

ISSN 0013-5380



# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

**1986**

·ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ·

**11**

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

II  
1986  
НОЯБРЬ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

## Основоположник научной теории электричества

(К 275-летию со дня рождения М. В. Ломоносова)

ШНЕЙБЕРГ Я. А., канд. техн. наук

Москва

В одной из юбилейных статей о А. С. Пушкине запомнились такие строки: в России было много великих, но Пушкин был один...

Эти слова можно полностью отнести и к Михаилу Васильевичу Ломоносову, которому по широте и необъятности таланта принадлежит одно из самых видных мест в истории мировой культуры. Естествоиспытатель-материалист и философ, основоположник русского языка и поэт, физик и химик, историк и географ, астроном, художник и политический деятель. Достаточно только перечислить названия наиболее известных его трудов, чтобы убедиться в поистине энциклопедических знаниях нашего выдающегося соотечественника: «Слово о явлениях воздушных, от электрической силы происходящих»; «Теория электричества, изложенная математически...»; «Слово о происхождении света...»; «Введение в истинную физическую химию»<sup>1</sup>; «Слово о пользе химии...»; «Слово о рождении металлов от трясения Земли»; «Рассуждения о твердости и жидкости тел»; «Размышления о причине теплоты и холода»; «Об отношении количества материи и веса»; «Явление Венеры на солнце...»; «Слово об усовершенствовании зрительных труб»; «Испытание причины Северного сияния и других подобных явлений»; «Первые основания металлургии или рудных дел»; «Мысли о происхождении ледяных гор в северных морях»; «Краткое описание разных путешествий по северным морям и показание возможного прохода северным океаном в Восточную Индию»; стихотворения, оды; избранные философские произведения.

А. С. Пушкин в «Мыслях по дороге» писал: «Ломоносов был великий человек. Между Петром I и Екатери-

ной II он один является самобытным сподвижником просвещения. Он создал первый университет, он лучше сказать, сам был первым нашим университетом».

Жизненный путь М. В. Ломоносова — ярчайшая иллюстрация талантливости русского народа, убедительно опровергший распространенные в те времена предрассудки, будто науку в России развивали только представители высших классов общества или иностранные ученые.

Родился М. В. Ломоносов 19 ноября 1711 г. в д. Денисовка на берегу Белого моря в семье помора. С малых лет любознательность и интерес к чтению книг заметно выделяли юношу среди сверстников. Перечитав все книги, имевшиеся в деревне, в том числе знаменитую «Арифметику» Магницкого, он попытался поступить в Холмогорскую славяно-латинскую школу, но ему как крестьянскому сыну было в этом отказано. Тогда он отважился, казалось бы, на невозможное: в зимнюю стужу 1730 г., почти без денег, пешком отправился в Москву и поступил в Заиконоспасскую славяно-греко-латинскую академию, выдав себя за сына холмогорского дворянина.

Несмотря на «несказанную бедность», перебиваясь на хлебе и квасе, юноша упорно овладевал знаниями и, как он сам выражался, «наук не оставил». Богословские науки интересовали Ломоносова гораздо меньше, чем естественные, в особенности физика и химия. После основания Петром I Петербургской академии наук заметно активизировались научные исследования с целью практического использования явлений природы. К исследованиям чаще стали привлекать талантливую молодежь.

Вскоре Ломоносов в числе еще нескольких «в науках достойных» учеников был отправлен в Петербургский университет, а затем командирован в Германию для обучения металлургии и горному делу, где должен был

<sup>1</sup> Достаточно сказать, например, что физическая химия «возродилась и получила блестящее развитие более чем через 100 лет после того, как Ломоносов дал ей название и определил ее предмет и содержание». (См. Ломоносов М. В. Избранные труды по химии и физике. Редакция акад. Топчиева А. М. — М.: АН СССР, 1961.)



«... ничего не оставлять, что до химической науки и горных дел касается, а притом учиться и естественной истории, физике, геометрии и тригонометрии, механике..., рудопромышленные и горные машины и строения прилежно примечать... в лабораториях самому трудиться и везде в практике ничего не пренебрегать».

Пятилетнее обучение в Марбургском университете физике, химии, механике, философии, овладение немецким и французским языками (латинский и греческий он выучил еще в России), занятия по металлургии и горному делу во Фрейберге сыграли немаловажную роль в формировании молодого ученого. Вскоре после возвращения в Петербург Ломоносов был назначен адъюнктом академии по физическому классу. С 1745 г. Ломоносов — профессор химии и член Академии наук.

Несмотря на то, что до Ломоносова в число академиков уже было избрано двое русских, его по праву называют первым русским академиком, так как он первым стал широко пропагандировать достижения науки в России, добиваясь того, чтобы академики были «природными россиянами», преданно служили интересам своей Родины. Как известно, по совету Ломоносова и его проекту в 1755 г. в Москве был открыт университет.

Незадолго перед смертью (он умер от случайной простуды 15 апреля 1765 г.) Ломоносов писал: «За то терплю, что стараюсь защитить труд Петра Великого, чтобы научились россияне, чтобы показали свое достоинство... Я не тужу о смерти: пожил, потерпел, и знаю, что обо мне дети Отечества пожалеют».

Среди выдающихся трудов М. В. Ломоносова для читателей журнала наибольший интерес представляют его работы в области электричества.

Исследования электрических явлений в России начались в середине 40-х годов XVIII в. Этому в значительной степени способствовало основание в 1724 г. Петер-

бургской академии наук, развитие производительных сил страны и все более возрастающее использование успехов науки и техники в промышленности и просвещении. И хотя в странах Западной Европы электрические явления изучались уже почти полтора столетия<sup>2</sup>, их исследования ограничивались в основном лишь качественными наблюдениями. За это время были построены разнообразные электростатические машины, открыта электропроводность различных тел, установлены два рода электричества, создан прообраз электроскопа, сделаны попытки сформулировать некоторые характерные принципы и закономерности. Характеризуя этот период в развитии науки об электричестве, М. В. Ломоносов писал, что в те времена «... еще весьма мало было знания об электрической силе, которая начала в ученом свете возрастать славою и приобретать успехи около 1740 года». К этому времени и относится начало фундаментальных исследований в области электричества в России, которое было положено трудами академиков Г. В. Рихмана (1711—1753 гг.) и М. В. Ломоносова.

Важнейшей заслугой наших соотечественников явилось то, что они впервые перешли от описательного характера и качественных наблюдений электрических явлений к установлению количественных соотношений и закономерностей, к попыткам измерения интенсивности «электрической силы», к разработке основ научной теории электричества.

Первые оригинальные эксперименты по изучению электрических явлений начал Г. В. Рихман, проводя их при поддержке М. В. Ломоносова, а через несколько лет в эту работу активно включился и сам Ломоносов. В начале 1745 г. Рихман сооружает свой знаменитый «электрический указатель» — первый электрометр, принципиально отличавшийся от электроскопа тем, что был снабжен деревянным квадрантом со шкалой, разделенной на градусы (для более точных измерений каждый градус делился еще на четыре равные части). Именно наличие шкалы позволяло, по выражению Рихмана, измерять «величину электрической силы» или «большую или меньшую степень электричества» (рис. 1). Это был первый электроизмерительный прибор непосредственной оценки. Кроме «электрического указателя» Рихманом были предложены и другие приборы для измерения интенсивности электрической силы, в частности, специальные весы и электрический звонок. Им проводились также исследования влияния электричества на организм животных.

М. В. Ломоносов не только оказывал Рихману всестороннюю поддержку, но вскоре начал проводить ряд новых исследований, намереваясь использовать «электрический указатель» для изучения атмосферного электричества.

В архиве Петербургской академии наук среди рукописей Ломоносова была обнаружена работа под названием «Наивящего примечания достойные электрические опыты»<sup>3</sup>, написанная им в начале 1745 г. В ней была изложена на русском языке программа публичных демонстраций электрических опытов, несколько измененная по сравнению с ранее предложенной и написанной

<sup>2</sup> Первое научное исследование по электричеству и магнетизму известного английского ученого В. Гильберта было опубликовано в 1600 г.

<sup>3</sup> Елисеев А. А. Возникновение науки об электричестве в России. — М., Л.: Госэнергоиздат, 1960.

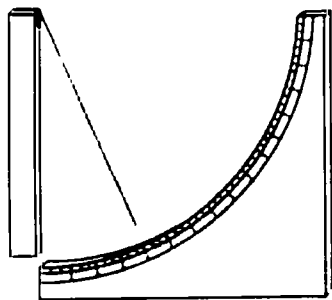


Рис. 1. «Электрический указатель» Рихмана

на немецком языке Рихманом. Предполагается, что Ломоносов также участвовал в проведении этих демонстраций, давая пояснения на русском языке, которым Рихман свободно не владел. Известно также, что об этих демонстрациях Ломоносов рассказывал в своих лекциях студентам Академического университета. Ломоносов поручал Рихману проведение экспериментов по выявлению электропроводности стеклянных порошков различной измельченности: это интересовало его в связи с разрабатываемой им теорией электричества. Электрическим явлениям Ломоносов уделял большое внимание при разработке новой научной дисциплины — физической химии, к которой он приступил в 1748 г. после создания химической лаборатории. Он писал, что намерен «... сверх сего к химическим опытам присовокуплять, где возможно, ... магнитные и электрические опыты, к чему нужные инструменты можно брать на время из Физической палаты или и нарочные к тому делать»<sup>4</sup>.

В труде «Опыты физической химии. Часть электрическая» Ломоносов предполагал исследовать физические методы растворимости различных солей и кристаллизации растворов и выяснить, что, в частности, «содействует ли сколько-нибудь электрическая сила растворению солей ... способствует ли электрическая сила кристаллизации или мешает... ускоряет ли осаждение». Очевидно, насколько глубоко интересовался ученый влиянием «электрической силы» на физикохимические процессы. К сожалению, результаты этих исследований в архивах не обнаружены.

Наиболее выдающийся вклад М. В. Ломоносова в изучение электрических явлений — его фундаментальные экспериментальные и теоретические исследования по атмосферному электричеству, проведенные в 1752—1753 гг.

Как известно, грозовые разряды и удары молний поражали воображение людей еще в глубокой древности. Археологические раскопки убедительно подтверждают эффективность использования длинных металлических шестов для защиты египетских храмов от ударов молнии. Многие столетия люди пытались ослабить опасность грозовых разрядов пушечной стрельбой и колокольным звоном.

Но уже в конце XVII — начале XVIII вв. по мере углубления исследований в области электричества физики приходят к мысли о сходстве электрической искры, полученной от электростатической машины, с явлениями молнии и грома.

Еще Ньютон в 1716 г. отмечал, что электрическая

искра «... напоминает мне линейную молнию в малом, правда, очень малом масштабе». Однако Г. В. Рихман, выступая на Академическом собрании летом 1752 г., отметил, что мнения зарубежных ученых по этому поводу весьма различны. Так, если немецкий профессор Винклер высказывал предположение, что искусственно вызванные электрические искры «по своей материи, сущности и происхождению имеют одну природу с молнией», то другой не менее известный голландский профессор Мушенбрек, наоборот, утверждал, что «материей молнии не является электричество». Однако никто из европейских ученых серьезных научных экспериментов в области атмосферного электричества не производил.

Первое предложение о проведении подобного эксперимента было высказано видным американским общественным деятелем и ученым В. Франклином в 1750 г., а в июне 1752 г. он лично провел известный оригинальный опыт с воздушным змеем. К змею он прикрепил заостренную проволоку, а к концу тонкой бечевки, удерживающей змея, была привязана шелковая лента и металлический дверной ключ. Во время грозы и дождя бечевка намокала и становилась проводником электричества, а шелковую нить, которую держал в руках Франклин, он старался сохранить сухой (она служила изолятором). От металлического ключа Франклин зарядил лейденскую банку и доказал, что атмосферное электричество не отличается от электричества, получаемого от электростатической машины. Приближая палец к ключу, он наблюдал проскакивание искр. Им же было предложено устанавливать на зданиях, храмах, кораблях заостренные металлические прутья длиной 10—12 футов, позолоченные для защиты от ржавчины и опущенные противоположным концом в землю или в воду. «Не отведут ли эти острия, — писал Франклин, — электрический огонь из тучи тихо, быть может, еще до того, как она приблизится на ударное расстояние, и тем самым не спасут ли они нас от самого внезапного и ужасного зла»<sup>5</sup>.

Опыты Франклина привлекли внимание ученых разных стран и были повторены во Франции, Англии, Германии. В частности, французский физик Т. Ф. Далибар, одним из первых воспроизводивший эти опыты в 1752 г., подчеркивал, что из наблюдений «... неопровержимо следует, то субстанция молнии однородна с субстанцией электричества».

В июне 1752 г. об опытах Франклина и Далибара и о возможности «помощью остроконечных прутьев у громовых туч огонь отнять можно» были опубликованы заметки и в «Санкт-Петербургских ведомостях».

М. В. Ломоносов высоко оценил новые открытия, считая, что они имеют не только научное и практическое значение, но и позволяют глубже понять считавшиеся ранее загадочными такие атмосферные явления, как грозы и северные сияния, интересовавшие Ломоносова еще с юношеских лет. Так, еще задолго до опытов Франклина в 1744—1748 гг. Ломоносов проводил серию наблюдений за явлениями грозы над Петербургом и составил даже специальную таблицу с указанием года, месяца, числа и часа, а также температуры и давления воздуха. С 1743 г. он наблюдал за северным сиянием, а с 1747 г. начал «... записывать обстоятельно большого внимания достойные сияния с обстоятельствами, редко

<sup>4</sup> Ломоносов М. В. Полное собрание сочинений. — М.: АН СССР, 1955, т. 9, с. 19

<sup>5</sup> Франклин В. Опыты и наблюдения над электричеством. Серия «Классики науки». Пер. с англ. — М.: АН СССР, 1956, с. 62—63.

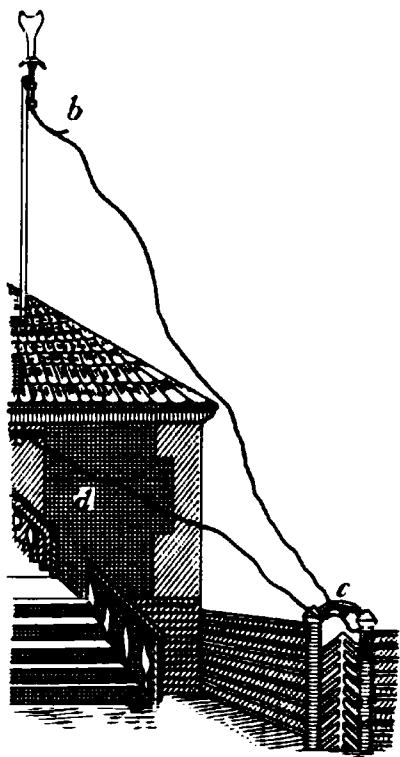


Рис. 2. Экспериментальная установка М. В. Ломоносова (рисунок Ломоносова)

случающимися, и оные *срисовывать* (курсив наш. — Я. Ш.), сколько позволяла скорая их переменчивость». Его первое объяснение причины северного сияния (что оно «движением эфира произведено быть может») было дано в 1743 г. Но тогда Ломоносов специально не занимался экспериментальным исследованием электрических явлений в атмосфере и, естественно, не высказывал предположений о единой природе молнии и искр, получаемых от электростатической машины.

В своей поэме «Письмо о пользе стекла», изданной в конце 1752 г., Ломоносов писал о своем намерении серьезно заняться изучением атмосферного электричества:

«... Вертясь, стеклянный шар<sup>6</sup>, дает удары с блеском,  
С громовым сходственны сверканьем и треском.

... Е инство оных сил доказано стократно.

Европа ныне в то всю мысль свою вперила

И машины уже пристойны учредила.

Я, следуя за ней, с Парнаских гор схожу»<sup>7</sup>.

В научном отчете за 1752 г. он уже писал: «В 1752 г. в физике: 1) чинил электрические воздушные наблюдения с немалою опасностью»<sup>8</sup>. Примечательно, и это он подчеркивал, что среди опытов по электричеству есть опыты «... великую надежду к благополучию человеческого показывающие».

Как уже отмечалось, при содействии Ломоносова академиком Рихманом было разработано несколько разновидностей «громовой машины». Такие «машины» были установлены в домах на Васильевском острове, где недалеко друг от друга жили Ломоносов и Рихман.

Ломоносов несколько усовершенствовал «машину» и

собственноручно изготовил чертеж своей экспериментальной установки (рис. 2). Чтобы избежать соприкосновения проволоки, протянутой от железного прута к «электрическому указателю», со стенами дома, он отвел ее в сторону и прикрепил на изоляторе к воротам дома. Опыты показали влияние длины железного прута и степени его заостренности на показания «электрического указателя». Сообщая о первых экспериментах Ломоносова и Рихмана, газета «Санкт-Петербургские ведомости» писала в 1752 г.: «Итак, совершенно доказано, что электрическая материя одинакова с громового материею, и те раскаиваться станут, которые преждевременно маловероятными основаниями доказывать хотят, что обе материи различны».

Принципиальным отличием установки Ломоносова и Рихмана было не только то, что она позволяла измерять степень эффективности «электрической силы», но будучи стационарной, непрерывно фиксировала наличие этой «силы» в воздухе даже и при отсутствии грозы.

С помощью этой установки Ломоносов и Рихман провели летом 1753 г. уникальный эксперимент, убедительно подтвердивший их утверждение о том, что «... электрическая сила грому и молнии причина», тогда как другие ученые высказывали предположение о том, что, наоборот, гром и молния вызывают «электрическую силу». Об этом эксперименте М. В. Ломоносов в 1753 г. написал заметку в «Санкт-Петербургские ведомости». Приводим текст этой заметки, представляющей несомненный интерес<sup>9</sup>: «В Санкт-Петербурге июня 4 дня в рассуждении бывающей в воздухе электрической силы коллежский советник и профессор г-н Ломоносов приметил, что ... на горизонте тучи посредственной величины и темности, из которых на долгом примечании не видно было блеску, ниже грому слышно, однако соединенной с выставленным на воздухе в вышине около 6 сажен железным прутком указатель электрической силы показывал, что воздух оную в себе имеет, либо нитка от висельного с нею железа чувствительно удалялась и за перстом гонялась ... Сие наблюдение почитается за чрезвычайное. Из сего наблюдения явствует, что электрическая сила далее громового треску распространиться, или и без действительного грома быть может. Ежели второе правда, то не гром и молния электрической силы в воздухе, но сама электрическая сила грому и молнии причина (курсив наш. — Я. Ш.). Сие подтверждается: 1) тем, что электрическую силу искусством без грома произвести можно; напротив того, произведенной искусством гром и молния электрической силы не показывают, что г-н Рихман при помянутом г-не советнике и других любопытных в торжественный праздник коронации ее Имп. Велич. на СПб крепости при пальбе из пушек способом пристойных инструментов пробовал!»

Выводы М. В. Ломоносова имели большое научное и практическое значение и, в частности, послужили одной из основ впервые разработанной им теории атмосферного электричества. В течение весны и лета 1753 г. Ломоносов провел целую серию экспериментов, позволивших научно обосновать эту теорию. Эксперименты проводились не только в Петербурге, но и в его лаборатории в Усть-Рудицах, где он жил более месяца. Сохранился рисунок установки в Усть-Рудицах, сделанный Ломоносовым. Наблюдения еще раз подтвердили, что электричество

<sup>6</sup> Имеется в виду электростатическая машина.

<sup>7</sup> Ломоносов М. В. Полное собрание сочинений. — М.: АН СССР, 1959, т. 8, с. 521.

<sup>8</sup> Там же, т. 10, с. 390.

<sup>9</sup> Эта статья была опубликована без подписи, но исследования первоисточников подтверждают, что ее автором был М. В. Ломоносов. См. Елисеев А. А. Возникновение науки об электричестве в России. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1960, с. 166.

существует в атмосфере, когда не было «ни грому, ни молнии, ни дождя». Он сумел доказать, что электрические искры, извлекаемые из «указателя», могут менять форму и цвет, становясь то «синеватыми», то «весьма красными», то «вишневыми». Кстати, подобных явлений Рихману наблюдать не удалось.

О результатах своих экспериментов летом 1753 г. Ломоносов и Рихман должны были сделать доклады на ежегодном публичном собрании Академии наук в начале сентября 1753 г. Об этом Ломоносов писал графу И. И. Шувалову: «Оный акт буду я отправлять с г. профессором Рихманом: он будет предлагать опыты свои, а я — теорию и пользу от оной происходящую, к чему я уже приготавлиюсь»<sup>10</sup>.

26 июля 1753 г. Ломоносов и Рихман после участия в заседании Академического собрания поспешили к своим «громовым машинам», так как на город быстро надвигалась гроза. Как известно, Г. В. Рихман, приблизившись к «электрическому указателю», был убит ударом в лоб «бледно-синеватым огненным шаром». Ломоносов был более других потрясен этой смертью, так как он «был в то же самое время... в тех же точно обстоятельствах».

Заслуживают внимания строки взволнованного письма Ломоносова И. И. Шувалову: «... умер господин Рихман прекрасною смертью, исполняя по своей профессии должность. Память его никогда не умолкнет... Между тем, чтобы сей случай не был протолкован противу приращения наук, всепокорнейше прошу миловать науки»<sup>11</sup>.

Трагическая смерть Рихмана послужила поводом для нападок со стороны духовенства и реакционных дворянских кругов на ученых, стремившихся проникнуть в тайны природы. Опыты Ломоносова и Рихмана назывались «кошунственными», а смерть Рихмана — «наказанием господним за вторжение в область божью»; подобные опыты требовали прекратить.

Под влиянием реакционных кругов президент Академии отменил ранее назначенное публичное собрание Академии. И только огромный авторитет Ломоносова и его настойчивые требования о необходимости обсуждения результатов исследования атмосферного электричества, его утверждения о том, что отмена публичного собрания Академии нанесет ущерб «славе и престижу» не только Академии наук, но и всей России, вынудили президента изменить свое решение и назначить публичное собрание на ноябрь 1753 г. с докладом Ломоносова «... дабы господин Ломоносов с новыми своими изобретениями между учеными в Европе людьми не опоздал и через то труд бы его в учиненных до сего времени электрических опытах не пропал».

На этом собрании 26 ноября 1753 г. М. В. Ломоносов выступил со своим знаменитым докладом «Слово о явлениях воздушных, от электрической силы происходящих, предложенное от Михайла Ломоносова»<sup>12</sup>, которому суждено было стать одним из самых известных его научных трудов. В этом докладе впервые была изложена разработанная им строго научная, материалистическая теория атмосферного электричества, которая — по утверждению известного советского ученого академика

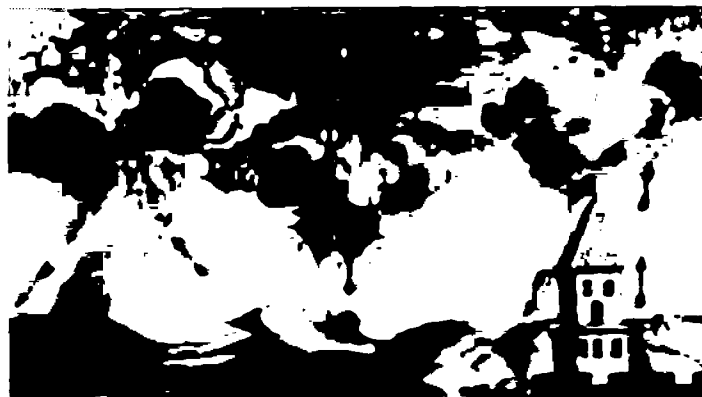


Рис. 3. Схема движения вертикальных воздушных потоков при грозе (рисунок Ломоносова)

Е. К. Федорова «... в своей принципиальной основе вполне соответствует современному представлению об этих явлениях»<sup>13</sup>. В докладе Ломоносова был сформулирован также и ряд новых положений, относящихся к природе электричества<sup>14</sup>.

Следует отметить, что Ломоносов уже много лет добивался того, чтобы русский язык был обязательным на ученых собраниях Академии. И он настоял на том, что свой доклад сделает на родном языке.

Возникновение электрических зарядов в атмосфере Ломоносов объяснял движением вертикальных восходящих потоков воздуха, которые особенно интенсивны в летнее время. «Ибо, — утверждал он, — чем больше нижняя часть атмосферы нагревается, тем способнее верхняя в ней погружается (см. рисунок Ломоносова — рис. 3). Особенную ценность приобретают выводы Ломоносова, основанные на том, что электричество образуется в результате трения «некоторых тел друг о друга». Он утверждал, что в атмосфере присутствуют продукты горения, частицы пыли, как он писал, «жирные шарички горячих паров, которые ради разной природы с водяными слиться не могут». Увлекаясь восходящими и нисходящими воздушными потоками, «скорым встречным движением» сталкиваются друг с другом, «сражаются, трутся и электрическую силу рождают, которая распространяясь по облаку, весь оный занимает»<sup>15</sup>.

В результате этого в облаках, в атмосфере возникают сильные электрические поля, вызывающие молнию и гром. Ученый удивительно ясно и, как показали последующие исследования уже в XIX—XX вв., правильно представлял, что заряд распределен не по поверхности облака, а по всему его объему и на единицу объема приходится большое число заряженных частиц. Основываясь на своей теории, Ломоносов впервые высказал предположение о том, что и северные сияния имеют электрическую природу.

Заслуживают внимания убедительные аргументации М. В. Ломоносова в защиту своего приоритета в объяс-

<sup>13</sup> Федоров Е. К. «Слово о явлениях воздушных, от электрической силы происходящих» Ломоносова и современные представления об атмосферном электричестве. — Изв. АН СССР, серия геофиз. и геофиз., 1950, т. XIV, № 1, с. 36.

<sup>14</sup> Авторской рукописи этого труда не сохранилось. Впервые опубликовано в 1753 г. в книге «Торжество Академии наук...», СПб, Имп. Академия наук, с. 1—50. Сам Ломоносов включил эту работу во второе издание своего собрания сочинений в 1757 г. (с. 262—310). Дата написания — май-октябрь 1753 г.

<sup>15</sup> Ломоносов М. В. Избранные труды по химии и физике... с. 235.

<sup>10</sup> Ломоносов М. В. Поли. Собр. Соч., т. 10, с. 482.

<sup>11</sup> Там же, т. 10, с. 484—485.

<sup>12</sup> Ломоносов М. В. Избранные труды по химии и физике. Редакция акад. Топчиева А. В. — М.: АН СССР, 1961, с. 220—256.

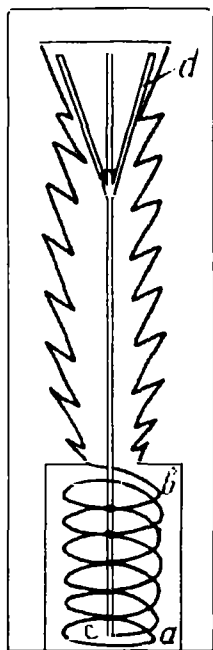


Рис. 4. Прибор Ломоносова для определения «самого большого действия электрической громовой силы».

нении явлений атмосферного электричества, с которыми он выступил в ответ на заявления некоторых академиков, стремившихся принизить его роль в разработке научных основ теории электричества и пытавшихся доказать, что многие утверждения Ломоносова были еще до него высказаны Франклином. Эти мнения Ломоносов официально опроверг на заседании Академического собрания 1 ноября 1753 г.

Если Франклин выразил предположение «относительно нисхождения верхнего воздуха... в не-

скольких словах, однако и я также уже в течение нескольких лет держусь этого мнения и многократно выражал его академикам»<sup>16</sup>.

«... О согласии же со мной Франклина я мог узнать не ранее, а к концу августа сего года (т. е. 1753 г. — Я. Ш.), когда речь моя была уже написана... Нисхождение верхней атмосферы Франклин только предполагал (курсив Ломоносова — Я. Ш.) по догадке; я же вывожу его из внезапного наступления холодной погоды, о чем у Франклина нет никакого упоминания. Я также произвел расчет и доказал, что верхний воздух не только может, но и должен стекать вниз, чего у Франклина нету и следу. Мнение Франклина о северном сиянии совершенно расходится с моим... он не излагает, каким образом это происходит, а мимоходом в нескольких словах намечает свою догадку, а я же подробнейшим образом изъясняю свою теорию. Поэтому меня не только нельзя упрекать в каком-либо заимствовании а, наоборот, совершенно ясно, что я ни в отношении времени, ни в отношении нисхождения верхней атмосферы ничем не обязан Франклину: все у меня собственное и новое»<sup>17</sup> (курсив наш — Я. Ш.).

К сожалению, полный подлинный текст этого заявления при жизни Ломоносова напечатан не был (часть его кратко изложена в «Изъяснениях... о электрических воздушных явлениях»), и впервые оно было опубликовано лишь в 1940 г. в сборнике материалов, посвященных Ломоносову<sup>18</sup>.

И хотя у современников Ломоносова, как и у русских ученых XVIII—XX вв. заслуги нашего соотечественника не вызвали сомнений, во многих зарубежных трудах вклад Ломоносова, как основоположника учения об атмосферном электричестве, замалчивается, а все заслуги в этом открытии присваиваются Франклину; если же имя Ломоносова иногда и упоминается, то от-

мечается, что он лишь «повторил» опыт Франклина<sup>19</sup>.

В поисках более безопасных методов измерения «электрической громовой силы» Ломоносов разработал оригинальный автоматический регистратор максимальной величины грозового разряда, описанный им в 1753 г. в своем труде «Изъяснения, надлежащие к слову о электрических воздушных явлениях»<sup>20</sup> (см. рисунок Ломоносова — рис. 4). Он писал: «... вымыслил я следующий инструмент, которым можно определить самое большее действие электрической громовой силы, не употребляя зрения и трубок... и на местах разных и весьма отдаленных».

«Инструмент» Ломоносова представлял собой металлическую трубку, внутри которой в точке *в* прикреплялась тонкая проволоочная пружинка *ав*, к нижней части пружинки припаян легкий металлический кружок *а*, к которому присоединен металлический стержень *с* трезубцем *д* на конце; в полости насечены зубчики. «Электрическая сила в металлическую трубку, отбивающею силою погонит кружок из полости, и чем будет сильнее, тем больше прямой проволоочки выйдет из полости». Положение проволоочки будет зафиксировано трезубцем. «После, — писал Ломоносов, — в способное время по сему увидеть можно будет, коль велика была самая большая громовая сила»<sup>21</sup>. К сожалению, не сохранилось достоверных материалов, подтверждающих применение этого прибора на практике.

С целью более глубокого изучения природы электрических явлений Ломоносов предложил объявить конкурс, чтобы «сыскать подлинную электрической силы причину и составить точную ее теорию» и разработал специальную «Программу», содержащую условия конкурса. К 1755 г. Академией наук было получено 13 работ, присланных на конкурс, из них только три (наиболее интересные) были опубликованы, в том числе труд Л. Эйлера «Исследование о физической причине электричества».

Сам Ломоносов (по положению) в конкурсе не участвовал, но продолжал свои исследования. В апреле 1756 г. он начал работу над новым трудом «Теория электричества, изложенная математически М. Ломоносовым»<sup>22</sup>, в котором сформулировал основы разработанной им эфирной теории электричества.

Будучи противником существования разного рода невесомых материй, он утверждал, что электрические явления обусловлены вращательным движением частиц эфира<sup>23</sup>, находящихся в порах «чувствительных тел», и возникают при трении этих тел. В своей теории в противовес многим другим ученым — Ломоносов опирается на принципы атомизма, на идею близкодействия

<sup>16</sup> Эти вопросы более подробно рассмотрены в вышеупомянутой книге А. А. Елисеева.

<sup>18</sup> Ломоносов М. В. Избранные труды по химии и физике..., с. 257—272. Рукопись не сохранилась. Русский текст впервые опубликован в книге «Торжество Академии наук...» СПб, Имп. Академия наук, 1753, с. 65—76. Дата написания 3—19 ноября 1753 г.

<sup>21</sup> Там же, с. 266.

<sup>22</sup> Ломоносов М. В. Избранные труды по химии и физике..., с. 272—293. Латинский текст рукописи впервые был опубликован в «Сочинениях М. В. Ломоносова», изданных АН СССР в 1934 г., а полный русский перевод — в 1936 г. В рукописи, обнаруженной в Архиве АН СССР, имеется план работы, содержащий восемь глав. Но сохранились лишь первая глава и незаконченная вторая.

<sup>23</sup> Это он также подчеркивает в своем труде «Слово о происхождении света...», написанном в том же году.

<sup>16</sup> Впервые об этом Ломоносов говорил в своем выступлении на собрании Академии 24 мая 1751 г.

<sup>17</sup> Ломоносов М. В. Поли. собр. соч., т. 3, с. 147—149.

<sup>18</sup> Елисеев А. А. Возникновение науки об электричестве в России. — М.: Госэнергоиздат, 1960, с. 216—217.



и рассматривает движение электрических частиц как проявление закона сохранения материи. Он писал: «Сим орудием электрическая сила действует и ясно представлена быть может без помощи непонятно вбегающих и выбегающих без всякой причины противным движением чудотворных материй».

Приведем несколько определений из работы Ломоносова: «... Электрическая сила есть действие... Трение... есть причина возбуждения искусственного электричества..., не отрицаю, что можно возбудить электрическую силу и другими способами... Так как внутреннее строение тел выводит главным образом химия, то без нее труден, *даже невозможен* доступ к их глубинам и тем самым к раскрытию *истинной* причины электричества» (курсив наш — Я. Ш.); «... Электрическая материя тождественна с эфиром... электрические явления... происходят от движения эфира... без движения в телах не может быть никакого изменения... Частицы эфира имеют шаровидную фигуру...», они «... всегда находятся в соприкосновении с соседними».

Небезынтересна структура труда Ломоносова «Теория электричества, изложенная математически». Она имеет характерные подзаголовки: «Определение», «Изъяснение», «Присовокупление», «Опыт», «Доказательства», снабжена несколькими рисунками. Глава 8 (по-видимому, не написанная) носит очень интересное название «О будущих успехах учения об электричестве».

Выдающийся современник М. В. Ломоносова Л. Эйлер также придерживался эфирной теории электричества. Как известно, эфирная теория получила свое развитие в XIX в. и была оценена Ф. Энгельсом в его труде «Диалектика природы» как весьма прогрессивная для своего времени. Поэтому Ломоносова и Эйлера можно считать основоположниками передовой материалистической теории электричества, которая получила последующее развитие в трудах Фарадея и Максвелла и в конце XIX в. послужила основой для разработки теории электромагнитного поля.

Кроме упомянутых, в статье использованы также следующие библиографические источники:

**Меншуткин Б. Н.** Михайло Васильевич Ломоносов. Жизнеописание. Санкт-Петербург, 1911

**Меншуткин Б. Н.** Труды М. В. Ломоносова по физике и химии. — М., Л.: 1937

**Вавилов С. И.** Михаил Васильевич Ломоносов. — В кн.: Люди русской науки. Сост. и ред. Кузнецов И. В. — М.; Л.: ОГИЗ, 1948, т. 1

**Ломоносов М. В.** Избранные философские произведения. — М.: Госполитиздат, 1950

**Елисеев А. А., Литинецкий И. Б.** М. В. Ломоносов — первый русский физик. — М.: ГИФМЛ, 1961



УДК 621.311.1.016.313.001.24

## Симметрирование напряжений в электрических сетях с изолированной нейтралью

КУЗНЕЦОВ В. Г., НИКОЛАЕНКО В. Г.

Развитие современной электротехнологии, широкое применение преобразовательной техники и несимметричный характер нагрузки привели к существенному ухудшению качества электроэнергии (КЭ) в системах электроснабжения (СЭС) и, как следствие, к снижению эффективности ее использования.

Основными средствами, применяемыми в настоящее время для симметрирования режимов в электрических сетях, являются корректирующие устройства (КУ) на статических реактивных элементах [1—3]. Работа КУ основана на принципе компенсации составляющей тока обратной последовательности (пульсирующей мощности), обусловленной подключением несимметричной нагрузки для симметрированных напряжений в СЭС. Указанные устройства имеют поперечную структуру силовой схемы элементов, суммарная установленная мощность которых, как правило, превышает мощность симметрируемой нагрузки. Одним из путей снижения установленной мощности является выбор параметров КУ по условию частичного (до допустимого уровня) симметрирования тока нагрузки [2, 4]. Однако такой путь не всегда целесообразен с точки зрения работы потребителей и в большинстве случаев дает незначительное улучшение энергетических характеристик.

В литературе также известны симметрирующие устройства, основанные на других принципах действия

[2,5—8]. Среди них наибольший интерес представляют КУ для симметрирования напряжений [6—8], обладающие в ряде случаев улучшенными технико-экономическими показателями по сравнению с традиционными устройствами. В отличие от последних, устройства симметрирования напряжений могут иметь продольную и более сложную структуру силовой схемы, что вызывает определенные трудности при их исследовании, обусловленные недостаточным развитием методов анализа и синтеза схем КУ.

Настоящая работа посвящена исследованию схем КУ для симметрирования напряжений. Проведен анализ условия симметрии напряжений в системе с изолированной нейтралью, на основе которого обоснован принцип коррекции несимметричных режимов без компенсации пульсирующей мощности в сети. Представлена методика параметрического синтеза КУ. Рассмотрены примеры конкретных схем КУ с продольно-поперечной структурой.

**Условие симметрии напряжений.** Рассмотрим трехфазную систему с изолированной нейтралью (рис. 1), питаемую от симметричных э. д. с. и содержащую фазные продольные сопротивления  $Z_A^{(n)}$ ,  $Z_B^{(n)}$  и  $Z_C^{(n)}$ , симметричную (СН) и несимметричную (НН) нагрузки. Обозначения, применяемые в данной статье, приведены в приложении 1. Для линейных напряжений на зажимах



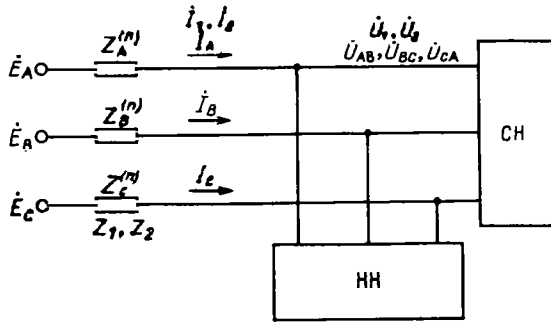


Рис. 1. Трехфазная система с несимметричной нагрузкой

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{E}_A - \Delta \dot{U}_A - \dot{E}_B + \Delta \dot{U}_B; \\ U_{CA} &= \dot{E}_C - \Delta \dot{U}_C - \dot{E}_A + \Delta \dot{U}_A; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{E}_B - \Delta \dot{U}_B - \dot{E}_C + \Delta \dot{U}_C. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Для выполнения условия симметрии фазных напряжений на зажимах СН достаточно, чтобы линейные напряжения в системе были симметричными [9]. При этом система уравнений (1) после разложения левых и правых частей на симметричные составляющие примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} U_{AB} &= E_1 (1 - a^2) + \Delta U_1 (a^2 - 1) + \Delta U_2 (a - 1); \\ a U_{AB} &= a E_1 (1 - a^2) + a \Delta U_1 (a^2 - 1) + a^2 \Delta U_2 (a - 1); \\ a^2 \dot{U}_{AB} &= a^2 \dot{E}_1 (1 - a^2) + a^2 \Delta \dot{U}_1 (a^2 - 1) + a \Delta U_2 (a - 1). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Очевидно, что уравнения (2) могут одновременно выполняться при условии<sup>1</sup>

$$\Delta \dot{U}_2 = 0. \quad (3)$$

При этом, так как симметричные составляющие падений напряжения и токов на продольном участке при отсутствии между фазами взаимного влияния связаны системой уравнений [10]

$$\begin{vmatrix} \Delta U_0 \\ \Delta U_1 \\ \Delta \dot{U}_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} Z_i^{(n)} & Z_p^{(n)} & Z_n^{(n)} \\ Z_p^{(n)} & Z_i^{(n)} & Z_n^{(n)} \\ Z_n^{(n)} & Z_p^{(n)} & Z_i^{(n)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{vmatrix}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} Z_i^{(n)} &= Z_A^{(n)} + Z_B^{(n)} + Z_C^{(n)}; \\ Z_p^{(n)} &= Z_A^{(n)} + a Z_B^{(n)} + a^2 Z_C^{(n)}; \\ Z_n^{(n)} &= Z_A^{(n)} + a^2 Z_B^{(n)} + a Z_C^{(n)}, \end{aligned}$$

то падения напряжения на продольном участке в системе с изолированной нейтралью ( $\dot{I}_0=0$ ) помимо составляющей прямой последовательности будут содержать также составляющую нулевой последовательности.

С учетом (4) уравнение (3) преобразуется к виду:

$$I_1 (Z_A^{(n)} + a Z_B^{(n)} + a^2 Z_C^{(n)}) + \dot{I}_2 (Z_A^{(n)} + Z_B^{(n)} + Z_C^{(n)}) = 0. \quad (5)$$

Последнее выражение является необходимым и достаточным условием симметрии напряжений на зажимах СН в электрической сети с изолированной нейтралью.

<sup>1</sup> При несимметрии питающих э.д.с. в левой части уравнения (3) должна стоять сумма составляющих обратной последовательности э.д.с. и падений напряжения.

Рассмотрим два случая: 1) сопротивления продольного участка одинаковы и не равны нулю; 2) сопротивления продольного участка не одинаковы по фазам. В первом случае для выполнения (5) необходима компенсация  $\dot{I}_2$ . Во втором случае условие (5) выполняется для отличных от нуля значений  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  ( $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = 0$  не имеет практического значения). Отсюда вытекает принцип симметрирования напряжений, основанный на целенаправленном изменении сопротивлений продольного участка и (или) протекающих по нему токов. При этом отпадает необходимость в компенсации пульсирующей мощности, обусловленной подключением к сети НН. Отметим, что реализация данного принципа симметрирования, как правило, связана с необходимостью введения в схему КУ продольных силовых элементов.

**Методика параметрического синтеза КУ.** Большинство схем статических КУ характеризуются несимметрией параметров и структуры. В этой связи при подключении к многофазной системе их элементы следует рассматривать аналогично источникам продольной и поперечной несимметрии. При этом для моделирования схем КУ могут быть использованы уравнения режимов электрических сетей, содержащих несимметричные нагрузки и участки продольной несимметрии [10].

Согласно [11] дополнительные уравнения, описывающие взаимосвязь параметров режима и схем КУ, могут описывать как поперечные элементы КУ, соединенные в треугольник:

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_0^{(k)} \\ \dot{I}_1^{(k)} \\ \dot{I}_2^{(k)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{z\Delta}^{(k)} & -Y_{n\Delta}^{(k)} \\ 0 & -Y_{p\Delta}^{(k)} & Y_{z\Delta}^{(k)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}_0^{(k)} \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} Y_{z\Delta}^{(k)} &= Y_{AB}^{(k)} + Y_{CA}^{(k)} + Y_{BC}^{(k)}; \\ Y_{p\Delta}^{(k)} &= a^2 Y_{AB}^{(k)} + a Y_{CA}^{(k)} + Y_{BC}^{(k)}; \\ Y_{n\Delta}^{(k)} &= a Y_{AB}^{(k)} + a^2 Y_{CA}^{(k)} + Y_{BC}^{(k)}. \end{aligned}$$

так и продольные элементы КУ:

$$\begin{vmatrix} \Delta U_0^{(k)} \\ \Delta U_1^{(k)} \\ \Delta U_2^{(k)} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} Z_i^{(k)} & Z_p^{(k)} & Z_n^{(k)} \\ Z_p^{(k)} & Z_i^{(k)} & Z_n^{(k)} \\ Z_n^{(k)} & Z_p^{(k)} & Z_i^{(k)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{vmatrix}, \quad (7)$$

где  $Z_i^{(k)}$ ,  $Z_p^{(k)}$ ,  $Z_n^{(k)}$  определяются аналогично  $Z_i^{(n)}$ ,  $Z_p^{(n)}$ ,  $Z_n^{(n)}$  в (4).

В задаче параметрического синтеза КУ параметры его элементов неизвестны и подлежат определению. При этом математическая модель режима электрической сети, содержащей СН, НН и КУ, представляет собой неопределенную систему нелинейных алгебраических уравнений, в число переменных которых входят параметры элементов КУ. Для того чтобы данная система уравнений стала определенной, необходимо дополнительно составить вещественные уравнения, число которых равно удвоенному количеству элементов силовой схемы КУ [11]. В качестве таких уравнений могут быть приняты условия, сформулированные исходя из функционального назначения (функциональные условия КУ) и на основании ограничений, накладываемых на схему КУ (схемные ограничения КУ).

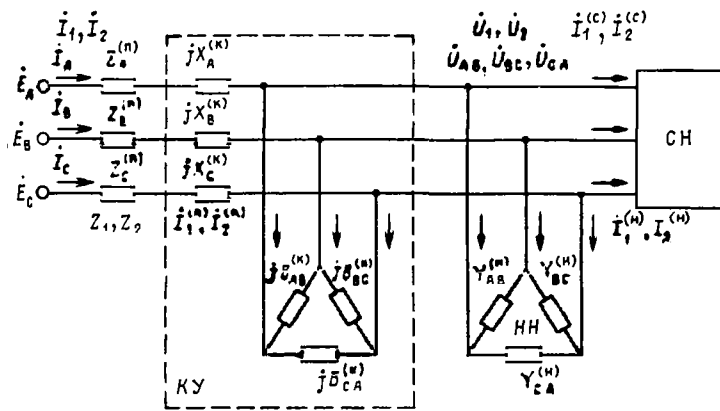


Рис. 2. Трехфазная система с КУ комбинированной структуры

С учетом вышеизложенного методику параметрического синтеза КУ можно разбить на следующие этапы:

1. Для рассматриваемой электрической сети составляются схемы замещения отдельных последовательностей, на основании которых формируются основные уравнения режима.

2. Исходя из схем и параметров несимметричных элементов сети, в том числе элементов КУ, составляются дополнительные уравнения. При этом параметры элементов силовой схемы КУ входят в число переменных.

3. В соответствии с заданными функциями и схемной реализацией формируются функциональные условия и схемные ограничения КУ. Причем общее число таких соотношений, записанных в вещественном виде, не должно превышать удвоенное количество элементов КУ.

4. Из соотношений, составленных на предыдущих этапах, формируется математическая модель для определения параметров КУ и соответствующего режима, которая затем решается одним из известных методов. В тех случаях, когда результирующая система уравнений является неопределенной, математическая модель оформляется в виде оптимизационной процедуры.

**Продольно-поперечные схемы КУ.** Исследование схем КУ продольной и поперечной структуры [1, 2, 3, 6, 11, 12] показывает, что они имеют достоинства и недостатки. Поперечные схемы КУ характеризуются широкими функциональными возможностями и простотой управления. Однако, как отмечалось, суммарная установленная мощность элементов таких схем значительна и нередко превышает мощность симметрируемых нагрузок. Продольные схемы КУ в ряде случаев имеют существенно меньшую суммарную установленную мощность элементов, но их функциональные возможности ограничены и, как правило, сводятся к симметрированию и регулированию уровня напряжений. Элементы указанных двух видов схем объединяются в комбинированных продольно-поперечных структурах КУ, что позволяет существенно улучшить показатели устройств.

На рис. 2 приведена СЭС, содержащая СН, НН и продольно-поперечное КУ общего вида. Рассмотрим выбор параметров двухэлементных комбинированных КУ на реактивных элементах. При этом возможные варианты структур можно разделить на два типа: структуры первого типа, где поперечный элемент не имеет соединения с фазой, в которую включен продольный элемент, и структуры второго типа, в которых такое соединение имеет место. Согласно методике параметрического син-

теза КУ запишем основные уравнения для схем замещения прямой и обратной последовательностей (схема замещения нулевой последовательности не рассматривается в связи с отсутствием в токах составляющей нулевой последовательности), соответствующих СЭС на рис. 2:

$$\left. \begin{aligned} I_1 Z_1 + \Delta U_1^{(K)} + U_1 &= E_1; \\ I_1 &= I_1^{(K)} + I_1^{(H)} + I_1^{(C)}; \\ U_1 &= I_1^{(C)} Z_1^{(C)}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} I_2 Z_2 + \Delta U_2^{(K)} + U_2 &= 0; \\ I_2 &= I_2^{(K)} + I_2^{(H)} + I_2^{(C)}; \\ U_2 &= I_2^{(C)} Z_2^{(C)}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Дополнительные уравнения для НН, соединенной в треугольник, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1^{(H)} &= Y_{2A}^{(H)} U_1 - Y_{1A}^{(H)} U_2; \\ I_2^{(H)} &= -Y_{1A}^{(H)} U_1 + Y_{2A}^{(H)} U_2. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

В качестве схемных ограничений КУ на реактивных элементах принимаем равенства нулю соответствующих активных сопротивлений и проводимостей. Кроме того, для двухэлементных схем первого типа положим  $X_B^{(H)} = X_C^{(H)} = 0$ ;  $B_{AB}^{(K)} = B_{CA}^{(K)} = 0$ . В рассматриваемых условиях КУ может обеспечивать только одну функцию симметрирования напряжений ( $U_2 = 0$ ).

С учетом вышеизложенного на основании (6—10) можно сформировать математическую модель в виде определенной нелинейной системы алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_1 Z_1 + \Delta U_1^{(K)} + U_1 &= E_1; \\ I_2 Z_2 + \Delta U_2^{(K)} &= 0; \\ I_1 &= (Y_{2A}^{(H)} + Y_1^{(C)} + jB_{BC}^{(K)}) U_1; \\ I_2 &= -(Y_{1A}^{(H)} + jB_{BC}^{(K)}) U_1; \\ \Delta U_1^{(K)} &= \Delta U_1^{(K)} = \Delta U_2^{(K)} = j \frac{1}{3} X_A^{(K)} (I_1 + I_2). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Из этой системы в результате преобразований можно получить следующие аналитические выражения для параметров двухэлементного КУ первого типа:

$$\left. \begin{aligned} B_{BC}^{(K)} &= \frac{\operatorname{Re}(K) \operatorname{Re}(M) + \operatorname{Im}(K) \operatorname{Im}(M)}{\operatorname{Im}(Z_2) \operatorname{Re}(K) - \operatorname{Re}(Z_2) \operatorname{Im}(K)}; \\ X_A^{(K)} &= \frac{3 [\operatorname{Re}(Z_2) \operatorname{Re}(M) + \operatorname{Im}(Z_2) \operatorname{Im}(M)]}{\operatorname{Im}(Z_2) \operatorname{Re}(K) - \operatorname{Re}(Z_2) \operatorname{Im}(K)}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где

$$K = Y_{2A}^{(H)} - Y_{1A}^{(H)} + Y_1^{(C)}; \quad M = Z_2 Y_{1A}^{(H)}.$$

Индуктивный характер элементов КУ соответствует значениям реактивных сопротивлений со знаком «плюс», а реактивных проводимостей — со знаком «минус», емкостный — наоборот. В приложении 2 приведены формулы, полученные из выражений (12) для трех вариантов подключения однофазной нагрузки при условии  $Z_2 = jX_2$ .

На рис. 3, 4 показаны схемы двухэлементных КУ первого типа для вариантов подключения однофазной НН на  $U_{AB}$  [13] и  $U_{BC}$  [14] соответственно, а также векторные диаграммы, построенные для случая  $\varphi^{(H)} = 0,9$  (индуктивный) и одинаковой мощности НН и СН.

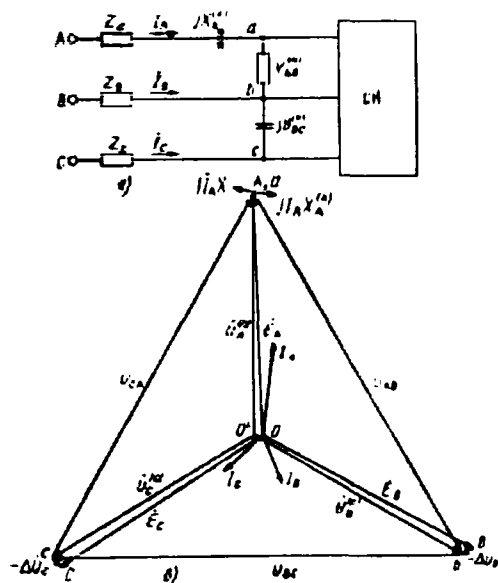


Рис. 3. Симметрирование напряжений двухэлементным КУ первого типа (НН на  $\dot{U}_{AB}$ )

Рассмотрим двухэлементные схемы КУ второго типа. Примем в качестве схемных ограничений следующие условия:  $X_A^{(K)} = X_C^{(K)} = 0$ ;  $B_{AB}^{(K)} = B_{CA}^{(K)} = 0$ . При этом система уравнений (6—10) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} I Z_1 + \Delta U_1^{(K)} + \dot{U}_1 &= \dot{E}_1; \\ I Z_2 + \Delta U_2^{(K)} &= 0; \\ I_1 &= (Y_{zA}^{(K)} + Y^{(C)} + j B_{BC}^{(K)}) \dot{U}_1; \\ I_2 &= -(Y_{pA}^{(K)} + j B_{BC}^{(K)}) \dot{U}_1; \\ \Delta U_1^{(K)} &= j \frac{1}{3} X_B^{(K)} (I_1 + a^2 I_2); \\ \Delta U_2^{(K)} &= j \frac{1}{3} X_B^{(K)} (a I_1 + I_2); \\ \Delta U_0^{(K)} &= j \frac{1}{3} X_B^{(K)} (a^2 I_1 + a I_2). \end{aligned} \quad (13)$$

Формулы для определения параметров КУ, полученные из системы уравнений (13), записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} B_{BC}^{(K)} &= \frac{-A_2 \pm \sqrt{A_2^2 - 4A_1 A_3}}{2A_1}; \\ X_B^{(K)} &= \frac{-\operatorname{Re}(M) + \operatorname{Im}(Z_2) B_{BC}^{(K)}}{\frac{1}{3} \operatorname{Im}(N) - \frac{1}{2} B_{BC}^{(K)}}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(Z_2) - \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{Im}(Z_2); \quad A_2 = \frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{Re}(M) + \frac{1}{2} \operatorname{Im}(M) + \frac{1}{3} \operatorname{Im}(Z_2) \operatorname{Re}(N) - \frac{1}{3} \operatorname{Re}(Z_2) \operatorname{Im}(N);$$

$$A_3 = -\frac{1}{3} [\operatorname{Re}(M) \operatorname{Re}(N) + \operatorname{Im}(M) \operatorname{Im}(N)]; \quad N =$$

$$= a Y_{zA}^{(K)} - Y_{pA}^{(K)} + a Y^{(C)}.$$

В данном случае, в отличие от двухэлементных схем первого типа, имеет место квадратичная зависимость параметров КУ, что говорит о возможности существования двух параметрических реализаций для одной

Схема КУ	Подключение НН	Коэффициент мощности НН $\cos \varphi$ (н) (индуктивный)	Суммарная установленная мощность КУ относительно мощности НН
Двухэлементная первого типа	AB	$0 \div 1,0$	$0,68 \div 0,82$
	CA	$0,6 \div 1,0$	$0,63 \div 1,87$
	BC	$0,1 \div 1,0$	$0,14 \div 0,94$
Двухэлементная второго типа	AB	$0,1 \div 1,0$	$1,31 \div 1,51$
Трехэлементная первого типа с одним продольным и двумя поперечными элементами	AB	$\frac{0 \div 1,0}{*}$	$\frac{0,78 \div 2,47}{*}$
	CA	$\frac{0 \div 0,9}{*}$	$\frac{1,89 \div 2,42}{*}$
	BC	$\frac{0,5 \div 1,0}{*}$	$\frac{0,14 \div 1,07}{*}$

структуры. Расчетные значения параметров двухэлементных продольно-поперечных схем КУ при мощности НН, равной мощности СН, приведены в таблице.

Трехэлементные комбинированные схемы позволяют дополнительно выполнять еще одну функцию, например, регулирование уровня напряжения или компенсацию реактивной мощности. Рассмотрим схемы КУ с одним продольным и двумя поперечными реактивными элементами. При этом все возможные варианты разделим на два типа: структуры первого типа, в которых только один поперечный элемент соединен с фазой, содержащей продольный элемент, и структуры второго типа, в которых оба поперечных элемента соединены с фазой, содержащей продольный элемент.

Для схемных ограничений КУ первого типа  $X_B^{(K)} = X_C^{(K)} = 0$ ;  $B_{CA}^{(K)} = 0$  система уравнений (6—10) пре-

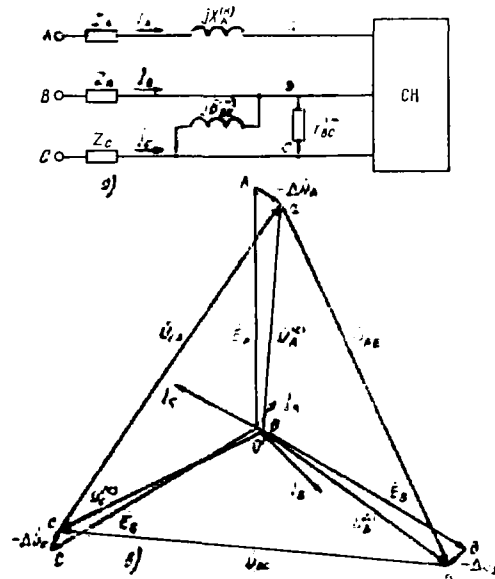


Рис. 4. Симметрирование напряжений двухэлементным КУ первого типа (НН на  $U_{BC}$ )

образуется к виду:

$$\left. \begin{aligned} I_1 Z_1 + \Delta U_1^{(k)} + \dot{U}_1 &= E_1; \\ I_2 Z_2 + \Delta U_2^{(k)} &= 0; \\ I_1 &= (Y_{z\Delta}^{(n)} + Y_1^{(k)} + jB_{AB}^{(k)} + jB_{BC}^{(k)}) U_1; \\ I_2 &= -(Y_{p\Delta}^{(n)} + jaB_{AB}^{(k)} + jB_{BC}^{(k)}) \dot{U}_1; \\ \Delta U_0^{(k)} &= \Delta U_1^{(k)} = \Delta U_2^{(k)} = j \frac{1}{3} X_A^{(k)} (I_1 + I_2). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Решение системы (15) совместно с одним из дополнительных функциональных условий позволяет определить параметры трехэлементных КУ. На рис. 5 приведены схема КУ первого типа, обеспечивающего номинальный уровень напряжения на зажимах нагрузки для варианта подключения НН на  $\dot{U}_{BC}$  [15], а также соответствующая векторная диаграмма для случая  $\cos \varphi^{(n)} = 0,9$  (индуктивный) и мощности НН, равной СН. Расчетные значения параметров трехэлементных КУ первого типа приведены в таблице. Значения в числителе соответствуют функциональному условию обеспечения на входе узла нагрузки реактивной мощности, равной 78 % от мощности СН, а в знаменателе — условию номинального уровня напряжения на зажимах нагрузки. Знаком «\*» отмечены варианты, при которых суммарная установленная мощность КУ значительно превышает мощность симметричной нагрузки.

**Выводы.** 1. Симметрирование напряжений на зажимах нагрузки может осуществляться путем компенсации составляющей обратной последовательности падения напряжения в питающей сети. Реализация данного принципа, как правило, связана с необходимостью введения в схему КУ продольных силовых элементов.

2. Разработана методика параметрического синтеза схем статических КУ продольно-поперечной структуры с учетом функциональных условий и схемных ограничений, позволяющая формировать математическое описание задачи коррекции режимов СЭС с несимметричными элементами в виде оптимизационной процедуры.

3. На единой методологической основе выполнено построение математических моделей и анализ комбинированных схем симметрирования напряжений. Показано, что сочетание продольных и поперечных элементов в структурах КУ расширяет функциональные возможности устройств и приводит к существенному уменьшению их установленной мощности.

4. На основе анализа квадратичных форм алгебраических уравнений, описывающих работу статических КУ, установлено свойство многозначности параметров устройств со схемами комбинированной структуры.

#### Приложение 1. Список обозначений.

$E_A, E_B, E_C$  — фазные э. д. с. источника питания (ИП);  $\dot{E}_1$  — составляющая прямой последовательности э. д. с. ИП;  $Z_1, Z_2$  — сопротивления прямой и обратной последовательностей питающей сети;  $I_A, I_B, I_C$  — фазные токи на продольном участке сети;  $I_0, I_1, I_2$  — симметричные составляющие фазных токов на продольном участке сети;  $\Delta U_A, \Delta U_B, \Delta U_C$  — фазные падения напряжения на продольном участке сети;  $\Delta U_0, \Delta U_1, \Delta U_2$  — симметричные составляющие фазных падений напряжения на продольном участке сети;  $Z_A^{(n)}, Z_B^{(n)}, Z_C^{(n)}$  — фазные сопротивления продольного участка сети;

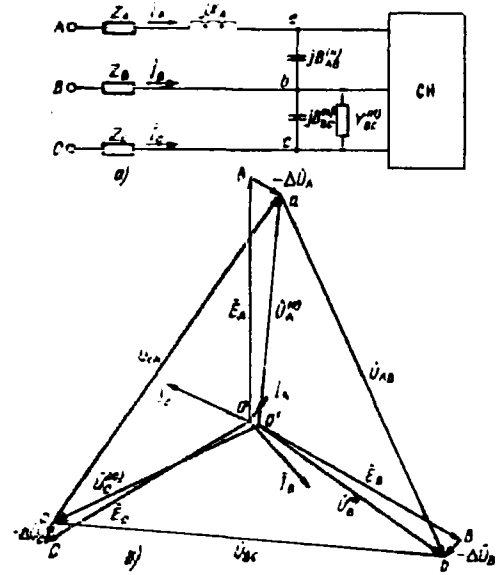


Рис. 5. Симметрирование напряжений трехэлементным КУ первого типа (НН на  $U_{BC}$ )

$U_{AB}, U_{CA}, U_{BC}$  — линейные напряжения на зажимах нагрузки;  $I_0^{(n)}, I_1^{(n)}, I_2^{(n)}$  — симметричные составляющие токов несимметричной нагрузки;  $Y_{AB}^{(n)}, Y_{CA}^{(n)}, Y_{BC}^{(n)}$  — проводимости несимметричной нагрузки, подключенной по схеме «треугольник»;  $I_0^{(c)}, I_1^{(c)}, I_2^{(c)}$  — симметричные составляющие токов симметричной нагрузки;  $Y_1^{(c)}, Y_2^{(c)}$  — проводимости прямой и обратной последовательностей симметричной нагрузки;  $\dot{U}_0^{(k)}, \dot{U}_1^{(k)}, \dot{U}_2^{(k)}$  — симметричные составляющие фазных напряжений на зажимах поперечных элементов КУ;  $I_0^{(k)}, I_1^{(k)}, I_2^{(k)}$  — симметричные составляющие токов в поперечных элементах КУ;  $Y_{AB}^{(k)}, Y_{CA}^{(k)}, Y_{BC}^{(k)}$  — проводимости поперечных элементов КУ, подключенных по схеме «треугольник»;  $Y_A^{(k)}, Y_B^{(k)}, Y_C^{(k)}$  — проводимости поперечных элементов КУ, подключенных по схеме «звезда»;  $\Delta U_0^{(k)}, \Delta U_1^{(k)}, \Delta U_2^{(k)}$  — симметричные составляющие падений напряжения на продольных элементах КУ;  $Z_A^{(k)}, Z_B^{(k)}, Z_C^{(k)}$  — сопротивления продольных элементов КУ;  $B_{AB}^{(k)}, B_{CA}^{(k)}, B_{BC}^{(k)}$  — реактивные проводимости поперечных элементов КУ, подключенных по схеме «треугольник»;  $B_A^{(k)}, B_B^{(k)}, B_C^{(k)}$  — реактивные проводимости поперечных элементов КУ, подключенных по схеме «звезда»;  $X_A^{(k)}, X_B^{(k)}, X_C^{(k)}$  — реактивные сопротивления продольных элементов КУ;  $a$  — оператор трехфазной системы ( $a = e^{j120^\circ}$ ).

**Приложение 2. Определение параметров двухэлементных схем КУ первого типа при условии  $Z_2 = jX_2$ .**

1. НН подключена на линейное напряжение  $\dot{U}_{AB}$ . При этом  $Y_{z\Delta}^{(n)} = Y_{AB}^{(n)}$ ;  $Y_{p\Delta}^{(n)} = a^2 Y_{AB}^{(n)}$ ;  $K = Y_{AB}^{(n)} (1 - a^2) + Y_1^{(c)}$ ;  $M = ja^2 X Y_{AB}^{(n)}$ . После подстановки в выражение (12) получим:

$$B_{BC}^{(k)} = \frac{B_1 + B_2 + B_3}{3 \operatorname{Re}(Y_{AB}^{(n)}) - \sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{AB}^{(n)}) + 2 \operatorname{Re}(Y_1^{(c)})};$$

$$X_A^{(K)} = \frac{3 X [\sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{AB}^{(n)}) - \operatorname{Re}(Y_{AB}^{(n)})]}{3 \operatorname{Re}(Y_{AB}^{(n)}) - \sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{AB}^{(n)}) + 2 \operatorname{Re}(Y_1^{(c)})},$$

где  $B_1 = \sqrt{3} |\operatorname{Re}(Y_{AB}^{(n)}) + \operatorname{Im}^2(Y_{AB}^{(n)})|$ ;  $B_2 =$   
 $= \operatorname{Re}(Y_1^{(c)}) [\sqrt{3} \operatorname{Re}(Y_{AB}^{(n)}) + \operatorname{Im}(Y_{AB}^{(n)})]$ ;  $B_3 =$   
 $= \operatorname{Im}(Y_1^{(c)}) [\sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{AB}^{(n)}) - \operatorname{Re}(Y_{AB}^{(n)})]$ .

2. НН подключена на линейное напряжение  $U_{CA}$ . При этом  $Y_{CA}^{(n)} = Y_{CA}^{(n)}$ ;  $Y_{CA}^{(n)} = a Y_{CA}^{(n)}$ ;  $K = Y_{CA}^{(n)} (1-a) + Y_1^{(c)}$ ;  $M = j a X Y_{CA}^{(n)}$ . После подстановки получим:

$$B_{BC}^K = \frac{B_4 + B_5 + B_6}{3 \operatorname{Re}(Y_{CA}^{(n)}) + \sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{CA}^{(n)}) + 2 \operatorname{Re}(Y_1^{(c)})};$$

$$X_A^{(K)} = - \frac{3 X [\sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{CA}^{(n)}) \operatorname{Re}(Y_1^{(c)})]}{3 \operatorname{Re}(Y_{CA}^{(n)}) + \sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{CA}^{(n)}) + 2 \operatorname{Re}(Y_1^{(c)})},$$

где  $B_4 = -\sqrt{3} [\operatorname{Re}(Y_{CA}^{(n)}) + \operatorname{Im}^2(Y_{CA}^{(n)})]$ ;  $B_5 =$   
 $= \operatorname{Re}(Y_1^{(c)}) [\operatorname{Im}(Y_{CA}^{(n)}) - \sqrt{3} \operatorname{Re}(Y_{CA}^{(n)})]$ ;  $B_6 =$   
 $= -\operatorname{Im}(Y_1^{(c)}) [\operatorname{Re}(Y_{CA}^{(n)}) + \sqrt{3} \operatorname{Im}(Y_{CA}^{(n)})]$ .

3. НН подключена на линейное напряжение  $U_{BC}$ . При этом  $Y_{CA}^{(n)} = Y_{BC}^{(n)}$ ;  $Y_{CA}^{(n)} = Y_{BC}^{(n)}$ ;  $K = Y_1^{(c)}$ ;  $M = j X Y_{BC}^{(n)}$ . После подстановки получим:

$$B_{BC}^{(K)} = \frac{\operatorname{Re}(Y_{BC}^{(n)}) \operatorname{Im}(Y_1^{(c)}) - \operatorname{Im}(Y_{BC}^{(n)}) \operatorname{Re}(Y_1^{(c)})}{\operatorname{Re}(Y_1^{(c)})},$$

$$X_A^{(K)} = \frac{3 X \operatorname{Re}(Y_{BC}^{(n)})}{\operatorname{Re}(Y_1^{(c)})}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Милях А. Н., Шидловский А. К., Кузнецов В. Г. Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях. — Киев: Наукова думка, 1973.

2. Шидловский А. К., Москаленко Г. А. Симметрирующие устройства с трансформаторными фазосдвигающими элементами. — Киев: Наукова думка, 1981.

3. Шидловский А. К., Кузнецов В. Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. — Киев: Наукова думка, 1985.

4. Оптимизация систем электроснабжения целлюлозно-бумажных предприятий / И. В. Жежеленко, В. П. Долгополов, Ю. В. Слепов, В. И. Хойнов. — М.: Лесная промышленность, 1980.

5. А. с. 244495 (СССР). Устройство для автоматического регулирования симметрии и уровня напряжений трехфазной системы / В. А. Кулинич, В. П. Неклюдов. Оpubл. в Б. И., 1969, № 18.

6. Кулинич В. А. Индуктивно-емкостные управляемые трансформирующие устройства. — Электричество, 1982, № 12.

7. Параметрическое устройство для симметрирования трехфазных напряжений / А. К. Шидловский, А. Д. Музыченко, И. В. Мостовяк, А. П. Трофименко. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. Респ. межвед. сб., 1979, вып. 69.

8. Мостовяк И. В. Симметрирование системы напряжений на зажимах трехфазного потребителя при подключенной к сети несимметричной нагрузке. — В кн.: Проблемы технической электродинамики. Респ. межвед. сб., 1976, вып. 59.

9. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. 2-е изд. — М., Л.: Госэнергоиздат, 1963.

10. Шидловский А. К., Кузнецов В. Г., Николаенко В. Г. Анализ режимов в трехфазных электрических цепях с несимметричными элементами. — Киев, АН УССР, 1983.

11. Шидловский А. К., Кузнецов В. Г., Николаенко В. Г. Моделирование корректирующих устройств в трехфазных цепях с несимметричными элементами. — Киев, АН УССР, 1984.

12. Шидловский А. К., Кузнецов В. Г., Николаенко В. Г. Определение параметров продольных корректирующих устройств, обеспечивающих заданный режим трехфазной электрической цепи с несимметричными элементами. — В кн.: Электрические сети и системы. Респ. межвед. сб., 1982, вып. 18.

13. А. с. 1067564 (СССР). Устройство для симметрирования напряжений в системе электроснабжения с однофазной нагрузкой / А. К. Шидловский, В. Г. Кузнецов, В. Г. Николаенко. Оpubл. в Б. И., 1984, № 2.

14. А. с. 1081735 (СССР). Устройство для симметрирования напряжений в системе электроснабжения с однофазной нагрузкой / В. Г. Кузнецов, В. Г. Николаенко. Оpubл. в Б. И., 1984, № 11.

15. А. с. 1089702 (СССР). Устройство для симметрирования и регулирования уровня напряжений в системе электроснабжения с однофазной нагрузкой / А. К. Шидловский, В. Г. Кузнецов, В. Г. Николаенко. Оpubл. в Б. И., 1984, № 16.

[30.04.86]

УДК 621.311.16.071.8.077.4.004.1

## Управление потоками мощности в электрических сетях с помощью фазоповоротных трансформаторов

КАЛЮЖНЫЙ А. Х., канд. техн. наук

Новосибирск

Современные электрические сети содержат большое количество замкнутых контуров, включающих в себя электропередачи разного класса напряжения. Такие сети являются неоднородными, т. е. характеризуются неодинаковым отношением  $r_i/x_i = \text{const}$  для различных связей. Плотность размещения мощностей электростанций и нагрузок в узлах также неодинакова. Поэтому естественное потокораспределение активной мощности в таких сетях не является оптимальным: оно приводит к завышенным потерям, к недоиспользованию пропускной способности параллельно работающих электропередач, а в некоторых случаях — к недопустимому ухудшению

качества электрической энергии. Оптимизировать потокораспределение активной мощности можно с помощью поперечного регулирования напряжения.

Хотя теоретически этот вопрос рассматривался в литературе [1, 2], практически поперечное регулирование нашло ограниченное применение. Главной причиной этого является отсутствие фазоповоротных трансформаторов (ФПТ), обеспечивающих поперечное регулирование напряжения под нагрузкой. Поэтому для оптимизации потокораспределения предлагалось включение специальных вольтодобавочных трансформаторов (ВДТ) и разрезание контуров. Однако оба варианта

имеют ограниченное применение, так как ВДТ обычно обеспечивают недостаточный диапазон поперечного регулирования, равный  $5 \div 10^\circ$ , а разрезание контуров снижает надежность функционирования электрических сетей.

Развитие ЕЭС СССР, создание дальних электропередач высокого и сверхвысокого напряжения увеличивает параметрическую и режимную неоднородность замкнутых контуров, повышает эффективность поперечного регулирования напряжения для управления потоками активной мощности и одновременно увеличивает требуемый диапазон такого регулирования. Энергосберегающая политика, проводимая в настоящее время, повышает актуальность оптимизации потоковораспределения. Поэтому представляется оправданным широкое применение поперечного регулирования с помощью ФПТ для оптимизации распределения потоков активной мощности. В статье рассматриваются характерные случаи, когда эффективно применение ФПТ и определены требования к ФПТ в этих случаях.

*Управление потокомораспределением между дальними электропередачами и распределительными сетями.* Практика развития электрических сетей часто приводит к созданию колец, образованных распределительными сетями (РС) и питающими их дальними электропередачами (ДЭП) более высокого напряжения. Типовым примером таких колец являются питающие тяговую нагрузку РС напряжением 220 кВ и включенные параллельно с ними ДЭП напряжением 500 кВ (рис. 1, 2), которые питают РС 220 кВ. Однако при естественном потокомораспределении ВЛ 500 кВ оказываются недогруженными, а головные участки сети 220 кВ перегружаются. Вводя поперечное регулирование напряжения на трансформаторах между ДЭП и РС, можно загрузить ДЭП, разгрузить РС и тем самым снизить суммарные потери в электрической сети.

Для оценки эффективности поперечного регулирования и определения требований к ФПТ рассмотрены типовые схемы, состоящие из одного и двух контуров. Распределительная сеть характеризуется обычно большим числом отборов мощности. Для анализа потерь в таких схемах следует не разносить нагрузки, как это делается обычно, а принять равномерное их распределение вдоль РС, как показано на рис. 1, 2. Тогда ток по линиям РС меняется линейно (рис. 1, б).

Основные закономерности рассмотрены для одноконтурной схемы. Нагрузки соседнего участка РС сосредоточены в виде одной эквивалентной нагрузки в точке примыкания ДЭП. Потери в схеме с учетом линейного изменения тока вдоль линий РС определяются интегрированием из следующего выражения:

$$p_x = \frac{S_1^2}{U^2} \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{l_y}{l} \right) + \frac{S_2}{S_1} \right]^2 R + \left( \frac{1}{3} - \frac{l_y}{l} + \frac{l_y^2}{l^2} \right) r \right\}, \quad (1)$$

где  $R, r$  — активные сопротивления соответственно ДЭП и РС, приведенные к одной ступени напряжения  $U$ ;  $l$  — длина линии;  $l_y$  — расстояние от точки потокоораздела до начала линии;  $S_1$  — полная мощность нагрузки РС вдоль линии  $l$ ;  $S_2$  — мощность конечного участка РС или отбора в конце линии (рис. 1).

Согласно выражению (1) потери в схеме являются функцией расположения точки потокоораздела  $l_y$ . Для определения оптимального потокомораспределения необходимо определить минимум функции  $p_x \left( \frac{l_y}{l} \right)$ . Наимень-

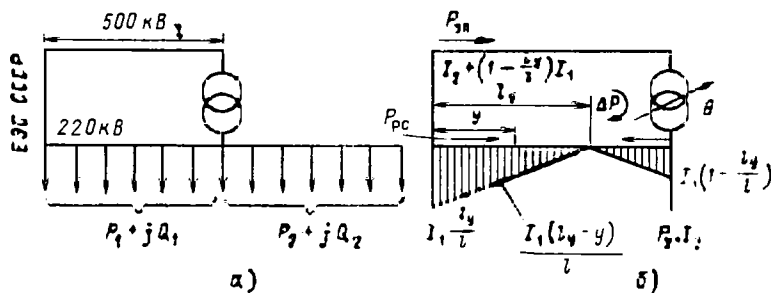


Рис. 1. Одноконтурная схема из ДЭП и РС: а — принципиальная схема; б — расчетная схема и распределение токов по линиям.

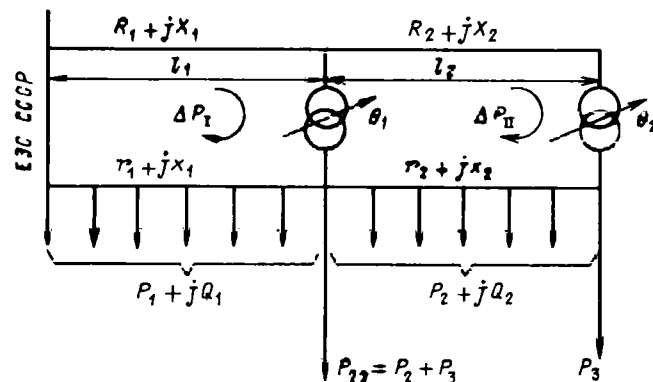


Рис. 2. Двухконтурная схема из ДЭП и РС.

шие потери в схеме имеют место при таком потокомораспределении, когда

$$\frac{l_{y0}}{l} = \frac{0,5r + R \left( 1 + \frac{S_2}{S_1} \right)}{r + R}. \quad (2)$$

Следовательно, оптимальное потокомораспределение определяется активными сопротивлениями в схеме и соотношением между мощностями  $S_2$  и  $S_1$ . В то же время естественное потокомораспределение определяется в основном индуктивными сопротивлениями

$$\frac{l_{y0}}{l} = \frac{0,5x + X \left( 1 + \frac{S_2}{S_1} \right)}{x + X} \quad (3)$$

и не является оптимальным. В выражении (3)  $x$  — индуктивное сопротивление РС, а  $X$  — индуктивное сопротивление ДЭП, включающее сопротивление трансформатора.

Подставляя в (1) величины  $l_{y0}/l$  и  $l_{ye}/l$ , вычисленные по (2) и (3), можно определить потери в схеме, соответствующие оптимальному и естественному потокомораспределению, и оценить эффективность поперечного регулирования. Так, для типовой схемы, в которой РС представляет двухцепную ВЛ 220 кВ с проводами АСО 240, а ДЭП — ВЛ 500 кВ с проводами ЗАСО 330, и имеется автотрансформатор мощностью 800 МВ·А, при  $S_1 = 300$  МВ·А,  $S_2 = 450$  МВ·А и  $l = 400$  км (рис. 1) получаем:  $r = 124$  Ом;  $x = 444$  Ом;  $R = 11,6$  Ом,  $X = 146$  Ом;  $l_{y0}/l = 0,671$ ;  $l_{ye}/l = 0,995$ ;  $p_{20} = 19,0$  МВт;  $p_{2e} = 24,1$  МВт;  $\Delta p = 5,1$  МВт.

Стоимость сэкономленной энергии при снижении потерь на 5,1 МВт и  $c = 2$  коп/кВт·ч составляет около

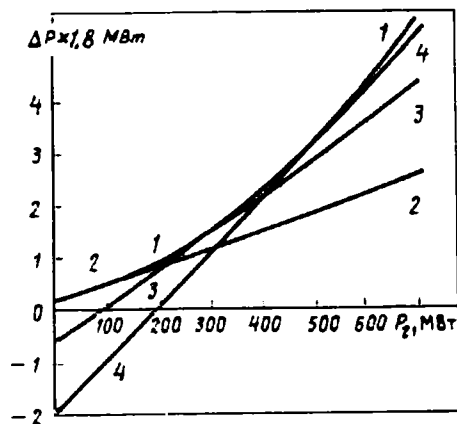


Рис. 3. Снижение потерь в случае оптимального регулирования ФПТ при  $\theta = 3-19^\circ = \text{var}$  (кривая 1) и при фиксированных углах ФПТ  $\theta = 5; 10; 15$  (кривые 2, 3, 4 соответственно)

900 тыс. руб. в год. Установка ФПТ вместо автотрансформатора на подстанции Нижнеангарска в реальной схеме 500/220 кВ позволяет снизить суммарные потери в зависимости от мощностей  $S_1$  и  $S_2$  на  $\Delta p = 2 \div 6$  МВт.

Для реализации оптимального потокораспределения следует создать в контуре циркулирующий поток мощности  $\Delta P$ , который накладывается на естественное потокораспределение, нагружая ДЭП и разгружая РС. Полагая  $\cos \varphi$  всех нагрузок неизменным, согласно (2) и (3) получаем:

$$\Delta P = (0,5P_1 + P_2) \left( \frac{r}{r+R} - \frac{x}{x+X} \right). \quad (4)$$

Такой циркулирующий поток можно создать с помощью поперечной э. д. с. или поперечного регулирования напряжения на угол  $\theta$ , равный

$$\theta = 2 \arcsin \frac{0,5P_1 + P_2}{2U^2} (x+X) \left( \frac{r}{r+R} - \frac{x}{x+X} \right). \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет определить угол  $\theta$ , который необходимо реализовать на ФПТ или ВДТ для оптимизации потокораспределения. Это выражение пригодно не только для идеализированной схемы, но и для реальных схем с конечным числом нагрузок у РС. Согласно (5) для различных схем в зависимости от длины РС и значений  $P_1$ ,  $P_2$  необходимый угол поперечного регулирования составляет  $\theta \leq 20^\circ$ .

В случае многоконтурной цепочечной схемы (рис. 2) можно пренебречь взаимным влиянием контуров, так как сопротивления трансформаторов, общие для смежных контуров, намного меньше сопротивлений участков ДЭП. Тогда для каждого из контуров справедливы выражения (1)–(4), по которым можно определить потери и найти точки потокоораздела. При определении необходимых углов  $\theta$  следует учитывать число поперечных э. д. с. (ФПТ) в каждом контуре. Так, в первом контуре двухконтурной схемы (рис. 2), где имеется одна поперечная э. д. с., угол  $\theta$  определяется по выражению, аналогичному (5):

$$\theta_1 = 2 \arcsin \frac{\Delta P_1 (x_1 + X_1)}{2U^2}. \quad (6)$$

Во втором контуре с двумя э. д. с.

$$\theta_2 = \theta_1 + 2 \arcsin \frac{\Delta P_{II} (x_2 + X_2)}{2U^2}. \quad (7)$$

Можно определить углы  $\theta$  более строго с учетом взаимного влияния сопротивлений трансформаторов. Для этого, определив заранее значения циркулирующих потоков мощности  $\Delta P_k$  и соответствующих им токов в контурах  $I_k$ , можно методом контурных токов определить поперечные э. д. с.  $E_i$ , а по ним вычислить значения углов

$$\theta_i = 2 \arcsin \frac{E_i}{2U}. \quad (8)$$

Требуемая точность определения величин  $\theta$  невелика, и поэтому точность вычислений по выражениям (6) и (7) оказывается вполне достаточной.

Необходимый диапазон поперечного регулирования в случае двух и более контуров увеличивается до  $30^\circ$ . Следовательно, для оптимизации потокораспределения в контурах, образованных ДЭП и РС, необходимо обеспечить поперечное регулирование напряжения на углы до  $30^\circ$ .

Для точной оптимизации потокораспределения при изменении нагрузок  $P_1$  и  $P_2$ , как следует из выражения (5), необходимо регулировать угол  $\theta$ . Это связано с применением РПН и приводит к удорожанию трансформаторов. Поскольку диапазон изменения нагрузок при одностороннем питании ограничен, рассмотрена возможность применения ФПТ без РПН с фиксированными углами поперечного регулирования напряжения.

Наибольшее влияние на величину потерь оказывает обычно нагрузка  $P_2$ . Поэтому на рис. 3 приведена кривая снижения потерь при оптимальном регулировании в зависимости от  $P_2$ .

В частном случае одноконтурной схемы с двухцепной РС напряжением 220 кВ и ДЭП напряжением 500 кВ при  $l=400$  км и  $P_1=300$  МВт оптимизация потокораспределения при изменении концевой нагрузки в диапазоне  $P_2=0-700$  МВт позволяет снизить потери соответственно на 0,3–10 МВт или на 7–24 % (кривая 1). При этом угол  $\theta$  необходимо изменять от  $3^\circ$  до  $19^\circ$ . Однако на практике диапазон возможных изменений нагрузок намного меньше. Задавая фиксированные значения углов  $\theta$ , можно обеспечить в реально возможном диапазоне изменения  $P_2$  потокораспределение, близкое к оптимальному. Снижение потерь при фиксированных углах  $\theta = \text{const}$  в зависимости от  $P_2$  также показано на рис. 3 (кривые 2–4). Как видно из рисунка, при  $P_2 = 0 \div 200$  МВт близкое к оптимальному потокораспределение обеспечивается при  $\theta = 5^\circ$ , при  $P_2 = 200 \div 430$  МВт необходим угол  $\theta = 10^\circ$ , а при  $P_2 = 400 \div 700$  МВт — угол  $\theta = 15^\circ$ . Следовательно, для каждой конкретной схемы с учетом ее параметров и возможных изменений нагрузок можно определить необходимый фиксированный угол  $\theta = \text{const}$ , обеспечивающий потокораспределение, близкое к оптимальному, с точностью около 10 %. Для двухконтурной схемы, приведенной на рис. 2, в частном случае  $P_3=200-300$  МВт и  $P_2=P_3+P_4=450-600$  МВт следует установить на ФПТ 1 угол  $\theta_1=15^\circ = \text{const}$ , а на ФПТ 2 —  $\theta_2=15^\circ + 10^\circ = 25^\circ = \text{const}$ . Сезонные изменения режимов или развитие сети могут потребовать изменения фиксированных углов  $\theta$  у ФПТ. Однако изменение углов несколько раз в год возможно осуществить при отключении ФПТ, т. е. без применения РПН. Таким образом, для оптимизации потокораспределения в контурах, образованных РС и ДЭП, можно использовать ФПТ без РПН и работать с фиксированными углами.



*Параллельная работа линии сверхвысокого напряжения и сети ЕЭС СССР.* Для повышения пропускной способности сечений между большими энергообъединениями, для передачи мощности от крупных электростанций создаются линии сверхвысокого напряжения (ЛСВН). На этих линиях предусматривается управление потоками реактивной мощности и регулирование напряжения с помощью установленных на промежуточных подстанциях регулируемых источников реактивной мощности (ИРМ). Однако управление потоками активной мощности между ЛСВН и сетями более низкого напряжения до настоящего времени не предусматривается, хотя эффективность такого управления уже отмечалась в литературе [3].

Непрерывное регулирование напряжения ЛСВН повышает эффективность управления потоком распределением активной мощности. Применение поперечного регулирования на трансформаторах, связывающих ЛСВН и сеть, позволяет более эффективно использовать ЛСВН и снизить суммарные потери в объединении на 20—80 МВт в зависимости от напряженности режима [3]. В некоторых случаях благодаря поперечному регулированию удается дополнительно повысить передаваемую мощность.

Эффективность управления потоком распределением между ЛСВН и сетью может рассматриваться аналогично случаю с ДЭП и РС, но на более высоком иерархическом уровне. Принципиальным отличием является возможность широкого изменения перетоков мощности между объединениями ЕЭС и изменения направления этих перетоков. Поэтому для оптимизации потоком распределения в ЕЭС с ЛСВН необходимо изменять углы поперечного регулирования в зависимости от изменения режимов. Как показали исследования реальных схем, диапазон изменения углов составляет  $\theta = 30^\circ$  [3]. Следовательно, ФПТ в этом случае должны быть выполнены с РПН.

ЛСВН подключается к сети в нескольких точках и образует определенное количество независимых контуров, которое по мере развития объединения может расти. Следовательно, необходимо предусмотреть несколько ФПТ. Законы управления углами  $\theta_i$  каждого ФПТ взаимосвязаны и зависят от режимов участков ЛСВН и сети. Как показали предварительные исследования, выполненные в СибНИИЭ и в Новосибирском электротехническом институте, для каждого конкретного ФПТ может быть полуэмпирически определен закон регулирования  $\theta_i$ , входными величинами которого являются перетоки по ЛСВН и контролируемым линиям сети, подключенным к подстанции с ФПТ, а также информации об угле  $\theta_{i-1}$  на соседнем ФПТ. Таким образом, управление углом ФПТ между ЛСВН и сетью технически осуществимо, и задача может быть решена в каждом конкретном случае, а реализация управления гораздо более проста, чем создание ФПТ.

*Необходимость управления потоком распределением в больших кольцах ЕЭС СССР.* Развитие ЕЭС СССР, охват ею огромных территорий привели к необходимости замыкания больших колец, протянувшихся на сотни и тысячи километров. Одним из таких колец, например, является кольцо, объединяющее ОЭС Центра, Юга, Северного Кавказа и Волги. При создании электропередачи из района Томска в Нижневартовск замкнется кольцо Сибирь — Казахстан — Урал — Сургут — Нижневартовск — Сибирь. Подсоединение ОЭС Востока и ЕЭС СССР по линиям Южного транзита вдоль транс-

сибирской магистрали и Северного транзита вдоль БАМа также приведет к созданию кольца протяженностью в 2000 км. Подобные большие кольца возникают и в других местах ЕЭС СССР, а также в связи с подключением к ЕЭС СССР энергообъединений других государств. Для управления потоками активной мощности в таких кольцах необходимо замыкать их через ФПТ или в общем случае через фазоворотные устройства (ФПУ), напряжения по концам которых могут быть одинаковы по модулю ( $|K| = 1$ ) или различны ( $|K| \neq 1$ ).

Необходимость применения ФПУ в больших кольцах обусловлена, главным образом, неоднородностью линий ( $r_i/x_i \neq r_k/x_k$ ), а неравномерностью размещения мощностей генераторов и нагрузок, неодинаковостью их суточных графиков. При различных изменениях режимов в тех или иных регионах, входящих в кольцо, изменяются потоки мощности во всем кольце. Это приводит к перегрузке сечения кольца, к снижению напряжения на линиях этого сечения и к недоиспользованию пропускной способности других сечений кольца, а также к завышенным потерям в объединении.

В каждом из больших колец нетрудно найти наиболее слабое сечение, характеризующее наименьшей пропускной способностью и «запирающее» другие сечения кольца. Таким слабым сечением является, например, электропередача Томск — Нижневартовск в кольце между ОЭС Сибири и Урала. Слабым сечением является также электропередача вдоль БАМа в кольце между ОЭС Сибири и Востока. Именно в слабом сечении следует устанавливать ФПУ. В этом случае мощность ФПУ будет наименьшей, а поперечное регулирование позволит наиболее эффективно управлять потоком мощности в слабом сечении и во всем кольце. В общем виде большое кольцо с ФПУ представлено на рис. 4.

Закон управления ФПУ должен обеспечить максимально возможное использование всех сечений кольца. С этой целью должно исключить перегрузку слабого сечения (сечений), ограничивая переток мощности в нем на уровне допустимого. При определении допустимого перетока следует отметить, что по условиям статической устойчивости возможны случаи, когда режимная точка находится на падающей части угловой характеристики слабого сечения, т. е. за пределом мощности по сечению. Однако такие режимы недопустимы, так как характеризуются малыми запасами устойчивости, низкими уровнями напряжения и повышенными потерями. Поэтому допустимый по слабому сечению переток должен быть несколько меньше максимума характеристики мощности  $P_m$  и может быть определен по следующему выражению

$$P_d = kP_m - \Delta P_n, \quad (9)$$

где  $\Delta P_n$  — нерегулярные перетоки мощности по сечению;  $k = 0,90 \div 1$  — коэффициент запаса, обусловленный возможными снижениями напряжения в сечении. Величина  $P_m$  может быть определена расчетным путем. Однако, поскольку она может меняться в зависимости от схемы и режимов, представляет интерес уточнять ее в процессе эксплуатации. Это можно сделать по данным двух замеров:

$$P_m = \frac{P_{n1} + P_{n2}}{2} + \frac{\alpha_2^2 - \alpha_1^2}{2(P_{n2} - P_{n1})} +$$

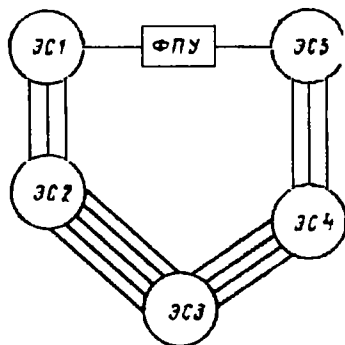


Рис. 4. Схема большого кольца из энергосистем.

$$+ \sqrt{\left(\frac{P_{л2} - P_{л1}}{2}\right)^2 + \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2} + \left|\frac{\alpha_2^2 - \alpha_1^2}{2(P_{л2} - P_{л1})}\right|^2}, \quad (10)$$

где  $P_{ли}$  — мощность в сечении по данным замеров;  $\alpha_i = \frac{\Delta P_i}{\Delta \theta_i}$  — наклон угловой характеристики мощности для сечения во время замеров;  $i = 1, 2$  — номера замеров. Корректируя по данным замеров с помощью (10) величину  $P_m$ , можно оперативно уточнять величину  $P_d$  согласно (9).

Закон поперечного регулирования ФПУ формулируется тогда в виде:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \Delta P_{нб} = P_{л} - P_0 > \varepsilon \Delta \theta = \alpha_{ср} \Delta P_{нб}; \\ \text{при } \Delta P_{нб} = P_{л} - P_0 < \varepsilon \Delta \theta = 0, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где  $P_0 \leq P_{л}$  — заданный переток мощности;  $\alpha_{ср}$  [рад/МВт] — среднее значение наклона угловой характеристики мощности;  $\varepsilon$  — точность регулирования перетока.

Поперечное регулирование не должно реагировать на нерегулярные перетоки мощности. Следовательно,  $\varepsilon > \Delta P_{л}$  и при  $\Delta P_{нб} \leq \Delta P_{л}$   $\theta = \text{const}$ . Тогда максимальная частота переключений РПН составит не более 2 в час.

Для поддержания заданных перетоков активной мощности в контролируемом сечении при широком изменении потоков мощности в кольце необходим большой диапазон поперечного регулирования. В некоторых схемах необходимо осуществлять поворот вектора напряжения на  $90^\circ$  и более. Однако в подавляющем большинстве случаев достаточно ограничиться диапазоном  $\theta = \pm 60^\circ$ .

При передаче по слабому сечению мощности, близкой к допустимой ( $P_0 \approx P_{л}$ ), целесообразно с помощью ФПУ осуществлять не только поперечное, но и продольное регулирование напряжения. Повышая с помощью последнего напряжение в слабом сечении, удастся увеличить максимум мощности  $P_m$  и тем самым повысить запас статической устойчивости. Необходимый диапазон продольного регулирования составляет 10—12 %. Критерием его введения может служить снижение напряжения ниже величины уставки:

$$U_n < U_0.$$

Применение ФПУ на Северном транзите между ОЭС Сибири и Востока благодаря регулированию потокораспределения позволяет на 15—20 % \* повысить передаваемую в ОЭС Востока мощность. Диапазон поперечного регулирования при этом равен  $\pm 60^\circ$ . Ус-

тановка ФПУ на электропередаче Томск — Нижневартовск позволяет, управляя перетоком по этой передаче, обеспечить такую же пропускную способность в сечениях между ОЭС Сибири, Казахстана и Урала, как в случае вставки постоянного тока (ВПТ) \*\*. В то же время ФПУ во много раз принципиально проще и дешевле ВПТ. Все это свидетельствует об эффективности применения ФПУ в больших кольцах ЕЭС СССР.

**Фазоворотные трансформаторы для управления потокораспределением в энергосистемах.** Приведенный выше анализ различных схем показал, что для управления потоками активной мощности необходимы ФПТ с диапазоном поперечного регулирования  $\pm 30^\circ$  как с РПН, так и без них. Кроме того, необходимы ФПУ с диапазоном  $\pm 60^\circ$  и с РПН. Для создания ФПТ и ФПУ представляется целесообразным применить известную [4] группу соединения обмоток трансформаторов «зигзаг» (Z) и ее модификацию — «двойной зигзаг» (Z<sub>2</sub>). При схеме Z<sub>2</sub> каждая из фазных обмоток имеет две дополнительные обмотки, расположенные на стержнях двух других фаз и соединяемые с основной согласно или встречно [5].

На рис. 5 представлена схема ФПТ с соединением обмоток типа «звезда — двойной зигзаг». Как видно из рисунка, обмотки высшего напряжения (ВН) соединены в звезду, а обмотки низшего напряжения (НН) — в двойной зигзаг. Если число витков каждой из дополнительных обмоток равно  $1/3$  от основной, то такой ФПТ позволяет реализовать поперечное регулирование напряжения на  $\pm 30^\circ$  (рис. 5, б). Одновременно ФПТ позволяет осуществить и продольное регулирование, диапазон которого зависит от угла  $\theta$ .

Такой ФПТ отличается от обычного трансформатора усиленной изоляцией у нейтрали обмоток НН и повышенным (приблизительно на 30 %) расходом меди. Выполнение такого ФПТ без РПН не должно встретить никаких трудностей. Ориентировочное его удорожание по сравнению с обычным трансформатором составит около 30 %. Поэтому ФПТ с группой соединения обмоток  $\lambda/Z_2$  без РПН может успешно использоваться для оптимизации потокораспределения в контурах, образованных ДЭП и РС. Удорожание за счет применения ФПТ 500/220 кВ мощностью 800 МВ·А составит около 250 тыс. руб. и окупится за полгода.

Исполнение ФПТ с соединением обмоток  $\lambda/Z_2$  с РПН позволяет использовать его для управления потокораспределением между ЛСВН и сетью более низкого напряжения. Для этого следует связать сеть с ЛСВН не через автотрансформаторы, а через ФПТ соответствующего класса напряжения. Поскольку изготовление ФПТ для ЛСВН встречает трудности, можно использовать ФПТ 330/330 и 500/500 кВ, включаемые последовательно с автотрансформаторами или в линии 330, 500 кВ. Техно-экономические расчеты показали, что эффективно применение ФПТ как вместо автотрансформаторов, таки наряду с ними в сети более низкого напряжения [4]. ФПТ 500/330, 500/500, 330/330 кВ с РПН можно использовать и для управления потокораспределением в кольцах 500, 330 кВ, когда достаточен диапазон поперечного регулирования  $\pm 30^\circ$ .

ФПУ с диапазоном регулирования  $\pm 60^\circ$ , необходимые для управления потокораспределением в больших кольцах ЕЭС СССР, можно выполнить из двух

\* Расчеты выполнила инженер Л. В. Струкова.

\*\* Расчеты выполнила инженер М. М. Заикина.

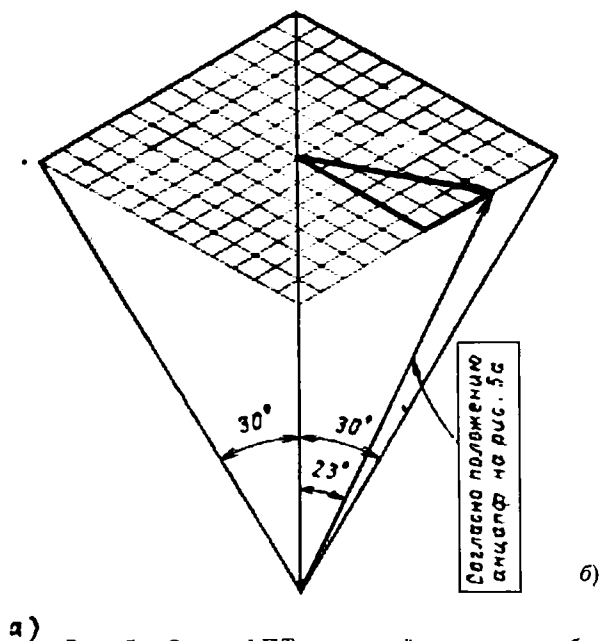
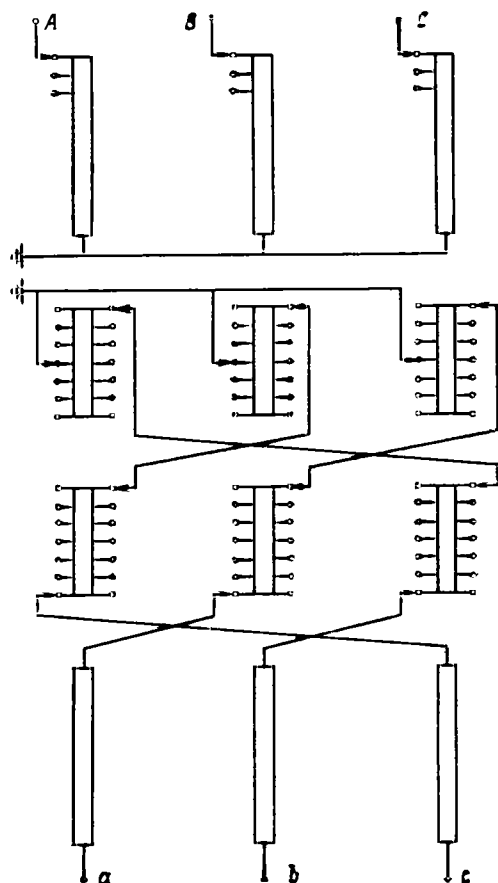


Рис. 5. Схема ФПТ с группой соединения обмоток  $\Delta/Z_2$ :  
а — схема обмоток; б — векторная диаграмма напряжений

последовательно соединенных ФПТ с соединением обмоток  $\Delta/Z_2$  с РПН. Так, для создания ФПУ 500/500 кВ можно два ФПТ 500/220 кВ включить последовательно на стороне 220 кВ. Если каждый из ФПТ имеет диапазон  $\theta = \pm 30^\circ$ , то, осуществляя согласованное регулирование обоими ФПТ, можно обеспечить диапазон поперечного регулирования  $\pm 60^\circ$ , а также при необходимости реализовать и продольное регулирование напряжения. В случае необходимости получения  $\theta > 60^\circ$  можно дополнительно предусмотреть переключение фаз. ФПУ с переключателем фаз позволит реализовать поперечное регулирование на любой угол ( $\theta = \pm 180^\circ$ ).

Каждый ФПТ с РПН в 1,5—2 раза дороже трансформатора той же мощности. Поэтому ФПУ дороже трансформатора в 3—4 раза. Поскольку без ФПУ замыкание больших колец оказывается часто невозможным, а альтернативный вариант с ВПТ во много раз дороже и далеко не всегда оправдан, то применение описанных ФПУ представляется эффективным.

Таким образом, создание ФПТ по схеме  $\Delta/Z_2$  с РПН и без них на базе существующих трансформаторов напряжением до 50 кВ позволяет обеспечить управление потокомораспределением активной мощности в различных контурах, возникающих в современных энергообъединениях. Следовательно, необходимо разработать серии трансформаторов с соединением обмоток в зигзаг. В связи с этим представляется оправданным стандартизировать в СССР группу соединения обмоток трансформаторов «зигзаг».

Вместо ФПТ по схеме  $\Delta/Z_2$  можно применять ФПТ с другими схемами соединения обмоток или сочетать автотрансформаторы с ВДТ.

Применение поперечного регулирования связано с дополнительными потерями однако в случае исполь-

зования ФПТ 500/220 кВ вместо автотрансформаторов, например, эти дополнительные потери не превышают 150 кВт, а включение ВДТ приводит к дополнительным потерям около 200—300 кВт [6]. Следовательно, эти потери во много раз меньше, чем снижение потерь благодаря оптимизации потокораспределения.

**Выводы.** 1. Развитие энергообъединений повышает актуальность применения поперечного регулирования напряжения для управления потокораспределением активной мощности.

2. В контурах, образованных дальними электропередачами и распределительной сетью более низкого напряжения, оптимизировать потокораспределение с целью снижения потерь можно с помощью поворота вектора напряжения на фиксированные углы до  $30^\circ$ .

3. Для управления потоками активной мощности между линиями сверхвысокого напряжения и сетью эффективно поперечное регулирование напряжения в диапазоне  $\pm 30^\circ$ . Такое регулирование позволяет существенно снизить потери в объединении, а в некоторых случаях — повысить пропускную способность межсистемных связей.

4. При замыкании больших колец в ЕЭС СССР необходимо управление потокораспределением для предотвращения перегрузки отдельных участков колец, снижения потерь и повышения качества электрической энергии. Диапазон поперечного регулирования в таких кольцах достигает  $\pm 60^\circ$ . Закон поперечного регулирования должен поддерживать заданные перетоки мощности в перегружаемом сечении. Целесообразно предусмотреть дополнительно продольное регулирование, предотвращающее уменьшение напряжения в сечении ниже заданной величины.

5. Для поперечного регулирования напряжения в современных энергообъединениях целесообразно создать фазоповоротные трансформаторы с диапазоном регулирования до  $\pm 30^\circ$  без РПН и с РПН. Перспективными группами соединения обмоток ФПТ представляются «зигзаг» и «двойной зигзаг».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Холмский В. Г. Применение регулируемых трансформаторов в электрических сетях. — М.: Госэнергоиздат, 1950.
2. Мельников Н. А. Электрические сети и системы. — М.: Энергия, 1975.

3. Эффективность поперечного регулирования напряжения при работе ВЛ 1150 кВ с сетями 500 кВ / И. И. Батюк, А. Х. Калужный, Г. Б. Мезенцева, В. В. Могирев. — Электрические станции, 1984, № 12.

4. Петров Г. Н. Электрические машины. — М.: Госэнергоиздат, 1956.

5. А. с. 746810 (СССР). Устройство для подключения настроенной электропередачи к сети переменного тока / А. Х. Калужный, Э. С. Лукашов, Ю. С. Певзнер. Оpubл. в Б. И., 1980, № 25.

6. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро. — М.: Энергия, 1977.

[24.03.86]



УДК 621.315.5:538.3

## Об одной формулировке задачи расчета токораспределения в длинных немагнитных проводниках в переходном режиме

МИХАЙЛОВ В. М., ОРЕЛ А. И.

Харьков

При проектировании различных энергетических устройств, работающих в переходных режимах, необходимо рассчитывать распределение тока в системах параллельных проводников произвольного сечения. Рассмотрим устройство, состоящее из последовательно соединенных источника э. д. с.  $e(t)$ , токопровода и элемента, характеризующего сосредоточенными параметрами  $L$  (индуктивностью) и  $R$  (сопротивлением). Пусть токопровод представляет собой систему из  $n$  тонких параллельных немагнитных проводников, каждый из которых имеет неизменное по всей длине произвольной формы поперечное сечение (рис. 1). Тонким будем считать проводник, наибольшая толщина которого значительно меньше длины срединной линии его поперечного сечения  $a_k b_k$  и расстояний между проводниками.

Примем следующие основные допущения: а) считаем выполненными условия квазистационарности; б) полагаем токопровод достаточно длинным и рассматриваем его поле как плоскопараллельное; в) в любой момент времени плотность тока не изменяет свой знак по нормали к срединной линии  $a_k b_k$ . Последнее допущение формально необходимо для применения первой формулы среднего значения в обобщенной форме. Физический смысл его состоит в том, что распределение тока по толщине каждого проводника равномерно или слабо неравномерно.

Используя первое и второе допущения, составим уравнение, описывающее распределение тока в токопроводе. Имеем:

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \int \frac{\partial \delta(M, t)}{\partial t} \ln \left( \frac{1}{\rho_{QM}} \right) ds_M = f_1(t) + I Q(t) - \frac{\delta Q(t)}{\gamma(Q)}, \quad (1)$$

где  $\delta(M, t)$  — плотность тока;  $\rho_{QM}$  — расстояние между точкой наблюдения  $Q$  и точкой с текущими координатами  $M$ ;  $s, ds_M$  — сечение токопровода и его элемент;  $\gamma(Q)$  — удельная электропроводность;

$$f_1(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \int \frac{\partial \delta(M, t)}{\partial t} \ln \left( \frac{1}{\rho_{QM}} \right) dS_M + \frac{\delta(Q_0, t)}{\gamma(Q_0)};$$

$Q_0 \in s_2$  — фиксированная точка;

$$f(Q, t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left( e(t) - Ri(t) - L \frac{di(t)}{dt} \right), & Q \in s_1; \\ 0, & Q \in s_2; \end{cases} \quad (2)$$

$s_1, s_2$  — сечения проводников с прямым и обратным токами источника соответственно ( $s_1 + s_2 = s$ );  $i(t)$  — ток;

$$i(t) = \int_{s_1} \delta(M, t) ds_M.$$

Полагаем также выполненным соотношение

$$\int \delta(M, t) ds_M = 0. \quad (3)$$

Токораспределение в начальный момент времени  $\delta(M, 0)$  считаем известным.

Интегродифференциальное уравнение (1) является несколько видоизмененной известной формулировкой задачи [1—3], для решения которой используют различные численные методы. Одним из недостатков последних является необходимость численной обработки матрицы большого размера: обращения [1, 3] либо нахождения собственных функций и собственных значений [2]. Обе процедуры в данном случае могут быть неустойчивыми вследствие плохой обусловленности обрабатываемой матрицы. Целью данной статьи является разработка новой формулировки задачи расчета токораспределения в системе тонких параллельных шин в переходном режиме, не требующей применения указанных процедур.

**Формулировка задачи для линейной плотности тока.** Введем: координаты  $q_\tau$  и  $q_n$ , отсчитываемые соответственно вдоль кривой  $a_k b_k$  и нормали к ней; линейную плотность тока:

$$J(\tilde{M}, t) = \int_{-d(\tilde{M})/2}^{d(\tilde{M})/2} \delta(M, t) dq_n, \quad (4)$$

где  $\tilde{M}$  — проекция  $M$  на  $a_k b_k$  ( $q_{\tilde{M}} = q_{\tau M}$ ;  $q_{n \tilde{M}} = 0$ );  $d(\tilde{M})$  — толщина проводника, соответствующая точке  $M$ .

Дополнительно примем допущение

$$\frac{\partial \gamma}{\partial q_n} = 0. \quad (5)$$

Используя допущение в) и первую формулу среднего значения в обобщенной форме [4], левую часть (1) представляем в виде

$$\sum_{k=1}^n \int_{a_k b_k} \frac{\partial J(\bar{M}, t)}{\partial t} \ln \frac{1}{\rho_{QM}} dq_{\tau_M},$$

где  $q_{\tau_M} = q_{\tau_M}$ ;  $q_{\tau_M} \in \left[ -\frac{d(\bar{M})}{2}, \frac{d(\bar{M})}{2} \right]$ .

Интегрируя полученное при этом уравнение по  $q_{\tau_Q}$  в пределах  $= d(\bar{Q})/2$ ,  $d(\bar{Q})/2$ , учитывая (5), а также используя первую формулу среднего значения, найдем, что распределение линейной плотности тока описывается уравнением

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1}^n \int_{a_k b_k} \frac{\partial J(\bar{M}, t)}{\partial t} \ln \left( \frac{1}{\rho_{QM}} \right) dq_{\tau_M} = f_1(t) + f(\bar{Q}, t) - \frac{J(\bar{Q}, t)}{d(\bar{Q}) \gamma(\bar{Q})}, \quad (6)$$

где  $q_{\tau_Q} = q_{\tau_Q}$ ;  $q_{\tau_Q} \in \left[ -\frac{d(\bar{Q})}{2}, \frac{d(\bar{Q})}{2} \right]$ .

Уравнение (6) в рамках допущений а, б и в является точным, однако положение точек  $Q^*$  и  $M^*$  неизвестно. Заменим эти точки их проекциями соответственно  $\bar{Q}$  и  $\bar{M}$ . Получим следующее приближенное уравнение:

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{k=1}^n \int_{a_k b_k} \frac{\partial J(\bar{M}, t)}{\partial t} \ln \left( \frac{1}{\rho_{QM}} \right) dq_{\tau_M} \approx f_1(t) + f(\bar{Q}, t) - \frac{J(\bar{Q}, t)}{d(\bar{Q}) \gamma(\bar{Q})}. \quad (7)$$

Поскольку толщина рассматриваемых проводников мала, решения уравнений (6) и (7) должны отличаться незначительно. Это утверждение иллюстрируется специальными расчетами, приведенными ниже.

Обозначим:  $\bar{C}$  — совокупность кривых  $a_k b_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ); множество  $C$  получается из  $\bar{C}$  исключением всех точек  $a_k b_k$ , а также, быть может, еще счетного множества точек (например, точек «заострения» линий  $a_k b_k$ , см. рис. 1);  $\varphi(\bar{M})$  — угол между кривой  $a_k b_k$  в точке  $\bar{M}$  и осью  $Ox$  (см. рис. 1).

Предположим, что функция  $e^{-i\varphi(\bar{M})} \frac{\partial J(\bar{M}, t)}{\partial t}$  при фиксированном  $t$  в любой точке  $\bar{M}$  множества  $C$  удовлетворяет условию Гельдера с показателем  $\mu \leq 1$  [5] и непрерывна, если  $\bar{M} \in \bar{C}$ , за исключением, возможно, счетного множества точек, где может быть разрыв типа скачок (условие \*). При выполнении этого предположения для всех  $z$  открытой комплексной плоскости существуют интегралы

$$J_k = \int_{a_k b_k} \frac{\partial J(\xi, t)}{\partial t} e^{-i\varphi(\xi)} \ln \left( \frac{1}{\xi - z} \right) d\xi \quad (8)$$

и можно рассматривать функцию

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi j} \sum_{k=1}^n J_k. \quad (9)$$

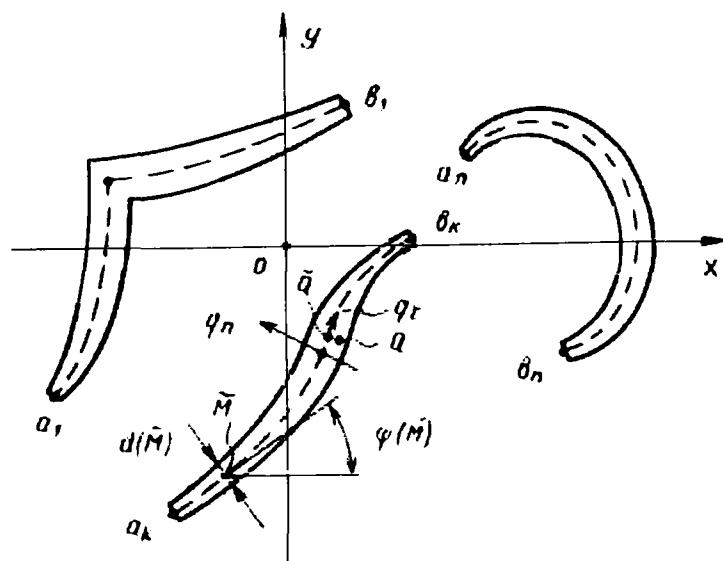


Рис. 1. Поперечное сечение системы длинных параллельных проводников

Можно показать, что  $\Phi(z)$  непрерывна в открытой комплексной плоскости.

Пусть  $D'$  — область, границу которой составляют точки множества  $\bar{C}$  и бесконечно удаленная точка. Для  $z \in D'$  подынтегральные функции всех  $J_k$  удовлетворяют условиям теоремы об аналитичности интеграла, зависящего от параметра, на основании чего заключаем, что  $\Phi$  аналитична в  $D'$  и ее производную можно находить дифференцированием под знаком интеграла [5].

Поскольку  $z = \xi$  есть точки ветвления подынтегрального выражения в (8), то  $\Phi(z)$  является многозначной аналитической функцией. В бесконечно удаленной точке интегралы  $J_k$  не существуют. Однако, используя соотношение (3), можно показать, что в окрестности бесконечно удаленной точки  $\Phi(z)$  распадается на однозначные аналитические ветви, для каждой из которых  $z = \infty$  — устранимая особая точка. Доопределив их надлежащим образом, получим функцию  $\Phi$ , аналитическую в области  $D$  ( $D$  — совокупность области  $D'$  и бесконечно удаленной точки).

Производная  $\Phi(z)$  имеет вид

$$\frac{d\Phi(z)}{dz} = F(z) = \frac{1}{2\pi j} \sum_{k=1}^n \int_{a_k b_k} \frac{\partial J(\xi, t)}{\partial t} e^{-i\varphi(\xi)} \frac{d\xi}{\xi - z}. \quad (10)$$

Правая часть (10) является суммой интегралов типа Коши. При выполнении условия (\*) будет справедлива теорема Ю. В. Сохоцкого об интегралах типа Коши [5], на основании которой

$$F^+(\xi_0) - F^-(\xi_0) = \frac{\partial J(\xi_0, t)}{\partial t} e^{-i\varphi(\xi_0)}, \quad (11)$$

где  $\xi_0 \in C$ ;  $F^+(\xi_0)$  и  $F^-(\xi_0)$  — пределы, к которым стремится  $F(z)$ , когда  $z \rightarrow \xi_0$  слева и соответственно справа от контура интегрирования так, что отношение  $\frac{q_{n_z}}{|\xi_0 - z|}$  остается ограниченным.

Полагаем

$$\Phi(z) = U(z) + jV(z),$$

где  $U(z)$ ,  $V(z)$  — вещественные функции.

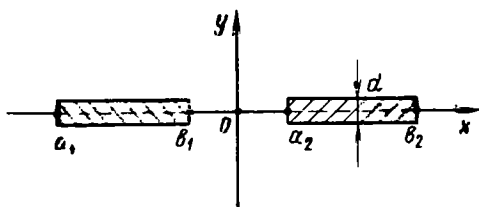


Рис. 2. Система длинных параллельных шин прямоугольного сечения

Тогда в силу (10) имеем:

$$F^+(\xi_0) = -j \frac{\partial U^+(\xi_0)}{\partial q_n} e^{-i\Phi(\xi_0)} + \frac{\partial V^+(\xi_0)}{\partial q_n} e^{-i\Phi(\xi_0)};$$

$$F^-(\xi_0) = -j \frac{\partial U^-(\xi_0)}{\partial q_n} e^{-i\Phi(\xi_0)} + \frac{\partial V^-(\xi_0)}{\partial q_n} e^{-i\Phi(\xi_0)}.$$

Подставим эти выражения в (11). После сокращения на  $e^{-i\Phi(\xi_0)}$  и выделения слева и справа вещественной части получим

$$\frac{\partial J(\xi_0, t)}{\partial t} = \frac{\partial V^+(\xi_0)}{\partial q_n} - \frac{\partial V^-(\xi_0)}{\partial q_n}. \quad (12)$$

Функцию  $V(z)$  найдем из (8) и (9). Учитывая, что  $e^{-i\Phi(\xi_0)} d\xi = dq_{\tau\xi}$ , получаем

$$V(z) = \text{Im} \{ \Phi \} = \text{Im} \frac{1}{2\pi j} \sum_{k=1}^n \int_{a_k}^{b_k} \frac{\partial J(\xi, t)}{\partial t} e^{-i\Phi(\xi)} \times \\ \times \ln \left( \frac{1}{\xi - z} \right) d\xi = -\frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n \int_{a_k}^{b_k} \frac{\partial J(\xi, t)}{\partial t} \times \\ \times \ln \left( \frac{1}{|\xi - z|} \right) dq_{\tau\xi}. \quad (13)$$

Теперь, учитывая (7), найдем соотношение

$$V(\bar{Q}) = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{J(\bar{Q}, t)}{d(\bar{Q}) \gamma(\bar{Q})} - f_1(t) - f(\bar{Q}, t) \right). \quad (14)$$

Функция  $V(z)$  — гармоническая в области  $D$  и непрерывная в  $\bar{D}$ , поскольку она является мнимой частью функции  $\Phi(z)$ , которая, как было отмечено, аналитична в  $D$  и непрерывна в открытой комплексной плоскости. Поэтому для  $V(z)$  имеем краевую задачу Дирихле с граничным условием (14). Итак, для расчета линейной плотности тока надо решить дифференциальное уравнение (12), правая часть которого находится после решения задачи Дирихле для функции  $V(z)$ . В граничном условии (14) функция  $f_1(t)$  может быть опущена в связи с дифференцированием функции  $V(z)$  в правой части (12) по координате. Уравнение (12), как показано ниже, является интегродифференциальным. Однако в отличие от уравнений (6) и (7) оно разрешено относительно производной по времени от искомой функции. Последнее исключает дополнительные вычислительные процедуры (см. постановку задачи), которые могут оказаться неустойчивыми.

**Примеры.** 1. Токпровод состоит из двух тонких параллельных шин прямоугольного сечения, расположенных симметрично плоскости  $x=0$  (рис. 2). Полагаем также, что  $\gamma(x) = \gamma(-x)$ .

Вначале находим функцию  $V(z)$ . В соответствии с выше изложенной общей формулировкой она является решением задачи Дирихле для области  $D$ , которая в данном случае представляет собой полную комплекс-

ную плоскость с выброшенными отрезками  $a_1 b_1$  и  $a_2 b_2$ . Краевое условие (14) с учетом (2) примет вид:

$$V(\xi) = \frac{1}{\mu_0} \times \left. \begin{aligned} & -\frac{1}{t} \left( e(t) - Ri(t) - L \frac{di(t)}{dt} \right) + \frac{J(\xi, t)}{d\gamma(\xi)}, \\ & \xi \in [a_1 b_1]; \\ & \frac{J(\xi, t)}{d\gamma(\xi)}, \\ & \xi \in [a_2 b_2]. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В выражении (15) по изложенным выше причинам функция  $f_1(t)$  опущена.

Упростим решение краевой задачи для  $V$ . Исходя из (13) находим

$$V(z) = V(\bar{z}). \quad (16)$$

Дифференцируя (16) по  $y$  и учитывая непрерывность  $\frac{\partial V}{\partial y}$  в области  $D$ , получаем

$$\frac{\partial V(z)}{\partial y} = 0, \quad (17)$$

если  $z \in ]-\infty, a_1[U \cup ]b_1, a_2[U \cup ]b_2, \infty[$ .

Теперь вместо задачи Дирихле для области  $D$  будем иметь смешанную краевую задачу в верхней полуплоскости. Решение последней находим с помощью формулы Грина [6] (возможно также использование формулы Келдыша — Седова [5]). Оно имеет вид

$$V(z) = \sum_{k=1}^2 \int_{a_k}^{b_k} V(\xi) \frac{\partial G(z, \xi)}{\partial v} d\xi, \quad (18)$$

где  $G(z, \xi)$  — функция Грина рассматриваемой краевой задачи;  $\xi = n + jv$ .

Отобразив конформно верхнюю полуплоскость на прямоугольник и далее применив принцип «отражения» (эта методика использовалась при решении подобной задачи в [5]), найдем, что

$$G(z, \xi) = \frac{1}{2\pi} \text{Re} \left\{ \ln \left( \frac{\sigma(\omega + \bar{w}) \sigma(\omega + \bar{w})}{\sigma(\omega - w) \sigma(\omega - \bar{w})} \right) - \right. \\ \left. - \frac{2\theta(\omega + \bar{w})}{\tau} w \right\},$$

$$\text{где } \omega = \int_0^{\xi} \frac{dx}{V(1-x^2)(1-k^2x^2)} + \frac{\tau}{4}; \quad w = \\ = \int_0^z \frac{dx}{V(1-x^2)(1-k^2x^2)} + \frac{\tau}{4}; \quad k = \frac{|a_2|}{|b_2|}; \quad \tau = 4K(k);$$

$\theta = \zeta(z + \tau) - \zeta(z)$ ;  $K(k)$  — полный эллиптический интеграл первого рода модуля  $k$  [5];  $\sigma(z)$ ,  $\zeta(z)$  — сигма- и дзета-функции Вейерштрасса соответственно [5].

Подставляя (18) в (12), приходим к интегродифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial J^*(v, t^*)}{\partial t^*} = \frac{1}{\pi \Gamma(v)} (F_0(J^*) - a_L J^* - a_R F_R(J^*) + \\ + a_L F_L(J^*)), \quad (19)$$

где

$$F_0(J^*) = -\frac{1}{\pi \lambda} \left[ \int_0^0 \frac{J^*(x, t^*)}{\gamma^*(x)} \left( \rho(j(x+v)) + \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$+ \rho \left( j(x+v) + \frac{\tau}{2} \right) - \rho \left( j(x-v) + \frac{\tau}{2} \right) + \frac{4\theta}{\tau} \Big| dx +$$

$$+ \int_{c_1-v_e} \frac{J^*(x, t^*)}{\gamma^*(x)} \rho(j(x-v)) dx +$$

$$+ \operatorname{Re} \left| \lim_{\epsilon \rightarrow 0+0} \int_{c_1} \frac{J^*(x, t^*)}{\gamma^*(x)} \rho(j(x-v) + \epsilon_0) dx \right| \Big|; \quad (20)$$

$$F_R(J^*) = \int_{-\frac{|\tau'|}{2}}^0 J^*(x, t^*) \Gamma(x) dx; \quad F_L(j^*) =$$

$$= \int_{-\frac{|\tau'|}{2}}^0 \frac{J^*(x, t^*)}{\gamma^*(x)} dx;$$

$$\Gamma(v) = \left| cn \left( -jv - \frac{\tau}{4} \right) dn \left( -jv - \frac{\tau}{4} \right) \right|, \quad \tau' = 2JK(k'); \\ k' = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}};$$

$J^*, t^*, e^*, \gamma^*(x), \eta^*, x^*$  — безразмерные линейная плотность тока, время, э. д. с., удельная электропроводность, координаты текущей точки и точки наблюдения соответственно, причем  $J^* = J/J_0$ ,  $t^* = t/t_0$ ,  $e^* = e(t)/e_0$ ,  $\gamma^*(x) = \gamma(\eta(x))/\gamma_0$ ,  $\eta^* = \eta/|0a_2|$ ,  $x^* = x/|0a_2|$ .

Величины  $J_0, t_0, e_0, \gamma_0, |0a_2|$  приняты в качестве базисных (они должны удовлетворять соотношению  $e_0\gamma_0 d = zI_0$ ). Параметры  $v$  и  $x$  связаны с безразмерными координатами:  $x^* = \operatorname{sn}(-jv - \tau/4)$ ;  $\eta^* = \operatorname{sn}(-jx - \tau/4)$ . Здесь использованы:  $\operatorname{sn}, \operatorname{cn}, \operatorname{dn}$  — эллиптические функции Якоби;  $\rho$  — эллиптическая функция Вейерштрасса [5]. Основные периоды эллиптических функций —  $\tau, \tau'$ . Величины  $\lambda, a_e, a_R, a_L$  — безразмерные постоянные, определяемые по формулам

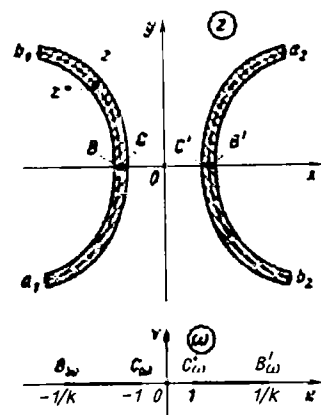
$$\lambda = \frac{|b_1 a_2| d \gamma_0 \mu_0}{4\pi t_0}; \quad a_e = \frac{4\pi}{\tau(\pi\lambda + 2\beta\gamma_L)}; \quad a_R = \frac{4\pi\gamma_R}{\tau(\pi\lambda + 2\beta\gamma_L)},$$

$$\text{где } a_L = \frac{16\gamma_L}{\lambda\tau^2(\pi\lambda + 2\beta\gamma_L)}; \quad \beta = \frac{|\tau'|}{\tau};$$

Распределение линейной плотности тока в шинах прямоугольного сечения

$t^*$	$x^*$	Значение $J^*$ по		Расхождение результатов, %
		методике [3]	предлагаемой методике	
0,01	1,2	0,0189	0,0177	6,3
	1,4 (6)	0,0111	0,0111	0,0
	1,7 (3)	0,0088	0,0088	0,0
	2	0,0079	0,0079	0,0
	2,2 (6)	0,0076	0,0077	1,3
	2,5 (3)	0,0083	0,0084	1,2
	2,8	0,0122	0,0117	4,1
	1,2	0,0753	0,0729	3,1
0,05	1,4 (6)	0,0553	0,0538	2,7
	1,7 (3)	0,0453	0,0444	2,0
	2	0,0408	0,0405	0,7
	2,2 (6)	0,0401	0,0399	0,5
	2,5 (3)	0,0436	0,0431	1,1
	2,8	0,0540	0,0536	0,7
	1,2	0,1479	0,1463	1,1
	1,4 (6)	0,1367	0,1346	1,5
0,18	1,7 (3)	0,1287	0,1264	1,8
	2	0,1240	0,1219	1,7
	2,2 (6)	0,1226	0,1207	1,5
	2,5 (3)	0,1246	0,1230	1,3
	2,8	0,1305	0,1295	0,8

Рис. 3. Система длинных параллельных проводников криволинейного сечения, симметричного относительно двух координатных осей (плоскость  $z$ ), и конформное отображение области  $D_1$  на верхнюю полуплоскость  $\omega$



$$\gamma_L = L \frac{|0a_2| J_0}{e_0 J_0}; \quad \gamma_R = R \frac{|0a_2| J_0}{e_0}.$$

Знак  $\int_{v_e}$  означает интегрирование по окрестности

точки  $v$ , а  $\int_{c_1-v_e}$  — интегрирование по отрезку  $[-|\tau'|/2, 0]$  с исключенной окрестностью  $v_e$ . Интегралы в правой части (27) заменяем суммами с помощью квадратурных формул и получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенную относительно производных. Последнюю систему решаем на цифровой ЭВМ с помощью стандартной программы, реализующей метод Рунге — Кутты.

Для проверки изложенной методики, а также определения погрешностей, обусловленных принятыми приближениями, был рассчитан переходный процесс при подключении рассматриваемой системы шин на единичную э. д. с. при  $R=L=0$ ,  $|a_1 b_1|/|b_1 a_2|=1$ ;  $d/|a_1 b_1|=0,1$ . Начальное условие  $\delta(M, 0)=0$ . Для аппроксимации интегралов в правой части (27) на отрезок  $[-|\tau'|/2, 0]$  наносились 15 узловых точек и применялась квадратурная формула прямоугольников. Эта же задача решалась по методике [3]. При этом на сечение шины наносилась сетка размером  $15 \times 6$  (15 шагов вдоль оси  $Ox$  и 6 — вдоль оси  $Oy$ ) и для приближения интегралов использовалась та же квадратурная формула.

Результаты расчетов приведены в таблице. Из них видно, что расхождения составляют величину порядка процента, несколько возрастают вблизи краев шины. Хорошее согласие результатов подтверждает правильность предлагаемой методики расчета  $J$ , а также приемлемость погрешностей перехода от уравнения (6) к уравнению (7).

2. Токопровод из двух тонких шин криволинейного сечения (рис. 3), симметричный относительно осей  $Ox$  и  $Oy$ . Предполагается, что  $\gamma(\xi)=\gamma(\bar{\xi})=\gamma(-\bar{\xi})$ ,  $d=\text{const}$ .

Для функции  $V$  имеем задачу Дирихле в области  $D$  с краевым условием (15), в котором под  $a_1, b_1$  понимаются соответствующие кривые. Учитывая, что  $J(\xi, t)=J(\bar{\xi}, t)$  (следует из симметрии), из (13) можно получить (16), а далее — условие (17), которое справедливо на всей вещественной оси. Таким образом, для  $V$  имеем смешанную краевую задачу в области  $D_1$  (верхней полуплоскости с выброшенными кривыми  $Bb_1$  и  $B'a_2$ ). Эта краевая задача посредством конформного отображения  $\omega=\psi^{-1}(z)$  области  $D_1$  на верхнюю полуплоскость сводится к решенной выше краевой задаче.



При отображении  $\psi^{-1}$  точки  $\infty, C, 0, C'$  должны переходить соответственно в точки  $\infty, -1, 0, 1$  (см. рис. 3). После подстановки  $V$  в (12) приходим к уравнению

$$\frac{\partial J^*(v, t^*)}{\partial t^*} = \frac{1}{2} (F(v) \psi_1(v) + F(v^*) \psi_1(v^*)), \quad (21)$$

где  $F(v), F(v^*)$  — значения правой части (19), вычисленной при значениях параметра соответственно  $v$  и  $v^*$ , причем

$$F_R(J^*) = \int_{-\frac{|v'|}{2}}^0 \frac{J^*(x, t^*)}{\psi_1(x)} \Gamma(x) dx; \quad \psi_1(v) = \frac{1}{|\psi'| \left| \operatorname{sn} \left( -jv - \frac{\tau}{4} \right) \right|};$$

$\psi'$  — производная  $\psi$  по своему аргументу;  $v$  и  $v^*$  связаны соотношением

$$\psi \left( \operatorname{sn} \left( -jv - \frac{\tau}{4} \right) \right) = \psi \left( \operatorname{sn} \left( -jv^* - \frac{\tau}{4} \right) \right),$$

точки  $z = z(v)$  и  $z^* = z(v^*)$  расположены на противоположных берегах разрывов (см. рис. 3).

Параметры  $x$  и  $v$  связаны с текущей точкой  $\xi$  и точкой наблюдения  $z$ :

$$z = \psi \left( \operatorname{sn} \left( -jv - \frac{\tau}{4} \right) \right), \quad \xi = \psi \left( \operatorname{sn} \left( -jx - \frac{\tau}{4} \right) \right).$$

Периоды эллиптических функций, а также другие постоянные вычисляются по формулам первого примера, если учесть, что  $k = 1/|0b_\omega|$ ,  $b_1 a_2$  следует заменить на  $2l_0$ , а  $|0a_2|$  — на  $l_0$  ( $l_0$  — базисная длина). Заметим, что если конфигурация сечения токопровода такова,

что кривые  $a_1 b_1, a_2 b_2$  являются ломаными, то функцию можно найти с помощью интеграла Кристоффеля — Шварца [5].

**Выводы.** 1. Задача расчета токораспределения в системе тонких параллельных проводников произвольного сечения в переходном режиме сформулирована в виде интегродифференциального уравнения для линейной плотности тока, разрешенного относительно производной по времени от искомой функции. Для составления этого уравнения необходимо решить вспомогательную задачу Дирихле для плоскости с выброшенными серединными линиями поперечных сечений проводников.

2. Численная реализация предложенной формулировки сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной. Эта система в отличие от известных методов формируется без вычислительных процедур, чувствительных к плохой обусловленности матрицы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тозони О. В., Петрушенко Е. И. Расчет переходных процессов в токопроводах. — Теоретическая электротехника, 1966, вып. 2.
2. Колесников Э. В., Саввин Д. Д. Переходные режимы токопроводов. — Изв. вузов. Электромеханика, 1968, № 8.
3. Михайлов В. М. Переходные электромагнитные процессы в устройствах с токопроводами. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 4.
4. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа, ч. 1. — М.: Наука, 1982.
5. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1973.
6. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1976.

[10.06.86]

УДК 537.523.4:536.421.1.001.24

## Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии

АБРАМОВ Н. Р., КУЖЕКИН И. П., ЛАРИОНОВ В. П.

Московский энергетический институт

При ударах молнии в металлические объекты возникает электрическая эрозия, вызванная тепловым потоком, поступающим из канала разряда. При нагреве металл частично плавится и испаряется. Расплавленный металл при импульсах тока выбрасывается. В результате на поверхности объекта наблюдаются эрозионные следы, а в случае тонкостенных объектов — отверстия, обусловленные эрозией. Часто чрезмерный нагрев стенок объекта или образование в ней отверстия являются недопустимыми. Это прежде всего относится к резервуарам, заполненным газами или жидкостями, к летательным аппаратам и т. д.

Для прогнозирования последствий удара молнии в такие объекты, выбора конструкционного материала и толщины стенок с точки зрения молниестойкости объекта необходимо иметь методику расчета тепловых процессов в месте поражения, определения характеристик проплавления (глубины и радиуса расплавленной зоны, скорости и времени проплавления).

Применительно к воздействию электрической дуги на металлические электроды подобные задачи решались в ряде работ [1—3]. Однако имеющиеся решения нельзя распространить на случай воздействия молнии, так как при этом противоположный электрод не влияет на характеристики приэлектродной зоны и параметры теплового потока оказываются иными. Следует отметить, что сведения о параметрах тепловых потоков для ряда конструкционных материалов отсутствуют.

Тепловое воздействие молнии на стенку топливного резервуара рассчитывалось в [4]. При этом тепловой источник считался точечным, а эквивалентное приэлектродное падение напряжения принято равным 10 В. Эти допущения привели к тому, что при длительностях тока 0,4—1 с расчет по [4] дает расхождение расчетных и экспериментальных значений времени сквозного проплавления примерно на 20 % [5]. Как будет показано ниже, расхождение при меньших длительностях импульсов тока увеличивается, достигая 100 и более процентов.

В [6] численными методами определялись характеристики проплавления. Необоснованно принятая плотность тока на поверхности объекта привела к расхождению расчетных и экспериментальных данных более чем на 50 %.

Таким образом, существующие способы определения характеристик проплавления основаны на грубых приближениях, и результаты расчетов сильно отличаются от экспериментальных данных. Для обеспечения молниестойкости стенок различных объектов необходим более точный метод расчета. С этой целью требуется более строгий подход к постановке тепловой задачи, учитывающий размеры теплового источника и данные о параметрах теплового потока, действующего на различные конструкционные материалы, а также экспериментальная проверка метода расчета. Это и является целью настоящей статьи.

**Постановка тепловой задачи.** Как показано во многих работах, например в [4, 6—8], тепловое воздействие молнии в основном связано с поступлением энергии из приэлектродной зоны в течение продолжительной стадии тока молнии (при амплитуде тока порядка сотен ампер и длительности, равной десяткам и сотням миллисекунд). Импульсы тока, не вызывая сами по себе заметной эрозии, могут привести к полному выбросу расплавленного к моменту их появления металла, т. е. к образованию кратера или отверстия в стенке объекта. Поэтому при оценке молниестойкости важно найти границы расплавленного металла в течение продолжительной стадии молнии.

При рассмотрении данной задачи можно принять тепловой поток поверхностным, как и во многих других задачах, связанных с эрозией электродов [1, 3]. В этом случае система уравнений, описывающих процесс нагрева плоской неограниченной стенки толщиной  $h$  при воздействии теплового источника радиусом  $r_0$ , имеет вид [9]:

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) - \frac{\partial}{\partial t}(c \rho T) - \frac{2\mu}{c\rho h}(T - T_0) = 0; \quad (1)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q(r, t), \quad z = 0, \quad |r| \leq r_0, \quad t > 0; \quad (2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \mu(T - T_0), \quad z = h; \quad (3)$$

$$T(r, z, 0) = T_0; \quad (4)$$

где  $T$  — температура;  $t$  — время;  $r, z$  — координаты цилиндрической системы (рис. 1);  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность материала;  $\mu$  — коэффициент теплообмена;  $T_0$  — температура окружающей среды;  $q(r, t)$  — плотность поступающего в объект теплового потока.

Точное аналитическое решение приведенной системы уравнений затруднительно из-за нелинейности коэффициентов  $\lambda, c, \rho, \mu$ . В нашем случае в силу кратковременности процесса можно пренебречь теплообменом стенки с окружающей средой ( $\mu = 0$ ). Коэффициенты  $\lambda, c, \rho$  могут быть приняты постоянными при соответствующем выборе их значений [10]. Для аналитического решения системы уравнений (1) — (4) при принятых допущениях требуется знать плотность теплового потока  $q$ .

**Определение параметров теплового потока.** Плотность теплового потока  $q$  определим, как и в [1], в виде произведения плотности тока  $j$  на эквивалентное при-

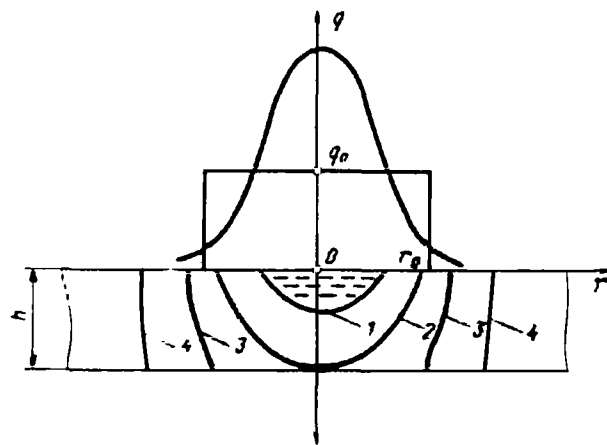


Рис. 1. К формулировке тепловой задачи: 1, 2, 3, 4 — границы зоны проплавления в различные моменты времени ( $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$ )

электродное падение напряжения  $U'_e$ . Значения  $j$  и  $U'_e$  определялись экспериментально при прямоугольных импульсах тока с регулируемой амплитудой и длительностью. Для устранения влияния противоположного электрода расстояние между электродами выбиралось равным не менее 20 см. Иницирование разряда осуществлялось взрывающейся тонкой проволокой, не влияющей на тепловые процессы при рассматриваемых длительностях. Плотность тока  $j$  на поверхности электродов определялась делением разрядного тока  $I$  на площадь опорной зоны канала разряда радиусом  $r_0$ , регистрируемой путем скоростного фотографирования через интерференционный светофильтр [11]. Эквивалентное приэлектродное падение напряжения  $U'_e$  определялось калориметрическим способом [12, 13].

Как показали эксперименты, для рассмотренных диапазонов амплитуд и длительностей тока (50—500 А, 5—500 мс) величины  $j$  и  $U'_e$  практически не зависят от этих параметров, а определяются материалом электрода и направлением тока. Следовательно, при решении системы (1) — (4) можно принять плотность потока не зависящей от времени. При решении системы уравнений (1) — (4) были рассмотрены случаи равномерно распределенной в пределах окружности радиуса  $r_0$  плотности теплового потока ( $q = q_0 = j U'_e$ ) и неравномерного распределения в виде

$$q(r) = q_m \exp(-k^2 r^2 / r_0^2) = q_m \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (k^2 r^2 / r_0^2)^n. \quad (5)$$

Плотность теплового потока в центре теплового источника  $q_m$  и коэффициент его сосредоточенности  $k$  определяются из условия равенства тепловых потоков. Схема теплового воздействия поверхностного источника при различных распределениях теплового потока представлена на рис. 1.

Экспериментально определенные параметры теплового потока для некоторых материалов представлены в таблице.

**Решение тепловой задачи.** При принятых допущениях решение системы уравнений (1) — (4) в аналитическом виде возможно с использованием метода источников (функций Грина) [9]. При этом распределение температуры определяется в виде интегралов от функции точеч-

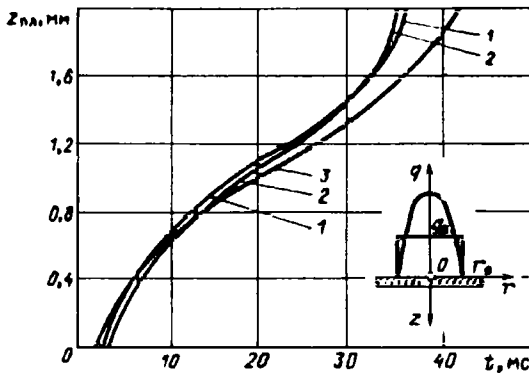


Рис. 2. Изменение во времени глубины проплавления  $z_{пл}$  при различных значениях  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  и распределениях  $q$ :  
1 —  $q=2q_0 (1 - r^2/r_0^2)$ ;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  — при  $0,5 T_{пл}$ ; 2 —  $q=q_0$ ;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  — при  $T_0$ ; 3 —  $q=q_0$ ;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  — при  $0,5 T_{пл}$

ного мгновенного источника и краевые условия задачи:

$$T(r, z, t) = \int_0^t \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} G(r, r', \varphi, \varphi', z, t, t') d\varphi' dr' dt', \quad (6)$$

где  $G(r, r', \varphi, \varphi', z, t, t')$  — функция точечного мгновенного источника, помещенного в точке с координатами  $r'$  и  $\varphi'$  на поверхности рассматриваемого объекта в момент времени  $t'$ , удовлетворяющая системе (1)–(4).

В зависимости от соотношений толщины стенки  $h$ , амплитуды тока  $I$  и его длительности  $t$  возможны различные виды функции  $G$  для полупространства, пластины и тонкой пластины, в которой температура по толщине пластины одинакова.

Для пластины и тонкой пластины функции  $G$  соответственно имеют вид [9]:

$$G = \frac{Q' \exp \left| \frac{R^2}{4a(t-t')} \right|}{4\pi\lambda [a(t-t')]^{3/2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left| -\frac{(2nh-z)^2}{4a(t-t')} \right|; \quad (7)$$

$$G = \frac{Q'}{4\pi\lambda h (t-t')} \exp \left| -\frac{R^2}{4a(t-t')} \right|. \quad (8)$$

где  $Q' = q_0 \cdot 2\pi r' dr' d\varphi' dt'$  — количество теплоты, выделяемое в момент времени  $t'$  в начале координат;  $R^2 = r^2 + (r')^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi')$ ;  $a = \lambda/(c\rho)$  — коэффициент температуропроводности.

Как показано в [14], подстановка (7) в (6) дает следующее распределение температуры в пластине;

$$T(r, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\lambda \sqrt{\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ i \operatorname{erfc} u_{1n} - i \operatorname{erfc} u_{2n} + \frac{u_r}{2} \left( \frac{1}{u_{1n}} \operatorname{erfc} u_{1n} - \frac{1}{u_{2n}} \operatorname{erfc} u_{2n} \right) - \left( \frac{u_r u_0}{u_{2n}} \right)^2 \left[ \frac{\exp(-u_{2n}^2)}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{2u_{2n}} \operatorname{erfc} u_{2n} \right] \right\}, \quad (9)$$

$$\text{где } u_{1n} = \left| \frac{r^2 + (2nh-z)^2}{4at} \right|^{1/2}; \quad u_{2n} = \left| \frac{r_0^2 + r^2 + (2nh-z)^2}{4at} \right|^{1/2};$$

$$u_r = \frac{r}{2\sqrt{at}}; \quad y_0 = \frac{r_0}{2\sqrt{at}};$$

$$i \operatorname{erfc} u = \int_u^{\infty} \operatorname{erfc} \xi d\xi = \exp(-u^2)/\sqrt{\pi} - i \operatorname{erfc} u.$$

При  $n=0$  выражение (9) представляет собой распределение температуры в полупространстве. При  $r=0$  из (9) получается распределение температуры по оси  $z$ , удобное для определения времени сквозного проплавления, при котором изотерма плавления достигает противоположной стороны стенки.

Для тонкой пластины распределение температуры в результате подстановки (8) в (6) имеет вид:

$$T(r, t) = T_0 + \frac{q_0 t}{c\rho h} \times \left| \exp(-u_1^2) - \left( 1 + \frac{u_1^2 u_0^2}{u_2^2} \right) \exp(-u_2^2) - u_0' \operatorname{Ei}(-u_2^2) \right|. \quad (10)$$

$$\text{где } u_1 = \frac{r}{2\sqrt{at}}; \quad u_2 = \frac{\sqrt{r_0^2 + r^2}}{2\sqrt{at}}; \quad \operatorname{Ei}(-u_2^2) = - \int_{u_2^2}^{\infty} [\exp(-\xi)/\xi] d\xi \text{ — интегральная показательная функция.}$$

При распределении плотности теплового потока в виде (5) для температуры по оси  $z$  имеем

$$T(0, z, t) = T_0 + \frac{2q_0 \sqrt{t}}{\lambda \sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{n!} \left\{ n! \left( \frac{u_{1n}}{u_0} \right)^{2n} \times \times \frac{u_{1n}}{2\Gamma(n+3/2)} \left[ (-1)^{n+1} \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} u_{1n} - \frac{\exp(-u_{2n}^2)}{\sqrt{\pi}} \times \times \sum_{m=1}^{n+1} (-1)^m \Gamma\left(n-m+\frac{3}{2}\right) u_{1n}^{2m-2n-3} \right] - \right. \\ \left. - \sum_{l=1}^n n(n-1)\dots(n-l+1) \left( \frac{u_{2n}}{u_0} \right)^{2l} \frac{u_{2n}}{2\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)} \times \times \left[ (-1)^{n+1} \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} u_{2n} - \frac{\exp(-u_{2n}^2)}{\sqrt{\pi}} \times \times \sum_{m=1}^{n+1} \Gamma\left(n-m+\frac{3}{2}\right) u_{2n}^{2m-2n-3} \right] - i \operatorname{erfc} u_{2n} \right\}. \quad (11)$$

На основе расчета температурных полей можно определять радиус и глубину зоны проплавления, скорость плавления, время сквозного проплавления стенки. Получение этих характеристик сводится к построению семейства температурных кривых в интервале от  $T_0$  до температуры плавления  $T_{пл}$  в интересующей точке при различных амплитудах и длительностях тока, либо для различных точек в зависимости от времени. Поскольку полученные аналитические выражения содержат ряды и степенные функции, с целью снижения трудоемкости расчеты проводились на ЭВМ по разработанным программам.

Как следует из полученных формул, температурные поля зависят от распределения плотности теплового потока и теплофизических характеристик материала. Проанализируем их влияние на характеристики проплавления пластины. Расчеты проведем по (9) при  $q=q_0$  и по (11) при  $n=0; 1$ , что соответствует  $q=2q_0 (1 - r^2/r_0^2)$ . Значения теплофизических характеристик материала примем равными при  $T_0$  и при  $0,5 T_{пл}$  в [15, 16].

Материал	Электрод	$j$ , А/мм <sup>2</sup>	$U$ , В	$q_0$ , 10 <sup>3</sup> Вт/м <sup>2</sup>	$r_0/\sqrt{t}$ , мм/А <sup>0,5</sup>
Алюминий	Катод	18	10,2	1,8	0,14
		25	8,2	2,1	0,11
Сплав Д 16Т	Катод	16	8,1	1,3	0,14
		25	7,2	1,8	0,11
Сплав АМг-3М	Катод	21	6,6	1,4	0,12
		28	6,0	1,7	0,11
Сплав 1420	Катод	16	4,9	0,8	0,14
		19	4,3	0,8	0,13
Медь	Катод	30	9,5	2,8	0,10
		38	8,6	3,3	0,09
Латунь Л-62	Катод	35	6,8	2,4	0,10
		32	8,0	2,6	0,10
Сталь Ст-3	Катод	22	7,2	1,6	0,16
		28	6,1	1,8	0,15
Сплав ВТ-20	Анод	27	5,3	1,5	0,11

В качестве примера на рис. 2 представлены зависимости глубины проплавления  $z_{пл}$  пластины — анода из алюминиевого сплава Д 16Т толщиной 2 мм от времени  $t$  при токе 300 А. Как видно из рисунка, расхождение расчетных кривых не превышает 15 %. Это означает, что для практических целей расчет характеристик проплавления можно проводить при равномерно распределенной плотности теплового потока и значениях теплофизических характеристик материала, соответствующих нормальным условиям.

Как уже отмечалось, система уравнений (1) — (4) описывает процесс нагрева без учета изменения физического состояния материала. Поэтому возникают погрешности расчета характеристик проплавления, связанные с неучетом затрат энергии на плавление и испарение. Для оценки величины погрешности рассмотрим тепловой процесс в тонкой пластине с учетом затрат энергии на фазовые превращения и сопоставим результаты с расчетами по формуле (10).

**Расчет проплавления тонкой пластины с учетом фазовых изменений.** В тонкой пластине распространение изотермы плавления происходит в радиальном направлении. В этом случае температуры твердой и жидкой фаз  $T_1(r, t)$  и  $T_2(r, t)$  должны удовлетворять дифференциальным уравнениям

$$\operatorname{div}(\lambda_1 \operatorname{grad} T_1) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho c_1 T_1) = 0, \quad r_{пл} < r < \infty; \quad (12)$$

$$\operatorname{div}(\lambda_2 \operatorname{grad} T_2) - \frac{\partial}{\partial t}(\rho c_2 T_2) = 0, \quad 0 < r < r_{пл}, \quad (13)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют твердой и жидкой фазам.

Как следует из (9), при постоянных значениях  $\lambda$ ,  $c$  и  $\rho$  решением уравнений (12) и (13) в цилиндрических координатах является распределение температуры в виде  $T_{1,2} = A_{1,2} + B_{1,2} \operatorname{Ei}\left(-\frac{r^2}{4a_{1,2}t}\right)$  с законом движения границы плавления  $r_{пл} = \alpha \sqrt{t}$ . Коэффициенты  $A_{1,2}$  и  $B_{1,2}$ ,

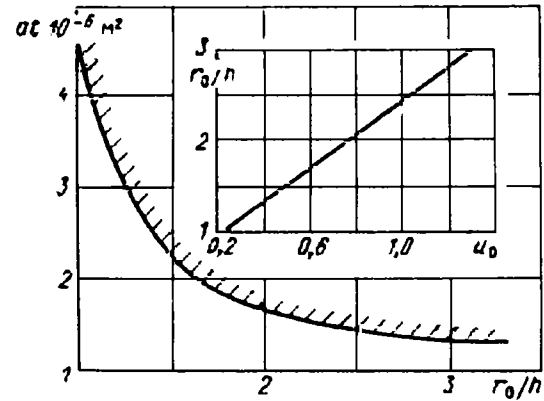


Рис. 3. Связь безразмерных параметров  $u_0$  и  $r_0/h$  и область применимости решений для тонкой пластины

а также фазовый коэффициент плавления  $\alpha$  определяются из граничных и начальных условий и уравнения баланса энергии. Подобное решение приведено в [17], а трансцендентное уравнение, определяющее связь величины  $\alpha$  с удельной мощностью  $IU_3/h$ , имеет вид:

$$\frac{IU_3}{\pi h} = \alpha^2 (T_{пл} - T_0) \rho (c_2 - c_1) + \alpha^2 \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_2}\right) \omega_{пл} \rho - 4\lambda_1 (T_{пл} - T_0) \exp\left[-\frac{\alpha^2}{4}\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right)\right] \operatorname{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right), \quad (14)$$

где  $\omega_{пл}$  — удельная теплота плавления.

Справочные данные об изменении теплофизических характеристик конструкционных материалов в жидком состоянии отсутствуют. Поэтому примем  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ ,  $c_1 = c_2 = c$ ,  $a_1 = a_2 = a$ . Анализ, проведенный в [17] на примере алюминия, показывает, что разница в расчетах  $\alpha$  при выборе значений теплофизических характеристик с учетом и без учета их изменения в жидкой фазе не превышает 8 %.

Для тонкой пластины возможно более сильное проявление испарения. Если принять в качестве средней температуры парообразной фазы температуру кипения  $T_*$  и считать, что закон движения границы зоны испарения имеет вид  $r_{исп} = \beta \sqrt{t}$ , то согласно [17] система трансцендентных уравнений, связывающих фазовые коэффициенты плавления  $\alpha$  и испарения  $\beta$  с удельной мощностью  $IU_3/h$ , имеет вид:

$$\beta^2 = \frac{IU_3}{\pi h} - \alpha^2 (T_{пл} - T_0) (c_2 - c_1) \rho}{\rho (\omega_{исп} - \omega_{пл}) - \rho c_2 (T_{пл} - T_0)}; \quad (15)$$

$$\operatorname{Ei}\left(-\frac{\beta^2}{4a_2}\right) = \operatorname{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_2}\right) + \frac{4\lambda_2 (T_* - T_0) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_2}\right) \operatorname{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right) + \alpha^2 \omega_{пл} \rho \operatorname{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right)}{4\lambda_1 (T_{пл} - T_0) \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right) - \alpha^2 \omega_{пл} \rho \operatorname{Ei}\left(-\frac{\alpha^2}{4a_1}\right)}. \quad (16)$$

По этим уравнениям нетрудно построить зависимости  $\alpha$  и  $\beta$  от  $IU_3/h$  для конкретного материала, на основе которых удобно определить изменение радиуса плавления при заданном токе.

Результаты расчета радиусов проплавления по (10) и по выражениям (14), (15) и (16) отличаются до 10 % при учете плавления и до 15 % при учете испарения.

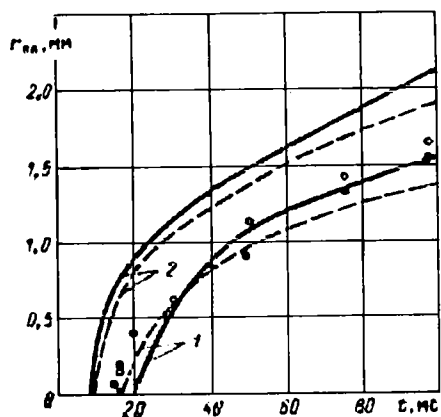


Рис. 4. Зависимости радиуса проплавления  $r_{пл}$  обратной стороны пластины толщиной 1 мм из сплава Д 16Т от времени  $t$  при токе 100 А: 1 — расчет по выражению (9); 2 — расчет по методике, изложенной в [4]; — — — катод; — — — анод; ○ — эксперимент для катода; ● — эксперимент для анода

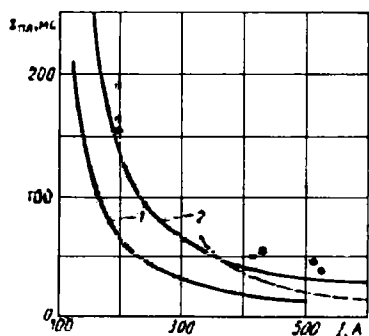


Рис. 5. Зависимости времени проплавления  $t_{пл}$  алюминиевой пластины-анода толщиной 2 мм от тока  $I$ : ● — эксперимент [6]; — — — эксперимент [7]

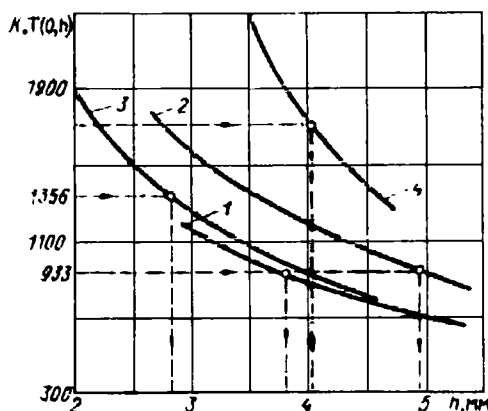


Рис. 6. Зависимости температуры  $T(0, h)$  на обратной стороне пластин от толщины  $h$ : 1 — алюминий при токе 200 А и длительности 1 с; 2 — алюминий при токе 500 А и длительности 0,4 с; 3 — медь при токе 500 А и длительности 0,4 с; 4 — сталь Ст. 3 при токе 500 А и длительности 0,4 с

Как показывают расчеты изотермы плавления в зависимости от амплитуды и длительности тока для пластины конкретной толщины происходит выравнивание температуры по толщине (рис. 1), и, начиная с некоторого момента, процесс можно рассматривать как для тонкой пластины. Критерий перехода к этому режиму

можно получить, приравняв решения (9) и (10):

$$4u_0 \frac{\frac{1}{\sqrt{\pi}} - \operatorname{ierfc} u_0}{1 - \operatorname{Ei}(-u_0^2)} = \frac{r_0}{h}. \quad (17)$$

Зависимости  $u_0(r_0/h)$  и  $at(r_0/h)$  представлены на рис. 3. Область, соответствующая режиму тонкой пластины, отмечена штриховкой.

Для тонкой пластины условие возникновения испарения получим, приравняв решение (10) при  $r=0$  температуре кипения материала  $T_{\kappa}$ , равной для сплава температуре кипения наиболее летучего компонента:

$$\frac{1 - \operatorname{Ei}(-u_0^2)}{4\pi u_0^2} = \frac{h\lambda T_{\kappa}}{IU_s}, \quad (18)$$

где  $\operatorname{Ei}(-u_0^2) = \exp(-u_0^2) + u_0^2 \operatorname{Ei}(-u_0^2)$ .

Выражения (17) и (18) позволяют определить для стенок конкретной толщины диапазоны амплитуд токов и их длительностей, при которых расчет размеров зоны плавления и испарения можно проводить с использованием более простых выражений для фазовых коэффициентов, либо распределения температуры в тонкой пластине по формуле (10).

**Сопоставление результатов расчетов и экспериментов.** Проведем сравнение результатов расчетов по выражению (9) с результатами расчетов по методике, изложенной в [4], а также с экспериментальными данными настоящей работы и [6, 7].

На рис. 4 представлены зависимости радиуса проплавления  $r_{пл}$  обратной стороны пластины из сплава Д 16Т толщиной 1 мм от времени  $t$  при токе 100 А. Расчет по (9) (кривые 1) дает лучшее совпадение с экспериментом (точки), чем по методике, предложенной в [4] (кривые 2). Экспериментальное определение зоны проплавления проводилось с помощью шлифов поперечных разрезов пораженных участков, на которых отчетливо различается граница перекристаллизации материала.

На рис. 5 приведены расчетные зависимости времени сквозного проплавления  $t_{пл}$  от тока  $I$  алюминиевой пластины-анода толщиной 2 мм, полученные согласно [4] (кривая 1) и по формуле (9) при  $r=0$  (кривая 2). Как видно, кривая 2 достаточно хорошо отражает результаты экспериментов, приведенные в [6, 7], чего нельзя сказать о кривой 1.

Таким образом, полученные результаты исследования тепловых потоков и нестационарных тепловых процессов могут быть применены в практических целях, например, для выбора материала и толщины стенок объектов с учетом последствий воздействия на них молнии. Исходными данными для расчетов являются параметры тепловых потоков, амплитуда тока и его длительность, значения теплофизических параметров материала. При расчетах характеристик проплавления стенок конкретной толщины для данного материала необходимо определить режим воздействия по критерию (17) (рис. 3), выбрать расчетную формулу, рассчитать температурное поле до точки плавления материала и определить остальные характеристики проплавления.

**Пример определения допустимой толщины стенки.** Будем считать толщину допустимой, если на обратной стороне пластины температура не превышает температуру плавления. На рис. 6 представлены зависимости температуры  $T(0, h)$  от толщины  $h$  стенок из различных

материалов, полученные при разных токах, но одинаковом переносимом заряде 200 Кл.

Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что бо́льшая допустимая толщина стенки получается при токе 500 А длительностью 0,4 с, чем при токе 200 А длительностью 1 с. Этот вывод, а также полученные значения толщины согласуются с экспериментальными результатами работы [18]. Так, для тока 500 А при длительности 0,4 с допустимая толщина алюминиевой стенки равна 4,9 мм, а медной — 2,8 мм. В [18] рекомендуется брать толщины молниезащитных шин из алюминия 4,5 мм, а из меди — 2,9 мм.

**Выводы.** 1. Полученные аналитические выражения могут быть использованы для расчетов характеристик проплавления пластин из конструкционных материалов при воздействии на них молнии.

2. Предположение о равномерном распределении плотности теплового потока и использование теплофизических характеристик алюминиевых сплавов при нормальных условиях не вносят существенные погрешности в результаты расчетов. При определении характеристик проплавления пластины из этих сплавов допустимо пренебрегать энергией, затрачиваемой на плавление и испарение.

3. Глубина проплавления при одном и том же значении протекающего заряда зависит от длительной составляющей тока молнии. При выборе допустимой толщины стенок объектов, поражаемых молнией, необходимо учитывать максимальное значение тока, а не только протекающий заряд, как рекомендуется в [6—8].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрическая эрозия силовых контактов и электродов / Г. В. Буткевич, Г. С. Белкин, Н. А. Ведешенков, М. А. Жаворонков. — М.: Энергия, 1978.

2. Рыкалин Н. Н. Расчет тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951.
3. Зингерман А. С. Тепловые теории электрической эрозии металлов. — Изв. вузов. Электромеханика, 1960, № 5.
4. Комельков В. С. Термические воздействия токов молнии. — Электричество, 1946, № 4.
5. К определению глубины проплавления металла в месте удара молнии / В. Г. Агапов, Л. В. Канаева, В. П. Ларионов, И. М. Сафронова — Тр. / МЭИ, 1976, вып. 292.
6. Little P. F., Hanson A. W., Dobbing J. A. Arcs on metall sheets in simulated lightning discharge. — IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat. Washington, D. C., 1977, New York, 1977.
7. Brick R. O. A method for establishing lightning resistance skin/thickness requirements for aircraft. — Lightning and Static Electricity Conference. Miami, 1968, AFAL-TR-68-290.
8. Phillpott J. Lightning strike point location studies on scale models. — Lightning and Static Electricity Conference. Culham Laboratory, England, April 1975.
9. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел: Пер. с англ. — М.: Наука, 1964.
10. Коздоба Л. А. Решение нелинейных задач теплопроводности. Киев: Наукова думка, 1976.
11. Абрамов Н. Р. Исследование приэлектродных областей дуги, свободно горящей в воздухе. — Изв. вузов. Энергетика, 1985, № 9.
12. Белкин Г. С., Данилов М. Е. Измерение энергии, вводимой в электроды при горении дуги в вакууме. — Теплофизика высоких температур, 1973, т. 11, № 3.
13. Абрамов Н. Р. Экспериментальное определение теплового потока из канала молнии. — Изв. вузов. Энергетика, 1985, № 10.
14. Абрамов Н. Р. Расчет теплового воздействия канала молнии на металлические объекты. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1986, № 1.
15. Чиркин В. С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. Справочник. — М.: Атомиздат, 1968.
16. Справочник по авиационным материалам. В 2-х т. / Под ред. А. Т. Туманова. — М.: Машиностроение, 1966. Т. 2. Цветные сплавы. Ч. 1. Алюминиевые сплавы.
17. Абрамов Н. Р., Кужекин И. П. Эрозия тонких пластин при дуговом разряде / МЭИ: Деп. рукопись. — М.: ВИНТИ, 1985, № 729—85.
18. Ларионов В. П., Агапов В. Г., Сергиевская И. М. Молниезащита радиолокационной системы и диэлектрического обтекателя самолета. — Электричество, 1978, № 3.

[26.06.86]

УДК 537.523.4.001.1

## О механизме развития стримеров в резконеоднородном электрическом поле

БАЗЕЛЯН Э. М., ГОРЮНОВ А. Ю.

Длинные стримеры обязательно возникают при пробое промежутков большой длины с неоднородным полем. И в классической схеме стримерного процесса [1, 2], и в более поздних моделях [3—6] формирование стримера связывается с локальным усилением электрического поля в окрестности его головки, в результате которого возбуждающаяся волна ионизации способна распространяться в области слабого внешнего поля, недостаточного для ионизации электронами. Любой из гипотетических механизмов стримера предполагает высокую начальную концентрацию электронов в головке и, следовательно, во вновь сформированном участке канала за головкой. По известным литературным оценкам [7] эта концентрация не ниже  $10^{12}$ — $10^{13}$  см<sup>-3</sup> и достаточна для того, чтобы обеспечить высокую начальную проходимость канала, сравнимую с проводимостью слабого лидера. Механизм пробоя длинного промежутка в значительной мере определяется характером последующего изменения этой проводимости.

В частности, для реализации стримерного пробоя, предполагающего непосредственный переход стримера в искровой канал, необходим такой рост проводимости, при котором вольт-амперная характеристика стримера становится падающей. Если проводимость канала стримера снижается, для пробоя необходимо появление новых элементов разряда. Развитие лидера — наиболее типичное проявление такого многоэлементного процесса. От других форм безлидерного разряда [8, 9] его отличает развитие многочисленных стримеров, последовательно стартовых от лидерной головки.

Хотя траектория канала лидера не повторяет полностью траектории ни одного из стримеров, именно они определяют условия инициирования и режим питания лидера энергией [10]. Это требует рассматривать параметры длинных стримеров, особенно тех из них, которые связаны с динамикой изменения проводимости и температуры стримерных каналов.

Экспериментальные исследования показывают, что

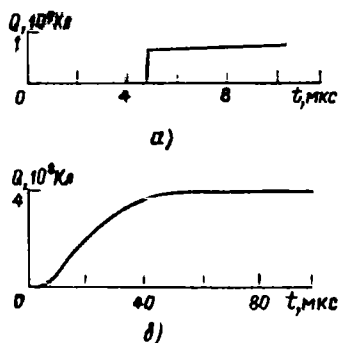


Рис. 1. Стилизованные осциллограммы заряда, перенесенного на катод одиночными стримерами в воздухе (а) и азоте (б)

при атмосферных условиях стример не обладает падающей вольт-амперной характеристикой, по крайней мере в отсутствие перенапряжений, и перекрытие стримерами длинного воздушного промежутка не ведет к пробоя без лидерной фазы разряда. Например, даже в промежутке шар — плоскость длиной 1 м с коэффициентом неоднородности поля не выше 2,7 при диаметре шара 1 м, когда средняя напряженность электрического поля превышала 10 кВ/см и безусловно обеспечивала пролет начальных стримеров от анода до катода, разряд формировался в лидерной форме, при которой четко фиксировался последовательный старт стримеров от лидерной головки [11].

Как известно, переход к падающей вольт-амперной характеристике связан с интенсивным повышением температуры газа в канале, а потому отсутствие стримерного пробоя позволяет исключить возможность сколько-нибудь заметного разогрева длинных стримеров при их развитии в воздухе. Это подтверждается спектроскопическими измерениями [12, 13], показавшими, что температура нейтрального компонента в стримерах практически не отличается от температуры окружающего газа. Это указывает на резкую неравномерность стримерной плазмы. В условиях неравновесности последующее изменение параметров стримерного канала должно зависеть от рода газа и его исходного термодинамического состояния.

В воздухе при комнатной температуре при частотах прилипания порядка  $10^7$  с<sup>-1</sup> [14] и частотах отлипания менее  $10^2$  с<sup>-1</sup> уменьшение концентрации электронов в канале стримера определяется характерным временем прилипания электронов  $\tau = 10^{-7} - 10^{-6}$  с. В подобных условиях представление об электронной проводимости длинных стримеров теряет смысл, если время их пролета по промежутку превышает  $10^{-6}$  с. Что же касается ионной проводимости, то она не может обеспечить токи выше  $10^{-6}$  А.

Проведенные оценки подтверждаются данными регистрации параметров одиночных стримеров в воздухе при температуре 290 К [15]. Осциллограмма заряда, перенесенного через поверхность малогабаритной измерительной секции на катоде промежутка стержень — плоскость длиной 1 м, указывает на почти полное отсутствие тока проводимости по стримеру через 0,1—0,2 мкс после его контакта с катодом (рис. 1, а). Бросок заряда на фронте импульса также нельзя связывать с током проводимости; по-видимому, он вызван нейтрализацией заряда приблизившейся стримерной головки током эмиссии с катода. Полученный результат означает, что высокая начальная концентрация электро-

нов в стримерном канале успевает резко снизиться за время развития стримера. По данным измерений средняя погонная проводимость одиночного стримера в воздухе не превышает  $10^{-10}$  см/Ом, что на 7—8 порядков ниже погонной проводимости лидерного канала.

В подобной ситуации можно считать, что в воздухе и, по-видимому, в других высокопрочных электроотрицательных газах длинные стримеры должны фактически потерять гальваническую связь с точкой старта еще во время своего пролета по промежутку. Тем самым в отсутствие перенапряжений исключается возможность не только безлидерного пробоя электроотрицательных газов, но даже относительно длительное снабжение лидера током, вызванным дрейфом электронов из объема стримерной зоны [16].

Реально ток проводимости в стримерах удается наблюдать при очистке разрядного промежутка от электроотрицательных компонентов. Так, в техническом азоте [17], при условиях эксперимента, строго идентичных описанным выше для воздуха, ток одиночного стримера удерживался на уровне  $10^{-3}$  А в течение 10—20 мкс (рис. 1, б), что сопоставимо с временем пролета длинного стримера по разрядному промежутку. Погонная проводимость стримера в техническом азоте достигала  $10^{-7} - 10^{-6}$  см/Ом. Это по крайней мере в  $10^3$  раз больше, чем в воздухе.

Высокая проводимость стримеров в электроположительных газах давала основание для благоприятного прогноза в отношении возможности стримерного пробоя. Стримерный пробой был обнаружен экспериментально в атмосфере чистого аргона [10], где погонная проводимость стримеров превысила  $10^{-5}$  см/Ом и в отсутствие перенапряжений обеспечивала ток 10 мА в одиночном канале. После проработки стримера таким током в течение 2—5 мкс его вольт-амперная характеристика становилась падающей, а ток возрастал в 100—200 раз за время менее 0,1 мкс, образуя канал искры, траектория которой по всей длине промежутка точно повторяла трассу одного из стримеров (рис. 2, а). Примесь кислорода около 1 %, интенсифицируя прилипание электронов, снижает начальную проводимость стримеров более, чем на 2 порядка величины, и тем самым исключает стримерный пробой. В промежутке фиксируются все основные компоненты лидерного процесса, хорошо известные по разряду в воздухе (рис. 2, б).

Приведенные экспериментальные данные свидетельствуют о существенном влиянии характера изменения проводимости стримеров на их роль в механизме пробоя длинных промежутков, которая оказывается различной для электроположительных и электроотрицательных газов.

В таких типичных электроотрицательных газах, как кислород или воздух, ток проводимости по каналам длинных стримеров составляет малую долю тока лидера. Ток лидера обеспечивается токами смещения, которые возбуждаются движением заряженных стримерных головок в глубину разрядного промежутка со скоростью распространения стримеров  $v_c$ , превышающей  $10^7$  см/с.

В рассматриваемой схеме частота генерации стримеров  $\nu_c$  определяется совместным решением уравнений Пуассона и неразрывности тока. В сквозной фазе, когда стримеры касаются катода, приближенная оценка дает

$$\nu_c = \frac{4\pi\epsilon_0 v_c l_{CT} \cdot \epsilon E_{CT}}{q_c \ln \frac{l_{CT} \cdot \epsilon}{2r}}, \quad (1)$$



где  $q_c$  — средний заряд стримерной головки;  $r_c$  — радиус головки канала лидера;  $E_{cr}$  — средняя напряженность электрического поля в стримерной зоне длиной  $l_{cr}$ .

При нормальных условиях в воздухе, где для длинной искры согласно экспериментальным данным можно принять  $E_{cr} \approx 5$  кВ/см,  $v_c = 2 \cdot 10^7$  см/с,  $r_c \approx 1$  см, а средняя величина  $q_c$  согласно [14] близка к  $5 \cdot 10^{-10}$  Кл, частота появления стримеров оценивается по (1) в  $10^{10}$  с $^{-1}$ . Данные [14] в определенной степени можно рассматривать как экспериментальное подтверждение столь высокого значения  $v_c$ . За время развития лидера 20—25 мкс в воздушном промежутке длиной 1 м при токе около 5 А катода достигало  $2,5 \cdot 10^5$  стримеров.

Более высокая проводимость стримеров в электроположительных газах обуславливает ток лидера при существенно меньшей частоте их появления. При увеличении погонной проводимости до  $10^{-7}$ — $10^{-5}$  см/Ом удавалось наблюдать лидерный процесс при снижении общего числа стримеров в  $10^2$ — $10^3$  раз по сравнению с зафиксированным в воздухе [17]. Стримеры стартовали здесь отдельными пакетами. В паузах между пакетами длительностью около 10 мкс ток лидера обеспечивался только благодаря проводимости уже заторможенных стримеров. Предельным случаем сокращения числа стримеров по мере повышения их проводимости можно считать переход к стримерному пробоя.

Важно отметить, что проводимость стримера не определяет однозначно возможность стримерного пробоя. Не меньшее значение имеет характер обмена энергией между электронами и нейтральным газом в канале стримера. В чистых двухатомных электроположительных газах удавалось наблюдать стримеры с погонной проводимостью того же порядка, что и в одноатомном аргоне. Тем не менее их пробой осуществлялся за счет лидерного механизма, хотя и при весьма малой частоте появления стримеров (рис. 3). Можно полагать, что стримерный пробой оказался здесь невозможным в результате потери до 90—95 % энергии электронов на возбуждение колебательных уровней двухатомных молекул с временем релаксации свыше примерно  $10^{-2}$  с [18]. Вследствие этого скорость разогрева газа в канале стримера оказывалась недостаточной, и его проводимость падала практически до нуля через 20—50 мкс после контакта с поверхностью катода.

Для развития представлений о стримерно-лидерном переходе наиболее важны сведения об изменении проводимости стримерных каналов в электроотрицательных газах при их разогреве до  $10^3$  К. Теоретические и некоторые экспериментальные исследования показали [19, 20], что рост температуры воздуха от 300 до 600 К, практически не оказывая влияния на константу трехтельного прилипания электронов, на несколько порядков величины повышает константу отлипания. Столь существенное изменение отношения констант может повлиять на кинетику образования и развала отрицательных ионов и привести к заметному увеличению доли электронного компонента в токе на расстояниях в десятки сантиметров от зоны ионизации [21]. Прямым экспериментальным подтверждением сказанному служат вольт-амперные характеристики стационарной отрицательной короны, согласно которым при разогреве воздуха от комнатной температуры до 800—900 К возрастает в  $10^2$ — $10^3$  [21, 22]. Для этого свыше 90 % тока в плоскости анода должно быть обусловлено дрейфом электронов, а не отрицательных ионов.

Увеличение эффективного времени жизни электро-

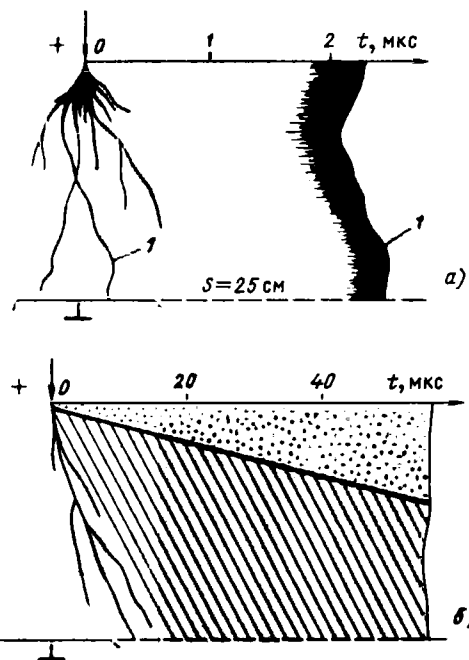


Рис. 2. а — стримерный пробой в чистом аргоне; б — схематическая пространственно-временная картина развития разряда в смеси  $Ag+O_2$  ( $S=25$  см)

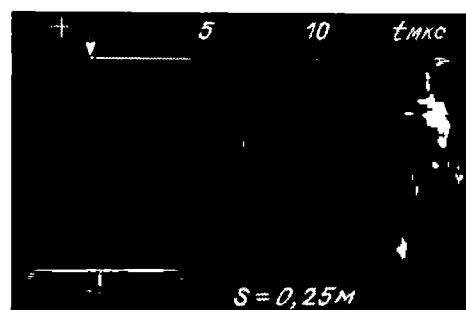


Рис. 3. Фоторазвертка разряда в чистом азоте (промежуток игла — плоскость)

нов проявлялось чрезвычайно сильным нарастанием проводимости длинных стримеров, формирующихся в нагретом воздухе. В диапазоне 300—900 К средняя погонная проводимость стримерных каналов длиной 0,5 м изменялась от  $10^{-10}$  до  $10^{-6}$  см/Ом [23]. По значениям переносимого тока, времени сохранения проводимости и выполняемой роли в процессе развития лидера стримеры в горячем воздухе не отличались от стримеров в двухатомных электроположительных газах, например, в чистом азоте. При температуре 300—1000 К результаты измерений погонной проводимости стримеров через 1 мкс после их контакта с поверхностью катода удовлетворительно описываются эмпирическим соотношением

$$\gamma_{cr} = 3 \cdot 10^{-13} \exp(1,93 \cdot 10^{-2} T) \text{ см/Ом.} \quad (2)$$

Средняя напряженность электрического поля вдоль стримерного канала снижается значительно быстрее, чем относительная плотность воздуха, разогреваемого при постоянном давлении. Для приближенных оценок напряженности пригодно эмпирическое выражение

$$E_{cr} = 4,65 \left( \frac{290}{T} \right)^{1,6} \text{ кВ/см.} \quad (3)$$

Высокая крутизна характеристики  $\gamma_{\text{ст}}(T)$  может явиться причиной низкотемпературной перегревной неустойчивости, которая локализует ток в малой части сечения головки и приведет к образованию нового участка лидерного канала в ее объеме.

Механизм распространения длинных стримеров в резконеоднородном электрическом поле — один из наиболее сложных вопросов теории искрового разряда. В литературе обсуждаются две модели, принципиально отличающиеся по исходным посылкам:

квазиволновое перемещение заряженной головки, не оставляющей позади себя проводящий канал и создающей условия для ударной ионизации на фронте волны за счет высокой концентрации униполярного заряда головки [4, 24];

формирование канала достаточно высокой проводимости, благодаря которой обеспечивается локальное усиление поля у стримерной головки [3].

По квазиволновой модели движение стримера в области слабого поля обеспечивает энергия, набираемая головкой в прианодной зоне сильного поля [4]:

$$\Delta W = eN_r \Delta U, \quad (4)$$

где  $\Delta U$  — разность потенциалов на пути, пройденном головкой с зарядом  $eN_r$ .

Наиболее детально анализ условий распространения стримеров проведен в [25]; согласно полученным результатам все виды потерь на упругие и неупругие столкновения  $W_{\text{ст}}$  при образовании новой сферы зарядов покрываются на каждом шаге воспроизводства головки за счет изменения потенциальной энергии головки  $\Delta W_{\text{п}}$  и энергии  $W_e$ , приобретаемой электронами во внешнем поле в процессе формирования вторичных лавин

$$W_r + \Delta W_{\text{п}} = W_{\text{ст}}. \quad (5)$$

При этом значение  $\Delta W_{\text{п}}$  определяется изменением внутренней энергии головки и ее координат во внешнем поле:

$$\Delta W_{\text{п}k} = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0} \left( \frac{N_{r(k-1)}^2}{R_{r(k-1)}} - \frac{N_{rk}^2}{R_{rk}} \right) + eN_r \int_{z_{k-1}}^{z_k} E_0(z) dz, \quad (6)$$

где  $N_{r(k-1)}$ ,  $N_{rk}$ ,  $R_{r(k-1)}$ ,  $R_{rk}$ ,  $z_{k-1}$ ,  $z_k$  — собственно начальные и конечные значения числа зарядов в головке, ее радиуса и координат для  $k$ -го шага воспроизводства.

Дискретизация потенциальной энергии по шагам воспроизводства головки имеет принципиальное значение. В отличие от (4) в выражении (6) формально учитывается тот факт, что в стримерном процессе не происходит физического перемещения положительно заряженной головки, а единственными потребителями энергии внешнего поля являются электроны вторичных лавин. Эта энергия может быть реализована на данном шаге воспроизводства, но ее нельзя запасти впрок и вынести из области сильного поля иначе, чем в форме внутренней энергии головки.

Обратная зависимость внутренней энергии головки от ее радиуса заостряет проблему механизма устойчивости униполярно заряженной сферы для квазиволновой модели. Уже при  $N_r=10^9$  и  $R_r=10^{-2}-10^{-3}$  см напряженность собственного поля головки достигает  $10^6-10^8$  В/см. Нельзя указать процесс, который в таком сильном электрическом поле воспрепятствовал бы интенсивному расширению головки, ограничиваю-

щему предельный уровень внутренней энергии и предельную длину распространения стримера за счет этой энергии.

При  $N_r=10^9$  и  $R_r=3 \cdot 10^{-3}$  см [4] внутренняя энергия головки

$$W_r = \frac{3e^2 N_r^2}{20\pi\epsilon_0 R_r}$$

не превысит  $1,2 \cdot 10^{13}$  эВ. Даже в отсутствие всех видов потерь она в состоянии обеспечить воспроизводство заряда на пути не более 25 см. С приближенным учетом потерь [26] это расстояние сокращается до 5—7 см.

Таким образом, квазиволновая модель вступает в явное противоречие с результатами многочисленных экспериментов, демонстрирующих распространение стримеров на расстояние порядка нескольких метров в области поля с напряженностью ниже 7 кВ/см, где согласно [25] дефицит энергии должен покрываться за счет внутренней энергии головки  $W_r$ . Можно указать и другие, не менее значительные противоречия квазиволновой модели. Так, из (5) и (6) по условиям баланса энергии следует, что длина стримеров зависит от характера распределения электрического поля в промежутке, тогда как экспериментальные данные указывают на постоянство средней напряженности по длине стримера при изменении межэлектродного расстояния и исходного распределения поля.

Не согласуются с квазиволновой моделью и результаты измерения скорости стримеров в промежутках игла — плоскость, где область сильного поля, достаточного для ударной ионизации, занимала менее 1 % межэлектродного расстояния. В силу этого распространение стримеров должно было быть слабо зависеть от характера изменения воздействующего напряжения. В действительности скорость стримеров оказалась однозначной функцией крутизны фронта импульса напряжения и при неизменной крутизне сохранялась приблизительно постоянной по всей длине промежутка. При увеличении крутизны от 300 до 3600 кВ/мкс средняя скорость возрастала почти на порядок величины (рис. 4).

Представления о стримере как высокопроводящем образовании развивались в различной мере в работах [1, 3, 5, 27]. В [3], затем в [27] при описании распространения стримера введены в расчет некоторые параметры канала. И, наконец, в [28] механизм движения стримера в неоднородном поле впервые рассмотрен с позиций самосогласованного описания кинетики элементарных процессов в канале и на головке стримера. Стример моделируется каналом, проводимость которого снижается во времени. Скорость снижения проводимости определяется кинетикой образования и развала отрицательных ионов, рекомбинацией электронов и ионов. По току и проводимости канала вычисляется потенциал стримерной головки, который определяет скорость распространения стримера. Модель [28] удается хорошо согласовать с экспериментальными данными при распространении стримера в достаточно сильных электрических полях, где время развития процесса не превышает сотен наносекунд. Попытка применить ее к стримерной зоне длинного лидера встречает неодолимые трудности.

Можно указать чисто формальный критерий, ограничивающий применение модели с проводящим каналом для стримера в резконеоднородном электрическом поле. Развитие стримера со скоростью  $v_r$  сопровождается

током смещения через сечение его головки с потенциалом  $\varphi_r$ :

$$i_r = \varphi_r c_c v_c, \quad (7)$$

где  $c_c$  — погонная емкость канала стримера на участке у головки.

Пренебрегая изменением тока вдоль стримера, можно выразить сопротивление канала через потенциал точки старта  $\varphi_0$ :

$$R_c = \frac{\varphi_0 - \varphi_r}{\varphi_r c_c v_c}. \quad (8)$$

Поскольку в области головки безусловно выполнено условие самостоятельности разряда, потенциал  $\varphi_r$  должен превысить начальное напряжение  $U_{0 \min}$ , соответствующее точке минимума кривой Пашена для данного газа. С учетом этого для сопротивления канала справедливо соотношение

$$R_{c \max} < \frac{U}{c_c v_c U_{0 \min}}, \quad (9)$$

где  $U$  — напряжение на промежутке.

С другой стороны, для стримера предельной длины

$$R_c \approx \frac{U}{\pi r_c^2 e N_0 v_e}, \quad (10)$$

где  $N_0$  — усредненная концентрация электронов, дрейфующих со скоростью  $v_e$  в канале радиусом  $r_c$ .

Если учесть, что при  $t < 1$  мкс убыль электронов происходит в основном за счет прилипания, и ввести усредненное эффективное значение частоты прилипания  $\nu_a$ , то

$$R_c \approx \frac{U e \frac{l_c}{r_c}}{\pi r_c^2 e N_0 v_e}, \quad (11)$$

где  $N_0$  — начальная концентрация электронов в головке стримера длиной  $l_c$ .

Из (11) получаем

$$l_{c \max} < \frac{v_c}{\nu_a} \ln \frac{\pi r_c^2 e N_0 v_e}{c_c v_c U_{0 \min}}. \quad (12)$$

Для стримерной зоны лидера, где скорость стримеров равна  $(1-2) \cdot 10^7$  см/с, а начальная концентрация  $N_0$  согласно [28] близка к  $10^{14}$  см $^{-3}$ , оценка по (12) при  $r_c \approx 10^{-2}$  см и  $\nu_a = (3 \div 5) \cdot 10^7$  с $^{-1}$  дают  $l_{c \max} < 1 \div 3$  см. При большей протяженности стримера представление о проводящем канале не имеет смысла.

Благодаря почти линейной зависимости между  $v_c$  и  $N_0$  для грубых оценок можно принять постоянное значение логарифма в (12) и определять верхнюю границу области применения модели с проводящим каналом как

$$l_{c \max} \approx \frac{4 v_c}{\nu_a}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что для протяженных стримеров длиной в десятки сантиметров модель пригодна только в сильных электрических полях, где  $v_c > 10^8 - 10^9$  см/с.

К аналогичному выводу приводит и оценка сопротивления канала по (9). Для азота или воздуха при  $v_c = 10^7$  см/с,  $c_c \approx 10^{-13}$  Ф/см,  $U_{0 \min} = 250 - 300$  В и напряжении на промежутке  $U = 5 \cdot 10^5$  В, достаточном для образования стримера длиной около 1 м, соотношение (9) дает  $R_{c \max} < (1,5 - 2) \cdot 10^9$  Ом. Экспериментальные результаты, которые обсуждались ранее, показывают, что

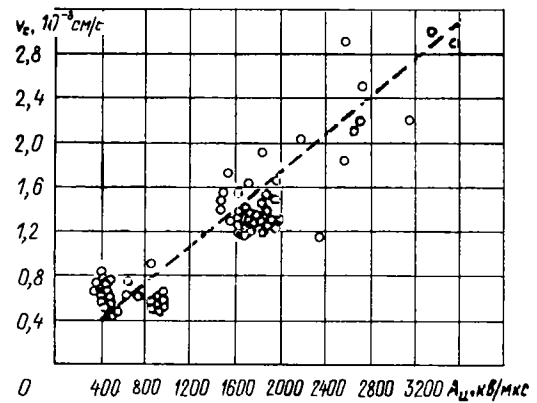


Рис. 4. Зависимость средней скорости стримеров в воздухе от крутизны импульса напряжения  $A_u$

полученное неравенство действительно выполняется для длинных стримеров в электроположительных газах. В электроотрицательном воздухе при  $T = 290$  К и времени развития стримера  $t_c > 10^{-6}$  с измеренные значения полного сопротивления канала приблизительно в  $10^2$  раз превосходят  $R_{c \max}$ .

Приходится допустить, что распространение стримера не нуждается в обязательной гальванической связи между его головкой и точкой старта. Двигаясь по промежутку, стример оставляет за фронтом ионизации канал с неравновесной нестационарной плазмой, концентрация электронов в которой непрерывно снижается. Если время развития стримера достаточно велико, неизбежно наступит момент, когда плазма у анода расплывется и проводящий участок канала за головкой оборвется в глубине промежутка. После этого усиление напряженности у головки, необходимое для поддержания ионизации, может обеспечиваться только за счет поляризации в электрическом поле разрядного промежутка  $E_0$  плазменного элемента, еще не потерявшего свою проводимость.

В первом достаточно грубом приближении кратность усиления поля можно оценить, решая задачу о поляризации проводника, радиус которого равен радиусу стримера, а длина  $l_u$  задается выражением (13). Результаты численного расчета, взятые из [29], удается описать эмпирическим выражением

$$\frac{E_r}{E_0} = 3 + 0,56 \left( \frac{l_u}{r_0} \right)^{0,92}. \quad (14)$$

справедливым при  $10 < l_u/r_c < 2000$ .

Формула (14) дает представление о напряженности у поверхности головки стримера; поле у конца плазменного элемента, обращенного к аноду, должно быть много слабее, поскольку там нет явно выраженной границы между проводником и диэлектриком, а заряд поляризации более или менее равномерно распределен по длине, сопоставимой с  $l_u$ . Более строгое описание картины электрического поля требует совместного анализа уравнений Пуассона и неразрывности тока с уравнениями, описывающими кинетику образования и убыли заряженных частиц в плазменном элементе. Процедура их численного расчета хорошо отработана. Однако получаемые результаты будут достоверны только при наличии надежных данных об основных константах элементарных процессов, многие из которых не опреде-

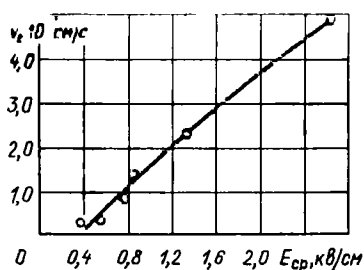


Рис. 5. Скорость стримеров в аргоне в зависимости от средней напряженности электрического поля в промежутке

лены пока с необходимой точностью в условиях, характерных для стримерной плазмы.

Целесообразно отметить ряд качественных аспектов рассматриваемой модели. Во-первых, она включает в себя все рациональные элементы квазиволновой модели и модели с проводящим каналом, но, в отличие от них, применима к различным газовым средам и распределениям электрического поля в разрядном промежутке. Во-вторых, ее использование снимает вопрос о механизме устойчивости униполярно заряженной сферы в квазиволновой модели. В-третьих, модель дает простое объяснение зависимости скорости стримеров в электроотрицательных газах от напряженности внешнего поля  $E_0$  и минимальной скорости, при достижении которой стример чрезвычайно быстро останавливается.

Действительно, из (13) и (14) следует, что кратность роста  $E_r$  будет опережать кратность роста  $E_0$ , поскольку любая интенсификация ионизационных процессов у головки обусловит удлинение  $l_n$ , а следовательно, и дополнительное увеличение  $E_r$ . Возникающий таким образом механизм положительной обратной связи приведет к большой крутизне кривой  $v_c(E_0)$ , которая хорошо известна по результатам измерения скорости стримеров в воздухе. Если же, напротив, в области слабого поля скорость стримера станет ниже скорости развала плазменного канала, длина проводящего элемента  $l_n$  начнет сокращаться и механизм, обратный описанному, быстро прервет дальнейшее развитие стримера. Очевидно, что минимальная скорость развития стримера должна зависеть от состава и концентрации электроотрицательного компонента среды разрядного промежутка, увеличиваясь по мере ее роста. Эксперимент подтверждает высказанное предположение. Если в воздухе минимальное значение скорости  $v_c$  близко к  $10^7$  см/с, то в аргоне и гелии удавалось наблюдать распространение стримеров со скоростью около  $10^6$  см/с [10].

Естественно, что в электроположительных газах значительно слабее выражена и зависимость  $v_c(E_0)$ . Из рис. 5, где приведены результаты измерения скорости стримеров в аргоне, видно, что в широком диапазоне значений средней напряженности электрического поля в разрядном промежутке ( $E_{cp}$ ) можно использовать линейную связь между  $v_c$  и  $E_{cp}$ . Даже в случае пятикратного перенапряжения на промежутке скорость стримеров не достигает здесь  $5 \cdot 10^7$  см/с, в то время как в воздухе при той же степени форсировки поля она должна была бы превысить  $10^9$  см/с.

Наконец, на основании проведенного анализа становится понятной достаточно высокая чувствительность средней напряженности по длине стримеров  $E_{cr}$  в электроотрицательной среде к любому воздействию на кинетику образования и развала отрицательных ионов.

В результате такого воздействия будет изменена длина плазменного элемента за головкой, а следовательно, и значение минимальной напряженности внешнего поля  $E_0$ , достаточной для поддержания стримерного процесса. В дополнение к уже приведенным данным о влиянии разогрева воздуха здесь можно указать на результаты [30], согласно которым значение  $E_{cr}$  изменяется от 4,6 до 5,6 кВ/см при изменении абсолютной влажности воздуха в пределах 3—15 г/м<sup>3</sup>, а также на приблизительно трехкратное снижение  $E_{cr}$  при замене воздуха техническим азотом с содержанием  $O_2$  около 1 %. Увеличение содержания кислорода в аргоне до 5 % приводило к росту средней напряженности по длине стримера в промежутке длиной 25 см от исходного значения 0,4 кВ/см до 1,75 кВ/см.

Тем не менее плазменная модель, как и предшествующие, не в состоянии объяснить два наиболее важных экспериментальных фактора, характеризующих стримеры в многометровых воздушных промежутках с резконеоднородным полем: неизменность средней напряженности по длине стримеров  $E_{cr}$  и их способность к продолжению развития при чрезвычайно низких значениях напряженности ( $E < 0,1$  кВ/см) в области разрядного промежутка, значительно удаленной от анода. Последнее связано с ограниченной протяженностью проводящего плазменного элемента за стримерной головкой. В нагретом воздухе при минимальной скорости стримера порядка  $10^7$  см/с согласно (13) длина  $l_n$  должна быть близкой к 1 см, а кратность усиления поля, оцененная по (14), при  $r_c \approx 0,01$  см не может превысить 50. Тем самым плазменная модель накладывает, казалось бы, излишне жесткое ограничение на напряженность электрического поля в месте остановки стримера, которая по порядку величины должна быть близкой к 1 кВ/см.

Однако, как показали эксперименты, движение длинного одиночного стримера в поле, более слабом, чем 1 кВ/см, происходит только в электроположительных газах. В электроотрицательном газе по мере развала плазмы в каналах первичных стримеров и восстановления электрического поля у анода создаются условия для последовательного старта новых стримерных образований. Их плазменные элементы, как бы выстраиваясь в цепочки и перекрывая таким образом значительную часть межэлектродного пространства, должны усилить электрическое поле в части промежутка, оставшейся свободной. Последовательный старт стримеров отчетливо фиксируется на фоторазвертках с большим временным разрешением; внешнее представление о картине

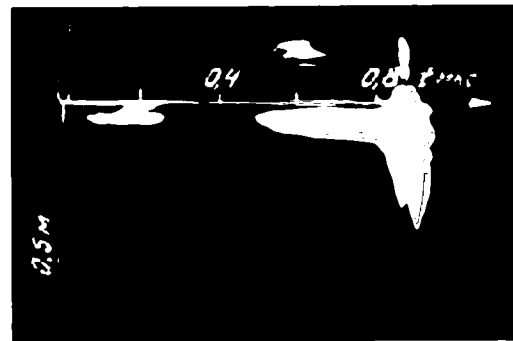


Рис. 6. К обоснованию коллективной модели развития стримеров

коллективного распространения стримеров дают электрограммы [31].

Фоторазвертка на рис. 6 позволяет убедиться в эффективности взаимного воздействия последовательно стартующих стримеров. Изображение получено через вертикальную щель, благодаря чему на пленке фиксировались стримеры, формирующиеся по близким траекториям. После старта начального стримера темп подъема напряжения на промежутке игла — плоскость резко замедляется на время около 0,2 мкс. Этим снижалась скорость и интенсивность свечения стримера, успевшего удалиться от анода примерно на 20 см. Когда крутизна импульса напряжения увеличивалась вновь, первичный стример не ускорялся до тех пор, пока к его головке не приближался очередной стример, стартовавший от анода. Если в силу случайных причин развитие этого вторичного стримера шло по существенно иной траектории, первичный стример останавливался полностью.

Таким образом, в электроотрицательных газах развитие стримеров в глубине разрядного промежутка с резконеоднородным распределением электрического поля нужно рассматривать как коллективный процесс. Его расчетная модель при оценке напряженности у стримерной головки должна учитывать не только усиление внешнего поля за счет поляризации плазменного элемента рассматриваемого стримера, но и непосредственный рост величины  $E_0$  в данной области промежутка благодаря суммарному воздействию всех одновременно развивающихся стримеров.

Количественное описание коллективной модели распространения стримеров сопряжено с рядом дополнительных трудностей. Наряду с описанием процессов у стримерной головки и в проводящем элементе канала непосредственно за головкой требуется рассмотреть восстановление электрического поля в распадающейся стримерной плазме, условия иницирования последующих стримеров, статистический характер процессов, определяющих их траектории. Для решения задачи в дополнение к исходным параметрам одиночных стримеров нужно будет ввести ряд обобщенных параметров, относящихся к стримерной зоне в целом и характеризующих ее геометрию и распределение плотности заполнения стримерами.

Хотя полученные экспериментальные данные еще не позволяют полностью перейти от предложенных на их основе качественных моделей к теоретическим расчетам характеристик стримерной зоны, они дают возможность определить основные тенденции изменения ее параметров в зависимости от состава и состояния среды в разрядном промежутке, его длины и временных параметров импульсов напряжения. Это уже сегодня значительно облегчает определение тех полуэмпирических соотношений для стримерной зоны, которые приходится вводить при оценке электрической прочности длинных промежутков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. — М.: Гостехиздат, 1950.
2. Петер Г. Электронные лавины и пробой в газах — М.: Мир, 1968.
3. Write I. K. A contribution to the theory of impulse corona and the long spark. — Proc. Roy. Soc., 1964, v. A280.
4. Даусон Д., Винн У. Модель распространения стримера. — В кн.: Петер Г. Электронные лавины и пробой в газах. — М.: Мир, 1968.
5. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. — М.: Атомиздат, 1975.
6. Омаров О. А., Рухадзе А. А. О проявлении плазменной стадии развития лавин при искровом пробое газов. — ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 3.
7. Бортник И. М., Кочетов И. И., Ульянов К. Н. Математическая модель лавинно-стримерного перехода. — ТВТ, т. 20, вып. 2.
8. Gibert A., Dupuy I. Filamentary stages of point to plane discharges in air and SF<sub>6</sub>. — VII-th Intern. Conf. on Gas Discharges and their Application. London, 1982.
9. Базелян Э. М., Гончаров В. А., Горюнов А. Ю. Безлидерный пробой в электроположительном газе. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 2.
10. Комельков В. С. Развитие электрического разряда в длинных промежутках. — Изв. АН СССР, ОН, 1950, № 6.
11. Электрический разряд в длинных воздушных промежутках со слабой неоднородностью электрического поля / Э. М. Базелян, М. В. Бурмистров, О. В. Волкова, В. И. Левитов. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 2.
12. Богданова Н. Б., Певчев Б. Г. Спектроскопические исследования факельного разряда при постоянном напряжении. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 4.
13. Spyrou N., Peyroux R., Gibert A. Measurements of neutral molecule temperatures in a point-to-plane corona discharge in air. — IV-th Intern. Symp. on High Voltage Engineering. Athens, 1983, N41.05.
14. Измерение коэффициента прилипания электронов к молекулам кислорода в воздухе / Г. Л. Кабанов, Ю. А. Медведев, Н. Н. Морозов и др. — ЖТФ, 1973, т. 43, вып. 6.
15. Базелян Э. М. Формирование тока положительного лидера в воздухе. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 3.
16. Смоляков В. Я. К вопросу о механизме продвижения положительного лидера в длинных искрах. — Изв. СО АН СССР, сер. техн. наук, 1981, вып. 1.
17. Базелян Э. М., Горюнов А. Ю. Лидерный процесс разряда в азоте при положительной полярности напряжения. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982, № 4.
18. Функция распределения электронов в смеси N<sub>2</sub>: O<sub>2</sub> = 4:1 / Н. Л. Александров, Ф. И. Высыкайло, Р. Ш. Исламов и др. ТВТ, 1981, т. 19, № 1.
19. Александров Н. Л. Разрушение ионов O<sub>2</sub> при столкновениях с молекулами. — ТВТ, 1980, т. 18, № 5.
20. Pack I. L., Phelps A. V. Electron Attachment and Detachment. I. Pure O<sub>2</sub> at Low Energy. — J. Chem. Phys., 1966, v. 44, N5.
21. Базелян Э. М., Горюнов А. Ю. Эффективный коэффициент прилипания электронов в условиях, характерных для стримерно-лидерного перехода в воздухе. — Тр. Всесоюз. совещ. по физике эл. пробоя газов. — Тарту, 1984.
22. Thomas I. B., Wong E. Experimental study of dc corona at high temperatures and pressures. — J. Appl. Phys., 1958, v. 29, N8.
23. Александров Д. С., Базелян Э. М., Бекжанов Б. И. Положительная длинная искра в нагретом воздухе. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, № 2.
24. Park I., Cones H. Surge voltage breakdown of air in a nonuniform field. — J. Res. Nat. Bureau Standards, 1956, v. 56, N4.
25. Gallimberti L. A computer model for streamer propagation. — J. Phys. D: Appl. Phys., 1972, v. 5.
26. Энгель А. Ионизованные газы. М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959.
27. Marode E. The mechanism of spark breakdown in air at atmospheric pressure between a positive point and plane. — J. Appl. Phys., 1975, v. 46, N5.
28. Гайворонский А. С., Ражанский И. М. Расчетная модель распространения стримера в воздухе. — Тр. / Всесоюз. совещ. по физике эл. пробоя газов. — Тарту, 1984.
29. Колечицкий Е. С. Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
30. Андрианова Р. Л., Богданова Н. Б. Влияние влажности воздуха на среднюю напряженность электрического поля в стримерной зоне. — В кн.: Электрический пробой воздушной изоляции. Сб. науч. тр. / ЭНИН им. Г. М. Кржижановского. М.: 1982.
31. Применение электрографии для исследования объемного заряда в длинных воздушных промежутках / И. П. Белоедова, А. В. Иванов, Е. С. Колечицкий, В. П. Ларионов. — Электричество, 1980, № 2.

# Первичное магнитное поле в зазоре статора линейного асинхронного двигателя

МАМЕДШАХОВ М. Э., НЕЖИНСКАЯ М. М., НИКОЛАЕВА Н. С., ТОЗОНИ О. В.

В [1] сформулированы условия, при которых поле в зазоре зубчатого магнитопровода совпадает с полем в зазоре эквивалентного гладкого магнитопровода. В [2] предложена новая модификация метода зеркальных изображений (МЗИ) для аналитического расчета поля в зазоре ограниченного гладкого магнитопровода. Применим указанные результаты для разработки аналитического метода расчета первичного магнитного поля в зазоре ненасыщенного шихтованного статора ЛАД.

Аналитический метод сводит расчет первичного поля к вычислению формул для компонент индукции. Последние выражаются в виде явных функций от конструктивных параметров статора: длины  $L$  и ширины  $l$  магнитопроводов, размера  $2g$  рабочего зазора, ширины пазов  $2d$  и зубцовых делений  $\tau$  статора, а также от значений токов  $I_{\alpha}$  во всех пазах.

Главным достоинством аналитического метода являются его высокая точность и явная зависимость рабочих характеристик ЛАД от всех перечисленных конструктивных параметров, содержащаяся в аналитически выведенных формулах. Раскрывая эту зависимость с помощью ЭВМ и используя инженерную интуицию, конструктор-проектировщик ЛАД может, не прибегая к физическому моделированию, организовать направленный поиск оптимальной конструкции, удовлетворяющий всем техническим требованиям.

Магнитопроводы статора ЛАД и намагничивающие токи в них симметричны относительно плоскости, совпадающей с проводящей полосой ротора. Каждый из магнитопроводов имеет свою обмотку, уложенную в  $N$  пазов. При замене зубчатого магнитопровода эквивалентным гладким ток в каждом пазу заменяют пленкой тока поверхностной плотности  $J$ , сечение которой совпадает с линией раскрыва паза. Для упрощения формул каждую такую пленку заменяют  $2n$  параллельными нитями тока  $I_{\alpha}$  [1]. Следовательно, все токораспределение гладкого статора представляют в виде  $2nN$  пар параллельных нитей, симметрично расположенных на противоположающихся границах зазора.

**Магнитное поле нити тока.** Совместим координатную плоскость  $\xi=0$  с плоскостью симметрии статора (рис. 1), направив ось  $x$  вдоль его движения, ось  $\eta$  — поперек.

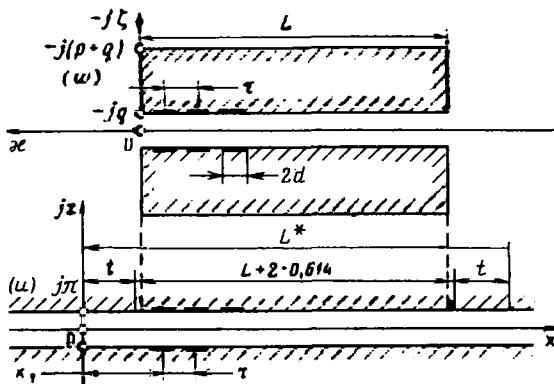


Рис. 1. Расчетная модель магнитопровода ЛАД

Подобно этому расположим систему координат в зазоре эквивалентного статору неограниченного магнитопровода. Совместим плоскость  $z=0$  с плоскостью симметрии магнитопровода, направив ось  $x$  вдоль его движения, ось  $y$  — поперек. Обмотка статора ЛАД имеет лобовые части. Как показано в [2], при этом поле в зазоре статора будет плоскопараллельным и созданная одной нитью тока составляющая компонентов его индукции будет выражаться формулами (25), (26) из [2].

В отличие от магнитопровода, рассмотренного в [2], первичные источники поля в статоре ЛАД расположены попарно-симметрично на границах зазора, поэтому символы, входящие в (25), (26), в нашем случае будут означать:

$$I(M) = 2I_{\alpha}; \quad z_{mi} = 2m - 1 - (-1)^i \frac{z_0}{g}; \quad i = 1, 2;$$

$$x_{\nu\lambda} = \frac{2\nu L^* - (-1)^\lambda b - x_0}{g}; \quad x_{1,2} = 0; \quad \lambda = 1, 2;$$

$$r_{mi\nu\lambda}^2 = x_{\nu\lambda}^2 + z_{mi}^2, \quad z_0 = 0; \quad r_{01,2} = 0,$$

где  $b$  — координата  $x_{\alpha j}$  нити тока, отсчитываемая в неограниченном зазоре (на плоскости  $u = x + jz$ ) от вертикальной непроводящей плоской стенки [2]. При этом выражения для компонент составляющей индукции, созданной в зазоре статора ЛАД одной парой нитей тока  $I_{\alpha}$ , примут вид:

$$\Delta B_{xi}^0(Q) = -\frac{\partial \Delta A_y^0}{\partial z_Q} = \frac{\mu_0 I_{\alpha}}{\pi g} (-1)^i \times \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^\lambda \frac{z_{mi}}{x_{\nu\lambda}^2 + z_{mi}^2}; \quad (1)$$

$$\Delta B_{xi}^0(Q) = \frac{\partial \Delta A_y^0}{\partial x_Q} = \frac{-\mu_0 I_{\alpha}}{\pi g} \times \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^\lambda \frac{x_{\nu\lambda}}{x_{\nu\lambda}^2 + z_{mi}^2}. \quad (2)$$

Ряды в формулах (1), (2) сходятся, однако их вычисление требует больших затрат машинного времени и не гарантирует необходимой точности.

**Приближенное суммирование рядов.** Чтобы уменьшить машинное время и обеспечить заданную точность, заменим выражения (1), (2) приближенными, применив следующий прием.

Сумму членов сходящегося ряда  $\sum_{m=1}^{\infty} f(m)$  можно изобразить графически в виде заштрихованной площади, ограниченной осями координат и ступенчатой ломаной линией (рис. 2). Из рис. 2 видно, что эта площадь меньше площади кривой, касающейся внешних углов ломаной, и больше площади кривой, касающейся внутренних углов ломаной. Приближенно можно считать, что сумма ряда равна полусумме площадей этих кривых, но площади кривых выражаются интегралами:

$$S_B = \int_0^{\infty} f(x) dx, \quad S_H = \int_0^{\infty} f(x) dx$$

и, вообще, площадь остатка ряда, начиная от  $(q+1)$ -го члена, равна:

$$\sum_{m=q+1}^{\infty} f(m) \approx \frac{1}{2} \left[ \int_q^{\infty} f(x) dx + \int_{q+1}^{\infty} f(x) dx \right], \quad (3)$$

следовательно, можно написать:

$$\sum_{m=1}^{\infty} f(m) = \sum_{m=1}^q f(m) + \frac{1}{2} \left[ \int_q^{\infty} f(x) dx + \int_{q+1}^{\infty} f(x) dx \right] + \varepsilon(q), \quad (4)$$

где  $\varepsilon(q)$  — погрешность замены остатка ряда (3) суммой интегралов.

Оценим величину  $\varepsilon(q)$ . Из (4) следует, что

$$\varepsilon(q) = \frac{1}{2} \left\{ \int_q^{\infty} f(x) dx - \sum_{m=q}^{\infty} f(m+1) + \int_{q+1}^{\infty} f(x) dx - \sum_{m=q}^{\infty} f(m+1) \right\}. \quad (5)$$

Разобьем каждый интеграл в (5) на сумму интегралов по участкам от  $m$  до  $m+1$  и подставим их в (5). Объединив члены с одинаковыми  $m$ , получим

$$\varepsilon(q) = \frac{1}{2} \sum_{m=q}^{\infty} \left\{ \int_m^{m+1} f(x) dx - f(m+1) - \left[ f(m+1) - \int_{m+1}^{m+2} f(x) dx \right] \right\}. \quad (6)$$

Из рис. 2 видно, что огибающая монотонно сходящегося ряда обладает отрицательной кривизной, вследствие чего справедливы неравенства:

$$\left\{ \begin{aligned} \int_m^{m+1} f(x) dx - f(m+1) &< \frac{f(m) - f(m+1)}{2}; \\ f(m+1) - \int_{m+1}^{m+2} f(x) dx &> \frac{f(m+1) - f(m+2)}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Заменив каждое слагаемое ряда (6) правыми частями неравенств (7), увеличим сумму ряда, следовательно,

$$\varepsilon(q) < \frac{1}{4} \sum_{m=q}^{\infty} [f(m) - 2f(m+1) + f(m+2)]. \quad (8)$$

Раскрыв знак суммы в (8) и сократив члены, получим

$$\varepsilon(q) < \frac{f(q) - f(q+1)}{4}. \quad (9)$$

Следовательно, погрешность формулы (4) меньше четвертой части разности последнего оставленного и первого замененного членов ряда.

Преобразование формул для поля одной нити тока. Применим (4) для вычисления бесконечных рядов в формулах для индукции (1, 2):

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{z_{m\lambda}}{x_{v\lambda}^2 + z_{m\lambda}^2} = \sum_{m=1}^q \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{z_{m\lambda}}{x_{v\lambda}^2 + z_{m\lambda}^2} - \frac{1}{8} \ln \frac{(x_{v2}^2 + z_{q1}^2)(x_{v2}^2 + z_{(q+1)1}^2)}{(x_{v1}^2 + z_{q1}^2)(x_{v1}^2 + z_{(q+1)1}^2)} + \varepsilon(q); \quad (10)$$

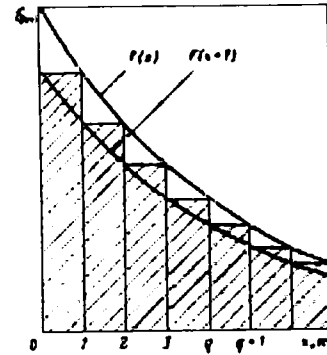


Рис. 2. Приближенное суммирование рядов

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{x_{\lambda v}}{x_{v\lambda}^2 + z_{m\lambda}^2} &= \sum_{m=1}^q \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{x_{\lambda v}}{x_{v\lambda}^2 + z_{m\lambda}^2} - \\ &- \frac{1}{4} \left( \arctg \frac{z_{q1}}{x_{v2}} - \arctg \frac{z_{q1}}{x_{v1}} + \arctg \frac{z_{(q+1)1}}{x_{v2}} - \right. \\ &\left. - \arctg \frac{z_{(q+1)1}}{x_{v1}} \right) + \varepsilon(q). \end{aligned} \quad (11)$$

Задаваясь допустимой погрешностью  $\varepsilon$ , найдем величину  $q$ . Нас интересует индукция  $B_z$  на плоскости ( $z=0$ ). Наибольшее значение составляющей  $\delta B_z = \frac{x_{v1}}{x_{v1}^2 + z_{m1}^2}$ , очевидно, будет при  $v=0$ ,  $m=1$  и  $x_q = x_{qm}$ ,

где  $x_{qm}$  определится из условия

$$\frac{\partial}{\partial x_q} \delta B_{zi}(x_{qm}) = \frac{1}{g r^2} \left[ -1 + \frac{2}{r^2} \left( \frac{b - x_{qm}}{g} \right)^2 \right] = 0, \quad (12)$$

где  $r^2 = x_{v1}^2 + z_{11}^2$ .

Полагая  $z_q = 0$ , из (12) найдем

$$b - x_q = g,$$

следовательно,

$$\delta B_{zi \max} = \frac{1}{2}; \quad \delta B_z \max = 1;$$

$$f(q) = \frac{1}{1 + (2q-1)^2}; \quad f(q+1) = \frac{1}{1 + (2q+1)^2};$$

$$\varepsilon(q) = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{1 + (2q-1)^2} - \frac{1}{1 + (2q+1)^2} \right] = \frac{q}{2(1 + 4q^4)}.$$

Взяв  $q=4$  и  $q=5$ , получим

$$\varepsilon(4) = \frac{4}{2050} < \frac{2}{1000} = 0,2\% \delta B_z \max;$$

$$\varepsilon(5) = \frac{5}{5002} < \frac{1}{1000} = 0,1\% \delta B_z \max.$$

Из (1), (2) видно, что с ростом  $x$  погрешность  $\varepsilon_x(q)$  будет уменьшаться. Найдем такое  $x$ , начиная с которого замена остатка ряда по  $m$  при  $q=1$  интегралом не превысит допустимой погрешности ( $\varepsilon=0,001$ ):

$$\begin{aligned} f(1) &= \frac{1}{x^2 + 1}; \quad f(2) = \frac{x}{x^2 + 9}; \quad \varepsilon_x(1) = \frac{1}{4} \left( \frac{x}{x^2 + 1} - \frac{x}{x^2 + 9} \right) = \\ &= \frac{2x}{x^4 + 10x^2 + 9}. \end{aligned}$$

Взяв  $x=12$  и  $x=13$ , получим:

$$\varepsilon_{12}(1) = 0,00108; \quad \varepsilon_{13}(1) = 0,000835 < 0,001.$$



Таким образом, для точек  $x_Q$ , удаленных от нити тока на расстояние, большее  $13g$ , можно принять  $q=1$  и остаток бесконечного ряда по  $m$ , кроме первого члена ( $m=1$ ), заменить интегралом, т. е. при  $|x_{v\lambda}| \gg 13g$ :

$$\left. \begin{aligned} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{z_{mi}}{x_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2} &\approx \frac{z_{1i}}{x_{v1}^2 + z_{1i}^2} - \frac{z_{2i}}{x_{v2}^2 + z_{2i}^2} + \\ &+ \frac{1}{8} \ln \frac{(x_{v2}^2 + z_{1i}^2)(x_{v2}^2 + z_{2i}^2)}{(x_{v1}^2 + z_{1i}^2)(x_{v1}^2 + z_{2i}^2)}; \\ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{x_{v\lambda}}{x_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2} &\approx \frac{x_{v2}}{x_{v2}^2 + z_{1i}^2} - \frac{x_{v1}}{x_{v1}^2 + z_{1i}^2} - \\ - \frac{1}{4} \sum_{m=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \arctg \frac{z_{mi}}{x_{v\lambda}}. \end{aligned} \right\} (13)$$

**Первичное поле в неограниченном зазоре.** Статор ЛАД симметричен относительно плоскости  $x = L^*/2$ , вследствие этого магнитное поле в точке  $Q^*$  ( $L^* - x_Q, z_Q$ ), созданное осью тока  $I$ , проходящей через точку  $M^* \times (x_{M^*} = L^* - b, z_{M^*} = \pm g)$ , будем таким же, как поле в точке  $Q$  ( $x_Q, z_Q$ ), созданное осью того же тока  $I$ , проходящей через точку  $M$  ( $x_M = b, z_M = \pm g$ ).

Следовательно, для расчета первичного поля в зазоре статора ЛАД достаточно иметь выражения для компонент индукции, созданной токами в пазах только одной половины ( $0 < b < \frac{L^*}{2}$ ) статора. Учет симметрии ста-

тора относительно плоскости  $x = \frac{L^*}{2}$  не только уменьшает объем вычислений, но и упрощает выражения для компонент индукции. Действительно, поскольку  $\frac{L^*}{2} \gg 13g$ , то при расчете индукции, созданной токами только одной половины ( $b \leq \frac{L^*}{2}$ ) пазов статора, все значения  $x_v$  (кроме  $x_0$ ), входящие в формулы (13) и (14), будут удовлетворять неравенству  $x_v \gg 13g$  ( $v \neq 0$ ). Следовательно, в (10) и (11) только для крайних пазов с одной стороны статора потребуется принять  $q > 1$ .

Перейдем теперь к преобразованию внешних сумм (по  $v$ ) в формулах (1) и (2). Обозначим:

$$\delta B_{x_{vi}} = - \sum_{m=1}^q \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{z_{mi}}{x_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2} + \frac{1}{8} \ln \times \\ \times \frac{(x_{v2}^2 + z_{1i}^2)(x_{v2}^2 + z_{2i}^2)}{(x_{v1}^2 + z_{1i}^2)(x_{v1}^2 + z_{2i}^2)}; \quad (15)$$

$$\delta B_{z_{vi}} = - \sum_{m=1}^q \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{x_{v\lambda}}{x_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2} + \frac{1}{4} \sum_{m=q}^{q+1} \sum_{v=1}^2 \times \\ \times (-1)^{\lambda} \arctg \frac{z_{mi}}{x_{v\lambda}} \quad (16)$$

и выделим эти члены из сумм (по  $v$ ).

Положив

$$x_{-v\lambda} = \frac{-2vL^* - (-1)^{\lambda}b - x_Q}{g} = \tilde{x}_{v\lambda}; \quad \delta B_{z_{(-v)i}} = \delta \tilde{B}_{z_{vi}},$$

можем написать:

$$\sum_{v=-\infty}^{\infty} \delta B_{x_{vi}} = \delta B_{x_{0i}} + \sum_{v=1}^{\infty} \delta B_{x_{vi}} + \sum_{v=1}^{\infty} \delta \tilde{B}_{x_{vi}}; \quad (17)$$

$$\sum_{v=-\infty}^{\infty} \delta B_{z_{vi}} = \delta B_{z_{0i}} + \sum_{v=1}^{\infty} \delta B_{z_{vi}} + \sum_{v=1}^{\infty} \delta \tilde{B}_{z_{vi}}. \quad (18)$$

Применим формулу (4) для преобразования суммы  $\sum_{v=1}^{\infty} \delta B_{x_{vi}}$ .

Вычислив интегралы, получим]

$$\sum_{v=1}^{\infty} \delta B_{x_{vi}} = \sum_{v=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{z_{1i}}{x_{1\lambda}^2 + z_{1i}^2} - \frac{1}{8} \ln \times \\ \times \frac{(x_{12}^2 + z_{1i}^2)(x_{12}^2 + z_{2i}^2)}{(x_{11}^2 + z_{1i}^2)(x_{11}^2 + z_{2i}^2)} - \frac{g}{4L^*} \left[ \left( \frac{z_{1i}}{2} - 1 \right) \sum_{v=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 \times \right. \\ \times (-1)^{\lambda} \arctg \frac{x_{v\lambda}}{z_{1i}} + \frac{z_{2i}}{2} \sum_{v=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \arctg \frac{x_{v\lambda}}{z_{2i}} \left. \right] + \\ + \frac{g}{16L^*} \sum_{m=1}^2 \sum_{v=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} x_{v\lambda} \ln (x_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2). \quad (19)$$

Заменяя в (19)  $x_v$  на  $\tilde{x}_v$ , получим выражение для вычисления суммы  $\sum_{v=1}^{\infty} \delta \tilde{B}_{x_{vi}}$ . Применим формулу (4) для

преобразования суммы  $\sum_{v=1}^{\infty} \delta \tilde{B}_{z_{vi}}$ . Вычислив интегралы, получим

$$\sum_{v=1}^{\infty} \delta B_{z_{vi}} = - \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} \frac{x_{1\lambda}}{x_{1\lambda}^2 + z_{1i}^2} + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^2 \sum_{v=1}^2 \times \\ \times (-1)^{\lambda} \arctg \frac{z_{mi}}{x_{1\lambda}} + \frac{g}{16L^*} \left[ (z_{1i} - 1) \ln \times \right. \\ \times \frac{(x_{11}^2 + z_{1i}^2)(x_{21}^2 + z_{1i}^2)}{(x_{12}^2 + z_{1i}^2)(x_{22}^2 + z_{1i}^2)} + z_{2i} \ln \frac{(x_{11}^2 + z_{2i}^2)(x_{21}^2 + z_{2i}^2)}{(x_{12}^2 + z_{2i}^2)(x_{22}^2 + z_{2i}^2)} \left. \right] - \\ - \frac{g}{16L^*} \sum_{m=1}^2 \sum_{v=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda} x_{v\lambda} \arctg \frac{z_{mi}}{x_{v\lambda}}. \quad (20)$$

Заменяя в (20)  $x_v$  на  $\tilde{x}_v$ , получим выражение для вычисления суммы  $\sum_{v=1}^{\infty} \delta \tilde{B}_{z_{vi}}$ . Оценим относительные значения слагаемых в (19) и (20). При  $L^* > 100g$ ,  $z_{1i} \approx 1$ ,  $z_{2i} \approx 3$

$$x_{11\min} = \frac{2L^* + 0,5L^* - x_Q}{g} > 150; \quad x_{12\min} = \\ = \frac{2L^* - 0,5L^* - x_Q}{g} > 50.$$

Подставив эти значения в слагаемое, заключенное в квадратные скобки выражения (19), найдем, что оно не превышает 0,00018 и, значит, пренебрежимо мало. Таким образом найдем, что последнее слагаемое выражения (20) меньше 0,000002 и также пренебрежимо мало. Подставив оставшиеся члены выражений (19) и (20), а также выражения (15), (16) в (17) и (18), получим доста-

точно точные формулы для вычисления компонентов индукции первичного магнитного поля в неограниченном зазоре:

$$\Delta B_{xi}^0(Q) = -\frac{\mu_0 I}{\pi g} (-1)^i \left\{ \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda-1} \left[ \sum_{m=1}^q \frac{z_{mi}}{x_{0\lambda}^2 + z_{mi}^2} + \frac{z_{1i}}{x_{1\lambda}^2 + z_{1i}^2} + \frac{z_{2i}}{x_{2\lambda}^2 + z_{2i}^2} \right] + \frac{g}{32L^*} \sum_{m=1}^2 \sum_{v=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^\lambda [x_{v\lambda} \ln \times \right. \\ \times (x_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2) + \tilde{x}_{v\lambda} \ln (\tilde{x}_{v\lambda}^2 + z_{mi}^2)] + \frac{1}{8} \ln \times \\ \times \frac{(x_{02}^2 + z_{gi}^2)(x_{02}^2 + z_{(v+1)i}^2)(x_{12}^2 + z_{1i}^2)(x_{22}^2 + z_{2i}^2) \times}{(x_{01}^2 + z_{gi}^2)(x_{01}^2 + z_{(q+1)i}^2)(x_{11}^2 + z_{1i}^2)(x_{21}^2 + z_{2i}^2) \times} \\ \left. - \frac{\times (\tilde{x}_{12}^2 + z_{1i}^2)(\tilde{x}_{12}^2 + z_{2i}^2)}{\times (\tilde{x}_{11}^2 + z_{1i}^2)(\tilde{x}_{11}^2 + z_{2i}^2)} \right\}; \quad (21)$$

$$\Delta B_{xi}^0(Q) = \frac{\mu_0 I}{\pi g} \left\{ \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^{\lambda-1} \left[ \sum_{m=1}^q \frac{x_{0\lambda}}{x_{0\lambda}^2 + z_{mi}^2} + \frac{x_{1\lambda}}{x_{1\lambda}^2 + z_{1i}^2} + \frac{\tilde{x}_{1\lambda}}{\tilde{x}_{1\lambda}^2 + z_{1i}^2} \right] + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 (-1)^\lambda (\arctg \frac{z_{(q-1+m)i}}{x_{0\lambda}} + \right. \\ \left. + \arctg \frac{z_{mi}}{x_{1\lambda}} + \arctg \frac{z_{mi}}{\tilde{x}_{1\lambda}}) + \frac{g(z_{1i} - 4)}{32L^*} \ln \times \right. \\ \times \frac{(x_{11}^2 + z_{2i}^2)(x_{21}^2 + z_{1i}^2)(\tilde{x}_{11}^2 + z_{1i}^2)(\tilde{x}_{21}^2 + z_{2i}^2)}{(x_{12}^2 + z_{2i}^2)(x_{22}^2 + z_{1i}^2)(\tilde{x}_{12}^2 + z_{2i}^2)(\tilde{x}_{22}^2 + z_{1i}^2)} + \frac{gz_{2i}}{32L^*} \ln \times \\ \left. \times \frac{(x_{11}^2 + z_{2i}^2)(x_{21}^2 + z_{1i}^2)(\tilde{x}_{11}^2 + z_{2i}^2)(\tilde{x}_{21}^2 + z_{2i}^2)}{(x_{12}^2 + z_{2i}^2)(x_{22}^2 + z_{2i}^2)(\tilde{x}_{12}^2 + z_{2i}^2)(\tilde{x}_{22}^2 + z_{2i}^2)} \right\}. \quad (22)$$

Имея формулы (21) и (22) для составляющих индукции, созданной в неограниченном зазоре одной нитью тока  $I=1A$ , нетрудно записать выражения для компонент результирующего поля, созданного всем токораспределением активного слоя статора. Они имеют вид:

$$B_{xi}^0(Q) = -\frac{\partial A_y^0}{\partial z_Q} = \sum_{\alpha=1}^{N/2} \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^2 \sum_{i=1}^2 |I_{j\alpha}| \Delta B_{x\alpha ji}^0(Q) + \\ + I_{j(N-\alpha)} \Delta B_{x\alpha jti}^0(L^* - Q); \quad (23)$$

$$B_{xi}^0(Q) = \frac{\partial A_y^0}{\partial x_Q} = \sum_{\alpha=1}^{N/2} \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^2 \sum_{\lambda=1}^2 |I_{j\alpha}| \Delta B_{x\alpha t\lambda i}^0(Q) + \\ + I_{j(N-\alpha)} \Delta B_{x\alpha t\lambda i}^0(L^* - Q). \quad (24)$$

Здесь  $\Delta B_{x\alpha jti}^0$  выражаются формулами (21) и (22), в ко-

торые вместо  $x_{v\lambda}$  следует подставить значения

$$x_{v\alpha j\lambda} = \frac{2vL^* - (-1)^\lambda x_{\alpha jt} - x_Q}{g},$$

где  $L^* = L + 2g \left( t - \frac{0.614}{\pi} \right)$ ; значение  $t \approx 3$  определено в [2];

$$x_{\alpha jt} = g \left( t + \frac{0.614}{\pi} \right) + \alpha\tau - d + (-1)^t \frac{\omega - 0.5}{\pi} d;$$

$2d$  — ширина паза;  $\tau$  — зубцовое деление статора;  $I_{j\alpha} = I_j^0 \dot{I}_\alpha$ , где  $\dot{I}_\alpha$  — комплекс тока в пазу номера  $\alpha$ , а значение  $I_j^0$  определено формулой (30) в [1].

Первичное поле в рабочем зазоре и в окрестности торцов статора ЛАД. В [2] было показано, что расчет пер-

вичного магнитного поля в рабочем зазоре и окрестности торцов реального магнитопровода (статора ЛАД) следует проводить в два этапа: вычислить значения компонент индукции в неограниченном зазоре (на плоскости  $u$ ) в точках с координатами  $u_Q = x_Q + jz_Q$  по (23), (24), полученным в данной статье, затем по алгоритму, приведенному в [2] после формулы (26), пересчитать эти значения (на плоскости  $w$ ) в интересующие нас точки с координатами  $w_Q = x_Q + jz_Q$  окрестности реального статора. Для этого надо найти соответствие точек  $u_Q$  и  $w_Q$  при помощи конформного отображения:

$$w(u) = \frac{g}{\pi} \left[ \frac{a+1}{\sqrt{a}} \operatorname{arth} R + \frac{a-1}{\sqrt{a}} \frac{R}{1-R^2} + \ln \frac{R\sqrt{a}-1}{R\sqrt{a}+1} \right], \quad (25)$$

$$\text{где } R = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{e^g} u + 1}{\frac{\pi}{e^g} u + a}}; a = 2k^2 - 1 + 2k\sqrt{k^2 - 1}; k =$$

$= 1 + p/g$ , затем с помощью производной

$$w'(u) = \frac{g}{\pi} \sqrt{\frac{\left(\frac{\pi}{e^g} u + 1\right) \left(\frac{\pi}{e^g} u + a\right)}{a}} \quad (26)$$

по формуле

$$B_x(w_Q) + jB_z(w_Q) = \frac{1}{|w'(u_Q)|^2} \left\{ \frac{\partial x}{\partial x_Q} B_x^0(u_Q) + \right. \\ \left. + \frac{\partial z}{\partial x_Q} B_z^0(u_Q) + j \left[ \frac{\partial x}{\partial x_Q} B_x^0(u_Q) - \frac{\partial z}{\partial x_Q} B_z^0(u_Q) \right] \right\}, \quad (27)$$

где  $\frac{\partial x}{\partial x_Q} \operatorname{Re} w'(u_Q)$ ;  $\frac{\partial z}{\partial x_Q} = \operatorname{Im} w'(u_Q)$ .

вычислить компоненты индукции в окрестности торцов реального статора. При этом следует учесть, что начало координат и направление координатной оси  $x$  на плоскости  $u$  (рис. 1) не совпадают с принятыми при выводе формул (25), (26), поэтому прежде чем пользоваться конформным отображением (25), надо сделать преобразованные координат, заменив в формулах (25), (26) значения  $z$  на  $(-z)$  и  $x$  на  $(x - t - 0.614)$ .

Первичное поле лобовых частей обмотки статора. Для вычисления поля применим модификацию МЗИ, предложенную в [2]. Боковая поверхность статора со стороны лобовых частей представляет собой прямоугольный участок плоскости размерами  $L \times 2(p+g)$ , разрезанный пополам рабочим зазором шириной  $2g$ . Пренебрежем влиянием зазора и торцевых частей поверхности статора и дополним этот участок до бесконечной плоскости, введя с двух сторон опоясывающий слой шириной  $t$  и с двух других (торцевых) сторон продлив его неограниченно (рис. 3). Чтобы определить ширину слоя  $t$ , конформно отобразим внешние участки ( $\xi = \text{const}$ ) поверхности магнитопроводов на бесконечную полуплоскость. Отображающая функция, переводящая точки  $u = \pm p_1$  в точки  $w = \pm p_1$ , где  $p_1 = p + g$ , имеет вид

$$w(u) = p_1 - j \frac{2}{\pi} p_1 \left( \frac{u \mid \sqrt{u^2 - p_1^2}}{p_1^2} - \right. \\ \left. - \ln \frac{u + \sqrt{u^2 - p_1^2}}{p_1} \right) \quad (28)$$

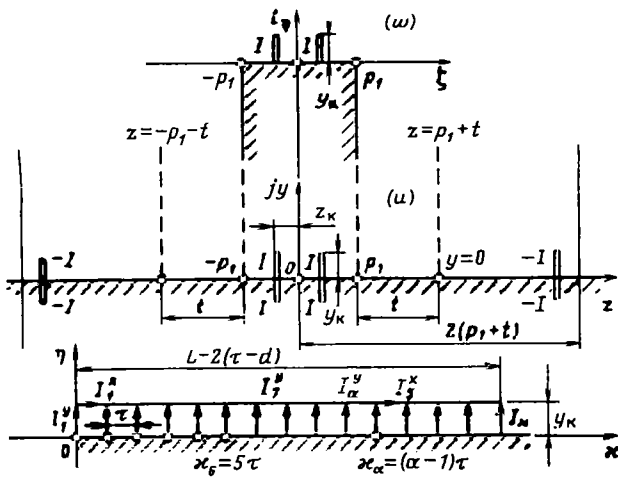


Рис. 3. Расчетная модель лобовых частей обмотки статора

(при  $x < -p_1 \sqrt{u^2 - p_1^2} < 0$ ),  $u = z + jy$ ,  $w = \zeta + j\eta$ .

Подобрав такое  $u$ , при котором  $\text{Im } w(u) = \frac{l}{2}$ , найдем ширину  $t$  опоясывающего слоя. Так, при  $l = 5 p_1$ ,  $u = 2,45 p_1$  имеем  $w(2,45 p_1) \approx p_1 - j \frac{l}{2}$ , откуда  $t = 2,45 p_1 - p_1 = 1,45 p_1$ . Совместим координатные плоскости:  $z = 0$  — с плоскостью симметрии рабочего зазора;  $y = 0$  — с боковой стороной статора и  $x = 0$  — с плоскостью, проходящей через оси двух крайних пазов.

Результирующее магнитное поле статора в окрестности лобовых частей обмоток в соответствии с МЗИ будет мало отличаться от магнитного поля, созданного в однородной неограниченной среде токами лобовых частей обмоток и их зеркальными изображениями: в плоскости  $y = 0$  — четная симметрия, в плоскостях  $z = \pm(p_1 + t)$  — нечетная симметрия.

Определим векторный потенциал токов, протекающих в лобовой части обмотки (рис. 3). Представим его в виде суммы составляющих

$$\bar{A}(Q) = \bar{I}_x \sum_{s=1}^{N-1} \Delta A_x^s + \bar{I}_y \sum_{\alpha=1}^N \Delta A_y^\alpha(Q). \quad (29)$$

где  $\Delta A_y^\alpha$  — составляющая, созданная током  $I_y^\alpha$  части витка, выступающего из паза;  $\Delta A_x^s$  — составляющая, созданная током части обмотки, соединяющей соседние пазы;

$$\begin{aligned} \Delta A_y^\alpha(Q) &= \frac{\mu_0 I_y^\alpha}{4\pi} \int_0^{y_K} \frac{dy_M}{\sqrt{(y_M - y_Q)^2 + a_\alpha^2}} = \\ &= \frac{\mu_0 I_y^\alpha}{4\pi} \ln \frac{y_K - y_Q + \sqrt{(y_K - y_Q)^2 + a_\alpha^2}}{-y_Q + \sqrt{y_Q^2 + a_\alpha^2}}, \end{aligned} \quad (30)$$

где  $a_\alpha^2 = [(\alpha - 1)\tau - x_Q]^2 + (z_K - z_Q)^2$ ,

$$\begin{aligned} \Delta A_x^s(Q) &= \frac{\mu_0 I_x^s}{4\pi} \int_{x_s}^{x_{s+1}} \frac{dx_M}{\sqrt{(x_M - x_Q)^2 + c^2}} = \\ &= \frac{\mu_0 I_x^s}{4\pi} \ln \frac{x_s + \tau - x_Q + \sqrt{(x_s + \tau - x_Q)^2 + c^2}}{x_s - x_Q + \sqrt{(x_s - x_Q)^2 + c^2}}, \end{aligned} \quad (31)$$

где  $c^2 = (y_K - y_Q)^2 + (z_K - z_Q)^2$ ;  $x_s = (s - 1)\tau$ ;  $y_K$  и  $z_K$  —

координаты конца части витка, выступающего из па-

за;  $I_x^s = \sum_{\alpha=1}^N I_y^\alpha$ .

Подставив выражения (30) и (31) в (29), получим формулу для векторного потенциала магнитного поля, созданного токами, протекающими в лобовой части обмотки одного магнитопровода:

$$\begin{aligned} \bar{A}(Q) &= \bar{I}_x \sum_{s=1}^{N-1} \frac{\mu_0}{4\pi} \times \\ &\times I_x^s \ln \frac{s\tau - x_Q + \sqrt{(s\tau - x_Q)^2 + c^2}}{(s-1)\tau - x_Q + \sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c^2}} + \\ &+ \bar{I}_y \sum_{\alpha=1}^N \frac{\mu_0}{4\pi} I_y^\alpha \ln \frac{y_K - y_Q + \sqrt{(y_K - y_Q)^2 + a_\alpha^2}}{-y_Q + \sqrt{y_Q^2 + a_\alpha^2}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Результирующий векторный потенциал поля токов в лобовой части обмоток двух магнитопроводов и их изображений в плоскости  $y = 0$  определится выражением

$$\begin{aligned} \bar{A}(Q) &= \bar{I}_x \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{s=1}^{N-1} I_x^s \sum_{\theta=1}^2 \ln \times \\ &\times \frac{s\tau - x_Q + \sqrt{(s\tau - x_Q)^2 + c_\theta^2}}{(s-1)\tau - x_Q + \sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c_\theta^2}} + \\ &+ \bar{I}_y \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\alpha=1}^N I_y^\alpha \sum_{\theta=1}^2 \ln \frac{\sqrt{(y_K - y_Q)^2 + a_{\alpha\theta}^2} + y_K - y_Q}{\sqrt{(y_K + y_Q)^2 + a_{\alpha\theta}^2} - y_K - y_Q}, \end{aligned}$$

где  $a_{\alpha\theta}^2 = [(\alpha - 1)\tau - x_Q]^2 + z_\theta^2$ ;  $z_\theta = z_Q + (-1)^\theta z_K$ ;  $c_1^2 = (y_K - y_Q)^2 + (z_K - z_Q)^2$ ;  $c_2 = (y_K + y_Q)^2 + (z_K - z_Q)^2$ ;  $c_3^2 = (y_K - y_Q)^2 - (z_K + z_Q)^2$ ;  $c_4 = (y_K + y_Q)^2 + (z_K + z_Q)^2$ .

Магнитная индукция первичного поля

$$\begin{aligned} \vec{B}(Q) &= \nabla Q \times \vec{A} = -\frac{\partial A_y}{\partial z_Q} \bar{I}_x + \frac{\partial A_x}{\partial z_Q} \bar{I}_y + \\ &+ \left( \frac{\partial A_y}{\partial x_Q} - \frac{\partial A_x}{\partial y_Q} \right) \bar{I}_z, \end{aligned} \quad (34)$$

отсюда находим:

$$\begin{aligned} B_y(Q) &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{s=1}^{N-1} I_x^s \times \\ &\times \sum_{\theta=1}^2 \left\{ \frac{z_\theta}{[s\tau - x_Q + \sqrt{(s\tau - x_Q)^2 + c_\theta^2}] \sqrt{(s\tau - x_Q)^2 + c_\theta^2}} - \right. \\ &- \frac{z_\theta}{[(s-1)\tau - x_Q + \sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c_\theta^2}] \sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c_\theta^2}} \times \\ &\times \left. \frac{1}{\sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c_\theta^2}} \right\}; \\ B_x(Q) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\alpha=1}^N I_y^\alpha \times \end{aligned} \quad (35)$$

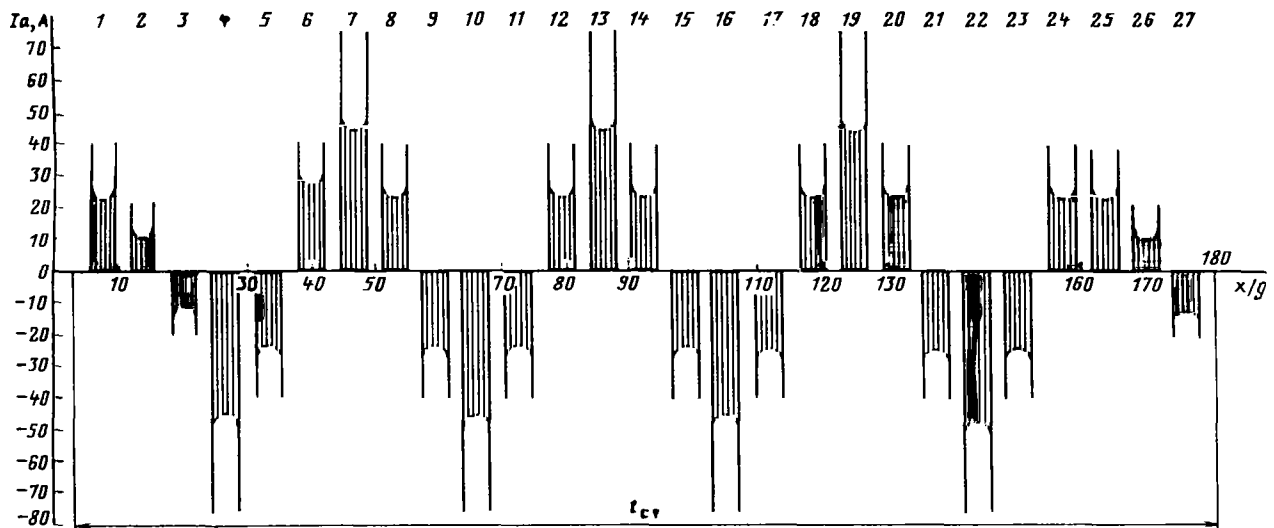


Рис. 4. Распределение дискретных активных пазовых токов

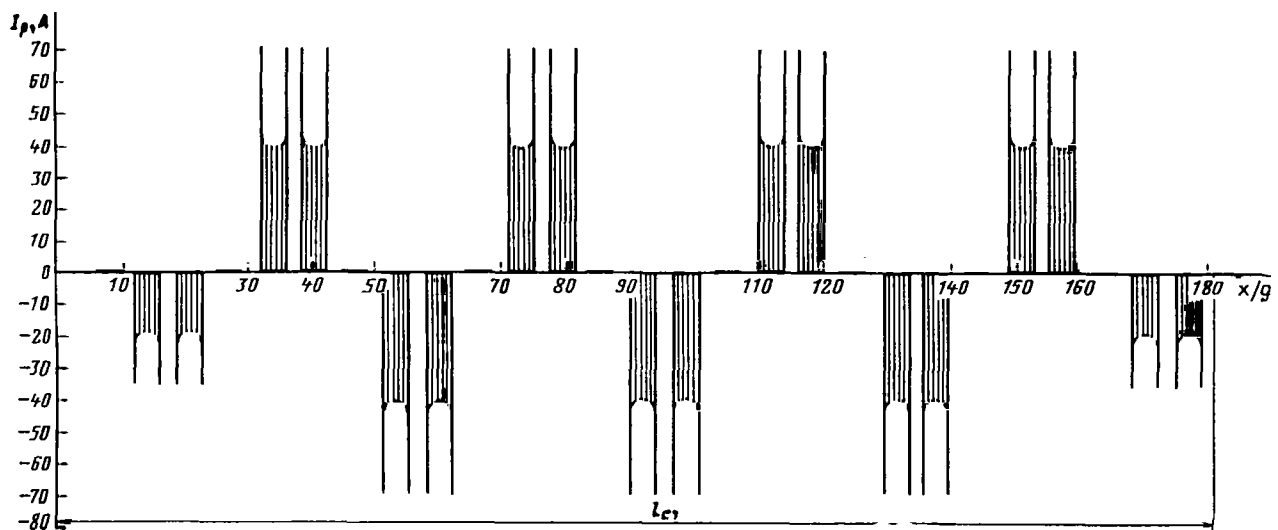


Рис. 5. Распределение дискретных реактивных пазовых токов

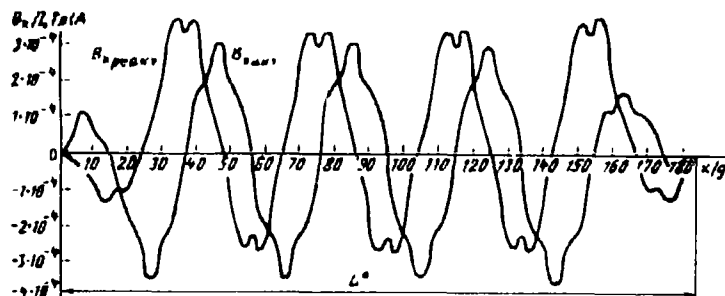


Рис. 6. Распределение составляющей \$B\_x\$ индукции в зазоре

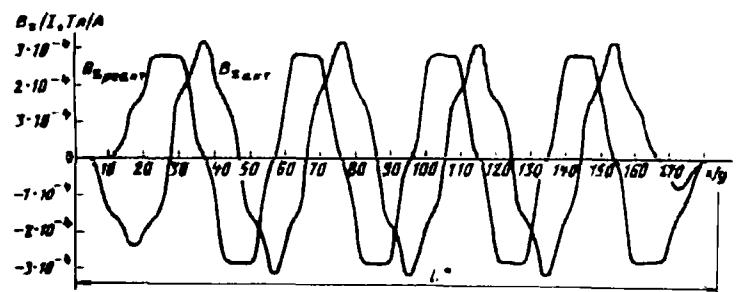


Рис. 7. Распределение составляющей \$B\_z\$ индукции в зазоре

$$\times \sum_{\theta=1}^2 \left\{ \frac{z_0}{\sqrt{(y_k - y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} \left[ \sqrt{(y_k + y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} - y_k - y_Q \right]} - \frac{z_0}{\sqrt{(y_k - y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} \left[ \sqrt{(y_k + y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} + y_k - y_Q \right]} \right\}; (36)$$

$$B_z(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\alpha=1}^N I_{\alpha}^a \times$$

$$\times \sum_{\theta=1}^2 \left\{ \frac{(\alpha-1)\tau - x_Q}{\sqrt{(y_k + y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} \left[ \sqrt{(y_k - y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} - y_k - y_Q \right]} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(\alpha - 1) \tau - x_Q}{\sqrt{(y_K - y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} \left[ \sqrt{(y_K - y_Q)^2 + a_{\alpha 0}^2} + y_K - y_Q \right]} \Bigg\} - \\
& - \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{s=1}^{N-1} I_s^z \times \\
& \times \sum_{n=1}^4 \frac{y_0}{\sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c_0^2} \times} \\
& \times \left[ (s-1)\tau - x_Q + \sqrt{[(s-1)\tau - x_Q]^2 + c_0^2} \right] - \\
& - \frac{y_0}{\sqrt{(s\tau - x_Q)^2 + c_0^2} \left[ s\tau - x_Q + \sqrt{(s\tau - x_Q)^2 + c_0^2} \right]} \Bigg\}, \quad (37)
\end{aligned}$$

где  $y_0 = y_1 = y_2 = y_K - y_Q$ ;  $z_0 = y_3 = y_4 = y_K + y_Q$ .

**Пример расчета.** В соответствии с разработанным алгоритмом составлена программа, по которой рассчиты-

валось первичное поле в зазоре восьмиполосного двух-стороннего ЛАД с тремя крайними полузаполненными пазами шагом обмотки 1—4, число пазов индуктора 27, рабочий воздушный зазор 0,0041 м, длина индуктора 0,356 с. На рис. 4 и 5 приведены соответственно графики дискретных активных и реактивных токов пазов (реальные токи пазов при расчетах заменялись восьмью нитями), на рис. 6 и 7 — соответственно графики изменений составляющих  $B_z$  и  $B_r$  индукции первичного поля в зазоре ЛАД (базовый ток паза 420 А).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Построение расчетной модели поля в зазоре линейного асинхронного двигателя / М. Э. Мамедшахов, М. М. Нежинская, Н. С. Николаева, О. В. Тозони — «Электричество», 1985, № 10.

2. Мамедшахов М. Э., Тозони О. В. Применение метода зеркальных изображений к расчету магнитных систем. — Электричество, 1986, № 9.

[06.11.85]

УДК 621.314.1.001.57.001.8

## Аналого-цифровое моделирование систем с вентильными преобразователями

БЫКОВ Ю. М., доктор техн. наук, ГУТКИН Б. М., канд. техн. наук, ГРИГОРАШ А. И., инж.,  
БОДРЯГИНА Н. В., инж.

При исследовании на математических моделях электромагнитной совместимости источника преобразуемой и потребителей преобразованной электроэнергии с вентильными преобразователями необходимо одновременно воспроизводить процессы на их входе и выходе. Характерные частоты таких процессов для неререверсивных и реверсивных вентильных электроприводов постоянного тока, работающих в циклическом режиме, и вентильных электроприводов переменного тока могут отличаться более чем на порядок.

В таких случаях эффективны аналого-цифровые модели. Современные аналоговые процессоры, например, типа АВК 32, имеют диапазон изменения напряжений  $-10 \div +10$  В и полосу рабочих частот до 1 кГц [1]. Очевидно, в большинстве случаев они могут обеспечить работу в реальном времени, что позволяет минимизировать затраты машинного времени и подключать к моделям силовых компонент системы реальную аппаратуру управления и регулирования.

Ниже рассматриваются некоторые принципы, на основе которых целесообразна реализация аналого-цифровых моделей систем с вентильными преобразователями. Особое внимание обращается на построение модели вентильного коммутатора и способы получения весьма важных для таких систем спектральных характеристик переменных.

Один из основных вопросов, возникающих при создании аналого-цифровых моделей, заключается в том, какой круг процессов они должны воспроизводить. Например в автономной машинно-вентильной системе переменного тока средней или большой мощности, состоящей из электромагнитного генератора, вентильного преобразователя и двигателя (рис. 1, а), наблюдаются процессы различной длительности — от процессов включения вентилей продолжительностью несколько десятков или сотен микросекунд до электромеханических процессов реверса двигателя продолжительностью единицы или десятки секунд. Универсальная модель, воспроизводящая всю гамму процессов, требует существенного времени для реализации и оказывается чрезвычайно громоздкой и неудобной при использовании.

Альтернативой является создание для одной системы с вентильными преобразователями нескольких ориентированных моделей, каждая из которых проще универсальной, но воспроизводит достаточно подробно только определенный ограниченный круг процессов. Трансформация исходной моделируемой системы в зависимости от принимаемых допущений при исследовании определенного круга процессов показана на рис. 1.

Для анализа стационарных и аварийных электромагнитных процессов, синтеза силовой схемы и алгоритмов управления

вентильми может быть реализована модель, в которой электрические машины представлены в виде источников Э. Д. С. с последовательно включенными индуктивностями [2], а вентильный коммутатор — по топологии идентично реальному, но с «идеальными» вентильми. Исходная функциональная схема приведена на рис. 1, б. Для анализа и синтеза САР напряжения генератора, анализа дополнительных потерь в его обмотках, связанных с несинусоидальностью токов статора, может быть исследована частная модель на основе схемы, приведенной на рис. 1, в. В этой модели генератор описывается полной системой дифференциальных уравнений, а преобразователь и двигатель — так же как и в частной модели рис. 1, б. Для анализа динамики двигателя и синтеза САР может быть применена частная модель, составленная на основе схемы, приведенной на рис. 1, г. В этой модели двигатель описывается полной системой дифференциальных уравнений, а генератор и преобразователь — как и в частных моделях рис. 1, б и в.

Аналогичным образом получают упрощенные схемы, на основе которых создается набор ориентированных моделей для исследования приводов постоянного тока, зарядных устройств, электротермических и других установок с вентильными преобразователями. Замена одной универсальной модели набором ориентированных эффективна только в том случае, если переход от одной модели к другой не требует существенных затрат времени, что достигается структурным построением и наличием банка моделей существенных компонент систем с вентильными преобразователями.

Банк моделей формируется на основе схем, представленных на рис. 1 и им аналогичных, относящихся к другим системам. Он включает в себя модели источников преобразуемой энергии, вентильных коммутаторов, нагрузок и вспомогательных устройств. Некоторые схемы и их математические описания, на основе которых реализуются модели, представлены в таблице. Заметим, что одна и та же компонента может иметь несколько моделей, что позволяет создавать различные ориентированные модели всей системы (см. рис. 1).

Так, модель схемы, показанной на рис. 1, б, реализуется с помощью моделей источника и нагрузки  $CM2$ , а модель схемы, показанной на рис. 1, г, — с помощью модели источника  $CM2$  и модели нагрузки  $CM1$ . Вспомогательные устройства, приведенные в таблице, включают преобразователи координат, используемые для согласования моделей электрических машин переменного тока с вентильными преобразователями, и схемы сопряжения, необходимые для структурного построения всей системы.

Структурный принцип, как указывалось выше, обеспечивает достаточно быстрый переход от одной ориентированной модели к другой. Он позволяет изменять или вообще отключать (подключать) модели отдельных компонент системы, производить их наладку и идентификацию независимо от других компонент.

Структурное построение при аналого-цифровом моделировании систем с вентильными преобразователями, в общем случае, требует применения искусственных приемов. В качестве примера рассмотрим модель, с помощью которой исследуются стационарные электромагнитные и аварийные процессы в силовой цепи вентильного электропривода постоянного тока и алгоритмы управления вентилями преобразователя. При этом моделируемая схема может быть представлена электрической цепью, приведенной на рис. 2.

Структурность модели обеспечивается, если в ней воспроизводятся потенциалы  $u_a, u_b, u_c$  и токи  $i_a, i_b, i_c$  на выходе источника, а также потенциалы  $u_{KM}, u_{AM}$  и ток  $i_n$  на выходе вентильного коммутатора (потенциалы рассматриваются относительно базисного полюса  $O$ ). Так как процессы на входе и выходе вентильного коммутатора описываются дифференциальными уравнениями, их целесообразно воспроизводить с помощью аналогового процессора аналого-цифрового вычислительного комплекса.

Операции дифференцирования при использовании аналогового процессора следует избегать, и в связи с этим определение потенциалов  $u_a, u_b$  и  $u_c$  из уравнения

$$u_j = e_j - L_{\kappa} di_j/dt, \quad j = a, b, c \quad (1)$$

нежелательно.

Определение потенциалов и, следовательно, структурность модели обеспечивается по-разному, в зависимости от метода моделирования вентильного коммутатора.

Если модель вентильного коммутатора реализуется на аналоговом процессоре и используется метод постоянной топологии (моделируется не исходная схема, а несколько видоизмененная, в которой последовательно с каждым вентилем включается некоторая индуктивность  $L_T \leq 0,01 L_{\kappa}$ , показанная на рис. 2), то структурность модели достигается включением «вольтметров» (их аналоговые реализации иногда называют «следящими системами») [3 и 4].

Идея метода заключается в том, что моделируемая цепь подвергается дополнительному изменению: между полюсами  $a, b$  и базисным полюсом  $O$  включаются «вольтметры», представляемые своими внутренними сопротивлениями  $R_V$  (пунктир на рис. 2). Структурная схема, отображающая включение «вольтметров», представлена в таблице (поз. 5). При ее реализации с помощью аналогового процессора следует устанавливать максимальный коэффициент усиления суммирующего усилителя, отображающего  $R_V$ . Тогда минимизируется ошибка, вносимая при моделировании методом «вольтметра». При коэффициенте свыше 100 она не превосходит 1 %. Однако на выходе усилителя при этом могут возникать высокочастотные колебания, которые легко подавляются включением небольшой емкости в цепь обратной связи усилителя. Как показала практика, она может иметь значение порядка 100 пФ. Несложно убедиться, что при этом процессы в частотной области до 10 кГц воспроизводятся практически без искажений.

В трехфазной системе можно ограничиться двумя «вольтметрами» (рис. 2); третий потенциал  $u_c$  определяется в соответствии с уравнением  $u_a + u_b + u_c = 0$ . Аналогичным образом, с помощью «вольтметров», включенных между базисным полюсом  $O$  и полюсами  $KM$  и  $AM$ , определяются выходные потенциалы второго существенного компонента системы — вентильного коммутатора.

В некоторых случаях во введении «вольтметров» нет необходимости — структурность при моделировании обеспечивается естественно. Пусть, например, от генератора переменного тока питается целый ряд потребителей и для компенсации реактивной мощности к зажимам генератора подключены конденсаторы (рис. 3). Тогда общий полюс емкостей может быть принят базисным, и напряжение на зажимах генератора определяется при моделировании в соответствии со структурной схемой, приведенной в таблице (поз. 6).

При моделировании систем с вентильными преобразователями возникает вопрос о рациональной модели одного из основных компонент — вентильного коммутатора. Этот вопрос становится весьма актуальным при значительном количестве вентилей, что имеет место в моделях автономных машинно-вентильных систем большой мощности с электрическими машинами переменного тока и непосредственными преобразователями частоты.

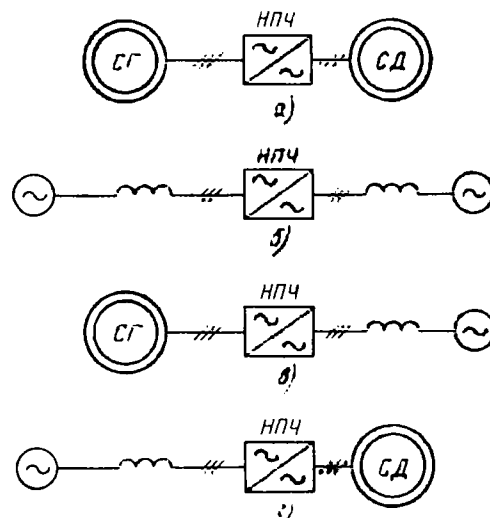


Рис. 1. Автономная машинно-вентильная система, ее функциональная схема и модели

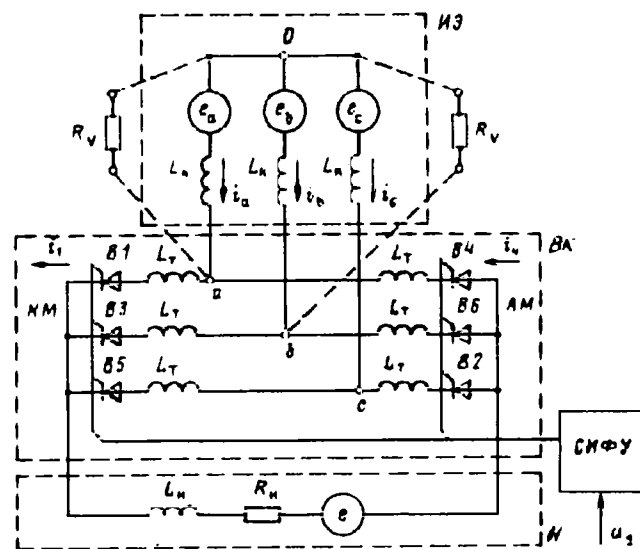


Рис. 2. Моделируемая схема вентильного электропривода постоянного тока

Чтобы не загружать аналоговый процессор моделированием переключательной схемы, целесообразно модель вентильного коммутатора реализовать на основе физических или функциональных аналогов тиристоров, включенных так же, как вентили моделируемого вентильного коммутатора [3—5]. При использовании современных аналоговых процессоров с диапазоном напряжений  $-10 \div +10$  В целесообразны функциональные аналоги тиристоров, построенные на основе операционных усилителей типа УД. Аналоги выполняются с компенсацией падения напряжения [4], что определяет адекватность модели и оригинала. Такую модель вентильного коммутатора будем называть топологической.

Топологическая модель вентильного коммутатора придает аналого-цифровой модели большую гибкость, как в части изменения топологии силовой схемы, так и в части изменения алгоритмов управления вентилями и исследования различных режимов работы. Кроме того, для управления тиристорами в реальном времени может быть использована реальная аппаратура, что позволяет обрабатывать на модели алгоритмы схемы управления и программы (последние, если в реальной аппаратуре применена микро-УВМ).

Использование топологической модели вентильного коммутатора требует введения в общую модель системы устройства согласования аналоговой и топологической частей модели. Необходимость такого устройства обусловлена тем, что в анало-

№ п/п	Наименование модели	Схема модели	Условное обозначение модели
1	Модель синхронной машины в неподвижной системе координат		 M-возмущающий момент
2	Упрощенная модель источника преобразуемой и потребителя преобразованной энергии		
3	Модель управляемого двухквadrантного вентильного коммутатора		
4	Модель вентильного коммутатора непосредственного преобразователя частоты на основе моделей ВК1		
5	Блоки структуры		
6	Блоки структуры		
7	Блок сопряжения		
8	Преобразователи координат		
9	Преобразователи координат		

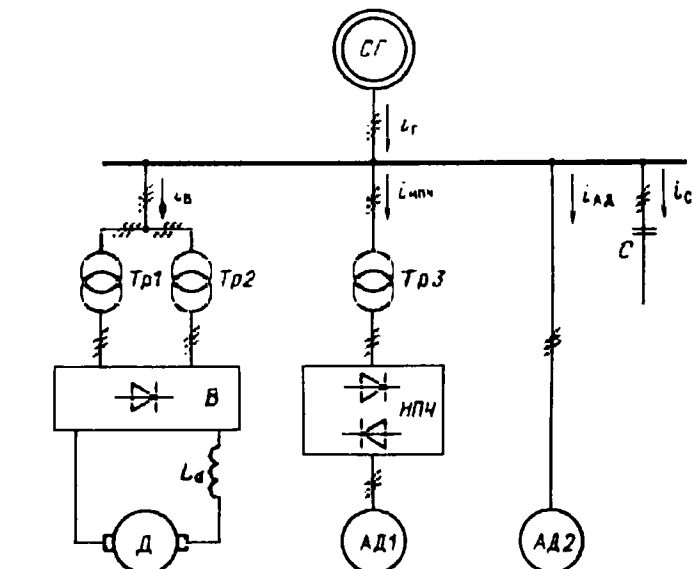


Рис. 3. Моделируемая автономная электроэнергетическая система

в ней те же токи должны быть представлены в определенном масштабе токами на ее входе и выходе. Это условие может быть обеспечено с помощью источников тока, управляемых напряжением [3].

Напряжение с зажимов топологической модели вводится в аналоговую модель и с помощью источников тока управляет величиной тока, вводимой в топологическую модель. Количество источников тока равно числу зажимов вентильного коммутатора, через которые осуществляется его связь с источником преобразуемой и потребителем преобразованной энергии.

Как указывалось выше, управление топологической моделью осуществляется от реальной системы импульсно-фазового управления. При микропроцессорной реализации последней необходимы компараторы и одновибраторы, преобразующие непрерывные напряжения аналоговой модели для ввода в микро-УВМ [6]. Такие устройства сопряжения содержатся в аналоговых вычислительных машинах третьего поколения. Очевидно, топологическая модель коммутатора с источниками тока, выполненная в виде отдельной приставки к аналоговой части модели и управляемая микро-УВМ, существенно расширяет возможности аналого-цифрового вычислительного комплекса при моделировании систем с вентильными преобразователями.

Однако создание рациональной математической модели является лишь одним из этапов общей задачи создания инструмента для синтеза и исследования систем с вентильными преобразователями. Другим весьма важным этапом, определяющим эффективность использования модели, является разработка рациональных методов обработки информации, полученной с помощью математических моделей, и представление ее в виде, удобном для принятия инженерных решений.

Рассматривая стационарные режимы системы с вентильным преобразователем при различных пульсности, количестве обмоток электрических машин, параметрах схемы, алгоритмах управления, при каждой итерации получают информацию в виде аналоговых сигналов, представляющих токи и напряжения в силовой схеме.

Для принятия решения по топологии силовой схемы, ее параметрам и алгоритмам управления сигналы необходимо обработать — представить в спектральной форме. При этом следует иметь в виду, что токи и напряжения в системе с вентильными преобразователями (и, значит, представляющие их в рассматриваемой модели сигналы) являются в общем случае несинусоидальными, случайными функциями времени [7]. Спектральные характеристики (амплитудные и фазовые) таких сигналов целесообразно определять с помощью ЦВМ, в которую сигналы вводятся через аналого-цифровой преобразователь (АЦП).

Однако при использовании универсальных ЦВМ серий ЕС или СМ требуются существенные затраты машинного времени и длительность обработки превышает длительность получения реализации процесса. Причина в широкополосности спектров токов и напряжений в системе с вентилями и, значит, в необходимости обрабатывать на ЦВМ большие массивы чисел.

говой части модели, в которой моделируются компоненты системы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, токи в источнике энергии и нагрузке вентильного преобразователя представлены напряжениями на выходе соответствующих операционных усилителей. Что касается «топологической» модели самого вентильного коммутатора, то



В качестве примера рассмотрим ток источника энергии в системе, представленной на рис. 1. Модификация системы для исследования стационарных режимов приведена на рис. 1, б. Пусть номинальная частота тока  $f_{г1}=50$  Гц, а максимальная, представляющая интерес,  $f_{гmax}=25 f_{г1}=1250$  Гц. В соответствии с теоремой отсчетов определяется максимально допустимый шаг дискретизации времени  $\Delta t_{max}=1/2 f_{гmax}=0,4 \cdot 10^{-3}$  с.

Как известно, спектр тока генератора содержит составляющие в частотной области ниже  $f_{г1}$ . Пусть их частоту достаточно определить с разрешающей способностью до  $\Delta f=10$  Гц, т. е. все компоненты в области, например,  $[30; 40$  Гц] представляются одной составляющей. Тогда минимальная длительность реализации должна быть  $T_{рmin}=1/\Delta f=0,1$  с. Следовательно, минимальное количество ординат одной реализации аналогового сигнала, которое необходимо обработать в ЦВМ, чтобы обеспечить спектральный анализ в области  $[0; 1250$  Гц] с разрешающей способностью 10 Гц составляет  $N_{min}=T_{рmin}/\Delta t=250$ .

Однако при этом определяются только линейчатый спектр и фазовые соотношения одной реализации. Для определения более общей характеристики тока — энергетического спектра  $F_{гг}(f)$  — с нормированной стандартной ошибкой  $\epsilon=0,1$  длительность реализации и количество ординат должны быть увеличены в  $1/\epsilon^2=100$  раз [8]. При таком количестве подлежащих обработке ординат получить время обработки, соизмеримое с временем воспроизведения реализации, можно только при использовании цифровых двухканальных анализаторов сигналов на основе спецпроцессоров быстрого преобразования Фурье (БПФ). Такие анализаторы имеют встроенный АЦП, снабжены магнитофоном и графопостроителем для документирования спектральных характеристик.

Наличие двух каналов позволяет определить фазовые сдвиги двух сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  (например, напряжения и тока) на различных частотах, а также ряд характеристик, повышающих эффективность исследования. К ним относится взаимный энергетический спектр  $F_{xy}(f)$ , который позволяет судить об источниках появления различных гармонических сигналов в переменных системы с вентиляльным преобразователем, а также получить функцию когерентности

$$\xi_{xy}^2(f) = |F_{xy}(f)|^2 / |F_x(f) F_y(f)|.$$

определяющую частотный диапазон в котором связь между двумя сигналами (например, напряжением и током) линейна.

Архитектура аналого-цифровой модели с анализатором приведена на рис. 4. Реальная аппаратура управления и регулирования для конкретности показана в виде микро-УВМ.

Рассмотренные выше принципы построения аналого-цифровой модели и методы получения спектральных характеристик реализованы при создании модели, ориентированной на исследование стационарных электромагнитных процессов в мощной автономной машинно-вентиальной системе с электрическими машинами переменного тока.

В соответствии с рис. 1, б источник преобразуемой энергии представлен тремя сдвинутыми на  $120^\circ$  э. д. с. частоты  $f_{г1}$  с последовательно включенными индуктивностями. К ним подключены образующие непосредственные преобразователи частоты (НПЧ) три трехфазные мостовые вентильные группы, каждая из которых имеет потенциально несвязанную с другими нагрузку, представляющую собой последовательно включенные индуктивности и э. д. с., частота которой  $f_{д1} < f_{г1}$ . Все три э. д. с. образуют трехфазную систему. Обе системы э. д. с. с индуктивностями моделируются аналоговым процессором, НПЧ — топологически на основе маломощных тиристорных КУ. Управление последними осуществляется от микро-УВМ типа В7 [9]. Для обработки аналоговых сигналов использован цифровой двухканальный анализатор Sap — ei (Япония).

Остановимся на результатах исследования на модели тока генератора (входного тока НПЧ). Аналитическое исследование спектра тока встречает наибольшие трудности даже после введения таких допущений как синусоидальность и симметрия токов нагрузки НПЧ, синусоидальная или прямоугольная форма управляющего сигнала, рациональное отношение частот на входе и выходе НПЧ.

Однако правомочность таких допущений не очевидна, так как кривые токов нагрузки НПЧ могут заметно отличаться от синусоиды, об их симметрии можно говорить только в статистическом смысле, а сигнал управления может иметь ступенчатую форму.

Кроме того, отношение частот непрерывно изменяется вследствие флуктуаций в системе. Поэтому входные токи целесообразно рассматривать как случайные функции времени [7]. Однако аналитически спектры получены только для частного

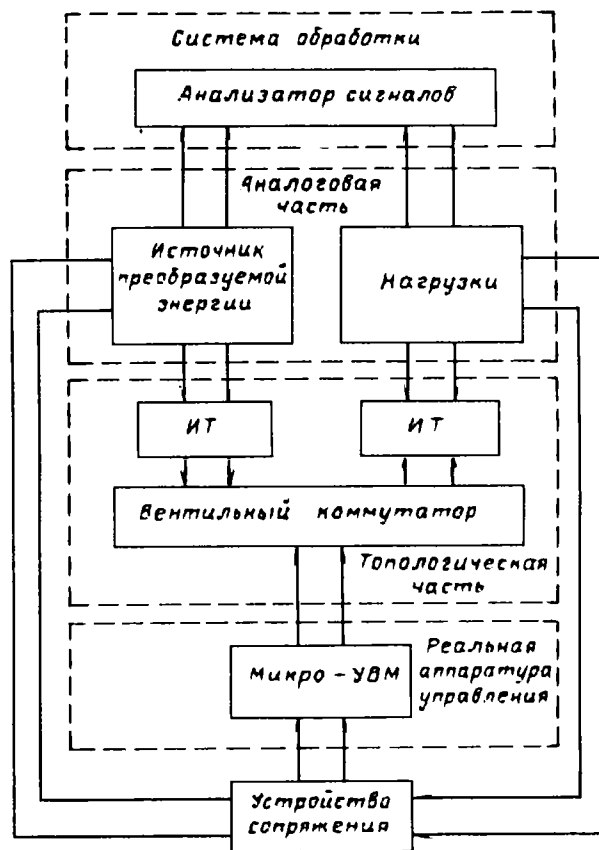


Рис. 4. Архитектура аналого-цифровой модели

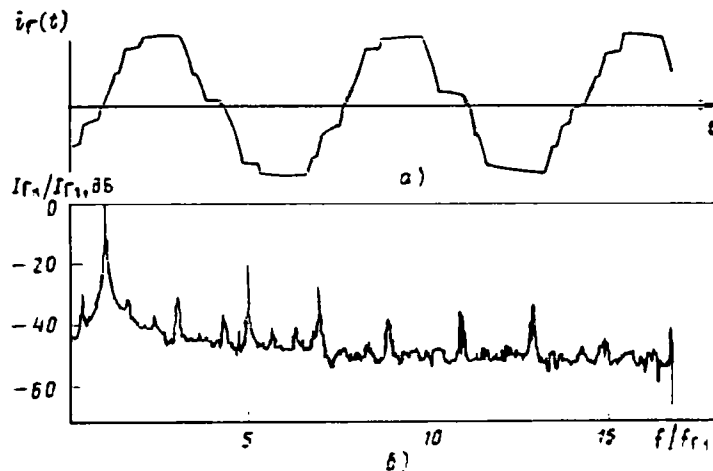


Рис. 5. Ток, потребляемый НПЧ от источника преобразуемой энергии:

а — осциллограмма; б — энергетический спектр

случая, когда угол управления вентилями  $\alpha$  изменяется от  $0$  до  $180^\circ$ , т. е. выходное напряжение НПЧ максимально.

Учесть указанные факторы и оценить допустимость обычно принимаемых допущений позволило аналого-цифровое моделирование системы. Отрезок одной из реализаций тока генератора (входного тока НПЧ) при аппроксимации синусоидального управляющего сигнала шестью ступенями на полупериоде приведен на осциллограмме рис. 5, а. Соответствующий энергетический спектр представлен на рис. 5, б.

Как видно, при  $f_{г1} \geq f_{г1}$  основная энергия выделяется в зонах основной  $f_{г1}$  и канонических частот  $k f_{г1}$  ( $k=5, 7, 11, \dots$ ). Так как ширина каждой из зон невелика, энергетический спектр можно представить амплитудами эквивалентных гармоник, выделяющих мощность, равную мощности, определяемой из реального спектра. На модели эквивалентные спектры по-

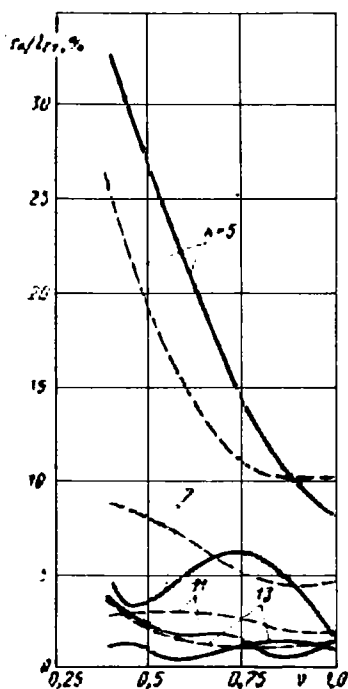


Рис. 6. Влияние степени сглаживания выходного тока НПЧ на амплитуды эквивалентных гармоник при  $\Phi_{д1}=0$ : сглаженный ток — сплошные линии; несглаженный — пунктир

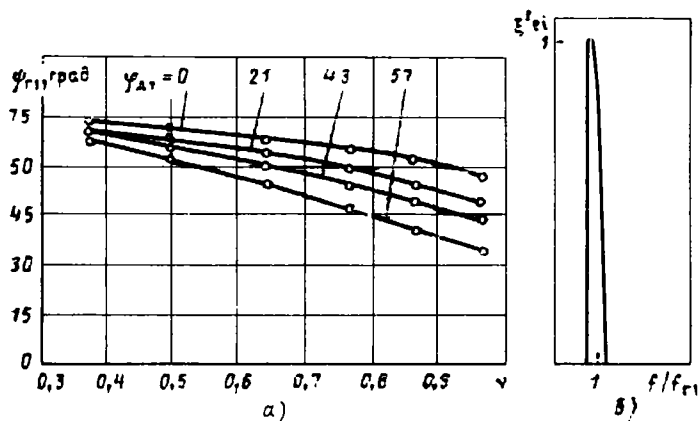


Рис. 7. Функция когерентности между э. д. с. и током на входе НПЧ (а) и фазовый сдвиг между их основными гармониками (б)

лучены при различной относительной амплитуде  $V$  выходного напряжения НПЧ;

различном угле сдвига  $\Phi_{д1}$  основных гармоник напряжения и тока на выходе НПЧ;

различной степени сглаживания выходного тока НПЧ; различном количестве ступеней, аппроксимирующих синусоиду управляющего сигнала;

различных отношениях основных частот на входе и выходе НПЧ  $f_{г1}/f_{д1}$ .

Зависимость амплитуд эквивалентных гармоник от первых двух факторов ранее исследовалась аналитически [10]; при моделировании были получены близкие результаты, которые по этой причине не приводятся. На рис. 6 даны результаты, иллюстрирующие влияние третьего фактора, учесть который при аналитическом исследовании не представлялось возможным. Однако, как видно, неучет несинусоидальности токов нагрузки НПЧ приводит к существенной погрешности.

При исследовании влияния аппроксимации синусоиды управляющего сигнала на амплитуды эквивалентных гармоник

рассматривались 1, 3, 6 и 12 ступеней на половине периода. Оказалось, что при  $n=6$  и  $n=12$  эквивалентные амплитуды отличаются несущественно, а при меньшем числе ступеней наблюдаются заметные отличия.

Перейдем, наконец, к последнему фактору — отношению  $f_{г1}/f_{д1}$ . Исследования на модели показали, что при его изменении в диапазоне [2, 10] и прочих равных условиях амплитуды эквивалентных высших гармоник остаются практически неизменными. Однако с уменьшением этого отношения увеличиваются компоненты, частота которых ниже  $f_{г1}$ . Их аналитическое исследование ранее проводилось только для некоторых частных случаев. На модели исследовался общий случай. Однако рассмотрение полученных результатов выходит за рамки статьи.

Одновременно с амплитудным спектром на экране двухканального анализатора на частоте  $f_{г1}$  фиксировался фазовый сдвиг  $\Psi_{г1}$  между э. д. с.  $e_j$  и основной составляющей тока  $i_j$  источника преобразуемой энергии. Результаты приведены на рис. 7, а.

Заметим, что в окрестности этой частоты связь между  $e_j$  и  $i_j$  близка к линейной, так как здесь функция когерентности близка к единице (рис. 7, б). Пользуясь данными рис. 7 и результатами измерения спектра  $i_j$ , с помощью векторной диаграммы несложно найти фазовый сдвиг  $\Phi_{г1}$  между напряжением  $u_j$  и током  $i_j$  на частоте  $f_{г1}$ .

Моделирование стационарных режимов автономной машинно-вентильной системы рассмотрено выше в качестве примера. С помощью рассмотренной ориентированной модели могут быть исследованы также аварийные процессы. При топологическом моделировании вентильного коммутатора воспроизведение аварийных ситуаций (короткое замыкание на выходе вентильного преобразователя, пробой вентиля, пропуск управляющего импульса и пр.) не представляет трудностей. Естественно, обработка аналоговых сигналов, представляющих токи в схеме при коротких замыканиях должна быть иной, что достигается изменением программы, записанной на магнитной ленте и вводимой в цифровой анализатор.

**Выводы.** 1. При анализе и синтезе сложных машинно-вентильных систем эффективны легко перестраиваемые ориентированные модели, что требует структурного принципа построения модели и наличия банка моделей существенных компонент системы.

2. При исследовании стационарных и аварийных режимов в машинно-вентильных системах и вентильных преобразователях, содержащих большое количество вентилей, целесообразно вентильный коммутатор моделировать топологически с использованием физических или функциональных аналогов тиристоров.

3. При спектральном исследовании переменных, полученных на аналого-цифровой модели, эффективны цифровые анализаторы на основе спецпроцессоров быстрого преобразования Фурье.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Святный В. А. Гибридные вычислительные системы. — Киев: Выща школа, 1982.
2. Дандено П. Л., Кундур П., Шульц Р. Современные тенденции и достижения в области моделирования синхронных машин в электроэнергетике. — ТИИЭР, 1974, № 7.
3. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических системах/Под ред. Н. И. Соколова. — М.: Энергия, 1970.
4. Кассакьян Дж. Г. Моделирование силовых электронных систем. Новый подход. — ТИИЭР, 1979, № 10.
5. Витковский О. П. Моделирование вентильных преобразователей с применением электронных и физических аналогов. — Изв. вузов. Энергетика, 1974, № 11.
6. Радин В. И., Быков Ю. М., Пар И. Т. Микропроцессоры в автономных системах электропитания. — Электротехника, 1981, № 2.
7. Быков Ю. М. Применение теории случайных процессов в исследовании систем с вентильными преобразователями. — Изв. вузов. Электромеханика, 1981, № 2.
8. Грибанов Ю. М., Мальков В. Л. Спектральный анализ случайных процессов. — М.: Энергия, 1974.
9. Микросредства управляющей вычислительной техники серии В7 (философия разработки)/Н. Н. Шереметьевский, В. М. Долкарт, Г. Х. Новик и др. — Тр. ВНИИЭМ, 1980, т. 62.
10. Джуджи Л., Пелли Б. Силовые полупроводниковые преобразователи частоты/Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1983.

[27.05.86]

# Преобразование параметров многофазных сигналов на основе принципа квазиоднополосной модуляции

МЫЦЫК Г. С., канд. техн. наук

Московский энергетический институт

Развитие основных принципов структурно-алгоритмической организации (САО) ряда таких функционально различных преобразовательных устройств (ПУ) как преобразователи частоты (ПЧ), управляемые, в том числе реверсивные, выпрямители (УРВ) и статические компенсаторы реактивной мощности (УКРМ), регуляторы переменного напряжения (РПН) и импульсные преобразователи постоянного напряжения (ИППН), инверторы с широтно-импульсной (ШИМ) и с амплитудно-широотно-импульсной модуляцией (АШИМ) выходного напряжения с законами модуляции по кусочно-линейным функциям и устройства воспроизведения — усиления (УВУ) сигналов произвольной формы (в звуковом диапазоне частот) шло, как сначала казалось, по нескольким, почти непересекающимся направлениям. В каждом из этих классов устройств использовались свои методы анализа, своя идеология синтеза и своя терминология. Впоследствии однако обнаружилась существенная общность в принципах решения и аналитического описания ряда разнофункциональных задач, реализуемых этими устройствами [1].

Ключевым моментом предпринятого в этом направлении в [1] обобщения явилось использование и развитие для целей не только анализа, но и синтеза преобразующих устройств замеченной еще в [2] взаимосвязи одного (ориентированного на применение в автоматике) алгоритма преобразования с алгоритмом однополосной модуляции (ОМ), используемым в радиотехнике.

Суть ОМ удобно проиллюстрировать на примере ее реализации с помощью используемого в настоящей статье фазового (или фазокомпенсационного) способа. Пусть, например, требуется перенести энергию колебаний гармонического сигнала  $\psi_1$  из одной области частот  $\omega_1$  в другую  $\omega_2$ . Для этого:

1) с помощью фазовращателей на основе сигнала  $\psi_1$  формируют  $m_1$ -фазную систему сигналов частоты  $\omega_1$ :

$$\psi_{1i} = \psi_{1m} \sin [\omega_1 t - (i-1) \beta_{m1}], \quad (I)$$

где  $\psi_{1m} = 1$  — единичная (нормированная) амплитуда сигнала (в радиотехнике  $\psi_{1m} = f(t) \in [0; 1]$ );  $\beta_{m1} = \frac{2\pi}{m_1}$  — угол, характеризующий фазность системы;  $m_1$  — число фаз;  $i = \overline{1}$ ;  $m_1$  — индекс фазы;

2) формируют дополнительную  $m_1$ -фазную систему сигналов другой (высокой) частоты  $\omega_m$ :

$$u_{1i} = U_{m1} \sin [\omega_m t \mp (i-1) \beta_{m1}], \quad (II)$$

где  $U_{m1}$  — амплитуда сигнала;

3) с помощью модуляторов осуществляют операцию пофазного перемножения сигналов  $\psi_{1i}$  и  $u_{1i}$  с последующим суммированием полученных таким образом  $m_1$  составляющих:

$$\psi_2 \Rightarrow \psi_3 = \sum_{i=1}^{m_1} \psi_{1i} u_{1i} = \begin{cases} \text{при} \\ m_1 = 3 \end{cases} = \frac{3}{2} U_{m1} \cos \omega_2 t, \quad (III)$$

где  $\omega_2 = (\omega_1 - \omega_m)$  или  $\omega_2 = (\omega_1 + \omega_m)$  — нижняя или верхняя боковые частоты, получающиеся соответствен-

но при знаках  $(-)$  или  $(+)$  при фазовом аргументе  $\beta_{m1}$  в  $u_{1i}$ .

Специфика использования алгоритма ОМ в силовой преобразовательной технике состоит лишь в ином физическом содержании сигналов  $\psi_{1i}$  и  $u_{1i}$ : первый из них из информационного превращается в энергетический, а второй — из энергетического в информационный:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{1i} &\Rightarrow u_{1i}; (\psi_{1m} \Rightarrow u_{1m}); \\ u_{m1} &\Rightarrow \psi_{m1}; (u_{mm} \Rightarrow \psi_{mm}). \end{aligned} \right\} \quad (IV)$$

Форма сигналов  $\psi_{m1}$  при этом определенным образом также видоизменяется. Именно это последнее отличие делает оправданным введение дополнительно к термину ОМ приставки «квази»: в [3] алгоритм обозначен как алгоритм квазиоднополосной модуляции (КОМ). Очевидно однако, что указанные различия не затрагивают существа общей математической модели (II) ОМ ( $\Leftrightarrow$ ) КОМ как алгоритма преобразования.

Целесообразность использования концепции КОМ заключается в том, что в соответствии с ней возможности дальнейшего развития и совершенствования САО ПУ определяются не только традиционным путем — например, за счет увеличения в прямом виде фазности напряжения ( $u_{1i}$ ), но за счет принципиально нового пути, основанного на использовании введенного в [6] понятия эквивалентного модулирующего воздействия (ЭМВ), представляющего собой дискретную аппроксимацию в частном случае гармонического модулирующего воздействия вида (II) способами АИМ, ШИМ или их комбинацией — АШИМ.

Процедура синтеза ПУ при этом следующая. При заданном допустимом качестве выходного напряжения (или входного тока) синтезируется наиболее рациональное по этому критерию в общем случае сложное ЭМВ, а затем на основе декомпозиции его на более простые или элементарные составляющие (реализуемые простыми или элементарными модуляторами) с помощью набора формализованных или эвристических приемов, наиболее полно удовлетворяющих поставленным требованиям и ограничениям, осуществляется переход к САО ПУ.

Таким образом, в формализованном согласно концепции КОМ понятии ЭМВ концентрируется информация о возможных вариантах структуры ПУ и алгоритмах переключения его ключей. Эквивалентное модулирующее воздействие позволяет не только в значительной мере унифицировать анализ ПУ (на уровне его функциональной характеристики), но и в первом приближении упорядочить плохо поддающуюся формализации процедуру его синтеза.

Заметим, что реализация алгоритма КОМ в общем случае соотношения частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  требует использования полностью управляемых ключей (например, транзисторов), хотя в некоторых частных режимах, например при  $\omega_2 = 0$ , это условие не является обязательным.

Целью настоящей статьи является описание принципа КОМ в наиболее общем и удобном (с позиции решаемых задач) виде, систематизированное изложение

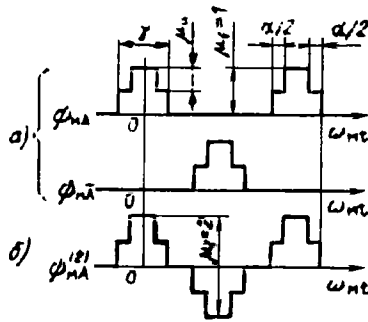


Рис. 1. Пример эквивалентного модулирующего воздействия с  $\mu_j=1$  (а) и с  $\mu_j=2$  (б)

свойств этого алгоритма и его предельных возможностей, знание которых требуется на этапе САО, а также выявление в возможно более полном объеме его многофункциональности и создание в конечном счете необходимых основ для синтеза с единых позиций различных ПУ (энергетической и информационной электроники).

Поставленную задачу решим для общего случая числа фаз  $m_1$ . С учетом цели исследования здесь оправданы общепринятые допущения о равенстве нулю сопротивлений фаз  $m_1$ -фазного источника сигналов и об идеальности ключей ПУ. Не усложненный деталями такой путь позволяет достичь цель достаточно простыми математическими средствами. На последующем (за этапом САО) этапе параметрической оптимизации эти допущения с неизбежностью должны быть сняты. Форму сигналов  $u_{1i}$  вначале примем синусоидальной:

$$u_{1i} = U_{1m} \sin [\omega_1 t - (i-1) \beta_{m1}], \quad (1)$$

а в качестве ЭМВ возьмем последовательность однополярных, в общем случае многоступенчатых с определенной скважностью импульсов вида

$$\psi_{m1} = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos k [\omega_m t \pm \theta_m \mp (i-1) \beta_{m1}], \quad (2)$$

где  $\theta_m$  — фазовый сдвиг, используемый в ряде режимов как параметр управления (на рис. 1  $\theta_m = 0$ );  $C_0, C_k$  — коэффициенты Фурье, характеризующие форму ЭМВ;  $k$  — любое целое положительное число  $k=1; \infty$ ; остальные обозначения определены выше.

Эквивалентное модулирующее воздействие вида (2) характеризуется глубиной модуляции по частоте  $\mu_f=1$  и с точки зрения анализа различных структур ПУ является наиболее универсальным: на его основе могут быть записаны ЭМВ с  $\mu_f=2$  [9] — рис. 4, б.

Для примера приведем простейшие возможные значения коэффициентов  $C_0$  и  $C_k$ , соответствующие рис. 1, а и охватывающие ряд практических случаев преобразования (см. рис. 3, рис. 7):

$$C_0 = \frac{1}{2\pi} (\gamma - \mu_u \alpha); \quad (3)$$

$$C_k = \frac{2}{\pi K} \left\{ \sin K \frac{\gamma}{2} + \mu_u \left| \sin K \left( \frac{\gamma}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) - \sin K \frac{\gamma}{2} \right| \right\}. \quad (4)$$

где  $\alpha$  — угол управления выходным напряжением; максимальное его значение зависит от структуры преобразователя и от формы ЭМВ;  $\gamma$  — угол, характеризующий скважность импульсов ЭМВ;  $\mu_u$  — глубина модуляции сигнала по величине (см. рис. 1, а, рис. 3).

Значение этого параметра выбирают исходя из заданного диапазона его регулирования (или стабилизации):  $\mu_u \in [0; 1]$  — при частичном широтно-импульсном регулировании (ШИР);  $\mu_u=1$  — при однополярном ШИР;  $\mu_u=2$  — при двухполярном ШИР [9]. Заметим, что если  $\mu_u=0$ , то и  $\alpha=0$  (см. рис. 1, а).

Преобразованный (выходной) сигнал при данном алгоритме для  $j$ -й фазы нагрузки определяется по формуле [1]:

$$u_{2j} = \sum_{i=1}^{m_1} u_{1ij} \psi_{m1j} = \sum_{i=1}^{m_1} u'_{2ij}, \quad (5)$$

где  $u_{2ij} = u_{1ij} \psi_{m1j}$  — составляющая выходного сигнала, представляющая собой результат АИМ 2-го рода [9];  $j=1; m_2$  — индекс выходной фазы преобразователя.

Индекс  $j$  при сигналах  $u_{1ij}$  и  $\psi_{m1j}$  означает, что при выполнении процедуры (5) для  $j$ -й фазы используют сдвинутые на угол  $(j-1) \frac{2\pi}{m_2}$  систему (1) или систему (2).

В тех случаях, когда  $m_1$  равно или кратно  $m_2$ , проводят лишь операцию соответствующей переиндексации фаз системы (1).

Принцип КОМ обеспечивает два основных режима преобразования [1]: режим взаимовычитания частот  $\omega_1$  и  $\omega_m$  (иначе режим выделения ближайшей по частоте гармоники из массива нижних комбинационных боковых частот) и режим их суммирования (или режим выделения ближайшей по частоте гармоники из массива верхних комбинационных частот). В первом случае выборку векторов  $u_{1i}$  при реализации процедуры (5) осуществляют при согласном с чередованием векторов  $\psi_{m1}$  порядке обхода  $m_1$ -фазной звезды, а во втором случае — при встречном, т. е. фазовые углы  $\beta_{m1}$  в (1) и (2) берут одинаковых знаков — в первом случае и разных — во втором (рис. 2).

Режим вычитания частот (рис. 3, б, г, рис. 4). С целью упрощения дальнейший анализ ограничим определением спектра  $u_2$  лишь для одной первой фазы, опустив фазовый индекс  $j$ . Формирование  $u_2$  согласно (5) осуществляют параллельным или последовательным суммированием составляющих напряжений  $u_{2i}$ , т. е. по структурам в общем узле (СОУ) [1, 3—5] — рис. 3, а или в общем контуре (СОК) [2, 1] — рис. 4, а, а также по комбинированной структуре.

Найдем спектр  $u_2$  в общем виде последовательно для ПЧ с СОУ и для ПЧ с СОК. Заметим, что для ЭВМ обоих типов ПЧ при использовании простейшей модификации ШИР (рис. 1, 3, 4) угол  $\alpha \in [0; \gamma]$ .

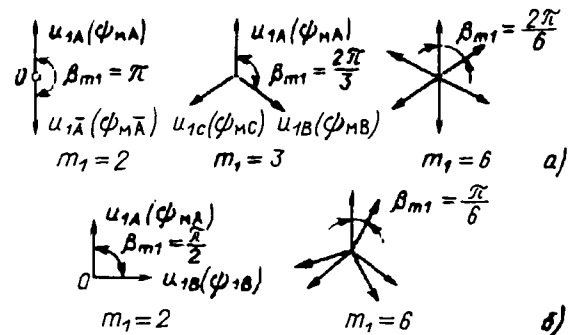


Рис. 2. Примеры симметричных (а) и несимметричных (б)  $m_1$ -фазных систем сигналов

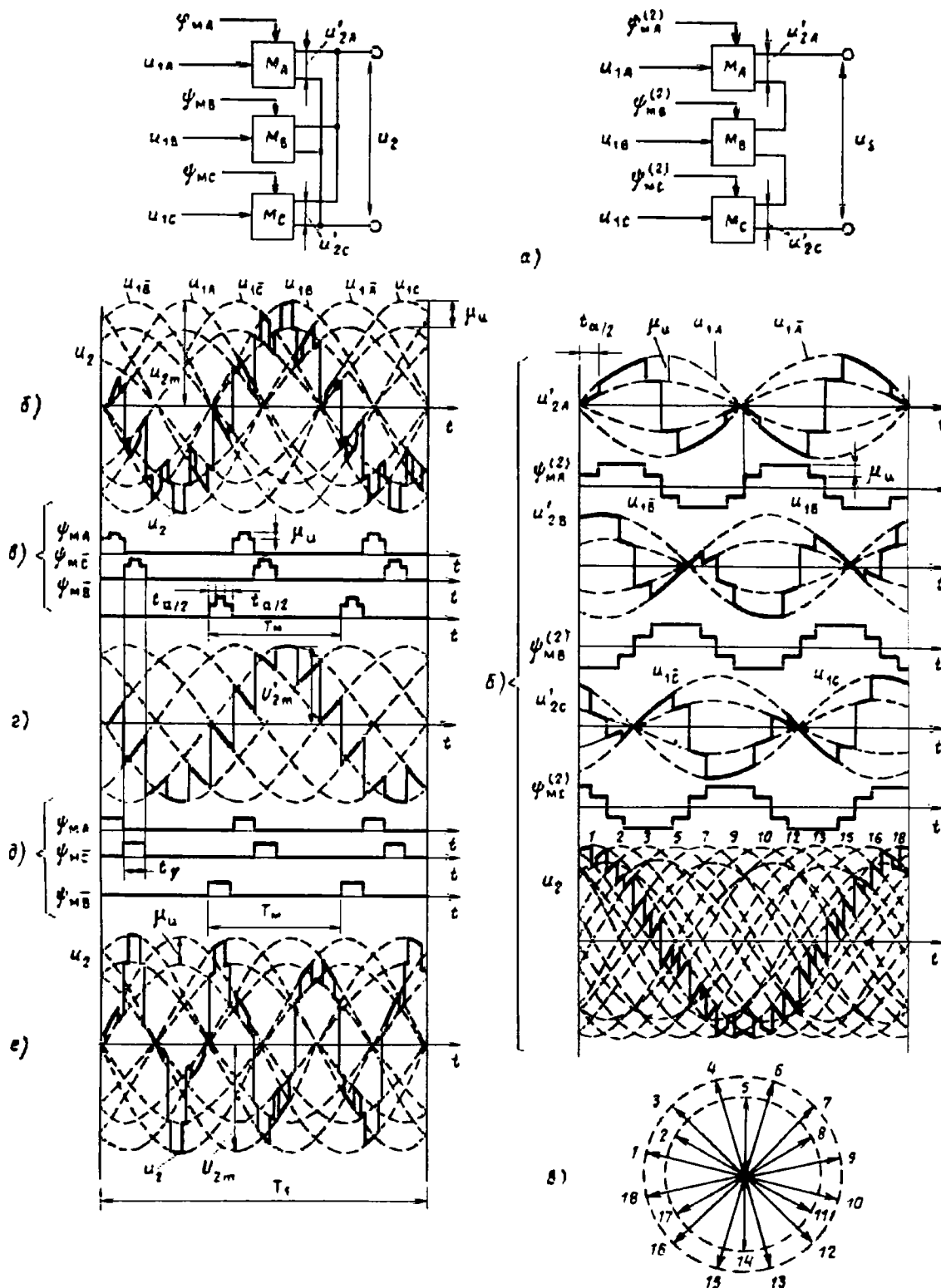


Рис. 3. Структура преобразователя с суммированием составляющих выходного напряжения в общем узле для  $m_1=3$  (а) и временные диаграммы, иллюстрирующие принцип преобразования параметров в режиме вычитания частот  $\omega_1$  и  $\omega_m$  (б—д) и в режиме их суммирования (е) при  $m_1=6$  (диаграммы (б, в) и (г, д) характеризуют случаи, когда угол регулирования  $0 < \alpha < \gamma$  и  $\alpha = \gamma$  соответственно при  $0 < \mu_u < 1$ ; обозначения на рис. 3, а:  $M_a, M_b, M_c$  — фазные модуляторы)

Рис. 4. Структура преобразователя с суммированием составляющих выходного напряжения в общем контуре для  $m_1=3$  (а):  $M_a, M_b, M_c$  — фазные модуляторы, диаграммы, иллюстрирующие формирование частичных и результирующего выходного напряжений для случая  $m_1=3$  при  $\omega_m=2\omega_1$  в режиме вычитания частот (б) и система векторов-напряжений, из которых формируется напряжение на рис. 4, б (в)

Для ПЧ с СОУ по нулевой схеме (рис. 3, а) параметры ЭВМ принимают следующие значения:  $\mu_f=1$ ;  $\gamma=\beta_{m1}=2\pi/m_1$ . \* Раскрывая (5) с учетом (1), (2) получим спектр  $u_2$  в виде трех составляющих, первая из которых, как показано ниже, равна нулю:

$$\begin{aligned} u_2 = & C_0 K_{cx} U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sin \left[ \omega_1 t - (i-1) \frac{2\pi}{m_1} \right] + \\ & + \frac{K_{cx}}{2} U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin [(\omega_1 - K\omega_m) t - K\theta_m + \\ & + (i-1)(K-1) \frac{2\pi}{m_1}] + \frac{K_{cx}}{2} U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin [(\omega_1 + \\ & + K\omega_m) t + K\theta_m - (i-1)(K+1) \frac{2\pi}{m_1}] = \\ = & u_{20} + u_{2H} + u_{2B} = u_{2H} + u_{2B}. \end{aligned} \quad (5a)$$

Суммирование по  $m_1$  представляет собой задачу геометрического сложения последовательно сдвинутых между собой на одинаковые углы  $\beta_{m1}$  и равных по модулю  $m_1$  векторов. Решение ее известно [10]. Просуммировав для каждой составляющей, получим:

$$\begin{aligned} u_{20} = & K_{cx} C_0 U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sin \left[ \omega_1 t - (i-1) \frac{2\pi}{m_1} \right] = \\ = & \frac{K_{cx} C_0 U_{1m} \sin \pi}{\sin \frac{\pi}{m_1}} \sin \left( \omega_1 t - \frac{m_1-1}{m_1} \pi \right) = 0; \\ u_{2H} = & \frac{K_{cx}}{2} U_{1m} \sum_{k=1}^{\infty} C_k S_k \sin (\omega_{1k} t + e_k) = \\ = & \sum_{k=1}^{\infty} U_{2km} \sin (\omega_{1k} t + e_k); \\ u_{2B} = & \sum_{k=1}^{\infty} U_{2km}^* \sin (\omega_{1k} t - e_k^*), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$U_{2km} = \frac{K_{cx}}{2} C_k S_k U_{1m}; \quad U_{2km}^* = \frac{K_{cx}}{2} C_k S_k^* U_{1m}; \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} S_k &= \frac{\sin (K-1) \frac{\pi}{m_1}}{\sin (K-1) \frac{\pi}{m_1}} \quad (9) \\ S_k^* &= \frac{\sin (K+1) \frac{\pi}{m_1}}{\sin (K+1) \frac{\pi}{m_1}} \quad (9a) \end{aligned} \right\} \text{—коэффициенты суммирования;}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{1k} t &= (\omega_1 - K\omega_m) t - K\theta_m \quad (10) \\ \omega_{1k}^* t &= (\omega_1 + K\omega_m) t + K\theta_m \quad (10a) \end{aligned} \right\} \text{—временные аргументы и фазовые углы гармоник верхних и нижних боковых частот соответственно;}$$

$$\left. \begin{aligned} e_k &= (K-1) \frac{m_1-1}{m_1} \pi; \\ e_k^* &= (K+1) \frac{m_1-1}{m_1} \pi \end{aligned} \right\} \text{—дополнительные фазовые углы, обусловленные геометрическим суммированием векторов.}$$

\* Угол  $\gamma$  может быть больше  $2\pi/m_1$  в тех случаях, когда при формировании ЭВБ используют ШИМ (угол  $\gamma$  здесь определяет длительность зоны, в которой расположены импульсы ЭВБ).

В выражениях (5а), (6), (7) введен схемный коэффициент  $K_{cx}$ . Для ПЧ с СОУ по нулевой схеме и для ПЧ с СОК  $K_{cx}=K_{тр}$ , а для мостовой схемы  $K_{cx}=\sqrt{3} K_{тр}$ , где  $K_{тр}$  — коэффициент трансформации согласующего трансформатора, причем в случае мостовой схемы к фазовым углам  $e_k$  и  $e_k^*$  добавляется еще угол  $\pm\pi/6$ .

Существенной особенностью процесса преобразования частоты посредством структур ПЧ с СОУ по мостовой схеме и ПЧ с СОК, модуляторы которых выполнены по двухтактной схеме, является глубина модуляции по частоте  $\mu_f=2$  [9] — рис. 4. Использование ЭВБ единого вида (2) приводит здесь к целесообразности введения понятия эквивалентной фазности  $m_{1\phi}$ , т. е. условного числа фаз источника, участвующих в формировании  $u_2$ :

$$[m_{1\phi} = m_1 \mu_f = 2m_1. \quad (11)$$

Угол  $\beta_{m1}$  для этих структур ПЧ одинаков и равен  $2\pi/m_{1\phi}$ , причем в качестве систем (1), (2) здесь уже могут использоваться и условно симметричные (или несимметричные) системы (рис. 2, б). Параметр ЭВБ  $\gamma$  для мостовых ПЧ с СОУ равен  $2\pi/m_{1\phi}$ , а для ПЧ с СОК  $\gamma=\pi$  или  $\gamma=2\pi/m_{1\phi}$  — при двухтактных и однотактных модуляторах соответственно.

Вместе с этим ЭВБ вида (2) не исключают и традиционного подхода к анализу. Коэффициент  $\mu_f=2$  в этом случае неявно учитывается непосредственно в ЭВМ: переход от ЭВБ  $\psi_{mi}$  с  $\mu_f=1$  к ЭВБ  $\psi_{mi}^{(2)}$  с  $\mu_f=2$  осуществляется вычитанием двух ЭВБ с  $\mu_f=1$ , сдвинутых между собой по фазе на угол  $\pi$  (рис. 1, б):

$$\psi_{mi}^{(2)} = \psi_{mi}(\omega_m t) - \psi_{mi}(\omega_m t - \pi). \quad (12)$$

Такой прием вдвое сокращает число суммируемых составляющих выходных сигналов  $u_{2i}$  и, следовательно, упрощает процедуру (5), так как здесь  $i=\overline{1; m_1}$ . Однако используя его, следует иметь в виду, что угол  $\beta_{m1}$  следует брать равным  $2\pi/m_1$  для симметричных (рис. 2, а) и  $\pi/m_1$  — для условно симметричных систем (рис. 2, б). Эти оговорки нарушают единообразие анализа и поэтому, учитывая цель исследования, в дальнейшем будем использовать преимущественно ЭВБ вида (2), обращаясь к ЭВБ вида (12) лишь в тех случаях, когда это принципиально необходимо. Его целесообразно использовать, например, при синтезе ЭВБ, обеспечивающего минимальные искажения сигнала  $u_2$  [8]. Переменная  $K$  в (4)—(10а) заменятся при этом на  $(2K-1)$ , а коэффициент  $C_k$  дополняется сомножителем 2:

$$C_k \Rightarrow C_{(2k-1)} = C_{(2k-1)}^{(2)}. \quad (13)$$

Эквивалентная фазность  $m_{1\phi}$  может быть увеличена также за счет приближения ЭВБ (12) к моногармоническому сигналу посредством аппроксимации его с помощью, например, АИМ 1-го рода [8]:

$$m_{1\phi}^* = m_1 \mu_f q = 2m_1 q, \quad (11a)$$

где  $q$  — целое число, характеризующее форму ЭВБ; для известных на сегодня схем ПЧ значения  $q=\overline{1; 9}$ , причем в процедуре (5)  $m_{1\phi}^*$  не используется.

Продолжая анализ путем замены в (1)—(4)  $m_1$  на  $m_{1\phi}$  и подстановки соответствующих каждой структуре ПЧ (с СОУ и с СОК) значений углов  $\beta_{m1}$  и  $\gamma$ , в соответствии с (5) получим и для них спектр  $u_2$  также в виде массивов гармоник нижних и верхних комбинационных

боковых частот, аналогичных (6), (7). Для ПЧ с СОК  $\gamma=\pi$ , коэффициент  $C_k$  не зависит от числа  $m_{1a}$ , а ряд (2) получается более разреженным. Проявляется это в том, что при четных значениях  $K$  коэффициент  $C_k=0$ . Этот факт и позволяет, в частности, записать выражение для  $C_k$  в более упорядоченном виде путем замены в нем переменной  $K$  на  $(2K-1)$ , где по-прежнему  $K=1; \infty$ :

$$C_k \Rightarrow C_{(2k-1)}. \quad (13a)$$

**Режим суммирования частот** (рис. 3,е, рис. 7). Взяв противоположным направление вращения векторов системы (1) относительно систем (2) и выполнив процедуру (5), для ПЧ с СОУ по нулевой схеме получим выражение, аналогичное (5а), с той разницей, что

$$u_{2H} = \sum_{k=1}^{\infty} U_{2km}^* \sin(\omega_{1k}t + \varepsilon_k^*); \quad (6a)$$

$$u_{2B} = \sum_{k=1}^{\infty} U_{2km} \sin(\omega_{1k}t - \varepsilon_k). \quad (7a)$$

Для ПЧ по мостовой схеме и ПЧ с СОК выражения для  $u_{2H}$ ,  $u_{2B}$  имеют аналогичный вид (с учетом (13) — при использовании  $m_1$  или (13а) — при использовании  $m_{1a}$ ). Как видно, разница между (6), (7) и (6а), (7а) состоит лишь в том, что амплитуды  $U_{2km}$  и  $U_{2km}^*$  и углы  $\varepsilon_k$  и  $\varepsilon_k^*$  при гармониках  $\omega_{1k}$  и  $\omega_{1k}^*$  поменялись местами. Это означает, что основной по содержанию стала первая гармоника частоты  $\omega_1 + \omega_m$  из массива верхних комбинационных боковых частот.

Сопоставим кратко характеристики полученных спектров в режимах вычитания и суммирования частот. Спецификой выходного сигнала ПЧ непосредственного типа в общем случае является то, что отношение частот его высших гармоник к частоте основной гармоники не кратно целому числу, что характеризует спектр как неканонический. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) спектра (понимаемая для спектров канонического типа как зависимость амплитуд гармоник от их частоты) при анализе спектра (5) с непостоянным (изменяющимся) параметром  $a = \omega_1/\omega_m$  неудобна, так как ее можно получить лишь для фиксированных значений  $a$ . Такой подход делает анализ громоздким и трудно анализируемым, а использование в качестве переменной спектра  $u_2$  еще и параметра  $m_{1a}$  и существенно его усложняет. С учетом сказанного для исследования спектров с переменным параметром  $a$  (или  $a' = \omega_1/\omega_m$ ) целесообразно ввести понятие порядкового номера члена ряда  $l$ , а в качестве АЧХ использовать две характеристики: зависимость относительного содержания гармоник спектра от параметров  $l$  и  $m_{1a}$  —  $U_{2lm}^* = f(l; m_{1a})$  — рис. 5 [здесь  $U_{2lm}^*$  — обобщенное обозначение относительной амплитуды  $l$ -й гармоники, в долях  $U_{2m}$  (см. рис. 3 и 4) независимо от принадлежности ее к нижним или верхним боковым частотам] и степень удаленности частот высших гармоник от частоты основной гармоники в функции параметра  $a$ , т. е.  $\varepsilon_k = f(a)$  — рис. 6:

$$\varepsilon_k = \frac{\omega_1 + (\pm K)\omega_m}{\omega_1 \mp \omega_m} = \frac{a + (\pm K)}{a \mp 1}, \quad (14)$$

где знак плюс при  $K$  берется для верхних и минус — для нижних комбинационных боковых частот; знак минус перед единицей в знаменателе соответствует ре-

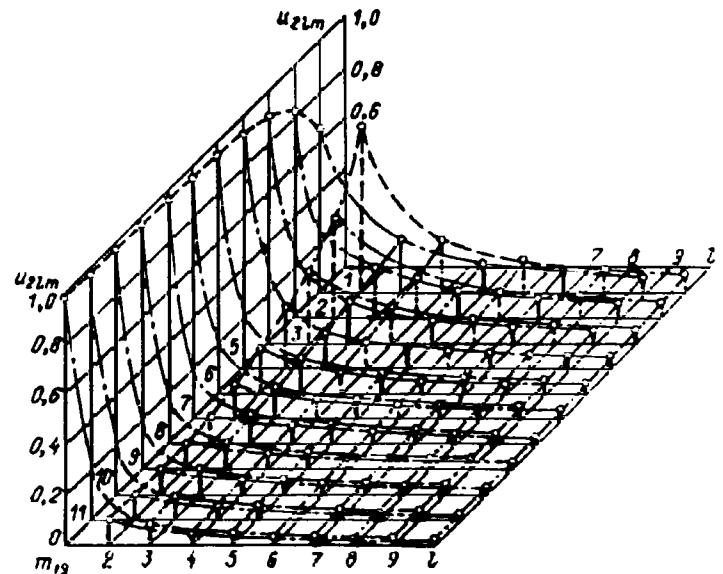


Рис. 5. Зависимость амплитуд спектра выходного напряжения преобразователя с КОМ в режиме преобразования частоты от порядкового номера гармоники  $l$  и от числа  $m_{1a}$ .

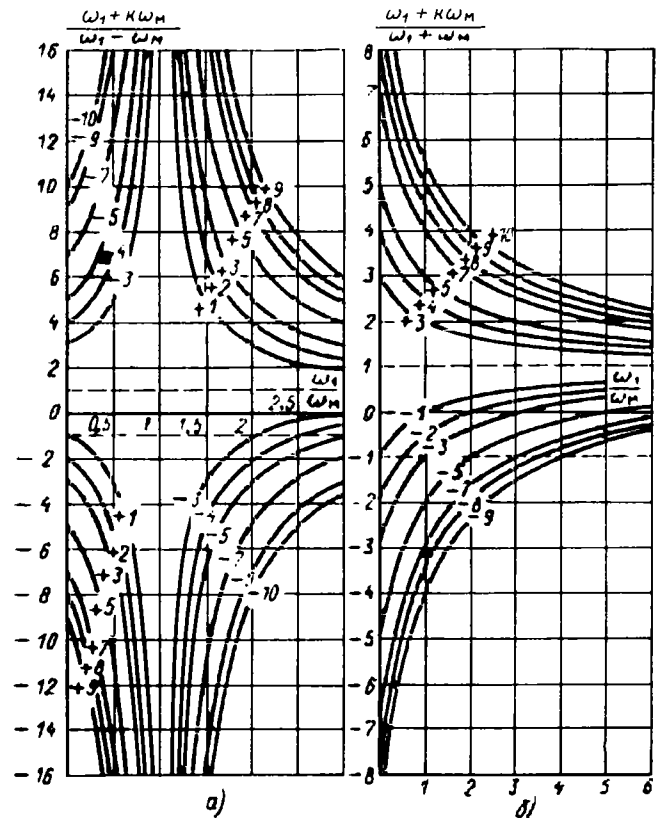


Рис. 6. Зависимости кратности высших гармоник от соотношения частот  $\omega_1/\omega_m$  в режимах вычитания (а) и суммирования (б) частот (цифровые обозначения кривых со знаками  $+$ , — соответствуют значениям  $K$  в гармониках частот  $\omega_1 + K\omega_m$

жиму вычитания, а знак плюс — режиму суммирования частот.

Взаимосвязь между  $m_{1a}$ ,  $K$  и  $l$  определяется одновременно существованием ненулевых значений коэффициентов  $C_k$  и  $S_k$  ( $S_k^*$ ) и для некоторых  $m_{1a}$  и  $K$  иллюстрируется данными таблицы.



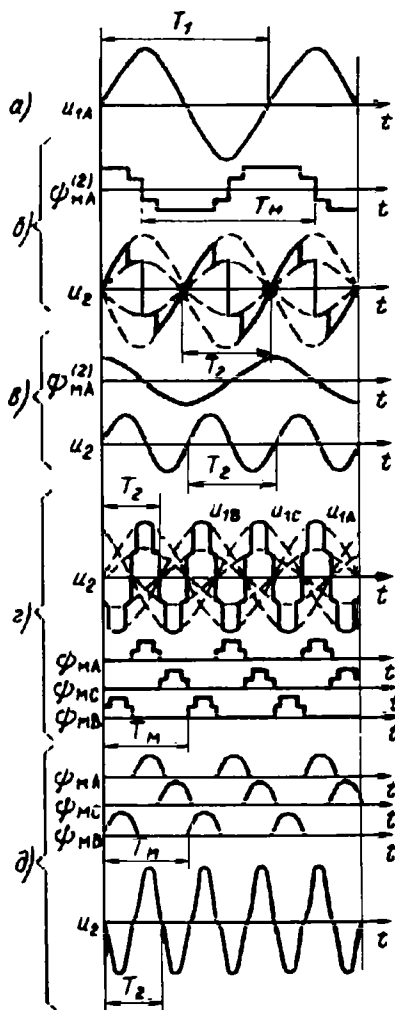


Рис. 7. Режим суммирования частот  $\omega_1$  и  $\omega_m$ . а, б, в — под режим удвоения частоты; г, д — под режим утроения частоты

Из графиков на рис. 5 и 6 и таблицы следует, что амплитуды высших гармоник спектров монотонно убывают с увеличением чисел  $m_{1\theta}$  и  $l$ , а амплитуда первой гармоники  $U_{21m}$  с ростом  $m_{1\theta}$  монотонно возрастает (с 0,637 при  $m_{1\theta}=2$ ), стремясь при  $m_{1\theta} \rightarrow \infty$  к единице.

В режиме вычитания частот в принципе при возможности изменения  $a$  для любого  $m_{1\theta}$  можно получить сколь угодно большое или наперед заданное удаление частот высших гармоник от частоты основной гармоники путем приближения  $a$  к единице. Для режима же суммирования приемлемое с точки зрения качества выходного напряжения значение  $\xi_k$  можно получить по сути лишь при  $m_{1\theta} \geq 6$ . При равных удалениях  $a$  от единицы степень возрастания  $\xi_k$  для обоих режимов заметно больше в области  $a \in [1; 0]$ , что делает ее более предпочтительной по критерию качества сигнала  $u_2$  (в смысле  $K_{r(i)}$ ).

Принципиально для обоих режимов пригодны обе области значений:  $a < 1$  и  $a > 1$ , хотя для режима суммирования область допустимых значений  $a$  заметно уже, а качество  $u_2$  при прочих равных условиях по  $m$ , и  $a$  из-за значительно меньшей кратности  $\xi_k$  (за исключением особых точек [1]) существенно хуже. В каждом из двух режимов для каждого  $m_{1\theta}$  имеются такие значения параметра  $a$ , называемые особыми точками, при которых спектр  $u_2$  из неканонического превращается в канонический. Число его гармоник в этих точках умень-

Значения $K$	Значения $l$				Значения $K$	Значения $l$			
	$m_{1\theta}=2$	$m_{1\theta}=3$	$m_{1\theta}=6$	$m_{1\theta}=12$		$m_{1\theta}=2$	$m_{1\theta}=3$	$m_{1\theta}=6$	$m_{1\theta}=12$
1	1	1	1	1	8	8	6	—	—
2	2	2	—	—	9	9	—	—	—
3	3	—	—	—	10	10	7	—	—
4	4	3	—	—	11	11	8	4	2
5	5	4	2	—	12	12	—	—	—
6	6	—	—	—	13	13	9	5	3
7	7	5	3	—	14	14	—	—	—

шается вдвое за счет слияния в одну гармонику соседних по  $K$  гармоник нижних и верхних боковых частот, так что сигнал  $u_2$  вместо (6а), (7а) здесь может быть охарактеризован лишь одной составляющей. Качество  $u_2$  при этом существенно улучшается.

Наибольший практический интерес исследование особых точек представляет в режиме суммирования. Для примера особые значения  $a$  при некоторых  $m_{1\theta}$  указаны ниже:

$m_{1\theta}$	2	3	4	6	12
$a$	1	0,5	0,75	2	5
$\theta_m$	0	$0 - \pi$	$0 - \pi/2$	$0 - \pi/4$	$0 - \pi/10$
$f_2/f_1$	2	3	2	1,5	1,2

В качестве иллюстрации рассмотрим два случая: режим удвоения частоты  $\omega_1$  однофазного напряжения ( $m_{1\theta}=2$ , рис. 7, а—в и режим утроения частоты  $\omega_1$  3-фазного напряжения ( $m_{1\theta}=3$ , рис. 7, г, д).

Условием реализации первого случая являются два равенства:  $a=1$  и  $\theta_m=0$ . Эквивалентное модулирующее воздействие здесь удобно записать в форме (12), тогда с учетом (13):

$$\Psi_{m1}^{(2)} = \sum_{k=1}^{\infty} C_{(2k-1)}^{(2)} \cos(2K-1) \omega_1 t. \quad (12a)$$

После процедуры (5) для  $m_1=1$  получим

$$U_2 = U_{2m} + U_{2n} = \frac{K_{cx}}{2} U_{1m} \sum_{k=1}^{\infty} C_{(2k-1)}^{(2)} \{ \sin 2K \omega_1 t - \sin 2(K-1) \omega_1 t \}. \quad (5b)$$

При приближении формы ЭМВ к форме моногармонического сигнала искажения сигнала  $U_2$  уменьшаются. В пределе при моногармоническом ЭМВ  $C_{(2k-1)}^{(2)}=1$  (где  $C_{(2k-1)}^{(2)}$  — значение  $C_{(2k-1)}^{(2)}$  при  $K=1$ ),  $C_{(2k-1)}^{(2)}=0$  при  $K>1$ , а искажения  $U_2$  отсутствуют (рис. 7, в):

$$\Psi_{m1}^{(2)} \text{ моно} = \cos \omega_1 t; \quad (12b)$$

$$U_{2\text{моно}} = K_{cx} U_{1m} \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t = \frac{K_{cx}}{2} U_{1m} \sin 2\omega_1 t, \quad (5b)$$

Интересно заметить, что при данном  $m_1=1$  ПЧ обладает свойствами двух структур с СОУ и СОК, а (5b) является технической иллюстрацией известной тригонометрической формулы двойного угла. Эквивалентное модулирующее воздействие вида (12б) целесообразно использовать в маломощных информационных ПЧ. Для мощных удвоителей частоты рациональна ступенчатая аппроксимация моногармонического ЭМВ посредством АИМ 1-го рода [11]. Параметры модуляции  $\alpha$  и  $\mu_u$  в

ЭМВ типа (4) можно использовать не для регулирования величины сигнала  $u_2$ , а для уменьшения его искажений. Оптимальные значения параметров ЭМВ с АИМ можно взять, например, из [11].

Возможность улучшения спектра  $u_2$  в утроителе частоты, выполненного по структуре с СОУ, также может быть реализована, однако с определенными особенностями: использование в качестве импульсов ЭМВ полуовальной функции  $\sin 3\omega_1 t$  не обеспечивает формирования чисто моногармонического сигнала, хотя и дает большое приближение к нему (рис. 7, д). Идеальное достижение этой цели здесь возможно за счет введения в импульсы ЭМВ указанной формы определенного содержания гармоник, кратных  $9\omega_1$ .

Анализ двух режимов завершим записью коэффициента гармоник  $K_{r(u)}$  выходного сигнала  $u_2$ , определяемого через действующее его значение  $U_{2д}$  и амплитуду основной гармоники  $U_{21m}$  по выражению:

$$K_{r(u)} = \sqrt{\frac{2U_{2д}^2}{U_{21m}^2} - 1}. \quad (15)$$

В общем случае ЭМВ для обоих режимов записывается в виде

$$U_{2д}^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} |U_{2km}^2 + U_{2km}^{*2}| = \left( \frac{K_{cx} U_{1m}}{2\sqrt{2}} \right)^2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k (S_k^2 + S_k^{*2}). \quad (16)$$

Одно из отличительных и интересных свойств алгоритма КОМ заключается в следующем: для ПЧ с СОУ, ЭМВ которых обеспечивает формирование  $u_2$  из  $m_{1э}$ -фазной симметричной системы сигналов при параметрах регулирования  $\mu_u = 0$ ;  $\alpha = 0$ , действующие значения входного  $U_{1д}$  и выходного  $U_{2д}$  сигналов (несмотря на различные формы этих сигналов) за исключением спектров  $u_2$  в особых точках  $a$  различаются между собой лишь на коэффициент  $K_{cx}$ . Доказательство этого приведено в [1].

$$U_{1д} = \frac{U_{2д}}{K_{cx}} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}. \quad (17)$$

В справедливости (17) можно убедиться, определив сумму числового ряда (16) в частных случаях, например при  $m_{1э} = 2, 3, 4, 6$ . Амплитуда основной гармоники выходного сигнала  $u_2$  в обоих режимах для обеих структур (с СОУ и с СОК) имеет один и тот же вид [в соответствии с (8), (9) при  $K=1$ ]:

$$U_{21m} = \frac{K_{cx}}{2} m_{1э} C_1 U_{1m}. \quad (8б)$$

Это выражение получено после раскрытия неопределенности типа  $\frac{0}{0}$  в множителе  $S_k$  при  $K=1$ . Значение коэффициента  $C_1$  здесь равно значению  $C_1$  при  $K=1$ . Для ПЧ с СОУ  $C_1 = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{1э}}$ , а

$$U_{21m} = K_{cx} \frac{m_{1э}}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{1э}} U_{1m}. \quad (8в)$$

Подставив  $U_{2д}$  из (17) и (8в) в (15), получим

$$K_{r(u)} = \sqrt{\frac{\pi^2}{m_{1э}^2 \sin^2 \frac{\pi}{m_{1э}}} - 1}. \quad (15а)$$

Для ПЧ с СОУ  $K_{r(u)}$  будет равно нулю при всех  $a$  (кроме особых точек) лишь при  $m_{1э} \rightarrow \infty$ . Действительно, поскольку

$$\lim_{m_{1э} \rightarrow \infty} U_{21m} = \lim_{x \rightarrow 0} K_{cx} U_{1m} \frac{\sin x}{x} = K_{cx} U_{1m},$$

где

$$x = \frac{\pi}{m_{1э}},$$

то

$$\lim_{m_{1э} \rightarrow \infty} K_{r(u)} = 0.$$

Для ПЧ с СОК в обоих режимах  $C_1 = \frac{2}{\pi}$  (или  $C_1^{(2)} = \frac{4}{\pi}$ ), а амплитуда

$$U_{21m} = K_{cx} \frac{m_{1э}}{\pi} U_{1m}. \quad (8г)$$

Можно показать, что для этой структуры ПЧ при тех же условиях, что и для ПЧ с СОУ, справедливо равенство

$$U_{1д} = \frac{1}{K_{cx}} \sin \frac{\pi}{m_{1э}} U_{2д} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}. \quad (17а)$$

Несмотря на различия в  $U_{21m}$  и  $U_{2д}$  для двух структур ПЧ (с СОУ и с СОК) относительный спектральный состав их сигналов  $u_2$  при выше оговоренных равных условиях одинаков, а  $K_{r(u)}$  описывается общим выражением (15а).

В общем же случае ЭМВ (когда  $\mu_u \neq 0$ ;  $\alpha \neq 0$  или ЭМВ имеет более сложную формулу) значение  $K_{r(u)}$  определяется по формуле (15) с использованием (16) и (8б). Интересно заметить, что для ПЧ с СОК искажения выходного сигнала  $u_2$  полностью определяются искажениями его действительного (а не кажущегося) ЭМВ —  $K_{r(\psi)}$  [8]. Например,

для  $m_1 = 2, 4$

$$K_{r(u)} = K_{r(\psi)} = \frac{1}{C_1^{(2)}} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} |C_{(2k-1)}^{(2)}|^2}; \quad (18)$$

для  $m_1 = 3, 6$

$$K_{r(u)} = K_{r(\psi)} = \frac{1}{C_1^{(2)}} \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} |C_{(6k \mp 1)}^{(2)}|^2}, \quad (18а)$$

где  $C_1^{(2)}$  — значение  $C_{(2k-1)}^{(2)}$  и  $C_{(6k+1)}^{(2)}$  при  $K=1$  и  $K=0$  соответственно, причем ЭМВ здесь записаны в форме (12) с учетом (13). Индекс  $(6K \pm 1)$  в (18а) означает, что искажения действительного ЭМВ  $K_{r(\psi)}$  должны вычисляться по форме кажущегося ЭМВ без учета в нем гармоник, кратных трем [6, 8].

В предельном случае для идеального ПЧ с СОК, когда ЭМВ имеет форму моногармонического сигнала (при  $m_1 = 2, 4$ ) или содержит в себе только гармоники, кратные трем (при  $m_1 = 3, 6$ ), выходной сигнал  $u_2$  также является моногармоническим [6]:

$$u_2 = K_{cx} U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sin [\omega_1 t - (i-1) \beta_{m1}] \cos [\omega_m t + \theta_m - (i-1) \beta_{m1}] = \frac{K_{cx}}{2} m_1 U_{1m} \sin \omega_2 t, \quad (5г)$$

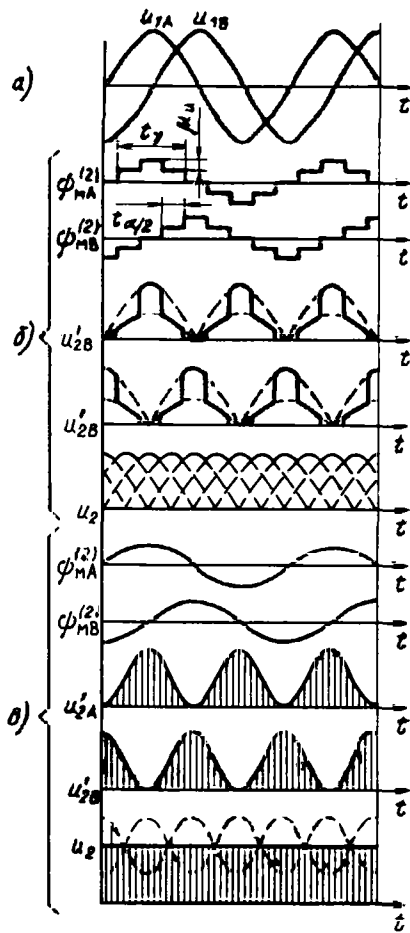


Рис. 8. Режим выпрямления двухфазного напряжения (а) с помощью структуры преобразователя с СОК: случай квазиоднополосной модуляции (б) и случай идеального выпрямления (в)

где

$$\omega_2 t = \omega_1 t - (\omega_1 - \omega_m) t - \theta_m \quad (10в)$$

или

$$\omega_2 t = \omega_1 t = (\omega_1 + \omega_m) t + \theta_m \quad (10г)$$

соответственно в режимах вычитания и суммирования частот.

Режим (5в) является частным случаем (5г).

Режим управляемого  $m_{13}$ -пульсного реверсивного выпрямления (рис. 8) является частным случаем режима вычитания частот. Он характеризуется равенством частот  $\omega_1$  и  $\omega_m$ . Основная гармоника превращается здесь в постоянную составляющую, определяемую из (6), (8), (9):

$$U_{21}^0 = -U_{21m} \sin \theta_m. \quad (19)$$

где  $U_{21m}$  берется из (8в) или (8г) в зависимости от структуры преобразователя.

Соседние по  $K$  высшие гармоники из спектров (6), (7) в этом случае также сливаются в одну гармонику по частоте, кратную  $m_{13}$ . Разница между значениями  $K$  этих сливающихся высших гармоник равна двум, причем большие значения  $K$  относятся к нижним боковым частотам. С учетом этого для удобства суммирования двух составляющих высших гармоник в спектре (6) сделаем

замену переменной  $K$  на  $K+2$ :

$$u_{2n} = - \sum_{k=1}^{\infty} U_{2(k+2)m} \sin [(k+1)\omega_1 t + (K+2)\theta_m - \varepsilon_{(k+2)}]. \quad (66)$$

Спектр (7) в этом режиме имеет вид:

$$U_{2B} = \sum_{k=1}^{\infty} U_{2km}^* \sin [(K+1)\omega_1 t + k\theta_m - \varepsilon_k^*] \quad (76)$$

Замена переменной в (6) приводит к тому, что (при учете знаков у  $C_k$  и  $C_{(k+2)}$ )

$$\left. \begin{aligned} S_{(k+2)} &= S_k^* \\ \varepsilon_{(k+2)} &= \varepsilon_k^* \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Геометрически суммируя составляющие (66) и (76) и учитывая (20), получаем общее выражение для  $(K+1)$ -й гармоники выходного напряжения УРВ:

$$u_{2(k+1)} = U_{2(k+1)m} \sin [(K+1)\omega_1 t + \beta_{(k+1)}], \quad (21)$$

где

$$U_{2(k+1)m} = \frac{K_{cx}}{2} C_k \text{ (рез)} S_k^* U_{1m}, \quad (8д)$$

$$C_k \text{ (рез)} = \sqrt{C_k^2 + C_{(k+2)}^2 - 2C_k C_{(k+2)} \cos 2\theta_m}; \quad (22)$$

$$\beta_{(k+1)} = \arctg \frac{C_k \sin (K\theta_m - \varepsilon_k^*) - C_{(k+2)} \sin [(K+2)\theta_m - \varepsilon_k^*]}{C_k \cos (K\theta_m - \varepsilon_k^*) - C_{(k+2)} \cos [(K+2)\theta_m - \varepsilon_k^*]}. \quad (23)$$

В качестве примера рассмотрим наиболее общеизвестный случай однопараметрического (фазового) регулирования, когда  $\theta_m \neq 0$ , а  $\alpha = 0$ . Согласно (4) для УРВ с СОУ

$$C_k = \frac{2}{\pi K} \sin \frac{K\pi}{m_{13}}; \quad (4а)$$

$$C_{(k+2)} = \frac{2}{\pi (K+2)} \sin \frac{(K+2)\pi}{m_{13}}. \quad (4б)$$

При значении  $K$ , удовлетворяющем условию  $S_k^* \neq 0$ , справедливо равенство

$$\left| \sin \frac{K\pi}{m_{13}} \right| = \left| \sin \frac{(K+2)\pi}{m_{13}} \right| = \sin \frac{\pi}{m_{13}}, \quad (24)$$

причем знаки у этих множителей всегда противоположны. В таком случае (22) преобразуется к виду

$$C_k \text{ (рез)} = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \sqrt{\frac{1}{K^2} + \frac{1}{(K+2)^2} + \frac{2 \cos 2\theta_m}{K(K+2)}}. \quad (22а)$$

Полученное выражение также не является предельно упорядоченным. Наиболее рациональна такая его запись, в которой автоматически исключаются избыточные значения  $K$ , приводящие к  $S_k^* = 0$ . Такому условию удовлетворяет следующая запись:

$$\begin{aligned} C_k \text{ (рез)} &= C_{\delta} \text{ (рез)} = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \times \\ &= \sqrt{\frac{1}{(m_{13}\delta - 1)^2} + \frac{1}{(m_{13}\delta + 1)^2} + \frac{2 \cos 2\theta_m}{m_{13}^2 \delta^2 - 1}} = \\ &= \frac{4 \cos \theta_m}{\pi (m_{13}^2 \delta^2 - 1)} \sin \frac{\pi}{m_{13}} \sqrt{m_{13}^2 \delta^2 + \text{tg}^2 \theta_m}, \quad (22б) \end{aligned}$$

где  $\delta = \overline{1; \infty}$ .

В сравнении с (22а) здесь произведена замена переменных  $K$  и  $K+2$  на  $m_{1\delta}-1$  и  $m_{1\delta}+1$  соответственно. С учетом этого, а также того, что  $S_k$  принимает значения либо нуль, либо  $m_{1\delta}$ , перепишем (21) в таком виде:

$$u_2(k+1) = u_{2\delta} = U_{2\delta m} \sin(m_{1\delta} \delta \omega_1 t + \beta_\delta), \quad (21a)$$

где

$$U_{2\delta m} = \frac{K_{cx}}{2} m_{1\delta} C_A (\text{рез}) U_{1m}; \quad (8e)$$

$$\beta_\delta = \arctg \frac{m_{1\delta} \delta \sin(m_{1\delta} \delta \theta_m - \varepsilon_\delta^*) \cos \theta_m - \cos(m_{1\delta} \delta \theta_m - \varepsilon_\delta^*) \sin \theta_m}{m_{1\delta} \delta \cos(m_{1\delta} \delta \theta_m - \varepsilon_\delta^*) \cos \theta_m - \sin(m_{1\delta} \delta \theta_m - \varepsilon_\delta^*) \sin \theta_m} \quad (23a)$$

При  $\theta_m=0$   $U_{21}^0=0$ , а наибольшая по содержанию высшая гармоника (при  $\delta=1$ ) имеет частоту в  $m_{1\delta}$  раз больше частоты  $\omega_1$ .

Принципиально этот «подрез» можно использовать для умножения частоты, однако целесообразность его применения уменьшается с ростом  $m_{1\delta}$  из-за ухудшающегося использования сигналов источника и неоправданного возрастания установленной мощности ключей преобразователя. При  $m_{1\delta}=2$  он представляет собой режим (5б).

При  $\theta_m = \mp \pi/2$   $U_{21}^0 = \pm U_{21m}$ , а (21а) превращается в известный спектр выходного сигнала идеального неуправляемого  $m_{1\delta}$ -фазного выпрямителя (см., например [1]).

Для УРВ по структуре с СОК значение  $U_{21m}$  берется из (8г), а в коэффициенте  $C_\delta (\text{рез})$  сомножитель  $\sin \frac{\pi}{m_{1\delta}}$  заменяется на единицу.

Режим идеального (без пульсаций) управляемого реверсивного выпрямления вытекает из (5г):

$$U_{21}^0 = K_{cx} U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sin[\omega_1 t - (i-1)\beta_{m1}] \cos[\omega_1 t + \theta_m - (i-1)\beta_{m1}] = \frac{K_{cx}}{2} m_1 U_{1m} \sin(-\theta_m). \quad (5d)$$

При  $\theta_m = \mp \frac{\pi}{2}$  сигнал  $U_{21}^0$  максимален:

$$U_{21}^0 = \pm K_{cx} U_{1m} \sum_{i=1}^{m_1} \sin^2[\omega_1 t - (i-1)\beta_{m1}] = \pm \frac{K_{cx}}{2} m_1 U_{1m}. \quad (5e)$$

Небезынтересно заметить, что полученное выражение общего вида (по  $m_1$ ) включает в себя как частный случай известное тригонометрическое соотношение

$$\sin^2 \omega_1 t + \cos^2 \omega_1 t = 1,$$

которое получается при  $m_1=2$ ; 4 и  $\beta_{m1} = \frac{\pi}{2}$ . Более общая запись этого соотношения, как следует из (5е), имеет вид

$$\sum_{i=1}^{m_1} \sin^2[\omega_1 t - (i-1)\beta_{m1}] = \frac{m_1}{2},$$

где  $m_1 = 2; \infty$ , а  $\beta_{m1} = \frac{2\pi}{m_1}$ .

Режим управляемого компенсатора реактивной мощности (УКРМ) может быть реализован двумя путями:

на основе использования или режима вычитания частот (при  $\omega_1 \neq \omega_m$ ), или режима выпрямления (при  $\omega_1 = \omega_m$ ).

В первом случае в качестве нагрузки используют реакторы, режим генерации или потребления реактивной мощности обеспечивают путем выполнения неравенств  $\omega_1 < \omega_m$  или  $\omega_1 > \omega_m$  соответственно [1], а значение реактивной мощности регулируют или изменением соотношения  $\omega_1/\omega_m$  или за счет параметров  $\mu_u$  и  $\alpha$  или же (в зависимости от применения) используют приемлемую комбинацию этих способов. Наиболее систематизированное на сегодня изложение свойств и некоторых особенностей построения УКРМ такого типа можно найти в [12].

Во втором случае в качестве нагрузки может использоваться или реактор, или соответствующий потребитель постоянного тока (с реактором или без него). Режим генерации или потребления задается здесь углом  $\theta_m$  [1], а величину реактивной мощности регулируют таким же образом, как и в первом случае. Применяя соответствующие АПК, в УКРМ можно совместить две функции: функцию собственно УКРМ и функцию регулируемого (в определенном диапазоне) или стабилизированного выпрямителя [1].

Режим регулятора переменного напряжения (РПН) является также частным случаем режима вычитания частот: он реализуется при параметре  $a=0,5$  (рис. 4). Отличительной особенностью РПН, реализующих КОМ, в сравнении с традиционным однофазно-однофазным РПН, является то, что будучи по сути  $m_1$ -фазно-однофазными ПЧ, они обеспечивают равномерную загрузку фаз источника и более высокие по сравнению с рядом известных решений качество выходного напряжения. Регуляторы РПН с КОМ по структуре с СОК имеют дополнительное преимущество по массо-габаритным показателям в тех случаях, когда неизбежно применение согласующего трансформаторного узла, а именно когда

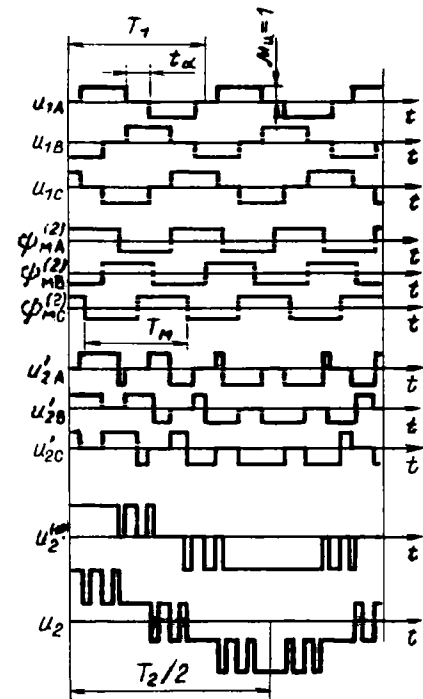


Рис. 9. Режим формирования сигналов с ШИМ— $U_2^{(\alpha)}$  и АШИМ— $U_3$  (первый случай имеет место при  $t_\alpha = T_1/6$ , второй — при  $t_\alpha = 0$ )

требуется сильноточный выход при низком напряжении или наоборот — высоковольтный при малом токе.

Указанное преимущество обеспечивается отсутствием в выходной цепи РПН ключевых элементов и более высокой (в сравнении с сетевой) рабочей частотой трансформаторов. Значение преобразованного энергетического потока регулируется за счет параметров  $\mu_u$  и  $\alpha$  — при умеренных требованиях к его качеству или путем применения соответствующих более сложных ЭМВ — при повышенных требованиях. Повышение качества потребляемого тока достигается здесь за счет использования группы из  $m_2$  РПН с синхронизацией их между собой по принципу образования их выходными напряжениями  $m_2$ -фазных симметричных или условно симметричных систем. При этом системы управления группой из  $m_2$  РПН и ПЧ с  $m_2$ -фазным выходом по сути идентичны между собой за исключением блока синхронизации в РПН, реализующего условие  $a=0,5$ .

Принципы синтеза ЭМВ, обеспечивающих минимизацию искажений выходного энергетического потока, в УКРМ и в РПН те же, что и для структур преобразователей с СОУ и СОК в режиме вычитания частот.

Режим формирования сигналов с ШИМ или АШИМ по законам, описываемым кусочно-линейными функциями (КЛФ), характеризуется использованием сигналов  $m_1$ -фазного источника прямоугольной формы со спектром вида (рис. 9)

$$u_{1i} = U_{1m} \sum_{n=1}^{\infty} B_{(2n-1)} \sin [(2n-1) \omega_1 t - (i-1) \beta_{m1(2n-1)}], \quad (1a)$$

где  $n = \overline{1; \infty}$ ;  $B_{(2n-1)}$  — коэффициент Фурье; в наиболее простом случае — при форме сигналов типа меандр

$$B_{(2n-1)} = \frac{4}{\pi(2n-1)}.$$

Практически этот режим реализуется в инверторах (на уровне их систем управления) и в преобразователях постоянного напряжения в квазисинусоидальное переменное с промежуточным высокочастотным преобразованием (на уровне силовой части) [13, 14].

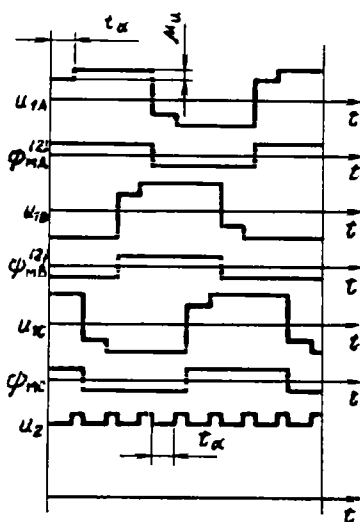


Рис. 10. Режим формирования постоянного напряжения, регулируемого методом частичного ШИР

Вид КЛФ и, как следствие, вид выходного сигнала  $u_2$  определяется числом  $m_{1i}$  и видом суммирования составляющих напряжений  $u_{2i}$  [13]. Очевидно, что возможности минимизации искажений выходного сигнала за счет синтеза соответствующих ЭМВ здесь дополняются возможностями улучшения спектрального состава исходных сигналов  $u_{1i}$ .

Не останавливаясь здесь на детальном анализе этого режима и особенностях его реализации, заметим лишь, что как показано в [13, 14], принцип КОМ позволяет синтезировать как различные виды ШИМ (однополярную, двухполярную ШИМ, АШИМ), так и различные кусочно-линейные законы их модуляции. Существенной отличительной особенностью реализации устройств с ШИМ и АШИМ выходных сигналов  $u_2$  на основе принципа КОМ является относительная простота последних: они характеризуются использованием в них только логических операций И, ИЛИ и принципиальным отсутствием аналоговой операции сравнения (которая при необходимости может применяться здесь лишь для целей регулирования величины  $u_2$ ).

Как подрежим выше описанного режима можно рассматривать случай формирования сигнала постоянного тока с частичным широтно-импульсным регулированием (ЧШИР) его величины. Режим имеет место при  $a=1$  и по сути представляет собой режим управляемого выпрямления системы  $m_1$ -фазных сигналов прямоугольной (или квазипрямоугольной) формы (рис. 10).

В отличие от исходного сигнала вида (1), регулирование величины которого в самом первичном источнике часто невозможно, в тех случаях, когда сигнал вида (1a) является выходным сигналом первого преобразующего звена многозвенных преобразователей (ИППН), регулирование его по величине уже может быть обеспечено (на основе тех же принципов ШИР, которые используют и при регулировании ЭМВ). Таким образом, коэффициент  $B_{(2n-1)}$  в общем случае также может быть функцией параметров  $\mu_u$  и  $\alpha$ :

$$B_{(2n-1)} = f(n, \mu_u, \alpha).$$

В качестве ЭМВ при этом обычно используют сигнал с простейшей формой — меандр (рис. 10). Использование ШИР в исходных сигналах  $u_{1i}$  или в ЭМВ определяет собой различные пути синтеза структур ИППН. Преимущества и недостатки последних должны быть оценены в каждом случае отдельно. Одним из примеров реализации этого подрежима являются так называемые [15] многофазные импульсные стабилизаторы (или регуляторы).

Свойство ИППН обеспечивать повышенное качество выходного напряжения (тока) в широком диапазоне его величины является основанием для применения их в качестве устройств воспроизведения и усиления (УВУ) сигналов произвольной формы, используемых, например, в проводном вещании (для трансляции в сеть абонентов сигналов звукового диапазона).

Основным достоинством УВУ на базе ИППН с КОМ в сравнении с известными аналогами [16] является существенно более высокая разрешающая их способность, которая достигается тем, что усредненная длительность интервалов квантования энергетического потока в каждом из  $m_1$  каналов УВУ (определяемая частотными возможностями ключевых элементов) значительно и тем в большей мере, чем больше  $m_1$ , превышает усредненную длительность интервалов квантования результирующего

выходного энергетического потока, т. е. малый уровень шума выходного сигнала и высокочастотный его спектр относительно полезной составляющей сигнала обеспечиваются сравнительно низкой частотой переключения ключей УВУ.

Устройства УВУ с КОМ, кроме того, характеризуются достаточно равномерной загрузкой  $m_1$  каналов, формирующих составляющие выходного сигнала, что в итоге выражается в меньшей установленной мощности аппаратуры по сравнению с УВУ, реализующими многозонный принцип формирования по уровню и с использованием пороговых элементов [16].

Более детальный анализ кратко рассмотренных режимов и подрежимов КОМ выходит за рамки настоящей статьи. Отдельного рассмотрения требует также задача синтеза рациональных для заданных условий и ограничений структур преобразователей по предварительно синтезированному оптимальному ЭМВ.

Резюмируя изложенное, следует отметить, что КОМ по праву можно отнести к одному из основополагающих принципов, определяющему многочисленные модификации структурно-алгоритмической организации большинства типов преобразующих устройств (ПУ), который позволяет не только обобщить и упорядочить определенную часть наших знаний в области теории преобразования сигналов, но и вскрыть новые эффективные пути синтеза информационных и силовых ПУ с различной функциональной характеристикой. Знание арсенала принципов и приемов синтеза ПУ необходимо на первом, наиболее ответственном этапе оптимального их проектирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мыцык Г. С. Исследование и разработка способов преобразования параметров электроэнергии с помощью статических преобразователей: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М., 1972. В надзаг.: М-во высш. и средн. спец. образования СССР, Мос. энергетический ин-т.
2. Карташов Р. П. Преобразование частоты прямоугольного сигнала при однополосной модуляции с помощью фазо-

вых схем. — В кн.: Электромагнитные и полупроводниковые устройства преобразовательной техники. — Киев: Наукова думка, 1966.

3. Мыцык Г. С., Сенько В. И., Скобченко В. М. Построение, анализ и возможности применения преобразователей частоты с квазиоднополосной модуляцией. — В кн. Автоматизация управления организационными и техническими системами. — Томск.: Изд. Томского ин-та, 1979.

4. Джуджи Л., Пелли Б. Силовые полупроводниковые преобразователи частоты. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 400 с.

5. Карташов Р. П., Кулиш А. К., Чехет Э. М. Тиристорные преобразователи частоты с искусственной коммутацией. — Киев: Техника, 1979.

6. А.с. № 813621 (СССР). Способ квазиоднополосного преобразования частоты и устройство для его осуществления/Г.С. Мыцык. Оpubл. в Б.И. 1981, № 10.

7. А.с. № 843134 (СССР). Преобразователь частоты с квазиоднополосной модуляцией/Г. С. Мыцык, В. В. Михеев. Оpubл. в Б.И. 1981, № 24.

8. Мыцык Г. С. Принципы минимизации и расчета искажений выходного напряжения преобразователей частоты с квазиоднополосной модуляцией. — В кн.: Проблемы преобразовательной техники (Тезисы докладов Всесоюзной науч. техн. конф.). — Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1979, ч. V.

9. Мыцык Г. С. Модификации амплитудно-импульсной модуляции второго рода в преобразовательной технике. Электротехника, 1979, № 9.

10. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. литературы.

11. Мыцык Г. С., Шевякова Н. Б. Аппроксимация моногармонического сигнала по минимуму искажений. — Электричество, 1983, № 2.

12. Шидловский А. К., Федий В. С. Частотно - регулируемые источники реактивной мощности. — Киев: Наукова думка, 1980.

13. Мыцык Г. С., Чесноков А. В. Инверторы с квазиоднополосной модуляцией для частотно-управляемого электропривода. — ЭП. Преобразовательная техника, 1981, вып. 9 (137).

14. Мыцык Г. С., Чесноков А. В. Преобразователи постоянного напряжения в переменное с промежуточным высокочастотным преобразованием. — Электротехника, 1981, № 3.

15. Глазенько Т. А. Полупроводниковые преобразователи в электроприводах постоянного тока. — Л.: Энергия, 1973.

16. Кобзев А. В. Многозонная импульсная модуляция. Новосибирск: Наука, 1979.

[05.03.864



## О нормировании надежности устройств защитного отключения

ЩУЦКИЙ В. И., доктор техн. наук, БУРАЛКОВ А. А., канд. техн. наук

В условиях непрерывного развития электрификации народного хозяйства все большее значение приобретает защита от поражения электрическим током в электроустановках напряжением до 1000 В, с которыми соприкасается наибольшее число людей. Одним из действенных способов защиты от электропоражений в сетях напряжением до 1000 В является защитное отключение электроустановок при возникновении опасных ситуаций: случайных прикосновений человека к токоведущим частям, однофазных замыканий на корпус вследствие повреждения изоляции. Для этих целей промышленностью выпускается ряд устройств защитного отключения (УЗО).

Важное значение для обеспечения эффективности защитного отключения имеет нормирование надежности УЗО, т. е. выбор номенклатуры нормируемых показателей надежности и определение требуемых или допустимых значений этих показателей.

Наиболее важный вид надежности аппаратуры, предназначенной для работы в аварийных режимах электроустановок, включает в себя надежность срабатывания при наличии аварийного режима и надежность несрабатывания при отсутствии аварийного режима электроустановки [1]. Объектом защиты для УЗО является человек, поэтому задача защитного отключения — предотвращение несчастных случаев (электропоражений) — существенно отличается от задачи других видов релейной защиты — снижения ущерба при повреждениях электроустановок, в частности, при к. з. В этих условиях надежность срабатывания УЗО при возникновении опасных ситуаций имеет преобладающее значение над надежностью несрабатывания при отсутствии таких ситуаций, поскольку предотвращение электропоражений имеет большую социальную значимость по сравнению с некоторым материальным ущербом при излишнем (неселективном) или ложном отключении электроустановок.

Для выбора нормируемых показателей надежности срабатывания рассмотрим процесс функционирования УЗО. Основным режимом работы УЗО является режим дежурства — ожидания требования на срабатывание при возникновении в защищаемой электроустановке опасной для человека ситуации. Поскольку длительность ожидания во много раз превышает время срабатывания УЗО, равное не более 0,2 с, а интенсивности отказов элементов УЗО в режимах ожидания и срабатывания отличаются незначительно, можно считать, что подавляющая часть отказов УЗО происходит в режиме дежурства. Подобное допущение является общепринятым и при оценке надежности релейной защиты [2], к которой можно отнести и защитное отключение.

Так как самостоятельная индикация отказов в защитно-отключающей аппаратуре не предусмотрена, а устройства самодиагностики исправности отдельных типов аппаратуры охватывают не все элементы схемы, то для своевременного обнаружения и устранения возникающих в режиме дежурства отказов УЗО периодически подвергаются профилактическому контролю работоспособности посредством создания искусственной утечки тока на землю через резистор при нажатии кнопки «проверка». Периодичность проверок работоспособности УЗО в горнодобывающей промышленности составляет один раз в смену, в других отраслях — один раз в сутки или в неделю. В случае успешного срабатывания и отключения защищаемой электроустановки при проверке работоспособности эксплуатации УЗО продолжается. При несрабатывании УЗО, свидетельствующем о наличии отказа, УЗО и защищаемая электроустановка отсоединяются от сети и отказ устраняется. После восстановления работоспособности УЗО эксплуатация возобновляется.

В течение времени скрытого отказа (от момента возникновения отказа до момента его выявления при очередной проверке работоспособности) УЗО находится в неработоспособном состоянии, и поступающие требования на срабатывание в случае возникновения опасности поражения человека электрическим током в защищаемой электроустановке не будут обслуживаться, т. е. произойдет отказ в срабатывании. Среднее время скрытого не-

работоспособного состояния УЗО  $T_{ск}$  можно рассматривать как математическое ожидание обратного времени возвращения [3]. При продолжительности эксплуатации  $T$  и периоде проверок работоспособности  $t_{пр}$  в случае произвольного закона распределения времени безотказной работы время  $T_{ск}$  находится из выражения [4]:

$$T_{ск} = t_{пр} - \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^{t_{пр}} P(t, t + \tau) d\tau dt, \quad (1)$$

где  $P(t, t + \tau) = P(t + \tau)/P(t)$  — вероятность безотказной работы УЗО в интервале времени  $(t; t + \tau)$ ;  $P(t)$  — вероятность безотказности работы за время  $t$ .

По известному значению времени  $T_{ск}$  вероятность выявления УЗО в скрытом неработоспособном состоянии в произвольно выбранный момент времени  $t$ , называемая коэффициентом неготовности срабатывания [5], определяется по формуле

$$q_{ср} = T_{ск}/(T_{ск} + T_n), \quad (2)$$

где  $T_n$  — средняя наработка УЗО на отказ.

Коэффициент неготовности срабатывания  $q_{ср}$  в отличие от других показателей надежности, приведенных в ГОСТ 27.001—83 «Надежность в технике. Термины и определения» и в методических указаниях по выбору номенклатуры нормируемых показателей надежности [6], учитывает время скрытого неработоспособного состояния и поэтому характеризует надежность срабатывания УЗО.

В Системе стандартов безопасности труда (ССБТ) до последнего времени отсутствовали документы, устанавливающие требования к надежности УЗО. Лишь в ГОСТ 22929—78 содержатся общие технические условия на рудничные УЗО для горнодобывающей промышленности. В этом стандарте в качестве основного и единственного нормируемого показателя надежности УЗО служит величина наработки на отказ  $T_n$ , которая в соответствии с рекомендацией СЭВ по стандартизации РС 3142—71 должна быть не менее 20000 ч. Если на стадии проектирования и изготовления защитно-отключающей аппаратуры показатель безотказности — наработка на отказ — может служить нормируемым показателем надежности, то на стадии эксплуатации УЗО необходимо пользоваться показателем надежности срабатывания — коэффициентом неготовности срабатывания. Поэтому при разработке в рамках ССБТ стандартов на УЗО в качестве основного показателя надежности следует включить коэффициент неготовности срабатывания, а не наработку на отказ.

Основой для нормирования допустимого значения коэффициента неготовности срабатывания УЗО  $q_{ср. доп}$  может служить заданный уровень опасности электропоражения, характеризующий допустимой вероятностью электропоражения  $P_{эл. доп}$  — математическим ожиданием числа электропоражений, приходящихся на миллион людей в год, составляющих рассматриваемое множество. Согласно [7], с учетом необходимости дальнейшего снижения уровня электротравматизма в СССР значение  $P_{эл. доп}$  должно составлять: для неэлектротехнических профессий — не более  $3 \cdot 10^{-6}$ ; для электротехнических профессий — не более  $50 \cdot 10^{-6}$ .

Вероятность электропоражения  $P_{эл}$  УЗО в электроустановке, защищаемой УЗО, за данный промежуток времени (обычно за год) в соответствии с данными [8] может быть определена по формуле

$$P_{эл} \text{ УЗО} = P_{оп. с} [q_{ср} P_{пор} + (1 - q_{ср}) P_{пор} \text{ УЗО}], \quad (3)$$

где  $P_{оп. с}$  — вероятность возникновения опасных ситуаций при эксплуатации защищаемой электроустановки;  $P_{пор}$  и  $P_{пор} \text{ УЗО}$  — условные вероятности поражения электрическим током челове-



ка, заведомо находящегося в опасной ситуации, при неработоспособном и работоспособном УЗО.

Вероятность возникновения опасных ситуаций  $P_{оп.с}$  при прикосновении человека к токоведущим частям, находящимся под напряжением, и к корпусу электроустановки, оказавшемуся под напряжением при повреждении изоляции, можно определить с помощью моделей электропоражения [9]. Определение условных вероятностей поражения  $P_{пор}$  и  $P_{пор\ УЗО}$  рассмотрено в [8].

Подставляя в (3) вместо вероятности электропоражения в электроустановке, защищаемой УЗО ( $P_{эл\ УЗО}$ ), допустимое значение  $P_{эл. доп.}$ , получим после преобразований выражение для определения допустимого значения коэффициента неготовности срабатывания УЗО:

$$q_{ср. доп} = \frac{P_{эл. доп}/P_{оп.с} - P_{пор\ УЗО}}{P_{пор} - P_{пор\ УЗО}}. \quad (4)$$

Учитывая, что для УЗО высокой чувствительности (с уставками тока срабатывания  $I_{ср} = 5-10$  мА) при защите от прикосновений к токоведущим частям, находящимся под напряжением, и для УЗО средней ( $I_{ср}$  до 300 мА) и низкой ( $I_{ср}$  до 1000 мА) чувствительности при защите от прикосновений к корпусам электроустановок, оказавшимся под напряжением, значение условной вероятности  $P_{пор\ УЗО}$  равно или близко к нулю, выражение (4) при этих условиях можно упростить и представить в виде

$$q_{ср. доп} = \frac{P_{эл. доп}}{P_{оп.с} P_{пор}}. \quad (5)$$

Задаваясь вероятностью возникновения опасных ситуаций  $P_{оп.с}$  и принимая для наихудших условий  $P_{пор} = 1$ , из (5) можно найти допустимые значения коэффициента неготовности  $q_{ср. доп}$ . Так, считая, что каждый сотый из лиц неэлектротехнических профессий и каждый десятый из лиц электротехнических профессий в течение года заведомо попадает в опасную ситуацию (вероятность  $P_{оп.с}$  равна соответственно 0,01 и 0,1), из (5) найдем, что значения коэффициента неготовности срабатывания УЗО для таких весьма неблагоприятных условий должны быть равны не более  $(3-5) \cdot 10^{-4}$ . С учетом уменьшения в перспективе значения вероятности  $P_{эл. доп}$  представляется целесообразным еще более повысить требования к надежности срабатывания УЗО и принять в качестве допустимого значение коэффициента неготовности срабатывания, равное  $1 \cdot 10^{-4}$ .

Значения  $q_{ср. доп}$  для УЗО с уставками срабатывания  $I_{ср} = 30-100$  мА должны определяться из формулы (4), так как для них при защите от прикосновений к токоведущим частям условная вероятность  $P_{пор\ УЗО}$  отлична от нуля. В тех случаях, когда вероятность электропоражения в электроустановке  $P_{эл\ УЗО}$  определяется в основном соотношением условных вероятностей  $P_{пор\ УЗО}$  и  $P_{пор}$ , для однообразия требований к надежности УЗО значения коэффициента неготовности срабатывания также следует принимать равными  $1 \cdot 10^{-4}$ .

Расчетная оценка надежности защитно-отключающей аппаратуры [4] для наиболее сложной модели отказов, учитывающей внезапный характер отказов чувствительного элемента и износный характер отказов коммутационного аппарата УЗО, показал, что при периоде проверок работоспособности  $t_{пр} > 48$  ч надежность срабатывания УЗО перестает зависеть от отказов износного характера, и для определения коэффициента неготовности срабатывания можно пользоваться наиболее простым, показательным законом распределения времени безотказной работы, когда

$$P(t) = \exp(-t/T_H).$$

Среднее время скрытого неработоспособного состояния УЗО  $T_{ск}$  при показательном законе распределения времени безотказной работы не зависит от продолжительности эксплуатации и в соответствии с (1) равно

$$T_{ск} = t_{пр} - T_H [1 - \exp(-t_{пр}/T_H)]. \quad (6)$$

Анализ выражения (6) показывает, что при соотношении  $t_{пр}/T_H \leq 0,1$  среднее время скрытого неработоспособного состояния УЗО  $T_{ск}$  не превышает 5 % от  $t_{пр}$ . При существующей пе-

риодичности проверок работоспособности УЗО один раз в сутки или смену время  $T_{ск}$  не превышает 0,1—0,3 % периода проверки  $t_{пр}$ .

Подставляя (6) в формулу (2), получим выражение для определения коэффициента неготовности срабатывания для показательного закона распределения времени безотказной работы УЗО:

$$q_{ср} = 1 - [t_{пр}/T_H + \exp(-t_{пр}/T_H)]^{-1}. \quad (7)$$

Из выражения (7) следует, что коэффициент неготовности срабатывания зависит лишь от соотношения периода проверок работоспособности и наработки УЗО на отказ. Поэтому при изменении величины наработки УЗО на отказ обеспечить требуемый уровень надежности срабатывания можно соответствующим изменением периода проверок работоспособности. В этой связи требование РС 3142—71 и ГОСТ 22929—78 о том, что наработка УЗО на отказ должна быть равна не менее 20000 ч, представляется чрезмерно жестким и излишним, так как расчетная оценка надежности 12 типов отечественных УЗО показала, что для них наработка на отказ значительно ниже 20000 ч и в основном находится в пределах от 4000 до 12000 ч. При допустимом значении  $q_{ср. доп} = 1 \cdot 10^{-4}$  отношение  $t_{пр}/T_H$  в соответствии с (7) должно составлять 0,014, т. е.  $t_{пр} = 0,014 T_H$ . При изменении наработки УЗО на отказ в пределах от 4000 до 20000 ч периодичность проверок работоспособности, необходимая для обеспечения заданного уровня коэффициента неготовности срабатывания, изменяется от одного раза в 56 ч до одного раза в 280 ч, т. е. от одного раза в двое суток до одного раза в 12 суток.

Полученные результаты показывают, что уже в настоящее время существуют предпосылки для увеличения периода проверок работоспособности УЗО до 48 ч при обеспечении достаточно высокого уровня надежности срабатывания. Для уточнения периодичности проверок работоспособности УЗО необходимо иметь достоверные статистические данные о частоте возникновения опасных ситуаций и надежности аппаратуры защиты в производственных условиях.

**Выводы.** 1. В качестве основного нормируемого показателя надежности УЗО следует использовать коэффициент неготовности срабатывания  $q_{ср.}$ , равный вероятности нахождения защитно-отключающей аппаратуры в скрытом неработоспособном состоянии в произвольно выбранный момент времени.

2. Надежность УЗО следует нормировать по заданному уровню опасности электропоражения установлением необходимого значения коэффициента неготовности срабатывания  $q_{ср. доп}$ . В настоящее время целесообразно принять значение  $q_{ср. доп}$  на уровне  $1 \cdot 10^{-4}$ . Управлять уровнем надежности срабатывания УЗО наиболее просто изменением периодичности проверок работоспособности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зейлидзон Е. Д., Смирнов Э. П., Федосеев А. М. Основные свойства релейной защиты от коротких замыканий электроэнергетических систем. — Электричество, 1975, № 4.
2. Смирнов Э. П. Влияние профилактического контроля на результирующую надежность релейной защиты. — Электричество, 1968, № 4.
3. Буралков А. А. К вопросу о выборе нормируемых показателей надежности аппаратов защитного отключения. — Надежность и контроль качества, 1984, № 3.
4. Буралков А. А. О функциональной надежности устройств защитного отключения. — Изв. вузов. Горный журнал, 1984, № 1.
5. Вавин Н. В. О расчетной оценке надежности релейной защиты. — Электричество, 1982, № 8.
6. Методические указания. Методика выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности технических устройств. — МУ-3-69. — М.: Изд-во стандартов, 1970.
7. Якобс А. И., Коструба С. И. О нормировании уровня электробезопасности и допустимого напряжения прикосновения. — Электричество, 1978, № 1.
8. Щуцкий В. И., Буралков А. А. Вероятностная оценка эффективности устройств защиты от поражений электрическим током. — Промышленная энергетика, 1982, № 2.
9. Щуцкий В. И., Буралков А. А. О вероятностной оценке уровня электробезопасности. — Электричество, 1982, № 2. [17.09.85]



# Расчет потокораспределения в электрической сети при поддержании напряжений в допустимых пределах

КУШНИР Г. З.

При решении задач управления режимами электрической сети, связанных с расчетами потокораспределения, необходимо обеспечить соответствие напряжений на шинах 6—35 кВ пониженных трансформаторов предельным значениям, позволяющим поддерживать напряжение на входе приемников электроэнергии в соответствии с ГОСТ 13109—67. В некоторых задачах требуется определить значения коэффициентов трансформации трансформаторов, связывающих источники реактивной мощности (ИРМ) с сетью напряжением 110 кВ и выше, с целью обеспечения необходимой реактивной мощности при поддержании напряжения на шинах ИРМ в пределах, допустимых для оборудования.

Большинство трансформаторов, установленных в электрических сетях, оборудованы устройствами регулирования напряжения под нагрузкой, поэтому при расчете потокораспределения полезно знать, имеется ли возможность обеспечить требуемые значения напряжения на шинах 6—35 кВ этих трансформаторов с учетом их регулировочного диапазона.

Указанные задачи можно решать с помощью одного из алгоритмов оптимизации режима электрической сети по реактивной мощности<sup>1</sup> путем минимизации целевой функции вида

$$F = \pi + \sum_i \alpha \Delta U_i^2,$$

где  $\pi$  — суммарные потери активной мощности в электрической сети;  $\alpha$  — штрафной коэффициент;  $\Delta U_i$  — величина отклонения напряжения в узле  $i$  от заданных пределов.

Учитывая, что в сформулированных выше задачах проблема минимизации потерь активной мощности не ставится, а значения напряжений на шинах 6—35 кВ трансформаторов не влияют друг на друга, так как сети 6—35 кВ, как правило, радиальные, можно решать задачу выбора коэффициентов трансформации для каждого трансформатора независимо от других.

Алгоритм расчета потокораспределения в электрической сети с автоматическим выбором коэффициентов трансформации, реализующий предлагаемый подход, заключается в следующем:

1) Рассчитывается потокораспределение в электрической сети.  
2) Для узлов, связанных с остальной сетью одной трансформаторной ветвью, напряжение в которых ниже 50 кВ, проверяется соответствие значения напряжения заданному предельному.

3) Если напряжение отклоняется от заданных пределов, вычисляется новое значение коэффициента трансформации:

$$k_n = \frac{(U_{min} + U_{max})}{2U_c} k_c.$$

<sup>1</sup> Методика и алгоритм расчета на ЦВМ оптимального режима электрической сети/И. С. Горелик, В. М. Горнштейн, Ю. И. Максимов, В. А. Тимофеев — Тр. ВНИИЭ, вып. 40. — М.: Энергия, 1972.

где  $U_{min}$ ,  $U_{max}$  — заданные пределы изменения напряжения в узле;  $U_c$  — напряжение в узле, определенное в результате расчета потокораспределения;  $k_c$  — значение коэффициента трансформации при расчете потокораспределения.

Если  $k_n$  больше максимального или меньше минимального допустимого значения коэффициента трансформации трансформатора, принимается соответствующее граничное значение коэффициента трансформации.

4) Корректируется значение напряжения на стороне 6—35 кВ трансформаторов:

$$U_n = U_c \frac{k_n}{k_c}.$$

Затем расчет по указанному алгоритму повторяется до тех пор, пока для всех коэффициентов трансформации не будет выполнено условие

$$|k_n - k_c| < \Delta k,$$

где  $\Delta k$  — ступень регулирования коэффициента трансформации.

Необходимость повторного выполнения расчета возникает только в том случае, если требуется коррекция коэффициента трансформации трансформаторов, связывающих узлы, в которых имеется ИРМ или учитываются статические характеристики нагрузки, с остальной сетью, так как изменение коэффициентов трансформации вызывает изменение генерируемой или потребляемой в узлах электрической сети мощности. При выполнении п. 1 (расчет потокораспределения в электрической сети) в этом случае в узлах, где имеются ИРМ, поддерживается напряжение с заданным модулем величины с учетом ограничений по реактивной мощности ИРМ.

Алгоритм расчета потокораспределения с автоматическим выбором коэффициентов трансформации реализован в составе «Комплекса программ расчета и анализа установившихся режимов энергосистем RGM-600». Расчеты показали, что процесс регулирования напряжения сходится за 1—4 итерации.

Расчет потокораспределения в электрической сети с автоматическим поддержанием напряжений на шинах 6—35 кВ трансформаторов в допустимых пределах используется:

а) для расчета потокораспределения в электрических сетях энергосистем, так как предложенный алгоритм обеспечивает получение результатов при значительно меньших (в 4—7 раз) по сравнению с оптимизационными программами затратах машинного времени;

б) для расчета потокораспределения перед расчетом оптимального распределения потоков реактивной мощности, который позволяет, как правило, сократить число итераций, так как начальные значения большей части переменных оптимизации могут быть заданы таким образом, что не нарушаются ограничения по уровням напряжений на шинах 6—35 кВ.



## Определение тока замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью по показаниям вольтметров контроля изоляции

ЦАПЕНКО Е. Ф., ЧУЧЕЛОВ Д. Н.

Московский горный институт

Для исследования резонансных явлений, настройки дугогасящих катушек, определения условий компенсации и получения информации о состоянии высоковольтной сети с точки зрения надежности и безопасности часто необходимо знать не только значение полного тока замыкания на землю, но и его активную и емкостную составляющие. Однако такое разделение тока замыкания на землю на составляющие в каждой отдельной фазе при асимметрии параметров изоляции сети ранее не рассматривалось.

В данном сообщении описан способ определения активной и емкостной составляющих тока замыкания на землю фаз в се-

тях с изолированной нейтралью по показаниям вольтметров контроля изоляции.

На рис. 1 представлена принципиальная схема трехфазной сети 6—35 кВ с изолированной нейтралью (пунктиром показано замыкание фазы А на землю). Здесь приняты следующие обозначения:

$\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$  — комплексы напряжений фаз сети относительно земли;  $\underline{U}_{A'}, \underline{U}_{B'}, \underline{U}_{C'}$  — комплексы напряжений фаз сети относительно земли при подключении добавочной емкости;  $C_d$  — добавочная емкость, подключаемая к фазе А при помощи разъединителя Р;  $r_A, r_B, r_C$  — активные сопротивления фаз сети;

$C_A, C_B, C_C$  — емкости фаз сети относительно земли; МВ — масляный выключатель; Пр — высоковольтный предохранитель; Тр1 — питающий сеть трансформатор; Тр2 — измерительный трансформатор напряжения, во вторичные обмотки которого включены вольтметры контроля изоляции  $V$ .

Комплексы токов замыкания на землю отдельных фаз представляем в виде:

$$I_{3A} = U_A Y_{\Sigma}; I_{3B} = U_B Y_{\Sigma}; I_{3C} = U_C Y_{\Sigma}. \quad (1)$$

Для схемы рис. 1

$$Y_{\Sigma} = \left| \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_C} + j\omega(C_A + C_B + C_C) \right|.$$

Если к одной из фаз сети, например, к фазе  $A$  подключить известную проводимость  $Y_d$ , то ток замыкания на землю этой фазы можно записать как

$$I_{3A} = U_A (Y_{\Sigma} + Y_d). \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) получим выражения для определения токов замыкания на землю отдельных фаз:

$$I_{3A} = \frac{U_A U_A Y_d}{U_A - U_A}; I_{3B} = \frac{U_B U_A Y_d}{U_A - U_A}; I_{3C} = \frac{U_C U_A Y_d}{U_A - U_A}. \quad (3)$$

Для подключения добавочной проводимости на практике удобно использовать емкость батарей конденсаторов  $C_d$ , которыми оснащены высоковольтные сети для улучшения их  $\cos \varphi$ . Поэтому в уравнениях (3)  $Y_d = j\omega C_d$ .

Активные и емкостные составляющие токов замыкания на землю будут равны соответствующим вещественным и мнимым частям уравнений (3). Например, для фазы  $A^*$ :

$$I_{rA} = \operatorname{Re} \left[ j \frac{U_A U_A \omega C_d}{U_A - U_A} \right]; I_{cA} = \operatorname{Im} \left[ j \frac{U_A U_A \omega C_d}{U_A - U_A} \right].$$

Комплексы напряжений отдельных фаз сети относительно земли запишем в виде:

$$U_A = a_A + jb_A; U_B = a_B + jb_B; U_C = a_C + jb_C.$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} a_A &= \frac{\sqrt{3}}{2} U_{\Sigma} - \sqrt{U_C^2 - \left( \frac{U_B^2 - U_C^2}{2U_{\Sigma}} - \frac{U_{\Sigma}}{2} \right)^2}; \\ b_A &= \frac{U_C^2 - U_B^2}{2U_{\Sigma}}; \\ a_B &= a_C = -\sqrt{U_C^2 - \left( \frac{U_B^2 - U_C^2}{2U_{\Sigma}} - \frac{U_{\Sigma}}{2} \right)^2}; \\ b_B &= \frac{U_C^2 - U_B^2 - U_{\Sigma}^2}{2U_{\Sigma}}; \\ b_C &= \frac{U_C^2 - U_B^2 + U_{\Sigma}^2}{2U_{\Sigma}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Выражения (4) и (4a) получены из векторной диаграммы напряжений сети (рис. 2) для выбранного положительного направления напряжений на схеме рис. 1.

С учетом (3) и (4) получим выражения для определения активных и емкостных составляющих токов замыкания на землю отдельных фаз:

$$I_{ri} = \frac{\omega C_d \{ a_i (b_A a_A - b_A a_A) - b_i [a_A (a_A - a_A) + b_A (b_A - b_A)] \}}{(a_A - a_A)^2 + (b_A - b_A)^2}; \quad (5)$$

$$I_{ci} = \frac{\omega C_d \{ a_i [a_A (a_A - a_A) + b_A (b_A - b_A)] + b_i [b_A a_A - b_A a_A] \}}{(a_A - a_A)^2 + (b_A - b_A)^2}, \quad (6)$$

где  $i = A, B, C$ ;

\* Цапенко Е. Ф., Случевский Ю. Н., Чучелов Д. Н. — Определение параметров изоляции фаз относительно земли в сети с изолированной нейтралью. — Электричество, 1982, № 8.

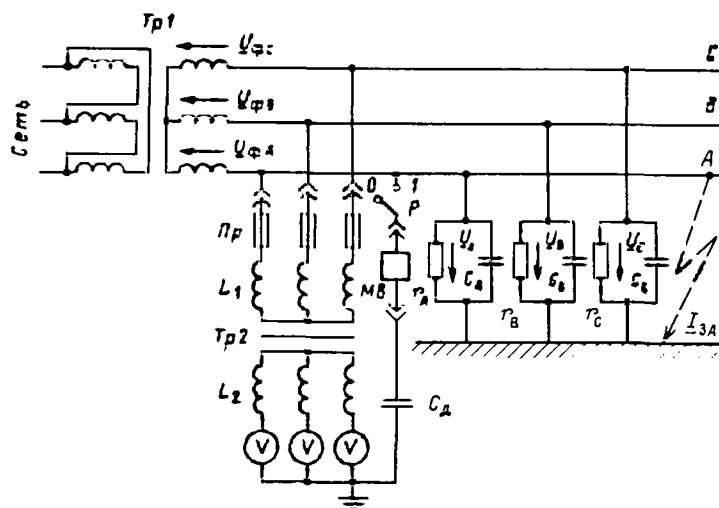


Рис. 1

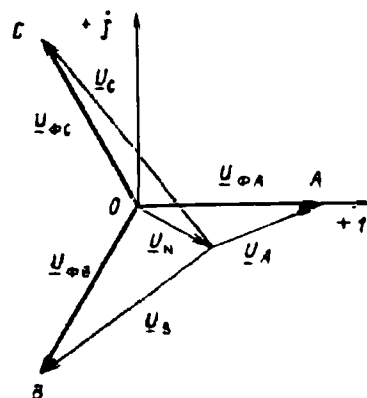


Рис. 2

$$\left. \begin{aligned} a_A &= \frac{\sqrt{3}}{2} U_{\Sigma} - \sqrt{U_C^2 - \left( \frac{U_B^2 - U_C^2}{2U_{\Sigma}} - \frac{U_{\Sigma}}{2} \right)^2}; \\ b_A &= \frac{U_C^2 - U_B^2}{2U_{\Sigma}}. \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

Полные токи замыкания на землю отдельных фаз сети определяем по формуле

$$I_{3i} = \sqrt{I_{ri}^2 + I_{ci}^2}. \quad (7)$$

Рекомендуемый порядок измерений и расчета:

1. При положении 0 разъединителя Р (рис. 1) снимаются показания вольтметров контроля изоляции  $U_A, U_B, U_C$ . При  $U_A > \sqrt{3} \frac{U_{\Sigma}}{2}$  производится переразметка фаз с сохранением последовательности их чередования и вновь снимаются показания  $U_B$  и  $U_C$ .

2. При положении 1 разъединителя Р снимаются показания вольтметров контроля изоляции  $U_B$  и  $U_C$ .

3. Рассчитываются искомые значения активных и емкостных составляющих токов однофазного замыкания на землю с использованием показаний вольтметров контроля изоляции, выражений (5) и (6) и известных значений добавочной емкости.

При необходимости оценки полных токов замыкания на землю отдельных фаз можно провести по формуле (7) на основании результатов расчета по алгоритму.

Отметим, что для повышения точности вычислений подключаемая добавочная емкость должна иметь такое значение, при котором хотя бы одно соответствующее показание вольтметра контроля изоляции изменится не менее чем на 10 % от первоначального.

Расчет активных и емкостных составляющих токов замыкания на землю целесообразно вести при помощи вычислительной техники.

Для уменьшения возможных погрешностей необходимо после  $n$  вычислений определить среднее значение соответствующего тока по выражению

$$\bar{I}_{ji} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n I_{jki} \quad (8)$$

и дисперсию оценки активной и емкостной составляющих тока замыкания по выражению

$$\sigma_{ji}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (I_{jki} - \bar{I}_{ji})^2, \quad (9)$$

где  $j = r, c$ ;  $i = A, B, C$ .

Затем, используя критерий Стьюдента, следует оценить доверительный интервал для определения активной и емкостной составляющих тока замыкания на землю по выражению

$$\Delta_{ji} = \left( \bar{I}_{ji} - t_{\beta} \frac{\sigma_{ji}}{\sqrt{n}}, \bar{I}_{ji} + t_{\beta} \frac{\sigma_{ji}}{\sqrt{n}} \right). \quad (10)$$

**Пример.** Показания вольтметров контроля изоляции:  $U_B = 7,878$  кВ;  $U_C = 8,733$  кВ;  $U_B = 7,707$  кВ;  $U_C = 8,232$  кВ.

Используя алгоритм расчета, найдем активную и емкостную составляющие тока однофазного замыкания на землю на примере фазы  $C$ :

$$I_{rC} = 6,29 \text{ А}, \quad I_{cC} = 13,02 \text{ А}.$$

Проделив вычисления для десяти наборов значений  $U_B, U_C, U_B, U_C$ ; получим два ряда при  $C_d = 0,5$  мкФ:

$$I_{rC} = \{I_{rCk}\} = \{6,29; 7,24; 6,82; 6,55; 6,94; 7,12; 7,37; 7,92; 7,85; 8,76\};$$

$$I_{cC} = \{I_{cCk}\} = \{13,02; 14,19; 14,86; 15,08; 15,25; 14,07; 15,86; 14,18; 15,41; 16,37\}.$$

Подставляя члены этих рядов в выражение (8), получим сглаженную оценку активной и емкостной составляющих тока однофазного замыкания на землю фазы  $C$ :

$$I_{rC} = 7,286 \text{ А}; \quad I_{cC} = 14,829 \text{ А}.$$

Дисперсия оценки активной и емкостной составляющих тока, вычисленная по формуле (9), соответственно составит  $\sigma_{rC}^2 = 0,533$  и  $\sigma_{cC}^2 = 0,966$ , а среднееквадратичное отклонение —  $\sigma_{rC} = 0,730$  и  $\sigma_{cC} = 0,982$ .

Как известно, при  $\beta = 0,95$  и  $n = 10$  квантиль Стьюдента  $t_{\beta} = 2,23$ . Подставляя в выражение (10) численные значения  $\bar{I}_{rC}, \bar{I}_{cC}, n, \sigma_{rC}, \sigma_{cC}$  и  $t_{\beta}$ , получим величины доверительных интервалов для оценки активной и емкостной составляющих тока однофазного замыкания на землю фазы  $C$ , равные

$$\Delta_{rC} = (6,771; 7,801) \text{ А},$$

$$\Delta_{cC} = (14,137; 15,522) \text{ А}.$$

Как видно из рассмотренного примера, с вероятностью, равной 0,95, можно утверждать, что истинные значения активной и емкостной составляющих тока однофазного замыкания на землю фазы  $C$  заключены соответственно в интервалах (6,771; 7,801) А и (14,137; 15,522) А. Очевидно, что увеличивая число измерений, можно сделать доверительные интервалы сколь угодно малыми, а оценку активной и емкостной составляющих тока однофазного замыкания на землю вести с целесообразной для практических целей точностью.

**Вывод.** Предлагаемый способ предусматривает косвенное измерение активных и емкостных составляющих токов однофазного замыкания на землю в любой фазе сети 6—35 кВ с изолированной нейтралью на основании показаний вольтметров контроля изоляции.

[06.05.86]

УДК 551.594.221.001.6

## Определение интенсивности грозовой деятельности радиотехническими средствами

АДЖИЕВ А. Х.

Для оптимального решения задач грозозащиты различных объектов важное значение имеет исследование грозовой активности в различных физико-географических районах. В ряде работ [1—5] исследуются климатологические характеристики гроз: число дней с грозой в году, продолжительность гроз и удельная поражаемость молниями (число разрядов молнии, приходящихся на 1 кв.км земной поверхности). Наиболее полно изучена первая характеристика, так как она определяется достаточно точно по данным наземных метеостанций. Продолжительность гроз и удельная поражаемость молниями до настоящего времени изучены недостаточно. Целью экспериментов в последние годы являлось определение корреляционной связи между удельной поражаемостью (плотностью разрядов молнии в землю) и продолжительностью грозовой деятельности, хотя при этом использовались недостаточно эффективные технические средства.

Между удельной плотностью разрядов молнии в землю  $N$  и продолжительностью грозовой деятельности  $T$  (в днях в течение года) предполагается корреляционная связь, аппроксимируемая зависимостью

$$N = aT^b, \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  — константы.

У различных авторов коэффициенты  $a$  и  $b$  в выражении (1) значительно отличаются, так как для их расчетов использованы данные о грозах, полученные на метеостанциях путем регистрации разрядов молнии по звуку разряда или с использованием счетчиков, не обеспечивающих селекцию разрядов на наземные (типа облако — земля) и облачные.

По статистическим данным о числе ударов в ЛЭП в [5] получено выражение

$$N = (0,16 + x) T, \quad (2)$$

где  $x$  изменяется от  $+0,14$  до  $-0,06$  в зависимости от физико-географических условий.

Для расчетов при проектировании защитных устройств ЛЭП и других сооружений на территории СССР и других стран с умеренной грозовой деятельностью используется выражение

$$N = 0,1 T, \quad (3)$$

однако при сравнительно грубых натурных измерениях с использованием современных радиолокационных станций (РЛС) не была обнаружена линейная зависимость [3]. По результатам наших измерений с использованием РЛС разброс величины  $N$  для Северного Кавказа по (3) достигает 15—20 %. В ранее выполненных исследованиях общих характеристик грозовой деятельности путем прямых визуальных наблюдений и с помощью счетчиков разрядов нельзя было с большой точностью выявить местоположение грозовых очагов и надежно разделить разряды молнии на наземные и облачные.

Для более точного определения корреляционной связи между  $N$  и  $T$  нами использованы данные о грозопоражаемости в предгорьях Северного Кавказа, полученные с помощью активно-пассивного радиотехнического комплекса [6].

В состав комплекса входят:

1) РЛС сантиметрового диапазона длин волн типа МРЛ-2,

необходимая для обнаружения грозовых облаков и измерения их радиолокационных параметров;

2) автоматический грозоуловитель — дальномер (АГПД), работающий по методу раздельного анализа вертикальной электрической  $E$  и горизонтальной магнитной  $H$  составляющих электромагнитного излучения (ЭМИ), сопровождающего разряды молнии. АГПД создан [7] на основе представления разряда молнии в виде вертикального электрического диполя. Местоположение (дальность и азимут) разряда молнии проявляется на экране индикатора кругового обзора в полярной системе координат в виде точки. Дальность менее 100 км измеряется импульсным  $E=H$  дальномером с использованием различных зависимостей от расстояния до источника для вертикальной электрической и горизонтальной магнитной составляющих поля излучения разряда молнии. Для определения азимутального направления на источник разряда в АГПД применен амплитудный радиоуловитель. Экспериментальными исследованиями в полевых условиях [8] установлено, что системы АГПД фиксируют только сильноточные разряды, преимущественно вертикальные, типа облако — земля;

3) РЛС метрового и дециметрового диапазонов длин волн для регистрации отраженных сигналов от ионизированных каналов молний и определения местоположения разрядов молнии как по дальности, так и по азимуту [9].

Синхронные наблюдения грозовых явлений с помощью МРЛ-2, РЛС метрового и дециметрового диапазонов и АГПД дают возможность определять:

продолжительность гроз;  
время возникновения первого разряда молнии в облаке;  
число разрядов молнии в облаке в единицу времени;  
время возникновения первого разряда молнии в землю;  
удельную плотность наземных разрядов за время грозы;  
частотно-временные характеристики ЭМИ облаков;  
соотношение между наземными грозовыми разрядами и разрядами всех типов.

Точность определения координат разрядов молнии следующая: по дальности  $\pm 2$  км, по азимуту  $\pm 2^\circ$ . Дальность обнаружения разрядов составляла до 300 км. Точность определения продолжительности грозы равнялась 1 мин, а временных характеристик ЭМИ  $\pm 1$  мс.

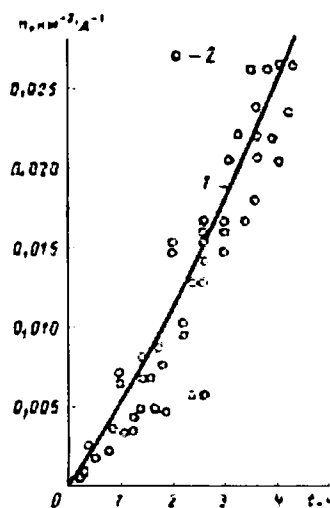
В 1981—1984 гг. на Северном Кавказе были проведены исследования по определению времени существования грозовых облаков, общего количества разрядов молнии и удельной поражаемости земли молниями в радиусе 100 км с применением радиотехнического комплекса.

В таблице представлены данные относительно числа дней с грозой по декадам четырех месяцев в среднем за год и их средние квадратичные отклонения. Наибольшая повторяемость гроз отмечается в 1-й декаде июля (5 дней). Среднегодовое число дней с грозой для рассмотренной территории Северного Кавказа составляет 34 дня со средним квадратичным отклонением 5.

В таблице представлена также продолжительность грозовых процессов по декадам. Максимумы ее среднего значения и среднего квадратичного отклонения приходится на вторую декаду июня и равны соответственно 4,8 и 2,5 ч. Используя АГПД, регистрирующий в импульсном режиме работы преимущественно разряды в землю, и РЛС дециметрового диапазона, фиксирующую общее количество разрядов всех типов, можно оценить соотношение между числом разрядов типа облако-земля и грозовых разрядов всех типов на исследуемой территории. Если в Ленинградской области ( $60^\circ$  северной широты) оно меняется от 1:2 до 1:4 [8], то в Кабардино-Балкарской АССР ( $45^\circ$  се-

Зависимость удельной поражаемости при разрядах типа облако-земля от продолжительности грозовой деятельности:

1 — кривая регрессии; 2 — экспериментальные точки



верной широты) по данным за 1981—1985 гг. оно принимает значение 1:5. Таким образом, относительное значение числа разрядов в землю имеет тенденцию к уменьшению при уменьшении широты места.

Удельная поражаемость молниями за единицу времени значительно изменяется в течение года. Более однозначно удельную поражаемость молниями можно определить по длительности грозы. Зависимость удельной поражаемости от длительности грозы по данным радиотехнических измерений с одного пункта в радиусе 100 км показана на рисунке.

По результатам наших расчетов между удельной поражаемостью  $n$  за один грозовой день и продолжительностью  $t$  грозовой деятельности (в часах) существует корреляционная связь, аппроксимируемая зависимостью

$$n = 0,005t^{1,2}. \quad (4)$$

Коэффициент корреляции равен 0,90, а его среднее квадратичное отклонение равно  $\pm 0,03$ . Для заданной надежности 0,90 среднее отклонение доверительных границ от уровня регрессии равно  $\pm 0,003$ .

Годовая удельная плотность разрядов в землю равна

$$N = 0,005Tt_{\text{ср}}^{1,2}, \quad (5)$$

где  $t_{\text{ср}}$  — среднегодовая продолжительность одной грозы в часах.

Для проверки полученного соотношения сравнивались значения  $N$ , рассчитанные по формулам (3) и (5). По результатам наблюдений за грозами на Северном Кавказе с помощью радиотехнических средств число дней с грозой в 1985 г. составило 43 при средней продолжительности грозового дня 2,8 ч. По данным метеостанций в 1985 г. было 39 дней с грозой при ее средней продолжительности около 2 ч. Для этих данных рассчитанное по формулам (3) и (5) значение  $N$  соответственно равно  $4,3 \text{ км}^{-2}$  и  $0,8 \text{ км}^{-2}$ . Такое расхождение, по-видимому, объясняется тем, что выражение (3) получено по данным сетевых наблюдений за грозами главным образом визуально-слуховым методом и в результате фиксирования суммарного числа разрядов, включая разряды в землю и облачные. К аналогичному результату приводит и использование некоторых счетчиков разрядов молнии. Если учесть, что для Северного Кавказа отношение числа разрядов типа облако-земля к числу облачных разрядов равно 1:5, то суммарное число разрядов, приходящееся на 1 кв.км, составляет  $4,8 \text{ км}^{-2}$ , что примерно совпадает с расчетными данными по формуле (3).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колоколов В. П. Грозовая деятельность по данным инструментальных наблюдений. — Л.: Гидрометеиздат, 1968. — Тр./Главная геофизическая обсерватория, вып. 225.
2. Колоколов В. П., Павлова Г. П. Соотношение между некоторыми грозовыми параметрами. — Л.: Гидрометеиздат, 1972. — Тр./Главная геофизическая обсерватория, вып. 277.
3. Махотин Л. Г. Дни с грозой, продолжительность гроз и число грозовых разрядов. — Л.: Гидрометеиздат, 1980. — Тр./Главная геофизическая обсерватория, вып. 401.
4. Anderson R. B., Eriksson A. F. Lightning parameters for engineering application. — Electra, 1980, N 69, p. 65—102.
5. Golde H. R. In: Gas discharges and the electricity supply. — Ed. by I. S. Forrest, Butterworth, London, 1962.

Характеристики грозы	май			июнь			июль			август		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Число дней с грозой	1	3	4	4	3	4	5	4	3	2	1	1
Среднее квадратичное отклонение	1	1	2	2	3	1	2	2	1	1	1	1
Продолжительность грозы, ч	2,5	3,3	3,4	3,4	4,8	3,5	4	2	2,2	2,5	1,7	1,2
Среднее квадратичное отклонение	0,3	1,5	1,6	1,4	2,5	1	0,6	0,7	1	0,9	0,4	0,3

6. Радиотехнический комплекс для исследования грозовых процессов в облаках/А. Х. Аджиев, Е. М. Богаченко, З. П. Казанкова и др. — Радиометеорология. Труды 6-го Всес. совещ. Таллин, 1983.

7. Файзулин Н. А., Семагин Б. В., Плотников В. Д. Опыт разработки и перспективы развития пассивных однопунктных систем местоопределения грозовых очагов. — Труды II симпозиума по атмосферному электричеству. Ленинград, 1984.

8. Аджиев А. Х., Акчурин М. М., Богаченко Е. М. Выявление грозовых очагов в конвективных облаках и связь грозовых явлений с осадками. — Л.: Гидрометеиздат, 1984. — Тр./Высокогорн. геофизич. ин-т, вып. 55.

9. Степаненко В. Д., Гальперин С. М. Радиотехнические методы исследования гроз. — Л.: Гидрометеиздат, 1983. [10.03.86]

УДК 621.315.616.9.015.51:[536.5+53.092]

## Физические характеристики полимеров при термобарическом нагружении

ТАРЕЕВ Б. М., МЕСЕНЖНИК Я. З., ПРУТ Л. Я.

Физические процессы, связанные с электропроводностью, электрической прочностью и теплопроводностью полимерных диэлектриков, сложны, и их теоретическое обоснование весьма далеко от своего завершения. В то же время экспериментальные данные о зависимости указанных электро- и теплофизических характеристик полимерных диэлектриков от термобарического нагружения при совместном воздействии давления и температуры [1 и 2] свидетельствуют о связи этих характеристик с такими свойствами диэлектриков, как модуль упругости, удельный объем, концентрация дефектов, степень кристалличности и т.д., которые меняются при термобарическом нагружении.

Так, при увеличении плотности полимерных диэлектриков с ростом давления происходит увеличение их удельного сопротивления  $\rho$  в случае преимущественно ионно-примесного механизма электропроводности. Увеличение модуля упругости и уменьшение величины свободного объема, согласно [3 и 4] приводит к росту электрической прочности  $E_{пр}$  полимерных диэлектриков с ростом давления. На увеличении  $E_{пр}$  сказывается рост напряжения начала частичных разрядов в газовых включениях при уменьшении их объема, а также степени кристалличности с увеличением внешнего давления.

Удельное тепловое сопротивление полимерных диэлектриков определяется в основном силами Ван-дер-Ваальса, которые возрастают с ростом давления по мере уменьшения межатомных расстояний, увеличивая коэффициент теплопроводности  $\lambda$ . Оно зависит от плотности и модуля упругости среды, изменяющейся с давлением и температурой. С ростом давления при дальнейшем уменьшении межмолекулярных расстояний существенными становятся силы отталкивания. Однако превалирование сил отталкивания проявляется для полимерных диэлектриков при давлениях более 400 МПа [5], что должно при этом вызвать увеличение теплового рассеяния. В то же время, согласно [6], рост давления до 5000 МПа приводит к увеличению теплопроводности фторлона-4, что может быть объяснено превалированием при высоких давлениях процессов, связанных с упорядочением структуры.

Экспериментальные данные, характеризующие зависимость  $E_{пр}$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$  от термобарического нагружения многослойной изо-

ляции из фторлона-4 обмоточных проводов, работающих в погружаемых в нефтегазовые скважины электродвигателях в трансформаторном масле (рис. 1 и 2), свидетельствуют о росте этих параметров с давлением.

Факторный дисперсионный анализ экспериментальных данных показал значимость согласно критерию Фишера влияния на изменение значения  $\rho$  фторлона-4 давления и температуры, а также взаимодействия этих факторов. Наибольший вклад в изменение  $\rho$  вносит температура, вызывающая значительное увеличение как подвижности, так и концентрации ионов. Увеличение подвижности ионов в полимерных диэлектриках с температурой связано в значительной степени с ростом интенсивности теплового движения сегментов полимерных молекул, приводящего к увеличению свободного объема и уменьшению сил взаимодействия между молекулами. С ростом давления происходит уменьшение свободного объема и увеличение энергии взаимодействия между молекулами, что приводит к снижению подвижности ионов и уменьшению  $\rho$ . Таким образом, действие давления на  $\rho$  полимерных диэлектриков в общем случае противоположно действию температуры и наблюдается значимость влияния на  $\rho$  взаимодействия факторов давления и температуры. Действие давления на упругие свойства полимерных диэлектриков также противоположно действию температуры. Например, при давлении 200 МПа и температуре 293 К сжимаемость полистирола уменьшается в 1,5 раза, а при 355 К и 200 МПа — в 2 раза по сравнению с сжимаемостью при нормальных давлении и температуре [5].

Уменьшение проводимости при увеличении плотности с ростом давления свойственно только тем диэлектрикам, которые имеют преимущественно ионный механизм электропроводности, как, например фторлоны, полиэтилены и другие полиолефины и фторолефины. В то же время для полиимидов, которым свойствен как ионный, так и электронный механизм электропроводности, наблюдается очень незначительное изменение  $\rho$  с давлением [7], так как изменения ионной и электронной проводимостей с ростом давления противоположны и в значительной степени уравниваются друг друга.

Термобарические испытания позволяют определить влияние технологических факторов на электрофизические параметры изоляции [1 и 8]. Температурная зависимость  $\rho$  диэлектриков при одинаковых гидростатических давлениях (рис. 3) сильно зависит от дефектности их макроструктуры, обусловленной, в частности, радиационным окислением [1]. Сильное радиационное окисление при длительном облучении полиэтилена на воздухе (мощность дозы 1 кГр/с) приводит к резкому снижению сопротивления изоляции уже при невысоких температурах при давлении 50 МПа (рис. 3) и малых экспозициях выдержки в горячей воде при атмосферном давлении (рис. 4). У гидрофильных полимеров может наблюдаться увеличение проводимости с давлением.

В барических зависимостях проводимости диэлектриков при совместном термобарическом нагружении в жидкой среде могут иметь место экстремумы, обусловленные конкуренцией таких противоположно влияющих на проводимость факторов, как сорбция термостатирующей жидкости и увеличение плотности этих диэлектриков. При этом наличие и положение экстремумов в значительной степени зависит от дефектности структуры полимерных диэлектриков [1]. Влияние давления и температуры на изменение  $E_{пр}$  фторлона-4 является значимым, а влияние взаимодействия этих факторов — незначимым. Значимость влияния факторов давления на изменение  $E_{пр}$  фторло-

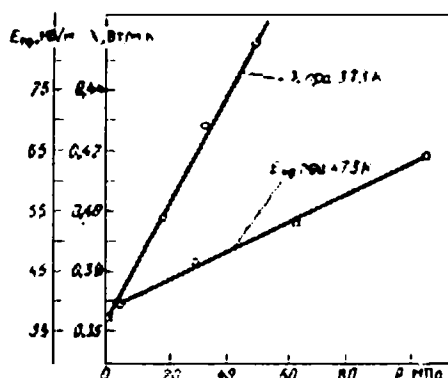


Рис. 1. Зависимость электрической прочности и коэффициента теплопроводности многослойной пленочной изоляции из фторлона-4 от гидростатического давления

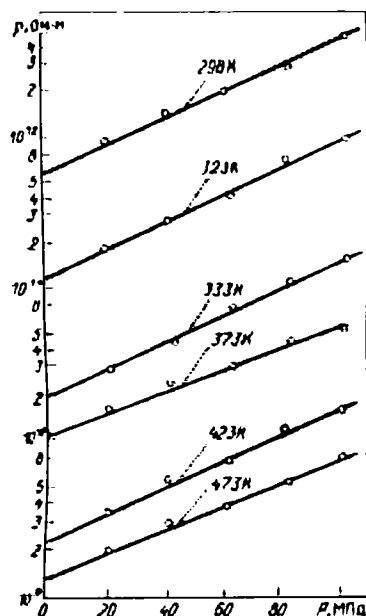
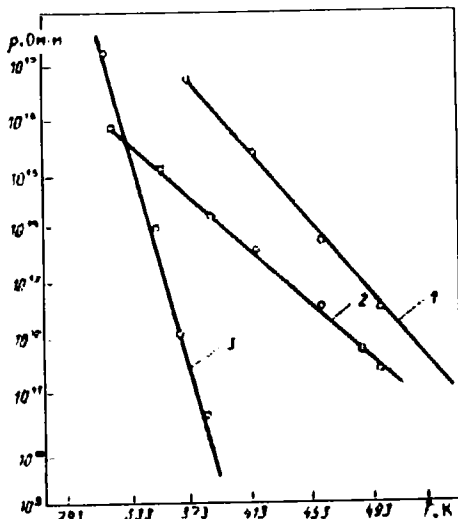


Рис. 2. Зависимость удельного сопротивления многослойной пленочной изоляции из фторлона-4 и поливинилхлорида (333К) от гидростатического давления

Рис. 3. Зависимости удельного сопротивления  $\rho$  радиационно-модифицированного полиэтилена низкой плотности от температуры при гидростатическом давлении 50 МПа:

1 — интегральная доза 0,8 МГр, облучение на воздухе быстрыми электронами, мощность дозы 12,5 кГр/с; 2 — интегральная доза 1,4 МГр, облучение в аргоне  $\gamma$ -излучением  $^{60}\text{Co}$ , мощность дозы 20 Гр/с; 3 — интегральная доза 1,0 МГр, облучение на воздухе быстрыми электронами, мощность дозы 1 кГр/с



на-4 связана с увеличением напряжения начала ионизации в газовых включениях, ростом степени кристалличности и модуля упругости с давлением.

Действие температуры на изменение  $E_{пр}$  фторлона-4 является значимым, так как с ростом температуры снижается напряжение начала ионизации в газовых включениях, уменьшаются модуль упругости и степень кристалличности. Таким образом, действие повышения температуры на  $E_{пр}$  полимерных диэлектриков противоположно действию давления.

Совместное действие давления и температуры приводит к изменению модуля упругости, а следовательно и  $E_{пр}$ , и должна проявляться значимость взаимодействия факторов давления на изменение  $E_{пр}$  полимерных диэлектриков. Таким образом, отсутствие этой значимости находится в противоречии с теорией Штарка — Гартона. В то же время в более поздних исследованиях [4] указывалось, что обычно экспериментально наблюдаемая аналогия в температурных зависимостях  $E_{пр}$  и модуля упругости диэлектриков, используемая Штарком и Гартоном для подтверждения теории электромеханической природы пробоя, может объясняться связью между величиной объема, занимаемого газовыми включениями, от которого в значительной степени зависит  $E_{пр}$ , и модулем упругости.

Отсутствие значимости влияния взаимодействия факторов давления и температуры на изменение электрической прочности изоляции из фторлона-4 при работе ее в трансформаторном масле в условиях термобарического нагружения, по-видимому, связано с тем, что большая часть объема, занимаемого газовыми вклю-

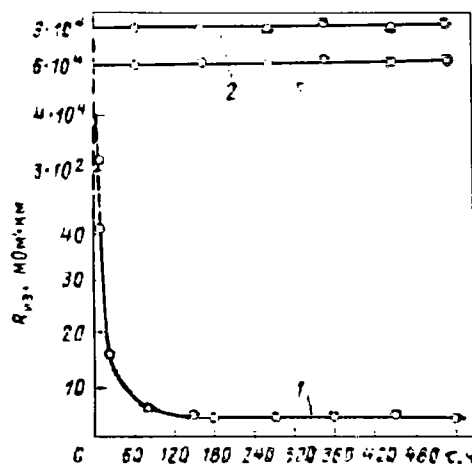


Рис. 4. Зависимость сопротивления изоляции от времени выдержки в воде под напряжением 250 В промышленной частоты при  $T = 70^\circ\text{C}$ :

1 — полиэтилен низкой плотности, облученный быстрыми электронами на воздухе, интегральная доза 1,0 МГр, мощность дозы 1 кГр/с; 2 — полиэтилен низкой плотности, облученный  $\gamma$ -излучением  $^{60}\text{Co}$  в аргоне, интегральная доза 1,4 МГр, мощность дозы 20 Гр/с; 3 — фторлон-40 Ш

чениями, заполняется трансформаторным маслом, и изменение этого объема не может не влиять на электрическую прочность [9].

Влияние давления и температуры на изменение коэффициента теплопроводности фторлона-4 является значимым. При этом влияние фактора температуры на изменение коэффициента теплопроводности является более значимым, чем влияние фактора давления, что в общем соответствует известным представлениям о фоновом механизме теплопроводности, свойственном полимерным диэлектрикам.

Несмотря на указанную выше зависимость электро- и теплофизических характеристик фторлона-4 от плотности и модуля упругости при действии термобарического нагружения, за эти теплофизические параметры ответственны различные процессы, связанные с недостаточно изученными вопросами кинетики фононов, электронов и ионов в полимерных диэлектриках, что значительно затрудняет нахождение явно выраженной корреляции между электро- и теплофизическими свойствами полимерных диэлектриков, их плотностью и модулем упругости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Месенжик Я. З. Кабели для нефтегазовой промышленности. — Ташкент: Фан, 1972.
2. Месенжик Я. З., Прут Л. Я. Многофакторное эксплуатационное воздействие на электро-теплофизические характеристики изоляции погружных электродвигателей. — Изв. АН УзССР, 1982, № 2.
3. Stark K. H., Garton C. G. Nature (London), 1955, vol. 176.
4. Artbauer J., Griac J. Acta technica CSAV, 1966, vol. 11.
5. Свойства полимеров при высоких давлениях/С. Б. Айнбиндер, К. И. Алксне, Э. Д. Тюнина, М. Г. Лака — М.: Химия, 1973.
6. Dshavadov L. N. Measurement of dielectrics thermophysical properties under pressure. — High Temp. — High Pressures, 1975, vol. 7, № 1.
7. Файнштейн Е. Б., Игонин Г. А., Луцейкин Л. Н. Исследование особенностей электропроводности и диэлектрических потерь ряда ароматических полиамидов с применением высокого давления. — Высокомолекулярные соединения, 1976, сер. А, № 3.
8. Месенжик Я. З. Некоторые результаты экспериментального и аналитического исследования физических характеристик изоляции кабелей, работающих в высокотемпературных скважинах. — Ташкент: УзНИИТИ, 1967.
9. Тареев Б. М., Прут Л. Я. Влияние многофакторного эксплуатационного воздействия на электрическую прочность полимерной изоляции погружных электродвигателей для нефтяной промышленности. — Современные материалы радиоэлектроники. — М.: 1981.

[26.12.85]



# Способ определения электрической прочности технических диэлектриков

ЧЕРНЫШЕВ В. А., ДЕМИЧЕВ В. В.

Неразрушающие способы определения электрической прочности электроизоляционных материалов, имея большое практическое значение, широко применяются многими исследователями. В ряде работ были исследованы устойчивые функциональные связи электрической прочности твердых диэлектриков с их наиболее фундаментальными характеристиками и определены следующие зависимости:

1. Зависимость электрической прочности  $E_{пр}$  от энергии решетки щелочно-галлоидных кристаллов [1, 2].

2. Зависимость  $E_{пр}$  от величины постоянной решетки щелочно-галлоидных кристаллов [3].

3. Зависимость  $E_{пр}$  от энергии каналообразования  $A^0$  в технических диэлектриках [4].

4. Зависимость пробивного напряжения  $U_{пр}$  от электрических характеристик полимерных материалов [5].

Каждая из указанных зависимостей, решая конкретные задачи определения пробивного напряжения в рамках введенных ограничений, не может быть использована для определения  $U_{пр}$  широкого круга технических диэлектриков, отличающихся по структуре и химическому составу. Кроме того, для обеспечения высокой надежности и долговечности различных устройств современных энергетических систем требуется определение электрической прочности конкретного образца, используемого для создания той или иной части электротехнического устройства. Естественно, подчиняясь общим закономерностям, характерным для указанного типа электроизоляционного материала, характеристики отдельных его образцов могут существенно отличаться от принимаемых в расчетах надежности всего устройства. Поэтому задача априорного определения электрической прочности конкретного образца материала связана с установлением корреляционных связей величины  $U_{пр}$  с такими свойствами рассматриваемого материала, которые не только лежали бы в основе процесса пробоя, но и отражали самые существенные характеристики материала: степень совершенства структуры, его химический состав, энергетические характеристики материала в целом и др. В качестве такой характеристики в данной работе принимается величина сопротивления диэлектрика и устанавливается корреляционная зависимость типа

$$U_{пр} = a + b \ln R. \quad (1)$$

Выбор сопротивления диэлектрика как корреляционного партнера его пробивного напряжения имеет достаточно глубокое физическое обоснование. Величина  $\rho_v$  диэлектрика определяется не только концентрацией носителей электрического заряда, но и их подвижностью, которая, в свою очередь, связана с химическим составом и структурой диэлектрика [6, 7]. Таким образом, величина сопротивления, являясь структурно-чувствительной характеристикой диэлектрика, по своей общности не уступает ни величине энергии кристаллической решетки, ни энергии каналообразования, но в отличие от них может быть легко определена экспериментально на любой стадии эксплуатации диэлектрика. Такой подход был успешно использован при анализе процессов старения некоторых видов керамики в сильных электрических полях [8].

Если принять, что установленная корреляционная связь имеет универсальный характер, можно оценить пробивное напряжение каждого отдельного образца диэлектрика и тем самым определить уровень допустимых напряженностей электрических полей для обеспечения надежной работы всей изоляционной конструкции. Важность и особая значимость этой проблемы были отмечены в [9], где рассматривается статистический подход к определению допустимых напряжений.

Поставленная задача решалась путем экспериментального исследования корреляционной связи между пробивными напряжениями и сопротивлениями образцов одного и того же типа материала. Пробивное напряжение  $U_{пр}$  определялось на переменном токе промышленной частоты в воздухе. Применялась система электродов плоскость — шар; диаметр шара равнялся 7 мм. Сопротивление образца измерялось на постоянном токе до пробоя с помощью трехэлектродной системы. Верхним измерительным электродом служил металлический шар диаметром 7 мм. Давление верхнего электрода на образец исследуемого материала не превышало  $10 \text{ Н/см}^2$ . В качестве измерителя тока был использован электрометрический усилитель с динамиче-

ским конденсатором на входе; точность измерения тока в самом чувствительном диапазоне составляла 1—2 %. Так как пробой исследуемого образца обычно происходил не точно в точке касания высоковольтного электрода, а в окружности диаметром 6—7 мм, то сопротивление образца приходилось измерять в 10—12 точках внутри указанной окружности. В результате представлялась возможность определить максимальное сопротивление  $R_{max}$ , минимальное сопротивление  $R_{min}$ , сопротивление в точке пробоя  $R_{т.п}$  и среднее сопротивление  $R_{ср}$  выбранного участка образца. В связи с этим статистическая совокупность пробивных напряжений могла быть сопоставлена с несколькими различными статистическими совокупностями сопротивлений исследуемых образцов. В качестве исследуемых материалов были выбраны светлая и черная лакоткани, которые являются характерными представителями гетерогенных технических диэлектриков. Серия опытов была проведена для лавсана и пропитанной конденсаторной бумаги. Минимальное число образцов в одной серии опытов равнялось 30.

На рис. 1 представлены кривые распределения пробивного напряжения  $U_{пр}$  и логарифма сопротивления для образцов светлой лакоткани. Обращает на себя внимание тот факт, что форма кривой распределения  $U_{пр}$  образцов практически идентична форме кривой распределения величины  $\ln R_{min}$ , что указывает на существование довольно сильной корреляционной связи между величиной пробивного напряжения образца и его минимальным сопротивлением в окрестности точки пробоя. Однако заметной функциональной зависимости  $U_{пр} = f(\ln R)$  типа (1) обнаружить не удалось. Значение коэффициента корреляции оказалось довольно низким (около 0,287), причем с отрицательным знаком, указывая на то, что с ростом сопротивления образца его пробивное напряжение имеет тенденцию к снижению. К тому же антимодальный вид этих характеристик затрудняет их математическое описание.

Обнаруженные закономерности позволяют утверждать, что участки образца с повышенным значением сопротивления и пониженным значением электрической прочности являются ослабленными местами, в структуре которых содержится довольно большое количество воздушных включений, характеризующихся более высоким сопротивлением протеканию постоянного тока. Поэтому полученные статистические совокупности подвергались обработке, целью которых было исключение влияния ослабленных мест на результаты сопоставления массива пробивных напряжений массиву сопротивлений. Пробивное напряжение образца с неоднородной структурой согласно [10] может быть представлено в виде

$$U_{пр} = X U_{пр max} + (1 - X) U_{пр min}. \quad (2)$$

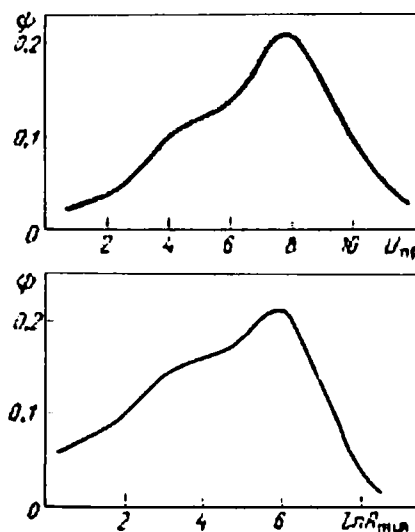


Рис. 1

Таблица 1

Номер образца	$\ln R$	$U_{пр}$ , кВ		$\delta$ , %
		расчет	эксперимент	
1	31,03	10,33	9,76	5,8
2	28,88	9,85	9,98	1,3
3	30,65	10,21	10,64	4,0
4	29,11	9,88	10,56	6,4
5	29,42	9,93	10,74	7,5

Таблица 2

Номер образца	Материал	$U_{пр} = a + b \ln R$		Коэффициент корреляции	$\delta_{max}$ , %
		$a$	$b$		
1	Светлая лакоткань	-0,345	0,393	0,983	10
2	Черная лакоткань	-1,044	0,269	0,773	15
3	Лавсан	-0,246	0,274	0,977	9
4	Конденсаторная бумага	0,768	0,133	0,945	11,6

где в нашем случае  $X$  — доля диэлектрика с ненарушенной структурой, характеризующаяся максимальным значением пробивного напряжения  $U_{пр max}$ .

Аналогичное выражение может быть записано и для измеренного значения  $\ln R$ :

$$\ln R = X \ln R_{min} + (1 - X) \ln R_{max}. \quad (3)$$

В этих уравнениях в качестве значений  $U_{пр max}$ ,  $U_{пр min}$ ,  $\ln R_{max}$ ,  $\ln R_{min}$  приняты граничные значения для статистических совокупностей пробивных напряжений образцов и их сопротивлений, которые могут быть определены не только экспериментально, но и как величины, рассчитываемые с заданной вероятностью. В работе эти величины определялись как крайние значения простого статистического ряда.

С помощью уравнений (2) и (3) легко определяется доля диэлектрика  $X$  с ненарушенной структурой и его характеристики  $U_{пр}^*$  и  $\ln R^*$ . Кривые распределения  $U_{пр}^*$  и  $\ln R^*$  для образцов светлой лакоткани с учетом дефектности структуры приведены на рис. 2, из которого видно, что оба распределения имеют одну и ту же форму, соответствующую распределению Вейбулла; в то же время исчезла антимодальность, характерная для первичного распределения. Коэффициент корреляции оказался достаточно большим — 0,983. Зависимость  $U_{пр}^* = f(\ln R^*)$ , приведенная на рис. 3, довольно близка к линейной, и аппроксимация ее методом наименьших квадратов привела к уравнению прямой линии типа выражения (1):

$$U_{пр}^* = a + b \ln R^*. \quad (4)$$

Установленные закономерности позволяют решать и обратную задачу: определение пробивного напряжения конкретного образца по его сопротивлению. Действительно, по измеренному значению  $\ln R$  для взятого образца с помощью соотношения (3) удается оценить долю диэлектрика  $X$  с ненарушенной структурой. Тогда по значению  $\ln R^*$  с помощью соотношения (4) вычисляется  $U_{пр}^*$ , и по его значению и по  $X$  определяется уровень пробивного напряжения испытуемого образца

$$U_{пр} = aX^{-1} + b \ln R. \quad (5)$$

Результаты вычислений по соотношению (5) приведены в табл. 1 и показывают, что различия между отдельными расчетными и опытными данными не превышают 10 %.

Аналогичные результаты были получены и для других исследованных в работе материалов, которые после обработки хорошо описываются аппроксимацией (4). (Заметим, что для диэлектриков с более плотной структурой (лавсан, пропитанная конденсаторная бумага) первичные статистические совокупности соответствуют распределению Вейбулла и характеризуются довольно высоким положительным коэффициентом корреляции.) Результаты такой обработки сведены в табл. 2. Обращает на

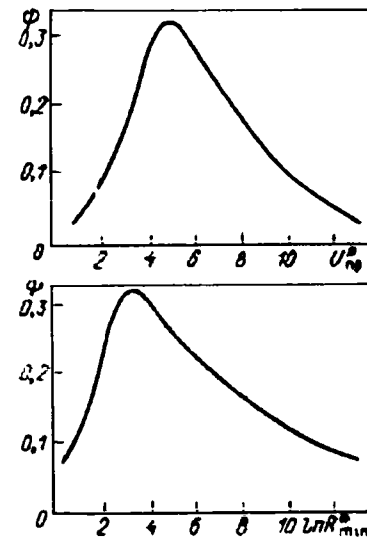


Рис. 2

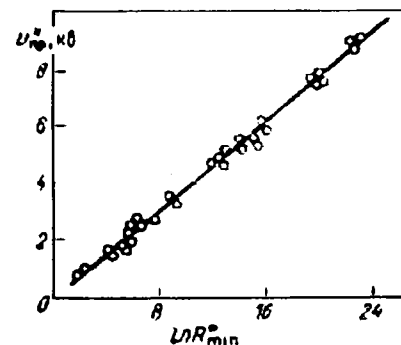


Рис. 3

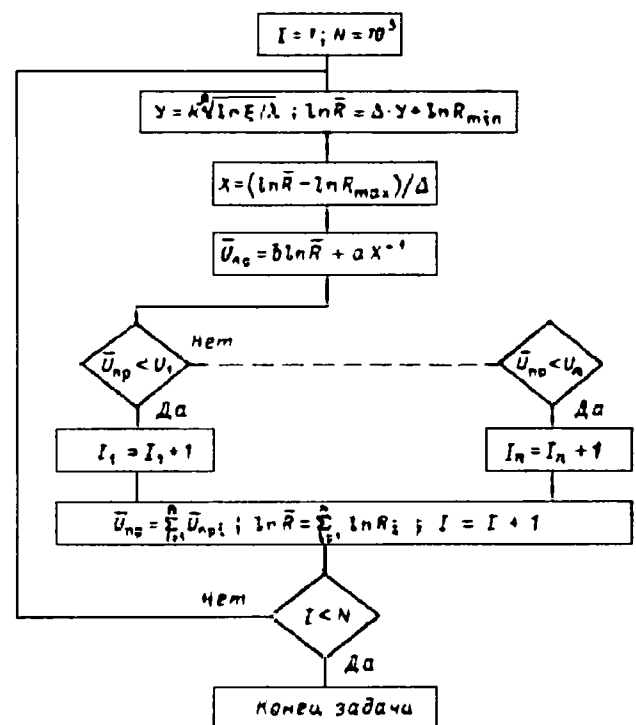


Рис. 4

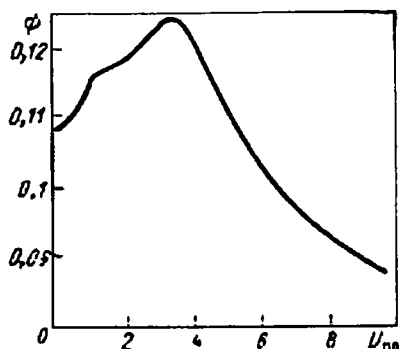


Рис 5

себя внимание высокое значение коэффициентов корреляции для всех представленных материалов, что указывает на существование достаточно сильной связи между пробивным напряжением образца и его объемным сопротивлением.

Установленные корреляционные зависимости  $U_{пр}^* = f(\ln R^*)$  позволяют моделировать статистическую совокупность пробивных напряжений исследуемых материалов в заданных пределах изменения их сопротивления. Эта смоделированная совокупность пробивных напряжений может быть использована для нахождения числовых характеристик, определяющих в конечном счете свойства исследуемых материалов. Так, воспользовавшись усиленным законом больших чисел, который утверждает, что среднее арифметическое случайной величины сходится к ее математическому ожиданию с вероятностью, равной единице, можно определить математическое ожидание величины пробивного напряжения, а воспользовавшись теоремой Бернулли, которая утверждает, что частота появления события мало отличается от вероятности этого события, можно определить вероятность пробоя при заданном уровне рабочего напряжения.

В основе моделирования статистической совокупности пробивных напряжений лежит моделирование одной случайной реализации, которое сводится к нахождению некоторого значения случайной величины, подчиненной определенному закону распределения. Данные рис. 2 показывают, что распределения  $\ln R^*$  и пробивного напряжения образцов светлой лакоткани подчиняются закону Вейбулла с параметрами  $\beta=1,2$  и  $\lambda=-2$ , функция распределения которого имеет вид

$$F(\xi) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda \xi^\beta) & \text{при } \xi > 0; \\ 0 & \text{при } \xi < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Тогда, имея генератор чисел, который дает значения случайных величин  $\xi$ , подчиненных закону равномерной плотности в диапазоне  $[0,1]$ , с помощью преобразования типа

$$Y = F^{-1}(\xi), \quad (7)$$

удается смоделировать значения случайной величины, подчиненной закону Вейбулла.

Дальнейшие простые линейные преобразования позволяют определить случайное значение сопротивления диэлектрика, заключенного в определенных границах. Воспользовавшись соотношениями (3) и (5), находим значения пробивного напряжения, соответствующего данному значению  $\ln R$  для рассматриваемой реализации. Полная схема моделирования массива пробивных напряжений методом статистических испытаний (метод Монте Карло) показана на рис. 4. С помощью приведенного алгоритма удается определить не только математическое ожидание пробивного напряжения, но и вероятность пробоя образцов при заданном уровне рабочих напряжений.

Результаты моделирования с помощью показанного на рис. 4 алгоритма в виде кривой распределения пробивного напряжения приведены на рис. 5. Сопоставление результатов моделирования пробивных напряжений с экспериментальными данными (рис. 1) показывает их хорошее совпадение. Математические ожидания этих двух массивов отличаются друг от друга не более, чем на 6 %, что говорит о достаточной надежности результатов, полученных с помощью указанного моделирования.

Предложенный способ определения пробивных напряжений может быть использован не только для определения уровня допустимых напряжений для каждого конкретного образца с целью обеспечения высокой надежности его работы в электроизоляционных конструкциях, но и для определения дефектности его структуры, что особенно важно для организации входного и послеоперационного контроля в процессе изготовления указанных конструкций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воробьев А. А., Завадовская Е. К. Электрическая прочность твердых диэлектриков. — М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1956.
2. Воробьев А. А., Воробьев Г. А. Электрический пробой и разрушение твердых диэлектриков. М.: Высшая школа, 1966.
3. Франц В. Пробой диэлектриков. — М.: Иностранная литература, 1961.
4. Вершинин Ю. Н. Электрический пробой твердых диэлектриков. — Новосибирск: Наука, 1968.
5. Swanson J., Dall F. On the dielectric strength of synthetic electrical insulating materials. — IEEE Intern. Symp. Elect. Insul. Material, 1976, p. 196—200.
6. Воробьев А. А. Физические свойства ионных кристаллических диэлектриков, книга 1. — Томск: изд. Томского университета, 1960.
7. Лидьярд А. Ионная проводимость кристаллов. — М.: Иностранная литература, 1962.
8. Койков С. Н., Цикин А. Н. Электрическое старение твердых диэлектриков. Л.: Энергия, 1968.
9. Боровина Л. Д. Оценка допустимых напряженностей электрического поля в эпоксидной изоляции. — Электричество, 1981, № 7.
10. Зингерман А. С. Статистический метод определения пробивного напряжения. — ЖТФ, 1948, т. XVIII, вып. 8. [19.11.84]

УДК 621.315.21:621.315.614.62

## Применение метода абсорбции для контроля технологии пропитки бумажной изоляции силовых кабелей

ИЕРУСАЛИМОВ М. Е., доктор техн. наук, КОВРИГИН Л. А., канд. техн. наук

Важной операцией при производстве силовых кабелей с пропитанной бумажной изоляцией на напряжения 20 и 35 кВ является пропитка, так как она в значительной мере определяет длительность технологического процесса и качество изоляции готового кабеля. Сложившийся к настоящему времени подход [1] к проведению процесса пропитки по регламентированному времени, которое берется с запасом из-за неопределенности коэффициента фильтрации пропиточного состава через изоляцию, не позволяет в полной мере реализовать возможности технологического оборудования.

Более прогрессивным следует считать такой технологический процесс, при котором измеряется положение границы раздела пропитанной и непропитанной изоляции на протяжении всего

времени пропитки. Поставленная задача может быть решена путем измерения в ходе технологического процесса какой-либо электрической характеристики изоляции, например, тангенса угла диэлектрических потерь, сопротивления изоляции, диэлектрической проницаемости, тока абсорбции, скорости его спада, абсорбционной емкости и др.

В [2] показано, что для рассматриваемого технологического процесса использовать такую величину, как тангенс угла диэлектрических потерь, затруднительно, так как кабель содержит только полупроводящий экран, а не металлический. На измерение сопротивления изоляции значительное влияние оказывают токи утечки. Поэтому интерес представляют абсорбционные характеристики изоляции.

Анализ абсорбционных методов определения глубины пропитки изоляции. Процесс пропитки рассматриваемых кабелей характерен тем, что при проникновении пропиточного состава в изоляцию образуется двухслойный цилиндрический конденсатор. Граница раздела пропитанной и непропитанной изоляции перемещается от наружной поверхности изоляции к токопроводящей жиле. Двухслойный диэлектрик характеризуется различными величинами: током абсорбции  $i_a$ , скоростью его спада  $v_a$  и абсорбционной емкостью  $\Delta C$ . Формула для тока абсорбции плоского конденсатора с двухслойным диэлектриком без учета абсорбционных свойств каждого из слоев приведена в [3]. В случае цилиндрического конденсатора эта формула примет вид

$$i_a = \frac{k_1 f_1 f_2}{f_3^2 f_4 f_5}, \quad (1)$$

где  $k_1 = 2\pi l U_0 \gamma_1 (\lambda - \kappa)^2$ ;  $f_1 = A - \ln Z$ ;  $f_2 = \ln Z$ ;  $f_3 = A + (\lambda - 1) \ln Z$ ;

$f_4 = A + (\kappa - 1) \ln Z$ ;  $f_5 = \exp \frac{\tau}{\theta}$ ;  $\theta = k_2 f_3 / f_4$ ;  $k_2 = \varepsilon_1 \varepsilon_0 / \gamma_1$ ;

$Z = r/r_1$ ;  $A = \ln \frac{r_2}{r_1}$ ;  $\lambda = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ ;  $\kappa = \gamma_2 / \gamma_1$ ;

$r_1$  — радиус токопроводящей жилы;  $r_2$  — радиус по изоляции;  $r$  — радиус границы раздела пропитанной и непропитанной изоляции;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  — диэлектрические проницаемости непропитанного и пропитанного слоев;  $\gamma_1, \gamma_2$  — удельные проводимости непропитанного и пропитанного слоев;  $\tau$  — время;  $l$  — длина кабеля;  $U_0$  — зарядное напряжение;

скорость спада тока абсорбции и абсорбционная емкость соответственно определяются как

$$v_a = \frac{k_4 f_1 f_2}{f_3^3 f_6}; \quad (2)$$

$$\Delta C = \frac{k_3 f_1 f_2}{f_3 f_4^2}, \quad (3)$$

где  $k_4 = \frac{2\pi l U_0 \gamma_1^2 (\lambda - \kappa)^2}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}$ ;  $k_3 = 2\pi l \varepsilon_0 \varepsilon_1 (\lambda - \kappa)^2$ .

На рис. 1 представлены зависимости тока абсорбции, скорости его спада и абсорбционной емкости от положения границы раздела пропитанной и непропитанной изоляции (по оси абсцисс отложена безразмерная величина  $r/r_1$ ). Для расчета были взяты следующие исходные данные:  $U_0 = 40$  В,  $\tau = 0,04$  с,  $l = 1000$  м,  $r_1 = 7,45$  мм;  $r_2 = 14,9$  мм,  $\varepsilon_1 = 2,2$ ,  $\varepsilon_2 = 4$ ,  $\gamma_1 = 10^{-12}$  Ом $^{-1}$  м $^{-1}$  и  $\gamma_2 = 10^{-10}$  Ом $^{-1}$  м $^{-1}$ . Эти величины характерны для кабелей на напряжение 20 и 35 кВ во время их технологической пропитки.

Сравнивая зависимости  $i_a = f(r/r_1)$ ,  $v_a = f(r/r_1)$  и  $\Delta C = f(r/r_1)$ , можно видеть, что все они имеют максимум, который находится на различном расстоянии от токопроводящей жилы ( $r/r_1 = 1$ ). Наиболее близко к жиле расположен максимум функции  $\Delta C = f(r/r_1)$ , затем следует  $i_a = f(r/r_1)$  и, наконец,  $v_a = f(r/r_1)$ . Наличие максимумов у рассматриваемых зависимостей является положительным фактором, так как переход функции через максимум свидетельствует о нахождении границы раздела сред на конкретном расстоянии от токопроводящей жилы.

К недостатку зависимости  $v_a = f(r/r_1)$  следует отнести то, что ее максимум пологий. Это затрудняет его точное измерение в ходе технологического процесса.

Максимум зависимостей  $i_a = f(r/r_1)$  и  $\Delta C = f(r/r_1)$  по сравнению с  $v_a = f(r/r_1)$  находится близко у токопроводящей жилы, поэтому переход этих функций через максимум указывает о почти полном завершении пропитки изоляции.

Чувствительность величин  $i_a$ ,  $v_a$  и  $\Delta C$  к изменению может быть оценена по их первой производной:

$$\frac{di_a}{dr} = \frac{k_1}{r f_3^2 f_4 f_5} (f_1 - f_2 + 2g_1 + g_2 + g_3); \quad (4)$$

$$\frac{dv_a}{dr} = \frac{k_4}{r f_3^3 f_5} (f_1 - f_2 + 3g_1 + g_3); \quad (5)$$

$$\frac{d\Delta C}{dr} = \frac{k_3}{r f_3 f_4^2} (f_1 - f_2 + g_1 + 2g_2), \quad (6)$$

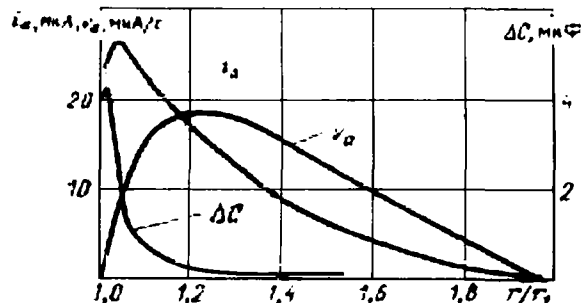


Рис. 1. Зависимости тока абсорбции, скорости его спада и абсорбционной емкости от положения границы раздела пропитанной и непропитанной изоляции

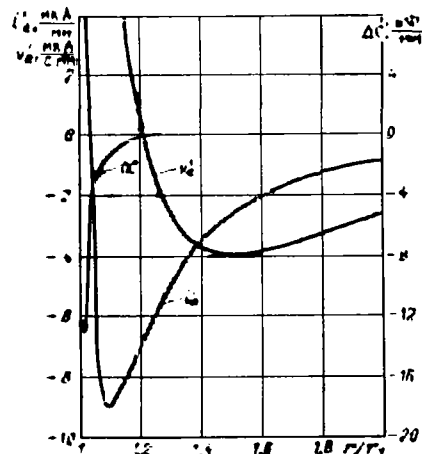


Рис. 2. Зависимости первых производных величин  $i_a$ ,  $v_a$  и  $\Delta C$  по  $r$  от  $r/r_1$

где  $g_1 = -(\lambda - 1) f_1 f_2 / f_3$ ;  $g_2 = -(\kappa - 1) f_1 f_2 / f_4$ ;  $g_3 = \frac{\tau A (\lambda - \kappa) f_1 f_2}{k_2 l^2 f_3}$ .

На рис. 2 представлены зависимости первых производных  $i_a$ ,  $v_a$ ,  $\Delta C$  от  $r/r_1$ . Производная  $\Delta C'$  имеет малое значение в диапазоне  $r/r_1 = 1,2 \div 2,0$ , т. е. почти на всем протяжении толщины изоляции. Это является существенным недостатком  $\Delta C$ .

Приравняв производную (4) нулю и сделав преобразования, получим уравнение четвертой степени:

$$a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x + a_5 = 0, \quad (7)$$

где  $x = \ln Z$ ;  $a_1 = (\kappa - 1) (\lambda - 1)^2$ ;  $a_2 = -A (\kappa - 1) [(\lambda - 1) N + 2 (\lambda - 1)^2]$ ;  $a_3 = A^2 [(\lambda - \kappa) (\kappa - 2) N - (\lambda^2 - 1) - (\kappa - 1) (2\lambda - 1)]$ ;  $a_4 = A^3 [(\lambda - \kappa) N - 2]$ ;  $a_5 = A^4$ ;  $N = \tau / k_2$ .

Решение уравнения (7) дает положение максимума функции (1)  $i_a = f(r/r_1)$  по оси  $r$ . Интерес представляет решение  $r_1 < r < r_2$ , так как в этом диапазоне находится граница раздела пропитанной и непропитанной изоляции.

Положение максимума функции (3)  $\Delta C = f(r/r_1)$  может быть найдено из кубического уравнения

$$b_1 x^3 + b_2 x^2 + b_3 x + b_4 = 0, \quad (8)$$

где  $b_1 = (\kappa - 1) (\lambda - 1)$ ;  $b_2 = -A (\kappa - 1) (2\kappa - 1)$ ;  $b_3 = -A^2 (\kappa + 1)$ ;  $b_4 = A^3$ .

Положение максимума функции (2)  $v_a = f(r/r_1)$  можно определить из кубического уравнения

$$c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x + c_4 = 0, \quad (9)$$

где  $c_1 = (\lambda - 1)^2$ ;  $c_2 = -A [(\lambda - 1) (2\lambda - 1) - (\lambda - \kappa) N]$ ;  $c_3 = A^2 [(\lambda - \kappa) N - (\lambda + 1)]$ ;  $c_4 = A^3$ .

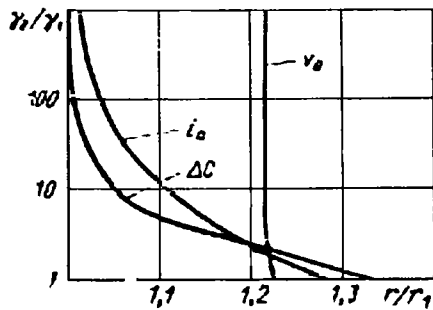


Рис. 3. Зависимости положения максимума функции  $i_a = f(r/r_1)$ ,  $v_a = f(r/r_1)$  и  $\Delta C = f(r/r_1)$  от  $\gamma_2/\gamma_1$

На рис. 3 представлены зависимости положения максимумов функций  $i_a = f(r/r_1)$ ,  $v_a = f(r/r_1)$  и  $\Delta C = f(r/r_1)$  от  $\gamma_2/\gamma_1$  при  $\tau = 0,04$  с. Преимуществом функции  $v_a = f(r/r_1)$  по сравнению с  $i_a = f(r/r_1)$  и  $\Delta C = f(r/r_1)$  является то, что в рассматриваемом диапазоне  $\gamma_2/\gamma_1$  положение ее максимума по оси  $r/r_1$  не зависит от  $\gamma_2/\gamma_1$ .

Отметим, что определение скорости спада тока абсорбции по двум близким по времени значениям этого тока приводит к большой погрешностям. Из рассматриваемых величин  $i_a$ ,  $v_a$ ,  $\Delta C$  для контроля глубины пропитки изоляции кабелей в ходе технологического процесса был выбран ток абсорбции на основании того, что  $\Delta C$  имеет малую чувствительность, а  $v_a$  — большую погрешность при изменении.

Принятая модель двухслойного диэлектрика не учитывает абсорбционные свойства отдельных слоев. Однако это не мешает применить метод для контроля технологического процесса пропитки, так как согласно [4] релаксационные составляющие пропитанной бумажной изоляции находятся в пределах 7–400 с, а постоянная времени двухслойного диэлектрика  $\theta = k_2 f_3 / f_4$ , вычисленная для рассматриваемых кабелей ( $\lambda = 1,81$ ,  $\kappa = 10 \div 100$ ,  $\epsilon_1 = 2,2$ ,  $\gamma_1 = 10^{-12}$  Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ ,  $A = 0,69$ ), не превышает 0,35 с. Измерение тока абсорбции автоматическим измерителем этого тока [5] позволяет устранить влияние медленных релаксационных составляющих.

**Применение метода абсорбции в АСУТП пропитки кабелей.** Информация о глубине проникновения пропиточного состава в изоляцию позволяет вести производство с помощью автоматизированной системы управления технологическим процессом (АСУТП). Критерием функционирования АСУТП является минимальная длительность технологического процесса при гарантированном качестве изоляции. Такая АСУТП пропитки силовых кабелей функционирует по следующему алгоритму:

1. От автоматического измерителя тока абсорбции каждые 32 с поступает информация в ЦВМ, где по формуле (1) вычисляется значение радиуса  $r$  границы раздела пропитанной и непропитанной изоляции. При расчете принимаются наиболее часто встречаемые на практике значения:  $\gamma_2 = 10^{-10}$  Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$  и  $\gamma_1 = 10^{-12}$  Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$ . Текущее значение  $r$  и его скорость изменения отображаются на табло оператора.

2. В ЦВМ накапливается массив текущих значений  $i_a$  ( $\tau$ ) и при прохождении этих значений через максимум выдается сообщение оператору о завершении пропитки изоляции.

3. Время заполнения пустот в токопроводящей жиле вычисляется следующим образом.

3.1. Задаются значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ .

3.2. Путем решения уравнения (7) определяется радиус  $r_m$ , который соответствует максимуму функции (1).

3.3. По формуле (1) вычисляется расчетный ток абсорбции для принятых  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и вычисленного  $r_m$ .

3.4. Ток  $i_p$  сравнивается с фактически измеренным  $i_m$  (максимальное значение) и если  $i_m \neq i_p$ , то  $\gamma_1$  уменьшается и цикл повторяется до граничного значения  $\gamma_1$ .

3.5. Значение  $\gamma_2$  увеличивается, и повторяются расчеты по пункту 3.2.

3.6. При равенстве  $i_m = i_p$  значения  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $r_m$  передаются для дальнейшего счета.

3.7. Вычисляется массив значений  $r(\tau)$  по формуле (1) для измеренных значений тока абсорбции.

3.8. Вычисляется скорость движения пропиточного состава в изоляции по формуле

$$v = (r_2 - r_4) / (\tau_4 - \tau_3),$$

где  $r_3$ ,  $r_4$  — положение границы раздела пропитанной и непропитанной изоляции в моменты  $\tau_3$  и  $\tau_4$ .

3.9. Вычисляется коэффициент фильтрации по формуле

$$k_{\Phi} = v \Delta r / \Delta P,$$

где  $\Delta r \parallel r_2 - r_{cp}$ ;  $r_{cp} = (r_3 - r_4) / 2$ ;  $\Delta P = P_0 + P_2 - P_1^*$ ;  $P_2 = hgd$ ;

$P_0$  — давление над зеркалом пропиточного состава;  $P_2$  — давление столба пропиточного состава;  $h$  — высота столба;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $d$  — плотность пропиточного состава;  $P_1^*$  — давление в кабеле в момент измерения скорости движения пропиточного состава

Давление  $P_1^*$  вычисляется с использованием закона Бойля-Мариотта по формуле

$$P_1^* = P_1 \frac{(r_2^2 - r_1^2) m + r_1^2 (1 - \eta)}{(r_{cp}^2 - r_1^2) m + r_1^2 (1 - \eta)},$$

где  $m$  — пористость бумажной изоляции;  $\eta$  — коэффициент заполнения токопроводящей жилы;  $P_1$  — давление в кабеле перед пропиткой.

3.10. Вычисляется время заполнения пустот в токопроводящей жиле по формуле, представленной в [1].

Описанный метод вошел составной частью в АСУТП сушки и пропитки силовых кабелей, разработанной для Камского кабельного завода им. 50-летия СССР.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ларина Э. Т. Силовые кабели и кабельные линии. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Иерусалимов М. Е., Ковригин Л. А. Контроль состояния изоляции силовых кабелей в процессе технологической обработки. — Изв. вузов СССР. — Энергетика, 1978, № 3.
3. Теория диэлектриков/ Н. П. Богородецкий, Ю. М. Волокобинский, А. А. Воробьев, Б. М. Тареев — М.: Энергия, 1965.
4. Остаточная и релаксационная проводимость бумажно-масляной изоляции/Е. И. Аксенов, М. И. Гордеев, С. Е. Глейзер, М. Ю. Шувалов. — ЭП. Кабельная техника, 1984, № 4 (230).
5. Иерусалимов М. Е., Ковригин Л. А., Гоменюк В. И. Универсальный метод и прибор непрерывного контроля процесса сушки и пропитки силовых кабелей с бумажной изоляцией на напряжения до 35 кВ. — Пермь: Пермский ЦНТИ. [27.05.86]

# Исследование влияния технологических факторов на электроизоляционные характеристики литой эпоксидной изоляции

ВАРИВодов В. Н., РАХМАТУЛИН А. В.

В последние годы в технике высоких напряжений все большее применение находит литая эпоксидная изоляция (ЛЭИ). Известно, что электроизоляционные характеристики ЛЭИ определяются, с одной стороны, составом используемого компаунда, а с другой, — технологией его изготовления [1]. Однако проектирование реальных литых изоляционных конструкций, как правило, производится на основе использования электроизоляционных характеристик, полученных при исследованиях лабораторных образцов.

Такие образцы имеют определенные конструктивные отличия от реальных изоляторов: меньшие толщины и объемы диэлектрика в отдельных изделиях. Кроме того, как правило, различаются и установки, на которых эти образцы и изоляторы изготавливаются — в последнем случае это обычно более мощные заливочные машины, характеризующиеся существенно большим объемом компаунда, подготавливаемого к заливке. Вероятность же ошибки оператора при массовом производстве литой эпоксидной изоляции как в поддержании требуемых параметров непосредственно эпоксидного компаунда, так и заливаемой металлической арматуры существенно выше, чем в лабораторных условиях. Все это приводит к различиям в самой технологии изготовления лабораторных образцов и реальных изоляторов.

Проведенные на лабораторных образцах исследования [2, 3] позволили выявить закономерности влияния размеров ЛЭИ, находящейся в слабонеоднородном электрическом поле, на ее электрическую прочность, получить расчетные соотношения для оценки этого влияния. Однако было обнаружено [2], что при значительных объемах отливок наблюдается тенденция к расхождению расчетной и экспериментальной зависимостей с увеличением объема более чем на порядок, что естественно связывать с различием в значениях электрической прочности изоляции с единичным объемом в малых и больших заливках вследствие влияния технологических факторов.

Технология изготовления ЛЭИ постоянно улучшается: как за рубежом (например, разработки фирмы «Лейбольд Хераус», «Бальцерс» и др.), так и в отечественной практике находят применение литьевые машины с высокой степенью автоматизации процесса заливки компаунда и культурой обслуживания, появляются новые технологические процессы (например, желтирование под давлением [4]), что в результате должно обеспечить максимальное сближение электроизоляционных характеристик лабораторных образцов и реальных изоляторов.

Тем не менее, выявление закономерностей влияния технологических факторов на электрическую прочность ЛЭИ (как одной из основных характеристик, определяющих надежность работы высоковольтной изоляции) необходимо для их учета при расчете рабочих напряженностей электрического поля при заданной технологии изготовления изоляции, выбора путей совершенствования этой технологии даже при использовании новейших литьевых машин.

Соответственно и влияние технологических факторов может изучаться двояко. С одной стороны, путем варьирования контролируемых технологических факторов (температуры компаунда, времени его вакуумирования и величины давления окружающей среды при вакуумировании, режима отверждения компаунда, характера обработки поверхности заливаемых металлических электродов и др.), а с другой, — путем изучения различия электрической прочности образцов ЛЭИ, изготовленных в лаборатории, и реальных изоляторов при массовом производстве.

В настоящей статье проводилось исследование электрической прочности, а также неоднородности диэлектрика как образцов изоляции (рис. 1, а), так и реальных изоляторов на класс напряжения 220 кВ (рис. 1, б) с залитыми дюралюминиевыми электродами, формирующими при воздействии высокого напряжения слабонеоднородное электрическое поле.

Электрическая прочность образцов ЛЭИ определялась при воздействии напряжения промышленной частоты путем плавного подъема напряжения со скоростью  $2 - 3$  кВ/с до пробоя — при кратковременных испытаниях, либо путем плавного подъема напряжения с указанной скоростью до некоторого значения и выдерживании данного напряжения до пробоя при максимальном времени испытания не менее 2,5 мес в случае, когда определялась длительная электрическая прочность. Испытания сопровождались также измерениями интенсивности частичных

разрядов в образцах и изоляторах с чувствительностью схемы измерения  $5 \cdot 10^{-13}$  Кл.

При изучении неоднородности диэлектрика изготавливались шлифы из средней части образцов конструкции (рис. 1) и проводились с помощью микроскопов МБИ, «Неофот 21» (ГДР) и «Кембридж Стереоскан» (Великобритания) микроанализ поверхности шлифов площадью  $0,75 - 1$  см<sup>2</sup>. Исследования проводились на образцах из компаунда КЭ-3, состоящего из смолы Э-2000 (100 массовых частей), наполнителя — кварцевого песка (150 массовых частей) и отвердителя — изометилтетрагидрофталового ангидрида (40 массовых частей). Состав компаунда и технология его изготовления соответствовали техническим условиям и контролировались службами завода-изготовителя.

Технологический процесс предусматривал размещение предварительно подогретых смолы и наполнителя при повышенной температуре, вакуумирование при этой же температуре в течение часа отдельных составляющих, а также вакуумирование жидкого компаунда перед его отверждением. Кроме того, проводились просеивание наполнителя, химическая обработка поверхности электродов при повышенной температуре и термообработка отвержденного компаунда.

Как образцы изоляции, так и реальные изоляторы изготавливались по одной и той же технологической инструкции.

Одинаковая конструкция испытанных образцов, рецептурный состав компаунда, как правило, технологический режим при изготовлении и условия испытаний обеспечивали практически идентичность внутренних термомеханических нагрузок в отдельных образцах, и поэтому эти нагрузки не должны были оказывать существенного влияния на выявленные закономерности, хотя зависимость электроизоляционных характеристик компаунда от внутренних термомеханических нагрузок несомненно имела место и для испытанных образцов.

Однако были следующие (контролируемые) различия при изготовлении образцов и изоляторов: объем компаунда в лабораторных условиях составлял около 2 л, а при массовом производстве изоляторов — до 50 л, число одновременно изготавливаемых образцов в лаборатории в одной партии составило всего пять (при общем количестве 50), а на заводе — до 35 изоляторов в отдельных партиях (при общем количестве около 2500). Использовались литьевые установки производства ВЭИ им. В. И. Ленина.

На рис. 2 и 3 представлены данные о кратковременной электрической прочности и времени до пробоя при напряженности электрического поля  $35 \pm 5$  кВ/мм, соответствующие вероятности пробоя примерно 10 %, лабораторных образцов конструкции, представленной на рис. 1, а, и аналогичных образцов, изготовленных на заводе при массовом производстве, причем в последнем случае приведены результаты испытаний отдельных партий из каждой сотни вновь изготовленных изделий.

Анализ полученных данных показывает, что переход от лабораторных условий к условиям массового производства приводит к увеличению разброса экспериментальных данных и некоторому снижению даже средних значений как кратковременной электрической прочности, так и срока службы изоляции, причем только в лучших партиях образцов заводского изготов-

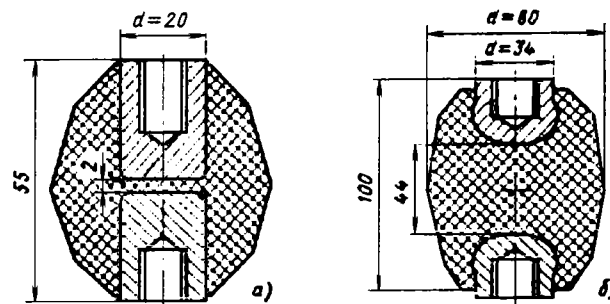


Рис. 1. Конструкции испытанных образцов (а) и опорных изоляторов для газонаполненного кабеля на класс напряжения 220 кВ (б)

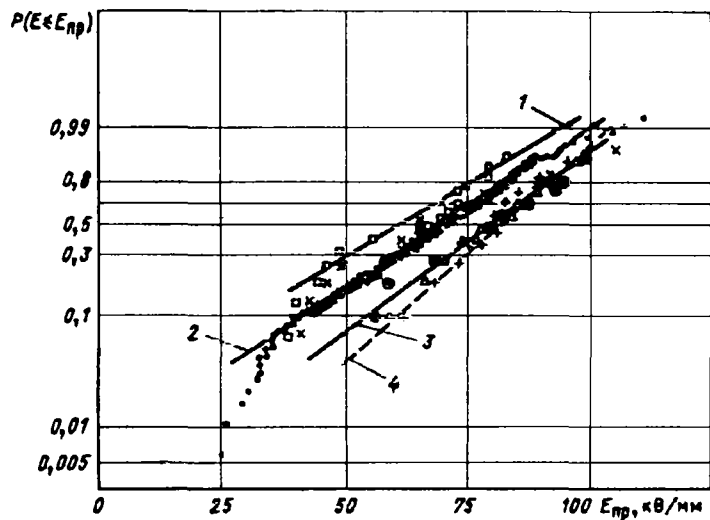


Рис. 2. Функции распределения кратковременной прочности образцов ЛЭИ: 1 — партия № 2, заводское изготовление; 2 — вся совокупность испытанных образцов; заводское изготовление; 3 — партия № 9, заводское изготовление; 4 — лабораторное изготовление,  $P_{от}=0,1$  МПа;  $\triangle$  — лабораторное изготовление,  $P_{от}=1,0$  МПа;  $\times$  — партия № 1, заводское изготовление

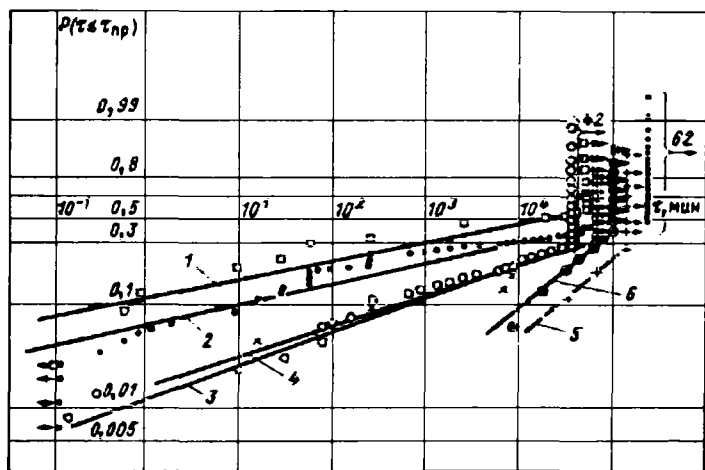


Рис. 3. Функции распределения времени до пробоя образцов ЛЭИ при напряженности электрического поля  $35 \pm 5$  кВ/мм: 1 — партия № 2, заводское изготовление; 2 — вся совокупность испытанных образцов, заводское изготовление; 3 — все испытанные образцы, без частичных разрядов; 4 — партия № 1, заводское изготовление; 5 — лабораторное изготовление,  $P_{от}=0,1$  МПа; 6 — партия № 9, заводское изготовление

ления электроизоляционные характеристики оказываются близки к характеристикам лабораторных образцов.

Как следует из рис. 4, снижение кратковременной электрической прочности и срока службы взаимосвязано и, видимо, обусловлено одной и той же причиной.

Учитывая современные представления о механизме пробоя полимерной изоляции [5, 6], можно считать, что влияние технологических факторов на электроизоляционные характеристики ЛЭИ в основном связано с увеличением вероятности появления трещин и отслоений вследствие внутренних термомеханических напряжений на границе компаунда и металла, газовых включений в объеме диэлектрика, появлением зон макроскопических неоднородностей (например, неотвержденного компаунда, неразмешанного наполнителя, металлических включений) и развитием частичных разрядов в этих включениях.

На том же рис. 4 приведены данные об относительном числе образцов в отдельных заводских партиях, в которых были обнаружены частичные разряды. Следует также отметить, что срок службы образцов изоляции, соответствующий 10 %-ной вероятности пробоя, в которых адгезия эпоксидного компаунда

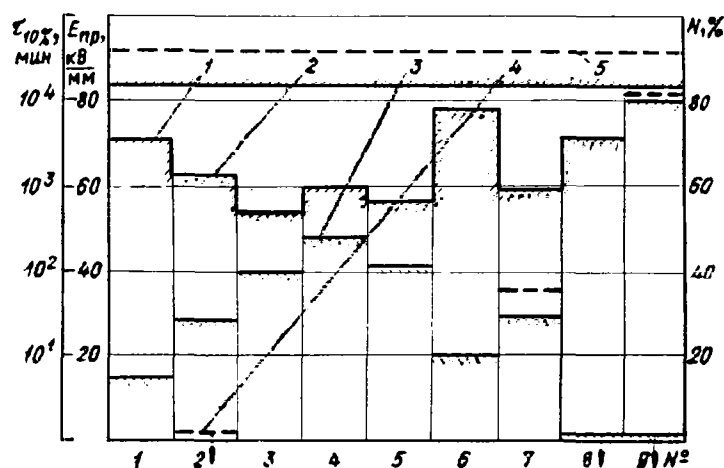


Рис. 4. Средние значения кратковременной электрической прочности (штриховка влево), время до пробоя, соответствующего 10 %-ной вероятности пробоя (пунктир) и относительное число образцов с ЧР (штриховка влево) в различных исследованных партиях при заводском изготовлении (2, 3, 4) и изготовленных в лабораторных условиях (1, 5)

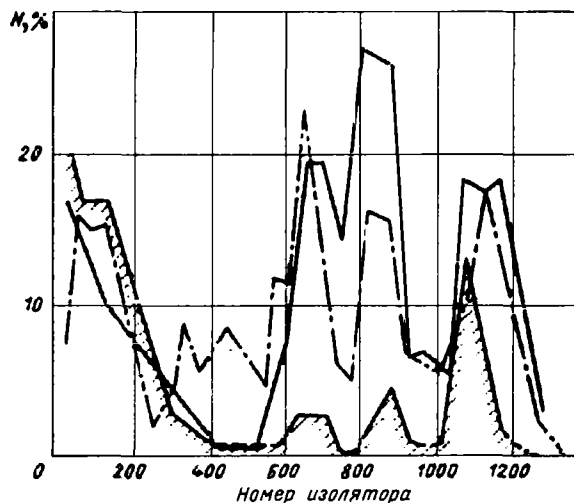


Рис. 5. Относительное число изоляторов 220 кВ, отбракованных при визуальном осмотре (сплошная линия), дальнейших испытаниях по определению частичных разрядов (штриховка) и воздействию повышенного напряжения (штрих-пунктир) в различных партиях

к залитому электроду была невелика (что определялось по соотношению площадей диэлектрика и металла в сечении разрыва), при напряженности электрического поля 35 кВ/мм составил примерно  $10^{-1}$  мин, в то время как для образцов с хорошей адгезией компаунда он превысил  $10^5$  мин.

Учитывая несомненную коррекцию представленных на рис. 4 данных, — чем больше относительное число образцов с частичными разрядами в отдельных партиях, тем меньше кратковременная электрическая прочность и срок службы изоляции — можно сделать вывод, что одной из наиболее вероятных причин снижения электрической прочности образцов изоляции при массовом производстве является наличие газовых включений в изоляции — и в том числе на границе металлического электрода и эпоксидного компаунда.

Указанные закономерности были подтверждены при испытаниях реальных изоляторов для газонаполненного кабеля 220 кВ (рис. 1, б), результаты которых приведены на рис. 5. Отбор изоляторов перед их установкой в кабель производился следующим образом: проводился визуальный осмотр, причем отбраковывались в основном изоляторы, имеющие на поверхности газовые включения (полусферические углубления глубиной 0,1—3 мм), к изоляторам, не имеющим видимых включений, прикладывалось испытательное напряжение величиной примерно 25 %







Была проведена экспериментальная проверка существования зависимости кратковременной электрической прочности лабораторных образцов ЛЭИ от давления окружающего газа при отверждении компаунда (см. рис. 2), которая показала, что повышение давления  $P_{от}$  до 1 МПа не приводит к улучшению электроизоляционных характеристик изоляции, изготовленной в лабораторных условиях. Этот экспериментальный факт, видимо, связан с тем, что в лабораторных образцах, изготовленных при давлении  $P_{от}=0,1$  МПа, практически отсутствуют газовые включения и дальнейшее повышение давления газа при отверждении не приводит к увеличению электрической прочности.

С увеличением объема отдельных заливок и компаунда в смесителе, видимо, следует ожидать проявления зависимости электрической прочности ЛЭИ и срока ее службы от давления газа при отверждении, так как это ведет к повышению вероятности существования различия в отдельных точках объема компаунда таких параметров как вязкость, степень однородности диэлектрика, температура — и, в конечном счете, к возрастанию вероятности появления газовых включений. Устранить возможность появления отслоений на границе компаунда и заливаемых металлических деталей можно путем увеличения адгезии компаунда к металлу.

Приведенные испытания по использованию различных способов повышения адгезии [9]: увеличение шероховатости электродов, оптимизация соотношения коэффициентов объемного расширения компаунда и металла, установка демпфирующих устройств, снижающих механические напряжения при усадке компаунда, химическое и механическое снятие окисной пленки с поверхности металла, а также предварительное покрытие поверхности электродов слоем эпоксидного компаунда — показали, что наиболее простым и эффективным средством повышения адгезии компаунда к металлическим электродам является предварительное травление поверхности дюралюминиевых электродов хромпиком (бихромат калия в водном растворе серной кислоты) при повышенной температуре в течение определенного периода [9].

Использование этого способа повышения адгезии компаунда и дюралюминиевых электродов позволило при проведении натурных испытаний 50 изоляторов повысить минимальный срок службы со 146 ч, по крайней мере, до 20 мес. (при этом времени испытания были прекращены без обнаружения каких-либо повреждений). После указанных испытаний в последнем случае в изоляторах не было обнаружено следов частичных разрядов.

Таким образом, исследования влияния технологических факторов на электроизоляционные характеристики литой эпоксидной изоляции с залитыми дюралюминиевыми электродами, создающими при воздействии напряжения слабонеоднородное электрическое поле, выявили следующее.

1. Наблюдается существенный разброс значений как кратковременной электрической прочности, так и времен до пробоя эпоксидной изоляции, изготовленной в условиях массового производства, причем наиболее высокие значения этих параметров примерно соответствуют электрической прочности и времени до пробоя образцов, изготовленных в лабораторных условиях.

2. Для литой эпоксидной изоляции, находящейся в слабонеоднородном электрическом поле, характерно существование корреляции кратковременной электрической прочности, срока службы и относительного числа изоляторов с частичными разрядами в отдельных изготовленных партиях, хотя количествен-

ная оценка корреляции затруднена из-за большого разброса экспериментальных данных.

3. Надежность работы литой эпоксидной изоляции, изготовленной в условиях массового производства, в значительной степени зависит от наличия газовых включений в объеме диэлектрика и на границе металлических электродов и эпоксидного компаунда, однако отбраковка изоляции, имеющей частичные разряды интенсивностью более  $5 \cdot 10^{-13}$  Кл, не позволяет полностью исключить изоляторы с низкими электроизоляционными характеристиками, что требует проведения дополнительных испытаний.

4. Отсутствие газовых включений в объеме диэлектрика может быть обеспечено путем уменьшения вязкости неотвержденного компаунда, давления окружающей среды при вакуумировании, а также увеличением времени вакуумирования и давления окружающей среды при отверждении, причем оценка отсутствия эффекта влияния газовых включений, распределенных в объеме диэлектрика, на электроизоляционные характеристики ЛЭП может быть осуществлена с помощью предложенного соотношения.

5. Адгезия эпоксидных компаундов к дюралюминиевым электродам и соответственно электроизоляционные характеристики ЛЭИ существенно улучшаются, если перед заливкой поверхность этих электродов обрабатывается хромпиком при повышенной температуре.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург Л. Д. Высоковольтные трансформаторы и дроссели с эпоксидной изоляцией. Л.: Энергия, 1978.
2. Вариводов В. Н., Демкин А. А., Емельянов Л. И. Зависимость электрической прочности литой эпоксидной изоляции от размеров в слабонеоднородном электрическом поле. — Электротехника, 1983, № 1.
3. Гельман М. З., Мурович В. И. Статистический метод расчета электрической прочности твердой изоляции. — Электричество, 1973, № 5.
4. Харахаш В. Г., Приленская Г. И., Анцупова Л. А. Литые под давлением эпоксидных композиционных материалов, Москва. Энергоатомиздат, 1976.
5. Разрушение электрической изоляции при длительном воздействии напряжения/Л. Д. Бобровская, Д. А. Каплан, Н. А. Козырев и др. — В кн.: «Электрофизические проблемы применения твердых и комбинированных диэлектриков в технике высоких напряжений. — Новосибирск: Наука, 1974.
6. Natsume F., Matsuura K., Karahashi A. V-T characteristics and evaluation of voltage endurance of epoxy mold insulation. — Fujii Electric Journal, 1977, v. 50, N 5.
7. Shibuya Y., Loledziowski S., Calderwood I. Void formation and electrical breakdown in epoxy resins. — IEEE Trans. on Pow. App. and Syst., 1977, v. PAS-96, N 1.
8. Вариводов В. Н. Исследования характеристик газовых включений в эпоксидной литой изоляции. 22 Intern. Wiss. Koll. T. H. Hmenau, 1977.
9. Вариводов В. Н. Исследование электроизоляционных характеристик литой эпоксидной изоляции применительно к газонаполненным высоковольтным устройствам: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. М.: 1979, ВЭИ.

(10.04.85)

УДК 621.313.32.044.2.045.13.014.1.015

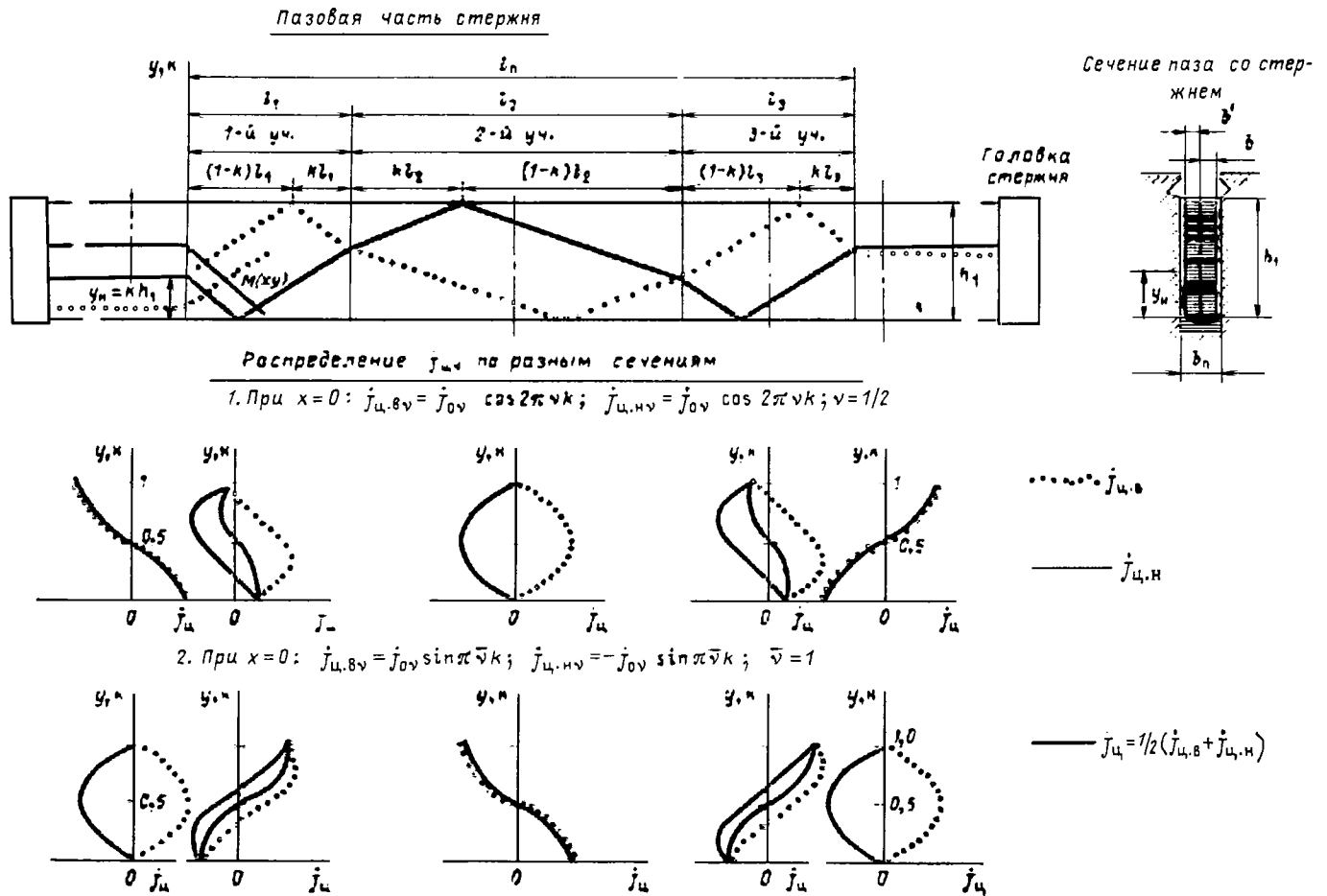
## Активное сопротивление транспонированных проводников стержня для циркуляционных токов

БОБКОВ Ю. А., канд. техн. наук

Ленинград

В турбогенераторах стержни статорной обмотки выполняются из отдельных проводников с транспозицией их в пазовой части на  $360$  или  $540^\circ$  [1]. От магнитных полей в торцевой зоне генератора в отдельных проводниках наводятся разные по значению и фазе э. д. с., вследствие чего по проводникам, замкнутым в головках стержня, протекают циркуляционные токи. Индуктивное сопротивление пазовой части проводника для циркуляционных токов было определено в [2]. Там же показа-

но, что в некоторых случаях оно может быть равным нулю. Тогда циркуляционный ток будет определяться значениями некомпенсированной э. д. с. и активного сопротивления проводника. Отношение активного сопротивления к омическому сопротивлению называют коэффициентом Филда  $K_f$ . Для рабочего тока коэффициент  $K_f$  определяется в предположении, что все проводники в стержне, лежащие в пазу сердечника статора, одинаковы по сечению и по ним протекает в одном на-



правлении один и тот же рабочий ток, при этом полагается, что транспозиция проводников отсутствует. Далее находят  $K_{\Phi}$  для проводников, занимающих разное положение по высоте паза. Учет транспозиции проводников в пазу производится осреднением значения  $K_{\Phi}$ . Коэффициент Филда для циркуляционных токов до сих пор никем не определялся. Рассматриваются проводники с одинаковым поперечным сечением, транспонированные в пазовой части стержня на  $540^\circ$ , с разной плотностью циркуляционного тока, имеющей как положительные, так и отрицательные значения. Этот случай по сравнению с определением  $K_{\Phi}$  для рабочего тока является более общим.

Рассмотрение будем производить при обычно принимаемых предположениях, а именно:

- магнитные линии в пазу проходят параллельно его дну и под прямым углом входят в стенки паза;
- магнитная проводимость активной стали много больше магнитной проводимости воздуха;
- циркуляционные токи в проводниках не имеют относительно друг друга сдвига во времени и отличаются только по значению и знаку.

Расчетная схема представлена на рисунке.

Рассмотрим случай распределения  $j_{цв}$  в восходящих и нисходящих проводниках при  $x=0$  по закону косинуса. Тогда в соответствии с [2] напряженность магнитного поля  $H$  в точке  $M$  на участке 1 равна:

$$H = 2 \frac{b}{b_n} \int_0^b j_{Mv} dy = A \cos 2\pi v \frac{x}{l_1} \sin 2\pi v \frac{y}{h_1},$$

где

$$A = \frac{b}{b_n} j_{0v} \frac{h_1}{v\pi}.$$

Поскольку проводник имеет малую толщину, то можно принять, что в любой его точке вдоль оси  $y$  магнитная напряженность  $H$  сохраняет значения, соответствующие для точки на оси проводника. Тогда потери от вихревых токов в элементе

проводника  $ab_n dx$  будут пропорциональны значению  $H_{cp}^2$  (здесь  $a$  — высота, а  $b$  — ширина проводника).

На участке 1 уравнение оси восходящего проводника с начальным положением  $y_H = kh_1$  будет иметь следующий вид:

$$0 \leq x \leq (1-k)l_1, \quad y = kh_1 + \frac{h_1}{l_1}x;$$

$$(1-k)l_1 \leq x \leq l_1, \quad y = 2h_1 - h_1k - \frac{h_1}{l_1}x.$$

Среднее значение квадрата напряженности магнитного поля по оси проводника с  $y_H = kh_1$  на участке 1 для значений  $v = 1/2$ ; 1; 2; 3 и т. д. равно

$$H_{cp1}^2 = \frac{1}{l_1} A^2 \left\{ \int_0^{(1-k)l_1} \cos^2 2\pi v \frac{x}{l_1} \sin^2 2\pi v \left( k + \frac{x}{l_1} \right) dx + \int_{(1-k)l_1}^{l_1} \cos^2 2\pi v \frac{x}{l_1} \sin^2 2\pi v \left( 2 - k - \frac{x}{l_1} \right) dx \right\} =$$

$$= \frac{1}{8} A^2 [3 \sin^2 2\pi vk + \cos^2 2\pi vk].$$

Среднее значение квадрата напряженности магнитного поля по оси рассматриваемого проводника на участке 2 определяем из полученного выражения  $H_{cp1}^2$ , учитывая что этому проводнику соответствует проводник с  $y_H = (1-k)h_1$  на участке 1. Тогда  $H_{cp2}^2$  будет равно  $H_{cp1}^2$ . На участке 3 выражение  $H_{cp3}^2$  будет таким же, как для участков 1 и 2 и, следовательно, среднее значение  $H_{cp}^2$  на длине пазовой части стержня  $l_n$  составляет

$$H_{cp}^2 = \frac{1}{8} A^2 [3 \sin^2 2\pi vk + \cos^2 2\pi vk] =$$

$$= \frac{1}{8} \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 j_{0v}^2 \frac{h_1^2}{v^2 \pi^2} [2 - \cos 4\pi vk].$$

Теперь рассмотрим нисходящий проводник, уравнения оси которого на участке  $l$  имеют вид:

$$0 \leq k \leq kl_1, \quad y = kh_1 - \frac{h_1}{l_1} x;$$

$$kl_1 \leq k \leq l_1, \quad y = \frac{h_1}{l_1} x - kh_1.$$

Среднее значение квадрата напряженности магнитного поля по оси проводника с  $y_H = kh_1$  на участке  $l$  равно

$$\begin{aligned} H_{cp}^2 &= \frac{1}{l_1} A^2 \left\{ \int_0^{kl_1} \cos^2 2\pi \frac{x}{l_1} \sin^2 2\pi \left( k - \frac{x}{l_1} \right) dx + \right. \\ &+ \left. \int_{kl_1}^{l_1} \cos^2 2\pi \frac{x}{l_1} \sin^2 2\pi \left( \frac{x}{l_1} - k \right) dx \right\} = \\ &= \frac{1}{8} A^2 [3 \sin^2 2\pi vk + \cos^2 2\pi vk]. \end{aligned}$$

Получаем то же выражение  $H_{cp}^2$ , которое было ранее выведено для восходящего проводника. Отсюда следует вывод, что значение  $H_{cp}^2$  одинаково для восходящего и нисходящего проводника и равно

$$H_{cp}^2 = \frac{1}{8} \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 j_{0v}^2 \frac{h_1^2}{\sqrt{2}\pi^2} [2 - \cos 4\pi vk].$$

Переход от  $H_{cp}^2$  к добавочным потерям в элементарных проводниках можно совершить двумя путями. Первый — использовать формулу для удельных потерь в тонком проводящем листе, помещенном в магнитное поле, напряженность которого  $H$  направлена вдоль широкой грани листа [3]. Второй — найти коэффициент Филда в случае однонаправленных и одинаковых токов в проводниках для проводника, на уровне которого напряженность магнитного поля равна  $H_{cp}$  при обычном условии, что проводники в пазу не транспонированы.

Определим удельные потери  $P'_B$  от вихревых токов первым путем, используя формулу из [3].

$$P'_B = \frac{4}{3} k_1^2 f^2 \gamma a^2 B_{mcp}^2,$$

где  $k_1 = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$  — коэффициент формы синусоиды;  $B_{mcp}$  — среднее амплитудное значение индукции, вектор которой направлен перпендикулярно оси пазовой части проводника длиной  $l_n$ ,  $a$  — высота меди проводника;  $f$  — частота изменений во времени  $B_{mcp}$ ;  $\gamma$  — электрическая проводимость меди.

Так как

$$B_{mcp}^2 = 2\mu_0 H_{cp}^2,$$

то

$$P'_B = A^* \frac{1}{\sqrt{2}} [2 - \cos 4\pi vk].$$

Здесь

$$A^* = \frac{1}{3} k_1^2 f^2 \gamma a^2 \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 \mu_0^2 j_{0v}^2 \frac{h_1^2}{\pi^2}.$$

Тогда среднее значение удельных потерь  $P'_{B, cp}$  во всех проводниках стержня с  $y_H$ , изменяющемся от 0 до  $P_{B, cp}$  (или  $k$ , изменяющимся от 0 до 1) на длине  $l_n$  составит

$$P'_{B, cp} = \int_0^1 P'_B dk = 2A^* \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Сопоставим  $P'_B$  с удельными потерями от циркуляционного тока в проводнике с начальным положением  $y = kh_1$ , которые равны

$$P_n = j_{0v}^2 \frac{1}{\gamma} \cos^2 2\pi vk.$$

Относя  $P'_B$  к  $P'_n$ , найдем в каком соотношении находятся удельные добавочные потери от вихревых токов к удельным потерям от циркуляционных токов в каждом проводнике стержня

$$\frac{P'_B}{P'_n} = M \frac{2 - \cos 4\pi vk}{\cos^2 2\pi vk},$$

где

$$M = \frac{1}{3} k_1^2 f^2 a^2 \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 \mu_0^2 \gamma^2 \frac{h_1^2}{\sqrt{2}\pi^2}.$$

Множитель  $\frac{2 - \cos 4\pi vk}{\cos^2 2\pi vk}$  всегда имеет положительный чи-

слитель, знаменатель же для  $vk = \frac{1}{4}n$ , где  $n$  — положительно нечетное число, обращается в нуль. Тогда множитель становится бесконечно большим. Это соответствует тем проводникам, в которых циркуляционный ток равен нулю, но добавочные потери от вихревых токов будут иметь место, так как напряженность поля  $H$  на уровне оси проводника не равна нулю.

Для определенности соотношения  $P'_B/P'_n$  найдем его не для отдельного проводника, а для всех проводников стержня, т. е.  $P'_{B, cp}/P'_{n, cp}$ . Средние удельные потери от циркуляционного тока равны:

$$P'_{n, cp} = \int_0^1 j_{0v}^2 \frac{1}{\gamma} \cos^2 2\pi vk dk = \frac{1}{2} j_{0v}^2 \frac{1}{\gamma}.$$

В этом случае получим

$$\frac{P'_{B, cp}}{P'_{n, cp}} = (K_{\Phi, cp} - 1) = \frac{4}{3} k_1^2 f^2 a^2 \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 \mu_0^2 \gamma^2 \frac{h_1^2}{\sqrt{2}\pi^2}.$$

Для каждой пространственной гармоники циркуляционного тока отношение  $P'_{B, cp}/P'_{n, cp}$  будет иметь свое значение, которое убывает обратно пропорционально квадрату  $v$ .

Определим удельные добавочные потери на вихревые токи в проводнике вторым способом, т. е. используя известные формулы для коэффициента Филда [1].

Сначала найдем среднеквадратичное значение напряженности поля в целом для всех проводников стержня при начальном косинусоидальном распределении плотности циркуляционных токов по высоте стержня:

$$H_{cp, ст}^2 = \int_0^1 H_{cp}^2 dk = \frac{1}{4} \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 j_{0v}^2 \frac{h_1^2}{\sqrt{2}\pi^2}.$$

Если бы по нетранспонированным проводникам стержня проходил однонаправленный ток с постоянной плотностью  $j_0 = j_{0v}$ , то напряженность магнитного поля на уровне оси  $n$ -го проводника была бы равна:

$$H_n = j_0 \frac{2b}{b_n} \pi a.$$

Приравняв  $H_{cp, ст}^2 = H_n^2$ , найдем номер  $n$  нетранспонированного проводника, для которого коэффициент Филда будет равен усредненному коэффициенту Филда для транспонированных проводников стержня при прохождении по ним циркуляционного тока, изменяющегося по высоте  $h_1$  по косинусоидальному закону

$$n = \frac{h_1}{4av\pi}.$$

В соответствии с [1]

$$(K_{\Phi} - 1) = \xi^4 \left[ \frac{4}{45} + \frac{1}{3} n^2 - \frac{1}{3} n \right],$$

где

$$\xi = a \sqrt{\frac{2b}{b_n} \frac{\omega \mu \gamma}{2}}.$$

Вводя в формулу ( $K_{\Phi} - 1$ ) найденное значение  $n$  и учитывая, что циркуляционный ток в проводниках распределен по косинусоидальному закону, т. е. средние удельные потери равны  $\frac{1}{2} j_{0v}^2 \frac{1}{\gamma}$ , а не  $j_0^2 \frac{1}{\gamma}$ , как имеет место при однонаправленных токах, получим

$$(K_{\Phi. \text{cp}} - 1) = \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 \omega^2 \mu^2 \gamma^2 \left[ \frac{8}{45} a^4 + \frac{1}{24} \frac{h_1^2 a^2}{v^2 \pi^2} - \frac{1}{6} \frac{h_1 a^3}{v \pi} \right].$$

По сравнению с ( $K_{\Phi} - 1$ ), найденным первым способом оно имеет более сложное выражение, так как в нем учитывается конечное число проводников по высоте меди стержня  $h_1$ , т. е. дискретное изменение плотности тока.

При  $a \rightarrow 0$ , т. е. плавном изменении циркуляционного тока, получаем

$$(K_{\Phi. \text{cp}} - 1) \rightarrow \frac{1}{24} \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 \omega^2 \mu_0^2 \gamma^2 a^2 \frac{h_1^2}{v^2 \pi^2} = \\ = \frac{1}{6} \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 f^2 \mu_0^2 \gamma^2 a^2 \frac{h_1^2}{v^2}.$$

Это тождественно ранее полученному выражению

$$\frac{P_{\text{в.ср}}}{P_{\text{ц.ср}}} = (K_{\Phi. \text{cp}} - 1) = \frac{4}{3} k_1^2 f^2 a^2 \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 \mu_0^2 \gamma^2 \frac{h_1^2}{v^2 \pi^2}.$$

так как  $\frac{4}{3} k_1^2 \frac{1}{\pi^2} = \frac{1}{6}$ .

Определим ( $K_{\Phi. \text{cp}} - 1$ ) для сплошного проводника стержня статорной обмотки турбогенератора мощностью 800 МВт ( $a = 1,95$  мм;  $b = 11,6$  мм;  $b_n = 41$  мм;  $h_1 = 78$  мм;  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м;  $\gamma_{\text{м}} = 46 \cdot 10^6$  1/Ом·м;  $f = 50$  Гц при  $v = 1/2$ ): ( $K_{\Phi. \text{cp}} - 1$ ) =  $\frac{1}{6} \left( \frac{11,6}{41} \right)^2 50^2 4^2 \pi^2 \cdot 10^{-14} \cdot 46^2 \cdot 10^{12} \cdot 1,95^2 \cdot 10^{-6} \frac{78^2 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 0,0103$ .

По формуле, учитывающей дискретное распределение тока, имеем

$$(K_{\Phi. \text{cp}} - 1) = \left( \frac{11,6}{41} \right)^2 = 314^2 4^2 \pi^2 \cdot 10^{-14} 46^2 \cdot 10^{12} \left[ \frac{8}{45} \cdot 1,95^4 \cdot 10^{-12} + \right. \\ \left. + \frac{1}{24} \frac{78^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,95^2 \cdot 10^{-6}}{0,5^2 \pi} - \frac{1}{6} \frac{78 \cdot 10^{-3} \cdot 1,95^3 \cdot 10^{-9}}{0,5 \pi} \right] = 0,009762.$$

Следовательно, активное сопротивление сплошных проводников для циркуляционного тока в среднем по стержню примерно на 1 % больше значения омического сопротивления проводника.

Теперь рассмотрим случай, когда плотность тока в восходящем проводнике изменяется по закону

$$j_{\text{цв}} = j_{0v} \sin \pi \bar{v} \frac{y}{h_1},$$

а в нисходящем проводнике

$$j_{\text{цн}} = -j_{0v} \sin \pi \bar{v} \frac{y}{h_1}.$$

Напряженность магнитного поля вдоль  $y$ , отстоящего от начала координат на расстоянии  $x$ , равна

$$H_{xy} = -A_1 \sin \pi \bar{v} \frac{x}{l_1} \sin \pi \bar{v} \frac{y}{h_1},$$

где

$$A_1 = \frac{2b}{b_n} j_{0v} \frac{h_1}{v \pi}$$

Среднеквадратичное значение напряженности поля  $H$  по оси транспонированного проводника, занимающего начальное положение  $y_n = kh_1$  на участке  $l$  равно

$$H_{\text{ср}1}^2 = \frac{1}{l_1} A_1^2 \left\{ \int_0^{(1-k)l_1} \sin^2 \pi \bar{v} \frac{x}{l_1} \sin^2 \pi \bar{v} \left( k + \frac{x}{l_1} \right) dx + \right. \\ \left. + \int_{(1-k)l_1}^{l_1} \sin^2 \pi \bar{v} \left( 2 - k - \frac{x}{l_1} \right) dx \right\}.$$

Для  $\bar{v}$  — целых чисел

$$H_{\text{ср}1}^2 = \frac{1}{l_1} A_1^2 l_1 \left\{ \frac{1}{8} \sin^2 \pi \bar{v} k + \frac{3}{8} \cos^2 \pi \bar{v} k \right\} = \\ = \frac{1}{8} A_1^2 [2 + \cos 2\pi \bar{v} k].$$

Структура формулы для  $H_{\text{ср}}^2$  сохранилась, но коэффициент, равный 3 стоит не перед  $\sin^2 \pi \bar{v} k$ , как было при косинусоидальном распределении плотности тока по высоте меди, а перед  $\cos^2 \pi \bar{v} k$ . Это привело к изменению знака перед  $\cos 2\pi \bar{v} k$  в окончательном выражении  $H_{\text{ср}1}^2$ .

Определив  $H_{\text{ср}2}^2$  и  $H_{\text{ср}3}^2$  соответственно на участках 2 и 3, найдем выражение  $H_{\text{ср}}^2$  на длине  $l_n$ , оно будет равным

$$H_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 j_{0v}^2 \frac{h_1^2}{v^2 \pi^2} [2 + \cos 2\pi \bar{v} k].$$

Среднее значение квадрата напряженности поля в целом по всем проводникам стержня будет равно

$$H_{\text{ср.ст}}^2 = \left( \frac{b}{b_n} \right)^2 j_{0v}^2 \frac{h_1^2}{v^2 \pi^2}.$$

Оно равно  $H_{\text{ср.ст}}^2$  при косинусоидальном распределении плотности тока, т. к.  $\bar{v} = 2v$ . Это значит, что добавочные потери от вихревых токов при синусоидальном и косинусоидальном распределениях плотности тока по высоте меди стержня одинаковы и отличаются лишь их распределением между отдельными проводниками.

**Вывод.** При любом характере распределения циркуляционных токов по высоте меди стержня потери от вихревых токов составляют в сплошных проводниках менее 1 % потерь циркуляционных токов и практически в расчетах можно принимать активное сопротивление циркуляционным токам, равным омическому сопротивлению проводников.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Турбогенераторы, расчет и конструкция/В. В. Титов, Г. М. Хуторецкий, Г. А. Загородная и др. — Л.: Энергия.
2. Бобков Ю. А. Расчет индуктивных сопротивлений проводников стержня статорной обмотки для циркуляционных токов. — Электричество, 1986, № 7.
3. Нейман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электромеханики. Том II. — М.: Госэнергоиздат, 1959. [24.12.85]



УДК 621.313.32(049.3)

## Ахматов М. Г. Синхронные машины. Специальный курс. — М.: Высшая школа, 1984

Рецензируемое учебное пособие посвящено изложению основ теории, конструкции и эксплуатации нового типа синхронной машины с продольно-поперечным или  $dq$ -возбуждением (правильнее было бы назвать двухосным возбуждением ротора).

Этот тип машины давно привлекает внимание специалистов и ученых в области электрических машин и энергетики, однако его экономическая перспективность стала явной только в последние годы. По сравнению с обычными синхронными машинами синхронные машины с  $dq$ -возбуждением обладают способностью: поворачивать магнитное поле ротора в требуемом направлении и тем самым резко повышать динамическую устойчивость и улучшать качество переходного процесса; поглощать из сети большую реактивную мощность при недо возбуждении и отрицательном возбуждении; уменьшить высшие гармонические магнитного поля в воздушном зазоре и др.

В соответствии с современными требованиями научно-технического прогресса появление рецензируемой книги, полезной и нужной, не может не привлечь внимания специалистов, работающих в области электрических машин и электропривода.

При написании книги автор поставил задачу изложить систематически и в доступной форме сложные вопросы, освещенные в научных публикациях.

В отличие от известных публикаций автор на основе собственных исследований излагает режимы работы синхронной машины с  $dq$ -возбуждением с учетом насыщения магнитопровода машины, используя при этом метод локальных кривых намагничивания. Применение этого метода для учета насыщения является оправданным как с научной, так и с методической точек зрения. Имея в виду, что задачей всех законов АРВ в синхронных машинах с  $dq$ -возбуждением во всех режимах является полная или частичная компенсация поперечного поля якоря, можно считать, что магнитное поле в воздушном зазоре близко к такому при холостом ходе. Расчет последнего методом локальных кривых намагничивания оправдан и дает необходимую точность.

С методологической точки зрения этот метод прост, основан на хорошо известном законе полного тока, в то время как к расчету магнитного поля современными методами (конечных разностей, конечных элементов, проводимостей, зубцовых контуров) студенты не готовы. Кроме того, алгоритмы и программы расчета поля этими методами весьма сложны и требуют большой затраты времени. Описанные в книге алгоритмы расчета магнитного поля в воздушном зазоре, параметров и характеристик синхронной машины с  $dq$ -возбуждением иллюстрированы структурными схемами. Изложение материала методологически оправдано, язык книг прост и доходчив.

В гл. 1 дается краткий обзор областей применения синхронной машины с  $dq$ -возбуждением, работающей в режиме двигателя, генератора, компенсатора. Эти области непрерывно расширяются. Вследствие различного характера распределения м. д. с. продольной и поперечной обмоток возбуждения и магнитной проводимости воздушного зазора в явно и неявно-полюсных машинах, эти машины рассмотрены отдельно.

В гл. 2 и 3 книги дан метод расчета магнитного поля в воздушном зазоре и приводятся магнитные характеристики синхронных машин с  $dq$ -возбуждением с учетом взаимного влияния продольной и поперечной обмоток возбуждения. Показано, что пренебрежение этим влиянием ведет к грубым погрешностям, которые влекут за собой большие отклонения в расчетах характеристик и параметров машины (гл. 4).

Рациональное использование двух обмоток возбуждения может быть осуществлено только при соответствующем выборе закона регулирования возбуждения. Такие законы для двигательного режима даны в гл. 5. В отличие от обычных машин в синхронных машинах с  $dq$ -возбуждением возможно поддерживать постоянство угла смещения ротора при изменяющейся нагрузке, что бывает необходимым в приводах некоторых механизмов.

В приводах с пульсирующей нагрузкой для ограничения колебаний режимных параметров, как известно, применяют маховики. В гл. 6 дается метод расчета пульсирующего тока в обмотках возбуждения, при котором колебания ротора полностью демпфируются.

Гл. 7 посвящена повышению использования синхронных компенсаторов (СК) в современных протяженных ЛЭП высокого напряжения в режиме глубокого потребления реактивной мощности. Показано, что при отрицательном возбуждении продольной обмотки регулированием тока возбуждения в поперечной обмотке можно загрузить СК номинальным током без опасения «проскальзывания» ротора и перехода СК в область положительного возбуждения.

Для правильной оценки результатов расчета магнитного поля, параметров и характеристик синхронной машины с  $dq$ -возбуждением с учетом насыщения необходима тщательная экспериментальная проверка этих результатов. В последней гл. 8 даны оригинальные методы экспериментального определения магнитного поля в воздушном зазоре и его гармонического анализа при неподвижном и вращающемся роторе.

При переиздании книги, что было бы желательно, необходимо учесть следующие замечания:

для облегчения изучения и повышения доходчивости материала книги необходимо снабдить ее числовыми примерами (в частности, расчетом поля в воздушном зазоре, расчетом статической и динамической устойчивости, сравнением стоимости материалов нормальной синхронной машины и машины с  $dq$ -возбуждением);

необходимо книгу дополнить изложением переходных процессов, в которых роль поперечной обмотки особенно велика; язык АЛГОЛ желательно заменить более современным, например, ФОРТРАНОм;

необходимо развить (во «Введении» и в гл. 1 «Генераторы») особенности и перспективы неявнополюсной асинхронизированной машины.

ПОСТНИКОВ И. М., чл.-корр. АН УССР, проф.



## Выездная сессия секции газового разряда координационного совета АН СССР по проблеме «Физика низкотемпературной плазмы» по теме: «Физика долгоживущих плазменных образований и шаровой молнии»

В Ярославском государственном университете 7—9 июля 1986 г. состоялась выездная сессия секции газового разряда, посвященная физике долгоживущих плазменных образований и шаровой молнии (ШМ). В работе сессии приняли участие 49 представителей научных организаций из 12 городов страны.

Работы по данной тематике ведутся по трем основным направлениям:

накопление и статистическая обработка данных наблюдений ШМ (собрано примерно 6000 описаний); поисковые экспериментальные исследования; теоретическое исследование проблемы ШМ.

Результаты статистической обработки совпадают с данными, полученными за рубежом. Наряду со статистически надежным установлением непосредственно наблюдаемых свойств ШМ (размеры, время жизни, светимость и т. д.) важным результатом последних исследований является установление ряда электрических свойств, что позволяет существенно сузить круг возможных гипотез о ее природе. Сопоставление статистического портрета ШМ с результатами модельных экспериментов указывает, что правдоподобные представления о ШМ связаны с ее образованием через неравновесные формы газового разряда в воздухе. В настоящее время имеются все необходимые предпосылки для постановки систематических экспериментальных исследований, направленных на раскрытие природы ШМ.

Сессия констатирует:

1. Создан статистически достоверный портрет ШМ и четко идентифицирован объект исследований. В частности, установлено наличие электрических проявлений ШМ.

2. Необходимо продолжить сбор фактического материала по наблюдениям ШМ в естественных условиях.

3. Следует сделать выборки из накопленного фактического материала по наблюдениям ШМ для проверки наиболее перспективных моделей.

Сессия постановляет:

1. Считать целесообразным проведение экспериментальных и теоретических исследований по долгоживущим образованиям неравновесной плазмы.

2. Рекомендовать экспериментальную проверку наиболее перспективных моделей ШМ: плазменно-вихревой, аэрозольной и кластерной.

3. Просить председателя секции газового разряда координационного совета АН СССР по проблеме «Физика низкотемпературной плазмы» акад. Г. А. Месяца рассмотреть вопрос о включении в план работы АН СССР темы: Физика долгоживущих плазменных образований и шаровой молнии.

4. Просить акад. Г. А. Месяца о периодическом проведении сессий по теме: «Физика долгоживущих плазменных образований и шаровой молнии» с периодичностью 2—3 года.

5. Обратиться к акад. Г. А. Месяцу с просьбой издать сборник работ по теме сессии.

6. Разослать решения сессии заинтересованным лицам и организациям.

7. Выразить благодарность администрации ЯрГУ за проявленную инициативу в проведении сессии и хорошую организацию ее работы.

Оргкомитет



## Федор Евгеньевич Темников

(К 80-летию со дня рождения)

Исполнилось 80 лет видному советскому ученому, доктору технических наук, профессору Федору Евгеньевичу Темникову.

Трудовую деятельность Федор Евгеньевич начал по окончании Горьковского политехнического института в 1930 г. рядовым инженером на Луганском тепловозостроительном заводе, а через два года стал начальником технического сектора и затем заместителем директора по научной части в Центральном научно-исследовательском институте организации и управления промышленностью.

В 1936 г. Федор Евгеньевич был приглашен на кафедру автоматики и телемеханики Московского энергетического института, где в 1939 г. ему была присвоена ученая степень кандидата технических наук и звание доцента, а в 1959 г. — ученая степень доктора технических наук и звание профессора. Он руководил кафедрой



автоматики и телемеханики, а затем был заведующим кафедрой системотехники; обе кафедры были созданы по его инициативе и при его непосредственном участии. Федор Евгеньевич участвовал также в организации Особого конструкторского бюро МЭИ и проблемной лаборатории автоматизированных информационных систем высшей школы Государственного комитета СССР по науке и технике и Минвуза СССР. По заданию Минвуза СССР он содействовал учреждению и развитию кафедры автоматики и телемеханики в ряде вузов Польской Народной Республики.

Важнейшие этапы деятельности Федора Евгеньевича совпадают с главными этапами развития приборостроения — от отдельных приборов контроля и измерения до автоматических и регистрирующих приборов, средств и систем автоматики и телемеханики, информационных систем и, наконец,

современных систем автоматизации управления, системотехники. И на каждом из названных этапов Федор Евгеньевич находился в авангарде советских ученых.

\* Федор Евгеньевич Темников проводил большую работу по подготовке и воспитанию инженерных и научных кадров: им подготовлено свыше 60 кандидатов технических наук, он участвовал в обучении более 3000 инженеров новых специальностей. Им выполнено множество практических разработок для народного хозяйства, опубликовано около 200 научных трудов и 12 книг. Федор Евгеньевич имеет

более 60 авторских свидетельств и патентов на изобретения.

Наряду с плодотворной научной и преподавательской деятельностью Федор Евгеньевич — активный участник научно-общественной жизни страны. Он — член секции Государственного комитета СССР по Ленинским и Государственным премиям, член Научно-технического Совета Минприбора, Научного совета АН СССР и редсовета «Энергоатомиздата».

За плодотворную научную деятельность, работу по подготовке научно-технических кадров Федор Евгеньевич Темников награжден медалями и почетными грамотами.

С 1976 г. Федор Евгеньевич Темников — на заслуженном отдыхе, но по-прежнему продолжает активно участвовать в учебной, методологической и научной работе кафедры системотехники и факультета автоматики и вычислительной техники Московского энергетического института, а также в подготовке молодых научных работников в качестве профессора-консультанта и члена трех ученых советов по защите диссертаций.

Сердечно поздравляем юбиляра, желаем ему здоровья и дальнейших творческих успехов.

Группа товарищей и учеников



## Евгений Петрович Фигурнов

(К 60-летию со дня рождения)

Исполнилось 60 лет со дня рождения видного специалиста в области электроснабжения электрической тяги, доктора технических наук, профессора Евгения Петровича Фигурнова.

В 1949 г. Е. П. Фигурнов окончил Московский электромеханический институт инженеров железнодорожного транспорта. После непродолжительной работы на Белорусской железной дороге учился в аспирантуре МЭМИИТ. С 1953 г. и по настоящее время работает в Ростовском институте инженеров железнодорожного транспорта. Занимал должности ассистента, доцента, с 1963 г. бессменно заведует организованной по его инициативе кафедрой «Электроснабжение электрических железных дорог». В 1952 г. защитил кандидатскую, а в 1969 г. — докторскую диссертации. В 1973 г. утвержден в ученом звании профессора.

Е. П. Фигурнов является автором более 200 научных трудов — монографий, учебников, учебных пособий, статей, имеет 80 авторских свидетельств на изобретения.

В области автоматизированных систем управления, релейной защиты и технической диагностики устройств электроснабжения тяги на железнодорожном транспорте Е. П. Фигурновым создана научная школа. Разработанные им теоретические основы, выполненные под его руководством и при его непосредственном участии научные исследования, технические и экспериментальные обоснования легли в основу создания и внедрения на желез-



ных дорогах многих образцов новой техники. К ним относятся: защиты от токов короткого замыкания, устройства для определения мест повреждения в контактной сети, степени коммутационного износа масляных выключателей и диагностики качества токо-съемки. Впервые в стране разработаны и пущены в опытную эксплуатацию автоматизированные системы управления энергодиспетчерскими пунктами с ЭВМ, микропроцессорная система уп-

равления тяговой подстанцией, испытываются новая система усиления тяговой сети переменного тока, телевизионная система измерения износа проводов контактной сети и др.

Под научным руководством Е. П. Фигурнова защищены 18 кандидатских диссертаций, два сотрудника кафедры подготовили к защите докторские диссертации.

Имя Е. П. Фигурнова широко известно не только на железнодорожном транспорте, но и среди ученых и инженеров в области автоматизации энергетических систем. Он является председателем экспертной группы ГКНТ СССР, членом Научно-технической и Научно-методической комиссий Министерства путей сообщения, членом Технического совета Северо-Кавказской железной дороги.

Е. П. Фигурнов активно участвует в общественной работе. Избирался членом и секретарем партбюро факультета, секретарем парткома института, членом Октябрьского РК КПСС и депутатом Октябрьского райсовета народных депутатов Ростова-на-Дону, с 1984 г. является заместителем председателя правления районного общества «Знание», многие годы руководит методологическим семинаром.

Заслуги Е. П. Фигурнова отмечены орденом «Знак Почета» и медалями, он награжден значком «За отличные успехи в области высшего образования СССР», дипломами Министерства высшего и среднего специального образования СССР и РСФСР.

Группа товарищей



Шнейберг Я. А. Основоположник научной теории электричества . . . . .	1
Кузнецов В. Г., Николаенко В. Г. Симметрирование напряжений в электрических сетях с изолированной нейтралью . . . . .	7
Калюжный А. Х. Управление потоками мощности в электрических сетях с помощью фазоворотных трансформаторов . . . . .	12
Михайлов В. М., Орел А. И. Об одной формулировке задачи расчета токораспределения в длинных немагнитных проводниках в переходном режиме . . . . .	18
Абрамов Н. Р., Кузечкин И. П., Ларионов В. П. Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии . . . . .	22
Базелян Э. М., Горюнов А. Ю. О механизме развития стримеров в резконеоднородном электрическом поле . . . . .	27
Мамедшахов М. Э., Нежинская М. М., Николаева Н. С., Тозони О. В. — Первичное магнитное поле в зазоре статора линейного асинхронного двигателя . . . . .	34
Быков Ю. М., Гуткин Б. М., Григораш А. И., Бодрягина Н. В. Аналого-цифровое моделирование систем с вентильными преобразователями . . . . .	40
Мыцык Г. С. Преобразование параметров многофазных сигналов на основе принципа квазиоднополосной модуляции . . . . .	45

# СООБЩЕНИЯ

Щуцкий В. И., Буралков А. А. О нормировании надежности устройств защитного отключения . . . . .	56
Кушнир Г. З. Расчет поточкораспределения в электрической сети при поддержании напряжений в допустимых пределах . . . . .	58
Цапенко Е. Ф., Чучелов Д. Н. Определение тока замыкания на землю в сетях с изолированной нейтралью по показаниям вольтметров контроля изоляции . . . . .	58
Аджиев А. Х. Определение интенсивности грозовой деятельности радиотехническими средствами . . . . .	60
Тареев Б. М., Месенжчик Я. З., Прут Л. Я. Физические характеристики полимеров при термобарическом нагружении . . . . .	62
Чернышев В. А., Демичев В. В. Способ определения электрической прочности технических диэлектриков . . . . .	64
Иерусалимов М. Е., Ковригин Л. А. Применение метода абсорбции для контроля технологии пропитки бумажной изоляции силовых кабелей . . . . .	66
Вариводов В. Н., Рахматулин А. В. Исследование влияния технологических факторов на электроизоляционные характеристики литой эпоксидной изоляции . . . . .	69
Бобков Ю. А. Активное сопротивление транспонированных проводников стержня для циркуляционных токов . . . . .	72
<b>БИБЛИОГРАФИЯ</b> . . . . .	76
<b>ХРОНИКА</b> . . . . .	77



## CONTENTS

Shneiberg J. A. — The Founder of the Scientific Theory of Electricity . . . . .	1
Kuznetsov V. G., Nikolayenko V. G. — Balancing Voltages in Ungrounded Neutral Networks . . . . .	7
Kaliuzhny A. H. — Power Flow Control in Networks Using Phase-Shifting Transformers . . . . .	12
Mikhailov V. M., Orel A. I. — One Statement of the Problem for Calculating the Current Distribution in Long Non-Magnetic Conductors Under Transient Conditions . . . . .	18
Abramov N. R., Kuzhekin I. P., Larionov V. P. — Characteristics for Penetration Into the Walls of Metal Equipment Hit By Lightning Strokes . . . . .	22
Bazelian E. M., Coriunov A. U. — On the Mechanism for Steamer Development in a Extremely Non-Uniform Electric Field . . . . .	27
Mamedshakhov M. E., Nezhinskaya M. M., Nikolayeva N. S., Tozoni O. V. — The Primary Magnetic Field in the Stator Gap of a Linear Asynchronous Motor . . . . .	34
Bykov U. M., Gutkin B. M., Grigorash A. L., Bodriagina N. V. — Analog-Digital Simulation of Systems With Electronic Converters . . . . .	40
Mitsik G. S. — Transformation of the Parameters of Multiphase Signals Based on the Principle of Quasi-Single-Phase Modulation . . . . .	45

## REPORTS

Shutski V. I., Buralkov A. A. — On Standardization of the Reliability of Protective Tripping Devices . . . . .	56
Kushnir G. Z. — Network Power Flow Calculation With Voltages Held Within Allowable Ranges . . . . .	58
Tsapenko E. F., Chuchelov D. N. — Finding the Ground Fault Current in Ungrounded Neutral Networks From the Readings of Insulation Control Voltmeters . . . . .	58
Adzhiyev A. H. — Determining the Intensity of Lightning Storms By Means of Radio Apparatus . . . . .	60
Tareyev B. M., Mesenzhnik J. Z., Prut L. J. — The Physical Properties of Polymers for Thermal Pressure Loading . . . . .	62
Chernishev V. A., Demichev V. V. — A Way for Determining the Electrical Withstand Strength of Technical Dielectrics . . . . .	64
Yerusalimov M. E., Kovrigin L. A. — Application of the Method of Absorption for Controlling the Technology of Impregnation of Power Cable Paper Insulation . . . . .	66
Varivodov V. N., Rakhmatulin A. V. — How Technological Factors Influence the Electrical Insulation Characteristics of Moulded Epoxy Insulation . . . . .	69
Bobkov U. A. — The Resistance of Transposed Conductors on a Core for Circulating Currents . . . . .	72
<b>BIBLIOGRAPHY</b> . . . . .	76
<b>CHRONICLE</b> . . . . .	77





# Рефераты публикуемых статей

УДК 621.311.1.016.313.001.24

Симметрирование напряжений в электрических сетях с изолированной нейтралью. Кузнецов В. Г., Николаенко В. Г. — «Электричество», 1986, № 11.  
Проведен анализ условия симметрии напряжений в трехфазных системах с изолированной нейтралью, на основе которого обоснован принцип коррекции несимметричных режимов путем компенсации составляющей обратной последовательности падения напряжения в питающей сети. Предложена методика параметрического синтеза, с помощью которой исследованы схемы статических корректирующих устройств продольно-поперечной структуры. Библ. 15.

УДК 621.311.16.072.8.077.4.004.1

Управление потоками мощности в электрических сетях с помощью фазоворотных трансформаторов. Калужный А. Х. — «Электричество», 1986, № 11.  
Рассмотрена эффективность применения поперечного регулирования напряжения для управления потоком распределением активной мощности в замкнутых контурах, образованных распределительной сетью и линиями электропередач, линиями сверхвысокого напряжения и сетью более низкого напряжения, а также в больших кольцах, возникающих при развитии ЕЭС СССР. Сформулированы требования к фазоворотным трансформаторам и предложено для выполнения таких трансформаторов использовать схему соединения обмоток в зигзаг или двойной зигзаг. Библ. 6.

УДК 621.315.5:538.3

Об одной формулировке задачи расчета токораспределения в длинных немагнитных проводниках в переходном режиме. Михайлов В. М., Орел А. И. — «Электричество», 1986, № 11.  
Предложена новая формулировка задачи расчета токораспределения в длинных тонких параллельных немагнитных проводниках произвольного сечения в переходном режиме. Она имеет вид интегродифференциального уравнения для линейной плотности тока, разрешенного относительно производной по времени от искомой функции. Численная формулировка представляет систему обыкновенных дифференциальных уравнений, разрешенных относительно производной. В отличие от известных формулировок решение задачи не требует выполнения вычислительных процедур, которые чувствительны к плохой обусловленности матриц. Приведены данные расчета и дано их сравнение с результатами расчетов по известной методике. Библ. 6.

УДК 537.523.4:536.421.1.001.24

Характеристики проплавления стенок металлических объектов при воздействии на них молнии. Абрамов Н. Р., Кужекин И. П., Ларионов В. П. — «Электричество», 1986, № 11.  
С учетом теплового воздействия канала молнии на металлические объекты получены аналитические выражения для распределения температуры в объекте, расчета глубины и времени проплавления пластин. Проанализированы погрешности расчетов, вызванные учетом затрат энергии на плавление и испарение материала, а также выбором значений

теплофизических параметров материала. Экспериментально получены значения тепловых потоков, поступающих из канала молнии в различные конструкционные материалы. На примере выбора допустимой толщины стенки объекта, поражаемого молнией, показана применимость полученных формул. Библ. 18.

УДК 537.532.4.001.1

О механизме развития стримеров в резконеоднородном электрическом поле. Базелян Э. М., Горюнов А. Ю. — «Электричество», 1986, № 11.  
Исследованы характеристики длинных стримеров в электроотрицательных и электроположительных газах. Показано, что процессы, определяющие проводимость и температуру стримерного канала, имеют первоочередное значение как для описания лидерного процесса в воздухе, так и при определении механизма разряда в различных газах. Дан критический анализ возможностей использования существующих теоретических моделей распределения стримеров в неоднородном поле применительно к длинным промежуткам. Предложена качественная модель стримерной зоны положительной искры, представляющая движение стримеров как коллективный процесс. Библ. 31.

УДК 621.313.013.001.24

Первичное магнитное поле в зазоре статора линейного асинхронного двигателя. Мамедшахов М. Э., Ниженская М. М., Николаева Н. С., Тозони О. В. — «Электричество», 1986, № 11.  
На основе сформулированных условий эквивалентности полей в зазоре зубчатого и гладкого магнитопроводов, а также предложенной новой модификации метода зеркальных изображений в статье аналитически рассчитано трехмерное поле в зазоре ограниченного гладкого магнитопровода. Библ. 2.

УДК 621.314.241.001.4

Преобразование параметров многофазных сигналов на основе квазиоднополосной модуляции. Мыцык Г. С. — «Электричество», 1986, № 11.  
Показано, что подавляющее число видов вторичного преобразования параметров электроэнергии могут быть представлены как частные режимы алгоритма квазиоднополосной модуляции (КОМ). Во всех рассматриваемых режимах в общем виде при произвольном числе входных фаз первичного источника для регулируемых (методом частичного широтно-импульсного регулирования) по напряжению преобразователей получим выражения для спектральных составов их напряжений. На основе представлений об идеальном преобразовании, обеспечиваемом принципом однополосной модуляции, систематизированы известные и выявлены новые эффективные пути структурно-алгоритмической организации разнофункциональных информационных и силовых преобразователей с КОМ (реализующих импульсно-модуляционный принцип преобразования) с заданным качеством преобразованной электроэнергии. Библ. 16.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80 Абонентный ящик № 648  
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 12.09.86 Подписано в печать 03.11.86 Т-19647 Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>8</sub> Печать высокая Усл. печ. л. 10  
Усл. кр.-отт. 10,5 Уч.-изд. л. 12,46 Тираж 5609 экз. Заказ 2576

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10. Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 142 300 г. Чехов Московской области