



# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1989

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

4

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ  
ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКОВ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.315.172.015.5.001.6

## Исследования электрической прочности изолирующей подвески воздушных линий высших классов напряжения

АЛЕКСАНДРОВ Г. Н., доктор техн. наук, ГЕРАСИМОВ Ю. А., канд. техн. наук

*Ленинградский политехнический институт*

На линиях электропередач высших классов напряжения традиционного исполнения длины воздушных промежутков между проводами и элементами опоры, а также длины гирлянд изоляторов определяются условиями надежной работы изоляции воздушных линий (ВЛ) при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений и напряжения промышленной частоты. Воздействия грозовых перенапряжений не являются определяющими, поскольку разрядные напряжения при этом значительно выше, чем при коммутационных воздействиях, и изоляция, выбранная по коммутационным воздействиям, имеет большой уровень грозоупорности. В ряде случаев изоляция может быть достаточна для обеспечения грозоупорности линии без грозозащитных тросов [1].

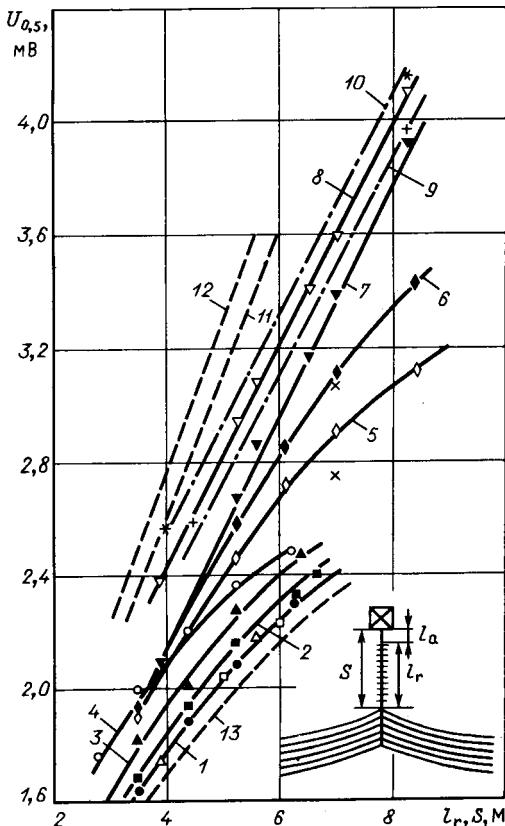
С другой стороны, в связи с наметившимися возможностями существенного ограничения уровня коммутационных перенапряжений не исключено, что минимально допустимые расстояния, выбранные по обоим воздействиям, будут сравнимы, либо определяющими окажутся грозовые воздействия. Кроме того, освоение промышленностью изоляторов с большими отношениями  $L/H$  и ожидаемое появление на ВЛ полимерных изоляторов может привести к изменению длии гирлянд.

Во всех случаях при создании бестросовых линий, уменьшении длины гирлянд за счет глубокого ограничения перенапряжений или изменения типа изоляторов необходимо располагать данными об электрической прочности гирлянд изоляторов при грозовых воздействиях.

В статье изложены результаты исследований электрической прочности свободной изолирующей подвески провода, которая конструктивно включает в себя собственно расщепленный провод, поддерживающую гирлянду изоляторов и траверсу опоры. Исследовалось влияние различных конструктивных элементов изолирующей подвески ВЛ высших классов напряжения на ее разрядные характеристики.

Исследования электрической прочности изолирующей подвески провода выполнялись на стенде наружных испытаний. Для испытаний был собран полномасштабный макет подвески. Макет провода длиной 30 м с радиусом расщепления 1 м состоял из 18 составляющих АС 300/39. В середине макета составляющие провода закреплялись в зажиме типа ПГН и подвешивались на поддерживающей гирлянде к траверсе несущего портала. Размеры портала в свету  $36 \times 36$  м<sup>2</sup>, ширина траверсы 2,5 м. Концы провода закреплялись в концевых зажимах и через изолирующие элементы оттягивались на соседние несущие конструкции. Эскиз изолирующей подвески «провод — гирлянда — траверса» приведен на рис. 1.

Между гирляндой и траверсой опоры на ВЛ имеется промежуточная арматура. Эта арматура необходима по технологии монтажа изолирующей подвески. Наличие электрода с малым радиусом кривизны (арматуры) сказывается на конфигурации электрического поля в промежутке между проводом и опорой и может оказать влияние на разрядные характеристики изолирующей подвески.



При исследованиях проверялось влияние арматуры на электрическую прочность подвески. Кроме того, проверялась эффективность экранирования монтажной арматуры путем установки на ней торOIDальных экранов.

На реальных ЛЭП в равнинной местности угол схода провода у поддерживающей гирлянды составляет  $7\text{--}12^\circ$ . Однако в ряде случаев угол схода может изменяться. Это вызывается переменным рельефом местности по трассе линии, вынужденным изменением длины пролета, сезонным изменением стрелы провеса провода и т. д. Одним из направлений исследований было выяснение влияния угла схода на электрическую прочность, а также влияния установки поперечных экранов на проводе на разрядные напряжения подвески.

Большая часть экспериментов была выполнена на подвеске с гирляндой из изоляторов PСК-300. Для определения влияния конструкции изолирую-

щего элемента на электрическую прочность подвески часть опытов была проведена с гирляндами из полимерных изоляторов и изоляторов типа PС-22.

Таким образом, определялось влияние на электрическую прочность подвески следующих факторов и параметров:

длины гирлянды ( $l_r$ , см. рис. 1) и типа изоляторов в ней;

длины монтажной арматуры ( $l_a$ ) между верхним изолятором гирлянды и траверсой;

возможности экранирования монтажной арматуры путем установки на ней экранов разного диаметра ( $D_s$ ), изменения их местоположения ( $l_s$ );

угла схода провода ( $\alpha$ );

установки поперечных экранов диаметром  $D_p = 2,8$  м и  $D_p = 3,2$  м на проводе.

Разрядные характеристики подвески определялись при коммутационных и грозовых перенапряжениях. Источником колебательных коммутационных импульсов 3000/5500 мкс служил каскад испытательных трансформаторов 2,25 МВ, который возбуждался от двух встречно включенных колебательных контуров. Для получения апериодических коммутационных и стандартных грозовых (1,2/50 мкс) импульсов использовался генератор импульсных напряжений 7 МВ. По результатам испытаний определялись 50 %-ное разрядное напряжение ( $U_{0,5}$ ) и коэффициент вариации

$(\sigma^* = \frac{\sigma}{U_{0,5}})$ . Грозовые испытания проводились, как правило, методом «вверх-вниз». Испытания коммутационными импульсами выполнялись ступенчатым методом: определялись вероятности перекрытия при нескольких значениях воздействующего напряжения.

Исследования электрической прочности изолирующей подвески при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений. В настоящее время наметилась тенденция к увеличению числа составляющих и радиуса расщепления проводов на ЛЭП. Вместе с оптимизацией конструкции фазы это позволяет повысить пропускную способность линии. Кроме того, по мере повышения класса напряжения ВЛ и при изменении конструкции фазы и гирлянды изоляторов изменяются конструкция опоры и ширина несущих элементов. Это сказывается и на разрядных характеристиках изолирующих подвесок, причем как в положительную (расширение провода), так и в отрицательную (увеличение ширины конструкции опоры) стороны. В предыдущих исследованиях недостаточно внимания уделялось влиянию угла схода провода на электрическую прочность подвески. Большинство опытов проводились на макетах проводов, собранных из труб. При этом угол схода провода близок к 0. Указанные обстоятельства обусловили необходимость проведения дополнительных исследований изолирующей подвески при воздействии коммута-

ционных перенапряжений. Исследования разрядных характеристик были выполнены при длинах гирлянд от 2,8 до 6,6 м. Результаты исследований представлены в табл. 1. На рис. 1 приведены зависимости 50 %-ных разрядных напряжений изолирующей подвески от длины гирлянды, которые показывают, что при увеличении длины гирлянды изоляторов 50 %-ные разрядные напряжения плавно увеличиваются. Темп нарастания разрядного напряжения несколько снижается по мере удлинения гирлянды. При этом средняя разрядная напряженность  $E_{cp} = U_{0,5}/l_r$  постепенно снижается от значений 0,5—0,55 МВ/м для гирлянд длиной 3 м до 0,35—0,4 МВ/м при  $l_r \approx 7$  м при положительной полярности и от  $E_{cp} = 0,6$  МВ/м до  $E_{cp} = 0,38—0,42$  МВ/м при отрицательной полярности воздействующих импульсов. Приведенные данные хорошо согласуются с результатами исследований [2] и [3] для изолирующей подвески и воздушного промежутка провод — траверса (провод с  $r_p = 0,42$  м, траверса шириной  $B = 1,0$  м). На рис. 1 приведена зависимость  $U_{0,5} = f(S)$  для промежутка провод — траверса при  $B = 2,5$  м. Имеющееся различие с результатами предыдущих исследований соответствует различию конструкций проводов.

Исследования подвесок с изолирующими элементами из полимерных изоляторов и изоляторов ПС-22 импульсами с  $\tau_\phi = 3000$  мкс не выявили различий разрядных характеристик в сравнении с данными для ПСК-300. Значения  $U_{0,5}$  для подвесок с названными изоляторами совпадают (рис. 1). Выполненное сопоставление разрядных напряжений подвесок с разными типами изоляторов и воздушного промежутка провод — траверса позволяет сделать вывод о том, что наличие изоляторов в промежутке между проводом и траверсой опоры мало влияет на электрическую прочность при воздействии импульсов положительной полярности с длинным фронтом. При отрицательной полярности воздействующих импульсов наличие гирлянды приводит к небольшому снижению разрядных напряжений в сравнении с чистым воздушным промежутком. Это снижение не выходит за пределы 5—8 %. По мере увеличения длины гирлянды ее влияние на разрядные напряжения увеличивается, о чем свидетельствует сближение разрядных напряжений отрицательной и положительной полярности (см. кривые 1 и 4 на рис. 1). Однако электрическая прочность подвески при воздействии импульсов отрицательной полярности остается выше, чем при положительной. В обследованном диапазоне изменения  $l_r$  значения  $U_{0,5}^-$  превосходят  $U_{0,5}^+$  не менее, чем на 10 %. На рис. 2 и в табл. 1 приведены результаты сравнительных испытаний двух свободных подвесок с гирляндами из изоляторов ПСК-300 ( $l_r = 5,2$  м и 6,6 м) при воздействии коммутационных импульсов положительной и отрицательной полярностей разной формы (250/2500 мкс, 500/2500 мкс, 1000/5000 мкс и колебательным с  $\tau_\phi = 3000$  мкс). Испытания показа-

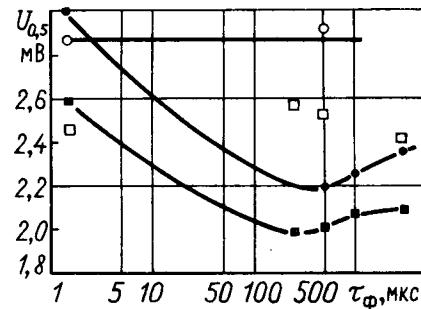


Рис. 2. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений подвески «провод — гирлянда — траверса» от длины фронта импульса при положительной (■, ●) и отрицательной (□, ○) полярностях импульсов и при  $l_r = 5,2$  м (■, □) и  $l_r = 6,65$  м (●, ○)

ли, что разрядные напряжения при отрицательной полярности коммутационных импульсов существенно превосходят разрядные напряжения при положительной полярности при всех формах импульсов. Причем при  $\tau_\phi = 250—500$  мкс различие  $U_{0,5}^-$  и  $U_{0,5}^+$  максимально, так как для импульсов положительной полярности явно прослеживается  $U$ -образная зависимость  $U_{0,5} = f(\tau_\phi)$  с минимумом разрядных напряжений при  $\tau_\phi = 250—500$  мкс, а при отрицательной полярности 50 %-ные разрядные напряжения слабо изменяются при изменении формы импульса и близки к разрядным напряжениям при грозовых воздействиях (рис. 2).

Наблюдения за путями развития разрядов при испытаниях подвески «провод — гирлянда — траверса» импульсами положительной полярности показали, что из возможных путей (по воздуху, по гирлянде или частично по воздуху и по гирлянде) преобладающим является частичное перекрытие по воздуху с переходом на изоляторы гирлянды. При испытаниях подвески импульсами коммутационных перенапряжений отрицательной полярности большинство разрядов развивалось каскадно по изоляторам гирлянды.

Исследования влияния сцепной арматуры на электрическую прочность подвески проводились при изменении длины арматуры от 0,2 до 2,5 м. Результаты исследований приведены в табл. 1. На рис. 1 показаны зависимости  $U_{0,5} = f(l_r)$  для трех значений длины арматуры. Из приведенных данных следует, что при увеличении длины монтажной арматуры между гирляндой и траверсой разрядные напряжения подвески увеличиваются при воздействии импульсов обеих полярностей вплоть до  $l_r = 1,5$  м. Дальнейшее увеличение длины арматуры не приводит к заметному изменению  $U_{0,5}^+$  и ведет к уменьшению разрядного напряжения  $U_{0,5}^-$ , что объясняется инициированием разряда с положительно заряженного электрода с малым радиусом кривизны. Данные для изолирующих подвесок с гирляндами разной длины обобщены и построены единые зависимости степени увеличения разрядного напряжения от относительной длины арматуры

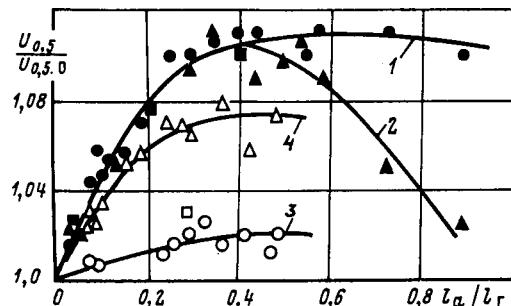


Рис. 3. Зависимости отношения 50 %-ных разрядных напряжений подвески при  $l_a = \text{var}$  и  $l_a = 0$  от отношения длины арматуры к длине гирлянды при коммутационных [1 (●, ■) и 2 (▲)] и грозовых [3 (○, □) и 4 (△, ◇)] воздействиях положительной (1 и 3) и отрицательной (2 и 4) полярностей:

ПСК-300 (●, ○, ▲, △); ПС-22 (■, □, ◇)

$U_{0,5}/U_{0,5,0}=f(l_a/l_r)$  (рис. 3). За базовую величину разрядного напряжения  $U_{0,5,0}$  принято 50 %-ное разрядное напряжение подвески при  $l_a=0$ . Из данных рис. 3 следует, что при воздействии импульсов обеих полярностей с увеличением длины арматуры вплоть до 30—40 % длины гирлянды разрядные напряжения увеличиваются и могут превышать  $U_{0,5,0}$  на 10 %. Следует заметить, что практическое использование в подвеске монтажной арматуры длиной более  $0,4l_r$  маловероятно. Нарастание разрядного напряжения за счет увеличения длины арматуры происходит медленнее, чем в случае увеличения длины гирлянды. Так, например, если гирлянду длиной 5,25 м (30 ПСК-300), имеющую при  $l_a=0,2$  м 50 %-ное разрядное напряжение 2,08 МВ, подвесить на арматуре длиной 1,5 м, то при этом  $U_{0,5}=2,26$  МВ (увеличение 180 кВ). Если эту же гирлянду нарастить изоляторами до той же длины подвески, 50 %-ное разрядное напряжение возрастает на 270 кВ ( $U_{0,5}=2,35$  МВ).

Исследование влияния угла схода провода на электрическую прочность изолирующей подвески выполнялось при воздействии коммутационных импульсов с  $\tau_{\phi}=3000$  мкс. Угол схода менялся от 5 до 25° путем изменения тяжения провода по концам. Пример зависимости 50 %-ного разрядного напряжения подвески от угла схода приводит к заметному росту разрядного напряжения. Различие 50 %-ных разрядных напряжений подвески с  $\alpha=25^\circ$  и  $\alpha=5^\circ$  достигает 10 %. Нежелательного снижения  $U_{0,5}$  можно избежать, например, путем установки экранов поперек провода (рис. 4). Поперечные экраны устанавливались на проводе с обеих сторон от гирлянды и закреплялись жестко по отношению к зажиму на расстоянии 1 м от него. При этом изменение угла схода провода не отражалось на положении экранов. При установке экранов несколько уменьшается изоляционное расстояние между проводом и траверсой. Однако, как показали результаты экспериментов, это не приводит к снижению разрядных напряжений изолирующей подвески. Наоборот, установка поперечных экранов сопровождается повышением электрической прочности, особенно при больших углах схода. Так, при  $\alpha=25^\circ$  поперечные экраны позволили увеличить разрядное напряжение подвески из 36 изоляторов ПСК-300 более, чем на 5 % (рис. 4, зависимости 1 и 2). Установка поперечных экранов приводит к уменьшению всплеска напряженности поля в месте подвеса провода, выравниванию распределения заряда вдоль провода и, таким образом, может служить средством регулирования электрической прочности изолирующей подвески при желательном или вынужденном изменении угла схода провода.

*Исследования электрической прочности изолирующей подвески при воздействии импульсов грозовых перенапряжений. Экспериментальные исследования разрядных характеристик при гро-*

Таблица 1

Гирлянда	$l_a$ , м	$\alpha$ , град	$U_{0,5}^+$ , МВ	$\sigma^*$	$E_{cp}^+$ , кВ/см	$U_{0,5}^-$ , МВ	$\sigma^*$	$E_{cp}^-$ , кВ/см
16 ПСК-300	0,2	15	1,42	0,054	5,07	1,77	0,056	6,32
20 ПСК-300	То же	То же	1,68	0,059	4,66	2,00	0,054	5,71
25 ПСК-300	То же	То же	1,88	0,063	4,27	2,20	0,047	5,00
30 ПСК-300	То же	То же	2,09	0,059	4,02	2,36	0,064	4,53
То же*	То же	То же	1,96	0,051	3,77	2,57	0,040	4,94
То же**	То же	То же	2,00	0,046	3,85	2,52	0,057	4,84
То же***	То же	То же	2,06	0,034	3,96			
36 ПСК-300, $l_r=6,3$ м	То же	15	2,29	0,080	3,63	2,46	0,072	3,90
То же	0,5	То же	2,33	0,057	3,70			
То же	1,5	То же	2,49	0,062	3,95			
То же	2,5	То же	2,50	0,048	3,97			
То же	0,2	То же				2,34	0,070	3,71
То же	5	То же	2,41	0,064	3,82	2,42	0,047	3,84
То же	25	То же	2,19	0,069	3,47	2,33	0,052	3,70

Примечание. \* Испытательный импульс 250/2500 мкс; \*\* 500/2500 мкс; \*\*\* 1000/5000 мкс.

зовых воздействиях были выполнены на изолирующих подвесках с гирляндами из полимерных и стеклянных изоляторов длиной до 8,4 м. Результаты исследований представлены в табл. 2 и на рис. 1. Из приведенных данных следует, что 50 %-ные разрядные напряжения подвесок при грозовых воздействиях положительной полярности существенно (на 20–30 %) выше, чем при коммутационных. При отрицательной полярности их различие заметно меньше, а при длинах гирлянд меньше 5,5 м практически отсутствует. Это отмечалось также при испытаниях изолирующих подвесок коммутационными импульсами разной формы (рис. 2). Для сравнения результатов исследований подвесок с данными об электрической прочности воздушных промежутков на рис. 1 приведены зависимости  $U_{0,5} = f(S)$  для промежутка провод — стойка ( $B=1$  м). Из сравнения данных следует, что при грозовых воздействиях электрическая прочность воздушного промежутка провод — стойка опоры заметно выше, чем для изолирующей подвески, когда разряд развивается по поверхности изоляторов. Таким образом, наличие гирлянды в промежутке между проводом и траверсой приводит к заметному снижению разрядного напряжения. Это снижение неоднозначно для изоляторов разных типов. Разрядные напряжения подвесок с полимерными изоляторами значительно выше, чем с изоляторами ПСК-300. Изолирующие подвески из ПСК-300 имеют большие разрядные напряжения, чем подвески из ПС-22. Причем, если при импульсах положительной полярности, различие разрядных напряжений невелико и наблюдается при  $l_r \geq 6$  м, то при отрицательной полярности это различие весьма существенно. Для воздушных промежутков и изолирующих подвесок с полимерными изоляторами разрядные напряжения при отрицательной полярности выше, чем при положительной. Для подвесок со стеклянными

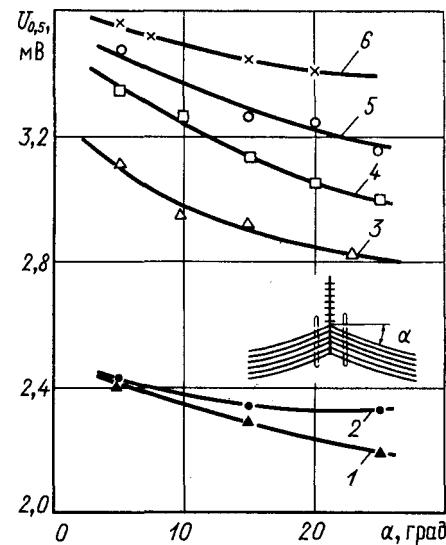


Рис. 4. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений подвески без экранов (1, 3 и 4) и с поперечными экранами (2, 5 и 6) при  $l_a=0,2$  м от угла схода провода при коммутационных (1, 2) и грозовых (3–6) перенапряжениях положительной (1, ▲; 2, ●; 4, □; 6, Х) и отрицательной (3, △; 5, ○) полярностей:

1 и 2 гирлянда из 36 изоляторов ПСК-300; 3–6 — 40 ПСК-300

изоляторами разрядные напряжения при отрицательной полярности ниже разрядных напряжений при положительной полярности. Это обстоятельство отмечалось ранее для изоляционных конструкций сходных конфигураций [4, 5]. Можно предположить, что существенное влияние на формирование разряда при воздействии перенапряжений отрицательной полярности с короткими фронтами оказывает наличие большого числа металлических элементов (шапок изоляторов) в гирлянде, что приводит к повышению напряженности поля

Таблица 2

Гирлянда	$l_a$ , м	$\alpha$ , град	$U_{0,5}^+,$ мВ	$\sigma^*$	$E_{0,5}^+,$ кВ/см	$U_{0,5}^-$ , мВ	$\sigma^*$	$E_{0,5}^-$ , кВ/см
20 ПСК-300	0,5	15	1,93	0,014	5,51	1,90	0,018	5,48
30 ПСК-300	0,5	15	2,58	0,015	4,91	2,46	0,016	4,68
35 ПСК-300	0,5	15	2,85	0,018	4,67	2,72	0,018	4,46
То же	1,5	15	2,92	0,028	4,78	2,77	0,019	4,54
То же	2,0	15	2,96	0,018	4,85	2,78	0,014	4,56
То же	3,0	15	2,94	0,028	4,82	2,81	0,054	4,61
То же*	0,8	10	2,94	0,022	4,82	2,80	0,027	4,59
То же*	0,8	10	3,00	0,009	4,91	2,86	0,009	4,69
То же*	0,8	10	3,08	0,015	5,05	2,89	0,017	4,74
То же*	0,8	10	2,97	0,018	4,87	2,82	0,031	4,62
40 ПСК-300**	0,5	15	3,11 (3,44)	0,025 (0,009)	4,45 (4,91)	2,91 (3,26)	0,026 (0,024)	4,16 (4,68)
То же	0,5	5	3,36 (3,56)	0,044 (0,011)	4,80 (5,09)	3,11 (3,47)	0,014 (0,007)	4,44 (4,96)
То же	0,5	20	3,04 (3,41)	0,017 (0,014)	4,34 (4,87)	3,24 (3,24)	0,027 (0,027)	4,63 (4,63)
То же	0,5	25	3,00	0,026	4,29	2,82 (3,15)	0,032 (0,022)	4,03 (4,50)

Примечание. \* Экран диаметром  $D=1,0$  м на гирлянде при  $l_a=0,25$  м. \*\* В скобках — результаты испытания с поперечными экранами.

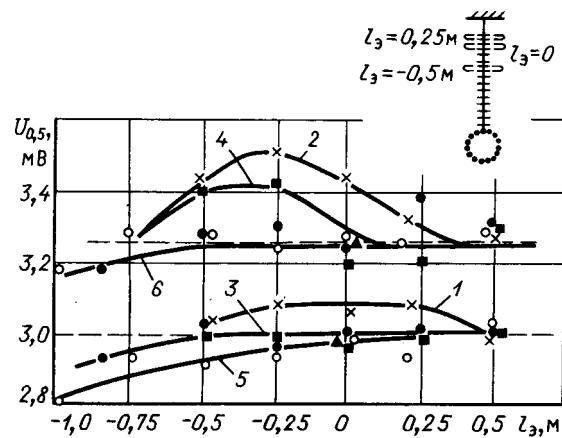


Рис. 5. Зависимости 50 %-ного разрядного напряжения подвески с гирляндой из 40 изоляторов ПСК-300 от положения экрана на арматуре при  $l_a=1$  м,  $\alpha=10^\circ$  и диаметрах экрана  $D_3=0,6$  м ( $\blacktriangle$ );  $D_3=1,0$  м (1 и 2,  $\times$ );  $D_3=1,5$  м (3 и 4,  $\blacksquare$ );  $D_3=2,0$  м (3 и 6,  $\bullet$ );  $D_3=2,5$  м (5 и 6,  $\circ$ ) при отрицательной (1, 3 и 5) и положительной (2, 4 и 6) полярностях грозовых перенапряжений

в зоне формирования разряда вблизи изоляторов. Подвески из длинностержневых полимерных изоляторов с минимальным числом металлических элементов (оконцевателей) характеризуются минимальным снижением разрядных напряжений относительно воздушного промежутка. Для гирлянд изоляторов из ПС-22 с наибольшей относительной длиной металлических элементов наблюдается наибольшее снижение  $U_{0.5}$ .

Наличие гирлянд оказывает влияние на коэффициенты вариации. Для изолирующих подвесок характерны большие коэффициенты вариации, чем для воздушных промежутков. Средние значения коэффициентов вариации для подвесок «Провод — гирлянда — траверса» составляют  $\sigma=0,025$ , для промежутка провод — траверса  $\sigma^*=0,01$ .

При увеличении длины монтажной арматуры между верхним изолятором гирлянды и траверсой и постоянной длине гирлянды разрядные напряжения изолирующей подвески слабо увеличиваются. При отрицательной полярности импульсов увеличение  $U_{0.5}$  не превышает 7 % (рис. 3). При положительной полярности возрастание  $U_{0.5}$  слабее (около 2 %). Рост 50 %-ных разрядных напряжений происходит вплоть до длины арматуры, составляющих 30—40 % длины гирлянды. При дальнейшем увеличении длины арматуры значения  $U_{0.5}$  остаются неизменными. По результатам испытаний подвесок с разной длиной арматуры при грозовых и коммутационных воздействиях можно сделать вывод, что наличие монтажной арматуры не снижает разрядных характеристик подвесок.

С целью выравнивания электрического поля вблизи заземленного электрода и снижения заряда на заземленном конце гирлянды на монтажной арматуре устанавливался экран торOIDальной формы. Для определения влияния экранов на

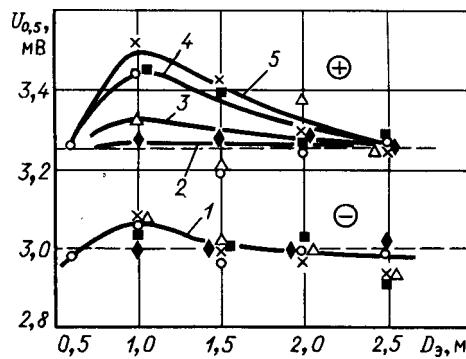


Рис. 6. Зависимости 50 %-ного разрядного напряжения подвески с гирляндами из 40 изоляторов ПСК-300 и экраном на арматуре от диаметра экрана при  $l_a=1,0$  м,  $\alpha=10^\circ$  и отрицательной (1) и положительной (2—5) полярностях грозовых импульсов:

2 —  $l_3=0,5$  м ( $\blacklozenge$ ); 3 —  $l_3=0,25$  м ( $\triangle$ ); 4 —  $l_3=0$  (○) и  $l_3=-0,25$  м ( $\times$ ); 5 —  $l_3=-0,5$  м ( $\blacksquare$ )

разрядные характеристики подвески изменились местоположение экрана и его диаметр. Использовались экраны диаметром  $D_3$  от 0,6 м до 2,5 м соответственно из труб диаметром от 60 до 90 мм. Экран устанавливался в горизонтальной плоскости и закреплялся на сцепной арматуре. Положение экрана определялось расстоянием от плоскости экрана до верха шапки верхнего изолятора гирлянды (рис. 5). Положительные значения  $l_3$  соответствуют установке экрана выше шапки верхнего изолятора. Значения  $l_3 < 0$  соответствуют надвижению экрана на гирлянду. Значение  $l_3$  изменялось от  $-1,0$  м до  $0,5$  м. Результаты исследований подвески с гирляндой из 40 изоляторов ПСК-300 приведены на рис. 5 и 6. Штриховыми линиями показаны разрядные напряжения подвески без экранов. Влияние экрана зависит от его размера и местоположения. Установка малого экрана ( $D_3=0,6$  м) и больших экранов ( $D_3=2,0—2,5$  м) не приводит к заметному изменению электрической прочности подвески. Установка экранов ниже первого изолятора на расстоянии более 0,5 м может привести к некоторому снижению разрядных напряжений (рис. 5). Повышение разрядного напряжения наблюдается при установке экранов  $D_3=1,0$  м и 1,5 м при изменении  $l_3$  от 0 до 0,5 м. Наибольший эффект повышения электрической прочности подвески достигнут при установке экрана диаметром 1,0 м ниже шапки верхнего изолятора на 0,25 м. При этом 50 %-ное разрядное напряжение увеличивается на 8 % при воздействии грозовых импульсов положительной полярности и приблизительно на 3 % — при отрицательной. Испытания подвески с гирляндой 35 ПСК-300, результаты которых приведены в табл. 2, подтверждают, что оптимальными являются указанные выше диаметр экрана и его местоположение. Испытания изолирующей подвески импульсами коммутационных перенапряжений показали,

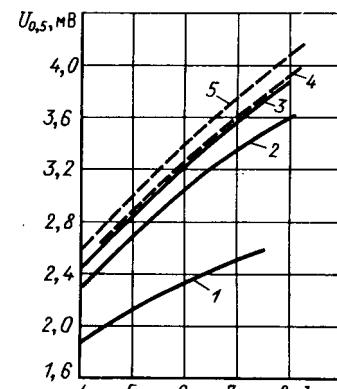
что наличие экрана с оптимальными по грозовым воздействиям  $D_s$  и  $l_s$  не приводит к изменению разрядных напряжений подвески при обеих полярностях импульсов.

При грозовых воздействиях сохраняется характер зависимостей разрядных напряжений подвески от угла схода провода, наблюдавшийся при коммутационных импульсах. Изменение разрядного напряжения изолирующей подвески при изменении угла схода при воздействии импульсов грозовых перенапряжений несколько больше, чем при коммутационных (см. рис. 4). Увеличение электрической прочности при уменьшении угла схода от  $25^\circ$  до  $5^\circ$  может превышать 10 %.

Установка на проводе поперечных экранов приводит к повышению разрядных напряжений во всем диапазоне изменения углов схода при обеих полярностях импульсов. Но при уменьшении угла схода это различие становится меньше и зависимости  $U_{0,5} = f(\alpha)$  имеют тенденцию к сближению при  $\alpha = 0$ . При увеличении угла схода положительное влияние поперечных экранов на разрядные напряжения подвески увеличивается. Хотя и для подвесок с экранами увеличение угла схода вызывает некоторое снижение  $U_{0,5}$ , это снижение значительно слабее, чем для подвесок без экранов. При  $\alpha = 20^\circ$  установка на проводе поперечных экранов приводит к увеличению разрядных напряжений подвески «провод — гирлянда — траверса» на 13 % (рис. 4). При  $\alpha = 10^\circ$  установка поперечных экранов приводит к повышению  $U_{0,5}$  на 7—10 %. Аналогичным образом изменяются средние разрядные напряженности по гирлянде при изменении угла схода и при наличии поперечных экранов. При этом даже при больших углах схода ( $20$ — $25^\circ$ ) средняя разрядная напряженность поддерживается на высоком уровне и составляет примерно 0,45—0,49 МВ/м. Таким образом, применение поперечных экранов может служить эффективным средством регулирования электрической прочности при грозовых и коммутационных перенапряжениях.

По результатам исследований на рис. 7 построены зависимости  $U_{0,5} = f(l_r)$  для изолирующих подвесок из изоляторов ПСК-300 с применением поперечных экранов на проводе с  $R_p = 1,0$  м и экрана на арматуре, а также для неэкранированных подвесок из полимерных изоляторов при угле схода, близком к  $0^\circ$ . Из приведенных данных следует, что изолирующая подвеска из полимерных изоляторов длиной свыше 4 м обладает большей электрической прочностью при грозовых воздействиях. Наиболее заметно увеличение разрядных напряжений при воздействии импульсов отрицательной полярности. Приведенные зависимости могут использоваться при выборе минимально допустимых расстояний, характерных для изолирующих подвесок ВЛ, по условию надежной

Рис. 7. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений изолирующих подвесок из изоляторов ПСК-300 с поперечными экранами и экраном на арматуре при  $D_s = 1,0$  м,  $l_s = -0,25$  м,  $\alpha = 10^\circ$ ,  $l_a = -0,5$  м (1—3) и из полимерных изоляторов при  $\alpha \approx 0^\circ$  (4 и 5) от длины гирлянды при коммутационных (1) и грозовых (2—5) импульсах положительной (1, 3 и 4) и отрицательной (2 и 5) полярности



работы при грозовых и коммутационных перенапряжениях.

**Выводы.** 1. Наличие поддерживающей гирлянды в промежутке между проводом ЛЭП и траверсой опоры не приводит к снижению 50 %-ного разрядного напряжения положительной полярности при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений и приводит к слабому снижению при отрицательной полярности. При грозовых воздействиях наличие гирлянды приводит к заметному снижению разрядного напряжения, различному для разных типов изоляторов. Наибольшие разрядные напряжения характерны для изолирующих подвесок из полимерных изоляторов.

2. Наличие сцепной арматуры между поддерживающей гирляндой и траверсой приводит к увеличению разрядного напряжения изолирующей подвески. Длина монтажной арматуры может выбираться по конструктивным и технологическим соображениям безотносительно к электрической прочности подвески.

3. Для повышения электрической прочности подвески при грозовых импульсах на монтажной арматуре может быть установлен экран тороидальной формы диаметром 1,0 м ниже шапки верхнего изолятора на 0,25 м. При этом 50 %-ные разрядные напряжения подвески увеличиваются на 3—8 %.

4. Увеличение угла схода провода приводит к снижению разрядного напряжения изолирующей подвески. Повышения электрической прочности подвески (особенно при больших углах схода) можно добиться применением поперечных экранов, жестко связанных с зажимом провода. При углах схода провода около  $20^\circ$  установка поперечных экранов позволяет повысить разрядные напряжения подвески на 5 % при воздействии импульсов коммутационных перенапряжений и свыше 10 % при грозовых воздействиях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г. Н., Бочковский Б. Б., Подпоркин Г. В. Оценка грозоупорности бестросовых линий ультравысокого напряжения. — Электричество, 1986, № 6.

2. Александров Г. Н., Иванов В. Л., Редков В. П. Электрическая прочность характерных воздушных промежутков линий сверхвысокого напряжения при коммутационных перенапряжениях.— Электротехническое издательство, 1966, № 1.
3. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения / Под ред. Г. Н. Александрова, Л. Л. Петерсона.— Л.: Энергоатомиздат, 1983.
4. Богатырева Т. А., Волкова О. В., Слуцкин Л. С. Электрическая прочность изоляционных конструкций при грозовых импульсах напряжения.— Электротехническая промышленность. Серия АВН, 1969, № 4.

5. Зубрилин А. В., Китаев Г. И. Влияние полярности и формы грозовых перенапряжений на электрическую прочность длинных гирлянд.— Электрические станции, 1987, № 2.

[02.02.88]

УДК 621.315.623.015.5.001.6.

## Влияние принудительного распределения напряжения на разрядные характеристики опорных изоляционных конструкций

КОРЯВИН А. Р.

Снижение разрядной напряженности внешней изоляции по мере роста межэлектродного расстояния потребовало проведения исследований, направленных на выявление способов повышения электрической прочности изоляционных конструкций. В соответствии с полученными экспериментальными данными [1, 2] применение принудительного распределения напряжения (ПРН) вдоль внешней изоляции относительно земли позволяет повысить ее разрядные напряжения на 10—20 % и сократить высоту конструкций в пределе на 30—35 %. Хотя к настоящему времени уже известен целый ряд закономерностей в поведении разрядных характеристик изоляционных конструкций с ПРН, существует еще немало проблем, без решения которых пока трудно реализовать на практике идею использования принудительного потенциала. В частности, до сих пор нет даже ориентировочных расчетов, которые априори позволили бы, хотя бы в частных, но наиболее важных для практики случаях, оценить эффективность действия ПРН.

В настоящей работе для оценки эффективности действия ПРН предложены критерии, с помощью которых можно провести анализ опытных данных и наметить перспективы использования опорных изоляционных конструкций с ПРН.

Прежде всего рассмотрим опорную изоляционную конструкцию без ПРН. В стилизованном виде она может быть представлена колонкой изоляторов общкой высотой  $H$ , снабженной основным торoidalным экраном диаметром  $D_0$  из трубы диаметром  $d_0$ . Известно, что в случае неэкранированных или плохо экранированных изоляционных колонок подавляющее большинство разрядов развивается каскадно, и электрическая прочность изоляции практически характеризуется прочностью промежутка типа стержень — плоскость. Известно также, что эффективной экранировкой колонки удается избежать каскадных явлений

поднять разрядные напряжения опорной изоляции до значений, присущих промежутку кольцо — плоскость. Разрядными напряжениями промежутка кольцо — плоскость можно, таким образом, оценивать эффективное действие экрана в конструкциях без ПРН. Для количественного определения электрической прочности конструкций без ПРН можно воспользоваться многочисленными экспериментальными данными по разрядным характеристикам промежутков стержень — плоскость (случай плохой экранировки) и кольцо — плоскость (эффективное экранирование) либо существующими методами расчета их электрической прочности. Рассчитанные по методике [3, 4] значения 50 %-ных разрядных напряжений  $U_{0.5}$  промежутков стержень — плоскость и кольцо — плоскость вместе с экспериментальными данными [5—8], полученными при испытаниях промежутков импульсами положительной полярности с критической длительностью фронта  $\tau_{\phi, \text{кр.}}$ , приведены на рис. 1. Сравнив результаты испытаний конкретной конструкции с кривыми 1 и 2 на рис. 1, можно оценить эффективность экранирующего действия использованного в ней основного экрана и сделать вывод о целесообразности практического применения такой конструкции. Провести подобный анализ для конструкций с принудительным распределением напряжения пока не представляется возможным, поскольку для них еще нет расчетных критериев эффективности действия ПРН. Поэтому представляется целесообразным и для изоляционных конструкций с ПРН, хотя бы в первом приближении, найти критерии эффективности действия принудительного распределения напряжения.

В самом простом и общем случае конструкцию с ПРН можно представить в виде изоляционной колонки высотой  $H$ , снабженной помимо основного дополнительным торoidalным экраном с принудительным распределением напряжения.

дительным потенциалом  $\phi_{\text{п}}$ . Расположенный на высоте  $H_{\text{д}} < H$  дополнительный экран диаметром  $D_{\text{д}}$  из трубы диаметром  $d_{\text{д}}$  предназначен для уменьшения напряженности электрического поля между экранами и увеличения ее в нижней части конструкции. Согласно [1, 2] для конструкции с сильной степенью неоднородности электрического поля наиболее эффективно эти функции выполняются при оптимальных значениях  $\phi_{\text{п}}^{\text{опт}}$  и  $H_{\text{д}}^{\text{опт}}$ , определяемых выражениями

$$f_{\text{п}}^{\text{опт}} \approx 0,67\phi_{\text{п}}; \quad (1)$$

$$H_{\text{д}}^{\text{опт}} \approx 0,67H, \quad (2)$$

где  $\phi_{\text{п}}$  — потенциал основного экрана.

При оптимальных значениях  $\phi_{\text{п}}$  и  $H_{\text{д}}$  обеспечивается равенство средней напряженности электрического поля  $E_{\text{ср}}$  в трех основных промежутках конструкции (основной экран — дополнительный экран, основной экран — земля и дополнительный экран — земля) и создаются необходимые предпосылки для эффективного увеличения электрической прочности системы. В [2] было принято, что максимального увеличения электрической прочности опорной изоляции под действием ПРН можно ожидать в тех случаях, когда обеспечиваются условия равновероятности перекрытия трех основных промежутков конструкции. Если исходить из такого предположения, то при этом помимо равенства  $E_{\text{ср}}$  должно достигаться и равенство разрядной напряженности  $E_{\text{ср},\text{р}}$  в указанных промежутках. В результате разрядная напряженность конструкции высотой  $H$  увеличится до значений, характерных для промежутков с меньшим межэлектродным расстоянием, например до величин, соответствующих промежутку экран — земля высотой  $H_{\text{д}} = 2/3 H$ . Заметный подъем электрической прочности конструкции до значений, соответствующих промежутку меньшей длины, возможен и в тех случаях, когда не обеспечивается равновероятность перекрытия трех основных промежутков. При этом, очевидно, прочность конструкции в целом окажется несколько ниже по сравнению со случаем равновероятности перекрытия трех основных промежутков, но все же останется довольно высокой, учитывая, что в силу нелинейного характера зависимости разрядных напряжений от длины промежутка значения  $E_{\text{ср},\text{р}}$  в промежутке высотой  $H_{\text{д}}$  заметно выше, чем в промежутке высотой  $H = 3/2 H_{\text{д}}$ . Исходя из сказанного, в самом общем случае действие ПРН будем считать эффективным тогда, когда электрическая прочность конструкции в целом достигнет значений, соответствующих промежутку «дополнительный экран — земля» высотой  $H_{\text{д}} = 2/3 H$ . Этот тезис примем в качестве основополагающего критерия при оценке эффективности действия ПРН.

Если теперь пренебречь влиянием основного экрана на электрическое поле в промежутке «дополнительный экран — земля», то электрическую

Вологодская областная универсальная научная библиотека

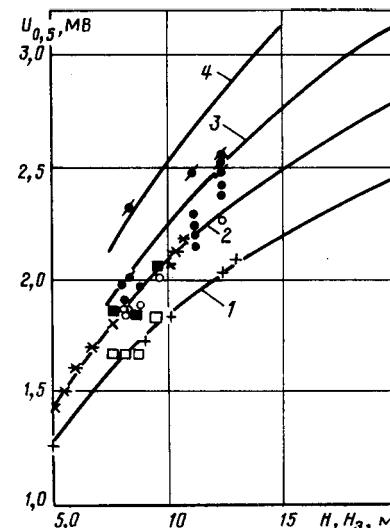


Рис. 1. Расчетные (1—4) и опытные значения 50 %-ных разрядных напряжений опорных изоляционных конструкций при коммутационных импульсах положительной полярности с критической длительностью фронта: 1, + — стержень — плоскость; 2, × — кольцо — плоскость; 3, \* — кольцо — плоскость с подножником; 3 — нижняя и 4 — верхняя границы эффективного действия принудительного распределения напряжения; + — по [7, 8]; ×, \* — по [5, 6, 9, 10]; ○, ●, ■ — хорошо экранированные конструкции; □, ■ — плохо экранированных конструкций; ○, □ — без ПРН; ●, ■ — при неэффективном и ○, ■ — при эффективном действии ПРН

прочность последнего можно определить по известным разрядным характеристикам промежутка экран — земля без ПРН и, таким образом, оценить количественно значение  $E_{\text{ср},\text{р}}$ , до которого при эффективном действии ПРН можно поднять разрядные напряжения конструкции в целом. Упомянутые значения  $E_{\text{ср},\text{р}}$  промежутка экран — земля без ПРН в зависимости от геометрических параметров экрана изменяются от значений, соответствующих промежутку стержень — плоскость, до присущих промежутку кольцо — плоскость. Поэтому при принятом выше критерии эффективное упрочнение конструкции под действием ПРН будет определяться не одной кривой, как в случае конструкций без ПРН, а зоной, заключенной между двумя кривыми. Одна из них будет задавать верхний предел эффективного действия ПРН, соответствующий случаю, когда разрядная напряженность конструкции поднимается до значений, характерных для промежутка кольцо — плоскость высотой  $H_{\text{д}}$ . Нижний предел эффективного действия ПРН будет достигаться в том случае, когда электрическая прочность конструкции увеличится до значений, присущих промежутку стержень — плоскость высотой  $H_{\text{д}}$ . Путем умножения определенных с помощью кривых 1 и 2 на рис. 1 значений средней разрядной напряженности промежутка экран — земля  $E_{\text{ср},\text{р}} = U_{0,5}/H_{\text{д}}^{\text{опт}}$  на высоту конструкции  $H$  были рассчитаны нижний и верхний

пределы эффективного действия принудительного потенциала (соответственно кривые 3 и 4 на рис. 1).

С практической точки зрения наибольший интерес представляет оценка эффективности действия ПРН для хорошо экранированных конструкций, электрическая прочность которых в отсутствие ПРН определяется кривой 2. Из сравнительного анализа кривой 2 с кривыми 3 и 4 видно, например, что при эффективном использовании принудительного потенциала прочность таких конструкций высотой от 8 до 15 м можно будет поднять, как минимум, на 7—11 % (кривая 3), а в лучшем случае — на 19—25 % (кривая 4). Причем чем больше высота конструкции, тем больше упрочняющее действие ПРН, что указывает на целесообразность его применения для более высоких изоляционных колонок. Так, например, из сопоставления кривых 2 и 3 видно, что эффективное использование принудительного потенциала позволит сократить высоту восьмиметровой конструкции на 12 %, а пятнадцатиметровой — на 18 %. В случае максимального эффективного действия ПРН высота хорошо экранированных конструкций может быть уменьшена на 30—35 %.

Для проверки практической возможности достижения области эффективного действия ПРН и определения условий, при которых эта возможность реализуется, были проведены специальные эксперименты. В подавляющем большинстве случаев (14 из 18) объектами исследований служили хорошо экранированные изоляционные колонки.

С познавательной точки зрения представлялось также целесообразным провести исследования и незначительной части слабо экранированных конструкций, одна из которых представляла собой находящуюся в эксплуатации реальную изоляционную систему (полюс выключателя ВНВ-750). Для определения условий, обеспечивающих различную эффективность действия ПРН, изменялись высота колонок, размеры основного и дополнительного экранов, соотношения между этими размерами, пространственное расположение экранной арматуры, значение и место приложения принудительного потенциала и т. д.

Эскизы обследованных опорных изоляционных конструкций со строительной высотой от 7,2 до 11,2 м представлены на рис. 2, а результаты их испытаний — на рис. 1 и в табл. 1—4. Изоляционные колонки собирались из предназначенных для выключателей серии ВНВ изоляторов со строительной высотой 1,4 или 2,4 м. Конструкция I имела семь модификаций (рис. 2, табл. 1). В конструкции  $I_a$  (в отличие от остальных модификаций) вместо одного верхнего изолятора со строительной высотой 2,4 м устанавливались два высотой 1,4 м каждый. Дополнительный экран конструкции  $I_b$  выполнялся в виде двойного тороида диаметром  $D_d = 4$  м из трубы диаметром  $d_d = 0,07$  м. В остальных шести вариантах конструкции I в качестве дополнительного экрана использовался одиночный тороид диаметром 1,5 м из трубы диаметром 0,09 м. В конструкции II (полюс выключателя ВНВ-750) последний тороид вы-

Таблица 1

## Разрядные характеристики конструкции I (рис. 2)

Модификация конструкции I	$H_u$ , м	$H_s$ , м	Основной экран		Наличие $\Phi_n = 0,67\Phi_0$	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %	Условные обозначения (рис. 1)
			$D_0$	$d_0$				
$I_a$	7,6	8,8	Двойной тороид		—	1890	6,9	○
			2,2	0,12	+	1955	5,6	●
$I_b$	7,2	8,4	Двойной тороид		—	1860	7,6	○
			2,2	0,12	+	2310	7,6	■
$I_c$	7,2	8,4	Двойной тороид		—	1860	6,8	○
			2,2	0,12	+	1900	5,8	●
$I_d$	7,2	8,4	Без основного экрана		—	1670	9,3	□
					+	1975	7,6	■
$I_e$	7,2	8,4	1,5	0,09	—	1670	7,5	□
					+	1855	7,6	■
$I_f$	7,2	8,4	Тороид из 8 составляющих		—	1845	7,4	○
			2,3	0,12	+	1985	8,1	■
$I_g$	7,2	8,4	1,5	0,48	—	1670	4,2	□
					+	1850	7,6	■

полнял роль основного экрана. Основные отличительные особенности конструкций III—VI, ранее рассмотренных в [4], приведены на рис. 2 и в табл. 2—4. Следует только добавить, что конструкции I, II, IV и VI испытывались при наличии подводящих проводов с основным и принудительным потенциалом лишь со стороны источника напряжения. При испытании конструкций III и V объекты исследований имели не только подходящий, но и отходящий с противоположной стороны от колонки провод с принудительным потенциалом, длина которого составляла примерно 15 м.

Исследования проводились в высоковольтном зале НИИ ПО «Уралэлектротяжмаш». Расстояние от объектов испытаний до стен высоковольтного зала было не менее 20 м. Как правило, при испытаниях использовался колебательный униполярный импульс положительной полярности с длительностью фронта приблизительно 700 мкс. Источником напряжения служил каскадный трансформатор 2,25 МВ, снабженный приставкой для генерирования колебательных импульсов. Конструкции III, VI<sub>6</sub> и VI<sub>8</sub> испытывались также при апериодическом импульсе с длительностью фронта 500 мкс, для получения которого использовался генератор импульсных напряжений ГИН-7,2 МВ.

По результатам испытаний, проводимых ступенчатым методом, строились кривые эффекта и определялись их параметры: 50 %-ные разрядные напряжения  $U_{0,5}$  и стандарты распределения  $\sigma$ .

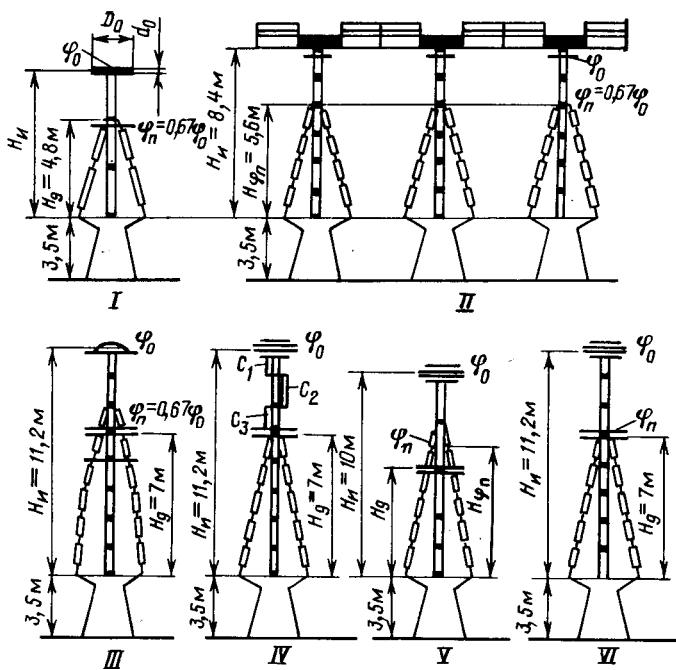


Рис. 2. Эскизы обследованных конструкций

Для получения каждой кривой эффекта к объекту прикладывалось не менее 100 импульсов напряжения. При исследовании некоторых конструкций со строительной высотой  $H_n \geq 10$  м испытательные напряжения ограничивались значениями, соответст-

Разрядные характеристики конструкций II, III, IV (рис. 2)

Таблица 2

Наличие принудительного потенциала	Вид конструкции							
	Конструкция II ( $H_s=9,6$ м)			Конструкция III ( $H_s=12,4$ м)			Конструкция IV ( $H_s=12,4$ м)	
	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %	Условные обозначения (рис. 1)	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %	Условные обозначения (рис. 1)	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %
—	Бинормальный закон распределения 1830 2000	5,2 5,3	□ ○	2270	5,3	○		
+	2050	3,3	■	2520*	5,0	●	2430	5,0

Разрядные характеристики V (рис. 2)

Таблица 3

Модификация конструкции V	$H_s$ , м	$H_d$ , м	$H_{\varphi_n}$ , м	$\varphi_n$	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %	Условные обозначения (рис. 1)
V <sub>a</sub>	11,2	7,6	7,6	0,84 $\varphi_0$	2140*	5,0	●
V <sub>6</sub>	11,2	7,6	7,6	0,84 $\varphi_0$	2230*	5,0	●
			5,2	0,50 $\varphi_0$			
V <sub>b</sub>	11,2	6,5	6,5	0,67 $\varphi_0$	2480*	5,0	●
V <sub>r</sub>	11,2	5,2	5,2	0,67 $\varphi_0$	2270	3,1	●
V <sub>d</sub>	11,2	5,2	5,2	0,50 $\varphi_0$	2200	6,8	●

Таблица 4

## Разрядные характеристики конструкции VI (рис. 2)

Модификация конструкции VI	$H_s$ , м	Дополнительный экран		$\Phi_p$	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %	Условные обозначения (рис. 1)
		$D_d$ , м	$d_d$ , м				
VI <sub>a</sub>	12,4	2,2	0,12	0,67 $\Phi_0$	2540*	5,0	
VI <sub>b</sub>	12,4	4,0	0,07	0,67 $\Phi_0$	2480	5,7	
VI <sub>b</sub>	12,4	4,0	0,50	0,50 $\Phi_0$	2370	7,6	

вующими 10—20 % вероятности пробоя, поскольку дальнейшее увеличение амплитуды импульса приводило к появлению большого числа перекрытий с объекта испытаний, подводящих проводов и испытательной установки на стены и потолок высоковольтного зала. В этих случаях для оценки 50 %-ных разрядных напряжений изоляции (отмеченных в табл. 2—4 знаком \*) использовалось расчетное значение стандарта распределения  $\sigma=5\%$ . Правомерность использования этой цифры подтверждается как данными [1, 5, 6], полученными для опорной изоляции при воздействии импульсов положительной полярности с критической длительностью фронта, так и усредненными опытными значениями  $\sigma$  для рассматриваемых в данной работе конструкций, для которых были получены полные кривые эффекта.

Все обследованные изоляционные колонки устанавливались на подножнике высотой  $h=3,5$  м. Зависимости на рис. 1 относятся к конструкциям высотой  $H$  без подножника. Поэтому перед нанесением опытных данных на рис. 1 изоляционная колонка высотой  $H_s$ , установленная на подножке высотой  $h$ , по электрической прочности эквивалентировалась конструкцией высотой  $H_s$  без подножника. В соответствии с [5] значения  $H_s$  определялись по формуле

$$H_s = H_i + 0,35 h,$$

результаты расчета по которой хорошо согласуются с известными экспериментальными данными, в частности, с приведенными в [6, 9, 10] и представленными на рис. 1 50 %-ными разрядными напряжениями, полученными для конструкций с различными значениями  $H_i$  и  $h$  при испытании их импульсами с критической длительностью фронта.

Пользуясь приведенными на рис. 1 расчетными зависимостями, проведем анализ результатов испытаний изоляционных колонок. Экспериментальный материал, полученный при отсутствии ПРН, показывает, что подавляющее большинство рассмотренных конструкций имели эффективную экранировку. Об этом свидетельствует не только хорошее соответствие между опытными данными и кривой 2, но и тот факт, что в подавляющем большинстве случаев разряды развивались у изоляционных колонок в зоне действия ПРН.

Траекториям: основной экран — подножник, основной экран — земля или основной экран — дополнительный экран — подножник (или земля). Некоторое различие между экспериментальными значениями  $U_{0,5}$  для ряда хорошо экранированных конструкций и кривой 2, по-видимому, связано с немногочисленными каскадными перекрытиями колонок.

Среди рассмотренных объектов четыре изоляционные колонки (конструкции I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub> и II) принадлежали к категории плохо экранированных, на что указывают преимущественно каскадный характер их перекрытия и хорошее совпадение 50 %-ных разрядных напряжений с расчетными значениями  $U_{0,5}$ , определяемыми кривой 1. При анализе опытных данных обращают на себя внимание результаты испытаний конструкции I<sub>4</sub>, которая, несмотря на впечатительные размеры основного экрана, оказалась слабо экранированной. Причина низкой электрической прочности этой конструкции, по-видимому, связана с тем, что в отличие от остальных обследованных колонок (основные экраны которых находились не выше второго ребра верхнего изолятора) основной экран конструкции I<sub>4</sub> располагался на уровне фланца верхнего изолятора. В результате снижение напряженности поля на фланце под действием экрана оказалось явно недостаточным для предотвращения каскадных перекрытий колонки, сопровождавшихся низкими значениями разрядных напряжений.

Недостаточно эффективную экранировку имела и конструкция II. Об этом свидетельствует тот факт, что кривая эффекта данной конструкции характеризовалась бинормальным законом распределения. Левой ветви кривой эффекта соответствовали каскадные перекрытия вдоль каждого элемента изоляционной колонки, а правой — перекрытия конструкции в основном с экрана на подножник.

Применение принудительного распределения напряжения в целом привело к росту электрической прочности изоляционных колонок. Причем, как и предполагалось, в условиях, когда хотя бы одно из требований, определяемых выражениями (1) и (2), не выполнялось, эффективность действия ПРН даже для хорошо экранированных

колонок была относительно небольшой. Из табл. 2—4 и рис. 1 видно, что в этих случаях опытные значения 50 %-ных разрядных напряжений располагались ниже кривой 3. Наибольшее же увеличение электрической прочности колонок достигалось при обеспечении оптимальных значений  $\phi_n$  и  $H_d$ . При этом рост разрядных напряжений существенным образом зависел от типа конструкций (слабо экранированные или хорошо экранированные), размеров основного и дополнительного экранов, а также от соотношения между значениями  $D_0$ ,  $D_d$  и  $H_n$ . Так, например, применение принудительного потенциала для слабо экранированных колонок позволило практически исключить каскадные перекрытия и поднять электрическую прочность изоляции, как минимум, до значений, соответствующих кривой 2, а в пределе — до нижней границы эффективного действия ПРН. В последнем случае, как показывают результаты испытаний конструкции I<sub>6</sub>, диаметр дополнительного экрана должен существенно превышать размеры основного электрода.

Полученные результаты свидетельствуют о принципиальной возможности достижения нижнего предела эффективного действия ПРН даже для слабо экранированных конструкций. С практической же точки зрения использование ПРН в таких конструкциях, по-видимому, нецелесообразно, поскольку, например, для конструкции II значительно проще достичь увеличение электрической прочности (хотя бы до значений, соответствующих кривой 2) путем увеличения размеров основного экрана.

Из опытных данных видно также, что в случае хорошо экранированных колонок для подъема разрядных напряжений до значений, соответствующих области эффективного действия ПРН, помимо обеспечения оптимальных значений  $\phi_n$  и  $H_d$  требуется, как правило, чтобы отношение  $D_d/D_0$  было не меньше единицы. При этих условиях относительное увеличение электрической прочности указанных конструкций под действием ПРН составит не менее 11 %. Для достижения верхнего предела эффективного действия принудительного распределения напряжения, кроме условия  $D_d/D_0 > 1$ , необходимо, чтобы отношение  $H_n/D_d$  равнялось не более 2. Так, например, из табл. 1, 4 и рис. 1 видно, что 50 %-ное разрядное напряжение конструкции I<sub>6</sub> ( $D_d/D_0 \approx H_n/D_d \approx 1,8$ ) соответствует верхнему пределу, а электрическая прочность конструкции VI<sub>6</sub> ( $D_d/D_0 = 1,75$ ;  $H_n/D_d = 2,8$ ) — лишь нижнему пределу эффективного действия принудительного потенциала. Причем в первом случае обеспечивается примерная равновероятность перекрытия конструкции по трем основным траекториям. Влияние отношения  $H_n/D_d$  на разрядные напряжения изоляции с ПРН подтверждается также и данными (1), из которых следует, что при неизменных значениях  $D_d$  и  $D_0$  и

и увеличении высоты изоляционной системы  $H$  относительный подъем разрядных напряжений уменьшается.

В целом результаты проведенных исследований и их анализ подтверждают принципиальную возможность создания опорной изоляции, электрическая прочность которой соответствует расчетной области эффективного действия ПРН. Очевидно, что практическая реализация конструкций с верхним пределом эффективного действия ПРН весьма привлекательна, поскольку позволяет существенно сократить габариты изоляции. Однако, как видно на примере конструкции I<sub>6</sub>, создание таких изоляционных систем при характерных для них отношениях  $D_d/D_0$  и  $H_n/D_d$  потребует чрезвычайно громоздкой экранной арматуры, особенно для конструкций высотой 10 м и более. Следует также учитывать, что конструкции с верхним пределом эффективного действия ПРН характеризуются высокими значениями  $E_{cp,p}$  (порядка 3 кВ/см), при которых может возникнуть реальная опасность снижения разрядных напряжений под влиянием атмосферных осадков и других внешних факторов. О такой опасности, способной перечеркнуть все усилия, направленные на повышение разрядных напряжений конструкций, свидетельствуют, в частности, данные [11], из которых следует, что при значении сухоразрядной напряженности  $E_{cp,p} = 3$  кВ/см снижение электрической прочности изоляции под влиянием дождя может достигать 20 %. Перечисленных недостатков лишены хорошо экранированные конструкции с ПРН, электрическая прочность которых находится в районе нижней границы эффективного действия принудительного потенциала. Поэтому представляется, что именно эти конструкции наиболее перспективны для практического использования, особенно для межэлектродных расстояний, превышающих 10 м, где относительное увеличение разрядных напряжений при эффективном действии ПРН составляет порядка 10 %, что позволяет сократить габариты изоляции не менее, чем на 15 %.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г. Н., Иванов В. Л. Изоляция электрических аппаратов высокого напряжения. — Л.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Применение принудительного распределения напряжения для повышения электрической прочности опорных изоляционных конструкций / О. В. Волкова, М. И. Гольдштейн, А. В. Зубрилин и др. — Электротехника, 1986, № 6.
3. Корявин А. Р. Минимальная электрическая прочность длинных воздушных промежутков с высоковольтным электродом различной формы. — Электротехника, 1983, № 4.
4. Волкова О. В., Корявин А. Р. К оценке минимальной электрической прочности длинных воздушных промежутков. — Электричество, 1980, № 3.
5. Волкова О. В., Кокурин Б. П., Слуцкий Л. С. Электрические характеристики опорной изоляции сверхвысокого напряжения. — Электричество, 1974, № 8.
6. Исследование электрической прочности изоляции выключателей высших классов напряжения / Г. И. Китаев, М. И. Гольдштейн, А. В. Зубрилин, М. Н. Морозов. — ЭП-Библиотека

Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы, 1980, вып. 3(107).

7. Barnes H. C., Winters D. E. UHV transmission design requirements switching surge flashover characteristics of extra long air gaps.— IEEE Trans. on PAS-90, 1971, № 4.

8. Research on long air gap discharges at les Renardieres — 1973 Results.— Electra, 1974, N 35.

9. Carrara G. Switching impulse performance of post insulators.— Electra, 1986, N 109.

10. Cortina R., Garbagnati E., Pigini A. et. al. Switching impulse strength of phase-to-earth UHV external insulation — research at the 1000 kV project.— IEEE Trans. on PAS-104, 1985, N11.

11. Rizk F. A. M. Effect of large electrodes on sparkover characteristics of air gaps and station insulators.— IEEE Trans. on PAS-97, 1978, N 4.

[07.01.88]

УДК 621.314.2:621.316.925.2.001.6

## Быстродействующая защита мощных трансформаторов (автотрансформаторов)

БАГИНСКИЙ Л. В., доктор техн. наук, ПШЕНКО В. П., инж.

**Введение.** Постоянно возрастающие требования уменьшения времени отключения коротких замыканий (к. з.) относятся прежде всего к релейной защите, так как усовершенствование ее связано с несоизмеримо меньшими затратами, чем усовершенствование высоковольтных выключателей. Основные затруднения при разработке быстродействующей защиты трансформаторов (автотрансформаторов) связаны с переходными процессами в трансформаторах тока (ТТ). Последние соединены в трехфазные схемы (группы) «звезда» (ГТТY) или «треугольник» (ГТТ  $\Delta$ ) и взаимодействуют между собой в переходном процессе [1—4], который может сопровождаться током небаланса дифференциальной защиты (ДЗ), соизмеримым с током внешнего к. з., и ничтожно малыми импульсами вторичного тока при внутреннем к. з. Это создает большие трудности достижения гарантированного срабатывания в первом периоде переходного процесса в ДЗ, отстроенной от тока небаланса и броска тока намагничивания. Исторически сложилась тенденция (которой соответствуют динамические характеристики практически всех существующих отечественных и зарубежных быстродействующих защит трансформаторов) обеспечить достаточный уровень отстроенности от внешних к. з. за счет того, что при внутренних к. з. с интенсивным переходным процессом допускается значительная задержка в срабатывании защиты [5]. Эта задержка объясняется, с одной стороны, исчезновением («срывом») вторичного тока при насыщении ТТ, а с другой — влиянием средств, обеспечивающих отстроенность защиты от внешних к. з. Такая тенденция вступает во все большее противоречие с требованием быстродействия защиты. Для предотвращения задержки в срабатывании необходимо и достаточно, чтобы защита успевала срабатывать до насыщения ТТ в первом пе-

риоде переходного процесса (при предельных кратностях и неблагоприятной остаточной индукции — не более 5 мс). Но при этом должен обеспечиваться необходимый уровень отстроенности от внешних к. з.

Другое затруднение обусловлено высокими требованиями к чувствительности защиты мощных трансформаторов (ток срабатывания  $I_{c,z} = 0,15 I_n$ ,  $I_n$  — номинальный ток), так как сквозные токи<sup>1</sup> нагрузки при токах внутренних к. з., соизмеримых с  $I_{c,z}$ , могут сохраняться на уровне номинального. Более того, сквозные токи нагрузки при несимметричных к. з. в трансформаторах в процессе включения их от АВР [6] могут достигать и больших величин. Это затрудняет идентификацию режима внутреннего к. з.

Целью данной статьи является выбор методов и средств обеспечения гарантированного времени срабатывания менее 20 мс защиты мощных трансформаторов и автотрансформаторов при соблюдении современных требований к уровню чувствительности и отстроенности от внешних к. з.

Особенности переходных процессов в ГТТ  $\Delta$  Y. Рассмотрим случай, когда ТТ насыщаются только в ГТТ  $\Delta$ . Воспользуемся методом вспомогательных функций для аналитического исследования переходных процессов [4]. В этом методе используется ПХН-аппроксимация характеристики намагничивания ТТ, а процесс насыщения данного ТТ, описывается вспомогательными функциями, являющимися трансцендентными компонентами решения дифференциального уравнения рассматриваемого процесса,  $y(t_1, t_2, \alpha)$ , причем

$$\varepsilon_{06} K_1 y(t_1, t_2, \alpha_1) = \varepsilon_{06} K_1 [\sin(\omega t_1 + \alpha_1) - \sin(\omega t_2 +$$

<sup>1</sup> Термин «сквозной ток» здесь и далее используется в соответствии со стандартом МЭК, публикация 255-13 «Греле на электрические библиотеки».

$$+\alpha_i) + \omega T_a \cos \alpha_i (e^{-t_1/T_a} - e^{-t_2/T_a}),$$

где  $\alpha_i$  — начальная фаза тока  $i_i$  ТТ<sub>i</sub>, взаимодействующего с ТТ<sub>j</sub>;  $T_a$  — постоянная времени апериодической составляющей  $i_j$  и  $i_i$ ;  $\varepsilon_{ob} = R_{ob}/R_{nj}$ ;  $R_{ob}$  — сопротивление, обтекаемое совместно токами  $i_j$  и  $i_i$  (тогда ТТ<sub>j</sub> и ТТ<sub>i</sub> не насыщены);  $R_{nj}$  — сопротивление нагрузки ТТ<sub>j</sub>;  $K_i = I_{ml}/I_{mj}$ ;  $I_{ml}$ ,  $I_{mj}$  — амплитуды токов  $i_i$  и  $i_j$  соответственно, приведенные к числам витков своих вторичных обмоток.

Способность ТТ<sub>j</sub> противостоять насыщению в переходном процессе характеризуется начальным ресурсом

$$P_i^1 = \omega \Delta \psi_{sj} / (I_{mj} R_{nj}),$$

где  $\Delta \psi_{sj} = \psi_s - \psi_{rj}$ ;  $\psi_s$ ,  $\psi_{rj}$  — потокосцепления насыщения и остаточное соответственно. Воздействие ТТ<sub>i</sub> на ТТ<sub>j</sub> по существу состоит в необходимости изменения э. д. с. ТТ<sub>j</sub> (а следовательно, и расхода его ресурса) для преодоления падения напряжения на сопротивлении  $R_{ob}$  от тока  $i_i$ . Поэтому уравнение, описывающее намагничивание ТТ<sub>j</sub>, содержит столько же слагаемых (вспомогательных функций), сколько содержит уравнение 2-го закона Кирхгофа для э. д. с. ТТ<sub>j</sub>, причем каждая из вспомогательных функций в общем случае отличается аргументом  $\alpha$ , а также может отличаться аргументами  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $T_a$  и коэффициентами  $\varepsilon_{ob}$  и  $K_i$ . В ГТТ $\Delta$  при симметричной нагрузке  $\varepsilon_{ob} = 1$  и  $K_i = 1$  (ввиду равенства амплитуд вторичных токов), а  $t_1$  и  $t_2$  могут быть разными, если вспомогательные функции описывают процесс на разных интервалах времени. В целом процесс намагничивания описывается как процесс расхода ресурса, и когда последний израсходован полностью, ТТ<sub>j</sub> насыщается. Сумма вспомогательных функций может быть заменена эквивалентной вспомогательной функцией [4], параметры которой определяются по правилам векторного сложения (коэффициент — по теореме косинусов, аргумент  $\alpha$  — как аргумент суммы векторов). Поэтому при условии равенства аргументов  $T_a$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  сумма всех компонентов уравнения может быть выражена эквивалентной вспомогательной функцией, аргумент которой  $\alpha_{pj} \neq \alpha_j$ . Ток, соответствующий эквивалентной вспомогательной функции, назван ресурсным  $i_{pj}$ . Анализ уравнения намагничивающей силы насыщенного ТТ<sub>j</sub> показал, что его компоненты адекватны компонентам расхода ресурса, т. е. имеют одинаковые аргументы  $\alpha_i$  и коэффициенты, пропорциональные коэффициентам  $\varepsilon_{ob}$ ,  $K_i$ . Следовательно, аргумент  $\alpha_{pj}$  не изменяется при насыщении ТТ<sub>j</sub>, а ресурсный ток  $i_{pj}$  отражает процесс как в насыщенном, так и в ненасыщенном состоянии. Однако при насыщении (или выходе из насыщения) какого-либо из ТТ<sub>i</sub> ток  $i_{pj}$  изменится, так как ветвь насыщенного ТТ<sub>i</sub> будет влиять на ре-

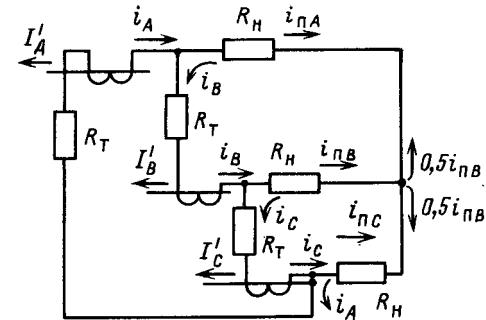


Рис. 1. К анализу переходного процесса в токовых цепях защиты автотрансформатора с ГТТ  $\Delta \Delta Y$

зультирующее сопротивление  $R_{ob}$  и изменится количество компонентов токов, протекающих по  $R_{ob}$ .

При трехфазных к. з. в ГТТ $\Delta$  взаимодействие ТТ осуществляется через два сопротивления плача  $R_h$ : своей и опережающей фазы (рис. 1). Поэтому уравнение расхода начального ресурса [4], например ТТ в фазе  $A$  (ТТ $_A$ ), насыщающегося первым, если пренебречь малым сопротивлением его вторичной обмотки и принять одинаковыми сопротивления  $R_h$  во всех фазах, после ряда преобразований (с учетом  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = t_{SA}^1$ ) будет иметь вид

$$P_A^{(1)} = 3y(0, t_{SA}^1, \alpha_A), \quad (1)$$

где  $\alpha_A$  — начальная фаза тока к. з.  $i_A$ ;  $t_{SA}^1$  — время насыщения ТТ $_A$  в первом периоде переходного процесса.

Из уравнения (1) следует, что  $i_{pA} = 3i_A$ . Поэтому выход из насыщения ТТ $_A$  в рассматриваемом случае будет происходить в момент изменения полярности тока  $i_A$ . Последний участвует в образовании токов плач в двух фазах ГТТ $\Delta$ :  $i_{nA} = i_A - i_B$ ,  $i_{nC} = i_C - i_A$  с начальными фазами  $\alpha_{nA} = \alpha_A + 30^\circ$  и  $\alpha_{nC} = \alpha_A + 150^\circ$ . Поэтому интервал «идеальной трансформации» тока  $i_A$  может существенно не совпадать с началом продолжительных<sup>2</sup> [4] полуволн  $i_{nA}$  и  $i_{nC}$ . Например, при  $\alpha = 15^\circ$  интервал «идеальной трансформации» во втором периоде заканчивается приблизительно за 1 мс до начала продолжительной полуволны тока  $i_{nC}$ : вместо тока  $i_C - i_A$  в фазе  $C$  плача ГТТ $\Delta$  протекает ток  $0.5i_{nB}$  (рис. 1). Отметим, что в начале первого периода переходного процесса интервал «идеальной трансформации» присутствует обязательно и равен  $t_{SA}^1$ . Аналогичные явления могут иметь место и при двухфазных к. з. на землю. Следовательно, известное положение о наличии интервала «идеальной трансформации» в начале продолжительной полуволны [7] для ГТТ $\Delta$  не соблюдается при трех- и двухфазных к. з. на землю.

<sup>2</sup> Полуволна тока, в которой полярности периодической и апериодической составляющих, совпадают; при несовпадении этих полярностей полуволна называется непродолжительной.

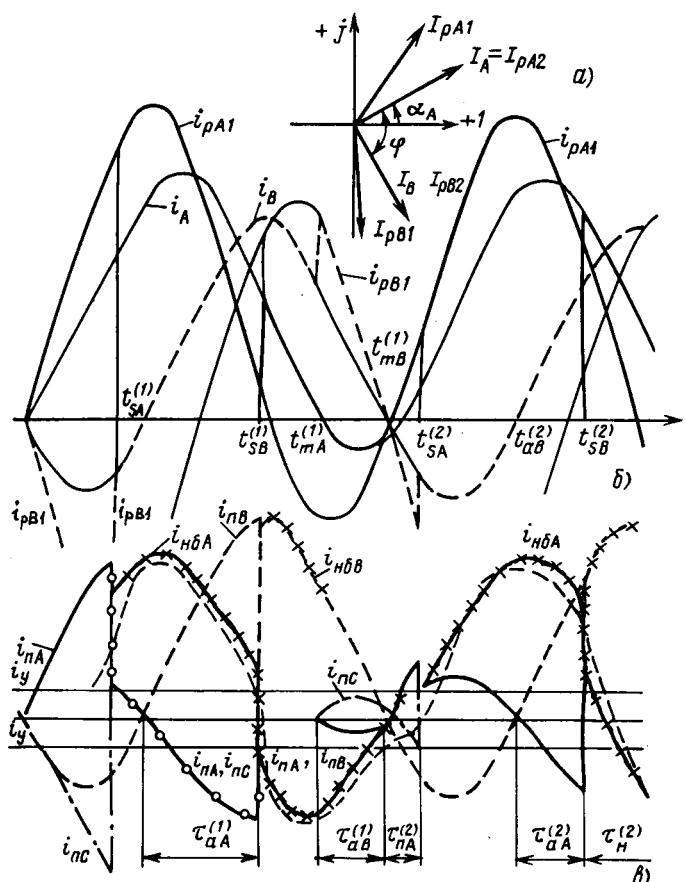


Рис. 2. Векторная диаграмма периодических составляющих ресурсных токов ГТТ  $\Delta$   $I_{pA}$ ,  $I_{pB}$  (а), эпюра магнитных состояний ТТ (б) и осциллограмма токов плеч  $i_{pA}$ ,  $i_{pB}$ ,  $i_{pC}$  и токов небаланса  $i_{nba}$ ,  $i_{nbb}$  при внешнем двухфазном к. з. на землю со стороны этой ГТТ. На эпюре магнитных состояний ресурсные токи, действующие на ТТ в данном интервале времени, выделены жирными линиями (сплошные —  $TT_A$ , пунктирные —  $TT_B$ ). Обозначения на осциллограмме: жирные —  $i_{pA}$ ,  $i_{pB}$ ,  $i_{pC}$ ; тонкая —  $i_{nba}$ ,  $i_{nbb}$  — токи, полученные аналитическим методом вспомогательной функции при насыщении ТТ со стороны к. з.; жирная —  $i_{pA}$  и  $i_{pC}$ ; тонкая —  $i_{nba}$ , рассчитанный на ЭВМ с точной аппроксимацией характеристик ТТ; тонкая — уровень формирования сигналов ДФЗ  $i_y$ .

Рассмотрим режим внешнего двухфазного к. з. на землю фаз  $A$  и  $B$  для случая, когда ТТ в фазе  $C$  ( $TT_C$ ) не насыщается, причем первым насыщается  $TT_A$ . Тогда уравнения расхода ресурса в первом периоде имеют вид (рис. 1):

$$P_A^{(1)} = 2y(0, t_{SA}^{(1)}, \alpha_A) - y(0, t_{SA}^{(1)}, \alpha_B); \quad (3)$$

$$P_B^{(1)} = 2y(0, t_{SA}^{(1)}, \alpha_B) - y(0, t_{SA}^{(1)}, \alpha_A) + 1,5y(t_{SA}^{(1)}, t_{SB}^{(1)}, \alpha_B). \quad (4)$$

Закономерности результирующего воздействия на  $TT_A$  и  $TT_B$  до насыщения  $TT_A$  характеризуют первые два слагаемых уравнений (3) и (4).

соответственно. Поэтому параметры  $\alpha_p$  будут равны:

$$\alpha_{pA} = \alpha_A + \arctg \frac{\sin \varphi}{2 - \cos \varphi}; \quad (5)$$

$$\alpha_{pB} = \alpha_B - \arctg \frac{\sin \varphi}{2 - \cos \varphi}, \quad (6)$$

где  $\varphi = \alpha_A - \alpha_B$  — междуфазовый угол.

Рис. 2 иллюстрирует переходный процесс в ГТТ  $\Delta$   $\Delta$   $Y$  защиты автотрансформатора при двухфазном к. з. на землю фаз  $A$  и  $B$  со стороны среднего напряжения при отсутствии насыщения в ГТТУ и ГТТ  $\Delta$  высшего напряжения и с насыщением  $TT_A$  и  $TT_B$  среднего напряжения при  $\alpha_A = 30^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ,  $T_a = 0,2$  с. На рис. 2, а отражены начальные фазы ресурсных токов в виде расположения векторов их периодических составляющих на комплексной плоскости на всех этапах переходного процесса. На рис. 2, б приведена эпюра магнитных состояний ТТ, на которой тонкими линиями нанесены осциллограммы всех ресурсных токов, а жирными — ресурсных токов, действующих на ТТ в данном интервале времени. При  $t = t_{SA}^{(1)}$  насыщается  $TT_A$  и «переключает»  $TT_B$  на ресурсный ток  $i_{pB2} = i_B$ . При  $t = t_{SB}^{(1)}$  насыщается  $TT_B$ , переключая  $TT_A$  на  $i_{pA2} = i_A$ . Поскольку вектор  $I_{pA2}$  расположен в первом квадранте и поэтому ток  $i_{pA2}$  имеет непрерывную полуволну в конце периода, а  $i_{pB2}$  — в четвертом, первым выходит из насыщения  $TT_A$  при  $t = t_{mA}^{(1)}$  и «переключает»  $TT_B$  на  $i_{pB1}$ . При  $t = t_{mB}^{(1)} = 20$  мс выходит из насыщения  $TT_B$  и «переключает»  $TT_A$  на ресурсный ток  $i_{pA1}$ . Во втором периоде насыщение происходит в той же последовательности, что и в первом, но  $TT_A$  насыщается значительно раньше по отношению к началу периода, так как возобновление ресурса пропорционально площади непрерывной полуволны тока  $i_{pA2} = i_A$ .

На рис. 2, в построены на основе рис. 2, б осциллограммы токов в плечах рассматриваемой ГТТ  $\Delta$  ( $i_{pA}$ ,  $i_{pB}$ ,  $i_{pC}$ ) и небаланса ( $i_{nba}$ ,  $i_{nbb}$ ). Из рис. 2, в видно, что в плече рассматриваемой ГТТ  $\Delta$  появляются полуволны тока как полярности, совпадающей с той, которую они имели бы, если бы ТТ  $B$  не насытился («помогающий эффект» — в фазах  $A$  и  $C$ ), так и противоположной («аномальные полуволны» — в фазах  $A$ ,  $B$ ) длительностью  $\tau_{aA}^{(1)}$ ,  $\tau_{aB}^{(1)}$  и  $\tau_{ab}^{(1)}$ . Дифференциальные защиты с торможением (ДЗТ) и дифференциально-фазные защиты (ДФЗ) реагируют на последние из указанных как на внутренние к. з. Помогающий эффект вызывает увеличение тормозного тока и уменьшение тока небаланса ДЗТ, а в ДФЗ обуславливает полное отсутствие ложного сигнала, если их ток превышает уровень формирования сигнала ДФЗ  $i_y$ . На интервалах времени  $\tau_a$  ДЗТ и ДФЗ воспринимают внешнее к. з. как внутреннее. При внутреннем к. з. с питанием

только со стороны ГТТΔ срабатывание ДФЗ гарантировано в первом же периоде при углах блокировки, соответствующих  $T_{бл} = (3 \div 3,5)$  мс, так как ее реагирующим органом является реле времени, а длительность начальной полуволны тока в переходном процессе не менее 4 мс. Однако для этого необходимо, чтобы время идентификации режима броска тока намагничивания не превышало 4 мс.

При двух- и однофазных к. з. переходные процессы в ГТТ  $\Delta\Delta Y$  идентичны процессам в однофазной дифференциальной схеме [4], на основе анализа которых в [8] сделан вывод о недостаточности уровней отстроенности ДЗТ и ДФЗ, если они обладают необходимым быстродействием.

Из рис. 2, в видно, что ток  $i_{n6A}$  разнополярен, а пауза в нем составляет  $\tau_{nA} \approx 1,6$  мс. Столь малая пауза в токе  $i_{n6A}$  обусловлена большим различием значений времени выхода из насыщения ТТ, вызванным размещением векторов ресурсных токов  $i_{pA2}$  и  $i_{pB2}$  в соседних квадрантах комплексной плоскости: ток  $i_{pA2}$  начинается с продолжительной полуволны,  $t_{mA}^{(1)} < T$  ( $T = 20$  мс), а  $i_{pB2}$  — с непродолжительной, и  $t_{mB}^{(1)} \approx T$ . Поэтому неискаженный ток существует в интервале  $T - t_{SA}^{(2)}$ , что и вызывает сокращение паузы в токе небаланса. В ГТТ  $\Delta\Delta\Upsilon$  это явление может иметь место при насыщении двух любых ТТ при трехфазном или двухфазном к. з. на землю, причем максимальное содержание апериодической составляющей для этого не требуется (рис. 2).

Анализ осциллограммы переходного процесса ГТТ $\Delta$  показывает, что имеется ряд устойчивых качественных признаков, пригодных для идентификации режимов к. з. В начале первого периода переходного процесса вторичные токи ГТТ имеют участки «идеальной трансформации», и токи в плечах ГТТ образуются без погрешностей. При этом и ток небаланса в переходном процессе на этом интервале весьма мал. Однако в начале продолжительной полуволны второго периода такой участок может отсутствовать, а его суммарная длительность в периоде (в обеих полуволнах) может не превышать 1,5—2 мс. Поэтому свойство «идеальной трансформации» в ГТТ желательно использовать только в начале первого периода переходного процесса.

Как и в однофазной дифференциальной схеме, время от появления полуволны тока небаланса до ее максимума меньше, чем от максимума до ее конца, а для полуволны тока в реле при внутреннем к. з., наоборот, первое больше второго. На рис. 2, в тонкой пунктирной линией показан ток  $i_{\text{нб}4}$  в ДЗ автотрансформатора АТДЦТН-250-220, полученный с помощью ЭВМ на основе кусочно-параболической аппроксимации характеристик намагничивания ТТ типа ТФНД-110М-1200 (погрешность аппроксимации менее 1,5 %) при  $A = 1,83$  [1].

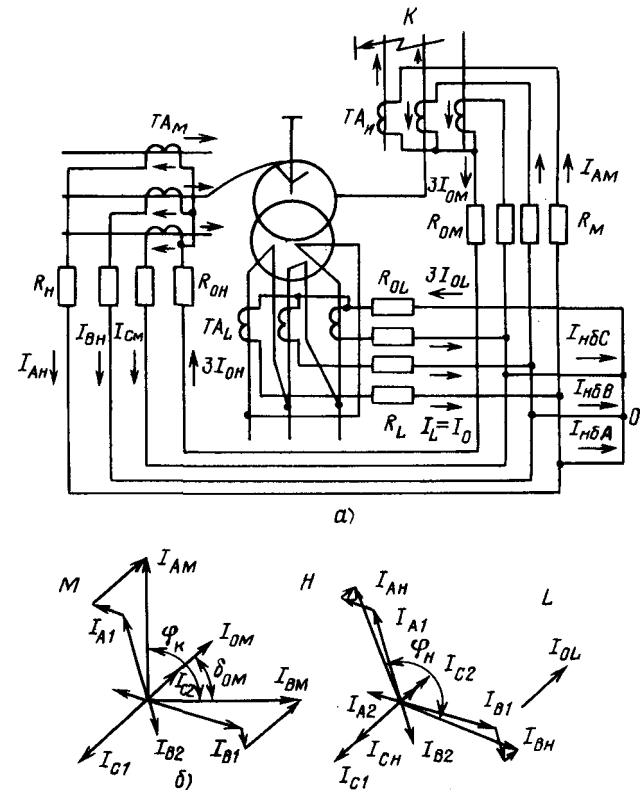


Рис. 3. Расчетная схема дифференциальной защиты автотрансформатора с ГТТYYYY (а) и векторные диаграммы первичных токов на сторонах высшего (H), низшего (L) и среднего (M) напряжений при внешнем двухфазном к. з. на последней (б).

Двухфазное и трехфазное к. з. с насыщением одного ТТ в ГТТУ обусловливают режим, аналогичный переходному процессу в однофазной дифференциальной ГТТ при внешнем к. з. [1]. Рассмотрим режим двухфазного к. з. на землю фаз  $A$  и  $B$  в соответствии с расчетной схемой на рис. 3. *a*.

Начальные фазы ресурсных токов ГТТ стороны среднего напряжения (будем обозначать ее ГТТ<sub>M</sub>, а ГТТ<sub>H</sub> и ГТТ<sub>L</sub> — со сторон высшего и низшего напряжения соответственно) при ненасыщенных ТТ равны

$$\alpha_{pA} = \alpha_A - \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_0 \sin \varphi}{1 + \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \cos \varphi}; \quad (7)$$

$$\beta = \alpha_B + \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_0 \sin \varphi}{1 + \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \cos \varphi}, \quad (8)$$

где  $\epsilon_0 = R_{0M}/R_M$ ;  $R_{0M}$ ,  $R_M$  — сопротивления нулевого и фазного проводов ГТТ<sub>M</sub>. Непосредственно из формулы (8) следует, что при насыщении ТТ<sub>B</sub> в начале продолжительной полуволны во втором и последующих периодах интервал «идеальной трансформации» может отсутствовать, так как ток  $\bar{i}_B$  опережает  $i_B$ . При распо-

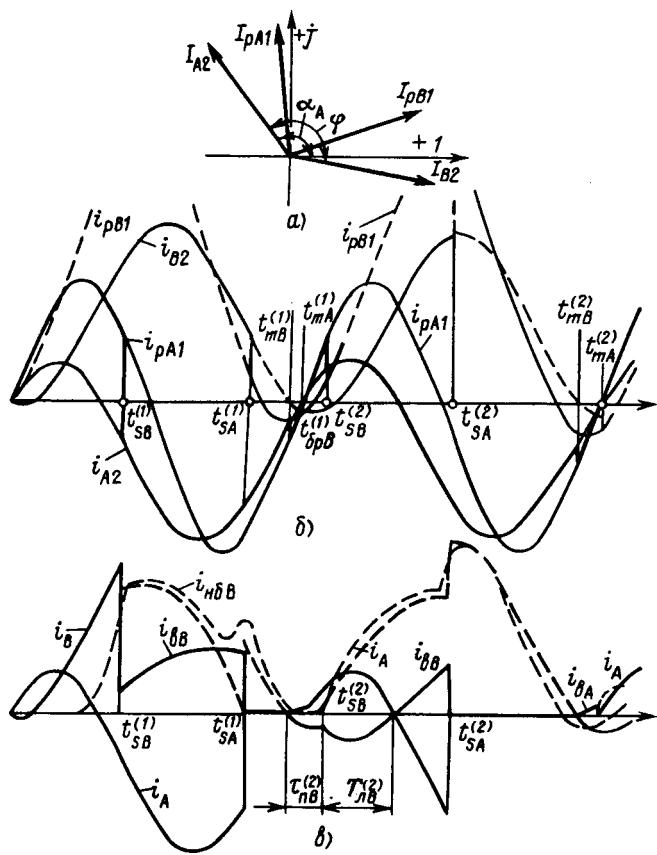


Рис. 4. Векторная диаграмма периодических составляющих ресурсных токов  $I_{pA}$ ,  $I_{pB}$  ГТТ<sub>M</sub> (а), эпюра магнитных состояний ТТ в ГТТ<sub>M</sub> (б) и осциллограмма вторичных токов со стороны среднего напряжения и токов небаланса  $i_{nB}$  и  $i_{nB}$  при двухфазном к. з. на землю с той же стороны. Условные обозначения те же, что на рис. 2.

ложении их в четном квадранте непродолжительная полуволна  $i_{nB}$  заканчивается значительно раньше, чем  $i_B$ , и ГТТ<sub>B</sub> может насытиться раньше, чем кончается непродолжительная полуволна. Поэтому и для ГТТУ при двухфазных к. з. на землю утверждение о наличии интервала «идеальной трансформации» в начале продолжительной полуволны для второго и последующих периодов переходного процесса несправедливо. В первом периоде этот интервал присутствует в любом переходном процессе.

Векторная диаграмма первичных токов в ГТТ<sub>L</sub> существенно зависит от того, имеется ли источник со стороны  $L$ . На рис. 3, б показан весьма распространенный случай отсутствия источника питания с этой стороны, когда первичными токами ГТТ<sub>L</sub> являются токи нулевой последовательности. При этом начальные фазы первичного и ресурсного токов совпадают. Все ТТ в ГТТ<sub>L</sub> находятся в совершенно равных условиях. Но в результате броска тока намагничивания или внешних к. з. со стороны  $L$  ТТ могут иметь

Вологодская областная универсальная научная библиотека  
www.booksite.ru

разные остаточные потоки. Поэтому насытиться могут один или два ТТ.

На рис. 4 приведены характеристики переходного процесса, аналогичные приведенным на рис. 2, при внешнем двухфазном к. з. на землю фаз  $A$  и  $B$  со стороны ГТТ<sub>M</sub> и  $\alpha_A = 125^\circ$ ,  $\varphi = 135^\circ$ ,  $\epsilon_0 = 1$ . Векторная диаграмма (рис. 4, а), эпюра магнитных состояний (рис. 4, б) и осциллограмма токов (рис. 4, в) построены для ГТТ<sub>M</sub>. На последней показаны токи небаланса при ненасыщенных ТТ в ГТТ<sub>L</sub> и ГТТ<sub>H</sub>. Очередность насыщения определяется теми же закономерностями, что и в ГТТ $\Delta$ , и отражена на рис. 4, а аналогично рис. 2, а. После насыщения ТТ<sub>A</sub> и ТТ<sub>B</sub> они находятся под воздействием соответственно токов  $i_{A2}$  и  $i_{B2}$ , векторы периодических составляющих которых расположены в четных квадрантах. Первым выходит из насыщения ТТ<sub>B</sub> ( $t_{mB} = 19,2$  мс), «переключая» ТТ<sub>A</sub> на ток  $i_{pA1}$ , вслед за ним — ТТ<sub>A</sub> ( $t_{mA}^{(1)} = 20$  мс), «переключая» ТТ<sub>B</sub> на ток  $i_{pB1}$ , вектор периодической составляющей которого лежит в первом квадранте. Поэтому ТТ<sub>B</sub> нарабатывает незначительный ресурс: на интервалах  $t_{mB}^{(1)} - T$  и  $T - t_{bpB}^{(2)}$  (рис. 4, б). Это обуславливает быстрое насыщение ТТ<sub>B</sub> в периоде максимального намагничивания, и пауза в токе  $i_{nB}$  составляет  $\tau_{nB}^{(2)} = \tau_{nB}^{(1)} = T \approx 2,2$  мс. Насыщение ТТ<sub>B</sub> в ГТТ<sub>L</sub> (кроме ГТТ<sub>M</sub>) вызывает разнополярность и сокращение паузы в токе  $i_{nB}$ .

На рис. 4, в показана длительность  $T_{nB}^{(2)}$  несовпадений полуволн суммарного тока плеч  $L$  и  $H$  и тока плача  $M$  при внешних к. з., что обуславливает ложный сигнал ДФЗ (и ДФДЗ, т. е. защиты с использованием сочетания дифференциально-фазного и дифференциального принципов действия, при больших токах к. з.); отсюда следует, что большие значения  $T_n$  имеют место только после насыщения ТТ<sub>A</sub> и ТТ<sub>B</sub>. На осциллограмме рис. 4, в видно, что во втором периоде участок «идеальной» трансформации в продолжительной полуволне тока  $i_B$  отсутствует. Все качественные признаки переходного процесса, перечисленные при его анализе в ГТТ $\Delta\Delta Y$ , здесь также имеются. Отметим, что «срыв» вторичного тока в момент насыщения ТТ не является устойчивым признаком насыщения в ГТТ (см. ток  $i_B$  при  $t > t_{SB}^{(2)}$ , где вместо «срыва» наблюдается его рост). На рис. 4, в тонкой пунктирной линией показана осциллограмма тока  $i_{nB}$  в ДЗ группы 3×АОДЦН-167-500, рассчитанная на ЭВМ (ТТМ типа ТРН-220-1500,  $A_z = 5,2$ ).

**Принцип построения защиты.** Из анализа переходных процессов в сложных ГТТ, а также в однофазной дифференциальной схеме [4, 8] следует, что ДФЗ обладает более высоким уровнем устойчивости функционирования, особенно при внутренних к. з. Однако при внешних к. з., сопровождающихся интенсивными переходными процессами могут возникать условия, когда и

ДФЗ не в состоянии обеспечить необходимый уровень отстроенности без привлечения дополнительных средств. Вместе с тем отмеченные выше следующие качественные признаки режимов позволяют обеспечить необходимый уровень отстроенности от внешних к. з. без снижения быстродействия при внутренних:

1. В первом периоде переходного процесса при внешнем к. з. до насыщения ТТ мгновенные значения токов плеч находятся в соотношении, определяемом первым законом Кирхгофа (если пренебречь погрешностями их согласования и от регулирования коэффициента трансформации защищаемого трансформатора). Время первого насыщения ТТ не менее 4 мс.

2. В переходных процессах при внешних к. з. (в противоположность внутренним) интервал времени от начала продолжительной полуволны дифференциального тока до его максимума меньше интервала от его максимума до конца этой полуволны. Поэтому целесообразно использовать в качестве входного сигнала реагирующего органа (*РО*) дифференциальный ток, существующий в первом из названных интервалов времени.

3. В первом периоде переходного процесса при внутреннем к. з. производная дифференциального тока совпадает с фронтом полуволны вторичного тока, а при внешнем она отстает от этого фронта на время насыщения ТТ.

Это дает возможность существенно повысить уровень устойчивости функционирования защиты посредством комплексного использования различных по характеру признаков режима — качественных и количественных (на последних основанные принципы действия ДЗ, ДЗТ, ДФЗ). Канал, использующий качественные признаки, должен обеспечивать устойчивость функционирования в условиях интенсивных переходных процессов, так как эти признаки проявляются наиболее четко при глубоких насыщенных ТТ; канал, использующий количественные признаки, должен обеспечивать свойство селективности [9], а также устойчивость функционирования в стационарных режимах при переходных процессах, сопровождающихся неглубокими насыщениями ТТ.

Алгоритм функционирования второго канала выбран из следующих соображений. Уровень чувствительности, определяемый  $I_{c.z} = 0,15 I_n$ , способна обеспечить ДЗ. Однако уровень устойчивости ее функционирования недостаточен, особенно при сверхтоках, обусловливающих глубокое насыщение ТТ. Поэтому сигнал в измерительном органе защиты, образуемый токами плеч, целесообразно ограничить (стабилизировать) на уровне сквозных токов нагрузки защищаемого объекта. При такой стабилизации в *РО* может поступать лишь импульс длительностью, обусловленной несовпадением во времени сигналов, образованных токами плеч, и поэтому целесообразно исполнение *РО* в виде реле времени.

Следовательно, ДЗ в таком режиме превращается в ДФЗ, которая имеет более высокий уровень устойчивости функционирования [8] при внешних к. з. главным образом за счет упомянутой выше стабилизации, а при внутренних — за счет быстродействия *РО*. Для использования качественных признаков идентификации важно, что ДФЗ не нуждается в обработке токов плеч, искающей их мгновенные значения. Поэтому фактически такая защита является ДФДЗ. Для отстройки от токов небаланса, обусловленных РПН и погрешностью средства согласования токов плеч, в диапазоне сквозных токов от  $1,1 I_n$  до максимального сквозного тока нагрузки целесообразно использовать принцип ДЗТ. Таким образом, алгоритм функционирования ДФДЗ адаптивен: в зависимости от особенностей режима используется наиболее эффективный в данных условиях принцип действия.

Комплексное использование качественных и количественных признаков режима дает возможность управлять уровнем устойчивости функционирования, независимо воздействия на отдельные динамические характеристики ДФДЗ, что исключает зависимость быстродействия ДФДЗ от уровня отстроенности от внешних к. з. Кроме того, это открывает возможность построения унифицированной быстродействующей защиты всех основных элементов электрооборудования электростанций и подстанций, к которому принадлежит и трансформатор. Унифицированная защита здесь не описана, но рассматриваемая защита является ее составной частью.

В основу структурного построения ДФДЗ положены функционально завершенные блоки. Рассмотренные выше признаки режима используются для решения задач селективности и устойчивости функционирования при к. з. Они воплощены в основном блоке защиты (*ОБ*), который входит в состав защиты любого другого элемента, охватываемого упомянутой выше унификацией. Отстройка защиты от броска тока намагничивания осуществляется в виде отдельного блока (*БТН*). Кроме того, в состав защиты входят вспомогательные сервисные блоки: блокировка от неисправностей токовых цепей (от *ОБ* до ТТ), блок обработки входных сигналов (*ОВС*), блок выходных сигналов и контроля активных элементов (*ВБК*) и блок тестового контроля. Блок *ОВС* содержит промежуточные ТТ и диоды разделения токов по знаку полупериода.

**Основной блок.** Структурная схема *ОБ* приведена на рис. 5. Сочетание принципов ДФЗ и ДЗ реализовано в схеме сравнения *СС*. В двух плечах (резисторах) последней суммируются полуволны одинаковой полярности токов плеч защиты, поступающие от блока *ОВС*. Разность напряжений на плечах *СС*, которая направляется в *РО*, пропорциональна дифференциальному току  $i_d$ . На плечах

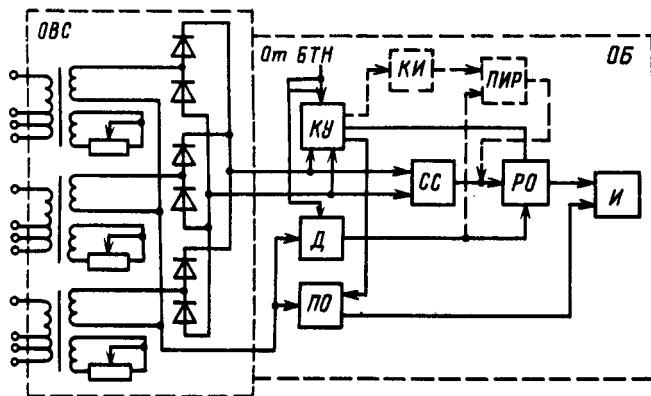


Рис. 5. Структурная схема основного блока ДФДЗ

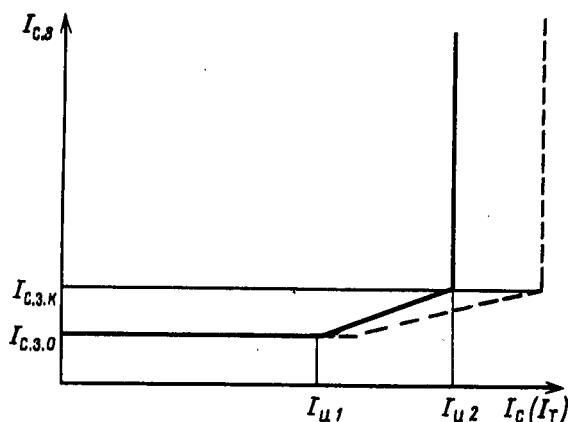


Рис. 6. Характеристика срабатывания ДФДЗ

СС имеются стабилитроны, которые открываются при напряжениях, соответствующих току в защищаемом трансформаторе, превышающему максимальный сквозной ток нагрузки. При этом сигнал в *РО* образуется только за счет несовпадения во времени напряжений плеч *СС*, и защита работает по принципу *ДФЗ*. Уставка *РО*  $T_{bl}=3$  мс.

Принцип *ДЗТ* реализован в *ПО*, который одновременно задает характеристику срабатывания ДФДЗ (зависимость  $I_{c.s.}=f(I_c)$ ,  $I_c$  — сквозной ток), показанную сплошной линией на рис. 6 (исключая вертикальный участок, обусловленный стабилизацией напряжений *СС*). Управление током срабатывания *ПО* осуществляется каналом управления *КУ*, который суммирует мгновенные значения напряжений плеч *СС*, получая сигнал, пропорциональный циркулирующему току,  $U_{KU}=k(|I_c|+|I_c+I_d|)$  (если взаимный угол токов плеч не превышает  $90^\circ$ , а стабилитроны *СС* закрыты). При  $U_{KU} \geq k(2I_{u1}+I_{c.0})$  (рис. 6) *КУ* линейно увеличивает ток срабатывания *ПО*.

Для увеличения устойчивости функционирования *ОБ* при внешних к. з. с токами  $I_c \leq I_{u2}$  *КУ* по такому же закону увеличивает значение

$T_{bl}$  до  $T_{bl,k} = (7-8)$  мс при  $I_c = I_{u2}$ . Чтобы такие значения  $T_{bl,k}$  сохранились в течение интервала переходного процесса, когда «идеальная трансформация» насытившегося ТТ в начале продолжительной полуволны может отсутствовать или весьма непродолжительна, *КУ* «запоминает» сигнал управления, сформированный на интервале «идеальной трансформации», на 4—5 периодов. Таким образом, *КУ* использует первый из перечисленных выше качественных признаков режима.

С целью использования второго качественного признака на выпрямленный дифференциальный ток  $|i_d|$  включен дифференциатор *Д* (рис. 5), который отрицательной полуволной выходного сигнала  $|i_d|'$  сбрасывает отсчет времени *РО*. Следует заметить, что совместное действие канала *Д* и стабилитронов *СС* приводит к тому, что *РО* использует информацию, содержащуюся только в окрестностях интервалов «идеальной трансформации» токов плеч, что резко снижает влияние насыщений ТТ на работу ДФДЗ. При внутренних к. з. функционирование каналов *КУ* и *Д* не приносит пользы, так как сокращает длительность входного сигнала *РО*, а при двустороннем питании с существенно сдвинутыми по фазе токами вызывает увеличение угла блокировки. Поэтому в большинстве режимов внутреннего к. з. блок *БТН* запрещает действие каналов *КУ* и *Д*. Срабатывание ДФДЗ происходит при совпадении выходных сигналов *РО* и *ПО*.

Согласование токов плеч производится с погрешностью менее 3 % с помощью отпаек на первичных обмотках промежуточных ТТ и высокомоменных резисторов на их дополнительных вторичных обмотках (см. блок *ОВС* на рис. 5).

Работа ДФДЗ в стационарных режимах определяется характеристикой срабатывания (рис. 6), т. е. током срабатывания *ПО*. Начальный минимальный ток срабатывания *РО* составляет  $(0,13 \div 0,15)I_{u1}$  и остается неизменным при регулировании  $I_{c.0}$  ДФДЗ. Значение последнего определяется суммой названной выше погрешности согласования и диапазона РПН. Тангенс угла наклона участка  $I_{u1} \div I_{u2}$  определяется той же суммой и незначительной погрешностью ТТ при  $I_c = I_{u2}$  (около 3 %), но без учета коэффициента апериодической составляющей, так как отстройка от внешних к. з. в переходном процессе осуществляется с помощью каналов *КУ* и *Д*. Желательно соблюдение условия  $I_{u2} \leq 2I_{u1}$ , которое гарантирует срабатывание ДФДЗ с током  $I_{c.0}$  при сквозном токе не более номинального. Характеристика срабатывания, показанная сплошной линией, дает гарантированные значения токов срабатывания, так как она построена для совпадающих по фазе токов  $I_c$  и  $I_d = I_{c.s.}$ . При несовпадении этих токов (в пределе — на  $90^\circ$ ) срабатывание происходит при незначительном взаимном угле токов плеч, так как векторная разность последних должна быть рав-

на  $I_{c,3}$  (например, при  $I_c = I_h$  и  $I_{c,3} = 0,15 I_h$  этот угол равен  $8,5^\circ$ ). Поэтому наклонный участок характеристики срабатывания смещается вправо на  $0,5 I_{c,3}$  (пунктирная линия на рис. 6).

Ток и время срабатывания *OB* определяют соответствующие характеристики ДФДЗ в целом, т. е.  $I_{c,3} = 0,15I_n$ . Время срабатывания *PO* равно  $T_{бл,0} = 3$  мс и при входном сигнале *PO* с весьма крутым фронтом практически равно времени срабатывания защиты  $t_{c,3}$ . Однако ток к. з. может быть соизмерим с номинальным или начинаться с непродолжительной полуволны. Это приводит к увеличению времени срабатывания *PO* в худшем случае, как показали лабораторные и производственные испытания, до  $t_{c,3} \leq 8$  мс. Следует заметить, что в таких условиях ТТ не может насытиться в первом периоде переходного процесса.

При замыкании большей части последовательной обмотки автотрансформатора не исключено возникновение сквозного тока [10]. Если он достигает значения, достаточного для стабилизации напряжений на плечах  $CC$ ,  $OB$  будет заблокирован. На этот случай в  $OB$  предусмотрен канал (показанный пунктиром на рис. 5), который обеспечивает срабатывание ДФДЗ в этом режиме посредством использования третьего признака идентификации режима. Формирователь контрольного импульса  $KI$  выдает импульс длительностью 2—2,5 мс в начале первого периода переходного процесса, а блок  $PIR$  контролирует совпадение этого импульса с сигналом  $|i_d|'$ , превышающим порог  $(1,3—1,4)I_n$ , и в случае совпадения выдает импульс длительностью, превышающей время  $T_{бл.к.}$ , что обеспечивает срабатывание  $PO$ . Этот же канал может быть использован и в специальных случаях, когда при внутренних к. з. возникают очень большие сквозные токи нагрузки.

Блок отстройки от бросков тока намагничивания. Чтобы блок *БТН* не снижал быстродействия защиты, он должен иметь время идентификации режима к. з., вызывающего глубокую посадку напряжения на шинах параллельной работы, не более  $T_{бл0} = 3$  мс. На рис. 7 представлена структурная схема такого блока ДФДЗ мощных трансформаторов и автотрансформаторов, имеющих собственный трансформатор напряжения на стороне НН [11]. Время идентификации режима около 2,5 мс достигается за счет сочетания торможения от фильтра  $\Phi$  высших гармонических и апериодической составляющей дифференциального тока и средств, использующих качественные признаки процессов броска тока намагничивания и внутреннего к. з., которые управляют тормозным сигналом,рабатываемым фильтром  $\Phi$ .

Бросок тока намагничивания может возникать в двух режимах работы трансформатора при

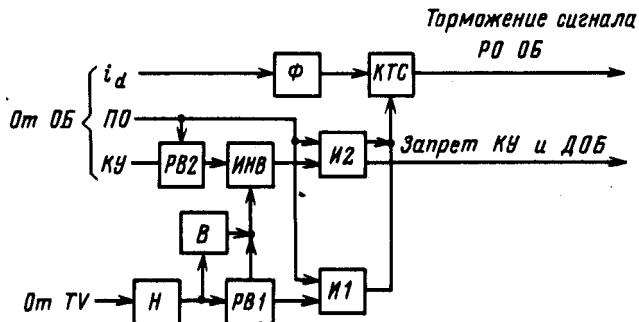


Рис. 7. Структурная схема блока отстройки от броска тока намагничивания ДФДЗ мощных трансформаторов и автотрансформаторов

включении на холостой ход и после работы под нагрузкой (в результате понижения напряжения, вызванного внешним к. з., или скачкообразного изменения фазы напряжения при обрыве нагруженной активной мощностью передачи). При включении на холостой ход (режим опробования) даже при неблагоприятной полярности остаточной индукции бросок тока намагничивания появляется не ранее, чем через 2,8—3 мс после подачи напряжения, в то время как при наличии к. з. в цепи защищаемого трансформатора ток  $i_d$  появляется практически сразу после включения. При появлении фазного напряжения схема  $H$  вызывает изменение выходного сигнала канала  $PB1$  с логического «1» на «0» с выдержкой времени 2,5 мс. Если внутреннее к. з. способно вызвать значительное снижение напряжения на шинах параллельной работы, то за это время, как правило, ток существенно возрастает, сработает  $PO$  в блоке  $OB$  и логический элемент «И1» вызовет срабатывание ключа  $KTC$ , который задержит сигнал  $\Phi$ . Сигнал канала  $PB1$  имеет время возврата около 20 мс и поэтому при снижении напряжения в момент импульса броска тока намагничивания не возвращается. Второй выходной сигнал канала  $PB1$  изменяется с логического «1» на «0» за время 20 мс. Это обуславливает появление логического «0» на входе (и «1» на выходе) инвертора  $IHB$  только после затухания броска тока намагничивания.

Канал  $PB2$  предназначен для идентификации режимов при работе защищаемого трансформатора под нагрузкой, причем на выходе  $PB2$  постоянно присутствует логический «0». При поступлении сигнала  $PO$  в  $OB$  логический «0» выхода  $PB2$  изменяется на «1» за 4 мс. Поэтому при внутреннем к. з. на логическом элементе  $I2$  произойдет совпадение сигналов «1» от  $IHB$  и  $PO$ , что вызовет запрет торможения от фильтра  $\Phi$  и запрет действия каналов  $D$  и  $KU$  в  $OB$ . При броске тока намагничивания после внешнего к. з., которое обусловливает зачатие логического элемента  $I2$  с защищаемого

трансформатора, но не вызывает существенного снижения напряжения на стороне НН (например, к. з. на стороне СН блока «генератор—авто-трансформатор»), в момент к. з. появляется значительный сигнал в КУ ОБ, который проходит через РВ2 раньше, чем сработает ПО от тока небаланса. Поэтому на одном из входов элемента И2 появится логический «0», который будет поддерживаться поочередным поступлением сигналов КУ и ПО. В результате сигнал Ф будет увеличивать степень отстроенности ОБ от внешнего к. з. При отключении внешнего к. з. и исчезновении сигналов ПО и КУ еще около 20 мс РВ2 будет поддерживать логический «0» на входе элемента И2, и поэтому при появлении броска тока намагничивания элемент И2 не может зафиксировать совпадение входных сигналов, а в дальнейшем срабатывание ПО ОБ постоянно удерживает на выходе РВ2 логический «1» до затухания броска тока. При к. з. со снижением э. д. с. защищаемого трансформатора приблизительно менее 0,6U<sub>н</sub> ширина основания сигнала броска тока намагничивания может превысить время срабатывания РО (с учетом сброса отсчета последнего по каналу Д). Поэтому блок Н настраивается таким образом, чтобы при таких напряжениях канал РВ1 возвращался в исходное состояние, блокируя канал РВ2. Тогда при восстановлении напряжения канал РВ1 работает так же, как и в режиме опробования.

При разрыве нагруженной активной мощностью электропередачи на выходе выявителя скачка производной напряжения появляется логическая «1», чем блокируется канал РВ2. Если при этом возник бросок тока намагничивания, то дальнейшее поддержание логического «0» на входе элемента И2 обеспечивается срабатыванием ПО.

ДФДЗ успешно прошла производственные испытания на автотрансформаторе 800 МВ·А подстанция «Заря» и установлена в опытную эксплуатацию на четырех мощных трансформаторах и автотрансформаторах 500 кВ.

**Выводы** 1. Исследования переходных процессов в ГТТ $\Delta$ ΔY и ГТТYYYY (с учетом взаимодействия ТТ), образующих токовые цепи дифференциальных защит трансформаторов и автотрансформаторов, показали, что ни ДЗТ, ни ДФДЗ не могут обеспечить необходимый уровень отстроенности от внешних к. з. без ущерба для быстродействия.

2. В рассматриваемой защите целесообразно комплексное использование качественных и количественных (основанных на принципах ДЗ, ДЗТ и ДФДЗ) признаков идентификации со следующим разделением функций между ними: количественные признаки должны обеспечивать необходимые свойства защиты на уровнях селективности и устойчивости функционирования в стационар-

ных режимах, а качественные — устойчивость функционирования в переходных процессах с глубоким насыщением ТТ. Это дает возможность достичь необходимых уровней чувствительности, быстродействия и отстроенности от внешних к. з. как в стационарных, так и в переходных режимах.

3. Алгоритм функционирования канала схемы ДФДЗ, использующего количественные признаки идентификации, обладает свойством адаптации: при сверхточках применяется принцип ДФДЗ, как обладающий наивысшим уровнем устойчивости функционирования; в нормальном режиме — принцип ДЗ, как обладающий наивысшей чувствительностью; в интервале между диапазонами использования названных принципов — ДЗТ, как обеспечивающий отстройку от токов небаланса, вызванных регулированием коэффициента трансформации защищаемого трансформатора.

4. Для достижения времени идентификации режима блока отстройки от броска тока намагничивания, соответствующего быстродействию ДФДЗ, используются качественные признаки режимов броска тока и внутреннего к. з., в соответствии с которыми тормозной сигнал от фильтра высших гармоник и апериодической составляющей запирается при внутренних к. з.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казанский В. Е. Трансформаторы тока в устройствах релейной защиты и автоматики. — М.: Энергия, 1978.
2. Аналитическое исследование переходных процессов в схеме «звезда» трансформаторов тока при значительной активной нагрузке / Л. В. Багинский, В. М. Лещенко, А. Ф. Саломатин, И. П. Тимофеев. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 2.
3. Новаш В. И., Сольянник В. Х. Расчет переходных процессов в токовых цепях многоплечевых дифференциальных защит. — Электричество, 1982, № 7.
4. Багинский Л. В. Переходные процессы в однофазной дифференциальной группе трансформаторов тока при глубоких насыщениях. — Электричество, 1984, № 12.
5. Подгорный Э. В., Ульяницкий Е. М. Сравнение принципов отстройки дифференциальных реле от токов включения силовых трансформаторов. — Электричество, 1969, № 10.
6. Багинский Л. В., Ерушин В. П., Тимофеев И. П. Токи нагрузки в режимах несимметричных коротких замыканий. — В кн.: Применение математических методов при управлении режимами и развитием электрических систем. Иркутск: Иркутский политехнический институт, 1982.
7. Универсальные характеристики трансформаторов тока в переходном режиме короткого замыкания / С. Л. Кужеков, Ю. И. Иванков, Л. Д. Волесникова и др. — Электричество, 1975, № 2.
8. Багинский Л. В. К выбору принципа быстродействующей защиты основных элементов электрических станций и подстанций. — Электрические станции, 1978, № 5.
9. Федосеев А. М. Релейная защита электроэнергетических систем. — М.: Энергоиздат, 1984.
10. Засыпкин А. С., Рогачевский В. И. О применении дифференциально-фазного принципа для релейной защиты автотрансформатора. — Электричество, 1983, № 3.
11. А. с. № 849371 (СССР). Устройство дифференциальной защиты трансформаторов / Л. В. Багинский, В. П. Ерушин, С. И. Исаев. Опубл. в Б. И., 1981, № 27.

# Расчет импульсных помех во вторичных цепях подстанций высокого напряжения

ГЛУШКО В. И., канд. техн. наук

Белорусское отделение ВГПИ и НИИ «Энергосетьпроект»

**Введение.** Устройства релейных защит и автоматики (УРЗА) подстанций (ПС), основанные на базе микроэлектронной техники, обладают повышенной чувствительностью к воздействию импульсных электромагнитных полей искусственного и естественного происхождения, которые оказывают на УРЗА опасное и мешающее влияние.

На ПС наиболее вероятным и интенсивным источником импульсных помех являются грозовые и коммутационные перенапряжения, действующие на высоковольтные шины (первичные цепи). Распространяющиеся по шинам волны перенапряжений индуцируют импульсы напряжения и тока в контрольных кабелях (вторичные цепи), что создает опасность пробоя изоляции и искажения рабочих сигналов в УРЗА. Опасность представляет также вносимый заземленными жилами и экранами в общеподстанционный пункт управления (ОПУ) потенциал, в результате чего может произойти пробой изоляции корпусов реле на незаземленные жилы кабелей, расположенных вдали от коммутируемых шин. Кроме поля шин на вторичные цепи могут воздействовать также поля радиостанций, радарных установок и других мощных источников искусственного происхождения.

Выбор эффективных и экономических мероприятий по защите вторичных цепей от влияния импульсных полей возможен на основе расчета уровня помех с учетом реальных условий на ПС.

В общем случае расчет помех во вторичных цепях связан с определенными трудностями даже при известных параметрах источника помех (ток в шинах, напряженность электрического поля падающей волны). Трудность прежде всего обусловлена переходом от решения в операторной форме к решению во временной области, что связано с необходимостью использования специальных алгоритмов численного интегрирования при реализации формулы обращения. Принципиальное значение при этом приобретает выбор пути интегрирования в комплексной плоскости, шага интегрирования, а также предела суммирования. В практическом отношении процесс реализации формулы обращения связан с большим объемом вычислительной работы, что не всегда приемлемо при проектировании реальных объектов.

В статье предложен упрощенный метод расчета уровня помех во вторичных цепях ПС на основе приближенных алгоритмов вычисления формулы обращения.

Вологодская областная универсальная научная библиотека  
www.booksite.ru

**Основы методики расчета помех во вторичных цепях.** Будем полагать, что источник помех характеризуется заданными расчетными параметрами: током в шинах (при грозовых и коммутационных перенапряжениях); напряженностью электрического поля (при воздействии внешней волны).

Первичную цепь представим в виде однопроводной линии. В случае необходимости учета влияния всех фаз может быть использован принцип суперпозиции полей фаз.

В качестве вторичных цепей будем рассматривать неэкранированные и экранированные кабели, проложенные в земле или на поверхности земли, характеризующейся удельным сопротивлением  $\rho_3$  и магнитной проницаемостью  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ . Роль экрана играют собственно экран кабеля, металлическая оболочка и броня. Предполагается, что по длине кабеля оболочка и броня не имеют постоянного контакта с землей, т. е. рассматриваются изолированные кабели. Жилы заземляются либо в местах установки УРЗА (в ОПУ), либо в местах установки измерительных устройств в открытых распределительных устройствах (ОРУ). Экран заземляется с двух концов (в ОПУ и в ОРУ).

В качестве расчетной величины примем напряжение между жилой и землей, что соответствует оценке опасного влияния на УРЗА в отношении пробоя изоляции. С целью оценки максимального уровня помех под «землей» будем понимать землю, характеризующуюся нулевым потенциалом. Следует заметить, что оценка максимального уровня помех всегда требуется, когда в ОПУ вносится нулевой потенциал кабелями, расположенными вдали от коммутируемых шин, или другими металлическими коммуникациями. Связь кабеля с землей характеризуется значением сопротивления заземления кабеля. Меняя значение сопротивления заземления, можно приблизенно оценить уровень помех относительно земли с заданным потенциалом, в качестве которой могут рассматриваться близко расположенные металлические коммуникации (например, горизонтальные элементы заземляющих устройств ПС).

Основным мероприятием по снижению напряжения между жилой и землей является заземление жилы в ОПУ. В случае незаземленных в ОПУ жил снизить напряжение между жилой и землей можно, применяя экранированные кабели или заземляя жилы в ОПУ через емкостное сопротивление, а также используя экранирование зазем-

ленных с обоих концов свободных жил кабеля. Предлагаемый метод расчета уровня помех во вторичных цепях разработан применительно к указанным защитным мероприятиям.

В общем случае рассматриваемая задача сводится к расчету поля многопроводной системы, что сопряжено с определенными трудностями. Существенно упростить задачу можно, заменяя оболочку и броню одним трубчатым экраном и не учитывая влияние вторичных цепей на первичные цепи, а жилы на экран и принимая также, что жила без нагрузки, при этом влияние на нее других жил не учитывается; в силу относительно небольших длин вторичных цепей пренебрегаем активным сопротивлением жил и экрана; влияние на жилу через экран и защитное действие свободных жил оценивается по току в экране и свободных жилах. В практическом отношении указанные допущения вполне правомерны и не могут привести к заметной погрешности в определении уровня опасного влияния на вторичные цепи [1, 2].

С учетом принятых допущений вторичные цепи (жилу, экран) будем моделировать однопроводной линией без потерь с параметрами  $Z_b(p)$ ,  $Y_b(p)$ , ток и напряжение которой при ориентации кабеля вдоль оси  $x$  аналогично [1, 2] удовлетворяют системе операторных уравнений

$$\frac{d^2U(x, p)}{dx^2} = \gamma_b^2 U(x, p) + \frac{dE(x, p)}{dx}; \quad (1)$$

$$\frac{d^2I(x, p)}{dx^2} = \gamma_b^2 I(x, p) - Y_b(p) E(x, p), \quad (2)$$

где  $\gamma_b^2 = Z_b(p) Y_b(p) = p^2 L_b C_b$ ;  $L_b$ ,  $C_b$  — индуктивность и емкость вторичных цепей;  $E(x, p)$  — операторное изображение действующей на вторичную цепь э. д. с. от источника помех.

Индуктивность и емкость вторичных цепей определяются в соответствии с [1, 2].

При воздействии на вторичные цепи грозовых и коммутационных перенапряжений э. д. с.  $E(x, p)$  определяется ток в первичной цепи  $I_p(x, p)$  и взаимным сопротивлением между первичной и вторичной цепями  $Z_{p, b}(p)$ :

$$E(x, p) = I_p(x, p) Z_{p, b}(p). \quad (3)$$

Будем пренебрегать токами смещения в земле. Тогда  $Z_{p, b}(p)$  приближенно можно выразить через главное значение интеграла Карсона в  $p$ -области [3, 4]:

$$Z_{p, b}(p) = p \frac{\mu_0}{4\pi} \ln \frac{1 + p\tau_y + \sqrt{p\tau_h}}{p\tau_y}, \quad (4)$$

где  $\tau_y = \mu_0/4p_3(h^2 + y^2)$ ;  $\tau_h = \frac{\mu_0}{p_3} h^2$ ;  $h = h_n + h_k$ ;

$h_n$  — высота подвеса над землей первичной цепи;  $h_k$  — глубина заложения в земле вторичной

цепи;  $y$  — проекция расстояния между первичной и вторичной цепями на поверхность земли.

Для упрощения перехода от решения в операторной форме к временной области (4) можно заменить приближенным выражением

$$Z_{p, b}(p) = p \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \ln \frac{1 + p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{\sqrt{p\tau_h}}{2 + p\tau_y} \right). \quad (5)$$

Сопоставление (5) с точным решением в  $p$ -области через функции Бесселя и Струве [5] показывает, что при изменении  $p$  в пределах, соответствующих пределам интегрирования в формуле обращения, погрешность при использовании приближенного выражения для  $Z_{p, b}(p)$  будет значительно меньше 14 %.

При воздействии на вторичные цепи внешних полей наибольший практический интерес представляет волна в виде суммы экспоненциальных импульсов, операторное изображение которых с учетом граничных условий на поверхности земли представляется в форме [2]:

$$E(x, p) = E(p) = 2E_0 \sqrt{\epsilon_0 p_3} \frac{\sqrt{p}}{p + 1/\tau_k} e^{-\sqrt{p}\tau_k}, \quad (6)$$

где  $E_0$  — функция, характеризующая амплитуду импульса с учетом направленности падения волны;  $\tau_k$  — постоянная времени спада импульса;  $\tau_k = \frac{\mu_0}{p_3} h_k^2$ ;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ .

Непосредственное использование системы уравнений (1), (2) для определения напряжения во вторичных цепях при грозовых и коммутационных перенапряжениях ограничивается тем, что в общем случае ток в первичной цепи не задается в явном виде, а определяется по специальным алгоритмам расчета. Поэтому сначала получим частное решение системы (1), (2) для единичной ступенчатой функции тока  $u_b^0(t)$ , а переход к общему решению для тока произвольной формы  $f(t)$  осуществим путем вычисления интеграла свертки

$$u_b(t) = \int_0^t f(\tau) u_b^0(t - \tau) d\tau. \quad (7)$$

С целью упрощения дальнейшего изложения материала расчет влияния первичных цепей на вторичные рассмотрим на примере их сближения без учета концов кабеля, заходящих в ОПУ и прокладываемых к местам установки измерительных устройств. В случае необходимости учет этого фактора не вызывает особых затруднений.

*Частное решение задачи для неэкранированного кабеля.* Будем считать, что первичная и вторичная цепи параллельны, их начала совпадают и, кроме того, начало вторичных цепей соответствует местам установки УРЗА (в ОПУ), концы — местам установки измерительных устройств (в ОРУ). Уровень помех будем оценивать по их значению в начале кабеля, т. е. на УРЗА. В слу-

чае необходимости аналогично может быть решена задача расчета уровня помех на конце кабеля.

Тогда из (1), (2) аналогично [1, 2] для единичного напряжения между жилой и землей в операторной форме будем иметь

$$U_{\infty}^0(p) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Z_{\infty} \left( \ln \frac{1+p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{\sqrt{p\tau_h}}{2+p\tau_y} \right)}{(Z_{0\infty} + Z_{\infty}) (1 - \beta_{\infty} \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k})} \times \\ \times [1 + \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k} - (1 + \beta_{\infty} e^{\gamma_{\infty} l_k})], \quad (8)$$

где  $l_k$  — длина кабеля;  $Z_{0\infty} = \sqrt{L_{\infty}/C_{\infty}}$  — волновое сопротивление жилы;  $\beta_{\infty} = \frac{Z_{\infty} - Z_{0\infty}}{Z_{\infty} + Z_{0\infty}}$ ;

$Z_{\infty}$ ,  $Z_{\infty}$  — сопротивление заземлений жилы в начале и конце.

Жилы и экран в начале (в ОПУ) заземляются на заземлитель, который состоит из системы вертикальных электродов и в одной точке присоединяется к заземляющему устройству ПС (ЗУ ПС). Длина электродов и расстояния между ними, как правило, такие, что заземлитель в ОПУ приближенно можно считать сосредоточенным, характеризующийся активным сопротивлением. Жилы и экран в конце (в ОРУ) заземляются на ЗУ ПС. На реальных ПС в местах установки измерительных устройств всегда имеет место сильно развитая система заземлителя, обусловленная заземляющей сеткой и наличием железобетонных фундаментов. Вследствие этого заземлитель в ОРУ в первом приближении также можно считать сосредоточенным, характеризующимся активным сопротивлением.

Из (8) при рассмотренном режиме заземления концов жил следует, что для перехода от  $U_{\infty}^0(p)$  к  $U_{\infty}^0(t)$  без учета временной задержки необходимо найти оригинал:

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) + \varphi_2(t) \doteq \frac{1}{p} \ln \frac{1+p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{\sqrt{r_h}}{\sqrt{p} (2+p\tau_y)}. \quad (9)$$

Первый оригинал табличный

$$\varphi_1(t) = \varphi_1 \left( \frac{t}{\tau_y} \right) = E_1 \left( \frac{t}{\tau_y} \right) + \ln \frac{t}{\tau_y} + \gamma, \quad (10)$$

где  $\gamma = 0,5772\dots$  — постоянная Эйлера.

Интегральную показательную функцию  $E_1(x)$  целесообразно вычислять по приближенным формулам (см., например, [6]). На основании приближений [6] для  $\varphi_1(t)$  можно получить:

$$\varphi_1(t) = \varphi_1(x) = x - 0,25x^2 + 0,06x^3, \quad 0 \leq x \leq 1; \quad (11)$$

$$\varphi_1(t) = \varphi_1(x) = \ln x + \gamma + \frac{e^{-x}}{x} \frac{x^2 + 2,33x + 0,25}{x^2 + 3,33x + 1,68}, \quad 1 \leq x \leq \infty, \quad (12)$$

Второй оригинал сводится к интегралу Досона  $F \left( \sqrt{\frac{2t}{\tau_y}} \right)$ , который рассмотрен в приложении; будем иметь

$$\varphi_2(t) = \varphi_2 \left( \frac{2t}{\tau_y} \right) = \sqrt{r_h} A_1 \left( \frac{2t}{\tau_y} \right) = \\ = -\sqrt{\frac{2\tau_h}{\pi\tau_y}} F \left( -\sqrt{\frac{2t}{\tau_y}} \right). \quad (13)$$

Для учета временной задержки разложим  $(1 - \beta_{\infty} \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k})^{-1}$  в ряд и применим к (8) полученные алгоритмы нахождения оригиналлов. Тогда окончательно расчетное соотношение для единичного напряжения между жилой и землей принимает вид

$$u_{\infty}^0(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Z_{0\infty} Z_{\infty}}{(Z_{0\infty} + Z_{\infty}) L_{\infty}} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{\infty} \beta_{\infty})^n \times$$

$$\times [\varphi(t_1) + \beta_{\infty} \varphi(t_2) - (1 + \beta_{\infty} \beta_{\infty}) \varphi(t_3)]. \quad (14)$$

где  $t_1 = t - 2n\tau_y$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_y$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_y$ ;  $\tau_y = l_k \sqrt{L_{\infty} C_{\infty}}$ .

Вычисление по (14) производится при положительном или равном нулю значении аргумента функции  $\varphi(t)$ . Кроме того, при суммировании необходимо учитывать, что при  $\beta_{\infty} \beta_{\infty} = 0$  и  $n=0$   $(\beta_{\infty} \beta_{\infty})^n = 1$ .

Частное решение задачи для экранированного кабеля. Для экранированного кабеля напряжение между жилой и землей обуславливается напряжением между экраном и землей и напряжением между жилой и экраном [1]. Напряжение между экраном и землей определяется аналогично напряжению между жилой и землей неэкранированного кабеля. Используя принятые выше допущение о пренебрежении влияния жилы и экрана на первичную цепь, а также жилы на экран, напряжение между жилой и экраном будем определять по току в экране [2]. В этом случае э. д. с.  $E(x, p)$  выражается через ток в экране и сопротивление связи между жилой и экраном  $Z_{cb}(p)$ . Тогда, учитывая, что жила в ОПУ не заземлена ( $\beta_{\infty} = 1$ ), для напряжения между жилой и землей экранированного кабеля будем иметь

$$u_{\infty}^0(p) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{Z_{\infty} \left( \ln \frac{1+p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{\sqrt{r_h}}{2+p\tau_y} \right)}{(Z_{0\infty} + Z_{\infty}) \gamma_3 (1 - \beta_{\infty} \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k})} \times \\ \times [1 + \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k} - (1 + \beta_{\infty} e^{\gamma_{\infty} l_k})] \times \\ \times \left[ 1 + \frac{Z_{cb}(p)}{Z_{\infty} \gamma_3} \left( \frac{1 + \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k} - (1 + \beta_{\infty} e^{\gamma_{\infty} l_k})}{1 - \beta_{\infty} e^{-2\gamma_{\infty} l_k}} \right) \right], \quad (15)$$

где  $\beta_{\infty} = \frac{Z_{\infty} - Z_{0\infty}}{Z_{\infty} + Z_{0\infty}}$ ;  $\beta_{\infty} = \frac{Z_{\infty} - Z_{0\infty}}{Z_{\infty} + Z_{0\infty}}$ ;  $Z_{0\infty} =$

$\sqrt{L_3/C_3}$  — волновое сопротивление экрана;  $Z_{h..3}$  — сопротивление заземления экрана в начале и конце.

Следует заметить, что с целью исключения термического поражения кабеля, экран в конце может заземляться через токоограничивающее активное сопротивление  $Z_{to}$ . В этом случае при наличии токоограничивающего сопротивления  $\beta_{k..3} = \frac{Z_{to} + Z_{k..3} - Z_{03}}{Z_{to} + Z_{k..3} + Z_{03}}$ .

Для перехода от  $U_{jk}^0(p)$  к  $u_{jk}^0(t)$  упростим (15), потребовав, чтобы определялось завышенное значение  $u_{jk}^0(t)$ . С этой целью будем пренебречь затуханием волн в жиле ( $\gamma_{jk} \approx 0$ ) и на сопротивлении заземления конца жилы ( $\beta_{k..jk} = -1$ ), а для  $Z_{c..3}(p)$  примем его низкочастотное приближение, равное погонному сопротивлению экрана постоянному току  $R_0$  [1, 2]. Первое допущение правомерно в силу того, что волна вдоль экрана затухает значительно сильнее, чем вдоль жилы, и, кроме того, в большинстве практических случаев  $Z_{03} \gg Z_{k..jk}$ . Второе допущение для тонкостенных экранов (собственно экран кабеля) вполне очевидно [2], для толстостенных экранов (оболочка, броня) обосновывается тем, что даже при  $Z_{c..3}(p) = R_0$  по причине малого значения  $R_0$  напряжение между силой и землей практически не зависит от напряжения между жилой и экраном, поэтому любая погрешность в определении  $Z_{c..3}(p)$  не может повлиять на точность результатов расчета.

С учетом первого допущения  $[1 + \beta_{k..jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k} - (1 + \beta_{k..jk} e^{-\gamma_{jk} l_k}) / (1 - \beta_{k..jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k})] \approx \text{th } \gamma_{jk} l_k \approx \gamma_{jk} l_k$ . Тогда окончательно для напряжения между жилой и землей экранированного кабеля получим

$$U_{jk}^0(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Z_{03}(Z_{h..3} + R_0)}{(Z_{03} + Z_{k..3})L_3} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{h..3} \beta_{k..3})^n \times \\ \times [\varphi(t_1) + \beta_{k..3} \varphi(t_2) - (1 + \beta_{k..3}) \varphi(t_3)], \quad (16)$$

где  $R_0 = R_0 l_k$  — сопротивление экрана постоянному току;  $t_1 = t - 2n\tau_3$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_3$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_3$ ;  $\tau_3 = l_k \sqrt{L_3 C_3}$ .

Частотное решение задачи для неэкранированного кабеля, заземленного через емкостное сопротивление. Решение системы уравнений (1), (2) относительно напряжения между заземленной в ОПУ через емкость  $C_3$  жилой и землей представляется в виде

$$U_{jk}^0(p) = \frac{\mu_0}{4\pi} \times$$

$$\times \frac{\left( Z_{h..jk} + \frac{1}{C_3 Z_{h..jk}} \right) \left( \ln \frac{1 + p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{p\tau_h}{2 + p\tau_y} \right)}{\left( Z_{0jk} + Z_{h..jk} + \frac{1}{pC_3} \right) p\tau_{jk} (1 - \beta_{h..jk} \beta_{k..jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k})} \times$$

$$\times [1 + \beta_{k..jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k} - (1 + \beta_{k..jk} e^{-\gamma_{jk} l_k})], \quad (17)$$

$$\text{где } \beta_{h..jk} = \frac{Z_{h..jk} + \frac{1}{pC_3} - Z_{0jk}}{Z_{h..jk} + \frac{1}{pC_3} + Z_{0jk}}.$$

Наибольшая эффективность заземления жилы через емкостное сопротивление достигается при условии, когда оно значительно меньше сопротивления начала жилы. В этом случае для (17) будем иметь

$$U_{jk}^0(p) = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \\ \times \frac{\left( Z_{h..jk} p + \frac{1}{C_3 Z_{h..jk}} \right) \left( \ln \frac{1 + p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{p\tau_h}{2 + p\tau_y} \right)}{(Z_{0jk} + Z_{h..jk}) p\tau_{jk} (1 - \beta_{h..jk} \beta_{k..jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k})} \times \\ \times [1 + \beta_{k..jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k} - (1 + \beta_{k..jk} e^{-\gamma_{jk} l_k})], \quad (18)$$

$$\text{где } \beta_{h..jk} = \frac{Z_{h..jk} - Z_{0jk}}{Z_{h..jk} + Z_{0jk}}.$$

Из (18) видно, что для перехода от  $U_{jk}^0(p)$  к  $U_{jk}^0(t)$  кроме оригинала  $\varphi(t)$  необходимо найти оригинал

$$G(t) = G(t) + G(t) \doteq \frac{1}{p^2} \ln \frac{1 + p\tau_y}{p\tau_y} + \frac{\sqrt{\tau_h}}{p\sqrt{p}(2 + p\tau_y)}. \quad (19)$$

Первый оригинал найдем, применяя интеграл свертки; второй оригинал приводится к табличному и интегралу Досона. Получим

$$G_1(t) = t\varphi_1(t) - t + \tau_y (1 - e^{-t/\tau_y}); \quad G_2(t) = \sqrt{\tau_h/\pi} \times \\ \times \left[ \sqrt{t} - \sqrt{\tau_y/2} F \left( -\sqrt{\frac{2t}{\tau_y}} \right) \right]. \quad (20)$$

Тогда для напряжения между жилой и землей при заземлении жилы через емкостное сопротивление будем иметь

$$u_{jk}^0(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Z_{0jk} Z_{h..jk}}{(Z_{0jk} + Z_{h..jk}) L_3} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{h..jk} \beta_{k..jk})^n \times$$

$$\times \left[ \varphi(t_1) + \beta_{k..jk} \varphi(t_2) - (1 + \beta_{k..jk}) \varphi(t_3) + \frac{1}{C_3 Z_{h..jk}} \times \right. \\ \left. \times (G(t_1) + \beta_{k..jk} G(t_2) - (1 + \beta_{k..jk}) G(t_3)) \right], \quad (21)$$

где  $t_1 = t - 2n\tau_3$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_3$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_3$ .

Общее решение задачи при грозовых и коммутационных перенапряжениях. Общее решение задачи сводится к вычислению интеграла свертки (7), которое выполним на основании принципа наложения, представляя функцию тока в виде суммы единичных постоянных функций, действующих в первичной цепи с задержкой во времени. Тогда, разбивая ось времени на  $M$  участков, каждому из которых соответствует время  $\tau_m$  и значение приращения функции тока  $\Delta f_m$ , интег-

рал свертки может быть вычислен по алгоритму

$$u_{jk}(t) = \sum_{m=1}^M \Delta t_m u_{jk}^0(t - \tau_m). \quad (22)$$

Если на оси  $t$  выделить участки, в которых функция тока принимает значения  $f_m, f_{m+1}$ , то  $\Delta f_m \approx \frac{1}{2}(f_{m+1} - f_m)$ . Кроме того, при задании постоянного шага суммирования  $\tau_m = t \frac{m}{M}$ . С учетом этого

$$u_{jk}(t) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (f_{m+1} - f_m) u_{jk}^0[t(1 - m/M)]. \quad (23)$$

В отдельных случаях при простых схемах коммутации уровень помех приближенно можно оценить по расчетной модели первичной цепи в виде участка линии, нагруженного на сопротивление. Импульс тока в первичной цепи должен выбираться предварительно по результатам расчета или измерений для данного типа подстанций. В некоторых случаях в качестве первого приближения для импульса тока можно принимать ток, определяемый по волновому сопротивлению шин и фазному напряжению [7].

В качестве примера использования такой расчетной модели первичной цепи рассмотрим модель в виде бесконечно длинной линии, которой приближенно могут моделироваться шины с присоединенной линией. В этом случае ток в первичной цепи  $I_{jk}(p) = I_0 e^{-\gamma_{jk} p}$  ( $I_0$  — значение импульса тока в начале линии при  $t=0$ ;  $\gamma_{jk} = p \sqrt{L_{jk} C_{jk}}$ ,  $L_{jk}$ ,  $C_{jk}$  — погонные индуктивность и емкость первичной цепи), а для решения системы уравнений (1), (2) на примере неэкранированного кабеля будем иметь

$$U_{jk}(p) = \frac{\mu_0}{4\pi} I_0 Z_{jk} Z_{jk,b}(p) \times \\ \times \frac{1 + \frac{\gamma_{jk} - \gamma_n}{\gamma_{jk} + \gamma_n} \beta_{jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k} - \left(1 + \frac{\gamma_{jk} + \gamma_n}{\gamma_{jk} - \gamma_n} \beta_{jk}\right) e^{-(\gamma_{jk} + \gamma_n) l_k}}{(Z_{0jk} + Z_{jk}) (\gamma_{jk} + \gamma_n) (1 - \beta_{jk} \beta_{jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k})}. \quad (24)$$

Тогда расчеты соотношения для напряжения между жилой и землей неэкранированного и экранированного кабелей, а также неэкранированного кабеля, заземленного через емкостное сопротивление, принимают вид:

$$u_{jk}^*(t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \frac{Z_{0jk} Z_{on} Z_{jk}}{(Z_{0jk} + Z_{jk})(Z_{0jk} L_{jk} + Z_{on} L_{jk})} \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kn})^n [\varphi(t_1) + D_{jk} \varphi(t_2) - (1 + D_{jk}) \varphi(t_3)]; \quad (25)$$

$$u_{jk}^*(t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \frac{Z_{0jk} Z_{on} (Z_{kn} + R_{kn})}{(Z_{0jk} + Z_{kn})(Z_{0jk} L_{jk} + Z_{on} L_{jk})} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kn})^n [\varphi(t_4) + D_{jk} \varphi(t_5) - (1 + D_{jk}) \varphi(t_0)]; \quad (26)$$

$$u_{jk}^*(t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \frac{Z_{0jk} Z_{on} Z_{jk}}{(Z_{0jk} + Z_{jk})(Z_{0jk} L_{jk} + Z_{on} L_{jk})} \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kn})^n [\varphi(t_1) + D_{jk} \varphi(t_2) - (1 + D_{jk}) \varphi(t_3) + \frac{1}{C_{jk} Z_{jk}} (G(t_1) + D_{jk} G(t_2) - (1 + D_{jk}) G(t_3))], \quad (27)$$

$$\text{где } D_{jk} = \frac{Z_{0jk} L_{jk} + Z_{on} L_{jk}}{Z_{0jk} L_{jk} - Z_{on} L_{jk}} \beta_{jk}; \quad D_{jk} = \frac{Z_{0jk} L_{jk} + Z_{on} L_{jk}}{Z_{0jk} L_{jk} - Z_{on} L_{jk}} \beta_{jk};$$

$Z_{on} = \sqrt{L_{jk} / C_{jk}}$  — волновое сопротивление первичной цепи:  $t_1 = t - 2n\tau_{jk}$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_{jk}$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_{jk} - \tau_n$ ;  $t_4 = t - 2n\tau_{jk}$ ;  $t_5 = t - 2(n+1)\tau_{jk} - \tau_n$ ;  $\tau_n = L_{jk} \sqrt{C_{jk} / L_{jk}}$ .

*Решение задачи при внешней падающей волне.* Для напряжения между жилой и землей неэкранированного кабеля из (1), (2) с учетом (6) в операторной форме получим

$$U_{jk}(p) = \frac{2E_0 \sqrt{\epsilon_0 \rho_3} Z_{jk}}{(Z_{0jk} + Z_{jk}) \gamma_{jk} (1 - \beta_{jk} \beta_{kn} e^{-2\gamma_{jk} l_k})} \times \\ \times [1 + \beta_{jk} e^{-2\gamma_{jk} l_k} - (1 + \beta_{jk}) e^{-\gamma_{jk} l_k}]. \quad (28)$$

Из (28) следует, что переход от  $U_{jk}(p)$  к  $u_{jk}(t)$  без учета временной задержки связан с нахождением оригинала

$$A_2\left(\frac{t}{\tau_n}, \frac{\tau_k}{t}\right) \doteq \frac{e^{-\sqrt{p \tau_k}}}{\sqrt{p} (p + 1/\tau_n)}, \quad (29)$$

алгоритм вычисления которого приведен в приложении.

Тогда для напряжения между жилой и землей будем иметь

$$u_{jk}(t) = 2E_0 \frac{Z_{0jk} Z_{jk} \sqrt{\epsilon_0 \rho_3}}{(Z_{0jk} + Z_{jk}) L_{jk}} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kn})^n \times \\ \times [\Psi(t_1) + \beta_{jk} \Psi(t_2) - (1 + \beta_{jk}) \Psi(t_3)], \quad (30)$$

$$\text{где } \Psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_n}} A_2\left(\frac{t}{\tau_n}, \frac{\tau_k}{t}\right); \quad t_1 = t - 2n\tau_{jk}; \quad t_2 = t -$$

$$- 2(n+1)\tau_{jk}; \quad t_3 = t - (2n+1)\tau_{jk}.$$

Для экранированного кабеля кроме низкочастотного приближения для сопротивления связи  $Z_{cb}(p) = R_0$ , используем его более точное выражение в форме Щелкунова [2]

$$Z_{cb}(p) = R_0 \frac{\sqrt{p \tau_0}}{\sinh \sqrt{p \tau_0}} = 2R_0 \sqrt{p \tau_0} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-(2m+1)\sqrt{p \tau_0}}, \quad (31)$$

где  $\tau_0 = \mu_0 \mu_r \delta^2 / \rho_m$ ,  $\rho_m$ ,  $\mu_r$  — удельное сопротивление и магнитная проницаемость металла экрана;  $\delta$  — толщина стенок экрана.

В случае низкочастотного приближения для  $Z_{cb}(p)$  аналогично (16) и (30) для напряжения между жилой и землей экранированного кабеля

будем иметь

$$u_{jk}(t) = 2E_0 \sqrt{\epsilon_0 \tau_{jk} \rho_3} \frac{Z_{03}(Z_{jk} + R_3)}{(Z_{03} + Z_{jk})L_3} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kj})^n \times \\ \times [\Psi(t_1) + \beta_{kj} \Psi(t_2) - (1 + \beta_{kj}) \Psi(t_3)], \quad (32)$$

где  $t_1 = t - 2n\tau_{jk}$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_{jk}$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_{jk}$ .

Использование более точного выражения для  $Z_{c.b}(p)$  (31) связано с необходимостью нахождения оригинала

$$A_3\left(\frac{t}{\tau_{jk}}, \frac{\tau_k + (2m+1)\tau_{jk}}{t}\right) = \frac{e^{-p\sqrt{\tau_k + (2m+1)\tau_{jk}}}}{p + 1/\tau_{jk}}, \quad (33)$$

который рассмотрен в приложении.

Тогда для напряжения между жилой и землей экранированного кабеля получим

$$u_{jk}(t) = 2E_0 \frac{Z_{03}Z_{jk}\sqrt{\epsilon_0 \tau_{jk} \rho_3}}{(Z_{03} + Z_{jk})L_3} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kj})^n \times \\ \times [\Psi(t_1) + \beta_{kj} \Psi(t_2) - (1 + \beta_{kj}) \Psi(t_3) + \\ + \frac{2R_3\sqrt{\tau_0}}{Z_{jk}\sqrt{\tau_{jk}}} (\theta(t_1) + \beta_{kj}\theta(t_2) - (1 + \beta_{kj})\theta(t_3))], \quad (34)$$

где  $\theta(t) = \sum_{m=0}^{\infty} A_3\left(\frac{t}{\tau_{jk}}, \frac{\tau_k + (2m+1)\tau_{jk}}{t}\right)$ ;  $t_1 = t - 2n\tau_{jk}$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_{jk}$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_{jk}$ .

Для кабеля, жила которого в ОПУ заземлена через емкость как следует из сопоставления (18) и (30), для перехода от  $U_{jk}(p)$  к  $u_{jk}(t)$  кроме оригинала  $A_2\left(\frac{t}{\tau_{jk}}, \frac{\tau_k}{t}\right)$  необходимо найти оригинал

$$A_4\left(\frac{t}{\tau_{jk}}, \frac{\tau_k}{t}\right) = \frac{e^{-\sqrt{p\tau_k}}}{p\sqrt{p}(p + 1/\tau_{jk})}, \quad (35)$$

который рассмотрен в приложении.

С учетом этого аналогично (18) и (30) для напряжения между жилой и землей при заземлении жилы через емкость имеем

$$u_{jk}(t) = 2E_0 \frac{Z_{03}Z_{jk}\sqrt{\epsilon_0 \tau_{jk} \rho_3}}{(Z_{03} + Z_{jk})L_3} \sum_{n=0}^{\infty} (\beta_{jk} \beta_{kj})^n [\Psi(t_1) + \\ + \beta_{kj} \Psi(t_2) - (1 + \beta_{kj}) \Psi(t_3) + \frac{1}{C_k Z_{jk}} (Q(t_1) + \\ + \beta_{kj} Q(t_2) - (1 + \beta_{kj}) Q(t_3))], \quad (36)$$

где  $Q(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_{jk}}} A_4\left(\frac{t}{\tau_{jk}}, \frac{\tau_k}{t}\right)$ ;  $t_1 = t - 2n\tau_{jk}$ ;  $t_2 = t - 2(n+1)\tau_{jk}$ ;  $t_3 = t - (2n+1)\tau_{jk}$ .

Защитное действие рассмотренных мероприятий по снижению уровня помех. При проектировании УРЗА представляет практический интерес приближенная оценка эффективности рассмотренных мероприятий по снижению уровня помех. В качестве критерия эффективности примем коэффициент защитного действия, под которым будем понимать отношение напряжения между жилой и землей для кабеля с применяемыми защитными мероприятиями к напряжению между жилой и землей для кабеля с незаземленными жилами в ОПУ.

В явном виде коэффициент защитного действия в простой форме может быть получен только без учета временной задержки. В этом случае на основании (14), (16), (21), (30), (32), (35) для коэффициента защитного действия соответственно при заземлении жилы  $K_{3..d}^*$  экранированной жилы  $K_{3..d}^*$  и заземленной жилы через емкость  $K_{3..d}^c$  будем иметь

$$K_{3..d}^* = \frac{Z_{h..jk}}{Z_{h..jk} + Z_{03}}; \quad K_{3..d}^c = \frac{Z_{03}L_{jk}}{Z_{03}L_{jk}} \frac{Z_{h..jk} + R_3}{Z_{h..jk} + Z_{03}}; \\ K_{3..d}^c = \frac{Z_{h..jk} + t \frac{\sigma}{C_3}}{Z_{h..jk} + Z_{03}}, \quad (37)$$

где  $\sigma = G(t)/t\varphi(t)$  — при грозовых и коммутационных перенапряжениях;  $\sigma = Q(t)/t\Psi(t)$  — при падающей волне.

Емкость  $S_3$  в (37) выбирается с учетом выполнения условия  $t\sigma/C_3 \ll Z_{h..jk}$  или в первом приближении  $t\sigma/C_3 < Z_{h..jk}$ .

В более простой форме  $K_{3..d}^c$  при грозовых и коммутационных перенапряжениях можно получить для максимального значения времени  $t = 2\tau_{jk}$  и малых значений  $\tau_y$ ,  $\tau_h$ , что соответствует оценке максимального уровня помех. Тогда, учитывая, что  $2\tau_{jk} = 2l_k \sqrt{L_{jk} C_{jk}} = 2l_k C_{jk} Z_{03} = 2C_k Z_{03}$  ( $C_k = C_{jk} L_k$  — емкость кабеля), для  $K_{3..d}^c$  будем иметь

$$K_{3..d}^c = \frac{Z_{h..jk} + \frac{2C_k}{C_3}}{Z_{h..jk} + Z_{03}} \left( \frac{Z_{h..jk}}{Z_{03}} > \frac{2C_k}{C_3} \right). \quad (38)$$

Напряжение между незаземленной в ОПУ жилой и землей неэкранированного кабеля при наличии в кабеле заземленных с обоих концов свободных жил обуславливается напряжением между свободными жилами и землей и напряжением между незаземленной жилой и свободными жилами. Напряжение между свободными жилами и землей определяется аналогично рассмотренному выше напряжению между заземленной в ОПУ жилой и землей при замене радиуса жилы на эквивалентный радиус свободных жил, который определяется по выражению

$$r_{c..jk} = \sqrt[n]{r_{jk} d_{cp}^{n-1}}, \quad (39)$$

где  $d_{cp} = \sqrt[n-1]{d_1 d_2 d_3 \dots d_{n-1}}$  — среднее расстояние между  $n$  свободными жилами.

Напряжение между незаземленной жилой и свободными жилами определяется по э.д.с., которую выразим через ток в свободных жилах и сопротивление связи между незаземленной жи-

лой и свободными жилами [1]

$$Z_{cb}(p) = Z_{cjk}(p) - Z_{jk,cjk}(p) = p \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{y_{cp}}{r_{cjk}}, \quad (40)$$

где  $Z_{cjk}(p)$  — собственное погонное сопротивление свободных жил;  $Z_{jk,cjk}$  — взаимное погонное сопротивление между незаземленной жилой и свободными жилами;  $y_{cp} = \sqrt{y_1 y_2 y_3 \dots y_n}$  — среднее расстояние между незаземленной жилой и свободными жилами.

С учетом этого напряжения между жилой и землей будет удовлетворять выражению (15), на основании которого для коэффициента защитного действия свободных жил будет иметь

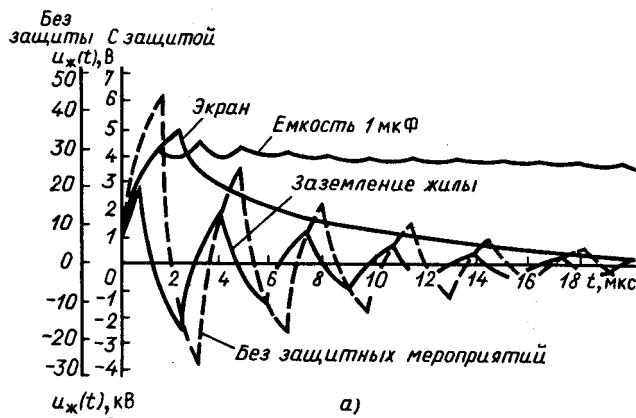
$$K_{3,4}^{cjk} = \frac{Z_{0cjk} L_{jk}}{Z_{0jk} L_{cjk}} \frac{Z_{njk} + \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Z_{0jk}}{L_{jk}} \ln \frac{y_{cp}}{r_{cjk}}}{Z_{njk} + Z_{0cjk}}, \quad (41)$$

где  $Z_{0cjk}$ ,  $L_{cjk}$  — волновое сопротивление и погонная индуктивность свободных жил.

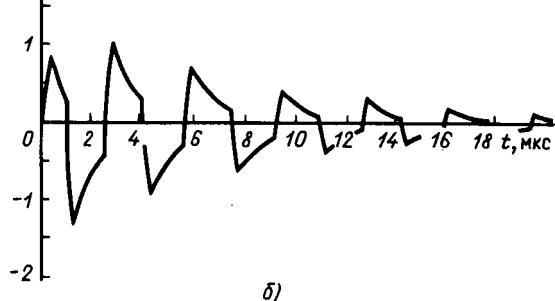
Если свободная жила одна, то

$$K_{3,4}^{cjk} = \frac{Z_{njk} + \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Z_{0jk}}{L_{jk}} \ln \frac{y_{cp}}{r_{jk}}}{Z_{njk} + Z_{0jk}}. \quad (42)$$

*Некоторые результаты расчета.* На рис. 1—5 приведены некоторые результаты расчета уровня



а)



б)

Рис. 1. Напряжения между жилой и землей контрольного кабеля при включении высоковольтных шин с длинной линией на напряжение 1 кВ (а) и при воздействии внешней волны в виде экспоненциального импульса (б)

помех во вторичных цепях и коэффициента защитного действия. Расчеты выполнены применительно к центральной жиле неэкранированного и экранированного контрольных кабелей марки КВБГ 19×2,5 и КВБГЭ 19×2,5, расположенных на поверхности земли с удельным сопротивлением 100 Ом·м

На рис. 1, а изображены графики коммутационных помех, определенные по (25) — (27) для вторичных цепей длиной 50 м и с защитными мероприятиями и без таких мероприятий, расположенных непосредственно под шинами. Высота подвеса шин 7 м, ток в шинах 2,5 А, что примерно

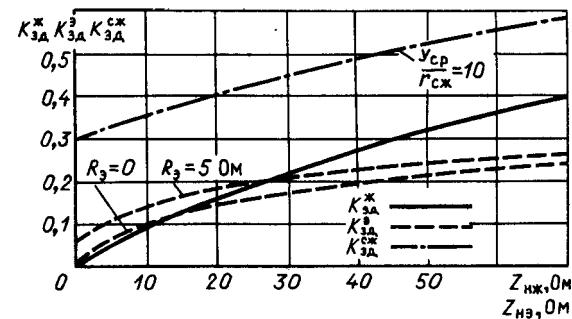


Рис. 2. Графики коэффициентов защитного действия

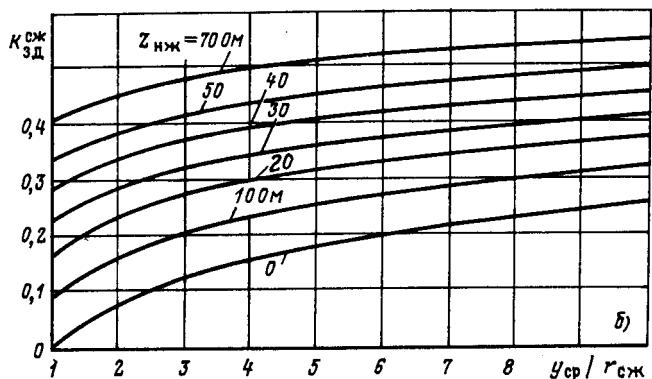
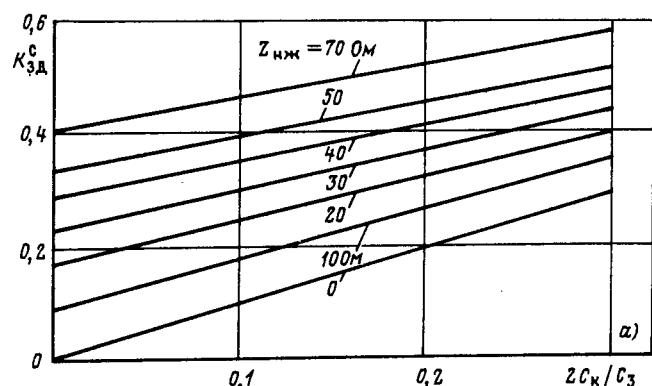


Рис. 3. Графики коэффициентов защитного действия при заземлении жилы через емкость (а) и при экранировании незаземленной жилы свободными жилами (б)

соответствует напряжению шин 1 кВ. Для вторичных цепей без защитных мероприятий жила в ОПУ не заземлена, а в ОРУ заземлена на сопротивление 10 Ом. Для вторичных цепей с защитными мероприятиями принят следующий режим заземления жил и экрана: при заземлении жилы в ОПУ — жила в ОПУ заземлена на сопротивление 10 Ом, в ОРУ не заземлена; жила заземлена через емкость — жила в ОПУ и в ОРУ заземлена на сопротивление 10 Ом; экранирование жилы — жила в ОПУ не заземлена, в ОРУ заземлена на сопротивление 10 Ом, экран в ОПУ и в ОРУ заземлен на сопротивление 10 Ом. На рис. 1, б изображены графики помех при воздействии на вторичную цепь длиной 50 м падающей волны в виде биэкспоненциального импульса с  $E_0 = 10$  кВ/м и постоянными временем  $t_{\text{ч1}} = 2,5$  нс,  $t_{\text{ч2}} = 250$  нс. Жила в ОПУ не заземлена, в ОРУ заземлена на сопротивление 10 Ом. На рис. 2—3 приведены графики коэффициентов защитного действия. График для коэффициента  $K_{\text{з.д}}^{\text{с.ж}}$  на рис. 2 соответствует крайней свободной жиле, что позволяет оценить минимальной эффект экранирования свободными жилами.

На основании полученных расчетных соотношений для уровня помех и коэффициента защитного действия, а также результатов расчета можно заключить следующее. Эффективность рассматриваемых мероприятий по снижению уровня помех прежде всего зависит от значения сопротивления заземления жилы или экрана в ОПУ: при снижении величины сопротивления эффективность увеличивается.

Заземление жилы в ОПУ в большинстве практических случаев является наиболее простым и достаточно эффективным мероприятием по снижению уровня помех. По эффективности к этому мероприятию приближается заземление жилы че-

рез ёмкость при  $Z_{\text{н.ж}} \gg \frac{2C_k}{C_3} Z_{\text{ож}}$ , а также использование экранирующего фактора свободных жил при  $Z_{\text{н.ж}} \gg \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Z_{\text{ож}}}{L_{\text{ж}}} \ln \frac{y_{\text{ж}}}{r_{\text{с.ж}}}$ . Эффективность указанных мероприятий снижается при больших значениях сопротивления заземления жилы в ОПУ, когда выполняется условие  $Z_{\text{н.ж}} \gg Z_{\text{ож}}$ .

Применение экранированных кабелей является универсальным мероприятием по снижению уровня помех во вторичных цепях. Универсальность прежде всего обусловлена тем, что достаточно высокая степень экранирования обеспечивается как при малых, так и больших значениях сопротивления заземления экранов в ОПУ. Эффект использования экрана оценивается величиной  $R_{\text{з}}$  и должна учитываться только при условии соизмеримости  $R_{\text{з}}$  и  $Z_{\text{н.ж}}$ . Для применяемых на практике контрольных кабелей в большинстве случаев можно  $R_{\text{з}}$  пренебречь.

К недостаткам снижения уровня помех путем

Вологодская областная универсальная научная библиотека

заземления жилы в ОПУ, заземления жилы через ёмкость и использования свободных жил следует отнести то, что при выполнении этих защитных мероприятий помехи заносятся непосредственно на УРЗА. При использовании экранированного кабеля этого можно избежать путем заземления экрана либо на входе в ОПУ, либо сразу после входа в ОПУ.

**Выводы.** 1. Задачу расчета влияния импульсных электромагнитных полей на вторичные цепи ПС можно упростить на основе приближенного вычисления формулы обращения путем выделения главного значения решения в форме интеграла Досона, для которого получены рациональные приближения в явном виде.

2. Погрешность решения частных задач опасного влияния первичных цепей на вторичные с учетом принятых допущений составляет около 17 % (в сторону завышения). Общая погрешность расчета уровня помех во вторичных цепях при грозовых и коммутационных перенапряжениях будет включать эту погрешность и погрешность определения тока в первичной цепи. Погрешность расчета уровня помех во вторичных цепях при воздействии падающей волны составляет около 3 %. Указанная погрешность в допустимых пределах увеличивается для экранированных кабелей при использовании приближенного выражения для сопротивления связи, равного погонному сопротивлению экрана постоянному току.

**Приложение. Вычисление оригиналов.**

1.  $A_1(\varepsilon t) \doteq \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(\varepsilon+1)}} \doteq -\frac{j}{\sqrt{\varepsilon}} \operatorname{erf}(j\sqrt{\varepsilon}t)$ . Оригинал можно представить как

$$A_1(\varepsilon t) = \frac{2}{\sqrt{\pi\varepsilon}} F(\sqrt{\varepsilon}t), \quad (\text{П-1})$$

где  $F(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{v^2} dv$  — интеграл Досона [6].

Интеграл Досона имеет максимум в точке  $x \approx 0,924$  [6], поэтому при его вычислении можно использовать разложение [8]

$$\int_0^x e^{v^2} dv = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}. \quad (\text{П-2})$$

На основании (П-2) для  $F(x)$  в области  $0 \leq x \leq 0,924$  получено выражение

$$F(x) = e^{-x^2} \left( x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{4} \right). \quad (\text{П-3})$$

Для анализа  $F(x)$  в области  $0,924 \leq x < \infty$  используем уравнение

$$\frac{dF(x)}{dx} = 1 - 2xF(x), \quad (\text{П-4})$$

которому удовлетворяет  $F(x)$ . Из (П-4) имеем

$$F(x) = \frac{1}{2x} \left( 1 - \frac{dF(x)}{dx} \right), \quad (\text{П-5})$$

которое позволяет при относительно высокой погрешности вычисления  $\frac{dF(x)}{dx}$  получить достаточно высокую точность вычисления  $F(x)$ .

По данным табулированных значений  $F(x)$  [6] для  $\frac{dF(x)}{dx}$  получено:

$$\frac{dF(x)}{dx} = -2,2(x-0,924)e^{-x}, \quad 0,924 \leq x \leq 1,52; \quad (\text{П-6})$$

$$\frac{dF(x)}{dx} = -5,76(x-0,924)e^{-1,7x}, \quad 1,52 \leq x < \infty. \quad (\text{П-7})$$

Погрешность приближенного вычисления  $F(x)$  по приведенному алгоритму не превышает 3 %.

$$2. A_2 \left( \varepsilon t, \frac{\tau}{t} \right) = \frac{e^{-\sqrt{\rho t}}}{\sqrt{\rho(p+\varepsilon)}} = -\frac{je^{-\varepsilon t}}{2\sqrt{e}} \left[ e^{j\sqrt{\varepsilon t}} \times \right. \\ \times \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t} \right) - e^{-j\sqrt{\varepsilon t}} \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \frac{\tau}{t} - j\sqrt{\varepsilon t} \right) - \\ \left. - 2j \sin \sqrt{\varepsilon t} \right].$$

Учитывая соотношения симметрии,  $\operatorname{erf}(-Z) = -\operatorname{erf}Z$ ,  $\operatorname{erf}\bar{Z} = \overline{\operatorname{erf}Z}$ , приведем оригинал к виду

$$A_2 \left( \varepsilon t, \frac{\tau}{t} \right) = \frac{e^{-\varepsilon t}}{\sqrt{e}} \left[ \sin \sqrt{\varepsilon t} \operatorname{Re} \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \times \right. \right. \\ \times \sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t} \left. \right) - \sin \sqrt{\varepsilon t} + j \cos \sqrt{\varepsilon t} \operatorname{Im} \operatorname{erf} \times \\ \times \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t} \right) \left. \right]. \quad (\text{П-8})$$

Действительную и мнимую части  $\operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t} \right)$  примем в форме [6]:

$$\operatorname{Re} \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t} \right) = \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \times \right. \\ \times \sqrt{\frac{\tau}{t}} \left. \right) + \frac{e^{-\frac{\tau}{4t}}}{\pi \sqrt{\frac{\tau}{t}}} (1 - \cos \sqrt{\varepsilon t}) + \\ + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\tau}{4t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} \left( \sqrt{\frac{\tau}{t}} - \sqrt{\frac{\tau}{t}} \times \right. \\ \times \left. \operatorname{ch} n\sqrt{\varepsilon t} \cos \sqrt{\varepsilon t} + n \operatorname{sh} n\sqrt{\varepsilon t} \sin \sqrt{\varepsilon t} \right); \quad (\text{П-9})$$

$$\operatorname{Im} \operatorname{erf} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t} \right) = \sin \sqrt{\varepsilon t} \times$$

$$\times \frac{e^{-\frac{\tau}{4t}}}{\pi \sqrt{\frac{\tau}{t}}} + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\tau}{4t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} \times \\ \times \left( \sqrt{\frac{\tau}{t}} \operatorname{ch} n\sqrt{\varepsilon t} \sin \sqrt{\varepsilon t} + n \operatorname{sh} n\sqrt{\varepsilon t} \cos \sqrt{\varepsilon t} \right). \quad (\text{П-10})$$

Из (П-8)–(П-10) с учетом предельного перехода при  $\tau \rightarrow 0$  имеем

$$A_2 \left( \varepsilon t, \frac{\tau}{t} \right) = \frac{e^{-\varepsilon t}}{\sqrt{e}} \left[ \sin \sqrt{\varepsilon t} \left( \frac{e^{-\frac{\tau}{4t}}}{\pi \sqrt{\frac{\tau}{t}}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\tau}{t}} e^{-\frac{\tau}{4t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} - \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} e^{-\frac{\tau}{4t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} n \operatorname{sh} n\sqrt{\varepsilon t} \right]. \quad (\text{П-11})$$

Для улучшения сходимости второго ряда выделим в (П-11)  $A_1(\varepsilon t) e^{-\frac{\tau}{4t}}$ , которому из (П-8)–(П-10) при  $\tau = 0$  соответствует равенство

$$A_1(\varepsilon t) e^{-\frac{\tau}{4t}} = -\frac{je^{-\varepsilon t - \frac{\tau}{4t}}}{\sqrt{e}} \operatorname{erf}(j\sqrt{\varepsilon t}) = \frac{2}{\pi} \times$$

$$\times \frac{e^{-\varepsilon t - \frac{\tau}{4t}}}{\sqrt{e}} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n} \operatorname{sh} n\sqrt{\varepsilon t} + \frac{\sqrt{\varepsilon t}}{\pi} \right). \quad (\text{П-12})$$

Тогда окончательно получим

$$A_2(\varepsilon t, \frac{\tau}{t}) = A_1(\varepsilon t) e^{-\frac{\tau}{4t}} + \frac{e^{-\varepsilon t - \frac{\tau}{4t}}}{\sqrt{e}} \left[ \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\tau}{t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} - \right. \\ \left. - e^{\frac{\tau}{4t}} \operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} \right) + \frac{1}{\pi} \left( \frac{\sin \sqrt{\varepsilon t}}{\sqrt{\frac{\tau}{t}}} - \sqrt{\varepsilon t} \right) - \right. \\ \left. - \frac{2}{\pi} \frac{\tau}{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2} \operatorname{sh} n\sqrt{\varepsilon t}}{n(n^2 + \frac{\tau}{t})} \right]. \quad (\text{П-13})$$

Вычисление  $\operatorname{erfc} \left( \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau}{t}} \right)$  в (П-13) и дальше целесообразно производить по рациональному приближению [6], которое с допустимой для практических целей погрешностью можно представить в виде

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{t}}\right) = e^{-\frac{\tau}{4t}} \left[ \frac{0,35}{1+0,235\sqrt{\frac{\tau}{t}}} - \frac{0,1}{\left(1+0,235\sqrt{\frac{\tau}{t}}\right)^2} + \frac{0,75}{\left(1+0,235\sqrt{\frac{\tau}{t}}\right)^3} \right]. \quad (\text{П-14})$$

$$3. A_3\left(\varepsilon t, \frac{\tau}{t}\right) \doteq \frac{e^{-\sqrt{p\tau}}}{p+\varepsilon} \doteq \frac{e^{-\varepsilon t}}{2} \left[ e^{i\sqrt{\varepsilon t}} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{t}} + j\sqrt{\varepsilon t}\right) + e^{-i\sqrt{\varepsilon t}} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{t}} - j\sqrt{\varepsilon t}\right) \right].$$

Выполняя преобразования, аналогичные предыдущему, для оригинала будем иметь

$$A_3\left(\varepsilon t, \frac{\tau}{t}\right) = e^{-\varepsilon t - \frac{\tau}{4t}} \left[ \cos\sqrt{\varepsilon t} \left( e^{\frac{\tau}{4t}} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{t}}\right) - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\tau}{t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} \right) + \frac{1}{\pi\sqrt{\frac{\tau}{t}}} (1 - \cos\sqrt{\varepsilon t}) + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\tau}{t}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2/2}}{n^2 + \frac{\tau}{t}} \operatorname{ch} n\sqrt{\varepsilon t} \right]. \quad (\text{П-15})$$

$$4. A_4\left(\varepsilon t, \frac{\tau}{t}\right) \doteq \frac{e^{-\sqrt{p\tau}}}{p\sqrt{p}(p+\varepsilon)} = \frac{e^{-\sqrt{p\tau}}}{\varepsilon p\sqrt{p}} - \frac{e^{-\sqrt{p\tau}}}{\varepsilon\sqrt{p}(p+\varepsilon)} \doteq$$

$$\doteq \frac{1}{\varepsilon} \left[ 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} e^{-\frac{\tau}{4t}} - \sqrt{\tau} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\tau}{t}}\right) - A_2\left(\varepsilon t, \frac{\tau}{t}\right) \right].$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов М. И., Разумов Л. Д., Соколов С. Л. Электромагнитные влияния на сооружения связи. — М.: Связь, 1979.
2. Вэн Э. Ф. Влияние электромагнитных полей на экранированные кабели. — М.: Радио и связь, 1982.

3. Костенко М. В. Операционная форма телеграфных уравнений многопроводной линии высокого напряжения (допущения и область применения). — Электричество, 1987, № 10.

4. Глушко В. И. Методы расчета магнитного влияния между электрическими цепями с учетом конечной проводимости земли. — Электричество, 1986, № 3.

5. Костенко М. В., Перельман Л. С., Шкарин Ю. П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. — М.: Энергия, 1973.

6. Справочник по специальным функциям (под ред. А. Абрамовича и И. Стиган). — М.: Наука, 1979.

7. Хубенштейнер Ф. Ограничение перенапряжений в измерительных, контрольных и сигнальных цепях подстанций высокого напряжения открытого типа. — В сб. докладов международной конференции по большим электрическим системам (СИГРЭ-74) «Релейная защита и противоаварийная автоматика», М.: Энергия, 1976.

8. Карпов К. А. Таблица функции  $\omega(z) = e^{-z} \int_0^z e^{x^2} dx$  в комплексной области. — М.: Изд-во АН СССР, 1954.

[27.12.88]

УДК 621.314.1:538.4

## Анализ переходных режимов сумматора тока МГД-генератора

АНТОНОВ Б. М., канд. техн. наук, ЛАБУНЦОВ В. А., доктор техн. наук, СУЛТАНОВ А. Т., канд. техн. наук

Институт высоких температур АН СССР

Сумматоры тока электродов (СТЭ) служат для связи мелкосекционированных МГД-каналов, у которых нагрузочная способность каждого электрода ограничена током порядка 100 А, с мощными тиристорными инверторами [1].

В институте высоких температур разработан четырехэлектродный сумматор тиристорно-конденсаторного типа с трансформаторными связями [2], с системой управления, изменяющей частоту работы сумматора пропорционально току электрода. Режим работы сумматора с изменяющейся частотой, с одной стороны, обеспечивает необходимое время для заряда конденса-

торов до напряжения, осуществляющего коммутацию тока в тиристорах в первые полупериоды запуска сумматора, когда ток электрода мал, и с другой стороны, ограничивает значение рабочего напряжения на конденсаторах при увеличении тока электрода. Такой режим позволяет использовать в сумматоре тиристоры без последовательного их включения, что уменьшает потери в СТЭ, снижает установленную мощность электротехнического оборудования и габаритные размеры сумматора.

Частота работы сумматора, а следовательно, и значение напряжения на конденсаторах в процессе изменения тока электрода зависит от

параметров регулятора, изменяющего частоту подачи импульсов управления на тиристоры сумматора пропорционально току электрода.

В статье описана математическая модель сумматора тока с трансформаторными связями и регулятором частоты. Исследовано влияние параметров регулятора частоты на переходный процесс в СТЭ при его пуске, проведен выбор параметров регулятора частоты, обеспечивающих оптимальный режим запуска СТЭ.

При использовании переменной частоты работы сумматора наряду с положительными эффектами возникают в ряде случаев и нежелательные явления. Как показано в [3], в установленных режимах при частотах СТЭ, близких к частоте первой гармонической составляющей тока инвертора, возникает низкочастотная модуляция напряжения на конденсаторах, что может привести к срыву нормальной коммутации тиристоров сумматора. Поэтому в данной статье исследуется также возможность ограничения развития модуляции напряжения на конденсаторах с помощью различных алгоритмов работы системы управления.

На рис. 1 приведена принципиальная схема тиристорно-конденсаторного СТЭ с трансформаторными связями на четыре электрода. Канал МГД-генератора представлен в виде гребенчатой схемы [4], где  $R_1$ — $R_4$  — сопротивления растеканию тока от электродов в плазму,  $r_2$ — $r_4$  — продольные межрамочные сопротивления,  $E_2$ — $E_4$  — межрамочные э. д. с.,  $E_1$  и  $r_1$  — э. д. с. и продольное сопротивление участка канала от токосъемной зоны, к которому подключен данный сумматор, до токосъемной зоны, к которой подключен второй полюс инвертора. Ведомый сетью инвертор представлен на рис. 1 источником э. д. с.  $e_d = E_d(1 + k_d \sin \omega_d t)$ , имеющим постоянную и переменную составляющие [5], и активным внутренним сопротивлением  $R_d$ . На рис. 1 также обозначены:  $i_1$ — $i_4$  — токи электродов канала;  $i_d$  — ток инвертора;  $L_d$  — индуктивность сглаживающего реактора в цепи постоянного тока инвертора.

Четырехэлектродный сумматор тока работает в двухтактном режиме. В первый полупериод открыты тиристоры  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_{10}$ ,  $T_{11}$ ,  $T_{14}$ ,  $T_{15}$ , токи электродов  $i_1$ — $i_4$  протекают соответственно через конденсаторы  $C_1$ — $C_4$  и обмотки трансформаторов связи, включенные последовательно с конденсаторами. Во второй полупериод открыты тиристоры  $T_1$ ,  $T_4$ ,  $T_5$ ,  $T_8$ ,  $T_9$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{13}$ ,  $T_{16}$ , токи электродов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i_3$ ,  $i_4$  протекают соответственно через конденсаторы  $C_2$ ,  $C_1$  и  $C_4$ ,  $C_3$ , перезаряжая их, и обмотки соответствующих трансформаторов связи. Такой алгоритм работы СТЭ при наличии трансформаторов связи с коэффициентом трансформации, равном единице и обмотками, включенными встречно, обеспечивает равномерное распределение индуктивности обмоток трансформатора.

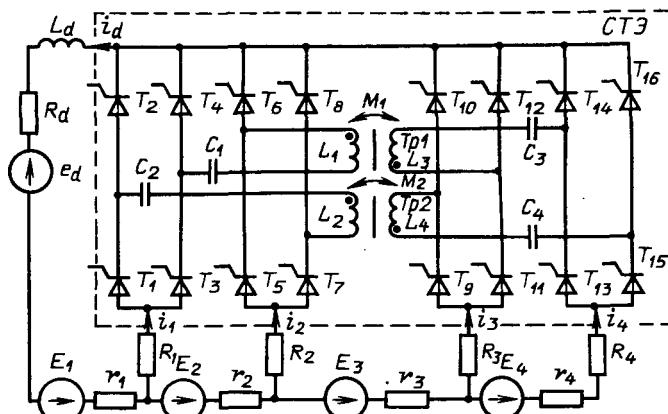


Рис. 1. Схема сумматора тока на четыре электрода (МГД-канал) представлен гребенчатой схемой замещения; инвертор — элементами  $C_1$ ,  $R_d$ ,  $L_d$

распределение токов по электродам токосъемной зоны, к которой подключен сумматор, т. е.  $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = i_s$ .

Исследования пусковых режимов и режимов, обеспечивающих коммутационную устойчивость СТЭ при частотах работы сумматора, близких к первой гармонической составляющей тока инвертора, проводились с помощью математической модели сумматора тока. При разработке математической модели были сделаны следующие допущения: тиристоры — идеальные ключи, коммутация тока в тиристорах мгновенная.

В соответствии с принципиальной схемой сумматора тока, приведенной на рис. 1, для первого полупериода работы запишем систему уравнений

$$\begin{aligned}
 E_1 - E_d(1 + K_d \sin \omega_d t) &= i_d(R_d + r_1) + L_d \frac{di_d}{dt} + \\
 &+ i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M_1 \frac{di_3}{dt} + u_{c1}; \\
 E_2 = (i_d - i_1)r_2 + i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} &- M_2 \frac{di_4}{dt} + u_{c2} - \\
 &- u_{c1} - L_1 \frac{di_1}{dt} + M_1 \frac{di_3}{dt} - i_1 R_1; \\
 E_3 = [i_d - (i_1 + i_2)] r_3 + i_3 R_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} - M_1 \frac{di_1}{dt} + & \\
 &+ u_{c3} - u_{c2} - L_2 \frac{di_2}{dt} + M_2 \frac{di_4}{dt} - i_2 R_2; \\
 E_4 = i_4(r_4 + R_4) + L_4 \frac{di_4}{dt} - M_2 \frac{di_2}{dt} + u_{c4} - u_{c3} - & \\
 &- L_3 \frac{di_3}{dt} + M_1 \frac{di_1}{dt} i_3 R_3; \\
 i_d = i_1 + i_2 + i_3 + i_4, &
 \end{aligned}$$

где  $L_1$ — $L_4$  и  $M_1$ — $M_4$  — собственные и взаимные индуктивности обмоток трансформатора.

Аналогично для второго полупериода работы СТЭ в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1, справедлива система уравнений

$$\begin{aligned}
 E_1 - E_d(1 + K_d \sin \omega_d t) &= i_d(R_d + r_1) + L_d \frac{di_d}{dt} + \\
 &+ i_1 R_1 + L_2 \frac{di_1}{dt} - M_2 \frac{di_3}{dt} + u_{c2}; \\
 E_2 &= (i_d - i_1)r_2 + i_2 R_2 + L_1 \frac{di_2}{dt} - M_1 \frac{di_4}{dt} + u_{c1} - \\
 &- u_{c2} - L_2 \frac{di_1}{dt} + M_2 \frac{di_3}{dt} - i_1 R_1; \\
 E_3 &= [i_d - (i_1 + i_2)]r_3 + i_3 R_3 + L_4 \frac{di_3}{dt} - M_2 \frac{di_1}{dt} + \\
 &+ u_{c4} - u_{c1} - L_1 \frac{di_2}{dt} + M_1 \frac{di_4}{dt} - i_2 R_2; \\
 E_4 &= i_4(r_4 + R_4) + L_3 \frac{di_4}{dt} - M_1 \frac{di_2}{dt} + u_{c3} - \\
 &- u_{c4} - L_4 \frac{di_3}{dt} + M_2 \frac{di_1}{dt} - i_3 R_3; \\
 i_d &= i_1 + i_2 + i_3 + i_4. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Системы (1) и (2) необходимо дополнить уравнениями, описывающими работу регулятора частоты. На рис. 2 приведена схема регулятора частоты, содержащего трансформатор тока  $TT$ , согласующий трансформатор  $Tp3$  диодный мостик  $D_1 - D_4$ , делитель напряжения  $R_5R_6$  и преобразователь напряжение—частота. Последний на рис. 2 представлен двумя резисторами  $R_7$ ,  $R_8$ , конденсатором  $C_5$  и ключом  $Kl$ . Когда напряжение на конденсаторе  $C_5$  достигнет уровня, при котором замыкается ключ, формируется импульс управления на включение очередных тиристоров сумматора, при этом происходит разряд конденсатора  $C_5$  через ключ. В начале следующего полупериода ключ размыкается и конденсатор  $C_5$  начинает заряжаться до напряжения, при котором опять замыкается ключ. В реальных схемах преобразователя напряжение — частота в качестве управляемого ключа обычно используется компаратор в виде операционного усилителя с обратными связями.

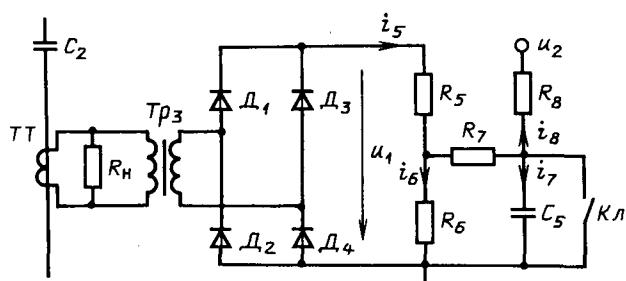


Рис. 2. Схема регулятора частоты

Схема регулятора частоты на рис. 2 описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= (i_6 + i_7 + i_8)R_5 + i_6 R_6; \\
 u_6 R_6 &= (i_7 + i_8)R_7 + u_{c5}; \\
 -u_2 &= i_8 R_8 - u_{c5}; \\
 \frac{du_{c5}}{dt} &= \frac{i_7}{C_5},
 \end{aligned} \quad (3)$$

где  $u_1$  — напряжение на входе делителя  $R_5R_6$ , которое определяется параметрами силовой схемы ( $u_1 = i_1 K_{T1} R_1 K_{T2} K_B$ );  $K_{T1}$  — коэффициент трансформации  $TT$ ;  $K_{T2}$  — коэффициент трансформации  $Tp3$ ,  $K_B$  — коэффициент передачи выпрямителя; напряжение  $u_2$  определяет пусковую частоту СТЭ при условии  $u_1 = 0$ .

Совместное решение в аналитическом виде систем уравнений (1) — (3) является весьма трудной задачей, в связи с чем оно осуществлялось численным методом на ЦВМ.

В процессе анализа пусковых режимов оценивалось качество процесса, связанного с коммутационной устойчивостью сумматора и возможными электрическими воздействиями на элементы сумматора при различных параметрах регулятора частоты. Регулятор частоты можно охарактеризовать двумя основными параметрами — коэффициентом связи по напряжению  $K_c$  и постоянной времени  $\tau$ , влияние каждого из которых можно выявить при исследованиях пусковых режимов и определить их оптимальное сочетание.

Поскольку изменение частоты работы СТЭ в пусковом режиме происходит под действием возмущающего воздействия со стороны источника  $u_1$  (рис. 2), то выражения для  $K_c$  и  $\tau$  можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 K_c &= \frac{1}{\frac{R_5 + R_6}{R_6} \left( 1 + \frac{R_7}{R_8} \right) + \frac{R_5}{R_8}}; \\
 \tau &= \frac{C_5 [R_7(R_5 + R_6) + R_5 R_6]}{R_6} K_c.
 \end{aligned}$$

На практике, для того чтобы исключить влияние цепи, содержащей источник  $u_2$ ,  $R_8$  задающей начальную частоту переключений тиристоров СТЭ при пуске, на процесс изменения частоты пропорционально току электрода, значение резистора  $R_8$  выбирают много больше, чем  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$ . Тогда выражение для  $K_c$  и  $\tau$  можно упростить:

$$\begin{aligned}
 K_c &= \frac{R_6}{R_5 + R_6}; \\
 \tau &= C_5 (R_7 + K_c R_5).
 \end{aligned} \quad (4)$$

Мощность сумматора несизмеримо меньше мощности остальных элементов системы МГД-генератор — СТЭ — ведомый сетью инвертор.

Поэтому ток в цепи каждого из электродов канала, к которым подключен сумматор, определяется внешним по отношению к сумматору факторами и является вынужденным, в связи с чем электрические характеристики сумматора целесообразно рассматривать в функции тока электрода  $I_3$ . Так, на основе численных расчетов системы уравнений (1)–(3) были определены зависимости следующих параметров от  $I_3$  при различных значениях  $K_c$  и  $\tau$ : 1) частоты ( $f$ ) коммутации тиристоров сумматора; 2) времени  $t_{\min}$ , представляемого для выключения тиристоров; 3) амплитуды напряжения  $U_c^*$  на коммутирующих конденсаторах. На рис. 3 приведены графики полученных зависимостей в относительных единицах. За базовые значения для относительных величин частоты  $f^*$ , времени  $t_{\min}^*$ , напряжения  $U_c^*$ , тока  $I_3^*$  и постоянной времени  $\tau$  взяты значения соответствующих параметров при номинальном токе электрода  $I_{3,\text{ном}}$ . Использованные при расчетах значения  $K_c$  и  $\tau$  охватывают практически весь диапазон возможного изменения параметров регулятора частоты.

Анализ полученных зависимостей показал, что при значениях  $K_c$  и  $\tau$ , соответствующих графику 1, относительное напряжение на коммутирующих конденсаторах уже при относительном токе 0,1 достигает значения, равного единице, и продолжает увеличиваться с ростом тока, что не соответствует принятым по расчету номинальному режиму значения напряжения на коммутирующих конденсаторах. Такой режим работы приводит к перенапряжениям на элементах сумматора.

При значениях  $K_c$  и  $\tau^*$ , соответствующих графикам 3, 4, относительное значение напряжения  $U_c^*$  стабилизируется в начале переходного процесса, но величина  $t_{\min}^*$  уже при токе  $I_3^*$  соответственно равном 0,5 и 0,16, становится меньше единицы, что приводит к опрокидыванию сумматора из-за уменьшения времени для выключения тиристора ниже допускаемого. При значениях  $K_c$  и  $\tau^*$ , соответствующих графику 2, обеспечивается отношение  $I_3^*/f^* = 1$  на протяжении всего переходного процесса и значения исследуемых величин в установившемся режиме соответствуют значениям, полученным при номинальном токе электрода. Такой режим запуска является оптимальным.

Для выбора параметров регулятора частоты, обеспечивающего оптимальный режим запуска, рассмотрим процесс изменения напряжения на конденсаторе  $C_5$ . Из анализа схемы на рис. 2 следует, что изменение напряжения на конденсаторе носит апериодический характер. Поскольку регулятор работает на линейном участке апериодической кривой, можно записать уравнение

$$\frac{K_c u_1}{\tau} = \frac{U_0}{T_{\text{пр}}} = U_0 f_{\text{пр}}, \quad (5)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

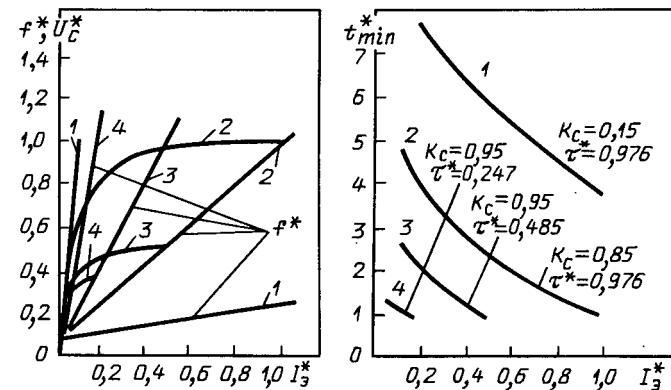


Рис. 3. Графики изменения  $f^*$ ,  $t_{\min}^*$  и  $U_c^*$  в зависимости от тока электрода  $I_3^*$

где  $K_c u_1$  — установившееся значение напряжения на конденсаторе  $C_5$ ;  $U_0$  — напряжение срабатывания ключа;  $T_{\text{пр}}$ ,  $f_{\text{пр}}$  — период и частота работы преобразователя напряжение — частота ( $f_{\text{пр}} = 2f$ ).

С учетом того, что  $u_1 = I_3 K_{\tau 1} K_{\tau 2} K_b R_h$ , уравнение (5) можно переписать в виде

$$\frac{I_3}{f} = \frac{2U_0\tau}{K_c K_{\tau 1} K_{\tau 2} K_b R_h}. \quad (6)$$

В номинальном режиме работы СТЭ отношение  $I_3/f$  является известным, поскольку известно номинальное значение тока электрода и соответствующее ему значение выходной частоты. Используя уравнение (6) и задаваясь  $U_0$ ,  $K_{\tau 1}$ ,  $K_{\tau 2}$ ,  $K_b$ ,  $R_h$  можно найти отношение  $\tau/K_c$ , которое соответствует оптимальному режиму. Значение  $U_0$  выбирается на линейном участке кривой изменения напряжения на конденсаторе  $C_5$ . Величины  $K_{\tau 1}$ ,  $K_{\tau 2}$ ,  $K_b$  и  $R_h$  определяются из условия согласования силовой схемы сумматора со входом преобразователя напряжение — частота. По известному отношению  $\tau/K_c$  из (5) находим  $u_1$ . На практике величину  $K_c$  выбирают такой, чтобы выполнялось неравенство

$$K_c u_1 \gg U_0. \quad (7)$$

При соблюдении условия (7) лучше используется линейный участок в кривой нарастания напряжения на конденсаторе  $C_5$ . Зная  $K_c$  и отношение  $\tau/K_c$  нетрудно найти  $\tau$ .

В качестве примера найдем значения  $K_c$  и  $\tau$  по следующим исходным данным:  $K_{\tau 1} = 0,008$ ,  $K_{\tau 2} = 40$ ,  $K_b = 0,9$ ,  $R_h = 1$  Ом,  $U_0 = 1$  В,  $I_3 = 100$  А,  $f = 1350$  Гц.

Из уравнения (6) получаем  $\tau/K_c = 0,011$  с; из (5):  $u_1 = 30$  В; из неравенства (7) следует  $K_c \gg 0,033$ .

В соответствии с (4) значение коэффициента связи  $K_c$  не может быть больше единицы. Примем  $K_c = 0,85$ , тогда  $\tau = 0,0093$ . По известным значениям  $K_c$  и  $\tau$  нетрудно выбрать сопротивле-

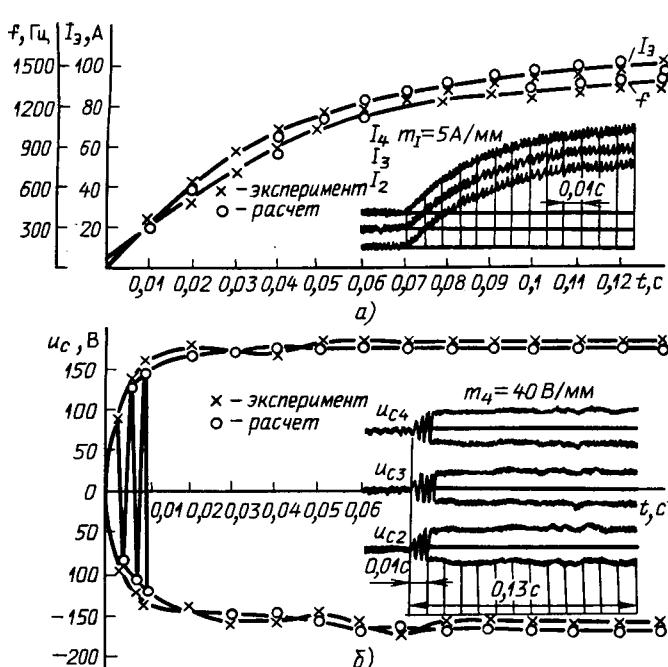


Рис. 4. Графики токов электродов, напряжений на конденсаторах и изменения частоты работы СТЭ

ние резисторов  $R_5$ ,  $R_6$ ,  $R_7$  и  $R_8 = 3$  кОм,  $R_6 = 17$  кОм,  $R_7 = 100$  кОм,  $R_8 = 1$  мОм,  $C_5 = 10^{-7}$  Ф.

Используя данные, полученные для параметров регулятора частоты, и данные для схемы замещения канала, инвертора и сумматора установки У-25, был проведен расчет пускового режима системы СТЭ-инвертор на ток 400 А. Результаты расчета сравнивались с экспериментальными результатами, полученными на физическом пуске МГД-генератора, параметры которого использовались в расчете.

Исходные данные для расчета на ЦВМ пускового режима по уравнениям (1)–(3):

$E_1 = 830$  В,  $E_2 = 10$  В,  $E_3 = E_4 = 0$  В,  $E_6 = 7$  В,  $E_d = 180$  В,  $U_0 = 1$  В,  $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 0,055$  Гн,  $L_d = 0,088$  Гн,  $M_1 = M_2 = 0,054$  Гн,  $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 10^{-4}$  Ф,  $C_5 = 10^{-7}$  Ф,  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 0,6$  Ом,  $R_5 = 3 \cdot 10^3$  Ом,  $R_6 = 17 \cdot 10^3$  Ом,  $R_7 = 10^5$  Ом,  $R_8 = 10^6$  Ом,  $R_d = 1,3$  Ом,  $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0,005$  Ом,  $K_{t1} = 0,008$ ,  $K_{t2} = 40$ ,  $K_v = 0,9$ ,  $R_h = 1$  Ом,  $K_d = 0,5$ ,  $\omega_d = 1884$  рад/с.

По результатам, полученным при расчете пускового режима СТЭ, построены графики изменения тока электрода, напряжения на коммутирующем конденсаторе и рабочей частоты СТЭ. На рис. 4, а приведены сравнительные графики тока одного электрода и графики изменения частоты работы СТЭ, полученные расчетным и экспериментальным путем. Различие значений величин, полученных экспериментально и расчетом, не превышает 10 %. На этом же рисунке

приведена осциллограмма только электродов канала МГД-генератора, полученная при пуске, по которой строится график  $I_3 = f(t)$ . На рис. 4, б приведены графики огибающих напряжения на коммутирующих конденсаторах. Различие значений напряжения на коммутирующих конденсаторах, полученных теоретически и экспериментально, также не превышает 10 %. На рис. 4, б представлена осциллограмма напряжений на коммутирующих конденсаторах, полученная при пуске.

Хорошее качественное и количественное совпадение результатов, полученных теоретическим и экспериментальным путем, позволяет сделать вывод об адекватности расчетной математической модели реальной схеме сумматора. Как указывалось в начале статьи, в установившемся режиме при частоте работы сумматора, близкой к частоте первой гармонической составляющей тока инвертора (300 Гц при трехфазной мостовой схеме), возникает зона коммутационной неустойчивости сумматора, где напряжение на коммутирующих конденсаторах сильно модулируется низкочастотной составляющей, частота которой равна разности частот работы сумматора и первой гармонической тока инвертора.

С помощью разработанной математической модели СТЭ исследовались решения, позволяющие обеспечить устойчивую работу сумматора с частотами, близкими к 300 Гц. Исследования проводились для большей наглядности на конкретных примерах. Исходные режимы для исследований выбирались такими, чтобы они соответствовали практическим значениям тока и частоты, взятыми из осциллограмм, приведенных на рис. 4. На осциллограммах видно, что частотам, расположенным вблизи 300 Гц, соответствует ток электрода около 20 А. Значение пульсации тока инвертора с частотой 300 Гц задавалась равным 10 % — как максимально возможная пульсация в рабочих режимах, наблюдавшаяся при экспериментальных исследованиях. Такая пульсация тока позволяет проследить изменения огибающей напряжения на коммутирующих конденсаторах в достаточно большой зоне частот, где наблюдается модуляция.

На рис. 5 приведены графики огибающих модулирующего напряжения на коммутирующих конденсаторах с частотами 33, 55 и 12 Гц, которым соответствуют частоты работы сумматора 333, 355 и 312 Гц. Из рис. 5 видно, что при приближении частоты работы сумматора к значению 300 Гц, амплитуда модулирующего напряжения возрастает, а частота модулирующего напряжения падает. В заданных условиях при частоте 312 Гц происходит опрокидывание сумматора, так как напряжение на коммутирующих конденсаторах становится равным нулю в момент коммутации. Для этого режима рассмотрено

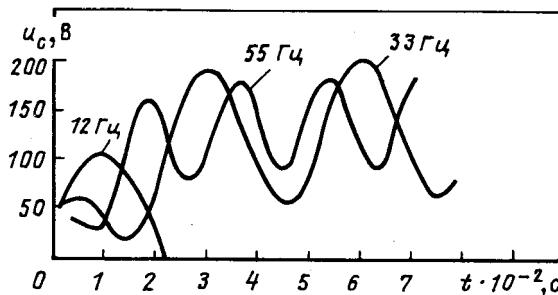


Рис. 5. Графики огибающих модулирующего напряжения на коммутирующих конденсаторах с частотами 55, 33, 12 Гц

несколько алгоритмов работы системы управления, позволяющих ограничить процесс развития модуляции и обеспечить коммутационную устойчивость СТЭ.

Первый алгоритм предполагает в момент времени, когда напряжение на коммутирующем конденсаторе приближается к  $u_{c\min}$ , переход на более высокую частоту работы сумматора. На рис. 6, а приведена кривая напряжения на коммутирующем конденсаторе, полученная при переходе частоты работы СТЭ с 312 Гц ( $t_1$ ) на 330 Гц. При таком режиме процесс развития модуляции напряжения на конденсаторах ограничивается и срыва коммутации не наблюдается.

Второй алгоритм предполагает однократное изменение длительности включенного состояния тиристоров сумматора на одном из полупериодов работы. На рис. 6, б приведена кривая напряжения на коммутирующем конденсаторе, когда происходит изменение длительности включенного состояния тиристоров сумматора (точка  $t_1$ ) с возвращением к длительности в точке  $t_2$ . При этом модуляция напряжения на конденсаторах также ограничивается и не приводит к срыва коммутации.

Третий алгоритм предполагает ограничение амплитуды модулирующего напряжения на коммутирующем конденсаторе на заданном уровне. На рис. 6, в приведена кривая напряжения на коммутирующем конденсаторе, которая ограничена сверху (точка  $t_1$ ) и снизу (точка  $t_2$ ) величиной напряжения 220 В. Ограничение происходит за счет уменьшения напряжения на коммутирующих конденсаторах (их перезаряд) при включении очередных тиристоров сумматора в моменты времени, соответствующие заданному уровню напряжения на конденсаторах.

Рассмотренные варианты алгоритмов управления обеспечивают коммутационную устойчивость СТЭ при возможной глубокой модуляции напряжения на конденсаторах, приводящей к опрокидыванию сумматора. Использование того или иного алгоритма управления определяется в каждом конкретном случае условиями работы сумматора.

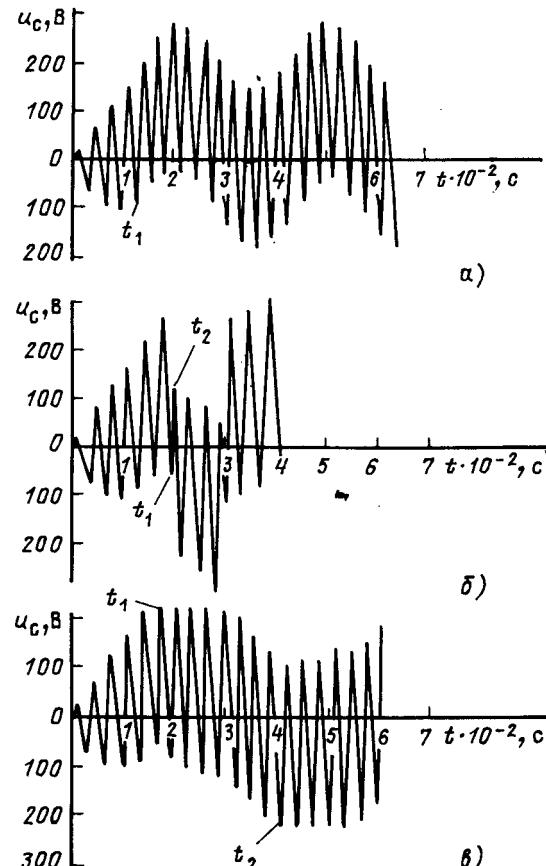


Рис. 6. Графики напряжений на коммутирующих конденсаторах, характеризующих три варианта работы СТЭ в зоне глубокой модуляции

тора совместно с инвертором и МГД-генератором, а также системой управления, реализующей закон изменения частоты пропорционально току электрода.

**Выводы.** 1. Разработана математическая модель четырехэлектродного тиристорно-конденсаторного СТЭ с трансформаторными связями и регулятором частоты работы сумматора, предназначенная для исследования переходных и установившихся процессов в сумматоре.

2. Исследования пусковых режимов СТЭ, проведенные с помощью математической модели на ЦВМ показали, что оптимальный режим пуска достигается при параметрах регулятора, обеспечивающего отношение  $I_s/f^* = 1$  на протяжении всего переходного процесса.

3. Разработаны варианты алгоритмов управления, обеспечивающие коммутационную устойчивость СТЭ в установившихся режимах при глубокой модуляции напряжения на коммутирующих конденсаторах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов Б. М., Случанко Е. И., Султанов А. Т. Способ суммирования токов электродов МГД-генератора. — Электричество, № 1985, № 4, библиотека

2. Патент № 84257 (ССР). Устройство суммирования тока / Б. М. Антонов.
3. Антонов Б. М., Султанов А. Т. Влияние пульсаций тока инвертора на коммутационную устойчивость сумматора тока электродов МГД-генератора.— Электричество, 1985, № 6.
4. Блитштейн А. А., Пищикова В. И., Пищикова С. И. Вопросы суммирования токов электродов диагонального

МГД-канала.— Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1983, № 2.

5. Справочник по преобразовательной технике / Под ред. чл.-корр. АН УССР И. М. Чиженко.— Киев: Техника, 1978.

6. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалов Э. Э. Численные методы анализа.— М.: Наука, 1967.

[03.03.88]

УДК 621.314.001.24

## Анализ электрических цепей с кусочно-полиномиальными периодическими входными воздействиями

ЗЕЗЮЛЬКИН Г. Г., канд. техн. наук

Смоленск

В приложениях часто необходимо решать дифференциальные уравнения, правые части которых являются кусочно-синусоидальными, кусочно-постоянными или кусочно-степенными функциями. В частности, при анализе устройств преобразовательной техники и определении реакции цепей с кусочно-постоянной и кусочно-синусоидальной модуляцией можно пользоваться методами, изложенными в [1—3].

Однако выходные напряжения и токи преобразовательных устройств зачастую являются сложными функциями времени и непосредственное определение реакции цепей на такие сигналы затруднено. Аналитическое описание сигналов можно упростить, воспользовавшись полиномиальной или сплайн-интерполяцией [4]. Математическое обеспечение любой ЭВМ содержит стандартные программы интерполяции. Кроме того, в настоящее время хорошо развиты методы анализа нелинейных цепей и, в частности, цепей с преобразователями, использующие представление решений на отдельных участках в виде рядов Тейлора [5]. Во всех указанных случаях возникает задача определения реакции цепей на кусочно-степенные разрывные воздействия.

Поставленная задача может быть решена, например, методом пространства состояний в сочетании с методом припасовывания. При использовании метода припасовывания полученные для каждого участка непрерывности входного воздействия решения «сшиваются» между собой путем подстановки в качестве начальных условий для решения уравнений данного интервала конечных значений переменных, найденных решением предыдущего интервала. При этом невозможно получить одно общее аналитическое решение для всех временных интервалов. В статье предлагается методика получения изображений кусочно-степенных периодических разрывных сигналов.

Использование операторного метода анализа в сочетании с алгоритмами быстрого преобразования Фурье позволяют находить решения в замкнутой форме.

Рассмотрим кусочно-степенную периодическую функцию  $f(t)$ , представленную на рис. 1. Временная ось разбита на равные отрезки времени  $T$ . На каждом отрезке функция описывается полиномом  $n$ -го порядка. На периоде функции  $f(t)$  укладывается  $N$  интервалов длительностью  $T$ . При аналитическом описании полиномов начала отсчетов совпадают с началом каждого из отрезков. В моменты времени  $0, T, 2T, \dots$  функция  $f(t)$  может иметь разрывы. Разобъем функцию  $f(t)$  на сумму  $n+1$  функцию, как показано на рис. 1:

$$f(t) = f_n(t) + f_{n-1}(t) + \dots + f_0(t), \quad (1)$$

где  $f_k(t)$  — кусочно-степенная функция, содержащая только  $k$ -ю степень исходных полиномов функции  $f(t)$ ;

$$f_k(t) = A_{ki} t^k \text{ при } (i-1)T \leq t \leq iT. \quad (2)$$

Формирование кусочно-степенного сигнала, соответствующего функции  $f(t)$ , предлагается осуществить с помощью импульсной цепи, представленной на рис. 2, a. Входным сигналом цепи является единичная функция Хевисайда. На выходе простейшего импульсного элемента получаем последовательность  $\delta$ -функций единичной площади следующих друг за другом, через интервал  $T$ . Немодулированная последовательность  $\delta$ -функций поступает на  $n+1$  параллельный канал, каждый из которых формирует свою функцию  $f_k(t)$ , входящую в выражение (1), где  $k=0-n$ . Каждый  $k$ -й канал состоит из множительного звена и фиксатора  $k$ -го порядка. Несущим сигналом множительного звена является кусочно-ступенчатая периодическая (с периодом  $NT$ ) функция  $A_k(t)$ , значения которой на каждом интервале непре-

рывности  $(i-1)T \leq t \leq iT$  равны коэффициентам  $A_{ki}$  функции  $f_k(t)$ . В результате последовательность единичных  $\delta$ -функций, проходит через множительное звено с несущей  $A_k(t)$ , моделируется последовательностью  $A_{k1}, A_{k2}, A_{k3}, \dots, A_{kN}, \dots, A_{k1} \dots$

Последовательность модулированных функций на выходе множительного звена  $A_{k1}\delta(t), A_{k2}\delta(t-T), \dots, A_{kN}\delta(t-NT)$  поступает затем на вход фиксатора  $k$ -го порядка. На выходе фиксатора  $k$ -го порядка формируется функция  $f_k(t)$ , входящая в выражение (1). Сумма выходных сигналов фиксаторов всех  $n+1$  канала в соответствии с (1) равна  $f(t)$ .

Учитывая, что несущие множительных звеньев  $A_n(t), A_{n-1}(t), \dots, A_0(t)$  представляют собой последовательности  $N$  числовых значений, можно рассматривать их как векторы в  $N$ -мерном евклидовом пространстве. Формула разложения несущих сигналов в базисе дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) [6] имеет вид

$$\begin{vmatrix} F_n(N, 0) & F_{n-1}(N, 0) & F_0(N, 0) \\ F_n(N, 1) & F_{n-1}(N, 1) & F_0(N, 1) \\ F_n(N, 2) & F_{n-1}(N, 2) \dots & F_0(N, 2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_n(N, N-1) & F_{n-1}(N, N-1) & F_0(N, N-1) \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{N} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & \dots & W^{N-1} \\ 1 & W^2 & W^4 & \dots & W^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & W^{2(N-1)} \dots & W^{(N-1)^2} \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} A_{n1} & A_{(n-1)1} & \dots & A_{01} \\ A_{n2} & A_{(n-1)2} & \dots & A_{02} \\ A_{n3} & A_{(n-1)3} & \dots & A_{03} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{nN} & A_{(n-1)N} & \dots & A_{0N} \end{vmatrix}. \quad (3)$$

или

$$[F] = \frac{1}{N} [W] \times [A], \quad (4)$$

где  $[F]$  — матрица спектров дискретного преобразования Фурье (ДПФ) функций  $A_n(t), A_{n-1}(t), \dots, A_0(t)$ ;  $W^n = \exp(-j2\pi t/N)$ ;  $[A]$  — матрица коэффициентов кусочно-постоянных несущих сигналов.

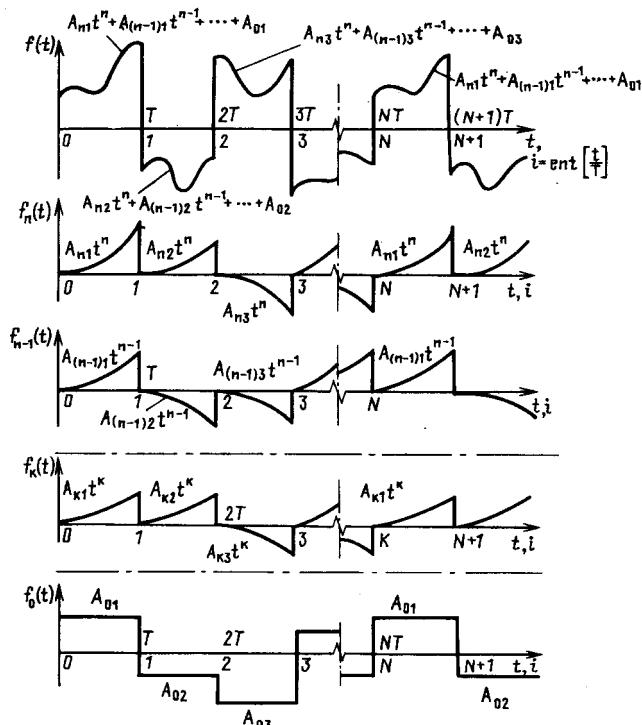


Рис. 1. Периодическая кусочно-степенная функция  $f(t)$  и ее разбиение на сумму  $n+1$  элементарной кусочно-степенной периодической функции

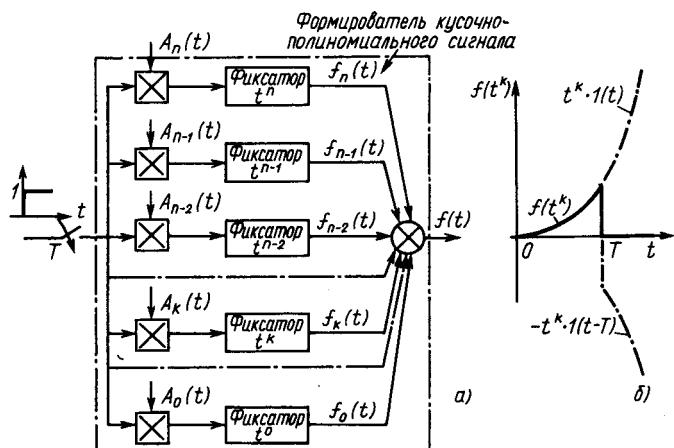


Рис. 2. Импульсная цепь, формирующая кусочно-полиномиальный периодический входной сигнал (a) и сигнал на выходе фиксатора  $k$ -го порядка при единичном дельта-импульсе на входе (b)

Учитывая, что матрица  $[W]$  является унитарной, справедливо соотношение

$$[F]^T = \frac{1}{N} [A]^T \times [W]^T = \frac{1}{N} [A]^T \times [W]. \quad (5)$$

Обратное дискретное преобразование Фурье (ОДПФ) [6] принимает вид

$$\begin{bmatrix} A_n(i) \\ A_{n-1}(i) \\ A_{n-2}(i) \\ \vdots \\ A_0(i) \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nN} \\ A_{(n-1)1} & A_{(n-1)2} & \dots & A_{(n-1)N} \\ A_{(n-2)1} & A_{(n-2)2} & \dots & A_{(n-2)N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{01} & A_{02} & \dots & A_{0N} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & \dots & W^{N-1} \\ 1 & W^2 & W^4 & \dots & W^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & W^{2(N-1)} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{N} i \\ \exp j \frac{2\pi}{N} 2i \\ \vdots \\ \exp j \frac{2\pi}{N} (N-1)i \end{bmatrix} \quad (6)$$

Выражение (6) показывает, что несущий сигнал  $A_k(i)$  (рис. 2, а) может быть представлен в виде линейной комбинации комплексных коммутационных функций (ККФ) [1], являющихся кусочно-постоянными огибающими ДЭФ.

Перейдем к получению передаточной функции фиксатора  $k$ -го порядка. При единичном дельта-импульсе на входе фиксатора на выходе должен быть образован сигнал, представленный на рис. 2, б:

$$f(t^k) = \begin{cases} t^k, & 0 \leq t \leq T; \\ 0, & t > T. \end{cases} \quad (7)$$

Функция  $f(t^k)$  может быть представлена в следующей аналитической форме:

$$f(t^k) = t^k \cdot 1(t) - t^k \cdot 1(t-T), \quad (8)$$

где  $1(t)$  — единичная функция Хевисайда.

Изображение функции  $f(t^k)$  и передаточная функция фиксатора  $k$ -го порядка имеют вид:

$$\begin{aligned} L\{f(t^k)\} &= F_k(p, z) = \int_0^\infty [t^k \cdot 1(t) - t^k \cdot 1(t-T)] e^{-pt} dt = \\ &= \int_0^\infty t^k e^{-pt} dt - \int_T^\infty t^k e^{-pt} dt = \left( -\frac{t^k}{p} e^{-pt} \Big|_0^\infty + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k}{p} \int_0^\infty t^{k-1} e^{-pt} dt \right) - \left( -\frac{t^k}{p} e^{-pt} \Big|_T^\infty + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k}{p} \int_T^\infty t^{k-1} e^{-pt} dt \right) = \left( -\frac{kt^{k-1}}{p^2} e^{-pt} \Big|_0^\infty + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k(k-1)}{p^2} \int_0^\infty t^{k-2} e^{-pt} dt \right) - \left( \frac{T^k}{p} e^{-pT} + \frac{kT^{k-1}}{p^2} e^{-pT} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k(k-1)}{p^2} \int_T^\infty t^{k-2} e^{-pt} dt \right) = \dots = \frac{k}{p^{k+1}} \frac{t^k}{p^k} e^{-pt} - \frac{k}{p^{k+1}} \frac{T^k}{p^k} e^{-pT} - \dots \end{aligned} \quad (9)$$

где  $F_k(p, z)$  — передаточная функция фиксатора  $k$ -го порядка.

Изображение выходного сигнала схемы рис. 2, а можно представить в виде

$$f(p, z) = \begin{bmatrix} A_n(z) \\ A_{n-1}(z) \\ \vdots \\ A_0(z) \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} F_n(p, z) \\ F_{n-1}(p, z) \\ \vdots \\ F_0(p, z) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $A_k(z)$  —  $z$ -преобразование несущего сигнала  $A_k(i)$  (рис. 2, а).

С учетом (6) выражение (10) принимает вид

$$\begin{aligned} f(p, z) &= \frac{1}{N} \begin{bmatrix} z\{1\} \\ z\{\exp j \frac{2\pi}{N} i\} \\ z\{\exp j \frac{2\pi}{N} 2i\} \\ \vdots \\ z\{\exp j \frac{2\pi}{N} (N-1)i\} \end{bmatrix}^T \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W^1 & \dots & W^{N-1} \\ 1 & W^2 & \dots & W^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_{n1} A_{(n-1)1} \dots A_{01} \\ A_{n2} A_{(n-1)2} \dots A_{02} \\ A_{n3} A_{(n-1)3} \dots A_{03} \\ \vdots \\ A_{nN} A_{(n-1)N} \dots A_{0N} \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} F_n(p, z) \\ F_{n-1}(p, z) \\ F_{n-2}(p, z) \\ \vdots \\ F_0(p, z) \end{bmatrix}, \quad (11) \end{aligned}$$

где  $z\{\exp j \frac{2\pi}{N} mi\}$  —  $z$ -преобразование ККФ  $(N, m)$ .

Как показано в [1],  $z$ -преобразование ККФ  $(N, m)$  имеет вид

$$z\{\exp j \frac{2\pi}{N} mi\} = \frac{z}{z - \exp j 2\pi m/N}. \quad (12)$$

После получения с помощью (11) изображения кусочно-полиномиального сигнала  $f(t)$  анализ электрической цепи сводится к следующим этапам: находят изображение выходного сигнала цепи

$$Y(p, z) = f(p, z) W(p), \quad (13)$$

где  $W(p)$  — передаточная функция цепи; переходят к модифицированному  $z$ -преобразованию выходного сигнала  $Y(z, \varepsilon)$ ; пользуются обратным  $z$ -преобразованием, находят оригинал выходного сигнала  $Y(i, \varepsilon)$ .

Необходимо отметить, что при получении изображения  $f(p, z)$ , основные вычисления связаны с определением произведения двух средних матриц. В то же время это произведение является дискретным преобразованием Фурье несущих сигналов. В настоящее время разработаны эффективные алгоритмы гармонического анализа на ЭВМ, позволяющие вычислять ДПФ с числом операций пропорциональным не  $N^2$ , а  $N \log_2 N$  и даже  $N$ . В [6] рассмотрены способы организации вычислений в алгоритмах быстрого преобразования Фурье (БПФ): методы Кули—Таки, Сэнди—Таки, взаимно-простых множителей, Винограда и др. Применение БПФ позволяет в значительной степени облегчить процедуру нахождения оригинала  $Y(i, \varepsilon)$ . Более того, представление передаточной функции  $W(p)$  в виде суммы элементарных дробей позволяет получить готовое решение  $Y(i, \varepsilon)$ , которое содержит коэффициенты спектра ДПФ  $F_k(N, m)$ , вычисляемые с помощью БПФ.

В качестве иллюстрации к сказанному рассмотрим практически важный случай кусочно-линейного периодического входного воздействия ( $n=1$ ). В этом случае изображение входного сигнала электрической цепи имеет вид

$$f(p, z) = \frac{1}{N} \left[ \begin{array}{c} \frac{z}{z-1} \\ \frac{z}{z-\exp j2\pi/N} \\ \vdots \\ \frac{z}{z-\exp j2\pi(N-1)/N} \end{array} \right] \times \times \times \left[ \begin{array}{c} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W^1 & \dots & W^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{c} A_{11}A_{01} \\ A_{12}A_{02} \\ \vdots \\ A_{1N}A_{0N} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{c} \frac{z-1-Tp}{zp^2} \\ \frac{z-1}{zp} \end{array} \right] \quad (14)$$

Пусть передаточная функция электрической цепи представлена в виде суммы элементарных дробей:

$$W(p) = \frac{m_1 p^{q-1} + \dots + m_q}{p^q + d_1 p^{q-1} + \dots + d_q} = \sum_{q=1}^q \frac{m(\alpha_q)}{d'(\alpha_q)} \frac{1}{p-\alpha_q} = \sum_{q=1}^q \frac{C_q}{p-\alpha_q}, \quad (15)$$

где  $\alpha_q$  — корень знаменателя передаточной функции.

Тогда изображение выходного сигнала цепи имеет вид

$$Y(p, z) = \frac{1}{N} [KK\Phi(z)^T \times [W] \times [A] \times \times \left[ \begin{array}{c} \frac{z-1-Tp}{zp^2} \sum_{q=1}^q \frac{C_q}{p-\alpha_q} \\ \frac{z-1}{zp} \sum_{q=1}^q \frac{C_q}{p-\alpha_q} \end{array} \right] ]. \quad (16)$$

Переходя к модифицированному  $z$ -преобразованию выражения (16), а затем к оригиналу, окончательно получаем

$$Y(i, \varepsilon) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{q=1}^q \times \times \frac{\left[ \frac{C_q}{\alpha_q^2} F_1(N, m) A_{1q} + \frac{C_q}{\alpha_q} F_0(N, m) B_{1q} \right] \times}{e^{j2\pi m/N} - e^{\alpha_q T}} \times \times \frac{\left( e^{\frac{j2\pi}{N} m(i+1)} - e^{\alpha_q T(i+1)} \right) +}{\rightarrow} \rightarrow + \frac{\left[ \frac{C_q}{\alpha_q^2} F_1(N, m) A_{2q} + \frac{C_q}{\alpha_q} F_0(N, m) B_{2q} \right] \times}{e^{j2\pi m/N} - e^{\alpha_q T}} \rightarrow \times \times \frac{\left( e^{\frac{j2\pi}{N} mi} - e^{\alpha_q Ti} \right) +}{\rightarrow} \quad (17)$$

$$\text{где } \left. \begin{array}{l} A_{1q} = e^{u_q T \varepsilon} + \alpha_q T \varepsilon - 1; \\ A_{2q} = e^{u_q T \varepsilon} (\alpha_q T - 1) - e^{u_q T} (\alpha_q T \varepsilon - 1); \\ B_{1q} = 1 - e^{u_q T \varepsilon}; \\ B_{2q} = e^{u_q T \varepsilon} - e^{u_q T}. \end{array} \right\} \quad (18)$$

Коэффициенты спектра ДПФ  $F_1(N, m)$  и  $F_0(N, m)$  находят из выражения

$$\left[ \begin{array}{cc} F_1(N, 0) & F_0(N, 0) \\ F_1(N, 1) & F_0(N, 1) \\ \vdots & \vdots \\ F_1(N, N-1) & F_0(N, N-1) \end{array} \right] = \frac{1}{N} [W] \times [A]. \quad (19)$$

Как было отмечено, выражение (19) при  $N \geq 6$  рационально вычислять на ЭВМ с использованием алгоритмов БПФ.

Для иллюстрации рассмотрим два простых примера.

Пример 1. На входе цепи с передаточной функцией действует периодический сигнал, представленный на рис. 3, а

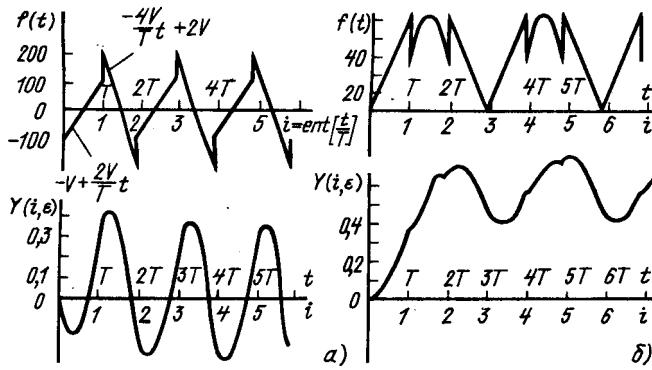


Рис. 3. Входной сигнал и реакция цепи для примера 1 (а) и примера 2 (б)

$$f(t) = \begin{cases} -U + \frac{2U}{T}t, & i = \text{ent}\left[\frac{t}{T}\right] = 0; \\ -\frac{4U}{T}t + 2U, & i = \text{ent}\left[\frac{t}{T}\right] = 1. \end{cases}$$

Найти реакцию цепи при  $k=1$ ,  $\alpha=100$   $\text{с}^{-1}$ ,  $U=100$  В,  $T=0,01$  с.

Используя (11) при  $N=2$ , получаем

$$\begin{aligned} f(p, z) &= \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{c} \frac{z}{z-1} \\ \frac{z}{z+1} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right] \times \\ &\times \left[ \begin{array}{cc} \frac{2U}{T} & -U \\ -\frac{4U}{T} & 2U \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{c} \frac{z-1-Tp}{zp^2} \\ \frac{z-1}{zp} \end{array} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{2z-4}{z+1} \left\{ \frac{2U}{T} \frac{z-1-Tp}{p^2} \cdot \frac{1}{z-1} - \frac{U}{p} \right\}. \end{aligned}$$

Изображение выходного сигнала

$$Y(p, z) = f(p, z) \frac{k}{p+\alpha}.$$

Модифицированное  $z$ -преобразование выходного сигнала

$$\begin{aligned} Y(z, \varepsilon) &= \frac{U}{\alpha} \frac{z(z-2)}{z^2-1} \left[ \frac{2}{T} \left( T\varepsilon - \frac{1}{\alpha} \right) - 1 \right] + \\ &+ \frac{U}{\alpha} \frac{z(z-2)e^{-\alpha T\varepsilon}}{z-e^{-\alpha T}} \left[ \frac{2}{\alpha T} \frac{1}{z+1} + \frac{1}{z-1} \right]. \end{aligned}$$

Пользуясь обратным  $z$ -преобразованием и подставляя числовые значения, находим оригинал:

$$Y(i, \varepsilon) = (2\varepsilon - 3)[1,5(-1)^i - 0,5] + 4,386(-1)^i e^{-\varepsilon} + 0,196e^{-(i+\varepsilon)} - 1,582e^{-\varepsilon},$$

где  $i=0, 1, 2, \dots$ ,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ .

На рис. 3, а представлен график сигнала  $Y(i, \varepsilon)$ . Выражение для  $Y(i, \varepsilon)$  можно было полу-

чить непосредственно, воспользовавшись соотношением (17).

Пример 2. На входе цепи предыдущего примера действует сигнал  $f(t)$ , представленный на рис. 3, б

$$f(t) = \begin{cases} \frac{U}{T}t, & i=0; \\ -\frac{2U}{T^2}t^2 + \frac{2U}{T}t + \frac{U}{2}, & i=1; \\ -\frac{U}{T}t + U, & i=2. \end{cases}$$

Найти реакцию цепи при  $k=1$ ,  $\alpha=100$   $\text{с}^{-1}$ ,  $U=100$  В,  $T=0,01$  с.

Пользуясь выражением (11) при  $N=3$ , получаем:

$$\begin{aligned} f(p, z) &= \frac{1}{3} \left[ \begin{array}{c} \frac{z}{z-1} \\ \frac{z}{z-\exp j2\pi/3} \\ \frac{z}{z-\exp j4\pi/3} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{3}} & e^{-j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{3}} & e^{-j\frac{8\pi}{3}} \end{array} \right] \times \\ &\times \left[ \begin{array}{ccc} 0 & \frac{U}{T} & 0 \\ -\frac{2U}{T^2} & \frac{2U}{T} & \frac{U}{2} \\ 0 & -\frac{U}{T} & U \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{c} \frac{2(z-1)-2Tp-T^2p}{zp^3} \\ \frac{z-1-Tp}{zp^2} \\ \frac{z-1}{zp} \end{array} \right] = \\ &= \frac{4 \cdot 10^6 z(z-1)}{(z^3-1)p^3} + \frac{10^4(z^3+z^2+z+1)}{(z^3-1)p^2} - \frac{10^2(z-1)}{2(z^3-1)p}. \end{aligned}$$

Изображение выходного сигнала

$$Y(p, z) = f(p, z) \frac{k}{p+\alpha}.$$

Модифицированное  $z$ -преобразование выходного сигнала

$$\begin{aligned} Y(z, \varepsilon) &= \frac{-2z^2\varepsilon^2 + (z^3 + 6z - z)\varepsilon - (z^3 + 5,5z^2 - 2z)}{z^3 - 1} + \\ &+ \frac{(z^4 + 5,5z^3 - 3,5z^2 + z)\varepsilon^{-\varepsilon}}{(z^3 - 1)(z - e^{-\varepsilon})}. \end{aligned}$$

Обратное  $z$ -преобразование выражения  $Y(z, \varepsilon)$  дает сигнал:

$$\begin{aligned} Y(i, \varepsilon) &= -[0,666 + 1,333 \cdot \cos(120^\circ(i-1))] \varepsilon^2 + \\ &+ [2 + 4,16 \cdot \cos(120^\circ i - 104^\circ)] \varepsilon + [2,11 + \\ &+ 4,28 \cos(120^\circ i - 97,7^\circ)] \bar{e} - 0,533e^{-(i+\varepsilon)} - 1,5 + \\ &+ 4,36 \cos(120^\circ i + 83,4^\circ). \end{aligned}$$

На рис. 3, б представлен график сигнала  $Y(i, \varepsilon)$ .

В заключение отметим, что интервалы сплайна, в пределах которых значения вектор-функции  $A_{ki}$  фиксированы, должны быть кратны целому числу интервалов  $T$ . Поэтому метод не может применяться для расчета процессов в полупроводниковых преобразователях, где угол переключения приборов регулируется плавно.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зезюлькин Г. Г. Метод анализа цепей с множительными устройствами.— Изв. вузов. Приборостроение, 1980, № 5, с. 37—42.

2. Шипилло В. П., Зезюлькин Г. Г. Комплексные коммутационные функции и их применение для исследования цепей с периодической ступенчатой модуляцией.— Электричество, 1982, № 12, с. 62—65.

3. Зезюлькин Г. Г. Анализ цепей с кусочно-синусоидальной амплитудой модуляцией.— Электричество, 1985, № 6, с. 43—47.

4. Самарский А. А. Введение в численные методы.— М.: Наука, 1982. 272 с.

5. Пухов Г. Е. Дифференциальный анализ электрических цепей.— Киев: Наукова Думка, 1982.— 496 с.

6. Дагман Э. Е., Кухарев Г. А. Быстрые дискретные ортогональные преобразования.— Новосибирск: Наука, 1983.— 232 с.

[12.10.88]

УДК 621.372.017.061.24

## Потери мощности в активном многополюснике, обусловленные токами ветвей его нагрузок

ВЛАСОВ С. П.

Московский институт инженеров железнодорожного транспорта им. Ф. Э. Дзержинского

Известна теорема об активном двухполюснике, дающая возможность определить ток в ветви нагрузки (рис. 1):

$$I_n = \frac{U_{x,x}}{r_{bx} + r_n},$$

где  $U_{x,x}$  — напряжение холостого хода между теми зажимами активного двухполюсника, к которым подключается ветвь нагрузки;  $r_{bx}$  — входное сопротивление пассивного двухполюсника, полученного из активного двухполюсника, относительно тех зажимов, к которым подключается ветвь нагрузки;  $r_n$  — сопротивление ветви нагрузки, подключаемой к активному двухполюснику.

Как будет показано ниже, активный двухполюсник обладает дополнительным свойством, связанным с определением дополнительной мощности потерь внутри двухполюсника, обусловленной его нагрузкой. Аналогичным свойством обладают активный четырехполюсник и активный многополюсник.

1. Цепи постоянного тока. Ограничимся рассмотрением цепей с источниками э. д. с.

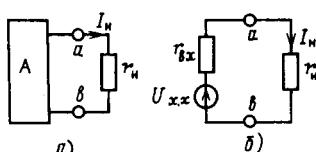


Рис. 1. К теореме об активном двухполюснике

1.1. Активный двухполюсник. Рассмотрим исходную электрическую цепь (рис. 2, a) с выделенной ветвью нагрузки. Алгебраическая сумма мощностей источников энергии в этой цепи при наличии тока нагрузки  $I_n$  равна

$$\sum P_{ист,н} = \sum_{k=1}^n E_k I_k, \quad (1)$$

где  $E_k$  — э. д. с. в  $k$ -й ветви двухполюсника;  $I_k$  — ток в  $k$ -й ветви двухполюсника при наличии ветви нагрузки с током  $I_n$ ;  $n$  — количество ветвей с источниками э. д. с. внутри активного двухполюсника.

Согласно условию баланса мощностей

$$\sum P_{ист,н} = \Delta P_{a,н} + P_n, \quad (2)$$

где  $P_n$  — мощность ветви нагрузки;  $\Delta P_{a,н}$  — мощность потерь в активном двухполюснике при подключенной ветви нагрузки.

Известно, что ток нагрузки может быть найден методом наложения с использованием взаимных проводимостей  $g_{nk}$  ветви нагрузки и ветвей, содер-

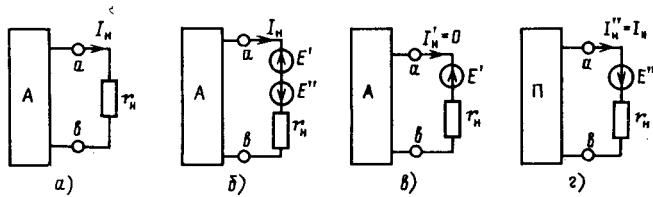


Рис. 2. Активный двухполюсник

жащих источники э. д. с.:

$$I_h = \sum_{k=1}^n E_k g_{hk}. \quad (3)$$

Включим в ветвь нагрузки две одинаковые направленные навстречу друг другу э. д. с.  $E'$  и  $E''$  (рис. 2, б). Пусть

$$E' = E'' = U_{ab|x,x} = U_{x,x},$$

где  $U_{ab|x,x}$  — напряжение между зажимами  $a$  и  $b$  в цепи рис. 2, а при отключенной ветви нагрузки.

Определим алгебраическую сумму мощностей источников в электрической цепи, изображенной на рис. 2, в. Так как  $E' = U_{ab|x,x}$ , то  $I'_h = 0$  и мощность источника  $E'$  равна нулю. Алгебраическая сумма мощностей источников активного двухполюсника

$$\sum P'_{ист} = \sum_{k=1}^n E_k I'_k. \quad (4)$$

Появление в ветви нагрузки дополнительного источника  $E'$  (рис. 2, в) изменяет токи в ветвях с источниками э. д. с. по сравнению с исходным режимом (рис. 2, а). Теперь ток в произвольной  $k$ -й ветви с источником э. д. с. равен

$$I'_k = I_k - E' g_{hk}, \quad (5)$$

где  $g_{hk}$  — взаимная проводимость  $k$ -й ветви двухполюсника и ветви нагрузки.

С учетом (5) выражение (4) примет вид

$$\begin{aligned} \sum P'_{ист} = \Delta P'_a &= \sum_{k=1}^n E_k (I_k - E' g_{hk}) = \\ &= \sum_{k=1}^n E_k I_k - E' \sum_{k=1}^n E_k g_{hk}. \end{aligned} \quad (6)$$

Так как согласно [1—3]

$$g_{hk} = g_{nh},$$

то

$$\sum_{k=1}^n E_k g_{hk} = \sum_{k=1}^n E_k g_{nh} = I_h. \quad (7)$$

Таким образом

$$\begin{aligned} \sum P'_{ист} = \Delta P'_a &= \sum_{k=1}^n E_k I_k - E' I_h = \\ &= \sum_{k=1}^n E_k I_k - U_{x,x} I_h. \end{aligned} \quad (8)$$

Так как в анализируемой схеме (рис. 2, в) в ветви нагрузки ток отсутствует ( $I'_h = 0$ ), то этот режим может рассматриваться как режим холостого хода и для рис. 2, в окончательно запишем

Вологодская областная универсальная научная библиотека

$$\sum P_{ист,x,x} = \Delta P_{a,x,x} = \sum_{k=1}^n E_k I_k - U_{x,x} I_h. \quad (9)$$

В электрической цепи, изображенной на рис. 2, г, мощность источника  $E''$  равна

$$P'' = E'' T_h = U_{x,x} I_h. \quad (10)$$

В соответствии с условием баланса мощностей

$$P'' = P_h + \Delta P_{p,h} = P_h + I_h^2 r_{bx}, \quad (11)$$

где  $\Delta P_{p,h}$  — мощность потерь внутри пассивного двухполюсника от тока нагрузки;  $r_{bx}$  — входное сопротивление двухполюсника.

Сравнивая полученные выражения (1), (9) и (10), получаем свойство (12) активного двухполюсника:

$$\sum P_{ист,h} = \sum P_{ист,x,x} + U_{x,x} I_h, \quad (12)$$

а используя дополнительные соотношения (2) и (11), получаем следствие (13) из этого свойства (12):

$$\begin{aligned} \Delta(\Delta P) &= \Delta P_{a,h} - \Delta P_{a,x,x} = (U_{x,x} - U_h) I_h = \\ &= P_h \left( \frac{U_{x,x}}{U_h} - 1 \right) = I_h^2 r_{bx}. \end{aligned} \quad (13)$$

Смысъ этого соотношения заключается в следующем: при подключении к активному двухполюснику ветви нагрузки дополнительная мощность потерь внутри двухполюсника может быть определена как мощность потерь во входном сопротивлении пассивного двухполюсника, получаемого из рассматриваемого активного, от тока ветви нагрузки. Ток ветви нагрузки при этом может рассматриваться как ток источника тока, питающего пассивный двухполюсник.

1.2. Активный четырехполюсник. Из сколь угодно сложной электрической цепи выделим ветви  $ab$  и  $cd$  с резисторами  $r_{h1}$  и  $r_{h2}$ ; вся остальная часть цепи по отношению к выделенным ветвям является активным четырехполюсником (рис. 3, а).

Используем применительно к этой цепи изложенную выше методику. Для цепи, проведенной на рис. 3, а, получим

$$\sum P_{ист,h} = \sum_{k=1}^n E_k I_k = P_{h1} + P_{h2} + \Delta P_{a,h}, \quad (14)$$

где  $\sum P_{ист,h}$  — алгебраическая сумма мощностей всех источников активного четырехполюсника при наличии нагрузочных ветвей;  $P_{h1}$ ,  $P_{h2}$  — мощность выделенных ветвей нагрузок;  $\Delta P_{a,h}$  — мощность потерь внутри активного четырехполюсника при подключенных нагрузочных ветвях.

На рис. 3, б

$$E'_1 = E'' = U_{ab|x,x} = U_{x,x};$$

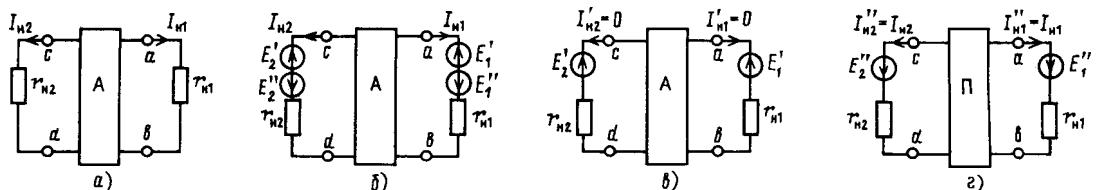


Рис. 3. Активный четырехполюсник

$$E'_2 = E''_2 = U_{cdx,x} U_{x,x2},$$

где  $U_{abx,x}$ ,  $U_{cdx,x}$  — напряжения между зажимами  $a$  и  $b$  и между зажимами  $c$  и  $d$  при одновременном холостом ходе обеих ветвей нагрузок.

Для электрической цепи, изображенной на рис. 2, в, получим

$$\begin{aligned} \Sigma P'_{\text{ист.}} = \Sigma P_{\text{ист.}x,x} = \Delta P_{a,x,x} = \sum_{k=1}^n E_k I_k - \\ - U_{x,x1} I_{h1} - U_{x,x2} I_{h2}. \end{aligned} \quad (15)$$

[Вывод этого выражения аналогичен выводу выражения (8).]

Для электрической цепи, изображенной на рис. 3, получим

$$\begin{aligned} P'' = E''_1 I''_{h1} + E''_2 I''_{h2} = U_{x,x1} I_{h1} + U_{x,x2} I_{h2} = \\ = P_{h1} + P_{h2} + \Delta P_{\text{п.н.}} \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\Delta P_{\text{п.н.}}$  — мощность потерь внутри пассивного четырехполюсника от нагрузочных токов  $I_{h1}$  и  $I_{h2}$ .

Сравнивая соотношения (14) — (16), видим, что

$$\Sigma P_{\text{ист.}h} = \Sigma P_{\text{ист.}x,x} + U_{x,x1} I_{h1} + U_{x,x2} I_{h2}; \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Delta(\Delta P) = \Delta P_{a,h} - \Delta P_{a,x,x} = U_{x,x1} I_{h1} + U_{x,x2} I_{h2} - \\ - P_{h1} - P_{h2} = (U_{x,x1} - U_{h1}) I_{h1} + (U_{x,x2} - U_{h2}) I_{h2} = \\ = P_{h1} \left( \frac{U_{x,x1}}{U_{h1}} - 1 \right) + P_{h2} \left( \frac{U_{x,x2}}{U_{h2}} - 1 \right) = \Delta P_{\text{п.н.}} \end{aligned} \quad (18)$$

Дополнительная мощность потерь внутри активного четырехполюсника при подключении к нему двух нагрузочных ветвей определяется как мощность потерь в пассивном четырехполюснике, полученном из данного активного, от токов нагрузочных ветвей. Токи этих ветвей можно рассматривать при этом как токи источников тока, питающих пассивный четырехполюсник.

1.3. Активный многополюсник. Аналогично соотношениям (12) и (13), (17) и (18), полученным соответственно для двух- и четырехполюсника, в общем случае на  $2m$ -полюсника с числом выделенных ветвей  $m$  можно записать

$$\Sigma P_{\text{ист.}h} = \Sigma P_{\text{ист.}x,x} + \sum_{i=1}^m U_{x,x_i} I_{h_i}; \quad (19)$$

$$\Delta(\Delta P) = \Delta P_{a,h} - \Delta P_{a,x,x} = \sum_{i=1}^m U_{x,x_i} I_{h_i} - \sum_{i=1}^m P_{h_i} =$$

$$= \sum_{i=1}^m (U_{x,x_i} - U_{h_i}) I_{h_i} = \sum_{i=1}^m P_{h_i} \left( \frac{U_{x,x_i}}{U_{h_i}} - 1 \right) = \\ = \Delta P_{\text{п.н.}}, \quad (20)$$

где  $\Sigma P_{\text{ист.}h}$  — алгебраическая сумма мощностей источников в исходной цепи при наличии всех нагрузочных ветвей;  $\Sigma P_{\text{ист.}x,x}$  — алгебраическая сумма мощностей источников (мощность потерь) в активном многополюснике при отключении всех нагрузочных ветвей;  $\Sigma P_h$  — мощность ветвей нагрузок;  $\Delta P_{\text{п.н.}}$  — мощность потерь в пассивном многополюснике от токов всех нагрузочных ветвей.

Смысл соотношения (20) заключается в том, что дополнительная мощность потерь внутри активного многополюсника при подключении к нему нагрузочных ветвей равна мощности потерь в пассивном многополюснике, полученном из данного активного, от токов всех нагрузочных ветвей. Токи этих ветвей можно рассматривать при этом как точки источников тока, питающих пассивный многополюсник.

1.4. Нелинейные цепи. Во всех вышеперечисленных случаях речь идет о линейных цепях. Однако все соотношения справедливы и для нелинейных цепей при условии, что все ветви с нелинейными элементами выделяются из активного многополюсника и рассматриваются в качестве и в числе нагрузочных ветвей. В этом случае задача сводится к расчету двух цепей: линейной с разомкнутыми нагрузочными ветвями (активный многополюсник) и нелинейной, состоящей из линейного пассивного многополюсника, получаемого из активного и питающегося от источников энергии, э. д. с. которых равны напряжениям холостого хода на разомкнутых нагрузочных ветвях (определяются в первой цепи); внутренние сопротивления этих источников представляют собой сопротивление нагрузочных ветвей, в том числе ветвей с нелинейными элементами.

Как известно [1—3], принцип наложения не применим к ветви с нелинейным элементом. Однако результат наложения будет правильным, если в одном из двух частных режимов (в данном случае в цепи с разомкнутыми нагрузочными ветвями) ток в каждом нелинейном элементе отсутствует [3].

В данном случае ток в любой ветви с нелинейным элементом сразу получается из решения

второй задачи. Таким образом, если все нелинейные элементы оказались в числе  $m$  выделяемых из  $2m$ -полюсника ветвей, то и в нелинейной цепи выполняются соотношения (19) и (20).

**2. Цепи синусоидального тока.** Также ограничимся рассмотрением случая, когда все источники электрической энергии представлены в виде источников э. д. с.

**2.1. Активный двухполюсник<sup>1</sup>.** Для активного двухполюсника (рис. 2, а) при синусоидальном токе аналогично п.1.1 получим

$$\Sigma S_{\text{ист.}n} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}_k^* = \Delta S_{a,n} + S_n, \quad (21)$$

где  $\Sigma S_{\text{ист.}n}$  — алгебраическая сумма комплексных мощностей всех источников внутри активного двухполюсника;  $\dot{E}_k$  — комплексная э. д. с. в  $k$ -й ветви двухполюсника;  $\dot{I}_k^*$  — сопряженный комплекс тока в  $k$ -й ветви двухполюсника при подключенной ветви нагрузки с током  $\dot{I}_n$ ;  $\Delta S_{a,n}$  — потери мощности (активной и реактивной) внутри активного двухполюсника при наличии ветви нагрузки;  $S_n$  — комплексная мощность нагрузки.

Алгебраическая сумма комплексных мощностей источников активного двухполюсника в цепи, изображенной на рис. 2, в,

$$\begin{aligned} \Sigma S'_{\text{ист}} &= \Sigma S_{\text{ист.}x,x} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}'_k^* = \\ a &= \sum_{k=1}^n \dot{E}_k (I_k - E' Y_{k,n}) = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k I_k^* - \\ &- E' \sum_{k=1}^n \dot{E}_k Y_{k,n}^* = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k I_k^* - U_{x,x} \sum_{k=1}^n \dot{E}_k Y_{k,n}^*. \end{aligned} \quad (22)$$

Выражение (22) наиболее просто приводится к удобному для расчетов виду в трех рассмотренных ниже случаях.

**2.1.1. Резистивные цепи синусоидального тока.** Если электрическая цепь состоит из источников энергии и резисторов, а реактивные элементы отсутствуют, то независимо от начальных фаз э. д. с. источников выражение (22) благодаря соотношению

$$Y_{k,n} = Y_{k,n}^* = g_{k,n}$$

упрощается и принимает вид

$$\Sigma S'_{\text{ист}} = \Delta S_{a,x,x} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k I_k^* - U_{x,x} \dot{I}_n. \quad (23)$$

<sup>1</sup> Полагаем, что рис. 2 и 3 «приспособлены» к синусоидальному току; все электрические величины приведены в комплексном виде ( $U_{x,x} \rightarrow \dot{U}_{x,x}$ ,  $r_n \rightarrow Z_n$ ,  $I_n \rightarrow \dot{I}_n$  и т. д.).

Введем комплексную величину

$$\overset{*}{S} = \overset{*}{U}_{x,x} \dot{I}_n, \quad (24)$$

являющуюся сопряженным комплексом полной мощности источника э. д. с.  $\dot{E}''$  в схеме 2, г. Анализируя формулы (21), (23) и (24), видим, что выполняется соотношение

$$\Sigma S_{\text{ист.}n} = \Sigma S_{\text{ист.}x,x} + \overset{*}{S} = \Sigma S_{\text{ист.}x,x} + \overset{*}{U}_{x,x} \dot{I}_n, \quad (25)$$

следствием которого является соотношение

$$\Delta(\Delta S) = \Delta S_{a,n} - \Delta S_{a,x,x} = \overset{*}{U}_{x,x} \dot{I}_n - S_n. \quad (26)$$

В выражениях (24—26) величина  $\overset{*}{U}_{x,x} \dot{I}_n$  отличается от общепринятого выражения комплексной мощности  $\dot{U} \dot{I}$  знаком мнимой части, т. е. знаком реактивной мощности. Однако в рассматриваемом случае реактивной мощности в цепи вообще нет. Поэтому формулы (25) и (26) следует упростить, оставив в них только активные мощности:

$$\Sigma P_{\text{ист.}n} = \Sigma P_{\text{ист.}x,x} + U_{x,x} I_n; \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Delta(\Delta P) &= \Delta P_{a,n} - \Delta P_{a,x,x} = U_{x,x} I_n - P_n = \\ &= (U_{x,x} - U_n) I_n = P_n \left( \frac{U_{x,x}}{U_n} - 1 \right) = I_n^2 r_{bx} = \Delta P_{p,n}. \end{aligned} \quad (28)$$

Смысл формул (27) и (28) совпадает со смыслом формул (12) и (13), полученных для активного двухполюсника постоянного тока.

**2.1.2. Начальные фазы э. д. с. источников одинаковы.** Этому случаю соответствуют однофазные системы большой мощности.

Приняв начальные фазы э. д. с. всех источников нулевыми ( $\Psi_k = 0$ ), с учетом того, что при этом  $E_k = \dot{E}_k$ , получим

$$\Sigma S_{\text{ист}} = \Sigma S_{\text{ист.}x,x} = \Sigma \dot{E}_k \dot{I}_k^* - \overset{*}{U}_{x,x} \dot{I}_n^*. \quad (29)$$

Если теперь ввести в расчет комплексную величину

$$\overset{**}{S} = U_{x,x}^* \dot{I}_n^*, \quad (30)$$

модуль которой равен модулю комплексной мощности источника  $\dot{E}''$  в схеме 2, г, но отличающуюся от последней аргументом, то получим дополнительное свойство активного двухполюсника при синусоидальном токе:

$$\Sigma \tilde{S}_{\text{ист.}n} = \Sigma \tilde{S}_{\text{ист.}x,x} + \overset{**}{S} = \Sigma \tilde{S}_{\text{ист.}x,x} + \overset{**}{U}_{x,x}^* \overset{*}{I}_n \quad (31)$$

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta\tilde{S}) &= \Delta\tilde{S}_{a,h} - \Delta\tilde{S}_{a,x,x} = \dot{U}_{x,x}^* \dot{I}_h - \tilde{S}_h = \\ &= (\dot{U}_{x,x} - \dot{U}_h) \dot{I}_h = \tilde{S}_h \left( \frac{\dot{U}_{x,x}}{\dot{U}_h} - 1 \right).\end{aligned}\quad (32)$$

Комплексную величину  $\tilde{S}$  можно определить следующим образом:

$$\tilde{S} = \dot{U}_{x,x} \dot{I}_h = \dot{I}_h^2 (\dot{Z}_{bx} + \dot{Z}_h) - \tilde{S}_h = \dot{I}_h^2 (\dot{Z}_{bx} + \dot{Z}_h) - I_h^2 Z_h,\quad (33)$$

где  $\dot{Z}_{bx}$  и  $\dot{Z}_h$  — сопряженные комплексы входного сопротивления двухполюсника и ветви нагрузки.

Таким образом, при подключении к активному двухполюснику нагрузочной ветви с током  $I_h$  и мощностью  $S_h$  потери комплексной мощности внутри двухполюсника изменяются на величину  $\dot{U}_{x,x} \dot{I}_h - \tilde{S}_h$ , равную

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta\tilde{S}) &= \dot{I}_h^2 (\dot{Z}_{bx} + \dot{Z}_h) - I_h^2 Z_h = (\dot{U}_{x,x} - \dot{U}_h) \dot{I}_h = \\ &= \tilde{S}_h \left( \frac{\dot{U}_{x,x}}{\dot{U}_h} - 1 \right).\end{aligned}$$

**2.1.3. Аргументы взаимных проводимостей одинаковы.** Этому условию с небольшими погрешностями удовлетворяют многофазные, в том числе трехфазные системы большой мощности, в которых сопротивления ветвей питания (проводов ЛЭП) малы по сравнению с сопротивлением нагрузки. В этом случае выражение (22) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned}\sum \tilde{S}'_{\text{ист.}} &= \sum \tilde{S}_{\text{ист.} x,x} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}_k - \dot{U}_{x,x} \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \frac{Y_{kh}}{Y_{kh}} \dot{Y}_{kh} = \\ &= \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}_k - \dot{U}_{x,x} \sum_{k=1}^n \dot{E}_k Y_{kh} e^{-2j \operatorname{Arg}(Y_{kh})} = \\ &= \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}_k - \dot{U}_{x,x} \sum \dot{E}_k Y_{hk} e^{2j\varphi_h} = \\ &= \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \dot{I}_k - \dot{U}_{x,x} I_h e^{2j\varphi_h},\end{aligned}\quad (34)$$

где  $\operatorname{Arg} Y_{kh} = \operatorname{arctg} \frac{-b_{kh}}{g_{kh}}$ ;  $b_{kh}$ ,  $g_{kh}$  — реактивная и активная составляющие комплексной проводимости  $Y_{kh} = g_{kh} - jb_{kh} = Y_{hk}$ ;  $\varphi_h$  — аргумент комплексного сопротивления ветви нагрузки  $Z_h = r_h + jx_h = z_h e^{j\varphi_h}$ .

Введем комплексную величину

$$\dot{S}_{2\varphi} = \dot{U} \dot{I}_h e^{2j\varphi_h},\quad (35)$$

равную по модулю комплексной мощности источника  $\dot{E}''$  в схеме 2.4, но отличающуюся от последней аргументом. Получим соотношение

$$\sum \tilde{S}_{\text{ист.} h} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.} x,x} + \dot{S}_{2\varphi} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.} h} + \dot{U}_{x,x} I_h e^{2j\varphi_h}\quad (36)$$

и следствие из него

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta\tilde{S}) &= \Delta\tilde{S}_{a,h} - \Delta\tilde{S}_{a,x,x} = \dot{S}_{2\varphi} - \tilde{S}_h = \\ &= \dot{U}_{x,x} I_h e^{2j\varphi_h} - \tilde{S}_h = \tilde{S}_h \left( \frac{\dot{U}_{x,x}}{\dot{U}_h} - 1 \right),\end{aligned}\quad (37)$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

позволяющее определять изменение потерь комплексной мощности внутри активного двухполюсника вследствие подключения к нему ветви нагрузки.

**2.2. Активный четырехполюсник.** При равенстве нулю начальных фаз э. д. с. источников энергии дополнительное свойство активного четырехполюсника и следствие из него записутся в следующем виде:

$$\sum \tilde{S}_{\text{ист.} h} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.} x,x} + \dot{U}_{x,x1} \dot{I}_{h1} + \dot{U}_{x,x2} \dot{I}_{h2}\quad (38)$$

и

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta\tilde{S}) &= \Delta\tilde{S}_{a,h} - \Delta\tilde{S}_{a,x,x} = \dot{U}_{x,x1} \dot{I}_{h1} + \dot{U}_{x,x2} \dot{I}_{h2} - \tilde{S}_{h1} - \\ &- \tilde{S}_{h2} = (\dot{U}_{x,x1} - \dot{U}_{h1}) \dot{I}_{h1} + (\dot{U}_{x,x2} - \dot{U}_{h2}) \dot{I}_{h2} = \\ &= \tilde{S}_{h1} \left( \frac{\dot{U}_{x,x1}}{\dot{U}_h} - 1 \right) + \tilde{S}_{h2} \left( \frac{\dot{U}_{x,x2}}{\dot{U}_{h2}} - 1 \right).\end{aligned}\quad (39)$$

Для цепей без реактивных элементов (для резистивных цепей) независимо от начальных фаз э. д. с. источников

$$\sum P_{\text{ист.} h} = \sum P_{\text{ист.} x,x} + U_{x,x1} I_{h1} + U_{x,x2} I_{h2}\quad (40)$$

и

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta P) &= \Delta P_{a,h} - \Delta P_{a,x,x} = U_{x,x1} I_{h1} + U_{x,x2} I_{h2} - P_{h1} - \\ &- P_{h2} = (U_{x,x1} - U_{h1}) I_{h1} + (U_{x,x2} - U_{h2}) I_{h2} = \\ &= P_{h1} \left( \frac{U_{x,x1}}{U_{h1}} - 1 \right) + P_{h2} \left( \frac{U_{x,x2}}{U_{h2}} - 1 \right) = \Delta P_{n,h}.\end{aligned}\quad (41)$$

Если коэффициенты мощности нагрузок активного четырехполюсника одинаковы (см. допущения п. 2.1.3), то

$$\sum \tilde{S}_{\text{ист.} h} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.} x,x} + (\dot{U}_{x,x1} \dot{I}_{h1} + \dot{U}_{x,x2} \dot{I}_{h2}) e^{2j\varphi_h}\quad (42)$$

и

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta\tilde{S}) &= \Delta\tilde{S}_{a,h} - \Delta\tilde{S}_{a,x,x} = (\dot{U}_{x,x1} \dot{I}_{h1} + \dot{U}_{x,x2} \dot{I}_{h2}) e^{2j\varphi_h} - \\ &- \tilde{S}_{h1} - \tilde{S}_{h2} = \tilde{S}_{h1} \left( \frac{\dot{U}_{x,x1}}{\dot{U}_{h1}} - 1 \right) + \tilde{S}_{h2} \left( \frac{\dot{U}_{x,x2}}{\dot{U}_{h2}} - 1 \right).\end{aligned}\quad (43)$$

**2.3. Активный многополюсник.** При равенстве нулю начальных фаз э. д. с. источников энергии для  $2m$ -полюсника с числом нагрузочных ветвей  $m$  можно записать

$$\sum \tilde{S}_{\text{ист.} h} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.} x,x} + \sum_{i=1}^m \dot{U}_{x,xi} \dot{I}_{hi}^*\quad (44)$$

и

$$\begin{aligned}\Delta(\Delta\tilde{S}) &= \Delta\tilde{S}_{a,h} - \Delta\tilde{S}_{a,x,x} = \sum_{i=1}^m \dot{U}_{x,xi} \dot{I}_{hi}^* - \sum_{i=1}^m \tilde{S}_{hi} = \\ &= \sum (\dot{U}_{x,xi} - \dot{U}_{hi}) \dot{I}_{hi}^* = \sum \tilde{S}_{hi} \left( \frac{\dot{U}_{x,xi}}{\dot{U}_{hi}} - 1 \right).\end{aligned}\quad (45)$$

Для цепи без реактивных элементов независимо от начальных фаз э. д. с. источников

$$\sum P_{\text{ист.} h} = \sum P_{\text{ист.} x,x} + \sum_{i=1}^m U_{x,xi} I_{hi}\quad (46)$$

и

$$\Delta(\Delta P) = \Delta P_{a.h} - \Delta P_{a.x.x} = \sum_{i=1}^m U_{x.xi} I_{hi} - \sum_{i=1}^m P_{hi} = \\ = \sum_{i=1}^m (U_{x.xi} - U_{hi}) I_{hi} = \sum P_{hi} \left( \frac{U_{x.xi}}{U_{hi}} - 1 \right) = \Delta P_{n.h.} \quad (47)$$

Если коэффициенты мощности нагрузок активного многополюсника одинаковы (см. допущения п. 2.1.3), то

$$\sum \tilde{S}_{\text{ист.}h} = \sum \tilde{S}_{\text{ист.}x.x} + \sum_{i=1}^m \tilde{U}_{x.xi}^* \tilde{I}_{hi} e^{2j\varphi_h} \quad (48)$$

и

$$\Delta(\Delta \tilde{S}) = \Delta \tilde{S}_{a.h} - \Delta \tilde{S}_{a.x.x} = \sum_{i=1}^m \tilde{U}_{x.xi}^* \tilde{I}_{hi} e^{2j\varphi_h} - \sum_{i=1}^m \tilde{S}_{hi} = \\ = \sum_{i=1}^m \tilde{S}_{hi} \left( \frac{\tilde{U}_{x.xi}}{\tilde{U}_{hi}} - 1 \right). \quad (49)$$

**2.4. Нелинейные цепи.** Для электрической цепи с условно нелинейными элементами, характеризуемыми нелинейностью для действующих значений токов и напряжений, полученные выше соотношения вида (44), (45) и (46), (47) оказываются справедливыми при условии, что все ветви

с нелинейными элементами выделяются из активного многополюсника (четырехполюсника, двухполюсника) и рассматриваются в качестве и в числе нагрузочных ветвей.

**3. Линейные цепи несинусоидального тока.** Расчет линейных цепей при несинусоидальных э.д.с. источников энергии производится методом наложения; на каждой гармонике производится самостоятельный расчет, а полученные частичные результаты соответствующим образом суммируются [1—3]. Эти положения в полной мере относятся и к определению потерь мощности внутри активного двухполюсника, активного четырехполюсника и активного многополюсника при подключении одной нагрузочной ветви (активный двухполюсник), двух нагрузочных ветвей (активный четырехполюсник) и  $m$  ветвей нагрузок (активный  $2m$ -полюсник).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Т. 1.— М.: Энергия, 1970.— 592 с.
2. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил., С. В. Страхов.— М.: Энергия, 1975.— 752 с.
3. Нейман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники. ч. 1.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1959.— 296 с.

[29.01.88]

УДК 612.3.72.001.24

## Моментно-спектральные методы и их применение в теории цепей

ЖУЙКОВ В. Я., СТЖЕЛЕЦКИЙ Р.

СССР — ПНР

Особенности спектральных методов решения задач теории цепей зависят от выбранной системы базисных функций  $\{f_n\}$  [1]. С помощью конечного базиса  $\{f_n\}$  осуществляются проекция точного решения  $x(t)$ , определяемого в бесконечном пространстве  $V$ , на конечное предпространство  $W$  и переход к приближенному решению [1]. При этом выбираемый заранее базис  $\{f_n\}$ , классическими примерами которого являются ортогональные функции Фурье, ДЭФ, Харра, Шаудера, степенные и другие [2, 3], может не соответствовать виду  $x(t)$ , что усложняет решение.

Рассмотрим проекционный подход, уточняющий и облегчающий решение задач теории цепей, при котором система базисных функций  $\{f_n\}$  заранее неизвестна и выбирается в процессе решения в зависимости от свойств исследуемой цепи. При этом решение в пространстве  $W$  представляем в виде обобщенного спектра Фурье, амплитудные

коэффициенты которого выражаются через стилтесовское определение моментов [4, 5]:

$$m_n = \int_0^\infty f_n(t) d\sigma(t), \quad n = 0, 1, \dots, \quad (1)$$

где  $d\sigma(t) = x(t)dt$ ;  $f_n(t) \in \{f_n\}$ ;  $m_n$  — момент  $n$ -го порядка, являющийся при  $x(t) = x(t, t_1, \dots)$  функцией аргументов  $t_1, \dots$

Рассмотрим класс цепей, описываемых уравнениями вида

$$L(p)x(t) + \Phi[x(t), \dots, x^{(m)}(t)] = U(t), \quad (2)$$

где  $L(p)$  — линейный дифференциальный оператор;  $x(t)$  — вектор решений уравнения (2) в пространстве  $V$ ;  $U(t)$  — вектор внешних воздействий;  $x^{(m)}(t)$  —  $m$ -я производная  $x(t)$ ;  $\Phi[\dots]$  — нелинейная функция, ограниченная условиями однозначности  $x(t)$ .

Воспользуемся методом разделения, в результате применения которого уравнение (2) можно представить системой двух уравнений

$$L^*(p)x(t) = U_s(t); \quad (3a)$$

$$U_s(t) = U(t) - \Phi^*[x(t), \dots, x^{(m)}(t)], \quad (3b)$$

где  $\Phi^*[\dots] = \Phi[\dots] + [L(p) - L^*(p)]x(t)$  — функция, не содержащая высшей производной линейной части уравнения (2);  $L^*(p)$  — линейный дифференциальный оператор, порядок которого равен порядку оператора  $L(p)$ ;  $U_s(t)$  — эквивалентное воздействие на выделенную линейную часть рассматриваемой цепи.

Затем, предполагая, что

$$U_s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n f_n(t), \quad (4)$$

и подставляя выражение (4) в уравнение (3a), для которого в силу его линейности выполняется принцип суперпозиции, получаем

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n m_n(t) + x_{cb}(t), \quad (5)$$

где  $m_n(t) = \int_0^t f_n(\tau) k(t-\tau) d\tau$ ;  $m_n(t)$  — согласно определению (1) «временной» момент импульсной функции  $k(t)$  — решения однородного уравнения  $L^*(p)x(t) = \delta(t)$ ;  $\delta(t)$  — импульс Дирака;  $x_{cb}(t)$  — свободная составляющая, заранее неизвестная.

Выражение (5) определяет искомый вид проекции  $x(t) \in V$  на подпространство  $W$ . Таким образом, анализ цепей, описываемых уравнением (2), сводится к задаче определения численных коэффициентов  $c_n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , ряда (5). Эти значения определяются из уравнения (3b) после подстановки в него выражения (4) и (5). Тогда

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n(t) (\gamma_n - c_n) = \Phi^* \left[ \sum_{n=0}^{\infty} c_n m_n(t) + x_{cb}(t), \dots, \sum_{n=0}^{\infty} c_n m_n^{(m)}(t) + x_{cb}^{(m)}(t) \right], \quad (6)$$

где  $\sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n f_n(t)$  — проекция воздействующей функции  $U(t)$  в базисе  $\{f_n\}$ ;  $\gamma_n$ ,  $n = 0, 1, \dots$  — коэффициенты разложения  $U(t)$  по  $f_n(t)$ .

Непрерывность  $\Phi^*[\dots]$  и удовлетворение этой функции условию Липшица обеспечивают возможность аппроксимации  $\Phi^*[\dots]$  степенным полиномом вида

$$\Phi^*[x(t), \dots, x^{(m)}(t)] \approx \sum_{l=1}^M \prod_{r=1}^l \left[ \sum_{i=0}^m d(l, r, i) x^{(i)}(t) \right], \quad (7)$$

где  $M$  — степень аппроксимирующего полинома;  $d(l, r, i)$  — постоянные коэффициенты.

В силу этого, учитывая, что

$$f_n(t) = \sum_{i=0}^l a_i^* m_n^{(i)}(t); \quad x^{(i)}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n m_n^{(i)}(t) + x_{cb}^{(i)}(t), \quad (8)$$

где  $a_i^*$  — коэффициенты дифференциального оператора  $L^*(p) = \sum_{i=0}^l a_i^* p^i$ , и выбирая базис  $\{f_n\}$  таким образом, чтобы моменты  $m_n(t)$  обладали следующими свойствами:

$$m_n^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^n k_{j, n, i} m_j(t) + \sum_{s=0}^{l-1} b_{s, n, i} x_{cb}^{(s)}(t); \quad (9a)$$

$$m_n(t) m_q(t) = \sum_{j=\sup(n, q)}^{\infty} h_{j, n, q} m_j(t), \quad (9b)$$

где  $k_{j, n, i}$ ;  $b_{s, n, i}$ ;  $h_{j, n, q}$  — постоянные коэффициенты, уравнение (6) можно привести к виду

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n(t) (H_n - c_n) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(t) G_n^M [c_0, c_1, \dots, c_n], \quad (10)$$

где  $G_n^M [c_0, c_1, \dots, c_n]$  — в общем нелинейная функция, зависящая от вида аппроксимации нелинейности  $\Phi[\dots]$ , способа разделения цепи на линейную и нелинейную части (3), используемого базиса и начальных условий решения дифференциального уравнения (2);  $H_n = H_n [\gamma_0, \dots, \gamma_n]$  — нелинейная функция от коэффициентов  $\gamma_0, \dots, \gamma_n$  разложения воздействующей функции  $U(t)$  в базисе  $\{f_n\}$ .

При выводе соотношения (10) дополнительно учтено, что

$$m_n(t) = - \sum_{j=0}^{n-1} m_j(t) \sum_{i=0}^l a_i^* k_{j, n, i} - \sum_{i=0}^l \sum_{s=0}^{l-1} a_i^* b_{s, n, i} x_{cb}^{(s)} +$$

$$+ f_n(t), \quad n = 0, 1, \dots; \quad x_{cb}^{(s)}(t) = x_{cb}^{(s)} = \sum_{k=0}^{l-1} \alpha_{k, s} \times x_{cb}^{(k)}(t), \quad s = 0, 1, \dots,$$

где  $\alpha_{k, s}$  — постоянные коэффициенты.

Соотношение (10) может быть получено, например, для функций  $\{m_n\}$  типа  $\{t^n\}$ ,  $\{e^{-n\alpha t}\}$ ,  $\{t^n e^{-n\alpha t}\}$ . В этом случае искомые коэффициенты  $c_n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , определяются из рекуррентного нелинейного выражения

$$c_n^M = H_n - G_n^M [c_0, c_1, \dots, c_n], \quad n = 0, 1, \dots, \quad (11)$$

которое в силу неявного характера следует решать итеративно. Исключение составляет базис  $\{m_n\} = \{t^n\}$  или  $\{f_n\} = \{t^n\}$  и  $L^*(p) = a_l p^l = a_l \frac{d^l}{dt^l}$ , для которого выражение (11) преобразуется всегда в явную зависимость вида  $c_n^M = H_n - G_n^M [c_0, c_1, \dots, c_{n-1}]$ . Покажем последнее на примере нахождения функ-

ций  $G_n^M[\dots]$  и  $H_n$ , в подпространствах  $W_1$  и  $W_2$ , которые индуцированы моментами  $\{e^{-nt}\}$  и  $\{t^n\}$ , причем  $x(t) \in V$  являются реакцией цепи, описываемой уравнением (2) или системой (3) при следующих условиях:  $L^*(p) = a_2^*p^2 + a_1^*p + a_0^*$ ;  $m = 1$ ; степень полинома (7), аппроксимирующего нелинейность,  $M = 2$ ; начальные условия нулевые и  $U(t) = 1(t)$ , где  $1(t)$  — единичный скачок. Тогда система уравнений (3) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} a_2^*x^{(2)}(t) + a_1^*x^{(1)}(t) + a_0^*x(t) &= U_3(t); \\ U_3(t) &= 1 - K_1x(t) - K_2x^{(1)}(t) - \\ &- K_3x^2(t) - K_4x^{(1)}(t)x(t) - K_5x^{(1)2}(t). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Отсюда, учитывая выражение (8) и условия (9a) и (9b), получаем:

а) для моментов  $\{m_n\} = \{e^{-nt}\}$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} c_n [a_2^*n^2 e^{-nt} - (a_1^* + K_2)n e^{-nt} + (a_0^* + K_1)e^{-nt}] &= \\ = 1 - K_3 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nt} \sum_{i=0}^n c_i c_{n-i} + K_4 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nt} \sum_{i=0}^n i c_i c_{n-i} - \\ - K_5 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nt} \sum_{i=0}^n i(n-i) c_i c_{n-i}, \end{aligned}$$

откуда следует, что выступающая в рекуррентном соотношении (11) функция  $G_n^2[\dots]$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , имеет вид

$$\begin{aligned} G_n^2[c_0, \dots, c_n] &= - \left[ \sum_{i=0}^n (-K_3 + K_4 i - K_5 i(n-i)) \times \right. \\ \left. \times c_i c_{n-i} \right] / [a_2^*n^2 - (a_1^* + K_2)n + a_0^* + K_1], \quad (13) \end{aligned}$$

а  $H_n$  принимает значение единицы для  $n = 0$  и нуля для остальных  $n$ .

б) для моментов  $\{m_n\} = \{t^n\}$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} t^n [a_2^*(n+2)(n+1)c_{n+2} + (a_1^* + K_2)(n+1)c_{n+1} + \\ + (a_0^* + K_1)c_n] &= 1 - \sum_{n=0}^{\infty} t^n K_3 \sum_{i=0}^n c_i c_{n-i} - \sum_{n=0}^{\infty} t^n K_4 \times \\ \times \sum_{i=0}^n (i+1)c_{i+1}c_{n-i} - \sum_{n=0}^{\infty} t^n K_5 \sum_{i=0}^n (i+1) \times \\ \times (n-i+1)c_{i+1}c_{n+1-i}, \end{aligned}$$

откуда следует, что функция  $G_n^2[\dots]$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , имеет вид

$$G_n^2[c_0, \dots, c_n] = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n-2} [K_3 c_i c_{n-2-i} + \\ + K_4(i+1)c_{i+1}c_{n-2-i} + \\ + K_5(i+1)(n-i-1)c_{i+1}c_{n-i-1}] + \\ + c_{n-2}(a_0^* + K_1) + \\ + c_{n-1}(n-1) \times \\ \times (a_1^* + K_2) / [a_2^*n(n-1)] & \text{для } n \geq 2, \\ 0 & \text{для } n = 0, 1, \end{cases} \quad (14)$$

а  $H_n$  принимает значение единицы для  $n = 2$  и нуля для остальных  $n$ .

Отметим, что моментам  $\{m_n\} = \{e^{-nt}\}$  и  $\{m_n\} = \{t^n\}$  соответствуют базисные функции типа

$$\begin{aligned} \{f_n\} &= \{a_2^*(n-1)n e^{-nt} - a_1^*n e^{-nt} + a_0^*e^{-nt}\}; \\ \{f_n\} &= \{a_2^*n(n-1)t^{n-2} + a_1^*n t^{n-1} + a_0^*t^n\}. \end{aligned}$$

Выбор другого базиса может привести к значительному усложнению расчета коэффициентов  $c_n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , проекции  $x(t)$  на подпространство  $W$ .

При расчете переходного процесса в электрической цепи, которая содержит нелинейность типа  $\Phi^*[\dots]$  [см. уравнение (3)], включающую в себя высшую производную уравнения (2), процесс расчета усложняется.

**Пример.** Рассчитать процесс в цепи защиты от перенапряжений трехфазного мостового выпрямителя. Эквивалентная расчетная схема, используемая при разделении процессов в выпрямителе на медленные и быстрые составляющие, представлена на рис. 1, а. Параметры  $L_k$ ,  $C_k$ ,  $R_k$ ,  $E_k$ ,  $R_3$  являются соответственно пересчитанными значениями индуктивности рассеивания  $L_s = 88 \cdot 10^{-6}$  Гн входного трансформатора, емкости  $C_f = 0,6 \cdot 10^{-6}$  Ф и сопротивления  $R_f = 10$  Ом цепи защиты, действующего значения выходного напряжения трансформатора  $U = 400$  В и характеристики варистора, представленной на рис. 1, б. Параметры  $\alpha = \pi/18$  рад и  $\gamma = 0,168$  рад — соответственно угол отпирания и коммутации тиристоров  $VT$  выпрямителя. На рис. 1, в показана зависимость линейной ошибки  $\Delta I$  — разности между приближенной и точной характеристиками варистора — от приложенного к варистору напряжения, в случаях интерполяции точной характеристики полиномом 3-го порядка в точках  $U = 0; 400; 800; 1200$  В (кривая 1) и квадратическими сплайнами в тех же точках (кривая 2).

Исследуемая цепь описывается дифференциальным векторным уравнением (3), где

$$x(t) = \begin{bmatrix} U_c(t) \\ i(t) \end{bmatrix}; \quad L^*(p) = \begin{bmatrix} C_k(p) & 0 \\ 0 & L_k(p) \end{bmatrix};$$

$$U(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ E_k(t) \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 L_k &= 2L_3 \\
 C_k &= 1,66C_f \\
 R_k &= 0,6R_f \\
 R_3 &= R_{84}(R_{84} + R_{B6} + R_{B5}) \\
 E_k &= \sqrt{2}U_{\sin}(\alpha + \gamma + \pi/3 + j14t)
 \end{aligned}$$

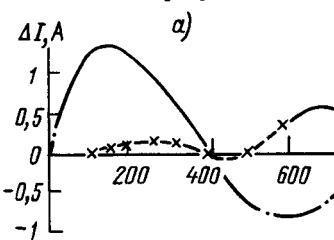
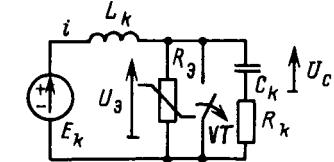


Рис. 1. Исходные расчетные данные: *а* — эквивалентная схема исследуемой цепи; *б* — характеристика используемого нелинейного элемента — варистора; *в* — линейные ошибки аппроксимации исходной нелинейности кубическим полиномом (кривая 1) и квадратическими сплайнами (кривая 2)

$$\Phi^*[x(t), x^{(1)}(t)] = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -1 \\ \hline R_k C_k p + 1 & 0 \\ \hline \end{array} \times$$

$$\times \begin{array}{|c|} \hline U_c(t) \\ \hline i(t) \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline f_1[U_c(t) + R_k C_k U_c^{(1)}(t)] \\ \hline 0 \\ \hline \end{array};$$

$f_1[\dots]$  — пересчитанная характеристика варистора  $f(U)$  (рис. 1, б);  $U_c(0)=0$ ,  $i(0)=64,2$  А — начальные значения напряжения на емкости  $C_k$  и тока через индуктивность  $L_k$  (равен максимальному значению обратного тока через тиристор  $V$ ).

Расчет ведется в подпространстве  $W$ , образованном моментами  $\{m_n\} = \{(tT)^n\}$ , где  $T$  — масштаб. Учитывая при этом выражение (8), условия (9а, 9б) и то, что интерполяционный полином имеет вид

$$f_1[\dots] = d_1(U_c + R_k C_k U_c^{(1)}) + d_2(U_c + R_k C_k U_c^{(1)})^2 + d_3(U_c + R_k C_k U_c^{(1)})^3,$$

получаем следующую форму рекуррентного выражения (11):

$$\begin{array}{|c|} \hline U_c[n+1] \\ \hline i[n+1] \\ \hline E_k[n] \\ \hline L_k T(n+1) \\ \hline \end{array} =$$

т. е.

$$c_{n+1} = H_{n+1} - G_{n+1}(c_0, c_1, \dots, c_n, U_c[n+1]),$$

$$n = 0, 1, \dots,$$

где

$$R[n] = R_k C_k T U_c[n+1](n+1) + U_c[n];$$

$$F[n] = \sum_{i=1}^{n-1} R[n-i] \{ d_2 R[i] + d_3 R[0] R[i] + d_3 \sum_{j=0}^i R[j] R[i-j] \};$$

$$F[0] = F[1] = 0; i[0] = i(0); U_c[0] = U_c(0);$$

$$d_1 = 0,02150428; d_2 = -0,000930644; d_3 = 1,067308 \cdot 10^{-7}.$$

Выше приведенная форма выражения (11) для всех  $n$  за исключением  $n=0$  является явной. При  $n=0$  для определения  $U_c[1]$  решается нелинейное алгебраическое уравнение, что обусловлено высшей производной линейной части уравнения (2) в функции  $\Phi^*[\dots]$ .

В таблице сведены основные характеристики процесса расчета напряжения на варисторе  $U_s(t) = U_c(t) + R_k C_k U_c^{(1)}(t)$  на интервале 0—20 с, полученные в результате решения рассматриваемой задачи описанным методом и методом Хена. При использовании обоих методов применялась аппроксимация нелинейности как кубическим полиномом, так и квадратическими сплайнами [1]. Временные функции погрешности расчета, соответствующие сопоставляемым методам и параметрам процесса расчета, приведенным в таблице, представлены на рис. 2 и 3. Расчеты проведены на персональном компьютере «TIMEХ—COMPUTER 2048» (интерпретатор Бейсика).

Из результатов примера следует целесообразность совмещения описанного метода с кусочно-припасовочным. Это утверждение можно отнести ко всем подпространствам  $W$ , образованным при недостаточной информации о свойствах цепи. При том следует отметить, что моментно-спектральные методы обеспечивают возможность достаточно простого контроля за текущей ошибкой. Такой контроль реализован в действующей универсальной подпрограмме расчета (проводимого в базисе  $\{(tT)^n\}$ ) быстрых электромагнитных процессов в вентильных преобразователях.

Полученные для рассмотренного примера и представленные на рис. 2 и 3 предельные погрешности (кривые  $O$ ), отражают влияние точности аппроксимации нелинейности  $\Phi^*[\dots]$  на точность

$$\begin{array}{|c|} \hline -i[n] + U_c[n] \{ d_1 + R[0] (2d_2 + 3d_3 R[0]) \} + F[n] \\ \hline (n+1) C_k T \{ 1 + R_k d_1 + 2R_k d_2 R[0] + 3R_k d_3 R^2[0] \} \\ \hline R[n] \\ \hline L_k T(n+1) \\ \hline \end{array}$$

Применяемая аппроксимация	Характеристики процесса расчета цепи на рис. 1, а						
	моментно-спектральным методом — базис $\{(tT)^n\}$			методом Хена			
	Число элементов базиса	Время счета, с	Функция погрешности	Расчетный шаг, с	Время счета, с	Функция погрешности	
Интерполяция кубическим полиномом	предельное ( $N \rightarrow \infty$ )	—	2, а № рисунка 0	предельный ( $h \rightarrow 0$ )	—	2, б № рисунка 0	
	7	~33	2, а № кривой 1	$33 \cdot 10^{-9}$	~1533	2, б № кривой 1	
	5	~24	2, а № кривой 2	$100 \cdot 10^{-9}$	~644	2, б № кривой 1	
	4	~18	2, а № кривой 3	$200 \cdot 10^{-9}$	~416	2, б № кривой 3	
Интерполяция квадратичными сплайнами	предельное ( $N \rightarrow \infty$ )	—	3, а № рисунка 0	предельный ( $h \rightarrow 0$ )	—	3, б № рисунка 0	
	7	~196	3, а № кривой 1	$33 \cdot 10^{-9}$	~519	3, б № кривой 1	
	5	~107	3, а № кривой 2	$100 \cdot 10^{-9}$	~178	3, б № кривой 2	
	4	~65	3, а № кривой 3	$200 \cdot 10^{-9}$	~95	3, б № кривой 3	

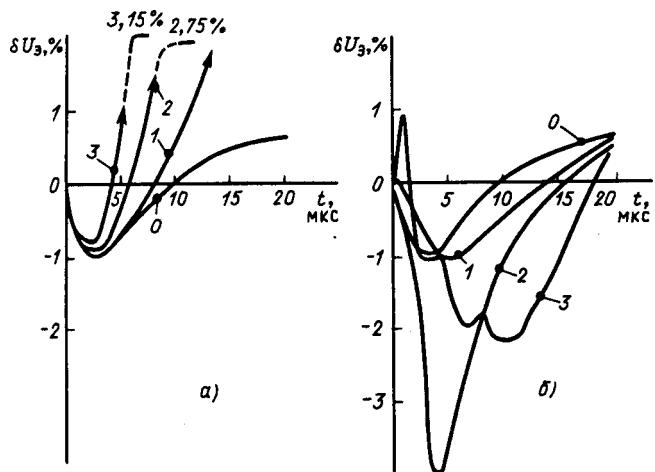


Рис. 2. Временные функции погрешности расчета при аппроксимации нелинейности кубическим полиномом для моментно-спектрального метода (а) и метода Хена (б)

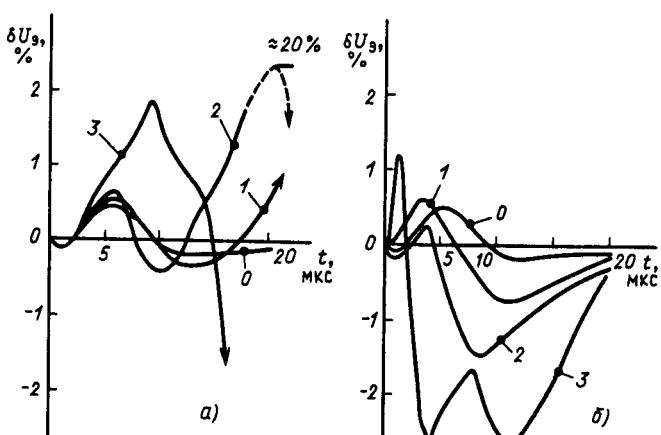


Рис. 3. Временные функции погрешности расчета при аппроксимации нелинейности квадратичными сплайнами для моментно-спектрального метода (а) и метода Хена (б)

расчета. Оценка этого влияния, а также оценка изменения формы сигнала при прохождении его через соответствующую цепь являются задачами, зачастую возникающими дополнительно в процессе анализа цепей. Первая из них может решаться построением двух рекуррентных соотношений типа (11) для различных значений  $M$  ( $M_1$  и  $M_2$ ) полинома, аппроксимирующего нелинейность  $\Phi^*$  [...].

Рекуррентные выражения для поправочных коэффициентов  $\Delta c_n^{M_1 \rightarrow M_2}$  имеют вид

$$\Delta c_n^{M_1 \rightarrow M_2} = G_n^{M_1, M_2} \times \\ \times [c_0^{M_1}, \Delta c_0^{M_1 \rightarrow M_2}, \dots, c_n^{M_1}, \Delta c_n^{M_1 \rightarrow M_2}], \quad (15)$$

где  $G_n^{M_1, M_2} [...]$  — нелинейная функция, вид которой определяют функции  $G_n^{M_1} [...]$  и  $G_n^{M_2} [...]$ .

С помощью этих поправочных коэффициентов на основе зависимостей (6) и (7) можно синтезировать дополнительную нелинейную цепь, выходной сигнал которой, суммированный с выходным сигналом цепи с нелинейностью, аппроксимированной полиномом  $M_1$ -й степени, образует выходной сигнал цепи с исходной нелинейностью, представляющей полиномом (7)  $M_2$ -й степени. Кроме этого, продолжая разделение коэффициентов  $c_n^M$  на основание  $c_n$  ( $M \rightarrow \infty$ ) и поправочные коэффициенты  $\Delta c_n^i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , можно оценить влияние нелинейности на изменение решения  $x(t) \in V$  соответствующей линейной цепи ( $M = 1$ ). Анализ поправочных коэффициентов позволяет также контролировать ошибку расчета, возникающую из-за укорачивания полиномиальной аппроксимации нелинейности  $\Phi^*$  [...].

Задача оценки изменения формы сигнала

$U(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n f_n(t)$ , представляемого в базисе  $\{f_n\}$ , при прохождении его через нелинейную цепь, решается посредством проекции выходного сигнала  $x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n m_n(t)$  на базис  $\{f_n\}$ . Учитывая при

этом, что  $f_n, n=0,1,\dots$ , — линейно независимые функции, из которых может быть синтезирована полная ортогональная система, и, используя известную теорему о проекции в  $L^2$  [2, 3], можно записать

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(t) \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha_{k,n} m_{n,k}, \quad t \in \langle 0, T \rangle,$$

где  $m_{n,k}$  — двумерный численный момент импульсной функции  $k(t)$  линейной части системы (3) на интервале  $(0, T)$ ,  $k,n=0,1,\dots$ ;

$$m_{n,k} = \int_0^T m_n(t) f_k(t) dt = \int_0^T \left( \int_0^t k(t-\tau) f_n(\tau) d\tau \right) f_k(t) dt;$$

$\alpha_{k,n}$  — постоянные коэффициенты, полученные в результате ортогонализации базиса  $\{f_n\}$ .

В результате оценку изменения формы входного сигнала можно проводить путем определения

$$\text{коэффициентов } \rho_k = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \alpha_{k,n} m_{n,k} / \nu_k, \quad k=0,1,\dots,$$

которые физически отражают коэффициент преобразования от входа к выходу нелинейной цепи функции  $f_k(t) \in \{f_n\}$ .

**Выводы.** 1. Принадлежность моментно-спектральных методов к классу проекционных методов обуславливает возможность их применения как в задачах анализа, так и в задачах синтеза цепей. Моментно-спектральные методы повышают точность и облегчают проекцию  $x(t) \in V$  на подпространство  $W$ . Соответствующим выбором подпространства  $W$  достигается рекуррентность вычисляемых зависимостей, что позволяет просто решать поставленные задачи на ЦВМ.

2. Аппроксимация нелинейностей полиномиальными функциями является необходимым элементом при применении моментно-спектральных методов теории цепей. При этом влияние точности аппроксимации учитывается с помощью поправочных

коэффициентов (15). В случаях, когда нелинейность можно аппроксимировать с заданной точностью полиномиальными функциями лишь по отрезкам, например, в ключевых схемах, моментно-спектральные методы необходимо использовать совместно с вариантами метода припасовывания [6].

3. С целью оценки изменения формы входного сигнала при прохождении его через нелинейную цепь, проводимой на основе моментно-спектральных методов, необходимо пользоваться двумерными численными моментами импульсной функции  $k(t)$ . Это обстоятельство непосредственно связано с тем, что расчет нелинейных цепей с помощью одномерных численных моментов [5, 7] принципиально не удается реализовать в виде рекуррентных зависимостей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1986.— 288 с.
2. Френкс Л. Теория сигналов.— М.: Советское радио, 1974.— 344 с.
3. Никифоров А. В., Уваров В. Б. Основные теории специальных функций.— М.: Наука, 1974.— 303 с.
4. Основы кибернетики. Теория кибернетических систем / Под ред. К. А. Пупкова.— М.: Высшая школа, 1976.— 408 с.
5. Стжелецки Р. Анализ и синтез преобразователей напряжения на основе теории моментов: Автореф. дисс. канд. техн. наук.— Киев: КПИ, 1984.— 16 с.
6. Жуков В. Я., Сучик В. Е. Способы анализа схем вентильных преобразователей с переменной структурой и произвольными источниками методом разностных уравнений.— Киев: КПИ, 1982, УкрНИИНТИ 20.10. Ук—Д82, № 3879, с. 47.
7. Стжелецки Р., Фоменко С. П. Применение моментного преобразования для анализа электромагнитных процессов в нелинейных электрических схемах.— Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции «Проблемы нелинейной электротехники».— Львов, 1984, с. 87—89.
8. Жуков В. Я., Стжелецки Р. Расширенная система моментов в задачах анализа электрических цепей.— Доклады АН УССР, сер. А, 1983, № 10, с. 70—73.

[15.03.88]

## Устойчивость АС ЭМПЧ при нарушении электрической связи одной из его машин с мощной энергосистемой

МИРОШНИКОВ И. Ю., ЦГОЕВ Р. С.

Асинхронизированный электромеханический преобразователь частоты (АС ЭМПЧ) служит для электромагнитного секционирования энергосистем и устанавливается в рассечку межсистемной связи (МСС). В нормальных режимах МСС агрегат позволяет оптимизировать режим по потерям активной мощности, сохранять передачу электрической мощности из одной энергосистемы в другую при их несинхронной работе, регулировать в широких пределах реактивные мощности асинхронизированных синхронных машин (АСМ) или напряжения в точках их подключения [1].

Исследования, проведенные в ряде организаций, позволили определить основную функцию регулирования АС ЭМПЧ, обеспечивающую выполнение требований, предъявляемых к устройствам для электромагнитного секционирования. Наличие у АС ЭМПЧ четырех независимых каналов регулирования определяет структуру системы регулирования, обеспечивающую независимое регулирование четырех режимных параметров: напряжения на собственных шинах, активной мощности одной из машин и частоты вращения вала. Изложенное относится к случаю наличия электрической связи между АСМ и мощными энергосистемами. Однако сооружение АС ЭМПЧ возможно на МСС, имеющей промежуточные отборы мощности. При аварийном отключении одного из участков такой МСС происходит нарушение электрической связи между АС ЭМПЧ и энергосистемой и образование автономного энергорайона, питание которого должен обеспечить агрегат. Такой режим работы АС ЭМПЧ будем для краткости называть «консольным», а автономный энергорайон — «консольной» нагрузкой. Данный режим работы может быть как кратковременным (короткое замыкание, бестоковая пауза), так и длительным, например, при неуспешном АПВ на отключенном участке МСС. Во всех случаях АС ЭМПЧ должен обеспечить бесперебойную работу потребителей электроэнергии автономного энергорайона при удовлетворении требований ГОСТ на качество электроэнергии. Система регулирования, принятая для нормальной схемы МСС, в общем случае не способна обеспечить заданную величину активной мощности доаварийного режима, так как активная мощность АС ЭМПЧ целиком определяется мощностью консольной нагрузки и может изменяться лишь в незначительных пределах за счет регулирующего эффекта нагрузки. Поэтому требуется изменение основной функции регулирования, которая должна обеспечить, кроме регулирования напряжений и частоты вращения вала, возможность регулирования частоты напряжения в автономном энергорайоне.

Решение данной задачи может быть достигнуто путем передачи сигналов о состоянии выключателей МСС в АПВ АС ЭМПЧ для изменения законов регулирования [2]. Однако это требует применения устройств передачи

телеинформации [3], что не всегда возможно. Поэтому настоящая статья посвящена анализу и синтезу системы управления АС ЭМПЧ, использующей лишь параметры, измеренные непосредственно на шинах агрегата, и требующей самых незначительных преобразований основной функции регулирования. Такие условия накладывают ограничение на использование в качестве опорных векторов лишь напряжения на шинах АС ЭМПЧ.

В статье используется математический аппарат описания переходных процессов в энергосистемах и электрических машинах с помощью так называемых упрощенных уравнений Парка — Горева, не учитывающих переходные процессы в статорных цепях.

Как отмечалось выше, в общем случае мощность консольной нагрузки не равна мощности, протекавшей через АС ЭМПЧ в доаварийном режиме, поэтому интегральный корректор активной мощности, выполненный на основе операционного усилителя и имеющий ограничение выходного напряжения, через некоторое время войдет в насыщение, и на его выходе будет постоянное напряжение  $\pm U_p^{\max}$  (знак определяется знаком небаланса между уставкой  $P^*$  и активной мощностью АСМ, т. е.  $P$ ). Режимные параметры машины, управляемой по активной мощности, можно определить из уравнения установленного режима роторных цепей, записанного в системе координат, связанной с вектором напряжения статора АСМ:

$$\bar{U}_f(1+K_e) - K_e \bar{e}_f = \bar{e}_f - j s T_f \bar{\psi}_f, \quad (1)$$

где  $\bar{U}_f = \alpha_0 + j \beta_0 = -K_s s + K_p (P - P^*) \pm U_p^{\max} + j \beta_0$ ,  $\bar{e}_f$  — вектор, численно равный э. д. с.  $\bar{e}$ , наведенный потоком ротора в обмотке статора, но совпадающий по направлению с током ротора, т. е.  $\bar{e}_f = j \bar{e}$ ;  $\bar{\psi}_f = (x - x') \bar{I} + \bar{e}_f$  — потокосцепление ротора;  $T_f$  — постоянная времени обмотки ротора при разомкнутой обмотке статора;  $s = (\omega_p - \omega_u)$  — скольжение АСМ;  $K_e$ ,  $K_s$ ,  $K_p$  — коэффициенты соответственно отрицательной обратной связи по току ротора, скольжению, активной мощности;  $\beta_0$ ,  $\alpha_0$  — сигналы напряжения регулирования каналов напряжения и активной мощности;  $\bar{I}$  — ток статора;  $\omega_p$  — частота вращения ротора АС ЭМПЧ;  $\omega_u$  — частота напряжения статора АСМ.

Из этого уравнения можно определить скольжение  $s$ :

$$s = \frac{(1+K_e)\{-e_{fq} + [K_p(P-P^*) \pm U_p^{\max}]\}}{K_s(1+K_e) + T_f \psi_{fd}}, \quad (2)$$

где  $e_{fq} = -xP/U$ ;  $\psi_{fd} = U + x'Q/U$ ;  $P$ ,  $Q$ ,  $U$  — активная, реактивная мощности и напряжение АСМ, управляемой по активной мощности, в послеаварийном режиме.

Из выражения (2) видно, что чем больше  $K_s$  и меньше  $K_p$ , тем меньше скольжение машины. Изменением этих коэффициентов можно добиться требуемого ста-

тизма регулирования активной мощности. Однако при этом сокращается диапазон скольжений, в котором можно обеспечить постоянство активной мощности в нормальной схеме МСС.

При значительном несоответствии мощности автономного энергорайона и уставки по активной мощности скольжение АСМ достигнет значения, при котором будет наблюдаться ограничение напряжения возбуждения  $U_f$ . В этом случае для уменьшения колебаний режимных параметров АС ЭМПЧ напряжение возбуждения можно формировать согласно зависимости  $U_f = \bar{U}_f U_{\text{пот}} / |\bar{U}_f|$ , что позволяет обеспечить круговое вращающееся поле ротора. Подобное ограничение напряжения возбуждения в установившемся режиме позволяет ограничить скольжение АСМ [4] в соответствии с выражением:

$$s = \frac{(x-x')PU^2 \pm \sqrt{(x-x')^2 P^2 U^4 + [U^2 U_{\text{пот}}^2 - (P^2 x^2 + (U^2 + x' Q)^2)]}}{T_f [P^2 x'^2 + (U^2 + x' Q)^2]} \rightarrow \frac{+(U^2 + x' Q)^2)}{[P^2 x'^2 + (U^2 + x' Q)^2]}. \quad (3)$$

Таким образом, выражения (2) и (3) позволяют определить скольжение машины, управляемой по активной мощности, при работе АС ЭМПЧ на консольную нагрузку. В указанных выражениях принято равенство напряжения на шинах АСМ уставке. Ввиду того, что скольжение определено из условия работы АСМ на потолочном ограничении напряжения, следует проверить возможность регулирования напряжения на собственных шинах. Для этого воспользуемся векторной диаграммой статорных и роторных цепей АСМ, представленной на рис. 1. Диаграмма (треугольник) роторных цепей, образованный векторами  $\bar{e}_f$ ,  $s_{\max} T_f \bar{E}'$ ,  $\bar{U}_f$ , отражает случай наброса активной мощности на АС ЭМПЧ  $P > P^*$ , поэтому напряжение канала регулирования активной мощности  $\alpha_0 = +\alpha_0^{\max}$ , а скольжение  $s > 0$ . При ограничении напряжения возбуждения  $U_f = U_{\text{пот}}$  напряжение канала регулирования напряжения  $\beta_0 = \beta_0'$ , а скольжение  $s = s_{\max}$ . Уменьшение  $U_f$  до  $U_f''$  приводит к увеличению  $\beta_0 = \beta_0''$  и уменьшению  $s = s''$ . Снижать «потолочное» напряжение возбуждения допустимо до  $U_f^{\min}$ , при котором  $\beta_0 = \beta_0^{\max}$ , а угол между векторами  $U_f$  и  $\bar{U}_f$   $\varphi = 45^\circ$ . Решение треугольника роторных цепей АСМ при заданном угле  $\varphi$  определяет граничную кривую в области режимных параметров  $P$  и  $Q$ . Уравнение этой кривой представляет уравнение окружности:

$$P^2 x x' + Q^2 x x' + Q[U^2(x-x') - U_{\text{пот}} U x' \sin \varphi] + P U_{\text{пот}} U x' \cos \varphi + U^4 + U^3 U_{\text{пот}} \sin \varphi = 0. \quad (4)$$

Подстановка в полученные выражение значений угла  $\varphi = \pm 45^\circ$  при  $P > P^*$  и  $\varphi = \pm 135^\circ$  при  $P < P^*$  позволяет определить область режимных параметров, где можно поддерживать напряжение на заданном уровне при работе АСМ на потолочном ограничении напряжения возбуждения. Полученная область полностью охватывает область допустимых режимов АСМ [5].

Вторая машина, обеспечивающая поддержание частоты вращения вала на уровне полусуммы частот связанных энергосистем, будет стремиться установить свое скольжение, равное по модулю и противоположное по знаку скольжению машины, управляемой по активной мощности. Это возможно при условии, что  $|\bar{U}_f| < U_{\text{пот}}$ . При выходе машины на потолочное напряжение возбуждения скольжение этой машины будет

определяться выражением (3). Если обе машины работают при потолочном ограничении напряжения возбуждения, причем скольжение машины, управляемой по активной мощности, по модулю больше скольжения машины, управляемой по частоте вращения вала, то напряжение канала регулирования частоты вращения будет равно максимальному значению. При этом область регулирования напряжения на собственных шинах та же, что в рассмотренном выше случае.

Таким образом, консольный послеаварийный режим будет характеризоваться значительным отклонением частоты в автономном энергорайоне, которое зависит от потолочного напряжения возбуждения машин АС ЭМПЧ.

Возможность работы АС ЭМПЧ в рассмотренных режимах следует проверить исследованием статической устойчивости послеаварийного режима.

Анализ статической устойчивости проводится для простейшей схемы, состоящей из шин бесконечной мощности и агрегата АС ЭМПЧ, работающего на нагрузку. Нагрузка представлена постоянным активно-реактивным сопротивлением  $Z_h = R_h + jX_h$ , т. е. рассмотрен наиболее неблагоприятный случай — отсутствие регулирующего эффекта нагрузки по частоте. Уравнения записаны в системах координат, связанных с векторами напряжений АС ЭМПЧ:

$$\bar{U}_{fi} = \bar{e}_{fi} + [p + j(\omega_{Ui} - \omega_p)]T_{fk}\bar{\Psi}_{fi}, \quad T_{fk} = \frac{T_f}{1 + K_e}; \quad (5)$$

$$\bar{U}_{fi} = \alpha_0 + K_{pi}(P_i - P^*) + K_{si}(\omega_{Ui} - \omega_p) + j[\beta_0 + K_{Ui}(U^* - U_i)], \quad K_{Ui} = 0, \quad i = 1, 2; \quad (6)$$

$$\bar{e}_{fi} = jU_\infty - x(I_q + jI_d), \quad \bar{\Psi}_{fi} = jU_\infty - x'(I_q + jI_d); \quad (7)$$

$$\bar{e}_{f2} = U_2 \left[ x \frac{R_h}{Z_h^2} + j \left( 1 + x \frac{X_h}{Z_h^2} \right) \right], \quad \bar{\Psi}_{f2} = U_2 \left[ x' \frac{R_h}{Z_h^2} + j \left( 1 + x' \frac{X_h}{Z_h^2} \right) \right]; \quad (8)$$

$$\omega_{Ui} = \text{const}, \quad P_1 = U_\infty I_q, \quad P_2 = U_2^2 \frac{R_h}{Z_h^2},$$

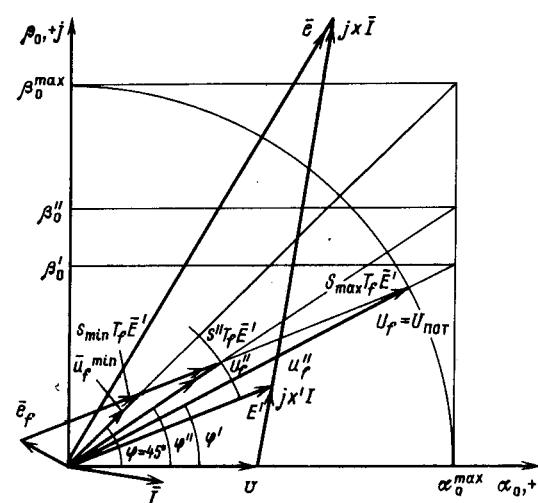


Рис. 1. Векторная диаграмма АСМ, работающей на консольную нагрузку, при различных  $U_{\text{пот}}$ . Диаграмма роторных цепей уменьшена в 10 раз

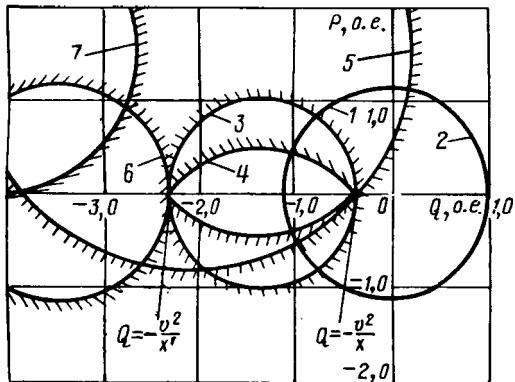


Рис. 2. Области допустимых режимов и статической устойчивости АС ЭМПЧ: 1 — ограничение по току статора; 2 — ограничение по току ротора; 3 — граница области статической устойчивости при  $K_U=0$ ,  $K_P=0$ ,  $K_s=0$ ; 4 — то же, что 3, но при  $K_P=10$ ; 5 — то же, что 3, но при  $K_s=500$ ,  $s=0,015$ ; 6 — то же, что 3, но при  $K_U=10$ ; 7 — то же, что 6, но при  $K_s=500$ ,  $s=0,015$

$$T_J p \omega_p + P_1 + P_2 = 0, \quad \omega_p = \frac{\omega_{U1} + \omega_{U2}}{2}, \quad (9)$$

где  $p$  — символ дифференцирования.

Характеристическое уравнение данной системы в общем виде представляет собой произведение двух характеристических уравнений:

$$(b_0 p + b_1)(a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3) = 0, \quad (10)$$

$$\text{где } b_0 = T_{fk}^2 x'^2 P_{h0}^2 + T_{fk}^2 (U_2^2 + x' Q_{h0})^2 + K_{s2} T_{fk} U_2 (U_2^2 + x' Q_{h0}); \quad b_1 = T_{fk} x' x P_{h0}^2 \left(1 + 2 \frac{K_{p2}}{x} U_2^2\right) + T_{fk} (U_2^2 + x Q_{h0}) \times (U_2^2 + x' Q_{h0}) + K_{U2} (U_2^2 + x' Q_{h0}) T_{fk} U_2^2 + K_{s2} U_2 \times (U_2^2 + x Q_{h0}) + \frac{\omega_{U1} - \omega_{U2}}{2} T_{fk} x' U_2 K_{s2} P_{h0} + K_{U2} K_{s2} U_2^3.$$

Для таких систем условиями, обеспечивающими устойчивость в целом, являются условия устойчивости отдельных подсистем (10). Статическая устойчивость АСМ, работающей на шины бесконечной мощности (характеристическое уравнение третьего порядка), исследована в [1], где показано, что при равенстве нулю всех коэффициентов регулирования и отсутствии компенсирующих связей, что соответствует случаю работы при потолочном ограничении напряжения, область статической устойчивости наименьшая. Но и она обеспечивает устойчивую работу во всей области допустимых режимов.

Статическая устойчивость второй подсистемы, имеющей первый порядок характеристического уравнения, обеспечивается при  $b_0 > 0$  и  $b_1 > 0$ . При равенстве всех коэффициентов регулирования нулю условие  $b_0 > 0$  определяет всю плоскость режимных параметров  $P$  и  $Q$ , кроме точки  $P_{h0}=0$  и  $Q_{h0}=-U_2^2/x'$ . Условие  $b_1 > 0$  делит пространство режимных параметров  $P$  и  $Q$  на устойчивую и неустойчивую области (кривая 3 на рис. 2). Из рис. 2 видно, что в режимах потребления реактивной мощности не обеспечивается устойчивая работа. Введение коэффициента регулирования по активной мощности сужает неустойчивую область (кривая 4), а введение коэффициента  $K_s$  в режимах работы со скольжением сужает устойчивую область (кривая 5).

Обеспечить условия устойчивой работы во всей области допустимых режимов АСМ возможно введением коэффициента регулирования по напряжению (кривые 6 и 7).

Таким образом, самым неблагоприятным является режим работы при потолочном ограничении напряжения возбуждения, при этом сохраняется устойчивость АС ЭМПЧ в большей части области допустимых режимов. Из выражения (3) следует, что величину скольжения АСМ и, следовательно, частоту в автономном энергорайоне можно регулировать с помощью регулирования модуля напряжения возбуждения, т. е.  $U_{\text{пот}}$ . Однако при этом регулирование частоты возможно лишь в ограниченном диапазоне, так как для сохранения способности регулировать напряжение на шинах, напряжение возбуждения нельзя уменьшать ниже  $U_f^{\min}$  (рис. 1), величину которого можно определить из выражения (4):

$$U_f^{\min} = \frac{Q^2 x x' + P^2 x x' - U^4 + Q U^2 (x + x')}{Q U x' \sin \varphi - P U x' \cos \varphi - U^3 \sin \varphi}. \quad (11)$$

Другим возможным мероприятием, позволяющим уменьшить отклонение частоты в автономном энергорайоне, является применение корректирующего элемента при формировании уставки активной мощности. Так, в [6] использован элемент с зоной нечувствительности, изменяющий уставку активной мощности от скольжения АСМ, что эквивалентно увеличению коэффициента  $K_s$  в выражении (2).

При указанных выше способах регулирования частоты ее отклонение может достигать существенных значений, поэтому не исключается возможность ограничения потребителей посредством автоматической частотной разгрузки (АЧР) энергосистем при снижении частоты. При повышении частоты возможно отключение агрегатов местных электростанций автоматикой от повышения частоты.

В реальных условиях может оказаться, что перечисленные мероприятия не могут быть применены из-за наличия ответственных потребителей в составе нагрузки. Кроме того, на участках ЛЭП МСС, как правило, используются устройства АПВ с ожиданием синхронизма [7], которые разрешают включение только при незначительном расхождении частот по концам отключенной ЛЭП. Сказанное предъявляет жесткие требования к АПВ АС ЭМПЧ, который должен изменить закон регулирования по активной мощности на закон, обеспечивающий равенство частот с обеих сторон АС ЭМПЧ [2] или поддержание доаварийного значения частоты.

Для фиксирования наступления консольного режима можно использовать способ управления АС ЭМПЧ с помощью релейных элементов [8], который, как и ранее, использует только информацию на шинах АС ЭМПЧ. Суть этого способа заключается в том, что в канал регулирования активной мощности вводят дополнительный сигнал от релейного элемента с зоной нечувствительности, управление которым осуществляется по сигналу отклонения частоты. Такое управление не действует в нормальных режимах работы и вызывает автоколебания в консольных. Наличие автоколебательного режима однозначно определяет наступление консольного режима.

Расчетами на ЭВМ переходных процессов для межсистемной связи с АС ЭМПЧ была подтверждена возможность применения указанного способа управления. Были выполнены расчеты переходных процессов при использовании релейных элементов с различными харак-

теристиками. Наилучших результатов удалось достичь использованием релейного элемента с опережающей петлей гистерезиса [9]. Такой релейный элемент позволяет за время 0,4–0,8 с (зависит от несоответствия уставки по активной мощности и мощности консольной нагрузки) вывести АС ЭМПЧ на режим с практически доаварийным уровнем частоты в автономном энергогорячоне, а далее частота следования импульсов от релейного элемента позволяет за время 0,1–0,2 с фиксировать наступление консольного режима.

Для исключения действия релейного элемента при

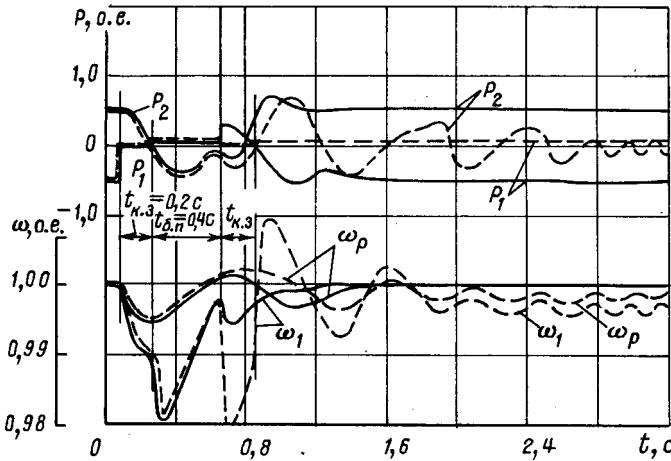


Рис. 3. Характеристики переходного процесса при к. з. и успешном (сплошные линии) и неуспешном (пунктирные линии) АПВ на линии, связывающей энергосистему с АСМ, регулирующей скорость вращения вала

глубоких изменениях частоты в связываемых энергосистемах, не связанных с образованием консольной нагрузки, использовано модулирование сигнала релейного элемента сигналом разности между активной мощностью и уставкой. Модулирование дополнительное позволяет дозировать управляющее воздействие. Математическая формулировка закона управления АСМ выглядит следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_f = \alpha_0 + K_P(P - P^*) + K'_P \int_0^t (P - P^* + \Phi) dt + \\ + j \left[ \beta_0 + K_U(U^* - U) + K'_U \int_0^t (U^* - U) dt \right]; \end{aligned} \right\} (12)$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^2 F_i(\omega_{Ui}) |P_i - P_i^*|,$$

где

$$F_i(\omega_{Ui}) = \begin{cases} A_i, & \text{если } (\omega_{Ui} - \omega_{i\infty}) > \xi_i \text{ и } \frac{d\omega_{Ui}}{dt} \geq -\tau_i, \\ 0, & \text{если } |\omega_{Ui} - \omega_{i\infty}| \leq \xi_i \text{ или} \\ & (\omega_{Ui} - \omega_{i\infty}) > \xi_i \text{ и } \frac{d\omega_{Ui}}{dt} < -\tau_i \text{ или} \\ & (\omega_{Ui} - \omega_{i\infty}) < -\xi_i \text{ и } \frac{d\omega_{Ui}}{dt} > \tau_i, \\ -A_i, & \text{если } (\omega_{Ui} - \omega_{i\infty}) < -\xi_i \text{ и } \frac{d\omega_{Ui}}{dt} \leq \tau_i; \end{cases}$$

$\omega_{i\infty} = \frac{1}{1 + \rho T} \omega_{Ui}$  — длительно существующее значение частоты;  $F_i(\omega_{Ui})$  — релейный элемент с опережающей

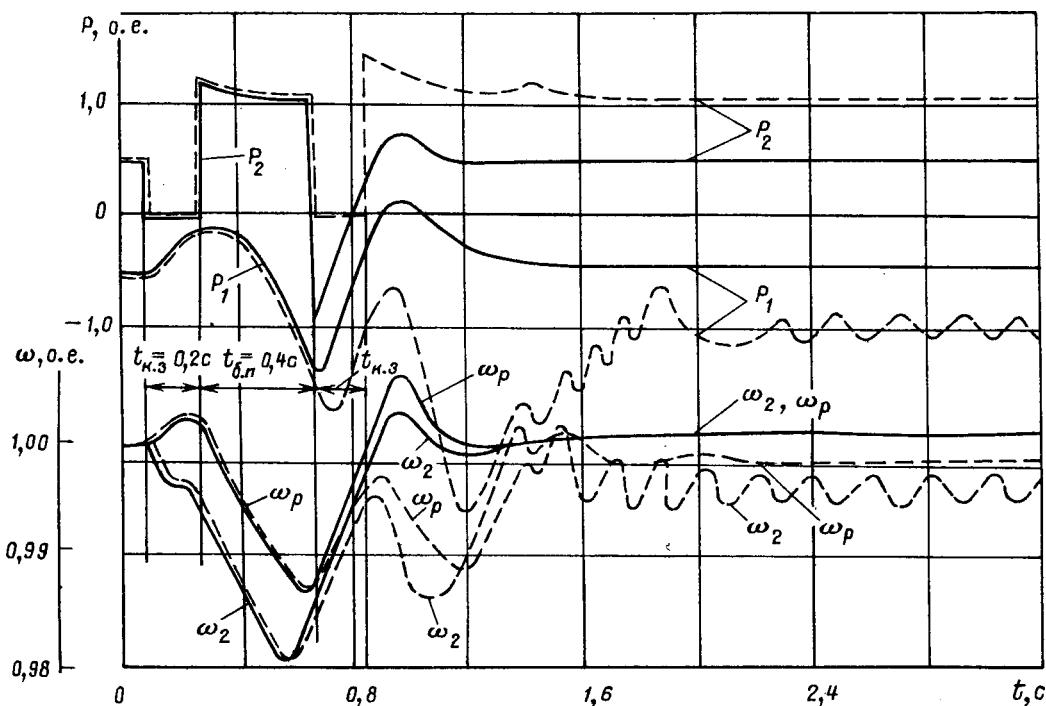


Рис. 4. Характеристики переходного процесса при к. з. и успешном (сплошные линии) и неуспешном (пунктирные линии) АПВ на линии, связывающей энергосистему с АСМ, регулирующей активную мощность

петлей гистерезиса;  $A_i$  — некоторая величина, постоянная при указанных условиях;  $\xi_i$  — зона нечувствительности по частоте;  $\tau_i$  — зона нечувствительности по производной частоты;  $K_U, K'_U$  — коэффициенты регулирования по напряжению.

Характеристики переходных процессов при указанном управлении приведены на рис. 3 и 4 и иллюстрируют образование консольной нагрузки с обеих сторон АС ЭМПЧ. Из характеристики на рис. 3 видно, что в течение времени бестоковой паузы, равного 0,4 с, частота напряжения в автономном энергорайоне выходит на доаварийный уровень, что позволяет включить ЛЭП устройством АПВ. После восстановления электрической связи с системой управляющий сигнал  $\Phi(\omega, P)$  равен нулю, и режим межсистемной связи восстанавливается на доаварийном уровне. Во втором случае (рис. 4) восстановление частоты происходит значительно быстрее, а частота автоколебаний выше. Это связано с тем, что в автоколебательном процессе практически не участвует механическое движение вала АС ЭМПЧ.

Расчеты переходных процессов с применением релейных элементов для распознавания консольного режима подтвердили целесообразность и эффективность данного способа управления. Следует заметить, что частота автоколебаний может быть очень высокой, а поэтому в сильной степени скажется влияние постоянных времени регуляторов, выполнение датчиков и т. п., что сложно учесть при математическом моделировании и поэтому требует проведения экспериментов на электродинамической модели.

Таким образом, в консольном режиме работы закон регулирования АС ЭМПЧ может быть различным — либо ограничение  $\bar{U}_f$ , либо управление по частоте напряжения автономного энергорайона — и определяется в каждом конкретном случае отдельно. Однако применение этих законов возможно лишь при наличии системы распознавания наступления рассматриваемого режима. Отказаться от каналов телемеханики можно, используя систему регулирования на релейных эле-

ментах, позволяющую обеспечить как распознавание консольного режима, так и управление АС ЭМПЧ в этом режиме.

**Приложение.** При построении областей допустимых режимов и областей статической устойчивости, а также при расчетах переходных процессов использовались параметры АСМ-200 МВт: синхронное индуктивное сопротивление  $x = 2,544$  о. е.; переходное индуктивное сопротивление  $x' = 0,465$  о. е.; постоянная времени обмотки возбуждения при разомкнутой обмотке статора  $T_f = 2,338$  с; потолочное напряжение возбуждения  $U_{\text{пот}} = 19$  о. е.; постоянная инерции  $T = 3,5$  с.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакарян Ю. Г. Асинхронизированные синхронные машины. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Зеленогнат Н. И., Кокорев Н. А., Лаказов К. З. Управление режимами гибкой межсистемной связи. Деп. в Информэнерго, 1983, № 1348 эн-д 83.
3. Скитальцев В. С. Аппаратура каналов связи для передачи сигналов автоматики АНКА—АВПА. — Электрические станции, 1984, № 2.
4. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемые машины переменного тока. — М.: Наука, 1969.
5. Установившиеся режимы работы асинхронизированных турбогенераторов / И. А. Лабунцов, Ю. Г. Шакарян, А. П. Лохматов и др. — Электричество, 1981, № 3.
6. А. с. 1121740 (СССР). Устройство для связи энергосистем / Н. Н. Блоцкий, Р. С. Цгоев, Ю. Г. Шакарян и др. Опубл. в Б. И., 1984, № 40.
7. Автоматика электроэнергетических систем: учебное пособие для вузов / О. П. Алексеев, В. Е. Казанский, В. Л. Козис и др.; Под ред. В. Л. Козиса и Н. И. Овчаренко. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
8. А. с. 1354334 (СССР). Способ управления асинхронизированным электромеханическим преобразователем частоты / И. Ю. Мирошников, В. В. Саркисян, Р. С. Цгоев, Ю. Г. Шакарян. Опубл. в Б. И., 1987, № 43.
9. Вавилов А. А. Частотные методы расчета нелинейных систем. — Л.: Энергия, 1970.

[20.10.87]

УДК 621.316.761.2.016.2.001.2

## Индуктивный накопитель энергии в схеме источника реактивной мощности

БЕЛОУСОВ И. В., канд. техн. наук, СОКОЛОВ С. Г., канд. техн. наук

**Введение.** Применение индуктивных накопителей энергии в мощных статических компенсаторах (СТК) реактивной мощности целесообразно, так как требует небольших по энергоемкости устройств. В [1—3] приведены параметры СТК мощностью 40 МВ·А с индуктивным накопителем энергии, энергоемкость которого может быть всего 40 кДж. При той же мощности СТК энергоемкость накопителя уменьшится в несколько раз при подключении к нему ряда последовательно соединенных и работающих с фазовым сдвигом мостовых преобразователей [4]. Использование преобразователей с принудительной коммутацией обеспечивает реверсивный режим СТК без установки шунтовых конденсаторных батарей, имеющих высокую стоимость и занимающих значительные площади на подстанции. Ниже рассмотрена схема реверсивного СТК с индуктивным накопителем энергии уменьшенной энергоемкости.

**Основные соотношения.** Принципиальная схема СТК показана на рис. 1 и включает магнитную систему, многомостовой преобразователь рода тока с принудительной коммутацией вентиляй, трансформатор связи с сетью и устройство управления. Магнитную систему с индуктивностью  $L$  и последовательно соединенные мосты преобразователя обтекает постоянный ток  $I_d$ . При-

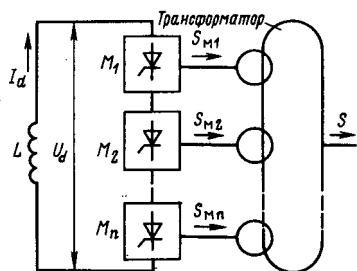


Рис. 1. Схема компенсатора реактивной мощности на базе индуктивного накопителя энергии

веденный ниже анализ выполнен в предположении, что коммутация вентиляй происходит мгновенно.

Особенность работы преобразователя состоит в том, что углы управления мостами  $\alpha_i$  отличаются на постоянную величину

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \alpha_3 - \alpha_2 = \dots = \alpha_n - \alpha_{n-1} = \Delta\alpha = \frac{60^\circ}{n},$$

где  $n$  — общее число мостов. Такое управление обеспечивает близкий к синусоидальному суммарный ток в первичной обмотке трансформатора, хотя каждый из мостов подает в соответствующую вторичную обмотку трансформатора прямоугольные импульсы тока чередующихся знаков. Диаграмма токов для случая  $n=4$  приведена на рис. 2.

Переменный ток отдельного моста имеет первую гармонику промышленной частоты с эффективным значением

$$I^m = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_d.$$

Полная мощность, соответствующая этому току, зависит от напряжения обмотки трансформатора  $U$  и равна

$$S^m = \sqrt{3} U I^m = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U I_d. \quad (1)$$

Фазовый сдвиг между напряжением обмотки трансформатора и первой гармоникой тока соответствующего моста равен углу управления  $\varphi_i = \alpha_i$ . Поэтому не только токи, но и комплексные мощности отдельных мостов имеют сдвиг по фазе относительно друг друга на угол  $\Delta\alpha$ . Таким образом, суммарная мощность, которой компенсатор обменивается с сетью, равна сумме мощностей отдельных мостов, имеющих одинаковую амплитуду (1), но разные фазы, и образующих «веер» векторов с общим размахом около  $60^\circ$ . Для того, чтобы суммарная мощность была чисто реактивной, необходимо, чтобы средний угол управления составлял  $\pm 90^\circ$  (рис. 3).

Реактивная мощность, потребляемая из сети, равна

$$Q = \left| \sum_{i=1}^n S_i \right| = \frac{S^m}{2 \sin \frac{30^\circ}{n}} \approx \frac{3}{\pi} n S^m.$$

С учетом (1) последнее выражение принимает вид

$$Q = \frac{9\sqrt{2}}{\pi^2} n U I_d. \quad (2)$$

Из (2) следует, что реактивная мощность пропорциональна току  $I_d$ . Меняя этот ток, можно плавно регулировать реактивную мощность СТК (с другой стороны, СТК как генератор, с другой стороны, СТК как приемник). Приняв с запасом оценку

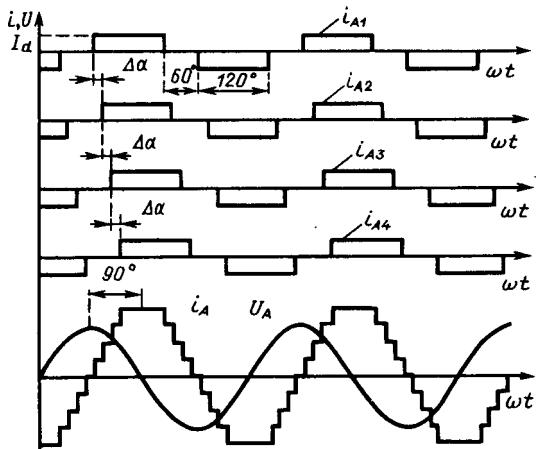


Рис. 2. Временная диаграмма токов отдельных мостов и на выходе преобразователя (фаза A)

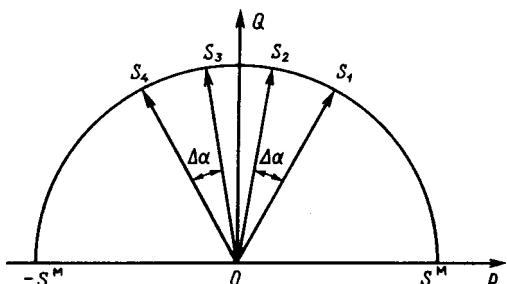


Рис. 3. Диаграмма мощностей мостов преобразователя в основном рабочем режиме

ток  $I_d$  определяет энергию, запасенную в индуктивном накопителе. Поэтому при изменении тока  $I_d$  происходит энергообмен между СТК и энергосистемой во время некоторого переходного режима, характеризующегося отличной от нуля активной мощностью ( $P \neq 0$ ). Величина активной мощности зависит от угла управления мостами, и переход к режиму  $P \neq 0$  может быть осуществлен путем целенаправленного изменения углов управления всех мостов на одну и ту же величину. При этом векторы мощностей  $S_i$  поворачиваются на одинаковый угол, и в суммарной мощности появляется активная составляющая. Тогда СТК начинает потреблять из сети или генерировать в сеть активную мощность, что приводит к росту или уменьшению тока  $I_d$ . При достижении необходимого по режиму реактивной мощности тока  $I_d$  СТК вновь переводится в основной рабочий режим, когда  $P=0$ , а  $Q$  отвечает потребностям энергосистемы.

Несинхронное управление мостами приводит к тому, что на магнитную систему подается периодическое напряжение  $U_d$  повышенной частоты, максимальное значение которого не превышает напряжения вторичной обмотки трансформатора. Детальный анализ процесса коммутации показывает, что форма напряжения  $U_d$  близка к пилообразной (рис. 4), причем частота изменения напряжения превышает промышленную частоту в  $6n$  раз, а амплитуда несколько больше  $0,5 U_m$  ( $U_m = \sqrt{2} U$  — максимальное значение междуфазного напряжения). Приняв с запасом оценку

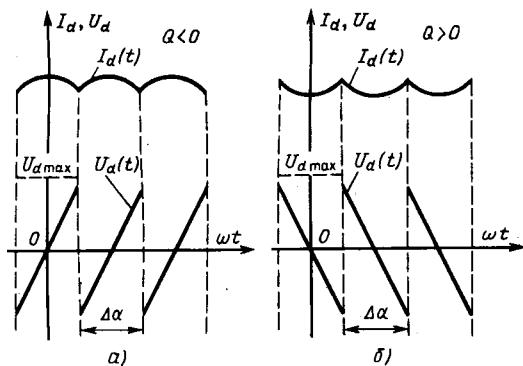


Рис. 4. Форма тока и напряжения индуктивного накопителя: а — режим потребления; б — режим генерации

$$U_{d \max} = 0,6 U_m, \quad (3)$$

можно рассчитать величину пульсаций тока  $I_d$ , происходящих под действием этого напряжения. Характер этих пульсаций в режимах потребления и генерации реактивной мощности показан на рис. 4.

Размах пульсаций тока  $I_d$  можно получить из уравнения индуктивности  $L dI_d/dt = U_d$ , проинтегрировав его с учетом (3):

$$\Delta I_d = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10^{-3} \frac{U}{nL}.$$

Введение характерных параметров компенсатора ( $I_{d0}$  — максимальный ток,  $W_0 = L I_{d0}^2 / 2$  — энергоемкость магнитной системы,  $Q_0$  — максимальная мощность) позволяет представить последнюю формулу в виде:

$$\Delta I_d = \frac{\pi^2}{36} \cdot 10^{-3} \frac{Q_0 I_{d0}}{n^2 W_0}. \quad (4)$$

Отсюда следует, что размер пульсаций тока не зависит от величины этого тока и рабочей мощности и одинаков во всех режимах работы.

Наличие пульсаций тока магнитной системы ограничивает диапазон регулирования тока  $I_d$  и реактивной мощности  $Q$ . Минимальный ток  $I_d$  равен

$$I_{d \min} = \frac{2}{3} \Delta I_d.$$

Подстановка последней формулы в (4) приводит к основному расчетному соотношению между параметрами компенсатора

$$\frac{K}{n^2} \cdot \frac{Q_0}{W_0} = \frac{54}{\pi^2} \cdot 10^3 = 5,47 \cdot 10^3, \quad (5)$$

где  $K = I_{d0}/I_{d \min} = Q_0/Q_{\min}$  — кратность регулирования тока и мощности.

Выражение (5) позволяет установить, например, какая требуется энергоемкость индуктивного накопителя энергии для получения требуемой мощности установки при заданном числе мостов и желаемой кратности регулирования или, наоборот, определить, какую мощность СТК можно получить, используя данную магнитную систему.

**Высокодействие СТК.** Поскольку изменение мощности достигается изменением тока в магнитной системе, последняя является основным инерционным звеном, ограничивающим высокодействие устройства. Смена знака реактивной мощности достигается изменением

угла управления преобразователем и может быть осуществлена практически безынерционно. Таким образом, наиболее длительный переход связан с полным сбросом реактивной мощности одного знака или, наоборот, полным набором. Оба переходных процесса занимают одинаковое время, поэтому достаточно рассмотреть один из них, например, набор мощности от нуля до  $Q_0$ .

Увеличение тока в магнитной системе связано с запасением в ней магнитной энергии, поэтому этот процесс требует поглощения из сети активной мощности. Наибольшая мощность достигается при нулевых углах управления всеми мостами и равна

$$P_{\text{нб}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} n U I_d.$$

При этом на магнитную систему подается среднее напряжение

$$U_{d \text{ cp}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} n U,$$

и ток нарастает со скоростью

$$\frac{dI_d}{dt} = \frac{U_{d \text{ cp}}}{L} = \frac{3\sqrt{2}}{2\pi} n \frac{U I_{d0}^2}{W_0}.$$

На основании (2) можно определить скорость роста реактивной мощности:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\pi}{6} \frac{Q_0^2}{W_0}.$$

Чтобы оценить эту величину в общем виде, будем считать, что энергоемкость реактора выбрана в соответствии с выражением (5). Тогда время полного набора мощности от 0 до  $Q_0$  составит

$$\tau = Q_0 \frac{dt}{dQ} = \frac{\pi}{9} \cdot 10^{-3} \frac{K}{n^2}. \quad (6)$$

При  $K=100$  и  $n=4$  это время равно 2,18 мс, что соответствует примерно 40 эл. градусам или 1/9 доле периода промышленной частоты.

Реальная скорость изменения режима будет несколько меньше, поскольку в приведенном выше расчете учитывалось влияние на этот процесс только самого инерционного элемента — индуктивного накопителя энергии. Дополнительную задержку внесут индуктивность рассеяния трансформаторов, ограничение быстродействия преобразователя, системы управления и другие факторы, например, ограничения по изоляции. Однако это не меняет общего вывода: полное изменение рабочей мощности компенсатора может быть осуществлено за время порядка одного периода тока промышленной частоты.

**Высшие гармоники.** Достоинством рассматриваемой схемы СТК является близкая к синусоидальной форме выходного тока без применения фильтра высших гармоник. Как уже отмечалось, выходной ток СТК складывается из импульсов токов отдельных мостов с длительностью 120 эл. градусов и сдвинутых на угол  $60^\circ$  относительно друг друга. Учитывая, что амплитуда  $k$ -й гармоники тока одного моста равна

$$I_{km}^k = \frac{2\sqrt{3}}{\pi k} I_d, \quad (k=6i \pm 1; i=1, 2, \dots),$$

можно вычислить амплитуду этой гармоники в суммарной токе:

$$I_{km} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi k} I_d \frac{\sin(k30^\circ)}{\sin\left(\frac{k}{n}30^\circ\right)} ; (k=6i \pm 1).$$

Анализ последней формулы показывает, что относительное содержание высших гармоник снижается с увеличением числа мостов преобразователя  $n$ . Вместе с тем уже при  $n=4$  доля высших гармоник в выходном токе невелика (таблица). При этом относительное содержание высших гармоник в токе не зависит от режима работы установки, что является преимуществом данной схемы СТК по сравнению с известными.

**Вопросы оптимизации схемы.** Важнейшим конструктивным параметром рассматриваемого СТК является количество последовательно соединенных мостов преобразователя. Из выражений (3)–(6) следует, что при одинаковой мощности установки с увеличением числа мостов  $n$  снижается амплитуда напряжения, подаваемого на магнитную систему, уменьшается амплитуда пульсаций тока и, следовательно, возрастает кратность регулирования мощности. Кроме того, чем больше  $n$ , тем меньшая энергоемкость магнитной системы требуется для обеспечения нормального функционирования СТК. Наконец, увеличение числа мостов благоприятно влияет на гармонический состав выходного переменного тока.

Характерным параметром предлагаемого СТК является коэффициент эффективности использования в нем индуктивного накопителя энергии. Он применяется здесь на постоянном токе, однако такой же реактор может быть включен непосредственно на напряжение переменного тока для компенсации реактивной мощности. Отношение мощностей, которые он способен потребить в том и другом случае, и характеризует эффективность его использования в данной схеме:

$$\epsilon = \frac{Q_0}{Q_\infty} = \frac{540}{\pi^3} \cdot \frac{n^2}{K}.$$

Последняя формула показывает, что при  $K=100$  реактор выгоднее использовать на постоянном токе, чем на переменном, начиная уже с  $n=3$ , поскольку при этом  $\epsilon > 1$ . Как видно, из приведенного выражения, эффективность применения реактора пропорциональна квадрату числа мостов.

Таким образом, одним из очевидных способов улучшения рабочих параметров предлагаемой установки состоит в применении преобразователя с как можно большим числом мостовых блоков. Теоретически это объясняется тем, что мощность СТК при прочих равных условиях пропорциональна частоте изменения напряжения и тока основного реактивного элемента схемы, в данном случае — магнитной системы. Частота же работы индуктивного накопителя энергии зависит линейно от количества мостов преобразователя.

Способ совершенствования рассматриваемого СТК, связанный с неограниченным увеличением числа мостов, встречает определенные трудности. Это и отсутствие специальных многообмоточных трансформаторов, и принципиальная проблема разработки трансформатора с числом обмоток более 8–10, и чрезмерное усложнение схемы преобразователя и системы управления, и, наконец, ограничения, связанные со спецификой работы на высокой частоте индуктивных накопителей энергии. Оптимизационные *Воденикис* показывают, что вероятно, можно

Наименование параметра	Схема СТК во [1]	Схема СТК с индуктивным накопителем уменьшенной энергоемкости	
Номинальная мощность, МВ·А	40	40	
Номинальное напряжение, кВ	13,8	13,8	
Энергоемкость, кДж	40	6,85	
Количество мостов	1	4	
Ток, А	2140	562	
Высшие гармоники, %	пятая седьмая одиннадцатая тринадцатая	20 14 9 7,7	4 2,6 1,2 1

наилучшим решением в этих условиях является использование преобразователя с числом мостов в пределах 4–6. При массовом применении СТК, собранного по данной схеме, следует рассмотреть возможность изготовления автотрансформаторов, устанавливаемых на подстанциях, с расщепленными компенсационными обмотками.

Необходимо отметить, что обоснование эффективности использования преобразователя с большим числом мостов требует специального исследования на основе более строгой расчетной модели. Известно, что при детальном рассмотрении процесса коммутации вентилей в многомостовых преобразователях обнаруживается взаимное влияние мостов, которое в сильнозагруженных режимах может существенно исказить рабочие характеристики устройства.

**Расчетные параметры.** В принципе предлагаемый компенсатор может быть создан на любую мощность, имеющую практическое значение в электроэнергетике. Характерные параметры установки мощностью 20 МВ·А, которая может быть использована в сетях 110 кВ, составляют: диапазон регулирования реактивной мощности —  $\pm 20$  МВ·А; число мостов преобразователя — 4; напряжение обмотки низшего напряжения трансформатора — 6 кВ; индуктивность — 0,2 Гн; максимальный ток индуктивного накопителя энергии — 650 А; рабочее напряжение магнитной системы — 5 кВ.

В [1, 2] рассмотрены СТК на базе индуктивного накопителя энергии. Проведенное в указанных работах сравнение таких компенсаторов с СТК традиционного типа свидетельствует о целесообразности использования индуктивных накопителей в подобных установках. Рассмотренная в данной статье схема является еще одним шагом в развитии СТК, в которых используются индуктивные накопители. В таблице приведены для сравнения некоторые параметры компенсатора реактивной мощности с индуктивным накопителем энергии уменьшенной энергоемкости, выполненного по рассмотренной схеме, и СТК по данным [1].

**Выводы.** 1. Рассмотренная принципиальная схема СТК обеспечивает минимальные весо-габаритные параметры установки благодаря уменьшенной энергоемкости накопительного элемента, отсутствию конденсаторной батареи и фильтров высших гармоник.

2. Принятая система управления СТК обеспечивает постоянное относительное содержание высших гармоник в рабочем токе, т. е. этот ток практически синусоидален во всех режимах работы СТК.

3. Быстродействие СТК определяет время полного набора или сброса мощности, которое не превышает одного периода тока промышленной частоты.

4. Оптимальное количество мостов преобразователя, соединенных в последовательный ряд в рассмотренной схеме СТК, находится в пределах 4—6 шт.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boenig H., Hassenzahl W. Application of superconducting coils to reactive power control in electric power systems.— IEEE Trans. on Magn., 1981, vol. MAG-17, N 1.

2. Boenig H., Cibulka F. A static VAR compensator using a superconducting coil.— IEEE Trans. on PAS, 1982, vol. PAS-101, N 10.

3. Riemersma H. Application on superconductivity to VAR generators.— Advances in Cryogenic Engineering, 1982, vol. 27.

4. Sumy Y. et. al. New static VAR control using force-commutated invertors.— IEEE Trans. on PAS, 1981, vol. PAS-100, N 9.

{10.05.88}

УДК 621.311:614.825:519.5.001.57

## Оценка электробезопасности на основе теории нечетких множеств

ПОСПЕЛОВА Т. Г., канд. техн. наук

Белорусский политехнический институт

Практика проектирования и эксплуатации электроэнергетических установок и систем на основе обобщения опыта и результатов теоретических исследований позволила выработать ряд практических критериев электробезопасности: допустимые напряжения прикосновения, предельно допустимые токи через человека, допустимые напряженности электрического поля [1, 2]. Однако указанные критерии не могут быть использованы для распознавания опасной ситуации и ее предупреждения. Они носят детерминированный характер, а потому не соответствуют природе возникновения электроопасных ситуаций, не могут быть достаточно точно измерены или рассчитаны даже для уже прошедшего случая поражения электрическим током.

Можно констатировать, что к настоящему времени не разработаны адекватные математические модели для оценки электробезопасности и тем более для поиска оптимальных средств и методов защиты. Более того, отсутствует теоретическое толкование электробезопасности, строгое обоснование необходимого и достаточного уровня электробезопасности.

Необходимость решения этих вопросов диктуется возрастающей сложностью электроэнергетических систем, в том числе их управляющей части, качественными изменениями в структуре генерирующей и передающей частей, ростом единичных мощностей и номинальных напряжений электроэнергетических объектов, дефицитностью трудовых ресурсов.

В [3] безопасность объекта энергетики рассматривается как одно из единичных свойств комплексного свойства «надежность», предлагаются показатели безопасности и пути их оценки. Ранее в [4] безопасность также определялась как одно из свойств надежности электроэнергетических систем — способности не создавать ситуаций, опасных для людей и окружающей среды. Отмечались неизученность этого свойства, отсутствие показателей количественной оценки безопасности. Там же указывалось на принципиальную недопустимость выражения безопасности единственным эквивалентом. В связи с этим можно указать

на актуальность и целесообразность подхода в методическом плане к проблеме безопасности в [3], где впервые были предложены показатели безопасности для энергетических объектов и указана возможность стоимостного выражения ряда показателей. Однако эти показатели требуют конкретизации как в отношении способов определения, так и для отдельных электроэнергетических объектов. Кроме того, как показано ниже, они не могут служить для построения адекватных математических моделей, так как имеют детерминированный или вероятностный характер и не учитывают человеческого фактора и влияния окружающей среды.

Связь безопасности с надежностью электроэнергетических установок и систем неоспорима. Однако неверно, на наш взгляд, трактовать безопасность как одну из слагающих комплексного свойства «надежность». Это противоречит разработанному в [5] подходу к электроэнергетическим системам как сложным большим управляемым системам кибернетического типа. Действительно, как указано в [4], надежность — это внутреннее свойство объекта, заложенное при его проектировании, изготовлении и проявляющееся при функционировании. Электробезопасность же определяется не только конструктивными и режимными параметрами электроэнергетической системы и ее элементов, но в большей мере, как показывает статистика травматизма, — психофизиологическими характеристиками отдельных людей и человеческих коллективов, состоянием управляющей части электроэнергетической системы и окружающей среды.

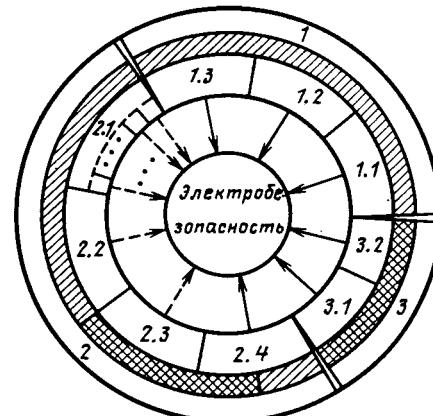
Исходя из современной стадии развития электроэнергетических систем и управления ими определим электробезопасность как сложное, относительно самостоятельное свойство системы «электроэнергетический объект и технология работы на нем — управляющая часть — окружающая среда». При разработке показателей электробезопасности необходимо учитывать временную, территориальную и ситуативную иерархию электроэнергетических систем. Под управляющей частью здесь понимаем людей, могущих

оказаться в электроопасной ситуации (выполняющих работы на рассматриваемой электроэнергетической установке или находящихся в ее зоне) и человеко-машинную систему, целенаправленно воздействующую на состояние электроэнергетических объектов и их связей.

Электроэнергетическое производство относится к группе производств, для которых «абсолютной безопасности» достичь невозможно. Это обуславливает необходимость оценки уровня безопасности электроэнергетических систем и их элементов и его оптимизации. Для оценки уровня безопасности предпринимались попытки использовать вероятностно-статистический подход, ввести вероятностные показатели безопасности [3, 6, 7]. Однако они, на наш взгляд, труднореализуемы. Вероятностно-статистический подход предполагает операции с достаточно большим количеством однородных объектов или данных по наблюдению за одним объектом. Электроопасные ситуации всегда уникальны и неповторимы. Несмотря на наличие в энергосистемах четкой системы сбора и обработки статистических данных по электротравматизму, объективно не могут быть обеспечены достаточно представительные выборки для установления законов распределения показателей безопасности или их числовые характеристики. Отсутствие достоверного вероятностного описания исходных данных не позволяет найти регрессионно-корреляционные зависимости уровня безопасности конкретных электроэнергетических объектов с показателями их надежности, психофизиологическими показателями и действиями людей, параметрами метеорологических условий. Развитие электроопасной ситуации и ее результат во многом зависит от психофизиологических характеристик, принятия решений, поведения людей. Неправомочность применения вероятностных методов обусловлена также неопределенностью режимов и схем электроэнергетических объектов, связанных с целенаправленной деятельностью человека и неопределенностью состояния погоды и окружающей среды.

Представляется обоснованным и плодотворным использование аппарата теории нечетких множеств (ТНМ) для выбора показателей электробезопасности и формирования математических моделей электропасных ситуаций. Электробезопасность при этом можно определить как свойство системы «электроэнергетический объект (технология работы на нем) — управляющая часть — окружающая среда», состоящее в исключении (с определенной степенью) принадлежности опасности поражения электрическим током. На рисунке показана структура внешних и внутренних возмущений исследуемой системы, определяющих ее состояния. Часть возмущений имеет объективную природу; это внутренние возмущения — нарушения надежности самого электроэнергетического объекта или технологической оснастки выполняемых монтажных либо ремонтных работ, а также внешние — изменения состояния средств управления, метеорологических условий. Другая часть — субъективные возмущения: изменения психофизиологического состояния отдельных людей и всей выполняющей работы бригады, управляющие воздействия на электроэнергетический объект. Все эти возмущения образуют совокупность факторов, определяющих состояние системы, электробезопасность

Назначим четыре класса состояний по безопасности



Структура возмущений электробезопасности системы (ситуации) «Электроэнергетический объект — управляющая часть — окружающая среда»: 1 — Технические и режимные состояния (надежность): 1.1 — электроэнергетического объекта; 1.2 — мер и средств защиты, 1.3 — ремонтной оснастки; 2 — Состояния управляющей части: 2.1 — отдельных лиц, 2.2 — бригады, 2.3 — управляющих воздействий, 2.4 — надежности средств управления; 3 — Состояния окружающей среды: 3.1 — погоды, 3.2 — демографии; штрих — внешние возмущения; двойной штрих — внутренние; — — — — — объективные возмущения; — — — — — субъективные возмущения

рассматриваемой системы (электроопасной ситуации), составляющих полную группу взаимодополняющих классов:

- класс  $A_1$  — безопасные состояния;
- класс  $A_2$  — малоопасные состояния;
- класс  $A_3$  — опасные состояния;
- класс  $A_4$  — очень опасные состояния.

Учитывая указанные возмущения, каждое состояние электроопасной ситуации описывается размытым множеством независимых параметров  $\{x, y, p, z\}$ , где  $x$  — агрегированный параметр технических состояний самого объекта, устройств управления, защиты и ремонтной оснастки;  $y$  — агрегированный параметр психофизиологического состояния, опыта, интуиции, профессиональной подготовки отдельных лиц и всей бригады;  $p$  — параметр состояния управляющих воздействий. Эти параметры характеризуются функциями принадлежности ( $\Phi\pi$ ) к названным четырем классам состояний по безопасности, причем

$$\sum_{i=1}^4 \mu_{A_i}(x) = 1; \quad \sum_{i=1}^4 \mu_{A_i}(y) = 1;$$

$$\sum_{i=1}^4 \mu_{A_i}(p) = 1; \quad \sum_{i=1}^4 \mu_{A_i}(z) = 1,$$

где  $\mu_{A_i}$  — функция принадлежности к классу состояний  $A_i$ ;  $i$  — индекс класса состояний.

Тогда, например, множество безопасных состояний электроэнергетического объекта  $A_1$  совершенно строго (хотя и субъективно) описывается соответствующими функциями принадлежности как некоторыми функциями от  $X, Y, P, Z$  с положительными и не превышающими единицы значениями. Распознавание электроопасной ситуации и ее оценка, т. е. оценка уровня электробезопасности электроэнергетической системы

или объекта, при использовании ТНМ сводится к выборке из множества вида  $x, \mu_{A_i}(x); y, \mu_{A_i}(y); p, \mu_{A_i}(p); z, \mu_{A_i}(z)$ .

В качестве количественной меры уровня электробезопасности и его показателями могут служить значения ФП рассматриваемых электроэнергетических объектов и технологий выполнения работ к одному из четырех классов состояний. Такие показатели целесообразно использовать для установления категорий по электробезопасности электроэнергетических объектов и технологий работ по их монтажу, ремонтам, технологическому обслуживанию. Учет категорийности по электробезопасности в практике проектирования, ремонтов и технического обслуживания электрических сетей и других электроэнергетических объектов позволит бы получить социальный эффект уменьшения электротравматизма и экономический эффект за счет более рационального размещения затрат и средств на меры по безопасности. Кроме перечисленных факторов, при установлении категорий по электробезопасности следует учитывать демографические условия, в том числе степень заселенности местности.

Предложенная постановка распознавания электропасных ситуаций в понятиях ТНМ ставит необходимость оценивать ФП выбранных параметров состояния. В настоящее время отсутствуют универсальные способы формирования ФП неопределенных параметров. Рекомендуется [8] выбирать конкретные способы в зависимости от характера параметров и класса решаемых задач. Рассмотрим возможности определения ФП в исследуемой задаче.

Размытое множество технических состояний рассматриваемой системы  $X = \{x\} = \{x_0, x_y, x_3\}$  определяется пересечением размытых подмножеств технических состояний самого объекта  $X_0 = \{x_0\}$ , устройств управления  $X_y = \{x_y\}$ , средств защиты и ремонтной оснастки  $X_3 = \{x_3\}$ :

$$X = X_0 \cap X_y \cap X_3. \quad (1)$$

Множество технических состояний системы в целом  $X$  и подмножества технических состояний  $X_0, X_y, X_3$ , разбиваются на то же количество классов состояний, что и множество состояний системы по электробезопасности, т. е. в нашем случае на четыре, например: исправное, удовлетворительное, угрожающее, неисправное (аварийное). Функция принадлежности  $\mu_{X_i}(x)$  согласно алгебраическим операциям над нечеткими подмножествами будет иметь вид

$$\mu_{X_i}(x) = \text{MIN}(\mu_{X_0}(x_0), \mu_{X_y}(x_y), \mu_{X_3}(x_3)) \quad (2)$$

или при использовании вместо символа MIN знака конъюнкции  $\wedge$  —

$$\mu_{X_i} = \mu_{X_0} \wedge \mu_{X_y} \wedge \mu_{X_3}.$$

Функции принадлежности к определенному классу технических состояний следует определять по значениям базисного параметра надежности. В качестве базисного параметра надежности удобно принять, учитывая имеющийся в энергосистемах статистический материал, параметр плотности потока отказов  $\lambda$  (интенсивность отказов). Экспертным путем граничным значениям выбранных для всех (четырех) классов технических состояний интервалов интенсивностей отказов данного вида электрооборудования назначаются значения ФП  $\mu_{X_i}(x_0)$ , равные 1 и 0. Тогда по данному значению интенсивности отказов  $\lambda$  электроэнергети-

ческого объекта определяется степень принадлежности его технического состояния  $i$ -му классу  $X_{oi}$ . Аналогично, используя в качестве базисного параметра интенсивность отказов, можно определять ФП к  $i$ -му классу технических состояний устройств управления  $\mu_{X_y}(x_y)$  и средств защиты и ремонтной оснастки  $\mu_{X_3}(x_3)$ . Таким образом, нечеткие подмножества  $X_0, X_y, X_3$ , а следовательно, и  $X$  несмотря на нечеткость границ, могут быть точно определены путем сопоставления с каждым состоянием  $x_0, x_y, x_3, x$  числа, лежащего в интервале  $[0, 1]$ , которое представляет степень его принадлежности к  $X_0, X_y, X_3, X$ . Естественно принять  $X_i \in A_i$ ; тогда

$$\mu_{A_i}(x) = \mu_{X_i}(x) \quad (3)$$

Размытое множество состояний людей (психофизиологические характеристики, опыт, интуиция, профессиональная подготовка)  $Y_i = \{y\}$  определяется пересечением размытых подмножеств состояний отдельных лиц и всей бригады в целом:

$$Y_i = (\bigcap_{j \in J} Y_j) \cap Y_6, \quad (4)$$

где  $(Y_j)_{j \in J}$  — индексированное семейство подмножеств состояний  $J$  членов бригады, ( $j = 1, \dots, J$ );  $Y_6$  — подмножество состояний бригады в целом.

ФП состояний людей  $i$ -му классу  $\mu_{A_i}(y)$  определяется как

$$\mu_{A_i}(y) = \mu_{Y_i}(y) = \text{MIN}(\mu_{Y_{i1}}(y), \dots, \mu_{Y_{iJ}}(y), \mu_{Y_{i6}}(y)), \quad (5)$$

или при использовании знака конъюнкции —

$$\mu_{Y_i} = \mu_{Y_{i1}} \wedge \mu_{Y_{i2}} \wedge \dots \wedge \mu_{Y_{iJ}} \wedge \mu_{Y_{i6}}.$$

Размытое подмножество состояний человека (бригады)  $Y_{(6)} = \{y\}$  представим обединением индексированного семейства подмножеств состояний (например, отличное, хорошее, удовлетворительное, плохое, крайне плохое), соответствующих выбранным  $M$  классам:

$$Y_{(6)} = \bigcup_{m \in M} Y_m. \quad (6)$$

ФП состояний человека  $\mu_{Y_{(6)}}(y)$  согласно алгебраическим операциям ТНМ определяется как

$$\mu_{Y_{(6)}}(y) = \text{MAX}(\mu_{Y_1}(y), \dots, \mu_{Y_M}(y)), \quad (7)$$

или

$$\mu_{Y_{(6)}} = \mu_{Y_1} \vee \mu_{Y_2} \vee \dots \vee \mu_{Y_M}.$$

В качестве конкретных базисных параметров при определении ФП состояний человека (оперативно-ремонтного персонала)  $m$ -му классу можно рекомендовать один или комбинацию из следующих показателей: артериальное давление, частота и ритм сердечных сокращений, пульс, неврологические симптомы и тесты, анамнез (жалобы), зрачковые рефлексы и т. п. Подобно тому, как это сделано для работников ряда операторских профессий, для эксплуатационного персонала электроэнергетических систем возможно создание шкалы эмоциональной напряженности на основе симпатоадреналовой системы [9]. Другой путь оценки состояния человека — тестирование. В этом случае в качестве базисного параметра выступает количество правильных ответов. Экспертная оценка ответов по

зволяет найти ФП состояния человека тому или иному классу. Возможно совместное использование названных объективных и субъективных показателей в качестве базисных параметров при определении ФП состояний человека. Единственным способом экспертной оценки состояния бригады в целом как коллектива и определения его ФП классу состояния безопасности на сегодняшний день является тестирование. Формализованная процедура оценки состояния оперативно-ремонтного персонала позволит прогнозировать безопасность предстоящих ситуаций.

Размытое множество состояний погоды  $P = \{p\}$  определяется объединением размытых подмножеств погоды, соответствующих выбранным классам состояний (видам) погоды (например, хорошая погода, повышенная влажность, туман, дождь, гроза, снег):

$$P_i = \bigcup_{t \in T} P_t, \quad (8)$$

где  $(P_t)_{t \in T}$  — индексированное семейство подмножеств состояний погоды ( $t = 1, \dots, T$ );  $P_i$  — множество состояний погоды, соответствующих  $i$ -му классу по безопасности электроопасной ситуации, т. е.  $P_i \subset A_i$ .

ФП состояний погоды  $i$ -му классу равна

$$\mu_{A_i}(p) = \mu_{P_i}(p) = \text{MAX}(\mu_{P_1}(p), \dots, \mu_{P_T}(p)), \quad (9)$$

или при использовании знака дизъюнкции —

$$\mu_{P_i} = \mu_{P_1} \vee \mu_{P_2} \vee \dots \vee \mu_{P_T}.$$

В качестве базисных параметров при определении ФП состояний погоды может быть принят ряд параметров метеоусловий (например, температура, относительная влажность, скорость движения, давление воздуха), интервальные значения которых назначаются всем классам погоды.

Размытое множество состояний управляющих воздействий  $Z$  в большинстве практических случаев допустимо представлять пересечением подмножеств, соответствующих классам состояний по безопасности исследуемой системы (ситуации). В качестве базисного параметра при определении  $\mu_{A_i}(z)$  можно рекомендовать вероятность ошибочных действий эксплуатационного персонала.

Искомое размытое множество состояний по безопасности исследуемой системы (электроопасной ситуации) определяется пересечением размытых множеств технических состояний, состояний людей, состояний погоды, состояний управляющих воздействий:

$$A_i = X \cap Y \cap P \cap Z, \quad (10)$$

или

$$A_i = \sum_{k_1=1}^{n_1} \mu_{A_i k_1} / x_{k_1} + \sum_{k_2=1}^{n_2} \mu_{A_i k_2} / y_{k_2} +$$

$$+ \sum_{k_3=1}^{n_3} \mu_{A_i k_3} / p_{k_3} + \sum_{k_4=1}^{n_4} \mu_{A_i k_4} / z_{k_4},$$

где  $k_1, k_2, k_3, k_4$  — текущий номер элементов в соответствующем множестве;  $n_1, n_2, n_3, n_4$  — количество элементов в нем.

Тогда интегральный показатель безопасности электроопасной ситуации может быть вычислен по вы-

ражению

$$\mu_{A_i} = \mu_{A_i}(x) \wedge \mu_{A_i}(y) \wedge \mu_{A_i}(p) \wedge \mu_{A_i}(z). \quad (11)$$

Наряду с предлагаемой количественной оценкой уровня электробезопасности использование ТНМ позволяет выполнить качественную оценку, что удобно в задачах проектирования. Для этого состояния элементов исследуемой системы представляются лингвистическими переменными.

В заключение сформулируем алгоритм количественной оценки уровня электробезопасности при использовании аппарата ТНМ.

1. Получение частных ФП путем перехода от точечных значений:

а) статистических показателей надежности электроэнергетического объекта, его устройств управления, защиты и ремонтной оснастки;

б) результатов измерений показателей симптоадреналовой системы или тестирования отдельных лиц и бригады в целом;

в) результатов измерений параметров воздушной среды;

г) статистических данных ошибочных действий эксплуатационного персонала

к интервальным оценкам нечетких переменных.

2. Формирование обобщенных ФП агрегированного технического состояния всей системы по (2) и (3), агрегированного состояния людей и бригады в целом по (7), (5), состояния погоды по (9), состояния управляющих воздействий.

3. Определение интегрального показателя электробезопасности — ФП состояния по безопасности всей системы (электроопасной ситуации) по (11).

*Выводы.* 1. Аппарат ТНМ наилучшим образом соответствует природе возникновения и структуре электроопасных ситуаций и позволяет строить адекватные математические модели для их распознавания и предупреждения.

2. В качестве показателей количественной оценки уровня электробезопасности могут быть приняты ФП технического состояния, состояний людей, управляющих воздействий, погоды. Интегральным показателем должна служить обобщенная ФП состояния по безопасности всей системы (ситуации) «электроэнергетический объект (технология работы) — управляющая часть — окружающая среда».

3. Алгоритм оценки электробезопасности предусматривает формирование обобщенной ФП на основе частных путем перехода от точечных значений базисных параметров, полученных по результатам статистики, измерений, тестирования, к интервальным оценкам.

4. Совершенствование применения ТНМ для оценки электробезопасности заключается в учете новых факторов — возмущений, влияющих на безопасность, в поиске наилучших сочетаний базисных параметров в зависимости от конкретной задачи проектирования и эксплуатации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Манойлов В. Е. Основы электробезопасности. — Л.: Энергия, 1976.
2. Долин П. А. Основы техники безопасности в электроустановках. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
3. Руденко Ю. Н., Ушаков И. А. О безопасности как одном из свойств надежности систем энергетики. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. — 1985. № 2.

4. Китушин В. Г. Надежность энергетических систем.— М.: Высшая школа, 1984.

5. Электрические системы. Кибернетика электрических систем. Под ред. В. А. Веникова.— М.: Высшая школа, 1974.

6. Щуцкий В. И., Бурлаков А. А. О вероятностной оценке уровня электробезопасности. — Электричество, 1982, № 2.

7. Поспелова Т. Г., Найдович С. М. О распознавании и предупреждении электроопасных ситуаций при эксплуатации

электрических сетей.— В кн.: Научные и прикладные проблемы энергетики.— Минск: Высшая школа, 1987.

8. Экель П. Я., Попов В. А. Учет фактора неопределенности в задачах моделирования и оптимизации электрических сетей.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 2.

9. Шапиро Д. И. Принятие решений в системах организационного управления: использование расплывчатых категорий.— М.: Энергоатомиздат, 1983.

[19.05.87]

УДК 621.313.332:621.316.722.1

## Синтез регулятора биротативного асинхронного генератора

БОЯР-СОЗОНОВИЧ С. П., канд. техн. наук, СОРОЧАН А. А., канд. техн. наук

Одесский политехнический институт

Проблема получения электроэнергии переменного тока со стабильными значениями и частотой выходного напряжения в автономных генераторных установках (транспортных объектов, ветроагрегатах, плавучих микро ГЭС и т. д.) достаточно сложна. Причем, если стабилизацию значения напряжения можно осуществить средствами средней трудности, то стабилизацию его частоты осуществить очень непросто.

В валогенераторных установках отбора мощности для этой цели применяются трехмашинные установки с трехкратным преобразованием энергии, и следовательно, с низкими к. п. д. и массо-габаритными показателями.

Альтернативой сложному трехмашинному агрегату является биротативная генераторная установка (двойного вращения), у которой внешняя часть, выполняющая роль якоря, может вращаться встречно или согласно с внутренним ротором [1, 2]. При этом взаимное вращение внутренней и внешней частей остается неизменной при изменении частоты вращения главного вала. Принципиальная схема такой установки показана на рис. 1.

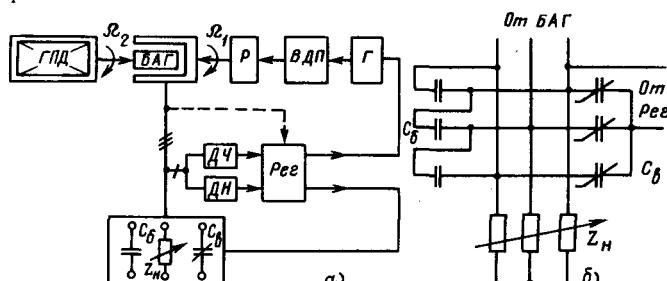


Рис. 1. Принципиальная схема установки с биротативным асинхронным генератором (БАГ): а — общая схема; б — развертка блока нагрузки и возбуждения:

ГПД — главный приводной двигатель, работающий с переменной частотой вращения (от которого происходит отбор энергии); Р — редуктор; ВПД — вспомогательный подкруточный двигатель (постоянного тока); Г — питающий его генератор (постоянного тока); ДН и ДЧ — датчики величины и частоты напряжения соответственно; Рег — регулятор БАГ; Нагр ВК — нагрузка генератора и его возбуждающие конденсаторы соответственно.

Как следует из экспериментально полученных зависимостей значения напряжения от активного тока нагрузки  $U=f_1(I)$ , изображенных на рис. 2, асинхронный генератор теряет возбуждение уже при нагрузке  $0,5 P_n$ , при этом происходит недопустимо большое падение напряжения, т. е. он не может работать при переменной нагрузке с неизменным значением емкости возбуждения.

Проводя прямую на уровне  $U=\text{const}$  (например, при 220 В) на внешних характеристиках (рис. 2) при различных емкостях возбуждающих конденсаторов, можно получить зависимость  $C=f_2(I)$ . Из этой зависимости (рис. 2) следует, что при изменении нагрузки в рабочем диапазоне (от нуля до номинальной) регулируемая емкость конденсаторов возбуждения должна составить, примерно, 1/3 емкости, необходимой для возбуждения генератора до номинального значения напряжения холостого хода.

На значение напряжения биротативного асинхронного генератора (БАГ) влияет как значение реактивного намагничивающего тока, так и частота вращения внутреннего ротора, сочлененного с главным валом отбора мощности, относительно внешнего якоря. Изменение активной нагрузки приводит к изменению как значения напряжения, так и его частоты, т. е. такой генератор является связанным объектом.

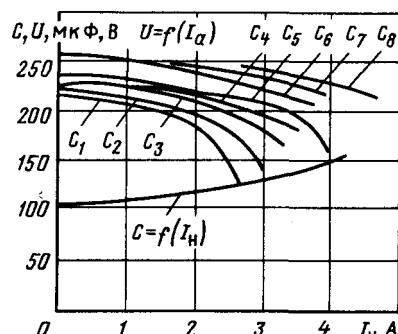


Рис. 2. Зависимости выходного напряжения и емкости конденсаторов возбуждения от тока нагрузки

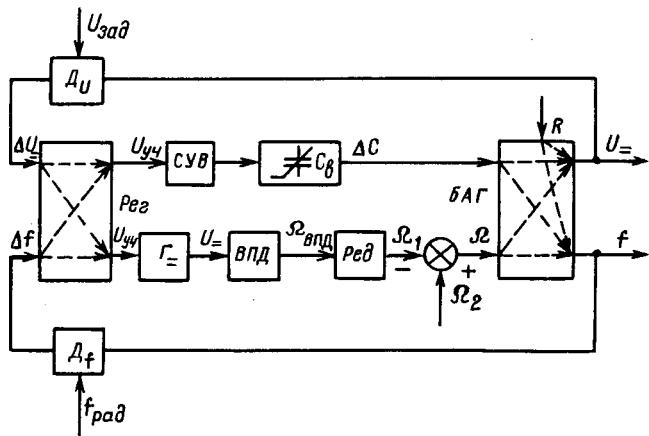


Рис. 3. Блок-схема системы: БАГ с регулятором

Возникает необходимость учитывать взаимодействие регулируемых параметров: значения и частоты напряжения для улучшения свойств систем, обеспечивая их постоянство при изменении нагрузки и частоты вращения первичного вала (внутреннего ротора).

Блок-схема такой системы представлена на рис. 3, а структурная схема на рис. 4.

Передаточная функция канала значения напряжения асинхронного генератора [1] при подключенных базисных конденсаторах возбуждения и варикондах, когда входной величиной является напряжение постоянного тока, поступающее на устройство управления варикондами, а выходной величиной — генерируемое напряжение, может быть представлена как [3]:

$$W_1(p) = \frac{\Delta U(p)}{\Delta U_{\text{в}}(p)} = \frac{k_{\text{в}} k_U}{T_{\text{ср}} + 1}. \quad (1)$$

Передаточная же функция канала регулирования второй основной величины — частоты выходного напряжения, когда входной величиной является напряжение на обмотке возбуждения  $\Gamma$  (рис. 1), а выходной — частота генерируемого напряжения, может быть представлена как

$$W_2(p) = \frac{\Delta f(p)}{\Delta U_{\text{в}}(p)} = \frac{k_{\text{в}}' k_f}{T_{\text{мр}} + 1}. \quad (2)$$

Передаточная функция перекрестной связи [4] между каналом частоты выходного напряжения и каналом его значения отражает влияние частоты вращения внешнего якоря относительно внутреннего ротора, сопряженного с главным приводным валом, на значение напряжения генератора и может быть представлена как

$$W_{21}(p) = \frac{\Delta U(p)}{\Delta U_{\text{в}}(p)} = \frac{k_{\text{в}} k_{\text{д}} k_p k_{\omega}}{T_{\text{мр}} + 1}, \quad (3)$$

где  $k_{\text{в}}$ ,  $k_U$ ,  $k_{\text{в}} = k_f$ ,  $k_{\text{д}}$ ,  $k_p$ ,  $k_{\omega}$  — коэффициенты передачи соответственно устройства управления варикондами, генератора по каналу регулирования значения напряжения  $\Gamma$ , генератора по каналу регулирования частоты напряжения, ВПД, редуктора, перекрестной связи между каналами частоты и величины напряжения;  $T_{\text{я}}$ ,  $T_{\text{м}}$  — постоянная времени якорной цепи биротативного генератора.

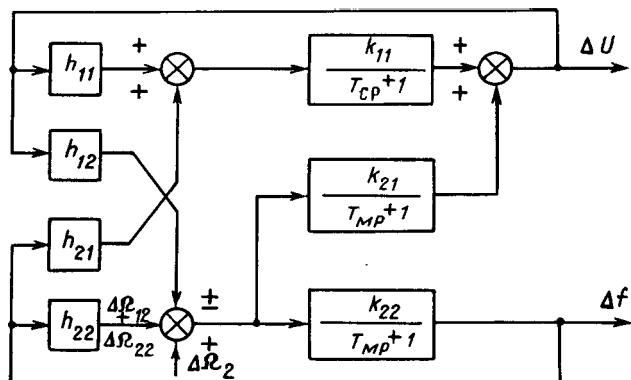


Рис. 4. Структурная схема системы: БАГ с регулятором

ратора и электромеханическая постоянная времени привода внешнего якоря генератора.

Решение задачи синтеза управляющего устройства БАГ в общем виде может быть осуществлено по прямым критериям качества. Прямыми критериями качества переходного процесса можно считать: максимальные допустимые статические ошибки по каждому выходу  $\Delta_i$ ; длительность переходного процесса  $t_{\text{п.п}}$  и колебательность переходного процесса  $\mu$ .

Сущностью управления многосвязанными объектами с помощью перекрестных связей является возможность управления  $i$ -м каналом при помощи рассогласования, возникающего на  $j$ -м канале ( $j \neq i$ ).

Для некоторой системы с  $l$  выходами и  $l$  входами возможно  $L = l(l-1)$  перекрестных обратных связей, поэтому при анализе многосвязанных систем автоматического регулирования (САР) невозможно ограничиться простым перебором всех возможных структур.

При решении конкретной технической задачи часто заранее появляется возможность определить необходимые перекрестные связи (структуру регулирующего устройства), что упрощает техническую реализацию разрабатываемой системы, значения же коэффициентов основных и перекрестных связей надлежит определить в результате синтеза.

Предполагая заданным в матричном виде уравнение объекта в пространстве ошибок [4]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (4)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  — матрицы, имеющие размерность  $n \times n$ ,  $n \times r$ ,  $l \times n$  соответственно;  $u^t = [u_1, u_2, \dots, u_r]$  — вектор управления;  $y^t = [y_1, y_2, \dots, y_l]$  — вектор выходных величин;  $x^t = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  — вектор состояния объекта, поставим задачу найти значения вектора управления  $u$  (т. е. матрицу  $H$  регулятора), чтобы система имела заданные свойства в динамике и статике.

Значение вектора управления  $u$  необходимо найти в виде функции выходных величин объекта управления

$$u = Hy. \quad (5)$$

Для каждого из выходов допускается отклонение  $\Delta_i$ ,  $i = 1 \div l$ . Вектор допустимых отклонений может быть описан как

$$\Delta^t = [\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_l]. \quad (6)$$

Если на систему действует  $k$  возмущений и известна ошибка, которая вызывается на любом выходе системы от каждого из возмущений, например, возмущение  $f^1$  вызывает на выходах ошибки  $\Delta_1^1, \Delta_2^1, \dots, \Delta_l^1$ , возмущение  $f^2$  — ошибки  $\Delta_1^2, \Delta_2^2, \dots, \Delta_l^2$  и т. д., то, обозначая через  $\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_l^0$  ошибки на соответствующих выходах системы при действии всех возмущений одновременно можно записать, что  $\Delta_j^0 = \sum_{i=1}^k \Delta_i^j$ ,

где  $j$  изменяется от 1 до  $l$ .

Максимально возможные изменения выходов системы от действия возмущений при отсутствии регулятора  $\Delta_{j\max} = \sum_{i=1}^k \Delta_i^j$ . Вектор максимально возможных отклонений  $\Delta_{\max}^r = |\Delta_{1\max}, \Delta_{2\max}, \dots, \Delta_{l\max}|$ .

В компактной матричной форме условия статики имеют вид

$$[\Delta^r H_k] = \Delta_{\max}^r - \Delta^r \quad (7)$$

и представляет линейную алгебраическую систему  $l$  уравнений.

Матрица  $H$  содержит  $rl$  элементов, которые необходимо определить. Дополнительно  $n$  уравнений может быть получено с учетом динамических требований к системе.

Для объекта (4) с обратной связью (5) управление замкнутой системы осуществляется как

$$\dot{X} = Ax + Bu = Ax - BHu = Ax - BH(Cx) = (A - BHC)x. \quad (8)$$

Матрица  $D = A - BHC$  определяет динамические свойства системы.

Общее решение линейной системы дифференциальных уравнений (8) имеет вид

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n \gamma_j e^{\lambda_j t},$$

где  $\gamma_j$  — определяются начальными условиями;  $\lambda_j$  — являются собственными числами матрицы  $D$ .

Для получения заданных свойств системы требуется, чтобы все собственные числа  $\lambda_j = -\alpha_j \pm \pm j\beta_j$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  удовлетворяли условиям (5);

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_j \geq \alpha_{kp} \approx \frac{3}{t_{n,n}}; \\ \beta_j \leq \mu \alpha. \end{array} \right\} \quad (9)$$

Определение желаемого набора  $\bar{\lambda}_{jk} = [\lambda_{jk}]$ ,  $j = 1 \dots n$  с учетом условий (9) позволяет получить характеристический полином  $\Psi_{jk}(\lambda) = \varphi_{0jk}\lambda^n + \varphi_{1jk}\lambda^{n-1} + \dots + \varphi_{n-1jk}\lambda + \varphi_{njk}$ .

По теореме Виетта

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_{0jk} = 1; \\ \varphi_{1jk} = (-1)^{n-1} \sum_{j=1}^n \lambda_{jk}; \\ \dots \\ \varphi_{njk} = (-1)^n \prod_{j=1}^n \lambda_{jk}. \end{array} \right\} \quad (10)$$

Характеристический полином матрицы  $D$  может быть представлен как  $\Psi(\lambda) = \det(D + \lambda E)$ .

Вологодская областная универсальная научная библиотека

$$\Psi(\lambda) = \Psi_0\lambda^n + \Psi_1\lambda^{n-1} + \dots + \Psi_{n-1}\lambda + \Psi_n,$$

где  $\Psi_i = \Psi_i(A, B, C, H) = \Psi_i(H)$ , так как  $A, B$  и  $C$  — заданные матрицы,  $i = 1, n$ .

Значения коэффициентов  $\Psi$  можно получить по известным зависимостям:

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_0 = (-1)^n; \\ \Psi_1 = (-1)^{n-1} t, [D]; \\ \Psi_n = (-1)^n \det [D]. \end{array} \right\} \quad (11)$$

Приравнивая соответствующие значения коэффициентов характеристического полинома матрицы  $D$  и коэффициенты желаемого характеристического полинома, составим систему алгебраических уравнений

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_1(H) = \varphi_{1jk}; \\ \Psi_2(H) = \varphi_{2jk}; \\ \dots \\ \Psi_n(H) = \varphi_{njk}. \end{array} \right\} \quad (12)$$

Системы (7) и (12) содержат  $n+l$  уравнений. Если число уравнений меньше, либо равно числу неизвестных, т. е.  $n+l \leq rl$ , то возможно получение регулятора, обеспечивающего динамические и статические свойства системы.

При этом  $rl - (l+n)$  элементов матрицы  $H$  полагают равными нулю (следя за тем, чтобы система не теряла управляемости), либо некоторым произвольным значениям. Если  $(l+n) > rl$ , то синтез системы по статике и динамике невозможен, что может быть устранено увеличением числа входов, в случае неуправляемой системы, либо увеличением числа выходов или с помощью специальных фильтров, в случае ненаблюдаемой системы.

Для того, чтобы воспользоваться изложенной методикой синтеза регулирующего устройства, обозначим отклонения величины и частоты напряжения от заданных  $\Delta U$  и  $\Delta f$  через  $y_1$  и  $y_2$ , и  $\Delta U_y$  и  $\Delta U_{ob}$  — изменения напряжений на выходе изменяемой части регулирующего устройства через  $U_1$  и  $U_2$  соответственно, а также введем в рассмотрение вектор управления  $U^r = [U_1, U_2]$ , вектор выходных величин  $y^r = [y_1, y_2]$  и вектор состояний объекта  $x^r = [x_1, x_2]$ .

Вводя обозначения:  $T_{11} = T_{11}$ ;  $T_{22} = T_{22}$ ;  $k_{yb}k_U = k_{11}$ ;  $k_rk_dk_p = k_{22}$ ;  $k_r = k_dk_pk_\omega = k_{21}$ ;  $\frac{k_{11}}{k_{22}} = k_\omega$ ; запишем выражения (1) — (3) в виде:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -\frac{1}{T_{11}} x_1 + \frac{k_{11}}{T_{11}} u_1 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{T_{22}} x_2 + \frac{k_{22}}{T_{22}} u_2. \end{array} \right\} \quad y_1 = x_1 + k_\omega x_2, \quad y_2 = x_2. \quad (13)$$

Обозначая:  $-\frac{1}{T_{11}} = a_{11}$ ;  $-\frac{1}{T_{22}} = a_{22}$ ;  $\frac{k_{11}}{T_{11}} = b_{11}$ ;  $\frac{k_{22}}{T_{22}} = b_{22}$ ; уравнения (13) запишутся в виде

$$\left[ \begin{array}{l} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} a_{11} 0 \\ 0 a_{22} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} b_{11} 0 \\ 0 b_{22} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} u_1 \\ u_2 \end{array} \right],$$

$$\left[ \begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} 1 k_\omega \\ 0 1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \end{array} \right]$$

или

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu; \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad (14)$$

где матрицы  $A$ ,  $B$  и  $C$  уравнений (14) равны

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & k_w \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Определению подлежит матрица обратных связей изменяемой части регулирующего устройства  $H = \begin{bmatrix} -h_{11} & -h_{12} \\ -h_{21} & -h_{22} \end{bmatrix}$ , т. е. полагаем наличие всех обратных связей.

Критерий управляемости

$$\begin{aligned} \text{rang } H &= \text{rang } [B, AB] = \\ &= \text{rang } \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & a_{11}b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & a_{22}b_{22} \end{bmatrix} = 2 \end{aligned}$$

выполнен, следовательно, объект управляем.

Для рассматриваемого объекта  $n=2, l=2, r=2$  и условие  $n+l=r$  выполнено, т. е. при четырех неизвестных матрицы  $H$  условия статики и динамики дают четыре уравнения.

Порядок системы  $n=2$ , поэтому желаемый набор мод

$$\lambda^* = [\lambda_{1*}, \lambda_{2*}]$$

Для заданных  $\alpha=3/t_{nn}$  и  $\beta=\mu\alpha$ ,  $\lambda_{1,2*} = -\alpha \pm j\beta$  и желаемый характеристический полином

$$\Psi_*(\lambda) = \lambda^2 + \varphi_{1*}\lambda + \varphi_{2*},$$

где согласно (10),

$$\begin{aligned} \varphi_{1*} &= -\sum_{i=1}^2 \lambda_{i*} = -(-\alpha + j\beta - \alpha - j\beta) = 2\alpha; \\ \varphi_{2*} &= \prod_{i=1}^2 \lambda_{i*} = (-\alpha + j\beta)(-\alpha - j\beta) = \alpha^2 + \beta^2. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\Psi_*(\lambda) = \lambda^2 + 2\alpha\lambda + \alpha^2 + \beta^2.$$

Матрица  $D$  с учетом (15)

$$D = A - BHC =$$

$$= \begin{bmatrix} -a_{11} - b_{11}h_{11}c_{11} - b_{11}h_{11}c_{12} - b_{11}h_{12}c_{22} \\ -b_{22}h_{21}c_{11} - a_{22} - b_{22}h_{21}c_{12} - b_{22}h_{22}c_{22} \end{bmatrix}.$$

Характеристический полином матрицы  $D$ 

$$\Psi(\lambda) = \det[D - \lambda E] = \lambda^2 + \Psi_1\lambda + \Psi_2,$$

где согласно (11)

$$\Psi_1 = S_p[A - BHC] = -(a_{11} - b_{11}h_{11}c_{11} + a_{22} - b_{22}h_{21}c_{12} - b_{22}h_{22}c_{22}),$$

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \det[A - BHC] = (a_{11} - b_{11}h_{11}c_{11})(a_{22} - b_{22}h_{21}c_{12} - b_{22}h_{22}c_{22}) - b_{22}h_{21}c_{11}(b_{11}h_{11}c_{12} + b_{11}h_{12}c_{22}). \end{aligned}$$

В соответствии с (12) составим систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} b_{11}h_{11}c_{11} + b_{22}h_{21}c_{12} + b_{22}h_{22}c_{22} &= 2\alpha + a_{11} + a_{22}; \\ -a_{22}b_{11}c_{11}h_{11} - a_{11}b_{22}h_{21}c_{12} - a_{11}b_{22}h_{22}c_{22} + b_{11}b_{22}c_{11}c_{22}(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) &= \alpha^2 + \beta^2 - a_{11}a_{22}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

С учетом, что  $\Delta_1 = \Delta U$  и  $\Delta_2 = \Delta f$  — допустимые статические ошибки регулирования значения и частоты напряжения, система уравнений (7) в окончательном виде может быть представлена как

$$\left. \begin{aligned} k_{11}\Delta U h_{11} + k_{11}h_{21}\Delta f + h_{12}k_{21}\Delta U + h_{22}k_{21}\Delta f &= \Delta U_{\max} - \Delta U; \\ k_{12}\Delta U h_{11} + k_{12}\Delta f h_{21} + k_{22}\Delta U h_{12} + k_{22}\Delta f h_{22} &= \Delta f_{\max} - \Delta f. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

При совместном решении уравнений (16) и (17) получаются элементы матрицы регулирующего устройства  $H$ , обеспечивающие заданную точность, длительность и колебательность переходного процесса.

В экспериментальной проверке методики синтеза регулирующего устройства БАГ была произведена оценка влияния требований точности, быстродействия и степени затухания процессов на значения коэффициентов прямых и перекрестных связей регулирующего устройства.

Статические ошибки по значению напряжения  $\Delta U$  и его частоте  $\Delta f$  выбирались как одинаковыми по знаку, так и разными. Требования по длительности переходного процесса менялись в 30 раз. По степени затухания в опыте были приняты три значения  $\sigma=90, 98$  и  $100\%$ , что соответствует колебательности  $\mu=2,72; 1,57$  и 0.

Наиболее характерной особенностью полученных результатов является наличие в ряде случаев положительной обратной связи и больших коэффициентов усиления в прямом канале регулирования частоты напряжения и в перекрестном канале: частота напряжения — его значение. Причиной этого являются жесткие требования по статической точности в канале регулирования частоты выходного напряжения.

Пренебрежительно малые значения коэффициентов обратных связей в канале регулирования значения напряжения и перекрестном канале не оказывают существенного влияния на переходный процесс. При этом подтверждается теоретически полученный результат о том, что при регулировании частоты выходного напряжения вводить в регулирующее устройство сигнал, пропорциональный величине напряжения, нецелесообразно (особенно, если допустим рост частоты напряжения при росте нагрузки БАГ).

Увеличение длительности переходного процесса уменьшает значения коэффициентов усиления. Колебательность оказывает влияние на значения коэффициентов усиления только при малой длительности переходного процесса.

Изменение знака статических ошибок приводит к изменению знака перекрестных связей.

Особенностью экспериментально полученных результатов является большое значение коэффициента в канале регулирования частоты выходного напряжения.

Значения коэффициентов усиления регулирующего устройства получены для случая, когда отклонение переменных вызывалось 30-процентным изменением частоты вращения внутреннего ротора БАГ для двух разных значений допустимых отклонений при равных условиях по длительности переходного процесса и колебательности.

Полученные в эксперименте результаты свидетельствуют о большом влиянии на переходный процесс коэффициентов усиления собственно канала регулирования частоты выходного напряжения и перекрестного канала: частоты напряжения — его значения и их зависимость от требований по статической точности [7].

Описанная методика синтеза регулирующего устройства БАГ обеспечивает получение расчетным путем заданных по точности, длительности и колебательности свойств системы. Эта методика позволяет путем несложных расчетов получить искомые коэффициенты передачи связанной системы. При таком условии обеспечиваются желаемые динамические свойства системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бояр-Созонович С. П., Кузнецов А. А., Сорочан А. А. Работа автономного биротативного асинхронного генератора при переменной скорости вращения первичного двигателя. — Электромашиностроение и электрооборудование. Киев. Техника, 1975, № 21.
- Упрощенные уравнения биротативного асинхронного генератора для синтеза системы управления. С. П. Бояр-Созонович, А. А. Кузнецов, А. А. Сорочан и др. — Электромашиностроение и электрооборудование. Киев, Техника, 1976, № 24.
- Сорочан А. А. Синтез управляющего устройства многосвязанной системы по прямым критериям качества / депонированная рукопись, ВИНИТИ, 1978, № 4, (78)
- Бублик Б. Н., Кириченко Н. Ф. Основы теории управления. Киев: Вища школа, 1975.
- Кузнецов Н. Т. Модальное управление и наблюдющие устройства. — М.: Машиностроение, 1976.
- Янушевский Р. Т. Синтез замкнутых многосвязанных систем управления для одного класса объектов с запаздыванием. — Автоматика и телемеханика, 1974, № 9.
- Бояр-Созонович С. П., Сорочан А. А. Расчет переходных процессов в цепях возбуждения асинхронных генераторов. — Техническая электродинамика, 1985, № 5.

[16.08.88]

УДК 62-83:621.771

## Оценка демпфирующей способности электропривода с упругим механическим звеном и вязким трением на валу двигателя

ЗАДОРОЖНИЙ Н. А., канд. техн. наук, [ЗЕМЛЯКОВ В. Д.], канд. техн. наук

Краматорский индустриальный институт

Упругие механические колебания в автоматизированных электроприводах систем управления технологическим оборудованием способствуют ускоренному износу и снижению срока службы узлов механической передачи, влияют на условия выполнения технологического процесса, вызывают отклонение процессов в электрической части от оптимальных. Ограничение динамических нагрузок электрического оборудования является основной задачей автоматизированного электропривода и достигается использованием его демпфирующих свойств [1]. Эффективность демпфирования колебаний зависит от соотношения параметров электромеханической системы (ЭМС) привода и сил трения в механической части. В [2] получены аналитические зависимости для параметров электропривода с предельным демпфированием упругих механических колебаний при отсутствии трения в упругом звене, в [3] учтено внутреннее вязкое трение.

В статье производится оценка демпфирующей способности электропривода с упругим механическим звеном и трением на валу двигателя. Значительным моментом трения на валу обладают высокомоментные двигатели следящих и регулируемых приводов, используемых в станкостроении, робототехнике [4, 5]. При анализе ЭМС без учета трения утрачивается информация как о качестве переходных процессов в ее электрической части, так и фактических нагрузках в механической передаче.

Электромеханическая система представляется двухмассовой расчетной схемой при допущении, что в пределах малых отклонений скорости двигателя от установленного значения трение — вязкое. На рис. 1 приведена структурная схема ЭМС привода постоянного тока в относительной форме записи параметров с общепринятыми обозначениями:  $m_d = i_d = I_d / I_{d,n}$ ;  $m_y = i_y = M_y / M_n$ ;  $m_c = M_c / M_n$ ;  $v = \omega / \omega_n$ ;  $K_i = U_n / I_n R_n$ ;  $T_{m1} = J_1 \omega_n / M_n$ ;  $T_{m2} = J_2 \omega_n / M_n$ ;  $T_3 = L_d / R_d$ ;  $T_c = c^{-1}$ ;  $a$  — коэффициент трения;  $m_f = M_f / M_n$  — момент трения на валу электродвигателя;  $c = C_{12} \omega_n / M_n$ .

Для данного класса ЭМС определим прямыми оценками предельное значение электромеханического демпфирования при наличии вязкого трения на валу двигателя по методу [2, 3], основанному на распределении корней характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение, соответствующее структуре ЭМС, имеет следующий вид:

$$Q(p) = \gamma T_{m1} T_3 T_y^2 p^4 + \gamma (T_{m1} + T_3 a) T_y^2 p^3 + + \gamma [(K_i + a) + T_{m1} T_3] p^2 + \dots + (\gamma T_{m1} + T_3 a) p + K_i + a; \quad (1)$$

$$T_y^2 = T_{m1} T_{m2} T_c / T_m; \quad \gamma = T_{m1} / T_{m1}; \quad T_m = T_{m1} + T_{m2}.$$

При отсутствии внешнего момента сопротивления ( $m_c = 0$ ) в установленном режиме скорость двигателя

где  $v_0$  — скорость идеального холостого хода двигателя.

В пределах малых отклонений  $\Delta v_1$  принимаем, что  $m_f = av_1$ , тогда после преобразования (2) получим

$$v_0/v_1 = \epsilon = 1 + a/K_i, \quad (3)$$

где  $\epsilon$  — коэффициент, учитывающий отличие скорости электродвигателя на холостом ходу от идеальной (заданной) из-за влияния момента трения.

Принимая во внимание (3), характеристическое уравнение запишется в виде

$$Q(p) = \frac{\gamma T_{m1} T_s}{\epsilon K_i} T_y^2 p^4 + \gamma \left( \frac{T_{m1}}{\epsilon K_i} + T_s \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) T_y^2 p^3 + \dots + \gamma \left( T_y^2 + \frac{T_{m1} T_s}{\epsilon K_i} \right) p^2 + \left( \frac{\gamma T_{m1}}{\epsilon K_i} + T_s \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) p + 1. \quad (4)$$

Исследуемая ЭМС представляется парциальными подсистемами — электрической (ЭП) и механической (МП). При наличии вязкого трения на валу двигателя и с учетом (3) ЭП описывается характеристическим уравнением

$$\frac{T_{m1} T_s}{\epsilon K_i} p^2 + \left( \frac{T_{m1}}{\epsilon K_i} + T_s \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \right) p + 1 = 0. \quad (5)$$

Если (5) преобразовать к типовому колебательному звену, то коэффициент демпфирования электродвигателя  $\xi_d$  будет определяться электрическим  $\xi_e$  и механическим  $\xi_m$  демпфированием:

$$\xi_d = (\xi_e + \xi_m) / \sqrt{\epsilon}; \quad (6)$$

$$\xi_e = 0.5 \sqrt{T_{m1} / K_i T_s}; \quad (7)$$

$$\xi_m = 0.5(\epsilon-1) \sqrt{T_s K_i / T_{m1}}. \quad (8)$$

Сравнивая (7) и (8), нетрудно заметить, что между коэффициентами демпфирования  $\xi_e$  и  $\xi_m$  существует зависимость

$$\xi_m = (\epsilon-1) / 4 \xi_e. \quad (9)$$

Характеристическое уравнение МП описывается колебательным звеном без затухания:

$$\gamma T_y^2 p^2 + 1 = 0. \quad (10)$$

Применяя к ЭМС критерий максимальной взаимосвязи процессов в ЭП и МП [2]

$$\frac{\epsilon K_i}{T_{m1} T_s} = \frac{1}{K_b T_y^2}, \quad (11)$$

можно выразить с учетом (7) параметры  $T_{m1}$  и  $T_s$ , следующим образом:

$$T_{m1} = 2 \xi_e K_i \sqrt{K_b \epsilon} T_y; \quad (12)$$

$$T_s = \sqrt{K_b \epsilon} T_y / 2 \xi_e. \quad (13)$$

Подстановка значений  $T_{m1}$  и  $T_s$  из (12), (13) в характеристическое уравнение (4) позволяет получить нормированное уравнение с безразмерными коэффициентами  $\xi_e$ ,  $\xi_m$ ,  $\epsilon$ ,  $\gamma$  и постоянной времени упругих механических колебаний  $T_y$ :

$$\gamma K_b T_y^4 p^4 + 2\gamma(\xi_e + \xi_m) \sqrt{K_b / \epsilon} T_y^3 p^3 + \gamma(1 + K_b) \times \times T_y^2 p^2 + \dots + 2(\gamma \xi_e + \xi_m) \sqrt{K_b / \epsilon} T_y p + 1 = 0. \quad (14)$$

Предельное значение электромеханического демпфирования достигается при идентичности процессов в

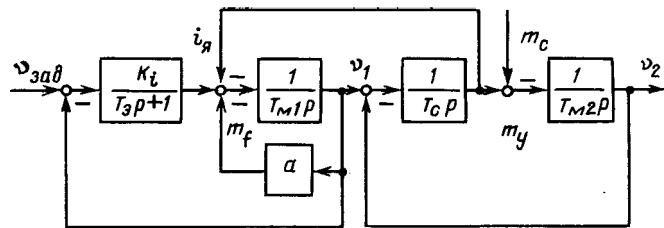


Рис. 1. Структурная схема двухмассовой ЭМС с учетом вязкого трения на валу двигателя

ЭП и МП, что математически можно описать для характеристического уравнения четвертого порядка (4) как

$$(a_0 p^2 + a_1 p + 1) (a_0 p^2 + a_1 p + 1) = 0. \quad (15)$$

Из условия тождественности уравнений (14) и (15) определяются оптимальные значения  $K_b^0$  и  $\xi_e^0$  при предельном электромеханическом демпфировании:

$$K_b^0 = \frac{\gamma(1+n)^2}{(\gamma+n)^2}; \quad (16)$$

$$\xi_e^0 = \frac{\sqrt{(\gamma-1)(n^2+2n+\gamma)\epsilon}}{(\gamma+n)(1+n)}. \quad (17)$$

Из (9) определяется ограничение при предельном демпфировании в ЭМС с  $\xi_e^0$ :

$$\frac{\epsilon-1}{\epsilon} = \frac{4n(\gamma-1)(n^2+2n+\gamma)}{(\gamma+n)^2(1+n)^2}, \quad (18)$$

где  $n = \xi_m / \xi_e$  — коэффициент веса механического демпфирования.

Если  $0 < n < 1$ , то в двигателе преобладает электрическое демпфирование ( $\xi_e > \xi_m$ ), что характерно для рассматриваемого класса электроприводов. При  $\xi_e = \xi_m$  затухание колебаний в ЭМС будет обеспечиваться в равной степени ЭП и МП.

Анализ зависимостей (16), (17) позволяет сделать вывод, что в ЭМС с вязким трением на валу двигателя коэффициенты электромеханического взаимодействия  $K_b^0$  и  $\xi_e^0$  определяются коэффициентом инерционных масс  $\gamma$  и коэффициентом веса механического демпфирования. В частном случае, когда  $n=0$  ( $\xi_m=0$ , демпфирование в МП отсутствует) зависимости (16) и (17) соответствуют приведенным в [3]. Подстановка  $K_b^0$  и  $\xi_e^0$  при ограничении (18) в характеристическое уравнение (14) позволяет получить следующее уравнение:

$$\left[ \frac{\gamma(1+n)}{(\gamma+n)} T_y^2 p^2 + \frac{\sqrt{\gamma(\gamma-1)(n^2+2n+\gamma)}}{(\gamma+n)} T_y p + 1 \right]^2 = 0. \quad (19)$$

Из (19) следует, что ЭМС с предельным демпфированием устойчива при  $\gamma \geq 1$ ,  $n \geq 0$ .

Нормированное уравнение (19) описывает колебательный затухающий процесс в ЭМС с предельными показателями:

$$\xi^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\gamma-1)(n^2+2n+\gamma)}{(\gamma+n)(1+n)}}; \quad (20)$$

$$\Omega = \Omega_0 \sqrt{1 - (\xi^0)^2}, \quad (21)$$

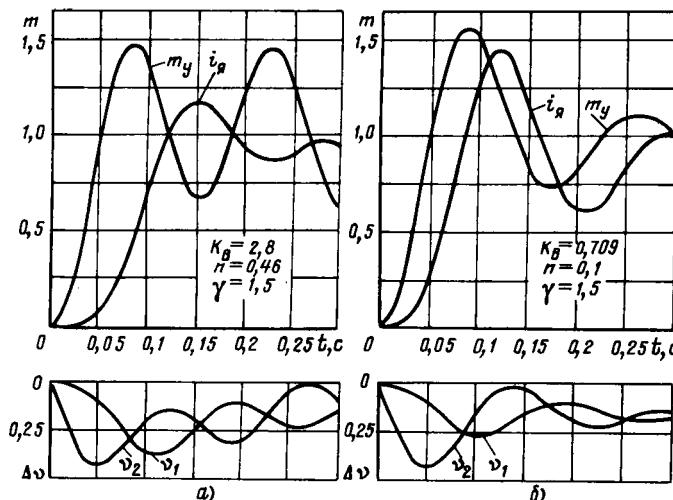


Рис. 2. Переходные процессы в ЭМС при скачке возмущающего воздействия: *а* — со слабой взаимосвязью процессов в электрической и механической подсистемах; *б* — с предельным электромеханическим демпфированием

где  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{\gamma+n}{\gamma(1+n)}} / T_y$ ;  $\xi^0$  — коэффициент электромеханического демпфирования;  $\Omega$  — частота демпфированных колебаний координат ЭМС.

Реализовать предельное демпфирование в ЭМС можно соответствующим выбором параметров по (12), (13), где вместо  $\xi_0$  и  $K_B$  подставляются оптимальные значения (16), (17). Тогда в ЭМС с

$$T_3 = \frac{\sqrt{\gamma}(1+n)^2}{2\sqrt{(\gamma-1)}(n^2+2n+\gamma)}; \quad (22)$$

$$T_{m1} = 2eK_i \frac{\sqrt{\gamma}(\gamma-1)(n^2+2n+\gamma)}{(\gamma+n)^2} T_y \quad (23)$$

и с  $e$ , ограниченным значением (18), будут обеспечены для данных  $\gamma$  и  $T_y$  предельные показатели по демпфированию (20), (21).

На рис. 2, *а* показаны переходные процессы в ЭМС с действительными значениями параметров  $T_{m1} = 0,15$  с;  $T_3 = 0,07$  с;  $K_i = 5$ ;  $T_y = 0,025$  с;  $\gamma = 1,5$ ;  $e = 1$ . Характерной особенностью процессов является слабое демпфирование — время затухания колебаний составляет более 1 с.

На рис. 2, *б* показаны переходные процессы в ЭМС с предельным демпфированием со значениями параметров  $T_{m1} = 0,15$  с;  $T_3 = 0,02$  с;  $K_i = 6,033$ ;  $\gamma = 1,5$ ;  $e = 0,747$ , выбранных по зависимостям (18), (22), (23). Колебания координат ЭМС интенсивно демпфируются — время затухания колебаний составляет менее 0,25 с.

Следует обратить внимание на следующее: электрическая подсистема при выборе ее параметров по (18), (22), (23) всегда будет колебательной ( $\xi^0 < 1$ ), что соответствует физическим представлениям о про-

цессах демпфирования в ЭМС — отвод и рассеивание энергии из МП возможны при колебаниях якоря двигателя. В полной же ЭМС в результате электромеханического взаимодействия будет обеспечиваться предельное для данных  $\gamma$ ,  $T_y$ ,  $e$  электромеханическое демпфирование, характеризуемое  $\xi^0$ . Так, критическое демпфирование  $\xi^0 = 1$  в полной ЭМС, например, для  $n = 0$ ,  $e = 1$ , обеспечивается при  $\gamma = 5$  [см. (20)]. Электрическая подсистема при этом должна иметь оптимальные значения параметров  $K_B$  и  $\xi^0 = \sqrt{4/5} < 1$  [см. (16), (17)].

Параметры разомкнутой ЭМС могут отличаться от оптимальных, и реализация предельного демпфирующего эффекта в двухмассовой ЭМС с вязким трением на валу двигателя достигается коррекцией параметров посредством применения отрицательных обратных связей.

Структурная схема системы подчиненного регулирования с пропорциональным регулятором скорости ( $K_{p,c} = K_i$ ) при представлении контура скорости инерционным звеном [1] с  $T_{\mu\omega} = T_3$ , (без учета внутренней связи по э. д. с.) аналогична структуре на рис. 1. Тогда в такой ЭМС с обратной связью по скорости и подчиненным контуром тока предельное электромеханическое демпфирование достигается при выборе параметров

$$T_{\mu\omega} = \frac{\sqrt{\gamma}(1+n)^2}{2\sqrt{(\gamma-1)}(n^2+2n+\gamma)} T_y; \quad (24)$$

$$K_{p,c} = \frac{T_{m1}(\gamma+n)^2}{2e\sqrt{\gamma}(\gamma-1)(n^2+2n+\gamma)} T_y. \quad (25)$$

В заключение отметим, что полученные зависимости (16), (17), (18) позволяют иметь оценку предельных значений демпфирующей способности ЭМС с вязким трением на валу двигателя и определяют связь показателей колебательности переходных процессов с параметрами ЭМС. Реализация предельного демпфирования возможна соответствующим выбором параметров по зависимостям (22), (23) для разомкнутой и по (24), (25) для замкнутой ЭМС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключев В. И., Жильцов Л. В., Калашников Ю. Т. Состояние и перспективы развития теории электропривода с упругими механическими связями. — Электричество, 1981, № 7.
2. Земляков В. Д., Задорожний Н. А. О демпфировании электроприводом постоянного тока упругих электромеханических колебаний. — Изв. вузов. Электромеханика, 1984, № 5.
3. Задорожний Н. А., Земляков В. Д., Ровенский А. Г. Анализ электромеханического демпфирующего действия в электроприводах с вязким трением и упругим механическим звеном. — Электричество, 1985, № 5.
4. Михайлов О. П. Высокомоментные электродвигатели в режиме низких скоростей. — Электротехника, 1982, № 7.
5. Козырев Ю. Г. Промышленные роботы: Справочник. — М.: Машиностроение, 1983.

# Вычисление параметрической чувствительности асинхронных двигателей

ЧАБАН В. И., канд. техн. наук

Львовский политехнический институт

В процессе оптимального проектирования электрических машин с помощью ЭВМ весьма важно знать какое влияние оказывает на те или иные характеристики изменение постоянных параметров (1). Меру такого влияния можно представить в виде функции чувствительности.

Обозначим матрицу-столбец токов электрической машины через  $i$ , а матрицу-столбец постоянных параметров через  $\lambda$ , тогда чувствительностью называется функция  $\underline{\Phi}$ , определяемая следующим образом

$$\underline{\Phi} = \frac{\partial i}{\partial \underline{\lambda}}. \quad (1)$$

Данные о чувствительности могут использоваться в различных целях. Наиболее явным является применение их для оценки допусков на параметры машины.

Модель чувствительности электромеханического состояния асинхронной машины к изменению начальных условий нами успешно использована ранее в задачах ускоренного поиска вынужденных периодических режимов (2). Теперь покажем, что алгоритм (2) в результате незначительных дополнений позволяет решать задачу вычисления чувствительности в общем виде.

Уравнения электромагнитного состояния асинхронного двигателя запишем в виде (1)

$$\underline{pi} = \underline{A}(\underline{u} + \underline{\Omega} \underline{\Psi} + \underline{R}i), \quad (2)$$

где  $\underline{\Psi}$ ,  $\underline{u}$ ,  $i$  — матрицы-столбцы полных потокосцеплений, напряжений, токов

$$\underline{h}(h = \underline{\Psi}, \underline{u}, i) = \text{col}(h_{SA}, h_{SB}, h_{RA}, h_{RB}),$$

причем индексы  $S$  и  $R$  указывают на принадлежность к цепям статора и ротора, а индексы  $A, B$  — к фазам статора;  $\bar{A}, \bar{B}$  — к преобразованным фазам ротора;  $R$  — матрица сопротивлений;  $\underline{\Omega}$  — матрица угловой скорости  $\omega$ ;  $\underline{A}$  — матрица связи приращений токов и полных потокосцеплений. Вид матриц  $\underline{A}$ ,  $\underline{R}$ ,  $\underline{\Omega}$  следующий:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \alpha_S(1 - \alpha_S G) & -\alpha_S \alpha_R G \\ -\alpha_S \alpha_R G & \alpha_R(1 - \alpha_R G) \end{bmatrix},$$

$$G = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} T + b_A i_{mA} & b_B i_{mA} \\ b_A i_{mB} & T + b_B i_{mB} \end{bmatrix};$$

$$\underline{\Omega} = \omega Q; \\ Q = \text{diag}(0, q);$$

$$r_S = \begin{bmatrix} 2r_{SA} + r_{SC} & -r_{SB} + r_{SC} \\ -r_{SA} + r_{SC} & 2r_{SB} + r_{SC} \end{bmatrix};$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad R = \text{diag}(r_S, r_{R\bar{A}}, r_{R\bar{B}});$$

$$b_A = (2i_{mA} + i_{mB})b; \quad b_B = (i_{mA} + 2i_{mB})b; \\ b = \frac{3}{2}(R - T)/i_m^2; \quad r_{R\bar{A}} = r_{R\bar{B}}; \\ R = 1/(\underline{\varrho} + \alpha_S + \alpha_R); \quad T = 1/(\tau + \alpha_S + \alpha_n); \quad \underline{\varrho} = \frac{di_m}{d\Psi_m}; \\ \tau = \frac{i_m}{\Psi_m},$$

где  $\alpha_S$ ,  $\alpha_R$  — обратные индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора;  $\underline{\varrho}$ ,  $\tau$  — величины, определяемые по кривой намагничивания  $\Psi_m = \Psi_m(i_m)$ , причем

$$i_m = 2\sqrt{i_{mA}^2 + i_{mB}^2 + i_{mA}i_{mB}}/3; \quad i_{mA} = i_{SA} + i_{RA}; \quad i_{mB} = i_{SB} + i_{RB}.$$

Элементы матрицы-столбца  $i$  имеют вид

$$u_{SA} = U_m \sin(\underline{\omega}_0 t + \varphi); \quad u_{SB} = U_m \sin(\underline{\omega}_0 t + \varphi - 120^\circ); \\ u_{RA} = u_{RB} = 0,$$

где  $U_m$ ,  $\underline{\omega}_0$ ,  $\varphi$  — амплитуда, круговая частота и начальная фаза источника напряжения.

Запишем очевидное соотношение

$$\underline{\Psi} = L\underline{i}, \quad (3)$$

где  $L$  — матрица статических индуктивностей. Эта матрица и ее обратная  $L^{-1}$  имеют вид:

$$L = \begin{bmatrix} L_S + L_m & & L_m & \\ & L_S + L_m & & L_m \\ L_m & & L_R + L_m & \\ & L_m & & L_R + L_m \end{bmatrix};$$

$a_S(a_R + \tau)$		$-a_S a_R$	
	$a_S(a_R + \tau)$		$-a_S a_R$
$-a_S a_R$		$a_R(a_S + \tau)$	
	$-a_S a_R$		$a_R(a_S + \tau)$

(4)

Здесь  $L_k (k=S, R) = 1/a_k$  — индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора;  $L_m \frac{1}{\tau}$  — рабочая индуктивность.

Дифференцируя (3) по  $\underline{\lambda}$ , с учетом (1) получаем

$$\underline{\Phi} = L^{-1}(\underline{\chi} - \frac{\partial L}{\partial \underline{\lambda}} \underline{i}), \quad (5)$$

где  $\underline{\chi}$  — матрица коэффициентов вспомогательной чувствительности

$$\underline{\chi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\lambda}}. \quad (6)$$

Функцию  $\underline{\chi}$  получаем дифференцированием по  $\underline{\lambda}$  вспомогательного уравнения

$$\underline{p} \Psi = \underline{u} + \underline{\Omega} \Psi - \underline{R} \underline{i}(\Psi). \quad (7)$$

С учетом (2) имеем

$$\underline{p} \underline{\chi} = (\underline{\Omega} - \underline{R} \underline{A}) \underline{\chi} + \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{\lambda}} + \frac{\partial \underline{\Omega}}{\partial \underline{\lambda}} \Psi - \frac{\partial \underline{R}}{\partial \underline{\lambda}} \underline{i}. \quad (8)$$

Элементами матрицы-столбца  $\underline{\lambda}$  могут быть любые постоянные параметры, например,

$$\underline{\lambda} = \text{col}(r_{SA}, r_{SB}, r_{SC}, r_{RA}, r_{RB}, L_S, L_R, U_m, \underline{\omega}, \dots). \quad (9)$$

Элементы матрицы-столбца (9) в свою очередь могут быть функциями иных конструктивных параметров. Вычисление чувствительности по этим параметрам производится так же, но производную по  $\underline{\lambda}$  надо брать по правилам дифференцирования сложных функций.

В результате интегрирования (8) находим  $\underline{\chi}$ , а затем согласно (5) искомую функцию  $\underline{\Phi}$ .

Ускоренный поиск вынужденных периодических режимов производится с использованием модели чувствительности к изменению начальных условий  $\underline{i}(0)$ , удовлетворяющих уравнению периодичности

$$F(\underline{i}(0)) = \underline{i}(0) - \underline{i}(T) = 0, \quad (10)$$

где  $T$  — период.

Придав  $\underline{\lambda} = \underline{i}(0)$ , уравнение (8) сводится к соответствующему выражению [2]:

$$\underline{p} \underline{\chi} = (\underline{\Omega} - \underline{R} \underline{A}) \underline{\chi}. \quad (11)$$

Функцию  $\underline{\Phi}$  находим непосредственно из (1) [2]

с учетом (2) и (7):

$$\underline{\Phi} = \underline{A} \underline{\chi}. \quad (12)$$

Итак, на этапе ускоренного поиска вынужденного периодического режима используем выражения (11), (12), а на этапе вычисления чувствительности — соответственно (8), (5).

Решение (10) осуществляется методом Ньютона

$$\underline{i}(0)^{k+1} = \underline{i}(0)^k - \underline{F}'(\underline{i}(0)^k)^{-1} \underline{F}(\underline{i}(0)^k), \quad (13)$$

где

$$\underline{F}'(\underline{i}(0)^k) = \underline{I} - \underline{\Phi}(\underline{T})^k. \quad (14)$$

Вычисление  $\underline{\Phi}(\underline{T})$  и  $\underline{F}(\underline{i}(0))$  сопряжено с интегрированием (2), (11) на интервале времени, равном  $T$ .

В [2] уравнение (10) усложнено, так как на этапе ускоренного поиска вынужденного периодического режима к числу неизвестных принадлежат начальное значение угловой скорости  $\underline{\omega}(0)$ . Но поскольку параметрическая чувствительность нас интересует в установившемся режиме, то угловая скорость на этапе вычисления чувствительности рассматривается как заданная величина, поэтому в (9) она относится к числу постоянных параметров.

Установившийся режим асинхронного двигателя находим в результате численной реализации (2), (10) — (14). Для нахождения периодического решения уравнения (8) требуется дважды проинтегрировать его на интервале времени, равном  $T$  [3]. Первый раз интегрируем (8) на отрезке  $[0, T]$  от произвольного начального значения  $\underline{\chi}(0)^0$ , обычно нулевого, и получаем  $\underline{\chi}(T)^0$ , а следовательно, и  $\underline{\Phi}(T)^0$ . Затем применяем итерационную формулу Ньютона и находим начальные условия вхождения в периодический режим  $\underline{\chi}(0)^1$ . Ответ получаем за одну итерацию, так как уравнение (8) в отличие от (2) всегда линейное. Второй раз интегрируем (8) при начальных условиях  $\underline{\chi}(0)^1$  на интервале  $[0, T]$  и получаем искомое периодическое решение функции  $\underline{\Phi}$ .

Итак, описанный в [2] алгоритм позволяет рассчитывать переходный и установившийся режимы асинхронного двигателя, по собственным значениям матрицы перехода состояний определять статическую устойчивость установившегося режима. Дополняя этот алгоритм двухкратным интегрированием уравнения (8) на интервале времени, равном периоду  $T$ , вычисляем и параметрическую чувствительность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ивоботенко Б. А., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электротехнике. — М.: Энергия, 1975.
2. Чабан В. И., Бильный Л. А. Алгоритм ускоренного поиска стационарных электромеханических процессов асинхронных машин. — Электричество, 1986, № 6.
3. Гарасымов И. И. Вычисление чувствительности нелинейных цепей в вынужденном периодическом режиме. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1983, т. 26, № 3.

[15.06.88]

# Работа пространственного заряда и внешние токи в системе проводящих электродов

КОВАЛЕВ В. С.

В основе работы многих радиоэлектронных приборов лежит взаимодействие свободного, т. е. не связанного с поверхностями электродов, пространственного заряда с напряжениями и токами во внешней сети. Рассмотрим такое взаимодействие на общей модели из  $n$  произвольных проводящих электродов, объединенных внешней сетью и заключающих распределенный с плотностью  $q(x, y, z)$  и движущийся со скоростью  $v(x, y, z)$  свободный заряд. Легко представить, что скорость движения и распределение в пространстве такого заряда взаимосвязаны с токами в нагрузках и напряжениями на электродах, однако формальное выражение этой связи вызывает затруднения. Возьмем случай с точечным зарядом, предложенный в [1]. Рассмотрим этот случай с позиции теоремы Грина, нагрузив для общности все электроды. Поверхности электродов обозначим символом  $S_k$ , а точечный заряд  $q$  окружим бесконечно малой и эквипотенциальной сферой  $S_q$ .

Выделим в движении заряда два мгновения, разделенные малым интервалом  $dt$ . В первом мгновении распределение потенциалов в системе выражим функцией —  $\varphi$ , а во втором —  $\varphi'$ . Теорема Грина позволяет обе функции связать соотношением

$$\oint (\varphi' \Delta \varphi - \varphi \Delta \varphi') dV = \oint (\varphi' \vec{\nabla} \varphi - \varphi \vec{\nabla} \varphi') d\vec{S}.$$

Здесь интегрирование в левой части производится по бесконечному объему  $V$ , исключающему области, занятые точечной сферой и электродами, а интеграл в правой части распространяется на поверхность, окружающую объем интегрирования бесконечной сферы, поверхности электродов и поверхность точечной сферы. В первом мгновении потенциал в точке пространства, где находится заряд  $q$ , равен  $\varphi_q$ , а потенциалы электродов равны  $\Phi_k$ , а во втором — когда точечный заряд передвинулся на  $dl$ , — эти потенциалы получают приращения  $d\varphi_q$  и  $d\Phi_k$ . При этом начальные заряды  $Q_k$  на электродах получают приращения  $dQ_k$ .

Интеграл по объему равен нулю ввиду отсутствия в пространстве интегрирования истоков поля и равенства нулю его дивергенции. Интеграл по поверхности бесконечной сферы также равен нулю, поскольку подынтегральное выражение уменьшается пропорционально третьей степени радиуса, а поверхность интегрирования возрастает пропорционально квадрату радиуса. В связи с этим равна нулю сумма интегралов по эквипотенциальным поверхностям электродов и точечной сферы, которые согласно теореме Гаусса определяются как

$$\oint \varphi \epsilon(\vec{\nabla} \varphi') d\vec{S}_k = \sum_{k=1}^n \Phi_k (Q_k + dQ_k);$$

$$\oint \varphi' \epsilon(\vec{\nabla} \varphi) d\vec{S}_k = \sum_{k=1}^n (\Phi_k + d\Phi_k) Q_k;$$

Бологодская областная универсальная научная библиотека

$\oint \varphi \epsilon(\vec{\nabla} \varphi') d\vec{S}_q = q \varphi_q; \oint \varphi' \epsilon(\vec{\nabla} \varphi) d\vec{S}_q = q(\varphi_q + d\varphi_q),$   
откуда

$$\sum_{k=1}^M (\Phi_k dQ_k - Q_k d\Phi_k) = q d\varphi_q. \quad (1)$$

Здесь компоненты имеют размерность энергии, а выражение представляет собой баланс между полным дифференциалом энергии, запасенной на электродах, записанным в левой части, и работой, затраченной при перемещении точечного заряда. Отрицательный знак перед членами с приращением потенциала на электродах обусловлен знаком реакции нагрузки.

Поделив (1) на  $dt$ , получим соотношение для токов  $\frac{dQ_k}{dt}$ , поступающих на электроды из внешней сети:

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k \frac{dQ_k}{dt} = q \frac{d\varphi_q}{dt} + \sum_{k=1}^n Q_k \frac{d\Phi_k}{dt},$$

а в том случае, если кроме рассматриваемого все остальные электроды коротко замкнуты и заземлены,

$$\Phi \frac{dQ}{dt} = q \frac{d\varphi_q}{dt} + Q \frac{d\Phi}{dt}$$

или, обозначая  $\frac{dl}{dt} = v$ ,  $\frac{d\varphi_q}{dl} = -E_v$ ,  $\frac{dQ}{dt} = i$ , имеем

$$i\Phi = -qvE_v + Q \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Мы рассмотрели вывод, отличающийся от вывода Рамо тем, что он включает энергетические отношения в начальной позиции заряда  $q$ , тогда как в [1] это упомянуто и фактически утверждается, что в (1) следует положить  $\Phi = 0$ ,  $q\varphi_q = 0$  и  $d\Phi = 1$ . Рассмотрим эти предположения. Условие  $d\Phi = 1$  означает факт присутствия в цепи электрода некоторой нагрузки и ее единичную реакцию, и с этим можно согласиться. Однако нельзя согласиться с условием  $\Phi = 0$ , поскольку оно предполагает или мгновенное равновесие между действием внешней э.д.с. и действием точечного заряда, что является случаем сугубо частным, или начальные условия, при которых э.д.с. равна нулю, а точечный заряд длительно неподвижен. Последнее предположение следует также исключить, потому что на пространственный заряд всегда действуют силы взаимодействия со стороны зарядов, индуцированных на электродах. Вместе с тем,  $\varphi_q \neq 0$ , так как нулевой потенциал в системе задан уже иначе. Указанные недостатки связаны с нарушением принципа суперпозиции функций  $\varphi$  и  $\varphi'$  в формуле Грина.

Тем не менее, результат Рамо  $i = evE_v$ , совпадает с правильным выводом для тока электрода в случае короткозамкнутой нагрузки при  $q = -e$ ,  $\Phi = 1$  и

$\frac{d\Phi}{dt} = 0$ . Это соотношение получило распространение и известно как теорема Рамо.

Однако ни (2) ни теорема Рамо еще не предоставляет достаточных условий для связи движения пространственного заряда и энергетических процессов во внешней сети, хотя соотношение (2) уже содержит член  $Q \frac{d\Phi}{dt}$ , включающий реакцию нагрузки. Выделить ее в системе с единственным точечным зарядом нельзя, так как в заряде  $Q$ , помимо емкостной составляющей, содержится еще индуцированная, которую в рамках рассмотренного подхода определить невозможно. Решить эту проблему можно на основе теории Джена [2], предложившего использовать принцип суперпозиции поля емкостных зарядов на электродах  $Q_{1k}$ , обусловленных приложенными потенциалами  $\Phi_k$ , и суммарного поля, обусловленного пространственным зарядом  $q$  и индуцированными зарядами на электродах  $Q_{2k}$ . Проводя дифференцирование по времени исходного уравнения Грина и пользуясь уравнениями непрерывности для внешних токов электродов  $i_k$ , Джэн получил выражения:

$$\sum_{k=1}^n \Phi_{k1k} = \left[ (\rho v + \epsilon \frac{d\vec{E}}{dt}) \vec{E}_1 \right] dV; \quad (3)$$

$$0 = \epsilon \vec{E}_1 \vec{E}_2 dV, \quad (4)$$

где  $\vec{E}_1$  — напряженность поля зарядов  $Q_{1k}$ ;  $\vec{E}_2$  — напряженность поля пространственного заряда  $\rho$  и зарядов  $Q_{2k}$ .

Чтобы выразить в явном виде скрытую в полевом члене  $\epsilon \int \frac{d\vec{E}}{dt} \vec{E}_1 dV$  реакцию нагрузки, редукцию уравнения баланса мощностей в системе, приведенного Дженом к виду (3), следует продолжить. Запишем два дополнительных соотношения: первое — очевидное в свете (4) —

$$0 = \epsilon \int \vec{E}_1 \frac{d\vec{E}_2}{dt} dV$$

и результат известных преобразований и теорем векторной алгебры —

$$\epsilon \int \vec{E}_1 \frac{d\vec{E}_1}{dt} dV = -\epsilon \int \vec{\nabla} \varphi_1 \frac{d\vec{E}_1}{dt} dV = \epsilon \int \varphi_1 \operatorname{div} \frac{d\vec{E}_1}{dt} dV -$$

$$-\epsilon \int \operatorname{div} \left( \varphi_1 \frac{d\vec{E}_1}{dt} \right) dV = 0 - \epsilon \int \varphi_1 \frac{d\vec{E}_1}{dt} dS = \sum_{k=1}^n \Phi_{k1} \frac{dQ_{1k}}{dt},$$

с учетом которых (3) предстает в виде

$$\sum_{k=1}^n \Phi_{k1k} = \rho v \vec{E}_1 dV + \sum_{k=1}^n \frac{dQ_{1k}}{dt} \Phi_k. \quad (5)$$

В (5) содержится следующая трактовка энергетического баланса: энергия, полученная системой из внешней сети, расходуется на движение пространственного заряда и перезарядку межэлектродных емкостей. При движении заряда навстречу полю  $\vec{E}_1$  источником энергии для всех процессов является кинетическая энергия пространственного заряда.

В уравнении энергетического баланса в форме (5) уже имеются необходимые условия, чтобы связать про-

цессы во внешней сети и межэлектродном пространстве. Для этого представим (5) как суперпозицию уравнений

$$\Phi_{k1k} = \int \rho v \vec{E}_{1k} dV + \frac{dQ_{1k}}{dt} \Phi_k, \quad k = 1, \dots, n, \quad (6)$$

а поле  $\vec{E}_1$  — как сумму полей  $\vec{E}_{1k}$ , обусловленных емкостными зарядами  $Q_{1k}$  на отдельных электродах. Согласно этому представлению, по мере введения потенциалов на остальных электродах вслед за произвольным  $k$ -м в системе может быть установлено рассматриваемое поле  $\vec{E}$ , а поскольку порядок действий произволен, то уравнения (6) можно признать независимыми.

Разделим (6) на  $\Phi_k$  и умножим на  $Z_k$ -сопротивления в цепях нагрузки соответствующих электродов, представив заряды  $Q_{1k}$  с помощью коэффициентов индукции  $C_{ki}$ :

$$i_k Z_k = Z_k \int \rho v \frac{\vec{E}_{1k}}{dt} dV + Z_k \sum_{i=1}^n C_{ki} \frac{d\Phi_i}{dt}, \quad k = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Теперь снова просуммируем уравнения (7), проходя при этом группировку коэффициентов при членах  $\frac{d\Phi_k}{dt}$ ,  $k = 1, \dots, n$ :

$$\sum_{k=1}^n i_k Z_k = \int \rho v \left( \sum_{k=1}^n \frac{\vec{E}_{1k}}{\Phi_k} Z_k \right) dV + \sum_{k=1}^n \left( \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i \right) \frac{d\Phi_k}{dt} \quad (8)$$

и снова разложим (8) на составляющие

$$i_k Z_k = Z_k \int \rho v \frac{\vec{E}_{1k}}{\Phi_k} dV + \frac{d\Phi_k}{dt} \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i, \quad k = 1, \dots, n. \quad (9)$$

Сопоставление (9) с (7) позволяет заметить существование равенства

$$Z_i C_{ki} \frac{d\Phi_k}{dt} = Z_k C_{ki} \frac{d\Phi_i}{dt},$$

которое является простым следствием тождества токов через нагрузки  $Z_i$  и  $Z_k$ :

$$\frac{1}{Z_k} \frac{d\Phi_k}{dt} = \frac{1}{Z_i} \frac{d\Phi_i}{dt},$$

замыкаемых в межэлектродном пространстве током смещения, протекающим между  $i$ -й и  $k$ -м электродами через взаимную емкость  $C_{ki}$ .

Укажем теперь потенциал  $\Phi_0$  той точки в системе, относительно которой рассматриваем сопротивления  $Z_k$ , и учтем в цепи  $k$ -го электрода источник питания с постоянной составляющей  $E_{k0}$  и переменной  $E_k(t)$ . Тогда уравнение Кирхгофа для цепи  $k$ -го электрода

$$\Phi_0 + E_{k0} + E_k(t) = i_k Z_k + \Phi_k$$

можно с учетом (9) переписать в операторной форме:

$$\Phi_k(p) = \Phi_0 + E_{k0} + E_k(p) - i_k(0) Z_k(p) - I_k(p) Z_k(p) -$$

$$- p \left[ \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i(p) \right] [\Phi_k(p) - \Phi_k(0)], \quad (10)$$

по току и потенциалу на  $k$ -м электроде, причем  $i_k(0)$  является одновременно постоянной составляющей пространственного тока  $I_k(p) = \int \frac{\rho(p) \vec{v}(p)}{E_k} dV$ , где вектор

$\vec{E}_k = \frac{\Phi_k}{E_k}$  представляет независимую от времени функцию координат. Теперь учтем, что  $\Phi_k(0) + i_k(0) Z_k = \Phi_0 + E_{k0} + E_k(0)$ , и из (10) получим

$$\Phi_k(p) - \Phi_k(0) = \frac{E_k(p) - E_k(0) - I_k(p) Z_k(p)}{1 + p \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i(p)}. \quad (11)$$

Из (11) непосредственно следует операторное выражение пространственного тока:

$$I(p) = \sum_{k=1}^n I_k(p) = \frac{\sum_{k=1}^n E(p) - E(0) - [1 + p \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i(p)] [\Phi_k(p) - \Phi_k(0)]}{Z_k(p)}$$

как функции от внешнихпринуждающих э. д. с.  $E_k(p)$ . Оно, в частности, предполагает фазовое запаздывание пространственного тока относительно  $E_k(t)$ , причем размеры этого запаздывания и  $I(t)$  зависят от потенциалов  $\Phi_k(0)$  и соотношения нагрузок в цепях электродов. Заметим, что под знаком суммы в числителе коэффициенты индукции остальных электродов, кроме  $k$ -го, отрицательны, и, согласно (11), при определенных условиях возможен «лавинный» процесс изменения потенциалов и рассасывания пространственного заряда.

При отсутствии переменной вынуждающей силы, как, например, в детекторах ионизирующих излучений, напряжения на электродах и токи в нагрузках описываются выражениями

$$U_k(p) = \Phi_k(p) - \Phi_k(0) = - \frac{I_k(p) Z_k(p)}{1 + p \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i(p)}; \\ i_k(p) = \frac{I_k(p)}{1 + p \sum_{i=1}^n C_{ki} Z_i(p)}, \quad (12)$$

а в частном случае двух электродов и активной нагрузки  $R$  напряжение на нагрузке составляет  $U(p) = - \frac{I(p) R}{1 + p R C}$  и в пространстве оригиналов имеет вид

$$U + R C \frac{dU}{dt} = IR, \quad (13)$$

известный в связи с работой [3] и так называемой теоремой Рам — Шокли [4]. По этому поводу следует заметить, что привычное обращение к (13), где в качестве тока  $I$  используется ток, определяемый теоремой Рамо, связано с алогизмом: резистор  $R$  и межэлектродная емкость  $C$  рассматриваются как нагрузка для пространственного тока  $I$ , хотя теорема Рамо и исходные условия, оговариваемые в [3], предполагают нагрузку, равной нулю.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

Стоит заметить также, что предложенные в литературе решения, полученные методом вариации постоянных, ограничиваются двухэлектродной моделью и уравнением (13) с простейшей активной нагрузкой, тогда как строгая теория позволяет ввести в действие аппарат операторного метода и рассмотреть задачи с произвольными нагрузками и произвольным количеством электродов.

Показательно значение полевого члена  $e \int \frac{dE}{dt} \vec{E}_1 dV$

в (3), который без оснований и часто предполагается незначительным, а условия по напряженности поля — стационарными или квазистационарными. В ошибочности такого мнения может убедить простой пример двухэлектродной системы и экспоненциального пространственного тока  $I(t) = I_0 e^{-\alpha t}$ , изображением которого является  $I(p) = \frac{I_0 p}{p + \alpha}$ . Изображение тока в нагрузке  $R$  выражается согласно (12), функцией  $i(p) = \frac{I_0 p}{(p + \alpha)(1 + p R C)}$ , оригинал которой равен

$$i(t) = \frac{I_0}{\alpha R C - 1} (e^{-\frac{t}{RC}} - e^{-\alpha t}).$$

Амплитуда тока  $i(t)$  по отношению к  $I_0$  составляет  $\frac{\alpha R C}{(\alpha R C)^{1-\alpha R C}}$  и прогрессивно падает с ростом  $R$ . Этот пример полезно иметь в виду при ориентации на «урезанную» относительно (3) и (5) так называемую обобщенную теорему Рамо [5],

$$\sum_{k=1}^n \Phi_k i_k = \int \rho \vec{v} \vec{E}_1 dV. \quad (14)$$

Следует упомянуть в связи с (14), что в [6 и 7] состоялась дискуссия о правильном выражении приращения заряда на сигнальном электроде и энергетическом балансе. Обсуждалось вытекающее из (14) выражение для приращения заряда в случае планарной двухэлектродной системы с межэлектродным расстоянием  $w$ ,  $dQ = q \frac{dx}{w}$ , и выражение  $\Phi dQ = q d\Phi$ , полученное из соображений равенства приращения энергии на межэлектродной емкости и работы по перемещению единичного заряда  $q$ . Ошибки выдвинутых концепций и формулировок, связанные с неоправданными упрощениями в подходах и пренебрежением к реакции нагрузки, легко обнаруживаются при обращении к (1).

Таким образом, реакция нагрузки, отсутствующая в теореме Рамо, является важным фактором для теории и практическим связующим элементом для процессов в системах, содержащих пространственный заряд, а полученное формальное выражение этой связи позволяет проводить более совершенный анализ электронных и ионных приборов и обслуживающих их систем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ramo S. Currents induced by electron motion.— Proceedings of the I. R. E., 1939, vol. 27, N 1, p. 584—585.
2. Jen C. K. On the induced current and energy balance in electronics.— Proceedings of the I. R. E., 1941, vol. 29, N 6, p. 345—349.

3. **Росси Б., Штауб Г.** Ионизированные камеры и счетчики.— М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1951.— 237 с.

4. **Абрамов А. И., Казанский Ю. А., Матусевич Е. С.** Основы экспериментальных методов ядерной физики.— М.: Атомиздат, 1977.— 522 с.

5. **On the induced charge in semiconductor detectors / G. Cavalleri, G. Fabri, E. Gatti, V. Svelto.**— Nuclear Instruments and Methods, 1963, vol. 21, N 1, p. 177—178.

6. **Extension of Ramo's theorem as applied to induced charge in semiconductor detectors / G. Cavalleri, E. Gatti, G. Fabri, V. Svelto.**— Nuclear Instruments and Methods, 1979, vol. 92, N 1, p. 137—145.

7. **Vass D. S. The charge collection process in semiconductor radiation detectors.**— Nuclear Instruments and Methods, 1970, vol. 86, N 1, p. 5—11.

[20.06.88]

УДК 621.372.011.3.001.5

## Особенности индуктивно связанных цепей со стальными сердечниками

ГОЛУБКОВ Н. Е., канд. техн. наук

Филиал Куйбышевского политехнического института в г. Сызрани

Известно<sup>1</sup>, что при несогласованном направлении токов в последовательно соединенных индуктивно связанных катушках результирующее индуктивное сопротивление одной из катушек может оказаться отрицательным.

Чтобы выяснить вопрос, возможен ли подобный эффект в цепях с раздельными путями замыкания потоков, в настоящей статье исследуется приведенная на рис. 1 схема, полученная объединением двух двухобмоточных однофазных трансформаторов с изолированными магнитопроводами. Из рис. 1 видно, что первичные обмотки с числами витков  $w_A$  и  $w_B$  соединены последовательно и образуют первичный контур, подключаемый к сети. Вторичные обмотки, выполненные

с одинаковыми числами витков  $w_2$ , как и первичные, также соединены последовательно. Направления токов в обмотках согласованное. Нагрузка задается изменяемым сопротивлением резистора  $R$ . При согласованном, т. е. одинаковом положительном направлении токов относительно одноименных выводов, уравнения м. д. с. этих трансформаторов принимают вид

$$I_{0A}w_A = i_1w_A + i_{2A}w_2 + i_{2B}w_2 = i_1w_A + i_2w_2; \quad (1)$$

$$I_{0B}w_B = i_1w_B + i_{2B}w_2 + i_{2A}w_2 = i_1w_B + i_2w_2, \quad (2)$$

где  $I_{0A}$  и  $I_{0B}$  — намагничивающие токи трансформаторов;  $i_1$  — ток, протекающий по первичным обмоткам;  $i_{2A}$  и  $i_{2B}$  — токи, создаваемые во вторичных обмотках трансформаторов индуктированными в них э. д. с.;  $i_2$  — результирующий ток вторичного контура.

Из (1) и (2) видно, что кроме м. д. с., созданных собственными токами, каждое из них содержит еще дополнительную м. д. с., создаваемую током «чужого» трансформатора. Благодаря магнитным потокам от дополнительных м. д. с., сцепляющимся с обмотками «чужих» трансформаторов, первичные обмотки оказываются связанными между собой не только электрическим, но и индуктивным путем. Дополнительные потоки усиливают при согласованном направлении токов размагничивающие действия вторичных обмоток. Так как это приводит к уменьшению эквивалентного сопротивления первичного контура, то можно сделать вывод, что реактивные сопротивления, обусловленные дополнительными потоками, отрицательны. Поэтому при согласованном направлении токов также может быть получен «емкостный» эффект, наблюдаемый в обычных индуктивно связанных цепях при встречном направлении токов:

На рис. 2 приведены векторные диаграммы м. д. с. трансформаторов, построенные по (1) и (2) при условии, что  $w_A > w_B$ . Из рис. 2 видно, что результирующие м. д. с. не совпадают по фазе. При этом м. д. с. трансформатора с меньшим коэффициентом трансформации оказывается отстающей на угол  $\psi$ . Если пренебречь незначительной разностью потерь в магнитопроводах, то можно сделать вывод, что на этот угол будут сдвинуты потоки трансформаторов, а также и

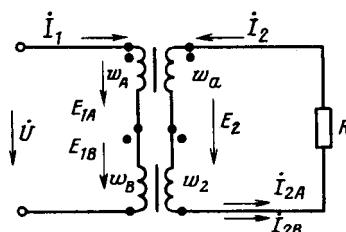


Рис. 1. Электрическая схема соединения обмоток трансформаторов

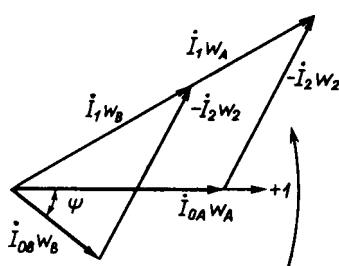


Рис. 2. Векторные диаграммы м. д. с.

<sup>1</sup> Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. — М.: Энергия, 1973.

наводимые ими э. д. с. Полученный вывод подтверждается данными испытаний схемы рис. 1.

Испытывались два одинаковых многообмоточных трансформатора типа ТП-200. Обмотки на напряжение 220 В одного из трансформаторов и на 127 В второго принимались за первичные. Номинальное напряжение вторичных обмоток 24 В. Изменение тока обеспечивалось изменением сопротивления нагрузки. При обработке данных за угол между потоками принимался угол между э. д. с., наводимыми в измерительных обмотках, которыми являлись неиспользуемые обмотки исследуемых трансформаторов. Ниже приведена экспериментально полученная зависимость угла между магнитными потоками от тока во вторичном контуре при  $U=220$  В:

Ток $I_2$ , А	0,5	2	3	4	5
Угол $\psi$ , град	16	75	80	83	90

Уравнение э. д. с. первичного и вторичного контуров рассматриваемой схемы имеют вид:

$$\dot{U} = I_1 Z_1 - \dot{E}_{1A} - \dot{E}_{1B} = I_1 Z_1 - \dot{E}_1; \quad (3)$$

$$0 = I_2 Z_2 - \dot{E}_2, \quad (4)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$ ,  $E_1$  и  $E_2$  — суммарные сопротивления обмоток и результирующие э. д. с. первичного и вторичного контуров;  $E_{1A}$  и  $E_{1B}$  — э. д. с. первичных обмоток с числами витков  $w_A$  и  $w_B$ .

После замены в (3), (4) э. д. с. произведениями намагничивающих токов на сопротивления намагничивающих цепей и совместного решения с уравнениями (1) — (4) входное сопротивление схемы оказывается равным

$$Z = Z_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_{0A}} + \frac{1}{Z_{2A}}} + \frac{1}{\frac{1}{Z_{0B}} + \frac{1}{Z_{2B}}}, \quad (5)$$

где

$$-\dot{E}_{1A} = I_{0A} Z_A; \quad -\dot{E}_{1B} = I_{0B} Z_B; \quad n = \dot{E}_1 / \dot{E}_2;$$

$$Z_2 = Z_2 n^2;$$

$$A = \frac{\dot{E}_{1A} w_A}{\dot{E}_1 w_2 n^2}; \quad B = \frac{\dot{E}_{1B} w_B}{\dot{E}_1 w_2 n^2}.$$

Синтезированная по уравнению (5) эквивалентная схема показана на рис. 3. Из (3) видно, что сумма э. д. с.  $E_{1A}$  и  $E_{1B}$  образует э. д. с. первичного контура  $E_1$ . Так как э. д. с.  $E_{1A}$  трансформатора с большим

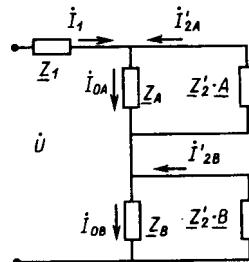


Рис. 3. Эквивалентная схема

коэффициентом трансформации опережает, а э. д. с.  $E_{1B}$  трансформатора с меньшим коэффициентом трансформации отстает по фазе от результирующей э. д. с.  $E_1$ , то аргумент коэффициента  $A$ , входящего в уравнение (5), оказывается положительным, а коэффициента  $B$  — отрицательным. Благодаря отрицательному знаку аргумента коэффициента  $B$  возможно подбором разности параметров трансформаторов получить отрицательное результирующее реактивное сопротивление разветвленной части схемы, обусловленной трансформатором с меньшим коэффициентом трансформации. Следовательно приведенная на рис. 3 схема отражает возможность возникновения «кемостного» эффекта.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что в цепи с изолированными магнитопроводами эффект ложной емкости может возникать не при встречном направлении токов, как в обычных индуктивно связанных цепях, а при согласованном. Основная же особенность рассмотренной цепи заключается в том, что она способна обеспечить автоматический сдвиг потоков по фазе. Учитывая эту особенность и общность электромагнитных процессов в неподвижной асинхронной машине и в трансформаторе, рассматриваемая схема может быть использована при разработке новой конструкции однофазного асинхронного двигателя.

Чтобы сохранить два магнитопровода, подобный двигатель должен иметь две части статора со сдвинутыми аксиально и по окружности полюсами. В этом случае его эквивалентная схема не будет отличаться от рассмотренной схемы. Из-за различного размагничивающего действия обмотки ротора потоки сдвинутых частей статора автоматически смещаются по фазе, поэтому двигатель будет запускаться без применения специальных фазосмещающих устройств.

УДК 621.313.322—81:3.042:536.33.001.24

## Температурное поле активного элемента электротехнического устройства

ЛОГИНОВ В. С.

Рост удельных мощностей многих электротехнических устройств (ЭУ) связан с интенсификацией теплобмена в активных элементах (Э). Одним из таких Э является магнитопровод — шихтованный пакет, у которого коэффициенты теплопроводности резко отличаются в ортогональных направлениях.

Концентрация потерь от вихревых токов, например в крайнем пакете стержня и в стяжной пластине трансформатора [1] или в крайнем пакете сердечника и в нажимной плите турбогенератора [2—6], может вызвать значительные их локальные нагревы (рис. 1) с возникновением «пожаров» в стали [5].

Прогнозирование таких нагревов на стадии много-вариантного выбора конструкции Э возможно на основе расчета температурного поля.

Цель работы — получение обобщенного аналитического решения двумерного стационарного температурного поля в Э прямоугольного сечения конечных размеров с произвольным законом распределения по координатам источников тепла при несимметричных условиях охлаждения.

**Постановка задачи.** При выборе тепловой модели Э были использованы известные и дополнительные допущения, основанные на анализе экспериментальных и расчетных данных по ЭУ [1—6, 8, 9, 13 и др.]. Перечислим эти допущения:

1. Процесс нагрева Э не изменяется во времени и не зависит от теплового состояния других Э. Тепловая связь между ними в математической модели учитывается в значениях коэффициентов теплообмена (КТО) —  $a_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) или в источниковой составляющей потерь.

2. Для шихтованного пакета из стали коэффициенты теплопроводности вдоль листов  $\lambda_y$  много больше коэффициента теплопроводности поперек листов  $\lambda_x$ .

3. Коэффициенты  $a_i$  при принудительном движении охладителя, когда влияние естественной конвекции пре-небрежимо мало, считаются постоянными и различными величинами для каждой поверхности. Отвод теплоты от поверхностей Э происходит в охлаждающую среду с постоянной температурой, а учет влияния ее подогрева на тепловое поле Э можно учесть по известным выражениям [4].

4. Принимаем, что теплопередача вдоль листов (в направлении оси  $z$ ) отсутствует из-за высокой теплопроводности и изотермических условий.

5. Внутренние источники теплоты распределены неравномерно по сечению Э. Анализ экспериментальных исследований в ЭУ [1, 4, 8, 9] показывает, что

$$q_v(x, y) = q_{v_0} \psi_1(x) \psi_2(y), \quad (1a)$$

здесь  $\psi_{1,2}$  — известные дважды дифференцируемые и ограниченные функции в области изменения соответствующих координат. Таким образом, предполагается, что максимальное значение тепловыделения

$$|q_v \max| \leq [q_v]_{\text{доп}}, \quad (1b)$$

где  $[q_v]_{\text{доп}}$  — допустимое по нагреву значение тепловыделения.

Другим важным условием для обеспечения стационарности теплового процесса является выполнение первого закона термодинамики. В интегральной форме он имеет вид [13]:

$$\int_F q_v dF = \int_V q_v dV. \quad (1b)$$

Следовательно, на функцию тепловыделения накладываются определенные ограничения. Невыполнение условий (1b), (1b) означает, что тело охлаждается или нагревается во времени.

Систему уравнений, описывающих процесс стационарной теплопроводности в анизотропном брусе, записав в безразмерной форме, удобной для последующего анализа влияния различных параметров на тепловое состояние Э:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + Po_0 W_1(X) W_2(Y) = 0, \quad (2)$$

$$0 < X < 1, 0 < Y < R$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

при граничных условиях

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial X} + Bi_1 \theta \right]_{X=1} = 0; \quad (3)$$

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial X} - Bi_2 \theta \right]_{X=0} = 0; \quad (4)$$

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial Y} + Bi_3 \theta \right]_{Y=R} = 0; \quad (5)$$

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial Y} - Bi_4 \theta \right]_{Y=0} = 0. \quad (6)$$

Здесь приняты известные обозначения:

$0(X, Y) = [T(x, y) - T_{\infty}] / T_{\infty}$  — безразмерная температура;  $Po(X, Y) = q_v(x, y) b^2 / (\lambda_x T_{\infty})$ ,  $Po_0 = q_{v_0} b^2 / (\lambda_x T_{\infty})$  — число Померанцева;  $Bi_{1,2} = a_{1,2} b / \lambda_x$ ,  $Bi_{3,4} = a_{3,4} b \sqrt{\lambda_x \lambda_y}$  — числа Био;

$X = x/b$ ,  $R = H \sqrt{\lambda_x / \lambda_y} / b$ ,  $Y = y \sqrt{\lambda_x / \lambda_y} / b$  — безразмерные координаты;  $b, H$  — геометрические размеры Э.

**Решение системы уравнений (2) — (6)** будем находить методом конечных интегральных преобразований [11, 12]. Основная идея метода сводится к тому, чтобы исключить операции дифференцирования по координатам. Это позволяет свести исходную задачу или к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, или к алгебраическому выражению. В последнем случае искомое решение будет записано в виде суммы тройных рядов (для трехмерной задачи), двойных рядов (для двумерной задачи). Такие ряды, как правило, обладают слабой сходимостью, поэтому уменьшение порядка суммирования рядов в ряде случаев может улучшить сходимость ряда.

Предварительно решим вспомогательную задачу Штурма — Лиувилля, которая дает возможность найти вид ядра конечного интегрального преобразования по координате  $X$ . Эта задача описывается уравнением теплопроводности для ограниченного стержня без тепловой изоляции ( $q_v=0$ ) при граничных условиях третьего рода и в безразмерной форме имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 K}{dX^2} + \mu^2 K &= 0, \quad 0 < X < 1; \\ \left[ \frac{dK}{dX} + Bi_1 K \right]_{X=1} &= 0, \quad \left[ \frac{dK}{dX} - Bi_2 K \right]_{X=0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Решение (8) запишем так:

$$K(\mu_n, X) = \mu_n \cos \mu_n X + Bi_2 \sin \mu_n X. \quad (8)$$

**Ядро конечного интегрального преобразования.** Собственные числа  $\mu_n$  находятся из уравнения

$$\operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu^2 - Bi_1 Bi_2}{\mu (Bi_1 + Bi_2)}. \quad (9)$$

Умножим уравнение энергии (2) и граничные условия (4), (5) на  $K(\mu_n, X) dX$  и проведем интегральное преобразование по  $X$ . Исходная задача (2) — (7) преобразуется в обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с граничными условиями

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \tilde{\theta}}{dY^2} - \mu_n^2 \tilde{\theta} + Po_0 \Phi(\mu_n) W_2(Y) &= 0; \\ \left[ \frac{d\tilde{\theta}}{dY} + Bi_3 \tilde{\theta} \right]_{Y=R} &= 0; \quad \left[ \frac{d\tilde{\theta}}{dY} - Bi_4 \tilde{\theta} \right]_{Y=0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}(\mu_n, Y) &= \int_0^1 \theta(X, Y) K(\mu_n, X) dX; \quad \Phi(\mu_n) = \\ &= \int_0^1 W_1(X) K(\mu_n, X) dX.\end{aligned}\quad (11)$$

Решение системы уравнений (10) с учетом (11) известно [14], запишем его в виде

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}(\mu_n, Y) &= \left\{ \varphi_1(Y) \frac{\cosh \mu_n Y}{\mu_n} - \varphi_2(Y) \frac{\sinh \mu_n Y}{\mu_n} - \right. \\ &- A_n (\cosh [\mu_n (R - Y)] + \frac{Bi_3}{\mu_n} \sinh [\mu_n (R - Y)]) + \\ &\left. + G_n \left( \cosh \mu_n Y + \frac{Bi_4}{\mu_n} \sinh \mu_n Y \right) \right\},\end{aligned}\quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}\varphi_1(Y) &= \int W_2(Y) \sinh \mu_n Y dY; \quad \varphi_2(Y) = \int W_2(Y) \cosh \mu_n Y dY; \\ A_n &= \frac{1}{\xi} \left[ \varphi_2(0) + \frac{Bi_4}{\mu_n} \varphi_1(0) \right]; \quad G_n = \frac{1}{\xi} \left\{ \varphi_2(R) \left( \cosh \mu_n R + \right. \right. \\ &\left. \left. + Bi_3 \frac{\sinh \mu_n R}{\mu_n} \right) - \varphi_1(R) \left( \sinh \mu_n R + Bi_3 \frac{\cosh \mu_n R}{\mu_n} \right) \right\}; \\ \xi &= (Bi_3 + Bi_4) \cosh \mu_n R + (\mu_n^2 + Bi_3 Bi_4) \frac{\sinh \mu_n R}{\mu_n}.\end{aligned}\quad (13)$$

Осуществляя обратное преобразование в соответствии с [10, 11], получаем окончательное решение

$$\theta(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\theta}(\mu_n, Y) K(\mu_n, X)}{\int_0^1 K^2(\mu_n, X) dX}.\quad (14)$$

Из этого решения можно получить ряд известных зависимостей [4, 7, 9, 12].

*Практическое применение.* Рассмотрим один из важных частных случаев. Пусть внутренние источники распределены по закону

$$\begin{aligned}P_0(X, Y) &= P_{00} W_1(X) W_2(Y) = \\ &= P_0 \exp(-NX)(1+MY+DY^2).\end{aligned}\quad (15)$$

Активный элемент охлаждается неравномерно, т. е.  $Bi_1 \neq Bi_2 \neq Bi_3 \neq Bi_4$ . Этот случай наиболее характерен для ЭУ [2—5, 10].

Решения (11) — (14) с учетом (15) представим в виде, удобном для практических расчетов на ЭВМ

$$\theta(X, Y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{L(\mu_n, Y) K(\mu_n, X)}{\int_0^1 K^2(\mu_n, X) dX},\quad (16)$$

где

$$\begin{aligned}\int_0^1 K^2(\mu_n, X) dX &= \frac{1}{2} \left\{ \mu_n^2 + Bi_2^2 + \frac{\mu_n^2 - Bi_2^2}{2\mu_n} \times \right. \\ &\times \sin 2\mu_n + Bi_2(1 - \cos 2\mu_n) \left. \right\}; \quad A_n = \frac{P_{00}}{\mu_n^2 + N^2} \times \\ &\times \{ \mu_n(N + Bi_2) + E(\mu_n) \}; \quad E(\mu_n) = [(\mu_n^2 - NBi_2) \sinh \mu_n Y] \exp(-N\mu_n Y).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-(Bi_2 + N) \mu_n \cos \mu_n Y] \exp(-N); \quad L(\mu_n, Y) = \\ = \frac{1}{\mu_n^2} \left\{ W_2(Y) + \frac{2D}{\mu_n^2} - KS_1(Y) - KS_2(Y) \right\};\end{aligned}$$

$$KS_1(Y) = \frac{EE_1}{KC} U_1(Y); \quad KS_2(Y) = \frac{EE_2}{KC} U_2(Y);$$

$$\begin{aligned}EE_1 = Bi_4 \left( 1 + \frac{2D}{\mu_n^2} \right) - M; \quad EE_2 = M + 2DR + Bi_3 [W_2(R) + \\ + \frac{2D}{\mu_n^2}]; \quad KC = Bi_3 + Bi_4 + (\mu_n^2 + Bi_3 Bi_4) \frac{1-m}{\mu_n(1+m)};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m = \exp(-2\mu_n R); \quad W_2(R) = 1 + MR + DR^2; \quad U_1(Y) = \\ = \frac{1}{(m+1)} \left\{ \left( 1 + \frac{Bi_3}{\mu_n} \right) \exp(-\mu_n Y) + \left( 1 - \frac{Bi_3}{\mu_n} \right) \times \right. \\ \left. \times \exp[-\mu_n(2R - Y)] \right\};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_2(Y) = \frac{1}{(m+1)} \left\{ \left( 1 + \frac{Bi_4}{\mu_n} \right) \exp[-\mu_n(R - Y)] + \right. \\ \left. + \left( 1 - \frac{Bi_4}{\mu_n} \right) \exp[-\mu_n(R + Y)] \right\}.\end{aligned}\quad (17)$$

Решение (16) записано несколько необычно. Это связано с тем, что при реализации на ЭВМ решений типа (12) — (14), т. е. представленных через гиперболические функции, возможно появление ошибочных результатов при больших значениях аргумента. Такие случаи наиболее вероятны при резких изменениях тепловыделений по координатам, например, для нажимной плиты турбогенератора (рис. 1 и 2). Поэтому (16) получено из решений (11) — (14) на основе связи между гиперболическими и экспоненциальными функциями.

Для решения задачи по выражениям (8), (9), (16) составлена программа расчета на БЭСМ-6, которая

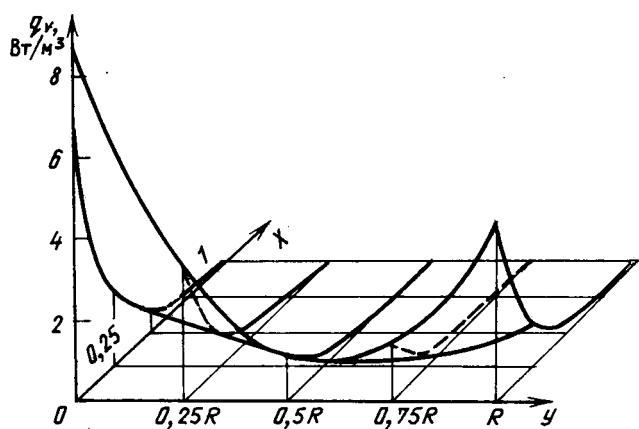


Рис. 1. Распределение потерь в нажимной плите при газовом охлаждении. Исходные данные [3]:  $b \times H = 0,1 \times 0,484$  м;  $q_V(X, Y) = q_{V0} (1 + \frac{mb}{s} Y + \frac{ab^2}{s} Y^2) \exp(-nbX)$ , где  $q_{V0} = s = 8,74 \cdot 10^6$  Вт/м³;  $m = -0,5388 \cdot 10^8$  Вт/м⁴;  $a = 0,9255 \cdot 10^8$  Вт/м⁵;  $n = -0,628 \cdot 10^2$  1/м; Максимальное тепловыделение  $q_V(0,0) = 8,74 \cdot 10^6$  Вт/м³.

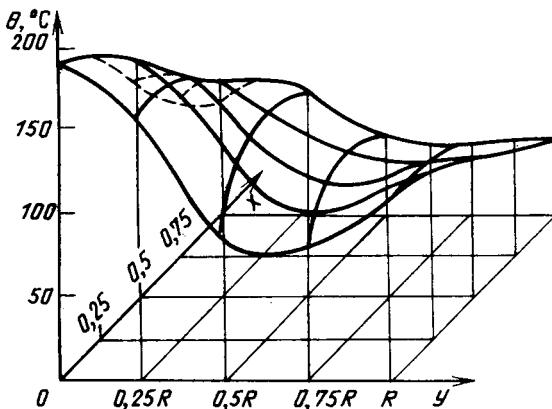


Рис. 2. Температурное поле в нажимной плите турбогенератора. Исходные данные:  $q_V(X, Y)$  — рис. 1;  $b \times H = 0,1 \times 0,484$  м;  $\lambda_x = \lambda_y = 25,1$  Вт/(м·К);  $a_1 = 342$ ;  $a_2 = 162$ ;  $a_3 = 92$ ;  $a_4 = 224$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) [3];  $P_{00} = 3482,07$ ;  $B_{i1} = 1,3625$ ;  $B_{i2} = 0,6454$ ;  $B_{i3} = 0,3665$ ;  $B_{i4} = 0,8924$ ;  $R = 4,84$ ;  $B_{i3} = -0,6165$ ;  $D = 0,106$ ;  $N = 6,28$ ; расчет проведен по (16) — (17)

используется при тепловых расчетах Э. В этой программе предусмотрено требуемое количество членов ряда (16), вычисление собственных чисел для удовлетворения заданной точности расчета температурного поля, т. е.

$$\varepsilon = (\theta_{n+1} - \theta_n) / \theta_{n+1} < \varepsilon_{\text{задан}}. \quad (18)$$

**Пример.** Сравним результаты вычислений по формулам с известными значениями [4, 6]. Искомое распределение температур в шихтованном пакете находилось при следующих данных:  $q_{V_0} = 0,06 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>;  $\lambda_x = 1,25$ ;  $\lambda_y = 50$  Вт/(м·К);  $a_1 = a_3 = 500$  Вт/(м<sup>2</sup>·К);  $a_2 = a_4 = 0$ ;  $H = 0,4$ ;  $b = 0,025$  м. Масштаб температуры принят  $T_{\infty} = 1$  К. Задана погрешность расчета температурного поля  $\varepsilon_{\text{задан}} = 1 \cdot 10^{-4}$ .

Порядок расчета.

1. Для расчета исходные данные представим в безразмерной форме:  $P_{00} = 30$ ;  $B_{i1} = 10$ ;  $B_{i2} = B_{i4} = 0$ ;  $B_{i3} = 1,58$ ;  $R = 2,53$ .

2. По (9) вычисляем собственные числа:  $\mu_1 = 1,428799685 \approx 1,42880$ ;  $\mu_2 = 4,30574$ ;  $\mu_3 = 7,228142$ ;  $\mu_4 = 10,20030$ ;  $\mu_5 = 13,1421$ ;  $\mu_6 = 16,2593$ ;  $\mu_7 = 19,3270$ ; ...;  $\mu_{18} = 53,5915$ ;  $\mu_{19} = 56,7232$ . Отметим, что число членов ряда  $n$  зависит от значений чисел Био и  $\varepsilon_{\text{задан}}$ . Чем выше требуется точность расчета, тем соответственно больше надо брать число членов ряда (16). При этом рекомендуется, особенно при исследовании нестационарных тепловых задач, первые собственные числа определять с повышенной точностью, например,  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{задан}}/10$ .

3. Далее расчет проводится по (16), (17), результаты которого приведены в таблице.

Из таблицы видно, что совпадение температур, вычисленное разными методами, вполне удовлетворительное. Это наблюдается для многих Э [2—4, 9], у которых  $R > 1$ . Некоторое различие температур, вычисленных по (16), (17), с [6] можно объяснить выполнением условия (18).

При изменении безразмерного геометрического параметра ( $1 \leq R \leq 11$ ), влияющего на потери [2], максимальная температура изменяется по определенному за-

### Сравнение различных методов расчета температурного поля в шихтованном пакете

Координаты	Расчет		
	по [4]	по [6]	по формулам (16) — (17)
$X=0, Y=0$	17,61	17,4	17,4774
$X=0, Y=R$	8,81	8,3	8,15
$X=1, Y=0$	2,93	2,85	2,93
$X=1, Y=R$	1,47	1,45	1,50

кону. В небольшом интервале изменения этого параметра ( $2 \leq R \leq 4$ ) зависимость  $\theta_{\max} = f(R)$  можно считать линейной. При данном распределении потерь независимо от условий охлаждения и теплофизических свойств материала будет наблюдаться такая же зависимость между температурным полем и параметром  $R$ . Это дает возможность уже на ранней стадии проектирования электрической машины наметить рациональный путь по расположению каналов охлаждения в Э с учетом снижения затрат и времени разработки [15].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Морозов Д. Н. Расчет местных и общих потерь в пластинах, пронизываемых потоком рассеяния трансформатора или реактора. — Электричество, 1967, № 12.
- Данько В. Г. Тепловой расчет нажимного фланца статора мощного турбогенератора. — Электротехника, 1970, № 10.
- Анемподистов В. П., Смолин П. М. Тепловое поле нажимной плиты статора турбогенератора. — В кн.: Турбогидрогенераторы — Л.: Наука, 1974.
- Борисенко А. И., Данько В. Г., Яковлев А. И. Аэродинамика и теплопередача в электрических машинах. — М.: Энергия, 1974.
- Счастливый Г. Г., Федоренко Г. М., Остапчук Т. Б. Моделирование очаговых термодефектов в сердечнике статора турбогенератора. — Киев, 1986. — 39 с. (Препринт / ин-т электродинамики АН УССР, № 478).
- Szalay L. Beitrag zur Ermittlung der Temperaturen im Stator eines Turbogenerators. — Elektrotechnik und Maschinenbau, 1955, Heft N 2.
- Математические модели теплопередачи в электрических машинах / Г. Г. Счастливый, В. В. Бандурин, В. Н. Остапенко и др. — К.: Наукова думка, 1986.
- Гуревич Э. И., Рыбин Ю. Л. Переходные тепловые процессы в электрических машинах. — Л.: Энергоиздат, 1983.
- Готтер Г. Нагревание и охлаждение электрических машин. — М.: Л.: Госэнергоиздат, 1961.
- Логинов В. С., Гейзер А. А., Чахлов В. А. Оценка электрических потерь в электромагните бетатрона типа ПМБ-6 с импульсным питанием током повышенной частоты. — Изв. Томского политехнического института, 1974, т. 279.
- Кошляков Н. С., Глинэр Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высшая школа, 1979.
- Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел: Учеб. пособие. — 2-е изд., доп. М.: Высшая школа, 1985.
- Галин Н. М., Кириллов Л. П. Тепломассообмен (в ядерной энергетике): Учеб. пособие для вузов. — М.: Энергоатомиздат, 1987.
- Логинов В. С., Гекке М. М., Грехов Ю. М. Приближенный расчет температурного поля в активном элементе прямоугольного сечения электрического аппарата / — Изв. вузов. Электромеханика, 1986, № 7.
- Ünal H. C. Temperature distributions in fins with uniform and non-uniform heat transfer coefficient. — Int. J. Heat Mass Transfer., vol. 30, N 7, 1987.

# Книга — почтой

## УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

Предлагаем вашему вниманию книги ЭНЕРГОАТОМИЗДАТА:

1. **БЛИХЕР А.** Физика силовых биполярных и полевых транзисторов: Пер. с англ.— Л.: Энергоатомиздат, 1986. 1 р. 60 к.
2. **ДОМРАЧЕВ В. Г., МАТВЕЕВСКИЙ В. Р., СМИРНОВ Ю. С.** Схемотехника цифровых преобразователей перемещения: Справоч. пособ.— М.: Энергоатомиздат, 1987. 1 р. 90 к.
3. **ДОРОШЕВ К. И.** Эксплуатация комплектных распределительных устройств 6—220 кВ.— М.: Энергоатомиздат, 1987. 1 р. 20 к.
4. **НЕМКОВ В. С., ДЕМИДОВИЧ В. Б.** Теория и расчет устройств индукционного нагрева.— Л.: Энергоатомиздат, 1988. 1 р. 50 к.
5. **ПОЛИВАНОВ К. М.** Электродинамика вещественных сред: Сб. статей.— М.: Энергоатомиздат, 1988. 2 р. 60 к.
6. **Справочник по расчету и конструированию контактных сильноточных электрических аппаратов / Под ред. В. В. Афанасьева.**— Л.: Энергоатомиздат, 1988. 1 р. 60 к.
7. **ТЕТЕЛЬБАУМ И. М., ШНЕЙДЕР Ю. Р.** Практика аналогового моделирования динамических систем: Справоч. пособ.— 2-е изд., доп.— М.: Энергоатомиздат, 1987. 1 р. 30 к.
8. **ШУБОВ И. Г.** Шум и вибрация электрических машин.— 2-е изд., перераб. и доп.— Л.: Энергоатомиздат, 1986. 1 р. 10 к.

Заказы направляйте по адресу: 220123 Минск, Варвашени, 42. Кн. маг. № 24 «Энергия». Отдел «Книга — почтой».

## В ЦЕЛЯХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИТАТЕЛЬСКИХ ПОТРЕБНОСТЕЙ

НИЦ «Экономика» НПО «Всесоюзная книжная палата» совместно с Энергоатомиздатом проводит изучение читательского спроса на малотиражную литературу по гидроэнергетике, ядерной энергетике, ядерной технологии, ядерной физике и теплотехнике. Наша задача — помочь каждому изданию найти своего читателя. Просим всех заинтересованных лиц ответить на ряд вопросов. Ваши пожелания будут учтены при составлении текущих и перспективных тематических планов, определении оптимальных тиражей узкоспециальных изданий, отработке прогрессивных методов книгораспространения.

1. Удовлетворяет ли Вас книжная продукция по вышеуказанной тематике? Если не удовлетворяет, то чем именно?

2. Какая проблематика представляется Вам наиболее перспективной? Книги на какие темы Вы предлагаете издать в ближайшее время?

3. Испытываете ли Вы трудности в приобретении малотиражных изданий Энергоатомиздата? Какие книги, изданные за последние годы, Вам хотелось, но не удалось купить?

4. Как Вы предпочитаете знакомиться с узкоспециальной литературой: брать в библиотеке или иметь в личном пользовании?

5. Есть ли изъяны в действующей системе предварительных заказов на книги Энергоатомиздата? Что бы Вы могли посоветовать для ее улучшения?

6. Во всех развитых странах подавляющее большинство научной литературы рассыпается специалистам особой службой. Как бы Вы отнеслись к переходу на распространение необходимой Вам научно-технической литературы в основном по почте в соответствии с Вашим предварительным заказом на основе знакомства с темпланами, каталогами издательства и заблаговременной рекламой, регулярно помещаемой в научной периодике?

7. Достаточна ли, на Ваш взгляд, информация относительно готовящихся изданий? Какие Вам видятся пути для ее улучшения и повышения эффективности?

8. Как бы Вы отнеслись к регулярным публикациям в научной периодике мнения или рецензий специалистов о готовящихся изданиях?

9. Какие книги Энергоатомиздата Вы предложили бы переиздать?

10. Какие бы другие пожелания в адрес Энергоатомиздата Вам хотелось бы высказать?

Благодарим за сотрудничество. Ответы просим направлять по адресу: 103009 Москва, Пушкинская ул., д. 23/8. НИЦ «Экономика», доц. Дёмину В. Н.

# Из истории электротехники

УДК 615.84(091)

## Создатель первых электростатических машин для медицины

(К 250-летию со дня рождения А. Т. Болотова)

ШНЕЙБЕРГ Я. А., канд. техн. наук

Московский энергетический институт

В конце 1988 г. в нашей стране отмечалось 250-летие со дня рождения замечательного ученого, писателя, философа, основателя отечественной агрономической науки, лесовода, садовода, ландшафтного архитектора и изобретателя — подлинного энциклопедиста своего времени — Андрея Тимофеевича Болотова (1738—1833 гг.). В Москве, в Институте истории естествознания и техники АН СССР и в ВАСХНИЛ, в Туле состоялись торжественные заседания с докладами видных советских ученых о поразительно разнообразной и плодотворной деятельности нашего выдающегося соотечественника. В 70 км от Тулы в селе Дворяниново на родине А. Т. Болотова открыт музей-усадьба и установлен его бюст. В центральных газетах, научных и литературно-художественных журналах ему были посвящены пространные статьи, вышло в свет несколько монографий и книг [1—3]. К сожалению, в большинстве докладов и публикаций почти ничего не говорится, а в некоторых лишь кратко упоминается об оригинальных исследованиях А. Т. Болотова в области электричества, о созданных им разнообразных конструкциях электрических машин, которые он с успехом использовал в созданной им первой в России электролечебнице. В настоящей статье мы стремились хотя бы кратко осветить

плодотворную деятельность ученого в области электротехники и электромедицины [4, 5].

Андрей Тимофеевич прожил долгую жизнь, скончавшись в 95-летнем возрасте. Он родился 1 октября 1738 г. в родовом имении Дворяниново Тульской губернии в семье полковника Архангелогородского полка, и в соответствии с традициями того времени уже в десятилетнем возрасте был зачислен солдатом в полк своего отца, а затем вскоре получил чин капрала.

В связи с непрерывными переездами отца мальчик получил домашнее образование у разных учителей. Уже в раннем возрасте проявились незаурядные способности юноши в овладении знаниями: он успешно изучает естественные науки, математику, географию, фортификацию, рисование, иностранные языки. Но те огромные, поистине энциклопедические знания, которыми обладал Т. А. Болотов в зрелом возрасте, он приобрел путем неустанного самообразования, упорного труда и стремления к овладению науками и ремеслами.

В 1755 г. Болотов возвращается в полк, но строевая служба его не привлекает, он больше интересуется инженерными делами, фортификацией. Постепенно формируется характер и мировоззрение молодого офицера. Участвуя в Семилетней войне, Андрей Тимофеевич после занятия русской армией Кенигсберга служил в канцелярии русского генерал-губернатора Пруссии. Это позволило ему посещать Кенигсбергский университет, познакомиться с видными иностранными учеными, изучить ранее неизвестные труды по философии и естественным наукам. Именно здесь навсегда определился будущий жизненный путь Болотова — как ученого-естественноиспытателя.

В 1762 г. Болотов назначается на должность флигель-адъютанта Петербургского генерал-полицмейстера, где мог дослужиться до высоких чинов. Но он очень быстро разочаровался в праздной бессмысленной столичной жизни и, воспользовавшись указом Петра III «О вольности дворянства», вышел в отставку и уехал в родное имение.

Здесь он, полностью отдался любимому делу — изучению естественных наук, сельского хозяйства, разведению новых сортов фруктов, овощей, лекарственных трав, внедрению передовых агрономических методов, усовершенствованию орудий труда. Он становится активным членом «Вольного экономического общества» — первого в России и одного из старейших в мире. Перу Болотова принадлежат многочисленные труды по рационализации сельского хозяйства, интенсификации земледелия, садоводства, экономике, философии,



Вологодская областная универсальная научная библиотека им. А. Н. Толстого  
www.booksite.ru

педагогике, медицине, физике, химии. Все это составило гигантский рукописный труд — более 350 томов. Подлинным памятником и хрестоматией русской жизни, истории, литературы является его фундаментальный труд «Жизнь и приключения Андрея Болотова, написанные самим им для своих потомков» — один из лучших образцов мировой мемуарной литературы. Полностью он был издан в 1871 г. К настоящему юбилею А. Т. Болотова в издательстве «Современник» вышел однотомник его «Записок» и сборник, составленный из двух произведений его трудов.

Широко образованный ученый, регулярно выписывавший иностранные книги, газеты и журналы, Андрей Тимофеевич, естественно, не мог не обратить внимания на многочисленные опыты по изучению электрических явлений, которые освещались в отечественных и зарубежных источниках.

Но в отличие от многих естествоиспытателей своего времени, занимавшихся электрическими экспериментами ради забавы и любопытства, а нередко и следуя модным увлечениям с демонстрацией «любопытных электрических фокусов», Андрей Тимофеевич, постоянно стремившийся использовать достижения науки «для пользы Отечества», начал изучать труды по электричеству и проводить эксперименты, стремясь найти им практическое применение. Еще в начале 70-х годов он начал заниматься врачеванием, организовал небольшую аптеку, где изготавлял порошки и настоики из лечебных трав. В волости не было госпиталя, и Болотов прославился среди крестьян как искусный врач. Например, только в 1775 г. — как следует из его журнала, — он отпустил лекарства более 2300 больным.

В 1745 г., когда Болотов был еще ребенком, в г. Лейдене (Голландия) было сделано важное изобретение, положившее начало более широкому применению электричества для медицинских целей. Лейденский профессор П. Мюсхенбрюк изобрел «лейденскую банку» — прообраз накопителя электрических зарядов. Эти заряды легко получались с помощью разнообразных электростатических машин, прообраз которых впервые был создан еще в 1650 г. известным магдебургским бургомистром Отто Герике. К тому времени, когда Болотов начинал эксперименты с электричеством, электростатическая машина претерпела ряд усовершенствований и приобрела основные конструктивные черты, сохранившиеся до наших дней.

П. Мюсхенбрюк решил накопить заряды, получаемые от электростатической машины. Зная, что стекло — изолятор, он соединил проволочкой кондуктор машины с гвоздем, опущенным в стеклянную колбу с водой. Помощник Мюсхенбрюка вращал диск машины, а он сам держал банку в одной руке, ожидая, когда в банке накопятся заряды. Затем он решил отсоединить банку и прикоснулся другой рукой к проволочке, идущей от кондуктора. При этом он разрядил банку на себя и испытал настолько сильный электрический удар, что, — как он писал Реомюру, — даже за корону Франции не согласится подвергнуться столь «ужасному потрясению». Описанный в журналах и газетах опыт Мюсхенбрюка получил широкую известность, убедительно показав сильное воздействие электрических разрядов на организм человека.

Несомненно, что опыты Мюсхенбрюка и других исследователей привлекли внимание А. Т. Болотова, и он с присущим ему мастерством изобретателя

занялся конструированием разнообразных электрических машин, предназначенных для электролечения.

Как мы увидим далее, Болотову удалось построить чрезвычайно простую, надежную и вполне удовлетворяющую по своим действиям электростатическую машину: более того, он строил даже специальные компактные «складные» и «дорожные» электростатические машины с диаметром стеклянного шара около 20 см.

Исследованием воздействия электричества на организм человека и способов его практического применения А. Т. Болотов занимался в течение многих лет. Еще в 1792 г. он написал: «Историю моего электризования и врачевания разных болезней оным» в трех томах. Им были написаны также «Журнал электрическим моим врачеваниям разных болезней» (1793 г.) и «Краткий электрический лечебник» (1793 г.). В 1803 г. в Петербурге вышла книга А. Т. Болотова «Краткие и на опыты основанные замечания о электризмe и о способности электрических машин к помаганию от разных болезней». В этой книге, представляющей для нас наибольший интерес, автор выступает с предложением широко распространить применение электричества для целей медицины, подробно описывает разработанную им конструкцию электростатической машины, давая много ценных практических советов по ее изготовлению, и высказывает ряд интересных мыслей о сущности

## КРАТКІЯ

и на опыты основанныя  
замѣчанія

о

## ЕЛЕКТРИЦИЗМЪ

и о способности ЕЛЕКТРИЧЕСКИХЪ  
МАХИНЪ

къ помаганию отъ разныхъ  
болѣзней

Съ изображеніемъ и описаніемъ наипростѣйшаго рода машинъ и разныхъ способовъ,  
употребляемыхъ при врачеваніи ими  
болѣзней.

Сочиненіе  
Андрея Болотова,

Коллежскаго Ассессора и Члена Экономическихъ  
Обществъ, ИМПЕРАТОРСКАГО Вольного въ  
Санктпетербургѣ и Курфиршескаго Саксон-  
скаго въ Лейпцигѣ.

ВЪ САНКТПЕТЕРБУРГѢ

При Императорской Академіи Наукъ,  
1803 года.

электрических явлений. Вот почему указанная книга А. Т. Болотова требует внимательного анализа.

Книга состоит из пяти отделений: 1. О электризмее вообще; 2. Краткие замечания о электрических машинах вообще и о устройении простейшей особенно; 3. Краткие замечания о разных родах и методах электрического врачевания; 4. Общие замечания о электрическом врачевании; 5. О собственном врачевании разных болезней действиями машины электрической.

Мы рассмотрим лишь содержание первого и второго отделений — именно тех, в которых Болотов рассматривает общие вопросы о сущности электрических явлений и описывает конструкцию построенной им электростатической машины.

В предисловии А. Т. Болотов указывает, что известия о возможности практического применения электричества побудили его «...не только познакомиться с электризмом», но и самому заняться производством опытов. Живя среди «простого народа», страдающего от болезней, и веря в «великую способность электрических машин ко врачеванию разных болезней», А. Т. Болотов решил заняться изготовлением электростатической машины, с помощью которой можно было бы излечивать больных.

«Сделанная мною машина,— пишет Болотов, — была видом своим хотя далеко не так красива, как английские, порядочно сделанные и устроенные, и хотя не в состоянии была производить и столь сильных действий, какие производят оные, но взамен того была устройением своим так проста и делание оной сопряжено столь малым искусством и иждивением, что весьма многим действительно можно снабжать самим себя таковыми; а при всем том была она... так для многое действия прочна и действия ее ко враче-  
ванию столь достаточные, что она в состоянии была выдержать, ни мало не раскачавшись, не требуя починки, более десяти тысяч раз предприниманного ю для лечения больных действований» [6, с. 2—3] (курсив наш.— Я. Ш.).

Обращает на себя внимание не только факт создания А. Т. Болотовым очень простой и вместе с тем чрезвычайно надежной и вполне соответствующей требованиям «врачевания» электрической машины, но и поразительно многочисленные случаи ее использования. Как отмечает далее А. Т. Болотов «...успех от сих действований так вожделен и удачен, что в течение двух лет, сколь мне по запискам известно, в состоянии помочь более 1500 человекам не только от разных легких... болезней, но много раз от самых тяжких, долговременных, запущенных, а несколько раз даже самых редких, необыкновенных и таких болезней, которые всем другим употребляемым до того лекарствам и даже враче-  
ванию искусственных медиков противостоявали» [6, с. 2—3] (курсив наш — Я. Ш.). Автор указывает затем, что машина продолжала действовать в течение 10 лет с тем же успехом. Мы видим, что здесь речь идет не о каком-то случайному опыте или отдельных попытках использования электричества для лечения, а о глубоко продуманной, тщательно подготовленной и хорошо оснащенной методике применения электричества для медицинских целей.

А. Т. Болотов создал первую стационарную электролечебницу с разнообразным набором различного рода инструментов и приборов для производства процедур — в этом можно убедиться, если даже бегло просмотреть чертеж машины Болотова в библиотеке двух

последних отделений книги. Ученый указывает, что за долгие годы он хорошо изучил методы и приемы лечения, а «...сверх того имел случай придумать и некоторые удобнейшие для своего врачевания электрические простейшие, но необходимо нужные орудия» [6, с. 4—5].

Болотов считает необходимым широко распространять методы электролечения; он пишет: «...почитаю я электрические машины столь полезными, что по усердию к истинной пользе любезного Отечества своего желал бы, чтобы они колико можно в множайших дворянских домах находились» и чтобы дворяне оказывали себе и «...подданным своим при занемогании и болезнях» первую помощь [6, с. 4—5].

Желая служить отечеству и «поспешствовать со своей стороны сему полезному делу», автор считает нужным кратко познакомить читателя с электричеством вообще («учение сие единственно в пользу тех, которым ничего еще об оном неизвестно»), а затем с устройством электростатической машины («...чтобы вся кому, пожелающему соорудить себе тому подобную, можно было из приложенного рисунка и описаний всех частей ее не только видеть, но вкупе и узнать как действует каждая часть»).

Нельзя не отметить исключительно глубокий и серьезный подход Болотова к работе, стремление его подробней познакомить читателя с устройством электростатической машины, в доступной форме разъяснить основные положения, характеризующие особенности «электрической материи», возбудить интерес к изучению явлений электричества и его практического применения, в частности для медицинских целей.

Наша мысль подтверждается содержанием первого отделения книги А. Т. Болотова («О электризмее вообще»). Не пересказывая содержания всей главы, подробно рассмотрим ряд оригинальных, интересных мыслей, высказываемых А. Т. Болотовым по поводу существа «электрической материи». Ни в одной из книг по физике, вышедших на русском языке (как отечественных авторов, так и переводных) в это время, и что немаловажно, и в более поздний период — лет через 15—20 после опубликования книги Болотова, мы не находили в такой степени своеобразных и интересных определений.

А. Т. Болотов пишет: «Какова собственно существо и внутреннего устройства первоначальные частицы сей стихии (электрической — Я. Ш.) и какова она образа, вида и сложения,— о том мы столько ж мало... знаем как и о других стихиях и что едва ли когда-нибудь узнать будем в состоянии, но в том сумневаться не можно, что и она по примеру других состоит из частичек (выделено автором) и что частичкам сим надобно быть чрезвычайно и непостижимой для нас мализны... и иметь такую же как и другие врожденную в себе силу, делающую их при возбуждении своем способным к движению... и что движение сие могут производить они с непостижимой скоростью... Какой они собственно фигуры и все ли одинаковой, того по чрезвычайной мализне и невидимости их никак и никогда узнать не можем, а по действиям их по способности к скорому течению догадываться только можем, что надлежит им быть круглыми» [6, с. 15—16] (подчеркнуто нами — Я. Ш.).

Нас не должна удивлять мотивировка автором своих положений или выводов — он не мог преодолеть ограниченности представлений своего времени; мы можем, конечно, наука упрекнуть А. Т. Болотова в излишнем

скептицизме, в сомнении о возможности познать до конца «тайны» электричества. Но неудивительно ли, что в его объяснении о существе электричества мы не находим «стандартного» упоминания о электрической жидкости — ведь с этого начинали изложение сути электрических явлений почти все современные ему физики конца XVIII — начала XIX веков. Неудивительно ли, что А. Т. Болотов уверен говорил о том, что частицы электрической материи по размерам своим «чрезвычайной и непостижимой мализны», что они могут двигаться с «непостижимой» скоростью.

Пытаясь вникнуть в существо электрических явлений, А. Т. Болотов прекрасно понимал ограниченность своих собственных и современных ему представлений об электричестве. Говоря «о действовании электризма», он писал: «В рассуждении всех сил должно признаться, что все знание наше, несмотря хотя многое уже узнано и открыто и час от часу открывается более, но далеко еще не совершенно и недостаточно, а то только почитается за достоверное, что электризм имеет гораздо на множайшие вещи и происшествия в натуре свое влияние, нежели прежде всего думали и почитали» [6, с. 11].

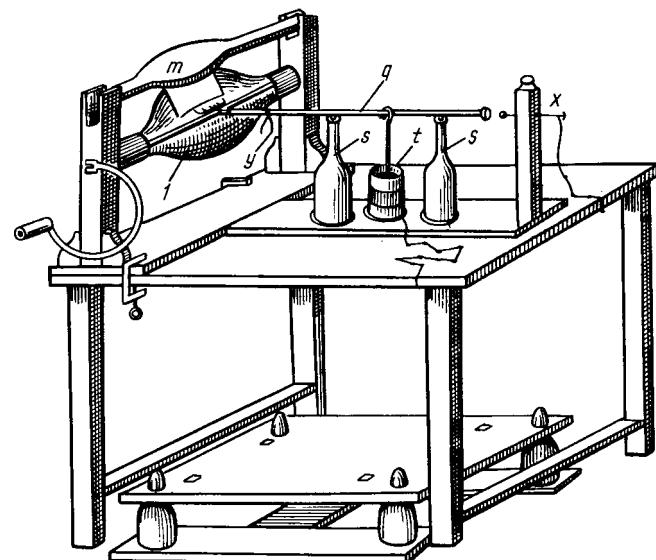
Далее А. Т. Болотов отмечает разнообразие проявления действия электричества: «Что касается до расположения (выделено автором) сей стихии или электрической материи в натуре, то хотя и оное нам в самой точности не известно, но то по крайней мере мы из разных ее явлений и действий знаем, что есть она в воздухе и во всей нашей атмосфере, есть в самих недрах земли; есть во многих и, может быть, во всех телах (подчеркнуто нами — Я. Ш.), имеющихся на поверхности оной; но не во всех, и не везде (выделено автором) бывает в равном количестве [6, с. 16]. Таким образом, и здесь мы находим своеобразную трактовку вопроса, указание на то, что электрическая материя качественно одна и та же во всех ее проявлениях, дело только в количественных соотношениях.

Мы далеки от мысли переоценивать значение вышеприведенных высказываний А. Т. Болотова, но нельзя согласиться с утверждением проф. В. В. Данилевского о том, что Болотов «в первой части книги... изложил сведения об электричестве, общепринятые в науке того времени» [7, с. 333].

А. Т. Болотов, как нам кажется, не ограничился изложением сведений об электричестве путем пересказа содержания какого-либо учебника физики, а попытался по-своему определить некоторые наиболее трудные понятия, характеризующие «существо и внутреннее устройство» электрической материи. И, как мы уже отмечали, в наиболее распространенных в этот период книгах на русском языке, посвященных электричеству, нам не удалось найти более оригинальных мыслей по этому вопросу.

Что касается второго отделения книги, то оно полностью посвящено описанию построенной А. Т. Болотовым электростатической машины, а также необходимых для врачевания электрических инструментов.

Как видно из рисунка, Болотовым не было внесено каких-либо принципиальных изменений в существовавшие конструкции электростатических машин, но он сумел максимально упростить свою машину, свести к минимуму число ее деталей, обеспечив возможность повсеместного изготовления такой машины без затрат больших средств и дефицитных материалов. По этому поводу А. Т. Болотов писал следующее:



поворот к испытанию, не можно ли самому мне соорудить себе хотя некрасивую, но для сего употребления годную и такую машину, которой **устройство было бы колико можно простее**, сопряжено с **меньшими хлопотами и искусством**, и с **меньшими** коликом можно **издержками**, на тот конец, чтобы в случае оказавшейся полезности, можно было бы по примеру моему многим и другим у себя дома, без приберица к махинистам (т. е. механикам — Я. Ш.), а при помощи простейших мастерских, как например, столяра, кузнеца и слесаря, их делать и без больших издержек снабжать себя **оными** [6, с. 1—2] (подчеркнуто нами — Я. Ш.).

Подобная постановка вопроса А. Т. Болотовым заслуживает особо положительной оценки, ибо она не могла не способствовать пробуждению интереса к изучению электрических явлений, к опытам практического применения электричества.

Рассмотрим кратко основные части машины А. Т. Болотова (см. рисунок)\*. «Наиглавнейшую часть машины,— как указывает автор,— составляет... стеклянный пустой шар или пузырь» (1). Указывая, что «у лучших машин» эта часть изготавливается из дорогого хрустяля, Болотов отмечает, что, как показывает опыт, «...довольно хороши и помянутые пузыри, сделанные из обыкновенного или зеленоватого стекла» главное, чтобы они были «довольно гладки», «таковые пузыри дешевле всех прочих и могут на всяком стеклянном заводе сделаны быть». Для надежного укрепления шара на оси Болотов придумал еще дополнительное крепление «...дабы шар при вертении оси сидел на оной твердо», у других же машин это делается «совсем иначе», но «...зато и устройство сих не таково прочно и для действования не таково надежно бывает».

Затем Болотов указывает на роль амальгамы и дает рецепт для ее приготовления, описав обычное расположение амальгамированных подушечек в электростатических машинах. Болотов отмечает, что в своей машине он и это сделал по-своему. Амальгамированная

\* На рисунке из книги Болотова не изображены многие второстепенные детали машины, которые мы не рассматриваем. Научная библиотека

подушечка была сшита из черного, внутри навошенного гарнитура и набита тugo сухою шерстью, и на один бок ее нашивается... «кожица для амальгамы», а подушечка прикреплялась к дощечке *t*, которая могла подниматься и опускаться. Причем, при вращении стеклянного шара степень соприкосновения его с подушечкой регулировалась нажатием руки на эту дощечку. «Сие самое и придало машине моей всю желаемую удобность» — отмечает автор.

Машинка крепилась на прочном столе. Через металлическую гребенку заряды поступали и на металлический кондуктор *q* (здесь Болотов описывает способность электричества «вбегать с жадностью в остроконечия», знакомит с устройством кондукторов в «лучших машинах»). Кондуктор (железный, гладкий «пруток») укреплялся на двух бутылках *S*, причем как указывает автор, «бутылки к тому лучше те, в каких продаются шампанское вино». Далее подробно описано устройство и принцип действия лейденской банки или «ударника», изобретенной «для излавливания и накопления... движущейся электрической материи». Для избежания «дальных околичностей и затруднений» Болотов изготовил банку «из простого хрустального гладкого пивного стакана *t*, ибо опытность доказала мне, что и в сей... можно накоплять электрической материи довольно..., а на обклейку вместо помянутого станиоля за неудобностью в доставании онаго употребил я простой площеныи свинец, в какой привозят к нам чай из Китая... и какой во всех почти городах доставать можно» [6, с. 45].

Для установления того, «есть ли и велико ли действие машины... привешивается к кондуктору... так называемый электрометр *у*», состоящий из двух в горошину величиною шариков, вырезанных из «сухого стержня из подсолнечников стволов» и подвешенных на нитях. Отмечается, что шарики «по нужде» можно делать из пробок. В описании указаны размеры деталей «машины». Он предложил оригинальную и простую конструкцию «ударомерника» *x*, на конце которого (обращенного к кондуктору), прикреплялась «вылитая из олова пулька». Придвигая эту «пульку» к кондуктору, можно было такой удар производить, как хочешь». С помощью «соединителя» можно удобно осуществлять «привождение движущейся электрической материи из кондуктора либо прямо в руку человека, либо в стул», на котором он сидит. Очень просто было устроено «перышко» из толстого гусиного пера с насаженной на него «пробочкой», употребляемое «при лечении болезней в ушах и кашле».

Описание машины Болотова показывает, что ему удалось создать исключительно простую по своему устройству машину, которая действительно могла быть изготовлена из находящихся под рукой материалов.

Болотов подробно описывает различного рода приборы и инструменты «без каких при электрическом врачевании обойтись не можно и каких при множайших машинах совсем не бывает». Эти инструменты весьма просты по своему устройству и наглядно демонстрируют умение Болотова использовать все, чтобы «обойтись домашними средствами». Так, в приборе, называемом «извлекатель», и других вместо стеклянных рукояток использованы «обыкновенные хрустальные, четвероугольные, длинные скляночки, в которых продаются горчица».

Не желая применять для прибора, предназначенного

для лечения «...ушных, зубных и ртятых болезней и для искрения в местах тесных и неспособных» и называемого «зубник», стеклянную трубочку (так как «другим может наводить сие затруднение»), Болотов нанизал на проволоку «обыкновенных стеклянных пронизок», покрыл их сургучом, поверх которого натянул чехол из шелковой материи, «обсургучил оную... и через то достиг до желаемого и без трубочки».

В заключение этой главы автор считает нужным «...присовокупить и следующие замечания, относящиеся до содержания машин и до исправления их недостатков» (перечисляются различные неполадки и указываются способы их устранения).

В третьем, четвертом и пятом отделениях книги рассмотрены различные «методы электрического врачевания».

Какие выводы можно сделать, ознакомившись с содержанием книги А. Т. Болотова? Книга безусловно представляет значительный историко-технический интерес. Она показывает стремление русских ученых распространять, пропагандировать достижения науки, старание применять их на практике и в интересах народа, привлечь внимание к научным экспериментам. Труд А. Т. Болотова не мог не способствовать распространению повышенного интереса к изучению электрических явлений в России.

Созданная А. Т. Болотовым электростатическая машина поражает сочетанием «наипростейшего» устройства с надежностью и эффективностью действия. Она демонстрирует новаторский характер технического творчества наших соотечественников. Заслуживает быть отмеченным умение автора в доступной форме изложить действия и значение отдельных частей машины, его ценные практические советы по изготовлению этих частей из находящихся под рукой материалов. Можно утверждать, что книга А. Т. Болотова могла служить руководством для изготовления простых, надежных и «способных к действию» электростатических машин.

Все это, а также широта взглядов и оригинальность мышления А. Т. Болотова в трактовке сущности электрических явлений дают нам основания по праву считать его одним из видных русских ученых в области изучения статического электричества конца XVIII и начала XIX веков и пионером отечественной электромедицины.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бердышев А. П. Андрей Тимофеевич Болотов.— М.: Наука, 1988.
2. Иванов А. Б. Искусство созидательной мудрости.— М.: Молодая гвардия, 1988.
3. Любченко О. Н. Андрей Тимофеевич Болотов.— Тула, Приокское книжное изд., 1988.
4. Избранные труды по электричеству/В. В. Петров, Т. Гроотгус, Ф. Ф. Рейс и др. Под ред. Л. Д. Белькинда.— М.: ГИТТЛ, 1956.
5. Шнейберг Я. А. Василий Владимирович Петров.— М.: Наука 1985.
6. Болотов А. Т. Краткие и на опыты основанные замечания о электризм и о способности электрических машин к помаганию от разных болезней.— СПб, 1803.
7. Данилевский В. В. Русская техника.— Л.: 1948.

# Хроника

УДК 621.311.4 (470.1).(049)

## Теоретические и прикладные проблемы электрофизики и электроснабжения севера страны

(расширенное заседание IV секции Научного Совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики», Апатиты, 28—30 сентября 1988 г.)

В заседании приняли участие представители 22 организаций из 18 городов. Было заслушано более 30 докладов, посвященных вопросам электроснабжения промышленных районов Севера, оперативного и противоаварийного управления режимами энергосистем, проблемам развития топливно-энергетического комплекса Кольско-Карельского региона.

Вопросы, рассмотренные на заседании, имеют большое народнохозяйственное значение для развития и надежной работы промышленности, сельского хозяйства и энергосистем Крайнего Севера. Тематика заседания является логическим продолжением и дальнейшим развитием вопросов, поднятых на заседаниях в 1980 г. в Апатитах и в 1982 г. в Норильске.

В период 1982—1988 гг. организациями, координируемыми IV секцией, проведена большая работа по исследованию заземления электроустановок, а также перенапряжений в условиях высокого удельного сопротивления грунтов. Разработаны уточненные методы расчета и предложены усовершенствованные схемы грозозащиты линий, подстанций и электрических машин высокого напряжения с использованием новых защитных аппаратов. Проведены исследования по измерению параметров молний в отдельных районах, по характеристикам заземляющих систем и устройств в скальных и многолетнемерзлых грунтах, которые могут быть использованы при разработке оптимальных способов и средств защиты от перенапряжений, нормативных материалов по проектированию, сооружению и эксплуатационному контролю заземляющих устройств, по усовершенствованию оперативного и противоаварийного управления режимами энергосистем и экономии электроэнергии.

Заседание отмечает, что в настоящее время в северных районах страны возникли трудности электроснабжения потребителей из-за запаздывания ввода генерирующих мощностей и отставания сетевого строительства. Созданию эффективных средств и методов защиты силового оборудования энергосистем в условиях Крайнего Севера все еще препятствует недостаток достоверных данных об интенсивности грозовой деятельности в различных регионах, о параметрах разрядов молний в землю и между обмотками, об импульсных характеристиках защитных заземлений. Требуют дальнейшей проработки вопросы усовершенствования оперативного и противоаварийного управления режимами энергосистем, экономии энергии. Доклады и сообщения охватывали три основных направления.

Перенапряжения и средства защиты от них. Ряд докладов был посвящен исследованию развития атмосферных перенапряжений в линиях электропередачи

и подстанциях. Подчеркивалось, что особое значение в настоящее время приобретают экспериментальные исследования импульсных процессов на высоковольтных полевых стенах и в элементах действующих систем. В одном из докладов были рассмотрены способы генерирования и измерения импульсов при проведении таких исследований. Данные, полученные в результате экспериментов на Кольском полуострове, явились исходными материалом для создания уточненных математических моделей расчета переходных процессов в сосредоточенных и протяженных заземлителях опор линий электропередачи, проходящих в районах с высоким удельным сопротивлением грунта  $\rho$ . Разработана методика расчета ожидаемого числа отключений линий при поражении их молнией. Методика учитывает основные специфические особенности районов Крайнего Севера. На основе многовариантных расчетов сделан вывод о неэффективности прокладки сплошных противовесов вдоль ЛЭП при  $\rho < 10\,000 \Omega \cdot \text{м}$  и замене их многолучевыми заземлителями.

Недостаточная изученность физических процессов, вызывающих грозовые отключения ВЛ, приводит к существенному расхождению результатов расчета по принятой в СССР методике с эксплуатационными данными. В одном из докладов приведена статистическая модель, позволяющая анализировать влияние конструктивных параметров ВЛ на оценку числа отключений. Показано, что модель дает результаты, более близкие к опытным данным. Проведено экспериментальное обоснование эффективности каскадных схем грозозащиты подстанций и определены токовые нагрузки на защитные аппараты, устанавливаемые на линии или на подстанции по ходу движения грозовой волны от места удара на линии к силовому оборудованию. Дан анализ путей повышения надежности грозозащиты подстанций с часто применяемым в районах Севера выносным контуром заземления.

Ряд докладов посвящался перенапряжениям в генераторных цепях блоков и в сетях собственных нужд электростанций. Наибольшие импульсные перенапряжения на изоляции электрооборудования генераторных цепей имеют место при связи трансформатора блока с ОРУ воздушной перемычкой. Установка на стороне НН и ВН блока нелинейного ограничителя перенапряжений (ОПН) снижает эти импульсные перенапряжения до безопасного значения. Такой же эффект получается при установке безындуктивного конденсатора с емкостью  $0,1 \div 0,3 \text{ мкФ}$  на стороне НН, ОПН — на стороне ВН блока.

В настоящее время для защиты изоляции сетей собственных нужд (СН) КВ электростанций стали также

применяться ОПН. Анализ показывает, что при правильном выборе места установки ограничители позволяют снизить перенапряжения на изоляции до допустимых значений, отвечающих уровню гарантированной электрической прочности этой изоляции. При этом эффективность ограничения перенапряжений с помощью ОПН существенно зависит от места его установки в сети СН. Исследования показали, что ОПН для работы в сетях СН может быть реализован в одноколонковом исполнении с уровнем остающегося напряжения  $U = 2,6 U_{\Phi}$ , где  $U_{\Phi}$  — амплитудное значение фазного напряжения.

Один доклад был посвящен эксплуатационным характеристикам защиты синхронных компенсаторов (СК) от перенапряжений. По данным 13 энергосистем СССР показатель надежности грозозащиты СК составляет около 100 лет, защиты от внутренних перенапряжений — около 40 лет. Это говорит о том, что надежность защиты СК от перенапряжений недостаточно высока и следует разработать соответствующие защитные средства для принудительного ограничения упомянутых воздействий.

Ряд работ был посвящен грозозащите электрических машин и нейтрали трансформаторов. Показано, что большую перспективу в схемах грозозащиты электрических машин имеет использование ОПН, рассчитанных на максимальное фазное напряжение, имеющих специальную схему подключения к сети и выдерживающих кратковременно линейное напряжение при однофазных замыканиях на землю. Это может облегчить требование к уровню защиты подходов ЛЭП и позволить использовать на них менее дефицитную и дорогостоящую аппаратуру.

Опыт эксплуатации показывает, что имеют место повреждения изоляции нейтрали силовых трансформаторов и дугогасящих реакторов (ДГР) 6—35 кВ и разрушения защитных аппаратов, установленных для защиты ДГР. Исследования показали, что на изоляцию ДГР действуют предельные импульсные перенапряжения, на 20÷80 % превосходящие таковые на линейных выводах трансформаторов. Из всех разновидностей внутренних перенапряжений для изоляции ДГР представляют некоторую опасность перенапряжения, возникающие при коммутациях трансформаторов с кабелем в неполнофазных режимах. Они могут превосходить допустимый уровень изоляции один раз в 60÷100 лет в сетях 6—10 кВ и один раз в 50 лет — в сетях 35 кВ. Исходя из этих воздействий, выбраны вентильные разрядники (РВ) III и IV групп, характеристики которых согласованы с характеристиками изоляции и действующих перенапряжений.

В одном из докладов рассмотрено влияние ДГР на количественные характеристики дуговых перенапряжений в сетях 6—35 кВ. Автоматическая регистрация внутренних перенапряжений проводилась в 11 сетях 6 кВ с токами замыкания на землю в пределах 15—260 А и с различными промышленными потребителями. При наличии ДГР максимальная кратность перенапряжений равна 2,9, а при отсутствии ДГР — 3,2, предельные ожидаемые кратности в сетях без ДГР на 6—8 % выше.

Ряд докладов посвящен улучшению характеристик ОПН. Отсутствие искровых промежутков в защитном аппарате на базе оксидно-цинковых варисторов предъявляет повышенные требования к их тепловой стабильности. При известной вольт-амперной характеристике аппарата в фарфоровой покрышке и заданной

массе используемых в нем варисторов условия отвода тепла, выделившегося в колонке варисторов в рабочем режиме, определяются главным образом типом варисторов и тепловыми характеристиками материала, размещенного между резисторами и внутренней поверхностью фарфоровой покрышки.

Рассматривались различные варианты конструктивного исполнения ОПН на 6 кВ для сетей СН. На основе применения метода электротепловой аналогии проведены расчеты нагрева варисторов под воздействием рабочего напряжения и выбрана оптимальная конструкция ОПН. Опыт эксплуатации их в сетях СН подтверждает высокую термическую стабильность разработанных ограничителей.

При увлажнении загрязненной поверхности изолятора ОПН образуются кольцевые подсущенные зоны с малой удельной проводимостью, что вызывает резкое искажение распределения напряжения на высоте изолятора. В одном из докладов было показано, что для обеспечения надежной работы аппарата необходимо добиться возникновения максимального числа подсущенных зон, например, систем увеличения числа ребер до значения, при котором еще не происходит закорачивания промежутка между ребрами. Поскольку с увеличением степени загрязнения поверхности покрышки ОПН увеличивается число подсущенных зон, ток через варисторы слабо зависит от степени загрязнения.

*Проблемы устройства заземлений в районах с высоким удельным сопротивлением грунта.* Устройство надежных в течение всего года заземлений в районах с высоким удельным сопротивлением грунтов, в том числе в районах с многолетнемерзлыми грунтами, обходится приблизительно в 10 раз дороже, чем в умеренных широтах. Для зон интенсивного хозяйственного освоения эта задача имеет массовый характер и связана с отчуждением значительных, частично уже окультуренных земельных участков, цена которых в обживаемых районах Севера особенно высока.

В одном из докладов предлагалось районировать осваиваемые северные территории по условиям заземления электрических систем и линий связи на основе вероятностных моделей геоэлектрического строения толщ грунтов. Создание детерминированной модели геоэлектрического строения сколь-нибудь значительной по площади территории требует больших затрат труда и для северных территорий практически невозможно. Карта районирования позволяет определить условия устройства заземлений любых типов и их сезонные изменения в произвольной части территории и тем самым обеспечивает выбор их оптимальной конструкции и размеров с данной доверительной вероятностью. Предлагается в районах с многолетнемерзлыми грунтами управлять геологическим строением участка путем изменения проводимости или мощности пород. В частности, исследования работы заземлений с электрородогревом при одновременном использовании теплоизоляционного покрытия показали, что они при прочих равных условиях более компактны и значительно дешевле традиционных.

Ряд работ был посвящен усовершенствованию методики измерения удельного сопротивления грунтов и сопротивления заземляющих устройств. Рассматривалась возможность определения сопротивления различных заземляющих систем на частоте 19,5 Гц и на рабочей частоте при заданной точности измерений.

Группа докладов была посвящена особенностям использования протяженных технологических коммуникаций в качестве заземляющих устройств, расчету заземлителей в многолетнемерзлых грунтах с наклонной границей раздела слоев и обеспечению электробезопасности и надежности при эксплуатации технологических коммуникаций с горючими смесями в условиях Крайнего Севера. Показано, что при проектировании заземлителей электроустановок необходимо учитывать протяженные технологические коммуникации независимо от того, являются ли они преднамеренно присоединенными к искусственному заземлителю или имеют естественную связь. При этом считается целесообразным для предприятий с развитой системой протяженных технологических коммуникаций, связывающей заземлители электроустановок 0,4—110 кВ, проводить нормирование и расчет заземлителей по напряжению прикосновения.

Для Крайнего Севера и Сибири достаточно представительными являются структуры грунтов с наклонными границами раздела между слоями. В горизонтальном направлении они отличаются значительной изменчивостью, образующейся за счет контакта грунтов в талом и мерзлом состояниях, насосов и других образований, сложившихся исторически или носящих техногенный характер. Предложены аналитические выражения и выполнен анализ потенциального поля точечного источника, заглубленного в грунт, имеющего наклонную границу раздела слоев.

Обеспечение высокой степени надежности и безопасности при эксплуатации технологических коммуникаций с горючими и взрывоопасными смесями в районах Крайнего Севера имеет свою специфику. Для решения этой проблемы в ряде работанализированы значения токов, протекающих по технологическим коммуникациям при нормальном и аварийном режимах работы электроустановок, изучены условия возникновения электростатических зарядов вследствие электризации транспортируемого продукта, анализировалась эффективность защитных функций заземляющих устройств, сооружаемых в многолетнемерзлых грунтах.

На Кольском полуострове проведены крупномасштабные исследования импульсных характеристик элементов искусственных заземлителей опор электропередачи. Показано существенное влияние токов смешения в грунте. Экспериментально подтверждена возможность применения расчетной модели длинного заземлителя как цилиндра переменного радиуса, зависящего от втекающего в заземлитель тока, на поверхности которого сохраняется некоторая постоянная критическая напряженность поля.

*Электроснабжение в районах Севера.* Основными потребителями энергии на Севере являются горнобогатительные предприятия, предприятия черной и цветной металлургии, целлюлозно-бумажной, лесной, деревообрабатывающей, машиностроительной и других отраслей. Бурный рост промышленности северных районов страны приводит к дальнейшему увеличению электропотребления, что усугубляет дефицит электроэнергии, так как в настоящее время наметилась тенденция отставания ввода мощностей от роста нагрузок энергосистем. В связи с этим ряд докладов был посвящен перспективам развития топливно-энергетического комплекса северных регионов, энергосистем Колэнерго, Карелэнерго.

Отмечалось, что основными мероприятиями по

развитию топливно-энергетического комплекса районов европейского Севера являются ввод третьей очереди Кольской АЭС и использование природного газа. Указывалось, что из-за удаленности Кольская энергосистема должна развиваться как самосбалансированная.

В нескольких докладах рассматривались вопросы оптимизации режимов электропотребления на крупных промышленных предприятиях, надежности электроснабжения. Выработаны рекомендации по снижению потерь активной мощности, основными из которых являются: упорядочение загрузки электрооборудования в схемах электроснабжения предприятий; оптимизация режимов возбуждения синхронных двигателей в узлах нагрузки; применение локальной компенсации реактивной мощности в узлах нагрузки.

В докладах, касающихся совершенствования нормирования и учета электропотребления, было отмечено, что настало необходимость пересмотреть традиционно сложившуюся малоэффективную стратегию нормирования электропотребления. Существующие в настоящее время методы нормирования не могут считаться достаточно научно обоснованными, так как потребление электрической энергии планируется без учета факторов, влияющих на расход электроэнергии. Указывалось, что должны учитываться организационно-технические, технологические и эксплуатационные факторы, которые формируют устойчивые тенденции электропотребления. Это повысит научную обоснованность разработки норм расхода электроэнергии и точность прогнозирования.

Повышение надежности и экономичности работы энергосистем в большой степени связано с совершенствованием диспетчерского и противоаварийного управления их режимами.

В одном из докладов предложена новая концепция управления, в соответствии с которой расширяются функции централизованных систем противоаварийной автоматики. На нее дополнительно возлагается функция по постоянному контролю за выполнением эксплуатационных ограничений как в нормальном, так и в аварийных режимах. Обосновывается возможность перехода в централизованных системах противоаварийной автоматики от принципа «до», предполагающего предварительный расчет гипотетических аварий, к принципу «после» — выработка управляющих воздействий непосредственно при аварийной ситуации по ходу переходного процесса.

Вопросам математического обеспечения автоматизированных систем диспетчерского и противоаварийного управления было посвящено три доклада. В одном из них показано, что учет коронирования проводов и температурных изменений параметров линий электропередач существенен при оперативной оптимизации режимов энергосистем, особенно в районах Крайнего Севера, и может приводить к снижению потерь от 0,5 до 5 %, а для электрических систем сверхвысокого напряжения — до 10 %.

Недостаточность исходных данных и сложность моделирования переходных процессов затрудняют точное воспроизведение динамики работы режимной автоматики и аварийных ситуациях. Был предложен упрощенный учет действий автоматики с помощью последовательного расчета квазиустановившихся режимов. Сопоставительные расчеты для реально имевших место аварийных режимов показали, что общий объем отключенных мощностей, перетоки по основным

связям, значение частоты в послеаварийных режимах хорошо совпадают с реальными.

Еще в одном докладе, посвященном моделированию режимов при управлении энергосистемами, предложен метод эквивалентирования внешних по отношению к району управления частей электрических систем, основанный на линеаризации уравнений режима. Отличительной чертой метода является возможность правильного учета статических характеристик нагрузок, изменений частоты в самоустанавливающихся послеаварийных режимах.

Для удаленных районов Крайнего Севера одним из актуальных вопросов энергосбережения является возможно более широкое использование возобновляемых источников энергии. В 1988 г. исполнилось 20 лет со дня пуска в эксплуатацию первенца морской гидроэнергетики Кислогубской приливной электростанции. В докладе, посвященном проблеме использования в нашей стране энергии морских приливов, рассмотрен опыт эксплуатации Кислогубской ПЭС и наплавных сооружений в комплексе защиты Ленинграда от наводнений, являющихся аналогами агрегатных блоков проектируемых в СССР мощных ПЭС. Авторы доклада предложили новую модель эффективного использования приливной энергии, отличающуюся тем, что в противоположность небольшим многобассейновым установкам, которые проектировались в предшествующие годы, приливную энергию предлагается использовать путем отсечения больших морских заливов.

Несколько докладов было посвящено проблеме использования такого возобновляемого источника энергии как ветер. В них дан анализ состояния и перспективы развития ветроэнергетики в СССР и за рубежом. Отмечено, что в настоящее время ветроэнергетика существует как самостоятельная отрасль энергетики и вносит существенный вклад в производство электроэнергии в отдельных районах мира.

Как уникальные по потенциальну ветровой энергии представлены прибрежные районы Белого и особенно Баренцева морей. В этих удаленных районах, характеризующихся тяжелыми условиями топливоснабжения, применение ветроэнергетических установок наиболее эффективно. Для крупномасштабного освоения ветроэнергоресурсов Кольского полуострова имеется ряд предпосылок, в числе которых: весьма благоприятный режим ветра (максимум в холодное время года);

наличие большого числа гидростанций в Кольской энергосистеме, позволяющих сглаживать неравномерность поступления ветровой энергии; большое число благоприятных площадок вдоль ЛЭП для сооружения комплексов ветроустановок; наличие надежных транспортных связей с центральными районами страны. Кольский полуостров предложен в качестве первоочередных для широкого освоения ветроэнергоресурсов в нашей стране.

Расширенное заседание IV секции Научного Совета АН СССР приняло следующие решения:

отметить большой объем, полезность и практическое внедрение результатов исследований, проведенных в указанных выше учреждениях и организациях;

просить Минэнерго СССР разработать и выдать Минэлектротехпрому технические условия на нелинейные ограничители перенапряжений (ОПН) 6—35 кВ;

просить Президиум АН СССР обратиться в Минэлектротехпром с просьбой ускорить разработку и серийный выпуск ОПН на напряжение 6—35 кВ;

просить Главтехуправление Минэнерго СССР ускорить выпуск новой редакции ПУЭ и Руководящих указаний по защите от перенапряжений с учетом особенностей районов с экстремальными условиями;

считать целесообразным проведение экспериментальных исследований по определению поражаемости и амплитуды токов молний в северных районах; продолжить исследования по совершенствованию методов определения грозоупорности ВЛ и подстанций в условиях Севера;

просить Госкомгидромет СССР, Минэнерго СССР и АН СССР рассмотреть возможность формирования общесоюзной программы исследования характеристик грозовой деятельности и параметров молний с целью получения необходимых данных для проектирования молниезащиты народнохозяйственных объектов в различных районах страны;

продолжать работы в области использования нетрадиционных источников энергии. Считать необходимым организацию серийного выпуска ветроэнергостанций мощностью 100 кВт и более и создание приливных электростанций;

энергосистемам и научно-исследовательским организациям больше внимания уделять разработке вопросов оперативного и противоаварийного управления режимами энергосистем.

ЕФИМОВ Б. В., канд. техн. наук, ХАЛИЛОВ Ф. Х., канд. техн. наук

### ПОПРАВКА

Формулы (14), (15), (29), (35), (41) в статье А. И. Грюнера «Влияние насыщения и поверхностного эффекта на электрические параметры ротора с глубокими пазами» («Электричество», 1988, № 10) должны иметь следующий вид:

с. 40

форм. (14):

$$a = \frac{\Delta}{\sqrt{\mu_y k_c k_1 b_n b_3}};$$

форм. (15):

$$e_1 = \dots = \frac{\omega_1 \mu_0 \sigma}{k_1 a^2};$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

с. 41

форм. (29):

$$i_2 = \dots = -j \frac{\omega \sigma b_n}{\sqrt{2} \lambda I_a} \dot{\Phi}_a \left( \text{sh} \lambda h_1 + \frac{1}{\lambda h_1} (\text{ch} \lambda h_1 - 1) \right);$$

с. 42

форм. (35):

$$k_{x\mu} = \frac{3}{2\xi^2} \frac{\xi_2 \text{sh} 2\xi_1 - \xi_1 \text{sin} 2\xi_2}{\text{ch} 2\xi_1 - \text{cos} 2\xi_2};$$

форм. (41):

$$Z'_{p,n} = j \frac{\omega_1 \mu_0 l_a k_z k_p}{k_1 b_n \lambda} \frac{\lambda h_1 \text{cth} \lambda h_1 + 1}{\text{cth} \lambda h_1 + \lambda h_1};$$

# Игорь Алексеевич Глебов

(К 75-летию со дня рождения)

Действительный член Академии наук СССР, доктор технических наук, профессор Игорь Алексеевич Глебов является выдающимся советским ученым в области энергетики и электротехники.

И. А. Глебов родился в январе 1914 г. в Ленинграде. В 1938 г. окончил Ленинградский политехнический институт имени М. И. Калинина.

В 1941—1946 гг. И. А. Глебов находился на действительной военной службе в Советской Армии, был активным участником боевых действий в составе Волховского, Юго-Западного, 1, 3 и 4 Украинских фронтов. За успешное выполнение заданий командования и проявленную при этом личную храбрость награжден орденами Отечественной войны I степени, Красного Знамени, Красной Звезды и Александра Невского.

После демобилизации из Советской Армии с 1946 по 1961 г. И. А. Глебов преподавал в высших учебных заведениях, в 1949 г. защитил кандидатскую диссертацию, работал доцентом и заведующим кафедрой. В 1961 г. перешел на постоянную работу во ВНИИЭлектромаш, где прошел путь от старшего научного сотрудника до директора института, руководителя научного центра страны в области электромеханики.

И. А. Глебовым выполнен большой цикл научных исследований по созданию новых быстродействующих вентильных систем возбуждения турбо- и гидрогенераторов, позволивший нашей стране занять ведущее место в этой области. По результатам исследований И. А. Глебов в 1964 г. защитил докторскую диссертацию, в 1966 г. ему было присвоено звание профессора. В 1968 г. в составе коллектива авторов И. А. Глебову присуждена Государственная премия СССР.

Основные научные труды И. А. Глебова относятся к электротехнике, электрофизике и энергетике.

На основе фундаментальных работ в области исследования пере-



ходных процессов сложных электромашинных и электромеханических систем им были разработаны и созданы новые виды автоматических регуляторов возбуждения.

Поисковые исследования в области энергосистем и энергетических агрегатов, выполненные на базе созданного И. А. Глебовым физико-аналого-цифрового комплекса и электродинамической модели, выявили требования к параметрам мощных генераторов, определили принципы построения систем регулирования передач постоянного и переменного тока, позволили существенно уменьшить массы поковок для роторов турбогенераторов атомных электростанций.

Выполненные под руководством И. А. Глебова и при его непосредственном участии фундаментальные исследования были использованы при создании единой серии турбогенераторов и новых типов этих машин мощностью 800 МВт с полным водяным охлаждением.

Цикл электрофизических исследований в области сверхпроводимости завершился созданием первого в мировой практике сверхпроводникового турбогенератора мощностью 20 МВ·А. Работы в области экспериментальных установок термоядерного синтеза увеличились

разработкой инерционных накопителей энергии с энергией порядка  $10^9$  Дж.

И. А. Глебов является автором цикла работ по синтезу электрических машин и полупроводниковых преобразователей, за который ему присуждена премия АН СССР им. П. Н. Яблочкива.

В 1974 г. И. А. Глебов избран членом-корреспондентом, а в 1976 г.— действительным членом (академиком) АН СССР. Его имя широко известно за рубежом. В течение ряда лет он был Президентом научно-исследовательского Комитета СИГРЭ по электрическим машинам, многократно представляя нашу страну на сессиях СИГРЭ и других международных форумах.

И. А. Глебов принимал и принимает активное участие в общественной жизни страны. Он дважды избирался депутатом Верховного Совета СССР и на протяжении этих лет работал Председателем комиссии по науке и технике Совета Союза Верховного Совета СССР.

И. А. Глебов был делегатом XXVI и XXVII съездов КПСС, а также XVI, XVII и XVIII съездов профсоюзов СССР.

Академик И. А. Глебов является организатором Межведомственного координационного совета АН СССР в Ленинграде и Ленинградского Научного центра АН СССР.

Значительный творческий вклад внес И. А. Глебов в развитие деятельности научно-технических обществ Ленинграда и области, являясь председателем Ленинградского областного совета Союза инженерных обществ, заместителем председателя Союза НИО СССР. Он избирался делегатом V, VI, VII съездов общества. За плодотворную научную и общественную деятельность И. А. Глебову присвоено звание Героя Социалистического Труда с вручением ордена Ленина и Золотой медали «Серп и Молот», он награжден орденами Октябрьской Революции, Трудового Красного Знамени, Дружбы народов.

Группа товарищей и учеников, редакция и редколлегия журнала «Электричество»

# Елена Моисеевна Лопухина

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет со дня рождения Елены Моисеевны Лопухиной, хорошо известного в СССР и за рубежом крупного ученого в области электромеханики, преподавателя высшей школы, члена КПСС с 1944 г.

Специалисты по электрическим машинам знают Елену Моисеевну как чуткого и отзывчивого товарища, талантливого ученого и педагога, много сделавшего для развития и становления советского микролектромашиностроения.

В 1941—1943 гг. после окончания с отличием Московского энергетического института Е. М. Лопухина работала инженером-электриком опытного производства завода им. Лепсе в г. Кирове. В 1943—1947 гг. обучалась в аспирантуре МЭИ. После успешной защиты в 1947 г. кандидатской диссертации, посвященной асинхронным микродвигателям с полым ротором, более 40 лет плодотворно работает на кафедре электромеханики МЭИ.

Тысячи высококвалифицированных специалистов-электромехаников имели счастье учиться у Елены Моисеевны. Она подготовила 20 кандидатов наук, ныне работающих в самых отдаленных уголках нашей страны, в зарубежных странах.



Е. М. Лопухина впервые разработала и читает в течение ряда лет для студентов и слушателей факультета повышения квалификации курсы «Проектирование электрических машин малой мощности» и «Современные проблемы автоматизированного проектирования и производства микромашин». Ряд лет она была деканом факультета «Электромашиностроение» Народного университета технического прогресса и экономических знаний.

Научно-исследовательские работы, выполненные под руководством Е. М. Лопухиной, имеют важное научное и народнохозяйственное значение и способствовали созданию современных серий и новых асинхронных микродвигателей. Многие годы она является членом НТС МЭТП.

Елена Моисеевна — автор более 200 научных работ. Ее монографии и учебные пособия по теории и проектированию электрических микромашин являются настольными книгами научных работников, инженеров и студентов. Несколько книг издано за рубежом. Недавно в издательстве «Высшая школа» вышла новая работа Е. М. Лопухиной «Асинхронные исполнительные микродвигатели для систем автоматики».

Елену Моисеевну всегда отличало и отличает острое чувство нового как в научной работе, так и в учебном процессе. Общение с ней доставляет удовольствие сотрудникам и студентам, приносит большую пользу специалистам самой высокой квалификации.

В дни юбилея Елена Моисеевна полна оптимизма и энергии, окружена учениками. Ждут своего воплощения новые замыслы в науке, в методической и учебной работе.

Группа товарищей и учеников

## Уважаемые читатели!

Возможно, вы давно ищете, но не знаете, где приобрести книги по электроэнергетике.

**Книжный маг. № 170 «Энергия»** **Москниги** имеет в свободной продаже и высылает наложенным платежом следующие издания Энергоатомиздата:

1. **Материалы для электротермических установок:** Справоч. пособ./ Н. В. Большакова, К. С. Борисанова, В. И. Бурцев и др.; Под ред. М. Б. Гутмана.— М.: Энергоатомиздат, 1987. 1 р. 10 к.

2. **Туровский Я.** Электромагнитные расчеты элементов электрических машин: Пер. с польск.— М.: Энергоатомиздат, 1986. 1 р. 40 к.

3. **Штейнбук Ю. П.** Комплексная система управления качеством электромонтажных работ.— М.: Энергоатомиздат; 1988. (Надежность и качество). 45 к.

4. **Энергетика СССР в 1986—1990 годах/** М. С. Воробьев, Ю. К. Воскресенский, Ю. А. Гончаров и др.; Под ред. А. А. Троицкого.— М.: Энергоатомиздат, 1987. 1 р. 40 к.

Адрес магазина: 121096, Москва, ул. Василисы Кожиной, 10. Отдел «Книга — почтой».

Телефон для справок: 145-52-00.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

[www.booksite.ru](http://www.booksite.ru)

## Уважаемые читатели!

Книготорги страны предлагают книги Энергоатомиздата:

1. **Андреевский В. Н.** Ремонтно-восстановительные работы в электрических сетях.— М.: Энергоатомиздат, 1984. (Промышленность — селу). 85 к. 23 000 экз.

Саратовский, Горьковский, Калининский.

2. **Базуткин В. В.** и др. Техника высоких напряжений: Изоляция и перенапряжения в электросистемах / В. В. Базуткин, В. П. Ларионов, Ю. С. Пинталь; Под ред. д-ра техн. наук В. П. Ларионова.— 3-е изд., перераб. и доп.— М.: Энергоатомиздат, 1986. 1 р. 20 к. 19 000 экз.

Горьковский, Кемеровский, Красноярский, Ростовский.

3. **Гордон Г. Ю., Вайнштейн П. И.** Электротравматизм и его предупреждение.— М.: Энергоатомиздат, 1986. 75 к. 100 000 экз.

Кемеровский, Свердловский, Ставропольский, Челябинский.

4. **Гордон С. В.** Сооружение линий электропередачи.— 3-е изд., перераб. и доп.— М.: Энергоатомиздат, 1984. 1 р. 70 к. 20 000 экз.

Вологодский, Горьковский, Саратовский.

5. **Правила охраны электрических сетей напряжением свыше 1000 вольт**/Разработ. Глав. техн. упр. по эксплуат. энергосистем Минэнерго СССР.— М.: Энергоатомиздат, 1985. 5 к. 150 000 экз.

Алтайский, Белгородский, Свердловский.

6. **Правила техники безопасности при эксплуатации электроустановок.**— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Энергоатомиздат, 1986. 40 к. 100 000 экз.

Кемеровский.

7. **Смелков Г. И.** Пожарная опасность электропроводок при аварийных режимах.— М.: Энергоатомиздат, 1984. 55 к. 45 000 экз.

Ростовский, Саратовский.

8. **Электрификация России: Воспоминания старейших энергетиков:** Сб. статей/ Сост.: Д. Г. Котилевский, А. М. Маринов.— М.: Энергоатомиздат, 1984. 3 р. 20 к. 13 000 экз.

Брянский

Адреса книготоргов: Алтайский — 656043, г. Барнаул, ул. Толстого, 32.

Белгородский — 308023, г. Белгород, ул. Б. Хмельницкого, 132а.

Брянский — 241000, г. Брянск, ул. Фокина, 31.

Вологодский — 160600, г. Вологда, ул. Мира, 14.

Горьковский — 603603, г. Горький, С-3, ГСП, Сормовское шоссе, 17 квартал.

Калининский — 170034, г. Калинин, пр-т Чайковского, 26/2а.

Кемеровский — 650059, г. Кемерово, ул. Ноградская, 5.

Красноярский — 660049, г. Красноярск, пр-т Мира, 86.

Ростовский — 344007, г. Ростов н/Д., ул. Энгельса, 41.

Саратовский — ГСП, 410730, г. Саратов, ул. Братиславская, 81.

Свердловский — 620046, г. Свердловск, ул. Артинская, 23а.

Ставропольский — 355102, г. Ставрополь, ул. Коминтерна, 12.

# СОДЕРЖАНИЕ

Александров Г. Н., Герасимов Ю. А. Исследования электрической прочности изолирующей подвески воздушных линий высших классов напряжения . . . . .	1
Корявин А. Р. Влияние принудительного распределения напряжения на разрядные характеристики опорных изоляционных конструкций . . . . .	8
Багинский Л. В., Пшенка В. П. Быстродействующая защита мощных трансформаторов (автотрансформаторов) . . . . .	14
Глушко В. И. Расчет импульсных помех в вторичных цепях подстанций высокого напряжения . . . . .	23
Антонов Б. М., Лабунцов В. А., Султанов А. Т. Анализ переходных режимов сумматора тока МГД-генератора . . . . .	32
Зезулькин Г. Г. Анализ электрических цепей с кусочно-полиномиальными периодическими входными воздействиями . . . . .	38
Власов С. П. Потери мощности в активном многополюснике, обусловленные токами ветвей его нагрузок . . . . .	43
Жуков В. Я., Стжелецкий Р. Моментно-спектральные методы и их применение в теории цепей . . . . .	48
<b>СООБЩЕНИЯ</b>	
Мирошников И. Ю., Цгоев Р. С. Устойчивость АС ЭМПЧ при нарушении электрической связи одной из его машин с мощной энергосистемой . . . . .	54
Белоусов И. В., Соколов С. Г. Индуктивный накопитель энергии в схеме источника реактивной мощности . . . . .	58
Поспелова Т. Г. Оценка электробезопасности на основе теории нечетких множеств . . . . .	62
Бояр-Созонович С. П., Сорочан А. А. Синтез регулятора биротативного асинхронного генератора . . . . .	66
Задорожный Н. А., Земляков В. Д. Оценка демпфирующей способности электропривода с упругим механическим звеном и вязким трением на валу двигателя . . . . .	70
Чабан В. И. Вычисление параметрической чувствительности асинхронных двигателей . . . . .	73
Ковалев В. С. Работа пространственного заряда и внешние токи в системе проводящих электродов . . . . .	75
Голубков Н. Е. Особенности индуктивно связанных цепей со стальными сердечниками . . . . .	78
Логинов В. С. Температурное поле активного элемента электротехнического устройства . . . . .	79
<b>ИЗ ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ</b>	
<b>ХРОНИКА</b>	

# CONTENTS

Alexandrov G. N., Gerasimov U. A.— A Study of the Electric Withstand Strength of Insulating Suspensions on Overhead Lines of the Highest Voltage Classes . . . . .	1
Korjavin A. R.— How Forced Distribution of Voltage Influences the Discharge Characteristics of Supporting Insulation Structures . . . . .	8
Baginski L. V., Pshenko V. P.— A High Speed Protection for Large Transformers (Autotransformers) . . . . .	14
Glushko V. I.— Calculation of Impulse Noise in the Secondary Circuits of High Voltage Substations . . . . .	23
Antonov B. M., Labuntsov V. A., Sultanov A. T.— Analysis of Transients in the Summer of MHD-Generator Current . . . . .	32
Zeziulkin G. G.— Electric Circuit Analysis With Piecewise Polynomial Periodic Inputs . . . . .	38
Vlasov S. P.— Power Losses in an Active Multi-Port Due to Branch Load Currents . . . . .	43
Zhuikov V. J., Stzheletski R.— Spectral-Moment Techniques and Their Application in Circuit Theory . . . . .	48
<b>REPORTS</b>	
Miroshnikov I. U., Tsgoyev R. S.— Stability of a Doubly Fed Electromechanical Frequency Converter for Loss of One of Its Machines in a Large Power System . . . . .	54
Byelousov I. V., Sokolov S. G.— Inductive Energy Storage in a Reactive Power Source . . . . .	58
Pospelova T. G.— Appraisal of Electrical Safety Based on the Theory of Incompletely Defined Sets . . . . .	62
Boyar-Sozonovitch S. P., Sorochan A. A.— Synthesis of a Regulator for a Bi-rotational Asynchronous Generator . . . . .	66
Zadorozhny N. A., Zemliakov V. D.— Appraisal of the Damping Capacity of an Electric Drive With an Elastic Mechanical Element and Viscous Friction on the Motor Shaft . . . . .	70
Chaban V. I.— Calculation of the Parametrical Sensitivity of Induction Motors . . . . .	73
Kovalev V. S.— The Work Done by the Space Charge and External Currents in a System of Conducting Electrodes . . . . .	75
Golubkov N. E.— Features of Inductively Coupled Circuits With Iron Cores . . . . .	78
Loginov V. S.— The Temperature Fields of an Active Element in an Electrical Apparatus . . . . .	79
<b>FROM THE HISTORY OF ELECTRICAL ENGINEERING CHRONICLE</b>	

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Будзко И. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларинов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловов С. А., Тареев Б. М., Тихоедев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80  
101000 Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648  
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макаршин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор И. А. Володяева

Сдано в набор 17.02.89. Подписано в печать 29.03.89. Т-08949. Формат 84×108<sup>1/16</sup>. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л. 12,1. Тираж 5086 экз. Заказ 442. Цена 1 р.

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб. 10. Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Госкомиздата СССР  
142300, г. Чехов Московской области

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru