



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1988

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

11

КОММУНИЗМ — ЭТО ЕСТЬ СОВЕТСКАЯ ВЛАСТЬ
ПЛЮС ЭЛЕКТРИФИКАЦИЯ ВСЕЙ СТРАНЫ (ЛЕНИН)

ИЗДАЕТСЯ
С ИЮЛЯ
1880 ГОДА

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

11

НОЯБРЬ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКОВ
И ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.311.1.017.016.3.001.57

Вероятностная модель потерь электроэнергии в сетях электроэнергетических систем

БОГДАНОВ В. А.

Распределение активных нагрузок между параллельно работающими электрическими станциями электроэнергетической системы (ЭЭС) должно осуществляться по критерию минимального расхода органического топлива с учетом ограничений и потерь, вызывающих дополнительный расход энергии на ее транспорт в электрических сетях [1]. Для учета потерь активной мощности и ограничений по пропускной способности линий в комплексе программ оптимизации режима ЭЭС по активной мощности, применяемом в объединенных диспетчерских управлениях (ОДУ) и районных энергоуправлениях (РЭУ), используются матрицы сетевых коэффициентов, которые рассчитываются для наиболее характерных установившихся режимов, определяемых в результате обработки контрольных замеров режимов характерных дней [2].

Задача выбора модели электрической сети на каждой ступени иерархии диспетчерского управления решается самостоятельно с целью обеспечить минимальную размерность при максимально точном учете ограничений по пропускной способности межсистемных связей и основной системообразующей сети.

На уровне РЭУ модель, как правило, содержит лишь электрическую сеть напряжением 110 кВ и выше, на долю которой приходится менее половины суммарных потерь электрической энергии. Электрическая сеть более низкого номинального напряжения либо не учитывается вообще, либо отражается в модели эквива-

лентами, параметры которых рассчитываются по одному или нескольким контрольным замерам характерных режимов. Поэтому в общем случае достаточно сложно оценить, как точно модель электрической сети отражает фактические потери активной мощности и насколько потери мощности в интегральном отсчете на множество режимов соответствуют отчетным потерям электрической энергии за месяц, квартал и год.

На уровне ОДУ применяются модели электрической сети с еще более глубокой степенью эквивалентирования. В этих моделях учет ограничений по пропускной способности осуществляется, как правило, по сечению в целом, куда входит вся совокупность межсистемных линий, соединяющих соседние ЭЭС. Параметры эквивалентов выбираются из условия максимальной близости к фактическим значениям расчетных потоков мощности и напряжений в неэквивалентируемых линиях при наиболее вероятных изменениях конфигурации исходной схемы, вызываемых отключениями одной или части линий. При выполнении этих требований неизбежно нарушается соответствие модели и исходной электрической сети по потерям мощности и энергии.

В статье сделана попытка разработать методику, позволяющую получить модель потерь ЭЭС на основе имеющихся статистических данных об отчетных потерях электрической энергии и параметрах режимов, ежечасно измеряемых в составе диспетчерской ведомости.

Исходные положения, принятые при формировании модели потерь, в основном сводятся к следующему. Модель должна в виде явной функции описывать величину потерь активной мощности в электрических сетях всех уровней напряжения, находящихся на балансе рассматриваемой ЭЭС. При этом в качестве независимых переменных должны рассматриваться нагрузки электростанций и потоки активной мощности по межсистемным линиям, входящим в модель потерь рассматриваемой ЭЭС. Так, например, в модели потерь для уровня ОДУ рассматриваемая энергосистема может быть представлена несколькими электростанциями и межсистемными линиями. При этом лишь одна-две электростанции модели соответствуют реальным объектам. Все остальные электростанции представляются эквивалентными источниками с выделением группы АЭС, ТЭС, ГЭС и электростанций промышленных предприятий, называемых также блок-станциями. Аналогичным образом только часть межсистемных линий модели соответствует реальным линиям рассматриваемой ЭЭС. Все остальные линии объединяются в группы, соответствующие сечениям между соседними ЭЭС. Для эквивалентных электростанций и межсистемных линий активная мощность и электрическая энергия принимаются равными сумме фактических значений этих параметров для всех реальных объектов, представленных соответствующим эквивалентом.

Предполагается, что с достаточной точностью суммарные потери активной мощности в электрических сетях ЭЭС описываются выражением

$$\pi_{plk}(\bar{\Pi}) = \sum_{i=1}^n (a_{lik}\Pi_{lik}^2 + b_{lik}\Pi_{lik} + c_{lik}), \quad (1)$$

где $\pi_{plk}(\bar{\Pi})$ — зависимость суммарных потерь активной мощности в электрических сетях ЭЭС от вектора $\bar{\Pi}$, каждая i -я компонента которого Π_{lik} соответствует межсистемному потоку мощности или нагрузке электростанции в k -й час l -х суток; n — число электростанций и межсистемных линий в модели потерь; a_{lik} , b_{lik} , c_{lik} — соответствующие k -му часу l -х суток коэффициенты полиномов, описывающих зависимость потерь активной мощности рассматриваемой ЭЭС от изменения i -й компоненты вектора Π .

Точность модели (1) может быть определена на стадии ее формирования. Между величинами потерь активной мощности за каждый час (ежечасовых) и потерь электроэнергии за каждые сутки (ежесуточных) существует взаимосвязь

$$\pi_{wl} = \sum_{i=1}^n [\sum_{k=1}^{24} (a_{lik}\Pi_{lik}^2 + b_{lik}\Pi_{lik} +$$

$$+ c_{lik})\Delta t_k] = c_{\Sigma l} + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{24} (a_{lik}\Pi_{lik}^2 +$$

$$+ b_{lik}\Pi_{lik})\Delta t_k, \quad (2)$$

где π_{wl} — потери электрической энергии в сетях рассматриваемой ЭЭС за l -е сутки; Δt_k — интервал времени, в течение которого существует k -й режим; $c_{\Sigma l} = 24 \sum_{i=1}^n c_i$.

В дальнейшем предполагается, что $\Delta t_k = 1$ ч, и поэтому в последующих выражениях эта величина опускается.

Выражения (2) могут быть записаны для каждого дня s -го месяца рассматриваемого года. При этом между фактическими потерями энергии в электрических сетях ЭЭС за s -й месяц и потерями в l -е сутки существует взаимосвязь

$$\pi_{ws} = \sum_{l=1}^N \pi_{wl}, \quad (3)$$

где N — число суток в рассматриваемом s -м месяце.

В силу целого ряда причин, в том числе изменений схемы, различий режимов по напряжению и реактивной мощности и т. п., коэффициенты зависимостей (1) и (2) могут изменяться от часа к часу и от суток к суткам. Однако из-за ограниченности статистических данных, поскольку существует только ежемесячная отчетность о потерях электроэнергии в электрических сетях, предполагается, что коэффициенты a_{lik} , b_{lik} и c_{lik} неизменны в течение каждого месяца, т. е. выполняется условие

$$a_{lik} = a_i, \quad b_{lik} = b_i, \quad c_{lik} = c_i.$$

В изложенной постановке задача определения коэффициентов каждой зависимости является вероятностной, и для ее решения могут применяться соответствующие методы. Если $3n < N$, система уравнений, записанных для каждого суток рассматриваемого месяца, будет переопределенной. Поэтому для ее решения может применяться метод наименьших квадратов, и оптимальным оценкам коэффициентов будет соответствовать минимум целевой функции

$$\min \sum_{l=1}^N [\pi_{wl} - c_{\Sigma l} - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{24} (a_i\Pi_{lik}^2 + b_i\Pi_{lik})]^2. \quad (4)$$

Дисперсия полученных таким образом оценок коэффициентов каждой зависимости будет характеризовать допустимость применения предлагаемой модели потерь. При малой дисперсии оценок коэффициентов зависимости потерь статистически устойчивы и мало изменяются в течение месяца. Мерой точности предлагаемой модели потерь является численное значение целевой функции (4).

Таким образом, для получения статистически представительных оценок коэффициентов каждой зависимости необходимо знать потери энергии в

электрических сетях рассматриваемой ЭЭС за каждые сутки. Однако при существующей системе учета электрической энергии известны лишь значения потерь энергии за каждый месяц. Поэтому возникает необходимость сформировать модель ежесуточных потерь энергии, для которых выполняется условие для каждого месяца (3).

Модель ежесуточных потерь энергии в электрических сетях может быть получена методами множественной линейной регрессии [3]. Для каждого месяца могут быть вычислены среднесуточные значения

$$\bar{\pi}_{ws} = N^{-1} \sum_{l=1}^N \bar{\pi}_{wl}; \quad \bar{\Pi}_{is} = N^{-1} \sum_{l=1}^N \sum_{k=1}^{24} \bar{\Pi}_{lik}, \quad (5)$$

а для каждой пары одноименных месяцев рассматриваемого и предшествующего года — значения отклонений

$$\Delta\bar{\pi}_{ws} = \bar{\pi}_{ws}^j - \bar{\pi}_{ws}^{j-1}; \quad \Delta\bar{\Pi}_{is} = \bar{\Pi}_{is}^j - \bar{\Pi}_{is}^{j-1}, \quad (6)$$

где индексы j и $j-1$ соответствуют рассматриваемому и предшествующему году.

Пусть $\Delta\bar{\pi}_{ws}$ является зависимой переменной, а $\Delta\bar{\Pi}_{is}$ для всех входящих в модель межсистемных линий и электрических станций соответствуют независимым переменным. Полученная таким образом статистическая выборка будет содержать $n \times m$ элементов. Если выполняется условие [3] $n \leq 0,5m$, где m — число месяцев, вшедших в статистическую выборку, то может быть получена модель множественной линейной регрессии потерь

$$\bar{\pi}_{ws}^j = \bar{\pi}_{ws}^{j-1} + A_0 + \sum_{i=1}^n A_i (\bar{\Pi}_{is}^j - \bar{\Pi}_{is}^{j-1}), \quad (7)$$

где A_0, A_i — коэффициенты множественной линейной регрессии, отражающие количественное влияние каждой межсистемной линии и электростанции на среднесуточные потери электрической энергии.

Для вычисления коэффициентов A_0, A_i может применяться подпрограмма «Множественная линейная регрессия с выбором существенных факторов» из пакета научных подпрограмм на языке ФОРТРАН IV для ЕС ЭВМ. Применение этой подпрограммы особенно важно на этапе выбора межсистемных линий и электрических станций, которые должны учитываться в модели потерь. Проведя серию вариантовых расчетов, можно выбрать такой состав независимых переменных, который при минимальной размерности модели обеспечивает требуемую точность ретроспективных оценок ежемесячных потерь.

Поскольку модель (7) линейна, входящие в нее коэффициенты регрессии справедливы как для

отклонений среднесуточных значений параметров, так и для отклонений этих параметров от среднего значения, вычисляемых для каждого дня рассматриваемого s -го месяца. При этом потери энергии для каждого l -х суток s -го месяца могут определяться из выражения

$$\pi_{wl} = \bar{\pi}_{ws} + A_0 + \sum_{i=1}^n A_i \left(\sum_{k=1}^{24} \bar{\Pi}_{lik} - \bar{\Pi}_{is} \right). \quad (8)$$

Таким образом, имеем достаточный объем статистических данных о ежемесячных нагрузках электростанций и потоках мощности в межсистемных линиях, а также ежемесячную отчетность о расходе энергии на ее транспорт в электрических сетях, можно сформировать многофакторную регрессионную модель ежесуточных потерь. В этой модели в качестве факторов, влияющих на потери энергии, выступают совокупности электростанций и группы межсистемных линий, представленные соответствующими ежесуточными значениями производства и потоков электрической энергии. Объединение электростанций и группировка межсистемных линий осуществляются по степени их влияния на потери.

В подпрограмме для вычисления коэффициентов регрессии применяется сокращенный метод Дулиттла [4]. На каждом шаге выбора фактора с наиболее существенным влиянием на зависимую переменную производится поиск независимой переменной, имеющей наибольшую статистическую взаимосвязь с потерями энергии. Поэтому вычислению коэффициентов регрессии предшествует расчет матриц ковариаций и корреляции для всей совокупности показателей рассматриваемой статистической выборки. В качестве наиболее существенного выбирается показатель, имеющий наибольшее значение

$$\mu_i = \alpha_{iw}^2 \left[\alpha_{ii} \sum_{s=1}^m (\Delta\bar{\pi}_{ws} - \bar{\Delta}\bar{\pi}_{ws})^2 \right]^{-1}, \quad (9)$$

где α_{iw}, α_{ii} — элементы матрицы ковариаций; подстрочный индекс i обозначает один из рассматриваемых показателей, а w — потери электроэнергии; $\bar{\Delta}\bar{\pi}_{ws}$ — среднее для рассматриваемой статистической выборки значение среднесуточного отклонения потерь, равное

$$\bar{\Delta}\bar{\pi}_{ws} = m^{-1} \sum_{s=1}^m \Delta\bar{\pi}_{ws}. \quad (10)$$

После включения в уравнение регрессии каждой новой независимой переменной все коэффициенты регрессии рассчитываются заново, т. е. по окончании вычислений имеется набор моделей, включающих одну, две и т. д. до n независимых переменных. При этом последовательность включения независимых переменных в регрессионную модель отражает степень их влияния на потери.

Так, например, на r -м шаге выбора существенной переменной после включения в уравнение регрессии r -го показателя свободный член будет равен [5]:

$$A_{0r} = \bar{\Delta\pi}_{w\Sigma} - \sum_{i=1}^r A_{ir} \sum_{s=1}^m \bar{\Delta\pi}_{is} = \bar{\Delta\pi}_{w\Sigma} - \sum_{i=1}^r A_{ir} \bar{\Delta\pi}_{i\Sigma}, \quad (11)$$

где A_{ir} — значение коэффициента регрессии для i -го показателя, когда в уравнение регрессии входят r переменных; $\bar{\Delta\pi}_{i\Sigma}$ — среднее значение i -й независимой переменной.

Процедура последовательного включения в уравнение регрессии всех независимых переменных позволяет оценить динамику изменения величины и дисперсии ошибки каждого коэффициента регрессии. Если включение следующего по порядку показателя приводит к резкому изменению ранее вычисленного коэффициента регрессии и возрастанию дисперсии его ошибки, то наибольшую точность обеспечивает модель потерь, полученная на предыдущем шаге вычислений. Включение всех последующих независимых переменных лишь ухудшит точность модели множественной линейной регрессии.

По условиям однородности объем статистических данных о среднемесечных потерях и соответствующих значениях влияющих факторов не превышает 2,5 лет [5]. Поэтому соответствующая статистическая выборка отклонений среднесуточных значений потерь и других влияющих факторов будет содержать $m \leq 18$ членов. В соответствии с приближенным правилом $n \leq 0,5m$ число влияющих факторов модели ежесуточных потерь не должно превышать 9 членов.

В подавляющем большинстве случаев этого достаточно для формирования модели потерь активной мощности с целью представления рассматриваемой ЭЭС данной моделью на уровне ОДУ при оптимизации режима по активной мощности. В наиболее типичном случае это позволяет, например, учесть в модели потоки мощности по 4—5 межсистемным сечениям и по 4—5 электрическим станциям. При этом часть перечисленных факторов соответствует реальным объектам ЭЭС, а остальные — эквивалентам.

Относительные приrostы потерь для каждой составляющей вектора $\dot{\Pi}$ при известных коэффициентах зависимостей (1) определяются из выражения

$$\sigma_i = \frac{\partial \pi_p(\dot{\Pi})}{\partial \dot{\Pi}_i} = \sum_{i=1}^n (2a_i \Pi_i + b_i) \frac{\partial \Pi_i}{\partial \dot{\Pi}_i}; \quad j=1, \dots, i, \dots, n. \quad (12)$$

Поскольку в изложенной постановке коэффициенты зависимостей (1) предполагаются неизменными для всех дней одного месяца, ретроспективные расчеты позволяют оценить динами-

ку изменения этих коэффициентов при переходе от месяца к месяцу. Экспериментальные расчеты, выполненные по имеющейся статистике для ряда ЭЭС, показали, что при переходе от месяца к месяцу наибольшие изменения претерпевают свободные члены зависимостей (1). Коэффициенты a_i, b_i более устойчивы, что обеспечивает малую изменчивость зависимости (12).

Сумма моделей ЭЭС, полученных на основании описанных выше ретроспективных расчетов в виде зависимости (1), образует модель электрической сети, позволяющую учесть потери активной мощности при оптимизации режима на уровне ОДУ. Объединенная модель будет содержать M электростанций и L межсистемных линий. При этом каждая межсистемная линия участвует в двух зависимостях, каждая из которых рассчитывается раздельно для соответствующего потока мощности, рассматриваемого в качестве независимой переменной.

Однако в объединенной схеме поток мощности в каждой межсистемной линии является функцией от нагрузки электростанций. Поэтому для учета ограничений по пропускной способности, определяемых конфигурацией и параметрами схемы электрической сети, межсистемные линии модели потерь обязательно входить в эквивалентную расчетную схему объединения. Эта схема определяется эквивалентированием исходной схемы объединения, соответствующей контрольному замеру характерного режима.

Для эквивалентной расчетной схемы с помощью имеющихся программ [2] вычисляются матрицы коэффициентов распределения активных мощностей

$$K_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial P_j},$$

где K_{ij} — коэффициенты распределения активной мощности j -й электростанции в i -й межсистемной линии расчетной схемы.

Объединенная схема в соответствии с (1) и (12) будет иметь относительные приросты потерь

$$\sigma_{\Sigma} = 2a_j P_j + b_j + \sum_{i=1}^{2L} K_{ij} \left(2a_i \sum_{j=1}^M K_{ij} P_j + b_i \right), \quad (13)$$

где σ_{Σ} — относительный прирост суммарных потерь объединенной схемы, рассчитанный для электростанций в j -м узле; P_i — нагрузка электростанции j -го узла; $P_i = \sum_{j=1}^M K_{ij} P_j$ — поток активной мощности в i -й линии; a_i, b_i — коэффициенты, с которыми j -я электростанция входит в модель потерь соответствующей ЭЭС; a_i, b_i — коэффициенты, с которыми i -я межсистемная линия вхо-

дит в модель потерь одной из объединяемых Ею ЭЭС.

Выражение (13) линейно и потому может использоваться для учета потерь при оптимизации режима объединения по активной мощности в существующих программах [2].

По аналогии с [2] может осуществляться учет возможных ремонтных схем электрической сети. Для этого достаточно пересчитать матрицу коэффициентов распределения активных мощностей.

Для каждого прошедшего часа текущих суток по известным значениям параметров режима с помощью зависимостей (1) могут быть вычислены абсолютные значения потерь активной мощности. Для предстоящего режима по известным значениям нагрузок электростанций через коэффициенты распределения активных мощностей вычисляются потоки мощности в межсистемных линиях и затем по зависимостям (1) — соответствующие потери активной мощности. По окончании каждой суток нарастающий итог потерь активной мощности за каждый час должен быть близок к ежесуточным потерям энергии, вычисляемым с помощью регрессионных моделей.

В соответствии с (8) для каждой суток любого прошедшего месяца можно вычислить соответствующие ежесуточные потери энергии, сумма которых в силу тождественного характера этого выражения будет всегда равна отчетным потерям энергии за рассматриваемый месяц. Это позволяет осуществить посуточное разбиение отчетных потерь за каждый месяц и сформировать соответствующий архив потерь. Используя архив, можно в силу линейного характера (7) и (8) определить потери энергии в электрической сети каждой ЭЭС за прошедшие l -е сутки текущего месяца

$$\pi_{ws}^l = \pi_{ws}^{l-1} + A_0 + \sum_{i=1}^n A_i (\Pi_{isl}^l - \Pi_{isl}^{l-1}), \quad (14)$$

где π_{ws}^l , π_{ws}^{l-1} — потери энергии за l -е сутки s -го месяца текущего j -го и предшествующего года; Π_{isl}^l , Π_{isl}^{l-1} — значения показателей, учитываемых регрессионной моделью потерь (7), которые соответствуют межсистемным потокам и производству электроэнергии за l -е сутки одинаковых месяцев текущего и предшествующего года.

Подставляя в (1) фактические или прогнозные значения нагрузки электростанций и межсистемных потоков мощности для всех ЭЭС, можно оценить потери активной мощности по объединению в целом за любой прошедший или предстоящий час. Сумма этих потерь за все часы суток должна быть близка к суточным потерям энергии, вычисляемым по (14).

Вологодская областная научная библиотека

Для крупных ЭЭС модель может формироваться как сумма моделей предприятий электрических сетей (ПЭС), по которым имеется ежемесячная отчетность о потерях электроэнергии. Процесс построения подобной модели аналогичен описанному выше при построении модели ОДУ по моделям ЭЭС. При этом число факторов, учитываемых в модели ЭЭС, может быть увеличено до 9λ , где λ — число объединяемых моделей ПЭС.

На период ввода новых электростанций и межсистемных линий до накопления необходимого объема статистических данных и адаптации модели к новым условиям целесообразно применять специальную переходную модель. Вначале формируется исходная схема электрической сети каждой ЭЭС, содержащая вновь вводимые электростанции и межсистемные линии. С помощью имеющихся программ эквивалентирования исходная схема преобразуется в эквивалентную, в которой вводимая электростанция объединяется с наиболее близкими существующими, а вводимая межсистемная линия включается в эквивалентную связь с соответствующей ЭЭС.

Для полученной эквивалентной схемы вычисляются матрицы коэффициентов распределения и формируются в соответствии с (5) — (6) массивы данных по потерям и влияющим факторам. По этой статистике вычисляются параметры моделей (7) и (14) и по (13) определяются относительные приrostы потерь. Полученная модель обеспечивает оценку потерь с приближенным учетом вводимой электростанции за счет увеличения нагрузки соответствующего эквивалента и вызванного этим изменения потоков в соответствующих межсистемных сечениях.

Вероятностные модели обеспечивают оптимальность получаемых решений в статистическом смысле, т. е. на всем множестве реализаций. Чем более полная и оперативная статистика применяется для формирования моделей, тем ближе каждое частное решение к абсолютному оптимуму, который может быть получен по точным и полным моделям при точном знании всех исходных данных. При этом вероятностная модель обладает по сравнению с детерминированной более высокой устойчивостью к случайным ошибкам. Применение вероятностных моделей целесообразно в первую очередь на этапе долгосрочного планирования, когда электрическая сеть должна быть учтена для наиболее вероятных конфигураций и режима. Погрешность детерминированной модели также зависит от близости исходного режима, использованного для расчета сетевых характеристик, к планируемому режиму. Поэтому сравнительная погрешность вероятностной и детерминированной моделей может быть оценена лишь для каждого конкретного случая раздельно.

Применение предлагаемого подхода для построения модели потерь для простейшей ЭЭС проиллюстрируем на следующем примере. Пусть рассматриваемая ЭЭС имеет межсистемные линии, часть из которых связывает ее с соседней системой, образуя первое контролируемое сечение. Оставшаяся часть межсистемных линий образует второе контролируемое сечение, через которое рассматриваемая ЭЭС связана с другой ЭЭС. По статистическим данным за t прошедших месяцев, подготовленным в соответствии с (5) — (6), вычисляются параметры модели множественной линейной регрессии (7). Значения коэффициентов модели (7) и ошибок определения этих коэффициентов на каждом шаге вычислений приведены в табл. 1. Эти значения получены по статистическим данным, в которых передача электрической энергии по межсистемным линиям учтена раздельно (+ для приема и — для выдачи).

По ежечасным значениям активной мощности ТЭС и межсистемных перетоков для последнего из рассмотренных месяцев с помощью метода наименьших квадратов в соответствии с (1) — (4) получена модель суммарных потерь активной мощности

$$\pi_p(\Pi) = 47,0 + (15P_{\text{ТЭС}}^2 \cdot 10^{-6} + 11P_{\text{ТЭС}} \cdot 10^{-4}) + \\ + (0,1P_1^2 \cdot 10^{-4} + 0,9P_1 \cdot 10^{-2}) + \\ + (0,2P_2^2 \cdot 10^{-4} - 1,5P_2 \cdot 10^{-2}). \quad (15)$$

На рисунке приведены полученные из (15) значения относительных приростов потерь, вычисленные по (12) в предположении, что коэффициенты распределения активных мощностей для межсистемных линий первого и второго сечения равны 1,0:

$$\sigma_{\text{ТЭС}} = 30P_{\text{ТЭС}} \cdot 10^{-6} + 11 \cdot 10^{-4}; \\ \sigma_1 = 0,2P_1 \cdot 10^{-4} + 0,9 \cdot 10^{-2}; \\ \sigma_2 = 0,4P_2 \cdot 10^{-4} - 1,5 \cdot 10^{-2}.$$

Пусть за прошедшие сутки текущего месяца производство электроэнергии составило $W_{\text{ТЭС}}^i =$

Таблица 2

Нагрузка, МВт	Число часов	ТЭС		Первое сечение		Второе сечение	
		Переток, МВт	Число часов	Переток, МВт	Число часов	Переток, МВт	Число часов
1600	7	100	5	100	10		
1800	2	150	2	150	5		
2000	5	200	2	200	6		
2100	4	250	8	250	1		
2200	3	300	4	300	1		
2300	3	250	3	350	1		

=46700 тыс. кВт·ч, а обмен энергией $W_{11}^i =$ =5450 тыс. кВт·ч и $W_{21}^i =$ =3850 тыс. кВт·ч. За те же сутки одноименного месяца прошлого года потери энергии, рассчитанные по (8) при коэффициентах регрессии, приведенных в табл. 1, составили $\pi_{ws1}^{i-1} = 2339,8$ тыс. кВт·ч. Этим потерям соответствовали $W_{\text{ТЭС}}^{i-1} = 45900$ тыс. кВт·ч, $W_{11}^{i-1} = 5000$ тыс. кВт·ч, $W_{21}^{i-1} = 3500$ тыс. кВт·ч. Тогда в соответствии с (14) потери электроэнергии за прошедшие сутки текущего месяца будут равны: $\pi_{ws1}^i = 2580,3$ тыс. кВт·ч.

Графики нагрузки ТЭС и межсистемных перетоков по их длительности в течение рассматриваемых суток приведены в табл. 2. Подставив эти значения в (15) и просуммировав, получим, что в соответствии с (2)

$$\pi_{ws1} = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^{24} \pi_{pik} = 2587,4 \text{ тыс. кВт·ч.}$$

Таким образом, модель (15) дает результаты, достаточно хорошо совпадающие с регрессионной моделью.

Выводы. 1. Вероятностная модель потерь для их расчета и использования при оптимизации режимов по активной мощности может быть сформирована на основе имеющейся информации о потерях электроэнергии и параметрах режимов.

2. На основе моделей отдельных ЭЭС достаточно просто формируются модели для высших уровней иерархии диспетчерского управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Маркович И. М. Режимы энергетических систем. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963.
- Методы оптимизации режимов энергосистем. В. М. Горнштейн, Б. П. Мирошниченко, А. В. Пономарев и др.; Под ред. В. М. Горнштейна.— М.: Энергия, 1981.
- Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики.— М.: Наука, 1965.
- Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ.— М.: Физматлит, 1963.
- Планирование и анализ потерь в электрических сетях с помощью регрессионных моделей / А. В. Авраменко, В. А. Богданов, Е. И. Петряев и др.— Электрические станции, 1987, № 4.

Таблица 1

Номер шага выбора существенного фактора	Свободный член	Передача электрической энергии по межсистемным линиям		Производство электроэнергии ТЭС
		первое сечение	второе сечение	
	A_0 , тыс. кВт·ч	A_1 /ошибка	A_2 /ошибка	A_3 /ошибка
1	24,3	0,08/0,07	—	—
2	27,4	0,13/0,07	0,15/0,09	—
3	-15,5	0,43/0,07	0,53/0,09	0,31/0,06

Синтетические жидкости для трансформаторов

МОРОЗОВА Т. И., СЕНКЕВИЧ Е. Д., АРАКЕЛЯН В. Г., ЛИПШТЕЙН Р. А., ГЛАЗУНОВА Т. В., ПАНОВА Н. М.

В настоящее время стала очевидной недопустимость применения хлорсодержащих органических соединений [1, 2] в качестве изоляционных жидкостей в трансформаторостроении. Несмотря на целый ряд положительных свойств, они подлежат замене по причине их способности накапливаться в окружающей среде и оказывать вредное воздействие на живые организмы.

В СССР для заполнения герметичных трансформаторов напряжением до 10 кВ и мощностью до 2500 кВ·А применяется «совтол», и экологические соображения заставляют вновь поднять вопрос о поиске негорючих и нетоксичных жидких диэлектриков для его замены.

Технические требования к новым жидкостям должны учитывать положительные свойства как трансформаторных масел, так и совтоля (табл. 1). Новые жидкости должны одновременно удовлетворять электротехническим, теплотехническим, физико-химическим, экологическим требованиям, а также ряду эксплуатационных требований, таких как низкое давление пара при рабочей температуре, совместимость с совтоловом и конструкционными материалами трансформатора, малое газовыделение под действием частичных разрядов.

Стоимость выбранной жидкости должна обеспечивать экономический эффект от ее применения.

При поиске претендентов внимание было обращено на природные соединения (растительные масла), сложные эфиры глицерина и других

многоатомных спиртов, сложные эфиры двухосновных кислот, кремний — органические соединения, фторорганические соединения и прочие технические продукты, выпускаемые в СССР. Анализу было подвергнуто более 50 веществ. В результате было установлено, что природных материалов, пригодных без переработки для применения в качестве изоляционной жидкости в трансформаторах, не существует. Получена такая жидкость может быть путем синтеза.

Из синтетических продуктов наиболее полно были изучены сложный эфир — ди (2-этилгексил) себацинат (ДОС) — и сложный эфир пентаэритрита и синтетических жирных кислот с длиной цепи 5—9 атомов углерода (ПЭТ5—9СЖК).

В задачу исследования входило определение обычных физико-химических показателей, оцениваемых для нефтяных трансформаторных масел, электроизоляционных и огнестойких свойств, подбор эффективных антиокислительных присадок, проведение испытаний на электрическую прочность типовых промежутков при типовых воздействиях и разработка рекомендаций для основных изоляционных расстояний трансформаторов.

Физико-химические и электрические показатели ПЭТ5—9СЖК, ДОС и трансформаторного масла приведены в табл. 2. Сложный эфир ПЭТ5—9СЖК, предлагаемый для замены совтоля, очень близок по свойствам к находящейся в опытной эксплуатации в высоковольтных трансформаторах жидкости Midel 7131 (Англия) [3], свойства которой для сравнения также приведены в табл. 2. Незначительные отличия

Таблица 1

Наименование параметра	Единицы измерения	Требования к новой жидкости	Совтол	Трансформаторное масло
Вязкость кинематическая при 20 °C при 90 °C	с Ст с Ст	не более 30 не более 4	600 3,5	27 9 (при 50 °C)
Теплопроводность	Вт/(м·К) при 20 °C	не менее 0,15	0,16	0,15—0,165
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·К) при 20 °C	не менее 3000	2600	1600
Температура вспышки	°C	более 200	не горит	135—140
Тангенс угла диэлектрических потерь	% при 90 °C	не более 5	10	0,5
Пробивное напряжение	кВ на 2,5 мм	50	45	60
Удельное сопротивление	Ом·м	10^{14}	10^{14} — 10^{16}	$4 \cdot 10^{16}$ — $5 \cdot 10^{17}$
Газообразование под действием устойчивых частичных разрядов	мл/кДж	не более 0,8	—	0,75
Токсичность		слабая	высокая	слабая
Способность к биодеградации		высокая	слабая	высокая

Таблица 2

Свойства диэлектрика	Единицы измерения	ДОС	ПЭТ5—9СЖК	Midel 7131	Трансформаторное масло
Физические свойства					
Плотность	кг/м ³	916	983	980	875—898
Парциальное давление насыщенных паров	мм рт. ст. при 20 °C	менее 5·10 ⁻⁷	менее 5·10 ⁻⁷	1·10 ⁻⁷	
Удельная теплоемкость	Дж/(кг·K) при 20 °C		2090	2100	
Влагосодержание после сушки	г/т	10	10	20	5
Кинематическая вязкость	с Ст				
при -40 °C		1500	6100	100 при 20 °C	2000÷6000
при 50 °C		9	18	6	5,3÷10
при 100 °C		3,2	4,75		
Температура вспышки	°C	215	254	257	135—140
Температура самовоспламенения	°C	400	470	435	350
Температура застывания	°C	-30	-60		менее -45
Молекулярная масса (средняя)		423	108		220—250
Токсичность		нетоксичен	нетоксичен	нетоксичен	малотоксичен
Химические показатели					
Кислотное число		0,05	0,05	менее 0,03	0,005—0,07
Гидроксильное число			5,4		
Число омыления	Дж/г	266	390		
Теплота сгорания		—	—	36 800	—
Электрические свойства					
Диэлектрическая проницаемость, ε	kВ на 2,5 мм	3,6	2,8	3,2	2,3
Пробивное напряжение		51	73	50	60—70
Тангенс угла диэлектрических потерь	%				
при 20 °C		0,1*	0,1*	меньше 0,1	0,4—2,2
при 20 °C		2**	1,0**		
при 90 °C		15,5**	14**		
Удельное объемное сопротивление	Ом·м	5·10 ¹³	1·10 ¹⁵	2·10 ¹⁵	10 ¹⁶
Полярность		не полярен	не полярен	слабо полярен	не полярно
Газообразование:					
под действием частичных разрядов интенсивностью 10 ⁻⁹ Кл	мл/кДж	0,837	0,73	—	0,715
под действием мощных дуг		—	—	10	30

Примечание. * — очищенный зицкевской землей; ** — в состоянии поставки

некоторых параметров объясняются отличием использованных для этификации пентаэритрита кислот и разным качеством очистки.

Сложные эфиры ПЭТ5—9СЖК и ДОС по значениям температуры вспышки, воспламенения и самовоспламенения занимают промежуточное положение между совтолом и нефтяным маслом. Хотя по огнестойкости они уступают совтолу, эти эфиры успешно применяют в трансформаторах за рубежом в связи с их нетоксичностью и повышенной огнестойкостью.

Предельное влагосодержание (табл. 3) сложного эфира ПЭТ5—9СЖК существенно (более чем в 10 раз) выше, чем у углеводородных нефтяных масел. Эфиры в большем количестве, чем нефтяные масла, абсорбируют влагу из воздуха, поэтому трансформаторы с заполнением

Таблица 3

Температура, °C	Предельное влагосодержание (мкл/л)	
	ПЭТ5—9СЖК	Трансформаторное масло
10	300	20
20	580	35
30	820	50
40	1050	80
50	1270	110

ПЭТ5—9СЖК и ДОС должны быть в обязательном порядке герметичны или снажены влагоосушительными патронами. С другой стороны, некоторая гигроскопичность ПЭТ5—9СЖК, ДОС и им подобных эфиров позволяет снизить содержание влаги в твердой изоляции за счет ее

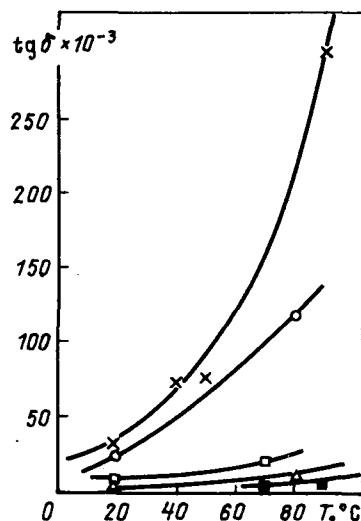


Рис. 1. Зависимость $\operatorname{tg}\delta$ эфира ДОС и трансформаторного масла от температуры: \circ — ДОС влажный (300 г/т); \times — ДОС сухой (10 г/т); Δ — ДОС, очищенный зиекевской землей; \square — трансформаторное масло влажное (50 г/т); \blacksquare — трансформаторное масло сухое (10 г/т)

диффузии в жидкую среду, причем, как будет показано ниже, диэлектрические свойства ПЭТ5—9СЖК и ДОС при этом изменяются незначительно.

Серийно выпускаемый ДОС содержит воды 300 г/т, а ПЭТ5—9СЖК — 150 г/т. Однако растворенная в них вода мало влияет на диэлектрические потери. Без дополнительной обработки тангенс угла диэлектрических потерь при 20 °C у ДОС равен 2,2 у ПЭТ5—9СЖК — 9,8. Снижение влагосодержания обоих эфиров до 10 г/т практически не изменяет $\operatorname{tg}\delta$ в ПЭТ5—9СЖК и даже приводит к некоторому его увеличению в ДОС.

Электроизоляционные свойства ПЭТ5—9СЖК и ДОС зависят от чистоты продуктов и степени их очистки. На рис. 1 и 2 приведены зависимости диэлектрических потерь в ПЭТ5—9СЖК и ДОС от температуры для различных степеней очистки и увлажнения эфиров. Из кривых следует, что дополнительная обработка ДОС и ПЭТ5—9СЖК адсорбентом (отбеливающей зиекевской землей) в количестве 15 % (от массы эфира) при 80 °C в течение 30 мин приводит к существенному снижению тангенса угла диэлектрических потерь до уровня, характерного для нефтяных трансформаторных масел. Особенно влияние очистки сказывается при повышенной температуре.

Меньшая по сравнению с советским диэлектрическая проницаемость сложных эфиров ($\epsilon_{\text{пэт}} = 2,8$; $\epsilon_{\text{дос}} = 3,6$) позволит эксплуатировать твердую изоляцию в более благоприятных условиях за счет нагрузки жидкостной изоляции.

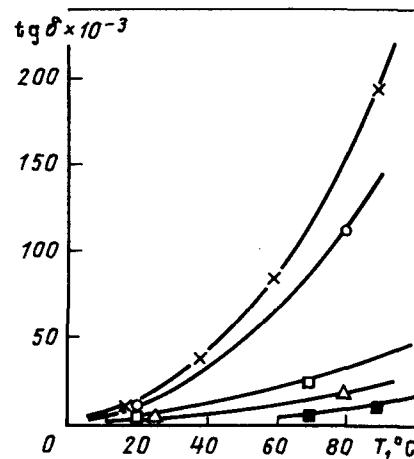


Рис. 2. Зависимость $\operatorname{tg}\delta$ эфира ПЭТ5—9СЖК и трансформаторного масла от температуры: \times — ПЭТ5—9СЖК влажный (150 г/т); \circ — ПЭТ5—9СЖК сухой (20 г/т); Δ — ПЭТ5—9СЖК, очищенный зиекевской землей; \square — трансформаторное масло влажное (50 г/т); \blacksquare — трансформаторное масло сухое (10 г/т)

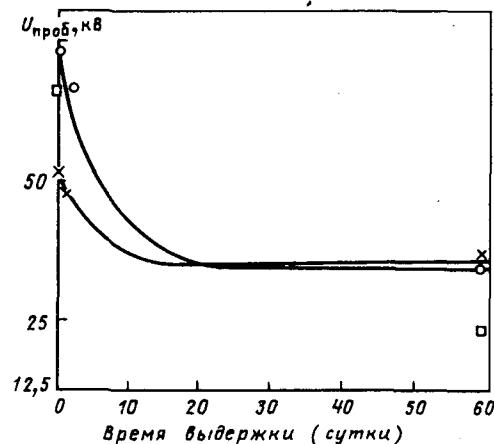


Рис. 3. Зависимости пробивных напряжений ДОС и ПЭТ5—9СЖК от времени выдержки на воздухе после термовакуумной обработки: \times — жидкость ДОС; \circ — жидкость ПЭТ5—9СЖК; \square — трансформаторное масло

Кривые электрической прочности ПЭТ5—9СЖК и ДОС в стандартном разряднике приведены на рис. 3. Значения $U_{\text{проб}}$ ДОС и ПЭТ5—9СЖК, соответствующие выдержке после сушки в течение 60 суток на воздухе, равны пробивным напряжениям серийно выпускаемых соответствующих эфиров. Следует отметить, что невысушенные ПЭТ5—9СЖК и ДОС, хотя содержат приблизительно в 10 раз больше растворенной влаги, чем нефтяное масло, тем не менее характеризуются пробивным напряжением (31—34 кВ), превышающим пробивное напряжение нефтяного трансформаторного масла в состоянии поставки ГОСТу 982-80. Особенность ПЭТ5—9СЖК

и ДОС, одновременно со способностью осушать твердую изоляцию, следует оценивать как положительную.

Исследование процесса газообразования под воздействием устойчивых частичных разрядов (ЧР) было проведено на жидкостях ПЭТ5—9СЖК и ДОС в состоянии поставки при интенсивности ЧР 10^{-9} Кл. Результаты испытаний приведены в табл. 4. Анализ этих результатов показал, что нет существенной разницы в объеме и составе выделяющихся газов под действием устойчивых ЧР в нефтяном трансформаторном масле и сложных эфирах ДОС и ПЭТ5—9СЖК, причем

при разложении дугой в сложном эфире ПЭТ5—9СЖК объем выделившегося газа оказывается в три раза ниже, чем в высококачественном трансформаторном масле [1].

Для подтверждения возможности замены советола были проведены сравнительные исследования электрической прочности ПЭТ5—9СЖК, ДОС и советола в однородных (табл. 5) и неоднородных (табл. 6) электрических полях в чисто жидкостных промежутках и в сложной бумажно-жидкостной композиции. Анализ этих данных показывает, что в промежутках с однородным полем при воздействии напряжения промышлен-

Таблица 4

Тип жидкости	Объем выделяющихся углеводородных газов и водорода (мл/кДж)						Интенсивность электрических воздействий
	H ₂	CH ₄	C ₂ H ₄	C ₂ H ₆	C ₂ H ₂	Суммарный объем газовыделения	
ПЭТ5—9СЖК	0,5145	0,0646	0,0538	0,014	0,0826	0,7295	Частичные разряды ($1 \cdot 10^{-9}$ Кл)
ДОС	0,6193	0,04129	0,0421	0,01596	0,1159	0,8346	Частичные разряды ($1 \cdot 10^{-9}$ Кл)
Трансформаторное масло Midel 7131	0,3176	0,2938	0,03176		0,0556	0,6988	Частичные разряды ($1 \cdot 10^{-9}$ Кл)
Высококачественное трансформаторное масло (Англия)	—	—	—		—	10	Искрения
					—	30	Сильные дуги (10^{-7} Кл)

Таблица 5

Наименование жидкости			Совтол	ПЭТ5—9СЖК
Электродная система			Шар диаметром 10 мм — плоскость	Шар — шар, диаметры 12,5 мм
Расстояние между электродами, мм			3	2,5
Коэффициент использования $E_{\text{ср}}/E_{\text{max}}$			0,7	0,85
Вид воздействий	Одноминутное напряжение, 50 Гц	Число опытов Среднее пробивное напряжение, кВ $E_{\text{пр.ср.}}/B/m$	10 40,5	10 67
	Полный грозовой импульс	Число опытов Среднее пробивное напряжение, кВ $E_{\text{пр.ср.}}/B/m$	13,5 · 10 ⁶	26,8 · 10 ⁶
	Коммутационный импульс	Число опытов Среднее пробивное напряжение, кВ $E_{\text{пр.ср.}}/B/m$	10 155 51,7 · 10 ⁶	8 163 65,2 · 10 ⁶

Таблица 6

Наименование жидкости	Электродная система	Расстояние между электродами, мм	Число опытов	Среднее значение пробивного напряжения, кВ	Среднеквадратичное отклонение, %
Совтол ПЭТ5—9СЖК	острие — плоскость	15	5	34,0	9,5
	острие — плоскость	6,6	11	35,2	4,1
ДОС	болт — плоскость	10	11	70	—
	острие — плоскость	6,6	11	29,0	11,0
	болт — плоскость	10	11	70	—

ной частоты электрическая прочность ПЭТ5—9СЖК почти в 1,5 раза выше электрической прочности совтоля.

Разница между значениями импульсной электрической прочности этих жидкостей в однородных полях несколько меньше: пробивные напряжения ПЭТ5—9СЖК при полном грозовом импульсе выше соответствующих значений для совтоля на 25 %. Наиболее существенные отличия электрической прочности новых жидкостей и совтоля получены при сравнительных испытаниях в промежутках с резко неоднородным полем.

Известно, что в резко неоднородных полях, в том числе и в системах электродов, где возможно возникновение и развитие скользящего разряда, электрическая прочность совтоля весьма низка, особенно при воздействии полного грозового импульса. Это обстоятельство исключало возможность использования совтоля в качестве изоляционной жидкости в трансформаторах наружной установки. Как видно из табл. 5 и 6, для ПЭТ5—9СЖК и ДОС указанный выше недостаток не характерен: обе жидкости обладают достаточно высокой электрической прочностью как в электродных системах с однородной изоляцией и резко неоднородным полем, так и в конструкциях, где возможно развитие поверхностного разряда.

В этой связи существенно расширяется область применения новых жидкостей, т. е. возможно также их использование в трансформаторах наружной установки.

Предварительные расчеты показали, что для трансформаторов 10 кВ при применении вместо совтоля в качестве изоляционной среды новых диэлектрических жидкостей ПЭТ5—9СЖК или ДОС, имеющих более высокую электрическую прочность, размеры основных изоляционных промежутков (межобмоточная, концевая и межфазовая изоляция) могут быть уменьшены на 30—40 %. При этом главная изоляция трансформатора будет удовлетворять требованиям ГОСТ 1516—1—76, предъявляемым к трансформаторам класса 10 кВ с негорючим заполнением, и требованиям проекта стандарта СЭВ ($U_{исп\ 50\ Гц} = 23$ кВ, $U_{исп\ ПГИ} = 60$ кВ). Уменьшение изоля-

ционных промежутков позволит снизить материалоемкость и обеспечит повышение технико-экономических показателей трансформаторов.

В табл. 7 приведены результаты сравнения напряжений возникновения ЧР и поверхностных разрядов в совтоле, ПЭТ5—9СЖК и ДОС.

Одним из наиболее важных эксплуатационных свойств изоляционных жидкостей является их противоокислительная стабильность. Сложные эфиры ПЭТ5—9СЖК и ДОС в отсутствие антиокислительных присадок нестабильны и окисляются с образованием летучих кислот. Но в отличие от нефтяных масел даже при глубоком окислении до 10 мг КОН нелетучих и 3 мг КОН летучих кислот ПЭТ5—9СЖК и ДОС осадок не образуют. Продукты окисления не склонны к реакциям конденсации и полимеризации.

В ВТИ им. Ф. Э. Дзержинского были подобраны и рекомендованы антиокислительные присадки (фенил- α -нафтиламин, фенатиазин), присутствие которых в соответствующих концентрациях обеспечивает стабильность против окисления сложных эфиров, не уступающую лучшим образцам нефтяного масла.

Из изложенного следует, что применение в трансформаторах новых синтетических пожаростойких жидкостей ПЭТ5—9СЖК и ДОС технически и экономически целесообразно при безусловной необходимости их применения с точки зрения экологии. В настоящее время разработаны чертежи опытного образца трансформатора с заливкой эфиром ПЭТ5—9СЖК.

Выходы. 1. Из жидкостей, выпускаемых промышленностью, наиболее пригодными для замены совтоля оказались сложные эфиры: эфир пентаэритрита и синтетических жирных кислот (ПЭТ5—9СЖК) и эфир двухосновной кислоты — ди (2-этилгексил) себацинат (ДОС).

2. Электрические и физико-химические показатели предлагаемых изоляционных жидкостей не уступают показателям традиционных трансформаторных масел.

3. Пожаростойкость предложенных эфиров уступает совтолу, но значительно превосходит нефтяные масла, что позволяет использовать их в качестве негорючих жидкостей. Они не токсичны и легко перерабатываются в природных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Dwivedy R. S., Molrahn R. F. A case study of an underground PCB spill: Fate of the subsurface PCB spill residues and its impact on humans and the environment.— IEEE Trans. Power Appar. and Syst., 1984, vol. 103, N 2, p. 304—309.
- Su W.-F. A. The dechlorination of polychlorinated biphenyls by sodium hydride and alkylamine.— IEEE Trans. Power Appar. and Syst., 1984, vol. 103, N 1, p. 140—142.
- Waddington F. B. High-temperature esters; new dielectric liquids for power engineering application.— GEC Journal of Science and Technology, 1983, vol. 49, N 1.

Таблица 7

Наименование жидкости	Расстояние между электродами, мм	Число опытов	Среднее значение напряжения возникновения ЧР с интенсивностью 10^{-12} — 10^{-11} , кВ	Среднее значение напряжения возникновения скользящих разрядов, кВ
Совтол	2,03	5	не измерялось	38,2
ПЭТ5—9СЖК	2,00	10	30	52
ДОС	2,00	10	28	52

Тиристорно-конденсаторные ключевые преобразователи с уменьшенным влиянием на питающую сеть

БУЛАТОВ О. Г., ПЕТРОСЯН Н. Н., ШИТОВ В. А.

Особенности работы сетевых ключевых преобразователей. Характерным требованием, предъявляемым к источникам питания современных электротехнологических установок (таких, например, как сварочные дуговые и электроконтактные машины, установки нанесения износостойких покрытий, лазерные технологические установки и т. д.), является обеспечение устойчивой работы на высокодинамическую нагрузку с широким диапазоном изменения тока нагрузки вплоть до КЗ. При этом для поддержания технологического режима требуются высокие динамические и энергетические показатели источника питания.

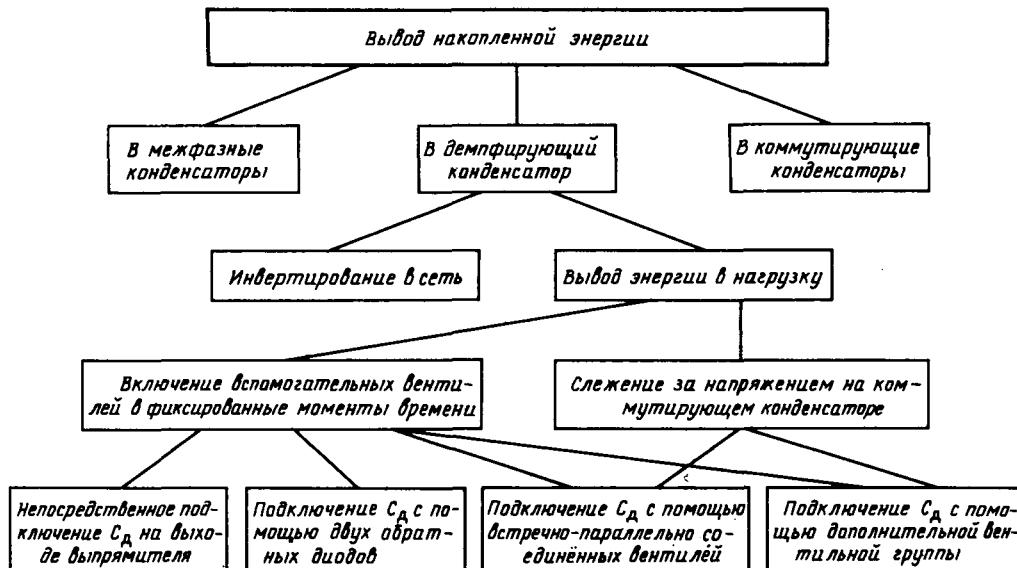
Наиболее полно указанным выше требованиям отвечают тиристорно-конденсаторные ключи (ТКК) с дозированной передачей электрической энергии [1]. Как показала практика, преобразователи, выполненные на основе этих ключей, работают устойчиво и надежно.

Известной особенностью использования, высокочастотных ключей в сетевых преобразователях является возникновение коммутационных перенапряжений на элементах схемы. Дело в том, что фазы промышленной сети переменного тока обладают внутренними сопротивлениями индуктивного характера (рассеяния обмоток сетевого трансформатора, индуктивности линии, токо-

ограничивающие дроссели и т. д.). Принудительное прерывание тока в цепи с индуктивностями приводит к искажению формы напряжения на шинах питающей сети. Как правило, эти искажения проявляются в виде кратковременных всплесков или провалов сетевого напряжения. При достаточно больших значениях фазных индуктивностей, тока нагрузки и скорости выключения коммутационные перенапряжения могут привести к сбою или даже к выходу из строя как элементов самого преобразователя, так и других подключенных к тем же шинам потребителей электроэнергии.

Целью данной статьи является сравнение способов уменьшения влияния преобразователя на питающую сеть путем снижения коммутационных перенапряжений, причем этот вопрос рассмотрен применительно к ТКК с дозированной передачей электрической энергии.

Для снижения коммутационных перенапряжений необходимо каким-либо способом вывести энергию, накопленную в индуктивностях фаз питающей сети. Принципиально возможны три способа вывода энергии [2] : 1) в межфазные конденсаторы; 2) в демпфирующий конденсатор; 3) в коммутирующие конденсаторы. Классификация этих способов представлена на рис. 1.



Естественно, что способ вывода энергии во многом определяет схемотехнические особенности преобразователя в целом. Эти особенности рассмотрены ниже.

Наиболее простым в схемотехническом отношении является способ вывода энергии в межфазные конденсаторы. Анализ мостовой схемы с ТКК [3] выявил резонансный характер электромагнитных процессов. Избежать резонанса можно рациональным выбором соотношения между значениями индуктивностей фаз питающей сети и емкостями конденсаторов, но даже и в этом случае схема оказывается неустойчивой в резкодинамических режимах работы, характерных для источников питания электротехнологических установок.

Третий способ вывода накопленной энергии характеризуется тем, что коммутирующие конденсаторы используются не только для коммутации, но и для вывода энергии. Поэтому емкости таких конденсаторов должны быть увеличены. Уменьшение коммутационных перенапряжений достигается за счет усложнения схемы и алгоритма управления [4] что, естественно, снижает надежность работы в резкодинамических режимах.

Схемы с демпфирующим конденсатором (второй способ вывода накопленной энергии) обеспечивает снижение коммутационных перенапряжений при любом характере изменения тока нагрузки [2], поэтому далее рассматриваются именно такие схемы.

Схемы сетевых преобразователей с демпфирующим конденсатором. На рис. 2 (сплошные линии) показана структура преобразователя сетевого напряжения в постоянный ток, выполненного на основе ТКК с дозированной передачей энергии [1]. Явно выраженное звено постоянного тока представлено в виде неуправляемого выпрямителя B , а высокочастотный ключ выполнен по симметричной схеме (тиристоры V_k1-V_k4 и коммутирующий конденсатор C_k). Этот ключ

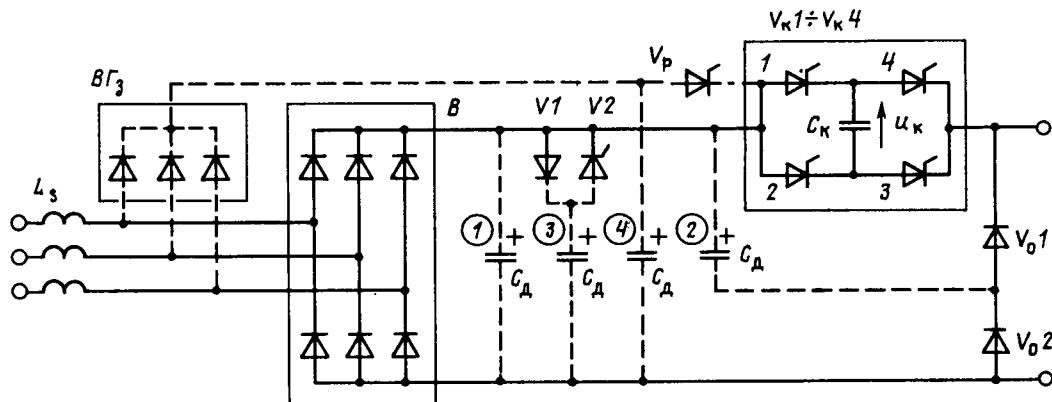
работает таким образом, что одновременно проводят вентили либо с четными номерами, либо с нечетными. При этом коммутирующий конденсатор оказывается включенным последовательно с цепью нагрузки, что обеспечивает высокую коммутационную устойчивость, работоспособность при КЗ в цепи нагрузки и ряд других свойств [1]. Известны структуры с неявно выраженным звеном постоянного тока [5]. В этих схемах одна вентильная группа выпрямителя B (например, его катодная группа) расщеплена на две одинаковые группы, выполненные на тиристорах. Каждая из этих групп заменяет один из коммутирующих тиристоров V_k1, V_k2 симметричного ключа. Возможно выполнение ключа по несимметричной схеме, содержащей два тиристора и два диода [6].

При работе рассматриваемых преобразователей от сети бесконечной (по сравнению с самим преобразователем) мощности напряжение на коммутирующем конденсаторе не превышает амплитуду линейного напряжения питающей сети. Однако из-за индуктивного характера сопротивлений (L_s на рис. 2) в фазах промышленной сети переменного тока напряжение на этом конденсаторе и соответственно на элементах схемы увеличивается. Увеличение напряжения на коммутирующем конденсаторе можно ориентировочно оценить по выражению

$$\Delta U \approx I_d \sqrt{2L_s/C_k},$$

где I_d — ток нагрузки.

Для снижения коммутационных перенапряжений необходим дополнительный накопитель энергии — демпфирующий конденсатор, подключенный к шинам питающей сети через диодный выпрямитель. Начальное напряжение на демпфирующем конденсаторе выбирается несколько выше амплитуды линейного напряжения питающей сети, поэтому на межкоммутационных интервалах диоды выпрямителя заперты. Прину-



дительное прерывание тока в фазах питающей сети приводит к возникновению коммутационных перенапряжений. В результате диоды выпрямителя открываются и накопленная в фазах сети энергия переходит в демпфирующий конденсатор.

Это конденсатор является лишь промежуточным накопителем энергии. Принципиально возможны два пути дальнейшего вывода энергии: инвертирование обратно в питающую сеть либо вывод этой энергии в цепь нагрузки. Для инвертирования накопленной энергии необходимо демпфирующий конденсатор подключить к входу ведомого сетью инвертора. Регулируя угол отпирания вентилей инвертора, можно изменять ток разряда демпфирующего конденсатора и, тем самым, поддерживать его напряжение на заданном уровне [2]. Несмотря на простоту такой схемы ее использование нецелесообразно из-за низкого быстродействия. Дело в том, что ток заряда демпфирующего конденсатора определяется режимом работы высокочастотного ключа, а ток разряда — ведомым инвертором с низкими динамическими свойствами (по сравнению с высокочастотным ключом).

В связи с этим далее рассматриваются схемы с выводом накопленной энергии в цепь нагрузки. Именно такие схемы, отличающиеся вариантом подключения демпфирующего конденсатора C_d , представлены на рис. 2 (варианты 1, 2, 3, 4). Простейший способ подключения этого конденсатора — подключение непосредственно к выводам постоянного тока питающего выпрямителя (вариант 1). При таком подключении, как показал анализ, возникают колебательные процессы между индуктивностями фаз и демпфирующим конденсатором, что ухудшает форму сетевого тока и приводит к увеличению потерь в демпфирующем конденсаторе. Колебательные процессы наиболее сильно проявляются на низких частотах (их значения определены ниже). Собственная частота колебательного процесса определяется из выражения $\omega_0 = 1/\sqrt{2L_s C_d}$. Причина возникновения собственных колебаний заключается в том, что демпфирующий конденсатор подключен непосредственно к выводам постоянного тока диодного моста.

В схемах с неявно выраженным звеном постоянного тока такое непосредственное подключение демпфирующего конденсатора вообще невозможно, поскольку выпрямитель в явном виде отсутствует. В этих схемах положительный вывод демпфирующего конденсатора с помощью двух дополнительных пар встречно-параллельно включенных вентиляй необходимо соединить с разнополярными выводами коммутирующего конденсатора [5].

При работе на низких частотах целесообразно было бы подключать демпфирующий конденсатор к выводу диодного моста только на интервалах вывода энергии, накопленной в фазах

питающей сети. С этой целью в схеме рис. 2 (вариант 2) один из выводов демпфирующего конденсатора подключен к средней точке цепочки обратных диодов V_{01}, V_{02} [7]. После окончания интервала проводимости этих диодов демпфирующий конденсатор автоматически отключается от выводов постоянного тока диодного моста.

В третьем варианте подключения демпфирующего конденсатора реализован другой принцип. Демпфирующий конденсатор в этих схемах подключен к выводам постоянного тока, тока с помощью встречно-параллельных вентиляй. Для вывода накопленной энергии включают диод V_1 , при этом напряжение на коммутирующем конденсаторе увеличивается. Для восстановления начального уровня напряжения на этом конденсаторе включают тиристор V_2 . В четвертом варианте подключения демпфирующего конденсатора вместо диода V_1 для дозаряда этого конденсатора используется дополнительная зарядная диодная группа BG_3 , что позволяет разделить цепи питания и вывода накопленной энергии [8]. Это уменьшает загрузку вентиляй катодной группы диодного выпрямителя и облегчает режим его работы.

Во всех рассмотренных выше вариантах вспомогательные вентили, входящие в состав цепи вывода накопленной энергии, включаются в фиксированные моменты времени, заранее заданные системой управления. Возможно слежение за напряжением на коммутирующем конденсаторе [5]. В этом случае вентиль V_1 и вентили группы BG_3 должны быть управляемыми. Когда напряжение на коммутирующем конденсаторе C_k превысит заданное значение, включают вентиль V_1 либо соответствующий вентиль зарядной группы BG_3 . В результате накопления в индуктивностях фаз сети энергии выводится в демпфирующий конденсатор.

Анализ работы преобразователей рассматриваемого типа проведен ниже при следующих допущениях: 1) активные потери в элементах схемы отсутствуют; 2) ток нагрузки идеально слажен ($I_d = \text{const}$); 3) пульсации напряжения на выходе выпрямителя B на межкоммутационных интервалах не учитываются ($u_d = E_d = \text{const}$). С учетом принятых допущений для рассмотренных преобразователей на интервале полупериода рабочей частоты справедлива эквивалентная схема рис. 3. На этой схеме $L_s = 2L_i$ представляет собой эквивалентную индуктивность, учитывающую индуктивности фаз питающей сети; B_1, B_2 — открытая пара диодов выпрямителя B ; B_3 — один из проводящих вентиляй зарядной вентильной группы BG_3 ; V_k — коммутирующий вентиль, соответствующий проводящей паре коммутирующих вентиляй реальной схемы: V_{k1} и V_{k3} , либо V_{k2} и V_{k4} . Подключение демпфирующего конденсатора C_d к различным точкам

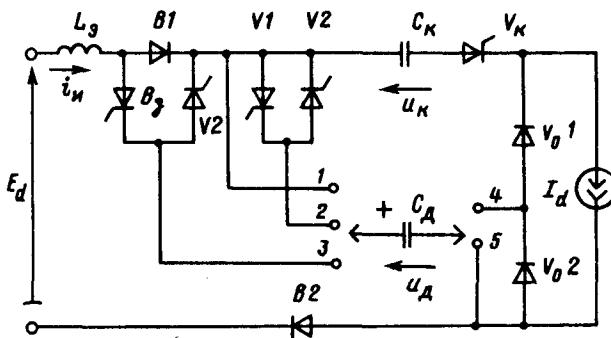


Рис. 3

схемы (1—5) соответствует различным схемам рис. 2.

Рассмотрим сначала простейший вариант подключения демпфирующего конденсатора — непосредственно к выходу выпрямителя V (см. вариант 1 на рис. 2). На эквивалентной схеме рис. 3 этому варианту соответствует подключение левой обкладки демпфирующего конденсатора C_d к точке 1, а правой обкладки этого конденсатора — к точке 5. Диаграммы токов и напряжений представлены на рис. 4. Пусть до начального момента времени $t=0$ ток нагрузки протекал в нулевом контуре через обратный диод либо цепочку из двух последовательно соединенных диодов V_{01}, V_{02} , как это показано на рис. 3. Будем считать, что $u_d(0)=u_d(0)>E_d$.

В начальный момент времени $t=0$ включают очередные коммутирующие тиристоры (V_k на эквивалентной схеме рис. 3). В результате ток нагрузки мгновенно (если не учитывать индуктивности токовой защиты и монтажа) переходит с нулевого контура на контур $C_d-C_k-V_k$. При этом оба конденсатора оказываются соединенными последовательно. Напряжение на этих конденсаторах изменяется линейно, поскольку принято $I_d=\text{const}$. Диоды выпрямительного моста ($B1, B2$ на эквивалентной схеме рис. 3) заперты разностью напряжений E_d-u_d , поэтому цепь нагрузки потребляет энергию, запасенную ранее в демпфирующем конденсаторе. В результате этот конденсатор частично разряжается током нагрузки. В момент времени t_1 напряжение на демпфирующем конденсаторе C_d оказывается равным напряжению источника питания E_d . Начиная с этого момента времени открываются соответствующие диоды выпрямителя $B1, B2$ и ток нагрузки начинает плавно переходить с контура $C_d-C_k-V_k$ на контур $B2-E_d-L_s-B1-C_k-V_k$.

Индуктивность источника питания (эквивалентная индуктивность фаз питающей сети) приводит к увеличению длительности этого процесса. Напряжение на демпфирующем конденсаторе продолжает снижаться, но уже по колебательному

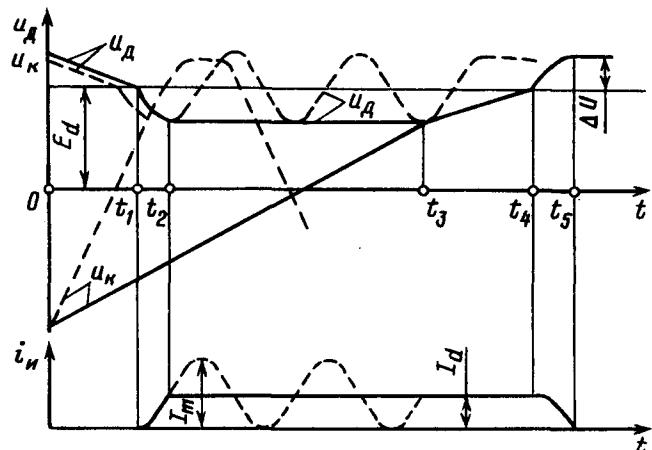


Рис. 4

закону. В момент времени t_2 , отстающий от момента времени t_1 на $1/4$ периода собственной частоты ω_0 , ток источника i_n достигает значения тока нагрузки I_d . Однако на этом колебательный процесс не заканчивается. Поскольку $u_d(t_2) < E_d$, ток источника продолжает расти по колебательному закону (пунктир на рис. 4). Напряжение на демпфирующем конденсаторе также изменяется по колебательному закону.

Колебательные процессы в схеме продолжаются до момента времени t_3 , когда напряжение на перезарядившемся коммутирующем конденсаторе достигает значения напряжения на демпфирующем конденсаторе. На интервале t_1-t_3 в схеме происходит колебательный энергообмен между источником питания и демпфирующим конденсатором. В результате напряжение на этом конденсаторе пульсирует около значения E_d (пунктир на рис. 4). Токи источника и демпфирующего конденсатора изменяются колебательно, но их сумма остается постоянной и равной току нагрузки I_d . С учетом принятых допущений амплитуда колебаний тока источника $I_m=2I_d$.

В момент времени t_3 начинается переход тока нагрузки с контура источника питания на контур нагрузки (эти процессы не рассматриваются).

Анализ электромагнитных процессов кусочно-припасовочным методом (напряжения на конденсаторах в конце такта коммутации приравниваются их начальным значениям) позволяет с учетом принятых допущений получить значения коммутационных перенапряжений в относительных единицах

$$\delta U = \frac{\Delta U}{E_d} = Q_k^* I_d^* \sqrt{\frac{1}{a+1} (1-\cos\theta)^2 + \frac{1}{a} \sin^2\theta}, \quad (1)$$

$$\text{где } Q_k^* = \frac{\sqrt{L_s/C_k}}{E_d/I_d}; \quad (2)$$

$$a = C_d/C_k; \quad (3)$$

$$I_a^* = I_d/I_{dN}; \quad (4)$$

$$\theta = \omega_0(t_3 - t_1); \quad (5)$$

I_{dN} — номинальное значение тока нагрузки, причем момент времени t_3 соответствует равенству напряжений на конденсаторах $u_d = u_k(t_3)$.

С целью исключения колебательных процессов и уменьшения загрузки по току вентиляй выпрямительного моста демпфирующий конденсатор C_d подключают одной обкладкой к общей точке обратных диодов V_{01}, V_{02} . На эквивалентной схеме рис. 3 этому варианту соответствует подключение левой обкладки демпфирующего конденсатора C_d к точке 1, а правой обкладки этого конденсатора — к точке 4. По-прежнему считаем, что $u_d(0) = u_k(0) > E_d$. На интервале $0-t_1$, диоды $B1, B2$ (см. рис. 3) заперты, ток нагрузки протекает в цепи $V_{02} - C_d - C_k - V_k$. На интервале t_1-t_2 ток нагрузки плавно переходит на контур источника питания через открытые вентили $B1, B2$. До момента времени t_2 токи и напряжения в схеме изменяются так же, как и в предыдущем случае. В момент времени t_2 диод V_{02} запирается, поэтому в отличии от рассмотренного выше случая демпфирующий конденсатор отключается и колебательные процессы не возникают.

В интервале t_2-t_3 напряжение на этом конденсаторе остается неизменным. В момент времени t_3 напряжение на перезарядившемся коммутирующем конденсаторе достигает значения напряжения демпфирующего конденсатора. В результате открывается обратный диод V_{01} и оба конденсатора оказываются соединенными параллельно, ток нагрузки делится между ними пропорционально их емкостям. В момент времени t_4 напряжение на обоих конденсаторах достигает значения питающего напряжения. В течение интервала t_4-t_5 ток нагрузки плавно переходит с контуров потребления $B2-E_d-L_s-B1-C_k-V_k$ и $B2-E_d-L_s-B1-C_d-V_{01}$ на нулевой контур $V_{01}-V_{02}$. В момент времени t_5 коммутационные процессы заканчиваются. В следующий полупериод рабочей частоты включается очередная пара коммутирующих тиристоров дозатора.

Анализ электромагнитных процессов с использованием условия установившегося режима $u_d(0) = u_d(t_5)$ позволяет определить значение коммутационных перенапряжений в относительных единицах:

$$\delta U = q_k^* I_d^* \frac{1}{\sqrt{a+1}}. \quad (6)$$

Рассмотренный режим работы схемы не единственный. С ростом тока нагрузки перезаряд коммутирующего конденсатора ускоряется, как это показано пунктиром на диаграмме рис. 4. При определенном значении тока нагрузки равенство напряжений на обоих конденсаторах может на-

ступить ранее момента времени t_2 , т. е. раньше, чем ток нагрузки полностью перейдет с контура $V_{02}-C_d-C_k-V_k$ на контур $B2-E_d-L_s-B1-C_k-V_k$. Когда напряжения на обоих конденсаторах будут равны, в работу вступает обратный диод V_{01} . В результате в эквивалентной схеме рис. 3 проводят вентили $B1, B2, V_{01}, V_{02}, V_k$. Анализ эквивалентной схемы с учетом проводимости указанных вентиляй позволяет получить условие возникновения режимов ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора в виде

$$\frac{2}{q_k^*} < \frac{a-1}{\sqrt{a+1}} + \frac{\pi}{2} \sqrt{a}.$$

Возможны два режима ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора, отличающиеся значением амплитуды I_m тока источника. В первом из этих режимов $I_m > I_{dN}$. В этом режиме колебательный процесс заканчивается в момент достижения током источника величины тока нагрузки, при этом ток источника так и не достигает амплитудного значения I_m . В этот момент запирается обратный диод V_{02} и дальнейшие электромагнитные процессы протекают как и в предыдущем случае при $t > t_3$.

Коммутационные перенапряжения на демпфирующем конденсаторе оцениваются в этом случае выражением (6). Для второго режима ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора характерно $I_m < I_{dN}$. В этом случае ток источника также не достигает величины тока нагрузки. Колебательный процесс заканчивается в тот момент времени, когда ток источника станет равным нулю. Коммутационные перенапряжения на демпфирующем конденсаторе оцениваются выражением (1).

Варианту подключения демпфирующего конденсатора с помощью пары встречно-параллельно включенных вентиляй (вариант 3 на рис. 2) на эквивалентной схеме рис. 3 соответствует подключение левой обкладки демпфирующего конденсатора к точке 2, а правой обкладки этого конденсатора — к точке 5. По-прежнему считаем, что начальные напряжения на конденсаторах одинаковы и оба превышают напряжение источника питания. В начальный момент времени включают вентили V_k, V_2 (см. рис. 3). В результате ток нагрузки мгновенно переходит с нулевого контура (через обратные диоды) на контур $C_d-V_2-C_k-V_k$. Напряжения на обоих конденсаторах изменяются линейно.

В момент, когда напряжение на демпфирующем конденсаторе снизится до уровня напряжения источника питания, открываются соответствующие вентили диодного моста и ток нагрузки начинает переходить на контур $B2-E_d-L_s-B1-C_k-V_k$. К концу перехода тока нагрузки в источник питания напряжение на демпфирующем конденсаторе снижается до уровня $u_d = E_d - q_d I_d$, где $q_d = \sqrt{L_s/C_d}$. В этот момент времени включают вен-

тиль $V1$ (в качестве этого вентиля можно использовать диод). В результате ток источника увеличивается (на диаграмме рис. 4 этому процессу соответствует первая полуволна тока источника i_d , изображенная пунктиром). При этом напряжение на демпфирующем конденсаторе возрастает до уровня $u_d = E_d + Q_k I_d$. После этого вентиль $V1$ запирается разностью напряжений источника питания и демпфирующего конденсатора, тем самым демпфирующий конденсатор отключается и напряжение на нем остается неизменным.

В тот момент времени, когда напряжение на перезарядившемся коммутирующем конденсаторе достигает уровня напряжения источника питания, ток нагрузки начинает плавно переходить с контура, включающего в себя источник питания, на нулевой контур. При этом напряжение на коммутирующем конденсаторе колебательно возрастает и достигает значения напряжения на демпфирующем конденсаторе. С этого момента отпирается вентиль $V1$ и оставшаяся в индуктивностях источника питания энергия переходит в конденсаторы C_d и C_k , распределяясь между ними пропорционально их емкостям. Напряжения на конденсаторах возрастают до тех пор, пока ток нагрузки полностью не перейдет в нулевой контур. Коммутационные перенапряжения на конденсаторах в относительных единицах оцениваются выражением

$$\delta U = Q_k^* / I_d^* \sqrt{\frac{2}{a+1}}. \quad (7)$$

Анализ электромагнитных процессов показал, что с увеличением тока нагрузки (аналогично второму варианту по рис. 2) также возникает режим ускоренного перезаряда демпфирующего конденсатора. Для этого режима характерно, что напряжение на перезарядившемся коммутирующем конденсаторе достигает значения напряжения на демпфирующем конденсаторе ранее того момента времени, когда вентиль $V1$ запирается. В момент времени, когда $u_d = u_k$, в работу вступает нулевой вентиль (либо вентили V_{01} , V_{02} , как показана на эквивалентной схеме рис. 3). Поэтому для режима ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора характерно одновременное проводящее состояние вентиля $V1$ и цепочки обратных вентилей. Анализ электромагнитных процессов для этого случая позволил выявить условия возникновения режима ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора:

$$Q_k^* > \frac{2}{\sqrt{2a-1} + 1,5\pi\sqrt{a-1}/\sqrt{a}},$$

а относительную величину коммутационных перенапряжений можно оценить выражением (1).

Вариант подключения демпфирующего конденсатора с помощью дополнительной вентильной

Вологодская областная универсальная научная библиотека

группы BG_3 (вариант 4 на рис. 2) на эквивалентной схеме рис. 3 соответствует подключение левой обкладки демпфирующего конденсатора C_d к точке 3, а правой обкладки этого конденсатора — к точке 5. Очевидно, что при таком подключении конденсатора характер электромагнитных процессов не изменится (по сравнению с вариантом подключения левой обкладки демпфирующего конденсатора к точке 2, что рассмотрено выше), расчетные выражения останутся теми же.

Недостатком рассмотренных режимов работы является большое значение напряжения на коммутирующем конденсаторе. Это обусловлено тем, что к моменту выключения коммутирующих вентилей дозатора демпфирующий конденсатор оказывается заряженным до напряжения $u_d = E_d + I_d Q_k$. Возможен алгоритм управления со сложением за напряжением на коммутирующем конденсаторе. В этом случае после перехода тока нагрузки с контура $C_d - V2 - C_k - V_k$ (см. рис. 3) на контур $B2 - E_d - L_s - B1 - C_k - V_k$ вентиль $V1$ не включают (этот вентиль, а также вентили зарядной группы BG_3 должны быть управляемыми). К окончанию перехода тока нагрузки на указанный контур напряжение на демпфирующем конденсаторе, как было указано выше, оказывается ниже уровня напряжения источника питания.

Система управления должна осуществлять сложение за напряжением на коммутирующем конденсаторе. Как только напряжение на этом конденсаторе достигнет заданного уровня уставки $U_y \geq E_d$, включают вентиль $V1$ (либо соответствующий вентиль группы BG_3). В результате коммутирующие вентили запираются разностью напряжений $E_d - U_y$, ток нагрузки мгновенно переходит в нулевой контур и дальнейший вывод энергии, накопленной в индуктивностях источника питания, осуществляется в демпфирующем конденсаторе. Обратное напряжение на коммутирующих вентилях сохраняется до тех пор, пока $u_d > u_k$.

Значение коммутационных перенапряжений на демпфирующем конденсаторе в относительных единицах можно оценить по выражению

$$\delta U = Q_k^* / I_d^* \sqrt{\frac{1}{a} \left[1 - \left(\frac{U_y^* - 1}{Q_k^* / I_d^*} \right)^2 \right]}, \quad (8)$$

где U_y — напряжение уставки $U_y^* = U_y / E_d$.

Сравнение величин коммутационных перенапряжений для двух алгоритмов управления (со сложением за напряжением на коммутирующем конденсаторе и без этого сложения) показало, что перенапряжения на демпфирующем конденсаторе практически одинаковы, но при сложении уменьшаются перенапряжения на коммутирующем конденсаторе.

Преимущество схем, где используется дополнительная вентильная группа BG_3 , заключается в том, что число последовательно соединен-

ных вентилях в цепи тока нагрузки и в цепи вывода накопленной энергии уменьшается, что, естественно, приводит к снижению мощности потерь в силовых элементах преобразователя.

Характеристики преобразователей. Основные характеристики тиристорно-конденсаторных преобразователей с дозированной передачей электрической энергии представлены в [1]. В данной статье отмечены особенности, связанные с наличием в схеме демпфирующего конденсатора. Приведенные здесь характеристики получены расчетным путем на основании проведенного выше анализа. Так, на рис. 5 представлены зависимости коммутационных перенапряжений на демпфирующем конденсаторе (в относительных единицах) от соотношения емкостей конденсаторов, рассчитанные выше по выражениям (1)–(8) для конкретных значений параметров $Q_k^*=0,3$ и $u_k=3\%$, где

$$u_k = \frac{\omega L_s}{E_d/I_{dh}} 100\%. \quad (9)$$

Сравнение представленных кривых наглядно показывает, что наименьшие коммутационные перенапряжения оказываются в схемах с подключением демпфирующего конденсатора к общей точке двух последовательно соединенных обратных диодов. Для этих схем увеличение отношения емкостей конденсаторов $a=C_d/C_k$ более шести нецелесообразно, так как дальнейшее увеличение этого отношения не приводит к существенному снижению коммутационных перенапряжений. Для остальных схем существенное снижение коммутационных перенапряжений наблюдается лишь до $a=5 \div 7$. Емкость коммутирующего конденсатора определяется заданной мощностью нагрузки

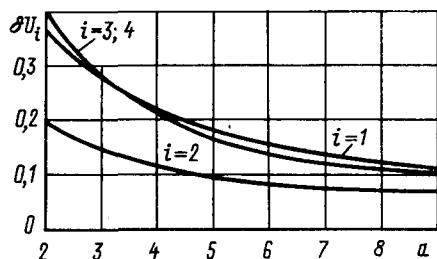


Рис. 5

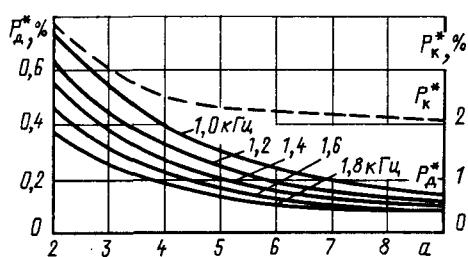


Рис. 6

и выбранным значением частоты коммутации [1], представленные графические характеристики позволяют оценить значение емкости демпфирующего конденсатора, необходимое для снижения коммутационных перенапряжений до заданного уровня.

На рис. 6 приведены зависимости активных потерь в конденсаторах (демпфирующем и коммутирующем), рассчитанных по методике [9] для режима ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора и конкретных значений параметров $Q_k^*=1$, $u_k=4\%$. Потери в конденсаторах приведены в относительных единицах (за базисную величину принято номинальное значение активной мощности преобразователя P_{dh}), причем сплошные линии соответствуют потерям в демпфирующем конденсаторе для различных частот коммутации, а пунктирные — потерям в коммутирующем конденсаторе.

Активные потери в демпфирующем конденсаторе определяются величиной пульсаций напряжения на этом конденсаторе. С ростом частоты коммутации эти пульсации снижаются, поэтому уменьшаются и потери.

Активные потери в коммутирующем конденсаторе определяются формой кривой напряжения на этом конденсаторе. Как показано на временных диаграммах рис. 4, процессы вывода накопленной в фазах сети энергии мало сказываются на форме кривой этого напряжения. Увеличение частоты коммутации, естественно, приводит к росту потерь в коммутирующем конденсаторе [1], но одновременно увеличивается и мощность самого преобразователя, поэтому относительные потери активной мощности в коммутирующем конденса-

торе $P_k^* = \frac{P_k}{P_{dh}}$ с ростом частоты практически не меняется.

Для оценки влияния преобразователя на питающую сеть был проведен анализ гармонического состава сетевого тока. Наиболее просто гармонический состав сетевого тока можно определить согласно методике [10] путем умножения тока источника i_h , определенного с помощью эквивалентной схемы рис. 3, на коммутационную функцию трехфазной мостовой схемы. Расчеты, проведенные на ЭВМ, показали, что для режимов ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора коэффициенты искажения сетевого тока для всех рассмотренных схем практически совпадают и в диапазоне частот коммутации $f_k = 1 \div 2$ кГц при отношении емкостей $C_d/C_k = 7$ составляют не менее 0,9. В спектре сетевого тока преобладают высшие гармоники с номерами

$v = n \frac{f_k}{f_c} \pm l$, где $n = 1, 2, 3, \dots$; f_c — частота питающей сети; l — порядковый номер канонической гармоники линейного спектра коммутационной функции выпрямителя.

Дальнейшее улучшение гармонического состава сетевого тока может быть достигнуто за счет использования сетевых фильтров высших гармоник.

Выводы. 1. В схемах с явно выраженным звеном постоянного тока подключение демпфирующего конденсатора непосредственно к выводам выпрямителя целесообразно только при больших частотах коммутации (режим ускоренного перезаряда коммутирующего конденсатора).

2. Наименьшие коммутационные перенапряжения возникают в преобразователях с включением демпфирующего конденсатора с помощью двух последовательно соединенных обратных вентилей.

3. Дальнейшее снижение коммутационных перенапряжений на коммутирующем конденсаторе возможно за счет сложения за напряжением на этом конденсаторе.

4. В области больших частот все рассмотренные преобразователи практически одинаково воздействуют на питающую сеть.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булатов О. Г., Царенко А. И. Тиристорно-конденсаторные преобразователи.— М.: Энергоиздат, 1982.— 216 с.
2. Булатов О. Г., Лабунцов В. А., Шитов В. А. Особенности применения принудительной коммутации в ведомых

сетью преобразователях.— Электричество, 1985, № 12, с. 30—37.

3. Булатов О. Г., Фраткина М. Л., Царенко А. И. Исследование режимов работы преобразователя с емкостным коммутирующим устройством на входе.— Тр. Моск. энерг. ин-та, 1980, вып. 461, с. 6—13.

4. Булатов О. Г., Шитов В. А. Управляемый выпрямитель с искусственной коммутацией.— Электричество, 1984, № 9, с. 20—25.

5. А. с. 1069098 (СССР). Преобразователь многофазного переменного напряжения в постоянный ток / О. Г. Булатов, А. А. Воронин, В. Д. Поляков, А. И. Царенко. Опубл. в Б. И. 1984, № 3.

6. А. с. 1310972 (СССР). Преобразователь переменного напряжения в постоянный ток / О. Г. Булатов, Н. Н. Петросян, В. А. Шитов. Опубл. в Б. И., 1987, № 18.

7. Петросян Н. Н., Шитов В. А. Тиристорный ключ с демпфирующим конденсатором для питания электротехнологических установок.— Техническая электродинамика, 1985, № 2, с. 63—66.

8. Петросян Н. Н., Шитов В. А. Импульсный преобразователь с демпфирующим конденсатором.— Техническая электродинамика, 1985, № 3, с. 50—53.

9. Ермуратский В. В., Ермуратский П. В. Конденсаторы переменного тока в тиристорных преобразователях.— М.: Энергия, 1979.— 224 с.

10. Розанов Ю. К., Логинов А. А., Сухинин А. М. Анализ гармонического состава первичных токов в преобразователях со звеном повышенной частоты.— ЭП. Преобразовательная техника, 1984, № 1, 6—9.

[28.09.87]

УДК 621.314.1:621.382

Алгоритмы работы вентильных преобразователей

ОБУХОВ С. Г., канд. техн. наук

Применение силовых транзисторов, запираемых тиристоров и других видов вентилей, способных быстро и с малыми потерями переходить из разомкнутого состояния в замкнутое и обратно, существенно расширило алгоритмические возможности преобразования электрической энергии. Поскольку дополнительные коммутации в основных классах преобразователей позволяют улучшить энергетические характеристики (гармонический состав напряжения или тока, постоянство врачающего момента двигателей переменного тока, коэффициент мощности), способы формирования напряжения (тока) в основных классах преобразователей базируются на многократном изменении структуры цепи в течение периода. Анализ и синтез новых схем и новых режимов их работы выполняется методами, основанными на применении понятий переменной структуры, переключающих функций, скачкообразного изменения параметров элементов цепей и пр. [1].

Однако оптимизация характеристик преобразователей заключается не только в совершенствовании электромагнитных процессов. По мере усложнения способов формирования напряжений (токов) все в большей степени проявляется необходимость совершенствования алгоритма работы преобразователей, под которыми понимается последовательность состояний силовых ключей (управляемых и неуправляемых вентилей) и интервалов существования этих состояний. Развитие алгоритмов регулирования требует применения управляемых ключевых элементов, обладающих двунаправленной проводимостью в состоянии «включено». Физическая реализация возможна на основе известных схемотехнических решений, базирующихся на использовании двух полностью управляемых вентилей либо одного вентиля в диагонали диодного моста.

Целями настоящей статьи являются определение признаков классификации алгоритмов работы широкого класса преобразователей, описа-

ние этих алгоритмов и выявление возможности регулирования электрических параметров преобразователей путем выбора соответствующих последовательностей управления ключевыми элементами. Предлагаемые методы формального описания иллюстрируются примерами следующих типов преобразователей: выпрямителей и инверторов, ведомых сетью, токопараметрических преобразователей, автономных инверторов напряжения и тока.

Описание алгоритмов требует определения алфавита, кодовых слов и их последовательностей для обозначения состояний ключевых элементов и очередности их переключения. В наиболее распространенных преобразователях, основанных на применении полумостовых функциональных модулей (рис. 1, а), алфавит состояний включает четыре символа (0, 1, 2, 3):

Состояние ключей	оба разомкнуты	замкнут ключ 1	замкнут ключ 2	оба замкнуты
Обозначение	0	1	2	3
Двоичный код	00	01	10	11

В более сложных преобразователях могут использоваться универсальные модули на основе трех ключей; соответственно двоичное кодирование потребует трехбитового слова:

Состояние ключей	все разомкнуты	замкнут ключ 1	замкнут ключ 2	замкнут ключ 3	замкнута любая пара или все ключи
Обозначение	0	1	2	3	K
Двоичный код	000	100	010	001	011, 101, 110, 111

Для определенности на рис. 1, б приведена структура треугольника; ей можно поставить в соответствие электрически эквивалентную структуру звезды.

Алфавит состояний базовых модулей рис. 1 позволяет определить полное множество слов состояния преобразовательных схем. Большинство преобразователей строится на основе трехфазной мостовой схемы (рис. 2). Наличие шести ключей по-

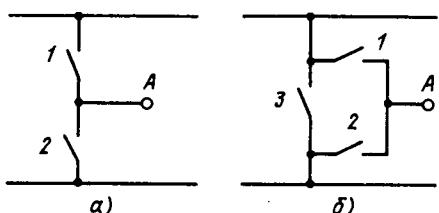


Рис. 1. Основные типы модулей для построения преобразователей: а — полумостовая схема; б — универсальная трехполюсная ключевая схема

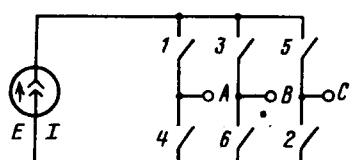


Рис. 2. Трехфазный мостовой преобразователь

зывает реализовать $2^6 = 64$ различных слова состояния, от 000000 до 111111. Эти слова могут быть размещены на карте Карно (табл. 1). Проанализируем пространство состояний для различных классов преобразователей. Для краткости будем обозначать все возможные сочетания с учетом симметрии вхождения всех символов в полное множество перечислением этих символов в фигурных скобках: $\{123, 132, 213, 231, 312, 321\} = \{1, 2, 3\}$.

Все состояния, в которых присутствует хотя бы один символ 3, являются запрещенными для схемы с источником напряжения в звене постоянного напряжения. Полное число таких состояний равно 37. Рабочим пространством состояний для автономного инвертора напряжения являются множества $\{1, 1, 2\}$, $\{1, 2, 2\}$ (всего 6 состояний), а также состояния 111 и 222 (замыкание трехфазной нагрузки). Кроме того, допустимы режимы, описываемые словами $\{1, 1, 0\}$, $\{2, 2, 0\}$ (замыкание двух фаз, всего шесть состояний), $\{0, 0, 1\}$, $\{0, 0, 2\}$, $\{0, 0, 0\}$ (разомкнутые цепи источника и нагрузки, всего семь состояний). Соответственно по карте можно проследить возможные траектории переключения, не заходящие в запрещенные области и характеризующиеся минимальной длиной перехода. Например, смена состояний 112—122 наиболее простым, но не единственным образом реализуется парой соседних переходов: 112—102—122.

Для выпрямительных схем с такой же топологической структурой (мостовая схема, рис. 2) недопустимы все состояния, описываемые сочетаниями: $\{3, —, —\}$, ($—$ — любое состояние), а рабочим пространством состояний является множество $\{0, 1, 2\}$. В переходных режимах, например на коммутационных интервалах допустимы множества $\{1, 1, 2\}$, $\{1, 2, 2\}$, всего шесть состояний, а в режиме разрывных токов — множества $\{0, 0, 1\}$, $\{0, 0, 2\}$, $\{000\}$ (всего также семь состояний).

Токопараметрические преобразователи характеризуются тем, что для каждого источника тока должна обеспечиваться возможность протекания тока в любой момент времени за исключением момента изменения направления тока. Вследствие этого в схеме недопустимы состояния $\{0, 0, —\}$.

Таблица 1

Возможные состояния ключей 1, 3, 5	Состояния трехфазной цепи при возможных состояниях ключей 4, 6, 2							
	000	001	011	010	110	111	101	100
000	000	001	011	010	110	111	101	100
001	002	003	013	012	112	113	103	102
011	022	023	033	032	132	133	123	122
010	020	021	031	030	130	131	121	120
110	220	221	231	230	330	331	321	320
111	222	223	233	232	332	333	323	322
101	202	203	213	212	312	313	303	302
100	200	201	211	210	310	311	301	300

(— любой символ), всего 10 состояний. Режим неуправляемого токопараметрического преобразователя характеризуется рабочим множеством $\{1, 1, 2\}, \{1, 2, 2\}$, всего 6 состояний, а для обеспечения импульсного регулирования допустимы состояния, в которых либо только источник, либо одновременно источник и нагрузка замыкаются накоротко: $\{1, 1, 1\}, \{2, 2, 2\}, \{1, 1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{2, 2, 3\}, \{1, 3, 3\}, \{2, 3, 3\}, \{3, 3, 3\}$ — всего 21 состояние.

Признаком одновременного замыкания источника и нагрузки является наличие символа 3 в слове состояния. Наконец, кратковременно допустимы переходные состояния, связанные с изменением направления тока одного из источников. Эти состояния принадлежат множествам: $\{0, 1, 1\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 2, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{0, 2, 3\}, \{0, 3, 3\}$, полное число состояний в этих множествах 30. Кратко их можно описать как $\{0, =, =\}$, где $=$ — любой символ, кроме нуля.

Для автономных инверторов тока характерна недопустимость состояний, соответствующих разрыву в звене постоянного тока: $\{0, 0, \#\}$ ($\#$ — любой символ, кроме 3), а также $\{0, 1, 1\}, \{0, 2, 2\}$. Рабочее множество включает слова $\{0, 1, 2\}, \{1, 2, 2\}, \{1, 1, 2\}$.

Формирование напряжения (тока) на выходе преобразователя происходит путем чередования некоторого множества последовательных состояний, смена которых происходит в моменты времени, задаваемые для автономных преобразователей внутренним таймером системы управления.

Преобразователи на основе управляемых вентилей изменяют состояния под действием изменяющихся анодных токов (напряжений) и сигналов управления. В настоящее время формирование практически любой многоканальной последовательности отпирающих импульсов не встречает принципиальных трудностей. Поэтому задача состоит, в первую очередь, в выборе такой последовательности, которая обеспечивает переход вентильной цепи из одного рабочего состояния в последующее при условии кратчайшей (в смысле кодового расстояния) траектории, т. е. минимального числа дополнительных коммутаций, и при условии, что траектория минует запрещенные для данного класса преобразователей состояния. После того как траектория выбрана, ее реализация осуществляется аппаратным или программным способом: использование распределителей и преобразователей кодов на основе средних по интеграции схем и программируемых запоминающих устройств, использование микропроцессорных контроллеров.

Наборы состояний и моменты их изменения подчинены следующим требованиям симметрии:

последовательность слов состояний не нарушается при циклическом изменении чередования фаз. (фазовая симметрия); так, последователь-

ность (112—122—121—221—211—212) не изменится, если вместо порядка чередования АВС записать САВ или ВСА;

полуволны положительной и отрицательной полярности должны отвечать требованию центральной симметрии, т. е. состояния полуволны одного знака могут быть получены из состояний другой полуволны, заменой символов 1 на 2 и обратно в словах состояния;

наконец, каждая полуволна должна обладать осевой симметрией по отношению к моменту максимума (минимума); эта симметрия для фазы A, например, проявляется в последовательности (112—122—112), фазное напряжение $U_{AO} = \{E/3, 2E/3, E/3\}$.

С учетом сказанного m -фазная система, например инвертор с m -фазным выходом, характеризуется следующими параметрами алгоритма формирования: минимальным числом различных слов состояния S_{min} ; минимальной длиной последовательности слов состояния L_{min} , образующей m -фазную систему напряжений с учетом сказанного о разрешенных состояниях и видах симметрии.

Для трехфазных систем $S_{min} = L_{min} = 6$, причем возможны две разновидности последовательности:

$$(120—102—012—210—201—021); \quad (1)$$

$$(112—122—121—221—211—212). \quad (2)$$

Вторая последовательность получила наибольшее распространение, поскольку в ней отсутствует символ 0 (признак обрыва фазы), а следовательно, в каждый момент времени топология схемы позволяет определить токи и напряжения нагрузки инвертора независимо от ее характера. Максимальное число различных слов состояния ограничено числом сочетаний C_m^n , где n — число символов алфавита, а m — число фаз. Что же касается максимальной длины последовательности, то она не имеет принципиальных ограничений и должна быть кратна L_{min} . Между любыми смежными словами должны быть добавлены слова — связки, отражающие тот факт, что смежные слова в последовательностях (1) и (2), например 120 и 102, или 112 и 122, не являются соседними, как это следует из карты Карно или из двоично-кодированной записи соответствующих слов.

Возможные переходные состояния для этих слов в последовательностях (1) и (2): 120—122—102 или 120—100—102; 112—102—122 или 112—132—122. Нетрудно видеть, что оба типа переходов не свободны от нарушения законов коммутации; при наличии источника напряжения в звене постоянного тока недопустимо 132, а при наличии источника тока в коммутируемой фазе недопустимо 102. Аналогично недопустимы 100 при источнике тока в звене постоянного тока и 122 при источнике напряжения в звене переменного тока.

Для известных классов преобразователей эти

нарушения устраняются введением диодов, которые автоматически изменяют слово состояния при повышении напряжения в фазе; проблема плохо решается при необходимости построения реверсивных преобразователей. Тем не менее можно представить себе решение одним из следующих способов или их комбинацией: применением конденсаторов для поглощения энергии при разрыве цепи источников тока; применением реакторов для ограничения тока замыкания источников напряжения; введением ограниченных задержек на время существования переходных слов; слежением за уровнем напряжения (тока) в переходных процессах и оперативное воздействие на соответствующие ключевые элементы; применением вспомогательных неуправляемых или управляемых нелинейных элементов для ограничения напряжений (токов) в переходных режимах. Последний способ может быть описан в терминах слов состояний, расширенных за счет дополнительных элементов¹.

С целью расширения возможностей регулирования коэффициента передачи преобразователя, т. е. управления соотношением E/U_d в приведенные последовательности слов состояния могут быть введены дополнительные слова, соответствующие отключенному или замкнутому накоротко состоянию нагрузки. В минимальной последовательности ($L_{\min}=6$) этими словами могут быть $\{\#, 0, 0\}, \{1, 1, 1\}, \{2, 2, 2\}$, где $\#$ — любой символ, кроме 3. Тогда в последовательностях (1) и (2) переходы из одного рабочего состояния в другое будут включать два вида дополнительных состояний, показанных на примере первой пары переходов 120—102 и 112—122:

120—100—102—...; 112—110—111—100—102—122—...

В первой последовательности дополнительное состояние S_d 100 является соседним по отношению к обоим смежным рабочим S_p . Во второй последовательности дополнительные состояния образуют два подмножества. Одно из них $S_{d,o}$ служит лишь для обеспечения соседства переходов в смысле кодового расстояния; эти состояния не играют роли в процессе регулирования, и их длительность

должна быть минимальной, достаточной для замыкания или размыкания соответствующего ключевого элемента. Другое подмножество $S_{d,p}$ фиксирует замыкание нагрузки и может использоваться для целей регулирования. К первому подмножеству относятся все слова вида 110, 100, 102, ..., ко второму — 111 и 222. Заметим, что хотя переходы от 110 к 100 и от 100 к 122 не являются соседними, возможные траектории переходов не создают опасных состязаний. Поэтому переходы второй последовательности можно записать короче: 112—110—111—100—122—...

Если длина последовательности слов неминимальна $L=kL_{\min}$, $k=1, 2, \dots$, то возможности регулирования расширяются. В этом случае период выходного напряжения преобразователя распадается на интервалы повторяемости, длительность каждого интервала $1/2t$ часть периода. Интервал повторяемости содержит несколько одинаковых по структуре последовательностей слов, назовем такую последовательность шагом алгоритма. Число шагов на интервале равно k .

Запишем в качестве примера шаг алгоритма для одного из интервалов повторяемости при двух видах ШИМ — односторонней и двухсторонней (дополнительные состояния $S_{d,o}$ опущены): 111—112—122—222—111—...; 111—112—122—222—122—112—111—... Способы формирования, используемые в автономных инверторах напряжения, различаются числом шагов алгоритма на интервале повторяемости, структурой шага и относительным временем существования каждого шага слова.

Преобразователи, ведомые сетью, в качестве одного из сигналов синхронизации используют сеть, другим служит внешнее управляющее воздействие. Для выполнения преобразователем требуемых функций слова состояния ключевых элементов должны быть определенным образом связаны с напряжением питающей сети. Слово состояния трехфазной сети — код сети — можно сформировать на основе истинности следующих неравенств: если $U_A > U_B$, то 2, иначе 1; если $U_B > U_C$, то 2, иначе 1; если $U_C > U_A$, то 2, иначе 1 (рис. 3). Очевидно, что слова 111 и 222 невозможны. Такой выбор кодов сети обусловлен тем, что в выпрямителях напряжения признаки неравенств легко реализуются в виде логических сигналов с помощью компараторов линейных напряжений.

Из системы неравенств следует какие ключи должны быть замкнуты для получения на выходе выпрямителя напряжения той или иной полярности. Код сети сохраняется неизменным на интервале 60° . В табл. 2 приведены соответствующие кодам сети K_c наибольшее и наименьшее фазные напряжения, слова состояния ключевых элементов для получения наибольшего положительного и отрицательного напряжений $U_{\text{вых}+}$ и $U_{\text{вых}-}$.

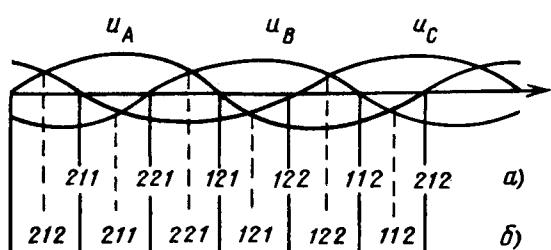


Рис. 3. К составлению кодов сети: а — для выпрямителей напряжения; б — для токопараметрических преобразователей

¹ В зарубежной литературе устройства демпфирования получили название снабберов

Таблица 2

K_c	$U_{\text{фmax}}$	$U_{\text{фmin}}$	$U_{\text{вых+}}$	$U_{\text{вых-}}$
211	U_A	U_B	120	210
221	U_A	U_C	102	201
121	U_B	U_C	012	021
122	U_B	U_A	210	120
112	U_C	U_A	201	102
212	U_C	U_B	021	012

вляться одним из двух способов или их комбинацией: широтным и фазовым. Широтный способ состоит в том, что на каждом интервале существования неизменного кода сети периодически изменяются слова состояния ключей. Множество вариантов широтного способа обусловлено множеством разрешенных слов, которые образуют последовательность состояний ключевых элементов. Так, на интервале, где $K_c=211$ можно реализовать последовательности слов состояний ключей (дополнительные состояния S_d , опущены):

$$210-200 \text{ (или } 010)-210-\dots; \quad (3)$$

$$210-201-210-\dots; \quad (4)$$

$$210-012-210-\dots; \quad (5)$$

$$210-120-210-\dots \quad (6)$$

С учетом того, что для формирования шага алгоритма можно использовать также комбинации способов (3)–(6), полное множество способов широтного регулирования даже без учета разных возможностей модуляции временных интервалов весьма обширно. Поскольку все пары слов в приведенных последовательностях не являются соседними, эти последовательности должны быть дополнены переходными словами подмножества S_d с учетом всех ограничений, указанных выше.

Фазовый способ связан с введением регулируемой задержки последовательности слов состояний ключевых элементов по отношению к кодам сети. Последовательности в этом случае должны отвечать не только требованиям разрешенных состояний и всех видов симметрии, но и требованию синхронности с сетью.

Не все известные схемы выпрямителей могут быть описаны моделью ключевого модуляя рис. 1, а. В некоторых случаях приходится прибегать к расширенному варианту рис. 1, б; так, если выпрямитель работает на фильтр с индуктивным входом, возникает необходимость в состояниях {3, 0, 0}.

В токопараметрических преобразователях целью формирования последовательности слов состояния, синхронизированных с кодами сети, яв-

ляется получение на выходе тока требуемой величины и направления. В качестве кодов сети в данном случае удобно считать последовательность слов, формируемых по результатам выполнения неравенств: если $i_A > 0$, то 2, иначе 1; если $i_B > 0$, то 2, иначе 1; если $i_C > 0$, то 2, иначе 1 (рис. 3, б). Эта последовательность сдвинута на 30° по отношению к последовательности на рис. 3, а.

Получение тока одного направления, принятого на рис. 2 за положительное, требует последовательности слов состояния ключевых элементов, совпадающей с кодами тока источников. Соответственно, если символы 1 и 2 поменять местами в словах состояния, то направление тока изменится на противоположное. Поскольку все перечисленные кодовые слова в последовательности не являются соседними, переходы должны осуществляться с использованием слов из подмножества S_d .

С учетом всех высказанных выше ограничений широтное регулирование позволяет изменять величину тока на выходе преобразователя путем воздействия как на набор слов, так и на интервалы их существования. Фазовый способ регулирования в токопараметрических преобразователях по сути не отличается от описанного выше для выпрямителей напряжения. Смещение слова состояния 212 на половину периода (от интервала, соответствующего коду тока 212, до интервала 121) позволяет изменить ток от I_{max} до I_{min} с плавным изменением его величины. Вопрос о сочетании фазового и широтного способов регулирования, а также о выборе частоты переключения при широтном способе требует специального рассмотрения.

Введение понятий слов состояния сети, ключевых элементов, последовательности состояний, разрешенных и запрещенных переходов, интервалов повторяемости, дает возможность реализовать алгоритмы управления ключами, применяя относительно простые аппаратные и (или) программные средства преобразования кодов. Формализация описания позволяет выявить общие закономерности алгоритмов работы большого класса преобразователей и обеспечить полноту рассмотрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Лабунцов В. А. Научно-технические проблемы преобразовательной техники.— Электричество, 1980, № 5.
- Алексенко А. Г., Шагурин И. И. Микросхемотехника.— М.: Радио и связь, 1982.
- Обухов С. Г., Чаплыгин Е. Е. Управление токопараметрическими вентильными преобразователями.— Электротехника, 1980, № 7.

О выборе метода расчета магнитного поля в активной зоне электрической машины и численной реализации аналитических решений

КАРАСЕВ А. В., канд. техн. наук

Ленинград

В последнее время все большее число работ посвящается расчету магнитного поля в активной зоне электрической машины при произвольном числе пазов статора и ротора на полюсном делении t [1—3]. При решении этой актуальной задачи применяются аналитические, численные или численно-аналитические методы расчета. При этом каждый метод предопределяет специфические особенности и свойства в получаемых решениях и очень важно иметь некоторые критерии выбора того или иного решения для практического использования при расчете и проектировании электрической машины.

В обсуждаемой проблеме интересной и перспективной является работа [1], в которой приведено оригинальное решение и получены хорошие конкретные результаты. Однако небесспорными являются суждения автора этой работы при сопоставлении ее с решениями аналогичной задачи другими методами. Вероятно, численно-аналитический метод расчета магнитного поля имеет существенные преимущества при решении полевых задач в расчетной области со сложной геометрией граничных поверхностей (в частности при граничных поверхностях, не являющихся одновременно координатными поверхностями).

В случаях, когда возможен аналитический расчет магнитного поля ему следует отдать предпочтение по мотивам, которые будут приведены далее. Следует сразу отметить, что применение метода разделения переменных для решения обсуждаемой задачи приводит к бесконечной системе алгебраических уравнений, но оставляет открытыми вопросы о порядке N конечной системы, обеспечивающей заданную точность расчета, и о времени, необходимом для расчета характеристик поля при использовании ЭВМ.

Эти вопросы тесно связаны со сходимостью полученных решений и критериями оценки их точности. Очевидно, что порядок системы уравнений при численных или численно-аналитических методах расчета также определяется заданной точностью расчета магнитного поля и структурой разбиения расчетной области на элементы.

Остановимся на некоторых общих критериях выбора метода решения полевой задачи. Известно, что расчет магнитного поля в большинстве электромагнитных устройств является основой методик, используемых для проектирования этих устройств. При этом не только точность расчета

магнитного поля, но и метод решения предопределяют правильный, рационально обоснованный выбор параметров проектируемого устройства, чтобы удовлетворить с наименьшими затратами заданным условиям и требованиям.

При таком подходе к задаче расчета магнитного поля в устройстве выбор метода решения полевой задачи обусловлен и спецификой самого устройства, и различными требованиями к его работе и т. д. Например, при расчете электромагнита или реле гармонический состав магнитного поля менее важен, чем при соответствующем расчете электрической машины переменного тока. В последнем случае высшие гармоники магнитного поля, обусловленные зубчатой структурой магнитопроводов, дискретным распределением намагничивающих сил, условиями насыщения стали магнитопровода (особенно зубцов) оказывают существенное влияние на добавочные потери, на механические характеристики машины и условия ее пуска, вызывают нежелательные шум и вибрацию. Поэтому при проектировании электрической машины необходимо знать гармонический состав магнитного поля в активной зоне и влияние параметров машины (в частности геометрии зубцово-пазового слоя) на отдельные гармоники.

Как отмечалось в [3], в этом случае «...применение метода Фурье к решению полевой задачи избавляет от последующего гармонического анализа..., который вытекает непосредственно из решения полевой задачи и внутренне присущ методу разделения переменных». Решения соответствующей полевой задачи, полученные другими методами, в соответствии с изложенным, необходимо разложить в ряд Фурье. Эта мысль была четко сформулирована в [4, 5].

В частности, в [4] относительно распределения магнитной индукции в воздушном зазоре асинхронной машины, полученного методом конформных отображений, отмечалось, что для практических расчетов и в частности, для разложения кривой поля в ряд Фурье является необходимым выразить кривые $B = f(x)$ более простыми математическими функциями. Очевидно, разложение в ряд Фурье характеристик магнитного поля, полученных численными или численно-аналитическими методами, приводит к дополнительным вычислительным операциям, которые весьма трудоемки и перекрывают ранее достигнутые преимущества и даже во времени счета на ЭВМ.

С другой стороны, аналитические решения допускают непосредственный анализ полученных выражений, способствуя выявлению и особенностей физического процесса, и рациональной организации вычислительных операций. Ввиду ограничений на объем одной публикации в [3] такого анализа приведено не было. Но, поскольку для детальных исследований структуры магнитного поля необходим большой объем вычислений при изменении различных параметров в широких пределах и очень актуальны вопросы экономии времени счета и рациональной организации структуры вычислительного процесса, то здесь целесообразно привести некоторые вычислительные приемы, примененные автором при численной реализации решений, приведенных в [3].

Прежде всего необходимо отметить особенности вычисления коэффициентов бесконечной системы алгебраических уравнений, которые предопределяют структурные свойства этой системы. Сомножителями коэффициентов $a_{n,m}$ являются вспомогательные величины:

$$\begin{aligned} x_{n,m} &= \sum_{i=1}^s \cos[2\pi sn(i-0,5)] \cos[2\pi sm(i-0,5)] = \\ &= \frac{s}{2} \left[(-1)^{\frac{|n-m|}{s}} + (-1)^{\frac{n+m}{s}} \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{n,m} &= \sum_{i=1}^s \sin[2\pi sn(i-0,5)] \sin[2\pi sm(i-0,5)] = \\ &= \frac{s}{2} \left[(-1)^{\frac{|n-m|}{s}} - (-1)^{\frac{n+m}{s}} \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \theta_{n,m} &= \sum_{j=1}^r \cos[2\pi rn(j-0,5)] \cos[2\pi rm(j-0,5)] = \\ &= \frac{r}{2} \left[(-1)^{\frac{|n-m|}{r}} + (-1)^{\frac{n-m}{r}} \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{n,m} &= \sum_{j=1}^r \sin[2\pi rn(j-0,5)] \sin[2\pi rm(j-0,5)] = \\ &= \frac{r}{2} \left[(-1)^{\frac{|n-m|}{r}} - (-1)^{\frac{n+m}{r}} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

которые не равны нулю при соблюдении хотя бы одного из двух условий: $\frac{n+m}{s}$ или $\frac{n-m}{r}$ — целое число и равны нулю во всех остальных случаях. (В выражениях (1)–(4): $\tau = st_c = rt_p$ — полюсное деление; s, r — число пазов статора или ротора на полюсном делении; t_c, t_p — зубцовое деление статора или ротора; i, j — соответствующее произвольное зубцовое деление; n, m — индексы, определяющие место расположения коэффициента системы на пересечении n -й строки и m -го столбца. Вологодская областная универсальная научная библиотека

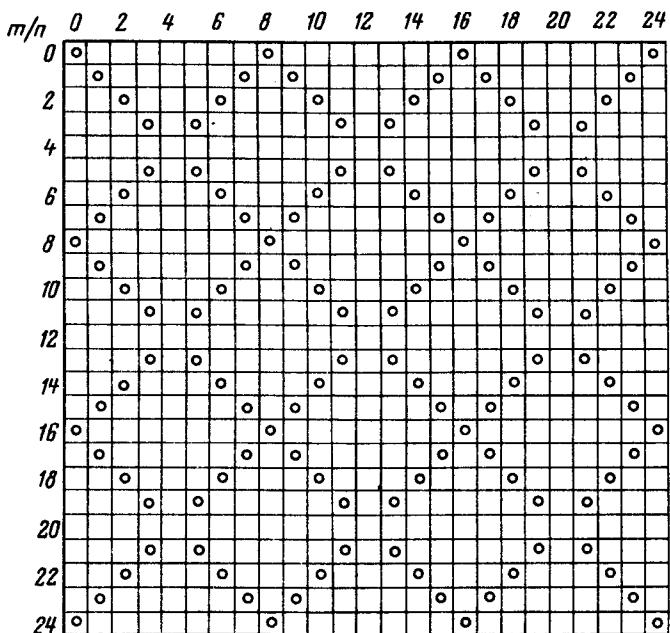


Рис. 1. Распределение ненулевых коэффициентов системы алгебраических уравнений, обусловленных функцией $x_{n,m}(\theta_{n,m})$ при $s(r)=8$

Последнее обстоятельство обуславливает распад исходной конечной системы уравнений N -го порядка (N выбирается из условия обеспечения заданной точности расчета) на несколько систем более низкого порядка, что приводит к существенному сокращению времени счета. Поясним сказанное на конкретном примере. Пусть число пазов статора или ротора $s(r)=8$ и $N=24$. Тогда, учитывая ненулевые значения для выражений (1)–(4), получим распределение матрицы коэффициентов $a_{n,m}$, представленные на рис. 1 и 2. Здесь точками отмечены ненулевые коэффициенты систем алгебраических уравнений.

Как видно, матрица коэффициентов является разреженной таким образом, что значения корней системы x_0, x_8, x_{16}, x_{24} (x_n — n -й корень системы) вычисляются при решении системы 4-го порядка, включающей только искомые корни. Если по другим условиям для анализа электромагнитных процессов не нужны гармоники, соответствующие другим корням системы, то решение системы алгебраических уравнений на этом этапе можно прекратить и тем самым экономить время счета. Для вычисления всех корней системы этого примера необходимо еще решить: три системы 6-го порядка, объединяющих корни $x_1, x_7, x_9, x_{15}, x_{17}, x_{23}; x_2, x_6, x_{10}, x_{14}, x_{18}, x_{22}; x_3, x_5, x_{11}, x_{13}, x_{19}, x_{21}$ и одной системы 3-го порядка с корнями x_4, x_{12}, x_{20} .

Известно, что время T , необходимое для решения системы алгебраических уравнений на ЭВМ широко распространенным методом Гаусса, пропорционально кубу искомых корней [6]. Для

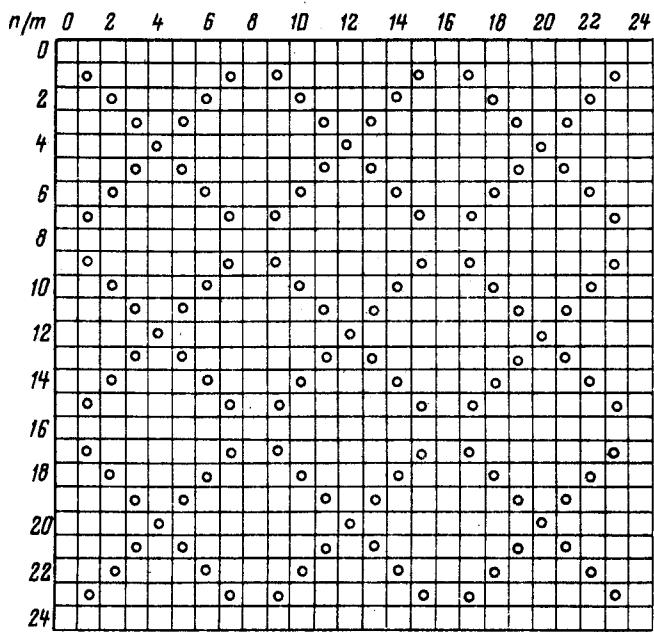


Рис. 2. Распределение ненулевых коэффициентов системы алгебраических уравнений, обусловленных функцией $\Phi_{n,m}(f_{n,m})$ при $s(r)=8$

приведенного примера: $T|_{s(r)=8} = (1 \cdot 4^3 + 3 \cdot 6^3 + 1 \cdot 3^3) = 739k, c$ ($1/k$ — число операций в секунду), меньше времени, затрачиваемого на решение этой системы как единой $T = 25^3 k = 15625k, c$ примерно в 20 раз.

В случае $s \neq r$ общая совокупность бесконечных систем алгебраических уравнений [3] не распадается на несколько независимых систем и отмеченное выше преимущество теряется. В этом случае целесообразно выполнить решение такой системы методом итерации. Итерационный процесс необходимо организовать таким образом, чтобы решение исходной системы распадалось на сумму решений линейных систем уравнений более низкого порядка так, как отмечалось выше. В приложении описан итерационный метод решения совокупности бесконечных систем алгебраических уравнений, полученных в [3], и с использованием всех обозначений из этой работы.

В общем случае порядок N системы лучше выбирать с кратностью l ($l=1, 2, \dots, L$) в зависимости от наименьшего общего кратного, определяемого числом пазов статора и ротора, и равного $N=L(rs)$. Тогда исходная система N -го порядка при $s > r$ распадается на одну систему $N/s+1=Lr+1$ порядка, одну систему $N/s=Lr$ порядка и $\frac{s-1}{2}$ систем при нечетном s или $\frac{s-2}{2}$ систем при четном s , порядок которых равен $2N/s$. При $r > s$ необходимо в приведенных выражениях r и s поменять местами. Очевидно, что эффективность в сокращении времени счета тем более, чем больше r и s .

Другая существенная особенность, которая приводит к заметному сокращению времени счета, также связана с вычислением сомножителей коэффициентов бесконечной системы алгебраических уравнений и обозначенных в [3]: $q_{\xi n,m}$, $q_{\Phi n,m}$, $d_{\xi n,m}$, $d_{\alpha n,m}$, $d_{\Sigma n,m}$. Рассмотрим эту особенность на примере вычисления первой из этих величин:

$$q_{\xi n,m} = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\xi_{k,n} \xi_{k,m}}{k} \operatorname{th}(\pi k H). \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \xi_{k,n} &= \frac{k[(-1)^k - 1] \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} n\right)}{\pi \left[\left(\frac{\gamma n}{s}\right)^2 - k^2\right]}, \\ \xi_{k,m} &= \frac{k[(-1)^k - 1] \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} m\right)}{\pi \left[\left(\frac{\gamma m}{s}\right)^2 - k^2\right]}, \end{aligned} \quad (6)$$

а $H = h_c/b_c$ — отношение глубины паза статора к его ширине; $\gamma = b_c/t_c$ — отношение ширины паза к зубцовому делению статора.

Чтобы решить систему алгебраических уравнений N -го порядка, необходимо вычислить (с учетом симметрии по индексам n и m) $\frac{N}{2}(N+1)$ значений для вспомогательной функции $q_{\xi n,m}$, представленной рядом (5). В [7] отмечались некоторые особенности вычисления функций, подобных $q_{\xi n,m}$. В ней говорилось о рациональном выборе необходимого числа слагаемых K , обеспечивающих заданную погрешность вычисления, и о вырождении ряда (5) в одно слагаемое в некоторых частных случаях.

Организация вычислительных процессов с учетом этих особенностей приводит к экономии вычислительных операций и времени счета. Возможно еще более значительное сокращение времени счета, если формулу (5) предварительно преобразовать и изменить структуру вычислений $q_{\xi n,m}$.

Отметим, что произведение $\xi_{k,n} \xi_{k,m}$ можно представить в виде слагаемых, каждое из которых зависит только от n или m и при наличии множителя $[(-1)^k - 1]^2$ существует только при нечетных k , т. е.

$$\begin{aligned} \frac{\xi_{k,n} \xi_{k,m}}{2k-1} &= \frac{(2k-1) \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} n\right) \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} m\right)}{\pi^2 \left[\left(\frac{2\gamma}{s} n\right)^2 - (2k-1)\right] \left[\left(\frac{2\gamma}{s} m\right)^2 - (2k-1)^2\right]} = \\ &= \frac{\cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} n\right) \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} m\right)}{\pi^2 (n^2 - m^2)(2k-1)} \left[\frac{n^2}{(2k-1)^2 - \left(\frac{2\gamma}{s} n\right)^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{m^2}{(2k-1)^2 - \left(\frac{2\gamma}{s} m\right)^2} \right]. \end{aligned}$$

Подставляя правую часть этого выражения в ряд (5), получим более рациональную формулу для вычисления

$$q_{\xi n,m} = \frac{1}{\pi^2(n^2 - m^2)} \left[n^2 \zeta_{\xi n} \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} m\right) - m^2 \zeta_{\xi m} \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} n\right) \right]. \quad (7)$$

Здесь

$$\zeta_{\xi n} = \cos\left(\frac{\pi \gamma}{s} n\right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1) \left[(2k-1)^2 - \left(\frac{2\gamma}{s} n\right)^2 \right]}. \quad (8)$$

Очевидно, вычисление $q_{\xi n,m}$ по формуле (7) осуществляется в несколько раз быстрее, чем по формуле (5), а для вспомогательной величины $\zeta_{\xi n}$ ($\zeta_{\xi m}$), представленной рядом (8) необходимо вычислить всего лишь N значений. Таким образом, число суммирований по индексу k сокращается в $\frac{N+1}{2}$ раз только для $q_{\xi n,m}$. Такое же сокращение вычислений и соответственно времени счета достигается и при вычислениях аналогичных величин: $q_{\Phi n,m}$, $d_{\xi n,m}$, $d_{\sigma n,m}$ и $d_{\Sigma n,m}$.

И, наконец, о порядке N системы алгебраических уравнений, обеспечивающих заданную точность расчета. Известно, что применение численных или численно-аналитических методов для решения дифференциальных уравнений приводит к системе алгебраических уравнений N -го порядка. При этом нет достаточно надежных критериев для выбора рационального N . Поэтому, используя предварительный опыт решения задач, подобных решаемой, выбирают начальное значение N_0 . После проведения необходимых расчетов с начальным значением N_0 производится проверка достаточности выбранного порядка по заданной погрешности в вычислении искомых величин по сравнению с заданными их начальными значениями или значениями на граничных поверхностях. Порядок системы увеличивается, если рассчитанная погрешность больше допустимой и расчет продолжается до тех пор, пока не будет обеспечена заданная точность.

Выбор рационального порядка N системы алгебраических уравнений для решений, полученных аналитическими методами, можно производить по среднеквадратичной погрешности, вычисляемой на границе сшивания решений по методике, описанной в [7]. При этом N зависит от исходных параметров решаемой задачи и заданной относительной погрешности вычислений. Поэтому нет необходимости в повторных решениях системы алгебраических уравнений с увеличением N , чтобы обеспечить заданную точность расчета.

При некоторых характерных значениях относительных параметров зубцовой зоны (b_c/δ , δ/t , Вологодская областная универсальная научная библиотека

γ и H), например, соответствующих глубоким и узким пазам, достижение требуемой точности вычислений обеспечивается повышением порядка N решаемой системы алгебраических уравнений. Однако это обстоятельство не приводит к значительному увеличению машинного времени. Так для приведенного выше примера с числом пазов $s(r)=8$ повышение порядка системы с $N=25$ до $N=33$ машинное время увеличивается до $T|_{s(r)=8}=k(1 \cdot 5^3 + 3 \cdot 7^3 + 1 \cdot 4^3)=1218kc$, т. е. примерно в 1,65 раза и практически пропорционально первой степени N , а не N^3 (метод Гаусса).

Выводы. 1. При выборе метода решения полевых задач для расчета электротехнических устройств необходимо учитывать как преимущества самого метода, так и специфику устройства и различные требования к его работе, обусловленные конечными целями.

2. Численные или численно-аналитические методы расчета электромагнитных полей имеют несомненные преимущества при решении задач в расчетных областях со сложной геометрией границ, для которых аналитические методы недоступны.

3. Вычислительные процессы для решений, полученных аналитическими методами, можно совершенствовать с целью упрощения алгоритма и сокращения времени счета, анализируя особенности отдельных выражений и всей задачи в целом и учитывая их при организации вычислительных процессов.

Приложение. В [3] постоянные интегрирования исходной полевой задачи определяются корнями z_n , ϑ_n , w_n и ω_n совокупности четырех бесконечных систем алгебраических уравнений (20). Решение такой системы удобно проводить методом итераций относительно сумм $(z_n + \vartheta_n, w_n + \omega_n)$ и разностей $(z_n - \vartheta_n, w_n - \omega_n)$ искомых величин:

$$-(z_n - \vartheta_n) = 2 \frac{\sin \pi n}{\pi n} + \frac{4b_p^2}{\tau^2} \sum_{m=0}^N v_m \beta_m \tau \operatorname{cth} \beta_m \delta(z_m - \vartheta_m) (d_{\xi n,m} \theta_{n,m} + d_{\sigma n,m} f_{n,m}) + P_{1n}^{(j)} + Q_{1n}^{(j)}, \\ n = 0, 1, \dots, N; \quad (\Pi-1)$$

$$(z_n + \vartheta_n) = - \frac{4b_c^2}{\tau^2} \sum_{m=0}^N v_m \beta_m \tau \operatorname{cth} \beta_m \delta(z_m + \vartheta_m) \times \\ \times (q_{\xi n,m} x_{n,m} + q_{\Phi n,m} \varphi_{n,m}) + P_{2n}^{(j)}, \quad n = 0, 1, \dots, N; \quad (\Pi-2)$$

$$-(w_n - \omega_n) = \frac{4b_c^2}{\tau^2} \sum_{m=1}^N \beta_m \tau \operatorname{cth} \beta_m \delta(w_m - \omega_m) \times \\ \times (d_{\xi n,m} f_{n,m} + d_{\sigma n,m} \theta_{n,m}) + P_{3n}^{(j)} + Q_{3n}^{(j)}, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad (\Pi-3)$$

$$(w_n + \omega_n) = - \frac{4b_c^2}{\tau^2} \sum_{m=1}^N \beta_m \tau \operatorname{cth} \beta_m \delta(w_m + \omega_m) \times \\ \times (q_{\xi n,m} \varphi_{n,m} + q_{\Phi n,m} x_{n,m}) + Q_{4n}^{(j)}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (\Pi-4)$$

где

$$P_{1,n}^{(J)} = \frac{4b_p^2}{\tau^2} \sum_{m=0}^N \frac{v_m \beta_m \tau}{\sinh \beta_m \delta} (z_m + \vartheta_m) (d_{\xi n,m} \theta_{n,m} + d_{\sigma n,m} f_{n,m}); \quad (\text{П-5})$$

$$Q_{1,n}^{(J)} = \frac{4b_p^2}{\tau^2} \sum_{m=1}^N \beta_m \tau [(\omega_m - \omega_m) \operatorname{cth} \beta_m \delta + \\ + \frac{\omega_m + \omega_m}{\sinh \beta_m \delta}] (d_{\Sigma n,m} \theta_{n,m} - d_{\Sigma m,n} f_{n,m}); \quad (\text{П-6})$$

$$P_{2,n}^{(J)} = - \frac{4b_c^2}{\tau^2} \sum_{m=0}^N \frac{v_m \beta_m \tau}{\sinh \beta_m \delta} (z_m - \vartheta_m) (q_{\xi n,m} \chi_{n,m} + \\ + q_{\psi n,m} \varphi_{n,m}); \quad (\text{П-7})$$

$$P_{3,n}^{(J)} = \frac{4b_p^2}{\tau^2} \sum_{m=0}^N v_m \beta_m \tau [(z_m - \vartheta_m) \operatorname{cth} \beta_m \delta + \\ + \frac{z_m + \vartheta_m}{\sinh \beta_m \delta}] (d_{\Sigma m,n} \theta_{n,m} - d_{\Sigma n,m} f_{n,m}); \quad (\text{П-8})$$

$$Q_{3,n}^{(J)} = \frac{4b_p^2}{\tau^2} \sum_{m=1}^N \frac{\beta_m \tau}{\sinh \beta_m \delta} (\omega_m + \omega_m) (d_{\xi n,m} f_{n,m} + d_{\sigma n,m} \theta_{n,m}); \quad (\text{П-9})$$

$$Q_{4,n}^{(J)} = - \frac{4b_c^2}{\tau^2} \sum_{m=1}^N \frac{\beta_m \tau}{\sinh \beta_m \delta} (\omega_m - \omega_m) (q_{\xi n,m} \varphi_{n,m} + \\ + q_{\psi n,m} \chi_{n,m}). \quad (\text{П-10})$$

Здесь верхний индекс $J=1, 2, \dots$ — порядковый номер итерации, который опущен в обозначениях искомых корней линейных систем уравнений (П-1) — (П-4).

Порядок решения линейных систем (П-1) — (П-4) следующий. Принимая при $J=1$ $P_{1,n}^{(1)} = Q_{1,n}^{(1)} = Q_{3,n}^{(1)} = 0$, на основании решения системы (П-1) вычисляются корни первого приближения $(z_n - \vartheta_n)$. По формуле (П-7) вычисляются свободные члены $P_{2,n}^{(1)}$ и решением системы (П-2) опре-

деляются корни первого приближения $(z_n + \vartheta_n)$. Далее по формуле (П-8) вычисляются свободные члены $P_{3,n}^{(1)}$ системы (П-3), решением которой определяются корни $(\omega_n - \omega_n)$, а затем по формуле (П-10) вычисляются свободные члены $Q_{4,n}^{(1)}$ системы (П-4) и ее корни $-(\omega_n + \omega_n)$. Теперь по формулам (П-5), (П-6) и (П-9) можно вычислить величины $P_{1,n}^{(2)}$, $Q_{1,n}^{(2)}$ и $Q_{3,n}^{(2)}$ второго приближения ($J=2$) и уточнить значения искомых корней линейных систем (П-1) — (П-4) и свободных членов в том же порядке. На каждом шаге итерационного процесса значения корней сравниваются с предыдущими и процесс прекращается при достижении заданной степени точности расчета. При практических расчетах требуется не более трех итераций для получения трех верных знаков в искомых величинах. Итерационные процессы для линейных систем (П-1) — (П-4) могут быть организованы другим образом, например в соответствии с рекомендациями, описанными в [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Нэмени Т. М. Численно-аналитический расчет магнитного поля в зубцовой зоне электрической машины. — Электричество, 1986, № 12.
- Иванов-Смоленский А. В. Метод проводимостей зубцовых контуров и его применение к электромагнитному расчету ненасыщенной электрической машины с двухсторонней зубчатостью сердечников. — Электричество, 1976, № 9.
- Карасев А. В. Влияние зубчатости статора и ротора на магнитное поле электрической машины. Электричество, 1984, № 11.
- Вольдек А. И. Магнитное поле в воздушном зазоре асинхронных машин. — Труды ЛПИ им. М. И. Калинина, 1953, № 3.
- Вольдек А. И. О методах учета влияния зубчатости статора и ротора электрических машин на их магнитное поле. — Изв. вузов. Электромеханика, 1964, № 5.
- Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. — М.: Физматлит, 1963.
- Карасев А. В. Об исследовании сходимости вычислительных процессов при решении некоторых классов электротехнических задач. Изв. вузов. Электромеханика, 1985, № 6.

[14.04.88]

УДК 621.313.3.045.001.24

Несимметричные обмотки для совмещенных электрических машин

ПОПОВ В. И., доктор техн. наук

Горький

В совмещенных электрических машинах переменного тока с двумя разнополюсными рабочими магнитными полями в общем магнитопроводе могут применяться как специальные электрически совмещенные обмотки, так и раздельные многофазные (трехфазные) обмотки переменного

Вологодская областная универсальная научная библиотека

тока, выполняемые по обычным схемам [1—4, 6—9], причем между разнополюсными обмотками должны отсутствовать вредные взаимные индуктивные связи. Такие неявнополюсные совмещенные машины выполняются обычно в конструкции серийных асинхронных машин с заданными гео-

метрией магнитопровода и числами пазов сердечников статора и ротора, при этом для «отдельных» машин совмещенного магнитопровода могут оказаться нарушенными условия симметрии обмоток [1—4]:

$$\left. \begin{array}{l} 2p/d = \text{целое число;} \\ d/m \neq \text{целое число,} \end{array} \right\} \quad (1)$$

где d — знаменатель дробности числа пазов (l) на полюс (p) и фазу (m), $q=z/2pm=c'/d$.

При нарушении для одной из обмоток условий (1) между обмотками совмещенного магнитопровода могут возникать взаимные индуктивные связи, т. е. в фазах несимметричной обмотки будут наводиться э.д.с. от магнитного поля обмотки другой полюсности, что неблагоприятно отражается на рабочих свойствах и энергетических показателях совмещенной машины из-за протекания уравнительных токов [7—9]. В таких случаях при формировании схем несимметричных обмоток следует добиваться максимального ослабления между ними индуктивных связей при сохранении высоких значений электромагнитных параметров.

В статье исследуются некоторые новые схемы трехфазных несимметричных обмоток для совмещенного магнитопровода и оцениваются их электромагнитные параметры по коэффициентам обмоточных, несимметрии и дифференциального распределения. Необходимость исследования несимметричных обмоток и разработка их новых схем возникла в связи с созданием серийных одношинных преобразователей частоты типа ОПЧС на 50/200 и 50/300 Гц, проектируемых в конструкции асинхронных машин с фазным ротором серий 4А [5] и АИ с высотами оси вращения 160, 180, 200 мм при числах пазов $z_1/z_2=48/36$.

Асинхронный преобразователь типа ОПЧС-200 Гц содержит на статоре две раздельные трехфазные обмотки с числами пар полюсов $p_1=1$ для двигательной и $p_2=3$ для генераторной частей, а на роторе — одну обмотку совмещенного типа [7]. Для указанных магнитопроводов в ОПЧС-200 Гц двигательная обмотка статора ($p_1=1$, $z_1=48$) и совмещенная обмотка ротора ($p_1/p_2=1/3$, $z_2=36$) имеют целые числа пазов на полюс и фазу и выполняются симметричными, а генераторная обмотка статора ($p_2=3$, $z_1=48$) получается несимметричной, так как для нее $q_{1r}=8/3$ ($d=3$) и $d/m=3,3$, т. е. условие симметрии (1) не выполняется. В асинхронно-синхронном преобразователе типа ОПЧС-300 Гц с числами пар полюсов полей $p_1/p_2=1/6$ генераторная обмотка статора ($p_2=6$, $z_1=48$) также получается несимметричной ($q_{1r}=4/3$). Трехфазные несимметричные обмотки, выполняемые в $z=48$ пазах двухслойными с известной группировкой катушечных групп [1]: по ряду 32323332 (повторяется два раза) для $q=8/3$ и $p=3$ (см. рис. 1, ж) и по ряду 211112121 (повторяется четыре раза) для $q=4/3$ и $p=6$ (см. рис. 3, в), характеризуются при применении их в совмещенном магнитопроводе наличием в фазах относительно больших э.д.с. взаимоиндукции от $(2p_1=2)$ -полюсного поля.

На рис. 1 приведены схемы трехфазной несимметричной одно-двухслойной обмотки [10] при $p=3$ и $z=48$ со специальной группировкой катушечных групп, характеризуемые ослабленной электромагнитной связью с $(2p_1=2)$ -полюсным полем. Обмотка по рис. 1, а с чередованием фазных зон по рис. 1, б (зоны $A-Z-B-X-C-Y$) выполнена из $3p=9$ катушечных групп, каждая из которых содержит по три концентрические катушки с шагами по пазам $y'_{n,k}=9-2(k-1)=9, 7, 5$ для групп I, II, III и с $y_{n,k}=10-2(k-1)=10, 8, 6$ для остальных групп, где $k=1 \div 3$ — номер катушки в катушечной группе. Для каждой группы внутренняя катушка расположена в пазах двухслойно с числом витков w_k , а остальные катушки групп — однослойно с числом витков $2w_k$.

В первой фазе (C1) включены последовательно согласно группы I, IV, VII, а для двух других фаз (C2 и C3) номера групп чередуются относительно фазы C1 с интервалами в одну и в две группы. При таком выполнении обмотки пазы с номерами $i=23, 24, 34, 35, 45, 46$ содержат w_k витков и заполнены обмоткой наполовину, что эквивалентно трем свободным пазам, (на рис. 1, б эти пазы показаны заштрихованными). Фазы могут соединяться в звезду (рис. 1, а) или в треугольник. Для обмотки по рис. 1, г с чередованием фазных зон по рис. 1, в, выполненной аналогично обмотке рис. 1, а, шаги катушек по пазам равны $y'_{n,k}=11-2(k-1)=11, 9, 7$ для группы IV, VI, VIII и $y_{n,k}=10-2(k-1)=10, 8, 6$ для остальных групп. Здесь для каждой группы наружная катушка расположена в пазах двухслойно (кроме групп V и VII) с числом витков w_k , а все остальные катушки групп — однослойно с числом витков $2w_k$; пазы с номерами $i=21, 22, 32, 33, 43, 44$ (см. рис. 1, в) заполнены обмоткой наполовину.

Обмотка по рис. 1, д с чередованием фазных зон по рис. 1, е выполнена из $6p=18$ катушечных групп. Группы VI, XII, XVIII содержат одну однослойную катушку с шагом по пазам $y''_{n,k}=7$ и числом витков $2w_k$, и их оси смешены относительно осей двух соседних групп по обе стороны от каждой из них на угол $3a$, где $a=360^\circ/z=7,5^\circ$. Все остальные группы содержат по две концентрические катушки с шагами по пазам $y_{n,k}=7$ и 5 для нечетных групп и $y'_{n,k}=8$ и 6 для остальных четных групп, и их оси смешены относительно друг друга на угол $a'=2,5a$. Для групп III, IX, XV однослойная наружная и двухслойная

внутренняя катушки содержат соответственно $2w_k$ и w_k витков, а для остальных нечетных групп обе двухслойные катушки содержат по w_k витков. Для остальных четных групп (кроме групп VI, XII, XVIII) двухслойная наружная и однослойная внутренняя катушки содержат соответственно w_k и $2w_k$ витков. Пазы с номерами $i=3, 16, 19, 32, 35, 48$ (см. рис. 1, e) заполнены обмоткой наполовину. Фаза C_1 такой обмотки содержит группы I, IV, VII, X, XIII, XVI, соединенные последовательно при встречном включении четырех групп относительно нечетных, а для двух других фаз C_2 и C_3 номера групп чередуются относительно первой фазы C_1 с интервалами в две и в четыре группы.

Обмотка по рис. 3, a с чередованием фазных зон по рис. 3, б выполнена одно-двухслойной при $p=6$ и $z=48$ из $3p=18$ катушечных групп, включенных в фазах последовательно—согласно. Для первой фазы (C_1) каждая группа содержит две

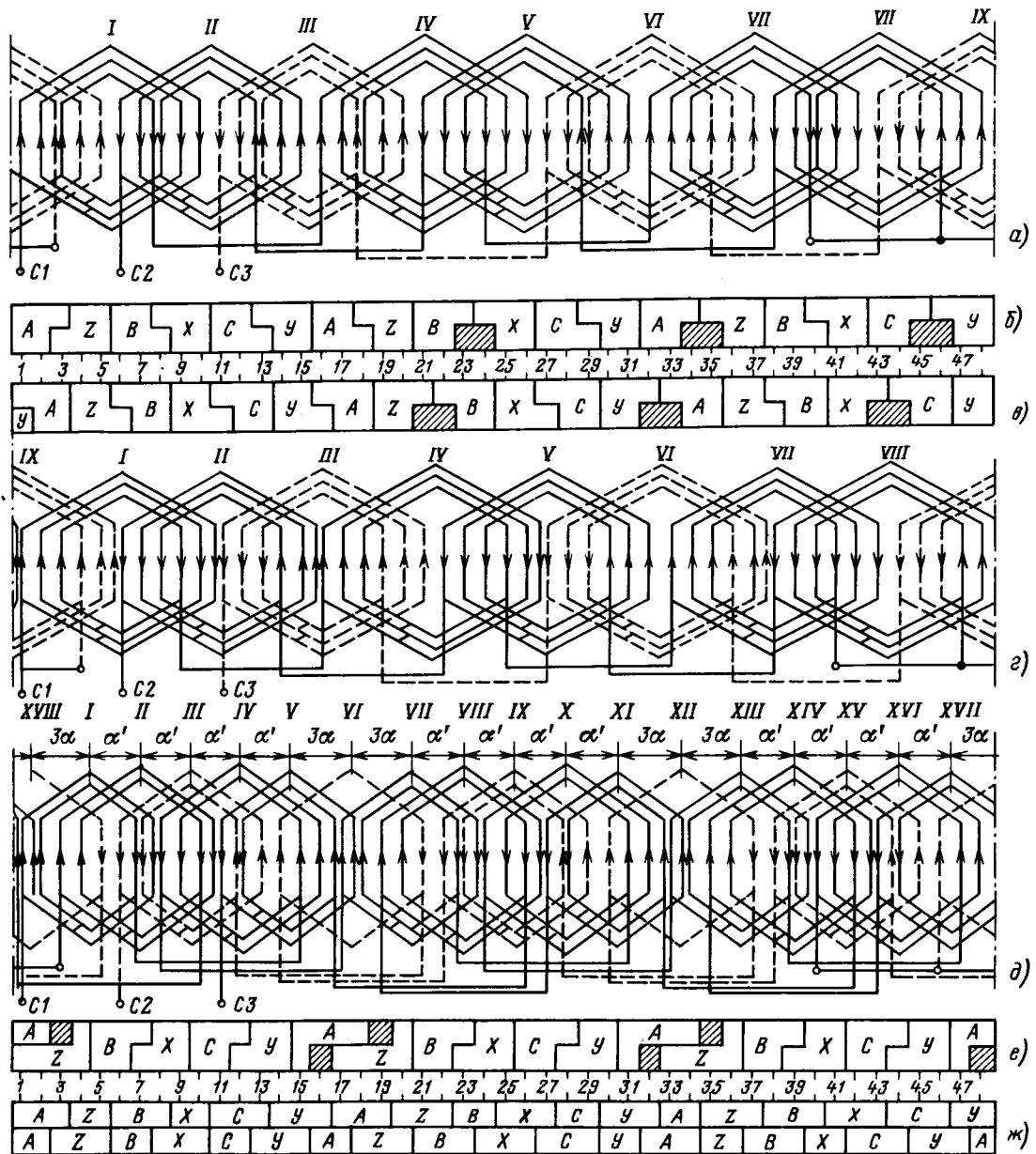


Рис. 1. Схемы трехфазной несимметричной обмотки ($z=48$, $p=3$) и чередования фазных зон обмоток одно-двухслойных при числе катушечных групп $3p=9$ (a—б), $6p=18$ (д—е) и двухслойной при $6p=18$ (ж)

концентрические катушки с шагами по пазам $y_p=5$ и 3, и оси этих групп (I, IV, VII, X, XIII, XVI) смешены относительно друг друга на угол 8α , где $\alpha=360^\circ/z=7.5^\circ$. Для каждой из двух других фаз (C_2 и C_3) три малые группы содержат однослойную катушку и три большие группы — однослойную и двухслойную катушки с шагами по пазам $y'_p=4$, и эти группы смешены симметрично по обе стороны от каждой группы первой фазы на угол $\alpha'=2.5\alpha$ для осей малых групп относительно осей нечетных групп фазы C_1 , на угол 2.5α для осей однослойной катушки и угол 3.5α для осей двухслойной катушки больших групп относительно осей четных групп фазы C_1 . Для групп фазы C_1 однослойная внутренняя катушка нечетных групп и однослойная наружная катушка четных групп содержат соответственно $2w_k$ и w_k витков, и все остальные двухслойные катушки этих групп — w_k витков. Для групп фаз C_2 и C_3 однослойные катушки содержат $2w_k$ витков, а двухслойные катушки — w_k витков. Пазы с номерами $i=9, 14, 25, 30, 41, 46$ содержат w_k витков и заполнены обмоткой наполовину (см. рис. 3, б).

На рис. 1, а, г, д и 3, а стрелки показывают направления трехфазного тока при питании обмотки через зажимы C_1, C_2, C_3 (для момента времени, когда ток фазы C_1 имеет амплитудное значение) и им соответствуют чередование фазных зон на рис. 1, б, в, е и 3, б.

Для исследования электромагнитных параметров обмоток матричным методом [11—13] составлены структурные матрицы $[C]$ (2) — (5) обмоток на рис. 1:

двухслойная (рис. 1, ж)

	A	Z	B	X	C	Y	
1	2						1
2	2	1	2	2			
3		2	2		2		
4			2	2	1		
5				1	2	2	
6					2	2	1
7						2	2
8						1	2
9						2	2
10						1	2
11						2	2
12						1	2
13						2	2
14						1	2
15						2	2
16	1					1	2
17	2					2	2
18	1		1			1	2
19	1		1			2	2
20			2			1	2
21			1			1	2
22			1			2	2
23					2		1
24					1		1
25					2		2
26					2		1
27						1	2
28						2	2
29						1	2
30						2	2
31						1	2
32						2	2
33						1	2
34						2	2
35						1	2
36						2	2
37						1	2
38						2	2
39						1	2
40						2	2
41						1	2
42						2	2
43						1	2
44						2	2
45						1	2
46						2	2
47						1	2
48	1					2	2

$[C]=$

; (2)

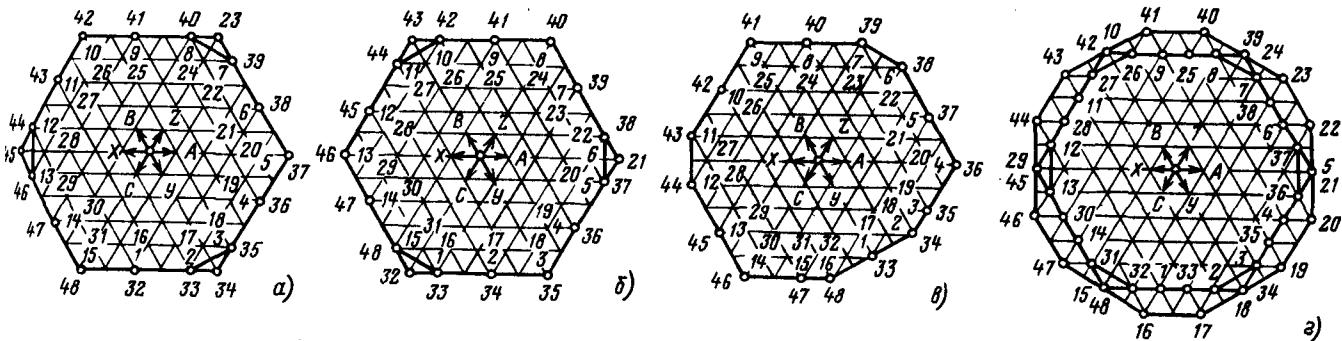


Рис. 2. Многоугольники м. д. с. несимметричных обмоток одно-двохслойных рис. 1, а (а), 1, а (б), 1, д (в)

и двухслойной рис. 1, ж (г)

одно-двухслойная (рис. 1,*a* и *b*)

	<i>A</i>	<i>Z</i>	<i>B</i>	<i>X</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
1	2					
2	2	1				
3		2	2			
4			2	1		
5				2	2	
6					1	2
7						2
8						1
9						2
10						2
11						1
12						2
13						2
14						1
15						2
16						2
17						1
18						2
19						2
20						1
21						2
22						2
23						1
24						2
25						2
26						1
27						2
28						2
29						1
30						2
31						2
32						1
33						2
34						2
35						1
36						2
37						2
38						1
39						2
40						2
41						1
42						2
43						2
44						1
45						2
46						2
47						1
48						2

[C]=

; (3) [C]=

одно-двухслойная (рис. 1,*a* и *b*)

	<i>A</i>	<i>Z</i>	<i>B</i>	<i>X</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
1	1					
2	2	2				
3			2			
4				2		
5					1	2
6						2
7						1
8						2
9						2
10						1
11						2
12						2
13						1
14						2
15						2
16						1
17						2
18						2
19						1
20						2
21						2
22						1
23						2
24						2
25						1
26						2
27						2
28						1
29						2
30						2
31						1
32						2
33						2
34						1
35						2
36						2
37						1
38						2
39						2
40						1
41						2
42						2
43						1
44						2
45						2
46						1
47						2
48						2

; (4)

где принято $\omega_k=1$, строкам матриц слева приписаны номера пазов ($i=1 \dots 48$), а столбцам матриц сверху — обозначения фазных зон $A-Z-B-X-C-Y$ (см. рис. 1,*b,e*). Выделяя из матрицы обмотки $[C]$ столбцы $[C]_n$ и $[C]_{n+m}$ зон n и $n+m$, получаем структурную матрицу фазы

$$[C_\phi]_n = [C]_n - [C]_{n+m}, \quad (6)$$

где зона n соответствует сторонам катушек, включенных в фазу n согласно, а зона $n+m$ — включенных в фазу встречно.

Например, для обмотки рис. 1,*г* транспонированные матрицы $[C_\phi]_n^T$ фаз $C1$ (зоны $A-X$), $C2$

(зоны $B-Y$), $C3$ (зоны $C-Z$), полученные из матрицы (4), записываются в виде (сверху приписаны номера пазов):

$$[C_\phi]_A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3.9 & 10 & 11..16 & 17 & 18..25 & 26 & 27..33 \\ 1 & 2 & 2 & -2 & -2 & -1 & 1 & 2 & 2 & -2 & -1 \\ 34 & 35..41 & 42 & 43 & 2 & 2 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$[C_\phi]_B^T = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 8..14 & 15 & 16..22 & 23 & 24..30 & 31 & 32..38 \\ 1 & 2 & 2 & -2 & -2 & -1 & 1 & 2 & 2 & -2 & -1 \\ 39 & 40..47 & 48 & 1 & 2 & 2 & -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$[C_\phi]_C^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6..11 & 12 & 13..19 & 20 & 21..27 & 28 & 29..36 \\ -2 & -2 & -1 & 1 & 2 & 2 & -2 & -1 & 1 & 2 & 2 & -2 \\ 37 & 38..44 & 45 & 46 & -2 & -1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

одно-двухслойная (рис. 1, δ и e)

	<i>A</i>	<i>Z</i>	<i>B</i>	<i>X</i>	<i>C</i>	<i>Y</i>
1	1	1				
2	1	1				
3		1				
4		2				
5			2			
6			2			
7			1	1		
8				2		
9				2		
10					2	
11					2	
12					1	1
13						2
14						2
15	2					
16	1					
17	1	1				
18	1	1				
19		1				
20		2				
21			2			
22			2			
23			1	1		
24				2		
25				2		
26					2	
27					2	1
28					1	2
29						2
30						2
31	2					
32	1					
33	1	1				
34	1	1				
35		1				
36		2				
37			2			
38			2			
39			1	1		
40				2		
41				2		
42					2	1
43					1	2
44						2
45						2
46						2
47	2					
48	1					

[C]=

Э.д.с. и обмоточный коэффициент фазы n обмотки для основной гармонической определяются по матричным выражениям [11–12]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{\Phi n} &= |\dot{E}_{\Phi n}| e^{j\varphi_n} = [C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}_z]; \\ |\dot{E}_{\Phi n}| &= \sqrt{([C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}_z])^2 + ([C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}'_z])^2}; \\ \operatorname{tg} \varphi_n &= ([C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}_z]) / ([C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}'_z]); \\ K_{ob,n} &= |\dot{E}_{\Phi n}| / N_n; \quad N_n = \sum_1^z |w_{in}|, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $\dot{E}_{\Phi n}$ и $|\dot{E}_{\Phi n}|$ — вектор э.д.с. фазы n и его модуль; φ_n — угол наклона вектора $\dot{E}_{\Phi n}$ к горизонтальной положительной оси, совпадающей с осью первого ($i=1$) паза; N_n — число провод-

ников фазы n , равное сумме модулей элементов матрицы фазы $[C_\Phi]_n$; $[\dot{e}_z]$ — матрица векторов единичных пазовых э.д.с., i -й элемент которой равен

$$\dot{e}_{zi} = e'_{zi} + j e''_{zi} = \cos(i-1)\gamma + j \sin(i-1)\gamma, \quad (11)$$

где $\gamma = 2\pi p/z$ — угол сдвига между векторами э.д.с. двух соседних пазов для основной гармонической с полюсностью p .

Для совмещенного магнитопровода ОПЧС с числами пар полюсов двигателя и генераторного полей p_1/p_2 э.д.с. самоиндукции и взаимоиндукции фазы n генераторной обмотки в соответствии с (10) определяются как

$$\dot{E}_{\Phi n}^{(2-2)} = [C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}_z^{(2)}]; \quad \dot{E}_{\Phi n}^{(2-1)} = [C_\Phi]_n^T \times [\dot{e}_z^{(1)}], \quad (12)$$

где, например, для асинхронного ОПЧС-200 Гц в матрице $[\dot{e}_z^{(2)}]$ при $p_2=3$ угол $\gamma'=2\pi p_2/z_1 = \pi/8 = 22,5^\circ$ (электрических), а в $[\dot{e}_z^{(1)}]$ при $p_1 = 1 - \gamma'' = 2\pi p_1/z_1 = \pi/24 = 7,5^\circ$ (при $z_1=48$).

Э.д.с. самоиндукции фаз несимметричной обмотки рис. 1,г для полюсности $p_2=3$ по (7)–(12) равны:

$$\begin{aligned} \dot{E}_A^{(2-2)} &= [C_\Phi]_A^T \times [\dot{e}_z^{(2)}] = 4 \cos 0 + 6 \cos \gamma' + \\ &+ 4 \cos 2\gamma' - 6 \cos 8\gamma' - 6 \cos 9\gamma' - 3 \cos 10\gamma' + \\ &+ \cos 15\gamma' + j(4 \sin 0 + 6 \sin 2\gamma' - 6 \sin 8\gamma' - \\ &- 6 \sin 9\gamma' - 3 \sin 10\gamma' + \sin 15\gamma') = 26,9602 + \\ &+ j \cdot 9,1593; \quad |\dot{E}_A^{(2-2)}| = 28,4736; \\ \varphi_A &= \arctg(9,1593/26,9602) = 18,7643^\circ; \end{aligned}$$

$$K_{ob,A} = |\dot{E}_A^{(2-2)}| / N_A = 28,4736/30 = 0,9491,$$

где $N_A = N_B = N_C = 30$ из (4);

$$\begin{aligned} \dot{E}_B^{(2-2)} &= [C_\Phi]_B^T \times [\dot{e}_z^{(2)}] = 3 \cos 5\gamma' + 6 \cos 6\gamma' + \\ &+ 6 \cos 7\gamma' - 4 \cos 13\gamma' - 6 \cos 14\gamma' - 4 \cos 15\gamma' - \\ &- \cos 0 + j(3 \sin 5\gamma' + 6 \sin 6\gamma' + 6 \sin 7\gamma' - \\ &- 4 \sin 13\gamma' - 6 \sin 14\gamma' - 4 \sin 15\gamma' - \sin 0) = \\ &= -21,4029 + j \cdot 18,7793; \end{aligned}$$

$$|\dot{E}_B^{(2-2)}| = 28,4736; \quad \varphi_B = \pi - \arctg(18,7793/21,4029) = 138,7357^\circ;$$

$$\begin{aligned} \varphi_{AB} &= \varphi_B - \varphi_A = 119,9714^\circ; \quad K_{ob,B} = 0,9491; \\ \dot{E}_C^{(2-2)} &= [C_\Phi]_C^T \times [\dot{e}_z^{(2)}] = -6 \cos 3\gamma' - 5 \cos 4\gamma' - \\ &- 2 \cos 4\gamma' - 2 \cos 5\gamma' + 2 \cos 10\gamma' + 5 \cos 11\gamma' + \\ &+ 6 \cos 12\gamma' + 2 \cos 13\gamma' - 2 \cos \gamma' + j(-6 \sin 3\gamma' - \\ &- 5 \sin 4\gamma' - 2 \sin 5\gamma' + 2 \sin 10\gamma' + 5 \sin 11\gamma' + \\ &+ 6 \sin 12\gamma' + 2 \sin 13\gamma' - 2 \sin 2\gamma') = \\ &= -5,5072 - j \cdot 27,6866; \quad |\dot{E}_C^{(2-2)}| = 28,2290; \\ \varphi_C &= \pi + \arctg(27,6866/5,5072) = 258,75^\circ; \\ \varphi_{BC} &= \varphi_C - \varphi_B = 120,0143^\circ; \quad \varphi_{CA} = 2\pi - \varphi_C + \varphi_A = \\ &= 120,0143^\circ; \quad K_{ob,C} = 0,9410. \end{aligned}$$

Среднее значение обмоточного коэффициента

$$K_{ob} = (K_{obA} + K_{obB} + K_{obC}) / 3 = 0,9464.$$

Линейные э.д.с. самоиндукции обмотки рис. 1,г по найденным значениям фазных э.д.с. равны:

$$\dot{E}_{AB}^{(2-2)} = \dot{E}_A^{(2-2)} - \dot{E}_B^{(2-2)} = 48,3631 + j \cdot 9,620;$$

$$|\dot{E}_{AB}^{(2-2)}| = a = 49,3105;$$

$$\dot{E}_{BC}^{(2-2)} = \dot{E}_B^{(2-2)} - \dot{E}_C^{(2-2)} = 15,8957 + j \cdot 46,4659;$$

$$|\dot{E}_{BC}^{(2-2)}| = b = 49,1096;$$

$$\dot{E}_{CA}^{(2-2)} = \dot{E}_C^{(2-2)} - \dot{E}_A^{(2-2)} = 32,4674 + j \cdot 36,8459;$$

$$|\dot{E}_{CA}^{(2-2)}| = c = 49,1096.$$

Э.д.с. взаимоиндукции фаз обмотки рис. 1,г для полюсности $p_1=1$ по (7) — (12) после преобразований равны:

$$\dot{E}_A^{(2-1)} = [C_\phi]_A^T \times [\dot{e}_z^{(1)}] = -0,0255 + j \cdot 0,6504; \\ |\dot{E}_A^{(2-1)}| = 0,6509;$$

$$\dot{E}_B^{(2-1)} = [C_\phi]_B^T \times [\dot{e}_z^{(1)}] = 0,0323 - j \cdot 0,0110; \\ |\dot{E}_B^{(2-1)}| = 0,0341;$$

$$\dot{E}_C^{(2-1)} = [C_\phi]_C^T \times [\dot{e}_z^{(1)}] = -0,4162 - j \cdot 0,5005; \\ |\dot{E}_C^{(2-1)}| = 0,6509.$$

Аналогичным образом выполненные расчеты для э.д.с. обмоток рис. 1 одно-двухслойных и двухслойной сведены в таблицу; там же приведены расчеты и для обмоток рис. 3.

Коэффициент несимметрии K_{nes} обмотки, характеризующий отношение составляющих обратной и прямой последовательностей при разложении несимметричных систем линейных э.д.с. на симметричные составляющие, определяется по выражениям [3, с. 162]:

$$C' = a + b + c; A' = (a^2 + b^2 + c^2) / 6; \\ B' = \sqrt{3 \cdot C'(C' - 2a)(C' - 2b)(C' - 2c)} / 6; \quad (13)$$

$$D' = \sqrt{A' + B'}; D'' = \sqrt{A' - B'}; \quad \}$$

$$K_{nes} = (D'' / D') \cdot 100 \%,$$

где a, b, c — значения линейных э.д.с. самоиндукции фаз обмотки.

Для обмотки рис. 1,г линейные э.д.с. самоиндукции равны $a = 49,3105$; $b = c = 49,1096$, и тогда по (13) определяем: $C' = 147,5297$; $A' = 1209,1718$; $B' = 1209,1538$; $D' = 49,1765$; $D'' = 0,1342$; $K_{nes} = 0,2728 \%$. Расчеты коэффициента K_{nes} для обмоток рис. 1 и 3 сведены в таблицу.

Оценка качества разработанных схем несимметричной обмотки проведена по коэффициенту дифференциального расстояния σ_d , характеризующего уровень содержания высших и низших гармонических в кривой м.д.с. обмотки [2]. Коэффициент σ_d определяется по многоугольнику м.д.с. обмотки (без учета раскрытия и скоса пазов) по выражениям [2, 9, 12]:

$$R_g^2 = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z R_i^2; R = \Pi K_{ob} / 2\rho\pi; \\ \Pi = \sum_{i=1}^z \sum_{n=1}^{2m} C_{in}; \sigma_d \% = [(R_g / R)^2 - 1] \cdot 100, \quad (14)$$

где R_g^2 — квадрат среднего радиуса пазовых точек i многоугольника м.д.с. относительно его центра; R — радиус окружности для основной гармонической м.д.с.; Π — периметр многоугольника, равный сумме элементов структурной матрицы обмотки [C].

Многоугольники м.д.с. (рис. 2 и 3, г—е) построены с использованием вспомогательной треугольной сетки, сторона которой принята за единицу длины на рис. 2 и за 0,5 единиц на рис. 3, г—е; векторы токов фазных зон изображены в центре многоугольников. Согласно (14)

Параметры обмоток ($z=48$)	Двухслойные			Одно-двухслойные			
	рис. 1, ж ($p=3$)	рис. 3, в ($p=6$)	рис. 3, в ($p=6$)	рис. 1, а ($p=3$)	рис. 1, е ($p=3$)	рис. 1, д ($p=3$)	рис. 3, а ($p=6$)
Число катушечных групп	18	36	36	9	9	18	18
$ \dot{E}_\phi^{(2-2)} $	29,9297	30,1936	27,8953	28,4736	28,4736	27,8326	27,7164
$ B $	29,9297	30,1936	27,8953	28,2290	28,4736	28,5276	28,5596
$ C $	29,6105	29,5642	27,3138	28,4736	28,2290	27,8326	28,5596
Φ_{AB}	118,250°	113,40°	120,014°	119,972°	119,380°	121,04°	
Φ_{BC}	120,875°	123,30°	120,014°	120,014°	119,380°	121,04°	
Φ_{CA}	120,875°	123,30°	119,972°	120,014°	121,240°	117,92°	
$ \dot{E}_\phi^{(2-1)} $	a 51,3766	50,4688	46,6271	49,1096	49,3105	48,6574	48,9916
	b 51,7853	52,5898	48,5867	49,1096	49,1096	48,6574	48,9402
	c 51,7853	52,5898	48,5867	49,3105	49,1096	48,5058	48,9916
$ \dot{E}_\phi^{(2-1)} $	A 1,7692	0	0,6509	0,6509	0	0	
	B 1,7692	0	0,0341	0,6509	0	0	
	C 2,3330	0	0,6509	0,0341	0	0	
K_{ob}	0,9320	0,9369	0,8656	0,9464	0,9464	0,9355	0,9426
K_{nes} (13)	0,527	2,708	2,708	0,273	0,273	0,210	0,071
$\sigma_d \%$ (14)	3,193	14,19	13,20	4,070	4,070	2,437	14,78
$y_{np,cr}$	7,0	4,0	3,0	8,067	7,933	6,467	3,933

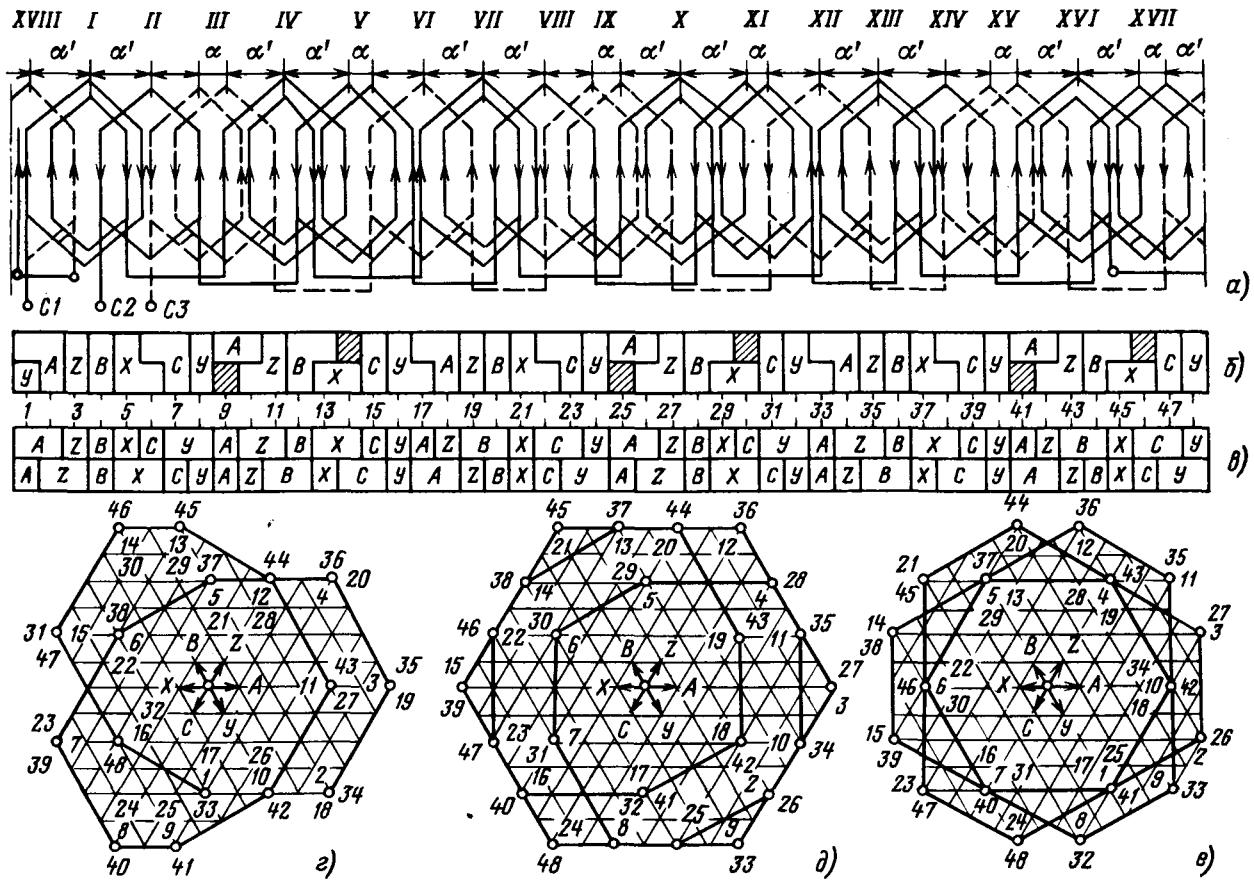


Рис. 3. Трехфазная несимметричная обмотка при $z=48$, $p=6$ (а), чередования фазных зон и многоугольники м. д. с. обмоток одно-двухслойной (б и г), двухслойной при $y_p=4$ (в и д) и $y_p=3$ (е)

по рис. 2, а—б определяем: П-90 — из матриц (3)—(4); $R_g^2 = 21,25$; $R^2 = (90 \cdot 0,9464/6\pi)^2 = 20,4189$ и $\sigma_d = 4,070$. Аналогичным образом вычислены коэффициенты σ_d для обмоток рис. 1, д и ж (по рис. 2, в—г) и рис. 3, а—в (по рис. 3, г—е) и результаты расчетов сведены в таблицу, где приведены также значения среднего шага катушек по пазам:

$$y_{p,cr} = \Sigma (y_p w_k) / \Sigma w_k, \quad (15)$$

характеризующего расход меди на обмотку.

Сравнение электромагнитных параметров несимметричных трехфазных обмоток (см. таблицу) показывает, что одно-двухслойные обмотки пре- восходят двухслойную практически по всем параметрам: имеют более высокие обмоточные коэффициенты, меньшие значения коэффициента несимметрии линейных напряжений $K_{нес}$, для них ослаблена электромагнитная связь с $(2p_1=2)$ -полюсным полем совмещенного магнитопровода. Наиболее простыми для изготовления являются обмотки на рис. 1, а и г ($p=3$), но для них не сколько больше дифференциальное рассеяние и выше средний шаг катушек $y_{p,cr}$. Наиболее эффек-

тивной при $p=3$ следует считать обмотку рис. 1, д, для которой полностью устранена взаимоиндуктивная связь с $(2p_1=2)$ -полюсным полем, уменьшено дифференциальное расстояние, а также уменьшен средний шаг катушек по пазам, вследствие чего для такой обмотки сокращается расход меди, уменьшаются активные и индуктивные сопротивления рассеяния по сравнению с двухслойным вариантом несимметричной обмотки.

Экспериментальные исследования подтверждают эффективность разработанных схем несимметричных трехфазных обмоток для совмещенных электрических машин. По результатам экспериментальных исследований образца асинхронного ОПЧС-200 Гц (на базе асинхронного двигателя с фазным ротором типа 4АК160S4) с несимметричной трехфазной генераторной обмоткой на статоре (по рис. 1, г) получены показатели:

мощность нагрузки P_{2r} , кВт	5,0
коэффициент мощность нагрузки $\cos \varphi_{2r}$	0,8 (индукт.)
номинальный ток нагрузки I_{2r} , А	15,5
линейное напряжение, В:	

статора U_s 380

ротора при холостом ходе U_{2r0}	264
ротора при номинальной нагрузке $U_{2rн}$	232
превышения температуры обмоток, °С:	
статора двигателя Θ_{1d}	88,0
статора генератора Θ_{1g}	89,0
ротора (совмещенная обмотка) Θ_2	94,0
к.п.д. преобразователя η_n , %	67,3

Проведенные исследования показывают целесообразность применения несимметричных трехфазных одно-двухслойных обмоток в одномашинных преобразователях частоты, выполняемых в конструкции серийных асинхронных машин (с фазным ротором) с использованием стандартной геометрии их магнитопроводов и готовых штампов сердечников статора и ротора, что упрощает и удешевляет изготовление ОПЧС, унифицирует их конструкцию с серийными асинхронными машинами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Лившиц-Гарик М. Обмотки машин переменного тока / Пер. с англ.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1959.
- Кучера Я., Гапл Й. Обмотки электрических вращательных машин.— Прага: Изд. Чехословацкой АН, 1963.
- Петров Г. Н. Электрические машины, ч. 2: Асинхронные и синхронные машины.— М.— Л.: Госэнергоиздат, 1963.

4. Проектирование электрических машин: Учеб. пособие для вузов / И. П. Копылов, Ф. А. Горяинов, Б. К. Клоков и др.— М.: Энергия, 1980.

5. Асинхронные двигатели серии 4А: Справочник / А. Э. Кравчик, М. М. Шлаф, В. И. Афонин, Е. А. Соболенская.— М.: Энергоиздат, 1982.

6. Загрядский В. И. Совмещенные электрические машины.— Кишинев: Картия Молдовеняскэ, 1971.

7. Попов В. И. Электромашинные совмещенные преобразователи частоты.— М.: Энергия, 1980.

8. Попов В. И., Гурьянов И. А. Исследование асинхронного одномашинного преобразователя частоты с несимметричной совмещенной обмоткой на роторе.— Электротехническая промышленность. Сер. Электрические машины, 1979, вып. 3(97).

9. Попов В. И., Гурьянов И. А. Электромагнитные параметры обмоток статора асинхронного ОПЧС-200 Гц.— Электротехническая промышленность. Сер. Электрические машины, 1983, вып. 11(153).

10. А. с. № 1121748 (СССР). Трехфазная несимметричная обмотка / В. И. Попов, И. А. Гурьянов, Л. Н. Макаров, И. М. Чебурахин.— Опубл. в Б. И., 1984, № 40.

11. Иванов-Смоленский А. В., Мартынов В. А. Расчет обмоточных коэффициентов симметричных многофазных обмоток переменного тока.— Электричество, 1982, № 1.

12. Попов В. И. Матричный анализ схем обмоток совмещенных электрических машин.— Электричество, 1984, № 11.

13. Попов В. И. Принципы формирования схем обмоток совмещенных электрических машин.— Электричество, 1986, № 5.

[05.05.87]

УДК 621.372.001.24:681.3

Расчет электрических цепей на основе разложения решения в ряды по смешенным полиномам Чебышева первого рода

ГАВРИЛОВ Л. П., доктор техн. наук

Москва

В теории электрических цепей полиномы Чебышева наиболее широко используются при проектировании фильтров, в задачах аппроксимации характеристик электрических цепей [1, 2] и др. В настоящей статье рассматривается применение смешенных полиномов Чебышева первого рода к анализу переходных процессов в линейных и Вологодская областная научная библиотека

нелинейных электрических цепях, в том числе и описываемых системами жестких дифференциальных уравнений.

I. Общие свойства смешенных полиномов Чебышева первого рода. Определение смешенных полиномов Чебышева первого рода. Полиномы Чебышева $T_r(x)$, $r=0,1,\dots$

определяются на интервале $-1 \leq x \leq 1$. При исследовании переходных процессов в электрических цепях удобнее рассматривать интервал изменения независимой переменной $t=0 \div t_k$. Переход от аргумента x к аргументу t и наоборот осуществляется при помощи линейных преобразований вида $x = \frac{2t}{t_k} - 1$ и $t = \frac{x+1}{2} t_k$. Известны и другие виды линейных преобразований.

Полиномы $T_r\left(\frac{2t}{t_k} - 1\right)$ или кратко $T_r(t)$, являющиеся функциями новой переменной t , называются смещенными. При расчетах электрических цепей смещенные полиномы вычисляются при помощи рекуррентного соотношения [3 и 4]:

$$T_{r+1}(t) = 2\left(\frac{2t}{t_k} - 1\right) T_r(t) - T_{r-1}(t), \quad r=1, 2, \dots; \quad (1)$$

$$T_0(t) = 1, \quad T_1(t) = \frac{2t}{t_k} - 1.$$

Для смещенных полиномов Чебышева первого рода также справедливо выражение

$$T_r(t) = \cos(r \arccos\left(\frac{2t}{t_k} - 1\right)), \quad r=0, 1, \dots \quad (2)$$

Представление функций независимой переменной t рядами по смещенным полиномам Чебышева первого рода. Абсолютно интегрируемую функцию $y(t)$ представим на интервале $t=0 \div t_k$ следующим рядом:

$$y(t) = \sum_{r=0}^n Y_r T_r(t). \quad (3)$$

Коэффициенты разложения могут быть определены методом Фурье:

$$Y_r = \frac{2}{\pi} \int_0^{t_k} y(t) \frac{T_r(t)}{\sqrt{t(t_k-t)}} dt.$$

Другие методы вычисления коэффициентов разложения приведены в [3, 4]. В соответствии с [2] ряд (3) будет сходящимся, если функция $y(t)$ удовлетворяет условию Дени — Липшица: $\lim |\omega(\delta) \ln \delta| = 0$ при $\delta \rightarrow 0$. Здесь $\delta = |t_2 - t_1|$ — любое положительное число, $\omega(\delta) = \max(y(t_2) - y(t_1))$. Погрешность приближения может быть оценена при помощи теоремы Джексона:

$$\left| \sum_{r=0}^n Y_r T_r(t) - y(t) \right| \leq \frac{12M}{n} (3 + \ln n),$$

где $M = \max |y'(t)|$, $0 \leq t \leq t_k$.

Производная и интеграл от смещенных полиномов Чебышева первого рода. Продифференцируем (2) по t при r и $r-2$. В результате получим выражение

Вологодская областная универсальная научная библиотека

$\dot{T}_r(t)$ и $\ddot{T}_{r-2}(t)$. Умножим $\dot{T}_r(t)$ на $r-2$ и $\ddot{T}_{r-2}(t)$ на r . Вычтем полученные выражения, т. е. $-\dot{T}_{r-2}(t)r + \dot{T}_r(t)(r-2)$. После преобразований получим рекуррентное выражение для производной:

$$\left. \begin{aligned} \dot{T}_{r+1}(t) &= \frac{4(r+1)}{t_k} \left[T_r(t) + \dot{T}_{r-1}(t) \frac{t_k}{4(r-1)} \right], \\ r &= 2, 3, \dots; \\ \dot{T}_0(t) &= 0, \quad \dot{T}_1(t) = \frac{2}{t_k}, \quad \dot{T}_2(t) = \frac{8}{t_k} T_1(t). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Интегрируя (4), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^t T_0(\tau) d\tau &= \frac{t_k}{2} [T_0(t) + T_1(t)]; \\ \int_0^t T_1(\tau) d\tau &= \frac{t_k}{8} [-T_0(t) + T_2(t)]; \\ \int_0^t T_r(\tau) d\tau &= \frac{t_k}{2} \left[\frac{(-1)^{r+1}}{r^2-1} T_0(t) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2(r-1)} T_{r-1}(t) + \frac{1}{2(r+1)} T_{r+1}(t) \right], \quad r \geq 2. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Произведение полиномов Чебышева. В соответствии с [3, 4] запишем:

$$T_k(t) T_m(t) = \frac{1}{2} [T_{k+m}(t) + T_{k-m}(t)], \quad k, m=0, 1, \dots \quad (6)$$

II. Соотношения между коэффициентами рядов, представляющих ток и напряжение на RLC -элементах электрических цепей.

Ток, протекающий через линейный элемент электрической цепи, $i(t)$, и напряжение на нем $u(t)$ представим рядами по смещенным полиномам Чебышева первого рода:

$$i(t) = \sum_{r=0}^n I_r T_r(t); \quad u(t) = \sum_{r=0}^n U_r T_r(t). \quad (7)$$

Для резистивного элемента с сопротивлением R или проводимостью G справедливо соотношение $u=Ri$ или $i=Gu$. Представив $i(t)$ и $u(t)$ рядами (7), после приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $T_r(t)$, $r=0, 1, \dots$ получим: $U_r = R I_r$ или $I_r = G U_r$, $r=0, 1, \dots$.

Для индуктивного элемента с индуктивностью L справедливо выражение $u=Ldi/dt$ или после подстановки рядов (7)

$$\sum_{r=0}^n U_r T_r(t) = L \sum_{r=0}^n I_r \dot{T}_r(t).$$

Учитывая (4), после приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $T_r(t)$ получим

соотношения:

$$U_0 = \frac{2L}{t_k} \sum_{p=1, 3, 5, \dots}^{p \leq n} p I_p, U_r = \frac{4L}{t_k} \sum_{p=r+1, r+3, r+5, \dots}^{p \leq n} p I_p, r=1, 2, \dots;$$

$$p=r+1, r+3, r+5, \dots$$

Для $r \geq 3$ также можно записать:

$$U_r = U_{r-2} - \frac{4L}{t_k} (r-1) I_{r-1}.$$

При использовании выражения

$$i = i_{L0} + \frac{1}{L} \int_0^t u d\tau$$

после подстановки в него выражения (7) получим:

$$\sum_{r=0}^n I_r T_r(t) = i_{L0} T_0(t) + \frac{1}{L} \sum_{r=0}^n U_r \int_0^t T_r(\tau) d\tau.$$

С учетом (5) после приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $T_r(t)$ запишем:

$$I_0 = i_{L0} + \frac{t_k}{2L} \left(U_0 - U_1 \frac{1}{4} + \sum_{p=3}^n \frac{(-1)^{p+1}}{p^2-1} U_p \right);$$

$$I_1 = \frac{t_k}{2L} \left(U_0 - \frac{U_2}{2} \right), I_r = \frac{t_k}{4Lr} (U_{r-1} - U_{r+1}).$$

Для емкостного элемента с емкостью C при использовании выражения $i = C \frac{du}{dt}$ аналогичным образом получим соотношения между коэффициентами рядов, представляющими функции $i(t)$ и $u(t)$:

$$I_0 = \frac{2C}{t_k} \sum_{p=1, 3, 5}^{p \leq n} p U_p;$$

$$I_r = \frac{4C}{t_k} \sum_{p=r+1, r+3, r+5, \dots}^{p \leq n} p U_p, r=1, 2, \dots; p=r+1, r+3, r+5, \dots$$

Для $r \geq 3$ справедливо также соотношение

$$I_r = I_{r-2} - \frac{4C}{t_k} (r-1) U_{r-1}.$$

При использовании выражения

$$u = u_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau$$

аналогичным образом получаем соотношения между коэффициентами рядов (7):

$$U_0 = u_0 + \frac{t_k}{2C} \left(I_0 - I_1 \frac{1}{4} \sum_{p=3}^n \frac{(-1)^{p+1}}{p^2-1} I_p \right);$$

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

$$U_1 = \frac{t_k}{2C} \left(I_0 - \frac{I_2}{2} \right), U_r = \frac{t_k}{4rC} (I_{r-1} - I_{r+1}).$$

III. Запись уравнений электрических цепей для коэффициентов рядов. Полученные в первых двух разделах выражения позволяют формировать системы уравнений для коэффициентов рядов, представляющих токи и напряжения ветвей электрической схемы, одним из методов расчета электрических цепей. Так, выражение для первого закона Кирхгофа $\sum_{k=1}^s i_k = 0$ после представления токов рядами вида (3) с коэффициентами I_{rk} может быть записано в виде

$$\sum_{k=1}^s I_{rk} = 0, r=0 \div n.$$

Выражение для второго закона Кирхгофа запишем в виде

$$\sum_{k=1}^s (u_{Rk} + u_{Lk} + u_{Ck}) = \sum_{k=1}^s e_k,$$

где k — номер ветви в контуре, содержащем s ветвей; u_{Rk} , u_{Lk} , u_{Ck} — напряжения на R -, L -, C -элементах ветви с номером k ; e_k — э. д. с. ветви.

После представления напряжений и э. д. с. рядами вида (3) с коэффициентами U_{rRk} , U_{rLk} , U_{rCk} , E_{rk} выражение второго закона Кирхгофа можно записать для коэффициентов рядов:

$$\sum_{k=1}^s (U_{rRk} + U_{rLk} + U_{rCk}) = \sum_{k=1}^s E_{rk}, r=0 \div n.$$

Пусть параметрами элементов k -й ветви являются R_k , L_k , C_k и напряжение на конденсаторе в начальный момент равно u_{Ck} . Используя записанные во втором разделе соотношения, получаем

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^s \left(I_{0k} R_k + \frac{2L_k}{t_k} \sum_{p=1, 3, 5}^{p \leq n} p I_{pk} + u_{ck} + \right. \\ & \left. + \frac{t_k}{2C_k} \left(I_{0k} - \frac{I_{1k}}{4} + \sum_{p=2}^n \frac{(-1)^{p+1}}{p^2-1} I_{pk} \right) \right) = \\ & = \sum_{k=1}^s E_{0k}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^s \left(I_{1k} R_k + \frac{4L_k}{t_k} \sum_{p=2, 4, 6, \dots}^{p \leq n} p I_{pk} + \right. \\ & \left. + \frac{t_k}{2C_k} (I_{0k} - 0,5 I_{2k}) \right) = \sum_{k=1}^s E_{1k}; \\ & \sum_{k=1}^s \left(I_{rk} R_k + \frac{4L_k}{t_k} \sum_{p=r+1, r+3, \dots}^{p \leq n} p I_{pk} + \right. \\ & \left. + \frac{t_k}{4rC_k} (I_{r-1, k} - I_{r+1, k}) \right) = \sum_{k=1}^s E_{r, k}, r=2 \div n. \end{aligned}$$

Для ветвей с нелинейными элементами при использовании (6) получаем нелинейные алгебраические уравнения (см. раздел IV, пример 1).

Рассмотрим нахождение решения системы нелинейных дифференциальных уравнений в нормальной форме:

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}) \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{ax} + \mathbf{bf} + \mathbf{y}(\mathbf{x}).$$

В этой системе уравнений \mathbf{x} — вектор переменных состояния, элементами которого $x_j (j=1 \dots m)$, m — количество уравнений) являются напряжения на емкостных и токи индуктивных элементов схемы, \mathbf{f} — вектор воздействующих функций, элементами которого $f_i (i=1 \dots k, k$ — количество воздействующих функций) являются независимые источники э. д. с. и тока, $\mathbf{C}(\mathbf{x})$ — диагональная матрица, элементами которой $C_{jj}(x_j), j=1 \dots m$, являются зависимости дифференциальных емкостей $C_d(u)$ или дифференциальных индуктивностей $L_d(i)$, $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ — нелинейные зависимости алгебраического вида, т. е. зависимости $u(i)$ или $i(u)$.

На интервале шага интегрирования $t_l \leq t \leq t_{l+1}$ функции $C_{jj}(x_j)$ и $y_j(x_j)$ аппроксимируем выражениями

$$C_{jj}(x_j) \equiv C_{0j} + \dot{C}_j x_j(t), \quad y_j(x_j) = y_{0j} + \dot{y}_j x_j(t),$$

где

$$C_{0j} = C_j[x_j(t_l)] - \dot{C}_j x_j(t_l), \quad \dot{C}_j = dC_j/dx_j$$

при $x_j = x_j(t_l)$

$$y_{0j} = y_j[x_j(t_l)] - \dot{y}_j x_j(t_l), \quad \dot{y}_j = dy_j/dx_j$$

при $x_j = x_j(t_l), l=0, 1, \dots$

Система дифференциальных уравнений в этом случае принимает вид:

$$(C_{0j} + \dot{C}_j x_j(t) \dot{x}_j(t)) = \sum_{i=1}^m a_{ij} x_i(t) + \sum_{i=1}^m b_{ij} f_i(t) + y_{0j} + \dot{y}_j x_j(t).$$

Элементы x_j и $f_i, j=1 \dots m, i=1 \dots k$, векторов \mathbf{x} и \mathbf{f} представим рядами вида (3) с коэффициентами X_{rj} и $F_{ri}, r=0 \dots n, n$ — номер старшего члена ряда. После подстановки этих рядов в систему дифференциальных уравнений, используя принятую аппроксимацию нелинейных функций и приравнивая коэффициенты при одинаковых функциях $T_r(t), r=0 \dots n$, получаем систему алгебраических уравнений

$$\frac{C_{0j}\alpha}{t_k} \sum_{\substack{p \leq n \\ p=r+s \\ s=1,3,5,\dots}} p X_{pj} + C_j D_{rj} = \sum_{i=1}^m a_{ji} X_{ri} + \sum_{i=1}^k b_{ji} F_{ri} + \dot{y}_j X_{rj} + y_{0j} \beta, \quad (8)$$

где $j=1 \dots m, r=0 \dots n; \alpha=2$ для $r=0, \alpha=4$ для $r>0, \beta=1$ для $r=0, \beta=0$ для $r>0; D_{rj}$ — коэффициенты разложения в ряд вида (3) произведения функций $x_j(t) \dot{x}_j(t)$.

Выражения коэффициентов D_{rj} через коэффициенты X_{rj} получим в результате использования

соотношений (4), (6) и приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $T_r(t)$. Например, при $n=4$ получим (индекс j опускаем):

$$D_0 = \frac{2}{t_k} (X_0 X_1 + 3X_0 X_3 + 2X_1 X_2 + 4X_1 X_4 + 3X_2 X_3 + 4X_3 X_4);$$

$$D_1 = \frac{2}{t_k} (4X_0 X_2 + 8X_0 X_4 + X_1^2 + 6X_1 X_3 + 2X_2^2 + 8X_2 X_4 + 3X_3^2 + X_4^2);$$

$$D_2 = \frac{2}{t_k} (6X_0 X_3 + 3X_1 X_2 + 8X_1 X_4 + 5X_2 X_3 + 7X_3 X_4);$$

$$D_3 = \frac{2}{t_k} (8X_0 X_4 + 4X_1 X_3 + 2X_2^2 + 6X_2 X_4 + 3X_3^2 + 4X_4^2);$$

$$D_4 = \frac{2}{t_k} (5X_1 X_4 + 5X_2 X_3 + 7X_3 X_4).$$

Запишем систему уравнений (8) для $r=0 \dots (n-1), j=1 \dots m$. Дополним эти систему уравнениями вида

$$\sum_{r=0}^n X_{rj} T_r(0) = x(t_l),$$

которые позволяют учесть начальные значения переменных.

Совместное решение уравнений системы (8) при $r=0 \dots n-1$, и дополняющей системы уравнений, учитывающей начальные значения переменных, позволяет определить коэффициенты $X_{rj}, r=0 \dots n, j=1 \dots m$.

Рассмотрим применение смещенных полиномов Чебышева первого рода к расчету переходных процессов в электрических цепях на следующих примерах.

Пример 1. Расчет нелинейной цепи. Схема состоит из трех ветвей. К источнику тока J в момент времени $t=0$ подключаются две параллельно соединенные ветви. В первой ветви находится емкостный элемент с емкостью C , во второй ветви находится нелинейный резистивный элемент с вольт-амперной характеристикой $i=au^2$, где u — напряжение на ветвях схемы. Переходный процесс в схеме описывается уравнением

$$J = C \frac{dU}{dt} + au^2, \quad u(0) = 0.$$

При $J=0,1, C=0,16$ (6), $a=0,27$ (7) оно принимает вид

$$\frac{dx}{dt} + x^2 = 1, \quad x(0) = 0,$$

где $x=1,6(6)u$.

Решение этого уравнения — аналитическая функция $x = (e^{2t}-1)/(e^{2t}+1)$. Рассмотрим решение этого же дифференциального уравнения раз-

ложением в ряд на интервале $t=0 \div t_k$, $t_k=3$. Приближенное решение $x_1(t)$ будем искать в виде

$$x_1(t) = \sum_{r=0}^3 X_r T_r(t). \quad (9)$$

Подставив этот ряд в дифференциальное уравнение, после преобразований в соответствии с (4) и (6) и приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $T_r(t)$ получим систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} X_0^2 + 0,5(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2) + 2X_1/t_k + 6X_3/t_k - 1 &= F_1 = 0; \\ 2X_0X_1 + X_1X_2 + X_2X_3 + 8X_2/t_k &= F_2 = 0; \\ 0,5X_1^2 + 2X_0X_2 + X_1X_3 + 12X_3/t_k &= F_3 = 0; \\ 2X_0X_3 + X_1X_2 &= F_4 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Система уравнений (10) решается численно методом Ньютона.

Определенные в результате расчета коэффициенты $X_0 \div X_3$ позволяют найти значение $x_1(t)$ для ряда фиксированных значений t_i на интервале $0 \div t_k$. При начальных значениях коэффициентов $\{0,5, 0,5, -0,5, 0,1\}$ после четырех итераций получаем вектор коэффициентов $0,75035, 0,37996, -0,18435, 0,04668$. Для оценки погрешности вычислений для каждого t_i определялась относительная погрешность $D(t_i) = |(x(t_i) - x_1(t_i)) / x(t_i)|$. Результаты расчета погрешностей приведены в табл. 1, столбец 2, первый вариант расчета. В третьем столбце этой таблицы приведены результаты расчета для второго варианта, когда последнее уравнение системы (10) заменено на уравнение

$$X_0 - X_1 + X_2 - X_3 - x(0) = F_4 = 0, \quad (11)$$

где $x(0)$ — начальное значение переменной $x(t)$ при $t=0$. Это уравнение получается из (9) при $t=0$.

Как следует из табл. 1, замена последнего уравнения системы (10) на уравнение (11) позволяет уменьшить погрешность вычислений, особенно на начальном этапе расчета, и учесть ненулевые значения функции $x(t)$ в момент $t=0$. Погрешности расчета, приведенные в третьем столбце, и во втором столбце при $t>0,6$, являются приемлемыми для практических расчетов электрических цепей (погрешности в третьем столбце не превышают 3,4123 %). Затраты машинного времени на вычисления составляют в первом варианте 2,7 с, во втором 2,8 с. Вычисления выполнялись на ЦВМ ЕС 1022, алгоритмический язык PL/I.

Пример 2. Расчет линейной цепи, описываемой жесткой системой дифференциальных уравнений. Рассмотрим переходный процесс при подключении к источнику э.д.с. E двухзвенной каскадной RC -схемы. Продольные звенья состоят из резистивных элементов с сопротивлениями R_1 и R_2 , поперечные звенья — из емкостных элементов с емкостями C_1 и C_2 . Напряжения на емкост-

ных элементах u_1 и u_2 . Переходный процесс в такой схеме можно описать системой уравнений в нормальной форме:

$$C_1 \frac{du_1}{dt} = \frac{E-u_1}{R_1} - \frac{u_1-u_2}{R_2}, \quad C_2 \frac{du_2}{dt} = \frac{u_1-u_2}{R_2}, \\ u_1(0) = u_2(0) = 0.$$

Пусть $E=1$ В, $R_1=R_2=1$ Ом, $C_1=1\Phi$, $C_2=10^{-3}\Phi$. При этих данных система принимает вид: $\dot{u}_1 = -2u_1 + u_2 + 1$, $\dot{u}_2 = 10^3(u_1 - u_2)$, $u_1(0) = u_2(0) = 0$. Решение этой системы: $u_1 = 1 - 1,0000992 \cdot \exp(-1,09925t) + 9,92 \cdot 10^{-5} \exp(-1001,101t)$, $u_2 = 1 - 1,0010992 \exp(-1,09925t) + 1,0992 \cdot 10^{-3} \exp(-1001,101t)$. Система уравнений является жесткой, так как показатели при экспонентах в решении различаются на три порядка. Приближенное решение системы уравнений представим рядами:

$$u_i = \sum_{r=0}^3 U_{ri} T_r(t), \quad t=1, 2.$$

Подставим это решение в систему дифференциальных уравнений. В результате преобразований и приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $T_r(t)$ получим систему уравнений вида (8) при $m=2$, $n=3$. Заменим в этой системе два уравнения, получающихся приравниванием коэффициентов при $T_3(t)$ на два уравнения вида (11). В результате получим систему уравнений:

2	$2/t_k$	0	$6/t_k$	-1	0	0	0	U_{01}	1
0	2	$2/t_k$	0	0	-1	0	0	U_{11}	0
0	0	2	$12/t_k$	0	0	-1	0	U_{21}	0
1	-1	1	-1	0	0	0	0	U_{31}	0
$-1E3$	0	0	0	$1E3$	$2/t_k$	0	$6/t_k$	U_{02}	0
0	$-1E3$	0	0	0	$1E3$	$8/t_k$	0	U_{12}	0
0	0	$-1E3$	0	0	0	$1E3$	$12/t_k$	U_{22}	0
0	0	0	0	1	-1	1	-1	U_{32}	0

Система уравнений решалась при трех значениях $t_k=1, 3, 10$. Во всех случаях вычислялись относительные погрешности $D_i(t_j) = |(u_i - \hat{u}_i)/u_i|$, $i=1, 2$, t_j — дискретные значения t на интервале $0 \div t_k$. Для каждого t_k вычислялись также средние значения относительных погрешностей:

$$D_{i, \text{ср}} = \sum_{j=1}^k D_i(t_j)/k.$$

Принималось $k=10$ при равномерном разбиении интервала $0 \div t_k$. В табл. 2 приведены значения $D_{i, \text{ср}}$, $i=1, 2$ для $t_k=1, 3, 10$, а также соответствующие им затраты машинного времени при вычислениях на ЦВМ ЕС 1022, алгоритмический язык PL/I.

Таблица 1

t	Относительная погрешность	
	Вариант I	Вариант II
0,3	4.11438 E--1	6.14026 E--4
0,6	1.5011 E--1	3.32482 E--2
0,9	7.18697 E--2	3.4123 E--2
1,2	4.41609 E--2	2.0214 E--2
1,5	3.26504 E--2	3.79291 E--2
1,8	2.3904 E--2	7.89007 E--3
2,1	1.35894 E--2	1.20685 E--2
2,4	2.64037 E--2	9.54456 E--2
2,7	4.75498 E--3	3.67886 E--3
3,0	2.39591 E--3	4.43206 E--4

Таблица 3

Значение переменной t , с	Относительная погрешность расчета		
	Номер старшего члена ряда n		
	3	5	8
0,01	4,85 E--2	1,719 E--3	1,776
1,0	3,55 E--2	2,3244 E--3	1,5236 E--4
4,0	1,787 E--2	1,74528 E--3	5,42 E--4

Примечание. Затраты машинного времени на расчет при n , равных 3, 5 и 8 составили соответственно 4,78, 8,94 и 5,08 с.

Таблица 2

Интервал t_k	Относительные погрешности		Затраты времени T_m , с
	D_{1cp}	D_{2cp}	
1	7.319 E--2	7.46 E--2	2,62
3	3.658 E--2	3.705 E--2	2,76
10	12.49 E--2	12.46 E--2	2,72

Из табл. 2 следует, что при небольших затратах машинного времени метод позволил получить решение жесткой системы дифференциальных уравнений при приемлемых для практических расчетов значениях относительных погрешностей вычислений, при $t_k=3$ — составляющих 3,658 %... 3,705 %. При других значениях t_k погрешности были больше и для их уменьшения необходимо увеличить число членов ряда. Для сопоставления отметим, что для расчета этой же задачи при $t_k=10$ методом РМ2, основанным на выделении быстроизменяющейся составляющей решения [5], потребовалось 11, 13 с на ЦВМ типа ЕС 1022 (быстродействие 80 тыс. операций в секунду), погрешности расчета находились в пределах 5.E--2—5.E--3. Согласно [6] для расчета этой задачи на ЦВМ типа ЕС 1033 (быстродействие 150—250 тыс. операций в секунду) на интервале 0—4 при помощи программ АРОПС, ПАУМ2, СПАРС, ПАРМ потребовалось соответственно 9,8, 3,8, 6, 6,3 с.

Пример 3. Рассмотрим переходный процесс при подключении к источнику э.д.с. Е-1В четырехзвенной каскадной RC -схемы. Продольные звенья состоят из резистивных элементов $R_1=R_4=1$ Ом, поперечные звенья — емкостных элементов с емкостями $C_1=1\Phi$, $C_2=1$ Е--3 Φ , $C_3=1.E-6 \Phi$, $C_4=1.E-9 \Phi$. Теоретические значения напряжения на емкости C_4 в моменты времени $t=1.E-2$ с, 1 с, 4 с в соответствии с [6] составляли 0,0942 В, 0,631 В, 0,982 В. Результаты расчета, основанного на разложении в ряды Чебышева вида (3), для трех значений числа членов ряда $n=3, 5, 8$ представлены в табл. 3, где указаны относительные погрешности вычисления переменной $u_C(t)$ для трех значений независимой переменной t : 0,01 с, 1 с

и 4 с, а также затраты машинного времени на расчет. Расчет выполнен на цифровой ЭВМ типа ЕС 1022, алгоритмический язык PL/I.

Для сопоставления приведем данные расчета этой задачи при помощи программ, описанных в [6]. При относительных погрешностях менее 1,8E—2 затраты машинного времени при расчетах на цифровой ЭВМ типа ЕС 1033 при использовании программ АРОПС, ПАУМ1, ПАУМ2, СПАРС, ПАРМ составляли соответственно 12,5 с, 74 с, 5 с, 6 с, 6,3 с, при использовании программы ЭЛАИС на ЦВМ типа ЕС 1022—11,2 с, программы ASTAP на ЦВМ IBM 370—16 с.

Выводы. 1. Метод расчета переходных процессов в электрических цепях, основанный на разложении решения в ряды по смещенным полиномам Чебышева первого рода, позволяет эффективно рассчитывать как линейные, так и нелинейные цепи.

2. Метод может успешно применяться для расчета жестких систем дифференциальных уравнений.

3. При небольшом числе учитываемых членов ряда метод позволяет получить приемлемую для практических расчетов точность вычислений при малых затратах машинного времени.

4. Замена уравнений системы, получающихся в результате приравнивания коэффициентов при функциях $T_n(t)$ со старшим индексом n , на уравнения вида (11) позволяет уменьшить погрешность расчета и учсть ненулевые начальные значения переменных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Атабеков Г. И. Теория линейных электрических цепей.— М.: Советское радио, 1960.— 343 с.
- Штагер В. В. Чебышевские приближения, применяемые в расчетах электрических схем.— М.: Связьиздат, 1960.— 78 с.
- Суэтин П. К. Классические ортогональные многочлены.— М.: Наука, 1976.— 327 с.
- Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышев.— М.: Наука, 1983.— 384 с.
- Гаврилов Л. П. Эффективный метод расчета переходных процессов в электронных схемах при машинном проектировании.— Электронная промышленность, 1983, вып. 7 — с. 41—42.
- Результаты исследования ряда программ анализа электронных схем / Ю. Н. Бармаков, В. А. Бахов, В. Н. Ильин и др.— Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1981, т. 24, № 6.— с. 27—37.

Стохастические явления в электрических цепях с вентилями при детерминированных возмущающих воздействиях

САМОСЕЙКО В. Ф.

Ленинград

Введение. Электрические цепи с детерминированными возмущающими воздействиями обычно рассматривались в литературе как детерминированные системы, поведение фазовых переменных которых описывалось системой дифференциальных уравнений. Такая цепь предполагалась детерминированной. Это предположение основывалось на фундаментальной теореме Коши об единственности решения системы дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями. Последнее подтверждалось и экспериментальными исследованиями. В тех случаях, когда требовалось учесть случайные явления в электрической цепи, в схему замещения вводились генераторы случайных возмущающих функций. При этом в цепи, естественно, возникали токи, спектр которых однозначно определялся спектром возмущающего воздействия [1].

Исследование нелинейных электрических цепей привело к открытию автоколебательных явлений [2]. Фазовые траектории в таких цепях притягиваются к замкнутой кривой — предельному циклу, понятие которого было введено Пуанкаре. Причина детерминизма при изучении электрических цепей состояла в том, что качественная теория динамических систем была наиболее подробно разработана для автономных систем дифференциальных уравнений второго порядка [2]. В таких системах возможны лишь аттракторы типа предельный цикл [3].

Долгое время стохастическое поведение динамической системы объяснялось большой размерностью фазового пространства, в котором возможно возникновение n предельных циклов. Фазовые траектории в этом случае притягиваются почти периодическими аттрактором — тором.

Таким образом, обнаружение новых явлений в динамических системах сопровождалось введением новых типов аттракторов: точки, предельного цикла, тора. Но обнаружение этих аттракторов не означало перехода к исследованию стохастических динамических систем. Временные функции фазовых переменных в первом случае являются постоянными, во втором — периодическими и в последнем — почти периодическими.

Большое значение в формировании современного понимания стохастичности в диссипативных системах сыграло открытие Э. Лоренцом системы дифференциальных уравнений третьего порядка, Вологодская областная научная библиотека

решение которой давало случайные функции [4]. Спектры таких функций оказывались непрерывными, а ковариационные функции — затухающими. В этой связи появился новый тип аттрактора фазового пространства, который получил название странного [4]. Существенный вклад в понимание природы стохастических явлений внесла теория универсальности Фейгенбаума [5], которая построена для одномерных отображений прямой в себя.

В данной статье рассматриваются математические модели динамики электромагнитных процессов в электрических цепях с вентилями, позволяющие объяснить природу возникновения стохастических явлений в них. В качестве аппарата исследования привлекаются отображения Пуанкаре, называемые также отображениями последования [6].

Математическое описание динамических процессов. Будем считать, что вентиль является идеальным ключом. В зависимости от состояний вентиля (включен, выключен) можно выделить состояния цепи $k=1, 2, \dots, m$, которые образуют совокупность вершин направленного графа. При переключениях вентиляй происходят переходы цепи из состояния в состояние. Совокупность возможных переходов задает дуги графа. В большинстве электрических цепей, используемых на практике, переключения происходят циклично. Поэтому в графе должны быть циклы — замкнутые последовательности дуг. Построение графа основывается на структуре цепи. Формализация процесса перехода от электрической цепи к графу в статье не рассматривается.

В каждом из состояний цепь описывается системой дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{A}_{(k)} \mathbf{x} + \mathbf{B}_{(k)} \mathbf{u}, \quad (1)$$

решение которой может быть записано в виде

$$\mathbf{x} = e^{\mathbf{A}_{(k)} t} \mathbf{x}_{(k)} + \int_0^t e^{\mathbf{A}_{(k)}(t-\tau)} \mathbf{B}_{(k)} \mathbf{u}(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где \mathbf{x} — вектор фазовых переменных; $\mathbf{A}_{(k)}$, $\mathbf{B}_{(k)}$ — матрицы коэффициентов; \mathbf{u} — вектор источников внешних воздействий; $\mathbf{x}_{(k)}$ — вектор начальных значений \mathbf{x} ; $t[0, \infty)$.

В качестве фазовых переменных примем напряжения на емкостях и токи в индуктивностях.

Тогда в моменты переходов цепи из состояния в состояние при соблюдении законов коммутации фазовые переменные не претерпевают скачков.

Каждой дуге графа (k, i) , связывающей вершины k и i , поставим в соответствие переключающую переменную

$$\sigma_{(k,i)} = (1 - \gamma_{(k,i)}) (\alpha_{(k,i)}^T \mathbf{x} + \beta_{(k,i)}^T \mathbf{u}) + \gamma_{(k,i)} t,$$

где $\alpha_{(k,i)}$, $\beta_{(k,i)}$ — векторы коэффициентов.

Причем, если переключающей переменной является время t , то $\gamma_{(k,i)}=1$. В противном случае ($\gamma_{(k,i)}=0$) переключающей переменной $\sigma_{(k,i)}$ является ток вентиля или напряжение на нем.

Переключения (переходы из состояния k в состояние i) происходят при достижении переключающей переменной $\sigma_{(k,i)}$ граничного значения $\sigma_{(k,i)}$. Если $\gamma_{(k,i)}=1$, то $\sigma_{(k,i)}$ соответствует заданное значение момента перехода $t_{(k,i)}$ в новое состояние, и если $\gamma_{(k,i)}=0$, то $\sigma_{(k,i)}$ — ток вентиля, при котором происходит его выключение, или напряжение переключения, при котором происходит включение вентиля.

Под передачей дуги (k,i) будем понимать отображение начальных значений фазовых переменных из состояния k в состояние i и обозначать $\mathbf{h}_{(k,i)} : \mathbf{x}_{(k)} = \mathbf{h}_{(k,i)}(\mathbf{x}_{(k)})$. Очевидно, что оператор $\mathbf{h}_{(k,i)}$ при $\gamma_{(k,i)}=1$ определяется формулой:

$$\mathbf{x}_{(i)} = e^{A_{(k)} t_{(k,i)}} \mathbf{x}_{(k)} + \int_0^{t_{(k,i)}} e^{A_{(k)}(t-\tau)} \mathbf{B}_{(k)} \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (3)$$

При $\gamma_{(k,i)}=0$ значение $t_{(k,i)}$ должно быть определено как наименьший положительный корень уравнения

$$\sigma_{(k,i)} = \alpha_{(k,i)}^T \mathbf{x}(t_{(k,i)}) + \beta_{(k,i)}^T \mathbf{u}(t_{(k,i)}). \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) определяют отображение $T_{(k,i)}$:

$$T_{(k,i)} = T_{(k,i)}(\mathbf{x}_{(k)}, \mathbf{u}_{(k)}, \sigma_{(k,i)}). \quad (5)$$

Для вершин, имеющих полустепень исходов большую единицы, необходимо определить дугу, по которой происходит переход в следующее состояние. Обозначим через I_k множество вершин, связанных дугами с вершиной k . Тогда длительность пребывания цепи в состоянии k

$$t_{(k,i*)} = \min_{i \in I_k} t_{(k,i)},$$

где $(k,i*)$ — дуга, по которой совершается переход в состояние i^* .

Будем называть цикл простым, если при его обходе каждая дуга встречается только один раз. В преобразователях электрической энергии, функционирование которых задано графом, может быть несколько простых циклов. Передачей цикла является композиция передач дуг, входящих в него: $\mathbf{h}_k = \mathbf{h}_{(k,i)} \dots \mathbf{h}_{(j,k)}$. Функции $\mathbf{H}_k = (H_{k1}, \dots, H_{km})$ — аналитические, что следует непосредственно из определения операторов $\mathbf{h}_{(k,i)}, \dots, \mathbf{h}_{(j,k)}$. Передача

Вологодская областная универсальная научная библиотека

цикла является отображением последования:

$$\mathbf{x}_{(k)}^{*+1} = \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_{(k)}^*) \quad (6)$$

и может рассматриваться как система разностных уравнений, решение которой определено на сетке $v=0, 1, \dots$. Точка фазового пространства $\mathbf{x}_{(k)}^{[v]}$, удовлетворяющая равенству $\mathbf{x}_{(k)}^{[v]} = \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_{(k)}^{[v]})$ называется неподвижной точкой отображения последования и соответствует стационарному режиму колебаний.

Автономные цепи. Положим, что вектор возмущающих воздействий не зависит от времени. Рассмотрим электрические цепи, в которых $\gamma_{(k,i)}=1$ для всех дуг. В этом случае цепь описывается системой линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами, а передача дуги

$$\mathbf{x}_{(i)} = e^{A_{(k)} t_{(k,i)}} (\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{A}_{(k)}^{-1} \mathbf{B}_{(k)} \mathbf{u}) - \mathbf{A}_{(k)}^{-1} \mathbf{B}_{(k)} \mathbf{u}$$

является линейным оператором. Если колебания в цепи совершаются по циклу, содержащему вершины $1, 2, \dots, m$, в последовательности, совпадающей с их номерами, то передача цикла

$$\mathbf{x}_{(1)}^{*+1} = \mathbf{C}_{(1)} \mathbf{x}_{(1)}^* + \mathbf{N}_{(1)}, \quad (7)$$

$$\text{где } \mathbf{C}_{(1)} = \exp \sum_{k=1}^m \mathbf{A}_{(k)} t_{(k,k+1)};$$

$$\mathbf{N}_{(1)} = \sum_{k=1}^m \left[\exp \sum_{j=k}^m \mathbf{A}_{(j)} t_{(j,j+1)} - \exp \sum_{j=k+1}^m \mathbf{A}_{(j)} t_{(j,j+1)} \right] \times \mathbf{A}_{(k)}^{-1} \mathbf{B}_{(k)} \mathbf{u}$$

$$\text{при } \mathbf{A}_{(m+1)} = 0; t_{(m,m+1)} = t_{(m,1)}.$$

Выражение (7) является линейным разностным уравнением. В том случае, если действительные части корней характеристических многочленов матриц $\mathbf{A}_{(k)}$ отрицательны, то несложно показать, что корни характеристического многочлена матрицы $\mathbf{C}_{(1)}$ принадлежат на комплексной плоскости кругу единичного радиуса. Последнее свидетельствует о том, что неподвижная точка отображения (7) $\mathbf{x}_{(1)}^* = (1 - \mathbf{C}_{(1)})^{-1} \mathbf{N}_{(1)}$ будет устойчивой. Заметим, что условие отрицательности действительных частей корней характеристических многочленов матриц $\mathbf{A}_{(k)}$ в линейных цепях с активными сопротивлениями всегда выполняется. Таким образом, при известных моментах переключения вентиляй периодические колебания, совершающиеся по заданному циклу, всегда устойчивы.

Случай $\gamma_{(k,i)}=0$ является более общим. Колебания в таких цепях могут самовозбуждаться и поведение их становится более сложным. Несложно показать, что передача цикла в таких цепях будет линейным оператором лишь в том случае, если переключающие переменные совпадают с каноническими переменными дифференциальных уравнений (1). При этом устойчивость периодических колебаний будет гарантирована.

Сложность процессов зависит от числа реактивных элементов. Так, в цепях с одним реактивным элементом при $\gamma_{(k,i)}=0$ передача дуги будет постоянной величиной. [Это можно видеть из формул (3) и (4)]. Следовательно, цепь с одним реактивным элементом входит в установившийся режим колебаний в первом же состоянии. В цепи с двумя реактивными элементами переходный процесс устанавливается уже за теоретически бесконечное число переходов из состояния в состояние. В цепях с тремя реактивными элементами неподвижные точки отображений последования уже могут стать неустойчивыми.

В общем случае устойчивость стационарного режима колебаний будет обеспечена, если линеаризованные уравнения в вариациях относительно неподвижной точки

$$\mathbf{x}_{(k)}^{v+1} - \mathbf{x}_{(k)}^{[1]} = \frac{\partial \mathbf{H}_k}{\partial \mathbf{x}_{(k)}} \Big|_{\mathbf{x}_{(k)}^{[1]}} (\mathbf{X}_{(k)}^v - \mathbf{X}_{(k)}^{[1]})$$

имеет корни характеристического многочлена матрицы Якоби $\partial \mathbf{H}_k / \partial \mathbf{x}_{(k)}$ при $\mathbf{x}_{(k)} = \mathbf{x}_{(k)}^{[1]}$, принадлежащие на комплексной плоскости кругу единичного радиуса. Наличие устойчивости неподвижной точки соответствует детерминированному поведению цепи.

Однако неустойчивость неподвижной точки не означает перехода цепи в стохастический режим. Возможно также субциклическое поведение цепи, под которым будем понимать следующее. Назовем $\mathbf{H}_k^{[2]} = \mathbf{H}_k \bigcirc \mathbf{H}_k$ передачей субцикла второго порядка. Если цепь находится в субциклическом режиме колебаний, то должно существовать две неподвижные точки $\mathbf{x}_{(k)}^{[1]}$ и $\mathbf{x}_{(k)}^{[2]}$. При этом $\mathbf{x}_{(k)}^{[1]} = \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_{(k)}^{[2]}) = \mathbf{H}_k^{[2]}(\mathbf{x}_{(k)}^{[1]})$; $\mathbf{x}_{(k)}^{[2]} = \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_{(k)}^{[1]}) = \mathbf{H}_k^{[2]}(\mathbf{x}_{(k)}^{[2]})$. Субцикл порядка d будет иметь d неподвижных точек $\mathbf{x}_{(k)}^{[1]}, \dots, \mathbf{x}_{(k)}^{[d]}$.

Режим колебаний зависит от параметров цепи, при изменении которых происходят бифуркции — переходы от колебаний по простым циклам к субциклам порядков $d=2, 3, \dots$. Параметрические области устойчивых колебаний по субциклику порядка d могут быть заданы неравенствами $|s_i^{[d]}| < 1$; $i=1, 2, \dots, n$, где $s_i^{[d]}$ — корни характеристического многочлена произведения матриц Якоби $\partial \mathbf{H}_k / \partial \mathbf{x}_{(k)}$, вычисленных в точках $\mathbf{x}_{(k)}^{[1]}, \dots, \mathbf{x}_{(k)}^{[d]}$.

При $d \rightarrow \infty$ имеет место стохастическое поведение цепи. Неподвижные точки отображения $\lim_{d \rightarrow \infty} \mathbf{H}_k^{[d]}$ в этом случае заполняют некоторую область $X_{(k)}$, называемую странным аттрактором [7]. При этом отображение \mathbf{H}_k может рассматриваться как генератор псевдослучайных чисел $\mathbf{x}_{(k)} \in X_{(k)}$. Таким образом, отображением \mathbf{H}_k на $X_{(k)}$ оказывается задана вероятностная мера, которой соответствует функция распределения $F_{(k)}(\mathbf{x})$, имеющая плотность $f_{(k)}(\mathbf{x})$.

Обозначим через \mathbf{H}_k^{-1} отображение, обратное \mathbf{H}_k . Разобъем область определения R^n отображе-

ния $\mathbf{x}_{(k)}^v = \mathbf{H}_k^{-1}(\mathbf{x}_{(k)}^{v+1})$ на подмножества R_j^n , $j = 1, 2, \dots, l_k$, такие, что $\mathbf{x}_{(k)}^v = \mathbf{H}_{kj}^{-1}(\mathbf{x}_{(k)}^{v+1})$, $\mathbf{x}_{(k)}^{v+1} \in R_j^n$ — однозначные отображения.

Тогда плотность распределения $f_{(k)}(\mathbf{x})$ может быть найдена из функционального уравнения

$$f_{(k)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{l_k} |\det \partial \mathbf{H}_{kj} / \partial \mathbf{x}| f_{(k)}[\mathbf{H}_{kj}(\mathbf{x})]. \quad (8)$$

В том случае, если в цепи имеют место субциклические колебания, то вероятностная мера окажется сосредоточенной в точках $\mathbf{x}_{(k)}^{[1]}, \dots, \mathbf{x}_{(k)}^{[d]}$.

Функциональные уравнения являются очень сложным объектом для исследования. Найти их решения удается лишь в достаточно простых случаях, преимущественно одномерных. Поэтому целесообразно для построения вероятностной меры на $X_{(k)}$ применять метод статистического моделирования, воспользовавшись в качестве датчика случайных чисел итерационной процедурой (6).

Распределение на $X_{(k)}$ определяет посредством отображения (5) распределение времени пребывания цепи в состоянии k при условии, что затем она перейдет в состояние i : $P_{(k,i)}(t)$. Заметим, что время пребывания электрической цепи в состоянии k зависит лишь от начальных значений фазовых переменных, $\mathbf{x}_{(k)}$ и не зависит от начальных значений фазовых переменных, предшествовавших состоянию k . Таким образом, имеют место марковские переходы в графе. Тогда для каждой дуги графа могут быть определены плотности вероятностей времени перехода из состояния k в состояние i при условии, что в момент времени t цепь находится в состоянии k :

$$\lambda_{(k,i)} = [dP_{(k,i)}(t)/dt]/[1 - P_{(k,i)}(t)]$$

и использован для анализа стохастических явлений аппарат теории марковских процессов.

Неавтономные цепи. Электрические цепи, в которых вектор возмущающих воздействий зависит от времени, могут быть исследованы методами, изложенными для автономных цепей. Для этого необходимо, чтобы функции вектора возмущающих воздействий были синусоидальными. Тогда система дифференциальных уравнений, описывающая электромагнитные процессы в состоянии k , сводится к системе с постоянными возмущающими воздействиями, но большего порядка.

Пусть, например, один из элементов вектора возмущающих воздействий — напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$. Обозначим

$$u_1 = U_m \cos \omega t; u_2 = U_m \sin \omega t.$$

Тогда имеет место линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 & \operatorname{ctg} \psi \\ \operatorname{tg} \psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

где $u = u_1 + u_2$.

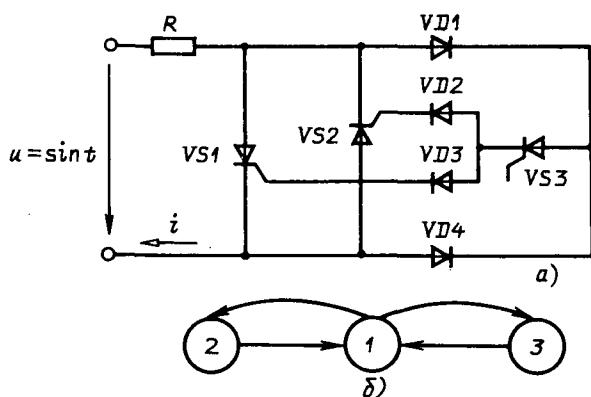


Рис. 1. Неавтономная цепь с вентилями (а) и ее граф (б)

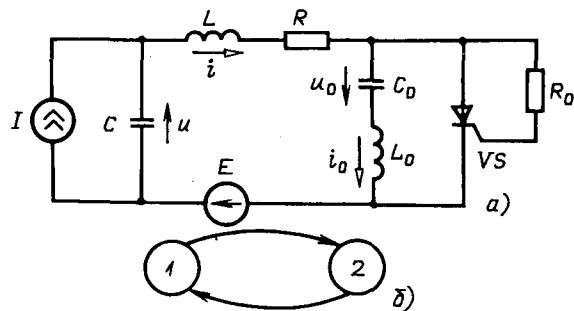


Рис. 2. Автономная цепь с вентилями (а) и ее граф (б)

Часто используемая в преобразователях электрической энергии симметричная трехфазовая система напряжений u_A , u_B , u_C может быть заменена дифференциальными уравнениями

$$\frac{du}{dt} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}.$$

При несинусоидальных периодических возмущающих воздействиях могут быть выполнены аналогичные преобразования. Для этого необходимо разложить возмущающие воздействия в ряд и каждую гармонику заменить дифференциальным уравнением второго порядка. Увеличение порядка дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитные процессы, в каждом из состояний, приводит к усложнению явлений, происходящих в цепях с вентилями.

Пример 1. Для иллюстрации предлагаемого аппарата исследования рассмотрим цепь, изображенную на рис. 1, а. Цепь может находиться в трех состояниях: 1 — тиристоры VS_1 , VS_2 закрыты; 2 — тиристор VS_2 открыт, а VS_1 — закрыт; 3 — тиристор VS_2 открыт, а VS_1 —

закрыт. Граф переходов представлен на рис. 1, б.

На переход управляющий электрод — катод тиристора VS_3 подается импульсный ток $i_o(t) = i_o(t + \theta)$, где θ — период следования импульсов. При подаче импульса на тиристор VS_3 происходит его включение. Через резистор, имеющий сопротивление R , диоды VD_1 , ..., VD_4 и открытый тиристор VS_3 от напряжения u по управляющим электродам тиристоров протекают токи, которые приводят к отпиранию того из тиристоров VS_1 , VS_2 , на котором в данный момент окажется наибольшее напряжение. После включения одного из тиристоров VS_1 или VS_2 тиристор VS_3 закрывается. Тиристоры VS_1 и VS_2 закрываются в момент перехода напряжением u нулевого значения.

Обозначим через $t_{(k,1)}$ длительность пребывания цепи в состоянии $k=2, 3$. Тогда после очередного включения тиристора VS_3 имеем

$$t_{(k+1)}^{v+1} = t_{(k,1)}^v + \theta - [(t_{(k,1)}^v + \theta)/\pi]\pi, \quad (9)$$

где $[x]$ — целевая часть x . Для напряжений на сопротивлении R в момент включения тиристора VS_3 находим

$$u_{R(k)}^{v+1} = \sin(\pi - t_{(k,1)}^v + \theta) = u_{R(k)}^v \cos \theta \pm \sqrt{1 - [u_{R(k)}^v]^2} \sin \theta. \quad (10)$$

Неподвижными точками отображения (10) являются

$$u_{R(k)}^{[1]} = \pm \sin \theta / \sqrt{2(1 - \cos \theta)}.$$

Вычисляя производную

$$\frac{du_{R(k)}^{v+1}}{du_{R(k)}^v} = \cos \theta \mp \frac{u_{R(k)}^v \sin \theta}{\sqrt{1 - [u_{R(k)}^v]^2}}$$

в точках $u_{R(k)}^{[1]}$, находим, что она равна минус единице. Следовательно, режим колебаний является неустойчивым. Заметим, что выражение (9) также, как и (10), является отображением последовательности, но имеет простой вид. Несложно убедиться, что для отображения (9) решением функционального уравнения (8) будет равномерная на интервале $[0, \pi]$ плотность распределения. Так как $u_{R(k)} = (-1)^{k+1} \sin t_{(k,1)}$, то используя правила преобразования плотностей распределений случайных величин, находим, что значения $u_{R(k)}$ подчиняются закону арксинуса и имеют плотность $(\pi \sqrt{1 - u_{R(k)}^2})^{-1}$, математическое ожидание для которой равно нулю, а дисперсия 0,5.

Заметим, что ток i будет почти-периодической функцией.

Пример 2. На рис. 2, а изображена автономная цепь, содержащая источники э. д. с., тока и четыре реактивных элемента, в которой колебания самовозбуждаются. Так как в цепи один вентиль, то возможны лишь два состояния: 1 — тиристор VS закрыт, а 2 — тиристор VS открыт. Граф состояний

представлен на рис. 2, б.

Электромагнитные процессы в этой цепи протекают следующим образом. Резистор R_0 определяет напряжение переключения $u_n = i_o R_0$, где i_o — ток управляющего электрода тиристора, при котором происходит его включение. В состоянии 1 происходит заряд конденсатора C_0 от источника тока I и э. д. с. E . При этом напряжение на тиристоре возрастает до значения u_n , после чего происходит его включение, и цепь переходит в состояние 2. В состоянии 2 образуется колебательный контур $L_0 - C_0$, обратная полуволна тока которого закрывает тиристор и перезаряжает емкость C_0 . Цепь вновь переходит в состояние 1 и далее все процессы протекают аналогично.

При исследовании данной цепи будем полагать, что L_0 мало. В этом случае колебания наиболее устойчивы [7]. Введем относительные единицы, приняв в качестве базовых величин напряжение $U_0 = E$, сопротивление $R_0 = \sqrt{(L_0 + L)/C_0}$, время $T_0 = \sqrt{(L_0 + L)C_0}$. Обозначим $r = R/R_0$; $c = R_0 C/T_0$;

$$I^* = R_0 I / U_0; x_0 = i_0 R_0 / U_0; x_1 = u / U_0;$$

$$x_3 = u_0 / U_0; \dot{x}_k = dx_k / d(t/T_0), k = 1, 2, 3.$$

В состоянии 2 переключающей переменной является ток тиристора $\sigma_{(2,1)} = x_1 - x_0$. При $L_0 \rightarrow 0$ период волны тока x_0 в контуре $L_0 - C_0$ стремится к нулю. Следовательно, длительность пребывания цепи в состоянии 2 будет пренебрежительно малой, начальные значения фазовых переменных в состояниях 1 и 2 связаны соотношениями $x_{1(1)}^* = x_{1(2)}$; $x_{2(1)}^* = x_{2(2)}$; $x_{3(1)}^* = -x_{3(2)} = \alpha$, где $\alpha = u_n/U_0$.

Таким образом, передача дуги (2,1) записывается в следующем виде:

$$\dot{x}_{(1)}^* = A x_{(2)}^*, \quad \text{где } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

В состоянии 1 имеем

$$\dot{x} = A_{(1)} x + B_{(1)} u, \quad (11)$$

где

$$A_{(1)} = \begin{bmatrix} -r & -1 & -1 \\ 1/c & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1/c \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ I^* \end{bmatrix}.$$

Переключающей переменной дуги (1,2) является напряжение на тиристоре: $\sigma_{(1,2)} = x_3$, а ее граничное значение $\sigma_{(1,2)}^{(1,2)} = a$. Аналитическое построение

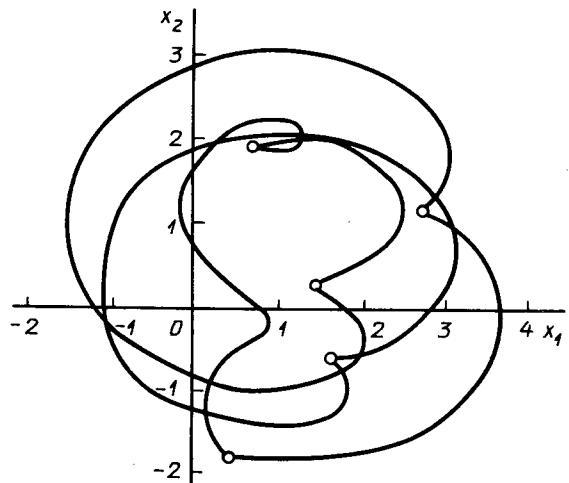


Рис. 3. Проекция фазовой траектории на плоскость (x_1, x_2) при колебаниях по субциклу пятого порядка

ние передачи $\sigma_{(1,2)}$ достаточно громоздко. Поэтому целесообразно прибегнуть к вычислительной технике, использовав для этой цели численное решение дифференциального уравнения (11).

Отображение последовательности для данной цепи запишется в следующем виде: $x_{(2)}^{k+1} = h_{(1,2)}(A x_{(2)})$. Результаты исследований этого отображения на ЭВМ показали, что в данной цепи возможны субциклические колебания различных порядков. Так, при $r=0,2$; $c=1$; $I^*=1$; $a=1,5$; $2,0$; $2,2$; $2,3$ наблюдаются субциклические колебания соответственно второго, третьего, пятого и шестого порядков. Проекция фазовой траектории на плоскость (x_1, x_2) приведена на рис. 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.— М.: Высшая школа, 1978.— 528 с.
- Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний.— М.: Наука, 1981.— 568 с.
- Баутин И. Н., Леонович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости.— М.: Наука, 1976.— 685 с.
- Странные аттракторы. Новое в зарубежной науке. Сер. математика, вып. 22.— М.: Мир, 1981.— 324 с.
- Фейгенбаум М. Универсальное поведение в нелинейных системах.— Успехи физических наук, 1983, т. 141, вып. 2, с. 343—374.
- Аносов Д. В. Последовательное отображение.— Математическая энциклопедия, т. 4.— М.: Советская энциклопедия, 1984, с. 505—506.
- Самосейко В. Ф. Анализ автоколебаний в цепи с тиристором.— Электричество, 1986, № 8, с. 49—50.

{ 11.02.88 }

Метод некоторых преобразований электрических схем

ХУСАИНОВ Ш. Н., канд. техн. наук

Челябинский политехнический институт

В [1] описаны преобразования электрических схем переносом y -ветвей вдоль y -контуров и переносом z -ветвей через z -сечения. Эти преобразования позволяют получать уравнения, соответствующие контурно-узловым методам, под которыми будем понимать группу таких известных методов, как метод контурных токов, метод узловых напряжений или напряжений сечений и гибридный контурно-узловой метод. В [2—4] рассмотрены методы, образующие новую группу методов главных величин. Эти методы отличаются от контурно-узловых методов тем, что благодаря особому выбору контуров и сечений удается получить уравнения для части узловых напряжений или части контурных токов. Уменьшение числа уравнений (в оптимальном случае примерно в 2 раза) позволяет существенно уменьшить объем вычислений [2].

Рассмотренные в [1] преобразования не позволяют получить уравнения, соответствующие методам главных величин. Ниже рассмотрены новые типы преобразований — преобразование переноса y -ветвей вдоль гибридных yz -контуров и преобразование переноса z -ветвей через гибридные zy -сечения, которые могут быть использованы для получения уравнений по методам главных величин.

Анализируемая цепь, как и в [1], представляет собой соединение управляемых y - и z -ветвей. Под y -ветвью понимаем, как обычно, ветвь, ток которой (вторичная переменная) выражается через напряжение ветви (первичная переменная). Параметрами такой ветви являются собственная проводимость и зависимые источники, управляемые напряжениями и токами других ветвей. Параметром z -ветви, кроме зависимых источников, является сопротивление.

Для осуществления операции переноса выбираем два контура: yz -контур и yz' -контур. Эти контуры имеют только одну общую ветвь Y . Направления обходов контуров примем такие, чтобы ветвь Y была направлена в положительном направлении обходов обоих контуров. В yz -контур,

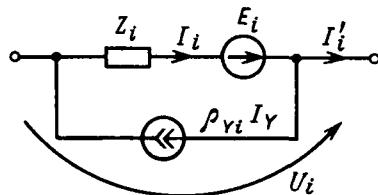


Рис. 1 Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

кроме ветви Y , включаем z -ветви, не управляющие ветвью Y . Эти ветви для удобства рассуждений отнесем к группе i . В yz' -контур, кроме ветви Y , включаем z -ветви (их отнесем к группе k), не управляемые ветвями yz -контура. При выборе контуров, удовлетворяющих указанным выше требованиям, для переноса ветви Y , как показано ниже, не потребуются операции обращения ветвей и соответствующих подматриц.

Перенос ветви Y вдоль yz -контура сводится к замене ветви Y зависимым источником тока и переносу этого источника вдоль контура. Ток ветви Y является вторичной переменной и выражается через напряжение этой ветви и управляющие величины. Напряжение ветви Y , в свою очередь, может быть выражено с помощью второго закона Кирхгофа для yz' -контура и уравнений компонент через токи ветвей и управляющие ими величины. Таким образом исключается из схемы ветвь Y и ее переменная.

Указанный выше перенос осуществляется на основе нижеследующих уравнений. Ток ветви Y

$$I_Y = YU_Y + \sum_m T_{Ym} V_m - J_Y, \quad (1)$$

где индексы соответствуют группам ветвей.

Группа m объединяет ветви, управляющие ветвью Y ; V_m — вектор в общем случае смешанных первичных переменных (управляющих переменных) ветвей группы m .

Согласно второму закону Кирхгофа для yz' -контура

$$U_Y = -\sum_k \rho'_{Yk} U_k = -\sum_k \rho'_{Yk} (Z_k I_k + \sum_n T_{kn} V_n - E_k), \quad (2)$$

где через n обозначены ветви, управляющие ветвью k ; ρ'_{Yk} — коэффициент инциденции yz' -контура и ветви k . В уравнении (2) напряжения ветвей группы k выражены через токи ветвей I_k и управляющие величины V_n .

Согласно уравнению (2) ветви группы k не должны управляться напряжением ветви Y . В противном случае напряжение U_Y появится в правой части уравнения (2) и потребуется операция обращения ветвей. При исключении нескольких y -ветвей операция обращения ветвей будет связана с обращением подматриц.

Подставляя полученное выражение U_Y в уравнение (1), получаем

$$I_Y = \sum_m T_{Ym} V_m - Y \sum_k \rho'_{Yk} (Z_k I_k + \sum_n T_{kn} V_n) + Y E_{Yk} - J_Y, \quad (3)$$

где $E_{ky} = \sum_k Q'_{Yk} E_k$ представляет собой контурную э.д.с. yz' -контура.

Удаляем ветвь Y и заменяем ее источниками тока $J = J_Y$, подключенными параллельно ветвям yz -контура. На рис. 1 показана схема подключения источника тока к некоторой ветви i . Коэффициент Q_{Yi} источника тока на этом рисунке — это коэффициент инцидентии yz -контура и ветви i , который учитывает направление тока I_Y относительно тока ветви. Цепь на рис. 1 заменяется эквивалентной z -ветвью с током $I'_i = I_i - Q_{Yi} I_Y$. Напряжение эквивалентной ветви должно совпадать с напряжением исходной ветви

$$U_i = Z_i I_i + \sum_l T_{il} V_l + T_{iy} U_y - E_i, \quad (4)$$

где l — группа ветвей, управляемых ветвью группы i .

Ток I_i в выражении (4) следует заменить его выражением через ток эквивалентной ветви I'_i :

$$I_i = I'_i + Q_{Yi} I_Y. \quad (5)$$

Равенство (5) позволяет исключить ток I_i без применения операций обращения при условии, что ток I_Y не выражается через ток I_i . Это означает, что в формуле (3) ветви группы m и n не содержат ветвей группы i , иными словами ветви группы i не управляют ветвью Y и ветвями группы k . Выше было также отмечено, что ветвь Y не должна управлять ветвями группы k . Таким образом, мы получили обоснование сформулированных ранее требований, которым должны удовлетворять управляющие связи ветвей Y и k . Эти требования следует учитывать при выборе контуров.

Из уравнений (3) — (5) следует, что

$$\begin{aligned} U_i &= Z_i I'_i + \sum_l T_{il} V_l - E_i + \\ &+ Z_i Q_{Yi} \left(\sum_m T_{Ym} V_m - J_Y \right) - (Z_i Q_{Yi} Y + T_{iy}) \times \\ &\times \left\{ \sum_k Q'_{Yk} \left(Z_k I_k + \sum_n T_{kn} V_n \right) - E_{ky} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно последнему выражению удаление ветви Y ведет к добавлению в ветвях группы i э.д.с. — $Z_i Y E_{ky} + Z_i J_Y$, направление которой совпадает с направлением обхода контура (независимо от направления ветви i), э.д.с. — $T_{iy} E_{ky}$, направленной согласно направлению тока ветви, и следующих управляющих связей:

связи с параметрами $Z_i T_{Ym}$ от всех ветвей, управляемых ветвью Y (перенос управлений T_{Ym});

связи с параметрами $Z_i Y Z_k$ и $T_{iy} Z_k$ от всех ветвей группы k (новые управлении);

для каждой ветви группы k связи с параметрами $Z_i Y T_{kn}$ и $T_{iy} T_{kn}$ от всех ветвей, управляемых ветвью k (перенос управлений T_{kn}).

В указанных управляющих связях параметры $Z_i T_{Ym}$ имеют знак плюс, когда направление ветви i совпадает с направлением обхода контура, а параметры $Z_i Y Z_k$ и $T_{iy} Z_k$ имеют знак минус, когда ветвь k направлена против обхода направления yz' -контура.

Параметры $T_{iy} Z_k$ и $T_{iy} T_{kn}$ имеют знак плюс, когда ветвь k направлена против обхода направления yz' -контура. Знаки остальных управляющих параметров положительны при разных направлениях ветви i относительно направления обхода yz -контура и ветви k относительно направления обхода yz' -контура.

Ввиду исключения ветви Y и изменения токов ветвей группы i нужно внести соответствующие изменения в источники и управление ветвей.

Управляющие связи T_{xy} любой ветви x от ветви Y заменяются согласно уравнению (2) источником $T_{xy} E_{ky}$, управляющими связями $T_{xy} Z_k$ от всех ветвей k и управляющими связями $T_{xy} Z_{kn}$ от всех ветвей n , управляющих соответствующей ветвью k . Параметры указанных управляющих связей берем со знаком минус, если ветвь k направлена в положительном направлении обхода yz' -контура, в противном случае берем со знаком плюс.

Так как новое значение тока ветви группы i связано со старым соотношением $I_i = I'_i + Q_{Yi} I_Y$, то к управлению $T_{xi} I'_i$ ветви x от ветви i следует добавить член $T_{xi} I_Y$, что соответствует, согласно (3), добавлению следующих управляющих связей:

связей с параметрами $T_{xi} T_{ym}$ от всех ветвей m , управляемых ветвью Y ;

связей с параметрами $T_{xi} Y Z_k$ от всех ветвей группы k ;

для каждой ветви k связей с параметрами $T_{xi} Y T_{kn}$ от всех ветвей n , управляемых ветвью k .

Знаки параметров управляющих связей идентичны знакам соответствующих параметров $Z_i T_{Ym}$, $Z_i Y Z_k$, $Z_i Y T_{kn}$.

Выше рассмотрен самый общий, самый сложный случай взаимосвязи ветвей. В простейшем случае цепи без управлений правила переноса существенно упрощаются. В этом случае перенос y -ветви сводится лишь к добавлению в ветвях группы i независимых источников э.д.с. $Z_i J_Y - Z_i Y E_{ky}$, направленных по обходу yz -контура, и управляющих связей $Z_i Y Z_k$ от всех ветвей группы k . Параметры управляющих связей берем с минусом, если ветвь i направлена относительно направления обхода yz -контура также, как ветвь k относительно направления обхода yz' -контура.

Как было отмечено выше, преобразование переноса y -ветви вдоль yz -контура может быть использовано для получения уравнений по методу главных контурных токов. Для этой цели выбираем дерево t_1 , содержащее максимальное число сечений из ветвей дерева t_1 . Для получения такого дерева берем узел минимальной кратности и все инцидентные ему ветви включаем в состав дерева t_1 . Затем берем следующий узел (или сечение) минимальной кратности, все ветви которого можно отнести к дереву и т. д. Например для графа цепи на рис. 2 включаем в дерево t_1 сначала все ветви, инцидентные узлу 4, а затем ветви 8 и 10 (ветвь 7 уже включена в состав дерева), инцидентные узлу 5. Дерево t_1 выделено жирными линиями.

После этого выбираем дерево t'_2 в подграфе из связей дерева t_1 (ветви 1—3, выделенные штриховой линией).

Общие связи деревьев t_1 и t'_2 (ветви 4 и 5) — это yz -ветви, которые будут удаляться переносом их вдоль yz -контуров.

Соответствующие ветвям 4 и 5 yz -контуры выбираем с помощью дерева t_1 (контур из ветвей 4, 6, 7, 8 и контур из ветвей 5, 8, 10), а yz' -контуры — с помощью дерева t'_2 (контуры 4, 1, 2 и 5, 2, 3). При этом обеспечивается, что yz -контуры не имеют других общих ветвей с yz' -контурами, кроме соответствующей yz -ветви.

Выбор дерева t_1 по приведенным выше правилам обеспечивает, как показано в [2], максимальное число общих связей деревьев t_1 и t'_2 и тем самым максимальное число удаляемых ветвей.

Операция преобразования переноса z -ветви через zy -сечение является дуальной по отношению к операции переноса y -ветви вдоль yz -контура. Переносимая ветвь Z входит в zy - и zy' -сечения, имеющие одну общую ветвь Z . В zy -сечение включаем ветви, не управляемые ветвью Z , а в zy' -сечение — ветви, не управляемые ветвями zy -сечения. Для указанных сечений могут быть записаны уравнения, дуальные выражениям (1) — (6), из которых вытекают правила переноса, дуальные рассмотренным выше.

Перенос ветви Z сводится к удалению ее и добавлению в ветвях группы i источников тока

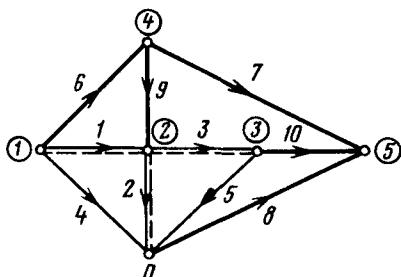


Рис. 2

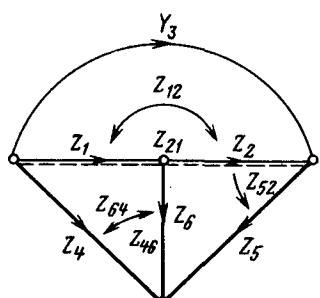


Рис. 3

$Y_i E_Z - Y_i Z J_{yz} Z$ (J_{yz} — задающий ток zy' -сечения), направленных в zy -сечении согласно направлению ветви Z ; источников тока — $T_{iz} J_{yz}$, направленных согласно направлению ветви i , и следующих управляющих связей:

связей $Y_i T_{zm}$ от всех ветвей, управляющих ветвью Z (перенос управления T_{zm});

связей $Y_i Z Y_k$ и $T_{iz} Y_k$ от всех ветвей группы k ; для каждой ветви группы k связей $Y_i Z T_{kn}$ и $T_{iz} T_{kn}$ от всех ветвей, управляющих ветвью k (перенос управлений T_{kn}).

Параметры управляющих связей $Y_i T_{zm}$ берем с плюсом, когда ветвь i (связь, входящая в zy -сечение) направлена в положительном направлении zy -сечения. Параметры $T_{iz} Y_k$ и $T_{iz} T_{kn}$ берем со знаком плюс, когда ветвь k направлена против положительного направления сечения.

Кроме того, в связи с удалением ветви Z управляющие связи T_{xz} ветвей x от ветви Z заменяем источником $T_{xz} J_{yz}$, управляющими связями $T_{xz} Y_k$ от всех ветвей группы k и управляющими связями $T_{xz} T_{kn}$ от всех ветвей n , управляющих ветвью k . Параметры указанных управляющих связей берем со знаком минус, если ветвь k направлена в положительном направлении zy' -сечения.

В связи с изменением напряжений ветвей группы i к ветвям x следует добавить следующие управляющие связи:

связи $T_{xi} T_{zm}$ от всех ветвей m , управляющих ветвью Z ;

связи $T_{xi} Z Y_k$ от всех ветвей группы k ;

для каждой ветви k связи $T_{xi} Z T_{kn}$ от ветвей n , управляющих ветвью k .

Знаки управляющих параметров идентичны тем, какие имели аналогичные управление ветви группы i . Кроме того, к ветви x подключаем независимый источник $T_{xi} (\dot{E}_z - Z J_{yz})$.

Пример. Применение преобразования переноса y -ветви вдоль yz -контура для получения уравнений по методу главных контурных токов рассмотрим на примере цепи, граф которой показан на рис. 3. Будем считать, что ветвь 3 является y -ветвью с проводимостью Y_3 . Остальные ветви характеризуются сопротивлениями Z_k . Дерево t_1 , как и на рис. 2, выделено жирной линией, а дерево t'_2 — штриховой. Стрелками показаны управляющие связи. В z -ветвях последовательно включены э.д.с. \dot{E}_k , а параллельно ветви 3 — источник тока J_3 .

Число независимых контуров и узлов для данной цепи равно трем, т. е. методом контурных токов требуется решать систему из трех уравнений. Методом переноса ветви 3 вдоль yz -контура (контур из ветвей 3—5) можно уменьшить число связей дерева t_1 и соответственно число уравнений.

После переноса и исключения ветви 3 останется часть схемы, но изменятся независимые источники ветвей 4—6, а также добавятся управляющие связи к этим ветвям. Новые э.д.с. ветвей с учетом зависимых источников получат

следующие значения:

$$\dot{E}'_4 = \dot{E}_4 - Z_{46}\dot{I}_6 - Z_4Y_3(\dot{E}_1 + \dot{E}_2) - Z_4\dot{J}_3 + \\ + Z_4Y_3(Z_1\dot{I}_1 + Z_2\dot{I}_2) + Z_4Y_3(Z_{12}\dot{I}_2 + Z_{21}\dot{I}_1); \quad (7)$$

$$\dot{E}'_5 = \dot{E}_5 - Z_{52}\dot{I}_2 + Z_5Y_3(\dot{E}_1 + \dot{E}_2) + Z_5\dot{J}_3 - \\ - Z_5Y_3(Z_1\dot{I}_1 + Z_2\dot{I}_2) - Z_5Y_3(Z_{12}\dot{I}_2 + Z_{21}\dot{I}_1); \quad (8)$$

$$\dot{E}'_6 = \dot{E}_6 + Z_{64}\dot{I}'_4 + Z_{64}Y_3(Z_1\dot{I}_1 + Z_2\dot{I}_2) + \\ + Z_{64}Y_3(Z_{12}\dot{I}_2 + Z_{21}\dot{I}_1) - Z_{64}Y_3(\dot{E}_1 + \dot{E}_2) - Z_{64}\dot{J}_3. \quad (9)$$

В выражениях (7) и (8) первые два члена учитывают независимый и зависимый источники исходных ветвей. Остальные члены определяют в соответствии с приведенными выше правилами независимые и зависимые источники, которые добавляем в связи с переносом ветви 3. Ветвь 6 в исходной цепи имела управление $Z_{64}\dot{I}_4$ от ветви 41. В соответствии с приведенными выше правилами замены управляющих связей T_{xi} связь Z_{64} заменяется зависимыми и независимыми источниками. Выражения для этих источников можно получить, если заменить в (7) Z_4 на Z_{64} .

Применяя к цепи, полученной после удаления ветви 3, преобразования переноса Z -ветвей через z -сечения, как описано в [1], получаем уравнения, соответствующие методу главных контурных токов для исходной цепи. При этом вместо трех уравнений, как для обычного метода контурных токов, получаем два уравнения для токов главных связей (ветви 1 и 2). Соответственно уменьшается объем вычислений.

Еще большее снижение объема вычислений получим в случае более сложной цепи на рис. 2, так как здесь вместо пяти уравнений получаем систему из трех уравнений.

Аналогичным образом, используя преобразования переноса z -ветвей через zy -сечения, можно получить уравнения, соответствующие методу напряжений главных сечений [3]. Для получения уравнений, соответствующих методу смешанных главных величин, можно использовать оба типа предложенных преобразований.

Вывод. Предложены новые типы преобразований переноса y -ветвей вдоль yz -контуров и z -ветвей через zy -сечения, позволяющие получать уравнения по методу главных величин, содержащих существенно меньшее число уравнений по сравнению с контурно-узловыми методами. С этим связано существенное уменьшение объема вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей.—Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1980.—196 с.
2. Хусаинов Ш. Н. Метод главных контурных токов.—Теоретическая электротехника. 1980, вып. 28.—с. 37—42.
3. Хусаинов Ш. Н. Метод напряжений главных разрезов.—Автоматизация энергосистем и энергоустановок. Тр. Челябинск. политехн. ин-та, 1972, № 110, с. 43—48.
4. Хусаинов Ш. Н. Анализ электрических схем с многополюсными элементами методом главных контурных токов.—Изв. вузов СССР. Энергетика, № 3, 1976, с. 25—29.

[05.01.88]

Сообщения

УДК 621.316.925:517.512.001.24

Оценка применения методов оптимальной фильтрации в релейной защите

ГЕТТА Т. Г., канд. техн. наук, НОВЕЛЛА В. Н., канд. техн. наук

Введение. Применение для передачи электроэнергии линий высокого напряжения (ВН) требует повышения быстроты срабатывания и устойчивости функционирования устройств релейной защиты. Это приводит к ужесточению требований к устройствам первичной обработки сигналов, работающим в условиях переходного процесса в линиях. Одним из способов решения задачи предварительной обработки входной информации для целей релейной защиты является выявление параметров электрических величин промышленной частоты (вынужденных составляющих токов и напряжений), что обусловлено стремлением использовать опыт проектирования устройств релейной защиты и автоматики (РЗ и А), имеющийся к настоящему времени, при применении микропроцессорной элементной базы.

В последнее время было проведено много работ, в которых использовались различные методы оптимизации в алгоритмах устройств первичной обработки, выделяющих вынужденные составляющие токов и напряжений промышленной частоты при к. з. в линии. В качестве основы для этих методов наиболее часто используются метод наименьших квадратов (МНК) и метод оптимальной фильтрации Калмана [1—3].

МНК является наиболее общим, поскольку многие методы фильтрации (алгоритм с использованием преобразования Фурье, алгоритм Калмана, а также ряд других) являются либо его частными случаями, либо переходят в указанный метод при выполнении определенных условий. Он позволяет на основе ограниченного числа выборок наблюдаемого процесса получить оценки полезного сигнала (в частном случае — гармонического), которые удовлетворяют критерию минимума квадратичного функционала, содержащего в простейшем случае (т. е. при минимальном количестве неизвестных параметров в модели наблюдений) искомые проекции вектора вынужденной составляющей промышленной частоты. Этот метод обладает известной простотой и наибольшей точностью оценок при обработке данных измерений, содержащих некоррелированную ошибку измерений, распределенную по нормальному закону. Кроме того, при достаточно точно известных числовых характеристиках — математическом ожидании (МО) и корреляционной функции (КФ) — помех условия применения МНК являются оптимальными [1].

Известна [1] обобщенная форма представления МНК, в которой каждому из уравнений нормальной системы присваивается «вес», позволяющий реализовать потенциальную точность в упомянутых оптимальных условиях. Если при этом используется рекуррентная вычислительная процедура обработки поступающих данных измерений, то все перечисленные условия приводят к фильтру Калмана. Таким образом, фильтр Калмана можно рассматривать как частный

случай обобщенного МНК в условиях некоррелированного нормального шума с априорно известной корреляционной функцией.

Очень широкое распространение (кроме рекуррентной процедуры) получила вычислительная схема МНК, называемая схемой обработки по полной выборке [1]. Она предусматривает минимизацию ошибки по результатам n измерений. Применяемые в ней вычисления очень просты, но здесь требуется хранить в памяти ЭВМ массив измерений из n выборок. Применительно к задаче предварительной обработки информации для целей релейной защиты наиболее широко известен как пример схемы вычислений по полной выборке алгоритм, использующий преобразование Фурье электрических величин на интервале, кратном периоду промышленной частоты. Этот алгоритм можно представить как частный случай МНК (вариант по полной выборке) [4] в предположении, что помеха распределена по нормальному закону, всем уравнениям придан единичный «вес», а искомыми параметрами являются проекции вектора промышленной частоты. Второе обстоятельство (единичный «вес») в литературе по применению МНК для целей РЗ и А практически не упоминается, что может приводить к неправильному представлению о том, что дисперсия помехи и средняя мощность полезного сигнала примерно одинаковы. С физической точки зрения такое предположение оправдано при рассмотрении переходных процессов в линиях ВН, однако «вес» целесообразно учитывать при конкретных попытках повысить точность оценок по МНК.

Известно применение алгоритма Калмана при обработке первичной информации для целей релейной защиты (при определении параметров вынужденной составляющей промышленной частоты, наблюданной на фоне свободных составляющих переходного процесса при к. з. в линии [2, 5, 6]). При этом предполагалось, что переходный процесс представляет собой некоррелированный нормальный шум, КФ которого определяется параметрами линии. По мнению авторов этих публикаций были получены удовлетворительные результаты. Однако особенность проведенных работ заключается в том, что в них рассматривались линии с быстро затухающим переходным процессом, мощность которого уменьшается по крайней мере на порядок на интервале наблюдения (20—25 мс) и имеет низшую частоту колебательных составляющих переходного процесса, существенно более высокую, чем промышленная. В этих условиях, когда погрешности методов фильтрации считаются вполне удовлетворительными с точки зрения требований к измерительным органам релейной защиты, может потребоваться сопоставление практических алгоритмов по затратам вычислительных средств, сложности, объему вычислений и т. д., что и выполнено в ряде работ (в частности, в [2]). Однако для протяжен-

ных ЛЭП характерно наличие при к. з. колебательных составляющих, значения частот которых соизмеримы со значением промышленной частоты [7]. В этих случаях возможности получения оценок векторов электрических величин промышленной частоты с помощью известных алгоритмов Фурье и Калмана требуют дополнительных исследований и сопоставлений, поскольку основное предположение, фактически используемое в известных алгоритмах, о представлении помех в виде некоррелированного с полезным сигналом нормального шума не всегда становится корректным.

Поэтому целью настоящей статьи являлось рассмотрение базового МНК и его частных случаев (алгоритмов Калмана и Фурье) для выявления их подверженности влиянию неслучайных составляющих при определении проекций вектора промышленной частоты в линиях ВН на ограниченном интервале наблюдений.

Исходные положения. На выходе измерительных преобразователей напряжения или тока накладываются вынужденная составляющая и свободный процесс (в дальнейшем результат наложения именуется наблюдениями):

$$Z(t) = S(t) + V(t). \quad (1)$$

При к. з. в длинных ЛЭП свободный процесс описывается в общем случае совокупностью эквивалентной апериодической и ряда затухающих колебательных составляющих [8]:

$$V(t) = A_e \exp(-t/T_e) + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \exp(-t/T_i) \sin(\omega_i t + \phi_i). \quad (2)$$

Параметры A_e , A_i , T_e , T_i , ω_i и ϕ_i зависят от длины и типа линии, наличия компенсирующих устройств, а также от момента к. з. При этом A_e и A_i сильно коррелированы: $A_i \approx 1 - |A_e|$. Для линий напряжением 500 кВ и выше низшая частота свободных составляющих лежит в диапазоне 75—90 Гц, а постоянные времени затухания — в пределах 0,06—0,3 с [7]. Остальные величины приближенно связаны между собой соотношениями: $T_e \geq T_i/2$; $\omega_i \geq i\omega_1$; $A_i/A_1 \leq 1/i$. Распределение мощности между апериодической и колебательными составляющими переходного процесса, а также угол ϕ_i определяются моментом возникновения к. з.

Вынужденная составляющая в (1) представляет собой гармонический сигнал

$$S(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad (3)$$

где A и ϕ — неизвестные амплитуда и фаза; ω — промышленная частота.

Введем ортогональные составляющие x_1 и x_2 :

$$S(t) = A \cos \phi \sin \omega t + A \sin \phi \cos \omega t = x_1 \sin \omega t + x_2 \cos \omega t. \quad (4)$$

Ортогональные составляющие x_1 и x_2 образуют вектор состояния

$$\hat{x}^T = [x_1, x_2]. \quad (5)$$

¹ В реальных протяженных электропередачах A_1 может быть меньше, чем A_i , однако такая модель принята для сопоставительной оценки влияния колебательных составляющих, наиболее неблагоприятно сказывающихся на значениях погрешности фильтрации.

Так как в рассматриваемом случае вектор состояния не зависит от времени, уравнение динамики (3) можно записать в виде

$$\dot{\hat{x}}(n) = \Phi(n, n-1) \hat{x}(n-1) = \hat{x}(n-1), \quad (6)$$

т. е. переходная матрица состояния $\Phi(n, n-1)$, определяющая изменение состояния во времени, в данной задаче равна единичной матрице I . Здесь и в дальнейшем используется дискретное время $n = [t/T]$, где T — интервал временной дискретизации.

Сигнал $S(n)$ представляет собой линейную комбинацию компонентов вектора $\hat{x}(n)$, при этом

$$Z(n) = S(n) + V(n) = x_1 \sin \omega n T + x_2 \cos \omega n T + V(n) = \mathbf{H}(n) \hat{x}(n) + V(n). \quad (7)$$

Здесь матрица $\mathbf{H}(n)$ — матрица-строка наблюдений, определяемая выражением

$$\mathbf{H}(n) = [h_1(n), h_2(n)], \quad (8)$$

$$\text{где } h_1 = \sin \omega n T; h_2 = \cos \omega n T.$$

В [5, 6] помеха $V(n)$ считается некоррелированной нормальной последовательностью, имеющей корреляционную функцию

$$R(n) = \sigma^2 \exp(-nT/T_1) \delta(n-T), \quad (9)$$

где σ^2 — дисперсия помехи.

Величина T_1 в [5] dается на основе эмпирических данных.

С целью учета апериодической составляющей, оказывающей существенное влияние при оценке параметров тока к. з., она включается [5] третьей компонентой x_3 в вектор состояния $\hat{x}(n)$, а помехой в дальнейшем считаются только колебательные составляющие свободного процесса.

Изменение апериодической составляющей описывается уравнением

$$x_3(n) = x_3(n-1) \exp(-T/T_e), \quad (10)$$

где T_e определяется эмпирическим равенством $T_e \approx T_1/2$.

При включении апериодической составляющей третьей компонентой в вектор состояния переходная матрица $\Phi(n, n-1)$ принимает вид

$$\Phi(n, n-1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(-T/T_e) \end{vmatrix}.$$

Для слабозатухающего процесса можно считать $\exp(-T/T_e) \approx 1$; следовательно, переходная матрица $\Phi(n, n-1)$ в трехмерной задаче также равна единичной матрице I . Допустимость пренебрежения затуханием апериодической составляющей на интервале дискретизации подтверждается экспериментальной оценкой.

При описании исходных данных с помощью уравнений (3)–(7) задача фильтрации состоит в нахождении алгоритма получения оценки вектора состояния $\hat{x}(n/n)$ на основании наблюдений $Z(n)$ по (7), получаемых в момент n .

При использовании фильтрации Калмана [3] для получения текущих оценок вектора состояния $\hat{x}(n/n)$ алгоритм записывается в виде

$$\hat{x}(n/n) = \Phi(n, n-1) \hat{x}(n-1/n-1) + \bar{K}(n) [Z(n) - \mathbf{H}(n) \Phi(n, n-1) \hat{x}(n-1/n-1)] \quad (11)$$

для $n=1, 2, \dots$ с начальным условием $\hat{x}(0/0)=\bar{x}(0)$. Здесь значения начальной оценки $\bar{x}(0)$ задают исходя из физического смысла решаемой задачи (часто принимается $\bar{x}(0)=0$).

При $\Phi = I$ уравнение (11) принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{x}(n/n) = & \hat{x}(n-1/n-1) + \bar{K}(n) [Z(n) - \\ & - H(n)\hat{x}(n-1/n-1)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Из уравнений (11) и (6) видно, что закон изменения оценки $\hat{x}(n/n)$ повторяет закон изменения сигнала $\bar{x}(n)$. На каждом шаге по расхождению полученных наблюдений $Z(n)$ и предсказанных на основе оценки предыдущего шага $\hat{x}(n-1/n-1)$ определяется поправка к оценке предсказанного текущего состояния $\hat{x}(n/n-1)=\Phi(n, n-1)\hat{x}(n-1/n-1)=\hat{x}(n-1/n-1)$. Эта поправка зависит от m -вектора коэффициентов $\bar{K}(n)$, где m — размерность вектора состояний.

В соответствии с алгоритмом фильтрации Калмана [3] m — вектор коэффициентов определяется по формулам:

$$\bar{K}(n)=P(n/n-1)H^T(n)[H(n)P(n/n-1)H^T(n)+R(n)]^{-1}; \quad (13)$$

$$P(n/n-1)=\Phi(n, n-1)P(n-1/n-1)\Phi^T(n, n-1); \quad (14)$$

$$P(n/n)=[I-\bar{K}(n)H(n)]P(n/n-1) \quad (15)$$

для $n=1, 2, \dots$, где I — единичная матрица размерностью $m \times m$.

Матрица $P(n/n)$ является корреляционной матрицей ошибки фильтрации $\hat{x}(n/n)=\bar{x}(n)-\hat{x}(n/n)$, т. е. определяет погрешность оценивания в текущий момент n , а матрица $P(n/n-1)$ — корреляционная матрица ошибки предсказания текущей оценки по предыдущей $\hat{x}(n/n-1)=\bar{x}(n)-\hat{x}(n/n-1)$.

Начальное условие для уравнения (15) имеет вид $P(0/0)=P(0)$. Матрица $P(0)$ характеризует точность, с которой известно начальное состояние $\bar{x}(0)$.

Из формул (13) — (15) видно, что при определении вектора коэффициентов, а следовательно, и поправки к предсказанной оценке учитываются неопределенность знания начального состояния и КФ ошибки измерения, которые должны быть априорно известны.

При отсутствии априорных данных о статистических характеристиках помехи целесообразней использовать обобщенный алгоритм метода наименьших квадратов. При использовании рекуррентной формы алгоритма МНК оценки вектора состояния $\hat{x}(n/n)$ также определяются по формуле (12). Отличие алгоритмов заключается в способе вычисления весовых коэффициентов $\bar{K}(n)$.

Вектор коэффициентов $\bar{K}(n)$ и МНК [3] определяется выражением

$$\bar{K}(n)=\Phi(n, 0)Q(n)\Phi^T(n, 0)H^T(n)=Q(n)H^T(n), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} Q(n)= & Q(n-1)-Q(n-1)H^T(n)[H(n)Q(n-1)H^T(n)+ \\ & + W^{-1}(n)]^{-1}H(n)Q(n-1) \end{aligned}$$

для $n=1, 2, \dots$ с начальным условием $Q(0)$, характеризующим «надежность» априорной оценки $x(0/0)$.

В отличие от алгоритма Калмана (13) — (15) в алгоритме МНК (16) для вычисления коэффициентов $\bar{K}(n)$ используется матрица весовых коэффициентов $W(n)$, в общем случае изменяющаяся во времени.

При использовании МНК также можно оценить точность получаемых оценок. Корреляционная матрица ошибок фильтрации в этом случае определяется по формуле [3]

$$\begin{aligned} P(n/n)= & [I-\bar{K}(n)H(n)]P(n-1/n-1)[I-\bar{K}(n)H(n)]^T+ \\ & + \bar{K}(n)R(n)\bar{K}^T(n) \end{aligned} \quad (17)$$

для $n=1, 2, \dots$ с начальным условием $P(0/0)=P(0)$, а коэффициенты $\bar{K}(n)$ рассчитываются по (16). Для анализа точности задаются истинными значениями КФ помехи $R(n)$.

Алгоритмы фильтрации Калмана и рекуррентная форма алгоритма наименьших квадратов разработаны в предположении, что шум измерений $V(n)$ — некоррелированный нормальный. Оба алгоритма при заданной модели наблюдений (7) можно считать наилучшими [1, 9] (алгоритм фильтрации Калмана — при известной КФ помехи, а МНК — при неизвестной КФ помехи, т. е. при произвольной весовой матрице $W(n)$). Поскольку при низких частотах колебательных составляющих свободного процесса оказывается неслучайное поведение помехи, возникает необходимость оценки степени влияния детерминированности помехи на работу алгоритмов.

Результаты сопоставления алгоритмов. По рассмотренным алгоритмам (обобщенного МНК, фильтра Калмана и алгоритма Фурье) трехмерной задачи определяются оценки ортогональных составляющих и на их основе — оценки амплитуды и фазы вынужденной составляющей:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}(n/n) &= \sqrt{\hat{x}_1^2(n/n)+\hat{x}_2^2(n/n)}; \\ \varphi(n/n) &= \arctg(\hat{x}_2(n/n)/\hat{x}_1(n/n)). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

При моделировании суммарная мощность помехи и дисперсия начального состояния задаются в относительных единицах, в долях от средней мощности полезного сигнала на периоде промышленной частоты. В МНК предполагается, что весовые матрицы (в тех же относительных единицах) являются единичными: $W(n)=I$ и $Q(0)=I$.

В алгоритме Калмана используется дополнительная априорная информация (КФ), это позволяет увеличить скорость сходимости оценок параметров к их истинным значениям. На рис. 1 показан процесс сходления оценки амплитуды $\hat{A}(n/n)$ к истинному значению для двух рассматриваемых алгоритмов. При этом задавались следующие параметры наблюдаемого процесса в (2): $f_1=80$ и 90 Гц; $\varphi_1=\pi/2$; $A_e=0.5$; следовательно, $A_1=-0.5$; истинные значения: $A=1$; $\varphi=0$; $T_e=30$ мс; $T_i=2T_e$ ($i=1, 2, \dots, 5$). Из рис. 1 видно, что алгоритм Калмана дает более высокую скорость сходления оценок, чем алгоритм МНК.

На рис. 1 представлена одна из реализаций определения оценок. Более общее представление о скорости переходного процесса дают зависимости $P_{11}(n/n)$ и $P_{22}(n/n)$ для обоих алгоритмов. На рис. 2 показаны зависимости дисперсии ошибки оценки первой компоненты \hat{x}_1 при различных мощностях помехи ($f_1=75$ Гц). Для МНК дисперсия ошибок оценивания P_{11} практически не зависит от реальной мощности помехи и значение ее существенно выше, чем в случае использования алгоритма Калмана.

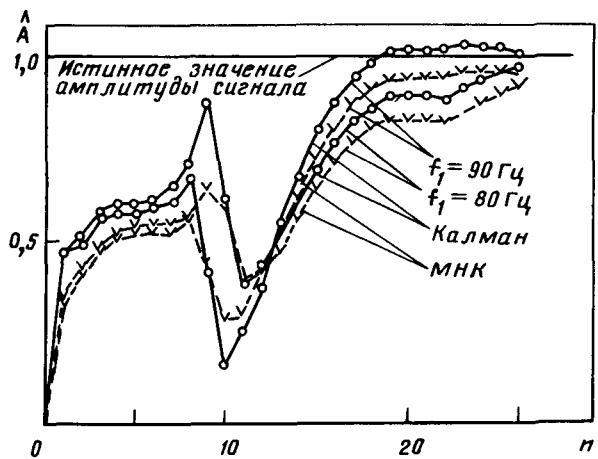


Рис. 1. Процесс получения оценки амплитуды \hat{A} (n/n) двумя методами

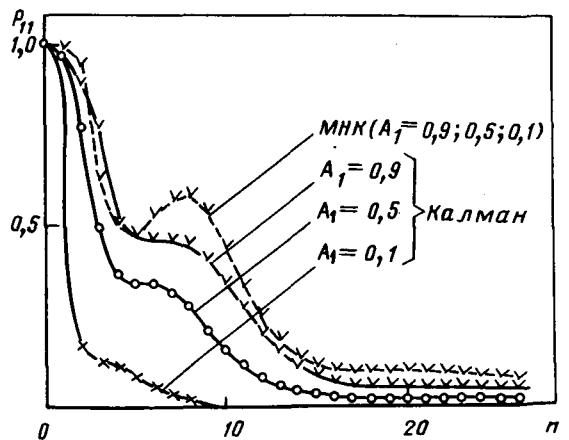


Рис. 2. Зависимость дисперсии ошибки оценки первой компоненты вектора состояния при различных мощностях помехи

При моделировании ставилась задача изучения работы алгоритмов МНК, Калмана и Фурье [10] при различных параметрах помехи.

На рис. 3—5 представлены зависимости $\Delta A_{\max} = \max|1 - \hat{A}|$ и $\Delta \varphi_{\max} = \max|\varphi_{\text{ист}} - \hat{\varphi}|$ при различных значениях низшей частоты свободного процесса f_1 , полученных при использовании алгоритмов Калмана, МНК и Фурье. Максимальное отклонение от истинного значения выбирается среди оценок, полученных для одной и той же частоты помехи f_1 , но при различных значениях угла $\varphi_1 = 0 \div \pi$, что соответствует различным моментам возникновения к. з., а следовательно, и различному соотношению между аperiодической и колебательными составляющими переходного процесса. Заметные погрешности в оценке амплитуды вынужденной составляющей (рис. 3), выделяемой с помощью алгоритма Фурье, на частотах, кратных значению промышленной частоты, обусловлены затуханием свободных колебательных составляющих. Работа алгоритмов исследовалась на одном и том же интервале времени, равном 26 мс. Для алгоритма Фурье, когда для полу-

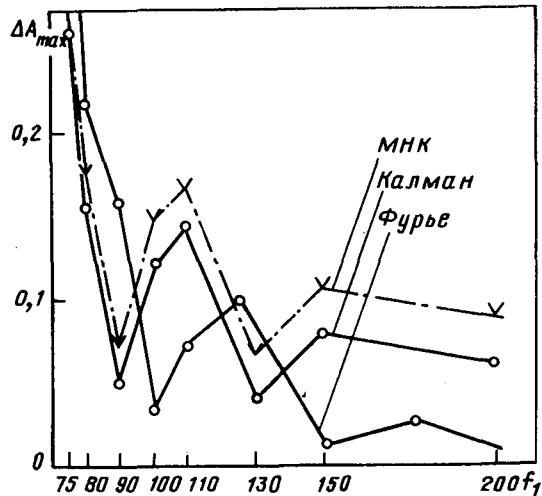


Рис. 3. Максимальная погрешность оценки амплитуды, получаемая различными методами при наибольшей мощности помехи ($A_1=0,9$)

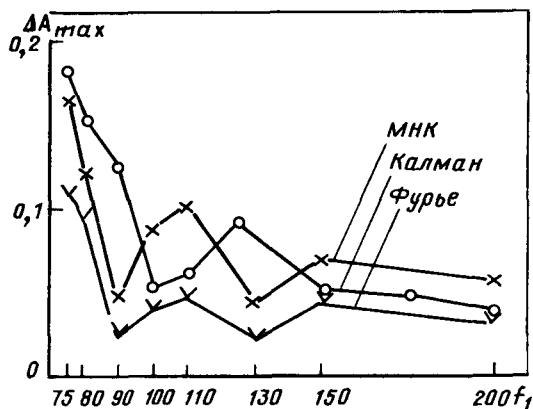


Рис. 4. Максимальная погрешность оценки амплитуды, получаемая различными методами при мощности помехи, соизмеримой с мощностью аperiодической составляющей ($A_1=0,5$)

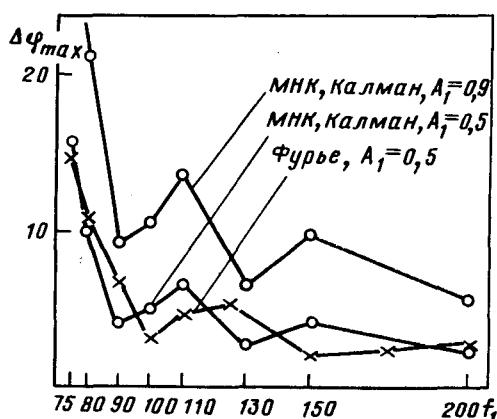


Рис. 5. Максимальная погрешность оценки фазы, получаемая различными методами

чения оценок используется интервал времени промышленной частоты $T_h=20$ мс, определялись семь оценок при скользящем интервале интегрирования, которые затем были усреднены.

Результаты моделирования показывают, что наиболее грубые оценки параметров вынужденного сигнала на низких частотах колебательных составляющих свободного процесса дает алгоритм Фурье, а наиболее точные — алгоритм Калмана. Различие оценок алгоритмов Калмана и МНК объясняется тем, что при испытании алгоритма Калмана мощность помех задавалась своим истинным значением. Если же мощность помех заранее неизвестна, то по физическим соображениям необходимо задавать значение мощности, соизмеримое с мощностью сигнала. В результате получаются погрешности (в особенности на низких частотах свободных колебательных составляющих) существенно выше, чем при точно известной мощности помех, и близкие погрешностям алгоритма МНК.

В алгоритмах МНК и Калмана апериодическая составляющая переходного процесса определяется как третья компонента вектора состояния и оценивается паряду с ортогональными проекциями вынужденной составляющей. Помехой являются только колебательные составляющие переходного процесса. Поэтому апериодическая составляющая практически не влияет на погрешность получаемых оценок параметров вынужденной составляющей. Алгоритм Фурье более подвержен влиянию апериодической составляющей, поскольку в нем оцениваются только ортогональные составляющие вынужденной составляющей промышленной частоты.

Выводы. 1. Результаты сопоставительных испытаний трех разновидностей МНК (МНК с единичным «весом», фильтра Калмана и алгоритма с использованием преобразования Фурье) подтверждают относительно более высокую эффективность оценок по алгоритму фильтра Калмана (в области значений частот свободных колебательных составляющих ниже $f_1 = 100$ Гц). Наихудшие результаты в указанной области частот дает алгоритм с использованием преобразования Фурье. При $f_1 > 150$ Гц дополнительное усреднение при

использовании алгоритма Фурье позволяет получить более точные результаты.

2. При соизмеримости средней мощности свободных составляющих и средней мощности вынужденной составляющей точность оценок амплитуды вектора промышленной частоты по рассмотренным алгоритмам нельзя считать удовлетворительной для целей релайной защиты при значениях частот свободных колебательных составляющих ниже 100 Гц.

3. Условия работы алгоритма МНК при наличии колебательных составляющих, период которых соизмерим с интервалом наблюдения, не являются оптимальными, что и обуславливает значительные методические погрешности в численных значениях оценок. В связи с этим являются целесообразными дальнейшие исследования возможностей применения алгоритма Фурье (как частного случая алгоритма МНК) в указанных условиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мудров В. И., Кушко В. Л. Методы обработки измерений.— М.: Советское радио, 1976.
2. Alegria C. M., Malik O. P., Costa E. Performance comparison of FOURIER and KALMAN techniques for transmission line impedance calculation.— 3-rd Intern. Conference Dev. Power-System Protection. London, 1985.
3. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление: Пер. с англ./ Под ред. А. С. Шаталова.— М.: Энергия, 1973.
4. Хемминг Р. В. Численные методы: Пер. с англ./ Под ред. Р. С. Гутера.— М.: Наука, 1972.
5. Grgis A., Brown R. Application of Kalman filtering in computer relaying.— IEEE Trans. on PAS—100, 1981, N 7.
6. Grgis A. A new Kalman filtering based digital distance relay.— IEEE Trans. on PAS—109, 1982, N 9.
7. Ермоленко В. М., Козлов В. И. Релейная защита и линейная автоматика линий электропередач высоких напряжений.— Электротехника, 1985, № 8.
8. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах.— М.: Энергия, 1970.
9. Сейдж Э., Мэлс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ./ Под ред. Б. Р. Девина.— М.: Связь, 1976.
10. Зисман Л. С. Алгоритмы и программы измерительных органов дистанционных защит ВЛ 330—750 кВ.— Электричество, 1981, № 2.

УДК 621.315.1:551.594.221.001.6

Сверхдлинная отрицательная искра как аналог природной молнии

АНИСИМОВ Е. И., инж., БОГДАНОВ О. В., инж., ГАЙВОРОНСКИЙ А. С., канд. техн. наук, ГОЛЬЦОВ В. А., инж., ОВСЯННИКОВ А. Г., канд. техн. наук

СибНИИЭ

Разработка эффективных средств молниезащиты энергетического оборудования, летательных аппаратов и других объектов требует развития методов лабораторного моделирования процессов поражения данных объектов молнией. В этой связи одной из актуальных задач является получение сверхдлинной от-

рицательной искры, представляющей аналог нисходящего лидера отрицательной молнии.

Сходство феноменологии отрицательной искры и лидера природной молнии отмечалось и ранее [1]. Однако до настоящего времени отсутствуют количественные характеристики искры при длинах катода

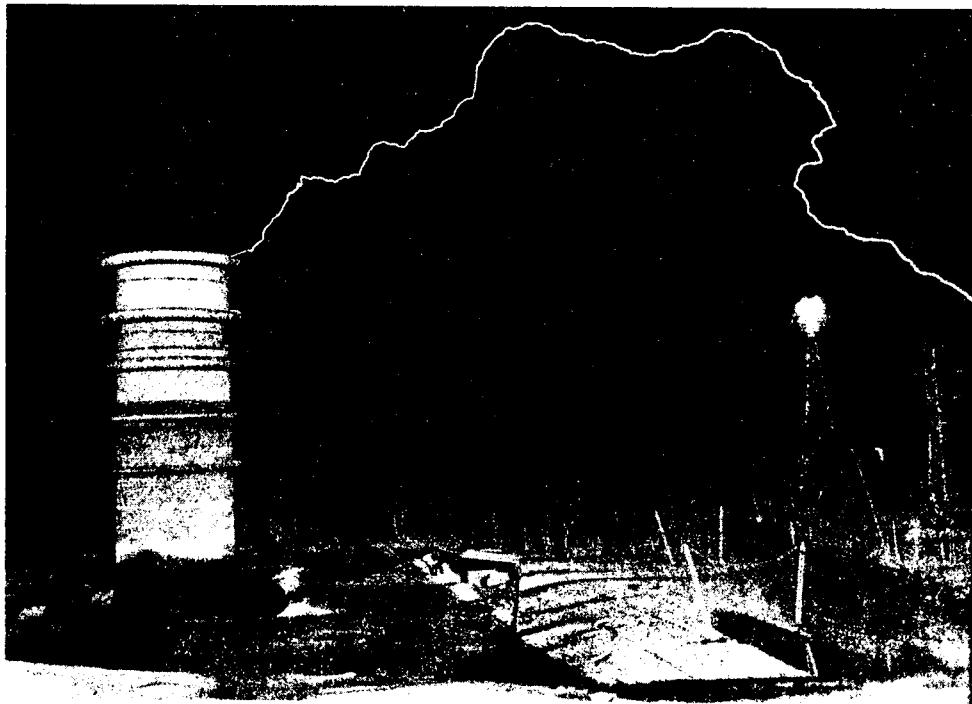


Рис. 1

лов около 100 м¹, что не позволяет оценить перспективы ее применения для имитации таких эффектов, как избирательность поражения, воздействие импульсных электрических полей, индуцированных зарядом лидера молний, и импульсных токов, обусловленных нейтрализацией заряда. Определенные трудности практического использования искры вызваны случайностью направления и нестабильностью длины разрядного канала. С этой точки зрения актуальна разработка способов принудительной пространственной ориентации канала при сохранении его характеристик заряда и скорости распространения.

Целью данной статьи является рассмотрение результатов экспериментального исследования способов формирования и управления пространственной ориентацией сверхдлинной отрицательной искры, а также оценка ее основных характеристик.

Методика эксперимента была аналогичной применявшейся ранее при исследовании положительного разряда [2]. В качестве источника напряжения использовался ГИН—7 МВ с емкостью в ударе 50 нФ, настроенный на волну 150/10000 мкс. Разряды инициировались стержневым электродом, установленным

на верхнем тороидальном экране ГИН и выдвинутым на расстояние 1 м. При каждом воздействии измерялся внедренный заряд, производилась покадровая регистрация движения искры с помощью электронно-оптических преобразователей и фотосъемка в двух проекциях. Общая интенсивность оптического излучения искры оценивалась с помощью фотоэлектронного умножителя.

Были зарегистрированы длины искровых каналов, достигавшие 100 м и более при уровне напряжения 4,8—5 МВ. Незначительное повышение напряжения на инициирующем электроде на 100—200 кВ приводило к резкому увеличению длин каналов разряда. Подобная закономерность наблюдалась и в разрядах при положительной полярности напряжения [2].

В исследованном диапазоне длин каналов были получены характеристики искры, отвечающие нижней границей параметров нисходящего лидера молнии. В частности, погонная плотность заряда в чехле отрицательного лидера составила $q_{\text{л}} \approx 100 \text{ мкКл/м}$, скорость продвижения канала $v_{\text{к}} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ м/с}$. В отличие от разряда в промежутках меньшей длины [1, 3] развитие искры имело явно выраженный ступенчатый характер. Наблюдалось регулярное чередование ступеней, количество которых достигало 50. Длина ступеней составляла в среднем 3,5 м при длительности 20 мкс, что также соответствует нижней границе параметров нисходящего лидера природной молнии. Феноменология отдельной ступени разряда не отличалась качественно от известной и содержала следующие последовательные стадии: вспышка стримерной короны; образование на границе вспышки пространственных лидеров; распространение последних до соединения с каналом отрицательного лидера.

Благодаря достигнутым параметрам искры был впервые реализован опыт «грозового» отключения ра-

¹ Ранее разряды с каналом длиной 100 м и более были получены с Истринском отделении ВЭИ им. В. И. Ленина. Публикации:

1) Авруцкий В. А., Кужекин И. П., Чернов Е. Н. Испытательные и электрофизические установки. Техника эксперимента.—М.: МЭИ, 1983.

2) Особенности развития разряда в длинных воздушных промежутках на прямоугольных импульсах напряжения /А. В. Лупейко, В. П. Мирошниченко, В. С. Сысоев, Е. Н. Чернов — Тез. докл. II Всес. совещ. по физике электрического пробоя газов, Тарту, 1934.— Тарту, изд-во ТГУ, 1984. (прим. ред.)

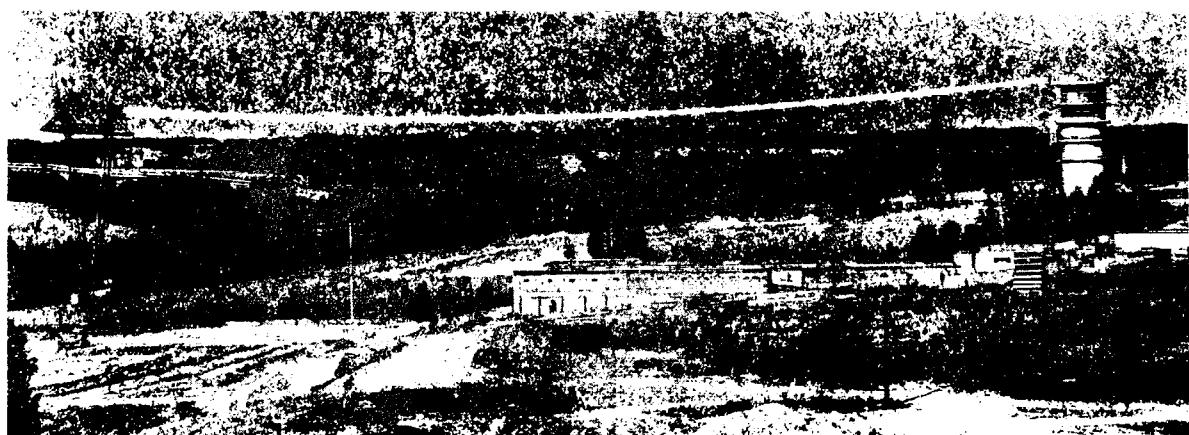


Рис. 2

ботающей ВЛ 110 кВ, расстояние от которой до ГИН по прямой составляет 70 м. На рис. 1 приведена фотография, на которой зафиксировано поражение отрицательной искрой фазного провода линии, сопровождавшееся перекрытием изоляции и отключением линии системой противоаварийной автоматики с последующим восстановлением нормальной работы. Длина искрового канала в этом случае составила 150 м при напряжении 5 МВ. Перекрытие изоляции произошло на расстоянии 200 м от точки поражения на натяжной гирлянде изоляторов анкерной опоры. Свечение на вершинах опор, заметное на снимке, было вызвано плавлением контактных присоединений грозозащитного троса к опорам под действием сопровождающего тока короткого замыкания промышленной частоты.

Перекрытие воздушной изоляции линии произошло вследствие протекания по фазному проводу импульсного тока волны нейтрализации заряда чехла отрицательного лидера. Амплитуда тока по аналогии с главной стадией при разряде молнии может быть оценена как

$$I_h = q_{\text{л}} U_h$$

и при характерных значениях погонного заряда $q_{\text{л}} = 100 \text{ мкКл/м}$ и скорости нейтрализации $v_h = 10^8 \text{ м/с}$ составляет $I_h = 10 \text{ кА}$. Соответствующий уровень волны «грозового» перенапряжения, определяемый соотношением

$$U = 0,5 I_h Z_b$$

(Z_b — волновое сопротивление провода), составляет около 2 МВ, что в несколько раз превышает импульсное разрядное напряжение фазной изоляции линии (примерно 600 кВ). Отметим, что зарядка провода линии через искровой канал от емкости ГИН была ограничена фронтовыми сопротивлениями суммарным значением порядка 10^5 Ом и не могла привести к перекрытию линейной изоляции.

Для управления траекторией, увеличения стабильности и длины разрядного канала была использо-

вана «направляющая» в виде металлических трубочек, закрепленных на изоляционном канате. Трубки выполняли роль «зародышей» пространственных лидеров, образующихся в процессе распространения отрицательной искры, располагались с шагом, примерно равным длине ступени (2—3 м) и имели линейный размер около 10 см.

Важно отметить, что данный способ ориентировки, выбранный в соответствии с самой природой отрицательной искры, не изменил качественно ее феноменологии, а также характеристики заряда и скорости. В то же время благодаря введению «направляющей» были снижены пороговые напряжения и уменьшены флуктуации длин каналов.

На рис. 2 представлен фотоснимок искры, ориентированной по траектории «ГИН—опора ВЛ УВН». В этом случае достигнута рекордная длина канала 200 м при напряжении 5,2 МВ и вероятности пробоя около 90 %. Получены также разряды с плавными и резкими, на угол более 90° , поворотами канала.

По нашему мнению, достигнутые длины каналов не являются предельными и могут быть превышены подбором параметров волны напряжения и конструкции «направляющей». Представляют несомненный интерес подробные исследования стадии волны нейтрализации заряда отрицательной искры как с точки зрения лабораторных исследований данного эффекта, так и для выяснения качественных и количественных аналогий с главной стадией удара молнии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Горин Б. Н., Шкилев А. В. Развитие электрического разряда в длинных промежутках стержень—плоскость при отрицательном напряжении.— Электричество, 1976, № 6.
- Развитие лидера в воздушных промежутках большой длины. А. П. Байков, О. В. Богданов, А. С. Гайворонский и др.— Электричество, 1988, № 9.
- Les Renardieres group. Negative discharges in long air gaps at les Renardieres.— Electra, 1981, N 74.

[30.06.88]

О снижении энергопотребления асинхронных электроприводов с тиристорными преобразователями напряжения

БРАСЛАВСКИЙ И. Я., доктор техн. наук

Уральский политехнический институт

Регулируемые по скорости асинхронные электроприводы с тиристорными преобразователями напряжения (рис. 1), система управления которыми выполнена с использованием принципов, изложенных в [1], обеспечивают стандартные показатели качества, свойственные системам подчиненного регулирования, при плавном регулировании скорости в широких пределах и изменяющемся в процессе работы моменте двигателя. Одной из рациональных областей применения указанных систем электропривода являются механизмы циклического действия, в частности, предназначенные для погрузочно-разгрузочных и транспортно-складских работ, робототехнических систем и гибких автоматизированных производств.

Типовой для таких электроприводов, реализующих управляемые пуско-тормозные режимы, регулирование скорости, отработку позиционных перемещений и работающих в повторно-кратковременном режиме, является тахограмма, показанная на рис. 2, которая имеет участки максимальной (ω_{y1}) и пониженной (ω_{y2}) скорости. Отметим, что при использовании внешнего кон-

тура положения, участок ω_{y2} в диаграмме скорости может отсутствовать. Как правило, большую часть времени электропривод работает в установившемся режиме со скоростью ω_{y1} .

Для обеспечения нормального теплового состояния регулируемого напряжением асинхронного двигателя его номинальная мощность должна обычно превышать мощность статической нагрузки [2], т. е. двигатель работает при моментах нагрузки, меньших номинального момента. К тому же при работе ряда механизмов нагрузка может изменяться в широких пределах, снижаясь иногда до минимального значения. Таким образом, при работе на скорости ω_{y1} (рис. 2) регулируемый асинхронный двигатель, как правило, работает при относительных моментах нагрузки $\mu_c < 1$ ($\mu_c = \frac{M_c}{M_N}$, где M_c — статический момент, M_N — номинальный момент двигателя).

Указанные особенности позволяют снизить энергопотребление недогруженного асинхронного двигателя

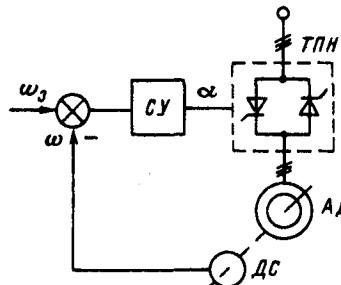


Рис. 1. Блок-схема САР скорости системы «тиристорный преобразователь напряжения — асинхронный двигатель (ТПН-АД)»
ДС — датчик скорости;
СУ — система управления;
α — угол открытия вентилей;
 ω_3 , ω — заданная, истинная скорость АД

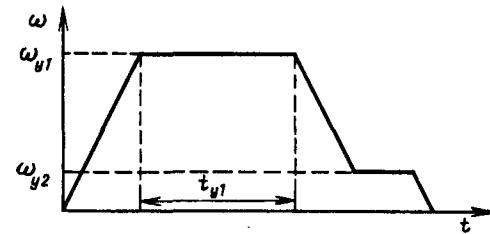


Рис. 2. Тахограмма электропривода, работающего в повторно-кратковременном режиме (t_y1 — время работы на установившейся скорости ω_{y1})

Тип двигателя	s_y	Параметр									
		ΔP_{M1} , Вт	ΔP_{M2} , Вт	ΔP_{c1} , Вт	$\Delta P_{\text{эм}}$, Вт	$\eta_{\text{эм}}$	ΔP_{M1} , Вт	ΔP_{M2} , Вт	ΔP_{c1} , Вт	$\Delta P_{\text{эм}}$, Вт	$\eta_{\text{эм}}$
		$\mu_c = 0,5$					$\mu_c = 0,05$				
MTKF012—6 $P_N=2,2$ кВт: $s_N=0,12$;	s_e	376	75	128	579	0,669	313	7	128	448	0,217
	$s_{\text{опт}}$	294	134	73	501	0,690	39	17	7	63	0,640
	s_N	290	154	65	509	0,680	38	20	6	64	0,630
4A 100L6УЗ: $P_N=2,2$ кВт $s_N=0,05$	s_e	129	30	75	234	0,828	74	3	74	151	0,433
	$s_{\text{опт}}$	128	42	59	229	0,830	17	5	6	28	0,800
	s_N	152	61	39	252	0,813	19	7	4	30	0,750
Вологодская областная универсальная научная библиотека											

при работе в зоне номинальной скорости, обеспечивая его работу за счет ТПН на регулировочной ($U_1 < U_N$), а не на естественной ($U_1 = U_N$) характеристики, где U_1 — действующее значение первой гармоники напряжения, приложенного к двигателю, U_N — действующее значение номинального напряжения сети [3, 4]. При использовании САР скорости, выполненных на основе систем ТПН — АД (рис. 1), целесообразно определить и поддерживать оптимальное значение скольжения ($s_{\text{опт}}$ рис. 3) и соответствующей ему скорости ω_{y1} , при работе с которой обеспечивается минимум электромагнитных потерь в машине

$$\Delta P_{\text{эм}} = \Delta P_{\text{м1}} + \Delta P_{\text{м2}} + \Delta P_{\text{cl}}, \quad (1)$$

где $\Delta P_{\text{м1}}$, $\Delta P_{\text{м2}}$, ΔP_{cl} — потери в меди статора, ротора, стали статора.

Как показано в [2], указанные составляющие потерь могут быть выражены в следующем виде в зависимости от координат рабочей точки электропривода μ_c и s :

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\text{м1}} &= k_{\text{n1}}^2 \mu_c \left[A \frac{s_N}{s} + (1-A) \frac{s}{s_N} \right] \Delta P_{\text{м1N}}; \\ \Delta P_{\text{м2}} &= k_{\text{n2}}^2 \mu_s \frac{s}{s_N} \Delta P_{\text{м2N}}; \\ \Delta P_{\text{cl}} &= \mu_c \left[B \frac{s_N}{s} + (1-B) \frac{s}{s_N} \right] \Delta P_{\text{clN}}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\Delta P_{\text{м1N}}$, $\Delta P_{\text{м2N}}$, ΔP_{clN} — номинальные потери в меди статора, меди ротора, стали статора; k_{n1} (k_{n2}) — коэффициент перегрузки по току при несинусоидальной форме тока, равный отношению действующего тока статора (ротора) к действующему значению первой гармоники тока статора (ротора); s , s_N — текущее и номинальное скольжение; A , B — конструктивные коэффициенты асинхронного двигателя:

$$A = \frac{a_r^2}{a_r^2 + s_N^2}; \quad B = \frac{a_r'^2}{a_r'^2 + s_N^2}, \quad (3)$$

$$\text{где } a_r = \frac{r'_2}{x_r}; \quad a'_r = \frac{a_r}{\sigma}; \quad \sigma = \frac{x_s x_r - x_0^2}{x_s x_r}; \quad x_s = x_0 + x_1;$$

$x_r = x_0 + x'_2$; r'_2 , x_1 , x'_2 , x_0 — параметры схемы замещения асинхронного двигателя.

Если эти параметры неизвестны, можно при практических расчетах принимать коэффициент A , равным относительному значению квадрата тока холостого хода (I_0), т. е. $A \approx (I_0/I_N)^2$, где I_N — номинальный ток статора. Значение коэффициента B приближается к единице ($B = 0,96 \div 0,98$ для двигателей единой серии 4А и $B = 0,94 \div 0,97$ для двигателей краново-металлургических серий). Таким образом, используя (2), можно определить составляющие потерь в асинхронной машине, регулируемой напряжением, в функции «выходных» координат электропривода момента и скольжения (скорости), не располагая параметрами схемы замещения и не рассчитывая текущих токов ротора и статора.

Система уравнений (2) позволяет определить потери при работе двигателя со скоростью ω_{y1} на естественной характеристике, чему соответствует скольжение s_e (рис. 3). Принимая часть якоря машины

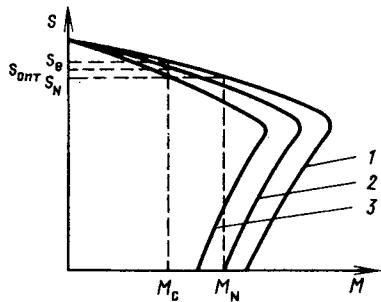


Рис. 3. Естественная (1) и регулировочные (2, 3) механические характеристики асинхронного двигателя, управляемого напряжением

рактеристики в зоне от $s=0$ до $s=s_N$ линейной, получим, что $\mu_c = s/s_N$ учтем также, что при питании синусоидальным напряжением ($U_1 = U_N$) $k_{\text{n1}} = k_{\text{n2}} = 1,0$, тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_{\text{м1}} &= [A + (1-A) \mu_c^2] \Delta P_{\text{м1N}}; \\ \Delta P_{\text{м2}} &= \mu_c^2 \Delta P_{\text{м2N}}; \\ \Delta P_{\text{cl}} &= [B + (1-B) \mu_c^2] \Delta P_{\text{clN}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Как видно из (4), при работе двигателя на естественной характеристике при изменении s от 0 до $s=s_N$ потери $\Delta P_{\text{эм}}$ зависят только от статического момента.

При работе на регулировочной характеристике ($U_1 < U_N$) $\Delta P_{\text{эм}} = f(\mu_c, s)$, как видно из (2), что позволяет определить значение $s_{\text{опт}}$, доставляющее минимум функции $\Delta P_{\text{эм}} = f(\mu_c, s)$. Хотя в выражения для составляющих $\Delta P_{\text{эм}}$ (2) входят коэффициенты k_{n1} и k_{n2} , связанные нелинейной зависимостью с s и μ_c , диапазон их изменения для структуры ТПН, состоящей из трех пар тиристоров, включенных встречно-параллельно, незначителен [5], что позволяет при определении $s_{\text{опт}}$ принять их постоянными и равными друг другу ($k_{\text{n1}} = k_{\text{n2}} = k_n$), тогда

$$s_{\text{опт}} = s_N \sqrt{\frac{Ak_n^2 \Delta P_{\text{м1N}} + B \Delta P_{\text{clN}}}{(1-A)k_n^2 \Delta P_{\text{м1N}} + k_n^2 \Delta P_{\text{м2N}} + (1-B) \Delta P_{\text{clN}}}}. \quad (5)$$

Расчеты показывают, что изменение k_n^2 в диапазоне от 1 до 1,20 не оказывает существенного влияния на значение $s_{\text{опт}}$. Как следует из (5), значение $s_{\text{опт}}$ не зависит от μ_c , что позволяет задавать и поддерживать в САР скорости одно соответствующее $s_{\text{опт}}$ значение скорости, не перестраивая уставку контура скорости при изменяющемся моменте нагрузки. Таким образом САР скорости (рис. 1), обеспечивая технологические требования по регулированию асинхронного двигателя, позволяют просто решить задачу снижения энергопотребления при работе электродвигателя в зоне номинальной скорости ω_{y1} .

Для разных типов асинхронных двигателей $s_{\text{опт}} = (0,5 \div 0,9) s_N$ и определяется в основном коэффициентом A , т. е. значением тока холостого хода, поэтому большие значения $s_{\text{опт}}$, приближающиеся к s_N , имеют двигатели краново-металлургических серий,

отличающиеся повышенным воздушным зазором и током I_0 . Двигатель может работать с оптимальным скольжением, если $\mu_c < s_{opt}/s_N$, в этом случае по сравнению с работой на естественной характеристике несколько снижается скорость, уменьшаются потери в меди и стали статора и возрастают потери в меди ротора, однако их перераспределение таково, что электромагнитные потери при s_{opt} меньше, чем при s_e .

Разница в потерях ΔP_{zm} тем больше, чем меньше μ_c по сравнению с отношением s_{opt}/s_N и больше $A \approx (I_0/I_N)^2$. Из этого анализа следует, что наибольшее снижение потерь при работе в зоне максимальной скорости может быть обеспечено у двигателей краново-металлургических серий, имеющих большее значение момента μ_c , при котором может быть достигнуто снижение энергопотребления, и увеличенное значение A по сравнению с двигателями единых серий. Так при работе в установившемся режиме с $\mu_c=0,05$ значение ΔP_{zm} для двигателей краново-металлургических серий может быть снижено в 5–8 раз, а для двигателей единой серии — 3–6 раз. Электромагнитный к. п. д. двигателя

$$\eta_{zm} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{zm}}, \quad (6)$$

где $P_2 = M_c \omega_{y1}$ — механическая мощность на валу асинхронного двигателя может возрасти соответственно в 2–3 или 1,5–2 раза.

Для иллюстрации этих выводов в таблице приведены отдельные составляющие потерь, электромагнитные потери и η_{zm} при работе двигателей в зоне максимальной установившейся скорости с различными значениями ω_{y1} и соответствующими ей скольжениями s_{y1} . Помимо $s_{y1}=s_e$ и $s_{y1}=s_{opt}$, проанализированы потери и для случая, когда двигатель работает на регулировочных характеристиках при $s_{y1}=s_N$ (рис. 3).

Потери ΔP_{m1} и ΔP_{m2} , приведенные в таблице, вычислены для s_{opt} и s_N с учетом значения коэффициентов k_{n1} и k_{n2} , приведенных в [5] и зависящих при заданной скорости от отношения моментов двигателя на естественной и регулировочной характеристике. Как видно из таблицы, для двигателей краново-метал-

лургических серий, когда $s_{opt} \approx s_N$, потери и к. п. д. при s_{opt} и s_N довольно близки по значению, что позволяет в ряде случаев реализовать режимы с минимизацией потерь в машине, задавая и поддерживая в САР скорости значение $\omega_{y1}=\omega_N$ ($s_{y1}=s_N$).

Количество сэкономленной электроэнергии в рассматриваемом случае зависит от типа асинхронного двигателя, его мощности, времени работы на скорости ω_{y1} и момента статической нагрузки. Так, если асинхронный двигатель МТКФ012-6 обеспечивает 60 включений в час при времени $t_{y1}=30$ с (рис. 2), то оказывается возможным снизить потребление энергии в течение года на 660 кВт·ч при $\mu_c=0,25$ (на 120 кВт·ч при $\mu_c=0,5$), если принять, что число часов работы в году $T=6000$.

В заключение необходимо подчеркнуть, что выигрыш в энергопотреблении обеспечивается без дополнительных затрат только за счет обеспечения требуемого значения ω_{y1} в САР скорости системы ТПН — АД, которая используется для удовлетворения технологических требований механизма по реализации управляемых пуско-тормозных режимов, регулированию скорости, отработке позиционных перемещений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Браславский И. Я., Зюзев А. М. Регулирование скорости тиристорных асинхронных электроприводов с параметрическим управлением. — Электричество, 1985, № 1.
- Браславский И. Я., Зубрицкий О. Б., Куцин В. В. К определению мощности тиристорных асинхронных электроприводов при параметрическом управлении. — Электротехника, 1974, № 10.
- Ильинский Н. Ф., Сарбатов Р. С., Безаев В. Г. Научно-технические аспекты проблемы повышения эффективности использования энергии в массовом электроприводе. — В кн.: Автоматизированный электропривод. — М.: Энергоатомиздат, 1986.
- Сарбатов Р. С., Безаев В. Г. Опыт эксплуатации регулятора, минимизирующего потери в асинхронном двигателе. — ЭП / Электропривод, 1981, № 4.
- Браславский И. Я., Валек В. М. Потери в асинхронном двигателе и допустимая частота включения электропривода при тиристорном управлении. — ЭП. Электропривод, 1983, № 5.

[29.04.87]

УДК 621.313.17.001.57

Математическое моделирование индукционно-динамического двигателя с учетом насыщения его магнитопровода

ВАСЬКОВСКИЙ Ю. Н., канд. техн. наук

Киев

Индукционно-динамические двигатели (ИД) являются перспективными для применения в качестве линейного привода в механизмах импульсного или ударного характера действия. Например, ИД применяются или могут быть применены в механизмах для разру-

шения горных пород, быстродействующей коммутационной аппаратуре, источниках сейсмических и гидроакустических колебаний, штампах, прессах и др. Широкому применению ИД способствуют их высокие массогабаритные показатели, быстродействие, повышенная

надежность, обусловленная отсутствием гидравлической и пневматической систем, имеющихся в большинстве распространенных ударных механизмах, отсутствие вредных факторов, действующих на внешнюю среду, например, выхлопных газов и др. В качестве источника питания ИД могут быть использованы емкостные накопители энергии или электромашинные источники импульсного тока [1].

Индукционно-динамический двигатель является импульсным электромеханическим преобразователем энергии, основной рабочий режим которого — режим пуска. При передаче на обмотку индуктора ИД импульса тока за счет электродинамических сил происходит линейное ускорение неподвижного якоря, который после совершения рабочего воздействия возвращается в исходное положение. При этом главной проблемой, связанной с разработкой ИД, является повышение к.п.д. электромеханического преобразования энергии.

Применение ферромагнитного магнитопровода в ИД является одной из мер, способствующих существенному повышению к.п.д. Конструкции магнитопроводов разных ИД весьма различаются: воздушные зазоры в магнитопроводе могут при движении якоря оставаться неизменными или меняться, магнитопровод ИД в продольном сечении может иметь Г или П-образную форму и др. Выбор оптимальных размеров и конфигурации магнитопровода ИД при его проектировании должен выполняться на основе результатов математического моделирования. Вместе с тем задача расчета рабочих характеристик ИД с учетом динамического насыщения его магнитопровода весьма сложна и, поэтому до настоящего времени анализ характеристик ИД проводился в линейной постановке [2—4], которая, строго говоря, исключает возможность учета нелинейных свойств магнитопровода.

Целью статьи является создание математической модели и методики расчета на ЭВМ рабочих характеристик ИД с учетом импульсного характера токов в обмотках, ускоренного движения якоря и динамического насыщения магнитопровода ИД.

Пусть ИД отображается двухконтурной электрической схемой замещения, для которой справедливы уравнения:

$$u_c = i_1 r_1 + \frac{d\Psi_1}{dt}; \quad (1)$$

$$0 = i_2 r_2 + \frac{d\Psi_2}{dt}, \quad (2)$$

где r_1, r_2 — активные сопротивления первичной обмотки (индуктора) и вторичной обмотки (якоря).

Потерями в стали магнитопровода ИД пренебрегаем. Обмотка индуктора подсоединенена к емкостному накопителю энергии с напряжением u_c , а обмотка якоря короткозамкнутая. Полагая, что потокосцепления обмоток являются нелинейными функциями переменных токов в обмотках i_1, i_2 и координаты линейного перемещения якоря x , т. е. $\Psi_1 = \Psi_1(i_1, i_2, x)$, $\Psi_2 = \Psi_2(i_1, i_2, x)$, запишем выражения для полных производных

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dt} &= \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} + \\ &+ \frac{\partial\Psi_1}{\partial x} v_a; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_2}{dt} &= \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} + \\ &+ \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} + \frac{\partial\Psi_2}{\partial x} v_a, \end{aligned} \quad (4)$$

где $v_a = dx/dt$ — скорость якоря.

Подставляя выражения (3), (4) в уравнения (1), (2) после преобразования получим следующие выражения для производных токов:

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{u_c - i_1 r_1 + i_2 r_2 \left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} / \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_2} \right) +}{\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1} - \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2}} \times \\ &\times + v_a \left(\frac{\partial\Psi_2}{\partial x} \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} / \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_2} - \frac{\partial\Psi_1}{\partial x} \right) \\ &\rightarrow \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_1} / \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_2}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_2}{dt} &= \frac{u_c - i_1 r_1 + i_2 r_2 \left(\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1} / \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} \right) +}{\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} - \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1}} \times \\ &\times + v_a \left(\frac{\partial\Psi_2}{\partial x} \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1} / \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_1} - \frac{\partial\Psi_1}{\partial x} \right) \\ &\rightarrow \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} / \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1}, \frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2}, \frac{\partial\Psi_1}{\partial x}, \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_1}, \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_2}, \frac{\partial\Psi_2}{\partial x}$ — динамические параметры ИД.

Можно показать, что в случае, когда динамические параметры ИД совпадают со статическими: $\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_1} = L_1$; $\frac{\partial\Psi_2}{\partial i_2} = L_2$,

$$\frac{\partial\Psi_1}{\partial i_2} = \frac{\partial\Psi_2}{\partial i_1} = M_{12}; \quad \frac{\partial\Psi_1}{\partial x} = i_1 \frac{\partial M_{12}}{\partial x}; \quad \frac{\partial\Psi_2}{\partial x} = i_2 \frac{\partial M_{12}}{\partial x},$$

выражения (5), (6) преобразуются в известные выражения [2—4]. Уравнение движения якоря ИД имеет следующий вид:

$$\frac{dv_a}{dt} = \frac{F_{\text{эд}}}{m_a} - v_a \frac{F_1}{m_a} - x \frac{F_2}{m_a} - \frac{F_3}{m_a}, \quad (7)$$

где m_a — масса якоря; $F_{\text{эд}}$ — электродинамическая сила; F_1, F_2 — коэффициенты сил сопротивления, зависящие соответственно от скорости (вязкое трение), координаты x (сила сжимаемой пружины); F_3 — постоянная составляющая силы (сила трения, сила тяжести якоря и др.).

Электродинамическая сила на якорь ИД в общем случае выражается через частную производную магнитной коэнергии ИД по перемещению якоря [11]:

$$\begin{aligned} F_{\text{эд}} &= \frac{\partial W_{\text{кэ}}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{i_2} \Psi_1 di_1 + \int_0^{i_2} \Psi_2 di_2 \right) = \\ &= \int_0^{i_2} \frac{\partial\Psi_2}{\partial x} di_1 + \int_0^{i_2} \frac{\partial\Psi_2}{\partial x} di_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Выражение (8) следует использовать в тех случаях, когда токи i_1, i_2 превышают некоторые значения i_{1r}, i_{2r} , при которых начинает проявляться нелинейность зависимостей $\Psi_1(i_1, i_2, x)$, $\Psi_2(i_1, i_2, x)$. При соблюдении

условий $i_1 < i_{1r}$, $i_2 < i_{2r}$ нелинейностью этих зависимостей можно пренебречь и для расчета электродинамической силы использовать более простое выражение

$$F_{ed} = \frac{1}{2} \left(i_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} + i_2 \frac{\partial \Psi_2}{\partial x} \right). \quad (9)$$

Сочетание выражений (8) и (9) позволяет разработать достаточно эффективный алгоритм расчета электродинамической силы, действующей на якорь.

Уравнения (5) — (9) дополняются следующими двумя уравнениями:

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C} i_1; \quad (10)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_a, \quad (11)$$

где C — емкость накопителя энергии, подключаемого к обмотке индуктора ИД.

Для численного решения нелинейной системы дифференциальных уравнений (5) — (11) необходимо на каждом шаге расчета по времени иметь значения динамических параметров ИД. Расчет этих параметров может быть выполнен на основе любых методов, позволяющих определить мгновенные значения потокосцеплений обмоток ИД. Это могут быть методы, основанные на теории электромагнитного поля или на теории магнитных цепей [7]. Расчет электромагнитного поля в рабочей зоне ИД на каждом шаге системы уравнений по времени с учетом различного положения движущегося якоря и переменной магнитной проницаемости ферромагнитного магнитопровода ИД является сложной задачей. Поэтому в ряде случаев для построения более эффективных вычислительных алгоритмов целесообразнее рассчитывать потокосцепления и динамические параметры ИД на базе теории магнитных цепей. Магнитопровод ИД отображается схемой замещения, которая рассчитывается на каждом шаге по времени. Требуемая точность определения потокосцеплений обмоток достигается за счет более подробной дискретизации отдельных участков магнитной цепи.

На рис. 1 изображено продольное сечение магнитопровода одного из вариантов ИД (1 — обмотка индуктора; 2 — обмотка якоря).

Составим схему замещения магнитной цепи изображенного варианта ИД в общем виде. Принимаем следующее допущение: распределенные в площине сечения пазов токи обмоток индуктора и якоря заменяются сосредоточенными линейными токами, расположеными на дне и внутренних боковых стенках пазов. Например, ток обмотки индуктора расположен на контур-

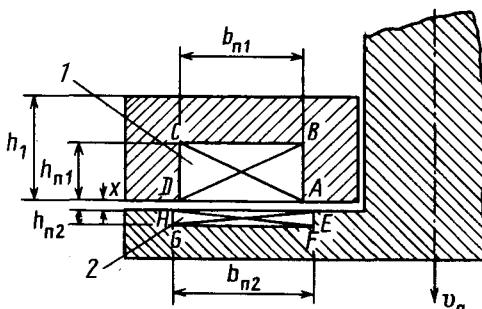


Рис. 1
Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

ре ABCD, ток обмотки якоря — на контуре EFGH (рис. 1).

Разбиваем характерные размеры активной зоны ИД — высоту паза индуктора, высоту зазора, высоту паза якоря и ширину паза индуктора соответственно на k , l , m и n равных частей. Составляем схему замещения магнитной цепи, содержащую $(k+l+m)n$ контуров (рис. 2). Магнитный поток взаимоиндукции обмоток протекает по внешнему контуру схемы BCGFB магнитные потоки в остальных ветвях схемы являются потоками рассеяния в зазоре и пазах магнитопровода. В схеме замещения имеется $2k+n$ источников м.д.с. индуктора, каждый из которых содержит $i_1 w_1 / (2k+n)$ ампер-витков, где w_1 — число витков обмотки индуктора, и $2m+n$ источник м. д. с. якоря, каждый из которых содержит $i_2 w_2 / (2m+n)$ ампер-витков. В схеме замещения имеется три группы магнитных сопротивлений: нелинейные сопротивления ферромагнитных участков магнитопровода R_m ; линейные постоянные сопротивления, характеризующие потоки рассеяния на участках пазов индуктора и якоря R_L ; линейные сопротивления участка воздушного зазора R_x . Сопротивления выделенных участков магнитопровода рассчитываются по формуле

$$R_i(\Phi_i) = \frac{l_i}{S_i \mu_i(\Phi_i)}, \quad (12)$$

где l_i , S_i — средние длина и сечение i -го участка, $\mu_i(\Phi_i)$ — усредненная магнитная проницаемость участка.

Для линейных сопротивлений $\mu_i(\Phi_i) = \mu_0$. Выражения l_i и S_i для фигур различной формы с учетом искривления линий протекающего по ним магнитного потока приведены в работе [2]. Для нелинейных сопротивлений необходимо располагать аппроксимированными зависимостями $\mu_i(\Phi_i)$. Аппроксимация этих зависимостей может быть выполнена любым известным ме-

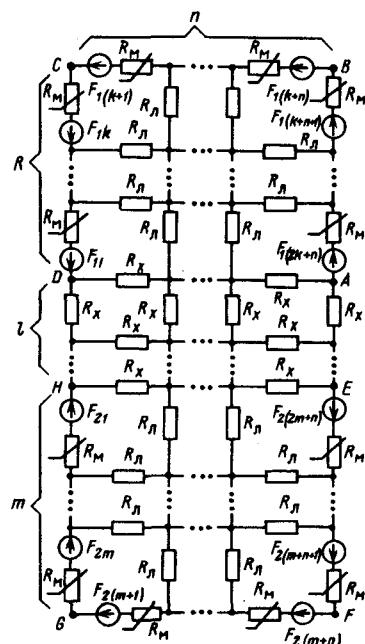


Рис. 2
Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

тодом, например, кубическими сплайнами, элементарными функциями и др. Удовлетворительную точность дает аппроксимация основной кривой намагничивания обратной тригонометрической функцией [8, 10]:

$$B_i = a_i \arctan(\beta_i H_i), \quad (13)$$

где a_i , β_i — коэффициенты аппроксимации, находимые методом наименьших квадратов; B_i , H_i — индукция и напряженность магнитного поля.

Преобразуя выражение (13) и подставляя его в (12), получим

$$R_{mi}(\Phi_i) = \frac{I_i \operatorname{tg}(\Phi_i / S_i a_i)}{\Phi_i \beta_i}. \quad (14)$$

Выражение (14) справедливо при $\Phi_i / S_i a_i < \pi/2$. При $\Phi_i / S_i a_i \geq \pi/2$, что соответствует условию насыщения ферромагнетика, $R_{mi}(\Phi_i)$ присваивается постоянное (насыщенное) значение, определяемое

$$R_{mi} = \frac{I_i \operatorname{tg}(B_{\max}/a_i)}{S_i \beta_i B_{\max}}, \quad (15)$$

где B_{\max} — предельная индукция насыщения железа магнитопровода.

При составлении алгебраических уравнений для схемы замещения необходимо соблюдать следующее правило знаков, которое вытекает из принципов совместного решения уравнений электрических и магнитных цепей: выбранное направление магнитного потока в любой ветви, содержащей источник м.д.с. должно совпадать с выбранным направлением м.д.с. этой ветви. В противном случае, например, при различном направлении м.д.с. и потоков в ветвях схемы, описывающих обмотку якоря, необходимо изменить знак в уравнении (2) перед членом $d\Psi_2/dt$ на противоположный. Система нелинейных алгебраических уравнений решается численно итерационным методом Ньютона при заданных значениях переменных i_1 , i_2 , x . Потокосцепление обмоток находится по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= w_1 \left(\sum_{j=1}^{2k+n} \Phi_{1j} \right) / (2k+n); \\ \Psi_2 &= w_2 \left(\sum_{j=1}^{2m+n} \Phi_{2j} \right) / (2m+n), \end{aligned} \quad (16)$$

где Φ_{1j} , Φ_{2j} — магнитные потоки в ветвях схемы замещения, содержащих источники м.д.с. соответственно обмотки индуктора и обмотки якоря.

Динамические параметры ИД на s -м шаге расчета системы уравнений (5) — (11) определяются численно после задания элементарных приращений переменных Δi_1^s , Δi_2^s , Δx^s . Например,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_1^s}{\partial i_1} (i_1^s, i_2^s, x^s) &\approx \frac{w_1}{\Delta i_1^s} \sum_{j=1}^{2k+n} [\Phi_j^s(i_1^s + \\ &+ \Delta i_1^s, i_2^s, x^s) - \Phi_j^s(i_1^s, i_2^s, x^s)] / (2k+n); \\ \frac{\partial \Psi_2^s}{\partial x} (i_1^s, i_2^s, x^s) &\approx \frac{w_2}{\Delta x^s} \sum_{j=1}^{2m+n} [\Phi_j^s(i_1^s, i_2^s, x^s + \\ &+ \Delta x^s) - \Phi_j^s(i_1^s, i_2^s, x^s)] / (2m+n) \end{aligned} \quad (17)$$

и т. д.

Элементарные приращения Δi_1^s , Δi_2^s целесообразно определить через соотношения

$$\Delta i_1^s = i_1^{s-1} \varepsilon_1, \quad \Delta i_2^s = i_2^{s-1} \varepsilon_2,$$

Волгоградская областная научная библиотека

где ε_1 , ε_2 — заданные относительные приращения переменных i_1 , i_2 ; i_1^{s-1} , i_2^{s-1} — значения токов на $s-1$ шаге расчета.

Это позволяет сохранить погрешность численного определения производных одинаковой на протяжении всего процесса.

Приведенная на рис. 2 схема замещения достаточно полно характеризует распределение магнитных потоков в ИД, показанном на рис. 1. При определенных значениях параметров ИД схему замещения можно упростить. Например, для дисковой тонкой обмотки якоря следует принять $m=1$, иногда можно пренебречь продольными магнитными потоками рассеяния в пазах и др. Для моделирования экспериментального образца ИД, разработанного и испытанного в лаборатории импульсных электромеханических преобразователей ИЭД АН УССР использована упрощенная схема замещения, показанная на рис. 3. Образец ИД имеет следующие данные: $W_1=49$; $W_2=1$; $b_{n1}=b_{n2}=56$ мм; $h_{n1}=50$ мм; $h_{n2}=10$ мм; $R_1=200$ мм; $R_2=60$ мм; $h_1=104$ мм; $m_a=432$ кг.

Якорь — ферромагнитный массивный, индуктор — ферромагнитный шихтованный, причем по окружности ИД располагается шесть пакетов сердечника индуктора прямоугольного сечения, имеющего толщину $a=68$ мм. Обмотка якоря — медная дисковая. Емкость источника питания ИД $C=0,0177$ Ф. Область активной зоны ИД согласно схеме на рис. 3 разбита на ряд участков, число которых определяется значениями $n=1$, $k=l=3$, $m=2$. Ток обмотки индуктора отображается сосредоточенным линейным током, расположенным на

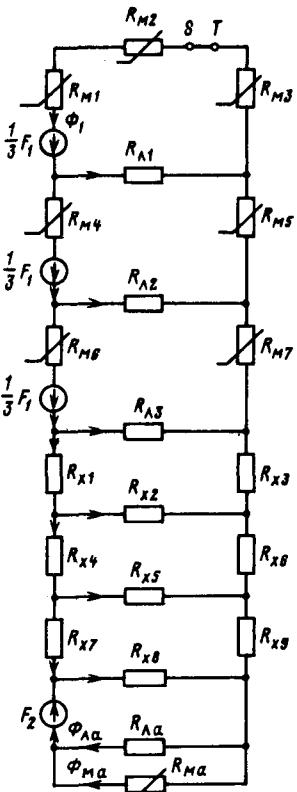


Рис. 3

контуре AB , а ток обмотки якоря — на контуре EF . Область якоря ИД состоит из медной дисковой обмотки, наложенной на массивный ферромагнитный магнитопровод. Для расчета сечения магнитному потоку в якоре целесообразно использовать представление об эквивалентной глубине скин-слоя, которая может быть рассчитана, например по формуле [6]

$$\Delta_a \text{ Cu} = 0,88\sqrt{\chi_0 T / 14},$$

где $\chi_0 = Q_{\text{Cu}} / \mu_0$; $T = 2\pi\sqrt{L_{\text{экв}} C}$; $L_{\text{экв}} = L_1(1 - k_m^2)$; L_1 , k_m — приближенные значения индуктивности обмотки индуктора и коэффициента магнитной связи обмоток индуктора и якоря [5]; Q_{Cu} — удельное сопротивление меди.

Если высота обмотки якоря $h_{n2} \geq \Delta_a \text{ Cu}$, то магнитный поток полностью течет в пределах медной обмотки. Если $h_{n2} < \Delta_a \text{ Cu}$, то магнитное поле проникает в лежащий ниже ферромагнитный слой. Для приближенного расчета высоты сечения магнитному потоку в ферромагнитном слое, можно использовать разность $h_{n2} = \Delta_a \text{ Cu} - h_{n1}$. Таким образом, в схеме замещения магнитной цепи область якоря отображается двумя параллельно соединенными сопротивлениями: линейным R_{Cu} , характеризующим магнитный поток в обмотке якоря, и нелинейным $R_{m,a}$, характеризующим поток в ядре якоря. При этом, если $h_{n2} > \Delta_a \text{ Cu}$, то $R_{m,a} = \infty$.

Определение потоков в контурах описанной схемы замещения сводится к решению одного нелинейного алгебраического уравнения. Действительно, задавшись результирующим потоком в якоре Φ_a , последовательно выписываем выражение для разности магнитных потенциалов между точками S , T , которая по определению должна быть равна нулю. Это выражение дает нелинейное уравнение

$$u_{ST}(\Phi_a) = 0. \quad (18)$$

Решение уравнения (18) методом Ньютона сводится к следующей итерационной процедуре

$$\Phi_a^{k+1} = \Phi_a^k - \frac{u_{ST}(\Phi_a^k)}{du_{ST}(\Phi_a^k)/d\Phi_a}. \quad (19)$$

Для определения в формуле (19) производной $du_{ST}(\Phi_a^k)/d\Phi_a$ необходимо иметь выражения для производных магнитных сопротивлений ферромагнитных участков по протекающим магнитным потокам. Напри-

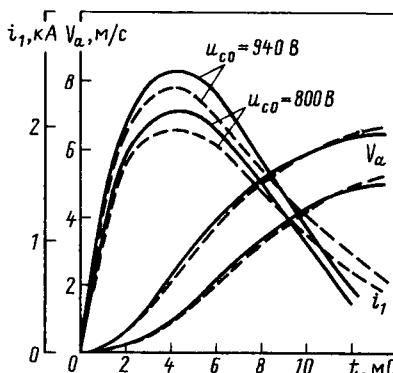


Рис. 4
Вологодская областная универсальная научная библиотека
www.booksite.ru

мер, если для магнитных сопротивлений использовать выражение (14), то получим

$$\frac{dR_{m,i}(\Phi_i)}{d\Phi} = \frac{l_i}{\beta\Phi_i^2} \left[\frac{\Phi}{S_i a_i \cos^2(\Phi_i/S_i a_i)} - \operatorname{tg} \left(\frac{\Phi_i}{S_i a_i} \right) \right], \quad (20)$$

которое справедливо при $\Phi_i/S_i a_i < \pi/2$. При $\Phi_i/S_i a_i \geq \pi/2$ $dR_{m,i}/d\Phi_i = 0$.

Математическая модель ИД, состоящая из уравнений (5) — (11) и (14) — (20) дополняется начальными условиями: $u_c(0) = u_{c0}$, $i_1(0) = i_{10}$, $i_2(0) = i_{20}$, $x(0) = x_0$. Значение x_0 характеризует начальный зазор между якорем и индуктором. Значения i_{10} , i_{20} должны отличаться от нуля, поскольку в противном случае невозможно рассчитать динамические параметры ИД в начальной точке. Практически значения i_{10} , i_{20} следует принимать равными $0,1 \div 5$ А, что на несколько порядков меньше амплитудных значений токов и не влияет на расчетные результаты.

Описанная модель ИД реализована численными методами на ЭВМ. На рис. 4 показаны расчетные (сплошная линия) и экспериментальные (пунктирная линия) зависимости тока в обмотке индуктора и скорости якоря от времени для ИД с приведенными выше данными при двух значениях начального напряжения емкостного накопителя: 940 и 800 В. Расхождение расчетных и экспериментальных значений для тока не превышает 15 %, для скорости — 10 %. Закон сохранения энергии в ИД выражается следующим соотношением

$$\frac{Cu_{c0}^2}{2} = \frac{Cu_a^2}{2} + \frac{m_a v_a^2}{2} + W_{\text{эм}} + Q_R + W_S + W_{\text{мех}}, \quad (21)$$

где $W_{\text{эм}} = \int_0^{\Psi_1} i_{1d} d\Psi_1 + \int_0^{\Psi_2} i_{2d} d\Psi_2$ — энергия магнитного поля

ИД; $Q_R = Q_{R1} + Q_{R2} = \int_0^T (i_1^2 r_1 + i_2^2 r_2) dt$ — джоулевы потери в обмотках; W_S — потери в стали магнитопровода; $W_{\text{мех}}$ — механические потери; u_c — мгновенное значение напряжения емкостного накопителя.

В соответствии с принятым допущением потерями в стали магнитопровода пренебрегаем ($W_S = 0$). Оценка этих потерь, выполненная по формулам [9], дает значение на один-два порядка меньшее, чем другие составляющие потерь. Значение $W_{\text{мех}}$ легко учесть после задания коэффициентов сил сопротивления в уравнении движения (7). В конце процесса ускорения якоря при затухнувших до нуля токах в обмотках, отсутствии сил сопротивления и $u_{c0} = 940$ В расчетные значения составляющих, входящих в выражение (21), являются следующими: $\frac{Cu_{c0}^2}{2} = 7,8$ кДж; $\frac{m_a v_{ak}^2}{2} = 1,01$ кДж; $\frac{Cu_{ck}^2}{2} = 1,94$ кДж; $Q_{R1} = 3,8$ кДж; $Q_{R2} = 0,98$ кДж; $W_{\text{эм}} = 0$; $W_{\text{мех}} = 0$.

Расхождение расчетного энергобаланса не превышает 6 % и объясняется численными погрешностями решения. Из приведенных данных видно, что 61 % первоначальной энергии накопителя расходуется на джоулевы потери, причем большую часть из них (около 48 %) составляют потери в обмотке индуктора, что объясняется относительно большим ее активным сопротивлением. В накопитель возвращается 25 % начальной

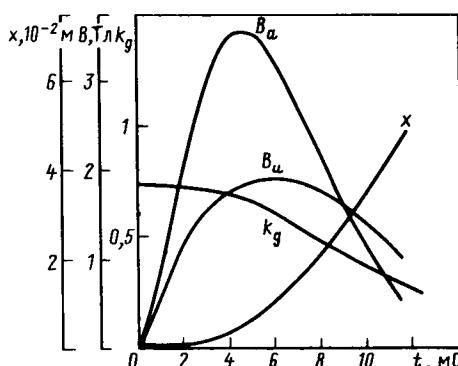


Рис. 5

энергии. При этом к.п.д. ИД, рассчитанный по отношению к использованной энергии, составляет 17,5 %. Таким образом, упрощенная схема замещения магнитной цепи рассмотренного варианта ИД (рис. 3) удовлетворительно отражает особенности распределения его магнитных потоков и в итоге — его рабочие характеристики.

Важной характеристикой ИД является динамический коэффициент магнитной связи его обмоток

$$k_d = \sqrt{\frac{\partial \Psi_1}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi_2}{\partial i_1} / \frac{\partial \Psi_1}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi_2}{\partial i_2}};$$

В исходном положении ИД $k_d(0) = 0,736$. На рис. 5 для рассматриваемого варианта ИД приведены зависимости $k_d(t)$ и $x(t)$. На этом же рис. 5 приведены кривые зависимостей индукции в ярме якоря $B_a(t) = \Psi_{ha}(t)/(h_{ha}2\pi R_{cp})$ и ярме индуктора $B_u(t) = \Phi_u(t)/6a(h_i - h_{ni})$. Магнитный поток в ярме якоря протекает по тонкому скин-слою и вызывает его значительное насыщение. Приведенная нелинейная математическая модель ИД реализована на примере ИД, схематически изображенном на рис. 1. Для ИД с другой конфигурацией магнитной системы нетрудно, используя изложенный подход, построить подходящую схему замещения магнитной цепи и соответствующую ей математическую модель.

Выходы. 1. Расчет рабочих характеристик индукционно-динамического линейного двигателя с ферромагнитным магнитопроводом необходимо выполнять с учетом динамического насыщения его магнитопровода.

2. Расчет динамических параметров двигателя целесообразно выполнять на базе схем замещения его магнитной цепи.

При этом необходимая точность расчета параметров достигается за счет рациональной дискретизации отдельных участков магнитной цепи.

3. Сопоставление расчетных и экспериментальных результатов показало достаточную точность разработанной математической модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Глебов И. А., Кашарский Э. Г., Рутберг Ф. Г. Синхронные генераторы кратковременного и ударного действия.—Л.: Наука, 1985.
- Александров Г. Н., Борисов В. В., Иванов В. Л. Теория электрических аппаратов.—М.: Высшая школа, 1985.
- Андреев А. Н., Бондалетов В. Н. Индукционное ускорение проводников и высокоскоростной привод. Электротехничество, 1973, № 10.
- Васьковский Ю. Н., Рогач С. М., Чемерис В. Т. Математическое моделирование индукционно-динамического ударного двигателя.—Техническая электродинамика, 1984, № 4.
- Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей.—Л.: Энергоатомиздат, 1986.
- Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля.—М.: Мир, 1972.
- Никитенко А. Г., Пеккер П. И. Расчет электромагнитных механизмов на вычислительных машинах.—М.: Энергоатомиздат, 1985.
- Сидельников А. В. Методика аппроксимации характеристики холостого хода электрических машин.—Электротехника, 1981, № 8.
- Сергеев П. С., Виноградов Н. В., Горянинов Ф. А. Проектирование электрических машин.—М.: Энергия, 1970.
- Филиппов Е. Нелинейная электротехника.—М.: Энергия, 1976.—495 с.
- Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии.—М.; Л.: Энергия, 1964.

[13.01.88]

Дискуссии

УДК 621.311.2.072.8.001.2

Дискретно регулируемые агрегаты в энергетике

(статья Журавлева В. Г., «Электричество», 1987, № 5)

БАРАНОВ Г. Л., ХОЛМСКИЙ Д. В.

Институт электродинамики АН УССР

Проблема, поставленная В. Г. Журавлевым, обусловлена тем бесспорным положением, что относительный рост установленной мощности объединенных энергосистем (ОЭС) опережает рост номинальной мощности отдельных энергоблоков электростанций. Поэтому влияние включения или отключения каждого генератора на изменение рабочей мощности ОЭС с развитием энергетики уменьшается, и эта тенденция сохранится в обозримом будущем.

Не вызывает также сомнений и предпосылка, что, чем на меньшее число режимов рассчитан агрегат, тем он проще, дешевле и сам по себе надежнее. При неизменном числе пусков — остановов упрощается, удешевляется и в принципе может быть выполнена более надежной также системная и противаварийная автоматика. Если же переход к дискретно регулируемым агрегатам потребует увеличения числа пусков — остановов, то упрощение или усложнение автоматики будет зависеть от конкретных соотношений.

Применение любого основополагающего принципа, а предложение дискретного управления мощностью агрегатов, с которым выступил В. Г. Журавлев, безусловно относится к таковым, требует анализа с учетом новых знаний путей комплексной оптимизации общеэнергетической системы, какой является Единая энергетическая система (ЕЭС) СССР.

Сразу следует отметить, что предложение В. Г. Журавлева по сути находится в числе аргументов за сохранение параллельной работы многих электроэнергетических систем (ЭЭС) и тем самым помогает положительно ответить на вопрос, поставленный В. А. Вениковым: «Быть или не быть ЕЭС» [1].

Развитие и совершенствование ЕЭС, безусловно, затрагивает структурно-функциональные основы построения электростанций и средств управления ими с целью ведения оптимальных для ЕЭС режимов работы ЭЭС.

Какие же новые аспекты появятся, если широко и в должном масштабе применять дискретно регулируемые агрегаты (ДРА)? Какие традиционные трудности удастся с их помощью хотя бы частично преодолеть?

Перспективы перехода к ДРА в энергетике, очевидно, будут определяться, в первую очередь, возможностями и целесообразными путями покрытия суточных графиков нагрузки.

В базисной части суточного графика потребляемая мощность близка к постоянной и состав агрегатов обычно не изменяется. Изменения мощности, которые практически всегда имеют место, приводят к изменениям частоты. Поддержание частоты в регламентированных границах научная библиотека

преданных ГОСТ 13109—67* [2] пределах обеспечивается воздействием автоматики на нагрузку и на включенные агрегаты. На участках возрастания или снижения суточного графика, при переходах от базисных режимов к пиковым и наоборот происходит дальнейшее изменение загрузки включенных агрегатов, а также изменение состава агрегатов. Поскольку пуск и останов агрегатов ТЭС требуют времени, исчисляемого несколькими часами, а изменение их загрузки от минимальной до максимальной и наоборот — времени порядка получаса, то операция с агрегатами ТЭС, участвующими в покрытии изменяющейся части суточных графиков, производится с соответствующим упреждением. При этом не только экономическая целесообразность, но и техническая возможность пуска — останова агрегата ТЭС в течение суток во многом определяется характером графика нагрузки ЭЭС. Если утренний максимум по величине приближается к вечернему, то изменение состава агрегатов ТЭС в течение суток, как правило, лишено смысла. Естественно, что целесообразность изменения состава агрегатов может возникнуть при переходе от рабочих к выходным дням и наоборот. Какова же здесь возможность применения ДРА?

Анализ внешних системных свойств ЭЭС, изменяющихся при применении ДРА, показывает следующие перспективы.

Для поддержания отклонений частоты в период пикового подъема нагрузки в пределах $\pm 0,01$ Гц и обеспечения покрытия мощности только путем изменения состава агрегатов без изменения их загрузки ступень регулирования мощности, например для ОЭС Юга, должна составить примерно 800—1000 МВт. Однако ОЭС Юга рассредоточена на значительной территории, а при принятой в ней системе напряжений подобная мощность может передаваться лишь по линиям 750 кВ; поэтому дискретное регулирование мощности может производиться только как рассредоточенное в нескольких точках ОЭС Юга, агрегатами мощностью не более 300 МВт.

Рациональное размещение ДРА на регулируемых электростанциях, вблизи основных центров нагрузки позволит снизить затраты на дополнительные сети ЛЭП, необходимые при сооружении новых станций, которые в европейской части страны неизбежно удаляются от потребителей электроэнергии. Однако применение ДРА может потребовать увеличения пропускной способности ЛЭП в соответствии с изменением режимов работы электростанций в ЭЭС и ОЭС. Частые пуски — остановы ДРА осложняют обеспечение устойчивости энергосистем и узлов на-

Существующие и ставшие уже традиционными теплоэнергетические блоки (ТЭБ) на большинстве тепловых станций ЕЭС СССР не обладают требуемой маневренностью, поскольку имеют узкий регулировочный диапазон мощности, значительную длительность пуско-остановочных режимов и большой пережог топлива при выполнении маневренных режимов. Предложение В. Г. Журавлева в принципе позволяет на базе ДРА создать дискретную генерирующую подсистему и с меньшими затратами решать задачу регулирования мощности ЭЭС с шагом, практически равным установленной мощности агрегата. В этом случае будет четкое разделение функций между существенно разными структурными подсистемами, каждая из которых в силу своей специфики реализует разные технологические схемы преобразования энергоресурса в электроэнергию с учетом качества переходных процессов, длительности несения нагрузки и числа пуско-остановочных режимов (так называемый двухканальный принцип управления).

Функции дискретной генерирующей подсистемы заключаются в программном экономичном управлении мощностью энергосистемы с целью снижения влияния вредных возмущений значительной амплитуды на подсистему из традиционных энергоблоков, которые работают в наиболее экономичном режиме, причем с применением эффективных пуско-остановочных графиков набора и сброса мощности.

Функции непрерывной генерирующей подсистемы остаются традиционными, но уже в узких, отработанных практикой эксплуатации регулировочных диапазонах, где обеспечена экономичность работы всех станций. За счет фиксированных стабилизированных режимов с наибольшими к. п. д. и обеспечивается максимальная экономия органического топлива в масштабе ЕЭС.

Анализ внутристанционных свойств с учетом применения ДРА показывает, что необходима технологическая пооперационная оптимизация электрической станции для всех режимов ее работы в ЭЭС и ОЭС.

В европейской части страны, где вопросы маневренности ТЭС, покрытия пиков и прохожденияочных провалов стоят наиболее остро, ввиду близости потребителей к источникам необходима комплексная оптимизация выработки тепловой и электрической энергии. Пиковая выработка электроэнергии за счет включения ДРА не исключает и пиковой потребности в тепловой энергии. В ряде случаев возможны и другие фазовые соотношения между пиками потребностей в тепловой и электрической энергии. Учет этих особенностей определяет технологический минимум вочные часы и максимум в часы пиков. Совместная выработка тепловой и электрической энергии позволяет в случае потребности в остропиковой электроэнергии использовать теплоаккумулирующую способность тепловых сетей.

Чтобы обеспечить необходимую маневренность, помимо ДРА схемно-конструктивной оптимизации подлежит все оборудование электростанции согласно новой, энергосберегающей технологии производства.

При отказе от непрерывного регулирования агрегатов с учетом характера изменения суточного графика нагрузки и частоты дискретное регулирование должно обладать быстродействием порядка 3—5 мин. Естественно, что в качестве регулирующих не могут выступать современные тепловые или атомные электроВологодская областная универсальная научная библиотека

ростанции. Речь может идти о специализированных полиблочных тепловых станциях [3] с аккумулированием энергии и с поперечными связями между котлами, а также о ГЭС, газотурбинных электростанциях и других высокоманевренных электростанциях.

Принцип управления режимом за счет изменения состава включенного оборудования приводит к необходимости новых структурных решений, которые могут являться развитием полиблочных схем станций.

Высокая скорость набора и сброса мощности, достаточно низкий технический минимум нагрузки, высокая эксплуатационная надежность и живучесть при повышении числа пуско-остановочных циклов, приемлемая экономическая эффективность использования топлива достигаются на основе синтеза новой структурно-функциональной организации, реализующей гибкую технологию комбинированной выработки тепловой и электрической энергии в условиях директивно-командной отработки заданий ОЭС.

Модульно-функциональная концепция параллельности однородных элементов для обеспечения высокой надежности, экономичности и управляемости на каждом технологическом этапе позволяет по схеме пиковых полиблоков осуществлять ежесуточную двухразовую разгрузку электростанций до 5—10 % установленной электрической мощности при сохранении теплофикационной нагрузки [3]. Высокая экономическая эффективность достигается не только за счет комбинированной, теплофикационной выработки энергии, но и за счет использования преимуществ сочетания аккумулирования энергии в ячеисто-модульной электростанции с ДРА, работающими в часы ночного пропала в моторном режиме в качестве синхронных компенсаторов. Такой режим необходим ЭЭС для регулирования уровней напряжения в сети.

Специальная схемная организация технических и технологических решений на общестанционном уровне позволяет в сочетании с моторным режимом проводить набор мощности со скоростью 12—15 МВт/мин в то время как на традиционных ГРЭС достижимо только 2—3 МВт/мин. Полный набор нагрузки из моторного режима возможен за 40—60 мин по сравнению с временем пуска 2 ч 30 мин — 1 ч 50 мин для блоков 200 МВт с промежуточным перегревом.

Традиционные схемы эксплуатации котлов позволяют при изменении нагрузки на 20—40 % выйти на режим стабилизированного к. п. д. через 2—6 ч.

Изложенное свидетельствует о необходимости специальных схемно-технических решений, обеспечивающих скорости изменения мощности 2—6 %/мин согласно диспетчерским графикам покрытия нагрузки.

Модульность на уровне систем приготовления и подачи топлива и сжигания разных видов топлива позволит вести режимы станции на многотопливной основе, с заблаговременной подготовкой запаса высокоманевренного энергоресурса к включению для покрытия пика нагрузки. В связи с многоуровневой дискретностью управления производительность путем изменения состава несущего нагрузку оборудования потеряет актуальность традиционное деление электростанций на базовые, полу涓ковые и пиковые. Любой модуль в зависимости от необходимости будет работать экономически выгодное число часов в любой

части графика электрических нагрузок ЭЭС. Переходные процессы на высшем уровне дискретной организации обеспечиваются запасами энергии на нижнем уровне. В связи с этим будет иметь место сокращение длительности переходных процессов и повышение их качества за счет технологически оптимальной согласованности и разнесенности по фазам.

Функциональная специализация ДРА и ТЭБ при системной организации по всем взаимосвязанным проблемам может обуславливать и разные сроки жизненных циклов оборудования. Для существующих ТЭБ с фиксированными режимами работы и непрерывным в узком регулировочном диапазоне изменениями мощности принцип равнопрочности В. Г. Журавлева можно заменить условиями равнопрочности при безопасных скачках напряженности металла узлов и элементов основного теплосилового оборудования котла, паропроводов и турбоагрегата. Форсировочные режимы ТЭБ при аварийных режимах в ЭЭС также должны лежать в этих же узких диапазонах мощностей, что способствует долговечности и надежности этого оборудования.

Создать ДРА с равнопрочными узлами можно, применив новые принципы и новую технологию, однако это требует специальных разработок и структурно-функциональной оптимизации переходных процессов в сложных динамических системах.

Модульно-фрикционное построение основных технологических подсистем и связей между ними в рамках гибкой и маневренной общестанционной структуры позволяет планомерно осуществлять развитие ЭЭС на базе типизированного оборудования. В ячеисто-сетевой технологической структуре электростанции ремонт и модернизация элементарного модуля осуществляются дискретно как типового элемента соответствующего оборудования.

Все требуемые показатели по надежности, качеству и маневренности электростанций достигаются в такой технологии за счет управления в рамках группы составом однофункционального оборудования. Возможные сроки износа ДРА с учетом возможности их более частых пусков должны по времени совпадать со сроками целенаправленной замены старого, морально устаревшего оборудования на новое, соответствующее последним достижениям научно-технического прогресса. Дискретность эксплуатации будет соответствовать дискретности жизненного цикла, опти-

мально согласованного с темпами народнохозяйственного развития.

Двухканальный принцип управления для задач стабилизации частоты и распределения потоков мощности в сетях энергосистем реализуется при дискретной аддитивной компенсации больших резких возмущений с помощью ДРА и при непрерывной реакции по отклонению от программируемых установок мощности электростанций с ТЭС.

Пуско-остановочные режимы в ОЭС можно будет осуществлять за счет ДРА ежесуточно. В недельном и сезонном циклах управления, когда в наибольшей мере экономична загрузка АЭС, будут также эффективны и пуско-остановочные режимы ТЭБ. В этих режимах элементы конструкции ТЭБ равнопрочны за счет исключения резких скачков напряжений в материалах элементов конструкций под действием термических и механических условий.

Совершенствование и оптимизация структуры генерирующего оборудования за счет рационального формирования дискретной и непрерывной подсистем в соответствии со структурой суточных графиков электрической нагрузки энергосистем позволит решить ряд взаимосвязанных проблем, к которым относится аварийное управление и локализация системных аварий, оптимизация резервов оборудования и проведение ремонтов, обеспечение требуемого уровня надежности энергоснабжения потребителей.

Наличие быстродействующих ДРА электростанций даст возможность повысить надежность работы энергосистем за счет ускорения включения — отключения аварийного резерва.

Дополнительным преимуществом перехода ДРА является возможность сделать этот переход постепенным, без единовременной ломки всей существующей системы энергоснабжения. Разумеется, для окончательного решения вопроса требуются серьезные конструктивные проработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Единая электроэнергетическая система — быть или не быть? — Электричество, 1987, № 3.
2. ГОСТ 13109-67*. Электрическая энергия. Нормы качества электроэнергии у ее приемников, присоединенных к электрическим сетям общего назначения.
3. Мадоян А. А. Повышение маневренности и эффективности использования тепловых электростанций. — М.: Энергоатомиздат, 1987.

ДРЕМИН В. П.

История развития науки имеет множество примеров, когда практическая значимость нового предложения определялась не столько запросами текущего времени, сколько состоянием научно-технического прогресса и условиями будущего. Игнорирование этого момента зачастую приводило и приводит к неизбежным последствиям и неоправданно высоким затратам средств и времени на ликвидацию допущенных ошибок в развитии народного хозяйства и экстременную научную проработку возникшей проблемы.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

Если предположить, что идея «дискретной энергетики» (здесь используется термин в качестве рабочего для наименования идеи) принимается единогласно в качестве стратегии развития электроэнергетики, то на ее практическую реализацию в полном масштабе потребуются десятки лет, т. е. необходимо рассматривать предложение В. Г. Журавлева применительно к энергетике будущего, что отмечает и сам автор. Однако предложенный подход анализируется некоторыми оппонентами только с позиций электроэнергетики, настойчиво подчеркивая, что, естественно, с логикой

их критических замечаний нельзя не согласиться. Но в этом случае происходит неявная подмена предмета научного спора и поэтому, прежде чем ответить на вопрос о целесообразности предложенного подхода, необходимо четко определить хотя бы самые общие черты электроэнергетики не столь уж далекого будущего. Ответ на этот вопрос в какой-то мере будет и мнением по дискуссии «Быть или не быть ЭЭС?».

Пользу энергообеспечение современного человеческого общества является ключевым моментом его существования, здесь, как ни в какой другой сфере, действует принцип неизбежности появления новых научно-технических решений по удовлетворению запросов времени. Его суть заключается в том, что по мере возникновения необходимости в решении конкретной сложной проблемы последовательно и постепенно развиваются все сопутствующие вопросы, и, когда неразрешенность проблемы начинает затрагивать суть существования общества, мобилизуются все средства на ликвидацию узкого места, что неизбежно приводит к появлению принципиально новых технических решений и кардинальному решению проблемы в целом. В этой связи при оценке состояния энергетики будущего необходимо акцентировать внимание не на предполагаемых технических характеристиках ее составляющих, а на самых общих объективных условиях возникновения узких мест и возможных путях их преодоления.

Принципиальные спорные моменты идеи «дискретной энергетики» обусловлены прежде всего вопросами обеспечения живучести электроэнергетической системы (ЭЭС) в реальных условиях функционирования. Поэтому автору поневоле приходится неявно вводить требования по количеству и структуре параллельно работающих агрегатов, что само по себе является спорным (по крайней мере, с позиций традиционной ЭЭС). Однако и в этом случае приведенные соображения по вопросу покрытия переменной части нагрузки ЭЭС являются противоречивыми и неубедительными, и сам вопрос по существу остается открытым. В этой связи предложение В. Г. Журавleva целесообразно рассмотреть в следующих чертах аспекта электроэнергетики будущего:

основные критерии производства и потребления энергии;

структура первичных энергетических ресурсов и средств их преобразования в электроэнергию;

условия, способы и средства транспорта электроэнергии;

обеспечение непрерывного соответствия процессов выработки и потребления электроэнергии (управляемость ЭЭС).

В настоящее время энергообеспеченность человечества еще далека от уровня «энергетического комфорта», но уже сейчас общее количество используемой энергии приближается к величине, соизмеримой с энергией некоторых глобальных атмосферных процессов Земли. В этой связи главными жизненно необходимыми критериями использования энергии будут минимальное воздействие на живую природу и ненарушение теплового баланса планеты. Причем значимость этих критериев возрастает настолько, что альтернативные решения по развитию энергетики, не удовлетворяющие им, просто не будут приниматься к рассмотрению и перед человечеством окажется всего один путь. При этом чисто экономическое обоснование

низа этого пути вообще потеряет смысл. Этот путь будет характеризоваться следующими моментами: сведение к минимуму каких-либо непроизводительных трат и утечек энергии в атмосферу (в виде тепла) на всех этапах от выработки до потребления; всемерная экономия органического топлива и взятие курса на его исключение из энергетического баланса.

Единственной альтернативой органическому топливу могут быть только те виды первичных энергоснабжающих, которые являются практически неисчерпаемыми и экологически чистыми. Этим условиям в явном виде удовлетворяют (по крайней мере из известных в настоящее время) только возобновляемые источники энергии. Однако при надлежащем решении вопросов защиты окружающей среды и утилизации низкотемпературного тепла (нет сомнений, что данные вопросы будут решены) этим условиям удовлетворят и термоядерная энергия, а на переходном этапе — и атомная энергия. По условиям безопасности атомные и термоядерные электростанции целесообразно эксплуатировать в строго фиксированном крейсерском режиме, что однозначно определяет их как дискретно регулируемые агрегаты. Основным критерием функционирования электростанций на возобновляемых источниках энергии ввиду низкой удельной мощности любого первично энергетического потока будет максимальный отбор мощности. По существу для каждого конкретного значения интенсивности энергетического потока агрегат будет либо работать в крейсерском режиме (под управлением локальной автоматики), либо находиться в выключенном состоянии, что также позволяет отнести его к дискретно регулируемым. Что касается традиционных ТЭС, то по мере повышения уровня дефицитности органического топлива они поневоле будут переведены на однорежимный, наиболее экономичный процесс эксплуатации. Равнинные ГЭС в энергетическом балансе будущего практического значения иметь не будут прежде всего по причине ограниченного срока службы водохранилищ и по критериям рационального землепользования.

Ясно, что по условиям безопасности среды обитания человека атомные и термоядерные электростанции наиболее целесообразно располагать в удаленных местах, а электростанции на возобновляемых источниках — в местах наибольшей концентрации первичных энергетических потоков и непригодных для обитания. В общем случае основные генерирующие мощности будут рассредоточены по всей территории и критерий их размещения по условиям концентрации объектов потребления будет далеко не основным. Поэтому актуальность создания мощной распределенной сети для транспорта и обмена электроэнергии резко возрастет. Техническая реализация этой сети принципиального значения не имеет, а будет определяться конкретными условиями. Необходимо также учитывать, что в условиях исключительной значимости критерия минимизации непроизводительных трат и утечек энергии неизбежно будут найдены кардинальные технические решения безотходного транспорта, электроэнергии, в связи с чем исчезнут и принципиальные трудности создания этой сети.

Таким образом, основными отличительными чертами процессов производства и транспорта электроэнергии в будущем являются:

«дискретный» характер генерирующего оборудования и следовательно отдельных компонентов сети;

большое количество одновременно работающих на общую нагрузку агрегатов; мощные энергетические системы, объединенные сильными связями.

Налицо все те черты «дискретной энергетики» в будущем, идею которой В. Г. Журавлев предполагает в настоящее время. И здесь мы подходим к главному узкому месту идеи, справедливо отмеченному оппонентами и весьма неубедительно преодоленному автором, а именно к вопросу управляемости. Причем необходимо рассмотреть две стороны управляемости ЭЭС: управляемость в суточном разрезе и управляемость в более длительных временных разрезах (недельном, месячном и так далее).

Возможность управления генерацией в длительных временных циклах очевидна и осуществима посредством изменения состава агрегатов, что и предложено автором. Однако регулирование составом в темпе суток в общем случае неприемлемо и в этом вопросе следует присоединиться к критическим замечаниям оппонентов. Ясно, что в новых условиях никакая дальнейшая интенсификация традиционного управления ЭЭС (со стороны генерации) не решит проблемы поддержания баланса выработки — потребления электроэнергии в темпе процесса. Таким образом, на повестку дня безусловно встанет (и уже встает) вопрос кардинального решения этой проблемы. При этом обоснование путей преодоления данного узкого места по существу и будет ответом на вопрос — быть или не быть «дискретной энергетике»?

Успешное решение вопросов обеспечения суточного баланса «дискретной энергетики» будущего видится в переходе от управления выработкой к управлению потреблением электроэнергии. Причем этот переход, по-видимому, будет осуществляться по трем параллельным направлениям:

1. Опосредованное управление путем создания мощных аккумуляторов электроэнергии.

2. Непосредственное управление путем создания региональных АСУ электропотреблением.

3. Косвенное управление путем формирования требуемых оптимальных режимов электропотребления регионов.

Функционирование электроэнергетики будущего невозможно без наличия средств аккумулирования электрической энергии. И здесь следует полностью руководствоваться принципом неизбежности появления новых научно-технических решений, тем более что успехи в областях создания маховичных накопителей и высокотемпературной сверхпроводимости дают основания надеяться на появление опытно-промышленных образцов аккумуляторов уже в недалеком будущем.

Возможность непосредственного управления электропотреблением обусловлена тем, что еще не задействованы весьма энергоемкие аспекты жизнедеятель-

ности человека в условиях «энергетического комфорта», такие как осушение дорог в зимнее время, обеспечение комфортного микроклимата среды обитания, формирование требуемых локальных метеоусловий и множество других (известных и неизвестных), способных скомпенсировать колебания переменной части суточного энергопотребления.

Следует ожидать весьма эффективную управляемость как аккумуляторов, причем вне зависимости от известных в настоящее время принципов аккумулирования электроэнергии, так и непосредственно режима электропотребления различных потребителей — регуляторов будущего. Это позволит полностью исключить необходимость управления выработкой электроэнергии в темпе суток, не считая аварийных ситуаций и случаев оперативного избытка мощности возобновляемых энергоресурсов, требующих отключения генерирующего оборудования.

Как видим, широкое внедрение идеи «дискретной энергетики» сдерживается созданием аккумуляторов, с одной стороны, и мощных систем управления электропотреблением, с другой. Однако успехи развития этих направлений позволяют надеяться, что поставленные задачи будут решены и, по всей видимости, быстрее, чем может произойти полный перевод энергетики на дискретно регулируемые агрегаты даже при условии немедленного развертывания работ. Из этого следует, что идея, выдвинутая В. Г. Журавлевым, является весьма ценной, а ее актуальность в настоящее время определяется следующими моментами.

1. Уже сейчас необходимо развертывание широких исследований по обоснованию самых общих исходных условий для создания аккумуляторов, электростанций на возобновляемых источниках энергии, атомных и термоядерных электростанций. Это обусловлит более целенаправленные исследования в смежных областях науки.

2. Необходимо выработать рекомендации по размещению электростанций и комплексов в будущем с целью исключения ошибочных решений в настоящем.

3. Необходимо разработать общую теорию управления ЭЭС в новых условиях с целью определения стратегии развития отдельных отраслей и народного хозяйства в целом.

В связи с тем, что использование органического топлива в качестве базового для ЭЭС продлится значительное время, практическая реализация идеи «дискретной энергетики» первоначально будет осуществлена посредством ТЭС. Это обуславливает необходимость развертывания работ по созданию специально спроектированных мощных дискретно регулируемых агрегатов. Апробация научных и технических решений может быть осуществлена в отдельной ЭЭС уже в настоящее время, там, где имеются развитая система электроснабжения, мощные потребители-регуляторы, ГЭС и ГАЭС.

ПАВЛОВ Г. М.

В статье затрагивается интересная и актуальная для энергетики тема. Автор правильно отмечает, что на ряде агрегатов энергосистемы необязательно плавно регулировать активную мощность от нуля до номинальной. Возможно и допустимо ступенчатое регулирование — агрегат либо остановлен, либо включен в сеть и выдает номинальную мощность.

Вклад по активной мощности некоторых агрегатов в относительных единицах по отношению к нагрузке энергосистем сравнительно мал, поэтому работать с промежуточными значениями мощности между холостым ходом и номинальной нагрузкой нет никакой необходимости. Это уже подтверждено многолетним опытом эксплуатации.

Из сказанного следует, что такие агрегаты могут иметь более простую пусковую аппаратуру и более «простую» проточную часть турбины, рассчитанную на режим работы с единственной заданной мощностью. Это наглядно видно на примере поворотно-лопастной турбины с двойным регулированием направляющего аппарата и лопастей колеса. Вряд ли это необходимо делать, если при работе на энергосистему нужен всего единственный режим по мощности.

В такой постановке проблемы автор прав. Но в дальнейшем он распространяет это положение на все виды агрегатов ТЭС, ГЭС и АЭС. Такое обобщение неоправданно. Агрегаты АЭС с реакторами ВВР-1000 и РБМК-1000, на которых основана программа развития энергетики Европейской части СССР, не подлежат обсуждению с позиций устранения на них штат-

ной системы регулирования. Можно утверждать, что на агрегатах ТЭС и ГЭС мощностью 300 МВт и более также не может быть изменена существующая система регулирования турбины.

Высказанное предложение автора приемлемо для небольших и, может быть, средних по мощности ГЭС, а также ТЭС при их реконструкции. Таким образом, область применения высказанного предложения намного уже, чем считает автор, хотя от сужения сферы влияния актуальность идеи не пропадает.

С учетом сказанного можно представить энергосистему, в которой ряд небольших ТЭС и ГЭС будут иметь агрегаты со ступенчатым режимом работы. Затраты на их сооружение будут уменьшены, но, конечно, не настолько, как это указывается в статье. Стоимость генератора и турбины составляет малую величину от стоимости станции в целом. В свою очередь, система регулирования — это малая доля от самого агрегата, так что экономия не может быть большой.

В статье неоправданно затронут вопрос о регулировании частоты в энергосистеме с агрегатами со ступенчатым регулированием. Нет необходимости доказывать, что при наличии агрегатов со ступенчатым регулированием проблема может быть решена. Это очевидно без приведенных рассуждений. По этой же причине неоправданно обсуждение проблемы оптимизации режима энергосистемы по активной мощности. Этот материал статьи отвлекает читателя от основной идеи — принципиальной возможности ступенчатого регулирования и его практической реализации.

Ответ автора

Условно разделим все отклики на две группы:

1. Те, в которых обсуждаются недостатки и положительные стороны предложения о дискретных принципах регулирования мощности в энергообъединении.

2. Отклики, содержащие совершенно новые предложения о дискретном регулировании, которых не было в обсуждаемой статье, но которые могли возникнуть при ее чтении.

Напомним, что в статье предлагалось ограничить роль традиционных агрегатов энергосистем, способных непрерывно изменять свою активную мощность под действием команд управления во всем рабочем диапазоне (такие агрегаты назывались еще всережимными) и взамен использовать дискретно регулируемые агрегаты. Последние могут работать или в одной режимной точке — одновременные агрегаты, или в точке с максимальной и в точке с минимальной мощностью — двухрежимные агрегаты. И, наконец, есть агрегаты трехрежимные, которые дополнительно к двум режимным точкам допускают еще и длительную форсировку режима.

Вологодская областная универсальная научная библиотека им. Н. К. Крупской

При этом всережимная автоматика, сильно развитая на энергоблоках, заменилась программным управлением для пуска агрегата и перевода его из одного режима в другой и автоматической (не очень жесткой) стабилизацией режима в конкретной дискретной точке. Все это сильно упрощает агрегат и повышает надежность его работы, хотя и приводит к ступенчатому управлению режимом.

В большинстве откликов из первой группы поддерживается идея создания специальных дискретных агрегатов, хотя одновременно и указывается на дополнительные проблемы и трудности, которые неизбежны при этом возникают.

Главное возражение по статье вызывает увеличение числа пусков—остановов дискретного агрегата по сравнению с обычным. В отклике А. А. Окина указано, что это число увеличится в 8—10 раз. Главным образом по этой причине А. А. Окин высказывается против широкого применения дискретных агрегатов. По-видимому, здесь вина автора статьи, который очень нечетко сформулировал свою точку зрения, вслед-

ствие чего большинство читателей под дискретным рассматривало только однорежимный дискретный агрегат, работающий с единственным значением активной мощности, т. е. ситуацию, в которой сегодня работают крупные атомные блоки. При массовой установке только однорежимных агрегатов число пусков и остановов может действительно возрасти в 8—10 раз. А это создаст большие эксплуатационные трудности.

Расчеты показывают, что в чисто дискретной системе должно быть 20—25 % однорежимных, 35—45 % двухрежимных не отключаемых в суточном интервале, но разгружаемых на 25—40 % от номинала, и, наконец, 20—30 % трехрежимных отключаемых агрегатов. Кроме этого, должно быть 3—5 % непрерывно регулируемых агрегатов. Последние могут отсутствовать, если системы и ее статическая характеристика позволяют качественно регулировать частоту с точностью до ступени мощности агрегата. Это предельные цифры для гипотетической энергосистемы, достаточно удаленной на перспективу от сегодняшнего дня. В реальных условиях, а большинство авторов откликов на это прямо указывают, изменение структуры системы будет происходить очень длительное время, причем если концепция дискретности еще будет принята.

С учетом такой структуры число пусков блоков не возрастает и будет как обычно определяться регулировочным диапазоном дискретного агрегата и соотношением ночной и дневной нагрузок системы. Во всяком случае регулировочный диапазон у двухрежимного агрегата будет не ниже, чем у существующих агрегатов.

Но авторы откликов правы в другом — чистоту идентичности отражает однорежимный агрегат. А. А. Окин видит в переходе к двух-, трех- и даже многорежимным агрегатам возврат автора к традиционным агрегатам. На мой взгляд, это не так. Трехрежимный агрегат не содержит всережимной автоматики и в силу этого конструктивно значительно проще, а значит, и дешевле. А трехрежимный агрегат дороже однорежимного.

В ряде откликов рассматривается вопрос об удешевлении агрегатов с дискретным регулированием по сравнению с традиционными агрегатами. Наверное, до проведения подобных проектно-конструкторских работ и испытания головного образца дать убедительный ответ не представляется возможным. Попробуем привести чисто предварительные оценки. Стоимость регулирования блока не превышает 10—15 % полной его стоимости. Удешевление автоматики можно оценить как 80 % затрат на регулирование, т. е. оно составит 8—12 %. К этому надо добавить снижение стоимости за счет применения нерегулируемых устройств собственных нужд, сокращения постов управления и числа электрофицированных приводов. Это 2—5 % стоимости блока. Итак, общее удешевление составит 12—20 % для однорежимного блока. Двухрежимный будет дешевле на 8—12 %, трехрежимный — на 2—5 %. Это меньше, чем приведено в моей статье. На это завышение эффекта справедливо указал Г. М. Павлов.

В ряде отзывов высказывается мнение, что дискретные агрегаты не имеют врачающегося резерва мощности. Это справедливо только для однорежимных агрегатов. Для остальных агрегатов, если они не работают в максимальном по мощности режиме, возможно получение врачающегося резерва обрывом битригидратора.

ным переводом части агрегатов в точку повышенной мощности. Поскольку переход идет программным путем, а автоматические регуляторы не мешают режиму максимального быстродействия, есть некоторая уверенность в относительно больших скоростях нагружения до 2—6 %/мин.

Важным является замечание о невозможности работы дискретно регулируемых агрегатов на выделенную нагрузку. Представляется, что эта трудность преодолима. Дело в организации надежной системы противоаварийной автоматики. Работа со стабильной частотой на выделенных дискретных агрегатах возможна, если противоаварийная автоматика способна сбалансировать генерацию и потребление с учетом форсировки режима. После выделения района должно проводиться принудительное балансирование всеми имеющимися средствами. Далее режим выделенного района поддерживается противоаварийной автоматикой с точностью до ступени нагрузки агрегата. Частота при этом может отличаться от стандартной, но такой режим является по существу послеаварийным.

Автор согласен с замечаниями Д. А. Арзамасцева, П. П. Барталомея и А. В. Липиса, что дискретная оптимизация в строгой постановке может быть сложнее, чем дано в обсуждаемой статье, но он согласен и с Ю. В. Шербиной, который считает, что обсуждать на данном этапе метод оптимизации распределения нагрузки между дискретно регулируемыми агрегатами преждевременно. Я согласен с термином «непрерывно регулируемый агрегат» и считаю, что термин «дискретная энергетика» может быть опущен, если пользоваться термином «дискретно регулируемые агрегаты».

Хотя можно согласиться с утверждением, что обычный агрегат «ориентирован на работу в крейсерском режиме», следует отметить, что обычно он в нем не работает: ночно он несет минимальную нагрузку, остальное время — максимальную (но не крейсерскую). Кроме того, крейсерский режим в точке может быть более экономичным, чем при стремлении повысить экономичность на интервале.

В заключение хотелось бы отметить, что мы до сих пор проектируем и изготавливаем атомный блок как всережимный, но используем его как однорежимный. Это не повышает безопасности его эксплуатации и приводит к его удорожанию.

Очень интересны замечания второй группы авторов. Эти отзывы нацелены в будущее. Ю. Н. Астахов, А. Е. Бурковский и А. Г. Тер-Газарян показывают, что применение накопителей энергии должно рассматриваться вместе с планами применения дискретно регулируемых (вероятно, однорежимных) агрегатов. Тогда выравнивание нагрузки и удешевление агрегатов могут дать совместный экономический эффект. С таким предложением следует согласиться.

В отклике В. П. Дремина также рассматриваются аспекты будущего. Жесткая экономия топлива заставит, по его мнению, эксплуатировать агрегаты лишь в крейсерском режиме, а для регулирования графика нагрузки — применять специальные меры.

Г. Л. Баранов и Д. В. Холмский рассматривают очень интересный подход двухканального регулирования активной мощности, позволяющий объединить непрерывно регулируемые и дискретные агрегаты в приемлемое целое. Высказанное ими мнение о предельном значении мощности дискретного агрегата — 300 МВт на момент принятия

Если сегодня мы подгоняем режимные особенности энергосистемы под достаточно случайный набор «исторически сложившихся» агрегатов, то в будущем более вероятно сознательное конструирование агрегатов с точки зрения использования их режимных возможностей и с учетом проектируемого режима нагрузки энергообъединения. Каждому агрегату будет заранее задана своя «режимная ниша»: в базовом режиме — наиболее экономичные и дешевые однорежимные агрегаты, в полупиковом — разгружаемые, но редко отключаемые двухрежимные агрегаты, и, наконец, в пиковом — отключаемые трехрежимные агрегаты, допускающие глубокую нагрузку и ступенную форсировку.

Непрерывно регулируемые агрегаты устанавливаются в узлах повышенной надежности или с целью высококачественного регулирования частоты по выскажанному в отклике Г. Л. Баранова и Д. В. Холмского двухканальному алгоритму; дискретные агрегаты используются для сохранения широкого регулировочного диапазона непрерывно регулируемых.

Автор признателен всем, приславшим свои отклики по этой сложной проблеме, и надеется, что опытный дискретный агрегат пройдет обкатку еще в этом столетии.

ЖУРАВЛЕВ В. Г.

ОТ РЕДАКЦИИ

Закрывая дискуссию по статье В. Г. Журавлева, редакция благодарит всех ее участников. Высказанные мнения и предложения, несомненно, будут способствовать проведению исследований в данной области.

УДК 621.318.1.013.001.24.001.8

Объемные силы и тензоры поля в магнетиках

(статьи Львова Е. Л. и Иванова-Смоленского А. В., «Электричество», 1987, № 10)

ФРНДЖИБАШЯН Э. С., канд. техн. наук

Для проектирования современных электромеханических преобразователей энергии с высоким использованием активных материалов требуется надежные методы расчета действующих в них электромагнитных сил (ЭМС). В связи с этим возникла необходимость выявления правомочности и областей применения предложенных в литературе различных выражений для определения объемных сил в магнетиках. Дискуссия по этой проблеме в обсуждаемых статьях дала, на наш взгляд, достаточно оснований для принятия в качестве единственно правильной формулы Максвелла для объемных сил в виде

$$\bar{f} = [\bar{I}\bar{B}] - 0,5 H^2 \text{grad} \mu. \quad (1)$$

Однако при этом остался недостаточно освещенным вопрос воспроизведения ЭМС в модели магнетика в случае, когда намагниченность среды представляется созданной по Амперу молекулярными токами под действием внешней напряженности H . Указанное обстоятельство дает основание для дальнейшего обсуждения модели магнетика по Амперу с целью выявления механизма образования ЭМС, согласующегося с представлениями, принятыми при выводе формулы Максвелла (1).

1. Электромагнитные силы, действующие в неполной математической модели магнетика по Амперу. Рассмотрим объем V , выделенный внутри ферромагнитного тела. Предположим, что внутри этого объема отсутствуют поверхности разрыва магнитных проницаемостей S_p . Распределение магнитной проницаемости внутри тела считается заданным: $\mu = \mu(x, y, z)$. Задано также

распределение магнитного поля: $\bar{B} = f_B(x, y, z) = \mu \bar{H} = \mu_0 (\bar{H} + M)$, где $M = (\mu_r - 1) \bar{H}$.

Разобьем всю область поля на систему примыкающих друг к другу трубок поля, имеющих в сечении прямоугольную форму. Пусть размеры сечений трубок настолько малы, что индукцию B , напряженность поля H и магнитную проницаемость μ в пределах сечения можно считать постоянными.

Затем перейдем от оригинала к модели Ампера, в которой магнетик с магнитной проницаемостью $\mu = \mu_0 \mu_r$, заменен немагнитной средой с магнитной проницаемостью μ_0 . Для воспроизведения в этой модели прежнего поля с индукцией B введем на элементах боковых поверхностей трубок поля с внешней нормалью n дополнительные поверхности микротоки с плотностью

$$\bar{j}_M = [\bar{M}n], \quad (2)$$

которые имитируют молекулярные токи в ферромагнетике оригинала и создают в модели дополнительную напряженность поля $\bar{H}_M = \bar{M} = (\mu_r - 1) \bar{H}$, равную намагниченности M в оригинале.

Такое же поле с индукцией \bar{B} может быть создано в модели Ампера с помощью объемных токов, имеющих плотность

$$\bar{I}_M = \text{rot } \bar{M} = (\mu_r - 1) \text{ rot } \bar{H} + [(\text{grad } \mu_r) \bar{H}]. \quad (3)$$

Объемная плотность макротоков \bar{I}_M понимается как усредненная в пределах элементарных объемов поверх-

ностная плотность микротоков \bar{j}_M . Поэтому ЭМС, действующая в модели Ампера на токи, воспроизводящие намагниченность, может быть найдена двумя равнозначными способами: либо как ЭМС, действующая на токи \bar{j}_M на боковых поверхностях трубок поля в объеме V ,

$$\bar{F}_M = \sum_{k=1}^N \int_{S_k} [\bar{j}_M \bar{B}] dS; \quad (4)$$

либо как ЭМС, действующая на токи \bar{I}_M в объеме V ,

$$F_M = \int_V [\bar{I}_M \bar{B}] dV. \quad (5)$$

Здесь N — общее количество трубок поля в объеме V ; $k \in 1, \dots, N$ — индекс трубы в объеме V ; S_k — боковая поверхность k -й трубы поля в объеме V (рис. 1).

Найдем силу \bar{F}_M , действующую на объем V в трех характерных случаях.

1.1. Первый случай ($\bar{I}=0, \bar{H}=\text{const}, \mu_r=\text{const}$).

Плотность поверхностных токов на боковых стенках трубок поля в этом случае всюду постоянна по абсолютной величине:

$$|\bar{j}_M| = M = (\mu_r - 1)N = \text{const}.$$

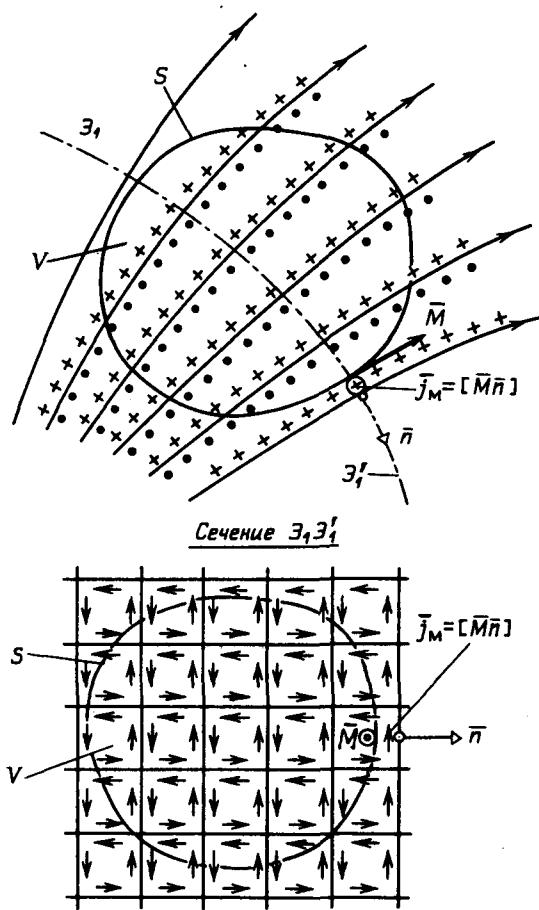


Рис. 1. Воспроизведение намагниченности в модели магнетика по Амперу

Поэтому плотность объемных токов \bar{I}_M , эквивалентирующих токи j_M , равна нулю:

$$\bar{I}_M = \text{rot } \bar{M} = (\mu_r - 1)\bar{I} + [(\text{grad } \mu_r)\bar{H}] = 0.$$

И, следовательно, сила по (5), действующая на объем V модели, занятый в оригинале магнетиком, равна нулю:

$$\bar{F}_M = \int_V [\bar{I}_M \bar{B}] dV = 0.$$

Тот же результат получим и с помощью (4), поскольку на соприкасающихся поверхностях соседних трубок поля токи окажутся взаимно компенсированными.

1.2. Второй случай ($\bar{I} = \text{rot } \bar{H} = 0, \mu_r = \text{const}$). В этом случае $j_M = M = (\mu_r - 1)H \neq \text{const}$, но I_M по (3) по-прежнему равна нулю:

$$\bar{I}_M = \text{rot } \bar{M} = 0.$$

И, следовательно, сила по (5), действующая на объем V модели, занятый в оригинале магнетиком, по-прежнему равна нулю:

$$\bar{F}_M = \int_V [\bar{I}_M \bar{B}] dV = 0.$$

Объясняется это тем, что при определении I_M путем усреднения токов j_M в пределах элементарных объемов, эти токи в случае $\text{rot } \bar{M} = 0$ всегда взаимо-компенсируются.

1.3. Третий случай ($\bar{I} = \text{rot } \bar{H} \neq 0, \mu_r = \text{const}$). Если в объеме V_I (рис. 2), составляющем часть объема V , имеются в оригинале токи проводимости с плотностью $\bar{I} = \text{rot } \bar{H} \neq 0$, то в этом объеме взаимная компенсация токов j_M не происходит и ток

$$\bar{I}_M = \text{rot } \bar{M} = (\mu_r - 1) \text{rot } \bar{H} = (\mu_r - 1)I \neq 0.$$

На ток \bar{I}_M в объеме V_I будет действовать сила

$$\bar{F}_M \int_{V_I} [\bar{I}_M \bar{B}] dV = (\mu_r - 1) \int_V [\bar{I} \bar{B}] dV.$$

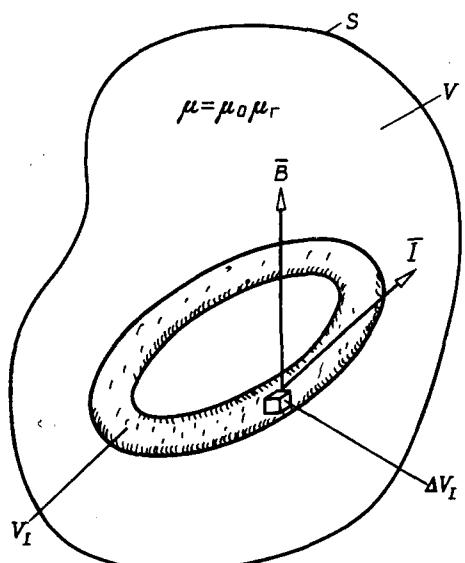


Рис. 2. К расчету силы в объеме V_I , занятом токами проводимости

Если учесть, что на токи проводимости I в объеме V_1 действует в оригинале сила

$$\bar{F}_{I_0} = \int_{V_1} [\bar{I} \bar{B}] dV,$$

то суммарная сила, действующая на этот объем, будет в μ_r раз превышать силу в оригинале,

$$\bar{F}_* = \bar{F}_{I_0} + \bar{F}_M = \mu_r \bar{F}_{I_0}. \quad (6)$$

1.4. Четвертый случай ($\bar{I} = \text{rot } \bar{H} \neq 0, \mu_r = 1$).

И лишь в случае, когда в оригинале токи \bar{I} протекают в немагнитной среде, заполняющей объем V_1 и имеющей $\mu_r = 1$,

$$\bar{F}_M = (\mu_r - 1) \bar{F}_{I_0} = 0 \text{ и } \bar{F}_* = \bar{F}_{I_0},$$

т. е. сила, действующая на токи \bar{I} , будет такой же, как в оригинале.

Что касается остальной части объема V , то на нее не действует никакая сила, как в третьем случае при $\mu_r > 1$, так и в четвертом случае при $\mu_r = 1$.

2. Сравнение ЭМС в неполной модели магнетика по Амперу с силами в оригинале. Полученные выше ЭВМ в неполной модели по Амперу целесообразно сравнить с данными экспериментов и с данными расчета сил на основе уравнений Максвелла.

Формула Максвелла для плотности объемных сил (1) говорит о том, что силы действуют только на токи проводимости с плотностью \bar{I} и на элементы объема, в которых $\mu = \text{vag}$. В первом случае ($\bar{I} = 0, \mu_r = \text{const}, \bar{H} = \text{const}$) и во втором случае ($\bar{I} = 0, \mu_r = \text{const}$) результат по (1) получается таким же, как с помощью модели Ампера по (5): сила, действующая на магнетик, равна нулю. Этот результат подтверждается и экспериментальными данными.

В третьем случае сила по (6), действующая в модели на объем V_1 , превышает в μ_r раз силу по (1), действующую на объем V_1 , токами \bar{I} в оригинале. Это противоречит экспериментальным данным, полученным на оригинале (например, для асинхронного двигателя с массивным ферромагнитным ротором).

Различие между ЭМС, действующими на зону V_1 в модели и в оригинале, объясняется тем, что в этом объеме модели не воспроизводятся напряженность \bar{H} и энергия W магнитного поля оригинала. В модели они оказываются завышенными в μ_r раз, что приводит к тому же завышению ЭМС в модели.

Заметим, что в случае 1.2, когда в объеме V оригинала отсутствуют токи проводимости ($\bar{I} = 0$), а также в случае 1.4, когда в объеме V_1 оригинала $\bar{I} \neq 0$, но $\mu_r = 1$, ЭМС воспроизводятся и в неполной модели по Амперу.

Эта особенность неполной модели магнетика по Амперу открывает возможность такой ее модификации, при которой она оказывается пригодной для определения сил, действующих на магнетик, и в случае $\mu_r = \text{const}$ и $I = 0$.

3. Полная модель магнетика по Амперу для случая $\mu_r = \text{const}$. Видно, что в неполной модели по Амперу неправильно воспроизводится ЭМС только в объеме V_1 оригинала, в котором имеются токи проводимости с плотностью \bar{I} . Однако в случае $\mu_r = \text{const}$ имеется возможность таким образом модифицировать воспроизведение объема V_1 по Амперу, чтобы и в этом объеме ЭМС моделировались правильно. А это превратит мо-

дифицированную таким образом модель в полную модель магнетика по Амперу (для случая $\mu_r = \text{const}$). При воспроизведении объема V_1 в такой модели (рис. 2) будем исходить из предположения, что каждый элемент ΔV_1 объема V_1 (в соответствии с гипотезой Ампера) имеет магнитную проницаемость μ_0 (рис. 3), а дополнительная напряженность \bar{H}_M , равная намагниченности $\bar{M} = (\mu_r - 1) \bar{H}$, создается за счет молекулярных токов, интегральное намагничивающее действие которых равноценно действию поверхностных токов с плотностью $j_M = [Mn]$, рассмотренных в п. 1.

В объеме ΔV_1 (рис. 3) существуют и молекулярные токи (или равноценные им поверхностные токи с плотностью j_M) и токи проводимости со средней плотностью \bar{I} . Предположим, что токи проводимости с увеличенной плотностью \bar{I}' существуют только в объеме $\Delta V'_1$, занимающем заштрихованную часть объема ΔV_1 , а молекулярные токи действуют только в показанном на рисунке объеме $(\Delta V_1 - \Delta V'_1)$, причем $\bar{I}' = \bar{I}/m$, где $m = S_x'/S_x = S_y'/S_y = S_z'/S_z$, а S_x', S_y', S_z' — часть площадей S_x, S_y, S_z попечальных сечений параллелепипеда, ортогональных координатным осям x, y, z , занятые токами проводимости с плотностью \bar{I}' .

Объем $(\Delta V_1 - \Delta V'_1)$ состоит из нескольких элементарных параллелепипедов (на рис. 3 их число равно восьми), обладающих увеличенной намагниченностью $\bar{M}' = \bar{M}/(1-k)$, где $k = l_x'/l_x = l_y'/l_y = l_z'/l_z$, которая превосходит среднюю намагниченность \bar{M} в $1/(1-k)$ раз.

Намагниченность в объеме $(\Delta V_1 - \Delta V'_1)$ создается поверхностными токами с плотностью

$$\bar{j}'_M = [\bar{M}'n] = j_M/(1-k).$$

Поверхностные токи с плотностью \bar{j}'_M охватывают элементарные трубки поля в пределах объема $(\Delta V_1 - \Delta V'_1)$. На рис. 3 показаны компоненты этих токов $j'_{Mx}, j'_{My}, j'_{Mz}$, соответствующие компонентам увеличенной намагниченности $M'_x = j'_{Mx}, M'_y = j'_{My}, M'_z = j'_{Mz}$.

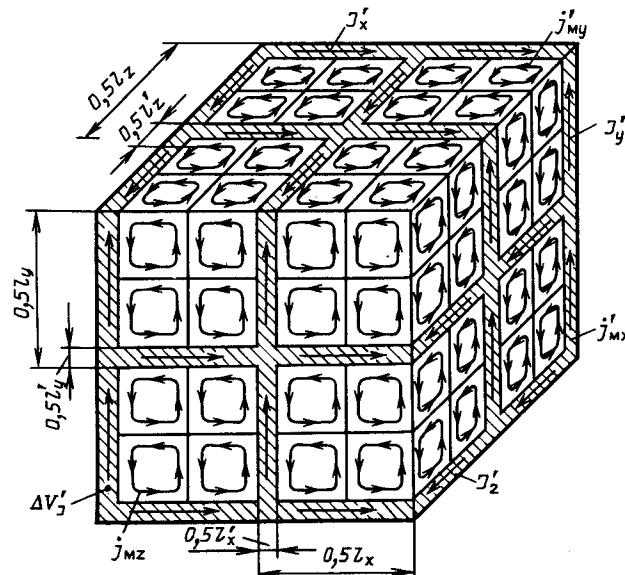


Рис. 3. К синтезу полной модели магнетика по Амперу

Компоненты увеличенной намагнченности M' в объеме $(\Delta V_I - \Delta V'_I)$ определяются таким образом, чтобы они соответствовали средней намагнченности \bar{M} во всем объеме ΔV_I , т. е.

$$M'_x(l_x - l'_x) = M_x l_x; M'_y(l_y - l'_y) = M_y l_y \text{ и т. д., откуда}$$

$$M'_x = M_x / (1 - k); M'_y = M_y / (1 - k)$$

и, следовательно,

$$\bar{M}' = \bar{M} (1 - k).$$

Поскольку в объеме $(\Delta V_I - \Delta V'_I)$ токи проводимости отсутствуют, $\bar{I} = \operatorname{rot} \bar{H} = 0$, поверхностные токи с плотностью j'_M эквивалентируются объемным током с плотностью

$$\bar{I}'_M = \operatorname{rot} \bar{M}' = \operatorname{rot} \bar{M} / (1 - k) = (\mu_r - 1) \operatorname{rot} \bar{H} / (1 - k) = 0.$$

Следовательно, ЭМС, действующая на объем $(\Delta V_I - \Delta V'_I)$, равна нулю:

$$\bar{F}' = \int_{(\Delta V_I - \Delta V'_I)} [\bar{I}'_M \bar{B}] dV = 0 \quad (7)$$

В объеме $\Delta V'_I$, элементы которого не охвачены молекулярными токами, равны нулю как намагнченность ($\bar{M} = 0$), так и поверхностные токи с плотностью $j_M = [Mn] = 0$, воспроизводящие эту намагнченность. В этом объеме имеются только токи проводимости с увеличенной плотностью $\bar{I}' = \bar{I}/m$, компоненты которых $I'_x = I_x/m$, $I'_y = I_y/m$, $I'_z = I_z/m$ показаны на рис. 3. Поэтому и объемные токи $\bar{I}_M = \operatorname{rot} \bar{M}$ в объеме $\Delta V'_I$ тоже отсутствуют ($\bar{I}'_M = 0$). В связи с этим на объем $\Delta V'_I$ действует сила, приложенная только к объемным токам проводимости с увеличенной плотностью $\bar{I}' = \bar{I}/m$. Полагая, что в пределах объема $\Delta V'_I$ компоненты увеличенной плотности тока проводимости I' постоянны ($I'_x = \text{const}$, $I'_y = \text{const}$, $I'_z = \text{const}$), компоненту силы по оси x , действующей на объем $\Delta V'_I$, можно выразить следующим образом:

$$F''_x = I'_y B_z S'_y l_y - I'_z B_y S'_z l_z = (I_y/m) B_z m \Delta V_I - (I_z/m) B_y m \Delta V_I = (I_y B_z - I_z B_y) \Delta V_I = f_x \Delta V_I = [\bar{I} \bar{B}]_x \Delta V_I,$$

где $\Delta V_I = l_x l_y l_z$ — объем рассматриваемого элемента с объемным током, имеющим среднюю плотность \bar{I} ; $S'_y l_y$ — часть объема $\Delta V'_I$, в которой существует компонента плотности тока I'_y ; $S'_z l_z$ — часть объема $\Delta V'_I$, в которой существует компонента плотности тока I'_z .

Соответственно имеем

$$F''_y = [\bar{I} \bar{B}]_y \Delta V_I;$$

$$F''_z = [\bar{I} \bar{B}]_z \Delta V_I,$$

откуда ЭМС, действующая на объем $\Delta V'_I$, выражается через среднюю плотность тока \bar{I} в объеме $\Delta V'_I$:

$$F'' = \bar{q}_x F''_x + \bar{q}_y F''_y + \bar{q}_z F''_z = [\bar{I} \bar{B}] \Delta V_I. \quad (8)$$

Для определения полной силы \bar{F} , действующей на объем ΔV_I , к силе F'' следует добавить силу \bar{F}' по (7), которая действует на объем $(\Delta V_I - \Delta V'_I)$. Поскольку $\bar{F}' = 0$, полная сила, действующая на объем ΔV_I ,

$$\bar{F} = \bar{F}' + \bar{F}'' = [\bar{I} \bar{B}] \Delta V_I. \quad (9)$$

Относя эту силу к единице объема занятого током проводимости с плотностью \bar{I} , получаем выражение для

объемной плотности ЭМС в магнетике, обладающем постоянной магнитной проницаемостью $\mu = \mu_0 \mu_r = \text{const}$:

$$\bar{f} = \lim_{\Delta V_I \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{\Delta V_I} = [\bar{I} \bar{B}].$$

Таким образом, с помощью полной модели магнетика по Амперу на рис. 3, в которой токи проводимости протекают по тонким щелям между намагнченными частицами, удается получить в случае $\mu = \mu_0 \mu_r = \text{const}$ формулу (10) для \bar{f} , которая вытекает из формулы Максвелла (1).

4. Сопоставление полных моделей магнетика по Амперу и по Максвеллу.

Обе модели базируются на представлениях Ампера о том, что единственным источником магнитного поля являются токи проводимости плотностью \bar{I} , действие которых в области магнетиков усиливается молекулярными токами или равноценными им поверхностными токами с плотностью $j_M = [\bar{M}n]$, где $\bar{M} = (\mu_r - 1) \bar{H}$ — намагнченность, пропорциональная напряженности поля \bar{H} .

4.2. В обеих моделях напряженность поля определяется в соответствии с уравнениями $\bar{I} = \operatorname{rot} \bar{H}$, $\bar{B} = \mu \bar{H}$ и $\operatorname{div} \bar{B} = 0$, где $\mu = \mu_0 \mu_r$. Причем в полной модели Ампера $\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M} = \frac{\bar{B}}{\mu}$.

В то время как в неполной модели Ампера $\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} = \bar{H} + \bar{M}$, поскольку в неполной модели в образование поля принимают участие токи проводимости \bar{I}_M , неэквивалентные токам j_M в отношении образования магнитного поля.

4.3. Плотности энергии магнитного поля в полных моделях по Амперу и Максвеллу получаются одинаковыми: $W = \frac{1}{2} \int_V \bar{B} \cdot \bar{B} dV$.

4.4. Исходя из понятия векторного потенциала \bar{A} , который в полных моделях по Амперу и Максвеллу один и тот же (в силу сохранения \bar{B}), можно показать, что энергии магнитного поля в этих моделях так же одинаковы. В полной модели по Амперу

$$W_A = \frac{1}{2} \int_{V_I} \bar{A} \bar{I}' dV' = \frac{1}{2} \int_{V_I} \bar{A} (\bar{I}/m) (mdV) = \\ = \frac{1}{2} \int_{V_I} \bar{A} \bar{I} dV.$$

В полной модели по Максвеллу имеем

$$W_M = \frac{1}{2} \int_{V_I} \bar{A} \bar{I} dV = W_A.$$

Заметим, что совпадение энергий магнитного поля в полных моделях по Амперу и Максвеллу объясняется тем, что дополнительная напряженность поля $\bar{H}_M = \bar{M} = (\mu_r - 1) \bar{H}$ создается в этих моделях магнетика за счет поверхностных токов j_M , воспроизводящих действие молекулярных токов без дополнительных затрат энергии на создание этих токов. За счет действия токов j_M напряженность поля \bar{H} , созданная токами проводимости \bar{I} , усиливается в μ_r раз и достигает значения

$$\bar{H} = \bar{H} + \bar{H}_M = \mu_r \bar{H},$$

которому соответствует индукция

$$\bar{B} = \mu \bar{H} = \mu_0 \mu_r \bar{H}.$$

Однако, поскольку появление токов \bar{j}_M не связано с затратами энергии, плотность энергии магнитного поля в полных моделях и в оригинале определяется по напряженности \bar{H} , а не \bar{B} , т. е. $W=HB/2$; это подтверждается и экспериментально.

Соответственно не должны учитываться и силы, которые действуют на поверхностные токи j_M и не создают дополнительной энергии магнитного поля. Не должны учитываться и силы, действующие на токи $I_M=\text{rot } M$, которыми эквивалентируется намагничивающее действие токов j_M .

Именно поэтому при $\mu=\text{const}$ силы действуют только на токи проводимости и не действуют на намагниченные элементы магнетика, охваченные токами j_M . По этой причине и плотность ЭМС в полных моделях по Амперу и Максвеллу, как видно из (1) и (10), содержит только один член

$$\bar{f}=[\bar{I}\bar{B}].$$

4.5. Все сказанное об учете сил, действующих на j_M и I_M относится и к неполной модели по Амперу, рассматриваемой по идею Львова Е. Л. как физически

реальный объект, в котором дополнительная напряженность $\bar{H}_M=M=(\mu_r-1)\bar{H}$ создается токами проводимости при определении плотности ЭМС и она также будет равна $\bar{f}=[\bar{I}\bar{B}]$.

Поэтому учет Львовым Е. Л. силы, действующей на ток \bar{I}_M и определение результирующей силы \bar{f}_* , как силы, действующей на результирующий ток проводимости $\bar{I}=\bar{I}+\bar{I}_M$ в немагнитной среде μ_0 , не представляется оправданным.

Плотность этой силы равна $\bar{f}=[\bar{I}\bar{B}]=\mu_*\bar{f}_*$. Плотности ЭМС \bar{f}_* в немагнитной среде $\mu \neq \mu_0$ соответствует на-
тяжение \bar{T}_n , которое может быть записано по формуле
Максвелла без всякого «вывода», проводимого Львовым Е. Л. в его первой статье:

$$\bar{T}_n = \frac{1}{\mu_0} (\bar{B}B_n - 0,5B^2\bar{n}) = \mu_0(\bar{H}H_n - 0,5H^2\bar{n}) = \mu_*\bar{T}_n,$$

где $\bar{H}=\mu_*\bar{H}$ — напряженность поля в неполной модели Ампера, рассматриваемой как физический реальный объект.

[25.03.88]

КУЗНЕЦОВ В. А.

При решении вопроса о границах и особенностях применения обсуждаемых в [1, 2] формул можно воспользоваться теорией подобия. Разумеется, сама теория подобия не может служить базой для установления справедливых соотношений для расчета электромагнитных сил (ЭМС), однако с ее помощью могут быть обнаружены неточности в тех или иных формулах для расчета ЭМС, которые появились вследствие неверных концепций, положенных в основу их вывода. Для выявления указанных возможностей теории подобия рассмотрим подобные стационарные магнитные поля в геометрически подобных магнитных системах оригинала и модели.

В публикациях по применению теории подобия в электротехнических установках, например в [3], показано, что магнитные поля в геометрически подобных системах, связанных масштабами линейных размеров m_l , при подобном распределении плотностей токов с масштабом m_l и относительных магнитных проницаемостей с масштабом m_μ обладают подобными распределениями векторов напряженностей и индукций с соответственными масштабами m_H и m_B . Для стационарных магнитных полей эти масштабы подобия связаны соотношениями, вытекающими из уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} m_H &= m_l m_\mu; \\ m_B &= m_l m_\mu = m_l m_l m_\mu. \end{aligned} \quad (1)$$

Для сред с нелинейными свойствами материалов подобие достигается при дополнительном совпадении так называемых относительных характеристик зависимостей магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля:

$$\mu=f(H)=\text{idem}.$$

где знаком «*» обозначены отнесенные к базисным значениям (μ_b , H_b) величины

$$\mu_* = \mu / \mu_b \quad \text{и} \quad H_* = H / H_b.$$

Легко показать, что в подобных магнитных системах подобны и распределения удельных ЭМС (объемных плотностей ЭМС \bar{f} и натяжений \bar{T}_n). Подобны и ЭМС \bar{F} , действующие на геометрически подобные объемы V .

Для этого достаточно, полагая для упрощения, что в объеме V отсутствуют поверхности разрыва магнитной проницаемости, выразить силу \bar{F} через \bar{f} и \bar{T}_n :

$$\bar{F} = \int_V \bar{f} dV = \int_S \bar{T}_n dS. \quad (2)$$

Объемная плотность ЭМС в (2) должна быть рассчитана по формуле Максвелла [4, с. 124],

$$\bar{f} = \mu_0 \mu_* [\bar{J} \times \bar{H}] - 0,5 \mu_0 H_*^2 \text{ grad } \mu_*, \quad (3)$$

первый член которой соответствует удельной ЭМС, действующей на токи проводимости с плотностью \bar{J} в поле с индукцией \bar{B} ; второй — удельной ЭМС, вызванной пространственным изменением относительной магнитной проницаемости μ_* .

Соответственно натяжение в (2) должно быть рассчитано по формуле Максвелла [4, с. 117]:

$$\bar{T}_n = 0,5 \mu_0 \mu_* H_*^2 \bar{n} - 0,5 \mu_0 \mu_* H_*^2 \bar{n} + \mu_0 \mu_* H_n H_{n\bar{t}}, \quad (4)$$

первые два члена которой направлены по внешней нормали \bar{n} к поверхности S , третий направлен по тангенциальной \bar{t} к этой поверхности.

Электромагнитные силы, действующие на ферромагнетики, исчерпывающим образом определяемые формулами (3) и (4), зависят только от плотностей токов J , величин магнитного поля \bar{H} и \bar{B} и от распределения магнитной проницаемости μ . Отсюда следует, что в магнитных системах с подобными магнитными полями будут подобны и распределения \bar{f} по (3) и \bar{T}_n по (4).

Масштаб m_f для \bar{f} может быть определен, исходя из первого члена (3), правильность записи которого многократно подтверждена практическими измерениями. Учитывая (1), получаем:

$$m_f = m_J m_H m_\mu = m_J^2 m_I m_\mu. \quad (5)$$

Масштаб m_T для \bar{T}_n может быть определен, исходя из первого члена (4). Учитывая (1), получаем:

$$m_T = m_H^2 m_\mu = m_J^2 m_I^2 m_\mu. \quad (6)$$

Найденные по (5) или (6) масштабы m_f и m_T оказываются взаимно согласованными в том смысле, что масштаб для силы F , определенный исходя из (1) и (5),

$$m_F = m_I m_f^3 = m_J^2 m_I^4 m_\mu, \quad (7)$$

и масштаб для силы \bar{F} , определенный исходя из (1) и (6)

$$m_F = m_T m_f^2 = m_J^2 m_I^4 m_\mu, \quad (8)$$

получаются одинаковыми.

Масштабы для \bar{f} и \bar{T}_n связаны очевидным соотношением:

$$m_T = m_I m_f. \quad (9)$$

В наиболее интересном частном случае, когда модель и оригинал имеют одинаковые размеры и плотности токов и обладают подобными распределениями относительной магнитной проницаемости, масштабы линейных размеров и плотностей токов равны единице:

$$m_I = m_J = 1. \quad (10)$$

В этом случае, как вытекает из (1), (5), (6), напряженности поля \bar{H} воспроизводятся в модели в масштабе

$$m_H = m_J m_I = 1, \quad (11)$$

а индукция \bar{B} , объемная плотность ЭМС \bar{f} и натяжение \bar{T}_n — в масштабе относительной магнитной проницаемости:

$$m_B = m_f = m_T = m_\mu. \quad (12)$$

В подобных магнитных полях установленные соотношения для масштабов \bar{f} и \bar{T}_n (12) должны обяза-

тельно соблюдаться не только для первых членов формул Максвелла (3) и (4), но и для всех составляющих любых формул, позволяющих правильно определить распределения \bar{f} и \bar{T}_n . Рассмотрим с этих позиций при $m_f = m_I = 1$ формулу Максвелла и некоторые другие известные формулы для определения \bar{f} , приведенные в систематизированном виде в табл. 1. Кроме самих формул, в табл. 1 для удобства анализа приведены значения масштабов, в которых выражены отдельные члены этих формул.

Как видно из таблицы, только в формуле Максвелла для \bar{f} все члены выражены в одинаковом масштабе $m_f = m_\mu$, соответствующем (12). В других формулах таблицы первые их члены, совпадающие с первым членом формулы Максвелла, выражены в правильном масштабе ($m_f = m_\mu$), в то время как хотя бы один из других членов этих формул имеет масштаб $m_f \neq m_\mu$, не удовлетворяющий (12). Это означает, что при определении \bar{f} в оригинале и \bar{f}_m в модели только по формуле Максвелла, их распределения на сходственных участках поверхностей (или на сходственных участках следов этих поверхностей в случае двухмерного поля) оказываются подобными, т. е. $\bar{f}_m = m_f \bar{f} = m_f \bar{f}$ — как показано на рис. 1, а. При определении \bar{f} в оригинале и \bar{f}_m в модели с помощью любой другой формулы, их распределения на сходственных участках поверхностей не удовлетворяют требованиям подобия, поскольку $\bar{f}_m \neq m_f \bar{f} = m_\mu \bar{f}$. Сопоставление распределений \bar{f} и \bar{f}_m , найденных с помощью одной из таких формул, приводится на рис. 1, б.

Таким образом, анализ формул для \bar{f} , приведенный с позиций теории подобия, позволяет заключить, что правильный результат может быть получен только с помощью формулы Максвелла (3). Все остальные формулы пригодны только для немагнитных сред. В общем случае они дают неправильные значения сил, действующих на магнетики.

Последнее относится, разумеется, и к формуле Львова [7, ф. 43], обсужденной в [2], которая не включена в табл. 1 лишь из-за ее чрезмерной громоздкости.

Аналогичный анализ с позиций теории подобия при $m_f = m_I = 1$ повторим по отношению к формулам для натяжений \bar{T}_n , приведенным в систематизированном виде в табл. 2. Как видно из таблицы, только в формуле Максвелла для \bar{T}_n все члены выражены в одинаковом масштабе $m_T = m_\mu$, соответствующем (12). Что касается других формул, приведенных в табл. 2, то хотя бы один из членов этих формул имеет масштаб $m_T \neq m_\mu$, не удовлетворяющий (12).

Таблица 1

Автор формулы (источник)	Формула для	Масштабы для членов формулы:		
		1-го	2-го	3-го
Максвелл [4, с. 124]	$\mu_0 \mu_r [\bar{J} \times \bar{H}] - 0,5 \mu_0 H^2 \operatorname{grad} \mu,$	m_μ	m_μ	—
Максвелл; Эйнштейн, Лауб [4, с. 514, ф. 4], [5 с. 126]	$\mu_0 \mu_r [\bar{J} \times \bar{H}] + \mu_0 \mu_r H \operatorname{grad} H - \mu_0 H \operatorname{grad} H$	m_μ	m_μ	1
Тамм [6, ф. 66.4]	$\mu_0 \mu_r [\bar{J} \times \bar{H}] + \mu_0 \mu_r H \operatorname{grad} (\mu_r H) - \mu_0 H \operatorname{grad} (\mu_r H)$	m_μ	m_μ^2	m_μ
Львов [7, ф. 8]	$\mu_0 \mu_r [\bar{J} \times \bar{H}] + \mu_0 \mu_r [\operatorname{rot} (\mu_r \bar{H})] \times \bar{H} - \mu_0 \mu_r [\operatorname{rot} (\bar{H})] \times \bar{H}$	m_μ	m_μ^2	m_μ

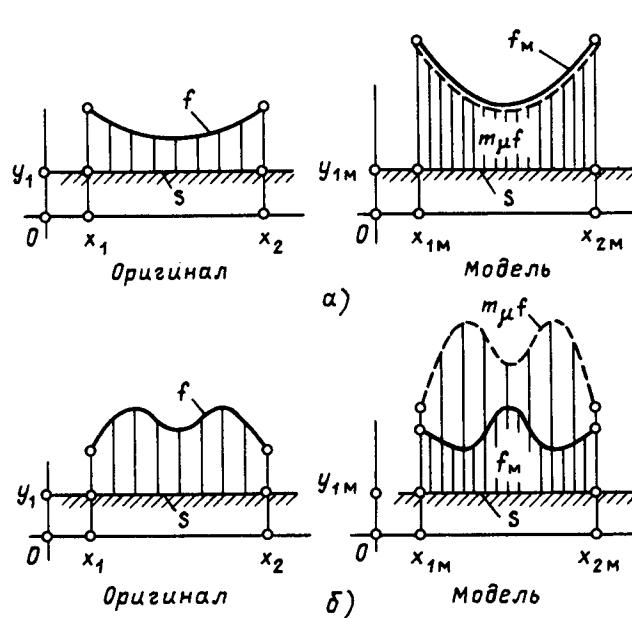


Рис. 1. Распределение объемных плотностей ЭМС в объектах с подобными магнитными полями (*a* — при расчете \bar{T}_n по формуле Максвелла, *б* — при расчете \bar{T}_n по одной из ошибочных формул)

Это означает, что при определении \bar{T}_n в оригинале и \bar{T}_{nm} в модели только по формуле Максвелла их распределения на сходственных участках поверхностей (или сходственных участках следов этих поверхностей в случае двухмерного поля) оказываются подобными, т. е. $\bar{T}_{nm} = m_T \bar{T}_n = m_\mu \bar{T}_n$, как показано на рис. 2, *a*. При определении \bar{T}_n в оригинале и \bar{T}_{nm} в модели с помощью любой другой формулы, их распределения на сходственных участках поверхностей не удовлетворяют требованиям подобия, поскольку $\bar{T}_{nm} \neq m_T \bar{T}_n = m_\mu \bar{T}_n$. Сопоставле-

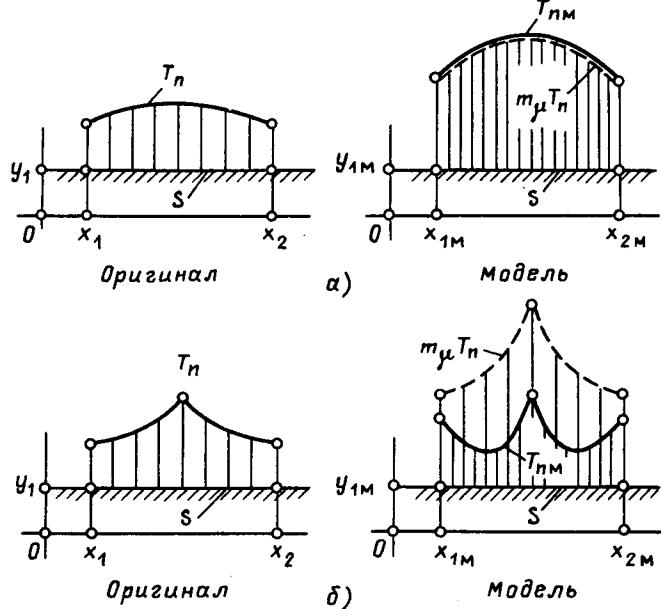


Рис. 2. Распределение натяжений в объектах с подобными магнитными полями (*a* — при расчете \bar{T}_n по формуле Максвелла, *б* — при расчете \bar{T}_n по одной из ошибочных формул)

ние распределений \bar{T}_n и \bar{T}_{nm} , найденных с помощью одной из таких формул, приводится на рис. 2, *b*.

Таким образом анализ формул для \bar{T}_n , проведенный с позиций теории подобия, позволяет заключить, что правильный результат может быть получен только с помощью формулы Максвелла (4). Все остальные формулы, кроме формулы Синельниковых [8], пригодны только для немагнитных сред. В общем случае (для магнитной среды, обладающей постоянной или пере-

Таблица 2

Формула (источника)	Формула для \bar{T}_n	Масштаб для членов формулы:			
		1-го	2-го	3-го	4-го
Максвелл [4, с. 117]	$0,5\mu_0\mu_r H_n^2 \bar{n} - 0,5\mu_0\mu_r H_r^2 \bar{n} + \mu_0\mu_r H_n H_r \bar{\tau}$	m_μ	m_μ	m_μ	—
Максвелл; Эйнштейн, Лауб [4, с. 514], [5, с. 126]	$\mu_0\mu_r H_n^2 \bar{n} - 0,5\mu_0 H_n^2 \bar{n} - 0,5\mu_0 H_r^2 \bar{n} + \mu_0\mu_r H_n H_r \bar{\tau}$	m_μ	1	1	m_μ
Тамм [6, соответствует ф. 66.4]	$0,5\mu_0\mu_r^2 H_n^2 \bar{n} - \mu_0\mu_r^2 H_r^2 \bar{n} + 0,5\mu_0\mu_r^3 H_r^2 \bar{n} + \mu_0\mu_r H_n H_r \bar{\tau}$	m_μ^2	m_μ^2	m_μ^3	m_μ
Львов [7, ф. 11]	$0,5\mu_0\mu_r^2 H_n^2 \bar{n} - 0,5\mu_0\mu_r^2 H_r^2 \bar{n} + \mu_0\mu_r^2 H_n H_r \bar{\tau}$	m_μ^2	m_μ^2	m_μ^2	—
Львов [7, ф. 48]	$0,5\mu_0\mu_r^2 H_n^2 \bar{n} - 0,5\mu_0 H_r^2 \bar{n} + 0,5\mu_0\mu_r^2 H_n H_r \bar{\tau} + 0,5\mu_0 H_n H_r \bar{\tau}$	m_μ^2	1	m_μ^2	1
Астахов [9, ф. 5, 6]	$0,5\mu_0\mu_r^2 H_n^2 \bar{n} - 0,5\mu_0 H_r^2 \bar{n} + \mu_0\mu_r H_n H_r \bar{\tau}$	m_μ^2	1	m_μ	—
Синельниковы [8, ф. 16, 19]	$0,5\mu_0\mu_r^2 H_n^2 \bar{n} + 0,5\mu_0\mu_r^2 H_r^2 \bar{n}$	m_μ^2	m_μ^2	—	—

Примечание. Формула Синельниковых [8, ф. 16, 19] дана для $B < B_0$, где B_0 — индукция, соответствующая точке пересечения с осью ординат касательной к насыщенному участку характеристики намагничивания ферромагнитного материала

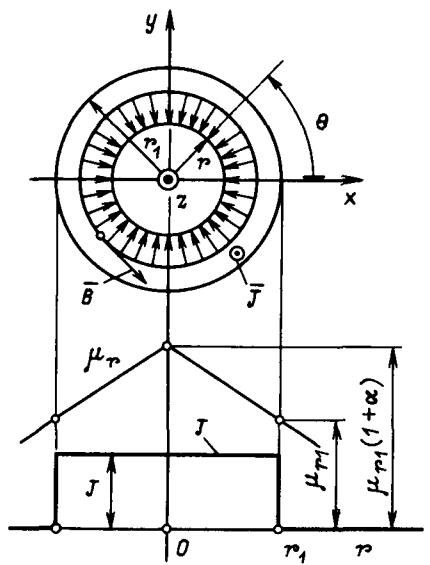


Рис. 3. Магнитная система, рассматриваемая в примере приложения

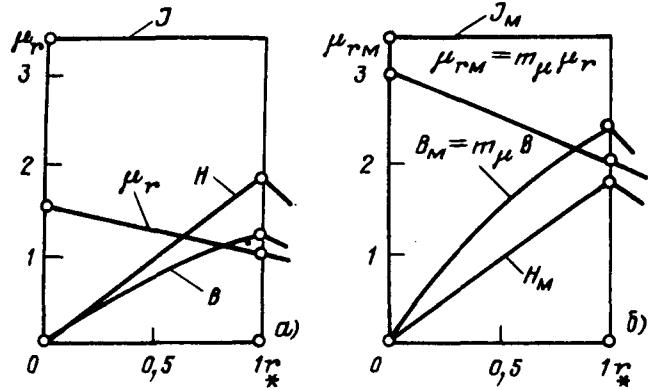


Рис. 4. Распределение величин магнитного поля в оригинале и в модели на рис. 3

менной магнитной проницаемостью) они дают неправильные значения сил.

Сопоставление рассчитанных по различным формулам объемных плотностей ЭМС в конкретной магнитной системе—оригинале и в ее модели, обладающей подобным распределением магнитной проницаемости, приводится в приложении.

Приложение. В качестве примера рассмотрим подобные двухмерные, осесимметричные магнитные поля в оригинале и модели. Поля симметричны относительно оси z и располагаются в плоскости xy . Поля созданы в оригинале и модели током $i = \pi r^2 J$, который распределен с плотностью $J = \text{const}$ в пределах сечения цилиндра, имеющего радиус r_1 (рис. 3). Ось цилиндра совпадает с осью z прямоугольной системы координат

$$\bar{J} = \bar{q}_z J \text{ при } r \leq r_1;$$

$$\bar{J} = 0 \text{ при } r > r_1.$$

Вологодская областная научная библиотека

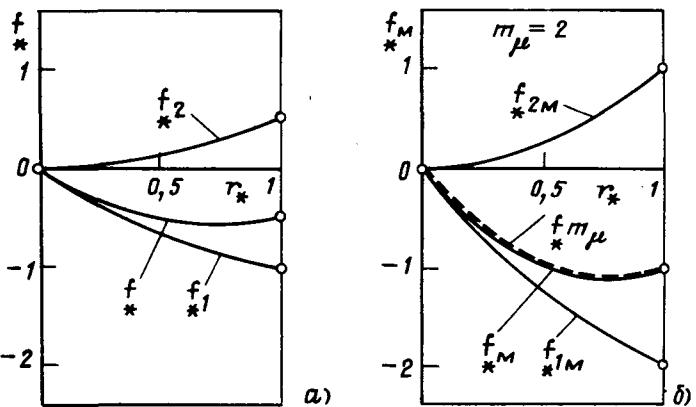


Рис. 5. Распределение относительных объемных плотностей ЭМС в оригинале и модели на рис. 3 (расчет по формуле Максвелла)

Распределение относительной магнитной проницаемости в оригинале монотонно (рис. 3 и 4, a). Оно носит осесимметричный характер и описывается уравнением

$$\mu_r = \mu_{r1} [1 + \alpha(1 - r^*)],$$

где $r^* = r/r_1$ — относительный радиус рассматриваемой точки; μ_{r1} — относительная магнитная проницаемость при $r^*=1$; μ_{r0} — относительная магнитная проницаемость при $r^*=0$; $\alpha = (\mu_{r0} - \mu_{r1})/\mu_{r1}$ — коэффициент.

Модель имеет те же размеры и то же распределение плотностей токов, что и оригинал ($m_i=1$; $m_j=1$). В отношении распределения магнитной проницаемости модель подобна оригиналу, причем в сходственных точках магнитная проницаемость увеличена в $m_\mu=2$ раз (рис. 4, б):

$$\mu_{rm} = \mu_r m_\mu = m_\mu \mu_{r1} (1 + \alpha(1 - r^*)).$$

Исходя из того, что линии поля представляют собой окружности с центрами на оси z , найдем равные друг

Таблица 3

Автор формулы (источник)	Формулы для f_* и f_m в оригинале и модели по рис. 3
Максвелл [4, с. 124]	$f_* = f_1 + f_2 = -\mu_{r1} r^* + \mu_{r1} \alpha r^2$ $f_m = f_{1m} + f_{2m} = -m_\mu \mu_{r1} r^* + m_\mu \mu_{r1} \alpha r^2$
Максвелл, Эйнштейн, Лауб [4, с. 514, ф. 4], [5, с. 126]	$f_* = f_1 + f_2 + f_3 = -\mu_{r1} r^* + 0,5 \mu_{r1} r^* - 0,5 r^*$ $f_m = f_{1m} + f_{2m} + f_{3m} = -m_\mu \mu_{r1} r^* + 0,5 m_\mu \mu_{r1} r^* - 0,5 r^*$
Львов [7, ф. 8]	$f_* = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = -\mu_{r1} r^* + \mu_{r1} r^* - \mu_{r1}^2 r^2 + \mu_{r1} \mu_{r1} \alpha r^3 / 2$ $f_m = f_{1m} + f_{2m} + f_{3m} + f_{4m} = -m_\mu \mu_{r1} r^* + m_\mu \mu_{r1} r^* - m_\mu^2 \mu_{r1}^2 r^2 + m_\mu^2 \mu_{r1} \mu_{r1} \alpha r^3 / 2$

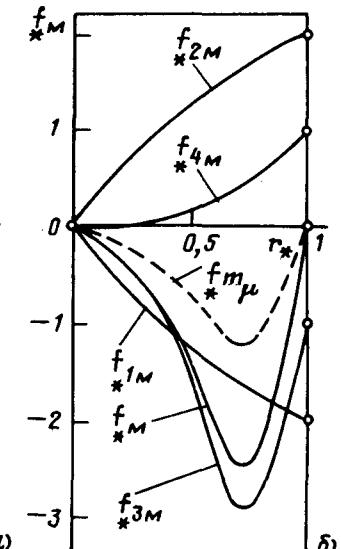
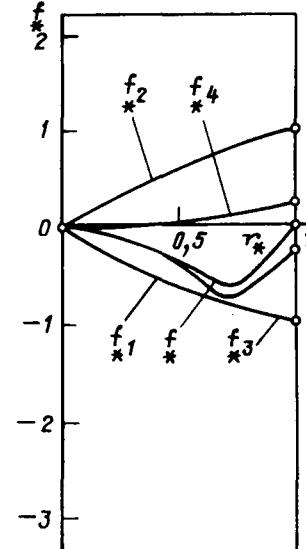
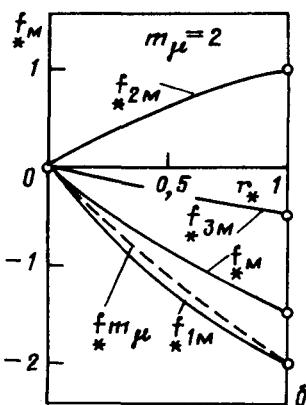
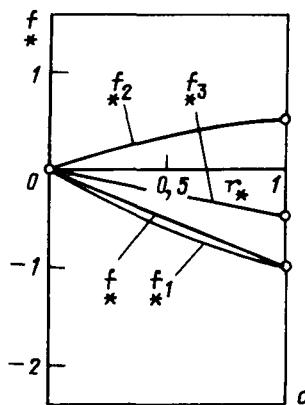


Рис. 6. Распределение относительных объемных плотностей ЭМС в оригинале и модели на рис. 3 (расчет по формуле Максвелла, Эйнштейна, Лауба)

другу напряженности поля в оригинале и в модели при $r \leq r_1$,

$$\bar{H} = \bar{H}_m = \bar{q}_0 H_0 = \bar{q}_0 J r / 2;$$

индукцию поля в оригинале

$$\bar{B} = \mu_0 \mu; \bar{H} = \bar{q}_0 \mu_0 \mu J r / 2;$$

индукцию поля в модели

$$\bar{B}_m = \mu_0 \mu_m \bar{H}_m = \bar{q}_0 \mu_0 m_\mu \mu J r / 2 = m_\mu \bar{B};$$

намагниченность в оригинале

$$\bar{M} = (\mu_r - 1) \bar{H};$$

намагниченность в модели,

$$\bar{M}_m = (\mu_{rm} - 1) \bar{H} = (m_\mu \mu_r - 1) \bar{H}.$$

Зависимости всех перечисленных величин от относительного радиуса r для оригинала и модели изображены на рис. 4, а и б.

Теперь обратимся к формулам Максвелла [4, с. 124] Максвелла, Эйнштейна, Лауба [4, с. 514, ф 4], [5, с. 126] и Львова [7, ф. 8] для объемной плотности ЭМС \bar{f} , приведены в табл. 1.

Имея в виду, что

$$\text{grad } \mu_r = -\bar{q}_r \alpha \mu_r / r_1;$$

$$\text{grad } H = \bar{q}_r J / 2; \text{ rot } \bar{H} = \bar{q}_z J;$$

$$\text{rot } (\mu_r \bar{H}) = \bar{q}_z (\mu_r J - \alpha \mu_r r_1 J / 2),$$

определен по формулам табл. 1 объемные плотности ЭМС в оригинале ($\bar{f} = q_0 \bar{f}$) и в модели ($\bar{f}_m = q_r f_m$) в зависимости от радиуса r .

С целью упрощения записи выразим радиальную составляющую объемных плотностей ЭМС в оригинале f и в модели f_m в относительных единицах:

$$f = f / f_0; \quad f_m = f_m / f_0,$$

где $f_0 = \mu_0 r_1 J^2 / 2$ — базисное значение объемной плотности ЭМС.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

Рис. 7. Распределение относительных объемных плотностей ЭМС в оригинале и модели на рис. 3 (расчет по формуле Львова)

Полученные таким образом выражения для относительных значений объемных плотностей ЭМС f и f_m , рассчитанных по различным формулам для f , сведены в табл. 3. Анализируя распределения f и f_m , рассчитанные по формуле Максвелла, замечаем, что эти распределения подобны, поскольку f_m превосходит f в $m_\mu = 2$ раза, т. е. во столько же раз, во сколько f_{3M} превосходит f_1 . Это хорошо видно на рис. 5, на котором кривые f_m и $m_\mu f$ совпадают.

При расчете f и f_m с помощью любых других формул, не совпадающих с формулой Максвелла, подобие в распределениях f и f_m не наблюдается. При расчете f и f_m по формуле Максвелла, Эйнштейна, Лауба подобие не наблюдается в связи с тем, что только f_{1M} и f_{2M} воспроизводятся в масштабе m_μ , в то время как f_{3M} воспроизводится в масштабе $m=1$. Отсутствие подобия приводит к несовпадению кривых f_m и $m_\mu f$ на рис. 6.

При расчете f и f_m по формуле Львова подобие не наблюдается в связи с тем, что только взаимно-уравновешенные члены формулы f_{1M} и $f_{2M} = -f_{1M}$ воспроизводятся в масштабе m_μ , в то время как f_{3M} и f_{4M} воспроизводятся в маштабе m_μ^2 . Отсутствие подобия приводит к несовпадению кривых f_m и $m_\mu f$ на рис. 7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках. — Электричество, 1987, № 10.
- Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры поля в магнетиках». — Электричество, 1987, № 10.

3. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование.— М.: Энергия, 1969.
4. Максвелл Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля.— М.: Гостехиздат, 1954.
5. Эйнштейн А. Собрание научных трудов.— М.: Наука, т. 1, 1965.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества. 7-е изд.— М.: ГИТТЛ, 1957.

7. Львов Е. Л. Интегральные выражения для пондеромоторных сил в магнитном поле.— Электричество, 1984, № 6.

8. Синельников Е. М., Синельников Д. Е. Пондеромоторная сила, действующая на ферромагнитное поле в магнитном поле. Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 5.

9. Астахов В. И. К расчету силового воздействия магнитного поля на теле, несущие токи.— Электромеханика, 1984, № 10.

[28.04.88]

САВИН Н. В., канд. техн. наук

Авторы обсуждаемых статей дискутируют по проблемам определения сил в магнитном поле, действующих в кусочно-однородных и неоднородных изотропных средах. Эти проблемы затрагивают фундаментальные основы электродинамики. Они привлекали внимание всемирно известных ученых прошлого и продолжают интересовать специалистов в настоящее время. Многие из проблем, например определение сил в анизотропных средах, мало исследованы, а результаты теоретического анализа еще не получили достаточной практической проверки. Видимо, эти причины и вызывают дискуссионные споры.

Одним из главных дискуссионных вопросов рассматриваемых статей является получение правильного выражения для силы, действующей на ферромагнитную область, расположенную в магнитном поле.

Иванов-Смоленский А. В. отстаивает формулу Максвелла для плотности электромагнитной силы [1, с. 3]:

$$\bar{f} = [\bar{J} \times \bar{B}] - 0,5\mu_0 H^2 \text{ grad } \mu_r. \quad (1)$$

Львов Е. Л. оспаривает абсолютную правильность этой формулы, утверждая, что ее «можно рассматривать лишь как эвристическое предположение, не связанное с доказательством» [2, с. 7], которое справедливо для ограниченного круга задач и должно быть дополнено поверхностными составляющими при нахождении результирующей силы [2, с. 17]. С помощью макромодели Ампера Львов Е. Л. получает формулу

$$\bar{f} = [\bar{J} \times \bar{B}] + [(\text{rot } \bar{M}) \times \bar{B}]. \quad (2)$$

Первые слагаемые в формулах (1) и (2) определяют силы, действующие на токи источников поля и не вызывают сомнений. Расхождение наблюдается во вторых слагаемых, которые представляют силы, действующие на ферромагнитные элементы.

В данной статье автору хотелось бы остановиться на анализе именно вторых слагаемых в формулах (1) и (2). Для их сопоставления выразим слагаемое $[(\text{rot } \bar{M}) \times \bar{B}]$ через напряженность магнитного поля H . Учитывая, что $\bar{M} = \mu_r \bar{H} - \bar{H}$, находим

$$\text{rot } \bar{M} = \text{rot } (\mu_r \bar{H}) - \text{rot } \bar{H} = \mu_r \text{ grad } \mu_r \bar{H} - \text{rot } \bar{H}.$$

Так как в области ферромагнетика токи источников поля отсутствуют¹, то $\text{rot } \bar{H} = 0$. Следовательно,

¹ Если ферромагнетик является проводником токов источников, сила, действующая на эти токи, определяется слагаемым $[\bar{I} \times \bar{B}]$.

$$\text{rot } \bar{M} = H \text{ grad } \mu_r \quad (3)$$

Выражение (3) может быть получено более строго, исходя из условия $\text{rot } \bar{H} = 0$, с учетом преобразований, выполненных Тозони О. В. [3, с. 63]. Действительно, запишем выражение для индукции магнитного поля через намагниченность M :

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} + \mu_0 \bar{M}.$$

Тогда

$$\text{rot } \bar{B} = \mu_0 \text{ rot } \bar{H} + \mu_0 \text{ rot } \bar{M}.$$

Или при условии $\text{rot } \bar{H} = 0$,

$$\text{rot } \bar{M} = \frac{1}{\mu_0} \text{ rot } \bar{B}. \quad (4)$$

С другой стороны, как показано в (3),

$$\begin{aligned} \text{rot } \bar{H} &= \text{rot } \frac{\bar{B}}{\mu_r \mu_0} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \text{ rot } \bar{B} + \bar{B} \text{ grad } \frac{1}{\mu_r \mu_0} = \\ &= \frac{1}{\mu_r \mu_0} \text{ rot } \bar{B} - \bar{B} \frac{\text{grad } (\mu_r \mu_0)}{(\mu_r \mu_0)^2} = 0, \end{aligned}$$

Откуда

$$\text{rot } \bar{B} = \mu_0 H \text{ grad } \mu_r. \quad (5)$$

Подставляя выражение (5) в (4), получаем формулу (3).

Таким образом, с учетом выражения (3) второе слагаемое в формуле (2) примет вид

$$\begin{aligned} [(\text{rot } \bar{M}) \times \bar{B}] &= [(H \text{ grad } \mu_r) \times \mu_r \mu_0 \bar{H}] = \\ &= -\mu_r \mu_0 H^2 \text{ grad } \mu_r. \end{aligned} \quad (6)$$

Сравнение его со вторым слагаемым формулы (1) показывает расхождение их значений в $2\mu_r$ раз. Причину расхождения этих слагаемых следует искать в исходных концепциях, которые положены в основу вывода каждой формулы. Формула (1) получена Максвеллом [4] исходя из выражения для тензора натяжения на основе физических свойств «гидростатического давления», Абрагамом М. и Таммом И. Е.— исходя из приращения энергии при бесконечно малом перемещении элементарных объемов в магнитном поле при условии постоянства токов, Ивановым-Смоленским А. В.— исходя из натяжений на основе физической модели с использованием «микротоков», охватывающих элементарные трубы потока. Другие формулы, отличающиеся от (1) вторым членом, который

не распространяется ни на модель Ампера, ни на оригинал, были получены в [5] и в Трактате Максвелла. Формула (2) получена Львовским Е. Л. в [6, 7] исходя из энергии поля токов намагниченности, которые вводились вместо ферромагнитной среды с целью получения эквивалентного магнитного поля в однородной среде с магнитной проницаемостью μ_0 .

Сама идея о замене ферромагнитных элементов с магнитной проницаемостью $\mu_a = \mu_r \mu_0$ и создающих вместе с токами источников поля \vec{J} магнитное поле индукции \vec{B} некоторыми фиктивными или вторичными токами с плотностью $J_m = \text{rot } \vec{M}$, которые вместе с токами первичных источников \vec{J} создают такое же магнитное поле индукции \vec{B} в однородной среде с магнитной проницаемостью μ_0 , вполне справедлива и получила всестороннее развитие в работах Тозони О. В. [3, 8, 9]. Тем не менее, механический перенос вторичных источников на энергетические характеристики поля может привести к ошибочным результатам. Следует иметь ввиду, что вторичные источники справедливы только при определении индукции \vec{B} магнитного поля, но не напряженности H . Поэтому, получив значения индукции \vec{B} в однородной среде с магнитной проницаемостью μ_0 , расчет остальных характеристик поля (напряженности, энергии, силы, индуктивности и взаимоиндуктивности) следует выполнять, вернувшись к исходной физической модели с ферромагнитными областями с магнитной проницаемостью $\mu_a = \mu_r \mu_0$.

Сущность вопроса состоит в том, что хотя магнитная индукция полей исходной физической модели и расчетной модели с токами вторичных источников остается одинаковой и равной \vec{B} , однако энергия их будет различная. Энергия магнитного поля, созданного первичными и вторичными токами в среде с магнитной проницаемостью будет в μ , раз больше, чем энергия магнитного поля той же индукции в ферромагнитной среде.

При одинаковой магнитной индукции поля в воздухе и ферромагнетике энергия магнитного поля в ферромагнетике будет в μ , раз меньше, так как в воздухе $H = B/\mu_0$, а в ферромагнетике $H = \frac{B}{\mu_r \mu_0}$. Формула для расчета плотности энергии магнитного поля остается единицей: $W = \frac{BH}{2}$ и требует подстановки характеристик поля B и H , определенных в той среде, в которой действует магнитное поле.

Поскольку указанные ошибочные подходы к использованию токов вторичных источников приводят к ошибке в определении энергии магнитного поля, то, естественно, эти ошибочные результаты при абсолютно правильных дальнейших математических выкладках автоматически переходят в расчетные выражения для определения сил в магнитном поле.

Проиллюстрируем приведенные рассуждения простейшими примерами. Для этого рассмотрим одномерное поле, созданное двумя параллельными плоскими слоями с токами $\pm i_k$ на единицу длины (рис. 1, а). Для сравнения определим плотность энергии поля в среде с магнитной проницаемостью μ_0 (рис. 1, а). Характеристики магнитного поля в этой среде обозначим через B_0 и H_0 . Плотность энергии магнитного поля при этом будет

$$W_0 = \frac{BH}{2} = \frac{B_0 H_0}{2} = \frac{\mu_0 H_0^2}{2}$$

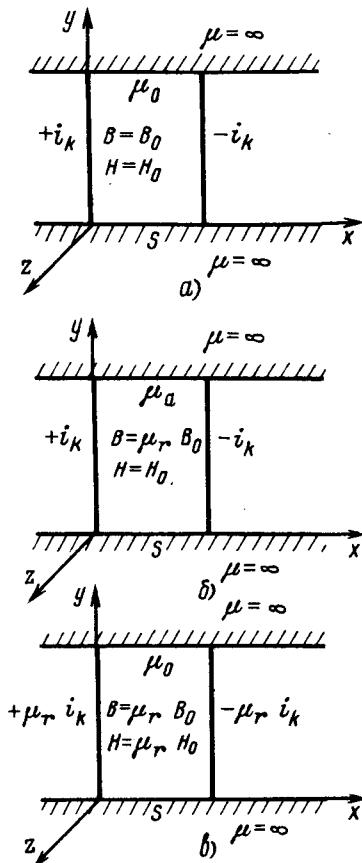


Рис. 1. Расчетные модельные задачи для определения магнитного поля в однородной среде

Заполним область между слоями токов средой с магнитной проницаемостью $\mu_a = \mu_r \mu_0$ (рис. 1, б). При этом напряженность магнитного поля согласно закону полного тока не изменится ($H = H_0$), а индукция увеличится в μ , раз:

$$B = \mu_a H = \mu_r \mu_0 H_0 = \mu_r B_0.$$

Следовательно, в μ , раз увеличится и плотность энергии магнитного поля:

$$W_m = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_r B_0 H_0}{2} = \mu_r W_0.$$

Далее согласно макромодели поля по Амперу удаляем ферромагнитную среду из модели, приведенной на рис. 1, б, и вводим токи вторичных источников $i_s = \pm (\mu_r - 1)i_k$, которые вместе с токами первичных источников $\pm i_k$ обеспечили бы в однородной среде с магнитной проницаемостью μ_0 такую же индукцию $B = \mu_r B_0$ как и в ферромагнитной среде с магнитной проницаемостью μ_a (рис. 1, б). При этом получим реализующие токи $\pm \mu_i k$, которые создадут магнитное поле со значениями характеристик $B = \mu_r B_0$ и $H = \mu_r H_0$. Плотность энергии этого поля

$$W_m = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_r^2 B_0 H_0}{2} = \mu_r^2 W_0 = \mu_r W_m.$$

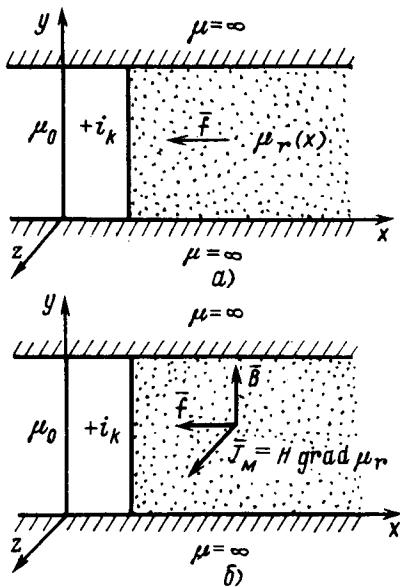


Рис. 2. Расчетные модельные задачи для определения магнитного поля в неоднородной среде

Тем самым получили μ_r -кратное увеличение энергии магнитного поля модели со вторичными источниками по сравнению с энергией магнитного поля модели с ферромагнитной средой.

Теперь рассмотрим пример, иллюстрирующий как подобная ошибка в определении энергии магнитного поля сказывается на величине силы, действующей на ферромагнетик. Снова для наглядности построим модельную физическую задачу, реализующую одномерное распределение магнитного поля. Такое поле может быть создано бесконечной плоскостью с током i_k на единицу длины при однородном распределении магнитной проницаемости вдоль осей y и z и неоднородном распределении вдоль оси x (рис. 2, а). Плотность энергии магнитного поля в ферромагнетике

$$W_m = \mu_r(x) \frac{\mu_0 H^2}{2}.$$

Силу, действующую на ферромагнетик, определим через производную от энергии магнитного поля по координате:

$$f = -\frac{\partial W_m}{\partial x} \bar{e}_x = -\mu_0 0,5 H^2 \frac{\partial \mu_r(x)}{\partial x} \bar{e}_x = -\mu_0 0,5 H^2 \operatorname{grad} \mu_r \bar{e}_x.$$

Это выражение совпадает со вторым слагаемым формулы Максвелла (1).

Далее заменим ферромагнетик фиктивными токами намагниченности или вторичными токами, которые действуют в области ферромагнетика. При этом ферромагнетик заменяется однородной средой с магнитной проницаемостью μ_0 . Плотность тока вторичных источников

$$J_z = H \operatorname{grad} \mu_r(x).$$

Сила, действующая на вторичные токи, определится через величину

$$\begin{aligned} \bar{f} &= [\bar{J}^z \bar{B}_y] = [H \operatorname{grad} \mu_r(x) \bar{e}_z \times \mu_r \mu_0 H \bar{e}_y] = \\ &= -\mu_r \mu_0 H^2 \operatorname{grad} \mu_r(x) \bar{e}_z. \end{aligned}$$

Полученное выражение совпадает со вторым слагаемым формулы (2) и в $2\mu_r$ раз превышает силу, полученную для исходной физической модели, т. е. истинную силу, действующую на ферромагнетик в магнитном поле.

Следует также ответить на вопрос, почему увеличение энергии магнитного поля в μ_r раз приводит к увеличению силы, действующей на ферромагнетик, в $2\mu_r$ раз. Для этого еще раз запишем выражение для плотности энергии магнитного поля в виде

$$W_M = \frac{\mu_r \mu_0 H^2}{2}.$$

Дифференцируя это выражение по обобщенной координате q , получаем выражение для плотности силы:

$$f = -\frac{\partial W_M}{\partial q} = -\frac{\mu_0 H^2}{2} \frac{\partial \mu_r}{\partial q} = -\mu_0 0,5 H^2 \operatorname{grad} \mu_r.$$

Далее рассмотрим выражение для плотности энергии поля, созданного вторичными токами:

$$W_B = \mu_r W_M = \frac{\mu_r^2 \mu_0 H^2}{2}.$$

После дифференцирования этого выражения по обобщенной координате q получим плотность силы:

$$f = -\frac{\partial W_B}{\partial q} = -\frac{\mu_0 H^2}{2} 2 \mu_r \frac{\partial \mu_r}{\partial q} = -\mu_r \mu_0 H^2 \operatorname{grad} \mu_r.$$

Таким образом, отмеченное увеличение плотности силы в $2\mu_r$ раз при увеличении плотности энергии поля в μ_r раз обусловлено математическими особенностями дифференцирования выражения для плотности поля по обобщенной координате.

Означают ли ошибочные результаты по определению энергии и силы с помощью вторичных источников, что метод вторичных источников не может применяться для расчета этих характеристик магнитного поля? Совсем нет! Необходимо только правильно пользоваться токами вторичных источников, а именно, напряженностью и энергией поля, созданного в модели с токами вторичных источников, необходимо уменьшать в μ_r раз, а плотность силы уменьшать в $2\mu_r$ раз, тогда будут получены верные результаты.

Заметим также, что механическое использование результатов расчета напряженности H магнитного поля методом вторичных источников путем подстановки величины H в формулу (1) приведет к еще одной ошибке. Плотность силы при этом будет в μ_r раз больше. Только предварительное уменьшение величины H в μ_r раз даст возможность верно определить силу.

Выводы. 1. Формула (1) для расчета сил, действующих на ферромагнитные области в магнитном поле, является верной для исходной физической модели и дает верные результаты при подстановке характеристик поля, рассчитанного для неоднородной среды с магнитной проницаемостью μ_r .

2. Формула (2) дает верные результаты при расчете сил в макромодели Ампера. Однако сама макромодель Ампера не по всем характеристикам эквивалентна исходной физической модели для расчета поля в неоднородной среде. Макромодель Ампера адекватна исходной физической модели только по индукции магнитного поля. Поэтому результаты расчета сил в макромодели Ампера, оказываются в $2\mu_r$ раз больше истинного значения.

3. Макромодель Ампера может быть использована для расчета напряженности, энергии и сил в магнитном поле исходной физической модели. Для этого результаты расчетов по макромодели Ампера необходимо уменьшить в μ раз при определении напряженности и энергии поля и в 2μ , раз при определении силы, действующей на ферромагнитные области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов-Смоленский А. В. О статье Е. Л. Львова «Объемные силы и тензоры поля в магнетиках». — Электричество, 1987, № 10, с. 35—45.

2. Львов Е. Л. Объемные силы и тензоры поля в магнетиках. — Электричество, 1987, № 10, с. 30—35.

3. Тозони О. В. Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975. — 296 с.

4. Максвелл Дж. К. О физических силовых линиях. — В кн.: Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. — М.: Гостехиздат, 1954. — 668 с.

5. Эйнштейн А., Лауб И. О пондеромоторных силах, действующих в магнитном поле на покоящиеся тела. — В кн.: А. Эйнштейн. Собрание научных трудов. — М.: Наука, 1965, т. 1. — 700 с.

6. Львов Е. Л. Связь между различными методами расчета статических тяговых сил в электромагнитных системах. — Тр. МЭИ, 1951, вып. VII, с. 54—86.

7. Львов Е. Л. Интегральные выражения для пондеромоторных сил в магнитном поле. — Электричество, 1984, № 6, с. 18—24.

8. Тозони О. В. Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах. — Киев: Техника, 1967. — 252 с.

9. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техника, 1974. — 352 с.

[29.09.87]

УДК 621.316.1.016.4.015.2:658.562.(083.74)

О совершенствовании нормирования качества электроэнергии

(статьи Железко Ю. С.; Мамошина Р. Р. и Никифоровой В. Н., «Электричество», 1987, № 4)

ЯРНЫХ Л. В., канд. техн. наук

Проблеме качества электроэнергии (КЭ) последние 15—20 лет уделяется большое внимание. За эти годы сложилась определенная структура показателей качества электроэнергии (ПКЭ), достигнуты успехи в их нормировании и контроле, введены в действие соответствующие нормативно-технические и технико-экономические документы. Однако несмотря на эти усилия КЭ продолжает снижаться и проблема становится все более острой. Обусловлено это недостаточной координацией действий, субъективным узковедомственным подходом, а также объективными техническими факторами: значительным увеличением удельного веса помехогенерирующего оборудования, ростом его единичных мощностей, концентраций на разных ступенях электроснабжения, широким внедрением систем управления, защиты и контроля на базе электронной и микроэлектронной техники. В целом проблема КЭ носит явно выраженный технико-экономический характер. Однако ущерб от снижения КЭ в настоящее время поддается только приближенным экспертным оценкам. Тем не менее опубликованных многочисленных данных достаточно для обоснования необходимости совершенствования нормирования КЭ, введения новых ПКЭ, развития методического и метрологического обеспечения.

Данная дискуссия касается основных положений новой редакции ГОСТ на КЭ в электрических сетях общего назначения. Учесть в его рамках все специфические особенности функционирования энергосистем и работы электроприемников (ЭП) вряд ли возможно и целесообразно. Поэтому наряду с ГОСТ на КЭ в этих сетях должны существовать отраслевые стандарты, в которых ПКЭ могут быть расширены и уточнены. В первую очередь это справедливо для автономных

и локальных систем, определенных видов ЭП, наиболее критичных к воздействию помех и предъявляющих особые требования к системам электроснабжения и источникам питания. По этой же причине представляется нецелесообразным нормирование в ГОСТ изменений импульсов напряжения, уровень и характер которых определяется электрической прочностью изоляции и не приводят к нарушению нормальной работы основной массы ЭП. Возможность сбоя в работе ЭВМ, систем автоматического контроля, регулирования, управления, возникновения резонансных явлений в протяженных кабельных сетях 6—10 кВ и, как следствие, пробоя изоляции должна быть учтена в отраслевых стандартах на выпускаемое оборудование — источник импульсных помех или в ОСТ на соответствующие ЭП с целью локализации или фильтрации недопустимых изменений импульсов напряжения.

В целом следует отметить прогрессивный характер предлагаемых новых ПКЭ [1, 2], однако, введение их в действие нельзя ставить в зависимость от оснащенности электрических сетей соответствующими приборами, как предлагается в [2], так как это может послужить причиной и необоснованно задержать развитие и внедрение необходимого приборного обеспечения.

Следует высказать также ряд критических замечаний в части наиболее дискуссионных положений обеих статей.

Нормирование ПКЭ по частоте. Можно согласиться с авторами [1, 2], что показатель «колебание частоты» потерян свое значение для объединенных энергосистем (ОЭС) и ЕЭС СССР. Однако для автономных энергосистем и изолированно работающих станций этот показатель должен быть сохранен или включен

в соответствующие ОСТ на КЭ. Замена его новым показателем «колебания фазы» нецелесообразна, так как этот показатель не является аналогом показателя «колебания частоты», имеет самостоятельное значение и характеризует КЭ по напряжению. Кроме того, нельзя согласиться с мнением, что целесообразно нормировать текущее значение частоты [1] или усредненное за 4—10 периодов питающего напряжения [2]. Современные системы регулирования частоты предназначены для поддержания среднего ее значения на интервале осреднения до 10 мин. Скорость регулирования частоты в ОЭС определяется динамическими характеристиками регулирующих станций и практически не зависит от секундных (тем более мгновенных) изменений частоты, поэтому нормирование текущих ее значений смысла не имеет. Принципиально интервал осреднения, принятый в действующем ГОСТ равным 10 мин, может быть уменьшен до 5 мин, что будет способствовать скорейшему проведению работ по повышению маневренности блочных ТЭС, сооружению новых пиковых станций в определенных регионах страны, созданию промышленных накопителей электроэнергии и дальнейшему развитию работ по автоматическому управлению режимами ЕЭС по частоте и активной мощности.

Существующая норма на отклонение частоты должна быть сохранена и дополнена предельно допустимым значением отклонения $\pm 1,0$ Гц. При этом оба показателя должны определяться с интегральной вероятностью, например, первый — 95 %, второй — 5 %. Системные аварии не должны приводить к нарушению данных показателей, так как нормированы осредненные значения и их выполнение на суточном интервале измерения представляется реальным и соответствует современному уровню развития ЕЭС СССР.

Нормирование ПКЭ по напряжению. В отличие от ПКЭ по частоте, которые носят системный характер, ПКЭ по напряжению локальны и применимы к любым узлам энергосистем. Необходимость нормирования этих показателей на границах ведомственного разделения сетей давно назрела. Нормирование их только на зажимах ЭП практически снимало ответственность энергосистем за качество напряжения, не стимулировало развития сетей, особенно распределительных, сдерживало внедрение компенсирующих устройств в узлах энергосистем, обусловливало недостаточное внимание к средствам автоматического регулирования напряжения (в частности, на трансформаторах с РПН) и контролю качества напряжения. Некоторый опыт нормирования отдельных ПКЭ в узлах электрических сетей уже имеется и полностью себя оправдал. Так, например, ПУЭ регламентируют встречное регулирование напряжения на шинах подстанций 6—20 кВ, к которым присоединены распределительные сети. Для сетей разных классов напряжений заданы максимально допустимые рабочие напряжения, а для трансформаторов — и их длительность, т. е. фактически определены верхние границы допустимых отклонений напряжения. Нормированы также уровни перенапряжений с точки зрения надежности функционирования электропередач.

В [3] опубликованы методические указания по контролю и анализу КЭ, в которых рекомендуется контролировать КЭ проводить на границе раздела или в иных пунктах сети, принятых по согласованию между энергоснабжающей организацией и потребителем. Аналогичное решение предусмотрено «Дополнительным прейскурантом 1809—01—1980/11/12 для тарифов на электрическую и тепловую энергию, введенным в действие с 1984 г. и определяющим скидки и надбавки за КЭ.

Таким образом, введение в ГОСТ данного положения является прогрессивным, позволит разграничить ответственность за КЭ и стимулирует его повышение.

Полная характеристика всех ПКЭ по напряжению может быть получена по результатам обработки непрерывных реализаций изменений мгновенных значений напряжения в функции времени. Ряд показателей (отклонения, колебания, несимметрия) характеризуются изменением только действующих значений, которые в общем случае, как и мгновенные, являются случайной функцией времени и могут быть исследованы методами математической статистики. Такой подход весьма трудоемок, требует специального приборного и математического обеспечения и может быть оправдан с технических и тем более технико-экономических позиций только для особых узлов нагрузки или в целях комплексных исследований нового помехогенерирующего оборудования. В большинстве случаев пригодны упрощенные методы контроля: визуальные периодические наблюдения; замеры в режимные дни недели, месяца, года; регистрация текущих значений через каждый час и другие. Выборы способа контроля определяются характером нагрузки узла, его местоположением в системе, результатами предшествующих исследований, требованиями (рекомендациями) энергоснабжающей организации. Однако уже на данном этапе возникают вопросы о необходимой скорости регистрации процесса; интервалах дискретизации измерения с осреднением или без осреднения на заданном интервале, обоснованных длительностях реализаций с целью получения достоверной информации о процессе в целом и периодичности контроля. Очевидно, что решение всех этих вопросов зависит от принятого в ГОСТ способа нормирования ПКЭ, основой которого является интервал измерения текущих значений: один или несколько периодов, секунды, минуты, часы. При нормировании колебаний напряжения минимальное время дискретизации измерения согласно действующему ГОСТ равно 20 мс. Такой подход обоснован максимальным значением 25 Гц для частоты колебаний, воспринимаемых человеческим зрением, фактически регламентирует верхнюю частотную границу регистрации изменения напряжения и определяет требования к средствам измерения колебаний напряжения. Вопрос о том, на каком интервале измерять и осреднять напряжение, когда речь идет о других ПКЭ, какая должна быть временная или частотная граница выделения колебаний как динамической составляющей изменения напряжения, ГОСТ не определен. Поэтому естественны разногласия и различные точки зрения по данному вопросу. В первую очередь, очевидно, следует ответить на вопрос, нужно ли разделять понятия отклонения и колебания напряжения, а также ряд других, или же во всех случаях говорить об изменениях напряжения, нормирование и контроль которого должен осуществляться на основе частотного или кумулятивного подхода. Определяющим в этом должны быть объективные факторы, такие как опыт эксплуатации, максимальная простота моделей исследуемых процессов, удобство использования соответствующих показателей для решения технических и технико-экономических задач, возможность применения существующего

или необходимость разработки нового приборного обеспечения.

На основании опыта эксплуатации можно утверждать, что подавляющее большинство узлов нагрузки практически не подвержено влиянию помехогенерирующего оборудования. Поэтому использование во всех случаях частотного подхода и тем более применение его как основы ГОСТ на КЭ не может быть обосновано теоретической общностью получаемых результатов, так как приведет к существенному усложнению способов и средств контроля ПКЭ без какой-либо эффективности. Данный подход должен быть рекомендован для исследовательских целей, например, в узлах с резкоизмененной нагрузкой или большим процентным составом помехогенерирующего оборудования с целью разработки и выдачи рекомендаций по использованию практических методов контроля ПКЭ и оценки их достоверности.

По аналогичным и ряду дополнительных причин не может быть признано целесообразным использование инерционного и кумулятивного подходов к оценке КЭ в узле нагрузки. Основанием для такого утверждения является разнотипный состав электроприемников узла, для которых не могут быть определены единые временные и степенные показатели влияния КЭ на их технические и технико-экономические характеристики.

Из сказанного следует, что принятый в ГОСТ подход к разделению и нормированию ПКЭ является более общим, удобен для пользователя и должен быть взят в качестве основы для дальнейшего развития и усовершенствования.

Следующим по значимости является вопрос о текущих значениях ПКЭ. В [2] для оценки такого основного показателя как отклонение напряжения предлагается использовать его осредненное за 5—30 мин значение. Обосновывается это нечувствительностью инерционных ЭП к быстрым изменениям напряжения и запаздыванием действия основных средств его регулирования. Такая трактовка вопроса представляется ошибочной. Любой ЭП реагирует не на медленную составляющую, а на весь процесс изменения напряжения. Оценка этого воздействия с использованием кумулятивных или инерционных показателей полностью обоснована [4]. Интервал осреднения в данном случае принимается равным 2—3 T , где T — постоянная времени рассматриваемого инерционного процесса воздействия напряжения на электроприемник. Значение T для отдельных ЭП изменяется в достаточно широких пределах от долей секунды до десятка минут. Поэтому осреднение за 5 мин или 30 мин приемлемо для одних ЭП и совершенно непригодно для других. Кроме того, выбор способов и средств регулирования напряжения определяется не только технико-экономическими особенностями ЭП, но и параметрами средств регулирования с учетом надежности их действия. При этом регулирование напряжения является следствием, а не причиной изменения напряжения, и следовательно, не является основанием для выбора интервала осреднения.

Тем не менее вопрос о некотором компромиссном решении в части осреднения значения отклонения напряжения представляется правомочным. При этом длительность интервала осреднения должна быть принята такой, чтобы погрешность оценки реального и моделированного осредненными значениями процессов не превышала заранее заданного значения. Для выбора

интервала осреднения предлагается следующий подход: интервал осреднения выбирается равным максимально возможному шагу дискретизации реального процесса, определенному по максимально возможным периодическим возмущениям для наиболее характерных ЭП. Обычно шаг дискретизации выбирают исходя из требуемой точности описания корреляционной функции. Согласно [5], если принять допущение о стационарности процесса, максимальное значение этого шага будет равно

$$\Delta t = \frac{2}{\pi n_0} \sqrt{2\eta}, \quad (1)$$

где η — максимальная относительная погрешность описания корреляционной функции при дискретизации случайного процесса; n_0 — число пересечений случайнym процессом линии математического ожидания в единицу времени.

Если оценить граничное значение шага дискретизации для наиболее характерной с точки зрения колебаний нагрузки (дуговой сталеплавильной печи) и принять, что среднее число эксплуатационных коротких замыканий с максимальной амплитудой равно 5—6 раз в минуту, на основании (1) получим $\Delta t = 2,1—2,42$ с при $\eta = 0,05$.

В [1] указанное значение принято равным 1,5—3 с. Интервал осреднения 3 с приемлем для основной массы ЭП, для которых постоянная времени инерционного процесса воздействия изменения напряжения превышает 1 с.

Аналогичный подход целесообразно распространить и на другие ПКЭ [1], так как его реализация повышает устойчивость, достоверность и информативность ПКЭ, существенно снижает трудоемкость работ по анализу КЭ, упрощает построение и повышает точность измерительных приборов.

Выбор интервала осреднения может служить основой для разделения отклонений и колебаний напряжения. При этом наиболее удобен частотный принцип выделения быстрых изменений напряжения, который легко реализуется и неоднократно предлагался к использованию многими авторами. Принятым интервалу осреднения 3 с соответствует нижняя частотная граница колебаний — 0,33 Гц, которая принципиально может быть уточнена с учетом формы, реальных частотных спектров колебаний или, в более общем виде, по допустимой дозе фликера. Дополнительным основанием такого подхода могут служить данные о максимумах энергетической мощности спектров колебаний, обусловленных работой электроприемников с резкоизмененным режимом работы. Так, для дуговых сталеплавильных печей, сварочных машин, прокатных станов типов блюминг, слябинг указанные максимумы соответствуют частотам 0,8—1,2 Гц, 2,5—3,0 Гц, 0,33 Гц, что подтверждает допустимость выбранных границ.

Необходимо обратить внимание на некоторую условность существования нижней частотной границы колебаний при их оценке по допустимой дозе фликера. Однако это не означает, что следует отказаться от предлагаемого осреднения ПКЭ, разделения отклонений и колебаний напряжения. Без этого не может быть обосновано применение существующего и принятых единичных критерии для разработки нового приборного обеспечения, существенно усложнится, а в ряде случаев

будет практически невозможен контроль КЭ в условиях эксплуатации и учет его при проектировании.

В целом предлагаемые в [1, 2] нормы на ПКЭ по напряжению приемлемы и достаточно обоснованы работами советских и зарубежных авторов.

Однако на некоторые положения следует обратить внимание. Так, необходимо нормировать отклонение напряжения в узлах электрических сетей 6—220 кВ, приняв его равным $0-+10\%$, что обусловлено работой высоковольтных ЭП без снижения производительности и будет способствовать снижению активных потерь в электрических сетях энергосистем. Предельно допустимые отклонения напряжения в этих узлах целесообразно нормировать в соответствии с максимальными рабочими напряжениями.

Нельзя считать оправданным отказ от нормирования отклонений напряжения в осветительных сетях, так как снижение уровня освещенности не связано с приведенными в ГОСТ нормами колебаний напряжения.

Необходимость введения нового дополнительного показателя изменения напряжения — «провал напряжения» — сомнений не вызывает. Однако, по мнению автора, к провалам следует относить быстрые изменения напряжения частотой менее 0,33 Гц, вызванные работой ЭП, а не короткими замыканиями в электрических сетях и соответственно действием релейной защиты и автоматики [2]. В последнем случае происходит подмена понятия надежности электроснабжения потребителей новым показателем КЭ, что неадекватно. Возможные границы нормирования провалов напряжения могут быть определены на уровне 10—35%; при этом с учетом малой их длительности работа основной массы ЭП не нарушается, если предусматриваются соответствующие технические мероприятия.

Провалы глубиной более 35% следует относить к аварийным, допустимость которых должна регламентироваться требованиями надежности. По этой причине нельзя согласиться с нормами предлагаемыми в [2], где, например, для частоты провалов 0,125 1/ч нормируется глубина 100%. Принять такую норму, как и другую, приведенную в [2], значит узаконить низкую надежность системы электроснабжения, возможность отключения всех потребителей один раз

в восемь часов и чаще, что недопустимо ни по каким соображениям. Поэтому требуются дополнительные исследования по данному вопросу, а нормирование глубины и длительности провалов напряжения преждевременно.

В заключение следует отметить, что проблема КЭ является межведомственной, общегосударственной и не может быть решена в рамках потребителей — энергоснабжающая организация, на что ориентирована вся действующая нормативно-техническая документация. Разработчик и изготовитель помехогенерирующего оборудования практически не участвуют в решении проблемы. Кроме того, отсутствуют нормы на допустимые уровни помех, создаваемых отдельными ЭП. В условиях сохраняющегося диктата производителя решение всех этих вопросов усложняется, так как разработку и изготовление нового оборудования финансирует, как правило, конкретный потребитель — заказчик, которого глобальные вопросы КЭ не интересуют в связи с необходимостью дополнительного финансирования и увеличением сроков разработки при комплексном решении вопросов электроснабжения, выбора параметров помехогенерирующего и компенсирующего эти помехи оборудования.

Решение проблемы в целом осуществимо путем объединения усилий не только подразделений Минэнерго, но и других министерств и ведомств, занимающихся разработкой и эксплуатацией помехогенерирующего оборудования, проектированием систем электроснабжения на основе координации работ по единой программе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Железко Ю. С. О совершенствовании нормирования качества электроэнергии. — Электричество, 1987, № 4.
2. Мамошин Р. Р., Никифорова В. Н. О совершенствовании нормирования качества электрической энергии. — Электричество, 1987, № 4.
3. Инструктивные материалы Главгосэнергонадзора. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
4. Шидловский А. К., Куренной Э. Г. Введение в статистическую динамику систем электроснабжения. — Киев: Наукова думка, 1984.
5. Гайдукевич В. И., Мельникова А. А. Вероятностная обработка осцилограмм электрических величин. — М.: Энергия, 1972.

VIII Международная конференция по атмосферному электричеству

(13—16 июня 1988 г., Швеция)

Конференция была организована Институтом высоковольтных исследований при Университете в г. Упсала. Организаторы продолжили традиции, сложившиеся на предыдущих конференциях, которые проходили, начиная с 1954 г., в США, Швейцарии, Японии, ФРГ, Великобритании и в 1984 г. снова в США. Тематика конференции включала такие аспекты атмосферного электричества, как электричество хорошей погоды, физика разряда молний, электризация облаков, токи и поля излучения молний, обнаружение и распределение грозовых очагов и молниевых разрядов, а также некоторые другие вопросы. В отличие от симпозиумов по атмосферному электричеству, проводимых в СССР (см. «Электричество», 1987, № 4, с. 74), вопросы грозозащиты практически не рассматривались.

В конференции участвовало более 150 специалистов из более чем 20 стран, в том числе 10 человек из СССР (АН СССР — 5, Госкомгидромет — 3, Минвуз СССР — 2). Было сделано 3 заказных обзорных доклада на пленарном заседании — Таммет (СССР), Вильямс (США) и Юман (США) и более 140 докладов на секционных заседаниях.

Последние успехи в исследовании молний и распределения грозовых разрядов в пространстве и во времени связаны главным образом с освоением и все более широким использованием двух мощных средств получения экспериментальных данных.

Одно из них — искусственное инициирование молний с помощью заземленной проволочки, поднимаемой вверх небольшой ракетой. Такие молнии называют триггерными и используют для моделирования естественных разрядов. Эксперименты с триггерными молниями проводятся во Франции, США и Японии. Работы по инициированию молний с помощью ракет ведутся и в СССР.

В 10 докладах специалистов из США, Франции и Нидерландов обсуждались результаты исследования триггерных молний. Описана молния, вызванная ракетой с проволочкой, изолированной от земли. Проведено сравнение электрических полей и скоростей главного разряда, а также спектров в инфракрасной области естественных и искусственных молний. Измерялись электростатические поля на различных удалениях от триггерных молний с целью получения некоторых характеристик их восходящих лидеров.

Проведены одновременные измерения амплитуд и максимальных крутиз 84 импульсов тока триггерных молний в США (в 1985 и 1987 гг.) и во Франции (в 1986 г.). Средние значения указанных параметров составляют соответственно 15 кА и 114 кА/мкс. Близкое значение максимальной крутизны получено по дистанционным измерениям для первых компонентов молний.

ственных молний в Китае. Это существенно больше, чем по данным Бергера. Коэффициент корреляции между амплитудой и крутизной триггерных молний оказался около 0,7 (по данным Бергера для последующих компонентов 0,56). Обнаружены некоторые различия в результатах, полученных в США (на берегу океана) и во Франции (в горном районе).

Для оценки амплитуды и крутизны импульсов тока главной стадии на основе регистрации импульсов напряженности электрического или магнитного поля молнии во всем мире широко используется (около десятка докладов) модель главной стадии в виде линии без затуханий (*transmission /inemode/*). Согласно этой модели импульс тока заданной формы распространяется с постоянной скоростью v от идеальной проводящей плоской земли вверх по каналу молнии, который является прямолинейным и вертикальным. При сделанных допущениях амплитуда и крутизна импульса тока молний могут быть определены из выражений:

$$i(t) = -\frac{2\pi\varepsilon_0 c^2 d}{v} E(d, t+d/c); \quad (1)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{2\pi\varepsilon_0 c^2 d}{v} \frac{dE(d, t+d/c)}{dt}, \quad (2)$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; c — скорость света; $E(dt+d/c)$ — электрическое поле молнии на расстоянии d от разряда в момент времени $t+d/c$. Считается, что в первые несколько микросекунд, включая первый пик, электрическое поле полностью определяется своей радиационной составляющей независимо от d .

В последнее время предпринимаются попытки экспериментальной проверки формул (1) и (2) (4 доклада). Для этого с помощью шунта и пояса Роговского измеряются токи триггерных молний и их производные, а также соответствующие электрические поля и их производные на некотором расстоянии от места запуска ракеты с проволочкой. При использовании максимальных значений (первого пика) упомянутых параметров из формул (1) и (2) определяются значения v , которые сравниваются с результатами измерения скорости оптическим методом.

Наиболее полные данные представлены Виллеттом и др. (США, Франция). Эксперименты проводились в 1987 г. в Космическом центре им. Кеннеди.

Токи и поля (на расстоянии 5,1 км) зарегистрированы для 28 главных разрядов в 7 молниях. Для 18 из этих разрядов в 6 молниях измерены скорости.

Среднее значение отношения скоростей, полученных из (1) и оптическим методом, составляет 1,06, а среднее квадратическое отклонение 0,20. При использовании

(2) указанные параметры составляют 1,26 и 0,24 соответственно. Коэффициент корреляции между максимальными значениями поля и тока равен — 0,953, а между максимальными значениями их производных — 0,949. Высказывается предположение о том, что главный разряд триггерной молнии начинается не от поверхности земли, а от точки соприкосновения нисходящего и встречного лидеров на высоте в несколько десятков метров. При этом первый пик поля связывается с одновременным распространением в течение первых 100 нс двух импульсов тока вверх и вниз от упомянутой точки. Коэффициент корреляции между вторичным пиком поля и амплитудой тока составляет — 0,971, а отношение скоростей при использовании этого пика характеризуется средним значением 0,99 и средним квадратическим отклонением 0,13.

Когда производная поля регистрируется на расстоянии 50 м от разряда, использование (2) дает скорость, близкую к скорости света (примерно в 1,5 раза больше, чем при $d=5,1$ км). Причины расхождения пока до конца не ясны.

Для оценки амплитуды тока молнии предложено также расчетное выражение (см. «Электричество», 1982, № 9, с. 53), позволяющее в отличие от (1) учесть изменения скорости и тока по высоте канала, вклад электростатической и индукционной составляющих в максимальное значение регистрируемого поля, а также возможные вариации параметров молнии от разряда к разряду. С учетом того, что пик радиационного поля на расстоянии 5;1 км от разряда составляет примерно 40 % максимального значения результирующего электрического поля, упомянутое расчетное выражение дает результаты, лучшие согласующиеся с описанными выше экспериментальными данными, чем формула (1).

Другим мощным средством получения экспериментальных данных, ставшим доступным за последние 10 лет, являются многопунктовые системы местоопределения (картирования) наземных молний. (см. Кононов И. И., Петренко И. А., Снегурев В. С. Радиотехнические методы местоопределения грозовых очагов — М.: Гидрометеоиздат, 1986). К ним прежде всего относятся серийно выпускаемые в США широкополосная пеленгационная система LLP и разностно- дальномерная система LPATS.

В настоящее время многопунктирные системы местоопределения молний развернуты в США, Великобритании, Франции, Швеции, Норвегии, Финляндии, Японии, Мексике и в некоторых других странах. Данные, полученные при использовании этих систем, представлены более, чем в 10 докладах.

Французская система LLP развернута в 1987 г. и состоит из 16 пеленгационных станций на расстояниях 200—250 км друг от друга. Был показан видеофильм, демонстрирующий отображение информации на карте местности в реальном времени.

В различных районах США развернуто несколько пеленгационных и разностно- дальномерных систем, используемых разными ведомствами и частными фирмами для обеспечения запросов различных отраслей (охрана лесов от пожаров, энергетика, авиация и т. д.). В 1987 г. Орвил предложил объединить региональные системы в единую Национальную сеть обнаружения молний.

В феврале 1988 г. было объявлено о создании такой сети на коммерческой основе фирмой R-SCAN (RX

× SCAN corporation). Сеть будет состоять из 12 региональных разностно- дальномерных систем (по 6 станций в каждой). Три региональные системы этого типа были развернуты ранее. В течение 1988 г. к ним добавятся еще четыре, а к концу 1989 г. развертывание сети должно завершиться. Данные региональных систем, включающие точное время, координаты, полярность и амплитуду тока каждого наземного удара, будут передаваться в Центр обработки и контроля, который сооружается в Миннеаполисе. Из этого центра данные будут по телефонным и спутниковым каналам поступать к потребителям, нуждающимся в оперативной информации. Многолетние данные могут быть использованы для построения климатических карт плотности разрядов молний в землю (как региональных, так и для всей страны).

Наряду с материалами рекламного характера, а также результатами применения серийно выпускаемых систем как «черного ящика» были представлены данные о возможных ошибках в получаемой информации. В частности, высказывалось сомнение (Брук, США) в том, что в настоящее время имеются достаточные данные для однозначного разделения положительных и отрицательных разрядов в пеленгационных системах. Приведены примеры ошибочной идентификации.

В 1986—1987 гг. в Оклахоме проводилась оценка точности и эффективности обнаружения наземных молний LLP и LPATS. В качестве независимых источников информации использовались регистраторы грома, две телевизионные камеры, установленные на передвижной лаборатории, для регистрации изображений каналов наземных разрядов, а также две стационарные телевизионные системы с круговым обзором. Последние представляли собой направленные вниз телевизионные видеокамеры, под каждой из которых было установлено зеркало конической формы. Аппаратура имела синхронизацию с точностью до 30 мс.

Вся территория, контролируемая LLP и LPATS, была разбита на квадраты 100×100 км², для каждого из которых подсчитывалось отношение числа разрядов, обнаруженных серийно выпускаемой системой к числу наземных разрядов, обнаруженных независимыми средствами. Для многих квадратов это отношение составляло менее 0,5. Таким образом, при оценке плотности разрядов молний в землю должны возникнуть проблемы учета пропущенных разрядов.

В США сделана попытка сопоставить характеристики грозовой деятельности, регистрируемые метеостанциями, с числом наземных разрядов в окрестности этих метеостанций. Рассматривались данные 10 метеостанций в западном горном районе и 8 метеостанций на восточном побережье США за 1983—1985 гг. Число наземных разрядов за этот же период времени регистрировалось развернутыми там пеленгационными системами (из 33 и 10 пунктов соответственно). Получено, что годовая продолжительность гроз объясняет менее 30 % вариаций числа наземных молний. От 20 до 40 % разрядов происходили в те периоды, когда гроза на метеостанции не отмечалась. С другой стороны, во время 50 % грозовых периодов наземные молнии не были обнаружены. Даже если исключить из рассмотрения такие грозовые периоды, продолжительность гроз будет менее, чем на 50 % объяснять вариации числа наземных молний.

Специалистами ряда стран (США, Франции, СССР, Японии и др.) отмечается несоответствие простран-

Полярность разряда	Сезон	Объем выборки	Медианное значение амплитуды тока, кА
отрицательная	лето	6408	33,2
	зима	747	29,0
положительная	лето	485	43,5
	зима	395	65,6

ственного распределения числа грозовых дней и плотности разрядов молний в землю. В Швеции обнаружено увеличение числа разрядов молний в тех районах, где выпадение радиоактивных осадков увеличило уровень радиации. Число грозовых дней при этом существенно не изменилось.

Значительное внимание на конференции было уделено зависимости характеристик молний от различных факторов: сезона (2 доклада — Япония), полярности (6 докладов — США, Япония, Швеция), географической широты (1 доклад — СССР), а также сравнению этих характеристик при грозах над водой и над сушей (1 доклад — Швеция).

В Японии при использовании пеленгационной системы и модели главного разряда в виде линии без затухания

(см. выше) при $v=10^8$ м/с получены распределения амплитуд токов первых компонентов (см. таблицу).

Доля положительных разрядов в их общем числе имеет выраженный годовой ход, изменяясь от 2 % в августе до 60 % в декабре.

Группа докладов была посвящена аппаратуре для регистрации грозовых разрядов из космоса (в том числе на других планетах). Специалистами из Нидерландов и Швеции представлено описание детектора молниевых вспышек, предназначенного для установки на спутниках Meteosat второго поколения. Их использование планируется после 1995 г. Детектор должен обнаруживать оптические импульсы (вспышки) мощностью более 10^7 Вт длительностью более 1 мс с вероятностью не менее 80 % в дневное и ночное время. Разрешение в пространстве — около 10 км, во времени — 1 мс. Указано на невозможность идентификации облачных и наземных разрядов со спутника.

В дни работы конференции состоялось два рабочих заседания Международной комиссии по атмосферному электричеству. Новым президентом Комиссии избран Л. Рунке (США), а вице-президентом Х. Ф. Таммет (СССР). Местом проведения IX Международной конференции по атмосферному электричеству в 1992 г. определен г. Тбилиси.

РАКОВ В. А.

II выездная сессия секции газового разряда координационного совета АН СССР по проблеме «Физика низкотемпературной плазмы» по теме «Физика долгоживущих плазменных образований и шаровой молнии»

(8—10 июля 1988 г., Ярославский государственный университет)

Сессия была посвящена физике долгоживущих плазменных образований и шаровой молнии (ШМ). Участвовало 56 человек из 26 городов страны. Было заслушано 29 докладов.

Работы по данной тематике ведутся по трем основным направлениям:

поисковые экспериментальные исследования;
накопление и статистическая обработка данных наблюдений ШМ;

теоретическое исследование проблемы ШМ.

За время, прошедшее после первой сессии, состоявшейся в ЯрГУ в 1986 г., получены важные экспериментальные результаты по моделированию некоторых свойств ШМ. На основе статистической обработки собранных описаний ШМ установлены корреляционные зависимости между такими свойствами ШМ, как характерный линейный размер, время существования, яркость и цвет; выявлена определяющая роль атмосферного электричества в образовании ШМ и объяснены ее особенности движения. Сопоставление статистического портрета ШМ с результатами экспериментальных исследований показывает, что правдоподобное представление о ШМ связано с ее образованием через неравномерные формы газового разряда в воздухе. В настоящее время имеются необходимые предпосылки для постановки систематических экспериментальных исследований, направленных на раскрытие природы ШМ.

Сессия констатирует:

1. Экспериментально достоверно исследованы инвариантно относительно возможной структуры ШМ особенности ее движения в электрическом поле.

2. Создан статистически достоверный портрет ШМ с учетом корреляционных зависимостей между отдельными ее свойствами.

3. Необходимо продолжить сбор фактического материала по наблюдению ШМ в естественных условиях.

4. Целесообразно сделать количественные выборки из накопленного фактического материала по наблюдениям

ШМ для проверки наиболее перспективных моделей.

5. Следует приветствовать инициативные работы по экспериментальному и теоретическому моделированию ШМ, ведущиеся в вузах, отраслевых и академических НИИ.

Сессия постановляет:

1. Считать целесообразным проведение экспериментальных и теоретических исследований по долгоживущим образованиям неравновесной плазмы.

2. Считать целесообразным включение в план работы секции газового разряда Координационного Совета АН СССР проблемы «Физика низкотемпературной плазмы» темы «Физика долгоживущих плазменных образований и атмосферных электрических явлений».

3. Возродить на базе МЭИ под руководством проф. Синкевича О. А. созданный профессором Стакановым И. П. общемосковский ежемесячный семинар по теме «Физика долгоживущих плазменных образований и ШМ».

4. Депонировать в виде сборника трудов сессии доклады, содержащие новые фактические данные о долгоживущих плазменных образованиях и ШМ.

5. Предложить секции газового разряда Координационного Совета АН СССР по проблеме «Физика низкотемпературной плазмы» обсудить вопрос о целесообразности организации проблемной лаборатории по экспериментальному исследованию долгоживущих плазменных образований и ШМ и сбору и обработке информации о наблюдениях ШМ в естественных условиях.

6. Считать целесообразным проведение следующей сессии по теме «Физика долгоживущих плазменных образований и ШМ» в 1990 г.

7. Разослать решения сессии заинтересованным лицам и организациям.

8. Выразить благодарность администрации ЯрГУ за проявленную инициативу в проведении сессии и хорошую организацию ее работы.

Игорь Мойсеевич Сирота

(К 80-летию со дня рождения)

Известный специалист в области релейной защиты и автоматики энергосистем доктор технических наук, профессор Игорь Мойсеевич Сирота родился 10 сентября 1908 г. в Киеве.

Плодотворную деятельность в энергетике И. М. Сирота начал в 1930 г. после окончания Киевского электротехнического института. В 30-х годах он работал над повышением эффективности энергетического производства в проектных организациях Харькова, в конструкторском бюро релестроения ХЭМЗа, в Киевэнерго. Им были разработаны новые конструкции сетевых распределителей и методы расчета городских сетей, оригинальная конструкция грузового привода для автоматического включения масляных выключателей, на основе которых осуществлены механические АПВ и АВР кабельных линий 6—10 кВ.

И. М. Сирота — участник Великой Отечественной войны. Он служил в войсках связи действующей армии, участвовал в освобождении от фашистских захватчиков Румынии и Болгарии, имеет боевые награды. В 1943 г. при форсировании Днепра стал коммунистом.

С 1946 г. и по настоящее время И. М. Сирота работает в Институте электродинамики



АН УССР. В 1948 г. он защитил кандидатскую диссертацию, а в 1963 г. — докторскую. За время работы в институте И. М. Сирота стал одним из ведущих специалистов в области релейной защиты и автоматики энергосистем. Он внёс существенный вклад в теорию переходных режимов работы трансформаторов тока и процессов при замыкании на землю в генераторах и электрических сетях, в разработку новых методов дифферен-

циальных защит генераторов, дистанционного измерения токов в высоковольтных линиях, в исследования систем телеуправления по проводам распределительных сетей и др. Ряд исследований был им выполнен впервые.

Результаты научной деятельности И. М. Сироты нашли широкое применение в инженерной практике. Им был предложен ряд чувствительных защит от замыканий на землю основного электрооборудования энергосистем. Разработанные И. М. Сиротой трансформаторы тока нулевой последовательности с подмагничиванием для защиты генераторов, синхронных компенсаторов и электрических сетей внедрены во всех энергосистемах Советского Союза и в ряде зарубежных стран.

И. М. Сирота — автор 186 научных работ, в том числе шести монографий. За время своей научной деятельности профессор И. М. Сирота подготовил 17 кандидатов наук.

В настоящее время Игорь Мойсеевич успешно продолжает свою научную и педагогическую деятельность. В 1985 г. его участие в научных исследованиях, проводимых в Институте электродинамики АН УССР, отмечено Государственной премией УССР в области науки и техники.

Группа товарищей и учеников

Виктор Иванович Попов

(К 50-летию со дня рождения)

19 ноября исполнилось 50 лет со дня рождения профессора кафедры «Теоретические основы электротехники и электрооборудование судов» Горьковского института инженеров водного транспорта, доктора технических наук Виктора Ивановича Попова.

Научно-педагогическая деятельность В. И. Попова началась после окончания в 1962 г. электротехнического факультета Ереванского политехнического института, где он был оставлен ассистентом. В 1968 г. В. И. Попов защитил кандидатскую, а в 1986 г. докторскую диссертации, посвященные электромашинным преобразователям энергии с совмещенными обмотками. С 1988 г. он работает в должности профессора кафедры ТОЭ и ЭОС ГИИВТ.

В. И. Попов известен как видный ученый и специалист в области электромашиностроения. Им опубликовано более 400 научных работ, в том числе монография «Электромашинные преобразователи частоты», которые явились существенным вкладом в развитие теории и проектирования совмещенных электромашинных преобразователей энергии. Виктор Иванович является автором более 250 изобретений, часть из которых внедрена в промышленность.



Под его руководством разработаны и внедрены в серийное производство одно-машины преобразователи частоты ти-

па ОПЧС-200 Гц с совмещенными обмотками.

Профессор В. И. Попов является блестящим лектором и прекрасным педагогом, талантливым воспитателем молодого поколения инженеров-электромехаников. В своей педагогической работе он неуклонно проводит линию на единство учебного, научного и воспитательного процессов, на органическое соединение обучения с научной и практической деятельностью.

На протяжении всей своей трудовой жизни Виктор Иванович Попов принимал активное участие в общественной деятельности. Он был членом Ученого Совета по научно-исследовательской работе студентов, руководителем научно-методического семинара по электромеханике.

За успехи в проведении научно-исследовательских работ, учебно-воспитательной и общественной деятельности В. И. Попов неоднократно отмечался грамотами и благодарностями.

Виктор Иванович Попов встречает 50-летний юбилей в расцвете творческих сил. Поздравляя юбиляра с этой знаменательной датой, желаем ему здоровья и новых успехов в плодотворной научно-педагогической деятельности.

Группа товарищей

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Будзко И. А., Глебов И. А., Евеев Б. Н. (зам. главного редактора), Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Соловьев С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Адреса редакции: 103012 Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80

101000 Москва, Главный почтамт, абонентский ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Научные редакторы: Б. Д. Макаршин, А. Л. Прилуцкий

Художественный редактор Т. А. Дворецкова Технический редактор Г. В. Преображенская Корректор И. А. Володяева

Сдано в набор 28.09.88. Подписано в печать 28.10.88. Т-17875. Формат 84×108 1/16. Бумага кн.-журн. офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отт. 10,5. Уч.-изд. л. 11,92. Заказ 2593. Тираж 4976 экз. Цена 1 р.

Энергоатомиздат, 113114 Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» при Госкомиздате СССР
142300, г. Чехов Московской области

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru

Fresh air for fresh ideas!

Our window-mounted domestic air-conditioning units will supply both

Preset temperature automatically maintained

Air purified from dust

Humidity reduced

Room ventilated



	BK-1500	BK-2000	BK-2500	BK-3000
Cooling capacity, W	1740	2300	2900	3480
Power input, W	900	1100	1450	2000
Weight, kg	51	54	64	64

Please, apply to V/O SOVELECTRO 1/4, Deguninskaya Ul. 127486 Moscow, USSR.
Tel. 487-31-32 Telex 411003 SOEL SU

СОДЕРЖАНИЕ

Богданов В. А. Вероятностная модель потерь электроэнергии в сетях электроэнергетических систем	1
Морозова Т. И., Сенкевич Е. Д., Аракелян В. Г., Липштейн Р. А., Глазунова Т. В., Панова Н. М. Синтетические жидкости для трансформаторов	7
Булатов О. Г., Петросян Н. Н., Шитов В. А. Тиристорно-конденсаторные ключевые преобразователи с уменьшенным влиянием на питающую сеть	12
Обухов С. Г. Алгоритм работы вентильных преобразователей	19
Карасев А. В. О выборе метода расчета магнитного поля в активной зоне электрической машины и численной реализации аналитических решений	24
Попов В. И. Несимметричные обмотки для совмещенных электрических машин	28
Гаврилов Л. П. Расчет электрических цепей на основе разложения решения в ряды по смещенным полиномам Чебышева первого рода	36
Самосейко В. Ф. Стохастические явления в электрических цепях с вентилями при детерминированных возмущающих воздействиях	42
Хусайнов Ш. Н. Метод некоторых преобразований электрических схем	47

СООБЩЕНИЯ

Гетта Т. Г., Новелла В. Н. Оценка применения методов оптимальной фильтрации в релейной защите	51
Анисимов Е. И., Богданов О. В., Гайворонская А. С., Гольцов В. А., Овсянников А. Г. Сверхдлинная отрицательная искра как аналог природной молнии	55
Браславский И. Я. О снижении энергопотребления асинхронных электроприводов с тиристорными преобразователями напряжения	58
Васьковский Ю. Н. Математическое моделирование индукционно-динамического двигателя с учетом насыщения его магнитопровода	60
ДИСКУССИИ	66
ХРОНИКА	89

CONTENTS

Bogdanov V. A.—A Stochastic Model for Energy Losses in Networks of Electric Power Systems	1
Morozova T. I., Senkevitch E. D., Arakelian V. G., Lipstein R. A., Glazunova T. V., Paanova N. M.—Synthetic Liquids for Transformers	7
Bulatov O. G., Petrosian N. N., Shitov V. A.—Thyristor—Capacitor Switching Converters Having Small Influence on the Supply Circuit	12
Obukhov S. G.—An Algorithm for the Performance of Electronic Converters	19
Karasev A. V.—On Selecting a Method for Calculating the Magnetic Field in the Active Zone of an Electrical Machine and Numerical Implementation of Analytical Solutions	24
Popov V. I.—Unsymmetrical Windings for Aligned Electrical Machines	28
Gavrilov L. P.—Electric Circuit Analysis Based on Expansion of the Solution Into Series of Shifted First-Order Chebyshev Polynomials	36
Samoseiko V. F.—Stochastic Phenomena in Electric Circuits With Rectifiers for Deterministic Perturbations	42
Khysainov S. N.—A Method for Several Transformations of Electric Circuit Diagrams	47

REPORTS

Getta T. G., Novella V. N.—Application of Optimum Filtering Methods in Relay Protection	51
Anisimov E. I., Bogdanov O. V., Gaivoronski A. S., Goltsov V. A., Ovsiannikov A. G.—The Extra-Long Negative Spark as the Analog for Natural Lightning	55
Braslavski I. J.—On Reducing the Power Consumption of Induction Motor Drives With Thyristorized Voltage Converters	58
Vaskovskii U. N.—Mathematical Modelling of the Dynamic Induction Motor With Account Taken of Its Saturated Magnetic Circuit	60
DISCUSSION	66
CHRONICLE	89