



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1990

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

3

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП ВСЕСОЮЗНОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКОВ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.316.14:621.315.2.001.24

Унификация сечений токоведущих жил кабелей городских распределительных электрических сетей

ГЛАЗУНОВ А. А., ТАСЛИМОВ А. Д.

При рассмотрении экономически обоснованных перспективных принципов построения электрических сетей важное значение имеет вопрос унификации выбора основных параметров сетей (например, сечений проводов и жил кабелей), а также основных сетевых конструктивных сооружений (опор, понижающих подстанций) [1—6].

При этом могут быть отмечены два основных типа научно-технических проработок:

- а) упорядочение шкал основных параметров (например, сечений проводов и жил кабелей);
- б) собственно унификация применяемых параметров или характеристик сетевых сооружений.

Представляется обоснованным понимать под собственно унификацией параметров электрических сетей применение (использование) ограниченного количества основных параметров электрооборудования (из состава имеющихся в стандартной шкале) при достаточно широком диапазоне изменения влияющей исходной информации. Так, в задаче, рассматриваемой в данной статье, применяется ограниченное количество сечений токоведущих жил кабелей при широком диапазоне изменений расчетных электрических нагрузок различных участков линий 0,38—10 кВ, при недостаточной определенности законов развития нагрузок потребителей во времени и т. п.

Естественно, при разработке методик и конкретных рекомендаций по унификации параметров электрических сетей следует подразумевать экономически целесообразные или — в идеальном случае — оптимальные решения.

В связи с народнохозяйственной актуаль-

ностью проблемы и с разработкой методик унификации параметров электрических сетей представляется необходимым рассматривать «широкую», «глубокую» и — в определенных задачах — «комплексную» унификацию. При этом:

а) **широкая** унификация параметров подразумевает унификацию ряда или, в пределе, всех основных параметров электрических сетей определенного назначения (например, сечений жил кабелей, номинальных мощностей трансформаторов, количества распределительных линий 0,38 кВ каждой из подстанций 10/0,38 кВ городских электросетей);

б) **глубокая** унификация подразумевает применение весьма ограниченного количества параметров из состава имеющихся в стандартизированной шкале (например, 1—3 сечений жил кабелей 0,38—10 кВ из числа 8—10 сечений, обычно используемых при проектировании);

в) для определенных типов сетей, и в первую очередь — для городских, промышленных и сельских распределительных электрических сетей (РЭС), характеризующихся относительно небольшими длинами каждой из линий в отдельности, правомочна разработка и применение методики комплексной оптимизации основных параметров, когда, например, унификация сечений проводов или жил кабелей, мощности и типа трансформаторных подстанций (ТП) 10(6) — 20/0,38 кВ и др. осуществляется не локально, а на основе технико-экономической модели и ограничений, учитывающих комплекс объектов РЭС и их характеристик.

По убеждению авторов широкая и глубокая унификация параметров характерных РЭС является основным перспективным и экономически оправданным принципом выполнения и развития последних. Практическое применение такого метода формирования РЭС позволяет в наибольшей степени повысить эффективность производственных процессов, электромонтажных работ и эксплуатации городских РЭС, что, в конечном итоге, ведет и к повышению надежности электроснабжения. Подчеркнем, что приведенная трактовка задач унификации параметров РЭС обуславливается также чрезвычайно большими количествами основного электрооборудования, линий, сетевых сооружений и т. п.

Отечественными научными, проектно-исследовательскими и другими организациями и отдельными авторами выполнен ряд исследований по унификации параметров электрических сетей ([1—7] и др.). Отметим, что в большей части исследований рассматривается унификация сечений проводов (совместно с унификацией опор или без последних) и жил кабелей. При этом в [7] наиболее полно сформулированы современные теоретические проблемы оптимизационных решений в электроэнергетике, что полностью применимо и к задачам унификации параметров электрических сетей, а в [6] приведен, пожалуй, наиболее полный анализ глубокой унификации сечений проводов линий 0,38—110 кВ систем электроснабжения сельского хозяйства.

В [4] предложена унификация сечений жил кабелей электросетей промышленных предприятий, а в [5] — унификация применяемых мощностей трансформаторов 10(6)/0,38 кВ городских РЭС.

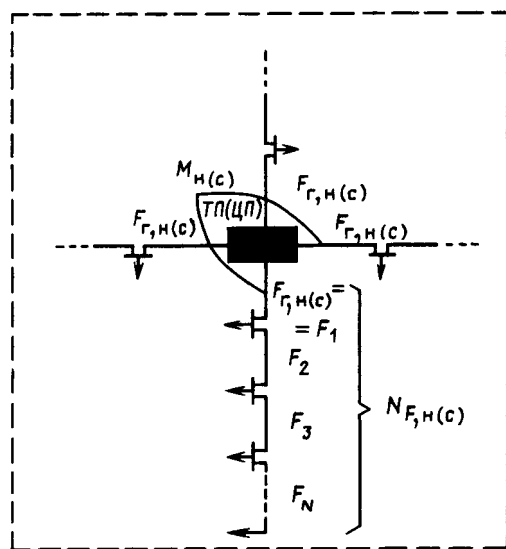


Рис. 1. Топологическая модель участков распределительных электрических сетей:

ТП — трансформаторная подстанция 10/0,38 кВ; ЦП — центр питания электросети 10 кВ; индекс «н» — электрические сети 380 В; индекс «с» — то же 10 кВ

В публикациях [8—10] и др. приводятся конкретные материалы о весьма глубокой унификации параметров городских РЭС, применяемой за рубежом.

В практике проектирования и строительства РЭС 0,38—10(6) кВ в некоторых крупнейших отечественных городах и на промышленных предприятиях также применяются принципы глубокой унификации мощностей ТП 10(6)/0,38 кВ и сечений жил кабельных линий 10 кВ (МКС Мосэнерго, ВАЗ, КамАЗ и др.). Представляется, что эти и аналогичные практические решения приняты на основе большого опыта проектирования и эксплуатации или при вариантном проектировании данных электросетей.

Вместе с тем отмечается отсутствие разработок и рекомендаций глубокой унификации применяемых жил кабелей на основе научно-технической методики. Ниже излагается структура такой методики, предлагаемая авторами, и даются первые результаты полученных таким образом рекомендаций для городских РЭС 0,38—10 кВ.

Изучение проводилось на основе топологических моделей РЭС типа рис. 1, комплексной технико-экономической (ТЭ) модели данных участков городских РЭС 0,38 и 10 кВ, соответственно питающихся от ТП или от центра питания (ЦП) 10 кВ.

Комплексная ТЭ модель формировалась на основе официальных оптовых цен на кабели 0,38—10 кВ (с учетом стоимости их производства) и удельных расходов на электромонтажные и строительные работы, а также с использованием ряда стандартных сечений, построенных с постоянным шагом по принципу геометрической прогрессии [11]. При формировании модели принимались традиционные допущения о неизменной плотности электрической нагрузки по площади рассматриваемых участков жилых районов города и одинаковых сечениях головных участков всех линий 0,38 или 10 кВ, отходящих от шин ТП или от ЦП. Таким образом, исходная ТЭ модель (приведенные затраты) оптимизации количества используемых сечений жил кабелей РЭС имеет следующую структуру:

$$3 = 3_k + 3_m + 3_z + 3_{\Delta z}, \quad (1)$$

где 3_k — затраты, связанные с полной стоимостью кабелей; 3_m — затраты по строительно-монтажным работам при прокладке кабельных линий; 3_z — затраты по эксплуатации участка кабельных линий; $3_{\Delta z}$ — затраты на потери электроэнергии в кабельных линиях рассматриваемых участков.

Полученная на данной основе комплексная ТЭ модель (приведенные затраты) городских РЭС 0,38 кВ имеет следующий вид [12]:

$$3_n = 3_{n(1)} M_n^{0,5} + 3_{n(2)} M_n^{1,06} F_{r,n} + 3_{n(3)} M_n^{-0,13} \times \times F_{r,n} N_{F,n}^{-1} + 3_{n(4)} M_n^{-1,21} F_{r,n}^{-1} N_{F,n}^{0,3}, \quad (2)$$

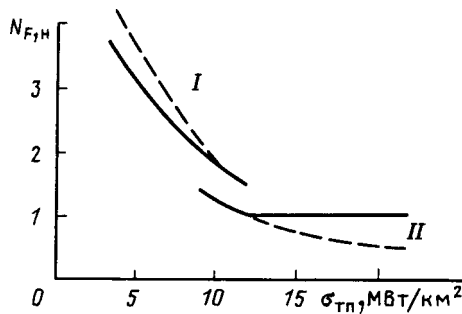


Рис. 2. Оптимизация $N_{F,n}$ по критерию приведенных затрат (I — петлевые схемы; II — двухмагистральные схемы):
— с учетом технических ограничений; ---- без учета ограничений

где «н» — индекс РЭС низшего (0,38 кВ) номинального напряжения; $З_{н(1)}, З_{н(2)}, З_{н(3)}, З_{н(4)}$ — обобщенные коэффициенты, включающие исходную технико-экономическую информацию данной задачи [12]; $N_{F,n}$ — количество применяемых сечений жил кабелей на участках каждой из линий 0,38 кВ; $F_{г,n}$ — сечения головных участков линий 0,38 кВ; M_n — число линий 0,38 кВ, отходящих от одной ТП 10/0,38 кВ.

В решении задачи учитывались основные технические ограничения (по допустимому нагреву и допустимой потере напряжения), налагаемые на сечения жил кабелей, а также дополнительное ограничение $N_{F,n} \geq 1$.

Комплексная оптимизация параметров ТЭ модели (2) осуществлялась методом критериального программирования [13], обеспечивающим решение задачи, соответствующее глобальному минимуму целевой функции. Результаты комплексной оптимизации параметров $N_{F,n}$, $F_{г,n}$ и M_n в зависимости от поверхностной плотности электрической нагрузки $\sigma_{ТП}$ показаны на рис. 2 и 3*. Данные результаты приводят к выводам:

построение городских РЭС 0,38 кВ при поверхностных плотностях нагрузки $\sigma_{ТП} \geq 10$ МВт/км² целесообразно с единым сечением жил кабелей; при $\sigma_{ТП} < 10$ МВт/км² целесообразно применение 2—3 стандартных сечений жил кабелей.

Выполненное далее исследование ТЭ функции приведенных затрат (2) показало ее значительную устойчивость к параметру количества применяемых сечений жил кабелей, что уже создает технико-экономическую основу глубокой унификации сечений жил кабелей. Вместе с тем этот же фактор затрудняет формулирование определенных количественных рекомендаций по оптимизируемому параметру. Для повышения их конкретности можно использовать дополнительный анализ влияния основных конкурирующих факторов [14]: потерь электроэнергии $\Delta\mathcal{E}(N_F)$ и расхода провод-

никового металла $G(N_F)$.

При решении задачи был применен метод векторной оптимизации [15], в соответствии с которым формируются:

а) векторы эффективности (критерии)

$$Y(N_F) = \{\Delta\mathcal{E}(N_F), G(N_F)\};$$

б) нормализованные значения рассматриваемых векторов

$$\bar{Y}(N_F) = \{\bar{\Delta\mathcal{E}}(N_F), \bar{G}(N_F)\},$$

$$\text{где } \bar{\Delta\mathcal{E}}(N_F) = \frac{\Delta\mathcal{E}(N_F) - \min_{N_F} \Delta\mathcal{E}(N_F)}{\max_{N_F} \Delta\mathcal{E}(N_F) - \min_{N_F} \Delta\mathcal{E}(N_F)};$$

$$\bar{G}(N_F) = \frac{G(N_F) - \min_{N_F} G(N_F)}{\max_{N_F} G(N_F) - \min_{N_F} G(N_F)};$$

в) приоритеты (степени важности) рассматриваемых конкурирующих факторов: потерь электроэнергии (λ_1) и расхода проводникового металла (λ_2). Последующий анализ в общем виде выполнялся при соотношениях $\lambda_1 > \lambda_2$, $\lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_1 < \lambda_2$.

Согласно [15] выбор оптимального решения производился на основе функции

$$N_F^0 = F^{-1} \left\{ \min_{N_F} \bar{Y}(N_F) \right\} = F^{-1} \left\{ \min_{N_F} [\lambda_1 \bar{\Delta\mathcal{E}}(N_F) + \lambda_2 \bar{G}(N_F)] \right\}, \quad (3)$$

где F^{-1} — обратное преобразование \bar{Y} в N_F .

Результаты определения оптимальных значений количества применяемых сечений жил кабелей городских РЭС 0,38 кВ показаны на рис. 4.

В современных условиях развития энергетики СССР, по мнению авторов, представляется принципиально предпочтительным фактор экономии электроэнергии, что соответствует основным положениям энергетической программы СССР и основным задачам перспективного развития электроэнергетических систем [16]. Из рис. 4 видно, что:

при $\lambda_1 > \lambda_2$ — экономически оправдано применение одного сечения жил кабелей РЭС 0,38 кВ

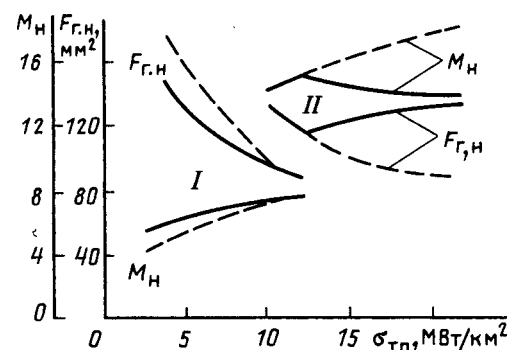


Рис. 3. Оптимизация $F_{г,n}$ и M_n по критерию приведенных затрат (I — петлевые схемы; II — двухмагистральные схемы)

* Здесь и далее рассматриваются кабели с алюминиевыми жилами и указываются плотности электрических нагрузок, приведенных к шинам ТП 10/0,38 кВ.

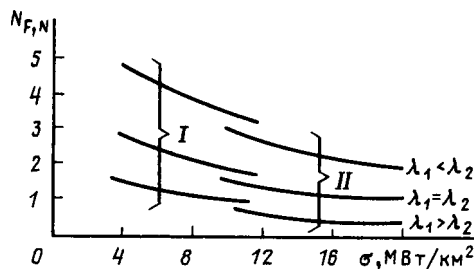


Рис. 4. Количество применяемых сечений жил кабелей 0,38 кВ при многокритериальном анализе (I — петлевые схемы; II — двухмагистральные схемы)

(120—150 мм², алюминий) во всем рассмотренном диапазоне плотностей электрических нагрузок; при $\lambda_1 = \lambda_2$ — экономически оправдано применение одного-двух сечений при $\sigma_{\text{ТП}} < 10$ МВт/км² и одного сечения — при больших плотностях нагрузок.

Так как в задаче унификации сечений проводов и жил кабелей должно учитываться планирование оптимального развития электрических сетей, то решать ее следует с оценкой влияния роста электрических нагрузок во времени. Учет данного фактора предопределяет решение задачи в условиях неопределенности количественных характеристик развития нагрузки, а именно: закона роста нагрузки во времени, фактора ежегодного прироста нагрузки (β), года достижения проектной нагрузки ($t_{\text{пр}}$) и расчетного срока работы проектируемой сети (T_p).

На основании рекомендаций [4, 5 и др.] и экспертных оценок специалистов (см. ниже) принимается показательный закон роста нагрузки с предельными значениями основных характеристик: $\beta_{\text{min}} = 1,01$ и $\beta_{\text{max}} = 1,1$; $t_{\text{пр min}} = 2$ года и $t_{\text{пр max}} = 10$ лет; $T_{\text{р min}} = 10$ лет и $T_{\text{р max}} = 25$ лет.

Дополнительный анализ показал, что структура математической модели (2) применительно к поставленной задаче учета неопределенности характеристик развития нагрузки может быть представлена в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} 3(N_F, \Phi) &= \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 N_F^{-1} + \delta_4 \Phi N_F^{0,3}; \\ N_F &\in \{1, N\}; \Phi \in S; S = \Phi_{\text{min}} \leq \Phi \leq \Phi_{\text{max}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ — постоянные составляющие и коэффициенты критерия оптимизации; Φ — результирующий фактор, характеризующий неопределенность развития нагрузки во времени; S — множество реализаций неопределенного фактора, соответствующее множеству сочетаний «состояний природы»; N_F — множество стратегий, соответствующее количеству применяемых сечений жил кабелей.

Значения фактора Φ определяются при указанных выше предельных значениях β , $t_{\text{пр}}$ и T_p , что приводит в данном случае к $\Phi_{\text{min}} = 2$, $\Phi_{\text{max}} = 4$.

Для завершения решения задачи унификации сечений жил кабелей с учетом указанных неопределенных факторов используется метод районирования множества векторов «состояния природы» [17], который основывается на операции разделения множества S для подклассов двух стратегий: N_F и $N_F + 1$. Уравнение парной (общей) границы смежных стратегий определяется равенством критериев оптимизации для N_F и $N_F + 1$:

$$3(N_F, \Phi) = 3(N_F + 1, \Phi). \quad (5)$$

На рис. 5 представлен пример районирования Φ по количеству сечений жил кабелей РЭС 0,38 кВ для петлевых схем сетей. Здесь для каждого значения $\sigma_{\text{ТП}}$ найдена зона неопределенности, соответствующая максимальному и минимальному значениям N_F . Зоны между кривыми определяют оптимальное количество применяемых сечений жил кабелей РЭС 0,38 кВ.

Как видно из рисунка, при заданных $\sigma_{\text{ТП}}$ и интервалах неопределенности $\Phi_{\text{min}} \dots \Phi_{\text{max}}$ в зону оптимальности попадает несколько значений N_F . Частичное или полное снятие образовавшейся неопределенности возможно на основе дополнительной информации о значениях неопределенных факторов [7]. В качестве дополнительной информации авторы использовали материалы экспертных оценок ведущих советских специалистов в области электроснабжения городов, собранные в форме специализированного письменного опроса¹. Путем обработки оценок экспертов с применением специальных методов [18] были определены наиболее вероятные (средние) значения рассматриваемых неопределенных факторов, которые оказались равными: $\beta_{\text{ср}} = 2\%$, $t_{\text{пр. ср}} = 5$ лет, $T_{\text{р. ср}} = 25$ лет; при этом значение результирующего неопределенного фактора $\Phi_{\text{ср}} = 2,7$. Из рис. 5 видно, что при данном значении $\Phi_{\text{ср}}$ и известных $\sigma_{\text{ТП}}$ можно достаточно определенно выбрать

¹ Авторы выражают искреннюю признательность ряду ведущих специалистов Москвы, Ленинграда, Минска и Ташкента за ответы с экспертными оценками.

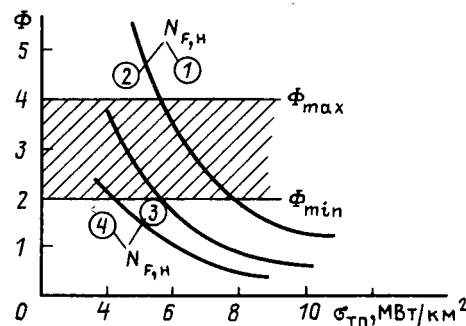


Рис. 5. Районирование неопределенного фактора по количеству сечений жил кабелей РЭС 0,38 кВ (петлевые схемы)

оптимальные количества применяемых сечений жил кабелей. При этом для $\sigma_{\text{ТП}} < 10 \text{ МВт/км}^2$ (петлевые схемы сетей) оптимальным является применение двух сечений жил кабелей, а при $\sigma_{\text{ТП}} > 10 \text{ МВт/км}^2$ (двухлучевые схемы сетей) интервал неопределенности $\Phi_{\text{мин}} \dots \Phi_{\text{макс}}$ попадает в зону оптимальности применения одного сечения жил кабелей.

Аналогичные исследования по определению оптимального количества применяемых сечений жил кабелей с применением описанной выше методики были проведены также для РЭС 10 кВ. Анализ результатов расчетов показал, что для РЭС 10 кВ также оптимальным является применение одного сечения (150 мм^2) при $\sigma_{\text{ТП}} \geq 10 \text{ МВт/км}^2$ и двух сечений (185 и 95 мм^2) жил кабелей — при $\sigma_{\text{ТП}} < 10 \text{ МВт/км}^2$.

В достаточно большом количестве городов электрические сети 6—10 кВ в силу известных ограничений выполняются с сооружением питающих линий (ПЛ) и распределительных пунктов. При обоснованных рекомендациях [19] осуществление РП с проходной мощностью 6—9 МВт и более сечения жил кабелей ПЛ, как известно, должны приниматься равными 240 мм^2 (алюминий).

Для проверки достоверности результатов теоретического изучения и полученных количественных рекомендаций были выполнены контрольные расчеты капиталовложений, приведенных затрат, потерь электроэнергии и расхода проводникового металла при глубокой унификации сечений жил кабелей электросетей 0,38 и 10 кВ двух реальных районов новой многоэтажной застройки (9, 12 этажей и более) столичного города. Указанные характеристики сопоставлялись с аналогичными на основе реального проекта электросетей 0,38—10 кВ данного района, выполненного авторитетным проектным институтом. Результаты сравнения показали, что сокращение количества применяемых сечений жил кабелей до одного-двух вместо выбранных в проекте шести-семи приводит к повышению приведенных затрат по линиям в пределах 2—4 %, а суммарных затрат по РЭС в целом — в пределах 1—2 %. Такая глубокая унификация сечений жил кабелей приводит к снижению потерь электроэнергии на 15—25 % при одновременном увеличении расхода проводникового металла на 10—15 %.

Выводы. 1. Одним из основных принципов построения и перспективного прогрессивного развития систем электроснабжения городов является глубокая унификация параметров основного электрооборудования РЭС, включая сечения жил кабелей до 1000 В и 10(6) кВ.

2. В городских РЭС 0,38—10 кВ оправдано применять:

при плотностях электрической нагрузки (ориентировочно) 10 МВт/км^2 и более — одно сечение 150 мм^2 (алюминий);

при плотностях электрической нагрузки менее 10 МВт/км^2 — два сечения, 185 и 95 мм^2 .

3. При выполнении городских электросетей с применением питающих линий и распределительных пунктов появляется необходимость применения кабелей 10 кВ с сечением жил 240 мм^2 .

4. Целесообразно выполнение расширенного объема экспериментальных расчетов для подготовки практических предложений по глубокой унификации сечений жил кабелей для их включения в соответствующие нормативные материалы по проектированию городских РЭС 0,38 и 10 кВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Унификация воздушных линий электропередачи / И. А. Будзко, В. А. Веников, А. М. Некрасов и др. — Электричество, 1984, № 2.
2. Дискуссии по статье Будзко И. А. и Левина М. С. — Электричество, 1985, № 2.
3. Шапиро И. М. Принципы унификации элементов электрической сети 110—330 кВ. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
4. Сви́дeрский В. Ф. Об унификации сечений кабельных линий 6—10 кВ. — Электрические станции, 1981, № 2.
5. Гордиевский И. Г., Лордкипанидзе В. Д. Оптимизация параметров электрических сетей. — М.: Энергия, 1978.
6. Бронницкий М. А., Выскирка А. С. Унификация шкалы сечений проводов для воздушных линий сельскохозяйственного назначения. — Электрические станции, 1987, № 1.
7. О методах решения многокритериальных оптимизационных задач электроэнергетики с неопределенными величинами / В. А. Веников, И. А. Будзко, М. С. Левин и др. — Электричество, 1987, № 2.
8. Шрейбер В. П., Фингер Л. М. Новый план развития электрических сетей Парижа. — Энергохозяйство за рубежом, 1973, № 5.
9. Фришберг Р. М., Шапиро И. М. Основные направления развития электрических сетей в Польской Народной Республике. — Энергохозяйство за рубежом, 1986, № 5.
10. Шапиро И. М., Фришберг Р. М. Принципы построения распределительной сети 110 кВ Западного Берлина. — Энергохозяйство за рубежом, 1980, № 5.
11. ГОСТ 8032-56. Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел. — М.: Изд-во стандартов, 1973.
12. Глазунов А. А., Таслимов А. Д. Применение метода критерияльного анализа к задаче глубокой унификации сечений жил кабелей городских электрических сетей / Моск. энерг. ин-т. М.: Деп. рукопись. — М.: Информэнерго, 1986, № 2390-ЭН-86.
13. Электрические системы. Кибернетика электрических систем / Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1974.
14. Кини Р. П., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. — М.: Радиосвязь, 1981.
15. Борисов Р. И. Проблемы векторной оптимизации. — В кн.: Исследование операций. М.: Наука, 1972.
16. Майорец А. И. Семь десятилетий развития советской электроэнергетики. — Электричество, 1987, № 11.
17. Динер И. Я. Районирование множеств векторов состояния природы и задача выбора решений. — В кн.: Исследование операций. М.: Наука, 1972.
18. Бешелов С. Д., Гуревич Ф. Г. Математические методы экспертных оценок. — М.: Статистика, 1974.
19. Инструкция по проектированию городских и поселковых электрических сетей. ВСН 97-83/Минэнерго СССР. — М.: Информэнерго, 1984.

[19.10.88]

Математическое моделирование реле направления мощности обратной последовательности для исследования его поведения при параметрическом резонансе в сети СВН

ЛЕВИУШ А. И., канд. техн. наук, УЖЕГОВ В. Т., инж., КАТУНЯН В. И., инж.

Возникновение вторых гармоник тока и напряжения при включении ВЛ напряжением 750 кВ на холостой ход впервые было обнаружено экспериментально [1] и впоследствии было исследовано на цифровой математической модели [2]. Такое исследование с учетом нелинейностей сети может быть проведено только численными методами, а кривые тока и напряжения вычисляются по точкам (мгновенным значениям) через равные интервалы времени, т. е. в табличном виде.

По данным ОДУ Юга отмечались случаи излишнего срабатывания высокочастотной защиты типа ПДЭ-2003 при включении ВЛ СВН Исакча (Румыния) — Южно-Украинская АЭС на холостой ход с появлением вторых гармоник тока и напряжения. Поэтому в связи с дальнейшим развитием сети ВЛ СВН является актуальным исследование поведения высокочастотной защиты указанного типа при включении ВЛ на холостой ход и возникновении параметрического резонанса на второй гармонике.

Основным измерительным органом высокочастотной защиты ПДЭ-2003 является реле направ-

ления мощности обратной последовательности [3]. Математическая модель такого реле была разработана во ВНИИР для случая аналитического задания аналоговых входных величин, полученных в результате расчета электромагнитных переходных процессов в первичной сети без учета нелинейных элементов [4]. При этом элементы реле задаются передаточными функциями $K(p)$. Для реализации математического аппарата исследования (моделирования) реле направления мощности обратной последовательности (РНМОП) при цифровом задании входных величин в виде выборок необходимо перейти от передаточных функций $K(p)$ к системным функциям $H(z)$.

Структурная схема моделируемого реле представлена на рис. 1. В реле применены фильтры напряжения и тока обратной последовательности (ФНОП и ФТОП) с трехфазным входом и три идентичные схемы формирования (СФ) электрических величин

$$\dot{K}_{22} \dot{I}_2 + \dot{K}_{22} Y_k \dot{U}_2; \dot{K}_{11} \dot{U}_2; -(\dot{K}_{12} \dot{U}_2 + \dot{K}_{21} \dot{I}_2).$$

Выходные сигналы СФ $\dot{K}_{22} \dot{I}_2$ и $\dot{K}_{11} \dot{U}_2$ использу-

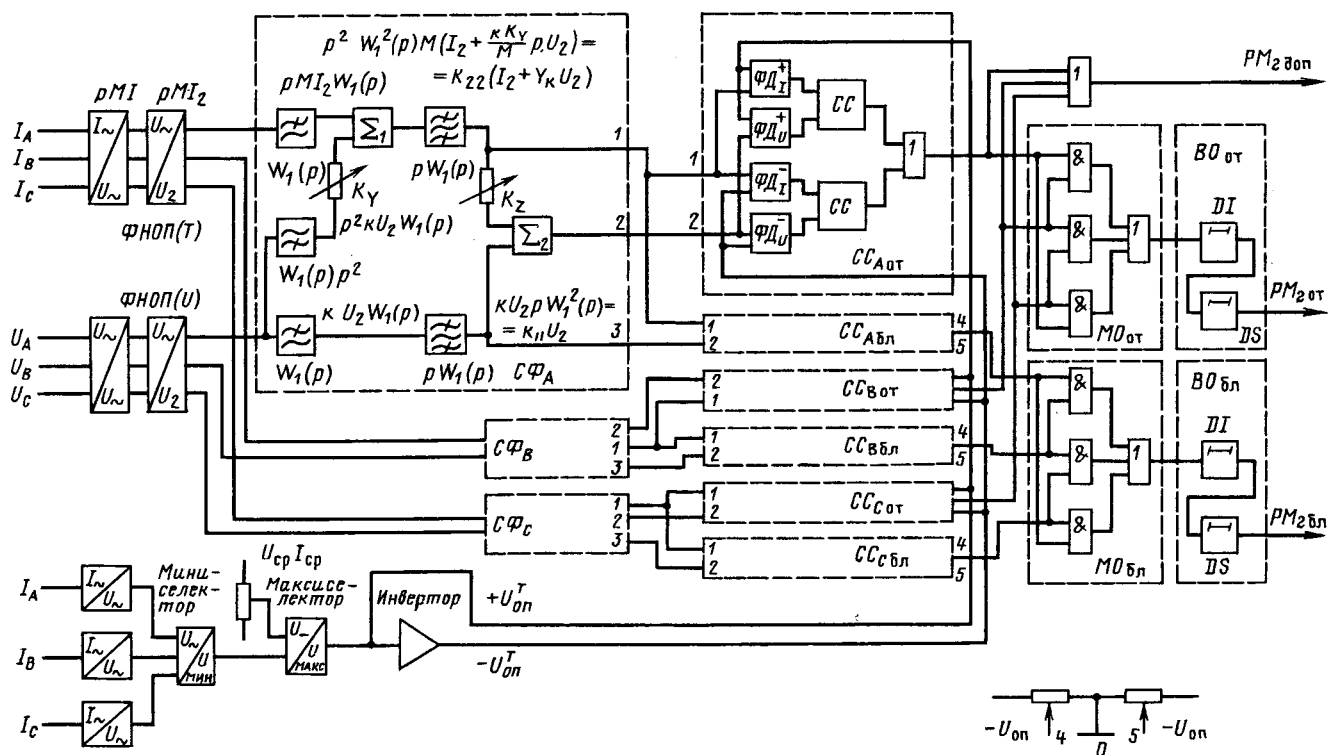


Рис. 1. Структурная схема реле направления мощности обратной последовательности

ются для получения сигнала реле РМ_{бл}, действующего по высокочастотному каналу связи на блокировку второго полуконтакта защиты, расположенного на противоположном конце линии.

Сигналы $\dot{K}_{22}I_2$ и $-(\dot{K}_{12}\dot{U}_2 + \dot{K}_{21}I_2) = -\dot{K}_{12} \times (\dot{U}_2 + Z_k I_2)$ используются для получения РМ_{от}, действующего на отключение ВЛ со стороны установки рассматриваемого полуконтакта защиты, причем $Z_k = \dot{K}_{21}/\dot{K}_{12}$ (при $Y_k = 0$) соответствует электрическому смещению точки подключения реле от шин на защищаемую ВЛ.

Каждый из каналов РНМОП для действия на отключение и блокировку содержит три одинаковых двухполупериодных схемы совпадения знаков сравниваемых величин (CC_a, CC_b, CC_c), каждая из которых состоит из формирователей дискретных величин ($\Phi Д_+, \Phi Д_-$) для положительных и отрицательных входных сигналов. Выходы схем совпадения подключены к схеме голосования «два из трех» — мажоритарному органу ($МО_{от}, МО_{бл}$). На выходе $МО$ включены измеритель длительности (DT) сигнала и элемент задержки на возврат (DS), образующие выходные органы (BO) реле. С целью повышения надежности работы РНМОП при наличии небалансов на выходе ФТОП и ФНОП реле выполнено с угловой шириной зоны срабатывания, зависящей от кратности подводимых величин. Параметры срабатывания реле по току и напряжению обратной последовательности определяются порогами $\pm U_{оп.т}$ (при действии на отключение) и $\pm U_{оп}$ (при действии на блокировку).

В цифровой математической модели РНМОП смоделированы все составные части указанного реле.

Поскольку схемы формирования CF_a, CF_b, CF_c содержат селективные фильтры (ФС), фильтры высших частот (ФВЧ) и фильтры низших частот (ФНЧ), а кроме того, в схеме реле содержится ФНОП и ФТОП, то отдельную самостоятельную задачу представляет преобразование элементов реле с заданной передаточной функцией $K(p)$ в системную функцию $H(z)$ с помощью Z -преобразования.

Алгоритм цифрового фильтра, как известно, представляется линейным разностным уравнением с постоянными коэффициентами

$$\sum_{m=0}^M a_m y(nT - mT) = \sum_{i=0}^N b_i x(nT - iT),$$

откуда (принимая $a_0 = 1$)

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N b_i x(nT - iT) - \sum_{m=1}^M a_m y(nT - mT).$$

Цифровой фильтр общего вида описывается уравнением [5]:

$$y(nT) - b_1 y(nT - T) - b_2 y(nT - 2T) - \dots -$$

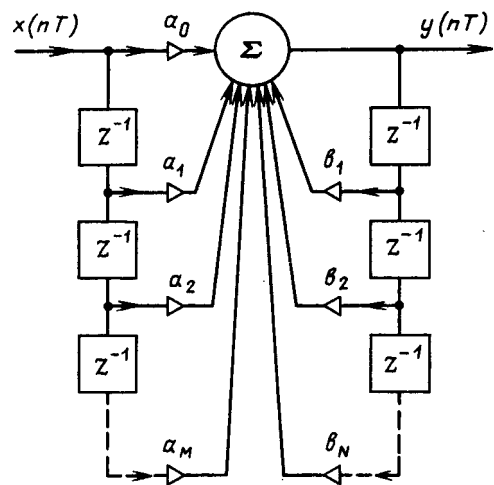


Рис. 2. Схема рекурсивного цифрового фильтра N -го порядка

$$-b_N y(nT - NT) = a_0 x(nT) + a_1 x(nT - T) + \dots + a_M x(nT - MT). \quad (1)$$

Это уравнение можно рассматривать и как разностное уравнение $N=20$ порядка и как алгоритм цифровой фильтрации, если его переписать в виде

$$y(nT) = a_0 x(nT) + a_1 x(nT - T) + \dots + a_M x(nT - MT) + b_1 y(nT - T) + b_2 y(nT - 2T) + \dots + b_N y(nT - NT). \quad (2)$$

Алгоритму (2) соответствует схема, изображенная на рис. 2. Определим системную функцию такого фильтра. Для этого применим к уравнению (1) Z -преобразование [6, 7]:

$$Y(Z) - b_1 Z^{-1} Y(Z) - b_2 Z^{-2} Y(Z) - \dots - b_N Z^{-N} Y(Z) \times (Z) = a_0 X(Z) + a_1 Z^{-1} X(Z) + \dots + a_M Z^{-M} X(Z).$$

Отсюда

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{a_0 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_M Z^{-M}}{1 - b_1 Z^{-1} - b_2 Z^{-2} - \dots - b_N Z^{-N}}. \quad (3)$$

Выражение (3) позволяет установить связь между значениями элементов схемы фильтра и системной функции: коэффициенты в числителе системой функции a_i определяют значения коэффициентов при $x(nT - kT)$ (в нерекурсивной части фильтра), а коэффициенты в знаменателе b_i определяют рекурсивную часть фильтра.

Синтез цифрового фильтра по заданной частотной характеристике фильтра-прототипа можно произвести методом билинейного преобразования [5, 8].

Пусть частотная характеристика аналогового фильтра-прототипа или любого другого частотно-зависимого элемента реле будет задана в операторной форме $K(p)$. Тогда системную функцию

цифрового фильтра можно определить заменой переменного

$$-e^{pT} = Z \quad \text{или} \quad p = \frac{1}{T} \ln Z. \quad (4)$$

Передаточная функция любой физически осуществимой аналоговой цепи описывается дробно-рациональным выражением

$$K(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), можно получить выражение для системной функции цифрового фильтра $H(Z)$, однако оно не будет дробно-рациональным и поэтому не соответствует никакому реальному цифровому устройству. Поскольку точно решить эту задачу не удастся, используется приближенный подход. Надо подобрать дробно-рациональное выражение, которое приближенно соответствовало бы (4) и, что очень важно, преобразовывало бы частотную характеристику устойчивого аналогового фильтра в системную функцию устойчивого цифрового фильтра. Для этого представим функцию (4) в виде ряда Тейлора:

$$p = \frac{2}{T} \left(\xi + \frac{1}{3} \xi^3 + \frac{1}{5} \xi^5 + \dots \right),$$

$$\text{где } \xi = \frac{Z-1}{Z+1}.$$

Ограничиваясь для простоты одним членом ряда, получим формулу дробно-линейного преобразования

$$p = \frac{2}{T} \frac{Z-1}{Z+1}. \quad (6)$$

В приложениях 1—3 приведены примеры синтеза цифровых ФС, ФНЧ и ФНОП, примененных в РНМОП защиты типа ПДЭ-2003.

Как видно из сопоставлений ФС и ФНЧ, они имеют разную структуру, так как исходные передаточные функции различны. Аналогично производится синтез цифрового ФВЧ причем его структура совпадает со структурой ФНЧ, но коэффициенты у них разные.

Как известно, соответствие между частотами амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) аналогового (ω_a) и цифрового (ω_u) фильтров при дробно-линейном преобразовании описывается уравнением

$$\omega_a = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega_u T}{2}. \quad (7)$$

Учитывая, что в нашем конкретном случае $T = 0,5 \cdot 10^{-3}$ с, а резонансная частота $\omega_{\text{рез}} = 50$ Гц, вблизи резонансной частоты ω_a и ω_u практически совпадают, так как тангенс малого угла равен углу в радианах.

Кроме того, сопоставление АЧХ аналоговых фильтров-прототипов с АЧХ цифровых фильтров

показывает, что они совпадают с достаточной степенью точности в диапазоне частот от 0 до 500 Гц.

Следует отметить, что расхождение ω_u и ω_a в области высоких частот, например, свыше 500 Гц, несущественно, так как эти частоты лежат глубоко в области затухания характеристик СФ и ФНЧ и далеко в области прозрачности характеристики ФВЧ.

Структурная схема программы расчета цифровой модели реле представлена на рис. 3. Блок 1 — ввод исходной информации; вводится числовая последовательность токов и напряжений от программы расчета включения линии на холостой ход. Блок 2 — задается номер начального значения токов и напряжений, от которых производится дальнейший анализ. Блок 3 — расчет прохождения дискретного сигнала заданного номера через фильтры напряжения и тока обратной последовательности для всех трех фаз. Блок 4 — расчет аналоговых цепей $СФ_a$, $СФ_b$, $СФ_c$ для дискретного сигнала. Блок 5 — реализация блоков $СС_a$ от, $СС_a$ бл, $СС_b$ от, $СС_b$ бл, $СС_c$ от, $СС_c$ бл, в которых определяется срабатывание однофазных реле в сторону

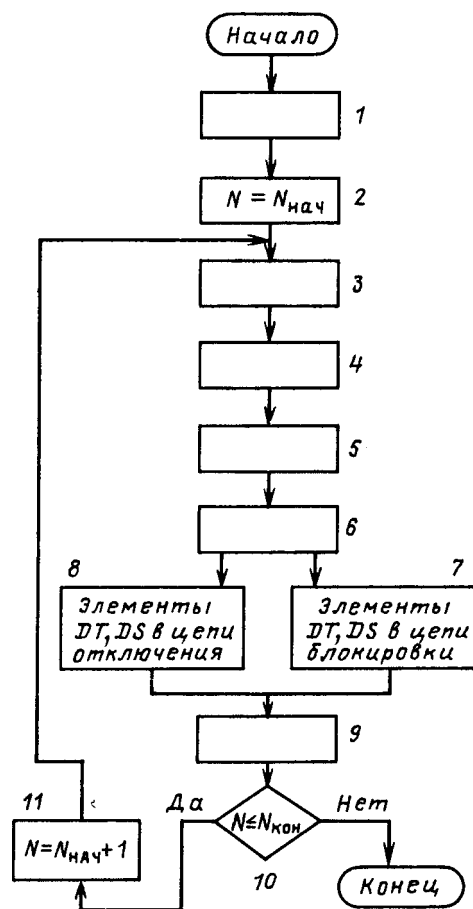


Рис. 3. Структурная схема программы расчета цифровой модели реле направления мощности обратной последовательности

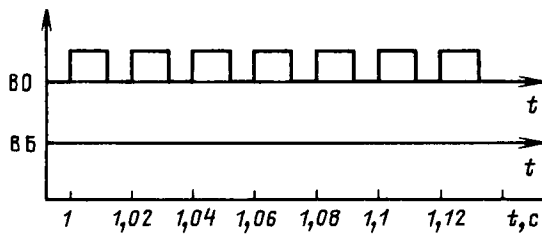


Рис. 4. Графики результатов расчета состояния выходов РНМОП в сторону отключения и в сторону блокировки

блокировки или отключения. Блок 6 — реализация органов $МО_{от}$ и $МО_{бл}$, где определяется срабатывание трехфазного реле в сторону блокировки или отключения. Блоки 7, 8 — реализация элементов выдержки времени в канале отключения и блокировки. Блок 9 — печать результатов расчета, т. е. номеров анализируемых сигналов и поведения реле в заданный момент времени (срабатывание в сторону блокировки или отключения). Блок 10 — если $N \leq N_{кон}$, то переход к блоку 11; если $N > N_{кон}$, то окончание расчета. Блок 11 — переход к следующему номеру анализируемых сигналов.

Следует отметить, что элементы аналоговых цепей блока 4 ($СФ_a$, $СФ_b$, $СФ_c$) реализованы по отдельности и прохождение сигнала в модели происходит последовательно, т. е. выходной сигнал предыдущего элемента является входным сигналом для последующего элемента. Это позволяет осуществлять контроль прохождения цифрового сигнала поэлементно и, кроме того, упрощает выполнение программы. Можно было бы найти результирующую системную функцию всей аналоговой цепи и соответствующий ей цифровой фильтр, но это усложнило бы написание программы и сделало бы невозможным поэлементный контроль прохождения сигнала.

Как указано выше, была разработана математическая модель электропередачи [2], позволяющая исследовать переходные процессы при включении ВЛ на холостой ход. При этом результаты расчета первичного переходного процесса представляются в табличном виде. Также была разработана математическая модель РНМОП для случая табличного задания входных величин, подводимых к реле. Указанные математические модели разрабатывались как независимые. Для исследования поведения РНМОП в случае табличного задания функций, т. е. с использованием результатов расчета переходного процесса в электропередаче, обе математические модели были согласованы, для чего в программе расчета первичного переходного процесса предусмотрено на запись с помощью специальных операторов полученных данных в цифровой форме во временный файл. По окончании расчета и записи полученной информации во временный файл управ-

ление передается программе РНМОП, в которой происходит обращение с помощью соответствующих операторов к этому временному файлу и считывание информации о первичном переходном процессе, которая является исходной информацией для анализа поведения РНМОП.

Таким образом, применение промежуточного временного файла позволяет использовать программы совместно, а по мере необходимости — независимо. Предварительно была проверена правильность программы РНМОП. Снималась фазовая характеристика, и зоны при кратности входных сигналов 2,5 составили $\Delta\phi_{бл} = 120^\circ$, $\Delta\phi_{от} = 120^\circ$, а $\phi_{м.ч.от} = 270^\circ$, $\phi_{м.ч.бл} = 90^\circ$.

Кроме того, при включении ВЛ на холостой ход с возникновением параметрического резонанса и согласовании с первичной программой было принято $Y_k = 1,25 Y_L$, а $I_\phi = 0$, т. е. на РНМОП подавалось одно напряжение, и РНМОП, как и следовало ожидать, срабатывало в сторону блокировки от компенсации емкостных токов. А при $Y_k = 0$ и подаче напряжения и тока, соответствующих тому же первичному режиму, РНМОП срабатывало в сторону отключения, что объясняется емкостным характером тока. Правильность работы реле при приведенных тестах указывает на верный выбор знаков подводимых величин и параметров реле.

В программу первичного процесса закладывались данные о передаче Исакча — Южно-Украинская АЭС 750 кВ, и в реле принимались уставки $U_{2 от} = 2$ В, $I_{2 от} = 50$ мА; $U_{2 бл} = 1$ В, $I_{2 бл} = 25$ мА. Компенсация емкостного тока менялась от 1,25 Y_L до 0,5 Y_L . В результате расчета было получено: при $Y_k = 1,25 Y_L$ — срабатывание в сторону блокировки, при $Y_k = 0,5 Y_L$ — срабатывание в сторону отключения.

Процесс параметрического резонанса на ВЛ, включенной на холостой ход, как видно из экспериментальных исследований в энергосистемах [1] и математического моделирования [2], развивается через 0,3—0,9 с.

Поскольку через 50 мс после замыкания последней фазы при включении ВЛ на холостой ход уставка компенсации емкостного тока переводится с полной на половинную, то по мере развития параметрического резонанса на второй гармонике РНМОП, а вместе с ним и вся защита ПДЭ-2003 срабатывает в сторону отключения, что вызывает излишнее отключение ВЛ и невозможность включить ее на холостой ход при параметрическом резонансе. Поэтому необходимо предусмотреть меры, исключающие излишнее срабатывание высокочастотной защиты ПДЭ-2003 при включении ВЛ на холостой ход с явлением параметрического резонанса на второй гармонике.

На рис. 4 даны в виде графика результаты расчета состояния выходов РНМОП в сторону отключения (BO) и в сторону блокировки (BB)

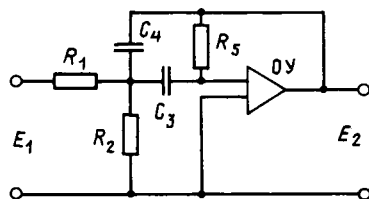


Рис. 5. Селективный фильтр на операционном усилителе с многоконтурной обратной связью

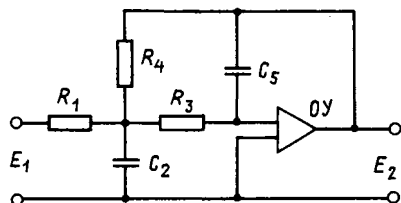


Рис. 6. Фильтр низких частот на операционном усилителе с многоконтурной обратной связью

со стороны питающего конца ВЛ приблизительно через 1 с после включения ВЛ на холостой ход при $Y_k = 0,5 Y_n$ и $Z_k = 0,5 Z_n$ и наибольшем соотношении второй и первой гармоник в напряжении одной из фаз, равном 0,5. Следует отметить, что срабатывание в сторону отключения в условиях эксплуатации наблюдалось при наличии порядка 50 % напряжения частоты 100 Гц по отношению к напряжению промышленной частоты на включаемом конце ВЛ, что подтверждается расчетами на цифровой модели РНМОП. Кроме того, на электродинамической модели ВНИИЭ были смоделированы условия, при которых возникает параметрический резонанс на второй гармонике. Результаты этих исследований качественно совпали с результатами расчета на цифровой модели РНМОП.

Выводы. 1. Исследование поведения реле направления мощности обратной последовательности (РНМОП) на математической модели показало, что оно срабатывает в сторону отключения при параметрическом резонансе на второй гармонике, возникающем при включении ВЛ СВН на холостой ход.

2. Разработана математическая модель РНМОП для случая задания входных сигналов в цифровой форме в виде выборок.

3. Необходимо предусмотреть меры, исключающие излишнее срабатывание высокочастотной защиты ПДЗ-2003 при включении ВЛ на холостой ход с явлением параметрического резонанса на второй гармонике.

Приложение 1. Рассмотрим синтез цифрового селективного фильтра. Моделируемый селективный фильтр на операционном усилителе с многоконтурной обратной связью, примененный в защите типа ПДЭ-2003, представлен на рис. 5

Передаточная функция исходного аналогового фильтра-прототипа имеет вид [9]:

$$K(p) = \frac{E_2}{E_1} = \frac{-pC_3/R_1}{p^2C_3C_4 + \frac{1}{R_5}(C_3 + C_4)p + (R_1 + R_2)/R_1R_2R_5} = \frac{\alpha_1 p}{p^2 + \alpha_1 p + \alpha_2} \quad (\text{П-1})$$

Получим системную функцию, соответствующую передаточной функции (П-1). Подставив (6) в (П-1), после преобразования получим

$$H(Z) = \frac{\frac{\alpha_1 2T}{4 + \alpha_1 2T + \alpha_2 T^2} - \frac{\alpha_1 2T}{4 + \alpha_1 2T + \alpha_2 T^2} Z^{-2}}{1 - \left(\frac{-\alpha_2 2T^2 + 8}{4 + \alpha_1 2T + \alpha_2 T^2} \right) Z^{-1} - \left(\frac{\alpha_1 2T - \alpha_2 T^2 - 4}{4 + \alpha_1 2T + \alpha_2 T^2} \right) Z^{-2}} = \frac{a_0 + a_2 Z^{-2}}{1 - b_1 Z^{-1} - b_2 Z^{-2}} \quad (\text{П-2})$$

Системой функции (П-2) соответствует цифровой фильтр вида

$$y(nT) = a_0 x(nT) + a_2 x(nT - 2T) + b_1 y(nT - T) + b_2 y(nT - 2T).$$

Подставив реальные параметры схемы селективного фильтра в выражения для коэффициентов a_0, a_2, b_1, b_2 , для $T = 0,5 \cdot 10^{-3}$ с получим коэффициенты цифрового селективного фильтра:

$$a_0 = +0,0637413; \quad a_2 = -0,0637413; \\ b_1 = +1,8496030; \quad b_2 = -0,8725173.$$

Приложение 2. Рассмотрим синтез цифрового ФНЧ. Моделируемый фильтр низких частот на операционном усилителе с многоконтурной обратной связью представлен на рис. 6.

Передаточная функция исходного аналогового фильтра-прототипа имеет вид

$$K(p) = \frac{E_2}{E_1} = \frac{-1/R_3 R_4}{p^2 C_2 C_5 + p C_5 (1/R_1 + 1/R_3 + 1/R_4) + 1/R_3 R_4} = \frac{\alpha_1}{p^2 + \alpha_2 p + \alpha_3}, \quad (\text{П-3})$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — коэффициенты для фильтра низких частот.

Определим системную функцию $K(Z)$, соответствующую заданной $K(p)$. Для этого подставим в выражение (П-3) выражение (6). После преобразования получим:

$$H(Z) = \frac{\left(\frac{\alpha_1 T^2}{4 + 2\alpha_2 T + \alpha_3 T^2} \right) + \left(\frac{2\alpha_1 T^2}{4 + 2\alpha_2 T + \alpha_3 T^2} \right) Z^{-1} + \left(\frac{\alpha_1 T^2}{4 + 2\alpha_2 T + \alpha_3 T^2} \right) Z^{-2}}{1 - \left(\frac{8 - 2\alpha_3 T^2}{Y + 2\alpha_2 T + \alpha_3 T^2} \right) Z^{-1} - \left(\frac{2\alpha_2 T - \alpha_3 T^2 - 4}{Y + 2\alpha_2 T + \alpha_3 T^2} \right) Z^{-2}} = \frac{a_0 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2}}{1 - b_1 Z^{-1} - b_2 Z^{-2}} \quad (\text{П-4})$$

Такой системной функции соответствует цифровой фильтр вида

$$y(nT) = a_0x(nT) + a_1x(nT - T) + a_2x(nT - 2T) + b_1y(nT - T) + b_2y(nT - 2T),$$

коэффициенты которого при $T = 0,5 \cdot 10^{-3}$ с равны:

$$\begin{aligned} a_0 &= +0,0051062839; & a_1 &= +0,010212567; \\ a_2 &= +0,0051062839; & b_1 &= +1,8496030; \\ & & b_2 &= -0,8725173. \end{aligned}$$

Приложение 3. Рассмотрим синтез цифрового ФНОП. Для ФНОП с трехфазным входом напряжение на его нагрузке определим по принципу суперпозиции от каждого из воздействующих напряжений. Определив передаточную функцию от каждого из напряжений, перейдем к системной функции с помощью дробно-линейного преобразования. По принципу суперпозиции напряжение на нагрузке равно сумме напряжений, создаваемых каждым из фазных напряжений. Зная системную функцию, перейдем к цифровой фильтрации от каждого из фазных напряжений.

По принципу суперпозиции цифровой сигнал на нагрузке равен сумме трех цифровых сигналов от каждого из фазных напряжений.

Проделав соответствующие преобразования для реального исходного фильтра-прототипа, примененного в защите ПДЭ-2003, получим выражения для цифровой фильтрации от каждого из трех напряжений:

$$y_1(nT) = a_{01}x_1(nT) + a_{21}x_1(nT - 2T) + b_{11}y_1(nT - T) + b_{21}y_1(nT - 2T);$$

$$y_2(nT) = a_{02}x_2(nT) + a_{12}x_2(nT - T) + a_{22}x_2(nT - 2T) + b_{12}y_2(nT - T) + b_{22}y_2(nT - 2T);$$

$$y_3(nT) = a_{03}x_3(nT) + a_{13}x_3(nT - T) + a_{23}x_3(nT - 2T) + b_{13}y_3(nT - T) + b_{23}y_3(nT - 2T).$$

Результирующий цифровой сигнал на выходе ФНОП равен

$$y(nT) = y_1(nT) + y_2(nT) + y_3(nT).$$

Подставив в выражения для коэффициентов цифровых фильтров параметры аналогового фильтра-прототипа и значение $T = 0,5 \cdot 10^{-3}$ с, получим:

$$\begin{aligned} a_{01} &= 0,0809342; & a_{02} &= 0,0635093; & a_{03} &= 0,4666774; \\ a_{21} &= -0,0809342; & a_{12} &= 0,0055072; & a_{13} &= - \\ &= -0,8928671; & b_{11} &= 0,8536006; & a_{22} &= -0,0580021; \\ a_{23} &= 0,4262000; & b_{21} &= 0,0679030; & b_{12} &= 0,8536006; \\ b_{13} &= 0,8536006; & b_{22} &= 0,0679030; & b_{23} &= 0,0679030. \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляков Н. Н., Комаров А. Н., Рашкес В. С. Результаты измерений внутренних перенапряжений и характеристик электрооборудования в советских электропередачах 750 кВ.— СИГРЭ, 1978, № 33—08.
2. Катунян В. И., Левиуш А. И., Дони Н. А. Автопараметрический резонанс при включении воздушной линии сверхвысокого напряжения на холостой ход.— В кн.: Определение места повреждений в элементах электрических систем / Сб. науч. тр. ВНИИЭ.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
3. Реле направления мощности обратной последовательности / Н. А. Дони, А. И. Левиуш, Л. А. Надель, А. М. Наумов.— Электротехника, 1985, № 8.
4. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Расчет электромагнитных переходных процессов для релейной защиты на линиях большой протяженности.— М.: Энергия, 1972.
5. Карташев В. Г. Основы теории дискретных сигналов и цифровых фильтров.— М.: Высшая школа, 1982.
6. Дёч Г. Руководство по практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования.— М.: Наука, 1971.
7. Заварзина Н. Ф., Новелла В. Н., Прохоренко В. И. Частотные представления сигналов измерительной информации релейной защиты.— М.: МЭИ, 1986.
8. Гетта Т. Г., Овчаренко Н. И. Цифровые избирательные элементы на микропроцессорах и микро-ЭВМ.— М.: МЭИ, 1986.
9. Активные RC-фильтры на операционных усилителях / Пер. с англ.— Под ред. Г. Н. Александрова.— М.: Энергия, 1974.

[26.06.89]

УДК 621.314.1:62-529.001.24

Применение метода наименьших квадратов для решения задач АСДУ энергосистемами

БОГАТЫРЕВ Л. Л., ПАЗДЕРИН А. В.

В настоящее время для расчета и анализа установившихся режимов (УР) электроэнергетических систем (ЭЭС) широкое применение нашли итерационные методы решения уравнений узловых напряжений (УУН), особенно различные модификации метода Ньютона (МН). Обычно при расчете КР ЭЭС на определенные параметры

электрического режима накладываются ограничения в виде равенств и неравенств. В этих условиях может сложиться ситуация, когда режим ЭЭС не может быть подсчитан или из-за несовместности задаваемых ограничений, или вследствие отсутствия решения самой системы УУН. В такой ситуации крайне желательно получить режим

ЭЭС, наиболее близкий к исходному заданию, с тем чтобы предпринять корректирующие действия. С этой точки зрения весьма перспективным является применение метода наименьших квадратов (МНК) для минимизации суммы квадратов небалансов узловых мощностей

$$\Phi_1 = [\bar{Y} - Y(X)]^T W [\bar{Y} - Y(X)], \quad (1)$$

где под $Y(X)$, \bar{Y} понимается соответственно вектор-функция рассчитываемых и заданных значений узловых мощностей, а диагональная матрица W содержит значения весовых коэффициентов. В качестве вектора независимых переменных X , как и при расчете УР, используются узловые напряжения, записанные в полярных или же прямоугольных координатах. Условие минимума (1) в векторной форме имеет вид

$$\left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial X} \right] = J^T W [\bar{Y} - Y(X)] = 0, \quad (2)$$

где $J^T = \left[\frac{\partial Y}{\partial X} \right]^T$ — транспонированная матрица Якоби.

Система (2) всегда имеет решение. В случае, когда Якобиан отличен от нуля, в точке решения выполняется условие $\bar{Y} - Y(X) = 0$. В области, где Якобиан перешел через нуль, исходные данные и ограничения являются несовместными либо режим ЭЭС не существует по условиям апериодической статической устойчивости [1]. Решение (2) в этом случае соответствует ненулевому минимуму функции (1).

Для решения нелинейной системы (2) целесообразно использовать МН, на каждом шаге которого необходимо решать линейризованную систему уравнений для определения вектора поправок к независимым переменным $\Delta X = \{\Delta \delta, \Delta U\}$:

$$G \Delta X = -\nabla \Phi_1, \quad (3)$$

а матрица Гессе в соответствии с [2] равна

$$G = \left[\frac{\partial Y}{\partial X} \right]^T W \left[\frac{\partial Y}{\partial X} \right] - \left[\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} \right] [\bar{Y} - Y(X)]. \quad (4)$$

Там же указывается, что упрощенное представление матрицы Гессе в виде $J^T W J$ может даже улучшать сходимость итерационного процесса обобщенного МН по (3). Известно, что заполненность G ненулевыми элементами примерно в 3—5 раз выше, чем у матрицы Якоби, так как она определяется узлами не только первого, но и второго пояса. К тому же число обусловленности G равно квадрату числа обусловленности J и следует ожидать, что сходимость итерационного процесса по (3) будет значительно менее устойчивая, чем у МН [3]. Из отмеченного следует, что использование МНК для простого расчета УР ЭЭС нецелесообразно, так как на итерации при МНК требуются значительно большие, по сравнению с

МН, затраты оперативной памяти и времени счета. Преимущества МНК появляются при решении задачи условной минимизации, поэтому представляет интерес исследование сходимости итерационного процесса по формуле (3). Для этой цели на кафедре АЭС УПИ им. С. М. Кирова была разработана исследовательская программа расчета УР на основе использования МНК, стыкующаяся с информационной базой комплекса программ для расчета и анализа устойчивости КУ-3. Множество N всех узлов при этом разбивается на две непересекающиеся части — N_n и N_a . Для части узлов N_n значения их узловых мощностей жестко фиксированы, и в дальнейшем такие узлы будут называться пассивными. В остальных N_a узлах — активных — изменение мощности за счет приложения управляющих воздействий возможно в пределах регулировочного диапазона. Реализация указанных принципов в разработанной программе осуществлялась путем использования метода неопределенных множителей Лагранжа

$$L = \sum_{i \in N_n} \omega_i (\bar{Y}_i - Y_i(X))^2 + \sum_{j \in N_n} \lambda_j (\bar{Y}_j - Y_j(X)). \quad (5)$$

Система линейных уравнений (СЛУ), отвечающая $\nabla L = 0$, выделена пунктиром на рис. 1. Следует отметить, что использование (5) позволяет производить расчет УР, минимизируя сумму квадратов небалансов узловых мощностей в одной части узлов, что соответствует МНК, и сводя небалансы мощности к нулю путем линейризации УУН в оставшейся части узлов, что соответствует МН. В табл. 1 представлена сходимость МНК и МН при расчете по разработанной программе одних и тех же режимов различной тяжести в каждой из трех рассматриваемых энергосистем. МНК соответствует случаю, когда нет пассивных узлов ($N_n = 0$), а МН — случаю $N_a = 0$.

Решение СЛУ с матрицей Гессе для МНК и матрицей Якоби для МН производилось по одной и той же подпрограмме, ввиду чего можно считать, что методы сравнивались в равных условиях. Для еще большей чистоты эксперимента модули напряжений в опорных узлах задавались фиксированными независимо от регулировочных возможностей по реактивной мощности. Сходимость оценивалась по величине

$$F_n^{(i)} = \lg (F^{(0)} / F^{(i)}), \quad (6)$$

где $F^{(i)}$ — значение суммы квадратов небалансов узловых мощностей после i -й итерации; $F^{(0)}$ — исходное значение этой суммы, соответствующее исходному приближению.

Представленные в табл. 1 результаты позволяют сделать вывод, что МНК устойчиво сходится к решению даже при расчете предельных по статической устойчивости режимов в энергосистемах с числом узлов до 20. При расчете режи-

Таблица 1

| № итерации | Показатель сходимости итерационного процесса f_n^i по (6) | | | | | | |
|------------|---|----------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|---|
| | ИВЭНЕРГО $N=19$ | | ТЮМЕНЬЭНЕРГО $N=99$ | | ОЭС УРАЛА $N=297$ | | |
| | МН $N_a=0$ $N_n=19$ | МНК $N_a=19$ $N_n=0$ | МН $N_a=0$ $N_n=99$ | МНК $N_a=99$ $N_n=0$ | МН $N_a=0$ $N_n=297$ | МНК $N_a=297$ $N_n=0$ | $N_a=0,3$ — МНК $N_n=0,7$ — МН МН+МНК |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1,983 | 1,948 | 2,079 | 2,249 | 2,443 | 1,997 | 2,348 |
| 2 | 3,793 | 3,284 | 4,126 | 3,121 | 4,957 | 4,048 | 4,920 |
| 3 | 5,841 | 5,041 | 7,859 | 4,548 | 8,547 | 5,437 | 7,844 |
| 4 | 7,584 | 6,847 | 12,337 | 5,347 | 12,042 | 6,241 | 10,231 |
| 5 | 9,104 | 8,534 | 12,338 | 5,836 | 13,470 | 6,904 | 11,344 |
| 6 | 10,043 | 9,327 | 12,341 | 6,380 | 13,474 | 7,321 | 12,084 |
| 7 | 10,108 | 9,541 | 12,324 | 6,702 | 13,459 | 7,594 | 12,551 |
| 8 | 10,109 | 9,374 | 12,335 | 6,980 | 13,463 | 7,606 | 12,632 |
| 9 | 10,095 | 9,747 | 12,332 | 7,235 | 13,474 | 7,611 | 12,344 |
| 10 | 10,107 | 9,452 | 12,339 | 7,411 | 13,461 | 7,792 | 12,537 |

мов больших энергосистем сходимость МНК по сравнению с МН весьма слабая. Хорошая сходимость МНК на первых итерациях объясняется тем, что в точке нулевого приближения, для которой модули узловых напряжений равны номинальным, а фазовые углы нулевые, нагрузка ЭЭС минимальна, а обусловленность G хорошая. Итерационное приближение к режиму, соответствующему нулевым небалансам, перемещает изображающую точку режима в пространстве узловых мощностей из центра к границе области статической устойчивости, что вызывает увеличение числа обусловленности G и резкое замедление сходимости.

В связи с отмеченным большое внимание при разработке программы было уделено вопросу сходимости МНК с плохо обусловленной матрицей Гессе. При этом можно выделить два основных направления, улучшающих сходимость МНК. Первое направление связано с предварительной подготовкой матрицы Гессе перед решением СЛУ и направлено на улучшение степени ее обусловленности. Предпосылкой для этого является тот факт, что улучшение свойств матрицы Якоби улучшает обусловленность и матрицы Гессе. В [4] приведены исследования, направленные на улучшение обусловленности матрицы Якоби при расчете УР на основе МН, которые послужили основой для решения данной задачи с использованием матрицы G . Основные способы, обеспечивающие улучшение степени обусловленности матрицы Гессе, сводятся к следующему:

1. Формирование и решение СЛУ с матрицей G в относительных единицах по модулям узловых напряжений.

2. Масштабирование строк G путем деления их элементов на свой диагональный коэффициент.

3. Преобразование G к такому виду, когда каждая пара уравнений, отвечающая за балансы активной и реактивной мощностей в i -м узле, заменяется путем алгебраических действий на эквивалентную ей пару уравнений так, что в урав-

нении для активной мощности равен нулю коэффициент, относящийся к U_i , а в уравнении для реактивной мощности — коэффициент при δ_i .

4. При составлении G можно не учитывать часть узлов II пояса, отделенных от исходного узла достаточно большим сопротивлением.

Как показали результаты расчетов по созданной программе, все эти приемы способствуют улучшению сходимости МНК, причем три последних к тому же и уменьшают количество ненулевых элементов в G .

Второе направление улучшения сходимости МНК связано с усовершенствованием самого алгоритма решения СЛУ. Если в целях сохранения разреженности СЛУ необходимо пользоваться алгоритмом оптимального динамического исключения Гаусса, то для наибольшей вычислительной устойчивости выбор ведущего элемента необходимо осуществлять на основе стратегии полного перебора, при которой увеличивается время счета и возрастает заполненность треугольного разложения G [3]. В связи с этим в разработанной программе для решения СЛУ используются три программных модуля, различающиеся способом выбора ведущего элемента. Если сумма квадратов небалансов узловых мощностей уменьшается за итерацию менее чем в три раза, происходит переход на более «дорогостоящий» способ решения СЛУ, вызывающий увеличение числа ненулевых элементов.

Весьма важным обстоятельством является также то, что при утяжелении режима растет значимость второй составляющей матрицы Гессе из (4). В связи с этим при расчете тяжелых режимов формирование матрицы Гессе необходимо производить с учетом обеих составляющих (4). При расчете режимов с нарушенными условиями по статической устойчивости, когда изображающая точка режима в пространстве узловых мощностей не принадлежит области существования УР, итерационный процесс сходится к ближайшему в смысле (1) режиму, находящемуся на границе области существования. Данное об-

стоятельство позволяет производить коррекцию послеаварийных режимов, связанных с отключением элементов сети, приводящих к нарушению статической устойчивости, а также быстро определять предельный режим (без расчета траектории утяжеления) при задании узловых мощностей, лежащих заведомо за границей области существования УР.

Комплексное применение всех указанных методов позволяет осуществлять расчет УР МНК за приемлемое, хотя и большее чем у МН, число итераций. В связи с тем, что количество активных узлов, расчет для которых ведется МНК, в реальных условиях много меньше, чем количество пассивных узлов ($N_a \ll N_n$), проблема вычислительной устойчивости становится менее острой. Так, в последней колонке табл. 1 представлена сходимость итерационного процесса, когда для 30 % узлов расчет производился МНК, а для 70 % оставшихся узлов — МН. Значительное улучшение сходимости, по сравнению с чистым МНК, позволяет перейти к рассмотрению возможности эффективного применения сочетания МН и МНК для решения ряда оптимизационных задач АСДУ энергосистемами. Основным вопросом при этом является сложность учета различных режимных ограничений, представляемых в виде равенств или неравенств. Для задачи ввода режима в допустимую область (ВРДО) ограничениями типа равенств являются УУН для пассивных узлов, а ограничениями типа неравенств — уравнения, описывающие область допустимых режимов ЭЭС. На практике в качестве таких ограничений используются перетоки активной мощности по наиболее ответственным связям или сечениям ЭЭС, токи в линиях, модули узловых напряжений и граничные значения активных и реактивных мощностей в активных узлах. Все указанные величины легко выражаются через независимые параметры режима, и уравнения, соответствующие этим ограничениям, можно представить в виде

$$\bar{\Psi} - \Psi(X) \geq 0. \quad (7)$$

Нарушенные ограничения (7) будут удовлетворяться на следующей итерации за счет изменения узловых мощностей. Разности между исходными и расчетными мощностями в активных узлах дают величины управляющих воздействий ΔP , реализация которых позволит удовлетворить нарушенные ограничения (7).

В качестве целевой функции для ВРДО целесообразно использовать (1), обеспечивающую минимум суммы квадратов управляющих воздействий. При этом \bar{Y} — вектор узловых мощностей в исходном режиме, а $Y(X)$ — вектор-функция узловых мощностей после ВРДО. Данный критерий обеспечивает ввод режима в допустимую область по кратчайшей траектории, за минимальное время. Весовые коэффициенты в матрице W могут учитывать маневренность

блоков, приоритетность ввода управляющих воздействий. На завершающей стадии ВРДО необходимо обеспечить минимум дополнительных издержек, связанных с коррекцией режима, пережогом топлива на станциях и ущербом от возможного ограничения потребителей. Аппроксимировав расходные характеристики станций и характеристики удельных ущербов потребителей полиномами второй степени, целевую функцию можно представить в виде [5, 6]:

$$\Phi_2 = \sum_{i \in N_s} (a_i \Delta P_i^2(X) + \varepsilon_i \Delta P_i(X)), \quad (8)$$

где a_i — коэффициент при квадратичном члене расходной характеристики станции или характеристики удельных ущербов; ε_i — относительный прирост расхода топлива или ущерба для i -го узла.

Учет ограничений (7) осуществляется путем перевода их в ограничения-равенства. Для этого разработано и программно реализовано два метода.

1. Для метода неопределенных множителей Лагранжа функция Лагранжа записывается в виде

$$L = \Phi_{1,2} + \sum_{i \in N_s} \lambda_i (\bar{Y}_i - Y_i(X)) + \sum_{j \in N_v} \lambda_j (P_j(X) - Q_j(X) \bar{P}_j / \bar{Q}_j) + \sum_{k=1}^{N_0} \lambda_k (\bar{\Psi}_k - \Psi_k(X)). \quad (9)$$

Под знаком первого радикала в (9) записаны уравнения, обеспечивающие неизменность узловых мощностей в пассивных узлах. Под вторым радикалом — уравнения, обеспечивающие заданную пропорцию между управляющими воздействиями по активной и реактивной мощности в активных нагрузочных узлах. Под третьим радикалом записаны N_0 уравнений, фиксирующих нарушенные режимные параметры на допустимом уровне. Левая часть СЛУ, возникающей при решении нелинейной системы $\nabla L(X, \lambda) = 0$ методом Ньютона, представлена на рис. 1. В пре-

| | | | | |
|-----------------------------------|-------|----------|-----------------|-----------------|
| $C = J^T W J$ | Y^T | Ψ^T | P^T $-Q^T$ | $\Delta \delta$ |
| | | | | ΔU |
| | | | | λ_i |
| Y | 0 | | | λ_k |
| Ψ | | | | λ_j |
| $P - Q \cdot (\bar{P} / \bar{Q})$ | | | | |

Рис. 1. Структура системы линейных уравнений для ввода режима в допустимую область на основе метода множителей Лагранжа

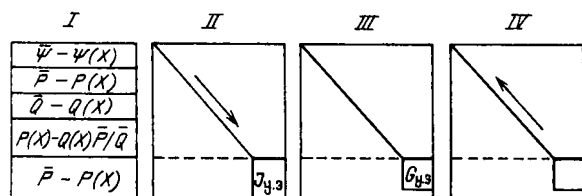


Рис. 2. Этапы преобразования системы линейных уравнений в ходе итераций метода неупрощенного управляемого эквивалента

дельных случаях, когда $N_0 = N_a = 0$, блок G становится нулевым, а Y и Y^T полностью соответствуют матрице Якоби. При $N_0 = N_n = 0$ полностью исчезают блоки Y и Y^T , а G имеет максимальную заполненность. Обычно же $N_a \ll N_n$ и заполненность блока G ненулевыми элементами гораздо более низкая, а обусловленность ее значительно лучше, чем у (3). В ходе итерационного решения у части активных узлов нарушаются ограничения по их регулировочным диапазонам. При этом производится фиксация мощности на нарушенной границе путем перевода таких узлов в список пассивных. Выявление из числа активных ограничений несущественных осуществляется на основе использования теоремы Куна-Таккера.

2. Авторами разработан более эффективный с вычислительной точки зрения метод учета ограничений для задачи ВРДО. Суть его сводится к тому, что на каждой итерации из целевой функции (1) или (8) исключается часть независимых переменных $X = \{\delta, U\}$ с использованием для этого всех имеющихся ограничений-равенств. При этом в целевой функции остается лишь часть переменных, обозначенных X^* . Для определения значений X^* , соответствующих уже безусловному минимуму целевой функции, применяется обобщенный МН. На рис. 2 описываемый метод проиллюстрирован в виде поэтапного преобразования СЛУ, возникающей на каждой итерации. Первый этап соответствует формированию линейаризованной системы УУН, расширенной N_0 уравнениями для ограничений. На II этапе производится исключение четырех верхних групп уравнений. Каждый шаг исключения переменной соответствует удалению из графа сети одного из узлов, и в результате выполнения II этапа из графа сети будут удалены все пассивные узлы, а в оставшихся активных узлах будет контролироваться лишь активная мощность. Переопределенная СЛУ с матрицей $J_{y,3}$ описывает режим эквивалента, который был назван управляемым эквивалентом, так как в любом из его узлов возможно приложение управляющих воздействий. Таким образом, к третьему этапу имеется N_a линейаризованных уравнений ба-

ланса мощности в активных узлах ЭЭС, и из них можно сформировать чисто квадратичные целевые функции, соответствующие (1) или (8). Минимум (1) определяется путем однократного решения СЛУ:

$$[J_{y,3}^T W J_{y,3}] \Delta X^* = -[J_{y,3}^T W \Delta P], \quad (10)$$

где ΔP — вектор небалансов активной мощности (см. приложение).

Для второго критерия (8) минимум соответствует решению СЛУ:

$$2[J_{y,3}^T A J_{y,3}] \Delta X^* = -J_{y,3}^T E, \quad (11)$$

где A — диагональная матрица, состоящая из коэффициентов при квадратичных членах; E — столбец, содержащий значения относительных приростов расхода топлива для станций или ущерба для потребителей.

На IV этапе, с использованием новых значений ΔX^* , восстанавливается режим во всей ЭЭС путем обратного хода по частично приведенным к треугольному виду четырем верхним группам уравнений. После этого анализируется состав ограничений и в случае необходимости корректируется список активных узлов и осуществляется повторная итерация. Получение управляемого эквивалента на каждой итерации при этом является внутренней операцией, но не приводящей к потере точности, так как в конце итерации определяется режим в полной схеме. На каждой итерации модель ЭЭС является неупрощенной, в связи с чем данный метод был назван методом неупрощенного управляемого эквивалента. Следует обратить внимание, что от расчета УР на основе МН метод неупрощенного управляемого эквивалента отличается лишь тем, что его III этап следует заменить на дальнейшее разложение матрицы Якоби. В связи с тем, что $N_a < N_n$, затраты памяти и времени счета на выполнение одной итерации метода неупрощенного управляемого эквивалента лишь на 20—40 % превышают затраты МН на расчет УР. При использовании же метода неопределенных множителей Лагранжа (9) для ВРДО вычислительные характеристики ухудшались примерно в 3—5 раз. В приложении приведен пример использования метода неупрощенного управляемого эквивалента для ВРДО по критериям (1) и (8) для пятиузлового схемы.

Предложенный метод неупрощенного управляемого эквивалента может эффективно применяться и для решения задачи оптимального распределения активной мощности. При выбранном составе оборудования и загрузке ГЭС целевая функция будет совпадать с (8). В управляемом эквиваленте при оптимизации режима по минимуму расхода топлива остаются лишь узлы, соответствующие тепловым электростанци-

ям, а оптимальный режим при этом соответствует решению СЛУ, аналогичной (11). Значения относительных приростов расхода топлива в E на каждой итерации должны пересчитываться с учетом изменения мощностей электростанций:

$$\varepsilon_i = 2a_i P_i + b_i. \quad (12)$$

На основании (11) можно получить известные критерии оптимальности для распределения активной нагрузки. Так, критерий равенства относительных приростов вытекает из того, что при отсутствии потерь активной мощности ($r=0$) сумма элементов в любом столбце матрицы Якоби, составленной для всех узлов, равна нулю. Следовательно, при равенстве всех ε_i правая часть (11), равная $J_{y,E}$, становится нулевой. Это означает, что коррекция режима производиться не будет ввиду равенства всех составляющих ΔX^* нулю.

Следующей, весьма важной для АСДУ энергосистем задачей, является оценка состояния ЭЭС по данным телеизмерений [2, 7]. Общеизвестным способом статической оценки состояния является взвешенный метод наименьших квадратов, минимизирующий норму вектора ошибок измерений:

$$F = [\bar{V} - V(X)]^T W [\bar{V} - V(X)] \rightarrow \min. \quad (13)$$

Известно, что часть режимных параметров при оценке состояния целесообразно задавать в виде ограничений-равенств [2, 7]:

$$\bar{V}_0 - V_0(X) = 0. \quad (14)$$

Применение метода неупрощенного управляемого эквивалента к задаче оценки состояния сводится к формированию на первом этапе (рис. 2) СЛУ, содержащей уравнения (14) и $V - V(X) = 0$. На следующем этапе производится исключение уравнений (14), и измеряемые параметры выражаются уже через оставшуюся часть переменных X^* . Согласование измеряемых параметров по (13) осуществляется путем решения СЛУ:

$$\left[\frac{\partial V}{\partial X^*} \right]^T W \left[\frac{\partial V}{\partial X^*} \right] \Delta X^* = - \left[\frac{\partial V}{\partial X^*} \right]^T W [\bar{V} - V(X)], \quad (15)$$

размерность которой меньше $\dim \{X\}$ на число ограничений (14).

Систему (14) предлагается формировать из уравнений, соответствующих активным и реактивным мощностям распределительных и маломощных узлов, модулям напряжений в опорных узлах и другим априорно известным параметрам режима. Учитывая, что в реальных условиях наблюдаемость, избыточность и достоверность информации по реактивной мощности гораздо меньшая, чем по активной, для части узлов, в связи со стабильностью cos ϕ нагрузки, в состав

ограничений следует вводить уравнения, обеспечивающие заданную пропорцию \bar{P}/\bar{Q} между значением активной и реактивной мощности:

$$P(X) - Q(X) (\bar{P}/\bar{Q}) = 0. \quad (16)$$

В настоящее время на элементах сети сверхвысокого напряжения, как правило, измеряются потоки активной и реактивной мощности, токи и напряжения, причем с обеих сторон. На основе избыточности информации в отдельных фрагментах системы можно произвести предварительную оценку состояния в этих фрагментах и выявить достаточно точные замеры с тем, чтобы включить часть из них в состав ограничений (14).

Положительными особенностями решения задачи оценки состояния на основе условной минимизации целевой функции методом неупрощенного управляемого эквивалента являются, во-первых, сокращение памяти и времени счета на выполнение каждой итерации, так как матрица Гессе имеет меньшую размерность. Сходимость итерационного процесса при этом повышается. Во-вторых, происходит увеличение информационной избыточности по отношению к $\dim \{X^*\}$.

Следующим положительным обстоятельством является то, что грубые ошибки в замерах отдельных параметров при использовании ограничений локализуются на конкретном участке схемы замещения, а не распространяются по всей энергосистеме, увеличивая погрешность оценивания у достаточно точных замеров, а это облегчает выявление аномальных измерений.

В заключение следует отметить, что на основе метода неупрощенного управляемого эквивалента возможно создание единого математического обеспечения для решения задач, связанных с анализом и управлением УР ЭЭС. Особенно эффективным данный метод может оказаться для современных управляющих вычислительных машин, действующих в рамках АСДУ энергосистемами. Решение ряда задач при этом может осуществляться на основе общих программных модулей, что повышает эффективность использования ЭВМ и увеличивает надежность алгоритма.

Выводы. 1. На основе сочетания метода наименьших квадратов и метода Ньютона получен

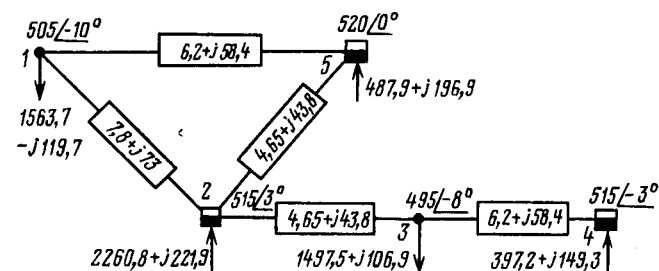


Рис. 3. Схема исследуемой энергосистемы и исходный режим

Таблица 2

| Узел на рис. 3 | Коэффициенты | | Относительные приросты расхода топлива ϵ_i |
|----------------|--------------|-------|---|
| | a_i | b_i | |
| 2 | 0,00007 | 0,2 | 0,516 |
| 4 | 0,00044 | 0,08 | 0,429 |
| 5 | 0,00021 | 0,2 | 0,405 |

эффективный с вычислительной точки зрения, пригодный для решения ряда оптимизационных задач АСДУ, связанных с анализом и управлением установившимися режимами электроэнергетических систем.

2. В предлагаемых алгоритмах выбор управляющих воздействий осуществляется непосредственно в ходе итерационного процесса с учетом экономических характеристик ЭЭС. При этом повышается надежность получения решения для режимов с нарушенными и опасными условиями на аperiодической статической устойчивости.

Приложение. Для пятиузловой энергосистемы, изображенной на рис. 3, требуется ограничить переток активной мощности по сечению $P_{21}-P_{25}$ с 1124 МВт до 1000 МВт. В табл. 2 представлены коэффициенты a_i при квадратичных и b_i при линейных членах расходных характеристик станций, а также значения относительных приростов расхода топлива ϵ_i для исходного режима. При фиксированных напряжениях в генераторных узлах линеаризованная система, определяющая балансы мощности в исходном режиме записывается в виде (П-1)

| | | | | | | | | |
|---------------------------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|------------------|------|
| $\Gamma(P_{21} + P_{25})$ | -3511 | 9581 | | | 0,85 | | $\Delta\delta_1$ | -124 |
| ΔP_1 | 7633 | -3343 | | | -1,46 | | $\Delta\delta_2$ | 0,0 |
| ΔQ_1 | -2401 | 1166 | | | 15,57 | | $\Delta\delta_3$ | 0,0 |
| ΔP_3 | | -5532 | 9785 | -4253 | | -0,95 | $\Delta\delta_4$ | 0,0 |
| ΔQ_3 | | 1697 | -2528 | 831,3 | | 19,34 | ΔU_1 | 0,0 |
| ΔP_2 | -3511 | 15 346 | -5765 | | 0,85 | 1,01 | ΔU_3 | 0,0 |
| ΔP_4 | | | -4333 | 4333 | | -0,162 | | 0,0 |
| ΔP_5 | -4453 | -6003 | | | 0,61 | | | 0,0 |

Первым в (П-1) записано уравнение для перетока активной мощности по контролируемому сечению. В связи с тем, что нагрузочные узлы (1 и 3) являются пассивными и ограничение их мощности не предусматривается, первые пять уравнений (П-1) являются ограничениями-равенствами. После их исключения уравнения баланса мощности в активных узлах примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_2 &= -2499,5 \Delta\delta_4 - 162,56; \\ \Delta P_4 &= 2441,4 \Delta\delta_4 + 37,65; \\ \Delta P_5 &= 0,0 \Delta\delta_4 + 122,62, \end{aligned} \right\} \quad (\text{П-2})$$

где $J_{y,z} = | -2499,5 \ 2441,4 \ 0,0 |$.

С учетом данных из табл. 2 СЛУ (11) для третьего этапа метода неупрощенного управляемого эквивалента примет вид

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & -2499,5 & 2441,4 & 0 & 0,00007 & 0 & 0 \\ & 0 & 0,00044 & 0 & 0 & 0,00021 & 0 \end{array} \right] \times$$

$$\times \left[\begin{array}{ccc|c} -2499,5 & 2441,4 & 0 & -0,516 \\ & -0,429 & & -0,405 \end{array} \right]$$

или

$$3060,05 \Delta\delta_4 = 121,1.$$

Подставив $\Delta\delta_4 = 0,03957$ в (П-2), получим приближенные значения управляющих воздействий: $\Delta P_2 = -261,5$ МВт; $\Delta P_4 = 134,26$ МВт; $\Delta P_5 = 122,62$ МВт.

Приращения ко всем независимым переменным могут быть получены на основании пяти верхних факторизованных уравнений системы (П-1). Подставив в нелинейные уравнения узловых напряжений новые значения независимых переменных, определим точные значения УВ: $\Delta P_2 = -261,62$ МВт; $\Delta P_4 = 134,41$ МВт; $\Delta P_5 = 122,62$ МВт. Точное значение перетока активной мощности по сечению после одной итерации составляет 1000,09 МВт.

При ВРДО по критерию минимума суммы квадратов управляющих воздействия СЛУ (10) можно записать в виде

$$\left| \begin{array}{ccc|c} -2499,5 & 2441,4 & 0 & -2499,5 \Delta\delta_4 = \\ & 2441,4 & & 2441,4 \\ & 0 & & 0 \end{array} \right|$$

$$= \left| \begin{array}{ccc|c} -2499,5 & 2441,4 & 0 & +162,56 \\ & -37,65 & & -122,62 \end{array} \right|,$$

откуда $\Delta\delta_4 = -0,04081$, и после подстановки в (П-2) получим $\Delta P_2 = -60,54$ МВт; $\Delta P_4 = -61,98$ МВт; $\Delta P_5 = 122,62$ МВт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методы оптимизации режимов энергосистем / Под ред. В. М. Горнштейна. — М.: Энергия, 1981.
2. Гамм А. З. Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем. — М.: Наука, 1976.
3. Уилкинсон, Райнш. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. — М.: Машиностроение, 1976.
4. Окуловский С. К. Повышение эффективности методов расчета на ЦВМ установившихся режимов больших электрических систем: Автореф. дис. канд. техн. наук. Свердловск, 1981.
5. Бартоломей П. И., Ярославцев А. А. Оптимизационные модели ввода режимов больших электрических систем в допустимую область. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 2.
6. Непомяный В. А. Экономические проблемы повышения надежности электроснабжения. — Ташкент: Фан, 1985.

Перспективы построения гибких релейных защит с перестраиваемой архитектурой для автономных энергосистем¹

КИРИЕВСКИЙ Е. В., канд. техн. наук, МИХАЙЛОВ В. В., канд. техн. наук, ХАНЖИЕВ А. С., канд. техн. наук

В настоящее время интенсивно ведутся работы по созданию нового поколения релейных защит (РЗ) с программируемой структурой для электроэнергетических систем (ЭЭС). В [1—3] отмечается, что если разработке алгоритмов программируемых защит уделяется значительное внимание, то работы по анализу и поиску структур программируемых РЗ ведутся недостаточно широко. Там же отмечается недопустимость отставания этих работ, поскольку структуры РЗ определяют ряд существенных свойств программируемых защит. В настоящей статье предпринята попытка рассмотрения архитектурных особенностей существующих защит и перспектив их совершенствования применительно к автономной энергетике.

Устройства РЗ по своему функциональному назначению являются решающими управляющими устройствами, поэтому правомерен проявляемый в последние годы интерес к использованию в области РЗ средств управляющих вычислительной техники (ВТ), и в первую очередь — микропроцессоров (МП) и микроЭВМ. В связи с этим целесообразно использовать в технике РЗ некоторые понятия из области ВТ, в частности, понятие архитектуры системы [4], которое определяется принципами информационного взаимодействия структур РЗ и защищаемого объекта, особенностями обмена информацией между функциональными частями системы, способами организации и перестройки каналов связи внутри системы, программирования алгоритма выявления повреждения и структуры РЗ.

Предыдущие поколения устройств РЗ с жесткой (непрограммируемой) структурой выполнялись на базе электромеханических реле, а затем с использованием полупроводниковых элементов и интегральных микросхем (ИМС). Кроме различий в элементной базе, другими существенными признаками устройства РЗ предыдущих поколений практически не отличались, поскольку их архитектура, так же как и заложенные в них принципы выявления повреждений, оставались по сути неизменными: устройства РЗ представляли собой конечные автоматы второго рода [4] с жесткой структурой, допускающие в некоторых случаях параметрическую адаптацию к изменяющимся режимам защищаемых объектов. Такой же подход — смена элементной базы и почти механическое перенесение известных принципов на новое поколение РЗ — был использован и на первых этапах внедрения в область РЗ средств цифровой ВТ. При внедрении ЭВМ возник ряд проблем, та-

ких как рациональное использование больших функциональных возможностей средств ВТ и достижение быстродействия, присущего РЗ предыдущих поколений [1—3].

Решение этих проблем наметилось с появлением МП и микроЭВМ. В частности, проблема быстродействия РЗ может быть решена распараллеливанием исходных алгоритмов и созданием многомашинных и мультимикропроцессорных систем [1, 2]. В настоящее время при разработке РЗ на базе МП и микроЭВМ для объединенных ЭЭС широко используется процедурный способ программирования. В [4] подчеркивается, что способ процедурного программирования систем на основе модели единичного вычислителя недостаточно гибок, так как приходится иметь дело с жесткой структурой автомата, и не позволяет обеспечить одновременно высокую точность вычислений и скорость работы автомата, в частности, в реальном и опережающем масштабах времени, что важно при создании быстродействующих (например, прогнозирующих) устройств РЗ. Можно значительно расширить возможности автоматов, если, кроме процедуры, программировать его структуру, т. е. граф автомата. Разновидностью способа программирования структуры автомата является способ программирования коммутации, который заключается в программной настройке каналов связи между автоматами, входящими в систему. Подобные системы автоматов позволяют широко использовать большие ИМС (БИС) с высокой степенью интеграции и тем самым повысить надежность РЗ на их основе.

Свойство гибкости является одним из важнейших отличительных признаков РЗ нового поколения [3]. Оно позволяет заметно расширять их функциональные возможности, выполнять их универсальными, т. е. инвариантными к числу видов выявляемых повреждений и сложности (например, топологии) объекта защиты без пропорционального наращивания аппаратных средств и неоправданного расширения номенклатуры проектируемых устройств РЗ. Это свойство открывает перспективу перехода техники РЗ от экстенсивного к интенсивному пути развития. Гибкость архитектуры РЗ позволяет рационально сочетать очень важные для нее родственные качества — надежность и живучесть [5]. Необходимый уровень живучести системы РЗ с жесткой архитектурой обеспечивается избыточным наращиванием аппаратных средств, т. е. определенным ухудшением их аппаратной надежности. Системы гибких РЗ без наращивания аппаратных средств, а в неко-

¹ Статья публикуется в порядке обсуждения

торых случаях — и при их сокращении, позволяют обеспечить их высокую живучесть. При этом аппаратная надежность и живучесть системы РЗ в целом должна обеспечиваться не столько аппаратной избыточностью (дублированием), сколько функциональной избыточностью, т. е. приданием системе РЗ свойств гибкости, позволяющих процедурным или процедурно-аппаратным путем перестраивать входящие в систему РЗ технические средства без их наращивания. Свойство гибкости позволяет использовать при синтезе систем и устройств РЗ принципы параметрической и структурной адаптации. Это является одним из наиболее перспективных путей их развития, например, для распределительных сетей различного назначения, в первую очередь, систем электрообеспечения высокого или низкого напряжения автономных энергосистем [6], где наблюдаются частные изменения конфигурации, приводящие к существенным изменениям режимов сети, а в некоторых случаях вызывающие необходимость изменения алгоритмов функционирования устройств РЗ.

Для определения путей наиболее рационального использования свойств гибкости РЗ рассмотрим архитектурные особенности существующих систем РЗ различного назначения.

Автономные системы РЗ (АРЗ) являются наиболее простым вариантом архитектуры РЗ и предназначены для защиты одной из выделенных в защищаемом объекте зон по одному из возможных видов повреждений (например, защита линии от междуфазных к. з.). Архитектура АРЗ образуется совокупностью трактов измерительных преобразователей параметров, решающего блока, исполнительных блоков и блока управления. При этом решающий блок реализует какой-либо один принцип выявления повреждения: максимально-токовый, дифференциальный и т. п., а блок управления обеспечивает в данном случае адаптацию АРЗ к изменяющимся параметрам объекта защиты и обеспечивает коррекцию установок РЗ.

Комплексные системы РЗ (КРЗ) предназначены для защиты одной из выделенных в защищаемом объекте зон (например, зона генератора) по нескольким видам возможных повреждений и представляют собой набор из нескольких АРЗ, в отношении которых выполняются условия непротиворечивости их функционирования. Архитектура КРЗ отличается от архитектуры АРЗ тем, что может содержать несколько групп измерительных преобразователей параметров, каждая из которых обеспечивает контроль параметров, характеризующих соответствующий вид повреждения в контролируемой зоне, и несколько решающих блоков, каждый из которых реализует один из заданных алгоритмов выявления повреждения. На блок управления при такой архитектуре РЗ возлагается дополнительная функция обеспечения условий непротиворечивости совместной ра-

боты нескольких решающих блоков относительно одной зоны.

Централизованные РЗ (ЦРЗ) предназначены для защиты нескольких зон (например, нескольких ступеней распределения электроэнергии) по одному из возможных видов повреждений. Отличительной особенностью архитектуры ЦРЗ является наличие нескольких групп измерительных преобразователей параметров, каждая из которых контролирует одну из защищаемых зон, и нескольких групп исполнительных блоков, каждая из которых предназначена для отключения коммутационных аппаратов одной зоны. На блок управления при этом возлагается новая функция — обеспечение условий непротиворечивости между несколькими решениями одного решающего блока относительно нескольких контролируемых зон.

Необходимо отметить, что решающие блоки, входящие в состав РЗ различной архитектуры (АРЗ, КРЗ, ЦРЗ), обеспечивают выполнение различных решающих правил, соответственно Π_A , Π_K , $\Pi_{Ц}$:

$$\Pi_A = a\{z\}, \quad (1)$$

где z — индекс контролируемой зоны; a — символ операции контроля z -й зоны по определенному виду повреждения; $\{ \}$ — символ-ограничитель области распространения операции контроля;

$$\Pi_K = \sum_{i=1}^q a_i\{z\}, \quad (2)$$

где q — число выявляемых видов повреждения:

$$\Pi_{Ц} = a\left\{ \sum_{j=1}^p z_j \right\}, \quad (3)$$

где p — число контролируемых зон.

Очевидно, что КРЗ, обладая многофункциональностью в отношении выявления различных видов повреждений, обеспечивает защиту только одной зоны. С другой стороны, ЦРЗ обладает многофункциональностью в отношении одновременного контроля нескольких зон, но обеспечивает выявления только одного вида повреждения. Иными словами, каждая из двух рассматриваемых архитектур РЗ обладает ограниченными функциональными возможностями. Исключить этот недостаток можно, синтезировав архитектуру универсальной гибкой релейной защиты (УРЗ), решающее правило для решающего блока которой имеет вид:

$$\Pi_y = \sum_{i=1}^q a_i \left\{ \sum_{j=1}^p z_{ij} \right\}. \quad (4)$$

Легко показать, что решающие правила (1) — (3) являются частными случаями универсального решающего правила (4). Управляя архитектурой УРЗ и настраивая решающий блок на реализацию заданного решающего правила (Π_A , Π_K , $\Pi_{Ц}$), путем задания определенных значений q , p можно обеспечить синтез любой структуры РЗ, выявляющей все возможные виды поврежде-

пает команда на отключение автоматических выключателей A_{s1} , A_{s2} . В отличие от обычной дифференциальной токовой защиты защита типа ДТЗБ дополнена несколькими реле максимального напряжения, которые срабатывают при превышении токами из зоны токов отсоса из точки к. з. в нагрузку при дуговом замыкании, так как иначе защита ложно блокируется при замыкании в защищаемой зоне.

Очевидно, что для сохранения чувствительности защиты к повреждениям на максимальном уровне независимо от изменяющейся топологии УРС и его режима, необходимо было бы (при традиционном подходе) оснастить защищаемый УРС комплексом защит, состоящим из ДТЗБ и НТЗБ. Обеспечение максимальной чувствительности защиты в процессе реконфигурации УРС (путем изменения числа включенных присоединений) и изменения параметров аварийных токов в цепях потребителей (токов отсоса) могут быть достигнуты и другим способом, а именно автоматической перестройкой структуры универсальной защиты, точнее — асинхронной перекоммутацией ее функциональных узлов. Очевидно, что критерием перестройки при этом является выбор структуры защиты с максимальным коэф-

фициентом чувствительности: $\sup(k_{r, \text{НТЗБ}}; k_{r, \text{ДТЗБ}})$ [7]. На рис. 3 приведена структурная схема универсальной многофункциональной перестраиваемой РЗ с асинхронной перекоммутацией функциональных узлов, обеспечивающая формирование защит типа НТЗБ и ДТЗБ в процессе контроля защищаемого УРС. На рис. 4 изображена функциональная схема перестраиваемой РЗ, более подробно иллюстрирующая принцип коммутационного программирования с помощью универсальной коммутирующей структуры (УКС). В качестве примера показана одна из коммутационных связей, образованная подачей команд от блока управления (БУ) на соответствующие управляемые ключи (на поле УКС показаны точки).

В таблицу сведены данные о функциональном составе защит НТЗБ, ДТЗБ и универсальной РЗ с перекоммутацией функциональных узлов, выполняющей функции каждой из первых двух типов защит.

| Тип функционального узла | Количество функциональных узлов в защитах типа | | | | Экономия функциональных узлов при переходе к универсальной РЗ с программируемой коммутацией |
|--|--|-------|----------------------------------|--|---|
| | НТЗБ | ДТЗБ | Всего для реализации НТЗБ и ДТЗБ | Универсальная РЗ с программируемой коммутацией | |
| Релейный элемент (РЭ) типа РО или БО «И» | n | $m+1$ | $n+m+1$ | n | $m+1$ |
| «НЕ» | $n-m$ | 1 | $n-m+1$ | $n-m$ | 1 |
| «ИЛИ» | $n-m$ | 1 | $n-m+1$ | $n-m$ | 1 |
| ВВ | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| «Σ» | $n-m$ | 1 | $n-m+1$ | $n-m$ | 1 |
| — | — | 1 | 1 | 1 | 0 |

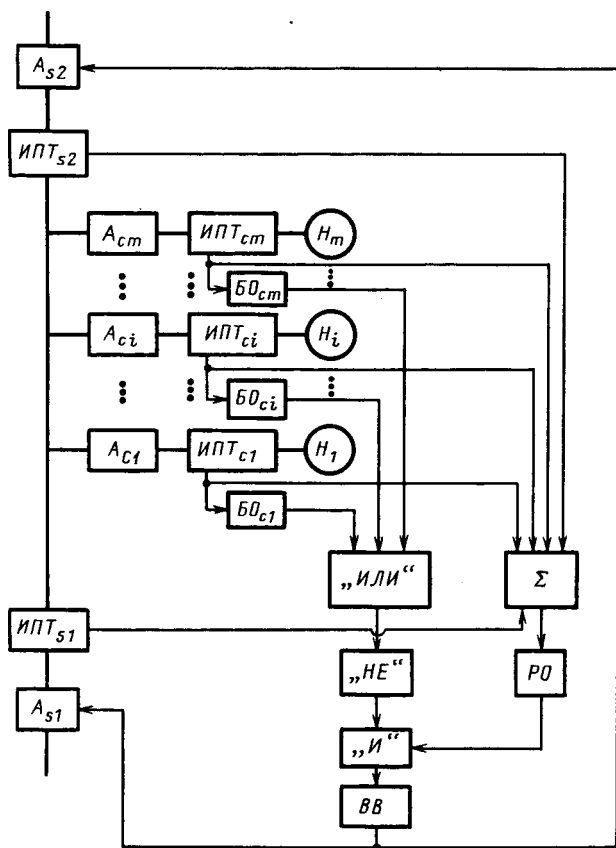


Рис. 2. Структурная схема защиты типа ДТЗБ для участка распределительной сети

Анализ данных таблицы показывает, что максимальная экономия функциональных узлов при использовании универсальной РЗ с перестраиваемой архитектурой ожидается на многоконцевых разветвленных УРС с большим числом питаемых (m) присоединений. В этом случае только число сэкономленных релейных элементов (РО, БО) составляет $(m+1)$ штук, не считая сокращения числа логических элементов и элементов выдержки времени [7]. Принимая во внимание имеющуюся тенденцию к усложнению конфигурации распределительных сетей автономных ЭЭС [8], следует сделать вывод о перспективности использования универсальной РЗ с перестраиваемой архитектурой в автономной энергетике в целях повышения надежности защиты. Очевидно, что сокращение числа функциональных узлов в минимальном функционально полном наборе за счет их перекоммутации обеспечивает повышение аппаратной надежности РЗ при условии, что вводимые новые цифровые узлы, такие как УКС, ПЗУ, ИОС, микропроцессор, имеют в совокупности надежность не

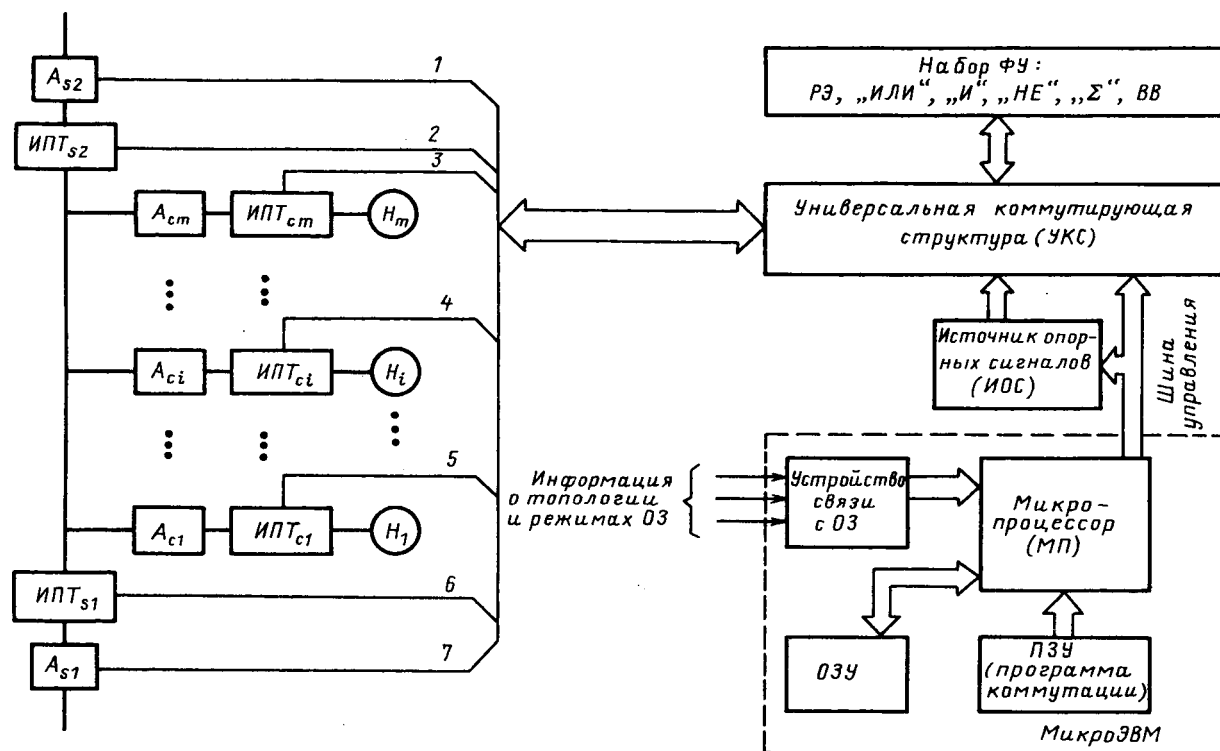


Рис. 3. Структурная схема универсальной перестраиваемой защиты участка распределительной сети:
ФУ — функциональные узлы; ОЗ — объект защиты

ниже, чем совокупность сокращенных функциональных узлов при минимизации их набора. Анализ показывает, что это условие легко выполняется благодаря реализации упомянутых цифровых элементов в виде одной или нескольких БИС. Важно отметить, что поощряемая обычно в технике РЗ при защите ответственных элементов ЭЭС избыточность как средство обеспечения необходимой надежности сохраняется и в УРЗ с перестраиваемой архитектурой. Однако в последнем случае вводится избыточность не аппаратных (экстенсивный путь), а функциональных средств (динамично формируемых структур защиты) за счет расширения их ансамбля (интенсивный путь). Введение структурной избыточности при заданной надежности коммутируемых функциональных узлов и высокой скорости коммутации, обеспечивающей заданное быстродействие РЗ, приводит к повышению функциональной надежности защиты.

Используемый в рассмотренном выше примере принцип коммутации функциональных узлов предусматривает асинхронное их переключение в зависимости от сложившейся к соответствующему моменту времени топологии объекта защиты. Возможны и другие принципы перекоммутации функциональных узлов, например, циклический, особенности использования которого рассмотрены ниже.

Принцип комплектования в УРЗ минимального набора \mathcal{H} функциональных узлов определяется выражением:

$$\mathcal{H} = \{ \sup_A n_1, \dots \sup_A n_i, \dots \sup_A n_N \}, \quad (5)$$

где A — общее количество формируемых структур РЗ в ансамбле; n_i — число функциональных узлов i -го ($i = 1, \dots, N$), необходимых для построения j -й структуры РЗ ($j = 1, \dots, A$); N — число типов функциональных узлов.

Поручая каждой из формируемых структур РЗ выявление одного или нескольких видов повреждений, а также контроль одной или нескольких зон и осуществляя по заданному закону перекоммутацию функциональных узлов набора \mathcal{H} в соответствии с (5) непосредственно в процессе контроля защищаемого объекта, можно сформировать гибкую, автоматически перестраиваемую в процессе эксплуатации структуру УРЗ, функционирующую следующим образом (рис. 3).

Входные сигналы ИОС поступают с выходов блока управления, реализованного, например, на базе МП, в виде кодов уставок. В общем случае количество одинаковых (i -го типа, $i = 1, \dots, N$) функциональных узлов, входящих в набор \mathcal{H} , определяется некоторой, например, j -й структурой защиты, входящей в ансамбль ($j = 1, \dots, A$) и содержащей наибольшее число, т. е. $\sup_A n_i$, узлов такого типа. Универсальная коммутирующая структура (УКС) реализует коммутацию по прин-

ципу полного графа [9]. Такая УКС является полнодоступной и позволяет образовывать любые соединения между системами своих горизонтальных и вертикальных шин. Целесообразно блок управления реализовать на базе МП, осуществляющего настройку ключей УКС по заложенным в ПЗУ правилам перекоммутации. Соединение выходов одних функциональных узлов со входами других осуществляется посредством незанятых датчиками параметров и ИОС горизонтальных шин. Образованная таким образом коммутационная структура позволяет программным путем создавать любые необходимые каналы связи для обмена информацией между всеми ИПТ и ФУ в соответствии с правилами коммутации (рис. 3).

Изображенная на рис. 3 система УРЗ при организации циклического прибора структур РЗ функционирует следующим образом. Получив из ПЗУ задание, блок управления (МП) реализует коммутационный граф, настраивая ключи УКС. Одновременно с этим блок управления настраивает ИОС таким образом, чтобы на выходах последнего была представлена необходимая совокупность опорных напряжений (уставок). После выполнения всех необходимых соединений внутри УКС будет реализована структура I первой из входящих в ансамбль защит. Через заданный промежуток времени t_1 (его величина определяется заранее при проектировании УРЗ исходя из необходимого времени анализа состояния контролируемых зон по алгоритму реализованной структу-

ры защиты) в случае, если режим работы защищаемых зон нормальный, по правилам, хранящимся в ПЗУ, блок управления перекоммутирует с помощью УКС соответствующие ФУ, ИПТ и ИОС (перестройка уставок) и реализует очередную структуру РЗ. И так далее до тех пор, пока произойдет возврат к структуре I. На этом первый цикл работы УРЗ заканчивается. В этом цикле будет реализован весь ансамбль структур УРЗ, и, следовательно, произведен контроль защищаемых зон по каждому из возможных видов повреждений. Затем начинается второй цикл работы УРЗ, аналогичный первому, и т. д. Если в процессе работы при реализации некоторой j -й структуры будет выявлено повреждение в пределах защищаемых зон, блок управления приостанавливает дальнейшую перекоммутацию УРЗ. «Законсервированная» структура защиты спустя время принятия решения отключает выявленное к. з. соответствующего вида. Важным условием эффективной работы УРЗ является обеспечение малой величины периода T построения одной и той же структуры в ансамбле (продолжительность одного цикла работы УРЗ), который должен быть существенно меньше суммарного времени анализа состояния контролируемых зон (t_a) и принятия решения об их отключении (t_{np}) самой быстродействующей структурой защиты в ансамбле. Составляющая t_a представляет собой отрезок времени, достаточный для срабатывания реагирующего органа защиты при возникновении повреждения в пределах защищаемых зон. Составляющая t_{np} является принудительной выдержкой времени, реализуемой обычно с помощью органа выдержки времени и вводимой для отстройки от помех, способных привести к ложному срабатыванию реагирующего органа в нормальном режиме. Если же информация о срабатывании реагирующего органа непрерывно формируется в течение времени t_{np} , заведомо большего максимально возможной в данных условиях длительности помехи, это свидетельствует о возникновении к. з. в пределах защищаемых зон. В общем случае будет иметь место задержка t_3 срабатывания защиты, максимальное значение которой может достигать величины $(T - t_j)$, где t_j — время существования структуры, выявляющей возникшее к. з. соответствующего вида. Ясно, что с ростом числа структур в ансамбле увеличивается T , причем, в этом случае $T \gg t_j$. Поэтому можно считать, что $(t_3)_{\max} \leq T$. Отсюда вытекает требование: для сокращения доли t_3 в общем времени от момента возникновения до выявления и отключения к. з. необходимо выполнение условия

$$(t_3)_{\max} \leq T \leq t_{cpj},$$

где $t_{cpj} = (t_a)_j + (t_{np})_j$.

Современный уровень развития РЗ (особенно для автономных ЭЭС) позволяет реализовать структуры, которые за время $t_a = (0,5 - 1,0)$ мс способны проанализировать состояние контроли-

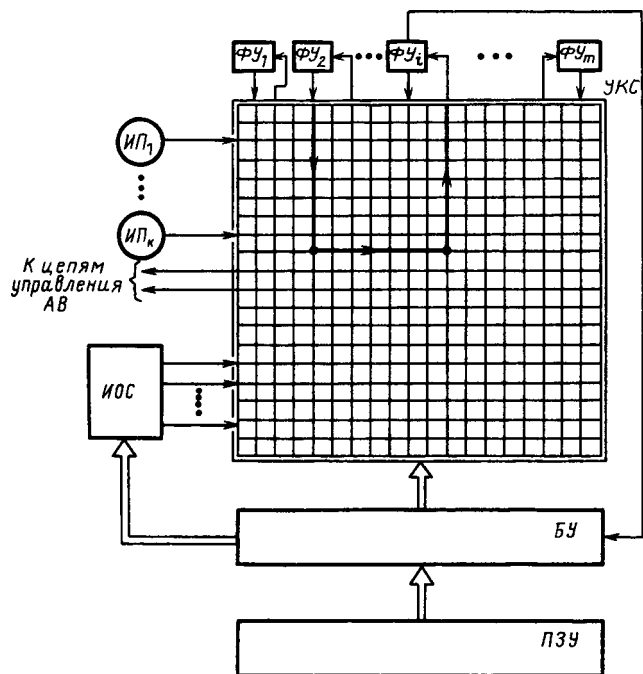


Рис. 4. Функциональная схема универсальной перестраиваемой защиты

руемых зон некоторых объектов. Электронные коммутирующие устройства обладают быстродействием порядка Δt_k (100—200) нс [9]. Таким образом, при заданном времени принятия решения, например, равном $t_{пр} = 50$ мс, технически возможно уже в настоящее время реализовать за время $T = 5$ мс ($T \ll t_a + t_{пр}$) до $T/(t_a + \Delta t_k) = (5-10)$ структур РЗ в одном ансамбле, что вполне достаточно для защиты сложных объектов.

Принимая во внимание тенденции развития элементной базы средств ВТ, следует ожидать в ближайшие годы дальнейшего увеличения их быстродействия. Это создает предпосылки для повышения эффективности гибких УРЗ либо за счет увеличения количества реализуемых структур, либо за счет допустимого усложнения алгоритмов защиты (увеличения времени анализа) при заданном числе реализуемых структур, либо за счет повышения их быстродействия. При необходимости расширения функциональных возможностей гибких устройств РЗ, например, с появлением новых принципов выявления повреждений, РЗ может быть оснащена соответствующими дополнительными функциональными устройствами в виде стандартных конструктивных модулей. Внешение дополнительных правил коммутации в ПЗУ позволит вводить в ансамбль новые структуры без нарушения конструкции исходной системы РЗ. Использование модульного принципа в конструкции подобных гибких защит даст также возможность их модернизации и ремонта путем замены одних модулей (функциональных узлов) другими без нарушения функций защиты в целом. Это обеспечивает удобство эксплуатации, высокую ремонтопригодность и надежность РЗ.

Изложенные принципы построения защит с перестраиваемой архитектурой разрабатывались для автономных энергосистем, однако могут быть использованы и для некоторых объектов объединенных ЭЭС, в частности, для систем электрообеспечения промышленных предприятий, характеризующихся достаточной степенью сосредоточенности объектов защиты. К возможности дальнейшего распространения в полном объеме принципов автоматической перестройки на защиты распределенных объектов в объединенных ЭЭС, таких как ЛЭП, следует относиться весьма осторожно, поскольку на общую надежность системы РЗ в этом случае преобладающее влияние будут оказывать характеристики надежности каналов передачи информации соответствующей протяженности. Наиболее целесообразно использовать рассмотренные принципы дискретного управления РЗ для автономных энергосистем с коммутационным токоограничением и изменяющимися структурой объекта и составом генераторных агрегатов [10].

Выводы. 1. Совершенствование архитектуры РЗ является одним из реальных путей выполнения требований, предъявляемых к защита

ных электроэнергетических объектов: расширения их функций, универсализации, повышения быстродействия, увеличения функциональной надежности и живучести. В универсальных гибких (программируемых) РЗ наряду с широко используемым программированием процедуры выявления к. з. целесообразно использовать программирование структуры РЗ, в частности, программирование коммутации функциональных узлов защиты.

2. Архитектура гибких РЗ, основанная на их автоматической перестройке непосредственно в процессе контроля защищаемых объектов, позволяет рационально сочетать цифровые и аналоговые устройства и обеспечивает универсальность структуры РЗ как в отношении различных выявляемых повреждений, так и в отношении защиты различных объектов, отличающихся конфигурацией схем и режимами работы.

3. По мере появления новых принципов выявления к. з., обеспечивающих повышение быстродействия РЗ, а также создания измерительных преобразователей тока с улучшенными динамическими характеристиками эффективность использования УРЗ с перестраиваемой архитектурой возрастает благодаря возможности увеличения общего количества структур в ансамбле защит и, как следствие, — повышения функциональной надежности РЗ. Дополнение набора функциональных узлов новыми модулями не приводит к нарушению основных связей в системе РЗ и делает возможным практически неограниченное развитие архитектуры системы защиты и наращивание ее функциональных возможностей без изменения технической структуры УРЗ.

4. Дальнейшее развитие гибких программируемых РЗ может происходить по пути перехода от системы с автоматической перестройкой структур по заданной программе к системам с автоматическим изменением критерия самонастройки в зависимости от состояния защищаемого объекта. Таким РЗ будут присущи черты кибернетических систем. Их отличием станет полная автоматизация выбора оптимального принципа выявления повреждения в зависимости от состояния защищаемого объекта, определения закона настройки архитектуры РЗ, поиска свободных функциональных узлов и их композиций в структуру.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Реализация программных защит на микропроцессорной элементной базе / В. П. Морозкин, А. М. Федосеев, Ю. А. Барабанов, В. Н. Новелла — Электротехника, 1986, № 8.
2. Барабанов Ю. А. Использование цифровой вычислительной техники для выполнения функций релейной защиты. — Электричество, 1979, № 12.
3. Михайлов В. В., Сычев В. А., Ханжиев А. С. Гибридные релейные защиты с гибкой структурой. — Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы. Технич. науки, 1985, № 2.
4. Каляев А. В. Многопроцессорные системы с программируемой архитектурой. — М.: Радио и связь, 1984.

5. Волик Б. Г., Рябинин И. А. Эффективность, надежность и живучесть управляющих систем. — Автоматика и телемеханика, 1984, № 12.

6. Жуковский Ю. Г., Кириевский Е. В., Фоменко Г. П. Сравнительный анализ токовых защит сети постоянного тока. — В кн.: Приборы и устройства автоматики / Тр. Новочеркасского политех. ин-та, 1974, вып. 292.

7. Морозкин В. П., Кириевский Е. В., Михайлов В. В. Критерий перестройки микропроцессорных релейных защит с программируемой коммутацией. — Изв. Северо-Кавказского

научного центра высшей школы. Технич. науки, 1987, № 4.

8. Баранов А. П. Автоматическое управление судовыми электроэнергетическими установками. — М.: Транспорт, 1981.

9. Кодачигов В. И. Электронная коммутация информационных каналов. — Ростов-на-Дону, Изд-во Ростовского ун-та, 1983.

10. Журавлёв В. Г. Дискретно регулируемые агрегаты в энергетике. — Электричество, 1987, № 5.

[06.04.88]

УДК 621.039.6.001.24:621.318.3

Структура и оптимальные параметры секционированных индуктивных накопителей для импульсного питания больших магнитов

АЗИЗОВ Э. А., ЛОТОЦКИЙ А. П.

Москва

Введение. Как правило, схема импульсного источника энергии разрабатывается для определенной нагрузки с известными требованиями к параметрам импульса. Если нагрузка — импульсный магнит, а источник — индуктивный накопитель (ИН), то выбор структурной схемы ИН и параметров его элементов представляет непростую задачу.

В последние годы выполнен цикл работ по так называемым слабодиссипативным системам передачи магнитной энергии, например [1—3], в которых генерация тока в индуктивной нагрузке реализуется за N последовательных шагов переключений, производимых в контурах секционированного ИН. Это позволяет достичь к. п. д. устройства, существенно превышающего известное теоретическое ограничение 0,25 при различных подходах к выбору исходной структуры ИН. Действительно, в [1] исследованы возможности ИН с параллельно включаемыми секциями, в [2] рассмотрена система типа «магнитный хлыст» с последовательно соединенными секциями ИН, которые поочередно отключаются в процессе передачи энергии. Предельно достижимые с помощью этих устройств к. п. д. анализировались в [3] без учета каких-либо технических ограничений на элементы ИН.

Объективная точка зрения на структуру слабодиссипативных систем передачи магнитной энергии еще не выработана. Настоящая статья — результат первого шага работы, проводимой в данном направлении. Актуальность исследований определяется требуемыми большими мощностями (порядка 10^{10-11} Вт) для питания энергоемких (0,1—1 ГДж) магнитных систем в термоядерных и других физических установках.

Общий принцип слабодиссипативных систем передачи магнитной энергии. Выбор критериев

согласования. Перед проведением сравнительного анализа структурного решения ИН убедимся в том, что различные схемы реализуют один и тот же принцип высокоэффективной передачи энергии, и определим критерии, по которым можно судить о качестве согласования ИН с импульсным магнитом-нагрузкой.

В первую очередь определим две величины: к. п. д. $\eta = W_n/W_0$ передачи энергии в магнит и относительные потери энергии $Q = W_p/W_0$ в размыкателях ИН (W_0 — начальный запас энергии). Для эквивалентной схемы, показанной на рис. 1, уравнения

$$L_{ин}I_0^2 = L_n I_n^2(t) + L_{ин} I_{ин}^2(t) + 2QW_0;$$

$$L_{ин}I_0 = L_n I_n(t) + L_{ин} I_{ин}(t)$$

описывают передачу энергии из накопителя $L_{ин}$ в нагрузку L_n , осуществляемую при прерывании тока с помощью размыкателя R . Для начальных условий $I_{ин}(0) = I_0$, $I_n(0) = 0$ окончании процесса соответствует $I_{ин} = I_n$. Переходя к безразмерным величинам энергии и обозначая через $\lambda = L_n/L_{ин}$ параметр согласования индуктивностей, имеем

$$Q = \frac{\lambda}{1+\lambda}; \quad \eta = \frac{Q}{1+\lambda}.$$

Всевозможным значениям $0 < \lambda < \infty$ соответствует кривая 1 на рис. 2, демонстрирующая ограничение $\eta_{\max} \leq 0,25$. Здесь принципиально важным является определение характера энергетической траектории системы в процессе переключения тока. Для выяснения ее особенностей достаточно качественного анализа плотностей потоков энергии на рис. 1. Для простоты положим, что все элементы системы соединены двухпроводными шинами идентичной геометрии, сопротивление которых пренебрежимо мало. Тогда в силу эквивалентности шин вектор Пойнтинга \vec{P} про-

порционален току I . Интегрируя плотности потоков энергии по идентичным сечениям двухпроводных линий, получаем

$$\dot{\eta}/\dot{Q} = d\eta/dQ = I_n/I_R.$$

Согласно этому соотношению в начале процесса любая энергетическая траектория 3_i на рис. 2, соответствующая параметру λ_i согласования индуктивностей, «стелется» по оси абсцисс, пока ток нагрузки I_n близок к нулю. Затем с ростом I_n крутизна траектории увеличивается и при подходе к кривой 1, где $I_R \rightarrow 0$, угол с осью абсцисс составляет $\pi/2$.

Таким образом, конечные участки траекторий энергетически выгодны для передачи магнитной энергии с малыми потерями. Для организации системы слабодиссипативной передачи необходимо теперь лишь реализовать регулярный переход системы из конечных точек 3_i в промежуточные точки 3_{i+1} траекторий при условии монотонного возрастания λ_i . Для этого достаточно провести переключение элементов $L_{ин}$ или L_n таким образом, чтобы уменьшить первую индуктивность или увеличить вторую. Для наглядности приведем построение реальной траектории системы на графике, установившись, что каждый шаг передачи магнитной энергии разобьем на два этапа: 1) переключение индуктивностей с появлением разностного тока в размыкателе R на рис. 1; 2) уравнивание токов, сопровождающееся собственно передачей и рассеянием энергии. Здесь лишь второй этап соответ-

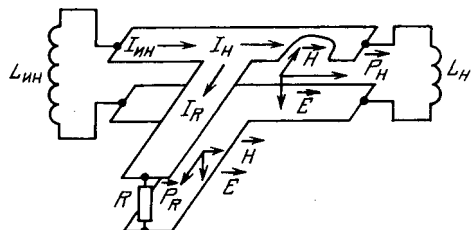


Рис. 1. Эквивалентная схема передачи магнитной энергии из накопителя $L_{ин}$ в нагрузку L_n

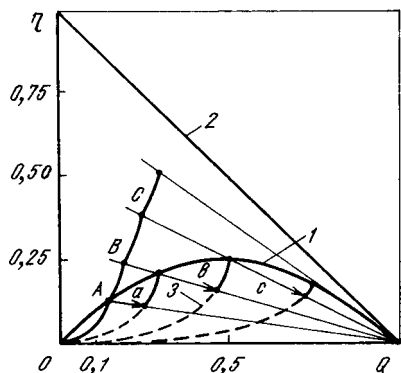


Рис. 2. Энергетическая диаграмма передачи магнитной энергии:

1 — η при одношаговом переключении тока; 2 — безразмерная магнитная энергия системы $(W_0 - Q)/W_0$; 3 — энергетические траектории системы при переключении тока

ствует энергетической траектории, в то время как первый соответствует $\eta = \text{const}$ и $Q = \text{const}$ и нужен для определения промежуточных точек траекторий 3_{i+1} . Условиям первого этапа частично удовлетворяет луч, проведенный из конечной точки 3_i в правый нижний угол графика. Для каждого из таких лучей отношение $\eta/(1 - Q) = \text{const}$ и его пересечение с траекторией 3_{i+1} дает промежуточную точку $(i+1)$ -го шага. Однако координаты этой точки должны быть нормированы, так как мы устраняем начальные участки траекторий с большими ΔQ . Нормировка производится сшиванием участков 3_i и 3_{i+1} при подобном переносе последнего вдоль соответствующих лучей.

Процесс передачи магнитной энергии можно продолжать до момента, пока возможности переключения индуктивностей не будут исчерпаны, а параметр λ не станет достаточно большим. Очевидно, что при протекании полного тока в цепи рис. 1 условие $L_n > L_{ин}$ необходимо для передачи большей части энергии, однако одновременно число шагов процесса и сама последовательность λ_i должны обеспечить малые потери энергии Q . В общем случае система должна быть оптимизирована и выбор критериев оптимизации должен исходить из целевого назначения ИН. В предыдущих публикациях по слабодиссипативным системам передачи магнитной энергии [3—5] в основном рассматривалась их эффективность, однако один лишь к. п. д. не определяет целесообразность использования ИН, так как его функциональное назначение — усилитель мощности.

Развиваемую на нагрузке мощность P_n как и к. п. д. можно охарактеризовать безразмерным параметром $p = P_n/NP_R$, где NP_R — суммарная мощность всех N размыкателей тока ИН. При этом следует ожидать, что коэффициент мощности p существенно сильнее зависит от выбора структуры системы, чем к. п. д. В целом для сравнения небольших импульсных систем с ИН предлагается использовать энергетический параметр $P_{эн} = \eta p$. При выборе структуры крупных импульсных источников для магнитных систем с $W_n > 10$ МДж на один из первых планов выдвигается вопрос стоимости комплекса, поэтому подход к сравнительным оценкам должен быть иным. Мы рассмотрим этот случай в конце статьи.

Для структуры систем слабодиссипативной передачи магнитной энергии и зависимость характеристик системы от параметров размыкателей тока. На рис. 3 показана структура секционированного ИН с переключением секций из последовательного соединения в параллельное. На основании полученных выше результатов, а также исследований [1] наибольший к. п. д. может быть достигнут при наибольшем возможном числе шагов, допускаемых системой, т. е. при N -ступенчатом переключении схемы. Поэтому каждый шаг должен соответствовать срабатыванию лишь одного коммутирующего модуля (один размыкатель

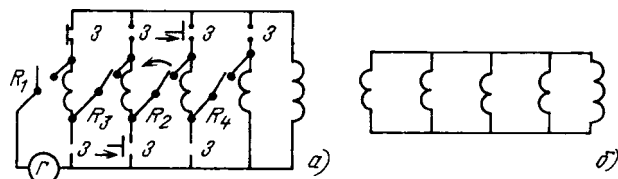


Рис. 3. Система передачи магнитной энергии с переключением секций ИН в параллельное соединение: а и б — начало и конец вывода энергии; Г — зарядное устройство; З — замыкатели тока; R — размыкатели (индекс при размыкателях указывает порядок срабатывания)

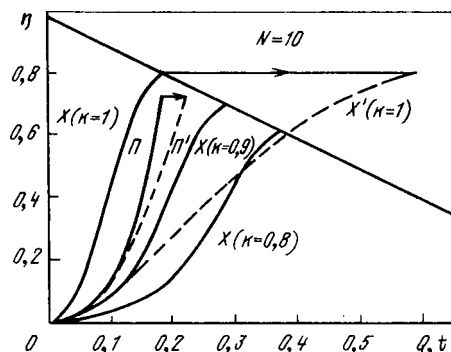


Рис. 4. Характеристики систем передачи магнитной энергии: П — параллельная схема; X — система «магнитный хлыст» (время t дано в условных единицах W_0/P_{np})

и два замыкателя). Вместе с тем необходимо стремиться к однородному распределению токов по секциям ИН [1], для чего по возможности следует поддерживать однородную структуру параллельных цепей ИН в течение всего процесса. Полностью выполнить второе условие при ограниченной величине N невозможно, но реализуемая периодическая симметризация цепей ИН, рассмотренная в приложении, хорошо ему соответствует. Тогда для расчетов можно положить $\lambda_i = \lambda_N (i/N)^2$.

Для построения диаграммы процесса передачи магнитной энергии запишем алгоритм вычисления промежуточных значений переданной и рассеянной энергии, полученный аналогично [1] и приведенный к простому виду:

$$\left. \begin{aligned} \eta_n &= \lambda_N \left\{ \prod_{i=1}^n \left[\frac{N^2 + i(i-1)\lambda_N}{N^2 + i^2\lambda_N} \right]^2 \right\} \frac{i^2}{N^2}; \\ Q_n &= \sum_{i=1}^n \eta_{i-1} \frac{N^2}{(i-1)^2(N^2 + \lambda_N i^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Для общности во втором выражении системы (1) надо устранить неопределенность, полагая при $i=1$ величину $\eta_{i-1} = \lambda_N / N^2$. Тогда

каждый член суммы будет соответствовать доле энергии, рассеиваемой в очередном сработавшем размыкателе ИН.

Ограничившись небольшим числом секций N (например $N=10$), представим на рис. 4 зависимость $\eta(Q)$ при $\lambda=7$. Соответствующая кривая нанесена сплошной линией, обозначенной знаком «п» (параллельная схема).

Структура системы «магнитный хлыст», два варианта которой показаны на рис. 5, резко отличается от только что рассмотренной. При передаче энергии в обеих системах идентичен первый шаг подключения нагрузки к заряженному ИН. Этот шаг, как мы видели из диаграммы рис. 2, во всех случаях имеет тривиальный характер декомпрессии энергии в системе и здесь $Q > W_n$. Второй и последующие шаги переключения тока осуществляются размыкателями R_2, R_3, \dots, R_N , которые для простоты на схеме рис. 5 условно механически связаны с замыкателями следующих секций. Эти размыкатели поочередно обеспечивают секции ИН, генерируя в замкнутом контуре э. д. с. индукции. Результирующий ток нарастает при каждом отключении, если коэффициент взаимной индуктивности между секциями ИН велик.

Оптимальный набор собственных индуктивностей отдельных секций (не будем требовать их равенства, как для [1]) соответствует условию

$$L_n = L_n \left[\operatorname{tg} \frac{\pi(N-n+1)}{2(N+1)} - \operatorname{tg} \frac{\pi(N-n)}{2(N+1)} \right], \quad (2)$$

так что полная индуктивность ИН на n -м шаге процесса передачи энергии

$$L_{nn} = \sum_{i=n}^N (L_i + \sum_{j \neq n}^N M_{ij}).$$

Здесь M_{ij} — взаимная индуктивность секций i и j , зависящая от коэффициентов взаимоиндукции k_{ij} , в общем случае меньших единицы. Потери энергии в размыкателях и к. п. д. можно вычислить, используя предыдущие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \eta_n &= L_n / L_{nn1} \left[\frac{L_n}{L_{nn1} + L_n} \right]^2 \sum_{i=2}^n \left[\frac{L_n + L_{nni} + M_{i-1}}{L_n + L_{nni}} \right]^2; \\ Q_n &= 1 - \frac{L_{nnn} + L_n}{L_n} \eta_n. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для упрощения мы ввели обозначение $M_{i-1} = \sum_{j=i}^N \sqrt{L_{i-1} L_j} k_{i-1,j}$.

Энергетическая диаграмма, реализуемая этой системой, также представлена на рис. 4. Отличительная особенность ИН с такой структурой — резкое влияние величины коэффициентов взаимоиндукции на к. п. д. Так, уже при $k_{ij}=0,9$, что технически трудно реализовать даже для соседних секций, потери энергии Q_n увеличи-

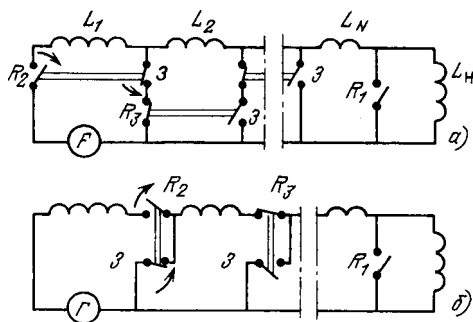


Рис. 5. Система «магнитный хлыст»: а — зарядка ИН производится через размыкатели R_1 и R_2 ; б — зарядка через все R_i

ваются на 50 %. Расчеты показывают, что если для всех секций положить $k_{ij} = \text{const}$, то максимальный к. п. д. достаточно точно следует линейной зависимости $\eta = k_{ij}\eta_{\text{max}}$, η_{max} при $k_{ij} = 1$.

Приведенные выше данные недостаточны для сравнения и выбора системы, так как не отражают временных характеристик процесса передачи и мощности систем.

Введем в рассмотрение параметры размыкателей тока, обычно являющихся «критическими» элементами ИН. Характерным критическим параметром для размыкателя является его максимальная электрическая прочность. Положим, что наибольшее напряжение на выводах размыкателя не может превышать U_m , хотя для каждой из систем эта величина может быть выбрана своя. Теперь оговорим, что так называемая приведенная мощность размыкателей $P_{\text{пр}} = U_m I_{R0}$, где I_{R0} — максимальная величина тока размыкателя, одинакова для обеих систем. Покажем, что в любом случае реально используемая мощность размыкателя в системе меньше $P_{\text{пр}}$, разность зависит от структуры системы и от выбора ее параметров.

Для равномодульной системы передачи магнитной энергии с параллельным переключением секций напряжение на размыкателях и нагрузке может поддерживаться равным U_m в течение всего процесса. В то же время значение тока, коммутируемого каждым размыкателем, уменьшается к концу процесса вместе со средним значением тока в секциях ИН. С достаточной точностью уменьшение тока к i -у шагу процесса можно положить согласно [1] равным

$$I_R \approx I_0 [1 + \lambda_N (i/N)^2]^{-0.5}. \quad (4)$$

Тогда график «П'» на рис. 4, представляющий $\eta(t)$, где в качестве масштаба времени выбрана величина $t' = W_0/P_{\text{пр}}$, лишь немного отклоняется от графика «П» вправо. Расчет проведен при значении параметра $\lambda = 7$. В соответствии с замечанием в разделе 2 теперь проведем оптимизацию системы по энергетическому параметру $P_{\text{эн}}$, варьируя λ . Для наглядности используем не (1), а формулу

$$\eta(\lambda, N) = \frac{\lambda}{1 + (1 + 1/2N)\lambda} \left(1 - \frac{1}{2N} \sqrt{\lambda} \arctg \sqrt{\lambda} \right), \quad (5)$$

аналог которой получен аналитически в [1], а в данном уточненном виде обеспечивает хорошую точность результата для произвольных значений N вплоть до $N=1$. Оценив потери энергии из (5)

$$Q_N \approx 1 - \eta(\lambda, N) \frac{\lambda + 1}{\lambda},$$

получим:

$$P_{\text{эн}} = \eta \frac{P_{\text{н}}}{NP_{\text{пр}}} = \frac{\eta^2}{NQ_N} = \frac{\eta^2}{N[1 - \eta(\lambda + 1)/\lambda]}. \quad (6)$$

Графики $\eta p = f(\eta)$ приведены на рис. 6 для разных значений N (штриховые линии), соответствующие величины параметров $\lambda_{\text{опт}}$ показаны в таблице. Характерная форма графика — лепесток — обусловлена тем, что каждое значение η достигается дважды: при $\lambda < \lambda'$ и $\lambda > \lambda'$, если $\eta(\lambda') = \eta_{\text{max}}$. Нижняя ветвь лепестка соответствует режиму с повышенными потерями энергии и не является рабочей. Сплошной линией на рис. 6 отмечен график для $N=16$, рассчитанный по формулам (1). Небольшое отличие объясняется учетом точной зависимости типа (4). Обратим внимание, что значения параметров согласования индуктивностей $\lambda_{\text{опт}}$, соответствующие максимуму $P_{\text{эн}}$, слабо зависят от N , а параметр мощности p лежит в ограниченном интервале: $0,6 < p < 0,67$.

Теперь обратимся к системе на рис. 5. Она может быть реализована в двух вариантах, не различающихся между собой по к. п. д. при равных индуктивностях секций и нагрузке. Вариант 5, а обладает тем преимуществом, что при зарядке ИН контакты размыкателей обесточены и не вносят дополнительного сопротивления в цепь зарядки. Однако такое преимущество оборачивается недостатком при выводе энергии в нагрузку. Пусть коэффициенты взаимной индуктивности $k_{ij} =$

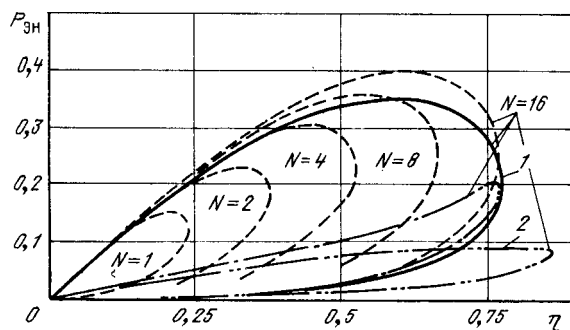


Рис. 6. Сравнение систем передачи магнитной энергии по энергетическому параметру $P_{\text{эн}} = \eta p$: — — — аналитический расчет для параллельной схемы ИН; — — — численный расчет; — — — «магнитный хлыст» с $L_i = \text{const}$;

| Число секций ИН N | Параметры системы передачи энергии | | | |
|---------------------|------------------------------------|----------------|----------------|-----------------|
| | $P_{эп}$ | η | ρ | $\lambda_{опт}$ |
| 1 | 0,148 (0,125) | 0,22 (0,25) | 0,67 (0,50) | 0,5 (1,0) |
| 4 | 0,300 (0,231) | 0,45 (0,53) | 0,67 (0,44) | 1,2 (3,2) |
| 8 | 0,358 (0,253) | 0,55 (0,67) | 0,65 (0,38) | 1,6 (5,8) |
| 16 | 0,396 (0,250) | 0,61 (0,77) | 0,64 (0,32) | 1,9 (10) |
| 30 | 0,420 (0,231) | 0,65 (0,84) | 0,64 (0,27) | 2,1 (16,1) |
| 50 | 0,430 (0,209) | 0,67 (0,89) | 0,63 (0,23) | 2,2 (23,4) |

В числителе указаны значения параметров при оптимизации по $P_{эп}$, в знаменателе — при оптимизации по η .

$=1$. Тогда при срабатывании размыкателя R на его контактах генерируется напряжение U_{Ri} соответствующее произведению числа витков m_{i-1} индуктивности L_{i-1} на напряжение обхода по витку $U_{обх}$. Электрическая прочность U_m размыкателя R_2 ограничивает значение U_{Ri} величиной

$$U_{Ri} = U_m \frac{m_{i-1}}{\sum m_j}.$$

В общем случае коэффициент снижения напряжения $k_u = U_{Ri}/U_m$ можно получить из уравнений Кирхгофа в виде

$$k_u = \frac{L_{i-1} L_{ин i}}{\sum (M_{1i} M_{i-1} - M_{j,i-1} L_{ин i} + M_{j,i-2} L_{ин})},$$

при ранее введенных упрощениях:

$$k_u = \frac{\sqrt{L_{i-1}}}{\sum \sqrt{L_j}}.$$

Для набора индуктивностей секций, определяемого по (2), уже на третьем шаге $k_u \ll 1$. Реально развиваемая выключателем мощность ограничена соотношением

$$P_R = U_R I_R = k_i \frac{L_{i-1}}{\sum \sqrt{L_j}} I_0 U_m = P_{пр} k_p,$$

где k_p — коэффициент снижения мощности; k_i — коэффициент усиления тока в системе.

Для схемы рис. 5, в при тех же величинах индуктивностей секций ИН коэффициент k_i имеет то же значение, а $k_u = \sqrt{L_{i-1}}/L_1$. Очевидно, что значения k_p здесь выше, поэтому данный вариант системы «магнитный хлыст» используем для сравнения с параллельной схемой. Он исследован численно при анализе уравнений (3). Для $L_n = f(n)$ в виде (2) на рис. 6 приведен график 2, соответствующий $N=16$. Сравнивая его с кривой 1, видим, что схема «магнитный хлыст» ИН предъявляет

ет более жесткие требования к электрической прочности размыкателей тока. По этой причине для данной схемы время вывода энергии резко возрастает (см. рис. 4).

Заметим, что устранить перенапряжения на размыкателях несложно и для этого достаточно положить в отличие от (2) $L_n \equiv L_1$, однако при этом вступает в силу ограничение на мощность размыкателя $P_R < I_0 k_i U_R$. Энергетическая характеристика данного случая приведена на рис. 6.

Таким образом, система ИН с параллельным включением секций оказывается предпочтительнее как с точки зрения технологичности изготовления ИН, так и по обеспечению требований, предъявляемых к размыкателям тока.

Проведенный в этом разделе анализ по энергетическому параметру $P_{эп}$ систем слабодиссипативной передачи магнитной энергии — основа для оптимизации подобных устройств со сравнительно небольшим (до 20 МДж) запасом энергии.

Импульсные генераторы магнитных полей с ИН и энергией больше 100 МДж. Для импульсных магнитных систем крупных термоядерных установок, обладающих энергоемкостью от 100 МДж до нескольких ГДж [6, 7] ИН рассматриваются как перспективные источники питания. Определенные успехи в передаче магнитной энергии ИН порядка 10 МДж за секунды уже достигнуты сейчас при использовании тиристорных преобразователей [8]. Импульсная передача с существенно большей мощностью (порядка 10^{10-11} Вт) — сфера применения индуктивных систем, обсуждаемых в данной статье.

Вместе с тем при выборе параметров ИН для подобных систем в первую очередь следует учитывать экономическую сторону. Стоимость энергоблока с начальной запасенной энергией W_0 и суммарной мощностью коммутаторов $NP_{пр}$ зависит от эффективности использования этих величин на нагрузке. Для нее будем считать заданными вклад энергии W_n и требуемую мощность P_n . Полагая, что c — стоимость запасенного в ИН одного джоуля энергии и d — стоимость коммутатора тока на 1 ватт развиваемой мощности, представим стоимость энергоблока как сумму:

$$M = \frac{cW_n}{\eta} + \frac{dP_n}{\rho} = \frac{cpW_n + d\eta P_n}{\eta\rho}. \quad (7)$$

В этом выражении функциональная часть является отношением периметра некоторого прямоугольника к его площади. Минимальное значение достигается при $cW_n\rho = dP_n\eta = D$. Это соотношение непосредственно связано с заданным временем ввода энергии в нагрузку $\tau_n = W_n/P_n = d\eta/c\rho$. При любом фиксированном N оно определяет отношение η/ρ , а следовательно и параметр согласования индуктивностей λ_n . Далее необходимо обосновать выбор величины N , которая определяет сложность системы передачи энергии.

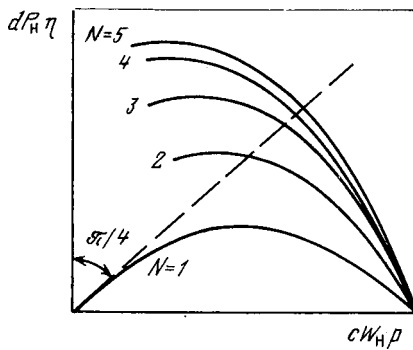


Рис. 7. Диаграмма для выбора числа секций ИН по минимальной стоимости системы

Используя зависимость $p(\eta)$, полученную из выражения (6) при подстановке в него (5), можно построить для фиксированных значений N семейство кривых $dP_n \eta = f(cW_n p)$. На рис. 7 точка пересечения каждой кривой с лучом, проведенным из начала координат под углом $\pi/4$, есть оптимальная точка системы с выбранным значением N . При отношении $dP_n/cW_n < 1$ (а обычно стоимость коммутаторов ниже стоимости накопительных катушек) и малых N такая точка может отсутствовать (как видно, например, на рис. 7 для $N=1$). Для оптимумов при больших N значение D растет, а стоимость системы M падает с ростом N .

Ограничение N сверху должно следовать из необходимости учета эксплуатационных расходов по обслуживанию размыкателей, которые для мощных систем с ИН представляют собой аппараты разового действия и требуют, как правило, замены разрушаемых элементов. Пусть f — стоимость одного цикла обслуживания одного размыкателя, а запланированный ресурс работы системы питания — l полномасштабных импульсов. Тогда полная стоимость с учетом (7)

$$M^* = M + M_3 = \frac{2cW_n}{\eta} + Nlf.$$

Из условия $dM^*/dN=0$ получим

$$lf = \frac{2cW_n}{\eta^2} \frac{d\eta}{dN}.$$

Используя стандартные приемы регрессивного анализа, при любом значении выбранного отношения $\eta/p = \frac{cW_n}{dP_n}$ легко показать, что в широком диапазоне изменения N к. п. д. с хорошей точностью представляется функцией $\eta = \alpha - \beta N^{-\gamma}$, где $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ [1].

Тогда условие

$$lf = \frac{2cW_n \beta \gamma}{(\alpha - \beta N^{-\gamma})^2 N^{1+\gamma}}$$

определяет оптимальное число секций N накопителя и модулей коммутаторов тока.

Таким образом, для крупных установок с ограниченным числом полномасштабных циклов работы (например для токамаков типа [7] $l = 10^3 \div 10^4$) целесообразно создавать комплексы питания с относительно сложной структурой ИН ($N \gg 1$). При этом за счет увеличения параметра P_n достигается экономия капитальных затрат при умеренных эксплуатационных расходах.

В каждом конкретном случае вышеприведенный полукачественный подход надо детализировать, опираясь на систематизированные данные как о магнитных катушках, так и об используемых в настоящее время коммутаторах тока. В удельную стоимость s надо ввести затраты на источники зарядки ИН. Кроме того, необходимо располагать данными о надежности работы коммутаторов в многомодульном устройстве. В случае значительных активных потерь энергии при формировании относительно длинных импульсов тока в магнитных системах данный анализ можно развить, используя публикацию [5].

Выводы. 1. Системы слабодиссипативной передачи магнитной энергии при различной структуре реализуют единый принцип, а эффективность дискретного процесса в основном определяется последовательностью $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ значений параметра согласования индуктивностей, соответствующих каждому из N производимых переключений токовых контуров.

2. Как с точки зрения технологичности изготовления ИН, так и по критерию минимизации требований к параметрам размыкателей тока система передачи с последовательно-параллельно включаемыми секциями ИН оказывается предпочтительнее, нежели система с отключением секций типа «магнитный хлыст».

3. Секционированный ИН — импульсный генератор магнитных полей для диапазона энергии до 20 МДж целесообразно оптимизировать по энергетическому параметру — произведению к. п. д. на выходную мощность, определенную в относительных единицах суммарной разрывной мощности используемых выключателей тока.

4. Для крупных комплексов питания импульсных магнитных систем можно провести минимизацию стоимости при заданных характеристиках импульса энергии на основе вышеприведенных соотношений.

Приложение. В общем виде эквивалентная индуктивность L_i накопителя с i параллельно включенными индуктивностями L'_m ($m' \leq i, 1 \leq i \leq N$)

$$L_i = \frac{L'_1 L'_2 \dots L'_i}{L'_1 L'_2 \dots L'_{i-1} + L'_1 L'_2 \dots L'_{i-2} L'_i + \dots L'_2 L'_3 \dots L'_i}.$$

Порядок переключения секций предполагает, что любые две индуктивности из L'_m могут быть либо равны, либо различаться между собой вдвое (пусть $N = 2^k$, k — целое число). При переходе от

i -го шага к $(i+1)$ -му лишь одна из L'_m превращается в параллельную цепь из двух индуктивностей величиной $L'_m/2$. Предположим, что это, например, L'_1 . Тогда

$$L_{i+1} = \frac{0,5L'_1 \cdot 0,5L'_1 L'_2 \dots L'_i}{0,5L'_1 \cdot 0,5L'_1 L'_2 \dots L'_{i-1} + 0,5L'_1 \cdot 0,5L'_1 L'_2 \dots L'_{i-2} L'_i + \dots} =$$

$$= \frac{0,25L'_1 (L'_1 \dots L'_i)}{0,25L'_1 (L'_1 \dots L'_{i-1} + \dots + L'_2 \dots L'_i) + 0,75L'_1 \dots L'_i}.$$

Отсюда видно, что

$$\frac{1}{L_{i+1}} = \frac{1}{L_i} + \frac{3}{L'_i}.$$

При $i = N/2$ указанный порядок обеспечивает условие $L'_1 = L'_2 = L'_3 = \dots = L'_i = 2L$, где L — индуктивность одной секции. Поэтому

$$\frac{1}{L_{N/2+i}} = \frac{1}{L_{N/2}} + \frac{3j}{2L},$$

и обозначив $j = i - N/2$ для $i > N/2$, имеем

$$\frac{1}{L_i} = \frac{1}{L_N} \left(\frac{3i}{2N} - \frac{1}{2} \right), \quad \lambda_i = \lambda_N \left(\frac{3i}{2N} - \frac{1}{2} \right).$$

Для области переключений $N/4 < i < N/2$ в последней формуле заменим N на $N/2$ и т. д. Тогда значения λ_i при описанном порядке переключения, обеспечивающем квазисимметризацию цепей ИН, лежат на хордах, вписанных в параболу

$x = \lambda_N (i/N)^2$, совпадая с последней в точках $i = N/2, N/4, N/8$ и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лотоцкий А. П. Об эффективности передачи магнитной энергии из индуктивных накопителей. — Электричество, 1985, № 6, с. 64—65.
2. Inductive energy transfer circuit proof of principle experiment / O. Zucker, J. Long, K. Linder et. al. — Rev. Sci. Instrum., 1986, vol. 57, N 5.
3. Проблемы высокоэффективной передачи энергии из индуктивного накопителя в индуктивную нагрузку / А. С. Дружинин, В. Г. Кучинский, Б. А. Ларионов и др. — Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез, 1987, № 1, с. 50—56.
4. Повышение эффективности вывода энергии из индуктивного накопителя в схемах умножения тока / А. В. Мазулин, В. И. Нехаев, Г. В. Рябцев и др. Доклады 3-й всесоюзной конференции по инженерным проблемам термоядерных реакторов. Июнь, 20—22, 1984, Ленинград. — М.: ЦНИИатоминформ, 1984, т. 3, с. 134—141.
5. Лотоцкий А. П. Генерация сильных магнитных полей в камере термоядерной установки с адиабатическим сжатием плазмы. Доклады 3 всесоюзной конференции по инженерным проблемам термоядерных реакторов. Июнь, 20—22, 1984, Ленинград. — М.: ЦНИИатоминформ, 1984, т. 3, с. 127—133.
6. Основные физические и инженерные проблемы создания токамака с сильным полем и адиабатическим сжатием плазмы / Э. А. Азизов, Ю. А. Алексеев, Н. Н. Бревнов и др. — Атомная энергия, 1982, т. 52, с. 108—112.
7. Велихов Е. П., Глебов И. А., Глухих В. А. Некоторые электротехнические проблемы управляемого термоядерного синтеза. — Электротехника, 1981, № 1, с. 2—6.
8. Energy transfer experiments between 3 MJ and 4 MJ pulsed superconducting magnet / T. Onishi, H. Tateishi, K. Komuro et. al. — IEEE Trans. Magn., 1985, vol. 21, N 2. [26.12.88]

УДК 621.314.5.001.8

Математическое моделирование электромагнитных процессов в преобразовательной системе с трехфазным автономным инвертором тока

МЕРАБИШВИЛИ П. Ф., доктор техн. наук, КОХРЕИДЗЕ Г. К., канд. техн. наук

Грузинский политехнический институт

В связи с широким применением полупроводниковых преобразователей требуются непрерывное совершенствование известных и разработка новых, более удобных для инженерной практики, методов расчета переходных и стационарных электромагнитных процессов в цепях с вентильными преобразователями.

В статье предлагаются аналитический метод исследования и результаты расчета динамики электромагнитных переходных процессов в преобразовательной системе (ПС), состоящей из трехфазного автономного инвертора тока, трехфазного трансформатора, несимметричной статической нагрузки, с учетом основных параметров трансфор-

матора (рис. 1). Исследование ведется на основе использования комплексных преобразований фазных величин, известных из общей теории электрических машин с управляемым полупроводниковым коммутатором [1], и спектрально-операторного метода, разработанного в теории электрических цепей с вентилями [2]. Переход от фазных переменных к комплексным осуществляется методом комплексных преобразований переменных. Комплексные уравнения составлены относительно токов и напряжений обмоток, а не фаз, что позволяет значительно упростить математическую модель многофазных цепей со стороны цепи переменного тока преобразователя с уче-

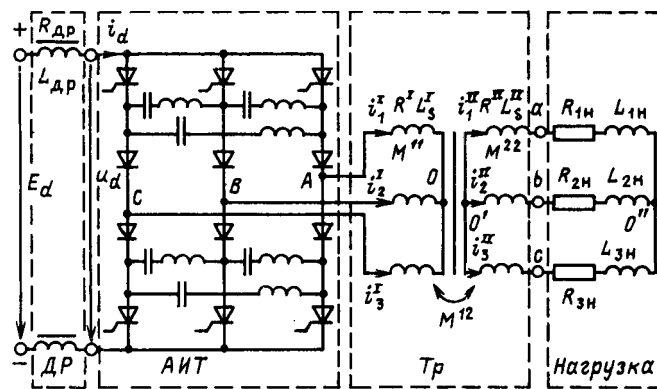


Рис. 1. Схема преобразовательной системы «инвертор — трансформатор — нагрузка»

том индуктивности рассеяния и омического сопротивления обмоток трансформатора. Спектрально-операторный метод позволяет получить в удобной форме математическую модель нелинейного вентильного устройства, описывающую весь период переходного процесса, избегая проведения поинтервального расчета [3, 4].

При исследовании ПС приняты известные допущения: вентили идеальны, трансформаторы и дроссель рассматриваются как линейные элементы и $\alpha = \text{const}$, $\gamma \leq \frac{\pi}{3}$.

Одновременное использование метода комплексных преобразований и спектрально-операторного метода с учетом этих допущений позволяет нелинейную задачу свести к линейной и получить систему линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно результирующих комплексных электрических величин. Общее решение полученной системы позволяет найти аналитические выражения основных электрических величин, которые удобны для проведения инженерных расчетов.

При глубоких и аварийных режимах работы ПС применение предлагаемого метода ограничено в связи с прерыванием тока на входе и изменением режимов работы вентиля. Однако анализ таких режимов работы ПС может быть произведен методом припасовывания с применением комплексных преобразований фазных величин.

В схеме рис. 1 приняты следующие обозначения:

$R_{др}, R^I, R^{II}, R_{кн} (k=1, 2, 3), L_{др}, L^I, L^{II}, L_{кн} (k=1, 2, 3)$ — активные сопротивления и индуктивности дросселя, трехфазного трансформатора и нагрузки соответственно; E_d, i_d — входные напряжения и ток преобразователя; $i_k^I, u_k^I; i_k^{II}, u_k^{II} (k=1, 2, 3)$ — фазные токи и напряжения первичных и вторичных обмоток трансформатора; M^{11}, M^{22}, M^{12} — соответственно максимальная взаимная индуктивность между двумя фазами пер-

вичной и вторичной обмоток и между одной фазой первичной и одной фазой вторичной обмоток трансформатора; u_d — входное напряжение автономного инвертора тока.

Для исследования электромагнитных процессов составим полную математическую модель ПС по мгновенным значениям электрических величин. Для этого напомним дифференциальные уравнения электрического равновесия со стороны входа инвертора тока, трехфазного трансформатора и трехфазной несимметричной нагрузки:

$$\left. \begin{aligned} E_d &= 2R_{др}i_d + 2L_{др}\frac{di_d}{dt} + u_d; \\ u_k^I &= R^I i_k^I + \frac{d\Psi_k^I}{dt}; \\ -u_k^{II} &= R^{II} i_k^{II} + \frac{d\Psi_k^{II}}{dt}; \\ u_{кн}^{II} &= i_k^{II} R_{кн} + L_{кн} \frac{di_k^{II}}{dt}; \\ u_k^{II} &= u_0 + u_{кн}^{II}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\Psi_k^I = L_s^I i_k^I + \sum_{n=1}^3 M^{11} \cos(\alpha_n^I - \alpha_k^I) i_n^I +$

$+ \sum_{m=1}^3 M^{12} \cos(\alpha_m^{II} - \alpha_k^I) i_m^{II},$

$\Psi_k^{II} = L_s^{II} i_k^{II} + \sum_{n=1}^3 M^{22} \cos(\alpha_n^{II} - \alpha_k^{II}) i_n^{II} +$

$+ \sum_{m=1}^3 M^{12} \cos(\alpha_m^I - \alpha_k^{II}) i_m^I, \quad k=1, 2, 3; u_{кн}^{II} (k=1, 2,$

$3) —$ фазные напряжения нагрузки; u_0 — напряжение между нейтральными точками вторичной стороны трансформатора и трехфазной несимметричной нагрузки; $\alpha_k^z = (k-1)\frac{2\pi}{3} (k=1, 2, 3; z=I, II) —$ углы, определяемые магнитными осями фаз первичных и вторичных обмоток трансформатора.

Связь между входными и выходными электрическими величинами вентильного устройства (инвертора тока) выражается следующими уравнениями [2, 3]:

$$\left. \begin{aligned} i_k^I &= i_d \rho_k(t); \\ u_d &= \sum_{k=1}^3 u_k^I \rho_k(t). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $k=1, 2, 3; \rho_k(t) (k=1, 2, 3) —$ коммутационные функции трехфазного автономного инвертора тока (их графики приведены на рис. 2).

Система дифференциальных уравнений (1), (2) является математической моделью рассчитываемой ПС. Для аналитического решения полученных уравнений коммутационные функции в (2) заменяются рядами Фурье [2]. При решении исходной системы можно учесть требуемое число гармоник коммутационных функций, но для сокращения объема записи ограничимся только первыми гармониками. Это, как показано в [2], означает, что расчет будет производиться по усред-

ненным значениям переменных, т. е. без учета пульсации.

С учетом основных гармоник коммутационных функций уравнения связи (2) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} i_k &= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} i_d \sin \left[\omega t - (k-1) \frac{2\pi}{3} \right]; \\ u_d &= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sum_{k=1}^3 u_k^I \sin \left[\omega t - (k-1) \frac{2\pi}{3} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

На основании метода комплексных преобразований переменных введем новые переменные — комплексные результирующие токи и напряжения первичных и вторичных обмоток трехфазного трансформатора [1, 4]:

$$\dot{U}^z = \sum_{k=1}^3 u_k^z e^{j\alpha_k^z}, \quad \dot{I}^z = \sum_{k=1}^3 i_k^z e^{j\alpha_k^z}, \quad z=I, II. \quad (4)$$

Для обратного перехода от результирующих комплексных величин к действительным фазным значениям необходимо использовать следующие выражения:

$$\begin{aligned} u_k^z &= \frac{1}{3} (\dot{U}^z e^{-j\alpha_k^z} + \dot{U}^z e^{j\alpha_k^z}); \\ i_k^z &= \frac{1}{3} (\dot{I}^z e^{-j\alpha_k^z} + \dot{I}^z e^{j\alpha_k^z}), \\ k &= 1, 2, 3, z=I, II. \end{aligned} \quad (5)$$

Выразив результирующие электрические величины в (5) через d -, q -составляющие, будем иметь:

$$u_k^z = \frac{2}{3} (U_d^z \cos \alpha_k^z + U_q^z \sin \alpha_k^z), \quad (6)$$

$$i_k^z = \frac{2}{3} [I_d^z \cos \alpha_k^z + I_q^z \sin \alpha_k^z], \quad k=1, 2, 3, \quad z=I, II.$$

С учетом (4) и (5) после несложных преобразований уравнения (1), (3) представим относительно результирующих комплексных электрических величин в следующем виде:

$$E_d = 2R_{\text{лр}} i_d + 2L_{\text{лр}} \frac{di_d}{dt} + u_d; \quad (7)$$

$$\dot{U}^I = R^I \dot{I}^I + (L_s^I + \frac{3}{2} M^{11}) \frac{d\dot{I}^I}{dt} + \frac{3}{2} M^{12} \frac{d\dot{I}^{II}}{dt}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} -\dot{U}^{II} &= R^{II} \dot{I}^{II} + (L_s^{II} + \frac{3}{2} M^{22}) \frac{d\dot{I}^{II}}{dt} + \\ &+ \frac{3}{2} M^{12} \frac{d\dot{I}^I}{dt}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_H^{II} &= \frac{1}{3} \left[\sum_{k=1}^3 R_{kH} \right] \dot{I}^{II} + \frac{1}{3} \left(\sum_{k=1}^3 R_{kH} e^{j2\alpha_k^{II}} \right) \times \\ &\times \dot{I}^{II} + \frac{1}{3} \left(\sum_{k=1}^3 L_{kH} \right) \frac{d\dot{I}^{II}}{dt} + \frac{1}{3} \left(\sum_{k=1}^3 L_{kH} e^{j2\alpha_k^{II}} \right) \times \\ &\times \frac{d\dot{I}^{II}}{dt}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{U}^{II} = u_0 \left(\sum_{k=1}^3 e^{j\alpha_k^{II}} \right) + \dot{U}_H^{II} = \dot{U}_H^{II}; \quad (11)$$

$$u_d = \frac{\sqrt{3}}{\pi} [\dot{U}^I e^{-j(\omega t - \frac{\pi}{2})} + \dot{U}^I e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})}]; \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{\sqrt{3}\pi}{9} \dot{I}^I e^{-j(\omega t - \frac{\pi}{2})}, \\ \dot{U}_H^{II} &= \sum_{k=1}^3 u_{kH}^{II} e^{j\alpha_k^{II}}, \quad \sum_{k=1}^3 e^{j\alpha_k^{II}} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Полученные уравнения представляют собой полную систему дифференциальных уравнений в комплексной форме с периодическими коэффициентами. Исключим промежуточные неизвестные и сведем систему из семи уравнений к трем уравнениям относительно входного тока i_d и результирующих токов нагрузки \dot{I}^{II} , \dot{I}^{II*} . Для этого подставим (12) в (7) и с учетом (8) и (13) получим:

$$\begin{aligned} E_d &= R_1 i_d + L_1 \frac{di_d}{dt} + M_1 e^{-j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \frac{d\dot{I}^{II}}{dt} + \\ &+ M_1 e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \frac{d\dot{I}^{II}}{dt}. \end{aligned} \quad (14)$$

С другой стороны, учитывая (11) и (13) из уравнений (9) и (10) получаем:

$$\begin{aligned} 0 &= \omega M_2 i_d e^{j\omega t} + M_2 e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \frac{di_d}{dt} + R_2 \dot{I}^{II} + \\ &+ L_2 \frac{d\dot{I}^{II}}{dt} + R_H \dot{I}^{II} + L_H \frac{d\dot{I}^{II}}{dt}. \end{aligned} \quad (15)$$

Третье уравнение получаем из (15), заменяя комплексные величины через их сопряженные:

$$0 = \omega M_2 i_d e^{-j\omega t} + M_2 e^{-j(\omega t - \frac{\pi}{2})} \frac{di_d}{dt} + R_H \dot{I}^{II} +$$

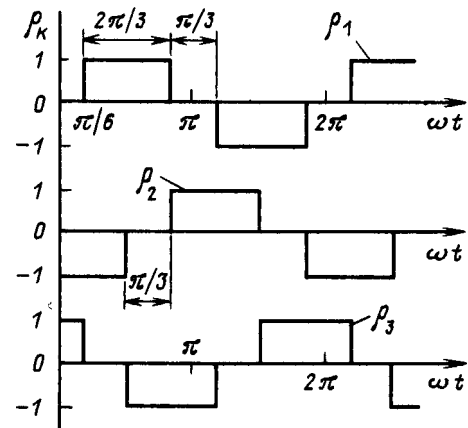


Рис. 2. Коммутационные функции трехфазного автономного инвертора тока

$$+ L_n \frac{dI^{II}}{dt} + R_2 \dot{I}^{II} + L_2 \frac{dI^{II}}{dt}. \quad (16)$$

В уравнениях (14) — (16) использованы следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 2R_{др} + \frac{18}{\pi^2} R^I; \quad R_2 = R^{II} + \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 R_{kn}; \\ R_n &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 R_{kn} e^{j2\alpha_k^{II}}; \quad \underline{R}_n = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 R_{kn} e^{-j2\alpha_k^{II}}; \\ L_1 &= 2L_{др} + \frac{18}{\pi^2} (L_s^I + \frac{3}{2} M^{II}); \quad L_2 = L_s^{II} + \frac{3}{2} M^{22} + \\ &+ \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 L_{kn}; \\ L_n &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 L_{kn} e^{j2\alpha_k^{II}}; \quad \underline{L}_n = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 L_{kn} e^{-j2\alpha_k^{II}}; \\ M_1 &= \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} M^{12}; \quad M_2 = \frac{9\sqrt{3}}{2\pi} M^{12}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В выражениях (17) комплексные эквивалентные сопротивления и индуктивности можно представить в следующем виде:

$$\underline{R}_n = B_n e^{j\beta_n}, \quad \underline{R}_n = B_n e^{-j\beta_n}, \quad \underline{L}_n = A_n e^{j\alpha_n}, \quad \underline{L}_n = A_n e^{-j\alpha_n}, \quad (18)$$

где коэффициенты A_n , B_n , α_n , β_n характеризуют степень асимметрии нагрузки; выражения для этих коэффициентов приведены в приложении.

При симметричной нагрузке

$$\begin{aligned} R_{1n} &= R_{2n} = R_{3n} = R_n; \quad L_{1n} = L_{2n} = L_{3n} = L_n; \\ A_n &= 0; \quad B_n = 0; \quad \alpha_n = 0; \quad \beta_n = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Для аналитического решения системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами (14) — (16) относительно входных и выходных токов сначала выразим эти уравнения в операторной форме. Для этого перейдем в уравнениях (14) — (16) к изображениям Лапласа:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} E_d &= (R_1 + L_1 p) I_d(p) + M_1 e^{j\pi/2} (p + j\omega) \times \\ &\times \dot{I}^{II}(p + j\omega) + M_1 e^{-j\pi/2} (p - j\omega) \dot{I}^{II}(p - j\omega); \\ 0 &= M_2 e^{-j\pi/2} p I_d(p - j\omega) + (R_2 + L_2 p) \dot{I}^{II}(p) + \\ &+ (\underline{R}_n + \underline{L}_n p) \dot{I}^{II}(p); \\ 0 &= M_2 e^{j\pi/2} p I_d(p + j\omega) + (\underline{R}_n + \underline{L}_n p) \dot{I}^{II}(p) + \\ &+ (R_2 + L_2 p) \dot{I}^{II}(p). \end{aligned} \quad (20)$$

Из последних двух уравнений в системе (20) определяем выражения для токов $\dot{I}^{II}(p)$, $\dot{I}^{II}(p)$ через $I_d(p + j\omega)$ и $I_d(p - j\omega)$. Заменяя в полученном выражении тока $\dot{I}^{II}(p)$ оператор p на $(p + j\omega)$, а в выражении тока $\dot{I}^{II}(p)$ — на $p - j\omega$ и подставляя соответствующие выражения токов $\dot{I}^{II}(p + j\omega)$, $\dot{I}^{II}(p - j\omega)$ в первое уравнение в системе (20), после преобразований найдем общее функ-

циональное уравнение с периодическими коэффициентами:

$$\begin{aligned} \frac{E_d}{p} &= -Z_{13}(p + j\omega) I_d(p + j2\omega) + Z_3(p) I_d(p) - \\ &- Z_{23}(p - j\omega) I_d(p - j2\omega), \end{aligned} \quad (21)$$

где операторные изображения эквивалентных коэффициентов определяются как

$$\begin{aligned} Z_3(p) &= R_1 + L_1 p - 2\text{Re} \left[\frac{M_1 M_2 (p + j\omega)^2 Z_2(p + j\omega)}{Z_2^2(p + j\omega) - Z_n(p + j\omega) Z_n(p + j\omega)} \right]; \\ Z_{k3}[p + (-1)^{k+1} j\omega] &= \frac{M_1 M_2 [p + (-1)^{k+1} j\omega]^2 [(k-1) \dot{Z}_n \times \\ &\times (p - j\omega) + (2-k) Z_n(p + j\omega)]}{Z_2^2[p + (-1)^{k+1} j\omega] - Z_n[p + (-1)^{k+1} j\omega] Z_n[p + (-1)^{k+1} j\omega]}, \quad k = 1, 2, \end{aligned} \quad (22)$$

а выражения операторных сопротивлений имеют вид:

$$\begin{aligned} Z_2(p) &= R_2 + L_2 p, \quad Z_n(p) = \underline{R}_n + \underline{L}_n p, \quad \dot{Z}_n(p) = \dot{\underline{R}}_n + \\ &+ \dot{\underline{L}}_n p; \\ Z_2(p \pm j\omega) &= R_2 + L_2(p \pm j\omega), \quad Z_n(p \pm j\omega) = \underline{R}_n + \\ &+ \underline{L}_n(p \pm j\omega); \\ \dot{Z}_n(p \pm j\omega) &= \dot{\underline{R}}_n + \dot{\underline{L}}_n(p \pm j\omega). \end{aligned} \quad (23)$$

Из (18) — (23) видно, что при учете асимметрии нагрузки в результирующем уравнении (21) относительно входного тока преобразователя $I_d(p)$ одновременно фигурируют три неизвестные величины: $I_d(p \pm j2\omega)$, $I_d(p)$. Поэтому из (21) невозможно непосредственно найти искомую величину — ток $I_d(p)$. Для определения $I_d(p)$ необходимо уравнение (21) дополнить вспомогательными уравнениями. С этой целью заменим p в (21) последовательно на $p \pm j2\omega$, $p \pm j4\omega$, ..., $p \pm j2k\omega$, $k = 1, 2, 3, \dots$, тогда, получим бесконечную систему рекуррентных уравнений, для решения которой используем метод редукции [5, 6]. В результате находим аналитические выражения входного тока [2, 5]:

$$I_d(p) = \frac{e_0}{a_0} + \text{Re} \left[\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{e_{2k}}{a_{2k}} \prod_{n=0}^{2(k-1)} \frac{b_n}{a_n} \right], \quad (24)$$

где

$$\left. \begin{aligned} e_{2k} &= \frac{E_d}{p + j2k\omega} + Z_{23}[p + j(2k-1)\omega] \frac{e_{2(k-1)}}{a_{2(k-1)}}; \\ a_{2k} &= Z_3(p + j2k\omega) + Z_{23}[p + j(2k-1)\omega] \frac{b_{2(k-1)}}{a_{2(k-1)}}; \\ b_{2k} &= -Z_{13}[p + j(2k+1)\omega], \quad k = 1, 2, 3, \dots, 2m; \\ e_0 &= \frac{E_d}{p}, \quad a_0 = Z_3(p); \quad b_0 = -Z_{13}(p + j\omega). \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

При практическом использовании выражения (24) достаточно точную характеристику переходного процесса дает основной член этого выражения

$$I_d(p) = \frac{e_0}{a_0} = \frac{E_d}{p Z_3(p)}. \quad (26)$$

Если подставить в (26) выражение $Z_s(p)$ из (22), то с учетом (18), (23) получим

$$I_d(p) = \frac{E_d \sum_{k=0}^4 A_k p^k}{p \sum_{k=0}^5 B_k p^k}. \quad (27)$$

Выражения для коэффициентов A_k ($k=0, 1, 2, 3, 4$) и B_k ($k=0, 1, 2, \dots, 5$) приведены в приложении.

Расчет электромагнитных процессов значительно упрощается, если нагрузка преобразователя симметрична. При этом результирующее уравнение (21) согласно (19) сводится к простому операторному уравнению и выражение для входного тока имеет вид

$$I_d(p) = \frac{E_d \sum_{k=0}^2 A_k p^k}{p \sum_{k=0}^3 B_k p^k}, \quad (28)$$

где A'_k ($k=0, 1, 2$); B'_k ($k=0, 1, 2, 3$) приведены в приложении.

Если перейти в (27), (28) к оригиналу, то можно определить мгновенное выражение входного тока $i_d(t)$. Зная $I_d(p)$ и $i_d(t)$, на основе выше приведенных уравнений можно определить выражения остальных электрических величин.

Полученные аналитические выражения были использованы для расчетов переходных процессов пуска ПС с различными параметрами. Ниже приведены результаты расчета двух примеров.

Пример 1. На основе полученных аналитических выражений были рассчитаны стационарные и переходные электромагнитные процессы в ПС

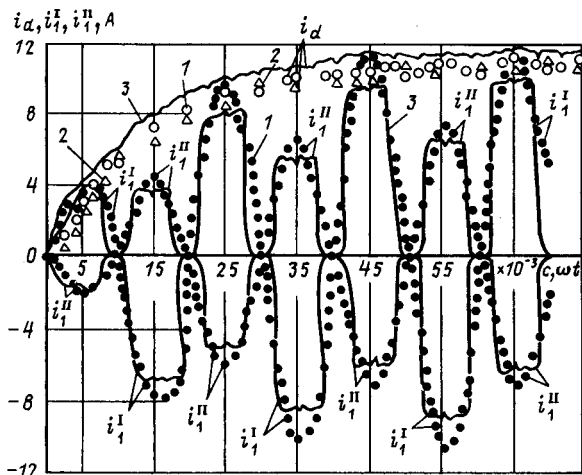


Рис. 3. Кривые входного тока $i_d(t)$ и фазных токов $i_1^I, i_1^{II}, i_1^{III}$: 1 — расчет на ЭВМ; 2 — аналитический расчет

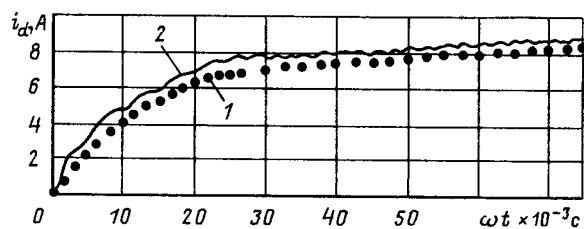


Рис. 4. Кривые входного тока $i_d(t)$ с учетом симметричной нагрузки ПС: 1 — аналитический расчет; 2 — осциллограмма

(рис. 1) со следующими основными параметрами:

$$\begin{aligned} E_d &= 220 \text{ В}; R_{дp} = 0,9 \text{ Ом}; R^I = 0,878 \text{ Ом}; \\ R^{II} &= 0,561 \text{ Ом}; R_{1н} = 2 \text{ Ом}; R_{2н} = 16 \text{ Ом}; \\ R_{3н} &= 30 \text{ Ом}; L_{дp} = 0,096 \text{ Гн}; L_s^I = 732 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}; \\ L_s^{II} &= 251 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}; M^{II} = M^{22} = M^{12} = 0,145 \text{ Гн}; \\ L_{1н} &= 0,104 \text{ Гн}; L_{2н} = 0,08 \text{ Гн}; L_{3н} = 0,02 \text{ Гн}; \\ \omega &= 314 \text{ 1/с}. \end{aligned}$$

Подставляя значения параметров в выражения для коэффициентов системы (П-1), получаем:

$$\begin{aligned} A_0 &= 72 \ 341 \ 692; A_1 = 164 \ 013; A_2 = 1477; A_3 = 1,63; \\ A_4 &= 0,0068; B_0 = 1 \ 509 \ 748 \ 500; B_1 = 24 \ 392 \ 445; \\ B_2 &= 77974; B_3 = 484; B_4 = 0,650; B_5 = 0,002. \end{aligned}$$

Пренебрегая относительно малым коэффициентом в (27), получаем:

$$I_d(p) = G \frac{p^2 + M_1 p + M_0}{p(p^3 + N_2 p^2 + N_1 p + N_0)}, \quad (29)$$

где $G = 671,4$; $M_1 = 111,0$; $M_0 = 48 \ 979$; $N_2 = 161$; $N_1 = 50 \ 397$; $N_0 = 3 \ 119 \ 315$.

Из (29) для оригинала получаем:

$$i_d(t) = I_{d \text{ уст}} + I_{d1} e^{-t/\tau_1} + I_{d2} e^{-t/\tau_2} \cos(\beta t + \Theta), \quad (30)$$

где $I_{d \text{ уст}} = 10,542 \text{ А}$; $I_{d1} = -10,246 \text{ А}$; $I_{d2} = 0,451 \text{ А}$; $\Theta = 131^\circ$; $\tau_1 = 0,014 \text{ с}$; $\tau_2 = 0,022 \text{ с}$.

Кривая $i_d(t)$, полученная по выражению (30), приведена на рис. 3.

Пример 2. Проведем расчет переходных и установившихся процессов при пуске ПС с симметричной нагрузкой со следующими параметрами: $E_d = 220 \text{ В}$; $R_{дp} = 0,9 \text{ Ом}$; $R^I = 0,878 \text{ Ом}$; $R^{II} = 0,561 \text{ Ом}$; $L_{дp} = 0,096 \text{ Гн}$; $L_s^I = 732 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$; $L_s^{II} = 251 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$; $M^{II} = M^{22} = M^{12} = 0,579 \text{ Гн}$; $R_{1н} = 16 \text{ Ом}$; $L_{1н} = 0,115 \text{ Гн}$; $\omega = 314 \text{ 1/с}$.

Подставим значения коэффициентов из (П-2) в (28) и с учетом значений параметров перейдем от (28) к оригиналу, тогда для входного тока и фазных токов получим:

$$i_d(t) = I_{d \text{ уст}} + I_{d1} e^{-t/\tau_1} + I_{d2} e^{-t/\tau_2} \sin(\beta t + \Theta_1);$$

$$i_1^I(t) = I_1^I \sin \left[\omega t - (k-1) \frac{2\pi}{3} \right] + I_2^I e^{-t/\tau_1} \sin \left[\omega t - \right]$$

$$\begin{aligned}
& -(k-1)\frac{2\pi}{3}] + I_{3e}^I e^{-\frac{t}{\tau_2}} \left\{ \cos[(\omega + \beta)t + \Theta_1 - \right. \\
& \left. -(k-1)\frac{2\pi}{3}] - \cos[(\omega - \beta)t - \Theta_1 - (k-1)\frac{2\pi}{3}] \right\}; \quad (31) \\
& i_k^{II}(t) = I_k^{II} \cos[\omega t - \Theta_2 - (k-1)\frac{2\pi}{3}] + B_{ke} e^{-\frac{t}{\tau_0}} + \\
& + I_2^{II} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \cos[\omega t - \Theta_3 - (k-1)\frac{2\pi}{3}] + I_3^{II} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \times \\
& \times \cos[(\omega + \beta)t - \Theta_4 - (k-1)\frac{2\pi}{3}] + I_4^{II} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \times \\
& \times \cos[(\omega - \beta)t - \Theta_5 - (k-1)\frac{2\pi}{3}],
\end{aligned}$$

где $k=1, 2, 3$; $I_{d\text{yc}}=8,227$ А; $I_{d1}=-8,222$ А; $I_{d2}=-0,028$ А; $I_1=4,54$ А; $I_2=-9,07$ А; $I_3=0,015$ А; $I_1^{II}=-7,97$ А; $I_2^{II}=8,19$ А; $I_3^{II}=6,6 \cdot 10^{-4}$ А; $I_4^{II}=0,097$ А; $\Theta_1=168^\circ$; $\Theta_2=86^\circ$; $\Theta_3=87^\circ$; $\Theta_4=11^\circ$; $\Theta_5=172^\circ$; $B_1=0,212$ А; $B_2=20,8$ А; $B_3=-21,17$ А; $\omega + \beta = 626$ 1/с; $\omega - \beta = 2$ 1/с; $\beta = 312,04606$ 1/с; $\tau_0=0,059$ с; $\tau_1=1,435 \cdot 10^{-2}$ с; $\tau_2=6,034 \cdot 10^{-2}$ с.

Для оценки погрешности приближенных аналитических расчетов, вызванной в основном учетом лишь основных гармоник коммутационных функций и основного члена общего решения, были проведены расчеты на ЭВМ и экспериментальные исследования. Принципиальная электрическая схема и основные параметры экспериментальной установки ПС аналогичны рассмотренной в примере 1. С помощью ЭВМ была решена система дифференциальных уравнений (14)–(16) с учетом преобразований (5), (6).

Сопоставление результатов аналитических расчетов переходных процессов с результатами расчета с помощью ЭВМ и данными экспериментальных исследований приведено на рис. 3 и 4.

Выводы. 1. Для составления математической модели для исследования электромагнитных переходных процессов в многофазной ПС с автономным инвертором тока при учете дифференциальных уравнений трансформатора целесообразно использовать совместно метод комплексных преобразований многофазных электрических величин и спектрально-операторный метод исследования вентильных цепей. Совместное использование этих методов позволяет значительно упростить математическую модель сложной многофазной преобразовательной системы, найти на основе общего решения аналитические выражения основных электрических величин.

2. Исследования показали, что в ПС, состоящей из трехфазного инвертора тока, трансформатора и нагрузки, фазные токи в первичной и вторичной обмотках трансформатора в переходном процессе содержат затухающие колебательные составляющие с угловыми частотами ω , $\omega + \beta$, $\omega - \beta$.

3. Сопоставление результатов расчета, полученных с помощью аналитических решений, с дан-

ными экспериментальных исследований и расчетов с помощью ЦВМ показало достаточную для инженерных расчетов точность полученных аналитических решений.

Приложение. Выражения для коэффициентов A_k ($k=0, 1, 2, 3, 4$) и B_k ($k=0, 1, 2, \dots, 5$), входящих в операторное изображение входного тока (27):

$$\begin{aligned}
A_0 &= [L_2^2 \left(\frac{1}{\tau_0^2} - \omega^2 \right) - B_n^2 + \omega^2 A_n^2]^2 + \\
&+ 4\omega^2 \left[\frac{1}{\tau_0} L_2^2 - A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \right]^2; \\
A_1 &= 2 \left[\frac{2}{\tau_0} L_2^2 - 2A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \right] \times \\
&\times [L_2^2 \left(\frac{1}{\tau_0^2} - \omega^2 \right) - B_n^2 + \omega^2 A_n^2] + 8\omega^2 (L_2^2 - A_n^2) \times \\
&\times \left[\frac{1}{\tau_0} L_2^2 - A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \right]; \\
A_2 &= 4\omega^2 (L_2^2 - A_n^2)^2 + \left[\frac{2}{\tau_0} L_2^2 - 2A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \right]^2 + \\
&+ 2(L_2^2 - A_n^2) [L_2^2 \left(\frac{1}{\tau_0^2} - \omega^2 \right) - B_n^2 + \omega^2 A_n^2]; \\
A_3 &= 2(L_2^2 - A_n^2) \left[\frac{2}{\tau_0} L_2^2 - 2A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \right]; \\
A_4 &= (L_2^2 - A_n^2)^2; \\
B_0 &= R_1 A_0 + 2M_1 M_2 L_2 \omega^2 \frac{1}{\tau_0} [L_2^2 \left(\frac{1}{\tau_0^2} - \omega^2 \right) - \\
&- B_n^2 + \omega^2 A_n^2] + 4\omega^4 M_1 M_2 L_2 \left[\frac{1}{\tau_0} L_2^2 - \right. \\
&- \left. A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \right]; \\
B_1 &= R_1 A_1 + L_1 A_0 - 2M_1 M_2 L_2 \omega^2 [L_2^2 (3\omega^2 - \frac{5}{\tau_0^2}) + \\
&+ 3(B_n^2 - \omega^2 A_n^2) + \frac{2}{\tau_0} A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n)] - \\
&- 4M_1 M_2 L_2 \omega^2 \left[\frac{2}{\tau_0} L_2^2 - \frac{2}{\tau_0} A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) + \right. \\
&+ \left. \omega^2 (A_n^2 - L_2^2) \right]; \\
B_2 &= R_1 A_2 + L_1 A_1 - 2M_1 M_2 L_2 \left[\frac{1}{\tau_0} L_2^2 \left(\frac{1}{\tau_0^2} - 8\omega^2 \right) - \right. \\
&- \frac{1}{\tau_0} B_n^2 + \frac{2}{\tau_0} \omega^2 A_n^2 + 6\omega^2 A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n) \left. \right] - \\
&- 4M_1 M_2 L_2 \omega^2 \left[\frac{5}{\tau_0} L_2^2 - \frac{2}{\tau_0} A_n^2 - 3A_n B_n \times \right. \\
&\times \left. \cos(\beta_n - \alpha_n) \right]; \\
B_3 &= R_1 A_3 + L_1 A_2 - 2M_1 M_2 L_2 [L_2^2 \left(\frac{3}{\tau_0^2} - \omega^2 \right) - \\
&- B_n^2 + \omega^2 (4A_n^2 - 3L_2^2) - \frac{2}{\tau_0} A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n)] - \\
&- 12M_1 M_2 L_2 \omega^2 (L_2^2 - A_n^2); \\
B_4 &= R_1 A_4 + L_1 A_3 - 2M_1 M_2 L_2 [1/\tau_0 (3L_2^2 - \\
&- A_n^2) - 2A_n B_n \cos(\beta_n - \alpha_n)]; \quad \tau_0 = L_2/R_2; \\
B_5 &= L_1 A_4 - 2M_1 M_2 L_2 (L_2^2 - A_n^2);
\end{aligned}$$

$$A_n = \left\{ 1/9 \left(L_{1n} - \frac{1}{2} L_{2n} - \frac{1}{2} L_{3n} \right)^2 + 1/12 (L_{3n} - L_{2n})^2 \right\}^{1/2};$$

$$B_n = \left\{ 1/9 \left(R_{1n} - \frac{1}{2} R_{2n} - \frac{1}{2} R_{3n} \right)^2 + 1/12 (R_{3n} - R_{2n})^2 \right\}^{1/2};$$

$$\alpha_n = \arctg \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{L_{3n} - L_{2n}}{L_{1n} - \frac{1}{2} (L_{2n} + L_{3n})} \right];$$

$$\beta_n = \arctg \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{R_{3n} - R_{2n}}{R_{1n} - \frac{1}{2} (R_{2n} + R_{3n})} \right].$$

Выражения для коэффициентов A'_k ($k=0, 1, 2$), B'_k ($k=0, 1, 2, 3$), входящих в операторное изображение входного тока преобразователя (28):

$$A'_0 = \delta_0 Z_2^2; A'_1 = 2\delta_0 R_2 L_2; A'_2 = \delta_0 L_2^2;$$

$$B'_0 = \delta_0 (R_1 Z_2^2 + 2\omega^2 M_1 M_2 R_2);$$

$$B'_1 = \delta_0 [L_1 Z_2^2 + 2L_2 (R_1 R_2 - \omega^2 M_1 M_2)];$$

$$B'_2 = \delta_0 [R_1 L_2^2 + 2R_2 (L_1 L_2 - M_1 M_2)]; B'_3 = 1;$$

$$\delta_0 = [L_2 (L_1 L_2 - 2M_1 M_2)]^{-1}; Z_2^2 = R_2^2 + (\omega L_2)^2.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лутидзе Ш. И. Основы теории электрических машин с управляемым полупроводниковым коммутатором.— М.: Наука, 1968.
2. Мерабишвили П. Ф., Ярошенко Е. И. Нестационарные электромагнитные процессы в системах с вентилями.— Кишинев: Штиинца, 1980.
3. Мерабишвили П. Ф., Кохреидзе Г. К. Электромагнитные процессы в трехфазных управляемых выпрямителях.— Электричество, 1986, № 8.
4. Лутидзе Ш. И., Мерабишвили П. Ф., Кохреидзе Г. К. Анализ динамики электромагнитных процессов в преобразовательной системе трехфазный автономный инвертор — трансформатор — нагрузка.— Тезисы докладов конф. «Проблемы преобразовательной техники». Часть 1.— Киев: ИЭД АН УССР, 1987.
5. Мерабишвили П. Ф., Забровский С. Г., Случанко Е. Н. Аналитический метод исследования установившихся и переходных процессов в автономных инверторах.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1971, № 6.
6. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа.— М.: Физматгиз, 1962.

[17.05.88]

УДК 621.372.001.24

Неявный принцип наложения и анализ линейных электрических цепей

ФИЛАРЕТОВ В. В.

Теорема о компенсации (теорема замещения) входит в инструментарий разработчика расчетных методов теории цепей и используется прежде всего для обоснования каких-либо положений и методологических приемов [1 и 2]. При исследовании уравниваемых цепей, в частности цепей с квазиотрицательными сопротивлениями [3] и квазисопротивлениями [4], для получения заданных значений сопротивлений применяются регулируемые источники э. д. с. Геометрическая теория электрических цепей, основанная на представлении всех компонентов схемы цепи в виде источников воздействия или реакции, рассматривает каждый источник как вектор, который раскладывается по осям координат с помощью топологических матриц [2]. В упомянутых работах использована прямая (традиционная) трактовка теоремы о компенсации [1]. Обратная формулировка указанной теоремы [5] применяется значительно реже и почти не нашла, в отличие от прямой формулировки, сколько-нибудь конструктивных приложений. Вместе с тем этот вопрос рассматривался в публикациях [6, 7], развитие которых дано в настоящей статье.

Замена независимых источников э. д. с. эквивалентными проводимостями обеспечивает получение

более компактной символично-численной модели схемы [6]. Однако применение обратной теоремы о компенсации для нахождения проводимостей замещения (без предварительного анализа схемы известными методами) требует решения системы нелинейных алгебраических уравнений даже для линейных схем. В этом заключаются трудности использования данной теоремы. Следует указать на то, что при замещении источников энергии сопротивлениями (проводимостями) устраняется необходимость учета вклада этих источников в режимах схемы согласно данному принципу. Отсюда приходим к так называемому неявному принципу наложения (НПН) [6]*.

Под НПН будем понимать следующее положение. Напряжение (или ток) некоторой ветви произвольной линейной электрической схемы с $m = n + 1$ независимыми источниками э. д. с. (тока) равно напряжению (или току) этой ветви, вызванному одним, например первым, источником э. д. с. (тока) при условии замещения оставшихся n источников эквивалентными сопротивлениями или

* Традиционный принцип наложения рассматривается при этом как явный.

проводимостями. Очевидно, сопротивления и проводимости замещения могут иметь отрицательные значения, поэтому их необходимо отличать от пассивных компонентов схемы. Кроме того, в схемах с гармоническими воздействиями указанные значения являются, как правило, комплексными. Учитывая это, будем называть сопротивления и проводимости замещения квазипассивными двухполюсниками. Понятие «квазипассивный двухполюсник» отражает и то обстоятельство, что сопротивления и проводимости замещения имеют сходство с передаточными сопротивлениями и проводимостями зависимых источников.

Если в исследуемой схеме заменить оставшийся (первый) источник энергии соответствующим квазипассивным двухполюсником, то получим так называемую квазипассивную схему, содержащую исключительно пассивные и квазипассивные двухполюсники (а также, в случае не взаимной схемы, зависимые источники). Неявный принцип наложения предполагает нахождение параметров квазипассивных двухполюсников. Целесообразно получить их в явной форме относительно параметров пассивных компонентов, зависимых и независимых источников схемы [7]. Это позволит использовать сформированные выражения многократно при желаемых вариациях параметров схемы. Рассмотрим последний подход применительно к методу узловых напряжений (соответствующие результаты для метода контурных токов получаются в силу дуальности). Для этого добавим в систему узловых уравнений m уравнений для определения проводимостей замещения (вектор $Y_m = [y_1, y_2, \dots, y_m]$). Отсюда

$$\begin{bmatrix} Y & \text{diag } U \\ 0 & \text{diag } U \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ Y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где Y — матрица узловых проводимостей схемы размерностью $m \times m$; $\text{diag } U$ — диагональная матрица узловых напряжений такой же размерности; I и U — векторы-столбцы узловых источников тока и напряжений размерностью m .

В формуле (1) предполагается, что источники тока подключены к базисному узлу и соответствующим независимым узлам схемы. Данное ограничение не носит принципиального характера, но существенно упрощает представление системы уравнений.

Рассмотрим первые m уравнений из матричного уравнения (1) после его решения. При этом вектор Y_m считаем известным, что позволяет провести группировку слагаемых, содержащих элементы вектора U . Очевидно, после применения обратной теоремы о компенсации проводимости замещения войдут только в диагональные элементы матрицы Y . Получим матричное уравнение, описывающее квазипассивную схему из проводимостей

$$Y'U = 0, \quad (2)$$

где Y' — матрица узловых проводимостей Y , дополненная проводимостями замещения $Y' = Y + \text{diag } Y_m$.

Поскольку система однородных уравнений (2) имеет ненулевые решения [8] — узловые напряжения, то $\det Y' = 0$. Это свойство квазипассивной схемы может быть использовано для проверки правильности полученного режима схемы путем расчета входной проводимости между произвольной парой узлов вспомогательной (квазипассивной) схемы, в которой независимые источники заменены соответствующими квазипассивными двухполюсниками. Указанные входные проводимости будут равны нулю, поскольку $\det Y'$ является их числителем. Например, эквивалентно преобразуя вспомогательную схему к одной ветви, должны получить проводимость этой ветви, равную нулю.

Раскроем определитель $\Delta = \det Y'$ в общем виде относительно элементов вектора Y_m :

$$\begin{aligned} \Delta = & \Delta(1, 2, \dots, m) + \sum_{i=1}^m y_i \Delta_i(1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, \\ & \dots, m) + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^m y_i y_j \Delta_{ij}(1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, j-1, \\ & j+1, \dots, m) + \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i < j < l}}^m y_i y_j y_l \Delta_{ijl}(1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, \\ & \dots, j-1, j+1, \dots, l-1, l+1, \dots, m) + \\ & + y_1 y_2 \dots y_m \Delta_{12\dots m} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Подвыражение $\Delta_A(B)$ определителя Δ образовано из выражения для Δ путем удаления слагаемых, содержащих элементы множества B , и вынесения за скобки в качестве общих множителей элементов множества A ($A \subset Y_m$, $B \subset Y_m$, $A \cap B = \{\emptyset\}$).

Уравнение (3) позволяет по известным проводимостям замещения, например y_2, y_3, \dots, y_m найти проводимость y_1 . Для нахождения всех элементов Y_m можно воспользоваться уравнением (1). Однако оно является нелинейным, поскольку содержит слагаемые вида $U_i y_i (U_i \in U)$, образованные из элементов вектора неизвестных. Это затрудняет выражение Y_m в явном виде относительно параметров Y и I . Более рационально использовать для этой цели уравнения, содержащие определенные схемные функции [7]. Аналитические выражения схемных функций можно формировать без избыточных (взаимно уничтожающихся) членов с помощью топологических методов [1]. При этом не требуется составлять уравнения равновесия схемы и можно выбрать в качестве квазипассивных двухполюсников двухполюсники одного вида — проводимости. Для отыскания проводимостей замещения будем использовать следующее положение.

Теорема. Проводимости замещения для всех m независимых источников э. д. с. схемы могут быть найдены из решения системы неоднородных алгебраических уравнений равновесия вида

$$\begin{aligned} K_{12} &= k_{12}(y_2, y_3, \dots, y_m); \\ K_{13} &= k_{13}(y_2, y_3, \dots, y_m); \\ &\vdots \\ K_{1m} &= k_{1m}(y_2, y_3, \dots, y_m); \\ K_{m1} &= k_{m1}(y_1, y_2, \dots, y_n), \end{aligned} \quad (4)$$

где K_{ij} — численное значение отношения э. д. с. E_j/E_i ; $E_j, E_i \in E$ (E — множество источников э. д. с. схемы); $k_{ij}(Y_m \setminus y_1)$ или $k_{ij}(Y_m \setminus y_m)$ — коэффициент передачи напряжения от i -го источника к j -й ветви с символьным представлением элементов множества Y_m .

В уравнениях (4) попарно рассматриваются независимые источники схемы. Один из источников такой пары выступает как квазипассивный двухполюсник, численное значение коэффициента передачи к которому известно. Другой источник остается независимым, поэтому замещающая его проводимость не входит в символьное выражение соответствующего коэффициента передачи. Система уравнений (4) является определенной, поскольку число уравнений в ней равно числу элементов множества неизвестных Y_m . Приведенные рассуждения доказывают теорему.

Выбор отношений э. д. с. не единствен. Очевидно, количество систем уравнений, эквивалентных [4], увеличивается комбинаторно с увеличением m . Целесообразно сократить систему (4) на одно уравнение, решая первые n уравнений относительно множества $Y_m \setminus y_1$, а неизвестную проводимость y_1 получать при необходимости из формулы (3). Заметим, что в качестве схемных функций системы уравнений типа (4), кроме передаточных функций по току, можно использовать и передаточные сопротивления (проводимости), но их формирование более трудоемко.

На соотношениях (3) и (4) базируется НПН для произвольных линейных электрических цепей (взаимных и невзаимных). Учитывая простую связь проводимостей замещения с соответствующими токами и напряжениями, можно рассматривать систему (4) как уравнения равновесия схемы в координатном базисе токов независимых источников э. д. с. Для приложения НПН полезны формулы, позволяющие рассчитать искомые проводимости без формирования и решения системы уравнений (4) [7]. Ниже получены такие формулы применительно к схемам с двумя, тремя и четырьмя независимыми источниками э. д. с. Система (4) в случае схемы с двумя источниками э. д. с. будет содержать два уравнения, которые не требуют совместного решения:

$$\left. \begin{aligned} E_2/E_1 &= k_{12}(y_2); \\ E_1/E_2 &= k_{21}(y_1), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $k_{12}(y_2) = \Delta_{12}/\Delta_{11}$; $k_{21}(y_1) = \Delta_{21}/\Delta_{22}$; Δ_{ij} , Δ_{ii} — алгебраические дополнения (АД) с индексами ветвей матрицы Y [1] (i, j — порядковые номера проводимостей y_i, y_j).

Здесь и далее принято, что ветвь, соответствующая первому индексу АД, инцидентна узлу схемы, выбранному в качестве базисного. Для последующего рассмотрения является существенным, что числитель Δ_{ij} передаточной функции по напряжению не зависит от проводимости y_j . Используя уравнения (5) в сочетании с указанным правилом, получаем

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= (E_2 \Delta_{21} - E_1 \Delta_{22}^1) / (E_1 \Delta_{22,1}); \\ y_2 &= (E_1 \Delta_{12} - E_2 \Delta_{11}^2) / (E_2 \Delta_{11,2}), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где верхний индекс при символе Δ аналогичен по значению индексу (индексам) в скобках после Δ в формуле (3).

Связь между y_1 и y_2 получается из формулы (3) при $m=2$:

$$y_1 = -(\Delta_1^2 + y_2 \Delta_2^1) / (\Delta_1^2 + y_2 \Delta_{1,2}). \quad (7)$$

Если учесть, что $\Delta_{11}^2 = \Delta_1^2$ и $\Delta_{11,2} = \Delta_{1,2}$, то формулы (6) и (7) позволяют по известным Δ_{12} и Δ найти y_1 и y_2 , а значит, и токи, протекающие через источники э. д. с., $I_1 = -y_1 E_1$, $I_2 = -y_2 E_2$ (условно положительные направления токов совпадают с направлениями э. д. с.).

В случае схемы с тремя источниками э. д. с. E_1, E_2, E_3 для нахождения проводимостей замещения y_2 и y_3 требуется совместное решение уравнений

$$\left. \begin{aligned} E_2/E_1 &= \Delta_{12}/\Delta_{11}; \\ E_3/E_1 &= \Delta_{13}/\Delta_{11}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $\Delta_{12} = \Delta_{12}^3 + y_3 \Delta_{12,3}$; $\Delta_{13} = \Delta_{13}^2 + y_2 \Delta_{13,2}$; $\Delta_{11} = \Delta_{11}^{23} + y_2 \Delta_{11,2}^3 + y_3 \Delta_{11,3}^2 + y_2 y_3 \Delta_{11,23}$.

Нетрудно убедиться, что решение системы (8) сводится к нахождению корней двух квадратных трехчленов:

$$\left. \begin{aligned} v_0 y_2^2 + v_1 y_2 + v_2 &= 0; \\ w_0 y_3^2 + w_1 y_3 + w_2 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $v_0 = -E_2 \Delta_{13,2} \Delta_{11,23}$; $v_1 = E_3 (\Delta_{11,23} \Delta_{12}^3 - \Delta_{11,2}^3 \times$
 $\times \Delta_{12,3}) - E_2 (\Delta_{13,2} \Delta_{11,3}^2 + \Delta_{13}^2 \Delta_{11,23}) + E_1 \Delta_{13,2} \Delta_{12,3}$;
 $v_2 = E_3 (\Delta_{12}^3 \Delta_{11,3}^2 - \Delta_{11}^3 \Delta_{12,3}) - E_2 \Delta_{13}^2 \Delta_{11,3}^2 + E_1 \Delta_{13}^2 \Delta_{12,3}$;
 коэффициенты w_0, w_1, w_2 для нахождения y_3
 получаются из соответствующих коэффициентов
 v_0, v_1, v_2 изоморфной заменой индексов при симво-
 лах E и Δ : $2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2$.

Решение системы (8) потребовало неэквивалентного преобразования — приведения к общему знаменателю, не являющемуся константой, и его сокращению. Этим обусловлено (при $v_0 \neq 0$ и $\omega_0 \neq 0$) появление дополнительных корней y_2' и y_3' , которые не удовлетворяют уравнениям в форме (8) [7]. Если указанные корни известны, то искомые корни (соответствующие проводимостям замещения) можно найти по одной из формул

Внета:

$$y_2 = -y'_2 - v_1/v_0; \quad y_3 = -y'_3 - w_1/w_0. \quad (10)$$

В качестве иллюстрации схем с $v_0=0$ и $w \neq 0$ или $v_0 \neq 0$ и $w_0=0$ можно привести цепные (лестничные) схемы.

Рассмотрим нахождение дополнительных корней. При этом, как следует из (9), $\Delta_{13,2} \neq 0$ и $\Delta_{12,3} \neq 0$. Избыточные корни соответствуют тривиальным решениям уравнений

$$E_2\Delta_{11} = E_1\Delta_{12}; \quad E_3\Delta_{11} = E_1\Delta_{13}.$$

Можно показать, что данные решения получаются при y'_2 и y'_3 , удовлетворяющих уравнениям $\Delta_{13}=0$ и $\Delta_{12}=0$, т. е.

$$y'_2 = -\Delta_{13}^2/\Delta_{13,2}; \quad y'_3 = -\Delta_{12}^3/\Delta_{12,3}.$$

Таким образом, искомые значения проводимостей замещения могут быть вычислены по формулам (10), не требующим прямого решения (9).

Нахождение y_2 , y_3 , y_4 в случаях схемы с четырьмя источниками э. д. с. требует решения системы из трех уравнений

$$\left. \begin{aligned} E_2/E_1 &= k_{12}(y_2, y_3, y_4); \\ E_3/E_1 &= k_{13}(y_2, y_3, y_4); \\ E_4/E_1 &= k_{14}(y_2, y_3, y_4), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где

$$\Delta_{12} = \Delta_{11}^3 + y_3\Delta_{12,3}^4 + y_4\Delta_{12,4}^3 + y_3y_4\Delta_{12,34}; \quad (12)$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{11}^3 + y_2\Delta_{13,2}^4 + y_4\Delta_{13,4}^3 + y_2y_4\Delta_{13,24}; \quad (13)$$

$$\Delta_{14} = \Delta_{11}^3 + y_2\Delta_{14,2}^3 + y_3\Delta_{14,3}^2 + y_2y_3\Delta_{14,23}; \quad (14)$$

$$\Delta_{11} = \Delta_{11}^{234} + y_2\Delta_{11,2}^{34} + y_3\Delta_{11,3}^{24} + y_4\Delta_{11,4}^{23} + y_2y_3\Delta_{11,23}^{4} + y_3y_4\Delta_{11,34}^{2} + y_2y_4\Delta_{11,24}^{3}. \quad (15)$$

Выразим y_2 из первого уравнения системы (11) и подставим образовавшуюся дробь во второе и третье уравнения. Полученную систему представим в форме уравнений (16) и (17):

$$(s_8y_4^2 + s_6y_4 + s_2)y_3^2 + (s_7y_4^2 + s_3y_4 + s_1)y_3 + s_5y_4^2 + s_2y_4 + s_0 = 0; \quad (16)$$

$$(p_8y_4^2 + p_6y_4 + p_4)y_3^2 + (p_7y_4^2 + p_3y_4 + p_1)y_3 + p_5y_4^2 + p_2y_4 + p_0 = 0. \quad (17)$$

Окончательные формулы (без взаимноуничтожающихся слагаемых и сокращающихся множителей) для $S=\{s_0, s_1, \dots, s_8\}$ имеют вид:

$$s_0 = E_3\Delta_{11,2}^3\Delta_{12}^3 + E_2(\Delta_{13,2}^4\Delta_{11}^{234} - \Delta_{13,2}^4\Delta_{11,2}^{34}) - E_1\Delta_{13,2}^4\Delta_{12}^3;$$

$$s_1 = E_3(\Delta_{11,2}^3\Delta_{12,3}^4 + \Delta_{11,23}^4\Delta_{12}^3) + E_2(\Delta_{13,2}^4\Delta_{11,3}^{24} - \Delta_{13,2}^4\Delta_{11,23}^4) - E_1\Delta_{13,2}^4\Delta_{12,3}^4;$$

$$s_2 = E_3(\Delta_{11,2}^3\Delta_{12,4}^3 + \Delta_{11,24}^3\Delta_{12}^3) + E_2(\Delta_{13,2}^4\Delta_{11,4}^{23} + \Delta_{13,24}^4\Delta_{11}^{234} - \Delta_{13,24}^4\Delta_{11,24}^3 - \Delta_{13,4}^3\Delta_{11,2}^{34}) - E_1(\Delta_{13,2}^4\Delta_{12,4}^3 + \Delta_{13,24}^4\Delta_{12}^3);$$

$$s_3 = E_3(\Delta_{11,2}^3\Delta_{12,34}^4 + \Delta_{11,23}^4\Delta_{12,4}^3 + \Delta_{11,24}^3\Delta_{12,3}^4 + \Delta_{11,234}^4\Delta_{12}^3) + E_2(\Delta_{13,2}^4\Delta_{11,34}^{24} + \Delta_{13,24}^4\Delta_{11,3}^{24} - \Delta_{13,24}^4\Delta_{11,234}^4 - \Delta_{13,4}^3\Delta_{11,23}^4) -$$

$$-E_1(\Delta_{13,2}^4\Delta_{12,34}^4 + \Delta_{13,24}^4\Delta_{12,3}^4);$$

$$s_4 = E_3\Delta_{11,23}^4\Delta_{12,3}^4;$$

$$s_5 = E_3\Delta_{11,24}^3\Delta_{12,4}^3 + E_2(\Delta_{13,24}^4\Delta_{11,4}^{23} - \Delta_{13,4}^3\Delta_{11,24}^3) - E_1\Delta_{13,24}^4\Delta_{12,4}^3;$$

$$s_6 = E_3(\Delta_{11,23}^4\Delta_{12,34}^4 + \Delta_{11,234}^4\Delta_{12,3}^4);$$

$$s_7 = E_3(\Delta_{11,24}^3\Delta_{12,34}^4 + \Delta_{11,234}^4\Delta_{12,4}^3) + E_2(\Delta_{13,24}^4\Delta_{11,34}^{24} - \Delta_{13,4}^3\Delta_{11,234}^4) - E_1\Delta_{13,24}^4\Delta_{12,34}^4;$$

$$s_8 = E_3\Delta_{11,234}^4\Delta_{12,34}^4. \quad (18)$$

Формулы для нахождения $P=\{p_0, p_1, \dots, p_8\}$ получаются из формул (18) с помощью таблицы соответствия $s_0 \rightarrow p_0, s_1 \rightarrow p_2, s_2 \rightarrow p_1, s_3 \rightarrow p_3, s_4 \rightarrow p_5, s_5 \rightarrow p_4, s_6 \rightarrow p_7, s_7 \rightarrow p_6, s_8 \rightarrow p_8$ и изоморфной замены индексов при символах E и Δ : $3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 3$.

Аналитическое решение системы (16)–(17) требует использования теории исключения (базирующейся на понятии результата), которая приводит задачу к нахождению корней полинома от соответствующей неизвестной [8]. Можно показать, что в данном случае результат тождественно равен нулю. Это проявляется в том, что все коэффициенты соответствующего ему полинома обращаются в нуль, что позволяет существенно упростить задачу нахождения проводимостей замещения в схеме с четырьмя источниками э. д. с. Для учета подобия уравнений (16) и (17) введем коэффициент подобия β :

$$\beta = \frac{s_8y_4^2 + s_6y_4 + s_2}{p_8y_4^2 + p_6y_4 + p_4} = \frac{s_7y_4^2 + s_3y_4 + s_1}{p_7y_4^2 + p_3y_4 + p_1} = \frac{s_5y_4^2 + s_2y_4 + s_0}{p_5y_4^2 + p_2y_4 + p_0}. \quad (19)$$

Как видно, проводимость замещения можно получить, если воспользоваться одной из пропорций формулы (19). Например, применив второе и третье отношения, получаем уравнение

$$(s_7p_5 - s_5p_7)y_4^4 + (s_7p_2 + s_3p_5 - s_5p_3 - s_2p_7)y_4^3 + (s_7p_0 + s_3p_2 + s_1p_5 - s_5p_1 - s_2p_3 - s_0p_7)y_4^2 + (s_3p_0 + s_1p_2 - s_2p_1 - s_0p_3)y_4 + s_1p_0 - s_0p_1 = 0. \quad (20)$$

Только один из четырех корней уравнения (20) является искомым значением проводимости замещения y_4 . Оставшиеся (избыточные) корни появляются в результате неэквивалентных преобразований системы (11) и приведения к общему знаменателю уравнения из (19). Возможно (и желательно) понижение порядка уравнения (20) путем учета последнего фактора образования избыточных корней. Для этого следует попытаться найти общие корни уравнений:

$$\begin{aligned} s_7y_4^2 + s_3y_4 + s_1 &= 0; \\ p_7y_4^2 + p_3y_4 + p_1 &= 0; \\ s_5y_4^2 + s_2y_4 + s_0 &= 0; \\ p_5y_4^2 + p_2y_4 + p_0 &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Найденный корень, общий для любой пары из уравнений (21), выделяется из уравнения (20),

что позволяет применить к полученному уравнению формулу Кардано.

Искомое значение проводимости y_4 при подстановке его в уравнения (16) и (17) делает их подобными. Учет этого обстоятельства позволяет исключить все избыточные корни, соответствующие y_4 . Только один из корней ($y_{3,1}$, $y_{3,2}$) квадратного трехчлена, полученного из уравнения (16) и (17), что эквивалентно, является искомым. Однако его можно выявить лишь после вычисления двух значений корня из первого уравнения (11) и подстановки возможных комбинаций корней ($y_4 y_{3,1} y_{2,1}$; $y_4 y_{3,1} y_{2,2}$; $y_4 y_{3,2} y_{2,1}$; $y_4 y_{3,2} y_{2,2}$) во второе и третье уравнения (11). Искомая комбинация корней, соответствующая проводимостям замещения y_2 , y_3 , y_4 , обращает эти уравнения в тождества.

Пример использования НПН для анализа электрической схемы с четырьмя источниками э. д. с. рассмотрен в приложении. Применение НПН для анализа схем с большим количеством независимых источников также требует нахождения корней полинома некоторой степени v относительно проводимости замещения y_i [7]:

$$f_{i0}y_i^v + f_{i1}y_i^{v-1} + \dots + f_{i,v-1}y_i + f_{iv} = 0, \quad i = 2, 3, \dots, m. \quad (22)$$

Уравнение (22) получается исключением оставшихся неизвестных из системы уравнений (4) путем построения систем результатов.

Рассмотрим приложения НПН к теории уравниваемых цепей [3, 4]. Коэффициенты полиномов (22) зависят от E_1, E_2, \dots, E_m , поэтому присваивая проводимостям замещения y_i некоторые значения, можно получить напряжения на этих проводимостях (квазипроводимостях [4]), поскольку преобразованная система (22) из n уравнений содержит n неизвестных: E_2, E_3, \dots, E_m . Таким образом, по требуемым значениям квазипроводимостей можно найти значения э. д. с. источников, которые обеспечивают заданные значения проводимостей, т. е. уравнивают схему. При линейной зависимости коэффициентов полиномов (22) от E_2, E_3, \dots, E_m , что имеет место до $m=4$, получаем систему линейных уравнений.

Представляет интерес выявить связь НПН с диакоптическим методом разделяющих источников [9]. Этот метод предусматривает подразделение схемы на подсхемы включением в нее дополнительных независимых источников, которые упрощают формирование математической модели схемы. Для получения фактических значений напряжений на дополнительных источниках э. д. с. необходимо, чтобы токи через эти источники приняли нулевые или достаточно малые значения, что достигается в процессе уравнивания преобразованной таким образом схемы. Ниже описан способ уравнивания, использующий НПН.

Сформируем для схемы с разделяющими

источниками э. д. с. $E_1, E_2, \dots, E_\gamma$ систему уравнений (4) и решим ее относительно проводимостей замещения разделяющих источников в форме (22). Уравнивание схемы, очевидно, наступит при $y_1 = y_2 = \dots = y_\gamma = 0$. Следовательно, уравнения вида (22) должны иметь один из корней, равный нулю, а значит, для соответствующих коэффициентов справедливо уравнение

$$f_{iv} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \gamma, \quad (23)$$

где f_{iv} — свободные члены уравнений для нахождения проводимостей замещения разделяющих источников.

Система уравнений (23) содержит γ уравнений и γ неизвестных значений э. д. с. разделяющих источников. В результате ее решения получаем искомые напряжения между узлами подключения этих источников.

Рассмотрим частные случаи схем, представляющие практический интерес. Если разделяющим является источник E_2 в схеме с тремя источниками э. д. с., то напряжение U_2 на нем можно найти из (9) при $v_2 = 0$:

$$U_2 = \frac{(E_3 \Delta_{12}^3 \Delta_{11,3}^2 - \Delta_{11}^3 \Delta_{12,3}) + E_1 \Delta_{13}^2 \Delta_{12,3}}{\Delta_{13}^2 \Delta_{11,3}^2}. \quad (24)$$

Используя взаимнооднозначное соответствие коэффициентов v_i и w_i в формулах (9), получаем напряжение U_3 (при $w_2 = 0$):

$$U_3 = [E_2 (\Delta_{11,2}^3 \Delta_{13}^2 - \Delta_{11}^3 \Delta_{13,2}) + E_1 \Delta_{12}^3 \Delta_{13,2}] / (\Delta_{12}^3 \Delta_{11,2}^2). \quad (25)$$

Совместное решение (24) и (25) позволяет найти U_2 и U_3 , для случая когда оба источника E_2 и E_3 являются разделяющими.

Сравним формулу (24) с формулой, использующей традиционный принцип наложения —

$$U_2 = \frac{\Delta_{12,3}}{\Delta_{11,3}^2} E_1 + \frac{\Delta_{32,1}}{\Delta_{33,1}} E_3. \quad (26)$$

Приравняв коэффициенты при E_1 и E_3 в уравнениях (24) и (26), обнаруживаем, что формулы для получения U_2/U_3 при $E_1 = 0$ принципиально различны:

$$\frac{\Delta_{32,1}}{\Delta_{33,1}} = \frac{\Delta_{12}^3}{\Delta_{13}^2} - \frac{\Delta_{11}^3 \Delta_{12,3}}{\Delta_{13}^2 \Delta_{11,3}^2}.$$

Формула (24), как и формула (26), требует получения двух несимметричных и одного симметричного АД, но в каждом из несимметричных АД первым индексом является 1.

Пусть в схеме с четырьмя источниками э. д. с. источник разделяющий. Тогда напряжение U_4 можно найти из формулы

$$s_1 p_0 - s_0 p_1 = 0, \quad (27)$$

которая получается приравнением к нулю свободного члена формулы (20).

В заключение подведем некоторые итоги. Введение понятия квазипассивной схемы и свойства квазипассивности позволяет контролировать правильность результатов анализа исходной схемы. Значение свойства квазипассивности для НПН аналогично значению баланса мощностей для традиционного принципа наложения.

Неявный принцип наложения упрощает топологический анализ электрических цепей, минимизируя затраты на получение схемных функций путем замены всех независимых источников, кроме одного, квазипассивными двухполюсниками. Пусть φ — число искоемых токов или напряжений (отличных от токов через источники э. д. с. и напряжений на источниках тока). В этом случае применение НПН потребует нахождения $\varphi + n$ числителей схемных функций. Использование традиционного принципа наложения или принципа взаимности связано с нахождением $m\varphi$ числителей. Это делает полезным НПН при комбинированном анализе электрических цепей [10], когда определяющие величины схемы (токи, напряжения) находятся топологическим методом. Формулы для схем с двумя и тремя источниками э. д. с. (6), (7) и (9), (10) удобны при расчете вручную (должен иметься некоторый навык применения топологического метода анализа). Полезным качеством НПН является возможность непосредственного перехода к токам, протекающим через замещаемые источники э. д. с. (напряжениям на замещаемых источниках тока).

Неявный принцип наложения позволяет весьма просто реализовать вариацию параметров независимых источников [1] при использовании топологических методов анализа. В случае применения традиционного принципа наложения более трудоемко — по сравнению с вариацией параметров пассивных и активных (невзаимных) компонентов схемы.

Замена независимых источников квазипассивными двухполюсниками может быть использована наряду с известными схемными преобразованиями [2] в задачах анализа и синтеза электрических цепей. Обратим внимание на то, что коэффициенты в полиномах вида (22), а значит, и соответствующие им проводимости, можно рассматривать как векторы в пространстве независимых источников. Для частных случаев это видно из формул (9) и (18).

Используя связь НПН с диакоптическим методом разделяющих источников, можно получить новые формулы для реакций, вызванных несколькими источниками энергии. Примеры таких формул — выражения (24) и (25), (27). Они не сводятся к формулам, лежащим в основе традиционного принципа наложения. Отличительной особенностью предложенных формул является то, что в них представлены части (фрагменты) схемных функций только от одного из источников.

Недостатком НПН является резкое увеличение

вычислительных затрат на получение параметров квазипассивных двухполюсников с увеличением количества независимых источников. Эти затраты связаны, в частности, с использованием численных методов нахождения корней полиномов. Достаточно высоки и требования к точности производимых вычислений. Например, чтобы убедиться в том, что результат системы уравнений (16) — (17) для схемы, рассмотренной в приложении, тождественно равен нулю, потребовалось 16 значащих цифр в мантиссах промежуточных результатов. Поэтому, возможно, что применение НПН в случае $m > 4$ представляет только теоретический интерес. Однако схемы с большим числом источников энергии встречаются реже.

Вывод. Неявный принцип наложения, вытекающий из обратной теоремы о компенсации, приводит к новым положениям, методологическим приемам и вычислительным формулам. Этим он дополняет традиционный принцип наложения, что в определенной степени разрешает проблему полноты теории цепей.

Приложение. Анализ схемы с четырьмя источниками э. д. с. Определим токи, протекающие через источники E_2, E_3, E_4 , в схеме, изображенной на рисунке, а и имеющей следующие значения параметров: $E_l = 1$ В ($l = 1, 2, 3, 4$); $g_l = 1$ См ($l = 1, 2, \dots, 5$). Схема замещения с квазипассивными двухполюсниками g_{i2}, g_{i3}, g_{i4} дана на рисунке, б.

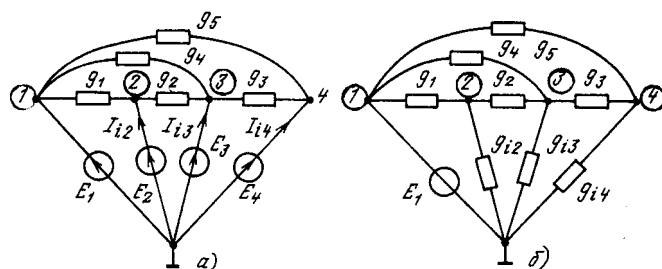
Сформируем АД этой схемы в виде выражений (12) — (15):

$$\Delta_{12} = g_a + g_{i3}g_1(g_3 + g_5) + g_{i4}[g_1(g_2 + g_3 + g_4) + g_2g_4] + g_{i3}g_{i4}g_1 = 157 + 8g_{i3} + 17g_{i4} + g_{i3}g_{i4}; \quad (28)$$

$$\Delta_{13} = g_a + g_{i2}[g_4(g_3 + g_5) + g_3g_5] + g_{i4}[g_4(g_1 + g_2) + g_1g_2] + g_{i2}g_{i4}g_4 = 157 + 47g_{i2} + 14g_{i4} + 4g_{i2}g_{i4}; \quad (29)$$

$$\Delta_{14} = g_a + g_{i2}[g_5(g_2 + g_3 + g_4) + g_3g_4] + g_{i3}g_5(g_1 + g_2) + g_{i2}g_{i3}g_5 = 157 + 57g_{i2} + 15g_{i3} + 5g_{i2}g_{i3}; \quad (30)$$

$$\Delta_{11} = g_a + g_{i2}[g_3(g_2 + g_4 + g_5) + g_5(g_2 + g_4)] + g_{i3}(g_1 + g_2)(g_3 + g_5) + g_{i4}[g_2(g_1 + g_3 + g_4) + g_1(g_3 + g_4)] + g_{i2}g_{i3}(g_3 + g_5) + g_{i2}g_{i4}(g_2 + g_3) + g_{i3}g_{i4}(g_1 + g_2) + g_{i2}g_{i3}g_{i4} = 157 + 63g_{i2} + 24g_{i3} + 23g_{i4} + 8g_{i2}g_{i3} + 9g_{i2}g_{i4} + 3g_{i3}g_{i4} + g_{i2}g_{i3}g_{i4}, \quad (31)$$



где $g_a = g_1[g_3(g_2 + g_4 + g_5) + g_5(g_2 + g_4)] +$
 $+ g_2[g_3(g_4 + g_5) + g_4g_5]$.

Образуем полином четвертого порядка от g_{i4} согласно формуле (20). Множества коэффициентов S и P получаются по формулам (18) и им изоморфным с учетом (28) — (31):

$$S = \{17270, 4648, 4853, 1141, 192, 323, 48, 70, 3\};$$

$$P = \{28731, 5703, 8763, 1558, 216, 612, 59, 104, 4\},$$

откуда

$$4624g_{i4}^4 + 151878g_{i4}^3 + 1827603g_{i4}^2 +$$

$$+ 9464588g_{i4} + 17525439 = 0. \quad (32)$$

Третье и четвертое уравнения системы (21) имеют в данном случае общий корень, поэтому, разделив полином (32) на $g_{i4} + 9,235293$, получим следующий полином:

$$4624g_{i4}^3 + 109174,01g_{i4}^2 +$$

$$+ 819349,1g_{i4} + 1897659 = 0. \quad (33)$$

Применение к уравнению (33) формулы Кардано дает значения корней $g_{i4,2} = -4,5000969$, $g_{i4,3} = -9,2345068$, $g_{i4,4} = -9,875692$. Только один из них ($g_{i4,2}$) при подстановке в уравнения (16) и (17) обеспечивает их подобие (с некоторой численной погрешностью). Например, уравнение (17) имеет такой вид:

$$31,49777g_{i3}^2 + 797,9397g_{i3} + 1690,184 = 0. \quad (34)$$

Корнями уравнения (34) являются значения $g_{i3,1} = -2,333047$ и $g_{i3,2} = 23,000165$. Один из них и есть искомое значение проводимости замещения g_{i3} . Поэтому найдем из первого уравнения системы (11) два значения g_{i2} $g_{i2,1}$ и $g_{i2,2}$, соответствующих $g_{i3,1}$ и $g_{i3,2}$. Только одно из этих значений ($g_{i2,1} = 0,49987068$) при подстановке во второе уравнение (11) в сочетании с $g_{i3,1}$ обращает

указанное уравнение в тождество $E_3/E_1 = 2,9998707$. Следовательно, $g_{i3} = -2,333047$; $g_{i2} = 0,49987068$.

Таким образом, искомые токи $I_{i2} = -g_{i2}E_2 = 0,99974136$ А, $I_{i3} = -g_{i3}E_3 = 6,999141$ А, $I_{i4} = -g_{i4}E_4 = 18,000387$ А.

Полученные значения токов вполне соответствуют точным значениям, вычисленным из уравнений для узлов 2, 3 и 4.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теоретические основы электротехники. Т. 1 / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В. Г. Миронов, Н. А. Мельников. — М.: Высшая школа, 1976. 544 с.
2. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. 196 с.
3. Пухов Г. Е. Условия сходимости процесса уравновешивания электрических цепей, содержащей квазиотрицательные сопротивления. — Изв. вузов. Электротехника, 1960, № 2, с. 8—14.
4. Пухов Г. Е. К теории цепей с квазисопротивлениями. — Теоретическая электротехника, 1967. вып. 3, с. 97—100.
5. Ортюзи Ж. Теория электронных цепей. Т. 1. Анализ / Пер. с франц. — М.: Мир, 1970. 407 с.
6. Курганов С. А., Филаретов В. В. Методы многовариантного анализа нелинейных электронных схем. — Электричество, 1983, № 5, с. 42—43.
7. Филаретов В. В. Символьно-численный анализ электронной схемы в базе управляющих напряжений нелинейных компонентов. — Проблемы нелинейной электротехники. Тез. докл. 3-й всесоюз. научн. технич. конф. — Киев: ИЭД АН УССР, 1988. с. 183—186.
8. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра / Пер. с нем. — М.: Наука, 1976. 648 с.
9. Пухов Г. Е. Дифференциальный анализ электрических цепей. — Киев: Наукова думка, 1982. 496 с.
10. Курганов С. А., Филаретов В. В. Комбинированный метод анализа электрических цепей. — Изв. вузов. Электромеханика, 1984, № 5, с. 63—67.

[09.03.89]

УДК 621.311.016.35

Исследование устойчивости систем управления при учете погрешностей измерительных приборов

ПЕТРОВ Ю. П., доктор техн. наук

Исследованию устойчивости электроэнергетических систем и систем управления давно и справедливо уделяется большое внимание. Однако до последнего времени при исследовании устойчивости не учитывалось влияние погрешности измерительных приборов в цепи обратной связи. В настоящей статье будет показано, что при наличии ограничений на управление это влияние существенно и его надо учитывать.

Рассмотрим систему управления, математическую модель которой можно записать в виде

линейного дифференциального уравнения n -го порядка:

$$A(D)x = B(D)u + \varphi(t), \quad (1)$$

где $A(D) = a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_0$, $B(D) = b_m D^m + b_{m-1} D^{m-1} + \dots + b_0$ — полиномы от оператора дифференцирования $D = \frac{d}{dt}$; $x(t)$ — регулируемая переменная, скаляр; $u(t)$ — управляющее воздействие; $\varphi(t)$ — возмущающее воздействие, реализация случайного эргодического стационарного

процесса, относительно которого известна его спектральная плотность мощности $S_\varphi(\omega)$, а тем самым — и средний квадрат $\langle \varphi^2 \rangle$, поскольку

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \varphi^2 dt = \langle \varphi^2 \rangle = \int_0^\infty S_\varphi(\omega) d\omega. \quad (2)$$

В дальнейшем предполагаем, что $A(D)$ — негурвицев полином и среди его корней имеется хотя бы один с положительной вещественной частью, и поэтому система (1) без управления — неустойчива. Однако часто она может быть устойчивой за счет регулятора с обратной связью, в котором управляющее воздействие u формируется в функции от выхода системы, от регулируемой переменной $x(t)$, измеряемой вместе с неизбежной погрешностью $\Psi(t)$, т. е. $u = u(y)$, где $y = x + \psi(t)$, причем погрешность $\psi(t)$ — реализация случайного процесса, который будем считать стационарным и эргодическим. Относительно него нам известна, как правило, его спектральная плотность мощности $S_\psi(\omega)$, которая может быть вычислена на основе наблюдений над погрешностью измерительных приборов $\psi(t)$ на достаточно длинном интервале времени. Отметим, что $S_\varphi(\omega)$ и $S_\psi(\omega)$ являются четными функциями переменной: частоты ω .

В дальнейшем связь между выходом системы $y = x + \psi$ и управляющим воздействием будем считать линейной, т. е.

$$W_2(D)u = W_1(D)(x + \psi) \quad (3)$$

или символически

$$u = \frac{W_1(D)}{W_2(D)} (x + \psi), \quad (4)$$

где $W_1(D)$ и $W_2(D)$ — полиномы от оператора дифференцирования $D = d/dt$.

Уравнения (3) и (4) означают, что управляющее воздействие $u(t)$ является решением линейного дифференциального уравнения (3), в правой части которого присутствует функция $y = x + \psi$. Уравнение (3) является математической моделью линейного регулятора с передаточной функцией $W_1(D)/W_2(D)$. На вход регулятора подается непрерывно измеряемая величина $y = x + \psi$, на выходе регулятора формируется управляющее воздействие $u(t)$. Для того, чтобы регулятор (4) был реализуем, необходимо, чтобы степень полинома $W_2(D)$ была не ниже степени $W_1(D)$. Если это условие не выполняется, то в регулятор (4) будут входить звенья идеального дифференцирования, непосредственная реализация которых невозможна.

Следует учитывать также ограничения на управление, которые могут выступать в двух формах: может быть ограничен средний квадрат управляющего воздействия

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt = \langle u^2 \rangle \leq N_u \quad (5)$$

и могут быть ограничены максимальные и минимальные значения:

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}. \quad (6)$$

Ограничение (6) заменой единиц измерения и точки отсчета можно свести к «стандартному» ограничению на модуль управляющего воздействия:

$$|u| \leq 1. \quad (7)$$

При наличии ограничения (7) от линейного регулятора (3) следует переходить к нелинейному регулятору:

$$u = \text{sat} \left[\frac{W_1(D)}{W_2(D)} (x + \psi) \right], \quad (8)$$

который часть времени будет находиться «на упорах» — т. е. управляющее воздействие будет равно $u = +1$, $u = -1$.

Символическую формулу (8) надо понимать следующим образом: до тех пор, пока решение линейного дифференциального уравнения (3) (для определенности — с нулевыми начальными условиями) по модулю меньше единицы, регулятор (8) вырабатывает и подает на вход системы управления это решение (обозначим это решение u_n). Как только окажется, что $u_n > +1$, регулятор (8) станет подавать на вход системы не u_n , а $u = +1$ и будет это делать до тех пор, пока $u_n > +1$. Аналогично, если $u_n < -1$, то регулятор (8) вырабатывает и подает на вход системы управления $u = -1$.

Теперь можно точно сформулировать две задачи управления.

Если управление $u(t)$ подчинено ограничению (5), то нужно установить, можно ли с помощью регулятора (4) обеспечить устойчивость (т. е. в данном случае — ограниченность $x(t)$ для всех t , где $0 \leq t < \infty$) системы (1) при наличии возмущающих воздействий $\varphi(t)$ и погрешностей измерения $\psi(t)$, заданных своими спектральными плотностями мощности $S_\varphi(\omega)$ и $S_\psi(\omega)$. Если обеспечение устойчивости возможно, то нужно найти регулятор (4), ее реализующий, т. е. нужно найти степени и коэффициенты полиномов $W_1(D)$ и $W_2(D)$ в регуляторе (4).

II. Если управление $u(t)$ подчинено ограничению (7), то нужно установить, может ли регулятор вида (8) при наличии возмущающих воздействий $\varphi(t)$ и погрешностей измерения $\psi(x)$ обеспечить устойчивость замкнутой системы, и если может, то найти структуру и коэффициенты усиления этого регулятора.

Для решения первой задачи можно использовать изложенный в [2—4] алгоритм синтеза регуляторов вида (4), которые при заданных $S_\varphi(\omega)$ и

$S_{\Psi}(\omega)$ обеспечивают для системы (1) устойчивость и минимум критерия качества

$$J = m^2 \langle x^2 \rangle + \langle u^2 \rangle. \quad (9)$$

Алгоритм, описанный подробно в [2—4], состоит в следующем: сначала уравнение (1) преобразуют по Фурье, при этом оператор D переходит в число s ; спектральные плотности $S_{\varphi}(\omega)$ и $S_{\Psi}(\omega)$ заменой переменной $j\omega = s$ переводят в $S_{\varphi}(s)$ и $S_{\Psi}(s)$. После этого проводят следующие операции.

1. Подбираются полиномы $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ такие, чтобы полином

$$Q(s) = A(s)\beta(s) + B(s)\alpha(s) \quad (10)$$

был гурвицевым.

Этот первый шаг алгоритма выполним всегда, кроме единственного особого случая, когда полиномы $A(s)$ и $B(s)$ имеют хотя бы один общий корень, лежащий в правой полуплоскости комплексного переменного s . Существует много полиномов $\alpha(s)$ и $\beta(s)$, обеспечивающих гурвицевость $Q(s)$; можно выбрать простейший из них. На окончательный результат, на вид оптимального регулятора и значение критерия качества (9) полиномы $\alpha(s)$ и $\beta(s)$ не влияют.

2. Факторизуются четные функции

$$\left. \begin{aligned} S_{\varphi}(s) + A(s)A(-s)S_{\Psi}(s) &= \frac{N(s)N(-s)}{T(s)T(-s)}; \\ A(s)A(-s) + m^2B(s)B(-s) &= G(s)G(-s). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

3. Выполняются две сепарации:

$$\left. \begin{aligned} \frac{[m^2B(-s)Q(s) - G(s)G(-s)\alpha(s)]N(s)}{G(-s)Q(s)A(s)T(s)} &= K_0(s) + \\ &+ K_+(s) + K_-(s); \\ \frac{-m^2S_{\varphi}(s)A(-s)B(-s)T(-s)}{G(-s)N(-s)} &= L_-(s) + L_+(s) + \\ &+ L_-(s), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где K_0 и L_0 — целые полиномы; K_+ и L_+ — правильные дроби с полюсами в левой полуплоскости; K_- и L_- — правильные дроби с полюсами в правой полуплоскости.

4. Составляется функция

$$\Phi(s) = \frac{Q(s)T(s)}{G(s)N(s)}(K_0 + L_0 + K_+ + L_+), \quad (13)$$

с использованием которой составляется изображение по Фурье передаточной функции оптимального регулятора вида (4):

$$\frac{W_1(s)}{W_2(s)} = \frac{A(s)\Phi(s) - \alpha(s)}{B(s)\Phi(s) + \beta(s)}. \quad (14)$$

5. Система (1) замыкается оптимальным регулятором (14) после чего вычисляются значения $\langle x^2 \rangle$, $\langle u^2 \rangle$ и $J = m^2 \langle x^2 \rangle + \langle u^2 \rangle$ для любого m^2 .

Операции 2—5 алгоритма синтеза оптимального регулятора и вычисления $\langle x^2 \rangle$ и $\langle u^2 \rangle$ легко вычисляются на ЦВМ. Программы для ЦВМ разработаны, и вычисления выполняются на современных ЦВМ быстро и несложно.

Отметим, что сами по себе методы построения регуляторов и замкнутых систем, обеспечивающих минимум среднеквадратичным критериям качества, известны давно [5; 6]. Все алгоритмы, при правильном применении, приводят к одному результату, ибо оптимальный регулятор, как показано в [3], единственный. Однако при использовании этих алгоритмов, как легко убедиться, очень часто получаются нереализуемые регуляторы или замкнутые системы, теряющие устойчивость при сколь угодно малом отклонении действительных значений параметров от расчетных. Поэтому теория синтеза оптимальных систем управления при случайных воздействиях долго не получала практического применения.

В [2—4] было показано, что путем введения регуляризующих множителей можно на основе приведенного алгоритма строить регуляторы, свободные от указанных недостатков и проектировать системы управления, обеспечивающие наивысшую возможную точность стабилизации и слежения при учете комплекса технических требований к системе. Поэтому оценки, получаемые на основе приведенного выше алгоритма, являются действительно рабочими оценками.

Приведенный алгоритм позволяет легко решить первую задачу. Действительно, считая в формулах (11) $m^2 = 0$, получим после выполнения алгоритма значение $\langle u^2 \rangle_{\min}$ — наименьшую мощность управления, необходимую для обеспечения устойчивости замкнутой системы (поскольку $\langle u^2 \rangle$ монотонно возрастает с ростом m^2 [4]). Если ограничение (5) таково, что $\langle u^2 \rangle_{\min} > N_u$, то устойчивость замкнутой системы обеспечить невозможно. Если $\langle u^2 \rangle_{\min} < N_u$, то обеспечение устойчивости возможно, и алгоритм позволяет вычислить также и наименьшее значение $\langle x^2 \rangle$ (характеризующее предельно достижимую точность стабилизации и слежения, совместимую с ограничением (5)).

Использование алгоритма решает поставленную нами задачу, но алгоритм сложен и не позволяет выявить явно влияние различных параметров на величину $\langle u^2 \rangle_{\min}$. Для важного частного случая, когда полином $A(D)$ в системе (1) имеет один правый корень (т. е. $A(D) = (D - a)A_r(D)$, где $A_r(D)$ — гурвицев полином) имеет место простая формула:

$$\langle u^2 \rangle_{\min} = 2\pi a \left[\frac{N(a)}{T(a)B(a)} \right]^2, \quad (15)$$

где $N(a)$ и $T(a)$ определяются из равенства:

$$S_{\varphi}(\omega) + A(j\omega)A(-j\omega)S_{\Psi}(\omega) = \frac{N(j\omega)N(-j\omega)}{T(j\omega)T(-j\omega)}. \quad (16)$$

Формула (15) отражает парадоксальный результат: возможность или невозможность обеспечения устойчивости зависят не от всего спектра возмущающих воздействий и погрешностей измерения, как это естественно было ожидать, а только от его значения в одной точке при $j\omega = a$, причем влияют даже не сами спектры, а их факторизованная часть.

Формула (15) и подобные ей более сложные формулы для нескольких правых корней позволяют лучше разобраться, какие параметры затрудняют обеспечение устойчивости сложных систем таких, например, как системы удержания горячей плазмы в термоядерных установках и т. п. Так, например, если $S_\psi = 0$, то $\langle u^2 \rangle_{\min}$ совсем не зависит от гурвицевой части полинома $A(D)$, при $S_\psi \neq 0$ — зависит. Анализ $\langle u^2 \rangle_{\min}$ при возмущающих воздействиях, имеющих спектральную плотность мощности типа спектра Рахманина — Фирсова показывает, что трудность обеспечения устойчивости зависит от степени хаотичности возмущений. При возмущениях даже большой амплитуды, но близких к гармоническим, устойчивость может быть обеспечена управляющим воздействием малой мощности и т. п.

Отметим, в частности, что из (15) следует, что при $S_\psi = 0$ имеем $\langle u^2 \rangle_{\min} \neq 0$, т. е. погрешность измерений может влиять на устойчивость даже при отсутствии возмущающих воздействий.

Частный случай формулы (15) для $S_\psi = 0$ был получен ранее в [7], обобщение ее на случай $S_\psi \neq 0$ было выполнено М. В. Пассовой.

Перейдем теперь к решению второй задачи: о возможности обеспечения устойчивости системы (1) при учете ограничения $|u| \leq 1$. Предположим дополнительно, что возмущающие воздействия $\varphi(t)$ и погрешности измерений $\psi(t)$ имеют распределение, близкое к нормальному и выполняют условия: вероятности неравенств $|\varphi(t)| \geq k_0 \sigma_\varphi$ и $|\psi(t)| \geq k_0 \sigma_\psi$ равны нулю, причем $\sigma_\varphi = \sqrt{\langle \varphi^2 \rangle}$; $\sigma_\psi = \sqrt{\langle \psi^2 \rangle}$ — среднеквадратичные значения $\varphi(t)$ и $\psi(t)$, а k_0 — «постоянная практической уверенности», которую чаще всего принимают равной 3. Мы тоже будем считать $k_0 = 3$, тем более, что пересчет на другие значения k_0 затруднений не представляет.

При близком к нормальному распределению $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ управляющее воздействие на выходе линейного регулятора (3) распределено по тому же закону и будет равна нулю вероятность неравенства $|u(t)| \geq 3\sigma_u$. Следовательно, если при оптимальном управлении, рассчитанном по приведенному выше алгоритму, при заданных S_φ и S_ψ , окажется, что при $m^2 = 0$

$$\langle u^2 \rangle_{\min} \leq 1/9, \quad (17)$$

то управление $u(t)$ на выходе регулятора (3) не нарушит ограничения $|u| \leq 1$. Таким образом, выполнение неравенства (17) является достаточным

условием для возможности обеспечения устойчивости замкнутой системы.

Необходимое условие обеспечения устойчивости зависит от значения вещественной части корней полинома $A(D)$ системы (1), расположенных в правой полуплоскости. Действительно, если система (1) замкнута регулятором (8) и регулятор «выходит на упоры», т. е. вырабатывает управление $u = +1$ или $u = -1$, то $|x(t)|$ начинает возрастать по экспоненциальному закону с постоянной времени, определяемой корнем полинома $A(D)$ с наибольшей положительной вещественной частью. Если эта вещественная часть велика, то возрастание $|x(t)|$ происходит очень быстро. Поэтому для таких систем даже кратковременный выход управления $u(t)$ на значения $u = +1$ или $u = -1$ опасен и может привести к тому, что управление $u(t)$ уже не сможет остановить начавшегося неукротимого возрастания $|x(t)|$. Для таких систем управления и необходимым и достаточным условием возможности обеспечения устойчивости будет выполнение условия (17).

Отметим, что если $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ распределены по нормальному закону, то регулятор, обеспечивающий минимум среднеквадратичного критерия качества, является линейным, имеет вид (3), и оценка (17) не может быть улучшена за счет перехода к регулятору любого другого вида, отличного от вида (3).

Если наибольшая из положительных вещественных частей корней полинома $A(D)$ в системе (1) невелика, то при $u = +1$ или $u = -1$ модуль $x(t)$ возрастает медленно, кратковременное «пробывание на упорах» регулятора (8) не опасно и не необходимым условием возможности обеспечения устойчивости является неравенство:

$$\langle u^2 \rangle_{\min} \leq 1/k^2, \quad (18)$$

где $k < 3$.

Точное определение значения коэффициента k в неравенстве (18) затруднительно, поскольку при выходе «на упоры» регулятора (8) замкнутая система делается нелинейной и процессы в ней при случайных возмущающих воздействиях и погрешностях измерений носят весьма сложный характер. Машинный эксперимент, когда на вычислительной системе моделировалась система (1) и регулятор (8) при различных коэффициентах усиления и возмущающих воздействий, показал, что даже при малых вещественных частях правых корней полинома $A(D)$ коэффициент k в необходимом условии устойчивости (18) не уменьшается очень существенно по сравнению с предельным значением $k = 3$. Границы устойчивости в ходе машинных экспериментов с различными системами управления проходили обычно при $k = 1 \div 1,4$. Для уточнения необходимых условий устойчивости для систем управления вида (1) при ограничениях (6) желательно провести дополнительные исследования.

Пример 1. Рассмотрим систему управления

$$(D^2 - 1)x = u + \varphi, \quad (19)$$

где x — отклонение управляемого объекта от желаемого положения, м; u — управляющая сила, в ньютонах на 1 кг массы объекта; $\varphi(t)$ — возмущающее воздействие, которое с достаточной степенью точности можно считать «белым шумом», его спектральная плотность мощности $S_\varphi(\omega) = 0,632$ и имеет размерность $\text{Н}^2 \cdot \text{с}$.

Управляющее воздействие ограничено условием: $\sigma_u \leq 2,5$ Н. Если предположить, что выход системы $x(t)$ измеряется точно, то, поскольку система (19) имеет один правый корень $D_1 = a = 1 \text{ с}^{-1}$, то по формуле (15) устанавливаем, что

$$\langle u^2 \rangle_{\min} = 2\pi \cdot 0,632 = 4\text{Н}^2. \quad (20)$$

т. е. наименьшее среднеквадратичное значение управляющего воздействия, необходимого и достаточного для обеспечения устойчивости замкнутой системы, равно 2 Н.

Нетрудно проверить, что регулятор

$$u = -(2,82D + 4)x \quad (21)$$

обеспечит для данной системы $\sigma_x = 0,343$ м при среднеквадратичном значении управляющего воздействия $\sigma_u = 2,17$ Н, и поэтому регулятор (21) обеспечит устойчивость замкнутой системы с хорошим запасом.

Пример 2. Предположим теперь, что выход системы измеряется с погрешностью $\psi(t)$, причем среднеквадратичное значение погрешности равно 0,1 м, а спектральная плотность мощности

$$S_\psi(\omega) = \frac{0,2}{\pi} \frac{1}{1 + \omega^2}.$$

В этом случае $S_\varphi + A(j\omega)A(-j\omega)S_\psi = 0,632 + 0,0632 \cdot (1 + \omega^2)$ и, следовательно, $T(j\omega) = 1$; $N(j\omega) = 0,834 + 0,251j\omega$. Теперь, используя формулу (15), устанавливаем, что $\langle u^2 \rangle_{\min} = 7,4 \text{ Н}^2$; $\sigma_u = 2,7$ Н. Следовательно, управляющее воздействие, стесненное ограничением $\sigma_u \leq 2,5$ Н уже не сможет обеспечить устойчивость замкнутой системы.

В рассматриваемом примере наличие погрешности в измерениях привело к увеличению необходимой мощности управления на 57 %, несмотря на то, что дисперсия погрешности в измерениях составляет всего лишь 8,5 % среднего квадрата измеряемого выхода системы. Этот пример показывает, насколько важно учитывать погрешность

измерений в суждениях об устойчивости различных систем управления.

Пример 3. Пусть для той же системы управления (19) при $S_\psi = 0$ возмущающее воздействие имеет дисперсию, равную единице и спектральную плотность мощности

$$S_\varphi(\omega) = \frac{4\alpha}{\pi} \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)^2 - 4\beta^2\omega^2}. \quad (20)$$

Спектральная плотность мощности (20) хорошо известна [4]. При $\frac{\alpha}{\beta} \leq 0,2$ она имеет резко выраженный максимум вблизи $\omega = \beta$ и этот максимум тем больше, чем меньше величина α/β . Отношение α/β отражает, как известно, «степень хаотичности» процесса со спектральной плотностью (20). При $\alpha \rightarrow 0$ процесс $\varphi(t)$ приближается к гармоническому колебанию с частотой $\omega = \beta$. В данном случае

$$\frac{N(j\omega)}{T(j\omega)} = \sqrt{\frac{4\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{\pi}} \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha j\omega + (j\omega)^2}$$

и используя формулу (15) устанавливаем, что

$$\langle u^2 \rangle_{\min} = \frac{8\alpha(\alpha^2 + \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 1)}. \quad (21)$$

Формула (21) показывает, что при одной и той же дисперсии возмущающего воздействия минимальная мощность, необходимая для обеспечения устойчивости зависит от параметров спектра и при малых α значение $\langle u^2 \rangle_{\min}$ очень мало.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. — М.: «Энергия», 1980.
2. Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления. — Л.: Энергия, 1977.
3. Абдулаев Н. Д., Петров Ю. П. Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов. — Л.: Энергоатомиздат, 1985.
4. Петров Ю. П. Синтез оптимальных систем управления при неполностью известных возмущающих силах. Учебное пособие. — Л.: Изд.-во ЛГУ, 1987.
5. Ньютон Д., Гулд Л., Кайзер Д. Теория линейных следящих систем. — М.: Мир, 1961.
6. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. — М.: Мир, 1977.
7. Веремей Е. И., Петров Ю. П. Предельные возможности оптимизации систем управления. Сборник «Вопросы механики и процессов управления». — Саранск, 1978.

[01.08.89]

Модальное управление электроприводами постоянного тока

КУХАРЕНКО Н. В., канд. техн. наук

Ленинград

В своей традиционной постановке задача модального управления [1—4] состоит в определении коэффициентов безынерционных обратных связей по фазовым координатам объекта, которые обеспечивали бы заданное распределение нулей и полюсов передаточной функции замкнутой системы и тем самым обеспечили бы требуемый характер ее переходной характеристики. Вопросы же обеспечения статической точности системы при такой постановке задачи не рассматриваются.

В статье на примере типовой структуры системы преобразователь — двигатель (П—Д) решается расширенная задача модального управления, в которой одновременно учитываются требования и к статике, и к динамике системы. Требование к статике характеризуется максимально допустимым значением статической ошибки δ_m замкнутой системы, а требование к динамике состоит в том, чтобы обеспечить желаемый «стандартный» переходный процесс по выходной координате.

Каждому «стандартному» процессу соответствует свой характеристический полином [2, 5]. Для рассматриваемой ниже системы П—Д третьего порядка можно рекомендовать «стандартные» полиномы вида

$$p^3 + 2,049\Omega_0 p^2 + 2,397\Omega_0^2 p + \Omega_0^3; \quad (1)$$

$$p^3 + 2,155\Omega_0 p^2 + 2,155\Omega_0^2 p + \Omega_0^3. \quad (2)$$

Распределение корней указанных полиномов и соответствующие им «стандартные» переходные характеристики показаны на рис. 1. Первому по-

линому соответствуют динамические показатели качества: перерегулирование $\sigma=0$ и относительное время регулирования $\tau_{p1} = \Omega_0 t_{p1} = 4,37$; второму полиному соответствуют $\sigma=5\%$ и $\tau_{p2} = 3,75$. В дальнейшем для полиномов (1), (2) будем использовать их запись в общем виде

$$p^3 + k_{2c}\Omega_0 p^2 + k_{1c}\Omega_0^2 p + \Omega_0^3. \quad (3)$$

Структурная схема системы П—Д показана на рис. 2. На схеме через Ψ обозначена доступная измерению переменная преобразователя используется генератор или магнитный усилитель, то такой измеряемый переменной является ток в обмотке возбуждения или в обмотке управления ($\Psi = I_{в.г} = I_y$), при этом коэффициент передачи преобразователя k_n определяется сопротивлением обмотки ($k_n = 1/R_{в.г} = 1/R_y$), а коэффициент k'_n определяется числом витков обмотки и наклоном кривой намагничивания ($k'_n = k_F \omega$) [6, 7].

В случае тиристорного преобразователя измерить можно его э. д. с. [8], поэтому в этом случае $\Psi = E_n$, а $k'_n = 1$. Если между элементом сравнения и преобразователем включен предварительный безынерционный усилитель, то его коэффициент усиления k_y будет входить сомножителем в выражение для k_n (например, если усилитель включен на обмотку возбуждения генератора, то $k_n = k_y/R_{в.г}$). Таким образом, рассматриваемая структурная схема является достаточно общей для различных систем П—Д.

Постановка задачи и алгоритм ее решения. Приведенные замечания позволяют конкретизировать расширенную задачу модального управления электроприводом: известны структура и нерегулируемые параметры T_n , k'_n , T_a , R_a , T_m , k_m , k_E системы П—Д рис. 2; требуется определить регулируемый коэффициент передачи k_n (или k_y) в прямом канале системы и коэффициент обратных связей k_ψ , $k_{т.я}$, $k_{т.г}$, при которых во всем заданном диапазоне регулирования $D = \omega_n/\omega_{min}$ статическая ошибка замкнутой системы не превышает допустимого значения ($\delta \leq \delta_m$), а коэффициенты характеристического уравнения системы

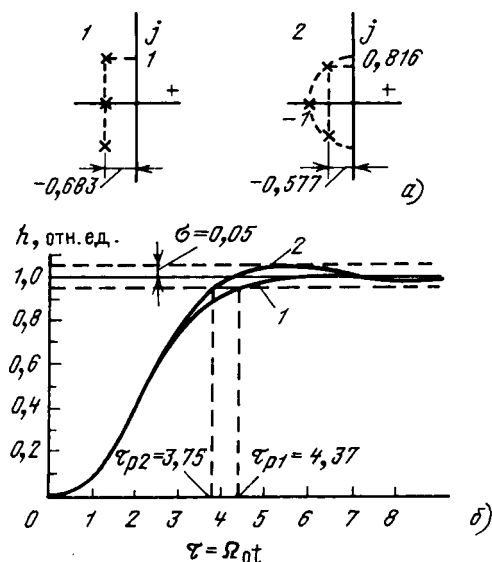


Рис. 1 Вологодская областная универсальная научная библиотека

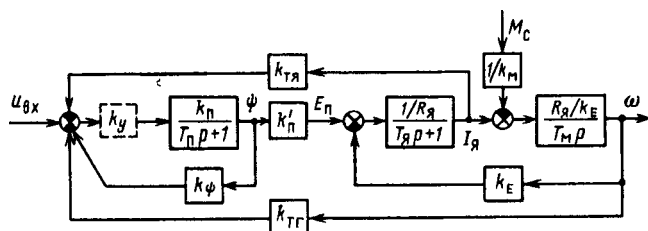


Рис. 2

соответствуют коэффициентам выбранного «стандартного» полинома (3).

Для решения задачи запишем матричное уравнение динамики системы, опуская промежуточные выкладки:

$$\begin{pmatrix} \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{dI_a}{dt} \\ \frac{d\Psi}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{R_a}{k_E T_m} & 0 \\ -\frac{k_E}{R_a T_a} & -\frac{1}{T_a} & \frac{k'_n}{R_a T_a} \\ \frac{k_n k_{\tau, r}}{T_n} & \frac{k_n k_{\tau, a}}{T_n} & (1 + k_n k_\Psi) \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \omega \\ I_a \\ \Psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_n}{T_n} \end{pmatrix} u_{BX} + \begin{pmatrix} -R_a \\ \frac{k_E k_m T_m}{k_E k_m T_m} \\ 0 \end{pmatrix} M_c. \quad (4)$$

Раскрывая главный характеристический определитель уравнения (4) и приравнивая его коэффициенты к соответствующим коэффициентам полинома (3), получаем

$$\left. \begin{aligned} \frac{1 + k_n k_\Psi}{T_n} &= k_{2c} \Omega_0 - \frac{1}{T_a}; \\ \frac{1 + k_n k_\Psi}{T_a T_n} + \frac{k_n k'_n k_{\tau, a}}{T_a T_n R_a} &= k_{1c} \Omega_0^2 - \frac{1}{T_m T_a}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{1 + k_n k_\Psi}{T_m T_a T_n} + \frac{k_n k'_n k_{\tau, r} / k_E}{T_m T_a T_n} = \Omega_0^3.$$

В статике на основании (4) имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_a}{k_E T_m} I_a &= \frac{R_a}{k_E k_m T_m} M_c; \\ -\frac{k_E}{R_a T_a} \omega - \frac{1}{T_a} I_a + \frac{k'_n}{R_a T_a} \Psi &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$-\frac{k_n k_{\tau, r}}{T_n} \omega - \frac{k_n k_{\tau, a}}{T_n} I_a - \frac{(1 + k_n k_\Psi)}{T_n} \Psi = -\frac{k_n}{T_n} u_{BX}.$$

Отсюда, используя, например, формулы Крамера, нетрудно получить уравнение статики замкнутой системы

$$\omega = k_u u_{BX} - k_v M_c,$$

где k_u , k_v — коэффициенты передачи системы по управлению и возмущению (нагрузке):

$$k_u = \frac{k_n k'_n k_a}{1 + k_n (k_\Psi + k'_n k_a k_{\tau, r})}; \quad (7)$$

$$k_v = \frac{k'_a [1 + k_n (k_\Psi + k_{\tau, a} k'_n / R_a)]}{1 + k_n (k_\Psi + k'_n k_a k_{\tau, r})}. \quad (8)$$

Здесь $k_a = 1/k_E$, $k'_a = R_a/k_E k_m$ — коэффициенты передачи двигателя по управлению и возмущению.

На основании (6) относительная статическая ошибка замкнутой системы, обусловленная изменением нагрузки двигателя от нулевой до номинальной, определяется выражением

$$\delta = \frac{\omega_0 - \omega_n}{\omega_n} = \frac{k_v M_{c, n}}{\omega_n}. \quad (9)$$

При отсутствии внешних обратных связей ($k_\Psi = k_{\tau, a} = k_{\tau, r} = 0$ — см. рис. 2) согласно (8) $k_v = k'_a$, и поэтому подобно (9) статическая ошибка разомкнутой системы П—Д

$$\delta_0 = \frac{k'_a M_{c, n}}{\omega_n}, \quad (10)$$

откуда

$$k'_a = \delta_0 \frac{\omega_n}{M_{c, n}}. \quad (11)$$

Подставляя теперь (8) в (9) с учетом (11) и требуемого диапазона регулирования D , получаем

$$\delta = \delta_0 D \frac{1 + k_n (k_\Psi + k_{\tau, a} k'_n / R_a)}{1 + k_n (k_\Psi + k'_n k_a k_{\tau, r})}.$$

Отсюда после несложных преобразований можно записать

$$k_n k_\Psi + \frac{\delta_0 D}{\delta_0 D - \delta} \frac{k_n k'_n}{R_a} k_{\tau, a} - \frac{\delta}{\delta_0 D - \delta} k_n k'_n k_a k_{\tau, r} = -1. \quad (12)$$

Дальнейшее решение поставленной задачи сводится к решению системных четырех уравнений (5), (12) относительно четырех неизвестных k_n , k_Ψ , $k_{\tau, a}$, $k_{\tau, r}$. Для краткости записи последующих выкладок введем обозначения:

$$x = k_n k_\Psi; \quad y = (k_n k'_n / R_a) k_{\tau, a}; \quad z = k_n k'_n k_a k_{\tau, r}; \quad (13)$$

$$b_2 = (k_{2c} \Omega_0 - \frac{1}{T_a}) T_n; \quad b_1 = (T_a k_{1c} \Omega_0^2 - \frac{1}{T_m}) T_n;$$

$$b_0 = T_m T_a T_n \Omega_0^3; \quad (14)$$

$$s = \frac{\delta_0 D}{\delta_0 D - \delta}; \quad q = \frac{\delta}{\delta_0 D - \delta}, \quad (15)$$

причем

$$s - q = 1. \quad (16)$$

Тогда система указанных уравнений принимает компактный вид

$$\left. \begin{aligned} x &= b_2 - 1; \\ x + y &= b_1 - 1; \\ x + z &= b_0 - 1; \\ x + sy - qz &= -1. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Поскольку в системе (17) число уравнений превышает число неизвестных, то необходимо установить условие ее совместности. Для этого из первых трех уравнений рекуррентно определяем:

$$\begin{aligned} x &= b_2 - 1; \quad y = b_1 - 1 - x = b_1 - b_2; \\ z &= b_0 - 1 - x = b_0 - b_2. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в последнее уравнение системы (17) и учитывая (16), приходим к следующему условию совместности:

$$\frac{q}{s} b_0 - b_1 = 0,$$

или с учетом принятых обозначений (14), (15)

$$\frac{\delta}{\delta_0 D} \Omega_0^3 - \frac{k_{1c}}{T_m} \Omega_0^2 + \frac{1}{T_n T_m^2} = 0. \quad (19)$$

Неполное кубическое уравнение (19) можно решить аналитически (по формулам Кардано) или численно. Несложный анализ показывает, что при реальных значениях параметров электроприводов это уравнение имеет один отрицательный и два положительных вещественных корня, приближенные значения которых определяются формулами

$$\Omega_0^{(1,2)} \approx \pm \frac{1}{\sqrt{k_{1c} T_n T_m}}; \quad (20)$$

$$\Omega_0^{(3)} \approx \frac{\delta_0 D k_{1c}}{\delta T_m}. \quad (21)$$

Формула (20) очевидна из следующих обстоятельств. Во-первых, во всех «стандартных» полиномах $k_{1c} > 1$; во-вторых, в системах электроприводов всегда $T_n < 1$ с, $T_m < 1$ с, $\delta < \delta_0$, $D \geq 1$, поэтому для коэффициентов уравнения (19) справедливы соотношения

$$\frac{\delta}{\delta_0 D} \ll 1; \quad \frac{k_{1c}}{T_m} \gg 1; \quad \frac{1}{T_n T_m^2} \gg 1,$$

в силу которых первым членом уравнения можно пренебречь, и тогда из его оставшейся части следует формула (20).

Так как согласно (20) $\Omega_0^{(1)} + \Omega_0^{(2)} \approx 0$, то из (19) в соответствии с теоремой Виета следует формула (21).

Нетрудно заметить, что формула (20) дает заниженное значение $\Omega_0^{(2)}$, а формула (21) — завышенное значение $\Omega_0^{(3)}$ по сравнению с точными

решениями уравнения (19). Поэтому в соответствии с рис. 1, б время регулирования определяется выражениями

$$\begin{aligned} t_p &\leq \tau_p / \Omega_0^{(2)}; \\ t_p &\geq \tau_p / \Omega_0^{(3)}, \end{aligned}$$

которые являются строгими неравенствами, если $\Omega_0^{(2)}$, $\Omega_0^{(3)}$ вычислены по формулам (20), (21) и являются строгими равенствами, если $\Omega_0^{(2)}$, $\Omega_0^{(3)}$ — точные решения уравнения (19).

Для промышленных электроприводов с параметрами $T_n = 0,02 - 0,2$ с, $T_m = 0,05 \div 0,5$ с, $\delta_0 / \delta \geq 10$, $D \geq 2$ согласно (20), (22) имеем $\Omega_0^{(2)} = 2 \div 20$, $t_p = 0,2 \div 2$ с, а согласно (21), (23) $\Omega_0^{(3)} = 80 \div 800$, $t_p = 0,005 \div 0,05$ с — столько малые значения t_p могут потребовать для их реализации недопустимо больших ускорений, моментов и токов якоря двигателя, поэтому из двух положительных корней уравнения (19) наиболее приемлемым в практическом отношении является меньший из них. Возможность же использования большего корня требует дополнительного анализа. Оставляя пока вопрос окончательного выбора Ω_0 открытым, перейдем к определению искомых коэффициентов k_n , k_ψ , k_{T_n} , k_{T_r} . Для этого, учитывая (13) запишем (7) в виде

$$k_u = \frac{k_n k'_n k_a}{1 + x + z},$$

откуда на основании третьего уравнения системы (17) и последнего выражения (14) получаем

$$k_n = \frac{T_n T_r T_n \Omega_0^3}{k'_n k_a} k_u. \quad (24)$$

Далее, используя (13), (18), (14), (24), находим остальные коэффициенты:

$$k_\psi = \left(k_{2c} - \frac{T_n + T_n}{T_n T_n \Omega_0} \right) \frac{k'_n k_a}{T_n T_n \Omega_0^3} \frac{1}{k_u}; \quad (25)$$

$$k_{T_n} = \left[k_{1c} - \left(k_{2c} - \frac{T_n - T_n}{T_n T_n \Omega_0} \right) \frac{1}{T_n \Omega_0} \right] \frac{k_a R_n}{T_n \Omega_0} \frac{1}{k_u}; \quad (26)$$

$$k_{T_r} = \left[1 - \left(k_{2c} - \frac{1}{T_n \Omega_0} \right) \frac{1}{T_n T_n \Omega_0^2} \right] \frac{1}{k_u}. \quad (27)$$

Согласно (4) и (9) с учетом (8) динамические процессы в замкнутой системе и ее статическая ошибка зависят от произведений $k_n k_\psi$, $k_n k_{T_n}$ и $k_n k_{T_r}$, которые в соответствии с (24) — (28) не зависят от значений k_u . Это обстоятельство предопределяет некоторую свободу выбора коэффициента k_u , а следовательно, и коэффициентов k_n , k_ψ , k_{T_n} , k_{T_r} . Такая свобода может быть бла-

гоприятно использована для удобства практической реализации системы. Так, например, коэффициент k_u можно определить по заданному максимальному уровню входного напряжения $u_{вх\ m}$, который должен обеспечить скорость холостого хода двигателя ω_0 на верхней границе диапазона его регулирования. В этом случае согласно (9), (6)

$$\omega_0 = (1 + \delta) \omega_n; \quad (28)$$

$$k_u = \omega_0 / u_{вх\ m}. \quad (29)$$

Теперь вернемся к выбору параметра Ω_0 , входящего в формулы (24) — (27). Для этого, используя (4), (24) — (27) и опуская промежуточные преобразования, запишем передаточные функции по управлению и возмущению для обеих переменных двигателя ω и I_a :

$$W_{1\omega}(p) = \omega(p) / u_{вх}(p) = \Omega_0^3 k_u / a(p); \quad (30)$$

$$W_{2u}(p) = I_a(p) / u_{вх}(p) = \Omega_0^3 k_u T_m p / k_d R_a a(p); \quad (31)$$

$$W_{1u}(p) = \frac{\omega(p)}{M_c(p)} = - \frac{k_d}{T_m} \frac{p^2 + k_{2c} \Omega_0 p + (k_{1c} \Omega_0^2 - 1 / T_m T_a)}{a(p)} \quad (32)$$

$$W_{2u}(p) = \frac{I_a(p)}{M_c(p)} = \frac{1}{k_u T_m T_a} \frac{p + T_m T_a \Omega_0^3}{a(p)}, \quad (33)$$

где $a(p)$ — полином вида (3).

Из сравнения (30) и (31) следует, что ордината переходной характеристики $I_a(t)$ в любой момент времени пропорциональна скорости изменения характеристики $\omega(t)$. Поэтому увеличение Ω_0 приводит к пропорциональному увеличению броска тока якоря I_a при разгоне двигателя.

Передаточная функция (32) содержит в числителе полином второго порядка, корни которого определяются выражением

$$p_{1,2} = [-k_{2c} \Omega_0 \pm \sqrt{(k_{2c}^2 - 4k_{1c}) \Omega_0^2 + 4 / T_m T_a}] / 2.$$

Отсюда, если $\Omega_0 = \Omega_0^{(2)} \approx 1 / \sqrt{k_{1c} T_m T_a}$, то получаем пару вещественных корней $p_1 \approx 0$, $p_2 \approx -k_{2c} \Omega_0$. Близкий к нулю корень может обусловить значительные провалы частоты вращения двигателя ω при наброске нагрузки M_c . Если же $\Omega_0 = \Omega_0^{(3)} > 1 / \sqrt{T_m T_a}$ и согласно (1) — (3) $k_{2c}^2 - 4k_{1c} \leq 4$, то получаем пару комплексно-сопряженных корней. Эта пара частично компенсирует пару комплексных корней полинома знаменателя $a(p)$ (рис. 1, а) и тем самым способствует уменьшению провалов частоты вращения ω .

Передаточная функция (33) содержит в числителе полином первого порядка, корень которого определяется выражением

$$p = -T_m T_a \Omega_0^3.$$

Отсюда, если $\Omega_0 = \Omega_0^{(2)}$, то $p = -\Omega_0 / k_{1c} = -(0,42 \div 0,46) \Omega_0$. Этот корень находится недалеко от вещественного корня полинома $a(p)$, компенсирует его и тем самым делает доминирующей пару комплексных корней, что в свою очередь обуславливает увеличение амплитуды колебаний тока якоря I_a . Если же $\Omega_0 = \Omega_0^{(3)}$, то согласно (21)

$p = -[(\delta_0 D k_{1c} / \delta)^2 T_a / T_m] \Omega_0 \ll -\Omega_0$. Этот корень находится значительно левее корней полинома $a(p)$ и поэтому не влияет на переходный процесс, т. е. график функции $I_a(t)$ будет близок к одному из графиков рис. 1, б.

Таким образом, использование большего значения $\Omega_0 = \Omega_0^{(3)}$ приводит к большим броскам тока якоря I_a при разгоне двигателя, но меньшим провалам частоты вращения ω и меньшим амплитудам колебаний тока якоря I_a при набросе нагрузки. Поэтому это значение можно использовать при синтезе систем модального управления электроприводами, работающими в условиях ударной нагрузки. Для позиционных приводов с частыми пусками следует использовать меньшее значение $\Omega_0 = \Omega_0^{(2)}$.

Из изложенного следует полный алгоритм решения задачи модального управления.

1. На основании исходных данных составляем уравнение (19) и среди его решений, в зависимости от режима работы привода, выбираем значение $\Omega_0 = \min \{ \Omega_0^{(i)} > 0 \}$ или $\Omega_0 = \max \{ \Omega_0^{(i)} > 0 \}$.

2. По формулам (28), (29) вычисляем k_u .

3. По формулам (24) — (27) вычисляем k_n , k_ψ , $k_{т.я}$, $k_{т.г}$.

Пример. Будем рассматривать систему генератор—двигатель с номинальными данными: $P_n = 55$ кВт; $U_{я.н} = 220$ В; $I_{я.н} = 286$ А; $\omega_n = 104,72$ рад/с; параметры, соответствующие рис. 2: $R_a = 0,072$ Ом ($R_{я.д} = R_{я.г} = 0,036$ Ом); $k_m = k_E = (U_{я.н} - I_{я.н} R_{я.д}) / \omega_n = 2$; $M_c = M_n = k_m I_{я.н} = 572$ Н·м; $U_{вх\ m} = 20$ В; $k_d = 1 / k_E = 0,5$; $k_d' = R_a / k_E k_m = 0,018$; $T_m = 0,3$ с; $T_a = 0,03$ с; $T_n = T_{в.г} = 0,32$ с; $R_{в.г} = 60$ Ом; $k_n' = k_r' = 31$ В/А (при этом, как было отмечено ранее, $k_n = k_y / R_{в.г}$; $\Psi = I_{в.г}$; $k_\psi = k_{т.в}$). Требуемые показатели замкнутой системы управления: $D = 2$; $\delta \leq 1\%$; $\sigma \leq 5\%$. Так как при этом согласно (2), (3) $k_{1c} = k_{2c} = 2,155$, то на основании (20) $\Omega_0^{(2)} \approx 7,18$ и поэтому согласно (22) и рис. 1, б ожидаемое время регулирования $t_p < \tau_{p2} / \Omega_0^{(2)} = 0,52$ с.

Используя исходные данные, на основании (10) находим $\delta_0 = 0,098$ и далее в соответствии с приведенным алгоритмом получаем:

1) $0,0508 \Omega_0^3 - 7,183 \Omega_0^2 + 370,4 = 0 \rightarrow \Omega_0^{(2)} = 7,376$; $\Omega_0^{(3)} = 140,89$; выбираем $\Omega_0 = \Omega_0^{(2)}$;

2) $\omega_0 = 1,01$, $\omega_n = 105,77$ рад/с; $k_u = 5,29$ рад/В·с;

3) $k_n = 0,394$ ($k_y = k_n R_{в.г} = 23,66$); $k_{т.в} = -16,687$ В/А; $k_{т.я} = 0,033$ В/А; $k_{т.г} = 1,102$ В·с/рад.

Подстановка заданных и найденных значений параметров в уравнение (4) приводит его к виду

$$\begin{vmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I}_a \\ \dot{I}_{в.г} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0,1200 & 0 \\ -925,9 & -33,333 & 14351,8 \\ -1,358 & -0,0409 & 17,4380 \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} \omega \\ I_{\text{я}} \\ I_{\text{в.г}} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,232 \end{vmatrix} u_{\text{вх}} + \begin{vmatrix} -0,06 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} M_{\text{с}}.$$

На основании этого уравнения будем исследовать два режима работы электропривода. Первый — разгон двигателя без нагрузки ($M_{\text{с}}=0$) до установившейся частоты вращения $\omega_{\text{мин}} = \omega_0/D = 52,9 \text{ с}^{-1}$, определяемой нижней границей диапазона регулирования. Для такого режима согласно (6) $U_{\text{вх}} = \omega_{\text{мин}}/k_u = 10 \text{ В}$. Результаты интегрирования уравнения на ЦВМ для данного режима представлены графиками на рис. 3, а, б. Второй режим — ступенчатый наброс номинальной нагрузки ($M_{\text{с}} = M_{\text{н}} = 572 \text{ Н} \cdot \text{м}$) — представлен графиками на рис. 3, в, г.

Показатели переходного процесса σ , t_p по выходной координате ω (рис. 3, а) и статическая ошибка δ (рис. 3, в) полностью соответствуют требуемым значениям. Переходные процессы по промежуточным координатам $I_{\text{я}}$ и $I_{\text{в.г}}$ рис. 3, б, в, г имеют вполне удовлетворительные показатели. Установившиеся значения частоты вращения рис. 3, а и тока двигателя рис. 3, в соответствуют заданным режимам работы ($\omega_{\text{уст}} = \omega_{\text{мин}} = 52,9$; $I_{\text{я.уст}} = I_{\text{я.н}} = 286$). Все это указывает на достоверность приведенных выкладок и правомерность алгоритма.

Если на первом шаге алгоритма принять $\Omega_0 = \Omega_0^{(3)}$, то при тех же результатах второго шага ($\omega_0 = 105,77$; $k_u = 5,29$) на третьем шаге получим $k_{\text{н}} = 2748$; $k_{\text{т.в}} = 0,031 \text{ В/А}$; $k_{\text{т.я}} = 0,273 \cdot 10^{-3} \text{ В/А}$; $k_{\text{т.г}} = 0,187 \text{ В} \cdot \text{с/рад}$. Соответствующие этим параметрам графики переходных процессов для указанных ранее режимов работы привода показаны на рис. 4. Как и ожидалось, бросок тока $I_{\text{я}}$ при разгоне двигателя (рис. 4, а) увеличился пропорционально отношению $\Omega_0^{(3)}/\Omega_0^{(2)} = 19,1$, но перерегулирование по току $I_{\text{я}}$ и провал по частоте вращения ω при набросе нагрузки (рис. 4, б) резко уменьшились.

Непосредственное цифровое моделирование замкнутой системы рис. 2 с приведенными здесь вариантами параметров, выполненное на базе стандартного пакета программ [9], дало такие же численные результаты, что подтверждает достоверность представленного алгоритма.

Отметим, что алгоритм многократно апробировался при аналогичных расчетах и моделировании систем с двигателями различной мощности (от 1,5 до 200 кВт). При этом во всех случаях были получены схожие с приведенными здесь результаты. Кроме того, оценивалась динамика процессов при отклонениях постоянных времени двигателей $T_{\text{м}}$; $T_{\text{я}}$ на $\pm 20\%$ от их расчетных значений. Так, на рис. 3 а, в пунктиром показаны переходные процессы $\omega(t)$ при указанных выше параметрах

модальных связей и 20 %-ном увеличении $T_{\text{м}}$: перерегулирование при этом увеличилось с 4,8 до 8,5 %, а значение провала ω уменьшилось с 4,2 до 3,9 с^{-1} .

Менее заметные изменения графиков $\omega(t)$ были получены при 20 %-ных отклонениях $T_{\text{я}}$. Таким образом, при отклонениях параметров двигателя $T_{\text{м}}$, $T_{\text{я}}$ в указанных пределах синтезированная по приведенному алгоритму система модального

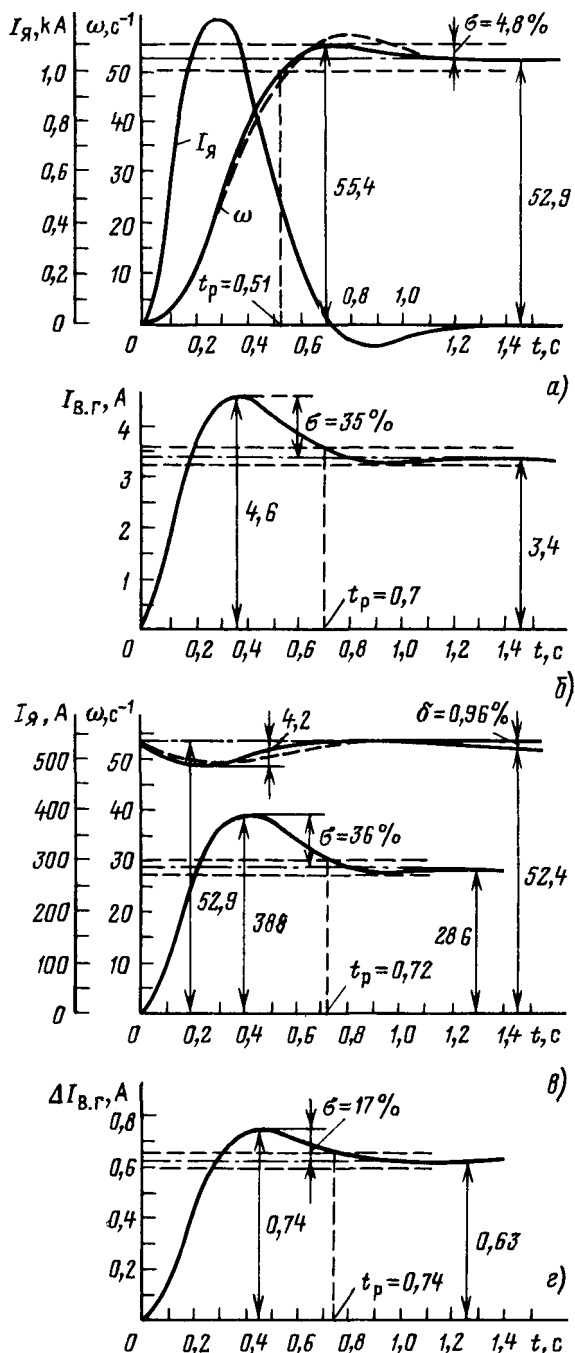


Рис. 3

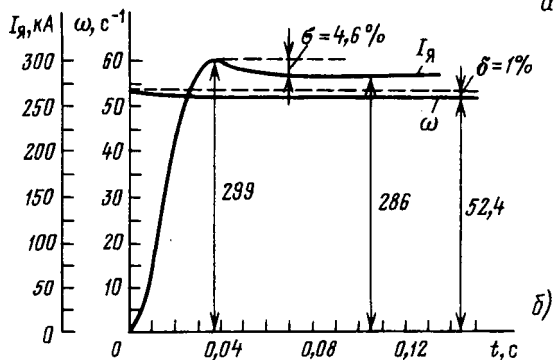
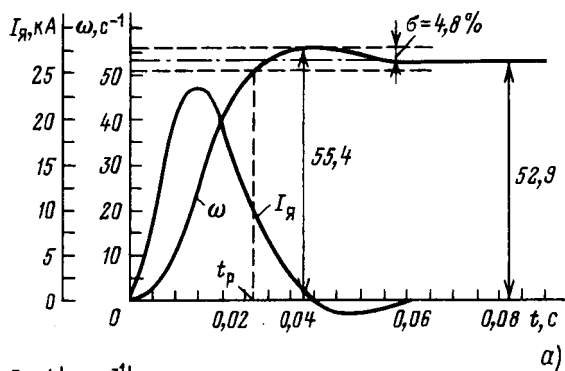


Рис. 4

управления вполне сохраняет работоспособность без поднастройки ее параметров. При больших отклонениях параметров двигателя может потребоваться поднастройка коэффициентов модальных связей или синтез адаптивной системы с самонастройкой [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Porter B., Grossley T. R. Modal control. Theory and applications.— London: Taylor and Fransis, 1972.
2. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976.
3. Борцов Ю. А., Поляхов Н. Д., Путов В. В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением.— Л.: Энергоатомиздат, 1984.
4. Гудзенко А. Б., Ганнелъ Л. В., Смотров Е. А. Синтез модального управления в быстродействующих транзисторных электроприводах.— Электричество, 1987, № 1.
5. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
6. Зимин Е. Н., Яковлев В. И. Автоматическое управление электроприводами.— М.: Высшая школа, 1979.
7. Ройзен С. С., Стефанович Т. Х. Магнитные усилители в электроприводе и автоматике.— М.: Энергия, 1970.
8. Шипилло В. П. Автоматизированный вентильный электропривод.— М.: Энергия, 1969.
9. Пакет прикладных программ для моделирования на ЭВМ аналоговых систем и непрерывных процессов (ПРО. 309.006).— Таллинн, 1982.

[09.10.88]

Выбор настроек АРВ генераторов по результатам анализа статической устойчивости энергосистемы

АБДУЛ-ЗАДЕ В. М., АЛИЕВ Д. Г., ГУСЕЙНОВ А. М.

Расчетные методы выбора настроек АРВ генераторов в настоящее время применяются в энергосистемах при проверке статической устойчивости энергосистемы на этапе долгосрочного планирования режимов, а также для проверочных расчетов настроек АРВ, выбранных экспериментальными методами в ходе пуско-наладочных работ на энергоблоках. Более широкому применению расчетных методов выбора настроек АРВ в задачах управления режимами энергосистем препятствуют длительность и трудоемкость расчетов, трудности интерпретации расчетных результатов и выбора параметров настроек при учете большого числа режимов и структурных изменений в энергосистеме. В значительной мере недостатки традиционных расчетных методов выбора настроек АРВ на основе метода D -разбиения преодолеваются в новых методиках с применением матричных методов анализа статической устойчивости и одновременной оптимизацией настроек АРВ нескольких генераторов [1] с применением эквивалентных моделей регулируемых генераторов и модального анализа электромеханических колебаний [2]. Разрабатываются перспективные расчетно-экспериментальные методы [3].

Вместе с тем метод выбора настроек АРВ D -разбиением в пространстве параметров АРВ отличается простотой вычислительного алгоритма и наглядностью расчетных результатов и позволяет получить область настроек, что в условиях неточности исходной информации о параметрах энергосистемы является более обоснованным, чем оценка настройки АРВ в виде «точек» в пространстве параметров.

В данной статье приведены результаты исследований по созданию алгоритма и программы анализа статической устойчивости с учетом возможности самораскачивания и выбора настроек АРВ; эти исследования объединяют достоинства матричных и частотных методов и направлены на снижение затрат машинного времени и трудоемкости расчетов при выборе настроек АРВ.

Математическая модель энергосистемы представляется в виде уравнений состояния

$$\left. \begin{aligned} p\mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{f}; \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{f}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где p — оператор дифференцирования; $\mathbf{x}, \mathbf{f}, \mathbf{y}$ — соответственно векторы переменных состояния, входов и выходов энергосистемы; $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ — матрицы постоянных коэффициентов.

Уравнения состояния (1) формируются поэтапно, путем последовательного объединения уравнений состояния отдельных элементов энергосистемы. Уравне-

ния состояния элементов записываются в следующем виде

$$p\mathbf{x}_i = \mathbf{A}_i\mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i\mathbf{f}_i + \mathbf{G}_i\Delta\mathbf{U}_i, \quad (2)$$

где $\mathbf{x}_i, \mathbf{f}_i$ — соответственно векторы переменных состояния и входов i -го элемента; $\Delta\mathbf{U}_i$ — приращение напряжения в узле примыкания элемента к электрической сети; $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{G}_i$ — матрицы постоянных коэффициентов, полученных при линеаризации исходных дифференциальных уравнений элемента.

Входами элемента могут служить любые физические доступные точки для подачи возмущающего воздействия, например дополнительный вход АРВ генератора. Элементами могут быть генераторы, синхронные и асинхронные двигатели, регулирующие и компенсирующие устройства.

Уравнения электрической сети записываются в форме баланса узловых токов

$$\Delta\mathbf{J} = \mathbf{Y} \cdot \Delta\mathbf{U}, \quad (3)$$

где $\Delta\mathbf{J}, \Delta\mathbf{U}$ — векторы приращений узловых токов и напряжений в узлах, содержащих моделируемые элементы; \mathbf{Y} — матрица собственных и взаимных проводимостей.

Для объединения уравнений состояния элементов они преобразуются к синхронно вращающейся системе координат — D, Q , размещаемой на шинах бесконечной мощности либо в балансирующем узле. Вектор приращения тока $\Delta\mathbf{J}_i$ в узле примыкания элемента к сети может быть получен как функция вектора переменных состояния и напряжения в узле примыкания:

$$\Delta\mathbf{J}_i = \mathbf{C}_{ji}\mathbf{x}_i + \mathbf{D}_{ji} \cdot \Delta\mathbf{U}_i, \quad (4)$$

где $\mathbf{C}_{ji}, \mathbf{D}_{ji}$ — соответствующие матрицы постоянных коэффициентов; $i = 1, 2, \dots, k$.

Уравнения (4), записанные для всех k элементов энергосистемы в матричной форме, имеют следующий вид:

$$\Delta\mathbf{J} = \mathbf{C}_j\mathbf{x} + \mathbf{D}_j \cdot \Delta\mathbf{U}, \quad (5)$$

где $\Delta\mathbf{J}^T = \|\Delta\mathbf{J}_1, \Delta\mathbf{J}_2, \dots, \Delta\mathbf{J}_k\|$; $\mathbf{C}_j, \mathbf{D}_j$ — блочно-диагональные матрицы; $\mathbf{x}^T = \|\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k\|$; $\Delta\mathbf{U}^T = \|\Delta\mathbf{U}_1, \Delta\mathbf{U}_2, \dots, \Delta\mathbf{U}_k\|$.

Приравняв векторы токов из уравнений (3) и (5), выразим вектор приращений напряжения через вектор переменных состояния:

$$\Delta\mathbf{U} = (\mathbf{Y} - \mathbf{D}_j)^{-1} \mathbf{C}_j\mathbf{x}. \quad (6)$$

Уравнения состояния элементов (2), записанные в матричной форме, имеют вид

$$p\mathbf{x} = \mathbf{A}_d\mathbf{x} + \mathbf{B}_d\mathbf{f} + \mathbf{G}_d\Delta\mathbf{U}, \quad (7)$$

где A_d, B_d, G_d — блочно-диагональные матрицы; $f = \|f_1, f_2, \dots, f_n\|$ — вектор входов.

Подставляя в (7) уравнение (6), получим уравнение состояния энергосистемы

$$px = Ax + B_d f, \quad (8)$$

где

$$A = A_d + G_d(Y - D_f)^{-1}C_f.$$

Уравнения состояния (8) являются математической моделью для исследования статической колебательной устойчивости энергосистемы. Анализ статической устойчивости производится путем вычисления собственных значений матрицы A , которые являются корнями характеристического уравнения энергосистемы. При самораскачивании или низком уровне демпфирования электромеханических колебаний, определяемом по действительным частям комплексно-сопряженных собственных значений, требуется найти настройки стабилизирующих каналов АРВ, улучшающих качество переходного процесса.

Использование расчетных методов выбора настроек АРВ для решения режимных задач требует точности воспроизведения переходных процессов в энергосистеме на математической модели. Это может быть достигнуто сопоставлением результатов натурных экспериментов с расчетными и корректировкой математической модели для совпадения результатов. С этой целью расчетная методика, излагаемая ниже, воспроизводит в цифровом виде экспериментальную методику выбора настроек АРВ [3].

Согласно методике на дополнительный вход АРВ исследуемого генератора, для которого определяются настройки канала стабилизации, подается синусоидальный возмущающий сигнал и строится амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) режимного параметра стабилизации исследуемого генератора. Вся энергосистема представляется в виде одноконтурной структурной схемы, состоящей из двух звеньев.

Первое звено представляет собой передаточную функцию энергосистемы $W_p(p)$, связывающую сигнал на дополнительном входе или сумматоре АРВ и режимный параметр стабилизации при разомкнутом канале стабилизации. Вторым звеном является передаточная функция канала стабилизации АРВ исследуемого генератора $W_k(p)$, входом которой является режимный параметр стабилизации, а выходной сигнал подается на сумматор сигналов АРВ, замыкая систему регулирования.

По математической модели энергосистемы (8) может быть построена АФЧХ параметра стабилизации исследуемого генератора при замкнутой системе регулирования. Для этого сначала вычисляется АФЧХ вектора переменных состояния энергосистемы $x(p)$ по следующему выражению:

$$x(p) = (pI - A)^{-1}B_d f_i, \quad (9)$$

где $p = \alpha + j\omega$ — комплексный аргумент; I — единичная матрица; f_i — вектор возмущающих воздействий с одним ненулевым элементом, соответствующим сигналу на входе АРВ исследуемого i -го генератора.

Используя уравнения установившегося режима энергосистемы, по АФЧХ вектора переменных состояния $x(p)$ может быть построена АФЧХ любого режимного параметра энергосистемы, в том числе параметра стабилизации АРВ исследуемого генератора, которую обозначим как $W_3(p)$. Частотная характери-

стика $W_3(p)$ строится при заданных коэффициентах настройки k_{13} и k_{23} передаточной функции канала стабилизации $W_k(p, k_{13}, k_{23})$. Частотную характеристику замкнутой системы $W_p(p)$ можно пересчитать в частотную характеристику разомкнутой системы $W_p(p)$ по известной АФЧХ канала стабилизации $W_k(p, k_{13}, k_{23})$, используя выражение

$$W_p(p) = W_3(p) / [1 + W_k(p, k_{13}, k_{23})].$$

Характеристическое уравнение замкнутой одноконтурной системы, содержащей два звена — $W_p(p)$ и $W_k(p, k_1, k_2)$, имеет следующий вид

$$1 - W_p(p) \cdot W_k(p, k_1, k_2) = 0. \quad (10)$$

В уравнение (10) входит передаточная функция $W_k(p, k_1, k_2)$ с неизвестными в общем случае коэффициентами k_1 и k_2 , которые удовлетворяют данному равенству. Если коэффициенты настройки k_1 и k_2 линейно входят в передаточную функцию $W_k(p, k_1, k_2)$, то, вычислив комплексный коэффициент усиления $W_p(p)$ и комплексные коэффициенты передаточной функции $W_k(p, k_1, k_2)$ при заданном значении комплексного аргумента p , можно решить алгебраическое уравнение (10) с комплексными коэффициентами относительно искомых параметров настройки k_1 и k_2 . Множество значений k_1 и k_2 , удовлетворяющих уравнению (10), образуют кривую D -разбегания, выделяющую область с минимальным числом правых корней.

Основным и более трудоемким этапом методики является вычисление режимной частотной характеристики $W_3(p)$. Чтобы вычислить характеристику по выражению (9), необходимо многократное обращение матрицы $(pI - A)$, либо многократное решение системы алгебраических уравнений высокого порядка для различных значений аргумента p . Это приводит к большим затратам машинного времени ЭВМ на построение одной АФЧХ. При переходе к исследованию следующего генератора необходимо проводить такой же длительности расчет АФЧХ режимного параметра стабилизации следующего генератора.

Для расчетов АФЧХ большого числа генераторов в данной работе используется алгоритм, основанный на спектральном разложении матрицы простой структуры по системе ее собственных значений [4]. Вычисление собственных значений матрицы коэффициентов уравнений состояния энергосистемы имеет в данном случае двойную цель: во-первых — анализ статической устойчивости по необходимым и достаточным условиям, и, во-вторых, — построение АФЧХ при выборе настроек АРВ генераторов, если это требуется по результатам анализа статической устойчивости.

На этапе выбора настроек АРВ генераторов наряду с собственными значениями вычисляются собственные векторы матрицы A :

правые u_i из равенства

$$(pI - A)u_i = 0; \quad (11)$$

левые v_i из равенства

$$(pI - A^T)v_i = 0, \quad (12)$$

где λ_i — i -е собственное значение, $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Определение собственных векторов сводится к решению систем однородных алгебраических уравнений (11) и (12) n раз.

Согласно теореме о спектральном разложении матрицы простой структуры [4], матрица A может быть

представлена в виде суммы матриц

$$A = \sum_{i=1}^n \lambda_i S_i,$$

где $S_i = u_i v_i^T$ — матрица ранга 1.

Для матрицы, обратной A , собственные значения равны λ_i^{-1} ($i=1, 2, \dots, n$), а система собственных векторов сохраняется. В силу этого обратная матрица A^{-1} вычисляется следующим образом:

$$A^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} S_i.$$

Для матрицы, обратной $(pI - A)$ справедливо равенство

$$(pI - A)^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{p - \lambda_i} S_i. \quad (13)$$

Разложение обратной матрицы (13) используется для вычисления АФЧХ вектора переменных состояния энергосистемы по выражению (9). Элементы обратной матрицы по выражению (13) определяются очень быстро для каждого значения p , так как матрицы S_i не зависят от p и вычисляются перед построением АФЧХ. Фактически вычислять все элементы матриц S_i не требуется, так как структуры блочно-диагональной матрицы B_d и вектора f_i таковы, что их произведение в (8) дает в результате вектор с одним ненулевым элементом. Поэтому для вычисления произведения $(pI - A)^{-1} B_d f_i$ необходимо иметь лишь один соответствующий столбец матрицы S_p , элементы которого вычисляются по собственным векторам u_i и v_i , определяемым одновременно с собственными значениями на предварительном этапе анализа статической колебательной устойчивости. Переход к исследованию следующего генератора состоит в переносе места приложения гармонического возмущения к входу его АРВ, и, соответственно, вычисляется другой столбец матрицы S_i . Таким образом, один расчет собственных векторов матрицы A позволяет быстро строить АФЧХ режимных параметров всех генераторов энергосистемы, не решая систем алгебраических уравнений большого порядка для различных значений аргумента p .

Алгоритмы формирования модели энергосистемы, анализа статической устойчивости и построения кривых D -разбиения реализованы в виде комплекса программ для ЭВМ ЕС на языке ФОРТРАН. В разработанном варианте программы в математическую модель энергосистемы включены модели синхронных генераторов без учета переходных процессов в статорах и модели АРВ. Модель АРВ включает каналы регулирования по напряжению, току ротора и частоте. Максимальный порядок системы дифференциальных уравнений модели генератора с АРВ равен 11.

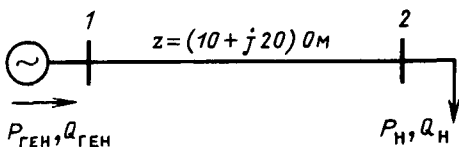


Рис. 1

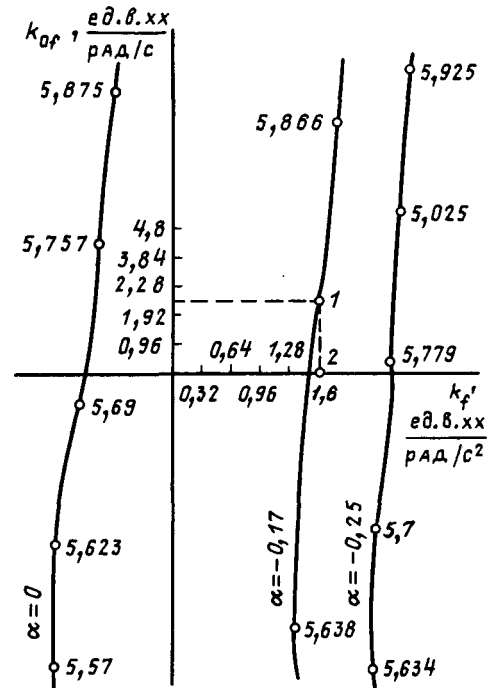


Рис. 2

Практическое применение разработанной методики выбора настроек АРВ рассмотрим на примере одномашиной энергосистемы (рис. 1). В программе используются следующие данные: параметры режима — номинальное напряжение $U_{ном}$, напряжение узла U , угол напряжения δ_U , мощность нагрузки P_H и Q_H , мощность генератора $P_{ген}$ и $Q_{ген}$, реактивная проводимость шунта в узле $b_{ш}$; параметры электрической сети — сопротивления V_L и x_L , емкостная проводимость b_L , коэффициенты трансформации k_T ; параметры генераторов — номинальная мощность $P_{ном}$, коэффициент мощности $\cos \varphi$, демпферный коэффициент D , постоянная инерция ротора T_J , постоянная времени обмотки возбуждения $T_{до}$, активное сопротивление обмотки возбуждения r_f , ток возбуждения холостого хода $I_{f.x.x.}$, переходное сопротивление x_d' , синхронные сопротивления по продольной и поперечной осям x_d и x_q , сопротивление взаимной индукции x_{ad} ; параметры АРВ — постоянные времени канала отклонения частоты T_A , дифференцирующих звеньев T_d , операционного блока регулятора T_p , возбудителя T_e , коэффициент усиления по отклонению напряжения k_{0U} , максимальные значения коэффициентов усиления стабилизирующих каналов по производной напряжения $k_{U'}$, по производной тока возбуждения $k_{i'f}$, по отклонению частоты k_{0f} , по производной частоты $k_{f'}$; настройки стабилизирующих каналов в делениях — $H_{U'}$, $H_{i'f}$, H_{f0} , $H_{f'}$.

Параметры режима и сети исследуемой энергосистемы: $P_{ген} = 253,97$ МВт; $Q_{ген} = 127,9$ Мвар; $\delta_{U_{ген}} = 4,12^\circ$; $U_{исх.ген} = 240,6$ кВ; $P_H = 240$ МВт; $Q_H = 100$ Мвар; $\delta_{U_H} = 0^\circ$; $U_{исх.н} = 220$ кВ. Остальные данные имеют следующие значения: $P_{ном} = 300$ МВт; $\cos \varphi = 0,85$; $D = 1$ отн. ед.; $T_J = 6,5$ с; $T_{до} = 7$ с; $r_f = 0,1145$ Ом; $I_{f.x.x.} = 1045$ А; $x_d' = 0,3$ отн. ед.; $x_d = 2,21$ отн. ед.; $x_q = 2,21$ отн. ед.; $x_{ad} = 2,04$ отн. ед.; $T_A = 0,6$ с; $T_d = 0,027$ с; $T_p = 0,04$ с; $T_e = 0,08$ с;

$$k_{0U} = 100 \frac{\text{ед. в. х.х.}}{\text{ед. напр.}}; \quad k_{U'} = -15 \frac{\text{ед. в. х.х.}}{\text{ед. напр./с}}; \quad k_{i'f} =$$

$$= 4 \frac{\text{ед. в. х.х.}}{\text{ед. в. х.х./с}}; \quad k_{0f} = 4,77 \frac{\text{ед. в. х.х.}}{\text{рад/с}}; \quad k_{f'} = 1,6 \frac{\text{ед. в. х.х.}}{\text{рад/с}^2};$$

$$H_{U'} = 5 \text{ дел.}; \quad H_{i'f} = 8 \text{ дел.}; \quad H_{0f} = 5 \text{ дел.}; \quad H_{f'} = 10 \text{ дел.}$$

Корни характеристического уравнения энергосистемы, рассчитанные как собственные значения матрицы A , имеют следующие значения: $\lambda_1 = -74,83$; $\lambda_2 = -56,27$; $\lambda_3 = -36,99$; $\lambda_{4,5} = -13,1 \pm j18,71$; $\lambda_{6,7} = -0,17 \pm j5,79$; $\lambda_8 = -1,66$; $\lambda_9 = -0,64$. Анализ корней показывает, что энергосистема является статически устойчивой, но имеется форма колебаний, определяемая парой корней $\lambda_{6,7}$, с малым коэффициентом затухания $\alpha = -0,17$. Построенные разработанным методом граница области устойчивости и кривые равной степени затухания в координатах коэффициентов усиления АРВ по отклонению и производной частоты показаны на рис. 2. Точкой 1 на рис. 2 обозначена настройка АРВ, при которой вычислены собственные значения матрицы A . Так как число корней с положительными действительными частями в точке настройки равно нулю, то область, охватываемая кривой D -разбиения, является областью устойчивости, и дополнительной проверки других точек области на устойчивость по критерию Михайлова не требуется.

Для проверки точности вычислительного алгоритма построения кривой D -разбиения на основе спектрального разложения матрицы была построена кривая равной степени устойчивости при $\alpha = -0,17$, равном действительной части пары корней $\lambda_{6,7}$. Согласно методу D -разбиения данная кривая должна пройти через точку настройки АРВ при значении частоты $\omega = 5,79$ рад/с, равном модулю мнимой части корней $\lambda_{6,7}$. На рис. 2 видно, что кривая при $\alpha = -0,17$ про-

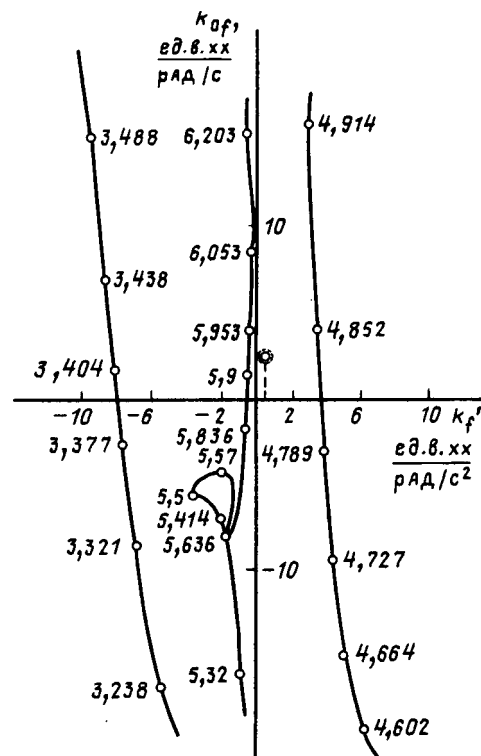


Рис. 4

ходит через точку настройки АРВ, что указывает на точность вычислительного алгоритма. Переключение настроек канала частоты в нужную точку обеспечивает статическую устойчивость энергосистемы.

Вычисление корней характеристического уравнения перед построением кривых D -разбиения облегчает и ускоряет выбор настройки АРВ. Построение кривых целесообразно начинать не с границы области устойчивости, т. е. не с $\alpha = 0$, а с кривой равной степени устойчивости, имеющей показатель α , равный действительной части пары наиболее правых комплексносопряженных корней. Диапазон частот, в котором строятся кривые, может быть уменьшен, так как достаточно строить участок кривой только вблизи корней с малыми отрицательными или положительными частями.

Рассмотрим методику выбора настроек АРВ в многоаппаратной ЭС с использованием разработанной программы. Для тестовой схемы ЭС были вычислены собственные значения матрицы A при исходных значениях настроек АРВ всех генераторов. Среди собственных значений имелись две пары с положительными действительными частями: $\lambda_{1,2} = 0,097 \pm j4,87$ и $\lambda_{3,4} = 0,01 \pm j5,55$. Это указывает на колебательную неустойчивость ЭС и на необходимость оптимизации настроек АРВ. По вычисленным собственным значениям и собственным векторам одновременно строились границы области устойчивости всех генераторов ЭС. На рис. 3, 4 показаны кривые D -разбиения соответственно двух генераторов и исходные настройки их АРВ. Видно, что участок кривой D -разбиения обоих генераторов в диапазоне частот от 4,8 до 4,9 рад/с проходит справа от точек настроек АРВ, что подтверждает факт колебательной неустойчивости ЭС на частоте

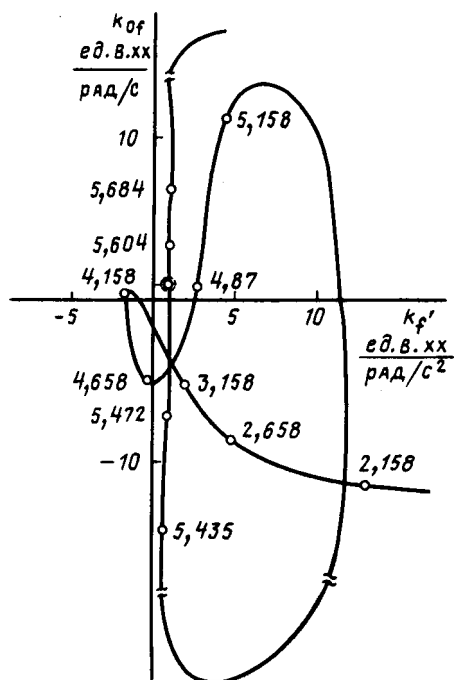


Рис. 3

те $\omega = 4,87$ рад/с. Участок кривой генератора 1 проходит ближе к точке настройки АРВ этого генератора, чем участок кривой генератора 2 к точке настройки АРВ генератора 2. Это указывает на большую эффективность АРВ генератора 1 для демпфирования самораскачивания с частотой $\omega = 4,87$ рад/с. Через точку настройки АРВ генератора (рис. 4) проходит участок кривой D -разбиения в диапазоне частот $5,53 \div 5,55$ рад/с, соответствующим корням $\lambda_{3,4}$.

При необходимости программа позволяет строить кривые равной частоты и определить коэффициенты чувствительности действительных частей корней к изменениям настроек АРВ. Из корней характеристического уравнения выбираются корни с положительными или малыми отрицательными действительными частями, действительные части корней уменьшаются с заданным шагом и по разработанной методике вычисляются коэффициенты k_{of} и k_f исследуемых генераторов. Отношение приращения действительной части комплексного корня к вычисленному приращению коэффициентов Δk_{of} и Δk_f определяют коэффициенты чувствительности. Соответственно вычисленным коэффициентам чувствительности изменяются настройки АРВ исследуемых генераторов, заново вычисляются собственные значения матрицы и при необходимости проводится следующий шаг оптимизации настроек.

Выводы. 1. Разработан матричный алгоритм формирования математической модели энергосистемы в виде уравнений состояния.

2. Разработан расчетный метод выбора настроек АРВ генераторов в многомашинной энергосистеме,

воспроизводящий методику экспериментальной настройки.

3. Перед выбором настроек АРВ производится анализ статической устойчивости энергосистемы по корням характеристического уравнения, вычисленным как собственные значения матрицы коэффициентов уравнений состояния.

4. Расчет частотных характеристик режимных параметров энергосистемы производится на основе спектрального разложения обратной матрицы коэффициентов уравнений состояния по системе ее собственных значений.

5. Спектральное разложение обратной матрицы дает возможность быстро построить границы области устойчивости и кривые равной частоты и вычислить коэффициенты чувствительности всех генераторов энергосистемы, что ускоряет процесс выбора настроек АРВ и повышает наглядность расчетных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Груздев И. А., Торопцев Е. Л., Устинов С. М. Определение настроек АРВ для совокупности режимов энергосистемы. — Электричество, 1986, № 4.
2. Литкенс И. В., Филинская Н. Г. Выбор настроек АРВ в многомашинной энергосистеме. — Электричество, 1986, № 4.
3. Любарский В. Г., Филатов В. И., Любарская Н. В. Метод расчета области устойчивости энергосистемы и выбора настройки АРВ по параметрам переходной функции системы. — Электрические станции, 1982, № 11.
4. Ланкастер П. Теория матриц. — М.: Наука, 1982.

[27.06.89]

УДК 621.311.016.351.001.24

Упрощенный метод расчета статической устойчивости сложных электроэнергетических систем

СМИРНОВ К. А.

Определение статической устойчивости режима сложной электроэнергетической системы по знаку действительной части корней полного характеристического уравнения, учитывающего как электромеханические, так и электромагнитные переходные процессы, при большом числе электростанций в системе становится весьма затруднительным. Это относится и к анализу устойчивости по другим алгебраическим и частотным критериям.

Поэтому естественным является поиск упрощенного, приближенного метода решения задачи, учитывающего однако, основные переходные процессы, протекающие в системе.

Вопросу упрощения математической модели системы при исследовании статической устойчивости уделялось много внимания (например, [1, 3]). В соответствии с результатами исследований здесь можно принять используемые обычно в инженерных расчетах упрощенные уравнения Парка — Горева. Можно допустить наличие в системе базисной точки с неизменным на

пряжением и частотой, а нагрузки считать изменяющимися по их статическим характеристикам. Тогда переходные процессы в каждом генераторе, эквивалентизирующем электростанцию с индексом i , при малых отклонениях от стационарного режима будут описаны известными уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} T_{Ji} p^2 \Delta \theta_i + P_{di} p \Delta \theta_i + \Delta P_i &= 0; \\ T_{doi} p \Delta E_{qi} &= \Delta E_{qei} - \Delta E_{qi}; \\ \Delta E_{qei} &= W_i(p) \Delta \Pi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\Delta \theta_i$ — приращение угла ротора генератора; ΔP_i — приращение активной мощности, отдаваемой генератором в сеть; P_{di} — коэффициент демпфирования; ΔE_{qi} , ΔE_{qei} , ΔE_{qi} — соответствующие приращения э. д. с. в поперечной оси; T_{Ji} и T_{doi} — постоянная инерции генератора и постоянная времени его обмотки возбуждения; $W_i(p)$ и $\Delta \Pi_i$ — передаточная функция АРВ и приращение параметра регулирования; p — оператор дифференцирования или корень характеристического уравнения n — число стационарных узлов.

С целью дальнейшего упрощения задачи можно допустить, что современные автоматические регуляторы возбуждения генераторов могут в переходных режимах поддерживать напряжение на шинах электростанций достаточно близким к тому, которое отвечает их статическим характеристикам. Это дает возможность рассматривать в качестве несколько приближенного решения статическую устойчивость некоторой идеализированной (упрощенной) энергосистемы, в стационарных узлах которой напряжение поддерживается с помощью АРВ неизменным или соответствующим их статическим характеристикам, и вся инерционная мощность каждой электростанции сосредоточена в узле, представляющем ее шины. В этой системе учитываются только электромеханические переходные процессы, представленные уравнениями (1).

При такой идеализации системы общая задача определения статической устойчивости реальной энергосистемы может быть разбита на две независимые задачи — определение статической устойчивости приведенной электромеханической модели и определение устойчивости при процессах в системах возбуждения генераторов и блоках АРВ, связанных с поддержанием в стационарных узлах системы необходимого напряжения. Этому способствует также то обстоятельство, что частоты переходных процессов в этих задачах сильно отличаются друг от друга.

Такое разделение задачи позволит, с одной стороны, рассчитывать статическую устойчивость сложной энергосистемы с учетом самораскачивания относительно простыми методами и, с другой, рассматривать настройку АРВ для простых схем включения генераторов в системе, и, благодаря этому, учитывать характеристики регулирования наиболее полно.

В свою очередь, электромеханическая модель может рассматриваться с учетом или без учета демпферных моментов в генераторах. В первом случае система дифференциальных уравнений при малых отклонениях от установившегося режима имеет порядок $2n$, где n — число электростанций; во втором (позиционная идеализация) порядок системы уравнений путем замены $p^2 = -\lambda$ снижается до n .

Вначале рассмотрим последнюю из этих моделей, описываемую уравнением

$$T_j p^2 \Delta \delta + A \Delta \delta = 0, \quad (2)$$

где A — квадратная n -мерная матрица производных $\partial P_i / \partial \delta_j$; $i, j = 1, 2, \dots, n$; T_j — диагональная матрица постоянных инерции генераторов; $\Delta \delta$ — вектор приращений углов в узлах, представляющих шины электростанций.

Эта модель является более простой и в то же время позволяет учитывать как аperiodическое, так и колебательное нарушение устойчивости, связанное с электромеханическими переходными процессами. Дальнейшее упрощение модели со снижением порядка уравнений приводит к определению аperiodической устойчивости, соответствующей переходу через нуль свободного члена характеристического уравнения (расчетная устойчивость), в которой возможность самораскачивания не учитывается.

Таким образом, получаем следующий ряд моделей для расчета статической устойчивости сложных энергосистем в порядке их упрощения с одновременным понижением точности и полноты получаемых решений: расчет по полным уравнениям Парка — Горева, расчет

по упрощенным уравнениям Парка — Горева, расчет для идеализированной (упрощенной) энергосистемы, определение расчетной устойчивости. Расчет для упрощенной энергосистемы заслуживает внимания, поскольку существенно снижается порядок решаемых уравнений по сравнению с упрощенными уравнениями Парка — Горева, но при этом можно определять, хотя и приближенно, границы самораскачивания и относительно быстрого аperiodического нарушения устойчивости, что не учитывается при определении расчетной устойчивости.

Выбор той или иной из этих расчетных моделей будет определяться точностью решения, требуемой в каждой конкретной задаче, и вычислительными возможностями.

При оценке правомерности указанной идеализации системы (2) необходимо иметь в виду следующие виды нарушения статической устойчивости: медленное аperiodическое нарушение устойчивости, связанное с переходом через нуль свободного члена характеристического уравнения, т. е. нарушение условия $\det A > 0$, самораскачивание при $\det A > 0$, связанное с перегрузкой линий электропередачи [4], и относительно быстро развивающееся аperiodическое нарушение устойчивости при $\det A > 0$, связанное с перегрузкой нагрузочных узлов [5].

Что касается аperiodической устойчивости, соответствующей условию $\det A > 0$, то, так как считается, что элементы матрицы A учитывают достаточно полно все имеющиеся в реальной энергосистеме зависимости, отвечающие статическим характеристикам, предел по этому условию для системы (2) практически совпадает с пределом для реальной энергосистемы. Поэтому основное внимание здесь должно быть уделено двум последним видам нарушения устойчивости, и должны исследоваться схемы и режимы, при которых их возникновение возможно.

Причиной указанного выше самораскачивания [4] является влияние перегруженной линии при неблагоприятных условиях режима. Частота колебаний при этом составляет доли герц и уменьшается при снижении мощности линии по сравнению с мощностью электростанций (слабые связи). Области самораскачивания при $\det A > 0$ возникают уже при достаточно малом отношении r к x линии; например, они имеют место уже при угле $\alpha = \arctg r/x = 0,05$, что соответствует линиям напряжением 1150 кВ, хотя при этом они незначительны. Эти области увеличиваются при возрастании угла α , поэтому в ряде случаев с возможностью такого самораскачивания следует считаться.

Для примера на рис. 1 приведены области устойчивости для некоторой трехузловой системы (два станционных узла и базисная точка) в координатах δ_1, δ_2 для параметров линий в относительных единицах $z_{12}=1, z_{10}=5, z_{20}=3, \alpha=10^\circ$, что отвечает линиям 220—330 кВ. Реактивное сопротивление генератора = 2 о. е. Напряжение в узлах поддерживается с помощью АРВ неизменным, $u_1 = u_2 = u_0 = 1$. Как видно, зоны самораскачивания (заштрихованы) в этой системе значительны. В этих зонах собственные значения матрицы $A = \lambda_1$ и λ_2 — комплексные.

Такое самораскачивание возникает несмотря на то, что АРВ поддерживают напряжение в узлах неизменным. Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, действие АРВ при реальных возможных коэффициентах регулирования может несколько

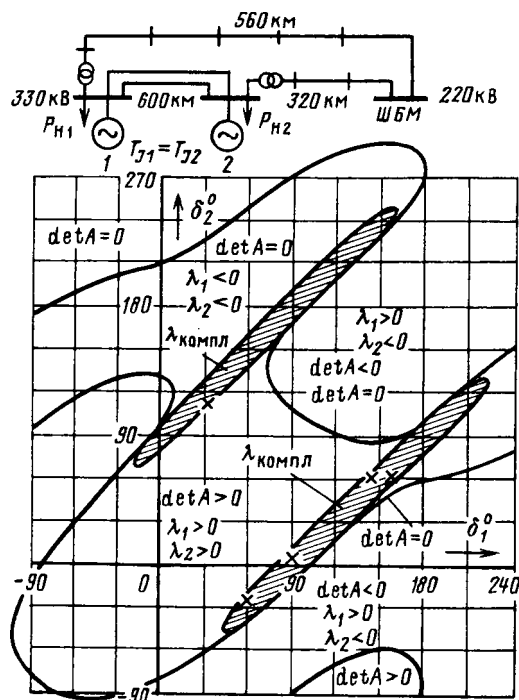


Рис. 1. Области устойчивости трехузловой системы: заштрихованы зоны самораскачивания; — границы устойчивости для системы (2); X — точки границы самораскачивания, рассчитанные для системы (3)

ко уменьшить зоны самораскачивания, но исключить их с помощью АРВ практически не представляется возможным.

Причиной указанного выше аperiodического нарушения устойчивости с относительно быстро развивающимся процессом [5] является перегрузка нагрузочных узлов и связанное с этим ухудшение, с точки зрения устойчивости, их характеристик, что имеет место, например, при снижении напряжения до критического. При этом переходит через нуль минор матрицы Якоби уравнений установившегося режима, соответствующий неинерционным переменным. Такое нарушение устойчивости может происходить также при перегрузке отдельных линий. На рис. 1 области самораскачивания построены для $T_{j1} = T_{j2}$. Однако, как можно показать, если постоянная инерции одной из двух электростанций будет уменьшаться, то зоны самораскачивания сужаются, и когда одна из T_j становится равной нулю, эти зоны самораскачивания вырождаются в линии. При этом узел, для которого $T_j = 0$, становится, по существу, нагрузочным.

Рассмотрим вопрос об ошибках, связанных с использованием такой упрощенной модели системы (2) по сравнению с системой, представленной уравнениями (1). Эти ошибки связаны с влиянием трех упрощений. Во-первых, в упрощенной энергосистеме в качестве инерционных углов принимаются углы напряжений в узлах, а не углы роторов генераторов; во-вторых, в ней влияние переходных процессов в цепях возбуждения и АРВ отображается постоянством напряжения на шинах или его изменением по статическим характеристикам в предположении, что это обеспечивается дей-

ствием АРВ; в-третьих, система рассматривается как позиционная.

Рассмотрим влияние первого из этих упрощений для случая, когда напряжение на шинах станций поддерживается неизменным (ШБМ на рис. 1 — шины бесконечной мощности).

Поскольку активными потерями в статорах генераторов можно пренебречь, электромеханические переходные процессы в энергосистеме описываются уравнением:

$$T_j p^2 \Delta \theta + A \Delta \delta = 0, \quad (3)$$

где $\Delta \theta$ и $\Delta \delta$ — соответственно векторы приращений углов роторов генераторов $\Delta \theta_i$ и углов напряжений в станционных узлах $\Delta \delta_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

Так как здесь считается, что АРВ генераторов, благодаря их быстродействию могут в переходных режимах поддерживать напряжение в узлах неизменным, для каждого режима при заданных углах напряжений в узлах можно определить углы роторов генераторов и, принимая поочередно некоторые малые приращения углов в узлах, определить производные $\partial \theta_i / \partial \delta_j$. Тогда

$$\Delta \theta = D \Delta \delta,$$

где D — матрица $\left[\frac{\partial \theta_i}{\partial \delta_j} \right]$, откуда $\Delta \delta = D^{-1} \Delta \theta$. Подставляя $\Delta \delta$ в (3), получим:

$$T_j p^2 \Delta \theta + A^* \Delta \theta = 0, \quad (4)$$

где $A^* = A D^{-1}$.

Как известно [6], условием устойчивости системы, процессы в которой описываются этим уравнением, является то, что собственные значения матрицы A^* должны быть действительными и положительными.

Границы аperiodической устойчивости, соответствующей переходу через нуль свободного члена характеристического уравнения, для систем (2) и (3) совпадают, поскольку определяются условием $\det A = 0$. Наряду с этим граница самораскачивания для системы (2) отличается от этой границы для системы (3) и эквивалентной ей системы (4), так как в общем случае $A \neq A^*$ и их собственные значения различны. Однако, чем больше мощность электростанций по сравнению с мощностью линий, под которой здесь понимается величина $U^2/z_{\text{л}}$, тем ближе приращения углов в узлах к приращениям углов роторов генераторов, т. е. матрица D все более приближается к единичной, и расчет для системы (2) становится все более правомерным.

Для количественной оценки ошибки, полученной при рассмотрении упрощенной энергосистемы (2), был произведен расчет границ самораскачивания для системы (3) путем указанного перехода к (4) для трехузловой схемы, приведенной на рис. 1. Для случая, когда мощность каждой станции равна мощности перегруженной линии между узлами 1 и 2, значение синхронного реактивного сопротивления генератора вместе с реактивным сопротивлением трансформатора было принято равным $x=2$. Для этого случая наибольшее отклонение границы самораскачивания, рассчитанной для системы (2), от границы, полученной для системы (3), составляет около $4,5^\circ$. При увеличении мощности электростанций по сравнению с мощностью линии реактивное сопротивление генератора в относительных единицах, приведенное к мощности линии, соответственно уменьшается, и, как показывает расчет, ошибка уменьшается приблизительно пропорционально этому сопротивлению, поэтому для обычных условий, когда мощ-

ность электростанций в несколько раз превышает мощность перегруженной линии, ошибка при расчете по упрощенной модели очень мала. На рис. 1 приведены несколько точек границы самораскачивания, рассчитанных для системы (3) при $x=2$. Точки границы для системы (3) при $x=0,5$ практически совпадают с границей для упрощенной системы (2). Приведенный пример показывает приемлемость этой идеализации. Близость границы самораскачивания для системы (2) к границе для системы (3) объясняется тем, что области самораскачивания примыкают к границе $\det A=0$, а эти границы для одной и другой систем совпадают.

Рассмотрим вопрос об ошибке, связанной с тем, что в упрощенной системе (2) влияние переходных процессов в цепях возбуждения генераторов и АРВ не учитывается.

Уравнение электромеханических процессов генераторов (3) должно быть расширено с учетом влияния отклонения напряжения в узлах.

Для узлов системы могут быть составлены уравнения баланса активных и реактивных мощностей:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P &= P_\theta \Delta \theta + P_\delta \Delta \delta + P_{E_q} \Delta E_q + P_U \Delta U = 0; \\ \Delta Q &= Q_\theta \Delta \theta + Q_\delta \Delta \delta + Q_{E_q} \Delta E_q + Q_U \Delta U = 0; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где символы P_θ , P_δ , P_{E_q} , P_U , Q_θ , Q_δ , Q_{E_q} , Q_U означают матрицы производных P и Q по соответствующим переменным; $\Delta \theta$, $\Delta \delta$, ΔE_q , ΔU — векторы приращений переменных [1].

Выражая из уравнений (5) векторы $\Delta \delta$ и E_q через $\Delta \theta$ и ΔU и подставляя в (3), получим

$$T_J p^2 \Delta \theta + B_\theta \Delta \theta + B_U \Delta U = 0,$$

где B_θ и B_U — матрицы коэффициентов.

Передаточные функции АРВ примем в упрощенном виде:

$$W_A(p) = \frac{\alpha_i + \beta_i p}{1 + \tau_i p},$$

где α_i и β_i — коэффициенты регулирования; τ_i — постоянная времени возбудителя.

В качестве параметра регулирования примем напряжение соответствующего узла. Тогда, выражая переменные в уравнениях электромагнитных переходных процессов системы (1) также через $\Delta \theta_j$ и ΔU_j , приведем уравнения к виду:

$$T_J p^2 \Delta \theta_i + \sum_{j=1}^n B_{\theta ij} \Delta \theta_j + \sum_{j=1}^n B_{Uij} \Delta U_j = 0;$$

$$\sum_{j=1}^n G_{ij}(p, \Delta \theta_j) + \sum_{j \neq i} H_{ij}(p, \Delta U_j) + (M_i(p) - \alpha_i - \beta_i p) \Delta U_i = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где $B_{\theta ij}$, B_{Uij} , G_{ij} , H_{ij} , M_i — постоянные коэффициенты и функции от соответствующих величин.

Для оценки соответствия результатов расчета по (2) результатам расчета по (1) без учета демпфирования следует сопоставить корни уравнений (2) и (6). Если эту задачу решать для общих условий, предполагая произвольные схемы и любые коэффициенты регулирования АРВ, то для решения системы (6), эквивалентной системе (1), даже без учета демпфирования, при большом числе электростанций потребуется решение системы уравнений очень высокого порядка. При этом необходимо рассматривать задачу для боль-

шого числа различных условий и анализировать полученные результаты. Все это представляет собой весьма трудоемкую задачу. Наряду с этим для энергосистем с относительно слабыми связями и при достаточно больших значениях коэффициентов регулирования АРВ можно упростить анализ и получить оценку соответствия результатов расчетов по модели (2) и по модели (1). В настоящей статье ограничимся этим исследованием.

Представим себе следующий итерационный процесс для решения системы (6). Решим систему первых уравнений (6) относительно p , приняв все ΔU_j равными нулю. Это исходное решение будет решением для исследуемой выше системы (4) при неизменных напряжениях в узлах. Будем рассматривать одно из этих решений p_r . Поскольку, как вытекает из предыдущего, основную часть коэффициентов $B_{\theta ij}$ составляют производные $\partial P_i / \partial \delta_j$, которые при уменьшении мощности линий уменьшаются, при слабых связях системы, как видно из первых уравнений (6), это исходное значение корня p_r будет мало. В этом нетрудно убедиться, поскольку после деления каждого уравнения на T_{Ji} получим матрицу, все элементы которой в относительных единицах, приведенные к мощности базисной станции, будут малы, и, следовательно, будут малы ее канонические нормы и собственные значения λ , а также корни p , равные в данном случае $p = \pm \sqrt{-\lambda}$. Приняв одно из $\Delta \theta_j$ равным 1, из $(n-1)$ уравнений, полученных из первых уравнений (6) при данном p_r , определим остальные $\Delta \theta_j$. Из вторых уравнений (6) для полученных p_r и $\Delta \theta_j$ найдем n значений ΔU_j , подставив которые в первые уравнения найдем p_r второго приближения, и т. д. Величины p_r , $\Delta \theta_j$ и ΔU_j в общем случае будут комплексными. При этом первые уравнения (6) можем решать, присоединяя поправку от учета членов с ΔU_j к коэффициентам $B_{\theta ij}$ у $\Delta \theta_j$, принятого равным 1. Так как p_r мало и при уменьшении мощности линий коэффициенты вторых уравнений (6) будут также уменьшаться (причем значения α_i считаются большими), из этих уравнений следует, что приращения ΔU_j будут малы. Поскольку коэффициенты B_{Uij} в первых уравнениях при слабых связях энергосистемы также малы, получаем, что второе приближение p_r будет близко к его первому приближению, причем чем меньше будет мощность линий и чем больше значение коэффициентов α_i , тем скорее расчет будет сходиться к решению и тем ближе это решение будет к исходному. Следовательно, при слабых связях системы и при достаточно большом значении коэффициентов α_i решение для системы (6) будет близко к решению для системы (4), которое, в свою очередь, близко к решению системы (2). В предельном случае, если α_i будут бесконечно большими, в то время как суммы членов вторых уравнений (6), кроме последних членов, будут оставаться конечными, из уравнений следует, что значения ΔU_j будут бесконечно малы, и, таким образом, решение корня p_r будет бесконечно близко к исходному. Сказанное относится и к остальным корням первых уравнений (6).

Найденные таким образом $2n$ корней p первых n уравнений (6) будут точными решениями всей системы (6). Они будут характеризовать электромеханические переходные процессы в системе. Остальные корни полной системы (6) могут быть получены также в результате некоторого итерационного решения, в котором исходным решением первой итерации будет решение вторых n уравнений (6) при $\Delta \theta_j$ равных нулю. Эти корни

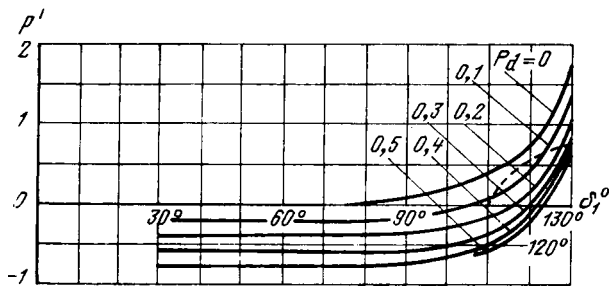


Рис. 2. Зависимость действительной части корня p' от δ_1 и P_d при $\delta_2=30^\circ$; ——— для действительной системы (1); ——— для упрощенной системы (2)

будут характеризовать электромагнитные переходные процессы и использоваться при выборе коэффициентов регулирования АРВ, обеспечивающих устойчивость регулирования.

Как известно, в области устойчивых режимов корни первых уравнений (6) в исходной итерации будут чисто мнимыми сопряженными. Учет влияния вторых уравнений (6), как было получено выше, при больших значениях α_i дает относительно небольшие изменения исходных значений p , но при некоторых значениях α_i и β_i действительная часть рассматриваемого корня p' может стать небольшой положительной величиной, т. е. будет определять самораскачивание. Однако, так как она мала, наличие демпферных моментов генераторов предотвращает развитие процесса самораскачивания. При режимах, которые находятся в зоне самораскачивания, рассчитанной для модели (2), и не близки к границе, действительная часть корней имеет относительно большое положительное значение, и поэтому демпферные моменты уже не могут устранить самораскачивание.

Для количественной оценки близости границы самораскачивания для упрощенной модели энергосистемы, описываемой (2), к границе для модели действительной системы, представленной уравнениями (1), были рассчитаны корни, соответствующие первым уравнениям (6), с учетом вторых уравнений для рассматриваемой трехузловой системы при изменении угла δ_1 и неизменном угле $\delta_2=30^\circ$. При этом в первые уравнения (6) были добавлены члены, учитывающие демпферные моменты. Было принято, что мощность каждой электростанции превышает мощность линии в 4 раза, а T_J и T_{d0} , отнесенные к мощности станции, соответственно равны 10 с и 5 с, $\tau=0,1$ с, $d_i=-50$ о. е., $\beta_i=-10$ о. е., $P_{n1}=0$, $P_{n2}=1$. Величина P_d в относительных единицах, деленных на 314, варьировалась и имела значения в пределах от 0 до 0,5. Для простоты расчета рассматривалась задача, в которой учитывалось влияние электромагнитных процессов лишь генератора 1. На рис. 2 приведены кривые изменения действительной составляющей p' корня уравнений, для которого она имеет большее значение. Как видно, при $P_d=0$ при всех углах в рассматриваемой области составляющая p' является положительной или малой отрицательной величиной, причем при относительно малых углах ее значение близко к нулю и существенно увеличивается при углах, соответствующих области самораскачивания для системы (2). Наличие демпфирования уменьшает ее, причем при относи-

тельно малых углах δ_1 , соответствующих области нормальных режимов, она становится отрицательной уже при очень малых коэффициентах P_d , т. е. самораскачивание не возникает. При коэффициентах демпфирования порядка 0,1—0,3, что приблизительно отвечает реальным условиям для данной схемы, переход этой составляющей в область положительных значений происходит при угле δ_1 около $110-120^\circ$. Таким образом, граница области самораскачивания для действительной системы (1) с учетом действия АРВ близка к границе, рассчитанной для упрощенной системы (2). При учете в (2) статических характеристик АРВ эти границы тем более будут близки друг к другу.

Наконец в случаях, когда один из действительных корней первых уравнений (6) в исходной итерации станет положительным, что будет связано с изменением знака минора матрицы Якоби уравнений установившегося режима, относящегося к безынерционным переменным, влияние вторых уравнений (6), описывающих переходные электромагнитные процессы, не сможет устранить эту неустойчивость, так как этот процесс возникает внезапно, в то время как влияние электромагнитных процессов проявляется с некоторым запаздыванием. Демпфирование также не сможет устранить этот процесс нарушения устойчивости, а сможет лишь замедлить его.

Таким образом, в целом при слабых связях в энергосистеме расчет по упрощенной модели (2) дает результаты, близкие к решению по модели (1), т. е. характеризует с некоторым приближением статическую устойчивость реальной энергосистемы как в отношении аperiodического нарушения устойчивости, так и самораскачивания. Вопрос о том, в какой степени получаемая точность расчета будет практически достаточна также не при слабых связях энергосистемы, может быть выяснен в практике применения рассмотренной упрощенной модели и сопоставления результатов с данными расчетов более точными методами. При этом имеется в виду достаточное быстроедействие АРВ и использование каналов стабилизации по частоте и ее производным для предотвращения самораскачивания, связанного с процессом регулирования.

Определение статической устойчивости системы, представленной уравнением (2), сводится к определению собственных значений λ матрицы A , что может быть выполнено путем стандартной расчетной процедуры. Система устойчива, если все λ действительны и положительны.

Наряду с этим, как следует из результатов расчета для рассмотренного примера, приведенных на рис. 2, сильное влияние на характер переходного процесса в системе оказывают демпферные моменты генераторов. Поэтому желательно расширение уравнения (2) учетом демпферных моментов, т. е. рассмотрение модели

$$T_J p^2 \Delta \delta + P_d p \Delta \delta + A \Delta \delta = 0. \quad (7)$$

Выводы. Для приближенного определения статической устойчивости сложной электроэнергетической системы с учетом самораскачивания можно применить разделение общей задачи на две независимые задачи: определение статической устойчивости с учетом самораскачивания некоторой упрощенной энергосистемы, в стационарных узлах которой напряжение поддерживается с помощью АРВ неизменным или изменяется по статическим характеристикам, и расчет настроечных параметров АРВ, обеспечивающих устойчивую ра-

боту систем возбуждения в простых схемах. При этом первая из этих задач может решаться как в наиболее простом виде — без учета демпферных моментов генераторов, так и в несколько усложненном виде — с учетом демпферных моментов. Расчет по упрощенной модели будет более точным при слабых связях в энергосистеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах.— М.: Высшая школа, 1970.
2. Литкенс И. В., Федотова Н. В., Хачатурова Е. А. Упрощения элементов энергосистемы при анализе статической

устойчивости с учетом самораскачивания.— Электричество, 1983, № 3.

3. Строев В. А. Математическое описание электроэнергетических систем в исследованиях статической устойчивости.— Электричество, 1984, № 10.

4. Смирнов К. А. Условия возникновения самораскачивания в энергосистемах.— Электричество, 1983, № 3.

5. Смирнов К. А. О статической устойчивости энергосистем, содержащих нагрузочные узлы.— Электричество, 1983, № 9.

6. Жданов П. С. Устойчивость электрических систем.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1948.

[03.12.87]

УДК 621.311.064.1.001.24

Учет комплексной нагрузки при расчете токов коротких замыканий в электроустановках высокого напряжения

ЖУКОВ В. В., канд. техн. наук

Московский энергетический институт

В соответствии с ГОСТ 27514—87 при расчетах токов короткого замыкания (КЗ) в электроустановках напряжением свыше 1 кВ учитывается влияние комплексной нагрузки (КН). Экспериментально показано [1], что влияние КН на ток КЗ зависит от относительного состава ее потребителей. В состав узлов КН могут входить синхронные и асинхронные двигатели, преобразователи, электротермические установки, конденсаторные батареи, лампы накаливания и газоразрядные источники света (рис. 1).

Существуют методики различной сложности для расчета токов КЗ в узлах КН, более сложные из них дают достаточно высокую степень точности расчетов. Однако в ГОСТ не определена методика расчета тока КЗ от узлов КН, а для практики проектирования и эксплуатации электроустановок требуются несложные, но достаточно точные методы учета КН.

При проверке электрических аппаратов и токоведущих частей распределительных устройств электростанций и подстанций на термическое и электродинамическое действие токов КЗ, а также при настройке устройств релейной защиты и автоматики необходимо знать следующие величины тока КЗ: I_{np} — периодическую составляющую тока КЗ комплексной нагрузки в начальный момент; $i_{уд}$ — ударный ток; I_{nt} и i_{at} — периодическую и апериодическую составляющие тока КЗ в произвольный момент времени.

При расчете этих величин КН в схему прямой последовательности следует вводить эквивалентной э. д. с. $E_{нг}$ и сопротивлением прямой последовательности $z_{1нг}$, а в схему обратной последовательности — сопротивлением обратной последовательности $z_{2нг}$. При отсутствии данных о таких параметрах отдельных типов потребителей нагрузки можно использовать эквивалентные параметры элементов узлов КН, полученные как усредненные в [2] и представленные также в ГОСТ. Однако при расчете токов КЗ и несимметричных ре-

жимов в достаточно сложных схемах индивидуальный учет каждого элемента нагрузки не только чрезмерно сложен, но практически невыполним из-за отсутствия сведений о схеме присоединения и режиме работы всех потребителей. Поэтому в практических расчетах узлы нагрузок целесообразно представлять эквивалентными параметрами, полученными для определенного состава потребителей узла и схемы питающей его сети.

Исходя из вышеизложенного, для упрощения расчетов на основании данных [2] построена серия расчетных кривых, представляющих зависимость результи-

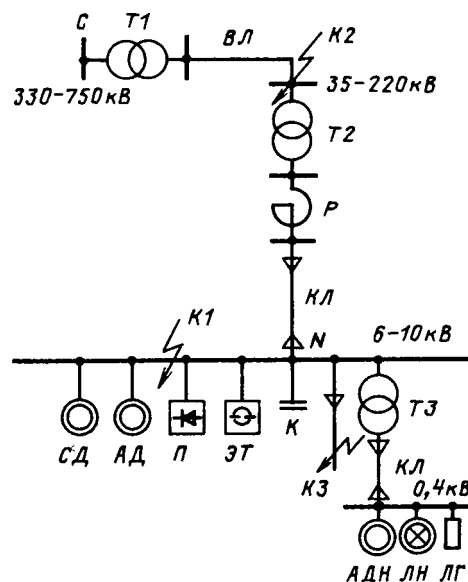
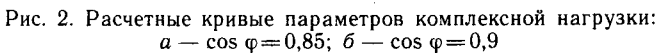


Рис. 1. Схема узла комплексной нагрузки



рующих сопротивлений прямой и обратной последовательностей $\underline{z}_{1нг}$ и $\underline{z}_{2нг}$ и э. д. с. $E''_{нг}$ узла от относительного состава потребителей. В качестве примера на рис. 2 представлены зависимости модулей полных сопротивлений $\underline{z}_{1нг}$ и $\underline{z}_{2нг}$, а также э. д. с. комплексной нагрузки $E''_{нг}$ от относительного состава потребителей узла P_i/P_Σ , где P_i — активная установленная мощность i -го потребителя нагрузки, МВт; P_Σ — суммарная установленная мощность узла нагрузки, МВт ($P_{*сд}$ — синхронные двигатели, $P_{*ад}$ — асинхронные низковольтные двигатели, $P_{*п}$ — преобразователи, $P_{*эт}$ — электротермические установки, $P_{*лн}$ — лампы накаливания). При отсутствии достоверных данных об относительном составе потребителей КН можно использовать типовой состав нагрузки отдельных отраслей народного хозяйства, выраженный в процентах от суммарной установленной мощности узла. Указанные данные получены по методике [2] и приведены в таблице.

При расчете тока КЗ в сложной электрической системе последняя рассматривается как состоящая из ряда узлов нагрузки, принадлежащих к различным отраслям народного хозяйства, представляющих совокупность однородных по режиму работы и характеру выполняемого производственного процесса потребителей электроэнергии. На основании анализа относительного состава потребителей отраслевых узлов нагрузки определяются их расчетные модели нагрузки. Так, узел КН химической промышленности (так же как и металлургической, машиностроительной и нефтедобывающей промышлен-

Типовой состав комплексной нагрузки

| Отрасль народного хозяйства | Состав потребителей узла комплексной нагрузки, % | | | | | | | |
|---|--|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------|
| | Синхронные двигатели высоковольтные | Асинхронные двигатели высоковольтные | Асинхронные двигатели низковольтные | Электрическое освещение | Электро-термические установки | Электро-сварочные установки | Преобразователи | Прочая нагрузка |
| Черная металлургия | 25 | 8 | 29,5 | 2,5 | 22 | 3 | 10 | — |
| Цветная металлургия | 10 | 5 | 27,5 | 1,5 | 10 | — | 46 | — |
| Гонорудная | 21 | 21 | 47 | 5 | — | — | — | 6 |
| Химия | 35 | 15 | 29 | 2 | 8 | 1 | 10 | — |
| Тяжелое, транспортное и энергетическое машиностроение | 10 | 8 | 47 | 7 | 20 | 5 | 3 | — |
| Электротехническая | 7 | 8,5 | 36 | 6,5 | 36 | 4 | 2 | — |
| Сельскохозяйственное машиностроение | 5 | 4 | 38 | 5 | 42 | 6 | — | — |
| Автомобилестроение | 9 | 10 | 48 | 5 | 19 | 3 | 6 | — |
| Машиностроение | 8 | 5 | 52 | 5 | 13 | 14 | 3 | — |
| Коммунально-бытовая (большой город) | 50 | 10 | 15 | 25 | — | — | — | — |
| Нефтедобыча | 8 | 48 | 30 | 5 | — | — | — | 9 |
| Электротяга | — | — | 5 | 5 | — | — | 90 | — |
| Целлюлозно-бумажная | 8 | 12 | 75 | 3 | 1 | — | — | 1 |
| Нефтепереработка | 26 | 18 | 50 | 2 | — | — | — | 4 |
| Бытовая | — | — | 35 | 65 | — | — | — | — |
| Газовая (асинхронный привод) | — | 98 | — | 2 | — | — | — | — |
| Газовая (синхронный привод) | 98 | — | — | 2 | — | — | — | — |
| Сельскохозяйственная | — | — | 70 | 30 | — | — | — | — |
| Легкая | — | — | 78 | 12 | 5 | — | — | 5 |
| Угледобыча шахтная | 4 | 7 | 67 | 15 | — | — | 7 | — |
| Угледобыча открытая | 60 | — | 30 | 5 | — | — | — | 5 |
| Пищевая | — | — | 91,5 | 6 | 1,5 | — | 1 | — |
| Приборостроение | — | — | 61,0 | 10 | 28 | — | 1 | — |

ности) может быть смоделирован в виде параллельно включенных эквивалентных синхронного и асинхронного двигателей и активного и реактивного сопротивлений, а также сопротивления внешней сети узла.

Узлы КН горнорудной, коммунально-бытовой (большой город) — в виде эквивалентных синхронного и асинхронного двигателей и активного сопротивления и т. д. При этом активным и реактивным сопротивлениями моделируются статические потребители: преобразователи, электротермические установки, лампы освещения. Используя один из методов эквивалентирования, например [2 и 3], определяются эквивалентные параметры отдельных элементов модели и обобщенные параметры в целом узла нагрузки. К обобщенным параметрам в данном случае относятся указанные выше сопротивления прямой и обратной последовательностей ($z_{1нг}$ и $z_{2нг}$), эквивалентная э. д. с. узла ($E''_{нг}$), а также средний ударный коэффициент $k_{уд}$ и расчетные кривые изменения во времени периодической составляющей тока КЗ эквивалентных асинхронного и синхронного двигателей.

Эквивалентные параметры двигателей определяются на основании данных тех типов двигателей, которые используются в электроустановках определенных отраслей промышленности. Так, наиболее распространенным электроприводом газовой промышленности (компрессорные станции) является асинхронный двигатель с фазным ротором АФЗ-4500-1500, а также быстроходные нерегулируемые синхронные двигатели серии СТМ-4000-2.

При расчетах токов КЗ следует учитывать влияние каждой КН, подключенной к различным узлам электрической системы, если ток КЗ от электродвигателей этой нагрузки превышает 5 % тока трехфазного КЗ, определенного без их учета.

Для КЗ на высшем напряжении подстанции, имеющей два и более трансформаторов, влияние КН, подключенной на стороне низшего напряжения, следует учитывать, если

$$\Sigma S_{д.ном} \geq \frac{S_{КЗ}}{100 \Sigma S_{т.ном} k_{2max}(m_t - 1)}, \quad (1)$$

где $\Sigma S_{д.ном}$ — сумма номинальных мощностей электродвигателей, подключенных к подстанции (ее значение отнесено к сумме номинальных мощностей трансформаторов подстанции $\Sigma S_{т.ном}$, МВ·А); $S_{КЗ}$ — мощность короткого замыкания на стороне подстанции, МВ·А; k_{2max} — коэффициент допустимой аварийной перегрузки трансформаторов; m_t — число трансформаторов на подстанции.

Метод расчета тока КЗ нагрузки зависит от характера исходной схемы замещения узла и положения точки КЗ.

При трехфазном КЗ на общих сборных шинах узла (точка К1, рис. 1) точка КЗ с нулевым потенциалом делит схему на ряд независимых подсистем. Полный ток КЗ в схеме равен сумме токов отдельных элементов. Причем, ток КЗ в узле в данном случае определяется только двигателями, так как ток от статических потребителей при КЗ равен нулю (рис. 1).

Начальное значение периодической составляющей тока КЗ, апериодическую составляющую КЗ (при отсутствии тока в расчетной цепи до момента КЗ), ударный ток, а также периодическую составляющую тока КЗ в произвольный момент времени от двигателей следует рассчитывать соответственно по формулам

$$I_{п0Д} = \sum_{j=1}^n E''_{сДj} / x''_{сДj} + \sum_{j=1}^m E''_{аДj} / x''_{аДj}; \quad (2)$$

$$I_{a0} = \sqrt{2} I_{п0Д}; \quad (3)$$

$$i_{a1} = I_{a0} e^{-t/T_{a.з}}; \quad (4)$$

$$i_{уд Д} = \sqrt{2} k_{уд.ср} I_{п0Д}; \quad (5)$$

$$I_{п1} = \gamma_{тсД} I_{п0(ном)} J_{ном сД} + \gamma_{таД} I_{п0(ном)} J_{ном аД}; \quad (6)$$

где n и m — числа синхронных и асинхронных двигателей в узле нагрузки; $T_{a.з}$ определяется по методике [4]; $\gamma_{тсД}$, $\gamma_{таД}$ — коэффициенты затухания периодической составляющей тока КЗ от синхронных и асинхронных двигателей, значения коэффициентов определяются по расчетным кривым установленным в узле двигателей. При отсутствии этих данных следует использовать кривые рис. 3, построенные по результатам расчетов на ЭВМ. В алгоритмах расчета двигателя представлялись полной системой дифференциальных уравнений Парка — Горева.

При построении расчетных кривых синхронного двигателя использованы типовые параметры двигателя $x_{\sigma} = 0,15$; $x_{f\sigma} = 0,25$; $x_{ad} = 1$; $x_{kdo} = 0,1$; $T_{f0} = 4$ с; $T_{kdo} = 0,122$ с; $x_{aq} = 0,6$; $x_{kqo} = 0,12$; $T_{kq0} = 0,057$ с. Расчет выполнен при напряжении возбуждения $U_f = 1,7 U_{f.ном}$. Каждая кривая рис. 3, а соответствует определенной удаленности места КЗ от синхронных двигателей, которая оценивается величиной

$$I_{*п0(ном)} = I_{п0сД} / I_{ном сД}.$$

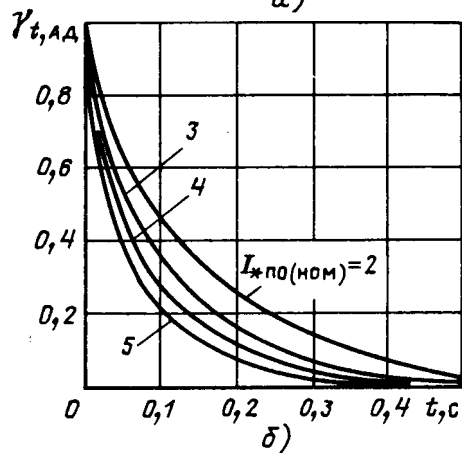
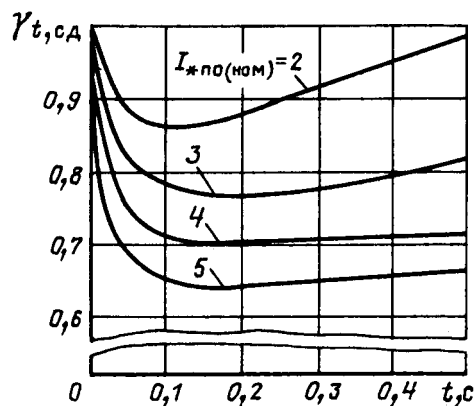


Рис. 3. Расчетные кривые тока КЗ для синхронного (а) и асинхронного (б) двигателей при разной удаленности КЗ

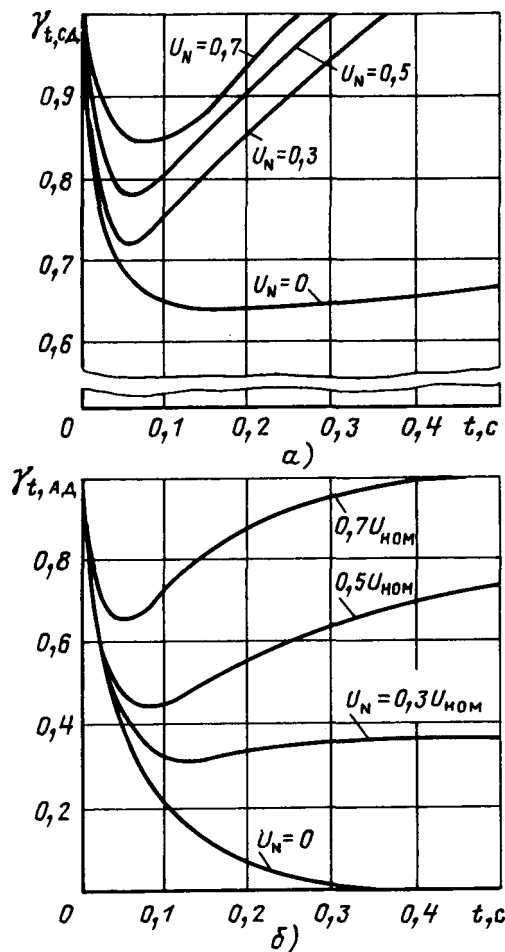


Рис. 4. Расчетные кривые тока КЗ для синхронного (а) и асинхронного (б) двигателей при различных значениях остаточного напряжения на шинах узла

Расчетные кривые асинхронных двигателей (рис. 2, б) определены при использовании параметров типового асинхронного двигателя: $\eta=0,94$; $\cos \varphi=0,87$; $I_{\text{пуск}}=5,6$; $T_{\text{л}}=0,07$ с; $T_{\text{д}}=0,04$; $k_{\text{уд}}=1,65$; $x''_{\text{ад}}=0,18$; $M_{\text{тах}}/M_{\text{ном}}=2,24$; $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}}=0,93$. Удаленность места КЗ от асинхронных двигателей оценивается величиной

$$I_{* \text{по (ном)}} = I_{\text{по АД}} / I_{\text{ном АД}}.$$

В отличие от ГОСТ расчетное время КЗ принято равным 0,5 с (в ГОСТ принято 0,2 с). Это объясняется тем, что в ветвях с двигателями, как правило, для защиты от междуфазных КЗ устанавливается токовая отсечка с выдержкой времени около 0,1 с. Однако в случае несрабатывания токовой отсечки работает резервная максимальная токовая защита с выдержкой времени на ступень селективности большей, чем выдержка времени отсечки, т. е.

$$t_{\text{ср.заш}} = 0,1 + (0,5 \div 0,6) = (0,6 \div 0,7) \text{ с}.$$

Расчеты для асинхронных двигателей показали, что к моменту времени 0,5 с после возникновения КЗ ток трехфазного КЗ затухает до величины номинального тока двигателей и меньше, таким образом,

принимать расчетное время более 0,5 с не имеет смысла.

При КЗ за общим для узла нагрузки сопротивлением (точка К2, рис. 1) начальное значение периодической составляющей тока трехфазного КЗ определяется с учетом влияния двигательной и статической нагрузок. При определении периодической составляющей тока КЗ в произвольный момент времени статическая нагрузка учитывается только в том случае, если значение остаточного напряжения на шинах узла $U_N > 0,7 U_{\text{ном}}$. При $U_N \leq 0,7 U_{\text{ном}}$ статическая нагрузка не учитывается, так как отключается. При $U_N > 0,7 U_{\text{ном}}$

$$I_{\text{пнп}} = I_{\text{пид}} - I_{\text{ст}},$$

где $I_{\text{пид}}$ — периодическая составляющая тока КЗ в произвольный момент времени от двигателей, определяемая по формуле (6) с использованием расчетных кривых рис. 3; $I_{\text{ст}}$ — суммарный ток статических потребителей до КЗ.

При $U_N \leq 0,7 U_{\text{ном}}$, где $U_N = I_{\text{пнп}} Z_{\text{вн}}$, учитываются только электродвигатели по формуле (6).

При КЗ за общим для нагрузки и электрической системы сопротивлением (точка К3, рис. 1) начальное значение периодической составляющей тока КЗ определяют по формуле

$$i_{\text{п0к}} = \frac{\dot{E}_{\text{с}} z_{\text{нг}} + \dot{E}_{\text{нг}} z_{\text{с}}}{z_{\text{с}} z_{\text{нг}} + z_{\text{с}} z_{\text{к}} + z_{\text{нг}} z_{\text{к}}}, \quad (7)$$

где $\dot{E}_{\text{с}}$ и $\dot{E}_{\text{нг}}$ — э. д. с. соответственно системы и узла нагрузки; $z_{\text{с}}$, $z_{\text{нг}}$, $z_{\text{к}}$ — комплексные сопротивления ветвей исходной схемы замещения (рис. 1, з); $z_{\text{с}}$ — результирующее сопротивление сети между источником электроэнергии и сборными шинами узла; $z_{\text{нг}}$ — эквивалентное сопротивление нагрузки; $z_{\text{к}}$ — сопротивление короткозамкнутой цепи между точкой КЗ и шинами узла нагрузки.

Апериодическую составляющую и ударный ток следует определять в соответствии с формулами (3), (4) и (5). Периодическую составляющую тока КЗ в произвольный момент времени определяют в зависимости от значения остаточного напряжения в точке N (рис. 1):

$$\dot{U}_N = I_{\text{п0к}} z_{\text{к}} = \frac{\dot{E}_{\text{с}} z_{\text{нг}} + \dot{E}_{\text{нг}} z_{\text{с}}}{z_{\text{с}} - z_{\text{нг}}}. \quad (8)$$

При $U_N > 0,7 U_{\text{ном}}$ учитывается влияние статической нагрузки, потребители которой (преобразователи, термические установки, освещение) продолжают работать при пониженном напряжении, уменьшая ток в короткозамкнутой ветви $z_{\text{к}}$. При этом периодическую составляющую тока КЗ в произвольный момент времени от узла нагрузки определяют по формуле (6), а коэффициенты $\gamma_{\text{сд}}$ и $\gamma_{\text{ад}}$ — по расчетным кривым рис. 4 в зависимости от напряжения U_N . Ток КЗ от узла нагрузки

$$i_{\text{по нп}} = \dot{E}_{\text{нг}} / z_{\text{нг-к}},$$

где $z_{\text{с-нг}}$, $z_{\text{нг-к}}$, $z_{\text{с-к}}$ — сопротивления ветвей эквивалентной схемы замещения в виде треугольника с вершинами в точках С, НГ, КЗ.

Расчетные кривые рис. 4 построены при условии, что под влиянием мощного источника энергосистемы остаточное напряжение U_N на шинах узла остается практически постоянным в течение КЗ. Это подтверждают экспериментальные данные (например [1]), отражающие различные условия КЗ за общим сопротивлением для нагрузки и источника электроэнергии (в статье не приведены). Анализ экспериментальных данных показал, что принятое допущение о постоянстве напряжения в течение КЗ достаточно справедливо для узлов, включающих в состав асинхронные двигатели. Для узлов, состоящих из синхронных электродвигателей допущение справедливо, если начальное значение периодической составляющей тока КЗ от узла не превышает 0,4 тока КЗ от источника электроэнергии.

Кривые рис. 4 можно условно разделить на два участка: нисходящий, обусловленный главным образом электромагнитным процессом в контурах роторов электродвигателей, и восходящий, обусловленный изменением частоты вращения ротора (для асинхронных двигателей), а также действием системы возбуждения (для синхронных двигателей). Причем, в начале процесса двигатель переходит в режим генератора, посылающего ток к месту КЗ, а после затухания электро-

магнитных процессов вновь переходит в режим потребления активной мощности.

Погрешность расчетов токов КЗ с учетом комплексной нагрузки в электроустановках напряжением выше 1 кВ по представленной выше методике в пределах допустимой (5—10 %). Разработанная методика может быть использована при расчете токов КЗ в соответствии с ГОСТ 27514—87, а также рекомендуется для включения в указанный ГОСТ при его последующей переработке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Экспериментальное исследование влияния комплексной нагрузки на токи короткого замыкания в энергосистеме / В. В. Жуков, Б. Н. Неклепаев, Э. В. Соколик, И. Р. Таубес. — Электричество, 1974, № 1.
2. Жуков В. В., Неклепаев Б. Н. Эквивалентное сопротивление обратной последовательности узлов комплексной нагрузки. — Электричество, 1975, № 10.
3. Жуков В. В. Метод расчета тока короткого замыкания от асинхронных двигателей системы собственных нужд ТЭС. — Электрические станции, 1987, № 7.
4. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы. — М.: Энергия, 1970.

[16.11.88]

УДК 621.314.224.8:538.12.001.24

Влияние внешнего магнитного поля на работу трансформатора тока

СТРОГАНОВ Б. Г., канд. техн. наук, ЧУНИХИН А. А., канд. техн. наук

Погрешности трансформатора тока (ТТ), работающего в цепях с токами порядка десятков и сотен килоампер, в значительной степени зависят от внешнего магнитного поля, создаваемого соседними токопроводами (шинами). Это влияние определяется двумя причинами. Первая обусловлена наведением во вторичной обмотке ТТ так называемых токов влияния [1], которые изменяют реальный коэффициент трансформации ТТ. Однако в большинстве случаев указанные ТТ выполняют на тороидальных магнитопроводах с равномерно распределенной на них обмоткой, что практически сводит к нулю значения э. д. с. и токов влияния. Второй, более существенной причиной является влияние стороннего магнитного поля на магнитное состояние стали магнитопровода ТТ в установленном [2] и, особенно, в переходном режимах работы, что подтверждено многочисленными экспериментами [3].

В связи с этим при создании специальных ТТ для измерений в переходных режимах токов с мгновенными значениями порядка 0,3 МА разработана методика приближенной оценки влияния сторонних полей на магнитное состояние магнитопровода ТТ.

Для расчета индукции в стали тороидального ТТ с немагнитными зазорами приняты следующие допущения: а) при большом числе симметрично распо-

ложенных и малых по размеру зазоров ($\delta_{\Sigma}/l_{\text{ст}} < 0,01$, где δ_{Σ} — суммарный немагнитный зазор, $l_{\text{ст}}$ — длина средней линии магнитопровода) магнитопровод для внешнего поля можно считать сплошным; б) вторичная обмотка равномерно распределена по тороидальному магнитопроводу; в) размеры сечения шины малы по сравнению с размерами магнитопровода и расстояния до него.

Реальное магнитное поле в данном случае трехмерно, и получение аналитического решения нереально. Численные методы, в том числе метод интегральных уравнений [4], трудоемки и связаны с большими затратами машинного времени. Поставленная задача не требует определения всего магнитного поля, а достаточно лишь приближенная оценка максимального значения индукции в стали ТТ. Поэтому, сознательно снижая точность расчета, рассматриваем поле как плоскопараллельное.

Во всех трех областях магнитного поля (рис. 1) отсутствуют распределенные токи и можно воспользоваться потенциальной функцией U . При цилиндрических границах воздух — сталь уравнение Лапласа в цилиндрических координатах имеет вид

$$r^2 \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + r \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha^2} = 0, \quad (1)$$

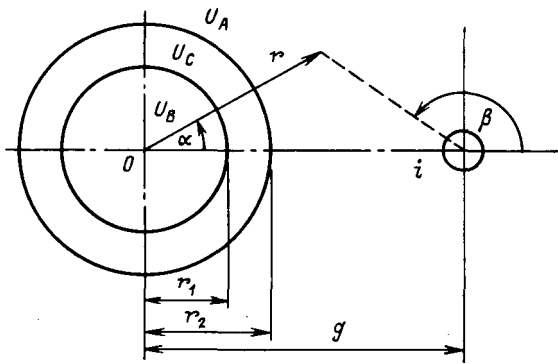


Рис. 1. К расчету индукции в магнитопроводе ТТ от внешней шины с током

и согласно методу разделения переменных [4] общее решение для данного случая принимает вид:

$$U(r, \alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} (c_k r^k + d_k r^{-k}) (g_k \cos k\alpha + h_k \sin k\alpha), \quad (2)$$

где c_k, d_k, g_k, h_k — постоянные коэффициенты.

Ввиду симметрии относительно плоскости $\alpha=0$ решение не будет содержать функций $\cos k\alpha$.

В области A при $r \rightarrow \infty$ функция U конечна, следовательно, $c_k = 0$; согласно [4] при $r < g$

$$\beta = \pi - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{r}{g} \right)^k \sin k\alpha.$$

В области B при $r \rightarrow 0$ функция U конечна и, следовательно, $d_{Bk} = 0$.

В результате имеем

$$U_A = (i/2\pi) \beta + \left| \sum_{k=1}^{\infty} d_{Ak} r^{-k} \sin k\alpha \right| = i \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \times \right. \\ \left. \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{r}{g} \right)^k \sin k\alpha \right] + \sum_{k=1}^{\infty} d_{Ak} r^{-k} \sin k\alpha; \quad (3)$$

$$U_C = \sum_{k=1}^{\infty} (c_{Ck} r^k + d_{Ck} r^{-k}) \sin k\alpha; \quad (4)$$

$$U_B = \sum_{k=1}^{\infty} c_{Bk} r^k \sin k\alpha \quad (5)$$

с граничными условиями:

при $r = r_2$

$$\frac{\partial U_A}{r \partial \alpha} = \frac{\partial U_C}{r \partial \alpha} \text{ и } \frac{\partial U_A}{\partial r} = \mu_{\text{ЭКВ}} \left(\frac{\partial U_C}{\partial r} \right); \quad (6)$$

при $r = r_1$

$$\frac{\partial U_C}{r \partial \alpha} = \frac{\partial U_B}{r \partial \alpha} \text{ и } \mu_{\text{эKB}} \frac{\partial U_C}{\partial r} = \frac{\partial U_B}{\partial r}. \quad (7)$$

Отсюда получаем систему уравнений для определения коэффициентов:

$$\left. \begin{aligned} d_{Ak} - c_{Ck} r_2^{2k} - d_{Ck} &= \frac{i}{2\pi} \frac{r_2^{2k}}{kg^k}; \\ d_{Ak} + \mu_{\text{ЭКВ}} c_{Ck} r_2^{2k} - \mu_{\text{ЭКВ}} d_{Ck} &= -\frac{i}{2\pi} \frac{r_2^{2k}}{kg^k}; \\ d_{Ck} + c_{Ck} + r_1^{2k} &= c_{Bk} r_1^{2k}; \\ \mu_{\text{ЭКВ}} c_{Ck} r_1^{2k} - \mu_{\text{ЭКВ}} d_{Ck} &= c_{Bk} r_1^{2k}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Из решения системы (8) следует:

$$c_{Ck} = i \frac{r_2^{2k} (\mu_{3KB} + 1)}{\pi k g^k [(\mu_{3KB} - 1)^2 r_1^{2k} - (\mu_{3KB} + 1)^2 r_2^{2k}]};$$

$$d_{Ck} = i \frac{r_2^{2k} r_1^{2k} (\mu_{3KB} - 1)}{\pi k g^k [(\mu_{3KB} - 1)^2 r_1^{2k} - (\mu_{3KB} + 1)^2 r_2^{2k}]}$$

При $\mu_{\text{экв}} \gg 1$ получаем

$$c_{Ck} = -i \frac{r_2^{2k}}{\mu_{\text{эKB}} \pi k g^k (r_2^{2k} - r_1^{2k})}; \quad (9)$$

$$d_{Ck} = -i \frac{r_2^{2k} r_1^{2k}}{\mu_{\text{эКБ}} \pi k g^k (r_2^{2k} - r_1^{2k})}; \quad (10)$$

$$U_C = -\frac{i}{\pi\mu_{\text{эKB}}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r_2^{2k}(r^k + r_1^{2k}r^{-k})}{kg^k(r_2^{2k} - r_1^{2k})} \sin k\alpha. \quad (11)$$

На рабочий процесс ТТ наибольшее влияние оказывает тангенциальная составляющая индукции:

$$B_{\tau C} = \mu_{\text{эKB}} \mu_0 H_{\tau C} = -\mu_{\text{эKB}} \mu_0 \frac{dU_c}{r d\alpha} =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{c \pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r_2^{2k}(r^{k-1} + r_1^{2k} r^{-k-1})}{g^k(r_2^{2k} - r_1^{2k})} \cos k\alpha. \quad (12)$$

Полученный функциональный ряд при $k \rightarrow \infty$ равномерно сходится, но при некоторых соотношениях параметров r_2 , g и r_1 сходится медленно, и поэтому целесообразно вычисление суммы ряда на ЦВМ.

На рис. 2 показаны расчетные кривые распределе-

ния индукции в тороидальном магнитопроводе ТТ с диаметрами 0,15/0,1 м, осевым размером 0,1 м и с суммарным зазором 0,2 мм при синусоидальном токе с амплитудой 61,5 кА; расстояние от оси равнялось 0,18 м. На рис. 2 указаны также результаты измерения средней по сечению индукции в точках $\alpha=0^\circ$ и 180° на макете ТТ (см. рис. 3), описанном в [3]. Измеренная индукция в стали удовлетворительно согласуется с расчетной, превышающая последнюю на 17 % при $\alpha=0^\circ$ и на 36 % при $\alpha=180^\circ$. Превышение измеренного суммарного потока относительно расчетного составляет 23 %. Видимо, оно обусловлено конечным осевым размером магнитопровода и магнитными потоками, входящими в торцевые поверхности. Для учета этого фактора в (12) можно ввести поправочный коэффициент $k_{\text{торц}}=1+0,2 \cdot H/H_{\text{эксп}}$, где осевой размер при эксперименте $H_{\text{эксп}}=0,1$ м. Максимальное значение средней по сечению магнитопровода индукции достигается при $\alpha=0^\circ$ и составило 1,01 Тл, что оказывает сильное влияние на магнитное состояние стали, вызывая преждевременное насыщение или заметное снижение магнитной проницаемости, входящей в расчет погрешности ТТ.

Для снижения рассматриваемой индукции необходимо удалять ТТ от шин с большими токами. Некоторое снижение обеспечивает увеличение осевого размера магнитопровода. Во избежание насыщения при проектировании установок с ТТ для измерений в переходном режиме в случае заданных размеров ошиновки расчетную индукцию в стали ТТ следует занижать на поправку, определяемую по формуле (12).

Для защиты ТТ от внешнего поля могут быть использованы ферромагнитные и электромагнитные экраны. Ферромагнитные экраны подвержены насыщению полями собственного тока и токов соседних шин даже при наличии в них немагнитных зазоров. При этом

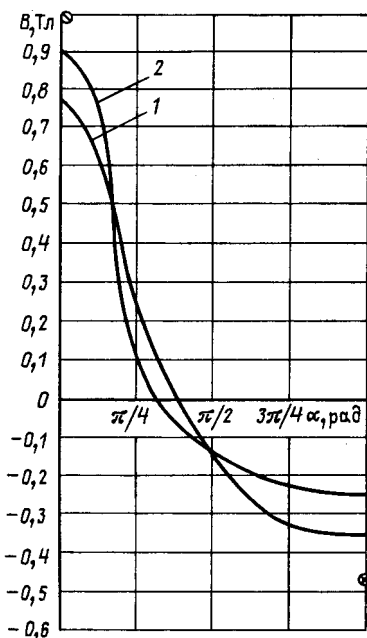


Рис. 2. Распределение индукции в стали тороидального четырехзазорного ТТ от соседней шины с током: 1 — $r=r_1$; 2 — $r=r_2$ — расчет; * — эксперимент

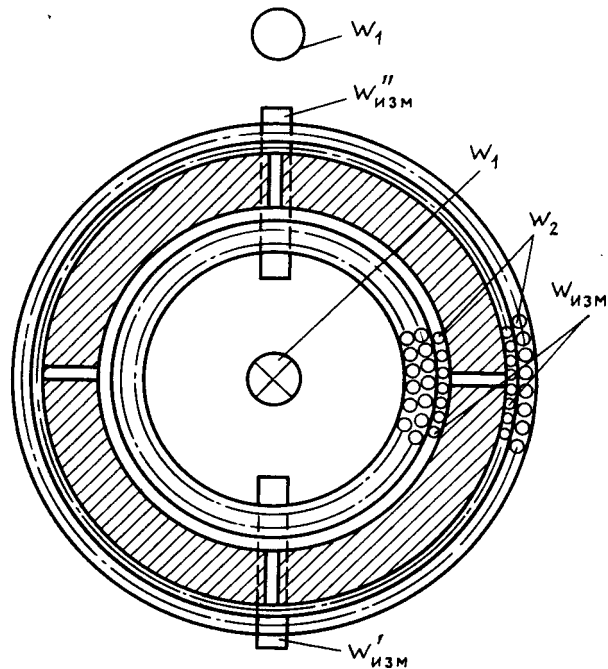


Рис. 3. Эскиз макета ТТ с измерительными обмотками

теряется эффект экранировки. Увеличение сечения экрана непомерно утяжеляет конструкцию ТТ. Электромагнитные экраны при синусоидальном токе промышленной частоты позволяют снизить индукцию в стали ТТ от соседних шин с током примерно вдвое. Однако при наличии в токе аperiodической составляющей с постоянной времени 0,05—0,3 с эффективность экранирования резко снижается. Как видно, использование защитных экранов для ТТ в переходных режимах цепей большой мощности нецелесообразно.

Предложенная методика оценки значения индукции в стали ТТ позволяет исключить недопустимое влияние электромагнитных полей соседних шин с большими токами на погрешность измерения токов в переходных режимах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рогоза В. В. Влияние внешних магнитных полей на трансформаторы тока. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. — Киев: Наукова думка, 1970, вып. 26.
2. Адоньев Н. М., Вильниц А. З., Чакот В. Б. Перспективы и особенности создания трансформаторов тока на большие номинальные токи для мощных турбогенераторов. — Перспективы развития высоковольтной аппаратуры в XI пятилетке: Тез. докл. VIII Всес. научн.-техн. совещ. Л.: 1980.
3. Строганов В. Г., Чунихин А. А. Влияние внешнего магнитного поля на работу трансформатора тока с немагнитными зазорами в переходном режиме. — Перспективы развития высоковольтной аппаратуры в XI пятилетке: Тез. докл. VIII Всес. научн.-техн. совещ. Л.: 1980.
4. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей: Пер. с англ. / Под ред. А. В. Иванова-Смоленского. — М.: Энергия, 1970.

[20.04.88]

Математическое моделирование электромашинного генератора импульсной мощности

СИПАЙЛОВ Г. А., доктор техн. наук, ЧУЧАЛИН А. И., канд. техн. наук, МАТВЕЕВ А. М., инж.

Томский политехнический институт

Одним из направлений совершенствования электромашинных импульсных генераторов является использование последовательных коммутаций обмоток, расположенных на статоре и шихтованном роторе [1]. Одновременность коммутаций обмоток позволяет осуществить импульсную форсировку возбуждения генератора перед подключением к нагрузке с целью увеличения импульсной мощности. При необходимости за счет последовательных коммутаций обмоток можно устранить размагничивание генератора после импульса для обеспечения автономного частотного режима.

На рис. 1 приведена электрическая схема одного из вариантов генератора с попарно-последовательной коммутацией обмоток. На рис. 2 представлены расчетные кривые изменения токов и потокосцеплений обмоток. Начальное возбуждение генератора осуществляется от постороннего источника энергии путем подключения его к электрически связанным обмоткам F на роторе и B на статоре. В момент максимального потокосцепления Ψ_{BF} при $\gamma = \omega t = 0$ (рис. 3, а) первый контур замыкается накоротко коммутатором K_1 . В режиме короткого замыкания генератор импульсно намагничивается за счет несимметрии обмоток на статоре и роторе [2]. В результате имеет место возрастание и сжатие магнитного потока в воздушном зазоре, что приводит к увеличению потокосцепления разомкнутого контура, образованного обмотками D на роторе и A на статоре. В момент максимального потокосцепления Ψ_{AD} при $\gamma \approx 2\pi/3$ (рис. 3, б) второй контур подключается к нагрузке коммутатором K_2 . Максимум импульсного тока в нагрузке достигается при $\gamma \approx 4\pi/3$ за счет максимального сжатия магнитного потока обмотками статора и ротора (рис. 3, в). При уменьшении токов в обмотках до нулевых значений коммутаторы K_2 и K_1 последовательно размыкаются.

Рассмотренный режим работы электромашинного импульсного генератора представляет собой сложный

переходный процесс. Для расчета энергетических характеристик необходимо математическое моделирование электромагнитных переходных процессов с минимальным числом допущений. В данном случае наиболее предпочтительным является численное интегрирование дифференциальных уравнений относительно потокосцеплений контуров генератора с расчетом токов на каждом шаге путем численного решения уравнений магнитного поля.

При использовании для численного интегрирования дифференциальных уравнений электрического равновесия явного метода Эйлера расчетные формулы имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{BF}^{m+1} &= \Psi_{BF}^m - h_i R_{BF} i_{BF}^m; \\ \Psi_{AD}^{m+1} &= \Psi_{AD}^m - h_i (R_{AD} + R_H) i_{AD}^m, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где h_i — шаг интегрирования по времени.

Для определения токов по известным значениям потокосцеплений на каждом шаге необходимо решать нелинейную систему уравнений в неявном виде

$$\left. \begin{aligned} f_1(i_{BF}^{m+1}, i_{AD}^{m+1}, \Psi_{BF}^{m+1}) &= 0; \\ f_2(i_{BF}^{m+1}, i_{AD}^{m+1}, \Psi_{AD}^{m+1}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

При использовании уравнений двумерного магнитного поля потокосцепления контуров должны быть представлены суммой составляющих потокосцеплений активных и лобовых частей обмоток

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{BF}^{m+1} &= \Psi_{BFa}^{m+1} + (L_{Bл} + L_{Fл}) i_{BF}^{m+1}; \\ \Psi_{AD}^{m+1} &= \Psi_{ADa}^{m+1} + (L_{Aл} + L_{Dл}) i_{AD}^{m+1}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где индуктивности лобового рассеяния могут быть приняты постоянными, определенными заранее по известным упрощенным методикам.

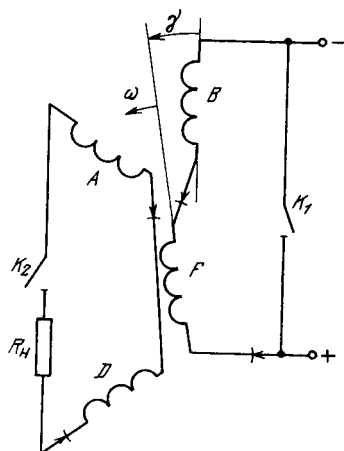


Рис. 1. Электрическая схема генератора импульсной мощности

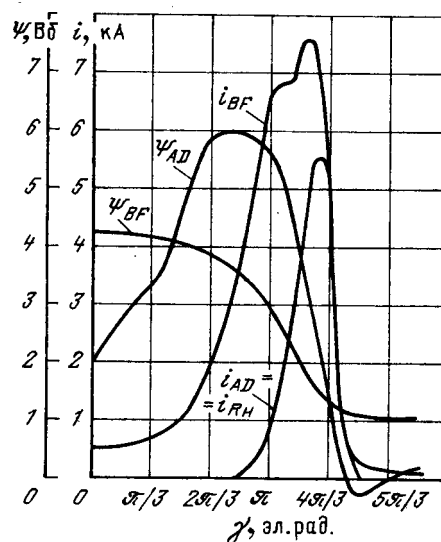


Рис. 2. Кривые изменения токов и потокосцеплений в обмотках генератора

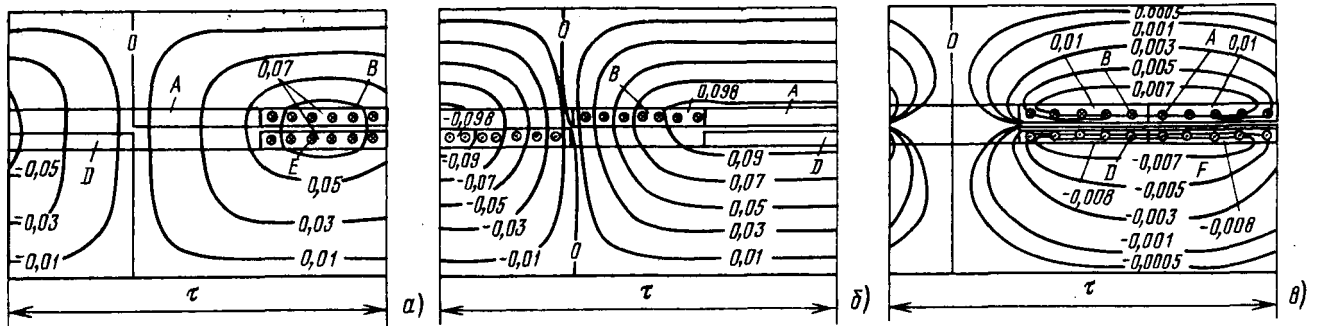


Рис. 3. Распределение магнитного поля генератора при различных угловых положениях ротора: а — $\gamma=0$; б — $\gamma=2\pi/3$; в — $\gamma=4\pi/3$

Для численного решения уравнений магнитного поля методом конечных разностей на каждом шаге формируется расчетная область полюсного деления генератора τ , представленная на рис. 4 в прямоугольной системе координат. Расчетная область покрыта в общем случае неравномерной в направлении осей координат сеткой, содержащей I узлов по оси x и K узлов по оси y . Смещение ротора относительно статора в переходном процессе на угол $\gamma^{m+1} = \omega t^{m+1}$ осуществляется путем смещения координат обмоток ротора на расстояние $\gamma^{m+1}\tau/\pi$, соответствующее времени t^{m+1} . Следует отметить, что шаг сетки в направлении оси x расчетной области h_x и шаг интегрирования дифференциальных уравнений электрического равновесия по времени h_t должны быть взаимосвязаны:

$$h_x = \omega h_t / \pi.$$

Для решения уравнения магнитного поля относительно векторного магнитного потенциала в качестве граничных условий принимаются нулевые значения потенциалов вдоль верхней и нижней границ расчетной области

$$A(i, 1) = A(i, K) = 0, i = 1, I \quad (4)$$

и условия периодичности магнитного поля вдоль левой и правой границ полюсного деления [3]

$$A(2, k) = -A(I-1, k), k = 1, K. \quad (5)$$

Двумерное магнитное поле на каждом шаге предполагается стационарным и рассчитывается с известными допущениями об изотропности ферромагнитных материалов статора и ротора, отсутствии гистерезиса и потерь в стали и равномерном распределении плотности тока по сечению обмоток [3, 4]. Обмотки имеют беспазовую конструкцию для уменьшения потоков рассеяния и снижения индуктивности генератора в импульсном режиме.

Определение векторных магнитных потенциалов в узлах сетки расчетной области на каждом шаге производится по пятиточечной итерационной формуле

$$\begin{aligned} A^n(i, k) = & C_0^{n-1} \{ (1-\beta) A^{n-1}(i, k) + \\ & + \beta [C_1^{n-1} A^{n-1}(i+1, k) + C_2^{n-1} A^{n-1}(i, k+1) + \\ & + C_3^{n-1} A^{n-1}(i-1, k) + C_4^{n-1} A^{n-1}(i, k-1) + \\ & + IU^{n-1}(i, k)] / C_5^{n-1} \}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $1 < \beta < 2$ — коэффициент верхней релаксации;

C_0 — коэффициент, ускоряющий сходимость итерационного процесса и зависящий от степени выполнения закона полного тока; C_1 — C_5 — коэффициенты, учитывающие размеры сетки и насыщение магнитопровода; IU — ток в окрестностях расчетного узла.

Изменение магнитных проницаемостей в ячейках расчетной области, занятых ферромагнитным материалом, производится в ходе итерационного процесса по кривой намагничивания стали на основании расчета результирующих значений индукций согласно известной методике [3]. Составляющие потокоцеплений активных частей обмоток

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{BFa}^{m+1} &= \Psi_{Ba}^{m+1} + \Psi_{Fa}^{m+1}; \\ \Psi_{ADa}^{m+1} &= \Psi_{Aa}^{m+1} + \Psi_{Da}^{m+1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

определяются по данным расчета двумерного магнитного поля путем интегрирования векторных магнитных потенциалов по площади сечения S_j токоведущих областей

$$\Psi_{ja}^{n(m+1)} = \frac{W_j}{S_j} \sum_i \sum_k [A_0 - A_c^n(i, k)] h_x h_y(k) l, \quad (8)$$

где A_0 — нулевой магнитный потенциал; $A_c(i, k)$ — среднее значение векторного магнитного потенциала ячейки; l — активная длина машины; $h_y(k)$ — переменный шаг сетки в направлении оси y ; W_j — число витков обмотки; $j = B, F, A, D$.

Математическое моделирование электромагнитных переходных процессов в электромашинном импульсном генераторе с попарно-последовательной коммутацией обмоток осуществляется по следующему алгоритму.

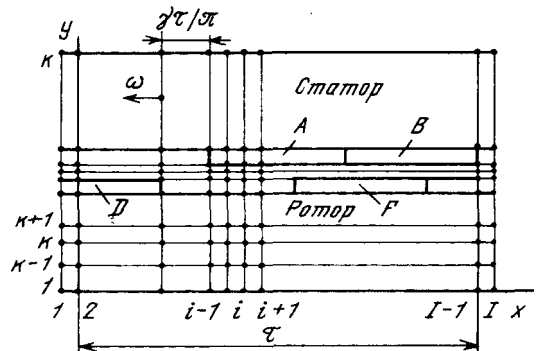


Рис. 4. Расчетная область генератора

Начальные условия для расчета первого этапа работы генератора, соответствующего замкнутому коммутатору K_1 и разомкнутому коммутатору K_2 , определяются путем расчета магнитного поля при $\gamma = \omega t^0 = 0$. Расчет производится по итерационной формуле (6) с учетом граничных условий (4) и (5) для заданного начального тока возбуждения обмоток i_{BF}^0 . Согласно (8) с учетом (3) и (7) определяются начальные значения потокосцеплений контуров при $m = -1$. Далее выполняется численное интегрирование дифференциального уравнения электрического равновесия в замкнутом контуре с использованием первой формулы системы (1). На каждом шаге интегрирования производится расчет магнитного поля согласно итерационной формуле (6) и решение первого уравнения системы (2) при $i_{AD} = 0$.

В ходе итерационного процесса производится изменение тока в замкнутых обмотках и значений $IU^{n-1}(i, k)$ в соответствующих ячейках до тех пор, пока потокосцепление замкнутого контура, определяемое по формуле (8), не достигнет расчетного значения по первой формуле системы (1) с заданной точностью (около 0,5 %). После этого выполняется расчет потокосцепления разомкнутого контура.

В процессе численного интегрирования дифференциального уравнения для замкнутого контура контролируются значения потокосцепления разомкнутого контура на каждом шаге. При достижении его максимального значения включается коммутатор K_2 и начинается второй этап работы генератора на нагрузку. На втором этапе выполняется численное интегрирование двух дифференциальных уравнений с использованием формул [1]. На каждом шаге интегрирования производится расчет магнитного поля с изменением токов двух контуров для достижения расчетных значений потокосцеплений. При этом изменение плотностей токов в обмотках в ходе итерационного процесса осуществляется в виде

$$J_j^n = J_j^{n-1} (1 + K_j), \quad (9)$$

где

$$j = BF, AD.$$

Коэффициент коррекции плотностей тока $K_j = \pm (0,01 \div 0,05)$ в зависимости от степени и характера приближения значений потокосцеплений контуров к расчетным. Таким образом, осуществляется решение нелинейной системы уравнений (2) на втором этапе работы генератора на нагрузку. В ходе расчета осуществляется контроль за значениями токов в контурах. При достижении токами нулевых значений соответствующие коммутаторы размыкаются. После размыкания коммутатора K_2 на третьем этапе работы генератора

расчет переходного процесса производится аналогично первому этапу.

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчета электромагнитных переходных процессов, полученные с использованием изложенной математической модели при оптимизации конструкции одного из вариантов электромагнитного импульсного генератора. Расчетная область для решения полевой задачи имела сетку с $l = 39$ узлами по оси x ($h_x = \tau/36$) и $K = 25$ узлами по оси y ($h_y = \text{var}$). Соответствующий шаг интегрирования дифференциальных уравнений по времени h_t позволяет получить 72 расчетных значения токов и потокосцеплений обмоток на периоде 2π эл. рад. Изложенный алгоритм, описанный программой на языке ФОРТРАН-IV, реализован на ЭВМ серии ЕС.

Для расчета магнитного поля с нулевыми начальными значениями векторных магнитных потенциалов расчетной области на каждом шаге интегрирования дифференциальных уравнений требуется 200—250 итераций в зависимости от расположения ротора относительно статора. При этом коррекция решения по закону полного тока осуществляется на каждой итерации, начиная с $n = 10$, изменение магнитных проницаемостей в ячейках производится на каждой итерации, начиная с $n = 40$, а изменение плотностей тока в обмотках выполняется через каждые 5—10 итераций, начиная с $n = 20$.

Время расчета переходного процесса на ЭВМ ЕС-1061 составляет около 30 мин. Оно может быть существенно сокращено при расчетах магнитного поля на каждом последующем шаге с использованием векторных магнитных потенциалов на предыдущем шаге. Математическое моделирование переходных процессов в электромагнитных импульсных генераторах согласно изложенной методике вполне приемлемо для решения задач автоматизированного проектирования машин данного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Неявнополюсный** импульсный генератор с последовательными коммутациями обмоток / Г. А. Сипайлов, А. И. Чучалин, А. В. Лоос, С. А. Горисев — В кн.: Источники питания кратковременного и импульсного действия для физических установок. — Л.: ВНИИЭлектромаш, 1985.
2. **Лоос А. В., Чучалин А. И., Лукутин А. В.** Исследование намагничивающего действия реакции якоря в синхронных импульсных генераторах. — Электричество, 1982, № 11.
3. **Домбровский В. В.** Справочное пособие по расчету электромагнитного поля в электрических машинах. — Л.: Энергоатомиздат, 1983.
4. **Бинс К., Лауренсон П.** Анализ и расчет электрических и магнитных полей. — М.: Энергия, 1971.

[10.12.87]

Экспериментальное исследование емкостного электродвигателя

ЧЕЛУХИН В. А., канд. техн. наук

Комсомольский-на-Амуре политехнический институт

Емкостные электрические машины, работающие на основе действия сил энергетического поля, давно привлекают к себе внимание [1, 2]. Это объясняется одним существенным преимуществом этих машин: содержание металла в конструкции емкостных машин очень мало, а электрическая сталь и медь отсутствуют вообще. Однако экспериментальные исследования этих машин в настоящее время проводятся очень редко, особенно емкостных электродвигателей.

Для отработки вопросов коммутации был изготовлен емкостный двигатель постоянного тока высокого напряжения конвекционного типа с проводящим ротором и проведена работа по экспериментальному исследованию его в различных режимах. Двигатель имел 16 полюсов статора и 32 электрода ротора. Полюса были изготовлены из алюминиевых трубок диаметром 22 мм, которые жестко закреплялись между дисками статора с помощью стяжных болтов, пропущенных через внутреннюю часть трубки. Диски статора были изготовлены из оргстекла.

Ротор двигателя представляет собой вал диаметром 8,5 мм, на который был напрессован диск из оргстекла, имевший в центре толщину 30 мм, а в верхней части — 12 мм. По краю верхней части ротора диска было расточено два ряда отверстий, в которые вставлялись электроды ротора. Отверстия растачивались таким образом, что верхняя часть имела разрыв. Это необходимо было для того, чтобы электрод ротора немного выходил из отверстия, что обеспечивало бы коммутацию. В качестве электродов ротора использовались дюралевые трубки диаметром 12 мм с толщиной стенки 0,5 мм, которые с легким натягом запрессовывались в отверстия. Верхний ряд имел 32 электрода, нижний, смещенный к центру оси вращения на значение диаметра добавочных полюсов статора, имел 16 электродов. Добавочные полюса статора устанавливались в подшипниковых щитах и выполнялись также в виде алюминиевых трубок длиной 65 мм. Эти полюса устанавливались с целью более полного использования внутреннего объема двигателя.

Внешний вид двигателя показан на рис. 1. Электрические полюса статора были соединены в две группы, поочередно и включались в сеть постоянного тока высокого напряжения. Электроды ротора были электрически изолированы друг от друга. Коммутация электродов ротора осуществлялась с помощью искрового пробоя между электродами ротора и полюсом статора в момент из максимального сближения, когда электрод ротора находился под полюсом статора. Для этого зазор между ними устанавливался наименьшим. В данной конструкции двигателя он составлял около 0,3 мм. Коммутация искровым пробоем ранее использовалась в двигателях меньших габаритов [3—6].

Работа двигателя основана на силовом взаимодействии зарядов, накопленных на электродах ротора и полюсах статора (рис. 2). При включении двигателя в сеть, полюса статора заряжаются положительно или отрицательно, в зависимости от того, какая группа подключена к положительному или отрицатель-

ному полюсу сети. При этом между разноименными полюсами статора создается электрическое поле, в которое попадают электроды ротора. На электродах ротора возникает разделение зарядов. При небольшой несимметрии расположения электродов ротора по отношению к полюсам статора возникает сила, которая повернет ротор. Когда электрод ротора оказывается под полюсом статора, воздушный зазор между ними пробивается и электрод заряжается одноименно с полюсом статора (рис. 2, а). Сразу возникает сила: отталкивания со стороны одноименного полюса и притяжения, со стороны разноименно заряженного полюса. Под действием этих сил ротор повернется на одно полюсное деление. Далее процесс повторяется [8, 9].

Исследование характеристик двигателя проводилось на специальном высоковольтном стенде при температуре окружающего воздуха 23,2 °С, влажности 86 % и давлении 725 мм рт. ст. Напряжение измерялось киловольтметром, ток — миллиамперметром. Момент нагрузки на вал двигателя создавался с помощью рычага. Частота вращения измерялась микроредуктором со шкалой и секундомером. Результаты измерений представлены в таблице (данные приведены для двигателя с верхним рядом электродов ротора; данные испытаний с внутренним рядом электродов ротора и дополнительными полюсами в таблицу не внесены).

По результатам испытаний можно видеть, что максимальный момент двигателя достигал 210 Г·см, максимальный к. п. д. — до 31 % при моменте 59 Г·см при минимальном токе. С ростом тока к. п. д. двигателя снижается, напряжение питания и частота вращения ротора увеличиваются. При этом к. п. д. смещается в сторону более высокого напряжения питания.

Рост напряжения источника питания объясняется

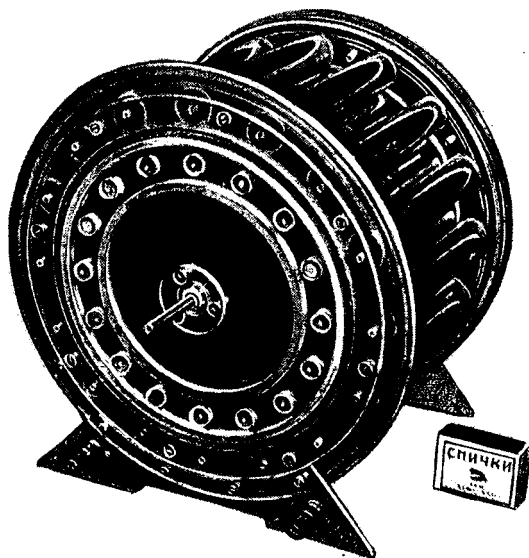


Рис. 1. Внешний вид емкостного электродвигателя

| Момент нагрузки M , Г·см | Результаты измерений параметров | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------|--------------|----------|------------|-------------|--------------|--------------|----------|------------|-------------|--------------|--------------|----------|------------|-------------|
| | $I=0,075$ мА | | | | | $I=0,275$ мА | | | | | $I=0,420$ мА | | | | |
| | U , кВ | n , об/мин | P , Вт | P_2 , Вт | к. п. д., % | U , кВ | n , об/мин | P , Вт | P_2 , Вт | к. п. д., % | U , кВ | n , об/мин | P , Вт | P_2 , Вт | к. п. д., % |
| 8,7 | 9,5 | 550 | 0,71 | 0,05 | 7 | 10,8 | 600 | 2,97 | 0,06 | 2 | 11,5 | 830 | 4,83 | 0,08 | 2 |
| 25,0 | 9,8 | 525 | 0,74 | 0,14 | 19 | 10,8 | 550 | 2,97 | 0,14 | 5 | 11,7 | 830 | 4,90 | 0,21 | 4 |
| 42,0 | 9,8 | 475 | 0,74 | 0,21 | 28 | 11,0 | 510 | 3,03 | 0,23 | 8 | 11,8 | 725 | 5,00 | 0,32 | 6 |
| 59,0 | 10,0 | 350 | 0,75 | 0,22 | 29 | 11,0 | 450 | 3,03 | 0,28 | 9 | 11,9 | 740 | 5,00 | 0,46 | 9 |
| 76,0 | 10,2 | 210 | 0,76 | 0,17 | 22 | 11,0 | 430 | 3,03 | 0,34 | 11 | 12,0 | 640 | 5,04 | 0,51 | 10 |
| 93,0 | 10,2 | 140 | 0,76 | 0,14 | 18 | 11,0 | 400 | 3,03 | 0,39 | 13 | 12,0 | 610 | 5,04 | 0,59 | 12 |
| 110,0 | 10,4 | 135 | 0,78 | 0,16 | 21 | 11,0 | 350 | 3,03 | 0,40 | 13 | 12,2 | 550 | 5,12 | 0,63 | 12 |
| 126,0 | 10,4 | 90 | 0,78 | 0,12 | 15 | 11,0 | 320 | 3,03 | 0,42 | 14 | 12,2 | 540 | 5,12 | 0,72 | 14 |
| 144,0 | 10,6 | 62 | 0,80 | 0,10 | 13 | 11,2 | 225 | 3,08 | 0,34 | 11 | 12,3 | 470 | 5,20 | 0,71 | 14 |
| 160,0 | 10,6 | 50 | 0,80 | 0,084 | 11 | 11,4 | 185 | 3,14 | 0,31 | 10 | 12,3 | 370 | 5,20 | 0,62 | 12 |
| 177,0 | 10,7 | 30 | 0,80 | 0,055 | 7 | 11,4 | 125 | 3,14 | 0,23 | 7 | 12,3 | 285 | 5,20 | 0,53 | 10 |
| 194,0 | 10,8 | 20 | 0,80 | 0,041 | 5 | 11,8 | 75 | 3,25 | 0,15 | 5 | 12,4 | 200 | 5,20 | 0,41 | 8 |
| 210,0 | 10,9 | 10 | 0,82 | 0,022 | 3 | 12,0 | 15 | 3,30 | 0,03 | 1 | 12,6 | 60 | 5,30 | 0,13 | 3 |

видом внешней характеристики выпрямителя с емкостной нагрузкой (емкостный двигатель), которая в этом случае имеет не падающий характер, а растущий. Это напряжение измерялось для определения мощности при данном токе.

Ток двигателя пропорционален зарядам, накопленным на одном электроде ротора, числу электродов и полюсов статора, а также частоте его вращения, т. е.

$$I = \sigma 2 P m n,$$

(1)

где σ — поверхностный заряд; $2P$ — число полюсов статора; m — число электродов ротора; n — частота вращения ротора.

Представляя заряд как произведение емкости на напряжение, получим:

$$I = \frac{CU}{s} \cdot 2 P m n = \frac{\epsilon \epsilon_0 s U \cdot 2 P m n}{ds} = \epsilon \epsilon_0 E \cdot 2 P m n,$$

(2)

где $2 P m n$ — величины, зависящие от конструкции двигателя.

Следовательно, мощность двигателя при данном на-

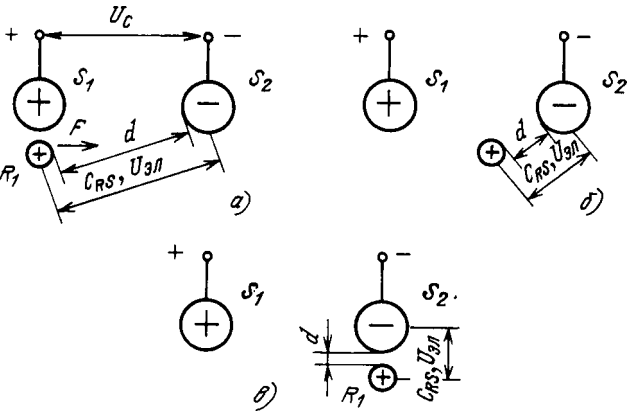


Рис. 2. Цикл работы емкостного электродвигателя, $q = CU = \text{const}$, $d = \text{var}$: а — зарядка, $U_c = U_{3n}$, $C_{RS} = \text{min}$, $U_{3n} = \text{max}$; б — рабочий ход, $U_c > U_{3n}$, $C_{RS} \rightarrow \text{max}$, $U_{3n} \rightarrow \text{min}$; в — положение электрода ротора перед зарядкой, $C_{RS} = \text{max}$, $U_{3n} = \text{min}$

пряжении пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости (ОДП) активного материала двигателя и его электрической прочности [10]. В двигателе данной конструкции в качестве такого материала использован воздух, что объясняет столь низкую удельную мощность двигателя, которая составляла всего 0,2 Вт/кг. Для сравнения: удельная мощность индуктивного двигателя П21 (0,7 кВт, 38 кг), примерно равного по объему исследуемому двигателю, составляет 18 Вт/кг, т. е. больше в 90 раз.

Однако необходимо отметить, что при равном объеме, емкостный двигатель имел массу всего 3 кг. Отсюда видно, что для того чтобы удельная мощность емкостного двигателя возросла, необходимо применять активные сегнетоэлектрические материалы с диэлектрической проницаемостью порядка 100 и выше.

Рост мощности двигателя сильно ограничивается также коммутацией. При увеличении частоты вращения ротора и напряжения источника питания происходили частые пробой воздушного промежутка. Хотя двигатель при этом не выходил из строя, напряжение питания приходилось снижать. Этого можно избежать, если изготовить специальный коллектор, подобно тому как это делается в индуктивных машинах.

Однако, если в индуктивных машинах щетка перекрывает сразу несколько пластин коллектора, которые максимально приближены друг к другу, то в коллекторе емкостной машины пластины должны быть максимально удалены друг от друга из-за высоких напряжений, приложенных к ним, и щетка вначале должна отрываться от одной пластины и затем, удалившись достаточно от нее, коснуться другой пластины. При наличии такого коллектора полюса статора и электроды ротора емкостного двигателя можно полностью поместить в диэлектрик и тем самым поднять рабочее напряжение.

Выводы. 1. Удельную мощность емкостного конвекционного двигателя с проводящим ротором можно значительно увеличить, используя в качестве активного материала сегнетоэлектрик с большим значением относительной диэлектрической проницаемости и электрической прочности.

2. Для емкостного двигателя постоянного тока высокого напряжения необходимо применение специаль-

ного коллектора. Коммутация искровым пробоем предпочтительна на напряжение до 10 кВ и малые мощности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jefimenko O. D. Electrostatic motors.— Star city: Electret Scientific Company, 1973.
2. Копылов И. П. Общая теория электрических преобразователей энергии и некоторые ее применения.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 1.
3. Челухин В. А. Емкостные электромеханические преобразователи.— Изв. вузов. Электромеханика, 1985, № 6.
4. Челухин В. А. Коммутация емкостного электродвигателя. Деп. рукопись № 178—Д 82.— М.: Информэлектро.
5. А. с. 1141547 (СССР). Емкостный электродвигатель / В. А. Челухин. Оpubл. в Б. И., 1985, № 7.

6. Челухин В. А. Емкостный электродвигатель постоянного тока высокого напряжения. Деп. рукопись № 3—6888.— М.: ВНИИЭИР, 1983.

7. Иоффе А. Ф. Электростатический генератор.— Журнал технической физики, 1939, т. 9.

8. Челухин В. А. Разработка и исследование емкостного конвекционного электродвигателя. Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук.— М.: МЭИ, 1982.

9. А. с. 1005265 (СССР). Электрический двигатель постоянного напряжения / В. А. Челухин. Оpubл. в Б. И., 1982, № 10.

10. А. с. 905966 (СССР). Емкостный двигатель постоянного напряжения / В. А. Челухин. Оpubл. в Б. И., 1982, № 6.

[06.09.88]

УДК 62-83:621.36

Электромеханические процессы в линейном электроприводе толкателя

СОКОЛОВ М. М., доктор техн. наук, **РИНКЕВИЧЕНЕ Р. В.**, канд. техн. наук

Наиболее распространенным электротермическим оборудованием в промышленности являются электропечи сопротивления. Они применяются более чем в 200 отраслях промышленности, в том числе ведущих: подшипниковой и автомобильной, тракторной, строительной, станкостроительной, инструментальной [1].

Каждый тип электропечи снабжается основными (транспортными) и вспомогательными механизмами. Основными являются механизмы, обеспечивающие загрузку и выгрузку обрабатываемых материалов и изделий и их перемещение в печи. Создание надежных простых в управлении электроприводов этих механизмов является одной из важнейших задач отечественного печестроения. Большая часть электроприводов предназначена для сообщения линейного движения термообрабатываемым изделиям.

Рабочие органы механизмов перемещения движутся с малой скоростью. Они приводятся в движение гидравлическим, пневматическим или электромеханическим приводом.

Гидравлический привод по традиции применяется для исполнительных органов, развивающих большие усилия и движущихся с малой скоростью. Негативные стороны электрогидропривода: потребность в насосных станциях, громоздкие и сложные коммуникации, большие трудности при ликвидации аварийных ситуаций в гидросистемах, затруднительность выполнения работ в электрогидросистемах при высоких температурах. В штатном расписании цехов, в оборудовании которых входят электрогидросистемы, должны быть предусмотрены специалисты по обслуживанию как электрооборудования, так и специалисты гидравлики по обслуживанию электрогидропривода [2]. В последнее время в промышленности намечается тенденция отхода от гибридных схем, включающих в себя элементы электротехнического оборудования, гидравлики и сложные механические передачи [2].

В [3, 4] приводится сравнение экономических и эксплуатационных показателей приводов с линейными асинхронными двигателями и гидроприводов. В [3, 4] гидравлический привод рекомендуется применять при усилиях, начиная с 1500 Н и больших, при которых гидропривод работает наиболее экономично.

Наряду с гидравлическим приводом для позиционного перемещения термообрабатываемых изделий применяется электромеханический привод. Механические передачи таких устройств предусматривают использование вращающихся двигателей и в настоящее время обладают большими передаточными числами, в результате чего увеличиваются потери в передачах [2, 5]. Технические данные некоторых электромеханических толкателей представлены в табл. 1.

Большинство толкателей работают в кратковременном режиме с длительными паузами между включениями. Анализ источников [1—9] показывает, что пе-

Таблица 1

| Тип толкателя | Характеристика | | | | | |
|--------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|----------------------------------|-----------------------------|---|
| | Уси- лие тол- кания, Н | Ско- рость тол- кания, м/с | Ход толка- теля, м | Мас- са меха- низма, кг | Режим работы толка- теля | Отно- шение пуско- вого усилия к массе меха- низма, Н/кг |
| Винтовой тол- катель [6] | 15 000 | 0,046 | 0,8 | 470 | Кратко- времен- ный | 31,9 |
| Кривошипный толка- тель [6] | 19 500 | 0,038 | 0,35×4 | 250 | То же | 78,0 |

Таблица 2

| Режим работы ЛАД | Показатель | | | |
|---|------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|---|
| | Пус- ковое уси- лие, Н | Ра- бочая ско- рость, м/с | Масса двига- теля, кг | Отношение пускового усилия к массе ин- дуктора |
| Цилиндрический двигатель для раздвижных дверей аэровокзалов [10] | 280 | 0,7 | 22 | 12,7 |
| Цилиндрический двигатель для привода мотыльковых сбрасыва- телей труб редуccionного ста- на [11] | 6 000 | 0,4 | 300 | 20,0 |
| Цилиндрический ЛАД для при- вода плунжерных насосов [12] | 16 500 | 1,67 | 1050 | 15,7 |
| Цилиндрический ЛАД масля- ного выключателя | 3 200 | 4,4 | 25,5 | 144,0 |
| Разработанный ЛАД для толка- теля электротермической уста- новки [13] | 195 | 0,4 | 20,5 | 9,8 |

риодичность проталкивания изделий, поддонов зависит от типа и назначения электропечи и для разных электропечей колеблется в пределах от 0,18 до 10 ч.

Основной качественной характеристикой ЛАД является значение силы или ее отношение к массе, активной поверхности двигателя или потребляемой мощности. В табл. 2 приведены технические показатели цилиндрических линейных электродвигателей, разработанных для разных промышленных механизмов.

Сравнение технических показателей электромеханических приводов с линейными асинхронными двигателями позволяет предполагать, что в диапазоне усилий, в котором применяется электромеханический привод, весовые показатели линейного электропривода, разработанного для кратковременного режима, будут лучшие.

Применение в этих случаях электропривода с линейным асинхронным двигателем позволит упростить конструкцию толкателя, уменьшить вес толкателя вследствие исключения редукторов с большими передаточными числами. Такой линейный электропривод становится безредукторным со всеми его преимуществами: надежностью, легкостью управления путем изменения электрических параметров системы управления электроприводом.

Сравнительно небольшие усилия толкания встречаются в электротермических установках радиоэлектронной и приборостроительной промышленности. Поскольку эти отрасли характеризуются массовым производством, то в первую очередь выдвигаются требования надежности, простоты электропривода, легкости его управления и перенастройки. В ряде случаев для линейного перемещения изделий применяется пневматический привод.

К недостаткам пневматического привода следует отнести потребность в компрессорно-насосных станциях, сложность трубных коммуникаций, расходы на фильтрацию и очищение воздуха, неустраиваемый шум. Из-за сжимаемости воздуха невозможно получить стабильную скорость исполнительного органа, медленное движение. Эксплуатационные расходы таких устройств для получения линейного возвратно-поступательного

движения, как правило, больше. Это подтверждает сравнение пневматического привода Fr-16 на усилие 3000 Н и ход 400 мм с линейным электроприводом Magpush типа С.12.6SS5. Линейный электропривод работает в 2,5 раза экономичнее, чем сравниваемый пневматический привод [3].

Проведенные исследования показали целесообразность применения линейного электропривода для электропечи отжига магнитопроводов, снабженной ранее пневматическим приводом. Принцип работы электропечи следующий. Загрузочное устройство заполняется заготовками магнитопроводов. Под действием собственного веса они перемещаются вниз, в зону действия главного толкателя. Главный толкатель проталкивает заготовку к столбу магнитопроводов и до упора стола выгрузки. При этом последняя заготовка выходит из печи. Она сталкивается в ящик для отожженных магнитопроводов другим толкателем.

После проталкивания всего столба магнитопроводов толкатель должен создать усилие прессования, которое примерно равно 50 Н. В таком сжатом состоянии происходит отжиг всего столба магнитопроводов. После истечения времени отжига одного магнитопровода, когда главный толкатель возвращается в исходное положение, на загрузочный стол подается очередной магнитопровод из загрузочного устройства, и цикл работы повторяется.

Разработанный линейный электропривод главного толкателя должен с небольшой скоростью протолкнуть заготовку к столбу магнитопроводов, а затем весь столб магнитопроводов через печь до упора выгрузочного стола, создать требуемое усилие прессования, т. е. ЛАД должен работать с малой скоростью и на упор. Время проталкивания из-за небольших расстояний невелико, поэтому основное время ЛАД должен работать в режиме короткого замыкания на упор, создавая усилие прессования. Но привод с ЛАД, работающим в двигательном режиме, неэкономичен, поэтому было разработано конструктивно новое решение привода главного толкателя, в котором работает ЛАД в кратковременном режиме работы. С этой целью цилиндрический ЛАД главного толкателя изготавливается

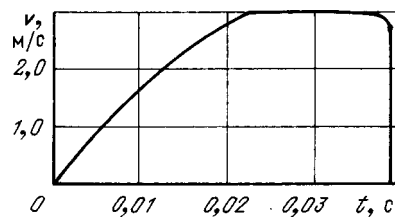


Рис. 1

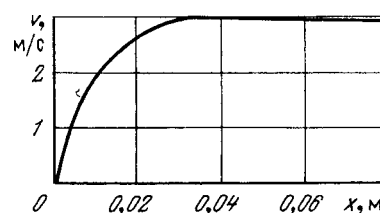


Рис. 2

состоящим из трех модулей, конструктивно размещенных в одном корпусе.

За модуль принят элементарный цилиндрический ЛАД с числом полюсов $p=1$, состоящий из шести кольцевых катушек. Полюсное деление $\tau=0,021$ м. Бегун ЛАД изготовлен из стали, поверх которой запрессована труба. Внутри бегуна помещается пружина, которая сжимается при включении трех модулей ЛАД. При этом бегун ЛАД главного толкателя принимает исходное положение. При очередном отключении модулей пружина распрямляется и создает усилие толкания, в результате которого магнитопроводы проталкиваются до упора выгрузочного стола. За это время бегун проходит расстояние 80 мм. Упругий элемент рассчитан так, что после прохождения этого расстояния он остается сжатым настолько, чтобы создать усилие $F_{\text{пр}}=50$ Н, требуемое для прессования.

Скорость продвижения столба заготовок в процессе проталкивания не является постоянной. Характеристика двигателя формируется управлением привода в функции пути.

Целью статьи является исследование координат движения разработанного линейного электропривода толкателя, снабженного упругим элементом. Для приближенной оценки координат движения электропривода принимается допущение, что ЛАД имеет прямолинейную механическую характеристику:

$$v = v_0 - \frac{v_0}{F_k} F, \quad (1)$$

где v_0 , v — синхронная скорость и скорость ЛАД; F , F_k — сила, развиваемая ЛАД и сила короткого замыкания одновременно работающих модулей. Это допущение правильно для маломощных двигателей [10]. Для разработанной электромеханической системы уравнение баланса сил имеет вид:

$$F_{\text{уп.пр}} + F - F_c \text{sign } v = m \frac{dv}{dt}, \quad (2)$$

где $F_{\text{уп.пр}} = -c(x - x_0)$ — усилие предварительного подвешенного деформации x_0 упругого элемента, имеющего жесткость c ; x_0, x — предварительная деформация упругого преобразователя и пройденный бегуном путь; m — масса движущихся частей; F_c — сила статического сопротивления:

$$F_c = \begin{cases} F_{c0}, & 0 < x \leq x_1; \\ F_{c1}, & x_1 < x \leq x_2; \\ F_{c2}, & x_2 < x \leq x_3; \\ \infty, & x > x_3; \end{cases}$$

(F_{c0} , F_{c1} , F_{c2} — силы сопротивления, создаваемые трением соответственно, в режимах холостого хода, проталкивания одного изделия и столба изделий).

Уравнение (2) с учётом (1) и $v = \frac{dx}{dt}$ после преобразования можно записать:

$$\frac{m}{c} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{F_k}{cv_0} x + x = \frac{1}{c} (F_{k0} + F_k - F_c), \quad (3)$$

где $F_{k0} = cx_0$ — суммарное усилие короткого замыкания трёх модулей ЛАД, подвергающее упругий элемент деформации x_0 и устанавливающее бегун в исходное положение.

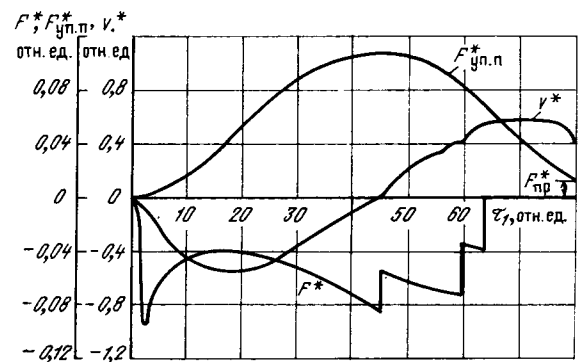


Рис. 3

В уравнении (3), описывающем поведение электро-механической системы, величины m , F_k , F_c скачкообразно меняют свои значения в зависимости от расстояния x . Для интервалов $0 < x \leq x_1$; $x_1 < x \leq x_2$; $x_2 < x \leq x_3$, где они являются постоянными, получено аналитическое решение при скачкообразном изменении управляющего воздействия F_k [15]:

$$x = x_{\text{уст}} - e^{\alpha t} (x_{\text{нач}} - x_{\text{уст}}) \cos \omega t + \left[\frac{1}{\omega} v_{\text{нач}} + \frac{\sigma}{\omega} (x_{\text{нач}} - x_{\text{уст}}) \right] \sin \omega t, \quad (4)$$

где $x_{\text{уст}} = \frac{F_{k0} + F_k - F_c}{c}$ — установившееся значение координаты; $v_{\text{нач}}$, $x_{\text{нач}}$ — начальное значение координат движения скорости и расстояния;

$$\alpha = -\frac{F_k}{2mv_0}; \quad \omega = \frac{\sqrt{4cmv_0^2 - F_k^2}}{2mv_0}.$$

Скорость движения определяется путем дифференцирования выражения (4):

$$v = -\alpha \{ (x_{\text{нач}} - x_{\text{уст}}) \cos \omega t + \left[\frac{1}{\omega} v_{\text{нач}} + \frac{\alpha}{\omega} \times \right. \\ \left. \times (x_{\text{нач}} - x_{\text{уст}}) \right] \sin \omega t \} + e^{-\alpha t} [-\omega (x_{\text{нач}} - x_{\text{уст}}) \sin \omega t + \alpha (x_{\text{нач}} - x_{\text{уст}}) \cos \omega t + \\ + v_{\text{нач}} \cos \omega t]. \quad (5)$$

График изменения скорости в процессе проталкивания, рассчитанный по (5), представлен на рис. 1, а на рис. 2 — фазовая траектория координат электропривода, рассчитанная по (4) и (5).

Оценочные расчеты показали, что линейный электропривод работает в условиях быстротекающих динамических процессов. Поэтому для их детального исследования необходимо учесть динамические процессы в самом линейном двигателе. С этой целью была решена система дифференциальных уравнений линейного электродвигателя, как электромеханического преобразователя энергии [14, 15], записанная в системе координат, движущейся с синхронной скоростью, и уравнение движения. В расчетах использована система относительных единиц, разработанная для линейного электропривода, тогда:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\Psi_{x1}^*}{d\tau_1} &= U_{1m}^* - \alpha'_s \Psi_{x1}^* + \alpha'_s \Psi_{x2}^* + \Psi_{y1}^*; \\
 \frac{d\Psi_{y1}^*}{d\tau_1} &= -\alpha'_s \Psi_{y1}^* + \alpha'_s \Psi_{y2}^* - \Psi_{x1}^*; \\
 \frac{d\Psi_{x2}^*}{d\tau_1} &= -\alpha'_r \Psi_{x2}^* + \alpha'_r (1-\sigma) \Psi_{x1}^* + \\
 &\quad + (1-v^*) \Psi_{y2}^*; \\
 \frac{d\Psi_{y2}^*}{d\tau_1} &= -\alpha'_r \Psi_{y2}^* + \alpha'_r (1-\sigma) \Psi_{y1}^* - (1-v^*) \Psi_{x2}^*; \\
 F &= \Psi_{x2}^* \Psi_{y1}^* - \Psi_{x1}^* \Psi_{y2}^*; \\
 F - F_c &= T_m^* \frac{dv^*}{d\tau_1},
 \end{aligned} \right\} (6)$$

где $T_m^* = \frac{mV_0\omega_0}{F_k}$ — относительная постоянная времени; $v^* = v/v_0$ — относительная скорость; $\tau_1 = \frac{\pi}{\tau} v_0 t$ — относительное время; τ — полюсное деление линейного двигателя; $F_k = 3U^2/2v_0x_{\sigma 1}$ — усилие короткого замыкания; ω_0 — частота питающей сети; F^* , F_c^* — относительные значения развиваемого усилия и усилия статического сопротивления.

Остальные обозначения в (6) — общепринятые [14, 16].

Параметры $\alpha'_s = R_1/x_{\sigma 1}$; $\alpha'_r = R_2'/x_r\sigma$; $\sigma = 1 - k_s k_r$ рассчитываются по параметрам ЛАД, имеющим следующие значения: $R_1 = 33$ Ом, $x_{r1} = 60,3$ Ом, $x_{\sigma 1} = 19,7$ Ом, $\epsilon_0 = 0,3$, $x_{\sigma 2} = 0$. Величины x_s , x_r , k_s , k_r определяются: $x_s = x_{r1} + x_{\sigma 1}$; $x_r = x_{r1} + x_{\sigma 2}$; $k_s = x_{r1}/x_s$; $k_r = x_{r1}/x_r$.

Усилие статического сопротивления определялось конструкцией разрабатываемого привода. Кроме того, в процессе движения учтено изменение движущихся масс.

Полученные в относительных единицах зависимости изменения скорости v^* , усилия, развиваемого двигателем F^* , усилия упругого элемента $F_{уп.пр}$ в процессе работы линейного электропривода толкателя представлены на рис. 3. Отрицательные значения скорости на рис. 3 соответствуют процессу сжатия упругого элемента и возвращения бегуна в исходное положение. При этом скорость бегуна достигает максимального значения и плавно убывает до нуля. В момент $t=0$ происходит отключение одного модуля ЛАД. Под действием избыточного усилия ЛАД приходит в движение по направлению продвижения изделий. Положи-

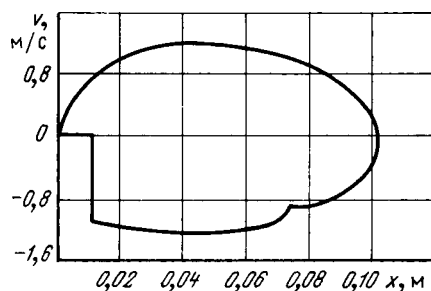


Рис. 4

тельные значения скорости соответствуют рабочему процессу проталкивания заготовок. После завершения проталкивания упругий элемент создает требуемое усилие прессования $F_{пр}$.

Фазовая траектория, построенная на основе расчетов и представленная на рис. 4, показывает, что во время проталкивания столба изделий изменение скорости невелико и составляет всего несколько процентов, т. е. разработанная конструкция линейного электропривода позволяет произвести проталкивание столба магнитопроводов с малоизменяющейся скоростью.

Сопоставление фазовых траекторий, полученных без учета электромагнитных явлений (рис. 2) и с учетом (рис. 4) показывает, что наибольшая разница между начальным значением скорости прохождения определенного участка пути получается в режиме разгона линейного электропривода и проталкивания одной заготовки. Этот режим характеризуется относительно небольшими движущимися массами. Поскольку рассчитанная по (5) конечная скорость является начальной для следующего участка пути, то погрешность скорости увеличивается, чем и объясняется определенная разница численных значений координат фазовых траекторий.

В режиме проталкивания столба магнитопроводов, обладающего большой массой, изменение скоростей невелико на обеих фазовых траекториях, учитывающих и неучитывающих электромагнитные явления в линейном электродвигателе.

Вывод. Полученные аналитические выражения позволяют произвести оценочные расчеты координат движения линейного электропривода, снабженного упругим элементом.

Исследования динамических характеристик линейного электропривода, работающего в быстропротекающих динамических режимах, показали, что необходимо учитывать электромагнитные переходные процессы в линейном электродвигателе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Общепромышленные** электропечи непрерывного действия / Арендарчук А. В., Котель Н. М., Липов В. Я. и др. — М.: Энергия, 1977.
2. **Соколов М. М.**, Грасевич В. Н., Рубцов В. П. Проблемы совершенствования приводов электротермических установок. — Электротехника, 1979, № 11.
3. **Riser R.** Linearantriebe. Vergleich zwischen elektrischen, pneumatischen und hydraulischen systemen. — Technische Rundschau, 1978, 70, N 11.
4. **Riser R.** Linearantiebe. — Deutsche Maschinenwelt, 1958, N 2.
5. **Соколов М. М.**, Грасевич В. Н. Электрооборудование электротермических установок. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. **Атлас электротермических промышленных установок.** 4.2. Электрические печи / Л. С. Толоконников, Л. С. Кацевич, Н. М. Некрасова и др. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1959.
7. **Барабанов И. В.** Оборудование для термической обработки в вакууме. — М.: Машиностроение, 1975.
8. **Сатановский Л. Г., Мирский Ю. А.** Нагревательные и термические печи в машиностроении. — М.: Металлургия, 1971.
9. **Рустэм С. Я.** Оборудование термических цехов. — Машиностроение, 1971.
10. **Веселовский О. Н.** Линейные электродвигатели переменного тока для производственных механизмов и автоматических устройств. — Электротехника, 1977, № 6.
11. **Солодовников Ф. С., Кузьмина Л. И., Курбатов И. В.** Разработка приводов с линейными двигателями в металлур-

Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям

(к дискуссии по вопросу об электромагнитных силах в магнитном поле)

БУТ Д. А., доктор техн. наук

Организованная редакцией журнала «Электричество» дискуссия [1988, № 9, 10, 11] по статьям Е. Л. Львова [1984, № 6; 1987, № 10] и А. В. Иванова-Смоленского [1985, № 5, 7, 9; 1987, № 10], посвященным проблеме определения электромагнитных сил (ЭМС), представляется весьма полезной и своевременной. Дискуссия особенно интересна для специалистов в области электромеханики, поскольку электромеханическое преобразование энергии в электрических машинах индуктивного типа связано с ЭМС в магнитном поле. Те же ЭМС определяют возникающие в электрических машинах механические напряжения, упругие деформации и вибрации.

В электромеханике для расчета ЭМС в магнитном поле нашли практическое применение формулы, предложенные Дж. К. Максвеллом в его фундаментальной работе «О физических силовых линиях» (1862 г.), содержащейся в русском переводе в [1]. Опираясь на представления Лагранжа, Максвелл установил три вытекающие из закона сохранения энергии способа расчета ЭМС, действующей на выделенный объем системы V :

1) по изменению энергии магнитного поля системы W при малом перемещении выделенного объема V на $\delta \zeta = q_x \delta x + q_y \delta y + q_z \delta z$ при условии неизменности потоков возбуждающих контуров системы

$$F = - \left\{ \frac{\delta W_x}{\delta x} q_x + \frac{\delta W_y}{\delta y} q_y + \frac{\delta W_z}{\delta z} q_z \right\} \Big|_{\substack{\Phi_k = \text{const} \\ k \in [1, N]}} \quad (1)$$

где δW_x , δW_y , δW_z — приращение магнитной энергии системы при перемещении выделенного объема V соответственно на $\delta x = q_x \delta x$; $\delta y = q_y \delta y$, $\delta z = q_z \delta z$; N — число возбуждающих контуров системы;

2) по объемной плотности ЭМС

$$f = J \times B - (1/2) H^2 \text{ grad } (\mu_0 \mu_r) \quad (2)$$

путем суммирования элементарных объемных ЭМС в соответствии с уравнением

$$F = \int_V f dV; \quad (3)$$

3) по натяжениям

$$T_n = \mu_0 \mu_r (H H_n - (1/2) H^2 n) \quad (4)$$

путем суммирования элементарных поверхностных ЭМС из уравнения

$$F = \int_S T_n dS, \quad (5)$$

где S — поверхность, ограничивающая выделенный объем V системы.

Анализируя результаты теоретических и экспериментальных исследований ЭМС в магнитно поляризованных средах, можно прийти к заключению о достоверности приведенных выше расчетных выражений для объемной плотности ЭМС f (2) и натяжений T_n (4) и несостоятельности предлагаемых некоторыми авторами других формул для объемной плотности ЭМС f и натяжений T_n . Фундаментальным методом определения ЭМС в магнитно поляризованных системах был и остается энергетический метод, вытекающий, в свою очередь, из закона сохранения энергии при электромеханическом преобразовании.

Ранее опубликованные работы и материалы дискуссии убеждают в том, что любой физически обоснованный подход к определению ЭМС в магнитном поле должен в итоге привести к правильным выражениям (2) и (4), поскольку существует органическое единство предлагаемого подхода с энергетическим методом, даже если оно в явном виде не проявляется. Об этом свидетельствуют и фундаментальные работы [3–5].

Определение ЭМС по их объемной плотности (2), (3) и по натяжениям (4), (5) сдерживалось отсутствием эффективных методов и средств расчета сложных магнитных полей. С развитием вычислительной техники и численных методов полевой подход к расчету электромагнитных процессов в электрических машинах становится общепринятым. При этом обнаружилось, что в отношении расчетов ЭМС в электрических машинах с нелинейными магнитными системами (НМС)

гическом машиностроении. — В кн.: Электродвигатель с линейными электроприводами. Труды Всесоюзной конференции по электроприводам с линейными электродвигателями. Ч. 3. — Киев, 1975.

12. Лощкин Л. И., Семенов В. В. Глубинный плунжерный насос с погружным цилиндрическим индукционным двигателем. — В кн.: Электродвигатель с линейными электродвигателями. Труды Всесоюзной научной конференции по электроприводам с линейными электродвигателями. Ч. 2. — Киев, 1975.

13. Ринкевичене Р. В. Линейный электропривод толка-

теля. — В кн.: Электротехника. Тезисы конференции «Усовершенствование технологических процессов, их автоматизация и развитие гибких автоматизированных производств». — Каунас, 1986.

14. Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С. Теория автоматизированного электропривода. — М.: Энергия, 1979.

16. Соколов М. М., Сорокин Л. К. Электропривод с асинхронными линейными двигателями. — М.: Энергия, 1974.

с помощью перечисленных выше способов возникают отдельные вопросы и неясности:

1) возможно ли использование (1); (2), (3); (4), (5) применительно к НМС?

2) можно ли с помощью (1); (2), (3); (4), (5) найти ЭМС, действующую на часть магнитно нелинейного тела?

3) приводит ли применение (1); (2), (3); (4), (5) к одинаковым результатам в случае их использования применительно к НМС?

4) как рассчитывать изменение (приращение) энергии магнитного поля магнитной системы при определении искомой ЭМС по (1)?

5) какую магнитную проницаемость следует вводить в формулы для натяжений T_n (4) и объемной плотности f (2) в НМС?

Ответы на эти вопросы содержатся в серии статей А. В. Иванова-Смоленского в «Электричестве» [1985, № 5, 7, 9; 1987, № 10], посвященных расчету ЭМС в НМС. Исследование проблемы ЭМС в магнитном поле, начиная с постановки задачи и ее решения указанными способами и кончая анализом полученных решений и примеров, проведено А. В. Ивановым-Смоленским с большой тщательностью и глубиной на основе современного математического аппарата. В итоге установлено [6—9], что:

1) все три способа определения ЭМС (1); (2), (3); (4), (5) пригодны и в случае, когда рассматриваемая система включает в себя нелинейные ферромагнитные тела;

2) с помощью любого из трех упомянутых выше способов может быть определена искомая ЭМС, действующая на любую часть НМС, в частности, на любую часть нелинейного ферромагнитного тела;

3) при определении искомых ЭМС по натяжениям (4), (5) или по объемной плотности их распределения (2), (3) в расчетные формулы для натяжений (4) и объемной плотности (2) необходимо вводить значение статической магнитной проницаемости в рассматриваемой точке наблюдения.

Как показано в [6], указанными способами расчета ЭМС следует пользоваться, предварительно заменив исходную НМС ее линейной моделью. При этом линеаризация системы достигается тем, что магнитное состояние модели, совпадающее с действительным магнитным состоянием системы, описывается с помощью зависимости магнитной проницаемости $\mu_{0\mu_r}(x, y, z)$, среди аргументов которой имеются только пространственные координаты x, y, z и отсутствует напряженность магнитного поля H . Таким образом, в линеаризованной модели НМС и в самой НМС (оригинале) магнитные поля ничем не отличаются, что в конечном итоге позволяет сделать вывод об адекватности в модели и оригинале так называемых силовых полей — объемной плотности распределения ЭМС в модели f и оригинале f_* : $f_* = f$.

Разумеется, что и магнитные потоки контуров в линеаризованной модели совпадают с магнитными потоками тех же контуров в НМС — оригинале. Малое перемещение выделенной части системы V осуществляется в среде с фиксированными линейными магнитными свойствами, определяемыми зависимостью для магнитной проницаемости $\mu_{0\mu_r}(x, y, z)$. При этих условиях изменения магнитной энергии внутри выделенного объема V не происходит, а искомое изменение (приращение) магнитной энергии системы обуславли-

вается исключительно изменением размеров (деформации) трубок поля, примыкающих извне к поверхности, ограничивающей выделенный объем V . Эту поверхность всегда можно аппроксимировать такой поверхностью, которая состоит из участков, являющихся фрагментами либо эквипотенциальных, либо магнитных поверхностей.

В [6—9] приводится не только дополнительный подробный вывод формул Максвелла для натяжений (4) и объемной плотности (2), но и подвергаются критическому анализу некоторые другие получившие распространение формулы для объемной плотности ЭМС f и натяжений T_n . Среди последних известна формула для объемной плотности ЭМС, предложенная Максвеллом в 1873 г. [2]:

$$f^M = J \times B + \mu_0 \text{grad} (MH) |_{M=\text{const}} \quad (6)$$

Заслуживают обсуждения и формулы Е. Л. Львова, опубликованные в [11]:

$$f^{L1} = J_n \times B = (J + J_M) \times B = (\text{rot } H + \text{rot } M) \times B; \quad (7)$$

$$f^{L2} = J \times B + (1/2) \mu_0 \text{rot } \bar{M} \times M + \frac{1}{2} \mu_0 M \text{grad} [(\mu_r + 1)H]. \quad (8)$$

Следует согласиться с А. В. Ивановым-Смоленским [9] в том, что второй член формулы (6)

$$f^M_\mu = \mu_0 \text{grad} (\bar{M}H) |_{M=\text{const}}, \quad (9)$$

имеющий смысл объемной плотности ЭМС магнитного происхождения, не может использоваться при анализе НМС, поскольку вывод (6) был сделан без должного учета уравнения электромеханического преобразования энергии.

Для выявления неправомерности формулы (9) в общем случае (НМС) сравним эту формулу с соответствующим членом в правильном расчетном выражении (2), предложенном Максвеллом в 1861 г. [1]

$$f_\mu = -0,5H^2 \text{grad} (\mu_0\mu_r). \quad (10)$$

С целью облегчения сравнения функциональный множитель H^2 в (10) представим в виде скалярного произведения (HH) и введем последнее под знак градиента. Очевидно, что правая часть уравнения (10) равна $-0,5 \text{grad} ((\mu_0\mu_r H)H)$, если градиент вычисляется при условии постоянства напряженности магнитного поля: $H = \text{const}$.

Заметим далее, что произведение $\mu_0\mu_r H$ представляет собой индукцию магнитного поля B , которую можно выразить через намагниченность: $B = \mu_0(M + H)$. В итоге получим:

$$\begin{aligned} f_\mu &= -0,5H^2 \text{grad} (\mu_0\mu_r) = \\ &= -0,5 \text{grad} ((\mu_0\mu_r H)H) |_{H=\text{const}} = -\text{grad } w |_{H=\text{const}} = \\ &= -0,5\mu_0 \text{grad} (H(M + H)) |_{H=\text{const}} = \\ &= -0,5\mu_0 \text{grad} (MH) |_{H=\text{const}} = \\ &= 0,5\mu_0 \text{grad} (MH) |_{M=\text{const}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где учитывается, что при $H = \text{const}$ имеем $M = (\mu_r - 1)H$, а при $M = \text{const}$ имеем $H = M/(\mu_r - 1)$.

Из (11) видно, что объемные ЭМС магнитного происхождения возникают ($f_\mu \neq 0$) только в том случае, если намагниченность M элементарного объема dV имеет кроме постоянной составляющей $M_c = (\mu_{rc} - 1)H$ еще и переменную $M_\sim = \mu_r H$ составляющую:

$$M = (\mu_r - 1)H = M_c + M_\sim, \quad (12)$$

где $\mu_{rc} \neq f(x, y, z)$ и $\mu_{r\sim} = f(x, y, z)$ — постоянная и переменная составляющие относительной магнитной проницаемости; $\mu_r = \mu_{rc} + \mu_{r\sim}$.

Действительно, поскольку

$$\text{grad}(\mathbf{M}_c \mathbf{H})|_{\mathbf{H}=\text{const}}=0, \quad (13)$$

где $(\mathbf{M}_c \mathbf{H})|_{\mathbf{H}=\text{const}}=\text{const}$, то постоянная составляющая намагниченности в генерации ЭМС магнитного происхождения участия не принимает. Ее силовое участие проявляется опосредованно через индукцию магнитного поля $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{M}_c + \mathbf{M}_{\sim} + \mathbf{H}) = \mu_0(\mathbf{M} + \mathbf{H})$, взаимодействующую с объемной плотностью тока проводимости \mathbf{J} .

С учетом (12) и (13) уравнение (11) для \mathbf{f}_μ может быть подвергнуто дальнейшим преобразованиям:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_\mu &= -0,5 H^2 \text{grad}(\mu_0 \mu_r) = \\ &= -0,5 \mu_0 \text{grad}(\mathbf{M} \mathbf{H})|_{\mathbf{H}=\text{const}} = \\ &= -0,5 \mu_0 \text{grad}(\mathbf{M}_{\sim} \mathbf{H})|_{\mathbf{H}=\text{const}}. \end{aligned}$$

Сопоставляя между собой оба расчетных выражения для объемной плотности ЭМС магнитного происхождения \mathbf{f}_μ (11) и \mathbf{f}_μ^M (9), замечаем, что \mathbf{f}_μ^M в 2 раза больше \mathbf{f}_μ :

$$\mathbf{f}_\mu^M = 2\mathbf{f}_\mu = \mu_0 \text{grad}(\mathbf{M} \mathbf{H})|_{\mathbf{M}=\text{const}} = -H^2 \text{grad}(\mu_0 \mu_r). \quad (14)$$

Правильное выражение для объемной плотности ЭМС (2) нашло еще одно подтверждение в сообщении Ю. В. Абрамкина, предложившего оригинальный подход к выводу (2) энергетическим методом [10].

Суть этого подхода сводится к тому, что виртуальному перемещению относительно неподвижного пространства подвергается вся рассматриваемая НМС: контуры с током и среда. Весьма интересен вывод о том, что перемещение НМС в целом не сопровождается совершением работы, поскольку результирующая ЭМС, действующая на любую замкнутую систему (каковой является вся НМС) равна нулю. В то же время перемещение на $\delta \xi$ произвольно выделенной части системы в виде объема V сопровождается совершением работы $\delta A = (F \delta \xi)$, поскольку на указанную часть НМС действует ЭМС $\mathbf{F} = \int_V \mathbf{f} dV$, в общем случае отличающаяся от нуля.

Для определения искомой ЭМС \mathbf{F} , действующей на объем V , в условиях перемещения всей системы на $\delta \xi$ автор применяет уравнение электромеханического преобразования в следующем виде:

$$\delta W_f + \delta A = 0. \quad (15)$$

Своеобразие этого уравнения по сравнению с традиционным заключается в том, что, во-первых, его правая часть равна нулю (поскольку перемещение всей системы в целом не требует затрат электрической энергии) и, во-вторых, варьированию подвергается запасенная в пределах неподвижного объема пространства V так называемая магнитная энергия взаимодействия, определяемая уравнением

$$W_f = \int_V w_f dV. \quad (16)$$

Магнитная энергия взаимодействия характеризуется объемной плотностью ее распределения w_f :

$$w_f = w - w_e - w_i, \quad (17)$$

где $w = 0,5(\mathbf{B} \mathbf{H})$; $w_e = 0,5(\mathbf{B} \mathbf{H}_e)$; $w_i = 0,5(\mathbf{B} \mathbf{H}_i)$; $\mathbf{B} =$

$= \mathbf{B}_e + \mathbf{B}_i = \mathbf{B}_{e0} + \mathbf{B}_{e\mu} + \mathbf{B}_i$; $\mathbf{H} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_i$; $\mathbf{B}_{e0} = \mu_0 \mu_{rc} \mathbf{H}_e$; $\mathbf{B}_{e\mu} = \mu_0 \mu_{rV} \mathbf{H}_e$; $\mathbf{B}_i = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}_i$; $\mu_0 \mu_r = \mu_0 \mu_{rc} + \mu_0 \mu_{rV}$. Здесь индекс e (i) применен для обозначений индукции \mathbf{B}_e (\mathbf{B}_i); напряженности \mathbf{H}_e (\mathbf{H}_i); объемной плотности энергии w_e (w_i) магнитного поля, созданного в пределах малого объема внешними (внутренними) относительно dV токами проводимости, распределенными с плотностью \mathbf{J}_e (\mathbf{J}_i); $\mu_0 \mu_{rc}$ — постоянная (равная среднему в пределах малого объема значению магнитной проницаемости) составляющая магнитной проницаемости; $\mu_0 \mu_{rV}$ — переменная составляющая магнитной проницаемости в пределах малого объема dV .

Рассматривая уравнение электромеханического преобразования (15) совместно с (16) и (17) применительно к бесконечно малому объему ($V \rightarrow 0$), нетрудно, как показано в [10], выразить векторную функцию объемной плотности ЭМС \mathbf{f} через объемную плотность магнитной энергии взаимодействия w_f (17):

$$\mathbf{f} = -\text{grad} w_f = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - 0,5 \mu_0 \text{grad}(\mathbf{M} \mathbf{H})|_{\mathbf{H}=\text{const}}. \quad (18)$$

Таким образом, в ходе дискуссии было указано на неправомерность формулы Максвелла для объемной плотности ЭМС магнитного происхождения (9) и одновременно получила свое оригинальное подтверждение правильная формула Максвелла для \mathbf{f}_μ (11).

В этой связи остается непонятной позиция Е. Л. Львова, который, с одной стороны, физически несостоятельно пытается защитить формулу (9), а с другой стороны, предлагает свою интерпретацию объемной плотности ЭМС \mathbf{f}_μ^{11} , \mathbf{f}_μ^{12} в виде двух формул (7), (8), не совпадающих между собой и отличающихся от обеих формул Максвелла, в том числе и той (\mathbf{f}_μ^M), которую он «защищает» от критики [11—14].

Анализируя материалы дискуссии, нельзя не согласиться с А. В. Ивановым-Смоленским, весьма убедительно определившим истоки ошибочных формул Е. Л. Львова (7) и (8). Они коренятся в недопустимом отождествлении Е. Л. Львовым *физической модели Ампера и математической модели Ампера для ферромагнитных тел*.

Существенно, что в *физической модели* влияние *гипотетических молекулярных токов* учитывается *дополнительной* (обусловленной этими токами) *слагающей индукции* $\mu_0 \mathbf{M}$. Другими словами, молекулярные токи намагниченности принимают участие в создании энергии магнитного поля в *физической модели Ампера* опосредованно, через индукцию магнитного поля

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (19)$$

в то время как поле напряженности \mathbf{H} в *физической модели Ампера* обуславливается исключительно токами проводимости ($\mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{H}$).

Физическая модель Ампера была использована Максвеллом для записи основных уравнений электромагнитного поля. Отличительная особенность этой модели заключается в том, что в ней правильно воспроизводится как индукция, так и напряженность магнитного поля (а следовательно и магнитная проницаемость среды $\mu_0 \mu_r$), что дало основание назвать такую модель *полной*.

В отличие от *физической математической модели Ампера* получила название *неполной*, поскольку в такой модели правильно воспроизводится только индукция магнитного поля. Последнее объясняется тем, что

в математической модели Ампера ферромагнитные тела в явном виде не присутствуют (среда в модели однородная, магнитная проницаемость среды постоянна и равна μ_0), а их влияние на магнитное поле учитывается действительными токами намагниченности, распределенными с плотностью $\mathbf{J}_M = \text{rot } \mathbf{M}$.

В отличие от молекулярных токов намагниченности в физической модели Ампера токи намагниченности в математической модели Ампера ($\mathbf{J}_M = \text{rot } \mathbf{M}$) на равных правах с токами проводимости принимают участие в образовании как индукции \mathbf{B} , так и напряженности \mathbf{H} : $(\mathbf{J} + \mathbf{J}_M) = \text{rot } \mathbf{H}$.

При этом напряженность магнитного поля в математической модели Ампера оказывается увеличенной по сравнению с напряженностью поля в физической модели Ампера (совпадающей с действительной напряженностью магнитного поля) в μ_r раз [9]. Учитывая, что магнитные индукции в обеих моделях Ампера и в оригинале совпадают, приходится констатировать, что и объемная плотность энергии магнитного поля в математической модели Ампера также не воспроизводится: $w = 0,5 \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = 0,5 (\mathbf{B}_r, \mathbf{H}) = \mu_r w$. Она оказывается завышенной в μ_r раз по сравнению с объемной плотностью магнитной энергии в оригинале. Здесь и далее физические величины математической модели Ампера условно обозначаются такими же символами, как и в оригинале, но дополнительно снабжаются звездочкой снизу символов.

Применяя физически обоснованный в [10] новый подход к расчету объемной плотности ЭМС в магнитном поле (18) применительно к математической модели Ампера, нетрудно убедиться в том, что ЭМС в этой модели распределены с плотностью

$$\mathbf{f} = -\text{grad} w_f = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B} = \mathbf{f}^{*1}, \quad (20)$$

которую Е. Л. Львов неправоммерно трактует как объемную плотность ЭМС в действительной нелинейной магнитной системе.

В то же время, как показал проведенный в [10] анализ, объемные плотности ЭМС в модели Ампера \mathbf{f}^* и в исходной нелинейной магнитной системе \mathbf{f} связаны между собой соотношением

$$\mathbf{f} = (\mathbf{f}/\mu_r) + 0,5 H^2 \text{grad}(\mu_0 \mu_r) + \mathbf{B} \text{div } \mathbf{H}, \quad (21)$$

откуда непосредственно видно, что упомянутые выше плотности ЭМС совпадают только в частном случае, когда $\mu_r = 1$ ($\mu = \mu_0$).

Из других выступлений в продолжающейся интересной дискуссии (помимо упомянутой выше работы Ю. В. Абрамкина), следует в первую очередь отметить сообщения М. А. Аванесова, В. А. Кузнецова и Э. С. Фриджибашяна.

Особенности предложенного М. А. Аванесовым подхода к обоснованию расчетного выражения для тензора натяжений в магнитном поле и рекомендованного В. А. Кузнецовым способа выявления противоречивости тех или иных формул для объемной плотности ЭМС и тензора натяжений заключаются в том, что они не связаны с энергетическим методом и представ-

ляют в распоряжение исследователей дополнительные аналитические средства физически обоснованной оценки расчетных формул для натяжения и объемной плотности ЭМС.

Особенность магнитной токовой оболочки [10, сообщение М. А. Аванесова], совмещенной с поверхностью S , ограничивающей выделенный объем V системы, заключается в том, что ее внесение в магнитное поле не приводит к искажению последнего вне самой оболочки. Это, в частности, имеет следствием сохранение в неизменности распределения объемной плотности ЭМС \mathbf{f} в той же области. Более того, сама ферромагнитная поверхность оболочки, имеющая магнитную проницаемость $\mu = \infty$, и совмещенные с этой поверхностью токовые слои являются не чем иным, как физическими носителями тех ЭМС, которые ответственны за натяжение \mathbf{T}_n на данном элементе dS токовой оболочки с положительной нормалью \mathbf{n} . Поэтому отдельные слагающие вектора натяжения определяются упомянутыми выше ЭМС, отнесенными к единице поверхности оболочки, и обусловлены:

1) взаимодействием ферромагнитной поверхности оболочки $\mu = \infty$ (при условии равенства нулю токов в поверхностных токовых слоях) с нормальной составляющей индукции B_n внешнего магнитного поля:

$$\mathbf{T}_{n\mu} = 0,5 n B_n H_n; \quad (22)$$

2) взаимодействием токового слоя (с плотностью тока $\mathbf{j} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$) с нормальной составляющей индукции B_n :

$$\mathbf{T}_{\tau j} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}_n = \mathbf{j} \times \mu_0 \mu_r \mathbf{H}_n = \tau B_n H_n; \quad (23)$$

3) взаимодействием токового слоя с порожденным им магнитным полем, средняя индукция которого в пределах слоя имеет тангенциальное направление и равна $0,5 B_\tau$:

$$\mathbf{T}_{n j} = \mathbf{j} \times 0,5 \mathbf{B}_\tau = -0,5 n B_\tau H_\tau. \quad (24)$$

Суммируя отдельные слагающие вектора напряжений, действующие на элемент токовой оболочки, автор получил выражение для натяжения:

$$\mathbf{T}_n = \mathbf{T}_{n\mu} + \mathbf{T}_{n j} + \mathbf{T}_{\tau j} = \mu_0 \mu_r \left(\mathbf{H} H_n - \frac{1}{2} H^2 \mathbf{n} \right), \quad (25)$$

которое, как и следовало ожидать, полностью совпадает с правильной формулой для натяжений (4).

В процессе дискуссии удалось установить оригинальный критерий для оценки правомочности различных формул для объемной плотности ЭМС или тензора натяжений. В этой связи внимание читателей следует обратить на сообщение В. А. Кузнецова («Электричество», 1988, № 11), который подверг имеющиеся формулы для объемной плотности ЭМС и тензора натяжений критическому анализу с позиции теории подобия. В работе В. А. Кузнецова впервые обнаружено, что анализ размерностей для выявления критериев подобия при описании физических явлений, зависящих и от безразмерных параметров (например, относительной магнитной проницаемости), является недостаточным, поскольку с его помощью невозможно установить наличие или отсутствие ошибки, если анализируемая физическая величина является сложной функцией размерных и безразмерных (относительных) параметров. Такой физической величиной является объемная плотность ЭМС в магнитном поле \mathbf{f}_r .

Опираясь на теорию подобия, автор предлагает

сравнительно простой критерий истинности или ошибочности расчетной формулы для объемной плотности ЭМС f . Этот критерий выводится из условия, что *в подобных системах распределение объемных плотностей ЭМС подобно*. А это означает, что объемная плотность ЭМС в оригинале f и ее слагающие векторы f_j и f_μ должны быть подобны, соответственно объемной плотности ЭМС в модели и ее слагающим векторам f_{Mj} и $f_{M\mu}$, т. е. должно выполняться следующее соотношение:

$$f = f_j + f_\mu = m_j f_{Mj} = m_{j,j} f_{Mj} + m_{j,\mu} f_{M\mu}, \quad (26)$$

в котором масштабы подобия m_j , $m_{j,j}$, $m_{j,\mu}$ обязаны удовлетворять очевидному уравнению

$$m_j = m_{j,j} = m_{j,\mu}. \quad (27)$$

Если же условие (27) не выполняются, т. е.

$$m_{j,j} \neq m_{j,\mu}, \quad (28)$$

то это однозначно свидетельствует об ошибочности рассматриваемого выражения для объемной плотности и некорректности концепций, положенных в ее основу.

В выступлении В. А. Кузнецова показано, что проверку сформулированным критерием успешно держали только правильные формулы Максвелла для объемной плотности ЭМС f (2) и для тензора натяжений T_n (4).

Формулы (2) и (4) получили свое подтверждение в процессе целого ряда экспериментов, в проведении которых принимали участие А. В. Иванов-Смоленский, Н. А. Серихин, Д. Г. Ашмарин, А. В. Давыдов, Б. Л. Алиевский, В. С. Могильников, А. М. Олейников и другие участники дискуссии [10].

Вместе с тем представляется справедливым замечание Л. А. Бибера [10] о недопустимом пренебрежении Е. Л. Львовым и М. А. Молодцовой методической погрешностью измерений ЭМС в магнитном поле [14]. В итоге относительные деформации, измеренные в эксперименте Е. Л. Львова и М. А. Молодцовой, в действительности оказались обусловленными не столько искомыми ЭМС, сколько побочными факторами. Среди них следует отметить неизбежную разбалансировку тензометрического моста, поскольку в процессе измерений рабочий и компенсационный тензодатчики могут оказаться в зонах с неодинаковой температурой; пренебрежение влиянием на сопротивление тензодатчиков температурных удлинений тензодатчиков и ферромагнитного тороида, магниторезистивным эффектом и т. д.

Напротив, в опытах А. В. Иванова-Смоленского и его учеников удалось максимально упростить методику измерений ЭМС. Вследствие заметной величины вызываемых электромагнитными силами упругих деформаций в этих моделях измерение деформаций осуществлялось с помощью простых и надежных меха-

нических индикаторов. Опытным путем ими доказана ошибочность формул (7)—(9). При этом выяснилось, что, если формула (9) дает результаты, отличающиеся от действительных не более чем в 2 раза, то формулы Е. Л. Львова (7), (8) дают расчетные значения ЭМС, отличающиеся от измеренных в 100—1000 раз.

Таким образом, можно однозначно констатировать справедливость формул Максвелла (2) для объемной плотности ЭМС f и (4) для тензора натяжений T_n . Предложенные в рамках дискуссии оригинальные способы физического обоснования этих формул позволили в итоге не только подтвердить их справедливость, но и заметно углубить наши представления о физической природе исследуемых ЭМС в магнитном поле.

В заключение хотелось бы поблагодарить редакцию журнала «Электричество» за организацию плодотворной дискуссии, которая позволила внести ясность в проблему электромагнитных сил в магнитном поле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максвелл Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля.— М.: Гостехиздат, 1954.— 668 с.
2. Maxwell J. C. A Treatise on electricity and magnetism.— Oxford Clarendon Press, 1873, vol. 1 and 2.
3. Тамм И. Е. Основы теории электричества.— М.: ГИТТЛ (издание восьмое), 1966.
4. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.— М.: ГИТТЛ, 1957.
5. Шимони К. Теоретическая электротехника.— М.: Мир, 1964.
6. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии магнитного поля при малом перемещении.— Электричество, 1985, № 5.
7. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям.— Электричество, 1985, № 7.
8. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.— Электричество, 1985, № 9.
9. Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры в магнетиках».— Электричество, 1987, № 10.
10. Дискуссия. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках.— Электричество, 1988, № 9, 10, 11.
11. Львов Е. Л. Интегральные выражения для пондеромоторных сил в магнитном поле.— Электричество, 1984, № 6.
12. Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры в магнетиках.— Электричество, № 10.
13. Львов Е. Л. Связь между различными методами расчета тяговых сил в электромагнитных системах.— Тр. МЭИ, 1951, вып. 7.
14. Львов Е. Л., Молодцова М. А. Упругие деформации в ферромагнитном тороиде, вызываемые магнитным полем.— Электричество, 1988, № 9.

[22.06.89]

Об изменении упругих деформаций в ферромагнитных телах под действием магнитного поля

(статьи Львова Е. Л., Молодцовой М. А.; Иванова-Смоленского А. В., Цуканова В. И. и Давыдова А. В.; Ашмарина Д. Г. и Серихина Н. А., «Электричество», 1988, № 9)

ГАСПАРЯН В. Р.

Статья Львова Е. Л. и Молодцовой М. А. [1] содержит полезные материалы по анализу упругих деформаций в ферромагнитном тороиде под действием магнитного поля и по расчету этих деформаций с помощью формул для плотности объемных f_v и поверхностных f_s сил, предложенных различными авторами. Приведены результаты расчетов относительного удлинения образующей тороида, выполненных с помощью различных формул для объемной и поверхностной плотностей электромагнитных сил. Сведем эти результаты в нижеприведенную таблицу.

Следует заметить, что формулы (24), (31), предложенные Максвеллом, по непонятным мотивам приписываются в [1] и [2] Иванову-Смоленскому А. В. После публикации [3], в которой детально рассмотрена история вывода формул Максвелла, такое произвольное отрицание авторства великого ученого в открытии единственно правильных формул для расчета электромагнитных сил по меньшей мере не этично. Нужно согласиться также с высказанным в [3] мнением, что Дж. Стреттон не имеет никакого отношения к формулам (23) и (30), предложенным Е. Л. Львовым, многочисленные ошибки при выводе которых перечислены там же.

Представляется, что результаты расчетов, представленные в таблице, подтверждают (помимо желания авторов [2]) мнение А. В. Иванова-Смоленского, высказанное в [3] и в других публикациях, о том, что правильны только формулы Максвелла (24), (31). Действительно, полученное расхождение в результатах расчетов по различным формулам позволяет утверждать, что правильна только одна из этих формул. А поскольку в [3] и в многочисленных работах других авторов даны убедительные доказательства справедливости формул Максвелла и ошибочности всех других формул, единственно правильной формулой нужно считать формулу Максвелла.

| Авторы формул для f_v и f_s | Номер формулы | Относительное удлинение |
|---------------------------------|---------------|-------------------------|
| Максвелл | (24), (31) | $1,41 \cdot 10^{-10}$ |
| Максвелл — Эйнштейн — Лауб | (21), (28) | $0,848 \cdot 10^{-10}$ |
| Е. Л. Львов | (22), (29) | $1,97 \cdot 10^{-7}$ |
| Дж. Стреттон — Е. Л. Львов | (23), (30) | $6,56 \cdot 10^{-7}$ |

Об этом же говорят результаты экспериментальных исследований [4 и 5]. Что касается экспериментальных данных об измерениях упругих деформаций под действием магнитного поля, приведенных в статье, то они не представляются достоверными. Авторы выбрали для своих экспериментальных исследований весьма неудачный объект в виде миниатюрного тороида, в котором относительное удлинение под влиянием магнитного поля, рассчитанное по формулам Максвелла (24), (31), составляет всего $1,41 \cdot 10^{-10}$, в то время как использованные ими тензометрические методы позволяют на-

дежно измерить лишь относительные удлинения порядка $10^{-5} \div 10^{-6}$.

При экспериментальном определении столь малых относительных удлинений (порядка 10^{-10}) погрешности измерения, связанные с влиянием температуры на сопротивления основного и компенсационного датчиков, могут в $10^3 \div 10^4$ раз превосходить измеряемую величину. Особенно велики эти погрешности в случае, когда измерения приходится производить в процессе нагревания объекта, в ходе которого основной и компенсационный датчики могут попасть в различные температурные условия.

По-видимому, с такого рода погрешностью и встретились авторы при проведении своих опытов, приняв за изменение сопротивления основного датчика под действием магнитного поля изменение этого сопротивления по сравнению с сопротивлением компенсационного датчика из-за различия их температур.

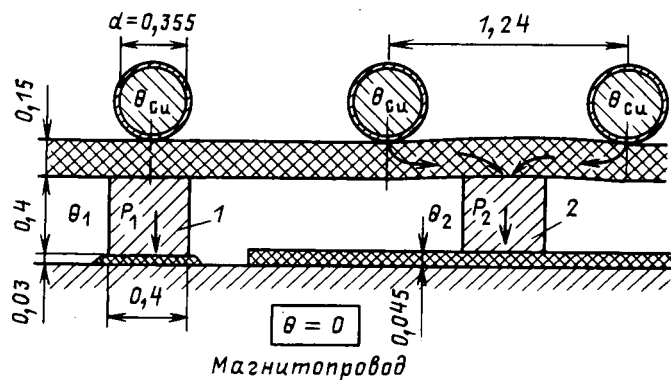
Действительно, в опыте (описанном в статье) через 3 с после включения обмотки возбуждения измерениями было определено относительное удлинение образующей тороида $\varepsilon = 1,56 \cdot 10^{-7}$. Этому относительному удлинению соответствует относительное изменение сопротивления тензодатчика:

$$\Delta R/R = k\varepsilon = 80 \cdot 1,56 \cdot 10^{-7} = 1,25 \cdot 10^{-5},$$

где $k = 80$ — коэффициент чувствительности кремнивого полупроводникового тензометрического датчика типа КТЭ7А, использованного в опыте.

По мнению авторов, такое $\Delta R/R = 1,25 \cdot 10^{-5}$ получено за счет удлинения образующей тороида под действием магнитного поля. Однако не трудно показать, что это относительное изменение сопротивления может быть связано с динамическим нарушением статической балансировки моста в ходе нагревания экспериментального объекта после включения обмотки возбуждения. По имеющейся в статье информации можно достаточно достоверно установить, что обмотка возбуждения тороида намотана проводом, диаметр которого $d \approx 0,355$ мм, и состоит из $w = 121$ витков, уложенных в один слой.

Материал обмотки медь с удельным сопротивлением $\rho = 0,0175 \cdot 10^{-6}$ Ом·м. Длина обмотки $l_{Cu} = 2w(h + R_2 - R_1) = 8,3$ м, где $h = 2,41 \cdot 10^{-2}$ м, $R_2 = 2,4 \cdot 10^{-2}$ м и $R_1 = 1,36 \cdot 10^{-2}$ м — высота тороида и его внешний и внутренний диаметры, приведенные в статье. Сечение обмотки $S_{Cu} = \pi D^2/4 = 0,98 \cdot 10^{-7}$ м². Масса обмотки $m_{Cu} = \sigma l_{Cu} S_{Cu} = 0,723 \cdot 10^{-2}$ кг, где $\sigma = 8900$ кг/м³. Теплоемкость обмотки $C_{Cu} = m_{Cu} c = 2,82$ Дж/К, где $c = 390$ Дж/(К·кг) — удельная теплоемкость меди. Активное сопротивление обмотки $R_{Cu} = \rho l_{Cu}/S_{Cu} = 1,48$ Ом. Расстояние между соседними проводами на наружной цилиндрической поверхности тороида составляет 1,24 мм. Данные о размещении основного 1 и компенсационного 2 датчиков на этой цилиндрической поверхности в статье отсутствуют. Предположим, что один из этих датчиков (например 1) располагается прямо под проводом, а другой (например 2) — посере-



дине промежутка между проводами (см. рисунок). Тогда, учитывая, что, ток обмотки равен $i=0,12$ А, найдем мощность потерь в обмотке:

$$P_{Cu} = R_{Cu} i^2 = 0,0213 \text{ Вт},$$

а также превышение температуры над температурой магнитопровода, которым она будет обладать при адиабатическом нагревании через $t=3$ с после появления тока:

$$\theta_{Cu} = P_{Cu} t / C_{Cu} = 0,0226 \text{ К}.$$

Полагая, что температура магнитопровода, обладающего на 2 порядка большей теплоемкостью, за это время практически не изменится, можно найти превышения температуры основного 1 и компенсационного 2 датчиков над температурой тороидального магнитопровода. Превышение температуры основного датчика 1:

$$\theta_1 = P_1 R'_{T1} = 0,00376 \text{ К},$$

где $P_1 = \theta_{Cu} / (R'_{T1} + R_{T1})$, Вт — мощность теплового потока через основной датчик при $t=3$ с; $R_{T1} = (0,15/0,4) / (\lambda) = 0,375 / (\lambda)$, К/Вт — тепловое сопротивление между проводом и датчиком 1 при размерах по рисунку (λ — теплопроводность изоляции; l — длина датчика в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка); $R'_{T1} = (0,03/0,4) / (\lambda) = 0,075 / (\lambda)$, К/Вт — тепловое сопротивление между датчиком 1 и магнитопроводом.

Превышение температуры компенсационного датчика 2

$$\theta_2 = P_2 R'_{T2} = 0,00116 \text{ К},$$

где $P_2 = \theta_{Cu} / (R'_{T2} + R_{T2})$, Вт — мощность теплового потока через компенсационный датчик при $t=3$ с; $R_{T2} = (0,25 \cdot 1,24 / 0,15) / (\lambda) = 2,07 / (\lambda)$, К/Вт — тепловое сопротивление между правым и левым проводами и датчиком 2, расположенным посередине между проводами; $R'_{T2} = (0,045/0,4) / (\lambda) = 0,112 / (\lambda)$, К/Вт — тепловое сопротивление между датчиком 2 и магнитопроводом.

Разность температур между основным 1 и компенсационным 2 датчиками

$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = 0,0026 \text{ К}.$$

Относительное превышение сопротивления датчика 1

над датчиком 2 за счет различия их температур

$$(\Delta R/R)_0 = \alpha(\Delta\theta) = 0,0045 \cdot 0,0026 = 1,17 \cdot 10^{-5},$$

где $\alpha = 0,045$ 1/К — температурный коэффициент удельного сопротивления для кремниевого полупроводникового датчика в диапазоне температур 300—450 К (Мартышов К. И. и др. Прецизионные непроволочные резисторы. — М.: Энергия, 1979, с. 41, рис. 1—14).

Сравнивая значение $(\Delta R/R) = 1,17 \cdot 10^{-5}$, которое может наблюдаться за счет различия в температурах основного и компенсационного датчика, с измеренным экспериментально относительным изменением сопротивления датчика $\Delta R/R = 1,25 \cdot 10^{-5}$, замечаем, что они весьма близки друг к другу.

Таким образом, приходим к заключению, что измеренное авторами относительное изменение сопротивления датчика связано, по-видимому, не с влиянием магнитного поля, а с оцененным выше динамическим нарушением статической балансировки измерительного моста.

Интересная особенность рассматриваемой погрешности измерения состоит в том, что на данном объекте с определенным положением датчиков она носит регулярный характер и повторяется с малым разбросом от опыта к опыту. Благодаря этому обстоятельству авторам удалось определить математическое ожидание экспериментальной величины и даже оценить погрешность в ее измерении «по распределению Стюдента с доверительной вероятностью 0,95». Однако оцененная таким образом погрешность является по существу погрешностью в измерении регулярной погрешности (!!).

Поскольку положение датчиков 1 и 2 по отношению к проводам обмотки носит случайный характер, результаты измерения $(\Delta R/R)$ также совершенно случайны. При положении датчиков по рисунку эксперимент «подтвердил» формулы Стреттона—Львова (23), (30). Если бы датчики 1 и 2 поменялись местами, величина $(\Delta R/R)$ была бы отрицательным числом и не была бы «подтверждена» ни одна из рассматриваемых формул. В случае, если бы датчики 1 и 2 располагались по отношению к проводам идеально одинаковым образом, могли бы быть «подтверждены» формулы Максвелла (24), (31) или формулы Максвелла, Эйштейна, Лауба.

В связи с этим нельзя считать обоснованным главный вывод о том, что формулы Стреттона—Львова (23), (30) подтверждаются экспериментами, описанными в статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Львов Е. Л., Молодцова М. А. Упругие деформации в ферромагнитном тороиде, вызываемые магнитным полем. — Электричество, 1988, № 9, с. 16—20.
2. Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках. — Электричество, 1987, № 10, с. 30—35.
3. Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры поля в магнетиках». — Электричество, 1987, № 10, с. 35—45.
4. Иванов-Смоленский А. В., Цуканов В. И., Давыдов А. В. Экспериментальное исследование упругих деформаций в ферромагнитных телах под действием магнитного поля. — Электричество, 1988, № 9, с. 21—26.
5. Ашмарин Д. Г., Серихин Н. А. Экспериментальное определение электромагнитных сил в униполярной машине постоянного тока. — Электричество, 1988, № 9, с. 27—31.

Объемные силы и тензоры поля в магнетиках

(статьи Львова Е. Л. и Иванова-Смоленского А. В., «Электричество», 1987, № 10)

ХОРЬКОВ К. А., доктор техн. наук

Журналом «Электричество» по инициативе Е. Л. Львова поднят сложный теоретический вопрос о расчете сил взаимодействия магнитного поля с магнитно поляризованным телом [1]. Е. Л. Львовым на обсуждение были представлены две модели магнитного поля в поляризованной среде, основанные на различных способах замещения поляризованной среды эквивалентными (фиктивными) токами в соответствии с известной гипотезой Ампера. Путем несложных математических выкладок автором получены выражения для электромагнитной силы (ЭМС), действующей на объемное токовое распределение, для макроскопической и микроскопической моделей среды, причем оба расчетных выражения ЭМС приводятся друг к другу.

В последующих публикациях на обсуждаемую тему приведен ряд оригинальных работ, рассматривающих проблему с различных позиций [2—5], проведена классификация основных расчетных формул [4, 6] и сделано несколько замечаний, касающихся несоответствия результатов расчета ЭМС по формулам, рекомендуемым Е. Л. Львовым, реальным силам в реальных физических объектах [2, 6—8]. Суть замечаний сводится к тому, что в формулах ЭМС слагаемое, учитывающее объемную плотность силы, действующей на магнетик, дает в μ раз больший результат, чем следует ожидать исходя из физической модели.

Известно, что макроскопическая модель Ампера, которую использует автор, не по всем электромагнитным характеристикам соответствует исходной физической модели для расчета магнитного поля в неоднородной среде. Макромодель Ампера адекватна исходной физической модели только по индукции магнитного поля и неадекватна по величине напряженности и энергии магнитного поля.

Может быть модель Ампера дает некоторые другие положительные результаты, компенсирующие указанные недостатки? Рассмотрим подробнее. Суть модели Ампера для поляризованной магнитной среды заключается в замене неоднородной в магнитном отношении

среды однородной (с $\mu = \mu_0 = \text{const}$) с одновременным размещением на месте удаленных ферромагнитных тел некоторых фиктивных токов с плотностью $\mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{M}$, которые вместе с токами первичных источников создают такое же магнитное поле индукции \mathbf{B} , что и в исходном физическом объекте. В соответствии с этой теорией ферромагнитное тело, например, сердечник соленоида (рис. 1) заменяется совокупностью трубок поля, по поверхности которых протекают токи с плотностью \mathbf{J}_M (рис. 2). Поперечное сечение каждой магнитной трубки стремится к нулю, оси магнитных трубок направлены по оси z ортогональной системы координат.

Для физической модели имеем следующие уравнения:

$$\mathbf{J}_{\text{ст}} + \mathbf{J}_n = \text{rot} \mathbf{H}; \quad (1)$$

где \mathbf{H} — вектор напряженности магнитного поля, созданного в физической модели током обмотки соленоида с плотностью $\mathbf{J}_{\text{ст}}$ и токами проводимости в сердечнике с плотностью \mathbf{J}_n ;

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, \quad (2)$$

\mathbf{M} — намагниченность в рассматриваемом элементе объема сердечника.

В модели Ампера в области ранее занятой ферромагнитным телом кроме тока проводимости протекают фиктивные токи с объемной плотностью \mathbf{J}_M . Выделим в исследуемой области некоторый объем dv с поперечным сечением S_{abcd} , через которое проходит целое число трубок поля. В любом поперечном сечении выделенного объема (рис. 2) в плоскостях xu или yz суммарная объемная плотность фиктивного тока равна нулю. Объемные токи вырождаются в распределенный по воображаемой поверхности ферромагнитного тела ток с плотностью \mathbf{J}_{Ms} .

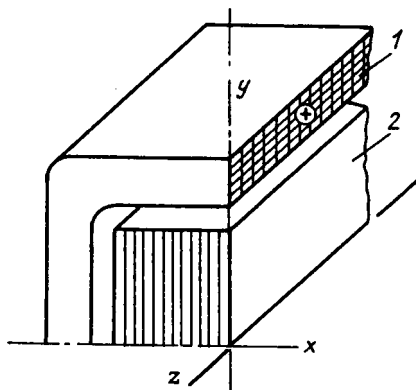


Рис. 1. Элемент соленоида (расчетная область):
1 — обмотка, 2 — ферромагнитный сердечник

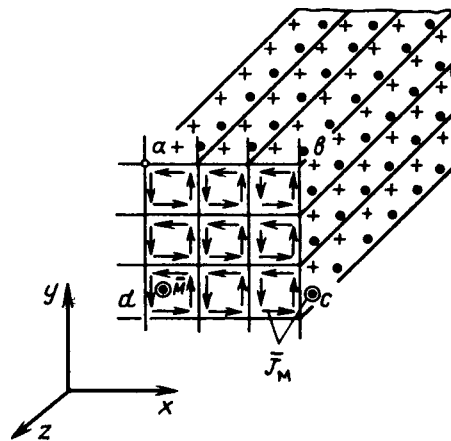


Рис. 2. Модель магнетика

Таким образом, основная цель — учет сил, порождаемых собственными полями магнитных трубок, при нахождении ЭМС, действующих на выделенный внутри намагниченного тела объем, для определения внутренних напряжений и деформаций, — не достигается.

На наш взгляд, предложенные в [1] выражения суммарной объемной плотности тока (5) и, как следствие, (7) некорректны. В связи с чем вызывают сомнения зависимости (8), (9) и (11).

Считаю, что формулу для расчета ЭМС, связанных с намагниченностью ферромагнитного тела, для расчетов усилий в элементах сердечника с помощью модели Ампера вывести невозможно. С некоторыми оговорками Е. Л. Львов делает аналогичное заключение ([4], с. 32): «Макроскопическая модель, следовательно, не дает представлений об истинном распределении сил по объему магнетика». Автор пытается усовершенствовать модель, вводя среднюю индукцию в слое поверхностного тока элементарной трубки. Однако учитывая, что на соприкасающихся поверхностях соседних трубок токи направлены в противоположные стороны и компенсируют друг друга, качественных изменений модели мы не получаем.

Считаю нецелесообразным находить электромагнитные силы, комбинируя значение индукции, найденной из модели Ампера, с напряженностью магнитного поля, найденной для физической модели, как советует Н. В. Савин [7].

Указанных трудностей лишен метод получения выражений для тензора натяжений и плотности электромагнитных сил, изложенный в работах А. В. Иванова-Смоленского [2, 3]. В этих статьях, а также в [6], убедительно подтверждена универсальность формулы Максвелла для расчета ЭМС:

$$\vec{f} = [\vec{J}\vec{B}] - 0,5 H^2 \text{ grad}(\mu_0\mu_r). \quad (3)$$

Нужно согласиться с А. В. Ивановым-Смоленским и рядом других авторов, участвовавших в дискуссии [5—7], что все формулы для расчета ЭМС, не сводящиеся к (3), в том числе зависимости, предложенные А. Эйнштейном и И. Лаубом, а также Е. Л. Львовым, рекомендовать при расчетах связанных с намагниченностью ферромагнитных тел не следует.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Львов Е. Л. Интегральные выражения для пондеромоторных сил в магнитном поле.— *Электричество*, 1984, № 6.
2. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям.— *Электричество*, 1985, № 7.
3. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности.— *Электричество*, 1985, № 9.
4. Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках.— *Электричество*, 1987, № 10.
5. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия) / Ю. В. Абрамкин, Б. Л. Алиевский.— *Электричество*, 1988, № 10.
6. Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры поля в магнетиках».— *Электричество*, 1987, № 10.
7. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия) / Э. С. Фриджибашан, В. А. Кузнецов, Н. В. Савин.— *Электричество*, 1988, № 11.
8. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках (дискуссия) В. С. Могильников, А. М. Олейников.— *Электричество*, 1988, № 9.

[16.10.89]

УДК 53(091)

Георг Симон Ом

(К 200-летию со дня рождения)

КРЫЖАНОВСКИЙ Л. Н.

Имя Ома навсегда вошло в науку и технику в связи с первым в истории количественным законом электрической цепи.

Понятие электрической цепи возникло задолго до изобретения источника постоянного тока — «вольтова столба». Термином *chaîne* (фр. «цепь») пользовался в 1746 г. парижский врач Луи-Гильом Лемонье (1717—1799), описывая свои опыты по разрядке конденсатора (лейденской банки) через длинные электрические линии [1]. Вильям Ватсон (1715—1799), английский коллега Лемонье, при описании подобных опытов в 1747 г. пользовался термином *circuit* (англ. «цепь») [2]. Кроме того, ученые XVIII в. употребляли выражение «прохождение электрического флюида» [3], а Бенджамин Франклин (1706—1790) употреблял даже термин *current* (англ. «ток»), имея в виду ток молнии [4, с. 379].

В первой половине XVIII в. возникли понятия электрического сопротивления и проводимости. Термин «сопротивление» (нем. *Widerstand*) встречается в книге Иоганна Генриха Винклера (1703—1770), изданной в 1744 г. Лейпцигский ученый писал о возможности передавать электричество «хоть на край света», заметив, что при этом «электрическая атмосфера должна преодолевать некоторое сопротивление» [5, с. 147—148].

В книге, изданной в 1767 г., Джозеф Пристли (1733—1804) представил ряд электропроводности металлов (в порядке возрастания): железо, латунь, медь, серебро, золото [6, с. 728—729]. Как же установил этот ряд британский ученый? Пристли разряжал батарею лейденских банок по методу Франклина — через цепь, состоящую из двух последовательно соединенных проволок одинаковых размеров из разных металлов. Параметры установок подбирались так, чтобы одна из проволок перегорала при разрядке. Франклин и Пристли полагали, что это будет проволока с более высоким сопротивлением. Конечно, результаты таких опытов зависят от чистоты металлов и их температуры плавления — и результаты Пристли не вполне соответствуют современным данным (в настоящее время «ряд Пристли» выглядел бы так: железо, латунь, золото, медь, серебро). Однако важна сама постановка вопроса.

Соотечественник Джозефа Пристли, Генри Кавендиш (1731—1810) в связи с исследованием электрических рыб ввел понятие напряжения (правда, он пользовался термином «интенсивность» или «степень электризации»).

Некоторые ученые сомневались, электричеством ли воздействуют скат и прочие «электрические» рыбы на свою жертву. Ведь от ската не удавалось получить искру, равно, как и не удавалось наблюдать притяжение к нему бузиновых шариков и т. п. В статье 1776 г. Кавендиш объяснил, что всё дело в напряжении и в количестве электричества, прошедшем через тело жертвы. У ската напряжение значительно ниже, чем у нормально заряженной лейденской банки. Кавендиш заряжал батарею из большого числа параллельно соединенных лейденских банок весьма низким напряжением, которое не давало искры. Разряжая батарею через тело человека, Кавендиш получал эффект, подобный удару ската [7].

Кавендиш подошел вплотную к «закону Ома». Он разряжал лейденские банки через стеклянные трубки с подсоленной водой, включаясь последовательно с ними, и при этом довольно точно оценивал относительную силу электрического удара, выполняя таким образом функцию амперметра (шутка Максвелла). На основании экспериментов с трубками различных размеров и с водой различной солености Кавендиш пришел к формуле сопротивления

$$R = \rho / lS \quad (1)$$

(в современных обозначениях) и убедился в том, что удельное сопротивление ρ не зависит от длины l и площади поперечного сечения S проводника [8, с. LIX, 293—294]. Эта работа, выполненная в январе 1781 г., оставалась неопубликованной почти сто лет. Ее вместе с другими электрическими исследованиями Кавендиша (в том числе не опубликованными при жизни) издал Джеймс Кларк Максвелл (1831—1879) в 1879 г. Проанализировав «внешнюю» историю науки (имеется в виду историография, основанная на публикациях, официальных докладах и т. п.), Максвелл сделал вывод, что Кавендиш не сообщал о своей работе никому из ученых.

В 1800 г. мир узнал об источнике постоянного тока, изобретенном Алессандро Вольтой (1745—1827). В 1820 г. Ганс Христиан Эрстед (1777—1851) описал действие тока на магнитную стрелку, благодаря чему появилась возможность измерять силу тока.

Так было подготовлено открытие закона Ома для

Важный результат, имеющий непосредственное отношение к этому закону, был получен Антуаном-Сезаром Беккерелем (1788—1878) и независимо Питером Барлоу (1776—1862). Беккерель так сформулировал этот результат в 1825 г.: чтобы провода из одного и того же металла имели одинаковую проводимость, их длины должны относиться друг к другу так, как поперечные сечения. Ранее, в 1821 г., Гемфри Дэви (1778—1829) нашел, что проводимость проводов из одного и того же металла прямо пропорциональна их массе на единицу длины и обратно пропорциональна их длине. Дэви, Беккерель и Барлоу определили для разных металлов относительные значения удельного сопротивления. Таким образом, зависимость (1) была установлена до Ома не только Кавендишем, но и современниками Ома.

Барлоу и Беккерель установили также, что действие тока на магнитную стрелку в разных точках цепи одно и то же, что, вероятно, утвердило Ома в его предположении об одинаковой величине тока в любой точке неразветвленной цепи [9].

Свои первые исследования электрической цепи Ом опубликовал в 1825 г., но дал неправильное (логарифмическое) соотношение между током и напряжением, о чем написал сам в дополнении к статье, указав на возможную причину ошибки — нестабильность тогдашнего электрохимического источника. Издатель журнала физик Иоганн Христиан Поггендорф (1796—1877) посоветовал Ому провести исследования с недавно изобретенной термопарой медь—висмут (в 1821 г. Томас Иоганн Зеебек (1770—1831) открыл термоэлектричество). Зимой 1825/26 г. Ом провел исследования с такой термопарой, при этом один спай погружался в ледяную воду, а другой — в кипящую воду. Э. д. с. термопары оказалась достаточно стабильной. Ом замыкал цепь различными проводниками и в январе 1826 г. получил свой знаменитый закон как для участка цепи,

$$I = U/R \quad (2)$$

(будем пользоваться современными обозначениями), так и для полной цепи

$$I = E/R_{\text{полн}}, \quad (3)$$

введя понятия сопротивления внешней цепи $R_{\text{внеш}}$ и внутреннего сопротивления источника r (по современной терминологии). Ом опубликовал свое открытие в 1826 г., а в 1827 г. вышел из печати его главный труд «Гальваническая цепь, рассмотренная математически» [10].

По терминологии Ома, в вышеприведенных формулах:

I — «ток в гальванической цепи»;

U — «электрическое напряжение или разность электростатических сил»;

E — «сумма всех напряжений или электростатическая сила»;

R — «приведенная длина цепи»;

$R_{\text{полн}} = R_{\text{внеш}} + r$ — «полная приведенная длина цепи».

Ом написал также формулу тока короткого замыкания, когда $R_{\text{внеш}} = 0$:

$$I_{\text{кз}} = E/r. \quad (4)$$

На роль внешней части гальванической цепи первым отчетливо указал В. В. Петров (1761—1834) [11].

Термин «электростатическая сила» объясняется тем,

что Ом пользовался электрометром типа электроскопа — прообразом электростатического вольтметра.

Термин «приведенная длина» обязан своим происхождением формуле (1). Ом убедился в постоянстве ρ для данного материала. Ом пользовался обратной величиной — электропроводностью (Leitungsvermögen, Leitungsfähigkeit) [10, с. 69] $\gamma = 1/\rho$.

Ученый измерял соответствующие величины в условных единицах.

Прохождение электричества между двумя соседними точками с разными «электростатическими силами» Ом уподобил передаче тепла между точками с различной температурой, ссылаясь на работу Пьера—Симона Лапласа (1749—1827) «Аналитическая теория теплоты» (1822 г.) [10, с. 3].

Ому принадлежат наглядные диаграммы распределения потенциала вдоль цепи. Уменьшение «электростатической силы» от полюсов источника к центру внешней цепи было отмечено ранее другими исследователями, на которых ссылается Ом. Внешней цепью у них служила вода. Они не обобщили это явление на любые проводники и не сформулировали его математически, как это сделал Ом.

Ученый не ограничился рассмотрением неразветвленной цепи. Он констатировал, что «токи в [параллельных] ветвях обратно пропорциональны приведенным длинам ветвей», и дал формулу эквивалентного сопротивления для параллельного соединения [10, с. 71]:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n. \quad (5)$$

(Это соотношение было также известно Кавендишу [8, с. 205, 311—312].)

Таковы достижения Ома как основоположника теории электрических цепей.

Во многих изданиях (в частности, во всех изданиях Большой Советской Энциклопедии) неправильно указывают год рождения Ома — 1787-й, ошибочно высеченный на надгробной плите [12]. По достоверным данным, Георг Симон Ом родился в Эрлангене (Бавария) 16 марта 1789 г. Именно эта дата приводится в энциклопедиях последнего времени [9, 13], в отличие от прошлых лет [14].

Герой нашего повествования был старшим сыном потомственного ремесленника Иоганна Вильгельма Ома, имевшего свою кузницу, и Марии Элизабет, урожденной Бек, дочери владельца швейной мастерской. Самоучка-отец передал своим сыновьям солидные знания по математике, химии и философии. Значительно меньшее значение для Георга имело обучение в гимназии в родном Эрлангене. В 1805 г. юноша поступил в Эрлангенский университет, где проучился всего три семестра, поскольку отец счел, что Георг слишком предается танцам, бильярду и катанию на коньках, и «сослал» его в Швейцарию давать уроки математики.

Весной 1811 г. Ом вернулся в Эрланген. В октябре того же года, сдав в университете необходимые экзамены, он получил степень доктора философии и стал там преподавать математику в качестве приват-доцента. Денежные затруднения и отсутствие перспектив склонили молодого Ома покинуть Эрланген. В январе 1813 г. он устроился преподавателем реального училища в Бамберге (Бавария), где работал до роспуска училища в феврале 1816 г. С марта 1816 г. до ноября 1817 г. Ом преподавал математику в Бамбергской средней школе (Oberprimärschule).

В сентябре 1817 г. Ому была предложена долж-

ность старшего преподавателя математики и физики в Иезуитской гимназии в Кёльне, где он начал работать с конца года. Там была хорошо оснащенная физическая лаборатория, и Ом с энтузиазмом занялся экспериментальной физикой, в особенности электричеством и магнетизмом. На кёльнский период Ома приходится его знаменитые исследования 1825—1826 гг. В августе 1826 г. Ому был предоставлен наполовину оплачиваемый годичный отпуск для продолжения исследований в Берлине. В столице Пруссии Ом жил у своего брата — преподавателя математики университета. Даже опубликовав «Гальваническую цепь», Ом не смог получить место в Берлинском университете. Он решил не возвращаться в Кёльн и устроился на небольшую нагрузку в Берлинскую военную школу.

В 1833 г. Ом получил должность профессора в Нюрнбергской политехнической школе, которая активно способствовала техническому прогрессу. Именно в Нюрнберге был проложен первый участок германских железных дорог. С 1839 по 1849 г. Ом был ректором Нюрнбергского политехникума.

Электрические исследования Ома стали получать широкое признание лишь через десять лет после публикации «Гальванической цепи», когда началось практическое применение электричества (телеграф). Принятие закона Ома современниками первооткрывателя проанализировано в статье проф. К. М. Поливанова [11].

Одними из первых (в первой половине 1830-х гг.) оценили по достоинству труды Ома и использовали их в своих работах петербургские ученые Эмилий Христианович Ленц (1804—1865) и Борис Семенович Якоби (1801—1874) [9].

В 1839 г., по предложению Поггендорфа, Ом был избран членом-корреспондентом Берлинской академии наук.

В 1841 г. Лондонское Королевское общество (академия наук) присудило Ому свою высшую награду — Коплеевскую медаль, а в 1842 г. избрало его своим иностранным членом. Из немецких ученых до Ома Коплеевской медали был удостоен только Карл Фридрих Гаусс (1777—1855). (Впоследствии эту награду получили Д. И. Менделеев и И. П. Павлов.)

Ом внес также значительный вклад в акустику: с помощью фурье-анализа он решил задачу о тембре звука. Эта работа имеет основополагающее значение для конструирования музыкальных инструментов. Удивительно то, что Ом был совершенно немзыкальным. В своих опытах он был вынужден пользоваться помощью друга с хорошим музыкальным слухом. Работа Ома, опубликованная в 1843 г., получила признание лишь в 60-е гг. благодаря Герману фон Гельмгольцу (1821—1894).

Кроме того, Ому принадлежат важные исследования

по оптике: в 1852—1853 гг. Ом изучал интерференцию линейно поляризованного света при прохождении через одноосные кристаллы.

С 1849 г. Ом — заведующий кафедрой Мюнхенского университета и одновременно хранитель физико-математической коллекции Баварской академии наук, а также референт телеграфного управления.

Умер Ом в безбрачии в Мюнхене 6 июля 1854 г.

В 1881 г. Международный конгресс электриков принял решение о наименовании омом единицы электрического сопротивления (еще раньше Британская ассоциация приняла название «омада», а затем «ом»).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Le Monnier L.-G.** Recherches sur la communication de l'électricité // Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris.— 1746.— P. 447—464.
2. **Watson W.** An account of the experiments made by some gentlemen of the Royal Society, in order to measure the absolute velocity of electricity // Phil. Trans.— 1748.— Vol. 45.— P. 491—496.
3. **Delaval E.** A letter (...) containing some electrical experiments and observations // Phil. Trans.— 1759.— Vol. 51.— Pt. 1.— P. 83—88.
4. **Franklin B.** Experiments and Observations on Electricity / Ed. by I. B. Cohen.— Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1941.— 453 p.— (Имеется перевод: Франклин В. Опыты и наблюдения над электричеством.— М.: Изд-во АН СССР, 1956.)
5. **Winkler J. H.** Gedanken von den Eigenschaften, Wirkungen und Ursachen der Electricität.— Leipzig: Breitkopf, 1744.— 168 S.
6. **Priestley J.** The History and Present State of Electricity, with Original Experiments.— London: Dodsley, Johnson & Davenport, and Cadell, 1767.— 736 p.
7. **Cavendish H.** An account of some attempts to imitate the effects of the torpedo by electricity // Phil. Trans.— 1776.— Vol. 66.— P. 196—225.
8. **Cavendish H.** The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish, F. R. S. written between 1771 and 1781 / Ed. by J. Clerk Maxwell.— Cambridge: University Press, 1879.— 454 p.
9. **Caneva K. L.** Ohm, Georg Simon // Dictionary of Scientific Biography in 16 vols. / Ed. by C. C. Gillispie.— New York: Scribner, 1981.— Vol. 10.— P. 186—194.
10. **Ohm G. S.** Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet.— Berlin: Riemann, 1827.— 246 S. + 1 T.
11. **Поливанов К. М.** Георг Симон Ом: К столетию со дня смерти.— Электричество.— 1954.— № 7.— С. 70—76.
12. **Kant H.** Das erste Gesetz des elektrischen Stromkreises // Wissenschaft und Fortschritt.— 1989.— 39. Jg.— H. 3.— S. 54—57.
13. **Ohm, Georg Simon** // Der Neue Brockhaus in 5 Bdn.— Wiesbaden: F. A. Brockhaus, 1975.— 4. Bd.— S. 63.
14. **Ohm, Georg Simon** // Der Große Brockhaus in 12 Bdn.— Wiesbaden: F. A. Brockhaus, 1955.— 8. Bd.— S. 533.

Анатолий Владимирович Нетушил

(К 75-летию со дня рождения)

Исполнилось 75 лет со дня рождения Анатолия Владимировича Нетушила, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, доктора технических наук, профессора кафедры электротехники и электроники Московского института тонкой химической технологии им. М. В. Ломоносова, члена редколлегии журнала «Электричество».

А. В. Нетушил родился в Харькове в семье горного инженера. С 1930 по 1932 г. работал и учился в ФЗУ при Харьковских трамвайных мастерских. В 1933 г. поступил в Московский энергетический институт, который окончил с отличием.

В системе высшего образования А. В. Нетушил работает с 1947 г. В вуз он пришел из промышленности, где в течение 10 лет работал проектантом и наладчиком электрооборудования предприятий черной и цветной металлургии. За наладку и пуск доменной печи на Челябинском металлургическом заводе в годы Великой Отечественной войны он в 1945 г. был награжден медалью «За трудовую доблесть». С 1945 г. он начал педагогическую деятельность ассистентом кафедры электротехники МЭИ. В 1947 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Анализ триггерных элементов электронных счетных схем». Степень доктора технических наук присуждается Анатолию Владимировичу в 1953 г. за исследования, связанные с расчетом полей при высокочастотном нагреве неметаллических материалов.

А. В. Нетушил заведовал кафедрой автоматики и телемеханики в Московском энергетическом институте, был деканом факультета автоматики и вычислительной техники. С 1972 по 1987 г. заведовал кафедрой электротехники, электроники и вычислительной техники Московского института тонкой хи-



мической технологии им. М. В. Ломоносова.

Талантливый педагог, почетный доктор Словацкого политехнического института, профессор А. В. Нетушил отдает много творческих сил и знаний воспитанию студенчества, подготовке научных кадров. Особое место в работах А. В. Нетушила занимают научно-методические исследования. Он является заместителем председателя Научно-методического совета по электротехнике Госкомобразования СССР. Под его руководством 30 аспирантов стали кандидатами технических наук.

За годы научной деятельности А. В. Нетушилом опубликовано более 250 научных работ, в том числе 11 монографий и учебников, получено 20 авторских свидетельств на изобретения. Широко известны учебники по основам электротехники, написанные в соавторстве со С. В. Страховым и К. М. Поливановым, переведенные на вьетнамский, польский,

испанский и китайский языки. Учебник по теории цепей, написанный им совместно с коллективом авторов, выдержал четыре издания на русском языке и дважды издавался на английском. Учебник «Теория автоматического управления», вышедший в двух томах под общей редакцией А. В. Нетушила, получил одобрение широкой научной общественности; он дважды издавался на русском и английском языках.

Широко известны исследования А. В. Нетушила в области электротехники, высокочастотного нагрева, автоматического управления. Работы А. В. Нетушила в области теории электрического поля связаны с такими областями электротехнологии, как диэлектрический высокочастотный нагрев и электроосмотическое воздействие на грунтовые воды. Теоретические исследования в этих областях, признанные основополагающими, обобщены в трех монографиях.

Книга А. В. Нетушила по высокочастотному нагреву диэлектриков и полупроводников дважды издавалась на русском языке, переведена на чешский язык. Его научные работы трижды награждались почетными дипломами ВДНХ.

Анатолий Владимирович ведет большую общественно-научную работу. Много лет он добросовестно трудится в составе редколлегии журнала «Электричество», являясь членом редколлегии журналов «Известия вузов. Электромеханика» и «Радиоэлектроника».

Сердечно желаем Анатолию Владимировичу доброго здоровья, дальнейших плодотворных успехов в научной и педагогической работе.

Группа товарищей, учеников, редакция и редколлегия журнала «Электричество»

Евгений Львович Львов

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора Московского энергетического института Евгения Львовича Львова. Е. Л. Львов известен как специалист в области анализа и синтеза элементов и систем автоматического управления.

Львов Евгений Львович родился 11 ноября 1919 г. в Кинешме. В 1943 г. окончил МЭИ по специальности электрические аппараты. С 1947 г. на преподавательской работе в МЭИ, сначала на кафедре электрических аппаратов, а с 1962 г. — на кафедре автоматики, последовательно занимая должности ассистента, доцента (с 1952 г.) и профессора (с 1967 г.). Кандидатскую диссертацию по электромагнитам защитил в 1948 г., а докторскую в области импульсных систем — в 1965 г.

Е. Л. Львовым подготовлен и прочитан ряд лекционных дисциплин по электрическим аппаратам, элементам и устройствам автоматики, теории автоматического управления, проектированию систем управления и регуляторов. Многие разделы лекций носят оригинальный характер, отражая результаты научной деятельности автора. Большой вклад внес юбиляр в развитие высшей школы КНР и Индии. В 1954—1956 гг. Е. Л. Львов подготовил и прочитал цикл лекций по электрическим аппаратам в Харбинском политехническом институте (КНР), а в 1968—1970 гг. — по теории автоматического управления в Университете Бенареса (Индия).



За годы работы в МЭИ Е. Л. Львовым создана научная школа в области анализа и синтеза нелинейных систем автоматического управления и их элементов. Под его руководством защитили кандидатские диссертации 15 аспирантов, в том числе 9 иностранных.

Большая научно-педагогическая работа Е. Л. Львова отмечена правительственными наградами.

Область научных интересов Е. Л. Львова чрезвычайно широка и многогранна. Хорошо известны как в СССР, так и за рубежом его труды по теоретическим основам электротехники, электрическим машинам и аппаратам, элементам и устройствам автоматики, теории автоматического управления, нели-

нейным и импульсным системам, устойчивости энергосистем и т. д. Им опубликовано свыше 50 печатных работ, в том числе монография «Магнитные усилители в технике автоматического управления», два раздела в первых трех изданиях «Электротехнического справочника», учебные пособия «Усилители мощности для следящих систем» и «Математическое описание динамических систем в пространстве состояний».

В настоящее время Е. Л. Львов продолжает активно трудиться в должности профессора кафедры автоматики МЭИ. Под его руководством подготовлено оригинальное учебно-методическое пособие по проектированию позиционных следящих систем с использованием разработанного пакета программ САПР в этой области. Это пособие прошло апробацию в учебном процессе, принято к изданию. Весьма актуальны его последние научные работы по определению электродинамических сил, возникающих в результате взаимодействия тока плазмы с полями индуктора.

Е. Л. Львов пользуется заслуженным уважением студентов и коллег по работе. Является ведущим специалистом кафедры.

Обладая энциклопедическими знаниями во многих областях, Е. Л. Львов оказывает большое влияние на становление новых дисциплин, на процесс воспитания нового поколения технической интеллигенции.

Группа товарищей

Геннадий Антонович Сипайлов

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения крупного специалиста в области электрических машин, заведующего кафедрой электрических машин и аппаратов Томского политехнического института, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, доктора технических наук, профессора Геннадия Антоновича Сипайлова.

Геннадий Антонович Сипайлов родился 3 января 1920 г. в г. Набережные Челны. После окончания средней школы он поступает в Ленинградский электротехнический институт, но Великая Отечественная война прерывает обучение. В первые дни войны он, студент 4 курса ЛЭТИ, уходит добровольцем в народное ополчение Ленинграда.

Научная деятельность Г. А. Сипайлова началась в 1947 г. после окончания Ленинградского электротехнического института, где он выполнил и успешно защитил в 1951 г. кандидатскую диссертацию, посвященную расчету переходных процессов асинхронных машин. По распределению он был направлен в Томский политехнический институт, где и работает в настоящее время.

В 1966 г. он защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук, в которой были сформулированы основополагающие принципы создания генераторов ударной мощности и их применения в ускорительной технике и при электрофизических исследованиях. В 1977 г. ему присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР. Он принимал участие в разработке и сооружении крупнейшего в свое время электронного синхротрона «Сириус» в роли главного конструктора электромагнитной системы.



Сипайлов Г. А. является основоположником томской школы ученых-электромехаников, известной в стране своими фундаментальными работами в области электромашиного генерирования импульсных мощностей, создания машинновентильных систем. По выполненным научно-исследовательским работам им опубликовано свыше 250 печатных работ, получено 60 авторских свидетельств на изобретения, издано 5 учебников для вузов и 4 монографии. Под его руководством подготовлено 8 докторов и более 60 кандидатов наук.

Г. А. Сипайлов внес большой вклад в дело подготовки кадров высшей квалификации для вузов Сибири и Дальнего Востока, в становление электротехнических кафедр многих вузов восточного региона страны.

Широко известна педагогическая научно-организационная и общественная деятельность

Г. А. Сипайлова. В течение ряда лет он является председателем Методического совета Томского политехнического института, научным редактором электротехнического сборника «Известия ТПИ», редактором и членом редакционной коллегии Межвузовского сборника научных работ по специальным электрическим машинам, членом Республиканского комитета профсоюза работников просвещения, высшей школы и научных учреждений, одним из лучших лекторов общества «Знание», членом правления Томского областного НТО энергетиков и электротехников, членом Научного Совета АН СССР по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики, членом президиума Научнометодического Совета по электро-механике Госкомобразования СССР, заместителем председателя головного Совета по электрооборудованию МВ и ССО РСФСР, членом Научно-технического Совета МЭТП.

За участие в Великой Отечественной войне и за успехи, достигнутые в научной работе и подготовке инженерных кадров, профессор Г. А. Сипайлов награжден орденом «Знак Почета» и медалями.

Свой юбилей Г. А. Сипайлов встречает в расцвете творческих сил и энергии. Горячо поздравляем Геннадия Антоновича с 70-летием, желаем ему здоровья и больших творческих успехов в его разносторонней деятельности.

Коллектив факультета автоматики и электромеханики Томского политехнического института, группа товарищей и учеников

Памяти профессора Степана Петровича Киркесали

(К 100-летию со дня рождения)

7 марта 1990 г. исполнилось 100 лет со дня рождения выдающегося инженера, основоположника Грузинской школы электрической тяги магистральных железных дорог, одного из зачинателей высшего электротехнического образования в Грузинской ССР, профессора Степана Петровича Киркесали (Киркесалишвили).

С. П. Киркесали родился в 1890 г. в Ахалцихе Тбилисской губернии. В 1909 г. с отличием окончил Тбилисское коммерческое училище и уехал для продолжения образования в Петербург, где поступил на электротехническое отделение Политехнического института. Дипломный проект «Электрификация железнодорожного участка ЗКВЖД Боржоми — Бакуриани» он выполнил под руководством выдающегося русского профессора А. В. Вульфа. В 1917 г. по окончании института работал в Петрограде, участвовал в проектировании Южно-Крымской электрической железной дороги. В 1918 г. С. П. Киркесали переехал в Грузию, где работал старшим инженером в военно-технической мастерской, начальником технического отдела ЗКВ железной дороги, читал лекции в Грузинском государственном университете на политехническом факультете, который должен был готовить инженерные кадры для всего Закавказья.

1922 г. можно считать годом создания Грузинского политехнического института, в котором профессор С. П. Киркесали организовал кафедру электрических машин, возглавил ее и до конца своей жизни читал лекции по электрическим машинам и электрической тяге. На основе русской, немецкой, английской и французской технической литературы создал первый грузинский учебник «Синхронные машины», уделяя повышенное внимание грузинской электротехнической терминологии.

Большой друг молодежи, Степан Петрович будил творческие мысли студентов, приобщал их к научно-исследовательской деятельности. Среди бывших его воспитанников Л. Абелишвили, профессор, член-корреспондент Академии



наук Груз.ССР, Ш. Логуа, Герой Социалистического Труда, многие ученые и руководящие работники промышленности и транспорта.

С. П. Киркесали заслуженно считается одним из основоположников высшего электротехнического образования в Груз. ССР.

В 1923 г. в Тбилиси было создано Бюро электрификации Сурамского перевала Закавказской железной дороги. Одним из организаторов и руководителей Бюро был С. П. Киркесали. Если сейчас электрификация железных дорог связана с совершенно четким курсом работ, то тогда перевод на электровозную тягу представлялся смелой, весьма сложной и неопределенной проблемой. С. П. Киркесали создал в Бюро серьезную творческую обстановку, собрал молодой трудолюбивый коллектив, который с честью справился с поставленными задачами.

Работа Бюро электрификации Сурамского перевала оказала большое влияние на развитие электровозной тяги в СССР и создание энергетической базы Груз. ССР. Например, была обоснована и принята система постоянного тока 3 000 В, разработана система цепной подвески контактной сети, которая применяется и сейчас. Вы-

бранный для Сурамского перевала шестисосный тележный электровоз с некоторыми изменениями в течение десятков лет оставался серийным.

Силами Бюро электрификации проведены исследования возможности строительства гидроэлектрических станций в Грузии, которые были построены. Была спроектирована и сооружена первая в республике линия передачи 110 кВ ЗАГЭС—РионГЭС — это было началом создания электрической системы Груз. ССР. Впервые была показана эффективность электрификации магистральных участков ЗКВ железной дороги, проводившаяся под руководством и при непосредственном участии С. П. Киркесали, а также и последующего строительства Шаорской и Ткибульской гидроэлектростанций. С сурамским Бюро электрификации связана научно-исследовательская и изыскательная работа по защите подземных сооружений от коррозии, электрическому влиянию, тяговых токов на нефтепроводы Баку—Батуми. Под руководством С. П. Киркесали были подобраны нужные параметры для электропоездов, запроектирована и построена Хашурская и Бакурианская ветки и участок Тбилиси—Хашури.

16 августа 1932 г. впервые в СССР на участке Хашури—Зестафони пошел электровоз, который повел за собой железнодорожный состав. С. П. Киркесали признан основоположником грузинской школы электрической тяги.

Как ученый С. П. Киркесали занимался вопросами эффективности электрической тяги, защитой от блуждающих токов электрических железных дорог, исследованием их режимов и др. С. П. Киркесали был высокоэрудированным инженером и прогрессивным ученым. Он одним из первых становится «Почетным железнодорожником» за подлинно самоотверженное участие и проявление энтузиазма в социалистическом соревновании и ударничестве по повышению производительности труда и улучшению качества продукции.

Нельзя обойти молчанием работу, которую Степан Петрович выполнял на общественных началах, например, по исследованию одноякорных преобразователей для тбилисского трамвая.

В 1935 г. С. П. Киркесали было присвоено звание профессора, в 1937 г. он должен был защитить докторскую диссертацию, но в этом году его не стало. С. П. Киркесали было только 47 лет.

Многочисленные его ученики с честью продолжают благодарное дело своего учителя.

Группа товарищей и учеников

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Всесоюзное научно-техническое совещание «Перспективы развития высоковольтной аппаратуры» состоится в декабре 1990 г. в Ленинграде.

На совещании предполагается рассмотреть следующие вопросы:

— новые формы организации разработок и изготовления высоковольтных аппаратов;

— результаты исследований, конструкторских и технологических разработок, освоения промышленного производства и эксплуатации новых видов высоковольтных аппаратов;

— научные и технические достижения в создании высоковольтных аппаратов и их комплексов, в том числе по нелинейным ограничителям, элегазовым и генераторным аппаратам и т. д.;

— тенденции развития новых аппаратов в XIII пятилетке.

Секции электрических аппаратов Центрального и Ленинградского областного правления ВНТОЭ приглашают Вас принять участие в работе совещания и просят подготовить доклады от Вашей организации.

В связи с изданием сборника тезисов докладов совещания все необходимые материалы представляются в Оргкомитет до 1 апреля 1990 г.

Адрес для переписки: 191025, Ленинград, Стремянная ул., 10, ЦП ВНТОЭ.

Оргкомитет

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Будзко И. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адрес редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер. 2/10. Телефон 924-24-80
101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская. Корректор Л. С. Тимохова

Сдано в набор 17.01.90 Подписано в печать 26.02.90 Т-06465 Формат 84×108 1/16. Бумага кн.-журн. офсетная Печать офсетная
Усл. печ. л. 10,08 Усл. кр.-отт. 10,5 Уч.-изд. л. 12,07 Тираж 5048 экз. Заказ 126 Цена 1 р.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат Государственного комитета СССР по печати
142300, г. Чехов Московской области

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

| | |
|--|----|
| Глазунов А. А., Таслимов А. Д. Унификация сечений токоведущих жил кабелей городских распределительных электрических сетей | 1 |
| Левиуш А. И., Ужегов В. Т., Катунян В. И. Математическое моделирование реле направления мощности обратной последовательности для исследования его поведения при параметрическом резонансе в сети СВН | 6 |
| Богатырев Л. Л., Паздерин А. В. Применение метода наименьших квадратов для решения задач АСДУ энергосистемами | 11 |
| Кириевский Е. В., Михайлов В. В., Ханжиев А. С. Перспективы построения гибких релейных защит с перестраиваемой архитектурой для автономных энергосистем | 18 |
| Азизов Э. А., Лотоцкий А. П. Структура и оптимальные параметры секционированных индуктивных накопителей для импульсного питания больших магнитов | 25 |
| Мерабишвили П. Ф., Кохреидзе Г. К. Математическое моделирование электромагнитных процессов в преобразовательной системе с трехфазным автономным инвертором тока | 31 |
| Филаретов В. В. Неявный принцип наложения и анализ линейных электрических цепей | 37 |
| Петров Ю. П. Исследование устойчивости систем управления при учете погрешностей измерительных приборов | 43 |
| Кухаренко Н. В. Модальное управление электроприводами постоянного тока | 48 |
| Сообщения | |
| Абдул-заде В. М., Алиев Д. Г., Гусейнов А. М. Выбор настроек АРВ генераторов по результатам анализа статической устойчивости энергосистемы | 54 |
| Смирнов К. А. Упрощенный метод расчета статической устойчивости сложных электроэнергетических систем | 58 |
| Жуков В. В. Учет комплексной нагрузки при расчете токов коротких замыканий в электроустановках высокого напряжения | 63 |
| Строганов Б. Г., Чунихин А. А. Влияние внешнего магнитного поля на работу трансформатора тока | 67 |
| Сипайлов Г. А., Чучалин А. И., Матвеев А. М. Математическое моделирование электромагнитного генератора импульсной мощности | 70 |
| Челухин В. А. Экспериментальное исследование емкостного электродвигателя | 73 |
| Соколов М. М., Ринкевичене Р. В. Электромеханические процессы в линейном электроприводе толкателя | 75 |
| Дискуссии | 79 |
| Из истории электротехники | 88 |
| Хроника | 91 |

| | |
|---|----|
| Glazunov A. A., Taslimov A. D.— Unification of the Cross Section of Current Carrying Conductors in Cables for Urban Distribution Networks | 1 |
| Leviush A. I., Uzhegov V. T., Katunian V. I.— Mathematical Simulation of Negative Phase Sequence Power Directional Relays for Studying Their Performance With Parametric Resonance Conditions in EHV Networks | 6 |
| Bogatirev L. L., Pazderin A. V.— Application of the Least Squares Method for Solving Problems in Automatic Supervisory Control of Power Systems | 11 |
| Kiriyevesky E. V., Mikhailov V. V., Khanzhiyev A. S.— Prospects for Developing Flexible Protective Relay Systems With a Restructurable Architecture for Independent Power Systems | 18 |
| Azizov E. A., Lototsky A. P.— The Structure and Optimum Parameters of Sectionalized Inductive Stores for Impulse Supply of Large Magnets | 25 |
| Merabishvili P. F., Kokhreidze G. K.— Mathematical Simulation of Electromagnetic Phenomena in a Converter System Having a Three-Phase Self-Contained Current Inverter | 31 |
| Filaretov V. V.— The Implicit Principle of Superposition and Linear Electric Circuit Analysis | 37 |
| Petrov U. P.— A Study of Control System Stability With Account Taken of Measurement Errors | 43 |
| Kukhareenko N. V.— Modal Control of DC Electric Drives | 48 |
| REPORTS | |
| Abdul-zade V. M., Aliyev D. G., Guseinov A. M.— Selection of Automatic Field Control Settings Based on Power System Steady-State Stability Analysis | 54 |
| Smirnov K. A.— A Simplified Method for Calculating the Steady-State Stability of Complex Power Systems | 58 |
| Zhukov V. V.— Accounting for Integrated Loads in Calculating Fault Currents on HV Installations | 63 |
| Stroganov B. G., Chunikhin A. A.— How External Magnetic Fields Influence the Performance of a Current Transformer | 67 |
| Sipailov G. A., Chuchalin A. I., Matveyev A. M.— Mathematical Simulation of a Rotary Surge Power Generator | 70 |
| Chelukhin V. A.— An Experimental Study of a Capacitor Motor | 73 |
| Sokolov M. M., Rinkevicheney R. V. Electromechanical Processes in a Linear Electric Drive for a Pusher | 75 |
| DISCUSSION | 79 |
| FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING | 88 |
| CHRONICLE | 91 |