2\pi/m) \times (dK_{\text{оп}}/d\theta)$ . При циклическом изменении  $n$  соответственно формируются  $K_*(n)$  и обеспечивается распределение управляющих импульсов.

Основные показатели системы с адресным кодированием [3] приведены в таблице. Недостатком такой системы является грубая дискретизация по уровню: в восьмиразрядной системе  $K_y$  принимает 128 значений, что соответствует дискретизации угла управления через  $1,41^\circ$ . Этот недостаток преодолевается в известной системе с зонным кодированием [1], которая применена в МП-системе управления в [2] при реализации как ШИМ-1, так и ШИМ-2. В последнем случае для сравнения управляющего и опорного кодов используется аппаратная цифровая схема сравнения.

В отличие от адресного кодирования, где единый опорный сигнал формируется из отрезков сетевых напряжений между включениями ( $i = 1$ ) и  $i$ -го вентиля (рис. 1, а) при зонном кодировании единый опорный сигнал возникает потому, что наблюдение за управляющим сигналом ведется только в пределах зоны ( $Z=00, 01, 10$ ), в которой находится его текущее значение (рис. 1, а). Формат магистрали данных при этом соответствует ширине зоны (число  $D$ ), это позволяет уменьшить дискретизацию угла управления в восьмиразрядных си-

**Основные параметры систем фазового управления на МПК 580М80А ( $m=6$ , тактовая частота 2,5 МГц)**

Параметр	Адресное кодиро- вание	Полу- адресное кодиро- вание	Адресное кодиро- вание с уточ- нением	Комбиниро- ванный зонноадрес- ный способ
$K_{ym}$	127	255	1023	767
$K_{on\ m}$	255	511	255	1535
$D$	42,7	85,3	42,7	42,7
$\theta_{ст}$ , град.	1,41	0,7	1,4	0,23
Уточн., град	—	—	0,176	—
$\theta_{опр}$ , град	0,22*	0,22*	0,22*	0,19—0,32*
$\theta_{зад}$ , град	0,33*	0,33*	1,4—2,8	0,55*
Емкость портов ввода, бит	15	17	18	31 (21**)
Емкость ПЗУ, байт	41	62	56	58
$f_{сч}$ , кГц	12,8	25,6	12,8	76,8
Ограничение нарастания $K_y$	нет	нет	нет	малое
Ограничение спада $K_y$	нет	нет	нет	нет

\*\* цифра в скобках соответствует минимизации портов ввода за счет организации пересылок между разрядами при адресном кодировании, емкость ПЗУ при этом возрастает.

стемах при  $m=6$  до  $0,23^\circ$ . Однако при зонном кодировании при модуляции угла управления теряется информация о номере включаемого вентиля, что требует применения распределителя, синхронизированного от питающей сети.

Подобная двойная синхронизация (распределитель и источник опорного кода) весьма нежелательна, так как возможны эффекты состязаний, особенно при работе от несимметричной сети. Поэтому непосредственное применение способов фазового управления, используемых в аппаратных устройствах, нецелесообразно, и в данной статье рассматриваются иные решения, более полно использующие возможности программного управления и ранее не описанные исследователями.

В рассматриваемых системах все задачи фазового управления решаются программным способом за исключением формирования сигнала развертки, возложенного на внешний счетчик (таймер), заполняемый импульсами с частотой  $f_{\text{сч}} = k_{\text{сч}} f_c$ , где  $f_c$  — частота сети. Счетчик устанавливается один раз в течение периода при естественной коммутации  $V_0$  (или в момент, отстоящий от естественной коммутации на полпериода). За период код счетчика  $K_{\text{оп}}$  меняется от  $K_{\text{опт}}$  до 0, угловой интервал дискретизации опорного сигнала обозначаем  $\theta_{\text{сч}} = 2\pi/K_{\text{опт}}$ ;  $k_{\text{сч}} = k_{\text{опт}} + 1$ . На выходе МП-системы управления формируются  $m$ -разрядные кодовые слова  $W_n$ , каждый разряд которых соответствует состоянию определенного вентиля: 1 — вентиль включен, 0 — выключен.

**Сравним три способа микропроцессорного фазового управления.**

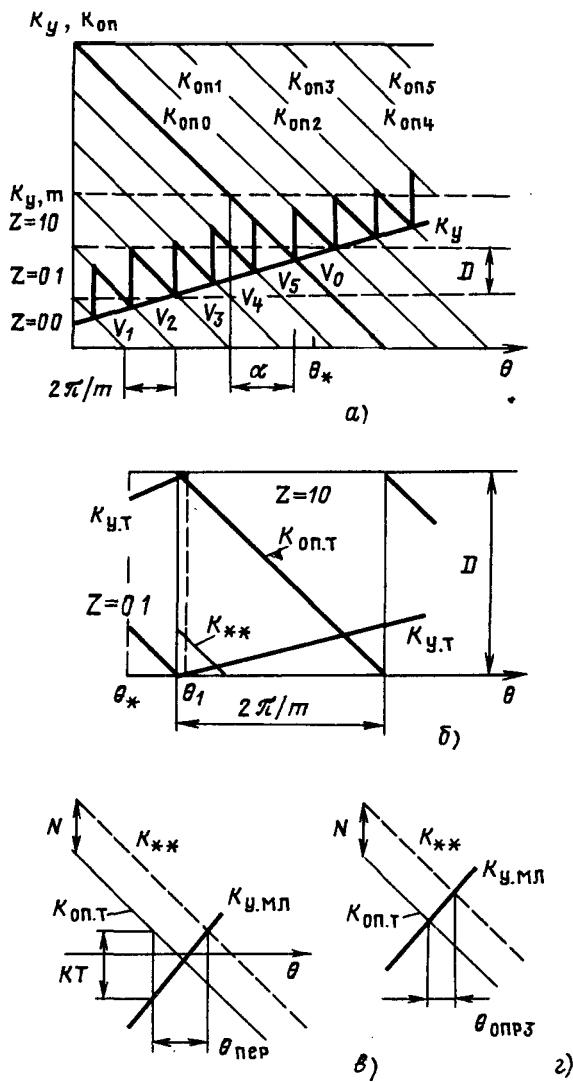


Рис. 1. Временные диаграммы сигналов в системе управления выпрямителем: а — адресное кодирование; б — зонное кодирование; в, г — сигналы в системе с зонным кодированием в динамических режимах

**Полуадресное кодирование.** В этом случае  $K_y \subset [0 - (2^8 - 1)]$ ,  $k_{\text{сч}} = 2^9$ . Единый опорный код изменяется от  $(2^9 - 1)$  до 0.

Структурная схема программы фазового управления приведена на рис. 2, а. В одном из РОН реализуется счетчик вентиляй, при  $m=6$  значение  $n$  меняется от нуля до пяти. В ПЗУ системы хранятся выходные шестиразрядные слова, определяющие состояние силовых тиристоров:  $W_0 = 100001$ ,  $W_1 = 110000$ ,  $W_2 = 011000$ ,  $W_3 = 001100$ ,  $W_4 = 000110$ ,  $W_5 = 000011$ , адреса которых связаны зависимостью  $A = \text{const} + n$ . Там же хранятся константы  $n'D$ , где  $n' = n$ , если  $n < 3$ , либо  $n' = n - 3$ , если  $n \geq 3$ . В данной системе  $D = 2^8/3$ . При включении преобразователя устанавливается  $n=0$ , константа  $n'D$  переносится из ПЗУ в РОН.

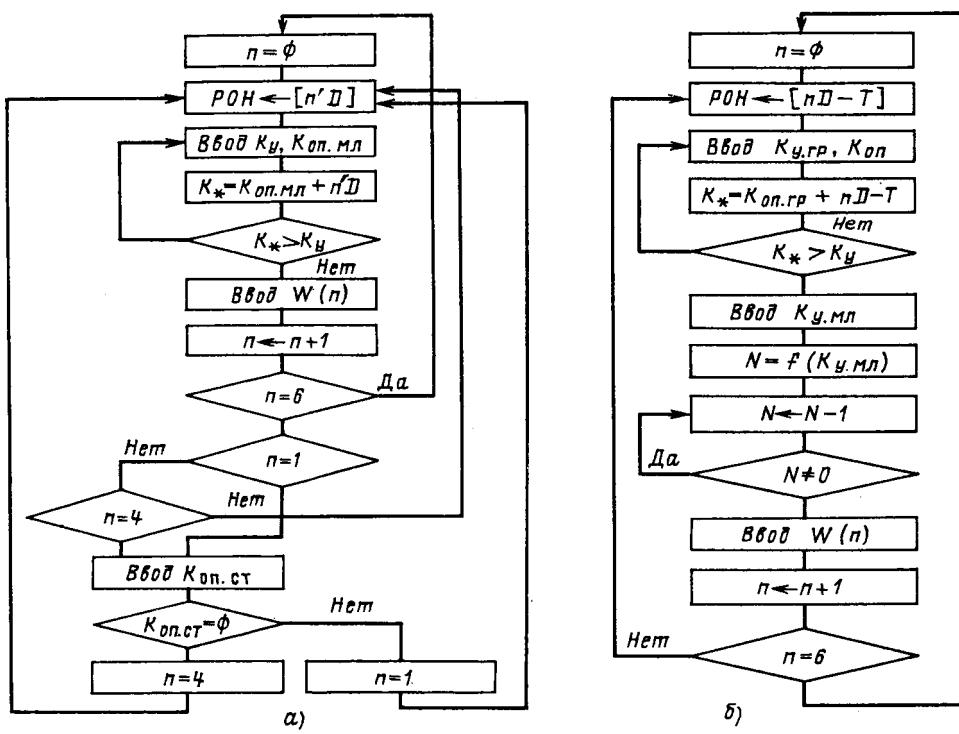


Рис. 2. Структурные схемы программ систем управления с полуадресным кодированием (а) и адресным кодированием с уточнением (б)

Вводят значения  $K_y$  и восемь младших разрядов опорного сигнала  $K_{оп.mл}$  и сравнивают их, повторяя операции до достижения  $K_y > K_{оп.mл}$ . Угловой интервал между вводами пары  $K_{оп.mл}$ ,  $k_y$  называется углом опроса  $\theta_{опр}$ .

При достижении  $K_y > K_{оп.mл}$  выводят на выходные формирователи кодовое слово  $W_0$ . При этом возможны два варианта: а) анодное напряжение вентиля  $V_0$  положительно и он включается; б) анодное напряжение  $V_0$  отрицательно и вентиль включиться не может. Затем переключается РОН, хранящий  $n$ :  $n \leftarrow n+1$ . При  $n=1$  вводится в МП старший разряд  $K_{оп.st}$ , хранившийся в порту ввода со времени последнего опроса порта  $k_{оп.mл}$ . Если  $K_{оп.st}=0$  (см. рис. 1, а), то состояние  $n$  не меняется и готовится включение вентиля  $V_1$ , если же  $K_{оп.st}=1$  (в этом случае  $V_0$  не включился), тогда устанавливается  $n=4$  и готовится включение  $V_4$ , который будет первым вступившим в работу вентилем. Далее вентили вступают в работу в циклическом порядке, причем двухкратно за период проверяется выбор между вентилями  $V_1$  и  $V_4$ . Необходимость этой проверки (запрос номера полупериода сети) связана с тем, что в отличие от адресного кодирования информация при сравнении  $K_*$  и  $K_y$  неполно определяет номер вентиля, так как вентили  $V_n$  и  $V_{n+3}$  имеют одинаковые сигналы  $K_*$ .

Точность системы фазового управления (при поддержании стабильности коэффициента  $k_{сч}$  при изменении частоты сети) обусловлена  $\theta_{опр}$  и дискретизацией опорного сигнала  $K_{оп}$ . При реализации полуадресного кодирования решающую

роль играет второй фактор,  $\theta_{сч}=0,7^\circ$ . Такая дискретизация  $\alpha$  приемлема для многих систем. Система с полуадресным кодированием имеет наиболее простую программу (объем которой в ПЗУ указан в таблице), минимальную среди рассматриваемых систем емкость входных портов. Как и в других рассматриваемых системах, вся оперативная информация записывается в РОН, для реализации фазового управления не требуется использования ОЗУ. Уменьшение времени опроса достигается использованием косвенной адресации.

**Адресное кодирование с уточнением по методу ШИМ-1.** В  $(q+7)$ -разрядном коде  $K_y$  выделяют семь старших разрядов и подают их напорт ввода  $K_{y.gr}$ . Формируют восемиразрядный опорный код  $K_{оп}$  (см.  $K_{оп.0}$  на рис. 1, а). В этой системе  $D=2^8/3$ ;  $T$  — небольшое целое число. Как и в системе с полуадресным кодированием, организуем в одном из РОН счетчик вентилем  $n \in [0-(m-1)]$ , код в котором позволяет найти в ПЗУ выходные слова  $W_n$  и константы  $nD-T$ . На рис. 2, б приведена структурная схема программы.

При включении системы устанавливают  $n=0$ , переносят из ПЗУ константу  $nD-T$ . Вводят  $K_{y.gr}$  и  $K_{оп}$ , сравнивают  $K_{y.gr}$  и  $K_* = K_{оп} + nD - T$ , повторяя ввод до тех пор пока не достигается  $K_* < K_{y.gr}$ . Затем следует ввод из специального порта младших разрядов управляющего сигнала  $K_{y.mл}$ , которые хранятся в порту с момента последнего обращения к порту  $K_{y.gr}$ . Далее программным путем организуется задержка с дли-

тельностью

$$\theta_{\text{зад}} = \frac{1}{dK_{\text{оп}}/d\theta} \left[ T - \frac{K_{y,\text{мл}}}{K_{y,\text{мл},m}} \right] = \theta_{\text{ст}} \left[ T - \frac{K_{y,\text{мл}}}{K_{y,\text{мл},m}} \right].$$

При  $K_{y,\text{мл}} = K_{y,\text{мл},m}$  задержка минимальна и должна быть достаточна для выполнения операций между вводом  $K_{y,\text{гр}}$  и выводом кодового слова  $W_n$ . Для этого достаточно принять  $T = 2$ . Программная организация задержки заключается в организации  $N$  циклов длительностью  $\theta_{\text{ст}}/2^q$ . Обозначим интервал, необходимый для выполнения всех операций программы от ввода  $K_{y,\text{гр}}$  до вывода  $W_n$  за исключением отработки цикла задержки, через  $\theta_{\text{пр}}$ , тогда

$$N = T2^q - K_{y,\text{мл}} - \theta_{\text{пр}}2^q/\theta_{\text{ст}}.$$

При выборе числа разрядов  $K_{y,\text{мл}}$ , уточняющих угол управления, следует учесть, что уточнение не может быть за пределами угла  $\theta_{\text{опр}}$ , в противном случае уточнение нивелируется шумами квантования угла управления, т. е.

$$q = \lfloor \log_2(\theta_{\text{ст}}/\theta_{\text{опр}}) \rfloor,$$

где  $\lfloor \rfloor$  — знак округления до ближайшего большого целого числа.

После формирования задержки и выдачи кодового слова  $W_n$  осуществляется инкремент  $n$  и начинается процесс определения угла управления следующего вентиля.

Особенность данной системы заключается в том, что задержка между вводом информации в систему и выводом слова  $W_n$  является функцией  $K_y$  и содержит как постоянную, так и переменную составляющую, что присуще системам с ШИМ-1. Однако эта задержка столь мала (см. таблицу), что вся система в целом может рассматриваться как реализация ШИМ-2. Основные показатели системы приведены в таблице. Достоинством системы является высокая точность задания угла управления. Однако при этом увеличивается емкость портов ввода.

**Комбинированный адресно-зонный способ управления.** Как и в предыдущем способе, в адресно-зонном комбинированном управлении имеются две системы отсчетов — грубый отсчет, осуществляемый по способу адресного кодирования, используемый для обеспечения надежного распределения управляемых импульсов, и точный отсчет, выполняемый по способу зонного кодирования. Структурная схема программы приведена на рис. 3. Сравнение рис. 3 и 2, б показывает, что части программ, организующие адресное кодирование (грубый отсчет), в них совпадают. Различие заключается в том, что в рассматриваемом способе  $K_{\text{оп.гр}} = 192$ ,  $K_{y,\text{гр}} = 96$ , а  $D = 32$ , при грубом отсчете  $\theta_{\text{ч.а}} = 1,88^\circ$ . При грубом отсчете в МП вводятся восемь старших разрядов кода  $K_{\text{оп}}$  и семь разрядов кода  $K_y$ . Вблизи равен-

ства  $K_{y,\text{гр}} = K_{\text{оп.гр}}$  (до выполнения равенства не хватает величины  $T$ ) МП приступает к обработке сигналов по методу зонного кодирования, при этом вводят сигналы точного отсчета: по восемь старших разрядов  $K_{\text{оп}}$  и  $K_y$  — соответственно  $K_{\text{оп.т}}$  и  $K_{y,\text{т}}$ . Некоторые разряды величин  $K_{\text{оп}}$  и  $K_y$  могут входить как в сигналы грубого, так и точного отсчета.

При зонном кодировании величина  $K_{y,\text{гр}}$  разбивается на  $m/2$  зон, как показано на рис. 1, а (номер зон  $Z = 00, 01, 10$ , при  $m = 6$ ). Наблюдение за управляемым сигналом ведется только в пределах той зоны, которой он принадлежит. При этом сигнал развертки один для всех вентилей. В отличие от метода адресного кодирования, где единый опорный сигнал состоит из отрезков опорных напряжений, ограниченных моментами включения вентилей, при зонном кодировании отрезки ограничены соседними моментами естественной коммутации. Наблюдение сигналов в пределах зоны означает отбрасывание старших разрядов  $K_{\text{оп}}$  и  $K_y$ . За счет этого удается при ограниченном формате данных значительно повысить точность ( $\theta_{\text{ст}}$  уменьшается в  $m$  раз по сравнению с адресным кодированием).

Однако сравнение сигналов позволяет лишь фиксировать момент включения одного из вентилей, но не дает информации для распределения управляющего импульса. Недостатки широко распространенного синхронного распределителя известны [1, 3]. В [4, 5] описаны иные способы

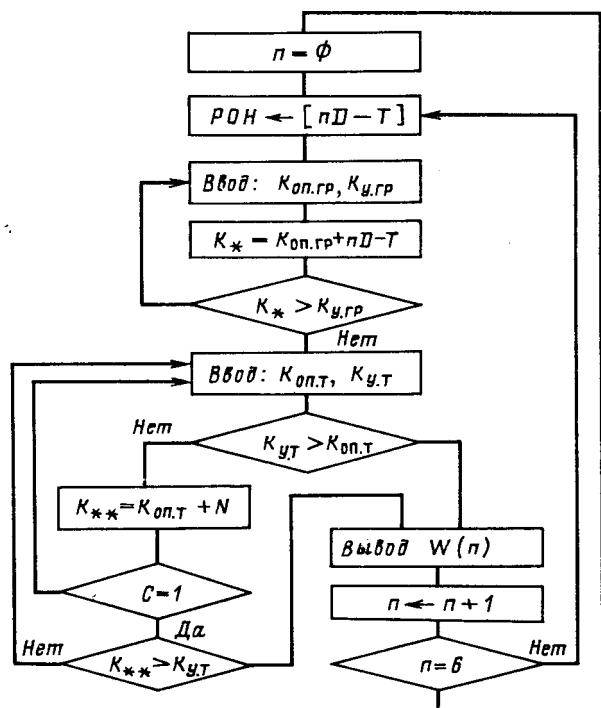


Рис. 3. Структурная схема программы системы управления с комбинированным адресно-зонным управлением

распределения импульсов при зонном кодировании для аппаратных решений, основанные на сочетании адресного и зонного принципов. Однако в указанных системах имеется жесткое ограничение на скорости изменения управляющих сигналов, иначе в системе может произойти сбой. Программная реализация системы (рис. 3) позволяет в значительной мере эти ограничения устранить.

Пусть в момент  $\theta_*$  выполняется  $K_{**} = K_{\text{оп.гр}} + nD - T < K_{y,\text{гр}}$ . Система фазового управления от адресного кодирования переходит к зонному, от сигналов, показанных на рис. 1, а, к сигналам рис. 1, б (масштабы по всем осям в нем увеличены). На диаграмме показано, что при выходе сигнала за пределы диаграммы он появляется на диаграмме с противоположной стороны. При создании цифровых систем управления фиксация равенства двух сигналов ненадежна, так как при изменении дискретных сигналов точного равенства может не быть. В системах программного типа фиксация точного равенства может быть пропущена вследствие дискретизации моментов обращения к входной информации (интервал  $\theta_{\text{опр}}$ ). Поэтому в МП-системах фиксируется неравенство сигналов, в данном случае  $K_{y,t} > K_{\text{оп.т}}$ . Однако такая фиксация не обеспечивает надежной работы системы, например, показанный на рис. 1, б, режим, когда  $K_{y,t}$  покидает зону 01, совпадает с моментом, когда  $K_{y,t} = K_{\text{оп.т}}$ . Дискретизация по времени может препятствовать фиксации этого равенства, поэтому в начале периода повторения  $K_{\text{оп.т}}$  введено дополнительное условие срабатывания: при  $K_{**} = K_{\text{оп.т}} + N \geq D$  импульс управления вырабатывается также при  $K_{y,t} < K_{**} - D$ . Выбор целого числа  $N$  определяет важнейшие динамические показатели системы.

В отличие от систем рис. 2, а и б, где любые скачки управляющего сигнала отрабатываются системой, в адресно-зонной системе необходимы ограничения на скорость изменения управляющего сигнала. Наиболее жесткие условия фиксации равенства  $K_{\text{оп.т}}$  и  $K_{y,t}$  наложены в начале периода повторения  $K_{\text{оп.т}}$ , когда  $K_{**} \geq D$  (в аккумуляторе сигнал переполнения не фиксируется, он записан лишь в регистре признаков, поэтому фиксируется сигнал  $K_{**} - D$ , показанный на рис. 1, б). Пусть сигнал  $K_y$  нарастает с  $dK_y/d\theta = \text{const}$ . В момент последнего ввода  $K_{\text{оп.гр}}$  и  $K_{y,\text{гр}}$  (точка А на диаграмме рис. 1, в)  $K_{\text{оп.т}} - K_{y,t} = kT$ , где  $k = \theta_{\text{ст.а}}/\theta_{\text{ст.з}}$ , где  $\theta_{\text{ст.а}}$  и  $\theta_{\text{ст.з}}$  соответствуют режимам адресного и зонного кодирования. В момент ввода  $K_{\text{оп.т}}$  и  $K_{y,t}$  (точка В) сигнал  $K_{y,t} \leq K_{**}$ , иначе не будет зафиксировано пересечение  $K_{y,t}$  и  $K_{\text{оп.т}}$  и работа фазового управления нарушится (пропуск управляющего импульса). Отработка программы между моментами А (момент  $\theta_*$ ) и В занимает  $\theta_{\text{пер}}$ . Следовательно, за интервал  $\sigma_{\text{пер}}$  приращение  $K_y$  ограничено величиной

$$(\Delta K_y)_1 = kT + N - \frac{dK_{\text{оп.т}}}{d\theta} \theta_{\text{пер}},$$

а производная  $K_y$  ограничена величиной

$$\left( \frac{dK_y}{d\theta} \right)_{\max 1} = \frac{kT + N}{\theta_{\text{пер}}} - dK_{\text{оп.т}}/d\theta.$$

Срыв работы системы может быть тогда, когда за время опроса в системе зонного кодирования  $\theta_{\text{опр.з}}$  управляющий сигнал изменится больше, чем на величину  $(\Delta K_y)_2$  (рис. 1, г):

$$(\Delta K_y)_2 = N - \frac{dK_{\text{оп.т}}}{d\theta} \theta_{\text{опр.з}};$$

в этом случае производная ограничена:

$$\left( \frac{dK_y}{d\theta} \right)_{\max 2} = N/\theta_{\text{опр.з}} - dK_{\text{оп.т}}/d\theta.$$

Из величин  $(dK_y/d\theta)_{\max 1}$  и  $(dK_y/d\theta)_{\max 2}$  выбирается наименьшая, она и определяет ограничение по скорости нарастания  $K_y$ . Выбор  $N$  может сделать это ограничение несущественным для потребителя, однако само существование ограничения и недопустимость скачков  $K_y$  должны быть учтены при создании регулятора системы, возможно некоторое усложнение его реализации.

Ограничений на скорость спада  $K_y$  в рассматриваемой системе нет. При любом законе изменения  $K_{y,\text{мл}}$  пересечение с  $K_{\text{оп.мл}}$  будет зафиксировано, либо будет зафиксировано вхождение  $K_{y,\text{мл}}$  в зону «сверху». Импульс управления будет сформирован и система вернется к работе по адресному закону, при котором нет ограничений на скорость изменения  $K_y$ . При спаде  $K_y$  и  $dK_y/d\theta > dK_{\text{оп.т}}/d\theta$  угол управления формируется с точностью  $2\theta_{\text{ст.а}}$ . Скорость спада выходного напряжения вентильного преобразователя ограничена условиями естественной коммутации тиристоров.

Основные данные рассматриваемой системы фазового управления представлены в таблице.

**Сравнение результатов.** В таблице приведены основные данные рассмотренных способов МП-фазового управления. Расчет проведен для МП К580М80А, частота генератора тактовых импульсов 2,5 МГц. Звездочкой помечены значения, которые при использовании однокристальных микроЭВМ серии 1816 могут снижаться по крайней мере в 2 раза. О точности фазового управления можно судить по величине  $K_{y,\text{т}}$ , данные таблицы показывают, что при увеличении точности возрастает информационная емкость портов ввода. При использовании однокристальных микроЭВМ увеличение числа входных портов требует усложнения процедуры ввода данных.

Результаты анализа показывают, что использование восьмиразрядных МП не препятствует созданию систем фазового управления, не уступающих по своим параметрам лучшим аппарату-

ным решениям. Как и любые системы фазового управления вертикального типа рассматривающиеся системы готовы к работе после установки счетчика развертки  $K_{\text{оп}}$  в момент естественной коммутации. Задержка первого включения тиристора по отношению к этому моменту может быть сокращена до минимума, если ввести подпрограмму пуска, предусматривающую декремент счетчика вентиляй вплоть до выполнения условий включения одного из вентиляй (ср. [1]).

Устройство фазового управления может быть выполнено в виде контроллера, состоящего из МП, генератора тактовых импульсов, ПЗУ, емкость которого указана в таблице, порта вывода емкостью 6 бит и портов ввода, емкость которых приведена в таблице. Устройство содержит также счетчик развертки, схему синхронизации с сетью и начальной установки счетчика и источник импульсов с частотой  $f_{\text{сч}}$ . Стабилизация  $k_{\text{сч}}$  может осуществляться аппаратными методами, например, с использованием ИМС фазовой автоподстройки частоты. Аппаратные затраты на устройство фазового управления не превосходят затрат для аппаратных решений со сравнимыми параметрами. Использование однокристальных микроЭВМ позволяет дополнительно снизить аппаратные затраты.

Однако на контроллер фазового управления в ряде случаев при необходимости может быть возложено выполнение ряда других задач, стоящих перед устройствами управления (см. выше).

**Вопрос полуфункциональности контроллера фазового управления.** Системы фазового управления имеют ряд особенностей организации многофункциональных программ. Использование чередования подпрограмм при использовании перерывания в них недопустимо, так как это приведет к резкому снижению быстродействия и точности. Диспетчером по чередованию программ является только МП.

Сравнительно редко при создании вентильных преобразователей ставится требование достижения предельной скорости нарастания выходного сигнала. Поэтому после завершения программы фазового управления и выдачи управляющих импульсов на очередной вентиль МП может перейти к выполнению другой задачи. Например, если ограничить  $\Delta\alpha \leq 30^\circ$ , то почти половина периода может быть отдана под выполнение других программ. Поскольку в системах фазового управления обычно  $\theta_{\text{ст}} \gg \theta_{\text{опт}}$ , возможно без уменьшения точности в течение  $\theta_{\text{ст}}$  выполнение дополнительных операций, например, ввод сигналов обратной связи, их обработка и т. п. Таким образом, применение вертикального способа управления отнюдь не означает монофункциональности контроллера и в ряде систем контроллер может выполнять функции, перечисленные в начале данной статьи. Это расширение функций, естественно, потребует усложнения программы и структуры контроллера по сравнению с данными, приведенными в таблице.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бизиков В. А., Обухов С. Г., Чаплыгин Е. Е. Цифровые системы управления вентильными преобразователями.— Электричество, № 4, 1981.
- Файнштейн В. Г., Файнштейн Э. Г. Микропроцессорные системы управления тиристорными электроприводами.— М.: Энергоатомиздат, 1986.
- Одноканальное цифровое управление вентильными преобразователями / С. Г. Обухов, Е. Е. Чаплыгин, Т. В. Ремизевич, К. Х. Пагиев.— Электричество, 1989, № 3.
- А. с. № 1192071 (СССР). Устройство для управления автономным инвертором, состоящим из двух вентильных мостов / Е. Е. Чаплыгин, Ю. И. Фадеев, С. В. Алексашин. Опубл. в Б. И., 1985, № 42.
- Горбачев Г. Н., Чаплыгин Е. Е. Промышленная электроника: учебник для вузов.— М.: Энергоатомиздат, 1988.

[25.12.89]

УДК [621.315.6:537.533.75].001.24

# Расчет поглощенной энергии при взаимодействии электромагнитного излучения в диапазоне 0,001—10,0 МэВ с электроизоляционным материалом

МАСЛОВ В. В., канд. техн. наук, РТИЩЕВА О. Ю., инж., СТРОГАНОВ А. А., инж.

ВНИИЭИМ

Электромагнитное излучение в диапазоне 0,001—10,0 МэВ охватывает рентгеновское и  $\gamma$ -излучение, отличающиеся друг от друга своей природой и энергетическим спектром.

Сложность расчета поглощенной энергии веществом электроизоляционного материала (ЭИМ)

при взаимодействии с ним электромагнитного излучения (в дальнейшем будем употреблять термин  $\gamma$ -излучения) заключается в том, что в веществе возникает ряд чередующихся поколений  $\gamma$ -квантов, электронов, позитронов, т. е. происходит развитие каскадного ливня, характеристики

которого практически не поддаются точному расчету.

Первичное  $\gamma$ -излучение обычно характеризуется или интенсивностью  $I_0$ , выраженной в единицах  $\text{Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$  (или  $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ ) или плотностью потока  $\gamma$ -квантов  $N_0$ , выраженной в единицах  $\text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  (или  $\gamma\text{-квантов} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ). При известном распределении плотности потока по энергиям  $\gamma$ -квантов  $N_0(E_\gamma)$  величина  $I_0$  определяется как

$$I_0 = \int_0^{E_{\gamma, \max}} N_0(E_\gamma) E_\gamma dE_\gamma. \quad (1)$$

Если же при расчете используется средняя энергия  $\bar{E}_\gamma$  непрерывного спектра или средняя энергия линейчатого спектра, то

$$I_0 = \bar{E}_\gamma N_0. \quad (2)$$

В (1) и (2) энергия квантов выражена в джоулях. При прохождении  $\gamma$ -излучения через слой приведенной толщины  $\xi$ ,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$  ( $\xi$  представляет собой произведение плотности материала на его толщину), его интенсивность  $I$  уменьшается по закону

$$I = I_0 \exp(-\mu \xi), \quad (3)$$

где  $\mu$ ,  $\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^2$  — массовый коэффициент ослабления.

Формула (3) применима к простым веществам, состоящим из атомов одного вида, в то время как ЭИМ, как правило, представляет собой сложное химическое соединение или физическую смесь, поэтому для него коэффициент ослабления определяется исходя из правила аддитивности:

$$\mu = \sum \mu_i p_i = \sum \mu_i \frac{A_i k_i}{\sum A_i k_i}, \quad (4)$$

где  $\mu_i$  относится к атому  $i$ , а  $p_i$  определяется

весовой долей атома  $i$  в конкретном ЭИМ;  $A_i$  — массовое число атома  $i$ ;  $k_i$  — количество атомов  $i$  в брутто-формуле вещества ЭИМ (брутто-формула определяет соотношение атомов в одном повторяющемся фрагменте).

Различают два вида коэффициентов ослабления  $\gamma$ -излучения: полный, учитывающий как поглощение, так и рассеяние  $\gamma$ -квантов, и истинный, определяющий только поглощенную веществом энергию и характеризующийся процессом преобразования энергии первичных  $\gamma$ -квантов в энергию вторичного корпускулярного (электронного, в основном, и позитронного) излучения, которое собственно и непосредственно ионизирует вещество. Иногда коэффициент истинного ослабления (обозначим его  $\mu_{\text{ист}}$ ) называют поэтому коэффициентом электронного преобразования или коэффициентом истинного поглощения. В табл. 1 приведены значения  $\mu_{\text{ист}}$  для атомов, входящих в состав рассматриваемых нами ЭИМ, и систем изоляции [1—3]. Данные табл. 1 и 2 записаны в форме представления, принятой в алгоритмических языках, например  $8,646 \cdot 10^{-2}$  означает  $8,646 \cdot 10^{-2}$ .

На рисунке представлены области преобладающих процессов истинного ослабления в зависимости от атомного номера  $Z$  простого вещества, построенные на основании анализа данных, приведенных в [3].

В табл. 2 приводятся брутто-формулы ряда ЭИМ и систем электрической изоляции и рассчитанные по (4) значения их  $\mu_{\text{ист}}$ .

Уравнение (3), строго говоря, справедливо для случая «узкого пучка»  $\gamma$ -квантов при условии так называемой хорошей геометрии, которая создается за счет коллимации пучка, и в условиях электронного равновесия. Истинное погло-

Массовые коэффициенты истинного поглощения  $\mu_{\text{ист}}$ ,  $\text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-1}$ , для разных энергий  $\gamma$ -квантов  $E_\gamma$

Таблица 1

Атом, вещество	Значения $E_\gamma$ , эВ								
	1E+3	3E+3	1E+4	3E+4	1E+5	3E+5	1E+6	3E+6	1E+7
<sup>1</sup> H	6,82E-1	1,649E-2	9,879E-4	1,864E-3	4,063E-3	5,695E-3	5,555E-3	3,992E-3	3,247E-3
<sup>5</sup> B	1,174E+2	4,414E 0	9,616E-2	3,389E-3	1,938E-3	2,655E-3	2,585E-3	1,886E-3	1,230E-3
<sup>6</sup> C	2,217E+2	8,644E 0	2,003E-1	6,411E-3	2,114E-3	2,869E-3	2,791E-3	2,045E-3	1,379E-3
<sup>7</sup> N	3,318E+2	1,443E+1	3,446E-1	1,069E-2	2,225E-3	2,872E-3	2,791E-3	2,054E-3	1,421E-3
<sup>8</sup> O	4,603E+2	2,142E+1	5,449E-1	1,688E-2	2,347E-3	2,877E-3	2,791E-3	2,062E-3	1,480E-3
<sup>9</sup> F	5,512E+2	2,818E+1	7,609E-1	2,401E-2	2,385E-3	2,730E-3	2,642E-3	1,960E-3	1,447E-3
<sup>11</sup> Na	5,870E+1	4,974E+1	1,530E 0	7,111E-2	1,583E-2	1,029E-2	6,100E-3	3,486E-2	2,181E-3
<sup>12</sup> Mg	8,309E+1	6,378E+1	2,001E 0	6,757E-2	3,392E-3	2,872E-3	2,751E-3	2,062E-3	1,643E-3
<sup>13</sup> Al	1,074E+2	7,599E+1	2,455E 0	8,646E-2	3,773E-3	2,817E-3	2,684E-3	2,018E-3	1,645E-3
<sup>14</sup> Si	1,432E+2	9,355E+1	2,245E 0	1,150E-1	4,488E-3	2,933E-3	2,776E-3	2,095E-3	1,748E-3
<sup>16</sup> S	2,240E+2	1,243E+2	4,790E 0	1,789E-1	6,024E-3	2,987E-3	2,778E-3	2,112E-3	1,841E-3
<sup>17</sup> Cl	2,622E+2	1,338E+2	5,433E 0	2,091E-1	6,702E-3	2,500E-3	2,669E-3	2,036E-3	1,812E-3
<sup>19</sup> K	3,785E+2	2,057E+1	7,390E 0	3,012E-1	9,115E-3	3,019E-3	2,705E-3	2,077E-3	1,921E-3
<sup>20</sup> Ca	4,555E+2	2,519E+1	8,620E 0	3,637E-1	1,080E-2	3,151E-3	2,779E-3	2,139E-3	2,014E-3
<sup>26</sup> Fe	8,624E+2	5,305E+1	1,367E+1	7,237E-1	2,181E-2	3,374E-3	2,64 E-3	2,036E-3	2,100E-3
<sup>29</sup> Cu	1,002E+3	7,158E+1	1,514E 0	9,381E-1	2,952E-2	2,636E-3	2,563E-3	2,016E-3	2,165E-3
Сухой воздух	3,616E+2	1,608E+1	4,640E-1	1,501E-2	2,317E-3	2,872E-3	3,767E-3	2,054E-3	1,446E-3
Вода	4,089E+2	1,903E+1	4,940E-1	1,520E-2	2,539E-3	3,192E-3	3,100E-3	2,278E-3	1,566E-3

щение может быть рассчитано по разности интенсивностей  $\Delta I$  перед и после прохождения  $\gamma$ -излучения через толщину ЭИМ, т. е. из соотношения

$$D = \frac{\Delta I}{\xi} = \frac{I_0[1 - \exp(-\mu_{ист}\xi)]}{\xi} \Gamma, \quad (5)$$

где  $I_0$  в  $\text{Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $\mu_{ист}$  в  $\text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-1}$ ;  $\xi$  в  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$ ;  $\tau$  — время облучения, с.

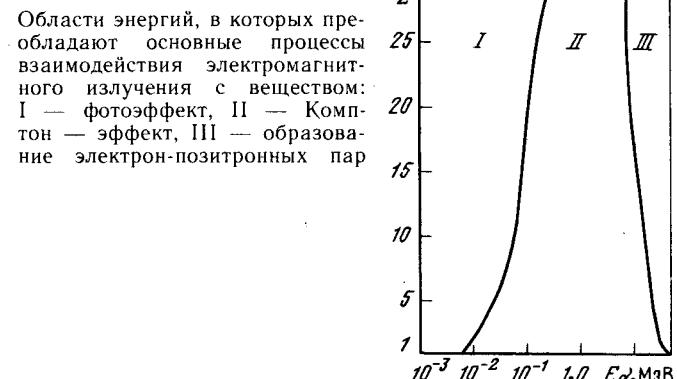
Соотношение (5) без изменения применительно только к монохроматическому  $\gamma$ -излучению. В случае наличия энергетического спектра  $\gamma$ -излучения следует учитывать интенсивности его компонент и соответствующие им коэффициенты истинного ослабления. Например, для линейного спектра излучения радиоактивного кобальта-60 с двумя линиями, характеризующими  $\gamma$ -кванты с энергиами 1,173 и 1,333 МэВ, соотношение (5) превратится в следующее:

$$D = \frac{[I_{1,173}[1 - \exp(-\mu_{ист 1,173}\xi)] + I_{1,333}[1 - \exp(-\mu_{ист 1,333}\xi)]]\tau}{\xi}, \quad (6)$$

где индексы 1,173 и 1,333 относятся к интенсивностям и коэффициентам истинного ослабления  $\gamma$ -квантов с энергиями 1,173 и 1,333 МэВ.

Если в пучке  $\gamma$ -квантов велика роль рассеянных в результате комптоновского эффекта  $\gamma$ -кван-

тов (а рассеяние их направлено преимущественно вперед), то такой пучок называется широким. Широкий пучок, падая нормально к поверхности поглощающего слоя, создает на выходе из этого слоя интенсивность  $\gamma$ -излучения больше, чем это определено уравнением (3).



тогов (а рассеяние их направлено преимущественно вперед), то такой пучок называется широким. Широкий пучок, падая нормально к поверхности поглощающего слоя, создает на выходе из этого слоя интенсивность  $\gamma$ -излучения больше, чем это определено уравнением (3).

Рассеянные  $\gamma$ -кванты при испытании сравнительно тонких образцов практически не передают своей энергии электронам, и их не учитывают при истинном ослаблении, а в толстых образцах доля рассеянных  $\gamma$ -квантов учитывается коэффициентом истинного ослабления.

Из (5) следует, что для расчета поглощенной энергии необходимо методически правильно

Таблица 2

**Массовые коэффициенты истинного поглощения при взаимодействии электромагнитного излучения с веществом электроизоляционных материалов, систем изоляции и неорганических наполнителей  $\mu_{ист}$ ,  $\text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-1}$**

Материал	Брутто-формула	Плотность, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	$E_\gamma, \text{эВ}$				
			1E+3	1E+4	1E+5	1E+6	1E+7
Полиэтилентерфталат	$\text{H}_8\text{C}_{10}\text{O}_4$	1400	2,920E+2	3,068E-1	2,292E-3	2,907E-3	1,452E-3
Поливинилхлорид	$\text{H}_3\text{C}_2\text{Cl}_1$	1500	2,340E+2	3,168E 0	4,825E-3	2,855E-3	1,666E-3
Фторопласт — 3	$\text{C}_2\text{F}_3\text{Cl}_1$	2100	3,491E+2	2,094E 0	8,774E-3	2,699E-3	1,542E-3
Фторопласт — 4	$\text{C}_1\text{F}_2$	2400	4,721E+2	6,269E-1	2,479E-3	2,677E-3	1,430E-3
Полиимид	$\text{H}_{10}\text{C}_{22}\text{N}_2\text{O}_5$	1380	2,739E+2	2,778E-1	2,242E-3	2,864E-3	1,428E-3
Компанд полизэфирный КП-50	$\text{H}_{27}\text{C}_{23}\text{O}_{10}$	1200	2,912E+2	3,077E-1	2,326E-3	2,955E-3	1,467E-3
Лак ЭП-9150 на эпокси-новолачной смоле	$\text{H}_{43,88}\text{B}_{0,16}\text{C}_{35,96}\text{N}_{0,16}$	1200— 1250	2,558E+2	2,567E-1	2,328E-3	8,991E-3	1,463E-3
Лак УР-231 полиуретановый	$\text{H}_{85}\text{C}_{62}\text{N}_3\text{O}_{16}$	1200	2,633E+2	2,689E-1	2,337E-3	3,001E-3	1,471E-3
Стеклолакоткань ЛСК-155/180Н на кремнийорганической смоле	$\text{H}_{21,26}\text{B}_{0,73}\text{C}_{18,16}\text{O}_{10,06}$ $\text{F}_{0,018}\text{Na}_{0,05}\text{Mg}_{0,15}\text{Al}_{1,06}$	1330	2,623E+2	1,114E 0	3,217E-3	2,884E-3	1,558E-3
Гетинакс на целлюлозной основе (марки Х)	$\text{H}_{3,77}\text{C}_{2,878}\text{O}_{1,335}$	1400	2,931E+2	3,110E-1	2,337E-3	2,967E-3	1,473E-3
Стеклотекстолит марки СТЭФ на эпоксиденольном связующем	$\text{H}_{16,35}\text{C}_{15,45}\text{B}_{1,08}\text{O}_{12,91}$ $\text{F}_{0,027}\text{Na}_{0,0756}\text{Mg}_{0,126}$ $\text{Al}_{1,566}\text{Si}_{2,916}\text{Ca}_{0,891}$	1700— 1800	2,909E+2	9,997E-1	3,779E-3	2,863E-3	1,152E-3
Система изоляции на основе стеклослюдинитовой ленты ЛС-ЭН-526-Т на эпоксиноволачном компаунде	$\text{H}_{2,58}\text{C}_{2,414}\text{B}_{0,087}\text{O}_{2,313}$ $\text{F}_{0,034}\text{Na}_{0,011}\text{K}_{0,088}\text{Al}_{0,375}$ $\text{Si}_{0,47}\text{Na}_{0,006}$	1680	2,917E+2	1,243E 0	3,369E-3	2,888E-3	1,561E-3
Слюдя флогопит	$\text{H}_2\text{O}_{12}\text{Al}_1\text{Si}_3\text{Mg}_3\text{K}_1$	2700— 2900	2,982E+2	2,105E 0	3,687E-3	2,780E-3	1,622E-3
Кварцевый песок	$\text{Si}_1\text{O}_2$ (более 98 %)	2400— 2600	3,123E+2	1,804E 0	3,327E-3	2,784E-3	1,610E-3
Тальк	$\text{H}_2\text{O}_{13,5}\text{Mg}_{5,5}\text{Si}_{4,5}$	2500	2,900E+2	1,619E 0	3,180E-3	2,799E-3	1,601E-3

измерить  $I_0$  в месте контакта  $\gamma$ -излучения с поверхностью исследуемого образца (т. е. правильно выбрать дозиметр) и обеспечить условия прохождения  $\gamma$ -излучения, идентичные тем, что были в дозиметре.

Для регистрации истинного поглощения любой дозиметр экспозиционной дозы должен обеспечить при измерениях условия электронного равновесия (когда поглощенная энергия в любом объеме облучаемой среды равна сумме кинетических энергий электронов и позитронов, образованных  $\gamma$ -излучением в том же объеме среды). Понятие электронного равновесия предполагает также наличие гомогенности облучаемой среды.

При расчете поглощенной дозы образец ЭИМ можно считать гомогенной (или псевдогомогенной) системой в случае, если повторяющийся фрагмент брутто-формулы этого материала равномерно распределяется в его объеме. В этом смысле, например, слоистый пластик можно считать псевдогомогенным, политетрафторэтилен — гомогенным, а фольгированный металлом ЭИМ — гетерогенным. В случае облучения гетерогенной системы оценки ее радиационной стойкости удобнее производить по изменению ее свойств в зависимости не от поглощенной, а от экспозиционной дозы или по параметрам потока  $\gamma$ -квантов. Методы измерения параметров первичного  $\gamma$ -излучения достаточно полно описаны в [1, 4—6].

Рассмотрим возможные методы расчетов поглощенной энергии  $\gamma$ -излучения.

1. Расчет поглощенной энергии в образце ЭИМ по экспозиционной дозе в воздухе при нормальном давлении. Для образования одной пары ионов в воздухе в нормальных условиях требуется энергия, примерно равная 34—35 эВ [1, 7—10], независимо от энергии и природы  $\gamma$ -кванта. Единицей экспозиционной дозы в воздухе является 1 Кл· $\text{кг}^{-1}$ . Элементарный заряд электрона (и позитрона) равен  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, поэтому одному кулону соответствует  $1/1,6 \cdot 10^{-19} = 6,25 \times 10^{18}$  пар ионов. Учитывая, что 1 эВ =  $1,6 \times 10^{-19}$  Дж, легко подсчитать поглощенную воздухом энергию, соответствующую единице экспозиционной дозы:

$$Q = 1 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1} = 6,25 \cdot 10^{18} \cdot 34 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \\ = 34 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} = 34 \text{ Гр} = 3400 \text{ рад.} \quad (7)$$

Многие приборы измеряют экспозиционную дозу в рентгенах, поэтому удобно запомнить следующие соотношения, вытекающие из (7):

$$1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1} = 0,877 \cdot 10^{-2} \text{ Гр} = \\ = 0,877 \text{ рад.} \quad (8)$$

Обозначим индексами «в» и « $m$ » величины, входящие в (5) и характеризующие соответственно воздух и исследуемый ЭИМ. В условиях электронного равновесия при равенстве интенсивности  $I_0$  в воздухе и на границе ее с ЭИМ

она может быть выражена следующим образом:

$$I_0 = \frac{D_m \xi_m}{[1 - \exp(-\mu_{\text{ист.} m} \xi_m)]^t} = \frac{D_{\text{в}} \xi_{\text{в}}}{[1 - \exp(-\mu_{\text{ист.} \text{в}} \xi_{\text{в}})]^t}.$$

Отсюда:

$$D_m = \frac{D_{\text{в}} \xi_{\text{в}} [1 - \exp(-\mu_{\text{ист.} m} \xi_m)]}{\xi_m [1 - \exp(-\mu_{\text{ист.} \text{в}} \xi_{\text{в}})]}. \quad (9)$$

Формула (9) позволяет рассчитать поглощенную дозу в любом ЭИМ по известной поглощенной энергии в воздухе при испытании ЭИМ в условиях электронного равновесия, т. е. когда исследуемый образец окружен со всех сторон поглотителем (а в случае облучения в одном направлении лишь с передней и задней стороны), как правило, из того же материала, толщина которого была бы несколько больше длины свободного пробега вторичных электронов, рожденных первичным  $\gamma$ -излучением [1, 5, 7].

В случае, если  $\mu_{\text{ист.} \text{в}} \ll 1$ , выражение типа  $\exp(-\mu \xi)$  можно разложить в ряд Тейлора и ограничиться двумя первыми членами этого ряда, т. е. представить  $\exp(-\mu \xi) = 1 - \mu \xi$ . Подставляя это значение в (9) и учитывая, что  $1 \text{ Р} = 0,877 \text{ рад}$  или  $1 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1} = 34 \text{ Гр}$ , получаем

$$D_m = 0,877 \frac{\mu_{\text{ист.} m}}{\mu_{\text{ист.} \text{в}}} X, \text{ рад} \quad (10)$$

или

$$D_m = 34 \frac{\mu_{\text{ист.} m}}{\mu_{\text{ист.} \text{в}}} X, \text{ Гр}, \quad (11),$$

где  $X$  — экспозиция (экспозиционная доза), выраженная в рентгенах в (10) и в  $\text{Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$  — в (11).

В области энергии 0,3—3,0 МэВ значения коэффициентов истинного ослабления для различных простых веществ и для воздуха меняются, как это видно из табл. 1, незначительно, поэтому в этой области для грубой оценки поглощенной ЭИМ дозы часто применяется соотношение  $1 \text{ Р} \approx 0,9 \text{ рад}$  или  $1 \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1} \approx 37 \text{ Гр}$ .

2. Расчет поглощенной энергии в образце ЭИМ с помощью химических дозиметров или эталонного материала. Если измерить поглощенную дозу химическим дозиметром  $D_{\text{доз}}$  и в тех же условиях облучить какой-либо ЭИМ, то поглощенную этим материалом дозу  $D_m$  можно рассчитать из соотношения, вытекающего из деления величины  $D_m$  на  $D_{\text{доз}}$ , рассчитанных по (9), (10) или (11), т. е. по формулам:

$$D_m = D_{\text{доз}} \frac{\xi_{\text{доз}} [1 - \exp(-\mu_m \xi_m)]}{\xi_m [1 - \exp(-\mu_{\text{доз}} \xi_{\text{доз}})]} \quad (12)$$

или

$$D_m = D_{\text{доз}} \frac{\mu_m}{\mu_{\text{доз}}}, \quad (13)$$

где индекс « $m$ » относится к исследуемому ЭИМ, а индекс «доз» — к дозиметру с известными коэффициентами истинного поглощения  $\mu_{\text{доз}}$  и  $\xi_{\text{доз}}$ .

По формулам (12) и (13) можно рассчитать поглощенную дозу в любом ЭИМ, если известна поглощенная доза в любом другом эталонном (измеренном ранее) материале, который в данном случае будет выступать в качестве дозиметра. Как и в первом случае, при испытаниях и измерениях должны быть выдержаны условия электронного равновесия.

3. Расчет поглощенной энергии в образце ЭИМ по известному потоку  $\gamma$ -квантов. В ряде случаев при дозиметрии излучений регистрируется число  $\gamma$ -квантов (например, сцинтиляционным методом) известной энергии. Расчет поглощенной дозы в этом случае можно производить, основываясь на потоке  $\gamma$ -квантов. Пусть в сухом воздухе рассеивается энергия  $\gamma$ -излучения (единица измерения грэй), а энергия каждого из  $\gamma$ -квантов, падающих на  $1 \text{ м}^2$  мишени составляет  $E_\gamma$ , Дж. По закону ослабления электромагнитного излучения это рассеяние энергии, равное энергии, поглощенной воздухом  $D_b$ , можно описать уравнением

$$D_b = Q_0 [1 - \exp(-\mu_b \xi_b)], \text{ Гр}, \quad (14)$$

где  $Q_0 = nE_\gamma/\xi$ ;  $n$  — число  $\gamma$ -квантов, падающих на  $1 \text{ м}^2$  поверхности мишени ЭИМ,  $1/\text{м}^2$ ;  $E_\gamma$  — энергия  $\gamma$ -кванта, Дж;  $\xi_b$  — приведенная масса воздуха,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$ ;  $\mu_b$  — коэффициент истинного ослабления для данного значения  $E_\gamma$  воздуха,  $\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^2$ .

При  $\mu_b \xi_b \ll 1$  уравнение (14) превращается в следующее:

$$D_b = nE_\gamma \mu_b. \quad (15)$$

С использованием уравнений (12) и (13) можно, измерив  $nE_\gamma$ , рассчитать дозу, поглощенную ЭИМ  $D_m$ , по формулам

$$D_m = (nE_\gamma/\xi_m) [1 - \exp(-\mu_m \xi_m)] \quad (16)$$

или

$$D_m = nE_\gamma \mu_m. \quad (17)$$

В уравнениях (16) и (17) приняты следующие единицы измерений: для  $D_m$  — Гр;  $n$  —  $1/\text{м}^2$  (или  $\gamma$ -квантов/ $\text{м}^2$ );  $E_\gamma$  — Дж;  $\mu_m$  —  $\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^2$ ;  $\xi_m$  —  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-2}$ .

Уравнения (14) — (17) справедливы для монохроматического излучения или для некоторой средней энергии  $\gamma$ -квантов, незначительно отличающейся от крайних значений энергий в спектре. В случае наличия широкого энергетического спектра  $\gamma$ -излучения следует учитывать  $n$  и  $E_\gamma$  для каждой выделенной компоненты и соответствующие этой компоненте  $\mu$ .

4. Расчет поглощенной энергии в образце ЭИМ по параметрам изотопного источника. При испытаниях образцов с использованием изотопных источников с известной массой изотопа и соответствующей ей активностью  $A$  расчет поглощенной дозы можно произвести, не измеряя параметры  $\gamma$ -излучения. Например, для точечного

изотопного источника интенсивность  $I_0$  и плотность потока  $N_0$  ( $\gamma$ -квантов/ $\text{м}^2 \cdot \text{с}$ ) рассчитываются [11] по формулам:

$$I_0 = \frac{3.7 \cdot 10^{10} A \sum_{i=1}^m E_{yi} n_i}{4\pi R^2}; \quad (18)$$

$$N_0 = \frac{3.7 \cdot 10^{10} A \sum_{i=1}^m n_i}{4\pi R^2}, \quad (19)$$

где  $I_0$  — Дж· $\text{м}^{-2}\text{с}^{-1}$ ;  $N_0$  в  $\gamma$ -квантов/ $(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ ;  $3.7 \cdot 10^{10}$  — количество актов распада, соответствующее 1 Кю;  $A$  — активность источника, Кю;  $E_{yi}$  — энергия  $\gamma$ -кванта данной линии (энергии) спектра, Дж (или МэВ);  $n_i$  — число  $\gamma$ -квантов данной энергии, приходящихся на акт распада;  $m$  — число  $\gamma$ -линий в спектре излучения;  $R$  — расстояние от точечного источника (радиус сферы), где расположен образец, м.

Величины  $E_{yi}$  и  $n_i$  являются характеристиками изотопа, а величина  $A$  при заданном исходном значении  $A_0$  уменьшается по закону

$$A = A_0 \exp(-\lambda t), \quad (20)$$

где  $\lambda$  — известная постоянная распада,  $\text{с}^{-1}$ ;  $t$  — время, прошедшее от измерения  $A_0$ , с.

Рассчитав по (19)  $N_0$  и учитывая, что  $N_0 t = n$  ( $t$  — время облучения, с;  $n$  — число  $\gamma$ -квантов, падающих на  $1 \text{ м}^2$  поверхности мишени), по (16) и (17) можно рассчитать дозу  $D_m$ , поглощенную данным ЭИМ.

Рассчитав  $I_0$  и зная  $t$  и  $\xi_m$  для известного значения  $E_\gamma$ , с учетом  $Q_0 = I_0 t / \xi_m$ , можно по (14) определить  $D_b$ , а по (12) или (13) рассчитать  $D_m$ , заменив  $D_{\text{доз}}$ ,  $\xi_{\text{доз}}$  и  $\mu_{\text{доз}}$  соответственно  $D_b$ ,  $\xi_b$  и  $\mu_b$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Публикация 544 МЭК. Ч. 1—4. Руководство по определению влияния ионизирующего излучения на электроизоляционные материалы, 1977—1982.
2. Hubbel J. H. Proton mass attenuation and energy absorption coefficient from 1 keV to 20 MeV. — The Int. Journal of App. Radiation and Isotopes, 1982, vol. 33, N 11.
3. Немец О. Ф., Гофман Ю. В. Справочник по ядерной физике. — Киев: Наукова думка, 1975.
4. Голубев Б. П. Дозиметрия и защита от ионизирующих излучений. — М.: Атомиздат, 1971.
5. Махлис Ф. А. Радиационная физика и химия полимеров. — М.: Атомиздат, 1972.
6. Голубев Б. П. Дозиметрия ионизирующих излучений. — М.: МЭИ, 1961.
7. Моисеев А. А., Иванов В. И. Справочник по дозиметрии и радиационной гигиене. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
8. Гусев Н. Г. Защита от ионизирующих излучений. Т. 1. — М.: Атомиздат, 1969.
9. Фридлендер Г., Кеннеди Дж., Миллер Дж. Ядерная химия и радиохимия / Пер. с англ. — М.: Мир, 1967.
10. Справочник по ядерной физике / Пер. с англ. Под ред. Л. А. Арицомовича. — М.: Госфизматиздат, 1963.
11. Бондаренко И. П., Бударова Н. В. Основы дозиметрии и защиты от излучений. — М.: Высшая школа, 1962.

[06.09.89]

УДК 621.319.44:621.316.925.016.352.001.24

## Повышение динамической устойчивости работы защиты конденсаторной батареи

НИКИТИН А. А., канд. техн. наук, ПОЛЯКОВ В. Е., доктор техн. наук

Опыт эксплуатации мощных фильтрокомпенсирующих установок, содержащих большое количество единичных конденсаторов (ЕК), показывает, что наиболее вероятное повреждение в шунтовых и фильтровых батареях конденсаторов (БК) — пробой ЕК, сопровождающийся действием его индивидуального внешнего предохранителя. С целью выявления опасных перенапряжений и несимметричных режимов применяется многоканальная защита, определяющая количество пробитых ЕК отдельно в каждом присоединении каждой фазы фильтровой или шунтовой БК. Защита может быть выполнена по принципу измерения значения апериодической составляющей переходного режима, возникающего при пробое ЕК [1] (указанный принцип в настоящее время считается одним из наиболее перспективных).

Передача информации о значении апериодической составляющей на потенциал «земли» осуществляется измерительной цепью, выполненной в виде последовательно соединенных измерительного конденсатора (ИК), один вывод которого «заземлен», и первичной обмотки высоковольтного трансформатора напряжения (ТН), одним выводом подключенного к промежуточной точке последовательно соединенных рядов параллельно включенных ЕК батареи (рис. 1). Напряжение, падающее на ИК, подводится через активный двухполупериодный выпрямитель, к органу максимального напряжения

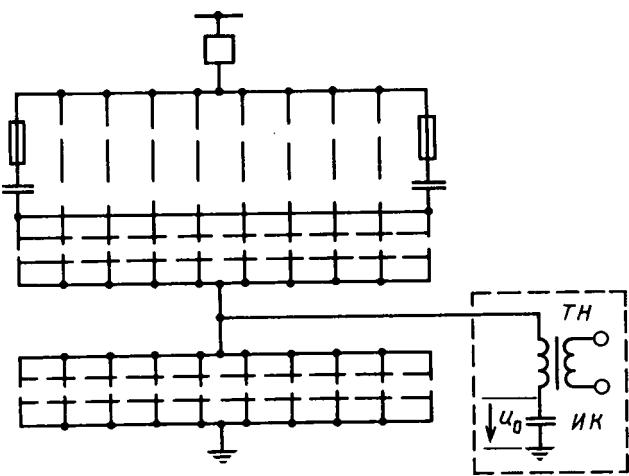


Рис. 1. Шунтовая БК с подключенной измерительной цепью защиты, выявляющей количество пробитых единичных конденсаторов

защиты, который с выдержкой времени подает сигнал в счетчик количества поврежденных конденсаторов. Выдержка времени необходима для отстройки от переходных процессов, вызванных любыми причинами, кроме пробоя ЕК, и должна быть не менее полупериода свободных колебаний в схеме «БК—РИО» (РИО — релейный измерительный орган) [2].

В мощных фильтрокомпенсирующих установках полупериод свободных колебаний в схеме «БК—РИО» достигает нескольких секунд, что ограничивает быстродействие защиты. В переходном режиме после пробоя ЕК оставшиеся в «поврежденном» ряду конденсаторы могут оказаться под воздействием более чем удвоенного по сравнению с предкоммутационным режимом напряжения [2], что существенно увеличивает вероятность пробоя следующего ЕК ряда, который из-за низкого быстродействия не будет зафиксирован. Указанное обстоятельство определяют необходимость разработки методов и средств повышения быстродействия защиты, выявляющей пробой ЕК.

На основе анализа переходных процессов при пробое ЕК и включении БК на питающие шины в [2] предложено для повышения быстродействия защиты увеличивать частоту свободных колебаний в ее измерительной цепи путем уменьшения емкости ИК.

Повышение быстродействия защиты, выявляющей пробой ЕК, не исключает, однако, другого серьезного недостатка: возможного нарушения динамической устойчивости функционирования релейного измерительного органа, что обусловлено характером изменения напряжения на ИК в переходном режиме при пробое ЕК (под динамической устойчивостью функционирования понимается способность РИО выполнять свои функции в условиях возмущения в электроэнергетической системе [3]). При пробое ЕК в одном из рядов верхней части подключенной к шинам бесконечной мощности БК, когда ряд с пробитым ЕК в течение времени  $t_r$  (время горения предохранителя) находился в замкнутом состоянии, напряжение на ИК содержит свободные медленно затухающую низкочастотную и постоянную составляющие, на которые наложена принужденная составляющая частоты 50 Гц [2]:

$$u_{0r} = -U_{0rm} \cos(\omega t + \vartheta_r) - U_{0rsrm} e^{\delta(t_r-t)} \times \\ \times \{ \delta \sin [\omega_r(t-t_r) + a_r] + \omega_r \cos [\omega_r(t-t_r) + \\ + a_r] \} + U_{rr}, \quad (1)$$

где  $U_{0rm}$ ,  $U_{0rsrm}$  — амплитуды принужденной и свободной низкочастотной составляющих;  $\vartheta_r$ ,  $a_r$  — фазы этих составляющих;  $\delta$  — коэффициент затухания;  $\omega$ ,  $\omega_r$  —

круговая частота принужденных и свободных колебаний;  $U_r$  — постоянная, определяемая величиной постоянной составляющей, возникающей в момент отключения сработавшим предохранителем поврежденного ЕК (формула (1) получена из условия, что ЕК не имеют утечки).

Анализируя характер изменения напряжения  $u_{0r}$ , можно заметить, что для параметров схемы «БК—РИО», соответствующих параметрам реальных объектов, из-за незначительной величины коэффициента  $\delta$  колебательный процесс в измерительной цепи защиты длится довольно долго. В конечном итоге он заканчивается установлением на ИК постоянного напряжения  $u_{0r} = U_{rl}$ , на которое наложена принужденная составляющая частоты 50 Гц (в реальных условиях за время  $t = 4\tau_s$ , где  $\tau_s$  — постоянная времени «собственной утечки» ЕК,  $U_{rl}$  снижается практически до нуля, например для БК, собранных из конденсаторных блоков БКФ-42,6-1000,  $\tau_s \approx 20$  с). Следовательно, в течение длительного времени РИО может находиться в состоянии срабатывания и не будет готов фиксировать изменение входной воздействующей величины, вызванное пробоем очередного ЕК, который произошел в течение времени  $t = 4\tau_s$ . Таким образом, может произойти нарушение динамической устойчивости функционирования РИО и селективности защиты.

Повышение устойчивости функционирования возможно принудительным изменением напряжения на ИК, обеспечивающим быстрый возврат РИО и подготовку измерительной цепи к приему нового возмущения. Для этого после записи информации в счетчик количества поврежденных конденсаторов необходимо искусственно снизить напряжение на ИК до напряжения возврата РИО, что может быть осуществлено коммутацией его входной цепи. Однако последняя (шунтирование ИК) не оказывается на коэффициенте затухания, следовательно, быстрое исключение постоянной  $U_{rl}$  в напряжении  $u_{0r}$  не прекращает колебательного процесса в измерительной цепи, который продолжается в течение всего этого же времени  $t = 4\tau_s$ , но с другой частотой. Поэтому дешунтирующее ИК при изменении параметров схемы, обусловленных пробоем ЕК и возможным изменением параметров режима, приводит к возникновению в измерительной цепи другой по величине постоянной составляющей, которая может вызвать ложное срабатывание защиты. В связи с этим для быстрого уменьшения всех свободных составляющих представляется целесообразным изменение характера переходного процесса: преобразование колебательного в апериодический с целью увеличения потерь в схеме «БК—РИО».

Рассмотрим, каким образом влияет на скорость затухания процесса введение сопротивления последовательно с первичной обмоткой ТН при зашунтированном ИК на примере включения БК на питающие шины.

Расчетные схемы замещения для этого режима приведены на рис. 2.

Система уравнений, описывающая переходный процесс в схеме на рис. 2, a (включение БК), имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} i_1 - i_2 - i_{0v} &= 0; \\ \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= E_m \sin(\omega t + \Psi); \\ i_{0v}(R_0 + R'_0) + L_0 \frac{di_{0v}}{dt} - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

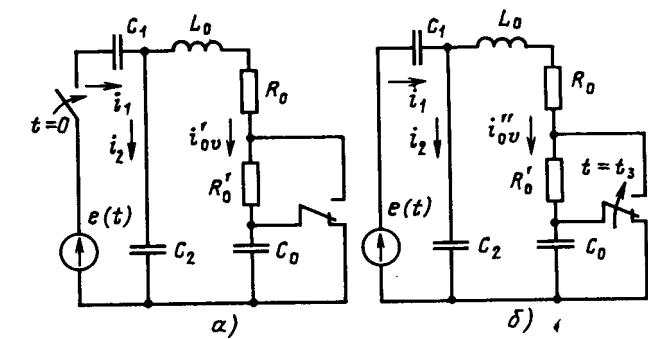


Рис. 2. Управление переходным процессом в измерительной цепи защиты:  
a — включение БК на питающие шины с зашунтированным ИК;  
б — размыкание ИК

где  $C_1, C_2$  — емкости верхней и нижней частей БК (относительно точки подключения ТН);  $E_m, \Psi$  — амплитуда и фаза напряжения шин;  $R_0, L_0$  — сопротивление и индуктивность первичной обмотки ТН;  $R'_0$  — введенное сопротивление.

Пусть  $R'_0$  достаточно велико и корни характеристического уравнения системы (2) действительные. Тогда, решая (2), получим, что в интервале времени, когда  $R'_0$  введено,

$$i'_{0v} = I'_{0vm} \sin(\omega t + \theta'_N) + I'_{0v1} e^{p_{v1} t} + I'_{0v2} e^{p_{v2} t}, \quad (3)$$

где  $I'_{0vm}, \theta'_N$  — амплитуда и фаза принужденной составляющей тока  $i'_{0v}$ ;  $I'_{0v1}, I'_{0v2}$  — максимальные значения апериодических составляющих тока  $i'_{0v}$ ;  $p_{v1}, p_{v2}$  — корни характеристического уравнения.

Формулы для расчета  $I'_{0vm}, \theta'_N, I'_{0v1}, I'_{0v2}, p_{v1}, p_{v2}$  приведены в приложении 1.

В момент  $t = t_3$  происходит дешунтирующее ИК (емкость  $C_0$ ) и замыкание сопротивления  $R'_0$ . Система уравнений, описывающая переходный процесс в этом случае (рис. 2, б), аналогична системе, справедливой для процесса при пробое ЕК:

$$\left. \begin{aligned} i_1 - i_2 - i''_{0v} &= 0; \\ \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= E_m \sin(\omega t + \Psi); \\ i''_{0v} R_0 + L_0 \frac{di''_{0v}}{dt} + \frac{1}{C_0} \int i''_{0v} dt - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Характеристическое уравнение этой системы имеет комплексные корни, что при ее решении с учетом (3) дает результаты

$$i''_{0v} = I''_{0vm} \sin(\omega t + \theta_N) + I''_{0vsm} e^{\delta(t-t_3)} \sin[\omega_N(t-t_3) + \beta''_v]; \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} u''_{0v} &= -U_{0vm} \cos(\omega t + \theta_N) - U''_{0vsm} e^{\delta(t-t_3)} \times \\ &\times [\delta \sin[\omega_N(t-t_3) + \beta''_v] + \omega_N \cos[\omega_N(t-t_3) + \beta''_v]] + U''_{0v}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $I_{0vm}, I''_{0vsm}, U_{0vm}, U''_{0vsm}$  — амплитуды принужденных и свободных составляющих тока  $i''_{0v}$  и напряжения  $u''_{0v}$ ;  $\theta_N, \beta''_v$  — фазы этих составляющих;  $\omega_N$  — круговая частота свободных колебаний;  $U''_{0v}$  — постоянная составляющая.

Формулы для расчета составляющих, входящих в (5), (6), приведены в приложении 2.

В (5), (6)  $i_{0v}''$  — ток измерительной цепи;  $u_{0v}''$  — напряжение на ИК при  $t \geq t_3$ , т. е. после дешунтирования ИК (в отличие от принятого в (3) обозначения  $i_{0v}'$  — ток измерительной цепи при  $0 \leq t < t_3$ , когда напряжение на ИК —  $u_{0v}'=0$ ). Отметим, что для случая, когда  $t_3=0$  ( $R_0$  не вводится — неуправляемый процесс), далее используются обозначения:  $i_{0v}$  — ток измерительной цепи,  $u_{0v}$  — напряжение на ИК в режиме неуправляемого процесса.

На рис. 3 приведены кривые напряжения на ИК и тока измерительной цепи, рассчитанные по (3), (5), (6) для трех разных значений  $t_3$  при  $E_m=408,2$  кВ,  $\Psi=0$ ,  $R_{0k}=(R_0+R_0')/R_0=10$  в схеме «БК—РИО» с параметрами, взятыми из [2]: количество рядов в верхней и нижней частях БК  $n_b=70$ ,  $n_h=2$ ;  $C_1=0,57$  мкФ;  $C_2=-20$  мкФ;  $C_0=0,1$  мкФ;  $L_0=90\,000$  Гн;  $R_0=28$  кОм ( $p_{v1} \approx -0,18$ ;  $p_{v2} \approx -2,93$ ;  $\omega_N=10,57$  1/с). На рис. 3, а показаны кривые тока  $i_{0v}$  и напряжения  $u_{0v}$  неуправляемого процесса ( $t_3=0$ ) при включении БК на питающие шины, когда сопротивление  $R_0$  не вводится, а также кривые напряжения  $u_{0v}''$  управляемого процесса, когда сопротивление  $R_0$  вводится на 0,06 и 0,6 с (кривая тока  $i_{0v}$  условно прервана при  $t=0,6$  с, чтобы не было наложения на кривую напряжения  $u_{0v}''$ ). На рис. 3, б показана кривая тока  $i_{0v}'$  управляемого процесса ( $t_3=0,6$  с), когда в интервале  $(0, t_3)$  принужденная составляющая частоты 50 Гц наложена на апериодическую составляющую, а при  $t > t_3$  принужденная составляющая, имеющая амплитуду  $I_{0v,sm}$ , наложена на низкочастотную, амплитуда которой  $I_{0v,sm}'$  значительно меньше. Такая кривая характерна для пробоя ЕК, когда до момента управления и проявляется первичная апериодическая составляющая.

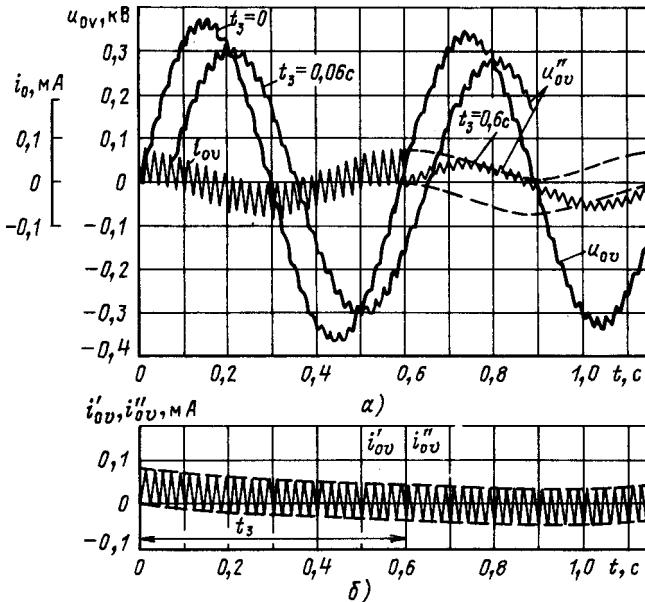


Рис. 3. Изменение тока измерительной цепи и напряжения на ИК при управлении переходным процессом:  
а — ток  $i_{0v}$  и напряжение  $u_{0v}$  неуправляемого процесса ( $t_3=0$ ) и напряжение  $u_{0v}''$  при  $t_3=0,06$  и  $0,6$  с; б — ток  $i_{0v}'$  управляемого процесса при  $t_3=0,6$  с

Результаты расчета показывают, что введение достаточно большого сопротивления  $R_0$ , при котором колебательный характер изменения тока в режиме включения БК с нулевыми начальными условиями (рис. 3, а) превращается в апериодический (рис. 3, б), позволяет за относительно небольшой промежуток времени ( $t_3 \approx 0,7$  с) практически исключить свободные составляющие. Следовательно, управляя аналогичным образом переходным процессом при пробое ЕК, можно существенно быстрее подготовить защиту к повторному действию, повысив тем самым динамическую устойчивость функционирования РИО по сравнению с неуправляемым переходным процессом.

Отметим, что в управляемом при пробое ЕК режиме параметры схемы «БК—РИО» после дешунтирования ИК такие же, как в интервале  $(t_r, t_{cp})$ , где  $t_{cp}$  — момент записи информации в счетчик количества поврежденных конденсаторов. Следовательно, напряжение  $u_{0r}$  будет изменяться в соответствии с (1), но численные значения входящих в эту формулу составляющих будут иными из-за различных начальных условий: в интервале  $(t_r, t_{cp})$   $i_{0r}(t_r)=i_{0r}(t_{r+})$ ,  $u_{0r}(t_r)=u_{0r}(t_{r+})$ , в интервале  $(t_3, t \geq t_3)$   $i_{0r}(t_3)=i_{0r}(t_{3+}) \neq i_{0r}(t_{r+})$ ,  $u_{0r}(t_{3+})=0$ . В частности, если принять, что к моменту  $t_3$  свободные составляющие переходного процесса становятся исчезающими малыми, постоянная составляющая напряжения на ИК определяется следующим образом:

$$U'_{rl}=E_m \left\{ \frac{\cos(\omega t_3 + \theta_r)}{\omega z_r} + (C_{1r} + C_2) \left[ \frac{z_0}{z_r} \times \right. \right. \\ \left. \times \sin(\omega t_{cp} + \theta_r + \phi_0) - \frac{z'_0}{z'_r} \sin(\omega t_{cp} + \theta'_r + \phi'_0) \right] \right\} \times \\ \times \frac{1}{\omega C_2(C_{1r} + C_2 + C_0)}, \quad (7)$$

где  $C_{1r}$  — емкость верхней части БК после пробоя ЕК;  $z_r$ ,  $z'_r$  — эквивалентные комплексные сопротивления в интервалах  $(t_r, t_{cp})$ ,  $(t_3, t \geq t_3)$  и  $(t_{cp}, t_3)$ ;  $\phi_0$ ,  $\phi'_0$  — углы сопротивлений  $z_0$ ,  $z'_0$  в тех же интервалах;  $\theta'_r$  — фаза принужденной составляющей тока  $i_{0r}$  в интервале  $(t_{cp}, t_3)$ .

Формулы для расчета составляющих, входящих в (7), приведены в приложении 3.

Таким образом, размыкание ИК в момент  $t_3$  в переходном режиме сопровождается возникновением постоянной  $U'_{rl}$ , значение которой зависит от момента размыкания и может достигать амплитуды принужденной составляющей послекоммутационного режима. Поэтому уставка срабатывания защиты должна выбираться с учетом этого обстоятельства (необходимо, чтобы напряжение срабатывания было не менее удвоенной амплитуды принужденной составляющей). Отметим, что обычно принужденная составляющая — это десятые доли или единицы вольт.

На основе анализа управляемого переходного процесса в схеме «БК—РИО» предложено устройство, реализующее рассмотренный алгоритм. Структурная схема этого устройства приведена на рис. 4 [4].

Устройство работает следующим образом.

В установившемся режиме работы БК на ИК падает напряжение частоты 50 Гц, не превышающее уставку срабатывания защиты, поэтому орган максимального напряжения (OMN) находится в несработанном состоянии. При пробое ЕК напряжение на ИК превышает уставку срабатывания защиты. Как только длительность превышения становится больше уставки органа

выдержки времени (орган  $D_1^\uparrow$ ), последний через исполнительный орган (ИО) подает сигнал на счетчик количества поврежденных конденсаторов (СКПК) и на запуск органа задержки исчезновения сигнала (орган  $D_2^\downarrow$ ), который в свою очередь дает без задержки через реле  $K_1$  команду блоку коммутации защиты ( $БКЗ$ ) на выполнение переключений в измерительной цепи (на рис. 4 показан вариант выполнения  $БКЗ$  в виде реле с переключающим контактом, питающимся от блока питания ( $БП$ ), подключенного ко вторичной обмотке трансформатора  $TV1$ ). Выходы  $БКЗ$  коммутируются таким образом, что в контур, который до момента записи информации в СКПК о пробое ЕК включал первичную обмотку ТН и ИК, дополнительно вводится резистор  $R_1$  ( $R_0$ ), а ИК шунтируется, благодаря чему осуществляется быстрый возврат РИО ( $ОМН$ ). Возврат РИО приводит к возврату органа  $D_1^\uparrow$ , который сразу же снимает сигнал пуска с входа органа  $D_2^\downarrow$ . Но орган  $D_2^\downarrow$  возвращается лишь спустя время  $t_3$ , достаточное для сильного затухания переходного процесса. После возврата органа  $D_2^\downarrow$   $БКЗ$  выполняет обратную коммутацию. Устройство готово к фиксации пробоя очередного ЕК.

**Выводы.** 1. Медленное затухание свободных составляющих напряжения на конденсаторе отбора измерительной цепи защиты, выявляющей количество пробитых единичных конденсаторов в шунтовой батарее и основанной на принципе измерения этих составляющих, может привести к нарушению динамической устойчивости функционирования ее РИО при пробоях единичных конденсаторов.

2. Повышение динамической устойчивости функционирования РИО защиты возможно путем целенаправленного управления переходным процессом в ее измерительной цепи после записи информации в счетчик количества поврежденных конденсаторов.

3. Для реализации разработанного алгоритма управления переходным процессом в указанном режиме необходимы дополняющие основной канал защиты вспомогательные элементы, предназначенные для выполнения требуемых коммутаций в измерительной цепи.

**Приложение 1.** Формулы для расчёта составляющих, входящих в (3):

$$I'_{0vm} = \frac{E_m}{\omega C_2 z'_N}; z'_N = \sqrt{(x'_N)^2 + (R'_N)^2};$$

$$x'_N = -j \frac{(R_0 + R'_0)(C_1 + C_2)}{\omega C_1 C_2}; R'_N = \frac{L_0(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2};$$

$$\theta'_N = \Psi - \frac{\pi}{2} - \varphi'_N; \varphi'_N = \arctg \frac{x'_N}{R'_N};$$

$$I'_{0v1} = \left[ \frac{E_m C_1 \sin \Psi}{L_0(C_1 + C_2)} - I'_{0vm} \frac{z'_0}{L_0} \sin(\theta'_N + \phi'_0) - I'_{0vm} \frac{\delta' - \omega'_N}{L_0} \cos(\varphi'_N - \Psi) \right] \frac{1}{2\omega_N};$$

$$z'_0 = \sqrt{(R_0 + R'_0)^2 + (\omega L_0)^2}; \phi'_0 = \arctg \frac{\omega L_0}{R_0 + R'_0};$$

$$\delta' = \frac{R_0 + R'_0}{2L_0}; p_{v1}, p_{v2} = -\delta' \pm \omega'_N;$$

$$\omega'_N = \sqrt{(\delta')^2 - \frac{1}{L_0(C_1 + C_2)}}; I'_{0v2} = I'_{0vm} \cos(\varphi'_N - \Psi) - I'_{0v1}.$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

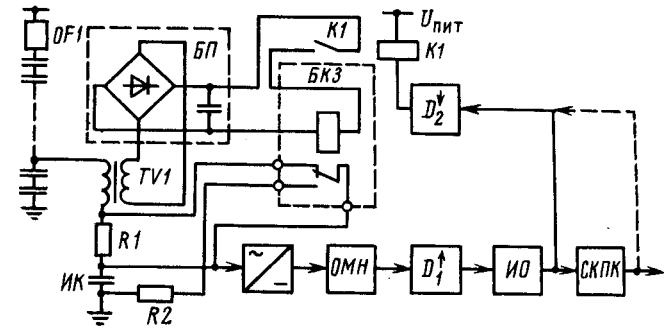


Рис. 4. Структурная схема защиты

**Приложение 2.** Формулы для расчета составляющих, входящих в (5), (6)

$$I_{0vm} = \frac{E_m}{\omega C_2 z_N}; z_N = \sqrt{x_N^2 + R_N^2}; x_N = -j \frac{R_0(C_1 + C_2)}{\omega C_1 C_2};$$

$$R_N = \frac{L_0(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} - \frac{C_0 + C_1 + C_2}{\omega^2 C_0 C_1 C_2}; \theta_N = \Psi - \frac{\pi}{2} - \varphi_N;$$

$$\varphi_N = \arctg \frac{x_N}{R_N}; I''_{0vsm} = [I'_{0vm} \sin(\omega t_3 + \theta'_N) +$$

$$+ I_{0vm} \cos(\varphi_N - \Psi - \omega t_3) + I'_{0v1} e^{p_{v1} t_3} + I'_{0v2} e^{p_{v2} t_3}] \sec \beta''_v;$$

$$\operatorname{tg} \beta''_v = I''_{0vsm} \omega_N \left\{ \frac{(2R'_0 + R_0)}{2L_0} [I'_{0vm} \sin(\omega t_3 + \theta'_N) + I'_{0v1} e^{p_{v1} t_3} +$$

$$+ I'_{0v2} e^{p_{v2} t_3}] + I'_{0vm} \cos(\omega t_3 + \theta'_N) + p_{v1} I'_{0v1} e^{p_{v1} t_3} +$$

$$p_{v2} I'_{0v2} e^{p_{v2} t_3} - I_{0vm} \cos(\varphi_N - \Psi - \omega t_3) + \frac{I_{0vm}}{\omega C_0} \times$$

$$\times \sin(\varphi_N - \Psi - \omega t_3) - \frac{I_{0vm} z_0}{L_0} \sin(\omega t_3 + \theta_N + \varphi_0) \right\}^{-1};$$

$$\omega_N = \sqrt{\frac{C_1 + C_2 + C_0}{C_0 L_0 (C_1 + C_2)} - \delta^2}; \delta = \frac{R_0}{2L_0};$$

$$z_0 = \sqrt{R_0^2 + \left( \omega L_0 - \frac{1}{\omega C_0} \right)^2}; \varphi_0 = \arctg \frac{\omega L_0 - 1/\omega C_0}{R_0};$$

$$U_{0vm} = \frac{E_m}{\omega^2 C_0 C_2 z_N}; U''_{0vsm} = \frac{I''_{0vsm}}{C_0 (\delta^2 + \omega_N^2)};$$

$$U''_{vl} = U_{0vm} \cos(\omega t_3 + \theta_N) + U''_{0vsm} (\delta \sin \beta''_v + \omega_N \cos \beta''_v).$$

**Приложение 3.** Формулы для расчета составляющих, входящих в (7):

$$C_{1r} = \frac{(m-1)C}{1+n_b(1-1/m)}; C_2 = \frac{mC}{n_h}; \theta_r = \Psi - \pi/2 - \varphi_r;$$

$$\varphi_r = \arctg \frac{x_r}{R_r}; x_r = -j \frac{R_0(C_1 + C_2)}{\omega C_{1r} C_2};$$

$$R_r = \frac{L_0(C_{1r} + C_2) - (C_0 + C_{1r} + C_2)}{C_{1r} C_2}; z_r = \sqrt{x_r^2 + R_r^2};$$

$$\omega'_r = \sqrt{(x'_r)^2 + (R'_r)^2}; x'_r = -j \frac{(R_0 + R'_0)(C_{1r} + C_2)}{\omega C_{1r} C_2};$$

$$R'_t = \frac{L_0(C_{1t} + C_2)}{C_{1t}C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_{1t}C_2}; \quad \theta'_t = \Psi - \pi/2 - \varphi'_t;$$

$$\varphi'_t = \operatorname{arctg} \frac{x'_t}{R'_t}.$$

Здесь  $t$  — количество параллельно включенных в одном ряде ЕК;  $C$  — емкость ЕК.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 1032520 (СССР). Устройство для защиты конденсаторных батарей с внешними предохранителями / Ю. И. Кедяров, А. С. Таршик. Опубл. в Б. И., 1983, № 28.

2. Никитин А. А., Поляков В. Е., Шурупов А. А. Исследование переходных процессов в измерительной цепи защиты конденсаторной батареи фильтрокомпенсирующего устройства. — Электротехника, 1985, № 8.

3. Шнеерсон Э. М. Динамика сложных измерительных органов релейной защиты. — М.: Энергоиздат, 1981.

4. А. с. 1287245 (СССР). Устройство для защиты конденсаторной батареи из последовательно соединенных конденсаторов с внешними предохранителями / А. А. Никитин, В. Е. Поляков, А. А. Шурупов. Опубл. в Б. И., 1987, № 4.

[27.12.88]

УДК 621.316.11.015.1.001.24

## Выбор экономических сечений проводов и кабелей линий распределительных электрических сетей при ограничениях по потере напряжения

ВИНОСЛАВСКИЙ В. Н., ПОЧТАРЬ Г. М.

Киевский политехнический институт

При проектировании распределительных электрических сетей напряжением выше 1 кВ основным критерием выбора сечений проводов и кабелей является нормированная экономическая плотность тока. Выбранные по этому критерию проводники далее проверяются по техническим требованиям, принятым по соответствующим ограничениям.

Выбор сечений проводников по нормированным значениям экономических плотностей тока обладает рядом существенных недостатков [1—5]. Кроме того, согласно ПУЭ сети промышленных предприятий и сооружений напряжением до 1 кВ при числе часов использования максимума нагрузки предприятий до 4000—5000 вообще не рекомендуется рассчитывать по экономической плотности тока, поскольку их основными определяющими ограничениями в зависимости от длины линий являются допустимый ток или потеря напряжения.

Более достоверные значения экономических сечений проводников позволяет получить расчет сетей по экономическим интервалам токов или мощностей [3]. Такой расчет учитывает конкретные параметры линий сети и особенности электропотребления (время максимальных потерь, стоимость электроэнергии, амортизационные отчисления). Однако при выборе сечений проводников по экономическим интервалам, так же как и по нормированным значениям плотностей тока, не учитываются взаимное влияние различных линий сети на суммарные затраты, разветвленность сети, а также накладываемые ограничения по допустимой потере напряжения. Эти ограничения являются наиболее существенными в разветвленных и протяженных сетях сельских районов, газопроводов, нефтегазовых, горных предприятий и других напряжением 10(6)—35 кВ. Поэтому при расчете таких сетей целесообразно пользоваться методом, при котором учитывались бы как конкретные осо-

бенности электрической сети, так и накладываемые ограничения по допустимой потере напряжения, и при этих условиях обеспечивался минимальный уровень приведенных затрат.

Приведенные затраты для произвольной линии  $i$  электрической сети (рис. 1) в зависимости от потери напряжения, обусловленной активной мощностью и активным сопротивлением этой линии, можно определить из выражения [1, 2]

$$Z_i = (E_n + p_i)a_i l_i + \frac{(E_n + p_i)b_i\rho_i l_i^2 P_i}{10U_{\text{ном}}^2 \Delta U_{ai}} + \frac{P_i t_i \beta_i \Delta U_{ai}}{100 \cos^2 \Phi_i}, \quad (1)$$

где  $E_n$  — нормативный коэффициент эффективности капитальных вложений;  $p_i$  — отчисления на амортизацию, ремонт и обслуживание линии, %;  $l_i$  — длина  $i$ -й линии сети, км;  $b_i$  — коэффициент, учитывающий изменение стоимости рассматриваемой линии сети в зависимости от сечения проводника, руб/мм<sup>2</sup>·км;  $P_i$  — максимальное значение передаваемой мощности, кВт;  $\rho_i$  — удельное активное сопротивление проводникового материала, Ом·мм<sup>2</sup>/км;  $t_i$  — время максимальных потерь, ч;  $\beta_i$  — стоимость электроэнергии, руб/кВт·ч.

Обозначив постоянные величины для линии, входящие в выражение (1), через

$$H_i = \frac{(E_n + p_i)b_i\rho_i l_i^2 P_i}{10U_{\text{ном}}^2} \quad (2)$$

и

$$N_i = \frac{P_i t_i \beta_i}{100 \cos^2 \Phi_i}, \quad (3)$$

его можно представить в следующем виде:

$$Z_i = (E_n + p_i)a_i l_i + \frac{H_i}{\Delta U_{ai}} + N_i \Delta U_{ai}. \quad (4)$$

Суммарные приведенные затраты в разветвленной разомкнутой сети

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i; \quad (5)$$

при этом суммирование производится по всем  $n$  линиям сети.

Для получения минимальных приведенных затрат во всей сети, при которых потеря напряжения до конечных точек сети, обусловленная активными мощностями и сопротивлениями, не превысит допустимых значений, необходимо определять оптимальные значения  $\Delta U_{ai}$  в отдельных участках сети из следующих условий:

$$Z = \sum_{i=1}^n Z_i \rightarrow \min; \quad (6)$$

$$\sum_{k_i=1}^{s_i} \Delta U_{ai(k_i)} \leq \Delta U_{a,dj}, \quad (7)$$

где  $\Delta U_{a,dj}$  — потеря напряжения, обусловленная активными мощностями и активными сопротивлениями, от центра питания (ЦП) до  $j$ -го конечного пункта сети, %;  $\Delta U_{ai(k_i)}$  то же на  $i$ -м участке, учитываем при определении допустимой потери напряжения до  $j$ -го конечного пункта сети, %;  $i(k_i)$  — подпоследовательность номеров участков, учитываемых при определении допустимой потери напряжения до  $j$ -го конечного пункта сети;  $s_i$  — количество участков;  $j$  — номер конечного пункта сети.

Суммарные приведенные затраты являются нелинейной выпуклой функцией от  $n$  переменных  $\Delta U_{ai}$ ,  $i=1, n$ . Несмотря на то, что ограничения (7) являются линейными, нахождение глобального минимума функции (6) на множестве допустимых значений, описываемом неравенствами (7), не представляется возможным в связи с отсутствием точных обобщенных математических методов.

Учитывая сепарабельность функции приведенных затрат, можно приближенно определить экономические значения  $\Delta U_{a,j}$  при помощи дельта-метода кусочно-линейной аппроксимации [6, 7]. Однако большое количество неизвестных значений  $\Delta U_{ai}$  и ограничений по допустимой потере напряжения значительно усложняет решение данной задачи даже на самых мощных цифровых ЭВМ.

Для оптимального распределения потери напряжения в электрической сети по условию минимальных приведенных затрат необходимо использовать такой способ, который существенно упрощал бы расчеты и позволял бы использовать для его реализации малые ЭВМ.

Как известно, для произвольного участка сети экономическая потеря напряжения равна [1, 2]

$$\Delta U_{a,si} = \sqrt{H_i/N_i}. \quad (8)$$

Если для полученных по формуле (8) значений  $\Delta U_{a,si}$  выполняются условия ограничений (7), то эти значения являются оптимальными и соответствуют наиболее экономичному варианту электрической сети. Опыт проектирования электрических распределительных сетей показывает, что полученные по формуле (8) значения  $\Delta U_{a,si}$  практически никогда не удовлетворяют всем ограничениям (7). Однако число конечных пунктов

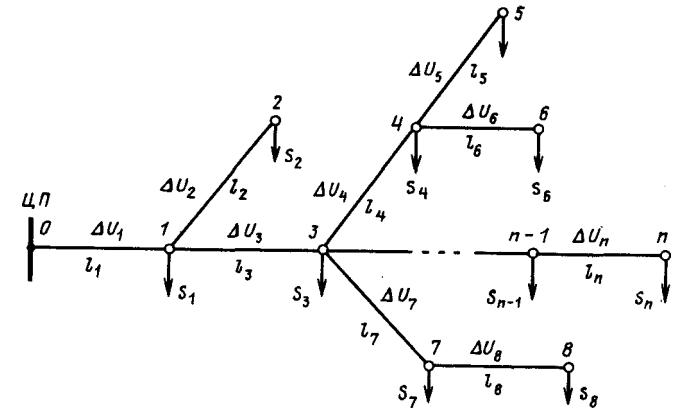


Рис. 1. Схема разветвленной распределительной электрической сети

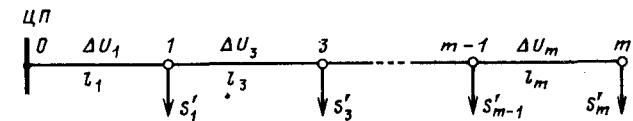


Рис. 2. Расчетная схема электрической распределительной сети, до которых не выполняется ограничение по допустимой потере напряжения, значительно меньше количества конечных пунктов исходной сети.

Для выполнения условий (7) допустимая потеря напряжения  $\Delta U_{a,dj}$  должна быть так распределена между отдельными участками сети  $\Delta U_{ai}$ , чтобы не превысить значения экономических потерь напряжения  $\Delta U_{a,si}$  на соответствующих участках, определяемых по формуле (8), при минимальных общих приведенных затратах.

Пусть по результатам расчета условия (7) не выполняются только для одного конечного пункта сети, например  $m$  ( $m \leq n$ ). Условно отбрасывая все ветви сети, которые расположены на пути от ЦП до тех конечных пунктов, для которых выполняются условия (7), но не входящие в цепь от ЦП к  $m$ -му конечному пункту, можно получить расчетную ветвь сети, изображенную на рис. 2. При этом к узлам полученной ветви приложены электрические нагрузки, учитывающие мощности отброшенных ветвей сети (обозначены штрихами).

Для этой расчетной сети выполняется неравенство:

$$\sum_{k_m=1}^{s_m} \Delta U_{a,si(k_m)} > \Delta U_{a,dm}. \quad (9)$$

Приведенные затраты в данном случае можно представить в следующем виде:

$$Z = \sum_{k_m=1}^{s_m} Z_{i(k_m)} = \sum_{k_m} (E_h + p_{i(k_m)}) a_{i(k_m)} l_{i(k_m)} + \sum_{k_m=1}^{s_m} \left( \frac{H_{i(k_m)}}{\Delta U_{a,si(k_m)}} + N_{i(k_m)} \Delta U_{a,si(k_m)} \right). \quad (10)$$

С учетом неравенства (9) условный экстремум функции затрат (10) можно определить классическим

методом при ограничении

$$\sum_{k_m=1}^{s_m} \Delta U_{a(i(k_m))} = \Delta U_{a.d.m.} \quad (11)$$

Для этого составляем функцию Лагранжа

$$\Phi = \sum_{k_m=1}^{s_m} (E_n + p_{i(k_m)}) a_{i(k_m)} l_{i(k_m)} + \sum_{k_m=1}^{s_m} \left( \frac{H_{i(k_m)}}{\Delta U_{a(i(k_m))}} + N_{i(k_m)} \Delta U_{a(i(k_m))} \right) + \lambda \left( \sum_{k_m=1}^{s_m} \Delta U_{a(i(k_m))} - \Delta U_{a.d.m.} \right), \quad (12)$$

где  $\lambda$  — множитель Лагранжа, соответствующий условию (11).

Оптимальные значения  $\Delta U_{a(i(k_m))}$  определяются из следующих условий:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Delta U_{a(i(k_m))}} = - \frac{H_{i(k_m)}}{\Delta U_{a(i(k_m))}^2} + N_{i(k_m)} + \lambda = 0; \quad (13)$$

$$k_m = 1, s_m.$$

Отсюда, учитывая выражение (8),

$$\Delta U'_{a,i(k_m)} = \sqrt{\frac{H_{i(k_m)}}{N_{i(k_m)} + \lambda}} = \frac{\Delta U_{a,i(k_m)}}{\sqrt{1 + \frac{\lambda}{N_{i(k_m)}}}}. \quad (14)$$

С учетом равенства (14) выражение (11) можно представить в виде:

$$\sum_{k_m=1}^{s_m} \sqrt{\frac{H_{i(k_m)}}{N_{i(k_m)} + \lambda}} = \Delta U_{a.d.m.} \quad (15)$$

Значение множителя  $\lambda$  можно определить путем решения алгебраического уравнения (15) при помощи метода Ньютона (см. приложение).

Ввиду наличия условия (9) и монотонности функции в левой части уравнения (15) данное уравнение имеет единственный вещественный корень, который является положительным.

Из изложенного выше следует, что при перераспределении значений допустимой потери напряжения необходимо повторно учитывать максимальное значение передаваемой по линии мощности, время максимальных потерь, коэффициент мощности потребителей.

Поскольку множитель  $\lambda$  является положительным, из выражения (14) следует, что оптимальные значения  $\Delta U_{a(i(k_m))}$  меньше, чем экономические  $\Delta U_{a,i(k_m)}$ , определяемые из (8) для всех участков, входящих в цепь от ЦП до конечного пункта сети  $m$ .

Если условия (7) нарушаются более, чем для одного конечного пункта сети, замена ограничивающих неравенств (7) соответствующими равенствами и применение классического метода отыскания условного экстремума может привести к значительным погрешностям. Поэтому для таких случаев целесообразно определять значения потери напряжения на отдельных участках сети путем отыскания глобального минимума выпуклой сепарабельной функции [6] при помощи метода кусочно-линейной аппроксимации.

Пусть условия (7) не выполняются для потерь напряжения до конечных пунктов сети с порядковыми номерами  $m, f, \dots, g$ . Функции приведенных затрат для всех участков сети, расположенных на пути от ЦП до указанных конечных пунктов, заменим приближенно линейными функциями, разбивая при этом диапазон изме-

нения значений  $\Delta U_{ai}$ , находящийся в пределах  $0 \dots \Delta U_{a,zi}$  на несколько частей. Минимизация проводится путем введения новых переменных, количество которых равно числу точек разбиения.

Таким образом, исходную задачу нелинейного программирования приводят к линейному виду и решают ее, например, симплексным методом, используя пакеты прикладных программ [7]. В результате решения получают  $\Delta U_{a,zi}$ .

Структурная схема методики расчета распределения допустимой потери напряжения в разветвленной сети из условия минимума приведенных затрат показана на рис. 3.

По полученным значениям  $\Delta U_{a,zi}$  определяют экономические сечения проводников [1, 2]

$$F_{zi} = \frac{\rho_i l_i P_i}{10 U_{\text{ном}}^2 \Delta U_{a,zi}}. \quad (16)$$

После этого расчет сети продолжают общепринятым методом, т. е. выбирают ближайшие стандартные значения сечений проводников, уточняют потерю напряжения с учетом табличных значений активного и реактивного сопротивления линий, проверяют сеть по условиям нагрева в нормальном и послеаварийном режиме (для кабельных линий) и путем обычной процедуры проектирования добиваются выполнения всех ограничений, требуемых нормативными документами.

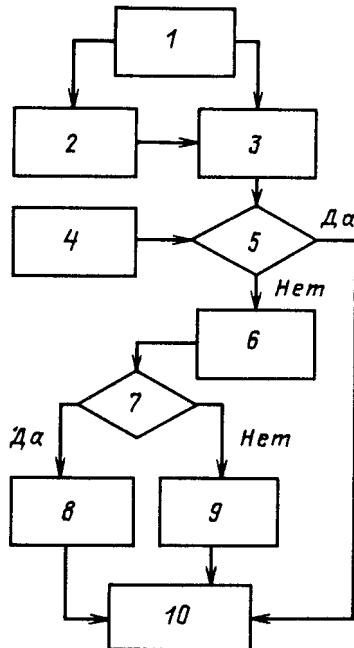


Рис. 3. Структурная схема методики расчета распределения допустимой потери напряжения в сети и определения сечений проводников: 1 — определение допустимой потери напряжения в сети,  $\Delta U_g$ ; 2 — определение суммарной потери напряжения до всех конечных пунктов сети, обусловленной реактивными мощностями и сопротивлениями,  $\Delta U_{p,d}$ ; 3 — определение значений  $\Delta U_{a,d}$  до всех конечных пунктов сети; 4 — вычисление значений  $\Delta U_{a,zi}$ ; 5 — выполнение ограничений по  $\Delta U_{a,d}$ ; 6 — выделение части сети, для которой нарушены ограничения по  $\Delta U_{a,d}$ ; 7 — невыполнение для одного конечного пункта сети; 8 — оптимизация классическим методом; 9 — оптимизация методом кусочно-линейной аппроксимации; 10 — определение экономических сечений проводников

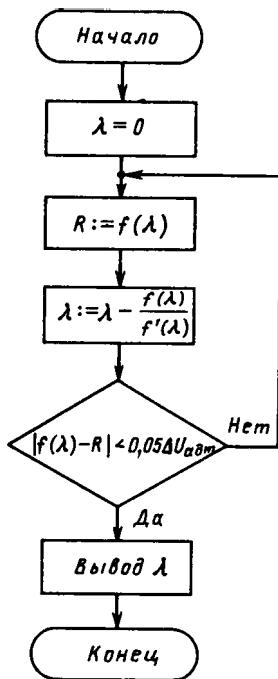


Рис. 4. Алгоритм решения уравнения (15)

**Выводы.** 1. Предлагаемый метод расчета электрических распределительных сетей обеспечивает минимизацию приведенных затрат при выборе сечений проводов и жил кабелей с учетом ограничений по допустимой потере напряжения.

2. Данный метод позволяет рассчитывать сети с учетом конкретных параметров линий электропередачи и взаимного влияния всех линий на суммарные приведенные затраты при любой степени разветвленности сети.

3. Для расчета сетей изложенным методом можно широко применять малые ЭВМ совместно с пакетными прикладных программ, что значительно сокращает время проектирования и повышает точность расчетов.

**Приложение. Решение уравнения (15) методом Ньютона.** Введем в рассмотрение следующую функцию:

$$f(\lambda) = \sum_{k_m=1}^{s_m} \sqrt{\frac{H_{i(k_m)}}{N_{i(k_m)} + \lambda}} - \Delta U_{\text{адм}}. \quad (\text{П-1})$$

Ввиду неравенства (9) значение  $f(0) > 0$ . Определим производную функции  $f$  по  $\lambda$ :

$$f'(\lambda) = - \sum_{k_m=1}^{s_m} \frac{\sqrt{H_{i(k_m)}}}{2(N_{i(k_m)} + \lambda)^{3/2}}, \quad (\text{П-2})$$

откуда следует убывание функции  $f$  на интервале  $[0, +\infty)$ . Из выражения (П-1) можно заключить, что

$$f(+\infty) = -\Delta U_{\text{адм}} < 0. \quad (\text{П-3})$$

Последнее неравенство доказывает существование и единственность действительного корня уравнения (15).

Ввиду положительности второй производной функция является выпуклой вниз на интервале  $[0, +\infty)$ . Приведенные выше соображения дают нам право за нулевое приближение принять значение  $\lambda$ , равное нулю, и применить метод Ньютона.

Алгоритм программы решения уравнения (15) приведен на рис. 4.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Винославский В. Н. Распределение допустимой потери напряжения в электрических сетях из условия минимальных приведенных затрат.— Электричество, 1974, № 11.
2. Электрические системы и сети / Н. В. Бускова, В. Н. Винославский, Г. И. Денисенко, В. С. Перхач.— Киев: Высшая школа, 1986.
3. Веников В. А., Астахов Ю. Н. Экономические интервалы при выборе оптимальных вариантов энергетических объектов и их применение при технико-экономических расчетах электропередач.— Энергетика и автоматика, 1982, № 3.
4. Дискуссии.— Электричество, 1985, № 2, 10, 11.
5. Дискуссии.— Промышленная энергетика, 1985, № 8; 1986, № 3, 4.
6. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах.— М.: Высшая школа, 1986.
7. Сокуренко Ю. А. Пакет прикладных программ—линейное программирование в АСУ (ППП ЛП АСУ).— Л.: ЛИМТУ, 1979.

[30.01.89]

УДК 621.311:62-529.001.24

## Способ определения характеристик электропотребления

ПРАХОВНИК А. В., доктор техн. наук, ВОЛОШКО А. В., канд. техн. наук

За последнее десятилетие развитие генерирующих мощностей в энергетике осуществлялось с преобладающим вводом крупных энергоблоков, обеспечивающих базисную нагрузку ЕЭС СССР, над маневренным оборудованием, которое может покрывать пиковую нагрузку, а использование электрической энергии в отраслях народного хозяйства шло по экспансивному пути.

Поэтому условия поддержания баланса между генерируемой и потребляемой мощностью значительно усложнились. В этих условиях кратковременные дефициты мощности, возникающие при аварийных отключениях генерирующего оборудования и электропередач, приводят к необходимости ограничений электрической энергии по узлам ЭЭС, а их отработка осуществляется

потребителями электроэнергии. Достичь значительного повышения эффективности функционирования ЭЭС в этих условиях можно на основе автоматизации управления электропотреблением.

Необходимо отметить, что эффективное решение задач управления возможно при наличии необходимой и достоверной информации в требуемые сроки и в удобном для использования виде, т. е. при создании информационного обеспечения задач управления электро-снабжением.

Точность и достоверность решений данных задач на основе информационного обеспечения, создаваемого с помощью существующих технических средств, в значительной степени зависят как от точности и достоверности информационного обеспечения, так и от методической обеспеченности задач управления электроснабжением. Так, применение ряда нормативных коэффициентов или электрических зависимостей, используемых при решении задач управления, обуславливают появление значительных погрешностей, приводящих к резкому ухудшению эффективности управления [1, 2].

Относительно точности и достоверности используемых параметров информационного обеспечения можно отметить, что наряду с применением в качестве технических средств формирования данных параметров индукционных счетчиков электрической энергии широкое распространение получили различного рода информационно-измерительные системы. Следует отметить, что в этих системах в качестве первичных средств учета применяются индукционные счетчики со встроенными преобразователями числа оборотов диска в количестве импульсов. По мере насыщения энергетического хозяйства страны мощными, нелинейными потребителями электрической энергии, которые отрицательно сказываются на ее качестве, применение таких первичных средств учета при решении задач управления режимами систем электроснабжения становится неэффективным [3]. Это относится как к точностным характеристикам данных технических средств, так и к невозможности измерения с их помощью качественных характеристик электропотребления.

Как известно, для осуществления оптимальных режимов электроснабжения необходимо решение целого ряда задач, которые в большинстве своем рассматриваются раздельно [2]. Попытки разработки комплексного подхода к оптимизации режимов электропотребления [4, 5], основанные на различных методах расчета отдельных показателей электропотребления и характеристик электрических нагрузок с применением развитого математического аппарата, не приводили к ожидаемому эффекту в связи с отсутствием необходимых технических средств измерений, обработки и хранения информации.

Как уже отмечалось, ухудшение качества электрической энергии приводит как к снижению точностных характеристик измеряемых параметров, так и к необходимости разработки и применения новых методов и средств для поддержания оптимального режима электроснабжения. Таким образом, на повестку дня ставится вопрос о необходимости формирования информационного обеспечения задач управления электроснабжением на основе как количественных характеристик электропотребления, так и показателей качества электроэнергии, регламентируемых ГОСТ 13109-67 [6].

В настоящее время существует ряд методов обработки измерительной информации о параметрах режимов электропотребления. К основным из них следует отнести [7]: методы прямого отбора; методы по схеме двойного интегрирования; методы аналогового умножения. Приведенные методы могут применяться в питающих сетях с синусоидальной кривой напряжений и токов. Что же касается сетей с деформированной формой кривой тока и напряжения, то здесь предпочтение должно быть отдано цифровой обработке мгновенных значений напряжения и тока по различным алгоритмам. Наиболее распространенными из них являются алгоритмы дискретного (ДПФ) и быстрого (БПФ) преобразований Фурье с применением метода симметричных составляющих.

Анализ применяемых методов обработки показал их неэффективность для формирования информационного обеспечения как с точки зрения точностных характеристик, так и быстродействия. Также следует отметить тот немаловажный факт, что определение большинства количественных и качественных характеристик электропотребления не требует проведения полного гармонического анализа, приводящего к значительному снижению производительности. Исходя из вышеприведенного можно сделать вывод, что методы обработки измерительной информации, применяемые для формирования информационного обеспечения, должны быть построены на синтезе применяемых методов и разработанных применительно к решению задач оптимизации режимов электроснабжения промышленных предприятий.

В настоящей статье предлагается способ определения количественных и качественных характеристик электропотребления для формирования информационного обеспечения задач управления электроснабжением промышленных предприятий.

С целью определения характеристик электропотребления наиболее часто применяется гармонический анализ, играющий лишь вспомогательную роль, с помощью которого входные массивы последовательностей напряжения  $u_l$  и тока  $i_l$  ( $l=0,2n$ ) преобразуются в промежуточные  $U_{1m}, U_{2m}, I_{1m}, I_{2m}$  ( $m=1,n$ ), где  $U_{1m}, I_{1m}$  и  $U_{2m}, I_{2m}$  — синусные и косинусные составляющие последовательностей напряжения  $u_l$  и тока  $i_l$ . Вычисление этих промежуточных массивов требует больших затрат машинного времени и достаточно большого объема памяти для их хранения.

Также необходимо отметить тот факт, что повышение точности измерений путем увеличения частоты выборки и с помощью интерполяции полученных данных приводит к неоправданно большому времени счета даже при использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье [8, 9].

Поэтому весьма актуальной является задача разработки способа определения характеристик электропотребления непосредственно по замерам напряжения и тока без проведения полного гармонического анализа. Алгоритм их определения должен быть быстродействующим, обладать возможностью определения всех основных характеристик электропотребления без существенной перестройки как применяемого математического аппарата, так и реализуемых его технических средств. Предлагаемый подход к определению характеристик электропотребления основан на использовании известных свойств функций корреляции двух последовательностей напряжения  $u_l$  и тока  $i_l$ .

Напряжение сети  $u(t)$  и ток  $i(t)$  являются периодическими функциями времени с периодом  $T$ . Производя замеры  $u(t)$  и  $i(t)$  в равноудаленные моменты времени  $t_l$  ( $t_l = lT/(2n+1)$ , где  $2n+1$  — количество отсчетов на периоде), получим последовательности  $u_l = u(t_l)$  и  $i_l = i(t_l)$ , которые являются  $(2n+1)$ -периодическими. Метод определения характеристик электропотребления рассмотрим на примере вычисления реактивных мощностей.

Рассмотрим известную теорему корреляции [10]. Согласно этой теореме функция корреляции последовательностей  $u_l$  и  $i_l$  может быть представлена в виде

$$S_r = \frac{1}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} u_{l-r} i_l, \quad r = \overline{0, 2n}. \quad (1)$$

ДПФ последовательности (1) имеет вид

$$S_r = S_0 + \sum_{m=1}^n \left( S_{1m} \sin \frac{2\pi mr}{2n+1} + S_{2m} \cos \frac{2\pi mr}{2n+1} \right), \quad (2)$$

где

$$S_0 = \frac{2}{2n+1} \sum_{r=0}^{2n} S_r; \quad (3)$$

$$S_{1m} = \frac{2}{2n+1} \sum_{r=1}^{2n} S_r \sin \frac{2\pi mr}{2n+1}; \quad (4)$$

$$S_{2m} = \frac{2}{2n+1} \sum_{r=0}^{2n} S_r \cos \frac{2\pi mr}{2n+1}. \quad (5)$$

В силу периодичности  $u_{l-r} = u_{2n+1+l-r}$ ,  $l < r$ . По теореме корреляции [10] имеем

$$S_0 = U_0 I_0 = P_0; \quad (6)$$

$$S_{1m} = \frac{1}{2} (U_{2m} I_{1m} - U_{1m} I_{2m}) = Q_m, \quad m = \overline{1, n}; \quad (7)$$

$$S_{2m} = \frac{1}{2} (U_{1m} I_{1m} + U_{2m} I_{2m}) = P_m, \quad m = \overline{1, n}, \quad (8)$$

где коэффициенты Фурье  $S_0$ ,  $S_{1m}$ ,  $S_{2m}$  последовательности  $S_r$  определяются по формулам, аналогичным (3);  $P_0$  — активная мощность основной гармоники;  $Q_m$ ,  $P_m$  — реактивная и активная мощности  $m$ -й гармоники.

Для определения реактивных мощностей (основной гармоники, высших гармоник и их суммы (в дальнейшем — суммарная реактивная мощность)) непосредственно по замерам напряжения  $u_l$  и тока  $i_l$  подставим

(7) в  $Q = \sum_{m=1}^n Q_m$  и с учетом (4) получим

$$Q = \frac{2}{2n+1} \sum_{m=1}^n \sum_{r=1}^{2n} S_r \sin \frac{2\pi mr}{2n+1}.$$

Изменив порядок суммирования и преобразовав с учетом нечетности синуса, получим

$$Q = \frac{2}{2n+1} \sum_{r=1}^n (S_r - S_{2n+1-r}) \sum_{m=1}^n \sin \frac{2\pi mr}{2n+1}. \quad (9)$$

Произведя ряд дополнительных преобразований выражения (9), получим формулу для определения сум-

марной реактивной мощности:

$$Q = \frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} i_l \sum_{r=1}^n W_{nr} (u_{l-r} - u_{l-(2n+1-r)}), \quad (10)$$

где

$$W_{nr} = \frac{\sin \frac{\pi nr}{2n+1} \sin \frac{\pi(n+1)r}{2n+1}}{(2n+1) \sin \frac{\pi r}{2n+1}}, \quad r = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Подставляя  $m=1$  в выражение (9), с учетом выражения (1) получим формулу для вычисления реактивной мощности основной гармоники:

$$Q_1 = \frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} i_l \sum_{r=1}^n W'_{nr} (u_{l-r} - u_{l-(2n+1-r)}), \quad (12)$$

где

$$W'_{nr} = \frac{1}{2n+1} \sin \frac{2\pi r}{2n+1}, \quad r = \overline{1, n}. \quad (13)$$

Принимая во внимание  $m=2, n$  и подставляя (1) в (9), получим выражение для вычисления реактивной мощности высших гармоник:

$$Q_2 = \frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} i_l \sum_{r=1}^n W''_{nr} (u_{l-r} - u_{l-(2n+1-r)}), \quad (14)$$

где

$$W''_{nr} = \frac{\sin \frac{\pi(n-1)}{2n+1} \sin \frac{\pi(n+2)r}{2n+1}}{(2n+1) \sin \frac{\pi r}{2n+1}}, \quad r = \overline{1, n}. \quad (15)$$

Детальный анализ выражений (10)–(15) показывает, что определение реактивных мощностей производится по одному и тому же алгоритму, с одинаковым быстродействием и точностью. Различие состоит лишь в значениях вектора поворота  $W_{nr}$ , занесенного во вспомогательную таблицу, хранящуюся в постоянном запоминающем устройстве.

Для оценки эффективности предложенного способа определения реактивных мощностей сравним его с алгоритмом ДПФ по точности, быстродействию и занимаемому объему памяти. Покажем также возможность определения с помощью данного способа и других характеристик электропотребления. Расчет реактивных мощностей обоими способами производился на микроЭВМ СМ-1800. В качестве измеряемого сигнала была взята функция вида

$$u(t) = \begin{cases} U_a & \text{при } 0 < t < \frac{1}{2} T; \\ -U_a & \text{при } \frac{1}{2} T \leq t < T. \end{cases}$$

Для простоты ограничимся первыми одиннадцатью гармониками разложения данной функции в ряд Фурье, что в конечном счете не должно сказать на достоверности проводимого сравнения:

$$u(t) = \frac{4}{\pi} U_a \sum_{i=1}^{11} \frac{1}{2i-1} \sin \frac{(2i-1)2\pi t}{T}.$$

Вычисление реактивных мощностей с помощью алгоритма ДПФ производилось в соответствии с [11], а

предлагаемым способом — с помощью выражений (10)–(15). Результаты вычислений показывают одинаковую точность определения реактивной мощности обоими методами.

Расчет временных характеристик производился на основе разложения формул для вычисления реактивной мощности первой гармоники обоими методами на элементарные математические операции.

1. Метод с помощью алгоритма Фурье и в соответствии с [8]

$$Q_1^{\text{ДПФ}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{NN} \sqrt{(a_I a_I + b_I b_I)(a_U a_U + b_U b_U)} \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \operatorname{arctg} \frac{a_U}{b_U} - \operatorname{arctg} \frac{a_I}{b_I} \right) \right],$$

где  $N$  — число выборок тока и напряжения;  $a_I, b_I$  — синусная и косинусная ортогональные составляющие тока;  $a_U, b_U$  — синусная и косинусная ортогональные составляющие напряжения.

Время вычисления  $Q_1^{\text{ДПФ}}$ :  $\Sigma T_1^{\text{ДПФ}} = 12nt_m + 78t_a$ ;  $t_m$ ,  $t_a$  соответственно время умножения и сложения.

2. Предлагаемый способ. Подсчет временных характеристик производился по формулам (12) и (13).  $\Sigma T_{\text{предл}} = 5nt_m$ .

Сравнивая между собой результаты, видим, что предлагаемый способ более быстродействующий. Если же сравнить быстродействие обоих методов при определении суммарной реактивной мощности и мощности высших гармоник, то здесь предлагаемый способ оказывается еще более быстродействующим по сравнению с алгоритмами, представленными в [8, 9]. Что касается сравнения объемов используемой памяти, то здесь следует сказать, что способ вычисления реактивных мощностей с помощью алгоритма ДПФ требует

около 6 кбайт памяти, в то время как предлагаемый способ — 2 кбайт.

На основе предложенного подхода возможно определение других характеристик электропотребления. Так, подставляя (1) в (5) после ряда преобразований, получим формулу для определения активной мощности первой гармоники:

$$P_1 = \frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} i_l u_l + \sum_{r=1}^n W_{nr}'''(u_{l-(2n+1-r)}), \quad (16)$$

где

$$W_{nr}''' = \frac{1}{2n+1} \cos \frac{2\pi r}{2n+1}, \quad r = \overline{1, n}. \quad (17)$$

Принимая  $m = \overline{2, n}$  и подставляя (1) в (5) и (8), получим формулу для вычисления активной мощности высших гармоник:

$$P_2 = \frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} i_l [(n-1)u_l + \\ + \sum_{r=1}^n W_{nr}'''(u_{l-r} + u_{l-(2n+1-r)})], \quad (18)$$

где

$$W_{nr}''' = \frac{\sin \frac{\pi(n-1)r}{2n+1} \sin \frac{\pi(n+2)r}{2n+1}}{(2n+1) \sin \frac{\pi r}{2n+1}}. \quad (19)$$

Заменяя в (16), (18)  $i_l$  на  $u_l$ , можно получить формулы для определения следующих величин:

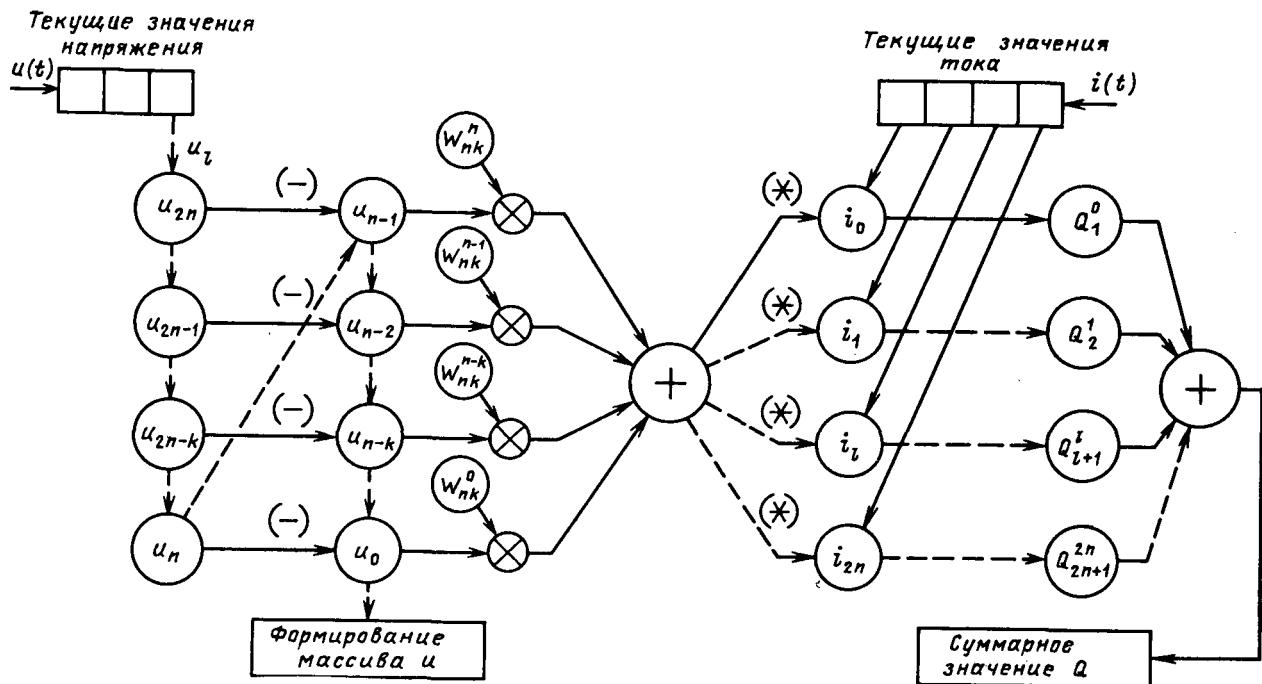


Рис. 1. Структурная схема определения характеристик электропотребления

действующего значения первой гармоники напряжения

$$U_1 = \sqrt{\frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} u_l \left[ u_l + \sum_{r=1}^n W_{nr}'''(u_{l-r} + u_{l-(2n+1-r)}) \right]}; \quad (20)$$

действующего значения напряжения

$$U = \sqrt{\frac{1}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} u_l^2}; \quad (21)$$

действующего значения напряжения высших гармоник

$$U_2 = \sqrt{\frac{2}{2n+1} \sum_{l=0}^{2n} u_l \left[ (n-1)u_l + \sum_{r=1}^n W_{nr}'''(u_{l-r} + u_{l-(2n+1-r)}) \right]} \quad (22)$$

и т. д.

Анализ полученных выражений показывает, что алгоритмы их вычисления не требуют существенной перестройки общего вычислительного алгоритма и различаются только вектором поворота  $W_{nr}$ . Эта особенность предложенного подхода является весьма существенной с экономической и технической точек зрения.

На рис. 1 представлена структурная схема предложенного способа определения характеристик электропотребления. При необходимости вычисления отдельных характеристик электропотребления микропроцессорное устройство, реализующее данный алгоритм (рис. 2), может иметь простую структуру построения, в которой функции суммирования, умножения, выдачи информации будут возложены на микропроцессор (МП).

Здесь необходимо обратить внимание на тот факт, что вычисление характеристик электропотребления предлагаемым способом окажется более эффективным в случае производства специализированных БИС (быстро действующих сумматоров и умножителей, квадраторов и т. п.). На данном этапе развития технических средств (МП) выбор вычислительных алгоритмов необходимо проводить на основе синтеза способов, предлагаемых в данной статье и ранее известных [9–11].

Таким образом, вычисление основных характеристик электропотребления для целей формирования информационного обеспечения предлагается производить следующим образом: суммарная активная мощность, ортогональные составляющие первой гармоники напряжения и тока, активная и реактивная мощности первой гармоники — по общепринятым формулам, а активная и реактивная мощности высших гармоник, суммарная реактивная мощность, действующее значение напряжения высших гармоник, действующее значение напряжения — предлагаемым в статье способом.

**Выводы.** 1. Анализ существующих способов определения характеристик электропотребления показал их неэффективность при возросшем уровне требований к их точностным и временным параметрам.

2. В статье предложен подход и разработанный на его основе способ определения характеристик электропотребления.

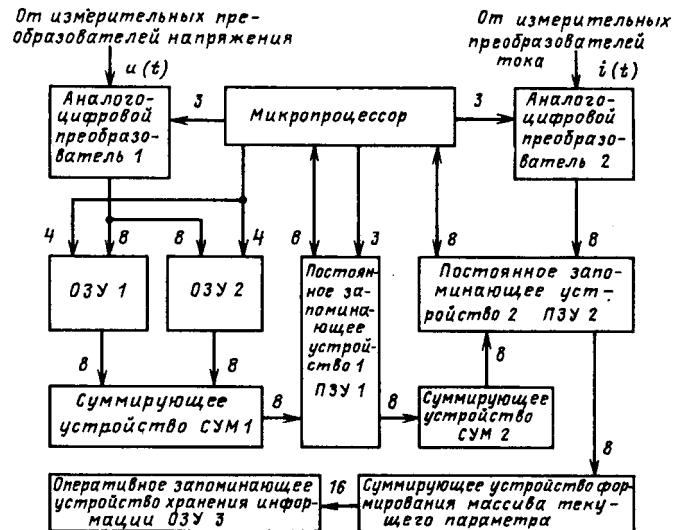


Рис. 2. Структурная схема устройства, разработанного на основе предложенного способа определения характеристики электропотребления: ОЗУ 1, ОЗУ 2 — оперативные запоминающие устройства для формирования массивов текущих данных напряжения; СУМ 1 — вычитание сформированных массивов данных по закону  $(u_{l-r} - u_{l-(2n+1-r)})$ ; ПЗУ 1 — умножение разностных значений на соответствующий вектор поворота  $W_{nr}$ ; ПЗУ 2 — умножение результата суммирования в СУМ 2 на текущее значение тока; СУМ 2 — суммирование результатов умножения  $(u_{l-r} - u_{l-(2n+1-r)}) W_{nr}$

потребления для целей формирования информационного обеспечения без существенной перестройки как применяемого математического аппарата, так и реализуемых его технических средств. Показаны преимущества предлагаемого способа по сравнению с алгоритмом ДПФ, возможность определения основных характеристик электропотребления.

3. На основе анализа современного развития технических средств предлагается выбор вычислительных алгоритмов определения характеристик электропотребления производить путем синтеза способов, предлагаемого в статье, и известных ранее.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Мелентьев Л. А. Задачи оптимального оперативного управления в электроэнергетических системах.— Вестник АН СССР, 1975, № 7.
2. Праховник А. В. Формирование характеристик электропотребления промышленных объектов.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 6.
3. Kusmirek Z. Wpływ asymetrii układu trójfazowego i wycznych harmonicznych nadokłodnose pomiaru biernej.— Pomiary, automatyka, kontrola, 1980, vol. 26, N 4.
4. Воскобойников Д. М. Системный анализ режимов электропотребления в промышленности.— В кн.: Оптимизация и прогнозирование режимов электропотребления промышленных предприятий. Свердловск: Уральский ДНТП, 1980.
5. Багиев Г. Л., Шленов В. В. Экономико-организационные вопросы оптимизации режимов электропотребления.— Изв. вузов. Энергетика, 1984, вып. 3.
6. Каханович В. С., Телипин С. С., Порохнявый Б. Н. Экономическая эффективность внедрения автоматизированных

систем учета электроэнергии.— Промышленная энергетика, 1980, № 2.

7. Knight R. New methods of electrical power measurement.— CREM Dip. Conf. Precis. Electromagn. Meas., 1980, vol. 1.

8. Acciani G., Savino M. A FFT-based digital instrument for nonsinusoidal systems.— IMEKO. Symp. on Measurements and Estimation. Bressanone, 1984.

9. Grande T. Interpolation algorithms for discrete fourier

transforms of weighted signals.— IEEE Trans. on I&M, 1983, vol. IM-32.

10. Reck H. Grundlagen und Anwendung von Korrelationsverfahren in der Messtechnik.— Die Technik, 1978, Bd 33, N.

11. Savino M. Measurements of voltage current power and energy in nonsinusoidal electric systems.— Energia Elettrica, 1983, vol. IX, N10.

[02.11.88]

УДК 621.313.333:621.3.014.001.5

## Влияние магнитной цепи на электрические параметры короткозамкнутого ротора с глубокими пазами

ГРЮНЕР А. И., канд. техн. наук

Красноярский политехнический институт

В [1] получены расчетные выражения для коэффициентов изменения активного и индуктивного сопротивлений зубцово-пазового слоя глубокопазового ротора с учетом магнитной проницаемости зубцов и при допущении бесконечно большой магнитной проницаемости ярма ротора.

Статья посвящена анализу совместного влияния магнитных проницаемостей зубцов и ярма на коэффициенты изменения активного и индуктивного сопротивлений стержня шихтованного глубокопазового ротора.

Комплексное сопротивление стержня в прямоугольном пазу ротора равно [1]:

$$\underline{Z}_{2n} = \frac{\underline{M}_a}{\sigma b_n} \frac{\lambda h_\mu \operatorname{cth} \lambda h_1 + 1}{\operatorname{cth} \lambda h_1 + \lambda h_\mu - 1/\operatorname{sh} \lambda h_1}, \quad (1)$$

где  $l_a$ ,  $b_n$ ,  $h_1$  — активная длина, ширина и высота стержня;  $\lambda$  — коэффициент распространения:

$$\lambda = \beta + j\gamma, \quad (2)$$

$\beta$ ,  $\gamma$  — коэффициенты затухания и изменения фазы, соответственно, которые зависят от материала и частоты перемагничивания ротора, а также от геометрических размеров и магнитной проницаемости зубцов:

$$\beta = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} (1 + \sqrt{1 + \varepsilon^2})^{1/2},$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \frac{\varepsilon}{(1 + \sqrt{1 + \varepsilon^2})^{1/2}}.$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент, характеризующий затухание электромагнитной волны в роторе в режиме идеального холостого хода, зависит от числа пазов ротора на полюс, размеров зубцово-пазового слоя и магнитной проницаемости зубцов:

$$\alpha = \frac{\Delta}{\sqrt{k_1 k_c \mu_y b_n b_z}},$$

где  $b_z$  — ширина зубца;  $\mu_y$  — относительная магнитная проницаемость зубцов по продольной оси;  $\Delta = \beta h_\mu$ .

$= 2 \sin(\pi p/N)$ ;  $N$  — число стержней ротора;  $p$  — число пар полюсов;  $\varepsilon$  — число Рейнольдса:

$$\varepsilon = \frac{\omega_1 \mu_0 s}{k_1 \alpha^2},$$

$\omega_1$  — циклическая частота тока статора;  $s$  — скольжение ротора.

Влияние ярма ротора на электрические параметры [1] определяется приведенной высотой ярма  $h_\mu = k_0 k_1 k_c \mu_a h_a$ .

Коэффициенты  $k_0$  и  $k_1$  равны:

$$k_0 = b_n/t; \quad k_1 = 1 + b_z/\mu_x k_c b_n.$$

Здесь  $t$  — зубцовое деление;  $\mu_x$  — относительная магнитная проницаемость зубцов по поперечной оси;  $\mu_a$ ,  $h_a$  — относительная магнитная проницаемость и высота ярма ротора, соответственно.

Представим комплексное сопротивление стержня ротора как

$$\underline{Z}_{2n} = r_{2n} k_{ra} + j x_{2n} k_{xa}, \quad (3)$$

где

$$r_{2n} = \frac{l_a}{\sigma b_n h_1}; \quad x_{2n} = \frac{\omega_1 \mu_0 l_a h_1}{3 b_n} s. \quad (4)$$

Коэффициенты  $k_{ra}$  и  $k_{xa}$ , характеризующие изменение активного и индуктивного сопротивления расстояния стержня с учетом магнитной проницаемости ярма и зубцов ротора, определим из (1) с учетом (3) и (4). Преобразуем (1) к виду:

$$\underline{Z}_{2n} = \frac{l_a}{\sigma b_n} \frac{h_\mu (\beta^2 - \gamma^2 + j 2\beta\gamma) (R_1 - j I_1) + \beta + j\gamma}{(\xi_{1a} + R_0) + j(\xi_{2a} - I_0)}, \quad (5)$$

где

$$R_0 = (\operatorname{sh} 2\xi_1 - 2 \operatorname{sh} \xi_1 \cos \xi_2)/D; \quad (6)$$

$$I_0 = (\sin 2\xi_2 - 2 \operatorname{ch} \xi_1 \sin \xi_2)/D; \quad (7)$$

$$R_1 = (\operatorname{sh} 2\xi_1)/D; \quad I_1 = (\sin 2\xi_2)/D; \quad (8)$$

$$D = \operatorname{ch} 2\xi_1 - \cos 2\xi_2;$$

$$\xi_1 = \beta h_\mu; \quad \xi_2 = \beta h_\mu; \quad \xi_{1a} = \beta h_\mu; \quad \xi_{2a} = \gamma h_\mu. \quad (9)$$

После выделения вещественной и мнимой части (5) с учетом (3) и (4) определим: коэффициент изменения активного сопротивления стержня ротора с учетом магнитных проницаемостей ярма и зубцов ротора

$$\bullet \quad k_{ra} = \operatorname{Re}(Z_{2n})/r_{2n}$$

или

$$k_{ra} = \frac{A\xi_R + B\xi_x}{\xi_R^2 + \xi_x^2}; \quad (10)$$

коэффициент изменения индуктивного сопротивления рассеяния стержня с учетом магнитных проницаемостей ярма и зубцов ротора:

$$k_{xa} = \operatorname{Im}(Z_{2n})/x_{2n}$$

или

$$k_{xa} = \frac{3}{2\xi^2} \frac{B\xi_R - A\xi_x}{\xi_R^2 + \xi_x^2}. \quad (11)$$

Здесь

$$A = \xi_m R_1 + \xi_m I_1 + \xi_1; \quad B = \xi_m R_1 - \xi_n I_1 + \xi_2; \quad \xi_R = \xi_{1a} + R_0; \quad \xi_x = \xi_{2a} - I_0; \quad \xi_n = \xi_{1a}\xi_1 - \xi_{2a}\xi_2; \quad \xi_m = 2\xi_{1a}\xi_2; \quad \xi = \sqrt{\omega_1 \mu_0 \sigma S / 2}.$$

При бесконечно большой магнитной проницаемости ярма ротора  $\xi_{1a} \rightarrow \infty$ ,  $\xi_{2a} \rightarrow \infty$  и выражения (10) и (11) преобразуются к виду

$$k_{ra/\mu_a \rightarrow \infty} = k_{r\mu} = \frac{\xi_1 \sinh 2\xi_1 + \xi_2 \sinh 2\xi_2}{\cosh 2\xi_1 - \cos 2\xi_2}; \quad (12)$$

$$k_{xa/\mu_a \rightarrow \infty} = k_{x\mu} = \frac{3}{2\xi^2} \frac{\xi_2 \sinh 2\xi_1 - \xi_1 \sinh 2\xi_2}{\cosh 2\xi_1 - \cos 2\xi_2}. \quad (13)$$

На рис. 1 показаны зависимости  $k_{ra}(\xi)$  и  $k_{xa}(\xi)$  короткозамкнутого ротора с параметрами:  $\mu_x = \mu_y = 20$ ;  $\sigma = 0,46 \cdot 10^8 \text{ 1/Oм} \cdot \text{м}$ ;  $N = 28$ ;  $b_n = 0,01 \mu$ ;  $b_3 = 0,01 \text{ м}$ ;  $h_1 = 0,03 \text{ м}$ ;  $h_a = 0,02 \text{ м}$ ;  $\omega_1 = 314 \text{ 1/c}$  при  $p = 1 \div 4$ .

Сравнение зависимостей, приведенных на рис. 1, показывает, что значения  $k_{ra}$  возрастают с уменьшением магнитных проницаемостей зубцов и ярма ротора, а также уменьшением числа пазов ротора на полюс машины —  $q$ .

В [1] установлено, что магнитная проницаемость зубцов ротора влияет на связь между электрическими параметрами ротора и их значениями, приведенными к обмотке статора. Поэтому рассмотрим определение электрических параметров ротора, приведенных к обмотке статора с учетом магнитных проницаемостей зубцов и ярма ротора.

Согласно [1] приведенное к обмотке статора комплексное сопротивление стержня ротора

$$Z'_{p,n} = j \frac{\omega_1 \mu_0 l_a k_p k_p \lambda h_u \operatorname{ctn} \lambda h_1 + 1}{k_1 b_n \lambda} \quad (14)$$

представим в виде

$$Z'_{p,n} = \frac{r'_{2n}}{s} x_{ra} + j x_{xa}, \quad \text{где } r'_{2n} = \frac{r_{2n}}{s} \text{ и } x_{ra}, x_{xa} \text{ — областная универсальная функция.}$$

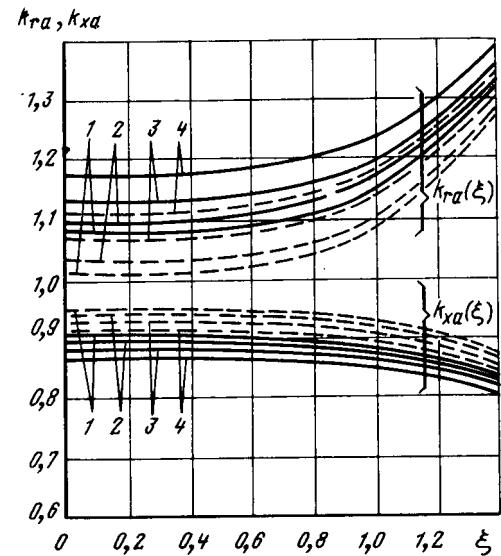


Рис. 1. Зависимости  $k_{ra}$  и  $k_{xa}$  от «приведенной» высоты стержня  $\xi$  и числа пазов ротора на полюс: 1— $q=14$ ; 2— $q=7$ ; 3— $q=4,7$ ; 4— $q=3,5$ ; —  $\mu_a=20$ , — — —  $\mu_a=1000$

где с учетом (4)  $r'_{2n} = r_{2n} k_p k_p$ ;  $x'_{2n} = x_{2n} k_p k_p$ ;  $k_p$  — коэффициент приведения сопротивления обмотки ротора к обмотке статора [2];  $k_p$  — коэффициент дискретности зубцово-пазового слоя ротора [1]:

$$k_p = \frac{N}{\pi p} \sin \frac{\pi p}{N}.$$

С учетом (2), (6) — (9) приведенное комплексное сопротивление ротора (14):

$$Z'_{p,n} = j \frac{\omega_1 \mu_0 l_a k_p k_p (\beta + j\gamma)(R_1 - jI_1) h_u + 1}{k_1 b_n (\beta + j\gamma) (\xi_{1a} + R_1) + j(\xi_{2a} - I_1)}. \quad (15)$$

После выделения вещественной и мнимой части (15) определим: коэффициент изменения приведенного к обмотке статора активного сопротивления стержня ротора с учетом магнитных проницаемостей ярма и зубцов ротора

$$x_{ra} = \frac{s \operatorname{Re}[Z'_{p,n}]}{r'_{2n}} = \frac{2\xi_1 \xi_2}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \frac{\xi_{R1} A_1 + \xi_{x1} B_1}{\xi_{R1}^2 + \xi_{x1}^2}, \quad (16)$$

где  $\xi_{R1} = \xi_{1a} + R_1$ ;  $\xi_{x1} = \xi_{2a} - I_1$ ;  $A_1 = \xi_k I_1 + \xi_2$ ;  $B_1 = \xi_k R_1 + \xi_1$ ;  $\xi_k = \xi_{1a}\xi_1 + \xi_{2a}\xi_2$ ; коэффициент изменения приведенного к обмотке статора индуктивного сопротивления стержня ротора

$$x_{xa} = \frac{\operatorname{Im}[Z'_{p,n}]}{x'_{2n}} = \frac{3}{k_1 (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \frac{\xi_{R1} B_1 - \xi_{x1} A_1}{\xi_{R1}^2 + \xi_{x1}^2}. \quad (17)$$

На рис. 2 показаны зависимости  $x_{ra}(\xi)$  и  $x_{xa}(\xi)$  короткозамкнутого ротора с параметрами, приведенными ранее.

В области малых значений «приведенной» высоты  $\xi$  видно, что уменьшение магнитных проницаемостей зубцов и ярма ротора, а также уменьшение количества пазов ротора на полюс приводят к уменьшению значения коэффициента  $x_{ra}$ . Более сложную связь с параметрами ротора имеет коэффициент  $x_{xa}$ .

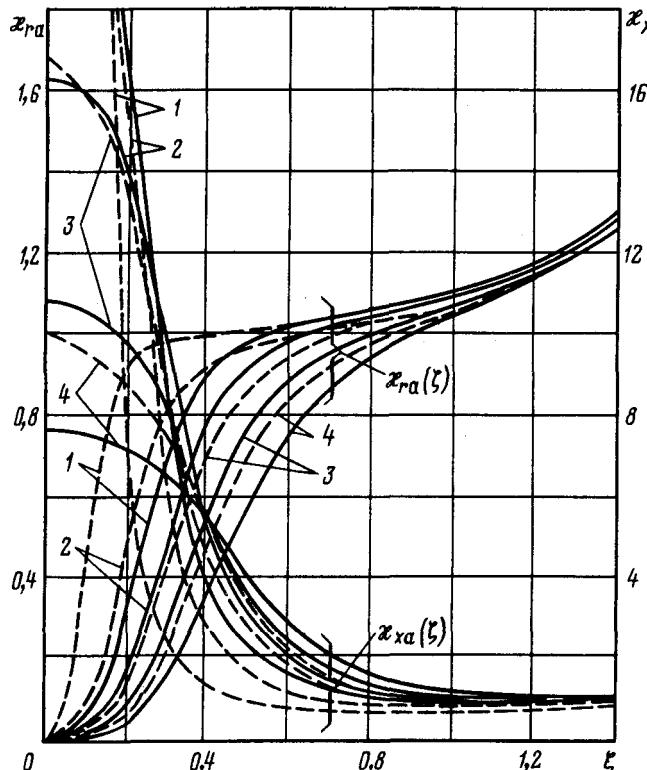


Рис. 2. Зависимости  $x_{ra}$  и  $x_{xa}$  от «приведенной» высоты стержня  $\xi$  и числа пазов ротора на полюс: 1— $q=14$ ; 2— $q=7$ ; 3— $q=4,7$ ; 4— $q=3,5$ ; —  $\mu_a=20$ , - - -  $\mu_a=1000$

При  $\xi=0$  максимальное значение имеет  $x_{xa}$  для ротора с наибольшими значениями магнитных проницаемостей зубцов и ярма, а также наибольшим количеством пазов на полюс машины. С увеличением значения  $\xi$  происходит резкое уменьшение коэффициента  $x_{xa}$  для данного ротора и при  $\xi \geq 0,2$  он имеет минимальное значение по сравнению с другими роторами. Чем меньше магнитные проницаемости зубцов и ярма, а также число пазов ротора на полюс, тем

меньше начальное значение  $x_{xa}$  при  $\xi=0$  и тем медленнее уменьшается его значение в функции «приведенной» высоты  $\xi$ .

Если принять относительную магнитную проницаемость ярма ротора бесконечно большой, то  $\xi_{1a} \rightarrow \infty$ ,  $\xi_{2a} \rightarrow \infty$  и выражения (16), (17) упрощаются:

$$x_{ra/\mu_a \rightarrow \infty} = x_r = \frac{2\xi_1 \xi_2}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \frac{\xi_1 \sinh 2\xi_1 + \xi_2 \sin 2\xi_2}{\cosh 2\xi_1 - \cos 2\xi_2}; \quad (18)$$

$$x_{xa/\mu_a \rightarrow \infty} = x_x = \frac{3}{k_1 (\xi_1^2 + \xi_2^2)} \frac{\xi_1 \sinh 2\xi_1 - \xi_2 \sin 2\xi_2}{\cosh 2\xi_1 - \cos 2\xi_2}. \quad (19)$$

При бесконечно больших магнитных проницаемостях зубцов и ярма ротора выражения (18) и (19) принимают вид коэффициентов Фильда  $k_r$  и  $k_x$  [2, 3].

**Выводы.** 1. При расчете параметров короткозамкнутых роторов необходимо учитывать влияние магнитопровода на активное и индуктивное сопротивления короткозамкнутой обмотки, особенно, когда магнитопровод насыщен или выполнен из материала с низкими магнитными свойствами.

2. На электрические параметры ротора в области больших скольжений основное влияние оказывает поверхностьный эффект в стержнях короткозамкнутой клетки, который достаточно точно учитывается коэффициентами Фильда. В области малых скольжений преобладающее влияние на электрические параметры оказывает магнитная цепь ротора.

3. При уменьшении магнитных проницаемостей зубцов и ярма ротора наблюдаются увеличение коэффициента изменения активного сопротивления и уменьшение коэффициента изменения индуктивного сопротивления рассеяния стержня в пазу ротора при малых скольжениях вследствие неравномерного распределения плотности тока по сечению стержня ротора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Грюнер А. И. Влияние насыщения и поверхностного эффекта на электрические параметры ротора с глубокими пазами.— Электричество, 1988, № 10.
- Проектирование электрических машин / Под ред. И. П. Копылова.— М.: Энергия, 1980.
- Домбровский В. В. Справочное пособие по расчету электромагнитного поля в электрических машинах.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.

[28.03.89]

УДК 537.226:621.31.015.5.001.6

## Поверхностная электрическая прочность твердых диэлектриков при высоких температурах

БОЖКО И. В., ПРИМАК А. В., ФАЛЬКОВСКИЙ Н. И., ТРОИЦКИЙ С. Р.

Известно, что при разработке электрической изоляции многих устройств необходимо учитывать возможность пробоя по границе раздела газ — твердый диэлектрик. В ряде случаев этот пробой определяет допустимый уровень рабочих напряжений электроизоляционных конструкций. Процесс формирования и разви-

тия поверхностного пробоя зависит от рода диэлектрика, характера его боковой поверхности, качества контакта электрод — диэлектрик, вида газа, окружающего диэлектрик, температуры и др. Теоретически опи-

сать поверхностный пробой с целью получения количественных данных для разработки электрической изоляции даже в простейших случаях довольно сложно. Задача еще больше усложняется при конструировании электрической изоляции энергетических и электротехнологических устройств, работающих при высоких температурах. Поэтому для расчета электрической изоляции таких устройств первостепенную важность приобретают экспериментальные данные о поверхностной электрической прочности твердых диэлектриков при высоких температурах. К настоящему времени имеются лишь отдельные сведения относительно поверхностной прочности нагреваемых до 1000—1900 К диэлектриков в воздухе [1], азоте [2] и парах цезия [3]. Однако из этих данных недостаточно ясны закономерности изменения поверхностной прочности нагретых диэлектриков и влияние на пробой каждого из факторов в отдельности: высокой температуры, диэлектрика и окружающего его газа. Выяснению этих вопросов и определению поверхностной электрической прочности нагретой окиси алюминия в качестве широко используемого при высоких температурах электроизоляционного материала посвящена данная статья.

Исследование поверхностного пробоя проводилось при температурах 300—1700 К в условиях однородных электрического и теплового полей, на цилиндрических образцах из вакуумплотной алюмооксидной керамики марки МК диаметром  $d=12$  мм и высотой  $l=1-7$  мм. Испытывались также образцы в форме параллелепипедов с размерами  $7 \times 7 \text{ mm}^2$  и высотой  $l=4$  мм. Контакт образцов с электродами обеспечивался путем их взаимной приработки. Для выяснения влияния качества контакта на поверхностный пробой использовались также образцы с металлизированными торцевыми поверхностями. Металлизация осуществлялась путем термического напыления в вакууме платины, никеля или вжиганием платиновой пасты. В экспериментах использовались электроды, имеющие профиль Брюса, диаметром  $D=20-30$  мм из нержавеющей стали, никеля, платины, карбида кремния и дисилицида молибдена. Геометрия и размеры электродов и образцов, которые устанавливались соосно электродам, позволяли вести исследования в однородном электрическом поле. Взаимное расположение образца и электродов показано на рис. 1. Для обеспечения идентичности условий во всех опытах при установке каждого нового образца производилась повторная шлифовка, полировка и обезжиривание поверхности электродов. Образцы захватывались между торцевыми поверхностями электродов и помещались в разрядную камеру, выполненную из алюндовой трубы, находящейся в электрической печи. Конструкция камеры и печи позволяла вести визуальные наблюдения разряда. Основная часть исследований была выполнена в воздухе. С целью изучения влияния газовой среды на поверхностный пробой при высоких температурах были проведены испытания в аргоне — газе с электрической прочностью в 3—4 раза ниже, чем у воздуха. Давление используемых газов — атмосферное.

Исследования проводились при напряжении постоянного тока; скорость подъема обычно не превышала 200 В/с. Характеристики пробоя (напряжение пробоя и предразрядный ток) определялись из вольт-амперных характеристик, записываемых графопостроителем или двухлучевым осциллографом с запоминанием.

Характер изменения напряжения пробоя  $U_{\text{пр}}$  от темп-

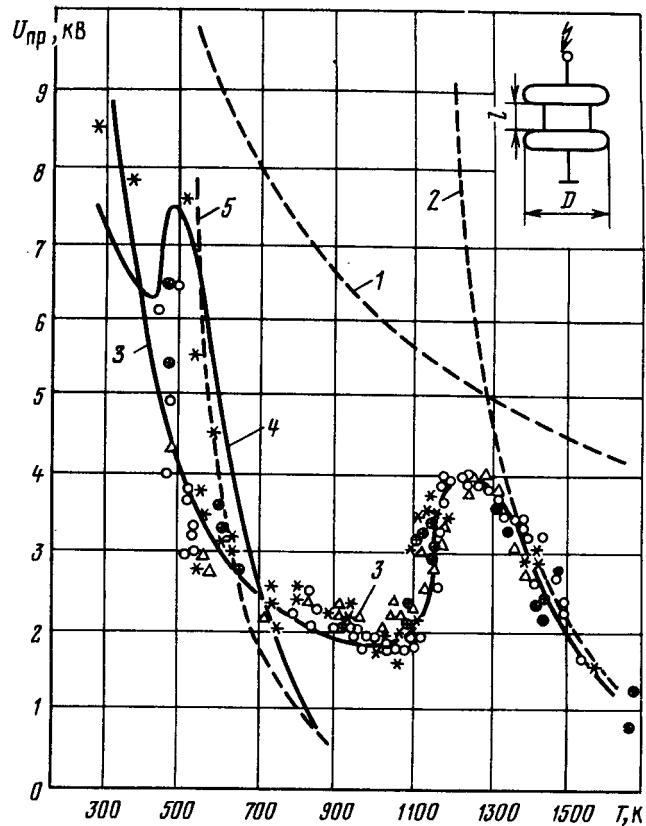


Рис. 1. Зависимость напряжения пробоя  $U_{\text{пр}}$  от температуры  $T$  при длине разрядного промежутка  $l=5$  мм в воздухе (1), при наличии в промежутке образца из  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (3) и  $\text{ZrO}_2$  (4); кривые 2, 5 — расчетные значения напряжений теплового пробоя  $U_t$  соответственно образцов на  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{ZrO}_2$ :

○ — образец № 1, первый нагрев; ● — образец № 1, охлаждение; △ — образец № 1, второй нагрев; ⊕ — образец № 2, нагрев; \* — образец № 3 с планированными торцами, нагрев

пературы  $T$  для межэлектродных промежутков с образцами из окиси алюминия отображен на рис. 1, 2. Там же показаны зависимости напряжения пробоя таких же промежутков от температуры при отсутствии в них образцов из твердых диэлектриков [4]. Эти зависимости описываются известным соотношением Ритца, устанавливающим связь напряжения пробоя воздуха с температурой;

$$U_{\text{пр}} = 24,55 \delta l + 6,66 \sqrt{\delta l}, \text{ кВ}, \quad (1)$$

где  $\delta = \frac{pT_0}{p_0T}$  — плотность газа при заданных давлении  $p$  и температуре  $T$ , отнесенная к его плотности при нормальных условиях;  $p_0$  — атмосферное давление;  $T_0=293$  К;  $l$  — межэлектродное расстояние, см.

Из рис. 1, 2 видно, что при подъеме температуры до  $T \sim 1100$  К поверхностная прочность диэлектрика монотонно снижается, причем быстрее, чем прочность окружающего воздуха (рис. 1, кривые 1 и 3). Так, если при  $T \sim 300$  К напряжение пробоя по поверхности лишь в 1,2—2 раза ниже напряжения пробоя воздуха (для образцов с неметаллизированными торцами), то с ростом температуры плотности  $\delta \sim 1100$  К это соотношение

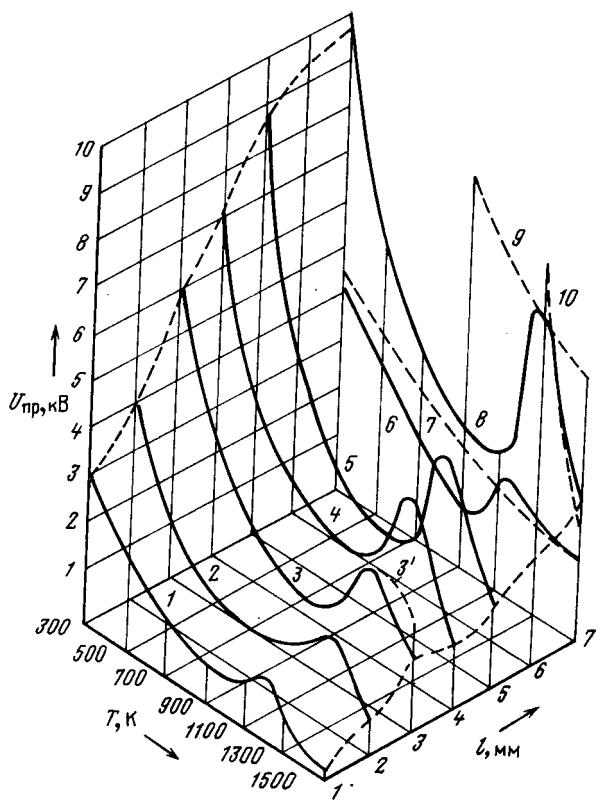


Рис. 2. Зависимость напряжения пробоя  $U_{\text{пр}}$  от температуры  $T$  при наличии в разрядном промежутке образца из  $\text{Al}_2\text{O}_3$  высотой  $l = 1 \text{ мм}$  (1),  $2 \text{ мм}$  (2),  $3 \text{ мм}$  (3, 3'),  $4 \text{ мм}$  (4),  $5 \text{ мм}$  (5),  $7 \text{ мм}$  (6, 8, 10) в воздухе (1—5, 8—3) и аргоне (6), а также напряжение пробоя промежутка длиной  $l = 7 \text{ мм}$  без твердого диэлектрика в воздухе (9) и аргоне (7); 3' — импульсное напряжение теплового пробоя  $U_t$ ; 10 — расчетные значения напряжения теплового пробоя  $U'_t$

увеличивается в 2,5—3 раза. Однако с достижением температуры  $T \sim 1100 \text{ К}$  начинается аномальное увеличение поверхностной прочности диэлектрика, которая при  $T \sim 1200 \text{ К}$  приближается к прочности воздуха. Здесь существует закономерность: чем больше высота образца, тем ближе напряжение пробоя по поверхности к напряжению пробоя воздуха. При  $l = 7 \text{ мм}$  эти величины равны (рис. 2). Нагрев выше  $T \sim 1300 \text{ К}$  независимо от размеров образца приводит к быстрому спаданию  $U_{\text{пр}}$  (рис. 2).

При исследованиях не выявлено влияние материала электродов на характеристики пробоя. Металлизация торцевых поверхностей образцов с целью улучшения контакта электрод — образец давала заметный эффект лишь в области температур  $T \sim 300—600 \text{ К}$ . При комнатных температурах металлизация позволяла получить пробивные напряжения, приближающиеся или даже равные напряжениям пробоя воздуха. Однако с нагревом различие значений  $U_{\text{пр}}$ , полученных на металлизированных и обычных образцах, постепенно уменьшается, а при  $T \geq 600 \text{ К}$  исчезает (рис. 1).

Визуальные наблюдения показали наличие особенностей формирования пробоя при различных температурах. Так, при температурах до  $T = 1100 \text{ К}$  по мере увеличения прикладываемого к образцам напряжения

искровому перекрытию предшествует появление при  $U \approx 0,5 U_{\text{пр}}$  микроразрядов в местах контактов электрод — диэлектрик. И если для неметаллизированных образцов распределение этих микроразрядов по поверхности изолятора имело локальный характер (преимущественно в одних и тех же местах), то для образцов с металлизированными торцами распределение было равномерным. При дальнейшем подъеме напряжения интенсивность и количество микроразрядов на боковой поверхности образца растет. При  $U = U_{\text{пр}}$  наступает искровое перекрытие по поверхности, сразу же переходящее в светящуюся дужку, отжатую от образца и имеющую привязки в местах контактов электрод — диэлектрик. С увеличением температуры выше  $1100 \text{ К}$  интенсивность микроразрядов уменьшается, а при  $T \geq 1300 \text{ К}$  вместо искрового перекрытия на боковой поверхности наступает тепловой пробой диэлектрика по объему. Тепловому пробою предшествует разогрев образца, который фиксируется как визуально, так и термопарой, находящейся в одном из электродов. Свидетельством пробоя по объему твердого диэлектрика могут служить также следы оплавлений на торцевых поверхностях образца, вызванные разрядным током. Приведенные на рис. 1, 2 значения  $U_{\text{пр}}$  для образцов из окиси алюминия при  $T \geq 1300 \text{ К}$  характеризуют напряжение теплового пробоя ( $U_t = U_{\text{пр}}$ ) материала. Поверхностное перекрытие при этих температурах исключается тепловым пробоем по объему твердого диэлектрика.

Особенностью теплового пробоя является зависимость величины  $U_t$  от скорости подъема напряжения. Хотя при  $T \leq 1300 \text{ К}$  увеличение скорости подъема напряжения с  $2 \cdot 10^2$  до  $10^4 \text{ В/с}$  не влияет на  $U_t$ , при больших температурах такое изменение скорости подъема напряжения приводит к увеличению напряжения пробоя (рис. 2, кривая 3) в 2 раза.

Закономерность изменения поверхностной электрической прочности окиси алюминия с ее аномальным увеличением в области температур  $T \sim 1100 \text{ К}$  подтверждается и в аргоне (рис. 2, кривая 6). При  $T > 1100 \text{ К}$  напряжение пробоя по поверхности диэлектрика не отличается от напряжения пробоя окружающего его газа (кривая 7). Эта кривая рассчитана по выражению, описывающему закон Пашена для нагретого аргона [5]:

$$U_{\text{пр}} = 3,36 \delta l + 2,93 \sqrt{\delta l}, \text{ кВ.} \quad (2)$$

Аналогичный характер изменения поверхностной прочности с переходом поверхностного разряда в тепловую пробу при  $T \sim 1300 \text{ К}$  присущ также прессованной керамике на основе окиси магния и монокристаллической  $\text{MgO}$  [1]. Таким образом, можно считать, что описанная здесь закономерность изменения пробивных напряжений является общей для нагретых диэлектриков.

Известно [6, 7], что при нормальных температурах снижение напряжения пробоя межэлектродного промежутка с твердым диэлектриком по сравнению с тем же промежутком без диэлектрика вызвано нарушением однородности электрического поля, вносимым диэлектриком. Наблюдаемые перед пробоем микроразряды у кромок образца в месте контакта с электродами свидетельствуют о наличии в этом месте зоны повышенной напряженности поля. Причинами усиления поля в месте тройного соединения металл — диэлектрик — газ могут быть наличие микрощелей между образцом и электродом, поляризация диэлектрика и зарядка его поверхности в электрическом поле [6, 7]. Наличие коро-

нирования при повышенных температурах говорит о том, что эффект усиления поля с нагревом не исчезает. Более того, можно утверждать, что он проявляется даже в большей степени. На это указывает увеличивающееся с ростом температуры (от 1,2 до 3 раз) различие между поверхностной прочностью диэлектрика и прочностью окружающего его газа, а также тот факт, что повышение разрядного напряжения за счет улучшения контакта электродов — диэлектрик путем металлизации при температурах выше 600 К не наблюдается. Влияние нагрева на снижение напряженности поля в местах контактов и его выравнивание по высоте образца начинается, надо полагать, лишь при  $T \sim 1100$  К, так как при этих температурах уменьшается интенсивность коронирования в местах контактов и увеличивается пробивное напряжение. Естественно предположить, что выравнивание поля связано с шунтированием зоны повышенной напряженности поля у электродов диэлектриком, у которого с нагревом быстро падает удельное объемное сопротивление  $\rho_v$ . За счет такого шунтирования с подъемом температуры выше 1100 К начинает уменьшаться протяженность приэлектродных зон с высокой напряженностью поля. Вследствие этого напряжение  $U_{\text{пр}}$  растет и может достичь при  $T \sim 1250$  К уровня пробивного напряжения газа, окружающего твердый диэлектрик (рис. 2, кривые 6, 8). Очевидно, что при этом влиянием искажения поля на  $U_{\text{пр}}$  можно пренебречь.

Из изложенного следует, что температура, при которой начинается аномальный подъем  $U_{\text{пр}}$ , должна определяться удельным сопротивлением диэлектрика  $\rho_v$ . Для проверки этого предположения были проведены исследования поверхностного пробоя образцов из двуокиси циркония — материала, имеющего при высоких температурах значение  $\rho_v$  на несколько порядков меньше, чем для окиси алюминия. Результаты измерений  $U_{\text{пр}}$  для  $ZrO_2$  представлены кривой 4 на рис. 1.

Как видно из рис. 1, для этого материала, так же как и для других, имеется подъем кривой  $U_{\text{пр}}$ . Однако этот подъем происходит при  $T \sim 450$  К, т. е. при температурах значительно ниже тех, которые были характерны для образцов из  $Al_2O_3$  и  $MgO$  [1]. При  $T \geq 500$  К наступает тепловой пробой ( $U_{\text{пр}} = U_t$ ). Установлено, что значения  $\rho_v$ , при которых у рассматривавшихся диэлектриков ( $Al_2O_3$ ,  $MgO$ ,  $ZrO_2$ ) начинается аномальный подъем напряжения поверхностного пробоя, практически равны и составляют  $\rho_v \sim 10^8$  Ом·см.

Снижение удельного сопротивления  $\rho_v$  с нагревом, способствующее вначале увеличению поверхностной прочности диэлектрика, в дальнейшем, при более высоких температурах, обуславливает существенное теплоизделие, приводящее к тепловому пробою по объему. Температура, при которой происходит изменение характера пробоя (от поверхностного к объемному), определяется соотношением напряжений перекрытия по поверхности и теплового пробоя по объему. Естественно, что при подъеме напряжения раньше наступает тот пробой, который возникает при меньшем напряжении. Это иллюстрирует рис. 1, где кривые 2 и 5 отображают изменение с ростом температуры расчетных значений напряжений теплового пробоя  $U'_t$  образцов соответственно из  $Al_2O_3$  и  $ZrO_2$ . Эти зависимости рассчитаны по выражению, выведенному с использованием расчетной модели теплового пробоя, предложенной в [7]:

$$U'_t = \sqrt{\frac{(2\lambda S_0 + 4\varepsilon_0 S_6 T^3)\rho_0 \exp(\beta/T_0)}{\beta S_0} l} \quad (3)$$

где  $S_0$ ,  $S_6$  — соответственно площади торцевой и боковой поверхности образца;  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  — теплопроводность и излучательная способность диэлектрика;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Входящая в (3) величина  $T_0$  характеризует температуру образца в момент пробоя и определяется как  $T_0 = \beta/2 - \sqrt{\beta^2/4 - \beta T}$ . При расчетах величин  $U'_t$  для керамики из окиси алюминия использовались значения  $\rho_0 = 0,59$  Ом·см,  $\beta = 2,16 \cdot 10^4$  К, а их двуокиси циркония —  $\rho_0 = 6$  Ом·см,  $\beta = 9,21 \cdot 10^3$  К. Эти значения получены после аппроксимации выражением  $\rho_v = \rho_0 \exp \frac{\beta}{T}$  экспериментальных зависимостей  $\rho_v(T)$ ,

измеренных в данной работе для этих материалов в температурном интервале, соответствующем области теплового пробоя. Для образцов из  $Al_2O_3$  принимались значения  $\lambda = 6,16 \cdot 10^{-2}$  Вт (град·см)<sup>-1</sup>,  $\varepsilon = 0,4$ , из  $ZrO_2$  —  $\lambda = 1 \cdot 10^{-2}$  Вт (град·см)<sup>-1</sup> и  $\varepsilon = 0,65$  [8]. Как видно из рис. 1, при  $T \sim 500$  К и  $T \sim 1300$  К, соответственно для образцов как из  $ZrO_2$ , так и из  $Al_2O_3$ , напряжения объемного и поверхностного пробоев сравниваются. При превышении этих температур происходит смена поверхностного пробоя на объемный, а изменение величин  $U_{\text{пр}} = U_t$  следует соотношению (3).

Таким образом, высокая температура, уменьшая электрическую прочность газа и удельное объемное сопротивление твердого диэлектрика  $\rho_v$ , влияет на поверхностный пробой. При не слишком высоких температурах роль твердого диэлектрика выражается преимущественно в искажении поля в межэлектродном промежутке. Снижение удельного сопротивления до величины  $\rho_v \sim 10^8$  Ом·см с нагревом ведет к выравниванию поля на поверхности диэлектрика и, как следствие, к увеличению пробивного напряжения. С превышением некоторой критической температуры пробой развивается в объеме диэлектрика. При этом его характеристики определяются диэлектриком и не зависят от газовой среды. Критическая температура, при которой пробой из поверхностного переходит в объемный, зависит от свойств газа и твердого диэлектрика. Чем ниже электрическая прочность газа и выше значения  $\rho_v$  у диэлектрика, тем больше эта температура. И наоборот, чем выше прочность газа и ниже значения  $\rho_v$ , тем она меньше.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Фальковский Н. И., Примак А. В. Поверхностная электрическая прочность  $MgO$  при температурах до 1800 К.— В кн.: Всесоюзная научная конференция «Физика диэлектриков», т. 2. Баку, 1982.
- Термостойкая электроизоляционная керамика / В. А. Бутенко, Г. А. Дергалева, В. В. Лопатин, В. П. Черненко.— В кн.: Импульсный разряд в диэлектриках.— Новосибирск: Наука, 1985.
- Васильченко А. В., Николаев Ю. В., Чижова Э. М. Электрический пробой в электроизоляции ТЭП в парах цеия.— ТВТ, 1984, т. 22, № 5.
- Божко И. В., Фальковский Н. И. Электрическая прочность газов при высоких температурах.— ЖТФ, 1982, т. 52, № 6.
- Пробивные напряжения инертных газов при температурах 300—2000 К/ И. В. Божко, Н. И. Глазков, С. Р. Троицкий, Н. И. Фальковский.— ПМТФ, 1982, № 1.
- Сканави Г. И. Физика диэлектриков. Область сильных полей.— М.: ГИФМЛ, 1958.
- Miyazawa H., Okada D. On the breakdown of alumina at higher temperature.— Journ. Phys. Soc. Jap., 1951, vol. 6, N1.
- Кржижановский Р. Е., Штерн З. Ю. Теплофизические свойства неметаллических материалов. Окислы.— Л.: Энергия, 1973.

# Методика вычислений коэффициентов ряда Фурье с помощью кусочно-постоянных функций в задачах анализа электрических цепей

КЕШИШЬЯН В. А.

## Сообщение

При анализе электрических цепей с периодическими несинусоидальными э. д. с. для вычисления коэффициентов ряда Фурье графоаналитическим методом требуется большое количество операций умножения соответствующих отсчетов входного сигнала на соответствующие отсчеты тригонометрических функций с последующими операциями их алгебраического сложения [1]. Это значительно снижает вычислительную эффективность метода. Применение прямоугольных периодических функций (ППФ) в виде системы I, принимающих значение  $+1, -1$  и в виде системы II, принимающих значения  $+1, 0, -1$ , существенно сокращает количество вычислений даже по сравнению с алгоритмами быстрого преобразования Фурье [2, 3]. Однако использование ППФ системы I приводит к погрешностям в определении промежуточных коэффициентов, по которым производится пересчет коэффициентов ряда Фурье, так как в момент смены знака ППФ оказывается явление Гибса [4]. Использование ППФ в виде системы II имеет тот недостаток, что после разложения их в ряд Фурье для сохранения пропорциональности коэффициентов Фурье при соответствующих гармонических составляющих каждая из соответствующих высших гармоник ППФ должна иметь число отсчетов дискретизации, кратное периоду первой гармоники. В результате этого длина выборок дискретизации значительно удлиняется.

В статье предлагается методика вычисления коэффициентов ряда Фурье с повышенной точностью с помощью кусочно-постоянных периодических функций (КППФ), удовлетворяющих условиям

$$\left. \begin{aligned} W_0(\Theta) &= 1; \\ S_m(\Theta) &= \text{sign} [\sin 2\pi m\Theta]; \\ C_m(\Theta) &= \text{sign} [\cos 2\pi m\Theta], \quad m = 1, 2, \dots, \infty, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\Theta = t/T$  — безразмерная величина,  $\Theta \in [0, 1]$ ;  
 $\text{sign } x = \begin{cases} +1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases}$

Согласно (1) КППФ являются кусочно-постоянными, знакопеременными функциями с интервалом определения  $[0, 1]$ . Интервал определения можно

представить совокупностью равных подинтервалов, на каждом из которых функция принимает значения  $+1$ ,  $-1$ , а на концах подинтервалов, в окрестности точек  $2\pi m/T \mp \epsilon$  ( $m = 0, 1, 2, \dots, T = 0, 1, 2, 3, \dots, \epsilon$  — бесконечно малая величина), стремится к нулевому значению. Таким образом, КППФ по выражению (1) при разложении в ряд Фурье будет содержать такие же гармонические составляющие, как и система I, описанная в [2], но принимающая на интервале определения значения  $+1$ ,  $-1$  и  $0$ , что позволяет исключить явление Гибса, влияющего на точность вычисления коэффициентов. В то же время КППФ по виду принимаемых значений похожа на систему II, описанную в [2], но отличается от последней тем, что не требует длинных выборок дискретизации и исключает потери дискретных отсчетов входного сигнала, попавших в окрестность нулевых значений КППФ, так как эта окрестность стремится к нулю.

Пусть входной сигнал  $f(t)$  содержит  $n$  гармонических составляющих, т. е. считаем, что спектр входного сигнала ограничен. Умножим  $f(t)$  соответственно на функции  $S_m(\theta)$  и  $C_m(\theta)$  и после интегрирования на интервале  $[0, T]$  получим систему промежуточных коэффициентов  $D_m$  и  $G_m$ . При дискретизации интервала  $[0, T]$  на  $k$  равных частей коэффициенты  $D_m$  и  $G_m$  определяются из матричных уравнений

$$[D_m] = \frac{1}{N} [S_m(k)] [f(k)]; \quad (2)$$

$$[G_m] = \frac{1}{N} [C_m(k)] [f(k)], \quad m=1, 2, \dots, n, \quad k=1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

В уравнениях (2) и (3)  $N$  — количество выборок на интервале  $[0, T]$ ,  $[S_m(k)]$  и  $[C_m(k)]$  — матрицы размера  $[m \times k]$ , составленные из элементов 1,  $-1$ , а элемент 0 устанавливается там, где  $S_m(\theta)$  и  $C_m(\theta)$  меняют знаки.

Между промежуточными коэффициентами  $D_m$  и  $G_m$  и коэффициентами ряда Фурье (при использовании КППФ) устанавливается жесткая связь. Так, при  $m=16$  ( $m$  — количество коэффициентов ряда Фурье) эта связь имеет вид



преобразованием Фурье и в то же время определить с достаточно высокой точностью коэффициенты ряда Фурье без использования алгоритмов формирования статистической дискретизации и удлинения их отсчетов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Т. 1.—Л.: Энергоиздат, 1981.
2. Белинский И. Я., Боровик Ю. Ф., Микельсон А. К.

Применение прямоугольных периодических функций для вычисления дискретного преобразования Фурье. Автоматика и вычислительная техника, 1982, № 2.

3. Белинский И. Я., Боровик Ю. Ф., Микельсон А. К. Реализация метода дискретного преобразования Фурье, основанного на применении прямоугольных периодических функций.— Автоматика и вычислительная техника, 1982, № 6.

4. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. III.— М.: Наука, 1969.

УДК 621.316.933.014.2.001.5

## Коммутационный процесс в сильноточном двухзазорном газонаполненном разряднике с искажением поля

ВАСИЛЬЕВ С. И., ЕРШОВ В. В., КОМАРОВ О. Л., ПЕЧЕРСКИЙ О. П., СМИРНОВ Л. В., ЭНГЕЛЬКО В. И.  
НИИЭФА

В современных генераторах импульсного напряжения (ГИН) широко применяются газонаполненные разрядники с искажением поля [1, 2]. Для обеспечения высоких эксплуатационных характеристик ГИН, и особенно ГИН, содержащих несколько параллельно работающих ветвей, необходим поиск методов уменьшения задержки срабатывания разрядника и повышения ее стабильности.

В данной статье приводятся результаты исследований коммутационного процесса в двухкаскадном разряднике с искажением поля. Показано, что коммутационный процесс состоит из нескольких стадий, дающих разный вклад в задержку срабатывания разрядника. Обсуждаются факторы, влияющие на длительность каждой стадии.

Конструкция разрядника описана в [2]. Газоразрядный промежуток разрядника образован двумя электродами (ОЭ) в виде тороидов (рис. 1). Пусковой электрод (ПЭ) — тонкая пластина с отверстием делит разрядный промежуток на две равные части по 10 мм. Диаметры тороидов и отверстия в пластине 60 мм. Электроды изготовлены из нержавеющей стали марки 12Х18Н10Т. Рабочая среда — азот под давлением до 1 МПа. Эксперименты проводились при напряжении на основных электродах до 200 кВ и амплитуде тока до 40 кА.

Разрядная цепь установки (рис. 1) содержала два конденсатора ИК100=0,4 ( $C_1$ ), которые заряжались от двух разнополярных источников высокого напряжения до  $\pm 100$  кВ. Для обеспечения режима разряда, близкого к апериодическому, в разрядную цепь включены два ограничительных сопротивления ( $R_0$ ) по 1,6 Ом каждый. Схема формирования запускающего импульса содержит ГИН, собранный на конденсаторах ИК-100=0,1 и воздушных шаровых разрядниках. Для обострения запускающего импульса на выходе ГИН подключена малоиндуктивная емкость  $C_{об}=3$  нФ и разрядник  $P_2$ . Крутизна фронта импульса запуска при мак-

симальной амплитуде на выходе ГИН—120 кВ составляла 2 кВ/нс. Напряжение на основных электродах ( $u_{o,3}$ ) измерялось омическими делителями ( $R_1, R_2$ ). Для измерения токов в промежутках разрядника использовались два пояса Роговского ( $PP_1, PP_2$ ); для измерения потенциала пускового электрода ( $V$ ) в непосредственной близости от ПЭ установлен коаксиальный емкостный делитель напряжения  $C_b, C_n$ . Регистрация сигналов с токовых и емкостных датчиков осуществлялась двухлучевыми осциллографами С8-14.

Время запаздывания каждого промежутка отсчитывалось от момента, когда при подаче импульса напряжения на ПЭ его потенциал достигал уровня  $V_{c,n}$ , при котором происходит статический пробой данного промежутка. Уровни  $V_{c,n}$  в настоящей работе определялись по экспериментальным зависимостям статического пробивного напряжения между основными электродами разрядника от уровня потенциала ПЭ при медленном его повышении (3 кВ/с). При обработке результатов этих измерений было установлено, что семейство зависимостей  $V_{c,n}=f(u_{o,3})$  при разных давлениях газа можно свести к одной обобщенной характеристике в координатах  $V_{c,n}/u_{o,3}$  и  $u_{o,3}/u_{c,n}$ , где  $u_{c,n}$  — напряжение самопробоя разрядника при  $V=0$ . Пользуясь обобщенной характеристикой, можно получить величину  $V_{c,n}$  для любых значений  $u_{o,3}$  и давления газа. Обобщенные характеристики рассматриваемого разрядника для положительной и отрицательной полярности ПЭ приведены на рис. 2.

Обозначим уровни потенциала ПЭ, при которых происходит статический пробой соответственно первого ( $P_1$ ) и второго ( $P_2$ ) промежутков, как  $V_{1c,n}$  и  $V_{2c,n}$ . Следует отметить, что  $V_{1c,n} \neq V_{2c,n}$ . Это связано с тем, что в процессе коммутации разрядника при последовательном пробое промежутков  $P_1$  и  $P_2$  потенциал ПЭ имеет разную полярность. Кроме того, второй промежуток пробивается в условиях, когда первый промежуток закорочен. Значение  $V_{1c,n}$  при заданном  $u_{o,3}$

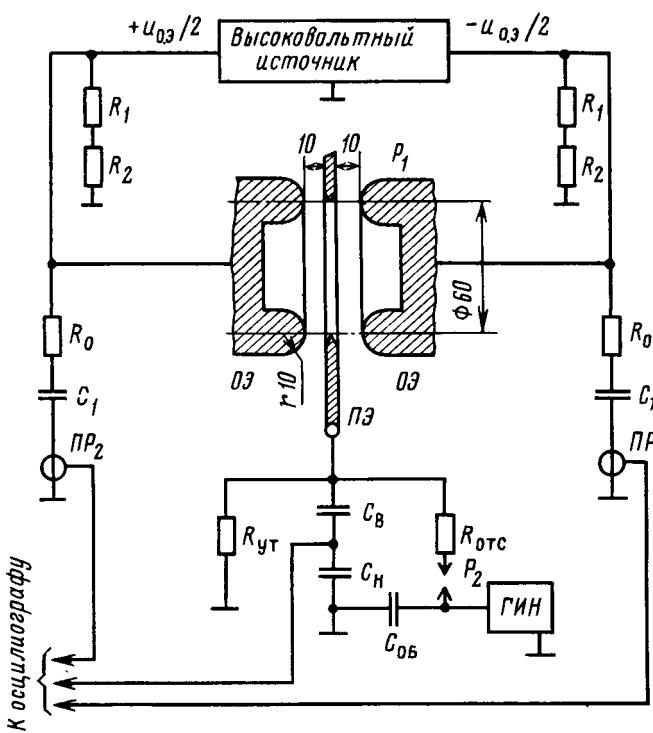


Рис. 1. Схема установки:  $P_1$  — исследуемый разрядник;  $P_2$  — обостряющий разрядник;  $C_1$  — зарядные емкости;  $R_0$  — ограничительные сопротивления;  $R_y$  — сопротивление утечки;  $C_{ob}$  — обостряющая емкость;  $R_{otc}$  — сопротивление отсечки;  $R_1$ ,  $R_2$  — омические делители напряжения;  $C_b$ ,  $C_n$  — высоковольтное и низковольтное плечи емкостного делителя;  $PP_1$ ,  $PP_2$  — пояса Роговского

определяется по обобщенной характеристике для полярности ПЭ, соответствующей полярности пускового импульса. Значение  $V_{2cn}$  определяется по обобщенной характеристике, полученной для противоположной полярности ПЭ. При этом учитывается то, что статический пробой второго промежутка происходит при закороченном первом промежутке и, следовательно, потенциал пускового электрода первого промежутка  $V=0,5 u_{0,3}$ . Например, при запуске разрядника импульсом положительной полярности  $V_{cn}$  будет представлять собой значение  $V_{cn}$ , найденное по кривой  $\Pi\mathcal{E}^+$  для известной величины  $u_{0,3}/u_{cn}$ . Для определения  $V_{2cn}$  на кривой  $\Pi\mathcal{E}^-$  находится точка, для которой  $V_{cn}/u_{0,3}=0,5$ . Далее находится соответствующее значение  $(u_{0,3}/u_{cn})$ . Зная для данного давления газа  $u_{cn}$ , определяем  $u_{0,3}$  и находим  $V_{2cn}=0,5 u_{0,3}$ .

На рис. 3 показаны качественные зависимости потенциала ПЭ от времени и пример осциллограммы потенциала ПЭ. Анализ этих осциллограмм, а также результатов расчета переходного процесса в пусковой и разрядной цепях позволил выделить несколько основных стадий коммутационного процесса. Вклад каждой стадии в общее время запаздывания зависит от амплитуды импульса запуска, значения  $u_{0,3}$ , давления газа, параметров пусковой и разрядной цепей. Длительность первой стадии  $t_1$  равна времени, за которое потенциал ПЭ поднимается до значения  $V_{cn}$ . Вторая стадия ( $t_2$ ) соответствует времени запаздывания разряда в

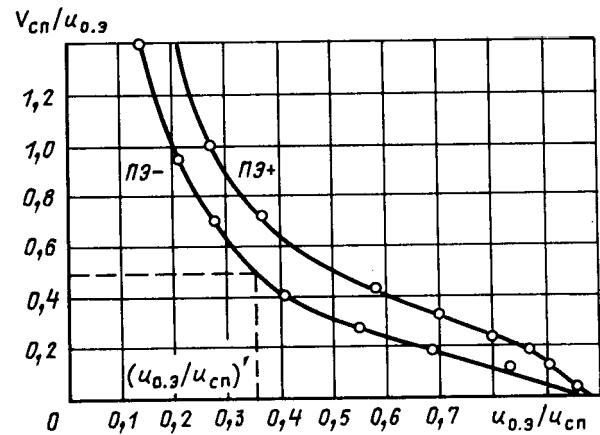


Рис. 2. Зависимости  $V_{cn}/u_{0,3}$  от  $u_{0,3}/u_{cn}$  при положительной и отрицательной полярностях потенциала ПЭ

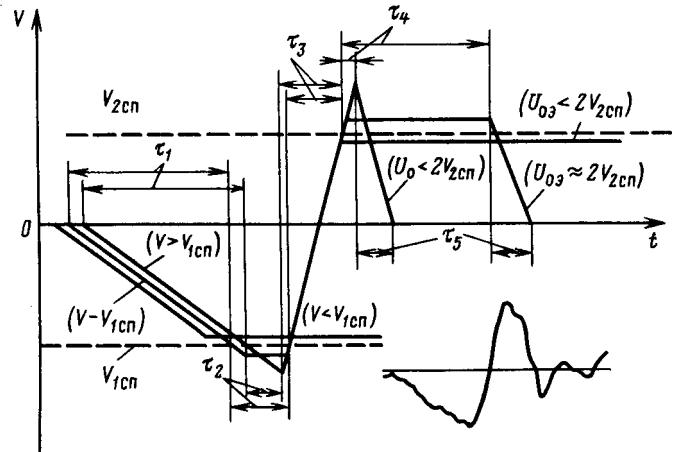


Рис. 3. Качественные зависимости  $V=f(t)$  и пример осциллограммы потенциала ПЭ при коммутации разрядника

первом промежутке. На третьей стадии ( $t_3$ ) происходит спад напряжения на промежутке  $\Pi_1$  при его коммутации и рост напряжения на промежутке  $\Pi_2$  до момента времени, когда  $V$  достигает значения  $V_{2cn}$ . В течение четвертой стадии происходит формирование разряда в  $\Pi_2$ . На пятой стадии ( $t_5$ ) происходит спад напряжения на промежутке  $\Pi_2$ . Начальный момент этой стадии соответствует появлению тока в разрядной цепи. Длительность стадии  $t_1$  определяется крутизной фронта пускового импульса. Поэтому можно считать, что задержка срабатывания разрядника  $t_{3,n}=t_2+t_3+t_4$ .

Рассмотрим факторы, влияющие на эти стадии. Пробой  $\Pi_1$  возможен, если амплитуда пускового импульса  $V_p \geq V_{1cn}$ . Следовательно, значение минимальной амплитуды пускового импульса, ниже которой разрядник не запускался,  $V_{min}=V_{1cn}$ . После коммутации  $\Pi_1$  потенциал ПЭ меняет знак и становится равным потенциалу ОЭ в  $\Pi_1$ . Одновременно происходит рост напряжения на  $\Pi_2$ . Пробой  $\Pi_2$  происходит, если  $V$  в процессе изменения знака потенциала превысит  $V_{2cn}$ . При этом максимальное значение  $V$  во втором промежутке без учета перенапряжений в результате

резонансной зарядки емкости ПЭ на землю равно  $u_{0,3}/2$ , что дает возможность оценить значение минимального напряжения на разряднике, при котором он запускается:  $u_{0,3\min} = 2V_{2c,n}$ .

Из условия пробоя второго промежутка ( $u_{0,3} \geq 2V_{2c,n}$ ), в частности следует, что нижняя граница диапазона управляемости не зависит от амплитуды пускового импульса ( $V_n$ ). Если  $V_n > V_{1c,n}$  и  $u_{0,3} > 2V_{2c,n}$  пробой первого и второго промежутков происходит на фронтах импульсов напряжения. При этом времена запаздывания пробоев первого и второго промежутков ( $\tau_2$  и  $\tau_4$ ) зависят соответственно от крутизны фронта пускового импульса и скорости переполосовки ПЭ. В нашем случае при крутизне фронта пускового импульса 2 кВ/нс и скорости переполосовки 7 кВ/нс длительности стадий  $\tau_2$  и  $\tau_4$  по результатам измерений приблизительно равны соответственно 10 и 5 нс.

Существенную часть времени запаздывания составляет стадия  $\tau_3$ . Ее можно оценить как

$$\tau_3 = \frac{|V_{1c,n}| + |V_{2c,n}|}{dV/dt}, \quad (1)$$

где  $dV/dt$  — скорость изменения знака потенциала ПЭ.

Скорость  $dV/dt$  практически не зависит от  $u_{0,3}$ , амплитуды и крутизны пускового импульса, давления газа. На нее влияют значения паразитной емкости ПЭ на землю, индуктивности запускающей и разрядной цепей, сопротивления отсечки  $R_{\text{отс}}$ . Длительность стадии  $\tau_3$  зависит также от времени коммутации  $\Pi_1$ . Для оценки вклада в  $\tau_3$  времени коммутации  $\Pi_1$  были приведены численные расчеты переходного процесса в пусковой и разрядных цепях. Сопротивление искрового канала  $R_n$  при этом представлялось аналогично [3] в виде

$$R_n(t) = \frac{l}{k} \left\{ \int_{t_1}^t [i(t)]^{\delta} dt \right\}^{-\delta}, \quad (2)$$

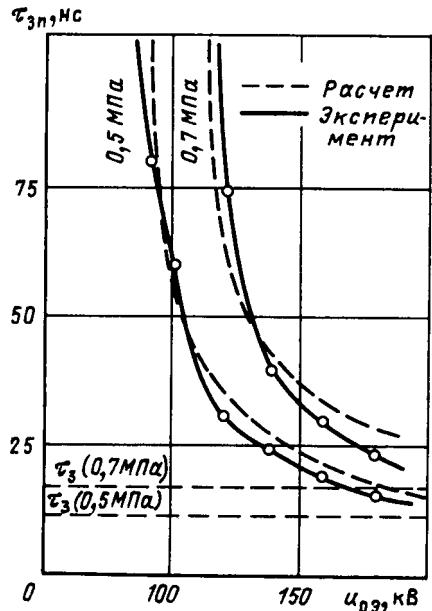


Рис. 4. Экспериментальные и расчетные зависимости  $\tau_{3n} = f(u_{0,3})$

где  $l$  — длина промежутка;  $i(t)$  — мгновенное значение тока в промежутке;  $k$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  — константы, значения которых подбирались так, чтобы рассчитанная зависимость  $V(t)$  максимально приближалась к измеренной ( $k=2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma=2$ ,  $\delta=1$ ).

Проводился также расчет переходного процесса для случая, когда промежуток  $\Pi_1$  моделировался идеальным ключом. Из сопоставления результатов расчета, сделанных с учетом сопротивления искры в  $\Pi_1$  и без него, можно сделать вывод о том, что в общую длительность  $\tau_3 \approx 20$  нс вклад времени коммутации промежутка  $\Pi_1$  составлял 6 нс, остальные 14 нс определяются параметрами запускающей и разрядной цепей. Например, при изменении паразитной емкости ПЭ на землю от 35 до 600 пФ длительность времени изменения знака потенциала ПЭ изменяется от 10 до 40 нс. Изменение сопротивления отсечки в цепи запуска от 200 до 50 Ом приводит к увеличению  $\tau_3$  от 20 до 70 нс.

Таким образом, при сравнении различных конструкций трехэлектродных разрядников и разработке методов уменьшения  $\tau_{3n}$  необходимо учитывать, что существенная часть общего времени запаздывания может определяться в пусковой и разрядной цепях.

Знание  $V_{1c,n}$  и  $V_{2c,n}$  дает возможность оценить зависимость  $\tau_{3n} = f(u_{0,3})$ , пользуясь методом [4]. Согласно этому методу, если напряжение на промежутке превышает статическое пробивное значение, то время запаздывания пробоя этого промежутка определяется из выражения

$$\int_{t_1}^{t_2} [u(t) - u_{cn}] dt = F, \quad (3)$$

где  $t_1$  — момент времени, когда  $u(t) = u_{cn}$ ,  $t_2 = t_1 + \tau_{3n}$ .

В нашем случае выражение (3) можно переписать в виде

$$\int_{t_1}^{t_2} [V(t) - V_{cn}] dt = F,$$

где  $t_1$  — момент времени, когда  $V(t) = V_{cn}$ ;  $t_2$  — момент начала спада напряжения на промежутке;  $F$  — константа, определяемая экспериментально.

Если рассчитаны зависимости  $\tau_2 = f(u_{0,3})$  и  $\tau_4 = f(u_{0,3})$  для положительной полярности пускового импульса с амплитудой 120 кВ. Длительность стадии  $\tau_3$  определялась по выражению (1). Скорость времени изменения знака потенциала ПЭ принималась независящей от  $u_{0,3}$  и равной 7 кВ/нс. Удовлетворительное согласие рассчитанных и экспериментальных зависимостей  $\tau_{3n} = f(u_{0,3})$  получено при значении  $F = 600$  (рис. 4).

Таким образом, из результатов проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Экспериментальные исследования и численные расчеты показали, что существенную часть общего времени запаздывания срабатывания разрядника может составлять время изменения знака потенциала пускового электрода после пробоя первого промежутка. Длительность этой стадии определяется, главным образом, переходным процессом в запускающей и разрядных цепях.

2. Зависимости статической электрической прочности разрядника от степени искажения поля, полученные на ярий разрывах давления, могут быть описаны

обобщенными характеристиками, построенными в координатах  $V_{c.p.}/U_{o.s.}$ ,  $U_{o.s.}/U_{c.p.}$ . Знание обобщенных характеристик позволяет на основе данных статических измерений определить минимальную амплитуду импульса запуска, нижнюю границу диапазона управляемости разрядника и оценить зависимость  $t_{z,p}$  от значения напряжения на ОЭ и амплитуды пускового импульса.

3. Из обобщенных характеристик, полученных для двухзазорного разрядника с пусковым электродом в виде пластины с отверстием, следует, что при положительной полярности потенциала пускового электрода для пробоя разрядника требуется большая степень искажения поля. Это позволяет утверждать, что разрядники такого типа предпочтительнее запускать импульсом напряжения положительной полярности, так как необходимую степень искажения поля в первом промежутке можно получить, увеличив амплитуду

пускового импульса, в то время как степень искажения поля во втором промежутке не зависит от амплитуды пускового импульса и практически задана величиной  $V_{c.p.}/U_{o.s.} = 0,5$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабыкин М. В., Бартов А. В. Мощный искровой разрядник.— Приборы и техника эксперимента, 1974, № 2.
2. Искровой разрядник на 200 кВ / Е. П. Большаков, В. В. Ершов, Ю. А. Истомин и др.— В кн.: Доклады 11 Всесоюзной конференции по ИПГР, Л., 1981, т. 3.
3. Gundel H. Über den Aufbau schneller diffuser Impulsenladungen.— Beitrag für Plasmaphys., 1973, Bd 13, N 1.
4. Heilbronner F. Firing and voltage shape of multistage impulse generators.— IEEE Trans., PAS—90, 1971, N 5.

[19.05.88]

УДК 621.313:537.212.001.24

## Снижение неравномерности электрического поля в межфазных зонах статорных обмоток высоковольтных электрических машин

ВАКСЕР Б. Д., канд. техн. наук, КОГАН В. О., канд. техн. наук, РЕШКО Б. А., канд. техн. наук

Ленинград

Современные электрические машины высокого напряжения, особенно турбогенераторы, являются высокочастотными электрическими устройствами, в которых многие элементы конструкции испытывают воздействие электрических, механических и тепловых нагрузок, близких предельным.

Одной из наиболее напряженных зон в статоре электрической машины является торцевая зона обмотки (лобовые части). Обеспечение надежной работы турбогенераторов мощностью 300 МВт и выше потребовало усиления систем крепления в зоне между стержнями различных фаз, где максимальны рабочие и испытательные напряжения (рис. 1, 1, 2).

Распорки, показанные на рис. 1, заполняют значительную часть воздушного промежутка между стержнями, что затрудняет проведение высоковольтных испытаний обмотки из-за перекрытий межфазных промежутков в зоне распорки 1, а также может ускорить старение изоляции и элементов крепления из-за озонирования (зона распорки 2) в генераторах, работающих в воздушной среде.

На рис. 2 показан рассматриваемый промежуток, к которому приложено напряжение и промышленной частоты. Данные [1] по электрической прочности воздушного промежутка, «замкнутого» диэлектриком, указывают на возможность ее существенного снижения из-за приэлектродных явлений. Для случаев, аналогичных рассматриваемому в статье, когда электроды «закрыты» высокопрочной изоляцией и приэлектродные явления устранены, проведены исследования влияния геометрии диэлектрических распорок на распределение электрического поля, отраженные в [2, 3]. На основании полученных в этих работах результатов можно утверждать, что для снижения неравномерности поля в межфазных зонах статорных обмоток высоковольтных машин необходимо применять распорки, имеющие форму, соответствующую геометрии зон, в которых расположены стержни фаз.

качественные рекомендации по выбору основных геометрических соотношений для распорок и в рассматриваемом случае. Для более точного количественного учета влияния формы распорки на величину  $E_{np}$  были проведены подробные исследования этого вопроса расчетными и экспериментальными методами.

Обычно в подобной конструкции изоляции поверхность и объемная проводимость на несколько порядков ниже емкостной, свободные заряды отсутствуют и задача расчета поля при переменном напряжении сводится к электростатической, описываемой известным уравнением

$$\operatorname{div} \varepsilon \operatorname{grad} \varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\varphi$  — потенциал электрического поля;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость.

Кроме того, оценка электрической напряженности, которая может быть вызвана переменным магнитным полем в торцевой зоне турбогенератора, показывает, что этой составляющей можно пренебречь.

В зоне максимальных значений напряженности электрического поля в середине распорки по ее высоте поле приближенно можно считать плоским. Соответствующая этому допущению расчетная модель показана на рис. 2. Естественно, замена реальной трехмерной задачи двумерной вносит погрешность в определение электрического поля. Для оценки этой погрешности проводилось сопоставление расчетных и опытных данных. Расхождение между ними составляло, как правило, около 10 % и лишь в одном случае достигло 15 % (таблица).

Для численного решения уравнения (1) применялся метод конечных элементов [4]. В качестве базисных

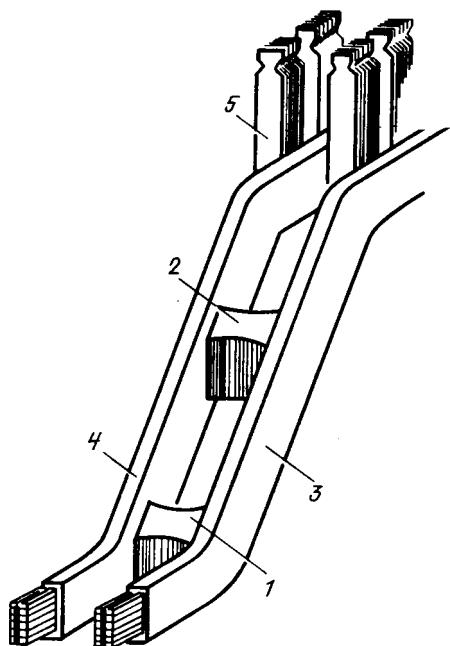


Рис. 1. Распорки в межфазных зонах лобовой части:  
1 — распорка в зоне наконечников; 2 — распорка в эвольвентной зоне; 3 — стержень фазы А; 4 — стержень фазы В; 5 — сердечник

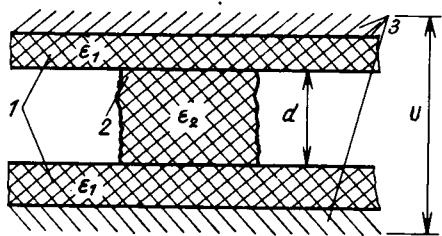


Рис. 2. Схема межфазного промежутка: 1 — корпусная изоляция; 2 — диэлектрическая распорка; 3 — токоведущие части стержней

Расстояние между стержнями, $d$ , мм	Тип распорки (рис. 3)	Разрядное напряжение в зоне распорок (среднее по пяти измерениям), кВ/отн. ед.	Обратное значение расчетного коэффициента неравномерности поля, $1/k_n$
20	А	34,5/863	0,7874
	Б	40,0/1,0	0,9345
	В	29,8/0,745	0,675
	А	47,0/0,741	0,729
	Б	63,4/1,0	0,825
40	В	35,6/0,561	0,44
	Г	62,4/0,984	0,921
	Д	62,1/0,979	0,935

функций использовались линейные функции, заданные на треугольных конечных элементах. Триангуляция расчетной области производилась с помощью программ, приведенных в [5]. Пример триангуляции показан на рис. 3. Для решения системы уравнений использовались программы из пакета SPARSPACK [6], реализующие метод параллельных сечений.

Число узлов в расчетной области (рис. 3) для рассматриваемых задач составляло около 1000, а число треугольных элементов — 2000. Точность расчета считалась удовлетворительной, если дальнейшее сгущение сетки не приводило к изменению результата более чем на 1 % при расчете максимального значения напряженности электрического поля. Время расчета варианта конструкции на ЭВМ ODRA-1305 составляло в среднем 5 мин.

С помощью графопостроителя рисовались линии равного скалярного электрического потенциала, позволяющие качественно судить о распределении электрического поля в расчетной области. Для примера на рис. 4 приведены линии равного потенциала для одной из решавшихся задач. По полученному распределению скалярного электрического потенциала определялось распределение напряженности электрического поля.

Такие расчеты выполнялись для различных расстояний между стержнями разных фаз ( $d=20, \dots, 40$  мм), для различных по диэлектрической проницаемости диэлектриков ( $\epsilon_1=2, \dots, 20$ ), использовавшихся в качестве распорок, для различной конфигурации последних.

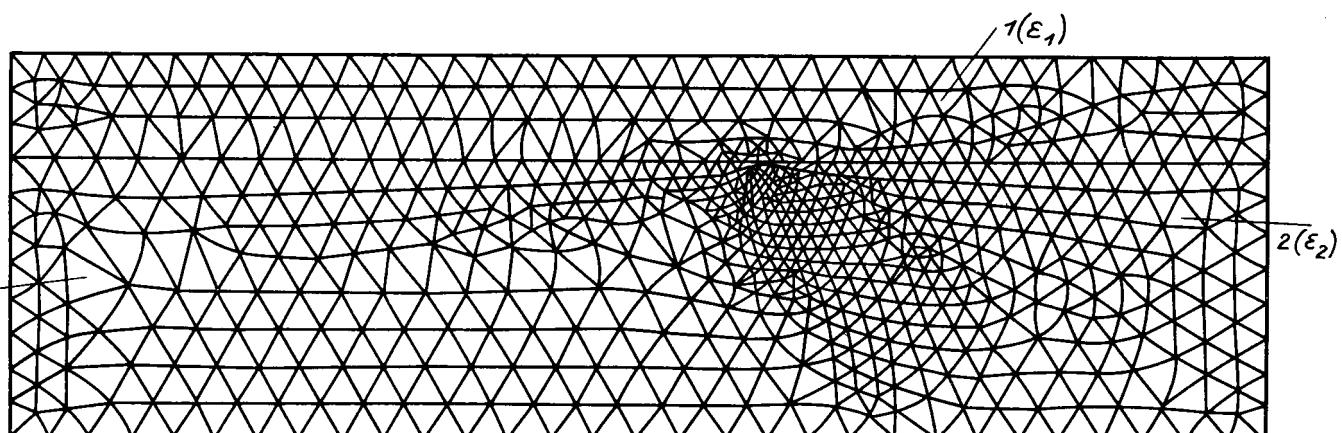


Рис. 3. Триангуляция расчетной области в зоне распорки:  
1 — изоляция стержня; 2 — распорка; 3 — воздушный промежуток

Во всех случаях картина поля характеризовалась отношением максимальной напряженности, имевшей место, как правило, в «углах» — зонах примыкания распорки к стержням, — к напряженности воздушного промежутка в зоне равномерного поля ( $E_0$ ), имевшей место на значительном удалении от распорки.

Это отношение рассматривалось как оценка коэффициента неравномерности электрического поля ( $k_n$ ). На рис. 5 представлено распределение электрического поля для простейшего случая прямой распорки. Из этих данных, так же как и из картины поля, показанной на рис. 4, видно, что напряженность поля на большей части длины распорки несколько ниже, чем  $E_0$ , однако в зоне стыка распорки со стержнем поле искривляется и значение  $k_n$  существенно возрастает.

Это объясняет известное из практики снижение разрядного напряжения промежутка между изолированными проводниками, «замкнутого» диэлектриком.

Результаты расчетов для вариантов промежутков, отличавшихся значением  $d$ , геометрией и материалом распорок, приведены в таблице. Там же даны результаты измерений разрядного напряжения, выполненных на модели, показанной на рис. 6. В этой модели использовались достаточно длинные отрезки натурных стержней с термореактивной изоляцией слюдотерм ( $\epsilon_r=5$ ), причем распорка располагалась на значительном удалении от концов стержней. Перекрытие между последними подверглось с помощью специальных трубчатых барьеров.

Из данных таблицы следует, что расчетные данные (обратные значения коэффициентов неравномерности поля) достаточно хорошо коррелируют с экспериментальными: чем выше расчетная неравномерность поля, тем ниже напряжения начала разрядов (для распорок типов  $g$ ,  $d$  этот вывод не вполне справедлив по причинам, рассматриваемым ниже); при использовании распорки из стеклотекстолита ( $\epsilon_r=4,5$ ) наилучший результат получен для вогнутой конфигурации; влияние формы распорки на значение  $u_{hp}$  ослабевает при уменьшении расстояния между стержнями.

Для распорок из стеклотекстолита разброс напряжений  $u_{hp}$  незначителен и носит случайный характер. Особо рассмотрим случай выполнения распорок из фторопласта-4 ( $\epsilon_r=2$ , рис. 3,  $g$ ,  $d$ ). Значения  $u_{hp}$  в этих случаях при первых подъемах напряжения были наивысшими: 67,2 и 66,3 кВ соответственно. Однако все последующие значения оказывались ниже предыдущих, причем пятое измерение дало результат на 15 % ниже первого. Таким образом, для распорок из фторопласта-4 характерна нестабильность величины  $u_{hp}$ , что можно связать с накоплением на поверхности фторопласта-4 зарядов, изменяющих распределение электрического поля.

Оптимизация распределения поля этой обмотки велась в направлении выбора геометрии распорки. Было установлено, что оптимальное значение отношения радиуса кривизны распорки к расстоянию между стержнями составляет от 0,75 до 1,5. Эквивалентное, в смысле приближения к минимально возможной неравномерности поля, решение состоит в выполнении распорки с призматическими выступами треугольного сечения, имеющими при основании угол от 45 до 70°. Суммарная высота таких выступов ( $h$ ) должна выбираться по соотношению:

$$h = (0,1B + 0,15)d$$

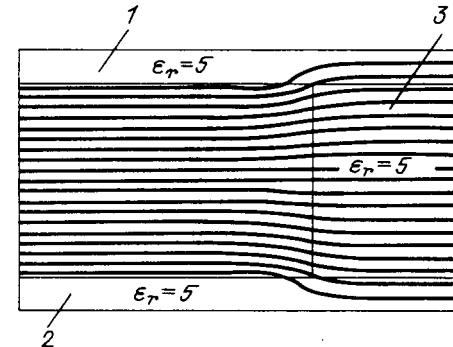


Рис. 4. Линии равного потенциала в случае прямой распорки:  
1 — изоляция стержня фазы А; 2 — изоляция стержня фазы В;  
3 — распорка

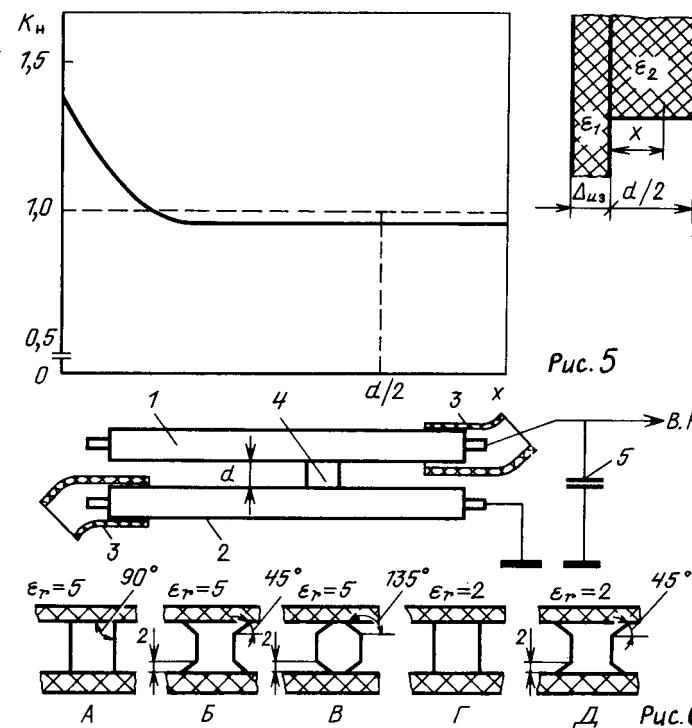


Рис. 5. Коэффициент неравномерности поля в зоне распорки

Рис. 6. Схема исследований  $u_{hp}$  в межфазной зоне при различных дистанционных распорках: а — схема установки; 1 — верхний стержень; 2 — нижний стержень; 3 — изоляция концов стержней; 4 — распорка; 5 — стабилизирующий конденсатор; б — типы исследовавшихся распорок

Указанный подход к выбору материала и формы распорок позволяет полностью избежать перекрытий при высоковольтных испытаниях, сохраняя высокую виброустойчивость всей «корзины» лобовых частей. Особенно актуально такое решение для номинальных напряжений 24 кВ и выше, а также в машинах с воздушным заполнением статора, где, благодаря значительному выравниванию поля, существенно снижается склонение обмотки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сканави Г. И. Физика диэлектриков.— М.: ГИФМЛ, 1958.
2. Петерсон Л. А., Филиппов А. А. Оптимизация поля дисковых распорок линий электропередачи с газовой изоляцией.— Известия НИИПТ, 1979, вып. 28.
3. Колечицкий Е. С., Моисеев В. Н. Расчет электрических полей изоляционных конструкций.— Труды МЭИ, 1981, вып. 510.

4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики.— М.: Наука, 1980.

5. Автоматизированная система обслуживания конечно-элементных расчетов / А. С. Цыбенко, Н. Г. Ващенко, Н. Г. Крыщук, Ю. Лавенды.— Киев: Вища школа, 1986.

6. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений.— М.: Мир, 1984.

[04.08.88]

УДК 621.3.064.1.025.3

## Обратная последовательность в трехфазной симметричной коммутируемой системе

ЛЯМЕЦ Ю. Я.

Чувашский государственный университет

Анализ переходных процессов в трехфазных цепях методом симметричных составляющих, ведущий свое начало от [1] и рассматривавшийся в теоретическом плане в [2—7], не свободен от некоторых неясностей. Одна из них была связана с присущими методу ограничениями [8]. Здесь же обсуждается другая, связанная с понятием о симметрии коммутируемой системы. История вопроса восходит к [2], где подмечено «появление при переходном процессе даже в совершенно симметричных условиях систем с прямым и обратным порядком следования фаз». В [3, 4] это явление отнесено к разряду математических эффектов: отношение к нему нагляднее всего выражено в [4], где преследовалась цель изыскать математический прием, способный устраниить обратную последовательность: «желательно, чтобы симметричная система э. д. с. с прямым порядком следования фаз не имела бы составляющих нулевой и второй систем». Найденное в [4] средство на первый взгляд выглядит убедительным. Во всяком случае речь о его некорректности никогда не велась, хотя противоположная точка зрения и сохранилась [7]: «свободные периодические составляющие при симметричном трехфазном к. з. содержат слагающие как прямого, так и обратного следования фаз».

В [3, 4], с одной стороны, и в [2, 7], с другой, различается предмет обсуждения: у первых — трехфазная система э. д. с., а у вторых — токи симметричной цепи как реакции на воздействие такой системы. И чтобы понять противоречивость их выводов, необходимо принять во внимание, что единственной причиной возникновения обратной последовательности в токах симметричной цепи может быть ее присутствие в э. д. с. Как видно, первичная задача вытекает из [3, 4] и сводится к следующему: дана трехфазная система величин

$$e_{\sigma}(t) = l(t) \sin(\omega_0 t + \psi_{\sigma}); \quad \sigma = A, B, C; \quad \psi_A = \psi_B + 2\pi/3 = \psi_C - 2\pi/3. \quad (1)$$

где  $l(t)$  — единичная функция, олицетворяющая коммутацию при  $t=0$ ; требуется проверить, содержится ли в (1) обратная последовательность. Отсутствие нулевой последовательности очевидно, так как  $e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0$ .

Подвернем (1) спектральному анализу, относя к прямой и обратной последовательностям соответствующие слагаемые каждой частоты. Известно спектральное представление [6]

$$e_{\sigma}(t) = 0,5 \sin(\omega_0 t + \psi_{\sigma}) + v_{\sigma}(t); \quad (2)$$

$$v_{\sigma}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega_0 \cos \psi_{\sigma} \cos \omega t - \omega \sin \psi_{\sigma} \sin \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} d\omega, \quad (3)$$

$-\infty < t < \infty.$

Преобразовав (3) к виду

$$v_{\sigma}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[ -\frac{\cos(\omega t + \psi_{\sigma})}{\omega - \omega_0} + \frac{\cos(\omega t - \psi_{\sigma})}{\omega + \omega_0} \right] d\omega,$$

онаружим, что подынтегральное выражение включает в себя колебания как прямой —

$$\begin{aligned} de_{A1}(t) = -\frac{d\omega}{2\pi(\omega - \omega_0)} &\left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega t + \psi_A); \\ \cos(\omega t + \psi_A - 2\pi/3); \\ \cos(\omega t + \psi_A + 2\pi/3), \end{array} \right. \\ de_{B1}(t) & \end{aligned}$$

так и обратной последовательностей —

$$\begin{aligned} de_{A2}(t) & \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega t - \psi_A); \\ \cos(\omega t - \psi_A + 2\pi/3); \\ \cos(\omega t - \psi_A - 2\pi/3), \end{array} \right. \\ de_{B2}(t) & \\ de_{C2}(t) & \end{aligned}$$

Как следствие обе последовательности присутствуют в (2):

$$\left. \begin{aligned} e_o(t) &= e_{o1}(t) + e_{o2}(t); \\ e_{o1}(t) &= 0,5 \sin(\omega_0 t + \psi_0) - \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\cos(\omega t + \psi_0)}{\omega + \omega_0} d\omega; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$e_{o2}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\cos(\omega t - \psi_0)}{\omega + \omega_0} d\omega, \quad -\infty < t < \infty, \quad (5)$$

что подтверждает справедливость утверждений в [2, 7], но в новой форме и по отношению к предмету рассмотрения из [3, 4]. Поскольку в описании (2), (3)  $e_o(t) = 0$  при  $t < 0$ , то и в (4), (5)  $e_{o1}(t) + e_{o2}(t) = 0$  при  $t < 0$ .

Упростим полученные формулы, вводя в них специальные функции. Подробный вывод приведем только для обратной последовательности (5):

$$\begin{aligned} e_{o2}(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\cos[(\omega + \omega_0)t - (\omega_0 t + \psi_0)]}{\omega - \omega_0} d\omega = \\ &= \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\cos(\omega + \omega_0)t}{\omega + \omega_0} d\omega \right] \cos(\omega_0 t + \psi_0) + \\ &\quad + \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(\omega + \omega_0)t}{\omega + \omega_0} d\omega \right] \sin(\omega_0 t + \psi_0). \end{aligned}$$

Выполним подстановку  $(\omega + \omega_0)t = x$ :

$$\begin{aligned} e_{o2}(t) &= \left( \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 t}^\infty \frac{\cos x}{x} dx \right) \cos(\omega_0 t + \psi_0) + \\ &\quad + \left( \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 t}^\infty \frac{\sin x}{x} dx \right) \sin(\omega_0 t + \psi_0) \end{aligned} \quad (6)$$

и воспользуемся интегральными синусом и косинусом, имеющими, что существенно, разные области определения [9]:

$$\begin{aligned} Si\theta &= \frac{\pi}{2} - \int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx, \quad -\infty < \theta < \infty; \\ Ci\theta &= - \int_0^\infty \frac{\cos x}{x} dx, \quad 0 < \theta < \infty. \end{aligned}$$

Введя в (6) обозначение  $\theta = \omega_0 t$  и выражая интегралы через  $Si\theta$  и  $Ci\theta$ , получаем относительно простое выражение, справедливое, правда, только при  $\theta > 0$ :

$$\begin{aligned} e_{o2}(\theta) &= \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} Si\theta \right) \sin(\theta + \psi_0) - \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} Ci\theta \cos(\theta + \psi_0). \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогичным образом преобразуется и (4) (также при  $\theta > 0$ ):

$$\begin{aligned} e_{o1}(\theta) &= \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} Si\theta \right) \sin(\theta + \psi_0) + \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} Ci\theta \cos(\theta + \psi_0). \end{aligned} \quad (8)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

Формулы (7), (8), определенные в суженной области, носят менее общий характер, чем (4), (5). Положительный знак перед  $\psi_0$  в них уже не служит отличительным признаком прямой последовательности. Их первые слагаемые показывают распределение системы (1) по разным последовательностям после коммутации. Вторые же слагаемые при наложении компенсируют друг друга. Эти формулы полезны тем, что дают простое описание процесса изменения уровня последовательностей, начиная с момента коммутации:

$$E_{m1} = [(3/4 + (1/2\pi)Si\theta)^2 + ((1/2\pi)Ci\theta)^2]^{1/2};$$

$$E_{m2} = [(1/4 - (1/2\pi)Si\theta)^2 + ((1/2\pi)Ci\theta)^2]^{1/2}.$$

В сам момент коммутации уровни бесконечно велики, но так как при этом  $e_{o1}(\theta)$  и  $e_{o2}(\theta)$  находятся в противофазе, то здесь нет физического противоречия. Затем уровни быстро поникаются (см. рисунок), достигают единичной отметки за очень короткое время (около  $2 \cdot 10^{-3}$  периода), но устанавливаются намного медленнее и по-разному:  $E_{m1}$  колеблется, приближаясь к единичному уровню, а  $E_{m2}$  монотонно затухает, понижаясь до уровня 0,05 примерно за полпериода. Данный вывод справедлив не только для систем э. д. с. (1), но в равной степени и для любых других величин того же типа, в частности, для установившихся слагаемых переходного процесса в симметричной трехфазной цепи, которые так же, как и (1), возникают скачком при  $t=0$ . Тому, что полученный результат оставался незамеченным, есть объяснение: в [3, 4] были сильно преувеличены возможности замены вещественных функций  $e_o(t)$  комплексными  $e_o(t) = \exp(j(\omega_0 t + \psi_0))$ . Последние без каких-либо на то оснований подставлялись (непосредственно или после преобразования по Лапласу) в формулы разложения на симметричные составляющие. Создавалась иллюзия устранения обратной последовательности посредством чисто математических приемов.

Заметим, что составляющие (7) и (8) можно рассматривать как итог обработки трехфазного сигнала (1) при бесконечном времени наблюдения. Обработка же на конечном интервале, которая только и возможна практически, даст и симметричные составляющие конечного уровня для всех моментов времени.

Воспользуемся спектральным подходом и при определении реакции симметричной трехфазной цепи на воздействие (1) с тем, чтобы расширить выводы, сделанные в [2, 7]. Допустим, что имеются частотные характеристики сопротивлений прямой и обратной последовательностей  $Z_1(j\omega)$  и  $Z_2(j\omega)$ , и проанализируем соотношение между  $E_{o1}(j\omega)$  и  $I_A(j\omega)$  — спектральными плотностями величин  $e_{o1}(t)$  и фазного тока  $i_A(t)$ . Начнем с определения спектральных плотностей прямой и обратной последовательностей источников:

$$E_{A1}(j\omega) = (E_A(j\omega) + aE_B(j\omega) + \underline{a^2 E_C(j\omega)})/3 = E_A(j\omega)/2 + j(E_B(j\omega) - E_C(j\omega))/2\sqrt{3}; \quad (9)$$

$$E_{A2}(j\omega) = (E_A(j\omega) + \underline{a^2 E_B(j\omega)} + aE_C(j\omega))/3 =$$

$$= E_A(j\omega)/2 - j(\bar{E}_B(j\omega) - E_C(j\omega))/2\sqrt{3}, \quad (10)$$

$$\underline{a} = \exp(j2\pi/3),$$

где учтено, что  $E_A(j\omega) + E_B(j\omega) + E_C(j\omega) = 0$ .

Если бы схемы различных последовательностей можно было рассматривать автономно, то спектральные плотности токов прямой и обратной последовательностей

тельностей, а затем и фазного тока, определились бы так:

$$I_{A1}(j\omega) = E_{A1}(j\omega)/Z_1(j\omega), \quad I_2(j\omega) = E_{A2}(j\omega)/Z_2(j\omega); \quad (11)$$

$$I_A(j\omega) = I_{A1}(j\omega) + I_{A2}(j\omega). \quad (12)$$

Подставляя (9), (10) в (11), а затем в (12), найдем

$$\begin{aligned} I_A(j\omega) = & \frac{Z_1(j\omega) + Z_2(j\omega)}{2Z_1(j\omega) Z_2(j\omega)} E_A(j\omega) + \\ & + j \frac{Z_1(j\omega) - Z_2(j\omega)}{2\sqrt{3}Z_1(j\omega) Z_2(j\omega)} (E_B(j\omega) - E_C(j\omega)). \end{aligned} \quad (13)$$

В (13) первое слагаемое изображает вещественную, а второе — мнимую функцию времени. И лишь в том случае, когда

$$Z_1(j\omega) = Z_2(j\omega) = Z(j\omega), \quad (14)$$

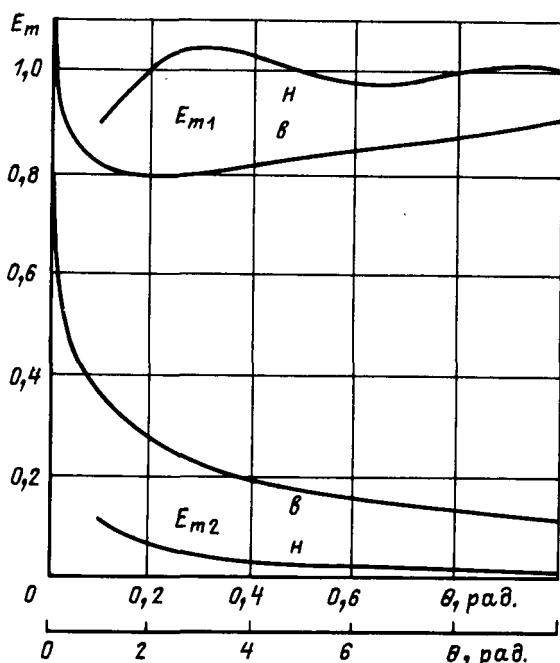
второе слагаемое устраняется, и (13) преобразуется в выражение

$$I_A(j\omega) = E_A(j\omega)/Z(j\omega), \quad (15)$$

что означает независимость переходных процессов в отдельных фазах.

Таким образом, анализ симметричной цепи приводит к тому же ограничению (14), что и анализ несимметричных цепей в (8). Если оно соблюдается, то токи прямой и обратной последовательностей в произвольной симметричной цепи определяются на основании (4), (5), (15):

$$\begin{aligned} i_{A1}(t) = & \sin [\omega_0 t + \psi_A - \phi(\omega)] / 2Z(\omega_0) - \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\cos [\omega t - \psi_A - \phi(\omega)]}{(\omega - \omega_0)Z(\omega)} d\omega; \end{aligned}$$



Изменение после коммутации уровня составляющих прямой и обратной последовательностей симметричной трехфазной системы величин: «в» — в масштабе верхней оси абсцисс; «н» — в масштабе нижней оси

$$i_{A2}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\cos [\omega t - \psi_A - \phi(\omega)]}{(\omega + \omega_0)Z(\omega)} d\omega,$$

куда вошли модуль  $Z(\omega)$  и аргумент  $\phi(\omega)$  комплексного сопротивления  $Z(j\omega) = Z(\omega) \exp j\phi(\omega)$ .

Как видим, предположение о том, что схемы прямой и обратной последовательностей имеют разные параметры и при этом автономны, приводит к противоречию. Можно допустить лишь что-то одно: автономность схем, но тогда согласиться с равенством (14), или же несовпадение частотных характеристик прямой и обратной последовательностей, но взамен отказаться от автономности схем. Возникает вопрос<sup>1</sup>, распространяется ли вывод, сделанный на основании спектрального анализа переходных процессов, и на установившиеся режимы. Если допустить, что частотные характеристики  $Z_1(j\omega)$  и  $Z_2(j\omega)$  для всех режимов одни и те же, то очевиден утвердительный ответ. Подобная ситуация, связанная с условиями физической осуществимости, встречается в теории цепей [10]: динамика предъявляет такие требования к характеристикам, которые с точки зрения статики кажутся излишними.

У задачи разложения переходного процесса на симметричные составляющие имеются два различных аспекта — аналитический, связанный с расчетом трехфазной цепи, и информационный, относящийся к фильтрации обратной последовательности как входной величины для аппаратуры релейной защиты и автоматики [11].

В аналитическом аспекте очевидна необходимость исследования спектров и, соответственно, ограничение применимости метода симметричных составляющих условием равенства параметров прямой и обратной последовательностей. Расчет собственно переходного процесса может быть, разумеется, выполнен и в иных системах составляющих — несимметричных или модифицированных симметричных [12], но проблему разложения на традиционные симметричные составляющие такой подход не решает.

Информационный аспект заключается в том, что при любой коммутации, в том числе и трехфазном коротком замыкании, спектры токов содержат обратную последовательность. Иное дело, что в фильтрах обратной последовательности, применяемых в релейной защите, используется не принцип спектрального анализа, хотя и такое возможно, а принцип фазового смещения основных гармоник входных величин [6, 11]. Вследствие переходных процессов в фазосмещающих цепях фильтр обратной последовательности откликается на симметричное воздействие (1) затухающей реакцией, которую нельзя отождествлять с (5), хотя определенную информацию об обратной последовательности она, по-видимому, несет. Говорить о конкретной связи между (5) и реакцией фазосмещающего фильтра обратной последовательности не приходится, так как время установления фильтра зависит от его исполнения. Так, у нерекурсивных цифровых фильтров симметричных составляющих время установления конечно и может быть сокращено до одного интервала дискретизации [13]. Данное свойство фильтров симметричных составляющих объясняется тем, что их

<sup>1</sup> Вопрос поставлен канд. техн. наук Ю. С. Крайчиком (НИИПТ).

структура не рассчитана на подавление гармоник и в этом смысле предельно упрощена. Если же отдельно предусмотреть частотную фильтрацию, т. е. выделение основных гармоник, то общее время установления фильтров основной гармоники и фильтра обратной последовательности будет не меньше полупериода — времени затухания величины (5), вовлекшей в себя обратные последовательности входных величин на всех частотах их спектра.

**Выводы.** 1. Спектральный анализ симметричной в обычном понимании, но коммутируемой трехфазной системы величин, обнаруживает в ее составе обратную последовательность, описываемую во времени так же, как и прямая последовательность, интегральными синусом и косинусом.

2. При анализе переходных процессов предположение об автономности схем прямой и обратной последовательностей неприемлемо даже по отношению к симметричным цепям.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г. И., Мамиконянц Л. Г. Применение комплексных схем замещения для расчета переходных процессов.— Электричество, 1949, № 4.

2. Андреев В. В. К расчету переходных процессов при несимметричных коротких замыканиях в цепях с последовательно включенной емкостью.— Электричество, 1951, № 5.

3. Меерович Э. А. Применение метода симметричных составляющих для исследования неустановившихся процессов в трехфазных цепях.— Электричество, 1952, № 4.

4. Зевеке Г. В. Применение метода симметричных составляющих для исследования переходных процессов в статических трехфазных цепях.— Электричество, 1954, № 2.

5. Мамонтов О. В. Расчет переходных процессов в сложных линейных цепях при помощи интеграла Фурье.— Электричество, 1956, № 8.

6. Атабеков Г. И. Теоретические основы релейной защиты высоковольтных сетей.— М.: Госэнергоиздат, 1957.

7. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Расчет электромагнитных переходных процессов для релейной защиты на линиях большой протяженности.— М.: Энергия, 1972.

8. Лямец Ю. Я. К анализу переходных процессов в трехфазных цепях методом симметричных составляющих.— Электричество, 1988, № 12.

9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1984.

10. Сиберт У. М. Цепи, сигналы, системы. Ч. 2 / Пер. с англ.— М.: Мир, 1988.

11. Шнеерсон Э. М. Дистанционные защиты.— М.: Энергоатомиздат, 1986.

12. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Вычисление электрических величин в несимметричных режимах электрических систем.— М.: Энергоатомиздат, 1983.

13. Лямец Ю. Я., Шевцов В. М. К синтезу фильтров симметричных составляющих / Устройства релейной защиты и противоаварийной автоматики энергосистем.— Труды ВНИИР, 1985.

[06.04.90]

УДК 621.313.322.001.5

## Использование многозazorных конструкций импульсных генераторов дискового типа

ЧУЧАЛИН А. И., канд. техн. наук

Томский политехнический институт

Электромашинное генерирование импульсной мощности осуществляется, как известно, за счет импульсной деформации магнитного поля в воздушном зазоре между обмотками статора и ротора. В результате кинетическая энергия ротора преобразуется импульсно в электромагнитную, часть которой передается во внешнюю нагрузку.

Энергия, передаваемая в нагрузку за один импульс, выражается волях от электромагнитной энергии внезапного короткого замыкания генератора, которая является одним из основных критериев оценки эффективности использования электромашинных импульсных генераторов различных типов [1].

Перспективным типом электромашинного импульсного генератора в настоящее время считается так называемый компрессионный генератор [2]. Принцип его работы основан на изменении собственной

индуктивности при импульсном сжатии магнитного потока в воздушном зазоре. Электромагнитная энергия короткого замыкания компрессионного генератора  $W_{k,3}$  определяется начальной энергией магнитного поля  $W_0$  и кратностью изменения индуктивности  $K_L$  от начального максимального значения  $L_{\max}$  в момент возбуждения до минимального значения  $L_{\min}$  в момент амплитуды импульса тока

$$W_{k,3} = W_0 K_L = W_0 L_{\max} / L_{\min}. \quad (1)$$

Таким образом, одним из путей повышения эффективности использования импульсного генератора компрессионного типа является увеличение кратности изменения индуктивности, а другим — увеличение энергии начального магнитного поля. Рассмотрим перспективы реализации второго направления.

Начальная энергия магнитного поля в воздушном

зазоре генератора зависит от индукции  $B_0$  и объема зазора  $V_0$

$$W_0 = \frac{B_0^2}{2\mu_0} V_0. \quad (2)$$

Увеличение индукции начального магнитного поля в воздушном зазоре  $B_0$  ограничивается насыщением стальных сердечников статора и ротора. Начальная индуктивность насыщенного генератора  $L_{max}$  и, соответственно, кратность изменения индуктивности  $K_L$  уменьшаются, что отрицательно влияет на возрастание энергии при коротком замыкании (1).

Увеличение объема воздушного зазора между статором и ротором в пределах габаритов машины цилиндрической конструкции возможно лишь за счет увеличения ширины зазора. Однако это также приводит к уменьшению кратности изменения индуктивности компрессионного генератора [2]. С учетом указанных особенностей более предпочтительным представляется увеличение объема и энергии начального магнитного поля (2) за счет использования многозазорной конструкции генератора дискового типа [3]. В этой связи, целесообразно провести сравнительный анализ расчетных характеристик компрессионных генераторов цилиндрического и дискового типов, имеющих одинаковые габаритные размеры.

На рис. 1 и рис. 2, соответственно, изображены цилиндрический и многодисковый генераторы с основными размерами — внешним диаметром  $D$  и длиной  $l$ . Предполагается, что ротор цилиндрического генератора имеет диаметр  $D/2$ , а роторные диски многодискового генератора имеют диаметры  $D$ . Радиальный воздушный зазор между статором и ротором генератора на рис. 1 и аксиальные воздушные зазоры между чередующимися дисками статора и ротора генератора на рис. 2 считаются одинаковыми и равными  $\delta$ . Сечения обмоток генераторов идентичны, причем высота обмотки цилиндрического генератора  $a$  соответствует толщине диска многодискового генератора. Предполагается, что генераторы имеют одинаковое число пар полюсов  $p$ , полюсное деление  $\tau = \pi D/4p$  и ширину ферромагнитного полюса  $b = \tau/2$  на полюсном делении. Схемное решение генераторов принимается традицион-

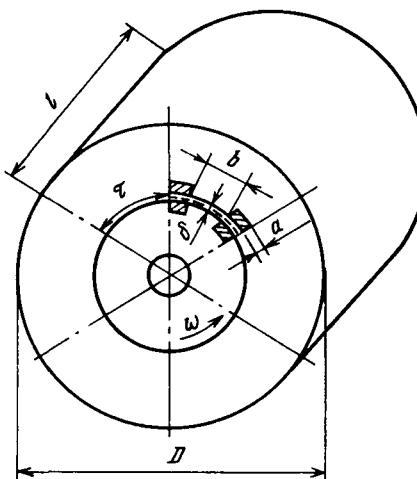


Рис. 1. Цилиндрический импульсный генератор

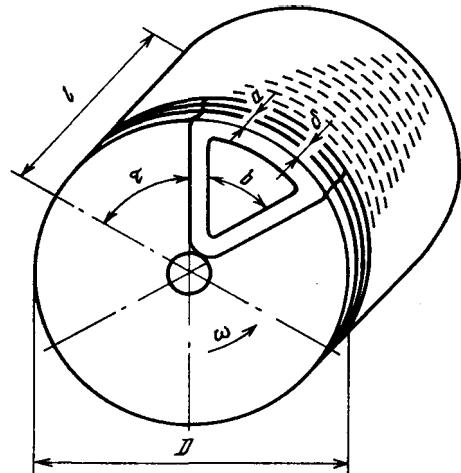


Рис. 2. Многодисковый импульсный генератор

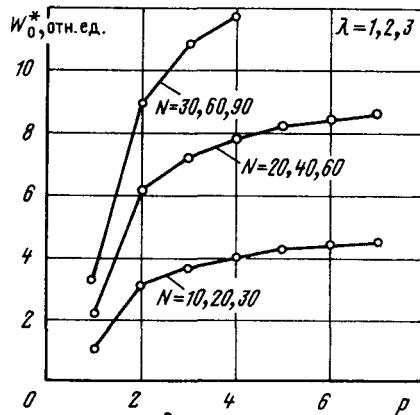


Рис. 3. Отношение начальных значений энергии многодискового и цилиндрического генераторов

ным с последовательным соединением обмоток статора и ротора [2]. В таблице приведены упрощенные аналитические выражения, полученные для расчета основных характеристик генераторов.

Особенность машин дискового типа заключается в том, что магнитный поток полюса не зависит от аксиальной длины. Однако его зависимость от числа пар полюсов является более сложной по сравнению с цилиндрическими машинами. Это связано с существенным изменением размеров лобовых частей обмоток, ограничивающих площадь полюса. Суммарный объем воздушных зазоров между дисками статора и ротора прямоопропорционален их количеству  $N \approx l/a$ . На рис. 3 показаны расчетные зависимости отношения начальных значений энергии магнитного поля многодискового и цилиндрического генераторов  $W_0^*$  от числа пар полюсов  $p$  при различной относительной длине машины  $\lambda = l/D$  и соответствующем изменении количества дисков  $N$ .

Результаты расчетов указывают на то, что при одинаковой плотности магнитного потока в многодисковом генераторе может быть сосредоточено значительно большее количество электромагнитной энергии по сравнению с цилиндрическим. Причем, с увеличением числа

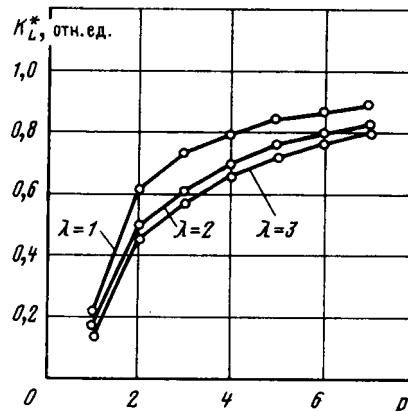


Рис. 4. Отношение кратностей изменения индуктивностей многодискового и цилиндрического генераторов

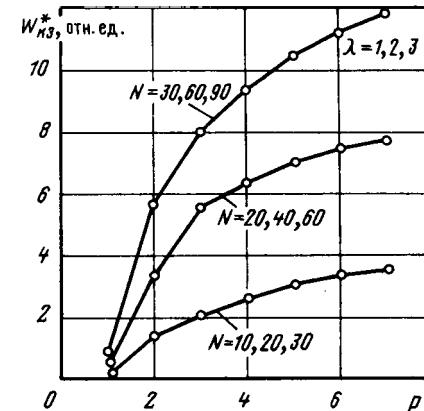


Рис. 5. Отношение энергий короткого замыкания многодискового и цилиндрического генераторов

Величина	Цилиндрический генератор	Дисковый генератор
Магнитный поток на один полюс	$\Phi_0 = \frac{\pi B_0 D l}{8p}$	$\Phi_0 = \frac{\pi B_0 D^2 \left(1 - \frac{\pi}{4p}\right)}{16p}$
Энергия начального магнитного поля	$W_0 = \frac{\pi B_0^2 D l \delta}{16\mu_0 p}$	$W_0 = \frac{\pi B_0^2 D^2 l \delta \left(1 - \frac{\pi}{4p}\right)}{32\mu_0 p a}$
Число витков на один полюс	$w = 2$	$w = \frac{l}{a}$
Максимальная индуктивность	$L_{max} = \frac{\pi \mu_0 D L}{2p\delta}$	$L_{max} = \frac{\pi \mu_0 D^2 l \left(1 - \frac{\pi}{4p}\right)}{16a p \delta}$
Минимальная индуктивность	$L_{min} = \frac{32\mu_0 p \left(\delta + \frac{2}{3}a\right) \left(l + \frac{\pi D}{4p}\right)}{\pi D}$	$L_{min} = \frac{4\mu_0 p l \left(\delta + \frac{2}{3}a\right) \left(D + \frac{\pi D}{4p}\right)}{\pi D_a}$
Кратность изменения индуктивности	$K_L = \frac{\pi^2 D^2 l}{64\delta p^2 \left(\delta + \frac{2}{3}a\right) \left(l + \frac{\pi D}{4p}\right)}$	$K_L = \frac{\pi^2 D^2 \left(1 - \frac{\pi}{4p}\right)}{64\delta p^2 \left(\delta + \frac{2}{3}a\right) \left(1 + \frac{\pi}{4p}\right)}$

полюсов и дисков эффективность накопления начальной энергии возрастает.

При увеличении числа пар полюсов кратности изменения индуктивности цилиндрического и дискового генераторов уменьшаются. Однако степень уменьшения  $K_L$  у цилиндрического генератора значительно больше, чем у дискового. Это связано с тем, что у дискового генератора с увеличением числа пар полюсов относительные размеры лобовых частей обмоток сокращаются, и площадь полюса возрастает. На рис. 4 показаны соответствующие расчетные зависимости отношения кратностей изменения индуктивности многодискового и цилиндрического генераторов  $K_L^*$ . Из расчетов следует, что кратность изменения индуктивности многополюсных многодисковых генераторов приближается к кратности изменения индуктивности многополюсных цилиндрических генераторов.

На рис. 5 показаны расчетные зависимости отношения энергий внезапного короткого замыкания многодискового и цилиндрического генераторов  $W_{k,z}^*$ , полученные согласно (1) по данным, представленным на рис. 3 и рис. 4. При более строгих расчетах с учетом конструктивных и других факторов соотношения характеристик могут несколько измениться. Однако результаты приближенной сравнительной оценки энергети-

тических характеристик свидетельствуют о целесообразности использования многозазорных конструкций импульсных генераторов дискового типа при количестве пар полюсов  $p > 2$ . Генераторы такого типа имеют перспективы применения для питания нагрузки импульсами тока с высокой частотой и малой длительностью. Для них будут также характерны все известные преимущества дисковых электрических машин [4].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Глебов И. А., Каширский Э. Г., Рутберг Ф. Г. Синхронные генераторы кратковременного и ударного действия.—Л.: Наука, 1985.
- Электромашинный компрессионный генератор / М. Н. Быстров и др. Доклады II Всесоюзной конференции по инженерным проблемам термоядерных реакторов.—Л: НИИЭФА, 1982, т. 3.
- Многозазорные электромашинные импульсные генераторы дискового типа / А. И. Чучалин и др. Тезисы докладов конференции «Электромашинные и машино-вентильные источники импульсной мощности».—Томск, 1987.
- Курбасов А. С. Целесообразность и возможность использования электрических машин дисковой конструкции.—Электричество, 1985, № 2.

## **Рудольф Николаевич Карякин**

(К 60-летию со дня рождения)

В сентябре 1990 г. исполняется 60 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора, заведующего отделом комплексной защиты электроустановок ВНИИпроектэлектромонтажа, крупного специалиста в области промышленной электроэнергетики Рудольфа Николаевича Карякина.

В 1952 г. Р. Н. Карякин окончил Московский электромеханический институт инженеров железнодорожного транспорта, начал трудовую деятельность в проектном институте Трансэлектропроект, продолжил ее во Всесоюзном научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта. С 1970 г. он работает в институте ВНИИпроектэлектромонтаж.

В 1960 г. Р. К. Карякин защитил кандидатскую диссертацию «Резонанс в тяговых сетях и его демпфирование», которая была опубликована в виде монографии того же названия в 1961 г. Установленные им закономерности сложения векторов высших гармоник тока и напряжения в тяговой сети, питающей выпрямительные электровозы, позволили прокладывать магистральный кабель связи в непосредственной близости от полотна железных дорог, электрифицированных на переменном токе.

В 1976 г. Р. Н. Карякин защитил докторскую диссертацию «Исследование электромагнитных процессов в тяговых сетях переменного тока (в связи с проблемами электробезопасности)», основные результаты которой опубликованы в монографии «Тяговые сети переменного тока», 2-е дополненное издание которой вышло в свет в 1987 г. Всего Р. Н. Карякин опубликован более 70 научных работ.

По инициативе Р. Н. Карякина в 1971 г. была создана лаборатория электробезопасности, исследования которой в области за-



земляющих устройств получили всесоюзное признание. Один из ведущих специалистов страны в области электробезопасности, Р. Н. Карякин проводит большую работу по планированию и координации научных исследований в этой области. Им было создано новое научное направление — исследование электромагнитных процессов в электроустановках, использующих землю в качестве обратного провода, с позиций электробезопасности. Это направление является основой научной школы, которую возглавляет Р. Н. Карякин.

Под руководством Р. Н. Карякина разработаны новые принципы построения заземляющих устройств электроустановок напряжением 0,4—750 кВ. С 1972 г. он работает в области использования металлических и железобетонных строительных конструкций производственных зданий и сооружений в качестве заземляющих устройств электроустановок напряжением 0,4—220 кВ.

В настоящее время Р. Н. Карякин руководит комплексными ис-

следованиями проблемы использования заземляющих и зануляющих свойств строительных конструкций зданий и сооружений с целью создания экологически электробезопасных электроустановок и надежных вычислительных систем.

Р. Н. Карякин принимает активное участие в подготовке и проведении научно-технических конференций и семинаров по тематике «Электробезопасность в народном хозяйстве», ведет большую научно-общественную работу: является председателем секции электробезопасности Московского правления Всесоюзного научно-технического общества энергетиков и электротехников, членом секции электробезопасности Научного совета «Охрана труда» Государственного Комитета СССР по науке и технике и ВЦСПС, председателем Постоянной советской части Технического комитета 81 Международной электротехнической комиссии; он неоднократно выступал с докладами по вопросам электробезопасности на международных заседаниях и симпозиумах.

В 1982 г. Р. Н. Карякин за цикл работ по использованию железобетонных фундаментов производственных зданий в качестве заземлителей награжден медалью ВДНХ СССР.

Характерной особенностью стиля научной работы, присущего Р. Н. Карякину, является сочетание глубокого теоретического анализа исследуемых процессов с тщательной постановкой и проведением натурного эксперимента.

Большая научная, производственная и общественная деятельность, трудолюбие и принципиальность снискали юбиляру заслуженный авторитет и уважение.

Группа товарищей

## Алексей Михайлович Федосеев

Скончался Алексей Михайлович Федосеев — лауреат Ленинской и Государственной премий, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, доктор технических наук, профессор, виднейший ученый в области релейной защиты и автоматизации энергосистем, старейший член редколлегии «Электричества».

В 1929 г. после окончания МВТУ А. М. Федосеев был направлен в проектный отдел Энергостроя, где ему было поручено организовать коллектив для разработки вопросов релейной защиты и автоматизации электрических станций, подстанций и электрических сетей высокого напряжения. Более 35 лет А. М. Федосеев руководил работой такого коллектива в Теплоэлектро-проекте, а затем в Энергосетьпроекте.

В 1945 г. А. М. Федосеев был удостоен наград за успешное руководство и личное участие в разработке технических и рабочих проектов релейной защиты электрических станций и сетей высокого напряжения в восточных районах страны на оборудовании, эвакуированном из районов, захваченных фашистской армией, а также за аналогичные проекты восстановительных работ в освобожденных районах европейской части страны.

В области моделирования энергосистем под его руководством разработаны совершенные расчетные средства, позволившие повысить не только уровень проектирования и эксплуатации, а также существенно ограничить трудозатраты на производство расчетов. За участие



в этих работах А. М. Федосеев в 1947 г. был удостоен звания лауреата Государственной премии. За участие в работе по созданию и внедрению комплекса релейной защиты и автоматики дальних электропередач напряжением 500 кВ А. М. Федосеев в 1964 г. был удостоен звания лауреата Ленинской премии. Очень большой вклад он внес в исследования и разработку релейной защиты и автоматики на интегральных микросхемах для электропередач напряжением 500—1150 кВ.

С 1931 г. А. М. Федосеев вел большую педагогическую работу в Московском энергетическом институте. С 1961 по 1973 г. был деканом электроэнергетического факультета. При его непосредственном участии в МЭИ в 1943 г. осно-

вана кафедра релейной защиты и автоматизации энергосистем.

А. М. Федосеев — автор многочисленных печатных трудов, посвященных теории и практике релейной защиты, большая часть которых переведена и издана за рубежом. Ценным вкладом в отечественную и мировую электротехническую литературу явилась книга А. М. Федосеева «Основы релейной защиты».

Труды А. М. Федосеева, на основе которых создана советская школа релейной защиты, и его деятельность в качестве председателя советского национального технического комитета по релейной защите МЭК и СИГРЭ способствовали утверждению научного авторитета нашей страны в этих международных организациях.

А. М. Федосеев много времени уделял подготовке научных кадров, вел большую общественную работу: возглавлял Научно-техническую комиссию по релейной защите в ГКНТ СССР, являлся председателем Московского правления ВНОЭ, членом Всесоюзного Совета НТО, членом Технического совета Минэнерго СССР и советов других министерств. В течение многих лет А. М. Федосеев был членом редколлегии журнала «Электричество».

За большой личный вклад в развитие энергетики, организацию научных исследований, воспитание кадров специалистов А. М. Федосеев награжден орденами Ленина и Трудового Красного Знамени, двумя орденами Почета и медалями.

Пивоваров Л. В. Кондукционное электромагнитное устройство	1
Сопьянник В. Х., Силаков Е. П. Переходные и установившиеся	7
процессы в токовых цепях устройств релейной защиты	
с каскадными двухступенчатыми трансформаторами тока	
Сохранский А. С. О потерях мощности на местную корону в линиях электропередачи переменного тока . . . . .	15
Гедзюн В. А., Ермолина Э. И., Ковалевская О. Г., Розин И. Т.,	
Семенов А. И., Харитонов Е. В. Термоупругие напряжения	
и тепловой пробой второго рода в высоковольтных высокочастотных керамических конденсаторах . . . . .	20
Ершевич В. В., Антименко Ю. Л. Перспективы объединения	25
энергосистем СССР и США . . . . .	
Фильц Р. В. Численный метод алгебраизации уравнений Максвелла при расчетах полей в электрических машинах методом конечных разностей . . . . .	29
Колоколов Ю. В. Формирование принципов построения релейно-импульсных регуляторов тока тяговых двигателей постоянного тока . . . . .	35
Белов Г. А. Исследования колебаний в импульсном стабилизаторе напряжения вблизи границы устойчивости . . . . .	44
Чаплыгин Е. Е. Фазовое управление вентильными преобразователями на базе восьмиразрядных микропроцессоров . . . . .	51
Маслов В. В., Ртищева О. Ю., Строганов А. А. Расчет поглощенной энергии при взаимодействии электромагнитного излучения в диапазоне 0,001—10,0 МэВ с электроизоляционным материалом . . . . .	57

## СООБЩЕНИЯ

Никитин А. А., Поляков В. Е. Повышение динамической устойчивости работы защиты конденсаторной батареи . . . . .	62
Виноградский В. Н., Почтар Г. М. Выбор экономических сечений проводов и кабелей линий распределительных электрических сетей при ограничениях по потере напряжения . . . . .	66
Праховник А. В., Волошко А. В. Способ определения характеристики электропотребления . . . . .	69
Грюнер А. И. Влияние магнитной цепи на электрические параметры короткозамкнутого ротора с глубокими пазами . . . . .	74
Божко И. В., Примак А. В., Фальковский Н. И., Троицкий С. Р. Поверхностная электрическая прочность твердых диэлектриков при высоких температурах . . . . .	76
Кешишьян В. А. Методика вычислений коэффициентов ряда Фурье с помощью кусочно-постоянных функций в задачах анализа электрических цепей . . . . .	80
Васильев С. И., Ершов В. В., Комаров О. Л., Печерский О. П., Смирнов Л. В., Энгелько В. И. Коммутационный процесс в сильноточном двухзазорном газонаполненном разряднике с искажением поля . . . . .	85
Ваксер Б. Д., Коган В. О., Решко Б. А. Снижение неравномерности электрического поля в межфазных зонах статорных обмоток высоковольтных электрических машин . . . . .	88
Лямец Ю. Я. Обратная последовательность в трехфазной симметричной коммутируемой системе . . . . .	91
Чучалин А. И. Использование многозazorных конструкций импульсных генераторов дискового типа . . . . .	94

## ХРОНИКА . . . . .

Pivovarov L. V.— An Electromagnetic Conduction Apparatus	1
Sopyanik V. H.— Transients and the Steady State in the Current Circuits of Protective Relaying Fed Through Two-Stage Current Transformer Cascades . . . . .	7
Sokhransky A. S.— Local Corona Losses on A.C. Transmission Lines . . . . .	15
Gedzjui V. A., Yermolina E. I., Kovalevskaya O. G., Rozin I. T., Semenov A. I., Kharitonov E. V.— Thermo-Elastic Stresses and Heat Breakdown of the Second Kind in High-Frequency HV Ceramic Condensers . . . . .	20
Yershevitch V. V., Antimenco U. L.— Prospects for Interconnecting the Power Systems of the USSR and the USA . . . . .	25
Filtz R. V.— A Numerical Method for Algebraization of Maxwell's Equations for Calculating Fields in Electrical Machines Using Finite Differences . . . . .	29
Kolokolov U. V.— Principles for Designing Relay/Impulse Current Regulators for DC Traction Motors . . . . .	35
Belov G. A.— A Study of Oscillations in an Impulse Voltage Stabilizer Near the Stability Limit . . . . .	44
Chaplin E. E.— Phase Control of Electronic Converters Using Eight-Bit Micro-Processors . . . . .	51
Maslov V. V., Trischeva O. U., Stroganov A. A.— Calculation of the Absorbed Energy for Interaction of Electromagnetic Radiation in the Range 0.001—10.0 MeV With an Electrical Insulation Material . . . . .	57

## REPORTS

Nikitin A. A., Polyakov V. E.— Improving the Dynamic Stability of a Capacitor Bank Protection . . . . .	62
Vinoslavsky V. N., Potchtar G. M.— Selection of Most Economic Cross Sections for Conductors and Cables of Lines in Distribution Networks With Constraints on Voltage Losses . . . . .	66
Prakhovnik A. V., Voloshko A. V.— A Way for Finding the Characteristics of Power Consumption . . . . .	69
Griener A. I.— How the Magnetic Circuit Influences the Electric Parameters of a Deep-Bar Squirrel-Cage Rotor . . . . .	74
Bozhko I. V., Primak A. V., Falkovsky N. I., Troitsky S. R.— The Electrical Surface Withstand Strength of Solid Dielectrics at High Temperatures . . . . .	76
Keshishyan V. A.— A Method for Calculating the Fourier Series Coefficients By Means of Piece-Wise Linear Functions in Problems on Electric Circuit Analysis . . . . .	80
Vasiliev S. I., Yershov V. V., Komarov O. L., Pechersky O. P., Smirnov L. V., Engelko V. I.— Switching Phenomena in a High Current Two-Gap Gas-Filled Arrestor With Field Distortion . . . . .	82
Vakser B. D., Kogan V. O., Reshko B. A.— Reducing Non-Uniformity of the Field in the Zone Between the Stator Winding Phases of HV Electric Machines . . . . .	85
Liamets U. J.— Negative Sequence Quantities in a Three-Phase Symmetrical System With Switching . . . . .	88
Chuchalin A. I.— Application of Multi-Gap Designs for Disk Type Surge Generators . . . . .	91

## CHRONICLE . . . . .

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Андерс В. И., Белкин Г. С., Бортник И. М., Борцов Ю. А., Будзко И. А., Бутырин П. А., Гельфанд Я. С., Данилевич Я. Б., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ершевич В. В., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Иоссель Ю. Я., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А. (главный редактор), Ларионов В. П., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г., Митюшин К. Г., Михайлов О. П., Морозкин В. П., Нетушил А. В., Розанов Ю. К., Пищиков В. И., Семенов В. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Строев В. А., Тареев Б. М., Толстов Ю. Г., Чечурина В. Л., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10.  
Телефон 924-24-80

101000, Москва, Главный почтamt, абонентский ящик № 648  
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макаршин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова. Технический редактор Г. В. Преображенская. Корректор Л. С. Тимохова

Сдано в набор 13.07.90. Подписано в печать 28.08.90. Формат 84×108<sup>1/16</sup>. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,08.  
Усл. кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л 11,59. Тираж 4922 экз. Заказ 1435. Цена 1 р.

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10. Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат Государственного комитета СССР по печати, 142300, г. Чехов Московской области

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru