

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР ПО
НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКОВ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.311.24.072.8.001.24

Анализ систем регулирования выходной мощности ветроэлектрических установок

МУСТАФАЕВ Р. И., КУРДЮКОВ Ю. М., ЛИСТЕНГАРТЕН Б. А.

Современное развитие ветроэнергетики базируется на применении ветродвигателей (ВД) двух основных видов — крыльчатых (пропеллерных) с горизонтальной осью вращения, получивших название фронтальных, и ортогональных с вертикальной осью вращения, роторы которых выполняются в виде вертикально расположенных лопастей или в специальном исполнении — роторы «Даррье» [1, 2]. Основы аэродинамики фронтальных ВД довольно подробно освещены в литературе [3]. Аэродинамика ортогональных ВД в настоящее время основательно прорабатывается как в СССР [4], так и за рубежом [5].

Известно, что для повышения выработки электроэнергии ветроэлектрической установкой (ВЭУ) необходимо в определенном диапазоне изменения скорости ветра — энергоносителя — поддерживать оптимальное соотношение между частотой вращения вала ВЭУ и скоростью ветра [2, 3]. Это достигается, как правило, путем регулирования выходной мощности ВЭУ с помощью управляемых полупроводниковых преобразователей.

Целью настоящей статьи является сопоставительный анализ различных систем оптимального регулирования выходной мощности ВЭУ

по их динамическим характеристикам при малых возмущениях.

Для решения указанной задачи важное значение имеет определение рабочих моментных характеристик ВД.

В общем случае момент, развиваемый ВД, нелинейно зависит от скорости ветра, частоты вращения вала и угла поворота лопастей или их части. Современные ВД (преимущественно фронтальные, например ВД в ВЭУ типа Mod-2, США) оснащены системами регулирования угла поворота лопастей, которые работают на ограничение выходной мощности при скорости ветра выше расчетного значения [6, 7].

Рассматриваемая здесь система оптимального регулирования мощности, как уже отмечалось, предназначена для поддержания максимального значения коэффициента использования энергии ветра в диапазоне изменения скорости ветра от минимального значения, при котором ВЭУ начинает вырабатывать электроэнергию, до расчетного, при котором ВЭУ выдает номинальную мощность [2]. Исходя из этого для достижения поставленной цели достаточно учесть зависимость момента ВД только от скорости ветра и частоты вращения вала ВЭУ, так как в рассматриваемом диапазоне угол поворота лопастей

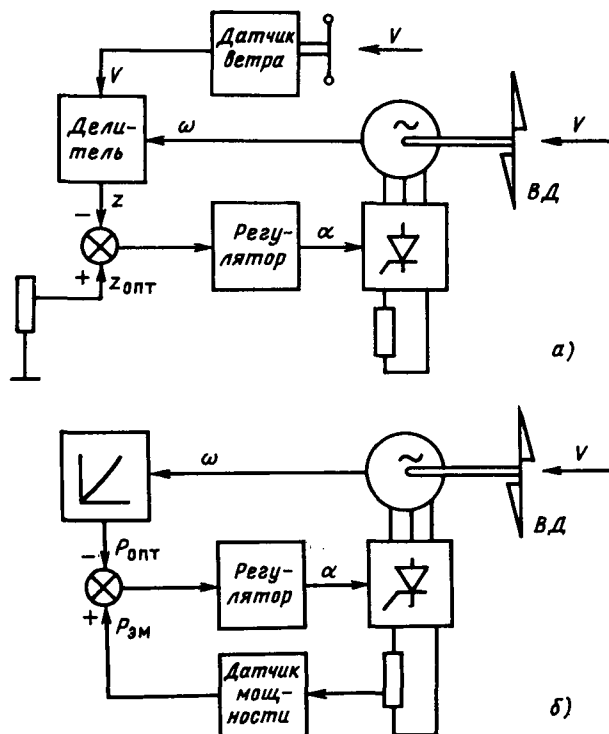


Рис. 1. Системы регулирования выходной мощности ВЭУ по числу модулей (а) и по активной мощности (б)

не изменяется. В этом случае моментные характеристики как фронтальных, так и ортогональных ВД представляют серию практически конгруэнтных кривых со сменными максимумами в сторону более высоких значений частоты вращения вала ВД.

Момент, развиваемый ВД, можно представить в следующем виде:

$$M_{ВД} = k_m \mu V^2, \quad (1)$$

где k_m — коэффициент пропорциональности, определяемый массовой плотностью воздуха, диаметром ротора ВД и площадью ометаемой им поверхности; V — скорость ветра; μ — отвлеченный момент ВД.

Отвлеченный момент ВД также нелинейно зависит от числа модулей (коэффициента быстроходности) ВД z [3], и в общем случае эту зависимость можно аппроксимировать полиномом n -й степени:

$$\mu = A_n z^n + A_{n-1} z^{n-1} + \dots + A_0, \quad (2)$$

где $z = \frac{\omega D}{2V}$; ω — угловая скорость вращения вала ВД; D — диаметр его ротора.

Необходимо отметить, что уже 4-я степень полинома [6] дает приемлемую точность аппроксимации (погрешность не более 8 %).

При малых отклонениях уравнение (2) представляется в виде:

$$\Delta \mu = C \Delta z, \quad (3)$$

где $\Delta \mu = \mu - \mu_{уст}$; $\Delta z = z - z_{уст}$;

$$C = \left. \frac{d\mu}{dz} \right|_{z=z_{уст}} = n A_n z_{уст}^{n-1} + (n-1) \times \\ \times A_{(n-1)уст} z_{уст}^{n-2} + \dots + A_{1уст}.$$

В соответствии с (1) приращение вращающего момента ВД можно записать как:

$$\Delta M_{ВД} = k_m V_{уст}^2 \Delta \mu + 2 k_m V_{уст} \mu_{уст} \Delta V. \quad (4)$$

Из выражения для числа модулей получаем:

$$\Delta z = k_\omega \Delta \omega - \frac{z_{уст}}{V_{уст}} \Delta V, \quad (5)$$

$$\text{где } k_\omega = \frac{D}{2V_{уст}}.$$

С учетом (3) и (5) выражение (4) можно представить в следующем виде:

$$\Delta M_{ВД} = k_m k_\omega V_{уст}^2 c \Delta \omega + k_m V_{уст} (2 \mu_{уст} - c z_{уст}) \Delta V. \quad (6)$$

Соотношение (6) устанавливает связь между приращением вращающего момента ВД и приращениями частоты вращения вала ВД $\Delta \omega$ и скорости ветра ΔV .

Для максимальной выработки электроэнергии в рабочем диапазоне изменения скорости ветра используются системы, обеспечивающие оптимальное управление ВЭУ.

Известны два основных принципа построения систем оптимального управления ВЭУ [8, 9]. При этом регулирование выходной мощности осуществляется с помощью тиристорных преобразователей, установленных в цепи статора генератора переменного тока ВЭУ.

На рис. 1,а показана система, в которой измеряются скорость ветра V и частота вращения вала ВД ω , а затем определяется текущее значение числа модулей z , которое сравнивается с оптимальным значением $z_{опт} = z_{уст}$ на входе регулятора, с выхода которого подается управляющий сигнал на систему управления тиристорного преобразователя, регулирующий выходную мощность ВЭУ.

В системах с генератором переменного тока, в цепь которого включен тиристорный преобразователь, электромагнитный момент ВЭУ можно представить в следующем виде:

$$M_{эм} = \frac{P_{эм}}{\omega} = k_\omega \left(\frac{1 + \cos \alpha}{2} \right)^2, \quad (7)$$

где k_ω — коэффициент пропорциональности, определяемый схемой преобразователя и величиной нагрузки; α — угол управления преобразователя.

Переходя в уравнении (7) к приращениям,

получаем

$$\Delta M_{эм} = k_3 \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2 \Delta \omega - k_3 \omega_{уст} \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right) \sin \alpha_{уст} \Delta \alpha. \quad (8)$$

Запишем уравнение движения ВЭУ относительно приращений переменных:

$$Jp\Delta\omega = \Delta M_{ВД} - \Delta M_{эм}, \quad (9)$$

где J — момент инерции; p — символ дифференцирования по текущему времени t .

Подставляя в (9) выражения (8) и (6), получим:

$$\begin{aligned} [Jp - k_m k_w C V_{уст}^2 + k_3 \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2] \Delta \omega + \\ + k_m V_{уст} (C z_{уст} - 2\mu_{уст}) \Delta V = k_3 \omega_{уст} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \times \\ \times \sin \alpha_{уст} \Delta \alpha. \end{aligned} \quad (10)$$

При интегральном регуляторе приращение угла управления преобразователем определяется из следующего уравнения:

$$\tau_n p \Delta \alpha = -\Delta z = z_{уст} \left(\frac{\Delta V}{V_{уст}} - \frac{\Delta \omega}{\omega_{уст}} \right). \quad (11)$$

Решая совместно уравнения (10) и (11) операторным методом, переходя из области изображений в область оригиналов, получаем уравнение, характеризующее переходный процесс в системе регулирования по оптимальному значению коэффициента быстроходности z :

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} \left[1 - e^{-\gamma_1 t} \left(\frac{\gamma_1 \sin \Omega_1 t + \Omega_1 \cos \Omega_1 t}{\Omega_1} + \frac{k_m V_{уст}^2 (C z_{уст} - 2\mu_{уст}) \sin \Omega_1 t}{J \Omega_1 \omega_{уст}} \right) \right], \quad (12)$$

$$\text{где } \gamma_1 = \frac{k_3 \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2 - k_m k_w C V_{уст}^2}{2J};$$

$$\Omega_1 = \left(\frac{k_3 z_{уст}}{J \tau_n} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст} - \gamma_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Если интегральный регулятор заменить на пропорционально-интегральный (ПИ-регулятор) с передаточной функцией

$$W(p) = k \frac{1 + pT_{из}}{pT_{из}},$$

то уравнение, характеризующее переходный процесс в системе регулирования, примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} \left[1 - e^{-\gamma_2 t} \left(\frac{\gamma_2 \sin \Omega_2 t + \Omega_2 \cos \Omega_2 t}{\Omega_2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{k_m V_{уст}^2 (C z_{уст} - 2\mu_{уст})}{J \Omega_2 \omega_{уст}} \sin \Omega_2 t - \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. - \frac{k k_3 z_{уст} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст}}{J \Omega_2} \sin \Omega_2 t \right], \quad (13)$$

$$\text{где } \gamma_2 = \gamma_1 + \frac{k_1 k_3 z_{уст} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст}}{2J};$$

$$\Omega_2 = \left(\frac{k k_3 z_{уст} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст}}{J T_{из}} - \gamma_2^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

На рис. 1,б показана система регулирования выходной мощности ВЭУ при использовании принципа сравнения текущего значения мощности $P_{эм}$ с оптимальным $P_{опт}$. Сигнал на выходе функционального преобразователя пропорционален частоте вращения вала в третьей степени и соответствует максимальной мощности ВЭУ, которая может быть получена при данной частоте вращения вала ВД. На входе интегрального регулятора мощности текущее значение активной мощности сравнивается с оптимальным, определяемым функциональным преобразователем — $P_{опт} = f(\omega)$. Выходное напряжение регулятора пропорционально углу управления α тиристорного преобразователя.

Текущее значение активной мощности в схеме с генератором переменного тока и тиристорным преобразователем равно

$$P_{эм} = k_3 \omega^2 \left(\frac{1 + \cos \alpha}{2} \right)^2. \quad (14)$$

Значение оптимальной мощности согласно [3] равно

$$P_{опт} = k_p \omega^3. \quad (15)$$

При интегральном регуляторе активной мощности в соответствии с рис. 1, б имеем

$$\tau_n p \alpha = k_3 \left(\frac{1 + \cos \alpha}{2} \right)^2 \omega^2 - k_p \omega^3. \quad (16)$$

Переходя к приращениям, получаем

$$\begin{aligned} \tau_n p \Delta \alpha = 2 k_3 \omega_{уст} \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2 \Delta \omega - \\ - k_3 \omega_{уст}^2 \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст} \Delta \alpha - 3 k_p \omega_{уст}^2 \Delta \omega. \end{aligned} \quad (17)$$

Преобразуя выражение (16), представляем его в следующей форме:

$$\begin{aligned} k_3 \omega_{уст} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст} (1 + \tau_n^* p) \Delta \alpha = \\ = \left[2 k_3 \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2 - 3 k_p \omega_{уст} \right] \Delta \omega, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\tau_n^* = \frac{2 \tau_n}{k_3 \omega_{уст}^2 (1 + \cos \alpha_{уст}) \sin \alpha_{уст}}$$

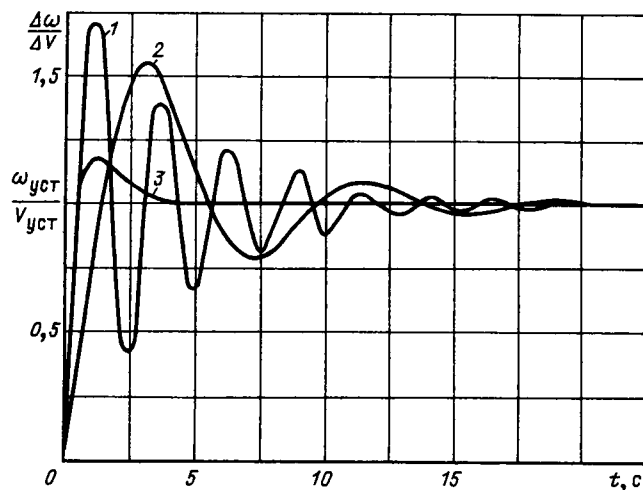


Рис. 2. Кривые переходного процесса в ВЭУ с регулятором числа модулей.

— постоянная времени, выраженная в секундах.

Решая совместно уравнения (10) и (18), получаем уравнение, характеризующее переходный процесс в системе регулирования:

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} \frac{k_m(2\mu_{уст}Cz_{уст})V_{уст}^2}{J\omega_{уст}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{J}{3k_p\omega_{уст} - k_s\left(\frac{1+\cos\alpha}{2}\right)^2 - k_mk_\omega CV_{уст}^2} + e^{-\gamma_3 t} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{1}{\tau_n} \frac{e^{\Omega_3 t}(-\gamma_3 - \Omega_3) - e^{-\Omega_3 t}(\Omega_3 - \gamma_3)}{2\Omega_3(\gamma_3^2 - \Omega_3^2)} + \right.$$

$$\left. + \frac{e^{\Omega_3 t} - e^{-\Omega_3 t}}{2\Omega_3} \right\}, \quad (19)$$

$$\text{где } \gamma_3 = \frac{J - k_mk_\omega CV_{уст}^2\tau_n^* + k_s\tau_n^*\left(\frac{1+\cos\alpha_{уст}}{2}\right)^2}{2J\tau_n^*},$$

$$\Omega_3 = \left[\gamma_3^2 - \frac{3k_p\omega_{уст} - k_s\left(\frac{1+\cos\alpha_{уст}}{2}\right)^2 - k_mk_\omega CV_{уст}^2}{J\tau_n^*} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

На рис. 2 приведены кривые переходного процесса для системы регулирования с регу-

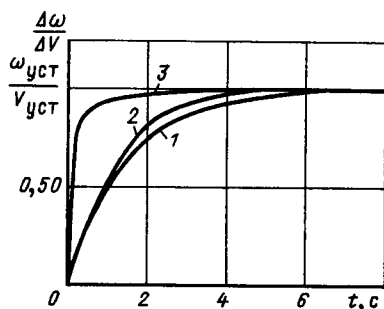


Рис. 3. Кривые переходного процесса в ВЭУ с регулятором активной мощности

лятором коэффициента быстроходности z . (Параметры ВЭУ и расчет коэффициентов приведены в приложении.) Кривые 1, 2 отражают переходный процесс при интегральном регуляторе для разных постоянных времени (соответственно для $\tau_n=0,1$ с, $\tau_n=1$ с). Кривая 3 соответствует переходному процессу при ПИ-регуляторе для $T_{нз}=1$ с, $k=4$. Как видно из приведенных кривых, при интегральном регуляторе процесс качественно не изменяется при изменении постоянной времени. При увеличении τ_n колебательность процесса уменьшается и несколько снижается перерегулирование. Длительность переходного процесса при $\tau_n=0,1$ с и $\tau_n=1$ с практически не изменилась, колебательность процесса, перерегулирование и время переходного процесса значительны. Процесс качественно изменился при использовании ПИ-регулятора, от явно колебательного он приобрел апериодический характер, резко сократилось перерегулирование, уменьшилось время переходного процесса.

На рис. 3 кривые 1 и 2 отражают протекающие переходного процесса в системе с интегральным регулятором активной мощности при $\tau_n^*=0,1$ с (кривая 1) и $\tau_n^*=1$ с (кривая 2) — они практически незначительно отличаются друг от друга при значительном изменении постоянных времени регулятора.

Сравнение двух схем при использовании интегральных регуляторов показывает, что система регулирования выходной мощности ВЭУ, изображенная на рис. 1,б с регулятором активной мощности, предпочтительна как по характеру протекания переходного процесса, так и по его длительности. Это может найти подтверждение и при физической интерпретации структуры управления. Система регулирования на рис. 1,а более чувствительна к возмущению, так как она содержит в основном тракте регулирования непосредственно возмущающую величину (в данном случае скорость ветра V). Система регулирования на рис. 1,б строится по другому принципу, и возмущающая величина непосредственно в тракт регулирования не входит.

Компенсация большой постоянной времени системы, связанной со значительной инерцией маховых масс ветроколеса ВЭУ, достигается в схеме на рис. 1,а путем применения ПИ-регулятора, пропорциональная составляющая которого существенно демпфирует процесс и снижает перерегулирование.

На основе анализа работы рассмотренных систем была предложена новая система регулирования, схема которой показана на рис. 4 [10] и в которой органически сочетаются преимущества систем регулирования, изображенных на рис. 1. В этой системе, в основу которой положена система на рис. 1,б, к блоку сравнения (сумматору) через дифференцирующее звено подводится непосредственно возмущающее воздей-

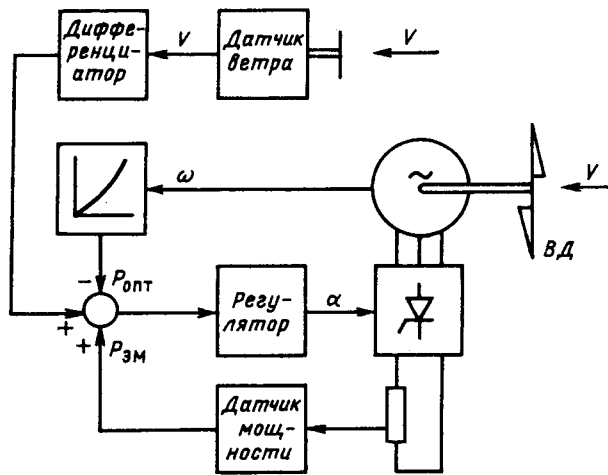


Рис. 4. Система регулирования выходной мощности ВЭУ с учетом флуктуационной составляющей скорости ветра

ствие — скорость ветра. Такая структура системы регулирования позволяет использовать в тракте регулирования флуктуационную (динамическую) составляющую скорости ветра. В соответствии со схемой на рис. 4 можно записать:

$$\tau_n p \alpha = p_{эм} + k_d p V - P_{опт}, \quad (20)$$

где k_d — коэффициент усиления дифференцирующего звена.

Переходя к приращениям, после соответствующих преобразований получаем:

$$\begin{aligned} k_s \omega_{уст} \frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \sin \alpha_{уст} (1 + \tau_n^* p) \Delta \alpha = \\ = \left[2k_s \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2 - 3k_p \omega_{уст} \right] \Delta \omega + \frac{k_d}{\omega_{уст}} p \Delta V. \end{aligned} \quad (21)$$

Решая совместно уравнения (9) и (21), с учетом (6) и (8), получаем уравнение, характеризующее переходный процесс в системе регулирования:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} \times \\ \times \left\{ \frac{k_m V_{уст}^2 (2\mu_{уст} - C z_{уст})}{\omega_{уст} [3k_p \omega_{уст} - k_s \left(\frac{1 + \cos \alpha_{уст}}{2} \right)^2 - k_m k_\omega C V_{уст}^2]} + \frac{e^{-\gamma_3 t}}{J \tau_n^*} \times \right. \\ \left. \times \left[M \frac{e^{\Omega_3 t} (-\gamma_3 - \Omega_3) - e^{-\Omega_3 t} (\Omega_3 - \gamma_3)}{2\Omega_3 (\gamma_3^2 - \Omega_3^2)} + L \frac{e^{\Omega_3 t} - e^{-\Omega_3 t}}{2\Omega_3} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $M = \frac{k_m V_{уст}^2}{\omega_{уст}} (2\mu_{уст} - C z_{уст})$; $L = \frac{k_m V_{уст}^2 \tau_n^*}{\omega_{уст}} \times$
 $\times (2\mu_{уст} - C z_{уст}) + \frac{k_d V_{уст}}{\omega_{уст}}.$

На рис. 3 кривая 3, построенная по соотношению (22) ($\tau_n^* = 0,1$ с, $k_d/\omega_{уст} = 11,2$), иллюстрирует преимущество этой системы: время переходного процесса, который по своему характеру остается аperiodическим, значительно сокращается.

Таким образом, введение в сумматор сигнала производной скорости ветра с дифференциатора способствует быстрому протеканию переходных процессов и обеспечивает увеличение выработки электроэнергии в условиях изменения скорости ветра.

Следует отметить, что хотя анализ динамики («в малом») проводился для систем регулирования при работе тиристорного преобразователя на изолированную нагрузку, все основные положения представленного подхода правомерны и при работе ВЭУ параллельно с электрической системой; при этом тиристорный преобразователь будет работать в качестве преобразователя частоты.

Выводы. 1. Сопоставительный анализ известных систем оптимального регулирования выходной мощности ВЭУ с интегральным регулятором показал преимущество систем регулирования по активной мощности по сравнению с системой регулирования по коэффициенту быстроходности, заключающееся в том, что переходный процесс при изменении возмущающего воздействия носит аperiodический характер и продолжительность его уменьшается в 3—3,5 раза.

2. Применение в системе регулирования по коэффициенту быстроходности пропорционально-интегрального регулятора существенно демпфирует колебания, придавая им аperiodический характер, и уменьшает время переходного процесса в 2,5—3 раза.

3. Введение в систему регулирования по активной мощности сигнала от флуктуационной составляющей возмущающего воздействия (скорости ветра) позволяет значительно сократить время переходного процесса (в 2—2,5 раза), не изменяя его аperiodического характера.

Приложение. Расчеты переходных процессов проведены для ВЭУ при следующих значениях параметров: $D = 2,44$ м, $J = 4$ кг·м², $k_m = 3,42$ кг, $C = -0,0233$, $z_{опт} = z_{уст} = 4,2$, $\mu_{уст} = 0,081$, $V_{уст} = 10$ м/с, $\alpha_{уст} = 40^\circ$, $k_s = 1,034$ кг·м²/с, $k_p = 0,0234$ кг·м².

При интегральном регуляторе числа модулей при $\tau_n = 0,1$ с коэффициент затухания $\gamma_1 = 0,222$ 1/с, угловая частота $\Omega_1 = 2,472$ 1/с. Согласно выражению (12) имеем

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} [1 - e^{-0,222t} (\cos 2,472t - 0,171 \sin 2,472t)].$$

Соответственно при $\tau_n = 1$ с имеем $\gamma_1 = 0,222$ 1/с, $\Omega_1 = 0,753$ 1/с и

$$\frac{\Delta \omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} (1 - e^{0,222t} (\cos 0,753t - 0,562 \sin 0,753t)).$$

При ПИ-регуляторе при $T_{из}=1$ с, $k=4$ коэффициент затухания $\gamma_2=1,455$ 1/с, угловая частота $\Omega_2=0,591$ 1/с. Согласно выражению (13) имеем

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} [1 - e^{-1,455t} (\cos 0,591t - 2,803 \sin 0,591t)]$$

При интегральном регуляторе активной мощности уравнение (19) принимает следующий вид:

при $\tau_n=0,1$ с

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} [1 - 1,0015e^{-0,66t} + 0,0015e^{-9,784t}]$$

при $\tau_n^*=1$ с

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} [1 - e^{-0,722t} (0,218 \sin 0,352t + \cos 0,352t)]$$

Для схемы, изображенной на рис. 4, в соответствии с выражением (22) при $\tau_n^*=0,1$ с и $k_d/\omega_{уст}=11,2$ имеем

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta V} = \frac{\omega_{уст}}{V_{уст}} [1 - 0,1081e^{-0,66t} - 0,8919e^{-9,784t}]$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шефтер Я. И. Использование энергии ветра.— М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Ветроэнергетика: Пер. с англ. / Под ред. Д. де Рензо.— М.: Энергоатомиздат, 1982.
3. Ветроэлектрические станции / В. Н. Андрианов, Д. Н. Быстрицкий, К. П. Вашкевич, В. Р. Секторов.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1960.
4. Ляхтер В. М., Милитеев А. Н., Милитеев Д. Н. Аэродинамические нагрузки на элементы ветроагрегатов с вертикальной осью вращения.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 4.
5. Целк Г. Преобразователь ветровой энергии с быстрходным ротором, имеющим вертикальную ось, и прямыми роторными лопастями.— ГПНТБ, пер. № 85/59092. Указатель переводов научно-техн. литературы. Серия Энергетика, электротехника, ядерная техника, 1986, вып. 5.
6. Kalaitzakis K., Vachtsevanos G. Power optimisation of wind electric conversion systems integrated into utility grid.— Wind Engineering, 1982, vol. 6, № 1.
7. Renewable Energyak.— E. C. Display Associates Ltd., for Department of Energy, 1985, December.
8. Buehring I. K., Freris L. L. Control policies for wind-energy conversion systems.— IEE Proc., 1981, vol. 128, Pt. C., № 5.
9. Casanova Alcalde V. H., Freris L. L. Control policies for maximising energy extraction from wind turbines.— Fourth International Symposium on Wind Energy Systems. September 21—24, 1982, paper L. 3.
10. А. с. 1300625 (СССР). Ветроэлектрическая установка / Р. И. Мустафаев, Ю. М. Курдюков, В. Г. Ледаков. Оpubл. в Б. И., 1987, № 12.

[11. 02. 88]

УДК 621.315.027.8.064.001.24

Выбор уставок по напряжению устройств адаптивного ОАПВ линий электропередачи сверхвысокого напряжения

ГЛУНИ Т. С., ПОГОСЯН Т. А.

Технико-экономическая целесообразность проектирования и конструирования дальних линий электропередачи сверхвысокого напряжения (ДЛЭП СВН) определяется прежде всего их высокой пропускной способностью и устойчивостью к различного рода аварийным возмущениям. Наряду с освоением линии высокого и сверхвысокого напряжения осуществляется ряд конструктивных и схемных мероприятий, направленных на повышение надежности и качества электроснабжения. В частности, широкое применение на ДЛЭП СВН нашли компенсирующие устройства (КУ) различного типа и исполнения. При этом целью компенсации является не только изменение волновых свойств линий, но и улучшение тех или иных показателей режима, и в первую очередь увеличение пропускной способности [1].

Оценки надежности функционирования ДЛЭП СВН позволяют заключить, что 80—90 % всех повреждений составляют проходящие однофазные короткие замыкания [2]. В связи с этим особое значение приобретает применение однофазного автоматического повторного включения (ОАПВ), при котором отключают и повторно включают только одну поврежденную фазу. Преимуществом ОАПВ является отсутствие перенапряжений при отключении короткозамкнутой фазы, а при успешном повторном включении перенапряжения охватывают лишь одну фазу. Кроме того, в цикле ОАПВ нет полного разрыва передачи, что повышает динамическую устойчивость электропередачи по сравнению с трехфазным АПВ. При этом протекание переходного процесса в цикле ОАПВ в значительной мере определяется схемными особенностями

ДЛЭП. Наличие конечных КУ, таких как шунтирующие реакторы и компенсирующие междуфазную емкость специальные компенсационные реакторы, приводит к значительному уменьшению тока подпитки дуги поврежденной фазы. Результаты сетевых испытаний показали, что действительное время горения дуги и время восстановления электрической прочности промежутка при этом изменяются в больших пределах и оказываются в 25 % случаев в 3—4 раза и в 50 % случаев в два раза меньше максимального времени уставки традиционного ОАПВ [3]. Затяжной характер бестоковой паузы традиционного ОАПВ может привести к ухудшению условий работы оборудования, возникновению значительного дефицита мощности в приемной энергосистеме и избытка в передающей нарушению устойчивости, переходу однофазного к. з. в многофазное и др. С целью уменьшения бестоковой паузы в цикле ОАПВ в настоящее время разрабатываются ОАПВ адаптивного действия, осуществляющие повторное включение по факту погасания дуги. Схемы ОАПВ адаптивного действия отличаются наличием органов контроля погасания дуги (ОКПБ). Особенности протекания переходных процессов в цикле ОАПВ на ДЛЭП СВН позволяют выбрать контролируемый параметр, который подвергается логической обработке в ОКПД. Для этих целей используются отдельные гармонические составляющие токов и напряжений [4], восстанавливаемое напряжение [3, 5], локационный принцип [6] и др. Наиболее простым и надежным способом оказывается контроль восстанавливающегося на отключенной фазе напряжения [3, 5].

Цикл успешного ОАПВ можно условно разделить на три этапа. Первый этап определяется временем срабатывания концевых выключателей на короткозамкнутой фазе. Явления в электрической дуге, возникающей в выключателях, носят ярко выраженный нелинейный характер, что приводит к возникновению сложных переходных процессов. На этом этапе устройство ОАПВ отстраивается выдержкой времени. Второй этап характеризуется развитием дуги. Сопротивление дуги в месте к. з. шунтирует емкость фазы и уменьшает постоянную времени контура фаза — земля, что приводит к резкому затуханию свободной составляющей напряжения в переходном процессе. Принудительная составляющая определяется электромагнитной э. д. с., наведенной на отключенной от здоровых фазе. При значительной протяженности электропередачи к. з. на одном из ее концов может привести к возрастанию амплитуды напряжения на противоположном, что в свою очередь явится причиной ложного срабатывания устройства ОАПВ. Третий этап определяется моментом погасания дуги. При этом увеличение постоянной времени контура фаза — земля приводит к медлен-

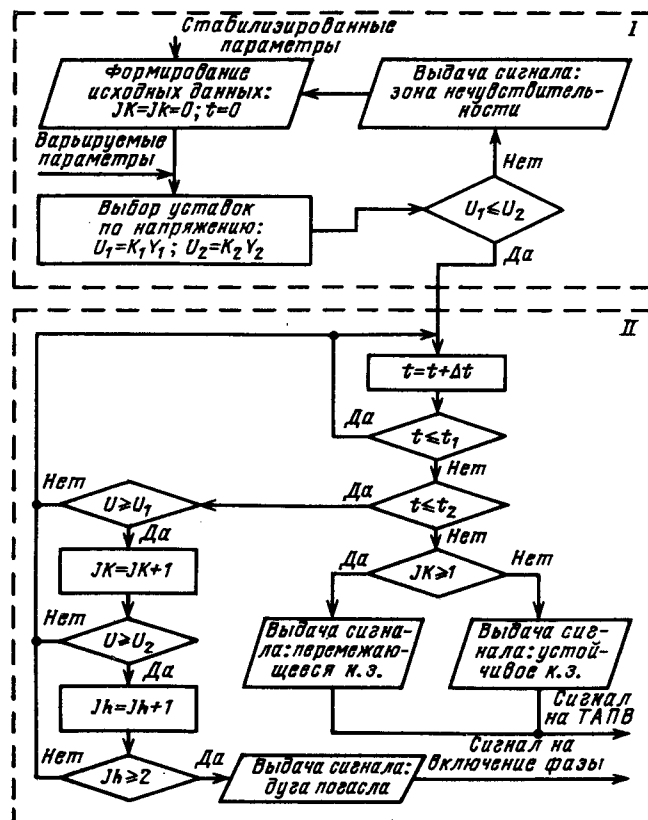


Рис. 1. Укрупненная структурная схема реализации устройства ОАПВ адаптивного действия

ному затуханию свободной составляющей. На современных ДЛЭП СВН применяется компенсация зарядной мощности 80—100 %, что характеризуется наличием колебаний свободной составляющей с частотой, близкой к частоте сети. Принудительная составляющая обусловлена наведением на отключенной фазе электромагнитной и электростатической составляющих э. д. с. Наложение свободной и принудительной составляющих, имеющих близкие частоты, приводит к возникновению характерной картины биений восстановления напряжения. Амплитуда биений напряжения определяет величину уставки ОАПВ.

На рис. 1 представлена укрупненная структурная схема реализации устройства адаптивного ОАПВ. В блоке I осуществляется выбор уставок по контролируемому параметру. U_1 и U_2 представляют собой амплитуды напряжения в режиме горения дуги и восстанавливающегося напряжения после погасания дуги. Уставки U_1 и U_2 выбираются с учетом коэффициентов $K_1=1,0 \div 1,2$ и $K_2=0,4-0,6$ [3, 5], обеспечивающих надежное функционирование ОКПД. В блоке II реализуется логическая обработка

текущего значения контролируемого параметра U , а также формируются соответствующие сигналы на трехфазное АПВ или включение выключателя. По признаку JK при непроходящем к. з. определяется характер дуги. Признак Jh обеспечивает повторный контроль погасания дуги и повышает, следовательно, надежность функционирования ОКПД. Устройство ОАПВ отстраивается от переходных процессов на первом этапе выдержкой времени $t_1=0,3-0,5$ с [4, 5]. По условиям обеспечения устойчивости примыкающих энергосистем устанавливается также бестоковая пауза ОАПВ $t_2=1,5-2,5$ с [5].

Сложный характер протекания переходных процессов на отключенной фазе в цикле ОАПВ ДЛЭП СВН, а также зависимость контролируемого параметра от многих факторов приводит к тому, что строго детерминированный подход к определению величины уставки не удовлетворяет требованиям надежного функционирования устройств ОАПВ адаптивного действия. В данной статье на основе теории планирования эксперимента [7] предлагается сформировать функцию отклика амплитуды биений напряжения на параметры ДЛЭП. Функция отклика при этом будет иметь вид

$$Y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ij} x_i x_j + \sum b_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (1)$$

где Y — функция отклика; x_i, x_j — варьируемые параметры; b_i, b_{ij} — коэффициенты регрессионного уравнения, которые определяются методами теории планирования.

Полученное регрессионное уравнение позволяет осуществлять инженерный подход к выбору уставок ОАПВ обслуживающим персоналом. В настоящее время большое внимание уделяется разработке программных многофункциональных средств противоаварийного управления на базе ЭВМ [6]. Учет функции отклика биений напряжения (1) в программном блоке реализации алгоритма устройства ОАПВ адаптивного действия дает возможность исключить вмешательство обслуживающего персонала. Величина уставки при этом выбирается программным способом, автоматически. Корректировка величины уставки осуществляется в течение времени поступающих от измерительных преобразователей сигналов с шагом дискретизации Δt_d . Так как на втором и третьем этапах для рассматриваемого случая переходные процессы протекают с частотой, близкой к промышленной, согласно теореме выборки Котельникова необходимо выбрать шаг дискретизации не более $0,5f=25$ Гц. Это означает, что необходимая информация обрабатывается предварительно в аналого-цифровом преобразователе и поступает в ЭВМ с частотой не более 25 Гц в виде двоично закодированных значений. Обработка информации в ЭВМ осуществляется на уровне микротактов $\Delta t_{\text{мт}}=0,001-0,005$ с.

Ограничения, накладываемые на проведение

большого числа натурных экспериментов, диктуют выбор схемы замещения и математической модели, отражающих характер протекания переходных процессов в цикле ОАПВ на ДЛЭП СВН с высокой точностью. Поставленная задача может быть решена путем использования упрощенной схемы Кимбарка [3], преобразований Лапласа и Фурье [4], численного интегрирования системы дифференциальных уравнений [8], методов симметричных и несимметричных составляющих [9], аналогового и цифрово-аналогового моделирования (ВНИИЭ, ВЭИ, СибНИИЭ).

В качестве схемы замещения ДЛЭП в цикле ОАПВ принято цепочечное соединение П-образных ячеек (рис. 2). Переходные процессы на отключенной фазе ДЛЭП в цикле ОАПВ описываются жесткой системой нелинейных дифференциальных уравнений, решение которой требует применения методов численного интегрирования. Конструктивные особенности ДЛЭП СВН, приводящие к значительному уменьшению межфазных емкостей, а также учет многократных коммутаций, обуславливают уменьшение постоянных времени дифференциальных уравнений, описывающих переходный процесс и, следовательно, резкое возрастание жесткости решаемой задачи. Это требует выбора устойчивых и точных методов интегрирования, обеспечивающих получение достоверных результатов при минимальных затратах времени счета на ЭВМ. Сокращения времени расчета переходных процессов можно добиться применением упрощенной схемы, что уменьшает жесткость системы дифференциальных уравнений, позволяет увеличить шаг интегрирования и применить методы более низкого порядка. Для этого отключенная фаза представляется цепочечной схемой с источниками синусоидальных токов и напряжений, моделирующих влияние здоровых фаз e_m и e_{cs} (рис. 3).

Расчеты переходных процессов на ДЛЭП в цикле ОАПВ как по полной, так и по упрощенной схемам показали, что при правильном выборе метода интегрирования и шага расчета результаты, полученные на ЭВМ, практически полностью совпадают с экспериментальными данными Винницаэнерго, Днепрэнерго, ВНИИЭ, СибНИИЭ. При этом погрешность расчетов не превышает 5—8 %. На основе проведенного анализа в качестве расчетной принимается упрощенная модель.

Параметры ДЛЭП СВН 750 кВ протяженностью 420 км определялись по справочному материалу [10]: $L_{CI}=L_{CII}=0,095$ Гн; $L_{KI}=L_{KII}=5,9$ Гн; $r_0=0,168$ Ом/км; $L_0=2,6$ мГн/км; $g_0=0$; $C_0=0,01$ мкФ/км; $r_1=0,02$ Ом/км; $L_1=0,9$ мГн/км; $C_1=0,128$ мкФ/км. Здесь I и II — индексы передающего и приемного концов, а 0 и 1 — индексы нулевой и прямой последовательностей.

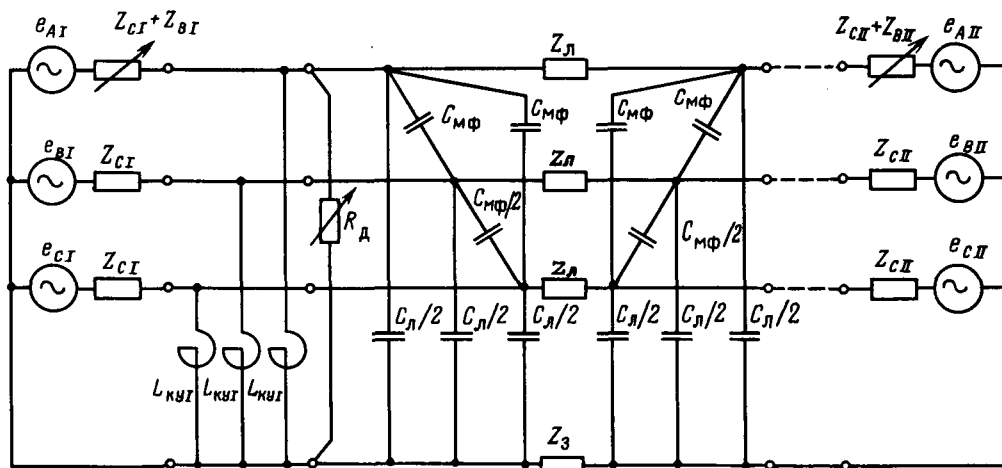
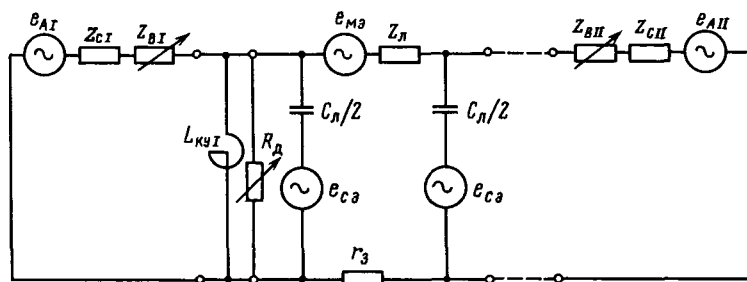


Рис. 2. Полная схема замещения дальней линии электропередачи

Рис. 3. Упрощенная схема замещения дальней линии электропередачи в цикле ОАПВ



В предложенной модели не учитываются влияния метеорологических условий, цикла транспозиции проводов фаз, геофизических особенностей, трассы, защитного троса на параметры ДЛЭП и динамику развития дуги, а также ряда случайных факторов на время срабатывания конечных выключателей. Эти факторы в ходе математического эксперимента стабилизированы, на постоянных уровнях.

В качестве варьируемых параметров приняты: x_1 — место дугового замыкания; x_2 и x_7 — индуктивности шунтирующих реакторов по концам линии; x_5 и x_6 — индуктивности конечных энергосистем; x_4 — угол передачи; x_3 и x_8 — напряжения по концам. Варьирование приведенными факторами необходимо для создания математической модели в виде уравнения регрессии. При выборе уставок эти параметры задаются детерминированно.

В табл. 1 приведены значения этих параметров.

Перенос начала координат в центр (основной уровень) и выбор масштаба с учетом интервала варьирования позволяет представить факторы x_i закодированными значениями. Связь этих значений с натурными устанавливается соотношением

$$x_i = \frac{x_i \pm x_{i0}}{\Delta x_i} \quad (2)$$

В решаемой задаче осуществление полного факторного эксперимента при варьировании восьми факторов на двух уровнях требует реализации $2^8 = 256$ серий экспериментов. Однако при учете погрешностей, неизбежно возникающих в процессе сбора, обработки и передачи информации, достаточно ограничиться линейным описанием локальной поверхности отклика. Это позволяет использовать при планировании экспериментов дробную реплику, сокращающую число опытов и упрощающую первые этапы исследо-

Таблица 1

Уровни	Факторы							
	x_1 , км	x_2 , Гн	x_3 , кВ	x_4 , град.	x_5 , Гн	x_6 , Гн	x_7 , Гн	x_8 , кВ
Основной уровень (0)	210	2,95	750	45	0,095	0,095	2,95	750
Интервал варьирования (Δx_i)	—210	2,95	75	45	0,0095	0,0095	2,95	37
Верхний уровень (+)	0	5,9	825	90	0,1045	0,1045	5,9	787
Нижний уровень (—)	420	0	675	0	0,0885	0,0855	0	713

Таблица 2

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1x_2	$x_5=x_1x_3$	x_1x_4	$x_6=x_2x_3$	x_2x_4	x_3x_4	$x_1x_2x_3$	$x_1x_2x_4$	$x_7=x_1x_3x_4$	$x_8=x_2x_3x_4$	$x_1x_2x_3x_4$	Y_1	Y_2
1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,68
2	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,29
3	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,12	0,92
4	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,61
5	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,29
6	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,19
7	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,12	0,60
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,03	0,25
9	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,63	0,63
10	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,07	0,47
11	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,55	0,63
12	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,07	0,28
13	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,67	0,65
14	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,22
15	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,60	0,60
16	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,04	0,17

ваний. При осуществлении дробной реплики от полного факторного эксперимента типа 2^{s-4} получим представленную в табл. 2 матрицу планирования, в которой отражена также замена принятых незначимыми взаимодействиями на новые факторы. Здесь же приводятся значения функции отклика, полученные в ходе математического эксперимента.

Расчет коэффициентов регрессии линейного уравнения (1), описывающего поверхность отклика в локальном участке вблизи выбранного основного уровня, осуществляется по формуле

$$b_i = \frac{\sum_{n=1}^{N=16} x_{in} Y_n}{N}, \quad (3)$$

где n — номер опыта; x_{in} — закодированное значение фактора в n -м опыте.

Эти коэффициенты для колебаний напряжения Y_1 в режиме горения дуги (b_{1i}) и для имеющего форму биений восстанавливающегося напряжения Y_2 на отключенной фазе после погасания в ней дуги (b_{2i}) приведены в табл. 3.

При принятой погрешности $\alpha=5\%$ от b_0 и табличном значении критерия Стьюдента $t^c=2,131$ определяется доверительный интервал для коэффициентов регрессии по выражению

$$\Delta b_i = \pm t^c \frac{S_y}{\sqrt{N}} = \pm t^c \frac{\alpha b_0}{\sqrt{N}}, \quad (4)$$

где S_y — дисперсия опытов; N — число степеней свободы.

С учетом результатов, приведенных в табл. 3, получим $\Delta b_{1i} = \pm 0,00523$ и $\Delta b_{2i} = \pm 0,012453$.

Коэффициенты регрессии, абсолютные значения которых меньше доверительного интервала, отбрасываются, и поверхность отклика на варьируемые факторы вблизи основного уровня

описывается матричным выражением:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,19625 & 0,4675 \\ -0,1375 & 0 \\ 0 & 0,09625 \\ 0 & -0,04 \\ 0,15 & 0,1575 \\ 0 & 0,05 \\ -0,01875 & -0,07625 \\ -0,12875 & -0,01375 \\ -0,01 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -0,0225 \\ 0 & -0,0175 \\ 0,00875 & 0,0375 \\ -0,02 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,0325 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_1x_2 \\ x_5 \\ x_1x_4 \\ x_6 \\ x_2x_4 \\ x_3x_4 \\ x_1x_2x_3 \\ x_1x_2x_4 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_1x_2x_3x_4 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где t — признак транспозиции матрицы.

Адекватность полученной модели экспериментальным данным проверяется с помощью критерия Фишера:

$$F_{f_1, f_2}^{\text{расч}} = S_{\text{ал}}^2 / S_y^2, \quad (6)$$

где $f_1 = \lg_2 N$ и $f_2 = 2^k$ — число степеней свободы при определении дисперсий неадекватности ($S_{\text{ал}}^2 = \Sigma \Delta Y^2 / (N - k - 1)$) и опыта (S_y^2).

Расчетные значения критерия Фишера для режимов горения дуги и восстанавливающегося напряжения на отключенной фазе равны соответственно $F_{4; 256}^{\text{расч}1} = 0,296$ и $F_{4; 256}^{\text{расч}2} = 2,196$. Так как оба эти значения меньше табличного $F_{4; 256}^{\text{табл}} = 2,42$, то гипотеза об адекватности полученных моделей экспериментальным данным не отвергается.

Полученные математические выражения для поверхностей отклика колебаний напряжения на отключенной фазе в режиме горения дуги (Y_1) и имеющего форму биений восстанавливающегося напряжения после погасания дуги (Y_2) на варьируемые факторы могут быть использованы для выбора уставок адаптивного ОАПВ.

Таблица 3

Режим	Коэффициенты b_{1i} и b_{2i} для опытов							
	0	1	2	3	4	5	6	7
Горение дуги	0,19625	—0,1375	—0,00125	0	0,15	0,0025	—0,01875	—0,12875
Восстановление напряжения	0,4675	0,01125	0,09625	—0,04	0,1575	0,05	—0,07625	—0,01375

Режим								
	8	9	10	11	12	13	14	15
Горение дуги	0	—0,01	—0,00125	0,00125	0,00875	—0,02	0,00125	5
Восстановление напряжения	—0,00625	—0,00625	—0,00225	—0,0175	0,0375	0,00125	0,00875	0,0325

В качестве примера выбора уставки ОАПВ адаптивного действия рассмотрим два случая. Режим ДЛЭП СВН может характеризоваться ситуацией, когда значения варьируемых факторов (табл. 1) устанавливаются на уровнях $x_1 = x_2 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = -1$ и $x_3 = x_4 = 1$. Отметим, что значения варьируемых факторов заданы в безразмерных относительных единицах. Тогда в соответствии с (5) амплитуды наведенного на отключенной фазе напряжения в режиме горения дуги $Y_1 = 0,67$, а восстанавливающегося напряжения после погасания дуги $Y_2 = 0,65875$. С учетом коэффициентов K_1 и K_2 имеем $U_1 \ll U_2$, устройство адаптивного ОАПВ оказывается в зоне нечувствительности и после выдачи соответствующего сигнала переходит в режим традиционного ОАПВ без контроля погасания дуги.

Другая крайняя ситуация характеризуется значениями факторов на уровнях $x_1 = x_2 = x_4 = 1$ и $x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = -1$. При этом согласно (5) $Y_1 = 0,1175$ и $Y_2 = 0,91875$. С учетом коэффициентов K_1 и K_2 получим $U_1 < U_2$, и устройство адаптивного ОАПВ будут выполнять функции контроля за погасанием дуги. Как видно из табл. 2, ситуации, когда устройство ОАПВ оказывается в зоне нечувствительности, возникают редко, что определяет эффективность его применения.

Выводы. 1. Результаты серии расчетов переходных процессов на дальней линии электропередачи в цикле ОАПВ позволяют принять в качестве расчетной упрощенную схему замещения. При этом решение системы дифференциальных уравнений, описывающих эти процессы, осуществляется методами численного интегрирования низкого порядка.

2. Для уменьшения бестоковой паузы в цикле ОАПВ целесообразна разработка устройств ОАПВ адаптивного действия, выявляющих момент погасания дуги. Наиболее простым и надежным способом является контроль за восстанавливающимся после погасания дуги напряже-

нием на отключенной фазе, имеющим форму биений. Выбор уставок по напряжению рекомендуется осуществлять с применением теории планирования экспериментов.

3. При разработке и эксплуатации устройств ОАПВ адаптивного действия может быть рекомендовано полученное регрессионное уравнение функции отклика напряжения отключенной фазы на изменение параметров линии электропередачи вблизи нулевого номинального уровня.

4. При создании устройств многофункционального программного управления аварийными режимами дальних электропередач на базе ЭВМ регрессионное уравнение может быть включено в блок реализации алгоритма устройства ОАПВ адаптивного действия, что позволяет автоматизировать выбор уставок по напряжению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Рыжев Ю. П. Дальние электропередачи переменного и постоянного тока. Учебн. пособие для вузов.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Савалов С. А. Режимы единой энергосистемы.— М.: Энергоатомиздат, 1983.
3. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения / Г. Н. Александров, В. В. Ершевич, С. В. Крылов и др. Под ред. Г. Н. Александрова.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.
4. Базуткин В. В., Дмоховская Л. Ф. Расчеты переходных процессов и перенапряжений.— М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. Антонова Н. П., Лысков Ю. И. Принципы адаптивного ОАПВ линий электропередачи 750 кВ.— В кн.: Проектирование электропередач 110—750 кВ.— М.: Энергоатомиздат, 1982.
6. Стрелков В. М., Фокин Г. Г., Якубсон Г. Г. Основные принципы выполнения многофункционального устройства АПВ ВЛ-1150 кВ.— В кн.: Перенапряжения, конструкции и радиопомехи в электропередачах 1150 кВ.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
7. Веников В. А. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электроэнергетики.— Учебн. пособие для вузов.— М.: Высшая школа, 1976.
8. Качесов В. Е., Канцлер П. В., Пятков А. В. Расчет электромагнитных переходных процессов с учетом моделирования открытой дуги переменного тока.— В кн.: Методы

расчета электромагнитных переходных процессов и электрических полей в сетях высокого напряжения: Тез. докл. Всес. семинара.— Каунас: Политехнический институт, 1985, т. 1.

9. Лосев С. Б., Чернин А. Б. Вычисление электри-

ческих величин в несимметричных режимах электрических систем.— М.: Энергоатомиздат, 1983.

10. Справочник по электрическим установкам высокого напряжения / С. А. Бажанов, И. С. Бахтон, И. А. Баумштейн и др.— М.: Энергоиздат, 1981.

[02.12.87]

УДК 537.523.5.016.35.001.24

Поведение электродуговой динамической системы при малых отклонениях от состояния равновесия

ИОНОВ Ю. Г.

Днепропетровск

Исследование поведения электродуговой системы, наиболее распространенным примером которой является система «электрическая дуга — источник тока» [1—6], с точки зрения практического использования результатов преследует по крайней мере две цели. Первая из них заключается в том, чтобы выявить характер и условия устойчивости состояния равновесия системы, а также отклонений от него [2, 4], вторая — чтобы отыскать условия оптимального согласования дуги с источником для обеспечения максимума полезной мощности, вкладываемой в дугу, и устойчивости ее горения, а также для создания оптимальных динамических режимов системы [5, 6] и управления ими.

В статье приведены результаты работы по исследованию электродуговой динамической системы, определению условий и характера ее поведения при малых отклонениях от состояния равновесия, вызываемых управляемыми или неуправляемыми воздействиями. Режим малых отклонений обычно имеет место при стабилизации параметров дуговой плазмы в генераторах, являющихся элементами исследованных в работе управляемых электродуговых систем. Так как наиболее сложный элемент системы — электрическая дуга — представлена схемами замещения в виде активного двухполюсника, в зависимости от условий горения дуги [7, 8] решение задачи даже известными методами [9] дает новые результаты. Исследования относятся к случаю, когда электрическая дуга горит в цилиндрическом канале плазмотрона линейной схемы [10]. Электрические схемы замещения были синтезированы для режима малых возмущений и соответствующего ему переходного состояния, характеризуемого изменением напряжения $\Delta u(t)$ и тока $\Delta i(t)$. При этом значения RLC-параметров схемы замещения однозначно определяются исходным состоянием, непосредственно предшествующих переходному. Исходное состояние в данном случае соответствует некоторому установившемуся режиму электро-

дуговой системы, когда напряжение и ток дуги имеют значения соответственно U_0 и I_0 . В режиме рассматриваемых возмущений эти параметры будут изменяться во времени соответственно по закону $u(t) = U_0 \pm \Delta u(t)$ и $i(t) = I_0 \pm \Delta i(t)$ или $i(t) = I_0 \mp \Delta i(t)$. При этом сила $F(t)$, вынуждающая движение системы (ее переходное состояние), зависит от параметров U_0 и I_0 лишь косвенно, через значения параметров схем замещения, которые влияют на U_0 , I_0 .

Рассмотрим электродуговую систему, эквивалентная электрическая схема которой изображена на рис. 1. Цепь источника возмущения дуги, для которого параметры в схеме обозначены с индексом 1, будем рассматривать в предположении, что ключ K_1 и диод VD_1 идеальны, а его сопротивление R_1 может быть включено последовательно с дугой через внешнюю индуктивность L_1 . Цепь дуги, параметры которой в схеме обозначены для возрастающего участка статической вольт-амперной характеристики (ВАХ) с индексом 2, а для падающего — с индексом 3, подключается к цепи источника внешнего воздействия ключом K_2 соответственно в положении 1 или 2. В зависимости от состояния ключей K_1 и K_2 динамические процессы в эквивалентных схемах различны, но они могут быть описаны одним и тем же обобщенным уравнением

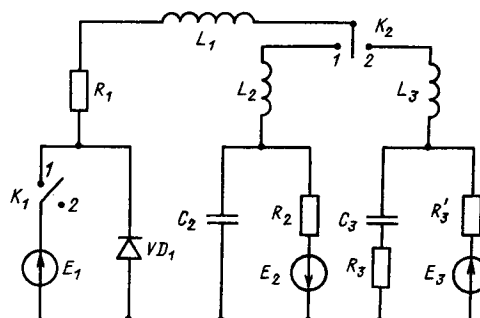


Рис. 1

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = F(t), \quad (1)$$

параметры которого приведены в табл. 1.

В табл. 1 параметры m_1 и m_2 обозначают

$$m_1 = 1 + R_1/R_2; \quad m_2 = 1 + R_1/R'_3.$$

Функция $F(t) = aE_1$ при $t \geq 0$ рассмотрена для случаев, когда $E_1 = \Delta u(t) = \text{const}$ и $E_1 = \Delta u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ и ключ K_1 находится в положении 1. Масштабный коэффициент α , значения которого приведены в табл. 2, показывает изменение напряжения, приложенного к контуру, в зависимости от его параметров. Далее будем учитывать, что $U_m/U_0 \ll 1$, так как в исследовании используем линейную модель дуги.

Модель воздействия на электрическую дугу контура может быть изменена. Для этого введем

в рассмотрение параметр γ , обозначающий относительную длительность замкнутого положения 1 ключа K_1 . При $0 < \gamma < 1$ воздействия будут модулированы.

Анализ поведения электродуговой динамической системы показывает, что в дуге наряду с диссипативными процессами, когда электромагнитная энергия магнитного поля W_L индуктивности L и электрического поля W_C емкости C частично превращается на активном сопротивлении R в тепло ($W_L \rightarrow W_R$ и $W_C \rightarrow W_R$), происходит ее преобразование из одних форм в другие ($W_L \leftrightarrow W_C$). Если при постоянном воздействии $\gamma = 1$, то с момента замыкания K_1 кинетическая энергия W_L электродуговой системы за время, приблизительно равное $(3-4) L/R$, будет израсходована ($W_L \rightarrow 0$). Потенциальная же энергия системы W_C достигает за это время максимального значения и останется в дальнейшем неизмен-

Таблица 1

K_2	x	a_2	a_1	a_0	$F(t)$
1	i_L	$C_2 L$	$C_2 R_1 + \frac{L}{R_2}$	m_1	$\frac{E_1}{R_2} + C_2 \frac{dE_1}{dt}$
	u_C	$C_2 L$	$C_2 R_1 + \frac{L}{R_2}$	m_1	E_1
2	i_L	$C_3 L m_2$	$\frac{L}{R'_3} + C_3 (R_1 m_2 + R_3)$	m_2	$-\frac{E_1}{R'_3} + C_3 m_2 \frac{dE_1}{dt}$
	u_C	$\frac{C_3 L (R_3 - R'_3)}{R'_3 m_2 - R_1}$	$C_3 R_3 + \frac{L}{R'_3 m_2 - R_1} + \frac{R_1 C_3 (R_3 - R'_3)}{R'_3 m_2 - R_1}$	$1 + \frac{R_1}{R'_3 m_2 - R_1}$	$1 + \frac{2R_1 E_1}{R'_3 m_2 - R_1} + \frac{2L}{R'_3 m_2 - R_1} \frac{dE_1}{dt}$

Таблица 2

E_1	Положение K_2	x	α
const	1	i_L	$1/R_2$
		u_C	1
	2	i_L	$-\frac{1}{R'_3}$
		u_C	$1 + 2R_1/(R'_3 m_2 - R_1)$
$U_m \sin(\omega t + \psi)$	1	i_L	$\sqrt{\frac{1}{R_2} + 2\omega \frac{C_2}{R_3} + (\omega C_2)^2}$
		u_C	1
	2	i_L	$\sqrt{\left(\frac{1}{R'_3}\right)^2 - 2\omega \frac{C_3(1-R_3/R'_3)}{R'_3} + \left[\omega C_3 \left(1 - \frac{R_3}{R'_3}\right)\right]^2}$
		u_C	$\sqrt{\left(1 + \frac{2R_1}{R'_3 m_2 - R_1}\right)^2 + 2\omega \frac{2L}{R'_3 m_2 - R_1} + \left(\frac{2\omega L}{R'_3 m_2 - R_1}\right)^2}$

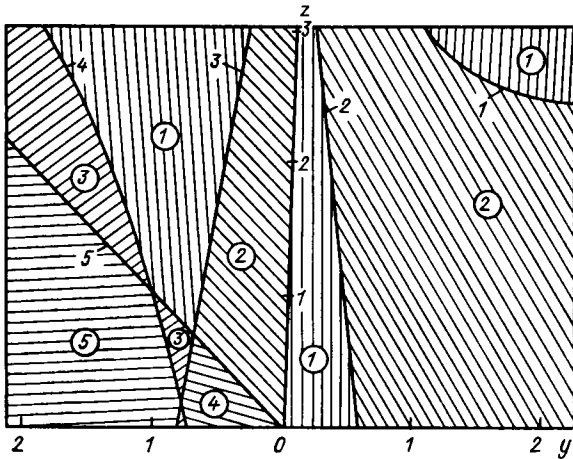


Рис. 2

ной. Переходные процессы в контуре прекратятся. При гармоническом же воздействии описанные процессы повторяются, но при этом все составляющие энергии изменяются периодически. В случае постоянного воздействия и $0 < \gamma < 1$ характер процессов $W_L \rightarrow W_R$, $W_C \rightarrow W_R$ и $W_C \leftarrow W_L$ отличается от случая непрерывного гармонического воздействия, причем на временных интервалах γT и $(1-\gamma)T$ он будет различным (T — период воздействия). В предельном случае, когда $\gamma=0$, внешние воздействия от дуги отключены. При этом возможны лишь следующие процессы: $W_C \rightleftharpoons W_L$, $W_L \rightarrow W_R \rightarrow 0$, $W_C \rightarrow W_R \rightarrow 0$.

Для уточнения характера малых отклонений динамической системы от состояния равновесия и количественного описания ее электромагнитных процессов воспользуемся теорией траекторий на фазовой плоскости [9, 11].

Для определения координат особых точек и фазовых траекторий изменения состояния системы исследуем решение ее характеристического уравнения:

$$a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (2)$$

где коэффициенты a_2 , a_1 и a_0 представлены в табл. 1. Для исследования используем данные по определению параметров схем замещения электрической дуги, от которых зависят указанные коэффициенты [7, 8]. Учитывая, что характер численных оценок особых точек и свойства фазовой плоскости зависят от системы координат, и принимая во внимание комплексный характер сопротивления исследуемой системы, выберем координаты безразмерными в виде:

$$z = R_1 / \varrho, \quad y = R_d / \varrho, \quad \varrho = \sqrt{L/C},$$

где R_d — дифференциальное сопротивление дуги; $L = L_1 + L_2$ и $C = C_2$ или $L = L_1 + L_3$ и $C = C_3$ в зависимости от состояния ключа K_2 .

Распределение областей с особыми точками показано на рис. 2, причем $y > 0$ соответствует положению 1 ключа, $y < 0$ — его положению 2. Решение характеристического уравнения системы имеет вид

$$\lambda_{1,2} = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_1}{2a_2}\right)^2 - \frac{a_0}{a_2}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \quad (3)$$

Интересны следующие случаи:

$\delta > \omega_0$ ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) — аperiодическое решение;

$\delta = \omega_0$ ($\lambda_1 = \lambda_2$) — критический режим;

$\delta < \omega_0$, $\omega_{св} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, $\lambda_1 = -\delta + j\omega_{св}$, $\lambda_2 = -\delta - j\omega_{св}$ — колебательный режим.

Результаты интегрирования уравнения (1) для этих случаев приведены в табл. 3, где $F_0 = F(t=0) = \alpha E_1$; x_y — установившееся значение $x(t)$ при $t \geq (3-4) \frac{L}{R_1 + R_2}$ для контура, когда

ключ K_2 находится в положении 1 и при $t \geq (3-4) \frac{L}{R_1 + R_3}$ — в положении 2.

Границы разделения областей комплексно-сопряженных и вещественных корней, показанные линиями 1 и 2 на рис. 2, построены по соотношению

$$z = 1/y \pm 2. \quad (4)$$

Таким образом, при $y > 0$ получаем область 1, в которой процессы, характеризующие поведение электродуговой динамической системы при малых отклонениях от состояния равновесия, являются устойчивыми и аperiодическими. В этой области имеет место точка равновесия типа «устойчивый узел». В области 2 эти процессы являются устойчивыми и колебательными, а точка равновесия — типа «Устойчивый фокус».

При $y < 0$ распределение особых точек значительно сложнее из-за особенностей ее характеристического уравнения (2) (см. также табл. 1). На фазовой плоскости оно определяется границами из следующих соотношений (линии 3, 4, 5):

$$z_2 - 2z \left[\frac{my^2 + 1}{y(1-m)} + \frac{2m}{y(1-m)^2} \right] + \left[\frac{my^2 + 1}{y(1-m)} \right]^2 - \frac{4}{1-m} = 0; \quad (5)$$

$$z - \frac{my^2 - 1}{y(m-1)} = 0, \quad z - y = 0. \quad (6)$$

В этом случае получаем обозначенные кружочками области 1—5 (рис. 2), в которых динамические процессы (отклонения системы от положения равновесия с характером его начальных точек) соответственно являются: устойчивыми и аperiодическими («устойчивые узлы»), устойчивыми и колебательными («устойчивые фокусы»),

неустойчивыми и апериодическими («неустойчивые узлы»), неустойчивыми и колебательными («неустойчивые фокусы»), неустойчивыми различного типа («седла»). Устойчивой система будет, если выполняются условия:

$$z > \frac{my^2 - 1}{y(m-1)}; \quad (7)$$

$$z > y. \quad (8)$$

При изменении условий работы электродуговой системы влияние на устойчивость коэффициента m различно. Диаграмма, представленная на рис. 2, построена при $m=2$. Увеличение значения m приводит к расширению области устойчивости системы. При этом область 2 уменьшается, а в пределе, когда $R_3 \gg R_3^*$ и $1/m \rightarrow 0$, влияние накопителя энергии электрического поля — емкости C — перестает сказываться и область 2 вырождается. Соответственно условие (7) вырождается в (8). Линия 3, сместившись, совпадает с осью координат z , а линия 4 — с линией 5. В этом частном случае для активно-индуктивной цепи получаем область устойчивости в тех же границах, что и по известному критерию Кауфмана [12]. В других работах [2—4, 9, 11] по устойчивости электродуговых систем не учитывался тот факт, что в динамике сопротивление дуги содержит реактивную составляющую. Акцент был перенесен на другие стороны исследования — определение влияния элементов схемы источника на устойчивость [1—4, 6, 12] или применение различных методов исследования устойчивости [2—4, 11, 12]. Между тем, как показано выше, пренебрегать реактивностью дуги нельзя, даже если она мала (о роли малых параметров см. также в [11]). Для рассмотренных выше областей изменения параметров контура в системе координат $W_C - W_L$ фазовые траектории энергетических процессов были найдены с использованием данных табл. 1—3. При $x(t) = i_L(t)$ определялась кинетическая энергия

$$W_L(t) = L \frac{i_L^2(t)}{2}, \quad (9)$$

а при $x(t) = u_C(t)$ — потенциальная

$$W_C = C \frac{u_C^2(t)}{2}. \quad (10)$$

В качестве примера на рис. 3 для области 1 диаграммы $z-y$ (рис. 2) приведены типичные траектории изменения этих энергий (а) и обусловленные ими переходные процессы (б) для случая $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Особый интерес представляют траектории, соответствующие границам областей. Было установлено, например, что на границах областей 2 и 4 спирали фазовых траекторий $W_L - W_C$ вырождаются в замкнутые кривые — окружности, бесконечное множество которых характеризует орби-

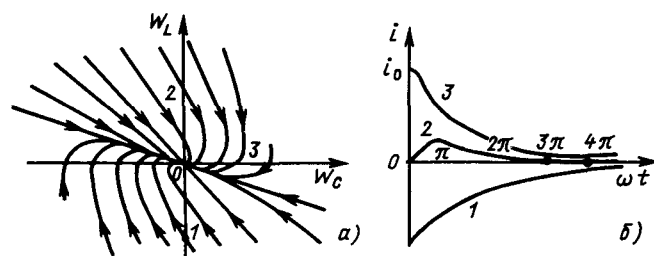


Рис. 3

тальные движения изображающей точки вокруг центра равновесия. В этом случае переходный процесс является незатухающим. Но при малых возмущениях системы, находящейся в равновесии на границе между областями 2 и 4 или вблизи нее, изображающая точка в пространстве параметров уйдет от состояния равновесия, и возникает новое состояние с колебаниями, похожими на непрерывно возрастающие или незатухающие колебания. Ответ же на вопрос о том, какой именно режим настанет в системе после ее возмущения, рассмотренный метод дать не может. В этом случае необходимо построить и исследовать так называемые ляпуновские величины [13], что является предметом отдельного рассмотрения.

Установлено также, что характер энергетических процессов зависит не только от значения параметров элементов схемы, но и от типа воздействия. Ступенчатые воздействия (параметры даны в табл. 2 для $E_1 = \text{const}$) могут вызвать переход по апериодическому или колебательному закону не только к новому состоянию устойчивого равновесия, но и неустойчивого. Это было показано выше. Колебательные воздействия (параметры даны в табл. 2 для $E_1 = U_m \sin(\omega t + \psi)$) также могут изменить состояние равновесия системы, однако характер ее движения в этом случае иной и особенно вблизи резонанса. Явление резонанса было установлено рядом исследователей экспериментально (см. ссылки на [17—19] в [8]) автором данной статьи теоретически [14]. Учитывая этот факт и то, что процессы в контуре описываются уравнением (1), введем два частотных параметра

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{a_2/a_0}}, \quad M = |W(j\Omega)|_{\max} = \frac{a_0}{a_1 \delta} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2a_0}{a_1 \delta}}}, \quad (11)$$

где $W(j\Omega)$ — амплитудно-частотная характеристика контура, максимум которой соответствует частоте

$$\Omega_m = \sqrt{1 - 1/M^2}. \quad (12)$$

Вблизи резонанса расстройка $\Delta\Omega = \Omega - \Omega_m$ с изменением частоты меняет свой знак при перехо-

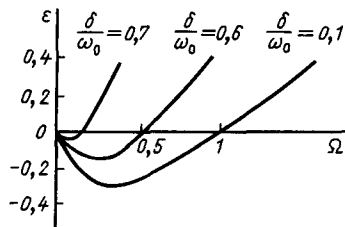


Рис. 4

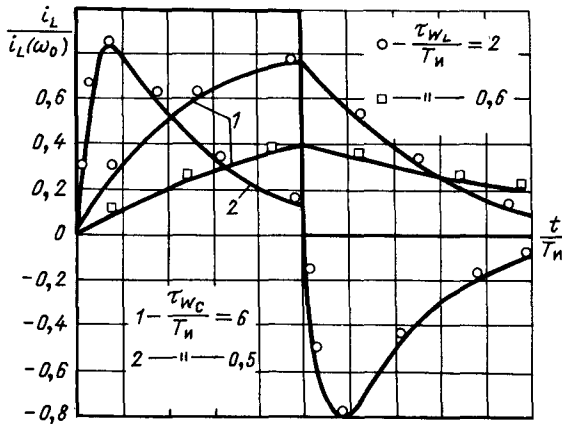


Рис. 5

де через точку Ω_m . На рис. 4 она показана в нормированном виде.

Такую же по характеру зависимость от частоты имеет входное реактивное сопротивление дуги

$$x_{вх} = \omega L_2 - \frac{\omega C_2 R_2^2}{(\omega C_2 R_2)^2 + 1} \quad (13)$$

(в случае ее возрастающей ВАХ) и

$$x_{вх} = \omega L_3 - \frac{\omega C_3 (m R_3')^2}{[\omega C R_3' (m-1)^2 + 1]} \quad (14)$$

(в случае падающей).

Частота ω связана с Ω соотношением (11). При гармонических воздействиях на частотах, не превышающих значений, равных

$$\omega = \sqrt{\frac{a_2}{a_0^2}} \sqrt{(a_0 - a_1 \delta + \sqrt{2} a_1 \delta)(a_0 - a_1 \delta - \sqrt{2} a_1 \delta)}, \quad (15)$$

электродуговая система проявляет преимущественно свои емкостные свойства, а на частотах выше указанной — индуктивные. Качество протекающих при изменении частоты зависимых от времени и фазовых соотношений процессов исследовалось после решения уравнения (1) для случая комплексно-сопряженных корней (см. табл. 3). Характер решения таков:

$$x(t) = A e^{-\delta t} \sin(\omega_{св} t + \varphi_1) + B \sin(\omega t + \varphi_2), \quad (16)$$

где

$$A = U_m \alpha \sin \varphi_2 \sin \psi / D; \quad B = U_m \alpha \sin \varphi_1 \sin \psi / D;$$

$$D = (d_1 \sin \varphi_2 - d_2 \omega_{св} \cos \varphi_2) \sin \varphi_1 + (d_3 \sin \varphi_1 - a_1 \omega \cos \lambda_1) \sin \varphi_2; \quad d_1 = a_2 \delta^2 - \omega_{св}^2 a_2 - a_1 \delta; \\ d_2 = 2 \delta a_2 - a_1; \quad d_3 = a_2 \omega^2 - a_0.$$

Анализ показывает, что изменения во времени тока i_L и напряжения u_C могут различаться, особенно в случае, когда ВАХ электрической дуги имеет падающий характер (см. табл. 1). Для энергий W_L и W_C , определяемых соотношениями (9) и (10), различие характера временных из-

Таблица 3

K_1	x_n	x_y	$F_{вн}$	A_1	A_2	$x(t)$
1	$-C$	C	$F_0 - a_0 C$	$\frac{F_{вн} - x_n(a_2 \lambda_2^2 + a_1 \lambda_2 + a_0)}{a_2(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2) + a_1(\lambda_2 - \lambda_1)}$	$\frac{x_n(a_2 \lambda_1^2 + a_1 \lambda_1 + a_0) - F_{вн}}{a_2(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2) + a_1(\lambda_1 - \lambda_2)}$	$x_y + A e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$ $\lambda_1 \neq \lambda_2$
2	$x(\gamma T)$	0	0			
1	$-C$	C	$F_0 - a_0 C$	x_n	$\frac{F_{вн} - x_n(a_2 \lambda_1^2 + a_1 \lambda_1 + a_0)}{2 a_2 P_1 + a_1}$	$x_y + (A_1 + A_2 t) e^{\lambda_1 t}$ $\lambda_1 = \lambda_2$
2	$x(\gamma T)$	0	0			
1	$-C$	C	$F_0 - a_0 C$	$A = \frac{F_{вн}}{(a_2 \delta^2 - a_1 \delta + a_0 - \omega_{св}^2) \sin \psi + (a_1 - 2 \delta) \omega_{св} \cos \psi}$		$x_y + A e^{-\delta t} \times$ $\times \sin(\omega_{св} t + \psi)$
2	$x(\gamma T)$	0	0	$A = \frac{x(\gamma T)}{\sin \psi}, \quad \psi \neq n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$		$\lambda_1 = -\delta + j \omega_{св}$ $\lambda_2 = -\delta - j \omega_{св}$

менений еще более существенно. По форме эти процессы могут отличаться и от вызвавших их внешних воздействий. Степень различия определяется в значительной мере особенностями положения равновесия, которое было нарушено воздействием.

Все указанные выше особенности проявляются и при импульсном воздействии на электрическую дугу в системе. Для примера на рис. 5 показано изменение тока i_L в контуре при воздействии однополярного импульса напряжений прямоугольной формы. Параметры графических зависимостей следующие: $\gamma=0,5$, $T_n=T/2$, $\tau_{\text{вс}}=RC$, $\tau_{\text{вЛ}}=R/L$, R , L и C обозначают сопротивление, индуктивность и емкость обобщенной схемы контура. При этом отдельно рассматривались схемы с электрической дугой, имеющей возрастающую и падающую ВАХ.

Выводы. 1. Малые отклонения от положения равновесия электродуговой системы целесообразно рассматривать лишь в частном случае, например, когда основным режимом управления работой системы является режим стабилизации параметров ее состояния.

2. Поведение системы в значительной степени определяется особенностями электрической дуги как элемента электрической цепи и преобразователя энергии с частотно-зависимым и чувствительным к внешним воздействиям входным сопротивлением. Любой режим равновесия системы с электрической дугой однозначно определяется RLC -параметрами системы. Характер ее отклонения от равновесия определяется также типом и величиной внешнего воздействия.

3. Только на частотах, превышающих резонансную, систему с электрической дугой можно рассматривать как активно-индуктивную электрическую цепь. При этом она имеет наибольшую

область устойчивости с границами, определяемыми известным критерием Кауфмана.

4. Способность электродуговой системы селективно изменять свое энергетическое состояние в условиях внешних воздействий определяет особенности не только ее поведения, но и предпосылки особого управления им.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Залесский А. М. Электрическая дуга отключения.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1963.
2. Устойчивость горения электрической дуги / Под ред. М. Ф. Жукова.— Новосибирск: Наука, 1973.
3. Новиков О. Я. Устойчивость электрической дуги.— Л.: Энергия, 1978.
4. Егоров В. М., Новиков О. Я. Некоторые задачи устойчивости горения электрической дуги.— В кн.: Теория электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена / Под ред. М. Ф. Жукова.— Новосибирск: Наука, 1977.
5. Ионов Ю. Г., Пархоменко А. С., Юнkevич В. Г. О некоторых частных критериях оптимизации плазменной установки.— Тез. докл. IV Всес. симпозиума по плазмохимии, ч. 1.— Днепропетровск, 1984.
6. Ионов Ю. Г., Пархоменко А. С. О согласовании характеристик плазмотрона и источника питания.— В кн.: Специальные вопросы электротермии. Чебоксары, ЧГУ, 1981.
7. Ионов Ю. Г. К теории нестационарных процессов электрической дуги постоянного тока.— Изв. СО АН СССР, 1986, № 4, вып. 1, сер. техн. наук.
8. Ионов Ю. Г. Схемы замещения электрической дуги постоянного тока.— Электричество, 1986, № 12.
9. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения.— М.— Л.: ОНТИ, 1935.
10. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы.— Новосибирск: Наука, 1975.
11. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний.— М.: Наука, 1981.
12. Kaufmann W. Elektrodynamische Eigentumlichkeiten leitender Gase.— Ann. Phys., 1900, Bd. 2, S. 158—168.
13. Баутин Н. Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости.— М.: Наука, 1984.
14. Ионов Ю. Г. Исследование электродугового плазмотрона как объекта автоматизации: Автореф. дис... канд. техн. наук. Л.: 1974.

[06.07.88]

УДК 621.331:621.311.001.24

Сопротивление рельсовой цепи электротяговой сети переменного тока

ФИГУРНОВ Е. П., доктор техн. наук

Ростов-на-Дону

Свойства рельсовой цепи как цепи обратного тока во многом определяют характер протекающих процессов и энергетические показатели электро тяговой сети. Параметры рельсовой цепи подробно рассматривались в [1], вместе с тем исследования последних лет позволили уточнить ряд положений, получить новые результаты.

Известно, что однопроводная, достаточно протяженная система «провод — земля» (или

«рельс — земля») может быть представлена в виде двухпроводной линии с расстоянием между проводами D_3 [2]. Сопротивление одного километра одного провода такой двухпроводной линии, определенное на основании метода участков [3], равно:

$$z = r_a + jx_{\text{вн}} + j \frac{\omega}{2l} \left[\sum_{k=1}^m L_{\text{внеш } k} + 2 \sum_{k=1}^m \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^m M_{ki} \right], \quad (1)$$

где r_a , $x_{вн}$ — активное и внутреннее индуктивное сопротивление, Ом/км; $L_{внеш\ k}$ — внешняя индуктивность k -го участка контура, Гн; M_{ki} — взаимная индуктивность между k -м и i -м участками контура, Гн; m — число участков разбиения контура; ω — угловая частота.

Внешняя индуктивность прямолинейного отрезка проводника длиной l , имеющего круглое сечение радиуса R ($R \ll l$) и взаимная индуктивность между двумя такими проводниками с расстоянием между ними D_3 ($D_3 \ll l$), как известно, описываются выражениями:

$$L_{внеш} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{R} - 1 \right); \quad M_{12} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{D_3} - 1 \right),$$

где μ_0 — магнитная постоянная ($4\pi \cdot 10^{-4}$ Гн/км).

Подставив их в (1), получим:

$$z = r_a + jx_{вн} + j \frac{\omega \mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_3}{R}. \quad (2)$$

Активная составляющая r_a равна сумме сопротивлений земли r_3 (принимается активным) и активного сопротивления провода (или рельса) $r_{ар}$. Согласно исследованиям Карсона, Поллячека, Рюденберга, сопротивление земли вычисляют по приближенной формуле $r_3 = \pi \omega / 2 \cdot 10^4$, Ом/км. При частоте 50 Гц получаем $r_3 = 0,049$ Ом/км, ряд авторов округляет это значение до 0,05 Ом/км. Исследования М. Г. Шалимова [4] показывают, что значение этого сопротивления является сложной функцией частоты, высоты подвеса провода над землей и проводимости земли. Из них вытекает, что при высоте подвеса провода, не превышающей 10 м, в тех случаях, когда сопротивление провода определяют с точностью до третьего знака, следует принимать $r_3 = 0,048$ Ом/км.

Расстояние D_3 , называемое также эквивалентной глубиной протекания обратных токов в земле, вычисляют по приближенной формуле [2], м:

$$D_3 = \frac{c}{2\sqrt{\omega \gamma_3 \mu_0}},$$

где γ_3 — проводимость земли, См/м.

Исследования [4] показали, что при промышленной частоте и конечных значениях проводимости земли наиболее точный результат получается при $c = 3,695$. Подставляя значение D_3 в выражение (2), получаем для частоты 50 Гц:

$$z = 0,048 + r_{ар} + jx_{вн} + j \cdot 0,0628 \ln \frac{93}{R\sqrt{\gamma_3}}. \quad (3)$$

Все рельсы многопутного участка в электрическом отношении можно заменить одним эквивалентным рельсом с радиусом $R_{р.з}$ [1]. Формула (3) применительно к контуру «эквивалентный рельс—земля» с учетом сопротивления стыков

приобретает вид

$$z_p = 0,048 + \frac{r_{ар} + r_{ст}}{2p} + j \frac{x_{вн} + x_{ст}}{2p} + j \cdot 0,0628 \ln \frac{93}{R_{р.з}\sqrt{\gamma_3}}, \quad (4)$$

где p — число путей.

Для однопутного участка $R_{р.з} = \sqrt{R_p a_{12}}$, а для

двухпутного — $R_{р.з} = \sqrt[4]{R_p a_{12} a_{м.п}^2}$, где a_{12} — расстояние между рельсами одного пути (1,6 м), $a_{м.п}$ — расстояние между осями путей на двухпутном участке (4,1 м). В качестве радиуса принимают $R_p = P/2\pi$, в которой P является периметром площади поперечного сечения рельса. При частоте 50 Гц и длине звена 25 м активное сопротивление стыков рельсовой нити принимают $r_{ст} = 0,012$ Ом/км, а индуктивное — $x_{ст} = 0,016$ Ом/км [5].

Поскольку рельсы выполняются из ферромагнитного материала, то их активное сопротивление существенно зависит от тока. Эту зависимость обычно находят по формулам Циклера или Л. Р. Неймана [1], справедливых для сильных магнитных полей, т. е. для напряженностей магнитного поля на поверхности рельса, больших того значения, при котором магнитная проницаемость на поверхности рельса имеет максимум.

Для рельсовой стали максимум магнитной проницаемости имеет место при действующем значении напряженности магнитного поля, равном примерно 1000 А/м, что соответствует силе тока I в каждом из рельсов 600—700 А. Такие и даже большие значения токов могут иметь место при коротких замыканиях, в нормальном режиме они значительно меньше, особенно в системах с отсасывающими трансформаторами, экранированным усиливающим проводом и 2×25 кВ с автотрансформаторами. Внутреннее индуктивное сопротивление обычно принимается равным 0,75 их активного сопротивления [1], на самом же деле в зависимости от напряженности магнитного поля это соотношение меняется от 0,6 до 0,87.

Существенное уточнение зависимостей активного и внутреннего индуктивного сопротивления от тока как в слабых, так и в сильных магнитных полях можно получить на основе экспериментальных данных [6]. С этой целью используются формулы Л. Р. Неймана для сильных магнитных полей [7], в которые вводятся найденные опытным путем поправочные коэффициенты, зависящие от напряженности магнитного поля $H = I/P$, Ом/км:

$$r_{ар} = \frac{10^3}{p} K_r \sqrt{\omega \mu_e \rho_s}, \quad x_{вн} = 0,6 K_x r_a,$$

где μ_e — значение абсолютной магнитной проницаемости на поверхности рельса, определяемое

по основной кривой намагничивания при действующей напряженности магнитного поля H на поверхности рельса, Гн/м; ρ_c — удельное сопротивление стали, Ом/м; K_r и K_x — коэффициенты, значение которых зависит от напряженности магнитного поля H .

Найденные опытным путем [6] зависимости K_r и K_x от напряженности магнитного поля хорошо поддаются аппроксимации. Выразив абсолютную магнитную проницаемость через магнитную постоянную и относительную магнитную проницаемость μ , а также имея в виду, что для рельсовой стали $\rho_c = 0,21 \cdot 10^{-6}$ Ом/м, получим для частоты 50 Гц

$$r_{ap} = \frac{9,1 \cdot 10^{-3}}{p} K_r \sqrt{\mu}; \quad x_{вн} = 0,6 K_x r_a;$$

$$K_r = 0,76 \sqrt{1 + 0,423 H^3}; \quad K_x = \sqrt{1 + 0,766 (1,2 - H)^2},$$

$[0 \leq H \leq 1,2 \text{ кА/м}]; K_r = K_x = 1, [H \geq 1,2 \text{ кА/м}].$

Зависимость относительной магнитной проницаемости μ рельса от напряженности поля $H = I/P$, где I — ток в рельсе, приведена далее:

H , кА/м	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
μ	52	68	88	127	199	275
H , кА/м	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
μ	346	398	438	462	470	
H , кА/м	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
μ	466	462	460	450	440	430
H , кА/м	1,7	1,8	1,9	2,1	2,4	
μ	420	410	400	380	370	

Падение напряжения на единице длины рельсового пути зависит не только от значения протекающего по сопротивлению z_p тяговой составляющей тока, но и от э. д. с. E_m , наведенной в рельсах токами контактной сети:

$$E_m = \sum_{i=1}^k I_i z_{ip},$$

где I_i — ток в i -м проводе контактной сети; z_{ip} — сопротивление взаимной индукции между контурами « i -й провод—земля» и «эквивалентный рельс—земля»; k — число проводов в контактной сети.

При существующих на отечественных железных дорогах габаритах проводов контактной сети все z_{ip} можно принять одинаковыми и равными z_h :

$$z_h = 0,048 + j \cdot 0,0628 \ln \frac{93}{D \sqrt{\gamma_3}},$$

где D — среднее геометрическое расстояний

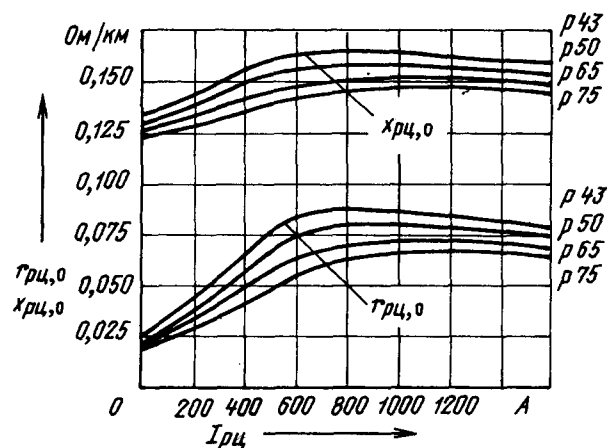


Рис. 1

от эквивалентного рельса до каждого из проводов контактной сети, м.

При таком выборе погрешность при вычислении сопротивления рельсовой цепи не превысит 1—2 %.

В соответствии с [1] сопротивление рельсовой цепи $z_{p,ц}$ с учетом индуктивного влияния токов в прямых и обратных проводах контактной сети и шунтирующего влияния земли можно найти по формуле, Ом/км:

$$z_{p,ц} = (z_p - z_h) \gamma = (z_p - z_h) \left[\left(1 - \frac{z_h}{z_p} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\text{th } 0,5 \gamma l}{0,5 \gamma l} + \frac{z_h}{z_p} \right], \quad (5)$$

где z_h — удельное сопротивление взаимной индукции между контурами «эквивалентный провод контактной сети—земля» и «эквивалентный рельс—земля», Ом/км; γ — коэффициент, учитывающий снижение среднего значения тока в рельсах из-за шунтирующего влияния земли; γ — коэффициент распространения, км⁻¹; l — расстояние от источника питания до места приложения нагрузки, км.

Рассмотрим величину:

$$z_{p,ц0} = z_p - z_h = \frac{r_{ap} + r_{ст}}{2p} + j \frac{x_{вн} + x_{ст}}{2p} + \\ + j 0,0628 \ln \frac{D}{R_{p,3}}.$$

Введем обозначения: $r_{p,ц0} = \text{Re } z_{p,ц0} = \frac{r_{ap} + r_{ст}}{2p}$;

$$x_{p,ц0} = \text{Im } z_{p,ц0} = j \left(\frac{x_{вн} + x_{ст}}{2p} + 0,0628 \ln \frac{D}{R_{p,3}} \right).$$

Вычисленные по описанной выше методике значения $r_{p,ц0}$ и $x_{p,ц0}$ для разных типов рельсов в зависимости от протекающего по ним суммарного тока $I_{p,ц}$ приведены на рис. 1 для однопутного

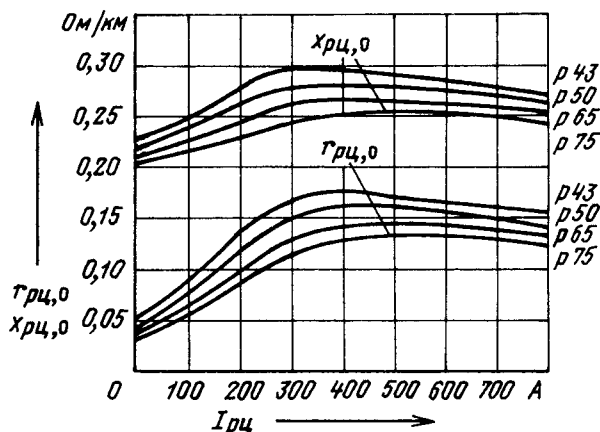


Рис. 2

и на рис. 2 для двухпутного участка. Расчет систем электроснабжения железных дорог принято выполнять при некотором фиксированном, постоянном значении $z_{p,ц0}$, его принимают, как правило, соответствующим току в рельсовой цепи каждого из путей 200 А.

Для контактной сети, состоящей из биметаллического несущего троса и медного контактного провода такое допущение может вызвать появление погрешности при определении потерь напряжения и токов короткого замыкания не более 5 % по модулю и 2° по углу, что считается допустимым. Если же контактная сеть содержит один, а тем более два усиливающих провода, то указанная погрешность возрастает почти в 2 раза. Еще больше она возрастает при параллельном соединении проводов путей. В этих условиях более правильно сопротивление рельсовой цепи определять по графикам, приведенным на рис. 1, 2, найдя предварительно средний ток в рельсовой цепи по формуле $I_{p,ц} = (I_{к.с} \pm I_{об}) \sqrt{p}$, где $I_{к.с}$ — ток в прямых проводах контактной сети; $I_{об}$ — ток в обратных проводах контактной сети; p — число путей.

Для тех участков, где направления токов $I_{к.с}$ и $I_{об}$ совпадают, в формуле используют знак плюс, в противном случае — знак минус. На транзитных участках контактной сети, т. е. на тех участках, где нет нагрузки или короткого замыкания, имеет место соотношение $I_{к.с} - I_{об} = I_{к.с}(1 - \beta_0)$, где β_0 — отношение тока в обратном проводе к току в прямых проводах.

Для подвески ПБСМ95 + МФ100 с обратным проводом А185 коэффициент β_0 для системы 2×25 кВ может быть принят равным 0,85, а для системы с экранированным усиливающим проводом А185 этот коэффициент при $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-2}$ См/м равен 0,44; при $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-3}$ См/м $\beta_0 = 0,37$, а при $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-4}$ См/м $\beta_0 = 0,33$.

На рис. 3 в качестве примера приведена схема замещения участка тяговой сети с двух-

сторонним питанием (КС — контактная сеть, Р — рельсовая цепь), часть которого оборудована обратным проводом Э, соединенным в нескольких местах с рельсовой цепью. Токи в рельсах на участках l_1 и l_5 равны $I_{p,ц1} = \sqrt{I_{к.с1}}$; $I_{p,ц5} = \sqrt{I_{к.с2}}$. На участке l_2 ток в рельсах равен $I_{p,ц2} = (I_{к.с1} - I_{с1}) \sqrt{v} = I_{к.с1}(1 - \beta_0) \sqrt{v}$. На участке l_3 ток в рельсах равен $I_{p,ц3} = (I_{к.с1} - I_{с2}) \sqrt{v}$, а на участке l_4 имеем $I_{p,ц4} = (I_{к.с2} + I_{с2}) \sqrt{v}$.

При заданных токах нагрузки I_H значения токов на отдельных участках контактной сети можно найти известным образом при расчете мгновенных схем. Расчет токов короткого замыкания, вообще говоря, следовало бы вести методом последовательного приближения, задаваясь вначале, допустим, максимальными значениями $r_{p,ц0}$ и $x_{p,ц0}$.

В режимах максимального использования пропускной способности при наличии в межподстанционной зоне на обоих путях нескольких грузовых, а тем более тяжеловесных поездов, а также при расчете токов короткого замыкания, удаленных от подстанции (или автотрансформаторного пункта) на расстояние не более 50 км, можно пользоваться значениями $r_{p,ц0}$ и $x_{p,ц0}$, вычисленными для токов в рельсах 300—350 А на однопутных и 600—700 А на двухпутных участках. В табл. 1 приведены расчетные значения активной и индуктивной составляющих удельного сопротивления рельсовой цепи при токах 200 А и 300—350 А, приходящихся на один путь.

Коэффициент v , учитывающий снижение среднего значения тока в рельсах из-за шунтирующего влияния земли в соответствии с выражением (5) равен:

$$v = \left(1 - \frac{z_h}{z_p}\right) \frac{\text{th } 0,5 \gamma l}{0,5 \gamma l} + \frac{z_h}{z_p}.$$

В этом выражении $\gamma = \sqrt{z_p / z_n}$, где z_n — переходное сопротивление «рельсы—земля», Ом·км.

Значение коэффициента v находится в пределах $z_h / z_p \leq v \leq 1$. В табл. 2 приведены значения отношения для контактной сети, состоящей из несущего троса и контактного провода при токах 300 А на один рельсовый путь.

Если отсутствуют данные по сопротивлениям z_p и z_h , то с погрешностью по модулю не

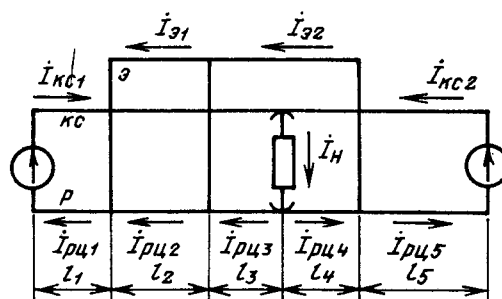


Рис. 3

Таблица 1

Тип участка	Тип рельса	Значения активных и индуктивных сопротивлений, Ом/км			
		$r_{р.ц.0}$		$x_{р.ц.0}$	
		200 А	300—350 А	200 А	300—350 А
Однопутный	P43	0,140	0,168	0,278	0,289
	P50	0,122	0,149	0,266	0,275
	P65	0,101	0,133	0,249	0,262
	P75	0,089	0,119	0,241	0,252
Двухпутный	P43	0,070	0,084	0,158	0,164
	P50	0,061	0,075	0,152	0,156
	P65	0,051	0,067	0,143	0,149
	P75	0,045	0,060	0,139	0,145

Таблица 2

Тип участка	Тип рельса	Значения модуля и аргумента отношения z_h/z_p					
		$\gamma_3=5 \cdot 10^{-2}$ См/м		$\gamma_3=5 \cdot 10^{-3}$ См/м		$\gamma_3=5 \cdot 10^{-4}$ см/м	
		модуль	аргумент	модуль	аргумент	модуль	аргумент
Однопутный	P43	0,450	10,8°	0,513	10,9°	0,562	10,8°
	P50	0,467	9,3°	0,531	9,8°	0,579	9,1°
	P65	0,487	7,6°	0,549	7,9°	0,597	7,7°
	P75	0,497	6,8°	0,559	7,1°	0,607	6,9°
Двухпутный	P43	0,595	6,7°	0,652	6,7°	0,698	6,3°
	P50	0,609	5,6°	0,667	5,7°	0,711	5,4°
	P65	0,625	4,5°	0,680	4,6°	0,723	4,4°
	P75	0,632	3,8°	0,688	4,1°	0,731	3,9°

более 3 % и по углу не более 1,6° можно использовать следующие эмпирические формулы:

(однопутный участок)

$$z_h/z_p = (0,41 - 0,024 \ln \gamma_3) e^{i7,9^\circ};$$

(двухпутный участок)

$$z_h/z_p = (0,56 - 0,022 \ln \gamma_3) e^{i4,6^\circ}.$$

Для контактной сети, содержащей усиливающие и обратные провода, модуль отношения z_h/z_p увеличивается примерно в 1,03 раза. При токах в рельсовой цепи 200 А на один путь модуль этого отношения дополнительно возрастает на 2—3 %, а угол — на 1—2°. Значение отношения z_h/z_p существенно зависит от проводимости грунта, которая для различных районов может отличаться в тысячу и более раз в зависимости от вида породы, влажности, температуры и т. д. Экспериментальные значения удельного сопротивления земли на большей части страны имеют сравнительно невысокие значения. В [8] указывается, что для районов средней полосы оно распределено по нормальному закону со средним значением 30,5 Ом·м и среднеквадратическим отклонением 12 Ом·м. Среднее значение удельного сопротивления земли на европейской территории страны в [5] принято 40 Ом·м ($\gamma_3 = 2,5 \cdot 10^{-2}$ См/м), что хорошо согласуется с [8].

При сложном геологическом разрезе, а также в районах вечной мерзлоты землю представляют в виде двухслойной [4] или трехслойной [9] структуры, которая может быть приведена к эквивалентной однородной с расчетным значением удельного сопротивления $\rho_3/1/\gamma_3$.

Учитывая, что удельное сопротивление земли вдоль трассы железной дороги может изменяться, рекомендуется придерживаться следующего правила: при колебаниях значения удельного сопротивления земли в пределах от 5 до 100 Ом·м (влажные грунты) в качестве расчетного принимают $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-2}$ См/м; если удельное сопротивление изменяется в пределах от 40 до 1200 Ом·м (большинство районов страны) в качестве расчетного принимают $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-3}$ См/м; если же это сопротивление находится в пределах от 400 до 10000 Ом·м (район БАМ и вечной мерзлоты), то принимают $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-4}$ См/м. При таком выборе расчетного значения проводимости земли модуль отношения z_h/z_p во всех случаях будет вычислен с погрешностью не более 10 %.

Переходное сопротивление «рельс—земля» $z_n = r_n$ определяется в основном сопротивлением шпал и балластной призмы, оно принимается активным. Методы его вычисления приведены в [9, 10].

В [10] показано, что в летних условиях зна-

Таблица 3

Тип участка	Тип рельса	Значение активных и индуктивных сопротивлений, Ом/км			
		$r_{р.ц}$		$x_{р.ц}$	
		200 А	300—350 А	200 А	300—350 А
Однопутный	P43	0,044	0,057	0,154	0,161
	P50	0,041	0,054	0,151	0,157
	P65	0,036	0,052	0,143	0,152
	P75	0,033	0,049	0,140	0,148
Двухпутный	P43	0,033	0,042	0,108	0,112
	P50	0,031	0,039	0,105	0,108
	P65	0,028	0,037	0,100	0,105
	P75	0,024	0,034	0,097	0,102

чение r_n находится в диапазоне 0,5—2,5 Ом·км, а в зимних 1,5—17,5 Ом·км. В соответствии с [9] средние значения переходного сопротивления r_n для железобетонных шпал в центральном районе европейской части СССР равны 3,9 Ом·км (пределы изменения от 2,5 до 5,94 Ом·км), а в районах вечной мерзлоты 6,85—7,95 Ом·км (пределы изменения от 4,36 до 12,4 Ом·км).

Следует отметить, что для большей части территории страны (кроме участков со скалистыми грунтами и районов вечной мерзлоты) в тех случаях, когда нагрузки или короткое замыкание удалены от тяговой подстанции на 3—5 км и более, можно принять $v = z_h/z_p$. Значения сопротивления рельсовой цепи для этого случая при $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-3}$ См/м приведены в табл. 3.

Сопротивление рельсовой цепи для участков со скалистыми грунтами, в районах вечной мерзлоты, а также зимой при промерзшем грунте следует принимать по табл. 1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. Учебник для вузов ж.-д. транспорта. 2-е перераб. и доп. издание. — М.: Трансжелдориздат, 1956. — 286 с; Изд. 4-е перераб и доп.: М., 1982. — 528 с.
2. Марголин Н. Ф. Токи в земле. — М., Госэнергоиздат, 1947.
3. Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. Учебник для вузов. Т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981.
4. Энергоснабжение электрических железных дорог. — Научные труды Омского ин-та инженеров ж.-д. транс. — Омск, 1969, т. 104, ч. 1.
5. Устройства СЦБ при электрической тяге переменного тока / М. И. Вахнин, Н. Ф. Пенкин, М. А. Покровский и др. Под ред. М. И. Вахнина. — Труды ВНИИЖТ, 1956, вып. 126.
6. Усенко А. П., Фигурнов Е. П. Сопротивление рельса / В кн.: Повышение качества электрической энергии на тяговых подстанциях. — Омск: Омский ин-т инж. ж.-д. транспорта, 1983.
7. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1949.
8. Косарев Б. И. Статистическое моделирование переходного сопротивления «рельс—земля» на электрифицированных участках с деревянными шпалами. — Электричество, 1977, № 9.
9. Косарев Б. И., Зельвянский Я. А., Сибаров Ю. Г. Электробезопасность в системе электроснабжения железных дорог. — М.: Транспорт, 1983.
10. Карякин Р. Н. Тяговые сети переменного тока. — М.: Транспорт, 1987.

[20.01.87]

УДК 621.313.322.045.001.3

Оптимизация параметров совмещенной обмотки якоря для синхронных машин с системой возбуждения от третьей гармонической поля

ПОПОВ В. И., доктор техн. наук

Горький

Синхронные машины с системой возбуждения от третьей гармонической магнитного поля относятся к совмещенным электрическим машинам с двумя разнополюсными полями в общем магнитопроводе, их система возбуждения органически встроена в электромагнитную систему машины, составляя с ней единое конструктивное и технологическое целое [1—7]. Это обстоятельство обуславливает улучшение показателей машины по массе, габаритам, себестоимости и надежности по сравнению с наиболее распространенной системой фазового компаундирования, выполняемой

в виде отдельного блока регулирования напряжения (БРН), конструкция и технология изготовления элементов которого существенно отличаются от самой машины, причем при мощности до 100 кВт масса БРН составляет до 30 %, а его себестоимость — до 40 % показателей самой синхронной машины [3]. Применение в генераторах системы возбуждения от третьей гармонической поля позволяет получать эффект саморегулирования, так как при изменении нагрузки машины обеспечивается характер изменения тока возбуждения, близкий к ее регулировочным характеристикам [1—3].

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

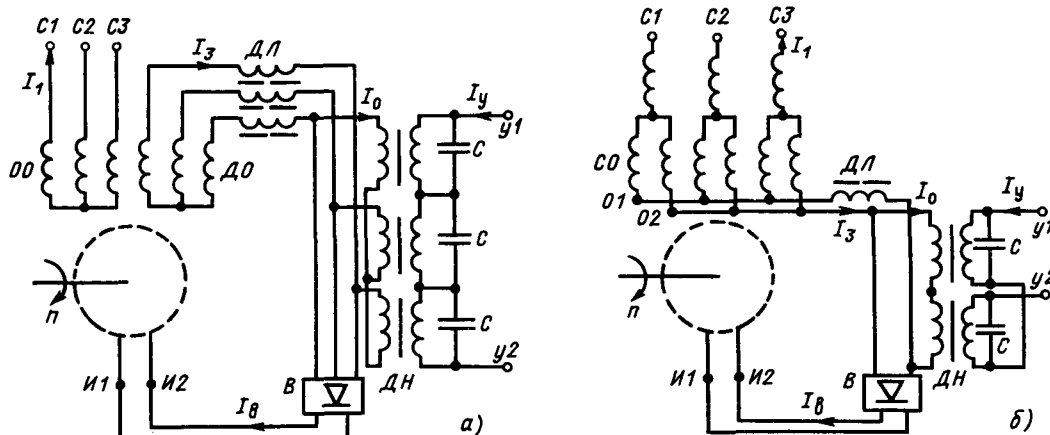


Рис. 1

В реализованной в СССР серии ОС (рис. 1, а) и разрабатываемых сериях синхронных машин мощностью до 100 кВт энергия третьей гармонической поля выявляется с помощью трех- или однофазной дополнительной обмотки (ДО) с полюсностью $p_2 = 3p_1$, уложенной на якоре вместе с трехфазной основной обмоткой (ОО) с полюсностью p_1 и подключаемой через вентильный блок к обмотке возбуждения ротора, причем ДО занимает до 25 % площади паза якоря. Дальнейшее усовершенствование конструкции таких машин возможно путем применения на якоре электрически совмещенной трехфазно-однофазной обмотки, заменяющей собой две отдельные якорные обмотки (рис. 1, б), что упрощает и удешевляет изготовление машины, повышает эксплуатационную надежность и использование активных материалов [8, 15].

В статье исследуются некоторые схемы совмещенной трехфазной обмотки якоря, в которых с целью согласования и оптимизации параметров разнополюсных электромагнитно независимых цепей для полюсности p_1 используются все катушки обмотки, а для полюсности $p_2 = 3p_1$ — только часть катушек [9—15].

Совмещенная обмотка (СО, рис. 1, б) соединяется в две параллельные трехфазные звезды с трехфазными зажимами $C1, C2, C3$ для полюсности p_1 и с дополнительными однофазными зажимами $O1—O2$ для полюсности $p_2 = 3p_1$ от их нулевых точек. В общем случае такая обмотка выполняется двухслойной из $6p_1$ катушечных групп, их концентрические катушки разбиты на три подгруппы: первую и третью подгруппы образуют соответственно наружная и внутренняя катушки, вторую подгруппу — остальные катушки катушечной группы. Указанные подгруппы включены в каждой фазе последовательно первыми подгруппами — в ветвь одной звезды, третьими подгруппами — в ветвь другой звезды, а вторыми

подгруппами — в дополнительную ветвь, начало которой образует зажим фазы для полюсности p_1 и ее конец подключен к началам ветвей звезды фазы, причем катушки четных катушечных групп включены в ветвях встречно относительно нечетных.

Для получения разнополюсных цепей совмещенной обмотки электромагнитно независимыми [13—15] необходимо иметь одинаковыми для полюсности p_1 э. д. с. ветвей фазы, т. е. выполнять условие

$$\Sigma(\omega_{kn}K_{y, np1}) = \Sigma(\omega_{kb}K_{y, bp1}), \quad (1)$$

где

$$K_{y, np1} = \sin(\pi y_{п.н}/6q); \quad K_{y, bp1} = \sin(\pi y_{п.в}/6q) \quad (2)$$

— коэффициенты укорочения для полюсности p_1 наружной и внутренней катушек с шагами по пазам $y_{п.н}$, $y_{п.в}$ и числами витков ω_{kn} , ω_{kb} .

Для полюсности $p_2 = 3p_1$ зажимы $O1—O2$ совмещенной обмотки образуют фазную цепь с тремя параллельными ветвями, причем дополнительные ветви фаз в эту цепь не входят и на линейных зажимах $C1, C2, C3$ отсутствует э. д. с. от поля с полюсностью p_2 . Коэффициенты укорочения для полюсности p_2 катушек этой цепи равны

$$K_{y, np2} = \sin(\pi y_{п.н}/2q); \quad K_{y, bp2} = \sin(\pi y_{п.в}/2q). \quad (3)$$

Совмещенная трехфазно-однофазная обмотка рассматриваемого вида может выполняться симметричной двухслойной при целом числе пазов (z) на полюс и фазу $q = z/6p_1 \geq 3$ — целое число или дробном — $q = b + c'd'$ при $b \geq 2$ и знаменателе дробности $d' = 2$ и 4, причем дополнительные ветви фаз могут соединяться в одну ($a_d = 1$) или две ($a_d = 2$) ветви.

При целом числе $q \geq 3$ ($d' = 1$) каждая катушечная группа содержит q концентрических катушек с шагами по пазам

$$\left. \begin{aligned} y_{nk} &= 3q - 1 - 2(k-1); \\ y_{п.н} &= 3q - 1; \quad y_{п.в} = q + 1, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $k=1 \div q$ — номер катушки в катушечной группе.

Так как стороны наружной ($k=1$) и внутренней ($k=q$) катушек с шагами по (4) расположены в общих пазах (рис. 2, а), то при числе витков в пазу, равном $2\omega_k$, их числа витков равны

$$\omega_{kH} = (1-x)\omega_k; \quad \omega_{kB} = (1+x)\omega_k, \quad (5)$$

тогда из уравнения (1) следует

$$x = (K_{y.Hp1} - K_{y.Bp1}) / (K_{y.Hp1} + K_{y.Bp1}),$$

откуда для $K_{y.Hp1}$ и $K_{y.Bp1}$ по (2) и (4) определяются:

$$K_{y.Hp1} + K_{y.Bp1} = \sin\left(\pi \frac{3q-1}{6q}\right) + \sin\left(\pi \frac{q+1}{6q}\right) = \sqrt{3} \cos\left(\pi \frac{q-1}{6q}\right); \quad (6)$$

$$K_{y.Hp1} - K_{y.Bp1} = \sin\left(\pi \frac{q-1}{6q}\right);$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\left(\pi \frac{q-1}{6q}\right).$$

Если принять числа витков катушек вторых подгрупп равными $c\omega_k$ при сечении провода в c раз меньше, чем для катушек наружной и внутренней, то для полюсности p_1 число витков фазы ω_{p1} и эффективное число витков $\omega_{\varepsilon p1} = \omega_{p1} K_{обp1}$ получаются равными

$$\omega_{p1} = 2p_1 \omega_k [c(q-2) + 1]; \quad (7)$$

$$\omega_{\varepsilon p1} = 2p_1 \omega_k \left[c \sum_{k=1}^{q-1} K_{ykp1} + 2K_{y.Hp1} \times \right. \\ \left. \times K_{y.Bp1} / (K_{y.Hp1} + K_{y.Bp1}) \right]. \quad (8)$$

С учетом (4), (6) и выражения [18]

$$\sin \gamma + \sin (\gamma + \delta) + \sin (\gamma + 2\delta) + \dots \\ \dots + \sin [\gamma + (n-1)\delta] = \sin \left[\gamma + \frac{n-1}{2} \delta \right] \times \\ \times \sin \left(\frac{n\delta}{2} \right) / \left(\sin \frac{\delta}{2} \right) \quad (9)$$

при $\gamma = \pi(3q-3)/6q$, $\delta = -2\pi/6q$ и $n = q-2$ из (8) получаем

$$\omega_{\varepsilon p1} = 2p_1 \omega_k \left[c \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\pi \frac{q-2}{6q} \right) / \sin \left(\frac{\pi}{6q} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left(\pi \frac{3q-1}{6q} \right) \sin \left(\pi \frac{q+1}{6q} \right) / \right. \\ \left. / \cos \left(\pi \frac{q-1}{6q} \right) \right]. \quad (10)$$

Обмоточный коэффициент для полюсности p_1 из (7), (10) равен

$$K_{обp1} = \omega_{\varepsilon p1} / 2p_1 \omega_k [c(q-2) + 1]. \quad (11)$$

Для цепи $O1-O2$ с полюсностью p_2 число витков равно $\omega_{p2} = 4p_1 \omega_k$, а эффективное число витков

$$\omega_{\varepsilon p2} = \omega_{p2} K_{обp2} = 2p_1 \omega_k (K_{y.Bp2} - K_{y.Hp2}) = \\ = 4p_1 \omega_k K_{y.Bp2}, \quad (12)$$

где $K_{y.Hp2}$ и $K_{y.Bp2}$ по (3) и (4) равны $K_{y.Hp2} = \sin\left(\pi \frac{3q-1}{2q}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2q}\right)$; $K_{y.Bp2} = \sin\left(\pi \frac{q+1}{2q}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2q}\right) = K_{обp2}$.

Для такой обмотки катушки вторых подгрупп могут соединяться также в $a_d = 2$ ветви, и тогда в (7), (8), (10), (11) вместо коэффициента c следует брать значение $c/2$. В дополнительных ветвях фаз не наводится э.д.с. полем с полюсностью p_2 , так как для ее катушек сумма ΣK_{ykp2} для полюсности p_2 равна

$$\sum_{k=2}^{q-1} K_{ykp2} = \sin \pi \sin \left(\pi \frac{q-2}{2q} \right) / \sin \left(\frac{\pi}{2q} \right) = 0,$$

где использовано (9) при $\gamma = \pi(3q-3)/2q$ и $\delta = -2\pi/2q$.

При дробном $q = b + c'/d'$ и $b \geq 2$ наиболее общим является случай, когда $d' = 4$ и $c' = 1$. При этом оси катушечных групп смещены на углы (в электрических градусах) $60^\circ \pm \alpha$ для полюсности p_1 и $180^\circ \pm 3\alpha$ для полюсности p_2 , где

$$\alpha = 15^\circ / q = \pi / 12q. \quad (13)$$

Такая обмотка выполнима при четных значениях $p_1 \geq 2$ и на каждые d' катушечные группы фазы приходится c' больших групп с $(b+1)$ катушками и $(d' - c')$ малых групп с b катушками, шаги по пазам которых равны:

для c' больших катушечных групп с номерами катушек $k = 1 \div (q+1-1/d')$ при $c' = 1$ и $k = 1 \div (q+1/d')$ при $c' = 3$

$$y_{nk} = 3q \pm 1/d' - 2(k-1); \quad (14)$$

для $(d' - c')$ малых катушечных групп с номерами катушек $k' = 1 \div (q-1/d')$ при $c' = 1$ и $k' = 1 \div (q-1+1/d')$ при $c' = 3$

$$y'_{nk'} = 3q - 1 \pm 1/d' - 2(k'-1), \quad (15)$$

где для $d' = 4$ верхний знак (+) относится к значению $c' = 1$, а нижний знак (—) — к значению $c' = 3$.

Коэффициенты укорочения наружных и внутренних катушек определяются по (2), (3) для шагов по (14), (15), и тогда вместо (6) с учетом (13) после преобразований получаются выражения, общие для $c' = 1$ и $c' = 3$:

$$\Sigma K_{y.Hp1} = (1 + 2\cos \alpha) K_{y.Hp1} + K'_{y.Hp1} = \\ = 4\cos \left(\frac{\pi}{12q} \right) \cos \left(\frac{\pi}{24q} \right) \sin \left(\pi \frac{3q-0.5}{6q} \right);$$

$$\Sigma K_{y.Bp1} = (1 + 2\cos \alpha) K_{y.Bp1} + K'_{y.Bp1} =$$

$$\begin{aligned}
&= 4\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{24q}\right)\sin\left(\pi\frac{q+1,5}{6q}\right); \\
&\Sigma K_{y,нp1} + \Sigma K_{y,вp1} = 8\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right) \times \\
&\times \cos\left(\frac{\pi}{24q}\right)\sin\left(\pi\frac{2q+0,5}{6q}\right)\cos\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right); \quad (16) \\
&\Sigma K_{y,нp1} - \Sigma K_{y,вp1} = 8\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{24q}\right) \times \\
&\times \cos\left(\pi\frac{2q+0,5}{6q}\right)\sin\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right); \\
&x = \operatorname{tg}\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right) / \operatorname{tg}\left(\pi\frac{2q+0,5}{6q}\right); \\
&\Sigma K_{y,нp2} = (1 + 2\cos 3\alpha)K_{y,нp2} + K'_{y,нp2} = \\
&= -4\left(\cos\frac{\pi}{4q}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{8q}\right); \\
&\Sigma K_{y,вp2} = (1 + 2\cos 3\alpha)K_{y,вp2} + K'_{y,вp2} = \\
&= 4\cos\left(\frac{\pi}{4q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{8q}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{4q}\right). \quad (17)
\end{aligned}$$

Величины w_{p1} и $K_{обp1}$ определяются по (7), (11), а $w_{эp1}$ — по выражению

$$\begin{aligned}
w_{эp1} = \frac{1}{2} p_1 w_{kc} \left[(1 + 2\cos \alpha) \sum_{k=2}^{[b-1]} K_{y,кp1} + \right. \\
\left. + \sum_{k'=2}^{[b-1]} K'_{y,к'p1} \right] + p_1 w_k \Sigma K_{y,нp1} \Sigma K_{y,вp1} / \\
/ (\Sigma K_{y,нp1} + \Sigma K_{y,вp1}), \quad (18)
\end{aligned}$$

где значения сумм с верхним пределом в квадратных скобках $[b-1] = q-1-1/d'$ и $[b] = q-1/d'$ относятся к случаю $c'=1$, а в круглых скобках $(b) = q-1+1/d'$ и $(b-1) = q-2+1/d'$ — к случаю $c'=3$.

Слагаемое в квадратных скобках в (18) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
&4\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{24q}\right)\sin\left(\pi\frac{q-2}{6q}\right)\sin\left(\pi\frac{2q+0,5}{6q}\right) / \\
&/ \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right), \quad (19)
\end{aligned}$$

тогда (18) запишется в виде, общем для $c'=1$ и $c'=3$:

$$\begin{aligned}
w_{эp1} = 2p_1 w_{kc} \cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{24q}\right) \left[c \sin\left(\pi\frac{q-2}{6q}\right) \times \right. \\
\times \sin\left(\pi\frac{2q+0,5}{6q}\right) / \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right) + \sin\left(\pi\frac{3q-0,5}{6q}\right) \times \\
\times \sin\left(\pi\frac{q+1,5}{6q}\right) / \sin\left(\pi\frac{2q+0,5}{6q}\right)\cos\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right) \left. \right], \quad (20)
\end{aligned}$$

Для цепи 01—02 обмоточный коэффициент с учетом (16) и (17) равен

$$\begin{aligned}
K_{обp2} = [(1+x)\Sigma K_{y,вp2} - (1-x)\Sigma K_{y,нp2}] / 8 = \\
= \left(\cos\frac{\pi}{4q}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{8q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2q}\right) \times \\
\times \left[1 - x \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4q}\right)\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2q}\right) \right]. \quad (21)
\end{aligned}$$

Дополнительная ветвь фазы такой обмотки может выполняться и с $a_n=2$ при значениях p_1 , кратных четырем, причем в ней наводится э.д.с. полем с полюсностью p_2 ; так как для ее катушек сумма $(1 + 2\cos 3\alpha)\Sigma K_{y,кp2} + \Sigma K_{y,к'p2}$ подобно (19) равна

$$\begin{aligned}
&4\cos\left(\frac{\pi}{4q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{8q}\right)\sin\left(\pi\frac{q-2}{2q}\right) + \\
&\times \sin\left(\pi\frac{2q+0,5}{2q}\right) / \sin\left(\frac{\pi}{2q}\right) \neq 0,
\end{aligned}$$

однако на линейных зажимах C1, C2, C3 эта э.д.с. отсутствует.

Для обмотки при $d'=2$ ($c'=1$) справедливы выражения (14) и (15), в которых следует брать знак минус (—), причем по (13) $\alpha=0$ и нечетные катушечные группы содержат $(b+1)$ катушек, а четные — b катушек. Для этого случая вместо (16), (17), (20) и (21) получаем:

$$\begin{aligned}
&\Sigma K_{y,нp1} = K_{y,нp1} + K'_{y,нp1} = \\
&= 2\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\sin\left(\pi\frac{3q-1}{6q}\right); \\
&\Sigma K_{y,вp1} = K_{y,вp1} + K'_{y,вp1} = \\
&= 2\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\sin\left(\pi\frac{q+1}{6q}\right); \\
&\Sigma K_{y,нp1} + \Sigma K_{y,вp1} = \\
&= 2\sqrt{3}\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\cos\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right); \quad (22) \\
&\Sigma K_{y,нp1} - \Sigma K_{y,вp1} = \\
&= 2\cos\left(\frac{\pi}{12q}\right)\sin\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right);
\end{aligned}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right);$$

$$\Sigma K_{y,нp2} = -2\cos\left(\frac{\pi}{2q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4q}\right);$$

$$\Sigma K_{y,вp2} = 2\cos\left(\frac{\pi}{2q}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4q}\right); \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
w_{эp1} = 2p_1 w_{kc} \cos\left(\frac{\pi}{12q}\right) \left[c \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\pi\frac{q-2}{6q}\right) / \right. \\
/ \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(\pi\frac{3q-1}{6q}\right) \sin\left(\pi\frac{q+1}{6q}\right) / \\
/ \cos\left(\pi\frac{q-1}{6q}\right) \left. \right]; \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\omega_{\varepsilon p2} = 4p_1 \omega_k K_{об p2} \text{ и } K_{об p2} = \frac{1}{2} \Sigma K_{y.в p2} =$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{2q}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4q}\right). \quad (25)$$

Для такой обмотки дополнительная ветвь фазы может соединяться в $a_d = 2$ ветви при четных значениях p_1 , причем в ней не наводится э.д.с. полем с полюсностью p_2 , так как для ее катушек сумма $\Sigma K_{y.к p2} + \Sigma K'_{y.к p2}$ для полюсности p_2 равна

$$2 \sin \pi \cos\left(\frac{\pi}{4q}\right) \sin\left(\pi \frac{q-2}{2q}\right) / \sin\left(\frac{\pi}{2q}\right) = 0.$$

Для оценки расхода меди на совмещенную обмотку по среднему шагу катушек $y_{п.ср}$ определяется сумма шагов катушек фазы, которая с учетом их чисел витков запишется в виде (при $d' = 4$)

$$S = c \omega_k \left(\sum_{k=2}^{[b-1]} y_{nk} + \sum_{k'=2}^{[b]} y'_{nk'} + \omega_k \right) [(1-x)(3y_{п.н} + y'_{п.н}) + (1+x)(3y_{п.в} + y'_{п.в})], \quad (26)$$

где верхние пределы сумм определяются согласно (18), а общее число витков катушек фазы равно $\Sigma \omega_k = \omega_k [8 + 4c(q-2)]$.

С учетом (14) — (16) из (26) определяются $y_{п.ср}$ и $y'_{п.ср}$ ($c = 1,0$)

$$y_{п.ср} = S / \Sigma \omega_k = 2q + 0,5 - 2x(q-1) / [2 + c(q-2)]; \quad (27)$$

$$y'_{п.ср} = 2q + 0,5 - 2x(q-1) / q. \quad (28)$$

Для обмотки при $d' = 1$ и 2 аналогичным образом определяются:

$$y_{п.ср} = 2q - 2x(q-1) / [2 + c(q-2)]$$

$$\text{и } y'_{п.ср} = 2q - 2x(q-1) / q. \quad (29)$$

Параметры двухслойной совмещенной обмотки, вычисленные по (4) — (25) для значений $q = 3 \div 6$; 2,5 и 3,5; 2,25; 2,75; 3,25; 3,75, сведены в табл. 1. Если оценивать эффективность совмещенной обмотки произведением ее обмоточных коэффициентов $K_{об p1} K_{об p2}$, то, например, для обмотки при $q = 3$ (см. табл. 1) $K_{об p1} K_{об p2} = 0,822 \times 0,866 = 0,712$, в то время как для совмещенной обмотки по [5—6] с тем же значением q ($z = 36$, $p_1/p_2 = 2/6$) это произведение равно $0,881 \times 0,244 = 0,215$. Высокая степень эффективности исследуемой обмотки обусловлена тем, что часть ее катушек, входящих в дополнительные ветви фаз и имеющих низкие значения K_{yp2} (см. табл. 1), выведена из цепи 01—02 для полюсности p_2 , что увеличивает значение $K_{об p2}$.

Таблица 1

g/z	p ₁ /p ₂	Номер катушечных групп	y _n	K _{yp1}	K _{yp2}	Число витков катушек	w _{p1}	w _{p2}
							K _{об p1}	K _{об p2}
3/18	1/3	1 ÷ 6	8	0,9848	—0,8660	0,790w _k	$\frac{4w_k}{0,8220}$	$\frac{4w_k}{0,8660}$
			6	0,8660	0	cw _k		
			4	0,6428	0,8660	1,210w _k		
1/24	1/3	1 ÷ 6	11	0,9914	—0,9239	0,761w _k	$\frac{6w_k}{0,8439}$	$\frac{4w_k}{0,9239}$
			9	0,9239	—0,3827	} cw _k		
			7	0,7934	0,3827			
			5	0,6088	0,9239			
5/30	1/3	1 ÷ 6	14	0,9945	—0,9511	0,743w _k	$\frac{8w_k}{0,8248}$	$\frac{4w_k}{0,9511}$
			12	0,9511	—0,5878	} cw _k		
			10	0,8660	0			
			8	0,7431	0,5878			
			6	0,5878	0,9511			
6/36	1/3	1 ÷ 6	17	0,9962	—0,9659	0,731w _k	$\frac{10w_k}{0,8253}$	$\frac{4w_k}{0,9659}$
			15	0,9659	—0,7071	} cw _k		
			13	0,9063	—0,2588			
			11	0,8192	0,2588			
			9	0,7071	0,7071			
			7	0,5736	0,9659			

Продолжение

g/z	p_1/p_2	Номер катушечных групп	y_n	$K_{y p_1}$	$K_{y p_2}$	Число витков катушек	w_{p_1}	w_{p_2}				
							$K_{об p_1}$	$K_{об p_2}$				
2,5/15	1/3	Нечетные	7	0,9945	—0,9511	$0,812w_k$	$\frac{3w_k}{0,8153}$	$\frac{4w_k}{0,7695}$				
			5	0,8660	0	cw_k						
			3	0,5878	0,9511	$1,188w_k$						
		Четные	6	0,9511	—0,5878	$0,812w_k$						
			4	0,7431	0,5878	$1,188w_k$						
3,5/21	1/3	Нечетные	10	0,9972	—0,9749	$\left. \begin{array}{l} 0,774w_k \\ cw_k \\ 1,226w_k \end{array} \right\}$	$\frac{5w_k}{0,8208}$	$\frac{4w_k}{0,8784}$				
			8	0,9309	—0,4339							
			6	0,7818	0,4339							
			4	0,5633	0,9749							
		Четные	9	0,9749	—0,7818	$0,774w_k$						
			7	0,8660	0	cw_k						
			5	0,6802	0,7818	$1,226w_k$						
			2,25/27	2,6	Все кроме 2; 6; 10	6			0,9848	—0,8660	$\frac{5w_k}{0,8698}$	$\frac{8w_k}{0,6400}$
						4			0,8021	0,3420		
2; 6; 10	7	0,9983			—0,9848	$0,871w_k$						
	5	0,9182			—0,3420	cw_k						
	3	0,6428			0,8660	$1,129w_k$						
2,75/33	2/6	Все кроме 2; 6; 10	8	0,9989	—0,9898	$\frac{7w_k}{0,8649}$	$\frac{8w_k}{0,7437}$					
			6	0,9096	—0,2817			cw_k				
			4	0,6901	0,7558			$1,158w_k$				
		2; 6; 10	7	0,3718	—0,7558			$0,842w_k$				
			5	0,8146	0,2817			$1,158w_k$				
3,25/39	2/6	Все кроме 2; 6; 10	9	0,9927	—0,9350	$0,820w_k$	$\frac{9w_k}{0,8605}$	$\frac{8w_k}{0,8093}$				
			7	0,9035	—0,2393	cw_k						
			5	0,7212	0,6631	$1,180w_k$						
		2; 6; 10	10	0,9992	—0,9927	$\left. \begin{array}{l} 0,820w_k \\ cw_k \\ 1,180w_k \end{array} \right\}$						
			8	0,9605	—0,6631							
			6	0,8230	0,2393							
			4	0,6007	0,9350							
			3,75/45	2/6	Все кроме 2; 6; 10				11	0,9994	—0,9945	$\left. \begin{array}{l} 0,803w_k \\ cw_k \\ 1,197w_k \end{array} \right\}$
9	0,9511	—0,5878										
7	0,8290	0,2079										
5	0,6428	0,8660										
2; 6; 10	10	0,9848			—0,8660	$0,803w_k$						
	8	0,8988			—0,2079	cw_k						
	6	0,7431			0,5878	$1,197w_k$						

Примечания. Значения w_{p_1} и $K_{об p_1}$ вычислены при коэффициенте $c=1,0$ и $a_d=1$. Указанные параметры катушек соответствуют также обмоткам при числах пар полюсов $K(p_1/p_2)$, пазов K_z витков фазы Kw_{p_1} и Kw_{p_2} , где K — кратность отношения чисел пар полюсов.

Выполнение части катушек вторых подгрупп однослойными приводит к увеличению среднего шага катушек $y_{п.ср}$ и возрастанию $K_{обр1}$, при этом параметры цепи 01—02 остаются неизменными. Параметры некоторых схем совмещенной обмотки с двухслойно-однослойными катушками приведены в табл. 2, а схема такой обмотки с $q=4$ — на рис. 2,а.

Для совмещенной обмотки при $q \geq 6$ можно изменять разбивку на подгруппы ее катушечных групп: в первую подгруппу включать катушки наружную и соседнюю с ней, в третью подгруппу — внутреннюю и соседнюю с ней, а во вторую под-

группу — остальные катушки катушечной группы. Параметры такой обмотки нетрудно определять по приведенным выражениям, принимая в них вместо значений $K_{у.н}$ и $K_{у.в}$ или $\Sigma K_{у.н}$ и $\Sigma K_{у.в}$ значения сумм коэффициентов укорочения катушек первой и третьей подгрупп. Например, при $q=6$ — целое число, $p_1/p_2=1/3$, $a_d=1$ параметры такой двухслойной обмотки в соответствии с (4) — (12), (29) равны:

$$y_{п.к} = 3q - 1 - 2(k - 1) = \\ = \underbrace{17}_{(1-x)w_k}; \underbrace{15}_{cw_k}; \underbrace{13}_{(1+x)w_k}; \underbrace{11}_{cw_k}; \underbrace{9}_{(1+x)w_k}; \underbrace{7}_{cw_k} \quad (k = 1 \div 6);$$

Таблица 2

q/z	p ₁ /p ₂	y _п	Значение параметра			
			Число витков катушек	y _{п.ср} [*]	K _{об p1} (c=a _д =1)	K _{об p2}
4/24	1/3	11	0,761 w _k	8,14 7,64	0,8674	0,9239
		9	2c w _k			
		5	1,239 w _k			
6/36	1/3	17	0,731 w _k	12,89 11,55	0,8945	0,9659
		15	2c w _k			
		13	1,269 w _k			
		7				
3,5/42	2/6	9	0,774 w _k	6,96 6,68	0,8506	0,8784
		7	c w _k [*]			
		5	1,226 w _k			
		10	0,774 w _k			
		8	2c w _k			
4	1,226 w _k					
3,25/39	2/6	9	0,820 w _k	6,83 6,75	0,8694	0,8093
		7	c w _k			
		5	1,180 w _k			
		10	0,820 w _k			
		8	c w _k			
4	1,180 w _k					
3,75/45	2/6	11	0,803 w _k	7,78 7,71	0,8631	0,8530
		9	c w _k			
		7	c w _k [*]			
		5	1,197 w _k			
		10	0,803 w _k			
8	2c w _k					
6	1,197 w _k					

* Значение под чертой соответствует шагу $y'_{п.ср}$ по (28) — (29) обмотки при двухслойных катушках (по табл. 1). ** Для катушечных групп с номерами 4, 8, 12 катушка имеет $2cw_k$ витков и выполнена однослойной. *** Для катушечных групп с номерами 4, 8, 12 катушка отсутствует.

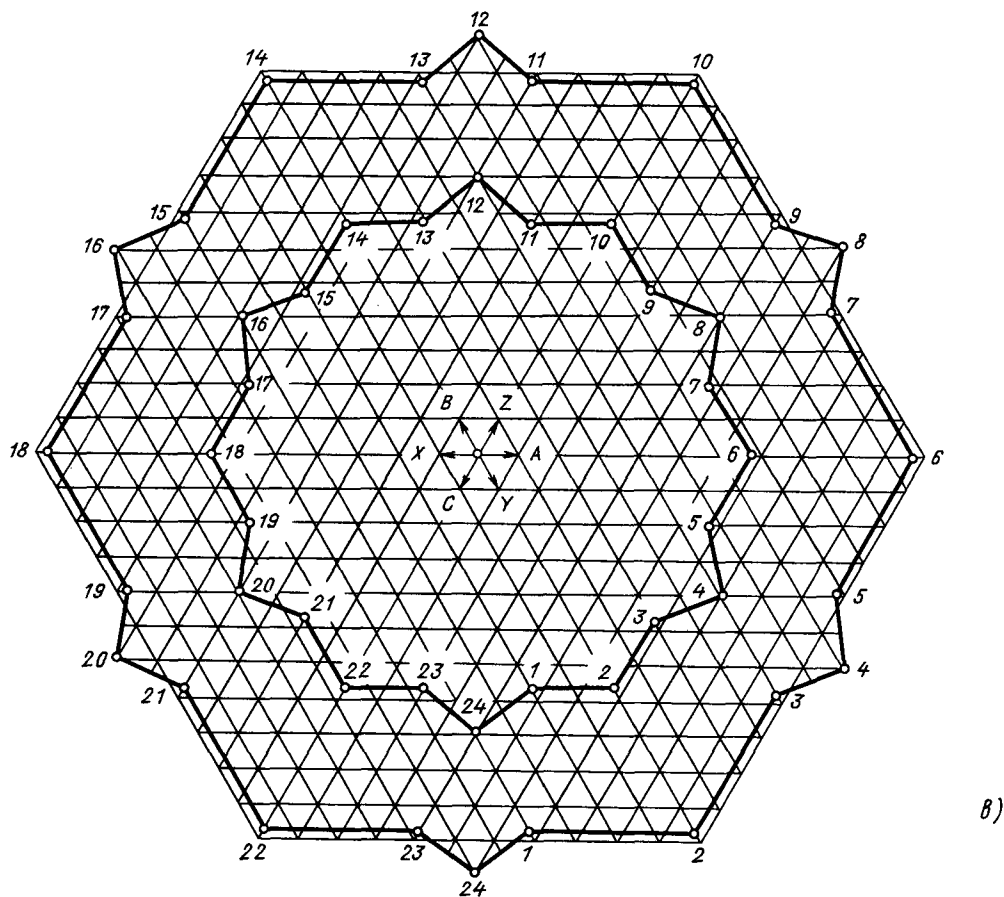
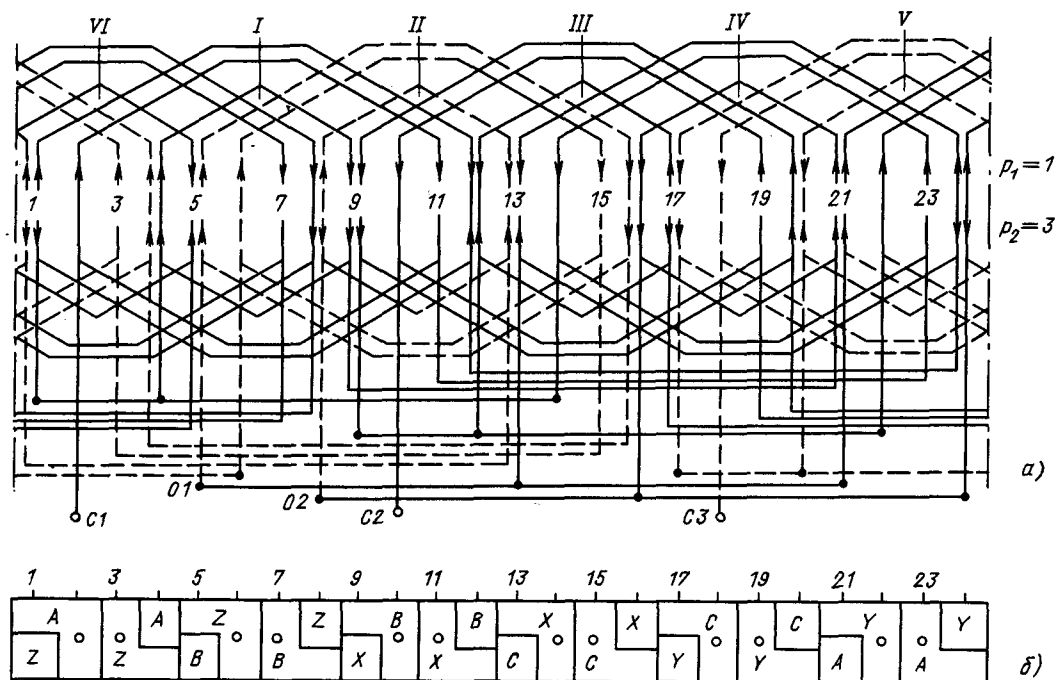


Рис. 2.

$$\begin{aligned}
\Sigma K_{y, \text{н} p 1} &= \sin\left(\pi \frac{3q-1}{6q}\right) + \sin\left(\pi \frac{3q-3}{6q}\right) = \\
&= 2 \cos\left(\frac{\pi}{6q}\right) \sin\left(\pi \frac{3q-2}{6q}\right) = 1,9621; \\
\Sigma K_{y, \text{в} p 1} &= \sin\left(\pi \frac{q+3}{6q}\right) + \sin\left(\pi \frac{q+1}{6q}\right) = \\
&= 2 \cos\left(\frac{\pi}{6q}\right) \sin\left(\pi \frac{q+2}{6q}\right) = 1,2807; \\
\Sigma K_{y, \text{н} p 1} + \Sigma K_{y, \text{в} p 1} &= 2\sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{6q}\right) \cos\left(\pi \frac{q-2}{6q}\right) = \\
&= 3,2428; \Sigma K_{y, \text{н} p 1} - \Sigma K_{y, \text{в} p 1} = \\
&= 2 \cos\left(\frac{\pi}{6q}\right) \sin\left(\pi \frac{q-2}{6q}\right) = 0,6814; \\
x &= \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\left(\pi \frac{q-2}{6q}\right) = 0,21; \omega_{p1} = 2p_1 \omega_k [c(q-4) + \\
&+ 2] = 8\omega_k \text{ (при } c=1,0); \omega_{\text{в} p 1} = 2p_1 \omega_k \left[c \frac{\sqrt{3}}{2} \times \right. \\
&\times \sin\left(\pi \frac{q-4}{6q}\right) / \sin\left(\frac{\pi}{6q}\right) + \frac{4}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6q}\right) \times \\
&\times \sin\left(\pi \frac{3q-2}{6q}\right) \sin\left(\pi \frac{q+2}{6q}\right) / \cos\left(\pi \frac{q-2}{6q}\right) \left. \right] = \\
&= 2(1,7255c + 1,5498)\omega_k = 6,5506\omega_k \text{ (при } c=1,0); \\
K_{o6 p 1} &= 6,5506/8 = 0,8188; \Sigma K_{y, \text{н} p 2} = \\
&= \sin\left(\pi \frac{3q-1}{2q}\right) + \sin\left(\pi \frac{3q-3}{2q}\right) = \\
&= -2 \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2q}\right) = -1,6730; \Sigma K_{y, \text{в} p 2} = \\
&= 2 \cos\left(\frac{\pi}{q}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2q}\right) = 1,6730; K_{o6 p 2} = \\
&= \frac{1}{2} \Sigma K_{y, \text{в} p 2} = 0,8365; \omega_{p2} = 8p_1 \omega_k = 8\omega_k; \\
y_{\text{н.ср}} &= 2q - 4x(q-2)/[4 + c(q-4)]; y'_{\text{н.ср}} = \\
&= 2q - 4x(q-2)/q = 11,44 \text{ (при } c=1,0).
\end{aligned}$$

Согласование параметров разнополюсных цепей совмещенной обмотки осуществляется изменением значения коэффициента c , входящего в выражения для чисел витков катушек дополнительных ветвей фаз. Число витков $\omega_{\text{в} p 1}$ можно представить в виде $\omega_{\text{в} p 1} = cA + B$, где коэффициенты A и B определяются соответственно первым и вторым слагаемыми в (10), (20), (24). Тогда, если принять для обмотки на трехфазное напряжение U коэффициент $c=1,0$ ($U \equiv \omega_{\text{в} p 1} = A + B$), то для трехфазного напряжения, например $U/\sqrt{3}$, значение коэффициента c получается равным

$$c = 0,577 - 0,423 B/A, \quad (30)$$

причем параметры цепи $O1-O2$ остаются неизменными. Если при этом сечение провода катушек вторых подгрупп изменять обратно пропорцио-

нально коэффициенту c , то все пазы будут иметь одинаковый коэффициент заполнения медью.

При замене двух отдельных трехфазных обмоток якоря (OO и DO в машинах серии OC по рис. 1,а) совмещенной обмоткой (CO) необходимо согласование параметров для полюсности p_2 однофазной цепи $O1-O2$ CO и трехфазной DO . Из условий равенства полной мощности $3E'_3 I'_3$ и потерь в меди $3I'_3 r'_3$ в трехфазной DO соответственно мощности $E_3 I_3$ и потерям $I_3^2 r_3$ в однофазной цепи CO следует

$$I_3/I'_3 = 3E'_3/E_3 = 3\omega'_{\text{в} p 2}/\omega_{\text{в} p 2};$$

$$r_3 = (I'_3/I_3)^2 3r'_3 = (\omega_{\text{в} p 2}/\omega'_{\text{в} p 2})^2 r'_3/3, \quad (31)$$

где величины со штрихом относятся к параметрам фазы DO .

Трехфазная DO подключается к вентилям по схеме трехфазного двухполупериодного выпрямления и ее выпрямленная э. д. с. равна $E'_{3\text{в}} = 2,34E_3$, а зажимы $O1-O2$ CO — по схеме однофазного двухполупериодного выпрямления и тогда $E_{3\text{в}} = 0,9E_3$. Следовательно, э. д. с. E'_3 фазы DO и E_3 цепи $O1-O2$ CO связаны соотношением

$$E_3/E'_3 = \omega_{\text{в} p 2}/\omega'_{\text{в} p 2} = 2,6, \quad (32)$$

исходя из которого определяют числа витков цепи $O1-O2$ CO .

Замена трехфазной DO серийной машины однофазной при совмещенной обмотке не нарушает условий работы машины, так как синхронные машины с системой возбуждения от третьей гармонической поля (серии OC и $ГОМ$) выполняются с демпферной обмоткой на роторе и обратное поле однофазной цепи совмещенной обмотки якоря заглушается [7, 8].

Для совмещенной обмотки при $d'=4$ возможны варианты выполнения при равновитковых катушках (рис. 3—5), когда значение x в (6), (16), (21), (27) равно нулю, при этом допускается наличие небольшой разности э. д. с. на зажимах $O1-O2$ от поля с полюсностью p_1 .

Двухслойно-однослойная обмотка рис. 3,а с шагами катушек по табл. 2 (при $q=3,25$) отличается тем, что ее катушечные группы с номерами 2, 6, 10 разбиты на две подгруппы: вторую подгруппу образуют катушки с $k'=1$ и 2, а третью подгруппу — катушка с $k'=4$ (катушка с $k'=3$ отсутствует). Для двухслойной обмотки рис. 4,а с шагами катушек по табл. 1 ($q=3,25$) катушечные группы с номерами 4, 8, 12 разбиты на две подгруппы: вторую подгруппу образуют катушки с $k=1$ и 2, а третью подгруппу — катушка с $k=3$. Двухслойная обмотка рис. 5,а выполнена с шагами катушек: $y'_{\text{п} k} = 11, 9, 7$ для групп с номерами 2, 6, 10 и $y_{\text{п} k} = 12, 10, 8, 6$ для остальных групп; катушки с $k'=1$ и 2 образуют вторую подгруппу, а катушка с $k'=3$ — третью подгруппу.

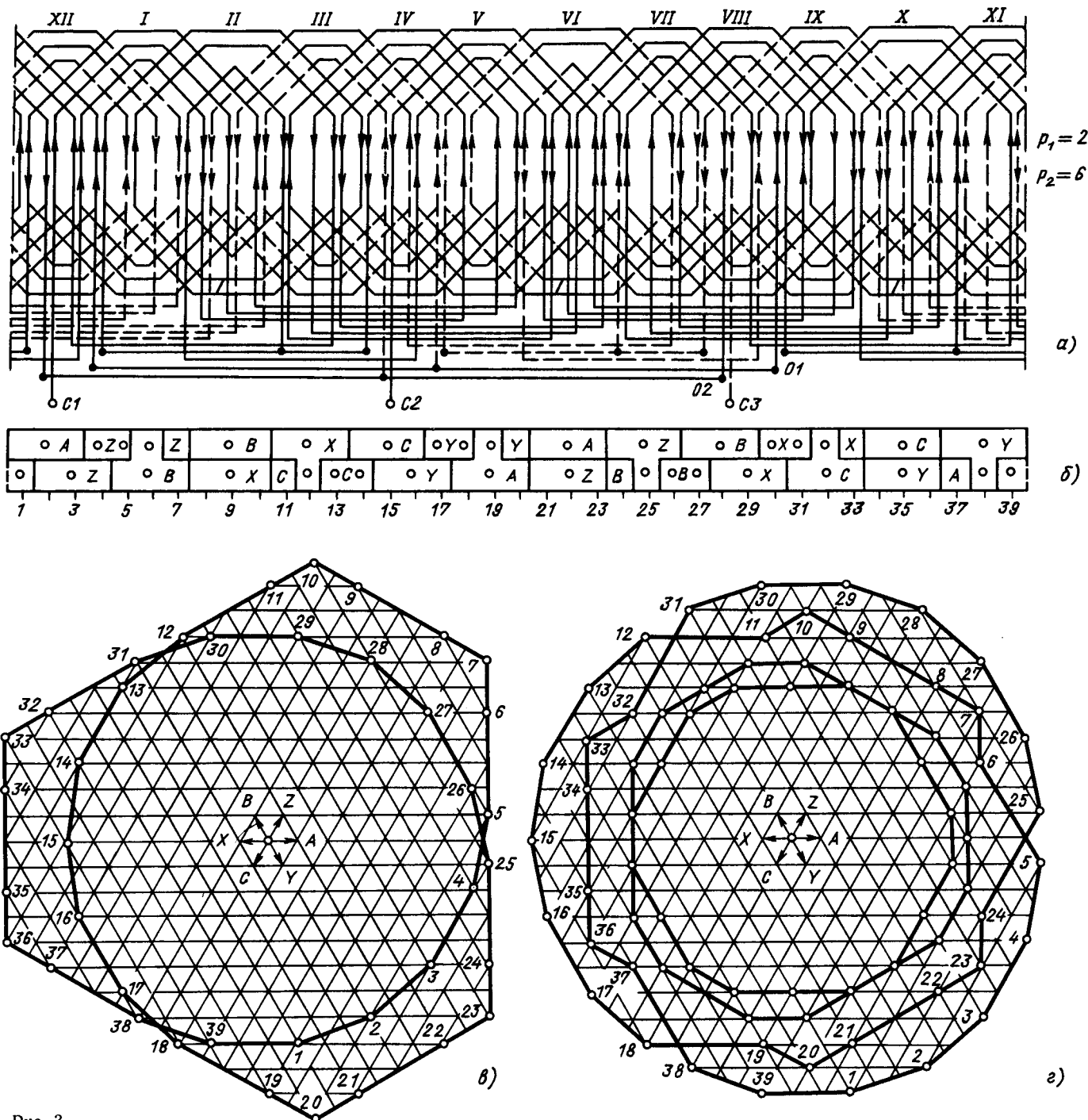


Рис. 3

Оценка электромагнитных свойств разработанных схем совмещенных обмоток проведена по коэффициенту дифференциального рассеяния σ_d [9, 13, 16], характеризующему качество обмотки по уровню содержания в кривой ее м. д. с. высших (и низших) гармонических (без учета раскрытия и скоса пазов). Для трехфазной части с полюсностью p_1

$$\sigma_{dp1} = [(R_g/R)^2 - 1] 100 \%$$

определяется по многоугольнику м. д. с., где

$$R_g^2 = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z R_i^2 \text{ и } R = (z K_{обp1} / p_1 \pi)$$

— квадрат среднего радиуса его пазовых точек

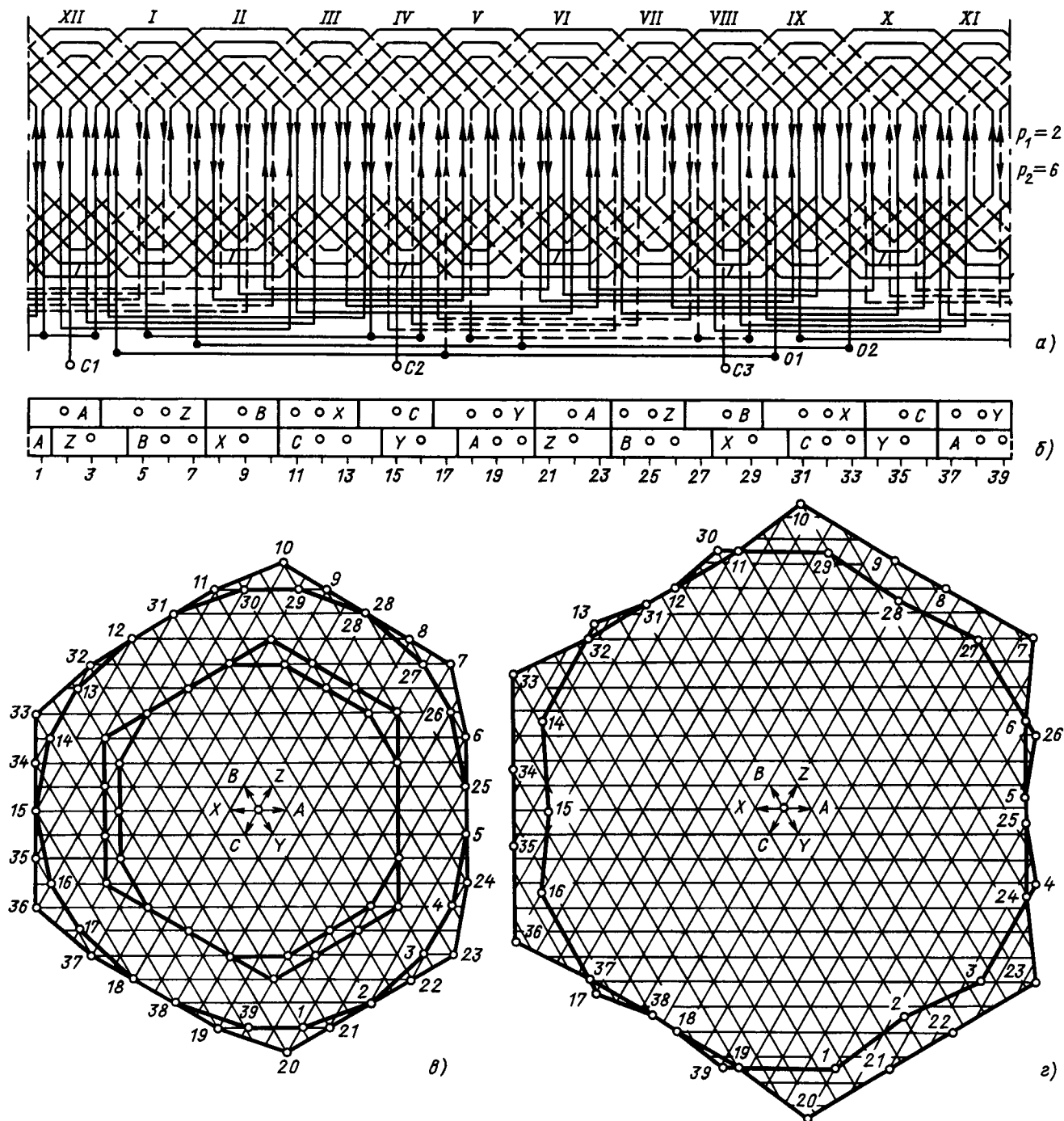


Рис. 4

и радиус окружности для основной гармонической м. д. с.

Многоугольник м. д. с. строится по чередованию фазных зон $A-Z-B-X-C-Y$ с использованием вспомогательной треугольной сетки (ее сторона принята за единицу); кружочками на рис. 2—5, а отмечены пазы, в которых расположены стороны катушек дополнительных ветвей фаз, обтекаемые двойным (при $a_d=1$) током. Для обмотки

рис. 2, а (см. табл. 2 при $q=4$) по рис. 2, в определяются: при $c=1,0$ (наружный многоугольник) — $R_g^2=100,32734$; $R^2=(24 \cdot 0,8674/\pi)^2 (36-24)^2=98,79708$ и $\sigma_{др1}=1,548\%$, где $(4 \cdot 2 + 2)3/24=36/24$ — среднее значение тока паза (см. рис. 2, б); при $c=0,5$ (внутренний многоугольник); $K_{обр1}=0,8392$ — $R_g^2=41,52234$; $R^2=(24 \cdot 0,8392/\pi^2)=41,10112$ и $\sigma_{др1}=1,025\%$.

Аналогичным образом: по рис. 3, в (для обмот-

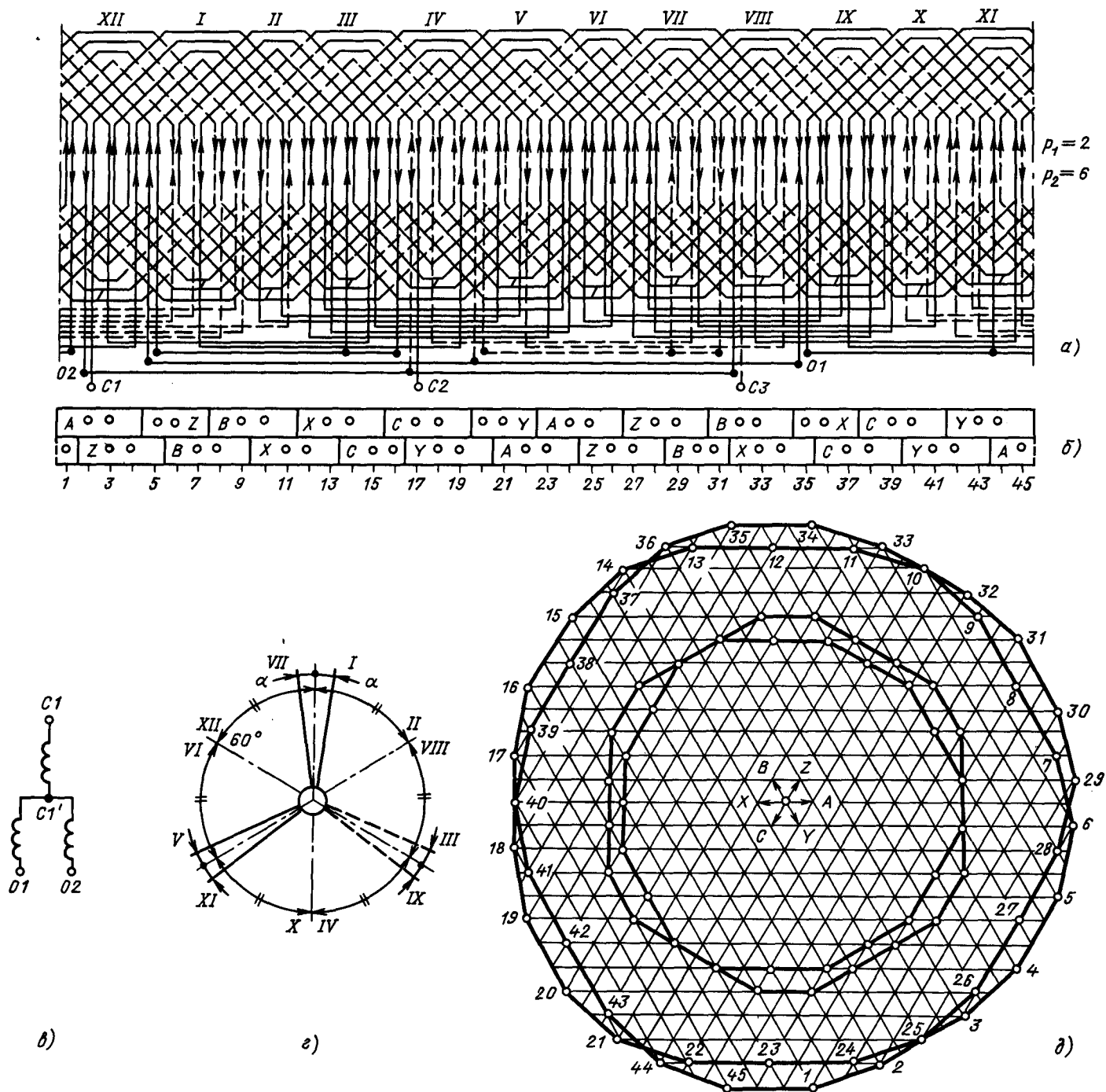


Рис. 5

ки рис. 3, а при заполнении всех пазов двухслойными катушками; $c=1,0$ и $K_{обр1}=0,8793$ — $\sigma_{др1}=5,066\%$ — неприемлемо высокое значение; по наружному многоугольнику рис. 3, г (для обмотки рис. 3, а при $c=1,0$ и $K_{обр1}=0,8877$) — $\sigma_{др1}=2,126\%$; по внутреннему многоугольнику рис. 3, г (для основной обмотки якоря $OC=5$ при $K_{обр1}=0,9175$) — $\sigma_{др1}=1,512\%$; по наружному многоугольнику рис. 4, в (для обмотки рис. 4, а

при $c=1,0$ и $K_{обр1}=0,8789$) — $\sigma_{др1}=1,399\%$; по внутреннему многоугольнику рис. 4 в (для обмотки рис. 4, а при $c=0,5$ и $K_{обр1}=0,8630$) — $\sigma_{др1}=1,603\%$; по рис. 4 г (для обмотки рис. 4, а при $c=0,375$; $K_{обр1}=0,8565$; сторона сетки принята за 0,5 единиц) — $\sigma_{др1}=2,037\%$; по наружному многоугольнику рис. 5, д (для обмотки рис. 5, а при $c=1,0$ и $K_{обр1}=0,9225$) — $\sigma_{др1}=0,816\%$; по внутреннему многоугольнику рис.



5, д (для обмотки рис. 5, а при $c=0,5$; $K_{обр1}=0,9084$) — $\sigma_{др1}=1,117\%$.

Для однофазной части с полюсностью p_2 [16]

$$\sigma_{др2} = [(\pi/2K_{обр2})^2 (\Sigma F_i^2/qd') / 2(\Sigma |F|/d')^2 - 1] \times 100\% \quad (33)$$

определяется по интегральной кривой м. д. с., где F_i — скачок м. д. с. над i -м пазовым делением; F — амплитуда кривой м. д. с.; d' — период повторения кривой м. д. с. с полюсным делением q .

Кривая м. д. с. для полюсности p_2 строится (рис. 6) по направлениям однофазного тока при питании обмотки через зажимы $O1-O2$ (нижний ряд стрелок на рис. 2—5, а). По (33) и рис. 6 определяют:

для обмотки рис. 2, а по рис. 6, а — $\Sigma F_i^2/qd' = 3/4$; $\Sigma |F|/d' = 1,0$ и $\sigma_{др2} = [(\pi/2 \cdot 0,9239)^2 3/8 - 1] \cdot 100 = 8,398\%$; для обмоток рис. 3—4, а ($d' = 4$, $z = 39$, $qd' = 3,25 \cdot 4 = 13$, $p_1/p_2 = 2/6$); по рис. 6, б — $\Sigma F_i^2/qd' = (3^2 \cdot 4 + 16^2 + 10^2 \cdot 4 + 23^2 \times 2 + 29^2 \cdot 2)/13^3 = 3432/13^3$; $\Sigma |F|/d' = (16 + 23 \times 2 + 29)/13 \cdot 4 = 1,75$ и $\sigma_{др2} = [(\pi/2 \cdot 0,706 \cdot 1,75)^2 \times 3432/13^3 - 1] \cdot 100 = 26,253\%$, где $K_{обр2} = 0,706$ для обмоток по [12, 15]; по рис. 6, в — $\Sigma F_i^2/13 = 4238/13^3$; $\Sigma |F|/4 = 1,75$ и $\sigma_{др2} = 19,855\%$, где $K_{обр2} = 0,8052$ для обмотки рис. 3, а; по рис. 6, г — $\Sigma F_i^2/13 = 4264/13^3$; $\Sigma |F|/4 = 1,75$ и $\sigma_{др2} = 18,171\%$, где $K_{обр2} = 0,8134$ для обмотки рис. 4, а;

для обмотки рис. 5, а ($d' = 4$, $z = 45$, $qd' = 3,75 \cdot 4 = 15$, $p_1/p_2 = 2/6$, $K_{обр2} = 0,6796$), по рис. 6, д — $\Sigma F_i^2/15 = 4440/15^3$; $\Sigma |F|/4 = 1,75$ и $\sigma_{др2} = 14,746\%$.

Расчетные значения $\sigma_{др1}$ и $\sigma_{др2}$ сведены в табл. 3, где для серийных ОС-5 и ОС-7 приведены значения $K_{об}$ и σ_d [13] трехфазных $ОО$ и $ДО$. По табл. 3 из совмещенных обмоток при $z = 39$ наиболее оптимальна обмотка рис. 4, а, так как для нее произведение $K_{обр1}K_{обр2}$ наибольшее, а $\sigma_{др1}\sigma_{др2}$ наименьшее.

Для обмоток по [15] и рис. 3, а коэффициент $\sigma_{др1}$ выше, чем для серийной машины ОС-5, вследствие чего возрастает коэффициент нелинейных искажений $K_{н.н}$ трехфазного напряжения генератора с такими обмотками; этот вывод подтверждается экспериментом [8]. По коэффициенту $K_{н.н}$ обмотки рис. 4, а и 5, а превосходят серийные из-за меньшего значения $\sigma_{др1}$ (см. табл. 3). Исследование коэффициента $\sigma_{др2}$ (33) совмещенной обмотки при $q \geq 6$ ($b \geq 5$) показывает, что оптимальной по значению $\sigma_{др2}$ является обмотка с двумя катушками в первой и третьей подгруппах. Например, при $p_1/p_2 = 1/3$ для вариантов обмотки с одной ($\omega_{р2} = 4\omega_k$) и с двумя ($\omega_{р2} = 8\omega_k$) катушками в первой и третьей подгруппах коэффициентов $\sigma_{др2}$ равен:

q	5,5	5,5	6	6	6,5	6,5
$\omega_{р2}/\omega_k$	4	8	4	8	4	8
$K_{обр2}$	0,9497	0,7990	0,9659	0,8365	0,9639	0,8529
$\sigma_{др2}$	10,78	3,81	10,20	2,85	11,57	3,36

Исследуемая совмещенная якорная обмотка не допускает подключения на фазное напряжение однофазной генераторной нагрузки, что ограничивает область ее применения модификациями машин основного исполнения серии, а также двигательным режимом работы. Указанный недостаток совмещенной обмотки устраняется при ее выполнении с дополнительным нулевым зажимом, что достигается путем соединения обмотки в три параллельные звезды (рис. 7). Параметры такой обмотки (при $z = 39$, $c = 1,0$ и $x = 0$): $K_{обр1}/\sigma_{др1} = 0,8752/2,868$; $K_{обр2}/\sigma_{др2} = 0,8134/18,171$ (см. обмотку рис. 4, а).

Для упрощения изготовления совмещенной якорной обмотки целесообразно катушки подгрупп ее фазы (например, для групп с номерами 1, 4, 7, 10 фазы $C1$ обмоток рис. 3—5, а) наматывать на шаблонах непрерывно, что уменьшает количество междукатушечных соединений.

Расчет индуктивных сопротивлений расстояния

Таблица 3

Схема обмотки	z	$y_{п.ср}$	Значение параметра		
			$K_{обр1}/\sigma_{др1}$ ($p_1=2$; $c=1$)	$K_{обр2}/\sigma_{др2}$ ($p_2=6$)	$\frac{K_{обр1}K_{обр2}}{\sigma_{др1}\sigma_{др2}}$
15	39	7,25	0,8990/3,002	0,7060/26,253	0,6347/78,812
12		7,60	0,9088/1,513	0,7060/26,253	0,6416/39,721
Рис. 3, а		7,08	0,8877/2,126	0,8052/19,855	0,7148/42,212
Рис. 4, а		7,0	0,8789/1,399	0,8134/18,171	0,7149/25,421
Серийная машина ОС-5		8,0 3,0	0,9175/1,512	0,9640/18,006	0,8845/27,225
Серийная машина ОС-7	42	9,0 3,0	0,9319/0,882	0,9720/15,358	0,9058/13,546
Рис. 5, а	45	9,0	0,9225/0,816	0,6796/14,746	0,6269/12,033

для разнополюсных цепей совмещенной обмотки проводится по известным методикам [2—6, 17] с учетом различия шагов катушек ветвей фаз.

Приложение. Расчет параметров совмещенной обмотки якоря для синхронного генератора серии ОС типа ОС-51 на 230 и 400 В.

Совмещенная обмотка выполнена по схеме рис. 4, а с шагами катушек по табл. 1. Эффективные числа витков отдельных ветвей фазы (см. рис. 5, в, г и табл. 1) равны:

для полюсности $p_1=2$ с учетом (13), (16), (20), где $\alpha=15^\circ/3,25$: $w_{C1-C1'}=[0,9035(1+2\cos\alpha)+0,9927+0,9605+0,8230]cw_k=5,4808cw_k$;

$w_{C1'-O1}=(2\cdot0,9927\cos\alpha+0,9992)w_k=2,9782w_k$;

$w_{C1'-O2}=[0,7212(1+2\cos\alpha)+0,6007]w_k=2,7596w_k$

(так как $w_{C1'-O1}\approx w_{C1'-O2}$, то условие (1) практически выполняется при $x=0$); $w_{\Sigma p1}=w_{C1-C1'}+(w_{C1'-O1}+w_{C1'-O2})/2=(5,4808c+2,8689)w_k$ и $w_{p1}=(6c+3,5)w_k$;

для полюсности $p_2=6$ с учетом (17), (21): $w_{\Sigma p2}=[(0,6631+0,9350)(1+2\cos3\alpha)+0,9927]w_k=5,6941w_k$; $w_{p2}=7w_k$ и $K_{обp2}=0,8134$.

Числа витков катушек ветвей фазы определяются из условий сохранения индукций в зазоре

для первой ($w_{\Sigma p1}\approx w'_{\Sigma p1}$) и третьей ($w_{\Sigma p2}\approx w'_{\Sigma p2}$) гармонических, где величины со штрихом относятся к серийной машине. Из условия (32), где $w'_{\Sigma p2}=52,06$ (см. табл. 4), определяются: $w_k=2,6\cdot52,06/5,6941=23,8\approx24$; $w_{\Sigma p1}=5,6941\cdot24=136,66$ и $w_{p2}=7\cdot24=168$.

Для генератора ОС-51-400 по табл. 3 $w'_{\Sigma p1}=202,8$ и тогда $(5,4808c+2,8689)w_k=202,8$, откуда при $w_k=24$ определяются: $c=1,018\approx1,0$ и $cw_k=24$; $w_{\Sigma p1}=(5,4808+2,8689)w_k=8,3497\cdot24=200,40$; $w_{p1}=(6+3,5)24=228$ и $K_{обp1}=200,4/228=0,8789$.

Если исходить из условия сохранения суммарного сечения меди в пазу якоря серийного генератора ($\Sigma Q'_m=62,3\text{ мм}^2$ по табл. 4), то $\Sigma Q'_m/2w_k=62,3/48=1,298\text{ мм}^2$ и тогда: $d=2\times0,90\text{ мм}$ при $q_m=2\cdot0,636=1,272\text{ мм}^2$ и $G'=5,66\text{ кг/км}$ ($\Sigma Q_m=q_m\cdot2w_k=1,272\cdot48=61,1\text{ мм}^2$); $r_1=(0,545\cdot24\cdot6)/(57\cdot1,272)+(0,545\cdot24\cdot3,5)/(57\cdot2\cdot1,272)=1,0824+0,3157=1,40\text{ Ом}$ при 20°C , где средняя длина витка равна $l_{ср.в}=2[1,4\pi(D_1+h_n)y_{н.ср}/z+l_1]=2[1,4\pi(200+20)7/39+100]=545\text{ мм}$; $r_3=4\cdot0,3157/3=0,42\text{ Ом}$, а по (31) расчетное сопротивление $r_{3p}=(136,66/52,06)^2\cdot0,24/3=0,567\text{ Ом}$, где $r'_3=$

Таблица 4

Параметры обмоток якоря ($z=39$)	Серийный генератор		Опытный генератор	
	ОС-51-230	ОС-51-400	ОС-51-230	ОС-51-400
Основная обмотка ($p_1=2$)	Трехфазная двухслойная ($y_n=8$)		Совмещенная двухслойная (рис. 4, а)	
$N_{п.о}$	10+10	17+17	24+(9)	24+(24)
w_{p1}	130	221	138	228
$k_{обp1}$	0,9175		0,8565	0,8789
$w_{\Sigma p1}=w_{p1}K_{обp1}$	119,3	202,8	118,2	200,4
Провод ПЭТ-155, d , мм	$2\times1,18$	$2\times0,95$	$2\times0,90$	$2\times0,90$
q_m , мм ²	2,188	1,418	$(5\times0,90)$	$(2\times0,90)$
$l_{ср.в}$, м		0,635	$(3,18)$	1,272
$r_1(20^\circ\text{C})$, Ом	0,64	1,74	0,48	1,40
G_m , кг	5,0	5,27	5,61	5,80
Дополнительная обмотка	Трехфазная однослойная ($y_n=3$)		—	
$N_{п.д}$	9		—	
w_{p2}	54		168	
$K_{обp2}$	0,9640		0,8134	
$w_{\Sigma p2}=w_{p2}K_{обp2}$	52,06		136,66	
Провод ПЭТ-155, d , мм	$2\times1,0$		—	
q_m , мм ²	1,57		1,272	
$l_{ср.в}$, м	0,41		—	
$r_3(20^\circ\text{C})$, Ом	0,247		0,42	
r_{3p} , Ом (31)	—		0,567	
G_m , кг	0,93		—	
ΣG_m , кг	5,93	6,20	—	—
$\Sigma Q_m=\Sigma(N_{п.д}q_m)$, мм ²	59,3	62,3	61,1 (57,2)	61,1 (61,1)

Примечания: Мощность генератора $P_n=4,0\text{ кВт}$; $\cos\varphi_n=0,8$. Геометрия магнитопровода ($D_1|l_1=200/100\text{ мм}$; $\delta=0,7\text{ мм}$) и параметры обмотки ротора ($r'_p=1,64\text{ Ом}$ при 20°C) — одинаковы для серийного и опытного генераторов. N_n — эффективное число проводников в пазу. Значения в скобках соответствуют катушкам дополнительных ветвей фаз совмещенной обмотки.

$=0,247$ Ом для серийного генератора (см. табл. 4); масса меди $G_m = 3 \cdot 0,545 \cdot 24 \cdot 2(6 + 3,5 \times \times 2)5,66 \cdot 10^{-3} = 5,77 \approx 5,8$ кг.

Для генератора ОС-51-230. В параметры цепи О1—О2 для полюсности $p_2=6$ остаются такими же, как и для напряжения 400 В. По табл. 3 для серийного ОС-51-230 — $\omega'_{\pi p1} = 119,3$ и тогда для СО (5,4808с + 2,8689) $\omega_k = 119,3$, откуда при $\omega_k = 24$ определяются: $c = 0,383$ и $c \omega_k = 9$ при $c = 0,375$; $\omega_{\pi p1} = (5,4808 \cdot 0,375 + 2,8689)24 = 118,20$; $\omega_{p1} = (6 \cdot 0,375 + 3,5)24 = 138$ и $K_{обp1} = 118,2/138 = 0,8565$. Сечение провода катушек дополнительной ветви фазы равно $\Sigma Q'_m / 2c\omega_k = 59,4/18 = 3,3$ мм², откуда $d = 5 \cdot 0,90$ мм и $q_m = 5 \cdot 0,636 = 3,18$ мм ($\Sigma Q_m = 3,18 \cdot 18 = 57,2$ мм²); $r_1 = (0,545 \times \times 9 \cdot 6) / (57 \cdot 3,18) + 0,3157 = 0,48$ Ом при 20 °С; $G_m = 3 \cdot 0,545 \cdot (9 \cdot 6 \cdot 5 + 24 \cdot 7 \cdot 2)5,66 \cdot 10^{-3} = 5,61$ кг.

Результаты расчетов сведены в табл. 4. Анализ таблицы показал следующее:

1. Активное сопротивление r_3 цепи О1—О2 для полюсности $p_2=6$ СО в $r_{3p}/r_3 = 0,567/0,42 = 1,35$ раза меньше, чем расчетное сопротивление для фазы ДО серийного ОС-51, вследствие чего уменьшаются потери в меди этой цепи СО.

2. Активное сопротивление фазы r_1 для полюсности $p_1=2$ СО меньше, чем для серийного генератора в $1,74/1,40 = 1,24$ раза для напряжения 400 В и в $0,64/0,48 = 1,33$ раза для напряжения 230 В, вследствие чего потери в меди этой цепи СО также уменьшаются.

3. Масса меди СО меньше, чем в серийном ОС-51 на $6,2 - 5,8 = 0,4$ кг (6,5 %) для 400 В и на $5,93 - 5,61 = 0,32$ кг (5,4 %) для 230 В.

Эти результаты подтверждаются экспериментально [8, 15]: генераторы с совмещенной обмоткой на якоре имеют более высокое значение к. п. д. (на $\approx 2,0$ %) и меньшие превышения температуры обмоток (на $\approx 10,0^\circ$), чем серийные генераторы с отдельными обмотками якоря, причем по динамическим параметрам они не уступают серийным.

Если же исходить из условия сохранения потерь в меди якоря, то для совмещенной обмотки, в соответствии с приведенными выше расчетами и при тех же значениях чисел витков, получаем: для ОС-51-400 — $d = 2 \times 0,80$ мм при $q_m = 2 \times \times 0,503 = 1,006$ мм² и $G' = 4,47$ кг/км; $r_1 = 1,77$ Ом; $r_3 = 0,532$ Ом; $G_m = 4,56$ кг и $\Sigma Q_m = 48,3$ мм², для ОС-51-230 В — для катушек вторых подгрупп $d = 5 \times 0,80$ мм при $q_m = 5 \cdot 0,503 = 2,515$ мм²; $r_1 = 0,605$ Ом; $G_m = 4,43$ кг и $\Sigma Q_m = 45,3$ мм².

Таким образом, в этом случае расход меди сокращается при совмещенной якорной обмотке на $6,2 - 4,56 = 1,64$ кг (26,5 %) для напряжения 400 В и на $5,93 - 4,43 = 1,5$ кг (25,3 %) для напряжения 230 В, а пазы якоря имеют неполное заполнение медью. Аналогичные результаты получаются и для генератора ОС-52 ($P_n = 8,0$ кВт).

Приведенные результаты характеризуют высо-

кую степень эффективности применения совмещенной якорной обмотки, а также показывают возможность согласования и оптимизации электромагнитных параметров ее разнополюсных цепей при выполнении обмотки на трехфазные напряжения 400 и 230 В. Указанные преимущества совмещенной обмотки вместе с фактором упрощения цепи возбуждения (см. рис. 1, б) преобладают над недостатками, связанными с некоторым усложнением намотки ее схемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов М. В., Радин В. И., Трошин В. И. Использование третьей гармонической поля для возбуждения синхронных генераторов. — Изв. вузов. Электромеханика, 1965, № 3.
2. Витилинш Я. А., Заринш А. Э., Куцевалов В. М. Исследование возбуждения синхронного двигателя с использованием третьей гармоники поля. — В кн.: Бесконтактные электрические машины. — Рига, 1967, № 5.
3. Амамчян С. Г. Использование системы возбуждения от третьей гармоники поля в явнополюсных синхронных генераторах малой мощности. Дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. М.: ВНИИЭМ, 1971.
4. Бендебери Н. С. К расчету индуктивного сопротивления обмотки переменного тока току тройной частоты. — В кн.: Исследование параметров и характеристик электрических машин переменного тока. — Свердловск УПИ, 1973, вып. 209.
5. А. с. № 313503 (СССР). Синхронная электрическая машина / В. С. Арутюнян, В. Х. Мириманян. — Бюлл. изобр. 1975, № 42.
6. Мириманян В. Х. Исследование системы возбуждения от третьей гармоники поля в синхронных машинах малой и средней мощности. Дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. Новочеркасск: НПИ, 1979.
7. Арутюнян В. С. Совмещенная синхронная машина с самовозбуждением от третьей гармоники поля. — Промышленность Армении, 1984, № 7.
8. Попов В. И., Амамчян С. Г., Манукян Р. М. Эффективность применения совмещенных обмоток в синхронных машинах с самовозбуждением от третьей гармоники поля. — Электротехника, 1982, № 11.
9. Попов В. И. Исследование обмоток совмещенных электрических машин. — В сб.: Электропривод и автоматизация в машиностроении. — М.: ВЗМИ, 1982.
10. А. с. № 1069069 (СССР). Совмещенная обмотка статора / В. И. Попов. — Бюлл. 1984, № 3.
11. А. с. № 1098075 (СССР). Совмещенная якорная обмотка / В. И. Попов, В. А. Гладилов, К. Б. Набирков, Ю. Н. Петров. — Бюлл. изобр. 1984, № 22.
12. А. с. № 1127045 (СССР). Трехфазно-однофазная совмещенная обмотка электрических машин / В. И. Попов, Г. М. Гукасян, Р. М. Манукян. — Бюлл. изобр. 1984, № 44.
13. Попов В. И. Матричный анализ схем обмоток совмещенных электрических машин. — Электричество, 1984, № 11.
14. Попов В. И. Принципы формирования схем совмещенных обмоток электрических машин. — Электричество, 1986, № 5.
15. Попов В. И. Совмещенные обмотки якоря синхронной машины с возбуждением от третьей гармонической магнитного поля. — Электричество, 1986, № 12.
16. Шуйский В. П. Расчет электрических машин / Пер. с нем. — Л.: Энергия, 1968.
17. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины: Учебник для вузов. — М.: Энергия, 1980.
18. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Пер. с англ. — М.: Наука, 1983.

Тензорный анализ сетей Крона из двухполюсников

КАРАСЕВ Д. Д., канд. техн. наук

Смоленск

При анализе режимов электрических систем ее многополюсные элементы (генераторы, трансформаторы, линии электропередачи и др.) обычно представляют схемами замещения из двухполюсников [1]. Поэтому представляет практический интерес рассмотреть особенности предложенного в [2] подхода к анализу сетей из двухполюсников.

Сеть из идеальных двухполюсников. В качестве примера рассмотрим невозбужденную сеть (рис. 1, а) из соединенных между собой четырех пассивных двухполюсников {1, 2, 3, 4}. Такой сети соответствует оргграф (рис. 1, б), один из узлов которого, например, А, будем считать базисным, а остальные узлы {В, С, D} — независимыми. Если в оргграфе наметить дерево из ветвей {1, 2, 3} —, то ребро {4} будет хордой.

Возможны различные варианты возбуждения исходной пассивной сети. Например, возбуждение можно создать за счет подключения в сеть источников узлового и контурного возбуждения.

Узловое возбуждение создается источниками, подключенными к существующим узлам исходной невозбужденной сети. Для того чтобы зафиксировать потенциалы всех узлов сети, а следовательно, и напряжения на всех пассивных двухполюсниках, в сеть достаточно включить столько независимых источников напряжения, сколько не-

зависимых узлов в оргграфе невозбужденной сети. На рис. 1, в узловое напряжение создается источниками {I, II, III}.

Контурное возбуждение создается источниками, включенными в контуры исходной невозбужденной сети. Для того чтобы зафиксировать токи во всех контурах, достаточно включить столько независимых источников тока, сколько независимых контуров (хорд) в оргграфе исходной невозбужденной сети. На рис. 1, в контурное возбуждение создается источником {IV}.

Возбуждение, создаваемое одновременно действующими узловыми и контурными источниками, в [2] названо ортогональным — использован предложенный Кроном термин, но вложено в него несколько отличное содержание.

Ортграф сети. Ортграф сети с ортогональным возбуждением (рис. 1, г) обладает рядом характерных свойств и поэтому в дальнейшем называется ортграфом, чтобы отличить его от оргграфа исходной невозбужденной сети (рис. 1, б). В ортграфе общее число ребер в 2 раза больше, чем у оргграфа невозбужденной сети. Это объясняется тем, что число включенных источников ортогонального возбуждения равно числу пассивных двухполюсников невозбужденной сети.

Подключение источников узлового возбуждения приводит к образованию в сети дополнитель-

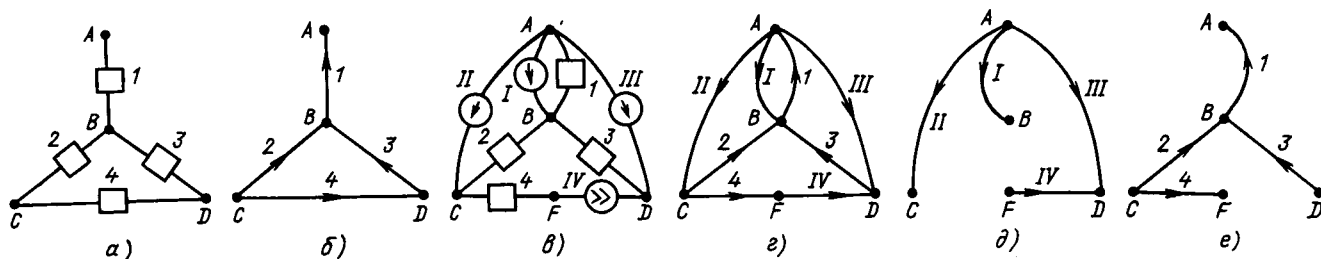


Рис. 1. Параметры сетей из двухполюсников: исходная невозбужденная сеть (а) и ее оргграф (б); сеть с ортогональным возбуждением (в) и ее ортграф (г); дерево источников (д) и дерево потребителей ортграфа (е)

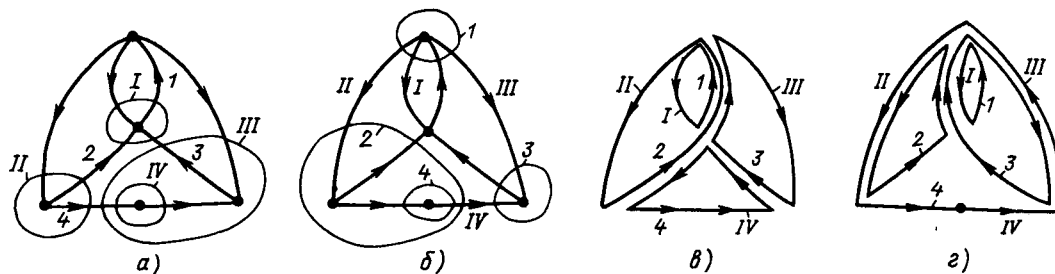


Рис. 2. Фундаментальные сечения и контуры для источников и потребителей: а — сечения для источников; б — сечения для потребителей; в — контуры для источников; г — контуры для потребителей

ных независимых контуров, а включение источников контурного возбуждения — к появлению дополнительных узлов сети. В результате оказывается, что число независимых контуров K , число независимых узлов U , число ребер P , соответствующих пассивным двухполюсникам, и число ребер H , соответствующих источникам ортогонального возбуждения, в оргграфе одинаково:

$$K=U=P=H. \quad (1)$$

Оргграф можно разрезать на два дерева: источников (рис. 1, д) и потребителей (рис. 1, е), каждому из которых соответствует своя система фундаментальных сечений и контуров [3], изображенных на рис. 2. Этим сечениям и контурам соответствуют топологические матрицы фундаментальных сечений для источников C_{Π}^H , сечений для потребителей C_{Π}^P , контуров для источников K_{Π}^H и контуров для потребителей K_{Π}^P , имеющих следующий вид:

$$C_{\Pi}^H = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & \text{П} & & & & & \\ & b & & x & & & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & & \\ 1 & & & & & & \\ 1 & -1 & -1 & & & & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & & & 1 & -1 & & \\ & & & & 1 & & \end{array} \begin{array}{c} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{array} \begin{array}{c} y \\ k \end{array} \begin{array}{c} H \\ P \end{array};$$

$$C_{\Pi}^P = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & \text{H} & & & & & \\ & y & & k & & & \\ \hline & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & & \\ 1 & 1 & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & -1 & 2 & & \\ & & 1 & 1 & 3 & & \\ & & & 1 & 4 & & x \end{array} \begin{array}{c} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{array} \begin{array}{c} y \\ k \end{array} \begin{array}{c} H \\ P \end{array};$$

$$K_{\Pi}^H = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & \text{П} & & & & & \\ & b & & x & & & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & & \\ 1 & & & & & & \\ 1 & 1 & & & & & \\ 1 & & 1 & & & & \\ & -1 & 1 & 1 & & & \end{array} \begin{array}{c} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \\ \text{IV} \end{array} \begin{array}{c} y \\ k \end{array} \begin{array}{c} H \\ P \end{array};$$

$$K_{\Pi}^H = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} & \text{H} & & & & & \\ & y & & k & & & \\ \hline & \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & & \\ 1 & & & & & 1 & \\ -1 & 1 & & & & 2 & \\ -1 & & 1 & & & 3 & \\ & 1 & -1 & 1 & & 4 & x \end{array} \begin{array}{c} b \\ x \end{array} \begin{array}{c} P \\ H \end{array} \quad (2)$$

Здесь и в дальнейшем принята модифицированная система индексных обозначений матриц [4].

Групповые свойства. Между топологическими матрицами существует взаимозависимость, которая выражается четырьмя операциями: тождественности, обращения, транспонирования и двойственности. Зная одну из этих матриц, например K_{Π}^H , возможно вычислить остальные матрицы, используя отмеченную группу операций:

$$\left. \begin{array}{l} K_{\Pi}^P = K_{\Pi}^H; \quad K_{\Pi}^H = (K_{\Pi}^P)^{-1}; \\ C_{\Pi}^H = (K_{\Pi}^P)^T; \quad C_{\Pi}^P = (K_{\Pi}^H)^{-1}. \end{array} \right\} \quad (3)$$

Зависимость между матрицами можно изобразить в виде диаграммы, как это показано на рис. 3. Из диаграммы следует, что предлагаемая трактовка понятия двойственной операции является композицией операций транспонирования и обращения.

Соотношения (3) получены для четырех топологических матриц одной и той же сети с ортогональным возбуждением. Однако этим соотношением возможно дать принципиально другое толкование [5]: считать, что одна и та же матрица выполняет роль любой из четырех топологических матриц, но в различных ортогональных сетях — исходной (рис. 1, в), обратной (рис. 4, а), транспонированной (рис. 4, б) и двойственной (рис. 4, в).

Из сопоставления группы операций (3) с группой ортогональных сетей следует, что операции

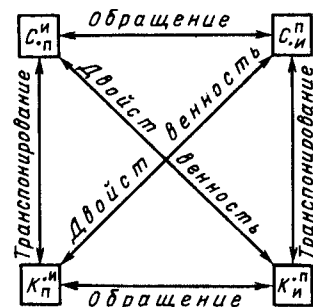


Рис. 3. Диаграмма операций с топологическими матрицами

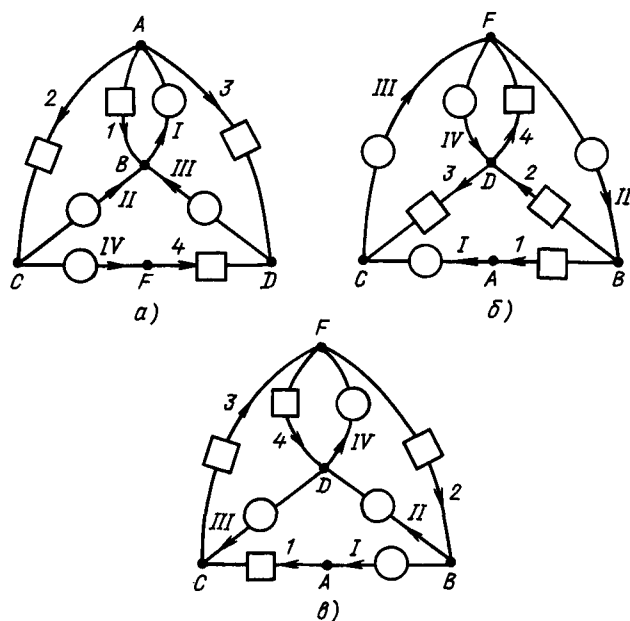


Рис. 4. Разновидности ортогональных сетей: а — обратная сеть; б — двойственная сеть; в — транспонированная сеть

обращения соответствует замена источников на потребители или наоборот. Двойственная операция приводит к перемене ролей между фундаментальными контурами и сечениями, что соответствует общепринятой трактовке понятия двойственности в электрических цепях. При транспонировании одновременно меняются ролями источники с потребителями, а контуры с сечениями. В результате одна и та же матрица, например K_{II}^n , показывает как образуются фундаментальные контуры для источников исходной сети (рис. 1, е), фундаментальные контурные для потребителей в обратной сети (рис. 4, а), фундаментальные сечения для потребителей транспонированной сети (рис. 4, б) и фундаментальные сечения для источников в двойственной сети (рис. 4, в).

Сети Крона. Так как матрицы C_{II}^n и K_{II}^n являются обратными к матрицам C_{II}^n и K_{II}^n соответственно, то для их блоков оказываются справедливыми формулы

$$\left. \begin{aligned} C_{II}^y C_{II}^n &= 1^y_y; & C_{II}^y C_{II}^n &= 0^y_k; \\ C_{II}^k C_{II}^n &= 0^k_y; & C_{II}^k C_{II}^n &= 1^k_k; \\ K_{II}^n K_{II}^y &= 1^y_y; & K_{II}^n K_{II}^y &= 0^y_k; \\ K_{II}^n K_{II}^k &= 0^k_y; & K_{II}^n K_{II}^k &= 1^k_k, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

которые отражают ортогональные свойства блоков топологических матриц (2). Именно эти соотношения согласно [4] и послужили Крону основанием для того, чтобы рассматриваемые сети называть ортогональными.

Выше предполагалось, что элементами сети являются идеальные двухполюсные источники и потребители. Однако в [2] показано, что ортогональное возбуждение возможно и тогда, когда источники и потребители «реальные» — в том смысле, что источники имеют собственные потребители, а потребители имеют собственные источники.

Например, в [5] элементами сети считались двухполюсники (рис. 5), состоящие из трех идеальных элементов: потребителя Z , источника напряжения e и источника тока i . Для таких элементов справедлива система уравнений, выражающая законы Кирхгофа и Ома:

$$\begin{aligned} J &= i + I; & V &= e + E; \\ V &= ZJ; & J &= YV. \end{aligned}$$

Если рассматривать множество реальных потребителей, то в соответствии со вторым постулатом Крона [6], тензорный аналог этих уравнений запишется в виде

$$\left. \begin{aligned} J^{\Pi} &= i^{\Pi} + I^{\Pi}; & V_{\Pi} &= e_{\Pi} + E_{\Pi}; \\ V_{\Pi} &= Z_{\Pi\Pi} J^{\Pi}; & J^{\Pi} &= Y^{\Pi\Pi} V_{\Pi}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где индекс Π указывает систему координат потребителей и одновременно согласно [4] является суммирующим.

Ортогональные сети, в которых источники идеальны, а потребители реальны в отмеченном выше смысле, назовем сетями Крона, впервые исследовавшего особенности ортогональных сетей. Каждый источник ортогонального возбуждения может быть или источником тока, когда задан его ток, но неизвестно напряжение, или источником напряжения, когда известно его напряжение, но неизвестна величина тока.

Изменяя тип источника ортогонального возбуждения, можно получить различные варианты сетей Крона [6]: узловые при $e_k = 0$, контурные при $i^y = 0$, чисто узловые при $i^k = 0$, чисто контурные при $e_y = 0$. В частном случае, когда источники ортогонального возбуждения отсутствуют, т. е. $i^y = 0$, $e^k = 0$, получится сеть, в которой возбуждение создается только источниками реальных потребителей i^n , e_n . Такое возбуждение считается «внутренним» [7]. Предложенная классификация позволяет подчеркнуть принципиаль-

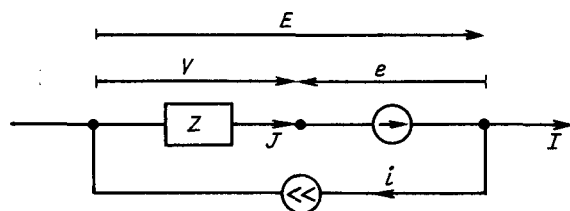


Рис. 5. Схема соединения реального двухполюсника из трех идеальных элементов: Z , e , i

ное отличие внутреннего возбуждения источниками e_n , включенными последовательно пассивным двухполюсниками сети, от контурного возбуждения, создаваемого дополнительно включенными в независимые контуры источниками e_k .

Соединение источников и потребителей в единую сеть приводит к тому, что на токи и напряжения этих элементов накладываются ограничения, которые выражаются в виде законов Кирхгофа и могут быть записаны в виде уравнений [2]:

$$\left. \begin{aligned} i^n &= C_{n\cdot}^y I^n; \quad I^n = C_{n\cdot}^y i^n; \\ e_n &= K_{n\cdot}^y E_n; \quad E_n = K_{n\cdot}^y e_n, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

в которых роль «преобразователя координат» выполняют топологические матрицы, а роль «инварианта преобразования» — комплекс мощности, вырабатываемой источниками и потребляемой потребителями:

$$S = E_n^* i^n = E_n^* I^n.$$

Диаграмма матриц. Матрицы, входящие в (6), разделим на блоки, выделив узловые и контурные величины:

$$\left. \begin{aligned} i^y &= C_{n\cdot}^y I^n; \quad i^k = C_{n\cdot}^k I^n; \\ I^n &= C_{n\cdot}^y i^y + C_{n\cdot}^k i^k = I_n' + I_n''; \\ e_y &= K_{n\cdot}^y E_n; \quad e_k = K_{n\cdot}^k E_n; \\ E_n &= K_{n\cdot}^y e_y + K_{n\cdot}^k e_k = E_n' + E_n''. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Уравнениям (5) и (7) соответствует развернутая диаграмма матриц, показанная на рис. 6. Для удобства использования диаграммы при записи матричных уравнений на ней введены пунктиром дополнительные вертикальные стрелки, соответствующие матрицам узловых и контурных проводимостей и сопротивлений Y^{yy} , Y^{kk} , Z_{yy} , Z_{kk} , которые являются диагональными блоками матриц проводимостей и сопротивлений источников:

$$\left. \begin{aligned} Y_{nn} &= C_{n\cdot}^y Y^{yy} C_{n\cdot}^y = \begin{bmatrix} Y^{yy} & Y^{yk} \\ Y^{ky} & Y^{kk} \end{bmatrix}; \\ Z_{nn} &= K_{n\cdot}^y Z_{pp} C_{n\cdot}^y = \begin{bmatrix} Z_{yy} & Z_{yk} \\ Z_{ky} & Z_{kk} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Хотя на диаграмме матриц отражены лишь непосредственные зависимости между токами и напряжениями элементов сети, выражающие законы Ома и Кирхгофа, ее можно использовать для выявления глубоких опосредственных связей между параметрами сети.

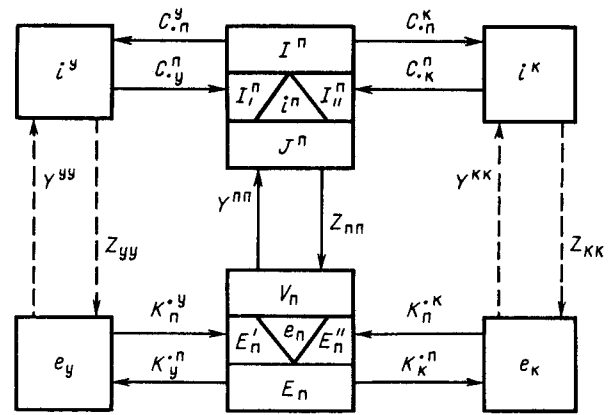


Рис. 6. Диаграмма матриц для сетей Крона

Например, из диаграммы следуют две разновидности уравнения

$$\left. \begin{aligned} i^n + C_{n\cdot}^y i^y + C_{n\cdot}^k i^k &= Y^{nn} (e_n + K_{n\cdot}^y e_y + K_{n\cdot}^k e_k); \\ e_n + K_{n\cdot}^y e_y + K_{n\cdot}^k e_k &= Z_{nn} (i^n + C_{n\cdot}^y i^y + C_{n\cdot}^k i^k), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

устанавливающего взаимозависимость между токами и напряжениями всех источников возбуждения сети. Оно в двух противоположных формах (Y и Z) выражает закон Ома для пассивных двухполюсников реальных потребителей сети Крона и является следствиями уравнений (5) и (7).

Умножив первое уравнение (9) на $C_{n\cdot}^y$, получим с учетом (4) уравнение:

$$i^y = C_{n\cdot}^y [-i^n + Y^{nn} (e_n + K_{n\cdot}^y e_y + K_{n\cdot}^k e_k)], \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\underbrace{E_n'}_{E_n} E_n''}_{V_n} \\ & \underbrace{J_n}_{I_n} \end{aligned}$$

позволяющее определить токи узловых источников, когда в сети наряду с внутренними источниками i^n и e_n действует однородное ортогональное возбуждение, создаваемое источниками e_y и e_k . На диаграмме матриц этой формуле соответствует маршрут из i^y в e_y и e_k через i^n и e_n .

Если узловые источники e_y заменить на источники тока i^y , то в сети будет действовать неоднородное ортогональное возбуждение. В этом случае на первом этапе расчета режима сети можно определить узловое напряжение. Необходимая для

этого расчетная формула

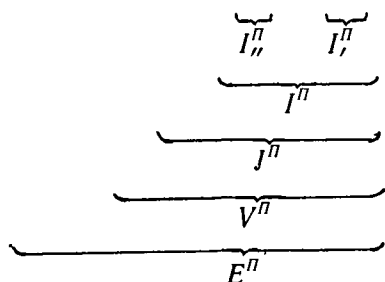
$$e_y = (Y^{yy})^{-1} \{i^y + C_{y,n}^y [i^n + Y^{nn} (-e_n + K_{n,k}^K e_k)]\} \quad (11)$$
 получается в результате соответствующего преобразования уравнения (10). На диаграмме матриц ей соответствует маршрут из e_y через i^n , e_n в e_k .

Возможен и второй метод расчета, когда на первом этапе вычисляются контурные токи по формуле

$$i^k = Z_{kk}^{-1} \{e_k + K_{k,n}^n [e_n + Z_{nn} (-i^n + C_{n,k}^n i^k)]\}, \quad (12)$$

которая является двойственной по отношению к (11). На развернутой диаграмме матриц ей соответствует маршрут из i^k через e_k , e_n , i^n в i^y . В этом случае на втором этапе расчета следует использовать двойственное к (10) уравнение

$$e_k = K_{k,n}^n [-e_n + Z_{nn} (i^n + C_{n,k}^n i^k + C_{n,y}^n i^y)], \quad (13)$$



которому на диаграмме матриц соответствует маршрут из e_k через e_n и i^n в i^y .

Анализ формул (10)–(13) показывает, что неоднородность ортогонального возбуждения значительно усложняет расчет режима сети, так как появляется необходимость на первом этапе определять или узловые напряжения (11), или кон-

турные токи (12). При этом требуется обращение матриц узловых проводимостей или контурных сопротивлений.

В заключение следует подчеркнуть мысль Крона [8] о том, что любая неподвижная сеть из двухполюсников «...независимо от способа ее возбуждения и расчленения...» является, по существу, ортогональной. Если число источников сети меньше числа потребителей, то для выполнения основного топологического соотношения (1) в сеть следует включить необходимое число нулевых источников узлового тока и контурных напряжений. Это позволяет рассматривать сети Крона как более общий, а не частный, случай сетей из двухполюсников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрические системы. Т. 2. Электрические сети / Под ред. В. А. Веникова.— М.: Высшая школа, 1971.— 440 с.
2. Карасев Д. Д. О тензорном анализе неподвижных сетей из многополюсников.— М.: Электричество, 1988, № 2, с. 40–46.
3. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера.— Киев: Техника, 1977.— 768 с.
4. Хэпп Х. Диакоптика и электрические цепи: Пер. с англ./Под ред. В. Г. Миронова.— М.: Мир, 1975.— 344 с.
5. Карасев Д. Д., Карасев Е. Д. Некоторые топологические свойства сети с ортогональным возбуждением. Межведомственный сборник трудов. Оптимизация режимов электрических систем.— М.: МЭИ, 1985, № 65.— С. 18–24.
6. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. / Под ред. Л. Т. Кузина и П. Г. Кузнецова.— М.: Советское радио, 1978.— 720 с.
7. Карасев Д. Д. Применение матриц для расчета электрических сетей.— М.: МЭИ, 1982.— 88 с.
8. Крон Г. Исследование сложных систем по частям (диакоптика): Пер. с англ. / Под ред. А. В. Баранова.— М.: Наука, 1972.— С. 73.

[27.09.88]

УДК 621.314.214.332

Учет тепловых режимов при оценке эффективности применения индуктонов в электротехнических устройствах

ВОЛКОВ И. В., чл.-корр. АН УССР, ЗАКРЕВСКИЙ С. И., канд. техн. наук, СМОЛЯНСКИЙ И. И., канд. техн. наук

Институт электродинамики АН УССР

Вопросы минимизации массы и габаритов электротехнических устройств приобретают в настоящее время первостепенное значение и рассматриваются в качестве важнейшей задачи при проектировании этих устройств. Одним из путей решения этой актуальной задачи применительно к электромагнитным устройствам является переход к функциональной интеграции их силовых компонентов, выполняющих одновременно несколько функций: трансформации, фильтрации, стабилизации, самокомпенсации реактивной мощ-

ности [1–6] и т. д. В [1, 3, 4] описаны устройства — так называемые индуктоны, выполненные на двух фольговых обмотках, разделенных диэлектрической пленкой и намотанных на общий магнитопровод. Такие устройства, совмещающие в себе распределенные индуктивность и емкость, используются для стабилизации тока в переменной нагрузке [1, 3], в источниках электропитания газоразрядных приборов [2, 7], индукторах с самокомпенсацией реактивной мощности [4], генераторах импульсных токов [6]. В цитируемых ра-

ботах получены расчетные соотношения для ряда схем, выполненных на индуктонах, приведены методика выбора основных параметров и ряд экспериментальных зависимостей.

Однако указанные результаты не позволяют однозначно оценить эффективность применения индуктонов, поскольку получены без учета тепловых режимов и оценки максимальных температур перегрева. Индуктон, совмещающий в себе элементы индуктивности и конденсатора, в силу компактности устройства может оказаться в неблагоприятном тепловом режиме и эффективность его использования будет сведена к минимуму. Целью настоящей работы является исследование тепловых режимов индуктонов и сравнение их тепловых характеристик с соответствующими характеристиками традиционных дискретных элементов L и C . При сравнительном анализе в качестве объектов исследования были взяты простейшие устройства типа индуктон и дискретные элементы: индуктивность в виде одиночной пластины и конденсатор в виде двух пластин, разделенных диэлектриком, являющиеся физическими аналогами реальных устройств. Это дало возможность, несмотря на упрощения получить характерные зависимости, позволяющие оценить эффективность конструктивного совмещения элементов L и C в одном устройстве.

Рассмотрим простейший индуктон (рис. 1), представляющий собой две фольговые пластины из металла, разделенные тонким слоем диэлектрической пленки. На рис. 2 и 3 показаны возможные варианты подключения этих пластин к электрической цепи. Заданы геометрические размеры пластин и пленки ($\Delta_{\phi 1} = \Delta_{\phi 2} = \Delta_{\phi} = \delta_2$ — толщина фольговой пластины, $\Delta_n = 2\delta_1$ — толщина изоляционной пленки, a и b — соответственно длина и ширина пластин и пленки) и распределение плотности тока в пластинах.

Требуется определить распределение температуры по толщине пластин и пленки при $\Delta_{\phi} \ll a$; $\Delta_n \ll a$; $b \ll a$. С целью наглядности рисунка масштаб на рис. 1 не соблюден. В наиболее общем виде задача решается с помощью уравнения теплопроводности для многослойной системы [8]:

$$\lambda_i \nabla^2 t_i = -q_{v,i}, \quad (1)$$

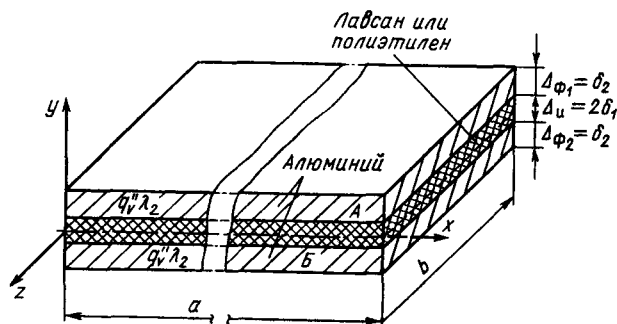


Рис. 1

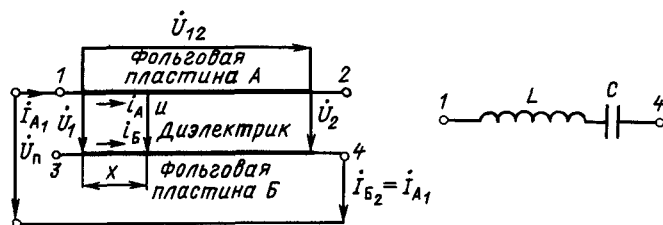


Рис. 2

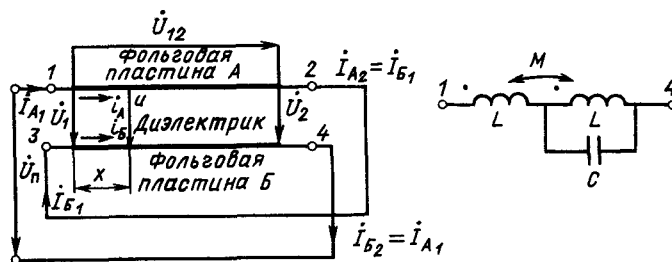


Рис. 3

где $i=1, 2, \dots, k$ — номер слоя; λ_i — коэффициент теплопроводности соответствующего слоя, Вт/(м·град), t_i — значение температуры в функции координат, град; $q_{v,i}$ — объемная плотность тепловых источников, Вт/м³;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}.$$

Представим индуктон в виде симметричной трехслойной системы с осью симметрии, проходящей по среднему сечению второго слоя (пленки) параллельно стороне a и введем систему прямоугольных координат, как показано на рис. 1. Прежде чем перейти к расчету распределения температуры в пластинах и пленке индуктона сделаем некоторые предварительные значения. Из уравнения (1) следует, что в общем случае температура зависит от координат x, y, z . В силу принятых допущений ($a \gg b$) можно считать, что эффективное значение тока, нагревающего пластину, неизменно вдоль ширины пластины и зависит только от координаты x , т. е. трехмерная задача сводится к двумерной. Пренебрегая крайними условиями для плоской пластины, толщина которой мала по сравнению с наименьшей протяженностью ее поверхностей, можно считать температуру внутри пластины (в каждом отдельном сечении) изменяющейся только по ее толщине, т. е. отнести задачу к категории одномерных. Определяя таким образом теплораспределение в пластине в каждом отдельном сечении, т. е. при фиксированной координате x , но в функции координаты z , сведем двумерную задачу к двум одномерным, решаемым независимо друг от друга.

С учетом изложенного распределение температуры по толщине слоев в некотором сечении ($x = \text{const}$) может быть найдено путем интегрирования уравнения (1) при $\nabla^2 = \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$. Имеем соответственно для диэлектрической пленки ($\Delta_n = 2\delta_1$) и фольговой пластины ($\Delta_f = \delta_2$):

$$t'(y) = -\frac{q'_V y^2}{2\lambda_1} + C'_1 y + C'_2; \quad (2)$$

$$t''(y) = -\frac{q''_V (y - \delta_1)^2}{2\lambda_2} + C''_1 (y - \delta_1) + C''_2; \quad (3)$$

где C'_1 , C'_2 , C''_1 , C''_2 — постоянные интегрирования, определяемые для соответствующих слоев из граничных условий.

С целью упорядочения обозначений в уравнениях (2), (3) и далее по тексту тепловые характеристики диэлектрической пленки отмечены одним верхним штрихом, а тепловые характеристики металлической пластины — двумя верхними штрихами.

Введем граничные условия:

а) условие симметрии теплового поля для сечения по оси симметрии в среднем слое:

$$\left. \frac{dt'}{dy} \right|_{y=0} = 0; \quad (4)$$

б) условие теплового равновесия на наружных стенках фольговых пластин [8] при заданной температуре окружающей среды t_{cp} :

$$-\lambda_2 \left. \frac{dt''}{dy} \right|_{y=\delta_1+\delta_2} = \alpha (t_{cp} - t_{нов}), \quad (5)$$

где α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·град); $t_{нов}$ — температура наружной стенки пластины, град;

в) равенство температур на границе слоев:

$$t'|_{y=\delta_1} = t''|_{y=\delta_1}; \quad (6)$$

г) равенство тепловых потоков на границе слоев:

$$\lambda_1 \left. \frac{dt'}{dy} \right|_{y=\delta_1} = \lambda_2 \left. \frac{dt''}{dy} \right|_{y=\delta_1}. \quad (7)$$

Определив из (2), (3) с учетом (4) — (7) максимальные значения температур нагрева металла $t_{м \max} = t'_{\max}$ и диэлектрика $t_{д \max} = t''_{\max}$, запишем следующие соотношения для максимальных температур перегрева металла пластины Θ_m и диэлектрика пленки Θ_d :

$$\Theta_m = t'_{\max} - t_{cp} = \frac{q'_V \delta_1 + q'_V \delta_2}{\alpha}; \quad (8)$$

$$\Theta_d = t''_{\max} - t_{cp} = \frac{q'_V \delta_1}{\alpha} + \frac{q''_V \delta_2}{\alpha} + \frac{q'_V \delta_1^2}{2\lambda_1} = \Theta_m + \frac{q'_V \delta_1^2}{2\lambda_1}. \quad (9)$$

При выводе соотношений (8) и (9) учтено, что $\lambda_2 \gg \lambda_1$.

Связь тепловых и электрических характеристик в индуконе может быть установлена с помощью известных соотношений для индуктивности пластины L [9], емкости между фольговыми пластинами C [1] и объемных плотностей тепловыделения в диэлектрической пленке q'_V и в фольговой пластине q''_V [8]:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} a \ln \frac{2a}{b}; \quad (10)$$

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 ab}{2\delta_1}; \quad (11)$$

$$q'_V = \frac{Q_d}{V_d} = \frac{I_C^2(x) \operatorname{tg} \delta}{\omega C} \frac{1}{V_d}; \quad (12)$$

$$q''_V = \frac{P_m}{V_m} = \frac{I_L^2(x) \rho}{V_m} \frac{a}{b\delta_2}, \quad (13)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума; ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость пленки; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — диэлектрическая проницаемость вакуума; Q_d , P_m — активные мощности, выделяемые соответственно в диэлектрике и в пластине, Вт; $I_C(x)$, $I_L(x)$ — токи соответственно через емкость и пластину, А; V_d , V_m — объемы соответственно диэлектрика и пластины, м³; $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла диэлектрических потерь; ω — круговая частота; ρ — удельное сопротивление металла, из которого изготовлена пластина, Ом·м. (Соотношения (10) и (11) справедливы при размерах пластин a и b , существенно меньших длины волны переменного напряжения, подаваемого на вход индуктона. При соизмеримости этих величин следует использовать формулы для расчета L и C известные соотношения из теории длинных линий.)

С учетом (10) — (13) выражения (8), (9) приобретают вид:

$$Q_m = \left(\frac{I_C(x) \operatorname{tg} \delta \epsilon_r \epsilon_0}{\alpha} \frac{2\pi \omega^2 L^4}{\mu_0^2 k_\omega} \right) \times \\ \times \frac{1}{V_d} \frac{1}{n \ln^2 2n} + \frac{I_L^2(x) \rho}{\alpha} \frac{n}{V_m}; \quad (14)$$

$$\Theta_d = \Theta_m + \left[\frac{I_C^2(x) \operatorname{tg} \delta (\epsilon_r \epsilon_0)^2}{\lambda_1 \mu_0^4} \frac{2\pi^4 \omega_0^5 L^7}{k_\omega} \right] \frac{1}{V_d} \frac{1}{n^2 \ln^4 2n}, \quad (15)$$

где $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — собственная частота (частота резонансной настройки реактивных элементов индуктона); $k_\omega = \omega/\omega_0$ — отношение частоты питающего напряжения к собственной (относительная частота); $n = a/b$ — отношение длины пластины к ее ширине.

Аналогичные соотношения (устанавливающие связь между тепловыми и электрическими ха-

рактеристиками) для температуры перегрева металла в одиночной пластине Θ_{M_0} : (при $\delta_1=0$ и $q'_V=0$, рис. 1) и температуры перегрева металла Θ_M^* и диэлектрика Θ_D^* в одиночном конденсаторе (при $q'_V \approx 0$ и практическом отсутствии тепловыделения в металле), необходимые для сравнительного анализа устройств, выполненных на индуктонах и на одиночных дискретных элементах, с учетом (8) — (13) будут иметь вид:

$$\Theta_{M_0} = \frac{I_L^2 \rho}{2\alpha} \frac{m}{V_{M_0}}; \quad (16)$$

$$\Theta_M^* = \frac{I_C^2 \operatorname{tg} \delta_{\varepsilon r \varepsilon_0}}{\alpha} \frac{2\pi^2}{\mu_0^2} \frac{1}{k_{\omega} \omega_0^2 C^4} \frac{1}{V_{D_0}} \frac{1}{n \ln^2 2n}; \quad (17)$$

$$\Theta_D^* = \Theta_M^* + \frac{I_C^2 \operatorname{tg} \delta_{(\varepsilon r \varepsilon_0)^2}}{\lambda_1} \frac{2\pi^4}{\mu_0^4} \frac{1}{k_{\omega} \omega_0^2 C^7} \frac{1}{V_{D_0}} \frac{1}{n^2 \ln^4 2n}, \quad (18)$$

где $m = a_0/b_0$ — отношение длины одиночной пластины к ее ширине; V_{M_0} , V_{D_0} — объемы соответственно металла одиночной пластины и диэлектрика в одиночном конденсаторе, m^3 .

Соотношение сторон в одиночном конденсаторе принято таким же, как и в индуктоне; токи в одиночных пластине и конденсаторе I_L и I_C , как в устройствах с сосредоточенными параметрами, не зависят от координаты x .

Для решения второй части задачи — расчета токораспределения по длине пластины индуктона в функции координаты x — рассмотрим две разновидности индуктона-двухполюсника, структурные и эквивалентные электрические схемы которых представлены на рис. 2, 3. При этом воспользуемся основными результатами исследований, полученными в [1] для индуктона-четыреполюсника; легко видеть, что схемы, представленные на рис. 2, 3, могут быть получены из схемы индуктона-четыреполюсника [1] при $R_n \rightarrow \infty$ и $R_n = 0$ соответственно.

Выполнив соответствующие расчеты с учетом изложенного выше и основных соотношений: выведенных в [1], получим следующие зависимости для токов в пластинах I_{A_x} индуктонов в функции координаты x :

последовательная схема, рис. 2:

$$I_{A_x} = \frac{\dot{U}_n + \dot{U}_n \operatorname{sh} \gamma l + \operatorname{sh} \gamma (l-x) - \operatorname{sh} \gamma x}{2Z}; \quad (19)$$

последовательно-параллельная схема, рис. 3:

$$I_{A_x} = \frac{\dot{U}_n}{2Z_{np}} + \frac{\dot{U}_n \operatorname{sh} \gamma (l-x) - \operatorname{sh} \gamma x}{2Z}, \quad (20)$$

где $Z = \frac{2r_n}{\gamma} = \sqrt{\frac{2r_n}{g_n + j\omega C_n}}$ — волновое сопротивление индуктона, как однородной длинной линии с распределенными параметрами $\gamma =$

$= \sqrt{2r_n (g_n + j\omega C_n)}$ — коэффициент распространения; $Z_{np} = (r_n + j\omega L_n) l$ — полное продольное сопротивление провода линии с учетом взаимоиндуктивного влияния второго; r_n , L_n , g_n , C_n — сопротивление и индуктивность провода (фольговой пластины), проводимость утечки и емкость между пластинами на единицу ее длины; l — длина пластины (в нашем случае $l = a$); остальные обозначения ясны из рис. 2 и 3.

Очевидно, что для установившегося режима в выражения (14), (15) следует вместо текущих значений $I_L^2(x)$, $I_C^2(x)$ представлять интегральное значение квадрата тока I_{A_x} , просуммированное и усредненное по всей длине пластины. Определив эти значения как $I_{L_{\text{eff}}}$ и $I_{C_{\text{eff}}}$ и приняв во внимание, что при $r_n \ll \omega L_n$ и $g \ll \omega C_n \operatorname{sh} \gamma l \approx \gamma l$, $\operatorname{ch} \gamma l \approx 1$, для последовательной схемы индуктона ($I_L = I_C$), после соответствующих преобразований получим:

$$I_{L_{\text{eff}}}^2 = I_{C_{\text{eff}}}^2 = |I_{L_{\text{eff}}}|^2 = |I_{C_{\text{eff}}}|^2 = \frac{1}{l} \int_0^l |I_{A_x}|^2 dx \approx \left(\frac{|\dot{U}_n + \dot{U}_n|}{4Z} \gamma l \right)^2. \quad (21)$$

При тех же условиях для последовательно-параллельной схемы индуктона получаем:

$$I_{L_{\text{eff}}}^2 = \left(\frac{\dot{U}_n}{2Z_{np}} \right)^2. \quad (22)$$

В данном варианте индуктона $I_L \neq I_C$, поэтому в выражения (14), (15) при определении температур нагрева необходимо ввести дополнительный схемный коэффициент k_{cx} , учитывающий соотношение между I_L и I_C :

$$k_{cx} = \left| \frac{I_C}{I_L} \right| = \frac{k_{\omega}^2}{1 + k_{\omega}^2}. \quad (23)$$

Полученные выше результаты дают возможность провести сравнительный анализ по тепловым характеристикам индуктона и устройств, выполненных на дискретных элементах и обладающих идентичными схемами и электрическими параметрами.

Сравним расход металла в двух случаях: при изготовлении индуктона и при изготовлении идентичного по своим тепловым и электрическим характеристикам устройства на дискретных элементах. Считаем, что во втором случае основной расход металла приходится на одиночную индуктивность (расход металла в одиночном конденсаторе определяется не тепловыми характеристиками, а преимущественно конструктивными и технологическими соображениями). С учетом изложенного искомая зависимость между геометрическими и электрическими параметрами индуктона и одиночной пластины, при которой обеспечиваются

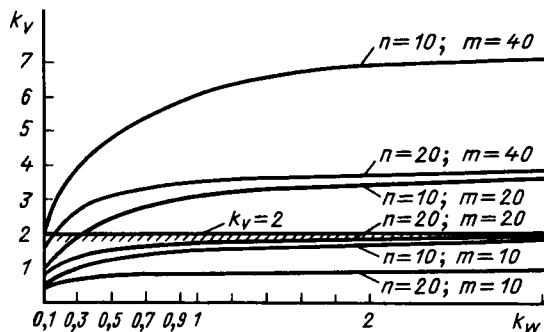


Рис. 4.

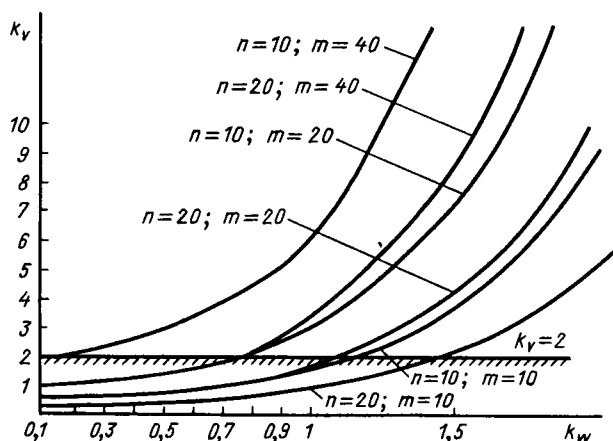


Рис. 5

идентичные тепловые режимы обоих устройств, может быть получена путем приравнивания друг другу полученных выше соотношений для температур перегрева металла в индуконе и одиночной пластине, т. е. из решения уравнения

$$\Theta_M = \Theta_{M_0} \quad (24)$$

относительно интересующего нас параметра.

Введя коэффициент $k_v = V_{M_0}/V_M$, определяющий отношение объема металла одиночной пластины к объему металла пластины в индуконе, и решив относительно этого коэффициента уравнение (24) с учетом (14), (16), (19) — (23), будем иметь соответственно:

для последовательной схемы

$$k_v = \frac{m}{2} \frac{4k_\omega}{nk_\omega + A}, \quad (25)$$

для последовательно-параллельной схемы

$$k_v = \frac{m}{2} \frac{(1+k_\omega^2)}{n(1+k_\omega^2) + 4Ak_\omega^3}, \quad (26)$$

где $A = \frac{k}{n \ln^2 2n}$; $k \frac{\lg \delta}{2p} \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_0^2} 2\pi \omega^3 L^4$ — параметрический коэффициент, определяемый физическими

постоянными и индуктивностью пластины на резонансной частоте.

При выводе зависимостей (25), (26) в формулу для определения температуры перегрева металла одиночной пластины (16) подставлялись выражения для входных значений тока в пластинах индукона, определяемые из (19), (20). Было также принято, что объем диэлектрика в индуконе равен суммарному объему металла пластин индукона (т. е. $V_d = 2V_M$), что в большинстве случаев [1, 3] выдерживается. Расчеты показывают, что коэффициент A при типовых значениях $\rho = 3 \cdot 10^{-8}$ Ом·м (алюминиевая пластина), $\delta_1 = 30 \cdot 10^{-6}$ м; $b = 10^{-1}$ м; $\lg \delta = 10^{-3}$; $\epsilon_r = 2,2$ (в силу его пропорциональности значению $\sqrt{\ln 2n}$) изменяется в небольших пределах (от 2,6 до 3,45) при довольно широком диапазоне изменения n ($n_{\max}/n_{\min} = 100/10 = 10$).

На рис. 4 и 5 представлены зависимости $k_v = f(k_\omega)$ для разных значений соотношений сторон пластины индукона и одиночной пластины, построенные по соотношениям (26), (27) при среднем значении $A = 3$. Выбор конкретных значений m и n при построении представленных на рис. 4 и 5 графиков осуществлялся из необходимости обеспечения принятого основного допущения. Дополнительно на рис. 4 и 5 нанесена прямая $k_v = 2$, соответствующая равенству суммарного объема металла двух пластин индукона объему металла в одиночной пластине. Эта прямая разделяет графики на две зоны: в верхней зоне расположена область значений $k > 2$, при которых в случае идентичности тепловых характеристик преимущество по объему металла имеет индукон; в нижней зоне расположена область значений $k_v < 2$, при которых в тех же условиях преимущество по объему металла имеет одиночная пластина. Если принять во внимание еще и объем металла в одиночном конденсаторе, то граница зон опустится до значения $k_v = 1$. Итак, расчеты показывают, что при соответствующем выборе параметров индукон будет иметь существенное преимущество по объему используемого для его изготовления металла по сравнению с идентичным по электрическим и тепловым характеристикам устройством на одиночных дискретных элементах L и C .

Полученный результат объясняется следующими обстоятельствами. Во-первых, значения токов в пластинах индукона, как системы с распределенными параметрами, являются усредненными по всей длине этой пластины; в одиночной пластине значение тока неизменно по всей длине пластины и в случае обеспечения идентичности характеристик равно входному току индукона. Во-вторых, как видим в выражении (14) с увеличением частоты (при $\lg \delta \approx \text{const}$) первое слагаемое, определяемое нагревом диэлектрической пленки, уменьшается, второе же слагаемое, определяемое нагревом металла пластины [равным образом как

и выражение для температуры перегрева металла одиночной пластины (16)], остается неизменным, что и отражается соответственно на отношении объемов металлов сравниваемых устройств при возрастании k_{ω} . И в-третьих, благодаря взаимоиндуктивной связи между пластинами (в последовательно-параллельной схеме индукона, рис. 3) индуктивность устройства будет в 4 раза больше, чем индуктивность одиночной пластины при тех же габаритах, т. е. для обеспечения идентичности характеристик необходимо увеличение габаритов (а соответственно объема металла) одиночной пластины.

Изложенное дает основание сделать вывод о технической и экономической целесообразности применения индуконов в электротехнических устройствах. Полученные в настоящей работе соотношения и формулы (для простейших моделей) могут рассматриваться как базовые для расчета параметров реальных устройств, совмещающих элементы L и C (одно- и многофазных индуконов, фильтров, реакторов, симметрирующих устройств и т. д.) с целью проведения предварительной оценки их возможностей и сравнительного анализа вариантов исполнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков И. В., Закревский С. И. Преобразователь с распределенными параметрами для стабилизации тока в переменной нагрузке. — Электричество, 1984, № 10.
2. Волков И. В., Смолянский И. И. Гибридное устройство преобразовательной техники — индукон. — В кн.: Проблемы преобразовательной техники (Киев, сентябрь 1987 г.): Тезисы докладов. Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1987, ч. IV.
3. Волков И. В., Соколянский В. Н. К расчету однофазного индукона на броневом ленточном магнитопроводе. Техническая электродинамика, 1984, № 6.
4. Демирчян К. С., Гусев Г. Г. Синтез схем замещения катушки индуктивности с самокомпенсацией реактивной мощности. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, № 2.
5. Задерей К. П. Многофункциональные магнитные радиокомпоненты (многофункциональные электронно-магнитные трансформаторы). — М.: Советское радио, 1980.
6. Чахлов Г. Л. Повышение эффективности малогабаритных бетатронов с импульсным питанием: Автореф. дис. канд. техн. наук, НИИЭФА, Л.; 1982.
7. Reeves R. Choke-capacitor hybrid fluorescent lamp. — Proc. IEE, 1975, vol. 122, No 10.
8. Юдаев В. Н. Теплопередача. — М.: Высшая школа, 1973.
9. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. — Л.: Энергоатомиздат, 1986.

[09.02.88]

УДК 537.212:621.319.7.001.1

Метод вариационных неравенств в задачах о емкости конденсаторов и уединенных проводников

БАРАНОВА В. К., КАЗАНЦЕВ В. П., КУКЛИН Е. И.

Красноярск

1. Основные трудности использования вариационных принципов электростатики для решения практических задач связаны с разработкой методов построения пробных функций [1]. В статье на конкретных примерах будет рассмотрено построение пробных потенциалов для задач, в которых проводники имеют звездную форму¹ или поверхности проводников и раздела диэлектрических сред совпадают с участками координатных поверхностей.

В качестве примеров рассмотрены задачи о емкости системы «диск — сфера», «шар с конической выемкой — сфера» (рис. 1), системы плоскопараллельных пластин, отделенных от параллельных им плоскостей кусочно-однородным диэлектриком (рис. 2), а также о емкости

куба и кругового цилиндра. Все эти задачи представляют практический интерес, а две последние стали классическими: их исследовали многие авторы с целью проверки эффективности различных методов расчета.

Существенно, что описываемый здесь метод [2 и др.] позволяет использовать в качестве базисных относительно простые функции. Поэтому для овладения предлагаемым подходом к решению электростатических задач достаточно знакомства с линейной алгеброй, методами решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и разделения переменных в уравнениях математической физики.

Подчеркнем, что демонстрируемые в настоящей статье расчетные схемы на любом этапе вычислений дают границы интервала, внутри которого лежит значение емкости. Проблема оценки погрешности, таким образом, решается автоматически. Это обстоятельство выгодно отличает

¹ Поверхность тела называется звездной, если внутри тела существует точка, такая, что любой луч, проведенный из этой точки, пересекает поверхность только один раз.

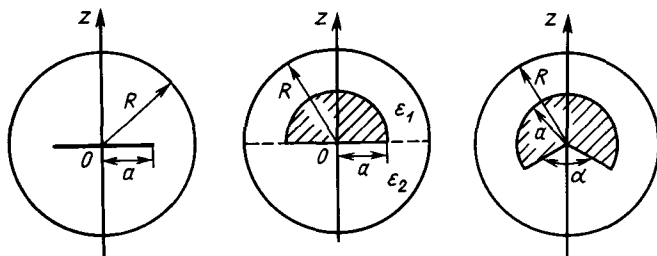


Рис. 1

вариационные методы от других хорошо известных.

В отличие от распространенного мнения [3] мы не считаем вариационные методы слишком сложными для практического использования. Напротив, полагаем, что эти методы со временем будут широко использоваться в инженерных расчетах, благодаря своим преимуществам перед обычными [1—3, 4, 5].

2. В основе метода лежат неравенства

$$-L(\vec{j}) = 2I - \int_{\Omega} \frac{1}{\varepsilon} \vec{j}^2 dV \leq C \leq \int_{\Omega} \varepsilon (\nabla \varphi)^2 dV = W(\varphi). \quad (1)$$

Здесь φ — непрерывный, кусочно-гладкий в области вне проводников Ω потенциал; $\vec{j}$ — соленоидальное поле, удовлетворяющее условию

$$\int \vec{j} \cdot d\vec{s} = I, \quad (2)$$

где интегрирование проводится по любой охватывающей внутренний проводник поверхности; ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды. Разность потенциалов между обкладками конденсатора, а также потенциал уединенного проводника приняты за единицу.

3. Емкость уединительных проводников. Для проводников со звездной поверхностью использована система обобщенных координат, в которой поверхность проводника представляет собой участок плоскости (прямоугольник Γ). Замену переменных, соответствующих переходу к такой системе координат, проводим с помощью соотношений.

$$x = e^{\lambda} f_1(t_1, t_2); y = e^{\lambda} f_2(t_1, t_2); z = e^{\lambda} f_3(t_1, t_2), \quad (3)$$

где функции f_1, f_2, f_3 параметрически определяют поверхность проводника, ей отвечает значение $\lambda=0$.

В новой неортогональной криволинейной системе координат функционал $W(\varphi)$ имеет вид

$$W(\varphi) = \int_{\Gamma} \int_1^{\infty} \nabla \varphi \hat{\sigma} \nabla \varphi dt_1 dt_2 d\lambda, \quad (4)$$

$$\text{где } \nabla \varphi = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}; \frac{\partial \varphi}{\partial t_1}; \frac{\partial \varphi}{\partial t_2} \right);$$

$\hat{\sigma}$ — положительно определенный симметрический тензор; $\hat{\sigma} = e^{\lambda} \hat{\tau}(t_1, t_2)$.

Такая форма тензора $\hat{\sigma}$ позволяет искать пробные функции в виде

$$\varphi_N = e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{n=1}^N P_n(t_1, t_2) \Phi_n(\lambda). \quad (5)$$

Множество $P_n(t_1, t_2)$ представляет полную систему функций на прямоугольнике Γ . При этом положено $P_1(t_1, t_2) = 1$. После подстановки (5) в функционал (4) и интегрирования по t_1 и t_2 получим

$$W(\varphi_N) = \int_0^{\infty} (\vec{\Phi}' \hat{A} \vec{\Phi}' + 2\vec{\Phi}' \hat{B} \vec{\Phi} + \vec{\Phi} \hat{C} \vec{\Phi}) d\lambda. \quad (6)$$

Здесь $\vec{\Phi} = (\Phi_1; \Phi_2; \dots; \Phi_N)$. Элементы постоянных матриц $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ вычисляются через компоненты тензора $\hat{\tau}$, функции $P_n(t_1, t_2)$ и их производные $\partial_{t_1} P_n, \partial_{t_2} P_n$.

Минимум функционала (6) реализует вектор-функция $\vec{\Phi}$, являющаяся решением уравнения Эйлера — Лагранжа

$$\hat{A} \vec{\Phi}'' + (\hat{B} - \hat{B}^+) \vec{\Phi}' - \hat{C} \vec{\Phi} = \vec{0}, \quad (7)$$

при граничных условиях

$$\vec{\Phi}(0) = (1; 0; \dots; 0), \quad \vec{\Phi}(\infty) = \vec{0}. \quad (8)$$

Решение задачи (7) — (8) может быть представлено в форме

$$\vec{\Phi}(\lambda) = \hat{\Sigma} \exp(-\lambda \hat{\alpha}) \hat{\Sigma}^{-1} \vec{\Phi}(0), \quad (9)$$

где $\hat{\alpha}$ — диагональная матрица, на главной диагонали которой расположены в порядке возрастания их положительной реальной части корни уравнения

$$\det(\alpha^2 \hat{A} - \alpha(\hat{B} - \hat{B}^+) - \hat{C}) = 0. \quad (10)$$

Матрица $\hat{\Sigma}$ составлена из векторов-столбцов $\vec{\Sigma}_i$ — решений уравнений

$$(\alpha_i^2 \hat{A} - \alpha_i(\hat{B} - \hat{B}^+) - \hat{C}) \vec{\Sigma}_i = \vec{0}. \quad (11)$$

Учитывая (6) — (9), будем иметь

$$W(\varphi_N) = \vec{\Phi}(0) (\hat{A} \hat{\Sigma} \hat{\alpha} \hat{\Sigma}^{-1} - \hat{B}) \vec{\Phi}(0). \quad (12)$$

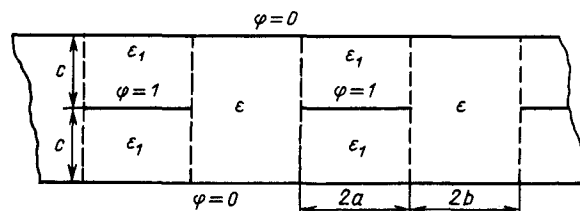


Рис. 2

Совокупность значений $W(\varphi_N)$, $N=1, 2, \dots$, представляет собой монотонную последовательность оценок емкости сверху, сходящуюся к ее истинному значению.

Построение последовательности оценок емкости снизу подробно описано в [6]. Вычислительная часть вариационной схемы расчета нижних границ такая же, как и в описанной выше схеме, и включает нахождение корней α уравнения (10) и соответствующих им векторов Σ_i в системе уравнений (11), необходимых для вычисления значения функционала $W(\varphi_N)$ по формуле (12). Эта задача решалась с помощью стандартного программного обеспечения ЭВМ.

Емкость куба. Выберем систему координат с началом в центре куба и с осями, параллельными ребрами. Рассмотрим одну грань куба — квадрат. Диагонали квадрата делят его на четыре одинаковых треугольника. Параметрические уравнения области одного из них имеют вид

$$\begin{aligned} x &= r t_1 t_2; \quad z = r t_1; \quad z = r, \\ \Gamma: 0 \leq t_1 \leq 1, \quad -1 \leq t_2 \leq 1, \end{aligned} \quad (13)$$

где r — радиус вписанного в куб шара.

Вследствие симметрии задачи функционалы в неравенствах (1) достаточно будет рассмотреть на части области Ω , «вырезанные» из нее телесным углом, под которым из центра куба виден треугольник (13). Для куба число таких частей равно 24.

При расчете оценок сверху для емкости куба функции $P_n(t_1, t_2)$ в сумме (5) были выбраны так, чтобы пробный потенциал обладал симметрией куба. Приведем здесь выражения для нескольких первых функций системы P_n :

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 1; \quad P_2 = t_1^2 (1 + t_2^2); \quad P_3 = P_2^2; \quad P_4 = t_1^4 t_2^2; \\ P_5 &= P_3^2; \quad P_6 = P_2 P_4; \quad P_7 = P_3^3; \\ P_8 &= P_4^2; \quad P_9 = P_3 P_4. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

В справочной книге [7] для емкости куба приведены оценки:

$$1,2976 < C/C_r < 1,3351.$$

Нами же были получены следующие значения:

$$1,2940 < C/C_r < 1,3232,$$

где C_r — емкость шара радиусом r . Оценка 1,3232 C_r является наименьшей из известных оценок сверху емкости куба.

Емкость цилиндра. С помощью алгоритмов, сущность которых выражена формулами (1) — (12), были найдены сведенные в табл. 1 оценки сверху C_v и снизу C_n для емкости цилиндра. Там же для сравнения даны приближенные значения емкости, полученные В. Смайтом.

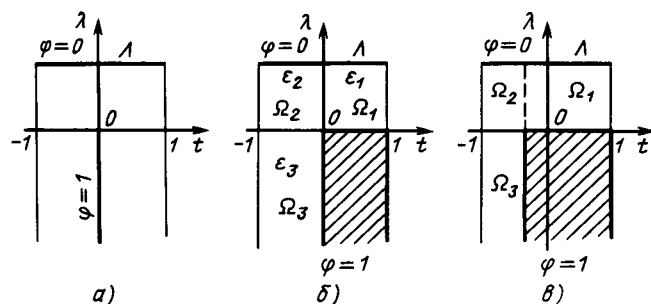


Рис. 3

Из табл. 1 видно, что для двух значений отношения l/d данные Смайта не попадают в определенные нами интервалы. Отметим, что среднее арифметическое приведенных здесь оценок совпадает с результатами статьи [8], где, как указывают авторы, емкость кругового цилиндра рассчитана с погрешностью $(10^{-2} \div 10^{-3}) \%$.

4. Емкость конденсаторов для систем, показанных на рис. 1. Поверхности проводников (рис. 1) представляют собой части координатных поверхностей сферической системы координат, причем имеющая здесь место осевая симметрия позволяет провести интегрирование в функционале $W(\varphi)$ по полярному углу заранее, а φ рассматривать как функцию только θ и r . Удобно также ввести новые координатные параметры

$$\lambda = \ln \frac{r}{a}, \quad \lambda \leq \Lambda = \ln \frac{R}{a}; \quad t = \cos \theta, \quad |t| \leq 1. \quad (15)$$

Областям конденсаторов теперь будут соответствовать области λ, t , изображенные на рис. 3, а (диск — сфера), рис. 3, б (полушар — сфера) и рис. 3, в (шар с конической выемкой — сфера).

Функционал $W(\varphi)$ в новых координатах примет форму

$$W(\varphi) = 2\pi a \iint_{\Omega} \varepsilon \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right)^2 + (1 - t^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right] e^{\lambda} dt d\lambda. \quad (16)$$

Функционал $L(\vec{j})$ будет зависеть от одной скалярной функции ψ , имеющей смысл компоненты

Таблица 1

Оценка	Значения оценок и приближенные значения величины $C/4\pi\epsilon a d$ при отношении l/d , равном				
	0,25	0,5	1,0	2,0	8,0
Верхняя	0,8301	0,9645	1,1918	1,5741	3,3273
Нижняя	0,8271	0,9635	1,1908	1,5722	3,2897
По данным В. Смайта	0,8302	0,9643	1,1913	1,5755	3,3250

векторного потенциала

$$L(\vec{j}) = \frac{1}{2\pi a} \int_{-\infty}^{\Lambda} \int_{-1}^1 \frac{1}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{1-t^2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \right)^2 \right] e^{-\lambda} dt d\lambda - 2I. \quad (17)$$

В качестве пробных векторных потенциалов Φ в функционале (17) могут быть использованы только непрерывные кусочно-гладкие функции, принимающие на лучах $|t|=1$, $\lambda=\Lambda$ постоянные значения I_1 и I_2 — такие, что в силу условия (2) $I_2 - I_1 = I$. На оставшейся части границ областей (рис. 3, а—3, в) для истинного распределения векторного потенциала реализуются естественные, т. е. следующие из вариационного принципа для функционала (17) условия. Эти условия можно не принимать во внимание при построении пробных функций. Значение постоянной I зависит от выбранной пробной функции и находится в процессе минимизации функционала (17).

Емкость системы «диск — сфера». Остановимся сначала на построении монотонно убывающей последовательности оценок сверху для значения емкости. Пробные функции $\Phi_N(\lambda, t)$ должны удовлетворять граничным условиям, указанным на рис. 3, в. В силу симметрии задачи $\Phi_N(\lambda, t)$ могут быть выбраны четными по t . По этой причине достаточно будет ограничиться построением пробных функций в полуполосе $t \geq 0$, $\lambda \leq \Lambda$, учитывая тот факт, что на отрезке $t=0$, $0 \leq \lambda \leq \Lambda$ для истинного распределения потенциала имеет место естественное граничное условие. Сообразуясь с указанными обстоятельствами, положим

$$\Phi_N = \begin{cases} 1 + e^{-\lambda/2} \sum_{k=1}^N P_{2k-1}(t) \Phi_k(\lambda); & \lambda \leq 0; \\ e^{-\lambda/2} \left(\tilde{\Phi}_0(\lambda) + \sum_{k=1}^N P_{2k-1}(t) \tilde{\Phi}_k(\lambda) \right); & 0 \leq \lambda \leq \Lambda, \end{cases} \quad (18)$$

где $P_{2k-1}(t)$ — полиномы Лежандра; Φ_k , $\tilde{\Phi}_k$ — пока неопределенные функции, играющие роль коэффициентов разложения потенциала, аппроксимирующего истинный при фиксированном λ ; $\tilde{\Phi}_0(\lambda)$ аппроксимирует распределение потенциала на отрезке $t=0$, $0 \leq \lambda \leq \Lambda$.

Чтобы удовлетворить граничным условиям (рис. 3, а), потребуем

$$\tilde{\Phi}_0(0)=1, \Phi_k(-\infty)=0; \tilde{\Phi}_0(\Lambda)=\Phi_k(\Lambda)=0. \quad (19)$$

Выполнение же соотношений

$$\Phi_k(0)=\tilde{\Phi}_k(0)=\beta_k \quad (20)$$

необходимо для обеспечения непрерывности пробных потенциалов (18). Неопределенные пока постоянные β_k будут найдены из условия минимальности функционала (16). После подстановки пробной функции (18) в функционал (16) и проведения интегрирования по t получим

$$\frac{1}{C_a} W(\Phi_N) = \int_{-\infty}^{\Lambda} (\tilde{\Phi} \tilde{A} \tilde{\Phi} + \tilde{\Phi} \tilde{C} \tilde{\Phi}) (D\lambda + \int_{-\infty}^0 (\tilde{\Phi}' \tilde{A} \tilde{\Phi}' + \tilde{\Phi} \tilde{C} \tilde{\Phi}) d\lambda). \quad (21)$$

Здесь учтено, что в рассматриваемом случае ε совпадает с ε_0 , и введено обозначение C_a для емкости шара радиуса a . Для компактности записи использована матричная форма, а именно:

$$\tilde{\Phi} = (\Phi_1; \Phi_2; \dots; \Phi_N), \tilde{\Phi}' = (\tilde{\Phi}_0; \tilde{\Phi}_1; \dots; \tilde{\Phi}_N), \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A}_{00} &= 1; \tilde{A}_{0i} = \tilde{A}_{i0} = (-1)^{i-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2i-3)}{2^i i!}; \\ \tilde{A}_{ij} &= \tilde{A}_{ji} = \frac{1}{4i-1} \delta_{ij}; \tilde{C}_{00} = \frac{1}{4}; \\ \tilde{C}_{0i} &= \tilde{C}_{i0} = \frac{1}{4} \tilde{A}_{0i}; \tilde{C}_{ij} = \tilde{C}_{ji} = \frac{4i-1}{4} \delta_{ij}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Вектор-функция $\tilde{\Phi}$ должна удовлетворять уравнению Эйлера—Лагранжа

$$\tilde{A} \tilde{\Phi}'' - \tilde{C} \tilde{\Phi} = \vec{0}. \quad (24)$$

Такому же уравнению, только с матрицами $\tilde{A} \tilde{C}$ должна удовлетворять $\tilde{\Phi}$. Однако их решения различны:

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Sigma} \exp(\hat{\alpha} \lambda) \vec{x}; \tilde{\Phi}' = \tilde{\Sigma} \hat{\alpha} \operatorname{sh}[\hat{\alpha}(\lambda - \Lambda)] \vec{y}. \quad (25)$$

Матрица $\hat{\alpha}$, $\tilde{\Sigma}$, $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\Sigma}$ определяются из уравнений (10)—(11), в которых следует принять $\vec{B} = \vec{0}$. Для определения постоянных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ здесь следует воспользоваться граничным условием при $\lambda=0$.

На построенных таким образом решениях уравнений Эйлера—Лагранжа (23) функционал (21) принимает значение

$$\frac{1}{C_a} W(\Phi_N) = G_0 + 2\tilde{\beta} \vec{g} + \tilde{\beta} \tilde{G} \tilde{\beta}, \quad (26)$$

где использованы обозначения

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F} &= \tilde{A} \tilde{\Sigma} \hat{\alpha} \tilde{\Sigma}^{-1}; \tilde{F}' = \tilde{A} \tilde{\Sigma} \tilde{\alpha} \operatorname{cth}(\tilde{\alpha} \Lambda) \tilde{\Sigma}^{-1}; \\ G_0 &= \frac{1}{2} \tilde{A}_{00} + \tilde{F}_{00}; g_i = \frac{1}{2} \tilde{A}_{0i} + \tilde{F}_{0i}; \\ G_{ij} &= F_{ij} + \tilde{F}_{ij}; \\ \tilde{\beta} &= (\beta_1; \beta_2; \dots; \beta_N); i, j = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где принято в расчет, что

$$\tilde{\Phi}(0) = \tilde{\beta}; \tilde{\Phi}'(0) = (1; \tilde{\beta}).$$

Минимизация правой части соотношения (26) по β приводит окончательно к выражению

$$C/C_a < C_s^{(N)}/C_a = G_0 - \vec{g} \hat{G}^{-1} \vec{g}. \quad (28)$$

Алгоритм, описываемый соотношениями (21) — (28) и упрощенными уравнениями (10) — (11) универсален. Так, он практически не изменяется при использовании вместо $P_{2k-1}(t)$ в (18) других базисных функций, например t^k .

Рассмотрим кратко вычислительную схему нижних границ емкости. К допустимым в функционале (17) пробным функциям относятся непрерывные кусочно-гладкие $\psi(\lambda, t)$, удовлетворяющие граничным условиям:

$$\psi(\lambda, 1) = 0; \psi(\lambda, 0) = I, \quad 0 \leq \lambda \leq \Lambda. \quad (29)$$

На оставшейся части границы (рис. 3, а) условия для $\psi(\lambda, t)$ будут естественными. Учитывая это, пробные функции можно выбрать, например в виде

$$\psi_N = \begin{cases} (1-t)\psi_0(\lambda) + (1-t^2) \sum_{k=1}^N P'_{2k}(t) \psi_k(\lambda), & \lambda \leq 0; \\ I(1-t) + (1-t^2) \sum_{k=1}^N P'_{2k}(t) \psi_k(\lambda), & 0 \leq \lambda \leq \Lambda, \end{cases} \quad (30)$$

где $P_{2k}(t)$ — полином Лежандра.

Чтобы векторный потенциал был непрерывным при $\lambda=0$, необходимо потребовать

$$\psi_0(0) = I, \quad \psi_i(0) = \tilde{\psi}_i(0) = \beta_i. \quad (31)$$

Здесь β_i — пока неопределенные постоянные, они будут найдены так же, как и аналогичные величины (20) при расчетах последовательностей оценок сверху.

После подстановки пробной функции (30) в функционал (17) все преобразования проводятся по подробно описанной при вычислениях верхних границ схеме. Заключительным этапом расчетов будет определение путем решения системы линейных алгебраических уравнений вектора $(I; \beta_1; \dots; \beta_N)$, составленного из неизвестных параметров. Окончательный результат может быть записан в виде

$$\frac{C}{C_a} \geq \frac{C_s^{(N)}}{C_a} = -\frac{1}{C_a} L(\psi_N) = \vec{e} \hat{H}^{-1} \vec{e}, \quad (32)$$

где $\hat{H}$ — положительно определенная симметричная постоянная матрица размерности $(N+1) \times (N+1)$; $\vec{e} = (1; 0; \dots; 0) - (N+1)$ -вектор.

Отметим, что последовательности оценок сверху (28) и снизу (32) сходятся к истинному значению емкости, сами же расчетные схемы членов этих последовательностей удобны для численной реализации на ЭВМ. Результаты численных расчетов представлены в табл. 2,

Таблица 2

R/a	C_b/C_d	C_n/C_d	$\Delta, \%$
1,1	2,9157	2,6501	4,8
1,3	2,0926	1,9792	2,8
1,4	1,9196	1,8272	2,5
1,5	1,7984	1,7185	2,3
1,7	1,6365	1,5713	2,0
1,8	1,5790	1,5790	1,9
2,0	1,4905	1,4381	1,8
4,0	1,2015	1,1674	1,4
8,0	1,0972	1,0681	1,3
10	1,0784	1,0502	1,3
30	1,0311	1,0055	1,3
40	1,0256	1,0001	1,3
50	1,0223	0,9970	1,2
70	1,0183	0,9934	1,2

где приведены в относительных единицах (по отношению к емкости C_a диска радиусом a) значения верхних границ C_b и нижних C_n для емкости рассматриваемой системы. Искомое значение емкости лежит в интервале $[C_n, C_b]$. Его максимальное отклонение от среднего арифметического концов интервала $\frac{1}{2}(C_b + C_n)$ может составлять не более $\frac{1}{2}(C_b - C_n)$, поэтому величина

$$\Delta = (C_b - C_n)(C_b + C_n)^{-1} \quad (33)$$

будет определять максимальную возможную относительную погрешность.

При сравнении полученных здесь результатов с результатами [1], где оценки значения емкости системы «диск—сфера» были найдены аналитически, видно, что при $R/a \geq 1,7$ неравенства из [1] дают лучшие оценки. Эти оценки удастся еще улучшить, если воспользоваться неортогональной криволинейной системой координат, предложенной в [1]. Тогда, выбирая скалярный потенциал, зависящий от одной координаты, а векторный потенциал, зависящий от другой координаты, можно вывести следующие квадратурные оценки емкости:

$$\frac{C}{C_a} < \frac{C_b}{C_a} = \left[v \int_{\arctg \theta}^{\pi/2} \frac{d\tau}{1 - (1-v^2)(1-\tau \operatorname{ctg} \tau)/\sin^2 \tau} \right]; \quad (34)$$

$$\frac{C}{C_a} > \frac{C_n}{C_a} = v\theta \int_{\arctg \theta}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^2 x [(1-v^2)\theta x \operatorname{ctg} x + v^2 \arctg \theta]},$$

где

$$v = [1 - (a/R)^2]^{1/2}; \quad \theta = [(R/a)^2 - 1]^{1/2}. \quad (35)$$

В табл. 3 приведены отнесенные к емкости диска радиуса a значения правых частей неравенств (34). Отметим, что численное интегрирование здесь удалось провести с помощью ми-

Таблица 3

R/a	C_n/C_d	C_n/C_d	$\Delta, \%$
1,1	3,0292	2,2010	16
1,3	2,1038	1,9115	4,8
1,4	1,9199	1,8037	3,1
1,5	1,7929	1,7173	2,2
1,7	1,6254	1,5884	1,2
1,8	1,5668	1,5396	0,88
2,0	1,4783	1,4625	0,54
3,0	1,2710	1,2687	$9,2 \cdot 10^{-2}$
4,0	1,1893	1,1891	$< 10^{-2}$
8,0	1,0865	1,0864	$< 10^{-2}$
10	1,0680	1,0680	$< 10^{-3}$
30	1,0217	1,0217	
40	1,0162	1,0162	
50	1,0129	1,0129	
70	1,0092	1,0092	

$$\Psi_N = \left\{ \begin{array}{l} e^{-\frac{\lambda}{2}} \times \left\{ \begin{array}{l} \Phi_0(\lambda) + \sum_{k=1}^N t^k \Phi_k(\lambda); (\lambda, t) \in \Omega_1; \\ \Phi_0(\lambda) + \sum_{k=1}^N t^k \bar{\Phi}_k(\lambda); (\lambda, t) \in \Omega_2; \end{array} \right. \\ 1 + e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{k=1}^N t^k \bar{\Phi}_k(\lambda); (\lambda, t) \in \Omega_3. \end{array} \right\} \quad (36)$$

Непрерывность пробного потенциала $\Phi_N(\lambda, t)$ обеспечена совпадением неизвестных функций $\Phi_0(\lambda)$ и $\bar{\Phi}_0(\lambda)$ при нулевой степени в первой и второй областях, а также граничными условиями:

$$\Phi_0(0) = 1; \bar{\Phi}_i(0) = \bar{\Phi}_i(0) = \beta_i. \quad (37)$$

Требования равенства потенциала нулю на сфере и единице на полушаре приводят к соотношениям

$$\Phi_i(0) = 0; \bar{\Phi}_i(-\infty) = 0; \Phi_i(\Lambda) = \bar{\Phi}_i(\Lambda) = 0. \quad (38)$$

Далее все также, как было описано в предыдущем разделе.

При расчете нижних границ для емкости системы «полушар—сфера» пробный векторный потенциал в функционале (17) выбираем в виде

$$\lambda_N = \left\{ \begin{array}{l} It + (1-t^2) \sum_{k=1}^N t^k \psi_k(\lambda), (\lambda, t) \in \Omega_1; \\ (1-t^2) \sum_{k=0}^N (-t)^k \bar{\psi}_k(\lambda), (\lambda, t) \in \Omega_2; \\ (1-t^2) \sum_{k=0}^N (-t)^k \tilde{\psi}_k(\lambda), (\lambda, t) \in \Omega_3. \end{array} \right\} \quad (39)$$

крокалькулятора. Сравнивая соответственные данные табл. 2 и 3, видим, что в разных областях изменения параметра R/a более точными могут оказаться оценки, полученные путем использования различных реализаций вариационного метода, причем одна реализация может дать лучшую верхнюю грань, а другая — нижнюю. Например, взяв при $R/a=1,5$ оценку сверху из табл. 3 и оценку снизу из табл. 2 найдем меньшее значение максимальной погрешности Δ , чем приведенные в каждой из таблиц.

Емкость системы «шар с конической выемкой—сфера». Для решения задачи о емкости такого конденсатора можно использовать ту же вычислительную схему. Изменения в этой схеме вызваны лишь тем, что теперь пробная функция строится для трех областей. В частности, для системы «полушар—сфера» (рис. 3, в) $\Phi_N(\lambda, t)$ имеет вид:

Таблица 4

R/a	Значение оценок емкости и погрешности					
	Однородная диэлектрическая проницаемость $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$			Кусочно-однородная диэлектрическая проницаемость $\epsilon_1 = 2\epsilon, \epsilon_2 = \epsilon$		
	$C_n/\epsilon C_a$	$C_n/\epsilon C_a$	$\Delta, \%$	$C_n/\epsilon C_a$	$C_n/\epsilon C_a$	$\Delta, \%$
1,1	6,4385	6,4009	0,292	11,9407	11,9128	0,117
1,3	2,8494	2,8397	0,171	5,0210	5,0140	0,070
1,4	2,3796	2,3723	0,155	4,1349	4,1300	0,059
1,5	2,0926	2,0863	0,150	3,5978	3,5941	0,052
1,7	1,7568	1,7522	0,130	2,9773	2,9773	0,048
1,8	1,6500	1,6458	0,127	2,7812	2,7787	0,044
2,0	1,4980	1,4946	0,115	2,5046	2,5025	0,043
4,0	1,0748	1,0729	0,088	1,7484	1,7473	0,032
8,0	0,9462	0,9447	0,078	1,5244	1,5236	0,028
10	0,9242	0,9228	0,076	1,4865	1,4857	0,027
30	0,8705	0,8693	0,072	1,3943	1,3936	0,026
40	0,8642	0,8630	0,071	1,3836	1,3829	0,025
50	0,8605	0,8592	0,071	1,3772	1,3765	0,025
70	0,8563	0,8550	0,070	1,3700	1,3694	0,025

Таблица 5

R/a	C_H/C_a	C_B/C_a
2,0	1,7619	1,8211
4,0	1,2169	1,2477
8,0	1,0558	1,0791
10	1,0286	1,0507
20	0,9782	0,9982
30	0,9625	0,9819
40	0,9548	0,9739
50	0,9503	0,9692
60	0,9473	0,9661
70	0,9452	0,9639

Таблица 6

a/c	C_H/ε	C_B/ε
0,2	5,9979	6,0030
0,4	10,0370	10,0292
0,6	14,0125	14,0163
0,8	17,9765	17,9799
1,0	21,9074	21,9105
1,2	25,7829	25,7859
1,4	29,5684	29,5712
1,6	33,2208	33,2232
1,8	36,7034	36,7051
1,9	38,3753	38,3764

Такой выбор пробных функций находится в согласии с граничными условиями:

$$\psi(\lambda, 1) = I; \quad \psi(\lambda, -1) = 0. \quad (40)$$

Непрерывность же векторного потенциала (33) достигается требованиями:

$$\bar{\psi}_i(0) = \tilde{\psi}_i(0) = \beta_i, \quad (41)$$

где, как и в соотношениях (37), β_i — пока неопределенные постоянные. Последующие выяснения аналогичны описанным выше, поэтому останавливаться на них нет необходимости.

В табл. 4 представлены результаты численных расчетов оценок сверху C_B и снизу C_H в относительных единицах (по отношению к емкости шара радиуса a , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε). Следует подчеркнуть, что развитый здесь метод вариационных неравенств не критичен к требованию однородности среды и без каких-либо усложнений в расчетных схемах может быть применен для вычисления емкости конденсатора, между обкладками которого находится кусочно-

однородная среда. В качестве примера в табл. 4 приведены значения емкости системы «полусфер—сфера» для случая, когда $\varepsilon_1 = 2\varepsilon$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$.

Двусторонние оценки емкости системы шар с конической выемкой «сфера» для значения угла $\alpha = 120^\circ$ (рис. 1) представлены в табл. 5.

Отметим, что предложенный здесь метод позволил найти емкость системы «диск—сфера» точнее, чем метод парных интегральных уравнений [9].

Плоскопараллельная система пластин (рис. 2) в кусочно-однородной среде. Из-за ограниченного объема статьи мы представим только результаты (табл. 6) расчета емкости, приходящейся на единицу длины одной из пластин в периодической системе электродов, поддерживаемых при потенциале $\varphi = 1$. Расчеты были выполнены при $\varepsilon_1/\varepsilon = 5$ и $(a+b)/c = 2$.

Закключение. К достоинствам описанного в данной статье метода, наряду с его высокой эффективностью и относительной простотой, следует также отнести и то, что вычислительные схемы рассмотренных здесь задач во многом одинаковы. Таким образом, можно говорить об универсальности метода вариационных неравенств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казанцев В. П. Вариационные оценки в электростатике. Метод обобщенных координат.— Изв. вузов. Физика. 1984, № 8, с. 100—104.
2. Баранова В. К., Казанцев В. П. Метод вариационных неравенств в задачах электростатики проводников. Емкость системы «диск—сфера» / Красноярский ун-т. Красноярск, 1986.— Деп. в ВИНТИ 05.06.86 № 4099—В86.
3. Колечицкий Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения.— М.: Энергоатомиздат, 1983. 168 с.
4. Казанцев В. П.— Изв. вузов. Физика. 1984, № 8, с. 96—99.
5. Казанцев В. П., Куклин Е. И. Электричество, 1987, № 2, с. 68—69.
6. Казанцев В. П., Куклин Е. И. Метод вариационных неравенств в электростатике проводников. Емкость правильных многогранников / Красноярский ун-т. Красноярск, 1986. 72 с. Деп. в ВИНТИ, № 5799—В86.
7. Иосель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости.— Л.: Энергоиздат, 1981.— 288 с.
8. Мейерова Р. С., Фридрих П. Ш. Электрическая емкость отрезка круглой металлической трубы с произвольной толщиной стенки ДАН СССР, 1986, т. 288, № 1, с. 116—121.
9. Уфлянд Л. С. Метод парных интегральных уравнений в задачах математической физики.— Л.: Наука, 1977. 111 с.

[20.01.89]

Фазные и предельные соотношения в стационарных режимах трансформаторов постоянного тока

ШАРОВ Е. Т., канд. техн. наук

Севастопольский приборостроительный институт

Электромагнитные трансформаторы постоянного тока (ТПТ) с коммутируемыми дросселями насыщения (насыщающиеся трансформаторы — НТ) являются в настоящее время основным типом датчика выпрямленного тока для систем регулирования, диагностики и защиты в отечественных многоблочных тиристорных системах (МБТС, выпрямительно-инверторные подстанции электропередач и вставок постоянного тока, инверторные системы отбора мощности МГД-генераторов, системы возбуждения мощных синхронных генераторов и т. д.). Из длительной практики эксплуатации ТПТ возник ряд задач, решение которых необходимо для метрологических испытаний и аттестации ТПТ: адекватная и точная методика оценки погрешностей ТПТ в стационарных режимах, расчет предельно допустимых нагрузок с учетом первичных сверхтоков, основные соотношения в четырехтактном ТПТ и т. д.

При выводе и анализе фазных и предельных соотношений ТПТ в стационарных режимах используем математическую модель и схему замещения двухтактного ТПТ, полученные в [1]. Исходной для расчетов является модель идеального ТПТ с мгновенной коммутацией НТ, в котором ферромагнитные элементы имеют однозначную прямоугольную характеристику намагничивания и дифференциальная индуктивность $L_{2д}$ вторичного контура ТПТ при переключении НТ равна нулю. При расчете токовых погрешностей ТПТ в модели учитывается индуктивность $L_{2д}$. Многоконтурную схему ТПТ приведем к контуру вторичных обмоток насыщающихся трансформаторов HT_1 , HT_2 (рис. 1), определяющих основные особенности периодического режима ТПТ. Два НТ в контуре можно заменить одним эквивалентным с аддитивной характеристикой намагничивания $\Psi_{\Sigma}(i_0)$ [1].

Введем базисные величины для зайис расчетов уравнений и соотношений ТПТ в относительных единицах: $U_0 = U_m$ — амплитуда вторичного напряжения питающего трансформатора ТП; $I_0 = I_d' = I_d \frac{\omega_1}{\omega_2}$ — приведенный первичный ток ТПТ. Другие базисные величины: $\Psi_0 = U_0/\omega$; $B_0 = \frac{\Psi_0}{\omega_2 S} = B_{m \times x}$; $H_0 = I_0 \omega_2 / l_{\Phi}$ — потокосцепление вторичной обмотки, индукция и напряженность в магнитопроводе НТ (ω_1 , ω_2 , S , l_{cp} — параметры НТ); $L_0 = \Psi_0/I_0$ — базисная индуктивность; $\mu_0 = B_0/H_0 = L_0 k_0$ — базисная магнитная проницаемость ($k_0 = \frac{l_{cp}}{\omega_2^2 S}$ — конструктивный коэффи-

циент). Важной базисной величиной является сопротивление $r_0 = U_0/I_0$. Относительные величины: $r_2^* = r_2/r_0$ — падение напряжения на нагрузке при $i_2^* = i_2/I_d' = 1$, $x_2^* = L_{2д}/L_0 = \mu$, $B^* = \Psi^*$, $H^* = i_0^*$. Обозначим также $\Theta = \omega t$.

Введем критерии управляемости ТПТ (условия точной работы):

1) индукции B_1 , B_2 в магнитопроводах HT_1 , HT_2 должны удовлетворять условию

$$(|B_1(\theta)| \geq B_s) \wedge (|B_2(\theta)| \geq B_s) = 0, \quad (1)$$

где B_s — индукция насыщения; в соответствии с условием (1) не должно быть интервала времени $\Delta\theta$, в котором магнитопроводы НТ одновременно насыщены (одно- или разнополярно);

2) приведенное напряжение на нагрузке $r_2 i_1'(\theta)$ в момент θ_n окончания переключения НТ не должно превышать напряжение питания:

$$r_2 i_1'(\theta_n) \leq u_n(\theta_n). \quad (2)$$

В стационарных режимах ТПТ условие (2) имеет вид:

$$\sin \theta_n \geq r_2^*. \quad (3)$$

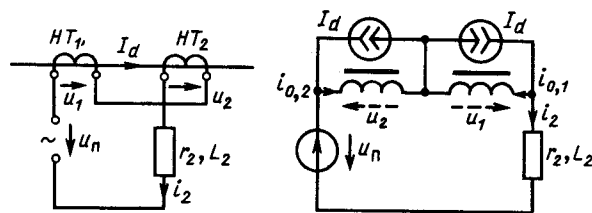


Рис. 1. Электрическая схема и схема замещения двухтактного ТПТ

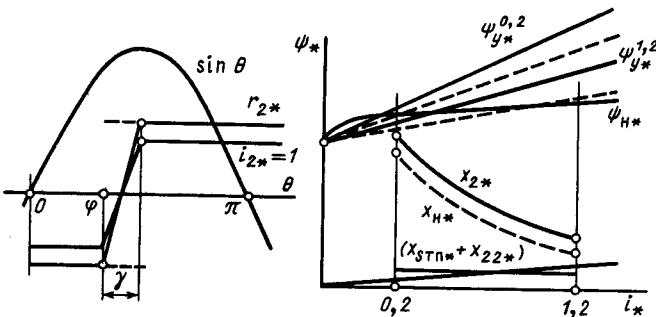


Рис. 2. Основные величины и расчетная вебер-амперная характеристика вторичного контура ТПТ в интервале коммутации НТ

Мгновенная токовая погрешность $\delta_i = (I_d - i_2)/I_d = 1 - i_2$ в интервале такта работы двухтактного ТПТ имеет две последовательные составляющие $\delta_1(\theta)$, $\delta_2(\theta)$ [2, 3]. Составляющая $\delta_1(\theta)$, обусловленная активными потерями в магнитопроводе НТ при перемагничивании в ненасыщенной области, имеет небольшой вес в интегральных погрешностях (не более 5 % [3]) и может быть оценена по величине коэрцитивного динамического тока намагничивания $\delta_1(\theta) < i_{0.c}$.

Основная токовая погрешность $\delta_2(\theta)$ возникает при смене тактов (переключение НТ), когда нарушается условие (1), и обусловлена дифференциальной индуктивностью $L_{2д}$ контура коммутации НТ. В известных методиках расчета погрешности $\delta_2(\theta)$ [2–6] не учитываются такие определяющие факторы как: 1) зависимость интервала γ коммутации НТ от фазы коммутации φ ; 2) квазилинейные индуктивности рассеяния питающего трансформатора и вторичных элементов ТПТ, соизмеримые с индуктивностями насыщения НТ.

В интервале коммутации γ двух НТ вторичный ток $i_2(\theta)$ ТПТ представляется как переходный ток при включении rL -цепи с ненулевым начальным условием на синусоидальное напряжение $U_m \sin(\theta + \varphi)$ [3, 6]. Уравнение переходного процесса:

$$\frac{d\Psi_y}{d\theta} + r_2 i_2 = \sin(\theta + \varphi), \quad (4)$$

где Ψ_y — условное потокоцепление контура [7], включающее потокоцепления $\Psi_{н1}$, $\Psi_{н2}$ вторичных обмоток насыщенных НТ, потокоцепление рассеяния питающего трансформатора $\Psi_{СТП}$ и потокоцепление Ψ_{22} вторичных элементов ТПТ.

В расчетном диапазоне стационарных первичных токов ТПТ, например (0,2–1,2) $I_{дном}$, считаем величины $\Psi_{СТП}$ и Ψ_{22} линейными функциями тока i_2 . Нелинейные зависимости $\Psi_{н1} = f(i_2)$, $\Psi_{н2} = f(i_2)$ в области насыщения при двойном намагничивании линеаризуем от потокоцепления насыщения Ψ_s до заданной точки диапазона первичного тока (рис. 2), так как изменение напряженности магнитного поля в насыщенных магнитопроводах НТ при их переключении одинаково и равно $\Delta H_s = 2I_d$. Уравнение (4) приводится к виду

$$x_2 \frac{di_2}{d\theta} + r_2 i_2 = \sin(\theta + \varphi), \quad (5)$$

где $x_2 = L_{2*} = \mu_{2*}$ — расчетное значение дифференциальной индуктивности вторичного контура ТПТ, определяемое по результирующей зависимости $x_2(I_d)$.

Зависимость $x_2(I_d)$ представляется аддитив-

ной функцией постоянной составляющей ($x_{СТП} + x_{22}$) и нелинейной составляющей $x_{н*}(I_d) = 2\mu_{н*}(I_d)$ (рис. 2), для построения которой используется кривая двойного намагничивания магнитопровода НТ в области насыщения в диапазоне $H = 2(0,2 \div 1,2)$. Тогда в (5) $x_2 = x_{н*} + x_{СТП} + x_{22}$. С достаточной для практики точностью для питающего трансформатора $x_{СТП} = u_{k*}$.

Решение уравнения (5) при начальном условии $i_2(0) = -1$ (рис. 2) имеет вид

$$i_2(\theta) = \frac{1}{z_2} \sin(\theta + \varphi - \alpha) - \left[1 + \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{z_2} \right] e^{-\theta/\tau_2}, \quad (6)$$

где $z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2}$; $\tau_2 = x_2/r_2$ — полное динамическое сопротивление и постоянная времени вторичного контура.

Так как при $\theta = \gamma$ $i_2(\gamma) = 1$, то из (6) следует первое трансцендентное уравнение для γ , $\varphi = f(r_2, \tau_2)$:

$$z_2 + [z_2 + \sin(\varphi - \alpha)] e^{-\gamma/\tau_2} - \sin(\gamma + \varphi - \alpha) = 0. \quad (7)$$

Второе трансцендентное уравнение получим исходя из условия замкнутости гистерезисного цикла ненасыщенного НТ:

$$\int_{\varphi+\gamma}^{\varphi+\pi} (\sin \theta - r_2) d\theta = 0,$$

откуда

$$\cos(\varphi + \gamma) + \cos \varphi - r_2(\pi - \gamma) = 0. \quad (8)$$

Анализ результатов численных расчетов системы трансцендентных уравнений (7), (8), интегральных токовых характеристик (среднее I_{cp} и среднеквадратичное $I_{2д}$ значения вторичного тока) и токовых погрешностей (по среднему f_{cp} , по среднеквадратичному значению f_i , полная погрешность ε) приводит к возможности разделения диапазона нагрузок ТПТ на две части: диапазон малых нагрузок ($r_2 \leq 0,15$, $x_2 \leq 0,15$) и диапазон больших нагрузок ($r_2 > 0,15$, $x_2 > 0,15$).

Диапазон малых нагрузок охватывает предельно допустимые значения нагрузки ТПТ с учетом первичных сверхтоков. В этом диапазоне интервал коммутации γ , токовые характеристики и погрешности ТПТ слабо зависят от активного сопротивления вторичного контура r_2 и определяются в основном дифференциальной индуктивностью контура x_2 . С высокой точностью применима аппроксимация

$$\gamma = 2x_2 = 2L_{2*}, \quad (9)$$

учитывающая простейшим образом источник токовых погрешностей ТПТ. На границе диапазона $\gamma = 0,3$ рад = 17°.

В диапазоне малых нагрузок ТПТ вторичный

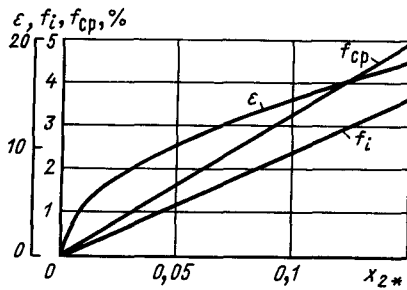


Рис. 3. Интегральные токовые погрешности двухтактного ТПТ в диапазоне малых нагрузок ($r_{2*} < 0,15$, $x_{2*} < 0,15$)

ток $i_2(\theta)$ изменяется в интервале коммутации НТ практически по линейному закону. При линейной аппроксимации тока $i_2(\theta)$ получаются достаточно простые и точные расчетные формулы для интегральных характеристик вторичного тока и погрешностей ТПТ:

$$I_{2cp} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_2(\theta) d\theta = 1 - \frac{\gamma}{2\pi} = 1 - \frac{x_{2*}}{\pi}; \quad (10)$$

$$I_{2d} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_2^2(\theta) d\theta} = \sqrt{1 - \frac{2\gamma}{3\pi}} = \sqrt{1 - \frac{4x_{2*}}{3\pi}}; \quad (11)$$

$$I_{0d} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [i_2'(\theta) - i_2(\theta)]^2 d\theta} = \sqrt{\frac{\gamma}{3\pi}} = \sqrt{\frac{2x_{2*}}{3\pi}}; \quad (12)$$

$$f_{cp} = \frac{I_{1cp} - I_{2cp}}{I_{1cp}} = \frac{\gamma}{2\pi} = \frac{x_{2*}}{\pi}; \quad (13)$$

$$f_i = \frac{I_{1d} - I_{2d}}{I_{1d}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\gamma}{3\pi}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{4x_{2*}}{3\pi}}; \quad (14)$$

$$\epsilon = \frac{I_{0d}}{I_{1d}} = \sqrt{\frac{\gamma}{3\pi}} = \sqrt{\frac{2x_{2*}}{3\pi}}. \quad (15)$$

Кривые интегральных токовых погрешностей двухтактного ТПТ в диапазоне малых нагрузок приведены на рис. 3. Погрешность по мгновенному значению тока $\delta_i = (I_d' - i_2)/I_d$ достигает 100 % в интервале коммутации γ . В результате полная погрешность ϵ значительно больше, чем погрешности f_{cp} , f_i (см. рис. 3).

Дифференциальная индуктивность x_{2*} контура первой ступени ТПТ уменьшает фазу φ коммутации НТ (рис. 2). С достаточной для практики точностью зависимость $\varphi(r_{2*}, x_{2*})$ в диапазоне

малых нагрузок ТПТ аппроксимируется выражением

$$\varphi = \arccos\left(\frac{\pi}{2} r_{2*}\right) - x_{2*}. \quad (16)$$

В диапазоне больших нагрузок токовые характеристики и погрешности двухтактного ТПТ определяются параметрами x_{2*} и r_{2*} по семейству расчетных характеристик.

Предельно допустимая нагрузка идеального двухтактного ТПТ в стационарных режимах $r_{np*} = 0,535$ [2]. Индуктивность L_{2d} несколько увеличивает значение r_{np} , которое может быть определено на основании критерия (2):

$$\sin(\varphi + \gamma) = r_{np*}.$$

С учетом (9), (16) получим

$$\sin[\arccos\left(\frac{\pi}{2} r_{2*}\right) + x_{2*}] = r_{np*},$$

откуда следует трансцендентное уравнение для r_{np*} :

$$\arcsin(r_{np*}) - \arccos\left(\frac{\pi}{2} r_{np*}\right) - x_{2*} = 0.$$

В диапазоне малых нагрузок ТПТ увеличение x_{2*} от 0 до 0,15 приводит к увеличению r_{np*} от 0,535 до 0,57, что практически несущественно.

Предложенный в [3] метод определения r_{np} с учетом первичных сверхтоков основан на результатах расчета погрешностей ТПТ в стационарных режимах в диапазоне больших нагрузок и неадекватен первичным процессам в схемах МБТС.

При выборе предельно допустимой нагрузки r_{np} двухтактного ТПТ используем критерий управляемости (2). Расчетным первичным током ТПТ считаем ток трехфазного к. з. на выводах преобразователя, приняв для него аналитическую аппроксимацию в виде

$$i_1'(\theta) = \frac{m+1}{2} - \frac{m-1}{2} \cos \theta, \quad (17)$$

где $m = i_{1max}/I_{dном}$ — кратность сверхтока (в схемах МБТС $m = 6 \div 15$).

Длительность интервала управляемости (точной работы) ТПТ выберем не менее полупериода, что значительно переключает начальный интервал работы системы регулирования МБТС и время выявления защитой режима сверхтоков.

Рассмотрим возникновение сверхтока (17) в интервале положительной полуволны вторичного тока ТПТ (рис. 4). За начало отсчета θ примем момент перехода $i_n(\theta)$ через нуль. Обозначим: β — момент возникновения сверхтока [$\beta \in (\varphi, \pi + \varphi)$], φ_1 — момент окончания положительной полуволны тока $i_2(\theta)$, т. е. момент переключения НТ₁ и НТ₂. Используем контурное диф-

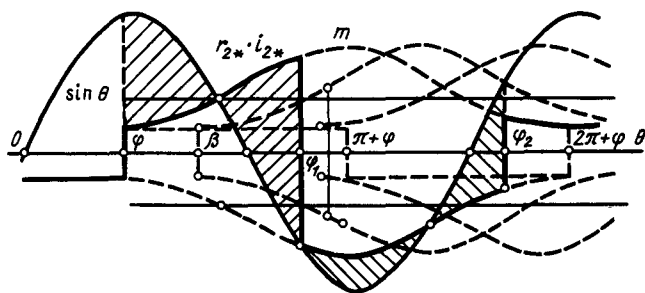


Рис. 4. Начальный интервал режима сверхтоков в двух-тактном ТПТ

ференциальное уравнение (4) в виде

$$\frac{dB_{1*}}{d\theta} + r_{2*}i_{2*} = \sin \theta, \quad (18)$$

где B_{1*} — индукция в ненасыщенном HT_1 .

Условие управляемости ТПТ в начальном интервале динамического режима сверхтоков означает, что при первой коммутации HT_1 и HT_2 должно выполняться условие

$$r_{2*}i_{2*}(\varphi_1) \leq |\sin \varphi_1|, \quad (19)$$

откуда предельно допустимая нагрузка двух-тактного ТПТ

$$r_{np*} \leq \frac{|\sin \varphi_1|}{i_{2*}(\varphi_1)}.$$

Момент φ_1 переключения HT определим из условия замкнутости гистерезисного цикла ненасыщенного HT_1 :

$$\Delta B_{1*} = \int_{\varphi}^{\varphi_1} (\sin \theta - r_{2*}i_{2*}') d\theta = 0$$

или

$$\Delta B_{1*} = \int_{\varphi}^{\varphi_1} \sin \theta d\theta - \int_{\varphi}^{\beta} r_{2*} d\theta - r_{2*} \int_{\varphi_1-\beta}^{\varphi_1-\varphi} \left(\frac{m+1}{2} - \frac{m-1}{2} \cos \theta \right) d\theta = 0. \quad (20)$$

Из (20) следует трансцендентное уравнение для φ_1 :

$$\cos \varphi - \cos \varphi_1 - r_{2*}(\beta - \varphi) - r_{2*} \frac{m+1}{2} (\varphi_1 - \beta) + r_{2*} \frac{m-1}{2} \sin (\varphi_1 - \beta) = 0. \quad (21)$$

Момент окончания первой полуволны тока $i_2(\theta)$ в динамическом режиме сверхтоков зависит от параметров β , r_{2*} и m . В соответствии с (19)

$$\min r_{np*} \equiv \min \left\{ \frac{|\sin (\varphi_1)|}{i_{2*}(\varphi_1)} \right\}. \quad (22)$$

Как следует из рис. 4, условие (22) выполняется при $\beta = \varphi$, т. е. при возникновении сверхтока в момент появления положительной полуволны тока $i_{2*}(\theta)$ при этом уменьшение длительности полуволны тока $i_2(\theta)$ максимально и в (22) числитель принимает наименьшее (возможное), а знаменатель — наибольшее значение.

При условии $\beta = \varphi$ и с учетом того, что $\cos \varphi = \frac{\pi}{2} r_{np*}$, запишем (21) в виде

$$\frac{\pi}{2} r_{np*} - \cos \varphi_1 - r_{np*} \frac{m+1}{2} \varphi_1 - \arccos \frac{\pi}{2} r_{np*} + r_{np*} \frac{m-1}{2} \sin (\varphi_1 - \arccos \frac{\pi}{2} r_{np*}) = 0. \quad (23)$$

Представив (19) в виде $r_{np*}i_{2*}(\varphi_1) = |\sin \varphi_1|$ или

$$r_{np*} \frac{m+1}{2} - r_{np*} \frac{m-1}{2} \cos (\varphi_1 - \arccos \frac{\pi}{2} r_{np*}) - |\sin \varphi_1| = 0, \quad (24)$$

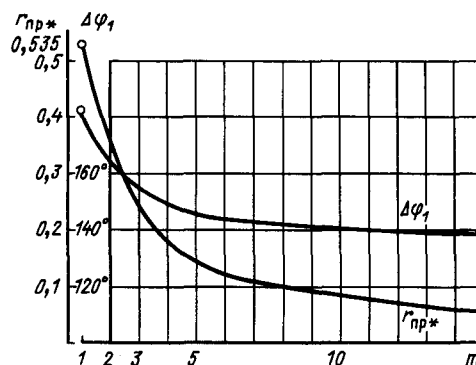
получим второе трансцендентное уравнение для совместного решения r_{np*} , $\varphi_1 = f(m)$.

Результаты расчета предельно допустимой нагрузки r_{np*} и длительности $\theta_{\varphi_1} = (\varphi_1 - \varphi)$ первой полуволны вторичного тока $i_2(\theta)$ по трансцендентным уравнениям (23), (24) приведены на рис. 5. Зависимость $r_{np*}(m)$ для кратностей $m = 2 \div 15$ аппроксимируется степенной функцией вида

$$r_{np*}(m) \approx \frac{535}{m/\sqrt{2}} = \frac{0,756}{m}$$

с относительной ошибкой менее 10 %.

Схема замещения четырехтактного (сдвоенного) ТПТ, состоящего из двух двухтактных ТПТ (полуконтакт) со сдвинутыми по фазе на 90° напряжениями питания $u_{n1}(\theta)$, $u_{n2}(\theta)$, строит-

Рис. 5. Зависимость предельно допустимой нагрузки r_{np*} и длительности $\Delta \varphi_1$ первой полуволны вторичного сверхтока двухтактного ТПТ от кратности m сверхтока

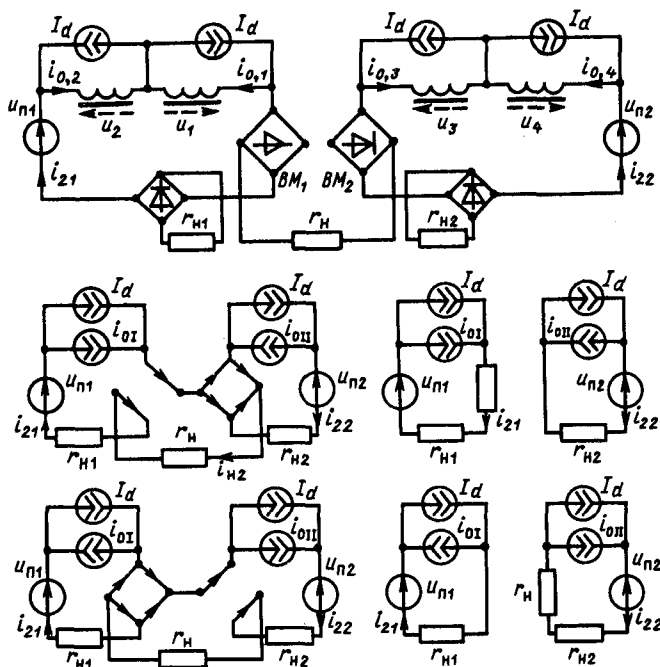


Рис. 6. Полная схема замещения четырехтактного ТПТ и декомпозиция схемы при работе первого и второго полукомплектов в управляющем режиме

ся на основе схемы замещения двухтактного ТПТ (рис. 6). Основные соотношения в стационарных режимах двоянного ТПТ определяются принципом переключения полукомплектов. Выпрямители $ВМ_1, ВМ_2$ на выходах полукомплектов выполняют функции токового максиселектора: ток нагрузки формируется в любой момент времени как наибольший из вторичных токов полукомплектов:

$$i_{n2}(\theta) = \max \{|i_{21}(\theta)|, |i_{22}(\theta)|\}.$$

Так как вторичный ток полукомплекта отличается от приведенного первичного тока на величину тока намагничивания i_0 ненасыщенного НТ:

$$i_{2*} = 1 \pm i_{0*},$$

где $+i_0$ соответствует $\frac{d|\Psi_{HT}|}{d\theta} < 0$, а $(-i_0)$ соот-

ветствует $\frac{d|\Psi_{HT}|}{d\theta} > 0$, то ток намагничивания i_0 НТ, входящего в режим трансформатора тока, является динамическим переключателем полукомплектов. Так, после коммутации $НТ_1, НТ_2$ в первом полукомплекте вторичный ток $i_{21}(\theta)$ этого полукомплекта открывает вторую пару диодов выпрямителя $ВМ_2$ второго полукомплекта, шунтируя его выход (рис. 6). В интервале, когда $|i_{21}(\theta)| > |i_{22}(\theta)|$, т. е. $i_{o1} > i_{o11}$, первый полукомплект работает в управляющем режиме, а второй полукомплект — в управляемом режиме. По окончании интервала коммутации $НТ_3, НТ_4$ во

втором полукомплекте $|i_{22}(\theta)| > |i_{21}(\theta)|$ и в управляющий режим входит второй полукомплект (рис. 6). В управляющем режиме нагрузку полукомплекта составляет собственное сопротивление полукомплекта (r_{n1}, r_{n2}) и общее сопротивление r_n , тогда как в управляемом режиме — только собственное сопротивление. В четырехтактном ТПТ нагрузка полукомплектов кусочно-постоянная; значительную часть периода полукомплект отключен от общей нагрузки. Возможна декомпозиция схемы замещения четырехтактного ТПТ (рис. 6), что упрощает расчеты.

Рассмотрим фазные и предельные соотношения в четырехтактном ТПТ с мгновенной коммутацией НТ. Обозначим φ_1, φ_2 — фазы коммутаций НТ относительно напряжений питания полукомплектов u_{n1}, u_{n2} (рис. 7), $\Delta\theta_y$ — длительность управляющего режима полукомплекта за полупериод; $b_1 = r_{n1}/r_n, b_2 = r_{n2}/r_n$ — нагрузочные коэффициенты (отношение сопротивления собственной нагрузки полукомплекта к сопротивлению общей нагрузки). Тогда (рис. 7):

$$\Delta\theta_{y1} = \frac{\pi}{2} + \varphi_2 - \varphi_1, \quad \Delta\theta_{y2} = \pi - \Delta\theta_{y1} = \frac{\pi}{2} + \varphi_1 - \varphi_2.$$

Фазы φ_1, φ_2 коммутаций НТ определим из условия замкнутости гистерезисных циклов НТ в ненасыщенной области:

$$\begin{aligned} \int_{\varphi_1}^{\frac{\pi}{2} + \varphi_2} [\sin \theta - r_{n*}(k_1 + 1)] d\theta + \int_{\frac{\pi}{2} + \varphi_2}^{\pi + \varphi_1} (\sin \theta - \\ - k_1 r_{n*}) d\theta = 0; \\ \int_{\varphi_2}^{\frac{\pi}{2} + \varphi_1} [\sin \theta - r_{n*}(k_2 + 1)] d\theta + \int_{\frac{\pi}{2} + \varphi_1}^{\pi + \varphi_2} (\sin \theta - \\ - k_2 r_{n*}) d\theta = 0, \end{aligned}$$

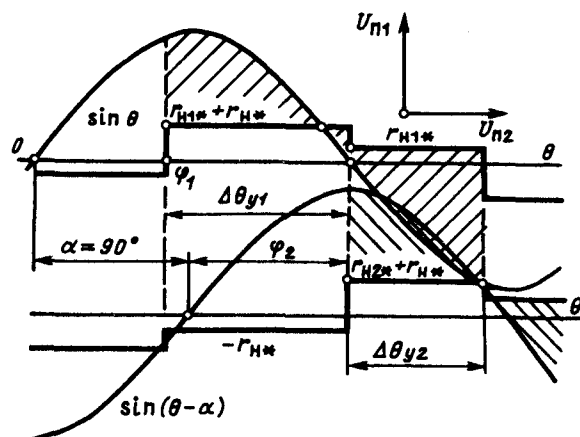


Рис. 7. Диаграмма четырехтактного ТПТ с мгновенной коммутацией НТ

откуда следует система трансцендентных уравнений для $\varphi_1, \varphi_2 = f(r_n, k_1, k_2)$:

$$\begin{aligned} 2\cos \varphi_1 + r_n \varphi_1 - r_n \left[\frac{\pi}{2} (2k_1 + 1) + \varphi_2 \right] &= 0; \\ 2\cos \varphi_2 + r_n \varphi_2 - r_n \left[\frac{\pi}{2} (2k_2 + 1) + \varphi_1 \right] &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

или

$$\begin{aligned} 2\cos \varphi_1 - r_n (\Delta\theta_{y2} + k_1 \pi) &= 0; \\ 2\cos \varphi_2 - r_n (\Delta\theta_{y1} + k_2 \pi) &= 0. \end{aligned}$$

Из системы уравнений (25) следует, что фазы φ_1, φ_2 жестко связаны соотношением

$$\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = \frac{\pi}{2} r_n (k_1 + k_2 + 1). \quad (26)$$

В симметричном режиме сдвоенного ТПТ, когда $k_1 = k_2 = k$:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi = \arccos \left[\frac{\pi}{4} r_n (2k + 1) \right]$$

или, обозначив $r_{n1} = r_n + r_{n1} = r_n (k_1 + 1)$, $r_{n2} = r_n (k_2 + 1)$ — полное сопротивление нагрузки полукомплекта в управляющем режиме, получим

$$\varphi = \arccos \frac{2k+1}{k+1} \frac{\pi}{4} r_n. \quad (27)$$

Из (27) следует, что фаза коммутации НТ определяется соотношением сопротивлений собственной нагрузки полукомплектов и общей нагрузки. При изменении R от 0 ($r_{n1} = r_{n2} = 0$) до ∞ ($r_n = 0$) величина φ изменяется в пределах $\frac{\pi}{4} r_n \div \frac{\pi}{2} r_n$. При отсутствии собственной нагрузки полукомплектов фаза коммутации НТ сдвоенного ТПТ

$$\varphi = \arccos \frac{\pi}{4} r_n.$$

Если сопротивление общей нагрузки $r_n = 0$ (выходы полукомплектов короткозамкнуты), то фаза коммутации НТ полукомплектов рассчитывается также, как и для двухтактного ТПТ с мгновенной коммутацией НТ [2], т. е.

$$\varphi = \arccos \frac{\pi}{2} r_n.$$

Этот же вывод можно распространить на несимметричный режим четырехтактного ТПТ ($k_1 \neq k_2$) в диапазоне малых нагрузок $r_n \leq 0,1$, в котором ввиду слабой связи полукомплектов через общую нагрузку фазы коммутаций φ_1, φ_2 однозначно определяются только полным сопротивлением нагрузки полукомплекта.

В диапазоне больших нагрузок, когда сопротивление общей нагрузки $r_n > 0,1$, взаимное влияние полукомплектов усиливается с возра-

станием r_n . Фазы φ_1, φ_2 определяются тремя параметрами: r_n, k_1, k_2 и связаны соотношением (26). Так, при $r_n = \text{const}$, $k_1 = \text{const}$, увеличение k_2 приводит к увеличению φ_1 и уменьшению φ_2 . При $r_n = 0,4$, $k_1 = 0,5$ и увеличении k_2 от 0 до 0,5 φ_1 возрастает от 0,7 до 0,9 рад, а φ_2 уменьшается от 1,4 до 0,9 рад. Длительность работы первого полукомплекта в управляющем режиме $\Delta\theta_{y1}$ снижается с 2,27 до 1,57 рад, а $\Delta\theta_{y2}$ повышается с 0,87 до 1,57. При $r_n = 0,1$ и увеличении k_2 от 0 до 0,5 фаза φ_1 увеличивается незначительно, а φ_2 уменьшается от 1,48 до 1,4 рад. Таким образом, в несимметричном стационарном режиме четырехтактного ТПТ длительность работы $\Delta\theta_y$ в управляющем режиме полукомплекта, сопротивление собственной нагрузки которого больше, превышает $\pi/2$ за полупериод. Фаза коммутации НТ этого полукомплекта меньше, чем у полукомплекта с меньшей собственной нагрузкой.

Диапазон малых нагрузок сдвоенного ТПТ, как правило, включает верхний предел предельно допустимых нагрузок ТПТ с учетом первичных сверхтоков.

Используем соотношение (26) для определения предельно допустимой нагрузки четырехтактного ТПТ по критерию управляемости (2). В общем токе нагрузки $i_{н\Gamma}$ искажения возникают при перегрузке обоих полукомплектов. Рассмотрим случай, когда оба полукомплекта работают на границе предельного режима ($k_1 = k_2 = k$): $\sin \varphi_1 = \sin \varphi_2 = r_n (k + 1)$. Тогда (26) примет вид

$$2\sqrt{1 - r_n^2 (k + 1)^2} = r_n \frac{\pi}{2} (2k + 1). \quad (27)$$

Из (27) можно определить предельное сопротивление нагрузки $r_{н.пр}$ при заданном значении k :

$$r_{н.пр} = \frac{4}{\sqrt{\pi^2 (2k + 1)^2 + 16(k + 1)^2}}, \quad r_{n1} = r_{n2} = k r_{н.пр} \quad (28)$$

или предельное значение нагрузочного коэффициента $k_{пр}$ при заданном r_n :

$$k_{пр}^2 + 1,288 k_{пр} + \left(0,466 - \frac{0,288}{r_n} \right) = 0. \quad (29)$$

Как следует из (28), максимальное значение r_n соответствует $k = 0$. Это предельный режим сдвоенного ТПТ, имеющего только общую нагрузку ($r_{n1} = r_{n2} = 0$):

$$r_{н.пр}^{\max} = \frac{4}{\sqrt{\pi^2 + 16}} = 0,787. \quad (30)$$

Для двухтактного ТПТ $r_{н.пр} = 0,535$. Таким образом, четырехтактный ТПТ при фазном сдвиге напряжений питания полукомплектов, равном

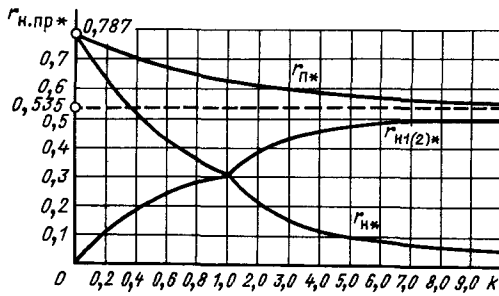


Рис. 8. Номограммы для выбора предельных нагрузок ТПТ

90°, позволяет увеличить нагрузку не более чем в 1,47 раза.

Перераспределение нагрузки между общим выходом ТПТ и полукомплектами снижает предельно допустимую нагрузку ТПТ [общую r_n и на полукомплект $r_{н*} = r_n \cdot (k+1)$]. На рис. 8 приведены рассчитанные по (28) номограммы для определения $r_{н.пр*}(k)$ и $k_{пр}(r_{н*})$.

С увеличением собственных нагрузок полукомплектов при $k \rightarrow \infty$ $r_n \rightarrow 0$; полукомплекты работают как независимые одиночные ТПТ ($r_{н*} = 0,535$).

Определим предельные значения фазы φ коммутации НТ полукомплектов при $k_1 = k_2 = k$. Из (26) следует

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi = r_{н*} \cdot \frac{\pi}{4} (2k+1).$$

Учитывая, что $\sin \varphi = r_{н*} \cdot (k+1)$, получаем

$$\operatorname{tg} \varphi_{пр} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{k+1}{2k+1}.$$

При $k=0$ $\operatorname{tg} \varphi_{пр} = \frac{4}{\pi}$, $\varphi_{пр} = 0,905$ рад (52°); при $k \rightarrow \infty$ ($r_n = 0$) $\operatorname{tg} \varphi_{пр} = \frac{2}{\pi}$, $\varphi_{пр} = 567$ рад ($32,5^\circ$).

Таким образом, диапазон изменения фазы коммутации НТ четырехтактного ТПТ в предельном режиме обоих полукомплектов при изменении R от 0 до ∞ : $\Delta \varphi_{пр} = (0,905 \div 0,567)$ рад.

При перегрузке одного полукомплекта возникают искажения только во вторичном токе этого полукомплекта. Установим предельно допустимую нагрузку полукомплекта, например первого, при условии, что $r_{н*}$, k_2 меньше предельно допустимых значений, определяемых по номограммам рис. 8. Так как $\sin \varphi_1 = r_{н*} \cdot (k_1 + 1)$, $\cos \varphi_1 = \sqrt{1 - r_{н*}^2 \cdot (k_1 + 1)^2}$, то уравнения (25) приводятся к одному трансцендентному уравнению:

$$2A + r_{н*} [\arccos A - (2k_2 + 1) \frac{\pi}{2} - \arccos \sqrt{1 - r_{н*}^2 \cdot (k_1 + 1)^2}] = 0, \quad (31)$$

где $A = \cos \varphi_2 = r_{н*} \cdot \frac{\pi}{2} (k_1 + k_2 + 1) - \sqrt{1 - r_{н*}^2 \cdot (k_1 + 1)^2}$.

Из (31) определяется $k_{1пр}$ при заданных $r_{н*}$, k_2 или $r_{н.пр*}$ при заданных k_1 , k_2 ($k_1 > k_2$). Анализ результатов расчета предельных параметров одного полукомплекта показывает, что влияние нагрузки (k_2) второго полукомплекта на предельные значения незначительно. Для расчетов предельных параметров одного полукомплекта можно с достаточной точностью пользоваться номограммами рис. 8.

Из диапазона нагрузок $r_{н*}$ четырехтактного ТПТ можно выделить диапазон малых нагрузок $0 < r_{н*} \leq 0,15$, в котором применима аппроксимация решения уравнения (31) в виде $k_{1пр} \approx 0,5/r_{н*}$, $r_{н.пр*} \approx 0,5/k_1$. Погрешность аппроксимации не превышает 10 %.

Предельную нагрузку вдвоенного ТПТ с учетом первичного сверхтока (17) определим так же, как и для двухтактного ТПТ. Наиболее тяжелый для выполнения критерия (2) случай соответствует возникновению сверхтока (17) после коммутации НТ в одном из полукомплектов. Расчеты приводят к возможности выбора $r_{н.пр*}$ по следующей методике: 1) по номограммам рис. 8 определяют предельное сопротивление нагрузки полукомплекта $r_{н*}$ при заданном значении k ; 2) это значение с учетом сверхтоков снижают в $m/\sqrt{2}$ раз (m — кратность сверхтока), что эквивалентно снижению в $m/\sqrt{2}$ раз как общей нагрузки, так и собственных нагрузок полукомплектов.

Фазы φ_1 , φ_2 и интервалы γ_1 , γ_2 четырехтактного ТПТ с ненулевыми дифференциальными индуктивностями x_{1*} , x_{2*} контуров коммутации полукомплектов определяются из системы четырех трансцендентных уравнений:

$$z_{21*} + [z_{21*} + \sin(\varphi_1 - \alpha_1)] e^{-\frac{\gamma_1}{\tau_{21*}}} - \sin(\gamma_1 + \varphi_1 - \alpha_1) = 0; \quad (32)$$

$$z_{22*} + [z_{22*} + \sin(\varphi_2 - \alpha_2)] e^{-\frac{\gamma_2}{\tau_{22*}}} - \sin(\gamma_2 + \varphi_2 - \alpha_2) = 0; \quad (33)$$

$$\cos(\varphi_1 + \gamma_1) + \cos \varphi_1 - r_{н*} [(2k_1 + 1) \frac{\pi}{2} + \varphi_2 + \gamma_2 - \varphi_1 - (k_1 + 1)\gamma_1] = 0; \quad (34)$$

$$\cos(\varphi_2 + \gamma_2) + \cos \varphi_2 - r_{н*} [(2k_2 + 1) \frac{\pi}{2} + \varphi_1 + \gamma_1 - \varphi_2 - (k_2 + 1)\gamma_2] = 0, \quad (35)$$

где $z_{21*} = \sqrt{r_{н1*}^2 + x_{1*}^2}$; $z_{22*} = \sqrt{r_{н2*}^2 + x_{2*}^2}$ — полные дифференциальные сопротивления полукомплектов в интервале коммутации НТ; $\tau_{21*} = x_{1*}/r_{н1*}$; $\tau_{22*} = x_{2*}/r_{н2*}$; $\alpha_1 = \operatorname{arctg} \tau_{21*}$; $\alpha_2 = \operatorname{arctg} \tau_{22*}$.

Уравнения (32), (33) аналогичны уравнению (7) для двухтактного ТПТ. Коммутация НТ полукомплекта происходит в управляемом режиме, когда нагрузку полукомплекта составляют только сопротивление собственной нагрузки

$r_{H(2)}$ и дифференциальная индуктивность $x_{1(2)}$ контура коммутации.

Уравнения (34), (35) получены из условия замкнутости гистерезисных циклов НТ при перемагничивании и ненасыщенной области:

$$\int_{\varphi_1 + \gamma_1}^{\varphi_1 + \gamma_1 + \Delta\theta_{y1}} [\sin \theta - r_{H*} (k_1 + 1)] d\theta + \int_{\varphi_1 + \gamma_1 + \Delta\theta_{y1}}^{\varphi_1 + \pi} \times \\ \times (\sin \theta - k_1 r_{H*}) d\theta = 0; \\ \int_{\varphi_2 + \gamma_2}^{\varphi_2 + \gamma_2 + \Delta\theta_{y2}} [\sin \theta - r_{H*} (k_2 + 1)] d\theta + \int_{\varphi_2 + \gamma_2 + \Delta\theta_{y2}}^{\varphi_2 + \pi} \times \\ \times (\sin \theta - k_2 r_{H*}) d\theta = 0,$$

где $\Delta\theta_{y1} = \frac{\pi}{2} + \varphi_2 + \gamma_2 - \varphi_1 - \gamma_1$; $\Delta\theta_{y2} = \frac{\pi}{2} + \varphi_1 + \gamma_1 - \varphi_2 - \gamma_2$ — длительности работы полукомплектов в управляющем режиме за полуцикл.

При $r_{H*} = 0$ уравнения (34), (35) тождественны уравнению (8) для двухтактного ТПТ.

Так же как и для двухтактного ТПТ можно выделить диапазон малых нагрузок $r_{H*} \leq 0,15$ четырехтактного ТПТ, в котором полукомплекты слабо связаны и токовые характеристики и погрешности полукомплектов определяются только дифференциальной индуктивностью x_{2*} вторичного контура и практически не зависят от r_{H*} при любых значениях k_1, k_2 . В расчетах для полукомплектов можно использовать аппроксимацию (9), основанные на ней формулы (10) — (15) и кривые погрешностей рис. 3. Диапазон малых нагрузок включает предельно допустимые значения нагрузки с учетом сверхтоков. В диапазоне больших нагрузок ($r_{H*} > 0,15$) токовые характеристики и погрешности полукомплектов являются функцией пяти параметров $r_{H*}, x_{1*}, x_{2*}, k_1, k_2$ и определяются по семейству расчетных характеристик.

Токовые погрешности полукомплектов не приводят к сильной погрешности в общем токе нагрузки, если нет перекрытия интервалов γ_1, γ_2 ком-

мутации (полная потеря управляемости ТПТ) [3]. Для этого должно быть выполнено условие

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 + \gamma_1 &\leq \frac{\pi}{2} + \varphi_2; \\ \varphi_2 + \gamma_2 &\leq \frac{\pi}{2} + \varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

В симметричном режиме $\varphi_1 = \varphi_2$ и условие (36) преобразуется к виду $\gamma \leq \pi/2$. Условие (36) нарушается при больших значениях $x_{2*} = f(r_{H*}, k_1, k_2) > 0,5$. При выполнении условия (36) мгновенная погрешность в общем токе нагрузки определяется только током намагничивания ненасыщенных НТ полукомплектов и достигает для современных ТПТ в расчетном диапазоне первичных токов 1,5—2 %.

Приведенные фазные и предельные соотношения двухтактных и четырехтактных ТПТ в стационарных режимах могут быть использованы при расчете допустимых параметров и нагрузок, оценке токовых характеристик и погрешностей ТПТ и при проведении метрологических испытаний ТПТ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подгорный Э. В., Шаров Е. Т. Переходные режимы электромагнитных трансформаторов постоянного тока. — Электричество, 1978, № 5, с. 20—25.
2. Толстов Ю. Г. Измерительные трансформаторы постоянного тока и напряжения. — М.: Госэнергоиздат, 1951. — 119 с.
3. Белицкая М. С., Лиманов Е. А. Трансформаторы постоянного тока и напряжения. — М.—Л.: Энергия, 1964. — 236 с.
4. Перетц В. Б. Влияние параметров измерительной цепи и формы кривой намагничивания на работу измерительного трансформатора постоянного тока. — Электричество, 1950, № 2, с. 66—69.
5. Синицкий Л. А., Шумков Ю. М. Расчет погрешности измерительных трансформаторов постоянного тока. — Вестник электропромышленности, 1960, № 4, с. 29—32.
6. Шаров Е. Т. О погрешностях трансформаторов постоянного тока в стационарных режимах. — Изв. вузов. Энергетика, 1974, № 10, с. 18—23.
7. Дроздов А. Д., Засыпкин А. С., Кузнецов С. Л. Электрические цепи с ферромагнитными элементами в релейной защите. Изд. 2-е. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 256 с.

[25.02.88]

Вниманию читателей!

Научно-техническое издательство «Энергоатомиздат» предоставляет страницы своих книг и журналов «Теплотехника», «Энергетик», «Промышленная энергетика», «Электрические станции», «Электротехника», «Электричество», «Светотехника», «Гидротехническое строительство», «Атомная энергия» организациям, предприятиям, ВУЗам, НИИ, КБ для публикации рекламных материалов.

Возможно заключение долгосрочных договоров.
Оплата по соглашению.

Наш адрес: 113114 Москва, Шлюзовая набережная, 10.
Телефон для справок: 924-22-28.

УДК 621.311.018.3.001.6

Высшие гармоники и напряжения обратной последовательности в энергосистемах Сибири и Урала

ЖЕЛЕЗКО Ю. С., КОРДЮКОВ Е. И.

Наличие в электрических системах значительной по величине выпрямительно-инверторной нагрузки связано с резким искажением кривых тока и напряжения, а при определенных условиях и со значительной несимметрией как по первой, так и по высшим гармоническим составляющим. Сегодня установлено, что наиболее распространенным видом искажений являются высшие гармоники [1—3]. Значительное воздействие, в основном на вращающиеся машины, оказывает и напряжение обратной последовательности. Характерными в этом отношении являются электрические системы Урала и Сибири, где сосредоточены или быстрыми темпами развиваются энергоемкие производства цветной и черной металлургии, лесопромышленной, топливно-энергетической и горнодобывающей отраслей промышленности, существенно расширяется полигон электрифицированных железных дорог постоянного и переменного тока. Исследование искажений в этом районе СССР и разработка мероприятий по их нормализации в настоящее время являются важнейшими народнохозяйственными задачами в области снижения потерь и повышения качества электроэнергии.

Из всех показателей качества электроэнергии (ПКЭ), установленных ГОСТ 13109-87, гармоники представляют собой наиболее сложное явление. Его отличительным признаком является то, что в установившихся режимах возникают резонансные перенапряжения на высших гармонических. Во многих случаях напряжения и токи гармоник нарушают технологические процессы на производстве, а иногда достигают значений, опасных для изоляции электротехнического оборудования. Высокие уровни гармоник тока и напряжения отмечаются не только вблизи их источников, но и в узлах и ветвях электрической сети, значительно удаленных от них. Существенное и не прогнозируемое повышение уровня той или иной гармоники в узле вызывает и изменение схемы сети [4, 5]. Для оценки этого явления необходимо иметь программы расчета на ЭВМ высших гармоник в сложных электрических сетях, позволяющие выполнить анализ возможных ситуаций и разработать мероприятия по снижению риска нарушения нормальной работы оборудования до экономически обоснованного уровня. Наряду с теоретическими важным значение имеют экспериментальные исследования распространения высших гармонических в электрических системах с целью выявления их источников и предъявления к потребителю, в ведении которого находятся эти источники, соответствующих экономических санкций [6].

На протяжении последнего десятилетия в электрических системах Урала и Сибири выполнены многочисленные экспериментальные исследования качества электроэнергии (КЭ). Проведенные исследования позволяют с достаточной степенью точности установить положение с КЭ в различных отраслях народного хозяйства и регионах страны, помогают оценить взаимное влияние ПКЭ и технологии производственных процессов, наконец, они служат информационным обеспечением при создании математического и программного обеспечения проектирования и эксплуатации устройств улучшения качества электроэнергии. Ниже представлены отдельные результаты исследований высших гармоник и напряжений обратной последовательности для Иркутской и частично для Барнаульской и Челябинской энергосистем [5, 7, 8]. Принципиальная схема соединений источников питания и искажений представлена на рис. 1. Источниками высших гармоник являются: алюминиевый завод (АЗ), тяговые подстанции (ТП) электрифицированной железной дороги (ЭЖД) и горно-обогатительный комбинат (ГОК), источниками несимметрии — ЭЖД, ГОК и лесопромышленный комплекс (ЛПК). В соответствии со схемами преобразовательных устройств АЗ генерирует 11-ю, 13-ю, 23-ю, 25-ю, ... гармоники, а ЭЖД и ГОК — все нечетные, начиная с третьей. Измерения проводились в узлах и ветвях электрических сетей (точки

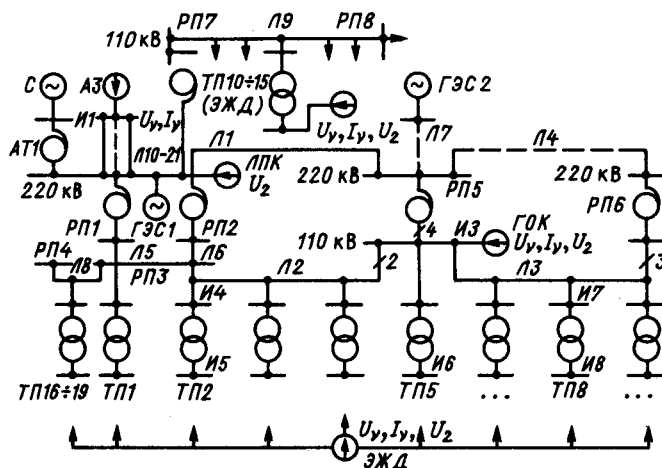


Рис. 1. Схема электроснабжения промышленных и транспортных предприятий

Таблица 1

Режим работы сети	Коэффициенты несинусоидальности напряжения (%) в местах измерений				
	И1	И2	И3	И5	И8
P1—PT1	11,4	5,0	20,9	12,5	14,1
P4—PT1	12,9	10,2	16,4	16,4	24,7
P5—PT1	14,7	27,2	25,7	22,5	26,1

И1—И8) для различных установившихся режимов работы систем электроснабжения промышленных и транспортных предприятий. Исследованные режимы обозначены следующим образом: P1 — нормальная схема; P4 — отключен АТ1; P5 — отключены ЛЭП Л1 и АТ1; PT1 — включены силовые фильтры на шинах ТП. Отметим, что измерения проводились одновременно во всех точках системы при продолжительности исследуемого режима не менее суток. На рис. 2 и в табл. 1 приведены результаты исследования спектрального состава и средние значения гармоник тока и напряжения, а также средние значения коэффициента несинусоидальности напряжения для электрических сетей напряжением 10, 27,5, 110 и 220 кВ.

Анализ данных эксперимента показывает, что только в точке И2 на шинах 220 кВ мощного источника питания коэффициент несинусоидальности не превышает 5 %. При этом это соответствует наиболее благоприятному режиму P1—PT1, когда есть связь с мощной электрической системой через АТ1 и силовые фильтры на ТП2, ТП5 и ТП8 включены.

Во всех остальных случаях коэффициент несинусоидальности значительно превышает нормированные ГОСТ 13109-87 значения, при этом наиболее выраженными в местах измерений для всех режимов являются 11-я и 13-я гармоники (рис. 2). Резкое усиление 11-й и 13-й гармоник объясняется волновыми процессами в линиях. Особенно большие значения коэффициента несинусоидальности напряжения имел в точках И3—И8 (табл. 1), связанных с линиями Л1, Л2, Л3, длина которых на частоте 550 Гц близка к четверти волны ($\lambda=546$ км). В отдельных случаях, результаты измерений для которых не приведены в табл. 1, максимальные значения коэффициента несинусоидальности достигают 40 % и выше (точки И3, И8).

Одной из характерных точек являются шины 10 кВ (И1), где сосредоточена мощная выпрямительная нагрузка А3. Коэффициент несинусоидальности в точке И1 во всех режимах превышает 10 %, а в кривой тока и напряжения преобладают 11-я и 13-я гармоники. Анализ данных табл. 1 и рис. 2 показывает, что практически во всех точках системы гармоники и коэффициенты несинусоидальности имеют наибольшие значения в режимах работы электрических сетей P4 и P5, при которых нарушена связь через АТ1 с системой большой мощности, играющей роль шунтового фильтра с малым входным сопротивлением высшим гармоникам. Относительно «спокойный» характер гармоник тока и напряжения в точке И1 объясняется постоянством и стабильностью технологического процесса производства алюминия на заводе.

В процессе эксперимента оценивалось также содержание высших гармонических в кривых тока и напря-

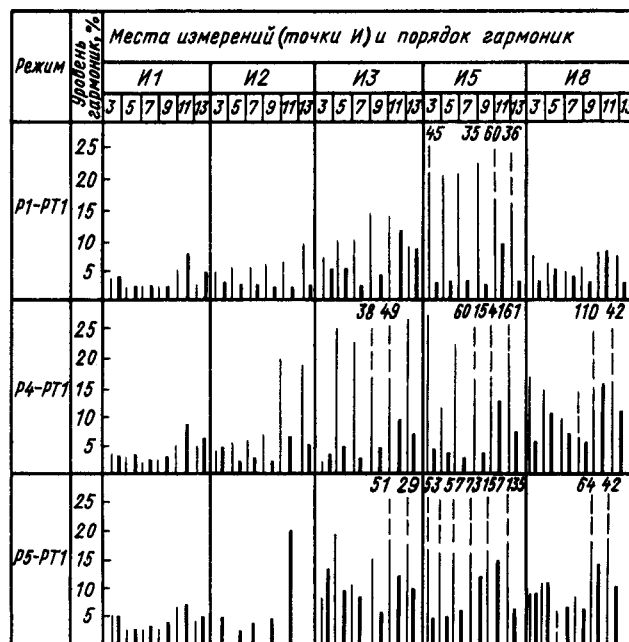


Рис. 2. Спектрограммы гармоник тока и напряжения (тонкие линии — средние значения гармоник тока I_B ; жирные линии — средние значения гармоник напряжения U_{BC})

жения на зажимах одного из гидрогенераторов ГЭС. Отмечено, что по обмоткам генератора циркулируют токи всех гармоник, но наиболее выражены 11-я и 13-я, которые достигают 2,2 % основной гармоники. Напряжения 11-й и 13-й гармоник на зажимах генератора соответственно составляют 2,8 и 4,2 %.

В напряжении тяговой сети ЭЖД также имеет место весь спектр высших гармонических составляющих. Резко выраженная несинусоидальность кривых тока и напряжения на шинах тяговых подстанций (в отличие от электрифицируемых участков, получающих питание от электрических систем при отсутствии в них мощных сосредоточенных выпрямительных нагрузок) привела к появлению напряжений резонирующих частот, опасных для электротехнического оборудования электровозов и тяговых подстанций (точки И5 и И8).

В результате перенапряжений на высших гармонических, возникающих в тяговой сети, происходило перекрытие разрядников и выход из строя вспомогательных и основных машин электроподвижного состава, наблюдалось ускоренное старение изоляции понижающих трансформаторов тяговых подстанций, а в отдельных случаях возникали нарушения технологического процесса на железной дороге — сбой в движении поездов. Это явилось причиной установки силовых фильтров и multifunctionальных устройств на тяговых подстанциях ТП2, ТП5, ТП8, настроенных на 3-ю, 5-ю и 11-ю гармоники. Установка таких устройств снизила аварийный выход из строя электротехнического оборудования электровозов, но не решила комплекс вопросов, определяющих улучшение качества электрической энергии в системах электроснабжения промышленных и транспортных предприятий.

Отрицательное влияние высших гармонических сказывается не только в системе тягового электроснабжения, но и в электрических сетях всей северной

и западной части Иркутской энергосистемы. Так, например, отмечены нарушение технологического процесса сварочного производства на одном из промышленных предприятий, перекрытие гирлянд изоляторов и самовозгорание деревянных опор (линия Л1), мешающее влияние на устройства релейной защиты, автоматики и линии связи.

В электрических сетях Барнаульской и Челябинской энергосистем коэффициент несинусоидальности напряжения достигает соответственно 6,2 и 17,0 %. Более существенно искажена форма кривых тока [8]. В этих энергосистемах нет явно выраженных резонансных явлений, тем не менее при несинусоидальных режимах возрастают дополнительные потери электроэнергии и отчисления на амортизацию оборудования, нарушается работа ЭВМ, микропроцессоров, систем программного управления, устройств автоматики и телемеханики, различных приемных и передающих устройств.

Другим существенным видом искажений в электрических сетях является несимметрия питающих напряжений. К числу таких источников искажений относятся несимметричная нагрузка ЭЖД переменного тока, электроподвижного состава горнодобывающей промышленности (например, ГОК), резкопеременная, ударная нагрузка ЛПК. В табл. 2 приведены статистические характеристики коэффициента обратной последовательности напряжений, полученные в ряде энергосистем Урала и Сибири. Нумерацию тяговых подстанций, принятую в табл. 2, не следует связывать с обозначениями на рис. 1. Как показывают исследования, несимметрия проявляется в меньшей степени, чем несинусоидальность. Отмечено, что наибольших значе-

ний коэффициент обратной последовательности напряжений достигает при изолированной работе узла и по мере удаления от центра питания. Математическое ожидание K_{2U} достигает на шинах тяговых подстанций ЭЖД классов напряжения 110—220, 27,5 и 10 кВ соответственно 2,2, 8,7 и 5,2, а максимальные значения — 3,9; 14,0; 14,0 %. Отрицательное воздействие несимметрии сказывается, например, на преждевременном выходе из строя крупных синхронных машин, насосных станций в западной части Иркутской энергосистемы, нарушении работы устройств сигнализации, централизации и блокировки на Южно-Уральской железной дороге. В несимметричных режимах существенно возрастают дополнительные потери мощности и энергии.

Результаты проведенных измерений показывают, что в настоящее время у потребителей эксплуатируется большое количество искажающего оборудования, не оснащенного специальными корректирующими устройствами. Проектирование новых промышленных предприятий должно вестись с обязательной оценкой влияния их оборудования на уровень помех в сетях и установкой при необходимости корректирующих устройств. В связи с этим важное значение имеет разработка нормативно-технических документов, ограничивающих уровень помех, вносимых в сеть потребителями, и определяющих порядок соответствующих проектных расчетов. Уровень искажений в любом узле сети определяется совместным воздействием всех источников искажения, поэтому для выбора мощности корректирующих устройств у конкретного потребителя только ГОСТ 13109-87 недостаточно. Необходимо определить расчетные значения существующего уровня искажений в точке присоединения потребителя к сети,

Таблица 2

ЭЖД	Номер тяговой подстанции	Класс напряжения на шинах подстанции, кВ								
		110—220			27,5			10,5		
		m_2	$K_{2U}^{\max}$	σ_2	m_2	$K_{2U}^{\max}$	σ_2	m_2	$K_{2U}^{\max}$	σ_2
Западно-Сибирская	1	0,5	1,1	0,5	2,5	5,0	1,1	3,5	8,0	1,3
	2	—	—	—	2,8	6,0	1,3	1,3	3,5	0,7
	3	—	—	—	2,2	5,5	0,9	1,7	6,0	0,6
	4	—	—	—	1,9	3,5	0,6	2,5	6,5	0,9
	5	—	—	—	1,7	4,0	0,6	1,2	3,0	0,7
	6	0,4	1,0	0,6	1,0	3,5	0,7	1,1	5,0	0,9
	7	—	—	—	1,5	5,6	0,9	2,0	4,0	0,5
	8	0,9	1,5	0,5	3,8	7,5	1,0	4,4	9,2	1,3
Южно-Уральская	1	1,8	2,9	0,9	2,1	6,8	1,1	2,1	5,9	1,3
	2	2,2	3,9	2,4	3,6	9,9	2,9	3,2	6,1	2,6
	3	—	—	—	2,1	4,9	1,9	1,3	3,5	1,1
	4	—	—	—	4,9	14,0	2,8	5,2	14,0	2,4
	5	1,0	2,5	1,1	2,3	4,8	1,4	—	—	—
	6	—	—	—	4,0	7,6	1,1	4,3	6,8	1,0
	7	0,4	1,8	0,4	—	—	—	1,9	2,8	0,9
	8	—	—	—	1,5	2,9	0,9	1,1	2,8	0,6
	9	—	—	—	2,4	5,8	0,8	2,1	4,2	0,7
Восточно-Сибирская	1	—	—	—	2,4	6,0	2,1	—	—	—
	2	—	—	—	3,0	7,0	1,8	—	—	—
	3	—	—	—	8,7	13,4	3,1	—	—	—
	4	—	—	—	3,2	9,7	2,0	—	—	—
	5	—	—	—	2,5	5,0	1,3	—	—	—

Примечание. m_2 — математическое ожидание; $K_{2U}^{\max}$ — максимальное значение; σ_2 — стандартное отклонение.

которыми должны руководствоваться проектные организации.

С целью нормализации положения у действующих потребителей и последующего контроля за правильностью использования корректирующих устройств необходимо введение экономических санкций за снижение КЭ [9]. Эти санкции должны базироваться на приборном контроле КЭ в точках реализации электроэнергии.

Определение виновника ухудшения КЭ по показателю коэффициента несинусоидальности в сложных ситуациях, аналогичных описанной выше, может оказаться непростым. Суммарный коэффициент несинусоидальности в узле может формироваться суммой собственных гармоник потребителя и поступающих из сети системы от других потребителей. В связи с этим необходима тщательная проработка правил применения скидок и надбавок к тарифам.

В простых ситуациях, когда виновник искажения очевиден (например, несимметрии, создаваемой ЭЖД), использования простых приборов расчетного учета КЭ, требования к которым приведены в [9], окажется достаточным. В более сложных ситуациях дополнительно потребуются проведение измерений более сложными приборами, позволяющими определить долевое участие конкретного потребителя в суммарном уровне искажений в узле. Анализ результатов измерений показывает, что такую операцию необходимо осуществлять не чаще 1 раза в год при продолжительности одно-разовых измерений несколько суток. Расчетный учет КЭ при зафиксированном долевом участии должен осуществляться стационарными приборами учета КЭ, так как частые выезды для измерений (с частотой оплаты счетов за электроэнергию) практически не могут быть осуществлены.

Для реализации указанного подхода необходима разработка дополнительно к приборам [9] многофункционального прибора, удобного для экспресс-анализа ситуации на месте. В качестве основных требований к нему можно предъявить: а) измерение всех ПКЭ, нормированных ГОСТ 13109-87; б) измерение фазовых углов сдвига между токами и напряжениями искажений и автоматическое определение степени вклада конкретного потребителя в суммарный уровень искажения в узле; в) определение разнообразных статистических характеристик параметров (математических ожиданий, среднеквадратических отклонений, гистограмм, спектральных плотностей, автокорреляционных и взаимокорреляционных функций); г) наличие встроенной термопечати для документирования измерений и дисплея для визуального анализа.

Следует решить и вопросы корректировки измерений, проводимых с использованием измерительных трансформаторов. Приводимые в зарубежной литературе данные [10] показали, что погрешности в ряде случаев могут быть высокими. Выходом из положения могло бы быть указание заводом-изготовителем для каждого выпускаемого трансформатора напряжения зависимости коэффициента трансформации от номера гармоники.

Выводы. 1. Уровни высших гармоник и напряжения обратной последовательности в энергосистемах с мощными нагрузками предприятий цветной, черной, горнодобывающей промышленности и электрифицированным железнодорожным транспортом в настоящее время значительно превышают нормы ГОСТ 13109-87.

2. Для нормализации положения в условиях эксплуатации необходимо к действующим предприятиям применять экономические санкции в виде надбавок к тарифам на электроэнергию за ухудшение КЭ в питающей сети. Применение более строгих мер в виде отключения предприятий от сети до установки соответствующих устройств в настоящее время нереально в связи с важностью выпускаемой ими продукции для других отраслей народного хозяйства и отсутствием широкой номенклатуры средств подавления искажений. Для эффективного их применения необходимо оснастить потребителей стационарными средствами учета качества электроэнергии (аналогично электросчетчикам) и разработать методы определения долевого участия каждого потребителя в общем уровне искажений в узле сети.

3. Для принятия мер по нормализации положения при проектировании сетей потребителей необходимо дополнительно к ГОСТ 13109-87 разработать нормативный документ, устанавливающий требования к допустимым искажениям, вносимым потребителем в сеть. В рамках этого документа должны быть решены вопросы учета уровня искажений, существующего в данном узле до присоединения к нему нового потребителя, и методов определения последствий его подключения (перечень используемых данных о внешней сети, методика расчета и т. п.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жежеленко И. В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Arrilaga J. J., Bradley D. A., Bodger P. S. Power system harmonics.— John Willy and Sons, 1985.
3. Контроль гармонических искажений в электрических сетях Австралии / Геддей, Смит, Райт и др.— В кн.: Влияние электроустановок высокого напряжения на окружающую среду. Переводы докладов СИГРЭ-86. М.: Энергоатомиздат, 1988.
4. Экспериментальное исследование входных сопротивлений сети на частотах гармоник и других электрических параметров сетей ВН / Глава, Кабргел, Шмид, Бласко.— В кн.: Влияние электроустановок высокого напряжения на окружающую среду. Переводы докладов СИГРЭ-86. М.: Энергоатомиздат, 1988.
5. Кордюков Е. И. Качество электрической энергии в электрических сетях при наличии выпрямительной нагрузки большой мощности / Ред. журн. Электрическая и тепловая тяга: Деп. Рукопись.— М.: ЦНИИТЭИ МПС, 1984, № 2456.
6. Головшиков В. О., Курбацкий В. Г., Яременко В. Н. Экспериментальный анализ несинусоидальных режимов работы Северо-Восточной части ОЭС Сибири.— Электрические станции, 1988, № 11.
7. Шалимов М. Г., Кордюков Е. И., Прозоров В. Ф. Исследование резонансных перенапряжений в системах первичного и тягового электроснабжения электрифицированных железных дорог. Ч. 1.— Киев: ИЭД АН УССР, 1989.
8. Кордюков Е. И., Беляков А. А., Захватов В. Г. Опыт проектирования, внедрения и эксплуатации многофункциональных устройств оптимизации качества электрической энергии в системах тягового электроснабжения.— М.: Транспорт, 1989.
9. Железко Ю. С. О совершенствовании тарифов на электроэнергию в части скидок и надбавок за компенсацию реактивной мощности и качество электроэнергии.— Промышленная энергетика, 1988, № 7.
10. Harmonics: characteristic parameters, method of study, estimates of existing values in the networks.— Electra, 1981, № 77.

[12.12.88]

К анализу релейных САР тока в режимах электродинамического торможения высокоскоростных электропоездов

КОЛОКОЛОВ Ю. В., канд. техн. наук, БАУШЕВ В. С., канд. физ.-мат. наук,
ЖУСУБАЛИЕВ Ж. Т., инж.

Томск

Проблема повышения эффективности и надежности тормозных средств приобретает особую актуальность в условиях интенсивного развития высокоскоростного движения электрического подвижного состава (э. п. с.). Одним из направлений в решении этой проблемы является применение электродинамического торможения (ЭТ), технико-экономическая целесообразность использования которого на высокоскоростных электропоездах (ВЭП) оценена давно и подтверждена отечественным и зарубежным опытом последних лет [1].

На отечественном ВЭП ЭР200 реализован двухступенчатый режим ЭС с самовозбуждением тяговых двигателей (ТД) при дискретном регулировании возбуждения ТД в диапазоне скоростей ВЭП (200—100) км/ч и дискретном регулировании сопротивления ступени пуско-тормозного реостата (ПТР) с полным возбуждением ТД в диапазоне скоростей ВЭП (100—20) км/ч [2].

Сочетание реостатных режимов пуска и торможения при дискретном регулировании сопротивления ступени ПТР и дискретном регулировании возбуждения ТД обусловлено стремлением к наиболее простым техническим решениям при построении силовых цепей тягового электропривода (ТЭП) моторвагонных секций (МВС) ВЭП ЭР200, основным режимом работы которых является поддержание скорости ВЭП, осуществляемое регулированием возбуждения ТД.

Реализация приведенных режимов работы ТЭП и приемлемых тяговых и тормозных характеристик при существующих параметрах ТД ВЭП ЭР200 обеспечена за счет использования схемы комбинированного тиристорного преобразователя (ТП) [3] (рис. 1). Переключе-

ние ТП из одного режима работы в другой осуществляется автоматически по командам специальных датчиков [4] посредством групповых и индивидуальных контакторов.

Противоречивые требования, предъявляемые к качественным характеристикам систем автоматического регулирования (САР) тока ТД в разных режимах работы ТЭП — высокое быстродействие, нечувствительность к вариациям напряжения контактной сети, электромагнитная совместимость с сопряженными устройствами сигнализации, централизации и блокировки железных дорог, широкий диапазон регулирования тока и обеспечение минимально возможного по условиям коммутации ТД значения коэффициента ослабления поля β при относительно высокой частоте регулирования тока якоря, минимальные пульсации тока в ТД и минимальные потери мощности в ТП и т. д. наиболее полно учитываются при использовании разных способов регулирования тягового и тормозного токов [4].

Для режимов тяги приведенным требованиям удовлетворяют релейно-импульсные САР тока, обладающие всеми достоинствами широко-импульсных систем (точность, постоянство частоты регулирования), но превосходят последние по динамическим свойствам, что в условиях резких колебаний напряжения контактной сети в режимах тяги с регулированием потока возбуждения ТД имеет важное значение.

В режимах ЭТ ВЭП определенные преимущества приобретают релейные САР тока [5], позволяющие реализовать максимальный коэффициент заполнения ТП — $\gamma_{\max} = 1$, что обеспечивает сохранение эффективным ЭТ до скоростей движения ВЭП $v_t \approx (10-5)$ км/ч, в то время, как показали экспериментальные исследования на ЭП ЭР200 № 1, РИ широко-импульсные САР позволяют сохранить эффективным ЭТ до $v_t \approx (30-20)$ км/ч при частоте регулирования $f = 400$ Гц. В случаях регулирования тормозного тока на предельно-допустимом уровне тока уставки ($i_0 = 400$ А) исключается перерегулирование тока в процессе самовозбуждения ТД в диапазоне скоростей ВЭП, близком к 200 км/ч, обеспечивается компенсация влияния возмущающих факторов, приводящих к скачкообразному изменению регулируемого тока, например, переход с одного режима работы ТЭП на другой, сопровождающийся изменением параметров и структуры силовых цепей ТЭП, закорачивание очередной нерегулируемой ступени ПТР и т. д.

Техническая простота реализации релейных и РИ САР на основе использования общих релейных элементов (РЭ), задатчиков уставок регулируемого тока, логических узлов, выполненных на базе современных интегральных микросхем [4], обеспечивает надежность их работы, удобство наладки и эксплуатации, исключает трудности при изменении способов регулирования тока.

Характерной особенностью релейных САР является

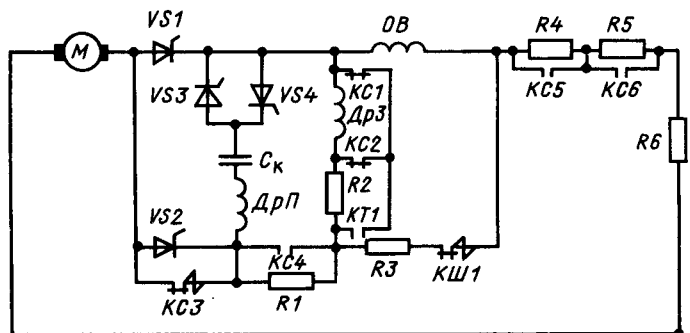


Рис. 1. Принципиальная схема силовых цепей тягового электропривода электропоезда ЭР200 в режимах электродинамического торможения: М — тяговый двигатель (ТД); ОВ — обмотка возбуждения ТД; C_k — коммутационный конденсатор; ДрП — дроссель перезаряда; ДрЗ — дроссель заряда; KC1, KC2, KC3, KC4, KC5, KC6 — контакторы силового контроллера; КТ1 — контактор тормозного переключателя; КШ1 — шунтирующий контактор; VS1, VS2 — главный и вспомогательный тиристоры; VS3, VS4 — коммутационные тиристоры

переменная частота автоколебаний тока f , параметры которой зависят от параметров объекта управления (силовой цепи ТЭП) и вида характеристики релейного элемента (РЭ).

Для снижения потерь мощности в ТП в режимах ЭТ важно ограничить предельные значения частоты автоколебаний на уровне, определенном допустимой частотой переключений силовых элементов ТП и, соответственно, выявить влияние как параметров ТЭП, так и РЭ на характер изменения f . Однако уменьшение потерь мощности в ТП локализацией изменения частоты автоколебаний тока в заданном частотном диапазоне приводит к увеличению его амплитуды, особенно в начальной и конечной стадиях процессов ЭТ в каждом из его режимов из-за неудовлетворительных фильтрующих свойств силовой цепи ТЭП на низких частотах и инерционных свойств ТП. Следовательно, амплитуда автоколебаний тока должна быть ограничена на уровне, допустимом в широком диапазоне нагрузок и скоростей ВЭП.

Для решения проблемы качества проектирования релейных САР тока и построения силовых цепей ТЭП в режимах ЭТ в статье рассматриваются вопросы выявления условий и границ существования автоколебаний тормозного тока, исследования характера протекания и параметров установившихся автоколебательных электромагнитных процессов в рабочих диапазонах нагрузок и скоростей ВЭП.

Математическая модель и метод исследования. Дифференциальные уравнения в переменных состояниях, соответствующие схемам замещения ТЭП (рис. 2) для режима ЭТ с самовозбуждением ТД, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}(L_{\pi}i_{\pi}) &= -(R_{\pi} + R_7 + R_{11})i_{\pi} + R_{12}i_{\nu} + E(i_{\mu}); \\ \frac{d}{dt}(L_{\nu}i_{\nu}) &= R_{12}i_{\pi} - (R_{\kappa} + R_{\nu} + R_{22})i_{\nu} + R_{\kappa}i_{\mu}; \\ \frac{d}{dt}(L_{\mu}i_{\mu}) &= R_{\kappa}(i_{\nu} - i_{\mu}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь i_{π} , i_{ν} , i_{μ} — токи якоря, возбуждения и намагничивания; $L_{\pi} = L_{\pi}(i_{\pi})$, $L_{\nu} = L_{\nu}(i_{\nu})$, $L_{\mu} = L_{\mu}(i_{\mu})$ — индуктивности, соответственно, якорной цепи двигателя, рассеяния главных полюсов, намагничивающего контура, $R_{\kappa} = L_{\mu}(i_{\mu})/T_{\kappa}(i_{\mu})$ — сопротивление эквивалентного контура вихревых токов, приведенного к обмотке возбуждения (ОВ) ТД ($T_{\kappa}(i_{\mu})$ — постоянная времени эквивалентного контура вихревых токов); $E(i_{\mu}) = n\Phi(i_{\mu})$ — э. д. с. ТД (где n — частота вращения ТД); $\Phi(i_{\mu})$ — кривая намагничивания (c — параметр, характеризующий конструктивные свойства ТД); R_{π} , R_{ν} — активные сопротивления, соответственно, якорной цепи и ОВ ТД; R_2 — шунтирующее сопротивление; R_3 — сопротивление, ограничивающее i_{ν} ; $R_7 = R_4 + R_5 + R_6$ — суммарное сопротивление нерегулируемых ступеней ПТР; R_1 — сопротивление регулируемой ступени ПТР; $R_{\text{экв}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ — эквивалентное сопротивление шунтирующей цепи при открытом состоянии ТП;

$$\begin{aligned} R_{11} &= 1/2[(1 - k_p)R_{\text{экв}} + (1 + k_p)(R_1 + R_3)]; \\ R_{12} &= 1/2[(1 - k_p)R_{\text{экв}} + (1 + k_p)R_3]; \\ R_{22} &= 1/2[(1 - k_p)R_{\text{экв}} + (1 + k_p)(R_2 + R_3)], \end{aligned}$$

где $k_p = -1$ соответствует закрытое состояние ключа

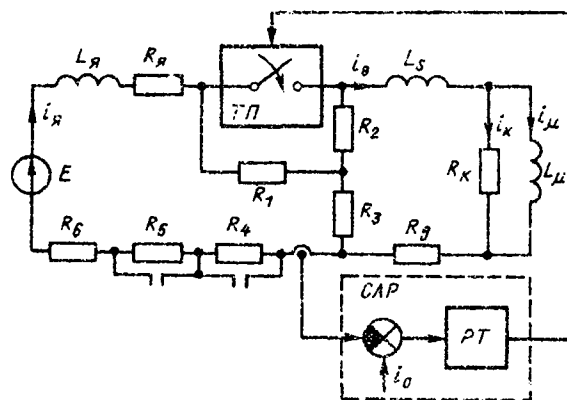


Рис. 2. Схема замещения тягового электропривода для режима электродинамического торможения регулированием потока возбуждения ТД (РТ — регулятор тока)

(ТП открыт), $k_p = 1$ — открытое состояние ключа (ТП закрыт).

Введение функции k_p позволяет описать две структуры ТЭП единой системой дифференциальных уравнений (1). Момент смены структуры или момент смены состояния ключа (ТП) определяется значением тока якоря i_{π} по отношению к i_0 — току уставки (характеристикой релейного элемента) и инерционными свойствами ТП.

Уравнения (1) получены при следующих допущениях: размагничивающее действие реакции якоря ТД скомпенсировано; тиристоры ТП являются идеальными ключевыми элементами; взаимовлиянием процессов в силовых цепях ТД и ТП пренебрегаем. К системе (1) следует добавить уравнение для скорости ВЭП, однако э. п. с. характеризуются значительными моментами инерции, что позволяет электромагнитные и электрохимические процессы рассматривать отдельно (режим «юза» не рассматривается). Таким образом, в системе (1) полагается $n = \text{const}$. Это означает, что система (1) рассматривается в определенном временном интервале Δt , достаточно малом по отношению к характерным временам электрохимических процессов и, в то же время, достаточно большом по отношению к характерным временам электромагнитных процессов.

Систему (1) после преобразования представим в компактном виде

$$\frac{dX}{dt} = G(X), \quad (2)$$

где $X = (i_{\pi}, i_{\nu}, i_{\mu})^T$; $G(X) = (g_1, g_2, g_3)^T$; $g_1 = (L_{\pi} + i_{\pi} \frac{dL_{\pi}}{di_{\pi}})^{-1} \times \{ -(R_{\pi} + R_7 + R_{11})i_{\pi} + R_{12}i_{\nu} + E(i_{\mu}) \}$; $g_2 = (L_{\nu} + i_{\nu} \frac{dL_{\nu}}{di_{\nu}})^{-1} \times \{ R_{12}i_{\pi} - (R_{\kappa} + R_{\nu} + R_{22})i_{\nu} + R_{\kappa}i_{\mu} \}$; $g_3 = (L_{\mu} + i_{\mu} \frac{dL_{\mu}}{di_{\mu}})^{-1} \times R_{\kappa}(i_{\nu} - i_{\mu})$.

Для того чтобы получить установившиеся автоколебательные решения системы (2), необходимо выявить условия их существования. Покажем, что каждому из состояний ключа (ТП) ($k_p = 1$ или $k_p = -1$)

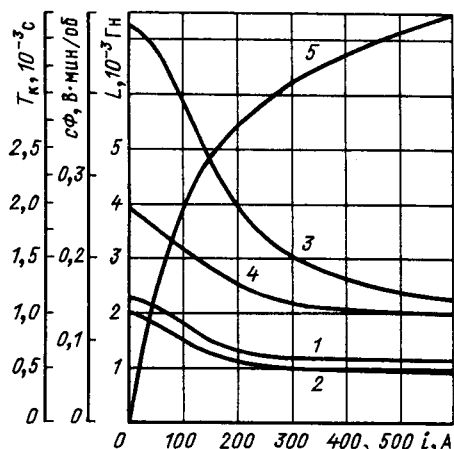


Рис. 3. Характеристики тягового двигателя IDT.001.3: 1 — $L_n(i_n)$; 2 — $L_s(i_n)$; 3 — $L_\mu(i_\mu)$; 4 — $T_k(i_\mu)$; 5 — $c\Phi(i_\mu)$

соответствует единственное состояние равновесия. Для отыскания координат точек в фазовом пространстве переменных i_n , i_b , i_μ , соответствующих состоянию равновесия, необходимо решить систему уравнений

$$G(X)=0$$

или

$$\begin{cases} (R_n + R_r + R_{11})i_n - R_{12}i_b - E(i_\mu) = 0; \\ R_{12}i_n - (R_n + R_r + R_{22})i_b + R_{k\mu}i_\mu = 0; \\ i_b - i_\mu = 0. \end{cases}$$

Исключая из этой системы i_n , i_b , находим

$$i_\mu = \frac{R_{12}}{(R_n + R_r + R_{11})(R_n + R_{22}) - R_{12}^2} E(i_\mu).$$

Для реальных кривых $E(i_\mu)$ это уравнение имеет единственное решение, которое находилось численно на ЭВМ. Таким образом, в фазовом пространстве существует пара неподвижных точек, соответствующих закрытому и открытому состояниям ключа. Локальный характер этих неподвижных точек, т. е. поведение интегральных кривых системы (2) в малой их окрестности, определяется собственными числами матрицы

Якоби, вычисленной при значениях i_n , i_b , i_μ , соответствующих неподвижным точкам [6].

Приведенные в таблице для различных n результаты расчетов показали, что как для закрытого ($k_p = -1$, i_n^3 , i_μ^3), так и для открытого состояния ключа ($k_p = 1$, i_n^0 , i_μ^0) неподвижные точки являются устойчивыми узлами (все собственные числа λ_k , $k = 1, 2, 3$ вещественны и отрицательны). Прочерки в таблице соответствуют случаю, когда неподвижная точка выходила за пределы области задания кривых (рис. 3).

Значения равновесных токов закрытого состояния превосходят соответствующие значения токов открытого состояния

$$i_n^3 > i_n^0, \quad i_\mu^3 > i_\mu^0. \quad (3)$$

Для проведения расчетов использовались зависимости $L_n(i_n)$, $L_s(i_b)$, $L_\mu(i_\mu)$, $T_k(i_\mu)$, $c\Phi(i_\mu)$ тягового двигателя IDT001.3 (рис. 3). Указанные зависимости вводились в ЭВМ в виде таблиц и использовались в расчетах с привлечением интерполяционных методов. При этом приняты следующие значения параметров [2]: $R_1 = 0,55$ Ом; $R_2 = 0,455$ Ом; $R_3 = 0,033$ Ом; $R_n = 0,046$ Ом; $R_b = 0,076$ Ом; $R_r = 1,47$ Ом.

На основании указанных расчетов можно предположить, что структура фазового пространства полностью определяется локальным характером неподвижных точек, т. е. фазовое пространство является областью притяжения неподвижной точки, координаты которой определяются состоянием ТП. Это значит, что решение задачи Коши для системы (2) при заданном k_p будет стремиться монотонно к соответствующему равновесному состоянию.

Для получения автоколебаний находим «переключатель», роль которого выполняет ТП. Условия переключения без учета инерционных свойств ТП записываются в виде

$$\begin{cases} k_p = 1 \rightarrow k_p = -1; & i_n \leq i_0 - \Delta; \\ k_p = -1 \rightarrow k_p = 1; & i_n \geq i_0 + \Delta, \end{cases} \quad (4)$$

где Δ — заданные отклонения от тока уставки i_0 .

Смысл условий (4) заключается в том, что открытое (закрытое) состояние ключа (ТП) сменяется закрытым (открытым), когда ток якоря достигает значения $i_0 - \Delta$ ($i_0 + \Delta$).

Покажем, что автоколебания будут иметь место, если ток уставки лежит в пределах $i_n^0 < i_0 < i_n^3$. Действительно, если ток уставки лежит вне указанных пределов, решение системы (1) будет стремиться к рав-

Частота вращения п, об/мин		2650	2550	2450	2350	2250	2150	2050	1950	1850	1750	1650	1550	1450	1350	1280
$k_p = 1$	i_n^0 , А	116,6	109,2	102,2	95,7	89,5	83,4	77,7	72,3	67	62,1	57,3	52,7	48,3	44,1	41,2
	i_μ^0 , А	6,49	6,07	5,69	5,32	4,97	4,64	4,32	4,02	4,02	3,45	3,19	2,93	2,68	2,45	2,29
	λ_1	34	—35,03	—35,9	—36,8	—37,8	—38,7	—39,6	—40,4	—41,3	—42,2	—43,2	—44	—44,9	—45,8	—46,3
	$\lambda_2 \times 10^{-3}$	—9,48	—9,17	—8,98	—8,85	—8,75	—8,68	—8,62	—8,5	—8,5	—8,5	—8,5	—8,49	—8,64	—8,55	—8,5
	$\lambda_3 \times 10^{-3}$	—6,97	—6,49	—5,58	—5,24	—5	—4,9	—4,81	—4,67	—4,35	—4,41	—4,42	—4,43	—4,88	—4,61	—4,47
$k_p = -1$	i_n^3 , А	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	424	391
	i_μ^3 , А	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	334	308,4
	λ_1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—88,4	—74,3
	$\lambda_2 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—4,3	—1,47
	$\lambda_3 \times 10^{-4}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—1,68	—0,71

новесному состоянию. Пусть, например, $i_a^0 > i_0 + \Delta$. Согласно (3) и $i_a^0 > i_0 + \Delta$. Если в начальный момент $i_a < i_0 + \Delta$, то в силу притягивающего характера состояния равновесия и монотонности решения системы (1) при фиксированном состоянии ТП, ток i_a со временем достигает значения $i_0 + \Delta$, поскольку $i_a \rightarrow i_a^0$ при $k_p = 1$ и $i_a \rightarrow i_a^0$ при $k_p = -1$. В случае $i_a \geq i_0 + \Delta$ согласно (4) $k_p = 1$ и $i_a \rightarrow i_a^0$. Аналогично рассматриваются все другие варианты взаимного расположения i_a^0 , i_a , $i_0 + \Delta$, $i_0 - \Delta$.

Условия переключения ТП (4) можно записать в аналитической форме

$$\left. \begin{aligned} k_p^+(t) &= k_p^-(t) \operatorname{sign}[\Delta + (-1)^N (i_a^- - i_0)]; \\ N^+(t) &= N^-(t) + \frac{1}{2} [1 - \operatorname{sign}(k_p^- k_p^+)], \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где k_p^- , N^- , i_a^- , k_p^+ , N^+ , i_a^+ — значения соответствующих величин слева и справа в момент времени t .

В начальный момент $N=0$, а значение k_p определяется состоянием ТП. В частности, при расчете автоколебаний принималось $t=0$; $i_a = i_0 + \Delta$; $N=0$; $k_p=1$. Из (5) нетрудно видеть, что знак выражения в фигурной скобке будет меняться только в том случае, когда разность между током якоря i_a и током уставки i_0 по абсолютному значению превышает Δ .

Дифференциальные уравнения (2) решались разностным методом. В разностной форме, для двух близких моментов времени t_k , t_{k+1} условия переключения (5) примут вид

$$\left. \begin{aligned} k_{p, k+1} &= k_{p, k} \operatorname{sign} [\Delta + (-1)^{N_k} (i_{a, k} - i_0)], \quad k_{p, k} = k_p(t_k); \\ N_{k+1} &= N_k + 1/2 [1 - \operatorname{sign} (k_{p, k} k_{p, k+1})], \quad N_k = N(t_k). \end{aligned} \right\}$$

Для нахождения установившихся автоколебаний использован метод типа Пуанкаре [7], суть которого заключается в поиске вектора начальных условий для периодического решения Q и периода T из системы

$$Q = \varphi(T, Q), \quad (6)$$

где $\varphi(t, Q)$ — решение системы (2) с условием $X(0)=Q$.

Решение системы (6) было сведено к минимизации функции

$$W = |Q - \varphi(T, Q)|.$$

Вообще говоря, минимум W следует искать в пространстве четырех переменных (три компоненты вектора Q и период T). Однако за начальное значение тока якоря можно взять любое значение в области $[i_0 - \Delta, i_0 + \Delta]$, поэтому минимум W отыскивается в пространстве трех переменных (i_a , i_μ , T).

Если в точке глобального минимума, $W=0$, то Q — вектор начальных условий периодического решения, а T — период. Минимизация W осуществлялась методом прямого поиска по Хуку — Дживсу с помощью стандартной процедуры, имеющейся в системе математического обеспечения ЕС ЭВМ.

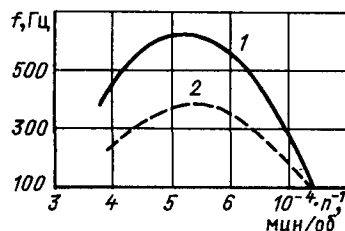


Рис. 4. Зависимость частоты автоколебаний f тока якоря от частоты вращения n тягового двигателя

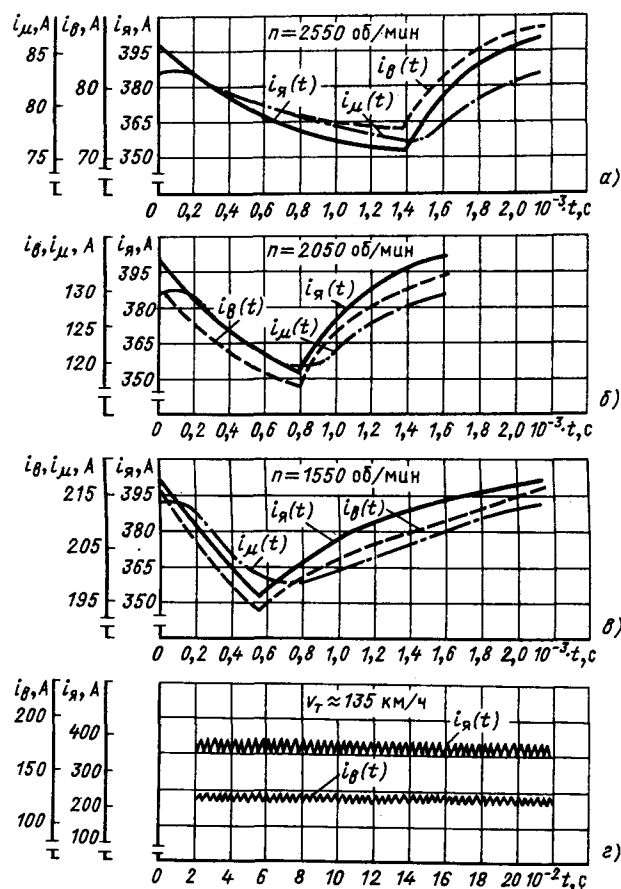


Рис. 5. Характер изменения токов $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_\mu(t)$ на интервале периода регулирования для различных частот вращения n тягового двигателя (а, б, в) и осциллограмма токов $i_a(t)$, $i_b(t)$ (г)

Как показали расчеты, имеются локальные минимумы функции W и для того, чтобы попасть в глобальный минимум, требовалось варьировать координаты начальной точки.

Расчеты установившихся периодических автоколебаний осуществлялся при указанных ранее параметрах. На рис. 4 представлены зависимости (кривые 1, 2) частоты автоколебаний f от частоты вращения n ТД для различных значений Δ и R_1 при $i_0 = 376$ А. Для трех значений n на рис. 5, а, б, в приведены зависимости характера изменения кривых токов $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_\mu(t)$ на интервале периода T регулирования.

Анализ зависимостей рис. 5, а, б, в показывает, что регулируемый ток i_a изменяется с частотой $f=1/T$ и с амплитудой автоколебаний тока якоря ТД — Δi_a , равной 2Δ . Из-за демфирующего действия контура вихревых токов размах пульсаций тока i_μ намного меньше Δi_a , кроме того, кривая $i_\mu(t)$ сдвинута по фазе относительно кривой $i_a(t)$. На рис. 4 показано влияние некоторых параметров ТЭП на характер изменения частоты автоколебаний. Для $\Delta = 23$ А и $R_1 = 0,55$ Ом (кривая 1) максимальная частота автоколебаний регулируемого тока составляет 625 Гц, что намного выше предельной частоты коммутации реального ТП (400—500 Гц).

Пунктирная кривая на рис. 4, полученная при $R_1=0,43$ Ом; $\Delta=24$ А, показывает возможности регулирования диапазона изменения частоты автоколебаний. Полученные результаты характеризуют область рекомендуемых параметров ТЭП для конкретного случая: $R_1=0,43$ Ом; $R_2=0,455$ Ом; $R_3=0,033$ Ом; $R_7=1,47$ Ом; $23 \text{ А} < \Delta < \Delta_{\text{доп.}}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Высокоскоростное** пассажирское движение (на железных дорогах) / Под ред. Н. В. Колодяжного. — М.: Транспорт, 1976. — 415 с.
2. Гуткин Л. В., Дымант Ю. Н., Иванов И. А. Электропоезд ЭР200. — М.: Транспорт, 1981. — 192 с.

3. Тучин В. А., Вейцман Л. Ю. Тяговое электрооборудование скоростного электропоезда ЭР200. — Электротехника, 1979, № 2, с. 18—22.

4. А. с. № 1270039 (СССР). Устройство для управления тяговым электроприводом постоянного тока транспортного средства / Ю. В. Колоколов, Л. Ю. Вейцман, И. А. Абрамов, Ж. Т. Жусубалиев. Оpubл. в Бюлл. изобр. 1986, № 42.

5. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы. — М.: Наука, 1974. — 576 с.

6. Бутенин Н. Б., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1976. — 384 с.

7. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. — М.: Наука, 1986. — 616 с.

[19.05.88]

УДК 621.313.333.036.001.57

Расчет теплообмена в электродвигателях постоянного тока с жидкостным заполнением

ЛУБСАНОВ А. А., канд. техн. наук

Читинский политехнический институт

В [1] рассмотрен процесс теплообмена в области межполюсного пространства погружных заполненных жидкими диэлектриками электродвигателей постоянного тока при условии ламинарного течения жидкости в их «воздушном» зазоре. В статье приведены результаты исследования характеристик теплообмена в межполюсном пространстве упомянутых электродвигателей для случая турбулентного режима течения жидких диэлектриков в зазоре.

Межполюсное пространство (МП) образовано внешней поверхностью обмоток возбуждения и внутренней поверхностью ярма станины (рис. 1, а). Режим течения жидкости в МП зависит от возмущений, проникающих в его полость со стороны зазора под действием вращения якоря. При этом закономерности течения жидкости в МП будут подчиняться законам отрывных течений [2], поскольку пограничный слой на поверхности полюсного наконечника отделяется — наступает отрыв потока (точка В, рис. 1, а).

Расчетная модель МП и прилегающего к нему участка зазора приведена на рис. 1, б. Стенка НГ модели (поверхность пакета якоря) движется с постоянной скоростью U_a , а на противоположной стенке имеется полость с размерами b и h .

Для получения более реальной картины течения жидкости и профиля температурного поля в МП и зазоре желательно было бы учитывать отношение ширины зазора δ к его среднему радиусу δ/r . Между тем, в [3] указывается, что при расчете теплопередачи в областях с малой кривизной последней можно пренебречь. В рассматриваемых двигателях отношение δ/r не превышает $0,005 \div 0,01$, что позволяет пренебречь кривизной зазора. Тогда закономерности переноса импульса и

тепла в зазоре и МП не отличаются от их выражений для плоской поверхности.

Принимаются следующие, общепринятые для такого рода исследований, допущения:

стенки полости имеют одну и ту же температуру T_w ; течение жидкости в приведенной модели считается стационарным, а сама жидкость обладает постоянными свойствами;

влиянием вязкой диссипации (рассеянием энергии внутреннего трения жидкости) можно пренебречь;

определяемый, как будет показано ниже, с помощью соответствующих гипотез и отнесенный к кинематической жидкости коэффициент турбулентного переноса считается изотропным.

Принятые одинаковые значения температуры на стенках полости конечно же не соответствуют реальным в МП. Однако в работах по исследованию теплоотдачи в выемках [2, 5] доказано, что распределение температуры и направление тепловых потоков на их стенках не влияют на истинные значения параметров теплопередачи в выемках. Более того, при такой постановке задачи имеем возможность получить известный тепловой поток, направленный от всей полости к жидкости в зазоре, необходимый для расчета тепловой связи между жидкостью в МП и жидкостью в зазоре.

Запишем уравнения неразрывности и количества движения для расчетной модели в виде [6]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \left(\frac{\nu}{U_a b} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (1 + \varepsilon_m) \frac{\partial u}{\partial x} + \right.$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} (1 + \varepsilon_m) \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{P}{\rho U_a^2}, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \left(\frac{v}{U_a b} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (1 + \varepsilon_m) \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (1 + \varepsilon_m) \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{P}{\rho U_a^2} \right\} \quad (3)$$

Уравнение энергии записывается аналогичным образом, но температура в нем представлена в размерном виде и отсчитывается от постоянной температуры исходного потока в зазоре T_c :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{v}{U_a b} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{a}{v} + \varepsilon_n \right) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{a}{v} + \varepsilon_n \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right\}. \quad (4)$$

В этих уравнениях u — скорость в направлении x , отнесенная к U_a ; v — скорость в направлении y , отнесенная к U_a ; x и y — координаты, отнесенные к ширине полости b ; P — давление; ε_m и ε_n — коэффициенты турбулентного переноса количества движения и теплоты, соответственно, отнесенные к v ; v и a — кинематическая вязкость и температуропроводность жидкости, соответственно; ρ — плотность жидкости.

Комбинируя (2) и (3) и вводя завихренность ω , исключим давление и, обозначив $E = 1 + \varepsilon_m$, получим [6]:

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(E \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \frac{\partial E}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y}. \quad (5)$$

Определяя функцию тока ($u = -\frac{d\psi}{dy}$, $v = \frac{d\psi}{dx}$), приведем уравнение неразрывности к виду:

$$-\omega = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right). \quad (6)$$

В уравнениях (5) и (6) функция тока ψ отнесена к $\psi_a = U_a b$, завихренность ω — к U_a/b .

Определим граничные условия для решения поставленной задачи. Известно, что с ростом относительной длины канала влияние начального участка на режим течения уменьшается. Так, для труб с $l/d \geq 50$ влиянием входного участка при любых скоростях течения можно пренебречь. В погружных двигателях постоянного тока отношение $l_n/2\delta$, где l_n — ширина полюсного наконечника, превышает 50. Следовательно, верхняя по потоку граница расчетной модели может быть смещена вправо и выбрана непосредственно у точки отрыва потока и через нее проходит равномерный исходный поток.

Завихренность на этой границе равна нулю, а функция тока изменяется линейно от 0 (в точке B) до 1 (в точке K). Температура здесь равна температуре исходного потока в зазоре T_c . На неподвижных твердых границах (стенках) $\psi = 0$, $u = 0$, $v = 0$ и $\omega = -\partial^2 \psi / \partial x^2$ или $\omega = -\partial^2 \psi / \partial y^2$. На поверхности KG отсутствуют трение и градиенты по y , функция тока равна 1 и через нее нет протекания тепла.

На поверхности FG (нижней границе потока) отсутствуют градиенты по x . Это по существу неточное, но математически необходимое условие на поверхности FG не сильно скажется на расчете течения внутри полости. Кроме того, эта граница выбиралась на достаточном расстоянии от полости, равном $0,4b$. Эта уверенность основана на том, что результаты расчета не изменяются при перемещении этой границы из положения $0,4b$ в положение $0,8b$.

При задании отдельных граничных условий для температуры использовались данные предварительных измерений температуры в зазоре и МП электродвигателей и их физических моделей.

Поставленная задача решалась численно с использованием метода конечных разностей. Уравнение (6) на конечно-разностной сетке аппроксимируется выражением

$$-\omega = \left\{ \frac{\psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} - 2\psi_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i-1,j} + \psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j}}{\Delta y^2} \right\}, \quad (7)$$

где Δx , Δy — шаги расчетной сетки; i, j — узлы сетки.

Уравнения (4) и (5) сходны по своей структуре, поэтому их можно представить в виде

$$u \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j-1}}{2\Delta x} + v \frac{\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j}}{2\Delta y} = \left(\frac{v}{U_a b} \right) \times \left\{ (1 + \varepsilon_{nv}) (\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}) - (1 + \varepsilon_{lv}) (\Phi_{i,j} - \Phi_{i+1,j}) + (1 + \varepsilon_{vv}) (\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i,j}) - (1 + \varepsilon_{vv}) (\Phi_{i,j} - \Phi_{i-1,j}) \right\}, \quad (8)$$

где Φ обозначает ω или T , а ε_{nv} , ε_{lv} , ε_{vn} , ε_{vv} обозначают коэффициенты переноса, вычисленные на расстоянии полшага вправо и влево, вниз и вверх от центрального узла.

Коэффициенты турбулентного переноса определялись с помощью модифицированной гипотезы пути смещения Прандтля [7]:

$$\varepsilon_m = s^2 \sqrt{\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^2 + \left| \frac{\partial v}{\partial x} \right|^2}, \quad (9)$$

где путь смещения s для узлов у стенок брался как расстояние до ближайшей стенки, умноженное на 0,4 [7], а в ядре полости принимался равным 0,005 b .

Уравнение энергии в подобных случаях решается при значении $\varepsilon_n/\varepsilon_m$, равном 1 или 2. Часто предпочтительной считается значение 2, ввиду того, что она обычно полу-

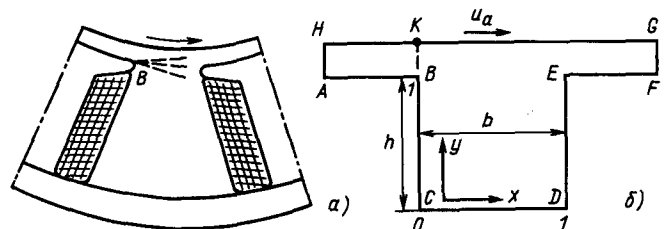


Рис. 1. Поперечное сечение межполюсного пространства (а) и его расчетная модель (б)

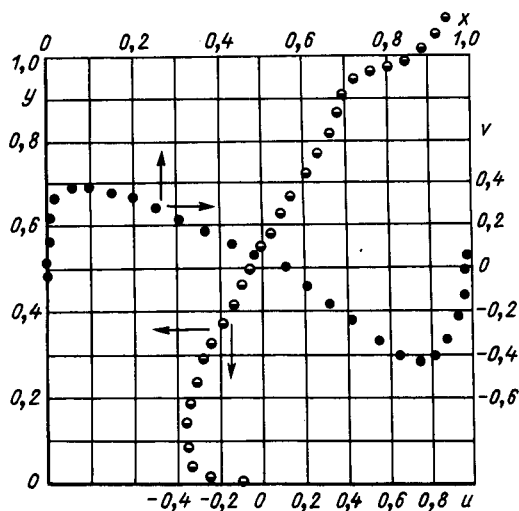


Рис. 2. Профили скоростей на центральных линиях ($Re=10^5$, $Pr=12$, $H=1$)

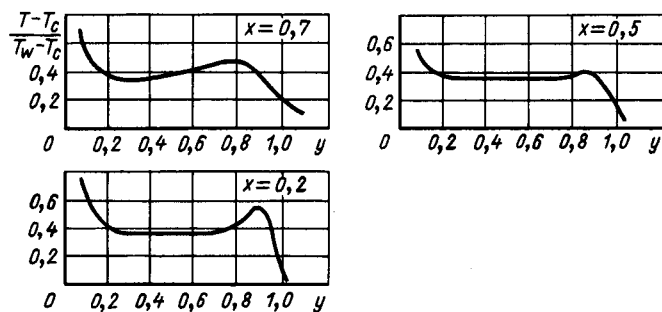


Рис. 3. Распределение температур поперек слоя смешения и в полости при $x=0.2$; 0.5 ; 0.7 ($Re=10^5$, $Pr=12$, $H=1$)

чается из измерений в свободных слоях смешения и в следах [2, 6, 8], поэтому в наших расчетах $\epsilon_n/\epsilon_m=2$.

Для повышения устойчивости итерационного процесса конвективные члены в уравнениях (8) аппроксимировались как $u \frac{\Phi_{i,j} - \Phi_{i,j-1}}{\Delta x}$, когда $u < 0$, или как $u \times \frac{\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j}}{\Delta x}$, когда $u > 0$. При этом коэффициенты при $\Phi_{i-1,j}$, $\Phi_{i+1,j}$, $\Phi_{i,j+1}$, $\Phi_{i,j-1}$ не могут быть положительными и итерационный процесс устойчив при достаточно больших Re . (Число Re вычисляется по формуле $Re = \frac{U_a b}{\nu}$.)

Программы расчетов были составлены на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV и реализованы на ЭВМ ЕС-1033. Число итераций определялось точностью удовлетворения уравнением неразрывности и энергии. Разность значений для ψ и T , полученных при двух последовательных итерациях, поддерживалась на уровне 10^{-5} .

Расчеты выполнены в интервалах изменения числа Re от 10^3 до $2 \cdot 10^5$, числа Прандтля Pr от 5 до 100 ($Pr = \frac{a}{\nu}$), размеров полости b и h от 5 до 50 мм.

При этом отношение глубины полости к ее ширине $h/b=H$ измерялось от 0.4 до 1.5. Изменение числа Pr в указанных пределах охватывает большинство жид-

ких диэлектриков, используемых в погружных двигателях.

На рис. 2 представлены распределения скоростей u и v на центральных линиях полости ($x; 0.5$) и ($0.5; y$) при $Re=10^5$, $Pr=12$ и $H=1.0$. Как видно, скорость движения жидкости в области, близкой к центру полости, и вблизи стенок приближается к нулю, а в слое смешения, разделяющем внешнее и внутреннее течения, происходит резкий скачок скорости и примерно от $0.4 U_a$ до $0.8 U_a$.

Анализ кривых показывает, что в полости имеет место вихревое движение (ядро), причем скорость на внешней границе ядра составляет $(0.3-0.4) U_a$. Конечно, гидродинамические результаты расчета, на первый взгляд, не так важны при исследовании теплообмена в МП. Между тем эти результаты будут полезны при нахождении гидродинамических потерь трения в двигателях, поскольку ввиду жидкостного их заполнения названные потери существенно возрастают, и для определения гидродинамического сопротивления вращения якоря самого МП.

На рис. 3 в качестве примера приведено распределение температуры в слое смешения и в полости для трех значений x при $Re=10^5$, $Pr=12$ и $H=1.0$. Из рис. 3 следует, что повышенные скорости у стенки мало влияют на поле температур в основной области. Основные градиенты температуры наблюдаются поперек слоя смешения и в пристенном (придонном) слое.

Температурный градиент поперек слоя смешения показывает, что данный слой является определяющим для интенсивности переноса тепла от полости к исходному потоку. В ядре полости распределение температуры, как следует из рис. 3, остается почти равномерным. Отмеченное означает, что тепловой поток, проходящий через эту зону, испытывает незначительное термическое сопротивление (разумеется, при $H=1$). С увеличением H распределение температуры в полости становится существенно неравномерным по глубине полости, что может быть вызвано образованием дополнительного вихревого ядра.

Теплоотдача от стенок полости к жидкости в ней характеризуется местным числом Нуссельта:

$$Nu = \frac{\alpha b}{\lambda} = - \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w, \quad (10)$$

где α — местный коэффициент теплоотдачи; λ — коэффициент теплопроводности жидкости.

Среднее число Nu для стенок определяется по формуле:

$$Nu = - \frac{1}{L} \int_L \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) dL, \quad (11)$$

где $L=h$ или b .

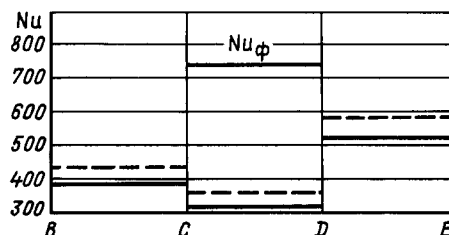


Рис. 4. Распределение среднего числа Nu для межполюсного пространства:

— расчет; — — — — опыт

На рис. 4 показано распределение среднего числа Nu для элементов МП, развернутых в прямую линию. Наибольшее значение Nu у правой стенки объясняется, очевидно, большей интенсивностью обтекания жидкостью этой стенки. На этом же рис. 4 приведены значения Nu , полученные экспериментальным путем на физических моделях МП, созданных на базе реальных двигателей [4]. Отмечается удовлетворительное соответствие расчетных и опытных данных; расхождение не превышает 20 %, что является приемлемым для подобных исследований.

При определении интенсивности теплообмена между жидкостью в полости (МП) и жидкостью в зазоре сначала находится тепловой поток, снимаемый с поверхности элементов полости, по известному закону Ньютона:

$$q = \alpha(T_w - T_n), \quad (12)$$

где q — локальные тепловые потоки, T_n — среднесамая температура жидкости в полости:

$$T_n = \frac{1}{bh} \int_0^b \int_0^h T(x, y) dx dy. \quad (13)$$

В качестве характеристики теплообмена между жидкостью в полости и зазоре можно ввести фиктивный

коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha_\phi = \frac{q_\Sigma}{b(T_n - T_c)}, \quad (14)$$

где q_Σ — суммарный тепловой поток, передаваемый от полости к жидкости в зазоре.

Результаты расчета α_ϕ в критериальном виде ($Nu_\phi = \alpha_\phi b / \lambda$) приведены также на рис. 4.

Были проведены расчеты теплообмена в полостях с наклонными боковыми стенками по методике, приведенной в [1]. Расчеты эти показали, что наклон стенок в пределах для реальных МП мало влияет на теплоотдачу элементов полости и совершенно не отражается на теплообмене между жидкостью в полости и в зазоре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Токарев Б. Ф., Тодос П. И., Лубсанов А. А. Метод определения характеристик теплообмена в погружных двигателях постоянного тока. — Электричество, 1986, № 9.
2. Чжен П. Отрывные течения. Т. III. / Пер. с англ. Под. ред. А. И. Голубинского. — М.: Мир, 1973.
3. Жукаускас А. А. Конвективный перенос в теплообменниках. — М.: Наука, 1982.
4. Токарев Б. Ф., Лубсанов А. А. Теплопередача в межполюсном канале машины постоянного тока, заполненной жидким диэлектриком. — Электротехника, 1983, № 8.

УДК 621.365.62-503.55

Об управлении руднотермическими печами

ФАЙНИЦКИЙ М. З.

Ленинград

Руднотермические печи широко применяются в металлургии и химии для получения продуктов из шихты путем плавления. Одним из основных направлений современной рудной электротермии является интенсификация процесса, осуществить которую невозможно без создания автоматизированной системы управления технологическим процессом (АСУ ТП).

Однако разработка АСУ осложняется во многих случаях тем, что отсутствует математическое описание объекта управления. Руднотермические процессы представляют сложную систему, состоящую из электродинамических, тепловых, химических и гидродинамических процессов, причем их взаимосвязи не изучены. Непосредственное измерение многих параметров осуществить невозможно. По этой причине большинство исследователей обращаются к статическим методам описания объекта. В [1] для формирования структуры математической модели процесса предлагается использовать методы факторного анализа, использование которых позволяет получить некоторые положительные результаты.

Объект управления описывается системой уравнений вида

$$\dot{Y}(t) = A[Y(t), U(t)]. \quad (1)$$

Далее методами факторного анализа [2] мини-

мизируется число составляющих векторов состояния $Y(t)$ и управления $U(t)$. Недостаток подобного подхода состоит в том, что составляющие вновь образованных векторов $Y(t)$ и $U(t)$ становятся обобщенными функциями и теряют конкретный физический смысл. Для каждого руднотермического процесса возникает своя специфическая задача управления. Размерность системы (1) непостоянна, поэтому изменение хотя бы одного параметра требует решения всей задачи заново.

Между тем, если исходить из понятия энергии, выделяющейся в ванне руднотермической печи, то любой руднотермический процесс может быть описан как объект с распределенными параметрами уравнениями в частных производных вида

$$\frac{\partial P}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + W \frac{\partial P}{\partial x}, \quad P(-l, t) = 0, \quad P(l, t) = 0, \\ P(x, 0) = \delta(x) P_0, \quad (2)$$

где P — энергия, D — коэффициент турбулентной диффузии; W — скорость конвективного распространения; t — время; x — координата фазового пространства; l — граница распространения; δ — единичная импульсная функция.

Уравнение (2) записано для полной энергии системы: первый член правой части выражает количество энергии, распространяемой при турбулентном переносе, второй — распространяемой конвекцией, левая часть — источника. Вывод уравнения (2) [3], основан на том, что для любого руднотермического процесса можно ввести понятие закона распределения энергии. Закон распределения энергии характеризуется внутренними присущими только определенному процессу свойствами. Физико-химические, механические, теплофизические свойства материалов, участвующих в процессе, определяют зоны строения печи, их геометрические размеры и силы взаимодействия, возникающие в ванне печи.

При выводе уравнения (2) пространству печи ставится в соответствие фазовое пространство, в котором распределение энергии подчиняется уравнению (2), а переход к геометрическому пространству печи осуществляется в соответствии с правилами, описанными в [3]. Таким образом, каждый тип руднотермического процесса будет отличаться своими численными значениями коэффициентов D и W , которые можно определить либо экспериментально, либо путем решения соответствующей гидродинамической задачи. Порядок значений этих коэффициентов приведен в [4]. В принятой модели энергия является обобщенным параметром руднотермического процесса.

На основе принятой модели для руднотермического процесса можно сформулировать следующую оптимальную задачу управления. Для системы, описываемой уравнением (2), найти допустимое управление, при котором обеспечивается ввод максимального количества энергии при заданных геометрических параметрах ванны печи. При этом несущественно, в каком состоянии находится система в начальный момент времени $t = t_0$. Допустимое управление имеет вид

$$U(h, d) = \frac{P_0}{\sqrt{\pi d}} \exp\left(-\frac{(x-h)^2}{d/2}\right), \quad h = W(t - t_0);$$

$$d/2 = \sqrt{D(t - t_0)}. \quad (3)$$

Параметрам выражения (3) можно придать физический смысл; h — значение заглубления электрода; d — диаметр электрода. Это соответствует факту, подтверждаемому электролитическим моделированием, что распределение энергии в ванне зависит от положения электрода и его диаметра. Таким образом, сформулированная оптимальная задача сводится к отысканию такого положения торца электрода, при котором обеспечивается оптимальное с технологических понятий распределение энергии в пространстве печи. Введение энергии в ванну печи связано с ограничениями, которые определяются допустимым количеством энергии, выделяемой в пристеночной области ванны и мощностью трансформатора. Это налагает ограничения на норму управления в виде

$$\|U\| = \int_{t_1}^{t_2} P(x) dx \leq P_d, \quad (4)$$

где P_d — допустимая величина энергии.

Физически влияние параметров h и d на распределение энергии сказывается через гидродинамику про-

цесса при этом отношение h/d является аналогом чисел Пекле.

Связь электрической и тепловой энергии устанавливается законом Ленца — Джоуля:

$$\frac{d\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)}{dV} = jE = j^2 \rho, \quad (5)$$

где j — плотность тока; ρ — удельное электрическое сопротивление; V — объем; E — напряженность поля.

Таким образом, печь, имеющая оптимальное распределение тепловой энергии, будет обладать и оптимальными электрическими характеристиками [5]. Между величиной заглубления электрода и сопротивлением ванны существует зависимость, выведенная в [3], которую можно представить:

$$r = 0,2 \rho h / d^2. \quad (6)$$

Подставив (6) в (3), выразим управление через электрические параметры

$$U = \frac{P_0}{\sqrt{\pi d}} \exp\left(-\frac{(\rho_x - \bar{\rho})^2}{r_x \frac{d}{2}}\right), \quad (7)$$

где ρ_x — текущее значение удельного электрического сопротивления; $\bar{\rho}$ — среднее значение удельного электрического сопротивления.

Из выражения (7) следует, что максимальное количество энергии можно ввести в ванну при минимальной дисперсии электрического сопротивления

$$Dr = \min. \quad (8)$$

Это положение подтверждается практикой работы печей. Известно, что оптимальные электротехнологические показатели имеют печи, работающие при минимальном разбросе сопротивления ванны, и наоборот печи, работающие в большом диапазоне изменения сопротивления, характеризуются как нестабильные. Как следует из выражения (6), при минимальном разбросе электрического сопротивления изменение заглубления электрода также будет минимальным, а в пределе оптимальное распределение энергии можно получить при неподвижном электроде. Условие (8) можно обеспечить лишь при стабилизации процесса шихтоподготовки, а именно химического состава компонентов и гранулометрического размера материалов, составляющих шихту. Это в свою очередь приводит к оптимальному заглублению электрода $h = d/2$.

Наряду с рассмотренной задачей об оптимальном распределении энергии в ванне печи для руднотермических печей существует и другая задача управления, связанная со стабилизацией процесса при отклонении от условий заданного электротехнологического режима. В этом случае печь надо из аварийного состояния перевести в заданное за время, меньшее, чем время допустимой перегрузки, при этом объект не должен отключаться. Эти условия формулируются в виде следующей оптимальной задачи управления.

Для системы, описываемой уравнением (2), найти управление, при котором система из состояния $P(x, t_0)$ переводится в заданное состояние $P(x, t) = P^*(x)$ за минимальный промежуток времени при ограничениях вида (4). Для решения задачи восполь-

зуемся методом разделения переменных. Уравнению (2) соответствует система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} DP''(x) + WP'(x) + \lambda P(x) &= 0; \\ \dot{P}(t) &= -\lambda P(t); \\ \frac{dP}{dx} &= P'; \quad \frac{dP}{dt} = \dot{P}, \end{aligned} \quad (9)$$

где λ — параметр разделения.

Найдя функцию $P(x)$ приходим к задаче Штурма — Лиувилля: определить значения параметра λ , при котором существует нетривиальное решение задачи:

$$DP''(x) + WP'(x) + \lambda P(x) = 0; P(-l) = P(l) = 0. \quad (10)$$

Задаче (9), (10) удовлетворяют только значения $\lambda_n > 0$. Существует счетное множество [6] собственных значений $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$, которым соответствуют нетривиальные решения задачи — собственные функции, $X_1(x)$, $X_2(x)$, ..., $X_n(x)$.

В качестве собственных функций, удовлетворяющих уравнению (2), принимаем функцию Грина для уравнения теплопроводности [6], тогда λ_n можно найти из уравнения

$$\lambda_n = D \int_0^{2l} [X'_n(x)]^2 dx + W \int_0^{2l} X'_n(x) X_n(x) dx.$$

Как следует из второго уравнения системы (9), минимально возможное время

$$t_{\min} = 1/(\lambda_n)_n,$$

т. е. является величиной, обратной наибольшему собственному числу, удовлетворяющему решению собственной задачи (9).

При этом $(\lambda_n)_n$ будет соответствовать собственной функции при значении $t - t_0 = \frac{9d^2}{4D}$, что составляет время распространения энергии от центра электрода до границы ванны печи.

Допустимое управление принимает вид

$$U(x, t) = \exp(-(t_{\min} - t_0)(\lambda_n)) [C_1 \exp(K_1 x) + C_2 \exp(K_2 x)],$$

где C_1 , C_2 — постоянные интегрирования; K_1 , K_2 — корни характеристического квадратного уравнения:

$$K_1, K_2 = \frac{-W \pm \sqrt{W^2 - 4D(\lambda_n)_n}}{2D}.$$

Норма управления

$$\|U\| = 0,37 [P(x, t_0) - P^*(x)]; \quad 0,37 = \exp(-1).$$

Следует отметить, что вторая из рассмотренных задач управления практически реализуется на всех руднотермических печах с помощью регуляторов электрического режима печи. В то же время задача о распределении энергии не реализуется, и фактически печи работают при произвольном распределении, что снижает их экономические и технические показатели. Между тем решение задачи управления руднотермическими процессами немыслимо без достижения оптимальных электротехнологических параметров. Для реализации системы автоматического управления технологическим руднотермическим режимом необходимо, чтобы система управления имела два уровня регулирования. Первый уровень — стабилизация электрического режима по отклонению от допустимых значений параметров. Второй уровень — поддержание оптимального заглубления электрода и, как следствие этого, оптимального распределения энергии в ванне печи. Возможный вариант реализации АСУ печью изложен в [7].

Система автоматического управления печью представляет собой вычислительное управляющее устройство, содержащее блок электрического режима, блок расчета удельного электрического сопротивления, блок расчета положения и рабочей длины электродов. Блок электрического режима воздействует на механизм перемещения электродов и переключатель ступеней напряжений трансформатора.

Блоки положения электродов и удельного электрического сопротивления осуществляют коррекцию состава шихты, режима перепуска электродов и одновременно являются задатчиками регулятора электрического режима. Двухуровневая система позволяет уменьшить удельный расход электроэнергии и повысить качество получаемого продукта. Она может быть использована как на открытых, так и закрытых печах, оборудованных электродами любого типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Формирование структуры математической модели процесса возгонки желтого фосфора в трехэлектродной руднотермической печи / М. Ю. Богатырев, Г. М. Жилов, С. К. Савицкий, А. А. Фомичев. — В кн.: Исследование специальных вопросов электротермии. — Межвузовский сборник, Чебоксары, 1983.
2. Кендалл М., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. — М.: Наука, 1976.
3. Файницкий М. З., Евсеева М. П. Вероятностная модель распределения энергии в ванне руднотермической печи. — Электричество, 1978, № 10.
4. Файницкий М. З. К анализу гидродинамики высокотемпературных процессов. — ЖПХ, № 2, 1985.
5. Ефроймович Ю. Е. Оптимальные электрические режимы дуговых сталеплавильных печей. — М.: Металлургия, 1964. — 140 с.
6. Тихонов Н. А., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1966.
7. А. с. № 77913 (СССР). Система автоматического управления руднотермической электропечью / М. И. Лифсон, М. З. Файницкий, Л. М. Воложин. — Бюлл. изобр., 1980, № 38. [22.11.88]

Взаимное сопротивление линий над проводящим однородным полупространством в квазистационарной постановке задачи

КРАСНОШТАНОВ А. С., СОБЧАКОВ Л. А., ФАЙНШТЕЙН Р. А.

Ленинград

Взаимодействие проводников с током вблизи поверхности земли исследуется в многочисленных приложениях технической электродинамики — теориях проводных линий связи, линий электропередачи и т. д. Имеется большое число публикаций, посвященных указанной задаче, решение которой для случая параллельных проводников, когда один из них бесконечный, выражается через известные интегралы Карсона [1]. Более общие случаи взаимного влияния к настоящему времени исследованы в значительно меньшей степени, несмотря на то, что в количественном отношении поправки, обусловленные конечным размером проводников и их взаимной ориентацией оказываются существенными.

В настоящей статье развита методика определения взаимных сопротивлений, основанная на двукратном интегрировании электромагнитного поля элементарных дипольных источников. Исследования выполнены для модели однородной и изотропной земли при допущении о квазистационарности электромагнитных процессов.

Итак, рассмотрим два проводника l_1 и l_2 , расположенных на высотах h_1 и h_2 над поверхностью однородного полупространства, и ограничимся случаем, когда длины проводников и расстояния между ними много меньше длины волны в воздухе. Кроме того, будем считать, что высоты h_1 и h_2 много меньше величины скин-слоя в земле. Выделенные допущения, справедливые в широком диапазоне практических случаев, позволяют значительно упростить формулировку и решение задачи.

Таким образом, предположим, что по первому проводнику протекает неизменный по амплитуде и фазе синусоидальный ток I и определим э. д. с. $\mathcal{E}_{12}$, наводимую на втором проводнике внешним электрическим полем. Тогда взаимное сопротивление может быть определено по формуле

$$Z_{12} = -\mathcal{E}_{12}/I. \quad (1)$$

В свою очередь, $\mathcal{E}_{12}$ может быть представлена в виде суммы консервативной (потенциальной) составляющей $\mathcal{E}'_{12}$, соответствующей гальваническому влиянию сторонних токов в земле, и составляющей $\mathcal{E}''_{12}$, обусловленной эффектом электромагнитной индукции. Определение $\mathcal{E}'_{12}$ в предложенной модели не представляет труда — она соответствует взаимодействию на постоянном токе. В дальнейшем будем рассматривать, в основном, индукционную составляющую взаимного сопротивления:

$$Z'_{12} = -\mathcal{E}'_{12}/I = Z_{12} - Z''_{12}, \quad (2)$$

где $\mathcal{E}'_{12} = \int_0^{l_2} E(l) dl$, $E(l)$ — касательная к поверхности

второго проводника — вихревая составляющая электрического поля, возбуждаемого током первого проводника; $Z''_{12} = -\mathcal{E}''_{12}/I$ — взаимное сопротивление между рассматриваемыми линиями на постоянном токе.

Для определения $E(l)$ можно использовать известные решения для электромагнитного поля горизонтального электрического диполя. В частности, принимая за-

висимость тока от времени в виде $e^{j\omega t}$ и следуя принятым допущениям, запишем из [2, 3] выражение для напряженности индуцированного квазистационарного поля, создаваемого вблизи поверхности земли элементом тока $Id\bar{x}$:

$$d\bar{E} = -\frac{j\omega\mu_0}{2\pi} Id\bar{x} (G_\infty + \psi), \quad (3)$$

где $G_\infty = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)$; $\psi = \frac{1}{k^2 \rho_2} \frac{d}{d\rho_2} \left(\frac{e^{-k\rho_2} - 1}{\rho_2} \right)$, ρ_1 —

расстояние от элемента $Id\bar{x}$ до точки наблюдения поля; ρ_2 — расстояние от зеркального отображения элемента $Id\bar{x}$ в плоскости земли до точки наблюдения поля; $k = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; σ — удельная проводимость земли.

Отметим, что направление вектора $d\bar{E}$ противоположно направлению элемента $Id\bar{x}$. Интегрирование выражения (3) в пределах влияющей линии дает возможность определить $E(l)$. Очевидно, что двойным интегрированием функции G_{00} можно определить сопротивление взаимной индукции в предположении идеальной проводимости земли. Для простейших конфигураций линии оно может быть определено с помощью [4] и поэтому в дальнейшем будет также опущено.

Перейдем к конкретным случаям взаимодействия линий, положив для определенности $h_1 = h_2 = 0$.

1. Пусть два прямолинейных проводника длиной l проложены на поверхности земного полупространства вдоль параллельных осей x_1 и x_2 , при этом они образуют противоположные стороны прямоугольника. Расстояние между проводниками a . Индуцированная составляющая напряженности электрического поля на оси проводника, подверженного влиянию,

$$E(x_2) = -\frac{j\omega\mu_0}{2\pi} I \int_0^l \psi(\rho) dx_1, \quad (4)$$

где $\rho = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + a^2}$, и, соответственно, взаимное сопротивление

$$z'_{12} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} I \int_0^l \int_0^l \psi(\rho) dx_1 dx_2. \quad (5)$$

Выполняя интегрирование, находим

$$z'_{12} = \frac{1}{\pi\sigma a} \left[e^{-ka} - 1 - \frac{kl^2}{a} e^{-kR} + \frac{R}{a} (1 - e^{-kR}) - klK_1(W, ka) \right], \quad (6)$$

где $R = \sqrt{l^2 + a^2}$, $K_1(\omega, ka)$ — неполная функция Макдональда [5]; $\omega = \text{arch} \frac{R}{a}$.

Для практических расчетов целесообразно использовать асимптотические разложения неполной функции Макдональда. Несложно также выполнить численное

интегрирование, преобразовав расчетное выражение к виду

$$Z_{12} = Z_{12}^0 + Z'_{12} = \frac{k}{\pi\sigma} \left\{ \frac{l}{a} \int_0^{\frac{l}{R}} \left[1 - \left(1 + \frac{ka}{\sqrt{1-u^2}} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times e^{-\frac{ka}{\sqrt{1-u^2}}} \right] du - \frac{e^{-kR}}{kR} + \frac{e^{-ka}}{ka} \right\}. \quad (7)$$

В заключение п. 1 отметим, что с использованием принципов наложения и взаимности полученный результат может быть без труда обобщен для произвольного расположения параллельных прямых проводников. При этом возникают комбинации, подобные приведенным в [4] для расчета взаимных индуктивностей аналогичных отрезков.

2. Обратимся к взаимодействию непараллельных проводников в предположении, что один из них бесконечный. Последнее обеспечивает равенство нулю потенциальной составляющей взаимного сопротивления. Для анализа здесь можно использовать решение Карсона, или, что равносильно, определить напряженность электрического поля, возбуждаемого бесконечным проводником на поверхности земли на расстоянии y от своей оси:

$$E = -\frac{j\omega\mu_0}{2\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\rho) dx = -\frac{I}{\pi\sigma y^2} [1 - kyK_1(ky)]. \quad (8)$$

Рассмотрим показательный случай, когда конечный проводник длиной l пересекает бесконечный под углом α , при этом точка пересечения делит проводники пополам. Опуская процедуру интегрирования, запишем окончательное выражение для взаимного сопротивления, отнесенного к длине проекции конечного проводника на бесконечный:

$$\tilde{Z}_{12} = \frac{Z_{12}}{l \cos \alpha} = \frac{1}{\pi\sigma y_0^2} [ky_0 K_1(ky_0) - 1 + ky_0 F(ky_0)], \quad (9)$$

где $y_0 = \frac{1}{2} l \sin \alpha$; $F(z) = \int_0^z K_0(t) dt$; $K_0(t)$, $K_1(t)$ —

модифицированные функции Бесселя.

Численное определение $F(z)$ содержит процедуру двойного счета, так как подынтегральная функция неэлементарна. Ниже покажем, что расчет взаимного сопротивления между прямолинейными участками в общем случае принципиально сводится к процедуре однократного интегрирования, сейчас же отметим следующее обстоятельство: усредненное погонное сопротивление взаимодействия $\tilde{Z}_{12}$ является функцией лишь одной переменной ky_0 . Эта функция имеет универсальный характер в том смысле, что с ее помощью могут быть получены аналитические выражения, характеризующие взаимодействие проводников для более сложных случаев. Так, если конечный проводник совпадает с отрезком прямой,

пересекающей с бесконечным проводником под углом α , легко доказать следующую формулу:

$$Z_{12} = \text{ctg } \alpha [y_2 Z_{12}(ky_2) - y_1 Z_{12}(ky_1)], \quad (10)$$

где y_1 , y_2 — расстояния от начальной и конечной точек первого проводника до бесконечного.

Отметим далее один частный случай. Рассмотрим ломаную линию, характеризующуюся тем, что начала и концы ее N прямолинейных участков лежат на двух прямых, параллельных бесконечному проводнику. Результирующее взаимное сопротивление определим по формуле

$$Z_{12} = \sum_{n=1}^N Z_{12}^{(n)} = \text{ctg } \alpha_0 [y_2 \tilde{Z}_{12}(ky_2) - y_1 \tilde{Z}_{12}(ky_1)], \quad (11)$$

где $Z_{12}^{(n)}$ — сопротивление взаимодействия n -го

участка; $\text{ctg } \alpha_0 = \frac{\sum_{n=1}^N \ln \cos \alpha_n}{y_2 - y_1}$; $\ln \cos \alpha_n$ — длина проекции n -го участка линии на бесконечный проводник.

Таким образом, для всех ломаных линий указанного типа (у которых величины проекций на бесконечную линию, а также расстояния y_1 и y_2 одинаковы) сопротивление взаимодействия с бесконечной линией будет определяться одной и той же величиной.

3. Рассмотрим общий случай взаимодействия непараллельных проводников конечной длины. Аналогично отмеченному в п. 1, взаимное сопротивление между произвольно ориентированными прямолинейными отрезками может быть с помощью принципов наложения и взаимности представлено как комбинация взаимных сопротивлений между проводниками, образующими, например, равные стороны равнобокой трапеции (рис. 1). Исследуем этот базисный случай, записав в соответствии с определением

$$Z'_{12} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \cos \alpha \int_{(l_1)} \int_{(l_2)} \psi(\rho) dl_1 dl_2, \quad (12)$$

где ρ — расстояние между элементами проводников dl_1 и dl_2 .

Замечая, что элементарные взаимные сопро-

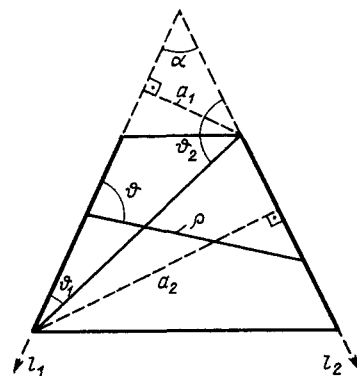


Рис. 1. Система координат

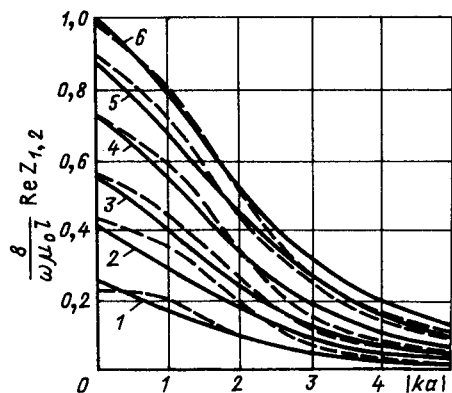


Рис. 2. Зависимость действительной составляющей взаимного сопротивления параллельных проводников от $|ka|$: 1 — $|kl|=1$; 2 — $|kl|=2$; 3 — $|kl|=3$; 4 — $|kl|=6$; 5 — $|kl|=20$; 6 — $|kl|=\infty$

твления между любыми равноотстоящими друг от друга элементами dl_1 и dl_2 равным между собой, а каждое множество таких элементов характеризуется углом, на который удастся повернуть соединяющий их отрезок, перейдем к новым переменным интегрирования ρ , θ :

$$l_1 = \frac{\rho \sin(\theta + \alpha)}{\sin \alpha}; \quad l_2 = \frac{\rho \sin \theta}{\sin \alpha}. \quad (13)$$

После формальных преобразований получаем

$$Z'_{12} = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \operatorname{ctg} \alpha \int_{(\theta)} \int_{(\rho)} \psi(\rho) d\rho d\theta. \quad (14)$$

Важной особенностью последней формулы является то, что подынтегральное выражение в ней зависит лишь от одной геометрической переменной ρ . Используя это, вычислим внутренний интеграл, подставляя явное значение функции $\psi(\rho)$. Тогда окончательный результат может быть представлен в виде

$$Z'_{12} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\pi\sigma} \left[\frac{1}{a_1} \int_{\sin \frac{\alpha}{2}}^{\cos \theta} (1 - e^{-\frac{ka_1}{\sqrt{1-u^2}}}) du + \frac{1}{a_2} \int_{\sin \frac{\alpha}{2}}^{\cos \theta_2} (1 - e^{-\frac{ka_2}{\sqrt{1-u^2}}}) du \right]. \quad (15)$$

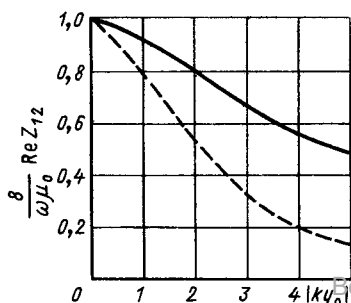


Рис. 3. Зависимость действительной составляющей взаимного сопротивления пересекающихся проводников от $|ky_0|$

Смыслы геометрических параметров a_1 , a_2 , θ_1 , θ_2 ясен из рис. 1.

Таким образом, в общем случае взаимное сопротивление может быть выражено с помощью простой универсальной функции

$$\zeta(ka, \theta) = \frac{1}{ka} \int_0^{\cos \theta} (1 - e^{-\frac{ka}{\sqrt{1-u^2}}}) du. \quad (16)$$

Например, для случая, рассмотренного в п. 2, нетрудно получить:

$$\bar{Z}_{12} = \frac{k}{\pi\sigma y_0} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1}{ky_0} \int_0^1 (1 - e^{-\frac{ky_0}{\sqrt{1-u^2}}}) du \right]. \quad (17)$$

Для практических расчетов представляет интерес получить приближенное выражение функции $\zeta(ka, \theta)$. С этой целью воспользуемся аппроксимацией М. В. Костенко [6], лежащей в основе метода эквивалентных зеркальных отображений:

$$1 - e^{-2z} \approx 2z(\sqrt{z^2 + 1} - z). \quad (18)$$

После подстановки (18) в (16) получаем

$$\zeta(ka, \theta) \approx p \ln \frac{p \cos \theta + \sqrt{p^2 + \sin^2 \theta}}{\sqrt{1+p^2}(1+\cos \theta)} + \arcsin \frac{\cos \theta}{\sqrt{1+p^2}},$$

$$\text{где } p = \frac{ka}{2}. \quad (19)$$

4. Рассмотрим ряд численных примеров, иллюстрирующих полученные выше зависимости и позволяющих оценить характерные особенности взаимодействия конечных проводников. На рис. 2 представлены графики зависимости действительной составляющей взаимного сопротивления параллельных проводников от приведенного расстояния $|ka|$ при различных значениях параметра $|kl|$ для случая $h_1 = h_2 = 0$ (по результатам п. 1). Численные значения $\operatorname{Re} Z'_{12}$, приведенные на рисунке, нормированы к величине $\omega\mu_0 l/8$, характеризующей собственное сопротивление проводника длиной l в соответствии с теорией Карсона [1]. Сплошные кривые на рис. 2 рассчитывались по строгим формулам (6) с использованием разложений цилиндрических функций по полиномам Чебышева [7], пунктирные — по приближенной формуле, следующей из (18):

$$Z'_{12} \approx \frac{j\omega\mu_0 l}{2\pi} \left[\ln \frac{l+R}{a} - \ln \frac{\frac{kl}{2} + \sqrt{1 + \frac{k^2 R^2}{4}}}{\sqrt{1 + \frac{k^2 a^2}{4}}} + \frac{2}{k^2 l} \left(\frac{1 - e^{-kR}}{R} - \frac{1 - e^{-ka}}{a} \right) \right]. \quad (20)$$

Как видно из рисунка, учет конечного размера приводит к ощутимым поправкам даже при сравнительно больших длинах ($|kl| = 5 \div 20$). В то же время отметим высокую точность приближенной формулы (20), которая, благодаря своей простоте и возможности прове-

дения на ее основе расчетов с использованием простейших вычислительных средств, обладает несомненными преимуществами в отношении соответствующих формул, вытекающих из строгой теории п. 1.

На рис. 3 представлен график действительной части погонного взаимного сопротивления пересекающихся проводников, нормированного к величине $\omega\mu_0/8$ в зависимости от $|ky_0|$, рассчитанной по формуле (17). Там же для сравнения пунктиром представлена аналогичная зависимость для параллельных проводников, соответствующая [1]. Сопоставление кривых характеризует количественную разницу зависимостей для параллельных и пересекающихся линий.

Приведенные выше примеры показывают, что ошибки, обусловленные пренебрежением конечными размерами проводников и их взаимной ориентацией, при расчетах взаимного сопротивления линий могут достигать величин, превышающих реальное значение. Это обстоятельство имеет особенно важное значение для районов с высоким удельным сопротивлением земли (малые значения параметра $|kl|$).

Выводы. 1. Предложенная теория позволяет рассчитывать взаимное сопротивление практически для любых трасс взаимодействующих линий.

2. Аппроксимация М. В. Костенко позволяет получить выражение для взаимного сопротивления между прямолинейными участками в элементарных функциях

и обеспечивает при этом достаточную для практики точность.

3. При анализе взаимодействия линий конечной длины необходимо учитывать гальваническое влияние сторонних токов в земле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Костенко М. В., Перельман Л. С., Шкарин Ю. П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения.— М.: Энергия, 1973.
2. Вайслейб Ю. В., Собчаков Л. А. Диполь вблизи плоской границы раздела двух сред.— Антенны, 1979, вып. 27.
3. Вайслейб Ю. В., Собчаков Л. А. К вопросу об исследовании полей низкорасположенных источников вблизи границы раздела сред.— Техника средств связи. Сер. ТРС, 1980, вып. 8.
4. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей.— Л.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Агрест М. М., Максимов М. З. Теория неполных цилиндрических функций и их приложения.— М.: Атомиздат, 1965.
6. Костенко М. В. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта в земле.— Электричество, 1955, № 10.
7. Люк Ю. Специальные математические функции и их аппроксимации.— М.: Мир, 1980.

[29.11.88]

УДК 621.314.223.001.24

Выбор схемы соединения обмоток сдвоенных фазоповоротных автотрансформаторов многопульсных вентильных преобразователей

ЯЦЕНКО А. А., канд. техн. наук

Тольяттинский политехнический институт

В связи с непрерывным увеличением числа и единичной мощности многофазных вентильных преобразователей (МВП) становятся актуальными проблема снижения отрицательного влияния МВП на систему электроснабжения (СЭС) и проблема уменьшения установленной мощности с одновременным обеспечением максимально возможной однотипности их трансформаторного оборудования — преобразовательных трансформаторов (ТП), фазоповоротных трансформаторов (ФПТ) и автотрансформаторов (ФПАТ).

В настоящее время известны рациональные способы получения эквивалентного многофазного (многопульсного) преобразования энергии на основе каскадного (последовательного или параллельно-последовательного) соединения нескольких трехфазных вентильных мостов (ВМ), а именно путем:

последовательного включения по схеме зигзага первичных обмоток ТП и вторичных обмоток ФПТ [1]; включения сдвоенных ФПАТ со стороны СЭС или ВМ с соединением их обмоток по схеме зигзага треугольника или по схеме шестиугольника [2—4];

включения ФПТ или ФПАТ со стороны нейтралей ТП [5];

каскадного включения вентильных обмоток двух однотипных ТП для питания каждого отдельного ВМ преобразователя [6];

применения однотипных ТП в МВП с соединением первичных или вторичных обмоток по схеме продолженного (скользящего) треугольника [7].

Каждая из этих известных групп схем МВП имеет свои преимущества и недостатки. Близкие к номинальным режимы работы каждого из ВМ в таких МВП условно независимы в соответствии с энергетической теоремой Теллеждена и подчиняются общей закономерности связи первичных токов в фазах СЭС и в плечах ВМ, что значительно упрощает анализ и расчет параметров их оборудования. Структурный синтез МВП в общем случае не является однозначным. В зависимости от той или иной частной цели может оказаться рациональным использование различных схем соединения обмоток ТП, ФПТ или ФПАТ.

В статье ставится цель показать, что при использовании структуры МВП с общими ФПАТ, включенным

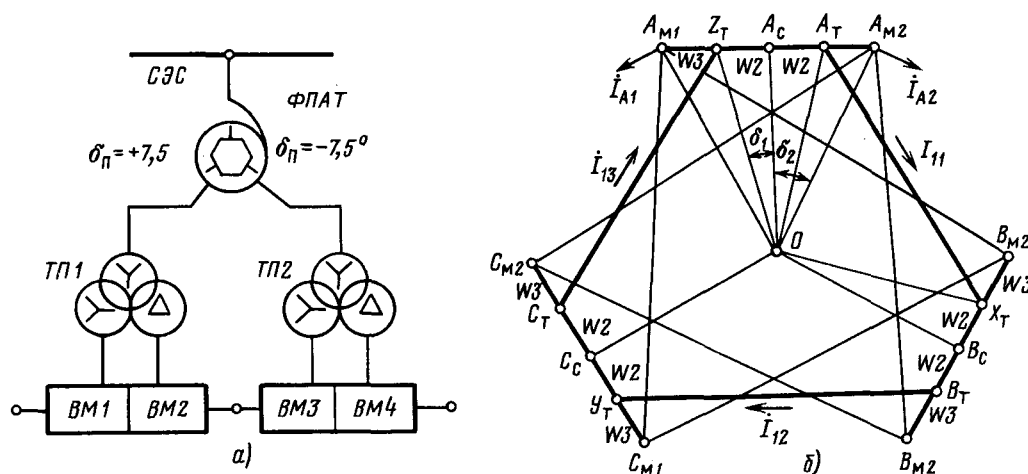


Рис. 1. Варианты схем 24-пульсных вентильных преобразователей (ВП-24) с использованием фазоповоротных автотрансформаторов (ФПАТ)

между СЭС и двумя ТП, минимальная установленная мощность трансформаторного оборудования $S_{T\Sigma}$ достигается соединением первичной и двух вторичных обмоток ФПАТ в виде сдвоенных автотрансформаторов по схеме шестиугольника. Это может представлять интерес как при проектировании МВП подобной схемной структуры, так и при разработке других классов устройств преобразовательной техники с фазопреобразователями, например, трансформаторно-тисторно-реакторных регуляторов реактивной мощности.

Метод анализа режимов МВП со сдвоенными ФПАТ и расчет мощности их обмоток приводятся в [2, 3 и др.], и здесь они излагаются в конспективном виде. Положительный эффект предлагаемого варианта схемы соединения обмоток ФПАТ очевиден из сравнения данных, приведенных в таблицах рис. 2 (в частности, по относительным значениям напряжений первичных обмоток U_1 , пропорциональным числам витков этих обмоток). В частном случае выбор рациональной схемы соединения обмоток сдвоенного ФПАТ поясним на примере 24-пульсного вентильного преобразователя (ВП-24) на рис. 1, а, содержащего два однотипных главных трансформатора ТП1 и ТП2 с соединением вторичных (вентильных) обмоток по схемам звезды и треугольника.

Эффект повышения пульсности в 2 раза здесь достигается за счет подключения первичных обмоток ТП1 и ТП2 к двум вторичным обмоткам одного общего сдвоенного ФПАТ с углами поворотов векторов систем выходных напряжений относительно векторов напряжений питающей сети δ (с опережением $\delta_n = +7,5^\circ$ и с отставанием $\delta_n = -7,5^\circ$). Число формально возможных схем соединения первичной и вторичных обмоток ФПАТ является практически неограниченным (встречным и согласным зигзагами продолженным и скользящим треугольниками, треугольником с промежуточными зажимами и т. д.): Однако необходимость получения минимальной установленной мощности (ФПАТ) требует, чтобы коэффициент трансформации был близок к единице ($U_n \approx U_c$). Это в частности имеет место при соединении обмоток ФПАТ продолженным шестиугольником (рис. 1, б), где уровни напря-

жений питающей сети U_c и нагрузки U_n связаны между собой соотношениями [4]

$$U_n = U_c / \cos \delta \quad (1)$$

или, при $\delta \approx 0$, $U_n \approx U_c$.

Выбор точек подключения первичных обмоток ФПАТ ко вторичным ($A_T, X_T, B_T, Y_T, C_T, Z_T$) определяется, например, из условий минимальной установленной мощности первичных обмоток S_1 или минимальной суммарной мощности всех секций первичной и вторичной обмоток ФПАТ S_T :

$$S_T = S_1 + S_2 + S_3; \quad S_T = I_1 U_1 + I_2 U_2 + I_3 U_3, \quad (2)$$

где I_1, I_2, I_3 и U_1, U_2, U_3 — действующие значения токов и напряжений каждой из секций обмоток ФПАТ в соответствии с обозначением этих секций на рис. 1, б. На рис. 1, б, 2, а и б представлены топографические диаграммы, совмещающие схемы соединения обмоток ФПАТ и векторные диаграммы их напряжений.

Расчет указанных в (2) токов и напряжений и, как следствие, мощностей всех обмоток и ФПАТ в целом выполним с учетом общепринятых при анализе силовых трансформаторов допущений [1—4]:

намагничивающие токи и результирующие магнитодвижущие силы (МДС) каждой из фаз ФПАТ равны нулю;

все секции обмоток ФПАТ (W_1, W_2, W_3), токи нагрузки (I_{A1}, I_{B1}, I_{C1} и I_{A2}, I_{B2}, I_{C2}), напряжения источника питания (U_{AC}, U_{BC}, U_{CC}) и, как следствие, токи в обмотках ФПАТ симметричны;

углы поворота δ_1 и δ_2 векторов систем выходных напряжений и положения векторов всех других напряжений на любых внешних и промежуточных зажимах обмоток ФПАТ не зависят от тока нагрузки.

Рассматриваются только основные (первые) гармоники токов. В качестве независимых аргументов принимаются углы δ_1 и δ_2 , а в качестве заданных (базовых) величин — фазный ток нагрузки I_n , фазное напряжение нагрузки U_n и мощность фазы нагрузки S_n ($S_n = I_n U_n$). Из рассмотрения векторной диаграммы рис. 1, б для токов в секциях обмоток ФПАТ с учетом

их симметричности запишем:

$$I_{A1}=I_{A2}=I_n/2; I_{A1}=I_{21}+I_{13}; I_{A2}=I_{22}-I_{11}; \quad (3)$$

$$I_{11}=aI_{12}; I_{13}=a^2I_{12}; I_{A2}=I_{A1}e^{-j2\delta_1}, \quad (4)$$

а с учетом уравнивания МДС

$$(I_{A1}-I_{A2})W_3+(I_{21}-I_{22})W_2=I_{12}W_1, \quad (5)$$

где $a=e^{j2\pi/3}$ ($a^2=e^{-j2\pi/3}$) — оператор поворота векторов на угол $2\pi/3$; I_{A1} , I_{A2} — токи в секциях вторичной обмотки ФПАТ с числом витков W_3 ; I_{21} , I_{22} — токи в секциях вторичной обмотки ФПАТ с числом витков W_2 ; I_{11} , I_{12} , I_{13} — токи в фазах первичной обмотки ФПАТ.

При составлении уравнения (5) принято во внимание следующее. Каждая из фаз секций обмоток ФПАТ, замкнутых по схеме шестиугольника, подключена своим началом к концу предыдущей и своим концом к началу последующей секции. При выбранных направлениях токов от начала секции к ее концу МДС, создаваемая током этой секции, принимается положительной, а при направлениях токов от конца секции к ее началу — отрицательной. Определяя из треугольников A_c-0-A_T , A_c-0-A_{M2} и $0-A_T-X_T$ отношения

$$(W_2+W_3)/(W_1-W_2)=\operatorname{tg} \delta_1/(\sqrt{3}-2 \operatorname{tg} \delta_2) \quad (6)$$

и решая совместно уравнения (3) — (5), находим ток I_{12} :

$$I_{12}=j2I_{A1}e^{-j\delta_1} \sin \delta_1 \operatorname{tg} \delta_1/(\sqrt{3}-2 \operatorname{tg} \delta_2) \quad (7)$$

или значения токов первичной обмотки ФПАТ

$$I_1=I_{12}=I_n \sin \delta_1 \operatorname{tg} \delta_1/(\sqrt{3}-2 \operatorname{tg} \delta_2), \quad (8)$$

а также ток в секции $A_c-Z_T I_{21}$:

$$I_{21}=I_{A1}[1-2e^{-j(\pi/3+\delta_1)} \sin \delta_1 \operatorname{tg} \delta_1]/(\sqrt{3}-2 \operatorname{tg} \delta_2) \quad (9)$$

или значения токов во вторичных обмотках

$$I_2=I_{21}=0,5I_n\sqrt{(1-A_3)^2+B_3^2}, \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_3 &= \sin^2 \delta_1 (\sqrt{3}-\operatorname{tg} \delta_1)(\sqrt{3}-2 \operatorname{tg} \delta_2); \\ B_3 &= \sin^2 \delta_1 (1+\sqrt{3} \operatorname{tg} \delta_1)/(\sqrt{3}-2 \operatorname{tg} \delta_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В соответствии с векторной диаграммой напряжение на первичной обмотке

$$U_1=U_n \cos \delta_1 (\sqrt{3}-\operatorname{tg} \delta_2) \quad (12)$$

и напряжение на секциях вторичной обмотки ФПАТ

$$U_2=U_n \cos \delta_1 \operatorname{tg} \delta_2; U_3=U_n (\sin \delta_1 - \cos \delta_1 \operatorname{tg} \delta_2). \quad (13)$$

Расчет мощности каждой из секций обмоток (S_1 , S_2 , S_3) и установленной мощности ФПАТ (может быть выполнен на программируемом инженерном микрокалькуляторе, например, типа «Электроника МК-61») показывает, что с увеличением угла δ_2 ($0 \leq \delta_2 \leq \delta_1$) мощность ФПАТ уменьшается монотонно и ее минимальное значение соответствует случаю $\delta_2 = \delta_1$. На рис. 2 приведены схемы двух наиболее рациональных вариантов схемных структур ФПАТ, в первом из которых (рис. 2, а) обмотки соединены по известной схеме зигзага треугольника ($\delta_2 = 0$), а во втором (рис. 2, б) — по предлагаемой схеме замкнутого шестиугольника ($\delta_2 = \delta_1$). Результаты расчетов, приведенные в таблицах на этих же рисунках, показывают, что во втором из этих вариантов (рис. 2, б) мощности первичных обмоток несколько увеличиваются, а вторичных уменьшаются.

К определенным преимуществам схемы ФПАТ по

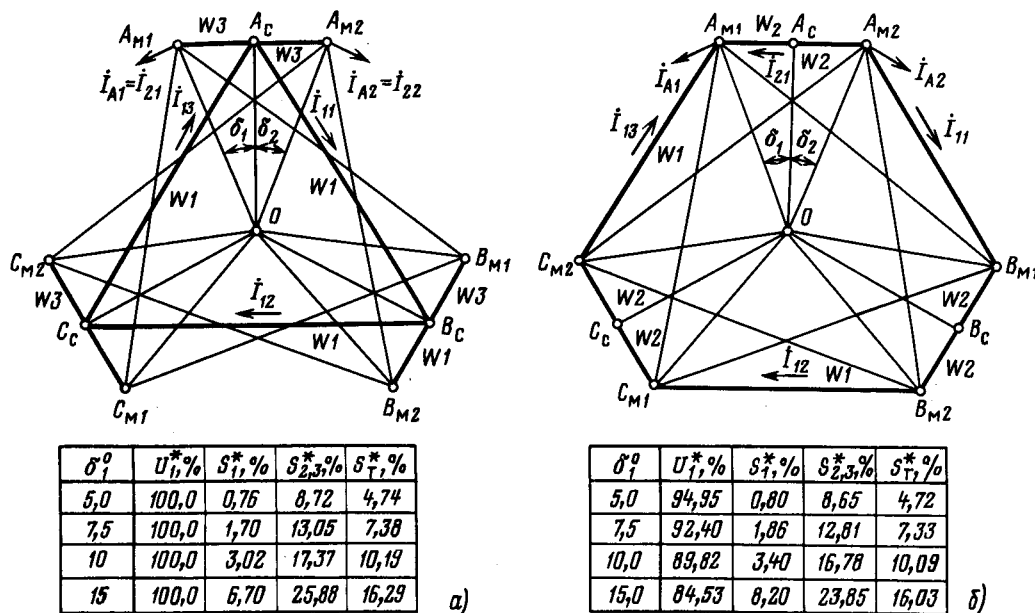


Рис. 2. Векторные топографические диаграммы напряжений ФПАТ при соединениях обмоток по схеме зигзага треугольника и по схеме шестиугольника

рис. 2, б можно отнести не только небольшое уменьшение суммарной мощности обмоток S_{Σ} , но и заметное уменьшение напряжений (соответственно числа витков) первичных обмоток (на 7,6 % при $\delta_1=7,5^\circ$ и на 15,5 % при $\delta_2=15^\circ$). Так как практически по условиям обеспечения электродинамической стойкости эти обмотки в двух сравниваемых вариантах ФПАТ могут выполняться проводниками с одинаковыми сечениями, то уменьшение мощности первичных обмоток в схемной структуре ФПАТ по рис. 2, б проявляется в снижении потерь энергии в этих обмотках (на 3,8 % при $\delta_1=7,5^\circ$ и на 17,7 % при $\delta_2=15^\circ$).

Аналогичный подход, заключающийся в составлении и анализе обобщенной схемной структуры, может быть использован и при синтезе других типов многопульсных вентильных преобразователей: с включением ФПТ или ФПАТ в нейтрали ТП, с каскадным соединением вентильных обмоток ТП, с использованием первичных и вторичных фазоповоротных обмоток ТП с полным совмещением первичных и вторичных обмоток сдвоенных ФПАТ (например, при их соединении по схемам звезды и треугольника).

В качестве общего предварительного вывода может быть отмечено, что при использовании сдвоенных ФПАТ минимальная суммарная установленная мощность трансформаторного оборудования МВП повышенной фазности (ВП-24) достигается при соединении обмоток ФПАТ по предложенной схеме шестиугольника (рис. 2, б), а в 12- и 24-пульсных трансформаторно-тиристорно-реакторных регуляторах реактивной мощности — при соединении обмоток сдвоенного ФПАТ по схеме звезды [3]. Дополнительными

преимуществами схемы соединения обмоток сдвоенных ФПАТ шестиугольником является хорошее согласование уравнений входных и выходных напряжений и заметное уменьшение числа витков их первичных обмоток [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зильберблат М. Э. Сравнительный анализ схем фазоповоротных трансформаторов. — Электричество, 1978, № 8, с. 50—57.
2. Расчет параметров фазосдвигающего автотрансформатора с двумя вторичными обмотками / А. Л. Амромин, Л. В. Лейтес, А. С. Митрошина, М. А. Рогацкий. — Электричество, 1985, № 7, с. 57—60.
3. Яценко А. А. Сдвоенные фазоповоротные автотрансформаторы в вентильных преобразователях повышенной фазности. — Промышленная энергетика, 1987, № 2, с. 35—39.
4. Яценко А. А. Соединения зигзагом треугольника и шестиугольником обмоток фазоповоротного автотрансформатора многофазных вентильных преобразователей. — Изв. вузов. Электромеханика, 1988, № 12, с. 65—69.
5. Яценко А. А. Характеристики схем многофазных вентильных преобразователей с включением фазоповоротных трансформаторов со стороны нейтралей. — Электричество, 1988, № 4, с. 21—28.
6. Яценко А. А. Главные схемы особо мощных преобразовательных подстанций с последовательным соединением вентильных обмоток трансформаторов. — Промышленная энергетика, 1985, № 2, с. 29—32.
7. Яценко А. А. Применение схемы скользящего треугольника в многофазных преобразователях. — Электричество, 1982, № 7, с. 17—23.

[21.02.89]

УДК 621.387.35:621.373

Устойчивость мощного модулятора с управляемым вакуумным разрядником и высоковольтным тиристорным ключом

КУВШИНОВ А. А., инж., ТАТАРИНОВ Ю. Д., инж., ТАРАКАНОВ В. П., канд. техн. наук

Филиал Всесоюзного электротехнического института в г. Тольятти

В ряде областей науки и техники, например, ускорительной и лазерной технике, используются мощные импульсные модуляторы, принцип действия которых основан на относительно медленном накоплении энергии в формирующей линии (ФЛ) с последующей передачей ее в нагрузку за время от единиц до сотен микросекунд. В качестве зарядного и разрядного коммутаторов мощного модулятора в последнее время широко применяются высоковольтные тиристорные ключи (ВТК) [1]. Основным недостатком таких модуляторов состоит в том, что ложное включение одного из ВТК сигналом помехи, наиболее интенсивной во время заряда и разряда ФЛ, приводит к короткому замыканию источника питания и срыву рабочего режима.

В настоящей статье анализируется возможность улучшения устойчивости работы мощного модулятора

с помощью управляемого вакуумного разрядника (РВУ) отпаянной конструкции [2, 3]. Такой разрядник характеризуется достаточно большим значением тока обрыва $I_{обр}$ вакуумной дуги (до десятков ампер), высокой скоростью восстановления электрической прочности вакуумного промежутка (до 20 кВ/мкс), малым временем выключения (не более 50 мкс), в диапазоне рабочих токов 10—100 кА. Указанные параметры РВУ значительно превосходят аналогичные характеристики силовых тиристоров (ток удержания, время выключения) и создают необходимые предпосылки для решения поставленной задачи. Способность РВУ коммутировать импульсные токи амплитудой 10—100 кА, нарастающее со скоростью до 100 кА/мкс, предопределяет целесообразность использования РВУ в качестве разрядного коммутатора.

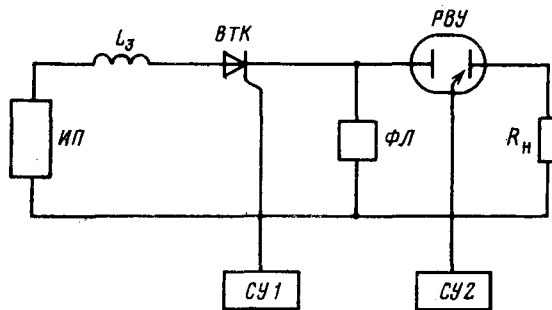


Рис. 1. Схема импульсного модуля с управляемым вакуумным разрядником

Схема мощного модулятора, реализованного на базе РВУ и ВТК, представлена на рис. 1. На ней приняты следующие обозначения: ИП — источник питания; L_3 — зарядный реактор; СУ1 и СУ2 — системы управления ВТК и РВУ соответственно; R_n — сопротивление мощной импульсной нагрузки.

Ложное включение РВУ, вызываемое, как правило, самопроизвольным срабатыванием СУ2 в начале заряда ФЛ, приводит к образованию контура короткого замыкания «ИП — реактор L_3 — ВТК — РВУ — R_n ». Учитывая, что расстояние между основными электродами РВУ не превышает 10 мм, а скорость движения переднего фронта плазмы от места действия поджигающей искры на катode к противоположному электроду достигает $(1,5-2) \cdot 10^4$ м/с [3], можно допустить, что РВУ включается мгновенно. Тогда ток короткого замыкания при колебательном характере процесса определяется выражением

$$i_k^* = 1 - e^{-\delta t} (\cos \beta t + \frac{\delta}{\beta} \sin \beta t) \quad (1)$$

и при аperiодическом характере процесса — выражением

$$i_k^* = 1 - e^{-\delta t} (\operatorname{ch} \gamma t + \frac{\delta}{\gamma} \operatorname{sh} \gamma t), \quad (2)$$

$$\text{где } \delta = \frac{R_3}{2L_3} + \frac{1}{2R_n C_\Sigma}; \quad \beta = \sqrt{\frac{1}{L_3 C_\Sigma} - \left(\frac{R_3}{2L_3} - \frac{1}{2R_n C_\Sigma}\right)^2};$$

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{R_3}{2L_3} - \frac{1}{2R_n C_\Sigma}\right)^2 - \frac{1}{L_3 C_\Sigma}}; \quad i_k^* = i_k / I_{k,y}; \quad I_{k,y} =$$

$= U_n / (R_n + R_3)$; $C_\Sigma = n C_{\Phi Л}$; $I_{k,y}$ — установившийся ток короткого замыкания; U_n — напряжение ИП; R_3 — омическое сопротивление обмотки реактора L_3 ; $C_{\Phi Л}$, n — стоимость одного звена и количество звеньев ФЛ.

Если к моменту окончания поджигающей искры $i_k < I_{обр}$, происходит обрыв вакуумной дуги и РВУ открывает ток короткого замыкания. Поскольку $I_{обр} < I_{k,y}$ для проведения дальнейшего анализа целесообразно упростить (1) и (2), используя известные разложения элементарных функций в степенные ряды [4] и ограничиваясь рассмотрением первых двух членов разложения. В результате (1) и (2) приводятся к одинаковому виду:

$$i_k^* = (\delta t)^2. \quad (3)$$

Выражение (3) справедливо для начальной стадии

развития процесса короткого замыкания, пока $i_k < I_{обр}$, и позволяет определить минимальное значение индуктивности зарядного реактора:

$$L_{3 \min} = \frac{T_n C_\Sigma R_n R_3}{2 R_n C_\Sigma \sqrt{I_{обр}^* - T_n}}, \quad (4)$$

где T_n — длительность поджигающей искры на управляющем электроде РВУ; $I_{обр}^* = I_{обр} / I_{k,y}$.

С помощью известного соотношения [5]

$$T_p = 2n \sqrt{L_{\Phi Л} C_{\Phi Л}} = 2 R_n C_\Sigma K_c$$

выражение (4) приводится к окончательному виду:

$$L_{3 \min} = \frac{T_n T_p R_3}{2 [T_p \sqrt{I_{обр}^*} - T_n K_c]}, \quad (5)$$

где T_p — длительность разрядного тока ФЛ; $L_{\Phi Л}$ — индуктивность одного звена ФЛ; $K_c = \rho_{\Phi Л} / R_n$; $\rho_{\Phi Л} = \sqrt{L_{\Phi Л} / C_{\Phi Л}}$.

Условие (5) физически реализуемо, если длительность поджигающей искры, формируемой СУ2, не превышает величины

$$T_n = T_p \sqrt{I_{обр}^*} / K_c. \quad (6)$$

Анализируя (5) и (6), можно заключить, что требование сохранения устойчивости модулятора при ложном включении РВУ выполняется соответствующим выбором длительности поджигающей искры и индуктивности зарядного реактора.

Для исключения пробоя вакуумного промежутка после обрыва вакуумной дуги необходимо, чтобы скорость нарастания напряжения на зажимах РВУ на интервале восстановления t_b (пока в межэлектродном зазоре присутствуют ионизированные газы и пары материала электродов) не превышала скорости восстановления электрической прочности вакуумного промежутка [6]. Поскольку ВТК остается в открытом состоянии, происходит заряд ФЛ и напряжение на зажимах РВУ при типичных для практических схем соотношениях $R_3 \ll \sqrt{L_3 / C_\Sigma}$, $L_3 \gg n L_{\Phi Л}$ определяется выражением

$$u = U_n (1 - \cos t / \sqrt{L_3 C_\Sigma}) + I_{обр} \sqrt{L_3 / C_\Sigma} \sin t / \sqrt{L_3 C_\Sigma}.$$

Скорость нарастания напряжения на зажимах РВУ

$$du/dt = \frac{U_n}{\sqrt{L_3 C_\Sigma}} \sin t / \sqrt{L_3 C_\Sigma} + \frac{I_{обр}}{C_\Sigma} \cos t / \sqrt{L_3 C_\Sigma}. \quad (7)$$

Учитывая, что $t_b \ll \pi \sqrt{L_3 C_\Sigma}$, из (7) определяется минимальное значение индуктивности зарядного реактора по критерию успешного восстановления электрической прочности вакуумного промежутка

$$L_{3 \min} = \frac{U_n t_b}{C_\Sigma S - I_{обр}}, \quad (8)$$

где S — предельное значение скорости восстановления электрической прочности вакуумного промежутка.

Таким образом, для выключения РВУ после ложного срабатывания значение индуктивности зарядного реактора L_3 должно удовлетворять условиям (5) и (8).

При ложном включении ВТК, вызываемом, как правило, самопроизвольным срабатыванием СУ1 во время разряда ФЛ, через РВУ кроме разрядного тока протекает ток короткого замыкания. Возможность выключения РВУ существенно зависит от параметров раз-

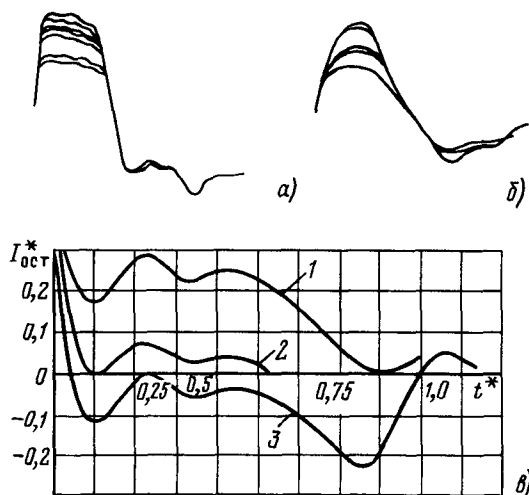


Рис. 2. Анодный ток управляемого вакуумного разрядника при $K_c=0,885$ (а), $K_{\text{шс}}=1,15$ (б) и остаточный ток разряда формирующей линии (в): 1 — $K_c=0,6$; 2 — $K_c=0,9$; 3 — $K_c=1,1$

рядного контура, характеризующихся K_c , которые определяют значение и направление остаточного тока $I_{\text{ост}}$ разряда $\Phi Л$ при $t > T_p$, а также скорость спада разрядного тока при переходе через нуль. Последнее обстоятельство имеет принципиальное значение, поскольку вентильные свойства $PВУ$ сохраняются при скорости спада анодного тока ниже предельной величины (≤ 100 А/мкс) [3]. Поэтому в зависимости от скорости спада анодного тока $PВУ$ выключается при первом или повторных переходах анодного тока через нулевое значение.

На рис. 2, а, б приведены осциллограммы анодного тока $PВУ$ различных амплитуд для $K_c=0,885$ и $K_c=1,15$. При $K_c=0,885$ выключение $PВУ$ происходит после первого перехода анодного тока через нуль. Только в случае максимальной амплитуды анодного тока $PВУ$ выключается при повторном переходе через нулевое значение из-за чрезмерно высокой скорости спада анодного тока во время первого перехода через нуль. Если $K_c=1,15$, то $PВУ$ выключается после протекания отрицательного остаточного тока разряда $\Phi Л$ независимо от амплитуды анодного тока.

На рис. 2, в показаны расчетные кривые остаточного тока для наиболее распространенной в практике однородной $\Phi Л$, построенной из Γ -образных LC -звеньев. Количество звеньев такой $\Phi Л$ для формирования в нагрузке импульса тока прямоугольной формы выбирают обычно не менее 5. Расчетные кривые приведены только для $n=7$, но их анализ позволяет выявить достаточно общие закономерности, поскольку увеличение n лишь улучшает форму разрядного тока, приближая ее к прямоугольной. Скорость спада анодного тока $PВУ$ во время первого перехода через нуль минимальна при $0,6 \leq K_c \leq 0,9$, поскольку определяется остаточным током. Поэтому выключение $PВУ$ возможно на интервале $0,65 \leq t^* \leq 1$ ($t^*=t/T_p$) в зависимости от величины K_c . При $K_c > 1,1$ скорость спада анодного тока $PВУ$ во время первого перехода через нуль опре-

деляется длительностью спада $t_{\text{сп}}$ основного тока разряда [5]:

$$t_{\text{сп}} = (1,15 + 0,0375n) T_p / n,$$

и для $n=5 \div 20$ находится в пределах

$$\frac{di}{dt} = (3,75 \div 10,5) \frac{2I_{\text{к.у}}}{(1 + K_c)T_p}. \quad (9)$$

Анализ (9) при $I_{\text{к.у}} = (10 \div 100)$ кА, $T_p = (10 \div 100)$ мкс показывает, что скорость спада анодного тока намного превышает предельное значение (~ 100 А/мкс). Поэтому $PВУ$ выключается только при повторных переходах анодного тока через нуль.

Рассматривая наиболее неблагоприятный случай, когда короткое замыкание начинается одновременно с началом разряда $\Phi Л$, можно заключить, что при $K_c \leq 0,6$ для выключения $PВУ$ при открытом $ВТК$ необходимо выполнить условие $i_{\text{к}} - I_{\text{обр}}$ при $t \geq 2T_p$. Заменив в (5) T_n на $t=2T_p$ и учитывая соотношение $T_{\text{обр}}^* \leq 1$ получаем, что отключение тока короткого замыкания при $K_c \leq 0,6$ с помощью $PВУ$ невозможно. Если $E_c > 0,6$, остаточный ток разряда $\Phi Л$ на интервале $T_p < t < 2T_p$ изменяет направление и протекает встречно току короткого замыкания. Для выключения $PВУ$ достаточно выполнить условие $(i_{\text{к}} - I_{\text{ост}}) < I_{\text{обр}}$ при $t=2T_p$. Соотношение $I_{\text{ост}} + I_{\text{обр}} < I_{\text{к.у}}$ в общем случае не выполняется, поэтому минимальная индуктивность зарядного реактора L_3 должна определяться из решения (1) или (2) при $i_{\text{к}}^* = I_{\text{ост}}^* + I_{\text{обр}}^*$ и $t=2T_p$. В частном случае, при $R_3 \approx 0$, $\delta^2 > (L_3 C_{\Sigma})^{-1}$, минимальная индуктивность зарядного реактора определяется из выражения

$$L_{3 \min} = \frac{2T_p R_n}{K_c(1 - q^2)}, \quad (10)$$

после решения относительно q трансцендентного уравнения получаем из (2)

$$(1 - I_{\text{ост}}^* - I_{\text{обр}}^*) q e^{2K_c} = (q + 1) e^{2K_c q} + (q - 1) e^{-2K_c q},$$

где $q = \gamma/\delta$.

Время заряда $\Phi Л$ не должно превышать период повторения T_n зарядно-разрядных циклов, т. е.

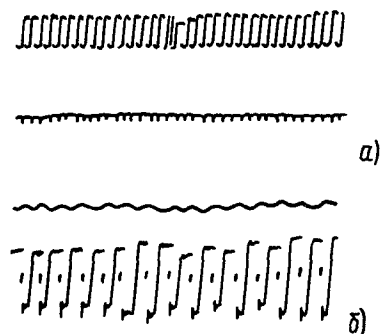
$$T_3 = \pi \sqrt{L_3 C_{\Sigma}} \leq T_n - T_v, \quad (11)$$

где T_3 , T_v — время заряда $\Phi Л$ и суммарное время выключения $ВТК$ и $PВУ$.

С учетом (11) определяется область допустимых значений для индуктивности зарядного реактора L_3 :

$$L_{3 \min} \leq L_3 \leq \frac{(T_n - T_v)^2}{\pi^2 C_{\Sigma}}. \quad (12)$$

Рис. 3. Осциллограмма анодного напряжения и тока управляемого вакуумного разрядника при $K_c=1,15$ (а) и напряжений источника питания и формирующей линии при $K_c=1,47$ (б)



Из анализа (12) можно заключить, что для выбранных параметров разрядного контура (R_n , C_Σ , K_c) имеет- ся граничное значение частоты повторения зарядно-разрядных циклов $f_{гр}$, выше которого невозможно выключение РВУ при образовании контура короткого замыкания и, следовательно, устойчивая работа мощного модулятора. Величина $f_{гр}$ определяется из (12) после приравнивая правой и левой частей неравенства:

$$f_{гр} = [\pi \sqrt{L_{3\min} C_\Sigma} + T_{в}]^{-1}. \quad (13)$$

В (13) под $L_{3\min}$ следует понимать наибольшее из значений, определенных с помощью (5), (8) или (10).

Экспериментальная проверка полученных результатов проведена в мощном модуляторе с параметрами $C_\Sigma = 10$ мкФ, $R_n = 2,5$ Ом, $T_p = 50$ мкс, $K_c = 1,15$, $n = 7$. На рис. 3, а показана осциллограмма анодного напряжения и анодного тока РВУ. Во время одного из периодов повторения зарядно-разрядных циклов произведено преждевременное включение РВУ, когда заряд ФЛ практически завершен, но ВТК не восстановил свои запирающие свойства. Поэтому сразу после окончания разрядного цикла начинается заряд ФЛ. Такая ситуация соответствует рассмотренному выше случаю ложного включения ВТК. Индуктивность зарядного реактора L_3 выбрана 5 мГн, что превышает значение ($\sim 2,5$ мГн), определенное по (10). Как видно, РВУ успешно выключается, препятствуя возникновению короткого замыкания и срыву рабочего режима модулятора.

При выборе разрядного контура необходимо избегать совпадения скорости спада разрядного тока во время одного из переходов через нулевое значение с указанной выше предельной величиной, которой характеризуется РВУ. На рис. 3, б приведены осциллограммы напряжений ИП и ФЛ для этого случая. Разрядник выключается либо при первом переходе разряд-

ного тока через нуль, которое выявляется по наличию отрицательного остаточного напряжения $U_{ост}$ на конденсаторах ФЛ, либо при повторных переходах разрядного тока через нуль, которые определяются по отсутствию остаточного напряжения на конденсаторах ФЛ. Предразрядное напряжение ФЛ также изменяется на величину $U_{ост}$. Такой режим работы модулятора недопустим, если предъявляются достаточно жесткие требования к точности поддержания предразрядного напряжения ФЛ.

Выводы. 1. Управляемый вакуумный разрядник, используемый в качестве разрядного коммутатора, исключает возникновение короткого замыкания и срыв рабочего режима при частотах повторения зарядно-разрядных циклов ниже граничного значения, определяемого параметрами схемы модулятора.

2. Разработана методика выбора параметров зарядного реактора и разрядного контура по критерию отключения тока короткого замыкания управляемым вакуумным разрядником.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будилев Б. А., Глазенов Т. А. Анализ работы высоковольтных тиристорных ключей в схеме импульсных модуляторов. — Техническая электродинамика, 1983, № 5.
2. Воздвиженский В. А., Сидоров В. А., Богомолов В. А. Вакуумный управляемый коммутатор (разрядник) / — Приборы и техника эксперимента, 1983, № 3.
3. Высоковольтные сильноточные вакуумные управляемые разрядники отпайной конструкции / М. А. Василевский, В. А. Воздвиженский, В. А. Сидоров, Е. Г. Янкин. — Приборы и техника эксперимента, 1986, № 6.
4. Прудников А. Н., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. — М.: Наука, 1981.
5. Евтянов С. И., Редькин Н. Е. Импульсные модуляторы с искусственной линией. — М.: Советское радио, 1973.
6. Попов Н. А. Вакуумные выключатели. Состояние и перспективы развития. — М.: Энергия, 1965.

[16.05.88]

УДК 621.373

Емкостные накопители энергии со свойствами формирующих линий

БУРЦЕВ В. А., ВАСИЛЕВСКИЙ М. А., ВОДОВОЗОВ В. М., КОМИН С. Н., МОРОЗОВ Е. А., ОСЕЕВСКИЙ М. Э., ЦЕЛИЩЕВА В. И.

При создании крупных электрофизических установок возникает необходимость построения импульсных высоковольтных источников питания, формирующих на нагрузке, характеристика которой близка к омической, импульсы напряжения прямоугольной формы микросекундного диапазона длительности. Характерные значения напряжений и токов модулей таких источников (100 кВ и 100 кА) определяются как технологическими требованиями производства и обслуживания, так и параметрами имеющихся в настоящее время коммутаторов.

При длительности импульса $t_n > 1$ мкс генератор прямоугольных импульсов с волновым сопротивлением $\rho = 1$ Ом сравнительно легко реализовать с использованием формирующих цепей на основе высоковольтных

импульсных конденсаторов и катушек индуктивности. Формирующая цепь может быть построена как по схеме Гиллемина [1], так и по схеме искусственной формирующей линии (ИФЛ). В наносекундных электронных ускорителях широкое распространение получила схема формирования с длинной линией, а качестве диэлектрической среды в которой используется очищенная вода [2]. Вследствие того, что время зарядки линии с водяным диэлектриком ограничено 1 мкс, при формировании импульсов необходимо создавать два мощных источника — зарядный ГИН и собственно ФЛ. В связи с тем, что удельные энергетические характеристики воды и бумажно-плочной изоляции с пропиткой касторовым маслом, используемой в конденсаторах ГИН, близки, система обладает низкими массо-габаритными характеристика-

ми по сравнению с высоковольтными импульсными конденсаторами, причем после ожидаемого совершенствования последних эта разница будет увеличиваться.

Представляет интерес рассмотреть возможность формирования прямоугольных импульсов напряжения с длительностью $t_n \leq 1$ мкс на нагрузке $R_n = \rho = 1$ Ом при использовании элементов, созданных по технологии изготовления импульсных конденсаторов — намотка секций с электрической длиной, соответствующей длительности импульса, и последовательное соединение их в пакет, рассчитанный на полное рабочее напряжение. Учитывая, что относительная диэлектрическая проницаемость ϵ бумажно-пленочной изоляции, пропитанной касторовым маслом, находится в пределах $3 \div 5$, а также то, что

$$t_n = \frac{2l\sqrt{\epsilon\mu}}{c}, \quad (1)$$

получим, что длина секции l_s , необходимая для формирования импульса длительностью 0,5 мкс в схеме с одинаковой линией, будет равна (при $\epsilon=4$, $\mu=1$) 38 м. Такая секция может быть изготовлена как в трехшинном варианте — для исключения связи между витками при намотке, так и в двухшинном, если сложить секцию «гармошкой». При использовании для намотки секции изоляции толщиной $d_n=80$ мкм, шириной $b=240$ мм, $\epsilon=4$, волновое сопротивление такой двухшинной линии, рассчитанное по формуле [3]:

$$\rho = 120\pi \frac{d_n}{b\sqrt{\epsilon}}, \quad (2)$$

будет равно 0,06 Ом. Таким образом, для создания одинарной линии с $\rho=1$ Ом необходимо последовательно соединить концы 16 секций. При рабочем напряжении линии $u_0=100$ кВ напряженность электрического поля в изоляции секции $E_0=80$ кВ/мм, что может обеспечить срок службы не менее 10^4 импульсов [4].

Однако простые оценки показывают, что созданные таким образом одинарные линии формируют импульс со значительным спадом вершины импульса $\Delta u/u$, обусловленным потерями энергии в металлических обкладках секций. В [5] получено следующее приближенное выражение для спада вершины импульса вследствие потерь в активных сопротивлениях r_L , включенных последовательно с индуктивностями ИФЛ:

$$\frac{\Delta u}{u} = N\delta_L \left(1 + \frac{1}{4N}\right) \approx N\delta_L, \quad (3)$$

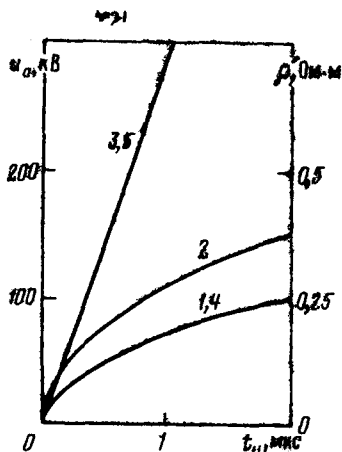


Рис. 1. Зависимости граничных значений рабочего напряжения и удельного волнового сопротивления линии от длительности формируемого импульса при $\Delta u/u=0,1$

где $\delta_L = r_L/2Q$; N — число ячеек линии.

Предполагая, что ФЛ состоит из последовательно соединенных отрезков полосковых линий единичной длины, получаем, что спад вершины импульса вследствие потерь в обкладках

$$\Delta u/u = r/Q, \quad (4)$$

где r — активное сопротивление одной обкладки секции.

Активное сопротивление обкладки рассмотренной выше полосковой линии с волновым сопротивлением 0,06 Ом, изготовленной из алюминиевой фольги толщиной $d_m=30$ мкм, без учета поверхностного эффекта равно 0,15 Ом. Формирование прямоугольного импульса с использованием такой линии не осуществимо.

Покажем, что удовлетворительное формирование импульса с $t_n \approx 0,5$ мкс возможно только при увеличении Q и соответственно рабочего напряжения линии. Для этого рассмотрим связь между максимальной длительностью импульса и максимальным рабочим напряжением при заданном спаде вершины, например $\Delta u/u=0,1$. Если толщина электрода линии больше эквивалентной глубины проникновения δ для основной частоты $f=1/2t_n$, где

$$\delta = \sqrt{\frac{\mu_m}{\pi f \mu_0}} = 710 \sqrt{t_n \rho_m}, \quad (5)$$

то, используя (1), (2) и (5), получаем

$$r/\rho = 550 \sqrt{\rho_m t_n / d_m}. \quad (6)$$

Учитывая, что $d_n = u_0/E_0$, запишем

$$\Delta u/u = r/\rho = 550 \sqrt{\rho_m t_n E_0 / u_0}. \quad (7)$$

Для случая $d_m \leq \delta$ имеем

$$du/u = 4 \cdot 10^5 \frac{\rho_m t_n E_0}{u_0 d_m}. \quad (8)$$

Для того чтобы $\Delta u/u$ было меньше 0,1, необходимо выполнить следующие условия:

а) при $d_m > \delta$

$$u_0 > 5500 \sqrt{\rho_m t_n E_0}; \quad (9)$$

б) для $d_m \leq \delta$

$$u_0 > 4 \cdot 10^6 \rho_m t_n E_0 / d_m. \quad (10)$$

Линии границ, определяемые условием [9], проведенные на рис. 1 для алюминиевых электродов и характерной напряженности в конденсаторной изоляции $E_0=80$ кВ/мм (кривая 1) и для электродов из нержавеющей стали и $E_0=20$ кВ/мм, близкой к рабочим напряжениям линий с водяным диэлектриком [2] (кривая 2). Прямая (3) соответствует условию (10) для алюминиевых электродов толщиной 30 мкм и $E_0=80$ кВ/мм.

Условия, аналогичные (10) и (9), могут быть получены и для волнового сопротивления линий единичной ширины Q' :

а) для $d_m > \delta$

$$\rho' > 2,1 \cdot 10^6 \sqrt{\rho_m t_n / \epsilon}; \quad (11)$$

б) для $d_m \leq \delta$

$$\rho' > 1,5 \cdot 10^4 \frac{\rho_m t_n}{\sqrt{\epsilon d_m}}. \quad (12)$$

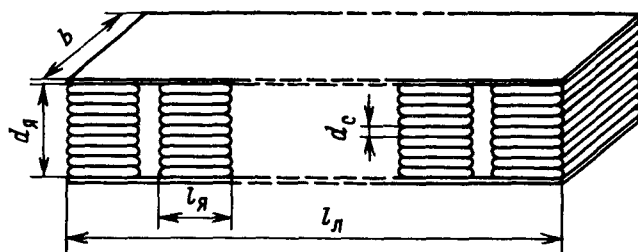


Рис. 2. Конструкция ИФЛ на основе пакетов конденсаторных секций

На рис. 1 приведены кривые 4 и 5, соответствующие выражениям (11) и (12), для $\epsilon=4$, алюминиевых электродов и $d_m=30$ мкм (для кривой 5).

Как видно из рис. 1 и как указывалось выше, формирование прямоугольного импульса длительностью $t_n \approx 0,5$ мкс возможно только с помощью линий, рабочее напряжение которых существенно превышает допустимое напряжение конденсаторных секций.

Для равномерного распределения потенциала между обкладками такой линии требуется использование градиентных экранов, обеспечивающих малые омические потери. Для этого толщина экрана должна быть меньше толщины поверхностного слоя. Один из возможных путей здесь — напыление тонких металлических слоев [6]. Однако производство таких линий в настоящее время не освоено.

Рассмотрим также возможность использования малоиндуктивных пакетов конденсаторных секций, имеющих емкость 0,05—0,025 мкФ при рабочем напряжении до 100 кВ, для создания ИФЛ. Каждая конденсаторная секция, имеющая развернутую длину l_c , образуется при одновременной намотке двух фольговых обкладок и двух слоев изоляции, причем концы обкладок располагаются на разных сторонах секции. При последовательном соединении секций образуется ячейка линии с двумя плоскими контактными выводами на противоположных сторонах.

Принципиальная конструктивная схема ИФЛ показана на рис. 2.

Линия в общем случае состоит из N ячеек, имеющих емкость, равную емкости пакета, и индуктивность $L_n = L_{\text{пог}} l_n$, где $L_{\text{пог}}$ — погонная индуктивность наружной ошиновки. Если предполагать, что индуктивность пакета секций $L_n \ll L_{\text{я}}$, то рассмотренная ИФЛ эквивалентна полосковой ФЛ, заполненной диэлектриком с ϵ_s , определяемой из энергетических соотношений:

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon} = k \left(\frac{E_0 d_n}{u_0} \right)^2 = k \left(\frac{2 l_c}{l_n} \right)^2, \quad (13)$$

где $k=0,9-1,0$ — коэффициент заполнения объема пакета диэлектриком.

Из (1) — (3) найдем выражение для длины ИФЛ l_n и волнового сопротивления линии единичной ширины ρ' (при $k \approx 1$):

$$l_n \approx \frac{c l_n l_n}{4 l_c \sqrt{\epsilon}}; \quad (14)$$

$$\rho' \approx 120 \pi \frac{u_0}{E_0 \sqrt{\epsilon}} = 120 \pi \frac{n d_n}{\sqrt{\epsilon}}, \quad (15)$$

где n — число секций в пакете.

Созданный опытный образец ИФЛ, предназначенной для формирования импульса длительностью $t_n=0,5$ мкс имеет следующие параметры: $N=10$, $\rho=1$ Ом, $u_0=100$ кВ, $l_c/l_n \approx 20$, $n=15$, $d_n=80$ мкм, $\epsilon=3,4$, $b=280$ мм, $d_n=65$ мм, $l_n \approx 900$ мм.

Как и в случае однородной ФЛ, длина и волновое сопротивление ИФЛ выбираются независимо. Для уменьшения длины линии необходимо уменьшить отношение l_n/l_c , и прежде всего за счет уменьшения l_n . При неизменной длине линии уменьшение l_n приводит к увеличению числа ячеек линии $N=l_n/l_n$ и к уменьшению длительности фронта и спада импульса [3, 5]. Следует отметить, что импульс, сформированный ИФЛ, не имеет спада вершины, так как сопротивление наружных обкладок линии пренебрежимо мало из-за небольшой длины.

Проведенные на ЭВМ численные расчеты формы импульса показали, что при формировании низкоомной ИФЛ импульсов длительностью $t_n \leq 1$ мкс необходимо учитывать потери энергии в обкладках конденсаторных секций и их индуктивность. Индуктивность L_c секции, намотанной из двух слоев фольги и двух слоев изоляции, при токоосъеме с одной стороны секции суммируется из индуктивности l_{c1} двух параллельно включенных плосковых линий длиной l_c и индуктивности L_{c2} двух параллельно включенных полувитков — токоподводов.

Индуктивность L_{c1} оценим аналогично [4] с учетом линейного изменения величины тока по длине обкладок секции:

$$L_{c1} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 d_n l_c}{3b} = \frac{\mu_0 d_n l_c}{12b}. \quad (16)$$

Индуктивность

$$L_{c2} = \frac{\mu_0 l_n d_n}{4b}. \quad (17)$$

Суммируя эти индуктивности и умножая сумму на число секций n , найдем индуктивность пакета:

$$L_n = n L_c = \frac{\mu_0 l_n d_n}{3b} = \frac{L_n}{3}. \quad (18)$$

На рис. 3, а показаны расчетные формы импульсов ИФЛ, включенной на согласованную нагрузку, при различных отношениях L_n/L_n и $N=10$. Видно, что с ростом индуктивности пакета увеличиваются амплитуда колебаний на вершине импульса и длительность спада, однако значение $L_n/L_n=0,3$, характерное для рассмотренной конструкции ИФЛ, вполне допустимо.

Активное сопротивление обкладок секций, рассчитанное аналогично [4], при токоосъеме с одного конца секции равно:

$$r_n = \frac{n}{2} \frac{l_c \rho_m}{b d_n}, \quad (19)$$

где ρ_m — удельное сопротивление материала обкладок; d_n — толщина обкладки.

Предполагается, что толщина фольги меньше толщины поверхностного слоя.

Для примененного пакета сопротивление обкладок равно 0,18 Ом при толщине фольги 10 мкм и 0,06 Ом при толщине фольги 30 мкм. Значение активного сопро-

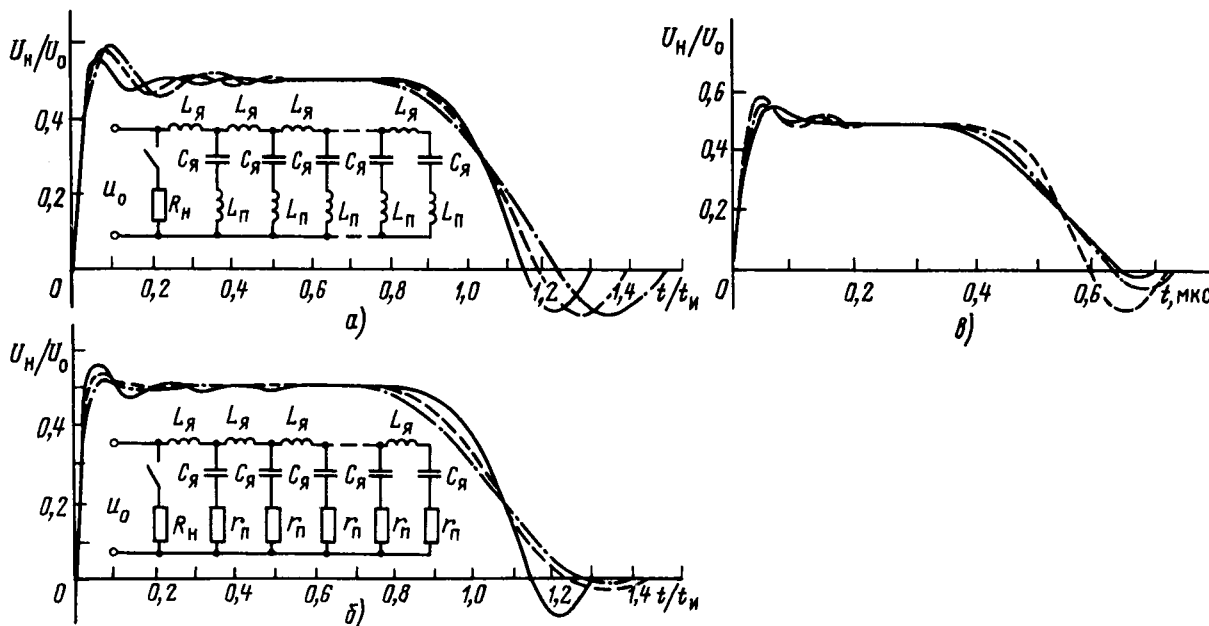


Рис. 3. Форма импульса на согласованной нагрузке:

а — при различных значениях индуктивности пакета: — — — — — $L_n/L_{n0}=0$; — — — — — $L_n/L_{n0}=0,2$; — · — · — $L_n/L_{n0}=0,4$; б — при различных значениях активного сопротивления обкладок конденсаторных секций: — — — — — $r_n/\rho=0$; — — — — — $r_n/\rho=0,2$; — · — · — $r_n/\rho=0,4$; в — — — — — r_n/ρ — эксперимент, $d_n=10$ мкм; — · — · — — расчет, $d_n=10$ мкм; — — — — — расчет, $d_n=30$ мкм

тивления r_n можно также уменьшить, увеличивая количество выводов в секции. Последнее, как известно, уменьшает и индуктивность пакета.

На рис. 3, б приведены результаты расчета формы импульса ИФЛ, включенной на согласованную нагрузку при различных отношениях r_n/ρ и $N=10$. Наличие r_n приводит к устранению колебаний на вершине импульса, однако при этом укорачивается плоская часть и затягивается спад импульса.

На рис. 3, в приведены формы импульса, генерируемые созданной по изложенной методике ИФЛ, и результаты расчета при одновременном учете L_n и r_n . Видно хорошее совпадение расчетной и экспериментальной форм импульса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дункан К., Брэдли Л. Компактный электронный ускоритель для накачки газовых лазеров. — В кн.: Импульсные

системы большой мощности: Пер с англ. / Под ред. Э. И. Асиновского. — М.: Мир, 1981.

2. Смит Я. Формирующие линии с жидким диэлектриком. — В кн.: Накопление и коммутация энергии больших плотностей: Пер. с англ. / Под ред. Э. И. Асиновского. — М.: Мир, 1979.

3. Справочник по импульсной технике / В. Н. Яковлев, В. В. Воскресенский, А. А. Генне и др. — Киев: Техника, 1970.

4. Кучинский Г. С. Высоковольтные импульсные конденсаторы. — Л.: Энергия, 1973.

5. Евтянов С. И., Редькин Г. Е. Импульсные модуляторы с искусственной линией. — М.: Советское радио, 1973.

6. Емкостные накопители и генераторы импульсных магнитных полей, разработанные в ИЯФ СО АН СССР / А. М. Искольдский, В. А. Капитонов, В. М. Лагунов и др. — В кн.: Электрофизическая аппаратура и электрическая изоляция. — М.: Энергия, 1970.

[22. 06. 88]

Астатическая система регулирования выпрямителя с емкостным фильтром

ИСХАКОВ А. С., УШАКОВ А. В.

В выпрямителях с емкостным фильтром, широко используемых в источниках электропитания различного назначения, основным способом регулирования выходного напряжения является изменение угла отпи-

рания управляемых выпрямителей. Существенный недостаток способа связан с возникновением δ -импульсов в токах емкости и вентилей при их отпирании. Максимальная величина импульсов тока в реальных

схемах, хотя и ограничивается неучитываемыми при идеализации сопротивлениями и индуктивностями в цепи заряда емкости, но тем не менее намного превышает номинальный уровень тока. Поэтому данный метод регулирования характеризуется повышенными значениями di/dt тока вентилей, которые могут превысить допустимое значение, искажением кривой напряжения на выходе выпрямителя за счет падения напряжения на сопротивлениях вторичных обмоток трансформатора; кроме того, источник электропитания генерирует высокочастотные помехи в сеть переменного тока.

От отмеченного недостатка и его следствий свободен метод регулирования, осуществляемый изменением угла записания вентилей, который характеризуется отсутствием скачка напряжения на емкости в момент размыкания и улучшенным коэффициентом пульсаций. Учитывая тенденции в развитии силовой полупроводниковой техники, связанные с ростом номенклатуры и числа выпускаемых промышленностью полностью управляемых вентилей, данный метод регулирования источников электропитания на базе выпрямителей с емкостным фильтром следует считать перспективным. Вопросы работы подобных схем выпрямителей в литературе практически не рассмотрены.

В выпрямителях с емкостным фильтром выходное напряжение зависит не только от напряжения питающей сети и угла включения вентилей, но и от нагрузки, поэтому одной из задач регулирования является построение системы стабилизации выпрямленного напряжения. В настоящей статье решение этой задачи рассматривается на примере системы управления однофазным выпрямителем с интегральным регулятором [1], дается вывод разностного уравнения переходного процесса и определяются условия устойчивости и быстродействия линеаризованной модели в предположении идеальности элементов.

На рис. 1 показаны основные элементы замкнутой системы, а на рис. 2 — временные диаграммы, иллюстрирующие ее работу. Переключение транзистора осуществляется триггерным широтно-импульсным модулятором. Под действием импульсов устройства синхронизации в тактовые моменты времени $\theta_n = n\pi$, где $n=0, 1, 2, \dots$, триггер устанавливается в состояние, соответствующее открытому транзистору, и последний включается в моменты $\theta'_n = \theta_n + \alpha'_n$, когда напряжение на вторичной обмотке трансформатора станет равным напряжению на емкости. При равенстве выходных сигналов интегратора и генератора пилообразного напряжения в момент времени $\theta_{a,n} = \theta_n + \alpha_n$ на сбрасывающий вход триггера с выхода компаратора-формирователя импульсов поступает сигнал, приводящий к закрыванию транзистора.

Совмещая ось отсчета времени с моментом $\theta_{a,n}$, раскроем равенство $u_c(\epsilon_n) = u_r(\epsilon_n)$:

$$\frac{1}{\omega T_C} \int_0^{\epsilon_n} (U_y - u_d) dv + u_c(0) = r[\epsilon_n - (\pi - \alpha_n)], \quad (1)$$

где T_C — постоянная времени интегратора; $\epsilon_n = \pi - \alpha_n + \alpha_{n+1}$, U_y — управляющее напряжение; u_d — выпрямленное напряжение, $u_d = U_m \sin \alpha_n \exp(-\theta \operatorname{ctg} \varphi)$ при $\theta \in [0, \pi - \alpha_n + \alpha'_{n+1}]$, $u_d = U_m \sin [\theta - (\pi - \alpha_n)]$ при $\theta \in [\pi - \alpha_n + \alpha'_{n+1}, \epsilon_n]$; $\theta = \omega T$; $\operatorname{tg} \varphi = \omega RC$; $\omega = 2\pi f$; U_m и f — амплитуда и частота переменного напря-

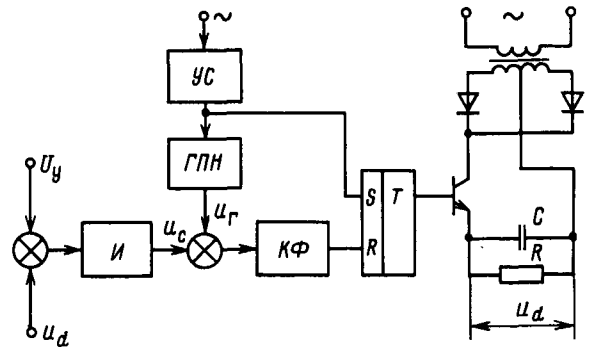


Рис. 1. Схема выпрямителя с емкостным фильтром: И — интегратор; УС — устройство синхронизации; ГПН — генератор пилообразного напряжения; КФ — компаратор-формирователь импульсов

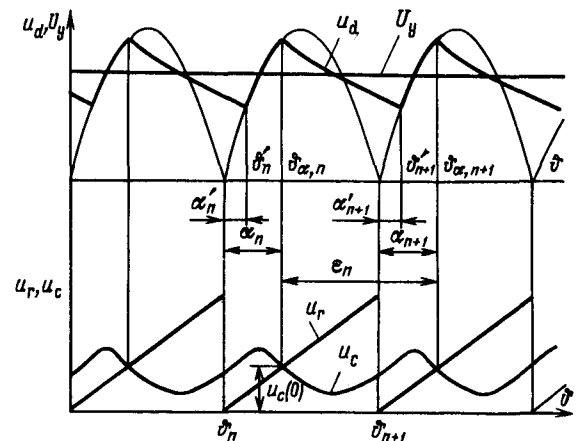


Рис. 2. Временные диаграммы

жения; t — время; r — коэффициент пропорциональности генератора пилообразного напряжения.

В установившемся режиме, характеризуемом равенствами $\alpha_{n+1} = \alpha_n = \alpha$, $\alpha'_{n+1} = \alpha'_n = \alpha'$, $\epsilon_n = \pi$, $u_c(0) = r\alpha$, уравнение (1) определяет регулировочную характеристику выпрямителя:

$$U_y = U_d = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u_d dv = \frac{U_m}{\pi \cos \varphi} [\cos(\alpha' + \varphi) - \cos(\alpha + \varphi)], \quad (2)$$

где $U_d \in [0, U_{d\max}]$ при $\alpha \in [0, \alpha_{\max}]$, в котором значение α' вычисляется из равенства напряжений на входе и выходе выпрямителя в момент включения транзистора $\sin \alpha' = d \sin \alpha$, где $d = \exp[-(\pi - \alpha + \alpha') \operatorname{ctg} \varphi]$.

Выражение (2) свидетельствует об инвариантности регулировочной характеристики не только к колебаниям U_m , ω и R , но и к постоянной времени интегратора T_C . Этим же свойством также обладает выпрямитель с запираемыми вентилями, регулируемый одним из вариантов асинхронной системы управления, именуемой в [2] интегральной, недостатком которой является ограниченная область устойчивой работы. Покажем, что данная схема устойчива во всем диапазоне регулирования выпрямленного напряжения. Для этого, производя в (1) интегрирование, получим нелинейное раз-

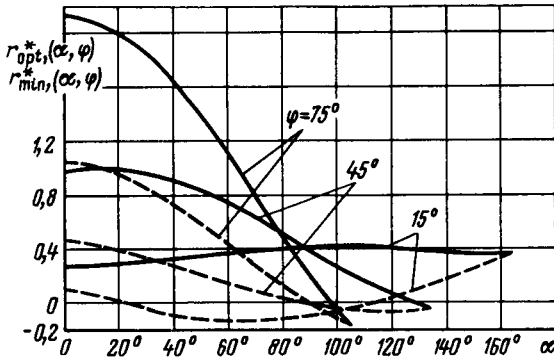


Рис. 3. Зависимости $r_{opt}^*(\alpha, \varphi)$ (—) и $r_{min}^*(\alpha, \varphi)$ (---)

ностное уравнение:

$$F_1 = r\omega T_C(\alpha_{n+1} - \alpha_n) - U_y \varepsilon_n + U_m [\operatorname{tg} \varphi \sin \alpha_n (1 - d_n) + \cos \alpha'_{n+1} - \cos \alpha_{n+1}] = 0, \quad (3)$$

где $d_n = \exp[-(\pi - \alpha_n + \alpha'_{n+1}) \operatorname{ctg} \varphi]$, значение α'_{n+1} определяется из равенства входного и выходного напряжений выпрямителя в момент времени θ'_{n+1} :

$$F_2 = \sin \alpha'_{n+1} - \sin \alpha_n d_n = 0. \quad (4)$$

При малых отклонениях от установившегося режима уравнение (3) с учетом (4) приводится к виду

$$a_1 \Delta \alpha_{n+1} + a_0 \Delta \alpha_n = 0, \quad (5)$$

где $a_1 = \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_n} = r\omega T_C - U_y + U_m \sin \alpha$; $a_0 = \frac{\partial F_1}{\partial \alpha_n} - \left(\frac{\partial F_1}{\partial \alpha'_{n+1}} \times \frac{\partial F_2}{\partial \alpha'_{n+1}} \right) / \frac{\partial F_2}{\partial \alpha'_{n+1}} = -r\omega T_C + U_y - U_m [d \sin \alpha - \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha \times (1 - d)]$.

Для устойчивости установившегося режима коэффициенты уравнения (5) должны удовлетворять соотношениям $a_0 + a_1 > 0$, $a_1 - a_0 > 0$ [3], раскрывая которые с учетом (2) получаем

$$\left. \begin{aligned} 0 < \alpha < \alpha_{\max} = \pi - \varphi; \\ r < r_{\min} = \frac{U_m}{\omega T_C} \left\{ \frac{U_y}{U_m} - \frac{1}{2 \cos \varphi} [\sin(\alpha - \varphi) + \sin(\alpha + \varphi)d] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Первое неравенство показывает, что область допустимых по условию устойчивости значений угла отпирания совпадает с диапазоном его изменения, обеспечивающим полное регулирование выпрямителя в соот-

ветствии с (2). Второе условие служит для определения граничных значений параметров системы, в частности, коэффициента r . Кривые $r_{\min}^*(\alpha, \varphi) = r_{\min} \omega T_C / U_m$ приведены на рис. 3.

Условия устойчивости не дают ответа на вопрос о выборе оптимального значения r . Одним из способов выбора является определение r из условия получения переходного процесса минимальной длительности. Для уравнения (5) этим условием служит равенство $a_0 = 0$ [3], из него следует:

$$r = r_{opt} = \frac{U_m}{\omega T_C} \left\{ \frac{U_y}{U_m} - \frac{1}{2 \cos \varphi} [\sin(\alpha - \varphi) - \sin(\alpha + \varphi) \times (1 - 2d)] \right\}. \quad (7)$$

Зависимости $r_{opt}^*(\alpha, \varphi) = r_{opt} \omega T_C / U_m$ показаны на рис. 3.

Практическая реализация данного способа при регулировании U_d и колебаниях нагрузки, связанная с одновременным изменением r по закону (7), средствами аналоговой схемотехники является достаточно громоздкой, поэтому применение его целесообразно при использовании в управляющем контуре микропроцессорных устройств. Наибольшей технической простотой обладает широко применяемый в синхронных системах способ регулирования U_d , осуществляемый изменением сигнала U_y при постоянном значении r . В этом случае достижение предельных динамических свойств требует задачи синтеза параметра r . Решение ее для линейной системы при постоянных значениях U_d и φ заключается в выборе r из условия (7), а при постоянной нагрузке и регулировании U_d выбор r может производиться согласно [4]. Задача синтеза нелинейной системы является наиболее сложной и требует отдельного изложения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Писарев А. Л., Деткин Л. П. Управление тиристорными преобразователями. — М.: Энергия, 1975.
2. Придатков А. Г., Исхаков А. С. Устойчивость и быстродействие полууправляемых выпрямителей с системой управления интегрального типа. — Электричество, 1979, № 3.
3. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963.
4. Исхаков А. С., Миргородский С. В., Кузнецов Г. А. Оптимизация асинхронной системы управления выпрямителем. — Электротехника, 1986, № 5.

[11.11.88]

УДК 621.313.292:537.312.62

К теории топологических генераторов

КОНОПЛЕВА Н. П., НЕКРАСОВ Н. Н., СМЕРНОВ С. А.
ВНИИЭМ

Топологические генераторы (ТГ) [1, 2] — это сверхпроводниковые генераторы постоянного тока, работа которых основана на свойстве сверхпроводников переходить в нормальное состояние под действием магнитного поля и возможности циклического перемещения зон разрушенной сверхпроводимости (ЗРС) вместе с

проходящим сквозь них магнитным потоком в сверхпроводящей пластине («обмотке» статора). Образование и перемещение этих зон происходит под влиянием магнитного поля рабочих полюсов ротора, расположенных вблизи поверхности пластины.

Принцип действия ТГ поясняет рис. 1, где схемати-

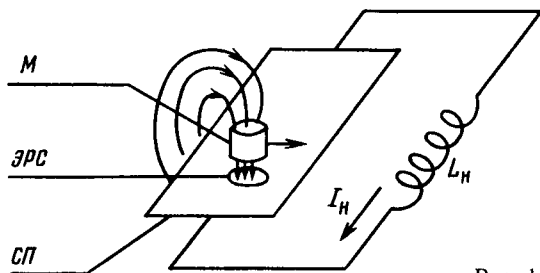


Рис. 1

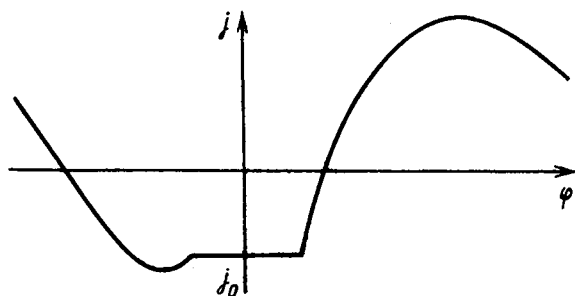


Рис. 2

чески изображены основные элементы конструкции ТГ: сверхпроводящая пластина СП, по которой протекает ток нагрузки I_n , и магнит M . Нагрузка L_n и провода, соединяющие ее с пластиной, также являются сверхпроводящими. В течение части рабочего цикла магнит перемещается вблизи поверхности СП в направлении контура нагрузки. При этом ЗРС вместе с захваченным в ней магнитным потоком движется вслед за магнитом. Таким образом магнитный поток транспортируется в контур нагрузки. В течение оставшейся части цикла магнит возвращается в исходное положение, причем так, что сверхпроводимость не разрушается ни в пластине, ни в соединительных проводах. В это время поток в контуре нагрузки должен оставаться неизменным, поэтому ток I_n возрастает настолько, чтобы поток создаваемого им магнитного поля скомпенсировал уносимый поток магнита. В следующем цикле процесс повторяется.

Несмотря на то, что принцип действия ТГ был предложен 25 лет назад и к настоящему времени создано немало макетных образцов ТГ различных конструкций, практическое использование их затруднено из-за отсутствия ясного понимания характера физических процессов, происходящих в ТГ, работающих в реальных условиях. Теоретические концепции, основанные на опыте работы с несверхпроводящими электрическими машинами, недостаточно адекватно отражают особенности этих процессов, которые определяются динамикой взаимодействия магнитного потока в ЗРС с рабочими полюсами и током нагрузки.

В [3] был предложен новый подход к описанию динамики магнитного потока в сверхпроводящей пластине ТГ, а в [4, 5] показано, как можно определить параметры схем замещения для ТГ с плоской и цилиндрической пластинами. Суть предлагаемого подхода состоит в использовании строгого описания перемещения магнитного потока в ТГ как бегущего фазового перехода в СП. Для удобства вычислений используется понятие магнитных зарядов и магнитных потоков.

Описание распределения магнитных полей и токов в ТГ с замкнутой цилиндрической СП без пиннинга позволяет обсудить с новых позиций механизм потерь в

СП ТГ. В частности, можно показать, что: 1) механизм потерь только джоулев, причем объемная плотность мощности потерь выражается формулой $P = \sigma_{эфф} E^2$, где $\sigma_{эфф}$ не зависит от E , но может зависеть от магнитного поля [3]; 2) накачка магнитного потока в нагрузку возможна и при отсутствии нормальной зоны (НЗ) (т. е. когда магнитное поле проникает в СП в виде вихревых нитей); 3) существует критическая скорость вращения ротора ТГ, при превышении которой магнитный поток, проникший в СП ТГ, теряет способность следовать за магнитным полюсом как целое (т. е. двигаться с той же угловой скоростью, что и ротор ТГ) и начинает «расплываться» по пластине, дальнейшее увеличение скорости вращения ротора приводит к утечке ранее накачанного потока из нагрузки; 4) распределение плотности тока $j(\varphi)$ по пластине ТГ с цилиндрическим ферромагнитным статором для случая, когда НЗ отсутствует, схематически показано на рис. 2, где использованы следующие обозначения: φ — угловая координата; $i_0 = 4\pi R v / k$; R — радиус пластины; v — частота вращения; k определяется толщиной и материалом пластины (см. [3]); 5) распределение магнитного поля на внутренней поверхности СП определяется формулой

$$H_t + iH_n = -\left[\frac{I_n}{2\pi R} + j_0\right] + C \frac{\sin \frac{\varphi - \gamma}{2} \sqrt{\sin \frac{\varphi - \alpha}{2} \sin \frac{\varphi - \beta}{2}}}{\operatorname{ch} h - \cos \varphi},$$

где H_t и H_n — касательная и нормальная компоненты напряженности поля; I_n — ток нагрузки; $h = \ln(R/r)$; параметры α , β , γ , C определяются из уравнений, описывающих условия самосогласованности решений.

Эта формула справедлива при условии, что магнитный полюс нитевиден, расположен параллельно оси ТГ на расстоянии r от нее и выполнены предположения п. 4; 6) критическая скорость вращения $v_{кр}$ в отсутствие НЗ линейно уменьшается с ростом тока нагрузки; 7) величина потерь в отсутствие пиннинга и НЗ не зависит от I_n при $v < v_{кр}$; 8) при появлении НЗ возникает зависимость потерь от I_n ; 9) для полюса конечной ширины форма кривой, показанной на рис. 2, качественно не изменится.

Плоский участок этой кривой соответствует зоне частично разрушенной сверхпроводимости (ЗЧРС). Появление НЗ приведет к искривлению данного участка. Плотность тока $j(\varphi)$ меняет знак перед ЗЧРС на конечном расстоянии от нее, т. е. в пределах полностью сверхпроводящей области пластины. Поэтому направление тока во всей ЗЧРС (или НЗ) противоположно направлению I_n . Отметим, что предложенный выше подход применим к любым конструкциям ТГ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Шахтарин В. Н., Антонов Ю. Ф. Проблема ввода тока в сверхпроводниковые устройства. — Л.: Наука, 1985.
2. Van de Klundert L. J. M., Ten Kate H. N. J. Fully superconducting rectifiers and fluxpumps. — Cryogenics, 1981, vol. 21, № 4.
3. Коноплева Н. П., Некрасов Н. Н., Смирнов С. А. О динамике магнитного потока в тонкой сверхпроводящей пластине. — Электричество, 1985, № 12.
4. Коноплева Н. П., Некрасов Н. Н., Смирнов С. А. О решаемых задачах в теории движения нормальной зоны в сверхпроводниках. — Сверхпроводимость в технике. Т. 1. — Л.: ЛНИВЦ, 1984.
5. Коноплева Н. П., Некрасов Н. Н., Смирнов С. А. Об определении параметров схем замещения топологических генераторов. — Электричество, 1986, № 9.

[30.01.89]

Памяти Андрея Николаевича Ларионова

(К 100-летию со дня рождения)

Известный электромеханик, крупный специалист в области общих и специальных электрических машин, теории и практики применения постоянных магнитов в электромеханике, один из авторитетнейших ученых в вопросах разработки авиационного и автотракторного электрооборудования, член-корреспондент АН СССР, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, доктор технических наук, профессор Андрей Николаевич Ларионов родился в Москве 16 июля 1889 г. После окончания Практической Академии коммерческих наук Андрей Николаевич поступил в 1907 г. на механическое отделение МВТУ. В конце 1911 г. он был призван на военную службу, а в октябре 1912 г. вернулся для продолжения учебы. Однако закончить институт ему не удалось, так как в 1914 г. он в чине прапорщика был отправлен на фронт, где проявил храбрость и мужество, о чем известно из газет того времени.

После окончания войны А. Н. Ларионов вернулся в Москву и 1 сентября 1918 г. вновь приступил к занятиям в МВТУ, но уже на электромеханическом отделении, где в октябре 1919 г. защитил диплом и получил звание инженера-электрика. С этих пор началась его научно-педагогическая деятельность: 1919—1925 гг. — ассистент, 1925—1933 гг. — доцент, с октября 1933 г. — профессор; в 1937 г. ВАК присваивает А. Н. Ларионову ученую степень доктора технических наук.

Сначала он преподавал в МВТУ на кафедре электротехники, а с 1930 г. — в Московском энергетическом институте, образованном в этом году.

Становление в годы первой пятилетки авиационной и автотракторной промышленности поставило вопрос о подготовке соответствующих кадров. В МЭИ была создана кафедра специальных электрических машин, переименованная затем в кафедру авиационного и автотракторного электро-



оборудования (ААТЭ). В 1930—1935 гг. Андрей Николаевич заведовал в МЭИ кафедрой специальных электрических машин, а в 1935—1937 гг. — кафедрой электрооборудования промышленных предприятий. В 1937 г. он стал профессором кафедры электрических машин, а в октябре 1941 г. перед эвакуацией МЭИ назначен заведующим кафедрой ААТЭ. По возвращении из эвакуации А. Н. Ларионов работал профессором этой кафедры и в 1950 г. был избран ее заведующим, оставаясь в этой должности до конца жизни.

В 1932 г. в составе группы специалистов А. Н. Ларионов принимал участие в разработке первого учебного плана специальности ААТЭ. На этой кафедре он поставил и читал курсы «Аппараты зажигания», «Проектирование ААТЭ» и «Специальные электрические машины». В 1931 г. опубликовано его учебное пособие «Электрические машины автомобильного и самолетного электрооборудования», а в 1955 г. под его редакцией вышло новое пособие «Основы

электрооборудования самолетов и автомашин». Под руководством профессора Ларионова А. Н. были защищены 2 докторские и 18 кандидатских диссертаций.

Научная деятельность А. Н. Ларионова с 1921 по 1941 гг. преимущественно была связана с ВЭИ (где он прошел путь от научного сотрудника до заведующего лабораторией), а в последующем протекала в МЭИ. После избрания его в 1953 г. членом-корреспондентом АН СССР Андрей Николаевич работал также по совместительству заведующим лабораторией ИАТ АН СССР.

Выполненные за 42 года научно-педагогической деятельности научные работы А. Н. Ларионова можно разбить на три направления: по общему электромашиностроению, по авиационному и автотракторному электрооборудованию и по вопросам применения постоянных магнитов в специальных электрических машинах.

В 1924 г., когда перед ВЭИ была поставлена задача исследования проблем электроснабжения добывающих отраслей топливной промышленности, группа инженеров во главе с А. Н. Ларионовым в течение трех лет обследовала нефтяные промыслы Баку и Грозного. При исследовании нагрузочных режимов приводов в условиях промысла было широко использовано осциллографирование параметров режима. Были установлены преимущества добычи нефти глубинными насосами и рекомендованы для привода насосов асинхронные короткозамкнутые двигатели, а для бурения — асинхронные электродвигатели с фазным ротором и регулированием частоты вращения изменением сопротивления в цепи ротора. Реализация этих рекомендаций ВЭИ дала в 1926 г. только по промыслам Грознефти и Азнефти громадную экономию электроэнергии. Научные результаты разработок ВЭИ были положены в основу развития нефтепромыслов в первой пятилетке.

В 1928—1929 гг. А. Н. Ларионов участвовал в исследовании электроприводов угольных шахт Донбасса, где рассматривались проблемы привода врубковых машин, вентиляторов, подземного транспорта, откачки воды. В результате разработанных рекомендаций созданные по проекту ВЭИ врубковые машины с новым приводом увеличили производительность более чем в 2 раза.

Бурное развитие энергетики после принятия плана ГОЭЛРО потребовало участия ВЭИ в решении многих проблем, возникающих при строительстве электростанций. Потребовалась помощь ученых в организации испытаний турбо- и гидрогенераторов, анализе аварий, разработке мер по борьбе с ними, диагностике машин, организации параллельной работы генераторов. Во всех этих работах самое активное участие принимал Андрей Николаевич. Накопленный опыт был использован ведущими электромашиностроительными заводами страны при создании отечественных серий генераторов, а Андрею Николаевичу позволил выиграть два процесса в третейском суде в Берлине по искам Машиноимпорта: первый раз в 1932 г. у фирмы АЕГ, признанной виновной в аварии турбогенератора Каширской ГРЭС, второй раз у фирмы Сименс, поставившей Магнитогорскому металлургическому комбинату 28 электроприводов с повышенными шумом и вибрацией, что привело к ряду серьезных аварий.

В начале 20-х годов началось развитие радиосвязи на кораблях и самолетах. Для питания анодных цепей мощных радиоламп необходимы были высокие напряжения постоянного тока при сравнительно больших мощностях. С прямым участием А. Н. Ларионова генераторы (25 кВт, 7500 В) с очень низким уровнем пульсаций, частотой вращения 3000 об/мин при напряжении между коллекторными пластинами 50 В, т. е. в три раза большим, чем у существовавших машин постоянного тока. Многолетний опыт эксплуатации генераторов на морских судах подтвердил их высокую надежность. Немногим известно, что широко применяемое сейчас шунтирование диодом обмотки возбуждения генераторов при наличии полупроводниковых регуляторов напряжения было использовано А. Н. Ла-

рионовым еще в 1924 г. при разработке генераторов для питания анодных цепей радиостанций. Следует отметить также, что трехфазная мостовая схема выпрямления Ларионова была предложена (патент № 50 от 30.12.1924 г.) именно для получения постоянного тока высокого напряжения. Она была впервые использована в 1924 г. на советской радиовещательной станции им. Коминтерна.

Первой самостоятельной работой молодого инженера А. Н. Ларионова в области авиационного и автотракторного электрооборудования стало исследование различных систем магнето. Эта работа проводилась в лаборатории МВТУ под руководством В. С. Кулебакина и в экспериментальных полетах с целью выявления преимуществ магнетного зажигания по сравнению с батарейным, определения наилучшей конструкции магнето для отечественного производства и разработки методов защиты от радиопомех. Проведенные исследования решили все три задачи, а зажигание от магнето было признано для самолетов наиболее надежным и эффективным.

Следует отметить работы А. Н. Ларионова, посвященные обеспечению ночных полетов, в результате которых был разработан комплект осветительной самолетной аппаратуры, выпускаемой затем более 25 лет. По заданию НКПС были проведены работы по освещению поездов (1928 г.). Как временная мера А. Н. Ларионовым и В. А. Трапезниковым был рекомендован к использованию трехщеточный генератор с поперечным полем. Для повышения стабильности напряжения при параллельной работе генераторов с аккумуляторными батареями был сделан вывод о целесообразности разработки генератора с регулятором напряжения. В 1935 г. в ВЭИ был разработан и предложен к применению угольный регулятор напряжения.

Когда в 1933 г. была начата разработка самолета-гиганта «Максим Горький», решили в максимальной степени использовать общепромышленное оборудование и систему переменного тока частотой 50 Гц совместно с постоянным током напряжения 27 В. Общественной комиссией по строительству самолета и главным конструктором А. Н. Туполевым для разра-

ботки системы электроснабжения был приглашен А. Н. Ларионов, который предложил генераторы постоянного и переменного тока выполнять на одном валу и в одном корпусе, что значительно снижало массу источников электроэнергии. Генераторы были спроектированы А. Н. Ларионовым совместно с инженером С. В. Краузом в очень короткий срок — за 2 мес. Применение переменного тока большой мощности в авиации было для того времени новшеством, опережавшим использование таких систем за рубежом.

В 1936—1938 гг. в ВЭИ и МЭИ проведены исследования по возможности применения на самолетах переменного тока повышенной частоты и повышенного напряжения. Руководителем этих теоретических и экспериментальных работ был А. Н. Ларионов. В ВЭИ были построены генераторы мощностью 6 и 12 кВт·А на частотах 400 и 800 Гц с электромагнитным возбуждением и постоянными магнитами, а также выполнены макеты короткозамкнутых асинхронных высокочастотных двигателей. Было решение рекомендовать трехфазную систему переменного тока частотой 400 Гц, напряжением 115/200 кВ как базовую для ряда самолетов. Однако реализация этого решения в то время помешала войне.

Увеличение объема электрооборудования самолетов реактивной авиации после войны вновь поставило вопрос о применении систем электроснабжения переменного тока. А. Н. Ларионов проводит большую работу по выбору оптимальных параметров таких систем. В работе кроме МЭИ участвовали также многие ведущие научно-исследовательские и учебные институты. На новом уровне техники было подтверждено решение 1938 г. о внедрении на самолете трехфазной системы стабильной частоты 400 Гц.

Заметной работой А. Н. Ларионова явилось создание источников питания для самолетной системы ночного фотографирования. Им был предложен оригинальный преобразователь индукторного типа мощностью 5 кВт·А и напряжением 30 кВ. Такие преобразователи на меньшей мощности и напряжения появились за рубежом много позднее.

Одним из основных направлений научной деятельности А. Н. Ла-

рионова, определившим тематику научных работ кафедры ААТЭ МЭИ (в дальнейшем электрооборудования самолетов и автомобилей и электроснабжения и электрооборудования летательных аппаратов) вплоть до настоящего времени, стала разработка основ теории, методологии проектирования и практики применения гистерезисных двигателей, в частности, для приводов гироскопов навигационных систем летательных аппаратов.

Начиная с 1950 г., на кафедре при непосредственном участии Андрея Николаевича был проведен ряд основополагающих исследований, приведших к созданию реального гистерезисного двигателя, что в свою очередь дало толчок к развитию подобных работ в других организациях. В 1956 г. при разработке специального малоомощного источника постоянной частоты А. Н. Ларионовым была предложена, а затем изготовлена по его проекту гистерезисная муфта, позволившая удачно решить проблему привода с постоянной частотой вращения магнитоэлектрического генератора переменного тока.

Бесспорен большой вклад А. Н. Ларионова в разработку теории и практики электрических машин с постоянными магнитами. Интерес к этой проблеме он сохранял до конца своей жизни. В частности, им был разработан и внедрен трехфазный генератор с постоянными магнитами мощностью 2 кВт·А для передвижной ремонтной железнодорожной электростанции, а в 1959 г. совместно с работниками НИИавтоприборов был создан генератор переменного тока с постоянными магнитами и противоположной стабилизацией напряжения.

Поскольку применение генераторов переменного тока с постоянными магнитами высоких энергий сдерживалось трудностями регулирования потока и напряжения Андрей Николаевич непрерывно занимался решением этой проблемы. В 1961 г. им была предложена оригинальная конструкция генератора комбинированного возбуждения от вращающихся магнитов и неподвижной обмотки возбуждения, ставшая прообразом последующих модификаций таких генераторов в разработках других

авторов. К сожалению, авторское свидетельство было оформлено лишь через пять лет после смерти Андрея Николаевича. Здесь следует сказать, что сам он мало заботился о приоритете своих работ, поэтому всего 4 патента и 5 авторских свидетельств (правда, 8 из них широко используются), которые он перечислил в своей авторской справке в 1960 г.

В конце 50-х годов началось быстрое совершенствование физических свойств и характеристик постоянных магнитов, росла их энергия, увеличивалась конкурентоспособность по отношению к электромагнитам, расширялись возможности применения.

Учитывая исключительно важную роль постоянных магнитов в развитии техники Президиум АН СССР при активном участии А. Н. Ларионова в 1957 г. принял постановление о развитии работ в области теории магнитно-твердых материалов и производства постоянных магнитов. По инициативе А. Н. Ларионова и под его руководством была сформулирована комиссия АН СССР по постоянным магнитам, которая сыграла большую роль в создании научно-технических центров для решения разносторонних проблем магнитной техники. В ряде организаций нашей страны были организованы проблемные лаборатории по этой тематике.

В МЭИ такая лаборатория под руководством А. Н. Ларионова была создана с целью расширения работ по изучению свойств и метрологии постоянных магнитов и применению их в электрических машинах, аппаратах и приборах.

При реализации указанных задач были разработаны новые конструкции генераторов комбинированного возбуждения на основе принципов, заложенных А. Н. Ларионовым, предназначенные для питания автономных систем электроснабжения. Разработанный метод использования диаграммы состояния магнита позволил создать математическую модель электрической машины с постоянными магнитами.

Широкое применение гистерезисных двигателей в гироскопах, центрифугах и других устройствах привело к дальнейшей разработке эффективных способов и систем

управления этими двигателями. Получили развитие работы по их перевозбуждению, и на их основе в дальнейшем был предложен и широко внедрен импульсный метод перевозбуждения, что позволило создать двигатели с высокими энергетическими характеристиками.

Поиск новых более дешевых материалов для гистерезисных двигателей позволил расширить диапазон их применения в разных отраслях народного хозяйства. В процессе проведения этих работ были созданы установки для записи петель гистерезиса и формирования заданных свойств магнитно-жестких материалов.

Большое внимание уделяется совершенствованию основ теории и проектирования регулируемых электроприводов на базе синтеза силовой полупроводниковой техники и электрических машин. Исследуются проблемы создания многодвигательного электропривода на основе магнитоэлектрических двигателей для промышленности и транспорта. Ведутся работы по исследованию силовых подвесов с постоянными магнитами.

При проведении этих работ широко использовались и используются идеи А. Н. Ларионова, изложенные им в многочисленных печатных трудах.

Проблемная лаборатория стала инициатором проведения регулярных всесоюзных семинаров «Вентильные электромеханические системы с постоянными магнитами». В феврале 1989 г. состоялась первая одноименная Всесоюзная научно-техническая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения А. Н. Ларионова.

Ученый-гражданин А. Н. Ларионов вел большую общественную и государственную работу, избирался депутатом Московского городского и Первомайского районного Советов депутатов трудящихся, был председателем комиссии АН СССР по постоянным магнитам. Он был награжден орденом Ленина, ему было присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

Андрей Николаевич Ларионов был высочайшим авторитетом для коллег и студентов в науке и в жизни.

Вниманию советских предприятий, организаций, НИИ, вузов, зарубежных фирм.

**Журнал «Электричество» предоставляет свои
страницы для**

● **РЕКЛАМЫ ИЗДЕЛИЙ** советских предприятий и зарубежных фирм в области электротехники, энергетики, электроники, автоматики;

● **ПУБЛИКАЦИИ ОБЪЯВЛЕНИЙ** о научных симпозиумах, конференциях, совещаниях, семинарах;

● **ДРУГОЙ ИНФОРМАЦИИ**, соответствующей тематике журнала.

Сообщаем, что около 1500 экз. журнала поступает зарубежным подписчикам в социалистических, капиталистических и развивающихся странах.

Реклама в черно-белом изображении может быть помещена на страницах журнала или на его обложке.

Напоминаем наш адрес: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10 или 101000 Москва, Главпочтамт, абонентный ящик № 648. Телефоны для справок: 924-24-80; 928-88-69.

Мустафаев Р. И., Курдюков Ю. М., Листенгартен Б. А. Анализ систем регулирования выходной мощности ветроэлектрических установок	1
Гнуни Т. С., Погосян Т. А. Выбор уставок по напряжению устройств адаптивного ОАПВ линий электропередачи сверхвысокого напряжения	6
Ионов Ю. Г. Поведение электродуговой динамической системы при малых отклонениях от состояния равновесия	12
Фигурнов Е. П. Сопротивление рельсовой цепи электротяговой сети переменного тока	17
Полов В. И. Оптимизация параметров совмещенной обмотки якоря для синхронных машин с системой возбуждения от третьей гармонической поля	22
Карасев Д. Д. Тензорный анализ сетей Крона из двух-полосников	38
Волков И. В., Закревский С. И., Смолянский И. И. Учет тепловых режимов при оценке эффективности применения индуктонов в электротехнических устройствах	42
Баранова В. К., Казанцев В. П., Кузлин Е. И. Метод вариационных неравенств в задачах о емкости конденсаторов и уединенных проводников	47
Шаров Е. Т. Фазные и предельные соотношения в стационарных режимах трансформаторов постоянного тока	54

СООБЩЕНИЯ

Железко Ю. С., Кордюков Е. И. Высшие гармоники и напряжения обратной последовательности в энергосистемах Сибири и Урала	62
Колоколов Ю. В., Баушев В. С., Жусубалиев Ж. Т. К анализу релейных САР тока в режимах электродинамического торможения высокоскоростных электропоездов	66
Лубсанов А. А. Расчет теплообмена в электродвигателях постоянного тока с жидкостным заполнением	70
Файницкий М. З. Об управлении руднотермическими печами	73
Красноштанов А. С., Собчаков Л. А., Файнштейн Р. А. Взаимное сопротивление линий над проводящим однородным полупространством в квазистационарной постановке задачи	76
Яценко А. А. Выбор схемы соединения обмоток сдвоенных фазоповоротных автотрансформаторов многопульсных вентильных преобразователей	79
Кувшинов А. А., Татаринцов Ю. Д., Тараканов В. П. Устойчивость мощного модулятора с управлением вакуумным разрядником и высоковольтным тиристорным ключом	82
Бурцев В. А., Василевский М. А., Водовозов В. М., Кокин С. Н., Морозов Е. А., Осеевский М. Э., Целищева В. И. Емкостные накопители энергии со свойствами формирующих линий	85
Исхаков А. С., Ушаков А. В. Астатическая система регулирования выпрямителя с емкостным фильтром	88
Коноплева Н. П., Некрасов Н. Н., Смирнов С. А. К теории топологических генераторов	90
ХРОНИКА	92

Mustaphayev R. I., Kurdiukov U. M., Listengarten B. A. — Analysis of Control Systems for the Output Capacity of Wind-Power Stations	1
Gnuny T. S., Pogosian T. A. — Determining the Voltage Settings of Adaptive Single-Phase Auto-Reclosure Equipment for EHV Transmission Lines	6
Ionov U. G. — The Behaviour of a Dynamic Electric Arc System for Small Deviations From Its Equilibrium State	12
Figurnov E. P. — The Impedance of the Rails Circuit in AC Electrified Traction Networks	17
Popov V. I. — Optimization of the Parameters of the Composite Armature Winding in Synchronous Machines Having a Third Field Harmonic Excitation System	22
Karasev D. D. — Tensor Analysis of Kron Networks From One-Ports	38
Volkov I. V., Zakrevski S. I., Smolyanski I. I. — Account of Heating Conditions in Appraising the Effectiveness of Inducone Applications in Electrical Apparatus	42
Baranova V. K., Kazantsev V. P., Kuklin E. I. — Applying the Method of Variational Inequalities to Problems of the Capacitance of Capacitors and Single-Standing Conductors	47
Sharov E. T. — Phase and Ultimate Relationships for the Steady State of DC Transformers	54

REPORTS

Zhelezko U. S., Kordiukov E. I. — High Harmonics and Negative Sequence Voltages in the Power Systems of Siberia and the Urals	62
Kolokolov U. V., Balshv V. S., Zhushubaliev Z. T. — Analysis of Relay Type Automatic Current Control Systems for Electrodynamical Braking of High-Velocity Electric Trains	66
Lubsanov A. A. — Calculating Heat Exchange in Liquid-Filled DC Motors	70
Felnitsky M. Z. — On the Control of Ore-Smelting Furnaces	73
Krasnoshtanov A. S., Sobchakov L. A., Feinstein R. A. — The Mutual Impedance of Lines Over a Homogeneous Conducting Half-Space in Accordance With a Quasi-Stationary Statement of the Problem	76
Yatsenko A. A. — Selection of the Connection Diagram for the Windings of Split Variable-Phase Autotransformers for Multi-Pulse Electronic Converters	79
Kuvshinov A. A., Tatarinov U. D., Tarakanov V. P. — The Stability of a Powerful Modulator Having a Controlled Vacuum-Type Spark Gap and a HV Thyristor Gate	82
Burtsev V. A., Vasilevski M. A., Vodovozov V. M., Komin S. N., Morozov E. A., Oseyevski M. E., Tselischeva V. I. — Capacitive Energy Stores Having the Properties of Forming Lines	85
Iskhakov A. S., Ushakov A. V. — An Astatic Control System of a Rectifier With a Capacitance Filter	88
Konopleva N. P., Nekrasov N. N., Smirnov S. A. — On the Theory of Topological Generators	90
CHRONICLE	92

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Будзко И. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80
101000 Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор Л. С. Тимохова

Сдано в набор 25.05.89. Подписано в печать 03.07.89. Т-12628. Формат 84×108¹/₁₆. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л. 11,79. Тираж 4945 экз. Заказ 1279. Цена 1 р.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат Государственного комитета СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
142300 г. Чехов Московской области