



ISSN 0013-5380

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1985

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

9

УДК 621.316.11.001.24

Выбор рационального состава типоразмеров электросетевых объектов и оборудования при автоматизированном проектировании

АРИОН В. Д., РОМАНЧУК В. И., ГАВРИЛАШЕНКО Ю. А.

С точки зрения монтажа, эксплуатации и обеспечения резерва в энергетическом хозяйстве целесообразно ограничить число типоразмеров (стандартных значений параметров) объектов и оборудования. Исходя из этого при проектировании электрических сетей, энергосистем и потребителей обычно ставится задача выбора ограниченного количества унифицированных конструкций трансформаторных подстанций (ТП), опор и фундаментов воздушных линий электропередач, сечений линий, номиналов оборудования и т. п. [1, 2].

Диапазон решаемых задач параметрической оптимизации сетей достаточно широк. Существуют различные алгоритмы решения каждой конкретной задачи, однако они не позволяют учитывать ограничения числа используемых типоразмеров (из полного набора номиналов), которые соблюдаются обычно интуитивно, на основе опыта проектирования и эксплуатации сетей.

В настоящее время рациональное число типоразмеров элементов, используемых в той или иной электрической сети, принимается априори на основе приближенных рекомендаций, содержащихся в нормативных документах, хотя число и сочетание типоразмеров должны обосновываться в результате сравнения вариантов.

Из изложенного следует, что в условиях создания и совершенствования систем автоматизированного проектирования электрических сетей важной и актуальной является разработка методов получения множества решений задачи параметрической оптимизации, отличающихся числом и сочетанием используемых типоразмеров проектируемых элементов. Этому вопросу и посвящена настоящая статья.

Пусть для некоторой электрической системы рассматривается задача выбора параметров группы одно-

родных элементов (объектов или оборудования определенного вида), для которых имеется типоразмерный (параметрический) ряд, содержащий f значений — T_1, \dots, T_f . В расчетной схеме, описывающей существующие топологические связи всех элементов системы, рассматриваемые однородные элементы моделируются ветвями i ($i = \overline{1, n}$).

Введем некоторые определения. Под составом типоразмеров будем понимать определенное число и сочетание различных типоразмеров. Полный состав C^f включает в себя все компоненты типоразмерного ряда, $C^f = \{T_1, T_2, \dots, T_f\}$; k -ограниченный состав определяется некоторым сочетанием k типоразмеров, т. е. $C^k = \{T_j, j = 1, \dots, k\}$. Состояние системы будем характеризовать тем или иным используемым составом типоразмеров ее элементов. Ниже в качестве примера приведены возможные составы типоразмеров для ряда, содержащего четыре стандартных значения:

Возможные составы	Используемые типоразмеры	Число типоразмеров
C_1	T_1	1
C_2	T_2	1
C_3	T_3	1
C_4	T_4	1
C_5	$T_1 T_2$	2
C_6	$T_1 T_3$	2
C_7	$T_1 T_4$	2
C_8	$T_2 T_3$	2
C_9	$T_2 T_4$	2
C_{10}	$T_3 T_4$	2
C_{11}	$T_1 T_2 T_3$	3
C_{12}	$T_1 T_2 T_4$	3
C_{13}	$T_1 T_3 T_4$	3
C_{14}	$T_2 T_3 T_4$	3
C_{15}	$T_1 T_2 T_3 T_4$	4

Математически общую задачу можно сформулировать следующим образом: необходимо найти оптимальный k -ограниченный состав \dot{C}^k типоразмеров и оптимальные дискретные параметры \dot{P}_i всех i элементов системы ($\dot{P}_i \in \dot{C}^k, \forall i = \overline{1, n}$), при которых имеют место минимальные суммарные затраты

$$Z_{\Sigma}(\dot{P}_1, \dots, \dot{P}_n) = \sum_{i=1}^n Z_i(P_i) \Rightarrow \min \quad (1)$$

для заданного k

$$k \leq f, \quad (2)$$

где $Z_i(P_i)$ — функция, характеризующая полные затраты на сооружение и эксплуатацию i -го элемента системы.

Поставленная задача (1) — (2) представляет собой семейство задач дискретного математического программирования. Как показали исследования, она может быть сведена к задачам определения оптимального пути на графе и решена с использованием функциональных уравнений Р. Беллмана, причем сразу для всех k ($k = 1, \dots, f$).

Опишем общую методику решения задач рассматриваемого вида, сохраняя при этом принятую для динамических задач терминологию. Будем говорить о некоторой системе и ее элементах и об оптимальном переходе системы из одного состояния в другое.

Алгоритмы динамического программирования традиционно состоят из двух последовательно выполняемых частей — прямого и обратного ходов. Прямой ход здесь представляет собой многошаговый оптимизационный процесс, сформированный по числу i элементов системы и по возможным ее состояниям $S_{ij}, \forall ij$ (рис. 1), где под состоянием системы, как было сказано, будем понимать определенный состав типоразмеров элементов.

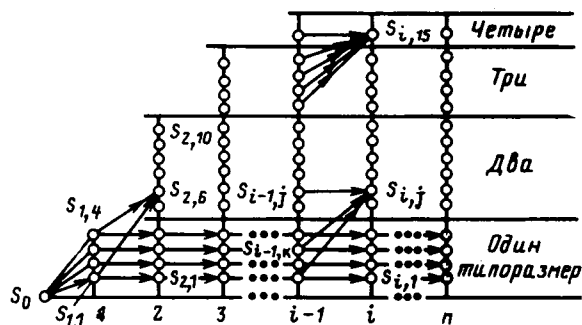


Рис. 1. Многошаговая структура процесса оптимизации

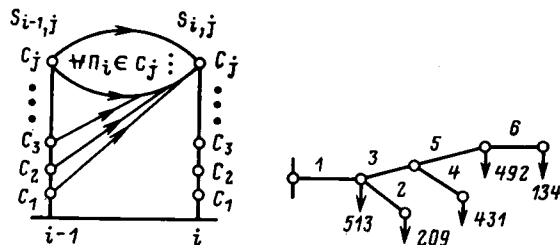


Рис. 2. К определению параметра P_i i -го элемента при переходе системы от $S_{i-1,v}$ к $S_{i,j}$

Рис. 3. Схема сети напряжением 10 кВ

На первом шаге ($i=1$) рассматривается система, содержащая только один элемент, и анализируются все ее состояния S_{1j} ($S_{1j} \in S_1$), описывающие составы, включающие в себя лишь по одному типоразмеру (например, $S_1 = \{C_1, \dots, C_4\}$, см. вышеприведенный пример составов).

На втором шаге ($i=2$) рассматривается система, содержащая уже два элемента. Для нее анализируются состояния S_{2j} ($S_{2j} \in S_2$), описывающие все возможные составы, включающие в себя как по одному, так и по два типоразмера (например, $S_2 = \{C_1, \dots, C_{10}\}$ см. выше).

Аналогично поступают на третьем и всех последующих шагах. На последнем шаге рассматривается система, включающая в себя все n элементов (рис. 1), и для нее принимается окончательное решение.

Таким образом, исходной задаче (1) — (2) следует искусственно придать динамический характер и свести ее к задаче определения оптимальной траектории перехода из начального состояния S_0 (отсутствие системы) в некоторое конечное состояние S_{nj} (система с n элементами, в которой используется тот или иной состав типоразмеров).

Более подробное описание методики решения задач определения оптимального пути на графе можно найти в [3], здесь лишь укажем на ее особенности.

Для каждого состояния $S_{ij}, \forall ij$ i -го шага отыскивается такое состояние $\hat{S}_{i-1} = \{S_{i-1,v}\}$ предыдущего шага, которое приводит к максимальной эффективности перехода системы из S_0 в $S_{i,j}$. Этот поиск осуществляется с помощью рекуррентного уравнения

$$F_i(S_{ij}) = \min \{Z_i(P_i) + F_{i-1}(S_{i-1,v}), \forall ij, i \neq 1, \quad (3)$$

причем $F_1(S_{1j}) = Z_1(P_1)$, где P_1 соответствует всем возможным типоразмерам из полного набора.

При выполнении расчетов по уравнению (3) для каждого S_{ij} анализируются только те состояния $S_{i-1,v}$, для которых выполняется условие: состав C_v переходит в состав C_j при добавлении к первому только одного недостающего типоразмера (обозначим его через T_n). Например, пусть состоянию S_{ij} соответствует состав C_{14} (см. вышеприведенный пример), тогда допустимыми являются лишь переходы из $S_{i-1,v}$, которым соответствуют составы $C_8 \dots C_{10}$.

Для допустимого перехода $S_{i-1,v} \rightarrow S_{ij}$ значение параметра P_i i -го элемента в рассматриваемом уравнении определяется недостающим типоразмером T_n , и, наконец, при переходе $S_{i-1,j} \rightarrow S_{ij}$ состав используемых типоразмеров не меняется ($C_j \rightarrow C_j$) и сумма в уравнении (3) должна оцениваться для значений P_i , соответствующих всем типоразмерам состава C_j (рис. 2).

Условно-оптимальные стратегии, найденные в результате выполнения прямого хода, фиксируются в виде зависимостей

$$\hat{S}_{i-1}(S_{ij}), \forall ij. \quad (4)$$

Они в последующем используются на обратном ходе для непосредственного определения параметров элементов системы известным способом.

Таким образом, в результате одного расчета по изложенной методике можно получить множество решений исходной задачи (1) — (2), соответствующих всем возможным составам типоразмеров элементов системы.

Эти решения позволяют проводить широкий анализ чувствительности модели задач и определить на этой

основе рациональный состав используемых типоразмеров.

Для иллюстрации предложенного метода рассмотрим задачу выбора рационального состава стандартных сечений, используемых в проектируемой сети, и определения оптимальных сечений на участках линий.

Применительно к данной задаче каждая ветвь i ($i=1, n$) расчетной схемы представляет собой участок линии; под искомым параметром ветви Π_i здесь будем понимать сечение участка F_i . Состояния S_{ij} , $\forall ij$ описывают возможные составы используемых стандартных сечений для существующего параметрического ряда.

Методика решения включает в себя следующие этапы:

1. Определяются все возможные составы стандартных сечений, и для удобства они ранжируются в порядке увеличения числа используемых сечений (см. пример выше). Для воздушных линий учитываются ограничения по минимально допустимым сечениям в разных климатических районах.

2. Формируется многошаговый процесс по числу участков i от первого до последнего. На каждом i -м шаге сначала рассчитываются зависимость затрат z_i от используемого сечения F_i на i -м участке. Этот расчет выполняется с учетом числа параллельных цепей, определяемого требуемой пропускной способностью и рассматриваемым сечением. Затем поочередно анализируются все состояния S_{ij} (т. е. все возможные сочетания сечений), используемых на i вместе взятых участках сети); для каждого состояния S_{ij} выполняются оптимизационные расчеты по формуле (3).

3. Формируется многошаговый процесс по стратегиям (4) для всех i ($i=n, 1$) и находятся оптимальные сечения на участках.

Приведем числовой пример. Для сети, представленной на рис. 3, необходимо выбрать сечения F_i на участках из условия минимума приведенных затрат. Пусть выбор F_i , $\forall i=1,5$ осуществляется из дискретного ряда, содержащего четыре сечения: 35, 50, 70 и 95 мм². Возможные составы используемых стандартных сечений описаны выше в примере. Нагрузки узлов, в кВА, указаны на схеме; длина каждого участка составляет 2 км. Результаты расчетов, выполненных по описанной методике, представлены в табл. 1. По каждому варианту

решения, соответствующему определенному составу используемых сечений в сети, приводятся значения минимальных суммарных затрат на сеть Z_Σ и оптимальные сечения на участках.

Из табл. 1 видно, что наилучшее решение с точки зрения принятого критерия обеспечивается вариантом 15, при использовании всех четырех стандартных сечений. Однако если по числу применяемых сечений накладывается ограничение, например, не более двух сечений, то оптимальным будет вариант 6.

Окончательный выбор состава сечений должен быть сделан по результатам анализа чувствительности основных технико-экономических показателей, характеризующих эффективность сооружения и функционирования сети.

В табл. 2 приведены результаты расчета, выполненного для сельской сети напряжением 10 кВ, содержащей 38 участков: значения затрат (Z_Σ), капиталовложений (K_Σ), расхода цветного металла (V_Σ), потерь мощности (ΔP_Σ), электроэнергии (ΔW_Σ) и напряжения (ΔU_Σ).

Как и в предыдущем примере, оптимальным с точки зрения критерия $Z_\Sigma \rightarrow \min$ оказался вариант использования всех четырех сечений. Анализ показывает, что переход на три сечения приводит к максимальному отклонению значений первых пяти показателей табл. 3 всего лишь на 2 %, а переход на два сечения — на 5 %. В случае реализации всей сети одним сечением отклонения значений рассматриваемых показателей существенно возрастают.

Если предварительно принять допустимое пятипроцентное отклонение по анализируемым показателям (по отношению к оптимальному варианту), то рациональным оказался бы вариант 7 использования двух сечений — 35 и 95 мм².

При решении задачи выбора ограниченного состава силовых трансформаторов, используемых в системе электроснабжения (СЭС) потребителей, для каждой i -й ТП, исходя из заданного значения расчетной мощности S_{pi} сгруппированных электроприемников и требований обеспечения надежности электроснабжения необходимо определить рациональное число трансформаторов и их установленные мощности при ограниченном числе используемых номиналов.

Таблица 1

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Состав используемых сечений		одно сечение				два сечения						три сечения				четыре сечения
		35	50	70	95	35 50	35 70	35 95	50 70	50 95	70 95	35 50 70	35 50 95	35 70 95	50 70 95	35 50 70 95
Z_Σ	тыс. руб. отн. ед.	6,96 1,27	6,22 1,14	6,25 1,14	7,48 1,37	6,13 1,12	5,60 1,03	5,64 1,03	5,69 1,04	5,63 1,03	6,12 1,12	5,59 1,02	5,53 1,01	5,48 1,00	5,56 1,02	5,47 1,00
Участки сети (рис. 3)		Оптимальные сечения на участках														
1		35	50	70	95	50	70	95	70	95	95	70	95	95	95	95
2		35	50	70	95	35	35	35	50	50	70	35	35	35	50	35
3		35	50	70	95	50	70	95	70	50	70	70	50	70	70	70
4		35	50	70	95	35	35	35	50	50	70	35	35	35	50	35
5		35	50	70	95	50	35	35	50	50	70	50	50	35	50	50
6		35	50	70	95	35	35	35	50	50	70	35	35	35	50	35

Таблица 2

Варианты		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Состав используемых сечений		одно сечение				два сечения						три сечения				четыре сечения
		35	50	70	95	35 50	35 70	35 95	50 70	50 95	70 95	35 50 70	35 50 95	35 70 95	50 70 95	35 50 70 95
$З_{\Sigma}$	тыс. руб.	9,72	8,67	8,67	10,35	8,48	7,70	7,79	7,89	7,84	8,53	7,69	7,64	7,55	7,74	7,54
	отн. ед.	1,29	1,15	1,15	1,37	1,12	1,02	1,03	1,05	1,04	1,13	1,02	1,01	1,00	1,03	1,00
K_{Σ}	тыс. руб.	16,3	18,1	24,3	36,2	17,1	19,5	22,6	20,5	22,6	26,2	19,5	21,6	21,3	22,4	21,4
	отн. ед.	0,76	0,84	1,14	1,69	0,80	0,91	1,05	0,96	1,05	1,22	0,91	1,01	1,00	1,05	1,00
U_{Σ}	г	13,9	19,8	27,7	37,6	16,5	19,3	21,4	22,9	24,2	29,3	19,6	20,9	20,9	24,5	21,2
	отн. ед.	0,65	0,93	1,31	1,78	0,78	0,91	1,01	1,08	1,14	1,38	0,93	0,99	0,99	1,16	1,00
ΔP_{Σ}	кВт	131	100	71	51	100	73	60	72	61	59	72	62	61	60	60
	отн. ед.	2,17	1,66	1,17	0,84	1,67	1,21	1,00	1,19	1,01	0,98	1,20	1,02	1,01	0,99	1,00
ΔW_{Σ} , МВт·ч		248,3	189,9	134,4	96,4	190,8	138,1	114,4	136,2	116,0	111,8	137,1	116,9	115,6	113,7	114,5
ΔU_{Σ}	%	9,73	7,73	5,83	4,52	7,82	6,18	5,64	6,00	5,59	5,22	6,09	5,68	5,57	5,39	5,48
	отн. ед.	1,77	1,41	1,06	0,82	1,43	1,13	1,03	1,09	1,02	0,95	1,11	1,04	1,02	0,98	1,00

Таблица 3

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		один трансформатор мощностью, кВА				два трансформатора мощностью, кВА						три трансформатора мощностью, кВА				четыре трансформатора мощностью, кВА
		630	1000	1600	2500	630 1000	630 1600	630 2500	1000 1600	1000 2500	1600 2500	630 1000 1600	630 1000 2500	630 1600 2500	1000 1600 2500	630 1000 1600 2500
$З_{\Sigma}$	тыс. руб.	49,3	47,0	45,7	42,9	45,9	43,4	38,2	43,5	38,7	40,2	42,7	3,7	37,9	38,4	37,5
	отн. ед.	1,31	1,25	1,21	1,14	1,22	1,15	1,01	1,16	1,03	1,07	1,13	1,00	1,01	1,02	1,00
K_{Σ}	тыс. руб.	93,5	98,7	101,2	97,9	92,2	90,8	77,1	90,8	81,8	87,6	86,2	75,6	77,2	79,5	74,9
	отн. ед.	1,24	1,31	1,35	1,30	1,23	1,21	1,02	1,21	1,09	1,16	1,15	1,00	1,03	1,06	1,00
ΔP_{Σ}	кВт	496,6	422,4	387,0	336,3	436,6	398,3	361,1	400,5	343,5	344,9	409,9	360,6	356,1	351,9	361,2
	отн. ед.	1,37	1,16	1,07	0,93	1,20	1,10	0,99	1,10	0,95	0,95	1,13	0,99	0,98	0,97	1,00
$N_{г\Sigma}$		56,0	38,0	27,0	20,0	38,0	27,0	23,0	27,0	20,0	20,0	27,0	21,0	20,0	20,0	20,0
$S_{т\Sigma}$, МВА		35,2	37,9	43,1	49,9	35,4	38,3	36,9	37,7	39,4	41,8	35,9	36,4	37,0	37,6	35,8

По описанной выше оптимизационной схеме сначала синтезируются и анализируются все варианты, которые отличаются составами используемых номиналов трансформаторов; их число равно $2^f - 1$, где f — общее количество номиналов.

Особенность рассматриваемой задачи, как и других задач этого класса, состоит в построении характеристики затрат z_i ($П_i$), представляющей собой в данном случае зависимость минимальных суммарных затрат z_i на сооружение и эксплуатацию i -й ТП по единичной номи-

нальной мощности S_n используемого трансформатора (или трансформаторов). Рациональное число трансформаторов определяется исходя из условия минимума приведенных затрат с учетом всех S_n . Располагая для каждой ТП зависимостью $z_i(S_n)$, выполняем расчеты по формуле (3).

В табл. 3 приведены результаты многовариантных оптимизационных расчетов, выполненных для СЭС промышленного предприятия, содержащего 12 цехов. Выбор трансформаторов в данном примере осуществлялся

из набора четырех номиналов — 630, 1000, 1600 и 2500 кВА. Суммарная нагрузка предприятия составляет 32223 кВА. По каждому варианту решения даются значения приведенных затрат (Z_{Σ}), капиталовложений (K_{Σ}), суммарных потерь активной мощности (ΔP_{Σ}), а также общее потребное число трансформаторов ($N_{T\Sigma}$) и их суммарная установленная мощность ($S_{T\Sigma}$).

Наилучшим с точки зрения минимума затрат оказался вариант 15 использования четырех номиналов. Анализ показывает, что при ограничении числа используемых номиналов в СЭС до трех (вариант 12) и даже до двух (вариант 7) указанные выше показатели практически не меняются. В то же время при использовании только одного номинала они существенно ухудшаются.

При изменении числа используемых номиналов в диапазоне от 1 до 4 значения принятых показателей максимально изменяются на: Z_{Σ} —31 %, K_{Σ} —35 %, ΔP_{Σ} —48 %, $N_{T\Sigma}$ —180 % и $S_{T\Sigma}$ —42 %. В результате многокритериальной оценки полученных решений окончательно был принят вариант 7, для него анализируемые показатели отклоняются от их наименьших значений на: Z_{Σ} —1 %, K_{Σ} —2 %, ΔP_{Σ} —7 %, $N_{T\Sigma}$ —15 % и $S_{T\Sigma}$ —5 %, а от значений, соответствующих варианту 15, на: Z_{Σ} —1 %, K_{Σ} —2 %, ΔP_{Σ} —0 %, $N_{T\Sigma}$ —15 % и $S_{T\Sigma}$ —3 %.

Задача выбора рационального ограниченного состава используемых трансформаторов здесь рассматривается обособленно, без связи с другими задачами схемно-промышленной оптимизации СЭС. В общем случае ее решение следует искать совместно с решением задач оптимального размещения электроприемников, построения схем низковольтных и высоковольтных сетей, компенсации реактивной мощности, выбора и унификации сечений линий. Последнее продиктовано стремлением максимально использовать на перспективу появившиеся вследствие унификации резервы по пропускной способности электросетевых элементов.

Заключение. 1. Электрические сети включают в себя элементы, параметры которых взаимосвязаны. Это обуславливает необходимость разработки методов комплексной (многопараметрической) оптимизации состава используемых стандартных значений параметров основных элементов сетей.

2. Выбор параметров электросетевых объектов и оборудования должен проводиться с учетом многих критериев эффективности — минимума приведенных затрат и их слагаемых, минимума расхода металла и дефицитных материалов и др. [4]. Это показано на рассмотренных выше примерах.

3. При проектировании сетей имеются неточности и частичная неопределенность исходной информации. Поэтому разрабатываемые оптимизационные алгоритмы должны быть ориентированы на учет этих условий.

4. По предложенной методике, позволяющей учитывать отмеченные выше особенности решаемой задачи, составлены программы для выбора рационального состава используемых типоразмеров проводов (кабелей) и трансформаторов в проектируемых сельских и промышленных сетях 0,4—35 кВ, а также сетях 35—500 кВ энергосистем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по проектированию электроэнергетических систем/Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро. — М.: Энергия, 1977.
2. Справочник по проектированию электрических сетей и электрооборудования/Под ред. В. И. Круповича и др. — М.: Энергоиздат, 1981.
3. Арион В. Д., Журавлев В. Г. Применение динамического программирования к задачам электроэнергетики. — Кишинев: Штиинца, 1981.
4. Будзко И. А., Левин М. С. Особенности оптимизационных задач энергетики и методов их решения. — Электричество, 1981, № 3.

[19.12.]

УДК 621.316.313.017.001.24

Расчет потерь электроэнергии в распределительных сетях

КЕРИМОВ А. М., доктор техн. наук, ГУРФИНКЕЛЬ Е. Б., канд. техн. наук, СТЕПАНОВ А. С., инж.

Баку

Точность расчета технических потерь электроэнергии (ТПЭ) в распределительных электрических сетях 6—10 кВ ограничена, так как при современном состоянии системы учета электроэнергии и электроизмерений в этих случаях получить и вручную обработать всю необходимую информацию о режиме сети практически невозможно. В этих условиях доступна лишь информация о схеме и параметрах элементов сети, а также о некоторых параметрах режима головных участков линий (ГУ). Поэтому распространение получили методы приближенного расчета и анализа ТПЭ в распределительных сетях (например, [1—6]) на основе отчетных данных и при различных вероятностно-статистических подходах. Все эти методы дают значение ТПЭ в виде детерминированной величины. Однако в [7] показано, что значение ТПЭ должно оцениваться интервалом неопределенности, ширина которого зависит от погрешности метода и точности задания исходной информации.

Широкое внедрение АСУ в энергетике позволяет по-новому подойти к проблеме расчета ТПЭ и планированию мероприятий по их снижению. Информационные базы данных (ИБД) АСУ могут хранить большой объем информации, необходимой для более точного расчета ТПЭ. Для выявления объема и состава информации, хранение и обработка которой в ИБД АСУ даст возможность сузить интервал неопределенности значений ТПЭ, представляется целесообразным оценить степень влияния на ТПЭ различных факторов функционирования распределительных электрических сетей.

ТПЭ определяются следующими факторами:

1. Конфигурацией схемы распределительной сети и сопротивлениями и проводимостями отдельных элементов схемы (схемный фактор).

2. Неравномерностью загрузки сети, определяемой различием мощностей нагрузочных узлов (фактор неравномерности).

3. Неоднородностью графиков нагрузок сети, определяемой различным характером потребителей (фактор неоднородности).

4. Загруженностью сети, определяемой мощностями нагрузок (фактор загрузки).

5. Уровнем напряжения центра питания (ЦП) сети и законом его регулирования (фактор напряжения).

Очевидно, ТПЭ определяются как каждый из этих факторов, так и их взаимодействиями. Факторы загрузки и напряжения определяются информацией о режиме ГУ сети. Неравномерность и неоднородность можно определить только при наличии информации о мощности и характере всех нагрузок сети. Поскольку эта информация наиболее дефицитна, представляет интерес оценка доли ТПЭ, возникающих из-за неравномерности загрузки сети и неоднородности графиков нагрузок. Поэтому при выводе формул нагрузочных потерь энергии (ПЭ) и ПЭ в стали распределительных трансформаторов предполагалось, что графики активной и реактивной мощности каждой l -й нагрузки имеют три составляющие, значение которых определялось, исходя из следующих рассуждений.

Если графики мощности нагрузок в сети совпадают по форме, то мощность каждой нагрузки в любой момент времени

$$P_l(t) + jQ_l(t) = d_l [P_n(t) + jQ_n(t)],$$

где $P_n(t)$, $Q_n(t)$ — суммарные графики нагрузки сети с K -потребителями; d_l ($l = \overline{1, K}$) — коэффициенты распределения суммарной нагрузки, которые могут определяться по номинальным мощностям распределительных трансформаторов или другим показателям.

Такую сеть можно считать равномерно загруженной с однородными графиками нагрузки. Если же графики нагрузок отличаются от $d_l P_n(t)$ и $d_l Q_n(t)$ по амплитуде на некоторые постоянные величины a_l и b_l , то векторы показателей a_l и b_l косвенно характеризуют неравномерность загрузки сети. Если, кроме того, отличаются и формы графиков нагрузок, то к этим двум величинам прибавляются величины $e_l(t)$ и $f_l(t)$, характеризующие неоднородность графиков нагрузки. Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} P_l(t) &= d_l P_n(t) + a_l + e_l(t); \\ Q_l(t) &= d_l Q_n(t) + b_l + f_l(t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При таком представлении графиков нагрузки неоднородность графиков и неравномерность загрузки взаимосвязаны, так как при изменении неравномерности из-за варьирования уровня нагрузки одного из узлов меняется доля участия всех нагрузок в суммарном графике.

При одинаковых напряжениях U в узлах сети и потокораспределении без учета потерь мощности нагрузочные активные ПЭ равны

$$\Delta W_{н.а} = \frac{1}{U^2} \sum_{i=1}^N R_i \int_0^T \left\{ \left[\sum_{l=1}^{n_i} P_l(t) \right]^2 + \left[\sum_{l=1}^{n_i} Q_l(t) \right]^2 \right\} dt, \quad (2)$$

где N — число ветвей схемы замещения; R_i — активное сопротивление i -ой ветви; n_i — число нагрузок, получающих питание по i -й ветви.

Подставляя (1) в (2) и интегрируя при некоторых незначительных допущениях, получаем

$$\Delta W_{н.а} = \frac{R_э}{U^2 T} [W_{н.а}^2 + W_{н.р}^2 + (DP_n + DQ_n) T^2], \quad (3)$$

где $W_{н.а}$ и $W_{н.р}$ — суммарное активное и реактивное энергопотребление нагрузок сети за период T ; $R_э$ — эквивалентное активное сопротивление сети; DP_n и DQ_n — дисперсии суммарных графиков нагрузок сети.

При представлении графиков нагрузок в виде (1) $R_э$ можно представить в виде суммы показателей схемного фактора R_c , факторов неравномерности и неоднородности (R_p , R_0) и их взаимодействий ($R_{c.p}$, $R_{c.o}$, $R_{p.o}$):

$$R_э = R_c + R_{c.p} + R_{c.o} + R_p + R_{p.o} + R_0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} R_c &= \sum_{i=1}^N R_i D_i^2; \quad R_{c.p} = \frac{2}{MS_n^2} \sum_{i=1}^N R_i D_i (E_i MP_n + F_i MQ_n); \\ R_{c.o} &= \frac{2}{MS_n^2} \sum_{i=1}^N R_i D_i (E_i MP_n + F_i MQ_n); \\ R_p &= \frac{1}{MS_n^2} \sum_{i=1}^N R_i (A_i^2 + B_i^2); \quad R_{p.o} = \frac{2}{MS_n^2} \sum_{i=1}^N R_i (A_i E_i + \\ &+ B_i F_i); \quad R_0 = \frac{1}{MS_n^2} \sum_{i=1}^N R_i (E_i^2 + F_i^2 + L_i + C_i). \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_i &= \sum_{l=1}^{n_i} a_l; \quad B_i = \sum_{l=1}^{n_i} b_l; \quad D_i = \sum_{l=1}^{n_i} d_l; \quad E_i = \sum_{l=1}^{n_i} M e_l; \\ F_i &= \sum_{l=1}^{n_i} M f_l; \quad L_i = \sum_{l=1}^{n_i} D e_l; \quad C_i = \sum_{l=1}^{n_i} D f_l; \\ MS_n^2 &= MP_n^2 + MQ_n^2, \end{aligned}$$

где MP_n , MQ_n , $M e_l$, $M f_l$, MS_n^2 — математические ожидания величин.

В выражении (4) слагаемые имеют размерность (Ом) и могут иметь отрицательные значения. Как видно, $R_э$ зависит не только от пассивных параметров, но и от режима работы сети в течение расчетного периода.

Влияние неравномерности загрузки сети и неоднородности графиков нагрузки на общую величину нагрузочных ПЭ можно определить, если представит эквивалентное сопротивление сети в виде

$$R_э = R_c + R_p + R_0,$$

где $R_p = R_p + R_{c.p}$ характеризует влияние неравномерности загрузки сети; $R_0 = R_0 + R_{c.o} + R_{p.o}$ — характеризует влияние неоднородности графиков нагрузок. R_c однозначно определяется параметрами схемы замещения сети. R_p определяется соотношением мощностей нагрузок, а R_0 — еще и формой их графиков. Значения R_c , R_p и R_0 рассчитывались на информационной модели функционирования распределительной сети [8] путем последовательного перебора почасовых значений мощности по графикам нагрузок сети за весь расчетный период. При этом рассматривались разнообразные схемы сетей и широко варьировались неравномерность загрузки сети и неоднородность графиков нагрузок. Так как алгоритм модели основан на поочередном расчете почасовых режимов работы сети, значения ТПЭ, полученные на модели [8], можно принять за эталонные.

Результаты 68 расчетов для разнообразных схем и режимов показали, что при средних значениях $\bar{R}_c = 0,935 \bar{R}_a$, $\bar{R}_p = 0,06 \bar{R}_a$, $R_o = 0,005 \bar{R}_a$ отклонения очень велики. Например, для схем с $d_l = 1/K = \text{idem}$ получено: $R_c = (0,768 \div 1,413) R_a$; $R_p = (-0,295 \div 0,328) R_a$; $R_o = (-0,191 \div 0,204) R_a$.

По полученным интервалам отклонения слагаемых эквивалентного сопротивления можно судить о пределах погрешности, вносимой неучетом части режимной информации. При расчете нагрузочных ПЭ по параметрам режима ГУ сети без учета неравномерности загрузки и неоднородности графиков нагрузок величина потерь определяется значением только схемного фактора $R_a = R_c$, и методическая погрешность расчета лежит в пределах от $-23,2\%$ до $+41,3\%$. Если же расчет ведется с учетом неравномерности загрузки сети, то методическая погрешность, обусловленная только неоднородностью, снижается и равна от $-19,1\%$ до $+20,4\%$.

Рассмотрим влияние факторов неравномерности и неоднородности на суммарные ПЭ в стали распределительных трансформаторов $\Delta W_{c.a.}$. При этом в приближенном выражении

$$\Delta W_{c.a.} = \sum_{j=1}^K \int_0^T \left[U_{ц.п.}(t) - \frac{1}{U} \sum_{i=1}^{m_j} \sum_{l=1}^{n_i} \dot{S}_l(t) \dot{Z}_i \right]^2 G_j dt, \quad (5)$$

где m_j — число ветвей, соединяющих ЦП с узлом j ; \dot{S}_l — полная мощность l -й нагрузки сети; G_j — активная проводимость трансформатора, подключенного к j -му узлу сети; \dot{Z}_i — полное сопротивление i -й ветви (Ом), подставлялись графики нагрузок (1) и производились такие же преобразования, как при выводе формулы (3).

Исследования окончательного громоздкого выражения показали, что на $98,8$ — $100,15\%$ величина $\Delta W_{c.a.}$ определяется слагаемыми, характеризующими схемный фактор и уровень напряжения в ЦП сети. Слагаемые, характеризующие факторы неравномерности и неоднородности, имеют значения на 3 — 7 порядков ниже, и методической погрешностью расчета из-за их неучета можно пренебречь.

В ходе исследований ТПЭ на информационной модели [8] параллельно по известным методикам [1—6] вычислялись приближенные значения ТПЭ и их составляющих. Погрешности этих методов оцениваются либо сравнением получаемых результатов с данными расчетов по другим приближенным методам, либо путем задания погрешности исходным данным. Объективная оценка погрешностей методов [1—6] была дана на основе эталонных значений ТПЭ, полученных на модели [8].

Погрешность метода оценивалась по относительной ошибке результата. При сопоставительных расчетах в качестве «показаний» приборов учета электроэнергии и электроизмерений использовались соответствующие данные, полученные на модели [8], т. е. исходная информация была идеально точной. Поэтому получаемые значения погрешностей являются методическими, не учитывающими погрешности исходных данных реальных электрических сетей.

Результаты расчетов погрешностей методик [1—5] приведены в табл. 1. Указаны средние ($\bar{\delta}$), наибольшие (δ_{\max}) и наименьшие (δ_{\min}) значения погрешностей, полученные для N_p расчетов по каждой методике. Как видно из таблицы, погрешности определения различных

Таблица 1

Методика	Вид погрешности	Погрешности определения составляющих ТПЭ, %					
		по всей сети	в ЛЭП	в распределительных трансформаторах	нагрузочные	в меди распределительных трансформаторов	в стали распределительных трансформаторов
$N_p=191$	δ_{\min} $\bar{\delta}$ δ_{\max}	—6,44 11,2 33,9	—3,7 18,2 64,2	—10,3 4,2 17,1	— — —	—6,82 13,4 129,2	—3,7 —0,25 4,22
$N_p=170$	δ_{\min} $\bar{\delta}$ δ_{\max}	— — —	— — —	— — —	—6,62 7,63 23,24	— — —	— — —
$N_p=47$	δ_{\min} $\bar{\delta}$ δ_{\max}	8,75 71,4 127,5	— — —	— — —	37,5 107,3 183,4	— — —	—12,55 —11,77 —10,64
$N_p=85$	δ_{\min} $\bar{\delta}$ δ_{\max}	6,68 112,6 266,2	18,8 222,3 560,8	—28,6 —0,85 19,24	— — —	—45,6 19,56 143,1	—13,04 —11,14 —10,3
$N_p=170$	δ_{\min} $\bar{\delta}$ δ_{\max}	— — —	— — —	— — —	—4,04 2,17 11,25	— — —	—3,35 —0,21 8,39

Таблица 2

Методика	По всей сети	В ЛЭП	В распределительных трансформаторах	Нагрузочные	В меди распределительных трансформаторов	В стали распределительных трансформаторов
[1]	$\frac{0,90}{\pm 15,14}$	$\frac{0,85}{\pm 30,6}$	$\frac{0,96}{\pm 9,65}$	—	$\frac{0,99}{\pm 70,5}$	$\frac{1,0}{\pm 3,0}$
[2]	—	—	—	$\frac{0,93}{\pm 10,41}$	—	—
[5]	—	—	—	$\frac{0,98}{\pm 6,07}$	—	$\frac{1,0}{\pm 5,72}$

составляющих ТПЭ по методикам [1—5] и их разброс могут быть значительны.

Наименьшую погрешность из методов [2, 4, 6] допускающих ручной счет, имеет [2]. Этот метод требует минимального объема исходной информации по ГУ сети и должен быть рекомендован для расчетов ПЭ вручную и на ЭВМ при отсутствии ИБД.

Связь между погрешностями методик [1, 2] и значениями показателей факторов и их комбинаций не была установлена.

Погрешность методики [6] в среднем составила 200 — 400% и доходила иногда до 1400% .

Основным недостатком методики [5], используемой, как и [1, 3], из-за сложности алгоритма только с ЭВМ, является то, что в качестве режимной информации используются не данные, получаемые на ГУ распределительных линий, а параметры узлов нагрузки, опре-

деление которых затруднено и связано с большой погрешностью. Хотя, как показали расчеты, эта методика имеет наименьшую методическую погрешность ($-4,04 \div +11,25$) %, устойчивость результатов к погрешности исходных данных (информационной погрешности) сильно уступает устойчивости результатов, получаемых по методикам, основанным на режимных данных ГУ, например [2]. С помощью 51 проверочного расчета установлено, что неправильное задание значений мощностей нагрузок сети приводит к увеличению средней погрешности определения нагрузочных ПЭ по методике [5] с 2,17 % до 9,1 %, а задание неправильных графиков нагрузок может привести к погрешности результата до 144,9 %. Такое значительное увеличение погрешности связано с тем, что характер графика определяет энергопотребление нагрузки, а $\Delta W_{н.а.}$, как видно из (3), зависит от квадрата энергопотребления. Поэтому тип графика нагрузки сети в данном случае следует определять с особой тщательностью, а также недопустимо, как отмечалось в [9], определять амплитуду графика по результатам одновременных замеров мощности нагрузки.

Восстановление графиков нагрузок можно производить только на основании данных об энергопотреблении нагрузок сети.

Анализ результатов проведенных исследований показал, что точность расчета ТПЭ может быть повышена при соблюдении следующих принципов:

— в качестве основной (наиболее достоверной) информации для расчета ТПЭ должны быть использованы параметры режима ГУ распределительной сети;

учет загруженности трансформаторной подстанции должен осуществляться по расходу энергии по подстанции;

так как учет фактора неоднородности дает наименьшее уточнение ТПЭ, этот фактор можно оценить приближенно, закрепив за каждой подстанцией характерный типовой график нагрузки.

При расчетах погрешностей, приведенных в таблице, были использованы как параметры реальных сетей, так и экстремальные режимные параметры, характеризующие резко неоднородные и неравномерные нагрузки. Расчеты для таких экстремальных случаев, как правило, дают самые большие положительные и отрицательные значения погрешностей, которые можно принять за предельные значения методических погрешностей. Эти значения вряд ли могут быть получены при расчетах ТПЭ в реальных сетях, однако с их помощью можно оценить доверительный интервал неопределенности погрешности таких расчетов.

На основании средних значений погрешностей методик, полученных для достаточно представительной выборки расчетов, можно ввести поправочные коэффициенты в расчетное значение ТПЭ, центрирующие их математическое ожидание, а затем, воспользовавшись правилом «трех сигм», можно найти оценку 95 %-ного доверительного интервала методической погрешности [10].

Поправочные коэффициенты (в числителе) и доверительные интервалы методических погрешностей методов (в знаменателе) приведены в табл. 2.

Указанные выше принципы были заложены в основу методики расчета ТПЭ, разработанной применительно к АСУ предприятием электрических сетей.

Множество нагрузочных узлов K разбивается на подмножество K_0 узлов с определенной режимной информацией (для них, как минимум, должны быть из-

вестны энергопотребления W_{aj} и W_{pj}) и подмножество K_n узлов с неопределенной информацией. Для всех K узлов задаются типы графиков нагрузок, по которым определяются коэффициенты вариации активных и реактивных мощностей γ_{aj} и γ_{pj} . Подмножество K_n элементов сети с проводимостями рассматривается как нагрузки сети.

Расчет ТПЭ ведется по следующей итерационной схеме балансировки режима энергопотребления. В первом приближении рассчитываются активные и реактивные нагрузочные ПЭ по методике [2] и потери в проводимостях по номинальным параметрам оборудования. Небалансы энергии определяются по выражениям

$$\left. \begin{aligned} W_a^{нб} &= W_{г.а} - \sum_i^{K_0} W_{aj} - \sum_j^{K_n} \Delta W_{aj} - \Delta W_{н.а}; \\ W_p^{нб} &= W_{г.р} - \sum_i^{K_0} W_{pj} - \sum_j^{K_n} \Delta W_{pj} - \Delta W_{н.р}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $W_{г.а}$ и $W_{г.р}$ — активная и реактивная энергия, пропускаемая по ГУ сети, и распределяются между узлами нагрузки подмножества K_n пропорционально номинальным мощностям распределительных трансформаторов. Для всех узлов сети принимается $MU_j = MU_r/k_{тj}$ и $DU_j = DU_r/k_{тj}^2$, причем MU_r и DU_r определяются по данным о напряжении ГУ ($k_{тj}$ — коэффициент трансформации между ГУ и узлом j сети).

Нагрузочные ТПЭ рассчитываются по формуле

$$\Delta W_{н.а} = \frac{1}{U^2 T} [(W_{г.а}^2 + DP_r T^2) R_{а.а} + (W_{г.р}^2 + DQ_r T^2) R_{а.р}],$$

где DP_r и DQ_r определяются по формулам, приведенным в [2].

Аналогично рассчитываются $\Delta W_{н.р}$, причем $R_{а.а}$ и $R_{а.р}$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} R_{а.а} &= \sum_i^N R_i \left[D_{ai}^2 + \frac{1}{MP_r^2} \left(\sum_j^{n_i} DP_j + DP_r \sum_j^{n_i} d_{aj}^2 \right) + \right. \\ &\quad \left. + H_{aj} (H_{ai} + 2D_{ai}) \right]; \\ R_{а.р} &= \sum_i^N R_i \left[D_{pi}^2 + \frac{1}{MQ_r^2} \left(\sum_j^{n_i} DQ_j + DQ_r \sum_j^{n_i} d_{pj}^2 \right) + \right. \\ &\quad \left. + H_{pi} (H_{pi} + 2D_{pi}) \right]. \end{aligned}$$

По аналогичным формулам рассчитываются $X_{а.а}$ и $X_{а.р}$. Здесь

$$\begin{aligned} D_{ai} &= \sum_j^{n_i} d_{aj}; \quad H_{ai} = \frac{\Delta W_{н.а} h_{ai}}{W_{г.а} h_{а\pi}}; \\ h_{ai} &= \sum_j^{l_i} R_j (D_{aj}^2 + dD_{pj}^2); \\ D_{pi} &= \sum_j^{n_i} d_{pj}; \quad H_{pi} = \frac{\Delta W_{н.р} h_{pi}}{W_{г.р} h_{р\pi}}; \end{aligned}$$

$$h_{pi} = \sum_j^{l_i} X_j (D_{aj}^2 + \alpha D_{pj}^2);$$

n_i — количество узлов нагрузки и элементов с проводимостями, получающих питание по ветви i ; l_i — количество ветвей, получающих питание по ветви i ;

$$\bar{U} = \frac{1}{N} \sum_j^N MU_j; \quad \alpha = MQ_r^2 / MP_r^2;$$

$$h_{a\Sigma} = \sum_i^N h_{ai}; \quad h_{p\Sigma} = \sum_i^N h_{pi};$$

$$d_{aj} = \begin{cases} W_{aj}/W_{r.a} & \text{для всех нагрузочных узлов,} \\ (M^2 U_j + DU_j) G_j T / W_{r.a} & \text{для элементов подмножества } K_n; \end{cases}$$

$$d_{pj} = \begin{cases} W_{pj}/W_{rp} & \text{для всех нагрузочных узлов,} \\ (M^2 U_j + DU_j) B_j T / W_{rp} & \text{для элементов подмножества } K_n; \end{cases}$$

$$DP_j = \gamma_{aj}^2 \frac{W_{aj}^2}{T^2}; \quad DQ_j = \gamma_{pj}^2 \frac{W_{pj}^2}{T^2} \text{ для всех нагрузочных узлов;}$$

$$\left. \begin{aligned} DP_j &= 4G_j^2 M^2 U_j DU_j \\ DQ_j &= 4B_j^2 M^2 U_j DU_j \end{aligned} \right\} \text{ для элементов подмножества } K_n$$

Значения MU_j и DU_j определяются по формулам

$$MU_j = \frac{1}{k_{Tj}} \left[MU_r - \sum_m^{l_j} \frac{R_m MP_r (D_{am} + H_{am}) + X_m MQ_r (D_{pm} + H_{pm})}{MU_m} \right];$$

$$DU_j = \frac{1}{k_{Tj}^2} \left[DU_r + \frac{4}{(MU_r + MU_j)^2} \left(\sum_m^{l_j} R_m^2 DP_m + \sum_m^{l_j} X_m^2 DQ_m \right) \right],$$

$$\text{где } DP_m = \sum_k^{n_m} DP_k; \quad DQ_m = \sum_k^{n_m} DQ_k;$$

l_j — количество ветвей в цепочке, соединяющей ЦП с j -м элементом; n_m — количество узлов нагрузки и элементов с проводимостями, получающих питание по m -й ветви.

Если рассчитанные значения $\Delta W_{н.а}$ и $\sum_j^{K_n} \Delta W_{aj}$ отличаются от полученных ранее более чем на некоторую заданную величину погрешности ϵ , то выполняется еще один шаг итерационного расчета, начиная с уравнений баланса (6), причем в качестве новых значений потерь энергии и напряжений используются их значения, полученные на предыдущем шаге итерации.

Тестирование методики показало, что итерационный расчет сходится при $\epsilon=0,01$ за 3—4 итерации, при этом

для $\Delta W_{н.а}$ получены следующие погрешности: $\delta_{min} = -9,14\%$, $\bar{\delta} = -4,35\%$, $\delta_{max} = 5,59\%$, что соответствует поправочному коэффициенту 1,045 и 95 %-м интервалу погрешности $\pm 6,63\%$. Соответствующие значения погрешностей для потерь в стали равны $-2,06\%$ и $0,1\%$; при этом поправочный коэффициент равен 1,01, а интервал погрешности $\pm 0,79\%$. Предложенный метод расчета ТПЭ, опирающийся, как и метод [2], на параметры режима ГУ, имеет низкую методическую погрешность (на уровне методики [5]), и при этом более устойчив к погрешности исходной информации.

Результирующая погрешность расчета ТПЭ, как известно, складывается из методической и информационной погрешностей. Поправочные коэффициенты и интервалы неопределенности методической погрешности были рассмотрены выше. Расчет интервалов информационной погрешности приведен в [7]. При технико-экономических расчетах мероприятий по снижению ПЭ оценке ТПЭ и других, выполняемых на основе рассмотренных выше методов, эти данные могут быть использованы совместно.

Выводы. 1. Точность расчетов ТПЭ может быть повышена за счет использования большого объема исходной информации, хранимой ИБД, без дополнительных затрат на подготовку данных и расхода машинного времени.

2. Суммарные по сети ПЭ в стали распределительных трансформаторов определяются в основном схемой сети и уровнем напряжения в ЦП, а нагрузочные ПЭ — значительной мере еще и неравномерностью загрузки и неоднородностью графиков нагрузок. Неучет этих факторов может привести к погрешностям при расчетах ТПЭ.

3. Методы расчета ТПЭ должны опираться на режимную информацию ГУ линий. Уточнение расчетов возможно за счет учета неравномерности загрузки трансформаторной подстанции с использованием данных об их энергопотреблении и учета неоднородности по типовым графикам нагрузок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Временная инструкция по расчету и анализу потерь электроэнергии в электрических сетях энергосистем. — М.: СПО ОРГРЭС, 1976.
2. Пекелис В. Г., Анисимов Л. П. Методика расчета нагрузочных потерь энергии в распределительных сетях. — Электрические станции, 1975, № 7.
3. Поспелов Г. Е., Сыч Н. М. Потери мощности и энергии в электрических сетях. — М.: Энергоиздат, 1981.
4. Тарнижевский М. В., Кузина Т. И. Расчет потерь электроэнергии в городских электрических сетях. — Энергетик, 1979, № 10.
5. Бебко В. Г., Меженный С. Я., Стафийчук В. Г. Методика расчета расхода электроэнергии на ее транспорт в сельских электрических сетях напряжением 6—110 кВ. — Электрические станции, 1983, № 5.
6. Фурсанов М. И. Экспресс-оценка величины потерь энергии в распределительных электрических сетях. — Изв. вузов. Энергетика, 1979, № 10.
7. Железко Ю. С. Интервалы неопределенности расчетных значений потерь электроэнергии в сетях. — Электричество, 1982, № 10.
8. Керимов А. М., Гурфинкель Е. Б., Степанов А. С. Информационная модель функционирования распределительной сети для исследования потерь электроэнергии. — Электронное моделирование, 1984, т. 6, № 4.
9. Маркушевич Н. С. Автоматизированное управление режимами электросетей 6—20 кВ. — М.: Энергия, 1980.
10. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1964.

[10.02.83]

Фазовое уравнение и его использование для расчета потокораспределений в электрических системах

САМОРОДОВ Г. И.

Различные формы уравнений состояния электрических систем для анализа установившихся режимов базируется на законах Ома и Кирхгофа. Применительно к цепям переменного тока уравнения законов Ома и Кирхгофа могут быть дополнены фазовым уравнением, определяемым следующим общим свойством электрических цепей: алгебраическая сумма фаз напряжения на зажимах ветвей замкнутого контура равна нулю. В статье вводится понятие фазового уравнения и рассматривается возможность его использования для расчета распределения активных мощностей в сложной схеме при изменениях режима системы.

Для произвольного контура фазовое уравнение определяет баланс фаз напряжения и записывается в виде:

$$\sum_{i=1}^{m_k} \delta_{ni} = 0, \quad (1)$$

где δ_{ni} — фаза напряжения на зажимах i -ой ветви; m_k — число ветвей, входящих в контур.

Фазовое уравнение (1) по форме идентично уравнению второго закона Кирхгофа, определяющему баланс напряжений на зажимах ветвей в произвольном контуре электрической цепи.

В общем случае фаза напряжения на зажимах i -ой ветви (рис. 1) определяется как

$$\delta_{ni} = \delta_i + \theta_i,$$

где $\delta_i = \varphi_{ni} - \varphi_{ki}$ — фазовый сдвиг напряжения, определяемый угловой характеристикой ветви; $\theta_i = \varphi_{ni} - \varphi_{ki}$ — угол, создаваемый некоторым фазоповоротным устройством, в качестве которого рассматриваем, например, идеальный фазоповоротный трансформатор; φ_{ni} , φ_{ki} — фазы напряжения в начальной и конечной точках i -ой ветви.

Активная мощность некоторой ветви в общем случае определяется уравнением угловой характеристики:

$$P_{ni} = \frac{U_{ni}^2}{Z_{ni}} \sin \alpha_{ni} + \frac{U_{ni} U_{ki}}{Z_i} \sin (\delta_i - \alpha_i), \quad (2)$$

где U_{ni} , U_{ki} — модули напряжения в начале и в конце ветви; Z_{ni} , Z_i , α_{ni} , α_i — модули и дополнительные углы собственных и взаимных сопротивлений ветви.

Использование фазового уравнения (1) в совокупности с уравнением (2), решены относительно фазового сдвига

$$\delta_i = \alpha_i + \arcsin \frac{P_{ni} - \frac{U_{ni}^2}{Z_{ni}} \sin \alpha_{ni}}{\frac{U_{ni} U_{ki}}{Z_i}}, \quad (3)$$

дает дополнительные возможности при анализе установившихся режимов электрических систем.

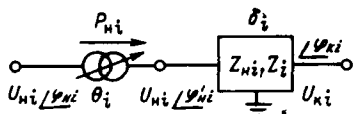


Рис. 1. Обобщенная схема ветви

В качестве примера использования фазового уравнения (1) рассмотрим задачу расчета распределения активных мощностей в ветвях схемы при изменениях режима электрической системы, вызванных различными причинами, например вариацией задающих активных мощностей в узлах системы, отключением отдельных межузловых связей, регулированием угла фазоповоротным устройством.

Для описания состояния электрической системы, помимо фазовых уравнений (1) и уравнений угловых характеристик для ветвей (3), воспользуемся также уравнением баланса активных мощностей в узлах:

$$\sum_{i=1}^{m_j} P_i = \mathcal{P}_j, \quad (4)$$

где P_i — активная мощность i -ой ветви; \mathcal{P}_j — активная задающая мощность в j -ом узле; m_j — число ветвей, сходящихся в j -ом узле.

Для точного нахождения потокораспределения в искомом режиме система уравнений (1), (3), (4) должна быть дополнена уравнениями баланса реактивных мощностей в узлах и уравнениями, определяющими реактивную мощность ветви в зависимости от фазового сдвига напряжения.

В тех случаях, когда при анализе условий функционирования эксплуатируемых и проектируемых электрических систем достаточно приближенной оценки распределения активных мощностей в измененном режиме, решение рассматриваемой задачи можно существенно упростить, принимая уровень напряжения в узловых точках в искомом режиме таким же, что и в исходном. При этом допущении система уравнений (1), (3), (4) полностью определяет характер распределения активных мощностей в электрической системе.

Затрудняющим обстоятельством при решении задачи расчета распределения мощностей является нелинейность уравнения угловой характеристики (3). Путем его линеаризации в окрестности точки исходного режима можно свести задачу к решению системы линейных уравнений для приращений искомых величин по отношению к исходному режиму электрической системы.

Линеаризованное уравнение угловой характеристики i -й ветви с учетом ее ослабления, то есть при отключении в измененном режиме одной из параллельных межузловых связей, записывается в общем случае в следующем виде:

$$\Delta \delta_i = \Pi_i (\Delta P_i + P_{m.ci}), \quad (5)$$

где $\Delta \delta_i$, ΔP_i — соответственно приращения углового сдвига напряжения и активной мощности в i -й ветви при переходе от исходного режима к искомому; $P_{m.ci}$ — исходная нагрузка отключаемой межузловой связи эквивалентной i -й ветви.

Входящий в это выражение коэффициент пропорциональности, который назовем угловым коэффициентом i -й ветви, определяется следующим образом:

$$\Pi = \frac{Z_i}{U_{ni} U_{ki} \cos (\delta_{i0} - \alpha_i)}, \quad (6)$$

где δ_{i0} — фазовый сдвиг напряжения на зажимах i -й ветви в исходном режиме.

Основываясь на соотношениях (1), (4), (5) и используя понятие теории графов и алгебры матриц, запишем систему уравнений, определяющих распределение активных мощностей в электрической системе с $j = \overline{1, n}$ — узлами, $i = \overline{1, m}$ — ветвями и $v = \overline{1, l}$ — независимыми контурами, следующим образом:

1. Матричное уравнение баланса приращений активных мощностей в узлах:

$$\mathbf{M}\Delta\mathbf{P} = \Delta\mathcal{P}, \quad (7)$$

где $\mathbf{M} = (m_{ij})$, $j = \overline{1, n-1}$, $i = \overline{1, m}$ — матрица соединений ветвей в узлах (без базисного узла); $\Delta\mathbf{P} = (\Delta P_i)$, $i = \overline{1, m}$ — столбец приращений мощностей в ветвях; $\Delta\mathcal{P} = (\Delta\mathcal{P}_j)$, $j = \overline{1, n-1}$ — столбец изменений задающих мощностей в узлах.

2. Матричное фазовое уравнение:

$$\mathbf{N}\Delta\delta_v = \mathbf{N}(\Delta\delta + \Delta\theta) = 0, \quad (8)$$

где $\mathbf{N} = (n_{vi})$, $v = \overline{1, l}$, $i = \overline{1, m}$ — матрица соединений ветвей в независимые контуры; $\Delta\delta_v = (\Delta\delta_{vi})$, $i = \overline{1, m}$ — столбец приращений фаз напряжения на зажимах ветвей схемы; $\Delta\delta = (\Delta\delta_i)$, $i = \overline{1, m}$ — столбец приращений фазовых сдвигов напряжения, определяемых угловыми характеристиками ветвей; $\Delta\theta = (\Delta\theta_i)$, $i = \overline{1, m}$ — столбец приращений углов, создаваемых фазоповоротными устройствами.

3. Матричное линейаризованное уравнение угловой характеристики ветви:

$$\Delta\delta = \mathbf{P}(\Delta\mathbf{P} + \mathbf{P}_{м.с.}), \quad (9)$$

где $\mathbf{P} = \text{diag}(P_i)$, $i = \overline{1, m}$ — диагональная матрица угловых коэффициентов, определяемых соотношением (6); $\mathbf{P}_{м.с.} = (P_{м.с.i})$, $i = \overline{1, m}$ — столбец исходных мощностей отключаемых межузловых связей.

Система уравнений (7) — (9) для приращений активных мощностей и фазовых сдвигов напряжения по форме идентична матричным уравнениям состояния линейной электрической цепи, записанным для напряжений и токов [1]. Из этого сравнения следует, что по аналогии с уравнениями линейной электрической цепи система уравнений (7) — (9) может быть приведена к системе либо узловых, либо контурных уравнений.

Узловые уравнения. Система узловых уравнений базируется на уравнениях (7) и (9) без использования фазового уравнения (8). Фазы напряжений узлов относительно некоторого базисного узла и фазы напряжения на зажимах ветвей схемы связаны соотношением

$$\delta_v = \mathbf{M}_t \bar{\delta}_v,$$

где $\bar{\delta}_v = (\varphi_j - \varphi_0)$, $j = \overline{1, n-1}$ — столбец фаз напряжений узлов относительно базисного узла; φ_j , φ_0 — фазы напряжения соответственно в j -ом и базисном узле; \mathbf{M}_t — транспонированная матрица соединений ветвей в узлы.

Относительно приращений фаз напряжения это выражение записывается в виде:

$$\Delta\delta_v = \Delta\delta + \Delta\theta = \mathbf{M}_t \Delta\bar{\delta}_v. \quad (10)$$

Из соотношения (10) с учетом (9) следует:

$$\Delta\mathbf{P} = \mathbf{G}\mathbf{M}_t \Delta\bar{\delta}_v - \mathbf{P}_{м.с.} - \mathbf{G}\Delta\theta, \quad (11)$$

где $\mathbf{G} = \mathbf{P}^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{P_i}\right)$ — диагональная обратная матрица угловых коэффициентов.

Подставляя (11) в (7), получим узловые уравнения определяющие приращения фаз напряжения относительно базисного узла:

$$\mathbf{M}\mathbf{G}\mathbf{M}_t \Delta\bar{\delta}_v = \Delta\mathcal{P} + \mathbf{M}\mathbf{P}_{м.с.} + \mathbf{M}\mathbf{G}\Delta\theta. \quad (12)$$

Решая это уравнение, найдем приращения фаз напряжения:

$$\Delta\bar{\delta}_v = \mathbf{G}_y^{-1} \Delta\mathcal{P} + \mathbf{G}_y^{-1} \mathbf{M}\mathbf{P}_{м.с.} + \mathbf{G}_y^{-1} \mathbf{M}\mathbf{G}\Delta\theta,$$

где $\mathbf{G}_y^{-1} = \mathbf{M}\mathbf{G}\mathbf{M}_t$ — квадратная обратная матрица угловых коэффициентов для узлов.

Соответственно согласно (11) приращения активных мощностей в ветвях электрической системы при изменении условий работы запишем в виде:

$$\Delta\mathbf{P} = \mathbf{L}_y \Delta\mathcal{P} + \mathbf{C}_y \mathbf{P}_{м.с.} + \mathbf{D}_y \Delta\theta, \quad (13)$$

где $\mathbf{L}_y = \mathbf{G}\mathbf{M}\mathbf{G}_y^{-1} = (\mathbf{L}_{ij})$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n-1}$ — прямо угловая матрица коэффициентов распределения задающих приращений мощностей в узлах по ветвям схемы; $\mathbf{C}_y = \mathbf{G}\mathbf{M}_t \mathbf{G}_y^{-1} \mathbf{M} - \mathbf{I}$ — квадратная матрица коэффициентов распределения мощностей отключаемых межсистемных связей по ветвям схемы; $\mathbf{D}_y = \mathbf{C}_y \mathbf{L}$ — квадратная матрица распределения мощностей по ветвям схемы при изменении угловых сдвигов фазоповоротных устройств.

Следует отметить, что в [2, 3] для приближенных расчетов изменений активной мощности в послеаварийных режимах энергосистем используется подобный алгоритм, основывающийся на системе узловых уравнений относительно приращений фаз напряжения в узлах, без представления искомых приращений потоков мощности в ветвях схемы в явном виде в форме (13).

Контурные уравнения. В основе системы контурных уравнений лежит фазовое уравнение (8) и линейаризованное уравнение угловой характеристики (9).

Если принять, что в схеме электрической сети каждая хорда входит только в один контур схемы, последовательности нумерации хорд и контуров одинаковы, а направления обхода контуров и замыкающих их хорд совпадают, то уравнение баланса активных мощностей в узле (7) можно привести аналогично тому, как это сделано в [1] по отношению к первому закону Кирхгофа, к виду:

$$\Delta\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_d^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\mathcal{P} + \mathbf{N}_t \Delta\mathbf{P}_k, \quad (14)$$

где \mathbf{M}_d^{-1} — квадратная подматрица матрицы соединений \mathbf{M} , относящаяся к дереву схемы и имеющая порядок $n-1$; \mathbf{N}_t — транспонированная матрица соединений ветвей в независимые контуры; $\Delta\mathbf{P}_k = (\Delta P_{kv})$, $v = \overline{1, l}$ — столбцы приращений мощностей в хордах схемы или контурных мощностей.

Подставляя (9) в (8) и учитывая (14), получим матричное выражение системы контурных уравнений для

определения приращений контурных мощностей:

$$\mathbf{P}_K \Delta \mathbf{P}_K = -\mathbf{N} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_d^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \mathcal{P} - \mathbf{N} \mathbf{P}_{M.c} - \mathbf{N} \Delta \theta,$$

где $\mathbf{P}_K = \mathbf{N} \mathbf{P} \mathbf{N}_T$ — квадратная матрица контурных угловых коэффициентов порядка l .

Решая это уравнение, найдем контурные приращения мощностей:

$$\Delta \mathbf{P}_K = \mathbf{L}_K \Delta \mathcal{P} + \mathbf{C}_K \mathbf{P}_{M.c} + \mathbf{D}_K \Delta \theta, \quad (15)$$

где $\mathbf{L}_K = -\mathbf{G}_K \mathbf{N} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_d^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} = (L_{vj})$, $v = \overline{1, l}$, $j = \overline{1, n-1}$ —

прямоугольная матрица коэффициентов распределения, задающих приращения мощностей в узлах по независимым контурам; $\mathbf{C}_K = -\mathbf{G}_K \mathbf{N} \mathbf{P} = (C_{vi})$, $v = \overline{1, l}$, $i = \overline{1, m}$ — прямоугольная матрица коэффициентов распределения мощностей отключаемых межузловых связей по независимым контурам; $\mathbf{D}_K = -\mathbf{G}_K \mathbf{N} = (D_{vi})$ — прямоугольная матрица коэффициентов распределения мощностей по независимым контурам при изменении углов фазоворотных устройств; $\mathbf{G}_K = \mathbf{P}_K^{-1}$ — квадратная обратная матрица контурных угловых коэффициентов.

После определения приращений контурных мощностей или мощностей в хордах схемы определяются приращения мощностей в ветвях дерева схемы:

$$\Delta \mathbf{P}_d = \mathbf{M}_d^{-1} \Delta \mathcal{P} - \mathbf{M}_d^{-1} \mathbf{M}_x \Delta \mathbf{P}_K, \quad (16)$$

где \mathbf{M}_x — подматрица матрицы соединений \mathbf{M} , характеризующая подграф, состоящий из хорд.

Искомое потокораспределение активных мощностей в ветвях электрической системы при изменении условий функционирования окончательно имеет вид:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_d \\ \Delta \mathbf{P}_K \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $\mathbf{P}_0 = (P_{0i})$, $i = \overline{1, m}$ — столбец активных мощностей в исходном режиме.

Основное отличие решения (15) и (16) относительно искомых приращений мощностей, полученного на основе контурных уравнений, по сравнению с решением

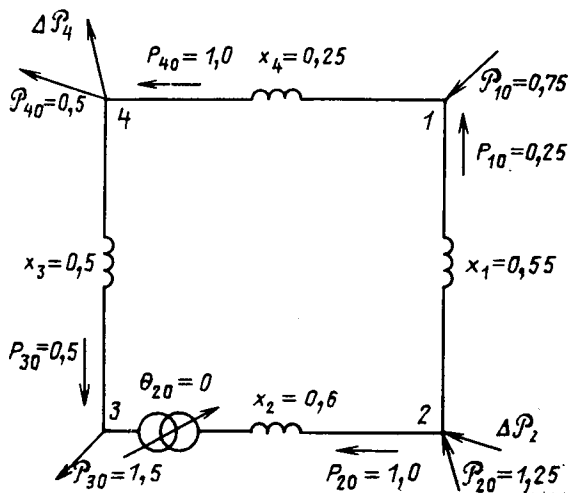


Рис. 2. Расчетная схема сети

(13), найденным на основе узловых уравнений, заключается в том, что в первом случае требуется вычисление обратной матрицы контурных угловых коэффициентов, порядок которой равен числу независимых контуров l , а во втором необходимо обращать матрицу угловых коэффициентов для узлов, порядок которой равен числу узлов без единицы ($n-1$). Поскольку схемы сложных электрических систем содержат значительно большее число независимых узлов, чем независимых контуров, то преимущество решения (15) и (16), полученного на основе контурных уравнений, очевидно, если учесть тот факт, что режим напряжений в задаче приближенного расчета распределения активных мощностей предполагается фиксированным.

Пример. В схеме, изображенной на рис. 2, требуется найти распределение активных мощностей в новом режиме, отличающемся от исходного введением дополнительной задающей мощности в узлах 2 и 4 и угла θ на фазоворотном устройстве в ветви 2.

Применительно к рассмотренной схеме наибольшей простотой обладает решение (15) и (16), полученное на основе контурных уравнений.

Принимая узел 4 за базисный и выбирая в качестве хорды единственного контура ветвь 4, найдем матрицы, характеризующие топологию схемы:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{M}_d = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{M}_d^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Соответственно решение (15) для рассматриваемого случая принимает следующий вид:

$$\Delta \mathbf{P}_K = \Delta \mathbf{P}_{K1} = \begin{bmatrix} L_{K11} & L_{K12} & L_{K13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathcal{P}_1 \\ \Delta \mathcal{P}_2 \\ \Delta \mathcal{P}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{K11} & D_{K12} & D_{K13} & D_{K14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta \theta_4 \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что

$$\Delta \mathcal{P}_1 = \Delta \mathcal{P}_3 = 0; \\ \Delta \theta_1 = \Delta \theta_3 = \Delta \theta_4 = 0,$$

найдем выражение для приращения контурной мощности и соответственно приращения мощности в ветви 4, принятой за хорду:

$$\Delta P_{K1} = \Delta P_4 = L_{K12} \Delta \varphi_2 + D_{K12} \Delta \theta_2. \quad (18)$$

Определив диагональную матрицу угловых коэффициентов

$$P = \text{diag}(P_i), \quad i = \overline{1,4},$$

где $P_i = \frac{x_i}{U_{Ki} U_{Ki} \cos \delta_{i0}}$ и соответственно $P_1 = 0,555$, $P_2 = 0,750$, $P_3 = 0,516$, $P_4 = 0,258$, найдем матрицу контурных угловых коэффициентов, которая для данной схемы вырождается в число:

$$P_K = P_{K1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^4 P_i.$$

Определяя далее согласно (15) коэффициенты распределения мощностей по независимому контуру, выражение (18) для искомой контурной мощности окончательно запишем в виде:

$$\Delta P_{K1} = \Delta P_4 = \frac{(P_2 + P_3) \Delta \varphi_2 + \Delta \theta_2}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}.$$

Приращения мощностей в остальных ветвях схемы согласно общему выражению (16) равны:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= \Delta P_{K1}; \\ \Delta P_2 &= \Delta \varphi_2 - \Delta P_{K1}; \\ \Delta P_3 &= -\Delta \varphi_2 + \Delta P_{K1}. \end{aligned}$$

Были проведены расчеты распределения активных мощностей в измененном режиме для схемы, изображенной на рис. 2, при $\Delta \varphi_2 = \Delta \varphi_4 = 0,5$ и $\Delta \theta = \pi/6$.

Сравнение результатов расчета по предлагаемому методу с точным расчетом показало, что погрешность предлагаемого метода находится в пределах 1 %. Так как величина погрешности зависит от параметров ис-

ходного режима и характера изменений при переходе в новому режиму, она всегда может быть сведена до требуемого уровня путем ступенчатого перехода от исходного режима к измененному. Так, если в рассматриваемом случае сначала вести расчет по предлагаемому методу при введении только угла на фазоповоротном устройстве, а затем, уточнив матрицу угловых коэффициентов, определить режим при изменении задающих мощностей в узлах 2 и 4, погрешность расчетов уменьшится более чем в пять раз.

Выводы. 1. Для анализа электрических цепей переменного тока введено понятие фазового уравнения определяемого следующим общим свойством электрических цепей: алгебраическая сумма фаз напряжения на зажимах ветвей замкнутого контура равна нулю.

2. Применение фазового уравнения в совокупности с уравнением угловой характеристики ветви, решенным относительно фазового сдвига, позволяет построить новые алгоритмы для анализа установившихся режимов электрических систем.

3. Получены узловое и контурные уравнения для расчета распределения активных мощностей в ветвях сложной схемы при изменениях режима электрической системы, вызванных вариациями задающих активных мощностей в узлах, отключением отдельных межузловых связей (ослаблением ветвей) и регулированием угла фазоповоротного устройства, и дано их решение. Показано, что при расчете целесообразнее использовать контурные уравнения, основанные на рассмотрении фазового уравнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики. Учебник для студентов вузов/Под ред. В. А. Веникова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. школа, 1981.
2. Андреюк В. А., Марченко Е. А. Математический алгоритм расчета надежности работы энергообъединения по условиям устойчивости при аварийных небалансах мощности. Тр./НИИПТ, 1977, вып. 24—25.
3. Воронина Т. Н., Кац П. Я., Косаревиц Г. Б. Приближенный расчет послеаварийного режима энергосистемы в задачах централизованной противоаварийной автоматики. — Тр./НИИПТ. — Противоаварийное управление и регулирование энергосистем, 1982, с. 8—15.

[22.02.84]

УДК 621.316.925:375.13

Анализ входных преобразователей сигналов для устройств релейной защиты на интегральных микросхемах

БУЛЫЧЕВ А. В., ВАНИН В. К.

Особенностью устройств защиты и автоматики энергосистем на микроселектронной элементной базе является необходимость приведения входной информации к единому виду — напряжению. В целях совершенствования защит и, в частности, увеличения их быстродействия, необходимо повышать точность преобразования входных сигналов как в установившихся, так и в переходных режимах работы защищаемого объекта [1].

Преобразование вторичных сигналов наиболее распространённых датчиков информации — электромагнитных трансформаторов тока (ТТ) и напряжения (ТН)—

с номинальными вторичным током 5 А (1 А) и напряжением 100 В к одному виду осуществляется с помощью входных измерительных преобразователей, в качестве которых, как правило, используются малогабаритные промежуточные трансформаторы тока и напряжения. Для передачи входных сигналов с минимальными искажениями необходимо иметь преобразователи с постоянными коэффициентами передачи и с линейными фазочастотными характеристиками в широком диапазоне частот. Идеальным с этой точки зрения был бы безынерционный элемент, амплитуда и фаза выходного сигнала

второго не зависят от частоты. Сопоставляя частотные характеристики реальных преобразователей с характеристиками идеального элемента, можно оценить их метрологические свойства. В качестве критерия для сравнения можно использовать границы их рабочих частотных диапазонов [2].

Передаточная функция пассивного преобразователя, полученная в соответствии с эквивалентной схемой замещения (рис. 1), все параметры которой приведены к вторичной обмотке, имеет следующий вид:

$$H_1(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{I_{\text{вх}}(p)} = \frac{pb_1}{p^2a_2 + pa_1 + a_0}, \quad (1)$$

где $U_{\text{вых}}(p)$ — изображение выходного напряжения входного преобразователя; $I_{\text{вх}}(p)$ — изображение приведенного ко вторичной обмотке входного тока; $a_0 = \frac{r_2 + R_{\text{н}}}{L}$;

$a_1 = 1 + \frac{r_2 + R_{\text{н}}}{R_{\text{н}}} + \frac{L_{d2}}{L}$; $a_2 = \frac{L_{d2}}{R_{\text{н}}}$; $b_1 = R_{\text{н}}$; r_1 и L_{d2} — активное сопротивление и индуктивность рассеяния вторичной обмотки трансформатора; $R_{\text{н}}$ и L — эквивалентное сопротивление потерь в магнитопроводе и индуктивность цепи намагничивания; $R_{\text{н}}$ — сопротивление нагрузки.

Амплитудная и фазовая частотные характеристики преобразователя определяются следующим образом:

$$A_1(\omega) = |H_1(j\omega)| = \frac{\omega_1 b_1}{\omega_2} \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + \left(\frac{a_0}{\omega} - \omega a_2\right)^2}};$$

$$\varphi_1(\omega) = \arctg \frac{\text{Im}[H_1(j\omega)]}{\text{Re}[H_1(j\omega)]} = \arctg \frac{\frac{a_0}{\omega} - \omega a_2}{a_1}.$$

Здесь ω — угловая частота; ω_1 и ω_2 — число витков первичной и вторичной обмоток.

Определим границы рабочего частотного диапазона этого преобразователя.

В большинстве случаев можно принять $a_1 = 1$, так как $L_{d2}/L \ll 1$ и $(r_2 + R_{\text{н}})/R_{\text{н}} \ll 1$. Кроме того, в области низких частот (НЧ) $\omega a_2 \ll a_0/\omega$, и оказывается возможным допустить $\omega a_2 = 0$. Тогда нижняя граничная частота

$$f_{\text{н1}} = \frac{r_2 + R_{\text{н}}}{2\pi L \text{tg} \varphi_{\text{н}}}.$$

В области высоких частот (ВЧ) $\frac{a_0}{\omega} \ll \omega a_2$. Поэтому принимаем $\frac{a_0}{\omega} = 0$, и верхняя граничная частота

$$f_{\text{в1}} = -\frac{\text{tg} \varphi_{\text{в}} R_{\text{н}}}{2\pi L_{d2}}.$$

Здесь $\varphi_{\text{н}}$ и $\varphi_{\text{в}}$ — допустимые фазовые сдвиги на низких и высоких частотах.

Попытки улучшить метрологические характеристики трансформаторных преобразователей с помощью активных элементов предпринимались еще в 1947 г. Так,

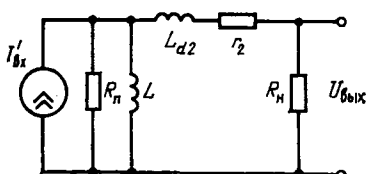


Рис. 1

в [3] были предложены два варианта преобразователей тока с ламповыми усилителями. Одна из схем построена на основе двух трехобмоточных трансформаторов тока с общей нагрузкой, охваченных цепью обратной связи через усилитель. Однако низкое качество усилителей не позволило создать устройства, которые могли бы практически применяться и конкурировать по надежности и стабильности с преобразователями на основе пассивных ТТ.

Появление транзисторных, а затем и операционных усилителей (ОУ) интегрального исполнения сделало возможным применение схем активных преобразователей. Так, например, в [4] приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований преобразователя тока, построенного по указанной усовершенствованной схеме [3] с использованием транзисторного усилителя постоянного тока, а в [5] дается описание преобразователя ток — напряжение на основе двухобмоточного ТТ и ОУ. Учитывая возможность использования этих схем входных и промежуточных преобразователей информации для устройств защиты на интегральных микросхемах, целесообразно провести сравнительный анализ имеющихся разработок для определения дальнейших путей их совершенствования.

Существенное увеличение постоянной времени достигается в схеме преобразователя ток — напряжение на основе двухобмоточного ТТ и ОУ (рис. 2, а) [5]. Этот преобразователь в соответствии со схемой замещения (рис. 2, б) описывается передаточной функцией вида (1), коэффициенты которой определяются следующим образом:

$$a_0 = \frac{R_{0.c} + r_2(1 + K_y)}{L_2 K_y};$$

$$a_1 = 1 + \frac{r_2}{R_{\text{н}}} + \frac{L_{d2}}{L} + \frac{1}{K_y} + \frac{r_2 + R_{0.c}}{R_{\text{н}} K_y} + \frac{L_{d2}}{L K_y};$$

$$a_2 = \frac{L_{d2}(1 + K_y)}{R_{\text{н}} K_y}; \quad b_1 = R_{0.c},$$

где K_y — коэффициент усиления ОУ (соответствующим выбором ОУ можно обеспечить постоянство коэффициента усиления, т. е. $K_y(p) = K_y$); $R_{0.c}$ — сопротивление в цепи обратной связи ОУ.

После преобразований и с учетом принятых допущений, а также считая $1/K_y \approx 0$, определяем граничные частоты:

$$f_{\text{н2}} = -\frac{r_2}{2\pi L \text{tg} \varphi_{\text{н}}};$$

$$f_{\text{в2}} = -\frac{\text{tg} \varphi_{\text{в}} R_{\text{н}}}{2\pi L_{d2}}.$$

Как видно, нижняя граничная частота этого преобразователя и постоянная времени, под которой понимается в этом случае отношение $\tau_2 = L/r_2$, определяются

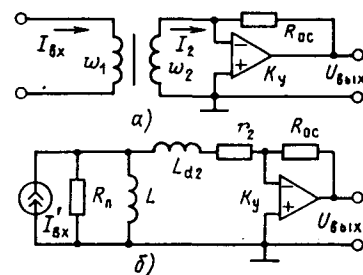


Рис. 2

соотношением активного сопротивления вторичной обмотки и индуктивности намагничивания трансформатора. Операционный усилитель в линейном режиме обеспечивает наиболее благоприятные условия работы ТТ — режим короткого замыкания вторичной обмотки, поэтому предельное значение нижней граничной частоты зависит только от собственных параметров трансформатора. При приемлемых его массо-габаритных показателях удастся сместить нижнюю границу рабочего диапазона до 1—3 Гц.

Из полученных формул следует, что верхняя граничная частота зависит, в основном, от потерь в магнитопроводе и индуктивности рассеяния вторичной обмотки, поэтому включение ТТ в цепь обратной связи ОУ практически не изменяет верхнюю границу рабочего диапазона.

Более существенное улучшение частотных характеристик в области НЧ достигается в схеме, где цепь отрицательной обратной связи замыкается через дополнительную, третью обмотку обратной связи трансформатора (рис. 3, а) [4]. Анализ работы этого преобразователя на низких частотах можно провести пренебрегая индуктивностью рассеяния вторичной обмотки ω_2 , а также током в обмотке обратной связи ω_3 , т. е. полагая, что усилитель имеет бесконечно большое входное сопротивление, и считая все элементы схемы линейными. На рис. 3, б приведена эквивалентная схема замещения преобразователя для переменного тока, в основу которой положена схема замещения трехобмоточного ТТ с учетом принятых допущений. Амплитудная и фазовая частотные характеристики преобразователя определяются следующим образом:

$$A_3(\omega) = \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{1}{\sqrt{\left[\frac{\omega_3 K R_{\Pi} + \omega_2 (r_2 + R_{0.c} + R_{\Pi})}{\omega_3 K R_{\Pi} (r_2 + R_{0.c})} \right]^2 + \left(\frac{\omega_2}{\omega L K \omega_3} \right)^2}};$$

$$\varphi_3(\omega) = \arctg \frac{\omega_2 R_{\Pi} (r_2 + R_{0.c})}{\omega L [\omega_3 K R_{\Pi} + \omega_2 (r_2 + R_{0.c} + R_{\Pi})]},$$

где ω_3 — число витков обмотки обратной связи; K — коэффициент усиления усилителя.

Для нижней граничной частоты будем иметь

$$f_{нз} = \frac{\omega_2 R_{\Pi} (r_2 + R_{0.c})}{2\pi L \operatorname{tg} \varphi_{\Pi} [\omega_3 K R_{\Pi} + \omega_2 (r_2 + R_{0.c} + R_{\Pi})]}.$$

Из сопоставления частотных характеристик преобразователей видно, что последняя из рассмотренных схем характеризуется еще большим увеличением эквивалентной постоянной времени

$$\tau_3 = \frac{L [\omega_3 K R_{\Pi} + \omega_2 (r_2 + R_{0.c} + R_{\Pi})]}{\omega_2 R_{\Pi} (r_2 + R_{0.c})},$$

которая возрастает с увеличением коэффициента усиления усилителя.

Однако характерными особенностями этой схемы являются возникновение значительных ошибок, обусловленных напряжением смещения нуля и входными токами усилителя, и трансформаторная обратная связь. Эти особенности при значительном коэффициенте усиления усилителя на постоянном токе и вследствие проявления паразитных эффектов в трансформаторе на высоких частотах приводят к потере устойчивости схемы. Чтобы избежать этого, необходимо использовать усилитель переменного тока или усилитель постоянного тока с малыми коэффициентами усиления. Но в этом случае, очевидно, будет значительно ослаблен поло-

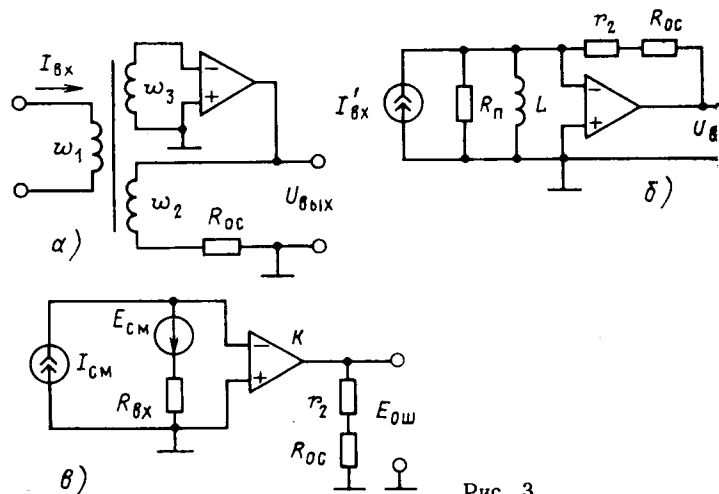


Рис. 3

жительный эффект от применения усилителя.

При использовании ОУ основным является ограничение, вызванное смещением и дрейфом нуля. На рис. 3, в показана схема замещения преобразователя для постоянного тока. В соответствии с этой схемой напряжение ошибки на выходе усилителя равно:

$$E_{ош} = K \left[E_{см} + I_{см} R_{вх} + \left(\frac{dE_{см}}{dT} + \frac{dI_{см}}{dT} R_{вх} \right) \Delta T \right],$$

где $E_{см}$ и $I_{см}$ — приведенные ко входу напряжение и ток начального смещения нуля усилителя; $\frac{dE_{см}}{dT}$ и $\frac{dI_{см}}{dT}$ — температурный дрейф напряжения и тока смещения ΔT — диапазон изменения температуры.

Ошибку, вносимую начальными напряжениями и током смещения усилителя, можно свести к нулю за счет включения во входную цепь дополнительного компенсирующего источника. Составляющую ошибки, возникающую вследствие температурного дрейфа, скомпенсировать значительно труднее, поэтому она, в основном, и определяет максимальный уровень сигнала ошибки. Так, например, включение в схему ОУ с собственным коэффициентом усиления приводит к его насыщению, а при снижении коэффициента усиления до 1000 изменение напряжения ошибки на выходе ОУ типа К 140 УД 8 все же может достигать 1,2 В в диапазоне температур от -5 до $+55$ °С. С целью снижения ошибки до приемлемого уровня приходится применять усилители с коэффициентом усиления не более 100 и принимать специальные меры, направленные на повышение температурной стабильности преобразователя.

Таким образом, с учетом вышесказанного практически достижимый предел нижней граничной частоты (при $\operatorname{tg} \varphi_{\Pi} = 1$) в схеме преобразователя на основе трехобмоточного ТТ равен 0,4—0,5 Гц.

Частотные характеристики трансформаторных преобразователей, однако, могут быть улучшены путем использования комбинированной положительной и отрицательной обратной связи (КОС).

Передаточная функция преобразователя с КОС (рис. 4, а) имеет вид:

$$H_4(p) = \frac{T_1(p) K_y}{[T_2(p) - T_3(p)] K_y + 1}.$$

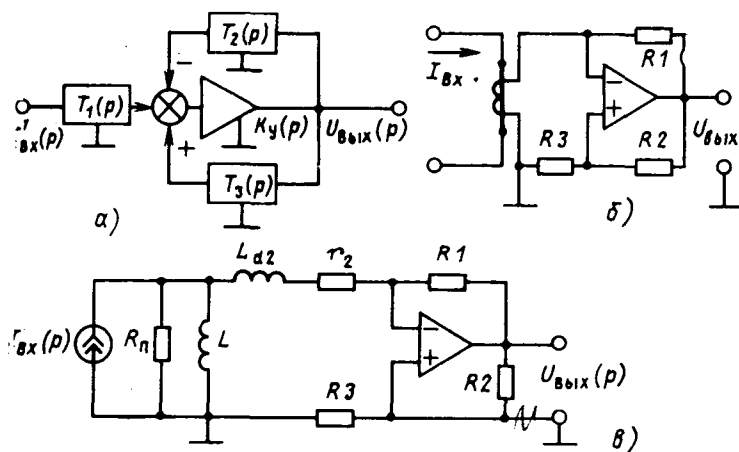


Рис. 4

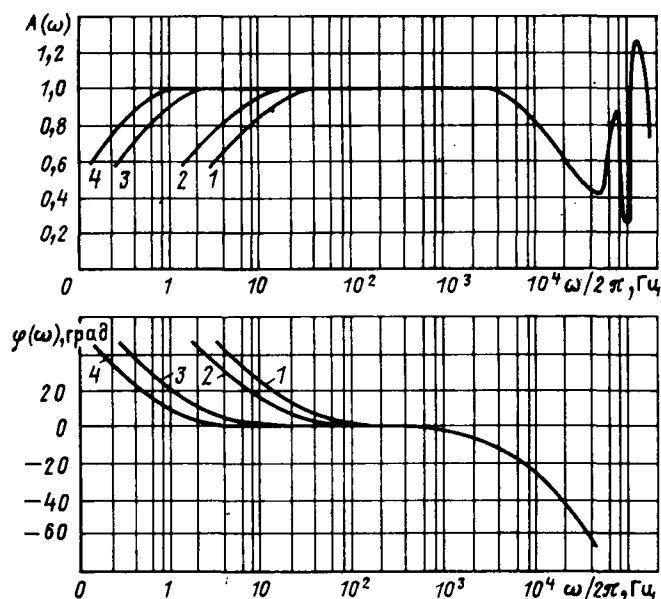


Рис. 5

Здесь ОУ с коэффициентом усиления K_y охвачен отрицательной и положительной обратной связью через пассивные цепи $T_1(p)$, $T_2(p)$, $T_3(p)$, включающие в себя элементы схемы замещения трансформатора.

На рис. 4, б приведена принципиальная схема преобразователя ток — напряжение с КОС. Для данной схемы в соответствии со схемой замещения (рис. 4, в):

$$T_1(p) = \frac{Z_1(p)Z_3(p)}{Z_1(p) + Z_2(p) + Z_3(p)};$$

$$T_2(p) = \frac{Z_1(p) + Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p) + Z_3(p)};$$

$$T_3(p) = \frac{Z_5(p)}{Z_4(p) + Z_5(p)},$$

где $Z_1(p) = \frac{pLR_n}{pL + R_n}$; $Z_2(p) = r_2 + pL_{d2}$; $Z_3(p) = R_1$; $Z_4(p) = R_2$; $Z_5(p) = R_3$.

Коэффициенты передаточной функции определяются следующим образом:

$$a_0 = \frac{(r_2 + R_1 + r_2K_y)(R_2 + R_3) - K_y(r_2R_3 + R_1R_3)}{LK_y(R_2 + R_3)};$$

$$a_1 = 1 + \frac{1}{K_y} + \frac{L_{d2}}{LK_y} + \frac{L_{d2}}{L} + \frac{r_2}{R_n} + \frac{r_2 + R_1}{R_nK_y} -$$

$$- \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left(1 + \frac{L_{d2}}{L} + \frac{r_2}{R_n} + \frac{R_1}{R_n} \right);$$

$$a_2 = \frac{L_{d2}(R_2 + R_3) + K_y(R_2 + R_3) - R_3K_y}{R_nK_y(R_2 + R_3)};$$

$$b_1 = R_1.$$

Здесь R_1 — сопротивление в цепи отрицательной обратной связи; R_2 и R_3 — сопротивления, образующие цепь положительной обратной связи.

С учетом того, что $1/K_y \approx 0$, $L_{d2}/L \ll 1$ и $r_2/R_n \ll 1$,

$$A_1(\omega) =$$

$$= \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{R_1}{\left[1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left(1 + \frac{R_1}{R_n} \right) \right]^2 + \left[\frac{r_2R_2 - R_1R_3}{\omega L(R_2 + R_3)} - \frac{\omega L_{d2}R_2}{R_n(R_2 + R_3)} \right]^2}; \quad (2)$$

$$\varphi_4(\omega) = \arctg \frac{\frac{r_2R_2 - R_1R_3}{\omega L(R_2 + R_3)} - \frac{\omega L_{d2}R_2}{R_n(R_2 + R_3)}}{1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left(1 + \frac{R_1}{R_n} \right)}. \quad (3)$$

При $R_1 = R_2$ и $R_3 \ll R_2$ границы рабочего частотного диапазона определяются следующими выражениями:

$$f_{н4} = \frac{r_2 - R_3}{2\pi L \operatorname{tg} \varphi_n};$$

$$f_{в4} = -\frac{\operatorname{tg} \varphi_n R_n}{2\pi L_{d2}}.$$

Как видно из последних формул, схема усилителя с цепями КОС ведет себя по отношению к источнику сигнала как отрицательное сопротивление, т. е. промежуточный ТТ оказывается нагруженным на отрицательное входное сопротивление усилителя с КОС, которое при принятых допущениях равно $-R_3$. Соответствующим выбором параметров цепей КОС можно добиться практически полной компенсации активного сопротивления вторичной обмотки и свести общее активное сопротивление вторичной цепи практически к нулю.

У многovitковых трансформаторов приходится компенсировать значительное сопротивление вторичной обмотки. Поэтому необходимо выбирать $R_3 \gg R_2$. В этом случае нижняя граничная частота преобразователя определяется так:

$$f_{н4} = \frac{(r_2 - R_3) R_n}{2\pi L \operatorname{tg} \varphi_n R_3}.$$

Во всех промежуточных случаях, когда R_3 и R_2 соизмеримы, граничные частоты рабочего диапазона преобразователя определяются из более полных формул (2) и (3).

Аналогичным образом может быть скомпенсирована и индуктивность рассеяния вторичной обмотки. Для этого в цепь положительной обратной связи необходимо включить реактивное сопротивление $Z_5(p) = R_3 + pL_3$. Компенсация активной и индуктивной составляющих собственного сопротивления вторичной обмотки позволяет существенно расширить полосу пропускания преобразователя как в сторону низких, так и высоких частот.

Основной причиной, ограничивающей возможность расширения частотного диапазона преобразователя за счет КОС, является потеря устойчивости. Системы второго порядка, к которым относятся и рассматриваемые преобразователи, устойчивы, если все коэффициенты ха-

рактистического уравнения $p^2 a_2 + p a_1 + a_0 = 0$ положительны. Это условие выполняется, если справедливы следующие неравенства:

$$\frac{R_3}{R_2 + R_3} < \frac{C_T R_{II}}{C_T R_{II} + R_1}; \quad (4)$$

$$R_3 < r_2 \frac{R_2}{R_1},$$

$$\text{где } C_T = 1 + \frac{L_{d2}}{L} + \frac{r_2}{R_{II}}.$$

Полагая $L_{d2}/L = 0$, неравенство (4) можно представить в более наглядном виде:

$$\frac{R_3}{R_2 + R_3} < \frac{R_{II} + r_2}{R_{II} + r_2 + R_1}.$$

Из полученных неравенств следует, что устойчивая работа схемы обеспечивается, если напряжение отрицательной обратной связи, поступающее на вход усилителя, будет превышать напряжение положительной обратной связи при любой частоте входного сигнала. Практически достижимое значение нижней граничной частоты преобразователя с КОС при приемлемых массо-габаритных показателях трансформатора и $\text{tg } \varphi_H = 1$ равно 0,1—0,3 Гц.

Сопоставление частотных характеристик входных преобразователей позволяет сделать вывод о том, что последняя из рассмотренных схем обладает наиболее широким рабочим частотным диапазоном. Кроме того, имеются возможности для дальнейшего улучшения ее характеристик. Поэтому преобразователь, построенный с использованием КОС, можно признать наиболее перспективным и рекомендовать для использования в устройствах защиты на элементах микроэлектронной техники.

С целью проверки соответствия расчетных характеристик преобразователей реальным и подтверждения правомерности принятых при теоретических исследованиях допущений были экспериментально получены частотные характеристики всех рассмотренных выше входных преобразователей. Основные параметры образцов исследованных преобразователей приведены в таблице. Все эти входные преобразователи рассчитаны на номинальный первичный ток 5 А и выполнены на основе трансформаторов с тороидальными сердечниками из феррита 2000 НМ. На рис. 5 приведены амплитудная $A(\omega)$ и фазовая $\varphi(\omega)$ частотные характеристики входных преобразователей (1 — промежуточный трансформатор; 2 — преобразователь с двухобмоточным ТТ и усилителем тока; 3 — преобразователь на основе трехобмоточного ТТ; 4 — преобразователь с КОС); экспериментальные частотные характеристики, полученные при номинальном входном токе, практически полностью совпадают с расчетными. Их разброс в рабочем диапазоне не превышает 5 %.

Следует также отметить, что экспериментальные амплитудные характеристики всех преобразователей на частотах от 40 до 120 кГц имеют несколько резонансных пиков. Фазовый сдвиг между входным и выходным сигналами превышает при этом 180° . Представляется, что резонанс возникает в контурах, образованных паразитными емкостями и индуктивностями трансформатора. Для того чтобы ограничить влияние резонансных явлений в трансформаторе на работу преобразователя в целом, можно снизить верхнюю граничную частоту до 1—2 кГц, корректируя частотные характеристики ОУ.

Наименование параметра и единица измерения	Тип преобразователя			
	Пассивный ТТ с шунтом	Активный, на базе двухобмоточного ТТ и ОУ	Активный, на базе трехобмоточного ТТ	Активный, на базе двухобмоточного ТТ и КОС
Число витков обмоток ТТ	ω_1 ω_2 ω_3	1 1000 —	1 1000 —	1 1000 100 —
Индуктивность вторичной обмотки, Гн	—	2,5	2,5	2,5
Активное сопротивление вторичной обмотки, Ом	—	38	38	38
Сопротивление нагрузки, Ом	—	30	—	—
Сопротивления в цепях обратной связи, Ом	$R_{0.c}$	—	30	30
	R_1, R_2	—	—	—
	R_3	—	—	300 36
Коэффициент усиления усилителя	—	—	20 · 10 ³	100
Нижняя граничная частота при $\text{tg } \varphi_H = 1$ Гц	—	4,3	2,5	0,4
				0,15

Специфика условий работы входных преобразователей в устройствах релейной защиты и автоматики предъявляет высокие требования к диапазону линейного преобразования. Этот диапазон принято называть динамическим и характеризовать отношением максимального и минимального сигналов, преобразуемых с заданной точностью. В активных преобразователях динамический диапазон зависит, главным образом, от параметров используемых ОУ. Так, минимальный уровень полезного сигнала определяется напряжением ошибки усилителя. У интегральных ОУ общего применения эта ошибка, приведенная ко входу, обычно составляет 5—10 мВ.

Максимальный уровень выходного напряжения ОУ ограничивается допустимым напряжением его источников питания и у отмеченных ОУ не превышает ± 12 В. Следовательно, практически достижимый динамический диапазон ОУ общего применения при допустимой относительной погрешности усиления малых сигналов 5—10 %, как правило, составляет 100—200. Диапазон можно расширить, например, применением высококачественных малошумящих измерительных усилителей с напряжением питания ± 30 В. В некоторых случаях оказывается целесообразным использовать отдельные преобразователи для различных участков диапазона входных сигналов.

Предельное значение вторичного тока преобразователя ограничивается допустимым выходным током используемого ОУ. Поэтому количество витков вторичной обмотки трансформатора выбирается с учетом допустимого выходного тока ОУ:

$$\omega_2 \geq I_{H \max} \frac{\omega_1}{I_{\text{доп ОУ}}},$$

где $I_{H \max}$ — амплитуда максимального тока первичной обмотки трансформатора; $I_{\text{доп ОУ}}$ — допустимый выходной ток ОУ.

Максимально допустимый выходной ток современных интегральных ОУ широкого применения обычно не превышает 10 мА. Поэтому при максимальном первичном токе 50 А и $\omega_1=1$ вторичная обмотка должна иметь не менее 7000 витков. Технологические ограничения не всегда позволяют иметь такое количество витков на малогабаритном сердечнике. Поэтому в отдельных случаях оказывается целесообразным не увеличивать число витков, а принимать меры по улучшению выходных параметров усилителей.

Рассмотренные схемы преобразователей переменного тока можно использовать и для построения широкополосных преобразователей напряжение — напряжение. Для этого в цепь первичной обмотки необходимо включить высокоомный резистор и с его помощью осуществить предварительное преобразование напряжение — ток.

Выводы. 1. Требуемые характеристики трансформаторных входных преобразователей предпочтительнее получать за счет включения промежуточных трансформаторов в цепи обратной связи ОУ. При этом не предъяв-

ляются высокие требования к качеству магнитопроводов, в связи с чем трансформаторы могут выполняться на малогабаритных ферритовых сердечниках с магнитной проницаемостью 2000—3000.

2. Для большинства случаев практического применения может быть рекомендована схема входного преобразователя с использованием комбинированной положительной и отрицательной обратной связи, обеспечивающая наиболее широкий рабочий частотный диапазон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ванин В. К., Павлов Г. М. Релейная защита на элементах аналоговой вычислительной техники. — Л.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Андреев Ю. А., Абрамзон Г. В. Преобразователи тока для измерений без разрыва цепи. — Л.: Энергия, 1979.
3. Пат. 2428613 (США). Оpubл. 10.1947; НКИ 171—119.
4. Böker H., Sankaran P. Stromwandler mit Fehlerkompensation für Elmschwingvorgänge. — ETZ—A, Bd 90 (1969), H.5, S. 112—114.
5. Пат. 3815013 (США). — Оpubл. 04.06.74; МКИ 01 19/00. [30.10.84]

УДК 538.311.001.24

Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности¹

ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., доктор техн. наук

Московский энергетический институт

Впервые формула (М.1) для объемной плотности ЭМС была предложена в одной из ранних работ Максвелла [1, с. 117—124]. Позднее им же [1, с. 514. фор. (4)] была предложена еще одна формула (М.2) для объемной плотности ЭМС, которая легко преобразуется в формулу Эйнштейна — Лауба [4 и 3, с. 126—134]. В ряде работ по теории электромагнитного поля приводятся выводы формул (М1) и (М2). Наиболее обстоятельно это сделано в [5]. В других работах например в [6] обсуждается правомочность этих формул и возможные области их применения. Однако приходится констатировать, что должной ясности в этом вопросе не достигнуто.

Вместе с тем, как показывает практика, результаты расчетов ЭМС по (М.1) и (М.2) совпадают только в простейших частных случаях. В общем случае при расчете сил, действующих на магнетик с произвольным распределением магнитной проницаемости, помещенный в произвольную поляризованную среду, результаты расчетов по (М.1) и (М.2) совершенно различны. Попробуем разобраться в этом вопросе, повторив вывод формулы для объемной плотности ЭМС с помощью вполне обоснованной математической модели.

Такой моделью может быть система дифференциальных уравнений в частных производных [9, ур. (9), (10)], связывающих компоненты объемной плотности сил в магнитном или другом физическом поле с компонентами тензора натяжений. После введения в эти уравнения натяжений в магнитном поле, найденных исходя из закона сохранения энергии по [9, ур. (22)], получаем

модель для определения компонент объемной плотности ЭМС, которую можно считать полностью обоснованной.

Итак, при выводе формулы для объемной плотности ЭМС будем исходить из дифференциальных уравнений [9, ур. (9)], выражающих компоненты объемной плотности сил в магнитном поле через компоненты тензора натяжений,

$$f_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \text{ и т. д.} \quad (1)$$

Заметим, что при вычислении частных производных в (1) далеко не безразлично, каким образом выражены компоненты тензора натяжений — через B_x, B_y, B_z по [9, ур. (23)] или через H_x, H_y, H_z по [9, ур. (13)]. Действительно, выражая T_{ik} по [9, ур. (23)],

$$T_{xx} = (B_x^2 - 0,5B^2)/\mu_0\mu_r; \quad T_{xy} = B_x B_y/\mu_0\mu_r \text{ и т. д.} \quad (2)$$

и полагая в (1) $B = \text{const}$ при $\mu_r = \text{var}$ и $\mu_r = \text{const}$ при $B = \text{var}$, получаем:

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\right)_{B=\text{var}, \mu_r=\text{var}} = \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\right)_{B=\text{var}, \mu_r=\text{const}} + \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\right)_{B=\text{const}, \mu_r=\text{var}}, \quad (3)$$

где

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\right)_{B=\text{var}, \mu_r=\text{const}} = \frac{1}{\mu_r\mu_0} \left(B_x \frac{\partial B_x}{\partial x} - B_y \frac{\partial B_y}{\partial x} - B_z \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) =$$

$$= \mu_r\mu_0 \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} - H_y \frac{\partial H_y}{\partial x} - H_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right);$$

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x}\right)_{B=\text{const}, \mu_r=\text{var}} = (B_x^2 - 0,5B^2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_r\mu_0} \right) =$$

$$= -(H_x^2 - 0,5H^2) \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r\mu_0).$$

¹ Этой статьей завершается публикация работы проф. А. В. Иванова-Смоленского, посвященная расчету электромагнитных сил (ЭМС) в нелинейных магнитных системах (см. «Электричество», 1985, № 5 и 7).

Соответственно выражая T_{ik} по [9, ур. 13]

$T_{xx} = \mu_0 \mu_r (H_x^2 - 0,5 H^2)$; $T_{xy} = \mu_0 \mu_r H_x H_y$ и т. д. (4)
и полагая в (1) $H = \text{const}$ при $\mu_r = \text{var}$ и $\mu_r = \text{const}$ при $H = \text{var}$, получаем

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{var}} = \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{const}, \mu_r=\text{var}}, \quad (5)$$

где

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{var}, \mu_r=\text{const}} = \mu_r \mu_0 \left(H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} - H_y \frac{\partial H_y}{\partial x} - H_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right);$$

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{const}, \mu_r=\text{var}} = (H_x^2 - 0,5 H^2) \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0).$$

Сравнивая (3) и (5), видим, что как в случае $B = \text{var}$, $\mu_r = \text{var}$, так и в случае $H = \text{var}$, $\mu_r = \text{var}$ производные содержат две составляющие, причем составляющие, найденные при $\mu_r = \text{const}$, одинаковы:

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{B=\text{var}, \mu_r=\text{const}} = \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{var}, \mu_r=\text{const}},$$

а составляющие, найденные при $\mu_r = \text{var}$, отличаются знаком:

$$\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{B=\text{const}, \mu_r=\text{var}} = - \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{const}, \mu_r=\text{var}}.$$

Этот вывод распространяется и на другие частные производные, которые входят в (1). Чтобы иметь возможность учесть это обстоятельство, представим компоненты объемной плотности силы в виде суммы двух составляющих, первая из которых соответствует частным производным компонент T_{ik} , найденным при $\mu_r = \text{const}$, а вторая — частным производным компонент T_{ik} , найденным при $\mu_r = \text{var}$:

$$f_x = f_x (\mu_r = \text{const}) + f_x (\mu_r = \text{var}) \text{ и т. д.}, \quad (6)$$

причем $f_x (\mu_r = \text{const})$ определяется с помощью (1), в которое введены частные производные, найденные при $\mu_r = \text{const}$, т. е.

$$f_x (\mu_r = \text{const}) = \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\mu_r = \text{const}} + \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{\mu_r = \text{const}} + \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{\mu_r = \text{const}}. \quad (7)$$

Соответственно $f_x (\mu_r = \text{var})$ определяется с помощью (1), в которое введены частные производные, найденные при $\mu_r = \text{var}$, т. е.

$$f_x (\mu_r = \text{var}) = \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\mu_r = \text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{\mu_r = \text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{\mu_r = \text{var}} \text{ и т. д.} \quad (8)$$

Начнем с определения составляющей $f_x (\mu_r = \text{const})$ по (7). Она выражается через производные $\left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\mu_r = \text{const}}$ и др., которые, как мы видели, не зависят от того, каким образом выражены компоненты T_{ik} и при каких условиях взяты производные. Предположим, что компоненты T_{ik} выражены через B_x, B_y, B_z , тогда

$$f_x (\mu_r = \text{const}) = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \left(B_x \frac{\partial B_x}{\partial x} - B_y \frac{\partial B_y}{\partial x} - B_z \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) +$$

$$+ \frac{1}{\mu_r \mu_0} \left(B_x \frac{\partial B_y}{\partial y} + B_y \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) + \frac{1}{\mu_r \mu_0} \left(B_x \frac{\partial B_z}{\partial z} + B_z \frac{\partial B_x}{\partial z} \right).$$

Перегруппируем члены в правой части уравнения следующим образом:

$$f_x (\mu_r = \text{const}) = \frac{1}{\mu_r \mu_0} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) + B_z \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) - B_y \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right).$$

Заметив, что

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = \text{div } \vec{B} = 0;$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \text{rot}_y \vec{H} = J_y;$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \text{rot}_z \vec{H} = J_z,$$

получим окончательно

$$f_x (\mu_r = \text{const}) = B_z J_y - B_y J_z. \quad (9)$$

Аналогично можно получить выражения для других компонент объемной плотности силы при $\mu_r = \text{const}$

$$\left. \begin{aligned} f_y (\mu_r = \text{const}) &= B_x J_z - B_z J_x; \\ f_z (\mu_r = \text{const}) &= B_y J_x - B_x J_y. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Напомним, что в этих выражениях J_x, J_y, J_z — компоненты плотности тока \vec{J} , которая всегда удовлетворяет первому уравнению Максвелла ($\text{rot } \vec{H} = \vec{J}$).

Теперь нетрудно найти вектор плотности объемной силы, соответствующей условию $\mu_r = \text{const}$:

$$\vec{f} (\mu_r = \text{const}) = \vec{q}_x f_x (\mu_r = \text{const}) + \vec{q}_y f_y (\mu_r = \text{const}) + \vec{q}_z f_z (\mu_r = \text{const}) = [\vec{J} \vec{B}]. \quad (11)$$

Из (11) следует, что объемная плотность силы в среде с постоянной магнитной проницаемостью определяется лишь взаимодействием плотности токов с индукцией магнитного поля и равна их векторному произведению.

Перейдем теперь к определению составляющей $f_x (\mu_r = \text{var})$. Она выражается по (8) через производные $\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{\mu_r = \text{var}}$ и др. которые, как мы видели, существенно зависят от того, каким образом выражены компоненты T_{ik} и при каких условиях взяты производные. Как было показано, составляющая $f_x (\mu_r = \text{var})$ равна сумме частных производных в правой части (1), найденных либо при условии $B = \text{const}$, когда

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{B=\text{const}, \mu_r=\text{var}} &= (B_x^2 - 0,5 B^2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_r \mu_0} \right) = \\ &= - (H_x^2 - 0,5 H^2) \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0); \\ \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{B=\text{const}, \mu_r=\text{var}} &= B_x B_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_r \mu_0} \right) = \\ &= - H_x H_y \frac{\partial}{\partial y} (\mu_r \mu_0); \\ \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{B=\text{const}, \mu_r=\text{var}} &= B_x B_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r \mu_0} \right) = \\ &= - H_x H_z \frac{\partial}{\partial z} (\mu_r \mu_0), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

либо при условии $H = \text{const}$, когда

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\substack{H=\text{const} \\ \mu_r=\text{var}}} &= (H_x^2 - 0,5H^2) \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0); \\ \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{\substack{H=\text{const} \\ \mu_r=\text{var}}} &= H_x H_y \frac{\partial}{\partial y} (\mu_r \mu_0); \\ \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{\substack{H=\text{const} \\ \mu_r=\text{var}}} &= H_x H_z \frac{\partial}{\partial z} (\mu_r \mu_0). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Таким образом, в любом случае составляющая $f_x (\mu_r = \text{var})$ состоит из членов, пропорциональных частным производным магнитной проницаемости по x , y или z , т. е.

$$\frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0); \quad \frac{\partial}{\partial y} (\mu_r \mu_0) \quad \text{или} \quad \frac{\partial}{\partial z} (\mu_r \mu_0).$$

Составляющая $f_x (\mu_r = \text{var})$ не равна нулю только в том случае, если хотя бы одна из перечисленных производных отличается от нуля и

$$\text{grad} (\mu_r \mu_0) = \bar{q}_x \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0) + \bar{q}_y \frac{\partial}{\partial y} (\mu_r \mu_0) + \bar{q}_z \frac{\partial}{\partial z} (\mu_r \mu_0)$$

не равен нулю.

Это означает, что составляющая $f_x (\mu_r = \text{var})$ действует только на такие элементы объема dV области поля, в которых наблюдается изменение магнитной проницаемости и $\text{grad} (\mu_r \mu_0) \neq 0$.

Составляющая $f_x (\mu_r = \text{var})$ не зависит от плотности токов J и выражается непосредственно через компоненты векторов магнитного поля B_x, B_y, B_z или H_x, H_y, H_z , поэтому при вычислении этой составляющей следует полагать $\bar{J}=0$ и подчинить пространственные изменения компоненты H_x, H_y, H_z , связанные с изменением магнитной проницаемости, первому уравнению Максвелла, записанному при $\bar{J}=0$, т. е. $\text{rot} \bar{H}=0$.

Можно предположить, что подход к определению составляющей $f_x (\mu_r = \text{var})$ зависит от ориентации векторов поля \bar{B} и \bar{H} по отношению к $\text{grad} (\mu_r \mu_0)$. С целью проверки этого предположения рассмотрим два характерных случая ориентации:

вектор \bar{B} коллинеарен с вектором $\text{grad} (\mu_r \mu_0)$;
вектор \bar{B} перпендикулярен вектору $\text{grad} (\mu_r \mu_0)$.

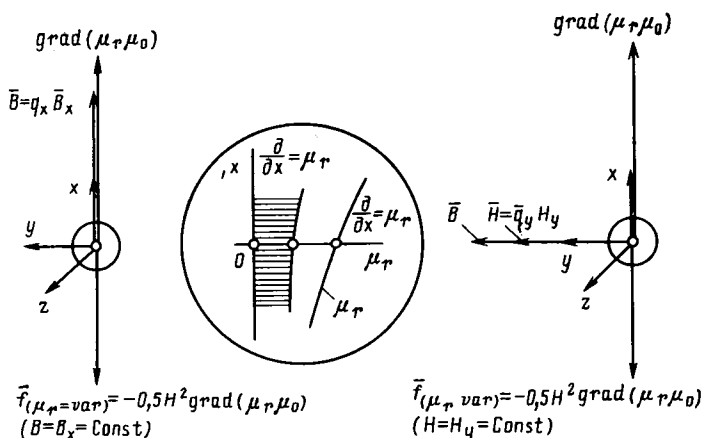


Рис. 1. Составляющая объемной плотности силы $f_x (\mu_r = \text{var})$ в двух характерных случаях ориентации вектора \bar{B} : $\bar{B} \parallel \text{grad} (\mu_r \mu_0)$ и $\bar{B} \perp \text{grad} (\mu_r \mu_0)$

Рассмотрим сначала первый случай (рис. 1, слева). Сделаем это в системе координат x, y, z , ориентированной, как показано на рисунке. В такой системе координат $\bar{B} = \bar{q}_x B_x$; $B_y = 0$; $B_z = 0$;

$$\text{grad} (\mu_r \mu_0) = \bar{q}_x \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0);$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\mu_r \mu_0) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial z} (\mu_r \mu_0) = 0.$$

В рассматриваемом случае при изменении координаты x , что связано с изменением магнитной проницаемости $\mu_r \mu_0$ (см. график на рис. 1), индукция $\bar{B} = \bar{q}_x B_x$ остается постоянной, т. е. при $x = \text{var}$; $\mu_r = \text{var}$ индукция $B = B_x = \text{const}$. Это можно доказать исходя из условия непрерывности магнитного поля, записанного в дифференциальной форме:

$$\text{div} \bar{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

Поскольку $B_y = 0$ и $B_z = 0$, из этого условия вытекает, что $\frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$ и, следовательно, $B_x = \text{const}$ при $x = \text{var}$ и $\mu_r = \text{var}$. Найдя компоненту напряженности $H_x = \frac{B_x}{\mu_r \mu_0}$ и ее производную по x ,

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = B_x \text{grad} \left(\frac{1}{\mu_r \mu_0} \right),$$

видим, что в этом случае $H = H_x = f(x) = \text{var}$ при $x = \text{var}$ и $\mu_r = \text{var}$; $H_y = 0$, $H_z = 0$. А это означает, что уравнение $\text{rot}_z \bar{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0$, т. е. уравнение $\text{rot} \bar{H} = \bar{J} = 0$, также удовлетворяется.

Составляющую объемной плотности силы в этом случае нужно выразить через частные производные натяжений, найденные при условии $\mu_r = \text{var}$, $B = \text{const}$, при этом компоненты натяжений должны быть выражены через компоненты индукции $B_x, B_y = 0$ и $B_z = 0$. Обращаясь к (8) и (12), получаем:

$$\begin{aligned} f_x (\mu_r = \text{var}) &= \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\substack{\mu_r=\text{var} \\ B=\text{const}}} + \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{\substack{\mu_r=\text{var} \\ B=\text{const}}} + \\ &+ \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{\substack{\mu_r=\text{var} \\ B=\text{const}}} = \frac{B_x^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_r \mu_0} \right) = -\frac{H_x^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0). \end{aligned}$$

Учитывая, что $f_y = 0$, $f_z = 0$, найдем выражение для составляющей плотности объемной силы:

$$\bar{f} (\mu_r = \text{var}) = \bar{q}_x f_x (\mu_r = \text{var}) = -\frac{H^2}{2} \text{grad} (\mu_r \mu_0), \quad (14)$$

из которого следует, что плотность объемной силы коллинеарна с $\text{grad} (\mu_r \mu_0)$ и направлена по отношению к нему в противоположную сторону, т. е. в сторону уменьшения магнитной проницаемости.

Перейдем теперь ко второму случаю (рис. 1, справа). В системе координат, ориентированной так же, как в первом случае, $\bar{B} = \bar{q}_y B_y$, $B_x = 0$, $B_z = 0$, причем по-прежнему $\text{grad} (\mu_r \mu_0) = \bar{q}_x \frac{\partial}{\partial x} (\mu_r \mu_0)$. Однако в этом случае при изменении координаты x , что связано с изменением магнитной проницаемости $\mu_r \mu_0$, остается постоянной напряженность $\bar{H} = \bar{q}_y H_y$, т. е. при $x = \text{var}$, $\mu_r = \text{var}$ напря-

женность $H=H_y=\text{const}$. Убедиться в этом можно исходя из первого уравнения Максвелла, записанного в отсутствии токов ($J=0$) в дифференциальной форме:

$$\text{rot } \vec{H} = 0; \text{rot}_z \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0.$$

Поскольку $H_x=0$, из этого уравнения вытекает, что $\frac{\partial H_y}{\partial x}=0$, и, следовательно, $H_y=\text{const}$ при $x=\text{var}$.

Найдя компоненту индукции $B_y=\mu_r\mu_0 H_y$ и ее производную $\frac{\partial B_y}{\partial x}=H_y \frac{\partial}{\partial x}(\mu_r\mu_0)$ видим, что в этом случае $B=B_y=\text{var}$ при $x=\text{var}$ и $\mu_r=\text{var}$. Заметим, что уравнение непрерывности поля

$$\text{div } \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

при этом также удовлетворяется, так как $B_y \neq f(y)$. Поэтому составляющую объемной плотности силы в этом случае нужно выразить через частные производные натяжений, найденные при условии $\mu_r=\text{var}$, $H=\text{const}$. При этом компоненты натяжений должны быть выражены через компоненты напряженности H_y , $H_x=0$, $H_z=0$. Обращаясь к (8) и (13), получаем

$$\begin{aligned} f_x(\mu_r=\text{var}) &= \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{\mu_r=\text{var}} = \\ &= \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{H=\text{const}} + \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{H=\text{const}} + \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{H=\text{const}} = (H_x^2 - 0,5H^2) \frac{\partial}{\partial x}(\mu_r\mu_0) = \\ &= -\frac{H_y^2}{2} \frac{\partial}{\partial x}(\mu_r\mu_0). \end{aligned}$$

Учитывая, что $f_y(\mu_r=\text{var})=0$, $f_z(\mu_r=\text{var})=0$, найдем выражение для составляющей плотности объемной силы:

$$\vec{f}(\mu_r=\text{var}) = \vec{q}_x f_x = -\frac{H^2}{2} \text{grad}(\mu_r\mu_0). \quad (15)$$

Из (15) следует, что и в этом случае объемная плотность силы коллинеарна с $\text{grad}(\mu_r\mu_0)$ и направлена по отношению к нему в противоположную сторону, т. е. в сторону уменьшения магнитной проницаемости.

Обратимся теперь к определению силы $\vec{f}(\mu_r=\text{var})$ в общем случае, когда векторы магнитного поля \vec{B} и \vec{H} произвольным образом ориентированы по отношению к $\text{grad}(\mu_r\mu_0)$. Этот случай показан на рис. 2, справа. Определение силы проведем в системе координат x, y, z , ориентированной, как показано на рисунке. Ось x направлена по $\text{grad}(\mu_r\mu_0)$, ось y лежит в плоскости векторов \vec{B} и $\text{grad}(\mu_r\mu_0)$ и ортогональна к $\text{grad}(\mu_r\mu_0)$. Предварительно разложим \vec{B} и \vec{H} на составляющие, направленные по осям x и y , тогда

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \vec{B}_x + \vec{B}_y = \vec{q}_x B_x + \vec{q}_y B_y; B_z = 0; \\ \vec{H} &= \vec{H}_x + \vec{H}_y = \vec{q}_x H_x + \vec{q}_y H_y; H_z = 0. \end{aligned}$$

По аналогии с рассмотренными выше характерными случаями можно предположить, что теперь при изменении координаты x , связанном с изменением магнитной проницаемости $\mu_r\mu_0$, сохранятся постоянными компоненты индукции B_x и напряженности H_y , т. е. $B_x=\text{const}$ и $H_y=\text{const}$ при $x=\text{var}$ и $\mu_r=\text{var}$. При этом будет наблюдаться изменение компонент напряженности H_x и индукции B_y , т. е. $H_x = \frac{B_x}{\mu_r\mu_0} = f(x) = \text{var}$ и $B_y = \mu_r\mu_0 H_y =$

$= f(x) = \text{var}$ при $x=\text{var}$ и $\mu_r=\text{var}$. Убедиться в этом можно с помощью уравнения непрерывности магнитного поля ($\text{div } \vec{B}=0$) и первого уравнения Максвелла в отсутствии токов проводимости ($\text{rot } \vec{H}=0$), которые будут одновременно удовлетворяться, если $B_x=\text{const}$, $H_y=\text{const}$, $H_x=f(x)=\text{var}$ и $B_y=f(x)=\text{var}$ при $x=\text{var}$; $\mu_r=\text{var}$:

$$\text{div } \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0;$$

$$\text{rot}_z \vec{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = 0,$$

так как $H_x \neq f(y)$; $B_y \neq f(y)$ и $B_z=0$.

Выражая компоненты объемной плотности силы при $\mu_r=\text{var}$ с помощью (8), нужно определить частные производные в первых частях этих уравнений при условиях $B_x=\text{const}$ и $H_y=\text{const}$. Учитывая, кроме того, что $B_z=0$, $H_z=0$;

$$B^2 = B_x^2 + B_y^2; H^2 = H_x^2 + H_y^2; \frac{\partial}{\partial y}(\mu_r\mu_0) = 0; \frac{\partial}{\partial z}(\mu_r\mu_0) = 0,$$

получаем:

$$\begin{aligned} f_x(\mu_r=\text{var}) &= \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)_{\mu_r=\text{var}} = \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\mu_r\mu_0} 0,5B_x^2 - \mu_r\mu_0 0,5H_y^2 \right] + \frac{\partial}{\partial y} (B_x H_y) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} (B_x H_z) = -0,5 (H_x^2 + H_y^2) \frac{\partial}{\partial x}(\mu_r\mu_0) = \\ &= -0,5H^2 \frac{\partial}{\partial x}(\mu_r\mu_0); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_y(\mu_r=\text{var}) &= \left(\frac{\partial T_{yy}}{\partial y} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{yx}}{\partial x} \right)_{\mu_r=\text{var}} = \\ &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_r\mu_0 0,5H_y^2 - \frac{1}{\mu_r\mu_0} 0,5B_x^2 \right] + \frac{\partial}{\partial z} (H_y B_z) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} (B_x H_y) = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_z(\mu_r=\text{var}) &= \left(\frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{zx}}{\partial x} \right)_{\mu_r=\text{var}} + \left(\frac{\partial T_{zy}}{\partial y} \right)_{\mu_r=\text{var}} = \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left[-\frac{1}{\mu_r\mu_0} 0,5B_x^2 - \mu_r\mu_0 0,5H_y^2 \right] + \frac{\partial}{\partial x} (B_x H_z) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} (B_z H_y) = 0, \end{aligned}$$

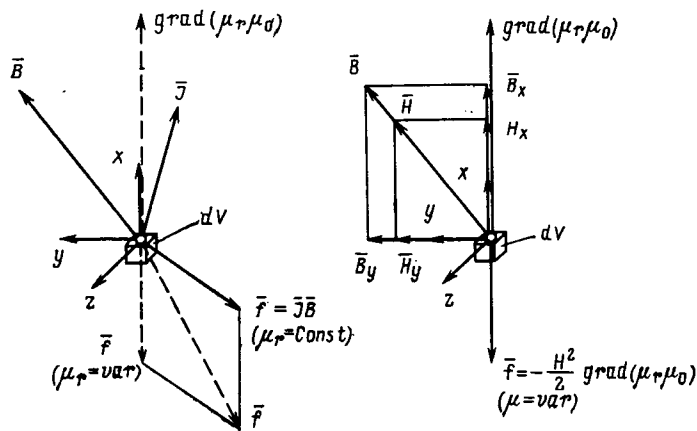


Рис. 2. Определение объемной плотности силы $\vec{f}=\vec{f}(\mu_r=\text{const}) + \vec{f}(\mu_r=\text{var})$ в общем случае при произвольной ориентации вектора \vec{B} по отношению к $\text{grad}(\mu_r\mu_0)$

откуда составляющая объемной плотности силы при $\mu_r = \text{var}$ и при произвольной ориентации вектора \vec{B} по отношению к $\text{grad}(\mu_r \mu_0)$ равна

$$\vec{f}(\mu_r = \text{var}) = \vec{q}_x \vec{f}_x(\mu_r = \text{var}) = -0,5 H^2 \text{grad}(\mu_r \mu_0). \quad (16)$$

Таким образом, и в общем случае объемная плотность силы при $\mu_r = \text{var}$ пропорциональна H^2 , коллинеарна с $\text{grad}(\mu_r \mu_0)$ и направлена по отношению к нему в противоположную сторону (рис. 2, справа), т. е. в сторону уменьшения магнитной проницаемости.

Объемная плотность ЭМС в магнитном поле складывается (рис. 2, слева) из двух рассмотренных выше составляющих по (11) и по (16):

$$\vec{f} = \vec{f}(\mu_r = \text{const}) + \vec{f}(\mu_r = \text{var}) = [\vec{J} \vec{B}] - \frac{H^2}{2} \text{grad}(\mu_r \mu_0). \quad (17)$$

Второй член в формуле для объемной плотности ЭМС можно выразить и через индукцию магнитного поля:

$$\vec{f} = [\vec{J} \vec{B}] + \frac{B^2}{2\mu_0} \text{grad}\left(\frac{1}{\mu_r}\right). \quad (18)$$

По аналогии с тем, как это было сделано для натяжений [5], формулу (18) для объемной плотности ЭМС легко распространить на идеализированные постоянные магниты. Для этого нужно принять для постоянного магнита математическую модель намагничивания [5, с. 338, § 74], в которой он обладает определенной, в общем случае непостоянной, относительной магнитной проницаемостью $\mu_r = f(x, y, z)$, а его постоянная намагниченность \vec{M}_0 с заданным пространственным распределением участвует в образовании магнитного поля на тех же правах, что и напряженность магнитного поля \vec{H} . В рамках такой модели индукция

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r (\vec{M}_0 + \vec{H}), \quad (20)$$

что дает возможность моделировать постоянный магнит некоторым магнетиком с тем же распределением магнитной проницаемости μ_r , в котором, кроме заданных плотностей токов проводимости \vec{J} , имеются дополнительные плотности токов \vec{J}_v , воспроизводящие постоянную намагниченность \vec{M}_0 с заданным пространствен-

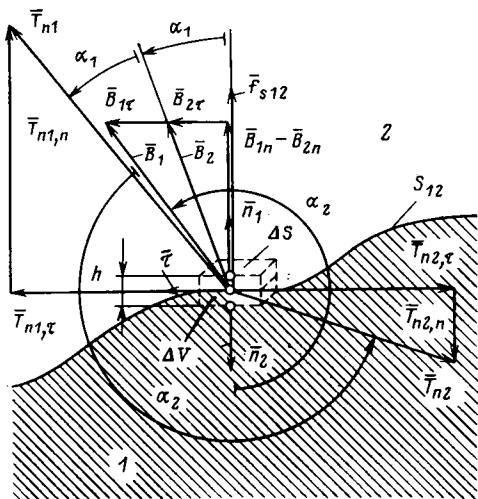


Рис. 3. Определение поверхностной плотности силы \vec{f}_s , действующей на границу между средами 1 и 2 с различными магнитными проницаемостями

ным распределением. Поскольку

$$\vec{J} = \text{rot } \vec{H}; \quad \vec{J}_v = \text{rot } \vec{M}_0, \quad (21)$$

их сумма $\vec{J} + \vec{J}_v$ создает некоторую эквивалентную напряженность поля

$$\vec{H}_\Sigma = \vec{H} + \vec{M}_0,$$

которая удовлетворяет уравнению

$$\text{rot } \vec{H}_\Sigma = \vec{J} + \vec{J}_v$$

и создает такое же поле, как в оригинале, с индукцией

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}_\Sigma.$$

В случае, если в пределах магнита имеются поверхности разрыва магнитной проницаемости μ_r , на которых и намагниченность \vec{M}_0 претерпевает скачкообразные изменения, в модели на этих поверхностях должен быть введен дополнительный поверхностный ток с плотностью

$$\vec{J}_s = [\vec{n}_1 (\vec{M}_{02} - \vec{M}_{01})]. \quad (22)$$

Здесь \vec{M}_{01} и \vec{M}_{02} — намагниченности в средах 1 и 2, примыкающих к граничной поверхности; \vec{n}_1 — внешняя (по отношению к среде 1) нормаль к граничной поверхности.

Поверхностная плотность тока \vec{J}_s должна быть учтена при расчете поля в граничном условии для тангенциальных составляющих эквивалентной напряженности поля:

$$[\vec{n}_1 (\vec{H}_{\Sigma 2} - \vec{H}_{\Sigma 1})] = \vec{J}_s.$$

В такой модели правильно эквивалентируются объемные и поверхностные силы, и объемная плотность ЭМС может быть определена по (17) или (18), если ввести в них \vec{H}_Σ вместо \vec{H} и $(\vec{J} + \vec{J}_v)$ вместо \vec{J} .

Обратимся теперь к определению действующей на магнетик ЭМС \vec{F} , по ее объемной плотности.

Сила \vec{F} , действующая на магнетик в объеме V , может быть выражена в виде суммы объемных сил $\vec{f} dV$, приложенных к элементам его объема

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} dV,$$

только в том случае, если в пределах этого объема отсутствуют поверхности разрыва магнитной проницаемости. В случае, когда такие поверхности (в виде границ между средами с различными магнитными проницаемостями) имеются, сила \vec{F} включает дополнительно сумму поверхностных сил $\vec{f}_s dS$, приложенных к элементам этих поверхностей, и оказывается равной

$$\vec{F} = \int_V \vec{f} dV + \int_S \vec{f}_s dS. \quad (23)$$

В (23) под S понимается сумма поверхностей разрыва магнитной проницаемости в пределах объема V , под \vec{f}_s — поверхностная плотность ЭМС на поверхностях разрыва магнитной проницаемости.

Поверхностная плотность сил \vec{f}_s , приложенных к границе S_{12} между средами 1 и 2 с различными магнитными проницаемостями (μ_{1r} и μ_{2r}), может быть выражена через натяжение по обе стороны границы \vec{T}_{n1} и \vec{T}_{n2}

Для определения поверхностной плотности сил \bar{f}_s , действующих на элемент границы ΔS с внешней (по отношению к среде 1) нормалью \bar{n}_1 (рис. 3), нужно охватить элемент ΔS параллелепипедом, изображенным на рисунке пунктирными линиями. Верхняя грань параллелепипеда параллельна элементу границы ΔS и располагается в среде 2, нижняя его грань также параллельна элементу границы ΔS , но располагается в среде 1. Высота параллелепипеда h является величиной второго порядка малости по сравнению с размерами его верхней и нижней граней, площадь которых не отличается от площади рассматриваемого элемента границы и равна ΔS . При $h \rightarrow 0$ объемная сила $\bar{f}dV$, действующая на объем параллелепипеда $\Delta V = h\Delta S$, совпадает с поверхностной силой $\bar{f}_s\Delta S$, приложенной к рассматриваемому элементу границы ΔS . Силу, действующую на объем ΔV при $h \rightarrow 0$, можно выразить через натяжения на внешней поверхности, этого объема, т. е. на поверхности граней параллелепипеда с нормальными \bar{n}_1 и $\bar{n}_2 = -\bar{n}_1$.

Таким образом, поверхностная сила, действующая на элемент границы ΔS между средами 1 и 2 (при $\Delta S \rightarrow 0$)

$$\Delta \bar{F}_{(\Delta S \rightarrow 0)} = \bar{f}_s \Delta S = \oint_{\Delta S} \bar{T}_n dS = \bar{T}_{n1} \Delta S + \bar{T}_{n2} \Delta S,$$

откуда поверхностная плотность сил, приложенных к границе между средами 1 и 2,

$$\bar{f}_{s12} = \lim_{(\Delta S \rightarrow 0)} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta S} = \bar{T}_{n1} + \bar{T}_{n2}. \quad (24)$$

Выразим натяжения \bar{T}_{n1} и \bar{T}_{n2} в правой части (24) [9, ур. (24)] через нормальные и касательные составляющие векторов поля по обе стороны границы:

$$\left. \begin{aligned} \bar{T}_{n1} &= \bar{T}_{n1,n} + \bar{T}_{n1,\tau} = \frac{B_{n2}^2 - B_{\tau 2}^2}{2\mu_{2r}\mu_0} \bar{n}_1 + \frac{B_{n2}B_{\tau 2}}{\mu_{2r}\mu_0} \bar{\tau}_1, \\ \bar{T}_{n2} &= \bar{T}_{n2,n} + \bar{T}_{n2,\tau} = \frac{B_{n1}^2 - B_{\tau 1}^2}{2\mu_{1r}\mu_0} \bar{n}_2 + \frac{B_{n1}B_{\tau 1}}{\mu_{1r}\mu_0} \bar{\tau}_2. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Здесь \bar{T}_{n1} понимается как натяжение на грани параллелепипеда с нормалью \bar{n}_1 , расположенной в среде 2, соответственно \bar{T}_{n2} — как натяжение на грани параллелепипеда с нормалью \bar{n}_2 , расположенной в среде 1. Индексы 1 и 2 у натяжений говорят о том, что через \bar{T}_{n1} выражается сила, действующая на среду 1, а через \bar{T}_{n2} — сила, действующая на среду 2.

Полагая $\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_2 = \bar{\tau}$ и замечая, что в соответствии с условиями на границе $B_{n2} = -B_{n1}$;

$$H_{\tau 2} = H_{\tau 1} \text{ или } \frac{B_{\tau 2}}{\mu_{2r}} = \frac{B_{\tau 1}}{\mu_{1r}},$$

после элементарных преобразований получим окончательное выражение для поверхностной плотности силы, приложенной к элементу границы между средами 1 и 2:

$$\bar{f}_s = \frac{1}{2} \left[\frac{B_{n2}^2}{\mu_0} \left(\frac{1}{\mu_{2r}} - \frac{1}{\mu_{1r}} \right) - \mu_0 H_{\tau 2}^2 (\mu_{2r} - \mu_{1r}) \right] \bar{n}_1, \quad (26)$$

где \bar{n}_1 — внешняя (по отношению к среде 1) нормаль к границе, направленная в сторону среды 2.

Знаменательно, что поверхностная плотность силы, действующей на границу между средами 1 и 2, не содержит тангенциальной составляющей и всегда направлена по нормали к границе в сторону среды с меньшей маг-

нитной проницаемостью, иными словами, в противоположную сторону по отношению к $\text{grad } \mu_r$, который на границе обращается в бесконечность и содержит только нормальную составляющую.

Поверхностные силы $\int_S \bar{f}_s dS$ действуют на поверхностях разрыва магнитной проницаемости и в постоянных магнитах. Однако, поскольку в модели постоянного магнита на этих поверхностях приходится вводить дополнительный ток с поверхностной плотностью \bar{J}_s по (22), уравнение (26) для \bar{f}_s , полученное при $\bar{J}_s = 0$, оказывается в этом случае непригодным. Для постоянных магнитов \bar{f}_s следует определять с помощью исходного уравнения (24), натяжения в котором рассчитываются по (25).

Заключение. Выведенная в статье формула для объемной плотности ЭМС (17) или (18) полностью совпадает с формулой (М.1), полученной Максвеллом в 1861—1862 гг. в одной из его ранних работ «О физических силовых линиях» [1]. В этой работе Максвелл [1, с. 117—124] выводит формулу для объемной плотности ЭМС (точнее, для ее составляющих f_x и др.) исходя из натяжений в магнитном поле [9, ур. (13)]. Он получает для f_x выражение, которое содержит как член $[\bar{J}\bar{B}]_x$, так и член $-0,5\mu_0 H^2 \text{grad}_x \mu_r$, что полностью соответствует (17). В этом можно убедиться, если учесть примечания Больцмана к упомянутой работе [1, с. 205], а также примечания переводчика и редактора [1, с. 648].

Поскольку на поверхностях разрыва магнитной проницаемости $\text{grad } \mu_r$ и \bar{f} , как видно из (17), становятся бесконечно большими, силу, действующую на эти поверхности, приходится выражать через поверхностную плотность ЭМС, обозначаемую \bar{f}_s . Тот же результат для \bar{f}_s в виде (26) можно получить через натяжения, как это сделано в статье.

Формула для объемной плотности ЭМС \bar{f} (17) или (18), совпадающая с формулой (М.1), полученной в упомянутой ранней работе Максвелла, и вытекающая из нее формула для поверхностной плотности ЭМС \bar{f}_s (26), выведены в статье для магнитного поля в произвольных средах. Формулы (17), (18), (26) носят универсальный характер, пригодны для определения ЭМС, действующих на магнетики с произвольным распределением магнитной проницаемости или на идеальные постоянные магниты, и распространяются на среды с магнитно-нелинейными свойствами. Эти формулы приводятся в большинстве работ по теории электромагнитного поля, например в книгах Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица, Д. Стреттона, К. Шимони. В книге И. Е. Тамма [5, с. 386] дан вывод (17), (18) исходя из изменения магнитной энергии при малом перемещении выделенного объема в магнитном поле.

Однако в этих книгах приводится и другая формула (М.2) для объемной плотности ЭМС, предложенная в более поздней работе Максвелла [1, с. 514, формула (4)]. Компоненты \bar{f} по (М.2) в современных обозначениях представляются в следующем виде:

$$f_x = [\bar{J}\bar{B}]_x + \mu_0 \left(M_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \text{ и т. д.} \quad (27)$$

Заметим, что составляющая объемной плотности силы, действующей на магнетик, может быть выражена в (27)

также следующим образом:

$$\mu_0 \left(M_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) = \mu_0 \text{grad} (\overline{M} \overline{H}), \quad (28)$$

где $\overline{M} = \text{const}$.

Вывод (27) или (М.2) дается в книге И. Е. Тамма [5, 265]. Если понимать $\overline{M} = \overline{q}_x M_x + \overline{q}_y M_y + \overline{q}_z M_z$ как магнитный момент молекулярных токов в единице объема магнетика, называемый намагниченностью, то формула для [5, с. 265] после замены z на x и перевода в систему единиц СИ не отличается от второго члена в формуле для f_x по (27). При выводе (М.2) или (27) магнетик, обладающий магнитной проницаемостью $\mu_0 \mu_r$ и помещенный в магнитное поле с напряженностью \overline{H} , в котором создается намагниченность $\overline{M} = (\mu_r - 1)\overline{H}$, заменяется системой молекулярных токов $\overline{J}_v = \text{rot} \overline{M}$ в немагнитной среде. Эти токи образуют магнитное поле с той же индукцией $\overline{B} = \mu_0(\overline{H} + \overline{M})$. Объемная плотность ЭМС, действующей на эти токи, выражается в виде второго члена в (27), причем (27) распространяется и на постоянные магниты с магнитной проницаемостью $\mu_r = 1$, в которых \overline{M} понимается как постоянная намагниченность с заданным пространственным распределением.

Формула (27) или (М.2) легко преобразуется в формулу

$$f_x = \mu_0 [\overline{J} \overline{H}]_x + \mu_0 \left(M_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + M_y \frac{\partial H_y}{\partial y} + M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \text{ и т. д.}, \quad (29)$$

полученную в работе А. Эйнштейна и И. Лауба [3, 4] при тех же допущениях и для той же математической модели. Чтобы доказать тождественность (27) и (29), достаточно представить первый член в (27) таким образом:

$$[\overline{J} \overline{B}]_x = \mu_0 [\overline{J} \overline{H}]_x + \mu_0 [\overline{J} \overline{M}]_x = \mu_0 [\overline{J} \overline{H}]_x + \mu_0 [(\text{rot} \overline{H}) \overline{M}]_x.$$

Анализируя математическую модель, принятую при выводе (27), можно прийти к заключению, что в ней силы, действующие на магнетик, сводятся к объемно-распределенным силам, плотность которых определяется вторым членом в (27). Поскольку магнетик со всех сторон окружен немагнитной средой, а при переходе к модели и сам магнетик заменен системой молекулярных токов в немагнитной среде, поверхности разрыва магнитной проницаемости и силы, которые на них действуют по (26), здесь не должны учитываться.

Сравнивая (17) и (27), нужно также констатировать, что первые члены в (17) и (27) одинаковы, а вторые — принципиально различны и имеют различную природу. В (17) — это объемная плотность ЭМС, действующих на магнетик в зоне с переменной магнитной проницаемостью, в (27) — объемная плотность сил, действующих на молекулярные токи, которые эквивалентируют магнетик. Поскольку (17) или (18) удовлетворяет фундаментальному уравнению (1), связывающему объемную плотность сил с натяжениями, а (27) не удовлетворяет этому уравнению, то можно прийти к заключению, что правильные значения объемной плотности сил \overline{f} в магнитном поле могут быть получены только с помощью (17), (18) или (М.1).

Тем не менее в некоторых частных случаях, соответствующих принятой при выводе формулы (27) матема-

тической модели, по объемной плотности ЭМС (27) удается найти правильное значение результирующей ЭМС, действующей на магнетик. Однако оказывается, что формула (27) или (М.2) применима только для определения результирующей ЭМС, действующей на магнетик с постоянной проницаемостью μ_r , помещенный в немагнитную среду. Причем и в этом случае совпадают лишь результирующие ЭМС на магнетик, найденные с помощью (27) и (17), а распределение ЭМС по объему магнетика получается различным.

Если по (27) результирующая ЭМС складывается из сил $f dV$, действующих на элементы объема магнетика, то в действительности, как это следует из (17) при $\mu_r = \text{const}$, объемная плотность сил на магнетик равна нулю ($\frac{\mu_0 H^2}{2} \text{grad} \mu_r = 0$), и результирующая ЭМС на магнетик складывается только из сил $\overline{f}_s dS$ по (26), действующих на элементы границы магнетика.

В общем случае при расчете сил, действующих на магнетик с произвольным распределением магнитной проницаемости, помещенный в произвольную поляризованную среду, применение (27) или (М.2) приводит к неправильным результатам. Эти выводы подтверждаются приведенными в статье примерами. Поэтому нельзя согласиться с другой оценкой (27) или (М.2), которая дается в [6, с. 134], где на основе рассмотрения простейших примеров, в которых магнетик имеет постоянную магнитную проницаемость и помещен в немагнитную среду, делается вывод о пригодности формулы (27) или (М.2) для расчета ЭМС в общем случае. Кроме формул (17) и (27), в [5, с. 301] приводится еще одна формула для объемной плотности ЭМС, действующей на магнетик:

$$\overline{f} = \overline{M} \nabla \overline{B} + [\overline{M} \text{rot} \overline{B}] = \text{grad} (\overline{M} \overline{B}). \quad (30)$$

Обращаясь к (27), (28), видим, что плотность ЭМС в магнетике по формуле (30) в μ_r раз превышает плотность ЭМС по формуле (27) или (М.2), которая дает правильные результаты в указанных частных случаях. Предостерегая от применения (30) в расчетах ЭМС в дальнейшем, приходится сожалеть о том, что формула (30) использована в [7] в качестве исходной при выводе формул для натяжений.

Приложение. Пример 1. Экранированный провод с током во внешнем равномерном магнитном поле. Круглый провод 1 радиуса b , имеющий постоянную магнитную проницаемость μ_{1r} , заключен в трубу 2 с внешним радиусом a , которая играет роль магнитного экрана (рис. 4). Труба 2 имеет магнитную проницаемость μ_{2r} . Провод 1 и труба 2 помещены в среду 3 с магнитной проницаемостью μ_{3r} . В среде 3 создано внешнее магнитное поле, которое на достаточном удалении от провода имеет индукцию $B_0 = B_{0x}$. Магнитное поле нормально к оси провода z . По проводу 1 протекает ток i , распределенный по сечению провода равномерно с плотностью $\overline{J} = \overline{J} \overline{e}_z$, где $\overline{J} = i/\pi b^2$.

Определяются: сила F_1 , действующая на провод 1 с током; сила F_2 , действующая на экранирующую трубу 2; суммарная сила $F_z = F_1 + F_2$, действующая на экранированный провод.

В силу линейности задачи результирующее поле может быть найдено как сумма внешнего поля в среде 3, искаженного внесением в него провода 1 и трубы 2, и поля от тока i в проводе 1.

Внешнее поле после внесения в него провода 1 и трубы 2 может быть найдено методом разделения пере-

менных в цилиндрической системе координат r, θ [10, стр. 78—89]. Решение относительно скалярного магнитного потенциала в средах 1, 2, 3 представляется таким образом:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= -\left(c_1 r - \frac{d_1}{r}\right) \cos \theta; \\ \varphi_2 &= -\left(c_2 r - \frac{d_2}{r}\right) \cos \theta; \\ \varphi_3 &= -\left(c_3 r - \frac{d_3}{r}\right) \cos \theta, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

откуда для компонент напряженности, индукции и намагниченности имеем:

$$\left. \begin{aligned} H_{kr} &= -\frac{\partial \varphi_k}{\partial r} = \left(c_k + \frac{d_k}{r^2}\right) \cos \theta; \\ H_{k\theta} &= -\frac{\partial \varphi_k}{r \partial \theta} = -\left(c_k - \frac{d_k}{r^2}\right) \sin \theta; \\ B_{kr} &= \mu_0 \mu_{kr} H_{kr}; \quad B_{k\theta} = \mu_0 \mu_{kr} H_{k\theta}; \\ M_{kr} &= (\mu_{kr} - 1) H_{kr}; \quad M_{k\theta} = (\mu_{kr} - 1) H_{k\theta}, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где $k \in 1, 2, 3$.

Исходя из того, что в области 3 при $x \rightarrow \infty, y=0, r \rightarrow \infty, \theta=0$ поле становится равномерным $H_{3x} = H_{3r} = -H_0 = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_{3r}}$, заключаем $c_3 = H_0$. Поскольку при $r=0$ в области 1 потенциал φ_1 должен быть конечным, имеем $d_1=0$. Исходя из граничных условий для нормальных составляющих индукции и тангенциальных составляющих напряженности на поверхности $r=b$ ($B_{1r} = B_{2r}, H_{1\theta} = H_{2\theta}$) и на поверхности $r=a$ ($B_{2r} = B_{3r}, H_{2\theta} = H_{3\theta}$), находим с помощью (32) остальные постоянные:

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= 2\mu_{3r} H_0 (\mu_{2r} - \mu_{1r}) a^2 b^2 / D; \\ c_2 &= -2\mu_{3r} H_0 (\mu_{2r} + \mu_{1r}) a^2 / D; \\ c_1 &= -4\mu_{3r} \mu_{2r} H_0 a^2 / D; \\ d_3 &= H_0 a^2 \{1 + 2\mu_{3r} [(\mu_{2r} + \mu_{1r}) a^2 + (\mu_{3r} - \mu_{1r}) b^2] / D\}, \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

где

$$D = b^2 (\mu_{2r} - \mu_{3r}) (\mu_{2r} - \mu_{1r}) - a^2 (\mu_{2r} + \mu_{3r}) (\mu_{2r} + \mu_{1r}).$$

Напряженности поля, индукции и намагниченности от тока i :

в проводе 1 при $r < b$

$$\left. \begin{aligned} H_1^i &= H_{1\theta}^i = \frac{\pi r^2 J}{2\pi r} = \frac{J_r}{2}; \\ B_1^i &= B_{1\theta}^i = \mu_0 \mu_{1r} H_{1\theta}^i; \quad M_{1\theta}^i = (\mu_{1r} - 1) H_{1\theta}^i; \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

в трубе 2 при $b < r < a$

$$H_{2\theta}^i = \frac{i}{2\pi r}; \quad B_{2\theta}^i = \mu_0 \mu_{2r} H_{2\theta}^i; \quad M_{2\theta}^i = (\mu_{2r} - 1) H_{2\theta}^i;$$

в среде 3 при $r > a$

$$H_{3\theta}^i = \frac{i}{2\pi r}; \quad B_{3\theta}^i = \mu_0 \mu_{3r} H_{3\theta}^i; \quad M_{3\theta}^i = (\mu_{3r} - 1) H_{3\theta}^i.$$

Компоненты напряженности, индукции и намагниченности результирующего поля в k -области складываются из составляющих по (32) и (34):

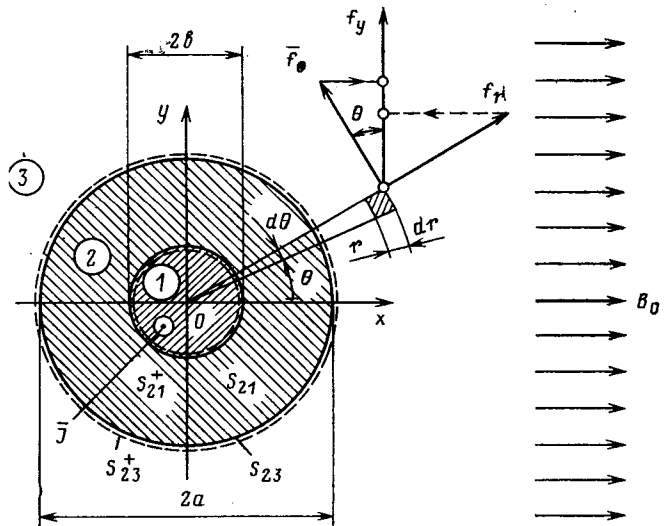


Рис. 4. К расчету электромагнитных сил, действующих в равномерном магнитном поле в области 3 на провод 1 с током и на трубу 2, охватывающую этот провод

$$\left. \begin{aligned} H_{kr\Sigma} &= H_{kr} + H_{kr}^i; \quad H_{k\theta\Sigma} = H_{k\theta} + H_{k\theta}^i; \\ B_{kr\Sigma} &= B_{kr} + B_{kr}^i; \quad B_{k\theta\Sigma} = B_{k\theta} + B_{k\theta}^i; \\ M_{kr\Sigma} &= M_{kr} + M_{kr}^i; \quad M_{k\theta\Sigma} = M_{k\theta} + M_{k\theta}^i. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Теперь можно приступить к расчету электромагнитных сил. Рассчитаем их двумя способами. Сначала сделаем это с помощью формулы для объемной плотности ЭМС (18). При этом для определения сил, действующих на границы между средами (поверхности разрыва магнитной проницаемости), воспользуемся формулой для поверхностной плотности ЭМС (26), полученной из (18) в результате предельного перехода.

Имея в виду, что ЭМС можно выразить также и через натяжения по [9], напомним, что в этом случае для определения суммарной силы на провод 1 и трубу 2 нужно охватить их поверхностью S_{23}^+ ($r=a$), расположенной в среде 3. А для определения силы на трубу 2 нужно охватить ее снаружи упомянутой поверхностью S_{23}^+ и изнутри поверхностью S_{21}^+ ($r=b$), расположенной в среде 1. Соответственно для определения силы на провод 1 нужно охватить его поверхностью S_{21}^+ (рис. 4)*.

При таком выделении объема провода 1 магнитная проницаемость в его пределах постоянна и не претерпевает разрывов, поэтому в пределах провода $\text{grad } \mu_{1r} = 0$, и объемная плотность ЭМС определяется членом $[J\vec{B}]$. Составляющие этой силы по (32)—(35)

$$\begin{aligned} f_r &= -JB_{1\theta\Sigma} = -J\mu_0 \mu_{1r} (Jr/2 - c_1 \sin \theta); \\ f_\theta &= JB_{1r\Sigma} = J\mu_0 \mu_{1r} c_1 \cos \theta. \end{aligned}$$

Составляющая объемной плотности силы в проводе 1 по оси y

$$f_y = f_0 \cos \theta + f_r \sin \theta.$$

* Для экспериментального определения таких сил необходимо предусмотреть между трубой 2 и средой 3 небольшой зазор, заполненный жидкостью (или газом) с магнитной проницаемостью μ_{3r} . Такой же зазор должен быть предусмотрен между трубой 2 и проводом 1, но заполнить его нужно жидкостью (или газом) с магнитной проницаемостью μ_{1r} . Это наиболее просто осуществить при $\mu_{1r} = \mu_{3r} = 1$, когда пространство 3 и зазор между трубой 2 и проводом 1 могут быть заполнены воздухом.

Сила, действующая на единицу длины провода 1, по (М.1)

$$F_1 = 2 \int_0^b \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_y r dr d\theta = -4\mu_{1r}\mu_{2r}a^2 (B_0 i)/D, \quad (36)$$

где D — см. (33).

В объеме между поверхностями S_{23}^+ и S_{21}^+ , занятой трубой 2, располагаются две поверхности разрыва магнитной проницаемости: $S_{23}(r=a)$ и $S_{21}(r=b)$. В зоне между этими поверхностями $\mu_{2r} = \text{const}$ и $\bar{J} = 0$, поэтому $\text{grad } \mu_{2r} = 0$ и объемная плотность ЭМС $\bar{f} = 0$. Следовательно, сила на трубу 2 складывается из сил $F_{S_{23}}$ и $F_{S_{21}}$, действующих на поверхностях разрыва магнитной проницаемости (соответственно S_{23} и S_{21}). Как было показано, на поверхности разрыва магнитной проницаемости действует только поверхностная плотность ЭМС по (26). На поверхности $S_{23}(r=a)$, где внешняя нормаль к области 2 совпадает с радиальным ортом ($\bar{n}_2 = = \bar{q}_r$), поверхностная плотность ЭМС по (26) равна

$$\begin{aligned} \bar{f}_{S(23)} &= \bar{q}_r f_{Sr(23)} = \\ &= \left[\frac{(\mu_{2r} - \mu_{3r})}{\mu_0 \mu_{2r} \mu_{3r}} B_{3r\Sigma}^2 - \mu_0 (\mu_{3r} - \mu_{2r}) H_{3\theta\Sigma}^2 \right] \bar{q}_r. \end{aligned}$$

Сила, действующая на поверхность S_{23} , выражается через проекцию $\bar{f}_{S(23)}$ на ось y :

$$F_{S(23)} = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_y(23) a d\theta,$$

где

$$f_y(23) = f_{Sr(23)} \sin \theta,$$

откуда

$$\begin{aligned} F_{S(23)} &= (\mu_{2r} - \mu_{3r}) [(\mu_{2r} + \mu_{1r}) a^2 + \\ &+ (\mu_{2r} - \mu_{1r}) b^2] B_0 i / D. \end{aligned}$$

Соответственно на поверхности $S_{21}(r=b)$, где внешняя нормаль к области 2 направлена в противоположную сторону по отношению к радиальному орту ($\bar{n}_2 = = -\bar{q}_r$), поверхностная плотность ЭМС по (26) равна

$$\begin{aligned} \bar{f}_{S(21)} &= \bar{q}_r f_{Sr(21)} = \left[\frac{(\mu_{2r} - \mu_{1r})}{\mu_0 \mu_{1r} \mu_{2r}} \right] B_{1r\Sigma}^2 - \\ &- \mu_0 (\mu_{1r} - \mu_{2r}) H_{1\theta\Sigma}^2 (-\bar{q}_r). \end{aligned}$$

Сила, действующая на поверхность S_{21} , выражается че-

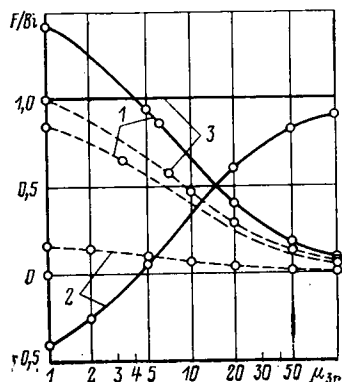


Рис. 5. Зависимость электромагнитных сил, действующих на магнитную систему по рис. 4 от магнитной проницаемости μ_{3r} в области 3 с равномерным полем ($\mu_{1r} = 5$; $\mu_{2r} = 10$; $b/a = 1/\sqrt{2}$):

1 — относительная сила на провод с током, $F_1/B_0 i$; 2 — относительная сила на трубу 2, $F_2/B_0 i$; 3 — суммарная относительная сила на провод 1, и трубу 2, $F_\Sigma/B_0 i$; — — — — расчет по (18) и (26); — — — — расчет по (27)

рез проекцию $\bar{f}_{S(21)}$ на ось y :

$$F_{S(21)} = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_y(21) b d\theta,$$

где

$$f_y(21) = f_{Sr(21)} \sin \theta,$$

$$F_{S(21)} = 2\mu_{2r}(\mu_{1r} - \mu_{2r}) a^2 (B_0 i)/D.$$

Из сил $F_{S(23)}$ и $F_{S(21)}$ складывается полная сила, действующая на трубу 2 по (М.1)

$$F_2 = F_{S(23)} + F_{S(21)} = (1 + 4\mu_{1r}\mu_{2r}a^2/D) B_0 i. \quad (37)$$

Суммарная сила на провод 1 и трубу 2 по (М.1)

$$F_\Sigma = F_1 + F_2 = B_0 i. \quad (38)$$

Как и следовало ожидать, эта сила независимо от значений μ_{1r} , μ_{2r} , μ_{3r} всегда равна силе, действующей на заданный ток i , если поместить его в заданное равномерное поле B_0 . От соотношений между μ_{1r} , μ_{2r} , μ_{3r} зависит лишь распределение силы между проводом 1 и трубой 2 (рис. 5). В простейшем частном случае при $\mu_{3r} = \mu_{1r} = 1$ полученные результаты в виде уравнений (36)–(38) подтверждены экспериментально. В этом частном случае на долю провода 1 приходится относительная сила

$$F_1/F_\Sigma = F_1/B_0 i = \frac{4\mu_{2r}a^2}{a^2(\mu_{2r} - 1)^2 - b^2(\mu_{2r} - 1)^2}.$$

При $\mu_{2r} = \infty$ относительная сила $F_1/B_0 i = 0$ и, следовательно, $F_2/B_0 i = 1$, т. е. вся сила приходится на экранирующую трубу 2. При $\mu_{2r} = 1$ сила $F_1/B_0 i = 1$ и, следовательно, $F_2/B_0 i = 0$, т. е. вся сила приходится на провод 1 с током i .

В общем случае (при произвольных μ_{1r} , μ_{2r} , μ_{3r}) полученные результаты в виде уравнений (36)–(38) могут быть подтверждены расчетом тех же сил через натяжения на разделительных поверхностях по [9, ур. (22)]. Сила, действующая на провод 1, находится путем интегрирования натяжений, приложенных к элементам поверхности S_{21}^+ , при этом учитываются только проекции натяжений на ось y

$$F_1 = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T_{ny} b d\theta = -4\mu_{1r}\mu_{2r}a^2 (B_0 i)/D, \quad (39)$$

где

$$T_{ny} = T_{nr} \sin \theta + T_{n\theta} \cos \theta;$$

$$T_{nr} = \frac{1}{2\mu_0 \mu_{1r}} (B_{1r\Sigma}^2 - B_{1\theta\Sigma}^2);$$

$$T_{n\theta} = \frac{1}{\mu_0 \mu_{1r}} B_{1r\Sigma} B_{1\theta\Sigma};$$

D — см. ур. (33).

Суммарная сила, действующая на провод 1 и экранирующую трубу 2, находится путем интегрирования натяжений, приложенных к элементам поверхности S_{23}^+ , при этом также учитываются только проекции натяжений на ось y

$$F_\Sigma = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T_{ny} a d\theta = B_0 i, \quad (40)$$

где

$$T_{ny} = T_{nr} \sin \theta + T_{n\theta} \cos \theta;$$

$$T_{nr} = \frac{1}{2\mu_0\mu_{3r}} (B_{3r\Sigma}^2 - B_{3\theta\Sigma}^2);$$

$$T_{n\theta} = \frac{1}{\mu_0\mu_{1r}} B_{3r\Sigma} B_{3\theta\Sigma}.$$

Сила, действующая на трубу 2, определяется как разность сил F_Σ и F_1 :

$$F_2 = F_\Sigma - F_1 = (1 + 4\mu_{1r}\mu_{2r}a^2/D) B_0 i. \quad (41)$$

Сопоставляя (36) и (39), (38) и (40), (37) и (41), видим, что силы, найденные по натяжениям [9, ур. (22)], как и следовало ожидать, полностью совпадают с силами, найденными с помощью ранних формул Максвелла (М.1) для объемной плотности ЭМС (18).

Попытаемся теперь рассчитать те же силы с помощью более поздних формул Максвелла (М.2) для объемной плотности ЭМС (27), записанных для двухмерного магнитного поля в цилиндрической системе координат.

Поскольку при расчете с помощью этих формул влияние границ никак не учитывается, сила, действующая на единицу длины провода l по (М.2), определяется путем интегрирования по объему провода проекций радиальной и тангенциальной составляющих объемной плотности ЭМС по (27) на ось y

$$F_1 = 2 \int_0^b \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_{1y} r dr d\theta = -4\mu_{2r} (\mu_{1r} + 1) a^2 B_0 i / D, \quad (42)$$

где $f_{1y} = f_{1r} \sin \theta + f_{1\theta} \cos \theta$;

$$f_{1r} = -JB_{1\theta\Sigma} + \mu_0 M_{1r\Sigma} \frac{\partial H_{1r\Sigma}}{\partial r} + \mu_0 M_{1\theta\Sigma} \frac{\partial H_{1\theta\Sigma}}{\partial r};$$

$$f_{1\theta} = JB_{1r\Sigma} + \mu_0 M_{1r\Sigma} \frac{\partial H_{1r\theta}}{r \partial \theta} + \mu_0 M_{1\theta\Sigma} \frac{\partial H_{1\theta\theta}}{r \partial \theta};$$

D — см. уравнение (33).

Соответственно сила, действующая на единицу длины трубы 2 по (М.2), определяется путем интегрирования тех же величин по объему трубы

$$F_2 = 2 \int_b^a \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f_{2y} r dr d\theta = (\mu_{2r} - 1) (\mu_{2r} - \mu_{1r}) \times \\ \times (b^2 - a^2) B_0 i / D, \quad (43)$$

где

$$f_{2y} = f_{2r} \sin \theta + f_{2\theta} \cos \theta;$$

$$f_{2r} = \mu_0 M_{2r\Sigma} \frac{\partial H_{2r\Sigma}}{\partial r} + \mu_0 M_{2\theta\Sigma} \frac{\partial H_{2\theta\Sigma}}{\partial r};$$

$$f_{2\theta} = \mu_0 M_{2r\Sigma} \frac{\partial H_{2r\theta}}{r \partial \theta} + \mu_0 M_{2\theta\Sigma} \frac{\partial H_{2\theta\theta}}{r \partial \theta}.$$

Наконец, суммарная сила на провод 1 и трубу 2 по (М.2)

$$F_\Sigma = F_1 + F_2 = [(\mu_{2r} - 1) (\mu_{2r} - \mu_{1r}) (b^2 - a^2) - \\ - 2\mu_{2r} (\mu_{1r} + 1) a^2] B_0 i / D. \quad (44)$$

Как показывает сравнение (42) и (36), (43) и (37), (44) и (38), расчет по формулам (М.2) из-за недостаточного полного учета влияния границ дает в общем случае при произвольных μ_{1r} , μ_{2r} и μ_{3r} неправильные результаты. Из рис. 5 видно, что различие между результатами по (М.1) (сплошные линии) по (М.2) (пунктирные линии) как для суммарной силы F_Σ , так и для ее составляющих F_1 и F_2 может быть весьма значительным.

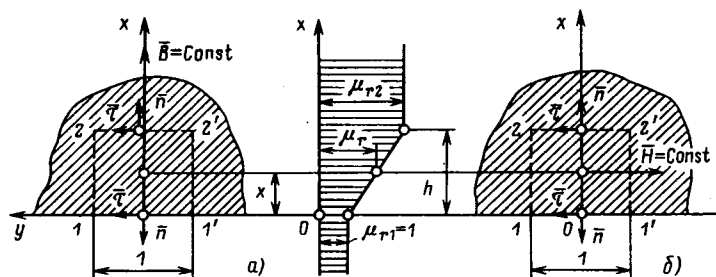


Рис. 6. К расчету ЭМС, действующих на магнетик с переменной магнитной проницаемостью в поверхностном слое: а — при постоянной нормальной составляющей индукции; б — при постоянной тангенциальной составляющей напряженности

Однако, как показывает анализ формул, в некоторых частных случаях результаты расчета по (М.2) и (М.1) совпадают. Так, в нашем примере при $\mu_{3r} = 1$ суммарная сила F_Σ (44), найденная по (М.2), оказывается правильной при любых μ_{1r} и μ_{2r} (это видно из рис. 5). Но составляющие этой силы F_1 (42) и F_2 (43), найденные также по (М.2), получаются при $\mu_{3r} = 1$ неправильными. И лишь в том случае, когда и $\mu_{3r} = 1$ и $\mu_{1r} = 1$ силы F_1 и F_2 по (М.1) и по (М.2) оказываются одинаковыми.

Пример 2. Магнетик с переменной магнитной проницаемостью в поверхностном слое во внешнем магнитном поле. Магнетик, ограниченный плоскостью yz , занимает полупространство в направлении оси x . Другая часть пространства заполнена средой с относительной магнитной проницаемостью $\mu_{r1} = 1$ (рис. 6). Магнитная проницаемость μ_r в поверхностном слое магнетика толщиной h изменяется по линейному закону, как показано на рисунке:

$$\mu_r = 1 + k_0 x.$$

На поверхности $11'$ при $x=0$ значение $\mu_r = \mu_{r1} = 1$; на поверхности $22'$ при $x=h$ — $\mu_r = \mu_{r2} = 1 + k_0 h$. С помощью внешних источников в магнетике создано магнитное поле. В случае а (рис. 6, а) индукция этого поля нормальна к поверхности $11'$ и всюду одинакова $\vec{B} = q_x \vec{B}_x = \text{const}$, в случае б (рис. 6, б) напряженность этого поля тангенциальна к поверхности $11'$ и всюду одинакова $\vec{H} = q_y \vec{H}_y = \text{const}$. Определяется (в случаях а и б) сила, действующая на поверхностный слой магнетика в объеме параллелепипеда $11'22'$, с единичной площадью основания $11'$ (выделена на рис. 6 пунктиром).

Рассмотрим случай а ($\vec{B} = q_x \vec{B}_x = \text{const}$). Сначала найдем правильное значение ЭМС по объемной плотности ЭМС по (М.1), (17). Поскольку $H_x = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$, где $\mu_r = 1 + k_0 x$, $H_y = H_z = 0$, имеем

$$F = F_x = \int_0^h f_x dx = \frac{B^2 (1 - \mu_{2r})}{2\mu_0 \mu_{2r}},$$

где

$$f = f_x = -\frac{\mu_0 H^2}{2} \frac{\partial \mu_r}{\partial x} = -\frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r^2} k_0.$$

Тот же результат получим, определяя ЭМС по натяжениям [9, ур. (24)]. Поскольку $B_{1n} = -B_{2n} = B$

$B_{1\tau} = B_{2\tau} = 0$, имеем

$$F_x = (T_{2nx} + T_{1nx}) S_{11} = \frac{B^2 (1 - \mu_{2r})}{2\mu_0 \mu_{2r}},$$

где

$$T_{1nx} = -T_{1nn} = -\frac{B_{1n}^2 - B_{1\tau}^2}{2\mu_0} = -\frac{B^2}{2\mu_0};$$

$$T_{2nx} = T_{2nn} = \frac{B_{2n}^2 - B_{2\tau}^2}{2\mu_0 \mu_{2r}} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_{2r}}.$$

Напротив, при расчете этой ЭМС по объемной плотности ЭМС по уравнениям (М.2) или (27) сила получается явно неправильной

$$F = F_x = \int_0^h f_x dx = B^2 \frac{(2\mu_{2r} - 1)}{2\mu_0 \mu_{2r}^2} - \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Сила по (М.2) совпадает с силой по (М.1) только при $\mu_{2r} = 1$, когда $F_x = 0$.

Перейдем теперь к случаю б ($\bar{H} = \bar{q}_y H_y = \text{const}$). Сначала найдем правильное значение ЭМС по объемной плотности ЭМС по (М.1), (17). Пусть $H = H_y = \frac{B}{\mu_0} = \text{const}$, где B — индукция при $x=0$. Поскольку $H_x = H_z = 0$, имеем

$$F = F_x = \int_0^h f_x dx = -\frac{B^2}{2\mu_0} (\mu_{r2} - 1),$$

где

$$f = f_x = -\frac{\mu_0 H^2}{2} \frac{\partial \mu_r}{\partial x} = -\frac{\mu_0 H^2}{2} k_0.$$

Тот же результат получим, выразив силу через натяжения [9, ур. (24)]. Поскольку $B_{1\tau} = -\mu_0 H = -B$;

$$B_{2\tau} = -\mu_0 \mu_{2r} H = -\mu_{2r} B; B_{1n} = B_{2n} = 0,$$

имеем

$$F_x = (T_{2nx} + T_{1nx}) S_{11} = -\frac{B^2}{2\mu_0} (\mu_{2r} - 1),$$

где

$$T_{1nx} = -T_{1nn} = -\frac{B_{1n}^2 - B_{1\tau}^2}{2\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0};$$

$$T_{2nx} = T_{2nn} = \frac{B_{2n}^2 - B_{2\tau}^2}{2\mu_0 \mu_{2r}} = -\frac{B^2 \mu_{2r}}{2\mu_0}.$$

Напротив, определяя эту силу по объемной плотности ЭМС по (М.2), (27), получим силу, равную нулю (!):

$$F_x = \int_0^h f_x dx = 0,$$

так как

$$f_x = \mu_0 M_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + \mu_0 M_y \frac{\partial H_y}{\partial x} + \mu_0 M_z \frac{\partial H_z}{\partial x} = 0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максвелл Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. — М.: Гостехиздат, 1954.
2. Maxwell J. C. A treatise on electricity and magnetism. — Oxford Clarendon Press, 1873, vol. 1 and 2.
3. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. — М.: Наука, 1965, т. 1.
4. Эйнштейн А., Лауб И. О пондермоторных силах, действующих в электромагнитном поле на покоящиеся тела. 1908 (В [3] с. 126—134).
5. Тамм И. Е. Основы теории электричества — М.: Гостехиздат, 1957.
6. Поливанов К. М. Электродинамика движущихся тел. — М.: Энергониздат, 1982.
7. Синельников Е. М., Синельников Д. Е. Пондермоторная сила, действующая на ферромагнитное тело в магнитном поле. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 5.
8. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии при малом перемещении. — Электричество, 1985, № 5.
9. Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по натяжениям. — Электричество, 1985, № 7.
10. Бинс К. и Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. Пер. с англ., М.: Энергия, 1970.

14.02.85

УДК 621.313.334.001.24

Автономный асинхронизированный генератор с возбуждением от источника с высшими гармоническими Э.д.с.

ШАКАРЯН Ю. Г., доктор техн. наук, ЧИТЕЧЯН В. И., канд. техн. наук, АРУТЮНЯН М. В., инж.
Москва — Ереван

Одним из перспективных источников автономного электроснабжения является автономный асинхронизированный генератор (ААСГ), возбуждаемый от управляемого преобразователя частоты (ПЧ) и вырабатывающий напряжение неизменной частоты ω_c при изменяющейся частоте вращения ω . Одним из требований к качеству электроэнергии в установившемся режиме автономных генераторных установок является чистота формы кривой напряжения. Применительно к ААСГ этот вопрос особенно актуален, так как ААСГ может возбуждаться от статического ПЧ (СПЧ), которому в отличие от электромашинных ПЧ более свойственна несинусоидальность формы кривых напряжения и тока. Кроме того, мощность возбуждения ААСГ при минимальной частоте

вращения чрезвычайно завышена против обычных СГ, что усугубляет вопросы, связанные с формой кривой напряжения.

В ряде работ, посвященных этому вопросу (например, [1]), оценка влияния искаженного входного сигнала на выходное напряжение $u(t)$ ААСГ производится следующим образом: для конкретного ААСГ (с известными геометрией, обмоточными данными, параметрами и пр.) подбирается СПЧ (с известными зависимостями его показателей от частоты), а затем численно определяется гармонический состав $u(t)$ в разных режимах ААСГ.

В статье аналитически рассматривается влияние искажений форм кривых входных напряжения и тока [обмотки возбуждения (ОВ) — $u_f(t)$, $i_f(t)$] на выходные

напряжение и ток $i(t)$ ААСГ; проводится качественный анализ и выявление границ, в пределах которых ААСГ способен фильтровать (или, напротив, усиливать) входные искажения. После выявления этих пределов численный конкретный расчет гармонического состава $u(t)$ может быть произведен уже на более целенаправленной и углубленной основе.

В установившемся режиме качество напряжения ААСГ характеризуется коэффициентом искажения формы:

$$k_{\text{вых}}^{(U)} = \frac{\sqrt{\sum_{\varepsilon=1}^{\infty} U_{\varepsilon}^2}}{U_{(\varepsilon=1)}} \cdot 100, \% \quad (1)$$

Для выходного тока

$$k_{\text{вых}}^{(I)} = \frac{\sqrt{\sum_{\varepsilon=1}^{\infty} I_{\varepsilon}^2}}{I_{(\varepsilon=1)}} \cdot 100, \% \quad (1')$$

Здесь ε — номер гармонической выходного напряжения (тока); индекс « $\varepsilon=1$ » в знаменателях (1) и (1') соответствует основной гармонической составляющей напряжения (тока) частотой ω_c ; $U_{(\varepsilon)}$, $I_{(\varepsilon)}$ — амплитуды гармонических выходного напряжения (тока) ε -го (высшего) порядка.

Качество выходного напряжения и тока ПЧ оценивается аналогично:

$$k_{\text{вх}}^{(U_f)} = \frac{\sqrt{\sum_{v>-s}^{\infty} U_{f(v)}^2}}{U_{f(v=-s)}} \cdot 100, \% \quad (2)$$

$$k_{\text{вх}}^{(I_f)} = \frac{\sqrt{\sum_{v>-s}^{\infty} I_{f(v)}^2}}{I_{f(v=-s)}} \cdot 100, \% \quad (2')$$

Здесь $U_{f(v)}$, $I_{f(v)}$ — амплитуды гармоник напряжения (тока) возбуждения ААСГ v -х (высших) порядков; индекс « $v=-s$ » в знаменателях (2) и (2') соответствует основной составляющей $u_f(t)$ ($i_f(t)$) для заданного скольжения $s=(\omega-\omega_c)/\omega_c$.

Для порядков гармоник выходного (ε) и входного напряжения (тока) ААСГ:

$$\varepsilon = 1 \pm v + s, \quad (3)$$

где минус соответствует встречному с полем вращению индуктора.

Примем, что питание ПЧ не связано с якорной обмоткой (ОЯ) ААСГ, и поэтому причиной искажения напряжения ААСГ могут быть явления, происходящие только в самой машине. Рассмотрим явления при разомкнутой демферной системе. В рассматриваемом идеализированном по Парку — Гореvu ААСГ при $k_{\text{вх}}^{(U)} = 0$ величина $k_{\text{вх}}^{(U)} = 0$ также (в отличие от реальной машины, где, несмотря на мероприятия по улучшению качества выходного напряжения, $k_{\text{вх}}^{(U)} \neq 0$ всегда).

Введем понятие о фильтрующей способности (ФС) ААСГ через соответствующие коэффициенты усиления:

$$k_y^{(U)} = k_{\text{вх}}^{(U)} / k_{\text{вх}}^{(U_t)}; \quad k_y^{(I)} = k_{\text{вх}}^{(I)} / k_{\text{вх}}^{(I_f)}. \quad (4)$$

При $k_y^{(U)}$, $k_y^{(I)} \geq 1$ будем считать ФС отсутствующими. Фильтрующая способность зависит от параметров

ААСГ, режима нагрузки (z_n), s , v . Будем рассматривать ФС при изменении только $s(k_y^{(U)}(s)$, $k_y^{(I)}(s)$), полагая остальные факторы неизменными, могущими принимать различные фиксированные уровни. Для уменьшения $k_y^{(U)}$, $k_y^{(I)}$ при заданных s и z_n следует воздействовать на параметры машины и на v . Если изменение параметров ААСГ в контролируемых проектировщиком пределах не приводит к ощутимому изменению $k_y^{(U)}$, $k_y^{(I)}$, то ФС при изменении параметров следует считать отсутствующими. При этом единственным способом улучшения гармонического состава $u(t)$ является воздействие на форму кривой $u_f(t)$, например, посредством применения фильтров или изменением v (переконструированием СПЧ). Если же $k_y^{(U)}$, $k_y^{(I)}$ зависит от параметров ощутимо, то целесообразным по технико-экономическим соображениям может оказаться улучшение формы $u(t)$ перепроектированием машины на иной уровень параметров.

Сущность применяемого подхода к определению ФС — в рассмотрении ПЧ как обобщенного устройства, содержащего линейные активное и индуктивное сопротивления ($r_{\text{пч}}$, $l_{\text{пч}}$), эквивалентирующие внутренние сопротивления ПЧ, а также источники э. д. с. основной частоты (с определенными амплитудой и фазой), зависящей от ω и любых фиксированных высших частот, создающих в воздушном зазоре только прямые круговые вращающиеся поля. В этих источниках э. д. с. в показательной форме записи:

$$u_f(t) = \dot{U}_f(v=-s) e^{-jst} + \sum_{v>-s}^{\infty} \dot{U}_f(v) e^{jv\tau}. \quad (5)$$

Здесь $\dot{U}_f(v=-s) = U_{f(v=-s)} e^{j\psi_s}$; $\dot{U}_f(v) = U_{fv} e^{j\psi_v}$ — комплексные амплитуды $u_f(t)$ несущей и высших частот; ψ_s , ψ_v — сдвиги фаз несущей и высших гармоник ПЧ относительно начала координат; $\tau = \omega_c t$ — синхронное время.

Операторные уравнения напряжений цепей ОЯ и ОВ данного ААСГ в системе координат, жестко связанных с индуктором, в отн. ед. (в «системе приведения м. д. с.»), с использованием [2, 3] записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} -U &= \frac{1}{T} l_1 \bar{i} + [p + j(1+s)] (l_1 \bar{i} + l_{f-1} \bar{i}_f); \\ u_f l_{1-f} / r_{f-\text{пч}} &= l_{1-f} \bar{i}_f + p (l_{1-f} \bar{i}_f + \mu l_1 \bar{i}) T_{f-\text{пч}}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $l_{1-f} = l_{f-1}$ — индуктивное сопротивление взаимной индукции от ОВ к ОЯ; \bar{u}_f , \bar{i}_f , \bar{i} — комплексные напряжения возбуждения, токов ОВ и ОЯ ААСГ; l_1 — индуктивность ОЯ; $\mu = 1 - \sigma = 1 - \frac{l_{1-f}^2}{l_1 l_f}$ — коэффициент магнитной связи контуров ОВ и ОЯ; $r_{f-\text{пч}} = r_f + r_{\text{пч}}$, $l_{1-\text{пч}} = l_f + l_{\text{пч}}$, $T_{f-\text{пч}} = \frac{l_{f-\text{пч}}}{r_{f-\text{пч}}}$ — постоянная времени контура ОВ — ПЧ.

При питании ОВ ААСГ от описанных источников э. д. с. следует левую часть во втором уравнении (6) приравнять (5), причем для установившегося режима с неизменным, но варьируемым скольжением нужно положить: $p = -js$ — для несущей частоты; $p = jv$ — для высших частот $u_f(t)$. Решив совместно уравнения идеализированного ААСГ и описанной цепи ОВ — ПЧ (6), можно получить искомые зависимости по $k_y^{(U)}$, $k_y^{(I)}$.

Рассмотрим ФС ААСГ при автономной смешанной нагрузке r_n, l_n, C_n . Уравнение напряжения цепи ОЯ при этом (вместо первого уравнения в (6)):

$$-[p+j(1+s)]\bar{u}=[p+j(1+s)]\{[p+j(1+s)]\times \\ \times (l_\Sigma \bar{i} + l_{f-пч} \bar{i}_f) + r_\Sigma \bar{i}\} + \bar{i}/C_n, \quad (7)$$

где $l_\Sigma = l_1 + l_n + l_n = l_1 + l_{вн}$; $r_\Sigma = r_1 + r_n + t_n = r_1 + r_{вн}$ — индуктивность и активное сопротивление ОЯ, включающие параметры машины (l_1, r_1), соединительной линии (l_n, r_n) и нагрузки ($l_n = \frac{U}{I} \sin \varphi$; $r_n = \frac{U}{I} \cos \varphi$).

Уравнение напряжения цепи автономной нагрузки r_n, l_n, C_n :

$$[p+j(1+s)]\bar{u}=[p+j(1+s)]^2 l_{вн} \bar{i} + [p+j(1+s)] r_{вн} \bar{i} + \bar{i}/C_n. \quad (8)$$

В результате решения системы уравнений (5)–(8) определяются выражения для напряжения, тока ААСГ и тока ОВ в зависимости от s , нагрузки, v , параметров ААСГ:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{\Sigma v} &= -j \frac{l_{f-1}}{r_{f-пч}} \left\{ \dot{A}(s) \left[r_{вн} + j \left(l_{вн} - \frac{1}{C_n} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon \dot{A}(v, s) \left[r_{вн} + j \varepsilon \left(l_{вн} - \frac{1}{\varepsilon^2 C_n} \right) \right] \right\}; \\ \dot{I}_{\Sigma v} &= -j \frac{l_{f-1}}{r_{f-пч}} [\dot{A}(s) + \varepsilon \dot{A}(v, s)]; \\ \dot{I}_{f \Sigma v} &= \frac{1}{r_{f-пч}} \left\{ \dot{A}(s) \left[r_\Sigma + j \left(l_\Sigma - \frac{1}{C_n} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \dot{A}(v, s) \left[r_\Sigma + j \varepsilon \left(l_\Sigma - \frac{1}{\varepsilon^2 C_n} \right) \right] \right\}; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

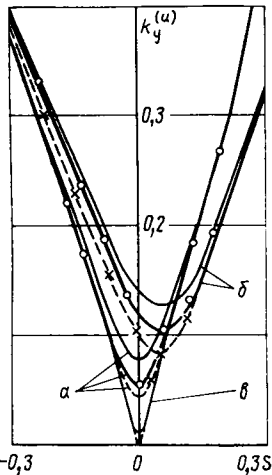
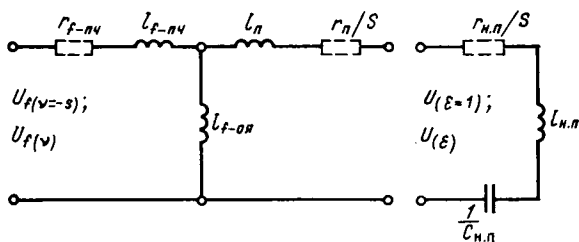


Рис. 1. Зависимость $k_y^{(u)}(s)$ для различных режимов нагрузки при $U=1, I=1$ и $U=1, I=0$: — — — холостой ход; — — — $l_n=1, r_n=0, 1/C_n=0, \cos \varphi=0$ (отст.); $\times-\times-\times$ — $l_n=0, r_n=1, 1/C_n=0, \cos \varphi=1$; $\circ-\circ-\circ$ — $l_n=0, r_n=0, 1/C_n=1, \cos \varphi=0$ (опер.)

Рис. 2. Зависимости $k_y^{(u)}(s)$ для режимов нагрузки $U=1, I=0$ (кривые а) и $U=1, I=1$ (кривые б) $\cos \varphi=0,8$ (отст.) при изменении параметров: $\circ-\circ-\circ$ — I уровень (см. табл. 2); $\times-\times-\times$ — II уровень; $\times-\times-\times$ — IV уровень; кривая в — $U=1, I=0$ при $T_{fпч}=1000$



$$\left. \begin{aligned} A(s) &= \frac{\dot{U}_f(v-s) e^{-jst}}{\left[r_\Sigma + j \left(l_\Sigma - \frac{1}{C_n} \right) \right] - j s T_{f-пч} \left[r_\Sigma + j \left(l'_\Sigma - 1/C_n \right) \right]}; \\ A(v, s) &= \sum_{v=-s}^v \frac{\dot{U}_f(v) e^{jv\tau}}{\left[r_\Sigma + j \varepsilon \left(l_\Sigma - 1/\varepsilon^2 C_n \right) \right] + j v T_{f-пч} \left[r_\Sigma + j \varepsilon \left(l'_\Sigma - 1/\varepsilon^2 C_n \right) \right]}; \\ l'_\Sigma &= l'_1 + l_n + l_n = l_1 \sigma + l_n + l_n. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

По (4), (9), (10) могут быть получены выражения для оценки ФС по току и напряжению ААСГ:

$$\left. \begin{aligned} k_y^{(u)} &= \sum_{v=-s}^v \varepsilon \frac{B(s)}{B(v, s)} \sqrt{\frac{r_{вн}^2 + \varepsilon^2 (l_{вн} - 1/\varepsilon^2 C_n)^2}{r_{вн}^2 + (l_{вн} - 1/C_n)^2}}; \\ k_y^{(i)} &= \sum_{v=-s}^v \varepsilon \sqrt{\frac{r_\Sigma^2 + (l_\Sigma - 1/C_n)^2}{r_\Sigma^2 + \varepsilon^2 (l_\Sigma - 1/\varepsilon^2 C_n)^2}}; \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} B(s) &= \sqrt{\left[r_\Sigma + s T_{f-пч} \left(l'_\Sigma - 1/C_n \right) \right]^2 + \left[-s T_{f-пч} r_\Sigma + (l_\Sigma - 1/C_n) \right]^2}; \\ B(v, s) &= \sqrt{\left[r_\Sigma - v T_{f-пч} \varepsilon \left(l'_\Sigma - 1/\varepsilon^2 C_n \right) \right]^2 + \left[v T_{f-пч} r_\Sigma + \varepsilon (l_\Sigma - 1/\varepsilon^2 C_n) \right]^2}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Выражения (9)–(12) по роду нагрузки универсальны. Их можно использовать и для других характерных случаев нагрузки, произведя замены по таблице 1. Как видно из (12) и табл. 1 $k_y^{(u)}$ в каждом режиме характеризуются определенными постоянными времени. Так, для крайних режимов имеем: при х. х. — $T_{f-пч}$; при к. з. — $T_{f-пч} (l'_1/l_1)$. Зависимости, полученные по (11) и (12), на примере конкретного макетного образца ААСГ (малой мощности, с данными, приведенными в приложении) показаны на рис. 1, 2. Они соответствуют режиму $\omega_c=1$; $U=1$; $I=1$; $\cos \varphi=0,8$; $r_{пч}=l_{пч}=0$, принималось $v=3$. Первоочередной интерес представляет рассмотрение $k_y^{(u)}(s)$, а также $k_y^{(i)}(s)$ при изменении z_n . Из рис. 1 видно, что эти зависимости имеют вид U-образных кривых, значение минимума, его местоположение и крутизна ветвей зависят от режима нагрузки.

Таблица 1

Номер случая	Вид нагрузок			Параметр, входящий в (8), (9) и (11), (12)						
1	l_n	r_n	C_n	r_Σ	$r_{вн}$	l_Σ	l'_Σ	$l_{вн}$	$1/C_n$	
замены в строке 1										
2	—	r_n	C_n	r_Σ	$r_{вн}$	l_1	l'_1	0	$1/C_n$	
3	—	—	C_n	$r_{\Sigma 1}$	0	l_1	l'_1	0	$1/C_n$	
4	l_n	r_n	—	r_Σ	$r_{вн}$	l_Σ	l'_Σ	$l_{вн}$	0	
5	—	r_n	—	r_Σ	$r_{вн}$	$l_{\Sigma 1}$	$l'_{\Sigma 1}$	l_l	0	
6	l_n	—	—	$r_{\Sigma 1}$	0	l_Σ	l'_Σ	$l_{вн}$	0	
7	трехфазное к. з.			r_1	0	l_1	l'_1	0	0	
8	холостой ход			∞	∞	∞	∞	∞	0	

Здесь $l_{\Sigma 1} = l_1 + l_n$; $l'_{\Sigma 1} = l_1 \sigma + l_n$; $r_{\Sigma 1} = r_1 + r_n$.

Для пояснения этой особенности обратимся к схеме замещения рассматриваемого ААСГ. Для высших частот $\omega_f(t)$ она соответствует Т-образной схеме замещения обычной асинхронной машины (рис. 3), но с практически отсутствующими активными сопротивлениями первичной, вторичной обмоток и нагрузки, поскольку при высоких частотах ими можно пренебречь по сравнению с индуктивностями схемы. (В системе отн. ед. индуктивности (емкости) и индуктивные (емкостные) сопротивления совпадают.) Поэтому вид кривых $k_y^{(U)}$ объясняется постепенным уменьшением активных сопротивлений в схеме роста несущей частоты $\omega_f(t)$. Далее, для кривых $k_y^{(U)}(s)$, $k_y^{(I)}(s)$ характерно следующее:

все $k_y^{(U)}(s)$ могут быть отнесены к двум видам — а) с минимумом по оси ординат ($s_{\min}=0$ — х. х., к. з., реактивная нагрузка); б) с минимумом, смещенным в область положительных s (r_H ; r_H , l_H ; r_H , C_H ; r_H , l_H , C_H);

правая и левая ветви кривой $k_y^{(U)}(s)$ не вполне симметричны; подсчеты показывают, что при $r_H=0$ эта несимметрия становится малоощутимой, а порядок ν на несимметрию не влияет;

наибольшее значение $k_y^{(U)}(s)$ имеет место при чисто индуктивной нагрузке, наименьшее — при емкостной;

начиная с определенного $s=s_K$ (различного для каждого режима), ФС исчезают и машина начинает усиливать входные искажения; например, для $U=1$, $I=1$, $\cos \varphi=0$, $s_K=0,65$;

в отличие от $k_y^{(U)}(s)$ значение $k_y^{(I)}(s) \approx 1$ во многих режимах, где оно слабо зависит от скольжения (см. (11));

в области малых $|s|$ ФС сильно зависят от режима работы; с ростом $|s|$ это различие уменьшается и при некоторых определенных для конкретных режимов скольжений кривые $k_y^{(U)}(s)$ для разных нагрузок могут парно пересекаться.

Для принятых ν (например, $\nu=3, 6, 9$) и в рабочем интервале изменения s можно считать $\varepsilon \approx 1 \pm \nu$. Особенностью этого упрощения, в конечном счете, оказалось то, что кривая $k_y^{(U)}(s)$ для реактивных $\cos \varphi$ и х. х. явилась практически симметричной относительно оси ординат. При наличии емкости в автономной нагрузке ААСГ может иметь место резонансное явление по основной частоте, из-за чего возрастает амплитуда тока основной частоты, $k_y^{(I)}(s)$ уменьшается. В остальных режимах $k_y^{(I)}(s) \geq 1$, что может вызвать при параллельной ра-

Таблица 2

Уровни	Изменяемый	Параметр					
		«Индуктивно-связанный»			«Независимый»		«Смешанный»
		l_1	l_f	l_{1-f}	r_1	r_f	$T_{f-пч}$
I	номинальный уровень параметров по табл. 1						
II	$\delta = 1,64\delta_{\text{ном}}$	1,659	1,675	1,585	0,038	0,096	17,4
III	$\delta = 0,4\delta_{\text{ном}}$	5,124	5,243	5,050	0,038	0,096	54,6
IV	$r_f = 0,8r_{f \text{ ном}}$	2,266	2,300	2,192	0,038	0,077	30,0
V	$r_f = 0,396r_{f \text{ ном}}$	2,266	2,300	2,192	0,038	0,038	60,5
VI	$r_1 = 0$	2,266	2,300	2,192	0,0	0,096	24,0

δ — воздушный зазор.

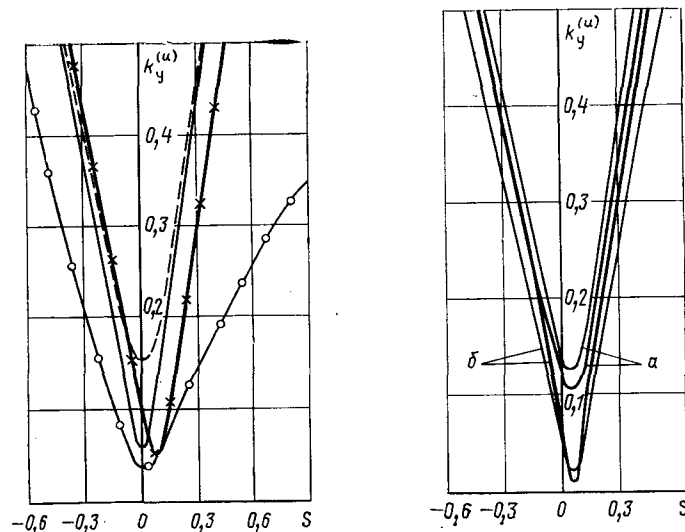


Рис. 3. Схема замещения асинхронной машины, иллюстрирующая зависимость $k_y^{(U)}(s)$

Рис. 4. Зависимость $k_y^{(U)}(s)$ для режима нагрузки $U=1$, $I=1$, $\cos \varphi=0,8$; 0,6 (отст.) (кривые а); $U=1$, $I=1$, $\cos \varphi=0,8$; 0,6 (опер.) (кривые б) при изменении $\cos \varphi$: — $\cos \varphi=0,8$; — $\cos \varphi=0,6$

боте в слабых сетях нежелательные явления в приемниках. А вообще, рассмотрению $k_y^{(I)}$ может быть представлен в соответствии трансформатор тока.

Рассмотрим $k_y^{(U)}(s)$ при изменении уровня параметров ААСГ. Последние можно разделить на три группы «индуктивносвязанные» l_1 , $l_{f \text{ пч}}$, l_{f-1} , «независимые»: $(r_1, r_{f \text{ пч}})$ и «смешанные» ($T_{f \text{ пч}}$); тем самым можно порознь рассмотреть воздействие различных факторов на $k_y^{(U)}(s)$. С этой целью на базе исходного ААСГ (ААСГ выполнен на основе асинхронного двигателя с фазным ротором типа АК-52/4 с паспортными данными: $P_H=4,5$ кВт, $U_{\text{нл}}=380$ В, $f=50$ Гц, $\cos \varphi=0,83$); реализованы изменения в параметрах (параметры ААСГ в отн. ед.: $l_1=2,266$; $l_f=2,3$; $l_{1-f}=l_{f-1}=2,192$; $r_f=0,096$; $r=0,038$; $r_d=0,05$; $l_d=0$; $T_{f \text{ пч}}=24$ — обозначены как уровень 1 в табл. 2), в результате чего они заняли другие уровни (II—VI). Для выяснения влияния $T_{f \text{ пч}}$ на ФС подсчитаны $k_y^{(U)}(s)$ для ААСГ большой мощности, изготовленного для Иовской ГЭС ($P_H=40$ мВт), обладающего значительной $T_{f \text{ пч}} \approx 1000$.

Рассмотрение кривых рис. 3 показало, что по степени влияния s на $k_y^{(U)}(s)$ при разных уровнях параметров можно выделить две условные зоны — малых и больших скольжений. Зона малых скольжений характеризуется уменьшением $k_y^{(U)}$ при увеличении «индуктивносвязанных» параметров. Поскольку здесь не рассматриваются искажения, вносимые зубчатостью магнитопровода, описанная взаимосвязь объясняется увеличением $T_{f \text{ пч}}$. Кроме того, с увеличением «независимых» параметров ФС ухудшаются, что является следствием ослабления демпфирования высших гармоник поля, т. е. уменьшения $T_{f \text{ пч}}$.

В зоне больших скольжений кривые $k_y^{(U)}(s)$ для различных уровней параметров сливаются, т. е. здесь $k_y^{(U)}(s)$ независим от параметров. Для обычного уровня параметров машины, начиная с определенных $|s|$, мож-

но пренебречь рядом малых членов в (12). Тогда

$$k_y^{(U)} \approx \sum_{v>-s}^v \varepsilon \frac{|s|}{v} \times \\ \times \sqrt{\frac{[r_{вн}^2 + \varepsilon^2(l_{вн} - 1/\varepsilon^2 C_n)^2][r_{\Sigma}^2 + (l'_{\Sigma} - 1/C_n)^2]}{[r_{вн}^2 + (l_{вн} - 1/C_n)^2][r_{\Sigma}^2 + \varepsilon^2(l'_{\Sigma} - 1/\varepsilon^2 C_n)^2]}}. \quad (13)$$

Для частных случаев нагрузки соответствующие приближенные выражения из (13) даны в приложении. В машинах с повышенными $T_{f-пч}$ соотношение (13) может быть использовано с относительно большой степенью точности, за исключением $s \approx 0$ (штрихпунктир на рис. 2 для х. х.). Для машин с пониженным $T_{f-пч}$ соотношение (13) выполняется относительно точки лишь в зоне больших $|s|$. Рассмотрение (13) объясняет особенность $k_y^{(U)}(s)$ при изменении параметров, выявленную выше: он практически не зависит от параметров (для машин с пониженной $T_{f-пч}$ — при значительных $|s|$; для машин с повышенной $T_{f-пч}$ — на всем диапазоне s , кроме $s \approx 0$), определяясь лишь s , z_n , v (поскольку в величинах l'_{Σ} , r_{Σ} удельное содержание параметров самой машины незначительно). Итак, в рабочем интервале изменения $|s|$ ФС изменяются в зависимости от параметров ААСГ, и это позволяет в определенной мере улучшить кривую $u(t)$ изменениями в параметрах при проектировании.

Подсчеты показали, что с ростом v уменьшается содержание высших гармоник в искаженной форме кривой выходного напряжения, так как при этом увеличивается частота вращения высших гармоник поля, из-за чего их демпфирование усиливается. По результатам расчетов (рис. 4) видно, что ФС ААСГ чувствительны к $\cos \varphi$ нагрузки, причем на всем диапазоне изменения s . Чем больше индуктивная компонента в нагрузке по сравнению с активной, тем меньше $k_y^{(U)}(s)$.

Выводы. 1. Фальсифицирующая способность ААСГ зависит от скольжения $|s|$, параметров машины, нагрузки z_n , частоты v . С возрастанием $|s|$ наблюдается уменьшение

зависимости ФС от параметров машины. Начиная с некоторого значения $|s|$, ФС перестает зависеть от параметров машины. Это значение скольжения тем меньше, чем больше постоянная времени $T_{fпч}$.

2. С ростом $|s|$ ФС по напряжению постепенно ухудшается, а ФС по току остается практически неизменной.

Приложение. Частные случаи зависимостей $k_y^{(U)}$. (Нумерация п. п. соответствует табл. 1.):

2. r_n, C_n : $k_y^{(U)} \approx \sum_{v>-s}^v \varepsilon \frac{|s|}{v} \times \\ \times \sqrt{\frac{(r_{вн}^2 + 1/\varepsilon^2 C_n^2)[r_{\Sigma}^2 + (l'_{\Sigma} - 1/C_n)^2]}{(r_{вн}^2 + 1/C_n^2)[r_{\Sigma}^2 + \varepsilon^2(l'_{\Sigma} - 1/\varepsilon^2 C_n)^2]}}.$
3. C_n : $k_y^{(U)} \approx \sum_{v>-s}^v \frac{|s|}{v\varepsilon} (l'_{\Sigma} - 1/C_n)/(l'_{\Sigma} - 1/\varepsilon^2 C_n).$
4. l_n, r_n : $k_y^{(U)} \approx \sum_{v>-s}^v \varepsilon \frac{|s|}{v} \sqrt{\frac{(r_{вн}^2 + \varepsilon^2 l_{вн}^2)(r_{\Sigma}^2 + l_{\Sigma}^2)}{(r_{вн}^2 + l_{вн}^2)(r_{\Sigma}^2 + \varepsilon^2 l_{\Sigma}^2)}}.$
5. r_n : $k_y^{(U)} \approx \sum_{v>-s}^v \varepsilon \frac{|s|}{v} \sqrt{\frac{r_{\Sigma}^2 + l_{\Sigma}^2}{r_{\Sigma}^2 + \varepsilon^2 l_{\Sigma}^2}}.$
6. 8: l_n и х. х. $k_y^{(U)} \approx \sum_{v>-s}^v \varepsilon \frac{|s|}{v}.$
7. к. з.: $k_{вых}^{(I)} \approx \sum_{v>-s}^v \varepsilon \frac{|s|}{v}.$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жемеров Г. Г. Тиристорные преобразователи частоты с непосредственной связью. — М.: Энергия, 1977.
2. Важнов А. И. Основы теории переходных процессов синхронной машины. — М. — Л.: ГЭИ, 1960.
3. Ботвинник М. М., Шакарян Ю. Г. Управляемая машина переменного тока. — М.: Наука, 1969.

[01.02.85]

УДК 621.313.32.018.782.3.001.24

Управление нестационарными процессами вентильного генератора, питающего индуктивный накопитель энергии

ВЛАСОВ Е. Н., канд. техн. наук, ХОДЖАЕВ К. Ш., доктор физ.-мат. наук
Ленинград

Постановка задачи. В последнее время во многих областях техники применяются устройства, предназначенные для накопления электрической энергии с энергоемкостью до десятков тысяч мегаджоулей [1]. Некоторые типы таких устройств наиболее рационально создавать на базе индуктивных накопителей энергии. Обеспечение их электроэнергией требует применения источников тока большой мощности. С развитием силовой выпрямительной техники в качестве источников постоянного тока весьма перспективно использовать синхронные генераторы, работающие на индуктивную нагрузку через выпрямительно-преобразовательный блок [1].

Исследование таких систем приводит к новой зада-

че — исследованию динамики генератора кратковременного действия, работающего за счет кинетической энергии предварительно раскрученного маховика, механически связанного с ротором. Для обеспечения минимального времени заряда индуктивного накопителя энергии необходимо поддерживать постоянным и равным максимальному допустимому напряжению на статоре машины во время рабочего процесса. Этого можно добиться регулированием напряжения возбуждения.

Задача состоит в определении соответствующего закона изменения напряжения возбуждения и нестационарных процессов в машине и нагрузке.

Рассматриваемая установка (рис. 1) действует сле-

дующим образом. Вначале ротор генератора и установленный на одном валу с ним маховик раскручиваются относительно маломощным двигателем до номинальной угловой скорости. Обмотки статора и возбуждения генератора при этом разомкнуты. Затем машина включается на трансформатор, и подается напряжение возбуждения; после затухания переходных процессов замыкаются цепи вторичных обмоток трансформатора с выпрямителем и индуктивным накопителем.

В момент включения нагрузки токи во вторичных обмотках трансформатора, в выпрямителе и накопителе равны нулю. Затем в системе начинаются переходные процессы. Они вызывают изменение напряжения на статоре машины. Для компенсации этого изменения с целью обеспечения минимального времени заряда накопителя необходимо изменить напряжение возбуждения. Однако добиться того, чтобы напряжение на статоре имело заданное значение сразу же после включения накопителя, практически невозможно: обязательно будет некоторый интервал времени в несколько периодов переменного тока, когда напряжение на статоре отлично от требуемого, которого можно достичь только по истечении этого интервала. При этом существенно: нужно ли учитывать переходные процессы в демпферной обмотке? Их требуется учитывать в случае, когда постоянная времени демпферной обмотки сравнима с временем заряда накопителя. Технически интересен и случай, когда постоянная времени демпферной обмотки много меньше времени заряда.

Уравнения медленных нестационарных процессов. Полная система уравнений машины с нагрузкой (рис. 1) в абсолютных (размерных) величинах состоит из уравнений самого генератора и уравнения цепи нагрузки:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt'} \left[L(i_{a1}' - i_{b1}') + M(i_{b1}' - i_{a1}') \cos \frac{2\pi}{3} + \right. \\ & + (M_f i_f' + M_t i_t') \left(\cos \vartheta - \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) - \\ & \left. - M_k i_k' \left(\sin \vartheta - \sin \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \right] + \\ & + \frac{d}{dt'} \left[\left(\frac{\omega_1^2}{R_m} + L_{s1} \right) (i_{a1}' - i_{b1}') + \frac{\omega_1 \omega_2}{R_m} (i_{a2}' - i_{b2}') \right] + \\ & + R(i_{a1}' - i_{b1}') = 0; \\ & \frac{d}{dt'} \left[L(i_{a1}' - i_{c1}') + M(i_{c1}' - i_{a1}') \cos \frac{2\pi}{3} + \right. \\ & + (M_f i_f' + M_t i_t') \left(\cos \vartheta - \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) - \\ & \left. - M_k i_k' \left(\sin \vartheta - \sin \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \right] + \\ & + \frac{d}{dt'} \left[\left(\frac{\omega_1^2}{R_m} + L_{s1} \right) (i_{a1}' - i_{c1}') + \frac{\omega_1 \omega_2}{R_m} (i_{a2}' - i_{c2}') \right] + \\ & + R(i_{a1}' - i_{c1}') = 0; \\ & \frac{d}{dt'} \left[L_{f0} i_f' + M_{f10} i_t' + M_f (i_{a1}' \cos \vartheta + i_{b1}' \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ & \left. + i_{c1}' \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right)) \right] + R_{f0} i_f' = e_{f0}; \\ & \frac{d}{dt'} \left[L_{t0} i_t' + M_{t10} i_f' + M_t (i_{a1}' \cos \vartheta + i_{b1}' \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ & \left. + i_{c1}' \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right)) \right] + R_{t0} i_t' = 0; \end{aligned} \quad (1)$$

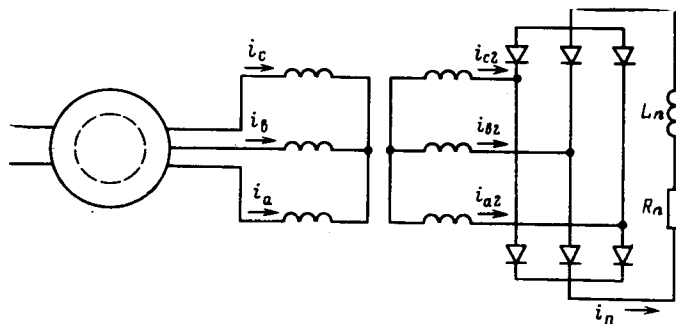


Рис. 1. Схема установки

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt'} \left[L_{k0} i_k' - M_k \left(i_{a1}' \sin \vartheta + i_{b1}' \sin \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + i_{c1}' \sin \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right) \right) \right] + R_{k0} i_k' = 0; \\ & J \frac{d\omega'}{dt'} = -\frac{3}{2} (\Psi_q' i_d' - \Psi_d' i_q'), \quad \omega' = \frac{d\vartheta}{dt'}; \\ & U_n' = L_n \frac{di_n'}{dt'} + R_n i_n'. \end{aligned}$$

Выражение для э.д.с. индукции во вторичной обмотке фазы *a* трансформатора имеет вид:

$$e_{a2}' = \frac{d}{dt'} \left[\frac{\omega_1 \omega_2}{R_m} i_{a1}' + \left(\frac{\omega_2^2}{R_m} + L_{s2} \right) i_{a2}' \right].$$

Аналогично составляются выражения для фаз *b* и *c*. Здесь $L, L_{f0}, M \cos(2\pi/3), M_{f10}, M_f \cos \vartheta$ и т. д. — коэффициенты индукции и взаимной индукции; $i_{a1}', i_{b1}', i_{c1}'$ и т. д. — токи в обмотках машины; $i_{a2}', i_{b2}', i_{c2}'$ — токи во вторичных обмотках трансформатора; ω_1, ω_2 — числа витков первичной и вторичной обмоток трансформатора; R_m — сопротивление основного магнитного пути трансформатора; L_{s1}, L_{s2} — индуктивности рассеяния; R, R_{f0} и т. д. — активные сопротивления соответствующих цепей; ϑ — угол поворота ротора; ω' — угловая скорость; J — момент инерции; $\Psi_d', \Psi_q', i_d', i_q'$ — потокосцепления и токи по продольной и поперечной осям машины; U_n' — выпрямленное напряжение; L_n, R_n — индуктивное и активное сопротивления нагрузки; i_n' — ток в накопителе.

Кроме того, в полную систему уравнений установки входят уравнения для токов в контурах выпрямителя. Эти уравнения здесь не приводятся (см. ниже, а также [2]), поскольку далее можно ограничиться использованием известных соотношений между напряжениями на входе и выходе выпрямителя.

Исходными для последующего будут не уравнения (1), а получающиеся из них с помощью асимптотического метода более простые уравнения медленных нестационарных процессов [2]. Они записываются после введения в (1) специальных безразмерных величин, отличных от величин в системе x_{ad} и др. (подробнее см. [2]). Базисные роторные токи:

$$i_{f*} = \frac{L_{ad}}{M_f} i_*; \quad i_{t*} = \frac{L_{ad}}{M_t} i_*; \quad i_{k*} = \frac{L_{ad}}{M_k} i_*,$$

где i_* — базисный ток статора, который принимается обычно равным номинальному для данной машины; $L_{ad} = (3M_f M_t / 2M_{f10})$.

Базисный ток в цепи нагрузки выбирается равным $i_{n*} = (\omega_1/\omega_2)i_*$, а характерное время t_* — примерно равным постоянной времени демпферной обмотки «К», т. е. $t_* \approx L_K/R_K$.

Заменив в (1) размерные переменные безразмерными, приходим к уравнениям с малыми параметрами [2]. Наличие малых параметров позволяет существенно упростить интегрирование уравнений. Для этого следует использовать асимптотический метод разделения движений систем со многими быстрыми переменными, который сводится к отделению медленных процессов от быстрых (подробнее см. [2]). Медленными переменными являются $\Psi_l = i_f + i_t + i_d$, $\Psi_p = i_q + i_K$, ω и i_n . Быстрыми переменными являются все остальные токи и переменная $\Psi_f = i_f - (\sigma_l/\sigma_f)i_l$, причем

$$\frac{\sigma_l}{\sigma_f} = \frac{M_f(L_{l0}M_f - M_lM_{f0})}{M_l(L_{f0}M_l - M_fM_{f0})}.$$

Использование асимптотического метода сводится к следующему (подробнее см. [2]). Уравнения для быстрых переменных интегрируются при условии, что медленные переменные не зависят от времени. Полученные выражения вносятся в уравнения для медленных переменных, эти уравнения усредняются по быстрому времени и углу θ . При этом, помимо прочего, требуется найти напряжение питания накопителя. Его определение сводится к расчету установившихся процессов в цепях выпрямителя при синусоидальном напряжении на его входе. Такой расчет выполняется известными способами для любой схемы выпрямления. В статье рассматривается схема Ларионова, работающая в наиболее простом режиме, когда мал и может не учитываться интервал одновременной работы трех вентилей, т. е. когда можно считать угол перекрытия [3] равным нулю.

В результате получаются следующие уравнение медленных нестационарных процессов, существенно более простые, чем исходные:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_l}{dt} + \omega_{ll}\Psi_l - \omega_{lp}i_n \frac{\Psi_p}{\sqrt{\Psi_l^2 + \Psi_p^2}} &= \omega_{le}e_f; \\ \frac{d\Psi_p}{dt} + \omega_{pl}i_n \frac{\Psi_l}{\sqrt{\Psi_l^2 + \Psi_p^2}} + \omega_{pp}\Psi_p &= 0; \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{2\sqrt{3}}{\pi}v_{\omega}i_n \sqrt{\Psi_l^2 + \Psi_p^2}; \\ \frac{di_n}{dt} &= \frac{3\sqrt{3}}{\pi}v_{ie}\omega \sqrt{\Psi_l^2 + \Psi_p^2} - v_{ir}i_n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь } \omega_{ll} &= \frac{\varepsilon_f v_l}{v_t + \varepsilon_f}; \quad \omega_{lp} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \omega_{ll}; \quad \omega_{pp} = v_K; \quad \omega_{pl} = \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} v_K; \quad v_{ie} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \varepsilon_n; \quad v_{\omega} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \varepsilon_{\omega}; \quad v_{ir} = \\ &= \varepsilon \varepsilon_n \left[v_n + 2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} v_d + v_{d2} \right) \right] \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2. \end{aligned}$$

Безразмерные параметры системы выражаются через перечисленные выше размерные параметры машины и нагрузки:

$$\varepsilon_f = \frac{2}{3} \frac{R_{f0}t_*}{L_{af}}; \quad v_t = \frac{2}{3} \frac{R_{t0}t_*}{L_{at}}; \quad v_K = \frac{2}{3} \frac{R_{K0}t_*}{L_K};$$

$$\varepsilon_f e_f = \frac{2}{3} \frac{e_{f0}t_*}{L_{af}i_{f*}}; \quad \varepsilon_{\omega} = \frac{3}{2J} \frac{t_*}{\omega_*} i_*^2 L_{ad};$$

$$\varepsilon \varepsilon_n = \frac{L_{ad}}{L_n} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2; \quad v_n = \frac{R_n t_*}{L_{ad}}; \quad v_d = \frac{R_t t_*}{L_{ad}};$$

$$v_{d2} = \frac{R_2 + R_B}{L_{ad}} t_*; \quad L_{af} = \frac{2}{3} \frac{M_f M_{f0}}{M_t}; \quad L_{at} = \frac{2}{3} \frac{M_t M_{f0}}{M_f},$$

где R_2 , R_B — активные сопротивления вторичной обмотки трансформатора и вентиля в прямом направлении.

Управление с учетом переходных процессов в демпферной обмотке. Переходные процессы в демпферной обмотке следует учитывать, когда ее постоянная времени T_K сравнима со временем заряда T_n накопителя. Этот случай практически возможен, например, может быть $T_K \approx 0,45$ с, $T_n = 1$ с.

Присоединим к уравнениям (2) соотношение, выражающее амплитуду напряжения на статоре через угловую скорость и потокосцепления:

$$U_c(\Psi_l, \Psi_p, \omega) = \omega \sqrt{\Psi_l^2 + \Psi_p^2}. \quad (3)$$

Для максимально быстрого заряда накопителя необходимо, чтобы в течение переходного процесса напряжение U_c равнялось максимально допустимому значению $U_{c \max}$. Этого можно достичь выбором функции $e_f(t)$. Таким образом, задача сводится к нахождению пяти неизвестных функций времени $\Psi_l(t)$, $\Psi_p(t)$, $\omega(t)$, $i_n(t)$, $e_f(t)$, удовлетворяющих уравнениям и соотношению $U_c = U_{c \max} = \text{const}$.

Начальные условия для переменных Ψ_l , Ψ_p определяются значениями токов до включения нагрузки; из этих токов лишь ток обмотки возбуждения $i_{f0} \neq 0$. Токи статора до включения нагрузки пропорциональны малому параметру ε_n (см. [2]), и в рассматриваемом первом приближении их можно считать равными нулю, поэтому

$$\begin{aligned} \Psi_l(0) &= i_{d0} + (1 + \varepsilon_f \sigma_f) i_{f0} + i_{t0} \approx i_{f0}; \\ \Psi_p(0) &= i_{q0} + i_{K0} = 0. \end{aligned}$$

Начальные значения угловой скорости и тока в нагрузке: $\omega(0) = \omega_0$, $i_n(0) = 0$. Значение $\Psi_l(0)$ должно удовлетворять соотношению $U_c(\Psi_l(0), 0, \omega(0)) = U_c(0)$. Отсюда с помощью (3) получим

$$\Psi_l(0) = \frac{U_c(0)}{\omega_0}.$$

Практически значение $\Psi_l(0)$ задается напряжением e_{f0} до включения нагрузки: $e_{f0} = \Psi_l(0) = i_{f0}$. В отличие от задачи об управлении генератором, включенным на активно-индуктивную нагрузку [4], начальное значение $e_f(0)$ функции $e_f(t)$ равно напряжению возбуждения e_{f0} , которое требуется для установления Ψ_{l0} . Иначе говоря, в данной задаче функция $e_f(t)$ в момент включения нагрузки непрерывна.

Уравнения (2) с учетом (3) запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_l}{dt} + \omega_{ll}\Psi_l - \omega_{lp} \frac{i_n \Psi_p \omega}{U_c} &= \omega_{le} e_f; \\ \frac{d\Psi_p}{dt} + \omega_{pl} \frac{i_n \Psi_l \omega}{U_c} + \omega_{pp}\Psi_p &= 0; \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\alpha_{\omega} i_n \frac{U_c}{\omega}; \\ \frac{di_n}{dt} &= \alpha_{ie} U_c - v_{ir} i_n. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{Здесь } \alpha_{\omega} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} v_{\omega}; \quad \alpha_{ie} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} v_{ie}.$$

Вместе с соотношением $U_c(\Psi_l, \Psi_p, \omega) = U_{c \max}$ уравнения (4) образуют замкнутую систему пяти уравнений относительно пяти неизвестных функций времени. Эта система может быть решена различными способами. Можно, например, свести дело к одному дифференциальному уравнению первого порядка следующим образом.

Так как поставлено условие, что напряжение на статоре $U_c = U_{c \max} = \text{const}$, то, проинтегрировав второе уравнение (4), получим

$$i_n(t) = \frac{\alpha_{ie}}{v_{ir}} U_{c \max} (1 - e^{-v_{ir} t}). \quad (5)$$

Подставим (5) в третье уравнение (4). Интегрируя, найдем угловую скорость как функцию времени

$$\omega^2(t) = \omega_0^2 - 2U_{c \max}^2 \frac{\alpha_{\omega} \alpha_{ie}}{v_{ir}} \left[t - \frac{1}{v_{ir}} (1 - e^{-v_{ir} t}) \right]. \quad (6)$$

Далее из (3) с помощью (6) определим выражение, связывающее Ψ_l и Ψ_p :

$$\Psi_l(t) = \sqrt{\frac{U_{c \max}^2}{\omega^2(t)} - \Psi_p^2(t)}. \quad (7)$$

Знак перед радикалом в (7) определяется знаком тока возбуждения в начальный момент времени. Здесь для определенности считаем $i_{f0} > 0$. Соотношение (7) позволяет исключить Ψ_l . Подставив Ψ_l из (7) во второе уравнение (4), придем к одному уравнению первого порядка:

$$\frac{d\Psi_p}{dt} = -\omega_{pp} \Psi_p - \omega_{pl} \frac{\alpha_{ie}}{v_{ir}} (1 - e^{-v_{ir} t}) \left\{ U_{c \max}^2 - \left[\omega_0^2 - 2U_{c \max}^2 \frac{\alpha_{\omega} \alpha_{ie}}{v_{ir}} \left(t - \frac{1}{v_{ir}} (1 - e^{-v_{ir} t}) \right) \right] \Psi_p^2 \right\}^{1/2}. \quad (8)$$

Решив (8) при начальных условиях $\Psi_p(0) = 0$ из (7) определим зависимость $\Psi_l(t)$. Теперь по известным зависимостям $\Psi_l(t)$, $\Psi_p(t)$, $\omega(t)$, $i_n(t)$ найдем закон изменения напряжения возбуждения $i_f(t)$, который и обеспечивает поддержание постоянным напряжения на статоре:

$$e_f(t) = \frac{1}{\omega_{li}} \frac{d\Psi_l}{dt} + \Psi_l - \frac{\omega_{lp}}{\omega_{li}} \frac{i_n \Psi_p \omega}{U_{c \max}}. \quad (9)$$

Здесь $d\Psi_l/dt$ находится дифференцированием (7).

Зная $\Psi_l(t)$, $\Psi_p(t)$, $\omega(t)$, $i_n(t)$, $e_f(t)$, можно найти медленные составляющие токов i_{ds} , i_{qs} и т. п., т. е. полностью определить медленный нестационарный процесс в генераторе.

Напряжение на статоре машины будет постоянным и равным $U_{c \max}$ все время, пока осуществляется закон изменения e_f , за исключением малого промежутка времени после включения нагрузки, т. е. того промежутка, на котором затухают быстрые переходные процессы [2]. Практически может оказаться, что найденное таким путем значение e_f через некоторое время примет значение большее, чем максимально допустимое $e_{f \max}$, при этом поддерживать далее значение $U_c = U_{c \max}$ невозможно, и после достижения $e_f = e_{f \max}$ напряжение возбуждения нужно уже не регулировать, а поддерживать постоянным, равным $e_{f \max}$.

Управление в случае, когда постоянная времени демпферной обмотки значительно меньше времени заряда накопителя. Рассмотрим технически интересный случай, когда постоянная времени T_k демпферной обмотки много меньше времени T_n заряда накопителя. Учтем также, что синхронные генераторы обычно имеют постоянную времени T_k , много меньшую, чем постоянная времени обмотки возбуждения и механическая постоян-

ная времени. При этом можно пренебречь переходными процессами в демпферной обмотке. Сразу же отметим, что в данном случае закон управления оказывается более простым и легче реализуемым, чем найденный выше.

При малой постоянной времени контура «к» переменная Ψ_p в (2) будет быстрой по сравнению с другими, и ее можно отделить с помощью асимптотического метода. Это делается следующим образом. Найдем установившееся решение $\Psi_p = \Psi_p(\Psi_l, \omega, i_n)$ второго уравнения системы (2), считая в нем Ψ_l , ω , i_n не зависящими от времени параметрами, и внесем результат в остальные три уравнения (подробнее см. 2). Придем к системе:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_l}{dt} + v_f \Psi_l + \frac{12}{\pi^2} v_f \times \\ \times \frac{i_n^2 \Psi_l}{\frac{\Psi_l^2}{2} + \Psi_l \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{4} + \frac{12}{\pi^2} i_n^2}} &= v_f e_f; \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\alpha_{\omega} i_n \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{2} + \Psi_l \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{4} + \frac{12}{\pi^2} i_n^2}}; \\ \frac{di_n}{dt} &= \alpha_{ie} \omega \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{2} + \Psi_l \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{4} + \frac{12}{\pi^2} i_n^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Выражение для напряжения на статоре после исключения Ψ_p из (3) имеет вид

$$U_c = \omega \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{2} + \Psi_l \sqrt{\frac{\Psi_l^2}{4} + \frac{12}{\pi^2} i_n^2}}. \quad (11)$$

В данном случае задача сводится к нахождению четырех неизвестных функций $\Psi_l(\tau)$, $\omega(\tau)$, $i_n(\tau)$, $e_f(\tau)$ медленного времени $\tau = v_f t$ из системы трех дифференциальных уравнений (10) и соотношения $U_c = U_{c \max}$, где $U_c(\Psi_l, \omega, i_n)$ определяется по (11).

Отметим одно свойство выражения для Ψ_p в данной задаче. При выводе (10) следует найти Ψ_p из второго уравнения (2), считая Ψ_l , i_n постоянными параметрами. Все решения этого уравнения, кроме частного, являются функциями времени t и медленного времени $v_f t$. Это частное решение не зависит от t и равно $\Psi_p = \langle \Psi_p \rangle = F(\Psi_l, i_n)$. Пусть начальное условие для Ψ_p соответствует этому частному решению, т. е. $\Psi_p(0) = F(\Psi_l(0), i_n(0))$, тогда во всем процессе функция Ψ_p не будет зависеть от времени t и будем иметь только медленно изменяющуюся компоненту, зависящую от $v_f t$. Именно этот случай реализуется в рассматриваемой задаче, поскольку $\Psi_p(0) = 0$ и $F(0) = 0$.

С указанным свойством функции Ψ_p связано следующее обстоятельство. Рассмотрим выражение (7) в общем случае, т. е. при иных начальных условиях; Ψ_p будет функцией времени t , такой же функцией t будет Ψ_l . Это должно привести к тому, что в первом уравнении (2) некоторые значения величин формально будут иметь порядок $1/v_f$. В результате постановка задачи об управлении при иных начальных условиях требует дополнительного уточнения; соответствующие замечания для случая активно-индуктивной нагрузки без выпрямителя имеются в [4]. Однако при рассматриваемых начальных условиях, естественных для системы с накопителем, указанное обстоятельство несущественно.

Рассмотрим наиболее интересный случай, охватывающий систему с индуктивным накопителем, когда v_{ir} мало и можно положить $v_{ir}=0$. Проинтегрировав третье уравнение (10) с учетом соотношения (11), получим

$$i_n(\tau) = \frac{\alpha_{ie}}{v_f} U_{c \max} \tau. \quad (12)$$

Из второго уравнения (10) и соотношения (12) после интегрирования имеем

$$\omega^2(\tau) = \omega_0^2 - \frac{\alpha_{\omega} \alpha_{ie}}{v_f^2} U_{c \max}^2 \tau^2. \quad (13)$$

Далее из (11), используя (12) и (13) для i_n и ω^2 , найдем Ψ_I в явном виде:

$$\Psi_I = U_{c \max} \left\{ \left(\omega_0^2 - \frac{\alpha_{\omega} \alpha_{ie}}{v_f^2} U_{c \max}^2 \tau^2 \right) \left[1 + \left(\omega_0^2 - \frac{\alpha_{\omega} \alpha_{ie}}{v_f^2} U_{c \max}^2 \tau^2 \right) \frac{12}{\pi^2} \left(\frac{\alpha_{ie}}{v_f} \right)^2 \tau^2 \right]^{-1/2} \right\} \quad (14)$$

Наконец, из первого уравнения (10) получим зависимость

$$e_i(\tau) = \frac{d\Psi_I}{d\tau} + \Psi_I \left(1 + \frac{12}{\pi^2} \frac{i_n^2 \omega^2}{U_{c \max}^2} \right). \quad (15)$$

Здесь i_n , ω^2 определяются из (12) и (13), $d\Psi_I/d\tau$ находится дифференцированием (14).

Таким образом, расчет процесса сводится к вычислению всех искоемых величин как явно заданных функ-

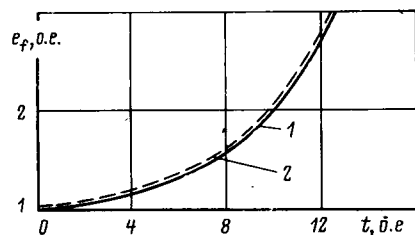


Рис. 2. Кривые изменения e_f , обеспечивающего постоянное напряжение на статоре $U_{c \max}=1$: 1 — $e_f(\tau)$; 2 — $e_f(t)$

Рис. 3. Зависимости тока в нагрузке и угловой скорости от времени при поддержании постоянным напряжения на статоре $U_{c \max}=1$: 1 — $i_n(\tau)$; 2 — $\omega(\tau)$

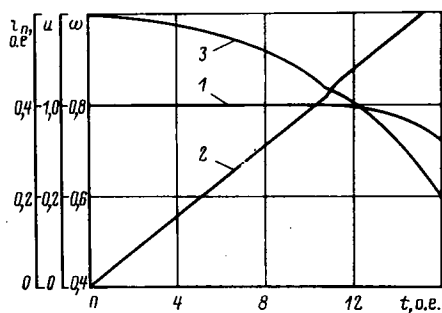
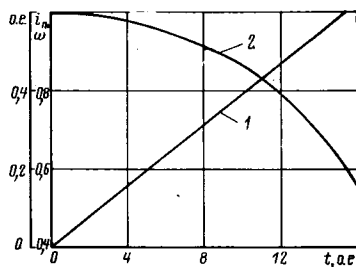


Рис. 4. Зависимости напряжения на статоре, тока в нагрузке и угловой скорости от времени при $e_{f \max}=2$: 1 — U_c ; 2 — i_n ; 3 — ω

ций медленного времени τ , т. е. задача решена в явном виде и не требует численного интегрирования.

При регулировании возбуждения по найденным в этом разделе законам напряжение на статоре будет постоянным и равным $U_{c \max}$ во все время регулирования, кроме начального промежутка времени после включения нагрузки; этот промежуток примерно равен двум-трем постоянным времени демпферного контура «к». Если же при найденном законе регулирования в некоторый момент времени e_f достигает значения $e_{f \max}$, то далее процесс нужно вести, поддерживая e_f постоянным и равным $e_{f \max}$. Напряжение на статоре при этом уже будет переменным $U_c < U_{c \max}$.

Численные расчеты законов управления возбуждением и соответствующих нестационарных процессов были выполнены для машины 12,5 МВт. Для других машин, даже при существенном различии в мощностях, безразмерные параметры в исходных уравнениях (см. уравнения (4) в [2]) оказываются близкими к рассчитанным для машины 12,5 МВт. Соответственно близкими получаются и зависимости безразмерных переменных от времени в нестационарных процессах. Для расчетов использовались уравнения (4), (10) вместе с соотношениями (3) и (11). Все кривые получены для случая чисто индуктивной нагрузки, т. е. при $v_{ir}=0$.

На рис. 2 изображены кривые изменения напряжения возбуждения, обеспечивающего постоянство напряжения на статоре; напряжение на статоре принималось равным номинальному напряжению машины $U_{c \max}=1$. На рис. 3 представлены получающиеся в этом случае кривые изменения тока в нагрузке и угловой скорости. Штриховой линией на рис. 2 показан результат расчета по уравнениям (4). Близость результатов, полученных при решении уравнений (4) и (10), подтверждает приемлемость наиболее простых уравнений (10).

На рис. 4 представлены кривые изменения напряжения на статоре, тока в нагрузке и угловой скорости в случае $e_{f \max}=2$.

Укажем отличия полученных результатов от результатов работы [4]. В [4] рассматривался синхронный генератор, нагруженный на симметричную активно-индуктивную нагрузку, и определялся закон изменения возбуждения с целью поддержания постоянной мощности, снимаемой с генератора при торможении. В настоящей работе рассмотрена задача о поддержании постоянным заданного напряжения на статоре. Различия в переменных, которые требуется поддерживать постоянными, а также в характере нагрузок ведут к различиям в характере кривых напряжений возбуждения, необходимых для поддержания постоянными мощностью и напряжением на статоре. В отличие от [4] напряжение возбуждения, определяемое по (9) или (15), непрерывно в момент включения (см. выше).

Расчеты законов управления и соответствующих нестационарных процессов подтверждают эффективность использования асимптотических методов нелинейной механики в теории электрических машин. Полученные законы изменения напряжения возбуждения достаточно «плавные», их практическая реализация не вызывает затруднений.

Результаты настоящей работы могут быть использованы как при расчете и проектировании синхронных генераторов кратковременного действия, так и при создании регуляторов напряжения возбуждения для них. Однако вопрос о синтезе системы регулирования,

реализующей требуемый закон управления, здесь не рассматривается. Отметим лишь, что найденные законы управления могут быть реализованы с помощью замкнутой системы регулирования, состоящей из измерителя напряжения и регулятора возбуждения. Но такая система из-за существенно нестационарного характера объекта может оказаться довольно сложной. Значительно проще должна быть система программного регулирования, однако ей присущи ошибки вызванные погрешностью задания исходных параметров машины и т. п. Наиболее рационально использовать комбинированную систему, состоящую из программного регулятора и корректирующей замкнутой системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Кашарский Э. Г., Рутберг Ф. Г. Синхронные генераторы в электрофизических установках. — Л.: Наука, 1977.
2. Власов Е. Н., Ходжаев К. Ш. Нестационарные процессы синхронного генератора, питающего индуктивный накопитель энергии. — Электричество, 1982, № 11.
3. Размадзе Ш. М. Преобразовательные схемы и системы. — М.: Высшая школа, 1967.
4. Саблин А. Д., Ходжаев К. Ш. Управление переходным процессом синхронного генератора кратковременного действия. — Электричество, 1982, № 12.

[20.03.85]

УДК 621.313.333.016.35

Исследование устойчивости асинхронного двигателя

ЭПШТЕЙН И. И., канд. техн. наук

Харьков

Качественное управление асинхронным двигателем при питании от тиристорного преобразователя частоты обеспечивается векторным подчиненным регулированием [1]. В то же время для наиболее массового привода (без специальных требований по динамике) применяется связанное регулирование амплитуды и частоты без учета электромагнитных процессов в двигателе. В этом случае двигатель в целом выступает как некоторая динамическая система, являющаяся объектом регулирования. Динамические свойства двигателя описываются семейством частотных характеристик, рассчитываемых с помощью ЦВМ [2], но при этом остается неясным, является ли сам двигатель устойчивой системой при произвольном значении частоты и амплитуды напряжения на его зажимах.

На возможность неустойчивости двигателя при $|s| < |s_k|$ с питанием от источника бесконечной мощности указано, например, в [3], в [6] исследован и описан режим автоколебаний двух конкретных двигателей при фиксированной частоте и регулировании напряжения. Однако в литературе отсутствует всестороннее исследование вопроса, при каком сочетании параметров двигателя, привода, частоты и амплитуды питающего напряжения сети бесконечной мощности возможна неустойчивость типа самораскачивания двигателя при работе на устойчивой ветви механической характеристики.

В статье исследованы условия самораскачивания асинхронного двигателя при питании от сети бесконечной мощности и меняющихся значениях частоты и амплитуды напряжения с учетом указанного многообразия параметров системы.

Дифференциальные уравнения асинхронного двигателя во вращающейся с частотой ω_k системе координат общеизвестны [3]. Двигатель как электромеханическая система может быть представлен блок-схемой, показанной на рис. 1. Для исследования устойчивости данной системы необходимо располагать динамической характеристикой момента асинхронного двигателя в функции частоты скольжения. В [3] дано выражение для частотной характеристики момента асинхронного двигателя, но из-за громоздкости оно слишком неудобно для практического использования. Ниже выполнен анализ частотной характеристики электромагнитного момента двигателя в

функции скольжения при произвольном значении частоты питающей сети. Линеаризованная в малом система уравнений двигателя имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \bar{i}_1 r_1 + (p + j\omega_k) \bar{\psi}_1; \\ 0 &= \bar{i}_2 r_2 + [p + j(\omega_k - \omega_0)] \bar{\psi}_2 - j\Delta\omega \bar{\psi}_{20}; \\ \bar{\psi}_1 &= L_1 \bar{i}_1 + L_0 \bar{i}_2; \\ \bar{\psi}_2 &= L_0 \bar{i}_1 + L_2 \bar{i}_2; \\ m &= C_m [\bar{I}_{20} \times \bar{\psi}_2 + \bar{i}_2 \times \bar{\psi}_{20}]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Индексом «0» обозначены параметры установившегося режима, в окрестностях которого выполняется исследование.

Для упрощения уравнений (1) совмещаем вещественную ось системы координат с вектором $-j\bar{\psi}_{20}$ и принимаем следующую систему базовых величин: потоко-сцепления $\Psi_6 = \Psi_{20}$; времени $T_6 = \frac{1}{r_2} (L_2 - L_0^2/L_1)$, T_6 — постоянная времени роторной цепи при закороченной обмотке статора и $r_1 = 0$; частоты $\omega_6 = \frac{1}{T_6}$; момента

$M_6 = C_m \omega_6 \Psi_{20}^2 / r_2 = C_m \frac{\Psi_{20}^2}{L_1 L_2 - L_0^2} L_1$, M_6 — значение момента, соответствующее потоко-сцеплению ротора Ψ_6 и частоте скольжения ω_6 ; напряжения $U_6 = \omega_6 \Psi_6$; тока $I_6 = \Psi_6 \frac{1}{L_1 L_2 - L_0^2} L_1$; сопротивления $R_6 = U_6 / I_6 = r_2$.

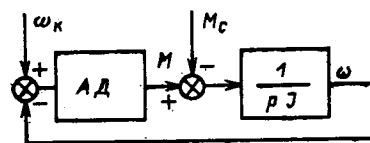


Рис. 1. Блок-схема асинхронного двигателя

Ниже значения переменных и параметров двигателя выражаются в относительных величинах; для переменных, а также их изображений и параметров будут использоваться те же обозначения, что и в уравнениях (1). Дополнительно вводятся следующие обозначения

$$\alpha_1 = \frac{\omega_K}{\omega_6}; \quad \beta_1 = \frac{\omega_K - \omega_0}{\omega_6}; \quad \mu = \frac{m}{M_6}; \quad k_T = \frac{r_1 L_2}{r_2 L_1};$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_0^2}{L_1 L_2}.$$

С учетом сказанного система (1) преобразуется к следующему виду:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \beta_1 &= \bar{i}_2 + (p_1 + j\beta_1) \bar{\psi}_2; \\ 0 &= k_T (\bar{\psi}_2 \sigma - \bar{i}_2) + (p_1 + j\alpha_1) (\bar{\psi}_2 - \tau_2); \\ \mu &= [\tau_2 \times j + \beta_1 \times \bar{\psi}_2]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Решение системы (2) относительно \bar{i} и $\bar{\psi}_2$ в операторной форме дает:

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_2(s_1) &= \frac{(K_T \sigma + s_1 + j\alpha_1) \Delta \beta_1(s_1)}{K_T \sigma + K_T (s_1 + j\beta_1) + s_1 + j\alpha_1 + (s_1 + j\alpha_1)(s_1 + j\beta_1)}; \\ \bar{\psi}_2(s_1) &= \frac{(K_T + s_1 + j\alpha_1) \Delta \beta_1(s_1)}{K_T \sigma + K_T (s_1 + j\beta_1) + s_1 + j\alpha_1 + (s_1 + j\alpha_1)(s_1 + j\beta_1)}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Обозначаем передаточную функцию тока i_{2d} при изменении $\Delta \beta_1$ через $i_{2d}^{\beta_1}(s_1)$, что аналогично по смыслу обозначению $\psi_{2q}^{\beta_1}(s_1)$. Индексом d обозначаем вещественную ось системы координат, q — мнимую. Раскрывая векторное произведение в выражении для момента (2), получаем

$$\mu = i_{2d} + \beta_1 \psi_{2q}, \quad (4)$$

соответственно

$$\mu^{\beta_1}(s_1) = i_{2d}^{\beta_1}(s_1) + \beta_1 \psi_{2q}^{\beta_1}(s_1). \quad (5)$$

В блок-схеме (рис. 1) звено АД более конкретно выражается передаточной функцией $\mu^{\beta_1}(s_1)$, но при этом следует преобразовать звено $1/pJ$, используя базовые значения момента и времени

$$1/pJ \rightarrow 1/p_1 H_1. \quad (6)$$

Здесь H_1 — время (о. е.) разгона маховых масс привода, приведенных к валу двигателя, под действием базового момента M_6 до скорости ω_6/z_p ; z_p — число пар полюсов двигателя;

$$H_1 = \frac{J \omega_6}{z_p M_6} \frac{1}{T_6}; \quad (7)$$

H_1 — обобщенный параметр, учитывающий GJ^2 привода, режим работы и параметры двигателя, а именно Ψ_{20} и ω_6 .

Как будет показано ниже, H_1 — наиболее существенный параметр, определяющий устойчивость. Приближенно H_1 и α_1 определяются следующими соотношениями

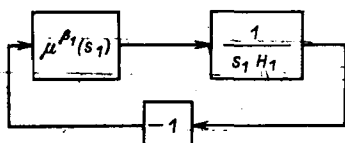


Рис. 2. Структурная схема асинхронного двигателя

ми $H_1 \approx T_p \omega_n s_{kp}$; $\alpha_1 \approx \alpha^{1/s_{kp}}$, где T_p — время разгона под действием номинального момента до номинальной синхронной скорости; s_n — номинальное скольжение; s_{kp} — критическое скольжение.

Приведем пример. Для двигателей 4А мощностью 110 кВт и высотой центра 280—355 мм значения H_1 лежат в пределах 0,035—0,08, а $s_{kp} = 0,1$. С учетом GJ^2 механизма H_1 будет больше.

В результате выполненных преобразований получаем структурную схему исследуемой системы, показанную на рис. 2. При исследовании устойчивости замкнутой системы с использованием критерия Найквиста необходимо знать, устойчива ли разомкнутая система. В данном конкретном случае устойчивость разомкнутой системы определяется устойчивостью звена $\mu^{\beta_1}(s_1)$. Известно, например [5], что $\mu^{\beta_1}(s_1)$ является передаточной функцией устойчивого звена, и разомкнутая структурная схема (рис. 2) устойчива.

Рассмотрим устойчивость замкнутой системы (рис. 2). Исследуемая система характеризуется пятью параметрами: двигателя K_T и σ ; механической части привода H_1 ; режима α_1 и β_1 .

Сложность общего исследования заключается в многообразии переменных параметров, и это при том, что выбором системы базовых величин удалось свести до минимума число параметров двигателя, механической части привода и режима работы двигателя.

Анализ устойчивости с учетом указанных параметров будем проводить в порядке усложнения условий

1. $K_T = 0$. Подставляя формально в (3) $K_T = 0$, получаем

$$i_{2d}^{\beta_1}(s_1) = \frac{1 + s_1}{(1 + s_1)^2 + \beta_1^2}; \quad \psi_{2q}^{\beta_1}(s_1) = -\frac{\beta_1}{(1 + s_1)^2 + \beta_1^2},$$

а в соответствии с (5)

$$\mu^{\beta_1}(s_1) = \frac{1 + s_1 - \beta_1^2}{(1 + s_1)^2 + \beta_1^2}. \quad (8)$$

Передаточная функция замкнутой системы равна

$$\frac{1 + s_1 - \beta_1^2}{s_1^3 H_1 + 2s_1^2 H_1 + s_1 [(1 + \beta_1^2) H_1 + 1] + 1 - \beta_1^2}. \quad (9)$$

При $|\beta_1| > 1$ замкнутая система неустойчива. Это широко известный случай работы двигателя на неустойчивой ветви механической характеристики. При $|\beta_1| < 1$ двигатель устойчив. Но это идеализированный случай, который будет дополнительно исследован ниже.

2. $K_T \neq 0$, $\beta_1 = 0$. Согласно (5) $\mu^{\beta_1}(s_1) = i_{2d}^{\beta_1}(s_1)$. Определим выражение для передаточной функции $i_{2d}^{\beta_1}(s_1)$ по (3), учитывая, что она является вещественной частью комплексной передаточной функции $i_{2d}^{\beta_1}(s_1)$.

$$i_{2d}^{\beta_1}(s_1) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{1 + s_1 + s_1 \frac{K_T(1 - \sigma)}{K_T \sigma + s_1 + j\alpha_1}} + \frac{1}{1 + s_1 + s_1 \frac{K_T(1 - \sigma)}{K_T \sigma + s_1 - j\alpha_1}} \right\}. \quad (10)$$

Заменой в (10) s_1 на $j\delta_1$ получаем следующее выражение для частотной характеристики:

$$i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1) = \frac{1}{2\delta_1} \left\{ \frac{1}{\frac{1}{\delta_1} + j + j \frac{K_T(1-\sigma)}{K_T\sigma + j\delta_1 + j\alpha_1}} + \frac{1}{\frac{1}{\delta_1} + j + j \frac{K_T(1-\sigma)}{K_T\sigma + j\delta_1 - j\alpha_1}} \right\}. \quad (11)$$

Геометрическим местом точек конца вектора каждого слагаемого в фигурных скобках (11) при изменении δ_1 является окружность. Это может быть одна окружность для обоих слагаемых (рис. 3) либо две одинаковые окружности — каждая для отдельного слагаемого, если это диктуется удобством решения задач (рис. 4). Данная круговая диаграмма отличается от общепринятой [4], но более удобна для данного конкретного случая ее использования. Обоснование круговой диаграммы и вывод ряда соотношений, используемых ниже, приведены в приложении.

Построение диаграммы (рис. 3): на оси $(-j)$ откладывается отрезок $OO_1=1$ и $O_1O_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right)$. С центром в точке O_2 проводится окружность радиусом O_1O_2 . Для заданных δ_1 и α_1 значение $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$ определяется следующим образом: из O_2 проводится луч под углом $\arctg \frac{K_T\sigma}{\delta_1 - \alpha_1}$ оси OO_2 до пересечения с окружностью в точке B . Через O_4 и B проводится прямая до пересечения с окружностью в точке B_1 . Аналогично для угла $\arctg \frac{K_T\sigma}{\delta_1 + \alpha_1}$ определяется точка A_1 . Суммированием векторов $\overline{O_4A_1}$ и $\overline{O_4B_1}$ находим вектор $\overline{O_4C_1}$, пропорциональный $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$.

Из рис. 3 видно, что фазовый угол вектора $\overline{O_4C_1} < -\frac{\pi}{2}$.

Следовательно, для данного значения δ_1 суммарная фазовая характеристика разомкнутой системы (рис. 2) меньше, чем $-\pi$. Замкнутая система при определенном значении H_1 будет неустойчивой.

Достаточным условием устойчивости является требование неотрицательного значения вещественной части $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$ для частот, меньших частоты среза. Если обозначить вещественную часть вектора $\overline{OB_1} - g_1$, а вещественную часть $\overline{OA_1} - g_2$, $\overline{OC_1} - g$, то достаточное условие устойчивости может быть записано в виде:

$$g = g_1 + g_2 + \frac{2}{\delta_1} > 0. \quad (12)$$

Выполним грубую проверку условия (12), для чего полагаем, что g_1 принимает максимальное отрицательное значение, равное $\left(-\frac{1-\sigma}{2\sigma} \right)$, а $g_2=0$. В результате получаем, что условие (12) соответствует следующему условию:

$$\delta_1 \leq \frac{4\sigma}{1-\sigma}. \quad (13)$$

Смысл условия (13) в том, что при значениях $\delta_1 \leq \frac{4\sigma}{1-\sigma}$ независимо от K_T и α_1 фазочастотная характеристика звена $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$, которую обозначаем $\varphi(j\delta_1)$, не может быть меньше, чем $\left(-\frac{\pi}{2} \right)$.

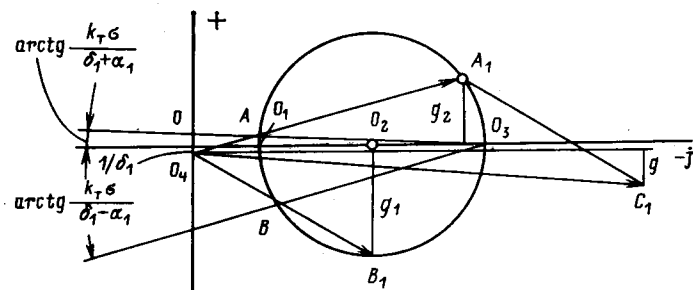


Рис. 3. Круговая диаграмма для расчета частотной характеристики момента при $\beta=0$

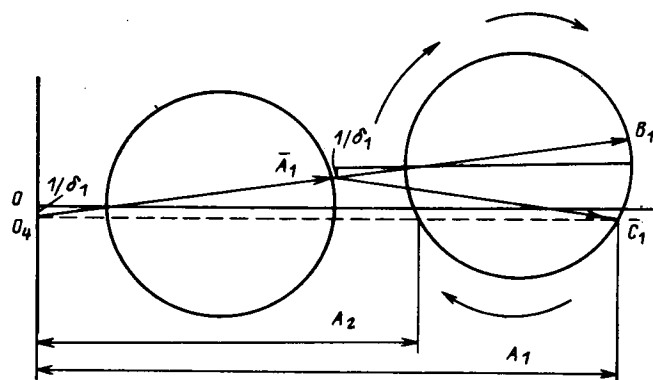


Рис. 4. Круговая диаграмма для расчета частотной характеристики момента при $\beta=0$ и $K_T=0$

Если при $\delta_1 = \frac{4\sigma}{1-\sigma}$ ЛЧХ разомкнутой системы $\frac{|i_{2d}(j\delta_1)|}{\delta_1 H_1} < 1$, то двигатель устойчив, и дальнейшее исследование частотной характеристики $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$ при больших значениях δ_1 не требуется. Для более строгого определения значения H_1 , при котором обеспечивается устойчивость, необходимо исследовать частотную характеристику $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$ во всем диапазоне δ_1 от 0 до ∞ .

2.1. Прежде чем выполнить исследование для произвольных значений K_T , σ и α_1 проведем его для случая $K_T \rightarrow 0$. Это тем более важно, что формально подставляя значение $K_T=0$ в (3), мы автоматически теряем корень $s_1 = -j\alpha_1$. Обратимся к формуле (11). Круговая диаграмма с двумя окружностями для каждого слагаемого в фигурных скобках (11) показана на рис. 4. При $K_T \rightarrow 0$ оба слагаемых для всех значений δ_1 , кроме $|\delta_1 - \alpha_1| \rightarrow 0$, записываются в виде $\delta_1/1 + j\delta_1$, получаем аналог передаточной функции (8) для $\beta_1=0$. На рис. 4 это векторы $\overline{A_1}$ и $\overline{B_1}$.

Для $|\delta_1 - \alpha_1| \rightarrow 0$ левое слагаемое в (11) сохраняет тот же вид, в правом же слагаемом конец годографа вращения

$$j \frac{K_T(1-\sigma)}{K_T\sigma + j(\delta_1 - \alpha_1)} = j \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{1}{1 + j(\delta_1 - \alpha_1)/K_T\sigma}$$

меняется от (-0) до 0, проходя значения $\left(-j \frac{1-\sigma}{\sigma} \right)$ и

$$j \frac{1-\sigma}{\sigma}.$$

Соответственно годограф $\overline{B_1}$ скользит вдоль окружности так, как показало на рис. 4, при изменении δ_1 от $\alpha_1 - \Delta$

до $\alpha_1 + \Delta$ значение $\Delta \rightarrow 0$. Суммарный годограф $\overline{O_4 C_1}$ также меняется по амплитуде и фазе. Таким образом, при $K_T \rightarrow 0$ частотная характеристика $i_{2d}^B(j\delta_1)$ во всей области частот δ_1 , кроме окрестности значения α_1 , стремящейся к нулю, соответствует передаточной функции (8), а в указанной окрестности дополнительно изменяется в соответствии с изменением вектора $O_4 C_1$ на круговой диаграмме (рис. 4). Обозначаем $O_4 C_1 = Ae^{j\varphi_1}$, а минимальное значение угла φ_1 при δ_1 в окрестностях α_1 обозначаем $\varphi_{1\min}$. Очевидно, чем больше α_1 , тем более существенным будет изменение угла φ_1 . При $\alpha_1 \rightarrow \infty$ точка O_4 сливается с O_1 и

$$\varphi_{1\min} = -\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1-\sigma}{3\sigma}. \quad (14)$$

Это предельное значение $\varphi_{1\min}$ для заданного σ . При уменьшении α_1 значение $\varphi_{1\min}$ увеличивается по сравнению со значением согласно (14). Но до тех пор, пока $\varphi_{1\min} < -\frac{\pi}{2}$, φ_1 дважды принимает значение $-\frac{\pi}{2}$ (см. рис. 4). При данных значениях φ_1

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1^2}{1+\delta_1^2} + \frac{1-\sigma}{2\sigma} + \\ &+ \sqrt{\left(\frac{1-\sigma}{2\sigma}\right)^2 - \left[\frac{2}{\delta_1} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1}{1+\delta_1^2}\right]^2}; \\ A_2 &= 2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1^2}{1+\delta_1^2} + \frac{1-\sigma}{2\sigma} - \\ &- \sqrt{\left(\frac{1-\sigma}{2\sigma}\right)^2 - \left[\frac{2}{\delta_1} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1}{1+\delta_1^2}\right]^2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

При дальнейшем уменьшении α_1 достигаем такого значения $\alpha_1 = \alpha_{11}$, при котором $\varphi_{1\min} = -\frac{\pi}{2}$, при этом вещественная часть $\overline{O_4 C_1}$ равна

$$g = -\frac{1-\sigma}{2\sigma} + \frac{2}{\delta_{11}} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{11}}{1+\delta_{11}^2} = 0,$$

а мнимая

$$b = -\left[2 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{11}^2}{1+\delta_{11}^2}\right]. \quad (16)$$

Значение $\delta_{11} = \alpha_{11}$ определяется из условия $g = 0$, которому соответствует уравнение:

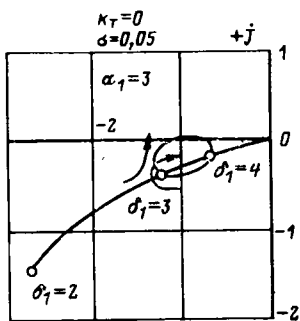
$$\frac{\delta_{11}(\delta_{11}-1)^2}{1+\delta_{11}^2} = \frac{4}{1-\sigma}. \quad (17)$$

С учетом масштаба проводимости (см. приложение)

$$i_{2d}^B(j\delta_1) = \frac{\delta_1 \sigma}{2(\delta_1^2 + \sigma)} Ae^{j\varphi_1},$$

а частотная характеристика анализируемой разомкнутой системы

Рис. 5. АФХ звена $\mu^{B_1}(s_1)$



$$F_1(j\delta_1) = \frac{\sigma}{H_1 2(\delta_1^2 + \sigma)} Ae^{j(\varphi_1 - \frac{\pi}{2})}. \quad (18)$$

На рис. 5 показана АФХ звена $F_1(s)$. Особенностью ее является наличие петли при $\delta_1 = \alpha_1$. Именно эта петля отсутствовала, когда исследовалась частотная характеристика в предыдущем разделе; АФХ не будет охватывать точку $(-1, 0)$ при соблюдении одного из следующих условий:

- а) $\varphi_{1\min} > -\frac{\pi}{2}$, оно выполняется при $\alpha_1 < \alpha_{11}$;
б) $\varphi_{1\min} > -\frac{\pi}{2}$, но АФХ дважды пересекает отрицательную вещественную ось правее точки -1 . Математически данное условие выражается соотношением согласно (15) и (19):

$$\frac{\sigma}{H_1 2(\delta_1^2 + \sigma)} A_1 \leq 1 \quad (19)$$

или

$$H_{1\max} \geq \frac{\sigma}{2(\delta_1^2 + \sigma)} \left\{ 2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1^2}{1+\delta_1^2} + \frac{1-\sigma}{2\sigma} + \sqrt{\left(\frac{1-\sigma}{2\sigma}\right)^2 - \left[\frac{2}{\delta_1} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1}{1+\delta_1^2}\right]^2} \right\}; \quad (20)$$

- в) $\varphi_{1\min} < -\frac{\pi}{2}$, но АФХ дважды пересекает отрицательную вещественную ось левее точки -1 . Математически это условие выражается следующим соотношением

$$\frac{\sigma}{H_1 2(\delta_1^2 + \sigma)} A_2 \geq 1$$

или

$$H_{1\min} \leq \frac{\sigma}{2(\delta_1^2 + \sigma)} \left\{ 2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1^2}{1+\delta_1^2} + \frac{1-\sigma}{2\sigma} - \sqrt{\left(\frac{1-\sigma}{2\sigma}\right)^2 - \left[\frac{2}{\delta_1} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1}{1+\delta_1^2}\right]^2} \right\}. \quad (21)$$

На рис. 6 для трех значений σ показаны значения $H_{1\max}$ и $H_{1\min}$ в функции $\alpha_1 > \alpha_{11}$. При $\alpha_1 = \alpha_{11}$

$$H_{1\max} = H_{1\min} = H_{11};$$

$$H_{11} = \frac{\sigma}{2(\delta_{11}^2 + \sigma)} \left(2 + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{11}^2}{1+\delta_{11}^2} + \frac{1-\sigma}{2\sigma} \right). \quad (22)$$

При больших α_1 ($\alpha_1 \rightarrow \infty$) значение $H_{1\max} \rightarrow \frac{1}{\alpha_1^2}$,

$$H_{1\min} \rightarrow \frac{1+\sigma}{2\alpha_1^2}.$$

Достаточным условием устойчивости является требование $H_1 > H_{кр} = [H_{1\max}]_{\max}$. Значение $\delta_{1кр}$, соответствующее $H_{1кр}$, определяется приравниванием нулю производной $H_{1\max}$ согласно (20) по δ_1 . Уравнение для расче-

та $\delta_{1кр}$:

$$\begin{aligned} & (\delta_{1кр}^2 + \sigma) \left\{ \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{2\delta_{1кр}}{(1+\delta_{1кр}^2)^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\left(\frac{2}{\delta_{1кр}} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{1кр}}{1+\delta_{1кр}^2} \right) \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{1кр}^2-1}{(1+\delta_{1кр}^2)^2}}{\sqrt{\left(\frac{1-\sigma}{2\sigma} \right)^2 - \left[\frac{2}{\delta_{1кр}} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{1кр}}{1+\delta_{1кр}^2} \right]^2}} \right\} = \\ & = 2\delta_{1кр} \left\{ 2 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{1кр}}{1+\delta_{1кр}^2} + \right. \\ & \left. + \sqrt{\left(\frac{1-\sigma}{2\sigma} \right)^2 - \left(\frac{2}{\delta_{1кр}} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{1кр}}{1+\delta_{1кр}^2} \right)^2} \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

Найденное из (23) значение $\delta_{1кр}$ подставляется в (20) и определяется $H_{1кр}$. Значения $\delta_{1кр}$ и $H_{1кр}$ очень близки у δ_{11} и H_{11} , что подтверждается расчетами (см. рис. 6). Это значит, что для оценки $H_{1кр}$ можно использовать H_{11} , которое рассчитывается значительно проще.

Подведем промежуточные итоги выполненного в разделе 2.1 исследования. При $\beta=0$ и $K_T \rightarrow 0$ двигатель устойчив независимо от значения H_1 при $\alpha_1 < \alpha_{11}$. Величина α_{11} определяется значением σ согласно (17) — она растет с ростом σ . При $\alpha_1 > \alpha_{11}$ устойчивость гарантируется, если $H_1 > H_{1кр} \approx H_{11}$; H_{11} определяется по α_{11} согласно (22) — H_{11} уменьшается с ростом σ .

Если рассматривается работа двигателя при любом значении частоты питания, то при $H_1 < H_{1кр}$ всегда найдется область частот, в которой проявляется неустойчивость двигателя.

Если рассматривается работа двигателя в области частот, больших α_{11} , то условием устойчивости является $H_1 > H_{1max}$ (H_{1max} рассчитывается по (20)) или $H_1 < H_{1min}$ (H_{1min} рассчитывается по (21)). При $\alpha_1 > \alpha_{11}$ $H_{1max} \approx \frac{1}{\alpha_1^2}$, $H_{1min} \approx \frac{1+\sigma}{2} \frac{1}{\alpha_1^2}$. Это получается из

(20) и (21) при $\alpha \rightarrow \infty$ и подтверждается кривыми на рис. 6. В результате получено чрезвычайно простое правило определения области неустойчивости на плоскости H_1 , α_1 : она ограничена гиперболами $\frac{1}{\alpha_1^2}$ и $\frac{1+\sigma}{2} \frac{1}{\alpha_1^2}$, а сверху

значением H_{11} , рассчитываемым по (17) и (22).

2.2. Исследуется случай конечного, но малого K_T . Из рассмотрения круговых диаграмм (рис. 3 и 4) очевиден вывод, что при больших значениях α_1 ($\alpha_1 \gg \alpha_{11}$) АФХ звена $\mu\beta$ (s_1) мало зависит от K_T . Влияние K_T следует ожидать в области α_{11} , поэтому цель настоящего рассмотрения — оценить влияние K_T на значения α_{11} и H_{11} .

Как показано в приложении, значение δ_{11} , соответствующее $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$, связано с α_{11} следующим соотношением:

$$\alpha_{11} = \delta_{11} + K_T \frac{\delta_{11} - \sigma}{\delta_{11} + 1}. \quad (24)$$

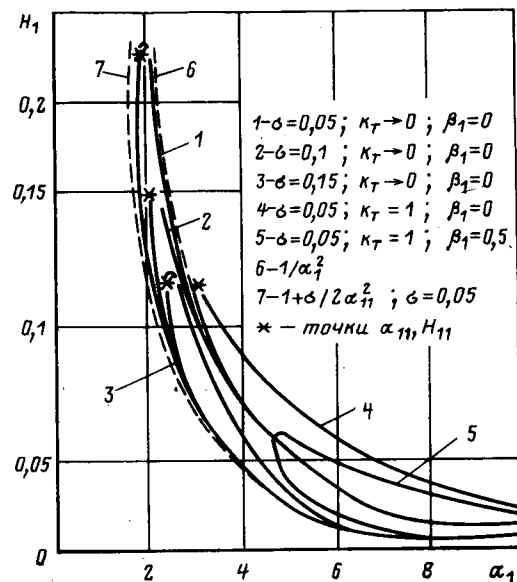


Рис. 6. Область граничных значений механической постоянной привода в функции частоты питания двигателя

В исследуемом режиме проекции вектора $\overline{O_1C}$ равны:

$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{2}{\delta_{11}} + \frac{1-\sigma}{2\sigma} \sin 2(\gamma + \xi) - \frac{1-\sigma}{2\sigma} = 0; \\ b &= 1 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} [1 + \cos 2(\gamma + \xi)] = A, \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \arctg \frac{K_T \sigma}{\alpha_{11} + \delta_{11}}; \\ \xi &= \arctg \frac{\frac{1-\sigma}{2\sigma} \sin 2\gamma + \frac{1}{\delta_{11}}}{1 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} (1 - \cos 2\gamma)}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Для малых K_T

$$\gamma = K_T \frac{\sigma}{2\delta_{11}}; \quad \xi = \arctg \frac{1}{\delta_{11}}.$$

Подставляя найденные значения γ и ξ в (25) и учитывая малую величину K_T , получаем следующие формулы для расчета:

$$\frac{\delta_{11}(\delta_{11}-1)^2}{1+\delta_{11}^2} - K_T \sigma \frac{\delta_{11}^2-1}{\delta_{11}(1+\delta_{11}^2)} = \frac{4\sigma}{1-\sigma}; \quad (27)$$

$$A_{11} = 2 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_{11}^2}{1+\delta_{11}^2} - K_T \frac{1-\sigma}{1+\delta_{11}^2}. \quad (28)$$

С учетом (22)

$$H_{11} = \frac{\sigma}{2(\alpha_{11}^2 + \sigma)} A_{11}. \quad (29)$$

Сопоставление (17) с (27), а также (22) с (29) показывает, что влияние K_T сказывается следующим образом: с ростом K_T увеличиваются δ_{11} и α_{11} , а также уменьшается H_{11} . Характер влияния σ при этом не изменяется.

2.3. Общий случай K_T . Задача исследования состоит прежде всего в определении зависимости α_{11} и H_{11} от K_T . Тенденция влияния K_T при малых K_T выявлена в разделе 2.2. При произвольном значении K_T использова-

ние круговых диаграмм из-за сложности (25) не дает упрощения при анализе. Обратимся к общей формуле (11). Подставив в нее значение α_{11} из (24), получаем:

$$i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_{11}) = \frac{1}{2\delta_{11}} \left\{ \frac{1}{\delta_{11} + j + j \frac{K_T(1-\sigma)}{K_T\sigma + j(\delta_{11} + K_T \frac{\delta_{11}-\sigma}{\delta_{11}+1})}} + \frac{1}{\delta_{11} + j + j \frac{1-\sigma}{\sigma - j \frac{\delta_{11}-\sigma}{\delta_{11}+1}}} \right\}. \quad (30)$$

Последняя формула удобна тем, что $i_{2d}^{\beta_1}(j\delta_{11})$ является функцией одного переменного δ_{11} . Выражение в фигурных скобках по аналогии с вышеизложенным обозначаем

$$\bar{A}(\delta_{11}) = g(\delta_{11}) + jb(\delta_{11}).$$

Перебором δ_{11} находим такое его значение, при котором $g(\delta_{11})=0$, для полученного значения δ_{11} определяются $A=|b(\delta_{11})|$, $i_{2d}^{\beta_1}(\delta_{11})$, $H_{11}=i_{2d}^{\beta_1}(\delta_{11})/\delta_{11}$ и α_{11} .

Результаты расчета подтверждают, что для произвольного значения K_T закономерности, установленные аналитически для малых K_T , сохраняются, а именно, с ростом K_T увеличивается α_{11} и уменьшается H_{11} .

Для оценки влияния K_T при $\alpha_1 > \alpha_{11}$ были выполнены расчеты $H_{1\max}$ и $H_{1\min}$ для значений K_T от 0 до 1. Характер влияния K_T не меняется, а само влияние проявляется в увеличении $H_{1\max}$ и $H_{1\min}$. Увеличение $H_{1\max}$ и $H_{1\min}$ объясняется тем, что при $K_T > 0$ значения частот δ_1 , соответствующих $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$, меньше, чем α_1 , а с уменьшением частоты АЧХ разомкнутой системы увеличивается.

На рис. 6 приведены кривые зависимости $H_{1\max}$ и $H_{1\min}$ от α_1 для $K_T=0$ и $K_T=1$, показывающие влияние K_T (кривые 1 и 4). Обращаем внимание, что при $\alpha_1 > \alpha_{11}$ зона частот, в которой возможна неустойчивая работа двигателя при заданном H_1 , расширяется с ростом K_T .

Подведем некоторые промежуточные итоги выполненного исследования влияния K_T на устойчивость двигателя. С ростом K_T α_{11} увеличивается, H_{11} уменьшается. При $\alpha_1 > \alpha_{11}$ зона $H_{1\max}-H_{1\min}$ расширяется за счет увеличения $H_{1\max}$. С позиций устойчивости двигателя при произвольном α_1 увеличение K_T снижает требования к величине $H_1 > H_{11}$.

3. Из всех параметров системы не исследовалось влияние β_1 на устойчивость двигателя. Сохраняя принятую последовательность рассуждений, определим влияние β_1 , во-первых, на значения α_{11} и H_{11} и, во-вторых, на зону значений $H_{1\max}-H_{1\min}$ при $\alpha_1 > \alpha_{11}$.

Для произвольных значений K_T и β_1 (имеет смысл область значений $|\beta_1| < 1$) не удастся найти простую аналитическую или графоаналитическую формулу описания процессов для очевидного расчета частотной характеристики момента $\mu_{2d}^{\beta_1}(j\delta_1)$, поэтому расчет выполнен по общим уравнениям (3) и (5) на ЦВМ. Расчеты показали, что для всех значений σ и K_T значения H_{11} для режима идеального холостого хода наибольшие и уменьшаются с ростом β_1 . Общий характер зависимости $H_{1\max}$ и $H_{1\min}$ при $\alpha_1 > \alpha_{11}$ сохраняется аналогичным вышеописанному, но сами значения $H_{1\max}$ уменьшаются, а $H_{1\min}$ увеличиваются (кривая 5, рис. 6). Следовательно,

но, увеличение $|\beta_1|$ способствует устойчивости работы двигателя.

Выводы. 1. При питании асинхронного двигателя от сети бесконечной мощности (значения напряжения и частоты питания произвольны) возможна неустойчивая работа двигателя типа самораскачивания. Данная возможность реализуется при определенном сочетании параметров двигателя (K_T , σ), обобщенного механического параметра привода H_1 и режима работы по частоте питания и скольжению β_1 .

2. Во всех случаях режим холостого хода является наиболее критичным. Устойчивость двигателя гарантируется, если значение H_1 больше H_{11} .

Сопоставляя кривые на рис. 6 с приведенными значениями H_1 для двигателей 4А, можно видеть, что при регулировании частоты в широком диапазоне всегда найдется область частот, в которой будет самораскачивание, причем высказываемое мнение (например, [6]) о том, что при $r \rightarrow 0$ или $K_T \rightarrow 0$ самораскачивание отсутствует, неверно, в некотором смысле данное условие является более жестким — увеличивается H_{11} . В то же время в области номинальной частоты ($\alpha_1 \approx 10$), действительно, при $K_T \rightarrow 0$ значение $H_{1\max}$ снижается, и возможность неустойчивой работы уменьшается. Для двигателей 4А значение H_1 таково, что в области $\alpha_1 \approx 10$ самораскачивание отсутствует.

3. Если значения частоты и амплитуды напряжения не регулируются и $H_1 < H_{11}$, то в ряде случаев устойчивость может быть обеспечена за счет включения в статорную цепь индуктивности, при этом увеличиваются σ и H_1 , — последнее за счет снижения напряжения на зажимах двигателя. Однако при этом снижается максимальный момент двигателя. Если допускается регулировка уровня напряжения, то снижением напряжения можно добиться увеличения H_1 (H_1 примерно пропорционально $1/U_1^2$), но при этом для обеспечения паспортной перегрузочной способности двигателя необходимо регулировать напряжение в функции момента.

4. Радикальным средством повышения устойчивости двигателя является регулирование U_1 и α_1 в функции электромагнитных процессов в двигателе, например, обеспечение режима $\Psi_2 = \text{const}$. Это не единственный закон регулирования напряжения и частоты. В случае регулирования частоты и напряжения в функции электромагнитных процессов система (4) меняется, а результаты выполненного исследования не могут быть непосредственно использованы.

Приложение. 1. Рассмотрим построение круговой диаграммы сопротивления

$$\frac{1}{\delta_1} + j + jK_T(1-\sigma)/K_T\sigma + j(\delta_1 + \alpha_1).$$

От точки O на оси j откладывается отрезок $OO_1=1$, затем отрезок $O_1O_2=\frac{1-\sigma}{2\sigma}$, а на действительной отрицательной оси — отрезок $OO_4=1/\delta_1$; масштаб m_R . Радиусом $\frac{1-\sigma}{2\sigma}$ с центром в точке O_2 проводим окружность — геометрическое место точек конца вектора сопротивления (рис. 7). Из точки O_1 по углу $\arg \frac{\alpha_1 + \delta_1}{K_T\sigma}$ или из точки O_3 под углом $\arctg \frac{K_T\sigma}{\alpha_1 + \delta_1}$ к оси $(+j)$ проводим луч до пересечения с окружностью в точке A . Вектор \vec{OA} и будет соответствовать

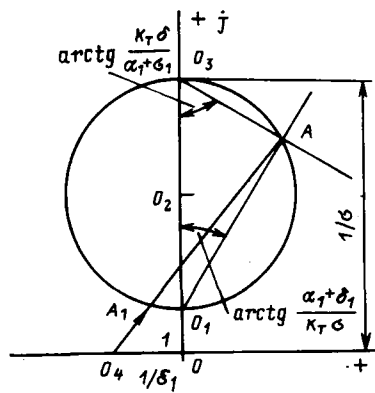
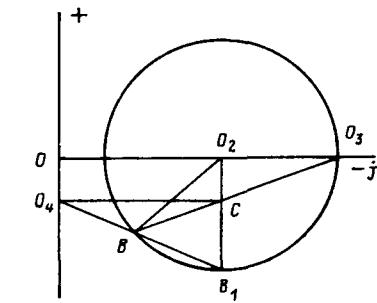
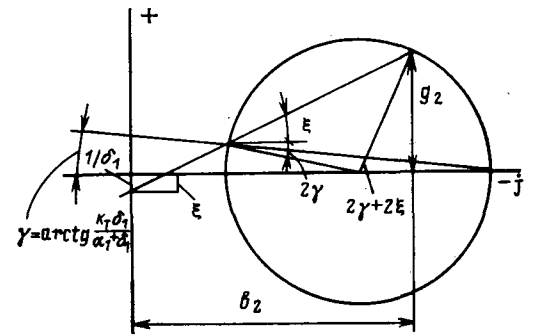


Рис. 7. Круговая диаграмма проводимости

Рис. 8. Диаграмма для расчета соотношений между α_1 и δ_1 при $g_1 = \frac{1-\sigma}{2\sigma}$ Рис. 9. Диаграмма для расчета g_2 и b_2

искомому сопротивлению, а вектор $\overline{OA_1}$ — сопряженному значению проводимости

$$\frac{1}{\frac{1}{\delta_1} + j + j \frac{K_T(1-\sigma)}{K_T\sigma + j(\alpha_1 + \delta_1)}}.$$

Масштаб проводимости

$$m_g = \frac{\sigma \delta_1^2}{m_R(\sigma + \delta_1^2)}.$$

2. На рис. 8 показана круговая диаграмма проводимости. Определяется значение α_1 , соответствующее δ_1 , при котором g_1 равно максимальному отрицательному значению $-\frac{1-\sigma}{2\sigma}$;

$$\angle CB_1O_4 = \arctg \delta_1 \frac{1+\sigma}{\sigma_1(1-\sigma)-2\sigma};$$

$$\angle B_1O_2B = \pi - 2\angle CB_1O_4;$$

$$\angle OO_2B = \frac{\pi}{2} - \angle B_1O_2B = 2\angle CB_1O_4 - \frac{\pi}{2};$$

$$\angle OO_3B = \frac{1}{2} \angle OO_2B = \angle CB_1O_4 - \frac{\pi}{4};$$

$$\operatorname{tg} \angle OO_3B = \frac{\sigma(1+\delta_1)}{\delta_1-\sigma};$$

$$\operatorname{tg} \angle OO_3B = \frac{K_T\sigma}{\alpha_1 - \delta_1};$$

$$\alpha_1 = \delta_1 + \frac{K_T(\delta_1 - \sigma)}{1 + \delta_1}.$$

3. Расчет значений g_2 и B_2 (рис. 9);

$$g_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right) \sin 2(\gamma + \xi);$$

$$b_2 = 1 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} [1 + \cos 2(\gamma + \xi)];$$

$$\gamma = \arctg \frac{K_T\sigma}{\alpha_1 + \delta_1};$$

$$\xi = \arctg \frac{\frac{1-\sigma}{2\sigma} \sin 2\gamma + \frac{1}{\delta_1}}{1 + \frac{1-\sigma}{2\sigma} (1 - \cos 2\gamma)}.$$

Для $K_T = 0$, $\gamma = 0$;

$$\xi = \arctg \frac{1}{\delta_1};$$

$$g_2 = \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1}{\delta_1^2 + 1};$$

$$b_2 = 1 + \frac{1-\sigma}{\sigma} \frac{\delta_1^2}{\delta_1^2 + 1}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blaschke F. Das Prinzip der Feldorientierung die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschinen. — Siemens-Z., 1971, vol. 45, № 10.
2. Альтшулер И. А., Эпштейн И. И. Устойчивость асинхронного электропривода с автономным инвертором напряжения. — Электротехника, 1980, № 6.
3. Ковач К. П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока. — М.: Госэнергоиздат, 1963.
4. Костенко М. П., Пиотровский Л. М. Электрические машины. — М.: Энергия, 1965.
5. Эпштейн И. И. Автоматизированный электропривод переменного тока. — М.: Энергоиздат, 1982.
6. Фолтсайд Ф., Уортли А. Т. Устойчивость асинхронного электропривода с частотно-регулируемым инвертором. — Экспресс-информация. Автоматизированный электропривод, электротехнология и электроснабжение промышленных предприятий, 1969, № 37.

[28.11.84]

Электромагнитный расчет асинхронных машин с несколькими несимметричными обмотками

ГОВГАЛЕНКО В. П., АВАНЕСОВ М. А.

Московский энергетический институт

В последние годы растет интерес к разработкам асинхронных машин с несколькими многофазными обмотками на статоре, подключенными к одной или даже к разным сетям переменного тока. Обмотки могут быть несимметричными и размещаться как в одних и тех же, так и в различных пазах статора. Применение таких обмоток, как показано, например, в [1], приводит к значительной экономии материалов и уменьшению габаритов асинхронных машин при сохранении энергетических показателей на приемлемом уровне.

В [2] отмечается, что в некоторых случаях, благодаря применению многофазных несимметричных обмоток на статоре, удастся получить уникальные характеристики асинхронной машины — довести, например, коэффициент мощности для данной частоты вращения до значения, близкого или равного единице без применения коллектора и щеточных устройств. Однако вывод, полученный в [2] экспериментально, ставится под сомнение в [3], посвященной теоретическим исследованиям асинхронной машины, описанной в [2]. Таким образом, на этот счет в настоящее время нет единого мнения.

Следует, заметить, что, несмотря на то, что применяемые в [2] две совмещенные обмотки имеют разное число пар полюсов, длина полюсного деления одинакова для основных гармонических обеих обмоток.

Существуют различные подходы к анализу электромагнитных процессов в несимметричных машинах. В [4] развита теория асинхронных машин с пространственной асимметрией обмоток на основе метода симметричных составляющих. Как развитие этого метода в [5] предложен метод симметричных режимов, который позволяет учитывать различные виды несимметрии, в том числе магнитную несимметрию машины.

В данной работе ставится задача распространить подход к расчету асинхронных машин с одной несимметричной обмоткой, описанной в [6], на случай машин с несколькими несимметричными обмотками на статоре. Он основан на разложении пульсирующих гармонических полей отдельных фаз на вращающиеся составляющие. Аналогичный метод использован в [3], однако влияние зубчатости на отдельные гармонические полей в [3] учитывается очень грубо. Авторы настоящей статьи попытались устранить этот недостаток.

Постановка задачи. Основные допущения. Пусть на статоре расположено Q многофазных обмоток, которые в общем случае могут быть несимметричными и подсоединяться к разным сетям переменного тока. Проводники обмоток размещаются в Z пазах сердечника. Пазаы могут быть неравномерно распределены по окружности статора и иметь неравные раскрытия. Ротор машины имеет регулярную зубчатость, и на нем расположена симметричная фазная или короткозамкнутая обмотка.

Обозначим через m_j число фаз j -й обмотки (при наличии неэкипотенциальных параллельных ветвей фаз, например, во многоскоростных двигателях их следует рассматривать как отдельные фазы), а через N — общее

число фаз во всех обмотках на статоре
$$\left(N = \sum_{j=1}^Q m_j \right).$$

Введем сквозную нумерацию фаз. При этом k -я фаза j -й обмотки будет иметь номер $i = \sum_{l=1}^{j-1} m_l + k$.

В данной статье основным вопросом является определение параметров само- и взаимоиндукции, фаз обмоток статора, обусловленных отдельными гармоническими магнитного поля в зазоре машины.

Примем упрощающие допущения:

падением магнитного потенциала в стальных участках магнитопровода можно пренебречь по сравнению с падением магнитного потенциала в зазоре;

не учитывается влияние гистерезиса и вихревых токов в сердечниках;

поле в зазоре считается плоскопараллельным;

при расчете магнитного поля, созданного обмоткой, расположенной на одном из сердечников, противолежащий сердечник заменяется гладким, а зубчатость возбужденного сердечника учитывается с помощью коэффициента воздушного зазора;

полное электромагнитное поле представляется в виде двух независимых полей — основного поля машины, образованного токами в катушках обмотки, и поля соединений, образованного токами в соединениях между катушками обмоток и в выводах обмоток [7]. Как показано в [7], в большинстве практических случаев полем соединений можно пренебречь, в случае необходимости его влияние учитывается по [7];

согласно [7] рассмотрение ограничено анализом электромагнитных процессов на периоде основного поля машины, который определяется как область магнитопровода статора, занятая проводниками обмотки и периодически повторяющаяся по его окружности в электрическом и магнитном отношениях, при этом пренебрегаем незначительной асимметрией между периодами основного поля машины, вызванной различными технологическими причинами и т. п.

Число периодов основного поля машины на окружности статора равно $t_1 = \tau / \tau_1 = Z / Z_1$, где $\tau_1 = \beta_\tau R$ — полюсное деление периода основного поля машины или 1-й гармонической индукции фазы статора; β_τ — геометрический угол, соответствующий полупериоду основного поля машины; $\tau = \pi R$ — длина дуги, соответствующая половине окружности статора; R — внутренний радиус магнитопровода статора; Z — общее число пазов статора; Z_1 — число пазов на периоде основного поля.

Для определения периода основного поля машины сначала определяются период изменения свойств сред в области поля машины (ограничимся учетом магнитных сред) и период пространственного распределения токов в катушках контуров обмотки.

Если $\tau_0 = \tau / t_0$, $\tau = \tau / t_i$, то $\tau_i = \tau / t_i$, где t_1 — общий наибольший делитель чисел t_0 и t_i ; t_0 — число периодов сред машины; t_i — число периодов токов i -го контура машины [7]. В соответствии со сказанным выше эквивалентными будем считать те параллельные ветви фаз, угол смещения между которыми $\beta =$ кратен периоду сред машины $\beta_0 = 2\pi / t_0$, так как именно в таких ветвях влияние окружающих сред не будет приводить к неравномерному распределению токов по ветвям [7].

Постановка задачи отличается от [6] тем, что, во-первых, на статоре может быть расположено несколько многофазных обмоток и, во-вторых, сердечник статора может иметь нерегулярную зубчатость. Случай нерегулярной зубчатости на статоре необходимо рассмотреть, так как, например, в [2] для получения лучших характеристик машины рекомендуется специальным образом подбирать чередование зубцовых делений. Ниже рассматривается методика расчета для практически самого общего случая.

Определение потокосцеплений само- и взаимодукции фаз статора и ротора. Гармонические индукции поля обмотки статора. Введем нумерацию зубцов статора и выберем произвольно на периоде основного поля машины начало отсчета пространственных углов, например, ось первого паза. Затем совместим ось этого паза с действительной осью неподвижной комплексной плоскости. Согласно [6, 8] пульсирующая ν -я гармоническая индукция при возбуждении i -й фазы статора током $i_i = \sqrt{2} I_i \cos(\omega t - \varphi_i)$ может быть представлена в виде пространственно-временной комплексной функции следующим образом:

$$\tilde{B}_{iv} = \frac{\mu_0}{\delta_r} \frac{2\sqrt{2}}{\pi\nu} I_i \cos(\omega t - \varphi_i) \times \sum_{l=1}^{Z_1} K_{ylv} \dot{C}_{slv} F_{li} e^{j\Psi_{lv}}, \quad (1)$$

где $\delta_r = \delta K_{\delta r}$ — эквивалентный зазор с учетом зубчатости ротора; K_{ylv} — коэффициент укорочения l -го зубцового контура, образованного проводами обмотки, лежащими в пазах и охватывающими l -й зубец статора (см. рис. 1); $K_{ylv} = \sin \frac{\nu t_l t_l}{D}$; D — внутренний диаметр статора; t_l — ширина контура или зубцовое деление статора; \dot{C}_{slv} — коэффициент влияния пазов статора на ν -ю гармоническую индукции поля l -го зубцового контура; Ψ_{lv} — угловая координата l -го зубцового контура по ν -й гармонике; F_{li} — элемент матрицы преобразования токов фаз (ветвей) к токам зубцовых контуров, представляющий собой м.д.с. (ток) l -го контура при питании i -й фазы током $i_i = 1$ и при равенстве нулю токов во всех других фазах; I_i — действующее значение амплитуды тока i -й фазы статора; ν — номер гармонической индукции или м.д.с.

Определение коэффициентов \dot{C}_{slv} согласно [8] может быть проведено в общем случае при произвольной форме пазов и размерах зубцовых делений. Проводники обмотки могут быть также произвольным образом размещены в пазах или вынесены в зазор. Поскольку в большинстве практических случаев провода обмотки достаточно глубоко погружены в пазы, можно воспользоваться аналитическим способом определения \dot{C}_{slv} при следующих допущениях:

поле контура определяется без учета кривизны сердечников;

форма пазов и расположение проводов в них не влияют на поле в зазоре, поэтому при расчете реальные пазы могут быть заменены бесконечно глубокими прямоугольными пазами с шириной, равной раскрытиям (шилицам) реальных пазов b_{nl} (см. рис. 1).

Как показано в [8], коэффициенты \dot{C}_{slv} для случая прямоугольных пазов рассчитываются по следующим формулам:

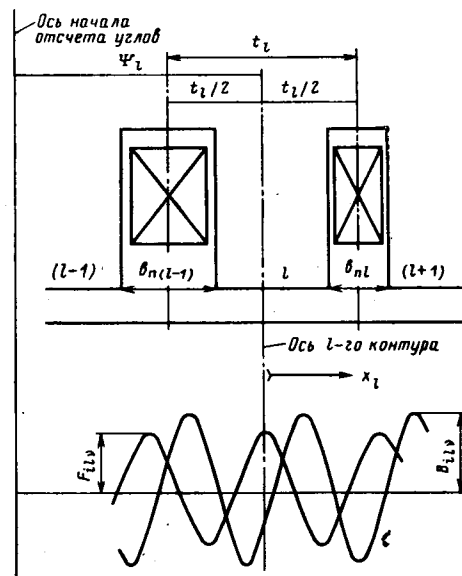


Рис. 1. Гармонические составляющие м.д.с. F_{lv} и индукции B_{lv} зубцового контура, принадлежащего i -й фазе статора

$$\left. \begin{aligned} \dot{C}_{slv} &= \dot{C}'_{slv} + j\dot{C}''_{slv} = \dot{C}_{slv} e^{j\xi_{slv}}; \\ \dot{C}'_{slv} &= 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{A_{elv} + A_e(l-1)v}{\operatorname{tg} \frac{\nu t_l t_l}{D}} + (B_{elv} + B_e(l-1)v) \right]; \\ \dot{C}''_{slv} &= -\frac{1}{2} \left[(A_{elv} - A_e(l-1)v) - \frac{B_{elv} - B_e(l-1)v}{\operatorname{tg} \frac{\nu t_l t_l}{D}} \right], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где коэффициенты A_{elv} и B_{elv} определяются по [9] в зависимости от b_{nl}/δ_r и $\varepsilon_{lv} = \nu t_l b_{nl}/D$.

Аргумент ξ_{slv} комплекса \dot{C}_{slv} показывает, на какой угол смещены между собой в пространстве ν -я гармоника индукции и м.д.с. l -го зубцового контура (см. рис. 1).

Пространственно-временная комплексная функция для пульсирующей ν -й гармонической м.д.с. i -й фазы равна [8]:

$$\tilde{F}_{iv} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi\nu} I_i \cos(\omega t - \varphi_i) \sum_{l=1}^{Z_1} K_{ylv} F_{li} e^{j\Psi_{lv}}. \quad (3)$$

Обозначая суммы в (1) и (3) через \dot{D}_{iv} и \dot{A}_{iv} , с учетом (2) получим:

$$\dot{D}_{iv} = D_{iv} e^{j\beta_{iv}} = \sum_{l=1}^{Z_1} K_{ylv} \dot{C}_{slv} e^{j\xi_{slv}} F_{li} e^{j\Psi_{lv}}; \quad (4)$$

$$\dot{A}_{iv} = A_{iv} e^{j\alpha_{iv}} = \sum_{l=1}^{Z_1} K_{ylv} F_{li} e^{j\Psi_{lv}}. \quad (5)$$

Обмоточный коэффициент i -й фазы для ν -й гармонической может быть определен как

$$K_{iv} = \frac{A_{iv}}{w_i}. \quad (6)$$

Определим коэффициент влияния пазов сердечника статора на ν -ю гармонику индукции i -й фазы обмотки статора:

$$\dot{C}_{slv} = \frac{\dot{D}_{iv}}{\dot{A}_{iv}} = \dot{C}_{slv} e^{j\xi_{slv}}, \quad (7)$$

где \dot{C}_{slv} — модуль коэффициента влияния пазов на

ν -ю гармоническую индукции i -й фазы статора; ξ_{Siv} — дополнительный электрический угол (обусловленный неравнозубчатостью магнитопровода) между пространственными осями, на которых пульсирующие ν -е гармонические индукции и м.д.с. i -й фазы при положительном направлении тока от начала к концу фазы имеют положительные максимумы.

В аналогичном случае произвольного распределения проводников фаз обмотки по пазам, но отличающемся наличием равномерной зубчатости магнитопровода, определение обмоточных коэффициентов K_{iv} , а также электрических углов α_{iv} [см. (9) и 8)] между осью 1-го паза и соответствующими осями ν -х гармонических м.д.с. фаз можно выполнить на основе алгоритма, приведенного в [10]. Коэффициенты C_{Siv} можно определить по [9] или [8] для частного случая равномерной зубчатости.

Определив обмоточный коэффициент и коэффициент влияния пазов с учетом реальной неравномерной зубчатости сердечника статора, а также выполнив суммирование в (1) и (3), можно записать выражения для прямо- и обратнорвращающихся гармонических м.д.с. и индукции i -й фазы статора:

$$\tilde{F}_{iv,1,2} = \frac{\sqrt{2}}{\pi\nu} K_{iv} \omega_i I_i e^{\pm j(\omega t - \varphi_i)} e^{j\alpha_{iv}}; \quad (8)$$

$$\tilde{B}_{iv,1,2} = \frac{\sqrt{2} \mu_0}{\pi\nu} K_{iv} \omega_i \frac{C_{Siv}}{\delta_r} I_i e^{\pm j(\omega t - \varphi_i)} e^{j\alpha_{iv}} e^{j\xi_{Siv}}, \quad (9)$$

где ω_i — число последовательных витков i -й фазы статора; α_{iv} — электрический угол по ν -й гармонической между осью 1-го паза и пространственной осью, на которой пульсирующая ν -я гармоническая м.д.с. i -й фазы при положительном направлении тока в этой фазе имеет положительный максимум (далее просто ось ν -й гармонической индукции или м.д.с.). Здесь верхний знак и индекс «1» относятся к прямым, а нижний знак и индекс «2» — к обратным ν -м гармоническим. При этом заметим, что [11]:

$$\tilde{B}_{iv,1,2} = \tilde{B}_{iv,1,2} e^{\pm j(\omega t - \varphi_i)}. \quad (9a)$$

Выражение (9) отличается от обычного только наличием множителя $e^{j\xi_{Siv}}$, который указывает на то, что в общем случае гармоники м.д.с. и индукции из-за неравномерной зубчатости могут быть смещены в пространстве на некоторый угол ξ_{Siv} .

Заметим, что в случае равнозубчатого магнитопровода коэффициент C_{Siv} данной гармонической является алгебраической величиной, одинаковой для всех фаз. Однако его тоже можно представить в виде комплексного числа, модуль которого будет равен абсолютному значению C_{Siv} , а аргумент ξ_{Siv} — соответственно нулю при положительном значении и числу π при отрицательном. Отсюда видим, что соответствующие выра-

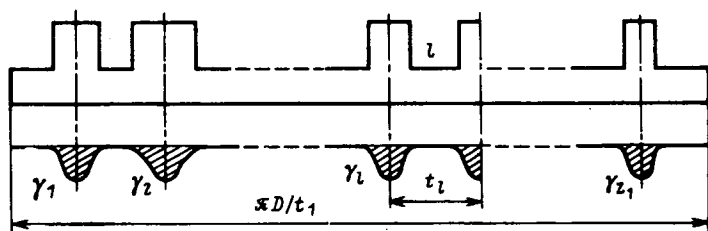


Рис. 2. Определение усредненного коэффициента зазора $K_{\delta S_{cp}}$ для неравнозубчатого статора

жения в [6] легко могут быть сведены к данному более общему виду.

Гармонические индукции поля обмотки ротора. При расчете поля обмотки ротора сердечник статора заменяется гладким. Коэффициент воздушного зазора с учетом неравномерной зубчатости статора может быть определен из условия сохранения униполярной проводимости между сердечниками статора и ротора.

Проводимость, обусловленная наличием l -го паза (рис. 2),

$$\lambda_l = \frac{t_l}{\delta} - \gamma_l = \frac{t_l}{\delta'}, \quad (10)$$

где γ_l — уменьшение проводимости зазора шириной δ из-за l -го паза; $\delta' = \delta K_{\delta l}$; $K_{\delta l} = \frac{t_l}{t_l - \delta \gamma_l}$.

Суммарная проводимость гладкого зазора

$$\lambda_{\Sigma} = \frac{\pi D}{\delta}. \quad (11)$$

Используя (10) и (11), найдем суммарную проводимость зазора с учетом зубчатости

$$\lambda'_{\Sigma} = \lambda_{\Sigma} - \sum_l \gamma_l = \frac{\pi D}{\delta} - \sum_l \gamma_l = \frac{\pi D}{\delta_{Scp}}. \quad (12)$$

Преобразовывая (12), получаем усредненный коэффициент воздушного зазора для неравнозубчатого магнитопровода:

$$K_{\delta S_{cp}} = \frac{\delta_{Scp}}{\delta} = \frac{\pi D}{\pi D - \delta \sum_l \gamma_l}.$$

В дальнейшем, учитывая, что сам ротор имеет регулярную зубчатость и на нем расположена симметричная обмотка, поле обмотки ротора, обусловленное прямо- и обратнорвращающимися ν -ми гармоническими индукциями i -й фазы статора, определяется обычным образом через результирующие прямо- и обратнорвращающиеся гармонические индукции ротора:

$$\tilde{B}_{rv,1,2} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 m_r}{\pi\nu} K_{rv} \omega_r \frac{C_{rv}}{\delta_{Scp}} I_{rv,1,2}^{(i)} e^{\pm j(\omega t - \varphi_{riv,1,2})} \times e^{j(\xi_{rv} + \alpha_{rv})}, \quad (13)$$

где ω_r — число последовательных витков фазы ротора; K_{rv} — обмоточный коэффициент фазы ротора для ν -й гармонической; C_{rv} — модуль коэффициента влияния пазов на ν -ю гармоническую индукции фазы ротора; $\delta_{Scp} = \delta K_{\delta S_{cp}}$ — эквивалентный зазор с учетом зубчатости статора; α_{rv} — электрический угол по ν -й гармонической, определяемый для r -й фазы ротора так же, как и угол α_{iv} в (9) для i -й фазы.

Поскольку электромагнитные процессы в эквивалентной неподвижной асинхронной машине, приведение к которой является обычным, не зависят от пространственного расположения осей фаз ротора (при $m_r \geq 2$), предположим аналогично [6], что ось одной из фаз ротора с индексом r совпадает с действительной осью неподвижной комплексной плоскости (или осью 1-го паза периода основного поля машины), т. е. $\alpha_{rv} = 0$.

При рассмотрении равнозубчатого ротора угол ξ_{rv} в (13) может принимать только значения 0 или π , что аналогично случаю, когда C_{iv} является алгебраической величиной [9] (см. выше).

Потоко сцепления само- и взаимной индукции обмоток статора и ротора. Временная комплексная функция потоко сцепления k -й

фазы обмотки статора от прямо- или обратнотвращающейся v -й гармонической индукции i -й фазы (9) может быть выражена через комплексные функции потоков отдельных зубцовых контуров:

$$\tilde{\Psi}_{kiv1,2} = \sum_{l=1}^{Z_l} F_{lk} \tilde{\Phi}_{liv1,2}. \quad (14)$$

Временная комплексная функция потока в l -м зубце статора определяется по следующей формуле:

$$\tilde{\Phi}_{liv1,2} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0}{(\pi v)^2} K_{iv} \omega_i \frac{l_{\delta} \tau_1 C_{Siv}}{\delta_r} \times \\ \times K_{yiv} \tilde{I}_i e^{\mp j\psi_{iv} \pm j(\alpha_{iv} + \xi_{Siv})}, \quad (15)$$

где l_{δ} — расчетная длина магнитопровода статора $\tilde{I}_i = I_i e^{j(\omega t - \varphi_i)}$ — действующее значение временной комплексной функции тока i -й фазы статора.

Подставляя (14) в (15) получаем

$$\tilde{\Psi}_{kiv1,2} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0}{(\pi v)^2} K_{iv} \omega_i \frac{l_{\delta} \tau_1 C_{Siv}}{\delta_r} \tilde{I}_i e^{\pm j(\alpha_{iv} - \xi_{Siv})} \times \\ \times \sum_{l=1}^{Z_l} K_{yiv} F_{lk} e^{\mp j\psi_{lv}}. \quad (16)$$

Используя (4)–(8), преобразуем (16) к окончательному виду:

$$\tilde{\Psi}_{kiv1,2} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0}{(\pi v)^2} K_{kv} \omega_k K_{iv} \omega_i \frac{l_{\delta} \tau_1 C_{Siv}}{\delta_r} \times \\ \times \tilde{I}_i e^{\mp j(\alpha_{kv} - \alpha_{iv} - \xi_{Siv})}. \quad (17)$$

Комплексная функция потокосцепления r -й фазы ротора с v -й гармонической индукции поля i -й фазы статора (9) равна

$$\tilde{\Psi}_{rv1,2} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0}{(\pi v)^2} K_{rv} \omega_r K_{iv} \omega_i \frac{l_{\delta} \tau_1 C_{Siv}}{\delta_r} \times \\ \times \tilde{I}_i e^{\pm j(\alpha_{iv} + \xi_{Siv})}. \quad (18)$$

Комплексная функция потокосцепления r -й фазы ротора с результирующей прямо- или обратнотвращающейся v -й гармонической индукции ротора (13), обусловленной прямо- или обратнотвращающейся v -й гармонической индукции i -й фазы статора (9), равна

$$\tilde{\Psi}_{rv1,2}^{(i)} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 m_r}{(\pi v)^2} (K_{rv} \omega_r)^2 \frac{l_{\delta} \tau_1 C_{rv}}{\delta_{Scp}} \tilde{I}_{rv1,2}^{(i)} e^{\pm j\xi_{rv}}. \quad (19)$$

Комплексная функция потокосцепления k -й фазы статора с результирующими прямо- или обратнотвращающимися гармоническими индукциями обмотки ротора (13), обусловленными соответствующими гармоническими индукциями i -ой фазы статора (9), равна

$$\tilde{\Psi}_{krv1,2}^{(i)} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 m_r}{(\pi v)^2} K_{kv} \omega_k K_{rv} \omega_r \frac{l_{\delta} \tau_1 C_{rv}}{\delta_{Scp}} \tilde{I}_{rv1,2}^{(i)} \times \\ \times e^{\mp j(\alpha_{kv} - \xi_{rv})}, \quad (20)$$

где $\tilde{I}_{rv1,2}^{(i)} = I_{rv1,2}^{(i)} e^{j(\omega t - \varphi_{rv1,2})}$ — временная комплексная функция тока r -й фазы ротора, обусловленная прямо- или обратнотвращающейся v -й гармонической индукции i -й фазы статора; ω_k — число последовательных витков k -й фазы статора; K_{kv} — обмоточный коэффициент для v -й гармонической индукции k -й фазы статора.

Зная потокосцепления гармонической индукции фаз статора и ротора, не трудно было бы перейти к соответствующим значениям э.д.с. по общей формуле [6]:

$$\tilde{E}_v = -j \frac{\omega}{\sqrt{2}} \tilde{\Psi}_v \quad (21)$$

или для амплитудных значений

$$E_v = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \Psi_v = X_v I, \quad (22)$$

где под X_v понимается максимальное индуктивное сопротивление само- и взаимной индукции соответствующих фаз или обмоток для v -й гармонической индукции.

Уравнения равновесия напряжений фаз статора. При сквозной нумерации фаз вид уравнений равновесия, записанных аналогично [6] через комплексные амплитуды, не изменится и по отношению к общему случаю, тогда с учетом э.д.с., полученных по общей формуле (22), уравнения равновесия i -й фазы статора имеют вид:

$$\dot{U}_i = \sum_{k=1}^N \dot{Z}_{ik} I_k, \quad (23)$$

где \dot{Z}_{ik} — комплексное сопротивление, учитывающее взаимную индукцию между i -й и k -й фазами статора с учетом влияния ротора.

Соответственно общий вид уравнений равновесия в матричной форме

$$[U] = [Z] [I], \quad (24)$$

где $[U]$, $[I]$ — матрицы-столбцы соответственно фазных напряжений и токов с числом элементов, равным N — сумме чисел фаз и неэквипотенциальных параллельных ветвей фаз всех Q обмоток; $[Z]$ — квадратная матрица полных комплексных сопротивлений с числом строк и столбцов, равным N .

Для упрощения расчетов элементы матрицы $[Z]$ в выражении (24) обычно приводятся к параметрам одной, например, 1-й фазы статора, тогда диагональный элемент матрицы $[Z]$ [при $i=k$ в (26)] равен

$$\dot{Z}_{ii} = R_{ii} + jX_{ii\sigma} + \sum_v \frac{(K_{iv} \omega_i)^2 C_{Siv}}{(K_{iv} \omega_i)^2 C_{Siv}} [jX_{11v} \cos(-\xi_{Siv}) + \\ + 0,5X_{11v}^2 (\dot{g}_v e^{j(\xi_{Siv} + \xi_{rv})} + \dot{f}_v e^{-j(\xi_{Siv} + \xi_{rv})})].$$

Элемент матрицы $[z]$ при $i \neq k$ в (23) равен

$$\dot{Z}_{ki} = R_{ki} + jX_{ki\sigma} + \sum_v \frac{K_{iv} \omega_i K_{kv} \omega_k C_{Siv}}{(K_{iv} \omega_i)^2 C_{Siv}} [jX_{11v} \times \\ \times \cos[-(\alpha_{iv} + \xi_{Siv} - \alpha_{kv})] + 0,5X_{11v}^2 \times \\ \times (\dot{g}_v \dot{\Phi}_{ikv} + \dot{f}_v \dot{\Phi}_{ikv})],$$

где X_{11v} — максимальное индуктивное сопротивление самоиндукции 1-й фазы статора для v -й гармонической индукции, полученное с использованием выражения вида (22); R_{ii} — активное сопротивление i -й фазы статора с учетом вытеснения; R_{ki} — полное активное сопротивление, учитывающее вытеснение в проводниках k -й фазы при протекании в том же пазу тока в проводниках i -й фазы статора; $X_{ii\sigma}$, $X_{ki\sigma}$ — суммарные индуктивные сопротивления самоиндукции пазового и лобового рассеяния i -й фазы и взаимной индукции пазового и лобового рассеяния k -й и i -й фаз статора с учетом вытеснения; $R_{rv1,2}$ — активное сопротивление фазы ро-

тора с учетом вытеснения для прямой и обратной составляющей гармонической ротора порядка $\mu = \nu$ (см. ниже); $X_{rv1,2}$ — суммарное индуктивное сопротивление пазового и лобового рассеяния ротора с учетом вытеснения для прямой и обратной гармонических ротора порядка $\mu = \nu$; X_{rdv} — индуктивное сопротивление дифференциального рассеяния обмотки ротора;

$$\begin{aligned} \dot{g}'_v &= [R_{rv1}/S_{v1} + j(X_{11v} + X'_{rv1} + X'_{rdv})]^{-1}; \\ \dot{f}'_v &= [R_{rv2}/(2 - S_{v1}) + j(X_{11v} + X'_{rv2} + X'_{rdv})]^{-1}; \\ R'_{rv1,2} &= K_{прv} R_{rv1,2}; \quad X'_{rv1,2} = K_{прv} X_{rv1,2}; \\ X'_{rdv} &= K_{прv} X_{rdv}; \quad K_{прv} = \frac{2}{m_r} \left(\frac{K_{1v} w_1}{K_{rv} w_r} \right)^2 \frac{C_{S1v} \delta_{ср}}{C_{rv} \delta_r}; \\ \dot{\Phi}_{ikv} &= e^{j(\alpha_{iv} + \xi_{Siv} + \xi_{rv} - \alpha_{kv})}. \end{aligned}$$

Следует заметить, что при соединении какой-либо обмотки в «звезду» к исходным уравнениям (23) или (24) следует добавить уравнения взаимосвязи линейных и фазных напряжений, а также взаимосвязи фазных токов аналогично [6]. Например, для j -й обмотки с числом фаз m_j , соединенной в «звезду» без нулевого провода, нужно к основным уравнениям, соответствующим j -й обмотке статора в (23) или (24), добавить следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} U_{ln} &= U_l - U_n; \\ I_k &= \sum_{i=1}^{N-1} I_i \text{ при } i \neq k. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Причем индексы l и n фаз j -й обмотки статора в уравнении (25) попарно меняются в последовательности ($l=q+1, n=q+2$), ($l=q+2, n=q+3$), ... и т. д., исключая последнюю пару ($l=q+m_j, n=q+1$). В данном случае q — текущий индекс общего числа фаз, предшествующих j -й обмотке.

Если фазы некоторой, например, j -й обмотки имеют по A_j неэквипотенциальных параллельных ветвей, то при общей сквозной нумерации этих ветвей как отдельных фаз желательно для удобства разделить j -ю обмотку на A_j+1 групп так, чтобы в каждую A_j -ю группу входило по одной неповторяющейся параллельной ветви от каждой фазы этой обмотки с учетом последующего подсоединения к фазам питающего напряжения и сохранения возможности создания максимального числа эквипотенциальных параллельных ветвей в оставшейся части обмотки. Тогда после сквозной нумерации фаз будем иметь в виду не одну j -ю обмотку, а A_j+1 таких обмоток. При этом (A_j+1)-й обмоткой будет оставшаяся после перегруппировки обмотка с количеством эквипотенциальных параллельных ветвей, равным a_j , также соединенная в «звезду».

При соединении j -й обмотки в «треугольник» следует учитывать, что для несимметричной обмотки сумма комплексов ее фазных токов в общем случае не равна нулю. Отметим также, что у любых параллельных ветвей данной фазы линейные напряжения будут равными.

Электромагнитный момент, создаваемый асинхронной машиной, для случая неравномерной зубчатости

может быть определен суммированием значений производных по углу поворота ротора от энергии полей прямых и обратных гармонических индукций фаз статора в усредненном эквивалентном объеме воздушного зазора [11]:

$$V = 2\pi R l \delta_{0iv},$$

где $\delta_{0iv} = \frac{\delta}{2} \frac{K_{\delta r}}{C_{Siv}} + \frac{K_{\delta ср}}{C_{rv}}$ — усредненный эквивалентный зазор с учетом влияния зубчатости на v -е гармонические индукции ротора и i -й фазы статора.

Тогда выражение для полного момента асинхронной машины с учетом (9а) и (13) запишется в виде:

$$M = \sum_v \frac{v i_1^2 \tau_1 l \delta}{\mu_0} \sum_{i=1}^N \delta_{0iv} \operatorname{Im} (\dot{B}_{iv1} \dot{B}_{rv1} + \dot{B}_{iv2} \dot{B}_{rv2}^{(i)}). \quad (26)$$

Вывод (26) и аналогичного выражения, приведенного в [6], предполагается дать позднее.

Полная мощность, потребляемая асинхронной машиной, может быть определена аналогично [6]:

$$P_1 = \sum_{i=1}^N U_i \hat{I}_i,$$

где \hat{I}_i — комплекс тока i -й фазы, сопряженный комплексу \dot{I}_i .

Аналогично [6] расчет можно распространить на случай несинусоидального питания обмоток статора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов В. Н. Электромашинные совмещенные преобразователи частоты. — М.: Энергия, 1980.
2. Laithwaite E. R., Kuznetsov S. B. The asynchronous condenser: a brushless adjustable power-factor induction machine. — IEEE Winter Power Meeting. Paper № F80-273-3, 1980, Feb., New-York.
3. Williamson S. Power-factor improvement in cage-rotor induction motors. — IEE Proc., 1983, March, vol. 130, Pt. B, № 2.
4. Сорокер Т. Г. Теория и расчет многофазных асинхронных двигателей с несимметричными обмотками статора. — М.: ВНИИЭМ, т. 45, 1976.
5. Ефименко Е. И. Несимметричные микромашины переменного тока. — Чебоксары: ЧГУ, 1983.
6. Иванов-Смоленский А. В., Говгаленко В. П. К расчету асинхронных машин с несимметричными обмотками. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 3.
7. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. — М.: Энергия, 1969.
8. Иванов-Смоленский А. В., Аванесов М. А., Мартынов В. А. Расчет гармонических индукции в зазоре электрической машины при односторонней неравномерной зубчатости. — Электротехника, 1983, № 7.
9. Сорокер Т. Г. Влияние пазов на гармонические составляющие магнитного поля в зазоре асинхронных двигателей при односторонней зубчатости. — Электротехнический обзор, 1972, № 10.
10. Мартынов В. А. Исследование установившихся режимов явнополюсных синхронных машин методом проводимостей зубцовых контуров: Автореф. дисс. на соиск. учен. степени канд. техн. наук, 1982.
11. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.

[24.05.85]

Интегральный критерий теплового состояния изоляции электрических машин

ПОЛЯКОВ В. И., инж.

Мосэнергоремонт

Изоляция генераторов и других электрических машин в процессе работы подвергается механическим воздействиям, действию электрического поля и тепла. Очень важно уметь оценить влияние этих факторов, измерять их и определить допустимые уровни, что позволит задать оптимальный режим работы изоляции, обеспечивающий экономичную и надежную работу машины.

Тепловое воздействие на изоляцию определяется температурой обмотки. Согласно [1] температура измеряется датчиками, а тепловое воздействие оценивается по максимальному измеренному значению. Может быть измерена также средняя температура обмотки методом сопротивления. Допустимые уровни температуры нормируются в зависимости от класса изоляции и метода измерения.

В статье показаны недостатки существующих критериев оценки теплового воздействия на изоляцию обмотки и предлагается новый, названный интегральным критерием теплового состояния обмотки.

При оценке теплового воздействия по значению средней температуры отсутствует информация о максимальной температуре обмотки, которая может быть намного выше средней и в определенных условиях полностью определять надежность обмотки.

Имеются недостатки и у способа оценки теплового состояния изоляции по максимальной температуре. Эксперименты показывают, что площадь изоляции с наибольшей температурой может быть очень малой (буквально точечной), это может быть ничтожная часть лишь одного из всей совокупности стержней.

Известно, что ресурс обмотки есть случайная величина с законом распределения, близким к логарифмически нормальному [3, 4], и большим расстоянием. С учетом случайного характера ресурса изоляции становится очевидным, что превышения температуры изоляции на малой площади не могут оказать существенного влияния на надежность обмотки в целом. При этом, конечно, процесс старения изоляции не должен выходить за рамки нормального [5], что имеет, например, место при повышении температуры микалентной компаундированной изоляции выше температуры плавления компаунда.

Оценка теплового воздействия по значению максимальной температуры обмотки не позволяет учесть малую опасность превышения температуры изоляции на малой площади.

Очевидно предположить, что способ оценки теплового воздействия, лишенный указанных недостатков, должен основываться на математической модели старения изоляции в условиях неравномерного нагрева обмотки, которая отражала бы зависимость надежности обмотки от ее температурного режима.

Для обмоток мощных электрических машин характерны следующие особенности. Обмотки состоят из восстанавливаемых элементов, например стержней. После пробоя изоляции обмотка восстанавливается практически мгновенно по сравнению с ее сроком службы, так как время ремонта намного меньше срока службы. Обмотка является высоконадежной системой. Среднее число отказов в системе ничтожно мало по сравнению

с числом элементов, ее составляющих. Например, у гидрогенераторов типа СВ-1500/170-96 за срок службы обмотки (около 20 лет) было пробито в среднем около 0,2 % стержней; это означает, что срок службы обмотки много меньше среднего срока службы ее элементов. Из [6] следует, что для такой системы

$$h_k(t) \approx f_k(t); \quad (1)$$

$$h(t) = \sum_{k=1}^n h_k(t), \quad (2)$$

где $h_k(t)$ — функция интенсивности отказов k -го элемента, равная среднему числу отказов, происшедших в момент t за малую единицу времени; $f_k(t)$ — функция плотности вероятности отказов k -го элемента; $h(t)$ — функция интенсивности отказов системы; n — число элементов в системе.

Разобьем каждый стержень на участки с площадью ΔS , достаточно малые для того, чтобы температуру участка стержня считать неизменной по площади. Элементарные участки с площадью ΔS можно также считать независимыми восстанавливаемыми элементами с мгновенным восстановлением, для которых справедливы соотношения (1) и (2).

В действительности восстанавливаемым элементом является стержень. Однако за срок службы пробивается очень мало стержней, их замена практически не влияет на физическое состояние обмотки и ее надежность, что позволяет при составлении математической модели считать независимым восстанавливаемым элементом каждый элементарный участок.

Участок ΔS является элементом со старением, интенсивность отказов которого растет со временем. В теории надежности [6] элемент, подверженный старению, рассматривается как состоящий из двух элементов. Первый характеризует надежностное функционирование реального элемента в начальный период эксплуатации, когда отсутствуют какие-либо изменения во внутренней структуре реального элемента. Второй моделирует изменение надежности реального элемента во времени, связанное с изменением внутренней структуры в результате старения.

Отказы первого и второго элементов считаются независимыми. В этом случае функция интенсивности отказов элементарного участка имеет вид

$$h_k(t) = h_1(t) + h_2(t), \quad (3)$$

где $h_1(t)$ — функция интенсивности отказов первого надежностного элемента; $h_2(t)$ — функция интенсивности отказов второго надежностного элемента.

Надежность первого элемента подчиняется экспоненциальному закону. Интенсивность потока отказов для него постоянна во времени.

По данным [7] при наличии механических деформаций зависимость интенсивности потока отказов от температуры для «нестареющей» изоляции имеет вид кривой с минимумом и в рабочем диапазоне температур может быть аппроксимирована зависимостью:

$$h_1 = \lambda (\theta - \beta)^\alpha + \mu, \quad (4)$$

где λ , β , α , μ — коэффициенты, зависящие от структуры изоляции и значений механических и электрических нагрузок; Φ — температура изоляции.

Для реальной изоляции на отрезках времени, соизмеримых со средним сроком службы;

$$\left. \begin{aligned} h_1 &\ll h_2(t); \\ h_k(t) &\approx h_2(t). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Таким образом, надежность характеристики второго элемента могут быть определены при изучении надежности реальной изоляции на больших сроках службы. Многочисленными экспериментами установлено, что на больших отрезках времени, соизмеримых со средним сроком службы, закон распределения срока службы изоляции близок к логарифмически нормальному. По полимерной пленочной и керамической изоляции эти сведения представлены в [3]. Аналогичные данные по mica-лентной компаундированной изоляции имеются в [4], тогда для элементарного участка можно записать:

$$h_2(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - \lg T_{cp})^2}{2\sigma^2}}, \quad (6)$$

где t — текущее значение срока службы на оси времени; T_{cp} — средний срок службы участка изоляции; σ — среднее квадратическое отклонение логарифма срока службы участка изоляции.

Средний срок службы изоляции зависит от ее температуры. Зависимость среднего срока службы от темпе-

ратуры принято записывать в виде правила Монтзингера [9]. Для каждого элементарного участка изоляции

$$T_{cp} = T_{cp.n} \cdot 2^{-\frac{\Theta}{\Delta\Phi}}, \quad (7)$$

где $T_{cp.n}$ — средний срок службы при номинальной температуре; Θ — превышение температуры участка изоляции над номинальной; $\Delta\Phi$ — постоянная, равная изменению температуры, вызывающему изменение срока службы в два раза, зависит от типа изоляции.

Параметр σ в выражении (6) можно считать постоянной величиной, не зависящей от температуры. При логарифмически нормальном законе распределения срока службы элементарных участков это утверждение вытекает из условия, что срок жизни каждого участка подчиняется правилу Монтзингера. Экспериментальное подтверждение имеется в [3], там же экспериментально показано, что параметр σ не зависит и от напряженности электрического поля.

Так как показатели надежности рассматриваются на отрезке времени, много меньшем среднего срока службы элементарных участков изоляции, логарифмически нормальная зависимость в (6) может быть заменена степенной функцией, при этом получается выражение, удобное для инженерного анализа.

На рис. 1 даны зависимости вида

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\lg t)^2/2}$$

на участках от 0 до 1, от 0 до 0,01, от 0 до 0,001 и от 0 до 0,0001, там же показана замена функции $\Phi(t)$ степенной зависимостью. Как видно из рис. 1, при малых значениях t функцию $\Phi(t)$ можно заменить выражением

$$\Phi(t) = at^b, \quad (8)$$

где

$$a = \gamma_1(t_{cл}); \quad b = \gamma_2(t_{cл}). \quad (9)$$

Здесь $t_{cл}$ — срок службы, т. е. отрезок времени, на котором рассматривается зависимость $\Phi(t)$.

Нетрудно убедиться в том, что для зависимости (8) при ее замене степенной функцией справедливо выражение

$$h_2(t) = \frac{1}{t\sigma} at^b, \quad (10)$$

где

$$t_* = \left(\frac{t}{T_{cp.n}} \cdot 2^{\Theta/\Delta\Phi} \right)^{1/\sigma}. \quad (11)$$

Причем коэффициенты a и b определяются (9) для

$$t_{cл} = \left(\frac{t_{cл}}{T_{cp.n}} \cdot 2^{\Theta/\Delta\Phi} \right)^{1/\sigma}, \quad (12)$$

где $t_{cл}$ — срок службы обмотки.

Как видно из рис. 1, б—г, для малых значений t коэффициенты a и b можно считать постоянными в широком диапазоне изменения t . В этих условиях a и b могут быть определены для каждого элементарного участка независимо от его температуры как соответствующим

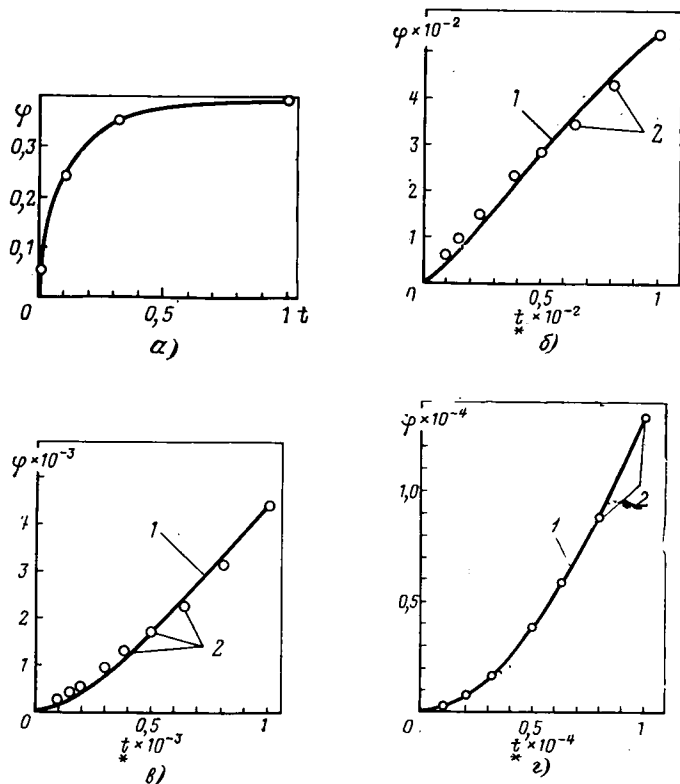


Рис. 1. График функции $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t)^2}{2}}$: а — на участке от 0 до 1; б — на участке $t \leq 0,01$; в — на участке $t \leq 0,001$; г — на участке $t \leq 0,0001$; ● — точки графика функции $f(t) = 3,9t^{0,93}$; ● — точки графика функции $f(t) = 56,7t^{1,37}$; ● — точки графика функции $f(t) = 2120t^{1,8}$

щие базисному значению приведенного срока службы, которое в свою очередь соответствует номинальной температуре участка и равно:

$$t_{*cl.б} = \left(\frac{t_{cl.н}}{T_{cp.н}} \right)^{1/\sigma}, \quad (13)$$

тогда выражение для интенсивности отказов изоляционной системы имеет вид

$$h(t) = \frac{\mu}{\Delta S} S + \frac{\lambda}{\Delta S} \int_S |\Phi - \beta|^\alpha dS + m \int_S \frac{1}{T_{cp.н}^q} \cdot 2^{\frac{\theta q}{\Delta \Phi}} dS t^{q-1}, \quad (14)$$

где

$$m = \frac{a}{\Delta S \sigma}; \quad q = \frac{b}{\sigma}. \quad (15)$$

Правомерность аппроксимации функции интенсивности отказов степенной зависимостью подтверждается экспериментально в [8], где при обработке фактических данных о пробоях получена функция интенсивности отказов, имеющая тот же вид, что и выражение (14). В частности, из данных [8] следует, что для статорной микалентной компаундированной изоляции генераторов с воздушным охлаждением можно считать $q=3$.

Если уровни механических и электрических нагрузок не зависят от площади, то

$$h(t) = \eta S + \xi \int_S |\Phi - \beta|^\alpha dS + r \int_S 2^{\frac{\theta q}{\Delta \Phi}} dS t^{q-1}, \quad (16)$$

где

$$\eta = \frac{\mu}{\Delta S}; \quad r = \frac{m}{T_{cp.н}^q \Delta S}; \quad \xi = \frac{\lambda}{\Delta S}. \quad (17)$$

Из (16) следует, что при обработке опытных данных по надежности реальных электрических машин кривую регрессии надежности по времени следует искать в виде

$$h(t) = A + B t^d, \quad (18)$$

где A, B, d — коэффициенты, зависящие от структуры изоляции и уровня нагрузок на изоляцию.

Согласно статистическим исследованиям [8] надежности изоляции электрических машин в эксплуатации существуют два резко отличающихся по надежности типа изоляции.

Первый тип — изоляция, работающая в водородной среде. Для такой изоляции характерно отсутствие старения. Ее надежность определяется надежностью характеристикой первого надежностного элемента (4) и имеет вид:

$$h(t) = \eta S + \xi \int_S |\Phi - \alpha|^\alpha dS. \quad (19)$$

Величина $\int_S |\Phi - \beta|^\alpha dS$ характеризует тепловое состояние изоляции и является интегральным критерием (ИК) ее теплового состояния.

Второй тип — изоляция с ярко выраженным старением, работающая в воздушной среде. Для такой изоляции можно пренебречь долей интенсивности отказов, определяемой первым надежностным элементом, а ее надежностная характеристика имеет вид:

$$h(t) = r \int_S 2^{\frac{\theta q}{\Delta \Phi}} dS t^{q-1}. \quad (20)$$

Величина $\int_S 2^{\frac{\theta q}{\Delta \Phi}} dS$, характеризующая тепловое состояние изоляции, является ее ИК.

Из (19) и (20) следует, что для изоляции, работающей в условиях электрических и механических нагрузок, не зависящих от площади, надежность не изменяется, если неизменен ее ИК. Этот факт можно использовать для решения ряда практических задач, связанных с оптимизацией теплового режима изоляции электрических машин.

В эксплуатационной практике часто решаются задачи определения допустимой нагрузки генераторов по условиям нагрева изоляции. Длительно допустимые нагрузки определяются для серийных генераторов при обнаружении повышенных нагревов, а также для реконструированных машин для определения возможности увеличения мощности. Вопросы применения ИК рассмотрены на примерах оценки результатов тепловых испытаний гидрогенераторов.

Оценка необходимости ограничения нагрузки генератора, имеющего повышенный нагрев лобовых частей обмотки. На многих вертикальных гидрогенераторах в силу их конструктивных особенностей наблюдается несимметричная картина обдува и нагрева обмотки сверху и снизу. При этом наиболее нагретыми оказываются нижние лобовые части [11]. Иногда нагрев нижних лобовых дуг повышает предельно допустимый и в соответствии с рекомендациями [1, 10] длительно допустимая мощность генератора ограничивается так, чтобы максимальная измеренная при испытаниях температуры не превосходила предельно допустимую для данного класса изоляции.

Использование интегрального критерия теплового состояния изоляции позволяет улучшить оценку длительно допустимой нагрузки генератора. Например, имеется гидрогенератор, наиболее нагретой активной частью которого являются головки нижних лобовых дуг. Закон распределения температуры головок близок к нормальному. Данные измерений, подтверждающих нормальный закон распределения температуры, приведены, например, в [2].

Зависимость параметров нагрева головок от квадрата тока статора при номинальной температуре холодного воздуха (35 °C) приведена далее:

Квадрат тока статора, отн. ед.	Средняя температура, °C	Среднеквадратичное отклонение температуры, °C
0,5	84,5*	3,5
0,75	98,0	4,9
1,0	111,0	6,4

* Температура головок измерялась термометрами.

Изоляция обмотки статора класса В с допустимой температурой 130 °C, при измерении ее термометрами, дополняющими штатный тепловой контроль [1].

Гидрогенераторы имеют, как правило, большое число стержней в обмотке, а число головок в каждом отсеке лобовых дуг приближается к тысяче. Большая часть головок в работе имеет высокий потенциал, поэтому прямое измерение температуры всех головок и определение температуры наиболее горячей из них практически невозможно.

Максимальная температура головок была определена расчетом. По методике [2] находился интервал, в котором лежит максимальная температура, и за макси-

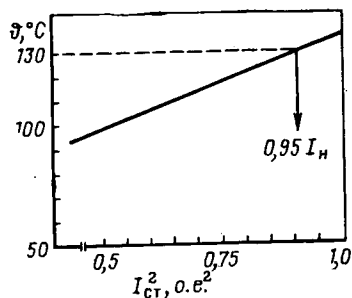
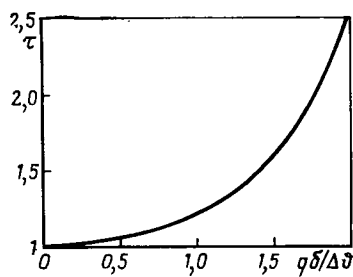


Рис. 2. Зависимость максимальной температуры головок лобовых дуг от нагрузки генератора

Рис. 3. Зависимость коэффициента τ от параметра $q\delta/\Delta\theta$

мальную температуру головок принималась верхняя граница этого интервала. Зависимость максимальной температуры головок от нагрузки генератора показана на рис. 2.

Как видно из рис. 2, максимальная температура головок в режиме номинальной нагрузки превышает длительно допустимую. В соответствии с существующими правилами [1, 10] мощность генератора должна быть ограничена до 95 % номинальной.

Однако такой способ оценки допустимой нагрузки не учитывает, что число головок с максимальной температурой может быть ничтожно мало. Вызывает сомнения, что некоторый перегрев сверх нормального малой части головок окажет существенное влияние на надежность обмотки в целом и что ограничение мощности генератора оправдано. В данном случае более строгое решение задачи может быть получено с применением интегрального критерия теплового состояния изоляции, который учитывает распределение температуры по площади изоляции.

Ранее было указано, что пропорциональность интенсивности отказов значению ИК сохраняется при условии, что все участки изоляции имеют одинаковые уровни механического и электрического воздействий.

Гидрогенераторы выполняются, как правило, с радиальной вентиляцией. Для этой системы вентиляции единственным условием пропорциональности функции интенсивности отказов и ИК является равенство уровней механических нагрузок. Действительно, если разбить обмотку на участки, имеющие электрическое напряжение, которое можно считать одинаковым, например стержни, то для функции интенсивности отказов можно записать:

$$h(t) = \sum_{i=1}^{i=n} k_i IK_i, \quad (21)$$

где $h(t)$ — функция интенсивности отказов обмотки; $k_i IK_i$ — интенсивность отказов i -й совокупности участков изоляции с одинаковым уравнением рабочего напряжения; n — число интервалов напряжения, в которых группируются участки изоляции.

Для генераторов с радиальной вентиляцией условия охлаждения всех выделенных участков изоляции одинаковы, т. е. ИК всех участков равны. Отсюда следует соотношение, подтверждающее доказываемое утверждение:

$$h(t) = IK_{\text{обм}} \frac{\sum_{i=1}^{i=n} k_i}{n}, \quad (22)$$

где $IK_{\text{обм}}$ — интегральный критерий теплового состояния обмотки.

Интегральный критерий теплового состояния изоляции головок можно записать в виде

$$IK_r = \int_S 2^{\frac{q\theta}{\Delta\theta}} dS, \quad (23)$$

где IK_r — интегральный критерий теплового состояния изоляции головок; S — площадь изоляции головок; θ — превышение температуры над номинальной; $\Delta\theta$ — постоянная, равная изменению температуры, вызывающему изменение срока службы в 2 раза; q — постоянная.

Если всю площадь изоляции головок принять за единицу, то нормальное значение $IK_r = 1$. Это значение соответствует нагреву всех головок до номинальной температуры.

Если известна зависимость IK_r от нагрузки генератора, то условием ограничения мощности является

$$IK_r \leq 1. \quad (24)$$

В данном случае за номинальную, длительно допустимую температуру головок можно принять 130 °C [1].

При условии, что температура головок имеет случайный характер (где $P(\theta)$ — функция распределения превышения температуры головок) получаем следующее выражение для интегрального критерия (всю площадь изоляции головок считаем равной 1):

$$IK_r = \int_0^1 2^{\frac{q\theta(P)}{\Delta\theta}} dP, \quad (25)$$

где $\theta(P)$ — функция, обратная $P(\theta)$.

При номинальном законе распределения температуры (25) преобразуется к виду

$$IK_r = 2^{\frac{q\theta_{\text{ср}}}{\Delta\theta}} \tau, \quad (26)$$

где $\theta_{\text{ср}}$ — превышение средней температуры над нормальной;

$$\tau = \int_0^1 2^{\frac{q[\theta(P) - \theta_{\text{ср}}]}{\Delta\theta}} dP. \quad (27)$$

Интеграл (27) зависит только от значения $\frac{q\sigma}{\Delta\theta}$, где σ есть среднее квадратическое отклонение температуры. Его значения для различных реальных значений $q\sigma/\Delta\theta$ показаны на рис. 3. Эти данные могут быть использованы для расчета ИК любых других элементов изоляции, имеющих нормальный закон распределения температуры.

В номинальном режиме нагрузки генератора IK_r рассчитан по формуле (26) и данным рис. 3 из условия, что номинальная температура головок равна 130 °C. При этом $q=3$, что по данным [8] справедливо для микалентной компаундированной изоляции, работающей на воздухе.

Согласно [9] для изоляции генераторов с воздушным охлаждением $\Delta\theta$ изменяется в диапазоне от 10 до 20 °C. Для этих крайних значений был рассчитан IK_r , равный соответственно 0,045 и 0,17. Как видно, в режиме номинальной нагрузки ИК изоляции головок не превышает нормального значения для любых реальных значений величины $\Delta\theta$. Следовательно, для ограничения мощности генератора нет оснований. Генератор может рабо-

тать с номинальной нагрузкой. При этом не следует ожидать каких-либо существенных изменений его надежности по сравнению с нормальным для генераторов уровнем.

Определение допустимой нагрузки генератора после реконструкции системы охлаждения. Часто в процессе эксплуатации генераторов с конструктивно предопределенными зонами повышенного нагрева производится реконструкция вентиляции с целью интенсификации охлаждения этих зон, что дает возможность повысить длительно допустимую мощность генератора. С помощью ИК возможно строгое инженерное решение задачи о допустимой нагрузке генератора после изменения его температурного поля по критерию неизменности надежности его обмотки.

Рассмотрим гидрогенератор, который имеет надежные характеристики обмотки, соответствующие гидрогенератору типа СВ-1500/170-96. На этом генераторе была произведена реконструкция системы вентиляции с целью повышения мощности. Так как задача определения допустимой мощности решалась традиционными методами, в ходе испытаний не были получены тепловые характеристики, необходимые для применения интегрального критерия. Для иллюстрации применения ИК эти характеристики рассчитывались на основе данных реальных испытаний при ряде допущений, поэтому полученные ниже результаты с применением расчетных характеристик не могут быть отнесены к реальным машинам СВ-1500/170-96.

Применяя ИК для решения данной задачи, необходимо учитывать, что виды и уровни механических воздействий на различные части обмотки резко различаются, что находит свое отражение в показателях надежности. Например, для принятого за основу гидрогенератора типа СВ-1500/170-96 характерно, что пробой изоляции обмотки статора происходит главным образом на выходе из паза. Изоляция пазовой и лобовой части за срок службы слабо проявляет свои надежные характеристики и ведет себя, практически, как абсолютно надежная.

В этих условиях трудно по данным измерений на генераторе и наблюдений за его надежностью определить

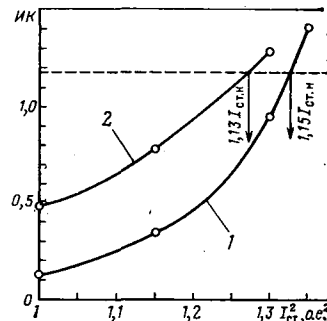
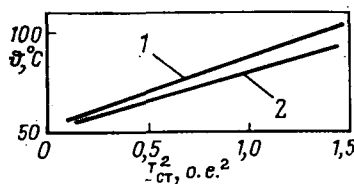


Рис. 4. Зависимость от нагрузки максимальной температуры изоляции обмотки статора в пазовой части по показаниям штатных термосопротивлений: 1 — до реконструкции системы охлаждения; 2 — после реконструкции

Рис. 5. Зависимость ИК теплового состояния изоляции на выходе из паза от нагрузки после реконструкции генератора: 1 — $\Delta\theta = 10^\circ\text{C}$; 2 — 20°C

коэффициенты, необходимые при расчете ИК для лобовой и пазовой части и для учета влияния ИК этих частей на результирующую надежность генератора.

Допустимая нагрузка реконструированного генератора может быть определена по критерию, что ИК изоляции на выходе из паза после реконструкции не превышает значения критерия до реконструкции при номинальной нагрузке. Для того чтобы исключить неопределенность в нагреве частей обмотки, ИК которых не определяется, целесообразно ориентироваться на показания штатного теплового контроля и нормы, существующие для него.

Для применения интегрального критерия тепловое поле обмотки статора генератора в районе выхода из паза должно быть получено в виде зависимости средней температуры и среднего квадратического отклонения от тока статора. Эти данные могут быть получены по показаниям термодатчиков, уложенных между стержнями на выходе из паза. Термодатчики должны быть малогабаритными, например, термодатчики. В этом случае легко предотвратить обдув датчиков охлаждающим газом. Обдув газом приводит к занижению температуры, измеряемой термодатчиками, по сравнению с температурой меди, что, например, имеет место при измерении температуры меди обмотки штатными термосопротивлениями [9].

Решение задачи определения допустимой нагрузки генератора после реконструкции его вентиляции иллюстрируется на примере гидрогенератора вертикального типа, имеющего тепловые характеристики, указанные в таблице и на рис. 4.

Надежные характеристики изоляции по данным наблюдений. Гидрогенератор вертикального типа. Пробой изоляции обмотки статора происходит на выходе обмотки из паза в верхней и нижней частях генератора. По данным наблюдений за генераторами с аналогичным типом изоляции $q=3$. Класс нагревостойкости изоляции «В». Длительно допустимая температура равна 130°C .

Интегральный критерий теплового состояния обмотки на выходе из паза равен сумме ИК для нижней и верхней части обмотки:

$$ИК_{в.п} = ИК_{в.н} + ИК_{п.н} \quad (28)$$

Значение $ИК_{в.п}$ для различных тепловых состояний генератора и в зависимости от нагрузки рассчитывалось по формулам (26), (28) и по данным, представленным в таблице. Площадь изоляции выражалась в отн. ед.,

Квадрат тока статора, отн. ед. ¹	Температура обмотки статора при номинальной температуре охлаждающего газа, °C				
	Максимальная, измененная штатными термосопротивлениями	Средняя на выходе из паза вверх генератора		Средняя на выходе из паза вниз генератора	
		Средняя	Среднее квадратическое отклонение	Средняя	Среднее квадратическое отклонение
До реконструкции					
0,50	69	62	1,6	72,0	1,6
0,75	77	68	2,3	83,5	2,3
1,00	86	75	3,0	95,0	3,0
После реконструкции					
0,50	66,0	62	1,6	65	1,6
0,75	73,0	68	2,3	73	2,3
1,00	79,5	75	3,0	81	3,0

де за единицу принята площадь изоляции на выходе из паза с одной стороны генератора. Значение $ИК_{в.п}$ рассчитывалось для двух крайних значений $\Delta\theta$, равных 10°C и 20°C , между которыми находится реальное значение $\Delta\theta$.

До реконструкции генератора при номинальных условиях его работы значение $ИК_{в.п}$ равно 1,18 при $\Delta\theta = 20^\circ\text{C}$ и 1,178 при $\Delta\theta = 10^\circ\text{C}$.

Зависимость $ИК_{в.п}$ от режима нагрузки после реконструкции системы охлаждения генератора показана на рис. 5. Там же графическим методом произведено определение допустимой нагрузки генератора по условию, при котором $ИК_{в.п}$ после реконструкции не превосходит его значения до реконструкции при номинальных условиях работы, что соответствует условию неизменности надежности обмотки статора. Как видно из рис. 5, производимая оценка слабо зависит от значения постоянной $\Delta\theta$. За длительно допустимую нагрузку после реконструкции можно принять нижнее значение полученного интервала:

$$I_{дл. д} = 1,14 I_{ном}, \quad (29)$$

где $I_{ном}$ — номинальный ток статора генератора до реконструкции.

Как видно из рис. 4, при данной нагрузке температура изоляции в пазовой части генератора не превосходит значения, допустимого для изоляции данного класса.

Следует отметить, что при оценке традиционными методами длительно допустимая нагрузка реконструированного генератора оценивается значением $1,27 I_{ном}$. Эта нагрузка получается из условия непревышения максимальной температурой изоляции на выходе из паза своего значения до реконструкции.

Возможно применение $ИК$ и в других частных задачах оптимизации теплового режима изоляции. Вероятно, возможно применение $ИК$ в решении общих проблем, связанных с расчетом и прогнозированием надежности электрической изоляции.

Полученные в статье зависимости показателей надежности изоляции от времени могут быть использованы при изучении эмпирических данных о пробоях изоляции электрических машин. Эти зависимости облегчают корреляционный анализ эмпирических данных, так как в них определен теоретический вид линии регрессии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 183—74. Машины электрические вращающиеся. Общие технические требования.
2. Поляков В. И. Применение статистических методов в тепловых испытаниях электрических генераторов. — Электрические станции, 1981, № 8.
3. Койков С. П., Цикин А. Н. Электрическое старение твердых диэлектриков и надежность диэлектрических деталей. — Л.: Энергия, 1968.
4. Нагревостойкость изоляции обмоток электродвигателей на напряжение 6600 кВ/Л. М. Бернштейн, А. С. Куренков, Н. С. Окнин, С. Г. Трубаев. — Электротехника, 1981, № 8.
5. Нецевский А. Б., Самородов Ю. П., Элькин Ю. М. К анализу причин, признаков и развития начальных дефектов гидрогенераторов. — Электрические станции, 1981, № 5.
6. Гнеденко Б. А., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы и теории надежности. — М.: Наука, 1965.
7. Дмитриевский В. С. Расчет и конструирование электрической изоляции. — М.: Энергоиздат, 1981.
8. Белова Л. А., Мамиконянц Л. Г., Тутубалин В. Н. — Типовые кривые вероятности аварийных пробоев изоляции обмоток статоров генераторов. — Электричество, 1979, № 5.
9. Кулаковский В. Б. Работа изоляции в генераторах — М.: Энергоиздат, 1981.
10. Мышенкова Н. К. Методические указания по проведению испытаний на нагрев генераторов. — М.: ОРГРЭС, 1970.
11. Альпер Т. И., Сергиевская Т. Г. Охлаждение гидрогенераторов. — М.: Энергия, 1969.

[27.12.84]



Некоторые режимы коротких замыканий блока генератор-трансформатор 1200 МВт для испытаний устройств релейной защиты

ШЕЙНКМАН А. Г., ШЕЙКО П. А., ПУШКИНА Г. А.

Одной из основных особенностей конструкции используемого в блоке генератор-трансформатор турбогенератора типа ТВВ 1200-2 является шестифазная обмотка статора с двумя параллельными ветвями в каждой фазе, состоящей из двух трехфазных изолированных между собой обмоток, сдвинутых относительно друг друга на 30 электрических градусов [1]. Генератор имеет 18 выводов и подключен к трансформатору блока посредством двух систем трехфазных комплектных экранированных токопроводов на напряжение 24 кВ. Опережающая обмотка статора (1Г) генератора подключается к обмотке трансформатора, соединенной в «треугольник» (группа 11), отстающая обмотка статора (2Г) к обмотке, соединенной в «звезду» (группа 12). Рабочий трансформатор собственных нужд (с. н.) подключен непосредственно к одной из систем токопроводов 24 кВ (подключенной к обмотке блочного трансформатора, соединенной в «треугольник»).

Применение уникального шестифазного генератора определяет особенности расчетов его электрических режимов [2].

Целью настоящей статьи является обоснование схем и режимов блока при испытаниях устройств релейной защиты путем сравнения расчетных данных для различных режимов с результатами экспериментов.

Номинальные данные турбогенератора типа ТВВ-1200-2 приведены ниже:

Мощность полная	$S_{\text{ном}} = 1333 \text{ МВА}$
Мощность активная	$P_{\text{ном}} = 1200 \text{ МВт}$
Коэффициент мощности	$\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$
Напряжение статора	$U_{\text{ном}} = 24 \text{ кВ}$
Ток статора	$I_{\text{ном}} = 16,05 \times 2 \text{ кА}$
Ток ротора	$I_{\text{рот. ном}} = 7530 \text{ А}$
Ток ротора холостого хода	$I_{\text{рот. х. х}} = 2625 \text{ А}$
Ток ротора холостого хода по спрямленной характеристике холостого хода	$I_{\text{рот. о}} = 2325 \text{ А}$

Схема замещения шестифазного генератора с двумя обмотками статора, изображенная на рис. 1 (U_1 , U_2 — напряжения на выводах генератора), отличается от схемы замещения обычного генератора наличием двух цепей с индуктивными сопротивлениями рассеяния обмоток статора ($X_{\sigma 1}$ и $X_{\sigma 2}$). В упрощенном изображении такая схема может быть представлена

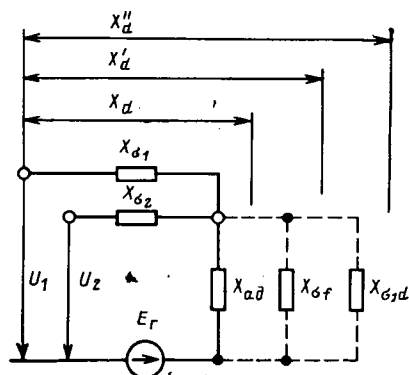


Рис. 1

не одним сопротивлением (как для обычных генераторов), а схемой «звезда», сопротивления двух лучей которой представляют сопротивления рассеяния обмоток статора.

Для шестифазного генератора с двумя независимыми обмотками статора целесообразно при проведении расчетов в системе относительных единиц выбрать базисную мощность, равную 0,5 номинальной. Поэтому за базисные величины приняты:

$$S_6 = \frac{1}{2} S_{\text{ном}} = \frac{1333}{2} = 666,5 \text{ МВА};$$

$$U_6 = U_{\text{ном}} = 24 \text{ кВ};$$

$$I_6 = \frac{1}{2} I_{\text{ном}} = 16,05 \text{ кА};$$

$$X_6 = \frac{U_6}{\sqrt{3} I_6} = \frac{24}{\sqrt{3} \cdot 16,05} = 0,863 \text{ Ом}.$$

Значения индуктивных сопротивлений генератора при пятих базисных величинах приведены в табл. 1 [3].

Для генератора с двумя обмотками статора сопротивления рассеяния обмоток статора ($X_{\sigma 1}$ и $X_{\sigma 2}$) и сопротивления реакции якоря по продольной оси (X_{ad}) могут быть определены проще, чем рекомендовано в [4].

Для этого был проведен опыт установившегося трехфазного к. з. одной обмотки статора с измерением тока ротора $I_{\text{рот}}$, тока статора закороченной обмотки I_1 и напряжения на другой обмотке статоре U_2 (рис. 2, а). Получены следующие результаты $I_{\text{рот}} = 2850 \text{ А}$; $I_1 = 16,05 \text{ кА}$; $U_2 = 2,5 \text{ кВ}$.

Тогда, используя схему замещения (рис. 2, б), получим:

$$X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2} = \frac{U_2}{I_1} \frac{I_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = 0,104;$$

$$X_{ad} = \frac{E - U_2/U_{\text{ном}}}{I_1/I_{\text{ном}}} = 1,121,$$

где $E = I_{\text{рот}}/I_{\text{рот. о}}$.

Для двух обмоток $X_d = X_{ad} + \frac{X_{\sigma}}{2} = 1,173$; для одной обмотки $X_d = X_{ad} + X_{\sigma} = 1,225$.

Полученные значения X_d , X_{ad} и X_{σ} отличаются от приведенных в табл. 1 незначительно (менее 1 %), что может быть объяснено погрешностью измерений.

Аналогичные опыты можно производить и на обычных генераторах с обмоткой, имеющей две параллельные ветви в каждой фазе (генератор с 9 выводами). В этом случае трехфазные закоротки устанавливаются на линейных выводах и на одной группе нулевых выводов, вторая группа нулевых выводов не объединяется и остается в режиме холостого хода для измерения U_2 .

Номинальные данные трансформаторов блока 1Т и собственных нужд 2Т (рис. 3, а) и их индуктивные сопротивления для $S_6 = 666,5 \text{ МВА}$ приведены в табл. 2.

При расчете индуктивных сопротивлений использовались следующие соотношения (рис. 3, б):

$$X_{BH} = \frac{U_{\text{к. вн}}}{100} \frac{S_6}{S_{\text{ном}2}};$$

$$X_{HH} = \frac{U_{к HH}}{100} \frac{S_6}{S_{ном/2}};$$

$$X_H = \frac{1}{2} W_{HH};$$

$$X_B = X_{BH} - X_H.$$

Были проведены расчеты установившихся режимов трехфазных к. з. генератора, блока, в точках за трансформатором с. н. и одновременно за трансформатором с. н. и трансформатором блока.

Результаты расчетов приведены в табл. 3.

Режим короткого замыкания за трансформатором 2Т (в точках К4, К5) обычно применяют для проверки устройств релейной защиты рабочего трансформатора с. н. Однако при такой схеме испытаний требуются специальные средства для регулирования очень низкого уровня возбуждения: номинальный ток трансформатора 2Т достигается уже при токе ротора генератора $I_{рот} = 470 \text{ А} \approx 0,18 I_{рот.х.х.}$

Трехфазное короткое замыкание одновременно за трансформаторами 1Т и 2Т (в точках К3, К4, К5) безопаснее для трансформатора с. н., позволяет выполнить проверку устройств релейной защиты и обеспечивается штатными средствами регулирования возбуждения. При номинальном токе трансформатора 2Т ток ротора генератора при этом равен $I_{рот} = 7050 \text{ А}$.

Установившееся однофазное короткое замыкание на стороне 500 кВ блока исследуется при комплексных электрических испытаниях на электростанции для проверки защит энергоблока от внешних однофазных коротких замыканий в сети с эффективным заземлением нейтралей трансформаторов. Расчеты были проведены согласно рекомендациям [5]. Схемы замещения блока генератор — трансформатор для токов прямой, обратной и нулевой последовательностей в этом режиме приведены на рис. 4, а. Параметры схемы замещения: $X_{1\Sigma} = 1,232$; $X_{2\Sigma} = 0,207$; $X_{0\Sigma} = 0,103$.

Векторные диаграммы токов показаны на рис. 4, б. Расчетные значения токов и напряжений приведены в табл. 4; значения напряжений — в кВ при токах в кА.

Рассмотрим установившийся режим короткого замыкания фаз В и С и однофазного короткого замыкания на землю фазы А на стороне 500 кВ блока. Схема замещения выглядит аналогично приведенной на рис. 4, а. Граничные условия имеют вид:

$$\dot{U}_A = 0; \dot{U}_B - \dot{U}_C = 0; \dot{I}_B = -\dot{I}_C.$$

Используя симметричные составляющие, эти граничные ус-

Таблица 1

Режим	Параметр	Значение (о. е.)	
		две обмотки	одна обмотка
Установившийся	X_d	1,176	1,228
Переходной	X_d'	0,191	0,243
Сверхпереходной	X_d''	0,150	0,202
Обратная последовательность	X_2	0,15	0,2

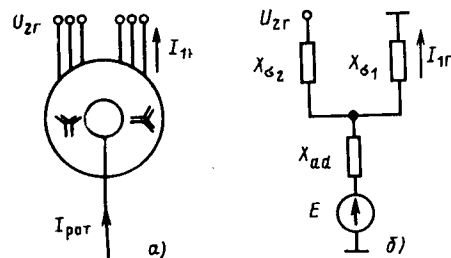


Рис. 2

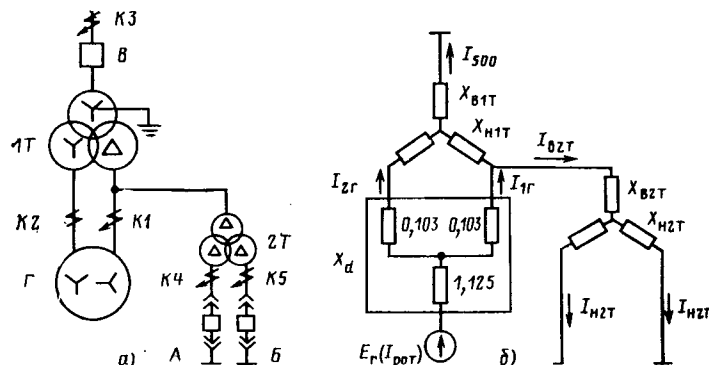


Рис. 3

ловия можно представить в виде

$$\dot{U}_{A1} = \dot{U}_{A2}, \dot{U}_0 = -2\dot{U}_{A1} \text{ и } \dot{i}_0 = \frac{\dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2}}{2}.$$

Разделив обе части равенства $\dot{U}_0 = -2\dot{U}_{A1}$ на \dot{U}_0 и учитывая соотношения для симметричных составляющих напряжений

$$\dot{U}_{A1} = \dot{E}_r - j\dot{i}_{A1}X_{1\Sigma}; \dot{U}_{A2} = -j\dot{i}_{A2}X_{2\Sigma}; \dot{U}_0 = -j\dot{i}_0X_{0\Sigma}.$$

после преобразований получаем выражение для токов обратной и нулевой последовательностей:

$$\dot{i}_{A2} = -\frac{X_{0\Sigma}}{4X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}} \dot{i}_{A1}; \dot{i}_0 = \frac{2X_{2\Sigma}}{4X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}} \dot{i}_{A1}.$$

Подставив значения токов \dot{i}_{A2} и \dot{i}_0 в выражение

$$\dot{U}_A = \dot{E}_r - j\dot{i}_{A1}X_{1\Sigma} - j\dot{i}_{A2}X_{2\Sigma} - j\dot{i}_0X_{0\Sigma} = 0,$$

найдем зависимости токов и напряжений прямой, обратной, нулевой последовательностей от э. д. с. генератора:

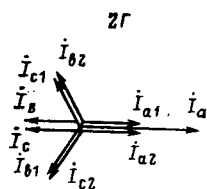
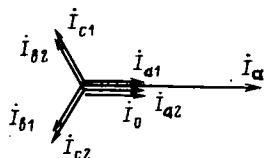
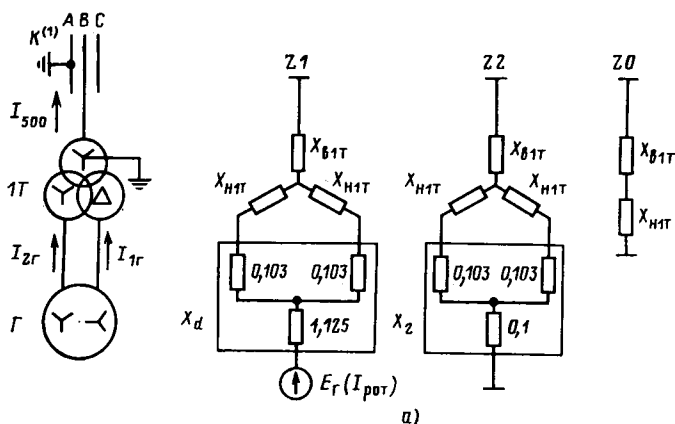
$$\dot{i}_{A1} = \frac{4X_{2\Sigma} + X_{0\Sigma}}{4X_{1\Sigma}X_{2\Sigma} + X_{1\Sigma}X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}} \dot{E}_r = 0,8\dot{E}_r;$$

Таблица 2

Обозначение по схеме	Тип трансформатора	Номинальные данные						Индуктивные сопротивления о. е.			
		$S_{ном}$, МВА	$U_{ном}$, кВ	$I_{ном}$, кА	U_k , %		Схема соединения	X_{BH}	X_{III}	X_{II}	X_B
					ВН	НН					
1Т	3×ОРЦ—533000/500—24	3×533	$\frac{525}{24-24}$	$\frac{1,76}{19,3 \times 2}$	12,3	23	Y/Δ—Y—11—0	0,103	0,192	0,096	0,007
2Т	ТРДНС—40000/35	40	$\frac{24}{6,3-6,3}$	$\frac{0,962}{1,835 \times 2}$	11,5	20	Δ/Δ—Δ—0—0	3,832	6,665	3,332	0,5

Таблица 3

Точки к. з.	Характеристики к. з.	I _{рот.} А при	
		I _{Г. ном}	I _{В2Г. ном}
K1, K2	$I_{\Gamma} = \frac{1}{2} \frac{E_{\Gamma}}{X_{\Sigma}} \times I_{\delta} = 2,933 I_{\text{рот}}$	5470	—
K3	$I_{\Gamma} = \frac{1}{2} \frac{E_{\Gamma}}{X_{\Sigma}} \times I_{\delta} = 2,8 I_{\text{рот}}$	5750	—
K4, K5	$I_{\text{В2Г}} = \frac{E_{\Gamma}}{X_{\Sigma}} \times I_{\delta} = 2,04 I_{\text{рот}}$	—	470
K3, K4, K5	$I_{1\Gamma} = 2,84 I_{\text{рот}}$	5650	—
	$I_{2\Gamma} = 2,78 I_{\text{рот}}$	—	—
	$I_{\text{В2Г}} = 0,137 I_{\text{рот}}$	—	7050
	$I_{\text{Н2Г}} = 0,26 I_{\text{рот}}$	—	—
	$I_{500} = 0,25 I_{\text{рот}}$	—	—



д)

Рис. 4

$$I_{A2} = \frac{-X_{0\Sigma}}{4X_{1\Sigma}X_{2\Sigma} + X_{1\Sigma}X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}} \dot{E}_{\Gamma} = -0,088 \dot{E}_{\Gamma};$$

$$I_{A0} = \frac{2X_{2\Sigma}}{4X_{1\Sigma}X_{2\Sigma} + X_{1\Sigma}X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}} \dot{E}_{\Gamma} = 0,335 \dot{E}_{\Gamma};$$

$$U_{A1} = U_{A2} = j \frac{X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}}{4X_{1\Sigma}X_{2\Sigma} + X_{1\Sigma}X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}} \dot{E}_{\Gamma} = j0,018 \dot{E}_{\Gamma};$$

$$\dot{U}_0 = j \frac{-2X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}}{4X_{1\Sigma}X_{2\Sigma} + X_{1\Sigma}X_{0\Sigma} + X_{2\Sigma}X_{0\Sigma}} \dot{E}_{\Gamma} = -j0,036 \dot{E}_{\Gamma}.$$

Векторные диаграммы токов показаны на рис. 5. Расчетные значения токов и напряжений на стороне 500 и 24 кВ приведены в табл. 5.

Результаты выполненных расчетов подтверждены экспериментальными данными, полученными при проведении комплексных электрических испытаний энергоблока 1200 МВт на Костромской ГРЭС.

Проведем сравнительный анализ режимов однофазного к. з. и к. з. фаз В и С и однофазного к. з. фазы А на стороне 500 кВ по допустимому времени перегрузки генератора токами обратной последовательности. Допустимое время (в секундах) работы генератора с неравенством токов в фазах зависит от величины тока обратной последовательности:

$$t_{\text{доп}} = \frac{A}{(I_2^*)^2},$$

где $A = 5$.

По соотношениям между током обратной последовательности и током ротора (в о. е.) получим:

для однофазного к. з. на стороне 500 кВ

$$I_2^* = 0,139 I_{\text{рот}}; t_{\text{доп}} = \frac{259}{I_{\text{рот}}^2} \text{ (с, при } I_{\text{рот}} \text{ в кА)};$$

для к. з. фаз В и С и однофазного к. з. фазы А на стороне 500 кВ

$$I_2^* = 0,019 I_{\text{рот}}; t_{\text{доп}} = \frac{139 \cdot 10^2}{I_{\text{рот}}^2} \text{ (с, при } I_{\text{рот}} \text{ в кА)}.$$

При токе ротора, обеспечивающем номинальный ток трансформатора в фазе А на стороне напряжения 500 кВ, допустимое время работы генератора составляет соответственно 32 с и 9 мин.

Таким образом, режим к. з. фаз В и С и однофазного к. з. фазы А по сравнению с обычным однофазным режимом является более «щадящим» для генератора с точки зрения величины тока обратной последовательности, и допустимое время данного

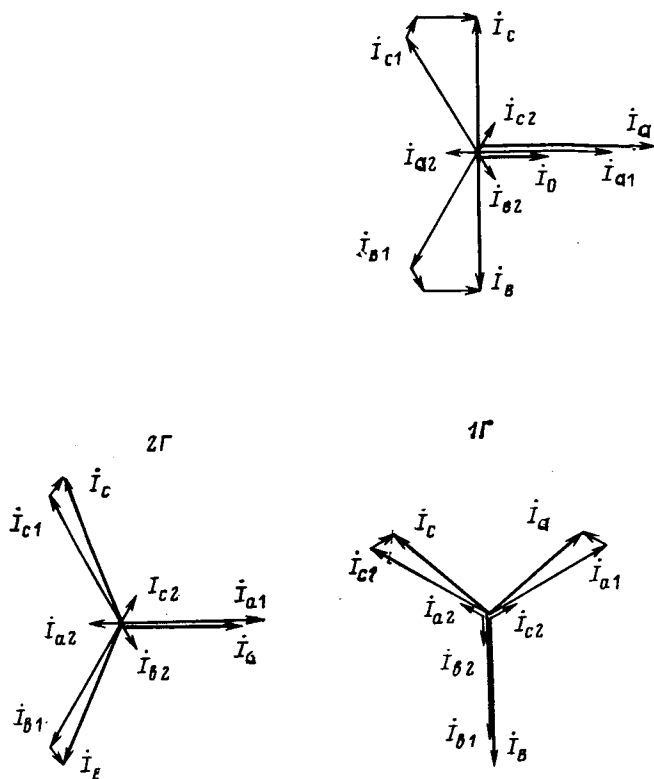


Рис. 5

Таблица 4

Сторона напряжения		I_A	I_B	I_C	U_A	U_B	U_C	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}
500 кВ		$0,615 I_{рот}$	0	0	0	$40 I_{рот}$	$40 I_{рот}$	—	$75,5 I_{рот}$	—
24 кВ	1Г	$3,86 I_{рот}$	0	$3,86 I_{рот}$	$1,22 I_{рот}$	$2 I_{рот}$	$1,22 I_{рот}$	$3,06 I_{рот}$	$3,06 I_{рот}$	$1,4 I_{рот}$
	2Г	$4,48 I_{рот}$	$2,24 I_{рот}$	$2,24 I_{рот}$	$2,24 I_{рот}$	$0,435 I_{рот}$	$1,89 I_{рот}$	$2,1 I_{рот}$	$3,46 I_{рот}$	$2,0 I_{рот}$

Таблица 5

Сторона напряжения		I_A	I_B	I_C	U_A	U_B	U_C	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}
500 кВ		$0,33 I_{рот}$	$0,24 I_{рот}$	$0,24 I_{рот}$	0	$7,05 I_{рот}$	$7,05 I_{рот}$	—	0	—
24 кВ	1Г	$2,62 I_{рот}$	$3,06 I_{рот}$	$2,62 I_{рот}$	$0,42 I_{рот}$	$0,285 I_{рот}$	$0,42 I_{рот}$	$0,585 I_{рот}$	$0,585 I_{рот}$	$0,8 I_{рот}$
	2Г	$2,45 I_{рот}$	$2,9 I_{рот}$	$2,9 I_{рот}$	$0,25 I_{рот}$	$0,5 I_{рот}$	$0,5 I_{рот}$	$0,726 I_{рот}$	$0,5 I_{рот}$	$0,726 I_{рот}$

режима при испытании существенно больше. Поэтому испытания устройств релейной защиты от внешнего однофазного к. з. на землю энергоблока целесообразно проводить в режиме одновременного установившегося междуфазного к. з. двух фаз и установившегося однофазного к. з. на землю третьей фазы на стороне высшего напряжения блока.

Выводы. 1. Для генераторов с двумя трехфазными обмотками статора или с параллельными ветвями в фазе определение сопротивлений X_σ и X_{ad} можно производить по схеме трехфазного к. з. одной обмотки статора.

2. Испытание устройства релейной защиты рабочего трансформатора собственных нужд целесообразно проводить при одновременном к. з. блока и трансформатора с. н.

3. Испытание устройств релейной защиты от внешнего однофазного к. з. на землю энергоблока целесообразно проводить в режиме одновременного установившегося к. з. двух фаз и установившегося однофазного к. з. на землю третьей фазы на стороне высшего напряжения блока.

4. Расчеты для всех приведенных режимов проверены экспериментально.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронов Г. Г., Хуторецкий Г. М. Шестифазные турбогенераторы. — В кн.: Сб. Электросила. Л.: 1970, № 28.
2. Хуторецкий Г. М. Схемы замещения шестифазной не явнотолусной синхронной машины. — Изв. вузов. Электромеханика, 1970, № 1.
3. Результаты испытаний первого двухполусного турбогенератора мощностью 1200 МВт на стенде завода Электросила/Л. А. Дроздова, Л. В. Курилович, И. Ф. Филипов и др. — В кн.: Сб. Электросила. Л.: 1979, № 32.
4. ГОСТ 10169—68. Машины электрические синхронные трехфазные. Методы испытаний.
5. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы. — М.: Энергия, 1970.

[04.12.84]

УДК 551.594.21:551.507.352

К методике исследований молниезащиты самолетов на моделях

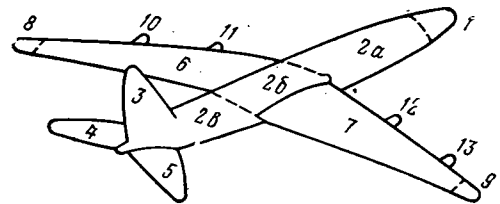
ТРУНОВ О. К., канд. техн. наук, ГАПОНОВ И. М., канд. техн. наук, ЛУПЕЙКО А. В., СЫСОЕВ В. С.

При рассмотрении воздействия электрического разряда в атмосфере на самолет принимаются во внимание как прямые, так и косвенные эффекты поражения молнией. К прямым эффектам относят явления прожога, эрозии, взрыва и деформации конструкции, вызванные током молнии, а также ударными волнами высокого давления и магнитными силами, возникающими под действием токов молнии. Косвенные эффекты возникают в основном в результате воздействия электромагнитных полей, обусловленных молнией, на электрическую и радионавигационную аппаратуру.

Для разработчиков новых конструкций самолетов важно знать уязвимость отдельных узлов конструкции по отношению к воздействию молний. Первоначальным этапом разработки средств и методов молниезащиты является определение точек попадания молнии на масштабных моделях. Такие исследования проводятся обычно при размещении проводящей модели самолета в воздушном промежутке между электродами высоковольтного генератора импульсных напряжений (ГИН). При испытаниях должны быть созданы такие условия, которые позволяют получить максимальный разброс точек попадания разряда по конструкции и поэтому определить наивысшую частоту ударов

для областей с малой вероятностью попадания из неблагоприятных направлений и с невыгодных расстояний.

Определены некоторые общие положения при проведении модельных испытаний. Так, в [1] предлагается длину промежутка «модель — плоскость» принимать большей или равной $2,5d$, длина промежутка «стержень — модель» не менее чем в два



Нумерация зон модели самолета: 1 — нос; 2a, 2b, 2c — фюзеляж; 3, 4, 5 — хвост; 6, 7 — кессон-баки; 8, 9 — законцовки крыльев; 10, 11, 12, 13 — двигатели

Форма импульса мкс/мкс	Полярность напряжения	Число импульсов	Число попаданий в модель	Точки входа										Точки выхода									
				Число ударов					Число ударов, %					Число ударов					Число ударов, %				
				Нос	Фюзеляж	Крылья	Хвост	Двигатели	Нос	Фюзеляж	Крылья	Хвост	Двигатели	Нос	Фюзеляж	Крылья	Хвост	Двигатели	Нос	Фюзеляж	Крылья	Хвост	Двигатели
2,3/5500	+	50	50	50	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	50	0	0	0	0	100	0
	-	50	50	50	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	22	26	2	0	0	44	52	4
25/5500	+	68	52	36	6	8	2	0	69,2	11,5	15,4	3,9	0	0	0	5	47	0	0	0	9,6	90,4	0
	-	57	53	24	2	14	13	0	45,2	3,8	26,5	24,5	0	1	0	8	42	1,9	1,9	0	15,1	79,2	3,8
250/5500	+	79	50	32	5	7	6	0	64	10	14	12	0	0	0	7	42	1	0	0	14	84	2
	-	52	50	21	0	17	9	3	42	0	34	18	6	4	1	16	27	2	8	2	32	54	4

раза должна превышать наибольший размер модели d . Установлено [1], что импульсы напряжения положительной полярности с длинными фронтами (например, 150/1500 мкс) предопределяют больший разброс в распределении точек поражения модели. Эти основные положения были предложены на основе предварительных модельных исследований [1, 2].

В реальных условиях при поражении самолета молнией имеются точки входа и выхода, которые определяют путь протекания разрядного тока по конструкции самолета. Следовательно, при испытаниях следует уделять одинаковое внимание обеим точкам попадания, а выбор определяющего фактора проводить на основе сравнительного анализа.

Задача данной работы состояла в экспериментальной оценке вероятностного распределения точек входа и выхода разряда масштабной модели самолета при лидерном пробое воздушного промежутка.

Модель (М 1:50) широкофюзеляжного самолета была выполнена из металла с отображением всех диэлектрических элементов конструкции. Источником высокого напряжения служил ГИН наружной установки с максимальным напряжением 9 МВ [3]. Модель подвешивалась на тонких капроновых нитях в воздушном промежутке с резко неоднородным полем типа «стержень — плоскость» длиной 8 м на высоте 5 м над заземленной плоскостью. Соотношение габаритов модели и промежутка соответствовало, таким образом, наиболее предпочтительным условиям для получения широкого разброса точек попадания [1]. Модель располагалась под высоковольтным электродом, угол тангажа составлял 30° , угол крена 0° . Следует отметить, что в данных экспериментах не ставилось целью исследование точек поражения при всех возможных ориентациях модели в пространстве. Вероятность поражения отдельной части модели определялась как отношение числа попаданий разряда в эту часть к общему числу разрядов в модель в соответствии с обозначениями, указанными на рисунке. Точки поражения регистрировались с помощью фотоаппаратов и видеокамеры.

Эксперименты проводились при импульсах напряжения с длительностью фронта $t_{\text{ф}} = 2,3\text{--}25\text{--}250$ мкс положительной и отрицательной полярности. Применение импульсов различной формы было обусловлено зависимостью вероятности поражения изолированных от земли моделей от длительности фронта [1, 4]. Амплитуда импульсов напряжения соответствовала 90 % - ной вероятности пробоя промежутка. Общее количество разрядов выбиралось таким, чтобы число попаданий в модель было не менее 50.

В таблице приведены результаты испытаний, где указано общее количество попаданий в фюзеляж, крылья, стабилизатор и двигатели модели. Из полученных результатов следует, что с изменением длительности фронта от 2,3 до 250 мкс наблюдается увеличение разброса в точках поражения модели. Если при импульсах с длительностью фронта 2,3 мкс точки входа были только на носовой части самолета, то при $t_{\text{ф}} = 25$ и 250 мкс поражались почти все указанные на рисунке узлы.

Для импульсов напряжения с одинаковой длительностью фронта наблюдается хорошее согласование в числе различных точек входа разряда независимо от полярности напряжения. При изменении полярности импульсов с положительной на отрицательную имеет место увеличение числа точек выхода разряда (7—8 вместо 4—5). Для импульсов отрицательной полярности значительно больше и количество различных путей протекания разрядного тока (16—19 вместо 11—13 — при положительной полярности импульсов).

Лидеры молний могут приближаться к самолету с различных направлений. Для моделирования этого явления должна изменяться ориентация модели относительно приложенного поля, что может привести к обнаружению дополнительных точек поражения самолета.

Результаты экспериментов показали, что испытания на импульсах отрицательной полярности приводят к значительно большему разбросу точек выхода разряда. Этот факт соответствует выводам других авторов, например, [4]. Отсюда следует, что с точки зрения выявления максимального количества путей протекания тока молнии по самолету модельные испытания необходимо проводить при отрицательной полярности напряжения.

В действующих «Методах определения соответствия требованиям норм летной годности гражданских самолетов СССР» [5] указывается, что исследования по распределению точек поражения самолетов должны проводиться на моделях с различной крутизной импульсов положительной полярности напряжения, обеспечивающих максимальный разброс точек поражения. При этом сравнение проводится на основании регистрации лишь точек входа разряда. Проведенные эксперименты показывают, что для определения уязвимости самолета молниям следует выявлять как точки входа разряда, так и точки выхода и использовать импульсы отрицательной полярности, что позволяет определить наиболее характерные пути протекания тока молнии по конструкции самолета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Phillpott J., Little. Lightning strike point location studies on scale models. — Conf. on Lightning and static Electricity. England, 1975.
2. Browning J. L. High voltage studies programme. — Conf. on Lightning and static Electricity. England, 1975.
3. Генератор грозовых и коммутационных импульсов напряжения наружной установки/В. П. Фотин, В. Н. Бондалетов, Ю. Л. Шерстюк, Е. Н. Чернов. — Электротехника, 1983, № 8.
4. Knoller H., Plumer J. A. S-3A Lightning protection program: lightning effects analysis. — Conf. on Lightning and static Electricity. England, 1975.
5. Методы определения соответствия требованиям норм летной годности (МОС НЛГС-2). М.5. Конструкция, системы и агрегаты самолета. Москва, 1978.

[02.02.84]

Расчетные схемы тяговых сетей переменного тока 25 кВ

КАРАЕВ Р. И., ВЛАСОВ С. П., ФРОЛОВ А. В.

Московский институт инженеров железнодорожного транспорта

На некоторых направлениях железных дорог, электрифицированных по системе переменного тока 25 кВ, в связи с ростом грузоперевозок, а также с появлением или увеличением числа поездов повышенной массы, возникла необходимость усиления тяговых сетей. Наибольший эффект усиления может дать переход от системы 1×25 кВ к схеме питания тяговых нагрузок по системе 2×25 кВ [1]. Однако, как известно, при этом необходимо реконструировать тяговые подстанции, подвесить на всем протяжении электрифицированного участка продольный питающий фидер, чтобы получить напряжение 50 кВ, и примерно через каждые 10 км установить автотрансформаторы для преобразования энергии с 50 на 25 кВ.

Большие дополнительные капитальные и эксплуатационные затраты, сложность работ делают этот вариант усиления тяговой сети не всегда технически и экономически целесообразным, особенно на электрифицированных дорогах, находящихся в эксплуатации. В связи с этим возникает задача более точной оценки возможности системы электроснабжения 25 кВ и способов ее усиления. Эта система получила в настоящее время большое распространение и удобна в эксплуатации.

Рекомендуется [2] расчет схемы электроснабжения электрифицированных железных дорог проводить в два этапа: рассчитать схему питания шин тяговых подстанций с учетом сопротивлений системы и трансформаторов тяговой подстанции и саму тяговую сеть 25 кВ [2]. При этом не дается указаний, какое значение эквивалентной э. д. с. в первой схеме следует принять за суммарный сопротивление системы. Отметим также, что токи нагрузки тяговых подстанций, питающих участок тяговой сети, неодинаковы.

Цель настоящей работы — создать расчетные схемы, учитывающие все основные факторы, определяющие режим напряжения в тяговой сети.

Как показал анализ, суммарные нагрузки продольных линий 110—220 кВ, питающих несколько районных и тяговых

подстанций, мало отличаются от среднего значения. Тяговые трансформаторы имеют устройства РПН, обеспечивающие необходимые напряжения на шинах тяговых подстанций в зависимости от суточных или сезонных колебаний нагрузок, поэтому электрический расчет тяговых сетей 25 кВ можно было бы выполнить независимо от питающей сети ВН (110—220 кВ), как это принято при рассмотрении режимов распределительных сетей среднего и низшего напряжения [4]. Однако регулирование напряжения с помощью РПН не может реагировать на кратковременные, но частые изменения тяговой нагрузки. Как показано ниже, это будет учтено [3], причем учитываются изменения нагрузок как рассматриваемого участка тяговой сети, так и двух соседних с ним участков. Отметим, что возникающая при этом погрешность вполне допустима, так как при расчетах электрических сетей допускается погрешность $\pm 10\%$ [4], а тяговых — $\pm 15\%$ [5].

Схемы фазировки присоединения тяговых подстанций к питающей продольной линии, способствующие симметрированию тяговых нагрузок, бывают трех типов [2].

Рассмотрим подстанцию I типа.

В схемах рис. 1 предусмотрены установки продольной емкостной компенсации (УПРК) $Z_a = -jX_c(a)$ и $Z_b = -jX_c(b)$ — в рабочих фазах и $Z_0 = -jX_c(0)$ — в нулевой (отсасывающей) фазе.

Обозначим токи синусоидальных нагрузок в фидерах рассматриваемой подстанции, питающие соседние участки сети (рис. 1), через $I_1 = I_1 \angle -60^\circ \varphi_1$, $I_2 = I_2 \angle -60^\circ - \varphi_2$, тогда токи в тяговой обмотке трехфазного трансформатора, соединенной треугольником, будут равны:

$$i_{ba} = \frac{1}{3} (i_2 - i_1); \quad (1)$$

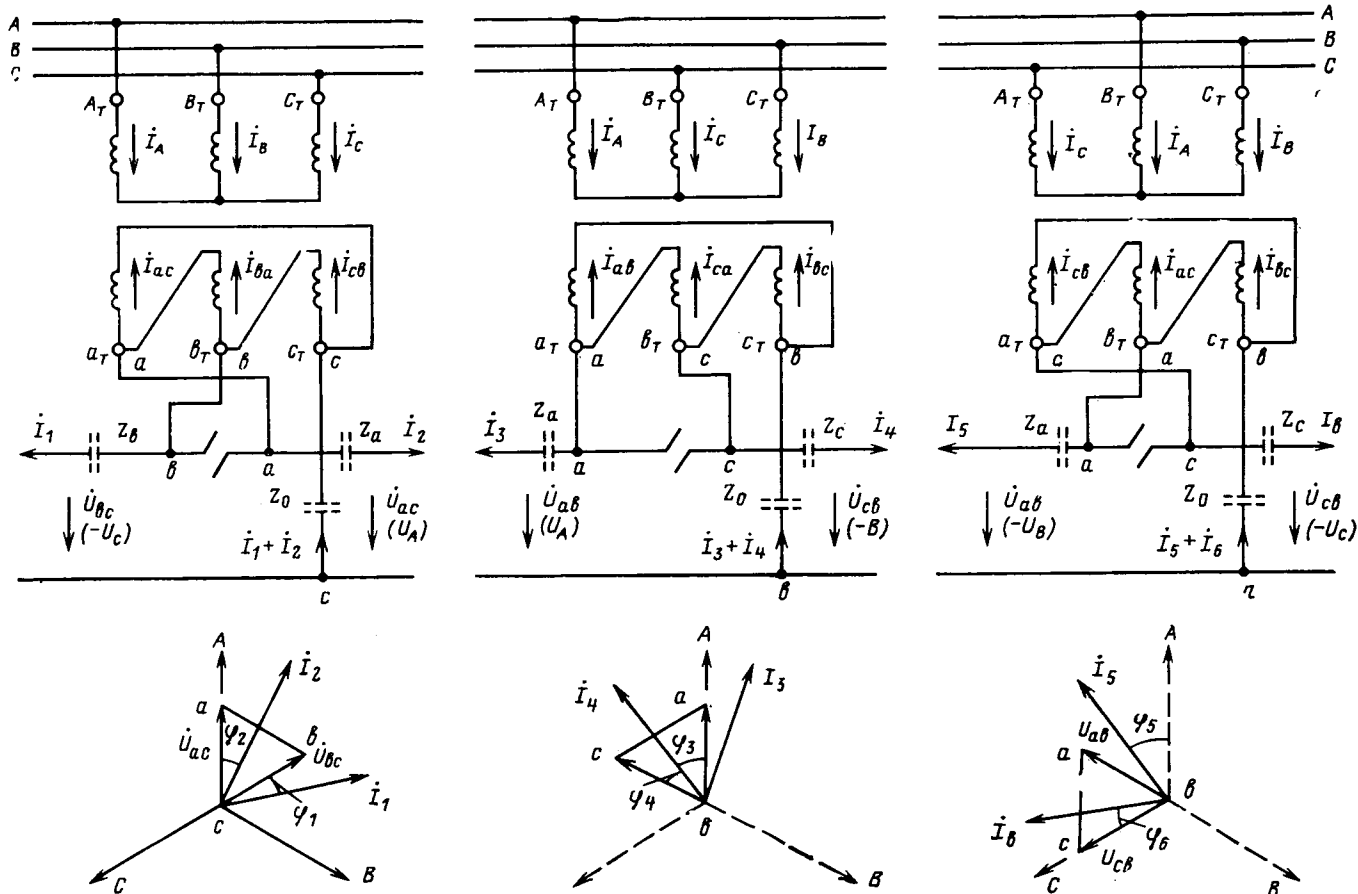


Рис. 1. Присоединение подстанций к питающей линии и тяговой сети

$$i_{ac} = \frac{1}{3} (-i_1 - 2i_2); \quad (2)$$

$$i_{cb} = \frac{1}{3} (2i_1 + i_2). \quad (3)$$

Напряжение фазы $(-C)$, приведенное к напряжению тяговой обмотки (bc) ,

$$-\dot{U}_c = \dot{U}_{bc} + Z_b i_1 + Z_I i_{cb} + Z_0 (i_1 + i_2).$$

С учетом (3) получаем согласно рис. 1

$$-U_c |120^\circ = U_{bc} |60^\circ + Z_b I_1 | -60^\circ - \varphi_1 + Z_I \left(\frac{1}{3} I_2 | -\varphi_2 + \frac{2}{3} I_1 | -60^\circ - \varphi_1 \right) + Z_0 (I_2 | -\varphi_2 + I_1 | 60^\circ - \varphi_1),$$

где $Z_I = R_I + jX_I$ — сопротивление внешней характеристики рассматриваемой тяговой подстанции, учитывающее электрическую систему и трансформаторы подстанции и отнесенное к напряжению 27,5 кВ [6].

При холостом ходе в тяговой сети $-\dot{U}_c = \dot{U}_{bcx}$. Для того чтобы совместить вектор $-\dot{U}_c = \dot{U}_{bcx}$ с действительной осью, умножим это равенство на e^{j60° , получим (в новом обозначении фаз напряжений и токов):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{bc} = U_{bcx} - \left(\frac{2}{3} Z_I + Z_b + Z_0 \right) I_1 | -\varphi_1 - \\ - \left(\frac{1}{3} Z_I + Z_0 \right) I_2 | -60^\circ - \varphi_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Аналогично для фазы A (ac)

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{ac} + Z_a i_1 - Z_I i_{ac} + Z_0 (i_1 + i_2).$$

С учетом (2) и того, что $\dot{U}_A = U_{acx}$, имеем

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ac} = U_{acx} - \left(\frac{2}{3} Z_I + Z_a + Z_0 \right) I_2 | -\varphi_2 - \\ - \left(\frac{1}{3} Z_I + Z_0 \right) I_1 | -60^\circ - \varphi_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Отметим, что УПКР, показанные на рис. 1 во всех трех фазах, обычно имеются лишь в одной или двух фазах.

Как известно, напряжение в тяговой сети не должно превышать наибольшего допустимого напряжения на токоприемниках электропоездов $U_{нб} = 29$ кВ, поэтому напряжение на шинах тяговой подстанции не может быть больше этого значения. Для наиболее полной реализации пропускной способности тяговой сети целесообразно, чтобы это напряжение было близким к предельному значению $U_{acx} = U_{bcx} \approx U_{нб}$. Таким образом, переключающие устройства (РПН) тяговых трансформаторов устанавливаются в положение, соответствующее оптимальному режиму тяговой сети [6].

Равенствам (4) и (5) соответствуют расчетные схемы рис. 2, в которых УПКР предусмотрены во всех трех фазах.

На подстанции II типа фазировки (рис. 1) имеем

$$i_{ca} = \frac{1}{3} (i_3 - i_4); \quad (6)$$

$$i_{ab} = \frac{1}{3} (-2i_3 - i_4); \quad (7)$$

$$i_{bc} = \frac{1}{3} (i_3 + 2i_4). \quad (8)$$

Напряжение фазы A (ac)

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{ac} + Z_a i_3 - Z_{II} i_{ab} + Z_0 (i_3 + i_4).$$

Принимая $\dot{U}_A = U_{acx}$, с учетом (7) имеем

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ac} = U_{acx} - \left(\frac{2}{3} Z_{II} + Z_a + Z_0 \right) I_3 | -\varphi_3 - \\ - (Z_{II} + Z_0) I_4 | 60^\circ - \varphi_4. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично для фазы $(-B)$ (cb)

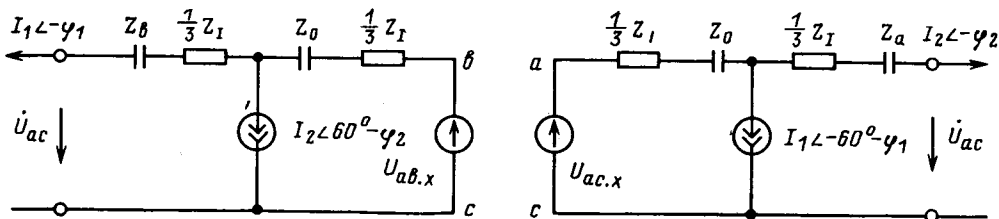
$$-\dot{U}_B = \dot{U}_{cb} + Z_c i_4 + Z_{II} i_{bc} + Z_0 (i_3 + i_4).$$

Умножая это равенство на e^{-j60° , с учетом (8) имеем

$$\begin{aligned} \dot{U}_{cb} = U_{cbx} - \left(\frac{2}{3} Z_{II} + Z_c + Z_0 \right) I_4 | -\varphi_4 - \\ - \left(\frac{1}{3} Z_{II} + Z_0 \right) I_3 | -60^\circ - \varphi_3. \end{aligned} \quad (10)$$

На подстанции III типа (рис. 1)

$$i_{ac} = \frac{1}{3} (i_5 - i_6); \quad (11)$$



$$i_{ba} = \frac{1}{3} (i_a + 2i_b); \quad (12)$$

$$i_{cb} = \frac{1}{3} (-2i_a - i_b). \quad (13)$$

Напряжение фазы $(-B)$ (ab)

$$-\dot{U}_B = \dot{U}_{ab} - \underline{Z}_a i_a + \underline{Z}_{III} i_{ba} + \underline{Z}_0 (i_a + i_b).$$

С учетом (12) и умножения на e^{-j60°

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} = U_{abx} - \left(\frac{2}{3} \underline{Z}_{III} + \underline{Z}_a + \underline{Z}_0 \right) I_a \angle -\varphi_a - \\ - \left(\frac{1}{3} \underline{Z}_{III} + \underline{Z}_0 \right) I_b \angle 60^\circ - \varphi_b. \end{aligned} \quad (14)$$

Напряжение на фазе C (cb)

$$\dot{U}_C = U_{cb} + \underline{Z}_c i_b - \underline{Z}_{III} i_{cb} + \underline{Z}_0 (i_a + i_b).$$

С учетом (13) и умножения на e^{-j120°

$$\begin{aligned} \dot{U}_{cb} = U_{cbx} - \left(\frac{2}{3} \underline{Z}_{III} + \underline{Z}_c + \underline{Z}_0 \right) I_b \angle -\varphi_b - \\ - \left(\frac{1}{3} \underline{Z}_{III} + \underline{Z}_0 \right) I_a \angle -60^\circ - \varphi_a. \end{aligned} \quad (15)$$

На рис. 3 даны расчетные схемы питания участков сети от тяговых подстанций I, II, III типов без учета УПРК. Каждый участок тяговой сети рассчитывается независимо, причем тяговые подстанции входят в состав частей схемы (рис. 3) дважды в виде активных двухполюсников. Напряжение холостого хода этих активных двухполюсников, как указано выше, может быть принято равным 29 кВ; входное сопротивление — $2/3$ сопротивления внешней характеристики тяговой подстанции [4]. Влияние соседних участков тяговых сетей учитывается с помощью «источников тока», имеющих так называемые «опережающие» ($60^\circ - \varphi$) или «отстающие» фазы ($-60^\circ - \varphi$) (рис. 3). Это весьма заметно сказывается на режимах работы рассматриваемого участка тяговой сети.

Токи районной (местной) нагрузки, получающей питание от третьей обмотки тягового трансформатора, обычно не велики. Их влияние можно учесть в расчетной схеме дополнительными ответвлениями, как это показано на схеме II подстанции. При этом сопротивление ответвления для тока районной нагрузки I_p

$$\underline{Z}' = \frac{1}{3} \underline{Z}_{II} - \frac{2}{3} \underline{Z}_T + \underline{Z}_p,$$

где \underline{Z}_T — сопротивление тяговой обмотки трансформатора; \underline{Z}_p — сопротивление обмотки, питающей районную нагрузку.

Расчетные схемы рис. 3 могут учитывать наличие всех усиливающих устройств — дополнительных и экранирующих проводов; пунктов поперечного соединения параллельных путей; установок продольной или поперечной компенсации, высоковольтных кабелей, шунтирующих отрезки участка тяговой сети и т. п. При этом моделируется любая ситуация, с любым количеством электропоездов на параллельных путях. Все это возможно лишь при применении рассматриваемых расчетных схем (рис. 3) и ЭВМ.

Отметим, что значения сопротивлений внешних характеристик тяговых подстанций Z зависят только от удаленности подстанции от центров питания электрической системы и мощности связей. Для эксплуатируемых электрифицированных железных дорог это значение может быть получено при помощи многократных измерений напряжений и токов на тяговых шинах рассматриваемой подстанции и расчета «эквивалентного тока» [6], причем эти фактические данные учитывают наличие уравнивающих токов. Если же расчеты выполняются в связи с введением электрической тяги, то это сопротивление должно соответствовать сопротивлению трехфазного короткого замыкания на шинах тяговой подстанции.

Для примера рассмотрим условия работы УПРК, включенной в нулевую фазу трансформаторов. В этом случае УПРК повышает напряжение одновременно на обоих плечах питания тяговой подстанции. Поэтому следует проверить, чтобы в любом режиме, возможном в эксплуатации, напряжение на шинах, питаемых опережающими фазами, не превосходило допустимого значения.

Рассмотрим подстанцию I типа (рис. 2) без учета активного сопротивления R_I . При большой I_1 и малой I_2 нагрузка на соседнем участке во избежание перенапряжения необходимо чтобы

$$\left(\frac{2}{3} X_I - X_0 \right) I_1 \sin \varphi_1 + \left(-\frac{1}{3} X_I - X_0 \right) I_2 \sin (\varphi_2 - 60^\circ) \geq 0.$$

Этому соответствует

$$X_0 \leq \frac{2I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin (\varphi_2 - 60^\circ)}{3(I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin [\varphi_2 - 60^\circ])} X_I.$$

При $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = 0,8$ получаем наибольшие допустимые соотношения между сопротивлениями емкостной компенсации и индуктивным сопротивлением внешней характеристики подстанции:

I_2/I_1	X_0/X_I
0	0,667
0,25	0,731
0,5	0,827
0,75	0,995

Итак, возможность применения УПРК в нулевой фазе при изменениях соотношений нагрузок плеч питания ограничена.

Выводы. 1. На режим напряжения тяговой сети большое влияние оказывают условия электроснабжения тяговых подстанций от электрической системы, а также нагрузки соседних участков, питаемых от одних и тех же трехфазных трансформаторов.

2. Влияние электрической системы можно учесть с помощью внешней характеристики тяговой подстанции. Соответствующий активный двухполюсник состоит из источника напряжения холостого хода и имеет входное сопротивление, соответствующее сопротивлению электрической системы и трансформаторов подстанции, приведенному к номинальному напряжению шин тяговой нагрузки.

Внешние характеристики могут быть получены не только для тяговых подстанций постоянного тока, но и для переменного тока 25 кВ при синусоидальном режиме их работы.

В зависимости от типа схемы фазировки при присоединении тяговой подстанции к питающей продольной линии влияния нагрузок соседних участков должны учитываться с помощью источников тока с отставанием или с опережением на 60° по сравнению с фазой тока тяговой нагрузки смежного участка. Это обстоятельство заметно влияет на токораспределение и режим напряжения в тяговой сети.

3. При применении ЭВМ ЕС-1033 время расчета одного участка тяговой сети при учете всех элементов электрической цепи не превышает 1 мин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марквардт К. Г. и др. Расчет токораспределения при коротких замыканиях в тяговых сетях 2×25 кВ. — Электричество, 1979, № 3.
2. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. — М.: Транспорт, 1982.
3. Караев Р. И., Власов С. П. Вольт-амперные характеристики тяговых подстанций переменного тока. — Труды МИИТ, 1984, вып. 721.
4. Глазунов А. А., Глазунов А. А. Электрические сети и системы. — М.: Госэнергоиздат, 1960.
5. Сердинов С. М. Развитие методов расчета устройств электроснабжения. — Железнодорожный транспорт, 1981, № 9.
6. Караев Р. И. и др. Внешние характеристики тяговых подстанций переменного тока и эквивалентные схемы для электрических расчетов. — Вестник ВНИИЖТ, 1982, № 2.

[06.02.85]

О диакопике нелинейных электрических цепей

ЧАБАН В. И., канд. техн. наук

Львов

В диакопике — анализу электрических цепей по частям — в теоретической электротехнике уделяется все большее внимание [1—3]. По замыслу Г. Крона [1] диакоптика предназначалась для анализа сложных цепей. Однако вскоре оказалось, что ее методы дают возможность существенно упростить анализ многих и несложных цепей, например, с выделенной линейной и нелинейной частями, описываемых уравнениями с большим разбросом собственных значений матриц коэффициентов и др.

Диакоптика линейных цепей, описываемых алгебраическими и операторными уравнениями достаточно глубоко разработана. Сейчас основное внимание уделяется диакопике нелинейных цепей, описываемых дифференциальными уравнениями во временной области. Несмотря на большое количество публикаций на эту тему, например [2 и 3], задача далека от завершения. Главный недостаток существующих разработок состоит в том, что стыковка результатов расчета отдельных частей цепи сопряжена с необходимостью выполнения итерационных циклов. Для устранения этой трудоемкой процедуры в данной статье предлагается прием, при котором реакция отдельных частей друг на друга (граничные источники) задаются в различных координатных базисах — в виде источников тока с одной стороны и источников напряжения с другой. Это предопределяет анализ отдельных частей в различных координатных базисах (1). Часть, дополненная граничными источниками тока, решается в узловых координатах (метод межузловых напряжений [4]), а часть, дополненная граничными источниками напряжения, — в контурных (метод контурных токов).

Применение методов контурных токов и межузловых напряжений снимает проблему вырождений в цепи. Учет D -вырождений производится лишь на стадии вычисления начальных условий, исходя из обобщенных законов коммутации. Что же касается последующего анализа, то лишь для нахождения токов в конденсаторах следует использовать дополнительные алгебраические уравнения, получаемые в результате предварительного интегрирования уравнений B -вырожденных контуров и B -вырожденных сечений.

Наличие управляемых источников энергии учитывается обычным образом. Расчленение схемы исходной цепи на части следует осуществлять таким образом, чтобы между последними отсутствовали взаимондуктивные связи, а также связи, налагаемые на управляемые источники энергии. Расчленение исходной схемы разрешается как поперек электрических ветвей (поперечное сечение), так и вдоль их (продольное сечение). При поперечном сечении разрешается опускать элементы ветвей (рассматривая их как отдельные части) или относить их по частям или полностью к той или иной части. При продольном сечении электрическая ветвь выносится в виде отдельной части. Для упрощения анализа следует избегать продольных сечений при наличии катушек индуктивности в ветвях. Нами применяются только поперечное сечение ветвей с сохранением их элементов.

Рассматривается исходная электрическая цепь, образованная двухполюсными элементами. Для простоты ее расчленение производится на две части — подцепи. Структурные уравнения каждой из подцепей запишем в виде

$$I_p + F I_x = 0; U_x - F_t U_p = 0, \quad (1a, б)$$

где I_p , U_p — матрицы-столбцы токов и напряжений ветвей, принадлежащих к ребрам выбранного графа; I_x , U_x — матрицы-столбцы токов и напряжений ветвей, принадлежащих к хордам графа; F — топологическая матрица.

С целью упрощения анализ производится в сокращенном координатном базисе, когда под ветвью подразумевается множество последовательно соединенных элементов.

Рассмотрим анализ подцепи по методу межузловых напряжений. Согласно теоретическим положениям [4] уравнения ветвей должны быть составлены относительно первых производных их токов, тогда можно записать:

$$p I_p = M_p U_p + N_p; p I_x = M_x U_x + N_x, \quad (2a, б)$$

где $p = \frac{d}{dt}$ — символ дифференцирования по времени (матрицы M

и матрицы-столбцы N могут также содержать символ p).

Дифференцируя выражение (1a) по времени и подставляя в по-

лученный результат уравнения (2), получаем

$$M_p U_p + F M_x U_x = -N_p - F N_x. \quad (3)$$

В качестве независимых переменных принимаем напряжения ребер. Напряжения хорд находим на основании выражения (1б). Подставляя формулу (1б) в равенство (3), получаем уравнение, записанное по методу межузловых напряжений:

$$A U_p = X, \quad (4)$$

где

$$A = M_p + F M_x F_t; X = -N_p - F N_x. \quad (5)$$

В общем случае уравнение (4) представляет собой систему скалярных алгебро-дифференциальных уравнений. Алгебраическими уравнениями описываются напряжения ребер, принадлежащих индуктивным сечениям. Поэтому, если в подцепи все главные сечения окажутся индуктивными, то уравнение (4) вырождается в алгебраическое. Наличие ветвей, содержащих только конденсаторы C или конденсаторы и источники напряжения e , согласно (2) сопряжено с появлением вторых производных по времени p^2 , что, казалось бы, усложняет анализ. На самом деле он упрощается, поскольку напряжение ветви в этом случае находится проще:

$$p u = i/C - p e. \quad (6)$$

Это позволяет опустить соответствующую строку в уравнении (4), понижая тем самым порядок матрицы A на единицу. Таким же образом поступали, если ветвь образована источником напряжения.

Рассмотрим анализ подцепи по методу контурных токов. Уравнения ветвей в отличие от (2) здесь записывают иначе:

$$U_p = D_p I_p + T_p; U_x = D_x I_x + T_x. \quad (7)$$

В качестве независимых переменных выбираем токи хорд. Токи ребер находим согласно уравнению (1a). Подставляя формулы (7) в (1б) и исключая матрицу-столбец I_p , получаем уравнение, записанное по методу контурных токов:

$$B I_x = Y, \quad (8)$$

где

$$B = D_x + F_t D_p F; Y = F_t T_p - T_x. \quad (9)$$

Подлежащие вычислению граничные источники в общем случае представим в виде матриц-столбцов E_r и J_r . Их введение в метод диакоптики связано с увеличением количества неизвестных. Однако дополнительные уравнения, связанные с этим увеличением, просты:

$$E_r = U_{p_r}; J_r = I_{x_r}, \quad (10)$$

где U_{p_r} , I_{x_r} — подматрицы-столбцы, полученные группированием элементов матриц-столбцов U_p и I_x , принадлежащих графам отдельных подцепей, в соответствии с границей раздела исходной цепи.

Уравнения (10) назовем уравнениями связи. Тогда с учетом (10) уравнения (4), (8) представим в виде

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A_0 & A_{0r} \\ \hline A_{r0} & A_r \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline U_{p0} \\ \hline U_{pr} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline X_0 \\ \hline X_{00} + C P I_{x_r} \\ \hline \end{array};$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline B_0 & B_{0r} \\ \hline B_{r0} & B_r \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline I_{x0} \\ \hline I_{x_r} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline Y_0 \\ \hline Y_{00} + D U_{pr} \\ \hline \end{array}. \quad (11a, б)$$

Решение уравнений (11) существенно упрощается, если они заведомо содержат производную $pI_{x\Gamma}$. Тогда по известному значению $U_{p\Gamma}$, взятому из предыдущего шага интегрирования, находим правую часть уравнения (11б) и приводим его к нормальной форме Коши. Полученное таким образом значение производной pI подставляем в правую часть уравнения (11а) и дальнейший ход вычислений становится очевидным.

При отсутствии некоторого подмножества производных элементов матрицы $I_{x\Gamma}$ необходимо продифференцировать по времени соответствующие строки уравнения (11б), исключить алгебраические уравнения, а оставшиеся дифференциальные представить в виде

$$\begin{bmatrix} B'_0 & B'_{0\Gamma} \\ B'_{\Gamma 0} & B'_\Gamma \end{bmatrix} \cdot p \begin{bmatrix} I'_{x0} \\ I_{x\Gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_0 \\ Y'_{00} + D' p U_{p\Gamma} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Исключая из уравнения (12) матрицу-столбец pI'_{x0} , получаем

$$pI_{x\Gamma} = S(Q + D' p U_{p\Gamma}), \quad (13)$$

где

$$S = B'_\Gamma - B'_{\Gamma 0} (B'_0)^{-1} B'_{0\Gamma}; \quad Q = Y'_{00} - B'_{\Gamma 0} (B'_0)^{-1} Y'_0.$$

Подставляя выражение (13) в (11а), имеем

~~~~~

$$\begin{bmatrix} A_0 & A_{0\Gamma} \\ A_{\Gamma 0} & A_\Gamma - CSD'p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{p0} \\ U_{p\Gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ X_{00} + CSQ \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Теперь совместному решению подлежит система уравнений (11б), (14), что, однако, не требует дополнительных разъяснений.

Если электрические цепи содержат достаточное количество катушек индуктивности, то необходимость в преобразованиях (12) — (14) обычно отпадает. Предложенный метод анализа может быть легко обобщен на случай цепей с многополюсными элементами [5].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крон Г. Исследование сложных систем по частям — диакоптика. — М.: Наука, 1972.
2. Слипченко В. Г., Елизаренко Г. Н. Методы диакоптики в электронике. — Киев: Вища школа, 1981.
3. Стахив Н. Г., Рендзиняк С. И. Расчет переходных процессов в нелинейных цепях при делении их на части. — Теоретическая электротехника, 1980, вып. 29.
4. Чабан В. И. Расчет переходных процессов в электрических цепях по методу межузловых напряжений. — Изв. вузов СССР. Электромеханика, 1982, № 2.
5. Чабан В. И. К применению метода диакоптики в электроэнергетических расчетах. — Изв. вузов СССР. Энергетика, 1981, № 8.

[09.01.84]

УДК 621.313.291.001.24

## Униполярный индукторный преобразователь с герметичным жидкометаллическим контактом

ХОЖАИНОВ А. И., доктор техн. наук, ПОЛЯКОВ С. С., инж.

Ленинград

В установках с низковольтными источниками питания постоянного тока нередко появляется необходимость в преобразовании постоянного тока в переменный. Для получения как однофазного, так и трехфазного переменного тока стандартной или повышенной частоты в соответствии с [1] может быть создан униполярный индукторный преобразователь (УИП) с герметичным жидкометаллическим контактом. Он совмещает в себе униполярный двигатель с жидкометаллическим токопроводом и одноименнополюсный индукторный генератор.

Принципиальная схема преобразователя приведена на рис. 1. Тороидальная обмотка возбуждения 1 размещена на статоре и создает магнитный поток  $\Phi$ . Ротор-индуктор 2, в котором чередуются ферромагнитные зубцы 3 с медными вставками 4, находится в кольцевой камере с электроизоляционной наружной стенкой 5, где он полностью погружен в жидкий металл 6. Боковыми стенками камеры являются кольцевые электроды 7 и 8. В пазах сердечника статора уложена генераторная обмотка 9.

Наличие зубчатости у ротора приводит к появлению в воздушном зазоре магнитного потока по типу одноименнополюсных индукторных генераторов, то есть имеющего постоянную и гармонические составляющие.

Ротор электродвигателя вращается в результате взаимодействия проходящего через него осевого тока  $I$  с постоянной составляющей магнитной индукции  $B_0$ , имеющей в роторе-индукторе радиальное направление. Гармоническая составляющая магнитной индукции  $B_1$ , вращаясь вместе с ротором-индуктором, наводит в неподвижной генераторной обмотке переменную э. д. с.

Одним из наиболее важных вопросов является определение оптимальных соотношений геометрии зубцовой зоны ротора-индуктора УИП, которые должны находиться из условия обеспечения максимального коэффициента полезного действия, минимальных массо-габаритных характеристик и наилучшей

(близкой к синусоиде) форме кривой э. д. с. генераторной обмотки.

Для определения зоны максимального к. п. д. и минимальных массогабаритных характеристик проводились расчеты на ЦВМ. В основу расчета положены теоретические зависимости для индукторных генераторов [2, 3], униполярных машин со сплошным жидкометаллическим контактом [4], а также зависимости, учитывающие особенности их совместной работы в едином электромашинном агрегате [5].

Расчеты проводились для УИП, имеющего следующие основные выходные характеристики:  $P_2=500$  Вт и 8 кВт;  $f=400$  Гц;  $U_2=127$  В.

Варьируемые параметры изменялись в следующих диапазонах: число зубцов ротора-индуктора  $z$  от 6 до 30 с шагом 3; относительная ширина зубца  $b_{a,0}$  от 0,4 до 1,4 с шагом 0,2; параметр  $\lambda$  принимал следующие фиксированные значения: 0,5; 0,7; 1,0; 1,5; 2,25; 3,5; 5,0; 7,0; 10,0; 15,0 ( $\lambda=l_p/\tau_1$ , где

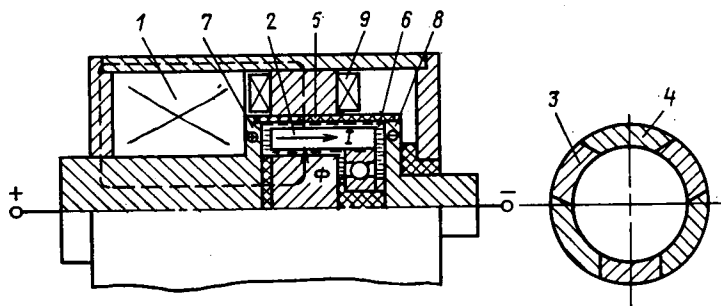


Рис. 1. Принципиальная схема преобразователя

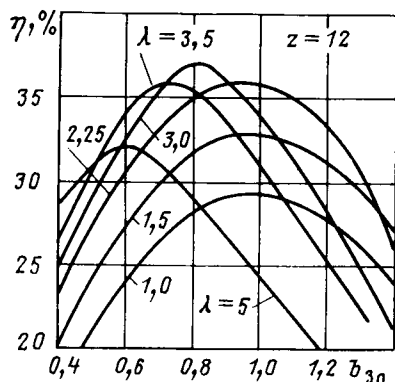


Рис. 2. Зависимость  $\eta(\lambda, b_{3,0})$  для преобразователя мощностью  $P_2=8$  кВт,  $z=12$ , металл — К — Na

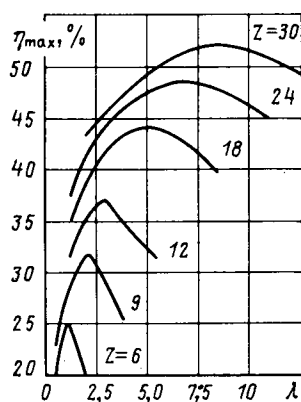


Рис. 3. Зависимость  $\eta_{\max}(\lambda)$  при различных  $z$  для преобразователя мощностью  $P_0=8$  кВт, металл — К — Na

$l_p$  — активная длина ротора;  $\tau_1 = \frac{\pi D_p}{2z}$ ;  $D_p$  — наружный диаметр ротора).

В качестве токопроводящего жидкого металла выбирались ртуть и сплав  $K - Na$ .

Расчеты показали, что к. п. д. преобразователя зависит от многих параметров, основными из которых являются  $z$ ,  $\lambda$ ,  $b_{3,0}$ ,  $P_2$  и характеристики жидкого металла. Характерные кривые  $\eta(\lambda, b_{3,0})$  для конкретного случая ( $z=12$ ,  $P_2=8$  кВт; жидкий металл — сплав К — Na) приведены на рис. 2. Зависимости для других значений параметров имеют аналогичный вид, однако при использовании ртути к. п. д. преобразователя существенно ниже.

Приведенные данные показывают, что для каждого  $\lambda$  существует максимальный к. п. д.  $\eta_{\max}$ . На рис. 3 представлены графики функций  $\eta_{\max}(\lambda)$  для  $P_2=8$  кВт, жидкого металла К — Na и различных  $z$ . Видно, что каждая функция имеет свой максимум при оптимальном  $\lambda$ , причем  $\lambda_{\text{опт}}$  зависит от  $z$  (рис. 4).

Кроме оптимального значения  $\lambda$ , при проектировании машины важно выбрать оптимальные значения  $b_{3,0}$ . По данным расчета для  $\lambda^{\text{опт}}$  и различных  $z$  на рис. 5 приведены зависимости  $\eta(b_{3,0})$ . Из рис. 5 видно, что  $b_{3,0}^{\text{опт}}$  не зависит от  $z$  и равна 0,8.

Следует иметь в виду, что наименьшее значение высших гармонических составляющих в кривой э. д. с. индукторных генераторов имеет место [2] при условии

$$0,7 \leq b_{3.0} \leq 0,82.$$

Очевидно, что для одновременного обеспечения максимального к. п. д. минимальных массо-габаритных характеристик и близкой к синусоиде форме кривой э. д. с. следует считать  $b_{3,0} \approx 0,8$ .

Рассматриваемый преобразователь, совмещая две известные электрические машины, обладает рядом преимуществ перед каж-

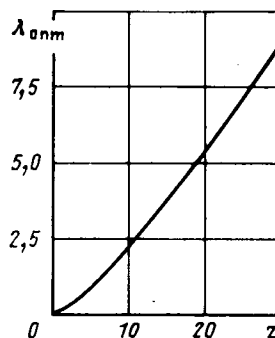


Рис. 4. Зависимость  $\lambda_{\text{опт}}(z)$  для преобразователя мощностью  $P_2=8$  кВт, металл — К — Na

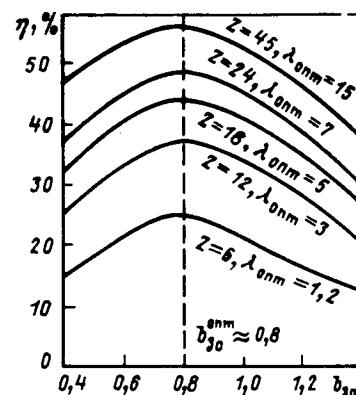


Рис. 5. Зависимость  $\eta(b_{30})$  для преобразователя мощностью  $P_0=8$  кВт, металл — К — Na

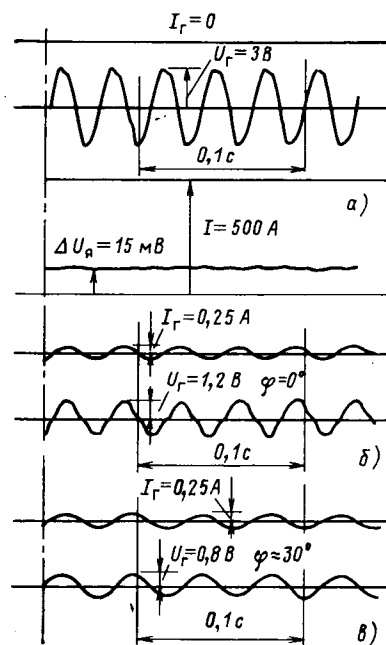


Рис. 6. Осциллограммы установившихся режимов работы преобразователя: *а* — холостой ход; *б* — активная нагрузка; *в* — активно-индуктивная нагрузка

дой из них в отдельности. Так, в индукторных одноименнополюсных генераторах используется лишь переменная составляющая магнитного потока. Постоянная составляющая потока, являясь балластом, лишь насыщает магнитопровод, приводя тем самым к увеличению массы и габаритов машины. Кроме того, для вращения генератора требуется специальный приводной двигатель. В рассматриваемой машине постоянная составляющая магнитного потока полезно используется в униполярном двигателе для создания вращающего момента.

По сравнению с обычными униполярными машинами со сплошным жидкометаллическим контактом УИП обладает высокой надежностью, обеспечиваемой полной герметичностью жидкометаллического контакта.

Жидкий металл, заполняющий герметическую камеру с ротором-индуктором, демпфирует магнитную вибрацию машины [6], что позволяет выполнить рассматриваемый преобразователь с лучшими вибро-акустическими характеристиками по сравнению с известными преобразователями аналогичного назначения.

Однако наличие в активной зоне преобразователя большего немагнитного зазора по сравнению с индукторными генераторами приводит к увеличению намагничивающей силы возбуждения,

| Направление<br>от машины | Интегральные уровни силы звука, дБ |        |        |        |
|--------------------------|------------------------------------|--------|--------|--------|
|                          | УИП                                |        | МА-250 |        |
|                          | фон                                | машина | фон    | машина |
| осевое                   | 62,5                               | 63,5   | 55     | 68     |
| радиальное               | 54,5                               | 58     | 54     | 76     |

а полное погружение ротора в жидкий металл обуславливает увеличение потерь на трение и приводит к необходимости выполнения преобразователей относительно тихоходными. Указанные недостатки, а также наличие массивного электропроводящего ротора в рабочей зоне машины вызывают некоторое снижение к. п. д. УИП по сравнению с преобразователями традиционного исполнения. Так, к. п. д. УИП мощностью 8 кВт составляет 50 % (см. рис. 3 и 5), а к. п. д. серийного преобразователя АПО-8-400—63 %.

Проведенные исследования выполнены при работе УИП на неизменную номинальную нагрузку. При необходимости регулирование выходных напряжения и частоты может быть, например, осуществлено комбинированным способом с использованием магнитных шунтов. Решение данной проблемы требует проведения специальных исследований.

Для подтверждения работоспособности рассматриваемой электрической машины на основе индукторного генератора серийного преобразователя МА-250 был создан лабораторный образец путем замены трехзубцового индуктора трехзубцовым ротором описанной выше конструкции ( $D_p=64$  мм,  $l_p=15$  мм, жидкий металл — ртуть.)

На рис. 6 приведены осциллограммы тока и напряжения на выходе преобразователя в режиме холостого хода и при двух видах нагрузки.

На рис. 7 представлены спектрограммы уровней силы звука экспериментального преобразователя и преобразователя МА-250 при работе с одной и той же частотой вращения, а в таблице приведены интегральные уровни силы звука этих машин в децибелах. Спектрограммы записывались при частоте вращения машин 750 об/мин, датчик располагался на стандартном расстоянии 1 м от машин в радиальном и осевом направлении от них; во всех случаях снимались спектрограммы фона.

Таблица и спектрограммы показывают, что уровни силы звука экспериментального преобразователя во всем диапазоне частот существенно ниже, чем преобразователя МА-250.

Данные испытаний лабораторного образца подтвердили удовлетворительную работоспособность рассматриваемого преобразователя. При этом в связи с неоптимальными конструкцией и технологией изготовления оценка технико-экономических показателей не производилась.

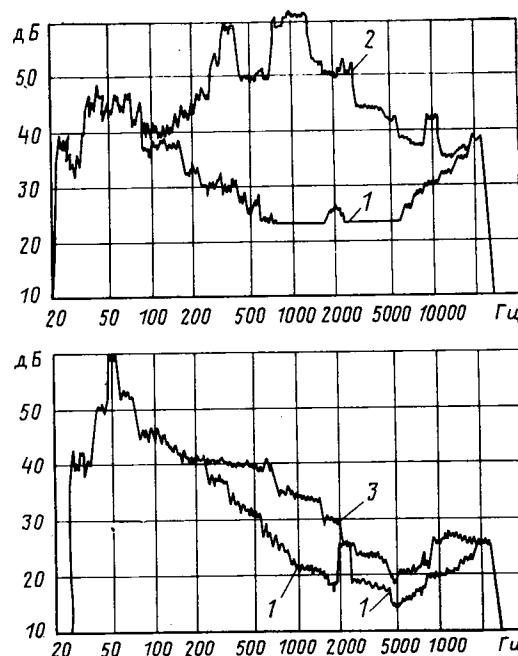


Рис. 7. Спектрограммы уровней силы звука: 1 — фон; 2 — МА-250; 3 — УИП

Следует также отметить, что более чем годовой опыт эксплуатации лабораторного образца преобразователя свидетельствует о надежной работе подшипника типа 26Ю в ртутной среде.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. № 418940 (СССР). Электромашинный агрегат/Хожайнов А. И., Кузнецов С. Е., Поляков С. С., Сурин В. В., Телишев Р. К. — Оpubл. в Б. И., 1974, № 9.
2. Шаров В. С. Электромашинные индукторные генераторы. — М.: Л.: Госэнергоиздат, 1961.
3. Альпер Н. Я., Терзян А. А. Индукторные генераторы. — М.: Энергия, 1970.
4. Бертинов А. И., Алиевский Б. Л., Троицкий С. Р. Униполярные электрические машины. — М.: Энергия, 1966.
5. Хожайнов А. И., Кузнецов С. Е., Туренко М. Я. Униполярный электродвигатель постоянного тока асинхронного типа с герметичным жидкометаллическим токоподводом. — Электричество, 1976, № 10.
6. Лисак Е. И. Влияние жидкого диэлектрика на магнитную вибрацию погружного двигателя. — Электричество, 1979, № 11.

[29.12.84]

УДК 621.314.632.001.24

## Расчет гармонических составляющих выпрямленного тока многопульсных ведомых сетью преобразователей с произвольными силовой схемой

### и законом управления

МАГАЗИННИК Г. Г., МЕЛЬНИКОВ В. Л.

Горьковский политехнический институт

Необходимость улучшения электромагнитной совместимости тиристорных преобразователей ( $\Pi$ ) с питающей сетью привела к созданию сложных многопульсных схем выпрямления и специальных законов управления, в том числе с искусственной коммутацией (ИК). Анализ спектрального состава сетевого тока и энергетических показателей таких  $\Pi$  стал затруднителен в связи со сложным характером кривой первичного тока, изменяющимся на разных интервалах управления. Аналогичные трудности возникли и при использовании общепринятых методов анализа цепи выпрямленного тока: стало весьма трудоемким определение пульсаций тока непосредственным интегрированием кривой выпрямленного напряжения [1]. Кроме того, такой метод тре-

бует заранее заданных топологии и закона управления  $\Pi$ , что затрудняет его формализацию для расчетов на ЦВМ.

Более гибким для анализа цепи выпрямленного тока сложных  $\Pi$  является гармонический метод [2], позволяющий сопоставлять уровни гармоник и коэффициент пульсаций выпрямленного напряжения, однако при его непосредственном применении возникают те же трудности, что и при расчете пульсаций тока интегрированием кривой напряжения.

Наиболее рациональным и общим для  $\Pi$  с произвольными топологией и законом управления является метод, основанный на связи гармоник выпрямленного напряжения с гармониками сетевого тока (вытекающей из закона баланса мгновенной мощ-

ности на первичной стороне и в нагрузке  $\Pi$ ). Границы применимости этого метода и его приложение для анализа многопульсных  $\Pi$  с симметричным фазовым управлением приведены в [3]. В [4] получены аналитические зависимости, связывающие гармоники первичного тока с гармониками выпрямленного напряжения, использованные позднее другими исследователями [5].

Несмотря на общность метода результаты [5] носят частный характер, так как базируются на анализе первичного тока конкретных силовых схем  $\Pi$  и не применимы для других схем и законов управления.

Из изложенного следует, что для получения общих соотношений, пригодных для анализа цепи выпрямленного тока различных  $\Pi$ , необходимо использовать соответственно общие аналитические зависимости для определения первичного тока. Такие зависимости получены в [6] и послужили базой для излагаемого ниже метода расчета цепи выпрямленного тока  $\Pi$  произвольной структуры с любым законом управления. В статье приведены также примеры использования метода и результаты расчета цепей выпрямленного и уравнивающего тока различных многопульсных  $\Pi$ .

Из закона баланса мгновенной мощности на первичной и вторичной сторонах преобразователя можно получить уравнения связи амплитуд косинусной и синусной составляющих гармоник фазного тока  $(A_{(sm \pm 1)}, B_{(sm \pm 1)})$  с соответствующими составляющими гармоник выпрямляемого напряжения  $(a_{(sm)}, b_{(sm)})$  в следующем виде [4]:

$$\left. \begin{aligned} a_{(sm)} &= \frac{3U_{\Phi}}{\sqrt{2} I_d} (A_{(sm)} + A_{(sm-1)}); \\ b_{(sm)} &= \frac{3U_{\Phi}}{\sqrt{2} I_d} (B_{(sm+1)} + B_{(sm-1)}), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $m$  — пульсность преобразователя;  $s = 1, 2, 3, \dots$  — номер гармоники выпрямленного напряжения;  $U_{\Phi}$  — фазное напряжение сети;  $I_d$  — выпрямленный ток преобразователя.

Выражения (1) записаны для случая, когда начало координат совмещено с моментом, соответствующим амплитуде напря-

жения какой-либо фазы сети. Для перехода к относительным единицам примем за базовое напряжение максимальное выпрямленное напряжение преобразователя, т. е.  $U_0 = U_{d0}$ , а за базовый ток — амплитуду первой гармоники сетевого тока при угле управления  $\alpha = 0$  и мгновенной коммутации:

$$I_0 = \frac{\sqrt{2} U_{d0} I_d}{3 U_{\Phi}}. \quad (2)$$

При выбранных таким образом базовых величинах выражения (1) в относительных единицах принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} a_{(sm)}^* &= A_{(sm+1)}^* + A_{(sm-1)}^*; \\ b_{(sm)}^* &= B_{(sm+1)}^* + B_{(sm-1)}^*. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Амплитуды косинусных и синусных составляющих гармоник сетевого тока  $m$ -пульсной симметрично управляемой вентильной группы при мгновенной коммутации ( $\gamma \rightarrow 0$ ) находятся из выражений [6]:

$$\left. \begin{aligned} A_v &= \frac{2}{3k_T} I_d \frac{\sin(v\pi/m)}{v\pi/m} \cos(sm\psi + v\alpha); \\ B_v &= \frac{2}{3k_T} I_d \frac{\sin(v\pi/m)}{v\pi/m} \sin(sm\psi + v\alpha), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $v = sm \pm 1$  — номер гармоники тока;  $s = 0, 1, 2, 3, \dots$ ;  $k_T$  — коэффициент трансформации преобразовательного трансформатора;  $\psi$  — угол сдвига анодного напряжения, принятого первым вентилем нулевой группы, относительно напряжения рассматриваемой фазы сети (для  $m$ -пульсной эквивалентной схемы  $\psi = \psi_M + \pi/6$ , где  $\psi_M$  — угол сдвига питающего напряжения одной из мостовых групп относительно напряжения сети).

Угол сдвига, полученный таким образом, можно уменьшить на целое число шагов прямоугольно-ступенчатой функции сетевого тока [7], т. е. определить из выражения

$$\psi = \left( \psi_M + \frac{\pi}{6} \right) - \frac{2\pi}{m} \left[ \left( \psi_M + \frac{\pi}{6} \right) \frac{m}{2\pi} \right], \quad (5)$$

где  $[(\psi_M + \pi/6) m/2\pi]$  — целая часть дроби  $(\psi_M + \pi/6) m/2\pi$ .

Для перехода к относительным единицам найдем базовый ток как амплитуду первой гармоники из (4), полагая  $v = 1$ ,  $s = 0$ ,  $\alpha = 0$ . При этом получаем:

$$I_0 = \frac{2}{3k_T} I_d \frac{\sin(\pi/m)}{\pi/m}; \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{(sm \pm 1)}^* &= \pm (-1)^s \frac{\cos[sm\psi + (sm \pm 1)\alpha]}{sm \pm 1}; \\ B_{(sm \pm 1)}^* &= \pm (-1)^s \frac{\sin[sm\psi + (sm \pm 1)\alpha]}{sm \pm 1}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Для преобразователя, состоящего из  $n$   $m$ -пульсных групп с учетом (2), (7) и  $n$ -кратного увеличения базового тока получаем

$$\left. \begin{aligned} a_{(sm)}^* &= \frac{(-1)^s}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\cos[sm\psi_k + (sm+1)\alpha_k]}{sm+1} - \frac{\cos[sm\psi_k + (sm-1)\alpha_k]}{sm-1} \right\}, \\ b_{(sm)}^* &= \frac{(-1)^s}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\sin[sm\psi_k + (sm+1)\alpha_k]}{sm+1} - \frac{\sin[sm\psi_k + (sm-1)\alpha_k]}{sm-1} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Полученные выражения характеризуют гармоники выпрямленного напряжения  $n$ -группового преобразователя с произвольной схемой включения групп по постоянному току при произвольном согласовании их регулировочных характеристик. В частности при  $n=1$  из (8) после преобразования получаем известное выражение для амплитуд гармоник  $m$ -пульсного преобразователя [8]:

$$U_{(sm)}^* = \sqrt{(a_{(sm)}^*)^2 + (b_{(sm)}^*)^2} = \frac{2}{(sm)^2 - 1} \sqrt{\cos^2 \alpha + (sm)^2 \sin^2 \alpha}.$$

Для преобразователя, состоящего из двух групп, предполагая

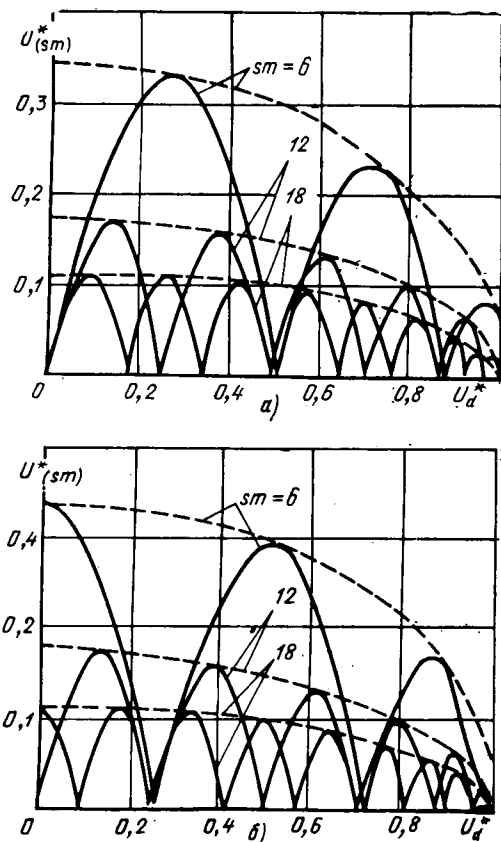


Рис. 1. Относительная амплитуда гармоник выпрямленного напряжения шестипульсного преобразователя: — при управлении по закону  $\alpha_1 = \alpha_2$  ( $a = \psi_1 = 0$ ;  $\delta = \psi_2 = \pi/m$ ); --- при симметричном управлении

для упрощения, что  $\psi_1 = 0$ , из (8) получаем:

$$\left. \begin{aligned} a_{(sm)}^* &= \frac{(-1)^s}{sm+1} \cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right] \times \\ &\times \cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right] - \frac{(-1)^s}{sm-1} \times \\ &\times \cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm-1) \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right] \cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + \right. \\ &\left. + (sm-1) \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right]; \\ b_{(sm)}^* &= \frac{(-1)^s}{sm+1} \sin \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right] \times \\ &\times \cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right] - \frac{(-1)^s}{sm-1} \times \\ &\times \sin \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm-1) \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right] \cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + \right. \\ &\left. + (sm-1) \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $p=0$ , если фазовый сдвиг между напряжением питания групп  $\psi_2 - \psi_1 = 0$ , и  $p=1$ , если  $\psi_2 - \psi_1 = \pi/m$ .

Для компенсированного П, управляемого по закону  $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$ , (9) преобразуются к виду

$$\left. \begin{aligned} a_{(sm)}^* &= (-1)^s \cos \left( sp \frac{\pi}{2} \right) \left\{ \frac{\cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \alpha \right]}{sm+1} - \right. \\ &\left. - \frac{\cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm-1) \alpha \right]}{sm-1} \right\}; \\ b_{(sm)}^* &= (-1)^s \sin \left( sp \frac{\pi}{2} \right) \left\{ \frac{\cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \alpha \right]}{sm+1} - \right. \\ &\left. - \frac{\cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm-1) \alpha \right]}{sm-1} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

При  $p=0$ , а также при  $p=1$  и четном  $s$  гармоники будут иметь только косинусные составляющие, а при  $p=1$  и нечетном  $s$  — только синусные. Во всех случаях амплитуда гармоник

$$U_{(sm)}^* = \left| \frac{\cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm+1) \alpha \right]}{sm+1} - \frac{\cos \left[ sp \frac{\pi}{2} + (sm-1) \alpha \right]}{sm-1} \right| = |I_{\Phi(sm+1)}^* - I_{\Phi(sm-1)}^*|, \quad (11)$$

где  $I_{\Phi(sm \pm 1)}^*$  — относительные амплитуды гармоник сетевого тока.

Результаты расчета по (10) приведены на рис. 1.

Аналогичные выражения можно получить и для П с поочередным управлением группами, подставляя в (9)  $\alpha_1=0$ ,  $\alpha_2=\alpha$ , однако при расчете на ЦВМ удобнее использовать общие выражения (8), которые позволяют рассчитывать характеристики различных преобразователей по единой программе.

Используя полученные выражения, можно определить коэффициент пульсаций, характеризующий качество выпрямленного напряжения при различных схемах П и законах управления ими:

$$k_n = \sqrt{\sum_{s=1}^l (U_{(sm)}^*)^2} = \sqrt{\sum_{s=1}^l [(a_{(sm)}^*)^2 + (b_{(sm)}^*)^2]}, \quad (12)$$

где  $l$  — номер последней учитываемой гармоники, определяемый необходимой точностью расчета.

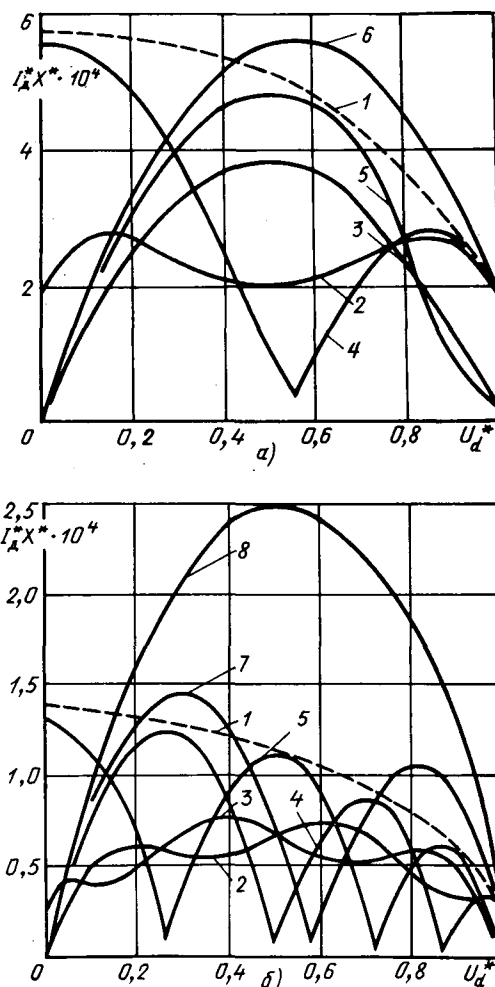


Рис. 2. Действующее значение переменной составляющей тока нагрузки: а — для трехпульсных преобразователей; б — для шестипульсных преобразователей (1 — симметричное управление; 2, 3 — поочередное управление при  $\psi_2 - \psi_1 = 0$  и  $\psi_2 - \psi_1 = \pi/m$ ; 4, 5 — управление по закону  $\alpha_1 = -\alpha_2$  при  $\psi_2 - \psi_1 = 0$  и  $\psi_2 - \psi_1 = \pi/m$ ; 6 — трехпульсная нулевая схема с нулевым вентилем и искусственной коммутацией; 7 — мостовая схема с нулевыми вентилями и искусственной коммутацией; 8 — мостовая схема с двукратным включением вентилей и искусственной коммутацией).

Переходя из гармоник напряжения к гармоникам тока в нагрузке, получаем выражение для их амплитуд в виде

$$I_{(sm)}^* = \frac{I_{(sm)}}{I_d} = \frac{1}{R^*} \sqrt{\frac{(a_{(sm)}^*)^2 + (b_{(sm)}^*)^2}{(sm\omega T_\theta)^2 + 1}}, \quad (13)$$

где  $T_\theta = L/R$ ;  $R^* = RI_d/U_{d0}$ ;  $L$  и  $R$  — индуктивность и активное сопротивление цепи нагрузки;  $\omega$  — круговая частота сети.

Тогда действующее значение переменной составляющей тока нагрузки

$$I_{d\sim}^* = \frac{1}{R^*} \sqrt{\sum_{s=1}^l \frac{(a_{(sm)}^*)^2 + (b_{(sm)}^*)^2}{2[(sm\omega T_\theta)^2 + 1]}}. \quad (14)$$

Выражения (13), (14) в сочетании с (8) (9) или (10) позволяют выбрать постоянную времени  $T_\theta$ , исходя из ограничения амплитуды основной гармоники тока в нагрузке  $I_{(m)}^*$  или действующего значения тока всех высших гармоник  $I_{d\sim}^*$ . При таком подходе требуется построение семейства кривых  $I_{(m)}^* R^*$  или  $I_{d\sim}^* R^*$  для различных  $T_\theta$  или определение  $T_\theta$  методом перебора.

Однако из (14) видно, что даже для низшей возможной частоты основной гармоники выпрямленного напряжения  $sm\omega =$

$=3\omega$  и  $T_a \geq 0,01$  с выполняется условие  $(3\omega T_a)^2 \gg 1$ , что позволяет записать выражение (14) в виде

$$I_{d\sim} = \frac{1}{X^*} \sqrt{\sum_{s=1}^l \frac{(a_{(sm)}^*)^2 + (b_{(sm)}^*)^2}{2(sm)^2}}, \quad (15)$$

где  $X^* = \omega L I_d / U_{d0}$  — относительное индуктивное сопротивление цепи выпрямленного тока на сетевой частоте.

Переход от (14) к (15), т. е. расчет без учета активного сопротивления при  $T_a \geq 0,01$  с приводит к ошибке, не превышающей 1 %.

Результаты расчетов по выражениям (9), (15) для различных законов управления двухгрупповым преобразователем показаны на рис. 2. Здесь же приведены аналогичные зависимости для преобразователей с нулевыми вентилями и искусственной коммутацией [9] и для мостового  $\Pi$  с двукратным включением вентилей [10], рассчитанные по изложенной выше методике.

Все приведенные выражения получены из условия баланса мощности  $\Pi$  на стороне сети и стороне нагрузки в предположении мгновенной коммутации. При учете угла коммутации  $\gamma$  коэффициенты  $a_{(sm)}^*$  и  $b_{(sm)}^*$  будут функциями двух параметров —  $a_{(sm)}^*(\alpha, \gamma)$  и  $b_{(sm)}^*(\alpha, \gamma)$ , которые можно определить на основе (8)—(10) и известного соотношения [3]:

$$a_{(sm)}^*(\alpha, \gamma) = \frac{a_{(sm)}^*(\alpha, 0) + a_{(sm)}^*(\alpha + \gamma, 0)}{2}. \quad (16)$$

Соотношение (16) позволяет легко учесть  $\gamma$  при составлении общего алгоритма расчета характеристик на ЦВМ.

Такой подход справедлив лишь для  $\Pi$  с естественной коммутацией вентилей. Для учета искусственной коммутации требуется рассмотреть ее конкретную схемную реализацию. Предварительно можно заметить, что искажения выпрямленного напряжения при искусственной коммутации имеют вид узких всплесков и влияют в основном на высшие гармоники в спектре  $u_d$ .

Выражения (8)—(10) позволяют в общем виде провести анализ напряжения в уравнивательных контурах реверсивных  $\Pi$ , а также уравнивательных напряжений в  $\Pi$  с параллельным включением групп при различных законах управления.

Так, если в компенсированном реверсивном преобразователе [11] одна из двух противоположно включенных групп работает с естественной коммутацией и углом управления  $\alpha_1$ , а вторая — с искусственной коммутацией и углом  $\alpha_2 = -(\pi - \alpha_1)$ , то уравнивательное напряжение в контуре будет иметь косинусные составляющие гармоник с амплитудой

$$a_{ур(sm)}^* = a_{(sm)}^*[\alpha, \psi] + a_{(sm)}^*[(\alpha - \pi), (\psi - \pi)]. \quad (17)$$

Из (17) и аналогичного выражения для  $b_{ур(sm)}^*$ , используя выражения (8) для  $n=1$ , получаем  $a_{ур(sm)}^* = 0$ ,  $b_{ур(sm)}^* = 0$ , что говорит о том, что уравнительное напряжение в контуре отсутствует. Аналогичный результат получается и для реверсивных компенсированных преобразователей различной пульсности с перекрестным включением комплектов. Влияние реальных процессов коммутации на уравнительное напряжение можно скомпенсировать соответствующей коррекцией регулировочных характеристик комплектов компенсированного  $\Pi$  [11].

Идентичность напряжения комплектов реверсивного компенсированного  $\Pi$  с раздельным управлением комплектами при наличии датчика состояния вентилей позволяет в режиме сканирования получить знакопеременный ток нагрузки с частотой основной гармоники. У такого преобразователя отсутствует зона прерывистого тока и он становится эквивалентным преобразователю с совместным согласованным управлением.

На основе выражений (8) был проведен анализ уравнительных напряжений компенсированных  $\Pi$  с параллельно включенными  $m$ -пульсными группами и по методике [8] определена типовая мощность уравнительных реакторов, которая для  $m=3, 6, 12$  составила соответственно 15, 6, 2,5 %  $P_{d0}$ .

Таким образом, полученные аналитические выражения позволяют вести анализ гармоник выпрямленного напряжения и гармоник уравнительного напряжения в контурах сложных многопульсных  $\Pi$  в едином комплексе с анализом характеристик преобразователя на стороне сети, и этот комплекс может служить основой САПР вентиляльных преобразователей на этапе выбора силовой схемы и закона управления.

По результатам расчетов характеристик на стороне выпрямленного напряжения для ряда конкретных схем  $\Pi$  с усложненными законами управления можно сделать следующие выводы:

1. Гармоники тока в нагрузке компенсированного  $m$ -пульсного  $\Pi$  во всем диапазоне регулирования напряжения не превышают, а на отдельных участках существенно меньше соответствующих гармоник  $m$ -пульсного симметрично управляемого  $\Pi$ . Применение  $\Pi$  с нулевыми вентилями и искусственной коммутацией приводит к увеличению гармоник тока в нагрузке, что обуславливает увеличение индуктивности сглаживающего дросселя.

2. Реверсивный компенсированный  $\Pi$  обеспечивает отсутствие уравнительного напряжения как в противополопараллельной так и в перекрестной схемах. При наличии датчика состояния вентилей это позволяет создать  $\Pi$  с раздельным управлением эквивалентный преобразователю с совместным согласованным управлением.

3. Для построения компенсированного  $\Pi$  за счет параллельного соединения 3-, 6-, 12-пульсных групп с углами управления  $\alpha_1 = -\alpha_2$  требуется установка уравнительных реакторов с типовой мощностью соответственно 15, 6, 2,5 %  $P_{d0}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ващенко А. П., Ратников А. С. Необходимая величина индуктивности контура нагрузки вентиляльного преобразователя. — Инструктивные указания по проектированию электротехнических промышленных установок института Тяжпромэлектропроект. — М.: Энергия, 1970, № 7, с. 12—15.
2. Жемеров Г. Г. Выходное напряжение выпрямителя поочередным управлением. — Электричество, 1973, № 11 с. 45—49.
3. Червоненкис Я. М. Аналитическое и графическое определение величины и фазы высших гармоник тока и напряжения управляемых преобразователей с бесконечным катодным дросселем. — Изв. АН СССР. ОТН, 1948, № 4, с. 449—458.
4. Долбня В. Г., Дегтярев Е. Н. Методы анализа зависимостей преобразователей с явно выраженным звеном постоянного тока. — Вестник харьковского политехнического института, 1966 № 10 (58), с. 22—30.
5. Динкель А. Д., Васильев Б. В., Седуни А. М. К расчету характеристик тиристорных преобразователей с поочередным управлением. — Электричество, 1977, № 11, с. 59—63.
6. Магазинник Г. Г., Мельников В. Л. Анализ энергетических характеристик вентиляльных преобразователей с произвольной силовой схемой и законом управления. — Электричество, 1984, № 8, с. 29—32.
7. Савин А. Г. Векторное представление токов и напряжений при анализе цепей с вентиляльными преобразователями. — Электричество, 1983, № 1, с. 70—74.
8. Каганов И. Л. Электронные и ионные преобразователи ч. 3. — М.: Госэнергоиздат, 1976. — 500 с.
9. Тихомиров В. А., Магазинник Г. Г. Максимальный коэффициент мощности вентиляльных преобразователей. — Электричество, 1976, № 4, с. 81—84.
10. Голубев Ф. Н., Латышенко В. Д. Энергетические регулировочные характеристики трехфазных вентиляльных преобразователей с двукратным включением вентилей. — Изв. Ленинградского электротехнич. ин-та; 1972, вып. 127, с. 95—107.
11. Мельников В. Л., Магазинник Г. Г. Тихомиров В. А. Особенности управления реверсивными вентиляльными преобразователями с комбинированной коммутацией. — ЭП. Преобразовательная техника, 1975, вып. 4 (63), с. 9—11.

И1.10.84

# Выбор структуры и параметров позиционной системы электропривода

ГУЛЬ А. И.

Харьков

В малоомощных электроприводах возникают трудности с применением прецизионных тахогенераторов. При высоких гребованиях к полосе пропускания и точности управления положением механизма с безлюфтовой передачей актуальна задача оптимальной настройки трехкратно-интегрирующей позиционной системы без подчиненного контура скорости [1].

$$G(p) = \frac{1}{1 + 2\xi\omega_0^{-1}p + \omega_0^{-2}p^2} \frac{1}{a\omega_0^{-1}p} \times \frac{1 + b\omega_0^{-1}p}{b\omega_0^{-1}p} \frac{1 + c\omega_0^{-1}p}{c\omega_0^{-1}p}, \quad (1)$$

где  $G(p)$  — желаемая передаточная функция разомкнутого контура положения;  $\omega_0$ ,  $\xi$  — частота собственных недемпфированных колебаний и коэффициент демпфирования подчиненного контура тока;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — коэффициенты частоты среза и низкочастотного сопряжения ЛАЧХ.

При разложении передаточной функции ошибки замкнутой системы  $E(p) = [1 + G(p)]^{-1}$  в ряд Маклорена [2] коэффициенты ошибок по положению, скорости и ускорению равны нулю, а коэффициент добротности по первой производной от ускорения связан с параметрами системы выражением

$$D = k\omega_0^3, \quad (2)$$

где  $D$  — коэффициент добротности по первой производной от ускорения;  $k = \frac{1}{abc}$  — параметрический коэффициент добротности.

Заменой оператора  $p$  на  $j\omega$  в передаточной функции замкнутой системы  $\Phi(p) = [1 + G^{-1}(p)]^{-1}$  получено аналитическое выражение АЧХ замкнутой системы:

$$|\Phi(jv)| = \left| \left[ 1 + \frac{av^3(1 - v^2 + j2\xi v)}{j(b^{-1} + jv)(c^{-1} + jv)} \right]^{-1} \right|, \quad (3)$$

где  $|\Phi(jv)|$  — АЧХ замкнутой системы;  $v = \frac{\omega}{\omega_0}$  — частота, о. е.

Исследованием на ЭВМ установлено, что при настройке контура тока по модульному оптимуму  $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$  [3] и вариации параметров  $2.2 < a < 2.7$ ,  $8 < b < 23$  в пределах добротности  $0.66 \cdot 10^{-3} < k < 0.66 \cdot 10^{-2}$  АЧХ (3) непрерывна и имеет единственный максимум  $M$  в области частот  $0 < v < \infty$ . При заданной добротности в указанной области многомерного пространства поверхность (3) имеет единственную седлообразную точку ( $v_0$ ,  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ ), в которой максимум АЧХ по частоте принимает мини-

мальное значение  $M = M_0$  при вариации параметров  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Если задаться некоторым допустимым значением  $M_0$ , то ему соответствует в седлообразной точке наибольшее значение добротности  $k_0 = (a_0 b_0 c_0)^{-1}$ .

На рис. 1 приведены рассчитанные на ЭВМ методами нелинейного программирования [4] зависимости оптимальных параметров и коэффициента добротности в области задания  $1.3 < M_0 < 2.8$ . Оптимальные значения добротности и частоты среза практически линейно зависят от заданного показателя колебательности  $M_0$  и с достаточной для инженерных расчетов точностью аппроксимированы следующими выражениями:

$$k_0 = 4(M_0 - 1.13) \cdot 10^{-3}; \quad (4)$$

$$a_0 = 3 - \frac{M_0}{3.5}. \quad (5)$$

Оптимальные значения коэффициентов низкочастотного сопряжения ЛАЧХ (см. рис. 1) совпадают. К этому выводу можно прийти из анализа выражения АЧХ замкнутой системы (3) при подстановке согласно (2)  $c^{-1} = kab$ :

$$|\Phi(jv)| = \left| \left[ 1 + \frac{av^3(1 - v^2 + j2\xi v)}{j(b^{-1} + jv)(kab + jv)} \right]^{-1} \right| \quad (6)$$

Выражение (6) содержит единственную компоненту из произведения двух комплексных величин  $(b^{-1} + jv)(kab + jv)$  с равными мнимыми частями с обратно пропорциональными вещественными. Очевидно, это произведение имеет экстремум от вариации  $b$  при равенстве вещественных частей  $b_{\min}^{-1} = kab_{\min}$ , из которого следует

$$b_{\min} = \frac{1}{\sqrt{ak}}, \quad (7)$$

где  $b_{\min}$  — экстремальное значение варьируемого параметра  $b$ . Согласно (3) АЧХ идентична относительно вариаций  $b$  или  $c$ , поэтому по аналогии с предыдущим анализом

$$c_{\min} = \frac{1}{\sqrt{ak}}, \quad (8)$$

где  $c_{\min}$  — экстремальное значение варьируемого параметра  $c$ . Таким образом, при многомерном поиске седлообразной точки АЧХ (3) «спуск» по координатам  $b$  и  $c$  можно полностью исключить и рассчитывать их оптимальные значения по формуле

$$b_0 = c_0 = \frac{1}{\sqrt{a_0 k_0}}. \quad (9)$$

Рассчитанные по (9) и исходным данным (4) и (5) значения  $b_0$  и  $c_0$  хорошо совпадают с кривыми рис. 1.

Подстановка в (3)  $b = b_{\min}$  и  $c = c_{\min}$  согласно формулам (7) и (8)

$$|\Phi(jv)| = \left| \left[ 1 + \frac{av^3(1 - v^2 + j2\xi v)}{j(\sqrt{ak} + jv)^2} \right]^{-1} \right| \quad (10)$$

исключает число варьируемых величин до одного параметра  $a$  и частоты  $v$ . На плоскости  $M = f(a)$  по (10) рассчитаны линии уровня добротности (рис. 2). За единицу принята добротность  $k_0 = 0.22146 \cdot 10^{-2}$ , имеющая место при  $M_0 = 1.68234$ . Это эталонное значение  $M_0$  с точностью до шестой значащей цифры рассчитано по усеченной передаточной функции двукратно-интегрирующей системы подчиненного регулирования, настроенной на симметричный оптимум [3]:

$$G_c(p) = \frac{1}{1 + 2\xi\omega_0^{-1}p} \frac{1}{4\xi\omega_0^{-1}p} \frac{1 + 8\xi\omega_0^{-1}p}{8\xi\omega_0^{-1}p}, \quad (11)$$

где  $G_c(p)$  — усеченная передаточная функция настроенной по симметричному оптимуму разомкнутой двукратно-интегрирующей системы.

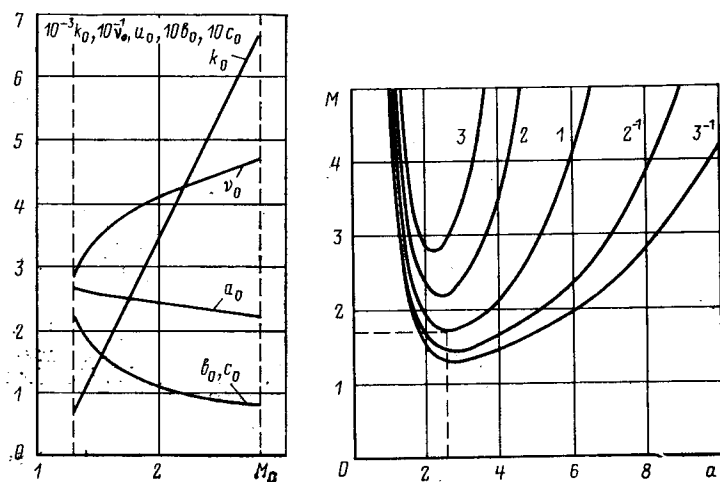


Рис. 1. Зависимости оптимальных по критерию наибольшей добротности параметров системы от заданного показателя колебательности

Рис. 2. Линии уровня добротности на плоскости показатель колебательности в функции частоты среза

| Настройка                 | Значения |                         |          |          |          |          |
|---------------------------|----------|-------------------------|----------|----------|----------|----------|
|                           | <i>M</i> | <i>k</i>                | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>v</i> |
| Оптимальная               | 1,68234  | $0,22146 \cdot 10^{-2}$ | 2,519    | 13,39    | 13,39    | 0,3786   |
| Квазиоптимальная          | 1,72208  | $0,22097 \cdot 10^{-2}$ | 2,828    | 12,65    | 12,65    | 0,3002   |
| Отклонение от оптимума, % | +2,36    | -0,22                   | +12,3    | -5,5     | -5,5     | -20,7    |

Минимумы линий уровня поднимаются с увеличением добротности, и при заданном  $M_0$  существует единственное наибольшее значение добротности с соответствующими оптимальными параметрами настройки.

Таким образом, заданное  $M_0=1,68234$  обеспечивает трехкратно-интегрирующей системе наибольшую добротность по рывку и показатели качества переходного процесса на уровне симметричного оптимума двукратно-интегрирующей системы.

В [1] предложена квазиоптимальная настройка трехкратно-интегрирующей позиционной системы электропривода без контура скорости с добротностью  $k=0,22097 \cdot 10^{-2}$ :

$$G_K(p) = \frac{1}{1 + 2\xi\omega_0^{-1}p + \omega_0^2 p^2} \frac{1}{4\xi\omega_0^{-1}p} \left( \frac{1 + 8\sqrt{5}\xi\omega_0^{-1}p}{8\sqrt{5}\xi\omega_0^{-1}p} \right)^2; \quad (12)$$

$$W(p) = \frac{0,22097 \cdot 10^{-2} \omega_0^3 (1 + 8\sqrt{5}\xi\omega_0^{-1}p)^2}{K_a p}, \quad (13)$$

где  $G_K(p)$  — передаточная функция разомкнутой системы с квазиоптимальной настройкой на наибольшую добротность при показателе колебательности симметричного оптимума;  $W(p)$  — передаточная функция ПИД-регулятора положения;  $K_a$  — коэффициент усиления объекта управления по ускорению.

Сравнительный анализ выявил незначительное отклонение этой настройки от оптимальной (см. таблицу).

В той же работе [1] по усеченной передаточной функции показана абсолютная устойчивость системы при охвате выходной ПИ-компоненты ПИД-регулятора положения нелинейной обратной связью типа «зона нечувствительности» и приведена принципиальная схема его реализации с ненасыщающейся ПД-компонентой. Вывод об абсолютной устойчивости верен и при учете свойств подчиненного контура тока как фильтра Баттер-

ворта 2-го порядка при  $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Однако с увеличением длительности насыщения ПИ-компоненты регулятора при больших скачках задания перерегулирование положения может достигнуть неприемлемых в практике электропривода значений. В этом случае целесообразно программное задание оптимального быстродействию перемещения с предельными значениями тока и скорости без насыщения ПИД-регулятора.

Рассмотренная настройка позиционной системы без контура скорости нашла удачное применение на стане 850 и демонстрировалась на международной выставке «Электро-82» электроприводе золотникового распределителя с полосой пропускания 400 Гц, реализованного на линейном двигателе, транзисторном преобразователе и микросхемных операционных усилителях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуль А. И. Ограничение тока в широкополосной трехкратноинтегрирующей системе регулирования положения без контура скорости. Изв. вузов. Электромеханика, 1984, № 8.
2. Теория автоматического управления, ч. 1/Под ред. А. В. Нетушила. — М.: Высшая школа, 1968.
3. Решмин Б. И., Ямпольский Д. С. Проектирование и наладка систем подчиненного регулирования электропривода. — М.: Энергия, 1975.
4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1976.

И30.11.84



## Энергетически целесообразная плотность тока в проводах электрических линий

(Статья Будзко И. А. и Левина М. С., «Электричество», 1985, № 2, с. 19—22)

ДУЛЬЗОН Н. А., КУДРИН Б. И.

Следует согласиться с авторами обсуждаемой статьи, что действующие нормы на экономическую плотность тока не имеют должного технико-экономического обоснования и с этой точки зрения требуют пересмотра. Кроме того, в связи с унификацией опор, введенной в 1977 году, нарушилась линейность зависимости стоимости 1 км линии от сечения провода [1], экономическая плотность тока, следовательно, зависит от тока [2] и вообще не может быть однозначно нормирована. Таким образом, требуется новый подход к выбору сечений проводов. Хорошей альтернативой является выбор сечений проводов по экономическим токовым интервалам, на что указано в выступлении В. М. Блок, а также в [1, 3].

Авторы статьи поставили под сомнение целесообразность выбора сечений проводов по минимуму приведенных затрат на том основании, что существуют две различающиеся методики [4] и [5]. Это, по нашим представлениям, недоразумение. В самом деле, ввод новых линий электропередачи, строящихся по типовым проектам с использованием унифицированных элементов, нельзя считать внедрением новой техники и, следовательно, методика [4] здесь неприменима. При проектировании принципиально нового вида электропередачи (например, криогенной) нужно было бы пользоваться именно методикой [4]. В своем выступлении Г. Е. Поспелов совершенно правильно отметил, что основой для оценки эффективности капиталовложений является учет затрат всего общественного труда, необходимого для производства продукции. Именно этим целям соответствует методика приведенных затрат. Поэтому она и должна быть основой для выбора сечений проводов по экономическим соображениям. Предложенная авторами статьи методика выбора сечений проводов представляет интерес, так как она позволяет оценить, до какого предела можно снизить суммарные затраты энергии за счет увеличения расхода проводникового металла. Безусловный интерес представляет также предложенный подход к учету неопределенности исходной информации.

Что же касается методики приведенных затрат, то вопрос определения нормативного коэффициента сравнительной эффективности, как справедливо заметила В. М. Блок, находится в компетенции соответствующих органов. Расчеты экономической эффективности должны выполняться на основе действующих цен, о чем четко сказано в [6].

В своих выводах по статье авторы, в конечном счете, тоже не возражают против выбора сечений проводов по методике приведенных затрат, они предлагают при равноценности вариантов в качестве дополнительного условия рассматривать энергетическую плотность тока.

Выбор сечений проводов по экономическим соображениям можно разделить на два отдельных и весьма важных вопроса: 1) какое количество алюминия следует выделять для нужд электросетевого строительства; 2) как наиболее целесообразно распределить выделенный алюминий по отдельным линиям электропередачи, т. е. как выбирать сечения проводов при заданном расходе проводникового металла по минимуму приведенных затрат.

Будем определять расход проводникового металла не его массой, а расчетным объемом, под которым будем понимать произведение расчетного сечения на длину линии

$$V = Fl.$$

Перейти от объема металла к его массе нельзя простым умножением на плотность алюминия. Это вызвано тем, что ток идет по отдельным повивам провода, и фактический объем алюминия зависит от конструкции провода. Так, например, масса алюминиевой части провода АС—240/56 больше массы провода АС—120/27 не в два раза, а в 2,078 раза. Практически перейти от объема проводникового металла к его массе можно, пользуясь

имеющейся статистикой [1] по составу различных сечений проводов в электрических сетях. Для части линий сечения проводов приходится выбирать по техническим условиям (по допустимому нагреву, по короне и т. п.).

Рассмотрим сначала вторую задачу. Пусть нам известен расчетный объем проводникового металла  $V$ , выделяемый для тех линий, для которых возможен выбор сечений проводов по экономическим соображениям, а также состав этих линий. Тогда математическая запись поставленной задачи для трехфазных линий будет следующей:

$$z = \sum (E_i K_i(F) l_i + 3 l_i^2 \frac{l_i \tau_i \beta_i}{\gamma F_i}) \rightarrow \min \text{ при } \sum 3 F_i l_i \leq V. \quad (1)$$

Здесь:  $E_i = E_{ai} + E_{oi} + E_n$ ;  $E_{ai}$  — отчисления на амортизацию;  $E_{oi}$  — отчисления на обслуживание;  $E_n$  — нормативный коэффициент сравнительной эффективности капиталовложений;  $K_i(F)$  — зависимость стоимости 1 км линии от сечения провода  $F_i$ ;  $l_i$  — ток в линии в максимальном режиме;  $l_i$  — длина линии;  $\tau_i$  — время максимальных потерь;  $\gamma$  — удельная проводимость материала проводов;  $\beta_i$  — стоимость одного киловатт-часа потерь.

Эта задача нелинейного программирования. Нереально искать решение задачи при выполнении ограничения в виде неравенства (невыгодно использовать весь выделенный проводниковый металл). Поэтому ограничение должно быть принято в виде равенства. В этом случае задача решается методом Лагранжа. Если учесть, что зависимость стоимости 1 км линии от сечения провода для данных [7] хорошо аппроксимируется выражением

$$K_i(F) = a_i + b_i F + \frac{c_i}{F}, \quad (2)$$

где  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  — коэффициенты аппроксимации, то решение задачи (1) для сечения проводов дает [2]:

$$F_i = \sqrt{\frac{\gamma E_i c_i + 3 l_i^2 \tau_i \beta_i}{\gamma (E_i b_i + 3 \delta)}}, \quad (3)$$

а неопределенный множитель Лагранжа  $\delta$  определяется из уравнения

$$\sum 3 b_i \sqrt{\frac{\gamma E_i c_i + 3 l_i^2 \tau_i \beta_i}{\gamma (E_i b_i + 3 \delta)}} = V. \quad (4)$$

Полученному результату соответствуют приведенные затраты на линию электропередачи [8]:

$$z_i = E_i K_i(F) l_i + 3 l_i^2 \frac{l_i \tau_i \beta_i}{\gamma F_i} + 3 \delta F_i l_i. \quad (5)$$

Отметим, что с точки зрения экономики величина  $\delta$  представляет собой объективно обусловленную оценку алюминия для проводов ЛЭП, как ресурса [9, 10].

Выражение, аналогичное (5), получено в [11] и предложено для построения экономических токовых интервалов в [1]. При известной величине  $\delta$  можно непосредственно определять сечения проводов по формуле (3), так как проблема округления сечений до стандартных значений согласно [2] не представляет затруднений. Для решения уравнения (4) необходимо выполнить ретроспективный статистический анализ и прогноз на новый плановый период для того, чтобы определить количество и состав ЛЭП, для которых возможен выбор сечений проводов по экономическим соображениям, а также долю этих линий в общем объеме сетевого строительства. Эту работу могут выполнить

организации, располагающие соответствующими исходными сведениями.

В [11] предложен иной подход к определению величины  $\delta$ . Окончательная оценка этих двух путей возможна лишь на основании их опробования. Не исключена полезность использования обоих подходов одновременно.

Как в обсуждаемой статье, так и в выступлении Ю. Н. Астахова отмечается многокритериальность решаемой задачи, а также необходимость учета неопределенности исходной информации. Эти обстоятельства не вызывают сомнения и должны быть учтены при выработке новой методики выбора сечений проводов.

Вопрос определения потребности в алюминии для развития электрических сетей является межотраслевым и в рамках настоящей дискуссии не может быть решен.

В соответствии с [9, 10] наивыгоднейшее распределение ресурса между отраслями возможно на основе его объективно обусловленной оценки. В [2] указан подход к этой оценке применительно к алюминию в виде проводов и разработан алгоритм ее определения. Соответствующие методики определения объективно обусловленных оценок алюминия по другим отраслям — основным потребителям алюминия — позволят наилучшим образом распределять располагаемый алюминий между отраслями на основе выравнивания этой оценки. На аналогичной основе может быть рассмотрен и вопрос об увеличении производства алюминия специально для развития электрических сетей. Вследствие ограниченности государственных ресурсов это возможно только за счет изменения пропорций в народном хозяйстве. Эти вопросы должны решаться на уровне управления народным хозяйством в целом.

**Выводы.** 1. В настоящее время выбор сечений проводов по нормируемой плотности тока экономически некорректен.

2. Целесообразно создать специальную межведомственную комиссию с участием представителей организаций, ответственных за распределение алюминия между отраслями, для выработки инженерной методики выбора сечений проводов на основе материалов дискуссии.

#### ЩЕРБИНА Ю. В., БОЙКО Н. Д.

Авторы статьи совершенно правильно поднимают вопрос о необходимости пересмотра сложившегося в СССР соотношения между массой металла в проводах линий электропередачи и потерями энергии в них. Достигнутый уровень развития электрометаллургической промышленности обеспечивает возможность, а сложившееся и прогнозируемое наличие энергетических ресурсов обуславливает необходимость пересмотра норм плотностей тока в проводах и увеличения массы металла, вкладываемого в электрические сети. Расход энергии в электрических сетях Минэнерго СССР существенно выше, чем в ряде промышленно развитых стран, в частности, из-за недостаточной массы проводникового материала. Пересмотр норм плотностей тока либо внедрение других методов планирования и проектирования, направленных на улучшение соотношения между массой металла и расходом энергии в электрических сетях, будет существенным вкладом в реализацию активной энергосберегающей политики, провозглашенной в Энергетической программе СССР.

Увеличение суммарной массы проводов в электрических сетях в основном путем строительства новых линий, дополняющих существующие сети, обеспечит разгрузку эксплуатируемых линий с соответствующим уменьшением расхода энергии в них, увеличивает возможность взаимного резервирования и, следовательно, повысит надежность электроснабжения потребителей. Новые линии электропередачи, рассчитываемые на пониженную плотность тока, будут иметь более тяжелые провода и, следовательно, потребуют применения более прочных опор либо будут строиться с сокращенными расстояниями между ними. Такие линии, однако, будут реже повреждаться при неблагоприятных погодных условиях, что позволит снизить эксплуатационные трудозатраты и дополнительно повысить надежность. Повышение надежности электроснабжения и уменьшение эксплуатационных трудозатрат следует считать дополнительным существенным результатом утяжеления электрических сетей, который не менее важен, чем экономия энергоресурсов.

Методика анализа численных соотношений между массой проводов, расходом энергии в них, надежностью электроснабжения и эксплуатационными затратами требует дальнейшего

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шапиро И. М. Принципы унификации элементов электрической сети 110—330 кВ. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
2. Дульзон Н. А., Кудрин Б. И. Учет расхода проводникового металла при выборе сечений проводов/ОНИР. — М.: Деп. рукопись. — М.: ВНИИ Центр, 1979, № Б765052. — 25 с.
3. Веников В. А., Астахов Ю. Н. Экономические интервалы при выборе оптимальных вариантов энергетических объектов и их применение при технико-экономических расчетах электропередач. — Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика, 1962, № 3.
4. Методика (Основные положения) определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рационализаторских предложений. — М.: Экономика, 1977.
5. Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений. — Экономическая газета, 1981, № 2, 3.
6. Глушков Н. Плановое ценообразование: пути совершенствования. — Коммунист, 1985, № 3.
7. Справочник по проектированию электроэнергетических систем/Под ред. С. С. Рокотяна и И. М. Шапиро. — 2-е изд. М.: Энергия, 1977.
8. Дульзон Н. А. Методика и алгоритм выбора сечений проводов электропередачи в разветвленной сети по целевой функции с учетом ограничений по ресурсам. — В кн.: Проблемы развития единой энергетической системы Азиатской части СССР в связи со строительством Байкало-Амурской магистрали. Томск: ТГУ, 1975.
9. Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. — М.: АН СССР, 1959.
10. Математика и кибернетика в экономике. Словарь-справочник. — М.: Экономика, 1975.
11. Зейлигер А. Н., Кузнецова О. Н., Файбисович Д. Л. Учет ограниченности ресурсов цветного металла при технико-экономических обоснованиях электрических сетей. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1983, № 3.

обсуждения и исследования. Предлагаемое авторами статьи понятие «энергетически целесообразной плотности тока» может быть принято и эффективно использовано с учетом следующих замечаний.

1. Представляется неудачным сокращенный термин «энергетическая плотность тока». Это словосочетание само по себе непонятно, и далеко не очевидна аналогия с сокращением термина «экономически целесообразная плотность тока». Лучше использовать только полный термин «энергетически целесообразная плотность тока».

2. Необходимо уточнить современные представления об эффективной области использования понятия «плотность тока». Известно, что это понятие неоднократно подвергалось критике. Авторы статьи в заключительном абзаце пишут: «пересмотреть нормируемые ПУЭ так называемые экономические плотности тока». На наш взгляд, понятие плотности тока вполне оправдано и эффективно, если рассматривать эту величину как случайную с соответствующим законом распределения в пространстве и во времени, математическим ожиданием и другими вероятностными характеристиками. При планировании плотности тока в проводах следует четко оговаривать, что задается оптимальное значение математического ожидания случайной величины.

3. Необходимо углубить и расширить предлагаемую авторами статьи трактовку энергетического критерия целесообразности решений как одного из элементов многокритериального анализа процессов развития электрических сетей. По-видимому, можно параллельно рассматривать экономический критерий (сумму затрат овеществленного и живого труда), энергетический критерий (сумму предыдущих и текущих затрат энергии) и ряд практических критериев (математические ожидания конечных результатов).

Главной областью применения понятия энергетически целесообразной плотности тока являются, по-видимому, исследования оптимальных соотношений между массой проводникового металла и расходом энергии в электрических сетях. Эксплуатационный контроль соответствия фактических плотностей тока их нормативным значениям из-за трудоемкости сбора исходной

информации о режиме работы каждой линии электропередачи может быть только выборочным. В проектной практике, как указывают авторы статьи, вместо нормированной плотности тока лучше применять экономические интервалы. Для долгосрочного планирования развития электрических сетей целесообразно разработать методику непосредственной оптимизации соотношения между количеством электроэнергии, передаваемой и распределяемой электрической сетью, и массой металла и потерями энергии в ней.

Можно предложить следующее наиболее общее выражение энергетического критерия оптимальности народнохозяйственных решений:

$$\sum_{j=1}^n \left( A_{0j} + \sum_{i=1}^m A_{ij} \right) p_j \rightarrow \min, \quad (1)$$

где  $j$  — текущий индекс года, учитываемого при выборе решения;  $n$  — количество учитываемых лет;  $A_{0j}$  — расход энергии в топливно-энергетическом комплексе страны в  $j$ -м году;  $i$  — текущий индекс энергопотребляющих отраслей;  $m$  — количество таких отраслей;  $A_{ij}$  — потребление энергии  $i$ -й отраслью в  $j$ -м году;  $p_j$  — коэффициент приведения  $j$ -го прошедшего или будущего года к исследуемому году.

Для определения оптимального народнохозяйственного соотношения между расходом проводникового материала и потерями энергии в линиях электропередачи достаточно учитывать только алюминиевую промышленность и электрические сети, полагая все прочие составляющие выражения (1) постоянными.

~~~~~

ШНЕЛЛЬ Р. В.

В статье И. А. Будзко и М. С. Левина рассматривается важная и актуальная проблема. Авторы правильно считают, что рекомендуемая ПУЭ методика выбора экономической плотности тока устарела. Многие проектные организации отказались от ее использования и разработали ведомственные инструкции.

В настоящее время эксплуатируются линии электропередачи с различной плотностью тока. Известны случаи, когда магистральные линии 110—220 кВ в Сибири имеют плотность тока 0,7—0,9 А/мм², а в европейской части СССР некоторые подобные линии загружены до 2 А/мм². Неоптимальность такого положения очевидна. Правильно отмечается в статье и имеющаяся разноречивость ряда экономических работ.

Авторы, желая избежать экономических оценок при оптимизации плотности тока, предлагают учитывать расход электроэнергии на производство алюминиевых проводов и потери в них. В связи с этим следует напомнить, что в начале 30-х годов в экономике уже делались попытки отказаться от денежной оценки затрат и оптимизировать технические системы по показателям типа: «приведенный кубический метр бетона», или «приведенный расход электроэнергии в киловатт-часах». Все эти попытки, как показано в [1], оказались неэффективными.

Исследуем предложенное авторами уравнение (1) полных затрат энергии [2]. Первый член правой части этого уравнения имеет размерность киловатт-час; чтобы второй член имел ту же размерность, авторы вводят экономическую величину T — срок службы линии. Если в данном случае T — срок окупаемости, т. е. величина, обратная коэффициенту эффективности E_H , то подставляя в рассматриваемое уравнение вместо T величину $1/E_H$, получим полную энергию за срок $T_{\text{окуп}}$, а умножая левую и правую части на E_H , получим ту же энергию, приведенную к одному году. Более точную оценку можно получить, умножая первый член правой части уравнения на некоторый безразмерный коэффициент $\varphi > 1$, учитывающий дополнительные затраты на производство алюминия (кроме электроэнергии, но оцененные в киловатт-часах).

Определим численно энергетическую плотность тока для значений, принятых в статье в качестве примера: $\omega_0 = 40$ кВт·ч/кг; $d = 2700$ кг/м³; $\rho = 29,5$ Ом·мм²/км. При $\tau = 5000$ ч/год и $E_H = 0,15$ 1/год ($T = 6,7$ лет) $j_{\text{эп}} = 0,33$ А/мм², а если подставить $T = 40$ лет (срок службы алюминиевых проводов), т. е. $E_H = 1/T_{\text{окуп}} = 0,025$ 1/год, то $j_{\text{эп}} = 0,13$ А/мм². Понятно, что в первом случае мы имеем заниженную плотность тока, а во втором случае недопустимо низкую.

Попробуем ввести некоторые коррективы в предложенный авторами метод, учтя в явном виде экономические показатели затрат:

$$z = l d F c_{\text{ал}} E_H + \frac{l^2 \rho l \tau}{1000 F} \beta, \quad (1)$$

Если дополнительно пренебречь затратами энергии, израсходованной на развитие алюминиевой промышленности в прошедшие по отношению к исследуемому году, а также принять $p_j = 1$ для всех будущих $n = T$ лет, критерий (1) упрощается до использованного авторами статьи.

Методику сопоставления суммарных значений полезного отпуска электроэнергии, массы проводов и потерь энергии в электрической сети можно разработать с помощью обобщенных характеристик электрических сетей, предложенных В. Г. Холмским [1]. В качестве практических критериев, рассматриваемых параллельно с экономическим и энергетическим критериями оптимальности развития электрических сетей, можно использовать математические ожидания аварийного недоотпуска электроэнергии и трудозатрат на восстановление электроснабжения.

В заключение необходимо отметить, что рассматриваемая статья И. А. Будзко и М. С. Левина привлекает внимание специалистов к одной из актуальных задач межотраслевого взаимодействия социалистического народного хозяйства и будет способствовать улучшению проектирования, эксплуатации и планирования работы электрических сетей. Обоснованное решение поставленных вопросов будет существенным вкладом в выполнение заданий Энергетической программы СССР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Холмский В. Г. Обобщенный экономический параметр электрической сети. — В кн.: «Юбилейный сборник Киевского политехнич. ин-та». Киев, 1948.

где $c_{\text{ал}}$ и β — соответственно стоимость алюминия (руб/кг) и электроэнергии (руб/кВт·ч)

Дифференцируя по F и приравнявая $\frac{\partial z}{\partial F} = 0$, получим

$$j_{\text{эл}} = \sqrt{\frac{1000 d c_{\text{ал}} E_H}{\rho \tau \beta}}. \quad (2)$$

Подставив вышеприведенные значения всех рассматриваемых величин и принимая $c_{\text{ал}} = 1$ руб/кг, получим $j_{\text{эл}} = 0,52$ А/мм², а при $c_{\text{ал}} = 2$ руб/кг — $j_{\text{эл}} = 0,74$ А/мм².

Энергетическую плотность тока можно охарактеризовать как некоторый нижний предел экономической плотности тока при условии превращения электрической энергии в алюминий без дополнительных трудовых и материальных затрат из расчета 40 кВт·ч на один килограмм алюминия. Полученная экономическая плотность тока является интегральной величиной. Ее можно выразить через некоторую среднюю удельную стоимость основных фондов в электростанции $c_{\text{эл}}$, исходя из реально сложившейся структуры.

Удельные расчетные затраты в энергетику в целом по стране без учета конкретных видов электростанций можно представить в виде:

$$z = \frac{c_{\text{эл}} E_H}{\tau} + \beta \rightarrow \min, \quad (3)$$

и для оптимальной интегральной системы

$$\beta = \frac{c_{\text{эл}} E_H}{\tau}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (2), получим интегральное значение экономической плотности тока

$$j_{\text{эл}} = \sqrt{\frac{1000 d c_{\text{ал}}}{\rho c_{\text{эл}}}}. \quad (5)$$

Запишем экономическую [плотность тока в несколько более удобном виде.

Из формулы (2)

$$j_{\text{эл}} = \sqrt{\frac{1000 d}{\rho}} \sqrt{\frac{c_{\text{ал}} E_H}{\tau \beta}}.$$

Из формулы (5)

$$j_{\text{эл}} = \sqrt{\frac{1000 d}{\rho}} \sqrt{\frac{c_{\text{ал}}}{c_{\text{эл}}}}.$$

Андрей Владимирович Поссе

(К 70-летию со дня рождения)

Исполнилось 70 лет видному ученому в области передачи электроэнергии постоянным током и силовой преобразовательной техники, заслуженному деятелю науки и техники РСФСР, доктору технических наук, профессору Андрею Владимировичу Поссе.

Проблемами преобразовательной техники Андрей Владимирович начал заниматься во время Великой Отечественной войны, работая на Пермской железной дороге, где он проводил исследования новых игнитронных выпрямителей для тяговых подстанций. Без отрыва от производства А. В. Поссе подготовил и в 1947 г. защитил кандидатскую, а в 1965 г. — докторскую диссертацию.

С 1950 г. Андрей Владимирович работает в Научно-исследовательском институте по передаче электроэнергии постоянным током высокого напряжения, с 1957 г. — заместителем директора института по научной работе.

Им проведены глубокие исследования, развиты методы расчета установившихся и переходных процессов в преобразовательных установках высокого напряжения. Он развил общую теорию электромагнитных процессов мощных многофазных преобразователей и разработал новый метод расчета переходных процессов в системах с вентильными преобразователями, предложил ряд оригинальных преобразовательных схем. В последние годы А. В. Поссе ведет работы поискового характера, занимаясь проблемами полностью управляемых вентилях в схемах статических компенсаторов.

Результаты теоретических работ А. В. Поссе опубликованы в 55 статьях и докладах, а также нашли отражение



в вышедшей в 1973 г. книге «Схемы и режимы электропередач постоянного тока»; более 30 его изобретений защищены авторскими свидетельствами.

Проводя глубокие теоретические исследования, Андрей Владимирович уделяет большое внимание доведению их до уровня инженерной практики.

Под его научным руководством в 1957—1967 гг. велись работы по проектированию, наладке и освоению первой опытно-промышленной электропередачи постоянного тока Волгоград — Донбасс напряжением 800 кВ. В дальнейшем под его научным руководством большой коллектив сотрудников НИИПТ выполнил исследования сверхмощной дальней электропередачи постоянного тока напряжением 1500 кВ.

Активная деятельность А. В. Поссе в качестве заместителя генерального руководителя проблемы явилась важным вкладом в реализацию этих исследований — доведения до уровня рабочего проектирования, разработки оборудования и строительства уникальной сверхмощной электропередачи Экибастуз — Центр. Андрей Владимирович принимал активное участие в работах института, обеспечивающих создание самой мощной в мировой практике Выборгской выпрямительно-инверторной подстанции.

Постоянное внимание А. В. Поссе уделяет подготовке молодых научных кадров, им создана школа специалистов в области преобразовательной техники. Под его научным руководством одиннадцать человек защитили кандидатские диссертации. В течение почти 10 лет Андрей Владимирович читал в Ленинградском политехническом институте им. М. И. Калинина лекции по курсам «Промышленная электроника» и «Передача энергии постоянным током высокого напряжения».

Андрей Владимирович ведет большую общественную работу. Является членом Научно-технического Совета Минэнерго СССР, Научного Совета АН СССР, Научных Советов Госкомитета СССР по науке и технике, специализированных советов ЛПИ и ЛИТМО.

Плодотворная трудовая деятельность А. В. Поссе отмечена правительственными наградами. Исключительная доброжелательность и отзывчивость Андрея Владимировича снискали ему заслуженный авторитет и уважение в кругах научно-технической общественности.

Группа товарищей

Первые сомножители обеих формул содержат физические константы материала: удельный вес и проводимость. Вторые характеризуют экономическую ценность этого материала для электроэнергетики; при этом, хотя размерность второго корня в обоих случаях равна кВт·ч/кг, соотношение кВт·ч/кг изменилось: оно получило экономическую интерпретацию. При $c_{ал}=3$ руб/кг и $c_{эл}=300$ руб/кВт $j_{эк}=0,96$ А/мм², а при $c_{ал}=1,5$ руб/кг и $c_{эл}=300$ руб/кВт $j_{эк}=0,68$ А/мм².

Интегральная оценка экономической плотности тока может использоваться для определения объема цветного металла, выделяемого для нужд энергетики и электропромышленности. Для выбора экономической плотности тока для конкретных линий электропередач необходимо пересмотреть многие устаревшие данные. Приведенные в данной статье соображения в целом подтверждают основные выводы авторов [2] о необходимости респекта существующих правил выбора экономической плотности тока. Очевидно, что из-за недопустимо высокой плотности тока увеличиваются потери электроэнергии в электрических сетях энергосистем страны, и они уже превышают 10 %. В результате энергосистемы лишаются резервной мощности, или, что эквивалентно, требуется необоснованный прирост мощностей на электростанциях. Не дожидаясь директивных решений;

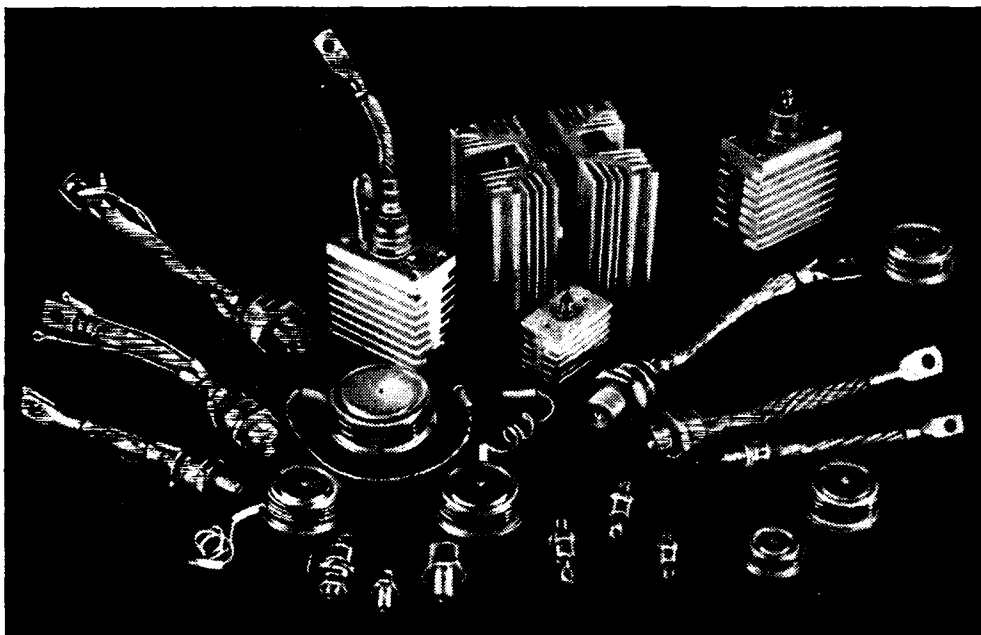
основываясь на действующих правилах, следует проверить во всех энергосистемах существующую плотность тока и разработать мероприятия по ее снижению. Имеющийся опыт проектирования электрических сетей в Сибири и европейской части СССР, а также приведенные выкладки убеждают, что в условиях народного хозяйства в европейской части СССР экономическую плотность тока следует снижать на вновь строящихся линиях электропередачи до 0,75—0,8 А/мм², но при этом необходимо более внимательно проверить и принимаемые уровни номинального напряжения [3], так как излишние потери могут частично объясняться и этим фактором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ваг Л. А., Захаров С. Н. Методы экономической оценки в энергетике. — М.: Госэнергоиздат, 1962.
2. Будзко И. А., Левин М. С. Энергетически целесообразная плотность тока в проводах электрических линий. — Электричество, 1985, № 2.
3. Шнелль Р. В., Воропаев П. В., Картацев В. В. Выбор основных параметров высоковольтных электропередач. — Воронеж: Воронежский государственный университет, 1984.

THEY'LL SOONER BECOME OBSOLETE THAN FAIL

Our semiconductor devices are reliable and durable, compact and efficient, convenient and...irresistible!



Solid-state converters, power supply sources for machine-tools, automatic lines and welding machines, protection circuits, electronic modules, charging devices and traction sub-stations for electric vehicles — neither of these can exist without high-duty diodes, thyristors, triacs and transistors.

Safe performance of our semiconductor devices at the upper performance limits in most demanding circuits IS FULLY GUARANTEED



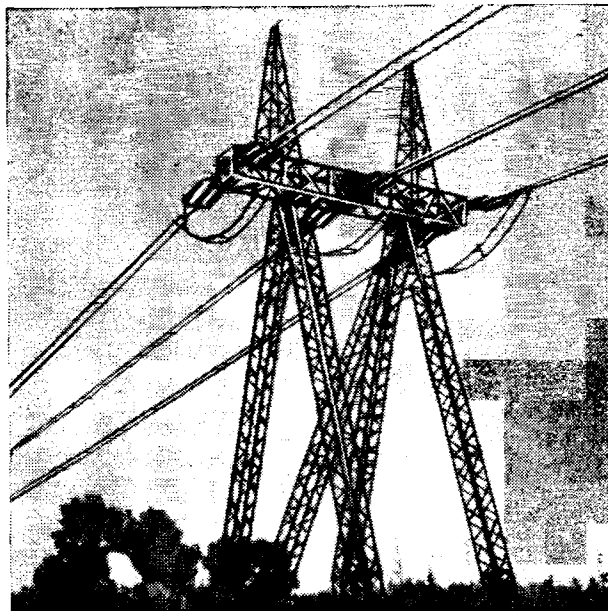
FOREIGN TRADE
ASSOCIATION
ENERGOMACHEXPORT
MOSCOW USSR

Supplier: V/O ENERGOMACHEXPORT
ENERGOAPPARAT Firm
1/4, Degüninskaya ul.
127486 Moscow, USSR
Tel. 487-30-82
Telex 411965 ENEK SU


ENERGOIMPEX

ВНЕШНЕТОРГОВАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ «ЭНЕРГОИМПЕКС»
 БОЛГАРИЯ, СОФИЯ 1000
 ПОЧТ. ЯЩИК 801
 ТЕЛЕКС: 22669
 ТЕЛЕФОН: 518876
 ТЕЛЕГРАММЫ: ЭНЕРГОИМПЕКС

ИМПОРТ/ЭКСПОРТ УГЛЯ, ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ
 И ДРУГИХ НОСИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ
 ПОСТАВКА МАШИН И ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ
 ЭНЕРГЕТИКИ НРБ, СЭВ И ДРУГИХ СТРАН
 ПРОМЫШЛЕННОЕ И ТОРГОВОЕ
 КООПЕРИРОВАНИЕ
 В ОБЛАСТИ ЭНЕРГЕТИКИ
 ИЗЫСКАНИЕ
 ПРОЕКТИРОВАНИЕ
 СТРОИТЕЛЬСТВО
 МОНТАЖ
 ЭКСПЛУАТАЦИЯ
 РЕМОНТ В ГАРАНТИЙНЫЙ
 И ВНЕГАРАНТИЙНЫЙ СРОКИ
 ЭЛЕКТРОПРОВОДЫ ДО 750 КВ И СЕТИ
 В НАСЕЛЕННЫХ МЕСТАХ
 ПОДСТАНЦИИ ВЫСОКОГО, СРЕДНЕГО
 И НИЗКОГО НАПРЯЖЕНИЯ
 КОНСУЛЬТАЦИИ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГЕТИКИ



Уважаемый читатель!

Журнал «Светотехника» систематически публикует материалы по развитию отечественной и зарубежной светотехнической науки, техники и промышленности: проектированию, монтажу и эксплуатации осветительных и облучательных установок различного назначения;

разработке и производству новых светотехнических изделий (ламп, светильников, пускорегулирующих устройств, электроустановочных изделий и т. п.), а также средствам для обслуживания осветительных установок;

повышению производительности труда в результате улучшения искусственного и естественного освещения, эффективному использованию электрической энергии в светотехнических установках.

На страницах журнала регулярно помещаются необходимые для практической работы справочные материалы по расчету и устройству различных светотехнических установок; консультации по вопросам их проектирования, устройства и эксплуатации; сведения о новых книгах и нормативных документах; хроникальные и информационные материалы, в том числе реклама новых светотехнических изделий.

Журнал систематически проводит обсуждение важнейших вопросов развития светотехнической науки, практики и производства.

Благодаря тесной связи со светотехническими организациями и предприятиями, широкому авторскому активу и наличию сети групп содействия и общественных корреспондентов журнал осуществляет полную и оперативную информацию своих читателей обо всем новом в светотехнике.

Журнал «Светотехника» необходим для успешной работы каждому инженеру и технику, работающему в области проектирования и эксплуатации электрического освещения, разработки и производства светотехнических изделий.

Подписывайтесь на журнал «Светотехника»!

Журнал распространяется только по подписке Союзпечати, которая принимается без ограничений. Подписная цена на год — 4 руб. 80 коп.

Израиль Львович Каганов

28 апреля с. г. скончался видный специалист в области промышленной электроники, член КПСС с 1939 г. Израиль Львович Каганов.

И. Л. Каганов родился 1 мая 1902 г. в Могилевской области. В марте 1925 г. окончил электротехнический факультет МВТУ и начал работать инженером на ХЭМЗе, где занимался расчетами одноякорных преобразователей. Затем работал в Москве старшим инженером Государственного электротехнического треста (ГЭТ) и участвовал в разработке и наладке первых в стране тяговых подстанций для трамвая и электрифицированного транспорта на отечественных ртутных выпрямителях. В 1929 г. он — главный инженер по электрооборудованию кинофабрики (ныне студия Мосфильм). В том же году был принят по конкурсу на преподавательскую работу в МВТУ, а после создания МЭИ в декабре 1930 г. стал работать в этом институте на кафедре ТОЭ. С 1931 по 1940 г. исполнял обязанности заместителя заведующего кафедрой проф. К. А. Круга. С 1934 по 1947 г. одновременно с преподавательской работой в МЭИ работал в ВЭИ им. В. И. Ленина, где занимался исследованиями в области ведомых сетей и автономных инверторов. В 1934 г. без защиты диссертации И. Л. Каганову была присуждена степень кандидата технических наук.

В 1933—1934 гг. И. Л. Каганов впервые прочел в МЭИ курс «Электронные и ионные преобразователи», который читал затем в течение ряда лет и по которому в 1937 г. был издан первый учебник. В 1940 г. он защитил докторскую диссертацию на тему «Инvertирование постоянного тока в трехфазный» и в том же году издал одноименную монографию. В 1940—1941 и в 1948—1954 гг. вел разработку и исследование вентильных преобразователей с улучшенным коэффициентом мощности. Разработанные им в это время схемы



выпрямителей и инверторов с двухступенчатой искусственной коммутацией стали классическими.

Во время Великой Отечественной войны был командирован во главе бригады сотрудников ВЭИ на Урал для обеспечения бесперебойной работы выпрямительных подстанций оборонных предприятий.

По инициативе И. Л. Каганова в декабре 1943 г. в МЭИ была организована кафедра и специальность «Ионные приборы и преобразователи тока». Эту кафедру, которой вместе с соответствующей специальностью в 1950 г. было присвоено название «Промышленная электроника», И. Л. Каганов возглавлял до 1974 г. По ее образцу были затем созданы одноименные кафедры в других вузах страны. С 1961 по 1976 г. И. Л. Каганов возглавлял Научно-методический Совет по промышленной электронике при Минвузе СССР.

И. Л. Каганову всегда было присуще чувство нового. Им был поставлен

в МЭИ ряд новых курсов: «Физические основы расчета ионных приборов», «Передача энергии постоянным током», «Транзисторы и их применение» (привратившийся впоследствии в фундаментальный курс «Полупроводниковые приборы») и др. Большое внимание уделял он написанию учебников и учебных пособий. Широко известны его трехтомник «Электронные и ионные преобразователи», учебники по общему курсу «Промышленная электроника», «Ионные приборы» и др.; всего им написано 14 книг учебного характера, многие из которых переведены на английский, французский и испанский языки и языки народов СССР. Он имеет более 100 трудов и изобретений. Большое внимание И. Л. Каганов всегда уделял совершенствованию учебной и методической работы кафедры, разработке новых учебных планов и программ, расширению научной деятельности кафедры и практическому внедрению результатов.

Под руководством И. Л. Каганова выполнено свыше 30 кандидатских диссертаций. Многие из его учеников занимают руководящие должности в учебных и исследовательских институтах и на заводах.

За участие в разработке и исследовании вентильных преобразователей с улучшенным коэффициентом мощности И. Л. Каганову вместе с группой сотрудников Киевского политехнического института в 1962 г. было присвоено звание лауреата Ленинской премии. Он награжден орденами Трудового Красного Знамени, Красной Звезды, «Знак Почета» и медалями.

Широкий научный и политический кругозор, педагогическое мастерство, высокая требовательность к себе и членам руководимых коллективов создали И. Л. Каганову высокий авторитет и признание советских специалистов.

Группа товарищей и учеников

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 12.07.85 Подписано в печать 16.09.85 Т-18835 Формат 60×90¹/₈ Печать высокая Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт.
Уч.-изд. л. 11,74 Тираж 5638 экз. Заказ 1945

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 142300 г. Чехов Московской области

Арион В. Д., Романчук В. И., <u>Гаврилашенко Ю. А.</u> Выбор рационального состава типоразмеров электро- сетевых объектов и оборудования при автоматизиро- ванном проектировании	Поляков В. И. Интегральный критерий теплового со- стояния изоляции электрических машин	49
Керимов А. М., Гурфинкель Е. Б., Степанов А. С. Расчет потерь электроэнергии в распределительных сетях	1 СООБЩЕНИЯ	
Самородов Г. И. Фазовое уравнение и его использование для расчета потокораспределений в электрических си- стемах	Шейнкман А. Г., Шейко П. А., Пушкина Г. А. Не- которые режимы коротких замыканий блока генера- тор-трансформатор 1200 МВт для испытаний устройств релейной защиты	55
Булычев А. В., Ванин В. К. Анализ входных преобра- зователей сигналов для устройств релейной защиты на интегральных микросхемах	5 Трунов О. К., Гапонов И. М., Лупейко А. В., Сы- соев В. С. К методике исследований молниезащиты самолетов на моделях	58
Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнит- ных сил в нелинейной магнитной системе по их объем- ной плотности	10 Караев Р. И., Власов С. П., Фролов А. В. Расчетные схемы тяговых сетей переменного тока 25 кВ	60
Шакарян Ю. Г., Читечян В. И., Арутюнян М. В. Авто- номный асинхронизированный генератор с возбуж- дением от источника с высшими гармоническими э. д. с.	13 Чабан В. И. О диакопике нелинейных электрических цепей	63
Власов Е. Н., Ходжаев К. Ш. Управление нестацио- нарными процессами вентильного генератора, пи- тающего индуктивный накопитель энергии	18 Хожайнов А. И., Поляков С. С. Униполярной индук- торный преобразователь с герметичным жидкоме- таллическим контактом	64
Эпштейн И. И. Исследование устойчивости асинхронно- го двигателя	28 Магазинник Г. Г., Мельников В. Л. Расчет гармони- ческих составляющих выпрямленного тока много- пульсных ведомых сетью преобразователей с произ- вольными силовой схемой и законом управления	66
Говгаленко В. П., Аванесов М. А. Электромагнитный расчет асинхронных машин с несколькими несим- метричными обмотками	32 Гуль А. И. Выбор структуры и параметров позиционной системы электропривода	70
	37	
	44 ДИСКУССИИ	72
	ХРОНИКА	75

CONTENTS

Arion V. D., Romanchuk V. I., <u>Gavrilashenko U. A.</u> — The Optimum Composition of Types and Ratings When Employing Automated Design of Plants and Equipment in Power Networks	Polyakov V. I. — An Integral Criterion for the Thermal State of Electrical Machine Insulation	49
Kerimov A. M., Gurfinkel E. B., Stepanov A. S. — Calcula- tion of Energy Losses in Distribution Networks	1 REPORTS	
Samorodov G. I. — The Phase Equation and Its Application in Power System Load Flow Calculations	5 Sheinkman A. G., Sheiko P. A., Pushkina G. A. — Several Fault Conditions for a 1200 MW Generator-Transformer Unit for Testing Protective Relaying	55
Bulichev A. V., Vanin V. K. — Analysis of Input Converters for Signals in IC-Based Relay Protection Devices	10 Trunov O. K., Gaponov I. M., Lupeiko A. V., Sysoyev V. S. — On a Method for Studying Aircraft Lightning Protection on Models	58
Ivanov-Smolenski A. V. — Finding Electromagnetic Forces in a Non-Linear Magnetic System From Their Space Density	13 Karayev R. I., Vlasov S. P., Frolov A. V. — Equivalent Cir- cuits for 25 kV A. C. Traction Networks	60
Shakarian U. G., Chitechian V. I., Arutiunian M. V. — A Self- Contained Asynchronized Generator Excited From a Source of Higher EMF Harmonics	18 Chaban V. I. — On Diakoptics for Non-Linear Electric Cir- cuits	63
Vlasov E. N., Khodzhayev K. S. — Control of Non-Steady Processes in an Electronic Generator Feeding an Inducti- ve Energy Store	28 Khozhainov A. I., Polyakov S. S. — A Unipolar Inductor Con- verter With a Hermetically Sealed Molten Metal Contact	64
Epstein I. I. — An Induction Motor Stability Study	32 Magazinnik G. G., Melnikov V. L. — Finding the Harmonics in the Rectified Current of Multi-Pulse Slave Converters Having an Arbitrary Power Circuit and Control Mode	66
Govgalenko V. P., Avanesov M. A. — Electromagnetic De- sign of Induction Machines Having Several Unsym- metrical Windings	37 Gull A. I. — Selection of the Structure and Parameters for a Positional Electric Drive System	70
	44 DISCUSSION	72
	ХРОНИКА	75

УДК 621.316.11.001.24

Выбор рационального состава типоразмеров электросетевых объектов и оборудования при автоматизированном проектировании. Арион В. Д., Романчук В. И., Гаврилашенко Ю. А. — «Электричество», 1985, № 9.

Описан метод получения множества решений задачи выбора параметров электросетевых объектов и оборудования, основанный на применении математического аппарата динамического программирования. Изложена общая методика выполнения оптимизационных расчетов, приведены алгоритмы выбора рационального состава сечений линий и мощностей трансформаторов, используемых в проектируемой сети. Библ. 4.

УДК 621.316.313.017.001.24

Расчет потерь электроэнергии в распределительных сетях. Керимов А. М., Гурфинкель Е. Б., Степанов А. С. — «Электричество», 1985, № 9.

Сформулированы факторы, определяющие величину потерь электроэнергии (ПЭ). Рассмотрено влияние неравномерности загрузки сети и неоднородности формы графиков нагрузок на ПЭ. Показано, что основной информацией при разработке методов расчета ПЭ в распределительных сетях должны служить данные о режимах головных участков сети, а имеющаяся информация о режиме нагрузок может использоваться для уточнения значения ПЭ. Библ. 10.

УДК 621.311.15.018.001.24

Фазовое уравнение и его использование для расчета потокораспределений в электрических системах. — Самородов Г. И. — «Электричество», 1985, № 9.

Введено понятие фазового уравнения, определяющего баланс фаз напряжения на зажимах ветвей произвольного контура электрической цепи переменного тока. Получены узловые и контурные матричные уравнения для приближенного расчета распределения активных мощностей в ветвях сложной схемы при изменениях режима электрической системы и дано их решение. Показано преимущество решения, найденного с использованием фазового уравнения. Библ. 3.

УДК 621.316.925:375.13

Анализ входных преобразователей сигналов для устройств релейной защиты на интегральных микросхемах. Булычев А. В., Ванин В. К. — «Электричество», 1985, № 9.

Рассмотрены характеристики входных преобразователей сигналов для устройств релейной защиты и автоматики энергосистем. Показаны преимущества схемы с использованием комбинированной положительной и отрицательной обратной связи, обеспечивающей наиболее широкий рабочий частотный диапазон. Библ. 5.

УДК 538.311.001.24

Определение электромагнитных сил в нелинейной магнитной системе по их объемной плотности. Иванов С. Смоленский А. В. — «Электричество», 1985, № 9.

Выведены формулы для объемной плотности электромагнитных сил (ЭМС) в магнитном поле исходя из формулы Максвелла для напряжений. Полученная формула для объемной плотности ЭМС совпадает с формулой (М.1) для этой величины, приведенной в одной из ранних работ Максвелла и разъясненной в примечаниях Больцмана к этой работе. Показано, что другая формула (М.2) для объемной плотности ЭМС, предложенная в более поздней работе Максвелла, применима только для определения ЭМС, которые действуют на магнетики с постоянной магнитной проницаемостью, помещенные в немагнитную среду ($\mu_r = 1$).

Путем предельного перехода, исходя из формулы Максвелла (М.1), получена формула для поверхностной плотности ЭМС на границе между средами с различными магнитными проницаемостями. Отмечено, что формула (М.1) для объемной плотности ЭМС может быть распространена на идеализированные постоянные магниты. Даны примеры расчета ЭМС по объемным плотностям ЭМС. Библ. 10.

УДК 621.313.334.001.24

Автономный асинхронизированный генератор с возбуждением от источника с высшими гармоническими э. д. с. Шакария Ю. Г., Читетян В. И., Арутюнян М. В. — «Электричество», 1985, № 9.

Рассматривается автономный асинхронизированный генератор (ААСГ), возбуждаемый помимо обычного источника э. д. с. частоты скольжения одновременно и источниками э. д. с. произвольных частот. Рассмотрен метод, позволяющий в идеализированной по Парку — Горову постановке аналитически исследовать влияние искаженного входного напряжения на формы кривых выходных напряжения и тока. Введены понятия коэффициентов усиления по напряжению и току. Даны выражения коэффициентов усиления в функции скольжения (s), параметров машины и режимов нагрузки ААСГ. Рассмотрено и объяснено влияние каждого из этих факторов на коэффициенты усиления. Выяснены зоны s , где изменение параметров не сказывается на усилении. Библ. 3.

УДК 621.313.333.016.35

Исследование устойчивости асинхронного двигателя. Эпштейн И. И. «Электричество», 1985, № 9.

Исследована частотная характеристика момента асинхронного двигателя при малом изменении скольжения в окрестностях установившегося режима. С помощью полученных результатов определены граничные значения инерционной постоянной привода в функции параметров двигателя, частоты питающего напряжения и скольжения по условиям самораскачивания двигателя. Библ. 6.

УДК 621.313.33.001.24

Электромагнитный расчет асинхронных машин с несколькими несимметричными обмотками. Говгаленко В. П., Аванесов М. А. — «Электричество», 1985, № 9.

Рассмотрены вопросы теории асинхронных многофазных машин с симметричным ротором. Анализируется общий случай неравнозубчатости магнитопровода статора, на котором может располагаться несколько несимметричных или имеющих широкий спектр гармонических поля обмоток с возможностью их подключения к различным питающим сетям. Влияние зубчатости магнитопроводов учитывается отдельно для каждой гармонической статора и ротора. Библ. 11.

УДК 621.313.048.001.24

Интегральный критерий теплового состояния изоляции электрических машин. Поляков В. И. — «Электричество», 1985, № 9.

Анализируются существующие критерии оценки теплового состояния изоляции обмоток. Указываются их недостатки. Предлагается критерий теплового состояния изоляции в виде интеграла функции, зависящей от температуры, где интегрирование ведется по площади изоляции. Показано, что функция интенсивности отказов изоляции пропорциональна величине предлагаемого критерия. Приведены примеры применения интегрального критерия в оценке теплового состояния изоляции статорных обмоток генераторов. Библ. 11.

УДК 621.313.322:314.2:316.925.2:3.064

Некоторые режимы коротких замыканий блока генератор-трансформатор 1200 МВт для испытаний устройств релейной защиты. Шейнман А. Г., Шейко П. А., Пушкина Г. А. — «Электричество», 1985, № 9.

Проведены расчеты режимов установившихся симметричных и несимметричных коротких замыканий блока генератор — трансформатор 1200 МВт для испытаний устройств релейной защиты, которые были экспериментально проверены при испытаниях на электростанции. Библ. 5.

УДК 621.332.001.24

Расчетные схемы тяговых сетей переменного тока 25 кВ. Каравев Р. И., Власов С. П., Фролов А. В. — «Электричество», 1985, № 9.

Достоверные данные о режиме напряжения в тяговой сети 25 кВ можно получить, рассматривая электрическую цепь, учитывающую условия питания от электрической системы и влияние нагрузок участков тяговой сети. Для этого в расчетной схеме участка тяговой сети необходимо предусматривать элементы внешних характеристик тяговых подстанций дополнительного опережения или отставания по фазе. Библ. 6.

УДК 621.3.06.001.24

О диакоптике нелинейных электрических цепей. Чабан В. И. — «Электричество», 1985, № 9.

Предложен способ декомпозиции электрической цепи при реализации метода диакоптики во временной области. Анализ отдельных частей производится численными методами в различных координатных базисах — методами контурных токов и межузловых напряжений. Такой прием дает возможность производить стыковку решений отдельных частей без применения итерационных циклов. Библ. 5.

УДК 621.313.291

Униполярный индукторный преобразователь с герметичным жидкометаллическим контактом. Хожанов А. И., Поляков С. С. — «Электричество», 1985, № 9.

Рассматривается принцип действия и устройства предложенного авторами одноакторного преобразователя, который совмещает в себе униполярный двигатель и одноименнополюсный индукторный генератор. Приводятся данные расчетов на ЦВМ, характеризующие технико-экономические показатели преобразователя, а также результаты экспериментальных исследований лабораторного образца, подтверждающие его работоспособность. Библ. 6.

УДК 621.314.632.001.24

Расчет гармонических составляющих выпрямленного тока многопульсных вентильных преобразователей с произвольными силовыми схемой и законом управления. Магазинник Г. Г., Мельников В. А. — «Электричество», 1985, № 9.

Изложен метод анализа цепи выпрямленного тока преобразователя, разработанный на основе закона баланса активной мощности и общих выражений для гармонического состава сетевого тока I с произвольной схемой и произвольным законом управления. Приведены примеры использования метода и результаты расчета цепей выпрямленного и уравнивающего тока различных многопульсных П. Библ. 11.

УДК 62-83-52

Выбор структуры и параметров позиционной системы электропривода. Гуль А. И. — «Электричество», 1985, № 9.

По критерию наибольшей добротности при заданном показателе колебательности определены методами нелинейного программирования оптимальные значения параметров трехкратноинтегрирующей позиционной системы без подчиненного контура скорости.

Приведены инженерная методика расчета параметров и гарантирующая абсолютную устойчивость структура токоограничения. Библ. 4.