

УДК 621.311:62-503.55.001.24

## Развитие методов управления режимами электроэнергетических систем

БАРИНОВ В. А., СОВАЛОВ С. А.

**Введение.** Развитие электроэнергетики страны связано с дальнейшим укрупнением и усложнением электроэнергетических систем (ЭЭС) и завершением формирования Единой электроэнергетической системы (ЕЭЭС) СССР, важнейшим условием нормального функционирования которой является совершенствование оперативно-диспетчерского управления на основе использования математических методов современной теории управления сложными системами, новейших средств оперативного и автоматического управления.

В настоящее время в СССР и за рубежом проводятся широкие исследования в направлении развития методологии управления установившимися и переходными режимами ЭЭС. В статье рассмотрено состояние этих исследований и разработок.

**Общая характеристика методов теории управления сложными системами.** В теории управления сложными системами обычно рассматриваются пять взаимосвязанных задач [1]:

1. Задача оптимального детерминированного управления. В этом случае рассматривается система с известным математическим описанием. Необходимо определить управление, изменяющее состояние системы так, чтобы была достигнута заданная цель управления при условии оптимизации принятого критерия качества.

2. Задача оценивания состояния. Рассматривается система с известным математическим описанием. Имеются случайные шумы на входе и выходе системы. Известны вероятностные законы

распределения шумов. Необходимо получить наилучшую оценку состояния системы.

3. Задача стохастического оптимального управления. Эта задача является объединением задач 1 и 2. Необходимо определить оптимальное управление для системы с известным математическим описанием в присутствии случайных шумов на входе и выходе системы. Вероятностные характеристики шумов известны.

4. Задача идентификации структуры и параметров системы. Рассматривается система с неизвестным математическим описанием со случайным шумом на входе и выходе. Известны вероятностные характеристики шумов. Требуется определить наилучшую оценку структуры и параметров системы, основываясь на информации о входном сигнале, измеренном выходном сигнале и, если это возможно, на некоторой априорной информации о структуре системы.

5. Задача адаптивного или самоорганизующегося управления. Эта задача получается в результате комбинации задач 1—4. В этом случае управление системой имеет дуальный характер; кроме улучшения критерия качества задачей управления является также частичное или полное устранение неопределенностей в процессе функционирования системы с помощью обновляющихся наблюдений входных и выходных сигналов.

Задача оптимального управления режимами ЭЭС может быть в общем случае сформулирована как задача теории оптимального управления: необходимо минимизировать целевую

функцию

$$J = \theta[\mathbf{x}(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] dt \quad (1)$$

для динамической системы, описываемой уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t], \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (2)$$

где  $t_0$  фиксировано, и в момент достижения  $t = t_f$  справедливо векторное уравнение

$$\mathbf{M}[\mathbf{x}(t_f), t_f] = 0 \quad (3)$$

при ограничениях в форме неравенств на переменные управления

$$\mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \leq 0 \quad (4)$$

и на переменные состояния

$$\mathbf{h}[\mathbf{x}(t), t] \leq 0. \quad (5)$$

В (1) — (5)  $\mathbf{x}$  — вектор переменных состояния, который содержит угловые скорости вращения роторов синхронных и асинхронных машин, углы сдвига роторов синхронных машин, переменные электромагнитного состояния синхронных и асинхронных машин, переменные состояния систем регулирования возбуждения и скорости первичных двигателей генераторов и других регулирующих устройств. Вектор управления  $\mathbf{u}$  включает входные переменные систем регулирования возбуждения и скорости первичных двигателей генераторов и других управляемых устройств.

Выбор целевой функции  $J$  зависит от решаемой задачи. В общем случае целевая функция должна учитывать многокритериальность управления переходными режимами ЭЭС. На различных стадиях переходного процесса в ЭЭС действуют преимущественно разные системы управления, и различным стадиям соответствуют в общем случае разные критерии управления, которые должны быть учтены в целевой функции (1). В установившемся режиме критерием оптимальности является экономический критерий — обычно минимум расхода условного топлива или минимум затрат на топливо при условии соблюдения заданных требований по надежности и качеству электрической энергии. Многокритериальность управления переходными режимами ЭЭС может учитываться наиболее просто путем дискретизации непрерывной задачи оптимального управления (1) — (5) и сведения ее к задаче математического программирования [2], что рассмотрено ниже.

Уравнения (2) представляют уравнения переходных процессов ЭЭС. Уравнение (3) отражает условия, которым должны удовлетворять переменные состояния системы в момент достижения  $t = t_f$ , который, в частности, может соответствовать моменту окончания переходного процесса. Ограничения на переменные управления и переменные

состояния (4), (5) могут быть параллелепипедного типа либо типа функциональных ограничений.

При синтезе систем оптимального управления динамическими системами в общей теории управления используют различные принципы и методы, основными из которых являются вариационное исчисление, принцип максимума Понтрягина, динамическое программирование.

При отсутствии ограничений на переменные состояния применение принципа максимума Понтрягина к (1) — (4) приводит к следующим необходимым условиям оптимальности [1]:

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}; \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}; \quad (7)$$

$$H[\mathbf{x}(t), \hat{\mathbf{u}}(t), \lambda(t), t] \leq H[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \lambda(t), t], \quad (8)$$

где  $\hat{\mathbf{u}}(t)$  — оптимальная управляемая функция;  $H$  — гамильтониан, определяемый выражением

$$H[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \lambda(t), t] = \Phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] + \lambda^T(t) \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]$$

при граничных условиях

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial M^T}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v} - \lambda = 0 \text{ при } t = t_f; \quad (10)$$

$$\mathbf{M}[\mathbf{x}(t_f), t_f] = 0; \quad (11)$$

$$H + \frac{\partial \theta}{\partial t_f} + \frac{\partial M^T}{\partial t_f} \mathbf{v} = 0 \text{ при } t = t_f; \quad (12)$$

$\mathbf{v}$  — вектор множителей Лагранжа;  $\mathbf{u} \in \Omega$ , удовлетворяющей условию (4).

Учет ограничений в форме неравенств на переменные состояния может осуществляться путем их преобразования в ограничения в форме равенств и последующего учета этих ограничений в целевой функции в виде штрафных функций [1]. Штрафными функциями могут быть учтены и ограничения на переменные управления. В последнем случае целевая функция изменяется на величину штрафных функций, а условие (8) записывается в виде:

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = 0. \quad (13)$$

Для решения задачи оптимального управления применяются следующие основные методы [1]: метод дискретного динамического программирования, градиентный метод, метод вариаций второго порядка, метод квазилинейаризации, методы математического программирования.

Метод динамического программирования представляет последовательную процедуру применения уравнений Гамильтона — Якоби и базируется на двух принципах: принцип погружения и принцип оптимальности. Согласно принципу погружения задача с фиксированным начальным состоянием и фиксированным временным интервалом работы

может рассматриваться как частный случай более общей задачи с переменным начальным состоянием и с изменяющимся интервалом работы. Согласно принципу оптимальности оптимальная стратегия должна обладать свойством: какими бы ни были начальные состояния и принятые решения, все последующие решения должны образовывать оптимальную стратегию относительно состояния, установленного предшествующим решением.

В градиентном методе выполняются следующие этапы вычислений [1]:

1. Задается некоторое начальное управление  $u^0(t)$ .

2. При известном управлении  $u^i(t)$  решается система дифференциальных уравнений (7) и определяется  $x^i(t)$ .

3. В обратном направлении по времени — от  $t_f$  к  $t_0$  — решается сопряженная система уравнений (6).

4. Определяется градиент Гамильтона по вектору управления  $\frac{\partial H}{\partial u^i}$ .

5. Определяется следующее значение вектора управления

$$u^{i+1}(t) = u^i - K^i(t) \frac{\partial H}{\partial u^i}, \quad (14)$$

где  $K^i(t)$  — неотрицательная функция времени.

Вычисления повторяются начиная с п. 2, пока либо управление  $u^i$ , либо значение целевой функции  $J$  станут изменяться незначительно от итерации к итерации.

В методе вариаций второго порядка при определении приращения вектора управления учитывается кроме вариации первого порядка также вариация второго порядка в приращении целевой функции при изменении управления. Этот метод обеспечивает лучшую сходимость итерационного процесса в окрестности оптимальной траектории состояния и оптимального управления. Недостаток метода состоит в необходимости обеспечения близости начального приближения  $u^0(t)$  к оптимальному управлению и значительно большей сложности требуемых вычислений.

Метод квазилинеаризации предусматривает рассмотрение последовательности векторов  $\{x^N(t)\}$ , которая может быть подобрана так, чтобы аппроксимировать точное решение исходного нелинейного уравнения  $\dot{x} = f(x, t)$ , к которому сводится задача оптимального управления с граничными условиями для начального  $t_0$  и конечного  $t_f$  моментов времени в виде скалярных произведений. Последовательность векторов удовлетворяет линеаризованным уравнениям

$$\dot{x}^{N+1} = f(x^N, t) + \left[ \frac{\partial f(x^N, t)}{\partial x^N} \right] [x^{N+1}(t) - x^N(t)],$$

$$N = 0, 1, \dots, (15)$$

с граничными условиями

$$(c(t_i), x^{N+1}(t_i)) = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (16)$$

При использовании методов математического программирования осуществляют дискретизацию задачи непрерывного оптимального управления (1) — (5), разбивая интервал времени от  $t_0$  до  $t_f$  на  $N$  интервалов и сводят ее к следующей задаче [2].

Найти:

$$\begin{aligned} \min \{ \theta[x(t_N), t_N] + \sum_{k=1}^N \Phi[x(t_k), u(t_{k-1}), t_k] \times \\ \times T_k | g[x(t_k), u(t_k), t_k] \leq 0; \\ h[x(t_k), u(t_k), t_k] = 0, k = 1, 2, \dots, N; \\ x(t_{k+1}) - x(t_k) = T_{k+1} f[x(t_k), u(t_k), t_k], \\ k = 0, 1, \dots, N-1 \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для решения (17) могут быть использованы обычные методы математического программирования: градиентный, метод второго порядка, метод сопряженных градиентов, метод проекции градиента, метод возможных направлений Г. Зойтендека.

Большинство исследований по применению теории оптимального управления к управлению ЭЭС выполнено на основе использования, во-первых, линеаризованных математических моделей ЭЭС, представляемых уравнениями

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad (18)$$

$$z(t) = Cx(t), \quad (19)$$

(где векторы  $x$ ,  $u$ ,  $z$  (вектор измерений) имеют размерности соответственно  $(n \times 1)$ ,  $(r \times 1)$ ,  $(q \times 1)$ , а матрицы  $A$ ,  $B$ ,  $C$  — размерности  $(n \times n)$ ,  $(n \times r)$ ,  $(q \times n)$  и, во-вторых, целевой функции в виде квадратичного критерия качества

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T(t) Q_1 x(t) + u^T(t) R_1 u(t)) dt, \quad (20)$$

где  $Q_1$ ,  $R_1$  — симметричные весовые матрицы ( $R_1$  — положительно определенная,  $Q_1$  — положительно полуопределенная), определяемые из условия наиболее целесообразного характера переходного процесса.

Оптимальное управление, минимизирующее целевую функцию (20) и удовлетворяющее ограничениям (18), имеет вид

$$u = -R_1^{-1} B^T P_1 x, \quad (21)$$

где матрица  $P_1$  удовлетворяет матричному алгебраическому уравнению Рикката:

$$P_1 A + A^T P_1 - P_1 B R_1^{-1} B^T P_1 + Q_1 = 0. \quad (22)$$

В последнее время для синтеза систем управления ЭЭС стали применять теорию стохастического оптимального управления линейными системами

мами. Если система (18), (19) подвержена воздействию белых, независимых между собой и с вектором  $x(t_0)$  гауссовых шумов на входе  $w(t)$  и выходе  $v(t)$  системы с нулевыми средними и ковариациями  $E\{w(t)w^T(t)\} = Q_2(t)\delta(t-t)$ ;  $E\{v(t)v^T(t)\} = R_2(t)\delta(t-t)$  (где  $\delta$  — дельта-функция Дирака;  $E$  — символ математического ожидания), оптимальное управление определяется выражением, аналогичным (21):

$$\hat{u}^* = -R_1^{-1}B^T P_1 \hat{x}, \quad (23)$$

в котором  $P_1$  удовлетворяет (22), а оценка состояния  $\hat{x}$  получается с помощью стохастического идентификатора — фильтра Калмана:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\hat{u}^* + K_2[z - C\hat{x}]; \quad \hat{x}(t_0) = x_0 = E\{x(t_0)\}. \quad (24)$$

Коэффициент фильтра Калмана  $K_2$  определяется выражением

$$K_2 = P_2 C^T R_2^{-1}, \quad (25)$$

где  $P_2$  удовлетворяет матричному уравнению Риккати:

$$AP_2 + P_2 A^T - P_2 C^T R_2^{-1} C P_2 + Q_2 = 0. \quad (26)$$

Широкое применение для синтеза автоматических систем управления ЭЭС получило модальное управление, основной целью которого является придание системе заданных динамических свойств путем обеспечения требуемого расположения собственных значений матрицы коэффициентов замкнутой системы линеаризованных уравнений (18), (19). При одном входе управления закон управления, изменяющий  $m$  собственных значений  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$  матрицы  $A$  на новые значения  $\rho_1, \dots, \rho_m$  и оставляющий неизменными остальные  $(n-m)$  собственных значений, описывается выражением [3]

$$u(t) = \sum_{j=1}^m \left[ \frac{\prod_{k=1}^m (\rho_k - \lambda_j) d_j^T}{p_j \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^m (\lambda_k - \lambda_j)} \right] x(t) = g^T x(t), \quad (27)$$

где  $p_j$  — элементы матрицы модальной управляемости  $\Phi = D_1^{-1}B$ ;  $d_j$  — собственный вектор матрицы  $A^T$ ;  $D_1$  — модальная матрица матрицы  $A$ .

При наличии нескольких входов для изменения  $m$  собственных значений матрицы  $A$  могут использоваться различные методы синтеза контура обратной связи [3].

В последнее время для синтеза систем управления ЭЭС стали использовать теорию самоорганизующихся систем управления [4]. Общим признаком самоорганизующихся систем управления является устранение неопределенностей в темпе реального процесса с помощью явной

неявной идентификации модели системы по наблюдениям над входными и выходными сигналами. Эти неопределенности могут быть вызваны неточным описанием математической модели, неконтролируемыми изменениями статических и динамических свойств системы, непредсказуемыми внешними воздействиями. Различают параметрически-адаптивные и функционально-адаптивные самоорганизующиеся системы, которые соответствуют в общем случае двум концепциям управления в замкнутом контуре. Первые — когда имеется информация о структуре объекта и целью управления является идентификация параметров системы и оптимизация критерия качества. Вторые — когда отсутствует информация о структуре объекта или эта информация очень мала и целью управления является непосредственное улучшение качества работы системы.

Идентификация параметров в самоорганизующихся системах включает две независимые процедуры — структурную идентификацию и идентификацию параметров. Структурная идентификация позволяет получить уравнения динамики, описывающие поведение системы. Обычно для этого используются ортонормальные полиномы Фурье, Лягерра, Лежандра, Чебышева, Эрмита, Якоби [4]. Для идентификации параметров в детерминированных системах часто применяют градиентные методы, которые используются для минимизации некоторой функции от ошибки рассогласования между выходом обучающейся и фактической системы. Для идентификации параметров в стохастических системах используется ряд алгоритмов [4], в частности, алгоритмы стохастической аппроксимации, алгоритм, использующий фильтр Калмана, алгоритм со случайным поиском, алгоритм максимального правдоподобия и др.

Обычно при рассмотрении детерминированных самоорганизующихся систем управления с параметрической адаптацией предполагается, что идентификация параметров осуществляется достаточно быстро и ее результаты поступают в управляющее устройство прежде, чем существенно изменяются параметры системы. Это позволяет исследовать схему адаптации независимо от основной системы и определять неизвестные параметры системы методами параметрической идентификации детерминированных систем. Для выбора оптимального управления используются рассмотренные выше методы оптимального детерминированного управления.

Для построения самоорганизующихся стохастических систем управления с параметрической адаптацией используются различные подходы. Основными из них являются: аппроксимация оптимального управления методами линеаризации, оптимальное управление с разомкнутой обратной связью, параллельное выполнение функций идентификации параметров, оценивания

состояния и определения детерминированного управления, минимизация границ, в которых лежит оптимальное решение.

Функционально-адаптивные самоорганизующиеся системы управления предназначены в общем случае для управления объектами с полностью или частично неизвестной динамикой, функционирующих в неизвестной стохастической среде; функция управления состоит в том, чтобы непосредственно улучшить качество работы системы. Наиболее известным направлением детерминированных функционально-адаптивных самоорганизующихся систем управления является управление с эталонной моделью. Критерий качества в этом случае определяется ошибкой рассогласования между желаемым выходным сигналом, который получают, подавая входной сигнал на предварительно рассчитанную эталонную модель, и действительным выходом системы. Для поиска минимума квадрата ошибки рассогласования используют различные методы минимизации функционалов, указанные выше.

В случае стохастических систем задача построения функционально-адаптивных систем управления значительно усложняется. Для их построения используется ряд методов [4], в том числе корреляционный метод Наренды, поведенческие алгоритмы, в которых используется опыт исследований поведения человека и животных для создания обучающихся систем и решения задач управления на конечном множестве альтернатив, алгоритм стохастической аппроксимации Цыпкина, алгоритм растягивающих подинтервалов Саридиса и др.

Основной трудностью применения самоорганизующихся систем управления является то, что реализация этих систем управления требует большого объема вычислений и, соответственно, значительного времени счета для идентификации модели системы и определения управления, в то время как переходные электромагнитные и электромеханические процессы в ЭЭС протекают быстро. Серьезной проблемой практической реализации самоорганизующихся систем управления является обеспечение сходимости рекуррентных последовательностей, используемых для идентификации параметров модели, оценивания состояния и выбора управления, и обеспечение устойчивости замкнутой системы.

*Применение современной теории управления к управлению режимами ЭЭС.* Часть рассмотренных выше методов общей теории управления находит широкое применение при синтезе систем управления режимами ЭЭС. Это относится к таким задачам как оптимизация нормальных установившихся режимов, статическая оценка состояния ЭЭС. Другая часть методов, в частности, методы стохастического оптимального управления, методы самоорганизующихся систем управления получили пока ограниченное исполь-

зование.

При оптимизации стационарных режимов ЭЭС, методология которой в настоящее время получила существенное развитие, требуется определить

$$\min \{f(x, u) | g(x, u) \leq 0; h(x, u) = 0\}. \quad (28)$$

Для решения (28) используются в основном три модификации градиентного метода: метод безусловной оптимизации, в котором учет ограничений в форме неравенств осуществляется с помощью штрафных функций, метод приведенного градиента и метод проекции градиента [5—7].

Гамильтониан или Лагранжиан для (28) при использовании метода безусловной оптимизации может быть представлен в виде

$$L(u, \lambda, x) = f(x, u) + \lambda^T h(x, u) + \mathcal{W}(x, u), \quad (29)$$

где  $\mathcal{W}(x, u) = g^T(x, u) N H(g) g(x, u)$ ;  $N$  — положительно определенная диагональная весовая матрица;  $H(g)$  — диагональная матрица Хевисайда, для которой  $H_{ii}(g) = 1$  при  $g_i(x, u) > 0$  и  $H_{ii}(g) = 0$  при  $g_i(x, u) \leq 0$ .

Условия оптимума  $L$  аналогичны условиям (6) — (13) и могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = h(x, u) = 0; \quad (30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial h^T}{\partial x} \lambda + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial x} = 0; \quad (31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial h^T}{\partial u} \lambda + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial u} = 0. \quad (32)$$

Уравнения (30) — (32) нелинейны и решаются обычно итеративными методами: скорейшего спуска, сопряженных градиентов, второго порядка.

В методе приведенного градиента [6] наряду с математическим описанием (28) рассматривается эквивалентное ему математическое описание без ограничений в форме равенств, и задача оптимизации (28) сводится к задаче оптимизации неявной функции  $\phi(u) = f[x(u), u]$  при ограничениях в форме неравенств. Вычислительная процедура решения задачи методом приведенного градиента представляет итеративный процесс, на каждом шаге которого может осуществляться некоторое изменение базиса (вектора переменных  $x$ ) и обязательно происходит такое изменение вектора  $u$ , при котором неявная функция  $\phi(u)$  убывает.

В методе проекции градиента [7] осуществляется последовательное приближение к оптимуму путем ортогонального проектирования антиградиента на некоторое линейное многообразие, аппроксимирующее границы допустимой области. При этом используются различные методы возврата на границу допустимого множества режимов.

Оптимизация режимов ЕЭС СССР осущес-

ствляется путем декомпозиции по временной и территориальной иерархии в соответствии с принципом оптимальности Белмана, в соответствии с которым задания, полученные от более высокого уровня управления, реализуются при обеспечении оптимального режима на данном уровне [8]. В этой иерархии поток исходной информации идет от каждого уровня управления к более высокому уровню: задания, выработанные на каждом уровне, передаются на более низкий уровень как обязательные для него требования к режиму или наложенные на режим ограничения.

Учет стохастичности среды при решении задач оптимизации нормальных режимов осуществляется на основе использования модифицированных детерминированных эквивалентов стохастических задач [8, 9]. По существу этот подход подобен подходу, применяемому для определения оптимального управления определенного класса стохастических систем, при котором стохастическая информация обрабатывается алгоритмами оценивания состояния и идентификации параметров системы, а задача оптимального управления решается как детерминированная.

В настоящее время имеется ряд программ [6—9], которые позволяют решать задачи оптимизации нормальных режимов ЭЭС на различных иерархических уровнях.

Для эффективного управления режимами ЭЭС необходимо располагать по возможности наибольшей точной и полной информацией о параметрах, характеризующих состояние ЭЭС. Основной информацией является информация, получаемая с помощью средств телемеханики, в состав которой входят телеметрические (ТИ) параметров режима и телесигнализации (ТС) положения коммутационных аппаратов (выключателей, разъединителей). Недостаточность средств телемеханики и вызванная этим неполнота информации вынуждает использовать другую информацию, основанную на данных о режиме, относящихся к другим моментам времени и экстраполируемым на рассматриваемый момент, в частности, на данных, фиксируемых в суточной диспетчерской ведомости и результатах обработки периодически проводимых контрольных замеров режима характерных дней, а также на учете действия автоматических устройств, поддерживающих определенные параметры режима на заданном уровне, на данных специальных измерений и испытаний и т. д.

Основой математического обеспечения для создания достоверной информационной базы являются алгоритмы и программы оценки состояния. В настоящее время наибольшие результаты достигнуты в решении задачи статической оценки стационарного режима ЭЭС. Задача статического оценивания заключается в определении оценки состояния  $\hat{x}$  по нелинейной связи

занным (в общем случае) с  $x$  наблюдениями  $z$  [4, 10]:

$$z = h(x) + v, \quad (33)$$

где  $z$  —  $m$ -мерный вектор измерений, обычно состоящий из измерений потоков активной и реактивной мощности по линиям электрической сети, активной и реактивной мощности генерации и нагрузки узлов, модулей напряжения узлов; в состав вектора  $z$  могут входить также «псевдоизмерения», полученные на основе статистических зависимостей, статистических данных и т. п.;  $x$  —  $n$ -мерный вектор истинных, но неизвестных переменных состояния, обычно состоящий из модулей и фаз напряжений или вещественных и мнимых составляющих напряжений узлов, за исключением фазы напряжения базисного узла;  $h(x)$  —  $m$ -мерная векторная функция, получающаяся на основе законов Ома и Кирхгофа;  $v$  — шум измерений, характеризующий погрешности измерений (предполагается, что  $v$  является случайным гауссовым вектором с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей  $R$ ).

Оценку вектора переменных состояния  $\hat{x}$  обычно выбирают таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку

$$J(x) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)]. \quad (34)$$

Решение задачи минимизации (34) обычно проводится с помощью метода Гаусса — Ньютона [10]:

$$G_s(x_{s+1} - x_s) = g_s, \quad s = 0, 1, \dots, \quad (35)$$

где

$$G_s = H_s^T R^{-1} H_s;$$

$$g_s = H_s^T R^{-1} [z - h(x_s)]; \quad H = \frac{\partial h}{\partial x}.$$

В случае сходимости (35)  $x_{s+1} = x_s = \hat{x}$  независимо от величины матрицы  $G_s$ . Существуют различные способы выбора матрицы  $G_s$ , позволяющие повысить эффективность процесса вычислений [10].

Важным компонентом статической оценки состояния является обнаружение плохих данных, т. е. больших непредсказуемых ошибок, обусловленных неисправностями телемеханической системы, переходными процессами и т. п., и устранение их влияния на результаты оценивания состояния. Предложен ряд способов решения этой задачи [10, 11]. К ним относятся: контроль пороговых значений измерений, использование невыпуклых квадратичных критериев качества, применение  $J(\hat{x})$  испытания, использование так называемых контрольных уравнений и др.

В случае нескольких одновременных опросов, выполняемых в последовательные моменты времени  $t_n$  при не зависимых от времени переменных состояниях и ошибок измерения наилуч-

шая оценка состояния  $\hat{x}(t_n)$  может быть получена с помощью рассмотренного выше метода; при этом при обработке  $z(t_n)$  с целью получения  $\hat{x}(t_n)$  целесообразно использовать оценку  $\hat{x}(t_{n-1})$ . В общем случае, когда переменные состояния и ошибки измерения зависят от времени, для оценивания состояния может быть использована теория фильтрации Калмана—Бьюси. При этом может осуществляться дополнительно идентификация неизвестных параметров модели системы, шума измерения.

Применительно к сложным энергообъединениям в последнее время применяется иерархическое оценивание состояния [11, 12], предусматривающее разделение сложного энергообъединения на части, одноуровневое оценивание для каждой из частей, коррекцию местных оценок с помощью той или иной координирующей процедуры. Наиболее эффективной является реализация иерархического оценивания на параллельных вычислительных системах, в том числе на сети мини-ЭВМ и микроЭВМ.

Работы по статическому оцениванию состояния ЭЭС проводились в СЭИ, ИЭД АН УССР, МЭИ, ЦДУ ЕЭС СССР и др. организациях. В последнее время ведутся работы по динамическому оцениванию состояния ЭЭС.

Модальная теория в настоящее время широко используется для решения различных задач анализа функционирования и управления режимами ЭЭС; перечень и примеры реализации этих задач рассмотрены в [13]. К задачам управления, в частности, относится обеспечение требуемых динамических свойств управляемой системы путем придания собственным значениям матрицы замкнутой системы заданных значений выбором соответствующей обратной связи (по всем или по локальным переменным состояния) и выбор наиболее эффективных мероприятий для повышения устойчивости, в частности, мест установки регулирующих устройств и их законов управления. При этом выбор наиболее эффективных мест установки системных стабилизаторов осуществляется на основе коэффициентов модальной матрицы, матрицы модальной управляемости или по коэффициентам чувствительности собственных значений матрицы системы уравнений первого приближения. Для синтеза обратной связи по локальным переменным используются различные методы, а частности, используется аппроксимация полной передаточной функции передаточной функцией меньшего порядка с использованием метода наименьших квадратов, применяется оптимизационная процедура минимизации суммы квадратов некоторых функций от исходных и желаемых собственных значений и другие подходы.

Проведенные исследования по применению теории оптимального управления линейными системами были направлены на решение различ-

ных задач управления режимами ЭЭС: синтез систем регулирования возбуждения и скорости первичных двигателей генераторов, синтез систем автоматического регулирования частоты и мощности, синтез систем управления регулируемыми элементами электрической сети (статических компенсаторов реактивной мощности, тиристорных фазосдвигающих трансформаторов, накопителей энергии), синтез систем управления преобразователями на ЛЭП постоянного тока, синтез систем управления для подавления субсинхронного резонанса, связанного с крутильными колебаниями валов турбоагрегатов и др. [14—19].\*

Для решения матричного уравнения Рикката (что необходимо при определении закона оптимального управления и параметров стохастического идентификатора состояния) эффективным применительно к ЭЭС оказался метод, основанный на использовании матричной знаковой функции [16]. Наряду с применением оптимальных регуляторов, использующих в контуре обратной связи все переменные состояния (полученные непосредственными измерениями или с помощью идентификаторов), широко рассматривалось применение субоптимальных регуляторов [15, 16], использующих в контуре обратной связи только локальные переменные, что значительно упрощает реализацию оптимального регулятора.

Основная трудность синтеза оптимальных систем управления ЭЭС на базе линеаризованных моделей состоит в том, что в силу нелинейности моделей ЭЭС оптимальный закон управления для одного состояния равновесия может быть далеким от оптимального для других состояний равновесия. Наиболее строгий путь преодоления указанной трудности заключается в решении задачи оптимального управления при наличии ограничений в виде нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы ЭЭС. Эта задача может быть решена на основе принципа максимума Понтрягина с помощью рассмотренных выше итерационных методов. Из-за сложности их применения на практике используются упрощенные подходы и методы. Обычный упрощенный подход предусматривает определение оптимального управления в виде (23) для нескольких режимов ЭЭС на основе линеаризованных моделей, соответствующих этим режимам, и выбор усредненного по выбранному критерию для этих режимов управления. Другой подход предусматривает синтез на основе теории оптимального управления линейными системами регулятора с переменной структурой, который опти-

\* В библиографии приведена лишь небольшая часть имеющихся работ по вопросам применения современной теории оптимального и самоорганизующегося управления к управлению режимами ЭЭС.

мизирует квадратичный критерий качества в скользящем режиме работы системы [19].

Если теория оптимального (детерминированного и стохастического) управления сравнительно давно используется для решения широкого круга задач управления режимами ЭЭС, то теория самоорганизующегося (адаптивного) управления стала применяться только в последнее время для решения части задач, например, задачи синтеза систем регулирования возбуждения и скорости первичных двигателей генераторов и адаптивных систем регулирования частоты и мощности [20—23].

В [20] были рассмотрены характеристики нескольких адаптивных алгоритмов самоорганизующихся систем управления с точки зрения их применимости к ЭЭС: алгоритм адаптивного управления с эталонной моделью, алгоритмы с явной идентификацией параметров системы, в том числе алгоритм регулятора, обеспечивающего минимальное значение дисперсии выходного сигнала, алгоритм регулятора, обеспечивающего оптимизацию квадратичного критерия качества, алгоритм регулятора, обеспечивающего желаемое расположение полюсов замкнутой дискретной системы, и его модификация, обеспечивающая радиальное перемещение полюсов замкнутой системы к центру единичного круга в целях повышения устойчивости. В [20] сделан вывод о предпочтительности алгоритмов с явной идентификацией параметров. Регулятор, обеспечивающий минимизацию дисперсии выходных параметров, может быть использован только для случая небольших возмущений в ЭЭС, в ряде случаев он не является подходящим, в частности, для неминимально-фазовых систем. Регулятор, обеспечивающий оптимизацию квадратичного критерия качества, может исключить трудности, связанные с применением регулятора, минимизирующего дисперсию выходных переменных. Однако определение управления связано с большим объемом вычислений на каждом шаге дискретизации, что ограничивает применение этого алгоритма в системах с быстрой динамикой. Регулятор, основанный на заданном перемещении полюсов, позволяет исключить трудности, связанные с применением первого алгоритма, и в то же время использует относительно простой алгоритм вычисления управления. В [22] приведен обзор по применению адаптивных систем при управлении режимами ЭЭС и рассмотрены перспективы их применения, в частности, для регулирования возбуждения генераторов, частоты и мощности ЭЭС. Хорошие возможности для ЭЭС показало адаптивное управление, основанное на заданном перемещении полюсов замкнутой системы [20, 23]. В частности, предложенный в [23] адаптивный стабилизатор для регулирования возбуждения генераторов оказался весьма эффективным для демпфирования

колебаний в ЭЭС при различных типах малых и больших возмущений в сравнении с обычными стабилизаторами.

Для противоаварийного управления в настоящее время используются централизованные комплексы противоаварийной автоматики, включающие объединенные информационными и управляемыми телеканалами центральное устройство переработки информации и определения дозировки управляющих воздействий и большое количество периферийных устройств, установленных на различных объектах контролируемого района, которые сочетаются с использованием децентрализованных (локальных) устройств, действующих по местным признакам нарушения схемы и режима и выполняющих функции, не требующие централизованной координации (предотвращение опасных изменений частоты и напряжения, ликвидация асинхронного хода и т. п.), а также некоторые функции резервирования централизованной системы [24].

Значительный методический интерес представляет применение для централизованных систем противоаварийного управления метода распознавания образов. Этот метод предусматривает следующие этапы исследований [25]: 1) генерация обучающей системы или выборки (на этом этапе определяется состав образов, в качестве которых рассматриваются типовые состояния системы); 2) выбор характерных (наиболее значимых) переменных состояния; 3) определение классификатора, представляющего собой уравнение гиперповерхности, разделяющей устойчивые и неустойчивые образы в пространстве характерных переменных, причем построение (вне реального времени) этой поверхности осуществляется с помощью той или иной обучающей процедуры с использованием методов численного интегрирования или второго метода Ляпунова.

Объем обучающей выборки зависит от выбора наиболее значимых переменных, от расположения образов, от статистики выбора обучающей последовательности и от ряда других факторов. Для уменьшения объема обучающей выборки используют методы планирования экспериментов.

Важным направлением развития систем противоаварийного управления является использование принципов построения самоорганизующихся систем управления.

Разработки алгоритмов централизованных систем противоаварийного управления проводились в ЭСП, НИИПТ, МЭИ, ВЭИ, УПИ и др. [8].

**Выводы.** К настоящему времени разработка методологии управления нормальными и аварийными режимами ЭЭС получила существенное развитие. Вместе с тем в связи с непрерывным развитием и усложнением ЕЭС СССР, совершенствованием вычислительной техники и средств

автоматического управления дальнейшее развитие исследований по методологии управления режимами сложных ЭЭС и ее практическая реализация приобретают важное значение.

Наибольшие достижения в применении современной теории управления имеются в оптимизации нормальных установившихся режимов; эта задача решается для ЕЭС СССР в целом на основе принципа оптимальности с широким привлечением различных методов нелинейного программирования. За рубежом широкое применение в управлении переходными режимами получила теория модального и оптимального управления линейными системами. Исследования по применению самоорганизующихся систем управления по существу только начаты. Учитывая широкое внедрение в ЭЭС вычислительной техники различных типов, начиная с универсальных ЭВМ большой производительности и кончая микропроцессорами, можно считать, что перспективы развития систем управления установившимися и переходными режимами ЭЭС связаны с созданием многоуровневых самоорганизующихся систем управления, осуществляющих решение в темпе процесса задачи оценивания состояния, идентификации параметров и синтеза законов управления с использованием современной теории управления большими системами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сейдж Э. П., Уайт Ч. С. Оптимальное управление системами.— М.: Радио и связь, 1982.
- Табак Д., Кю Б. Оптимальное управление и математическое программирование.— М.: Наука, 1975.
- Porter B., Grossley R. Modal control. Theory and applications.— London: Taylor and Francis, 1972.
- Саридис Дж. Самоорганизующиеся стохастические системы управления.— М.: Наука, 1980.
- Методы оптимизации режимов энергосистем / В. М. Горнштейн, Б. П. Мирошниченко, А. В. Пономарев и др.; Под ред. В. М. Горнштейна.— М.: Энергия, 1981.
- Крумм Л. А. Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами.— Новосибирск: Наука, 1977.
- Цветков Е. В., Алябышева Т. Н., Парфенов Л. Г. Оптимальные режимы гидроэлектростанций в энергетических системах.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
- Совалов С. А. Режимы единой энергосистемы.— М.: Энергоатомиздат, 1983.
- Валдма М. Х. Оптимизация режимов энергетических систем по непрерывным параметрам в условиях неполной информации: Дис. докт. техн. наук. Таллинн, 1987.
- Schwepp F. C., Wildes J., Rom D. B. Power system static-state estimation.— IEEE Trans. on PAS, 1970, vol. 89, N 1.
- Оценивание состояния в электроэнергетике / А. З. Гамм, Л. Н. Герасимов, И. И. Голуб и др.; Под ред. Ю. Н. Руденко.— М.: Наука, 1983.
- Van Cutsem, Ribbens-Pavella. Critical survey of hierarchical methods for state estimation of electric power systems.— IEEE Trans. on PAS, 1983, vol. 102, N 10.
- Баринов В. А., Совалов С. А. Модальное управление режимами электроэнергетических систем.— Электричество, 1986, № 8.
- Control algorithm for a static phase shifting transformer to enhance transient and dynamic stability of large power systems/ R. Baker, G. Guth, W. Egli, et al.— IEEE Trans. on PAS, 1982, vol. 101, N 9.
- Malic O. P., Hope G. S. Decentralized suboptimal load-frequency control of a hydro-thermal power system using the state variable model.— Electric Power Systems Research, 1984/1985, N 8.
- Dialynas E. N., Machias A. V. Application of matrix sign function theory to optimal power system stabilization techniques.— Electric Power Systems Research, 1985, N 9.
- Petkovski B., Athans M. Robust decentralized control of multiterminal DC/AC power systems.— Electric Power Systems Research, 1985, N 9.
- Lahoud M. A., Herley R. G. An optimal controller for the suppression of subsynchronous resonance.— Electric Power Systems Research, 1983, N 6.
- Chan W. C., Hsu Y. Y. An optimal variable structure stabilizer for power system stabilization.— IEEE Trans. on PAS, 1983, vol. 102, N 6.
- Power system stabilizer based on adaptive control techniques / A. Ghosh, G. Ledwich, O. P. Malic, et. al.— IEEE Trans. on PAS, 1984, vol. 103, N 8.
- Agathoklis P., Hamza M. H. Comparison of three algorithms for load frequency control.— Electric Power Systems Research, 1984, N 7.
- Pierre D. A. A perspective on adaptive control of power systems.— IEEE Trans. on PAS, 1987, vol. PWRS-2, N 2.
- An adaptive synchronous machine stabilizer / Cheng Shi-jie, Y. S. Chow, O. P. Malic, et al.— IEEE Trans. on PAS, 1986, vol. PWRS-1, N 1.
- Совалов С. А., Семенов В. А. Противоаварийное управление в энергосистемах.— М.: Энергоатомиздат, 1988.
- Богатырев Л. Л. Диагностика аварийных состояний электроэнергетических систем.— Свердловск: УПИ им. С. М. Кирова, 1983.

[10.03.89]

УДК 621.311.018.782.3.001.24

## Расчет переходных процессов в электрических системах со сложной структурой сети

ДЖАГАРОВ Н. Ф.

Непрерывное повышение мощности и сложности электрических систем (ЭС), а также требований к устойчивости и надежной их работе и к качеству генерируемой электроэнергии

обусловливают необходимость усовершенствования методов и средств исследования переходных процессов в ЭС. Эти исследования необходимы на разных этапах планирования, развития, управ-  
www.booksite.ru

ления и эксплуатации энергосистем, при этом используются разные математические модели.

Благодаря специфическим свойствам автономных ЭС требования к точности их моделей всегда были выше, чем к моделям больших ЭС [1—3]. Успехи развития вычислительной математики и техники, а также повышенные требования, о которых шла речь выше, привели к идеи применения методов, моделей и алгоритмов, используемых для исследования автономных ЭС, в целях исследования больших ЭС. Таким образом, точные модели могут служить в качестве эталонных или для исследований особых режимов ЭС, требующих большой точности.

Все алгоритмы исследования автономных ЭС выведены для радиальной сети, т. е. не содержащей замкнутых контуров. Поэтому актуальным является вывод алгоритма расчета процессов в ЭС со сложной структурой сети, т. е. с сетью, содержащей замкнутые контуры.

Характерной особенностью ЭС является то, что все ее элементы — генераторы, двигатели, статические нагрузки — связаны с распределительной сетью двумя векторами: вектором напряжения узла, к которому присоединен элемент, и вектором тока самого элемента. Поэтому, естественно, системы уравнений, описывающих процессы в отдельных элементах, составляются раздельно, тем более что они для однотипных элементов однотипны. Объединение уравнений всех элементов в общую систему выполняется с помощью уравнений связи. С их помощью вычисляются векторы узловых напряжений, являющиеся свободными членами правой части систем дифференциальных уравнений элементов. Таким образом, ключевым вопросом при расчете переходных процессов в ЭС является выбор метода и алгоритма вычисления узловых напряжений.

Вышесказанное, а также требования к расчетам переходных процессов при изменениях как в составе ЭС, так и структуре распределительной сети, определили выбор метода узловых напряжений, который для трехфазных ЭС, описываемых во вращающейся координатной системе  $d, q, 0$ , имеет свои особенности.

Основная идея предлагаемого алгоритма состоит в разделении ребер графа распределительной сети на ветви дерева и хорды. При этом уравнения линий ЭС, являющихся ветвями дерева, исключаются из уравнений связи, а уравнения линий, являющихся хордами, добавляются к уравнениям элементов соответствующих узлов. Схемами замещения линий являются симметричные трехфазные  $RL$ -цепи. Предполагается, что трансформаторы и автотрансформаторы представлены схемами замещения, в которых магнитосвязанные цепи заменены эквивалентными электрически связанными цепями [4].

Для составления уравнений связи ЭС, т. е. уравнений для вычисления вектора узловых напря-

жений, лучше всего использовать безытеративный алгоритм, предложенный в [2]. Не останавливаясь на преимуществах этого алгоритма коротко рассмотрим его суть. Уравнения всех элементов ЭС представляются в канонической форме по отношению к токам:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_c \\ I_p \end{bmatrix}_l = Q_l \begin{bmatrix} U_i \\ U_p \end{bmatrix}_l + A_l \begin{bmatrix} I_c \\ I_p \end{bmatrix}_l, \quad (1)$$

где индексом « $c$ » обозначены статорные, а « $p$ » — роторные токи;  $U_i$  — вектор напряжения узла  $i$ , к которому присоединен элемент;  $U_p$  — вектор напряжений, приложенных к роторным обмоткам;  $A_l$ ,  $Q_l$  — матрицы, элементы которых являются функциями параметров элемента  $l$  ЭС.

Матрицы  $A_l$  и  $Q_l$  имеют различную размерность для разных типов элементов ЭС (для синхронных генераторов (СГ) —  $(6 \times 6)$ , для асинхронных двигателей (АД) —  $(5 \times 5)$ , для статических нагрузок —  $(3 \times 3)$ , при этом у диагональной матрицы  $Q_l$  элементы постоянны. Все переменные в (1) и далее записаны в осях  $d, q, 0$ .

Напряжение первого (задающего) узла ЭС определяется с помощью дифференцирования выражения для первого закона Кирхгофа (что имеем право сделать, так как токи в рассматриваемых ЭС непрерывны и дифференцируемы):

$$I_{\Sigma 1} + C_{12} I_{\Sigma 2} + C_{13} I_{\Sigma 3} + \dots + C_{1n} I_{\Sigma n} + C_{1n} I'_{\Sigma n} = 0, \quad (2)$$

где  $I_{\Sigma j}$  и  $I'_{\Sigma j}$  — суммарный ток статорных обмоток элементов  $j$ -го узла и его производная;  $C_{ij}$  и  $C'_{ij}$  — матрица преобразования координат и ее производная, т. е.

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ij}; & \sin \theta_{ij}; & 0 \\ -\sin \theta_{ij}; & \cos \theta_{ij}; & 0 \\ 0; & 0; & 1 \end{bmatrix},$$

$$C'_{ij} = - \begin{bmatrix} \sin \theta_{ij}; & -\cos \theta_{ij}; & 0 \\ \cos \theta_{ij}; & \sin \theta_{ij}; & 0 \\ 0; & 0; & 0 \end{bmatrix} (\omega_{ki} - \omega_{kj});$$

$j = \overline{1, n}$ ;  $n$  — число узлов графа распределительной сети ЭС.

Напряжение любого узла  $U_i$  выражается через напряжение предыдущего  $U_j$ , как

$$U_i = C_{ij} U_j + L_{ij} I'_{ij} - Z_{ij} I_{ij}, \quad (3)$$

где  $I_{ij}$  и  $I'_{ij}$  — вектор тока линии  $j$  и его производная;  $L_{ij}$ ,  $Z_{ij}$  — матрицы сопротивлений линий, являющихся ветвями дерева:

$$L_{ij} = L_{ij} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$Z_{\alpha j} = \begin{bmatrix} r_{\alpha j}; & -l_{\alpha j}\omega_{kj}; & 0 \\ l_{\alpha j}\omega_{kj}; & r_{\alpha j}; & 0 \\ 0; & 0; & 1 \end{bmatrix} \quad (4) \quad U_i = \begin{bmatrix} u_{i\alpha} \\ u_{iq} \\ u_{i0} \end{bmatrix} ; \quad U_j = \begin{bmatrix} u_{j\alpha} \\ u_{jq} \\ u_{j0} \end{bmatrix} ; \quad I_{\alpha l} = \begin{bmatrix} i_{\alpha l\alpha} \\ i_{\alpha lq} \\ i_{\alpha l0} \end{bmatrix} ;$$

После замены значений производных суммарных токов статорных обмоток узлов  $I'_{\alpha j}$  и линий  $I'_{\alpha j}$  их правыми частями, т. е.  $I'_{\alpha j} = Q_{\alpha j}U_j + A_{\alpha j}I_{\alpha j}$ ;  $I'_{\alpha j} = Q_{\alpha j}(U_i - U_j) + A_{\alpha j}I_{\alpha j}$ , и разрешения системы уравнений по отношению к вектору узловых напряжений ЭС, получим следующую алгебраическую систему уравнений:

$$U = -(K_1 + LKQ)^{-1}[LKH + (LK' + ZK)I] = D^{-1}Y, \quad (5)$$

где  $L$ ,  $Z$  и  $Q$  — квазидиагональные матрицы, клетки которых (размерностью  $3 \times 3$ ) представляют соответственно матрицы сопротивлений линий ЭС, являющихся ветвями дерева графа, согласно выражениям (4), и суммарных постоянных параметров элементов узлов;  $I$  и  $H$  — векторы, элементы которых (размерностью  $3 \times 1$ ) являются суммарными токами статорных обмоток элементов соответствующих узлов и функциями токов элементов узлов;  $K$ ,  $K'$ ,  $K_1$  — координатные матрицы, отражающие топологическую структуру распределительной сети ЭС и служащие для приведения переменных уравнений связи к единой координатной системе.

Надо отметить, что система (5) по форме идентична полученной в [2], но она была выведена только с помощью уравнений ветвей дерева, а не всех линий распределительной сети.

Формирование матриц  $L$ ,  $Q$ ,  $Z$  и векторов  $I$  и  $H$  системы (5) не встречает трудностей. Сложнее обстоит дело с координатными матрицами  $K$ ,  $K'$ ,  $K_1$ . Эффективный алгоритм их формирования предложен в [5]. С другой стороны, формирование всех матриц и векторов системы (5), их перемножение и суммирование на каждом шаге численного интегрирования систем дифференциальных уравнений для элементов (1) приводит к увеличению необходимой памяти и машинного времени, а также к накоплению ошибки. Во избежание этих недостатков в [6] были предложены два эффективных алгоритма прямого формирования матрицы  $D$  и вектора  $Y$ .

В алгоритме вычисления узловых напряжений, а также в большинстве алгоритмов расчета используется трехфазная симметричная активно-индуктивная схема замещения линий распределительной сети. В осях  $d$ ,  $q$ ,  $0$  уравнения линий, соединяющей узлы  $i$  и  $j$ , в канонической форме будут иметь следующий вид:

$$\frac{d}{dt} I_{\alpha l} = Q_{\alpha l}(U_i - C_{ij}U_j) + A_{\alpha l}I_{\alpha l}, \quad (6)$$

где  $U_i$  — вектор напряжения узла  $i$ ;  $U_j$  — вектор напряжения узла  $j$ ;

Вологодская областная универсальная научная библиотека

$$Q_{\alpha l} = \begin{bmatrix} q_{\alpha l11}; & 0 & 0 \\ 0; & q_{\alpha l22}; & 0 \\ 0; & 0; & q_{\alpha l33} \end{bmatrix} ;$$

$$A_{\alpha l} = \begin{bmatrix} a_{\alpha l11}; & a_{\alpha l12}; & a_{\alpha l13} \\ a_{\alpha l21}; & a_{\alpha l22}; & a_{\alpha l23} \\ a_{\alpha l31}; & a_{\alpha l32}; & a_{\alpha l33} \end{bmatrix} ;$$

$I_{\alpha l}$  — вектор тока в линии  $l$ .

Уравнения линий представлены в каноническом виде (1), принятом для всех элементов ЭС, поэтому легко можно включить ее переменные и параметры в суммарные переменные и параметры узлов электрической системы. Надо учесть только тот факт, что вектор напряжения в правой части (6) является разностью двух векторов, т. е. при формировании суммарных узловых матриц  $Q_{\alpha i}$  и  $Q_{\alpha j}$  для линии  $l$ , связывающей узлы  $i$  и  $j$ , надо суммировать не  $Q_{\alpha l}$ , а  $Q_{\alpha l}(1 - C_{ji})$  и  $Q_{\alpha l}(1 - C_{ij})$  соответственно. Можно интегрировать систему (6) только для одного узла и включать вектор тока линии в суммарный ток статорных обмоток элементов другого узла с противоположным знаком.

Вывод алгоритма формирования алгебраической системы (5), а также формирование ее матриц и векторов [4] или ее прямое формирование [5] выполнены при такой форме матрицы инцидентии графа распределительной сети (он является деревом), которая получается при определенной нумерации узлов и линий: каждая линия, связывающая два узла, направлена из узла с меньшим номером в узел с большим номером, при этом ее номер совпадает с номером второго узла; каждый следующий узел должен иметь номер, больший предыдущего, т. е. любая простая цепь с началом первого узла и концом любого крайнего узла должна содержать последовательность нарастающих номеров узлов (линий).

При исследовании сложных, разветвленных ЭС, содержащих большое количество узлов и линий и замкнутых контуров в распределительной сети, правильная ручная нумерация узлов и линий становится невозможной. Возникает вопрос автоматического разделения ребер графа распределительной сети на ветви дерева и хорды и нумерации узлов и линий ЭС. Предполагаем, что задана информация о топологии распределительной сети, т. е. узлы произвольно нумерованы и указано, какие из них соединены линиями. Например, для распределительной сети ЭС с произвольной нумерацией узлов, показанной на рис. 1, легко может быть задано следующее соответствие:

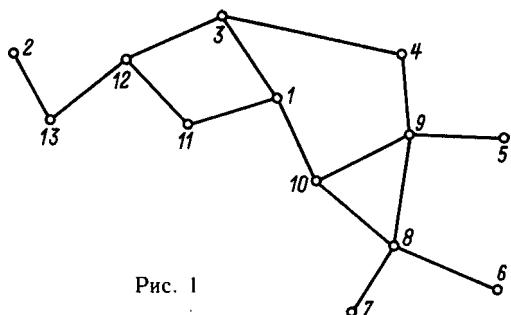
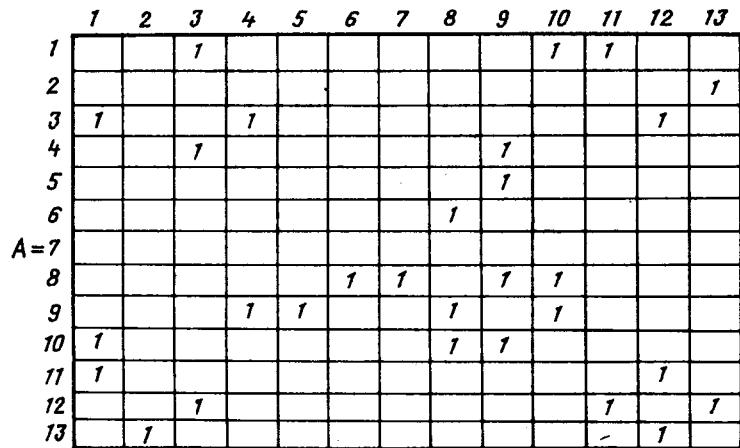


Рис. 1

вие, показывающее, с каким из узлов связан каждый узел сети:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ \hline 3 & 13 & 1 & 3 & 9 & 8 & 8 & 6 & 4 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ \hline 10 & & 4 & 9 & & & 7 & 5 & 8 & 12 & 11 & 12 \\ \hline 11 & & 12 & & & & 9 & 8 & 9 & & 13 \\ \hline & & & & & & 10 & 10 & & & & \\ \hline \end{array} \quad (7)$$

Таким образом, задана матрица смежности графа распределительной сети ЭС:



Все схемы замещения линий распределительной сети одинаковы, и для вычисления узловых напряжений ЭС безразлично разделение ребер графа сети на ветви дерева и хорды. Предлагается следующий алгоритм построения матрицы инциденции  $B$  из матрицы смежности  $A$  графа распределительной сети и разделения ребер на ветви и хорды; при этом принимается, что хотя бы одно из ребер, инцидентных данному узлу, имеет номер данного узла. Последнее условие предопределяет наличие единиц в главной диагонали матрицы инциденции  $B$  за исключением первой ячейки —  $b_{11} = 0$ , так как отсутствует линия с первым номером (мы определили напряжение первого узла ЭС с помощью первого закона Кирхгофа (2), а не с помощью задающего сопротивления, т. е. первой линии, связывающей первый узел с землей или с искусственным нулем). Следовательно,

первым шагом алгоритма будет суммирование матрицы  $A$  с единичной матрицей  $1$ , после чего первая ячейка  $b_{11} = 0$ . Надо еще добавить к ней справа  $(m - n)$  нулевых столбцов, отвечающих

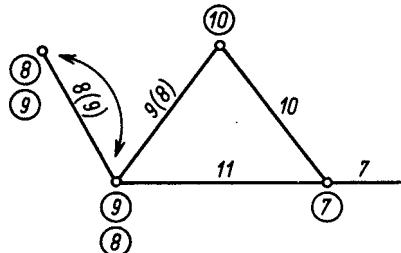


Рис. 2

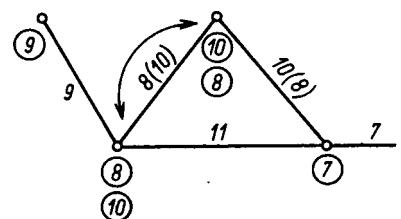


Рис. 3

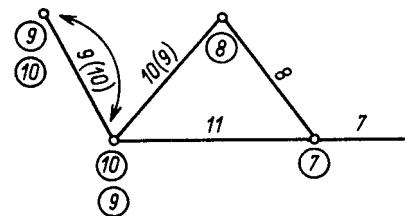


Рис. 4

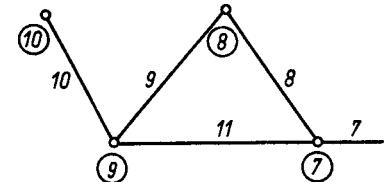
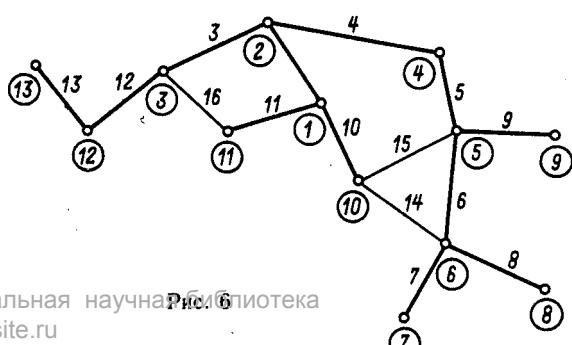


Рис. 5



хордам, где  $m$  — количество ребер, а  $n$  — количество узлов графа. Для рассматриваемого примера будем иметь:

Анализ этой матрицы показывает, что больше двух единиц имеется в 8—12 столбцах, соответствующих узлам, которым инцидентны хорды

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1										1	1					
2		1														1
3	1		1	1												
4		1	1							1						
5				1						1						
6					1			1								
$B_0=7$								1	1							
8						1	1	1	1	1						
9							1	1	1							
10	1							1	1	1						
11	1										1	1				
12		1									1	1	1			
13			1									1	1			

•(9)

Учитывая тот факт, что в каждом столбце матрицы  $B$  могут быть только две единицы (каждое ребро инцидентно только двум узлам) и что  $B$  должна удовлетворять указанному правилу нумерации узлов и линий (требование алгоритма вычисления узловых напряжений), начнем сканировать исходную матрицу  $B$  (9) по столбцам, начиная со второго. Ненулевой элемент столбца  $j$  ( $b_{ij}=1$ ,  $i=1, n$ ) сохраняет свое значение, а симметричный ему элемент матрицы  $b_{ij}=0$ . Это действие выполняется только для первого недиагонального элемента ( $i \neq j$ ), после чего производится переход к следующему столбцу. После этого шага для рассматриваемого примера матрица  $B$  будет иметь следующий вид:

графа. Хордам графа при принятой нумерации и выборе дерева будет соответствовать подматрица  $B_L$  со столбцами 14÷16, которые пока пусты.

Следовательно, на следующем, третьем шаге нужно присвоить номера начиная с  $n+1$  по  $m$  (для примера 14÷16) хордам графа распределительной сети и преобразовать соответственным образом матрицу  $B_1$  (10). Это выполняется при новом постолбцовом сканировании матрицы  $B_1$ ; второй и каждый следующий нулевой недиагональный ( $i \neq j$ ) элемент  $b_{ij}=1$  и симметричный ему  $b_{ji}=1$  переносятся в соответствующий пустой столбец с номером  $n+1 \leq p \leq m$  на соответствующие строки с номерами  $i$  и  $j$ . Для примера:  $b_{10,8}$  переносится в  $b_{10,14}$  и  $b_{8,10}$  переносится в  $b_{8,14}$ .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1										1	1					
2		1														
3			1	1												1
4				1												1
5					1											
6						1										
$B_1=7$							1									
8								1	1	1		1				
9									1	1	1					
10										1	1	1				
11											1	1				
12												1	1	1		
13				1												1

•(10)

$b_{10,9} \rightarrow b_{10,15}$  и  $b_{9,10} \rightarrow b_{9,15}$ ;  $b_{12,11} \rightarrow b_{12,16}$  и  $b_{11,12} \rightarrow b_{11,16}$ .

После этого матрица  $B_1$  принимает следующий вид:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		1							1	1						
2	1															
3	1	1								1						
4		1							1							
5			1													
6				1												
7					1											
8						1										
9							1									
10								1								
11									1							
12										1						
13											1					
14												1				
15													1			
16														1		

$$= \begin{bmatrix} B_T \\ B_L \end{bmatrix}$$

(11)

Таким образом, матрица инциденции уже разделена на матрицу ветвей дерева  $B_T$  и матрицу хорд  $B_L$ . В (11) кружками и стрелками показан перенос единиц, соответствующих хордам, в свои столбцы.

Для формирования уравнений связи (5) используется матрица инциденций ветвей дерева  $B_T$ , которая пока не выполнена по указанному правилу определенной нумерации узлов графа, как было отмечено выше. Ниже предлагается метод и алгоритм перенумерации узлов и ребер графа для получения требуемой формы матрицы инциденций ветвей графа распределительной сети  $B_T$ .

В основу метода заложена смена номеров двух соседних узлов, т. е. последовательная смена номеров конечных узлов ветвей дерева до получения необходимой формы  $B_T$ . При этом найдена закономерность изменения матрицы инциденции  $B$ , позволяющая автоматизировать процесс приведения  $B_T$  к требуемому виду и сохраняющая топологические свойства распределительной сети ЭС.

Рассмотрим простой пример, показанный на рис. 2. Матрица инциденций будет иметь следующий вид:

	7	8	9	10	11
7	1			1	1
8		1	1		
9		1	1	1	
10	1	1	1		

(12)

В кружках указаны номера узлов. Без кружков — номера ребер. Начнем со смены мест узлов 8 и 9. На рис. 2 эта смена показана стрелкой. Как видно из рисунка, смена мест узлов вызывает и смену мест ребер. В скобках указано новое местоположение ребер. Эта смена отражается и на матрице инциденций  $B$ . Единицы

в кружках перемещаются на новые места, указанные стрелками. Для большей ясности приведем матрицу  $B_1$  до ( $B'_1$ ) и после ( $B''_1$ ) преобразования:

	7	8	9	10	11
7	1			1	1
8		1			
9	1	1			1
10		1	1		

$$B'_1 = \quad ; B''_1 =$$

	7	8	9	10	11
7	1			1	1
8		1	1		1
9			1		
10	1	1	1		

Предложим смену мест узлов 8 и 10 (рис. 3):

	7	8	9	10	11
7	1	1			1
8		1	1	1	1
9			1		
10	1	1	1	1	1

(13)

Может сложиться впечатление, что для этой смены достаточно поменять местами соответствующие строки матрицы  $B_2$ , т. е. строки 8 и 9. Конечно, это ошибочное впечатление, что подтверждается простым сравнением  $B_1$  — (12) и  $B_2$  — (13). Смена номеров конечных узлов ветвей дерева приводит к изменению не только соответствующих строк, а и всей матрицы  $B$ .

Выполним все изменения нумераций графа и матрицы  $B_2$  до окончательного приведения матрицы  $B_T$  к требуемому виду (рис. 4 и 5):

	7	8	9	10	11
7	1	1			1
8		1	1	1	1
9			1	1	1
10	1	1	1	1	1

(14)

	7	8	9	10	11
7	1	1			1
8		1	1		
9			1	1	1
10	1	1	1		

(15)

Рис. 5 и матрица  $B$  (15) показывают, что действительная нумерация узлов графа соответствует требованиям нарастания номера каждого следующего узла по отношению к предыдущему.

Общая закономерность приведения матрицы  $B_T$  к требуемому виду следующая. Начинаем сканировать построчно нижний треугольник  $B_T$  без главной диагонали. Если встретился ненулевой элемент строки  $b_{ij}$ , то мы его переносим в ячейку  $b_{ji}$ , т. е.  $b_{ij} = 0$ , а  $b_{ji} = 1$ . Одновременно с этим возвращаем в столбец  $i$  ненулевой недиагональный элемент столбца  $j$ , а также возвращаем ненулевые недиагональные элементы строки  $j$  в строку  $i$ , а строки  $i$  — в строку  $j$ . Иллюстрацией этого алгоритма могут служить матрицы  $B_1$  (12) —  $B$  (15), где кружками и стрелками показаны данные преобразования для рассматриваемого примера.

Для рассматриваемого примера на рис. 1 и соответствующей ему матрицы инциденций  $B_2$  (11) после приведения к требуемому виду  $B_T$  получим матрицу инциденций  $B$  (16) и граф распределительной сети (рис. 6) с номерами узлов, указанными в кружках, и с номерами линий — без кружков (ветви дерева графа обозначены жирными линиями, а хорды — тонкими).

Программная реализация предложенных алгоритмов выбора дерева графа сети и получения подматрицы инциденций дерева определенной формы получается очень простой и эффективной. Необходимая информация о соответствиях получается автоматически без дополнительных затрат.

Расчет переходных процессов в ЭС со сложной структурой сети выполняется в следующей последовательности. С использованием минимальной исходной информации о топологии распределительной сети (7) строится матрица инциденции графа сети  $B$ . Ребра графа разделяются на ветви дерева и хорды, и подматрица инциденций ветвей дерева  $B_T$  приводится к требуемому виду. Формируются уравнения связи (5) при использовании уравнений линий, являющихся ветвями дерева графа. Решением алгебраической системы (5) определяется вектор узловых напряжений сети. Для каждого элемента ЭС решается система дифференциальных уравнений (1), а для линий, являющихся хордами, решаются уравнения (6), после чего для следующего шага снова вычисляется вектор узловых напряжений и т. д. до окончания переходного процесса.

**Выводы.** 1. Для расчета переходных процессов в ЭС, вызванных изменениями в структуре

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
1		1								1	1						
2		1	1	1								1					
3			1														1
4				1	1												
5					1	1			1								
6						1	1	1						1			
7									1								
8										1							
9											1						
10											1			1	1		
11												1					
12													1	1			
13														1			

• (16)

Сканирование нижнего треугольника матрицы  $B_T$  и выполнение вышеприведенного алгоритма перенумераций узлов и линий производится до тех пор, пока нижний треугольник не будет равен нулю. При этом необходимо получить информацию об окончательном соответствии начальных и конечных номеров узлов.

Простое сравнение рис. 1 и рис. 6 показывает соответствие старых и новых номеров узлов, необходимое для правильного формирования суммарных узловых переменных и параметров, а также для правильной подстановки векторов узловых напряжений в правые части систем дифференциальных уравнений для элементов (1).

сети и в составе элементов системы, целесообразно использовать метод узловых напряжений. Наиболее эффективным является алгоритм расчета процессов, при котором каждый элемент описывается собственной системой дифференциальных уравнений, а их объединение в общую систему выполняется с помощью алгебраической системы, описывающей сеть.

2. Для ЭС, содержащей сети с замкнутыми контурами, и при активно-индуктивной схеме замещения линий предложен алгоритм расчета узловых напряжений, при котором вывод алгебраической системы сделан с помощью уравнений для ветвей дерева графа сети. Уравнения линий, яв-

ляющихся хордами, отнесены к уравнениям элементов электрической системы. Таким образом, вывод общего алгоритма расчета процессов сделан без использования второго закона Кирхгофа.

3. Предложены алгоритмы формирования основных топологических матриц распределительной сети требуемой формы и выбора дерева графа, легко поддающиеся автоматизации и позволяющие автоматизировать расчет переходных процессов в ЭС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веретеников Л. П. Исследование процесса в судовых электроэнергетических системах.— Теория и методы.— Л.: Судостроение, 1975.

2. Кетнер К. К., Козлов И. А., Сендюров В. М. Алгоритмизация расчетов переходных процессов автономных электроэнергетических систем.— Рига: Зинатне, 1981.

3. Финагим В. И. Автоматизация формирования математических моделей автономных электроэнергетических систем.— Электричество, 1981, № 7.

4. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах.— М.: Энергия, 1970.

5. Сендюров В. М., Джагаров Н. Ф. Формирование координатных матриц при разработке систем математического обеспечения по уравнениям Парка — Горева.— Изв. вузов. Энергетика, 1981, № 1.

6. Джагаров Н. Ф., Луков Ж. К. Эффективный алгоритм вычисления узловых напряжений в электроэнергетических системах радиального типа.— Электронное моделирование, 1984, т. 6, № 6.

[31.01.89]

УДК 621.31.031.061.5.001.2

## Особенности электроснабжения промышленных предприятий с непрерывными технологическими процессами\*

ГУРЕВИЧ Ю. Е., ФАЙБИСОВИЧ Д. Л., ХВОЩИНСКАЯ З. Г.

За последние годы обострилось несоответствие между условиями функционирования энергосистем, которое сопровождается короткими замыканиями (к. з.), ликвидируемыми, как правило, штатным действием релейной защиты, и условиями функционирования промышленных предприятий с непрерывными технологическими процессами, для которых такие к. з. становятся причиной длительных перерывов в работе и значительных ущербов.

Большинство кратковременных нарушений электроснабжения (КНЭ) имеют продолжительность от 0,1—0,2 с, если электроснабжение восстанавливается в результате отключения поврежденного элемента сети быстродействующей защитой до нескольких секунд, если электроснабжение восстанавливается действием АПВ или АВР. Несмотря на кратковременность этих возмущений, они приводят к таким нарушениям непрерывных технологических процессов, на восстановление которых расходуются многие часы, а иногда и несколько дней. К последствиям КНЭ могут добавляться загрязнение окружающей среды, возникновение угрозы для здоровья людей, повреждение основного оборудования потребителей и другие опасные последствия.

Проблема, связанная с воздействиями КНЭ на работу промышленных предприятий, давно известна [1], но продолжает существовать, становясь все более острой по мере усложнения технологических процессов, укрупнения промышленного производства и его автоматизации.

Один из путей решения этой проблемы очевиден: это сокращение числа КНЭ за счет повышения качества строительства, монтажа и эксплуатации электросетевого оборудования. Это тем более существенно, что в некоторых регионах страны удельная повреждаемость ВЛ в несколько раз выше, чем в других. Сокращение числа КНЭ должно обеспечиваться всеми доступными средствами, но не решает проблему в целом. Достаточными могут быть лишь комплексные решения.

**Технические причины отрицательного влияния КНЭ на непрерывные технологические процессы** сводятся к двум группам факторов [2]: излишним отключениям электроприемников и нарушениям устойчивости двигателей.

Причинами излишних (не вызванных действительной необходимостью) отключений при КНЭ являются: отпадание контактов магнитных пускателей; излишние срабатывания тех устройств и систем электрической и технологической автоматики потребителей, действие которых не отстроено от переходных процессов при к. з. в системе электроснабжения (в частности, срабатывание технологических блокировок, не отстроенных от глубоких снижений напряжения при КНЭ); сбои в работе автоматических и полуавтоматических систем управления производством и т. п.

Вероятность нарушения устойчивости двигателей тем выше, чем больше длительность КНЭ и чем глубже снижается напряжение. Устойчивость синхронных двигателей (СД) при малых моментах инерции приводимых во вращение механизмов, например у насосов, нарушается даже

\* Статья публикуется в порядке обсуждения.

при длительности КНЭ около 0,2 с. После действия обычных для наших предприятий АВР, когда резервное питание включается примерно через 1 с после начала КНЭ или еще позже, нормальная работа двигателей, как правило, не восстанавливается. Самозапуску СД и больших групп асинхронных двигателей препятствуют значительные понижения напряжения, обусловленные их пусковыми токами. Выборочное же отключение неответственных двигателей, для того, чтобы уменьшить потери напряжения и обеспечить самозапуск ответственных двигателей, обычно затруднительно, так как структура внутренних сетей предприятий часто не приспособлена для реализации такой разгрузки.

Отрицательную роль играет и то обстоятельство, что некоторые виды промышленного электрооборудования разработаны без учета воздействий КНЭ на его работу. Например, тиристорные приводы, применяемые во многих производствах (бумагоделательные машины, прокатные станы и др.), сконструированы так, что их системы защиты отключают приводы, нарушая технологический процесс, даже при удаленных к. з. во внешней сети, ликвидируемых менее чем за 0,2 с. Такие возмущения, естественно, весьма часты. В то же время увеличение мощности тиристоров позволило бы уменьшить чувствительность их защит и резко увеличить время безотказной работы привода.

Такого рода цели перед электропромышленностью, по-видимому, не ставились. Безусловно необходимо анализировать все вопросы совместности электрооборудования, предназначаемого для непрерывных производств, с реальными условиями электроснабжения и находить технически обоснованные и экономически рентабельные компромиссы. При этом некоторые виды промышленного электрооборудования может оказаться целесообразным выпускать в двух модификациях: обычной для тех предприятий, где влияние КНЭ несущественно, и специальной (например, синхронный привод, дополнительно снабженный маховиком) для предприятий, где ущербы от КНЭ могут быть велики.

**Противоаварийные мероприятия**, которые известны и могут обеспечивать бесперебойность работы потребителей при большинстве КНЭ, можно сгруппировать следующим образом — как средства, направленные на:

- 1) снижение чувствительности промышленного производства к воздействиям КНЭ;
- 2) ослабление воздействий КНЭ на потребители, т. е. уменьшение числа и длительности КНЭ, а также повышение остаточного напряжения при КНЭ;

- 3) своевременное восстановление работы промышленного электрооборудования, отключенного или самопроизвольно отключившегося в результате КНЭ, до того, как будет нарушен техноло-

гический процесс.

Снижение чувствительности промышленного производства к воздействиям КНЭ достигается:

изменением конструкции коммутационных аппаратов до 1000 В или снабжением их внешними приставками, чтобы обеспечивалось их АПВ после КНЭ;

бесперебойным питанием систем автоматического и полуавтоматического управления производством;

согласованием уставок защит и автоматики двигателей с параметрами реальных переходных процессов, вызываемых КНЭ;

введением элементов выдержки времени в схемы технологических блокировок;

такими изменениями в схеме и автоматике системы внутреннего электроснабжения, которые обеспечивают возможность отключения неответственной нагрузки при КНЭ;

увеличением моментов инерции некоторых агрегатов с синхронным приводом, повышением кратности потолочного возбуждения СД, увеличением коэффициентов регулирования их возбуждения по напряжению;

значительным повышением быстродействия защиты СД от асинхронного режима, возникающего при нарушении их устойчивости, когда самозапуск и ресинхронизация неосуществимы, а асинхронный ход СД может привести к лавине напряжения, нарушающей работу других электроприемников;

применением различных агрегатов бесперебойного питания.

Сокращение числа КНЭ, помимо мер, упомянутых выше, достигается:

выбором конструкций ВЛ с учетом природных и антропогенных факторов (высоких сопротивлений растеканию тока в земле, загрязнения изоляторов и пр.);

отказом от применения упрощенных подстанций с короткозамыкателями.

Сокращение длительности КНЭ достигается: применением быстродействующих АВР, способы пуска которых должны быть согласованы с конкретными особенностями электромеханических переходных процессов (в частности, чтобы обеспечивалась надежная ресинхронизация СД);

ускорением действия релейных защит (особенно защит на приемных концах тупиковых линий); заменой в системах внутреннего электроснабжения максимальных токовых защит, селективных по времени, на быстродействующие защиты;

ускорением действия выключателей на отключение и на включение.

Увеличение остаточного напряжения при самом КНЭ и/или в начале послеаварийного периода может быть обеспечено, в частности, установкой в крупных узлах нагрузки источников реактивной мощности с достаточным быстродей-

ствием регулирования по напряжению (синхронные или тиристорные компенсаторы), а также применением ОАПВ в распределительных сетях (так как большинство к. з.— однофазные).

Своевременное восстановление работы электроприемников после КНЭ достигается применением автоматического повторного пуска (АПП) двигателей, отключившихся от автоматики или защиты минимального напряжения в результате КНЭ. Использование АПП с включением двигателей очередями при контроле напряжения и технологических параметров позволяет быстро восстановить их нормальную работу и предотвратить нарушение технологического процесса. Однако применение АПП требует соответствующей организации технологического процесса, допускающей перерыв в работе двигателей на несколько десятков секунд. С помощью АПП могут решаться и некоторые проблемы АВР: в зарубежной практике встречаются системы АВР, в которых перед АВР большая часть двигателей отключается, а после АВР они снова вводятся в работу последовательными АПП, что снимает трудности обеспечения одновременного самозапуска больших групп двигателей.

Ко всем перечисленным средствам, снижающим воздействие КНЭ на работу потребителей и основанным на применении существующей техники, нужно добавить возможности использования таких технических средств, которые для наших систем электроснабжения являются новыми, недостаточно или пока еще совсем не апробированными: быстродействующие тиристорные выключатели, управляемые токоограничивающие резисторы, накопители энергии и пр.

При выборе средств защиты технологических процессов потребителей от воздействий КНЭ следует прежде всего рассматривать возможности снизить чувствительность к ним промышленного электрооборудования, совершенствовать средства автоматики и защиты в системах внутреннего и внешнего электроснабжения. Но нужно иметь в виду, что воздействие на потребители, обусловленное кратковременными нарушениями нормального режима энергосистемы (к. з., асинхронные режимы и пр.) может зависеть от всей структуры энергосистемы: протяженности сетей, размещения электростанций, выбора средств компенсации реактивной мощности. Кроме того, известны случаи, когда даже небольшие возмущения в схемах внешнего или внутреннего электроснабжения крупных предприятий приводили к настолько значительному нарушению работы энергосистем (из-за отключения электроприемников или нарушения устойчивости двигателей), что в результате нарушалось электроснабжение многих других потребителей.

В настоящее время проблемы, связанные с незащищенностью потребителей от воздействий КНЭ, привлекают к себе внимание (за

исключениями) лишь тогда, когда в процессе эксплуатации предприятия накопится определенный опыт ликвидации простоев и аварий, вызванных КНЭ. Но при этом разработка противоаварийных мероприятий ведется в условиях жестких ограничений, накладываемых уже существующими системами электроснабжения, системами управления технологическим процессом и используемым электрооборудованием.

Решения рассматриваемой проблемы для отдельных промышленных предприятий показывают, что ущербы от КНЭ могут быть существенно уменьшены даже с учетом имеющихся ограничений. Однако даже реализация простейших изменений в защитах и автоматике, оснащение магнитных пускателей приставками АПВ, внедрение АПП и т. п. сопряжены на действующих предприятиях со значительными трудностями.

Несмотря на всю важность разработки противоаварийных мер для действующих предприятий, в качестве основной задачи следует рассматривать переход к такому положению, когда предприятия будут вводиться в эксплуатацию уже с полным составом средств для защиты непрерывных технологических процессов от КНЭ, а развитие энергосистем пойдет с учетом необходимости сокращения числа и длительности КНЭ. Для того чтобы обеспечивалось согласование условий электроснабжения и электропотребления, придется вносить изменения в систему проектирования промышленных предприятий и их внутреннего и внешнего электроснабжения.

Указанное сводится к следующим основным положениям:

1. В заданиях на проектирование внутреннего и внешнего электроснабжения будущих предприятий должны ставиться задачи обеспечения бесперебойности технологических процессов при обычных КНЭ и приводиться параметры технологического и электрического оборудования, необходимые для решения этой задачи. Уставки устройств автоматики, содержание управляющих программ, вызываемые КНЭ изменения технологических параметров и другие необходимые данные должны быть определены заблаговременно и согласованы с условиями электроснабжения. В особенности это относится к предприятиям, сооружаемым по проектам инофирм.

2. Проектирование промышленного электрооборудования, систем внутреннего и внешнего электроснабжения не должно быть разобщено. Недопустимо, когда при выборе параметров электрооборудования и систем внутреннего электроснабжения последствия внешних к. з. игнорируются (а иногда попросту провозглашается тезис, что «этих к. з. вообще не должно быть»).

3. Нельзя допускать, чтобы в системе проектирования промышленного электрооборудования, предприятий в целом, их внутреннего и внешне-

го электроснабжения оказывались решающими лишь соображения об экономии капиталовложений в сооружаемые объекты и затрат на проектирование в ущерб надежности функционирования предприятий.

**Задачи, решаемые при проектировании электроснабжения** крупных предприятий с непрерывными технологическими процессами, вытекают из конкретных требований к противоаварийным мероприятиям. В настоящее время нормативы защищенности потребителей от воздействий КНЭ отсутствуют. Поэтому единственный (и наиболее правильный) путь — ориентироваться в каждом конкретном случае на экономическую целесообразность, учитывая возможные последствия КНЭ, частоту их возникновения и затраты на противоаварийные мероприятия.

В будущем списки нормативных возмущений, по отношению к которым следует принимать те или иные противоаварийные меры, вероятно, будут разработаны. Но в отличие от аналогичных списков, используемых во всех энергосистемах при решении вопросов устойчивости генераторов [3], нормативы, определяющие требования к бесперебойности работы потребителей, должны быть дифференцированы по типам потребителей с учетом не только их категорийности по [4], но и отрасли промышленности и особенностей технологического процесса.

В зависимости от глубины и длительности снижения напряжения при КНЭ противоаварийные мероприятия для тех электроприемников, от работы которых зависит непрерывный технологический процесс, могут быть направлены на:

сохранение электроприемников в работе, т. е. сохранение динамической устойчивости нагрузки;

обеспечение своевременного АПП двигателей (для частых КНЭ эта мера может быть нежелательной, так как при этом увеличивается воздействие на технологический процесс и быстрее расходуется ресурс двигателей, чем при обеспечении их динамической устойчивости);

безаварийное прекращение технологического процесса в тех случаях, когда меры, указанные выше, оказываются нерентабельными, — в основном при наиболее редких и тяжелых возмущениях.

Выбор между этими вариантами во многом зависит от частоты возникновения КНЭ. Как первое приближение к технически и экономически обоснованному решению, представляется целесообразным обеспечивать:

сохранение устойчивости нагрузки при тех КНЭ, длительность которых равна длительности к. з., ликвидируемых штатным действием релейной защиты. При этом кратковременный асинхронный режим СД можно допускать только на основании специального анализа его возможных последствий, поскольку он вызывает глубокие

периодические снижения напряжения. Для потребителей с наиболее высокими требованиями к мерам, обеспечивающим безопасность производства, в число учитываемых здесь КНЭ целесообразно вводить и те, при которых ликвидация к. з. сопровождается отказом одного из выключателей и действием УРОВ;

сохранение устойчивости или АПП двигателей при КНЭ, сопровождающихся действием АВР или АПВ;

безаварийное прекращение технологических процессов при КНЭ, длительность которых больше, чем при КНЭ с АВР, а также при КНЭ, возникающих в послеаварийных режимах и в остальных особых тяжелых случаях.

Выбор между сохранением технологических процессов или их безаварийным прекращением для тех КНЭ, которые возникают в плановых ремонтных режимах, следует, по-видимому, делать исходя только из конкретных условий.

Указанное соответствие между КНЭ и видами противоаварийных мероприятий отвечает имеющимся представлениям о существующих у нас условиях электроснабжения и о некоторых «средних» требованиях к безопасности и бесперебойности производства. Естественно, что если частота возникновения КНЭ существенно иная, то это соответствие нужно устанавливать по-другому. Поэтому, в частности, следует проводить тщательную экспертизу предложений инофирм в отношении противоаварийных мероприятий на случай КНЭ для заказываемых у них предприятий. В этих предложениях имеется тенденция опираться в основном на системы безаварийного прекращения технологического процесса и не предусматривать средства, обеспечивающие его бесперебойность при КНЭ. Это может быть обусловлено многими причинами. Фирмы могут исходить из очень малой расчетной частоты возникновения КНЭ, могут иметь целью только сохранность оборудования, а не эффективность производства. Например, на одном из металлургических заводов, оборудование которого поставлено инофирмой, прокатный стан отключается управляющей программой при снижении напряжения на 20 % через 3 мс, т. е. даже при удаленных к. з. — иногда чаще, чем раз в сутки. Такая несогласованность систем управления производством и условий электроснабжения, разумеется, неприемлема.

Для тех КНЭ, воздействие которых не должно нарушать технологические процессы, выбор противоаварийных мероприятий направлен на выполнение трех условий:

а) максимальная длительность перерывов электроснабжения, допустимая по условиям восстановления нормальной работы электроприемников (самопроизвольного или с помощью специальных средств), должна быть больше длительности учитываемых КНЭ;

$$t_{\text{доп.эл}} > t_{\text{КНЭ}}; \quad (1)$$

б) суммарная продолжительность учитываемых КНЭ и последующих процессов восстановления нормальной работы электроприемников (самозапуска, АПП и т. п.) должна быть меньше перерыва в нормальной работе электрооборудования, максимально допустимого по технологии:

$$t_{\text{КНЭ}} + t_{\text{вос}} < t_{\text{доп. тех}}; \quad (2)$$

в) системы управления и защиты, включая технологические блокировки, должны быть отстроены от  $t_{\text{КНЭ}}$  или  $t_{\text{КНЭ}} + t_{\text{вос}}$  (в зависимости от их принципа действия).

Значения  $t_{\text{КНЭ}}$  определяются используемыми устройствами защиты и автоматики и коммутационной аппаратурой во внутреннем электроснабжении и на ближайших участках внешней сети; определить их несложно. Значение  $t_{\text{доп. тех}}$  должно быть задано технологами. Наибольшие сложности возникают при определении значений  $t_{\text{доп. эл}}$ . Для наиболее распространенных электроприемников — двигателей переменного тока — допустимая по условиям динамической или результирующей устойчивости длительность КНЭ зависит не только от их собственных параметров, параметров приводимых во вращение механизмов и типов релейных защит питающих линий, но и от параметров всей системы электроснабжения, а также от глубины снижения напряжения при КНЭ, т. е. от места возникновения и вида к. з. То же относится и к времени  $t_{\text{вос}}$  — продолжительности самозапусков и повторных пусков.

Поэтому во многих случаях проверка условий (1) и (2), необходимая для каждого состава противоаварийных мероприятий, требует выполнения расчетов переходных процессов. Технология таких расчетов известна, так как аналогичные расчеты выполняются многими организациями при анализе динамической устойчивости энергосистем; ряд расчетных работ выполнен и с непосредственной целью изучения переходных процессов в нагрузке при выборе средств повышения ее устойчивости. Отличие расчетов устойчивости нагрузки от обычных расчетов устойчивости энергосистем состоит в меньшей подробности учета генераторов и сетей энергосистемы (но не в отказе от их учета) и в большей подробности учета двигателей нагрузки. Последнее требует значительного объема исходной информации о мощностях и параметрах двигателей и механизмов, а также решения вопросов эквивалентного представления всей двигательной нагрузки предприятия числом моделей, допустимым для используемой программы. Эта подготовительная часть работы нередко оказывается более трудоемкой, чем сами расчеты.

Для правильной оценки возможности числа случаев нарушения технологического процесса и, соответственно, величины ущерба необходимо просматривать все основные исходные состояния си-

стемы электроснабжения и все учитываемые исходные возмущения (виды и места возникновения к. з.). Иногда приходится анализировать достаточно сложные последовательности событий. Особенно это относится к предприятиям с большой синхронной нагрузкой, для которых характерно цепочечное развитие аварии. Например: внешнее к. з. — нарушение устойчивости части СД — глубокие понижения напряжения на шинах электроприемников (зачастую более глубокие, чем при самом к. з. — опрокидывание асинхронных двигателей — лавина напряжения, которая может захватить и соседние подстанции, — хаотические срабатывания защит двигателей и технологических блокировок — полное нарушение производства. (В приведенном примере наиболее узкое место — низкая устойчивость СД.)

Для проектных организаций решение таких расчетных задач (в совокупности с задачами выбора противоаварийных мероприятий) не может не вызывать существенных трудностей, так как нужно владеть соответствующими вычислительными средствами и подбирать всю необходимую информацию. Нужно сводить воедино информацию о производстве (о времени  $t_{\text{доп. тех}}$ , структуре и параметрах систем управления технологическим процессом), о параметрах электрооборудования, систем внутреннего и внешнего электроснабжения, удельной повреждаемости оборудования в электрической сети и пр.

Время  $t_{\text{доп. тех}}$  можно считать константой лишь в первом приближении, поскольку на эту величину могут влиять скорости выбега двигателей, т. е. скольжения, на которых удерживаются СД после нарушения синхронизма, времена срабатывания защит СД от их асинхронного режима и т. п. Поэтому поиск приемлемых решений в общем случае итеративен.

Итеративность процедуры выбора противоаварийных мероприятий — одна из основных особенностей рассматриваемой задачи, так как принятие решений по изменению проекта внешнего электроснабжения (например, для сокращения длительности КНЭ) или изменению требований к электрооборудованию (для снижения его чувствительности к КНЭ) изменяют решения по внутреннему электроснабжению. Естественно, что при таких итерациях в качестве основных выступают технико-экономические показатели.

В перспективе следует стремиться к тому, чтобы разработка противоаварийных мероприятий совмещалась с проектированием внутреннего электроснабжения, так как наибольшее число возможных мероприятий, при том наиболее эффективных и рентабельных, относится именно к нему. Кроме того, потенциальными носителями наибольшей части необходимой информации являются организации отраслевого министерства, и лишь наименьшая часть ее приходится на электроснабжающую организацию.

Однако такое распределение работ, при котором анализ всех вопросов защиты от КНЭ и принятие решений полностью ведутся проектными и научно-исследовательскими организациями отраслевых министерств, по причинам, отмеченным выше, вряд ли возможно. Поскольку в проектных и научно-исследовательских организациях Минэнерго есть опыт решения похожих задач, связанных с оснащением энергосистем комплексами противоаварийной автоматики, в период освоения рассматриваемых работ было бы логичным организовать решение части задач именно в них. Но, разумеется, инициатива и координация должны оставаться за проектными организациями отраслевых министерств. Недопустим лишь отказ от решения этих задач. Нет сомнений в том, что по отношению к крупным предприятиям со сложными и непрерывными технологическими процессами не может быть выгодна такая экономия на проектировании и на оборудовании, из-за которой технологические процессы оказываются уязвимыми при обычных КНЭ.

В процессе достройки системы проектирования, для того чтобы поставить проработку противоаварийных мероприятий «на поток», придется решить большое количество разноплановых вопросов. Их решение требует участия специалистов разного профиля; основные из этих вопросов представляются следующими.

**Научно-технические вопросы.** 1. *Систематическое изучение связи между ущербами во всех отраслях промышленности и нарушениями электроснабжения.* Такое изучение в ряде отраслей проводилось [5, 6], но для перерывов питания длительностью 5 мин и более. Здесь же нужны данные об ущербах, возникающих при КНЭ длительностью от 0,1 с до 10—20 с. Случай нарушения технологического процесса из-за КНЭ регистрируются за период не менее 2—5 лет. Конкретные обстоятельства КНЭ (место к. з., его вид — однофазное или многофазное, действие защит и автоматики) для внешних к. з. уточняются по записям в оперативном журнале энергосистемы и данным ее службы РЗА. Цель такого анализа — выявить те технологические процессы, которые чувствительны к обычным КНЭ и нарушение которых приводит к значительным ущербам. Эти данные, будучи систематизированными, позволяют планировать всю дальнейшую работу по отраслям промышленности — и для действующих предприятий, и для аналогичных проектируемых.

При таком анализе иногда обнаруживается, что идентичные предприятия характеризуются совершенно разными показателями аварийности и несизмеримыми ущербами. Различия могут быть обусловлены неодинаковой настройкой защит (например, защит минимального напряжения), работой СД с включенными или отключенными АРВ, с выдачей или без выдачи ими реактивной

мощности и другими внутренними причинами. Но могут быть связаны и с различными условиями внешнего электроснабжения — по удаленности от крупных электростанций, протяженности и удельной повреждаемости линий, непосредственно питающих предприятие, и т. п. Отметим, что обнаружив существенные различия в условиях внешнего электроснабжения, не следует сразу же делать однозначный вывод о том, что противоаварийные мероприятия должны воздействовать именно на систему внешнего электроснабжения: всегда приходится сопоставлять затраты на уменьшение глубины снижения напряжения либо длительности КНЭ или их числа и затраты на снижение чувствительности производства к воздействиям КНЭ.

2. *Математическое обеспечение анализа переходных процессов при КНЭ и их последствий для потребителей.* Существующие программы расчетов переходных процессов в энергосистеме целесообразно доработать для того, чтобы их можно было эффективно и производительно использовать для решения рассматриваемых задач. Доработка требуется в отношении моделей различных промышленных электроприемников (с резко переменным характером нагрузки, взаимозависимыми приводимыми механизмами и пр.), устройств технологической защиты и автоматики. Было бы целесообразно иметь одну базовую программу и ее модификации для различных отраслей промышленности и видов производства. В этих программах параметры технологического процесса должны быть представлены в такой мере, чтобы конечным результатом расчета при любом начальном возмущении был бы вывод о сохранении технологического процесса или его нарушении — с отображением характеризующих это нарушение параметров.

Дальнейшее направление этих работ — создание программ, обеспечивающих автоматический перебор возмущений заданного класса, расчет их последствий и суммарного числа нарушений технологических процессов за год. Поскольку в настоящее время расчет одного переходного процесса требует (в зависимости от его длительности и сложности расчетной схемы) от нескольких секунд до нескольких минут процессорного времени, полное решение всех уравнений для каждого возмущения в этой задаче нерационально. Сейчас практикуются выборочные расчеты с последующим анализом результатов вне ЭВМ, что требует больших затрат времени и квалифицированного труда для выбора расчетных вариантов и обобщения результатов. Один из способов ускорить работу — упростить решаемые уравнения; такие программы, ориентированные на анализ эффективности противоаварийного управления энергосистемами, имеются. Для задач статистического исследования переходных процессов в нагрузке потребуются, возможно, иная система

допущений или подходы к задаче; в частности, может оказаться перспективным подход, описанный в [7].

3. *Решение специальных вопросов эквивалентирования энергосистем.* Рассчитывать переходные процессы в нагрузке конкретного предприятия вводя в расчетную схему большое количество элементов энергосистемы нерационально. Если переходные процессы в нагрузке не вызывают значительных изменений режима работы генераторов, то внешнюю по отношению к предприятию сеть можно представлять упрощенной схемой, в пределе — одним активным двухполюсником. Эквивалентирование внешней сети резко упрощает и ускоряет как сами расчеты, так и подготовку исходных данных для них. В настоящее время используются приближенные методы свертки внешней сети вручную; существующие методы эквивалентирования с помощью ЭВМ ориентированы на другие задачи и здесь не вполне пригодны. Требуется разработка алгоритма эквивалентирования и соответствующей программы (с автоматическим выбором глубины эквивалентирования), рассчитанных на применение в проектных организациях Минэнерго с тем, чтобы обеспечить передачу параметров эквивалента тем организациям, которые будут выполнять расчеты переходных процессов в нагрузке предприятия.

4. *Разработка методов сжатия и обобщения обменной информации для организаций, ведущих проектирование промышленных предприятий и их систем внутреннего и внешнего электроснабжения.* Методы сбора, подготовки и обмена пакетами информации могут совершенствоваться по мере накопления опыта работы в рассматриваемой области. В перспективе — создание банка данных по тем параметрам всего промышленного оборудования, которые существенны для решения всех рассматриваемых задач.

5. *Методическое обеспечение анализа переходных процессов и определения эффективности противоаварийных мероприятий.* Необходимость специальных методических разработок, предназначенных для работников проектных организаций, очевидна. При этом существенно, чтобы подготовка этих материалов велась в тесном контакте с теми организациями, которые будут их использовать.

В связи с тем, что в некоторых отраслях промышленности имеются методические разработки по специальным вопросам надежности электроснабжения, целесообразна стыковка методов, основанных на анализе переходных процессов, с методами, развивающимися в теории надежности (что само по себе представляет интересную научно-исследовательскую задачу).

6. *Создание пакетов типовых решений по средствам защиты технологических процессов от воздействий КНЭ.* Это станет возможным по мере накопления опыта и позволит существенно сокра-

тить затраты на проектирование средств такой защиты.

**Вопросы совершенствования аппаратуры систем электроснабжения** (устройств релейной защиты и автоматики, выключателей и пр.) для сокращения длительности КНЭ и глубины снижений напряжения.

В решении таких задач должна участвовать электропромышленность, научно-исследовательские и проектные организации Минэнерго и отраслевых министерств. Основные направления разработок здесь ясны (и частично упомянуты выше). Наиболее слабым местом являются технико-экономические обоснования: из-за того, что проблема защиты потребителей от воздействий КНЭ не решается на должном уровне, отсутствуют и необходимые для ее решения задания электропромышленности.

Для некоторых из этих задач необходимость решения стала вполне очевидной. Среди них одна из главных — задача совершенствования АВР. За последние годы разработаны разные способы пуска быстродействующих АВР (БАВР). В том числе: «синхронный» АВР с включением резервного питания в конце первого проворота роторов СД относительно вектора э.д.с. энергосистемы; «опережающий» АВР, срабатывающий до отключения основного ввода.

Для того чтобы обеспечить широкое внедрение систем БАВР, нужно помимо доводки аппаратуры проработать вопросы об областях их применения, поскольку эффективность систем БАВР существенно зависит от многих обстоятельств. (Например, «синхронный» АВР, принцип действия которого представляется весьма перспективным, не пригоден при очень малых и очень больших механических постоянных инерции агрегатов, имеющих синхронный привод.) Для того чтобы судить о целесообразности применения того или иного способа АВР, необходимо анализировать переходные процессы, сопровождающие действие АВР, учитывая при этом как параметры нагрузки, так и параметры всей системы электроснабжения.

**Организационно-технические вопросы.** 1. *Приятие мер, обеспечивающих обязательность рассмотрения при проектировании вопросов защиты непрерывных технологических процессов от воздействий КНЭ.* Учитывая объективные и субъективные трудности, связанные с увеличением объема проектных работ, необходимо сделать рассмотрение этих вопросов обязательным. (В перспективе, разумеется, можно рассчитывать на действие экономических рычагов). В первую очередь необходимо дополнить «Правила устройства электроустановок» требованием применять средства защиты сложных и непрерывных технологических процессов потребителей от воздействий КНЭ и указаниями на способы такой защиты [8]. Аналогичные указания, но применительно

к электроснабжению конкретных видов производства, должны быть введены в отраслевые нормы технологического проектирования. То же относится и к руководящим указаниям по проектированию энергосистем.

Изменения отраслевых норм целесообразно осуществлять по крайней мере в два этапа. На первом этапе — незамедлительно — должны быть сформулированы основные требования к выбору средств защиты от КНЭ и обеспечено минимально необходимое информационное обеспечение (по длительностям КНЭ, глубине снижений напряжения, частотам возникновения КНЭ, возможностям изменения параметров КНЭ за счет совершенствования релейной защиты, коммутационной аппаратуры и автоматики, включая БАВР). В дальнейшем по мере накопления опыта нормы будут совершенствоваться, что позволит постепенно превратить работу, которая в настоящее время имеет много признаков исследовательской, в обычный выбор и корректировку известных решений с учетом конкретных условий.

**2. Формирование зависимости между показателями надежности работы введенных в эксплуатацию предприятий и прибылью проектных организаций.**

**3. Подготовка специалистов соответствующих профилей.** В решении рассматриваемой проблемы в целом большую роль может и должно сыграть совершенствование тарифной политики: дифференцирование тарифов на электроэнергию в зависимости от надежности электроснабжения [9, 10]. При этом предстоит решить вопрос об учитываемых показателях надежности. С одной стороны, усложнение системы показателей может оказаться нерациональным, но с другой, ориентироваться только на потоки отказов, т. е. на повреждаемость элементов системы электроснабжения, вряд ли целесообразно, так как при этом окажутся вне экономического воздействия те ме-

роприятия в энергосистеме, которые могут радикально уменьшить влияние КНЭ на потребителей, например, уменьшая глубину снижений напряжения.

В заключение отметим, что решение проблемы, которая была изложена бегло и местами спорно, подчиняется одной цели: вводимые в эксплуатацию предприятия должны знать частоту возникновений КНЭ, все возможные их последствия и располагать средствами для защиты непрерывных технологических процессов от воздействий КНЭ. К каким последствиям могут приводить ситуации, не предусмотренные при проектировании, известно.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов В. В. Надежность электроснабжения промышленных предприятий. — М.: Энергоиздат, 1982.
2. Предотвращение нарушений работы промышленных предприятий при кратковременных перерывах электроснабжения / Ю. Е. Гуревич, Л. Е. Либова, Ю. В. Копытов, В. В. Тубинис. — Промышленная энергетика, 1988, № 1.
3. Руководящие указания по устойчивости энергосистем. — М.: СПО Союзтехэнерго, 1984.
4. Правила устройства электроустановок. — М.: Энерготомиздат, 1986.
5. Афонин Н. С. Надежность электроснабжения промышленных предприятий. — М.: Госэнергоиздат, 1958.
6. Головкин П. И. Энергосистема и потребители электрической энергии. — М.: Энергия, 1979.
7. Гуревич Ю. Е., Курдячева Л. Ф. Получение вероятностных оценок динамической устойчивости сложных энергосистем. — Электричество, 1980, № 6.
8. Гуревич Ю. Е., Либова Л. Е. Отклик на статью Королева С. Г., Синьчугова Ф. И. «Нормирование надежности электрических сетей энергосистем и систем электроснабжения потребителей». — Электрические станции, 1988, № 3.
9. Эдельман В. И. Совершенствование хозяйственного механизма управления надежностью электроснабжения потребителей в энергосистемах. — Электрические станции, 1987, № 11.
10. Синьчугов Ф. И. Отклик на статью [9]. — Электрические станции, 1989, № 4.

[01.06.89]

УДК 621.311:621.372.544.3.016.25.072.8.001.24

## ФИЛЬТРОКОМПЕНСИРУЮЩИЕ ЦЕПИ СТАТИЧЕСКИХ КОМПЕНСАТОРОВ

ОЛЬШВАНГ М. В., канд. техн. наук, РЫЧКОВ Е. В., канд. техн. наук, АНАНИАШВИЛИ К. Е., инж.  
ЧУПРИКОВ В. С., канд. техн. наук

В условиях роста доли нелинейных нагрузок важными элементами энергосистем и сетей электроснабжения становятся фильтрокомпенсирующие цепи (ФКЦ) статических компенсаторов, выполняющие функции компенсации реактивной мощности и фильтрации высших гармонических тока нагрузки.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

Многообразие известных схем ФКЦ, нашедших применение в энергосистемах в разных странах, требует их сопоставления, которое проводится по конфигурациям схем и их характеристикам. Рассматриваются также основные расчетные параметры — добротность, потери, время затухания. Эти важные параметры ФКЦ до настоя-

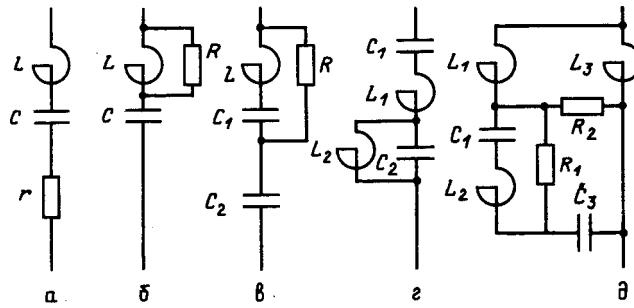


Рис. 1. Основные схемы фильтров статических компенсаторов: а — одночастотный узкополосный фильтр; б — широкополосный фильтр; в — одночастотный фильтр с эквивалентиальным демпфированием; г — двухчастотный фильтр; д — многочастотный фильтр

щего времени недостаточно отражены в публикациях.

Излагается новая методика определения частотных характеристик ФКЦ по вторичным цепям трансформаторов тока, облегчающая экспериментальные исследования, определение параметров и настройку ФКЦ.

**Схемы и характеристики ФКЦ.** В качестве ФКЦ в современной электроэнергетике широкое применение нашли одночастотные  $LC$ -фильтры [1—5]. Фильтры подключаются параллельно нагрузке группами и настраиваются обычно на фиксированные частоты наиболее значительных гармоник тока как в нелинейной нагрузке, так и в регулируемых устройствах статической компенсации.

Простейший фильтр состоит из конденсаторной батареи  $C$  и реактора  $L$  (рис. 1, а) и является узкополосным вследствие малых активных потерь в образующих его элементах. Эквивалентное сопротивление потерь  $r$  показано на схеме пунктиром.

Для расширения полосы фильтрации в некоторых случаях фильтровый реактор шунтируется демпфирующим резистором  $R$  (рис. 1, б). Такой широкополосный фильтр обычно настраивается на верхнюю частоту ряда фильтруемых в группе частот. При этом зона фильтрации охватывает весь высокочастотный диапазон.

Междуд частотами настройки узкополосных фильтров расположены зоны промежуточных частот с резонансными пиками. Резонансы на промежуточных частотах могут приводить к перегрузке фильтров и появлению в сети значительных гармоник промежуточных частот. С целью ослабления таких эффектов в отдельные одночастотные фильтры вводят резисторы, однако положительный эффект уменьшения резонансных пиков сопровождается увеличением потерь в этих фильтрах. Поэтому в ФКЦ 2—5 гармоники эти резисторы стараются включать между эквивалентными на частоте сети точками, между от-

водом промежуточной точки батареи и внешним выводом реактора (рис. 1, в) [5].

Находят применение и двухчастотные фильтры [6], показанные на рис. 1, г. Их характеристики подробно рассмотрены в монографии [3].

Многочастотные фильтры (рис. 1, д) применяются для фильтрации гармоник, создаваемых синхрофазотроном, система электроснабжения которого подключена к объединенной энергосистеме Франции [7].

Недостатками двухчастотных и более сложных фильтров является «разнокалибровность» оборудования ФКЦ (различные уровни изоляции, значения токов конденсаторов и реакторов), сложность настройки и ее чувствительность к изменениям параметров отдельных элементов. Поэтому наиболее часто применяются одночастотные фильтры, показанные на рис. 1, а, б, в.

Ряды ФКЦ, разработанные отечественной электропромышленностью на напряжения 6, 10 и 35 кВ и мощность от 2 до 24 Мвар в составе статических тиристорных компенсаторов [1], собираются из одночастотных фильтров. В частности, в СТК 160/138-35 кВ, состоящем из тири-

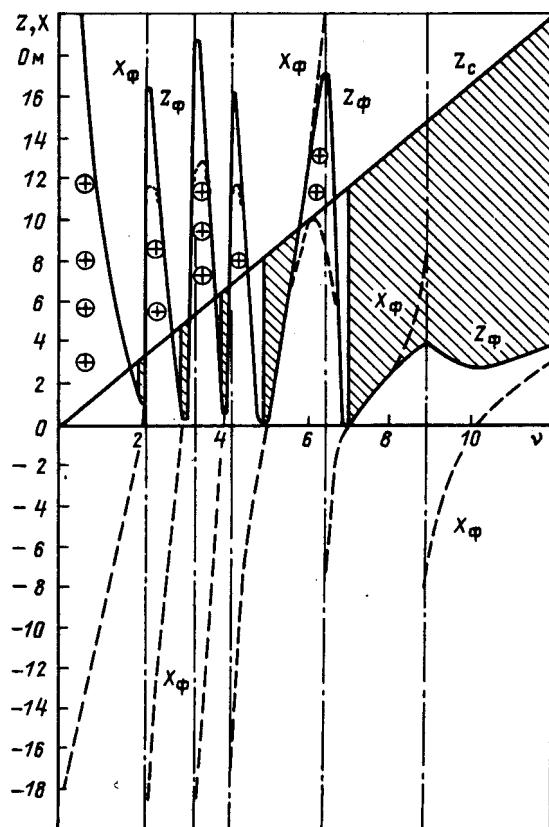


Рис. 2. Частотные характеристики группы фильтров СТК 160/138-35 и сопротивления системы. Область фильтрации заштрихована. Знаком «плюс» выделены пики резонансного эффекта фильтров. Частота настройки фильтра 2-й гармоники равна 95 Гц

сторно-реакторной группы на 160 МВ·А и ФКЦ суммарной мощностью 138 Мвар, входит группа фильтров по схеме на рис. 1, а (ФКЦ 4, 5 и 7 гармоник), по схеме на рис. 1, б (широкополосный фильтр с настройкой на частоту гармоники  $v = 9,6$ ) и по схеме на рис. 1, в (ФКЦ 2 и 3 гармоник).

Частотные характеристики эквивалентного сопротивления  $Z_\phi$  такой группы ФКЦ ( $X_\phi$  — мнимая часть этого сопротивления) и сопротивления системы  $Z_c$  приведены на рис. 2.

На частотах настройки ФКЦ обладают фильтрующим эффектом, поскольку мнимая часть эквивалентного сопротивления группы фильтров на этих частотах равна нулю (рис. 2). На промежуточных частотах расположены полюсы частотной характеристики, что соответствует эффекту параллельного резонанса, создаваемого смежными фильтрами. В области частот  $v = 2-6$  наблюдаются соответствующие резонансные пики, превышающие уровень частотной характеристики системы. Это означает, что на данных частотах вместо фильтрации происходит усиление гармоник тока нелинейной нагрузки. В результате увеличиваются гармоники тока, ответвляющиеся в систему, и нагрузка ФКЦ.

Частота первого резонанса, лежащего слева от 2-й гармоники, находится настолько близко к ней, что при возможном уходе частоты сети или частоты настройки ФКЦ за счет изменения емкости конденсаторов вместо ослабления тока 2-й гармоники будет происходить его усиление. Поэтому частоту настройки ФКЦ 2-й гармоники целесообразно сместить влево, приняв  $v = 1,9$ , т. е. частота настройки фильтра должна быть не 100, а 95 Гц.

Как сказано выше, для уменьшения резонансных пиков используется схема фильтра на рис. 1, в, в которой демпфирующий резистор включается так, что он шунтирует реактор и часть конденсаторной батареи  $C_1$ . Согласно [5] величина  $C_1$  выбирается из условия эквивалентности точек включения на частоте сети, т. е.

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C_1} = 0 \text{ или } \frac{1}{\sqrt{LC_1}} = \omega_1, \quad (1)$$

где  $\omega_1$  — частота сети.

При данном условии напряжение, приложенное к сопротивлению  $R$  на частоте сети, равно нулю и потерь в нем на этой частоте нет. На других частотах условие (1) не выполняется, чем и объясняется демпфирующий эффект сопротивления  $R$  на частотах параллельного резонанса. Следствием этого эффекта является снижение резонансных пиков, показанное пунктирной кривой на рис. 2.

**Основные параметры ФКЦ.** Исходными параметрами ФКЦ являются относительная частота настройки  $v$  и суммарная реактивная мощность

$Q_r$ , генерируемая на частоте сети всеми ФКЦ.

Частоты настройки выбираются соответственно частотам наиболее значительных гармоник тока  $I_v$ , компенсируемых нелинейных нагрузок. Величины  $Q_r$ , по нашему мнению, должны распределяться между отдельными фильтрами пропорционально токам  $I_v$ . Тем самым выдерживается относительная величина тока гармоник  $I_{v*} = I_v/I_1$  на одном уровне для всех конденсаторов, что обеспечивает наилучшее их использование.

Для каждой ФКЦ параметры  $Q_r$  и  $v$  однозначно определяют емкость и индуктивность фильтра:

$$C = \frac{Q_r}{\omega_1 U_n^2 V}, \quad (2)$$

где  $U_n$  — действующее значение линейного напряжения сети;

$$V = \frac{v^2}{(v^2 - 1)}; \quad (3)$$

$v = \frac{\omega_0}{\omega_1}$  — относительная частота настройки;  $V$  — кратность повышения напряжения конденсаторной батареи на частоте сети;

$$L = \frac{1}{C \omega_1 v^2}. \quad (4)$$

Рабочее напряжение конденсаторной батареи зависит от частоты настройки  $v$ , параметра  $V$  и относительной величины тока гармоники  $I_{v*}$ . Эту зависимость целесообразно представить в виде:

$$U_k = U_n \sqrt{(k_1 V)^2 + \left(\frac{k_2 I_{v*}}{v}\right)^2}. \quad (5)$$

Здесь коэффициент  $k_1$  учитывает возможное повышение фазного напряжения сети относительно номинальной величины  $U_n$ ;  $k_2$  — коэффициент, учитывающий параллельный резонанс и экстремальные режимы потребителей и зависящий от состава и параметров ФКЦ, а также от частотной характеристики энергосистемы. На практике принимают  $k_2 = 1,5-2,0$ .

Установленная мощность конденсаторной батареи равна

$$Q_y = 3U_k^2 \omega_1 C, \quad (6)$$

так как согласно (5) величина  $U_k$  заметно превосходит номинальное напряжение  $U_n$ , мощность  $Q_y$  превосходит генерируемую мощность в 1,5—2 раза, а для фильтров 2-й гармоники — в 2,5—3 раза. Степень превышения установленной мощности над генерируемой  $Q_{y*} = Q_y/Q_r$  является важным расчетным показателем ФКЦ, что часто не учитывают.

Как известно, частотная характеристика фильтров в окрестности резонансной частоты определяется характеристическим сопротивлением  $r = \sqrt{L/C}$

Таблица 1

$v$	$Q_r, \text{Мвар}$	$Q_y^*$	$V$	$C, \text{мкФ}$	$L, \text{мГн}$	$\rho, \text{Ом}$	$q$	$r, \text{Ом}$	$\xi$	$P_1, \text{кВт}$
2	16,4	2,63	1,33	32	88	52	42	1,23	6,7	83
3	$19,4 \times 2$	2,17	1,125	45	25	24	49	0,49	5,2	$51 \times 2$
4	19,7	1,46	1,067	48	14	17	99	0,16	7,9	43
5	$22,5 \times 2$	1,49	1,042	56	7,2	11	62	0,18	3,9	$42 \times 2$
7	11,0	1,53	1,021	28	7,5	16	82	0,20	3,7	18
9,6	6,2	1,55	1,011	16	6,9	21	3,6	5,74	0,12	12

и добротностью

$$q = \rho / r, \quad (8)$$

где  $r$  — эквивалентное активное сопротивление фильтра на частоте настройки.

Основные параметры ФКЦ СТК 160/138-35 приведены в табл. 1.

Известно, что добротностью фильтра определяется скорость затухания свободных колебаний в переходном процессе. Анализ показал, что постоянная времени огибающей колебаний при условии  $q > 0,5$  равна

$$T = 2q/\omega_0 = \frac{qT_1}{\pi v} = \xi T_1, \quad (9)$$

где  $T_1 = 2\pi/\omega_1$  — период частоты сети.

Величина  $\xi = T/T_1$  приведена в табл. 1 в числе основных параметров ФКЦ потому, что она определяет выдержку времени для настройки релейных защит. Так, в частности, из табл. 1 следует, что для исключения влияния свободных колебаний на работу релейных защит ФКЦ в СТК 160/138-35 требуется выдержка времени 10—20 периодов частоты сети, т. е. 0,2—0,4 с.

**Добротность, потери на резонансной частоте и потери на частоте сети.** Как отмечено выше, с целью уменьшения резонансных пиков на промежуточных частотах и улучшения в целом фильтрации группы фильтров в отдельные фильтры вводятся демпфирующие резисторы (рис. 1, б и в). Это приводит к росту потерь и, следовательно, к снижению экономичности ФКЦ. Степень снижения экономичности определяется соотношением эквивалентного сопротивления фильтра на частоте сети  $r_1$  и на резонансной частоте  $r_0$ .

Для схемы на рис. 1, б эквивалентная схема получается заменой параллельного соединения индуктивности и сопротивления на последовательное; при этом эквивалентные параметры цепи становятся частотнозависимыми:

$$r_\omega = \frac{R(\omega L)^2}{R^2 + (\omega L)^2}; \quad (10)$$

$$L_\omega = \frac{LR^2}{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (11)$$

Для схемы на рис. 1, в равенство (10) оказывается справедливым при условии замены величины  $R$  на частотнозависимую величину  $R_\omega$ :

$$R_\omega = R \left[ \frac{\left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^2}{\left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 - 1} \right]^2. \quad (12)$$

Это равенство справедливо при условии (1) и  $R \gg \omega L$ . Величина  $r_\omega$  для схемы на рис. 1, в равна

$$r_\omega = \frac{R_\omega(\omega L)^2}{R_\omega^2 + (\omega L)^2}.$$

В табл. 2 приведены формулы для определения эквивалентных последовательных сопротивлений на частоте сети и резонансной частоте при переходе от схемы на рис. 1, б и в к схеме на рис. 1, а.

Таблица 2

Сопротивление	Схема на рис. 1, б	Схема на рис. 1, в
$r_1$	$\frac{R(\omega_1 L)^2}{R^2 + (\omega_1 L)^2}$	0
$r_0$	$\frac{R(\omega_0 L)^2}{R^2 + (\omega_0 L)^2}$	$\frac{R(\omega_0 L V)^2}{R^2 V^4 + (\omega_0 L)^2}$

По этим формулам рассчитаны величины сопротивлений ФКЦ компенсатора СТК 160/138-35, содержащих демпфирующие резисторы (резонансные частоты  $v = 2; 3; 9,6$ ).

По определению добротность ФКЦ с учетом резисторов определяется по формуле:

$$q_p = \omega_0 L / r_0. \quad (13)$$

Кроме резисторов, добротность ФКЦ определяют также добротности индуктивных элементов, т. е. фильтровых реакторов (влияние потерь в конденсаторах на добротность ФКЦ пренебрежимо мало), которые рассчитываются по величине потерь  $P_v$  на частоте настройки при заданном токе через реактор  $I_v$ :

$$q_n = I_v^2 \omega_0 L / P_v. \quad (14)$$

Результирующая добротность ФКЦ при этом равна:

$$q = (q_p^{-1} + q_n^{-1})^{-1}. \quad (15)$$

Результирующее сопротивление по схеме на рис. 1, а на резонансной частоте равно

$$r = r_0 + \omega_0 L / q_n = \omega_0 L / q. \quad (16)$$

Результирующие значения добротностей и сопротивлений были приведены в табл. 1.

Потери в фильтрах на частоте сети складываются из потерь в конденсаторных батареях  $P_k$ , реакторах  $P_n$  и резисторах  $P_p$ . Потери в батареях

$$P_k = Q_y \operatorname{tg} \delta U_{k1*}^2, \quad (17)$$

где  $Q_y$  — установленная мощность конденсаторов;  $\operatorname{tg} \delta$  — тангенс угла потерь в конденсаторах;  $U_{k1*} = U_{k1} / U_n$  — относительная величина напряжения на частоте сети.

Потери в реакторах на частоте сети задаются в технических условиях на реакторы.

Потери в резисторах рассчитываются по току частоты сети  $I_1$  или генерируемой мощности  $Q_r$  и сопротивлению  $r_1$ :

$$P_p = (Q_r / U_n)^2 r_1. \quad (18)$$

Значения этих потерь приведены в табл. 1.

Суммарные потери на частоте сети во всех восьми ФКЦ компенсаторов СТК 160/138-35 составляют 344 кВт или 0,25 % мощности, генерируемой ФКЦ. При неиспользовании фильтра 2-й гармоники потери снижаются до 0,21 %.

В резисторе широкополосного фильтра на частоте сети потери составляют 1,8 кВт. В остальных резисторах при выполнении ФКЦ по расчетным соотношениям потери на частоте сети должны равняться нулю, однако, вследствие некоторого разброса параметров  $C_1$  и  $L$  в схеме на рис. 1, в фактические потери составляют 3—5 кВт. Следует отметить, что при использовании схемы рис. 1, б потери на частоте сети в резисторах возрастают до 50 кВт.

**Настройка ФКЦ.** Эффективность работы ФКЦ определяется точностью их настройки на заданную частоту и степенью соответствия фактических параметров расчетным. Поэтому перед вводом в эксплуатацию требуется тщательная настройка и измерение добротности. Как объект электрических измерений ФКЦ имеют ряд особенностей в части габаритов, расположения, доступности элементов схемы и т. д. В качестве примера на рис. 3 дана типовая схема одного из фильтров СТК 160/138-35. Пространственное расположение оборудования ФКЦ делает затруднительной настройку фильтров вследствие необходимости прокладывать длинные провода для сборки измерительной схемы и не дает возможности провести корректные измерения частотной характеристики по обычной схеме. Прямые замеры индуктивностей реакторов и емкостей конденсаторных батарей с последующим расчетом резонансной частоты фильтра не обеспечивают требуемой точности, не технологичны в условиях эксплуатации и не позволяют измерять добротность фильтров.

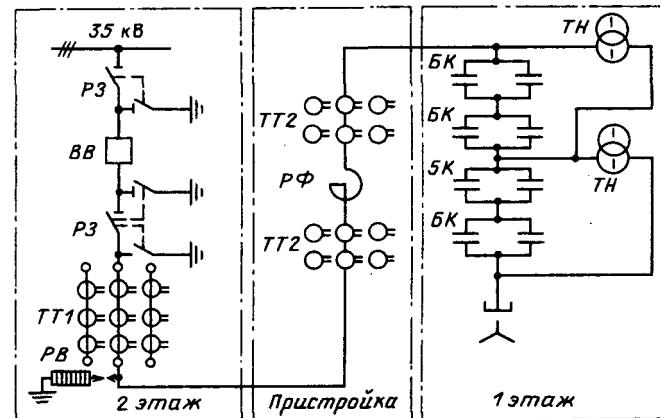


Рис. 3. Схема и размещение фильтрокомпенсирующей цепи 5 гармоники:  $P_3$  — разъединитель с заземлителем;  $BB$  — выключатель воздушный;  $TT_1$  и  $TT_2$  — трансформаторы тока;  $PB$  — разрядник вентильный;  $R\Phi$  — реактор фильтровый 10 000 квт, 35 кВ;  $БК$  — блок конденсаторов 2800 квт, 6,3 кВ;  $TH$  — трансформатор напряжения

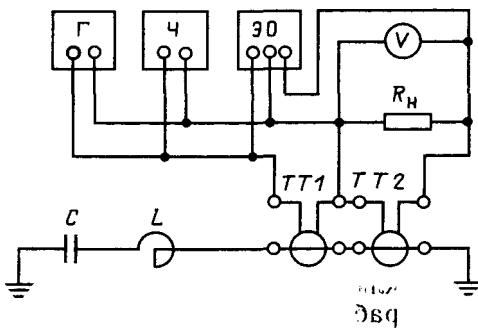


Рис. 4. Схема снятия частотной характеристики ФКЦ по вторичным цепям трансформаторов тока:  $Г$  — генератор звуковой частоты;  $ЭО$  — электронный осциллограф;  $Ч$  — частотомер;  $V$  — вольтметр

Авторами разработана и применена на практике методика точной настройки крупногабаритных ФКЦ с подключением универсальных электронных приборов ко вторичным цепям трансформаторов тока. Вторичные цепи выведены на панели автоматики и релейной защиты СТК. Схема настройки приведена на рис. 4.

Особенностью приведенной схемы является использование в ней двух трансформаторов тока в определенном режиме: через вторичную обмотку  $TT_1$  вводится сигнал от генератора звуковой частоты в цепь ФКЦ, а по вторичной обмотке  $TT_2$  проверяется реакция фильтра на этот сигнал.

Если включить генератор звуковой частоты непосредственно в «первичную» цепь фильтра, напряжение на его выходе будет существенно изменяться в зависимости от частоты при снятии частотной характеристики, так как сопротивление цепи фильтра в зависимости от степени удаления от резонансной частоты может меняться от десятых долей до десятков Ом. Кроме того,

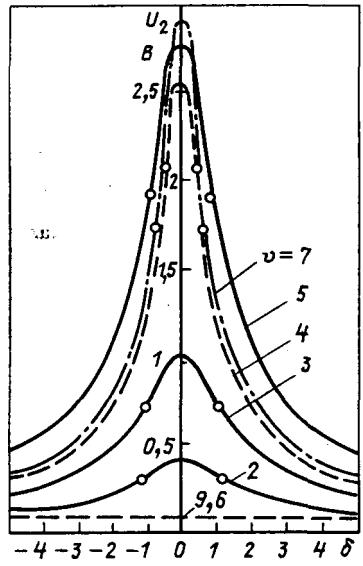


Рис. 5. Частотные характеристики проводимостей фильтрокомпенсирующих цепей СТК 160/138-35

соединительные провода, пересекая содержащие металлическую арматуру перекрытия, создают дополнительную «паразитную» индуктивность порядка 2—4 мГн, что соизмеримо с индуктивностями фильтров 4-й, 5-й, 7-й и 11-й гармоник. Существенные искажения в измерениях вносят и активные сопротивления соединительных проводов. Таким образом, правильная оценка добротности фильтра при непосредственных измерениях невозможна.

В предложенной на рис. 4 схеме настройки этих недостатков нет, так как активное сопротивление и индуктивность заземления на результаты измерений практически не влияют. От звукового генератора на вторичную обмотку TT1 подается напряжение  $U_r$ . На вторичной обмотке TT2 индуцируется выходное напряжение измерительной схемы

$$U_2 = U_r k_{t1} k_{t2} R_h |Y_\Phi|, \quad (19)$$

где  $k_{t1}$  и  $k_{t2}$  — коэффициенты трансформации трансформаторов тока;  $R_h$  — нагрузочное сопротивление на выходе схемы;  $Y_\Phi$  — полная проводимость фильтра.

Величина  $R_h$  не должна превышать сопротивления намагничивания трансформаторов тока [8]. Величина  $Y_\Phi$  определяется параметрами фильтра  $R$ ,  $L$ ,  $C$  и частотой источника сигнала:

$$Y_\Phi = \frac{1}{Z_\Phi} = \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]^{-1}. \quad (20)$$

Таким образом, выходное напряжение схемы (19) обратно пропорционально модулю полного сопротивления, т. е. зависимость выходного напряжения от частоты является в то же время частотной характеристикой проводимости фильт-

ра, что позволяет по ее максимуму определять частоту настройки и добротность фильтра.

Как известно, добротность фильтра связана с его полосой пропускания:

$$q = \frac{f_0}{f_{r.p.} - f_{r.l.}}, \quad (21)$$

где  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  — резонансная частота;  $f_{r.p.}$ ,  $f_{r.l.}$  — правая и левая границы полосы пропускания фильтра, т. е. частоты, на которых  $Z_\Phi = \sqrt{2}R$ .

В окрестности резонансной частоты справедливо приближенное соотношение:

$$Y_\Phi = \frac{q}{\rho\sqrt{1+48^2q^2}}, \quad (22)$$

где  $\delta = \frac{\Delta f}{f_0}$  — относительное отклонение частоты от резонансной.

На рис. 5 приведены рассчитанные по (19) и (22) частотные характеристики фильтров СТК 160/138-35 для случая, когда  $k_{t1} = k_{t2} = 1:1000$ ;  $R_h = 5$  кОм;  $U_r = 100$  В. На характеристиках кружками отмечены границы полос пропускания для определения добротности.

Новый способ настройки успешно применен в процессе ввода в эксплуатацию и выполнения регламентных работ на СТК 160/138-35. Высокая точность оценки добротности позволила выявить и заблаговременно устранить скрытые дефекты фильтров: в одном случае были обнаружены неправильно подключенные демпфирующие резисторы, в другом — короткозамкнутые витки в фильтровом реакторе. Таким образом, высокая эффективность методики получила экспериментальное подтверждение.

**Выводы.** 1. При групповом подключении ФКЦ, вследствие чередования областей фильтрации и областей усиления, смещение частоты настройки может привести к усилению тока фильтруемой гармоники и к перегрузке фильтра. Поэтому необходима точная настройка ФКЦ, а для фильтра 2-й гармоники частота настройки должна быть снижена до 95 Гц.

2. В фильтрах 2—5-й гармоник целесообразно подключение демпфирующих резисторов к эквипотенциальным точкам на частоте сети, что позволяет снизить «пики» частотной характеристики группы ФКЦ, не увеличивая потерь на основной частоте.

3. Измерение добротности фильтров с достаточной степенью точности позволяет обнаруживать возможные скрытые дефекты оборудования ФКЦ и прежде всего фильтровых реакторов.

4. Измерение добротности и настройка фильтров по вторичным цепям трансформаторов тока целесообразны своей технологичностью и точностью настройки на заданную частоту.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Поссе А. В. Схемы и режимы электропередач постоянного тока.— М.: Энергия, 1973.
- Статические тиристорные компенсаторы для энергосистем и сетей электроснабжения / И. М. Бортник, С. Ф. Буряк, М. В. Ольшванг, И. П. Таратута — Электричество, 1985, № 2.
- Kimball E. W. Direct current transmission.— New York: Wiley—inter—science, 1971.
- Kuba E., Ichikawa M. Progress in electric power supply to arc furnace load in Japan. 9<sup>th</sup> UIE Int. Congress, 1980. IfcI.
- Stanley C. H., Price J. J., Brewer G. L. Design and performance of a. c. filters for 12-pulse H. V. D. C. schemes.—

IEE Conf. Publ., 1977, N 154.

6. Schweickardt H. E., Pfyl W., Romegialli G. Laurentides the first 735 kV static VAR systems description and first operational results.— Int. Symp. on Controlled Reactive Compensation. Canada, Quebec, 1979.

7. Bayard O., Fox J., Gougenil J. C., Mayruf. Connexion de l'alimentation pulsee de l'accelerateur de 400 GeV DU Cern au Reseau E. D. F.— Revue Generale de Electricite, Mars 1975, t. 84, N 3.

8. Афанасьев В. В., Адоныев Н. М., Жалалис Л. В. Трансформаторы тока.— Л.: Энергия, 1980.

[29.11.88]

УДК 621.311.1.064.1:537.523.5

## Расчет сопротивления открытой электрической дуги

ЖУКОВ В. В., канд. техн. наук,  
ДАЛЛА А., инж.

Московский энергетический институт

При уточненных расчетах токов короткого замыкания (КЗ), усовершенствовании устройств релейной защиты (цифровые реле сопротивления и направления мощности), а также при разработке устройств для определения места повреждения возникает необходимость анализа электрической дуги при КЗ в электроустановках среднего (до 35 кВ включительно) и более высоких напряжений.

При исследованиях дуги в электроустановках среднего напряжения [1] основное внимание уделялось не только выявлению влиянию дуги на ток КЗ, но также и на процесс развития дугового замыкания. Это необходимо при анализе газодинамических процессов при дуговом КЗ в комплектном распределительном устройстве для локализации электрической дуги, а также для разработки дуговых защит.

Исследования [1—3 и др.] являются в основном экспериментальными, выполненными для определенных условий развития дуги при КЗ. Однако, как было сказано выше, условия и причины КЗ разнообразны, и практически невозможно распространить полученные экспериментальные данные об электрической дуге на все возможные случаи дуговых КЗ. Поэтому наряду с экспериментальными исследованиями необходимо также развитие аналитического аппарата для анализа параметров дуги.

В настоящей статье представлены результаты аналитических исследований дуги, включающих следующие задачи: анализ факторов, влияющих на процесс развития дуги; определение сил, действующих на дугу, и зон их практического учета при определении параметров дуги, разработка рекомендаций практического учета дуги при КЗ

Экспериментальные исследования показали, что градиент напряжения в дуге практически не зависит от тока и в соответствии с [2—6] активное сопротивление дуги, Ом, рекомендовано определять по следующим формулам, которые отличаются значениями коэффициентов, а иногда и своей структурой:

$$r_d = 1050 \frac{l_d}{I_d}; \quad \text{п вд} \quad (1)$$

$$r_d = 370 \frac{l_d}{I_d^{0.87}}; \quad (2)$$

$$r_d = 27810 \frac{l_d}{I_d^{1.4}}; \quad (3)$$

$$r_d = \frac{0.05}{I_d} (U + 17v_b t); \quad (4)$$

$$r_d = 2500 \frac{l_d}{I_d}; \quad (5)$$

$$r_d = 28700 \frac{l_d}{I_d^{1.4}}, \quad (6)$$

где  $I_d$  — действующее значение тока в дуге в амперах в формулах (1), (2), (3), (5), (6) и в килоамперах в (4);  $l_d$  — длина дуги, м;  $U$  — напряжение, кВ;  $t$  — время, с;  $v_b$  — скорость ветра, км/ч.

Для сравнения представленных выше формул было рассчитано сопротивление дуги для начального момента КЗ на ЛЭП 110 кВ при междуфазном расстоянии проводов  $a=4$  м для разных значений тока (рис. 1). Анализ результатов показал, что значения  $r_d$ , полученные по разным формулам, для одних и тех же токов КЗ значительно отличаются, особенно в зоне относительно малых токов (до 1000 А). Еще большее раз-

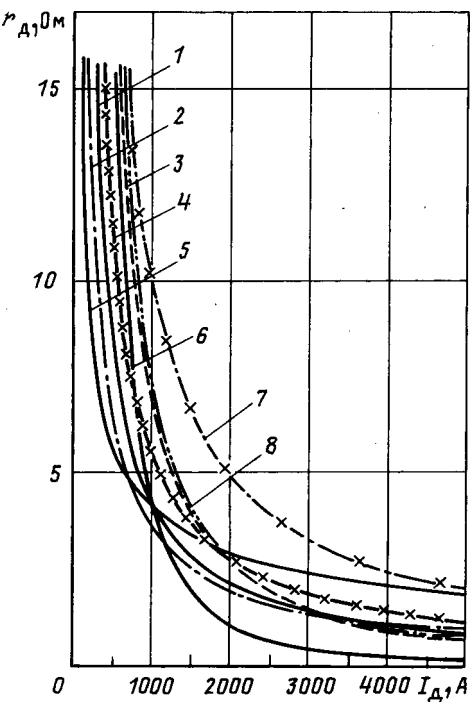


Рис. 1. Кривые изменения активного сопротивления дуги при КЗ на линии электропередачи 110 кВ, определенные по различным формулам: 1—4 соответственно по формулам (1), (2), (3), (4); 5 и 6 — по формуле (7) при  $k=0,5$  и  $k=2$ ; 7 и 8 — по формуле (5) и (6)

личие наблюдается в указанной зоне токов для условий КЗ при среднем напряжении:  $U=6$  кВ;  $a=1$  м.

Из анализа формул (1) — (6) следует, что в общем случае выражение, определяющее активное сопротивление дуги (Ом), может быть представлено в виде

$$r_d = U_m l_d / I_d^k, \quad (7)$$

где  $U_m$  — градиент напряжения в дуге, В/м;  $k$  — показатель степени.

В отечественной практике в соответствии с исследованиями [3] градиент напряжения в дуге, как мало зависящий от тока при больших его значениях, принимается постоянным и равным 1400—1500 В/м, а показатель степени  $k=1$ . Тогда  $r_d$ , рассчитываемое по амплитудным значениям, определяется по формуле (1). Из построенных по этой формуле зависимостей  $r_d=f(I_d)$  для различных значений  $k$  (рис. 1) наиболее близко совпадает с аналогичными кривыми, построенными на базе формул (3), (2) и (4), кривая при  $k=1$ . Поэтому при дальнейших исследованиях в настоящей статье использовалась формула (1).

Правильно определить  $l_d$  достаточно сложно. Например, при перекрытии по изоляции значение  $l_d$  оказывается значительно больше длины гирлянды изоляторов (например, [2]). Электрическая дуга в первые периоды возникновения меж-

дуфазного КЗ имеет минимальную длину, равную междуфазному расстоянию, но в последующие периоды ее длина увеличивается под влиянием многих факторов. В общем случае на столб дуги, находящийся между параллельными электродами, действуют: электродинамические силы взаимодействия тока в дуге с окружающим ее магнитным полем; сила сопротивления воздуха движению газового столба дуги; сила воздействия собственных тепловых потоков; сила воздействия ветра.

Под действием этих сил (рис. 2, а) дуга удлиняется с результирующей скоростью  $v_d$ . Математическое описание этого процесса практически невозможно без некоторых допущений. Действительно, процесс развития электрической дуги определяется условиями КЗ, что следует из общего анализа физических процессов, протекающих в месте замыкания токоведущих частей. Короткое замыкание может произойти по двум различным причинам: из-за пробоя изоляции (воздушной или твердой) или перемыкания открытых шин или проводов. Поэтому на первом этапе исследования влияния на дугу перечисленных выше сил учитывались конкретные условия их возникновения и определялось воздействие каждой из них на дугу.

Так, было принято, что при малых токах растяжение дуги происходит главным образом за счет «тепловых» сил, создаваемых разностью плотностей газа в дуговом столбе и окружающей среде. Скорость тепловых восходящих потоков около столба дуги по данным [7] составляет 1,4—1,5 м/с. Скорость подъема дуги, увлекаемой этими потоками, несколько меньше; по-видимому, ее можно принять равной 1 м/с. Расчетная модель развития дуги под действием тепловых потоков зависит от расположения проводников. На рис. 2, б показана принятая для дальнейших исследований форма кривой открытой дуги при горизонтальном расположении проводников. Если принять, что горизонтальная часть дуги поднимается вверх со скоростью  $v_{d\text{пп}}$ , м/с, то ее общая

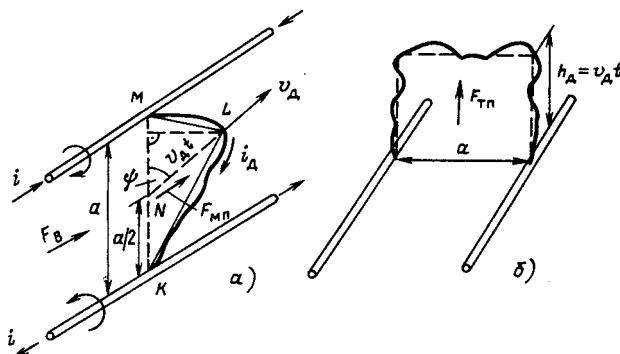


Рис. 2. Формы открытой дуги и силы, влияющие на ее развитие:  $F_{T\text{пп}}$  — теплового потока;  $F_{M\text{пп}}$  — магнитного поля;  $F_B$  — ветра

длина ориентированно определяется как

$$l_d = m (2h_d + a), \quad (8)$$

где  $m$  — коэффициент увеличения длины дуги за счет мелких петель и изгибов;  $h_d = v_{d,pp} t$  — высота подъема горизонтальной части дуги;  $a$  — первоначальная длина дуги (расстояние между проводниками).

Значения коэффициента  $m$  и скорости подъема дуги за счет теплового потока  $v_{d,pp}$  зависят от тока в дуге: при увеличении тока коэффициент  $m$  и скорость  $v_{d,pp}$  увеличиваются. На рис. 3 представлены зависимости изменения вертикальной части длины дуги  $2mh_d$  во времени при различных скоростях подъема ее горизонтальной части и значениях коэффициента  $m$ , построенные по формуле (8). Удлинение дуги на рис. 3 определяется соответствующим параллельным перемещением вверх кривой на величину  $2mh_d$ . Анализ зависимостей  $2mh_d = f(t)$  показывает, что для закрытых электроустановок 6—10 кВ, имеющих междуфазные расстояния  $a = 0,1—0,4$  м, при  $t_{откл} = 0,2$  с и  $v_{d,pp} = 1$  м/с относительное удлинение дуги (кратное междуфазному расстоянию) составляет  $l_d/a = 10—4$ ; для открытых электроустановок при  $a = 1$  м значение  $l_d/a = 2,8$ . Для воздушных линий электропередач при  $a = 4$  м и  $t_{откл} = 0,2—0,4$  с кратность изменения дуги  $l_d/a = 1,1—1,2$ , а для  $v_{d,pp} = 1,5$  м/с отношение  $l_d/a = 2,4—2,6$ . Таким образом, для открытых электроустановок высокого напряжения при  $a = 3—7$  м влияние тепловых восходящих потоков на процесс удлинения дуги обусловлено в основном их скоростью. При скорости тепловых потоков, близкой к 0,8—1,0 м/с, влиянием их на удлинение дуги можно пренебречь.

При определении удлинения дуги под действием электродинамических сил принято, что при движении дугового столба в магнитном поле он может вести себя в известной степени как твердое тело, так как вследствие высокой температуры в столбе проникновение газа через него затруднено. Если дуговой столб длиной  $l$  с током  $i$  поместить в магнитное поле с индукцией  $B$ , то на дуговой столб будет действовать сила

$$F_{M,pp} = Bil \sin \beta,$$

где  $\beta$  — угол между направлением дугового столба и вектором магнитной индукции.

Взаимодействие магнитного поля с дуговым столбом многообразно; для его ориентированной оценки определим скорость удлинения дугового столба. Принимая, что опорные точки дуги практически неподвижны, а средняя часть дуги движется (удлиняется) под действием электродинамических сил, определим скорость удлинения дуги  $v_{d,pp}$ , см/с, по следующей эмпирической зависимости [8]:

$$v_{d,pp} = 41,2 \sqrt{I_d H} / (10 + 0,44 H^{0.33}), \quad (9)$$

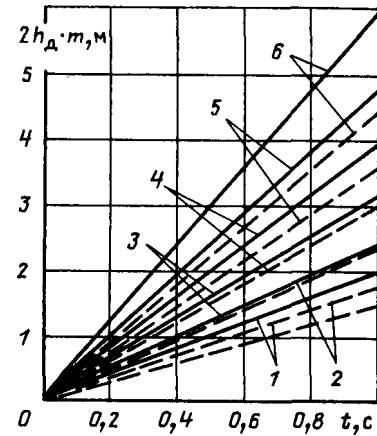


Рис. 3. Изменение длины дуги  $2mh_d$  под действием тепловых потоков разной скорости (1 — 0,5 м/с; 2 — 0,6 м/с; 3 — 0,8 м/с; 4 — 1 м/с; 5 — 1,2 м/с; 6 — 1,5 м/с) и при различных коэффициентах увеличения ее длины (—  $m=2$ ; —  $m=1,5$ )

где  $I_d$  — ток в дуге, А;  $H$  — напряженность магнитного поля, А/см.

Для дуги, возникающей между двумя параллельными проводниками (рис. 2), напряженность в пространстве между ними можно определить по выражению

$$H = \frac{I}{2\pi a \sqrt{l^2 + a^2}}, \quad (10)$$

где  $l$  — расстояние по длине проводника от места возникновения дуги до источника электроэнергии, см.

В реальных электроустановках  $a \ll l$  и выражение (10) может быть преобразовано к виду

$$H = \frac{I_d}{2\pi a}. \quad (11)$$

Используя модель дуги, представленную на рис. 2, б, было рассчитано ее удлинение  $l_d$  во времени для различных значений междуфазного расстояния  $a$  и тока в дуге. Анализ результатов расчета (рис. 4) показывает, что удлинение дуги в магнитном поле в значительной степени зависит от тока в дуге и междуфазного расстояния. Так, при  $a = 1$  м и  $t_{откл} = 0,3$  с для значений  $I_d$ , равных 5, 10 и 20 кА, кратность удлинения дуги  $l_d/a$  соответственно составляет 5,5; 6,5 и 7,6. При уменьшении междуфазного расстояния кратность удлинения дуги увеличивается. При одном и том же значении тока ( $I_d = 5$  кА) и  $t_{откл} = 0,3$  с для междуфазных расстояний  $a$ , равных 3, 1, 0,5 м, кратность  $l_d/a$  соответственно составляет 3,7; 5,5; 11,5. Таким образом, при больших межэлектродных расстояниях, имеющих место на воздушных линиях, и небольших токах КЗ электродинамические силы мало влияют на развитие дуги.

Как показали исследования [3], на динамику

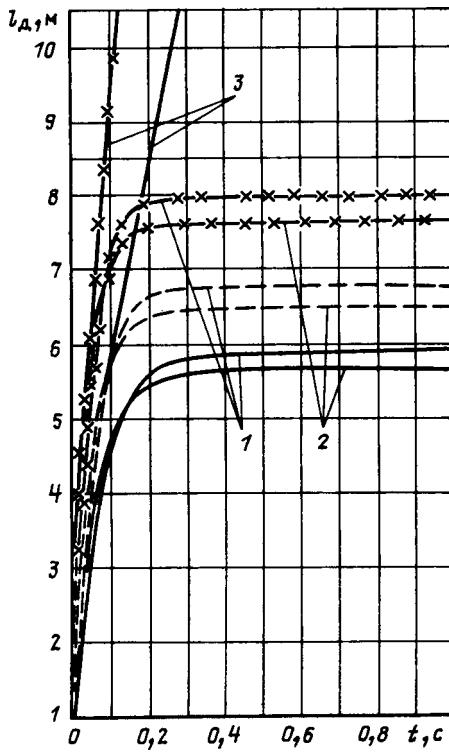


Рис. 4. Изменение длины дуги под действием электродинамических сил в зависимости от междуфазных расстояний (1 — при  $a=0,5$  м; 2 —  $a=1$  м; 3 —  $a=3$  м) и тока в дуге (—  $I_d(0)=5$  кА; - - -  $I_d(0)=10$  кА; —×—  $I_d(0)=20$  кА)

дуги очень большое влияние оказывает скорость ветра, изменяющаяся в достаточно широких пределах. Так, в тихую погоду скорость ветра может быть 1—5 м/с, в ветреную погоду — 10—20 м/с, порывы ветра могут достигать 30 м/с и более. Определение расчетной модели дуги при действии на нее ветра затруднено из-за непостоянства его направления. Исследования [3, 9] выявили, что при развитии дуги может быть представлена в форме части окружности, в форме угла (рис. 2, а) или в форме, приведенной на 2, б. Выполненные расчеты по определению удлинения дуги по указанным формам для одних и тех же условий имеют незначительные расхождения. Данные подтверждают выводы о значительном влиянии ветра на удлинения дуги, особенно при больших его скоростях.

Обобщая исследования, результирующую скорость удлинения дуги можно представить как сумму векторов ее составляющих:

$$v_d = v_{dt} t p + v_{dm} p + v_{dv} .$$

Направление удлинения дуги и ее результирующая скорость будут зависеть от конкретных условий развития дуги, от значения и направления

ния каждой из действующих на нее сил. В общем случае, на основании анализа различных кинофотографий процесса развития дуги, в качестве расчетной формулы дуги можно принять форму угла (рис. 2, а). Принимая, что  $l_d = KM$ , имеем

$$l_d = \sqrt{(v_d t \sin \psi)^2 + (a/2 + v_d t \cos \psi)^2} + \sqrt{(v_d t \sin \psi)^2 + (a/2 - v_d t \cos \psi)^2} , \quad (12)$$

где  $\psi$  — угол между направлением вектора результирующей скорости удлинения дуги и отрезком  $KM$ .

Результаты расчетов сопротивления дуги в начальный момент КЗ ( $l_d = a$ ) и в течение времени  $t_{KZ}$  ( $l_d = \text{var}$ ) для условий эксперимента [3] удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными (рис. 5). Так, расчетная кривая сопротивления дуги  $r_d = f(t)$  на основном участке ее изменения приближается к аналогичной экспериментальной кривой. Причем характер ее изменения (уменьшение  $r_d$ ) свидетельствует о влиянии удлинения дуги на ее сопротивление. Ток КЗ в дуге при этом уменьшается.

Для практического применения полученных параметров дуги ниже рекомендуются авторами расчетные кривые кратности удлинения дуги, развивающейся при различных условиях КЗ. Расчеты выполнены на ЭВМ с учетом изменения во времени всех параметров дуги (ток в дуге, длина, сопротивление). Основой разработанного алгоритма расчета являются выражения (1), (8), (9), (10),

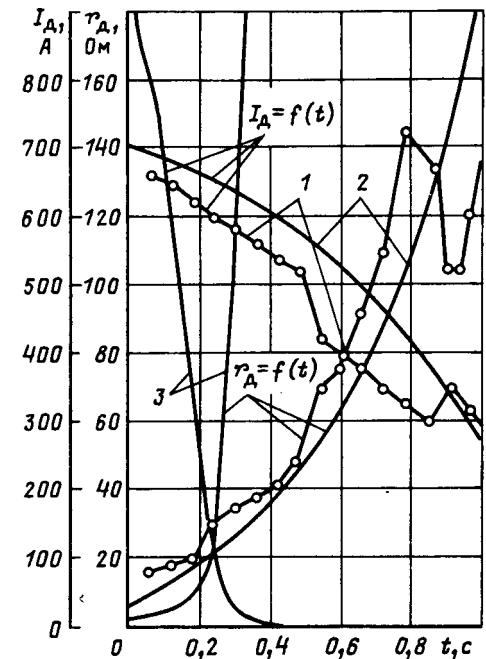


Рис. 5. Изменение сопротивления и тока дуги при различных условиях КЗ: 1 — экспериментальные кривые [1]; 2 — расчетные кривые при  $U_{\text{ном}}=110$  кВ;  $I_d(0)=700$  А;  $v_B=25$  м/с;  $T_a=0,02$  с; 3 — расчетные кривые при  $U_{\text{ном}}=6$  кВ;  $a=1$  м;  $v_B=5$  м/с;  $T_a=0,01$  с;  $I_d(0)=1000$  А

(12), а удлинение дуги в общем виде определяется по выражению

$$l_d = \int_0^t v_d dt + a.$$

В алгоритме предусмотрен также учет конкретных условий КЗ и развитие дуги. Так, для закрытых электроустановок принято, что на дугу воз действуют только силы тепловых восходящих потоков около столба дуги и электродинамические силы взаимодействия тока в дуге с окружающим ее магнитным полем. На рис. 6 приведены расчетные кривые удлинения дуги для закрытых электроустановок напряжением 6—10 кВ.

Были также построены кривые изменения длины дуги при КЗ в открытых электроустановках напряжением 6—10 кВ (в статье не приведены). При их построении было принято, что на дугу при КЗ действуют силы теплового потока, ветра и электродинамические силы.

Для условий КЗ на воздушных линиях напряжением 35 кВ и выше построено семейство кривых удлинения дуги (рис. 7) при воздействии на нее ветра и электродинамических сил. Следует отметить, что в этом случае (также как и в предыдущем) возможно взаимное влияние сил. Так, при больших токах КЗ под воздействием электромаг-

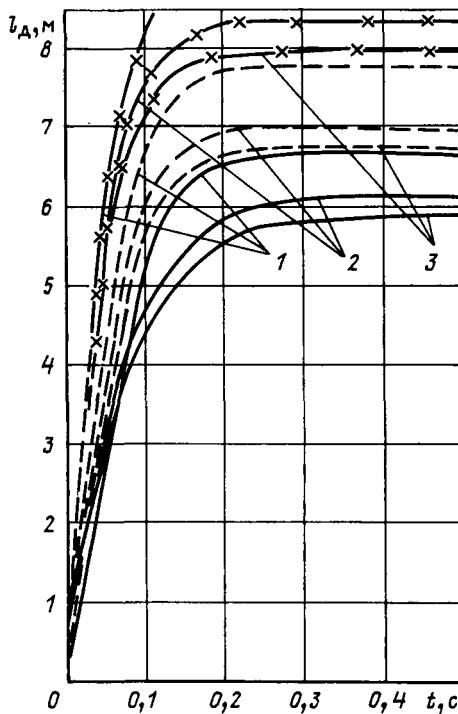


Рис. 6. Расчетные кривые длины дуги  $l_d = f(t)$  при КЗ в различных условиях закрытых электроустановок напряжением 6—10 кВ (1 — при  $a=0,1$  м; 2 —  $a=0,3$  м; 3 —  $a=0,5$  м) при различных токах в дуге (— — —  $I_d(0)=5$  кА; — — —  $I_d(0)=10$  кА; —  $\times$  —  $\times$   $I_d(0)=20$  кА)

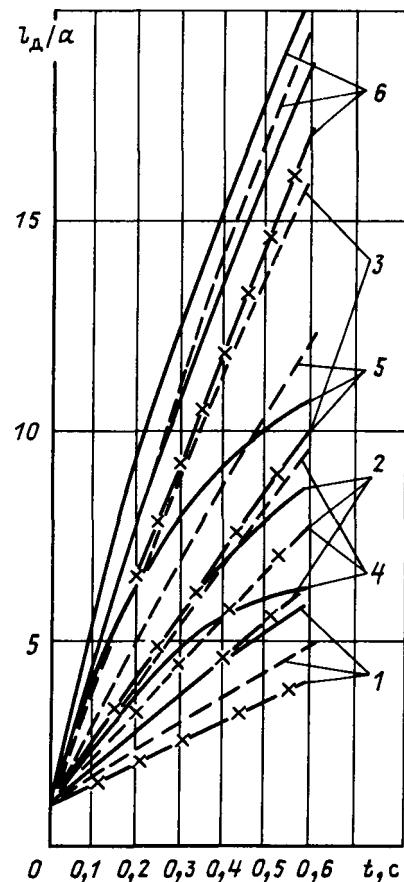


Рис. 7. Расчетные кривые кратности удлинения дуги при КЗ на воздушных линиях напряжением 35 кВ и выше в зависимости от расстояния между фазами (— — —  $a=3$  м; — — —  $a=4$  м; —  $\times$  —  $\times$   $a=5$  м), тока в дуге  $I_d(0)$  и скорости ветра  $v_B$ : 1 —  $I_d(0)=5$  кА,  $v_B=0$ ; 2 —  $I_d(0)=5$  кА,  $v_B=5$  м/с; 3 —  $I_d(0)=5$  кА,  $v_B=20$  м/с; 4 —  $I_d(0)=20$  кА,  $v_B=0$ ; 5 —  $I_d(0)=20$  кА,  $v_B=5$  м/с; 6 —  $I_d(0)=20$  кА,  $v_B=20$  м/с

нитного поля дуга приобретает определенную (зависящую от тока) скорость удлинения и возникающие электродинамические силы могут оказывать сопротивление воздействию ветра, т. е. удерживать дугу. Скорость ее движения в этом случае устанавливается в результате равновесия сил. Указанные особенности при расчете подробно не учитывались, так как требуют более глубоких теоретических и экспериментальных исследований.

Приведенные на рис. 6 и 7 расчетные кривые удлинения дуги могут быть использованы для практических расчетов длины дуги и ее сопротивления. В качестве примера влияния удлинения дуги на ее параметры на рис. 5 приведены также кривые изменения сопротивления дуги во времени и влияния ее на ток КЗ в сети 6 и 110 кВ.

**Выводы.** 1. Анализ известных формул для определения сопротивления электрической дуги пока-

зал, что результаты выполняемых по ним расчетов для одних и тех же условий КЗ значительно отличаются.

2. На основании исследования влияния воздействия теплового потока, ветра и электродинамических сил на открытую электрическую дугу определены зоны практического их учета.

3. Разработана методика расчета удлинения во времени электрической дуги при действии на нее различных сил.

4. Построены семейства расчетных кривых для приближенного определения удлинения дуги в электроустановках высокого напряжения; выявлено изменение сопротивления дуги во времени и влияние сопротивления дуги на ток КЗ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Welich D., Böhme H. Störlichtbögen in Mittelspannungs-Schaltzellen und deren Einfluss auf den Kurzschlussstromverlauf. — Elektric, 1986, N 4.
2. Shier A. Resistance of electrical fanet arc in very high voltage networks. — Electrical India, 1970, N 8.
3. Бургдорф В. В. Открытые электрические дуги большой мощности. — Электричество, 1948, № 10.
4. Отключение токов в сетях высокого напряжения: Пер. с англ. / Под ред. К. Рагаллера. — М.: Энергоиздат, 1981.
5. Van A., Warrington C. Interesting facts about power arcs. — Relaying News (GEC), 1941, N 20.
6. Neugebauer H. Selektivschutz, 1955.
7. Suits C. G. High pressure in common gases in free convection. — Phys. Rev., 1939, vol. 55, N 2.
8. Таев И. С. Основы теории электрических аппаратов. — М.: Высшая школа, 1987.
9. Майкопар А. С. Дуговые замыкания на линиях электропередачи. — М.: Энергия, 1965.

[06.06.89]

УДК 621.314.2.012.6

## Двухтактные преобразователи напряжения с магнитными накопителями энергии

ГЛЕБОВ Б. А., канд. техн. наук  
Московский энергетический институт

**Введение.** Двухтактные преобразователи напряжения (ПН) с магнитным накопителем, включенным на стороне переменного тока (МНПТ), обладают выходной характеристикой, которая позволяет соединять их выходные цепи параллельно или последовательно, формируя многоячайковые системы с практически неограниченными уровнем и пределами регулирования выходной мощности [1]. Такое регулирование наиболее просто осуществлять путем изменения соотношения между числами ПН в системе, передающими и не передающими мощность в нагрузку на вторичной стороне. Управление состоянием ПН («включен», «выключен») производится цифровыми сигналами «1», «0».

Обладая указанным полезным качеством выходной характеристики, позволяющим создавать многоячайковые системы регулирования мощности, ПН с МНПТ вместе с тем не позволяют максимально полно использовать возможности элементной базы. Это связано с характерной для них треугольной формой кривой тока, коммутируемого силовыми управляемыми ключами и передаваемого через трансформатор и выпрямители в нагрузку. Из-за треугольной формы кривой тока отношение его среднего значения к амплитудному не превышает 1/2.

Более полное использование нагрузочной способности элементной базы может быть достигнуто,

если в устройство дополнительно ввести магнитный накопитель постоянного тока, включив его обмотку на вторичной стороне между выпрямителем и нагрузкой и образовав тем самым Г.Н с магнитными накопителями переменного и постоянного тока (МНППТ). Введение дополнительного накопителя существенно изменяет характер электрических процессов в сравнении с исходной схемой и вид нагрузочной характеристики. Анализу свойств ПН с МНППТ посвящена данная статья.

**Эквивалентная схема преобразователя и анализ процессов в ней.** Преобразователи напряжения с МНППТ могут быть выполнены как по мостовой схеме, так и по схеме с двумя силовыми ключами и двухфазной первичной обмоткой силового трансформатора (рис. 1). Ограничность выходной мощности и, в частности, тока короткого замыкания обеспечивается режимом управления, при котором силовые ключи данного плеча двухтактной схемы запираются в момент, когда ток первичной обмотки трансформатора достигает заданного значения, и сразу после запирания производится отпирание силовых ключей другого плеча двухтактного ПН [2], который, таким образом, работает как автогенератор.

При анализе ПН с МНППТ предполагается, что параллельно нагрузке, подключенной через обмотку дросселя постоянного тока и выпрямитель на вторичной обмотке трансформатора,

включен конденсатор фильтра, и пульсация напряжения на конденсаторе пренебрежимо мала.

В [1] было показано, что для получения большей выходной мощности параметры схемы целесообразно выбирать так, чтобы МНПТ был сосредоточен практически только на первичной стороне ПН, а его индуктивность  $L_1$  была бы существенно меньше индуктивности намагничивания трансформатора  $L_\mu$ . Практическая реализация этих условий с неизбежностью приводит к необходимости работы сердечника силового трансформатора в режиме глубокого насыщения, где магнитная проницаемость пренебрежимо мала. Такой режим возникает при малых токах нагрузки, и это проще всего показать на примере работы ненагруженного ПН. В этом случае напряжение питания распределяется между обмоткой МНПТ на первичной стороне и первичной обмоткой трансформатора пропорционально индуктивностям  $L_\mu$  и  $L_1$ . При  $L_\mu \gg L_1$  к первичной обмотке трансформатора оказывается приложенным напряжение, практически равное напряжению питания  $E$ . Перемагничивание сердечника происходит от отрицательной индукции насыщения  $-B_s$  до положительной  $+B_s$  за время  $2B_s S_w / E$ . За это время ток первичной обмотки успеет возрасти до значения  $I_{1m} = 2B_s S_w / L_\mu$ . Оно должно быть много меньше уровня тока  $I_{1m}$ , при котором производится переключение силовых транзисторов, так как в противном случае невозможна передача через трансформатор сколь-нибудь заметной мощности. Поэтому после насыщения его сердечника, когда индуктивность первичной обмотки снижается до  $L_{1s}$ , причем  $L_{1s} \ll L_1 \ll L_\mu$ , напряжение источника питания оказывается, наоборот, приложенным практически полностью к обмотке МНПТ, а напряжение на первичной обмотке трансформатора уменьшается почти до нуля.

Изложенное дает основание пренебречь током намагничивания первичной обмотки трансформатора, пока его сердечник не насыщен, чему соответствует  $L_\mu \rightarrow \infty$ , и считать обмотки коротко-замкнутыми в режиме насыщения сердечника.

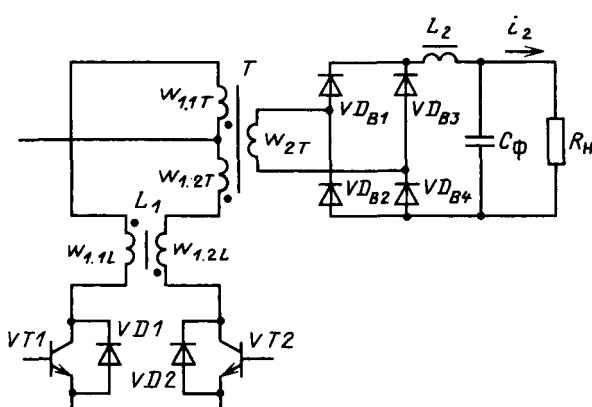


Рис. 1  
Вологодская областная универсальная научная библиотека  
www.booksite.ru

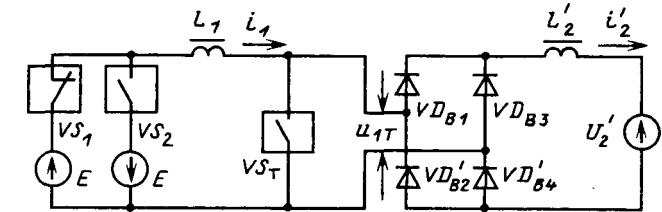


Рис. 2

Следует отметить, что поскольку после насыщения сердечника трансформатора скорость нарастания токов силовых ключей оказывается ограниченной индуктивностью  $L_1$  магнитного накопителя, а сигналы запирания ключей формируются при достижении их токами значения  $I_{1m}$ , явление насыщения для них неопасно в отличие, например, от схем, где, как в преобразователе Роера, насыщение сердечника трансформатора ведет к резкому (практически неограниченному) увеличению темпа роста тока первичной обмотки, коммутируемого силовыми транзисторами.

При сделанных допущениях эквивалентная схема, отображающая процессы в преобразователе в оба танта его работы, представлена на рис. 2. В ней:  $VS_1$ ,  $VS_2$  — ключи с двусторонней проводимостью, отображающие силовые управляемые ключи ( $VT_1$ ,  $VT_2$  на рис. 1), выходные цепи которых шунтированы диодами ( $VD_1$ ,  $VD_2$ );  $VS_T$  — ключ с двусторонней проводимостью, отображающий магнитные свойства сердечника трансформатора и находящийся в замкнутом состоянии, когда сердечник насыщен, и в разомкнутом, когда сердечник обладает высокой магнитной проницаемостью;  $L_1$  — индуктивность МНПТ на первичной стороне преобразователя;  $L_2' = L_2 / n^2$  — приведенная к первичной обмотке трансформатора индуктивность  $L_2$  магнитного накопителя  $L_2$  (дросселя) постоянного тока на вторичной стороне;  $n = w_{2t} / w_{1t}$  — коэффициент трансформации между вторичной и первичной обмотками с числами витков соответственно  $w_{2t}$  и  $w_{1t}$ ;  $E$  — напряжение источника питания ПН;  $u_2' = u_2 / n$ ,  $i_2' = n i_2$  — приведенные к первичной стороне напряжение  $u_2$  на конденсаторах выходного фильтра и ток  $i_2$  обмотки дросселя;  $u_{1t}$  — напряжение на первичной обмотке трансформатора, когда его сердечник не насыщен;  $VD'_{81}$  —  $VD'_{84}$  — диоды, отображающие выпрямитель на вторичной стороне ПН.

В эквивалентной схеме ток  $i_1$  изменяет направление при поочередной коммутации ключей  $VS_1$ ,  $VS_2$ , а ток  $i_2'$  сохраняет направление неизменным, но пульсирует. В оба танта работы устройства процессы в схеме одинаковы. Поэтому достаточно провести анализ на примере одного танта, во время которого  $VS_1$  замкнут, а  $VS_2$  разомкнут. В начале этого танта ток  $i_1$  имеет направление, противоположное показанному на

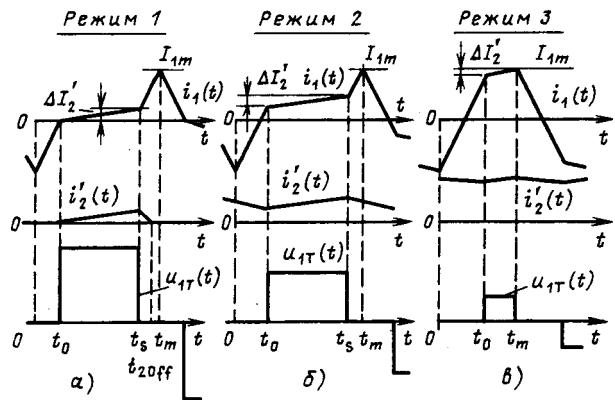


Рис. 3

рис. 2, а величина этого тока равна —  $I_{1m}$ . Такт заканчивается в момент времени  $t_m = T/2$ , где  $T$  — период работы преобразователя, причем  $i_1(t_m) = I_{1m}$ .

В устройстве в зависимости от уровней выходного напряжения и тока возможны три режима работы. Первый из них характеризуется разрывным характером тока  $i_2$  дросселя  $L_2$  и насыщением сердечника трансформатора в каждом такте. Режим возникает при малом потреблении тока нагрузкой на вторичной стороне. Второй режим имеет место при некоторых средних уровнях выходных тока и напряжения и характеризуется непрерывностью тока в обмотке дросселя на вторичной стороне и насыщением сердечника трансформатора в каждом такте. Третий режим реализуется при пониженном напряжении на нагрузке и характеризуется непрерывностью тока в обмотке дросселя на вторичной стороне и отсутствием насыщения сердечника трансформатора.

Временные диаграммы, иллюстрирующие процессы, происходящие в схеме для каждого из трех режимов ее работы представлены на рис. 3, где принятые следующие обозначения:  $t_0$  — конец интервала в начале каждого такта, когда напряжение на обмотках трансформатора равно нулю, и его сердечник не перемагничивается;  $t_s$  — момент перехода сердечника в состояние насыщения (что характерно для первого и второго режимов работы ПН);  $t_{2off}$  — момент спада до нуля пульсирующего тока  $i_2'$  (что характерно только для первого режима работы);  $t_m$  — момент достижения током  $i_1$  максимального значения  $I_{1m}$ , при котором устройством управления производится коммутация силовых ключей  $VS1$ ,  $VS2$ .

Соответствующие соотношения для указанных режимов:

первый режим —

$$\frac{1}{1+F} \leq \bar{U} \leq 1;$$

$$0 \leq \bar{I} \leq \frac{1}{1+(1+F)\bar{L}};$$

$$\bar{I} = \frac{1}{F+F^2} \frac{1-\bar{U}}{\bar{U}(\bar{U}+\bar{L})};$$

$$\Delta I_2' = 2I_{1m} \frac{1}{F} \frac{1-\bar{U}}{\bar{L}+\bar{U}};$$

$$\frac{T}{2} = \frac{2(B_s S \omega_1)_r}{E} (1+F);$$

$$f = \frac{E}{4(1+F)(B_s S \omega_1)_r};$$

второй режим —

$$\bar{U} = \frac{1}{1+F};$$

$$\frac{1}{1+(1+F)\bar{L}} \leq \bar{I} \leq \frac{(1+F)\bar{L}}{1+(1+F)\bar{L}};$$

$$\bar{U}(\bar{I}) = \text{const} = \frac{1}{1+F};$$

$$\Delta I_2' = 2I_{1m} \frac{1}{1+(1+F)\bar{L}};$$

$$\frac{T}{2} = \frac{2(B_s S \omega_1)_r}{E} (1+F);$$

$$f = \frac{E}{4(1+F)(B_s S \omega_1)_r};$$

третий режим —

$$0 \leq \bar{U} \leq \frac{1}{1+F};$$

$$\frac{(1+F)\bar{L}}{1+(1+F)\bar{L}} \leq \bar{I} \leq 1;$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{L}}{\bar{L}+\bar{U}},$$

$$\Delta I_2' = 2I_{1m} \frac{\bar{U}}{\bar{L}+\bar{U}};$$

$$\frac{T}{2} = \frac{2(B_s S \omega_1)_r}{E} \frac{F}{1-\bar{U}};$$

$$f = \frac{E(1-\bar{U})}{4F(B_s S \omega_1)_r}.$$

В этих соотношениях принято:  $\bar{I} = I_2'/I_{1m} = I_2/\frac{1}{n}I_{1m}$  и  $\bar{U} = U_2'/E = U_2/nE$  — выходные ток и напряжение, выраженные в относительных единицах;  $\bar{L} = L_2'/L_1 = L_2/n^2L_1$ ,  $F = L_1I_{1m}/(B_s S \omega_1)_r$  — параметры схемы, выраженные в относительных единицах, причем сомножители произведения  $(B_s S \omega_1)_r$  относятся к трансформатору.

В любом из трех режимов работы преобразователя длительность каждого из двух тактов можно разделить на интервалы  $T_0$  и  $T_1$ , т. е.

$$T/2 = T_0 + T_1,$$

причем  $T_0$  — промежуток времени, когда напряжение на обмотках трансформатора равно нулю и отсутствует передача энергии на вторичную сторону, а  $T_1$  — интервал, во время которого действуют напряжения на обмотках трансформатора,

через него происходит передача энергии, и часть ее накапливается в дросселе  $L_2$  на вторичной стороне, чему соответствует увеличение тока обмотки этого дросселя, а следовательно и тока  $i_2'$  в эквивалентной схеме на рис. 2.

При отсутствии напряжения на обмотках трансформатора ток на первичной стороне преобразователя изменяется со скоростью

$$(di_1/dt)_0 = E/L_1, \quad (2)$$

а при передаче мощности через трансформатор — со скоростью

$$(di_1/dt)_1 = (E - U_2') / (L_1 + L_2'), \quad (3)$$

причем в последнем случае к первичной обмотке приложено напряжение

$$U_{1r} \neq (EL_2' + U_2'L_1) / (L_1 + L_2'). \quad (4)$$

Из анализа временных диаграмм с учетом выражений (1) — (4) следует, что для любого из трех режимов работы

$$T_0 = \frac{(2I_{1m} - \Delta I_2')L_1}{E}; \quad (5)$$

$$T_1 = \frac{(L_1 + L_2')\Delta I_2'}{E - U_2'}, \quad (6)$$

и, кроме того, для второго и третьего режимов справедливо соотношение

$$T_0 = \frac{L_2'\Delta I_2'}{U_2'}. \quad (7)$$

Максимальное время передачи энергии через трансформатор реализуется в первом и втором режимах работы, когда перемагничивание сердечника происходит по полному предельному циклу, т. е.  $\Delta B = 2B_s$ . Поэтому для первого и второго режимов

$$T_1 = \frac{2(B_sSw_1)_r}{U_{1r}} = \frac{2(B_sSw_1)_r(L_1 + L_2')}{EL_2' + U_2'L_1}. \quad (8)$$

При первом режиме работы преобразователя спад тока  $I_2'$  от максимального значения, равного  $\Delta I_2'$ , до нуля происходит за время

$$T_2 = L_2'\Delta I_2'/U_2'. \quad (9)$$

Согласно (6) и (8) для первого и второго режимов

$$\Delta I_2' = \Delta I_1 = \frac{2(B_sSw_1)_r(E - U_2')}{EL_2' + U_2'L_1}, \quad (10)$$

а для третьего из (5) и (7) следует

$$\Delta I_2' = \frac{2I_{1m}L_1}{E} / \left( \frac{L_1}{E} + \frac{L_2'}{U_2'} \right). \quad (11)$$

Среднее за период (полупериод) значение тока  $I_2'$  для первого режима

$$I_2' = \frac{\Delta I_2'}{2} \frac{T_1 + T_2}{T_1 + T_0}. \quad (12)$$

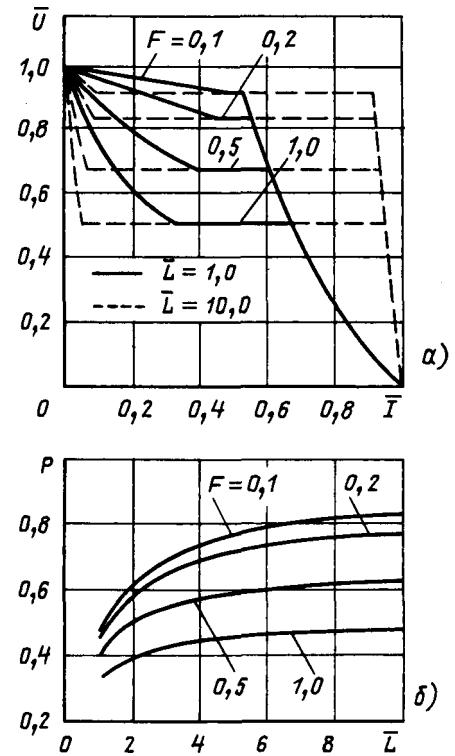


Рис. 4

для третьего режима

$$I_2' = I_{1m} - \frac{1}{2} \Delta I_2', \quad (13)$$

а во втором удовлетворяет неравенству

$$\frac{(B_sSw_1)_r(E - U_2')}{EL_2' + U_2'L_1} \leq I_2' \leq I_{1m} - \frac{(B_sSw_1)_r(E - U_2')}{EL_2' + U_2'L_1}. \quad (14)$$

Для всех трех режимов работы преобразователя связь среднего значения напряжения  $U_2'$  с напряжением  $U_{1r}$  определяется соотношением

$$U_2' = U_{1r} \frac{T_1}{T_1 + T_0}. \quad (15)$$

Приведенные выше соотношения (1a—1b), записанные в компактной форме, получены путем преобразования (4) — (15).

Рекомендации по выбору параметров элементов преобразователя могут быть выработаны на основе анализа его выходной характеристики, имеющей три участка, соответствующие рассмотренным режимам работы устройства. На рис. 4, а построены семейства выходных характеристик для двух значений параметра  $L$ . В каждом из семейств параметром кривых  $\bar{U}(\bar{I})$  является коэффициент  $F$ . На рис. 4, б, кроме того, построены выраженные в относительных единицах зависимости

$$\sup \bar{P} = \sup \bar{U} \bar{I} = \sup P_2/EI_{1m}, \quad (16)$$

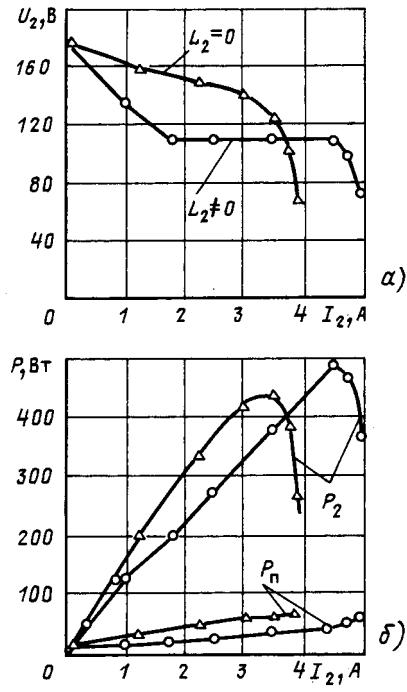


Рис. 5

отображающие характер зависимостей максимальной выходной мощности преобразователя  $\sup P_2$  от величин параметров  $\bar{L}$  и  $F$ .

Из рис. 4 следует, что при данной амплитуде тока, коммутируемого силовыми управляемыми ключами преобразователя, его выходная мощность возрастает, если увеличивать  $\bar{L}$  и уменьшать  $F$ . Значение индуктивности магнитного накопителя переменного тока на первичной стороне преобразователя следует ограничивать снизу. Это связано с тем, что при уменьшении  $L_1$  возрастает скорость нарастания силового трансформатора, что отражено соотношением (2). Учитывая, что реальные силовые ключи инерционны и от момента подачи сигнала для запирания ключа до момента начала спада его выходного тока проходит конечное время (для высоковольтных силовых биполярных транзисторов, в частности, оно может достигать десяти и более микросекунд), необходимо ограничивать скорость нарастания тока выходной цепи ключа с тем, чтобы иметь реальную возможность эффективного ограничения амплитуды этого тока. Для того чтобы разброс амплитуды токов выходных цепей силовых управляемых ключей в преобразователе, связанный с инерционностью процесса их запирания, не был более  $\propto I_{1m}$ , где  $\propto \ll 1$ , необходимо выбирать значение  $L_1$  в соответствии с неравенством

$$L_1 > E_{\max} T_{3 \max} / \propto I_{1m}, \quad (17)$$

в котором  $E_{\max}$ ,  $T_{3 \max}$  — наибольшие значения питающего напряжения и длительности задержки начала спада тока силового ключа относитель-

но начала действия сигнала запирания.

Таким образом, увеличение параметра  $\bar{L}$  реально может быть достигнуто только путем увеличения индуктивности дросселя постоянного тока на вторичной стороне преобразователя. Помимо неизбежного при этом возрастания массы, габаритов и стоимости устройства, увеличивается также инерционность процесса регулирования выходной мощности, если такое регулирование осуществлять путем периодического включения и выключения преобразователя, что наиболее эффективно в многоячайковых системах преобразования электрической энергии, построенных на основе группового соединения силовых модулей, обладающих выходной характеристикой вида рис. 4 [3]. Поэтому чрезмерное увеличение индуктивности дросселя  $L_2$  нецелесообразно, учитывая также тот факт, что согласно рис. 4 при изменении параметра  $\bar{L}$  в пределах от 5 до 10 выигрыш в выходной мощности преобразователя существенно меньше, чем при изменении параметра  $\bar{L}$  в пределах, например, от 2 до 5.

При выбранных значениях  $I_{1m}$ ,  $L_1$  уменьшение параметра  $F$ , целесообразное согласно рис. 3 с точки зрения увеличения выходной мощности преобразователя, возможно только путем увеличения  $B_s$ ,  $S$ ,  $\omega_{1t}$ . Что касается индукции насыщения сердечника трансформатора  $B_s$ , то ее значение предопределено выбором магнитного материала для сердечника. Круг для такого выбора реально весьма ограничен, и для устройств, работающих с частотами переключения силовых ключей порядка 10—100 кГц, наиболее подходящими из выпускаемых промышленностью являются ферриты марок 1500НМ, 2000НМ, 3000НМС. Уменьшение параметра  $F$  путем увеличения  $S$  и  $\omega_{1t}$  сопряжено с возрастанием массы, габаритов и стоимости трансформатора. В этой связи, как следует из рис. 4, нет смысла выбирать  $F$  менее 0,1—0,2.

Выходные характеристики ПН с МНППТ таковы, что оптимальной с точки зрения получения максимальной выходной мощности при заданной амплитуде токов, коммутируемых силовыми ключами, является граница между вторым и третьим режимами работы преобразователя. Поэтому параметры элементов устройства целесообразно выбирать таким образом, чтобы при минимальном напряжении питания  $E_{\min}$  в пределах допуска ( $E_{\min}$ ,  $E_{\max}$ ), а также при заданных напряжении на нагрузке и мощности (токе) преобразователь работал в режиме, близком к границе между вторым и третьим режимами. Тогда при повышении напряжения питания преобразователь переходит в третий режим работы, и абсолютная величина его выходной мощности возрастает, что следует из (16), так как в случае, если  $U_2 = \text{const}$ , увеличению  $E$  отвечает уменьшение  $\bar{U}$  и, как следствие, рост  $\bar{I}$  (рис. 4), т. е. увеличение тока  $I_2$ .

Алгоритм расчета преобразователя основан на изложенных выше рекомендациях и состоит в следующем. 1. Выбираются значения параметров  $L$  и  $F$ . 2. Далее по приведенным ранее выражениям (1а)–(1в) определяются значения  $\bar{U}^*$ ,  $\bar{I}^*$ , отвечающие границе между вторым и третьим режимами работы устройства. 3. С использованием соотношения  $n = U_2/E_{\min} \bar{U}^*$  вычисляется коэффициент трансформации. 4. Из соотношения  $I_{1m} = nI_2/\bar{I}^*$  находится амплитуда тока силовых управляемых ключей. 5. В соответствии с (17) определяется значение индуктивности  $L_1$  (при этом предполагаются заданными численные значения  $x$  и  $T_{3\max}$ ). 6. Из соотношения  $L_2 = n^2 L_1 \bar{L}$  находится индуктивность дросселя постоянного тока на вторичной стороне преобразователя. 7. В соответствии с выражением  $w_{1t} = L_1 I_{1m} / FB_s S$  определяется число витков первичной обмотки трансформатора (при этом предполагаются выбранными предварительно материал и типоразмер сердечника). 8. Из данных (1б) и (1в) для границы между режимами 2 и 3 находится значение пульсации тока обмотки дросселя  $\Delta I_2$ , а из соотношения  $I_{2m} = I_2 + \frac{1}{2} \Delta I_2$  — амплитудное значение тока этой обмотки, используемые в дальнейшем при конструктивном расчете дросселя, причем  $\Delta I_2 = \Delta I_2' / n$ ,  $I_2 = I_2' / n$ .

Предлагаемый алгоритм расчета предназначен для выбора параметров элементов схемы ПН в первом приближении. Более точное их определение должно производиться на основе оптимизационных методов расчета с использованием ЭВМ. Однако для этого требуется математическая модель устройства, учитывающая потери мощности в его элементах. Ограниченностю объема данной статьи не позволяет дать в ней описание такой модели.

#### Результаты экспериментального исследования

преобразователей напряжения с МНПТ в первичной цепи для двух случаев:  $L_2 = 0$  и  $L_2 \neq 0$  представлены на рис. 5. Из него следует, что при применении дросселя постоянного тока на вторичной стороне увеличение выходной мощности устройства достигается при одновременном уменьшении потерь мощности ( $P_n$ ), т. е. повышается к. п. д. преобразования энергии. Последнее связано с тем, что включение дросселя на вторичной стороне приводит к снижению частоты переключения силовых ключей и, как следствие, к уменьшению коммутационных потерь.

**Заключение.** Применение дросселя постоянного тока на вторичной стороне ПН с МНПТ в первичной цепи дает возможность улучшить его энергетические показатели, но одновременно увеличивает инерционность процесса регулирования выходной мощности. Поэтому в областях применения, где быстродействие не является существенным (сварка, гальваника, заряд накопителей с большой энергоемкостью и др.) применение ПН с МНППТ является предпочтительным. Вместе с тем следует отметить, что ПН с МНПТ в силу присущего им качества в пределах одного такта накапливать магнитную энергию и в том же такте ее выводить обеспечивают принципиальную возможность энергетически эффективного регулирования выходной мощности с минимальной инерционностью процесса регулирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Глебов Б. А. Анализ двухтактного преобразователя напряжения с магнитным накопителем переменного тока. — Электричество, 1986, № 10.
- А. с. 729772 (СССР). Двухтактный стабилизированный инвертор / Б. А. Глебов. Опубл. в Б. И., 1980, № 15.
- А. с. 892647 (СССР). Способ управления регулятором напряжения / Б. А. Глебов, А. А. Новиков. Опубл. в Б. И., 1981, № 47.

[02.01.89]

УДК 621.3.032.7 [537.2 + 538.12]

## Общее решение магнитостатических и электрических задач для поляризованных оболочек

РОНИСОН А. Д., доктор техн. наук

Таллиннский политехнический институт

**Введение.** Оболочки из ферромагнитных, диэлектрических и сегнетоэлектрических материалов под влиянием магнитного и электрического полей поляризуются. Вследствие этого они создают свое собственное магнитное или электрическое поле, которое, налагаясь на внешнее поле, изменяет его. В полости оболочек внешнее поле экранируется. В настоящее время решение магнито-

статических и электростатических задач (МЭЗ) для таких оболочек даже для случая, когда они ограничены замкнутыми поверхностями второго порядка, производится по сложным и громоздким формулам. При этом для каждой формы оболочек (шар, вытянутый и сжатый сфероиды, бесконечно длинные круглый и эллиптический цилинды) формулы различны, выражаются в

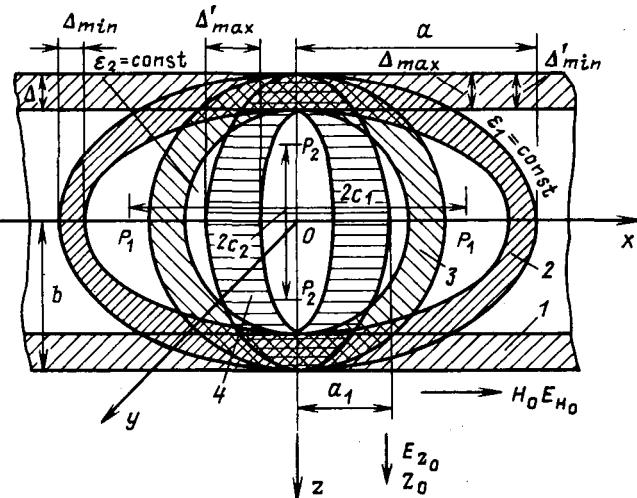


Рис. 1. Трансформация формы сфероида при изменении соотношения полуосей  $a/b$ : 1 — бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка ( $b$  — радиус ее внешней поверхности,  $\Delta$  — абсолютная толщина,  $\delta = \Delta/b$  — относительная толщина); 2 — оболочка в форме вытянутого сфероида ( $a$  и  $b$  — большая и малая полуоси,  $p_1$  — фокусы,  $2c_1$  — фокусное расстояние,  $\epsilon_1 = \text{const}$  — внешняя сфероидальная поверхность оболочки,  $\Delta_{\min}$  и  $\Delta_{\max}$  — минимальная и максимальная абсолютные толщины оболочки,  $\delta = \Delta_{\max}/b$  — относительная толщина,  $c_1 = \sqrt{a^2 - b^2}$ ; 3 — сферическая оболочка ( $b$  — радиус ее внешней сферической поверхности,  $\Delta$  — абсолютная толщина,  $\delta = \Delta/b$  — относительная толщина); 4 — оболочка в форме сжатого (сплюснутого) сфероида ( $a_1$  и  $b$  — малая и большая полуоси,  $p_2$  — фокусы,  $2c_2$  — фокусное расстояние,  $\epsilon_2 = \text{const}$  — внешняя сфероидальная поверхность оболочки,  $\Delta'_{\min}$  и  $\Delta'_{\max}$  — соответственно минимальная и максимальная абсолютные толщины оболочки,  $\delta = \Delta'_{\max}/b$  — относительная толщина,  $c_2 = -\sqrt{b^2 - a_1^2}$ ;  $Z_0$  и  $E_{Z_0}$  — векторы напряженности внешнего равномерного магнитного и электрического полей, направленные перпендикулярно оси  $x$ ;  $H_0$  и  $E_{H_0}$  — векторы напряженности внешнего равномерного магнитного и электрического полей, направленные параллельно оси  $x$

своей системе координат, что не позволяет аналитически учесть влияние изменения формы оболочек.

Для инженерной практики важно иметь достаточно простые справочные формулы, позволяющие рассчитывать поля, создаваемые этими оболочками, и их экранирующую способность, а также определять влияние на эти факторы геометрической формы оболочек, их относительной толщины и поляризационных характеристик материала. С этой целью здесь рассматривается решение МЭЗ для оболочек, ограниченных замкнутыми поверхностями второго порядка и находящихся во внешнем однородном магнитном или электрическом поле.

Вытянутый сфероид (эллипсоид вращения) при изменении соотношения полуосей трансформируется в свои предельные формы — бесконечно длинный круглый цилиндр, шар и сжатый (сплюснутый) сфероид. Если обозначить через  $a$  и  $b$  соответственно большую и малую полуоси

вытянутого сфероида (рис. 1), то  $a/b = 1$  соответствует форме шара,  $a/b = \infty$  — форме бесконечно длинного круглого цилиндра,  $1 < a/b < b$  — форме вытянутого сфероида,  $0 < a/b < 1$  — форме сжатого сфероида. При изменении соотношения  $a/b$  малая полуось  $b$  и максимальная толщина вытянутой сфероидальной оболочки  $\Delta_{\max}$  (и соответственно большая полуось  $b$  и минимальная толщина  $\Delta'_{\max}$  сжатой сфероидальной оболочки) не меняются, а большая полуось  $a$  и минимальная толщина  $\Delta_{\min}$  вытянутой сфероидальной оболочки (и соответственно малая полуось  $a_1$  и максимальная толщина  $\Delta'_{\max}$  сжатой сфероидальной оболочки) изменяются. Круглый цилиндр можно также рассматривать как предельный случай эллиптического цилиндра, когда соотношение его большой  $a_2$  и малой  $b$  полуосей равно единице (рис. 2). При изменении соотношения полуосей  $a_2/b$  малая полуось  $b$  и максимальная толщина  $\Delta_{\max}$  эллиптической цилиндрической оболочки не меняются, а большая полуось  $a_2$  и минимальная толщина  $\Delta_{\min}$  изменяются.

Таким образом, при всех изменениях формы оболочек неизменными остаются параметры  $b$ ,  $\Delta_{\max}$  и относительная толщина  $\delta = \Delta_{\max}/b$ . Здесь рассматриваются два основных случая поляризации оболочек: в первом случае вектор напряженности магнитного (электрического) поля перпендикулярен продольной оси  $x$ , а во втором случае — параллелен оси  $x$  (рис. 1).

**Постановка задачи.** Цель данной статьи — дать общее решение МЭЗ для всех поляризаций

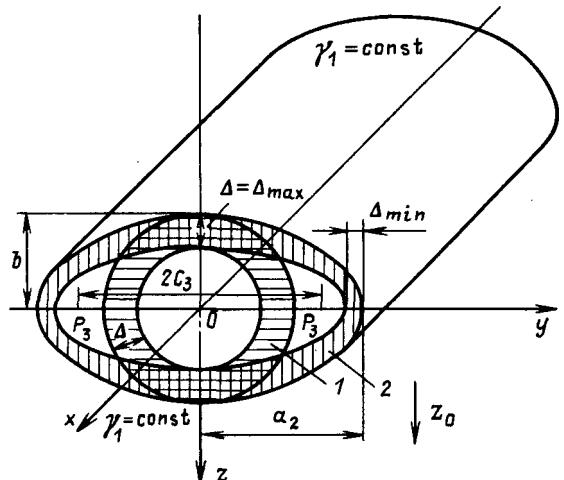


Рис. 2. Трансформация формы эллиптического цилиндра при изменении соотношения полуосей: 1 — бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка ( $b$  — радиус ее внешней поверхности,  $\Delta$  — абсолютная толщина,  $\delta = \Delta/b$  — относительная толщина); 2 — бесконечно длинная эллиптическая цилиндрическая оболочка ( $b$  и  $a_2$  — малая и большая полуоси,  $p_3$  — фокусы,  $2c_3$  — фокусное расстояние,  $\gamma_1 = \text{const}$  — внешняя поверхность,  $\Delta_{\min}$  и  $\Delta_{\max}$  — соответственно абсолютные толщины,  $\delta = \Delta_{\max}/b$  — относительная толщина,  $c_3 = \sqrt{a_2^2 - b^2}$ ).

ванных оболочек, ограниченных замкнутыми поверхностями второго порядка, найти единую формулу для расчета полей, создаваемых этими оболочками, и эффективности их экранирования, а также аналитически определить влияние на эти факторы геометрической формы оболочек, их относительной толщины и поляризационных характеристик материала.

**Метод решения.** При решении МЭЗ поляризованные оболочки, ограниченные замкнутыми поверхностями второго порядка, рассматриваются как производные от вытянутого сфероида при изменении соотношения его полуосей. При этом используется метод решения для тонких оболочек.

Рассмотрим сначала задачу о намагничении ферромагнитной бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочки во внешнем равномерном магнитном поле, вектор напряженности которого перпендикулярен продольной оси  $x$  оболочки (рис. 3). Выражения для магнитостатических потенциалов, обусловленных внешним магнитным полем и индуцированным намагничиванием оболочки в этом поле, согласно [1] имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + D \frac{r}{l} \cos \alpha + F \frac{r}{b} \cos \alpha; \\ \Psi^{II} &= -Z_0 r \cos \alpha + D \frac{l}{r} \cos \alpha + F \frac{r}{b} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + D \frac{l}{r} \cos \alpha + F. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Границные условия

$$\frac{\partial \Psi^I}{\partial r} = \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} \Big|_{r=l}; \quad \mu \frac{\partial \Psi^{II}}{\partial r} = \frac{\partial \Psi^{III}}{\partial r} \Big|_{r=b}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), после несложных преобразований получаем

$$\left. \begin{aligned} D &= -Z_0 \frac{2b^2 l(\mu-1)}{(\mu+1)^2 b^2 - (\mu-1)^2 l^2}; \\ F &= Z_0 b \frac{(\mu^2-1)b^2 - (\mu-1)^2 l^2}{(\mu+1)^2 b^2 - (\mu-1)^2 l^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для случая поляризации такой же оболочки из диэлектрического или сегнетоэлектрического материала во внешнем равномерном электрическом поле, вектор напряженности которого  $E_{Z_0}$  перпендикулярен продольной оси оболочки  $x$ , задача решается аналогично, выражения для  $D$  и  $F$  будут такими же, только вместо  $\mu$  будет  $\varepsilon$ , а вместо  $Z_0$  будет  $E_{Z_0}$ . Внешнее электрическое поле обуславливает появление на внешней и внутренней поверхностях оболочки смещенных электрических зарядов (рис. 4). Эти заряды на внешней и внутренней поверхностях оболочки имеют противоположные знаки.

Заряды на внешней поверхности создают внутри области, ограниченной этой поверхностью, электрическое поле, направленное навстречу

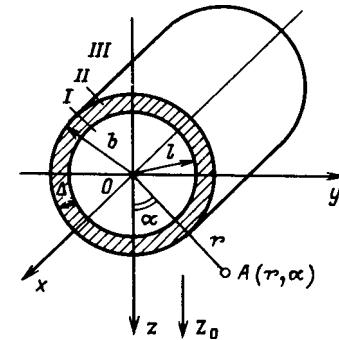


Рис. 3. Бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка ( $b$  и  $l$  — радиусы внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\Delta$  — абсолютная толщина оболочки,  $Z_0$  — вектор напряженности внешнего равномерного магнитного поля);  $I$  и  $II$  — полость и тело оболочки;  $III$  — внешняя область;  $r$ ,  $\alpha$  — текущие координаты цилиндрической системы координат

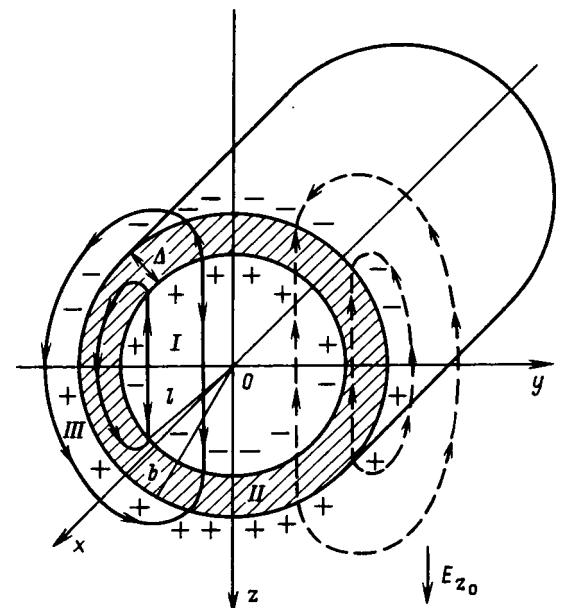


Рис. 4. Бесконечно длинная круглая цилиндрическая оболочка ( $b$  и  $l$  — радиусы соответственно внешней и внутренней поверхностей оболочки,  $\Delta$  — абсолютная толщина,  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость материала оболочки,  $E_{Z_0}$  — вектор напряженности внешнего равномерного электрического поля);  $I$  и  $II$  — полость и тело оболочки,  $III$  — внешняя область;  $+$  и  $-$  — смещенные электрические заряды на поверхностях оболочки, обусловленные ее поляризацией в поле  $E_{Z_0}$  (в правой половине рисунка пунктиром обозначены силовые линии, идущие от зарядов на внешней поверхности оболочки, а в левой половине рисунка сплошной линией указаны силовые линии, направленные от зарядов на внутренней поверхности оболочки)

внешнему (полю источника), а заряды на внутренней поверхности создают в полости оболочки электрическое поле, направленное согласно с внешним полем. Таким образом, смещенные заряды на внешней поверхности оболочки обуславливают экранирование внешнего электрического поля, а смещенные заряды на внутренней

поверхности ослабляют экранирование этого поля. Для случая намагничения ферромагнитных оболочек такие же рассуждения можно вести применительно к так называемым фиктивным магнитным зарядам. Все это является физическим обоснованием того факта, что в выражении (3) постоянные интегрирования  $D$  и  $F$ , связанные соответственно с внутренней и внешней поверхностями оболочки, имеют противоположные знаки.

Рассмотрим напряженность магнитного поля в областях I, II и III, в частности, вертикальную составляющую этого поля:

$$\left. \begin{aligned} Z^I &= -\frac{\partial \Psi^I}{\partial z} = Z_0 \frac{4\mu b^2}{(\mu+1)^2 b^2 - (\mu-1)^2 l^2}; \\ Z^{II} &= -\frac{\partial \Psi^{II}}{\partial z} = Z_0 \frac{2b^2(\mu+1)}{(\mu+1)^2 b^2 - (\mu-1)^2 l^2} - \\ &- Z_0 \frac{2b^2 l^2}{(\mu+1)^2 b^2 - (\mu-1)^2 l^2} \frac{\cos 2\alpha}{r^2}; \\ Z^{III} &= -\frac{\partial \Psi^{III}}{\partial z} = Z_0 + Z_0 b^2 \frac{(\mu^2-1)(b^2-l^2)}{(\mu+1)^2 b^2 - (\mu-1)^2 l^2} \times \\ &\times \frac{\cos 2\alpha}{r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Выражение (4) свидетельствует о том, что если поляризованная оболочка находится во внешнем равномерном магнитном или электрическом поле, то соответствующее поле, обусловленное поляризацией оболочки, будет равномерным в полости оболочки и неравномерным во внешней области. В теле оболочки это поле неравномерное и состоит из двух компонент — равномерной и неравномерной, обусловленных соответственно внешней и внутренней поверхностями оболочки.

Изложенное справедливо для всех поляризованных оболочек, ограниченных замкнутыми поверхностями второго порядка, при любом соотношении параметров  $a/b$ .

Выражения (1), (3) и (4) существенно упрощаются при переходе к относительно тонким оболочкам, для которых  $\delta = \Delta/b \ll 1$ . Для этих оболочек согласно [2] выражение (1) будет выглядеть так:

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 r \cos \alpha + P \frac{r}{b} \cos \alpha; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 r \cos \alpha + P \frac{b}{r} \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Согласно [2]

$$P = Z_0 b \frac{\mu b}{\mu b + 2}. \quad (6)$$

В наиболее общем виде для ферромагнитных оболочек, ограниченных замкнутыми поверхностями второго порядка, при любом соотношении параметров  $a/b$  выражение (1) будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I &= -Z_0 z + L_z z; & \Psi^I &= -H_0 x + L_h x; \\ \Psi^{III} &= -Z_0 z + L_z N_z; & \Psi^{III} &= -H_0 x + L_h N_x, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $x, z$  — текущие координаты;  $N_z$  и  $N_x$  — функции текущих координат.

Величины  $L_h$  и  $L_z$  зависят от формы оболочек, магнитной и диэлектрической проницаемостей их материала, относительной толщины и величины вектора напряженности внешнего магнитного или электрического поля;  $L_h$  и  $L_z$  — это функции источника, ибо поляризованная оболочка, помещенная в магнитное или электрическое поле, становится вторичным источником этого поля. Таким образом, магнитостатический и электростатический потенциалы поля, обусловленного поляризацией оболочек, выражаются в виде произведения функций текущих координат и источника. Функции текущих координат различны для оболочек различной формы, а функции источника, будучи также различными для поляризованных оболочек различной формы, характеризуются единой структурной формулой. Последняя существенно упрощается при переходе к относительно тонким оболочкам:

$$\left. \begin{aligned} L_z &= Z_0 \frac{\mu \delta}{\mu \delta + k_z}; & L_z &= E_{z0} \frac{\epsilon \delta}{\epsilon \delta + k_z}; \\ &\text{или} \\ L_h &= H_0 \frac{\mu \delta}{\mu \delta + k_x}; & L_h &= E_{h0} \frac{\epsilon \delta}{\epsilon \delta + k_x}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Выражения для  $k_z$  и  $k_x$  и их численные значения для различных отношений  $a/b$  и относительно тонких оболочек приведены в табл. 1. Выражения для  $x, z, N_x$  и  $N_z$  для оболочек различной формы приведены в табл. 2.

В табл. 1, 2 приняты обозначения:  $(\epsilon, \eta, \alpha)$ ,  $(r, \alpha, \phi)$ ,  $(r, \alpha)$  и  $(\gamma, \alpha)$  — текущие координаты соответственно сфероидальной, сферической, цилиндрической и эллиптической системы координат,  $i = \sqrt{-1}$ ;  $P_{1(e)}$ ,  $Q'_{1(e)}$  и  $p'_{1(e)}$ ,  $Q'_{1(ie)}$  — присоединенные функции Лежандра при вещественном и мнимом аргументах;  $p_{1(e)}$ ,  $Q_{1(e)}$  и  $p_{1(ie)}$ ,  $Q_{1(ie)}$  — полиномы Лежандра первого и второго рода при вещественном и мнимом аргументах.

С помощью формул (7) и данных табл. 1, 2 можно рассчитать в полости оболочек и во внешней области магнитное и электрическое поля, обусловленные поляризацией оболочек во внешнем равномерном магнитном и электрическом полях.

Рассмотрим экранирующую способность поляризованных оболочек по отношению к внешнему равномерному магнитному и электрическому полям, векторы напряженности которых  $Z_0(E_{z0})$  и  $H_0(E_{h0})$  соответственно перпендикулярны и параллельны продольной оси  $x$  (рис. 1). На основании формул (4) и (7) выражение для эффективности экранирования  $k_{\text{экп}}$  можно записать так:

$$\left. \begin{aligned}
 k_{\text{экр}z} &= \frac{Z_0}{Z^*} = \frac{Z_0}{Z_0 - L_z} = \frac{Z_0}{Z_0 - Z_0 \frac{\mu\delta}{\mu\delta + k_z}} = \\
 &= \frac{\mu\delta + k_z}{k_z} = 1 + \frac{\mu\delta}{k_z}; \\
 k_{\text{экр}x} &= \frac{H_0}{\frac{\partial(-H_0x - L_zx)}{\partial x}} = \frac{H_0}{H_0 - L_z} = \\
 &= \frac{H_0}{H_0 - H_0 \frac{\mu\delta}{\mu\delta + k_z}} = 1 + \frac{\mu\delta}{k_z}.
 \end{aligned} \right\}$$

Для оболочек сферической формы  $k_z = k_x = 1,5$ , для бесконечно длинных круглых цилиндрических оболочек  $k_z = 2$ ,  $k_x = \infty$ . Подставляя эти значе-

ния  $k_z$  и  $k_x$  в (9), получаем:

$$(k_{\text{экр}})_{\text{сф}z} = 1 + \frac{\mu\delta}{k_z} = 1 + \frac{\mu\delta}{1,5} = 1 + 0,667\mu\delta;$$

$$(k_{\text{экр}})_{\text{сф}x} = 1 + \frac{\mu\delta}{k_x} = 1 + \frac{\mu\delta}{1,5} = 1 + 0,667\mu\delta;$$

$$(k_{\text{экр}})_{\text{ц}z} = 1 + \frac{\mu\delta}{k_z} = 1 + \frac{\mu\delta}{2} = 1 + 0,5\mu\delta;$$

$(k_{\text{экр}})_{\text{ц}x} = 1 + \frac{\mu\delta}{k_x} = 1 + \frac{\mu\delta}{\infty} = 1$  — поле  $H_0$  не экранируется.

Значения  $k_{\text{экр}}$  для оболочек различной формы приведены в табл. 3.

Относительно простые выражения для  $k_z$ ,

Таблица 1

a/b	Форма оболочек	$k_z$		$k_z$	
		Формула	Значение	Формула	Значение
0,10	Сжатый (сплюснутый) сфероид	$a_1 c_2 (\epsilon_2^2 + 1) [Q'_{1(i\epsilon_2)} P'_{1(i\epsilon_2)} - Q^{(1)}_{1(i\epsilon_2)} P'_{1(i\epsilon_2)}]$	0,14	$a_1 c_2 (\epsilon_2^2 + 1) [Q_{1(i\epsilon_2)} P^{(1)}_{1(i\epsilon_2)} - Q^{(1)}_{1(i\epsilon_2)} P_{1(i\epsilon_2)}]$	0,58
0,20		$b^2 (2\epsilon_2^2 + 1) Q'_{1(i\epsilon_2)} P'_{1(i\epsilon_2)}$	0,31	$2b^2 Q_{1(i\epsilon_2)} P_{1(i\epsilon_2)}$	0,67
0,50			0,85		0,95
0,60			1,01		1,05
0,70			1,16		1,16
0,80			1,28		1,28
1	Шар	1,5	1,5	1,5	1,5
1,1	Вытянутый сфероид	$\frac{2ac_1(\epsilon_1^2 - 1)}{b^2(2\epsilon_1^2 - 1)Q'_{1(\epsilon_1)}P'_{1(\epsilon_1)}}$	1,58	$ac_1$	1,62
1,5			1,81		2,15
2			1,94		2,88
3			2,00		4,60
10			2,00		24,65
$\infty$	Круглый цилиндр	2	2	$\infty$	$\infty$
$\infty$	Эллиптический цилиндр $a^2/b = 1,1$ $a^2/b = 1,2$ $a^2/b = 1,5$ $a^2/b = 2$	$a^2/b(a^2/b + 1)$	2,1 2,64 3,65 6,00	$\infty$	$\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$

Таблица 2

a/b	Система координат	z	x	$N_z$	$N_x$
$\infty > \frac{a}{b} > 1$	Вытянутая сфероидальная	$c_1 P'_{1(\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha$	$c_1 P_{1(\epsilon)} P_{1(\eta)} \cos \alpha$	$c_1 \frac{P'_{1(\epsilon)}}{Q'_{1(\epsilon)}} Q'_{1(\epsilon)} P'_{1(\eta)} \cos \alpha$	$c_1 \frac{P_{1(\epsilon)}}{Q_{1(\epsilon)}} Q_{1(\epsilon)} P_{1(\eta)}$
$1 > \frac{a}{b} > 0$	Сжатого (сплюснутого) сфероида	$\frac{c_2}{i} P'_{1(i\epsilon)} P'_{1(i\eta)} \cos \alpha$	$\frac{c_2}{i} P_{1(i\epsilon)} P_{1(i\eta)} \cos \alpha$	$\frac{c_2}{i} \frac{P'_{1(i\epsilon)}}{Q'_{1(i\epsilon)}} Q'_{1(i\epsilon)} P'_{1(i\eta)} \cos \alpha$	$\frac{c_2}{i} \frac{P_{1(i\epsilon)}}{Q_{1(i\epsilon)}} Q_{1(i\epsilon)} P_{1(i\eta)}$
1	Сферическая	$r \cos \alpha$	$r P'_{1(\cos \alpha)} \cos \varphi$	$\frac{b_3}{r^2} \cos \alpha$	$\frac{b_3}{r^2} P'_{1(\cos \alpha)} \cos \varphi$
$\infty$	Цилиндрическая (круглый цилиндр)	$r \cos \alpha$	—	$\frac{b^2}{r} \cos \alpha$	—
$\infty$	Эллиптическая (эллиптический цилиндр)	$c_3 s \text{sh} \gamma \sin \alpha$	—	$c_3 \frac{\sin \gamma}{e^{-\gamma}} e^{-\gamma} \sin \alpha$	—

Таблица 3

a/b	Форма оболочек	$k_{\text{экп}}$		$k_{\text{экп}}$	
		формула	значение	формула	значение
0,10	Сжатый (сплюснутый) сфероид	$1 + \mu \delta \frac{b^2(2\epsilon_2^2 + 1)Q'_{1(i\epsilon_2)}P'_{1(i\epsilon_2)}}{a_1 c_2 (\epsilon_2^2 + 1)(Q'_{1(i\epsilon_2)}P'_{1(i\epsilon_2)}^{(1)} - Q'_{1(i\epsilon_2)}P'_{1(i\epsilon_2)}^{(1)})}$	1 + 7,143 $\mu\delta$	$1 + \mu \delta \frac{2b^2 Q_{1(i\epsilon_2)} P_{1(i\epsilon_2)}}{a_1 c_2 (\epsilon_2^2 + 1)(Q_{1(i\epsilon_2)} P_{1(i\epsilon_2)}^{(1)} - Q_{1(i\epsilon_2)} P_{1(i\epsilon_2)}^{(1)})}$	1 + 1,724 $\mu\delta$
0,20			1 + 3,222 $\mu\delta$		1 + 1,493 $\mu\delta$
0,50			1 + 1,153 $\mu\delta$		1 + 1,053 $\mu\delta$
0,60			1 + 0,990 $\mu\delta$		1 + 0,952 $\mu\delta$
0,70			1 + 0,862 $\mu\delta$		1 + 0,862 $\mu\delta$
0,80			1 + 0,781 $\mu\delta$		1 + 0,781 $\mu\delta$
1	Шар	$1 + \mu \delta / 1,5$	$1 + 0,667 \mu \delta$	$1 + \mu \delta / 1,5$	$1 + 0,667 \mu \delta$
1,1	Вытянутый сфероид	$1 - \mu \delta \frac{b^2(2\epsilon_1^2 - 1)Q'_{1(\epsilon_1)}P'_{1(\epsilon_1)}}{2a c_1 (\epsilon_1^2 - 1)}$	1 + 0,633 $\mu\delta$	$1 + \mu \delta \frac{2b^2 Q_{1(\epsilon_1)} P_{1(\epsilon_1)}}{a c_1}$	1 + 0,617 $\mu\delta$
1,5			1 + 0,552 $\mu\delta$		1 + 0,465 $\mu\delta$
2			1 + 0,515 $\mu\delta$		1 + 0,347 $\mu\delta$
3			1 + 0,500 $\mu\delta$		1 + 0,217 $\mu\delta$
10			1 + 0,500 $\mu\delta$		1 + 0,041 $\mu\delta$
$\infty$	Круглый цилиндр	$1 + \mu \delta / 2$	$1 + 0,500 \mu \delta$	1	1
$\infty$	Эллиптический цилиндр $a_2/b = 1,1$ $a_2/b = 1,2$ $a_2/b = 1,5$ $a_2/b = 2$	$1 + \frac{\mu \delta}{a^2/b(a^2/b + 1)}$	$1 + 0,433 \mu \delta$ $1 + 0,308 \mu \delta$ $1 + 0,267 \mu \delta$ $1 + 0,167 \mu \delta$	1	1

$k_x$  и  $k_{\text{экп}}$  получены благодаря использованию формул для относительно тонких оболочек при  $\mu^2 \gg 1$  и  $\epsilon^2 \gg 1$ , применение же их для нетонких оболочек возможно при достаточно больших значениях  $\mu$  и  $\epsilon$ . Поэтому относительно простые выражения для  $k_z$ ,  $k_x$  и  $k_{\text{экп}}$  могут быть получены лишь для ферромагнетиков и сегнетоэлектриков ( $\mu \geq 100$ ,  $\epsilon \geq 100$ ) и для диэлектриков с большим значением  $\epsilon$ .

Для учета изменений магнитной проницаемости  $\mu$  и диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  в функции напряженности соответственно магнитного или электрического поля в теле поляризованной оболочки расчет магнитного и электрического полей должен производиться методом последовательных приближений. Но поле в теле поляризованной оболочки неравномерно, поэтому упомянутый выше расчет должен производиться для той части оболочки, в которой результирующее магнитное или электрическое поле максимально, т. е. для той части оболочки, которая вносит основной вклад в собственное поле оболочки как в полости, так и во внешней области.

Рассмотрим в качестве примера ферромагнитную бесконечно длинную круглую цилиндрическую оболочку во внешнем равномерном магнитном поле  $Z_0$  (рис. 3). Из (4) следует, что  $(Z^{\text{II}})^{\text{max}}$  имеет место при  $\alpha = 90^\circ$ , т. е. в тех точках поперечного сечения оболочки, в которых касательная к поверхности параллельна вектору

ру напряженности внешнего поля (в точках тела оболочки, лежащих в плоскости  $x0y$ ). Это же следует и из рис. 4: силовые линии, идущие от зарядов на внутренней поверхности оболочки и замыкающиеся в теле оболочки, направлены здесь согласно с внешним полем и тем самым ослабляют в теле оболочки поле от зарядов на внешней поверхности оболочки, направленное навстречу внешнему полю.

Обращаясь к рис. 1, следует заметить, что при поляризации всех оболочек в поле  $Z_0$  или  $E_{Z0}$  максимальное поле в теле оболочек будет в точках, лежащих в плоскости  $\alpha = 90^\circ$  (в плоскости  $x0y$ ), а при поляризации этих же оболочек в поле  $H_0$  или  $E_{H0}$  максимальное поле в теле оболочек будет в точках, лежащих на окружностях, расположенных в плоскости, проходящей через начало координат (в плоскости  $y0z$ ). Исключение будет лишь для бесконечно длинной цилиндрической оболочки, у которой при поляризации в поле  $H_0$  или  $E_{H0}$  поле в теле оболочки вдоль оси  $x$  постоянно.

Для точек в теле оболочек, в которых результирующее поле максимально, производится учет изменения  $\mu$  и  $\epsilon$  в функции магнитного и электрического полей. Проиллюстрируем это на примере ферромагнитной бесконечно длинной круглой цилиндрической оболочки, находящейся во внешнем равномерном магнитном поле напряженностью  $Z_0$  (рис. 3). Алгоритм расчета следующий:

Таблица 4

a/b	Форма оболочек	Погрешности расчета (в %) в поле $Z_0(E_{z,0})$ при					Погрешности расчета в поле $H_0(E_{H_0})$ при				
		$\mu = 100$	$\mu = 200$	$\mu = 300$	$\mu = 500$	$\mu = 1000$	$\mu = 100$	$\mu = 200$	$\mu = 300$	$\mu = 500$	$\mu = 1000$
0,1	Сжатый	14,36	7,15	4,76	2,85	1,42	0,590	0,293	0,195	0,117	0,058
0,2	(сплюснутый)	7,95	3,93	2,64	1,58	0,790	0,671	0,333	0,222	0,133	0,066
0,5	сферонд	3,39	1,69	1,13	0,677	0,338	0,957	0,476	0,317	0,190	0,095
1	Шар	1,51	0,752	0,501	0,300	0,150	1,51	0,752	0,501	0,300	0,150
2	Вытянутый	0,495	0,244	0,162	0,096	0,048	2,86	1,43	0,957	0,575	0,288
3	сферонд	0,257	0,124	0,082	0,049	0,024	4,49	2,27	1,52	0,915	0,459
10		0,059	0,025	0,016	0,009	0,004	20,17	11,08	7,64	4,72	2,41
$\infty$	Круглый цилиндр	0,020	0,005	0,002	0,0008	0,0002	—	—	—	—	—
$\infty$	Эллиптический цилиндр	$a^2/b = 1,1$ $a^2/b = 1,2$ $a^2/b = 1,5$ $a^2/b = 2$	0,372 0,707 1,900 4,231	0,193 0,363 0,970 2,180	0,130 0,244 0,651 1,469	0,079 0,147 0,393 0,889	0,040 0,074 0,197 0,596	— — — —	— — — —	— — — —	— — — —

1. В формуле (4) значение  $\mu$  принимается для внешнего поля  $Z_0$ .

2. На основании формулы (4) рассчитывается напряженность результирующего магнитного поля  $Z^{II}$  в упомянутых выше точках в теле оболочки (в точках, где  $\alpha = 90^\circ$  и  $r = l$ ).

3. Для значения напряженности магнитного поля  $Z^{III}$ , рассчитанного в п. 2, определяется новое значение  $\mu$ .

4. Для полученного нового значения  $\mu$  вновь рассчитывается значение  $Z^{II}$  по формуле (4) в точках, где  $\alpha = 90^\circ$  и  $r = l$ .

5. Вновь производятся расчеты согласно пп. 2—4.

Расчеты, выполненные в пп. 2—5, необходимо повторить не менее трех раз.

Изложенные выше выводы и результаты справедливы и при учете изменения величины  $\mu$  и  $\epsilon$ .

Если оболочка не ограничена поверхностями второго порядка, то расчет магнитного или электрического поля, обусловленного ее поляризацией, может быть произведен приближенно. Для этого нужно ее аппроксимировать ближайшей по форме оболочкой, ограниченной поверхностями второго порядка, с теми же значениями  $\mu$  или  $\epsilon$ . При аппроксимации ее сфероидальной оболочкой большая ось принимается равной длине аппроксимируемой оболочки, а малая ось определяется из условия равенства площадей поперечных сечений обеих оболочек. Толщины  $\Delta_{max}$  и  $\Delta_{min}$  сфероидальной оболочки определяются из условия равенства объемов материала оболочек с учетом соотношения  $\Delta_{max}/\Delta_{min} = a/b$  (рис. 1). При аппроксимации сферической оболочкой радиус ее определяется из условия равенства объемов обеих

оболочек, а толщина — из условия равенства объемов материала оболочек.

**Точность полученных формул.** На точности полученных формул может сказаться применение метода решения для тонких оболочек для случая, когда оболочки могут быть и не тонкими. Оценим влияние этого фактора. Прежде всего определим максимально возможную погрешность, которая может возникнуть в случае применения формул для тонких оболочек при расчете сплошных тел. Данные расчета приведены в табл. 4. Сравнение производится с результатами расчета по точным формулам для сплошных тел [5]. Данные табл. 4 свидетельствуют о том, что с ростом значений  $\mu$  (и соответственно  $\epsilon$ ) максимально возможная погрешность уменьшается. Если же формулы для тонких оболочек применять не для сплошных тел, а для оболочек, в том числе и не тонких, то погрешности расчета будут существенно меньше приведенных в табл. 4.

**Вывод.** Получены единое структурное решение и единая структурная формула для поляризованных оболочек различной формы, позволяющие с достаточной для инженерной практики точностью рассчитывать магнитное и электрическое поля, создаваемые этими оболочками, их экранирующую способность, а также определить влияние на эти факторы геометрической формы оболочек, их относительной толщины и поляризационных характеристик материала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ронинсон А. Д. Некоторые особенности решения краевых задач магнитостатики. — ЖТФ АН СССР, 1968, т. 38, № 3, с. 448—452.

2. Ронинсон А. Д. Определение магнитостатических полей тонких сферомагнитных оболочек, ограниченных

поверхностями второго порядка.— Тр. Таллиннского политех. ин-та, 1976, № 408, с. 45—58.

3. Гобсон Е. Теория сферических и эллипсоидальных функций.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1958.— 476 с.

4. Смайт В. Электростатика и электродинамика.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1959.— 604 с.

5. Ронинсон А. Д. Общее решение магнитостатической

задачи для сплошных ферромагнитных тел, ограниченных поверхностями второго порядка.— Дефектоскопия АН СССР, 1983, № 3, с. 54—63.

6. Аполлонский С. М. Справочник по расчету электромагнитных экранов.— Л.: Энергоатомиздат, 1988.— 59 с.

[10.05.89]

УДК 621.313.012.6.001.24

## Определение механических характеристик волновых электрических машин

КАСИЛОВ В. П., инж.

Волновая электрическая машина (ВЭМ) совмещает в себе волновую (обычную зубчатую) передачу в электромагнитный генератор волн деформации. Поэтому рабочий процесс ВЭМ имеет существенное отличие от рабочего процесса вращающихся электрических машин с жестким ротором. Во всех индуктивных электрических машинах с жестким ротором процесс преобразования энергии магнитного поля воздушного зазора в механическую работу, как и обратное преобразование, происходит непосредственно. Для ВЭМ это преобразование происходит через изменение деформированного состояния ротора.

Принцип действия ВЭМ, основные вопросы электромеханического преобразования, различные конструктивные схемы ВЭМ рассмотрены в [1—3]. Задачи механической деформации ротора ВЭМ в установившемся и переходном режимах решаются в [4—6]. При этом в качестве математической модели гибкого ротора выбирается круговой тонкий стержень малой кривизны постоянного сечения, загруженный радиальной и тангенциальной нагрузкой, распределенной вдоль образующей стержня. Радиальная деформация указанной модели при известном распределении сил описывается уравнением вида [7]:

$$\frac{d^5 W}{d\varphi^5} + 2 \frac{d^3 W}{d\varphi^3} + \frac{d W}{d\varphi} = f_1(\varphi),$$

где  $W$  — радиальная деформация в точке с угловой координатой  $\varphi$ ;

$$f_1(\varphi) = - \frac{R^3}{EJ_1} \left[ \frac{d^2 m_1}{d\varphi^2} + m_1 - R \left( \frac{dq}{d\varphi} - P_1 \right) \right],$$

$R$  — радиус кривизны стержня до деформации;  $E$  — модуль упругости,  $J$  — момент инерции поперечного сечения стержня;  $q$ ,  $P$ ,  $m_1$  — внешние распределенные нагрузки в плоскости стержня, направленные по радиусу и по касательной, и погонный момент.

В случае ВЭМ распределенная электромагнитная нагрузка становится нелинейной функцией  $\varphi$ , что делает приведенное дифференциальное уравнение нелинейным. В [4] это уравнение решается подстановкой тригонометрического ряда. Ввиду сложности уравнения, это решение получается достаточно громоздким.

Задача деформации гибкого ротора под действием волны электромагнитных сил может быть также решена с применением теории оболочек и метода итераций. Применение метода итераций позволяет заменить решение нелинейной задачи рядом последовательных решений линейных задач, полагая в рамках каждого итерационного цикла распределение электромагнитных сил по поверхности гибкого ротора известным из предыдущей итерации. Линейный характер уравнения деформации в этом случае позволяет применить принцип суперпозиции и воспользоваться известными результатами решения задачи деформации гибкой цилиндрической оболочки под действием пары сосредоточенных сил [8].

Допустим, что на цилиндрический гибкий ротор действует пара равных противоположно направленных сил  $P$ , равномерно распределенных по длине ротора  $l$ , приложенных в двух диаметрально противоположных точках окружности. Пусть эти силы растягивают ротор. Выберем систему координат, как показано на рис. 1. Гибкий ротор будем рассматривать как нерастяжимую, несжимаемую оболочку. При этих условиях радиальная деформация в произвольной точке срединной поверхности оболочки определяется по формуле:

$$w(\varphi) = \frac{2PR^3}{\pi Dl} \sum_{n=2, 4, 6} \left\{ \frac{1}{(n^2-1)^2} + \frac{n^2 cx}{(n^2-1)^2 \left[ \frac{3}{3} n^2 l^2 + 2(1-v)R^2 \right]} \right\} \cos n\varphi, \quad (1)$$

где  $P$  — значение приложенных сил;  $l$  — длина оболочки;  $R$  — радиус делительной окружности срединной поверхности ротора в недеформированном состоянии;  $D$  — жесткость оболочки при изгибе [4];  $\nu$  — пуссоново отношение.

В нашем случае будет отсутствовать кручение элемента поверхности и выражение (1) упростится:

$$w(\varphi) = \frac{2PR^3}{\pi Dl} \sum_{n=2, 4, 6} \frac{1}{(n^2 - 1)^2} \cos n\varphi. \quad (2)$$

Так как толщина гибкой оболочки ротора ВЭМ обычно невелика и относительно мала деформация ротора ВЭМ, можно считать, что перемещение наружной поверхности ротора под действием сил  $P$  равно перемещению его срединной поверхности. Поэтому по формуле (2) с достаточной точностью можно определить изменение поверхности гибкого ротора под действием пары сил, равномерно распределенных по его длине.

В общем случае на ротор ВЭМ действует одна или несколько волн электромагнитных сил. В случае ВЭМ с одной волной деформации ее работа аналогична работе электрической машины с катящимся ротором (ЭМКР). Этот рабочий процесс достаточно подробно исследован. С другой стороны ВЭМ с числом волн деформации более двух обычно не изготавливаются. Учитывая это, далее рассматриваются только ВЭМ с двумя волнами деформации. Так как волна электромагнитных сил у таких машин полностью повторяется через  $180^\circ$ , она в любой момент времени с любой наперед заданной точностью может быть разбита на систему элементарных пар сил  $P$ . Если суммарное радиальное перемещение всех точек поверхности ротора объединить в вектор перемещений  $\bar{W}$ , то, учиты-

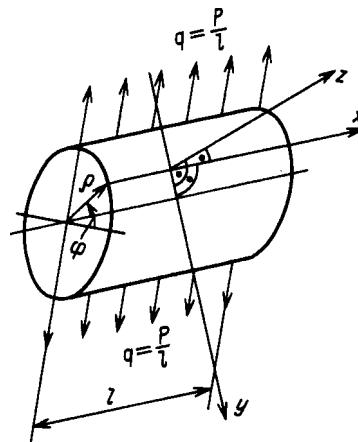


Рис. 1. Схема деформации гибкого ротора под действием пары распределенных сил.

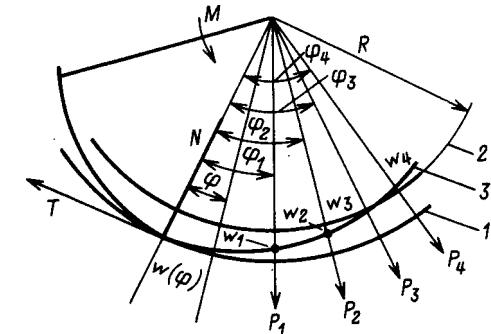


Рис. 2. Силы и моменты, действующие на ротор ВЭМ в заторможенном режиме: 1 — жесткое колесо волновой пары; 2 — гибкий ротор ВЭМ до деформации; 3 — гибкий ротор ВЭМ в деформированном состоянии

вая его тензорный характер [выражение (2) является одной из проекций этого тензора], можно записать:

$$\bar{W} = (K)\bar{P}, \quad (3)$$

где  $\bar{W}$  — вектор перемещений размерности  $m$ ;  $m$  — число участков разбиения;  $(K)$  — матрица коэффициентов размерности  $m \times m$ , коэффициенты которой определяются по формуле:

$$k_{ik} = \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\varphi_{ik}}{(4n^2 - 1)^2}; \quad (4)$$

$\bar{P}$  — вектор приложенных сил.

Как видно из выражений (3) и (4), деформация круглой цилиндрической оболочки под действием периодической системы сил носит гармонический характер, причем разложение содержит только четные гармоники. Ряд в выражении (4) носит быстроубывающий характер, что позволяет в практических расчетах ограничиться достаточно малым числом членов.

Выражение (3) не учитывает сил реакции со стороны статора. В реальной машине максимальное значение деформации ротора всегда ограничено внутренним диаметром статора. Обычно ВЭМ конструктивно выполняются таким образом, что при максимальной деформации гибкого ротора между ним и статором существует некоторый минимальный зазор. Деформация ротора передается гибкому колесу волновой передачи, вынесенному за пределы активной зоны машины. В месте контакта гибкого и жесткого колес на гибкое колесо действует сила реакции (рис. 2). Нормальная составляющая этой силы ограничивает деформацию ротора, тангенциальная создает врачающий момент на валу ВЭМ.

Снова рассмотрим случай, при котором на ротор действует одна пара сил  $P$ . Если момент на валу ВЭМ отсутствует, то ротор будет деформирован таким образом, что продольная ось деформации (ПОД) будет совпадать с линией дей-

ствия сил  $P$ . При достаточном значении сил  $P$  максимальная деформация ротора определится полуразностью диаметров делительных окружностей жесткого и гибкого зубчатых колес. Со стороны неподвижного зубчатого колеса на оболочку будет действовать сила реакции  $N_0$ , причем

$$\omega_0 = n_0(P - N_0), \quad (5)$$

где  $\omega_0$  — значение деформации в направлении ПОД (максимальная величина деформации),  $n_0$  — коэффициент, определяемый по формуле:

$$n_0 = \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n^2 - 1)^2}. \quad (6)$$

Отсюда можно найти значение нормальной реакции для установившегося положения ротора при отсутствии момента на валу:

$$N_0 = P - \omega_0/n_0. \quad (7)$$

Допустим теперь, что линия действия сил  $P$  смешилась относительно ПОД на некоторый угол  $\varphi$ . Ротор стремится занять новое положение равновесия, при котором ПОД совместится с новым направлением действия сил  $P$ . При этом вал ВЭМ должен повернуться на угол  $\varphi/i_n$ , где  $i_n$  — передаточное отношение волновой зубчатой пары. Приложим к валу ВЭМ внешний момент  $M$  такого значения, чтобы ротор остался неподвижным. Рассмотрим состояние равновесия, в котором будет находиться ротор. Для удобства рассмотрения предположим, что гибкая оболочка ротора ВЭМ связана с выходным валом двумя рычагами  $A$  и  $B$ , расположенными перпендикулярно ПОД (рис. 3), причем эти рычаги не мешают перемещению оболочки в направлении их осей. В месте контакта гибкого и жесткого колес, кроме нормальной составляющей силы реакции возникает тангенциальная сила  $T$ , которая стремится по-

вернуть оболочку вокруг оси выходного вала. Со стороны рычагов  $A$  и  $B$  на оболочку будут действовать силы  $R$ , препятствующие этому повороту. Таким образом, приложение внешнего момента  $M$  к валу ВЭМ, по воздействию на оболочку, выражается в появлении сил  $R$  и  $T$ , действующих извне на оболочку: в точках  $0'$  и  $0''$  — со стороны неподвижного зубчатого колеса, в точках  $A$  и  $B$  — со стороны рычагов ОА и ОВ.

Приложим к оболочке пару сопряженных сил  $P^*$  в квадрантах I и III; силы  $P^*$  равны по значению силам  $P$ , а линия их действия  $0' - 0''$  смещена относительно ПОД на угол  $\varphi^* = -\varphi$ . Появление сил  $P^*$  вызовет появление момента  $M^*$ , а значит и сил  $R^*$ ,  $T^*$ , равных по значению и противоположно направленных по отношению к  $M$ ,  $R$ ,  $T$ . При этом действие сторонних сил  $R$  и  $T$  оказывается скомпенсированным силами  $R^*$  и  $T^*$ . Внешние тангенциальные силы в точках  $0'$ ,  $0''$ ,  $A$ ,  $B$  заменяются равными им внутренними силами растяжения. Так как мы считаем оболочку нерастяжимой и несжимаемой, воздействие сил  $P^*$  на элементы оболочки, заключенные в квадрантах II и IV, оказывается эквивалентным воздействию внешнего момента  $M$ . Это позволяет при воздействии момента  $M$  на вал ВЭМ рассматривать оболочку ротора под воздействием только нормальных сил  $P$ ,  $P^*$ ,  $N$  и отбросить силы  $T$  и  $R$ , что значительно упрощает анализ.

При воздействии на оболочку некоторой совокупности (вектора) сил  $\bar{P}$  и наличии момента на валу, действие каждой пары сил  $P_i$  необходимо скомпенсировать действием пары сопряженных сил  $P_i^*$ . Тогда с учетом сил реакции и сопряженных сил, вектор перемещений поверхности оболочки можно определить следующим образом:

$$W = (K) \bar{P} + (K)^* \bar{P}^* - \bar{n} N. \quad (8)$$

Значения сопряженных сил равны значениям соответствующих действительных сил, поэтому:

$$\bar{P} = \bar{P}^*. \quad (9)$$

Компоненты матрицы  $(K)$  размерности  $m \times m$  определяют взаимодействие точек поверхности оболочки с действительными силами:

$$k_{ik} = \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r(\varphi_i - \varphi_k)}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (10)$$

Компоненты матрицы  $(K)^*$  размерности  $m \times m$  определяют взаимодействие точек поверхности оболочки с сопряженными силами:

$$k_{ik}^* = \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r(\varphi_i - \varphi_k^*)}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (11)$$

Матрицы  $(K)$  и  $(K)^*$  имеют одинаковую размерность, поэтому их сумма может быть найдена почлененным сложением:

$$(K)^0 = (K) + (K)^*, \quad (12)$$

Рис. 3. К объяснению принципа сопряженных сил

причем

$$k_{ik}^0 = k_{ik} + k_{ik}^* = \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r(\varphi_i - \varphi_k) + \cos 2r(\varphi_i + \varphi_k)}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (13)$$

Тогда

$$W = (K)^0 \bar{P} - \bar{n} N, \quad (14)$$

отсюда

$$\bar{W} = (K)^0 \bar{P} - \frac{\bar{n}}{n_0} (2\bar{n} \bar{P} - w_0) \quad (15)$$

и

$$N = \frac{1}{n_0} (\bar{n} \bar{P} + \bar{n}^* \bar{P}^*) - \frac{w_0}{n_0} = \frac{1}{n_0} (2\bar{n} \bar{P} - w_0). \quad (16)$$

На основании принципа виртуальных перемещений запишем:

$$2\bar{P} \delta \bar{W} = \frac{1}{i_n} M \delta \varphi + \delta V, \quad (17)$$

где  $\delta \varphi$  — виртуальное перемещение продольной оси деформации ротора;  $i_n$  — передаточное отношение волновой пары;  $\delta \bar{W}$  — соответствующее перемещение поверхности ротора;  $\delta V$  — изменение энергии деформации ротора.

Изменение радиальной деформации в точке  $i$  поверхности ротора при перемещении оси продольной оси деформации на угол  $\delta \varphi$ :

$$\delta w_i = \frac{\partial}{\partial \varphi_i} w_i \delta \varphi_i.$$

Так как  $\varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_{12}$ ,  $\varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_{13}$  и так далее, причем  $\varphi_{12} = \text{const}$ ,  $\varphi_{13} = \text{const}$ , ...,  $\varphi_{1m} = \text{const}$ , то можно записать:

$$\frac{\partial w_i}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial w_i}{\partial \varphi_2} = \dots = \frac{\partial w_i}{\partial \varphi_i} = \dots = \frac{\partial w_i}{\partial \varphi_m}, \quad (18)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ .

Поэтому изменение деформации ротора можно найти следующим образом:

$$\delta \bar{W} = \frac{\partial}{\partial \varphi_i} \bar{W} \delta \varphi_i = \left[ \left( \frac{\partial}{\partial \varphi_i} K^0 \right) \bar{P} - \frac{\partial \bar{n}}{\partial \varphi_i} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{n_0} (2\bar{n} \bar{P} - w_0) - \bar{n} \frac{2}{n_0} \frac{\partial \bar{n}}{\partial \varphi_i} \bar{P} \right] \delta \varphi_i, \quad (19)$$

$\frac{\partial \bar{n}}{\partial \varphi_i}$  — вектор, компоненты которого являются частными производными по  $\varphi_i$  от соответствующих компонент вектора  $\bar{n}$ :

$$\frac{\partial n_i}{\partial \varphi_i} = - \frac{4R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (20)$$

Аналогично

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_i} k_{ik}^0 = - \frac{8R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r(\varphi_i + \varphi_k)}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (21)$$

Работа сил  $\bar{P}$  на перемещениях  $\delta \bar{W}$  с учетом (19) после несложных преобразований может быть записана в виде:

$$\bar{P} \delta \bar{W} = \left[ - \frac{8R^3}{\pi Dl} \sum_{i=1}^m P_i \sum_{j=1}^m P_j \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r(\varphi_i + \varphi_j)}{(4r^2 - 1)^2} - \right. \\ \left. - \frac{2w_0}{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(4r^2 - 1)^2}} \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{16R^3}{\pi Dl} \frac{1}{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(4r^2 - 1)^2}} \left( \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left( \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} \right) \right] \delta \varphi_i. \quad (22)$$

Далее запишем выражение радиальной деформации в произвольной точке поверхности ротора:

$$w(\varphi) = \bar{K}^0 \bar{P} - n/n_0 (2\bar{n} \bar{P} - w_0), \quad (23)$$

где компоненты вектора  $\bar{K}^0$  определяются по формуле:

$$K_i^0(\varphi) = \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r(\varphi_i - \varphi) + \cos 2r(\varphi + \varphi_i)}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (24)$$

Энергия деформации ротора (по [4]) определяется выражением:

$$V = \frac{D}{2R^4} \iint \left( w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right)^2 R d\varphi dx. \quad (25)$$

Так как в направлении оси  $x$  изменения деформации не происходит, интегрируя (22) по  $x$ , получим:

$$V = \frac{Dl}{2R^3} \int_{\varphi} \left( w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) d\varphi. \quad (26)$$

Дважды дифференцируя (23) по  $\varphi$ , подставляя полученные значения  $w$  и  $\frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2}$  в (26), находим:

$$V = \frac{Dl}{2R^3} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \bar{K}_0 + \frac{\partial^2 \bar{K}_0}{\partial \varphi^2} \right) \bar{P} - \right. \\ \left. - \frac{1}{n_0} \left( n + \frac{\partial^2 n}{\partial \varphi^2} \right) (2\bar{n} \bar{P} - w_0) \right]^2 d\varphi. \quad (27)$$

Сумма векторов  $\bar{K}^0$  и  $\frac{\partial^2 \bar{K}^0}{\partial \varphi^2}$  дает новый вектор, компоненты которого являются суммами:

$$k_i^0 + \frac{\partial^2 k_i^0}{\partial \varphi^2} = - \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r(\varphi - \varphi_i) + \cos 2r(\varphi + \varphi_i)}{4r^2 - 1}. \quad (28)$$

Аналогично

$$n + \frac{\partial^2 n}{\partial \varphi^2} = - \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r\varphi}{4r^2 - 1}. \quad (29)$$

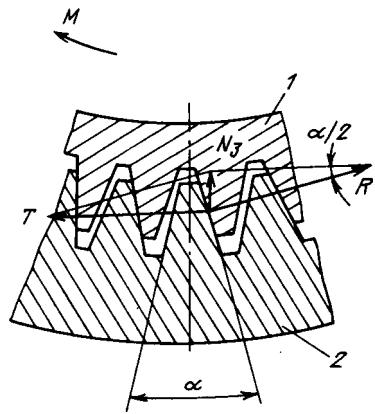


Рис. 4. Силы, действующие в месте контакта волновой пары:  
1 — гибкий ротор; 2 — жесткое колесо волновой пары

Подставляя полученные значения в (27) после интегрирования и ряда элементарных преобразований, получим:

$$V = 2 \frac{2R^3}{\pi Dl} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m P_i P_k \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2 \cos 2r\varphi_i \cos 2r\varphi_k}{(4r^2 - 1)^2} - \\ - 2 \frac{4R^3}{\pi Dl} \left( \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} \right)^2. \quad (30)$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(4r^2 - 1)^2}$$

Приращение энергии деформации при перемещении продольной оси деформации на угол  $\delta\varphi$ :

$$\delta V = 2 \left[ \frac{16R^3}{\pi Dl} \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(4r^2 - 1)^2} \right. \\ \left. - \frac{8R^3}{\pi Dl} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m P_i P_k \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r(\varphi_i + \varphi_k)}{(4r^2 - 1)^2} \right] \delta\varphi_i. \quad (31)$$

Подставляя (22) и (31) в (17), решая полученное уравнение относительно  $M$ , получим:

$$M = i_n \frac{4\omega_0}{\sum_{r=1}^{\infty} (4r^2 - 1)^{-2}} \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \sin 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2}. \quad (32)$$

Перепишем в окончательном виде выражение (16) для силы нормального давления:

$$N = \frac{2}{\sum_{r=1}^{\infty} (4r^2 - 1)^{-2}} \sum_{i=1}^m P_i \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\cos 2r\varphi_i}{(4r^2 - 1)^2} - \\ - \frac{\omega_0 \pi Dl}{2R^3 \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(4r^2 - 1)^2}}. \quad (33)$$

Жесткость оболочки при изгибе определяется выражением [4]:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (34)$$

где  $E$  — модуль упругости материала оболочки;  $h$  — толщина оболочки;  $\nu$  — пуссоново отношение.

Распределение электромагнитных сил по поверхности ротора находят на основании электромагнитного расчета с учетом геометрии магнитопроводов статора и ротора. При этом значения электромагнитных сил с учетом соответствующего изменения геометрии магнитопровода ротора могут быть уточнены методом итераций. Следует, однако, отметить, что влияние высших гармоник деформации на электромагнитные силы активной зоны ВЭМ весьма незначительно и при инженерных расчетах может не учитываться [4]. Значение первой гармоники деформации, как было показано ранее, при работе ВЭМ без пробуксовки, практически не зависит от значения приложенных сил и определяется разностью диаметров подвижного и неподвижного колес волновой пары.

Как видно из (32), значение электромагнитного момента на валу ВЭМ является гармонической функцией угла  $\varphi_i$ , который по аналогии с синхронными машинами классического типа можно назвать внутренним углом нагрузки ВЭМ. Сила нормального давления  $N$  является существенной характеристикой, так как она обеспечивает сцепление между подвижной и неподвижной зубчатыми поверхностями. Выражение (33) справедливо, если значение  $N$  положительно. Отрицательное значение  $N$ , полученное из (33), показывает, что в этом случае ротор не соприкасается со статором и электромеханическое преобразование невозможно. Таким образом, необходимым условием электромеханического преобразования является положительное значение силы нормального давления. Более того, значение силы  $N$  должно быть больше значения силы реакции зубчатой пары

$$N > N_3, \quad (35)$$

так как в противном случае произойдет пробуксовка волновой передачи. Реакция зубчатой пары зависит от нагрузки на валу и профиля зуба волновой передачи (рис. 4):

$$N_3 = T \operatorname{tg} \alpha/2 = \frac{M}{2R} \operatorname{tg} \alpha/2, \quad (36)$$

где  $T$  — тангенциальная сила в зубчатом зацеплении;  $R$  — радиус ротора;  $\alpha$  — угол профиля зуба;  $M$  — момент на валу ВЭМ.

Решая совместно (32) и (33) с учетом условия (35) и выражения (36), можно найти предельное значение внутреннего угла нагрузки  $\varphi_{\text{пр}}$ , при котором еще не наступает пробуксовка волновой

зубчатой пары, и определить максимальное значение момента. Ограничиваюсь первыми членами рядов, для случая одной пары сил, действующих на ротор, предельный угол нагрузки можно найти по формуле:

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\pi - \alpha}{4} - \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{\omega_0 \pi D l}{2 R^3 P \sum_{r=1}^{\infty} (4r^2 - 1)^{-2}} \times \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha / 2 + 1}} \right). \quad (37)$$

Для определения значения максимального момента ВЭМ нужно подставить значение  $\rho_{\text{пр}}$  в формулу (32).

Полученные в статье выражения проверены на примере промышленно выпускаемой ВЭМ. Результаты проверки показали достаточно высокую точность. Так, рассчитанное значение максимального момента составило 43,7 Н·м, практически оно составляет не менее 40 Н·м.

**Выводы.** 1. Значение электромагнитного момента, развиваемого ВЭМ с цилиндрическим ротором, пропорционально значению электромагнитных сил, действующих на ротор, и максимальному значению деформации ротора, и является гармонической функцией внутреннего угла нагрузки.

2. Условием электромеханического преобразования в ВЭМ без пробуксовки является достаточное значение силы нормального давления, которая должна быть больше силы реакции зубчатой передачи.

3. Полученные в статье формулы позволяют определить значения электромагнитных моментов и других характеристик ВЭМ с учетом основных электромагнитных и механических параметров на стадии проектирования, что позволяет использовать их при проектировании и оптимизации ВЭМ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бертинов А. И., Варлей В. В. Электрические машины с катящимся ротором.— М.: Энергия, 1969.
- Борзяк Ю. Г., Зайков М. А., Наний В. П. Электродвигатели с катящимся ротором.— Киев: Техніка, 1982.
- Аверьянов А. В., Слесарев А. В. Волновые электромеханизмы / Под ред. В. С. Рыбакова.— М.: Информэлектро, 1970.
- Варлей В. В. Деформация ротора и электромагнитная мощность волновых электродвигателей.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1978, № 5.
- Варлей В. В. Исследование деформации гибкого ротора волнового электродвигателя в переходном режиме.— Электричество, 1979, № 1.
- Варлей В. В. Уравнения движения электродвигателей с деформируемым ротором.— Электричество, 1986, № 4.
- Прочность. Устойчивость. Колебания / Под ред. И. А. Биргера и Я. А. Пановко.— М.: Машиностроение, 1968.
- Тимошенко С. П. Пластиинки и оболочки.— М.: ОГИЗ Гостехиздат, 1948.

[27.02.89]

УДК 621.313.333.001.24

## Основные уравнения асинхронного двигателя с двумя статорными обмотками

ДЖЕНДУБАЕВ З. Р.

Черкесск

Известны электрические машины с двумя индуктивно связанными обмотками статора [1, 2]. Последняя более совершенная конструкция двигателя (рис. 1) имеет две трехфазные обмотки статора 1, 2, короткозамкнутый ротор 3, пакеты зубцов статора 4 и два торцевых ярма 5, 6.

Для получения искусственных механических характеристик обмотку 1 подключают к сети, а обмотку 2 — к устройству, которое позволяет изменять амплитуду (фазу) приложенного напряжения или сопротивление в цепи обмотки 2. В последнем случае вращающееся магнитное поле создается только обмоткой 1.

Для упрощения анализа приведем трехфазный двигатель к эквивалентной двухфазной двухполюсной машине [3]. Модель такой машины представлена на рис. 2. Уравнения напряжения

и движения при питании статорных обмоток симметричным напряжением и при условии сим-

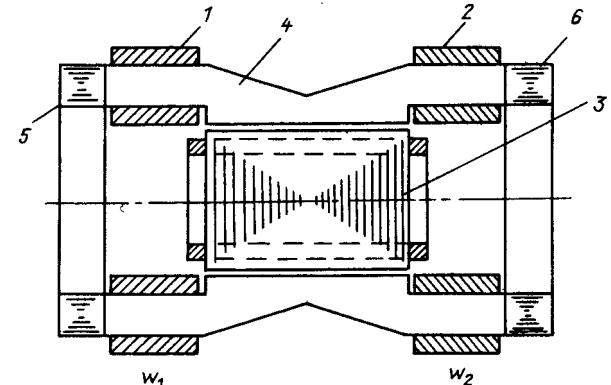


Рис. 1

метрии ротора имеют в неподвижной системе координат  $\alpha$ ,  $\beta$  следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= r_1 i_{1\alpha} + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}; \\ u_{2\alpha} &= r_2 i_{2\alpha} + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt}; \\ 0 &= r_r i_{r\alpha} + \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} + \omega_p \Psi_{r\beta}; \\ 0 &= r_r i_{r\beta} + \frac{d\Psi_{r\beta}}{dt} - \omega_p \Psi_{r\alpha}; \\ u_{1\beta} &= r_1 i_{1\beta} + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}; \\ u_{2\beta} &= r_2 i_{2\beta} + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt}; \\ M_c &= J \frac{d\omega_p}{dt} + \frac{m}{2} p [M_{1r}(i_{1\alpha} i_{r\beta} - i_{1\beta} i_{r\alpha}) + M_{2r} \times \\ &\times (i_{2\alpha} i_{r\beta} - i_{2\beta} i_{r\alpha})], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $u_{1\alpha}$ ,  $u_{1\beta}$ ,  $u_{2\alpha}$ ,  $u_{2\beta}$ ,  $i_{1\alpha}$ ,  $i_{1\beta}$ ,  $i_{2\alpha}$ ,  $i_{2\beta}$ ,  $i_{r\alpha}$ ,  $i_{r\beta}$  — напряжения и токи в обмотках статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_r$  — активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $\Psi_{1\alpha}$ ,  $\Psi_{1\beta}$ ,  $\Psi_{2\alpha}$ ,  $\Psi_{2\beta}$ ,  $\Psi_{r\alpha}$ ,  $\Psi_{r\beta}$  — соответствующие потокосцепления обмоток;  $\omega_p$  — угловая скорость ротора;  $M_{1r}$ ,  $M_{2r}$  — взаимная индуктивность между статорными обмотками и обмоткой ротора;  $J$  — момент инерции связанного с ним механизма.

Потокосцепления обмоток статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ , с учетом обозначения одноименных выводов (для каждой пары обмоток) и положительных направлений токов по рис. 3, определяются как:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1\alpha} &= L_1 i_{1\alpha} - M_{12} i_{2\alpha} + M_{1r} i_{r\alpha}; \\ \Psi_{2\alpha} &= L_2 i_{2\alpha} - M_{12} i_{1\alpha} + M_{2r} i_{r\alpha}; \\ \Psi_{r\alpha} &= L_r i_{r\alpha} + M_{1r} i_{1\alpha} + M_{2r} i_{2\alpha}; \\ \Psi_{1\beta} &= L_1 i_{1\beta} - M_{12} i_{2\beta} + M_{1r} i_{r\beta}; \\ \Psi_{2\beta} &= L_2 i_{2\beta} - M_{12} i_{1\beta} + M_{2r} i_{r\beta}; \\ \Psi_{r\beta} &= L_r i_{r\beta} + M_{1r} i_{1\beta} + M_{2r} i_{2\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_r$  — полные индуктивности обмоток по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $M_{12}$  — взаимная индуктивность между статорными обмотками при условии совпадения магнитных осей соответствующих фаз этих обмоток.

Знак «—» объясняется тем, что магнитные потоки статорных обмоток  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  направлены встречно по отношению друг к другу, но совпадают по отношению к обмотке ротора (рис. 3).

По аналогии с параметрами обычного трехфазного асинхронного двигателя, выраженных для системы координат  $\alpha$ ,  $\beta$  [4, 5], индуктивности и взаимоиндуктивности можно представить в виде:

$$L_1 = L_\delta + \frac{3}{2} M_{\phi 12} + \frac{3}{2} M_{\phi 1r}$$

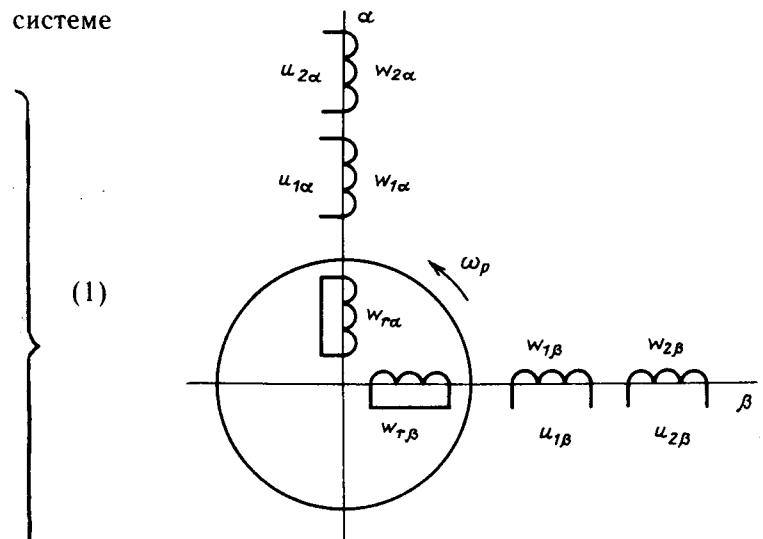


Рис. 2

$$M_{12} = \frac{3}{2} M_{\phi 12}; \quad M_{1r} = \frac{3}{2} M_{\phi 1r},$$

где  $L_\delta$  — индуктивность рассеяния на фазу;  $M_{\phi 12}$  — взаимная индуктивность на одну фазу между обмотками статора при совпадении их магнитных осей;  $M_{\phi 1r}$  — взаимоиндуктивность на фазу между первой обмоткой статора и обмоткой ротора.

Для исследования динамических режимов работы двигателя уравнения (1) преобразуем к виду, удобному для моделирования на АВМ. Уравнения напряжений и электромагнитного момента запишем относительно потокосцеплений. Токи двигателя выразим из уравнений (2):

$$\left. \begin{aligned} i_{12} &= A_1 \Psi_{12} - A_2 \Psi_{r\alpha} + A_3 \Psi_{2\alpha}; \\ i_{2\alpha} &= A_4 \Psi_{2\alpha} - A_5 \Psi_{r\alpha} + A_6 \Psi_{1\alpha}; \\ i_{r\alpha} &= A_7 \Psi_{r\alpha} - A_2 \Psi_{1\alpha} - A_5 \Psi_{2\alpha}; \\ i_{1\beta} &= A_1 \Psi_{1\beta} - A_2 \Psi_{r\beta} + A_3 \Psi_{2\beta}; \\ i_{2\beta} &= A_4 \Psi_{2\beta} - A_5 \Psi_{r\beta} + A_6 \Psi_{1\beta}; \\ i_{r\beta} &= A_7 \Psi_{r\beta} - A_2 \Psi_{1\beta} - A_5 \Psi_{2\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{B} = L_1 L_2 L_r - 2 M_{12} M_{1r} M_{2r} - \\ &- M_{1r} M_{12} L_r - M_{2r} M_{2r} L_1 - M_{12} M_{12} L_r; \\ A_1 &= B(L_2 L_r - M_{2r} M_{2r}); \quad A_2 = B(M_{12} M_{2r} + \\ &+ M_{1r} L_r); \quad A_3 = B(M_{1r} M_{2r} + M_{12} L_r); \\ A_4 &= B(L_1 L_r - M_{1r} M_{1r}); \quad A_5 = B(M_{12} M_{1r} + \\ &+ M_{2r} L_1); \quad A_6 = B(M_{1r} M_{2r} + M_{12} L_r); \\ A_7 &= B(L_1 L_2 - M_{12} M_{12}). \end{aligned}$$

Значения токов из (3) подставим в (1) и получим уравнения для моделирования на АВМ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt} &= u_{1\alpha} - r_1 A_1 \Psi_{1\alpha} + r_1 A_2 \Psi_{r\alpha} - r_1 A_3 \Psi_{2\alpha}; \\ \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} &= u_{2\alpha} - r_2 A_4 \Psi_{2\alpha} + r_2 A_5 \Psi_{r\alpha} - r_2 A_6 \Psi_{1\alpha}; \\ \frac{d\Psi_{r\alpha}}{dt} &= -r_r A_7 \Psi_{r\alpha} + r_r A_2 \Psi_{1\alpha} + r_r A_5 \Psi_{2\alpha} - \omega_p \Psi_{r\beta}; \\ \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt} &= u_{1\beta} - r_1 A_1 \Psi_{1\beta} + r_1 A_2 \Psi_{r\beta} - r_1 A_3 \Psi_{2\beta}; \\ \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} &= u_{2\beta} - r_2 A_4 \Psi_{2\beta} + r_2 A_5 \Psi_{r\beta} - r_2 A_6 \Psi_{1\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Уравнение движения ротора, как и уравнение (5), выразим относительно потокосцепления обмоток статора и ротора:

$$M_c = J \frac{d\omega_p}{dt} + \frac{m}{2} p [A_2(\Psi_{1\alpha}\Psi_{r\beta} - \Psi_{1\beta}\Psi_{r\alpha}) + A_5(\Psi_{2\alpha}\Psi_{r\beta} - \Psi_{2\beta}\Psi_{r\alpha})]. \quad (5)$$

Уравнениям (4), (5) соответствует структурная схема, которая показана на рис. 4. Работа модели устойчива в широком диапазоне изменения параметров, она дает возможность исследовать динамические режимы в симметричной машине с круговым полем в воздушном зазоре.

Уравнения установившегося режима асинхронного двигателя с двумя индуктивно связанными обмотками статора можно получить из дифференциальных уравнений машины (1) путем замены  $d/dt$  на  $j\omega$  [6].

Пропуская промежуточные операции и учитывая, что в симметричном режиме можно рассматривать процессы в одной фазе, так как в другой фазе они протекают идентично, но смещены во времени, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= (r_1 + jx_1) I_1 - jx_{12} I_2 + jx_{1r} I_r; \\ \dot{U}_2 &= -jx_{12} I_1 + (r_2 + jx_2) I_2 + jx_{2r} I_r; \end{aligned} \quad (6)$$

$$0 = jx_{1r} I_1 + jx_{2r} I_2 + \left(\frac{r_r}{s} + jx_r\right) I_r,$$

где  $x_1 = \omega L_1$ ,  $x_2 = \omega L_2$ ,  $x_r = \omega L_r$  — индуктивные сопротивления обмоток статора и ротора;  $x_{12} = \omega M_{12}$  — сопротивления взаимной индукции между статорными обмотками;

$x_{1r} = \omega M_{1r}$ ,  $x_{2r} = \omega M_{2r}$  — сопротивления взаимной

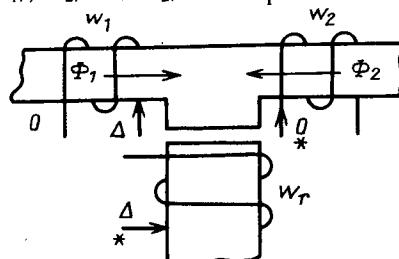


Рис. 3. Радиогородская областная универсальная научная библиотека

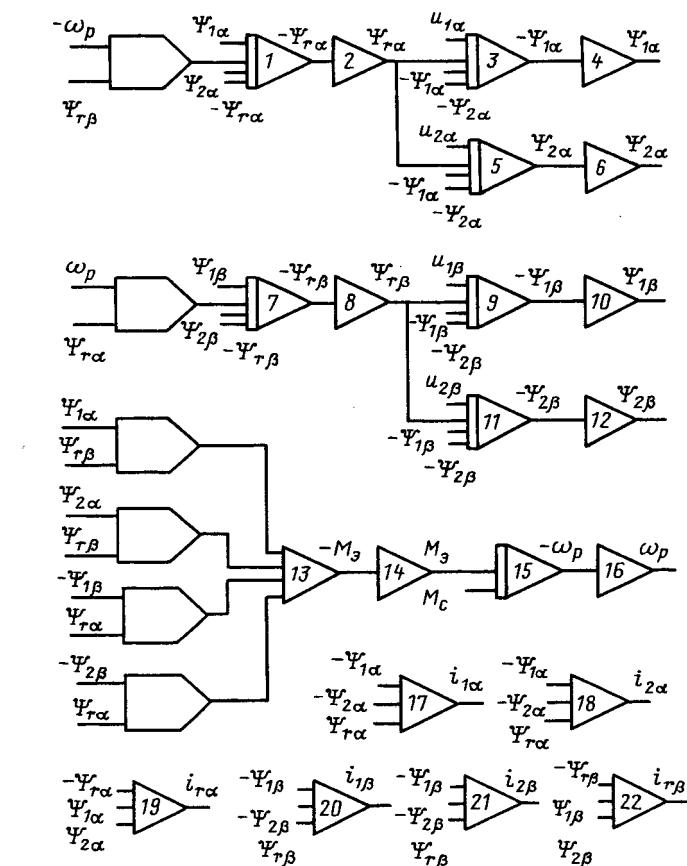


Рис. 4

индукции между соответствующей обмоткой статора и обмоткой ротора;  $s$  — скольжение.

Уравнение электромагнитного момента [7]:

$$M_3 = \frac{m}{2} p [M_{1r}(I_{1\alpha} I_{r\beta} + I_{1\beta} I_{r\alpha} - I_{1\beta} I_{r\alpha} - I_{1\alpha} I_{r\beta}) + M_{2r}(I_{2\alpha} I_{r\beta} + I_{2\beta} I_{r\alpha} - I_{2\beta} I_{r\alpha} - I_{2\alpha} I_{r\beta})], \quad (7)$$

где  $I_{1\alpha}$ ,  $I_{2\alpha}$ ,  $I_{r\alpha}$ ,  $I_{1\beta}$ ,  $I_{2\beta}$ ,  $I_{r\beta}$  — соответственно, активные составляющие токов в обмотках статора и ротора;  $I_{1\alpha p}$ ,  $I_{2\alpha p}$ ,  $I_{r\alpha p}$ ,  $I_{1\beta p}$ ,  $I_{2\beta p}$ ,  $I_{r\beta p}$  — соответственно, реактивные составляющие токов в обмотках ротора и статора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ .

Учитывая, что

$$I_{1\alpha} = jI_{1\beta}; I_{2\alpha} = jI_{2\beta}; I_{r\alpha} = jI_{r\beta},$$

получим

$$\left. \begin{aligned} I_{1\beta p} &= -I_{1\alpha p}; I_{2\beta p} = -I_{2\alpha p}; I_{r\beta p} = -I_{r\alpha p}; \\ I_{1\beta a} &= I_{1\alpha p}; I_{2\beta a} = I_{2\alpha p}; I_{r\beta a} = I_{r\alpha p}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Тогда, подставив соотношения (8) в уравнение (7) и опуская индексы  $\alpha$ ,  $\beta$ , получим:

$$M_3 = \frac{m}{2} p [M_{1r}(I_{1\alpha} I_{r\beta} - I_{1\beta} I_{r\alpha} - I_{1\beta} I_{r\alpha} + I_{1\alpha} I_{r\beta}) + M_{2r}(I_{2\alpha} I_{r\beta} - I_{2\beta} I_{r\alpha} - I_{2\beta} I_{r\alpha} + I_{2\alpha} I_{r\beta})]. \quad (9)$$

На рис. 5 представлены механические характеристики двигателя, которые получены в результате испытаний опытного образца (сплошная линия)

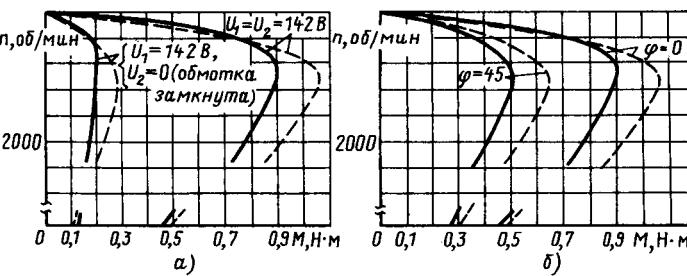


Рис. 5

и расчета (пунктир) по уравнениям (6), (9), соответственно, при амплитудном (рис. 5 а) и фазовом (рис. 5, б) регулировании. Следует отметить, что независимо от способа регулирования поле в воздушном зазоре по сравнению с полем в исполнительном асинхронном двигателе остается круговым, и в этом смысле оба способа равнозначны.

Параметры двигателя, определенные по опыту холостого хода и короткого замыкания, а сопротивление взаимной индукции между обмотками статора — по [8], имеют следующие значения:  $r_1 = r_2 = 38,11 \text{ Ом}$ ;  $x_1 = x_2 = 623,4 \text{ Ом}$ ;  $x_{12} = 315 \text{ Ом}$ ;  $x_{1r} = x_{2r} = 266,5 \text{ Ом}$ ;  $r_r = 39,92 \text{ Ом}$ ;  $x_r = 650 \text{ Ом}$ .

Причем, как отмечалось выше,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_r$  — синхронные реактивные сопротивления обмоток статора и ротора;  $x_{12}$ ,  $x_{1r}$ ,  $x_{2r}$  — сопротивления взаимной индукции, учитывающие магнитную связь одной обмотки статора, например, первой трехфазной обмотки, с тремя обмотками второй статорной обмотки и, соответственно, одной обмотки статора (первой или второй статорной обмотки) с тремя обмотками ротора.

Следует отметить, что в режиме, когда первая обмотка статора подключена к сети, а вторая трехфазная обмотка — разомкнута, момент на валу двигателя относительно мал (меньше момента трения) и ротор неподвижен. Это объясняется тем, что большая часть потока, создаваемого первой обмоткой, замыкается через два торцевых ярма и зубцы машины, а меньшая — через ротор,

так как магнитное сопротивление воздушного зазора значительно больше сопротивления одного ярма и части зубцов, которые охвачены катушками второй статорной обмотки. В этом режиме машину можно рассматривать, как трехфазный двухобмоточный трансформатор, который работает в режиме холостого хода. Этот вывод подтверждается экспериментальными и расчетными исследованиями опытного образца, причем ток, потребляемый первой обмоткой, составляет 28 % номинального тока двигателя. Когда две обмотки статора включены параллельно на номинальное напряжение, ток холостого хода составляет 70 %, т. е. как в обычном асинхронном двигателе.

Форма магнитного поля, создаваемая катушками двух обмоток статора, улучшается при использовании обмотки, которая эквивалентна распределенной обмотке с укороченным шагом ( $q=2$ ,  $\beta=5/6\pi$ ).

**Выводы.** 1. Полученные уравнения позволяют описать динамические и установившиеся режимы работы асинхронного двигателя с двумя индуктивно связанными обмотками статора.

2. Момент на валу двигателя зависит от значения и фазы напряжений, приложенных к статорным обмоткам.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. № 1197014 (СССР). Асинхронный трехфазный электродвигатель / Джендубаев З. Р. Опубл. в Б. И., 1985, № 45.
2. А. с. № 1390719 (СССР). Асинхронный трехфазный электродвигатель / Джендубаев З. Р. Опубл. в Б. И., 1988, № 15.
3. Грузов Л. Н. Методы математического исследования электрических машин. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1953.
4. Постников И. М. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. — М.: Высшая школа, 1975.
5. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. Математическое моделирование электрических машин. — М.: Высшая школа, 1980.
6. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии. — М.: Энергия, 1973.
7. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин. — М.: Высшая школа, 1987.
8. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Ч. 1. — М.: Энергия, 1978.

[31.03.88]

## Разработка показателей быстрых оценок динамической устойчивости электрических систем

ВЕНИКОВ В. А., АСАМБАЕВ С. Н., МАНАЛЬ ЗАКИ

**Постановка задачи.** Обеспечение устойчивой параллельной работы электрических станций в электроэнергетической системе (ЭЭС) при больших возмущениях во многом зависит от раннего выявления будущего состояния ЭЭС. Чем свое временное будет определено возможное нарушение взаимной устойчивости электрических станций, тем раньше можно введением управляющих воздействий не допустить его или, по крайней мере, локализовать аварию. Для этих целей эффективно применение метода экспресс-оценки устойчивости, основанного на исследовании характера функций в зависимости от параметров режима; в этом методе не используются результаты предварительных расчетов и выборок, и, следовательно, он свободен от известных недостатков, обусловленных многообразием (теоретически бесконечным) переходных режимов. Основные положения метода и имеющиеся закономерности в изменении рассматриваемых функций приведены в [1, 2].

В [3] на основе представления функций  $\Delta(t)$  и  $a_1(t)$  на фазовой плоскости показано на примере ЭЭС простой структуры, что выявление будущего нарушения устойчивости возможно не ранее, чем будет достигнут предел мощности. Возникает вопрос: можно ли получить показатели устойчивости, аналогичные этим, но позволяющие определять состояние ЭЭС с еще большим опережением?

В данной статье на основе единой методики, заключающейся в рассмотрении последовательности определителей, составленных из производных угла, показана возможность получения таких показателей устойчивости.

**Решение задачи.** Рассмотрим последовательно определители различных порядков ( $n$ ), составленные только из производных угла:

$$\Delta(\delta')_n = \begin{vmatrix} \delta^{(n)} & \delta^{(n-1)} & \delta^{(n-2)} & \dots \\ \delta^{(n+1)} & \delta^{(n)} & \delta^{(n-1)} & \dots \\ \delta^{(n+2)} & \delta^{(n+1)} & \delta^n & \dots \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Обоснование проведем применительно к ЭЭС простой структуры.

1.  $n=1$ .

$$\Delta(\delta')_1 = \delta'. \quad (2)$$

Итак, определитель при  $n=1$  представляет собой относительную скорость и, следовательно, может выступать в качестве показателя (критерия) устойчивости рассматриваемой ЭЭС: переход через нуль  $\Delta(\delta')_1$  обеспечивает сохранение устойчивости.

2.  $n=2$ .

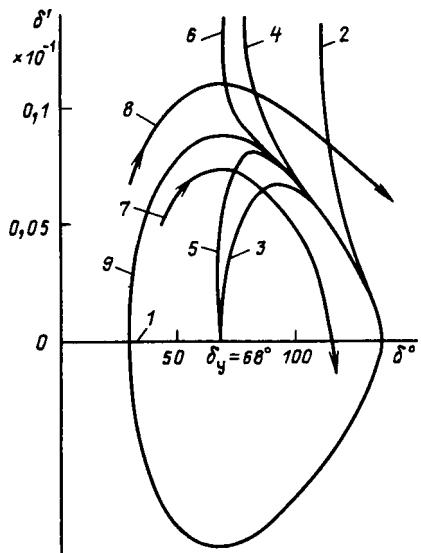
$$\Delta(\delta')_2 = \begin{vmatrix} \delta'' & \delta' \\ \delta^{(3)} & \delta'' \end{vmatrix} = (\delta'')^2 - \delta' \delta^{(3)}. \quad (3)$$

В [1, 2, 4] для различных представлений ЭЭС доказано, что необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность функции  $\Delta(\delta')_2$  в переходном режиме. Отсюда следует, что переход через нуль  $\Delta(\delta')_2$  является показателем нарушения устойчивости (неустойчивости) рассматриваемой ЭЭС. Характер изменения функции  $\Delta(\delta')_2$  в переходных режимах при сохранении и нарушении устойчивости ЭЭС приведен в [1, 2, 4].

3.  $n=3$ .

$$\begin{aligned} \Delta(\delta')_3 &= \begin{vmatrix} \delta^{(3)} & \delta'' & \delta' \\ \delta^{(4)} & \delta^{(3)} & \delta'' \\ \delta^{(5)} & \delta^{(4)} & \delta^{(3)} \end{vmatrix} = \\ &= (\delta^{(3)})^3 + (\delta'')^2 \delta^{(5)} + \delta' (\delta^{(4)})^2 - \delta' \delta^{(3)} \times \\ &\quad \times \delta^{(5)} - 2 \delta'' \delta^{(3)} \delta^{(4)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Функция  $\Delta(\delta')_3$  на интервале изменения угла  $[\delta_y = \delta_{\max}]$  меняет знак только в случае сохранения устойчивости ЭЭС. Если устойчивость рассматриваемой ЭЭС нарушается, то на интервале  $[\delta_y, \delta_{kp}]$  функция  $\Delta(\delta')_3$  остается знакопостоянной. Обоснование приведено в приложении. Отсюда следует, что переход через нуль функции  $\Delta(\delta')_3$  на интервале  $[\delta_y, \delta_{\max}]$  является показателем сохранения устойчивости рассматриваемой ЭЭС в данной полуфазе качаний.



Показатели устойчивости  $\Delta(\delta')_n=0$  в фазовой плоскости: 1 —  $n=1$ ; 2 —  $n=2$ ; 3 —  $n=3$ ; 4 —  $n=4$ ; 5 —  $n=5$ ; 6 —  $n=6$ ; траектории изображающей точки при сохранении (кривая 7) и нарушении (кривая 8) устойчивости ЭЭС; 9 — область устойчивости рассматриваемой ЭЭС

Из приведенного анализа следует, что и определятели высшего порядка ( $n > 3$ ) могут служить показателями устойчивости ЭЭС. Ожидается, что чем выше порядок определятеля, тем с большим опережением можно будет предвидеть поведение ЭЭС благодаря учету в них производных более высокого порядка.

Ввиду сложности получаемых соотношений теоретический анализ не представляется возможным, поэтому характер их изменения был исследован путем проведения расчетов на ЭВМ. Была разработана программа и проведены численные эксперименты для выявления характера изменения определителей при  $n=4, 5, 6$  в различных переходных режимах. На основе этих результатов расчета установлены следующие закономерности.

4.  $n=4$ . Переход через нуль функций  $\Delta(\delta')$  на интервале  $[\delta_0, \delta_{kp}]$  является показателем нарушения устойчивости рассматриваемой ЭЭС в данной полуфазе качаний.

5.  $n=5$ . Переход через нуль функции  $\Delta(\delta')_5$  на интервале  $[\delta_y, \delta_{\max}]$  является показателем сохранения устойчивости в данной полуфазе качаний.

6.  $n=6$ . Переход через нуль функции  $\Delta(\delta')$  на интервале  $[\delta_y, \delta_{kp}]$  является показателем нарушения устойчивости в данной полуфазе качаний.

Обобщая закономерности в изменении рассмотренной последовательности определителей, можно заключить, что переход через нуль в указанных интервалах времени функции  $\Delta(\delta')_n$  нечеткого порядка (1, 3, 5) несет информацию о нарушении устойчивости, четкого порядка (2, 4,

6) — о сохранении устойчивости. Причем чем выше порядок определителей, тем с большим опережением проводится прогноз состояния ЭЭС.

Последнее наиболее ярко иллюстрируется в общем виде, если показатели устойчивости представить на фазовой плоскости [3].

На рисунке линиями одного уровня показаны рассмотренные показатели устойчивости, определенные расчетами на ЭВМ, для ЭЭС простой структуры. Как видно из рисунка, прогноз нарушения устойчивости ЭЭС при  $n=6$ , а также сохранения устойчивости при  $n=5$  происходит вблизи точки устойчивого равновесия и дальнейшее увеличение  $n > 6$  не приведет к существенному опережению в выявлении состояния ЭЭС. Это хорошо иллюстрируется траекториями изображающей точки. Для устойчивого переходного процесса, вызванного простым переходом и представленного траекторией 7, предсказание сохранения устойчивости ЭЭС на основе перехода через нуль определятеля  $\Delta(\delta')_n$  при  $n=5, 3, 1$  производится соответственно при углах  $74^\circ, 87^\circ, 115^\circ$ . Значения достигнутого при этом опережения по углу и по времени приведены в таблице.

Аналогично траектория изображающей точки (кривая 8) при нарушении устойчивости показывает, что прогноз на основе перехода через нуль функции  $\Delta(\delta')_n$  при  $n = 6, 4, 2$  будет осуществляться соответственно при углах  $70^\circ, 81^\circ, 113^\circ$ .

Из таблицы видно, что прогноз состояния ЭЭС при  $n=5, 6$  будет осуществляться через 0,01—0,03 с после прохождения точки устойчивого равновесия, что еще раз подтверждает нецелесообразность увеличения  $n > 6$ .

Условия, при которых критерий  $\Delta(\delta')_2 = 0$  может применяться для выявления нарушения взаимной устойчивости электрических станций в сложной ЭЭС, приводятся в [2]. Критерии  $\Delta(\delta')_n = 0$ , полученные при  $n > 2$ , также могут применяться для оценки взаимной устойчивости электрических станций в сложной ЭЭС. В этом случае определяль должен составляться из производных взаимных углов рассматриваемого относительного движения. При этом характер изменения производных  $d^k F_{ij} / d\delta_{ij}^k$  при  $k = 1, 2, \dots, 9$  должен удовлетворять определенным требованиям [2]. Они должны иметь не более одного экстремума в каждой полуфазе качаний при изменении взаимного угла от одного экстремального значения до другого.

**Выводы.** 1. На основе единого подхода получены новые показатели устойчивости ЭЭС в виде последовательности определителей, элементами которых являются производные угла.

2. Установлено, что на определенном интервале изменения угла по переходу через нуль функции, получаемой из определителей нечетного порядка, можно предсказывать сохранение, а четного порядка — нарушение устойчивости ЭЭС.

3. Чем выше порядок используемого определителя, тем с большим опережением произ-

Переходный режим, когда устойчивость ЭЭС	п	Значения угла $\delta$ (град) и времени $t$ (с), соответствующие						Достигнутое опережение по	
		точке устой- чивого равновесия		критическому или максимальному углу		определению состояния ЭЭС $\Delta(\delta')_n = 0$		углу	времени
		$\delta_y$	$t_y$	$\delta_{kp}$ или $\delta_{max}$	$t$	$\delta_{prog}$	$t_{prog}$	$\Delta\delta^\circ$	$\Delta t$ , с
Сохраняется (кривая 7)	1	68	0,39	115	1,02	115	1,02	0	0
	3	68	0,39	115	1,02	87	0,52	28	0,5
	5	68	0,39	115	1,02	74	0,42	41	0,6
Нарушается (кривая 8)	2	68	0,37	144	0,87	113	0,62	67	0,5
	4	68	0,37	144	0,87	81	0,43	99	0,69
	6	68	0,37	144	0,87	70	0,38	110	0,74

водится оценка состояния ЭЭС в переходном режиме.

**Приложение.** Согласно [2, 4] функции  $a_1(t)$ ,  $a_0(t)$  при представлении их только посредством угла имеют вид

$$a_1(t) = [\delta' \delta^4 - \delta'' \delta^{(3)}] / [(\delta'')^2 - \delta' \delta^{(3)}]; \quad (\text{П-1})$$

$$a_0(t) = [\delta^{(3)}]^2 - \delta'' \delta^{(4)}] / [(\delta'')^2 - \delta' \delta^{(3)}]. \quad (\text{П-2})$$

Продифференцируем по времени (П-1):

$$\begin{aligned} \frac{da_1(t)}{dt} = & \{ [\delta'' \delta^{(4)} + \delta' \delta^{(5)} - (\delta^{(3)})^2 - \delta'' \delta^{(4)}] \times \\ & \times [(\delta'')^2 - \delta' \delta^{(3)}] - [2\delta'' \delta^{(3)} - \delta'' \delta^{(3)} - \delta' \delta^{(4)}] \times \\ & \times [\delta' \delta^{(4)} - \delta'' \delta^{(3)}] \} / [\Delta(t)]^2. \end{aligned}$$

Умножая и группируя подобные члены, получим:

$$\begin{aligned} \frac{da_1(t)}{dt} = & \delta' [(\delta^{(3)})^2 + (\delta'')^2 \delta^{(5)} + \delta' (\delta^{(4)})^2 - \\ & - \delta' \delta^{(3)} \delta^{(5)} - 2\delta'' \delta^{(3)} \delta^{(4)}] / [\Delta(t)]^2. \quad (\text{П-3}) \end{aligned}$$

Соотношение в квадратных скобках тождественно совпадает с (4). В [1, 2, 4] было показано

для различных представлений ЭЭС, что только при сохранении устойчивости параллельной работы функции  $a_1(t)$  и  $a_0(t)$  имеют экстремумы, наступающие одновременно на интервале изменения угла от точки устойчивого равновесия ( $\delta_y$ ) до  $\delta_{max}$ . Следовательно, на этом интервале как производная, определяемая (П-3), так и  $\Delta(\delta')$ , определяемая (4), будет менять знак только в тех переходных режимах, когда устойчивость рассматриваемой ЭЭС сохраняется.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Асамбаев С. Н. Опережающее определение изменений параметров режима при управлении переходным процессом.— Электричество, 1981, № 2.
2. Веников В. А., Асамбаев С. Н. Экспресс-оценка устойчивости процесса по его начальной стадии.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 3.
3. Асамбаев С. Н., Манаиль Заки. Информационное содержание критериев опережающего определения динамической устойчивости.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1988, № 2.
4. Асамбаев С. Н., Зеленохат Н. И. Анализ динамической устойчивости простейшей электроэнергетической системы при управлении ее режимом.— Тр. МЭИ, 1975, № 242.

[20.06.88]

УДК 621.316.925.015.4.001.57

## Исследование на математической модели параметрического резонанса на второй гармонике для анализа работы релейной защиты ВЛ

ЛЕВИУШ А. И., канд. техн. наук,  
КАТУНЯН В. И., инж.

**Постановка задачи.** Возникновение вторых гармоник при включении ВЛ 750 кВ на холостой ход впервые было обнаружено экспериментально [1]. Позднее было зафиксировано излишнее срабатывание дифференциально-фазной защиты в этом режиме (ЦДУ ЕЭС СССР Бондаренко А. Ф.), что препятствовало нормальному замыканию электропередачи в транзит.

Теоретические исследования режимов возникновения вторых гармоник ранее проводили для больших возмущений— при включении ВЛ в блоке с невозбужденным трансформатором [2, 3]. Амплитуда потокосцепления с обмотками трансформатора оказывается достаточно высокой, что обеспечивает глубокую модуляцию индуктивности шунта намагничивания трансформатора.

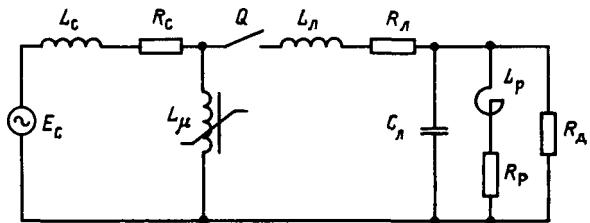


Рис. 1. Упрощенная однолинейная схема для пояснения физической сущности параметрического резонанса при включении ВЛ на холостой ход

В [2] указанный режим исследовали численными методами с помощью программы «Волна», а в [3] — аналитически в однолинейной схеме с большими ограничениями и упрощающими допущениями. При включении ВЛ на холостой ход, рассматриваемом в настоящей статье, силовой трансформатор уже был под напряжением, и механизм возникновения параметрического резонанса не столь очевиден.

Для пояснения физической сущности процесса на рис. 1 представлена упрощенная однолинейная схема (ВЛ замещена Г-образной схемой), где  $E_c$  — э. д. с. системы,  $L_c$  и  $R_c$  ее индуктивность и активное сопротивление,  $L_\mu$  — нелинейная индуктивность ветви намагничивания силового трансформатора,  $Q$  — выключатель,  $L_l$  и  $R_l$  — суммарные индуктивность и активное сопротивление рассеяния трансформатора и линии,  $C_l$  — емкость линии,  $L_p$  и  $R_p$  — индуктивность и активное сопротивление реактора,  $R_d$  — потери в стали.

До включения выключателя  $Q$  силовой трансформа-

тор находится под напряжением. При включении выключателя  $Q$  примерно в момент прохождения синусоидального напряжения  $E_c$  через нуль в реакторе возникает апериодическая составляющая тока, обусловливающая появление апериодической составляющей напряжения на силовом трансформаторе, которая подмагничивает магнитопровод трансформатора и спустя некоторое время приводит к смещению по характеристике намагничивания в область насыщения (отрицательную или положительную, в зависимости от знака апериодической составляющей). Как известно, несимметричное подмагничивание магнитопровода трансформатора обуславливает появление четных гармоник в напряжении.

**Математическое моделирование.** Ниже рассмотрено реализованное на цифровой модели электропередачи сверхвысокого напряжения экспериментально обнаруженное возникновение вторых гармоник при параметрическом резонансе при включении ВЛ 750 кВ на холостой ход [4]. Для моделирования процессов в этом случае принята схема замещения (рис. 2), где ВЛ представлена в виде трехфазной однозвездной схемы (см. приложение). Это связано с тем, что резонанс рассматривается на низкой частоте (100 Гц). Сопротивление земли  $R_0$  учтено его значением при 100 Гц. Зависимость индуктивностей  $L$  и  $M$  от частоты не учитывалась.

Трехфазный автотрансформатор состоит из трех однофазных и представлен Т-образными схемами замещения с обмотками низкого напряжения, соединенными в треугольник. Потери в них моделируются активными сопротивлениями  $R_{PA}$ ,  $R_{PB}$  и  $R_{PC}$ , что позволяет учесть явление гистерезиса [5]. Реактивное сопротивление, включенное со стороны обмотки среднего напряжения автотрансформатора, соответствует сопротивлению

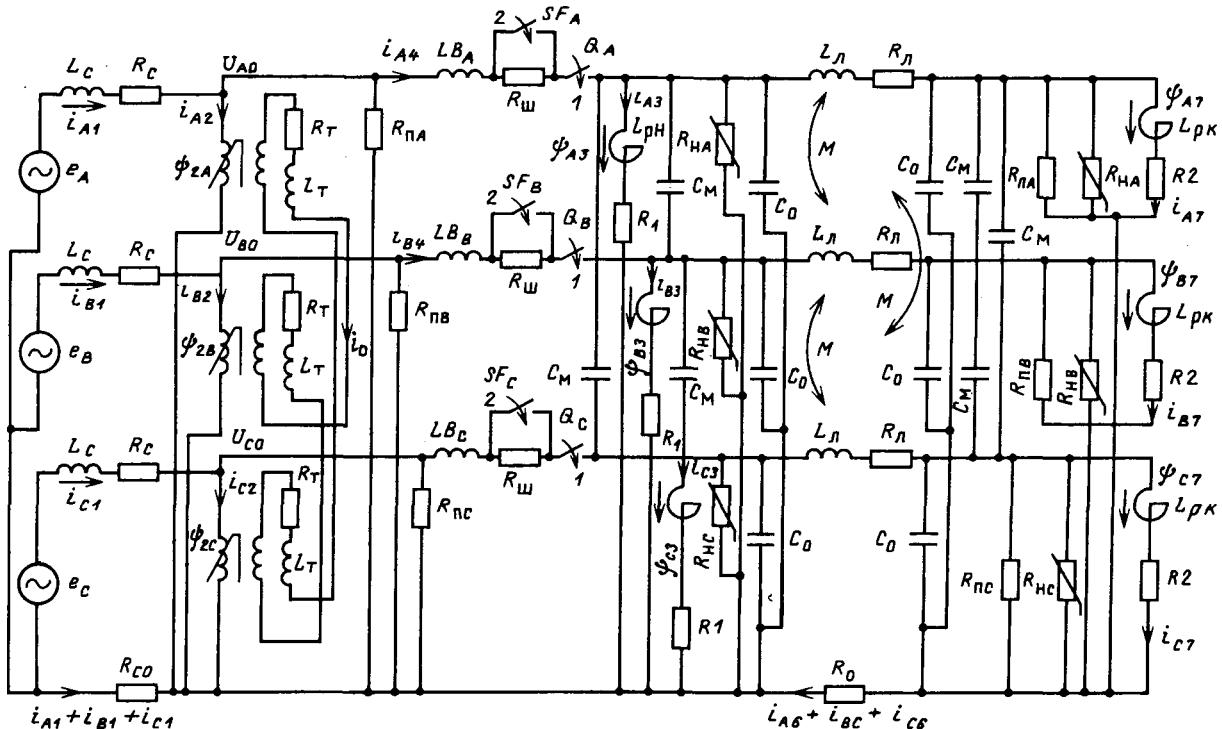


Рис. 2. Трехфазная П-образная схема замещения ВЛ 750 кВ при её включении на холостой ход

энергосистемы. Реактор замещен катушкой индуктивности с последовательным активным сопротивлением и параллельным активным сопротивлением, определяемым потерями в стали. Характеристики намагничивания аппаратов высокого напряжения взяты из [1]. В статье использованы их кусочно-линейные аппроксимации.

Для оценки правильности вычислительной схемы проводились расчеты на ЭВМ при всех линейных элементах, а также расчет установившегося режима символьским методом. Через 1 с разница была не более 2,5 %, а уровень второй гармоники не более 1 % уровня первой гармоники. Сравнительные расчеты проводились для автотрансформатора с нелинейным шунтом намагничивания при различной точности численного метода  $\epsilon = 0,001; 0,0005$  и  $0,0001$ . Относительная разница результатов расчета вблизи максимума была не более 2 %, что указывает на удовлетворительную сходимость процесса счета. Разбиение линий, например, на 10 звеньев не приводит к существенным изменениям результатов расчета.

**Условия возникновения резонанса на второй гармонике.** Проведенные исследования показывают, что имеются три условия возникновения резонанса на второй гармонике:

а)  $f_{\text{св. л}} < 100 \text{ Гц} < f_{\text{св. н}}$ , где  $f_{\text{св. л}}$  — частота собственных колебаний в линейной системе;  $f_{\text{св. н}}$  — частота собственных колебаний при насыщенном трансформаторе. Частоты собственных колебаний рассчитывались, как правило, в однолинейной схеме с параметрами элементов, соответствующими прямой последовательности [6];

б) наличие нелинейности автотрансформатора;

в) наличие апериодической составляющей от реактора, причем не так уж важно, линейный он или нелинейный.

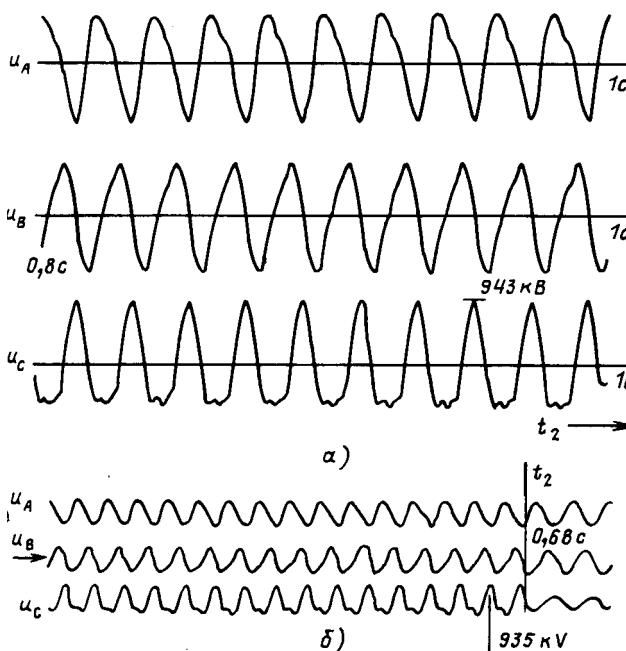


Рис. 3. Кривые напряжения на удаленном конце при включении ВЛ 750 кВ длиной 417 км на холостой ход: полевые испытания (а) и расчеты (б)

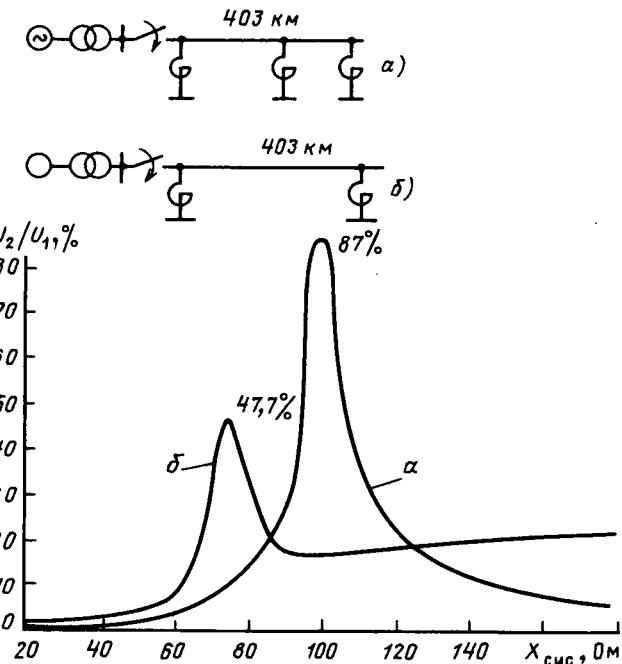


Рис. 4. Резонансные кривые при включении ВЛ 750 кВ длиной 403 км с тремя (а) и двумя (б) реакторными группами

При включении ВЛ на холостой ход апериодическая составляющая подмагничивает автотрансформатор, а затем система втягивается в резонанс на второй гармонике, если  $f_{\text{св. л}} \leq 100 \text{ Гц}$ .

Исследования проводились на шести линиях сверхвысокого напряжения. Например, для одной из линий сети 750 кВ ОДУ Юга длиной 417 км сопоставлялись результаты опыта, проводившегося в 1982 г. при включении на холостой ход ( $X_c = 65 \text{ Ом}$ ) ВЛ, питаем от автотрансформатора 750/330 кВ мощностью 1000 МВт [1], с результатами расчета при моделировании. Полученные результаты расчета напряжения в конце ВЛ (рис. 3, а) в зависимости от времени (до 1 с) по характеру близки к осциллограмме (рис. 3, б) опыта [1]. Наибольшее напряжение в опыте равно 935 кВ, а по расчету — 943 кВ. Ярко выраженная вторая гармоника появляется при расчете примерно на 0,3 с позже, чем в опыте, что указывает на целесообразность дальнейшего уточнения схемы замещения и ее параметров, например, в части учета зависимости  $R_0$  от частоты.

На одной из линий 750 кВ ПЭО «Винницаэнерго» длиной около 400 км отмечалась работа защиты от повышения напряжения.

На рис. 4 представлена кривая уровня второй гармоники при одновременном включении фаз, причем фаза А включается в момент прохождения кривой напряжения через нуль, для двух и трех реакторов в зависимости от  $X_c$ . Полученные результаты согласуются с экспериментальными [7].

<sup>1</sup> Авторы пользовались результатами натурных измерений, проведенных Н. Н. Беляковым, К. В. Хоцианом, В. С. Ращеком, Н. И. Пантелеевой и др. сотрудниками лаборатории ВЭС НИИЭЭБиблиотека

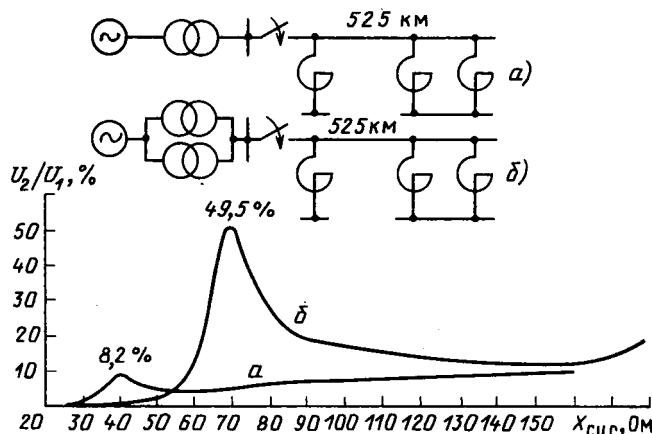


Рис. 5. Резонансные кривые при включении ВЛ 750 кВ длиной 525 км на холостой ход с одним (а) и двумя (б) автотрансформаторами

Для линии Конаково — Ленинград 750 кВ длиной 525 км проводились расчеты при одном автотрансформаторе, которые показали небольшое содержание второй гармоники, порядка 10 % (рис. 5, кривая а), однако достаточное для ложного срабатывания защиты ДФЗ-503. Подключение второго автотрансформатора к такой линии могло бы привести к возникновению значительно более острых резонансов. Это естественно, поскольку при одном автотрансформаторе и длине ВЛ 525 км резонанс ( $f_{\text{св. л}} = 100$  Гц) имеет место при  $X_c = 40$  Ом, и трансформатор шунтируется  $X_c$ . При двух автотрансформаторах  $f_{\text{св. л}} = 100$  Гц имеет место при большем значении сопротивления системы ( $X_c = 70$  Ом), и ее шунтирующее действие слабее (рис. 5, кривая б).

Последнее указывает на то, что изменение сопротивления  $X_c$  и состава автотрансформаторов может приводить к появлению острых резонансов.

Нулевая составляющая затухает весьма быстро, поскольку в нулевой провод включены сравнительно большие сопротивления земли. Поэтому можно предположить, что учет влияния компенсационного реактора, включенного в нейтраль реакторов поперечной компенсации, не приведет к существенному изменению общей картины. Проверка сказанного требует проведения дальнейших исследований.

Изменение потерь в стали аппаратов высокого напряжения в 2—4 раза практически не влияет на гармонический состав напряжения. Более значительно влияние на уровень второй гармоники последовательных активных сопротивлений, например, активного сопротивления системы  $R_c$ . Размыкание треугольника автотрансформатора незначительно влияет на изменение уровня второй гармоники.

Удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных указывает на возможность прогнозирования уровня перенапряжений при параметрическом резонансе на воздушных линиях сверхвысокого напряжения, включаемых на холостой ход. Вместе с тем рассматриваемый метод пригоден для инженерных расчетов. Время расчета кривых на интервале времени 1 с (рис. 3, а) на ЭВМ ЕС-1033 не превышает 20 мин при  $\epsilon = 0,0001$  и 5 мин на ЭВМ ЕС-1046 при тех же условиях. Пользуясь рассматри-

ваемыми алгоритмами, можно анализировать методы подавления вторых гармоник.

Длина ВЛ, степень компенсации емкостного тока ВЛ шунтирующими реакторами оказывают влияние на уровень второй гармоники. Этот вопрос иллюстрируется на рис. 6. Для разных значений степени компенсации ( $K = 0,6; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1$ ) строится огибающая максимумов второй гармоники для разных длин линий и для разных  $X_c$ , при которых наблюдается резонанс на 100 Гц. При повышении степени компенсации растет уровень второй гармоники. При увеличении длины ВЛ он снижается ввиду снижения  $X_c$ , при котором наблюдается резонанс на 100 Гц, из-за увеличения шунтирующего влияния  $X_c$  на нелинейный элемент.

Устойчивость существования второй гармоники проверялась на интервале времени до 2 мин при одной из постоянных времени анализируемой схемы порядка 30 с (постоянная времени рассчитана для случая автотрансформатора с линейным шунтом намагничивания). Однако для проверки «устойчивости существования» взята простая схема (рис. 1), описываемая четырьмя дифференциальными уравнениями, для трехфазной схемы (рис. 2) время расчета было бы чрезмерно большим. Как видно из кривой на рис. 7, уровень второй гармоники падает и через 30—40 с становится пренебрежимо малым, т. е. вторая гармоника существует, пока есть апериодическая составляющая. Время расчета на интервале 2 мин (рис. 7) на ЭВМ ЕС-1033 составило 1 ч.

Программа предусматривает возможность включения ВЛ на холостой ход в различные моменты времени по фазам:  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ . Для анализа условий работы релейной защиты сопротивления  $R_h$  ограничительных перенапряжений могут включаться в модель с уч-

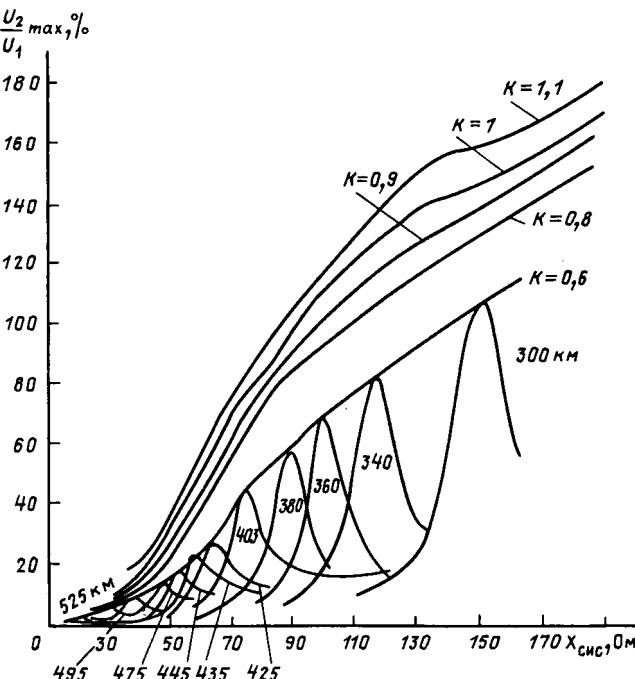


Рис. 6. Зависимость максимальных значений уровня второй гармоники от длины ВЛ СВН, включаемых на холостой ход, и реактанса системы при разной степени компенсации емкостного тока индуктивностью поперечных реакторов

том того, что они входят в зону действия релейной защиты. Предусмотрено также введение предвключаемых сопротивлений на выключателе  $R_w$  (рис. 2).

*Методы подавления вторых гармоник* анализировались с помощью предложенного алгоритма. Например, последовательное включение фаз линии с углом  $90^\circ$  полностью устраниет возникновение вторых гармоник. Включение добавочных сопротивлений последовательно с реакторами (по  $10-30$  Ом на реактор) или последовательно с автотрансформатором также резко снижает уровень второй гармоники. Предвключаемые сопротивления  $R_w$ , шунтируемые через  $8-10$  мс после включения выключателя, не оказывают существенного влияния на развитие параметрического резонанса. Включение ВЛ в транзит через  $0,1-0,2$  с после включения первого конца и до того, как успел развиться параметрический резонанс, предотвращает его возникновение.

На основе анализа *процессов возникновения параметрического резонанса* при включении ВЛ 750 кВ на холостой ход было предложено модернизировать панель ДФЗ-503 [8], а также были разработаны решения по выполнению подготавливаемой к серийному выпуску высокочастотной (ВЧ) защиты ШЭ 2705 для ВЛ напряжением 500 кВ и выше (взамен панели ПДЭ 2003). При использовании панелей ДФЗ-503 (немодернизированной) и ПДЭ 2003 на двух линиях 750 кВ имели место случаи их ложной работы при включениях ВЛ на холостой ход.

Ниже ложные срабатывания рассматриваются применительно к панели ДФЗ-503. При включении ВЛ ВЧ сигнал на невключленном конце ВЛ останавливается через  $0,15$  с; таким образом, к моменту развития параметрического резонанса, через  $0,3-0,5$  с, он остановлен. На включленном конце напряжение с частотой  $100$  Гц в достаточной степени пропускалось фильтром пускового органа, он срабатывал, и защита должно отключала ВЛ. Для исключения этого ложного действия панели ДФЗ-503 предлагается не запрещать через  $0,15$  с пуск высокой частоты, и, если пусковой орган продолжает оставаться в положении после срабатывания под влиянием второй гармоники, то ВЧ сигнал на невключленном конце будет блокировать защиту в целом. Для выявления к. з. на невключленном конце предлагаются использовать два пусковых органа, реагирующих на составляющие напряжения обратной и нулевой последовательностей, с высокой степенью отстройки от второй гармоники и уставками порядка  $0,15 U_\phi$ . Через  $0,1$  с после включения ВЛ, если эти пусковые органы находятся в положении после срабатывания, им разрешается остановить ВЧ сигнал на невключленном конце ВЛ, что обеспечивает срабатывание защиты при включении ВЛ на к. з. Время порядка  $0,1$  с необходимо для отстройки от разновременности фаз выключателя при включении неповрежденной ВЛ.

**Выводы.** Предложенный метод исследований позволяет прогнозировать с помощью математической модели уровни вторых гармоник и перенапряжений при включении ВЛ 750 кВ с различными параметрами на холостой ход, может быть использован для анализа работы релейной защиты, а также позволяет анализировать методы подавления резонансов<sup>2</sup>.

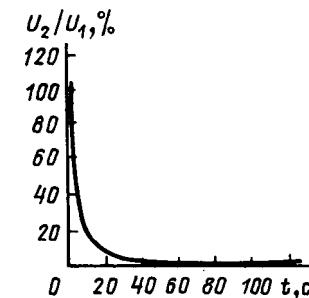


Рис. 7. Уровень второй гармоники на емкости  $C_d$  во времени для схемы на рис. 1 при следующих ее параметрах:  $e_c = E_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ ;  $E_{\max} = 612$  кВ;  $\varphi = 0^\circ$ ;  $L_c = 0,3$  Гн;  $R_c = 4,7$  Ом;  $L_a = 0,3$  Гн;  $L_{\mu 0} = 65$  Гн;  $L_{\mu 1} = 5,5$  Гн;  $L_{\mu 2} = 0,95$  Гн;  $C_d = 5,67$  мкФ;  $L_p = 1,8$  Гн;  $R_p = 1,8$  Ом;  $R_a = 2,86$  Ом;  $R_d = 215$  кОм

**Приложение. Описание модели [4].** Для цифрового моделирования использован метод переменных состояния, в качестве которых применены (рис. 2):  $i_{A1}(i_{B1}, i_{C1})$  — ток в системе;  $\Psi_{A2}(\Psi_{B2}, \Psi_{C2})$  — потокосцепление в автотрансформаторе;  $\Psi_{A3}(\Psi_{B3}, \Psi_{C3})$  — потокосцепление в реакторе в начале ВЛ;  $u_{A1}(u_{B1}, u_{C1})$  и  $i_{A2}(u_{B2}, u_{C2})$  — напряжения в начале и конце ВЛ;  $i_{A6}(i_{B6}, i_{C6})$  — ток в ВЛ;  $\Psi_{A7}(\Psi_{B7}, \Psi_{C7})$  — потокосцепление в реакторе в конце ВЛ;  $i_0$  — ток в треугольнике трансформатора.

Известными методами [9] уравнения состояния приведены к нормальному виду. Для фаз *A*, *B* и *C* получается 21 уравнение вида

$$\frac{di_i}{dt} = F_i, \quad (\text{П-1}) - (\text{П-21})$$

где  $i_i$  — указанные выше переменные состояния;  $F_i$  — функции переменных состояния, э. д. с. и токов в нелинейных элементах. Эти уравнения дополняются уравнением для треугольника трансформатора:

$$\frac{di_0}{dt} = F_{22}. \quad (\text{П-22})$$

Кроме того, должны быть учтены характеристики девяти нелинейных элементов (по три на фазу).

Например, для фазы *A*:

$$i_{A1} = f(\Psi_{A2}); \quad (\text{П-23})$$

$$i_{A3} = f(\Psi_{A3}); \quad (\text{П-24})$$

$$i_{A7} = f(\Psi_{A7}), \quad (\text{П-25})$$

где  $i_{A1} = i_{A2} - i_0$ .

Таким образом, система содержит 22 дифференциальных уравнения и 9 нелинейных характеристик (алгебраические уравнения). В этой системе  $i_{A1}(i_{B1}, i_{C1})$  — ток намагничивания автотрансформатора;  $i_{A3}(i_{B3}, i_{C3})$  и  $i_{A7}(i_{B7}, i_{C7})$  — токи в реакторах.

Рассмотрим пример приведения уравнений состояния к нормальному виду для продольных элементов ВЛ (рис. 2):

$$L \frac{di_{A6}}{dt} + M \frac{di_{B6}}{dt} + M \frac{di_{C6}}{dt} = u_{A1} - u_{A2} - u_{B6} - u_{C6};$$

<sup>2</sup> Авторы приносят искреннюю благодарность Я. С. Гельфанду за ценные советы при физическом истолковании полученных результатов.

$$M \frac{di_{A6}}{dt} + L \frac{di_{B6}}{dt} + M \frac{di_{C6}}{dt} = u_{B1} - u_{B2} - R_0(i_{A6} + i_{B6} + i_{C6});$$

$$M \frac{di_{A6}}{dt} + M \frac{di_{B6}}{dt} + L \frac{di_{C6}}{dt} = u_{C1} - u_{C2} - R_0(i_{A6} + i_{B6} + i_{C6}).$$

Решая систему из трех уравнений относительно  $\frac{di_{A6}}{dt}$ ,  $\frac{di_{B6}}{dt}$  и  $\frac{di_{C6}}{dt}$ , получим:

$$\frac{di_{A6}}{dt} = F_{5A}; \quad (\text{П-5})$$

$$\frac{di_{B6}}{dt} = F_{5B}; \quad (\text{П-12})$$

$$\frac{di_{C6}}{dt} = F_{5C}, \quad (\text{П-19})$$

где, как указано выше,  $F_{5A}$ ,  $F_{5B}$  и  $F_{5C}$  — функции переменных состояния.

Для решения системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка  $\dot{X} = f(X, t)$ , записанной в нормальной форме во временной области, был использован численный метод Эйлера — Коши с итерациями и автоматическим выбором шага интегрирования<sup>3</sup>. В основу метода положена формула

$$X_{n+1} = X_n + \frac{H}{2} [f(X_{n+1}, t_{n+1}) + f(X_n, t_n)]. \quad (\text{П-26})$$

Эта формула численного интегрирования второго порядка обычно используется в методе трапеций, поскольку второй член может быть интерпретирован как область, ограниченная трапецией. Метод трапеций является двухшаговым ввиду того, что необходимы значения  $X(t)$  в два момента времени  $t_n$  и  $t_{n+1}$ . Заметим, что уравнение (П-26) определяет  $X_{n+1}$  только неявно, поскольку эта неизвестная величина находится в обеих частях уравнения. Такие методы называются неявными в отличие от явных, или методов прогноза-коррекции, где в правой части не содержится  $\dot{X}_{n+1}$ . На практике большинство программ моделирования ограничивается использованием метода трапеций второго порядка [10].

Вычислительную схему использованного метода реализуют следующим образом. Задают начальный шаг интегрирования  $H$ , требуемую точность  $\epsilon$  на шаге интегрирования, число итераций  $I$  до получения заданной точности. Решение определяется последовательным уточнением значений, вычисленных на одном шаге интегрирования, от итерации к итерации, причем последние продолжаются до тех пор, пока относительная

<sup>3</sup> В выборе численного метода принимал участие Н. А. Дони (ВНИИР, г. Чебоксары)

разница между двумя последовательными приближениями не будет меньше заданной точности  $\epsilon$ . Если заданная точность не достигнута за  $I$  итерационных проходов, то шаг интегрирования дробится. Одновременно проводится численный гармонический анализ полученных кривых [11].

Авторы отказались на данном этапе от машинной формулировки уравнений переменных состояния для нелинейных цепей, т. е. от использования универсальных алгоритмов, поскольку это потребовало бы решения систем алгебраических уравнений при каждой итерации на каждом шаге интегрирования, что на порядок увеличило бы машинное время решения. Таким образом, как указывалось выше, уравнения состояния приводятся к нормальному виду аналитически.

Сам численный метод вынесен в главную программу, а уравнения, описывающие сеть, включены в подпрограмму, поэтому при изменении сети меняется только подпрограмма.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляков Н. Н., Комаров А. Н., Рашкес В. С. Результаты измерений внутренних перенапряжений и характеристик электрооборудования в советских электропередачах 750 кВ. — СИГРЭ, 1978, № 33—08.
2. Гусева Л. А., Хакимов Ф. З., Шербакова Г. А. Автоматический резонанс в линиях электропередачи при условии коронирования проводов. — Тр. СибНИИЭ, 1973, вып. 24.
3. Тихоедев Н. Н., Шур С. С. Изоляция электрических сетей. — Л.: Энергия, 1979.
4. Катунян В. И., Левицкий А. И., Дони Н. А. Автоматический резонанс при включении воздушной линии на холостой ход. — В кн.: Определение мест повреждения в элементах электрических систем / Сб. тр. ВНИИЭ — М.: Энерготомиздат, 1985.
5. Гельфанд Я. С. Исследование переходных процессов в трансформаторах тока на математических машинах непрерывного действия. — Электричество, 1961, № 12.
6. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Расчет электромагнитных переходных процессов для релейной защиты на линиях большой протяженности. — М.: Энергия, 1972.
7. Кузмичева К. И., Хоециан К. В., Ивановский А. Электропередача 750 кВ Хмельницкая — Жешув. — Электрические станции, 1987, № 5.
8. А. с. 1272393 (СССР). Устройство для дифференциально-фазной высокочастотной защиты линии электропередачи / А. Ф. Бондаренко, В. И. Катунян, А. И. Левицкий и др. Опубл. в Б. И., 1986, № 43.
9. Калахан Д. Методы машинного расчета электронных схем. М.: Мир, 1970, 344 с.
10. Чуа Л. О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). М.: Энергия, 1980, 640 с.
11. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1971.

[07.07.88]

# Расчет статических электромагнитных преобразователей числа фаз с дискретной системой симметрирования

ВЕНЕДИКТОВ Г. Л.

Статические электромагнитные преобразователи числа фаз (ЭМПЧФ) классифицируют по числу и типу фазосмещающих элементов (ФСЭ), в качестве которых используют конденсаторы  $C$ , дроссели  $L$  и автотрансформаторы  $AT$  (или трансформаторы  $T$ ) [1]. На рис. 1 представлены преобразователи однофазного тока в трехфазный типов  $LC$  (рис. 1, а),  $ATLC$  (рис. 1, б),  $ATC$  (рис. 1, в) и  $CAT$  (рис. 1, г), проходившие в разное время эксплуатационные испытания или выпускавшиеся серийно и представляющие поэтому наибольший интерес.

Ограничным недостатком ЭМПЧФ является необходимость симметрирования, т. е. регулирования параметров ФСЭ в зависимости от нагрузки для поддержания симметрии трехфазного тока. Наименьшую массу элементов и незначительные искажения токов и напряжений обеспечивает дискретная система симметрирования [1]. Важнейшим этапом проектирования такой системы является расчет ступеней регулирования ФСЭ.

В предлагаемой статье описан метод расчета аименшего числа секций ФСЭ и их параметров, обеспечивающих стабилизацию степени асимметрии выходных напряжений в заданных пределах при питании трехфазных асинхронных двигателей (АД), подключаемых как поодиночке, так и параллельно группами в произвольных сочетаниях.

Как известно [1], параметры ФСЭ определяются комплексной проводимостью нагрузки  $Y_1$  для прямой последовательности напряжений  $\dot{U}_1$ . Обозначим, как и в [1, 2], через  $Y_N$  комплексную проводимость нагрузки, при которой обеспечивается симметричный режим (напряжение обратной последовательности  $\dot{U}_2=0$  при  $\dot{Y}_1=\dot{Y}_N=G_N-jB_N$ ). Введем, кроме того, для удобства записи последующих формул отношения  $r=R_1/R_{11}$ ,  $c=R_{11}/X$ , в которых  $R_1$ ,  $R_{11}$  — активные сопротивления, вносимые статором и ротором в главную цепь Г-образной схемы замещения АД;  $X$  — полное индуктивное сопротивление той же цепи.

С целью определения параметров ФСЭ проанализируем проводимость нагрузки. Учтем при этом, что работа АД на устойчивой части механической характеристики в режиме питания от ЭМПЧФ возможна лишь при скольжениях  $s < s_{mN} \leq 0,5s_{m3}$  ( $s_{m3}$  — критическое скольжение при питании АД симметричным номинальным напряжением  $U_n$ ). Величина  $s_{mN}$  определена в [2]. Там же показано, что перегрузочная способность при симметрии в устойчивой части механической характеристики, т. е. при  $s < s_{mN}$ , составляет (70—80)% перегрузочной способности  $k_m = M_{max}/M_n$ , что вполне удовлетворительно. Поэтому ступени регулирования, обеспечивающие рабочий режим АД, целесообразно определять при  $s < s_{mN}$ . В случае необходимости можно предусмотреть перегрузочные и пусковые ступени, которые обеспечивают требуемые значения моментов, в частности, превышающие максимальный  $M_{max}$  или пусковой  $M_n$  моменты в номинальных условиях [1, 2]. При  $s < 0,5s_{m3}$  параметры схем замеще-

ния АД принято считать постоянными. Тогда геометрическим местом проводимости фазы двигателя является дуга окружности радиуса  $r=(2X)^{-1}$  [1, 2]. Если проводимость единичного двигателя выразить при помощи уравнения окружности на комплексной плоскости, то суммарная проводимость нагрузки из  $l$  параллельно подключенных машин равна

$$Y_{\Sigma} = A_0 + j \sum_{n=1}^l \rho_n e^{j(\alpha_n - \psi_n)}, \quad (1)$$

где  $A_0 = \sum_{n=1}^l (Y_{mn} - j\rho_n e^{j\alpha_n})$  — проводимости намагничивающих контуров;  $\alpha_n$  — углы поворота окружностей проводимостей.

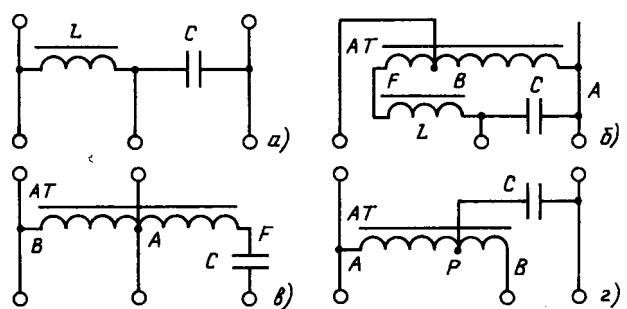
При указанных выше скольжениях  $\psi_n \in (0, \psi_{mN}^{(n)})$ , где  $\psi_{mN}^{(n)}$  — центральный угол, соответствующий точкам на окружности, определяемым скольжениями  $s=0$  и  $s=s_{mN}$ . Таким образом, геометрическим местом проводимостей нагрузки является область, образованная множеством сумм всех точек дуг концентрических окружностей с центром в точке  $A_0$ , соответствующих центральным углам  $\psi_n \in (0, \psi_{mN}^{(n)})$ . Область проводимостей  $abcde$  для двух двигателей представлена на рис. 2.

Допустимые по условиям симметрии значения проводимостей нагрузки ограничены окружностью (рис. 2) с центром в конце вектора проводимости симметричного режима  $Y_N$  и радиусом [1]:

$$\Delta Y_d = \beta_d |Y_N^* + Y_2|, \quad (2)$$

где  $\Delta Y = Y_N - Y_1$ ;  $Y_N^*$  — величина, сопряженная с  $Y_N$ ;  $Y_1 \in \Sigma$ ;  $\beta_d$  — предельно допустимое значение коэффициента асимметрии напряжения;  $Y_2 = G_2 - jB_2$  — проводимость для обратной последовательности напряжений.

Выбрав на плоскости проводимостей такую последовательность векторов  $\{Y_{Ni}\}$  ( $i=1, 2, 3, \dots$  — номер ступени регулирования), что соответствующие им круги радиусов  $\Delta Y_d$  согласно (2) покрывали бы всю область



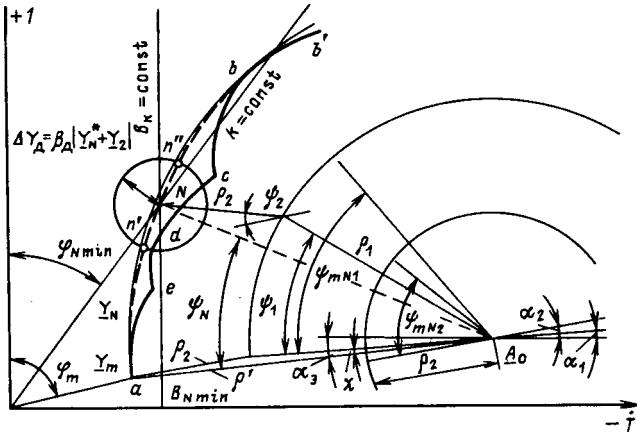


Рис. 2

проводимостей, можно определить совокупность параметров ступеней регулирования, обеспечивающих асимметрию трехфазного тока в допустимых пределах, т. е. при  $\beta \leq \beta_d$ .

При питании одиночного двигателя окружность его проводимостей образует две точки пересечения с окружностью допустимых проводимостей радиуса  $\Delta Y_d$ . Одна из них ( $n'$ ) соответствует меньшей, а другая ( $n''$ ) — большей нагрузке двигателя. Определяемые этими точками электромагнитные моменты  $M'$  и  $M''$  являются для данной ступени соответственно минимальным и максимальным по условию допустимой асимметрии.

Относительный электромагнитный момент двигателя с учетом момента от обратного поля [2] равен

$$\tilde{M} = 2c(rc + \sqrt{(rc)^2 + 1}) \tilde{U}_1^2(\tilde{Y}_{1(2)}/s) \times \times [1 - \beta^2 s \tilde{Y}_{2(2)}^2 / ((2-s) \tilde{Y}_{1(2)}^2)]. \quad (3)$$

$$\text{Здесь } \tilde{M} = M/M_{\max}; \quad \tilde{Y} = Y/X^{-1}; \quad \tilde{U} = U/U_{\max}; \quad \tilde{Y}_{1(2)} = |\tilde{Y}_1 - \tilde{Y}_m|; \quad \tilde{Y}_{2(2)} = |\tilde{Y}_2 - \tilde{Y}_m|.$$

Воспользуемся также выражениями для относительных значений напряжений прямой и обратной последовательностей, полученными в [3]:

$$\widetilde{U}_1 = a^2/(1 - a\beta); \quad \widetilde{U}_2 = a^2\beta/(1 - a\beta), \quad (4)$$

где  $\beta = \beta e^{j\gamma} = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$ ,  $a = \exp(j2\pi/3)$ .

В качестве базисной величины для напряжений принят вектор  $jU_n$ , т. е.  $\vec{U} = \vec{U}_n / jU_n$ .

Изменение нагрузки ЭМПЧФ сопровождается детерминированной, перемежающейся по фазам асимметрией трехфазной системы, так как величины  $\beta$  и  $\gamma$  зависят от соотношения параметров ФСЭ и нагрузки. Кроме того, с целью сокращения числа ступеней их переключение должно происходить при предельном значении коэффициента асимметрии  $\beta_d$ , что соответствует совпадению точек  $n''_{i-1}$  и  $n'_i$ . Тогда, как следует из (3) и (4), с учетом высказанных соображений для соседних ступеней регулирования имеет место предельное соотношение

$$\text{решение } \tilde{M}'_i/\tilde{M}''_{i-1} = (\tilde{U}'_{ii}/\tilde{U}''_{(i-1)})^2 = (1+\beta_a)^2/(1-\beta_a)^2 > 1.$$

Если момент находится в пределах  $M \in [M_{i-1}^*, M_i^*]$ , переключение ступеней вызывает разгон или замедление ротора двигателя, что приводит за счет изменения параметров нагрузки к недопустимому нарушению

симметрии и необходимости возврата на отключенную ступень. Следовательно, ступени регулирования должны рассчитываться при условии, которые назовем «переключение при постоянстве врачающего момента»

$$\tilde{M}_{i-1}'' = \tilde{M}_i'. \quad (5)$$

Как видно из (2) и рис. 2, допустимое изменение нагрузки в пределах одной ступени регулирования и в конечном счете число ступеней регулирования зависит от положения векторов  $\{Y_{Ni}\}$ . Поэтому необходимо оптимальным образом определить на плоскости проводимостей геометрическое место концов этих векторов. С такой целью удобно  $Y_N$  выразить как функцию центрального угла  $\Phi_N$  (рис. 2). Введение центральных углов в качестве аргумента тем более оправдано, что при этом упрощается целый ряд формул. Так, например,

$$\tilde{Y}_{1(2)} = \sin(\psi/2). \quad (6)$$

Приравняв (6) общепринятым выражению для проводимости через скольжение  $s$ , получим

$$s = c / [\operatorname{ctg} (\psi/2) - rc]. \quad (7)$$

Как правило, для АД  $\beta_a \leq 0,05$  [1]. Тогда электромагнитный момент от обратного поля  $M_{(2)}$  можно не учитывать, а уравнение (3), используя (6) и (7), преобразовать к виду

$$\tilde{M} \approx \tilde{M}_{(1)} = \tilde{U}_1^2 \operatorname{ctg} (\psi_m/2) [\sin \psi + \operatorname{ctg} \psi_m (\cos \psi - 1)]. \quad (8)$$

Здесь  $\psi_m = \operatorname{arctg} (rc)$  — центральный угол, соответствующий критическому скольжению  $s_{m3}$ .

Величины  $M'$ ,  $M''$  и параметры ФСЭ также можно рассматривать как функции  $\psi_N$ , причем

$$\tilde{M}' = M(\psi_N - \Delta\psi); \quad \tilde{M}'' = M(\psi_N + \Delta\psi),$$

где  $\Delta\psi = \arccos \{ [\rho^2 + (\rho - f)^2 - \Delta\tilde{Y}_N] / [2\rho(\rho - f)] \}$ ;  $f = |\tilde{Y}_N(\psi_N) - \tilde{Y}_N(\psi_N)|$ .

В конечном счете определение параметров ступеней регулирования сводится к определению последовательности  $\{\psi_m\}$ , обеспечивающей выполнение условия (5).

ности  $\{\psi_{Ni}\}$ , вспомогательной выполняем условие (3). Графическая иллюстрация предлагаемого метода расчета представлена на рис. 3, а, где изображены кривые  $\tilde{M}'$  и  $\tilde{M}''$  для случая, когда геометрическое место  $Y_N$  совпадает с окружностью проводимостей нагрузки. Вписывая ломаную  $\psi_{N1}\tilde{M}'\tilde{M}_2\tilde{M}_2'\tilde{M}_3\dots$  между этими кривыми, т. е. графически решая (5), можно определить искомую последовательность  $\{\psi_{Ni}\}$  и, следовательно, параметры ФСЭ. На рис. 3, а с этой целью изображены также кривые  $k$  и  $\tilde{C}$ , на которых отмечены найденные значения коэффициентов трансформации  $k_i$  и емкостей  $\tilde{C}_i$  для АТС ПЧФ.

Расчет преобразователей, предназначенных для питания параллельно подключаемых АД, осложняется тем, что условие (5) на границах сопрягаемых областей допустимых проводимостей должно быть выполнено для каждого двигателя. Для этого в предлагаемом методе группа двигателей заменяется некоторым эквивалентным. Существо замены заключается в следующем. Относительные значения электромагнитных моментов двигателей нормируются относительным моментом одного из них (определенности ради присвоим ему индекс 1). Тогда суммарная проводимость нагрузки выражается как функция центрального угла  $\psi_1$ . При фиксированных значениях нормированных моментов  $\{M_n\}$  ( $\mu_n = \tilde{M}_n / \tilde{M}_1$ ,  $n = 1, 2, \dots, l$ ) и изменении  $\psi_1$  в пределах  $(0, \psi_{\max})$  суммарная проводимость нагрузки

представляет собой отрезок кривой, лежащей внутри области проводимостей, который можно рассматривать как геометрическое место проводимостей эквивалентного двигателя. Численное исследование семейств кривых проводимостей нагрузки при различных соотношениях для нормированных моментов и различных параметров АД показало, что условие (5) выполняется для любого соотношения нормированных моментов параллельно работающих двигателей, если ступени регулирования определены при  $\mu_n = 1$ , т. е. при равенстве их относительных моментов. Соответствующую такому случаю кривую проводимостей назовем «критической кривой» области проводимостей. Выполнение условия (5) при этом надо понимать так: внутри области допустимых проводимостей для включаемой ступени найдется значение суммарной проводимости нагрузки, для которой имеет место та же совокупность нормированных моментов, что была на границе области допустимых проводимостей отключаемой ступени.

На рис. 2 критическая кривая изображена в виде отрезка  $an'n'b$ . Можно строго доказать, что кривая эта в общем случае не является окружностью. Однако для уменьшения счетной работы критическую кривую можно таковой аппроксимировать. Численный анализ

показал, что наименьшая погрешность при относительной простоте формул обеспечивается, если искомую окружность провести через концы векторов  $\underline{Y}_m$  и  $\underline{Y}^{(m)}$ , полученных по (1) при  $\psi_n = \psi_{mn}$ , т. е. через точки  $a$  и  $b'$  на рис. 2.

Центр окружности определяется пересечением перпендикуляра к отрезку, соединяющему указанные точки, и прямой, проведенной через конец вектора  $\underline{Y}_m$  и точку  $A_0$  (рис. 2).

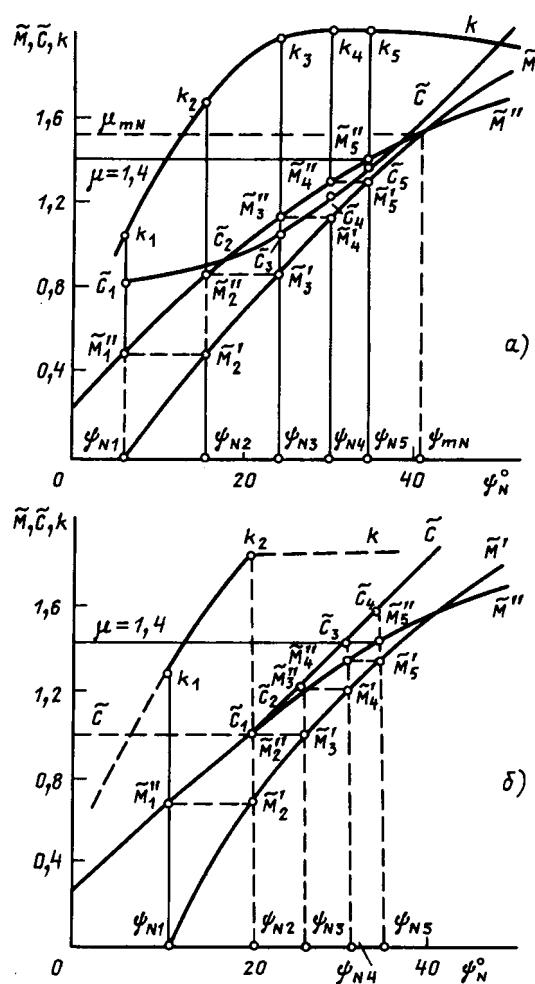
Радиус построенной таким образом окружности равен

$$r_3 = \frac{\left[ \sum_{n=1}^l d_n \sin(\psi_{mn} + a_3 - a_n) \right]^2 + 4 \sum_{n=1}^l d_n [\cos(a_3 - a_n) - \cos(\psi_{mn} + a_3 - a_n)] + \left\{ \sum_{n=1}^l d_n [\cos(a_3 - a_n) - \cos(\psi_{mn} + a_3 - a_n)] \right\}^2}{\rightarrow} \quad (9)$$

Здесь  $d_n$  — нормированный диаметр окружности проводимостей для  $n$ -го двигателя:  $d_n = X_n^{-1} / X_{\min}^{-1}$ ;  $X_{\min} = \min_{1 \leq n \leq l} \{X_n\}$ ;  $a_3 = \pi/2 - |\arg(A_0 - \underline{Y}_m)|$  — угол поворота окружности проводимостей для эквивалентного двигателя.

Произведение относительных параметров  $r_3$  и  $c_3$

$$r_3 c_3 = \frac{\sum_{n=1}^l d_n [(r_n c_n)^2 + 1]^{-1} \times \sum_{n=1}^l d_n [(r_n c_n)^2 + 1]^{-1} \times [r_n c_n \cos(a_3 - a_n) - \sin(a_3 - a_n)] \times [r_n c_n \sin(a_3 - a_n) + \cos(a_3 - a_n)]}{\rightarrow} \quad (10)$$



Волгоградская областная универсальная научная библиотека

Уравнения ЛПП для преобразователей на рис. 1 приведены ниже:

Тип ЭМПЧФ LC и ATLC ПЧФ (схемы «а» и «б» на рис. 1)	$(k, B_L) = \text{const}$ $G_N = \sqrt{3}kB_L + B_N/\sqrt{3}$	$B_k = \text{const}$ $G_N = \sqrt{3}kB_L - (2k-1)B_N/\sqrt{3}$
ATC ПЧФ (схема «в»)	$G_n = \frac{2k-1}{\sqrt{3}}B_N$	$B_k = \frac{2}{3}B_N$
CAT ПЧФ (схема «г»)	$G_n = \frac{1+k}{3(1-k)}B_N$	$G_N = \sqrt{2B_kB_N} - B_N/\sqrt{3}$

Они получены из известных соотношений [1] между  $Y_N$  и параметрами ФСЭ, под которыми понимают проводимости конденсаторов  $B_k$ , дросселей  $B_L$  и коэффициенты трансформации  $k$ . В соответствии с рис. 1 для LC ПЧФ  $k=1$ , для ATLC ПЧФ  $k=U_{AF}/U_{AB}$ , для ATC ПЧФ  $k=U_{FB}/U_{AB}$  для CAT ПЧФ  $k=U_{Bp}/U_{AB}$ .

Если геометрическим местом концов векторов последовательности  $\{Y_{Ni}\}$  являются ЛПП, то число коммутируемых секций ФСЭ сокращается. Совместный анализ уравнений для окружностей проводимостей и ЛПП показывает, что наименьшее число секций требует ATC ПЧФ. Последнее обстоятельство является решающим преимуществом этого преобразователя. Линии постоянных параметров  $B_k = \text{const}$  и  $k = \text{const}$  для ATC ПЧФ изображены на рис. 2, откуда видно, что при малых загрузках преобразователь может работать с постоянной емкостью, а при больших — с постоянным коэффициентом трансформации. Для остальных ПЧФ каждая ступень регулирования требует изменения параметров двух ФСЭ одновременно. Численным анализом установлено, что для ATC ПЧФ аргумент линий  $k = \text{const}$  (рис. 2) целесообразно определять так:

$$\varphi_{N \min} = \arccos [(\rho - f_0)/\rho'] - \alpha - \chi.$$

Здесь  $f_0 = \beta_2 \tilde{Y}_{2(2)}/\sqrt{2}$  — стрелка сегмента, образованного хордой, стягивающей точки пересечения окружности проводимостей и луча  $k = \text{const}$ ;  $\rho' = [\tilde{Y}_m^2 + \rho^2 + 2\tilde{Y}_m \rho \times \times \sin(\varphi_m + \alpha)]^{0.5}$ ;  $\varphi_m = |\arg(\tilde{Y}_m)|$ ;  $\chi = \arcsin [Y_m \times \times \cos(\varphi_m + \alpha)/\rho']$ .

Тогда линии  $B_k = \text{const}$  (см. вышеуказанные уравнения ЛПП и рис. 2) следует определять так:

$$\tilde{B}_{N \min} = \tilde{B}_m - \rho(1 - \cos \alpha) + f_0 \sin \varphi_{N \min}.$$

На рис. 3, б изображены кривые  $\tilde{M}'$ ,  $\tilde{M}''$ ,  $k$  и  $\tilde{C}$  для ATC ПЧФ. В качестве геометрического места  $Y_N$  приняты ЛПП  $k = \text{const}$ ,  $B_k = \text{const}$ , определенные описанным выше способом. В обоих случаях, представленных на рис. 3, расчет произведен для одного и того же двигателя. Как видим, использование ЛПП здесь позволяет сократить одну ступень регулирования атвотрансформатора и одну ступень емкости.

Когда ПЧФ должен обеспечивать питание нескольких двигателей, подключаемых в различных сочетаниях, ступени регулирования следует определять, последовательно применяя описанный выше метод с очередностью, устанавливаемой по возрастанию значения  $B_{N \min}$  для каждой нагрузки.

Описанный метод расчета был разработан при проектировании ATC ПЧФ с дискретной системой автоматического симметрирования [4] для питания путевого электроинструмента [5]. Первоначально параметры ступеней регулирования определялись по методике, предложенной в [1] на основании номинальных данных двигателей. Применение разработанного метода расчета позволило сократить число вентиляй для коммутации секций ФСЭ на 30 % (с десяти до семи), а также устранил повторяющиеся коммутации из-за несоблюдения условия (5). На основе разработанного метода создана программа расчета на ЭВМ ступеней регулирования ATC ПЧФ, с помощью которой проводится расчет наименьшего числа секций ФСЭ путем определения минимально потребных для произвольного числа нагрузок ЛПП, точки пересечения которых определяют параметры ФСЭ.

**Выводы.** 1. Ступени регулирования ЭМПЧФ следует рассчитывать отдельно для рабочего и пускового режимов (или режимов перегрузки) АД. Для рабочего режима параметры соседних ступеней регулирования должны удовлетворять условию «переключения при постоянном моменте».

2. Проводимость фазы нагрузки при параллельном включении АД может быть представлена областью на комплексной плоскости, ограниченной отрезками круговых диаграмм этих АД.

3. При расчете ступеней регулирования ЭМПЧФ область проводимостей АД можно аппроксимировать дугой окружности, что соответствует замене группы реальных двигателей одним эквивалентным. Параметры схемы замещения эквивалентного двигателя могут быть определены при помощи полученных в настоящей работе формул.

4. Наименьшее число ступеней регулирования при изменении нагрузки преобразователя в заданных пределах требуется для атвотрансформаторно-конденсаторного ПЧФ.

5. Предложенный метод расчета позволяет проектировать ЭМПЧФ с наименьшим числом секций ФСЭ по заданным параметрам двигателей, подключаемых в произвольных сочетаниях, и показателям качества электроэнергии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адаменко А. И., Кисленко В. И. Преобразование однофазного тока в многофазный. — Киев: Техника, 1971.
2. Венедиков Г. Л. Расчет ступеней регулирования статических электромагнитных преобразователей числа фаз с автоматическим симметрированием трехфазного тока. — Изв. вузов. Электромеханика, 1981, № 3.
3. Венедиков Г. Л. Напряжения на фазосмещающих элементах при асимметрии трехфазного тока на выходе статических электромагнитных преобразователей числа фаз. — Изв. вузов. Электромеханика, 1987, № 6.
4. А. с. 693517 (СССР). Преобразователь однофазного тока в трехфазный / Г. Л. Венедиков, Д. М. Лупкин, С. С. Молоденский. — Опубл. в Б. И., 1979, № 39.
5. Новый преобразователь / Г. Л. Венедиков, Б. Е. Культяпинский, Д. М. Лупкин, В. М. Рогов. — Путь и путевое хозяйство, 1987, № 8.

[14.02.89]

# Коэффициенты вытеснения тока и проводимости пазового рассеяния с учетом зазора между стержнем обмотки и пазом ротора электрической машины

ЦУКАНОВ В. И., инж.,  
ГЕОРГИАДИ В. Х., канд. техн. наук

Москва

Известно, что короткозамкнутые обмотки электрических машин выполняются цельными литыми или составными. В первом случае между стержнем обмотки и пазом ротора отсутствует воздушный зазор, во втором случае воздушный зазор имеется. Существующие методы [1] определения значений коэффициентов вытеснения тока из-за принятых допущений являются приближенными и не позволяют учитывать наличие воздушного зазора.

В статье рассматривается определение значений коэффициентов вытеснения тока и проводимости для магнитного потока пазового рассеяния с учетом воздушного зазора между стержнем и стенками паза по расчетной картине магнитного поля. Коэффициенты вытеснения тока  $k_R$ ,  $k_x$  и проводимости  $\lambda_n$  для магнитного потока пазового рассеяния рассчитывались по методике [2], основанной на синтезе теорий электромагнитного поля и электрических цепей. Суть данного метода заключается в том, что стержень, находящийся в пазу, представляется в виде активно-индуктивной цепочечной схемы замещения. Параметры схемы замещения определялись из картины магнитного поля, рассчитанного численным методом конечных разностей на основе метода магнитных зарядов [3] при магнитной проницаемости стали  $\mu_{ct} \gg \mu_0$  и разбиении расчетного магнитного поля в зоне стержня на 30 элементарных слоев.

Для определения распределения напряженности магнитного поля, созданного магнитными зарядами, решалась система уравнений, описывающих распределение скалярного магнитного потенциала  $\varphi(x, y)$  в узлах сетки

$$\frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y)}{\partial y^2} = \frac{\rho(x, y)}{\mu_0}, \quad (1)$$

где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость в области паза;  $\rho(x, y)$  — магнитный заряд в узле  $(x, y)$  сетки, нанесенной на объект исследования.

В соответствии с методом конечных разностей скалярный потенциал  $\varphi(x, y)$  на  $j$ -й итерации для регулярной сетки с шагом ячейки  $\Delta a_x = \Delta a_y = 1$  равен

$$\varphi^j(x, y) = \frac{\varphi^{j-1}(x+1, y) + \varphi^{j-1}(x, y-1) + \varphi^{j-1}(x-1, y) + \varphi^{j-1}(x, y+1)}{4} + \frac{\rho(x, y)}{4\mu_0}. \quad (2)$$

Для ускорения итерационного процесса скалярный потенциал на  $j$ -й итерации определялся с учетом коэффициента верхней релаксации:

$$\varphi_a^j(x, y) = \varphi^{j-1}(x, y) + \alpha [\varphi^j(x, y) - \varphi^{j-1}(x, y)]; \quad (3)$$

$$\alpha = 2 \left[ 1 + \pi \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{X} + \frac{1}{Y} \right]} \right]^{-1} \quad (4)$$

где  $\alpha$  — коэффициент верхней релаксации;  $X, Y$  — максимальное число узлов регулярной сетки вдоль осей  $x, y$ .

Так как линии скалярного и векторного магнитного потенциала ортогональны, то по расчетным значениям скалярных потенциалов  $\varphi(x, y)$  на основании условия Коши — Римана о комплексно-сопряженной функции скалярного и векторного потенциала определялись векторные магнитные потенциалы  $A(x, y)$ . Векторные потенциалы  $A(x, y)$  использовались для расчета коэффициентов магнитных элементарных проводимостей  $\lambda_i$  [2] между линиями равного векторного потенциала  $A_{i+1} = \text{const}$  и  $A_i = \text{const}$ , которые в свою очередь использовались для определения коэффициентов магнитных проводимостей стержня  $\lambda_c$  и паза  $\lambda_n$ .

Коэффициент проводимости для потокосцепления рассеяния паза с учетом воздушного зазора между стержнем и стенками паза равен:

$$\lambda_n = \lambda_c + \Delta \lambda_n; \quad (5)$$

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{i=n} \left[ \lambda_i \left( \sum_{k=1}^{k=i} S_k \right)^2 \right] / S_c^2; \quad (6)$$

$$\Delta \lambda_n = \Delta \Phi / F = Adl / \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i = \Delta A_n / \varphi_{\max} = \Delta A_n / S_c, \quad (7)$$

где  $\lambda_c$  — проводимость для потокосцепления рассеяния в области паза с током;  $i$  — порядковый номер элементарного слоя;  $n$  — число элементарных слоев;  $S_k$  — сечение части стержня под эквипотенциалом  $A_k = (A_i + A_{i+1})/2$ ;  $S_c$  — сечение стержня;  $\Delta \lambda_n$  — коэффициент магнитной проводимости в области паза, не занятой стержнем, при относительной магнитной проницаемости  $\mu = 1$  и постоянстве плотности тока  $\delta = \text{const}$  в стержне;  $\Delta \Phi$  — магнитный поток;  $\Delta A_n$  — разница между значениями векторного потенциала граничных эквипотенциальных линий магнитного поля (см. рис. 1, а, кривые 1 и 2);  $F$  — намагничивающая сила;  $\varphi_{\max}$  — максимальное значение скалярного магнитного потенциала.

Значения коэффициентов вытеснения тока рассчитывались по формулам:

$$k_R = R_{ce} / R_{ct}; \quad (8)$$

$$k_x = \lambda_{n\xi} / \lambda_n = (\lambda_c + \Delta \lambda_n) / (\lambda_c + \Delta \lambda_n); \quad (9)$$

$$R_{ce} = \sum_{i=1}^{i=n} (|I_i|^2 R_i) / \sum_{i=1}^{i=n} |I_i|^2; \quad (10)$$

$$\lambda_{n\xi} = \sum_{i=1}^{i=n} \left( \left| \sum_{k=1}^{k=i} I_k \right|^2 \lambda_i \right) / \left| \sum_{i=1}^{i=n} I_i \right|^2, \quad (11)$$

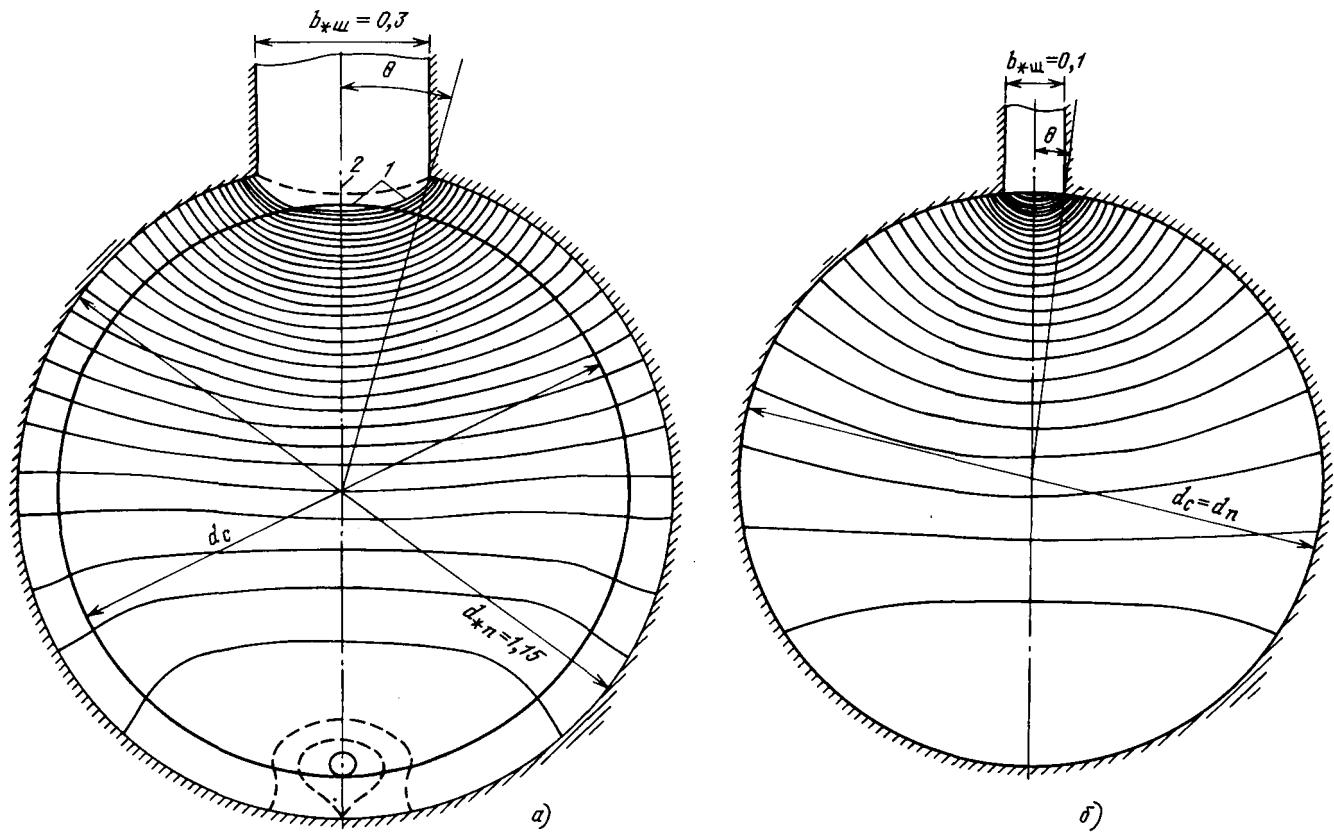


Рис. 1. Картина магнитного поля в круглом пазу со стержнем: *а* — при наличии воздушного зазора;  $\Delta d^* = 0,15$  — относительный воздушный зазор;  $b^*_{\text{ш}} = 0,3$  — относительное раскрытие паза;  $\Delta A = \text{const}$  — приращение векторного магнитного потенциала;  $n = 30$  — число элементарных слоев; *б* — при отсутствии воздушного зазора;  $\Delta d^* = 0$  — относительный воздушный зазор;  $b^*_{\text{ш}} = 0,1$  — относительное раскрытие паза;  $\Delta A = \text{const}$  — приращение векторного магнитного потенциала;  $n = 30$  — число элементарных слоев

где  $R_{\text{ст}}$  и  $R_{\text{сг}}$  — сопротивления стержня без и с учетом вытеснения тока;  $\lambda_p$  и  $\lambda_{\text{сг}}$  — коэффициенты проводимости с учетом вытеснения тока для потокосцепления рассеяния паза и в части паза, занятого стержнем;  $R_i$  и  $I_i$  — активное сопротивление и ток в  $i$ -м элементарном слое;  $I_k$  — ток в  $k$ -м элементарном слое.

Исследования проводились для медного стержня с удельным электрическим сопротивлением  $\rho_c = 10^{-6}/47$  Ом·м при постоянстве воздушного зазора между стержнем и пазом и отсутствии электропроводности в нем. Магнитная проницаемость в области паза принималась равной  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м, а частота напряжения в сети —  $f_1 = 50$  Гц. Относительный размер зазора  $\Delta d^*$  изменялся в пределах

$$\Delta d^* = 2\Delta d/d_c = (d_n - d_c)/d_c = 0 \div 0,15, \quad (12)$$

где  $d_c = (20 \div 60) \cdot 10^{-3}$  — диаметр стержня, м;  $d_n = d_c(1 \div 1,15) \cdot 10^{-3}$  — диаметр паза, м;  $\Delta d$  — воздушный зазор между стержнем и пазом, м.

Относительный диаметр паза принимался равным

$$d^*_{\text{ш}} = d_{\text{ш}}/d_c = (1 \div 1,15). \quad (13)$$

Относительное раскрытие паза изменялось в пределах

$$b^*_{\text{ш}} = b_{\text{ш}}/d_c = (0,1 \div 0,3). \quad (14)$$

где  $b_{\text{ш}}$  — раскрытие паза, м.

На рис. 1, *а*, *б* показана картина магнитного поля в пазу, полученная при наличии и отсутствии воздушного зазора  $\Delta d$ . Магнитное поле (сплошные линии) построены для приращения векторного магнитного потенциала  $\Delta A = \text{const}$ . Верхняя пунктирная линия 2 (см. рис. 1, *а*) отражает границу между магнитными потоками рассеяния паза и шлица.

На рис. 2 показаны зависимости коэффициентов проводимости для потокосцепления рассеяния паза  $\lambda_p$  (сплошные линии) и в части паза, занятого стержнем  $\lambda_c$  (пунктирные линии), от относительного диаметра  $d^*_{\text{ш}}$ , которые построены на основе равенства (5), (6). Штрихпунктирные линии построены на основе использования приближенного аналитического выражения [4]:

$$\lambda_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{13}{8} + \ln \frac{R_n}{4R_c \theta^2} \right) = \\ = 0,517 + \left[ \ln \sqrt{0,25d^*_{\text{ш}} / (b^*_{\text{ш}}/d_c)^2} \right] / \pi, \quad (15)$$

где  $\theta$  — центральный угол, равный  $b^*_{\text{ш}}/d_c$  (см. рис. 1);  $R_n$  — радиус паза;  $R_c$  — радиус стержня.

В таблице представлены результаты расчета коэффициентов вытеснения тока  $k_R$  и  $k_x$  в зависимости

Относительный диаметр паза $d_{\text{ш}}$	Относительное раскрытие паза	Значение коэффициента $K_R$ при диаметрах стержня					Значение коэффициента $K_x$ при диаметрах стержня				
		20 мм	30 мм	40 мм	50 мм	60 мм	20 мм	30 мм	40 мм	50 мм	60 мм
1,00	0,10	2,00 (2,00)	4,00 (3,90)	6,70 (6,50)	9,80 (9,60)	13,6 (13,4)	0,93 (0,94)	0,82 (0,84)	0,72 (0,73)	0,64 (0,65)	0,58 (0,60)
	0,15	1,95 (1,90)	3,90 (3,80)	6,60 (6,30)	9,50 (9,30)	13,1 (12,7)	0,925 (0,93)	0,805 (0,81)	0,68 (0,67)	0,60 (0,62)	0,54 (0,55)
	0,20	1,90 (1,80)	3,80 (3,70)	6,40 (6,10)	9,20 (8,80)	12,3 (11,8)	0,92 (0,925)	0,78 (0,785)	0,66 (0,64)	0,57 (0,58)	0,51 (0,52)
	0,25	1,80 (1,70)	3,70 (3,50)	6,10 (5,80)	8,70 (8,30)	11,5 (11,0)	0,915 (0,915)	0,76 (0,77)	0,63 (0,61)	0,54 (0,53)	0,48 (0,48)
	0,30	1,70 (1,60)	3,50 (3,30)	5,80 (5,50)	8,20 (7,70)	10,8 (10,2)	0,91 (0,91)	0,75 (0,75)	0,615 (0,57)	0,52 (0,50)	0,45 (0,45)
1,01	0,10	1,95	3,70	6,10	8,80	12,0	0,935	0,83	0,74	0,66	0,62
	0,15	1,90	3,65	6,00	8,70	11,7	0,93	0,8	0,69	0,62	0,57
	0,20	1,85	3,60	5,90	8,50	11,4	0,925	0,785	0,67	0,58	0,52
	0,25	1,80	3,50	5,80	8,30	11,1	0,92	0,765	0,64	0,55	0,48
	0,30	1,75	3,40	5,60	8,00	10,5	0,915	0,75	0,62	0,52	0,46
1,02	0,10	1,85	3,60	5,80	8,45	11,3	—	—	—	—	—
	0,15	1,83	3,55	5,75	8,30	11,2	—	—	—	—	—
	0,20	1,80	3,50	5,60	8,20	11,0	—	—	—	—	—
	0,25	1,75	3,45	5,50	8,05	10,8	—	—	—	—	—
	0,30	1,75	3,40	5,40	7,80	10,3	—	—	—	—	—
1,03	0,10	1,80	3,60	5,70	8,30	11,0	0,94	0,84	0,76	0,71	0,65
	0,15	1,79	3,55	5,60	8,20	10,9	0,935	0,82	0,72	0,66	0,60
	0,20	1,77	3,50	5,50	8,10	10,8	0,93	0,79	0,68	0,61	0,55
	0,25	1,74	3,40	5,40	7,90	10,5	0,925	0,77	0,65	0,56	0,50
	0,30	1,70	3,30	5,30	7,70	10,1	0,92	0,76	0,63	0,54	0,47
1,12	0,10	—	—	—	—	—	0,955	0,87	0,79	0,735	0,70
	0,15	—	—	—	—	—	0,945	0,84	0,75	0,69	0,64
	0,20	—	—	—	—	—	0,935	0,82	0,72	0,65	0,59
	0,25	—	—	—	—	—	0,93	0,80	0,68	0,61	0,54
	0,30	—	—	—	—	—	0,925	0,78	0,65	0,53	0,50
1,15	0,10	1,70	2,10	4,95	6,95	9,05	0,96	0,88	0,81	0,75	0,72
	0,15	1,69	2,05	4,90	6,90	9,0	0,95	0,85	0,77	0,71	0,67
	0,20	1,66	2,00	4,85	6,80	8,9	0,94	0,83	0,73	0,67	0,62
	0,25	1,63	1,95	4,80	6,70	8,8	0,935	0,81	0,70	0,63	0,58
	0,30	1,60	1,90	4,75	6,50	8,6	0,93	0,79	0,67	0,61	0,54

от диаметра стержня  $d_c$ , относительного диаметра  $d_{\text{ш}}$  и раскрытия  $b_{\text{ш}}$  паза при частоте тока в обмотке ротора 50 Гц. В скобках даны значения коэффициентов вытеснения тока, полученные по графическим зависимостям [1], для скольжения  $s=1$ , частоты пульсации тока в сети  $f_1=50$  Гц:

$$k_R = f(R_c \sqrt{\omega \mu_0 / \rho_c}, 20); \quad (16)$$

$$k_x = f(R_c \sqrt{\omega \mu_0 / \rho_c}, 20), \quad (17)$$

где  $\omega$  — частота, равная  $2\pi f_1 s$ .

Далее в качестве примера приводятся результаты расчетов для рассматриваемого диапазона изменения размеров паза со стержнем, в котором эффект вытеснения тока проявляется наиболее ярко.

На рис. 3 показано распределение относительного значения модуля плотности тока по высоте круглого стержня для частоты пульсации тока в сети  $f_1=50$  Гц, скольжении  $s=1$ .

Сплошные линии соответствуют случаю, когда эффект вытеснения тока в стержне наиболее выражен, а пунктирные линии — для случая, когда этот эффект проявляется в меньшей степени. Картинки магнитных полей в пазах показаны на рис. 1.

На рис. 4 показаны зависимости  $k_R=f(d_{\text{ш}}, s)$  и  $k_x=f(d_{\text{ш}}, s)$  при изменении скольжения в пределах от 0,05 до 1 и  $f_1=50$  Гц.

Из рис. 2 видно, что коэффициент проводимости  $\lambda_c$  с увеличением относительного диаметра паза  $d_{\text{ш}}$  уменьшается. Это связано с изменением картины магнитного поля и увеличением длины магнитных «трубок». Коэффициент проводимости  $\lambda_n$  сначала незначительно уменьшается при малых значениях  $\Delta d$ , за счет резкого уменьшения коэффициента  $\lambda_c$ , а затем с ростом относительного диаметра паза  $d_{\text{ш}}$  постепенно возрастает из-за увеличения  $\Delta \lambda_n$ .

Из таблицы следует, что с увеличением относи-

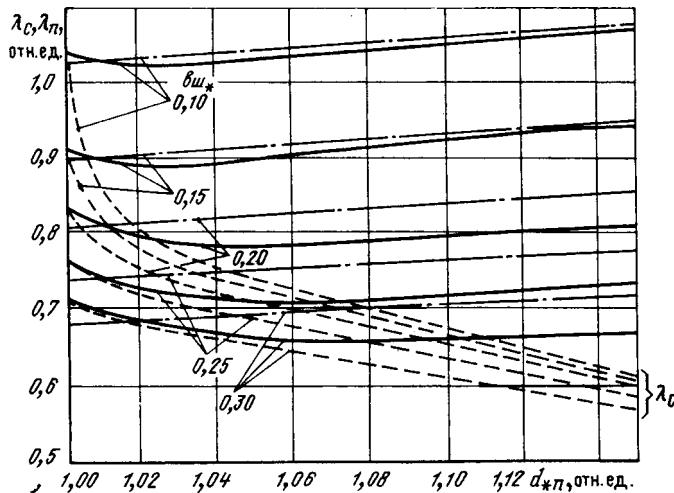


Рис. 2. Зависимости коэффициентов магнитных проводимостей паза  $\lambda_n$  и стержня  $\lambda_c$  от относительного диаметра  $d_n^*$  и раскрытия  $b_n^*$  паза: расчет по предлагаемому методу:  $\lambda_n = f(d_n^*, b_n^*)$ ;  $\lambda_c = f(d_n^*, b_n^*)$ ; расчет по формуле (15):  $\lambda_n = f(d_n^*, b_n^*)$

тельного раскрытия паза  $b_n^*$  коэффициенты  $k_R$  и  $k_x$  уменьшаются в связи с ослаблением действия эффекта вытеснения тока (см. рис. 3, 4). Для стержней с диаметром  $d_c \leq 20 \cdot 10^{-3}$  м изменение значения относительного раскрытия паза  $b_n^*$  оказывает незначительное влияние на коэффициенты  $k_R$  и  $k_x$ . С увеличением относительного диаметра паза  $d_n^*$  значения коэффициента  $k_R$  уменьшаются, а  $k_x$  — увеличиваются за счет уменьшения концентрации, спрятления магнитных силовых линий поля в верхней части паза (см. рис. 1) и уменьшения при этом эффекта вытеснения тока (см. рис. 3).

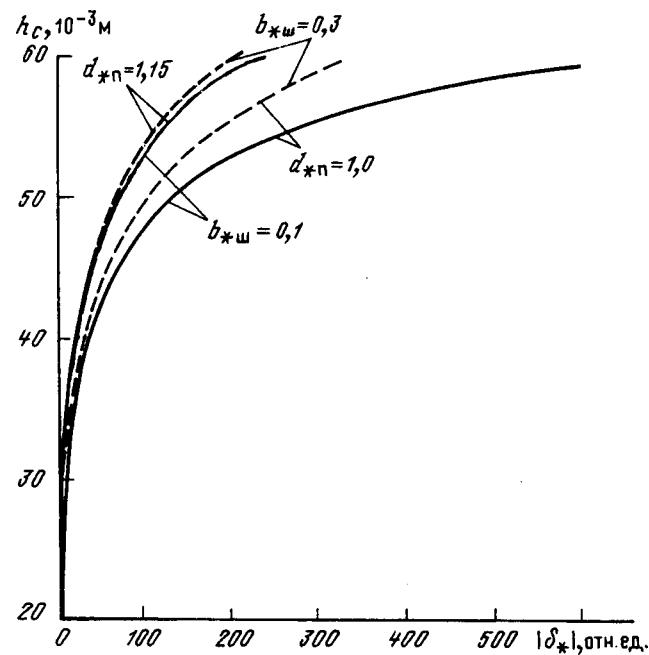


Рис. 3. Распределение относительного значения модуля плотности тока  $|\delta^*|$  по высоте  $h_c$  круглого стержня с диаметром  $d_c = 60 \cdot 10^{-3}$  м

С увеличением диаметра стержня  $d_c$  коэффициент  $k_R$  увеличивается, а коэффициент  $k_x$  уменьшается, так как действие эффекта вытеснения тока усиливается.

Из рис. 3 видно, что в рассматриваемом круглом стержне при частоте напряжения сети  $f_1 = 50$  Гц и  $s = 1$  ток проходит в основном по верхней части, равной примерно одной третьей его высоты  $h_c$ . Поэтому при

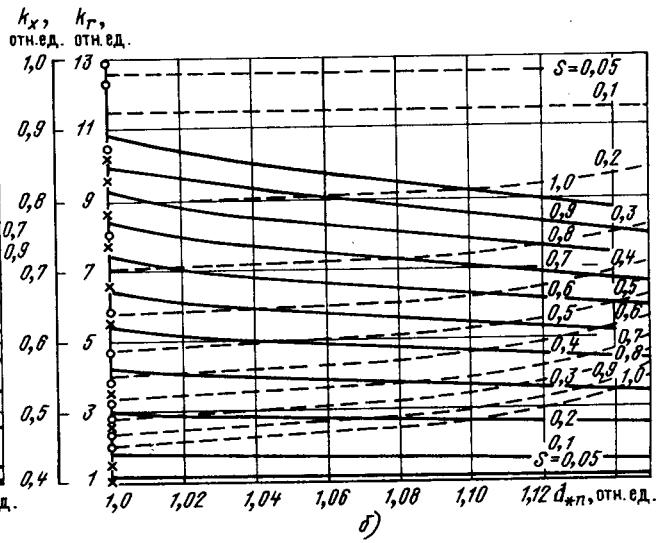
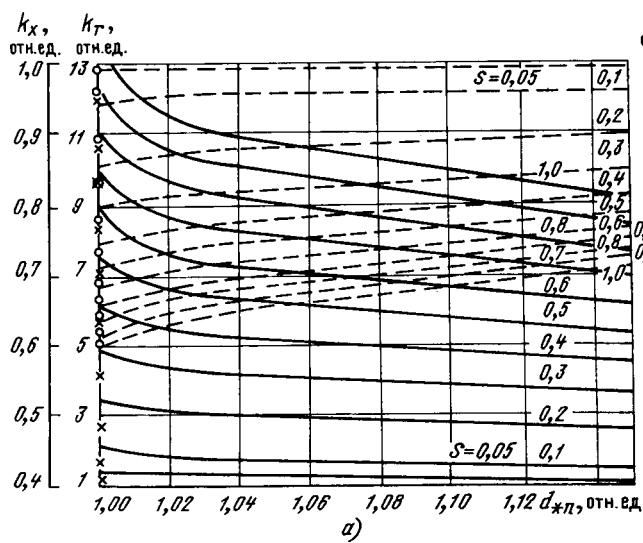


Рис. 4. Зависимости коэффициентов вытеснения тока  $k_R$  (—) и  $k_x$  (—) от скольжения  $s$  и относительного диаметра паза  $d_n^*$  для круглого стержня при относительном раскрытии паза  $b_n^* = 0.1$  (а);  $b_n^* = 0.3$  (б);  $\times$  — значения коэффициента  $k_R$ , полученные по зависимостям (16);  $\circ$  — значения коэффициента  $k_x$ , полученные по зависимостям (17)

расчетах коэффициентов вытеснения тока и проводимостей по картине магнитного поля в пазу методом сеток (методом конечных разностей) определяющей является точность аппроксимации верхней части паза и стержня.

Как показали исследования, с уменьшением значения относительного воздушного зазора  $\Delta d_*$  и раскрытия паза  $b_{*w}$  эффект вытеснения тока увеличивается. Кривые  $\lambda_n = f(d_n, b_{*w})$ , построенные для небольших значений относительного раскрытия паза  $b_{*w}$  по формуле (15), достаточно хорошо совпадают с аналогичными кривыми, построенными предлагаемым методом. Рост расхождения в результатах наблюдается с увеличением значения относительного раскрытия паза. При относительном раскрытии паза  $b_{*w} = 0,3$  разница не превышает 10 %.

Коэффициенты  $\lambda_n$ ,  $\lambda_c$ ,  $k_R$ ,  $k_x$  для значений относительного раскрытия паза  $b_{*w} \leq 0,3$  и скольжении  $s \leq 1$  при частоте напряжения сети  $f_1 = 50$  Гц могут быть получены методом интерполяции результатов расчета, приведенных в таблице и на рисунках. Приведенные зависимости  $\lambda_n = f(d_n, b_{*w})$  справедливы для сплошного стержня и вспыльной обмотки.

Предлагаемый метод расчета коэффициентов  $\lambda_n$ ,  $\lambda_c$ ,  $k_R$ ,  $k_x$  позволяют уточнить расчет параметров и пусковых характеристик электрических машин с учетом воздушного зазора между стержнем и пазом ротора и при его отсутствии.

Изложенный метод реализован в виде программы расчета рассматриваемых коэффициентов для произвольной конфигурации расчетной области на ЭВМ серии ЕС на алгоритмическом языке ФОРТРАН. Точ-

ность расчета магнитного поля в пазу предлагаемым методом определялась по абсолютной максимальной разнице, равной  $10^{-4}$  между значениями магнитных потенциалов в узлах расчетной сетки на  $j$ -й и  $j+1$ -й итерации. Время счета на ЭВМ ЕС-1045 одного варианта зависимостей  $k_R = f(s)$ ,  $k_x = f(s)$ ,  $\lambda_c$  и  $\lambda_n$  составляет не более 60 с.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Г. Н., Штерн Г. М. К теории расчета вытеснения тока в короткозамкнутых кольцах ротора асинхронного двигателя. — Электротехника, 1969, № 9.
2. Клоков Б. К. Расчет вытеснения тока в стержнях произвольной конфигурации. — Электротехника, 1969, № 9.
3. Клоков Б. К. Практические методы учета эффекта вытеснения тока. — Электротехника, 1970, № 6.
4. Цуканов В. И., Фисенко В. Г. Методы расчета параметров обмотки ротора с учетом эффекта вытеснения тока. Проблемы создания высокоеэкономичных электромеханических устройств. — Труды МЭИ, 1980, вып. 449.
5. Цуканов В. И., Георгиади В. Х. Расчет на ЭВМ коэффициентов вытеснения тока в стержне ротора электрических машин. — Электротехника, 1982, № 12.
6. Баклин В. С., Харьков К. А. Специальный курс электрических машин. Математические методы исследования электромагнитного поля в электрических машинах. — Томский политехнич. ин-т, 1980.
7. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. — М.: Энергия, 1969.

[16.06.88]

УДК 621.313.33.001.24

## Алгоритм расчета виброактивности ротора асинхронного двигателя

ЧАБАН В. И., доктор техн. наук,  
ХАРЧЕНКО Е. В., канд. техн. наук,  
КОЗУБАШ В. И., инж.

Львовский политехнический институт

Вопросу математического моделирования асинхронных двигателей с переменным воздушным зазором в литературе уделяется все большее внимание [1, 2]. Однако при этом предполагается, что координаты центра вращения ротора фиксированы в пространстве либо перемещаются по заранее заданной траектории. В предлагаемом решении эти координаты принадлежат к числу неизвестных и вычисляются исходя из дифференциальных уравнений движения ротора. Это в значительной степени способствует более адекватному описанию физического процесса.

Статья является логическим продолжением работы [3], где предложен алгоритм расчета крутильных и возвратно-поступательных движений асинхронного двигателя в плоскости, перпендикулярной оси вращения ротора. При этом предполагалось, что ротор и статор соединены абсолютно жесткой конструкцией, что позволило сохранить равномерность воздушного зазора.

В статье приведено решение более сложной задачи — расчет виброактивности ротора при абсолютно жестком теле статора. Поскольку теперь учитывается податливость опор ротора, то воздушный зазор является функцией угловой координаты и времени.

Ротор рассматривается как абсолютно твердое тело массой  $m$  и моментом инерции относительно центра массы  $J$ . Дисбаланс конструкции ротора учитывается смещением центра массы  $c_m$  относительно его оси вращения  $c_R$  на  $\varepsilon$  (рис. 1). В неподвижных декартовых координатах  $x$  и  $y$ , совпадающих с геометрическим центром расточки статора  $O$ , координаты центра вращения ротора  $x_R$  и  $y_R$ , а центра массы ротора —  $x_m$  и  $y_m$ . Угол поворота центра вращения ротора —  $\gamma_R$ , а угол поворота ротора относительно собственного центра вращения —  $\gamma$ .

Взаимосвязь координат центра вращения и центра массы ротора находим из геометрических построений

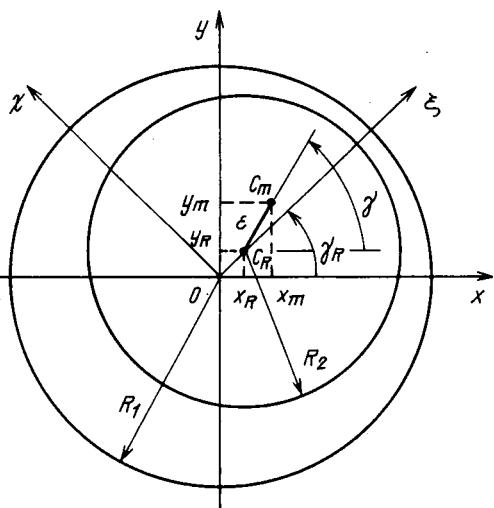


Рис. 1. Расчетная схема

рис. 1:

$$x_R = x_m - \varepsilon \cos \gamma; y_R = y_m - \varepsilon \sin \gamma. \quad (1)$$

Выберем подвижную систему декартовых координат  $\xi$  и  $\chi$ , располагающую общим центром с неподвижной системой  $x$  и  $y$ , так, чтобы ось  $\xi$  проходила через геометрический центр ротора  $C_R$ . Угол поворота этой системы координат  $\gamma_R$  будет

$$\gamma_R = \operatorname{arctg} (y_R/x_R). \quad (2)$$

Угловая скорость вращения подвижных координат  $\omega_R$  и угол  $\gamma_R$  связаны соотношением

$$\dot{\gamma}_R = \omega_R. \quad (3)$$

Точкой обозначен символ дифференцирования по времени  $t$ .

Подставляя (1), (2) в (3), после дифференцирования по  $t$  получаем

$$\omega_R = \frac{x_R(v_{ym} - \omega \varepsilon \cos \gamma) - y_R(v_{xm} + \omega \varepsilon \sin \gamma)}{x_R^2 + y_R^2}, \quad (4)$$

где  $v_{xm}$ ,  $v_{ym}$  — скорости движения центра массы ротора по осям  $x$  и  $y$ ;  $\omega$  — угловая скорость ротора;

$$\dot{x}_m = v_{xm}; \dot{y}_m = v_{ym}; \dot{\gamma} = \omega. \quad (5)$$

Дифференциальные уравнения идеализированной машины в подвижных координатах  $\xi$  и  $\chi$  имеют вид

$$\dot{\Psi}_{S\xi} = u_\xi + p_0 \omega_R \Psi_{S\xi} - r_S i_{S\xi}; \dot{\Psi}_{R\xi} = p_0 (\omega_R - \omega) \Psi_{R\xi} - r_R i_{R\xi};$$

$$\dot{\Psi}_{S\chi} = u_\chi - p_0 \omega_R \Psi_{S\chi} - r_S i_{S\chi}; \dot{\Psi}_{R\chi} = p_0 (\omega - \omega_R) \Psi_{R\chi} - r_R i_{R\chi}, \quad (6)$$

где  $\Psi_{ik}$ ,  $i_{ik}$  ( $i = S, R$ ;  $k = \xi, \chi$ ) — полные потокосцепления и токи преобразованных контуров;  $u_\xi$ ,  $u_\chi$  — напряжения цепи статора;  $r_S$ ,  $r_R$  — резистивные сопротивления;  $p_0$  — число пар магнитных полюсов (индексы  $S$  и  $R$  указывают на принадлежность к статору и ротору, а  $\xi$  и  $\chi$  — к преобразованным контурам).

Напряжения статора находим согласно выражениям

$$u_\xi = U_m \cos (\omega_0 t - p_0 \gamma_R); u_\chi = U_m \sin (\omega_0 t - p_0 \gamma_R), \quad (7)$$

где  $U_m$ ,  $\omega_0$  — амплитуда напряжения сети и ее электрическая круговая частота.

Находим токи

$$i_{mk} = \alpha_m (\Psi_{mk} - \psi_k), \quad m = S, R; \quad k = \xi, \chi, \quad (8)$$

где  $\alpha_S$ ,  $\alpha_R$  — обратные индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора;  $\psi_\xi$  и  $\psi_\chi$  — рабочие потокосцепления:

$$\psi_\xi = a \int_0^{2\pi} B_n \cos (p_0 \eta) d\eta; \quad \psi_\chi = a \int_0^{2\pi} B_n \sin (p_0 \eta) d\eta. \quad (9)$$

Здесь  $\eta$  — угол, отсчитываемый в подвижной системе координат от оси  $\xi$ ;  $B_n$  — значение индукции в точке, удаленной от оси  $\xi$  на  $p_0 \eta$  радиан;  $a = 2\omega l R_1 / \pi p_0$  — постоянный коэффициент, причем  $\omega$ ,  $l$ ,  $R_1$  — число эффективных витков фазы, расчетная длина и внутренний радиус расточки статора.

Магнитную индукцию находим по значению магнитного напряжения зазора  $\varphi_\eta$ :

$$B_\eta = \mu_0 \varphi_\eta / \delta(\eta). \quad (10)$$

Здесь

$$\varphi_\eta = F_\eta - \varphi_{a\eta}, \quad (11)$$

где  $F_\eta$  — магнитодвижущая сила;  $\varphi_{a\eta}$  — магнитное напряжение на участках магнитопровода за пределами воздушного зазора, причем

$$F_\eta = \frac{3\omega}{\pi p_0} [(i_{S\xi} + i_{R\xi}) \cos p_0 \eta + (i_{S\chi} + i_{R\chi}) \sin p_0 \eta]; \quad (12)$$

$$\varphi_{a\eta} = \frac{R_m}{w} (\psi_\xi \cos p_0 \eta + \psi_\chi \sin p_0 \eta); \quad (13)$$

$R_m$  — магнитное сопротивление двигателя за вычетом сопротивления воздушного зазора;  $\delta(\eta)$  — воздушный зазор в точке  $\eta$ .

Исходя из геометрических построений рис. 1 и теоремы косинусов, получаем выражение, устанавливающее функциональную зависимость зазора  $\delta$  от угла  $\eta$ :

$$\delta(\eta) = \sqrt{x_R^2 + y_R^2 + R_1^2 - 2R_1 \sqrt{x_R^2 + y_R^2} \cos \eta} - R_2. \quad (14)$$

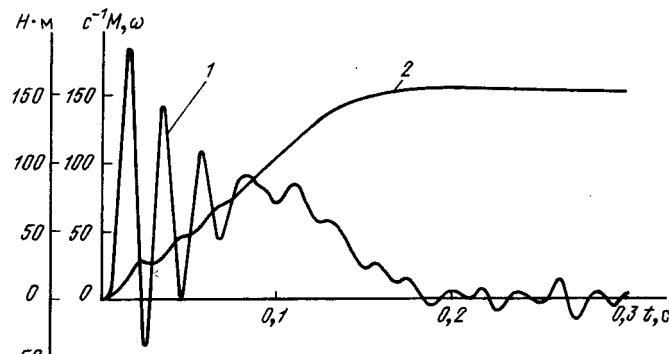


Рис. 2. Расчетные кривые электромагнитного момента (1) и угловой скорости (2) в режиме пуска ненагруженного двигателя АК 52-4

Выражения (8)–(14) позволяют вычислить рабочие потокосцепления  $\Psi_\xi$ ,  $\Psi_\chi$ . Решая эту систему относительно неизвестных, получаем

$$\begin{bmatrix} \Psi_\xi \\ \Psi_\chi \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 1+TN & -TS \\ -TS & 1+TM \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DM+QS \\ DS+QN \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где

$$\Delta = (1+TM)(1+TN) - T^2S^2; \quad T = a_S + a_R + \frac{\pi\rho_0}{3\omega^2} R_m;$$

$$D = a_S \Psi_{S\xi} + a_R \Psi_{R\xi}; \quad Q = a_S \Psi_{S\chi} + a_R \Psi_{R\chi};$$

$$M = b \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \rho_0 \eta}{\delta(\eta)} d\eta; \quad S = b \int_0^{2\pi} \frac{\sin \rho_0 \eta \cos \rho_0 \eta}{\delta(\eta)} d\eta;$$

$$N = b \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \rho_0 \eta}{\delta(\eta)} d\eta, \quad (16)$$

причем  $b = 3\omega a_0 / \pi \rho_0$  — постоянный коэффициент.

Электромагнитный момент

$$M_E = 3\rho_0 (\Psi_\xi i_{S\chi} + \Psi_\chi i_{S\xi}) / 2. \quad (17)$$

Удельную силу одностороннего магнитного притяжения вычисляем по формуле [4]:

$$f_\eta = \frac{B_\eta^2}{2\mu_0}. \quad (18)$$

Результирующие силы в подвижных координатах будут

$$F_\xi = R_1 l \int_0^{2\pi} f_\eta \cos \eta d\eta; \quad F_\chi = R_1 l \int_0^{2\pi} f_\eta \sin \eta d\eta. \quad (19)$$

С учетом (10), (18) интегралы (19) принимают окончательный вид

$$F_\xi = c_0 \int_0^{2\pi} \frac{\varphi_\eta^2}{\delta^2(\eta)} \cos \eta d\eta; \quad F_\chi = c_0 \int_0^{2\pi} \frac{\varphi_\eta^2}{\delta^2(\eta)} \sin \eta d\eta, \quad (20)$$

где  $c_0 = R_1 l \mu_0 / 2$  — постоянный коэффициент.

Располагая токами и рабочими потокосцеплениями, значения  $\varphi_\eta$  находим по формулам (11)–(13).

В практических расчетах интегралы (16), (20) заменяются аппроксимирующими формулами Симпсона.

Силы одностороннего магнитного притяжения в неподвижных осях находим в результате преобразования координат

$$F_x = F_\xi \cos \gamma_R - F_\chi \sin \gamma_R; \quad F_y = F_\xi \sin \gamma_R + F_\chi \cos \gamma_R. \quad (21)$$

Результирующие силы в направлении осей  $x$  и  $y$  с учетом упругодиссипативных свойств конструкции и веса ротора с учетом (1), (5) будут

$$\begin{aligned} \Phi_x &= F_x - c_x x_R - v_x (v_{xm} + \epsilon \omega \sin \gamma); \\ \Phi_y &= F_y - g m - c_y y_R - v_y (v_{ym} - \epsilon \omega \cos \gamma), \end{aligned} \quad \} \quad (22)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения тел;  $v_x$ ,  $v_y$  — коэффициенты сопротивления;  $c_x$ ,  $c_y$  — жесткости опор ротора.

Для шариковых однорядных подшипников жесткости определяются на основании контактной теории Герца [5]:

$$c_x = 2h\sqrt{x_R}; \quad c_y = 2h\sqrt{y_R}, \quad (23)$$

где  $h = 2,093 \cdot 10^{-12} z\sqrt{d}$  — постоянный коэффициент, причем  $z$  — число тел качения;  $d$  — диаметр тела качения.

Скорости движения ротора получаем из общего уравнения динамики:

$$\begin{aligned} \dot{v}_{xm} &= \Phi_x / m; \quad \dot{v}_{ym} = \Phi_y / m; \\ \dot{\omega} &= [M_E - M_M + \Phi_x \epsilon \sin \gamma - (\Phi_y + mg) \epsilon \cos \gamma] / J, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $M_M$  — момент сопротивления, а координаты — согласно (5).

Совместному интегрированию подлежит система уравнений (3), (5), (6), (24). В результате чего находим полные потокосцепления преобразованных контуров  $\Psi_{S\xi}$ ,  $\Psi_{S\chi}$ ,  $\Psi_{R\xi}$ ,  $\Psi_{R\chi}$ , координаты центра массы ротора  $x_m$ ,  $y_m$ , углы поворота подвижной системы координат  $\gamma_R$  и ротора  $\gamma$ , линейные скорости движения центра массы ротора  $v_{xm}$ ,  $v_{ym}$  и угловую скорость ротора  $\omega$ . Из-за высокочастотных колебаний механической системы уравнения являются жесткими и их интегрирование предпочтительно производить неявными численными методами.

Образуем матрицу-столбец неизвестных

$$X = \text{col}(X_1, X_2, X_3), \quad (25)$$

где  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  — субматрицы-столбцы:

$$\begin{aligned} X_1 &= \text{col}(v_x, v_y, \omega); \quad X_2 = \text{col}(x_m, y_m, \gamma, \gamma_R); \\ X_3 &= \text{col}(\Psi_{S\xi}, \Psi_{S\chi}, \Psi_{R\xi}, \Psi_{R\chi}). \end{aligned}$$

Систему (3), (5), (6), (24) с учетом (25) запишем в общем виде

$$\dot{X} = f(x, t). \quad (26)$$

На интервале  $[t_s, t_{s-1}]$  функцию  $X$  аппроксимируем полиномом. Дифференцируя этот полином по времени, получаем выражение производной в момент  $t_s$ :

$$\dot{X}_s = a_n X_s + b_n, \quad (27)$$

где  $a_n$ ,  $b_n$  — постоянные матрицы-коэффициенты. Они определяются порядком полинома и способом вычисления его коэффициентов. Значения  $a_n$ ,  $b_n$  воссоздают множество одно- и многошаговых неявных методов численного интегрирования.

Алгебраизованное в соответствии с (27) уравнение (26) будет

$$F(X_s) = a_n X_s + b_n - f(X_s, t) = 0. \quad (28)$$

Решение (28) осуществляется методом Ньютона:

$$F'(X_s^k) (X_s^{k+1} - X_s^k) = -F(X_s^k), \quad (29)$$

где  $k$  — порядковый номер итерации;  $F'(X_s)$  — якобиан:

$F'(X_s) = a_n - F$ ; $F =$	$F_{11}$	$F_{12}$	$F_{13}$	(30)
	1			
	$F_{31}$	$F_{32}$	$F_{33}$	

причем

$F_{11} =$	$-v_x/m_R$		$-n_x/m_R$		
		$-v_y/m_R$	$n_y/m_R$		
	$-n_x/J$	$n_y/J$	$-\left(\frac{n_x^2}{v_x} + \frac{n_y^2}{v_y}\right)/J$	$F_{31} =$	$-p_0\Psi_{R\chi}$
	$-\frac{y_R}{x_R^2+y_R^2}$	$\frac{x_R}{x_R^2+y_R^2}$	$\frac{(x_R e \cos \gamma + y_R e \sin \gamma)}{x_R^2+y_R^2}$		$p_0\Psi_{R\xi}$

$F_{32} =$			$p_0 u_\chi$		
			$-p_0 u_\xi$		
			.		

$F_{12} =$	$-\frac{3}{2} c_x \sqrt{x_R}/m_R$		$-(m_x + q_x)/m_R$	$-F_y/m_R$			
	$-\frac{3}{2} c_y \sqrt{y_R}/m_R$		$(m_y - q_y)/m_R$	$F_x/m_R$			
	$-m_x/J$	$m_y/J$	$f_1$	$-(F_x e \cos \gamma + F_y e \sin \gamma)/J$	$F_{13} =$	$\frac{F_1}{J}$	$\frac{F_2}{J}$
	$\frac{v_{yR} - 2\omega_R x_R}{x_R^2 + y_R^2}$	$\frac{-v_{xR} - 2\omega_R y_R}{x_R^2 + y_R^2}$	$f_2$			$\frac{F_3}{J}$	$\frac{F_4}{J}$

$F_{33} =$	$-r_S \alpha_S (1 - \alpha_S G_1)$	$p_0 \omega_R + r_S \alpha_S^2 G_3$	$r_S \alpha_S \alpha_R G_1$	$r_S \alpha_S \alpha_R G_3$
	$-p_0 \omega_R + r_S \alpha_S^2 G_3$	$-r_S \alpha_S (1 - \alpha_S G_2)$	$r_S \alpha_S \alpha_R G_3$	$r_S \alpha_S \alpha_R G_2$
	$r_R \alpha_S \alpha_R G_1$	$r_R \alpha_S \alpha_R G_3$	$-r_R \alpha_R (1 - \alpha_R G_1)$	$p_0 (\omega_R - \omega) + r_R \alpha_R^2 G_3$
	$r_R \alpha_S \alpha_R G_3$	$r_R \alpha_S \alpha_R G_2$	$p_0 (\omega - \omega_R) + r_R \alpha_R^2 G_3$	$-r_R \alpha_R (1 - \alpha_R G_2)$

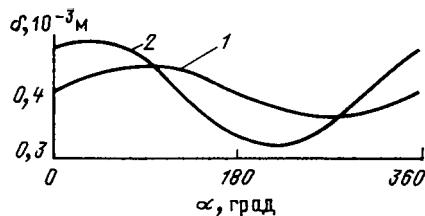


Рис. 3. Расчетные кривые значения воздушного зазора в различные моменты времени переходного процесса, соответствующего рис. 2: 1 — 0,05; 2 — 0,15

Здесь

$$\begin{aligned}
 G_1 &= (M + TMN - TS^2) / \Delta; \quad G_2 = (N + TMN - TS^2) / \Delta; \\
 G_3 &= S / \Delta; \quad F_1 = \frac{3}{2} p_0 i_{Sx} - \alpha_S^2 G_3 \Psi_{S\xi} - \alpha_S (1 - \alpha_S G_1) \Psi_{Sx}; \\
 n_x &= v_x \epsilon \sin \gamma; \quad F_2 = \frac{3}{2} p_0 - i_{S\xi} + \alpha_S^2 G_3 \Psi_{Sx} + \alpha_S (1 - \\
 &- \alpha_S G_2) \Psi_{S\xi}; \quad n_y = v_y \epsilon \cos \gamma; \quad F_3 = \frac{3}{2} p_0 \alpha_S \alpha_R (G_1 \Psi_{Sx} - \\
 &- G_3 \Psi_{S\xi}); \quad F_4 = \frac{3}{2} p_0 \alpha_S \alpha_R (G_3 \Psi_{Sx} - G_2 \Psi_{S\xi}); \\
 m_x &= \frac{3}{2} c_x \sqrt{x_R} \epsilon \sin \gamma; \quad m_y = \frac{3}{2} c_y \sqrt{y_R} \epsilon \cos \gamma; \\
 q_x &= v_x \epsilon \omega \cos \gamma; \quad q_y = v_y \epsilon \omega \sin \gamma; \quad f_1 = [(F_x - c_x x_R^{3/2} - \\
 &- v_x v_{xR} - m_y + q_y) \epsilon \cos \gamma + (F_y - c_y y_R^{3/2} - v_y v_{yR} - m_x - \\
 &- q_x) \epsilon \sin \gamma] / J; \quad f_2 = [(v_{xR} + y_R (2\omega_R - \omega)) \epsilon \cos \gamma + \\
 &+ [v_{yR} - x_R (2\omega_R - \omega)] \epsilon \sin \gamma] / (x_R^2 + y_R^2).
 \end{aligned}$$

Решение (28) означает выполнение операции интегрирования (26) на временном интервале  $[t_s, t_{s-1}]$ .

На рис. 2—4 приведены результаты расчета режима пуска ненагруженного асинхронного двигателя АК 52-4. Исходные данные:  $r_s = 0,75$  Ом;  $r_R = 1,81$  Ом;  $\alpha_S = \alpha_R = 165$  Гц<sup>-1</sup>;  $\omega_0 = 314$  рад/с;  $U_m = 310,5$  В;  $p_0 = 2$ ;  $J = 0,0675$  кг·м<sup>2</sup>;  $\omega = 60$ ;  $l = 0,09$  м;  $R_m = 5150$  Гн<sup>-1</sup>;  $R_1 = 0,076$  м;  $R_2 = 0,0756$  м;  $M_M = 0$ ;  $m = 15$  кг;  $\epsilon = 0,0005$  м;  $c_x = c_y = 0,2 \cdot 10^{10}$  Н/м;  $v_x = v_y = 50$  Н·с/м.

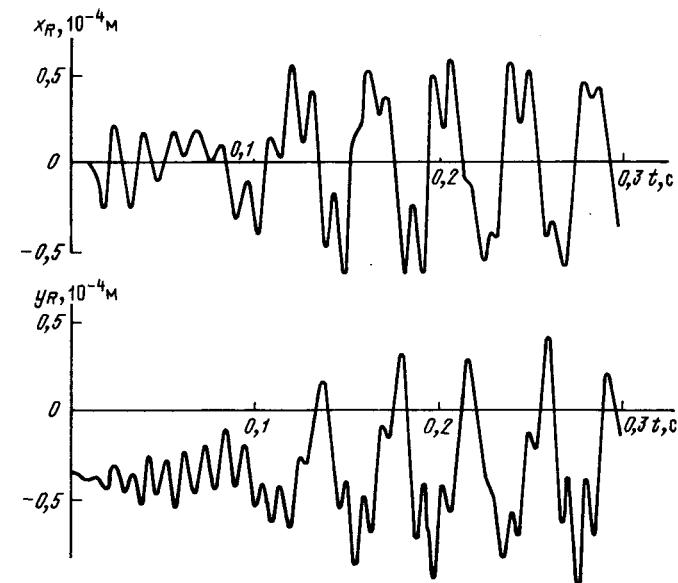


Рис. 4. Расчетные кривые координат центра вращения ротора в переходном процессе, соответствующем рис. 2 и 3

Расчет выполнен на ЭВМ ЕС-1033. Время счета переходного процесса с использованием стандартной подпрограммы DIFSUB решения жестких дифференциальных уравнений составляет 30 мин машинного времени.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астахов Н. В., Малышев В. С., Овчаренко Н. Я. Магнитные вибрации асинхронных электродвигателей.— Кишинев: Штиинца, 1985.
2. Шубов И. Г. Шум и вибрация электрических машин.— Л.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Чабан В. И., Харченко Е. В. К расчету виброактивности асинхронных двигателей.— Электричество, 1984, № 8.
4. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины.— М.: Энергия, 1980.
5. Вибрации в технике. Справочник. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф. М. Диментберга и К. С. Колесникова, 1980.

[11.02.88]

УДК 621.319.4-97.015.018.3

## Расчет тепловых характеристик конденсаторов при несинусоидальных напряжениях с учетом температурно-частотной зависимости тангенса угла потерь

КОЙКОВ С. Н., МЕЗЕНИН О. Л.,  
МИХАЙЛОВ В. А.

Для выбора оптимальных, научно обоснованных режимов использования конденсаторов в импульсных установках, тиристорных преобразователях, накопителях энергии и тому подобных устройствах необходимо правильно рассчитывать тепловые характеристики кон-

денсаторов в несинусоидальных режимах, чему посвящен ряд публикаций последнего времени [1—6].

Расчет тепловых характеристик конденсатора в несинусоидальных режимах проводится на основе получаемых экспериментально сведений о частотной за-

вистимости комплексной проводимости конденсатора, из которой могут быть определены параметры либо переходной функции  $\varphi(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_{0i} \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right)$ , либо параметры эквивалентной схемы конденсатора. Эквивалентная схема может включать в себя сопротивление  $r$  и индуктивность  $L$  электродов, безынерционную емкость  $C_0$  и сопротивление утечки  $R_0$ , а также набор релаксаторов  $R_i C_i$ , определяющих составляющие релаксационной поляризации диэлектрика с различными временами релаксации  $\tau_i = R_i C_i$ . При сравнительно низких частотах индуктивностью  $L$  обычно пренебрегают, и не содержащую  $L$  эквивалентную схему с элементами  $r$ ,  $C_0$ ,  $R_0$ ,  $R_i$ ,  $C_i$  называют обычно схемой Фойгта.

В [6] был проведен подробный анализ этой схемы, а также схемы Максвелла, моделирующей неоднородный диэлектрик с помощью последовательного соединения ячеек из параллельных элементов  $R_i$ ,  $C_i$ . Получены компактные выражения для абсорбционных характеристик и частотной зависимости комплексной проводимости  $\tilde{Y}(\omega)$ , которые также могут быть использованы для расчета мощности потерь. Однако во всех этих работах, во-первых, не оценено, в какой степени при проведении расчетов можно пренебречь индуктивностью конденсатора  $L$ , и во-вторых, предлагаемые в литературе методы оценки параметров эквивалентной схемы из частотных характеристик конденсатора [3, 5] нуждаются в усовершенствовании.

Нами усовершенствован простой способ анализа частотных зависимостей  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega)$  конденсатора, полученных при разных значениях температуры, с целью оценки параметров релаксаторов  $R_i C_i$ , входящих в состав эквивалентной схемы. В основе его лежит графоаналитический метод, изложенный в [3], в соответствии с которым частотная зависимость модели конденсатора  $\operatorname{tg} \delta_m(\omega)$  может быть представлена формулой

$$\operatorname{tg} \delta_m(\omega) = \frac{1}{C_{\text{ном}}} \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \frac{\omega \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2}, \quad (1)$$

соответствующей параллельному соединению релаксаторов. Однако следует отметить, что графоаналитический метод [3] дает невысокую точность определения параметров релаксаторов  $R_i$  и  $\tau_i$ . Для обеспечения большей точности моделирования частотных свойств конденсатора нами предлагается выполнять корректировку значений  $R_i$  и  $\tau_i$  по специально разработанной программе.

Сущность этой программы заключается в том, что, во-первых, параметры релаксаторов рассчитываются таким образом, чтобы было обеспечено совпадение частотных зависимостей  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega)$  и  $\operatorname{tg} \delta_m(\omega)$  с заданной точностью (около 3–5 %) для фиксированной температуры, и, во-вторых, обеспечивается определение этих параметров для любой температуры заданного диапазона температур. Другими словами, наша программа обеспечивает определение непрерывного температурно-частотного поля параметров эквивалентной схемы конденсатора, и в этом заключаются ее отличие и преимущества по сравнению с программами, описанными в [5].

Для реализации программы в ЭВМ вводятся следующие исходные данные: Вологодская областная универсальная научно-исследовательская лаборатория

номинальная емкость конденсатора,  $\Phi$ ;  
частотный диапазон (массив частот), Гц;  
температурный диапазон (массив температур),  $^{\circ}\text{C}$ ;  
частотная характеристика  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega)$ , задаваемая значениями  $\operatorname{tg} \delta$ , экспериментально измеренными на определенных частотах и при определенных температурах;

задаваемая точность воспроизведения температурно-частотной характеристики, %;

команда переключения режима счета  $I$  ( $I=1$  — расчет параметров релаксаторов для определенных значений температур;  $I=2$  — расчет параметров  $R_i$ ,  $\tau_i$  для той температуры, которая вводится на вход программы).

Вне зависимости от режима вначале рассчитываются параметры модели для температуры  $20^{\circ}\text{C}$ . При  $I=1$  для ряда фиксированных температур, задаваемых перед счетом, определяются значения  $R_i$  и  $\tau_i$ , которые выдаются на печать. В режиме  $I=2$  эта программа является подпрограммой при расчете теплового режима конденсатора. Сначала для расчета мощности потерь выдаются параметры  $R_i$  и  $\tau_i$  для температуры  $20^{\circ}\text{C}$ . Затем, в результате расчета теплового режима получаем какое-то значение температуры перегрева  $\theta$ . Это значение  $\theta$  вводится на вход подпрограммы и для него определяется зависимость  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega)$  и рассчитываются параметры релаксаторов именно для этой температуры, которые выдаются далее для расчета мощности потерь.

В результате расчета получаем параметры релаксаторов, обеспечивающие заданную точность воспроизведения температурно-частотных характеристик конденсатора с помощью упрощенной эквивалентной схемы — его математической модели.

На рис. 1 в качестве примера представлены экспериментальные данные, характеризующие температурно-частотную зависимость  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega, T)$ , для конденсатора К75-10-1000-0,1 с комбинированным диэлектриком на основе конденсаторной бумаги и полиэтилентерефталата (сплошная линия). Эти данные были использованы для определения параметров модели в режиме счета  $I=1$ . Результаты расчета приведены в таблице.

С использованием параметров  $R_i$ ,  $\tau_i$ , представленных в таблице, по формуле (1) были рассчитаны частотные зависимости  $\operatorname{tg} \delta_m(\omega)$  при разных температурах и затем сопоставлены с исходными экспериментальными данными (штриховые линии на рис. 1). Удовлетворительное совпадение характеристик  $\operatorname{tg} \delta_m(\omega)$  и  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega)$  свидетельствует о возможности представления конденсатора при расчете потерь упрощенной эквивалентной схемой. Это обстоятельство свидетельствует также о том, что в параметрах релаксаторов учтено и влияние элементов  $r$  и  $R_0$  полной эквивалентной схемы конденсатора, так как экспериментальная частотная зависимость  $\operatorname{tg} \delta_k(\omega)$  учитывает, естественно, все виды потерь (сквозной проводимости, в диэлектрике, металлических частях).

Для оценки влияния индуктивности  $L$  и сопротивления электродов  $r$  на расчетное значение мощности потерь в несинусоидальном режиме нами решена задача расчета мощности потерь для эквивалентной схемы с единственным релаксатором  $R_1 C_1$ , безынерционной емкостью  $C_0$ , сопротивлением  $r$  и индуктивностью вводов  $L$  (рис. 2, a). Считаем возможным в данном случае ограничиться одним релаксатором  $R_1 C_1$ , который

## Параметры релаксаторов, рассчитанные с помощью ЭВМ по предложенной программе

Температура, °C	Параметры релаксаторов					
	$R_1 \cdot 10^{-6}$ , Ом	$\tau_1 \cdot 10^4$ , с	$R_2 \cdot 10^{-5}$ , Ом	$\tau_2 \cdot 10^5$ , с	$R_3 \cdot 10^{-3}$ , Ом	$\tau_3 \cdot 10^6$ , с
20	1,24	6,34	1,16	6,22	1,86	6,32
40	1,81	6,05	1,85	5,77	2,63	6,32
60	2,44	6,20	1,49	5,94	4,55	6,32
80	1,82	7,24	2,50	5,77	6,76	6,05

«работает» в высокочастотной части спектра, ибо именно на высоких частотах наиболее существенно влияние как индуктивности  $L$ , так и сопротивления  $r$ .

Система дифференциальных уравнений для данного случая имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= \frac{dQ_c}{dt} + \frac{dQ_1}{dt}; \\ L \frac{d^2Q}{dt^2} + r \frac{dQ}{dt} + \frac{Q_c}{C_0} &= u(t); \\ \frac{Q_1}{C_1} + R_1 \frac{dQ_1}{dt} &= \frac{Q_c}{C_0}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $Q$ ,  $Q_c$  и  $Q_1$  — полный заряд конденсатора, заряды на емкостях  $C_0$  и  $C_1$  соответственно.

Преобразуя (2), исключая  $Q$  и  $Q_c$  и вводя обозначения постоянных времени  $\tau_0 = R_1 C_0$ ;  $\tau_1 = R_1 C_1$ ,  $\tau_L = \frac{L}{r}$ ,  $\tau = \frac{L}{R_1}$ , получаем дифференциальное уравнение 3-го порядка:

$$\frac{d^3Q_1}{dt^3} + \left( \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_L} \right) \frac{d^2Q_1}{dt^2} + \left( \frac{1}{\tau_0\tau_1} + \frac{1}{\tau_1\tau_L} + \frac{1}{\tau_0\tau_L} \right) \frac{dQ_1}{dt} + \frac{1}{LC_0\tau_1} Q_1 = \frac{u(t)}{LC_0R_1}. \quad (3)$$

Общее решение однородного уравнения (при  $u(t) = 0$ ) имеет вид:

$$Q_1 = A_1 \exp(\gamma t) + \exp(Lt)(A_2 \cos \beta t + A_3 \sin \beta t),$$

где  $\gamma = u + v$ ;  $\alpha = -\frac{u+v}{2}$ ;  $\beta = \frac{u-v}{2}\sqrt{3}$ ;

$$u = -\sqrt[3]{-q + \sqrt{D}}; \quad v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}}, \quad D = q^2 + m^3 > 0;$$

$$q = \frac{1}{27} \left( \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_L} \right)^3 - \frac{1}{6} \left[ \left( \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_L} \right) \times \left( \frac{1}{\tau_0\tau_L} + \frac{1}{\tau_1\tau_L} + \frac{1}{\tau_0\tau_1} \right) \right] + \frac{1}{2LC_0\tau_1};$$

$$m = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\tau_0\tau_L} + \frac{1}{\tau_1\tau_L} + \frac{1}{\tau_0\tau_1} \right) - \frac{1}{9} \left( \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_L} \right)^2.$$

Частное решение неоднородного уравнения ищем для  $u(t)$  в виде прямоугольных симметричных импульсов (рис. 2, б) со скважностью, равной двум ( $t_n = t_u$ ), и с размахом  $2U_p$ . Рассмотрение именно этой формы напряжения имеет большое значение, так как при этом имеет место максимальное значение потерь по сравнению с любой другой формой несинусоидального напряжения. Следовательно, полученные выводы будут справедливы для любого несинусоидального режима. Частные решения для напряжения прямо-

угольной формы:

для интервала времени  $0 \leq t \leq t_n$   $Q_1^* = U_p C_1$

для интервала времени  $0 \leq t \leq t_n$   $Q_1^* = -U_p C_1$ .

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения (3) с учетом  $Q_1 = Q_1 + Q_1^*$  для интервала  $0 \leq t \leq t_n$  будет иметь вид

$$Q_1 = A_1 \exp(\gamma t) + \exp(\alpha t) (A_2 \cos \beta t + A_3 \sin \beta t) + U_p C_1. \quad (4)$$

Для установившегося режима с учетом граничных условий на фронтах импульсов получаем следующие значения коэффициентов:

$$A_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta \Delta'}; \quad A_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta \Delta'}; \quad A_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad (5)$$

где

$$\Delta = \beta \gamma [\exp \gamma t_n + (\exp \gamma t_n - 1) \exp \alpha t_n \cos \beta t_n - \exp 2\alpha t_n] + (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha \gamma) (1 + \exp \gamma t_n) \exp \alpha t_n \times \sin \beta t_n;$$

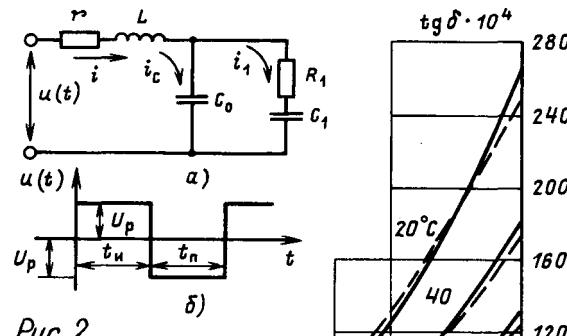


Рис. 2

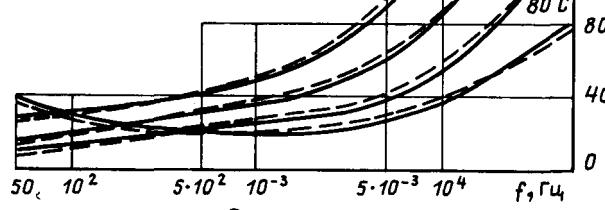


Рис. 1. Частотные характеристики тангенса угла потерь конденсатора K75-10-1000-0,1 и его модели при разных температурах: — —  $\text{tg } \delta_k(\omega)$ ; — — —  $\text{tg } \delta_m(\omega)$

Рис. 2. Эквивалентная схема конденсатора (а) и временная диаграмма воздействующего напряжения (б)

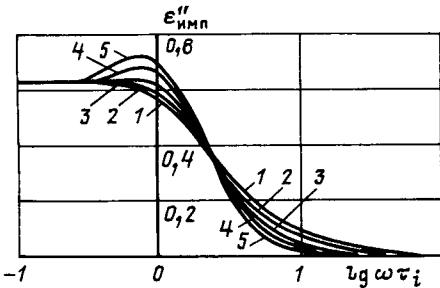


Рис. 3. Зависимость фактора потерь  $\epsilon''_{имп} = f(\omega\tau_1)$  при  $b = 10^2$ ,  $c = 10^{-6}$  и разных значениях  $a = \text{const}$ ; 1 —  $a = 0$ , 2 —  $a = 5 \cdot 10^{-6}$ , 3 —  $10^{-5}$ , 4 —  $5 \cdot 10^{-4}$ , 5 —  $5 \cdot 10^{-3}$

$$\Delta' = \alpha(1 + \exp \gamma t_n) - \gamma(1 + \exp \alpha t_n \cos \beta t_n);$$

$$\Delta_1 = \Delta_3[\beta(1 + \exp \alpha t_n \cos \beta t_n) - \alpha \exp \alpha t_n \sin \beta t_n] - \alpha U_p C_1 \Delta;$$

$$\Delta_2 = -\Delta_3[\beta(1 + \exp \gamma t_n) - \gamma \exp \alpha t_n \sin \beta t_n] - \gamma U_p C_1 \Delta;$$

$$\Delta_3 = \gamma U_p C_1 [\alpha(\exp \gamma t_n - \exp \alpha t_n \cos \beta t_n) + \beta \exp \alpha t_n \sin \beta t_n].$$

При известном  $Q_1$  из (1) имеем

$$\frac{dQ_1}{dt} = \tau_0 \frac{d^2 Q_{1n}}{dt^2} + \left(1 + \frac{C_0}{C_1}\right) \frac{dQ_{1n}}{dt}. \quad (6)$$

С учетом значений этих коэффициентов рассчитываем мощность потерь в модели конденсатора:

$$P_n = U_p^2 C_1 \omega \epsilon''_{имп} = \frac{2}{T_n} \left[ \int_0^{t_n} \left( \frac{dQ_{1n}}{dt} \right)^2 R_1 dt + \int_0^{t_n} \left( \frac{dQ_n}{dt} \right)^2 r dt \right], \quad (7)$$

где  $\epsilon''_{имп}$  — импульсный или амплитудный фактор потерь;  $\omega = 2\pi/T_n$ ; а выражения  $Q_1$  и  $Q_{1n}$  соответственно определяются формулами (6) и (4).

Первое слагаемое в правой части (7) характеризует мощность потерь в диэлектрике конденсатора, второе — в его металлических частях (сопротивление  $r$ ).

Результаты расчета  $\epsilon''_{имп}$  по (7), выполненные с помощью ЭВМ, представлены на рис. 3 (приведены зависимости  $\epsilon''_{имп} = f(\omega\tau_1)$  для разных значений  $a = \tau_L/\tau_1$ ,  $b = \tau_0/\tau_1 = 10^2$  и  $c = \tau/\tau_1 = 10^{-6}$ , причем  $a = 0$  соответствует случаю  $L = 0$ ). Эти зависимости свидетельствуют о следующем:

1) вблизи  $\omega\tau_1 = 1$  имеет место сравнительно небольшое резонансное возрастание  $\epsilon''_{имп}$ , увеличивающееся по мере роста  $L$ ;

2) при  $\omega\tau_1 < 1$  индуктивность  $L$  практически не влияет на величину  $\epsilon''_{имп}$  и его предельное значение стремится к фиксированной величине  $2/\pi = 0,637$ ;

3) при  $\omega\tau_1 > 1$  наблюдается снижение  $\epsilon''_{имп}$  по сравнению со случаем  $a = 0$ .

Все эти особенности совокупности кривых  $\epsilon''_{имп} = f(\omega\tau_1)$  нетрудно объяснить, исходя из простых физических соображений. Для реальных значений  $L$  (не более 100 нГн) изменение  $\Delta\epsilon''_{имп}$  невелико, так что  $\frac{\Delta\epsilon''_{имп}}{\epsilon''_{имп}} \cdot 100$  не превышает 10 %. Следовательно, при

расчете потерь в конденсаторах при несинусоидальном напряжении можно не учитывать влияние индуктивности.

Описанные в [2 и 3] аналитические методы расчета потерь основаны на предположении независимости  $\operatorname{tg} \delta_k$  от температуры. На самом деле, как известно (и как видно из рис. 1), существует явно выраженная зависимость  $\operatorname{tg} \delta_k$  от степени нагрева конденсатора, что особенно характерно для конденсаторов с органическим полярным диэлектриком. Следовательно, необходимость учета изменения  $\operatorname{tg} \delta_k$  с температурой делает задачу расчета потерь в конденсаторах нелинейной, а это создает значительные затруднения при аналитическом ее решении.

Выходом из этого затруднения является использование численных методов решения задачи. Нами разработана программа расчета потерь на языке ФОРТРАН, позволяющая учесть температурную зависимость  $\operatorname{tg} \delta_k$  [4]. Предварительно отметим, что расчет мощности потерь в конечном итоге необходим для того, чтобы определить нагрев конденсатора, обусловленный потерями тепловыделения. Расчет температурного поля конденсатора численными методами для цилиндрического и прямоугольного конденсатора описан в [5].

Однако для потребителей конденсаторов такой расчет является явно избыточным и практически нереализуемым. Дело в том, что исходные данные для расчета (геометрические размеры различных областей конденсатора, значения осевых коэффициентов теплопроводности различных областей и т. д.) не приводятся ни в справочной, ни в нормативно-технической документации на конденсаторы. Потребителям же конденсаторов вполне достаточна информация о температуре перегрева теплового центра конденсатора, которую можно получить, используя метод электротепловой аналогии и простейшую электротепловую модель конденсатора (параллельно соединенные теплопроводность  $C_T$  и полное тепловое сопротивление  $R_T$ ).

В [3] описаны методы анализа различных тепловых режимов конденсаторов на основе простейшей электротепловой модели и показана целесообразность их применения для инженерных расчетов. Именно эти методы вследствие их принципиальной простоты и доступности применения положены в основу нашей программы. Так, для установившегося теплового режима перегрев теплового центра (превышение температуры наименее нагретой точки над температурой окружающей среды  $\theta$ ) определяется по формуле

$$\theta = P_n R_T. \quad (8)$$

Для расчетов в ЭВМ вводятся:

экспериментально измеренные температурно-частотные характеристики  $\operatorname{tg} \delta_k$  данного конденсатора;

формула для расчета  $P_n$  аналитическими методами для конкретной формы несинусоидального напряжения из [3];

параметры несинусоидального напряжения данной формы (размах, длительности импульса, фронта, вершины, спада, паузы, периода повторения);

полное тепловое сопротивление конденсатора из [3].

Расчет тепловых характеристик производится в следующей последовательности. Вначале с использованием описанной выше подпрограммы для  $I = 2$  рассчитывается мощность потерь для температуры  $20^\circ\text{C}$ , по формуле (8) определяется перегрев теплового

центра конденсатора и на этой основе выдается команда на коррекцию параметров релаксаторов для рассчитанного значения  $\theta$ . Вновь рассчитывается  $P_n$  для новых значений  $R_i$ ,  $t_i$  релаксаторов, определяется перегрев, снова корректируются параметры  $R_i$ ,  $t_i$  и т. д. до установившегося теплового режима, когда перегрев соответствует параметрам релаксаторов, определенных для данной температуры.

Основной особенностью разработанной нами программы является ее комплексный характер, позволяющий по данным конденсатора и параметрам несинусоидального режима рассчитать основные тепловые характеристики конденсатора с учетом температурно-частотных зависимостей тангенса угла потерь.

**Выводы.** 1. Проведено теоретическое обоснование возможности пренебрежения индуктивностью конденсатора при расчете потерь в несинусоидальных режимах. Предложена методика определения параметров модели, реализуемая с помощью ЭВМ и обеспечивающая адекватное воспроизведение температурно-частотных характеристик реального конденсатора.

2. Разработан метод расчета основных тепловых характеристик конденсаторов (мощности потерь тепловыделения и теплового режима), который позволяет учесть не только частотные, но и температурные зависимости тангенса угла потерь.

3. Показано, что определение основных тепловых характеристик конденсаторов возможно на основе использования экспериментально полученных температурно-частотных зависимостей  $\operatorname{tg} \delta_k$  для определения

параметров модели, применения строгих аналитических методов для расчета  $P_n$  и теплового режима, а также использования численных методов расчета.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шадрин В. М. К расчету потерь в конденсаторах при несинусоидальной форме кривой напряжения.— Электричество, 1984, № 6, с. 71—73.

2. Койков С. Н., Мезенин О. Л. Анализ характеристик конденсаторов при воздействии несинусоидального напряжения. Электричество, 1981, № 2, с. 32—38.

3. Справочник по расчету режимов работы электрических конденсаторов / О. Л. Мезенин, М. Н. Гураевский, В. В. Конотоп, Б. Г. Набока; Под ред. О. Л. Мезенина.— Киев: Техника, 1987, 168 с.

4. Михайлов В. А. Расчет тепловых характеристик конденсаторов тиристорных преобразователей.— Проблемы преобразовательной техники: Тез. докл. IV Всесоюзн. научно-технической конференции, сентябрь 1987 г. / Отв. ред. А. К. Шидловский.— Киев: Ин-т электродинамики АН УССР, 1987, ч. I, с. 156—157.

5. Справочник по электрическим конденсаторам: Общие сведения, выбор и применение / В. П. Берзан, Б. Ю. Геликман, М. Н. Гураевский и др.; Под общ. ред. В. В. Ермуратского; АН МССР. Отдел энергетич. кибернетики.— Кишинев: Штиинца, 1982, 309 с.

6. Расчет эксплуатационных характеристик и применение электрических конденсаторов / Б. П. Беленский, П. Н. Бондаренко, М. Э. Борисова и др.— М.: Радио и связь, 1988, 240 с.

[24.04.89]

УДК 621.314.1

## Условия существования режима непрерывного тока в линейных импульсных электрических цепях

ЕРИХОВ М. М.

Курган

Существование режима непрерывного тока (РНТ) является желательным, а часто и необходимым условием нормальной работы большинства импульсных электрических цепей. Очевидный теоретический и практический интерес представляют ограничения на параметры цепи и питающего напряжения, при выполнении которых РНТ существует. Известные работы, посвященные данному вопросу, предполагают аналитический расчет мгновенного значения тока в электрической цепи при импульсном питании с последующим определением граничного режима [1, 2]. Однако такое решение задачи приводит к значительным вычислительным трудностям. Это заставляет исследователей упрощать полученные решения, в результате чего теряется математическая строгость окончательных результатов. Кроме того, такой подход пригоден лишь для простейших электрических цепей, а исследование более сложных видов нагрузки потребовало бы специальных приёмов.

В данной статье получены достаточные условия существования РНТ в электрической цепи, образованной источником постоянного напряжения, управляемым

импульсным ключом и линейным пассивным двухполюсником нагрузки, зашунтированным диодом.

На рис. 1 приведена исследуемая электрическая цепь. Будем считать замыкаемый с периодом  $T$  ключ  $K$ , диод  $VD$  и источник питающего напряжения единичной амплитуды идеальными [1, 2]. Предположим также, что линейный двухполюсник нагрузки описывается передаточной функцией по току (операторной проводимостью)  $G(p)$ , разность порядков полиномов знаменателя и числителя которой равна единице. При этом условии нагрузка сглаживает пульсации тока в цепи, что наиболее предпочтительно на практике.

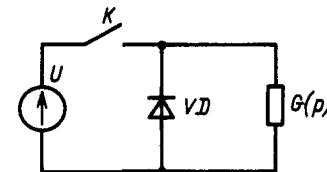


Рис. 1. Импульсная электрическая цепь с шунтирующим диодом

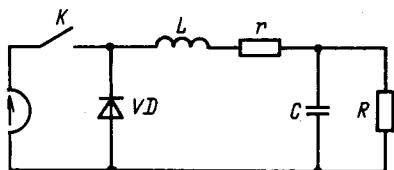


Рис. 2. Импульсный модулятор с  $LC$ -фильтром и активной нагрузкой

В РНТ структура электрической цепи постоянна и ток  $I$  можно определить разложением выходного напряжения ключа  $K$  в ряд Фурье:

$$I(\varepsilon, \gamma) = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} C_s G(2j\pi s/T) \exp(2j\pi s\varepsilon), \quad C_s = \frac{1}{\pi s} \times \\ \times \sin(\pi s\gamma) \exp(-j\pi s\gamma), \quad s = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots, \quad C_0 = \gamma, \quad (1)$$

где  $\varepsilon \in (0, 1)$  — относительное время на периоде замыкания ключа;  $\gamma$  — скважность импульсов напряжения.

Очевидно, что для существования РНТ достаточно выполнить условие

$$I(\varepsilon, \gamma) > 0, \quad \forall \varepsilon \in (0, 1). \quad (2)$$

Представим проводимость электрической цепи в виде

$$C(p) = \kappa/p + G^*(p), \quad \kappa = \lim_{p \rightarrow \infty} pG(p). \quad (3)$$

В силу принятых допущений для параметра  $\kappa$  справедливо неравенство

$$0 < \kappa < \kappa_0 = \text{const} < \infty,$$

а разность порядков полиномов знаменателя и числителя  $G^*(p)$  равна двум. Представление (3) позволяет понизить требования к фильтрующим свойствам передаточной функции  $G(p)$ , что потребуется в дальнейшем. С учетом (1), (3) имеем

$$I(\varepsilon, \gamma) = \gamma G(0) + I_1(\varepsilon, \gamma) + I_2(\varepsilon, \gamma), \quad (4)$$

$$I_1(\varepsilon, \gamma) = \frac{\pi T}{2j\pi^2} \sum_{\substack{s=-\infty \\ s \neq 0}}^{+\infty} \frac{\sin(\pi s\gamma)}{s^2} \exp[2j\pi s(\varepsilon - \gamma/2)];$$

$$I_2(\varepsilon, \gamma) = \frac{1}{\pi} \sum_{\substack{s=-\infty \\ s \neq 0}}^{+\infty} \frac{\sin(\pi s\gamma)}{s} G^*(2j\pi s/T) \exp[2j\pi s(\varepsilon - \gamma/2)].$$

Тогда выполнение неравенства (2) будет гарантировано при условии

$$\gamma G(0) > |I_1(\varepsilon, \gamma)| + |I_2(\varepsilon, \gamma)|.$$

Найдем верхние оценки модулей токов  $I_1(\varepsilon, \gamma)$  и  $I_2(\varepsilon, \gamma)$ . Ток  $I_1(\varepsilon, \gamma)$  представляет собой реакцию интегратора с нулевой постоянной интегрирования на выходе на импульсы входного сигнала за вычетом постоянной составляющей  $\gamma$  и вычисляется непосредственным интегрированием прямоугольных импульсов:

$$I_1(\varepsilon, \gamma) = \begin{cases} \kappa T(1-\gamma)(\varepsilon - \gamma/2), & 0 < \varepsilon \leq \gamma; \\ \kappa \gamma T((1+\gamma)/2 - \varepsilon), & \gamma < \varepsilon \leq 1. \end{cases}$$

Тогда справедлива оценка

$$|I_1(\varepsilon, \gamma)| < \kappa \gamma T(1-\gamma)/2, \quad \forall \varepsilon \in (0, 1) \quad (6)$$

Оценивая сверху модуль тока  $I_2(\varepsilon, \gamma)$ , получаем

$$|I_2(\varepsilon, \gamma)| < \frac{2}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{|\sin(\pi s\gamma)|}{s} |G^*(2j\pi s/T)|.$$

Разобъем каждое слагаемое суммы на два сомножителя и разделим первый сомножитель на  $2\pi s/T$ , а второй умножим на  $2\pi s/T$ ; тогда, применив неравенство Коши—Буняковского, имеем:

$$|I_2(\varepsilon, \gamma)| < \sqrt{\frac{T}{\pi^2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi s\gamma)}{s^4} \sum_{s=1}^{\infty} (2\pi s/T)^2 |G^*(2j\pi s/T)|^2} \leq \\ \leq \frac{FT^2}{12} \gamma(1-\gamma), \quad (7)$$

где  $F = \sup |(4s^2\pi^2/T^2)G^*(2j\pi s/T)|$ .

При суммировании рядов в формуле (7) использовались известные соотношения  $\sum_{s=1}^{\infty} 1/s^2 = \pi^2/6$  и

$$\sum_{s=1}^{\infty} \sin^2(sx)/s^4 = x^2(\pi - x)^2/6, \quad x \in [0, \pi].$$

С учетом оценок (6), (7) получим из (5) достаточное условие существования РНТ для импульсов скважностью не меньше  $\gamma$ :

$$G(0) > T(1-\gamma)(\kappa + FT/6)/2, \quad (8)$$

и, если требуется обеспечить РНТ для произвольной скважности импульсов, то

$$G(0) > T(\kappa + FT/6)/2.$$

Поскольку при выводе неравенства (8) использовались верхние оценки модулей токов  $I_1(\varepsilon, \gamma)$  и  $I_2(\varepsilon, \gamma)$ , РНТ может существовать и в том случае, когда (8) не выполнено, т. е. полученные условия существования не являются необходимыми и построенная по ним область РНТ будет заведомо зауженной.

Отметим, что правая часть неравенства (8) при увеличении скважности и частоты импульсов убывает и в пределе обращается в нуль, что приводит к автоматическому выполнению (8). Таким образом, для любой структуры двухполюсника, отвечающей указанным допущениям, существуют граничные значения скважности и частоты импульсов напряжения, превышение которых гарантирует существование РНТ. Действительно, при  $\gamma = 1$  ключ замкнут в течение всего периода модуляции и цепь находится под постоянным напряжением, что и гарантирует существование РНТ. Увеличение частоты модуляции, как известно [3], приводит к сближению свойств импульсной системы и ее непрерывной модели, полученной усреднением переключающей функции импульсного ключа. Применительно к электрической цепи это означает, что вместо импульсного источника напряжения можно рассматривать эквивалентный источник постоянного напряжения. При этом в рассматриваемой цепи РНТ также обеспечивается автоматически.

К рассмотренному классу двухполюсников нагрузки относится значительная часть электрических цепей, используемых в преобразовательной технике, в частности, Г-образные  $LC$ -фильтры с произвольной нагрузкой. В этом случае интересно сравнить полученный результат с известными [1, 2] для случая активной

нагрузки. На рис. 2 изображена эквивалентная схема преобразователя с выходным фильтром, работающего на активную нагрузку. Операторная проводимость электрической цепи

$$G(p) = \frac{1}{R} \frac{RCp + 1}{CLp^2 + (rC + L/R)p + 1 + r/R}.$$

Очевидно, что  $G(0) = 1/(R+r)$ ,  $\kappa = 1/L$ , и неравенство (8) можно переписать в виде

$$\frac{1}{R+r} - \frac{T}{2}(1-\gamma)(1/L + FT/6) > 0, \quad (9)$$

где

$$F = \sup_{s \geq 1} \frac{\omega s}{L} \sqrt{\frac{(1+r/R)^2 + (r\omega s C)^2}{(1+r/R - LC\omega^2 s^2)^2 + (rC + L/R)^2 \omega^2 s^2}},$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Сравним неравенство (9) с полученными ранее условиями существования РНТ. В [2] для параметров цепи  $r = 0,1$  Ом,  $C = 10 \cdot 10^{-6}$  Ф,  $L = 0,025$  Гн,  $R < 24,725$  Ом утверждается, что РНТ существует. При этом проверяемые условия не зависят от частоты и скважности импульсов напряжения. Неравенство (9) показывает, что РНТ возможен при любых сопротивлениях нагрузки, необходимо лишь обеспечить достаточно малый период замыкания ключа. Так при

$R = 50$  Ом он не должен превосходить  $T = 0,65 \cdot 10^{-3}$  с, а при  $R = 100$  Ом —  $T = 0,35 \cdot 10^{-3}$  с.

В [1] рассмотрен пример системы рис. 2 с параметрами  $r = 0,1$  Ом,  $C = 12 \cdot 10^{-3}$  Ф,  $L = 0,2 \cdot 10^{-3}$  Гн,  $T = 1/6 \cdot 10^{-3}$  с. Исследование полученных в [1] условий существования граничного режима позволило установить, что РНТ существует при  $R < R_{rp}$ , где  $R_{rp} = 11,4$  Ом для  $\gamma = 0,8$ ,  $R_{rp} = 4,5$  Ом для  $\gamma = 0,5$  и  $R_{rp} = 3,2$  Ом для  $\gamma = 0,2$ . Расчет по предлагаемой методике при тех же значениях  $\gamma$  дал  $R_{rp} = 5,9$  Ом,  $R_{rp} = 2,35$  Ом,  $R_{rp} = 1,65$  Ом соответственно. Некоторое сужение области существования РНТ, свойственное предлагаемому подходу, компенсируется в данном случае математической строгостью полученного результата, отсутствующей в [1].

Таким образом, получены легко проверяемые частотные условия, гарантирующие существование РНТ в линейных импульсных электрических цепях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Львов Е. Л., Розанов Ю. К. Стационарные режимы преобразователя постоянного тока с широтно-импульсной модуляцией. — Электричество, 1983, № 8, с. 41—44.

2. Режим непрерывного тока дросселя в широтно-импульсном преобразователе / В. Я. Жуйков, В. Е. Сучик, С. П. Денисюк, Ю. А. Яценко — Электричество, 1986, № 12, с. 60—61.

[14.02.89]

УДК 621.3.011:537.311.6

## Расчет активного сопротивления и индуктивности цилиндрического проводника с импульсным током

БАРАНОВ М. И., канд. техн. наук,  
БОНДИНА Н. Н., инж.

Харьковский политехнический институт

В электрических цепях высоковольтных электротехнических установок (ЭФУ), формирующих и передающих импульсы тока, напряжения, магнитного и электрического полей, в качестве токоведущих частей широко применяются неферромагнитные сплошные и трубчатые цилиндрические проводники [1, 2]. При этом значения наружного диаметра и толщины стенки цилиндрических проводников изменяются в широком диапазоне (от долей до сотен миллиметров). Учитывая, что в высоковольтной импульсной технике находят применение генераторы импульсов тока и напряжения с широким спектром частот [1, 3], принять в электромагнитных расчетах ЭФУ допущение об идеальном поверхностном эффекте в их токоведущих частях [4] и независимости электрических параметров цилиндрических проводников от диффузии импульсного электромагнитного поля в их стенку не всегда представляется возможным. Поэтому на практике часто требуется учитывать влияние нестационарного поверхностного эффекта на токораспределение по сечению проводников и значения их эквивалентных электрических параметров — активного сопротивления и индуктивности.

Известно, что для цилиндрического проводника круглого сечения его общую индуктивность можно

точно разделить на внешнюю и внутреннюю [5]. Так как внешняя индуктивность цилиндрического проводника определяется его внешним магнитным потоком, который обуславливается протекающим по проводнику током и практически не зависит от режима возбуждения электромагнитного поля в материале проводника, то в дальнейшем будем рассматривать влияние нестационарного поверхностного эффекта на значения внутренней индуктивности проводника.

В [5, 6] для случая резкого проявления стационарного поверхностного эффекта в массивном<sup>1</sup> сплошном цилиндрическом проводнике круглого сечения получены расчетные соотношения для его усредненных за половину периода синусоидального тока значений активного сопротивления и внутренней индуктивности:

$$R_c = \frac{l}{2\pi b \gamma \Delta}; \quad (1)$$

$$L_c = \frac{\mu \Delta}{4\pi b}, \quad (2)$$

<sup>1</sup> Проводник считается массивным, если его толщина значительно превышает толщину поверхностного слоя  $\Delta$ .

где  $b$ ,  $l$  — значения наружного радиуса и длины проводника соответственно;  $\Delta = \sqrt{2/\omega\mu\gamma}$  — глубина проникновения стационарного магнитного поля в материал проводника;  $\mu$ ,  $\gamma$  — соответственно магнитная проницаемость и удельная электропроводность материала проводника;  $\omega$  — круговая частота изменения тока.

Нестационарная диффузия плоской волны электромагнитного поля в проводящее полупространство рассмотрена в [7, 8], что позволило определить в переходном процессе соответственно усредненные для первой полуволны и временного интервала  $(0, t)$  изменяющегося по затухающей синусоиде тока значения активного сопротивления и внутренней индуктивности плоского массивного проводника. Расчету в нестационарном режиме усредненных значений эквивалентных активного сопротивления и внутренней индуктивности плоского массивного проводника с учетом влияния джоулева нагрева посвящена статья [9], где как и в [7, 8] рассмотрен одномерный случай импульсного проникновения плоской электромагнитной волны в проводящее полупространство.

В [10] показано, что при нестационарном поверхностном эффекте сплошной и трубчатый цилиндрические проводники могут быть замещены эквивалентными электрическими схемами, содержащими бесконечное число последовательно-параллельно включенных постоянных активных сопротивлений и индуктивностей. Допущенные в [10] неточности, приводящие к неверным параметрам синтезированных на базе операторных сопротивлений и проводимостей электрических схем замещения трубчатого цилиндрического проводника [11], а также трудности в использовании такого метода расчета для изучения влияния временных параметров импульсов тока, геометрических и электротехнических характеристик проводников на значения их эквивалентных электрических параметров в переходном процессе существенно ограничивают возможности описанной в [10] расчетной методике по учету нестационарного поверхностного эффекта в цилиндрических проводниках.

В [12] изложена методика приближенного расчета эквивалентных электрических параметров двухпроводной коаксиальной системы массивных трубчатых цилиндрических проводников в переходном режиме. Несомненно практический интерес представляют результаты точного расчета активных сопротивлений и индуктивностей для сплошного и трубчатого цилиндрических проводников произвольной толщины с учетом нестационарного поверхностного эффекта, позволяю-

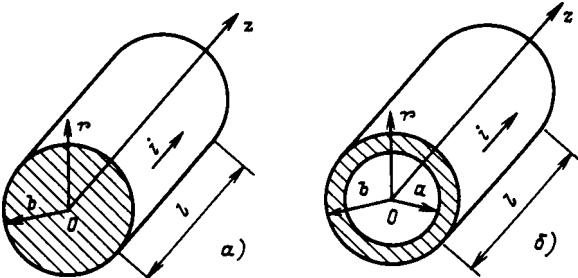


Рис. 1. Расчетные конструкции сплошного (а) и трубчатого (б) цилиндрических проводников с аксиальным током

щие исследовать в переходном нестационарном процессе влияние частоты или длительности импульсов тока, толщины стенки и электропроводности неферромагнитного материала цилиндрических проводников на их внутреннее сопротивление.

Формулировка и методика решения задачи. Рассмотрим одиночные сплошной и трубчатый цилиндрические проводники круглого сечения (рис. 1) с аксиальным импульсным током  $i$ . Будем считать, что геометрические размеры  $b$  и  $l$  ( $l \gg b$ ) проводников малы по сравнению с длиной электромагнитной волны, проникающей в их стенку. Примем, что удельная электропроводность  $\gamma$  и магнитная проницаемость  $\mu$ , материала проводников не зависят от амплитудно-временных параметров импульсов тока и связанного с ним электромагнитного поля, т. е.  $\gamma = \text{const}$ ,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Влияние мест подсоединений импульсного источника питания (ИИП) и нагрузки к проводникам не учитывается. При этом импульсное электромагнитное поле проводников является одномерным и будет в их материале описываться аксиальной составляющей электрического поля  $E_z$  и азимутальной составляющей магнитного поля  $H_\phi$ . Определим активное сопротивление и индуктивность рассматриваемых проводников с учетом влияния нестационарного поверхностного эффекта.

В [12, 13] показано, что при протекании импульсного тока в цилиндрических проводниках в расчетах сопредоточенных электрических параметров их схем замещения необходимо использовать усредненные в общем случае на произвольном временном интервале  $(t_n, t_k)$  значения активного сопротивления и внутренней индуктивности. При этом под усредненными значениями активного сопротивления и внутренней индуктивности проводника следует понимать постоянные, в течение временного интервала  $(t_n, t_k)$  значения  $R$  и  $L$ , которые к моменту времени  $t_k > t_n$  вызывают в проводнике такие же изменения мощности активных потерь и энергии магнитного поля, что и переменные значения соответствующих параметров. С учетом этого в нестационарном режиме для усредненных значений активного сопротивления и внутренней индуктивности рассматриваемых цилиндрических проводников произвольной толщины получаем

$$R_i = \frac{\gamma l \int_{t_n}^{t_k} \int_a^b E_z^2(r, t) r dr dt}{2\pi b^2 \int_{t_n}^{t_k} H_\phi^2(b, t) dt}; \quad (3)$$

$$L_i = \frac{\mu_0 l \int_{t_n}^{t_k} \int_a^b H_\phi^2(r, t) r dr dt}{2\pi b^2 \int_{t_n}^{t_k} H_\phi^2(b, t) dt}, \quad (4)$$

где  $E_z(r, t)$ ,  $H_\phi(r, t)$  — соответственно значения напряженности нестационарного электрического и магнитного полей в материале сплошного ( $i=1$ ) и трубчатого ( $i=2$ ) проводников;  $H_\phi(b, t)$  — значение напряженности магнитного поля на наружной поверхности цилиндрических проводников;  $a_1=0$ ;  $a_2=a$

Для исследования влияния нестационарного поверхностного эффекта на внутреннее сопротивление сплошного и трубчатого цилиндрических проводников

рассмотрим отношения их внутренних реактивных сопротивлений  $X_i$  к активным  $R_i$  и назовем их добротностями проводников

$$Q_i = X_i/R_i. \quad (5)$$

Заметим, что для массивных сплошного и трубчатого цилиндрических проводников с аксиальным током при стационарном поверхностном эффекте  $X_i = R_i$  и  $Q = 1,0$  [5].

Расчеты активных сопротивлений и внутренних индуктивностей рассматриваемых цилиндрических проводников при нестационарном поверхностном эффекте показывают, что формулы (3), (4) можно представить в следующем виде:

$$R_i = R_{0i} R_i^*; \quad (6)$$

$$L_i = L_{0i} L_i^*, \quad (7)$$

где  $R_{0i}$ ,  $L_{0i}$  — значения активного сопротивления и внутренней индуктивности цилиндрических проводников при постоянном токе;  $R_i^*$ ,  $L_i^*$  — безразмерные коэффициенты, учитывающие влияние импульсного проникновения в цилиндрические проводники волн электромагнитного поля соответственно на значения их активных сопротивлений и внутренних индуктивностей.

Как и в [7—9] ограничимся рассмотрением практически важного случая, имеющего прикладное значение в высоковольтной импульсной технике, когда внешнее азимутальное магнитное поле включенного в цепь ИИП цилиндрического проводника изменяется по закону

$$H_\theta(b, t) = H_{\theta 0} \exp(-\delta t) \sin \omega t, \quad (8)$$

где  $H_{\theta 0}$  — начальное значение огибающей кривой напряженности магнитного поля;  $\delta$  — коэффициент затухания магнитного поля.

Закон изменения поля (8) практически реализуется в разрядной цепи ЭФУ с емкостным накопителем энергии (ЕНЭ) и активно-индуктивной нагрузкой.

Используя формулы (3), (4), (6) и (7) и принимая во внимание полученные в [14] результаты по расчету нестационарного поверхностного эффекта в цилиндрических проводниках произвольной толщины при принятом законе (8) изменения внешнего азимутального магнитного поля, выражения для безразмерных коэффициентов  $R_i^*$  и  $L_i^*$ , характеризующих степень влияния поверхностного эффекта на значения эквивалентных электрических параметров цилиндрических проводников в импульсном режиме, можно представить в следующем виде:

для сплошного проводника

$$R_i^* = \frac{R_i}{R_{0i}} = \frac{2 \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \int_0^1 A_i^2(r^*, \varphi) r^* dr^* d\varphi}{\int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \exp(-2\delta^* \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi}; \quad (9)$$

$$L_i^* = \frac{L_i}{L_{0i}} = \frac{4 \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \int_0^1 D_i^2(r^*, \varphi) r^* dr^* d\varphi}{\int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \exp(-2\delta^* \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi}, \quad (10)$$

где  $R_{0i} = \frac{l}{\pi b^2 \gamma}$ ;  $L_{0i} = \frac{\mu_0 l}{8\pi}$ ;

Вологодская областная универсальная научная библиотека  $J_1(\alpha x_k) N_0(x_k) - J_0(\alpha x_k) N_1(x_k)$

$$A_1(r^*, \varphi) = \exp(-\delta^* \varphi) \sin \varphi + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi_{k1} J_0(y_k r^*)}{J_0(y_k)};$$

$$D_1(r^*, \varphi) = r^* \exp(-\delta^* \varphi) \sin \varphi + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi_{k1} J_1(y_k r^*)}{J_0(y_k)};$$

$$\psi_{k1} = \exp(-\delta^* \varphi) \sin \varphi - \frac{y_k^2(\Delta^*)^2}{2 \sqrt{\left[\delta^* - \frac{y_k^2(\Delta^*)^2}{2}\right]^2 + 1}} \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{y_k^2(\Delta^*)^2}{2}\varphi\right] \sin \theta_{k1} + \exp(-\delta^* \varphi) \sin(\varphi - \theta_{k1}) \right\};$$

$$\theta_{k1} = \arctg\left[\frac{y_k^2(\Delta^*)^2}{2} - \delta^*\right]^{-1}; r^* = \frac{r}{b};$$

$$\varphi = \omega t; \varphi_n = \omega t_n; \varphi_k = \omega t_k; \delta^* = \frac{\delta}{\omega}; \Delta^* = \frac{\Delta}{b};$$

$y_k$  — корни уравнения  $J_1(y) = 0$  [15];  $J_0$ ,  $J_1$  — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков; для трубчатого проводника

$$R_2^* = \frac{R_2}{R_{02}} = \frac{2(\alpha^2 - 1) \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \int_{\alpha^{-1}}^1 A_2^2(r^*, \varphi) r^* dr^* d\varphi}{\int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \exp(-2\delta^* \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi}; \quad (11)$$

$$L_2^* = \frac{L_2}{L_{02}} = \frac{\int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \int_{\alpha^{-1}}^1 D_2^2(r^*, \varphi) r^* dr^* d\varphi}{K(\alpha) \int_{\varphi_n}^{\varphi_k} \exp(-2\delta^* \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi}, \quad (12)$$

где

$$R_{02} = \frac{\alpha^2 l}{\pi b^2 \gamma(\alpha^2 - 1)}; \quad L_{02} = \frac{\mu_0 l K(\alpha)}{2\pi}; \quad A_2(r^*, \varphi) = \frac{\alpha}{\alpha^2 - 1} \times$$

$$\times \exp(-\delta^* \varphi) \sin \varphi + \sum_{k=1}^{\infty} \times$$

$$\times \frac{\psi_{k2} [J_1(x_k) N_0(\alpha x_k r^*) - J_0(\alpha x_k r^*) N_1(x_k)]}{x_k \Pi_k};$$

$$D_2(r^*, \varphi) = \frac{[\alpha^2(r^*)^2 - 1]}{\alpha^2(\alpha^2 - 1)} \exp(-\delta^* \varphi) \sin \varphi +$$

$$+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi_{k2} [J_1(x_k) N_1(\alpha x_k r^*) - J_0(\alpha x_k r^*) N_1(x_k)]}{x_k \Pi_k};$$

$$\psi_{k2} = \exp(-\delta^* \varphi) \sin \varphi - \frac{\alpha^2 x_k^2(\Delta^*)^2}{2 \sqrt{\left[\delta^* - \frac{\alpha^2 x_k^2(\Delta^*)^2}{2}\right]^2 + 1}} \times$$

$$\times \left\{ \exp\left[-\frac{\alpha^2 x_k^2(\Delta^*)^2}{2}\varphi\right] \sin \theta_{k2} + \exp(-\delta^* \varphi) \sin(\varphi - \theta_{k2}) \right\};$$

$$\theta_{k2} = \arctg\left[\frac{\alpha^2 x_k^2(\Delta^*)^2}{2} - \delta^*\right]^{-1}; \quad \alpha = \frac{b}{a};$$

$$\Pi_k = J_0(x_k) N_1(\alpha x_k) + \alpha [J_1(x_k) N_0(\alpha x_k) -$$

$$J_0(\alpha x_k) N_1(x_k)] - J_1(\alpha x_k) N_0(x_k);$$

$x_k$  — корни уравнения  $J_1(x)N_1(\alpha x) - J_1(\alpha x)N_1(x) = 0$  [16]

$$K(\alpha) = (0,25\alpha^4 - \alpha^2 + 0,75 + \ln \alpha) / (\alpha^2 - 1)^2;$$

$N_0, N_1$  — функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядков.

Зависимость коэффициента  $K(\alpha)$  от параметра  $\alpha$  представлена кривой на рис. 2, из которой следует, что при  $\alpha \geq 10,0$  значение коэффициента  $K(\alpha)$  отличается от его максимального значения не более, чем на 2 %.

С учетом (9) — (12) выражение (5) для добротностей  $Q_i$  цилиндрических проводников произвольной толщины в переходном нестационарном процессе имеет вид:

для сплошного проводника

$$Q_1 = \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{0,25L_1^*}{(\Delta^*)^2 R_1^*}; \quad (13)$$

для трубчатого проводника

$$Q_2 = \frac{\omega L_2}{R_2} = \frac{(\alpha^2 - 1)K(\alpha)L_2^*}{\alpha^2(\Delta^*)^2 R_2^*}. \quad (14)$$

Используя приведенные формулы (10), (12) и результаты точного расчета при  $l \gg b$  внешней индуктивности одиночного провода [17], для полной индуктивности рассматриваемых цилиндрических проводников с учетом влияния нестационарного поверхностного эффекта получаем:

для сплошного проводника

$$L_{1\Sigma} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{2l}{b} - 1 + 0,25L_1^* \right); \quad (15)$$

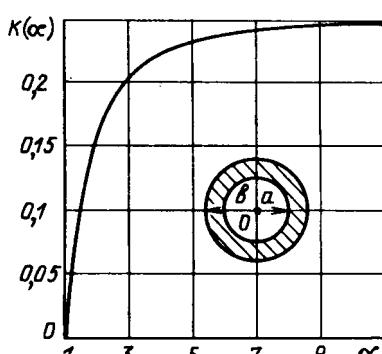
для трубчатого проводника

(16)

$$L_{2\Sigma} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[ \ln \frac{2l}{b} - 1 + K(\alpha)L_2^* \right].$$

Так как  $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} K(\alpha) = 0,25$ , а  $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} L_2^* = L_1^*$ , то в предельном случае при  $\alpha \rightarrow \infty$  ( $a \rightarrow 0$ ) формула (16) переходит в (15).

Из (1), (2) и (9) — (12) для усредненных значений активного сопротивления и внутренней индуктивности массивных цилиндрических проводников при стационар-



ном поверхностном эффекте получаем следующие выражения:

для сплошного проводника ( $\Delta^* \ll 1$ )

$$R_{c1} = (2\Delta^*)^{-1} R_{01}; \quad (17)$$

$$L_{c1} = 2\Delta^* L_{01}; \quad (18)$$

для трубчатого проводника ( $\alpha\Delta^*/\alpha - 1 \ll 1$ )

$$R_{c2} = \frac{(\alpha^2 - 1)}{2\alpha^2 \Delta^*} R_{02}; \quad (19)$$

$$L_{c2} = \frac{\Delta^*}{2K(\alpha)} L_{02}. \quad (20)$$

Тогда из (9) — (12) и (17) — (20) для сравнения влияний нестационарного и стационарного поверхностного эффектов на эквивалентные параметры массивных цилиндрических проводников получаем следующие соотношения:

для сплошного проводника ( $\Delta^* \ll 1$ )

$$R_1/R_{c1} = 2\Delta^* R_1^*; \quad (21)$$

$$L_1/L_{c1} = (2\Delta^*)^{-1} L_1^*; \quad (22)$$

для трубчатого проводника ( $\alpha\Delta^*/\alpha - 1 \ll 1$ )

$$R_2/R_{c2} = \frac{2\alpha^2 \Delta^*}{\alpha^2 - 1} R_2^*; \quad (23)$$

$$L_2/L_{c2} = \frac{2K(\alpha)}{\Delta^*} L_2^*. \quad (24)$$

Анализ результатов численных расчетов. На рис. 3 и 4 представлены результаты численных расчетов на ЭВМ ЕС-1061 по формулам (9) — (14) усредненных для первой полуволны изменяющегося по затухающей синусоиде тока значений активного сопротивления  $R_i^*$  внутренней индуктивности  $L_i^*$  и добротности  $Q_i$  сплошного и трубчатого цилиндрических проводников произвольной толщины при нестационарном поверхностном эффекте. Пунктирными кривыми на рис. 3 и 4 изображены известные зависимости рассматриваемых электрических параметров для сплошного и трубчатого цилиндрических проводников при стационарном поверхностном эффекте [18] от их относительной толщины  $b/\Delta$  и  $b - a/\Delta$ . Численный анализ сходимости значений  $R_i^*$ ,  $L_i^*$  и  $Q_i$ , определявшаяся путем пересчетов с изменением в них шагов интегрирования  $h$  по  $r^*$  и  $\phi$ , составляет менее 1 %. Затраты машинного времени при этом на один из вариантов по  $\alpha$  или  $\Delta^*$  указанных расчетов составляют примерно 1 мин.

Из кривых 1 на рис. 3 и 4 видно, что значения безразмерных коэффициентов  $R_i^*$  для активных сопротивлений сплошного и трубчатого цилиндрических проводников в импульсном режиме при увеличении значений  $b/\Delta$  и  $b - a/\Delta$  возрастают и в диапазонах  $5 \geq b/\Delta \geq 2,5$  и  $5 \geq b - a/\Delta \geq 1,5$  изменяются практически по линейному закону. Значения безразмерных коэффициентов  $L_i^*$  для внутренних индуктивностей рассматриваемых проводников в импульсном режиме при увеличении значений  $b/\Delta$  и  $b - a/\Delta$  уменьшаются и в пределе асимптотически приближаются к значениям, характерным для массивных цилиндрических проводников.

Из представленных на рис. 3 и 4 зависимостей и результатов расчетов по формулам (9) — (14) и (21) — (24) следует, что при  $\phi \in (0, \pi)$  для массивных сплошного ( $\Delta^* \ll 1$ ) и трубчатого ( $\alpha\Delta^*/\alpha - 1 \ll 1$ ) ци-

линдрических проводников усредненные значения активных сопротивлений  $R_i$  при нестационарном поверхностном эффекте значительно меньше, а внутренних индуктивностей  $L_i$  больше, чем при стационарном. Так, при  $\Delta^* = 0,1$  для сплошного и при  $\alpha = 2$ ,  $\Delta^* = 0,1$  ( $b - a/\Delta = 5$ ) для трубчатого цилиндрических проводников отношения значений активных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  в импульсном режиме к их значениям  $R_{c1}$  и  $R_{c2}$  в стационарном режиме соответственно составляют  $R_1/R_{c1} = 0,746$ ,  $R_2/R_{c2} = 0,727$ , а для внутренних индуктивностей подобные отношения равны  $L_1/L_{c1} = L_2/L_{c2} = 1,138$ .

При уменьшении значений относительных толщин  $b/\Delta$  и  $b - a/\Delta$  проводников эти различия в значениях их активных сопротивлений и внутренних индуктивностей в нестационарном и стационарном режимах уменьшаются и при  $b/\Delta < 1$  для сплошного и  $b - a/\Delta < 0,5$  для трубчатого цилиндрических проводников значения отношений  $R_i/R_{ci}$ ,  $L_i/L_{ci}$  и  $R_i^*$ ,  $L_i^*$  практически равны единице, т. е. для относительно тонких цилиндрических проводников переходный нестационарный процесс не оказывает влияния на значения их эквивалентных электрических параметров. Из данных результатов вытекает важный вывод, что при выполнении условия  $b - a/\Delta < 0,5$  отсутствует зависимость эквивалентных электрических параметров трубчатого цилиндрического проводника от частоты изменения воздействующего на него импульсного электромагнитного поля, что крайне важно для цилиндрических шунтов при измерении амплитудно-временных параметров импульсов тока [17].

В импульсном режиме усредненные значения добротностей  $Q_i$  при  $b/\Delta > 2,5$  для сплошного и при  $b - a/\Delta > 1,5$  для трубчатого цилиндрических проводников становятся больше единицы и далее при увеличении значений относительных толщин  $b/\Delta$  и  $b - a/\Delta$  проводников возрастают и в пределе асимптотически стремятся к значениям для массивных проводников. Для массивного сплошного проводника при  $b/\Delta = 10$  его добротность принимает значение  $Q_1 = 1,524$ , а для массивного трубчатого проводника при  $b - a/\Delta = 5$  его добротность равна  $Q_2 = 1,565$ .

Из полученных результатов следует важный вывод, заключающийся в том, что при нестационарном поверхностном эффекте на интервале первой полуволны изменяющегося во времени по закону экспоненциально затухающей синусоиды тока добротности  $Q_i$  массивных сплошного ( $\Delta^* \ll 1$ ) и трубчатого ( $\alpha\Delta^*/\alpha - 1 \ll 1$ ) цилиндрических проводников значительно выше, чем при стационарном поверхностном эффекте. Аналогичный результат для добротности получен в [8] при расчете в переходном нестационарном процессе эквивалентных электрических параметров плоского массивного проводника. При  $b/\Delta \rightarrow 0$  и  $b - a/\Delta \rightarrow 0$  значения добротностей  $Q_i$  для сплошного и трубчатого цилиндрических проводников асимптотически стремятся к нулю ( $Q_i \rightarrow 0$ ), что объясняется неограниченным увеличением при этом значений активных сопротивлений  $R_i$  проводников ( $R_i \rightarrow \infty$ ) и уменьшением значений их внутренних индуктивностей  $L_i$  ( $L_i \rightarrow 0$ ).

Описанные изменения значений коэффициентов  $R_i^*$ ,  $L_i^*$ , отношений  $R_i/R_{ci}$ ,  $L_i/L_{ci}$  и  $Q_i$  вызваны влиянием нестационарного поверхностного эффекта на распределения в импульсном режиме напряженностей аксиального электрического  $E_{zi}(r^*, \phi)$  и азимутального магнитного  $H_{\phi i}(r^*, \phi)$  полей в материалах сплошного и труб-

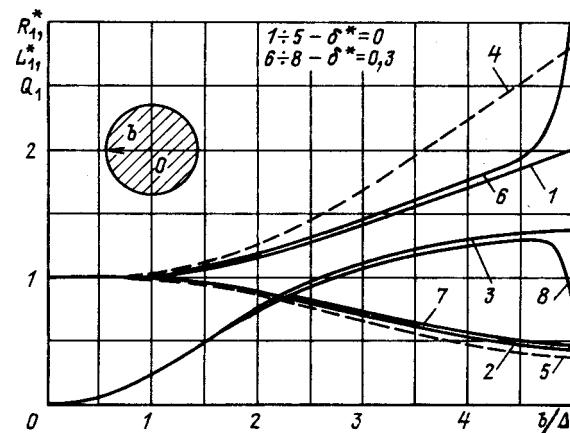


Рис. 3. Зависимость усредненных для первой полуволны тока значений активного сопротивления  $R_i^*$ , внутренней индуктивности  $L_i^*$  и добротности  $Q_i$  сплошного цилиндрического проводника от его относительной толщины: 1, 4, 6 —  $R_i^*$ ; 2, 5, 7 —  $L_i^*$ ; 3, 8 —  $Q_i$ ; — импульсный режим; — стационарный режим

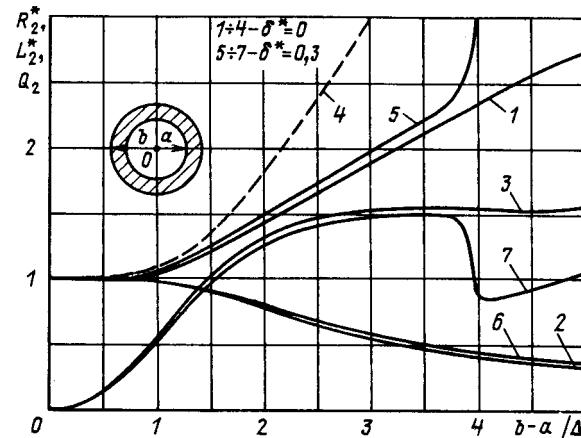


Рис. 4. Зависимость усредненных для первой полуволны тока значений активного сопротивления  $R_i^*$ , внутренней индуктивности  $L_i^*$  и добротности  $Q_i$  трубчатого цилиндрического проводника от его относительной толщины: 1, 4, 5 —  $R_i^*$ ; 2, 6 —  $L_i^*$ ; 3, 7 —  $Q_i$ ; — импульсный режим; — стационарный режим

чатого цилиндрических проводников. Отметим, что при принятом законе (8) изменения внешнего азимутального магнитного поля первые амплитуды напряженности электрического поля  $E_{zi}(r^*, \phi)$  по толщине массивных сплошного и трубчатого цилиндрических проводников в импульсном режиме значительно меньше, а напряженности магнитного поля  $H_{\phi i}(r^*, \phi)$  больше, чем при стационарном. Известно, что эти различия превышают 30 % [14].

Установлено, что для  $\phi \in (0, \pi)$  при увеличении значений безразмерного коэффициента затухания  $\delta^*$  поля во всем диапазоне изменения относительных толщин  $b/\Delta$  и  $b - a/\Delta$  усредненные значения активных сопротивлений  $R_i$  и внутренних индуктивностей  $L_i$  сплошного и трубчатого цилиндрических проводников возрастают, а добротности  $Q_i$  — уменьшаются. С уве-

личением относительных толщин  $b/\Delta$  и  $b-a/\Delta$  цилиндрических проводников степень влияния затухания импульсного тока на их эквивалентные электрические параметры возрастает. Причем при  $b/\Delta > 4,5$  для сплошного и  $b-a/\Delta > 3,5$  для трубчатого проводников изменения  $R_i$  и  $Q_i$  с ростом затухания тока носят колебательный характер с явно выраженным максимумами и минимумами. Из кривых на рис. 3 и 4 следует, что при  $\delta^*=0,3$ ,  $b/\Delta=5$  для сплошного и  $b-a/\Delta=5$  для трубчатого проводников цилиндрической формы значения  $R_1$  и  $R_2$  по сравнению со случаем, когда  $\delta^*=0$  возрастают соответственно примерно на 62 и 52 %, а значения  $L_1$  и  $L_2$  — на 2 %. При этом значения  $Q_1$  и  $Q_2$  уменьшаются соответственно на 37 % и 33 %. Приведенные выше результаты получены для первой полуволны затухающего по синусоиде тока.

Расчеты по формулам (9)–(14) и (21)–(24) для последующих полуволн тока показали, что при  $\delta^*=0-0,3$  уже на участке четвертой полуволны тока при  $\varphi \in (3\pi, 4\pi)$  значения отношений  $R_i/R_{ci}$  и  $L_i/L_{ci}$ , учитывающих изменения активных сопротивлений и внутренних индуктивностей массивных сплошного ( $\Delta^* \ll 1$ ) и трубчатого ( $\alpha\Delta^*/\alpha-1 \ll 1$ ) цилиндрических проводников в нестационарном процессе по сравнению со стационарным, и добротностей  $Q_i$  практически незначительно (в пределах 5 %) отличаются от единицы. Этот результат согласуется с известными данными, свидетельствующими о том, что при воздействии на цилиндрический проводник импульсного магнитного поля, изменяющегося во времени по закону экспоненциально затухающей синусоиды, переходный процесс установления напряженностей электромагнитного поля в его стенке длится практически полтора-два периода воздействующего поля [14].

Приведенные расчетные соотношения и полученные с их помощью результаты оценки изменения в импульсном режиме значений активных сопротивлений  $R_i$ , внутренних индуктивностей  $L_i$  и добротностей  $Q_i$  сплошного и трубчатого цилиндрических проводников в зависимости от их относительных толщин  $b/\Delta$  и  $b-a/\Delta$  имеют важное практическое значение как при расчете параметров схем замещения ЭФУ, так и выборе геометрических и электрофизических характеристик их цилиндрической ошиновки. Так, из анализа результатов численных расчетов следует, что при формировании в разрядном контуре ЭФУ с ЕНЭ и  $RL$ -нагрузкой импульсов с крутым фронтом для ослабления паразитного влияния внутренних индуктивностей  $L_i$  цилиндрических проводников их ошиновки на значения длительности фронта  $\tau_f$  токовых импульсов необходимо использовать тонкостенные сплошные ( $b/\Delta < 2,5$ ) и трубчатые ( $b-a/\Delta < 1,5$ ) проводники. В разрядном же контуре ЭФУ с ЕНЭ, для которого по функциональному назначению требуется получение высокой добротности  $Q_p = \omega_0 L_p / R_p$  ( $\omega_0$  — резонансная частота контура;  $L_p$ ,  $R_p$  — индуктивное и активное сопротивления контура), следует применять толстостенные сплошные ( $b/\Delta > 2,5$ ) и трубчатые ( $b-a/\Delta > 1,5$ ) проводники ошиновки. При этом согласно кривой 3 на рис. 4 практически для достижения максимального значения добротности  $Q_2$  трубчатого цилиндрического проводника его относительная толщина может не превышать значения  $b-a/\Delta=5$ . Максимальное значение добротности  $Q_1$  для сплошного цилиндрического проводника практически достигается при его относительной толщине, не превышающей значения  $b/\Delta=10$ .

(кривая 3 на рис. 3).

Заметим, что эти значения относительных толщин сплошного и трубчатого цилиндрических проводников можно получать как изменяя радиус  $b$  или толщину их стенки  $b-a$ , так и изменяя частоту  $\omega$  импульсов тока и электропроводность  $\gamma$  неферромагнитного материала проводников. Увеличивая частоту  $\omega$  изменения тока или электропроводность  $\gamma$  материала цилиндрических проводников, тем самым уменьшаем значения толщины поверхностного слоя  $\Delta$ , повышаем при фиксированных значениях толщины стенки  $b-a$  или радиуса  $b$  массивность проводников и соответственно увеличиваем значения их добротностей  $Q_i$  в импульсном режиме работы.

**Выводы.** 1. Предложенная методика точного расчета в импульсном режиме усредненных значений активных сопротивлений  $R_i$ , внутренних индуктивностей  $L_i$  и добротностей  $Q_i = \omega L_i / R_i$  неферромагнитных сплошного и трубчатого цилиндрических проводников произвольной толщины с импульсным током, изменяющимся во времени по закону экспоненциально затухающей синусоиды, позволяет получить количественные зависимости по влиянию нестационарного поверхностного эффекта на значения их эквивалентных электрических параметров.

2. Установлено, что влияние нестационарного поверхностного эффекта на эквивалентные электрические параметры  $R_i$ ,  $L_i$  и  $Q_i$  наиболее сильно проявляется для массивных сплошного ( $\Delta^* \ll 1$ ) и трубчатого ( $\alpha\Delta^*/\alpha-1 \ll 1$ ) цилиндрических проводников в интервале двух первых полуволн тока. При этом активные сопротивления цилиндрических проводников в импульсном режиме значительно меньше, а их внутренние индуктивности и добротности больше, чем при стационарном. Показано, что эти различия значений  $R_i$ ,  $L_i$  и  $Q_i$  могут изменяться в диапазоне 0–60 % в зависимости от соотношения толщин цилиндрических проводников и поверхностного слоя и значений коэффициента затухания тока. Для тонкостенных сплошного ( $b/\Delta < 2,5$ ) и трубчатого ( $b-a/\Delta < 1,5$ ) цилиндрических проводников влияние нестационарного поверхностного эффекта на их эквивалентные электрические параметры незначительно (менее 9 %).

3. Полученные данные о влиянии соотношения толщин сплошного и трубчатого цилиндрических проводников и поверхностного слоя на значения их эквивалентных электрических параметров  $R_i$ ,  $L_i$  и  $Q_i$  в импульсном режиме позволяют уточнить выбор толщины стенки цилиндрической ошиновки ЭФУ с ЕНЭ в зависимости от значений глубины проникновения электромагнитного поля в ее материал и функционального назначения разрядного контура ЭФУ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Техника больших импульсных токов и магнитных полей / Под общей ред. В. С. Комелькова. — М.: Атомиздат, 1970. — 471 с.
2. Баранов М. И., Кузнецов С. А. Расчет электрических параметров многопроводных линий высоковольтных испытательных установок. — Электричество, 1988, № 8, с. 59–61.
3. Месяц Г. А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. — М.: Сов. радио, 1974. — 256 с.
4. Михайлов В. М. Расчет индуктивности и распределения тока при резком скин-эффекте. — Электричество, 1978, № 8, с. 27–33.
5. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники, т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981. — 416 с.

6. Теоретические основы электротехники / Под ред. П. А. Ионкина.— М.: Высшая школа, 1965.— 544 с.
7. Михайлов В. М. Анализ электромагнитных процессов в разрядном контуре конденсатора с учетом поверхностного эффекта.— Теоретическая электротехника, 1974, № 17, с. 74—80.
8. Бондалетов В. Н. Эквивалентные параметры при нестационарном распространении импульсного электромагнитного поля в проводнике.— Электричество, 1975, № 8, с. 55—58.
9. Петров С. Р. Расчет эквивалентных параметров скин-слоя с учетом джоулева нагрева.— Электричество, 1987, № 6, с. 61—63.
10. Мосали С. И. The equivalent schemes of cylindrical conductors at transient skin effect.— IEEE Trans. on PAS, 1972, vol. PAS-91, N 3.
11. Баранов М. И., Белый И. В. Переходный процесс при разряде конденсатора на коаксиальную систему цилиндрических проводников с активно-индуктивной нагрузкой.— Электричество, 1978, № 8, с. 33—37.
12. Баранов М. И. Электрические параметры цилиндрических токопроводов двухпроводной коаксиальной системы в переходном режиме.— Теоретическая электротехника, 1982, № 32, с. 96—104.
13. Баранов М. И., Белый И. В., Хименко Л. Т. Эквивалентная индуктивность системы одновитковый соленоид—соосный замкнутый экран с учетом поверхностного эффекта.— Электричество, 1974, № 10, с. 38—41.
14. Баранов М. И., Белый И. В., Хименко Л. Т. Поверхностный эффект и распределение электродинамических усилий в цилиндрических токопроводах коаксиальной системы с импульсным током.— Электричество, 1976, № 10, с. 1—8.
15. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции.— М.: Наука, 1977.— 344 с.
16. Баранов М. И., Бондина Н. Н. О применении и численном решении некоторых типов специальных уравнений в теории расчета электротехнических устройств с импульсными электромагнитными полями.— Теоретическая электротехника, 1988, № 44, с. 12—16.
17. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля.— М.: Мир, 1972.— 391 с.
18. Рамо С., Уиннери Дж. Поля и волны в современной радиотехнике.— М.: Гостехиздат, 1948.— 631 с.

[27.06.89]

[УДК 629.13:551.594.221]:621.884.017.71

## Электротермические процессы в конструкциях с неоднородной проводимостью при импульсах тока

КАМЗОЛОВ С. К., МУХАЙ А. Н.,  
СИДОРОВ С. В.

Обращение авторов к данной задаче связано с тем, что в большинстве случаев при поражении самолетов молнией повреждается значительное число (до нескольких сотен) заклепок, крепящих обшивку самолета. Одним из механизмов такого повреждения являются электротермические процессы в зонах контакта заклепок и обшивки. Эти зоны, как правило, отличаются существенно неоднородной проводимостью из-за наличия в зазорах между заклепками и обшивкой оксидов, анодированного слоя, герметика и т. п.

Различают два вида электротермических процессов, протекающих в заклепках, крепящих обшивку, в зависимости от характера протекания через них тока молнии. Часть заклепок, в первую очередь, крепящих край обшивки, частично пропускает через себя ток, перетекающий с одной панели обшивки на другую. Электротермические процессы в зоне контакта таких заклепок с обшивкой в какой-то мере схожи с процессами в переходном сопротивлении электрического разъемного контакта [1—3].

Другая часть заклепок лишь обтекается током молнии при протекании его по обшивке. Но тем не менее, как показывают обследования пораженных молнией самолетов, такие заклепки тоже имеют следы повреждений вдоль контактных поверхностей. Для описания электротермических процессов, протекающих в этих условиях, необходимо решить задачу о распределении джоулевых источников тепловыделения в зоне контакта заклепки и обшивки.

Рассмотрим в этой связи простую математическую модель протекания тока в металлической пластинах

конечной толщины с отверстием радиусом  $r = a$ , в котором расположен проводящий цилиндр радиусом  $r = b$  (рис. 1). Пусть проводимость пластины и цилиндра равна  $\sigma_1$ , а проводимость материала внутри кольцевой области  $a > r > b$  существенно отличается от  $\sigma_1$  и равна  $\sigma_2$ . Конечная проводимость контактного слоя объясняется наличием электропроводных адгезионных и пассивирующих пленок (участки квазиметаллического контакта), а также участков с металлическим контактом, образованных за счет высокого давления при клепке или за счет фрингтинга (пробоя диэлектрика электрическим полем, приводящего к образованию канала через пленку).

Заметим, что характерные частоты переменных составляющих тока молнии  $v = 10^4 + 10^5$  Гц вызывают незначительный скин-эффект, особенно в интересующих нас зонах малой проводимости  $\sigma_2$ , поэтому можно ограничиться квазистатическим приближением. Размеры области неоднородной проводимости в реальной ситуации малы по сравнению с размерами пластины в целом, так что последнюю будем считать бесконечно протяженной в плоскости  $(x, y)$ . Ось  $z$  совпадает с осью цилиндра (см. рис. 1). Область неоднородной проводимости в пластине обтекается током, который задан на бесконечности равномерным распределением плотности  $j = \{j_0, 0, 0\}$ . Задача состоит в определении плотности тока  $j(r)$  во всех точках пластины, включая области  $a > r > b$  и  $r < b$ , а также в оценке интенсивности тепловыделения в зоне контакта цилиндра-заклепки с пластиной.

Чтобы найти распределение плотности тока  $j(r)$ , не-

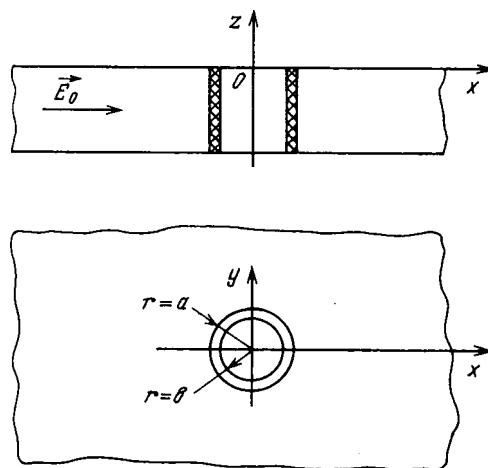
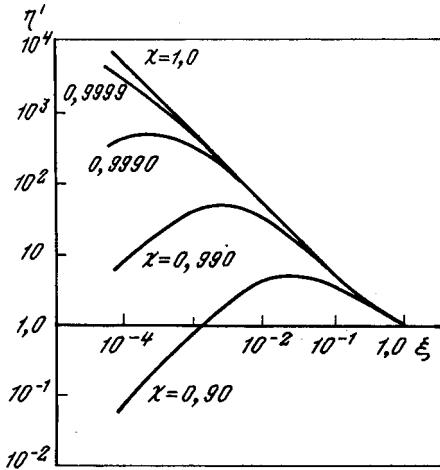


Рис. 1. Модель пластины с заклепкой

Рис. 2. Зависимость относительного значения мощности тепловыделения  $\eta'$  в контактном слое от параметра  $\xi = \sigma_2/\sigma_1$  для различных значений  $\chi = b^2/a^2$ 

обходимо решить задачу о распределении электрического потенциала  $\Phi(r)$  в пластине. Эта задача сводится к решению уравнения Лапласа для потенциала [1, 4]:

$$\Delta\Phi(r)=0. \quad (1)$$

В силу очевидной симметрии задачи потенциал  $\Phi$  не зависит от координаты  $z$ . Тогда в цилиндрических координатах  $(r, \theta, z)$  уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} = 0. \quad (2)$$

С учетом граничных условий, которые состоят в непрерывности нормальной составляющей плотности тока  $j_r$  на границах раздела областей с различной проводимостью, а также в непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля  $E_\theta$  на тех же границах [4], получаем решение уравнения (2) в области контактного кольцевого слоя  $b < r < a$ :

$$\Phi = \left[ \frac{2E_0b^2(1-\xi)}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \frac{1}{r} - \frac{2E_0(1+\xi)}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} r \right] \cos\theta,$$

где  $\xi = \sigma_2/\sigma_1$ ;  $\chi = b^2/a^2$ ,  $E_0 = j_0/\sigma_1$ .

Составляющие поля внутри этого слоя:

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \left[ \frac{2E_0b^2(1-\xi)}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \frac{1}{r^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2E_0(1+\xi)}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \right] \cos\theta; \\ E_\theta &= \left[ \frac{2E_0b^2(1-\xi)}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \frac{1}{r^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2E_0(1+\xi)}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \right] \sin\theta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Внутри области  $r < b$  имеем распределение потенциала

$$\Phi = - \frac{4E_0\xi}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} r \cos\theta$$

и компонент поля

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{4E_0\xi}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \cos\theta; \\ E_\theta &= \frac{4E_0\xi}{(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2} \sin\theta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Плотность тепловых источников  $q$  определяется законом Джоуля — Ленца:

$$q = \sigma E^2. \quad (5)$$

Подставляя поочередно (3) и (4) в (5) и интегрируя по объему в области  $a > r > b$ , а затем в области  $0 < r < b$ , получаем удельные объемные мощности тепловых источников:

для области  $a > r > b$

$$q' = \frac{8\sigma_2 E_0^2 (1+\xi^2)}{[(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2]^2}; \quad (6)$$

для внутренней области  $r < b$

$$q'' = \frac{16\sigma_1 E_0^2 \xi}{[(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2]^2}. \quad (7)$$

Учитывая, что для  $r > a$  удельная объемная мощность источников  $q_0 = \sigma_1 E_0^2$ , можно записать относительные значения мощностей тепловыделения:

$$\eta' = \frac{q'}{q_0} = \frac{8\xi(1+\xi^2)}{[(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2]^2}; \quad (8)$$

$$\eta'' = \frac{q''}{q_0} = \frac{16\xi^2}{[(1+\xi)^2-\chi(1-\xi)^2]^2}; \quad (9)$$

$$\eta''' = \frac{q'}{q''} = \frac{1}{2} \left( \xi + \frac{1}{\xi} \right). \quad (10)$$

На рис. 2 и 3 в логарифмическом масштабе приведены графики зависимостей  $\eta'$  и  $\eta''$  от параметра  $\xi$  для различных значений  $b^2/a^2$ . Из графика зависимости  $\eta'(\xi)$  видно, что при малой толщине контактного слоя (т. е. при  $1-b^2/a^2 < 0,99$ ) возможно существенное превышение интенсивности тепловыделения в этом слое по сравнению с основным материалом пластины, и, следовательно, локальный перегрев материала в слое. Для оценки степени перегрева обшивки около заклепки при протекании тока молниевого разряда по корпусу самолета необходимо учитывать, что величины  $\xi = \sigma_2/\sigma_1$  и  $\chi = b^2/a^2$  зависят от множества неконтролируемых случайных факторов, возникающих как во время сборки самолета, так и во время его

эксплуатации. Поэтому степень перегрева и разрушения каждого отдельного соединения будет индивидуальна и будет определяться конкретными значениями  $\xi$  и  $\chi$ .

В качестве характеристики степени электротермического воздействия протекающего по обшивке самолета тока разряда на массив заклепок с учетом дисперсии относительной проводимости  $\xi$  и плотности посадки  $\chi$  в слое между обшивкой и заклепкой, введем среднюю статистическую мощность тепловыделения в контактном слое:

$$\langle q' \rangle = \iint q'(\xi, \chi) f(\xi, \chi) d\xi d\chi, \quad (11)$$

где  $f(\xi, \chi)$  — функция распределения случайных величин  $\xi$  и  $\chi$ .

Величина  $\xi$  на практике не бывает больше единицы:  $\xi \leq 1$  ( $\xi=1$  соответствует идеальному электрическому контакту заклепки с обшивкой:  $\sigma_2=\sigma_1$ ). С другой стороны,  $\xi \geq \delta_0 = \min(\sigma_2/\sigma_1)$  причем  $\delta_0$  мало и определяется, по-видимому, отношением проводимостей чистого оксида и металла обшивки. В первом приближении будем считать случайную величину  $\xi$  равномерно распределенной на интервале  $[\delta_0, 1]$ . Величина  $\chi$  локализована вблизи значения  $1-\Delta_0$ , где  $\Delta_0 \ll 1$ , и имеет весьма малую дисперсию. Это дает основание представить ее распределение в виде  $\delta$ -функции. Полагая величины  $\xi$  и  $\chi$  статистически независимыми, запишем приближенную плотность их распределения:

$$f(\xi, \chi) = \frac{1}{1-\delta_0} \Theta(\xi-\delta_0) \Theta(1-\xi) \delta(1-\Delta_0-\chi), \quad (12)$$

где  $\Theta(x)$  — ступенчатая  $\Theta$ -функция.

Подставляя (6) и (12) в (11) и проводя интегрирование по  $\xi$  и  $\chi$ , получаем:

$$\langle q' \rangle = q_0 \ln \sqrt{\frac{4e}{4\delta_0 + \Delta_0}}. \quad (13)$$

Например, при  $\delta_0=0$ ,  $\Delta_0=0,001$  из формулы (13) следует, что  $\langle q' \rangle = 4,6q_0$ . Это означает, что в зоне контакта мощность тепловыделения в среднем в 4,6 раз превышает мощность тепловыделения в материале обшивки.

Экспериментальным подтверждением достоверности полученных результатов может служить изменение микротвердости материала образца обшивки и заклепки в зоне их контакта при протекании вдоль образца импульсного тока в виде затухающей синусоиды общей длительностью 100 мкс со средней по сечению образца амплитудой плотности  $1,5 \cdot 10^9$  А/м<sup>2</sup>. Микротвердость

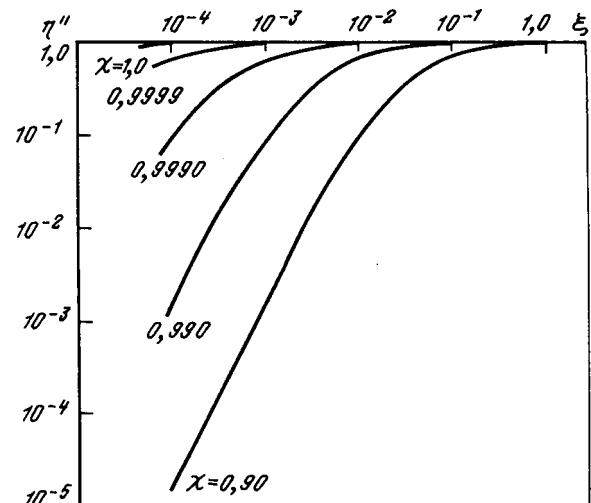


Рис. 3. Зависимость относительного значения мощности тепловыделения  $\eta''$  во внутреннем цилиндре от параметра  $\xi$  для различных значений  $\chi$

была измерена на шлифе сечения заклепочного узла. После воздействия импульсного тока в зоне контакта на глубину до 1,5 мм микротвердость материала и обшивки, и заклепки снизилась на величину до 30 %. Это свидетельствует о кратковременном нагреве материала до температур выше температуры закалки, т. е. для алюминиевых сплавов выше 500 °C. Градиент микротвердости вдоль нормали к контактной поверхности свидетельствует о локальном перегреве в области с неоднородной проводимостью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Хольм Р. Электрические контакты. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. — 264 с.
- Меря В. Электрический контакт. — М.—Л.: Госэнергоиздат, 1962. — 80 с.
- Белоусов А. К., Савченко В. С. Электрические разъемные контакты в радиоэлектронной аппаратуре. — М.: Энергия, 1967. — 232 с.
- Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1966. — 624 с.

[26.05.89]

УДК 621.313(091)

## Электрические машины в XVIII в.

КРЫЖАНОВСКИЙ Л. Н.

**Электрические машины на рубеже XVII и XVIII вв.**  
В 1663 г. Отто фон Герике (1602—1686) изготовил серный шар, который электризовался трением. В 1675 г. Исаак Ньютон (1643—1727) установил в станок стеклянный шар, укрепленный на оси с ручкой для вращения, благодаря чему стало легче осуществлять сильную электризацию. Франсис Хоксби (1640—1713) разнообразил материал и форму электризируемого тела и конструкцию экспериментальных установок. В результате на рубеже веков были известны электрические машины трения, называемые также электризационными и электростатическими на основе вращающегося шара или цилиндра из серы, стекла и сургуча. Машины служили для наблюдения электростатического притяжения и отталкивания, а также искрения и свечения.

В начале XVIII в. машины были надолго вытеснены дешевой и общедоступной стеклянной трубкой (палочкой), которую ввел в употребление Хоксби [1]. Сколько основательно были забыты первые электрические машины, можно судить по замечанию в трудах Парижской академии наук за 1746 г.: первыми лабораторными источниками электричества были якобы стеклянные трубы, потираемые рукой, а «лишь несколько лет тому назад стали пользоваться стеклянными шарами, которые, сообщая значительно большую электрическую силу, чем трубы, дали возможность открыть множество чудес [...]» [2].

**Изобретение кондуктора и возрождение электрических машин.** В 1735 г. Стивен Грэй (1666—1736) и Гренвил Уилер (1701—1770) подвесили горизонтально на шелковых шнурках железный стержень диаметром 1/2 дюйм (1,3 см) и длиной 4 фут (1,2 м). К одному концу стержня экспериментаторы подносили наэлектризованную стеклянную трубку, при этом ночью было видно, как от концов стержня исходило свечение, и было слышно шипение. Когда к другому концу один из экспериментаторов подносил палец или щеку, то между концом стержня и пальцем или щекой с шумом проскакивала искра [3].

Немецкий ученый Георг Маттиас Бозе (1710—1761) одним из первых возродил применение электрической машины на основе стеклянного шара и с ее помощью повторил опыты Грэя и Уилера, выполненные ранее с помощью стеклянной трубы. Вот как выглядел один из опытов Бозе.

Около 1740 г. Бозе подвесил над шелковыми шнурками

почти вплотную к электризованному стеклянному шару металлический тубус от телескопа. Между шаром и тубусом наблюдалось «яркое кольцо, которое светилось как молния». Из тубуса вылетали искры. «И когда г-н Бозе поднес к тубусу талер, который он держал в зубах, то выскоцила огненная искра с такой силой, что талер был выбит из зубов» [4].

В этих опытах тубус, позволяющий непрерывным образом снимать заряд со стеклянного шара, является первым известным нам кондуктором (отводом). Кондуктор освободил обе руки исследователя для творческой работы. Благодаря кондуктору полностью проявилось основное преимущество машины перед трубкой — простота осуществления сильной электризации.

В книге Бозе, изданной в 1742 г., описан кондуктор, снабженный на конце пучком пеньковых нитей, которые (почти) касаются шара [5, с. 845]. Примерно с этого времени кондуктор (в том числе снабженный на конце зубчиками, проволочными усиками и т. п.) становится неизменным атрибутом электрических машин. Кондуктор расширил экспериментальные возможности. Важные результаты не заставили долго ждать себя: в 1745 г. была изобретена лейденская банка, позволившая накапливать и хранить значительный заряд.

**Емкость кондуктора.** Кондуктор в виде тубуса в вышеописанном опыте Бозе имел размеры  $\varnothing$  4 дюйм  $\times$   $\times$  21 фут, т. е.  $r = 2$  дюйм  $= 0,05$  м,  $l = 21$  фут  $= 6,3$  м. Можно предположить, что кондуктор был подвешен на высоте  $h = 1,5$  м от пола. Тогда емкость кондуктора [6, с. 148]

$$C = \frac{10^{-9} l}{18 \ln(2 h/r)} = 0,085 \cdot 10^{-9} \Phi = 85 \text{ пФ},$$

что всего лишь в два раза меньше емкости лейденской банки, с которой голландский профессор Питер ван Мюсхенбрюк (1692—1761) проделал «ужасный опыт», разрядив ее через свое тело [7]. В самом деле, если принять диэлектрическую проницаемость стекла  $\epsilon = 5$ , толщину стенок банки  $d = 0,25$  см и площадь поверхности обкладки  $S = 100 \text{ см}^2$ , то емкость [8, с. 16]

$$C = 0,0885 \frac{\epsilon S}{d} = 177 \text{ пФ}.$$

Правда, в отличие от лейденской банки, кондуктор не может долго хранить свой заряд.

Понятие электрической емкости сложилось только к

концу XVIII в., но сразу после изобретения кондуктора ученые пришли в общем к правильному выводу: чем больше кондуктор, тем больше накапливаемый им заряд.

**Применение в машинах подушечки с пружиной.** Лейпцигский профессор Иоганн Генрих Винклер (1703—1770) совместно с механиком Иоганном Фридрихом Гиссингом применил для электризации вращающегося стеклянного шара кожаную подушечку, обтянутую холстом, которая прижималась к стеклу пружиной. Следовало, стоя на земле (в электрическом смысле), касаться подушечки или, чтобы избавиться от этой необходимости, соединить пружину с землей (так Винклер смоделировал ситуацию, в которой шар терся о руки человека, стоявшего на земле). Это усовершенствование описано Винклером в книге, изданной в 1744 г. [9, с. 11—15].

Возможно, первым применил в машине подпружиненную подушечку Эндрю (Андреас) Гордон (1712—1751), шотландский монах — бенедиктинец и профессор в Эрфорте [10, табл. 1, фиг. 1].

Впоследствии подушечки стали покрывать амальгамой [11, с. 351].

Снабженные подушечками машины Гордона (на основе стеклянного цилиндра) и Винклера (на основе стеклянного шара) обеспечивали такую сильную электризацию, что позволяли воспламенять спирт и т. п. искрой от кондуктора.

Французский «принц электричества» Жан — Антуан Нолле (1700—1770) противился применению подушечки с пружиной, уверяя, что рукой он осуществляет электризацию эффективнее. Применение подушечки другими экспериментаторами он объяснял их боязнью пораниться стеклом.

**Многообразие материалов и форм электризируемого тела.** К упомянутым выше различным видам электризируемого тела — основного элемента машины — можно добавить стеклянный сфероид (эллипсоид вращения), который использовался, например, в машине, фигурирующей в книге Леонарда Эйлера (1707—1783) [12, с. 316—320], а также фарфоровый цилиндр, который применил Винклер по предложению графа Мантейфеля [9, с. 14].

В мемуарах 1747 г. [13] Нолле отмечает, что в то время, как большинство экспериментаторов предпочитало использовать в машинах сплошные стеклянные шары и цилиндры, он использовал полые стеклянные тела.

Серный шар, прославивший Герике как электрофизику, не ушел со сцены с применением стеклянных тел. В 1746 г. с серным шаром экспериментировал Нолле [7], а несколько позже — Бенджамин (Вениамин) Франклайн (1706—1790) и его друг Эбенизер Киннерслей (1711—1778). Американские исследователи установили: (...) если поместить стеклянный шар у одного конца кондуктора, а серный у другого и начать вращать их, то из кондуктора нельзя извлечь ни одной искры, иначе, как при вращении одного шара медленнее другого (...) [14, с. 97]. Это объясняется тем, что стекло электризуется положительно, а сера — отрицательно (факт, известный еще Шарлю — Франсуа де Систерне Дюфе (1698—1739), первооткрывателю двух видов электрического заряда).

В 1755 г. немецкий пастор Мартин Планта (1727—1772) применил в машине стеклянный диск [11, с. 351]. На это изобретение претендуют также проживавший

в Англии голландский ученый Ян (Джон) Ингенхауз (1730—1799) и лондонский механик и оптик Джесси Рэмден (1735—1800), но Ингенхауз и Рэмден применяли стеклянный диск в 1764—1766 г. [15, т. 14, с. 598—603]. Стеклянный диск изготовить проще, чем стеклянный шар или цилиндр [16, с. 91].

В таблице представлена типология электризуемых тел, применявшихся в машинах с 1663 по 1755 г. В полях таблицы указаны изобретатели или просто экспериментаторы, а также годы изобретения, изготовления, применения, описания или публикаций.

#### Типология электризуемых тел

Материал	Форма		
	Шар	Цилиндр	Диск
Сера	Герике, 1663		
Стекло	Ньютон, 1675	Ньютон, 1675	Планта, 1755
Янтарь	Гюйгенс, 1690	Ньютон, 1675	
Сургуч		Хоксби, 1708	
Фарфор			Винклер, 1744

С начала 70-х годов XVIII в. в машинах применялись также эбонит и смолы. Такие машины предназначались для получения отрицательного заряда.

Около 1772 г. Ингенхауз применил в машине картон, тщательно пропитанный копаловым или янтарным лаком и дополнительно покрытый лаком из янтаря, растворенного в льняном масле. Диск имел в диаметре 4 фут (1,2 м). Поднося костяшки пальцев к диску машины, Ингенхауз извлекал искры длиной 1—2 фут (0,3—0,6 м).

В одном цюрихском журнале за 1778 г. сообщалось об отлично действовавшей электрической машине на основе диска из специальной «плотной бумаги» [17].

Впоследствии подобные материалы нашли широкое применение в электроизоляционной технике.

**Многообразие конструкций и размеров машин.** Хотя действие всех рассматриваемых машин основано на электризации трением, они отличаются большим разнообразием конструкций и размеров.

Известны портативные машины, устанавливаемые на столе. Такой машиной на основе стеклянного шара пользовался, например, каноник Эвальд Георг фон Клейст (ок. 1700—1748) из Померании, один из изобретателей лейденской банки [18]. Машина с принадлежностями стоила «только один луидор». С другой стороны, известны электрические машины XVIII в. высотой с человека (см. ниже).

Машины различались между собой видом привода. Так, у Ньютона и Франклина стеклянный шар был закреплен на оси, вставленной в станок, и приводился во вращение ручкой, которой была снабжена ось [1]. У Хоксби вращение электризируемого тела осуществлялось посредством канатной передачи, расположенной в горизонтальной или вертикальной плоскости. Известны машины с ножным приводом, типа прядки или токарно-

го станка. Такая машина была, например, у Винклера. «Нажимать педаль легче, чем крутить колесо», — писал лейпцигский профессор [9, с. 17].

Машины различались также числом одновременно электризумемых тел. Большинство машин выполнялось на основе одного электризумируемого тела, однако были машины с двумя и более одновременно электризумируемыми телами, укрепленными на одной или разных осях. В упоминавшейся машине Ингенхауза на ось было насыжено 12 картонных дисков. На отдельных осях были закреплены стеклянные шары в машинах Г.-В. Рихмана (1711—1735) [19, с. 623] и Вильяма Ватсона (1715—1787) [20].

Весьма крупную машину изготовил Джон Катбертсон (1743—1806) из Амстердама. Машина была выполнена на основе дисков из зеркального стекла диаметром 65 дюйм (165 см). Машина обеспечивала такую сильную электризацию, что даже на расстоянии 24 дюйм (61 см) извлекались спиральные искры толщиной со ствол гусиного пера с ответвлениями, иногда достигавшими 8 дюйм (20 см). Свечение металлического острия было видно даже на расстоянии 28 фут (8,5 м) от кондуктора машины [21]. Голландский ученый Мартинус Ван Марум (1750—1837) предлагал подобную машину Петербургской академии наук и информировал Академию о своих исследованиях и разработках [22]. В описании машины и опытов с ней, изданном в Гарлеме в 1785 г. и перепечатанном в том же году во французском «Физическом журнале», сообщается, что подобные опыты «...» в большом масштабе могут проводить или заказывать богатые люди. Г-н Ван Марум, который стремится только к прогрессу наук, приглашает всех физиков сообщать ему проекты новых опытов» (наука шла рука об руку с предпринимательством [23, с. 266]).

В 1777 г. Ингенхауз видел в Париже у одного графа машину со стеклянным диском  $\varnothing$  5 фут (один этот диск стоил 800 французских франков). Если речь идет о французских футах, то диаметр диска составляет 165 см, т. е. в точности как у Ван Марума.

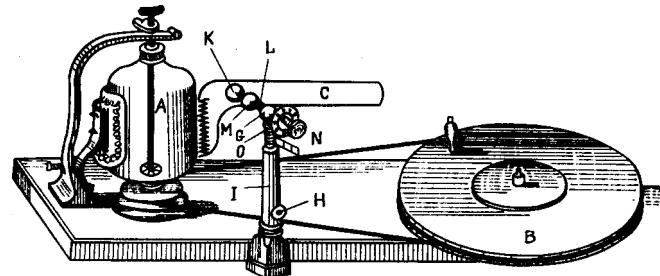
**Машины А. Т. Болотова.** В XVIII в. электрические машины применялись не только для физических исследований и развлечений, но и для лечебных целей. В России электролечение широко практиковал с начала 90-х годов XVIII в. ученый-энциклопедист и писатель Андрей Тимофеевич Болотов (1738—1833) [24]. Метод заключался в разряде лейденской банки через большой орган, для чего требовались специальные приспособления. Лейденская банка заряжалась от электрической машины.

Машина Болотова, изображение которой воспроизведено в [25, с. 163], отличалась простотой конструкции и надежностью. Эта машина на основе полого сферонда использовалась для лечения более десяти тысяч раз, не требуя ремонта. Болотов амальгамировал подушечку машины по собственной технологии.

Кондуктор в установке Болотова не подвешен, а закреплен на изолирующих стойках, в качестве которых использовались большие бутылки.

Болотов изготавливал также успешно действовавшие складные (дорожные) машины с диаметром стеклянного шара не более 4 вершков (около 18 см).

**Определение напряжения машины.** 15 октября 1766 г. аптекарь Тимоти Лейн (1734—1807) сообщал из Лондона Бенджамину Франклину о своем «электрометре».



который представлял собой, по современной терминологии, разрядник с градуированным расстоянием между электродами [26]. Подобное устройство применяется в технике высоких напряжений и в наши дни. Оно служит для определения напряжения по максимальному расстоянию между электродами, при котором происходит пробой воздушного промежутка. Имеются стандартизованные таблицы, связывающие расстояние с напряжением в зависимости от параметров электродов.

Изобретение Лейна восходит к установке Винклера 1746 г. [27]. Чтобы иметь возможность наблюдать электрические искры, Винклер поставил лейденскую бутылку на оловянную тарелку, обложил бутылку железной цепью и подвел цепь к насыженному на кондуктор машины металлическому шару на такое расстояние, что при работе машины между цепью и шаром проскачивали искры.

В установке Лейна (см. рисунок) с машиной на основе стеклянного цилиндра *A* с ведущим шкивом *B* полированная латунная полусфера *K* прикрепляется выпуклостью наружу к кондуктору *C*. В состав электрометра входит полированная латунная сфера *M*, закрепленная на конце ходового винта *L*, который проходит через резьбовое отверстие в шаре *G*. Элементы *E* и *H* служат для заземления. Электрометр содержит устройство для регулировки и считывания расстояния между *K* и *M*, т. е. длины *S* разрядного промежутка. Регулировка величины *S* производится ручкой ходового винта *L*, а считывание — с помощью градуированного диска (лимба) *O*, жестко закрепленного на *L*, и неподвижной линейки (нониуса) *N*.

Указанная Лейном максимальная длина промежутка, при которой происходит пробой, равна  $\frac{30}{24}$  дюйм, т. е.  $S=3,2$  см (Лейн говорит даже о большей длине, правда, не указывая ее конкретно). Изобретатель приводит некоторые размеры элементов установки, изображенной на чертеже, так что можно найти приближенное значение диаметра полусферы *K* и сферы *M*, которое оказывается равным около 1 дюйм, т. е.  $D=2,5$  см. Считая данную конфигурацию шаровым разрядником, получим из [28] для  $S=3,2$  см и  $D=2,5$  см:  $U \approx 60$  кВ, что по порядку величины согласуется с экспериментальными значениями напряжения электрических машин трения, приводимыми в литературе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крыжановский Л. Н. Электрические машины в XVII в. и в начале XVIII в. // Электричество.— 1988.— № 3.— С. 84—86.
2. [Аннотация кн. J.—A. Nollet „Essai sur l'Electricité

des corps"] // *Histoire de l'Academie* (...) Paris.— 1746.— P. 25—30.

3. Gray S. Experiments and observations upon the light that is produced by communicating electrical attraction to animal or inanimate bodies (...) // *Phil. Trans.*— 1735 & 1736.— Vol. 39.— No. 436.— P. 16—24.

4. Gralath D. Geschichte der Electricität // *Versuche u. Abh. d. Naturforsch. Ges. in Danzig*.— 1747.— I. Th.— S. 175—304.

5. Poggendorff J. Geschichte der Physik.— Leipzig: Zentral — Antiquariat der DDR, 1964.— 937 S.— (Перепеч. с изд. 1879 г.).

6. Электротехнический справочник в 3 томах / Под общ. ред. В. Г. Герасимова, П. Г. Грудинского, В. А. Лабунцова, И. Н. Орлова ( гл. ред.).— Т. I.— М.: Энергоатомиздат, 1985.— 488 с.

7. Nollet J.-A. Observations sur quelques nouveaux phénomènes d'électricité // *Histoire de l'Académie* (...) Paris.— 1746.— P. 1—17.— (Histoire); P. 2—23.— (Mémoires).

8. Ренне В. Т. Электрические конденсаторы.— Л.: Энергия, 1969.— 592 с.

9. Winkler J. H. Gedanken von den Eigenschaften, Wirkungen und Ursachen der Electricität.— Leipzig: Breitkopf, 1744.— 168 S. + 3 T.

10. Gordon A. *Phaenomena electricitatis*.— Erfurt: Nonnius, 1744.— 88 p. + 2 tab.

11. Hoppe E. Geschichte der Physik.— Braunschweig: Vieweg, 1926.— 536 S.

12. Euler L. Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie.— Т. 2.— Saint-Pétersbourg: l'Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences, 1768.— 340 р.

13. Nollet J.-A. Eclaircissements sur plusieurs faits concernant l'électricité (...) // *Histoire de l'Académie* (...) Paris.— 1747.— P. 149—198.— (Mémoires).

14. Франклин В. Опыты и наблюдения над электричеством / Пер. с англ. В. А. Алексеева; ред., ст. и комм. Б. С. Сотина.— М.: Изд-во АН СССР, 1956.— 272 с.— (Классики науки).

15. The *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, from their commencement, in 1665, to the year 1800 / Abridged.— In 18 vols.— London: Baldwin, 1809.

16. Лебедев В. И. Электричество, магнетизм и электротехника в их историческом развитии.— М.; Л.: ОНТИ НКТП, 1937.— 176 с.

17. Wolf R. Über electrische Maschinen aus Papier // *Annalen der Physik und Chemie*.— 1846.— Bd. 69.— 4. Stück.— S. 558.

18. Krüger J. Geschichte der Erde in den allerältesten Zeiten.— Halle: Lüderwaldsche Buchhandlung, 1746.— 186 S.

19. Рихман Г.—В. Труды по физике / Подгот. текста, вступ. ст. и прим. А. А. Елисеева, В. П. Зубова, А. М. Мурзина; ред. А. Т. Григорьян.— М.: Изд-во АН СССР, 1956.— 712 с.

20. Watson W. A sequel to the experiments and observations tending to illustrate the nature and properties of electricity (...) // *Phil. Trans.*— 1746.— Vol. 44.— Appendix.— P. 704—749.

21. Van Marum M. Description d'une très-grande machine électrique placée dans le Muséum de Teyler, à Harlem (...) // *J. de Physique*.— 1785.— Т. 27.— Part. 2.— P. 148—155.

22. Ченакал В. Л. Электрические машины в России XVIII века // Тр. Ин-та истории естествознания и техники.— 1961.— Т. 43.— С. 50—111.

23. Дорфман Я. Г. Всемирная история физики с древнейших времен до конца XVIII века.— М.: Наука, 1974.— 352 с.

24. Болотов А. Т. Краткие и на опыты основанные замечания о електризизме и о способности электрических машин к поможанию от разных болезней / Императорская Академия наук.— СПб., 1803.— 120 с.+1 вкл.

25. Шнейберг Я. А. Василий Владимирович Петров.— М.: Наука, 1985.— 224 с.

26. Lane T. Description of an electrometer (...). In a letter to Benjamin Franklin (...). // *Phil. Trans.*— 1767.— Vol. 57.— Pt. I.— P. 451—460.

27. Winkler J. H. An extract of a letter (...). // *Phil. Trans.*— 1746.— Vol. 44.— Pt. I.— P. 211—212.

28. ГОСТ 17512—82 (Ст. СЭВ 2732—80). Электрооборудование и электроустановки на напряжение 3 кВ и выше: методы измерения и испытания высоким напряжением.

## Иван Федорович Бородин

(К 60-летию со дня рождения)

Академик ВАСХНИЛ, доктор технических наук, профессор Иван Федорович Бородин — ректор Московского института инженеров сельскохозяйственного производства им. В. П. Горячкina (МИИСП). В 1954 г. он с отличием закончил факультет электрификации Московского института механизации и электрификации сельского хозяйства (ныне МИИСП), а в 1958 г. — аспирантуру того же института и защитил кандидатскую диссертацию. С этого времени он работал на кафедре электроснабжения сельского хозяйства МИИСП ассистентом, с 1962 г. доцентом.

В 1974 г. И. Ф. Бородин защитил докторскую диссертацию, в 1975 г. утвержден в ученом звании профессора. Он работал деканом факультета электрификации МИИСП, а в 1978 г. организовал факультет и кафедру автоматизации сельскохозяйственного производства и был избран заведующим этой кафедры и деканом факультета.

В 1983 г. И. Ф. Бородин избран членом-корреспондентом, а в 1988 г. — действительным членом — академиком ВАСХНИЛ.

С 1984 г. он работает ректором Московского института инженеров сельскохозяйственного производства им. В. П. Горячкina, успешно сочетая руководящую ад-



министративную деятельность с научной и учебной работой на созданной им кафедре.

Научное направление И. Ф. Бородина — электрификация и автоматизация сельского хозяйства. Диапазон его научных интересов очень широк. Начав свою деятельность в области автоматизации сельского хозяйства, он создал научную школу по автоматизации сельскохозяйственного производства и применения электроэнергии в технологических процессах. Им опубликовано более 260 научных

статьй, 5 научных монографий, 9 учебников и учебных пособий.

Многие установки созданы и внедрены в производство на основе научных исследований И. Ф. Бородина. Среди них могут быть названы диэлектрические сепараторы семян, установки для сортирования плодов и овощей, устройства для управления микроклиматом овощехранилищ, для борьбы с сорняками и болезнями растений. Он автор более 60 изобретений. Все эти работы выполнены в созданной им при кафедре отраслевой научно-исследовательской лаборатории.

Под руководством И. Ф. Бородина защитили кандидатские диссертации 28 аспирантов.

Активно участвует И. Ф. Бородин в общественной жизни страны. Он член парткома МИИСП, народный депутат Тимирязевского районного совета Москвы, член национальной комиссии Международного комитета инженеров сельского хозяйства, член Комитета по Ленинским и Государственным премиям СССР, член редколлегии журнала «Техника в сельском хозяйстве».

За плодотворную производственную и общественную деятельность И. Ф. Бородин награжден государственными медалями и медалями ВДНХ.

Группа товарищей



# PEMC '90

6th Conference on  
Power Electronics and Motion Control

**Шестая международная конференция по  
силовой электронике и управлению движением  
PEMC'90 состоится в Будапеште 1—3 октября  
1990 года.**

Организаторы: Венгерская электротехническая ассоциация, ВНР,  
Будапешт,  
Ассоциация польских инженеров-электриков, ПНР,  
Варшава.

Тематика конференции:

- Силовые полупроводниковые устройства
- Силовые преобразователи и инверторы
- Управление и обработка сигналов
- Управление движением
- Источники питания
- Системотехника
- Применения

Адрес оргкомитета: BUDAPEST V., KOS-SUTH LAJOS TÉR 6—8 H-1372 Budapest,  
Pf. 451

Баринов В. А., Соловьев С. А. Развитие методов управления режимами электроэнергетических систем . . . . .	1
Джагаров Н. Ф. Расчет переходных процессов в электрических системах со сложной структурой сети . . . . .	9
Гуревич Ю. Е., Файбисович Д. Л., Хвощинская З. Г. Особенности электроснабжения промышленных предприятий с непрерывными технологическими процессами . . . . .	16
Ольшванг М. В., Рычков Е. В., Ананиашвили К. Е., Чуприков В. С. Фильтрокомпенсирующие цепи статических компенсаторов . . . . .	23
Жуков В. В., Далла А. Расчет сопротивления открытой электрической дуги . . . . .	29
Глебов Б. А. Двухтактные преобразователи напряжения с магнитными накопителями энергии . . . . .	34
Ронинсон А. Д. Общее решение магнитостатических и электрических задач для поляризованных оболочек . . . . .	39
Касилов В. П. Определение механических характеристик волновых электрических машин . . . . .	46
Джендубаев З. Р. Основные уравнения асинхронного двигателя с двумя статорными обмотками . . . . .	51

## СООБЩЕНИЯ

Веников В. А., Асамбаев С. Н., Манаиль Заки. Разработка показателей быстрых оценок динамической устойчивости электрических систем . . . . .	55
Левиуш А. И., Катунян В. И. Исследование на математической модели параметрического резонанса на второй гармонике для анализа работы релейной защиты ВЛ . . . . .	57
Венедиктов Г. Л. Расчет статических электромагнитных преобразователей числа фаз с дискретной системой симметрирования . . . . .	63
Цуканов В. И., Георгиади В. Х. Коэффициенты вытеснения тока и проводимости пазового рассеяния с учетом зазора между стержнем обмотки и пазом ротора электрической машины . . . . .	67
Чабан В. И., Харченко Е. В., Козубаш В. И. Алгоритм расчета вибродеятельности ротора асинхронного двигателя . . . . .	71
Койков С. Н., Мезенин О. Л., Михайлов В. А. Расчет тепловых характеристик конденсаторов при несинусоидальных напряжениях с учетом температурно-частотной зависимости тангенса угла потерь . . . . .	75
Ерихов М. М. Условия существования режима непрерывного тока в линейных импульсных электрических цепях . . . . .	79
Баранов М. И., Бондина Н. Н. Расчет активного сопротивления и индуктивности цилиндрического проводника с импульсным током . . . . .	81
Камзолов С. К., Мухай А. Н., Сидоров С. В. Электротермические процессы в конструкциях с неоднородной проводимостью при импульсах тока . . . . .	87
ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ . . . . .	90
ХРОНИКА . . . . .	94

Barinov V. A., Sovalov S. A.— Development of Methods for Controlling Power System Operating Conditions . . . . .	1
Dzhagarov N. F.— Transient Analysis of Electric Systems Having Networks of Complex Structure . . . . .	9
Gurevitch U. E., Faibisovich D. L., Khvoschinskaya Z. G.— Characteristics of Power Supply for Industrial Plants With Uninterruptable Technological Processes . . . . .	16
Olshwang M. V., Richkov E. V., Ananishvili K. E., Chuprikov V. S.— The Filter—Compensator Circuits of Static Reactive Power Compensators . . . . .	23
Zhukov V. V., Dalla A.— Finding the Resistance of an Open Electric Arc . . . . .	29
Glebov B. A.— Full—Wave Voltage Converters With Magnetic Energy Stores . . . . .	34
Roninson A. D.— A General Solution to Magnetostatic and Electrical Problems for Polarized Sheaths . . . . .	39
Kasilov V. P.— Finding the Magnetic Characteristics of Wave Type Electrical Machines . . . . .	46
Dzhendubayev Z. R.— The Fundamental Equations for an Induction Motor With Two Stator Windings . . . . .	51
<b>REPORTS</b>	
Venikov V. A., Asambayev S. N., Manal Zaki— Development of Parameters for Express Estimates of Power System Transient Stability . . . . .	55
Leviush A. I., Katunian V. I.— Mathematical Model Studies of Second Harmonic Parametric Resonance for Analysis of Transmission Line Protective Relying . . . . .	57
Venedikov G. L.— Design of Electromagnetic Static Converters of the Number of Phases Having a Discrete Type Balancing System . . . . .	63
Tsukanov V. I., Georgiadi V. H.— Coefficients for Current Displacement and Slot Leakage Admittance With Account Taken of the Gap Between the Winding Bar and the Rotor Slot in an Electrical Machine . . . . .	67
Chaban V. I., Kharchenko E. V., Kozubash V. I.— An Algorithm for Finding the Vibro-Activity of an Induction Motor Rotor . . . . .	71
Koikov S. N., Mezenin O. L., Mikhailov V. A.— Finding the Thermal Characteristics of Capacitors for Non-Sinusoidal Voltages With Account Taken of the Temperature/Frequency Relationship of the Dielectric Dissipation Factor . . . . .	75
Yerikhov M. M.— Conditions for the Existence of Continuous-Current Operation in Linear Electric Impulse Circuits . . . . .	79
Baranov M. I., Bondina N. N.— Finding the Resistance and Inductance of a Cylindrical Conductor for Current Surges . . . . .	81
Kamzolov S. K., Mukhai A. N., Sidorov S. V.— Electro-Thermal Phenomena in Elements Having Non-Homogeneous Admittance for Current Surges . . . . .	87
<b>FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING CHRONICLE</b> . . . . .	
	90
	94

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Будзко И. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80  
101000 Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макаршин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова. Технический редактор Г. В. Преображенская. Корректор И. А. Володяева

Сдано в набор 14.11.89. Подписано в печать 30.12.89. Т-17376. Формат 84×108 1/16. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л. 11,52. Тираж 5233 экз. Заказ 2723. Цена 1 р.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат Государственного комитета СССР по печати,

142300 г. Чехов Московской области

www.booksite.ru