



ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1985

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

8

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.31:621.59.001.1

## Проблемы использования сверхпроводимости в электроэнергетике

ГЛЕБОВ И. А., акад. АН СССР, ДЕМИРЧЯН К. А., акад. АН СССР, ВЕРШИНИН Ю. Н., доктор техн. наук,  
БАШКИРОВ Ю. А., канд. техн. наук

Москва

Научно-технический прогресс за два-три последних десятилетия определил качественный скачок в общем поступательном развитии энергетики. Примером может служить создание и широкое внедрение АЭС, появление новых сверхвысоких классов напряжений 750—1150 кВ, освоение крупных единичных мощностей электрооборудования, широкое внедрение ЭВМ для управления режимами ОЭС и т. п.

Однако общепризнано, что традиционные способы производства и распределения электроэнергии уже в начале следующего века не смогут в полной мере удовлетворить растущие потребности народного хозяйства. При современном построении электроэнергетики выявились некоторые принципиальные трудности, которые будут нарастать по мере дальнейшего роста энергопотребления.

Так, например, из-за 4—6-кратного преобразования напряжений на тракте от генератора к потребителю имеют место значительные активные потери в сетях.

Планируемое создание энергетических комплексов мощностью 30—60 ГВт обострит проблему токов коротких замыканий, поскольку одновременно предполагается рост рабочих напряжений и снижение реактивных сопротивлений электрооборудования в связи с его укрупнением. По различным оценкам к 2000 г. в сетях напряжением свыше 220 кВ токи короткого замыкания достигнут значений 80—100 кА. Для повышения живучести, экономичности и надежности работы энергосистемы настоятельно необходимо включение в их состав новой структурной единицы — накопителя электрической энергии. Еще более существенного пересмотра структуры электроэнергетики требует ожидаемый по долгосрочным прогнозам на следующее столетие рост установленной мощности электростанций страны примерно на порядок [1].

Таким образом, как в ближайшей, так и в более отдаленной перспективе объективно необходимы качественные изменения в технике производства и распределения электроэнергии. Сознывая это, все промышленно развитые страны интенсивно проводят научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы в этом направлении.

Серьезного внимания заслуживает проблема использования в общем процессе технического перевооружения электроэнергетики достижений техники низких температур путем комплексного использования явления сверхпроводимости.

Энергетической программой СССР предусмотрено, что на втором этапе ее развития (1990—2000 гг.) «должен быть создан научно-технический потенциал для производства электрооборудования на основе эффекта сверхпроводимости...».

Проблема создания новых видов электротехнического оборудования с использованием явления сверхпроводимости в течение двух последних пятилеток входит в число важнейших программ по решению научно-технических проблем. В ходе выполнения программы в ряде научно-исследовательских организаций страны достигнуты значительные результаты в создании опытных образцов отдельных видов электроэнергетического оборудования с использованием низких температур и явления сверхпроводимости [2]. Созданы опытные образцы турбогенераторов со сверхпроводящей обмоткой возбуждения [3, 4, 22], криореистивного кабеля на 110 кВ, 0,8 ГВт, сверхпроводящих кабелей постоянного и переменного токов жесткого (10 кВ, 10 кА — [5]) и гибкого (110 кВ, 5 кА — [6]) исполнения, двигателей постоянного тока со сверхпроводящей обмоткой возбуждения [7], униполярных генераторов [8—10], индукционных выключателей и токоограничивающих устройств со сверхпроводя-

щими экранами [11, 12], преобразовательных устройств на основе сверхпроводниковых коммутаторов — криотронов [13—16], сверхпроводниковых индуктивных накопителей энергии [17].

Эти успехи явились результатом разработки широкой номенклатуры сверхпроводящих материалов с высокими критическими и эксплуатационными параметрами [18], а также достигнутого понимания основных электромагнитных и теплофизических процессов, связанных с протеканием электрического тока в сверхпроводниках, проникновением в них магнитного поля, а также теплообменом с криогентом.

Несмотря на эти достижения, следует отметить отсутствие общей концепции использования низких температур и явления сверхпроводимости в электроэнергетике (будем в дальнейшем называть эту проблему криоэнергетикой). Фактически задачи сводились лишь к определенной модификации существующего оборудования за счет применения вместо обычных электротехнических металлов (меди и алюминия) сложных композитов, состоящих из сверхпроводящих материалов (в виде тонких жил или покрытий) и нормальных металлов. При этом технический эффект достигался за счет повышения удельных мощностей, а экономический — за счет снижения суммарных потерь энергии (с учетом энергозатрат на поддержание криогенных температур). В силу ряда причин экономический эффект от использования сверхпроводящих материалов в таком оборудовании, как турбогенераторы, униполярные машины, двигатели, индуктивные накопители, наконец, в кабельных линиях электропередачи возрастает с увеличением их мощности. Поэтому конкурентоспособными оказываются сверхпроводниковые устройства достаточно крупных масштабов и единичных мощностей. С одной стороны, это затрудняет их сегодняшнюю техническую реализацию, а с другой — экономически оправданные масштабы опережают потребности энергетики сегодняшнего уровня. Наиболее отчетливо эта ситуация проявляется применительно к сверхпроводниковым кабельным линиям электропередачи (СПК ЛЭП) и сверхпроводниковым индуктивным накопителям энергии (СПИН), где экономически оправданные масштабы оцениваются соответственно в 3—5 ГВ·А (пропускная способность СПК ЛЭП) и свыше  $10^{13}$  Дж (энергоемкость СПИН).

В результате к началу 80-х годов не произошло ожидавшегося широкого внедрения сверхпроводникового оборудования в энергетику. Более того, оказалось, что в других отраслях эта техника используется значительно эффективнее, например, в физических исследованиях, при обогащении полезных ископаемых, в медицине и т. п.

При разработке прогнозов развития криоэнергетики помимо уже упомянутых экономических и технических вопросов необходимо учесть, что появление в энергосистеме новых криоэнергетических единиц со своими специфическими характеристиками и законами регулирования может вызвать труднопредсказуемые, а иногда и нежелательные последствия [21]. Поэтому представляется крайне своевременным разработать общую концепцию криоэнергетики, т. е. провести всесторонний научный и технико-экономический анализ проблемы применения сверхпроводникового электрооборудования в энергетике. Актуальность такой постановки задачи именно теперь, в середине 80-х годов, подтверждается не только требованиями развития электроэнергетики, но и достигнутым в последние годы значительным прогрессом в разработке микрокомпозитных сверхпроводящих про-

водов с высокими критическими параметрами и малыми потерями на переменном токе промышленной частоты [19]. С другой стороны, предпосылкой успеха является большой опыт, накопленный организациями СССР как в области разработки конкретных криоэнергетических устройств, сопутствующего криогенного оборудования, так и в области системных и технико-экономических исследований.

При разработке общей концепции криоэнергетики потребуются изучить следующие основные вопросы.

1. Возможность создания криоэнергетических центров по производству электроэнергии, объединяющих криогенные генераторы с быстродействующей СП — коммутационной и токоограничивающей аппаратурой, СП кабели и СПИН. При этом для таких центров необходимо исследовать:

нормальные эксплуатационные, а также аномальные и аварийные режимы работы;

возможность включения в них МГД и униполярных генераторов со СП обмотками возбуждения;

возможность применения СП кабелей постоянного тока и мощных преобразователей для вывода энергии от МГД и униполярных генераторов, а также несинхронной связи криотурбогенераторов с энергосистемой;

возможность совершенствования технологических процессов производства электроэнергии с использованием сильных магнитных полей СП магнитов, в том числе и на будущих термоядерных электростанциях.

2. Оптимизация эксплуатационных режимов работы узлов энергосистем, содержащих криоэнергетическое оборудование, в том числе:

проблемы устойчивости и законов регулирования автоматизированных систем управления криоэнергетическими комплексами с учетом допустимых отклонений режимов работы внутри комплекса (в том числе с учетом инерционности электро — термо-механических процессов, протекающих в его элементах);

принципы формирования структуры криоэнергетического комплекса (с учетом систем криогенного обеспечения, эксплуатационных и аномальных режимов работы), дающего экономии материалов и энергозатрат на эксплуатацию.

3. Повышение надежности электроснабжения путем включения в структуру ЕЭС сверхпроводниковых индуктивных накопителей энергии (СПИН) малой и средней энергоемкости и быстродействующей автоматической и управляемой коммутационной и токоограничивающей аппаратуры, способных работать в ритме переходных процессов. Такая аппаратура для сетей переменного тока может быть создана на принципе магнитного экранирования в сверхпроводящем состоянии, что экспериментально подтверждено на макетах. При этом следует оценить:

возможность создания экономически оправданных СПИН с запаасаемой энергией до  $10^{10}$  Дж и мощностью до сотен МВт, снабженных быстродействующей системой управления потоком энергии;

экономическую целесообразность применения СПИН малой энергоемкости (до  $10^8$  Дж) для повышения режимной надежности межсистемных связей и крупных узлов нагрузки, содержащих синхронные двигатели, а также потребителей с непрерывным технологическим циклом;

возможность использования токоограничивающего эффекта, реализуемого в индукционных выключателях для улучшения технических и массо-габаритных характеристик защищаемого оборудования;

экономии от совмещения в СП токоограничивающем индукционном выключателе функций трансформатора и выключателя в генераторных и высоковольтных цепях;

эффект от совместной работы индукционного токоограничивающего выключателя с синхронной машиной и, в частности, с криотурбогенератором, где сверхпроводящей может быть не только обмотка возбуждения, но и статорная обмотка.

4. Обеспечение требуемой маневренности электроснабжения путем сочетания низкоманевренных генерирующих мощностей, развитие которых предусмотрено Энергетической программой (АЭС, крупных КЭС, будущих возобновляемых источников энергии и термоядерных электростанций), с высокоманевренными СПИН с запасенной энергией порядка  $10^{13}$  Дж, выполняющими функции суточного регулирования графика нагрузки энергосистемы.

Такое решение может обеспечить существенную экономию материальных и энергетических ресурсов за счет сокращения непроизводительных затрат, связанных с маневрированием генерируемых мощностей и встречным транспортом первичных энергоносителей и электроэнергии, при этом следует:

оценить технические возможности и экономическую целесообразность создания СПИН, пригодных для суточного регулирования;

рассмотреть наиболее эффективные схемы связи СПИН с энергосистемой;

определить относительную техническую и экономическую эффективность различных точек подключения СПИН к энергосистеме;

провести сравнительный анализ эффективности СПИН по сравнению с другими перспективными устройствами для накопления энергии, учитывая возможность комплексного воздействия накопителей на режимы работы энергосистемы;

исследовать возможность применения СПИН для обеспечения надежности электроснабжения особо ответственных нагрузок с большим энергопотреблением как постоянного, так и переменного тока с непрерывным технологическим циклом, а также с резкопеременным графиком нагрузки; рассмотреть целесообразность создания автономных криоэнергетических систем питания таких объектов.

5. Повышение качества электроэнергии и повышение устойчивости энергосистем за счет создания криоэнергетических узлов межсистемных связей с вариантами включения СП передач постоянного тока, СПИН, и традиционных систем компенсаторов реактивной мощности, при этом оценить:

эффект от возможного снижения класса напряжений и увеличения уровня токов СП линий передач постоянного тока;

повышение устойчивости ЕЭС за счет исключения взаимного влияния аномальных режимов работы подсистем при несинхронной связи между ними СП линиями постоянного тока при наличии СПИН (или без них);

экологический эффект за счет частичной замены СП кабельными линиями воздушных ЛЭП сверхвысокого напряжения;

целесообразность применения СП ЛЭП переменного тока совместно с СП коммутирующей и токоограничивающей аппаратурой для повышения устойчивости ЕЭС.

6. Применение сверхпроводниковых кабельных линий переменного тока в сочетании с соответствующей

коммутационной аппаратурой для вывода электроэнергии с шин крупных электростанций мощностью в десятки ГВт (Канско-Ачинский комплекс, Туруханская ГЭС) и ввода электроэнергии в крупные города и промышленные предприятия электротехнологического профиля с мощностью в несколько гигаватт.

7. Направления совершенствования существенного и разработка макетов и опытных образцов нового СП электрооборудования, в том числе:

разработка технических требований на новые СП материалы с учетом общей концепции криоэнергетики (СП материалы со специфическим сочетанием параметров для коммутационных устройств и криотронных преобразователей, СП материалы с малыми потерями на промышленной частоте, электроизоляционные и полупроводниковые материалы, предназначенные для эксплуатации при криогенных температурах в условиях воздействия сильных электрических и магнитных полей и больших механических нагрузок и т. п.); исследование электрофизических и теплофизических процессов в криоэнергетических СП устройствах и разработка рекомендаций по созданию новых устройств и комплексов;

техничко-экономическое обоснование выбора класса напряжений криоэнергетических устройств.

8. Физическое моделирование криоэнергетических комплексов.

Разработка перечисленных вопросов должна проводиться одновременно с технико-экономическим анализом ожидаемых масштабов и объемов применения сверхпроводимости в энергетике на основе укрупненных оценок необходимых материальных затрат в натуральном и стоимостном выражении, связанных с заменой традиционного оборудования сверхпроводниковым, а также сопоставления указанных оценок с природными ресурсами и перспективами возможностей народного хозяйства СССР по производству необходимых компонентов сверхпроводниковых энергетических устройств.

Все эти задачи охватывают широкий круг вопросов общей электроэнергетики, теории электрических систем, преобразовательной техники, техники высоких напряжений и других дисциплин и могут быть успешно решены только согласованными усилиями многих коллективов. Значительный вклад в решение задачи может внести научно-техническое сотрудничество организаций стран-членов СЭВ по криоэнергетике [20]. Создание общей концепции криоэнергетики для стран-членов СЭВ явилось бы важным результатом этого сотрудничества на пути к практическому использованию сверхпроводимости для технического перевооружения электроэнергетики стран социалистического содружества.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Легасов В. А., Кузьмин И. Н. Проблемы энергетики. — Природа, 1981, № 2.
2. Глебов И. А. Использование явления сверхпроводимости в электротехнических устройствах. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
3. Глебов И. А., Чубраева Л. И. Достижения и тенденции развития техники в области создания синхронных генераторов нетрадиционного исполнения. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости Ленинград, 1984.
4. Курилович Л. В., Хуторецкий Г. М., Филиппов И. Ф. и др. Проблемы создания криотурбогенератора мощностью 300 МВт. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.

5. Жимерин Д. Г., Вершинин Ю. Н., Башкиров Ю. А. и др. Расчетно-теоретические и экспериментальные исследования параметров опытного участка сверхпроводящего кабеля СПК-100. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
6. Ронер П., Цимек Г., Мещанов Г. И. и др. Разработка гибких сверхпроводящих кабелей для линий электропередач большой мощности. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
7. Гриценко Н. Г., Данько В. Г., Кильдишев В. С. и др. Основные направления разработки и исследований криодвигателя мощностью 10 МВт. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
8. Аренштам А. И., Глазков Ю. П., Кутателадзе С. С. и др. Сверхпроводящая магнитная система для униполярной машины. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
9. Новицкий В. Г., Генидзе К. Е. Оптимизационный расчет обмоток возбуждения сверхпроводниковых униполярных машин. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
10. Алиевский Б. Л., Бертинов А. И., Октябрьский А. М. и др. Экспериментальная сверхпроводниковая униполярная машина с высокоскоростным жидкометаллическим контактом. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
11. Вершинин Ю. Н., Якимец И. В. Токоограничивающие выключатели трансформаторного типа с управляемыми СП экранами. — Электричество, 1985, № 3.
12. Меерович В. М. Расчет параметров сверхпроводящих экранов токоограничивающих устройств. — Известия СО АН СССР, № 8, 1982.
13. Дронов А. С., Игнатов В. Е., Лутидзе Ш. Л. Криотронные преобразователи. — В кн.: Техническая сверхпроводимость

- в электроэнергетике и электротехнике. Секретариат СЭВ, 1982.
14. Глухих В. А. и др. Сверхпроводящая сильноточная коммутационная аппаратура. — В кн.: Сверхпроводимость. — М.: Атомиздат, т. 2, 1977.
15. Высоцкий В. С., Конюхов А. А. Тепловые свойства и критические токи сверхпроводящих ключей-перемычек. В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.
16. Куроедов Ю. Д. Мощные СП размыкатели (обзор). — М.: ГКАЭ, 1982.
17. Zenkevich V. B., Andrianov V. V., Kiryienin I. A., Tovma V. A. IVTAN-model superconducting energy storage coils. — Proc. of 6-th Int. Conf. on Magnet Technology. Bratislava, ALFA, 1977.
18. Пешков И. Б., Свалов Г. Г., Сытников В. Е. и др. Сверхпроводящие обмоточные провода для криогенных электротехнических устройств. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
19. Гласник И. М. Перспективы применения сверхпроводников в обмотках, работающих на переменном токе. — Труды II Всесоюзной конференции по техническому использованию сверхпроводимости, Ленинград, 1984.
20. Вершинин Ю. Н., Фялков В. М. Научно-техническое сотрудничество стран — членов СЭВ в области сверхпроводимости. — В кн.: Техническая сверхпроводимость в электроэнергетике и электротехнике. Секретариат СЭВ, 1982.
21. Вершинин Ю. Н., Веников В. А., Шнелль А. Р. и др. Создание устройств, управляющих режимами работы электроэнергетических систем на основе явления перехода вещества из одного состояния в другое. — Электричество, № 12, 1978.
22. Glebov I. A., Chubraeva L. I., Edmonds J. S., Mc. Cown W. R., Ruelle G., Sabrie J. L. Superconducting generators: Current situation and prospects. CIGRE International Conference on Large High — Voltage Machines, Paper 11—14 (September 1982).

[11.04.85]

УДК 621.311.001.1

## Вопросы развития электрических сетей<sup>1</sup>

**КРИКУНЧИК А. Б.**, канд. техн. наук

*Линии электропередачи сверхвысокого напряжения и системы напряжений энергосистем.* Первыми линиями СВН в эксплуатации были ВЛ 287 кВ (наибольшее рабочее напряжение 300 кВ), отходящие от ГЭС Боулдер Дем (Гувер Дем) — США, вступившие в строй в 1934 г. В настоящее время сети этого уровня напряжения под номиналом 275 кВ и наибольшим рабочим напряжением 300 кВ работают в 8 странах и имеют суммарную протяженность по оценке на 01.01.80). Напряжение 275 кВ вводилось, как правило, в энергосистемах с напряжениями сетей 110—150 кВ — там, где не было сетей с напряжением 220 кВ. В этих энергосистемах после сооружения в них линий более высокого напряжения — 330, 380 или 500 кВ — развитие сетей ВЛ 275 кВ прекращалось, а в некоторых случаях их протяженность сокращалась за счет перевода части линий 275 кВ на более высокое напряжение.

Первые ВЛ с номинальным напряжением 345 кВ, наибольшим рабочим напряжением 362 кВ вступили в строй в США в 1953 г. В настоящее время сети этого уровня напряжения с номиналом 330 или 345 кВ и наибольшим рабочим напряжением 363 или 362 кВ имеются в 13 странах (суммарная протяженность

107 000 км). Напряжение 330 (345) кВ вводилось в энергосистемах с напряжениями сетей 110—150 кВ — там, где не было сетей с напряжением 220 кВ, взамен сетей 220 кВ. В некоторых энергосистемах при начальном развитии сетей 330 кВ и последующем сооружении ВЛ 500 кВ рост сетей 330 кВ ограничивается или прекращается. Линии напряжением 330 кВ начинают сооружаться в Эквадоре.

Первые ВЛ с номинальным напряжением 380 (400) кВ и наибольшим рабочим напряжением 420 кВ вступили в строй в Швеции в 1952 г. В настоящее время сети этого уровня напряжения имеются в 33 странах (суммарная протяженность 91 000 км). Напряжение 380 (400) кВ в трех странах сочеталось с напряжением 275 кВ, в 25 странах с напряжением 220 кВ и в пяти странах с напряжением 110—150 кВ. С появлением и развитием сетей 380 (400) кВ в энергосистемах с основным напряжением сетей 275 и 220 кВ все чаще применяется прямая трансформация с 380 (400) кВ на 110, 130, 132 и 150 кВ. При этом новые протяженные линии 275 и 220 кВ не сооружаются; в ряде случаев их суммарная протяженность сокращается за счет замены части таких линий линиями 380 (400) кВ. Особенно четко этот процесс отмечается в энергосистемах Великобритании, Швеции, Италии, Португалии, ФРГ, Финляндии, Болгарии, Венгрии, ГДР, Польши, Румынии, Чехословакии, Югославии. Особо следует отметить сети ВЛ 440 кВ с наибольшим рабочим

<sup>1</sup> Статья написана на основе материалов СИГРЭ последних лет и других зарубежных материалов.

напряжением 460 кВ в Бразилии протяженностью 6200 км, не учтенные в вышеуказанной суммарной протяженности ВЛ 380 (400) кВ. В суммарной протяженности не учтены также сооружаемые первые ВЛ 380 (400) кВ в Сирии и Ирландии.

Первые ВЛ с номинальным напряжением 500 кВ и наибольшим рабочим напряжением 525 кВ вступили в строй в СССР в 1959 г. В настоящее время сети этого уровня напряжения имеются в десяти странах (суммарная протяженность 76 000 км). Напряжение 500 кВ в большинстве случаев сочетается с напряжением 220 кВ, хотя встречаются сочетания линий 500 кВ с ВЛ 345, 275, 161, 138, 110 и 69 кВ. Не учтены в выше указанной суммарной протяженности ВЛ 500 кВ первые линии этого напряжения в Китае, Парагвае, Индонезии и Чили.

Та или иная система напряжений энергосистемы должна выбираться путем технико-экономических сравнений вариантов для ближней и дальней перспективы при заданных для каждого периода расположения и мощности источников питания сетей, а также расположения и величин нагрузок потребителей электроэнергии. Некоторым критерием может служить и практика развития энергосистем за длительных промежутков времени.

Так, практика развития энергосистем опровергает довольно широко распространенное мнение о том, что в диапазоне напряжений 500—110 кВ оптимальным, наиболее выгодным и приспособленным к дальнейшему развитию нагрузок является соотношение чередующихся напряжений сети 2 : 1 (в частности, такой является система напряжений 220—110 кВ). Это подтверждается широким распространением за последние два десятилетия сетей 330 (345) кВ вместо сетей 220 кВ, надстраиваемых над существующими сетями 110 (138) кВ, с коэффициентами трансформации 330/110 кВ (345/138 кВ) вместо 220/110 кВ. Во многих странах, имеющих систему напряжений 400—220—110 кВ (а также 400—275—132 кВ), дальнейшее развитие сетей происходит на напряжениях 400 и 110 кВ (а также 400 и 132 кВ); сети же 220 кВ (а также 275 кВ) не развиваются, а в ряде случаев сокращаются и заменяются линиями 400 кВ. Довольно часто напряжение сетей 500 кВ в США сочетается с напряжением 161 кВ, а в СССР с напряжением 110 кВ.

Первые ВЛ с номинальным напряжением 735 кВ и наибольшим рабочим напряжением 770 кВ вступили в строй в Канаде в 1965 г. В СССР первая ВЛ с номинальным напряжением 750 кВ и наибольшим рабочим напряжением 787 кВ вступила в строй в 1967 г. В США первая ВЛ с номинальным напряжением 765 кВ и наибольшим рабочим напряжением 800 кВ вступила в строй в 1969 г. В настоящее время сети этого уровня напряжения имеются в четырех странах (суммарная протяженность 12 000 км). Напряжение 750 кВ в большинстве случаев сочетается с напряжением 330 (345) кВ, хотя встречаются сочетания напряжения 750 кВ с напряжениями 500, 400, 220 и 138 кВ. В указанной выше суммарной протяженности не учтены сооружаемые ВЛ 750 кВ в Бразилии, Венесуэле, Швеции и Польше.

С начала семидесятых годов в СССР, США, Канаде, Италии, Японии и Франции проводились обширные исследовательские и опытные работы на участках ВЛ и прототипах оборудования УВН. Работы по созданию и исследованию прототипов оборудования УВН проводились также в странах, не видящих перспективы сооружения ВЛ УВН в своей стране, но заинтересованных в экспорте оборудования УВН — в Швеции, Швейцарии, ФРГ и Великобритании. Несмотря на различного рода

предположения первая ВЛ УВН сооружается только в СССР — ВЛ с номинальным напряжением 1150 кВ и наибольшим рабочим напряжением 1200 кВ.

*Линии электропередачи постоянного тока.* Первая опытная ППТ Кашира — Москва вступила в строй в СССР в 1950 г. Ее параметры: 30 МВт, в униполярном режиме 200 или  $\pm 100$  кВ, 112 км. Промышленная ППТ в Швеции вступила в строй в 1954 г.; ее параметры: 20 МВт, 100 кВ (униполярная), 96 км. Основное преимущество ППТ перед электропередачами переменного тока видели в том, что кабелями постоянного тока экономичнее и проще пересекать водные пространства. С 1961 по 1979 г. вступили в строй ППТ с пересечениями водных пространств: между Великобританией и Францией через пролив Ламанш, между Швецией и Данией, в Новой Зеландии между островами Северный и Южный, в Италии с материка на о. Сардинию, в Канаде с материка на о. Ванкувер (две передачи), между Норвегией и Данией, в Японии между островами Хонсю и Хоккайдо. Наибольшая мощность передач 600 МВт, наивысшее напряжение  $\pm 260$  кВ. Кроме того, находятся в строительстве ППТ: в Швеции с материка на о. Готланд (2-я передача): 130 МВт, 150 кВ (униполярная); между Великобританией и Францией (2-я передача через Ламанш): 2000 МВт, две цепи  $\pm 270$  кВ; в Канаде передача от ГЭС Черчилл Фолс — Галл — Айленд до о. Ньюфаундленд: 1600 МВт, две цепи  $\pm 400$  кВ.

При осуществлении кабельных выводов в крупнейшие города также сказываются преимущества ППТ. Такая передача осуществлена в Великобритании — кабельный ввод в Лондон с параметрами 640 МВт,  $\pm 266$  кВ. Предполагается осуществить кабельные вводы ППТ в США — в Нью-Йорк и Чикаго.

Вставки постоянного тока для связи энергосистем нашли применение в качестве мощных статических преобразователей частоты, например в Японии, где имеются энергосистемы с разными частотами (50 и 60 Гц) — две установки мощностью по 300 МВт (при расширении до 600 МВт), и для связи энергосистемы Бразилии (60 Гц) с энергосистемой Парагвая (50 Гц) — две установки, если учитывать и установку, предусмотренную на ГЭС Итайпу. Вставки постоянного тока нашли применение и при одинаковой частоте в связываемых энергосистемах для обеспечения независимого регулирования частоты в каждой из них. Одна такая установка есть в Канаде, одна в США (сооружается еще одна), одна в СССР для конечной мощности 1070 МВт между энергосистемами СССР и Финляндии, одна сооружается в Австрии для мощности 550 МВт между энергосистемами Австрии и Чехословакии.

Передачи постоянного тока нашли применение как линии межсистемной связи большой протяженности, так как не требуют специальных мер по обеспечению устойчивости параллельной работы. К таким ППТ можно отнести линию Волгоград — Донбасс в СССР с параметрами 720 МВт,  $\pm 400$  кВ, 473 км и Орегон — Калифорния в США с параметрами 1440 МВт,  $\pm 400$  кВ, 1362 км. Последняя ППТ в настоящее время подвергается реконструкции для доведения ее параметров до 2000 МВт,  $\pm 500$  кВ.

К 70-м годам был накоплен положительный опыт сооружения и эксплуатации ППТ; их начали использовать для выдачи мощности от электростанций, в первую очередь ГЭС, на дальние расстояния, что способствовало устойчивости параллельной работы и обеспечивало экономичные решения.



В Канаде для выдачи мощности группы ГЭС на Нельсон в район Виннипега используются три цепи ПТ: 1-я с параметрами 1620 МВт,  $\pm 450$  кВ, 895 км; 2-я с параметрами (после реконструкции с вводом в 1985 г.) 1800 МВт,  $\pm 500$  кВ, 930 км; 3-я с параметрами (с вводом в 1990 г.) 2000 МВт,  $\pm 500$  кВ, 930 км. В Момбики для выдачи мощности от ГЭС Кабора Басса в ДАР сооружена ППТ с параметрами 1920 МВт,  $\pm 532$  кВ, 114 км — это наивысшее напряжение для находящихся эксплуатации ППТ. В Заире ГЭС Инга передает мощность в районе Шаба по ППТ с параметрами 1120 МВт,  $\pm 500$  кВ, 1630 км. В Бразилии сооружаются две цепи ПТ от ГЭС Итайпу в район Сан-Паулу с параметрами 300 МВт,  $\pm 600$  кВ, 783 км, 806 км. В США эксплуатируются две ППТ, передающие мощность от ТЭС, сооруженных вблизи места добычи угля: Сентер — Дулют с параметрами 500 МВт,  $\pm 250$  кВ, 734 км и Коул-иккинсон с параметрами 1000 МВт,  $\pm 400$  кВ, 710 км. В этой же стране сооружается третий объект для выдачи мощности от ТЭС — ППТ Дельта — Викторвилль с параметрами 3200 МВт, две цепи  $\pm 500$  кВ, 880 км. В СССР сооружается ППТ для выдачи мощности от кибабустских ГРЭС в район Тамбова с параметрами 300 МВт,  $\pm 750$  кВ, 2419 км. Это будет наивысшее напряжение из применяемых в настоящее время для ППТ. Линии, вступившие в строй до 1975 г., были сооружены в основном на базе ртутных вентилях, после 1975 г. — на базе тиристорных вентилях.

*Номинальные напряжения и наибольшие рабочие напряжения.* Нормами и стандартами в отдельных странах устанавливаются шкалы номинальных напряжений электрических сетей и приемников электрической энергии и соответствующие каждому номинальному напряжению значения наибольших рабочих напряжений, которые могут длительно поддерживаться по условиям прочности изоляции. Значения превышений уровня наибольшего рабочего напряжения над номинальным различны не только в разных странах, но и по отношению к разным напряжениям в пределах одной страны. Так, в СССР наибольшие рабочие напряжения превышают номинальные на 15 % для напряжений до 220 кВ включительно; для напряжений 330 кВ — 10 %; для напряжений 500 кВ, 500 кВ и 750 кВ — 5 %; 1150 кВ — 4,35 %. В США для напряжений, включая напряжение 45 кВ, — 5 %; 500 кВ — 10 %; 765 кВ — 5 %. Во Франции для напряжений, включая 225 кВ, — 10 %; 40 кВ — 5 %. В Великобритании для напряжений, включая напряжение 275 кВ, — 10 %; 40 кВ — 5 %. В ФРГ и ГДР для напряжений, включая напряжение 20 кВ, — 15 %; 380 кВ — 10,5 %.

Учитывая такие различия в превышении значений наибольших рабочих напряжений над номинальными, рассматривалось предложение нормировать только шкалы наибольших рабочих напряжений как более определенные, диктуемые прочностью изоляции в длительном режиме, значениями испытательных напряжений, характеристиками разрядников для защиты от перенапряжений. Но согласиться с таким предложением нельзя, так как значение этого напряжения не должно быть длительно превзойдено, и вести режим во всех очках сети длительное время на уровне наибольшего рабочего напряжения невозможно. Поэтому эксплуатационные режимы сети, допустимые отклонения напряжений, электрические и экономические расчеты необходимо относить к какому-то более низкому напряжению,

которое и будет номинальным. При этом значение превышения наибольшего рабочего напряжения над номинальным должно быть технически и экономически обоснованно, и установление этого значения, различного в разных странах для одних и тех же уровней напряжений, не оправдано, если это различие не имеет чисто формального значения.

Для сетей разных стран с номинальными напряжениями 60, 63, 66 и 69 кВ наибольшее рабочее напряжение близко к 72 кВ. Для сетей с номинальными напряжениями 110, 115 и 120 кВ наибольшее рабочее напряжение составляет 121—126 кВ. Для сетей с номинальными напряжениями 130, 132, 138 кВ наибольшее рабочее напряжение близко к 145 кВ. Для сетей с номинальными напряжениями 150, 154, 161 кВ наибольшее рабочее напряжение близко к 172 кВ. Для сетей с номинальными напряжениями 220, 225, 230 кВ наибольшее рабочее напряжение составляет 242—252 кВ. Для сетей с номинальными напряжениями 330 и 345 кВ наибольшее рабочее напряжение 362—363 кВ. Для сетей с номинальными напряжениями 380 и 400 кВ наибольшее рабочее напряжение 420 кВ.

В электрических сетях 380 кВ и выше применение расщепленных проводов при большой протяженности линий приводит к необходимости для компенсации емкости линий устанавливать шунтирующие реакторы. Необходимая мощность реакторов тем больше, чем меньше разность между значениями наибольшего рабочего и номинального напряжений. В США было проведено технико-экономическое сравнение вариантов сетей с номинальным напряжением 500 кВ при наибольшем рабочем напряжении 525 и 550 кВ. Выгоднее оказался вариант (он и был принят) с наибольшим рабочим напряжением 550 кВ, главным образом за счет уменьшения мощности шунтирующих реакторов. Номинальное напряжение 500 кВ при наибольшем напряжении 550 кВ, кроме США, принято еще в 7 странах. Наибольшее рабочее напряжение 525 кВ сохранилось только в СССР и Египте, но переход на напряжение 550 кВ и в этих странах может быть осуществлен без затруднений и затрат, так как уровень испытательных напряжений здесь не ниже, чем в других странах, а трансформаторное оборудование рассчитано на напряжение на 10 % выше номинального.

Установки следующего более высокого класса напряжения в США имеют номинальное напряжение 765 кВ при наибольшем рабочем напряжении 800 кВ. На этот уровень напряжения рассчитаны впервые сооружаемые установки в Бразилии, Венесуэле и Швеции. По аналогии с установками 500 кВ существующие в СССР установки с номинальным напряжением 750 кВ и наибольшим рабочим напряжением 787 кВ могут быть доведены до наибольшего рабочего напряжения 825 кВ. Следует отметить, что и в США после накопления достаточного опыта эксплуатации установок 765 кВ намеревались рассмотреть вопрос о повышении их наибольшего рабочего напряжения до 840 кВ.

В отношении первой ступени УВН, несмотря на рекомендацию Международной электротехнической комиссии (МЭК) — правда, не очень твердую — принять для нее наибольшее рабочее напряжение 1200 кВ, существует полный разнобой. В СССР сооружаются первые ВЛ УВН с номинальным напряжением 1150 кВ и наибольшим рабочим напряжением 1200 кВ, т. е. на 4,35 % выше номинального, а в других странах, в которых на-

мечаются более или менее реальные объекты УВН, приняты следующие параметры: в США — номинальное напряжение 1100 кВ при наибольшем рабочем 1200 кВ; в Японии — номинальное напряжение 1000 кВ при наибольшем рабочем 1100 кВ; в Италии — номинальное напряжение 1000 кВ при наибольшем рабочем 1050 кВ. Следует выработать единое для всех решение с превышением значения наибольшего рабочего напряжения на 10 % выше номинального.

*Число цепей на опорах и сечения проводов.* Если нет ограничений по трассам для ВЛ, предпочтение во всех странах отдается одноцепным линиям, как более простым по конструкции, более удобным в эксплуатации и более надежным. В странах с большой плотностью населения, таких как ФРГ, Япония, Бельгия, Нидерланды, применяются преимущественно двухцепные опоры ВЛ. В этих странах отмечаются случаи применения трех-, четырех- и шестицепных опор. В ФРГ применены опоры на 4 цепи ВЛ 380 кВ; их высота 90—95 м. Там же имеются случаи применения шестицепных опор — для двух ВЛ 380 кВ, двух ВЛ 200 кВ и двух ВЛ 110 кВ. Двухцепные опоры в Японии применяются и для ВЛ 500 кВ. В Венесуэле применены двухцепные опоры для ВЛ 750 кВ ввиду большого количества цепей, идущих по одной трассе. При подходе ВЛ к крупным городам в Швеции и Австралии (ввиду ограниченности трасс) используются двухцепные опоры. В Канаде в провинции Онтарио широко распространено применение двухцепных опор ВЛ 230 кВ. Во Франции из-за большого количества цепей, идущих по одному направлению, переходят на двухцепные опоры ВЛ 400 кВ. В Чехословакии в будущем будет предпочтительно применение двухцепных опор. В США запроектированы двухцепные опоры для ВЛ 345 и 500 кВ, а также запроектированы опоры ВЛ 500 кВ, рассчитанные на последующее их использование для ВЛ 1100 кВ. Во Франции также разработаны проекты опор ВЛ 400 кВ для последующего перевода их на напряжения 750 или 1000 кВ.

Нагрузочная способность ВЛ большой протяженности лимитирована условиями устойчивости параллельной работы, а коротких ВЛ — нагревом проводов. Так, как сооружаемых трех цепях ВЛ 750 кВ от ГЭС Итайпу в Бразилии протяженностью около 900 км для обеспечения передачи по каждой цепи мощности 2100 МВт предусматривается продольная емкостная компенсация. Обращает на себя внимание то обстоятельство, что на ВЛ 110—750 кВ, сооружаемых в последние годы, применяются очень большие сочетания проводов (одиночных и расщепленных), как правило, превышающие сечения, которые определены условиями короны.

Типичными являются сечения проводов: для ВЛ 110 кВ — 240 и 300 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 150 кВ — 445 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 220 кВ — 350, 570, 975, 2×552, 2×593 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 275 кВ — 2×673, 2×862 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 330 кВ — 2×400, 2×500, 2×617, 2×862 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 400 кВ — 2×519, 2×617, 2×862, 3×350, 3×450, 3×500, 3×570, 3×683, 3×772, 4×350, 4×519, 4×591 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 500 кВ — 3×500, 4×500, 4×557, 4×810 мм<sup>2</sup>; для ВЛ 750 кВ — 4×500, 4×557, 4×600, 4×658, 4×725, 5×240, 6×400 мм<sup>2</sup>. Если для указанных ВЛ принять нагрузки, соответствующие их натуральной мощности, то плотность тока в проводах больших сечений будет примерно 0,5 А/мм<sup>2</sup>, а в некоторых случаях даже меньше. Но на коротких линиях, которые в аварийных условиях энергосистемы могут нагружаться до предела по нагреву проводов, плотности тока в проводах при мак-

симальных нагрузках могут достигать значений, в 5—6 раз более высоких, т. е. 2,5—3,0 А/мм<sup>2</sup>. Так, например, в Австралии в районе Сиднея по двухцепной ВЛ 500 кВ с проводами 4×500 мм<sup>2</sup> рассчитываются передавать в аварийных условиях мощность 9 ГВт.

В Японии разработана конструкция двухцепной ВЛ 500 с проводами 6×810 мм<sup>2</sup>, по которой предполагают передавать 10 ГВт. С целью большего использования коротких ВЛ в экстраординарных условиях разрабатываются теплостойкие провода. В Канаде разработаны теплостойкие провода для ВЛ, которые могут работать в длительном режиме при температуре нагрева 150 °С. В США разработаны теплостойкие провода для ВЛ, рассчитанные на работу в длительном режиме при температуре нагрева 207 °С. В Японии с теплостойкими проводами (4×810 мм<sup>2</sup>) сооружена ВЛ 500 кВ для передачи мощности 6 ГВт.

*Распределительные сети.* С ростом нагрузок растут номинальные напряжения сетей, исключается ряд промежуточных напряжений и увеличиваются коэффициенты трансформации питающих их трансформаторов. Исторически сложилось многообразие напряжений распределительных сетей: 2,4 кВ; 3 кВ; 3,3 кВ; 4,16 кВ; 5 кВ; 6 кВ; 6,3 кВ; 6,6 кВ; 6,9 кВ; 10 кВ; 11 кВ; 12 кВ; 13,8 кВ; 15 кВ; 20 кВ; 22 кВ; 25 кВ; 30 кВ; 31,5 кВ; 33 кВ; 34,5 кВ; 35 кВ; 46 кВ.

В последние годы для распределительных сетей принимаются напряжения не ниже 10 кВ. Напряжение 10 кВ и более высокие напряжения приняты для развития распределительных сетей в СССР, ГДР, Западном Берлине ФРГ, Югославии, Австрии и во многих других странах. Напряжение 11 кВ принято в Великобритании и многих других странах, связанных с ней исторически. Напряжение 13,8 кВ принято для новых сетей в США и в ряде других стран. Напряжение 15 кВ наиболее распространено в сетях Франции, Испании и Бельгии, но во Франции решено все развитие новых распределительных сетей вести на напряжении 20 кВ. В ФРГ в распределительных сетях большинства энергокомпаний, за исключением нескольких крупных городов, где применена система напряжений 110/10/0,4 кВ, широко применяется среднее напряжение 20 кВ при системе напряжений 110/20/0,4 кВ, в особенности для вновь сооружаемых установок, причем эта система напряжений применяется примерно в 2 раза в большем масштабе, чем система напряжений 110/10/0,4 кВ. Все существующие распределительные сети с напряжениями, более низкими, чем то, которое принято для дальнейшего развития, постепенно переводятся на это рекомендуемое напряжение, однако процесс этот очень сложный и проходит достаточно медленно.

В ряде стран (ГДР, ФРГ, Западный Берлин, Югославия) для питания распределительных сетей крупных городов рекомендуется прямая трансформация 110/10 кВ с исключением сетей промежуточного напряжения 30—35 кВ. Это решение преподносится как новое, прогрессивное. В связи с этим следует напомнить, что еще в конце 20-х годов вокруг Москвы было сооружено кольцо ВЛ 110 кВ и ввод ВЛ 110 кВ в центр города с подстанциями 110/6 и 110/10 кВ для питания городской нагрузки. Лишь крупные промышленные предприятия питались кабелями 31,5 кВ, которые затем были заменены кабелями 110 кВ. В США для городских сетей рекомендуется система напряжений 138/13,8 кВ. Там же получили распространение коэффициенты трансформации 115/13,8 и 69/13,8 кВ. Во Франции для крупных городов



рекомендуется в последнее время система напряжений 225/20 кВ. Сети промежуточного напряжения 30—46 кВ остаются в ряде стран для питания преимущественно сельских районов с малой плотностью нагрузки.

В большинстве стран бытовые сети имеют напряжение 380/220 В. В Великобритании и в ряде других стран бытовые сети имеют напряжение 415/240 В. МЭК в целях унификации (в интересах международной торговли) приняла рекомендацию применять для бытовых электрических сетей напряжение 400/230 В, считая, что электрические лампы и изделия бытовой электротехники, изготовленные на это напряжение, могут найти применение также в сетях с напряжениями 380/220 и 415/240 В. В США наиболее распространенным для бытовых сетей является напряжение 208/120 В. Там же предлагается применять для бытовых сетей напряжение 480/277 В.

Все изложенное выше касалось распределительных сетей общего пользования. Иное положение в электрических сетях промышленных предприятий, в которых большую часть нагрузок составляют электродвигатели средней и большой мощности, которые определяют выбор напряжения сети.

В большинстве стран номинальное напряжение электродвигателей равно номинальному напряжению сети, их питающей. В США номинальное напряжение электродвигателей примерно на 5 % ниже номинального напряжения питающей сети. Электрические сети для электродвигателей в разных странах имеют номинальные напряжения 2,4 кВ; 3 кВ; 3,3 кВ; 4,16 кВ; 5 кВ; 5,5 кВ; 6,0 кВ; 6,6 кВ; 6,9 кВ; 10 кВ; 11 кВ и 13,8 кВ. В каждой стране номинальные напряжения питания электродвигателей выбираются в соответствии с местными стандартами и результатами технико-экономических расчетов. Для электродвигателей с напряжением ниже 1000 В применяются те же напряжения, что для бытовых нагрузок и, кроме того, 480 В с глухозаземленной или изолированной нейтралью, 500 В, 550 В, 600 В. В последние годы по почину ГДР получило распространение применять для промышленных предприятий напряжение 660 В ( $380 \text{ В} \times \sqrt{3}$ ). В Великобритании для электродвигателей горных механизмов нашло применение номинальное напряжение 1140 В ( $660 \text{ В} \times \sqrt{3}$ ) в условиях, когда применение более высокого напряжения невозможно. Для этих же целей начали применять такое напряжение в СССР.

*Увеличение нагрузочной способности действующих линий электропередачи.* Реконструкция находящихся в эксплуатации ВЛ с целью увеличения их нагрузочной способности или уменьшения потерь электроэнергии в них используется в разных странах.

Используется перевод отдельных участков ВЛ на более высокое напряжение путем установки по обоим концам линии автотрансформаторов без аппаратуры ВН и без изменения конструкции линии. Так, были переведены с напряжения 110 кВ на напряжение 150 кВ две ВЛ в СССР и двухцепная ВЛ 220 кВ на напряжение 300 кВ в энергокомпании RWE (ФРГ). В США ВЛ 287 кВ была переведена на 500 кВ. В Великобритании отдельные ВЛ 275 кВ переводятся на напряжение 400 кВ. Во Франции проводится систематическая работа по переводу сетей 150 кВ на напряжение 225 кВ. Там же намечается в некоторых случаях демонтаж ВЛ 225 кВ для сооружения на их трассе ВЛ 400 кВ. В ФРГ намечается в перспективе перевод части ВЛ 220 кВ на 400 кВ путем их реконструкции или полной замены. В отчетах Швеции и Финляндии говорится о переводе ВЛ на более высокое

напряжение в целях повышения их нагрузочной способности. В районе Сиднея предполагается двухцепные опоры ВЛ 330 кВ реконструировать в двухцепные опоры ВЛ 500 кВ. В Австрии сети 30 и 60 кВ переводятся на напряжение 110 кВ.

Случаи реконструкции ППТ с целью увеличения их нагрузочной способности описаны выше.

*Перспективы строительства электрических сетей высшего напряжения.* В развивающихся странах Азии, Африки и Латинской Америки электроэнергетика находится на различных стадиях развития, что характеризуется состоянием электрических сетей. Высшее напряжение ВЛ на о. Мадагаскар и в Иордании — 60 и 66 кВ. Высшее напряжение ВЛ в Афганистане, Кампучии, Лаосе — 110 кВ. Высшее напряжение ВЛ в странах Шри Ланка, Катар, Бангладеш, Танзания, Объединенные Арабские Эмираты — 132 и 138 кВ. Высшее напряжение ВЛ в Индонезии, Эфиопии и Гане — 160 кВ. Высшее напряжение ВЛ в странах Бахрейн, Бирма, Ботсвана, Сингапур, КНДР, Конго, МНР, Ливия, Гватемала, Коста-Рика, Куба, Чили, Парагвай, Перу, Колумбия, южная часть Вьетнама, Филиппины, Таиланд, Марокко, Гвинея, Эквадор — 220 и 230 кВ.

Сооружаются первые ВЛ 220 кВ в странах Афганистан, Бангладеш, Шри Ланка, северная часть Вьетнама и Иордания. Наивысшее напряжение ВЛ в Кувейте, Малайзии и Мозамбике 275 кВ. Линии 330 (345) кВ как линии высшего напряжения имеются в Китае, Южной Корее, на о. Тайвань, в Замбии, Нигере, Нигерии, Зимбабве; сооружается ВЛ 345 кВ в Эквадоре. Линии 400 кВ сооружены в Индии, Турции, Ираке, Иране, Саудовской Аравии, ЮАР, Мексике, Венесуэле, Гонконге, сооружаются в Сирии и Сингапуре. Как указывалось выше, в Бразилии имеются довольно развитые сети ВЛ 400 кВ. Линии 500 кВ как линии высшего напряжения имеются в Японии, Пакистане, Египте, Аргентине, Бразилии, Уругвае, сооружаются ВЛ 500 кВ в Китае, Парагвае, Индонезии и Чили.

В Австралии высшее напряжение ВЛ — 500 кВ. В странах Европы, за исключением СССР, Венгрии и Ирландии, высшее напряжение — 400 кВ. В Ирландии высшее напряжение — 220 кВ. В СССР, Венгрии, США и Канаде высшее напряжение 750 кВ. Сооружаются ВЛ 750 кВ в Бразилии, Венесуэле, Швеции и Польше. Предполагается сооружение в дальнейшем ВЛ 750 кВ в Болгарии, Румынии, Чехословакии, ГДР, Турции, ЮАР. Сети напряжением 750 кВ в основном сочетаются с сетями 330 (345) кВ. В Европе (кроме СССР) они будут все больше сочетаться с сетями 380 (400) кВ. В США и Канаде сети 750 кВ сочетаются также с сетями 230 кВ. В дальнейшем такое сочетание напряжений будет применяться и в других странах. По всем данным к 1990 г. сеть ВЛ 750 кВ объединит энергосистемы европейских стран Совета экономической взаимопомощи. Весьма вероятно, что в дальнейшем сеть ВЛ 750 кВ распространится на страны Центральной и Западной Европы. Возможно сооружение в перспективе ВЛ с напряжением выше 500 кВ и ППТ в Китае.

Линии УВН с номинальным напряжением 1150 кВ и наибольшим рабочим напряжением 1200 кВ впервые сооружаются в СССР. Проекты сооружения ВЛ УВН несколько более низкого уровня номинального напряжения со сроками ввода в эксплуатацию к 1990 г. и позже имеются в Японии (в сочетании с сетями 500 кВ), в США в энергосистеме ВРА (в сочетании с сетями 500 кВ) и в Италии (в сочетании с сетями 400 кВ). Во Франции

рассматривается вопрос о наложении в 2000 г. на сети 400 кВ сетей трехфазного тока 750 и 1000 кВ.

Интерес к ВЛ УВН проявляется и в Бразилии. Несколько лет тому назад специальный комитет СИГРЭ рассмотрел вопрос о реальности сооружения ВЛ трехфазного тока УВН и пришел к выводу, что в настоящее время вполне возможно создание надежных ВЛ с уровнем номинального напряжения 1500 кВ (наибольшее рабочее напряжение 1600 кВ). Для такого и более высоких уровней напряжения и линий электропередачи переменного и постоянного тока в настоящее время ведутся исследовательские и опытно-конструкторские работы, в основном в США, Швеции и СССР.

Существует проект итальянских инженеров сооружения ГЭС Большая Инга на р. Конго в Заире мощностью 40 ГВт с генераторами мощностью 780 МВт для передачи в Европу 30 ГВт по 6 цепям ППТ  $\pm 750$  кВ протяженностью каждая 7000 км с пересечением Средиземного моря кабелями в трех местах. Этот проект нельзя признать фантастическим, если учесть опыт сооружения в СССР Красноярской ГЭС с генераторами мощностью 500 МВт, Саяно-Шушенской ГЭС с генераторами 640 МВт, ГЭС Итайпу на р. Паране в Южной Америке мощностью 12,6 ГВт с генераторами 715 МВт.

[03.07.84]

УДК 621.316.925.43:621.315.1.014.7

## Защита линий электропередачи от однофазных коротких замыканий

МАЛЫЙ А. С., канд. техн. наук  
Брянск

Наиболее распространенным видом повреждений воздушных линий (ВЛ) электропередачи напряжением 110 кВ и выше являются однофазные короткие замыкания (к. з.), которые по данным [1] для ВЛ на металлических и железобетонных опорах составляют 96 % от всех видов повреждений, а для ВЛ на деревянных опорах — 73 %. Следует также учесть, что часть трех- и двухфазных к. з. начинается с однофазных. Поэтому в первый момент повреждения доля однофазных к. з. оказывается еще большей. Для отключения этих повреждений в основном применяются ступенчатые токовые защиты нулевой последовательности [2]. Недостатком этих защит является то, что зона их действия, особенно токовой отсечки без выдержки времени, зависит не только от режима работы энергосистемы, но и от значения переходного сопротивления в месте замыкания. При замыканиях через переходные сопротивления зона действия токовых защит сокращается, что приводит к увеличению времени отключения к. з.

Проведенный анализ (см. приложение) показал, что токовая отсечка нулевой последовательности становится полностью нечувствительной к однофазным к. з. через переходные сопротивления, превышающие, для различных ВЛ,  $R = (0,7 - 1,8)L$ , где  $L$  — длина ВЛ в км.

В зарубежной практике для защиты от к. з. на землю наряду с токовыми применяются и дистанционные защиты. Показателен анализ работы таких дистанционных защит при однофазных к. з., проведенной для энергосистемы Ирландии [3]. Анализ выполнен для 50 ВЛ 110 кВ без грозозащитных тросов с деревянными промежуточными и железобетонными анкерными опорами. Рассматривалось поведение защиты при однофазных к. з. на анкерных опорах через переходные сопротивления заземления этих опор. В работе показано, что только 12,5 % таких повреждений могут отключаться с двух сторон первыми ступенями дистанционных защит, 34,5 % — с одной или двух сторон вторыми ступенями, а на 9,5 % к. з. дистанционная защита вообще не реагировала. Из приведенных данных видно, что дистанционные защиты при однофазных к. з. через переходные сопротивления также не обладают необходимой чувствительностью и быстродействием.

Значение переходного сопротивления при к. з. на землю зависит от характера повреждения. Так, при перекрытиях изоляторов на линиях с металлическими и железобетонными опорами, а также при к. з. между грозозащитным тросом и проводом линии в первый момент к. з., когда дуга еще не успела растянуться, переходное сопротивление в основном определяется сопротивлением заземления опоры с поврежденной изоляцией или ряда опор, объединенных грозозащитным тросом. Обычно для таких повреждений значение переходного сопротивления лежит в пределах 3—30 Ом. Для каждой конкретной точки к. з. оно заранее известно и при необходимости может быть учтено в расчетах. При к. з. на землю в пролете линии (наезд на линию высоких машин, падение деревьев на провода линии, к. з. через пламя пожара и т. п.) значение переходного сопротивления в месте повреждения может достигнуть нескольких сотен и даже тысяч Ом. В этих условиях токовая защита нулевой последовательности нередко отключает поврежденную линию не сразу, а после того, как ток повреждения возрастет и достигнет уставки наиболее чувствительной ступени защиты. Процесс нарастания тока до отключения линии может длиться от нескольких долей секунды при коротких замыканиях через пламя пожара до нескольких часов, когда ток короткого замыкания разогревает мерзлый грунт.

Из-за плохого контакта в месте повреждения длительные протекания даже сравнительно небольших (порядка нескольких сот ампер) токов к. з. на землю, как правило, вызывает повреждение проводов. Поэтому там, где вероятность повреждений при наличии больших переходных сопротивлений велика, актуальной задачей становится повышение чувствительности и быстродействия защиты от к. з. на землю. Одним из способов решения этой задачи для однофазных к. з. может быть выполнение защиты работающей по принципу измерения не абсолютного значения токов нулевой последовательности, а отношения токов нулевой и обратной последовательностей [4]. При однофазном к. з. это отношение в каждой точке линии не зависит от переходного сопротивления в месте повреждения и определяется лишь расстоянием до этого места и режимом работы сети. Для

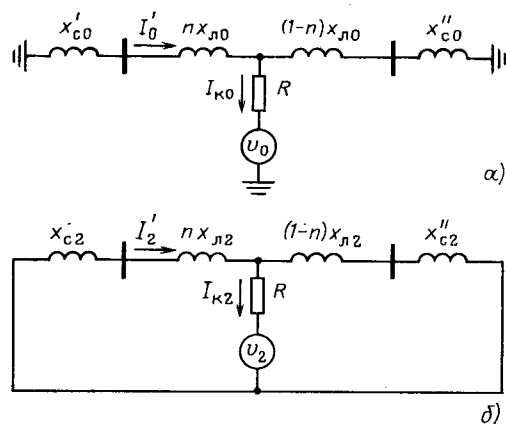


Рис. 1.

анализа свойств этой защиты найдем общее выражение для функции

$$\varepsilon = \frac{I'_0}{I'_2} f(n, x_n, x_c),$$

где  $I'_0$  и  $I'_2$  — токи нулевой и обратной последовательностей в линии со стороны подстанции, на которой установлена защита;  $n$  — относительное расстояние до места к. з. в долях от длины линии;  $x_n$  и  $x_c$  — сопротивления линии и системы соответственно.

При однофазном к. з. токи нулевой и обратной последовательностей в ответвлении к. з. равны между собой:  $I_{k0} = I_{k2} = I_k$ . Распределив эти токи в соответствующих схемах замещения нулевой (рис. 1, а) и обратной (рис. 1, б) последовательностей, получим:

$$\left. \begin{aligned} I'_0 &= I_k \frac{(1-n)x_{л0} + x'_{c0}}{x_{т0}}; \\ I'_2 &= I_k \frac{(1-n)x_{л2} + x'_{c2}}{x_{т2}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $x_{л0}$  и  $x_{л2}$  — сопротивления линии в схемах замещения нулевой и обратной последовательности соответственно;  $x'_{c0}$  и  $x'_{c2}$  — сопротивления системы, приведенные к концу линии, в схемах замещения нулевой и обратной последовательности соответственно;  $x_{т0}$  и  $x_{т2}$  — сопротивления транзита в схемах нулевой и обратной последовательностей соответственно.

Если  $x'_{c0}$  и  $x'_{c2}$  — сопротивления системы, приведенные к началу линии, в схемах замещения нулевой и обратной последовательности, то

$$\begin{aligned} x_{т0} &= x'_{c0} + x_{л0} + x'_{c0}; \\ x_{т2} &= x'_{c2} + x_{л2} + x'_{c2}. \end{aligned}$$

Решим (1) относительно  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{(1-n)x_{л0} + x'_{c0}}{(1-n)x_{л2} + x'_{c2}} \frac{x_{т2}}{x_{т0}}. \quad (2)$$

Из формулы (2) видно, что соотношение токов нулевой и обратной последовательностей не зависит от переходного сопротивления в месте повреждения, а определяется сопротивлениями линии и системы в схемах замещения нулевой и обратной последовательностей.

Продифференцировав уравнение (2) по  $n$ , получим:

$$\frac{d\varepsilon}{dn} = - \frac{x'_{c2}x_{л0} - x'_{c0}x_{л2}}{[(1-n)x_{л2} + x'_{c2}]^2} \frac{x_{т2}}{x_{т0}}. \quad (3)$$

Для большинства реальных линий, у которых  $x'_{c0}x_{л2} < x'_{c2}x_{л0}$ , при однофазных к. з. в любых точках линии значение  $d\varepsilon/dn$  остается отрицательным. Следовательно, величина  $\varepsilon$  на таких линиях монотонно убывает при удалении точки к. з. от места установки защиты. Измеряя  $\varepsilon$  и сравнивая его с расчетным значением  $\varepsilon_{\max}$ , вычисленным при к. з. в конце линии, можно установить факт замыкания на землю на защищаемой линии. Уставка срабатывания избирательного органа защиты  $\varepsilon_{с.з}$  отстраивается от максимального значения  $\varepsilon_{\max}$  при однофазном и металлическом (см. ниже) двухфазном к. з. у противоположного конца линии:

$$\varepsilon_{с.з} = k\varepsilon_{\max}, \quad (4)$$

где  $k$  — коэффициент отстройки, который так же, как и у токовых отсечек, может быть принят равным 1,2—1,3.

Блок-схема защиты приведена на рис. 2. Измерительный орган защиты состоит из нуля-индикатора 1, который подключен к фильтру тока обратной последовательности 2 и фильтру тока нулевой последовательности 3.4 и 5 — устройства регулирования установки защиты в цепях  $I_2$  и  $I_0$ . Эти устройства могут быть выполнены такими же, как и у серийно выпускаемых дистанционных защит: устройство 4 — в виде автотрансформатора со ступенчатой регулировкой коэффициента трансформации, устройство 5 — в виде регулируемого «трансформатора-реактора». Оперативный ток подается на измерительный орган от пускового органа 6, реагирующего на ток нулевой последовательности.

Пусковой орган защиты выполняется в виде токового реле, включенного на ток нулевой последовательности защищаемой ВЛ. Его уставка отстраивается от тока небаланса в нулевом проводе трансформаторов тока при внешнем трехфазном к. з. и от суммарного тока небаланса в максимальном нагрузочном режиме с учетом тока нулевой последовательности, обусловленного несимметрией в системе 5. На ВЛ, у которых ток внешнего трехфазного к. з. превышает номинальный ток трансформаторов тока защиты более чем в 2—3 раза чувствительность пускового органа может быть повышена за счет применения токового реле нулевой последовательности с торможением от фазного тока [6].

Длина защищаемой зоны линии определяется характером функции  $\varepsilon(n)$ . Крутизна функции  $\varepsilon(n)$ , описываемая выражением (3), зависит от соотношения параметров линии и системы. При

$$\frac{x_{л0}}{x_{л2}} = \frac{x'_{c0}}{x'_{c2}}$$

график  $\varepsilon(n)$  представляет собой прямую, параллель

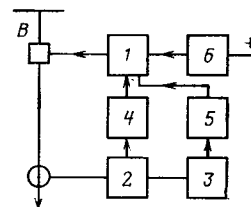


Рис. 2

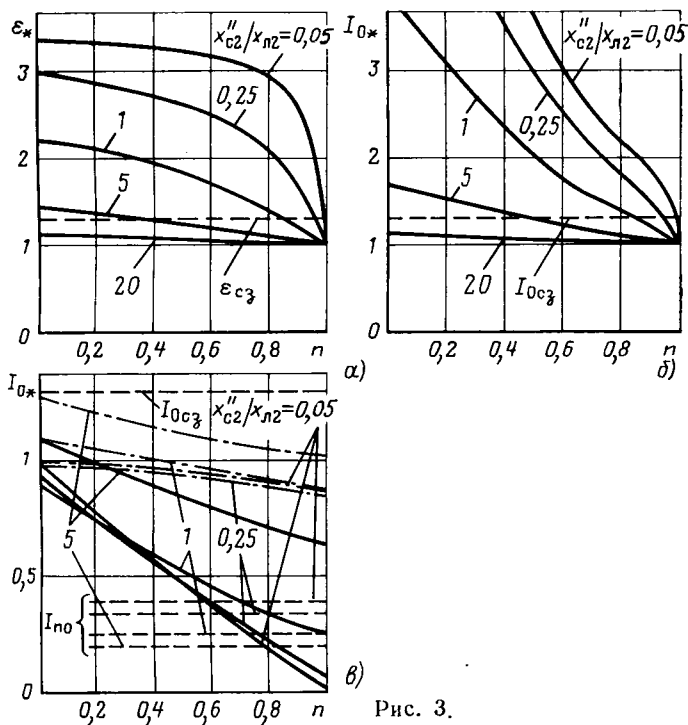


Рис. 3.

ую оси абсцисс. Чем больше неравенство  $\frac{x_{л0}}{x_{л2}} > \frac{x_{c0}}{x_{c2}}$  и меньше отношения  $x_{c2}/x_{л2}$  и  $x_{c0}/x_{c2}$ , тем шире будет зона действия рассматриваемой защиты.

Для анализа свойств защиты  $I_0/I_2$  и сравнения ее с токовой отсечкой нулевой последовательности на рис. 3 приведены графики, поясняющие работу этих защит при однофазных к. з. на пяти ВЛ с различными соотношениями  $x_{c2}/x_{л2}$ , равными 0,05, 0,25, 1,5 и 20. При их построении принималось  $x_{л0} = 35x_{л2}$ ,  $x_{c2}' = x_{c2} = x_{c0} = x_{c0}'$ . Графики  $\varepsilon_*(n)$  (рис. 3, а) для удобства сравнения построены в относительных единицах, где за базовое принято минимальное значение  $\varepsilon$ , имеющее место при  $n = 1$ . Штриховыми линиями показаны уставки срабатывания защиты. Из этих графиков видно, что для линий с большим значением  $x_{c2}/x_{л2}$  (примерно и более) графики превращаются в прямые линии, угол наклона которых к оси абсцисс уменьшается по мере увеличения  $x_{c2}/x_{л2}$ . При малых значениях  $x_{c2}/x_{л2}$  (примерно 0,25 и менее) резко растет крутизна графика в конце линии. Следовательно, рассматриваемая защита оказывается более эффективной на длинных линиях, присоединенных на противоположном по отношению к месту установки защиты конце к мощным системам.

На рис. 3, б приведены графики  $I_{0*}(n)$  при однофазных металлических к. з., а на рис. 3, в — при однофазных к. з. через переходные сопротивления  $R_{пер}$ , численно равные  $x_{л0}$ . Сплошными линиями изображены графики для режима, когда ВЛ включены с двух сторон, а штрихпунктирными — для режима каскадного отключения. На этих графиках за единицу тока  $I_{0*}$  принято значение  $I_0$  при металлическом к. з. в конце линии.

Из графиков (рис. 3, а и б) видно, что при металлических к. з. на рассматриваемых линиях зоны действия защиты  $I_0/I_2$  и токовой отсечки нулевой последовательности отличаются между собой примерно на 10 %. На

коротких линиях несколько чувствительнее токовая отсечка, а на длинных — защита  $I_0/I_2$ . Но в отдельных случаях при неблагоприятном сочетании параметров линии и системы зона действия защиты  $I_0/I_2$  может оказаться намного меньше зоны действия токовой отсечки при металлических к. з.

При к. з. через переходное сопротивление  $R_{пер} = |x_{л0}|$  токовые отсечки нулевой последовательности становятся полностью нечувствительными на всех рассматриваемых линиях (рис. 3, в). В этих же условиях зона действия защит  $I_0/I_2$  на ВЛ с  $x_{c2}/x_{л2}$ , равным 1 и 5, остается такой же, что и при металлических к. з., а на ВЛ с  $x_{c2}/x_{л2}$ , равным 0,05 и 0,25, сокращается соответственно с 0,99 до 0,60 и с 0,96 до 0,66 от длины линии. Последнее объясняется снижением чувствительности токового пускового органа защиты  $I_0/I_2$  при к. з. через переходное сопротивление (рассматривался пусковой орган без торможения от фазного тока). Уставки пускового органа приведены на рис. 3, в ( $I_{п0}$ ).

Далее проанализируем работу защит при каскадных отключениях однофазных к. з. через указанные выше переходные сопротивления. Из графиков рис. 3, в видно, что токовые отсечки нулевой последовательности при каскадных отключениях не работают на всех рассматриваемых ВЛ. Для этого же режима оценим чувствительность измерительного и пускового органов защиты  $I_0/I_2$ , учитывая что при каскадном отключении однофазных к. з. в любых точках ВЛ  $\varepsilon = 1$ . На ВЛ с  $x_{c2}/x_{л2}$ , равным 0,05, 0,25, 1 и 5 уставки  $\varepsilon_{сз}$  соответственно равны 0,40, 0,49, 0,70 и 1,05. Следовательно, на первых трех ВЛ измерительный орган защиты  $I_0/I_2$  при каскадных отключениях охватывает всю линию. Коэффициент чувствительности измерительного органа для этих ВЛ равен соответственно 2,5, 2 и 1,4, а пускового органа — 2,3, 2,6 и 3,5. На последней ВЛ с уставкой  $\varepsilon_{сз} = 1,05$  защита  $I_0/I_2$  в каскаде не работает.

Следует отметить, что в случаях, когда уставка защиты  $I_0/I_2$  не превышает 0,76, зона действия этой защиты при каскадных отключениях охватывает всю линию с коэффициентом чувствительности не ниже 1,3. Это условие обеспечивается для линий, у которых

$$\frac{x_{c0}'x_{л2}}{x_{c2}'x_{л0}} \leq 0,58. \quad (5)$$

Проанализируем поведение рассматриваемой защиты при двухфазных к. з. на землю. Общая схема двухфазного к. з. на землю через переходные сопротивления приведена на рис. 4. Для упрощения анализа примем  $R_b = R_c = R_\phi$ . При двухфазных к. з. на землю в комплексных схемах замещения эквивалентные сопротивления нулевой и обратной последовательностей включены параллельно. Произведя токораспределение в этих схемах замещения, можно найти отношение токов  $I_0/I_2$  со стороны подстанции, где установлены рассматриваемые защиты.

$$\varepsilon = \frac{I_0'}{I_2'} = \frac{j(x_{c2}' + x_{л2}n) + R_\phi/K_2}{j(x_{c0}' + x_{л0}n) + (3R_\phi + R_\phi)/K_0}, \quad (6)$$

где  $K_2$  и  $K_0$  — коэффициенты токораспределения в схемах замещения обратной и нулевой последовательностей:

$$K_2 = \frac{x_{c2}' + x_{л2} - nx_{л2}}{x_{c2}' + x_{л2} + x_{c2}'}; \quad K_0 = \frac{x_{c0}' + x_{л0} - nx_{л0}}{x_{c0}' + x_{л0} + x_{c0}'}$$

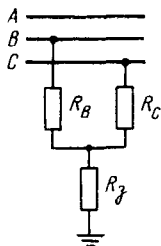


Рис. 4

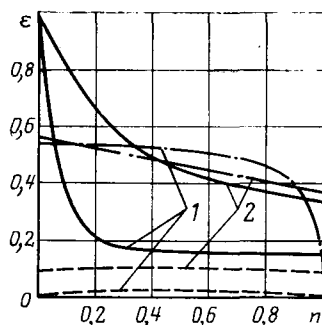


Рис. 5

Из выражения (6), видно, что при двухфазных к. з. на землю через переходные сопротивления особенно сильное влияние на характер изменения функции  $\varepsilon(n)$  оказывает сопротивление  $R_3$  (рис. 4), которое вводится в схему замещения нулевой последовательности утроенной величиной. Для анализа выражения (6) рассмотрим два крайних случая — первый, когда  $R_\phi = 0$ , и второй, когда  $R_3 = 0$ . В первом случае, при к. з. через  $R_3$  отношение  $I'_0/I'_2$  в каждой точке линии по сравнению с металлическим двухфазным к. з. на землю в той же точке уменьшается по мере роста величины  $R_3$ , что приводит к соответствующему падению чувствительности защиты. Во втором случае, когда  $R_3 = 0$ , влияние  $R_\phi$  на характер функции  $\varepsilon(n)$  становится более сложным. В зависимости от соотношения параметров, входящих в выражение (6), для одних точек, к. з. на линии отношение  $I'_0/I'_2$  с ростом  $R_\phi$  может уменьшаться, а для других — увеличиваться. Характер изменения функции  $\varepsilon(n)$  при двухфазных к. з. на землю через переходные сопротивления на двух различных ВЛ проиллюстрирован на рис. 5. На этом рисунке сплошными линиями изображены графики для металлических двухфазных к. з. на землю, штриховыми — для к. з. через переходные сопротивления  $R_\phi$  при  $R_3 = 0$  и штрих-пунктирными — для к. з. через переходные сопротивления  $R_\phi$  при  $R_3 = 0$ . Графики 1 составлены для  $x_{c2}/x_{л2} = 0,1$  и  $x_{c2}/x_{л2} = 0,05$ . Графики 2 — для  $x_{c2}/x_{л2} = 2$  и  $x_{c2}/x_{л2} = 20$ . Для обоих графиков  $x_{л0} = 3,5 x_{л2}$  и  $x_{c2} = 2x_{c0}$ . Значения переходных сопротивлений  $R_3$  и  $R_\phi$  приняты численно равными сопротивлению линии в схеме замещения нулевой последовательности.

В реальных сетях при двухфазных к. з. на землю переходные сопротивления  $R_3$  и  $R_\phi$  имеют конечные значения. При некоторых повреждениях (набросы, обрывы грозозащитных тросов и т. п.) можно считать, что сопротивление  $R_\phi = 0$  (первый случай). В расчетах за  $R_\phi$  можно принять сопротивление дуги, перекрывшей гирлянду, а за  $R_3$  — сопротивление заземления опоры или ряда опор, объединенных грозозащитным тросом. Второй случай, когда к. з. происходит через сопротивление  $R_\phi$ , а  $R_3 = 0$ , можно представить в виде двойного к. з. на землю, когда на соседних опорах пробивлись изоляторы разноименных фаз. При этом переходное сопротивление в каждой фазе состоит из сопротивления дуги и сопротивления опоры.

Для оценки вероятности ложных срабатываний защиты при двойных к. з. на землю на смежных линиях следует проверять отстройку уставки от значений  $\varepsilon$  при таких к. з. в конце защищаемой ВЛ. Но, учитывая исключительно малую вероятность подобных повреж-

дений ими можно пренебречь. Следует также отметить, что при двухфазных к. з. на землю зона действия рассматриваемой защиты сокращается по сравнению с зоной при однофазных к. з. из-за того, что функция  $\varepsilon(n)$  круто падает в начале линии, причем крутизна спада становится особенно большой для длинных линий, приближающихся к мощным системам, что видно из графиков рис. 5. На основании проведенного анализа можно сделать заключение, что по сравнению с обычной токовой защитой нулевой последовательности защита, реагирующая на отношение токов нулевой и обратной последовательностей, имеет меньшую зону действия при металлических двухфазных к. з. на землю, а при к. з. через переходные сопротивления ее чувствительность снижается значительно, поэтому предлагаемый принцип может быть использован только для защиты от однофазных к. з.

При выборе уставки защиты расчетный вид повреждения зависит от соотношения эквивалентных сопротивлений  $x_\Sigma$  в схемах замещения нулевой и обратной последовательностей. Если при к. з. в конце защищаемой линии во всех режимах  $x_{2\alpha} \leq x_{0\alpha}$ , то расчетным видом повреждения для выбора уставки измерительного органа защиты будет однофазное к. з., а при  $x_{2\alpha} \leq x_{0\alpha}$  — двухфазное к. з. на землю. На линиях, у которых расчетным для выбора уставки является двухфазное к. з. на землю, чувствительность измерительного органа может быть повышена, если его уставку выбирать по значениям только при однофазных к. з., а защиту дополнить избирательным органом, различающим одно- и двухфазные к. з. на землю.

Внедрение рассматриваемой защиты на параллельных линиях имеет свои особенности. Здесь максимальное значение отношения  $I'_0/I'_2$  имеет место при каскадном отключении к. з. на землю на параллельной линии вблизи шин, где установлена защита. Но если принять это значение за расчетное для выбора уставки, то на параллельных линиях по сравнению с одиночной линией защита станет грубее в  $(1 + x_m/x_{c0})$  раз, где  $x_m$  — сопротивление взаимной индукции параллельных линий в схеме замещения нулевой последовательности. При этом рассматриваемая защита во многих случаях полностью потеряет чувствительность. Поэтому за расчетный следует принимать режим, когда параллельная цепь отключена и заземлена, но при этом необходимо принять меры против ложных срабатываний защиты при каскадных отключениях к. з. на землю на параллельной цепи. Для этого защита дополняется органом направления мощности нулевой последовательности и специальной блокировкой, которая одновременно с подачей команды на отключение поврежденной линии выводит из действия защиту параллельной линии. Эта блокировка выполняется аналогично блокировке поперечных дифференциальных направленных токовых защит параллельных линий: оперативный ток на защиту подается через замыкающие контакты реле положения «включено» параллельной линии. Таким образом, ложное срабатывание защиты на одном конце линии исключается указанной блокировкой, а на другом ее конце — органом направления мощности. Для использования защиты в режимах, когда параллельная линия отключена, указанная блокировка выводится из действия вручную.

При оценке целесообразности применения защиты  $I'_0/I'_2$  на параллельных линиях ее следует дополнительно сравнивать с поперечной дифференциальной направ-

ленной защитой нулевой последовательности и с токовой направленной защитой нулевой последовательности, ускоренной с контролем направления мощности в параллельной линии. Уставки пускового органа защиты  $I_0/I_2$  и указанной токовой ускоренной защиты выбираются по одним и тем же условиям и равны между собой. Обычно они намного меньше уставки поперечной дифференциальной направленной защиты, так как при выборе последней необходимо дополнительно учитывать отстройку от небаланса, обусловленного неравенством сопротивлений параллельных линий в схеме нулевой последовательности, и отстройку от повышенного небаланса при внешних двухфазных к. з. на землю. Ускоренная токовая защита при каскадных отключениях охватывает всю линию, но в режиме параллельной работы имеет мертвую зону по цепи ускорения. Эта зона расположена вблизи точки, при замыкании в которой ток нулевой последовательности в параллельной ВЛ равен нулю. Величина мертвой зоны определяется чувствительностью органа направления мощности нулевой последовательности неповрежденной ВЛ и зависит от переходного сопротивления в месте к. з. Таким образом, защита  $I_0/I_2$  чувствительнее поперечной дифференциальной направленной защиты, не имеет мертвой зоны по сравнению с токовой ускоренной защитой и может найти применение на параллельных линиях в тех случаях, когда указанные преимущества будут проявляться в достаточной степени.

Выбор уставок измерительного органа защиты  $I_0/I_2$  требует анализа соотношений сопротивлений в схемах замещения нулевой и обратной последовательностей. В то время как параметры схемы замещения нулевой последовательности являются относительно стабильными в схемах замещения обратной последовательности сопротивления систем, примыкающих к линии, существенно зависят от нагрузки этих систем, что усложняет выбор уставок защиты. По этой же причине и чувствительность защиты оказывается зависимой от режима работы системы. Все это можно отнести к недостаткам рассматриваемой защиты.

**Пример.** Для трех реальных одиночных ВЛ напряжением 110, 220 и 500 кВ сравним зоны действия токовых отсечек нулевой последовательности и защит, реагирующих на отношение  $I_0/I_2$ . Параметры линий и защит приведены в таблице. При выборе уставок коэффициент отстройки для обоих типов защит принимался равным  $k = 1,3$ . На пяти из шести комплектов защиты  $I_0/I_2$  уставки были выбраны по условию отстройки от максимального значения  $I_0/I_2$  при двухфазном к. з. на землю в конце защищаемой ВЛ, и это не привело к существенному сокращению зоны действия защиты при однофазных к. з. на землю. В худшем случае для ВЛ 220 кВ это сокращение зоны действия не превысило 6 % длины ВЛ. Из шести комплектов защиты пять обеспечивали надежную работу при каскадных отключениях ( $K_{\text{ч}} = 1,48 \div 2,08$ ). Один комплект защиты оказался недостаточно чувствительным в режиме каскадного отключения ( $K_{\text{ч}} = 1,15$ ).

На рис. 6 приведены зависимости зон действия токовых отсечек (кривые 1) и защит, реагирующих на отношение  $I_0/I_2$  (кривые 2), от переходного сопротивления в месте однофазного к. з.,  $n_{\text{зам}}(R)$ . (Графики на рис. 6 построены в обратных координатах.) Для защит  $I_0/I_2$  вертикальная часть графиков отражает зону действия измерительного органа, не зависящую от  $R$ , а оставшаяся часть графика показывает влияние переходного со-

Напряжение линии электропередачи (кВ)		110	220	500	
Длина (км)		27	143	396	
Сопротивления примыкающих к ВЛ систем (Ом)	$x'_{c0}$	2,8	14	24	
	$x'_{c1} = x'_{c2}$	3,9	12	26	
	$x''_{c0}$	3,8	5,3	26	
	$x''_{c1} = x''_{c2}$	4,1	9,1	34	
Сопротивление ВЛ (Ом)		$x_{л0}$ $x_{л1}$	38 10,7	192 56	231 110
Значения $\varepsilon = I_0/I_2$ при однофазных ( $\varepsilon_1$ ) двухфазных на землю ( $\varepsilon_{1,1}$ ) к. з. на концах ВЛ		$\varepsilon'_{(1)}$	0,50	0,18	0,42
		$\varepsilon'_{(1,1)}$	0,51	0,37	0,52
		$\varepsilon''_{(1)}$	0,38	0,40	0,67
		$\varepsilon''_{(1,1)}$	0,52	0,63	0,60
Уставки защиты $I_0/I_2$		$I_{п0}$ (А) $\varepsilon_{сз}$ $\varepsilon_{сз}$	370 0,65 0,67	330 0,47 0,52	270 0,68 0,87
Уставка токовой отсечки нулевой последовательности		$I_{сз}$ (А)	1990	1040	1600
Предельные зоны защит	$I_0/I_2$	от ПС I от ПС II	0,92 0,88	0,93 0,95	0,88 0,84
	токовой отсечки нулевой последовательности	от ПС I от ПС II	0,93 0,92	0,86 0,90	0,90 0,83
Коэффициент чувствительности $K_{\text{ч}}$ защиты $I_0/I_2$ при каскадном отключении		от ПС I от ПС II	1,50 1,48	2,08 1,92	1,48 1,15

противления на работу пускового органа защиты. Наиболее сильно влияние переходного сопротивления проявляется при к. з. в средней части линии, т. е. в зоне, расположенной вблизи точки пересечения графиков для защит на противоположных концах ВЛ. В указанной зоне токовые защиты на противоположных концах ВЛ имеют примерно одинаковую чувствительность, и поэтому не приходится рассчитывать на их каскадную работу. В наших случаях токовые отсечки не обеспечивают отключение ВЛ с обеих сторон при к. з. в этой зоне через переходные сопротивления более 17 Ом на ВЛ 110 кВ, 47 Ом — на ВЛ 220 кВ и 78 Ом — на ВЛ 500 кВ. В этих же условиях защита  $I_0/I_2$  сохраняет работоспособность при к. з. через переходные сопротивления до 97 Ом на ВЛ 110 кВ, 200 Ом — на ВЛ 220 кВ и 540 Ом — на ВЛ 500 кВ. По мере перемещения точки к. з. к концам ВЛ возрастает значение переходного сопротивления, при котором сохраняется работоспособность ближнего к месту к. з. комплекта защиты. Так, при однофазных к. з. у концов рассматриваемых ВЛ предельные значения переходных сопротивлений превышают приведенные выше значения примерно вдвое.

На рассматриваемых линиях хуже всего работает токовая отсечка нулевой последовательности на ВЛ



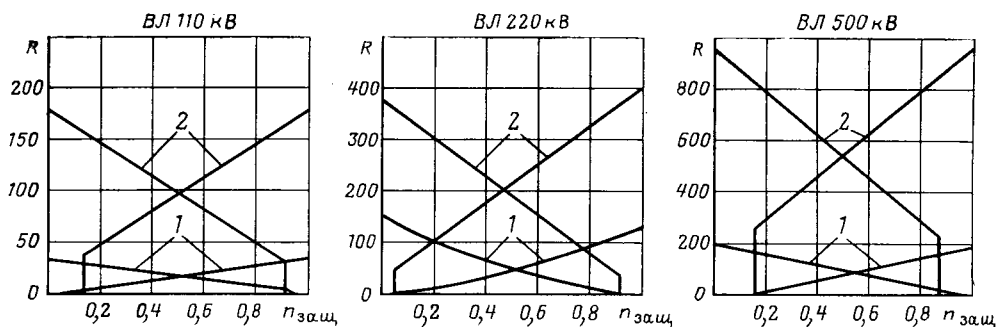


Рис. 6

110 кВ. Эта отсечка становится нечувствительной при к. з. через переходные сопротивления более 17 Ом в средней части ВЛ и более 30 Ом — в начале линии. Имеющийся опыт показывает, что однофазные к. з. в пролете ВЛ происходят через переходные сопротивления порядка 60 Ом и более. Если линия не защищена тросом, то с учетом реального сопротивления опор порядка 30 Ом токовая отсечка, которая охватывала бы 93 % ВЛ при металлических однофазных к. з., станет полностью нечувствительной при к. з. через переходные сопротивления. На этой же линии защита  $I_0/I_2$  способна без выдержки времени отключать основную массу однофазных к. з. через переходные сопротивления порядка 100 Ом в средней части и 170 Ом — в начале ВЛ.

В Брянскэнерго один комплект защиты от однофазных к. з., реагирующей на отношение токов нулевой и обратной последовательностей, был включен в работу на линии электропередачи напряжением 220 кВ длиной 150 км. В качестве измерительного органа в этой защите применено стандартное реле сопротивления типа КРС-111 с характеристикой в комплексной плоскости сопротивлений в виде окружности с центром в начале координат. Обмотка напряжения этого реле включена на выходе фильтра тока обратной последовательности, а обмотка тока — в цепь утроенного тока нулевой последовательности. В качестве пускового применено токовое реле типа РТ-40. За 5 лет эксплуатации защита 2 раза правильно срабатывала при однофазных к. з. на защищаемой линии, неправильных срабатываний за этот период не было.

**Выводы.** 1. Зона действия измерительного органа защиты от однофазных к. з. на землю, реагирующего на отношение токов нулевой и обратной последовательностей в защищаемой линии электропередачи, не зависит от значения переходного сопротивления в месте повреждения, что при к. з. через большие переходные сопротивления обеспечивает существенно большую чувствительность и быстродействие этой защиты по сравнению с токовыми защитами нулевой последовательности.

2. Рассмотренная защита может найти применение в качестве дополнительной на линиях электропередачи, имеющих высокую вероятность коротких замыканий на землю через большие переходные сопротивления, например, на линиях, проходящих по лесным трассам, в районах со скальным грунтом, с вечной мерзлотой, а также на линиях с деревянными опорами и т. п. Эта быстродействующая защита может найти применение и в целях уменьшения вероятности перехода однофазных к. з. в более тяжелых двухфазных к. з. на землю и трехфазные к. з.

**Приложение.** Проанализируем влияние переходного

сопротивления в месте однофазного к. з. на землю на работу токовой отсечки нулевой последовательности. Для наиболее распространенного случая, когда уставка отсечки выбрана по условию отстройки от утроенного тока нулевой последовательности при однофазном к. з. на землю в конце линии, защита станет нечувствительной к к. з. на землю через переходное сопротивление  $R$  при условии

$$\frac{1,3 \cdot 3U_{0R}}{x'_{c0} + x_{л0}} \geq \frac{3U_{0R}}{\sqrt{R^2 + [(x'_{c0} + nx_{л0}) \parallel (x''_{c0} + x_{л0} - nx_{л0})]^2}} \times \frac{x''_{c0} + x_{л0} - nx_{л0}}{x'_{c0} + x_{л0} + x''_{c0}}, \quad (\text{П-1})$$

где  $U_{0R}$  — напряжение нулевой последовательности в месте металлического однофазного к. з. в конце защищаемой линии;  $U_{0R}$  — напряжение нулевой последовательности в месте однофазного к. з. через переходное сопротивление  $R$  на расстоянии  $n$  от начала линии.

Выражение (П-1) составлено для линий, у которых влиянием обходных связей можно пренебречь.

Решив неравенство (П-1) относительно  $R$ , получим:

$$R \geq \frac{x'_{c0} + x_{л0} - nx_{л0}}{x'_{c0} + x_{л0} + x''_{c0}} \sqrt{\frac{U_{0R}^2 (x'_{c0} + x_{л0})^2}{1,69 U_{0R}^2} - (x'_{c0} + nx_{л0})^2}. \quad (\text{П-2})$$

Из общей формулы (П-2), не учитывая сопротивления системы, можно получить упрощенное выражение (П-3) для предельной величины  $R$ , при которой токовая отсечка становится нечувствительной к к. з. в начале линии:

$$R \geq \frac{x_0 L U_{0R}}{1,3 U_{0R}}, \quad (\text{П-3})$$

где  $x_0$  — удельное сопротивление линии в схеме замещения нулевой последовательности.

Упрощенное выражение (П-3) позволяет определять предельное значение сопротивления  $R$  с дополнительной погрешностью не более 10 % для линий с любым соотношением  $x_{c0}$  и  $x'_{c0}$ , у которых значения этих сопротивлений не превышает  $0,5 x_{л0}$ . Такая же точность вычисления обеспечивается и для линий в маломощных системах, у которых  $x_{c0} \leq 2x_{л0}$ , но при дополнительном условии, что  $x_{c0} = (0,2 \div 1) x'_{c0}$ . В остальных случаях следует пользоваться формулой (П-2). Величина  $U_{0R}/U_{0K}$  при однофазных к. з. определяется соотношением результирующих сопротивлений  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_0$  в схемах замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей. Проведенный анализ фактических зна

чений этих сопротивлений при к. з. на шинах подстанций 110, 220 и 500 кВ одной энергосистемы показал, что для подавляющего большинства подстанций  $z_1 \approx z_2 = (0,5 \div 2)z_0$ . Так как при к. з. в начале линии через переходное сопротивление  $R \gg x_1$  результирующее сопротивление  $z_1 \approx z_2 \approx z_0 \approx R$ , то в месте к. з.  $U_{0R}/U_{0K} = 0,67-1,67$ . В этих условиях для одиночных линий, у которых  $x_0 \approx 1,4$  Ом/км, предельное значение переходного сопротивления, при котором токовая отсечка становится полностью нечувствительной,  $R = (0,7 \div 1,8)L$ . Отсюда следует, что при однофазных коротких замыканиях через переходные сопротивления порядка 100 Ом токовые отсечки становятся полностью нечувствительными на большинстве ВЛ длиной 60—140 км, а при переходных сопротивлениях порядка 300 Ом отсечки полностью теряют чувствительность и на длинных линиях до 180—240 км.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беркович М. А., Семенов В. А. Анализ повреждаемости линий электропередачи 220 и 110 кВ и пути упрощения их релейной защиты. Электрические станции, 1959, № 1.
2. Федосеев А. М. Релейная защита электрических систем. — И.: Энергия, 1976.
3. Монахин И. Анализ поведения реле при однофазном коротком замыкании через высокое переходное сопротивление в системах 110 кВ с глухозаземленными нейтральными. — Доклад 34—05 на сессии СИГРЭ 1976 г. В кн.: Релейная защита и противоаварийная автоматика. — М.: Энергия, 1978.
4. А. с. 350092 (СССР). Способ быстродействующей защиты от однофазных коротких замыканий / Малый. А. С. Оpubл. в Б. И., 1972, № 26.
5. Руководящие указания по релейной защите: Выпуск 12. — М.: Энергия, 1980.
6. Таубес И. Р., Удрис А. П. Чувствительное реле тока нулевой последовательности. — В кн.: Опыт эксплуатации релейной защиты и автоматики в Тульской энергосистеме. — М.: Энергия, 1972 г.

[04.07.84]

УДК 621.318.435.001.24

## Управляемые реакторы с пульсирующим магнитным полем для компенсации реактивной мощности в электрических сетях

СОКОЛОВ С. Е., канд. техн. наук., БИКТАШЕВ Ш. Ш., инж.

Алма-Атинский энергетический институт

Характерной особенностью управляемых реакторов с пульсирующим магнитным полем является сложность схемного решения, обусловленная требованием синусоидальности кривой потребляемого тока. В основе большинства технических решений использованы многостержневые магнитопроводы, дополнительные компенсирующие обмотки и применено разбиение рабочей обмотки переменного тока на параллельные ветви, соединяемые в правый — левый укороченный зигзаг или в звезду и треугольник [1—4].

Разработка управляемых реакторов в пофазном групповом исполнении для использования в электрических сетях практически не велась, очевидно, из-за того, что схема двухстороннего укороченного зигзага на двенадцати однофазных сердечниках уступала по технико-экономическим показателям, а сочетание звезды и треугольника не обеспечивало синусоидальности кривой потребляемого тока в силу особенностей режимов намагничивания магнитно не связанных сердечников. Однако именно эти особенности позволяют упростить конструкцию в целом и с учетом возможности пофазного управления и других достоинств можно говорить не только о конкурентоспособности групповых реакторов, но и о их предпочтительном использовании.

Рассмотрим управляемый реактор, состоящий из двенадцати однофазных сердечников, скомпонованных в четыре трехфазные группы, секционированной обмотки постоянного тока и рабочей обмотки из четырех параллельных ветвей, каждая из которых может быть соединена по любой из вышеупомянутых схем так, чтобы верхняя и нижняя части были симметричны (рис. 1). Тогда при одинаковых направлениях переменного магнитного потока в сердечниках и последовательно-встречном включении секций обмотки подмагничивания обеспечивается отсутствие переменной э. д. с. на ее выводах и четных гармоник в линейном токе (они будут замыкаться в контуре параллельных ветвей обеих частей схемы).

Компенсация нечетных гармоник кратности  $6n \pm 1$  осуществляется за счет схемы соединения параллельных ветвей каждой из частей. Если одна из них соединена в звезду, а другая в треугольник, то магнитная индукция каждой из трехфазных групп при учете лишь третьей гармоники будет описываться выражениями

$$B_\lambda = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t; \quad (1)$$

$$B_\Delta = B_1 \sin (\omega t + 30^\circ). \quad (2)$$

В первом случае имеем режим вынужденного намагничивания по третьей гармонике, когда гармоники напряженности поля кратности  $6n - 1$  противоположны, а кратности  $6n + 1$  совпадают по фазе с первой гармоникой. В режиме свободного намагничивания по третьей гармонике при соединении обмотки в треугольник фазы гармоник кратности  $6n + 1$  фазного тока изменяются на  $180^\circ$ . Однако параллельное соединение двух таких групп не обеспечивает компенсации этих гармоник, так как в группе, соединенной в треугольник, все гармоники линейного тока, который определяется суммой двух фазных токов, оказываются совпадающими с соответствующими гармониками тока группы, соединенной в звезду.

Компенсация гармоник кратности  $6n + 1$  возможна при изменении режима намагничивания группы соединенной в звезду путем размещения на ней дополнительной обмотки соединенной в треугольник (обозначим  $\Delta$  —  $\Delta$ ) [6]. Тогда гармоники кратности  $6n + 1$  этой группы меняют знак на обратный и будут присутствовать только в токе параллельных ветвей. При этом магнитные потоки всех групп практически синусоидальны, и можно было бы считать, что режимы намагничивания всех трехфазных групп одинаковы. Однако вследствие различия сопротивлений обмоток, соединенных в треугольник, точного равенства амплитуд высших гармоник на-

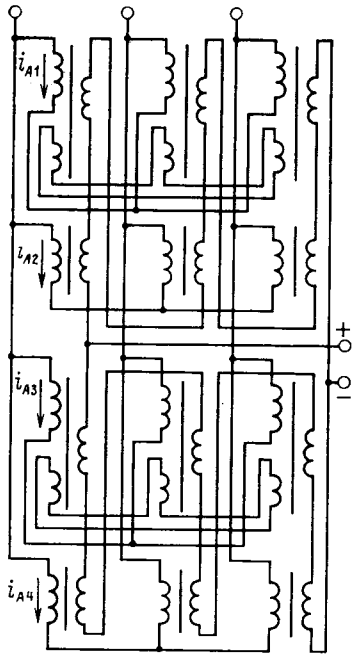


Рис. 1. Управляемый реактор с улучшенной формой кривой тока с соединением параллельных ветвей рабочей обмотки по схеме звезды

пряженности поля не будет и коэффициент гармоник оказывается достаточно высоким (рис. 3).

Из сказанного очевидно, что при использовании однофазных групп нет необходимости соединения одной из параллельных ветвей в треугольник и аналогичный результат будет при соединении обеих параллельных ветвей в звезду и наличии на одной из трехфазных групп дополнительного треугольника, как это показано на рис. 1. В этом случае компенсация гармоник кратности  $6n + 1$  также осуществляется в пределах двух трехфазных групп, но режимы намагничивания их различны в соответствии с (1) и (2). Поскольку в режимах свободного и вынужденного намагничивания по гармоникам нулевой последовательности нечетные гармоники напряженности кратности  $6n + 1$  хотя и противоположны по фазе, но не равны по величине, а условия равенства амплитуд для каждой гармоники, вообще говоря, различны [5], то схемные решения, основанные на сочетании таких режимов, требуют подбора чисел витков параллельных ветвей.

Используя аппроксимацию кривой намагничивания гиперболическим синусом и разложения в ряд по функциям Бесселя, для тока фазы реактора по схеме рис. 1 можно получить:

$$i_A = 4\alpha l \sum_{v=1, 5, 7, \dots} \left\{ \frac{J_1(b_{1c})}{\omega_x} + \frac{J_0(b_3) J_v(b_{1B}) + \dots}{\omega_p} \right. \\ \left. + \frac{\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(b_3) [J_{3n-v}(b_{1B}) + J_{3n+v}(b_{1B})]}{\omega_p} \right\} \sin \omega t, \quad (3)$$

где  $\alpha = \frac{H}{h}$  — коэффициент аппроксимации;  $b_{1c}$ ,  $b_{1B}$ ,  $b_3$  — приведенные значения индукции первой гармоники в режиме свободного и вынужденного намагничивания и третьей гармоники с учетом коэффициента аппрокси-

мации ( $b = \beta B$ );  $\omega_p = \frac{U}{kB_{1m}}$  — расчетное число витков при синусоидальной индукции;  $\omega_x$  — требуемое число витков группы с дополнительным треугольником.

Тогда условие компенсации  $v$ -й гармоники получим в виде

$$J_v(b_{1c}) \omega_p = \left\{ J_0(b_3) J_v(b_{1B}) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_n(b_3) \times \right. \\ \left. \times [J_{3n-v}(b_{1B}) + J_{3n+v}(b_{1B})] \right\}. \quad (4)$$

Очевидно  $\omega_x$  выбирается из условия равенства токов первых гармоник параллельных ветвей, что и будет определять значение коэффициента гармоник. Существенно лучшие результаты получаются при использовании схем на основе зигзага. Возможна реализация двухстороннего укороченного зигзага с соотношением витков основной и дополнительной секции  $\omega/\omega_d = 0,366$  — аналогично реактору Фридендера [1], но целесообразнее применение более простой схемы одностороннего равноплечего зигзага с соотношением чисел витков  $\omega/\omega_d = 1$  (рис. 2) [7].

При равноплечем зигзаге для тока фазы и напряженностей поля с учетом сдвига потоков в группах, соединенных в зигзаг, относительно потоков групп, соединенных в звезду, можно записать:

$$i_{2A} = i_{4A} = \frac{l}{\sqrt{3}\omega} (h_{2A} - h_{2B}); \quad (5)$$

$$h_{2A} = \text{sh} [b_1 \sin(\omega t + 30^\circ) + b_3 \sin(\omega t + 90^\circ)]; \quad (6)$$

$$h_{2B} = \text{sh} [b_1 \sin(\omega t - 90^\circ) + b_3 \sin(\omega t + 90^\circ)]; \quad (7)$$

$$i_{2A} \approx \frac{\alpha l}{\sqrt{3}\omega_1} \{ \text{sh} [b_1 \sin(\omega t + \psi_A) + b_3 \sin(3\omega t + \psi_3)] - \\ - \text{sh} [b_1 \sin(\omega t + \psi_B) + b_3 \sin(3\omega t + \psi_3)] \} =$$

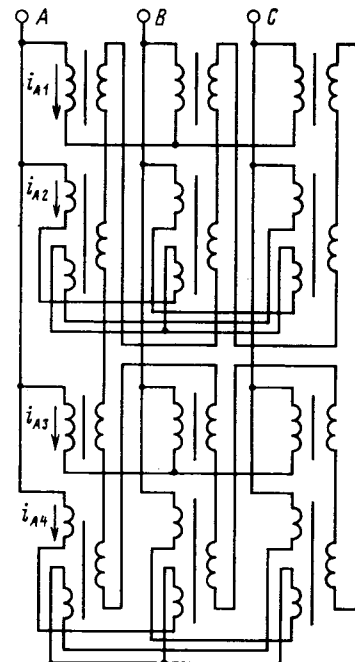


Рис. 2. Управляемый реактор с соединением рабочей обмотки по схеме одностороннего равноплечего зигзага

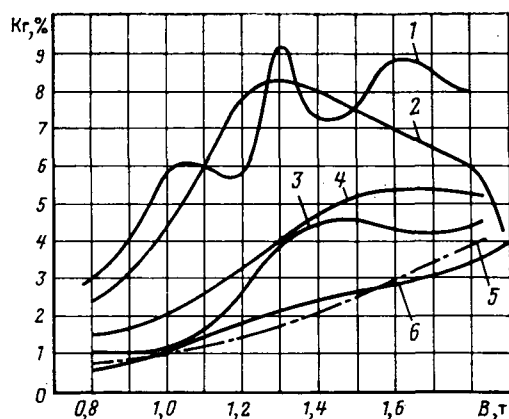


Рис. 3. Характер изменения коэффициента гармоник кривой потребляемого тока различных схем управляемых реакторов с плоскошхтованными магнитопроводами

$$= \frac{\alpha l}{\sqrt{3} \omega_1} \{ \text{ch} [b_3 \sin (3 \omega t + \psi_3)] \text{sh} [b_1 \sin (\omega t + \psi_A)] - \\ - \text{sh} [b_1 \sin (\omega t + \psi_B)] \text{ch} [b_1 \sin (\omega t + \psi_A)] - \\ - \text{ch} [b_1 \sin (\omega t + \psi_B)] \}. \quad (8)$$

После преобразований и разделения членов с одинаковыми частотами для тока параллельной ветви, соединенной в зигзаг, получим

$$i_{2A} = \pm \frac{2 \alpha l}{\omega_1} \sum_{v=1, 5, 7} \left\{ J_0(b_3) J_v(b_1) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1} (-1)^n J_n(b_3) [J_{3n-v}(b_1) + J_{3n+v}(b_1)] \right\} \sin v \omega t, \quad (9)$$

где знак «+» для  $v=1, 7, 13, 19, \dots$ , а «-» для  $v=5, 11, 17, \dots$

Для тока ветви групп, соединенных в звезду, можно сразу записать [5]:

$$i_{1A} = (-1)^{\frac{v+3}{2}} \frac{2 \alpha l}{\omega_1} \sum_{v=1, 5, 7} \left( J_0(b_3) J_v(b_1) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1} (-1)^n J_n(b_3) [J_{3n-v}(b_1) + J_{3n+v}(b_1)] \right) \sin v \omega t. \quad (10)$$

Из (9) и (10) можно видеть, что гармоники кратно  $6n+1$  равны и противоположны по фазе.

Характер изменения коэффициента гармоник рассмотренных схем показан на рис. 2 (схеме  $\Delta$  —  $\Delta$  соответствует кривая 1, схеме  $\Delta$  —  $\lambda$  — кривая 2, схеме укороченного зигзага — кривая 3 и схеме равноплечего зигзага — кривая 4). Как следует из рис. 2 и формул (9) и (10), схема зигзаг обеспечивает идентичность режимов намагничивания и следовательно практически полную компенсацию гармоник тока кратностью  $6n \pm 1$ . Коэффициенты гармоник схем двухстороннего укороченного зигзага ( $K_w = 0,366$ ) и одностороннего равноплечего зигзага ( $K_w = 1$ ) практически одинаковы.

Измерения коэффициента гармоник проводились при работе реакторов в сети, собственный коэффициент гармоник которой составлял 1,5—2 %, при этом собственный коэффициент гармоник кривой тока реактора с использованием схемы соединения зигзаг не должен был превышать 1,5—3 % практически во всем диапазоне возможных значений индукций.

Во всех рассмотренных случаях режимы намагничивания трехфазных групп, обеспечивающих компенсацию нечетных гармоник, различны либо по фазе первой гармоники, либо по третьей гармонике магнитного потока, что и определяет в реакторах с подмагничиванием необходимость использования четырех трехфазных групп с целью компенсации четных гармоник и обеспечения равенства нулю переменной э. д. с. на выводах обмотки подмагничивания.

Анализ приведенных и других существующих решений, использующих схемный способ компенсации высших гармоник, показывает, что дальнейших путей упрощения конструкции путем уменьшения количества магнитопроводов в групповых реакторах или стержней и модулей в магнитосвязанных сердечниках практически нет.

Решение этой задачи дает использование принципа режимной или дроссельной компенсации, основанного на зависимости амплитуд и фазы гармоник напряженности от величины потока нулевой последовательности [8]. В [5] показано, что в режиме промежуточного намагничивания по третьей гармонике индукции нечетные гармоники напряженности поля, в частности кратности  $6n \pm 1$ , могут быть равны нулю, что и дает возможность их исключения из потребляемого из сети тока.

Схема управляемого реактора с дроссельной компенсацией приведена на рис. 4, где показаны рабочая, управляющая и компенсационная обмотки, последняя из которых соединена в открытый треугольник и подключена к регулируемому дросселю, обеспечивающему изменение потока нулевой последовательности.

Компенсация четных гармоник и равенство нулю переменной э. д. с. на выводах обмотки постоянного тока обеспечивается так же как и в других схемах за счет параллельного соединения двух трехфазных групп.

С учетом постоянной составляющей  $b_0$  и величины третьей гармоники индукции, соответствующей минимуму коэффициента искажений  $b_3$ , для тока фазы по аналогии с (10) имеем

$$i_A = (-1)^{\frac{v+3}{2}} \text{ch} b_0 \frac{2 \alpha l}{\omega} \sum_{v=1, 5, 7} \left\{ J_0(b_3) J_v(b_1) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1} (-1)^n J_n(b_3) [J_{3n-v}(b_1) + J_{3n+v}(b_1)] \right\} \sin v \omega t. \quad (11)$$

Расчетный и экспериментальный коэффициенты гармоник приведены на рис. 2 (кривые 5 и 6), а гармониче-

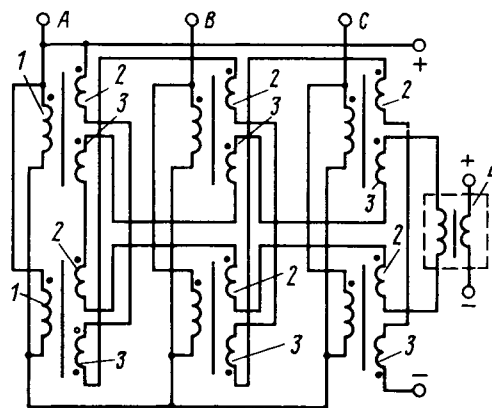


Рис. 4. Управляемый реактор с дроссельной компенсацией: 1, 2 и 3 — рабочая, управляющая и компенсационная обмотки; 4 — компенсационный дроссель

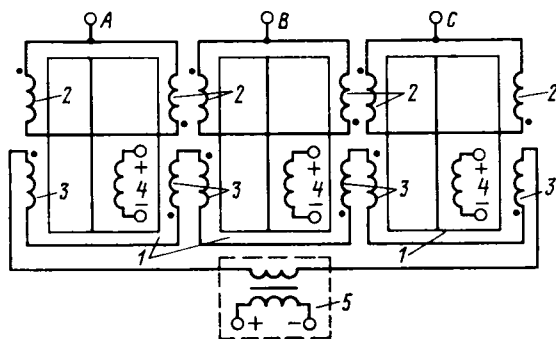


Рис. 5. Трехфазный управляемый реактор на трехстержневых плоскоштырованных сердечниках: 1 — сердечники; 2, 3, 4 — рабочая, компенсационная и управляющая обмотки; 5 — компенсационный дроссель

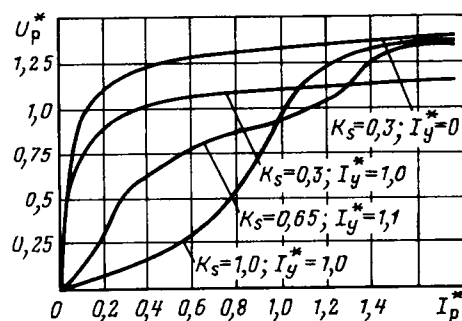


Рис. 6. Вольт-амперные характеристики трехстержневого управляемого реактора при различном соотношении сечений и крайнего стержня:  $U_p^*$ ,  $I_p^*$ ,  $I_y^*$  — относительные значения напряжения, рабочего и управляющего токов

ский состав тока фазы управляемого реактора с дроссельной компенсацией высших гармоник при  $B_1 = 1,3$  Тл (до и после компенсации) рассмотрен в таблице.

Дальнейшего улучшения технико-экономических показателей можно добиться путем использования трехстержневых плоскоштырованных сердечников, аналогичных сердечникам серийных силовых трансформаторов. Возможный вариант схемного решения приведен на рис. 5. Расположение на крайних стержнях секций обмотки переменного тока, соединенных встречно-параллельно, а обмотки постоянного тока — на среднем стержне обеспечивает отсутствие в линейном токе четных гармоник и равенство переменной э. д. с. на выводах обмотки управления. В остальной конструкции аналогична рассмотренной ранее.

До сих пор под коэффициентом гармоник мы подразумевали соотношение между токами первой и высших гармоник в любой заданный момент времени, т. е. его абсолютное или мгновенное значение. В то же время нет никакой необходимости обеспечивать коэффициент гармоник, скажем 2—3 %, при холостом ходе и близких к нему режимах, если учесть, что коэффициент гармоник силовых трансформаторов в этих же режимах достигает 30 %. Если воспользоваться величиной коэффициента гармоник относительно номинального значения первой гармоники тока, то возможно существенно уменьшить диапазон изменения третьей гармоники индукции и отказать от регулирования дросселя.

Режим	Содержание высших гармонических, %						
	1-я	3-я	5-я	7-я	11-я	13-я	15-я
Без компенсации	100	3,35	15,20	3,4	2,50	1,35	1,35
С компенсацией	100	—	0,75	1,7	0,42	0,32	0,25

Использование трехстержневого магнитопровода позволяет получить принципиально новые вольт-амперные кривые аппарата, сочетающие в себе возможности принудительного и параметрического управления, т. е. создать насыщающийся реактор, не требующий промежуточного трансформатора для подстройки рабочей точки. Параметрическое управление основано на свойстве насыщения и изменения потребляемого тока рабочей обмотки при изменении напряжения сети и неизменном токе управления. Характер вольт-амперных характеристик (рис. 6) определяется в данном реакторе соотношением индукций или сечений среднего  $S_{ср}$  и крайнего  $S_{кр}$  стержней  $k_s = S_{ср}/S_{кр}$ . При равенстве сечений  $k_s = 1$  вольт-амперные характеристики соответствуют обычным характеристикам двойного намагничивания управляемых постоянным током реакторов. При  $k_s \leq 0,3$  характеристика вырождается в естественную кривую намагничивания, что соответствует насыщающимся аппаратам. При  $0,3 \leq k_s \leq 1$  характеристики занимают промежуточное положение, т. е. обеспечивается возможность принудительного управления при сохранении свойств насыщающегося аппарата.

Таким образом, конструкции реакторов с компенсацией высших гармоник режимным путем предельно просты и практически не имеют ограничения по классу изоляции. В пределах транспортных габаритов возможно изготовление таких реакторов мощностью до 900 мвар в фазе. Технология производства магнитопровода и обмоток ничем не отличается от общепринятой технологии трансформаторостроения. Все это, наряду с возможностью пофазного управления, высокими технико-экономическими показателями и высокой надежностью, позволяет рекомендовать их для использования в электрических сетях и системах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Friedlander E. Grundlagen der Ausnützung höchster Eisensättigungen für die Starkstromtechnik. — ETZ-A, 1958, Bd 79, H4, S. 104—110.
2. Маневич А. С. Статические компенсаторы реактивной мощности для линий электропередач сверхвысокого напряжения. — Энергохозяйство за рубежом, 1976, № 1, с. 28—32.
3. Соколов С. Е., Брянцев А. М. Управляемый реактор с пространственным магнитопроводом. — Изв. вузов. Энергетика, 1978, № 10, с. 3—10.
4. А. с. 860153 (СССР). Управляемый реактор./Таллин И. Ч., Синица Э. А., Ярвик Я. Я. — Оpubл. в Б. И., 1981, № 32.
5. Соколов С. Е. О взаимосвязи гармоник нелинейности магнитного потока и напряженности поля трехфазных ферромагнитных устройств. — Изв. вузов. Энергетика, 1981, № 6.
6. А. с. № 1130908 (СССР). Трехфазный управляемый реактор/Соколов С. Е., Бикташев Ш. Ш. — Оpubл. в Б. И., 1984, № 47.
7. А. с. 1076964 (СССР). Трехфазный управляемый реактор/С. Е. Соколов, Ш. Ш. Бикташев. — Оpubл. в Б. И., 1984, № 8.
8. А. с. 729663 (СССР). Электроиндукционное устройство/Соколов С. Е. — Оpubл. в Б. И., 1980, № 15.
9. А. с. № 1014050 (СССР). Трехфазный управляемый реактор/Брянцев А. М., Леонов И. И., Лис И. Д., Соколов С. Е. — Оpubл. в Б. И., 1983, № 13.

[19.11.84]

# Определение эквивалентного тока нагрева проводников в системах электроснабжения промышленных предприятий

ЖЕЖЕЛЕНКО И. В., доктор техн. наук, ЛИПСКИЙ А. М., канд. техн. наук, САЕНКО Ю. Л., инж.

Жданов

Правильное определение расчетных электрических нагрузок является основой рационального проектирования систем электроснабжения промышленных предприятий. Однако принятые расчетные методы во многих случаях дают завышенное значение тока, что влечет за собой перерасход цветного металла и неоправданное увеличение капитальных затрат, в особенности при резкопеременных графиках нагрузки.

Ниже рассмотрен метод определения расчетного тока проводника при резкопеременных (дуговые сталеплавильные печи, прокатные станы, сварка) и равномерных графиках нагрузки на основе решения стохастических дифференциальных уравнений и определена температурная зависимость, по которой необходимо рассчитывать эквивалентный ток и выбирать сечение проводника.

При определении расчетной нагрузки можно учитывать только тепловой износ изоляции, так как износ от механических напряжений в жилах кабелей и от изменения напряженности электрического поля оказывается значительно меньше износа изоляции от превышения температуры, и эквивалентное по условиям износа изоляции превышение температуры проводника  $\theta_0$  по отношению к температуре окружающей среды за время  $T$  определяется из уравнения

$$\frac{1}{T} \int_0^T e^{\gamma(\theta(t) - \theta_n)} dt = \frac{1}{T} \int_0^T e^{\gamma(\theta_0 - \theta_n)} dt, \quad (1)$$

где  $\theta(t)$  — превышение температуры проводника;  $\theta_n$  — номинальное превышение температуры проводника;  $\gamma$  — температурный коэффициент старения изоляции.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\theta_0 = \frac{1}{\gamma} \ln \left[ \frac{1}{T} \int_0^T e^{\gamma \theta(t)} dt \right]. \quad (2)$$

Следовательно, эквивалентная температура проводника (кабеля), по которой выбирается его сечение, является среднеэкспоненциальной.

Рассмотрим общепринятую при расчетах заводских электрических сетей схему тепловых процессов в проводнике как однородном теле [1]. Будем считать, что температура в каждой точке поперечного сечения проводника практически не изменяется по его длине, и проводник находится в воздухе. В этом случае уравнение теплового баланса, связывающее температуру перегрева проводника  $\theta(t)$  и ток  $I(t)$ , протекающий через него, имеет вид [2]

$$\tau \frac{d\theta(t)}{dt} + (1 - \lambda \alpha_0 I^2(t)) \theta(t) = \lambda I^2(t), \quad (3)$$

где  $\tau$  и  $\alpha_0$  — соответственно постоянная времени нагрева проводника и его температурный коэффициент сопротивления;  $\lambda = R\tau/C$  — коэффициент, учитывающий сопротивление проводника  $R$  и его теплоемкость  $C$ .

В реальных условиях ток нагрузки различных электроприемников представляет собой случайный нестационарный процесс. Для решения уравнения (3) представим случайный процесс  $I(t)$  в виде суммы нестационарного математического ожидания и стационарного «высоко-частотного» нормального случайного процесса  $\delta I_1(t)$

с нулевым математическим ожиданием и экспоненциально-косинусной корреляционной функцией вида

$$K_{\delta I_1}(\nu) = D_{\delta I_1} e^{-\alpha_1 |\nu|} \cos \omega_1 \nu, \quad (4)$$

где  $D_{\delta I_1}$  — дисперсия процесса  $\delta I_1(t)$ ;  $\alpha_1$  и  $\omega_1$  — коэффициент затухания и собственная частота корреляционной функции соответственно. В этом случае корреляционная функция процесса  $I(t)$  совпадает с  $K_{\delta I_1}(\nu)$ .

Для определения математического ожидания и дисперсии превышения температуры преобразуем исходное уравнение, применив метод линеаризации [3]:

$$\frac{d\theta}{dt} + \xi \theta = \rho (I^2(t) - \mu), \quad (5)$$

где

$$\xi = \frac{\delta}{\tau}; \quad \rho = \frac{\lambda}{\tau \delta};$$

$$\mu = (1 - \delta) \bar{m}_{I^2}; \quad \delta = 1 - \lambda \alpha_0 \bar{m}_{I^2};$$

$$\bar{m}_{I^2} = \frac{1}{T} \int_0^T m_{I^2}(t) dt.$$

Математическое ожидание температуры  $m_\theta$  может быть определено интегрированием уравнения (5) при условии, что математическое ожидание квадрата тока практически постоянно в течение постоянной времени нагрева  $3\tau$  проводника:

$$m_\theta(t) = \frac{\lambda}{\delta} (m_{I^2}(t) + D_{\delta I_1}). \quad (6)$$

Дисперсию температуры определим по выражению [3]

$$D_\theta(t) = \int_0^t \int_0^t h(t, x_1) h(t, x_2) K_{I^2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2. \quad (7)$$

Здесь

$$h(t, x) = \rho e^{-\xi(t-x)} \quad (8)$$

является весовой функцией линейной системы, поведение которой описывается уравнением (5).

Как показали экспериментальные исследования, большинство графиков характеризуется законом распределения [1]

$$f(I) = \frac{1}{\sigma_I \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(I - m_I)^2}{2\sigma_I^2} \right]. \quad (9)$$

Поэтому корреляционная функция квадрата тока связана с корреляционной функцией тока известным соотношением [2]

$$K_{I^2}(t_1, t_2) = 2K_I^2(t_1 - t_2) + 4m_I(t_1)m_I(t_2)K_I(t_1 - t_2). \quad (10)$$

Подставляя (4), (8), (10) в выражение (7) после упрощений и при условии, что для резкопеременных нагрузок  $\alpha_1, \omega_1 \gg \frac{1}{\tau}$ , получим

$$D_\theta(t) = \frac{4\alpha_1 \lambda^2 D_{\delta I_1} m_{I^2}(t)}{\delta^3 \tau (\alpha_1^2 + \omega_1^2)}. \quad (11)$$

Для резкопеременных графиков нагрузки ввиду относительно большой инерционности процесса нагрева про-



одника выражение (2) можно преобразовать к виду

$$\theta_3 = \frac{1}{T} \int_0^T \theta(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T M[\theta(t)] dt = m_\theta. \quad (12)$$

здесь  $M[\theta(t)]$  — математическое ожидание случайной функции  $\theta(t)$ ;  $T = 30$  мин, так как для расчета эквивалентного тока используется понятие 30-минутного максимума нагрузки.

Эквивалентный ток определяется по выражению

$$I_3 = \sqrt{\frac{\delta \theta_3}{\lambda}} = \sqrt{m_I^2 + D_{\delta I_1}}. \quad (13)$$

Таким образом, эквивалентный по условию износа изоляции ток при резкопеременных графиках нагрузки  $\alpha_1, \omega_1 \gg \frac{1}{\tau}$  определяется как среднеквадратическое значение тока нагрузки проводника.

Для равномерных графиков нагрузки, изменение которой проявляется медленно, в течение суток, постоянной времени нагрева проводника можно пренебречь  $\alpha, \omega \ll \frac{1}{\tau}$ . Учет температурного коэффициента сопротивления проводника  $\alpha_0$  приводит к изменению эквивалентного тока на 2—3 %, поэтому в дальнейших расчетах принимаем  $\alpha_0 = 0$ .

Учитывая вышесказанное, температуру проводника можно определить по выражению

$$\theta = \lambda I^2(t). \quad (14)$$

При нормальном законе распределения тока нагрузки плотность распределения температуры проводника имеет вид [4]

$$f(\theta) = \frac{\exp\left[-\frac{m_I^2}{2\sigma_I^2}\right] \exp\left[-\frac{\theta}{2\lambda\sigma_I^2}\right]}{\sigma_I \sqrt{2\pi\lambda}} \frac{1}{\sqrt{\theta}} \operatorname{ch}\left[\frac{m_I \sqrt{\theta}}{\sqrt{\lambda}\sigma_I^2}\right], \quad (15)$$

где  $\sigma_I = \sqrt{D_I}$  — среднеквадратическое отклонение тока нагрузки проводника.

В соответствии с формулой (2)

$$\theta_3 = \frac{1}{\gamma} \ln \left[ \frac{1}{T} M \left( \int_0^T e^{\gamma \theta(t)} dt \right) \right] = \frac{1}{\gamma} \ln \int_0^\infty e^{\gamma \theta} f(\theta) d\theta. \quad (16)$$

Подставляя (15) в (16) и интегрируя, получим

$$\theta_3 = \beta \lambda m_I^2 + \frac{1}{2\gamma} \ln \beta, \quad (17)$$

где

$$\beta = (1 - 2\gamma \lambda D_I)^{-1}.$$

Эквивалентный ток

$$I_3 = \sqrt{\frac{\theta_3}{\lambda}} = \sqrt{\beta m_I^2 + \frac{1}{2\gamma\lambda} \ln \beta}. \quad (18)$$

Пренебрежение вторым слагаемым в выражении (18) дает погрешность не более 1 %. Коэффициент  $\lambda$  связан с эквивалентным током  $I_3$  и номинальным превышением температуры  $\theta_n$  соотношением

$$\lambda = \frac{\theta_n}{I_3^2}. \quad (19)$$

Подставив (19) в (18), получим

$$I_3 = m_I \sqrt{1 + 2\gamma \theta_n V_I^2}, \quad (20)$$

где  $V_I = \frac{\sigma_I}{m_I}$  — коэффициент вариации тока.

Для кабелей 6—10 кВ, проложенных в воздухе,  $\gamma = 0,0886$  град<sup>-1</sup>;  $\theta_n = 35^\circ$  [1], и выражение (20) приобретает вид:

$$I_3 = m_I \sqrt{1 + 6,1 V_I^2}. \quad (21)$$

Таким образом, для равномерных графиков нагрузки, характеризующихся большими колебаниями температуры нагрева проводников, расчет эквивалентного тока необходимо производить по среднеэкспоненциальной температуре, а не по пиковой [1] или средней.

В общем случае график нагрузки представляет собой комбинацию двух составляющих: медленно изменяющейся, связанной с наличием утреннего и вечернего максимумов нагрузки, и быстро изменяющейся, связанной с наличием резкопеременных нагрузок. Обе эти составляющие, как правило, статически независимы. В этом случае расчет производится по выражению (13), где вместо математического ожидания тока  $m_I$  необходимо подставить соответствующее выражение из (21):

$$I_3 = \sqrt{m_I^2 (1 + 6,1 V_I^2) + D_{\delta I_1}}. \quad (22)$$

Таким образом, для определения эквивалентного тока нагрузки необходимо выделить медленно изменяющуюся составляющую графика нагрузки  $I(t)$  и определить ее числовые характеристики:

$$m_I = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt; D_I = \frac{1}{T} \int_0^T (I(t) - m_I)^2 dt; V_I^2 = \frac{D_I}{m_I^2}.$$

Необходимо также определить дисперсию  $D_{\delta I_1}$  для 30-минутного графика нагрузки  $\delta I_1(t)$ :

$$D_{\delta I_1} = \frac{1}{30} \int_0^{30} (\delta I_1(t) - m_{\delta I_1})^2 dt,$$

где

$$m_{\delta I_1} = \frac{1}{30} \int_0^{30} \delta I_1(t) dt.$$

Эквивалентный ток, найденный по выражению (22), проверяется сопоставлением с максимальным током, соответствующим максимальной температуре  $\theta_{\max} = 1,5 \theta_n$ :

$$I_3 \geq \frac{\sqrt{I_{\max}^2 + D_{\delta I_1}}}{\sqrt{1,5}} = 0,816 \sqrt{I_{\max}^2 + D_{\delta I_1}} = 0,816 \sqrt{m_I^2 (1 + 1,64 V_I^2) + D_{\delta I_1}}. \quad (23)$$

Последнее соотношение справедливо с интегральной вероятностью 95 %, что приемлемо для практических расчетов.

Допустимый по условию перегрузки уровень тока связан с  $I_3$  соотношением

$$I_{\text{доп}} = k I_3, \quad (24)$$

где  $k$  — кратность перегрузки.

Допустимый ток нагрузки можно представить также в виде

$$I_{\text{доп}} = m_I + \Phi^*(1 - \bar{t}_{\text{доп}}) \sigma_I, \quad (25)$$

где  $\bar{t}_{\text{доп}}$  — относительное допустимое время перегрузки;  $\Phi^*(1 - \bar{t}_{\text{доп}})$  — функция, обратная закону распределения тока нагрузки  $\Phi(I)$ .

Из соотношений (24) и (25) получаем

$$\bar{t}_{\text{доп}} = 1 - \Phi\left(\frac{k I_{\text{доп}} - m_I}{\sigma_I}\right). \quad (26)$$

При расчетах по (26) суммарная длительность тока превышающего допустимый, при  $k = 1,9 \div 1,4$  равна 5—10 мин, в то время как длительность, указанная в ПУЭ, составляет 30—60 мин. Таким образом, при расчетах эквивалентного тока по выражению (21) можно пренебречь этим превышением тока над его допустимым значением. Результаты расчетов, выполненных по выражениям (13), (21) и (22), были проверены экспериментально на физической модели. Погрешность расчетов по этим формулам оказалась менее 7 %. В настоящее время для расчета тока по максимальной температуре используется выражение [1]

$$I_p = m_I + 2,5 \sigma_I, \quad (27)$$

а по износу изоляции —

$$I_p = \begin{cases} m_I + 1,7 \sigma_I, & \text{при } V_I \leq 0,2; \\ m_I + 2 \sigma_I, & \text{при } V_I > 0,2. \end{cases} \quad (28)$$

Выражения (27) и (28) дают завышенные значения токов по сравнению с выражением (21). Для иллюстрации в табл. 1 приведены превышения (в процентах) расчетных значений тока, вычисленных по формулам (27) и (28) по сравнению с его значениями, найденными по выражению (21), а также коэффициенты вариации тока, рассчитанные для характерных графиков нагрузки для предприятий различных отраслей промышленности.

Из таблицы видно, что при больших коэффициентах вариации тока (предприятия машиностроения и металлообработки, деревообрабатывающей промышленности, легкой промышленности, промышленного города, погрешность существующих методов расчета по износу изоляции равна до 30 % и по максимальной температуре — до 40 %. Таким образом, для предприятий с коэффициентом вариации тока нагрузки более 0,1 эквивалентный ток необходимо рассчитывать (с учетом износа изоляции) по среднеэкспоненциальной температуре согласно выражению (21), а при коэффициенте вариации тока менее 0,1 — по выражению (28).

Рассмотрим числовые характеристики тока при известных графиках активной  $P(t)$  и реактивной  $Q(t)$  мощностей. Если эти графики получены одновременно, то процесс  $I(t)$  может быть представлен в виде

$$I(t) = \frac{\sqrt{P^2(t) + Q^2(t)}}{\sqrt{3}U},$$

где  $U$  — напряжение сети — детерминированная величина. По известному  $I(t)$  могут быть получены его числовые характеристики ( $m_I$ ,  $D_I$ ), как показано выше.

Если графики  $P(t)$  и  $Q(t)$  получены в разные промежутки времени или известны их числовые характеристики, то  $m_I$  и  $D_I$  могут быть определены из условия нормальности законов распределения процессов  $P(t)$  и  $Q(t)$ .

Отрасль промышленности	$V_I$	$I_p =$	
		$\begin{cases} m_I + 1,7\sigma_I, & V_I \leq 0,2; \\ m_I + 2\sigma_I, & V_I > 0,2 \end{cases}$	$\begin{cases} I_p = m_I \\ + 2,5\sigma_I \end{cases}$ %
Предприятия черной металлургии	0,091	13	20
Предприятия цветной металлургии	0,066	10	15
Предприятия нефтепереработки	0,046	7	11
Предприятия химической промышленности	0,079	11	15
Предприятия машиностроения и металлообработки	0,304	28	40
Предприятия деревообрабатывающей промышленности	0,369	28,4	42
Предприятия легкой промышленности	0,306	28	40
Предприятия текстильной промышленности	0,176	19	32
Предприятия пищевой промышленности	0,159	18	30
Промышленный город	0,414	98	42

Математическое ожидание и дисперсия квадрата тока [2]

$$m_{I^2} = \frac{1}{3U^2} (m_P^2 + D_P + m_Q^2 + D_Q); \quad (29)$$

$$D_{I^2} = \frac{2}{9U^4} (D_P^2 + 2m_P^2 D_P + D_Q^2 + 2m_Q^2 D_Q + 2D_{PQ}^2 + 4m_P m_Q D_{PQ}), \quad (30)$$

где  $D_P$ ,  $D_Q$ ,  $m_P$ ,  $m_Q$  — дисперсии и математические ожидания соответственно активной и реактивной мощностей;  $D_{PQ}$  — взаимный коэффициент корреляции процессов.

С другой стороны [2],

$$m_{I^2} = m_I^2 + D_I; \quad (31)$$

$$D_{I^2} = 2D_I^2 + 4m_I^2 D_I. \quad (32)$$

Решая совместно (31) и (32) относительно  $m_I$  и  $D_I$ , получаем

$$m_I = \sqrt[4]{m_{I^2}^2 - 0,5D_{I^2}}; \quad (33)$$

$$D_I = m_{I^2} - \sqrt[2]{m_{I^2}^2 - 0,5D_{I^2}}. \quad (34)$$

Подставляя (29) и (30) в (33) и (34), получаем

$$m_I = \frac{1}{\sqrt{3}U} \times \sqrt[4]{(m_P^2 + m_Q^2) + 2m_P m_Q \left(\frac{m_Q}{m_P} D_P + \frac{m_P}{m_Q} D_Q - D_{PQ}\right) + 2(D_P D_Q - D_{PQ}^2)}; \quad (35)$$

$$D_I = \frac{1}{3U^2} [m_P^2 + D_P + m_Q^2 + D_Q] - m_I^2. \quad (36)$$

**Выводы:** 1. Существующие методы расчета электрических нагрузок по условиям нагрева кабелей и проводов дают завышение расчетного тока на 10—30 %.

2. Расчетный ток при резкопеременных графиках нагрузки определяется среднеквадратическим значением тока нагрузки проводника.

3. Расчетный ток при равномерных графиках нагрузки необходимо определять по среднеэкспоненциальной температуре.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Электрические нагрузки промышленных предприятий/Волбровский С. Д., Каялов Г. М., Клейн П. Н. и др. — Л.: Энергия, 1971.

2. Жежеленко И. В., Саенко Ю. Л. Определение эквивалентного греющего тока проводника при известных графиках нагрузки. — Изв. вузов. Энергетика, 1983, № 10.

3. Пугачев В. С. Теория случайных функций. — М.: Физматгиз, 1960.

4. Фокин Ю. А., Резников И. Г., Арсамаков И. И. Определение расчетной нагрузки понижающих трансформаторов центров питания по характеристикам случайного процесса ее изменения. — Электричество, 1972, № 8.

5. Справочник по электроснабжению промышленных предприятий. Промышленные электрические сети/Под общей ред. А. А. Федорова и Г. В. Сербниновского. — М.: Энергия, 1980. [22.02.85]



УДК 621.313.333.013.001.24

## Магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины с двухсторонней зубчатостью сердечников

АФАНАСЬЕВ А. А., канд. техн. наук

Чебоксары

Расчет магнитного поля (МП) в электрических машинах на основе решения дифференциальных уравнений Максвелла требует применения ЭВМ с большим объемом памяти и высоким быстродействием. В виду значительных вычислительных затрат на решение задач в полевой постановке МП рассчитывают в большинстве с помощью приближенных интегральных методов.

Важнейшей задачей электромагнитного расчета является определение потокоцеплений обмоток, обусловленных потоком взаимной индукции между сердечниками. Этот поток может быть найден двумя принципиальными методами: с помощью локальной удельной магнитной проводимости воздушного зазора (ВЗ) [1] и на основе магнитной проводимости отдельных зубцовых контуров [2]. Их отличие проявляется прежде всего в особенностях нахождения потока взаимной индукции. Во втором методе определяются непосредственно магнитные потоки расчетных элементарных контуров обмоток, а в первом — магнитный поток (как функция распределения индукции) участков какой-либо окружности (в общем случае линии, например, эквипотенциальной, для которой магнитный потенциал равен половине разности магнитных потенциалов сердечников), соответствующих зубцовым делениям первого и второго сердечников.

Локальная магнитная проводимость, рассчитанная для конкретно выбранной окружности и являющаяся функцией одной линейной (угловой) координаты, после умножения на м. д. с. обмоток дает радиальную составляющую индукции в точках указанной окружности ВЗ. В принципе изменение этой составляющей индукции по высоте ВЗ может быть учтено соответствующим изменением локальной магнитной проводимости. На значение индукции в ВЗ влияют не только геометрия пазов и значения токов в них, но и характер распределения проводников в пазах. Для полного исключения этого последнего влияния, т. е. для однозначного определения м. д. с. обмоток, необходимо допустить, что проводники расположены бесконечно тонким слоем на дне пазов (глубина погружения проводников равна высоте паза).

В практике инженерных расчетов можно считать, что указанный эффект достигается при глубине погружения проводников в паз, равной не менее половины его открытия [3]. Таким образом, при известных значениях одномерной функции м. д. с. и в общем случае двух-

мерной функции магнитной проводимости находится распределение индукции на выбранной линии (в частности, одномерной) ВЗ.

Расчет такого распределения существенно облегчается тем, что, как свидетельствует опыт, магнитная проводимость для средней окружности ВЗ может считаться равной в первом приближении произведению частных магнитных проводимостей, полученных аналитически для односторонней зубчатости ВЗ [1]. Очевидно, что при обеспечении достаточно низкой методической погрешности этот метод позволит получить сравнительно надежные результаты электромагнитного расчета установившегося и переходного режима при допустимых в инженерной практике вычислительных затратах.

В статье на основе конформного отображения плоскости на зубчатую область ВЗ анализируется погрешность метода магнитной проводимости, обосновываются пути повышения точности расчета МП указанным методом.

**Общие особенности расчета МП.** Будем рассматривать МП при униполярном намагничивании двух ферромагнитных сердечников с бесконечно большой магнитной проницаемостью, разделенных воздушным зазором  $\delta$  и содержащих два открытых паза (рис. 1, а). Соответствие внутренней области этого открытого в бесконечности десятиугольника комплексной плоскости  $z=x+jy$  и верхней комплексной полуплоскости  $t=\xi+j\eta$  задается дифференциальным уравнением Кристоффеля — Шварца:

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{\delta}{\pi} \prod_{i=1}^9 (t-a_j)^{\alpha_j-1}, \quad (1)$$

где  $a_j$  — числа (постоянные) вещественной оси  $\xi$ , соответствующие вершинам  $A_j$  многоугольника с внутренними углами  $\alpha_j\pi$ .

По условиям нормировки три постоянных (из полного их числа) могут выбираться произвольно. Примем  $a_1=-10$ ;  $a_5=0$ ;  $a_{10}=\infty$ . Остальные семь находятся путем решения системы нелинейных интегральных уравнений, задающих соответствие размеров граничных участков областей  $z$  и  $t$ . Это решение можно, в частности, эффективно получить путем преобразования исходной системы к системе дифференциальных уравнений на ос-

Таблица 1

$b_1/\delta$	$b_2/\delta$	$b_3/\delta$	Постоянные				
			$a_2=a_3$	$a_4$	$a_6$	$a_7=a_8$	$a_9$
10,6	0	0	-5,70039	-3,21405	20,9639	53,8014	139,595
	0,2	0	-5,76689	-3,28392	11,9879	30,5618	78,9048
	0,4	0	-5,82854	-3,35756	6,91551	17,5411	45,0178
	0,6	0	-5,86582	-3,41521	4,00344	10,1366	25,8579
	0,8	0	-5,86268	-3,43710	2,3100	5,86268	14,8792
5,3	0	0	-1,02072	0,09446	42,2912	1030,21	27680,0
	1	0	-1,50240	-0,15023	7,36667	128,241	3354,20
	2	0	-2,32562	-0,29441	2,46768	32,9806	809,737
	3	0	-3,00159	-0,60905	0,68835	10,4288	233,725
	4	0	-2,97203	-0,88330	0,15155	2,97203	58,2843
25,15	0	0	-0,04898	-0,000216	47,2500	26652,6	16 708 · 10 <sup>3</sup>
	5	0	-0,41164	-0,00200	2,75803	197,327	119 738
	10	0	-1,23412	-0,00891	1,25790	40,4634	22260,4
	15	0	-2,40173	-0,11301	0,11665	11,1519	5441,50
	20	0	-2,52318	-0,63664	0,00624	2,52318	1019,90

нове метода продолжения решения по параметру [4].

Для бесконечно глубоких пазов сердечников количество искомых постоянных уменьшается до пяти, так как имеем  $a_2=a_3$ ;  $a_7=a_8$ . Теперь исходная система содержит только два интегральных уравнения, остальные, связанные с предельным переходом трех открытых вершин многоугольника, являются алгебраическими. Хотя эти два интегральных уравнения и могут быть разрешены аналитически и вся система уравнений становится трансцендентной [5], но поиск решения существенно не облегчается, так как полученная система решается только численными методами.

Целесообразно иметь сравнительно простую систему алгебраических уравнений для нахождения постоянных, соответствующих взаимному положению сердечников, при которых оси их бесконечно глубоких пазов совпадают. Решение этой системы, получаемое методом простых итераций, может служить целям контроля правильности интегрирования разрывных функций [6] при нахождении постоянных методом продолжения решения по параметру для случая произвольного взаимного положения сердечников. Исходя из равенства магнитной проводимости силовых трубок, расположенных симметрично относительно общей оси пазов, можем получить:

$$\left. \begin{aligned} a_2=a_3 &= (a_2-a_1)(a_2-a_6)/\sqrt{-k_2 a_6}; \\ a_6 &= -[(a_2+a_1)(a_2+a_6)/a_2]^2/k_1; \\ a_4 &= a_2^2/a_1; \quad a_9 = a_2^2/a_6; \quad -a_2=a_7=a_8, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $k_{1(2)} = 4a_1 b_{1(2)}^2/\delta^2$ .

В табл. 1 приведены значения постоянных для различных относительных поперечных размеров бесконечно глубоких пазов и их межосевых расстояний, найденные методом [4]. Постоянные в строках табл. 1, для которых значения  $b_3/\delta$  равны 0,4; 4; 20, отвечают симметричному положению сердечников. Они подсчитаны по формулам (2). Расчет их по общим исходным уравнениям дает значения, отличающиеся от табличных цифрами двух последних разрядов.

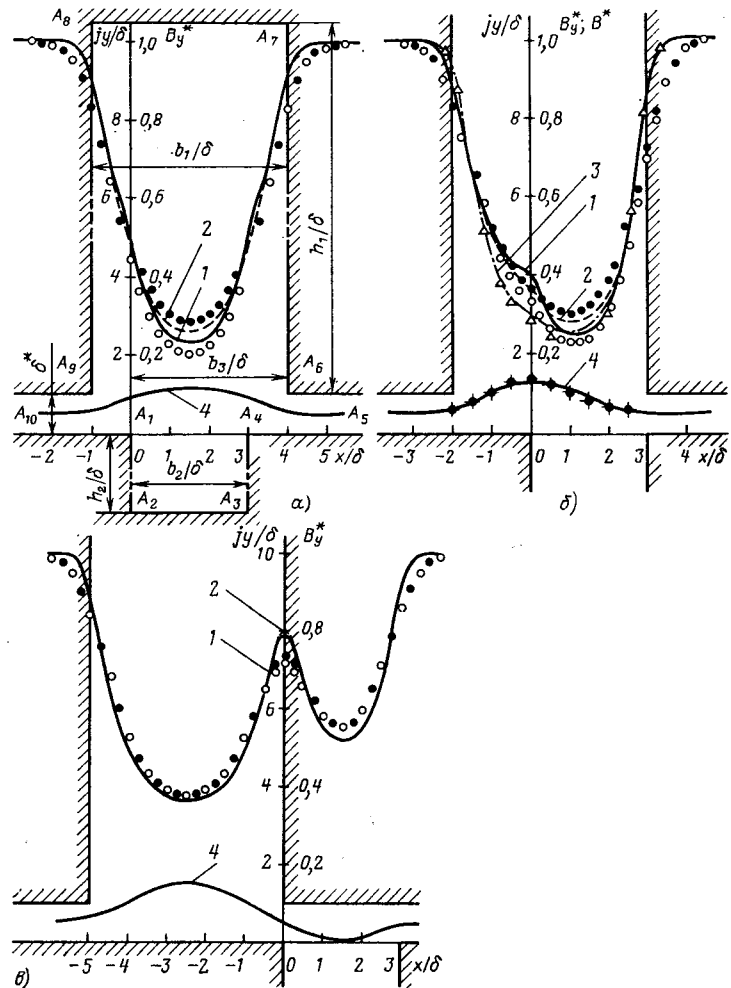


Рис. 1. Магнитное поле при  $b_3/\delta=4$  (а);  $b_3/\delta=3$  (б) и  $b_3/\delta=0$  (в); радиальная составляющая магнитной индукции на средней окружности воздушного зазора: 1 — точный расчет; 2 — по формуле (7), причем  $\Delta_{1(2)}^*$  находятся для  $y/\delta=0,5$ ; 3 — по формуле классического метода (6); 4 — по формуле (7), причем  $\Delta_{1(2)}^*$  находятся для гладких поверхностей сердечников; модуль вектора магнитной индукции на эквипотенциальной линии  $u=0,5$ ; 3 — точный расчет; 4 — по формуле (9), эквипотенциальная линия  $u=0,5$ ; 4 — точный расчет; 4 — по формуле (8)

При разнице магнитных потенциалов между сердечниками  $a_m$  относительное значение комплексно-сопряженного вектора магнитной индукции (в долях  $B_m = \mu_0 a_m/\delta$ ) равно:

$$\bar{B} = j \sqrt{\frac{(t-a_2)(t-a_3)(t-a_7)(t-a_8)}{(t-a_1)(t-a_4)(t-a_6)(t-a_9)}}. \quad (3)$$

С помощью дифференциального уравнения (1) осуществляется «привязка» значений индукции, как функции  $\bar{B} = \bar{B}(t)$ , к точкам комплексной плоскости  $z$ . Формула (3) следует из уравнения (1) и известной зависимости:

$$\bar{B} = j\mu_0 \frac{dW}{dt} / \frac{dz}{dt},$$

где  $W = V + ju$  — комплексная потенциальная функция плоско-параллельного магнитостатического поля, которая при униполярном намагничивании сердечников

авна

$$W = \frac{u_m}{\pi} \ln f.$$

Магнитное поле на окружности воздушного зазора. Формулы (1), (3) позволяют рассчитать радиальную составляющую магнитной индукции  $B_y^* = B_y/B_m$  в точках средней окружности ВЗ, для которых  $y = \delta/2$ .

Известно аналитическое выражение для определения индукции на гладкой поверхности сердечника при односторонней зубчатости ВЗ [7, 8]:

$$B_y^* = B^* = 1/1 + \Delta^*, \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} (1 + \Delta^*)^{-1} &= (\rho + \underline{u}^2) [(\rho + 1)(\rho + \underline{u}^4)]^{-1/2}; \\ \underline{u} &= (b/2\delta) + [1 + (b/2\delta)^2]^{1/2}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$b$  — ширина паза бесконечной глубины;  $\rho \geq 1$  — координата промежуточного преобразования, связанная с координатой  $x$  сравнительно простой трансцендентной зависимостью [7].

Согласно методу [1] индукция на средней окружности ВЗ при его двухсторонней зубчатости находится по эмпирической формуле:

$$B_y^* = 1/(1 + \Delta_1^*) (1 + \Delta_2^*) = 1/1 + \Delta_1^* + \Delta_2^* + \Delta_1^* \Delta_2^*, \quad (6)$$

где  $\Delta_{j(2)}^* = \Delta_{j(2)}/\delta$  — относительные дополнительные ВЗ, обусловленные пазами сердечников шириной  $b_{1(2)}$  и определяемые по выражению (5).

Следует обратить внимание на существенную особенность этого метода, заключающуюся в том, что хотя индукция рассчитывается в точках средней окружности ВЗ, дополнительные зазоры (магнитные проводимости) определяются для точек других окружностей, совпадающих со следами гладких поверхностей обоих соответствующих сердечников. Это несоответствие, исторически связанное, видимо, с аналитическим удобством нахождения координат  $x, y$  при конформном отображении области ВЗ с односторонней зубчатостью [8], является, как показано ниже, источником дополнительной погрешности метода.

Целесообразно оценить также возможность нахождения индукции в рассматриваемых точках с помощью эмпирической зависимости:

$$B_y^* = 1/1 + \Delta_1^* + \Delta_2^*, \quad (7)$$

Таблица 2

$b_1/\delta$	$b_2/\delta$	$b_3/\delta$	Постоянные			
			$a_2 = a_3 = a_4$	$a_5$	$a_7 = a_8$	$a_9$
1	0	0,4	—10	5,0055	13,1046	34,3082
5	0	2	—10	0,66859	18,0272	486,067
25	0	10	—10	0,030409	19,0665	11954,7

Таблица 3

$b_1/\delta$	$b_2/\delta$	$b_3/\delta$	Постоянные		
			$a_2 = a_3$	$a_4$	$a_5 = a_7 = a_8 = a_9$
0	0,6	0,4	—5,53861	—3,06439	4,138
0	3	2	—0,91911	—0,083803	0,3716
0	15	10	—0,044053	—0,19408 · 10 <sup>-3</sup>	0,01457

в которой расчетный эквивалентный ВЗ равен сумме равномерного и отмеченных выше дополнительных ВЗ. Эта зависимость, не содержащая произведения дополнительных ВЗ, по физическим соображениям представляется более предпочтительной, чем формула (6).

На рис. 1, а, б, в точками (светлыми и темными) помечено распределение радиальной составляющей индукции в ВЗ, подсчитанные по формулам (6), (7) для пазов с поперечными размерами  $b_1/\delta=5$ ;  $b_2/\delta=3$ , занимающими различные положения относительно друг друга ( $b_3/\delta=4, 3, 0$ ). Сплошной линией показаны кривые этой составляющей индукции в точках ВЗ с  $y=\delta/2$ , найденные методом конформного отображения по формулам (1) ÷ (3).

Такой же характер расположения точек и кривых по отношению друг к другу наблюдается при положениях сердечников  $b_3/\delta=2; 1$ , не показанных на рис. 1. Все эти положения ( $b_3/\delta=4; 3; 2; 1; 0$ ) охватывают симметричную половину пространственного сдвига сердечников с взаимным перекрытием противоположащих пазов. Точки и кривые рис. 2; 3 соответствуют случаю, когда размер равномерного ВЗ  $\delta$  в 5 раз соответственно меньше и больше по сравнению с его значениями на рис. 1. Видим, что приближенные расчеты по формулам (6), (7) обеспечивают сравнительно удовлетворительное приближение к точному распределению индукции.

Поскольку магнитная индукция рассчитывается для точек средней окружности ВЗ, то, очевидно, дополнительные зазоры  $\Delta_j$  ( $j=1, 2$ ) в формуле (7), обусловленные односторонней зубчатостью, следует искать в отличие от методики [1], также для этой окружности. Указанные зазоры (или связанные с ними локальные магнитные проводимости), как функции  $\Delta_j = \Delta_j(x, y)$ , в принципе, могут быть определены аналитически для точек  $y=\delta/2$  [9, 10] или найдены общим методом, изложенным выше, по формулам (1) — (3). В последнем случае предварительно определяются постоянные Кристоффеля — Шварца для двух вариантов исходных данных: в первом отсутствует зубчатость на статоре ( $b_1=0$ ), во втором — на роторе ( $b_2=0$ ). Некоторые значения указанных постоянных приведены в табл. 2 (статор) и табл. 3 (ротор) далее находим с помощью формул (1), (3) координату  $x$  и радиальную составляющую индукции  $B_y^*$  на средней окружности ВЗ с односторонней зубчатостью. Дополнительный ВЗ рассчитывается по выражению:

$$\Delta^* = -1 + 1/B_y^*.$$

Из рис. 4 видно, что значения дополнительных ВЗ в общем случае существенно зависят от координаты  $y$ , а их значения для  $y=\delta/2$  отличаются от аналогичных значений, используемых в классическом методе магнитной проводимости. Это отличие особенно важно на участках, включающих стенки пазов, разделяющих области с равномерным и непрерывным ВЗ, где классический метод всегда дает заниженные значения магнитной индукции (рис. 1—3).

Предлагаемый метод, как видно из пунктирных кривых рис. 1—3, на участке «зубец против зубца» дает практически истинные значения индукции, а на ближайших частях соседних участков значения, приближающиеся к истинным. Пунктирные кривые получены с помощью формулы (7). Использование формулы (6) дает худшие результаты.

При достаточно большом значении равномерного воздушного зазора  $\delta$  предлагаемый метод дает значения ин-

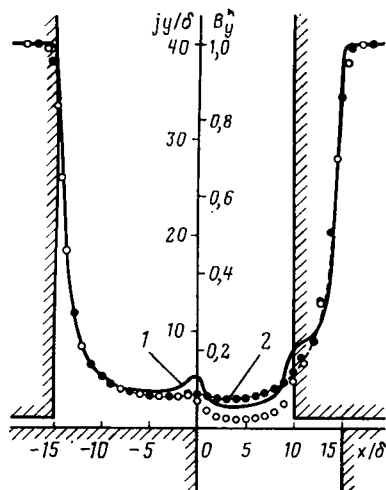


Рис. 2. Магнитное поле при  $b_1/\delta=25$ ;  $b_2/\delta=15$ ;  $b_3/\delta=10$  (обозначение кривых и точек то же, что и на рис. 1)

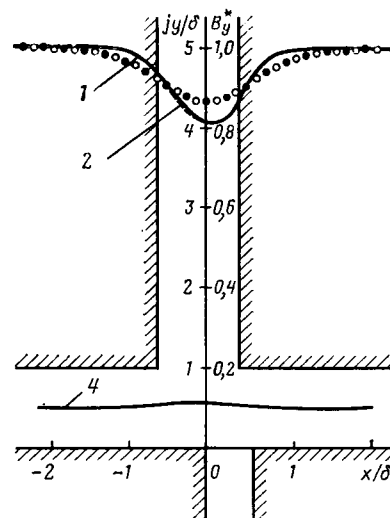


Рис. 3. Магнитное поле при  $b_1/\delta=1$ ;  $b_2/\delta=0,6$ ;  $b_3/\delta=0,4$ . (Обозначение кривых и точек то же, что и на рис. 1)

дукции, практически совпадающие с данными точного расчета (рис. 3). Из рис. 3 видно, что при расчете индукции классическим методом наблюдается значительная погрешность.

Рассмотренный метод нахождения радиальной составляющей магнитной индукции в ВЗ при его двухсторонней зубчатости может быть распространен и на другие окружности ВЗ, отличные от средней. Как показывают кривые рис 4, для некоторых таких окружностей, достаточно близко проходящих у сердечников, соответствующие дополнительные зазоры на участках оси  $x$ , примыкающих к краям пазов, становятся отрицательными. Это указывает на то, что на отмеченных участках магнитная индукция при односторонней зубчатости ВЗ превышает значения  $B_m$  (индукцию равномерного МП в ВЗ величиной  $\delta$ ).

Для более полного учета влияния особенностей зубчатой структуры сердечников на распределение МП в достаточно большом ВЗ (например, таком, как на рис. 1, 3) целесообразно производить расчет этого поля на двух окружностях, каждая из которых проходит вблизи соответствующих сердечников. В этом случае представляется возможным более точно определить поток взаимной индукции на каждом зубцовом делении сердечников, выявить характер его распределения по поверхностям зубцов и в пазах с целью последующего расчета МП в стальных участках магнитопровода. Эти окружности не следует выбирать совпадающими со следами гладких поверхностей сердечников, поскольку в таком случае на окружностях появляются точки (совпадающие с углами соответствующих зубцов), в которых индукция обращается теоретически в бесконечность.

Для более точного расчета всплесков радиальной составляющей индукции на участках средней окружности ВЗ малой величины, примыкающим к краям зубцов, противолежащих пазам другого сердечника, целесообразно отступить, как и в классическом методе магнитной проводимости, от соответствия координат точек ВЗ при односторонней и двухсторонней его зубчатости. В этом случае дополнительные ВЗ для указанных участков следует определять не для средней окружности, а для специальной кривой (ее форма — тема отдельного исследования), приближающейся к краям зубцов.

Магнитное поле на эквипотенциальной линии воздуш-

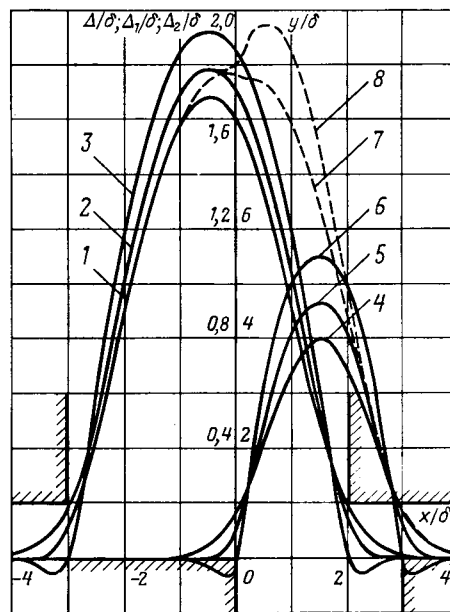


Рис. 4. Дополнительные воздушные зазоры для односторонних зубчатых областей с  $b_3/\delta=2$ . Зубцы на статоре:  $b_1/\delta=5$ ;  $b_2/\delta=0$ ; (1 — для окружности с  $y/\delta=0$ ; 2 —  $y/\delta=0,5$ ; 3 —  $y/\delta=0,75$ ). Зубцы на роторе:  $b_1/\delta=0$ ;  $b_2/\delta=3$  (4 — для окружности с  $y/\delta=1$ ; 5 —  $y/\delta=0,5$ ; 6 —  $y/\delta=0,25$ ). Суммарный дополнительный воздушный зазор  $\Delta^*=\Delta_1^*+\Delta_2^*$ . (7 — сумма ординат кривых 1 и 4; 8 — сумма ординат кривых 2 и 5)

ного зазора при униполярном намагничивании сердечников. Расчет МП на эквипотенциальной кривой представляет интерес по следующим причинам: уточняется направление линий МП в ВЗ; находится вектор магнитной индукции (а не одна его составляющая, как в предыдущем случае); определение потока вектора магнитной индукции через цилиндрическую поверхность, образующая которой проходит через рассматриваемую эквипотенциаль, является скалярной операцией. Естественно, что эти сведения в соответствии с общим принципом данного метода определяются на основе использования расчетной информации, полученной для односторонней зубчатости ВЗ.

Точные координаты искомой эквипотенциали в пло-



скости  $z$  (например, для которой  $u^* = u/u_m = 0,5$ ) рассчитываются путем интегрирования уравнения (1) по направлению луча из начала координат комплексной плоскости  $t$  (для  $u^* = 0,5$  — в положительном направлении оси  $\eta$ ). При заданной координате  $x = X$  эквипотенциали другую ее координату  $Y$  можно также с достаточной точностью определить по формуле:

$$Y = y_{\Pi} + \Delta Y_1 + \Delta Y_2, \quad (8)$$

где  $y_{\Pi}$  — координата эквипотенциальной прямой при равномерном ВЗ;  $\Delta Y_{1(2)}$  — отклонение эквипотенциали от координаты  $y_{\Pi}$ , обусловленное зубчатостью статора (ротора).

На рис. 1, б линия 4 показывает точное положение эквипотенциали с  $u^* = 0,5$  точками отмечены ее координаты, полученные с помощью выражения (8). На рис. 1 кривая 3 представляет значения модуля вектора индукции  $B^* = B/B_m$  на данной эквипотенциальной линии с  $u^* = 0,5$ , найденные по уравнению (3). Аналогичные значения, рассчитанные по формуле:

$$B^* = 1/1 + \Delta_1^* + \Delta_2^*, \quad (9)$$

отмечены на этом рис. 1 значками  $\blacktriangle$ . Здесь  $\Delta_j^* (j=1,2)$  — дополнительные воздушные зазоры, определяемые по данным расчета магнитной индукции  $B_j^*$  на эквипотенциали при односторонней зубчатости ВЗ в

соответствии с формулой:

$$\Delta_j^* = -1 + 1/B_j^*.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольдек А. И. Влияние неравномерности воздушного зазора на магнитное поле асинхронной машины. — Электричество, 1951, № 12.
2. Иванов—Смоленский А. В. Метод проводимостей зубцовых контуров и его применение к электромагнитному расчету ненасыщенной электрической машины с двухсторонней зубчатостью сердечников. — Электричество, 1976, № 9.
3. Иванов—Смоленский А. В. Анализ магнитного поля контура в электрической машине с двухсторонней зубчатостью сердечников. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 1.
4. Давиденко Д. Ф. Об одном новом методе численного решения систем нелинейных уравнений. — Докл. АН СССР, 1953, т. 88, № 4.
5. Ковалев Ю. М., Рябов Г. В. Поле в воздушном зазоре асинхронного двигателя при двухсторонней зубчатости. — Труды ВНИИЭМ, т. 45, 1976.
6. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1966.
7. Вольдек А. И. Исследование магнитного поля в воздушном зазоре явнополюсных синхронных машин методом гармонических проводимостей. — Электричество, 1966, № 7.
8. Рихтер Р. Электрические машины. Т. 1. — М.; Л.: ОНТИ, 1935.
9. Кононенко Е. В., Сипайлов Г. А., Хорьков К. А. Электрические машины (специальный курс). — М.: Высшая школа, 1975.
10. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. — М.: Энергия, 1970.

[13.08.84]

УДК 621.313.33.013.001.57

## Метод дискретно-аналогового моделирования магнитных полей в электрических машинах

ФРНДЖИБАШЯН Э. С., канд. техн. наук

Ереванский политехнический институт

Расчет электромагнитных процессов в электрических машинах связан с необходимостью решения больших систем нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений [1], что не представляется возможным без применения современных средств вычислительной техники. Эффективное решение этой задачи требует применения универсальных цифровых и аналоговых вычислительных машин с предельно достижимыми на существующей технологической базе техническими характеристиками. Это приводит к значительным затратам дорогостоящего дефицитного машинного времени и является одним из существенных факторов, сдерживающих процесс дальнейшего развития теории электрических машин. Однако, как показали исследования, требуемые для эффективного решения задач анализа и синтеза электрических машин характеристики могут быть рассчитаны и на обычно применяемых ЦВМ, если их использовать совместно с недорогими и простыми в техническом исполнении дискретно-аналоговыми моделирующими средствами для расчета магнитных полей в электрических машинах.

При заданном распределении токов обмоток расчет двумерного магнитного поля электрической машины с учетом нелинейных свойств ферромагнитных сред сводится к решению дифференциального уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -\delta_0, \quad (1)$$

где  $A$ ,  $\delta_0$  — составляющие векторного магнитного потенциала и плотности стороннего тока по оси  $z$ ;  $v = \frac{1}{\mu}$  — удельное магнитное сопротивление ферромагнитной среды.

Решение уравнения (1) для нахождения распределения векторного магнитного потенциала  $A$  в расчетной области  $Q$  обычно производится приближенными методами конечных элементов и конечных разностей, физические сущности которых не имеют принципиальных отличий. Для определения магнитного поля приближенными методами расчетная область  $Q$  делится на четырехугольные ячейки или асимметричные треугольные ячейки, отличающиеся от первых лучшей приспособляемостью к особенностям границ раздела сред с различными магнитными свойствами. В пределах каждой из полученных ячеек индукция  $B$  и удельное магнитное сопротивление  $v$  принимаются постоянными. Тогда с учетом указанных допущений уравнение (1) может быть представлено в виде системы уравнений ячеек моделируемой области

$$v_i (\Delta A_i) = -\delta_{0i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (2)$$

где  $\Delta A_i$ ,  $v_i$ ,  $\delta_{0i}$  — лапласиан векторного магнитного потенциала, удельное магнитное сопротивление, плотность тока в пределах  $i$ -й ячейки;  $n$  — число ячеек.

Для расчета магнитного поля разностным методом лапласиан  $\Delta A_i$  в уравнении (2) заменяется его приближенным значением, выраженным через разности векторных магнитных потенциалов в соответствующих точках элемента моделируемой области. Для треугольной ячейки (рис. 1) указанные точки 0, 1, 2, 3 находятся на пересечении медиатрисс между собой и со сторонами треугольника  $abc$ . Если начало прямоугольной системы координат  $x, y$  поместить в точку 0 пересечения медиатрисс треугольника  $abc$ , ось  $x$  совместить с продолжением прямой, соединяющей точки 1 и 0, как показано на рис. 1, то лапласиан  $\Delta A_i$  в принятой системе координат в конечно-разностной форме представится в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta A_i = & \frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial y^2} = \frac{1}{x_1(x_1 + x_{2,3})} (A_{i1} - A_{i0}) + \\ & + \frac{1}{y_2(y_2 + y_3)} (A_{ir} - A_{i0}) + \frac{1}{y_3(y_2 + y_3)} \times \\ & \times (A_{is} - A_{i0}) + R_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R_1$  — остаточный член первого порядка относительно разностей координат точек  $1, 2, 3$  и точки  $O$  (рис. 1), содержащий третью и высшие производные;  $x_1, x_2, x_3, y_2, y_3$  — координаты точек  $1, 2, 3$  треугольника  $abc$  в принятой системе координат  $x, y$ ;  $A_{i0}, A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}$  — значения векторных магнитных потенциалов в точках  $1, 2, 3$  рассматриваемой  $i$ -й ячейки.

С учетом выражения (3) без остаточного члена  $R_1$  уравнение (2) в конечно-разностном приближении имеет вид:

$$v_i \left[ \frac{1}{x_1(x_1 + x_{2,3})} (A_{i1} - A_{i0}) + \frac{1}{y_2(y_2 + y_3)} (A_{i2} - A_{i0}) + \frac{1}{y_1(y_3 + y_2)} (A_{i3} - A_{i0}) \right] = -\delta_{0i}. \quad (4)$$

Удельное магнитное сопротивление в пределах каждой ячейки ферромагнитной среды может быть найдено в функции квадрата результирующей индукции

$$\mathbf{v}_i = f(B^2). \quad (5)$$

На границе между  $i$ -й и  $i+1$ -й ячейками ферромагнитной среды (рис. 1) векторные магнитные потенциалы и тангенциальные составляющие напряженности магнитного поля непрерывны, поэтому

$$A_i = A_{i+1}, \quad v_i \frac{\partial A_i}{\partial n} = v_{i+1} \frac{\partial A_{i+1}}{\partial n}, \quad (6)$$

где  $A_i$  и  $A_{i+1}$  — векторные магнитные потенциалы ячеек на границе раздела;  $v_i$  и  $v_{i+1}$  — удельные магнитные сопротивления ферромагнитных сред в пределах этих ячеек;  $n$  — нормаль к границе раздела.

Конечно-разностная аппроксимация граничных условий (6), например, границы  $ab$  треугольника  $abc$  (рис. 1) при этом представляется следующими равенствами:

$$A_{i1} = A_{(i+1)1}, \quad v_i \frac{A_{i1} - A_{i0}}{x_1} = v_{i+1} \frac{A_{(i+1)4} - A_{(i+1)1}}{x_4 - x_1}. \quad (7)$$

Система конечно-разностных уравнений (4) и граничных условий (7) с учетом зависимости (5) позволяет определить распределение векторного магнитного потенциала в узлах сетки расчетной области. Решение указанной системы уравнений на ЭВМ фактически сводится к реализации двух основных функций: миними-

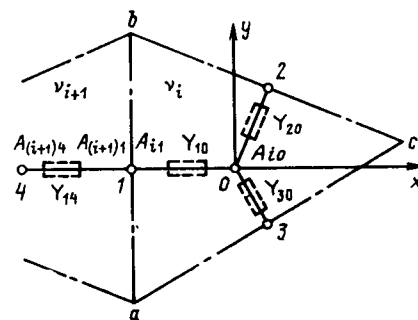


Рис. 1. Схема построения треугольной сетки

зации энергетического функционала рассматриваемого магнитного поля и управления параметрами уравнений, характеризующих свойства применяемых магнитных материалов и конфигурацию сердечников.

Первая задача наиболее просто решается посредством сеточных электрических моделей, а вторая, как будет показано далее, — с помощью неоднородных вычислительных средств, включающих время-импульсные вычислительные устройства (ВИУ) и ЦВМ. Время-импульсные вычислительные устройства позволяют объединить те положительные качества АВМ и ЦВМ, которые особенно важны для решения задач теории поля. Математические переменные в (ВИУ) представляются напряжениями, токами, временными интервалами и кодами, что позволяет легко их использовать для совместной работы как с АВМ, так и ЦВМ.

Применение ВКУ особенно эффективно в тех случаях, когда необходимо параллельное управление параметрами и нелинейными характеристиками значительного количества однотипных аналоговых элементов, как например, резисторов и конденсаторов сеточных моделей поля.

При электрическом моделировании поля решается следующее уравнение для электрического потенциала  $\Phi$ , соответствующее уравнению (1):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = -\delta_M. \quad (8)$$

Здесь  $\sigma$  — удельная проводимость электропроводящей среды;  $\delta_m$  — плотность сторонних токов модели.

В соответствии с конечно-разностным приближением уравнения (8) ячейка исследуемой области магнитного поля моделируется посредством соединенных в звезду резисторов, число которых определяется выбранным типом ячейки.

На рис. 1 пунктирной линией показаны моделирующие треугольник  $abc$  проводимости, выражения которых для удобства реализации целесообразно представить в следующем виде:

$$Y_{10} = \sigma_M \frac{l_{ab}}{l_{10}} \sigma_0; \quad Y_{20} = \sigma_M \frac{l_{bc}}{l_{20}} \sigma_0; \quad Y_{30} = \sigma_M \frac{l_{ca}}{l_{30}} \sigma_0,$$

где  $\sigma_m$  — максимально возможная величина удельной проводимости модели поля;  $\bar{\sigma}_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$  — относительное ее значение.

Из сравнения уравнений (1) и (8) следует, что напряженность  $E$  электрического поля модели соответствует магнитной индукции  $B$  оригинала, а удельная проводимость электропроводящей среды  $\sigma$  соответствует удельному магнитному сопротивлению  $\nu$ . Так как для ячейки магнитной среды оригинала  $\nu_i = f_i(B_i^2)$ , то для со

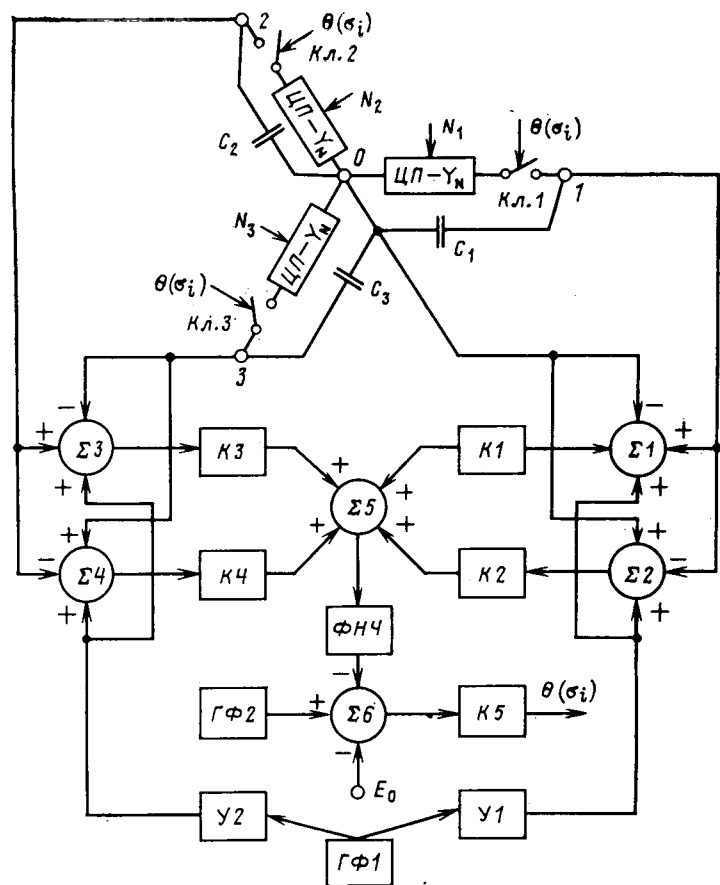


Рис. 2. Схема модели элемента ферромагнитной среды

ответствующего элемента электропроводящей среды модели  $\sigma_i = f_1(E_i^2)$ , следовательно, и значения проводимостей  $Y_{10}, Y_{20}, Y_{30}$  схемы замещения этого элемента (рис. 1) зависят от  $E_i^2$ .

На рис. 2 представлена схема модели ячейки ферромагнитной среды [3 и 4], где проводимости  $Y_{10}, Y_{20}, Y_{30}$  формируются посредством двухполюсников, включающих шунтированные фильтрующими емкостями цепи из последовательно соединенных цифруправляемых проводимостей ЦП —  $Y_N$  и широтно-управляемых электронных ключей  $Кл.1 — Кл.4$ . Значение проводимости, реализуемой каждым из этих двухполюсников, представляется следующим образом:

$$Y = Y_M N \theta(\sigma_i),$$

где  $Y_M$  — проводимость, соответствующая  $\sigma_M$ ;  $N$  — значение входного кода цифру-управляемой проводимости ЦП —  $Y_N$ , определяемая геометрическими параметрами моделируемого участка среды;  $\theta(\sigma_i) = \frac{t_n}{T}$  — скважность прямоугольных импульсов управления электронными ключами  $Кл.1 — Кл.4$ , определяемая относительной удельной проводимостью  $\sigma_i$ .

Наличие фильтрующих емкостей  $C_1 — C_3$  позволяет выделить средние за период  $T$  следования импульсов управления электронными ключами значения проводимостей двухполюсников. Так как  $\sigma_i$  — является функцией  $E_i^2 = E_{ix}^2 + E_{iy}^2$ , то для формирования управляющих импульсов электронных ключей с соответствующей  $\sigma_i$  скважностью  $\theta(\sigma_i)$  необходимо иметь значения составляющих напряженности электрического поля  $E_{ix}$  и

$E_{iy}$  в пределах моделируемой ячейки. Принятая схема замещения треугольной ячейки ферромагнитной среды позволяет определить  $E_{ix}$  и  $E_{iy}$  по разностям потенциалов 0 и 1, 2, 3 (рис. 2):

$$E_{ix} = \frac{\varphi_0 - \varphi_1}{x_1} + R_1;$$

$$E_{iy} = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{y_2 + y_3} + R_1.$$

Расчет  $E_i^2$  по измеренным  $E_{ix}$  и  $E_{iy}$  и далее формирование импульсов управления со скважностью  $\theta(\sigma_i)$ , определяемой соответствующим  $E_i^2$  значением  $\sigma_i$ , осуществляется схемой модели ячейки ферромагнитной среды на рис. 2, включающей сумматоры  $\Sigma 1 — \Sigma 6$ , компараторы  $K1 — K5$ , фильтр низких частот ФНЧ. Нелинейные функции, реализуемые при принятом времени-импульсном способе определения  $E_i^2$  и  $\theta(\sigma_i)$ , задаются посредством двух генераторов функций  $\Gamma\Phi 1$  и  $\Gamma\Phi 2$  в виде периодических напряжений  $U_{\Gamma\Phi 1} = f_1(t_n)$  и  $U_{\Gamma\Phi 2} = f_2(t_n)$  (рис. 3), где  $t_n = (t - nT) \leq T$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). При этом напряжению  $U_{\Gamma\Phi 1}$  ставится в соответствие  $E_{ix}$  и  $E_{iy}$ , а напряжению  $U_{\Gamma\Phi 2}$  — их результирующее значение  $E_i$ . Интервал времени  $t_n$  в

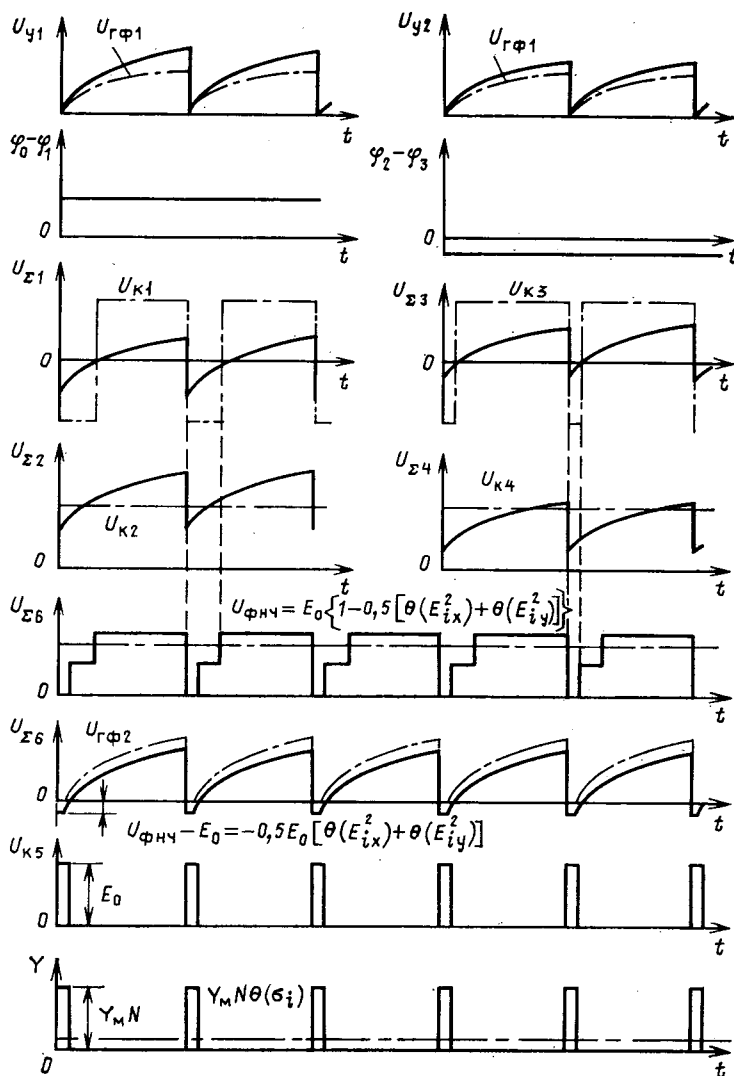


Рис. 3. Кривые напряжений модели элемента ферромагнитной среды

первом случае соответствует  $E_{ix}^2$  и  $E_{iy}^2$ , а во втором случае —  $\sigma_i$ .

Посредством усилителей  $У1$  и  $У2$  с цифро-управляемыми коэффициентами передачи формируются напряжения  $U_{y1} = x_1 U_{гф1}$  и  $U_{y2} = (y_2 + y_3) U_{гф1}$ , что позволяет определять  $\theta(\sigma_i)$  не по  $E_i^2$ , а по  $U_i^2 = (\varphi_1 - \varphi_0)^2 + (\varphi_2 - \varphi_3)^2$ . Это исключает необходимость в расчете  $E_{ix}$  и  $E_{iy}$  по  $\varphi_1 - \varphi_0$  и  $\varphi_2 - \varphi_3$  и геометрическим параметрам рассматриваемой ячейки. По измеренным в модели (рис. 2) разностям потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_0$ ,  $\varphi_2 - \varphi_3$  и напряжениям  $U_{y1}$  и  $U_{y2}$  усилителей  $У1$  и  $У2$  посредством сумматоров  $\Sigma 1 \div \Sigma 4$  формируются напряжения  $U_{y1} + (\varphi_1 - \varphi_0)$ ,  $U_{y1} - (\varphi_1 - \varphi_0)$ ,  $U_{y2} + (\varphi_2 - \varphi_3)$  и  $U_{y2} - (\varphi_2 - \varphi_3)$ , поступающие соответственно на входы компараторов  $K1-K4$ .

В зависимости от знака разностей потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_0$  и  $\varphi_2 - \varphi_3$  на одних из двух пар компараторов  $K1, K2$  и  $K3, K4$  образуется положительное постоянное напряжение  $E_0$ , а на других — знакопеременные импульсные напряжения со скажностью соответственно  $[1 - \theta(E_{ix}^2)]$  и  $[1 - \theta(E_{iy}^2)]$ , где  $\theta(E_{ix}^2)$  и  $\theta(E_{iy}^2)$  пропорциональны  $E_{ix}^2$  и  $E_{iy}^2$ . Далее посредством сумматора  $\Sigma 5$  и фильтра низких частот ( $\Phi НЧ$ ) определяется постоянная составляющая среднего арифметического указанных напряжений компараторов  $E_0 \{1 - 0,5 [\theta(E_{ix}^2) + \theta(E_{iy}^2)]\}$ . Сумма напряжений  $E_0 \{1 - 0,5 [\theta(E_{ix}^2) + \theta(E_{iy}^2)]\}$ ,  $-E_0$ ,  $U_{гф2}$ , формируемая сумматором  $\Sigma 6$  на входе компаратора  $K5$ , приводит к генерации на его выходе импульсного напряжения со скажностью  $\theta(\sigma_i)$ , определяемой значением  $\sigma_i$  модулируемой ячейки ферромагнитной среды.

Из рассмотрения работы схемы на рис. 2 следует, что генератор функций  $ГФ1$  является общим для всех ячеек ферромагнитных сред, а генератор функций  $ГФ2$  — общим для ячеек сред с идентичными магнитными характеристиками. Усилители  $У1$  и  $У2$  используются для моделирования ячеек с одинаковыми геометрическими параметрами. Остальная часть схемы на рис. 2, включающая конденсаторы, прецизионные постоянные резисторы, электронные ключи (обычно транзисторные) и компараторы, выполняются для каждой ячейки ферромагнитной среды и поэтому определяет основной объем оборудования модели магнитного поля. При этом реализация решающих блоков на базе указанных элементов дискретно-аналоговой вычислительной техники обеспечивает простоту и надежность модели, высокую точность стабильность ее характеристик.

Так, при частоте управляющих импульсов элементов модели магнитного поля  $f = 30$  кГц полосе воспроизводимых частот от 0 до 50 Гц схема на рис. 2 дает ошибку определения потенциалов в узлах сеточной модели менее 0,5 % предельного значения.

Причиной ограничения полосы воспроизводимых частот, приводящего к снижению быстродействия сеточной модели магнитного поля, является шунтирующее действие фильтрующих емкостей  $C_1-C_4$  на проводимости модели. Указанный недостаток принятого подхода к моделированию магнитного поля в ряде случаев может быть в существенной степени преодолен, если фильтрующие емкости  $C_1-C_4$  использовать для воспроизведения потерь в сердечниках машины.

Для учета потерь в стали удельное магнитное сопротивление  $v$  представляется в следующем виде:

$$v = v_R + j \left( v_{xг} \frac{1}{f} + v_{xв} \frac{1}{f_0} \right) f, \quad (9)$$

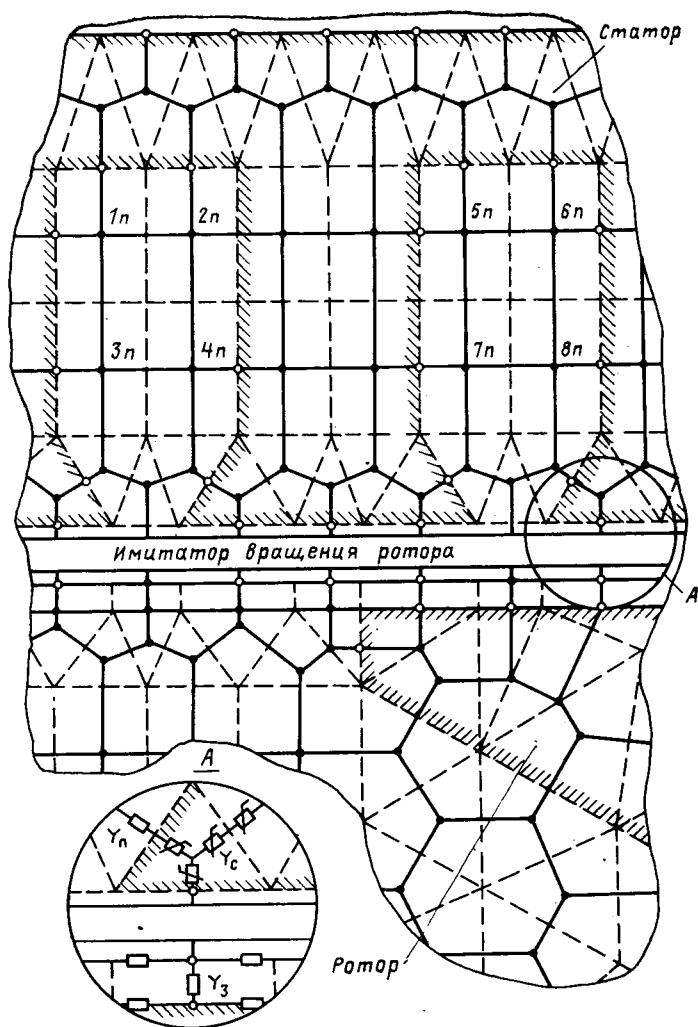


Рис. 4. Схема построения магнитного поля явнополюсной синхронной машины

где  $v_R$  — активная составляющая удельного магнитного сопротивления;  $v_{xг}$ ,  $v_{xв}$  — реактивные составляющие удельного магнитного сопротивления, обусловленные соответственно гистерезисными потерями и потерями на вихревые токи при частоте  $f_0 = 50$  Гц;  $f$  — произвольная частота перемагничивания сердечника.

Аналогично для электропроводящей среды модели удельная проводимость

$$\sigma = \sigma_R + j(2\pi C_{xг} + 2\pi C_{xв})f, \quad (10)$$

где  $C_{xг}$  ( $C_{xв}$ ) — удельная емкость поверхностного слоя среды.

Из сравнения (9) и (10) следует, что  $C_{xг}$  соответствует  $\frac{v_{xг}}{2\pi f}$ , а  $C_{xв} = \frac{v_{xв}}{2\pi f_0}$ .

Зависимость  $C_{xг}$  от частоты  $f$  перемагничивания моделируемой ферромагнитной среды усложняет в модели учет гистерезисных потерь. Поэтому эти потери целесообразно моделировать только лишь при постоянной частоте  $f = f_0$ , при которой исключается необходимость регулирования емкости  $C_{xг}$  в функции от частоты  $f$ .

На рис. 4 представлен фрагмент модели магнитного поля явнополюсной синхронной машины, постоянной описанным выше способом, где цифро-управляемые проводимости  $Y_3$  и  $Y_n$  моделируют магнитные сопротивления

участков зазора и пазов, а нелинейные цифро-широтные управляемые проводимости  $Y_c$  — магнитные сопротивления участков сердечников машины.

Для построения электрической сеточной модели магнитного поля расчетная область разбивается на прямоугольные и треугольные ячейки, показанные на рис. 4 пунктирными линиями. Причем число и тип ячеек, взаимное их расположение определены формой поверхностей, разделяющих ферромагнитные и воздушные среды, а также требуемой точностью расчета магнитного поля в различных частях магнитной цепи. Ввод токов обмотки статора производится через узлы  $1n$ — $8n$ . Посредством имитатора вращения ротора осуществляется взаимное перемещение роторной и статорной частей модели магнитного поля.

Вопросы исследования режимов и переходных процессов в машине на базе описанной сеточной модели магнитного поля методом дискретного пространства — непрерывного времени детально рассмотрены в [5]. Опыт эксплуатации в автономном режиме предложенного в [5] моделирующего устройства показал целесообразность его применения совместно с ЦВМ для повышения точности расчета исследуемых процессов, возможности увеличения размерности решаемых задач путем депараллелизации вычислительного процесса, автоматизации ввода и вывода информации, решения задач синтеза электрических машин. При этом необходима дискретизация не только пространственных координат расчетной области, но и временной координаты.

Принятый подход к моделированию магнитных полей позволяет использовать такие важные качества метода прямой аналогии, как наглядность представления информации, возможность в процессе решения задачи варьировать геометрические параметры, характеристики намагничивания ферромагнитных сред, схемы соединения обмоток. Кроме того, представляется возможной работа модели с реальной аппаратурой, применяемой совместно с моделируемым объектом.

Для изготовления модели используется широко распространенное стандартное оборудование. Предложенная схема модели узла сеточной модели, включающая пассивные операционные элементы (резисторы и конденсаторы), компараторы, позволяет существенно упростить технологию изготовления, наладку и регулировку моделирующего устройства.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов — Смоленский А. В. Электромагнитные поля и процессы в электрических машинах и их физическое моделирование. — М.: Энергия, 1969.
2. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей. — Л.: Энергия, 1974.
3. А. с. 714422 (СССР). Устройство для решения нелинейных задач теории электромагнитного поля/Фриджибашян Э. С. — Бюлл. изобр. 1980, № 5.
4. А. с. 359755 (СССР). Цифро — широтная управляемая проводимость/Смолов В. Б. — Бюлл. изобр. 1972, № 35.
5. Фриджибашян Э. С. Метод гибридного математического моделирования синхронных машин. — Труды ВНИИКЭ, 1981, № 12.

[21.01.85]

УДК 621.313.2.017.71.001.24

## Температурное поле активной части якоря двигателя постоянного тока с жидкостным заполнением

ТОКАРЕВ Б. Ф., доктор техн. наук, ТОДОС П. И., канд. техн. наук, ЛУБСАНОВ А. А., инж.

Повышение использования активных материалов в двигателях постоянного тока, заполненных жидким диэлектриком (ДПТД), достигается главным образом за счет увеличения удельных токовых нагрузок обмоток. Высокий уровень потерь, а также большие требования к надежности ДПТД приводят к необходимости повышения точности их теплового расчета.

Широкое распространение в тепловых расчетах электрических машин получил известный метод тепловых схем замещения (ТСЗ) [1], применение которого, однако, возможно только при наличии соотношений, отражающих тепловые связи между важнейшими узлами машины. Основой для определения параметров ТСЗ электрической машины и ее узлов является расчет температурных полей.

В статье рассмотрена методика расчета температурного поля в поперечном сечении якоря ДПТД, приведен анализ поля и показан переход к расчетной тепловой схеме с сосредоточенными параметрами.

В электрических машинах с воздушным охлаждением основное сопротивление тепловому потоку в якоре сосредоточено на сопротивлении теплоотдачи от поверхности пакета якоря к охлаждающему воздуху. Тепловые сопротивления стали сердечника, пазовой и внутренней изоляции обмотки якоря в таких машинах составляют незначительную часть от общего теплового сопротивле-

ния тепловому потоку от обмотки к охлаждающему воздуху и могут учитываться в расчетах приближенно. В ДПТД вследствие высокой интенсивности теплопередачи в зазоре роль перечисленных тепловых сопротивлений существенно возрастает, поэтому тепловой расчет ДПТД по методу тепловых схем замещения требует уточнения расчетных выражений для тепловых связей элементов якоря, которые с достаточной полнотой учитывали бы особенности тепловыделения и охлаждения ДПТД.

Полная задача определения температурного поля в активной части якоря ДПТД сводится к решению трехмерных уравнений теплопроводности вместе с нелинейными уравнениями гидродинамики в зазоре и уравнениями электромагнитных процессов. Из-за сложности общей задачи можно рассмотреть лишь внутреннюю задачу теплопроводности с заданными граничными условиями и плотностью потерь. Более того, для составления ТСЗ активной части якоря достаточно рассчитать двухмерное температурное поле в ее поперечном сечении, так как основная доля тепла от ее элементов отводится в радиальном направлении, что обуславливает большие температурные градиенты в этом направлении. Тепловая связь между участками обмотки в осевом направлении при этом может рассматриваться отдельно [4], а осевыми потоками тепла в стали пакета можно пренебречь, поскольку теплопроводность стали поперек пакета на

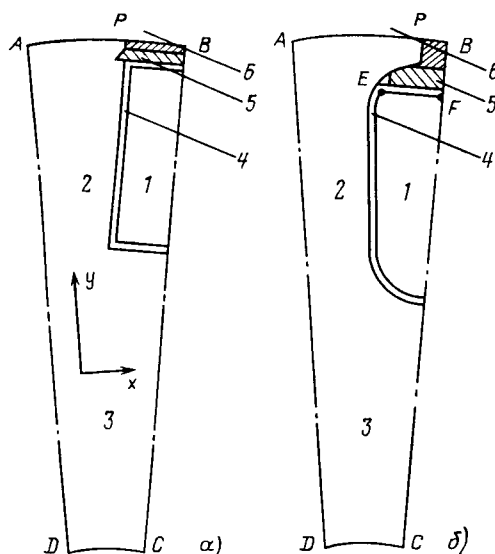


Рис. 1. Сектор поперечного сечения активной части якоря ДПТД с открытыми прямоугольными (а) и овальными (б) пазами

1—1,5 порядка ниже теплопроводности вдоль листов.

Конструкция активной части якоря ДПТД с открытыми прямоугольными и овальными пазами представлена на рис. 1. Из-за симметрии рассматривается сектор якоря в однозубовое деление. Данная модель разбивается на шесть областей, существенно различающихся по теплофизическим характеристикам, условиям тепловыделения и охлаждения: активная пазовая зона (1), зубец (2), спинка (3), пазовая изоляция (4), надпазовый клин с компаундом (5) и жидкость в зазоре (6). Для снижения гидравлических потерь трения в зазоре надпазовые шлицы якоря ДПТД заливаются компаундом так, что якорь представляет собой цилиндр с гладкой поверхностью.

Неоднородная пазовая зона, включающая медь, изоляцию проводников и пропиточный материал, заменяется однородной с эквивалентной теплопроводностью  $\lambda_x$  и  $\lambda_y$  по координатным осям (для овального паза с круглыми проводниками —  $\lambda_x = \lambda_y$ ). Коэффициенты теплопроводности  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  определялись по известным размерам паза и проводников, коэффициенту заполнения паза и условиям пропитки якоря [2, 3].

Кроме того, приняты допущения:

жидкость в зазоре имеет постоянную температуру, а теплоотдача от поверхности якоря описывается с помощью среднего коэффициента теплоотдачи и средней температуры жидкости [4];

тепловой поток вдоль пакета якоря отсутствует;

теплоотвод через спинку якоря в сторону вала отсутствует [4];

теплофизические характеристики материалов якоря принимаются неизменными.

С учетом принятых допущений двумерное температурное поле в областях 1, 2 и 3 модели описывается дифференциальным уравнением

$$\lambda_{xk} \frac{\partial^2 t_k}{\partial x^2} + \lambda_{yk} \frac{\partial^2 t_k}{\partial y^2} + q_k = 0, \quad (1)$$

где  $k$  — индекс соответствующей области;  $q_k$  — удельная плотность тепловыделения.

Потери в меди (область 1) определяются с учетом их зависимости от температуры:

$$q(t) = q_0(1 + \beta t), \quad (2)$$

где  $q_0$  — плотность тепловыделения в меди при базисной температуре (температура жидкости  $t_0$ );  $\beta$  — температурный коэффициент сопротивления меди.

Потери в зубце по ширине распределены равномерно, а по высоте согласно закону

$$q(h) = q_{\max} \left( \frac{b_{\min}}{b} \right)^2, \quad (3)$$

где  $q_{\max}$  — потери в минимальном сечении зубца;  $b_{\min}$  — минимальная ширина зубца;  $b$  — текущее значение ширины зубца.

Распределение потерь в спинке якоря равномерное. Для областей 4 и 5 уравнение нагрева имеет вид:

$$\frac{\partial^2 t_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_k}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Для решения уравнений (1) и (4) нужно задать условия на границах и условия сопряжения областей модели. Физические условия теплопередачи определяют следующие граничные условия:

на границе  $AB$

$$\lambda_k \frac{\partial t_k}{\partial n} = -\alpha(t_k - t_0); \quad (5)$$

на границах  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  ввиду тепловой симметрии

$$\frac{\partial t_k}{\partial n} = 0, \quad (6)$$

где  $\lambda_k$  — коэффициент теплопроводности, соответствующей области;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи поверхности якоря;  $n$  — нормаль к границам областей.

Условия сопряжения областей получаются из требований равенства температур и тепловых потоков на границах раздела областей.

Сложность граничных условий, наличие нескольких областей с различными  $\lambda$  и  $q$  не позволяют получить аналитическое решение поставленной задачи. Поэтому нами использован численный метод решения дифференциальных уравнений нагрева, основанный на представлении (1) и (4) в виде системы конечно-разностных уравнений, которая решается известным методом блочной итерации (явная схема) [5].

Для областей 1, 2 и 3 уравнение (1) в конечных разностях запишется следующим образом:

$$t_{i,j} = \frac{\lambda_x(t_{i,j+1} + t_{i,j-1}) + \lambda_y(t_{i+1,j} + t_{i-1,j}) + ql^2}{2(\lambda_x + \lambda_y)}, \quad (7)$$

где  $i, j$  — узлы сетки;  $l$  — шаг сетки, значение которого выбирается с учетом сходимости итерационного процесса и требуемой точности счета, максимальное значение шага ограничивается толщиной пазовой изоляции (область 4), на долю которой приходится значительная часть теплоперепада.

В областях 4 и 5 разностный аналог уравнения (4) следующий:

$$t_{i,j} = \frac{t_{i,j+1} + t_{i,j-1} + t_{i+1,j} + t_{i-1,j}}{4}. \quad (8)$$

Криволинейные границы областей аппроксимировались ломаной, проходящей через ближайшие к границам естественные узлы сетки. На внешней границе  $AB$  граничное условие определяется выражением:

$$t_{i,j} = \frac{\lambda_x(t_{i,j-1} + t_{i,j+1}) + 2\lambda_y t_{i+1,j} + 2\alpha l t_0 + ql^2}{2(\lambda_x + \lambda_y + \alpha l)}. \quad (9)$$



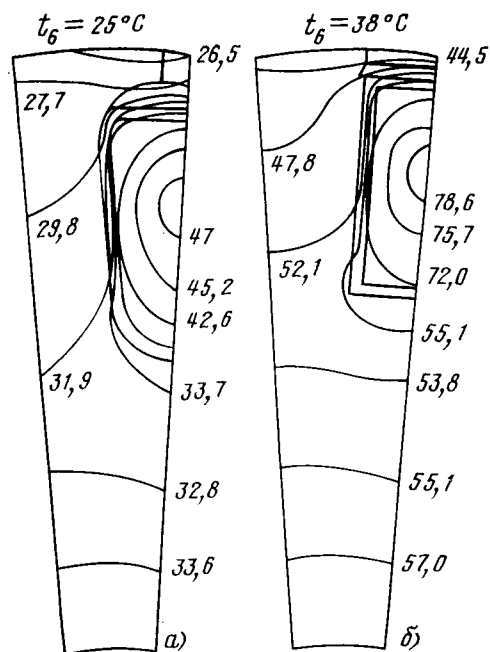


Рис. 2. Температурное поле активной части якоря ДПТД — 0,2 (а) и 0,8 (б) кВт

До начала итерационного процесса задавалась точность вычисления  $\varepsilon$ . Счет прекращался при достижении условия

$$\max (t_{i,j}^{(m)} - t_{i,j}^{(m+1)}) < \varepsilon, \quad (10)$$

где  $m$  — номер итерации.

Программа расчета была составлена на алгоритмическом языке Фортран — IV.

На рис. 2, а приведена в качестве примера картина температурного поля якоря с овальными пазами ДПТД мощностью 0,2 кВт при следующих параметрах:  $q_1 = 1,95$  Вт/см<sup>3</sup>;  $q_2 = 0,064$  Вт/см<sup>3</sup>;  $q_3 = 0,05$  Вт/см<sup>3</sup>;  $\lambda_{1x} = \lambda_{1y} = 0,7$  Вт/(м·°C);  $\alpha = 2500$  Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $t_6 = 25$  °C.

На рис. 2, б показана аналогичная картина поля якоря ДПТД мощностью 0,8 кВт с прямоугольными пазами. Параметры якоря  $q_1 = 2,0$  Вт/см<sup>3</sup>;  $q_2 = 0,08$  Вт/см<sup>3</sup>;  $q_3 = 0,045$  Вт/см<sup>3</sup>;  $\lambda_{1x} = 1,3$  Вт/(м·°C);  $\lambda_{1y} = 4,3$  Вт/(м·°C);  $\alpha = 2500$  Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $t_6 = 27$  °C.

Распределение температур показано с помощью изотерм, по которым можно хорошо представить пути тепловых потоков в сечении модели.

Из рис. 2, а видно, что температура в пазовой части овального паза отличается заметной неравномерностью. По мере расширения паза температура повышается, однако отвод тепла через клин и компаунд приводит к смещению максимальной температуры к точке, близкой к середине паза. Причем тепловой поток, проходящий через клин, составляет 14—17 % потерь в меди, в то время как теплосъем с поверхности компаунда в жидкость через надпазовый шлиц не более 3—4 %. Таким образом, можно считать, что тепловой поток, идущий от меди через сечение EF, практически полностью переходит в область зубца.

Некоторой неравномерностью характеризуется также и распределение температуры в меди прямоугольного паза (рис. 2, б). Так, для паза с размерами 24 и 12 мм при  $\lambda_{1x}$ ,  $\lambda_{1y}$  и  $q_1$ , равными соответственно 1,2 Вт/м·°C;

3,9 Вт/м·°C и 1,98 Вт/см<sup>3</sup>, разность между минимальной и максимальной температурой составляет 28 °C.

В качестве расчетной принята тепловая схема замещения модели (рис. 3) с четырьмя узловыми точками (медь, зубец, спинка и жидкость в зазоре). Здесь  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{16}$  и  $R_{26}$  — сопротивления тепловой связи обмотки и зубца, обмотки и спинки, зубца и спинки, обмотки с жидкостью и зубца с жидкостью соответственно. Их следует определить через тепловые сопротивления пазовой изоляции  $R_4$ , клина (компаунда)  $R_5$ , внутренней изоляции обмотки  $R_1$ , стали зубца  $R_2$ , спинки  $R_3$  и теплоотдачи  $R_\alpha$ . Однако при этом определенная трудность состоит в определении сопротивлений тепловой связи  $R_{13}$  и  $R_{16}$ . Формулы для их расчета должны учитывать возможность изменения профиля температурного поля в пределах всего поперечного сечения обмотки якоря. Поэтому для определения указанных сопротивлений используем метод стержней [4].

В результате выражения для тепловых сопротивлений схемы замещения якоря с прямоугольными пазами, приведенной на рис. 3, а будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= K_{1x}R_{1x} + R_{4x} + k_{2x}R_{2x}; \\ R_{13} &= K_{1y}R_{1y} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{Q_{16}}{Q_{13}}\right) + R_{4y} + K_{3y}R_{3y}; \\ R_{23} &= K_{2y}R_{2y} + K_{3y}R_{3y}; \\ R_{26} &= K_{2y}R_{2y} + R_{2\alpha}; \\ R_{16} &= K_{1y}R_{1y} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{Q_{13}}{Q_{16}}\right) + R_{4y} + R_{5y} + R_{5\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь  $R_{1x}$ ,  $R_{2x}$  — полные сопротивления областей 1 и 2 по оси  $x$ ;  $R_{4x}$ ,  $R_{4y}$  — сопротивления пазовой изоляции по высоте и ширине паза;  $R_{1y}$ ,  $R_{2y}$ ,  $R_{3y}$ ,  $R_{5y}$  — полные сопротивления областей по оси  $y$ ;  $R_{2\alpha}$ ,  $R_{5\alpha}$  — сопротивления теплоотдачи зубца и клина (компаунда) к жидкости;  $Q_{13}$ ,  $Q_{16}$  — тепловые потоки от меди к спинке и охлаждающей жидкости через клин;  $K$  — коэффициенты, равные доле участия полных сопротивлений областей в общем сопротивлении между областями. Определение этих коэффициентов является в конечном итоге задачей расчета температурного поля якоря.

Из анализа температурного поля получено, что тепловой поток  $Q_{16}$  в зависимости от коэффициента теплопроводности и толщины клина (компаунда) изменяется в пределах  $(0,5 \div 1)Q_{13}$ , а отношение  $Q_{13}$  и  $Q_{16}$  изменяется от 0,5 до 1 для  $R_{13}$  и от 1 до 2 для  $R_{16}$ . Поэтому отношение

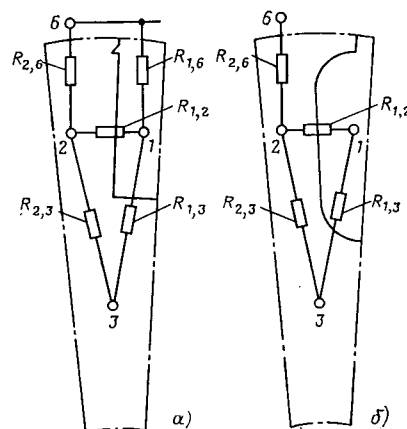


Рис. 3. Тепловая схема замещения активной части якоря ДПТД с открытыми прямоугольными (а) и овальными (б) пазами

этих потоков можно учесть в коэффициенте  $K'_{1y}$  и выражения для сопротивлений  $R_{13}$  и  $R_{16}$  примут вид:

$$\left. \begin{aligned} R_{13} &= K'_{1y} R_{1y} + R_{4y} + K_{3y} R_{3y}; \\ R_{16} &= K'_{1y} R_{1y} + R_{4y} + R_{5y} + R_{5\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Полные сопротивления областей можно найти по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} R_{1x} &= \frac{b_1}{\lambda_{1x} h_1}; \\ R_{2x} &= \frac{b_2}{\lambda_2 h_2}; \\ R_{4x} &= \frac{b_4}{\lambda_4 h_1}; \\ R_{1y} &= \frac{h_1}{\lambda_{1y} b_1}; \\ R_{2y} &= \frac{1}{\lambda_2} \int_0^{h_2} \frac{dh}{ah+c} = \frac{1}{\lambda_2 a} \ln [ah+c] \Big|_0^{h_2} = \\ &= \frac{1}{\lambda_2 a} (\ln [ah_2+c] - \ln [c]); \left( a = \frac{b_2'' - b_2'}{h_2}, c = b_2' \right); \\ R_{3y} &= \frac{Z \ln (D_2/D_1)}{\lambda_3 \pi}; \\ R_{4y} &= \frac{b_4}{\lambda_4 b_1}; \\ R_{5y} &= \frac{h_5}{\lambda_5 b_5}; \\ R_{2\alpha} &= \frac{1}{\alpha b_2}; \\ R_{5\alpha} &= \frac{1}{\alpha b_5}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В приведенных выше уравнениях:  $h$  — высота;  $b$ ,  $b'$  и  $b''$  — средняя, минимальная и максимальная ширина областей;  $b_4$  — толщина пазовой изоляции;  $D_1$  и  $D_2$  — внутренний и внешний диаметры спинки;  $Z$  — число зубцов якоря.

Аналогичная тепловая схема составляется для якоря с овальными пазами и представлена на рис. 3, б. Поскольку тепловой поток, идущий от меди к жидкости через надпазовый шлиц, пренебрежимо мал (см. рис. 2, а), тепловое сопротивление  $R_{16}$  в схеме отсутствует. Выражения для тепловых сопротивлений между областями этой схемы подобны (11) и (12).

Полные сопротивления областей:

$$\left. \begin{aligned} R_{1x} &= \frac{b_1}{\lambda_{1x} h_1}; \\ R_{2x} &= \frac{b_2}{\lambda_2 h_2}; \\ R_{1y} &= \frac{1}{\lambda_{1y} a} (\ln [ah_1+c] - \ln [c]); \\ &\left( a = \frac{b_1'' - b_1'}{h_1}, c = b_1' \right); \\ R_{2y} &= \frac{h_2}{\lambda_2 b_2}; \\ R_{4y} &= \frac{b_4}{\lambda_4 b_1}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Сопротивления  $R_{4x}$ ,  $R_{3y}$ ,  $R_{2\alpha}$  и условные обозначения аналогичны (13) и здесь не приводятся.

Расчет температурного поля позволяет определить тепловые сопротивления между областями через разность средних температур областей и тепловой поток  $Q_{K,L}$ , проходящий через линию сопряжения областей:

$$R_{K,L} = \frac{t_{ср K} - t_{ср L}}{Q_{K,L}}. \quad (15)$$

Тепловые потоки  $Q_{K,L}$  находятся из известного закона Фурье по плотности изотерм и сечению между областями:

$$Q = -\lambda \int_s \frac{\partial t}{\partial n} ds, \quad (16)$$

где  $s$  — граница раздела областей.

Из условий равенства тепловых сопротивлений, полученных по формулам (11), (12) и (15), определяются неизвестные коэффициенты  $K$ .

Для выяснения влияния на соотношение (15) геометрических размеров, удельного тепловыделения, коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи были проведены расчеты температурного поля при изменении основных исходных данных в следующих пределах: удельные потери в меди  $q_m = 0,6 \div 2,5$  Вт/см<sup>3</sup>; удельные потери в стали якоря  $q_c = 0,04 \div 0,15$  Вт/см<sup>3</sup>; коэффициент теплопроводности обмотки якоря в пазу  $\lambda_m = 0,3 \div 5$  Вт/м·°С; коэффициент теплоотдачи пакета якоря  $\alpha = 500 \div 5500$  Вт/м<sup>2</sup>·°С; толщина пазовой изоляции  $b_{и} = 0,15 \div 0,4$  мм; коэффициент теплопроводности клина  $\lambda_{кл} = 0,08 \div 0,4$  Вт/м·°С. Также были выполнены расчеты при различном отношении высоты паза и зубца к их ширине  $h_{п}/b_{п} = 1,5 \div 3$ ;  $h_3/b_3 = 1,5 \div 3$ .

На основании проведенного анализа температурного поля якоря и исследования влияния отдельных параметров модели получены числовые значения неизвестных коэффициентов  $K$ :

Коэффициенты $K$	Значение для якоря с прямоугольными пазами	$K$ для якоря с овальными пазами
$K_{1x}$	0,38—0,42	0,23—0,25
$K_{2x}$	0,30—0,32	0,40—0,41
$K_{1y}$	0,21—0,26	0,17—0,24
$K_{1y}$	0,09—0,20	—
$K_{2y}$	0,27—0,29	0,24—0,26
$K_{2y}$	0,71—0,73	0,74—0,76
$K_{3y}$	0,37—0,39	0,35—0,38

Поскольку коэффициенты меняются в пределах, соизмеримых с точностью теплового расчета ДПТД, в практических расчетах можно принимать их средние значения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Счастливый Г. Г. Метод эквивалентных тепловых схем. Сб. «Теплопередача и охлаждение электрических машин». — М.: ЦИНТИЭЛЕКТРОПРОМ, 1963.
2. Борисенко А. И., Данько В. Г., Яковлев А. И. Аэродинамика и теплопередача в электрических машинах. — М.: Энергия, 1974.
3. Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. — Л.: Энергия, 1974.
4. Токарев Б. Ф., Морозкин В. П., Тодос П. И. Двигатели постоянного тока для подводной техники. — М.: Энергия, 1977.
5. Беляев Н. М., Рядно А. А. Методы теории теплопроводности. Ч. 2. — М.: Высшая школа, 1982.

[11.12.84]

# Дискретные и непрерывные спектры периодических коммутированных процессов

ШАТАЛОВ А. С., доктор техн. наук

Москва

Гармонический анализ периодических процессов, состоящих из отрезков экспоненциальных функций. Известно, что гармоники ряда Фурье для произвольного периодического процесса  $f(t)$  можно получить, принимая первый период за двухсторонне-ограниченную функцию

$$f[t] = f[t-t_1] 1[t-t_1] - f[t-t_2] 1[t-t_2] \quad (1)$$

с последующим переходом к спектру Фурье:

$$F(j\omega) = \mathcal{F}\{f[t]\} = U(\omega) + jV(\omega), \quad (2)$$

где  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  — действительный и мнимый компоненты комплексного спектра;  $\mathcal{F}$  — символ прямого преобразования Фурье.

При использовании прямого преобразования Лапласа (символ  $\mathcal{L}$ ) переход к (2) записывается так:

$$F(j\omega) = F(p)|_{p=j\omega} = \mathcal{L}\{f[t]\}_{p=j\omega}. \quad (3)$$

Тогда амплитуды косинусных  $A_k$  и синусных  $B_k$  гармоник получаются из (2) в виде

$$A_k = \frac{2}{T} \operatorname{Re} F(j2k\pi/T) = \frac{2}{T} U(2k\pi/T); \quad (4)$$

$$B_k = -\frac{2}{T} \operatorname{Im} F(j2k\pi/T) = -\frac{2}{T} V(2k\pi/T), \quad (5)$$

а постоянная составляющая  $A_0$  связана с (2) или (3) простым соотношением:

$$A_0 = \frac{1}{T} F(0). \quad (6)$$

Если периодический сигнал получен как результат ключевой коммутации линейной электрической цепи с  $R$ -,  $C$ -,  $L$ -,  $M$ -элементами, то в рабочем интервале  $t_1 \div t_2$ , являющимся частью периода  $T$ , описание сигнала

может быть сведено к суперпозиции экспоненциальных функций. В [1] дана общая теория, а в [2] приведены примеры преобразований экспоненциальной функции в другие функции, типичные для переходных процессов в линейных электрических цепях. Это позволяет, проведя гармонический анализ для отрезков экспоненциальной функции, составить общее представление о формировании гармоник в более сложных ситуациях.

Периодизированные функции представляются в виде временных отрезков в коммутационных процессах генерирования сигнала, ограниченного коммутационным циклом (КЦ), и при периодическом наблюдении сигнала для его идентификации по информации, получаемой в представленном для наблюдений «окне» —  $t_1 \div t_2$  в каждом периоде.

В классе функций  $f(t)$ , рассматриваемом в [1], каждой из них ставится в соответствие лямбда-оператор  $F(\rightarrow)$ , определяемый из соотношения

$$f[t] = F(\rightarrow) \exp \lambda t, \quad (7a)$$

которое сохраняется и для отрезков функций:

$$f[t]_{t_1, t_2} = F(\rightarrow) [\exp \lambda t]_{t_1, t_2}. \quad (7b)$$

Инвариантность лямбда-оператора к форме отображения функции позволяет, найдя гармоники периодизированного отрезка экспоненты  $A_k(\lambda, t_1, t_2)$ , далее получать гармонический состав периодизированных отрезков других функций по формулам:

$$A_k = F(\rightarrow) A_k(\lambda, t_1, t_2); \quad (8)$$

$$B_k = F(\rightarrow) B_k(\lambda, t_1, t_2); \quad (9)$$

$$A_0 = F(\rightarrow) A_0(\lambda, t_1, t_2). \quad (10)$$

Назовем  $A_k(\lambda, t_v)$ ,  $B_k(\lambda, t_v)$  базовыми гармониками и определим их для функции

$$B_1[t, \lambda] = [\exp \lambda t]_{t_1, t_2}, \quad (11)$$

график которой показан на рис. 1, а для случая  $\lambda > 0$ . Запишем (11) в форме (1):

$$B_1[t, \lambda] = - \sum_{v=1}^2 (-1)^v \exp \lambda t_v \exp \{\lambda [t - t_v]\}, \quad (12)$$

где опущены обозначения единичных смещенных функций, и перейдем к изображению отрезка базовой функции по Лапласу:

$$B_1(p, \lambda) = \sum_{v=1}^2 (-1)^v \exp \lambda t_v \exp (-t_v p) / (\lambda - p). \quad (13)$$

Гармоники периодического процесса, состоящего из отрезков экспоненты, найдем согласно (3)–(6) в виде:

$$A_k(\lambda, t_v) = \frac{2}{T} \sum_{v=1}^2 \left\{ (-1)^v \exp (\lambda t_v) \left[ \frac{2k\pi}{T} \sin \left( \frac{2k\pi t_v}{T} \right) + \lambda \cos \left( \frac{2k\pi t_v}{T} \right) \right] \right\} / \left[ \lambda^2 + \left( \frac{2k\pi}{T} \right)^2 \right]; \quad (14)$$

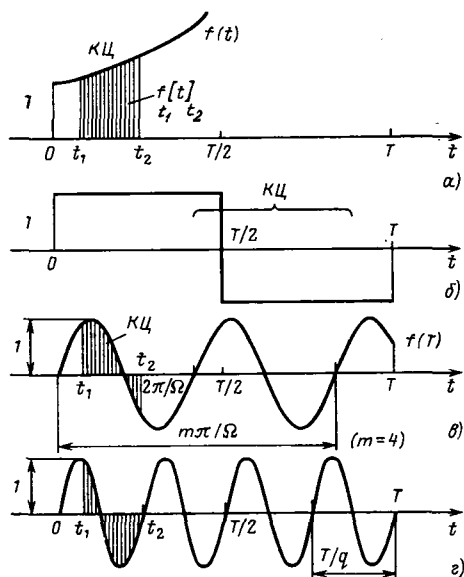


Рис. 1

$$B_k(\lambda, t_v) = \frac{2}{T} \sum_{v=1}^2 (-1)^v \exp(\lambda t_v) \left[ \lambda \sin\left(\frac{2k\pi t_v}{T}\right) - \frac{2k\pi}{T} \cos\left(\frac{2k\pi t_v}{T}\right) \right] / \left[ \lambda^2 + \left(\frac{2k\pi}{T}\right)^2 \right]; \quad (15)$$

$$A_0(\lambda, t_v) = (\exp \lambda t_2 - \exp \lambda t_1) / (\lambda T). \quad (16)$$

Формулы (14)–(16) применим для случая заполнения отрезком экспоненты всего периода, когда  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = T$ :

$$A_k(\lambda, 0, T) = 2\lambda (\exp \lambda T - 1) / [T (\lambda^2 + (2k\pi/T)^2)]; \quad (17)$$

$$B_k(\lambda, 0, T) = \frac{4k\pi}{T^2} (1 - \exp \lambda T) / [\lambda^2 + (2k\pi/T)^2]; \quad (18)$$

$$A_0(\lambda, 0, T) = (\exp \lambda T - 1) / (\lambda T), \quad (19)$$

и для случая однополупериодного заполнения при  $t_1 = 0$  и  $t_2 = T/2$ :

$$A_k(\lambda, 0, T/2) = 2\lambda [(-1)^k \exp(\lambda T/2) - 1] / [T (\lambda^2 + (2k\pi/T)^2)]; \quad (20)$$

$$B_k(\lambda, 0, T/2) = 4k\pi [1 - (-1)^k \exp(\lambda T/2)] / [T^2 (\lambda^2 + (2k\pi/T)^2)]; \quad (21)$$

$$A_0(\lambda, 0, T/2) = [\exp(\lambda T/2) - 1] / (\lambda T). \quad (22)$$

Базовые функции могут включать несколько отрезков экспонент внутри периода. Рассмотрим базовую функцию  $B_2[t, \lambda]$ , состоящую из двух симметричных относительно оси абсцисс полупериодных отрезков одной и той же экспоненциальной функции с единичным начальным значением, записываемой в форме:

$$B_2[t, \lambda] = [\exp \lambda t]_{t_1} - \exp(-\lambda T/2) [\exp \lambda t]_{t_1 + T/2}^{t_2 + T/2} \quad (23a)$$

содержащей четыре слагаемых:

$$B_2[t, \lambda] = \sum_{v=1}^2 (-1)^v \exp \lambda t_v \{ \exp \lambda [t - t_v] - \exp(\lambda T/2) \exp [t - T/2 - t_v] \}. \quad (23b)$$

Гармоники для такого КЦ находятся на предыдущей методике. Выпишем их значения для частного случая  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = T/2$ :

$$A_{2l+1}(\lambda, 0, T/2, T) = \frac{4\lambda}{T} [\exp(\lambda T/2) - 1] / \{ \lambda^2 + [(4l+2) \times \pi/T]^2 \}; \quad (24)$$

$$B_{2l+1}(\lambda, 0, T/2, T) = \frac{8(2l+1)\pi}{T^2} [1 - (-1)^{2l+1} \times \exp(\lambda T/2)] / \{ \lambda^2 + [2(2l+1)\pi/T]^2 \}; \quad (25)$$

$$A_0(\lambda, 0, T/2, T) = 0. \quad (26)$$

**Основные типы лямбда-операторов.** Согласно [1] к основным типам можно отнести следующие операторы:

$$\left. \begin{aligned} F_1(\rightarrow) &= (\dots)_{\lambda=0}; \quad F_2 = \frac{\partial}{\partial \lambda} (\dots); \\ F_3(\rightarrow) &= \text{Im} [(\dots)_{\lambda=j\Omega}]; \quad F_4(\rightarrow) = \text{Re} [(\dots)_{\lambda=j\Omega}], \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где и круглые скобки следует подставлять во временной области саму функцию  $\exp \lambda t$ , а в частотной области — ее изображение по Лапласу, по Фурье или выражения для амплитуд гармоник при периодизации.

Применяя совместно несколько лямбда-операторов к одной и той же функции  $\exp \lambda t$ , ее отрезку или сумме от-

резков можно получить дополнительные реализации КЦ. Так, для показанной на рис. 1, б прямоугольной знакопеременной формы КЦ возможны следующие формы описания:

$$f[t] = 1[t] - 2 \cdot 1[t - T/2] + 1[t - T] = F_1(\rightarrow) B_2(t, \lambda). \quad (28)$$

Средняя часть (28) представляет собой непосредственное описание КЦ в смещенных функциях, а правая часть (28) получается из базовой функции (23) через лямбда-оператор  $F_1(\rightarrow)$  из перечисленных в (27). Следовательно, для определения гармонического состава прямоугольного периодического процесса этот же оператор  $F_1(\rightarrow)$  можно применить к (24) — (26), что дает соответственно:

$$A_k = 0, \quad A_0 = 0; \quad B_{2l+1} = \frac{4}{\pi(2l+1)}, \quad B_{2l} = 0. \quad (29)$$

Для получения гармоник пилообразной функции, заполняющей весь период, используется совместный лямбда-оператор  $F_2(\rightarrow)$  и  $F_1(\rightarrow)$  из (27) в виде

$$F_{21}(\rightarrow) = \frac{\partial}{\partial \lambda} (\dots) \Big|_{\lambda=0}, \quad (30)$$

который следует применить к (17)–(19) чтобы получить

$$A_k = 0; \quad B_k = -\frac{T}{k\pi}; \quad A_0 = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda} A_0(\lambda, 0, T) \right] = T/2. \quad (31)$$

Если коммутационная схема с периодом  $T$  генерирует отрезки синусоидальной функции  $\sin \Omega t$ , заканчивающейся внутри периода и начинающейся каждый цикл с нуля в очередном такте, причем частота  $\Omega$  генерации не синхронизирована с частотой периодизации, то гармоники для таких периодизированных асинхронных отрезков можно получить применяя к (17) — (16) лямбда-оператор из (27):

$$A_k = \text{Im} [A_k(j\Omega, t_v)] = \frac{2}{T} \sum_{v=1}^2 (-1)^v [\Omega \cos(2k\pi t_v/T) \times \cos \Omega t_v + (2k\pi/T) \sin(2k\pi t_v/T) \sin \Omega t_v] / [\Omega^2 - (2k\pi/T)^2]; \quad (32)$$

$$B_k = \text{Im} B_k(j\Omega, t_v) = \frac{2}{T} \sum_{v=1}^2 (-1)^v [\Omega \sin(2k\pi t_v/T) \times \cos \Omega t_v - (2k\pi/T) \cos(2k\pi t_v/T) \sin \Omega t_v] / [\Omega^2 - (2k\pi/T)^2]; \quad (33)$$

$$A_0 = (\cos \Omega t_1 - \cos \Omega t_2) / (\Omega T). \quad (34)$$

Если частота  $\Omega$  асинхронна по отношению ко всем гармоникам частоты периодизации, как показано на рис. 1, в, то гармонический анализ непосредственно через  $A_k$ ,  $B_k$  ее не выявляет, и асинхронные отрезки получаются только путем суммирования весьма большого числа синхронных гармоник.

Переход к отрезкам синхронной гармоник, например, номер  $q$  осуществляется путем простой замены в (32) — (34) частот:

$$\Omega = 2q\pi/T, \quad (35)$$

но только для  $k \neq q$ :

$$A_k = \frac{2}{T} \sum_{v=1}^2 (-1)^v [(2q\pi/T) \cos(2q\pi t_v/T) \cos + (2k\pi/T) \times \sin(2k\pi t_v/T) \sin(2q\pi t_v/T)] / [(2q\pi/T)^2 - (2k\pi/T)^2]; \quad (36)$$

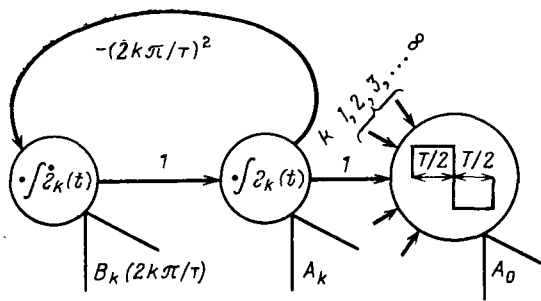


Рис. 2

$$B_k = \frac{2}{T} \sum_{v=1}^2 (-1)^v [(2q\pi/T) \sin(2k\pi t_v/T) \cos(2q\pi t_v/T) - (2k\pi/T) \cos(2k\pi t_v/T) \sin(2q\pi t_v/T)] / [(2q\pi/T)^2 - (2k\pi/T)^2]; \quad (37)$$

$$A_0 = [\cos(2q\pi t_1/T) - \cos(2k\pi t_2/T)] / (2q\pi). \quad (38)$$

Гармоника, совпадающая с частотой, содержащейся в наблюдаемом отрезке, т. е. с номером  $k=q$ , не может быть получена непосредственно из компонентов (37) и (38), а находится путем предельных переходов

$\lim_{\Omega \rightarrow 2k\pi/T} A_k, \lim_{\Omega \rightarrow 2k\pi/T} B_k, k=q$  в (32) и (33) после раскрытия неопределенности по правилу Лопиталя:

$$A_q = [\cos^2(2q\pi t_1/T) - \cos^2(2q\pi t_2/T)] / (2q\pi); \quad (39)$$

$$B_q = [4q\pi(t_1 - t_2)/T + \sin^2(4q\pi t_1/T) - \sin^2(4q\pi t_2/T)] / (4q\pi). \quad (40)$$

Как видно из (39) и (40), синхронная гармоника в отрезках не может идентифицироваться одним членом ряда Фурье соответствующей частоты, так как в нем  $A_q \neq 0, B_q \neq 1$ , а требуются все члены ряда.

Из приведенных общих формул легко получаются известные частные решения. Так, для однополупериодного выпрямления синусоидального напряжения, т. е. для  $t_1=0, t_2=T/2, q=1$  имеем:

из (38)

$$A_0 = (\cos 0 - \cos \pi) / (2\pi) = 1/\pi;$$

из (39), (40)

$$A_1 = 0, B_1 = 1/2;$$

из (36), (37)

$$A_{2l} = -\frac{2/\pi}{(2l-1)(2l+1)}; A_{2l+1} = B_k = 0 \quad (k > 1).$$

**Отображение в пространстве состояний условий восстановления по гармоникам начального периодического процесса и его непрерывного спектра.** Для каждой гармоники в пространстве состояний существуют математическая модель в виде матричного однородного дифференциального уравнения

$$\dot{\Gamma}_k(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(2k\pi/T)^2 & 0 \end{pmatrix} \Gamma_k(t), \quad (41)$$

содержащего вектор  $\Gamma_k(t) = \begin{pmatrix} z_k(t) \\ \dot{z}_k(t) \end{pmatrix}$  с начальными значениями

$$\Gamma_k(0) = \text{colon} \| A_k, 2k\pi B_k/T \|. \quad (42)$$

На рис. 2 построен гибридный граф [1] для генератора  $k$ -й гармоники.

Замкнутый контур графа имеет веса ребер, соответствующие матрице коэффициентов в (41). Начальные значения  $z_k(0)$  и  $\dot{z}_k(0)$  вводятся в правые (интегрирующие) вершины графа в форме  $z_k(0) = A_k, \dot{z}_k(0) = 2k\pi B_k/T$ , в общем случае, и в форме  $z_k(0) = 0; \dot{z}_{2l+1}(0) = 8/T$  для прямоугольного меандра, что соответствует (29). Если по графу построена аналоговая или цифровая вычислительная система (ВС), то после ввода на интеграторы упомянутых начальных значений по всем гармоникам с момента запуска ВС она генерирует периодический процесс с заданной формой КЦ. На рис. 2 внутри выходной вершины графа показан суммарный график прямоугольного процесса. В таблице приведены начальные значения для других форм периодических процессов.

Для любой формы графика структура ВС остается неизменной в соответствии с рис. 2; изменяются только начальные значения. Постоянная составляющая вводится непосредственно в суммирующую вершину графа, т. е. добавляется к переменной части решения. Начальный периодический сигнал, кроме гармоник, кратных частоте повторения КЦ, характеризуется также непрерывным спектром, содержащимся в Фурье-изображении КЦ (2), дополненном оператором периодизации (ОП) в виде:

$$\Phi(j\omega) = F(j\omega) D(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{1 - \exp(-j\omega T)}, \quad (43)$$

где ОП имеет одну из следующих форм представления:

$$D(j\omega) = \left[ \frac{1}{1 - \exp(-T\rho)} \right]_{\rho=j\omega} = \left[ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2\rho/T}{\rho^2 + (2k\pi/T)^2} \right]_{\rho=j\omega} \rightarrow \sum_{m=0}^{\infty} \delta[t - mT]. \quad (44)$$

Для определения параметров непрерывного спектра ВС переводится в режим частотной характеристики (ЧХ); для этого (как показано на рис. 3): формируется гармоническое воздействие  $z(t)$ , частота которого варьируется с шагом  $\Delta\omega$ ; компоненты воздействия  $z(t)$  вводятся в левые половины всех вершин графа ВС  $z_k$  и  $\dot{z}_k$  через ребра, имеющие веса  $A_k$  и  $B_k n \Delta\omega$  соответственно; получаемые от блоков ВС для каждой гармоники ЧХ суммируются, образуя общую ЧХ.

Генератор  $z(t)$  может быть представлен дополнительным блоком, аналогичным блокам ВС, но реализующим уравнение

$$\dot{z}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -(n\Delta\omega)^2 & 0 \end{pmatrix} z(t) \text{ при } z(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ (n\Delta\omega) \end{pmatrix}.$$

Применяя известные методы дальнейшей обработки получаемых ВС суммарных гармонических колебаний  $M_n \sin(n\Delta\omega t + \varphi_n)$  можно найти амплитудный, фазовый, вещественный или мнимый спектры. Непосредственно в частотной области эти компоненты можно определить аналитически, если (43) уже задано. Так, для КЦ прямоугольной формы (28) конкретный вид (43) будет следующим:

$$\Phi(j\omega) = \frac{1 - 2 \exp(-j\omega T/2) + \exp(-j\omega T)}{j\omega [1 - \exp(-j\omega T)]}$$

или после преобразований

$$\Phi(j\omega) = \frac{j \sin(\omega T/4)}{j\omega \cos(\omega T/4)} = \frac{1}{n\Delta\omega} \operatorname{tg}(n\Delta\omega T/4). \quad (45)$$

График этой функции показан на рис. 3 в суммирующей вершине для вещественного спектра, который в данном примере совпадает с амплитудным. Решение получено в виде табличной функции с выборкой ее дискретных значений по точкам  $n\Delta\omega$ . Непосредственный счет по (43) также производится по точкам  $n\Delta\omega$ .

Перед суммированием ЧХ блоков ВС вычисляются их проекции  $M(n\Delta\omega)\cos\varphi(n\Delta\omega)$ ,  $M(n\Delta\omega)\sin\varphi(n\Delta\omega)$ . Суммы проекций суть косинус- и синус-Фурье-изображения начального периодического процесса. На рис. 3 переход от временной области к частотной показан символом  $\tilde{z}$  в разрыве ребер графа.

Гармоники ряда Фурье, имеющие изображения по Лапласу вида

$$\Gamma_k(p) = \frac{B_k(2k\pi/T) + A_k p}{p^2 + (2k\pi/T)^2}, \quad (46)$$

соответствуют точкам разрыва спектра и выделяются из (43) по обобщенной теореме разложения [1] для некрatных полюсов дроби (43)  $\bar{p}_k, \bar{p}_k^* = \pm j(2k\pi/T)$ , т.е.:

$$\Gamma_k(p) = \lim_{p \rightarrow j(2k\pi/T)} \{F(p)(p - j2k\pi/T) / [1 - \exp(-Tp)]\} = 2\operatorname{Re} \frac{F(p)(p - j2k\pi/T)}{p - j(2k\pi/T)}. \quad (47)$$

Предел в числителе (47) находится одним из известных способов:

$$\lim \{ \dots \} = \frac{E(p)}{\frac{d}{dp} [1 - \exp(-Tp)]} \Big|_{p=j(2k\pi/T)} = \frac{1}{T} F(j2k\pi/T). \quad (48)$$

После содержащихся в (47) преобразований (выделения вещественной части и удвоения) формируется коэффициент  $2/T$ , который присутствует в (4) и (5).

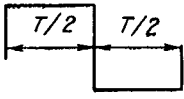
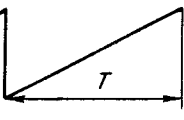
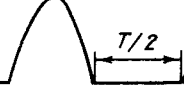
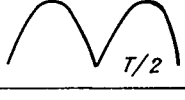
Если, согласно рис. 1,  $z$  в КЦ содержится отрезок синхронной гармоники (СГ), то в дроби (43) появляются кратные полюсы  $\bar{p}_q, \bar{p}_q^* = \pm j2q\pi/T$  от изображений СГ и ОП, что изменяет формулу разложения. Выделим в общей дроби (43) кратный двучлен с полюсом  $\bar{p}_q$  и запишем дробь в следующей форме:

$$\Phi(p) = \bar{\psi}_q(p) / [p - j(2q\pi/T)]^2, \quad (49)$$

где числитель  $\bar{\psi}_q(p)$  образован из остатков изображений КЦ и ОП и раскрыт в приложении [см. (П-1)–(П-3)].

Отделение от (49) частичного изображения  $\Gamma_q(p)$  с полюсом  $\bar{p}_q$  производится согласно правилам для кратных полюсов, т.е.

$$\bar{\Gamma}_q(p) = \bar{\psi}_q(j2q\pi/T) / (p - j2q\pi/T)^2 + \bar{\psi}_q'(j2q\pi/T) / (p - j2q\pi/T). \quad (50)$$

Форма КЦ	$A_0$	$\bar{z}_k(0)$		$\bar{z}_h(0)$	
		$k=2l$	$k=2l+1$	$k=2l$	$k=2l+1$
		$A_{2l}$	$A_{2l+1}$	$\frac{4l\pi B_{2l}}{T}$	$\frac{2(2l+1)\pi B_{2l+1}}{T}$
	0	0	0	0	8/T
	1/2	0	0	2/T	2/T
	1/π	$\frac{-2/\pi}{(2l-1)(2l+1)}$	0	0	$\frac{1}{2}(l=0)$ $0(l>0)$
	2/π	$\frac{-4/\pi}{(2l-1)(2l+1)}$	0	0	0

Согласно (П-4) первое слагаемое в (50) для двустороннеограниченных КЦ из-за свойств оператора ограничений (ОГ), равно нулю, и далее будем оперировать только со вторым слагаемым. Найдем сопряженный ему компонент разложения для полюсов  $\bar{p}_q^*$ :

$$\bar{\Gamma}_q^*(p) = \bar{\psi}_q^*(-j2q\pi/T) / (p + j2q\pi/T),$$

а также сумму двух сопряженных [парциальных изображений]:

$$\Gamma_q(p) = \bar{\Gamma}_q(p) + \bar{\Gamma}_q^*(p) = 2\operatorname{Re} [\bar{\psi}'(j2q\pi/T) / (p - j2q\pi/T)]. \quad (51)$$

После преобразований получим

$$\Gamma_q(p) = 2 \frac{p \operatorname{Re} \bar{\psi}'(j2q\pi/T) - (2q\pi/T) \operatorname{Im} \bar{\psi}'(j2q\pi/T)}{p^2 + (2q\pi/T)^2}, \quad (52)$$

откуда согласно (46) и (П-9) следует

$$A_q = 2 \operatorname{Re} \bar{\psi}'(j2q\pi/T) = [\sin^2(2q\pi t_2/T) - \sin^2(2q\pi t_1/T)] / (2q\pi). \quad (53)$$

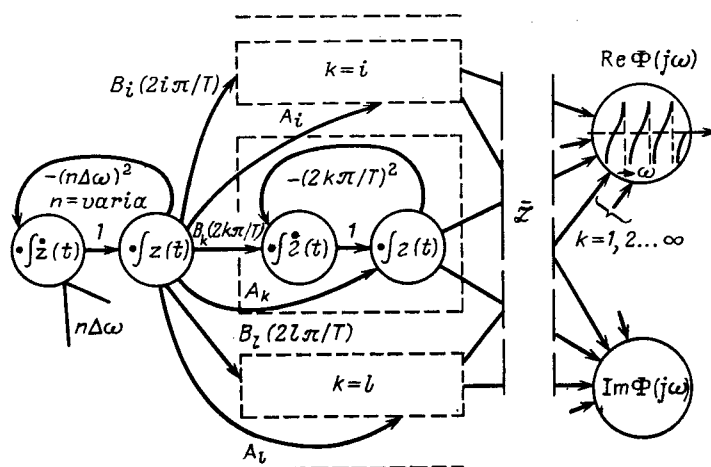


Рис. 3

$$B_q = -2 \operatorname{Im} \bar{\psi}' (j2q\pi/T) = \frac{t_2 - t_1}{T} - \frac{\sin(4q\pi t_2/T) - \sin(4q\pi t_1/T)}{4q\pi}. \quad (54)$$

Для остальных гармоник ряда Фурье при  $k \neq q$  коэффициенты находятся по (32), (33) подстановкой  $\Omega = 2q\pi/T$ , т. е.

$$A_k = \sum_{v=1}^2 (-1)^v \left[ \frac{q \cos(2k\pi t_v/T) \cos(2q\pi t_v/T) + k \sin(2k\pi t_v/T) \sin(2q\pi t_v/T)}{\pi(q^2 - k^2)} \right]; \quad (55)$$

$$B_k = \sum_{v=1}^2 \frac{(-1)^v [q \sin(2k\pi t_v/T) \cos(2q\pi t_v/T) - k \cos(2k\pi t_v/T) \sin(2q\pi t_v/T)]}{\pi(q^2 - k^2)}. \quad (56)$$

Постоянная составляющая из (34) будет иметь вид

$$A_0 = [\cos(2q\pi t_1/T) - \cos(2q\pi t_2/T)]/(2q\pi). \quad (57)$$

Формулы (55) — (57) дублируют (36) — (38), но имеют несколько более компактный вид. Формулы (53), (54), хотя и совпадают с (39), (40), но другой путь вывода акцентирует внимание на имеющей место псевдократности полюсов в КЦ и ОП.

**Общая форма оператора ограничений (ОГ).** Для общей постановки в задании КЦ (1) разделим процедуру получения изображения  $F(p)$  на два этапа:

определение изображения начальной — неограниченной справа функции

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = f(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}, \quad (58)$$

где знаменатель определяется в форме полинома

$$Q(p) = \sum_{i=0}^n a_i p^i; \quad (59)$$

введение оператора ограничений, который далее при переходе к (3) преобразует числитель, и дробь (58) можно записать в виде:

$$F(p) = \frac{S(p)}{Q(p)}. \quad (60)$$

Приведем две формы записи  $S(p)$ , получаемые согласно [3] из (3) по процедуре (12): первая форма

$$S(p) = \sum_{v=2}^1 \left\{ (-1)^v \exp(-t_v p) \sum_{i=1}^n a_i p^i \left[ \sum_{k=1}^i f_k(t_v)/p^k \right] \right\}, \quad (61)$$

где

$$f_k(t_v) = \frac{d^{k-1}}{dt^{k-1}} f(t) \Big|_{t=t_v}; \quad (62)$$

вторая форма

$$S(p) = \sum_{v=2}^1 \left\{ (-1)^v \exp(-t_v p) \times \left( \sum_{i=1}^n a_i p^i \right) \langle \cdot \rangle_n \left[ \sum_{k=1}^n f_k(t_v)/p^k \right] \right\}, \quad (63)$$

где символ ограниченного умножения  $\langle \cdot \rangle_n$  исключает из произведения полиномов члены с отрицательными степенями  $p$ .

**Фильтрация периодизированных отрезков экспонент и асинхронных гармоник.** Обозначим передаточную функцию (ПФ) фильтра через  $W(p)$ , а изображение отфильтрованного сигнала через  $X(p)$ . Входной периодический сигнал из формы (43) запишем также в области комплексной переменной  $p$ . Тогда

$$X(p) = W(p) \Phi(p) = \frac{W(p) F(p)}{1 - \exp(-Tp)}. \quad (64)$$

Члены разложения этой дроби, соответствующие полюсам ОП дают амплитуды косинусных и синусных гармоник соответственно:

$$\alpha_k = \frac{2}{T} \operatorname{Re} [W(j\omega) F(j\omega)]_{\omega=2k\pi/T} = A_k \operatorname{Re} W(j2k\pi/T) + B_k \operatorname{Im} W(j2k\pi/T); \quad (65)$$

$$\beta_k = -\frac{2}{T} \operatorname{Im} [W(j\omega) F(j\omega)] = A_k \operatorname{Im} W(j2k\pi/T) - B_k \operatorname{Re} W(j2k\pi/T). \quad (66)$$

Если фильтр устойчив, то постоянная составляющая на выходе

$$\alpha_0 = F(0) W(0)/T. \quad (67)$$

Используя базовую функцию (19), можно (64) записать в виде

$$X_0(p, \lambda) = W(p) B_1(p, \lambda) / [1 - \exp(-Tp)]. \quad (68)$$

Для отрезков базовой (экспоненциальной) функции коэффициенты гармоник  $A_k(\lambda, t_v)$ ,  $B_k(\lambda, t_v)$  определены выражениями (14) — (16). Подстановка этих значений в (65), (66) дает коэффициенты ряда Фурье для вынужденной части реакции фильтра, а применение приведенных в (27) лямбда-операторов позволяет перейти к ряду Фурье для возбуждающих периодизированных отрезков других функций, в том числе и асинхронных гармоник. Постоянная составляющая в возбуждающем сигнале, записанная в форме (16), на выходе устойчивого фильтра определит согласно (61) постоянный компонент вида

$$\alpha_0 = [F(\rightarrow) A_0(\lambda, t_v)] W(0)/T. \quad (69)$$

Если фильтр настроен в резонанс с частотой отрезка асинхронной гармоник, т. е. имеет ПФ вида

$$W(p) = N(p)/(p^2 + \Omega^2), \quad (70)$$

то на синхронных частотах вынужденная реакция фильтра, по-прежнему, будет определяться коэффициентами гармоник (65), (66), а асинхронную частоту  $\Omega$  можно будет обнаруживать только в свободном компоненте реакции фильтра. Выделим этот компонент из полного изображения (64), упростив числитель ПФ до числового коэффициента  $N(p) = N$  и используя обозначения (70) и (П-2), т. е.:

$$X(p) = \frac{N\sigma(p)}{(p^2 + \Omega^2) [1 - \exp(-Tp)]}. \quad (71)$$

Далее образуем функцию  $\bar{\xi}(p)$ , аналогичную  $\bar{\psi}(p)$  в (П-7):

$$\bar{\xi}(p) = \frac{N\sigma(p)/(p + j\Omega)^2}{1 - \exp(-Tp)}, \quad (72)$$

тогда  $X(p) = \bar{\xi}(p)/(p - j\Omega)^2$  и компоненты разложения дроби (71) по полюсам  $\bar{p} = j\Omega$  первой и второй крат-



ности будут иметь вид

$$\bar{G}_1(p) = \frac{\xi(j\Omega)}{(p-j\Omega)^2} + \frac{\xi'(j\Omega)}{p-j\Omega}. \quad (73)$$

Используя значение  $\xi'(j\Omega)$  по (П-13), а также условие  $\xi(j\Omega) = 0$ , из (73) находим

$$G_1(p) = \bar{G}_1(p) + \bar{G}_1^*(p) = 2\operatorname{Re} \frac{\xi'(p)}{p-j\Omega} = \frac{pA_\xi - \Omega B_\xi}{p^2 + \Omega^2},$$

где  $A_\xi$  и  $B_\xi$  — коэффициенты гармоники;

$$A_\xi = \frac{2\sin^2(\Omega T/2) \left[ (t_1 - t_2)\Omega + \frac{1}{2}(\sin 2\Omega t_1 - \sin 2\Omega t_2) \right] + \dots}{4\Omega^2 [4\sin^4(\Omega T/2) + \dots]} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\dots + \sin \Omega T (\sin^2 \Omega t_2 - \sin^2 \Omega t_1)}{\dots + \sin^2 \Omega T}; \quad (74)$$

$$B_\xi = \frac{\sin \Omega T \left[ (t_2 - t_1)\Omega + \frac{1}{2}(\sin 2\Omega t_1 - \sin 2\Omega t_2) \right] + \dots}{4\Omega^2 [4\sin^4(\Omega T/2) + \dots]} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\dots + 2\sin^2(\Omega T/2) (\sin^2 \Omega t_1 - \sin^2 \Omega t_2)}{\dots + \sin^2 \Omega T}. \quad (75)$$

Если КЦ содержит целое число  $m$  полуволн асинхронной гармоники и  $t_1 = 0$ , то  $t_2 = m\pi/\Omega$ , как показано на рис. 1, в. Тогда из (74) и (75) получаем более простые выражения:

$$A_m = \frac{m\pi \sin^2(\Omega T/2)}{2\Omega [4\sin^4(\Omega T/2) + \sin^2(\Omega T)];} \quad (76)$$

$$B_m = \frac{m\pi \sin \Omega T}{4\Omega^2 [4\sin^4(\Omega T/2) + \sin^2(\Omega T)]}. \quad (77)$$

Таким образом, фильтр выделяет информацию об асинхронной гармонике в КЦ несмотря на отсутствие ее в ряде Фурье. Но при идентификации КЦ по (74) — (77) следует снять ненулевые начальные условия.

**Резонансная фильтрация периодических отрезков синхронной гармоники.** Если  $q$  — номер синхронной гармоники в КЦ, показанной на рис. 1, г, и резонансный фильтр имеет ПФ

$$W(p) = N/[p^2 + (2q\pi/T)^2], \quad (78)$$

то реакция фильтра на периодический процесс будет иметь изображение, вытекающее из (71):

$$X(p) = \frac{N\sigma(p)\Omega}{(p-j2q\pi/T)^2(p+j2q\pi/T)^2} \left\{ \frac{p-j2q\pi/T}{1-\exp(-Tp)} \right\}. \quad (79)$$

Перепишем (79) в компактной форме:

$$X(p) = \frac{\xi_q(p)}{(p-j2q\pi/T)^3},$$

из которой получим слагаемые, относящиеся к выделенным полюсам:

$$\bar{G}_2(p) = \frac{\xi_q(j2q\pi/T)}{(p-j2q\pi/T)^3} + \frac{\xi_q'(j2q\pi/T)}{(p-j2q\pi/T)^2} + \frac{\xi_q''(j2q\pi/T)/2}{p-j2q\pi/T}. \quad (80)$$

В силу  $\sigma(j2q\pi/T) = 0$  первое слагаемое в (80) отсутствует и  $\bar{G}_2(p)$  состоит из двух членов. Рассмотрим второе слагаемое, характеризующее нестационарную часть резонансного режима. Найдем также функцию, сопряженную

со средним компонентом и объединим их:

$$X_{nc}(p) = 2\operatorname{Re} [\xi_q'(j2q\pi/T)/(p-j2q\pi/T)^2]. \quad (81)$$

Далее переходим к оригиналу:

$$\mathcal{L}^{-1}\{X_{nc}(p)\} = x_{nc}(t) = \dot{M}t \sin(2q\pi/T + \varphi_{nc}), \quad (82)$$

где  $\dot{M}t$  — нестационарная амплитуда, линейно зависящая от времени;

$$\dot{M}t = A_{nc}; \quad (83)$$

$\dot{M}$  — производная нестационарной амплитуды;

$$\dot{M} = \frac{d}{dt} A_{nc} = \dot{A}_{nc}. \quad (84)$$

Из (81) следует

$$\dot{A}_{nc} = 2 |\xi_q'(j2q\pi/T)| \quad (85)$$

или, согласно (П-16)

$$\dot{A}_{nc} = \frac{TN}{16q^2\pi^2} \sqrt{\left[ \frac{4q\pi(t_1-t_2)}{T} + \sin(4q\pi t_2/T) - \right.}$$

$$\left. - \sin(4q\pi t_1/T) \right]^2 + 4[\sin^2(2q\pi t_2/T) - \sin^2(2q\pi t_1/T)]^2}. \quad (86)$$

Компонент с нестационарной амплитудой с течением времени становится доминирующим среди остальных компонентов при резонансной фильтрации и может служить для идентификации  $q$ -й гармоники в составе наблюдаемого КЦ.

**Дополнительные вычислительные процедуры гармонического анализа.** На основе использования изложенных выше закономерностей для гармонического состава периодизированных отрезков экспоненциальной функции при произвольном расположении интервала наблюдения (коммутации) внутри периода и сформулированных правил перехода к отрезкам других функций становится возможным получать гармонический состав периодического коммутированного сигнала с любой формой КЦ после предварительной кусочно-функциональной аппроксимации КЦ. Общие амплитуды гармоник находятся как суммы частных амплитуд, полученных для каждой аппроксимирующей функции на соответствующем интервале аппроксимации.

Интервалы аппроксимации, естественно, необходимо согласовать с условиями коммутации, а аппроксимирующие функции — с параметрами коммутационной схемы. Эти процедуры могут повысить точность и скорость гармонического анализа по сравнению с традиционными его формами, что важно при идентификации сигналов в текущем времени. Для идентификации переднего и заднего фронтов отрезков гармонического сигнала требуется учет всех гармоник ряда Фурье. Для отрезков синхронной (кратной) гармоники отдельные компоненты ряда Фурье соответствующей частоты дают искаженную информацию об амплитуде и фазе наблюдаемых внутри КЦ колебаний, а асинхронная гармоника соответствующего члена в ряде Фурье вообще не имеет.

Более быстрая процедура оценивания (идентификации) параметров колебаний внутри КЦ может быть достигнута после резонансной фильтрации. Для применения этой процедуры предложены аналитические зависимости. Переход от временной области к гармоникам и спектрам наглядно интерпретирован в пространстве состояния.

П р и л о ж е н и е. Коэффициенты компонентов общего изображения периодизированных отрезков синусоиды, соответствующих полюсам изображений гармоник.

I. Отрезки  $q$ -й синхронной гармоники. Выразим  $F(p)$  в (49) через базовое изображение (13), преобразованное лямбда-оператором  $F_3(\rightarrow)$ , т. е. в виде

$$F(p) = \text{Im} [B_1(p, j2q\pi/T)] = \frac{-\sigma(p)}{p^2 + (2q\pi/T)^2}, \quad (\text{П-1})$$

где находящийся в числителе оператор ограничений ОГ

$$\sigma(p) = \sum_{v=1}^2 \{(-1)^v \exp(-t_v p) [p \sin(2q\pi t_v/T) + (2q\pi/T) \cos(2q\pi t_v/T)]\}. \quad (\text{П-2})$$

Тогда числитель в выражении  $\Phi(p) = \frac{\bar{\Psi}(p)}{(p - j2q\pi/T)^2}$

из (49) примет вид

$$\bar{\Psi}(p) = \frac{\sigma(p)}{p + j2q\pi/T} \left[ \frac{p - j2q\pi/T}{1 - \exp(-Tp)} \right]. \quad (\text{П-3})$$

Предел

$$\lim_{p \rightarrow j2q\pi/T} \bar{\Psi}_q(p) = \bar{\Psi}_q(j2q\pi/T) = 0 \quad (\text{П-4})$$

в силу свойств ОГ

$$\sigma(j2q\pi/T) = 0 \quad (\text{П-5})$$

при

$$\lim_{p \rightarrow \pm j2q\pi/T} \frac{p \mp j2q\pi/T}{1 - \exp(-Tp)} = \frac{1}{T}. \quad (\text{П-6})$$

Далее для (П-3) найдем производную  $\frac{\partial}{\partial p} \bar{\Psi}(p)$  с последующей подстановкой  $p = j2q\pi/T$ , что с учетом (П-5) дает:

$$\bar{\Psi}'(j2q\pi/T) = \frac{\sigma'(j2q\pi/T)}{T(j4q\pi/T)} = -j \frac{\sigma'(j2q\pi/T)}{4q\pi}. \quad (\text{П-7})$$

Из (П-2) находим производную ОГ:

$$\sigma'(j2q\pi/T) = \frac{2\pi q(t_1 - t_2)}{T} + \frac{1}{2} [\sin(4q\pi t_1/T) - \sin(4q\pi t_2/T)] - j [\sin^2(2q\pi t_2/T) - \sin^2(2q\pi t_1/T)]. \quad (\text{П-8})$$

Возвращаемся к (П-7) и получаем:

$$\bar{\Psi}'_q(j2q\pi/T) = [\sin^2(2q\pi t_1/T) - \sin^2(2q\pi t_2/T)]/(4q\pi) + j \times \left[ \frac{t_1 - t_2}{2T} + \frac{\sin(4q\pi t_1/T) - \sin(4q\pi t_2/T)}{8q\pi} \right]. \quad (\text{П-9})$$

II. Отрезки асинхронной гармоники после резонансной фильтрации. Запишем (72) в форме

$$\bar{\xi}(p) = \frac{N\sigma(p)}{(p + j\Omega)^2} \cdot \frac{1}{1 - \exp(-Tp)}. \quad (\text{П-10})$$

Повторяя вывод (П-3)—(П-9) при  $\sigma(j\Omega) = 0$ , как и в (П-5) но при

$$D(j\Omega) = \frac{1}{1 - \exp(-j\Omega T)} = -j \frac{\exp(j\Omega T/2)}{2 \sin(\Omega T/2)},$$

получаем:

$$\bar{\xi}'(j\Omega) = \frac{N\sigma'(j\Omega) D(j\Omega)}{(j2\Omega)^2} = j \frac{N\sigma'(j\Omega) \exp(j\Omega T/2)}{8\Omega^2 \sin(\Omega T/2)}. \quad (\text{П-11})$$

Для определения  $\sigma'(j\Omega)$  используем подстановку в (П-8) нового аргумента  $\Omega \rightarrow 2q\pi/T$ , что дает

$$\sigma'(j\Omega) = \Omega(t_1 - t_2) + \frac{1}{2} [\sin(2\Omega t_2) - \sin(2\Omega t_1)] - j \times [\sin^2(\Omega t_2) - \sin^2(\Omega t_1)] = |\sigma'(j\Omega)| \exp(j \arg \sigma'), \quad (\text{П-12})$$

где

$$\arg \sigma' = \arctg \frac{\sin^2 \Omega t_1 - \sin^2 \Omega t_2}{\Omega(t_1 - t_2) + \frac{1}{2} [\sin(2\Omega t_2) - \sin(2\Omega t_1)]}.$$

Тогда (П-11) после преобразований принимает вид:

$$\bar{\xi}'(j\Omega) = \{N |\sigma'(j\Omega)| / [8\Omega^2 \sin(\Omega T/2)] \exp[j(\arg \sigma' + \Omega T/2)]\}. \quad (\text{П-13})$$

III. Отрезки  $q$ -й синхронной гармоники при резонансной фильтрации.

Входящий в (85) модуль функции берется от ее развернутой формы:

$$\bar{\xi}'_q(j2q\pi/T) = \left[ \frac{N\sigma(p)}{(p + j2q\pi/T)^2} \cdot \frac{P - j2q\pi/T}{1 - \exp(-Tp)} \right]'_{p=j2q\pi/T}. \quad (\text{П-14})$$

По сравнению с (П-13) здесь возрос показатель степени знаменателя первого сомножителя, поэтому вместо (П-7) получим:

$$\bar{\xi}'_q(j2q\pi/T) = \frac{\sigma'(j2q\pi/T) N}{T(j4q\pi/T)^2} = -\frac{TN\sigma'(j2q\pi/T)}{16q^2\pi^2}. \quad (\text{П-15})$$

Подставляя в (П-15) значение (П-8) найдем модуль:

$$|\bar{\xi}'_q(j2q\pi/T)| = \frac{TN}{16q^2\pi^2} \left| \frac{2\pi q(t_1 - t_2)}{T} + \frac{1}{2} [\sin(4q\pi t_2/T) - \sin(4q\pi t_1/T)] - j [\sin^2(2q\pi t_2/T) - \sin^2(2q\pi t_1/T)] \right|. \quad (\text{П-16})$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаталов А. С. Преобразования сигналов и изображающих их функции обобщенными системами автоматического управления. — М.: Энергия, 1965.
2. Шаталов А. С. Задачник по теории автоматического управления. — М.-Л.: Энергия, 1979.
3. Шаталов А. С. Квадратичные оценки состояния линейных цепей и систем. — Электричество, 1981, № 5. [28.02.85]



# Сферический электромагнитный экран в переменном магнитном поле произвольного вида

ЦЕЙТЛИН Л. А., ЩУКИН А. В.

Ленинград

**Введение.** Реакция сферического экрана на действие внешнего магнитного поля может быть определена сравнительно просто, когда это поле однородно или симметрично относительно оси, проходящей через центр экрана [1—4]. Значительно сложнее эта задача при отсутствии осевой симметрии — главным образом из-за трудностей, связанных с решением трехмерного векторного уравнения Гельмгольца в сферической системе координат. О характере этих трудностей можно судить по работам [5 и 6], где аналогичные более простые задачи решены для случая сплошного проводящего шара. Относительно простое решение, данное в [7], оказалось возможным лишь за счет существенных упрощений в постановке задачи: экран рассматривался как бесконечно тонкая оболочка с конечной поверхностной проводимостью, а поверхностный эффект не учитывался.

Общий случай сферического экрана произвольной толщины при произвольном внешнем воздействии, насколько нам известно, в литературе не рассматривался. Этому вопросу и посвящена настоящая статья. В основу решения положен сформулированный в [8] принцип эквивалентности, позволяющий свести задачу к уравнению Гельмгольца для некоторой вспомогательной скалярной функции точки (см. приложение).

При решении задачи предполагается, что экран имеет конечную толщину  $\Delta$  и выполнен из однородного материала с удельной электрической проводимостью  $\gamma$  и абсолютной магнитной проницаемостью  $\mu$ , равной магнитной постоянной  $\mu_0$ ; токи в контурах, создающих первичное магнитное поле, предполагаются изменяющимися во времени синусоидально с угловой частотой  $\omega$ ; задача решается в квазистационарном приближении.

**Основные уравнения и их решение.** Отнесем рассматриваемый экран к сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$ , совместив ее начало с центром экрана (рис. 1). Источники внешнего поля будем считать расположенными вне экрана (в области  $r > R_a$ ). В соответствии со сказанным в приложении заменим воздействие на экран источников внешнего поля действием тока, распределенного по сферической поверхности  $r = R > R_a$ , и будем характеризовать это распределение функцией тока  $i_0(\theta, \varphi)$ . Если потенциал первичного поля, создаваемого заданной системой токов в безграничной однородной среде, известен, то функция тока  $i_0(\theta, \varphi)$  может быть найдена с помощью формулы (П-3). Эту функцию будем считать известной и представляемой в виде разложения по сферическим гармоникам, т. е. в виде ряда

$$i_0(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{a_{n0}}{2} P_n(\cos \theta) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n [(a_{nm} \cos m\varphi + b_{nm} \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta)],$$

коэффициенты которого определяются по формулам

$$a_{nm} = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi i_0(\theta, \varphi) P_n^m(\cos \theta) \sin \theta \times \cos m\varphi d\theta d\varphi,$$

$$b_{nm} = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi i_0(\theta, \varphi) P_n^m(\cos \theta) \sin \theta \times \sin m\varphi d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где  $P_n(\cos \theta)$  и  $P_n^m(\cos \theta)$  — функции Лежандра и присоединенные функции Лежандра первого рода [9].

Поверхностный ток на сфере  $r=R$  эквивалентен совокупности диполей, моменты которых направлены вдоль радиусов. Поэтому можно утверждать, что этот ток, а следовательно, и произвольная система токов, расположенных в области  $r > R$ , индуцируют в рассматриваемом экране вихревые токи, протекающие по сферическим поверхностям  $r = \text{const}$ , т. е. не имеющие радиальной составляющей. Это значит, что векторный потенциал магнитного поля вихревых токов экрана, как и поля тока на сфере  $r=R$ , также не имеет радиальной составляющей, а так как две другие составляющие векторного потенциала ( $A_\theta$  и  $A_\varphi$ ) связаны условием  $\text{div } \mathbf{A} = 0$ , то результирующее магнитное поле как в проводящих, так и в непроводящих областях системы рис. 1 может быть описано с помощью одной надлежащим образом введенной скалярной функции точки. В частности, можно положить

$$\mathbf{A} = \text{rot}(\mathbf{r}^0 u), \quad (2)$$

где  $u$  — некоторая скалярная функция точки.

В областях, где нет сторонних токов, векторный потенциал  $\mathbf{A}$  удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\nabla^2 \mathbf{A} - k^2 \mathbf{A} = 0, \quad (3)$$

где  $k^2 = j\omega\mu\gamma$ .

Подставляя (2) в (3), нетрудно показать, что функция  $u$  также удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\nabla^2 u - k^2 u = 0, \quad (4)$$

которое в непроводящих областях ( $\gamma = 0$ ) вырождается в уравнение Лапласа  $\nabla^2 u = 0$ . Магнитная индукция  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} = \text{rot rot}(\mathbf{r}^0 u)$ , откуда для составляющих  $B_r$ ,

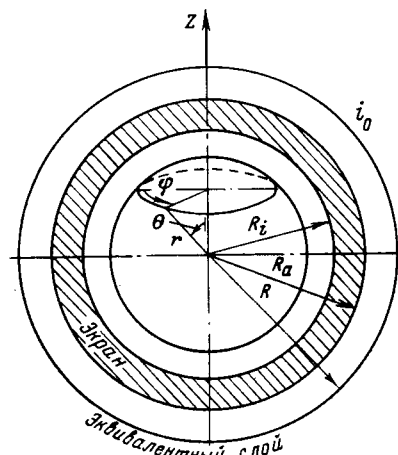


Рис. 1. Расчетная схема экрана

$B_\theta$ ,  $B_\varphi$  получаем:

$$\left. \begin{aligned} B_r &= -\frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} \right]; \\ B_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta}; \quad B_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Первое из этих выражений можно, учтя (4), представить также в виде

$$B_r = -\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - k^2 u.$$

Составляющие напряженности электрического поля выражаются через  $u$  по формулам

$$E_r = 0; \quad E_\theta = -\frac{j\omega}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi}; \quad E_\varphi = \frac{j\omega}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \quad (6)$$

пользуясь которыми, можно найти плотность вихревых токов  $\delta = \gamma E$ .

Общее решение уравнения (4) при  $k \neq 0$ , легко получаемое методом разделения переменных, имеет, как известно вид

$$\begin{aligned} u(r, \theta, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} [U_c(n, 0, r) P_n(\cos \theta)] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [U_c(n, m, r) \cos m\varphi + U_s(n, m, r) \sin m\varphi] \times \\ &\times P_n^m(\cos \theta), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} U_c(n, m, r) &= \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} [M_c(n, m) I_{n+1/2}(kr) + \\ &+ N_c(n, m) K_{n+1/2}(kr)]; \\ U_s(n, m, r) &= \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} [M_s(n, m) I_{n+1/2}(kr) + \\ &+ N_s(n, m) K_{n+1/2}(kr)]; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$I_{n+1/2}$ ,  $K_{n+1/2}$  — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода;  $P_n(\cos \theta)$  — функции Лежандра;  $P_n^m(\cos \theta)$  — присоединенные функции Лежандра первого рода<sup>1</sup>;  $M$  и  $N$  — коэффициенты.

В задачах, представляющих наибольший интерес для приложений, величина  $u$  обычно является четной или нечетной функцией угла  $\varphi$ . Поэтому в дальнейшем для сокращения записи будем рассматривать один из этих частных случаев, а именно, примем, что  $u$  — четная функция  $\varphi$ , соответственно чему в формуле (7) положим  $U_s = 0$ , а индекс «с» у величин  $U$ ,  $M$  и  $N$  опустим; если  $u$  — нечетная функция  $\varphi$ , решение совершенно аналогично; в общем случае задача решается суперпозицией двух указанных решений. В непроводящих областях, где  $k=0$ , уравнение (4) вырождается в уравнение Лапласа и функция  $U(n, m, r)$  принимает вид

$$U(n, m, r) = M(n, m) r^n + N(n, m) r^{-(n+1)}. \quad (9)$$

Коэффициенты  $M(n, m)$ ,  $N(n, m)$  в формулах (8) должны быть определены из граничных условий задачи, после чего по формулам (5) — (6) определяются составляю-

щие магнитной индукции и напряженности электрического поля.

**Однослойный экран.** При переходе через сферическую поверхность  $r=R$  нормальные составляющие магнитной индукции должны оставаться непрерывными, а тангенциальные составляющие напряженности магнитного поля претерпевают разрыв, равный линейной плотности тока на этой поверхности. Отсюда нетрудно найти значение коэффициента  $M$ , характеризующего поле сферического токового слоя в области  $r < R$  в отсутствие экрана

$$M(n, m) = \frac{\mu_0}{2n+1} a_{nm} R^{-(n-1)},$$

где  $a_{nm}$  определяется из формулы (1).

Если в поле токового слоя внесен сферический проводящий экран (рис. 1), то магнитное поле в областях 1 ( $r < R_i$ ), 2 ( $R_i < r < R_a$ ), 3 ( $R_a < r < R$ ) характеризуется коэффициентами  $M_1 = M + M_{1e}$ ,  $N_1 = 0$ ,  $M_2$ ,  $N_2$ ,  $M_3 = M$  и  $N_3 = N_{3e}$ , где  $M_{1e}$  и  $N_{3e}$  — коэффициенты, определяющие поле вихревых токов экрана в соответствующих областях.

Используя условие непрерывности нормальных составляющих магнитной индукции и тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля при  $r = R_i$  и  $r = R_a$ , получаем:

$$\begin{aligned} M_1(n, m) &= \mu_0 a_{nm} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{R_a}{R_i} \right)^{n-1/2} \frac{R^{-(n-1)}}{(kR_i)^{3/2}}; \\ M_2(n, m) &= \mu_0 a_{nm} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{R_a}{R_i} \right)^{n-1/2} \frac{R_i^n R^{-(n-1)}}{\sqrt{kR_i} T} \times \\ &\times K_{n+3/2}(kR_i); \\ N_2(n, m) &= \mu_0 a_{nm} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left( \frac{R_a}{R_i} \right)^{n-1/2} \frac{R_i^n R^{-(n-1)}}{\sqrt{kR_i} T} \times \\ &\times I_{n-1/2}(kR_a); \\ N_3(n, m) &= -\mu_0 \frac{a_{nm}}{2n+1} R_a^{2n+1} R^{-(n-1)} \frac{G}{T}, \end{aligned}$$

где

$$T = K_{n+3/2}(kR_i) I_{n-1/2}(kR_a) - I_{n+3/2}(kR_i) \times K_{n-1/2}(kR_a); \quad (10)$$

$$G = K_{n+3/2}(kR_i) I_{n+3/2}(kR_a) - I_{n+3/2}(kR_i) \times K_{n+3/2}(kR_a). \quad (11)$$

Подставляя эти коэффициенты в (8) и (9), а (8) и (9) в (7), получаем выражения для  $u$  в соответствующих областях.

**Многослойный экран.** Коэффициенты  $M_v$ ,  $N_v$  и  $M_{v-1}$ ,  $N_{v-1}$ , характеризующие поле в воздушных промежутках  $v$  и  $v-1$  многослойного экрана (рис. 2), связаны между собой линейным соотношением

$$\begin{bmatrix} M_v \\ N_v \end{bmatrix} = [\mathcal{A}_v] \begin{bmatrix} M_{v-1} \\ N_{v-1} \end{bmatrix},$$

где элементы матрицы

$$[\mathcal{A}_v] = \begin{bmatrix} A_v & B_v \\ C_v & D_v \end{bmatrix},$$

<sup>1</sup> Функции второго рода  $Q_n(\cos \theta)$ ,  $Q_n^m(\cos \theta)$ , принимающие бесконечно большие значения при  $\theta=0$  и  $\theta=\pi$ , очевидно, должны быть из решения исключены.

зависящие от  $n$ , легко найти из условий непрерывности нормальных составляющих магнитной индукции и тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля на поверхностях  $r = R_{iv}$  и  $r = R_{av}$ :

$$A_v = \frac{(kR_{iv})^2}{2n+1} \left( \frac{R_{iv}}{R_{av}} \right)^{n-1/2} T_v; \quad B_v = \frac{k^2 R_{iv} R_{av}}{2n+1} \times \\ \times \frac{S_v}{(R_{iv} R_{av})^{n+1/2}};$$

$$C_v = -\frac{k^2 R_{iv} R_{av}}{2n+1} (R_{iv} R_{av})^{n+1/2} G_v; \quad D_v = \frac{1 + B_v C_v}{A_v}.$$

Здесь  $T_v$  и  $G_v$  получаются из  $T$  и  $G$  при замене соответственно в (10) и (11)  $R_i$  и  $R_a$  на  $R_{iv}$  и  $R_{av}$ , а  $S_v$  получаем из  $G$  при замене  $R_i$  и  $R_a$  на  $R_{iv}$  и  $R_{av}$  и порядка  $n+3/2$  функций Бесселя на  $n-1/2$ .

Резльтирующая матрица линейного преобразования  $s$ -слоеного экрана равна произведению соответствующих матриц отдельных слоев:

$$[\mathcal{E}_\Sigma] = [\mathcal{E}_s] [\mathcal{E}_{s-1}] \cdots [\mathcal{E}_v] \cdots [\mathcal{E}_2] [\mathcal{E}_1]$$

и связывает между собой коэффициенты  $M_s$ ,  $N_s$  и  $M_0$ ,  $N_0$ , определяющие поле в областях  $s$  и 0. Так как  $M_s = M$ ,  $N_s = N_{se}$ ,  $M_0 = M_{0e}$ ,  $N_0 = 0$ , то из соотношения

$$\begin{bmatrix} M \\ N_{se} \end{bmatrix} = [\mathcal{E}_\Sigma] \begin{bmatrix} M_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

можно определить коэффициенты  $N_{se}$  и  $M_0$ , а затем и поле в воздушных промежутках и толще проводящих слоев экрана.

**Возможные обобщения.** Полученные в настоящей статье результаты позволяют сформулировать следующие обобщения:

за счет незначительного усложнения формул можно отказаться от предположения о равенстве магнитных проницаемостей экрана и окружающей среды;

в многослойном экране магнитные проницаемости и удельные проводимости отдельных слоев можно считать различными, соответственно чему различными будут и коэффициенты  $k$ ;

обычным путем (с помощью рядов и интегралов Фурье) можно перейти к случаю несинусоидального по времени изменения внешнего поля;

повторяя с незначительными изменениями проделанный вывод, нетрудно получить расчетные формулы для случая, когда источники действующего на экран магнитного поля расположены не вне, а внутри экрана.

**Пример.** Рассмотрим сферический экран, помещенный внутрь бесконечно длинного в осевом направлении цилиндрического токового слоя (рис. 3), линейная плотность тока в котором направлена по оси  $z$  и изменяется по  $\varphi$  синусоидально с периодом  $2\pi/q$ . Скалярный потенциал поля токового слоя внутри его при отсутствии экрана можно представить в виде

$$\psi_0 = -\Psi r_c^q \cos q\varphi = -\Psi (r \sin \theta)^q \cos q\varphi,$$

где  $\Psi$  — постоянная.

\* Система, представленная на рис. 3, может рассматриваться как максимально упрощенная расчетная схема двигателя со сферическим ротором и цилиндрическим статором.

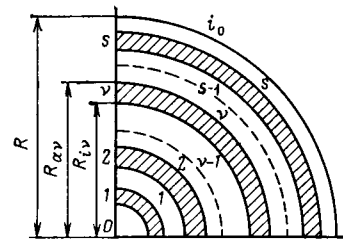


Рис. 2. Многослойный экран

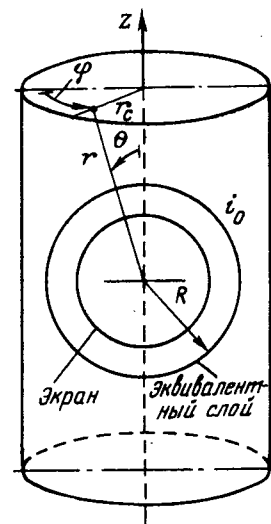


Рис. 3. Сферический экран в поле цилиндрической обмотки

В соответствии со сказанным в приложении функция тока  $i_0(R, \theta, \varphi)$  на сферической поверхности  $r=R$  равна взятому с обратным знаком потенциалу  $\psi$  на внешней стороне идеально проводящей сферы  $r=R$ . Поэтому, применяя формулу (П-3), имеем

$$i_0 = -\psi = \Psi \frac{2q+1}{q+1} R^q \sin^q \theta \cos q\varphi.$$

Так как функция тока  $i_0$  пропорциональна  $\cos q\varphi$ , ее разложение по сферическим гармоникам содержит только члены с  $m=q$ , т. е. имеет вид

$$i_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=q}^{\infty} a_{nq} P_n^q(\cos \theta) \cos q\varphi, \quad (12)$$

причем в соответствии с (1)

$$a_{nq} = \frac{2n+1}{2} \int_0^\pi i_0(r, \theta, \varphi) P_n^q(\cos \theta) \sin \theta d\theta. \quad (13)$$

Подставляя (12) в (13) и учитывая соотношение

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2q-1) \sin^q \theta = P_q^q(\cos \theta)$$

и ортогональность функций  $P_n^q(\cos \theta)$  на промежутке  $(0, \pi)$ , можно видеть, что в разложении (12) отличными от нуля будут только коэффициенты  $a_{qq}$ , равные

$$a_{qq} = \Psi \frac{2q+1}{q+1} \frac{R^q}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2q-1)}. \quad (14)$$

Таким образом,

$$i_0(r, \theta, \varphi) = a_{qq} P_q^q(\cos \theta) \cos q\varphi.$$

При наличии внутри эквивалентного токового слоя сферического экрана поле в соответствующих областях определится приведенными выше формулами, в которых надо положить  $n=m=q$ , подставив вместо  $a_{qq}$  его выражение (14).

**Выводы.** 1. Воздействие квазистационарного магнитного поля на сферический электромагнитный экран может быть заменено воздействием поверхностного тока, распределенного по сфере, расположенной между экраном и источниками поля; величина и характер распределения этого тока определяются на основе известной из гидродинамики теоремы Вейсса.

2. Независимо от характера изменения первичного поля во времени, вихревые токи, индуцируемые в экране произвольной толщины, замыкаются по сферическим поверхностям  $r = \text{const}$ .

3. При произвольном задании первичного поля результирующие магнитное и электрическое поля внутри и вне экрана могут быть представлены в виде разложения по сферическим гармоникам, коэффициенты которого определяются указанным в статье способом.

**Приложение.** Пусть в безграничной линейной однородной среде проведена сферическая поверхность  $S$  радиуса  $R$  и пусть в области  $II$  ( $r > R$ ) вне этой поверхности расположена произвольная система квазистационарных токов, создающая в областях  $I$  ( $r < R$ ) и  $II$  ( $r > R$ ) внутри и вне  $S$  магнитное поле с напряженностями, равными соответственно  $\mathbf{H}_{10}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{H}_{20}(\mathbf{r})$ .

Из принципа эквивалентности, сформулированного в [8], следует, что эта система токов создает в области  $I$  ( $r < R$ ) внутри сферы  $S$  такое же магнитное поле  $\mathbf{H}_{10}(\mathbf{r})$ , как ток  $i$  распределенный по этой сфере с поверхностной плотностью

$$\lambda = [\mathbf{H}_{20}, \mathbf{r}^0], \quad (\text{П-1})$$

где  $\mathbf{r}^0$  — орт в направлении  $\mathbf{r}$ ;  $\mathbf{H}_{20}$  — напряженность магнитного поля, создаваемого в области  $II$  вне  $S$  той же системой токов при равенстве нулю нормальной к  $S$  составляющей этого поля.

Если характеризовать распределение плотности тока  $\lambda$  функцией тока  $i_0$ , определяемой соотношением

$$\lambda = [\text{grad } i_0, \mathbf{r}^0], \quad (\text{П-2})$$

а напряженность поля  $\mathbf{H}_2$  — скалярным потенциалом  $\psi_2$  ( $\mathbf{H}_2 = -\text{grad } \psi_2$ ), то из сравнения (П-1) и (П-2) видно, что функция тока  $i_0$  с точностью до несущественной аддитивной постоянной равна взятому с обратным знаком

потенциалу  $\psi_2$  поля напряженностью  $\mathbf{H}_2$  на внешней стороне поверхности  $S$ . В силу условий, наложенных на поле напряженностью  $\mathbf{H}_2$ , потенциал  $\psi_2$  можно рассматривать как наложение потенциала  $\psi_{20}$  первичного поля источников ( $\mathbf{H}_{20} = -\text{grad } \psi_{20}$ ) и потенциала  $\psi_2'$  вторичного поля, создаваемого идеально проводящей сферой радиуса  $R$ . Если выразить потенциал  $\psi_{20}$  в функции от сферических координат  $r, \theta, \varphi$ , т. е. в виде  $\psi_{20}(r, \theta, \varphi)$ , то согласно известной из гидродинамики теореме Вейсса [10] результирующий потенциал

$$\psi_2(r, \theta, \varphi) = \psi_{20}(r, \theta, \varphi) + \frac{1}{R} \int_0^R \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \psi_{20}(\rho, \theta, \varphi) d\rho.$$

В частности, при  $r = R$

$$\psi_2(r, \theta, \varphi) = 2\psi_{20}(r, \theta, \varphi) - \frac{1}{R} \int_0^R \psi_{20}(\rho, \theta, \varphi) d\rho. \quad (\text{П-3})$$

Таким образом, зная потенциал  $\psi_{20}(r, \theta, \varphi)$  магнитного поля, создаваемого заданной системой токов в безграничной однородной среде, можно по формуле (П-3) найти величину  $\psi_2(r, \theta, \varphi)$ , а тем самым и функцию тока  $i_0$  сферического токового слоя, эквивалентного (по отношению к области  $I$ ) всей заданной системе токов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Buchholz H. Die gegenseitige Beeinflussung einer Kreisringspule und einer dünnwandigen Metallhohlkugel bei höheren Frequenzen. — Archiv für Elektrotechnik, 1934, N 9, Bd 28.
2. Кошляков Н. С., Светлов А. В., Строганов В. Г. Теория сферического экрана для переменного магнитного поля. — М., 1936.
3. Жекулин Л. А. Многослойные сферические экраны. — Изв. Энергетического института им. Г. М. Кржижановского, 1936, т. 4, вып. 1.
4. Судаков В. А. Реакция сферического экрана на источник поля. — Изв. Энергетического института им. Г. М. Кржижановского, 1938, т. 7.
5. Wait J. R. Same solution for electromagnetic problems involving spheroidal, spherical and cylindrical bodies. — Journ. of research of the USA Nat. Bureau of Stand., 1960, № 1, vol. 64 B.
6. Hannakam L. Wirbelströme in der Kugel bei beliebig geformter erregender Leiterschleife. — Zeitschrift für angewandte Physik, 1972, № 5—6, Bd 32.
7. Майергойз И. Д. Аналитическое решение задачи о распределении вихревых токов в тонкой проводящей безграничной пластине и в проводящей сферической оболочке. — Математические методы в кибернетической технике, 1970, вып. 8.
8. Цейтлин Л. А. Принципы эквивалентности в задачах электростатики и электродинамики. — Изв. вузов. Электромеханика, 1981, № 8.
9. Стреттон Дж. Теория электромагнетизма. М.: ГИТТЛ 1948.
10. Weiss P. On hydrodynamik images. — Proceedings of the Cambridge philosophical society, 1944, № 3, vol. 40.

[27.02.85]



## Расчет эквивалентных характеристик и относительных приростов потерь активной мощности группы электростанций

ЛЕТУН В. М.

Оптимизация режимов объединенных энергетических систем по активной мощности в условиях иерархической системы управления допускает использование аппарата эквивалентирования для сокращения объема решаемых задач на верхних уровнях управления.

В настоящей статье приводятся выводы формул эквивалентных преобразований при переходе от некоторой исходной схемы к схеме, содержащей меньшее количество узлов.

Пусть рассматриваемая энергосистема содержит  $n$  генераторных узлов, а для некоторого момента времени  $t$  и соответствующего уровня потребления  $P_n^t$  рассчитан оптимальный режим распределения активной мощности между электростанциями, что равносильно выполнению условия:

$$b_0^t = \frac{b_1^t}{1 - \sigma_1^t} = \dots = \frac{b_{n-1}^t}{1 - \sigma_{n-1}^t}, \quad (1)$$

где  $b_0^t, b_i^t$  — относительные приросты расхода условного топлива балансирующей и  $i$ -й станций соответственно;  $\sigma_i^t$  — относительный прирост потерь активной мощности при изменении нагрузки  $i$ -го узла.

Требуется с помощью эквивалентных преобразований перейти к схеме с числом узлов  $m$  ( $m < n$ ), чтобы при прочих равных условиях оптимальный режим для приведенной схемы удовлетворял соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} b_0^t &= \frac{\bar{b}_1^t}{1 - \bar{\sigma}_1^t} = \dots = \frac{\bar{b}_r^t}{1 - \bar{\sigma}_r^t} = \dots = \frac{\bar{b}_{m-1}^t}{\bar{\sigma}_{m-1}^t}; \\ \bar{P}_r^t &= \sum_{i \in r} P_i^t, \quad (r = 1, 2, \dots, m-1), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $r$  — номер генераторной группы, объединяющей одну или несколько электростанций исходной схемы, между которыми нет ВЛ, находящихся в оптимальном режиме на заданных ограничениях по пропускной способности;  $\bar{b}_r^t$  — эквивалентный относительный прирост расхода условного топлива  $r$ -й генераторной группы;  $\bar{\sigma}_r^t$  — эквивалентный относительный прирост потерь активной мощности при изменении нагрузки  $r$ -й генераторной группы;  $P_i^t, \bar{P}_r^t$  — активные мощности  $i$ -й электростанции и  $r$ -й генераторной группы соответственно в оптимальном режиме.

Таким образом, задача сводится к определению величин  $\bar{b}_r^t$  и  $\bar{\sigma}_r^t$  через известные значения  $b_i^t$  и  $\sigma_i^t$ . Аналогично [1—3] представим  $b_r^t$  следующим образом:

$$\bar{b}_r^t = \frac{\partial \bar{B}_r^t}{\partial \bar{P}_r^t} = \sum_{i \in r} b_i^t \frac{\partial P_i^t}{\partial \bar{P}_r^t}. \quad (3)$$

Выражение (3) можно преобразовать, представив производную  $\partial P_i^t / \partial \bar{P}_r^t$  в развернутой форме. Для этого представим величину приращения нагрузки  $r$ -й генераторной группы следующим образом:

$$\Delta \bar{P}_r^t = \Delta P^t + \Delta \pi_r^t, \quad (4)$$

где  $\Delta P^t$  — активная мощность, необходимая для покрытия нагрузки потребления;  $\Delta \pi_r^t$  — прирост потерь активной мощности в сети при изменении нагрузки генераторной группы на  $\Delta \bar{P}_r^t$ .

С другой стороны, прирост нагрузки  $r$ -й генераторной группы распределяется между входящими в нее электростанциями следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{P}_r^t &= \sum_{i \in r} \Delta P_i^t; \\ \Delta P_i^t &= \Delta P^t \xi_i + \Delta \pi_i^t, \quad \sum_{i \in r} \xi_i = 1; \\ \sum_{i \in r} \Delta \pi_i^t &= \Delta \pi_r^t, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\xi_i$  — доля участия  $i$ -й электростанции в покрытии нагрузки потребления. Эта доля в общем случае является переменной величиной и зависит от нагрузки генераторной группы.

Среднюю величину прироста нагрузки  $i$ -й электростанции при изменении нагрузки  $r$ -й генераторной группы можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta P_i^t / \Delta \bar{P}_r^t &= (\xi_i \Delta P^t + \Delta \pi_i^t) / (\Delta P^t + \Delta \pi_r^t) = \\ &= \xi_i (1 + \Delta \pi_i^t / \xi_i \Delta P^t) / (1 + \Delta \pi_r^t / \Delta P^t) = \\ &= \xi_i (1 + \Delta \pi_i^t / (\Delta P_i^t - \Delta \pi_i^t)) / (1 + \Delta \pi_r^t / (\Delta \bar{P}_r^t - \Delta \pi_r^t)) = \\ &= \xi_i (1 + \Delta \pi_i^t / \Delta P_i^t) / (1 - \Delta \pi_i^t / \Delta P_i^t) / (1 + \Delta \pi_r^t / \Delta \bar{P}_r^t (1 - \Delta \pi_r^t / \Delta \bar{P}_r^t)). \end{aligned} \quad (6)$$

Предел выражения (6) при  $\Delta \bar{P}_r^t \rightarrow 0$  и  $\Delta P_i^t \rightarrow 0$  равен:

$$\begin{aligned} \partial P_i^t / \partial \bar{P}_r^t &= \lim_{\substack{\Delta P_i^t \rightarrow 0 \\ \Delta \bar{P}_r^t \rightarrow 0}} \Delta P_i^t / \Delta \bar{P}_r^t = \\ &= \xi_i (1 + \sigma_i^t / (1 - \sigma_i^t)) / (1 + \bar{\sigma}_r^t (1 - \bar{\sigma}_r^t)) = \\ &= \xi_i (1 - \bar{\sigma}_r^t) / (1 - \sigma_i^t). \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (7) в (3), получим:

$$\begin{aligned} \bar{b}_r^t &= \sum_{i \in r} \xi_i b_i^t (1 - \bar{\sigma}_r^t) / (1 - \sigma_i^t) = \\ &= (1 - \bar{\sigma}_r^t) \sum_{i \in r} \xi_i b_i^t / (1 - \sigma_i^t). \end{aligned} \quad (8)$$

Для определения эквивалентной характеристики без учета потерь в сетях следует воспользоваться выражением (8), приняв  $\bar{\sigma}_r^t = 0$  и  $\sigma_i^t = 0$ .

Тогда выражение (8) примет вид:

$$b_r^t = \sum_{i \in r} \xi_i b_i^t, \quad (9)$$



и так как в оптимальном режиме относительные приросты  $b_i^t$  всех электростанций равны, то (9) можно представить в виде

$$\bar{b}_r^t = b_i^t \sum_{i \in r} \xi_i = b_i^t. \quad (10)$$

При определении  $\bar{b}_r^t$  с учетом потерь в сетях необходимо использовать соотношение (1) и после преобразования (8) получим

$$\begin{aligned} \bar{b}_r^t &= b_i^t (1 - \bar{\sigma}_r^t) / (1 - \sigma_i^t) \sum_{i \in r} \xi_i = \\ &= b_i^t (1 - \bar{\sigma}_r^t) / (1 - \sigma_i^t). \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогично [4] представим  $\bar{\sigma}_r^t$  как производную от потерь активной мощности по нагрузке генераторной группы в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^t &= \partial \pi_i^t / \partial \bar{P}_r^t = \sum_{i \in r} (\partial \pi_i^t / \partial P_i^t) (\partial P_i^t / \partial \bar{P}_r^t) = \\ &= \sum_{i \in r} \sigma_i^t \partial P_i^t / \partial \bar{P}_r^t, \end{aligned} \quad (12)$$

или, принимая во внимание (7),

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r^t &= \sum_{i \in r} \xi_i \sigma_i^t (1 - \bar{\sigma}_r^t) / (1 - \sigma_i^t) = \\ &= (1 - \bar{\sigma}_r^t) \sum_{i \in r} \xi_i \sigma_i^t / (1 - \sigma_i^t). \end{aligned} \quad (13)$$

После простых преобразований получаем выражение для  $\bar{\sigma}_r^t$ :

$$\bar{\sigma}_r^t = 1 / \left( 1 + 1 / \sum_{i \in r} \xi_i \sigma_i^t / (1 - \sigma_i^t) \right). \quad (14)$$

При расчетах в качестве  $\xi_i$  можно использовать, например, приближенное значение:

$$\xi_i \approx (P_i^t - P_{i \min}^t) / \sum_{i \in r} (P_i^t - P_{i \min}^t), \quad (i \in r) \quad (15)$$

где  $P_i^t, P_{i \min}^t$  — текущее и минимальное значения активной мощности  $i$ -й электростанции в  $r$ -й генераторной группе. В зависимости от конкретных условий реализации метода формула (15) может быть уточнена.

**Выводы.** 1. Приведенные эквивалентные преобразования для перехода от исходных схем к схемам с меньшим числом узлов могут быть использованы при решении задачи оптимального распределения приростов потерь активной мощности между электростанциями энергосистемы.

2. Метод может быть использован на уровне ОДУ, ЦДУ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горнштейн В. М., Мирошниченко Б. П., Муравлева Э. А. Методика расчета эквивалентных характеристик групп электростанций. — М.: Энергия, 1971. — Тр./ВНИИЭ, вып. 38.
2. Автоматизация управления энергообъединениями/ Под ред. С. А. Совалова, — М.: Энергия, 1979.
3. Методы оптимизации режимов энергосистем/ Под ред. В. М. Горнштейна. — М.: Энергоиздат, 1981.
3. Горнштейн В. М., Максимов Ю. И. Определение коэффициентов линеаризованных выражений для расчета относительных приростов потерь активной мощности в сети и нагрузок линий электропередачи. — М.: Энергия, 1971. — Тр./ ВНИИЭ, вып. 38.

[05.09.84]

УДК 621.316.925.4:621.314.222.6

## Защита силовых трансформаторов электрических сетей при аварийных перегрузках

СИНЕЛЬНИКОВ В. Я., канд. техн. наук, КАЗАНСКИЙ С. В., инж., ЛАНДА М. Л., канд. техн. наук

При эксплуатации силовых трансформаторов и электрических сетях аварийные перегрузки нормируются в соответствии с ГОСТ 14209—69 [1]. При этом величина и длительность указанных аварийных перегрузок определяются приблизительно, так как согласно [1], их величина и длительность регламентируются «... независимо от длительности предшествующей нагрузки, температуры охлаждающей среды и места установки». Кроме того, на величину допустимой аварийной перегрузки существенное влияние оказывает система охлаждения трансформаторов и величина предшествующей нагрузки.

В настоящее время наметилась тенденция, направленная на повышение эффективности использования мощности силовых трансформаторов в электрических сетях. В частности, разработаны и введены в действие рекомендации по выбору установленной мощности двухтрансформаторных подстанций [2], основанные на нормировании максимально допустимой температуры наиболее нагретой точки обмотки при расчете допустимых аварийных перегрузок.

Недостаточно точное определение величины и длительности допустимых аварийных перегрузок при эксплуатации приводит либо к недоиспользованию трансформаторной мощности в периоды перегрузок [3], либо (например, в районах с высокой среднегодовой температурой) к перегрузке трансформаторов сверх допустимой, что влечет за собой повышенный износ и снижение надежности.

Следовательно, при аварийной перегрузке силовых трансформаторов представляется более правильным контролировать не только величину аварийной нагрузки, но и температуру наиболее нагретой точки обмотки, отражающую все вышеприведенные факторы (условия предшествующей нагрузки и охлаждения, температуру охлаждающей среды). Такой подход позволит более правильно осуществлять выбор установленной мощности силовых трансформаторов на стадии проектирования

и полнее использовать перегрузочную способность силовых трансформаторов при эксплуатации.

В настоящее время защита силовых трансформаторов от перегрузки осуществляется в соответствии с ПУЭ с помощью простейшей максимальной токовой защиты, реагирующей только на значение тока нагрузки, что не учитывает совокупность всех вышеприведенных факторов. Такая защита представляется малоэффективной, особенно на необслуживаемых подстанциях.

Очевидно, что при принятом критерии допустимости аварийных перегрузок наиболее приемлемой была бы температурная защита, основанная на непосредственном изменении температуры наиболее нагретой точки обмотки. Однако эта точка находится, как правило, на обмотке напряжения и установка каких-либо датчиков температуры в такой точке обмотки связана со значительными техническими трудностями.

Несмотря на то, что исследования в данном направлении продолжаются, трудно рассчитывать, что в обозримой перспективе появится практическая возможность непосредственного измерения температуры наиболее нагретой точки обмотки в трансформаторах массовых серий из-за сложности и высокой стоимости таких измерений.

В связи с этим разрабатываются так называемые термокопии, которые основаны на физическом моделировании тепловых процессов в трансформаторах.

Следует отметить, что практическая реализация устройств по принципу использования физических тепловых моделей связана с существенными трудностями, присущими моделированию теплофизических процессов, например, с требованиями геометрического подобия, подобия условий движения жидкости и физических свойств в соответствующих точках модели и оригинала, подобия температурных полей на границах и т. д. [4].

В данной статье предложены устройства для защиты сило-

вых трансформаторов от перегрузки с использованием других принципов.

Температура наиболее нагретой точки обмотки трансформатора

$$\theta = \theta_1 + \theta_2, \quad (1)$$

где  $\theta_1$  — температура масла силового трансформатора;  $\theta_2$  — превышение температуры наиболее нагретой точки обмотки над температурой масла.

Поскольку обмотки трансформаторов обладают определенной тепловой инерцией, величина  $\theta_2$  в любой момент времени в принципе зависит как от текущего значения коэффициента нагрузки трансформатора  $K = I/I_{\text{ном}}$ , так и от условий предшествующего нагрева. Однако постоянная времени нагрева обмоток сравнительно мала (несколько минут). Расчеты допустимых аварийных перегрузок с учетом постоянной времени нагрева обмоток показали, что значение  $\theta_2$  перед аварий практически не влияет на величину допустимой аварийной перегрузки продолжительностью более 10 мин [5].

Следовательно, если защита от перегрузок отстроена от кратковременных бросков тока, то превышение температуры обмотки над температурой масла может быть принято равным установившемуся значению, и в этом случае

$$\theta = \theta_1 + \beta \tau K^n, \quad (2)$$

где  $\beta$  — коэффициент, учитывающий разность температуры между средней и наиболее нагретой точками обмотки;  $\tau$  — установившееся среднее превышение температуры обмотки над температурой масла в номинальном режиме;  $n$  — коэффициент, учитывающий конструкцию трансформатора и свойства охлаждающей среды.

Значения  $\beta$ ,  $\tau$  и  $n$  выбираются в соответствии с [1] в зависимости от системы охлаждения силового трансформатора.

Очевидно, что работа защиты должна обеспечивать условие

$$\theta \leq \theta_{\text{макс доп}}, \quad (3)$$

где  $\theta_{\text{макс доп}}$  может принимать значения в диапазоне от 140 до 160 °С [3]. Однако в соответствии с [1] и [6] в качестве максимально допустимой температуры наиболее нагретой точки обмотки трансформатора при определении величины допустимых перегрузок принимается  $\theta_{\text{макс доп}} = 140$  °С.

В связи с вышеизложенным для защиты силовых трансформаторов от аварийных перегрузок представляется целесообразным создание специальной температурно-токовой защиты, использующей принцип непосредственного измерения тока нагрузки и температуры верхних слоев масла в соответствии с уравнением (2), а также соответствующая корректировка ПУЭ в части применения такой защиты.

Графики, отражающие зависимость (2) для трансформаторов с системой охлаждения Д, приведены на рис. 1 и являются идеальными характеристиками срабатывания температурно-токовой защиты.

В качестве датчика температуры в температурно-токовой защите может быть использован серийный термосигнализатор типа ТСМ-100, устанавливаемый на силовых трансформаторах.

В связи с тем, что серийный термосигнализатор ТСМ-100 имеет лишь два контакта, замыкающихся при разных температурах верхних слоев масла, характеристика срабатывания защиты может быть представлена трехступенчатым графиком (рис. 2), который является кусочно-линейной аппроксимацией кривой с  $\theta_{\text{макс доп}} = 140$  °С, изображенной на рис. 1. Для наиболее точной аппроксимации целесообразно использовать метод наименьших квадратов, при котором имеет место приближенное равенство площадей  $S_1 = S_2 = S_3$  (рис. 2).

Ниже рассматриваются два варианта защиты: на релейно-контактной и полупроводниковой элементной базе [7].

Принципиальная схема защиты в релейно-контактном исполнении представлена на рис. 3. Схема содержит промежуточный трансформатор тока Т1, реле тока КА1, два промежуточных реле К1 и К2, два переменных подстроечных резистора R1 и R2, реле времени КТ1. При температуре масла силового трансформатора  $\theta_1 < \theta_1(1KST1)$  контакты 1KST1 и 2KST1 термосигнализатора KST1 разомкнуты и защита срабатывает при кратности тока нагрузки  $K \geq K_{\text{ср1}}$  (рис. 2); реле КА1 замыкает свой контакт и пускает реле времени КТ1, выходные контакты которого подключаются непосредственно к цепи сигнализации или управления. При нагреве масла до температуры  $\theta_1(1KST1) \leq \theta_1 < \theta_1(2KST1)$  замыкается контакт 1KST1 и через реле К1 отключает сопротивление R1, шунтирующее обмотку реле КА1. Ток через обмотку реле КА1 возрастает, и защита срабатывает при кратности тока нагрузки  $K = K_{\text{ср2}} < K_{\text{ср1}}$ . При нагреве масла до температуры

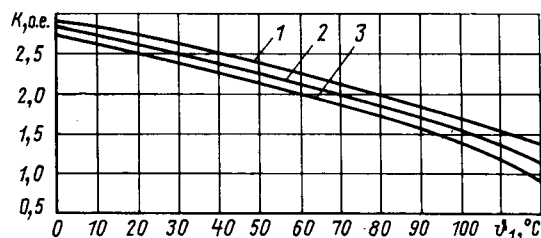


Рис. 1. Зависимость величины допустимых аварийных перегрузок от температуры верхних слоев масла силового трансформатора

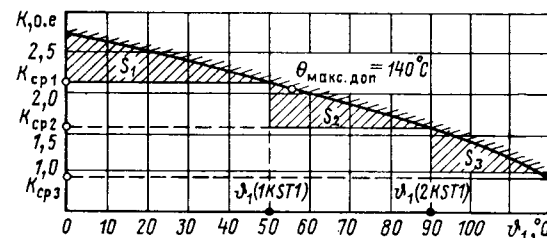


Рис. 2. Характеристика срабатывания температурно-токовой защиты:  $\theta_1(1KST1)$  и  $\theta_1(2KST1)$  — температура нагрева верхних слоев масла силового трансформатора, при достижении которой замыкаются, соответственно, контакты 1KST1 и 2KST1 термосигнализатора;  $K_{\text{ср1}}$  — кратность тока срабатывания защиты при  $\theta_1 < \theta_1(1KST1)$  (1-я ступень);  $K_{\text{ср2}}$  — кратность тока срабатывания защиты при  $\theta_1(1KST1) < \theta_1 < \theta_1(2KST1)$  (2-я ступень);  $K_{\text{ср3}}$  — кратность тока срабатывания защиты при  $\theta_1 \geq \theta_1(2KST1)$  (3-я ступень)

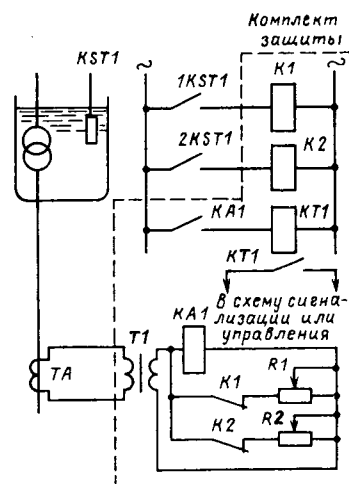


Рис. 3. Принципиальная схема температурно-токовой защиты в релейно-контактном исполнении

$\theta_1 \geq \theta_1(2KST1)$  замыкается контакт 2KST1 и через реле К2 отключает сопротивление R2, тем самым увеличивая ток в обмотке реле КА1 и снижая уставку срабатывания защиты до величины  $K = K_{\text{ср3}} < K_{\text{ср2}} < K_{\text{ср1}}$ . Регулировка уставок защиты в соответствии с характеристикой срабатывания (рис. 2) осуществляется с помощью переменных резисторов R1 и R2.

Схема защиты в бесконтактном исполнении, выполненная в корпусе размером 150×90×140 мм, представлена на рис. 4. Схема содержит преобразователь вторичного тока от измерительного трансформатора тока ТА, включающий в себя промежуточный трансформатор тока Т1, выпрямительный мост VD3 — VD6 и сглаживающий конденсатор C3; параметрический стабилизатор напряжения на стабилитронах VD16 и VD17; блок регулирования уставок срабатывания защиты, выполненный на переменных резисторах R4, R6 и R8; регулирующий орган, состоящий из нормально закрытых транзисторов VT2 и VT3, включенных по схеме «составного транзистора», в коллекторные цепи которых включено чувствительное поляризованное реле К3. Для отстройки от кратковременных бросков тока при внешних

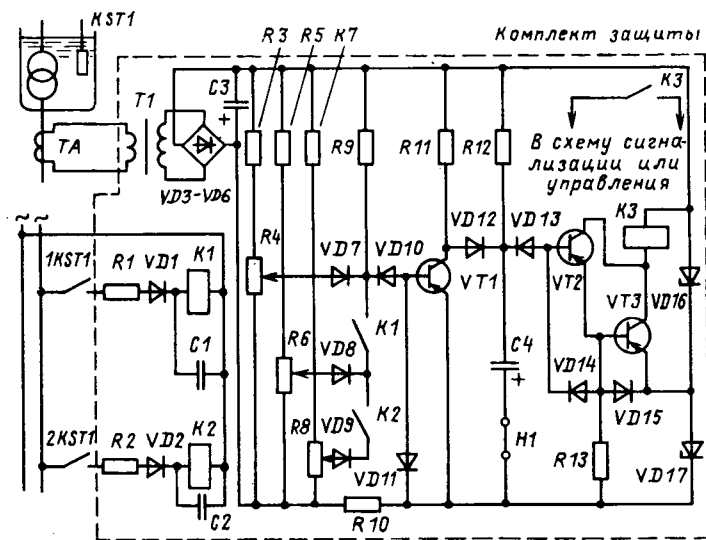


Рис. 4. Принципиальная схема температурно-токовой защиты в бесконтактном исполнении

к. з. защита оборудована органом выдержки времени, выполненном на зарядной цепи  $C4 - R12$ .

Для обеспечения возможности прямого подключения контактов 1KST1 и 2KST1 термосигнализатора, используемых в типовых схемах сигнализации и защиты силовых трансформаторов, в схеме устройства предусмотрена гальваническая развязка на встроенных малогабаритных реле-повторителях K1 и K2.

В настоящее время имеется положительный опыт эксплуатации температурно-токовых защит трансформаторов от перегрузки в электрических сетях Сахалинской энергосистемы, подтверждающий их высокую эффективность.

**Выводы.** 1. Существенная максимальная токовая защита силовых трансформаторов от перегрузки, реагирующая только на значение тока нагрузки, является малоэффективной.

2. Разработанная специальная температурно-токовая защита силовых трансформаторов от перегрузки, реагирующая на значение тока нагрузки и температуру верхних слоев, масла, обеспечивает более полное использование перегрузочной способности трансформаторов, что повышает эффективность и надежность их работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 14209-69. Трансформаторы (и автотрансформаторы) силовые масляные. Нагрузочная способность.
2. Ланда М. Л., Черная И. И. Выбор установленной мощности двухтрансформаторных подстанций в электрических сетях сельскохозяйственного назначения. — Электрические станции, 1978, № 3.
3. Миронов П. Е. Предлагаемые новые нормы перегрузки и методы выбора номинальной мощности силовых масляных трансформаторов общего назначения. — Электротехника, 1976, № 4.
4. Михеев М. А. Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1977.
5. Ланда М. Л., Сердюк И. Г. Определение допустимых аварийных перегрузок силовых трансформаторов. — Электричество, 1982, № 3.
6. Руководство по нагрузке масляных трансформаторов. — МЭК, публикация 354, издание 1, 1972.
7. А. с. 618815 (СССР). Устройство для защиты силового трансформатора от перегрузки/ Синельников В. Я., Ланда М. Л. Опубл. в Б. И., 1978, № 29.

[13.08.84]

УДК [621.313.322-81:537.312.62].001.24

## Распределение температуры в оболочках ротора сверхпроводникового турбогенератора

ДАНИЛЕВИЧ Я. Б., ГАНЖИНОВ И. С., ГУРЬЕВ Ю. Л., ИВАНОВ С. А.

Ленинград

Использование явления сверхпроводимости в турбогенераторах позволяет существенно улучшить их технико-экономические показатели. Так, к. п. д. может быть повышен на 0,5—0,6 % при одновременном снижении массы в 2—2,5 раза [1]. С использованием явления сверхпроводимости могут быть созданы турбогенераторы мощностью 2000—3000 МВт как в двух-, так и четырехполюсном исполнении с высокими показателями.

Опыт создания первых сверхпроводниковых турбогенераторов [1] показывает, что весьма сложной является проблема сверхпроводникового ротора, который представляет собой экранированный в тепловом и электромагнитном отношении вращающийся криостат с заключенной в нем сверхпроводящей обмоткой возбуждения. Основными являются следующие узлы ротора (рис. 1): каркас с обмоткой возбуждения 1, бандажный цилиндр обмотки 2, тепловой экран 3, несущая наружная оболочка с электромагнитным экраном 4, теплообменники 5, флан-

цы 6 и гелиевая магистраль 7. Между бандажом и тепловым экраном, а также между тепловым экраном и наружной оболочкой имеются вакуумные промежутки.

Жидкий гелий через узел ввода (на рис. 1 не показан) подается в обмотку возбуждения 1, затем испаряется и через винтовые каналы в теплообменниках 5 попадает в узел обратных потоков (на рис. 1 не показан) и оттуда — в наружную систему циркуляции гелия.

В статье излагается методика расчета распределения температуры в оболочках ротора в различных режимах работы сверхпроводникового турбогенератора.

При определении температурного поля ротор может быть представлен в виде двух взаимосвязанных областей: области непосредственного охлаждения обмотки возбуждения, а также области внешних по отношению к обмотке возбуждения оболочек с вакуумными промежутками. Границей областей является бандажный цилиндр 2 (рис. 1), поэтому для расчета температурного поля оболочек необходимо знать краевые условия на внутренней поверхности бандажа.

Предварительные исследования [1] показали, что на внутренней поверхности бандажа распределение температуры может быть достаточно точно аппроксимировано функцией вида

$$T = T_n \sum_{i=1}^n a_i b_i^{-c_i \tau} = \varphi(z, \tau), \quad (1)$$

где  $T_n$  — температура окружающей среды;  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  — коэффициенты, зависящие от  $z$ ;  $\tau$  — время захлаживания ротора.

На внешних поверхностях ротора в зависимости от условий проведения режима захлаживания и наличия дополнительного

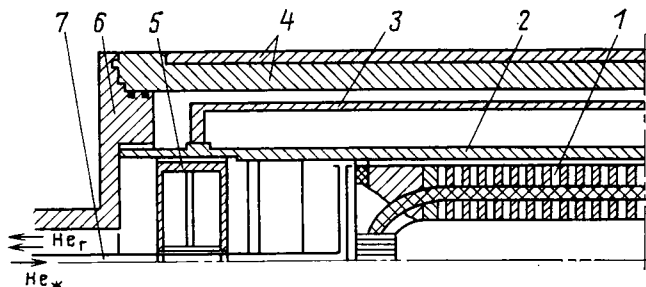


Рис. 1. Конструктивная схема ротора [1]

обдува ротора задаются либо температура, либо тепловые потоки по рекомендациям [2—4].

Температурное поле оболочек определяется путем численного решения системы уравнений вида

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda_i(T_i) r \frac{\partial T_i}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_i(T_i) \frac{\partial T_i}{\partial z} \right] = C_{pi}(T_i) \rho_i \frac{\partial T_i}{\partial \tau} + \omega_i(r, z, \tau). \quad (2)$$

Здесь  $i = 1, 2, 3$  — номера оболочек ротора (рис. 2);  $\lambda_i, C_{pi}$  — коэффициенты теплопроводности и теплоемкости материала, зависящие от температуры [1, 4];  $\rho_i$  — плотность;  $\omega_i$  — тепловыделения, обусловленные потерями, наведенными в оболочках ротора электромагнитным полем статора, причем  $\omega_i$  зависят от времени и координат [1].

Граничными условиями для уравнения (2) являются (рис. 2):

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } 0 \leq z \leq z_4 \\ &q_2(z) \Rightarrow \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_6} = -\alpha [T_1(r_6, z) - T_n]; \\ &\text{при } z_1 \leq z \leq z_4 \\ &T_3|_{r=r_1} = \varphi(z, \tau). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для области I  $i = 1, 0 \leq z \leq z_1$ :

$$\left. \begin{aligned} &\text{при } 0 \leq r \leq r_6 \\ &q_1(r) \Rightarrow \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = \alpha [T_1(r, 0) - T_n]; \\ &\text{при } 0 \leq r \leq r_1 \\ &T_1|_{z=z_1} = \varphi(z_1, \tau); \\ &\text{при } r_1 \leq r \leq r_2 \\ &\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial z} = -\frac{1}{R_K^{(1,3)}} [T_1(r, z_1) - T_3(r, z_1)]; \\ &q_K^{(1,3)} \Rightarrow \lambda_3(T_3) \frac{\partial T_3}{\partial z} = \frac{1}{R_K^{(1,3)}} [T_3(r, z_1) - T_1(r, z_1)]; \\ &\text{при } r_2 \leq r \leq r_5 \\ &q_A^{(1)} \Rightarrow \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=z_1} = 0; \\ &\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \text{ — условие симметрии.} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Для области II  $i = 1, 3, z_1 \leq z \leq z_2$ :

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_3(T_3) \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = -\alpha_n^{(1,3)} [T_3(r_2, z) - T_1(r_2, z)]; \\ &q_n^{(1,3)} \Rightarrow \alpha_n^{(1,3)} = \varepsilon_{np}^{(1,3)} \psi^{(1,3)} \frac{T_3^4 - T_1^4}{T_3 - T_1} 5,67 \cdot 10^{-8}; \\ &\alpha_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_5} = \alpha_n^{(1,3)} [T_1(r_5, z) - T_3(r_2, z)]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для области III  $i = 1, 2, 3, z_2 \leq z \leq z_3$ :

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_3(T_3) \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = -\frac{1}{R_K^{(1,2)}} [T_3(r_2, z) - T_2(r_2, z)]; \\ &q_K^{(1,3)} \Rightarrow \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \frac{1}{R_K^{(1,2)}} [T_2(r_2, z) - T_3(r_2, z)]; \\ &\text{при } r_2 \leq r \leq r_4 \\ &q_A^{(2)} \Rightarrow \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=z_2} = 0; \\ &\text{при } r_2 \leq r \leq r_3 \\ &q_A^{(2)} \Rightarrow \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=z_3} = 0; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

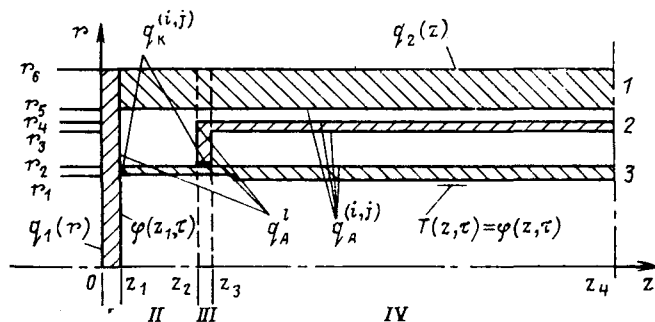


Рис. 2. Тепловая модель оболочек ротора:  $q_1(r)$  — удельный конвективный тепловой поток от окружающей среды к фланцу ротора, переменный по радиусу;  $q_n^{(i,j)}$  — лучистый тепловой поток между поверхностями  $i$  и  $j$  оболочек;  $\varphi(z, \tau)$  — функция распределения температуры по внутренней поверхности бандажа;  $q_A^i$  — тепловой поток через торцевые поверхности оболочек;  $q_2(z)$  — удельный конвективный тепловой поток от среды к наружной оболочке ротора;  $q_K^{(i,j)}$  — удельные тепловые потоки через контактные тепловые сопротивления между  $i$  и  $j$  оболочками

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_4} = -\alpha_n^{(1,2)} [T_2(r_4, z) - T_1(r_5, z)]; \\ &q_n^{(1,2)} \Rightarrow \lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_5} = \alpha_n^{(1,2)} [T_1(r_5, z) - T_2(r_4, z)]. \end{aligned} \right\}$$

Для области IV  $i = 1; 2; 3, z_3 \leq z \leq z_4$ :

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_3(T_3) \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = -\alpha_n^{(2,3)} [T_3(r_2, z) - T_2(r_3, z)]; \\ &q_n^{(2,3)} \Rightarrow \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_3} = \alpha_n^{(2,3)} [T_2(r_3, z) - T_3(r_2, z)]; \\ &\lambda_1(T_1) \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_5} = \alpha_n^{(1,2)} [T_1(r_5, z) - T_2(r_4, z)]; \\ &q_n^{(1,2)} \Rightarrow \lambda_2(T_2) \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_6} = \alpha_n^{(1,2)} [T_2(r_4, z) - T_1(r_5, z)]; \\ &\frac{\partial T_i}{\partial z} \Big|_{z=z_4} = 0 \text{ — условие симметрии.} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент конвективного теплообмена внешней поверхности ротора;  $\alpha_n^{(i,j)}$  — коэффициент лучистого теплообмена между поверхностями  $i$  и  $j$  оболочек в вакууме;  $\varepsilon_{np}^{(i,j)}$  — приведенный коэффициент черноты;  $\psi^{(i,j)}$  — коэффициент облученности [5];  $R_K^{(i,j)}$  — контактное термическое сопротивление между конструктивными элементами  $i, j$  оболочек ротора.

В качестве начальных условий при расчете режима захождения ротора предполагается равномерное распределение температуры по всему ротору, равное температуре окружающей среды  $T_n$ .

Решение системы (2) вместе с граничными условиями (3) — (7) проводилось численным методом. При его реализации была выбрана абсолютно устойчивая локально-одномерная схема, подробно изложенная в [6].

Система (2) решалась при следующих допущениях: система оболочек предполагалась абсолютно жесткой; коэффициент конвективного теплообмена  $\alpha$  среды и внешней поверхности ротора считался не зависящим от температуры, так как температурные перепады для рассматриваемых режимов невелики; плотность материала оболочек не зависит от температуры

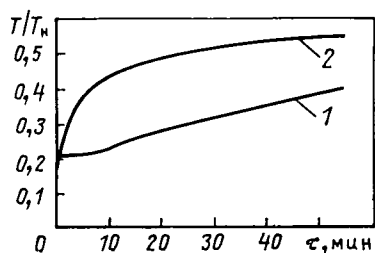


Рис. 3. Распределение температуры по длине теплового экрана в режиме теплового удара: 1 — в центре теплового экрана ( $z=z_4$ , рис. 2); 2 — в сечении контакта теплового экрана с бандажом ( $z=z_3$ ),  $1/R_k^{(2,3)}=1000 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$

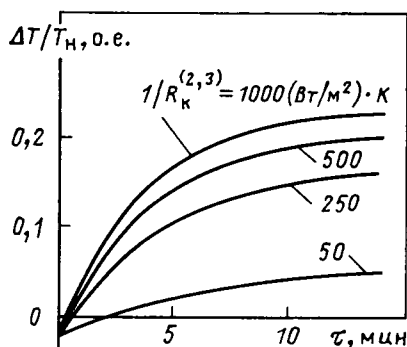


Рис. 4. Относительный перепад температуры по длине теплового экрана

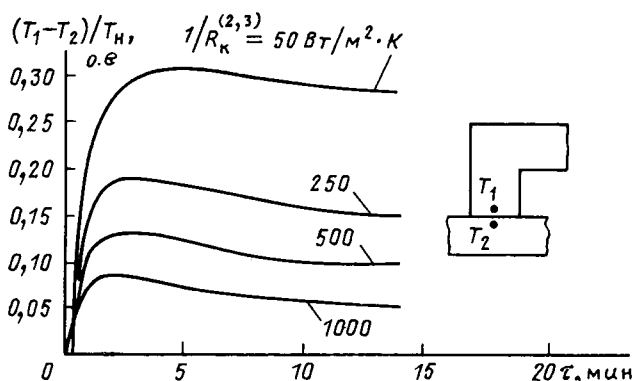


Рис. 5. Влияние значения контактного теплового сопротивления на перепад температур в зоне посадки экрана на бандаж

в промежутках между оболочками учитывается только лучистый теплообмен, при этом принимается, что он происходит по схеме «точка на точку», т. е.  $\psi^{(i,j)} = \psi^{(j,i)} = 1$ .

Так как поверхности оболочек близки друг другу, то при определении локального лучистого теплового потока были использованы формулы для лучистого теплообмена между двумя бесконечными цилиндрами с заданными коэффициентами черноты поверхностей  $\varepsilon_{np}$ .

С помощью уравнений (2) и граничных условий (3) — (7) были выполнены расчеты распределения температур в оболочках сверхпроводникового турбогенератора типа КТГ-20 мощностью 20 МВ·А, 3000 об/мин [1]. При расчетах использовались различные значения коэффициентов теплообмена, контактных сопротивлений, учитывались различные законы распределения источников выделения тепла в оболочках.

Для ротора сверхпроводникового турбогенератора серьезным является так называемый режим теплового удара. В этом режиме предполагается, что обмотка возбуждения ротора практически мгновенно переходит в нормальное состояние, а весь жидкий гелий при этом вскипает. В результате температура на внутренней поверхности бандажа от распределения, соответствующего рабочему режиму, практически мгновенно достигает значения, определяемого долей запасенной энергии магнитного поля, рассеиваемой в обмотке возбуждения.

Для сверхпроводникового турбогенератора КТГ-20 расчетное значение температуры на внутренней поверхности бандажа в рассматриваемом режиме составляет 200 К. Распределение температуры по длине теплового экрана при возникновении теплового удара показано на рис. 3. Анализ размеров деформаций оболочек при тепловом ударе показывает, что конструкция сверхпроводникового турбогенератора КТГ-20 [1] выдерживает этот режим. Погрешность результатов расчета при сравнении с экспериментальными данными, полученными при захлаживании КТГ-20 [1], не превышала 10 %.

Значение термических напряжений в тепловом экране сверхпроводникового турбогенератора в значительной мере зависит от контактного теплового сопротивления между опорной поверхностью экрана 3 и бандажом (рис. 1). На рис. 4 приведены кривые зависимости относительного перепада температуры на половине длины теплового экрана  $T/T_n$  ( $T$  — перепад температуры между концом и серединой теплового экрана) от времени применительно к турбогенератору КТГ-20 при тепловом ударе для различных значений контактного теплового сопротивления. Влияние контактного теплового сопротивления на перепад температур в зоне посадки теплового экрана на бандаж показано на рис. 5.

**Выводы.** 1. В нестационарных режимах работы сверхпроводникового турбогенератора, например при переходе сверхпроводящей обмотки в нормальное состояние, могут иметь место значительные температурные перепады на контактных тепловых сопротивлениях между сопрягаемыми деталями ротора.

2. Распределение температуры в роторе существенным образом зависит от значений контактных сопротивлений между сопрягаемыми оболочками.

3. Для обеспечения приемлемого уровня температурных градиентов в узлах сопрягаемых деталей, возникающих при нестационарных тепловых режимах, сопряжения узлов должны быть выполнены таким образом, чтобы значение контактного теплового сопротивления не превышало определенного, заранее заданного.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Данилевич Я. Б., Шахтарин В. Н. Турбогенераторы с использованием сверхпроводимости. — Л.: Научка, 1981.
2. Шукин В. К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. — М.: Машиностроение, 1970.
3. Гольдштик М. Н. Вихревые потоки. — Новосибирск: Научка, 1981.
4. Справочник по физико-техническим основам криогеники/Под ред. проф. М. П. Малкова. — М.: Энергия, 1973.
5. Зигель Р., Хауэль Дж. Теплообмен излучением. — М.: Наука, 1974.
6. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1974.

[10.12.84]

# Формализация составления схем многофазных совмещенных обмоток электрических машин

КАРИМОВ Х. Г., канд. техн. наук, ТУПОГУЗ Ю. А., инж.

Ташкент

В последнее время возникла необходимость разработки и исследования ряда специальных машин переменного тока, в которых наряду с магнитным совмещением двух вращающихся полей используется электрическое совмещение двух разнополюсных обмоток в одной общей обмотке. Это могут быть двигатели (в том числе и бесконтактные), генераторы или одномашинные преобразователи частоты [1—3]. На основе теории полюсно-амплитудной модуляции разработаны общие принципы построения схем совмещенных обмоток в достаточно широком диапазоне соотношений полюсов и фаз при одновременном питании от двух независимых источников [4]. Проводники в таких обмотках обтекаются одновременно двумя системами токов, каждая из которых создает вращающуюся волну н. с. «своей» полюсности.

Построение схем совмещенных обмоток при этом можно представить как последовательность следующих этапов: получение распределения фазных токов, которое должно создаваться исходной ( $2p_1$ -полюсной) и модулированной ( $2p_2$ -полюсной) обмотками; составление диаграммы соединений катушек в катушечные группы и соединений этих групп по ветвям совмещенной обмотки в соответствии с распределением фазных токов; выполнение указанных соединений на развернутой схеме проектируемой обмотки. Процесс получения совмещенных обмоток различных типов (и при использовании различных принципов) отличается выполнением первого из отмеченных этапов, а этапы 2-й и 3-й при этом остаются идентичными и могут многократно повторяться, в связи с чем очевидна целесообразность их формализации.

В статье изложен способ формализованного составления схем совмещенных обмоток по известным токораспределениям исходной и модулированной обмоток, который может быть реализован при использовании ЭЦВМ. При необходимости его можно использовать также для получения схем обмоток нормального исполнения с целым или дробным числом пазов на полюс и фазу и полюсопереключаемых обмоток.

В совмещенных обмотках токораспределение исходной  $2p_1$ -полюсной обмотки, в качестве которой используется наиболее распространенная  $2m$ -зонная (т. е. с  $2m$ -фазными зонами на пару полюсов) двухслойная петлевая обмотка, модулируется пространственной волной в токораспределение модулированной обмотки с  $2p_2$  числом полюсов. В [4] исследовано два способа модуляции. При первом из них преобразование исходного токораспределения осуществляется неподвижной в пространстве одной модулирующей волной (отдельными волнами модуляции в каждой из фаз) путем реверсирования половины катушечных групп, совпадающих в пространстве с одним из полупериодов

модулирующей волны. Для этого каждую фазу исходной обмотки выполняют с четырьмя ветвями, соединенными в уравновешенный мост, а независимые источники подключают к равнопотенциальным выводам «мостов».

При втором способе модуляции исходную симметричную  $m$ -фазную  $2p_1$ -полюсную обмотку представляют как результат модуляции равномерного токораспределения вращающейся синусоидальной волной с  $2p_1$  числом полюсов, а модулированную  $n$ -фазную  $2p_2$ -полюсную обмотку — как результат модуляции равномерного токораспределения, созданного  $2mp_1$ -катушечными группами,  $2p_2$ -полюсной волной, причем синусоидальное токораспределение обеспечивается только при подключении обмотки к симметричному  $n$ -фазному источнику, в связи с чем совмещенную обмотку выполняют на основе схем « $nm$ -фазных звезд». В обоих способах модуляции [4] соотношения полюсов и фаз определяются возможностью обеспечения симметрии модулированной обмотки и соответственно для рассмотренных первого и второго типов модуляций имеют следующий вид:

$$mp_1/s - mr - \begin{cases} m-1 \\ m-2; p_2 = p_1 \pm s \\ \dots \\ 1 \end{cases}$$

и

$$mp_1/p_2 = mr - \begin{cases} m-1; \\ m-2; = n \geq 3, \\ \dots \\ 1 \end{cases}$$

где  $r = 1, 2, 3, \dots$ ;  $s$  — число периодов волны модуляции;  $n$  — число фаз модулированной обмотки.

Следует отметить, что в случае четных значений  $n$  может быть использован источник с изолированными обмотками фаз (т. е.  $n/2$ -фазный источник), а фазы модулированной обмотки считаются «изолированными».

В качестве примера на рис. 1 показаны нижние и верхние токораспределения (соответственно двум слоям) симметричных исходной четырехполюсной трехфазной ( $m = 3$ ) и модулированной шестиполюсной четырехфазной ( $n = 4$ ), или двухфазной с «изолированными» фазами, обмоток, размещенных в 24 пазах, которые получены вторым из отмеченных способов. Эти токораспределения представляют собой наборы единичных токов, одинаково обозначенных с фазами источников питания, причем единичный ток в катушечной стороне, совпадающий с направлением в пазу «от нас» отмечен в токораспределении знаком «+», а единичный ток, направленный «к нам» — знаком «-». На рис. 1 единичные токи в фазах  $A, B$  и  $C$  исходной обмотки обозначены соответственно  $A, -A, B, -B, C, -C$ , а единичные токи в фазах  $D$  и  $E$  модулированной обмотки —  $D, -D, E, -E$ .

Обозначим стороны катушек совмещенной обмотки парами символов соответственно двум независимым токам, одновременно протекающим по каждой из них, и при этом будем использовать принятые обозначения единичных токов. Например, катушечную сторону, по которой протекают два единичных тока  $A$  и  $-E$ , будем обозначать парой  $A, -E$  и т. д.

Перейдем от токораспределений исходной и модулированной обмоток к распределению катушечных сторон совмещенной обмотки. Для этого расположим наборы единичных токов этих обмоток вместе нижние и верхние, как это показано на рис. 1. Образованные при этом в пазах нижние и верхние пары символов и будут представлять собой отдельные стороны катушек совмещенной обмотки.

Вначале представим упрощенно проектируемую двухслойную совмещенную обмотку в виде однослойной обмотки, названной далее «базовой» (БО), у которой стороны каждой катушки располагаются в соседних пазах. На рис. 2 показана БО рассматриваемой здесь в качестве примера совмещенной обмотки, составленная из четырех трехфазных звезд, где под каждой катушкой следует понимать катушечную группу, а на рис. 3 — часть развернутой БО с двумя катушками в одной катушечной группе. В обмотке на рис. 2 при подключении к зажимам  $A, B$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
1	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A	
2	A	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A
3	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D
4	-E	-D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	
5	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A	
	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	
6	A	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A	-C	-C	B	B	-A	-A	C	C	-B	-B	A	A
	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D	E	E	-D	-D	-E	-E	D	D

Рис. 1. Токораспределения исходной и модулированной обмоток с числами полюсов  $2p_1=4$  и  $2p_2=6$  и распределение по пазам катушечных сторон совмещенной обмотки: 1 — токораспределение исходной обмотки (верхний набор); 2 — то же (нижний набор); 3 — токораспределение модулированной обмотки (верхний набор); 4 — то же (нижний набор); 5 — катушечные стороны верхнего слоя совмещенной обмотки; 6 — стороны катушек нижнего слоя совмещенной обмотки

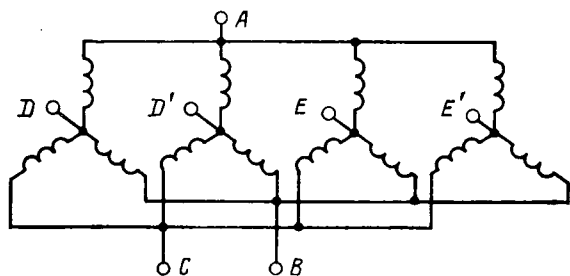


Рис. 2. Схема трехфазно-четырефазной (двухфазная с «изолированными» фазами) базисной обмотки (БО)

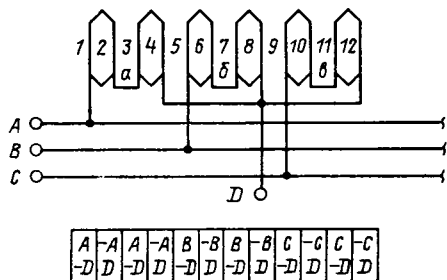


Рис. 3. Схема части развернутой БО и распределение по пазам ее катушечных сторон

и С трехфазного источника нулевые точки «звезд»  $D$ ,  $D'$ ,  $E$  и  $E'$  будут находиться под одинаковым потенциалом по отношению к этому источнику, а при питании со стороны выводов  $D$ ,  $D'$ ,  $E$  и  $E'$  от двухфазного источника с изолированными обмотками фаз уравновешенными будут зажимы  $A$ ,  $B$  и  $C$ , благодаря чему к обмотке можно подключать одновременно два независимых источника.

Поскольку в совмещенной и развернутой базовой обмотках число катушек и их обозначение совпадают, то действительную схему совмещенной обмотки можно получить путем выполнения связей между ее катушками в соответствии с соединениями катушек в БО.

Для математического представления распределения катушечных сторон по пазам магнитопровода воспользуемся структурной матрицей  $[G]$  схемы обмотки [5]. На рис. 4 показаны структурные матрицы:  $[G]_H$  — нижнего слоя совмещенной обмотки и  $[G]_B$  — базовой обмотки. Матрица  $[G]$  имеет число столбцов, равное числу пазов  $z$  (в  $[G]_B$  число столбцов совпадает с числом катушечных сторон развернутой БО, а в  $[G]_H$  — их число в 2 раза меньше, так как совмещенная обмотка проектируется двухслойной), и число строк, равное сумме фаз подключаемых источников.

Применим в матрицах  $[G]_H$  и  $[G]_B$  для обозначения столбцов цифровую индексацию, а для обозначения строк — буквенную, при которой индексы строк совпадают с обозначениями фаз подключаемых источников (рис. 4). Поскольку матрицей  $[G]$  представляется распределение сторон катушек (не отдельных проводников), то ее элементами являются только «1» и «-1». В структурной матрице  $[G]_H$  каждой стороне катушки нижнего слоя, размещенной в пазу  $i$  и обозначенной парой символов, например  $A$ ,  $-D$ , соответствуют два единичных элемента «1» и «-1», которые расположены на столбе  $i$  и соответственно строках « $A$ » и « $D$ ». Аналогично составлена матрица  $[G]_B$ .

Получим промежуточную матрицу  $[P]$  как произведение:

$$[P] = [G]_H^T [G]_B,$$

где  $[G]_H^T$  — транспонированная матрица  $[G]_H$ .

Для удобства все элементы в матрице  $[P]$ , не равные «2», приравняем нулю и представим ее так, как это показано на рис. 4. В  $[P]$  элементы «2» находятся на пересечении тех строк  $j$  и столбцов  $k$ , номера которых совпадают с номерами одноименных катушечных сторон (т. е. сторон катушек, описанных одинаковой парой символов) обмоток, соответственно совмещенной (нижнего слоя) и базовой. К примеру, в нижней половине 13-го паза совмещенной обмотки (рис. 1) и в 1-м пазу развернутой БО (рис. 3), находятся катушечные стороны, представленные одинаковой парой символов  $A$ ,  $-D$ . Это означает, что в матрице  $[P]$  на пе-

ресечении строки  $j = 13$  со столбцом  $k = 1$  будет находиться элемент «2».

В матрице  $[P]$  каждой катушечной группе развернутой БО и совмещенной обмотки соответствуют  $l^2$  элементов «2», где  $l$  — число катушек в катушечной группе. Но для получения схемы совмещенной обмотки (т. е. диаграммы соединений катушек) достаточно иметь только по одному элементу в строках и столб-

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

$[G]_H$

A	1	1						-1	-1				1	1				-1	-1						
B					1	1							-1	-1			1	1					-1	-1	
C			-1	-1					1	1				-1	-1					1	1				
D	1	1			-1	-1			1	1			-1	-1			1	1				-1	-1		
E			1	1			-1	-1			1	1			-1	-1			1	1				-1	-1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 38 40 42 44 46 48

A	1	-1	1	-1									1	-1	1	-1								
B					1	-1	1	-1								1	-1	1	-1					
C									1	-1	1	-1							1	-1	1	-1		
D	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1												
E													1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	

$[G]_6$

k →

j ↓

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	37	39	41	43	45	47
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13	2																
14	2																
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	

$[H]$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 38 40 42 44 46 48

H	13	14	5	6	21	22							7	8	23	24	15	16
---	----	----	---	---	----	----	--	--	--	--	--	--	---	---	----	----	----	----

$[K]$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 37 39 41 43 45 47

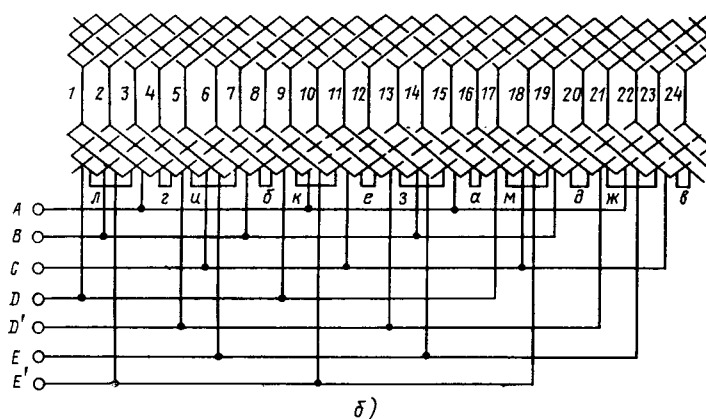
A	1												1					
B																		
C																		
D																		
D'																		
E																		
E'																		
a	1	1																
b																		
β																		
z																		
δ																		
ж																		
з																		
и																		
к																		
л																		
м																		

Рис. 4. Структурные матрицы



	Начала	Концы
A	13,1	19,7
B	5,17	11,23
C	21,9	3,15
D		14,6,22
D'		2,18,10
E	20,12,4	
E'	8,24,16	
а	14	13
б	6	5
в	22	21
г	2	1
д	18	17
е	10	9
ж	19	20
з	11	12
и	3	4
к	7	8
л	23	24
м	15	16

а)



б)

рис. 5. Таблица соединения выводов катушек и схема совмещенной обмотки с числами полюсов  $2p_1=4$  (при подключении питания к выводам A, B, C) и  $2p_2=6$  (при питании со стороны выводов D, D', E, E')

цах [П], а все остальные опустить. Очевидно, порядок устранения элементов в [П] для каждой катушечной группы должен быть одинаков. В результате получается матрица-строка [Н] (рис. 4), где в каждом столбе записывается номер строки с оставшимся элементом «2».

В рассматриваемом примере первой катушечной группе БО в [П] соответствуют элементы «2», расположенные на пересечении столбцов  $k=1, 3$  и строк  $j=13, 14$ , всего четыре элемента, так как  $l=2$ . Из этих элементов оставлено два с  $k=1, j=13$  и  $k=3, j=14$ , которые и вынесены в матрицу Н, составленную из номеров строк в [П], или из номеров пазов с началами

катушек совмещенной обмотки, если считать, что начальный вывод каждой катушки делается из нижнего слоя обмотки в пазу. Следует отметить, что обычно вместе с распределением фазных токов известен и шаг обмотки как разность между номерами пазов с одинаковыми символами и взаимно противоположными знаками (из-за встречного направления токов в сторонах катушки). В рассматриваемом примере шаг  $y=5$  (рис. 1).

Так как в БО стороны катушек расположены в соседних пазах, то матрицу-строку [К] с номерами пазов, соответствующих концам катушек совмещенной обмотки, легко получить из [Н], если все ее элементы переписать со сдвигом на один столбец (рис. 4).

Соединения катушек в развернутой БО представим математически матрицей [Т] (рис. 4) с числом столбцов, равным их числу в [G]<sub>6</sub>, и числом строк, равным количеству узлов в БО и обозначенным так же, как и в БО. В матрице [Т] каждый узел представлен одной строкой, а единичные элементы, расположенные, например, на пересечении строки D с 4-, 8- и 12-м столбцами означают, что зажимы катушек, идущих из 4-, 8- и 12-го пазов в базовой обмотке (рис. 3) замыкаются накоротко и образуют узел «Д».

При перемножении матриц

$$[T] \cdot [H]^T \text{ и } [T] \cdot [K]^T$$

каждая строка [Т] будет выбирать из [Н] и [К] только те выводы (начала и концы) катушек, которые следует соединять в общий узел, и если при таком перемножении опустить последнюю операцию суммирования и писать вместо знака сложения запятую, то получим результирующую таблицу соединений выводов катушек (см. рис. 5, а). Теперь схему совмещенной обмотки можно получить, если объединять в узлы выводы катушек с номерами, расположенными на каждой из строк таблицы. Составленная таким путем схема совмещенной обмотки изображена на рис. 5, б.

Эта обмотка может найти применение в одномашинном совмещенном преобразователе частоты [2] или в совмещенной бесконтактной машине двойного питания [3]. В первом случае полученная обмотка укладывается в пазы ротора, выводы одной из ее групп замыкаются накоротко, а выводы другой группы (генераторные) подключаются к нагрузке. Во втором случае обмотка укладывается в пазы статора, группа трехфазных выводов подключается к промышленной сети, а выводы второй (двухфазной) группы замыкаются накоротко или подключаются к статическому преобразователю частоты.

В обмотках, получающих питание от одного источника (это обычные или полюсопереключаемые обмотки, а также в совмещенных обмотках, в которых одна система токов создает одновременно несколько рабочих гармоник поля), распределение катушечных сторон по пазам сердечника в принятых обозначениях совпадает с распределением фазных токов. Вследствие этого схемы таких обмоток можно получать сразу, используя в построении дискретные токораспределения. При этом под каждым единичным током будет подразумеваться сторона катушки.

При получении схем однослойных обмоток выводам катушек можно присвоить номера пазов, в которых размещаются, например их левые (по схеме) стороны. Схемы полюсопереключаемых обмоток следует получать для каждого варианта соединений ее катушечных групп.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Загрядский В. И. Совмещенные электрические машины. — Кишинев: Картя молодовеяскэ, 1971.
2. Попов В. И. Электромашинные совмещенные преобразователи частоты. — М.: Энергия, 1980.
3. Каримов Х. Г. Бесконтактный регулируемый электропривод. — Ташкент: Фан, 1982.
4. Шапиро Л. Я., Лабуец И. А., Лохматов А. П. Принципы построения многофазных совмещенных обмоток. — Электротехника, 1975, № 10.
5. Иванов-Смоленский А. В., Мартынов В. А. Автоматизация составления схем симметричных многофазных обмоток переменного тока. — Электротехника, 1981, № 8.

[19.02.85]

# Выбор параметров энергетического канала электропривода станков с программным управлением

ВОДОВОЗОВ В. М., канд. техн. наук

Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Для перемещения механизмов станков с числовым программным управлением (ЧПУ) применяются вентильные электроприводы на базе электродвигателей постоянного тока нормального исполнения — малоинерционных или высокомоментных [1]. Общие технические требования к приводам определены нормами СЭВ, предусматривающими, в частности, диапазон регулирования скорости подач от 10 до 40000, ускорения на валу электродвигателей от 1000 до 3500 с<sup>-2</sup> и более при полосе пропускания по положению до 10 Гц. Особые технические требования к приводам определяются условиями работы автоматизируемого оборудования.

В процессе проектирования электропривода в соответствии с общими и особыми требованиями решаются обычно две типовые задачи [2]: первая связана с определением регуляторных (скоростных), моментных (силовых) и энергетических характеристик силовой части — преобразователя мощности, исполнительного двигателя и механической передачи; вторая задача касается анализа и синтеза динамических характеристик привода. «Ядром» первой задачи, называемой энергетическим расчетом, традиционно считается выбор оптимального сочетания двигателя — редуктора.

Как правило, закон движения механизма при проектировании систем программного управления не может быть предельно и однозначно задан, так как станки с ЧПУ в большинстве своем предназначены для мелкосерийного и единичного производства, поэтому синтез силовой части привода приходится осуществлять в условиях отсутствия ряда данных, лежащих в основе известных методов проектирования следящих систем. В частности, не заданы обычно нагрузочные диаграммы  $M_c(t)$  и нагрузочные характеристики  $M_c(v)$  механизма ( $M_c$  — момент сопротивления,  $t$  — время,  $v$  — скорость нагрузки), определяющие порядок расчета в [3], а также неизвестны требуемые в [4, 5] значения развиваемых ускорений. Отсутствует возможность использования обобщенных момент-кинематических и момент-энергетических характеристик нагрузки [2, 3]. К типовым воздействиям на приводы координат современных систем ЧПУ не относятся ни скачки положения задающего вала, ни гармонические сигналы [2, 5]. Напротив, скачки скорости управляющего воздействия в виде изменяющейся частоты или кода задания характерны для рассматриваемых установок.

В подобной ситуации проектирование электропривода ведется обычно одним из двух путей. В соответствии с первым продолжают использовать рекомендации [6] о завышении мощности выбираемого двигателя в 1,2–2 раза, а в отдельных случаях — в 5–10 раз [4] по сравнению со статической мощностью нагрузки. В соответствии со вторым путем некоторые параметры нагрузки ограничивают по жесткости перемещаемой механической конструкции или на основе опыта и интуиции проектировщика, после чего решается однокритериальная задача определения оптимального параметра  $a_0 \in A$  ( $A$  — множество характеристических параметров), например передаточного числа, ускорения или приемистости. Следует отметить, что такой показатель качества, как максимум приемистости следящей системы [7]  $P_c = M_{\max}^2 J_c^{-1}$  ( $M_{\max}$  — максимальный вращающий момент двигателя;  $J_c$  — момент инерции механизма, приведенный к валу двигателя), относится к числу линейных критериев, не имеющих экстремума. Выбор приемистости в качестве кри-

терия ведет к неограниченному завышению мощности привода, пропорциональной приемистости [5], и решение задачи оптимизации в этом случае невозможно без дополнительных ограничений на мощность привода.

Предлагаемый ниже подход учитывает многокритериальность задачи энергетического расчета при неравноценности различных критериев и предусматривает два этапа оптимизации: первый — жестко алгоритмический, и второй — интерактивный, позволяющий объединить возможности разработчика и ЭВМ.

Прежде всего определяется такое сочетание двигатель — редуктор, которое обеспечивает максимальное ускорение механизма  $\epsilon_c$ . Иными словами, быстрота реакции системы на скачки скорости управляющего воздействия служит здесь, как и в [4, 8], основным критерием качества электропривода в системе ЧПУ.

Момент сопротивления механизма подачи в статике, приведенный к валу двигателя, целесообразно рассчитывать из условия преодоления приводом предельных по величине усилий  $F$  при максимальной скорости  $v$  рабочих подач (или усилий холостого хода при скорости быстрых перемещений):

$$M_c = \frac{FR}{i\eta}, \quad (1)$$

где  $R$  — радиус инерции;  $\eta$  — к. п. д. редуктора;  $i$  — коэффициент передачи редуктора;

$$i = R\omega/v; \quad (2)$$

$\omega$  — частота вращения вала электродвигателя.

Для учета динамических усилий в механизме вводится в рассмотрение уравнение механического равновесия привода

$$M = M_c + J_c \epsilon_c. \quad (3)$$

Здесь  $M$  — вращающий момент электродвигателя;  $\epsilon_c$  — ускорение электродвигателя;

$$J_c = J + mR^2/i^2; \quad (4)$$

$J$  — момент инерции двигателя и всех вращающихся деталей;  $m$  — поступательно движущаяся масса механизма.

С учетом (2) представим (1) и (4) в обобщенном виде:

$$M_c = \frac{F}{i^* \eta}; \quad (5)$$

$$J_c = J + \frac{m}{i^{*2}}; \quad (6)$$

где  $i^*$  — приведенный коэффициент передачи редуктора:

$$i^* = i/R - \omega/v. \quad (7)$$

Теперь задача заключается в отыскании электродвигателя, обеспечивающего

$$\max_{A_1} \epsilon_c = \frac{M_{\max} - M_c}{i^* J_c} \quad (8)$$

на множестве имеющих в распоряжении проектировщика электрических машин  $A_1 = \{a_{1i} | i = \overline{1, k}\}$ . В отличие от [4, 8] значение  $\epsilon_c$  в (8) определено непосредственно через характеристические параметры механизмов подач станков в ЧПУ.

Пример 1. Ограничим  $A_1$  подмножеством  $A_2 \subseteq A_1$ , элементы которого есть машины серии 2ПБ с 90-го по 180-й габариты ( $k = 32$ ). Выберем машину по критерию (8), удовлетворяющую заданным параметрам нагрузки:  $F = 530$  Н,  $m = 100$  кг,  $v = 1$  мс<sup>-1</sup>,  $\eta = 0,975$ , характерным для привода подач тяжелых намоточных станков с ЧПУ типа ВГ 65/25 с цилиндрической косозубой передачей.

Кривые ускорения механизма, построенные на основе расчета по уравнениям (5) — (8) с использованием данных промышленных каталогов, приведены на рис. 1. Согласно первому этапу оптимизации максимальное ускорение  $\epsilon_c = 11,5$  мс<sup>-2</sup> развивается при заданной нагрузке двигатель 2ПБ 132 м (1,6 кВт, 105 с<sup>-1</sup>, 86 кг) с редуктором  $i^* = 105$  м<sup>-1</sup>. С возрастанием мощности электродвигателя быстрдействие системы падает несмотря на рост приемистости, массогабаритных и стоимостных показателей.

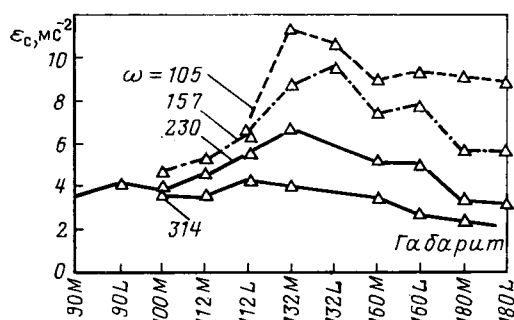


Рис. 1

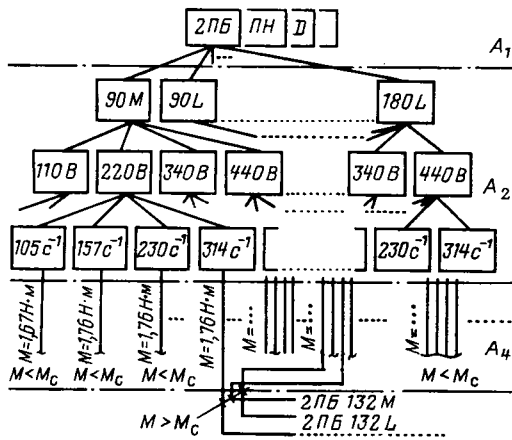


Рис. 2

Для перехода ко второму этапу недостаточно выделить объект с экстремальным значением классификационного параметра. Необходимо провести ранжирование всего множества или, по крайней мере, головной части списка. Так как множество промышленных электродвигателей описывается не аналитической порождающей процедурой, а конечными списками, задача ранжирования решается на ЭВМ в следующем порядке.

1. В постоянную память ЭВМ закладывается полное множество  $A_1$  имеющихся в распоряжении проектировщика электродвигателей с описанием характеристических свойств их элементов: серий (2ПН, 2ПБ, ..., ПБВ, ПГТ, ДПЦЯ, ...), габаритов (90М, 90Л, 100М, ...), моментов — вращающего  $M$ , максимального  $M_{\max}$  и инерции  $J$ , частоты вращения  $\omega$ , напряжения, тока, массы  $m$ , стоимости и др., а также упорядоченное множество  $A_3 = \{a_{3i} | i = \overline{1, r}\}$  операций, реализующих расчет статических и динамических параметров привода по выражениям типа (3) — (8).

2. В оперативную память оператор вводит исходные данные и ограничения, задавая тем самым грани подмножества  $A_2 \subseteq A_1$  с допустимыми характеристическими свойствами элементов. Сюда же вводятся характеристические нагрузки  $F$ ,  $t$ ,  $v$ ,  $\eta$ , ..., необходимые для замыкания множества  $A_2$  относительно операций, определенных на  $A_3$  и ограничения по нагрузке и выходному звену кинематической цепи.

3. Вычисляются моменты  $M_c$  для всех значений  $\omega$  элементов  $a_{2i} \in A_2$  по (5) и (7).

4. В основу ранжирования множества положен метод ветвей и границ [9]. Множество  $A_1$  представляется машинным графом-деревом (рис. 2), в вершине которого находится список всех серий электрических машин, имеющихся в распоряжении проектировщика; во втором этаже — список имен всех машин с описанием паспортных характеристических свойств; в третьем — список расчетных параметров машин. На рассматриваемом этапе во втором этаже дерева формируется множество  $A_2$  путем отсека ветвей, характеристики элементов которых противоречат исходным данным и ограничениям п. 2. Затем заполняются оставшиеся ветви третьего этажа и отсекаются те из них, для которых  $M < M_c$ , образуя подмножество  $A_4 \subseteq A_2$ .

5. Для элементов  $a_{4i} \in A_4$  оставшихся ветвей вычисляются значения моментов инерции  $J_c$  по (6) и ускорений  $\varepsilon_c$  по (8).

6. Уровни оцениваемого фактора — ускорения  $\varepsilon_c$  — ранжируются от наименее до наиболее предпочтительного. Получить ранжировку можно многими способами, основанными на парных суждениях. Согласно предлагаемому таблица функций предпочтения строится по следующему алгоритму.

Присваивается номер  $k$  тем элементам  $a_{4i} \in A_4$ , у которых  $\varepsilon_c = s$  ( $k$ ,  $s$  — фиксированные целые числа); номер  $(k-1)$  — элементам с  $\varepsilon_c > s$  и  $(k+1)$  — элементам с  $\varepsilon_c < s$ . Затем присваивается номер  $(k-2)$  элементам с  $\varepsilon_c > s+1$  и  $(k+2)$  — элементам с  $\varepsilon_c < s-1$  и т. д., последовательно переводя  $a_{4i}$  из множества  $A_4$  в упорядоченное множество  $A_5$ . По достижении  $A_4 = \emptyset$  число элементов в  $A_5$  составит  $|l+m+n|$ , где  $l$  — число элементов с  $\varepsilon_c = s$ ,  $m$  — число элементов с  $\varepsilon_c > s$ ,  $n$  — число элементов с  $\varepsilon_c < s$ . Теперь присваивается номер 1 элементу, получившему номер  $(k-m)$ , номер 2 — элементу  $(k-m-1)$ , если он не окажется одноименным с предыдущим элементом, номер 3 — элементу  $(k-m-2)$  при том же условии и т. д. до элемента  $(k-n)$ . Одноименные элементы  $c_j$  в фор-

мируемый список не включаются и порядковый номер им не присваивается.

7. Табличное решение в виде перенумерованного множества  $A_5 = \{a_{5i} | i = \overline{1, l+m+n-\sum c_j}\}$  электродвигателей с численным значением оцениваемого фактора распечатывается или выводится на видеотерминал в заданном формате.

Пример 2. Подмножество  $A_2$  примера 1 дополним сериями высокомоментных и малоинерционных электродвигателей ПБВ и ПГТ и получим решение при тех же характеристических свойствах  $a_{4i} \in A_4$ .

Головная часть таблицы результатов по п. п. 1—7 имеет вид

№	Серия	Габарит	$\varepsilon_c$ , $\text{мс}^{-2}$
1	ПГТ	2	45,5
2	ПБВ	112Л	45,0
3	ПБВ	100Л	40,9
4	ПБВ	112М	38,1
5	ПГТ	1	37,4
6	ПГТ	4	34,8
7	ПБВ	160М	33,1
8	ПБВ	100М	32,4
9	ПГТ	6	29,4
...	...	...	...
17	2ПБ	132М	11,5

В данном случае по критерию (8) предпочтителен выбор малоинерционного двигателя ПГТ2, в то время как выбранный ранее 2ПБ 132М занимает лишь 17-е место в таблице функций предпочтения.

8. Дальнейшая декомпозиция дерева решений осуществляется в интерактивном режиме [10]. Теперь при оценке влияния дополнительных показателей (массы  $m$ , приемистости  $P_c$  и т. п.) на выбор машины производится ранжирование, основанное на суждениях проектировщика о предпочтении или на прямых суждениях о неравенстве ценностей. Для этого разработан диалоговый монитор, работающий с операционной системой ЭВМ и оператором. Диалоговый набор данных описывается множеством  $A_6 = \{a_{6i} | i = \overline{1, p}\}$  вопросов и директив и множеством  $A_7 = \{a_{7i} | i = \overline{1, p}\}$  ответов, причем значение функции преобразования  $A_6 \rightarrow A_7$  определяется в процессе интерактивного взаимодействия оператора с системой.

Пример 3. В множество  $A_6$  включены директивы: вычислить  $P_c$  для позиций 1, ...,  $s$  множества  $A_5$ , сформировать вспомогательные графы таблицы из параметров  $P_c$  и паспортных данных  $P$ ,  $\omega$ ,  $m$ ; сравнить по этим параметрам заданные позиции таблицы; представить результаты сравнения в заданном формате. Каждой из директив диалогового файла присвоен код, соответственно  $p = 01, 02, 03, 04$ . В условиях примера 2 после выполнения директив 01 и 02 таблица функций предпочтения множества  $A_5$  принимает вид:

№	Серия	Габарит	$P$ , кВт	$\omega$ , $\text{с}^{-1}$	$\varepsilon_c$ , $\text{мс}^{-2}$	$m$ , кг	$P_c$ , $\text{Н} \cdot \text{кг}^{-1}$
1	ПГТ	2	2,1	314	45,5	79	2029
2	ПБВ	112Л	1,1	52	45,0	59	3808
3	ПБВ	100Л	1,1	105	40,9	37	1713
4	ПБВ	112М	1,1	63	38,1	53	2661
5	ПГТ	1	1,0	314	37,4	64	833
6	ПГТ	4	4,0	314	34,8	109	3103
7	ПБВ	160	4,0	52	33,1	170	10,185
8	ПБВ	100	0,7	105	32,4	31	926
9	ПГТ	6	6,0	314	29,4	159	3932

Сопоставление характеристических параметров соседних строк, выполняемое системой по директивам 03 и 04 проектировщика показывает, в частности, что следующий за ПГТ2 двигатель ПБВ 112Л развивает лишь на 1,5 % меньшее ускорение, обладая при этом на 88 % большей приемистостью и на 25 % меньшей массой. Следовательно, по совокупности основного и дополнительного критериев предпочтительно применение ПБВ 112Л.

Таким образом, при многокритериальном подходе к задаче синтеза силовой части электропривода в распоряжение проектировщика предоставляется множество сочетаний двигатель-редуктор в виде вектора  $A_5$ , упорядоченного по основному критерию. При этом все элементы  $a_{5i} \in A_5$  обеспечивают заданные скорости  $v$  движения нагрузки и развивают необходимый момент в статике. Пользуясь дополнительными критериями, разработчик в интерактивном режиме выбирает наиболее эффективный в конкретной ситуации вариант силовой части привода.

Рассмотренный подход реализован на базе дисковой операционной системы ЭВМ СМ-1 в качестве одной из подпрограмм задачи синтеза электропривода и доказал свою работоспособность в практике проектирования систем ЧПУ. Использование диалогового монитора позволило расширить возможности проектирования, повысить достоверность проектного решения и способствовало автоматизации процесса разработки электропривода.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поздеев А. Д. Развитие электропривода для станков в 11-й пятилетке. — Электротехника, 1982, № 3.
2. Следящие приводы/ Под ред. Б. К. Чемоданова. — М.: Энергия, 1976.
3. Основы проектирования следящих систем/ Под ред. Н. А. Лакоты. — М.: Машиностроение, 1978.
4. Беляев Н. И., Нагорский В. Д. Выбор двигателя и редуктора следящих систем. — М.: Машиностроение, 1972.

5. Мелкозеров П. С. Энергетический расчет систем автоматического управления и следящих приводов. — М.: Энергия, 1968.
6. Иосифьян А. Г., Каган Б. М. Основы следящего привода. — М.: Госэнергоиздат, 1954.
7. Хавин А. А. Влияние передаточного устройства на быстроедействие электропривода. — Электричество, 1981, № 1.
8. Петров Б. И. Исследование предельных динамических возможностей и энергетических характеристик следящих электроприводов. Автореф. дисс. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук. МАИ, 1969.
9. Зелкович М., Шоу А., Гэннон Дж. Принципы разработки программного обеспечения. — М.: Мир, 1982.
10. Борисов А. Н., Левченков А. С. Методы интерактивной оценки решений. — Рига.: Зинатне, 1982.

[29.12.84]

УДК 62-83-52

## Передаточная функция контура тока в системе подчиненного регулирования частоты вращения высокودинамичных тихоходных электроприводов

ЛАПИДУС М. И., ПИСТРАК М. Я.

ВНИИэлектропривод

При синтезе регулятора частоты вращения двигателя постоянного тока контур тока обычно аппроксимируют апериодическим звеном с постоянной времени  $T_T$ . Такая аппроксимация является результатом пренебрежения э. д. с. двигателя и отбрасывания некомпенсируемой «малой» постоянной времени  $T_\mu$  [1]. В [1] показано, что в большинстве случаев практики второе из указанных допущений не вносит заметных погрешностей. В отличие от этого пренебрежение действием э. д. с. двигателя в электроприводах с малой электромеханической постоянной времени якорной цепи приводит к неадекватному представлению замкнутого контура тока в системе регулирования частоты вращения двигателя. Характерными в этом смысле являются тихоходные безредукторные электроприводы таких механизмов, как, например, петледержатели широкополосных станков горячей прокатки.

В [1] дана оценка погрешностей амплитудно-фазовой характеристики разомкнутого контура тока, вызванных отбрасыванием э. д. с. двигателя. В [2] получено общее выражение для передаточной функции замкнутого контура тока в системе подчиненного регулирования, учитывающее действие э. д. с. двигателя. Показано, что характеристический оператор этой функции описывается уравнением третьего порядка, корни которого определяются электромеханической  $T_M$  и электромагнитной  $T_\mu$  постоянными времени электропривода, постоянной времени  $T_T$  контура тока и эквивалентной некомпенсируемой «малой» постоянной времени  $T_\mu$ .

В [3] приведена обширная библиография по вопросу влияния э. д. с. двигателя на динамику процессов в системах подчиненного регулирования. В перечисленных публикациях предлагаются различные методы компенсации действия э. д. с. с помощью дополнительных корректирующих звеньев, вводимых в цепь регулирования тока. Однако, как отмечено в [3] точная

компенсация действия э. д. с. сопряжена со значительными техническими трудностями. Там же приведены косвенные оценки влияния э. д. с. и даны соответствующие рекомендации по корректировке настройки традиционного регулятора тока.

Настоящая статья посвящена исследованию передаточной функции контура тока как звена объекта регулирования частоты вращения высокودинамичных тихоходных электроприводов. Особенностью предлагаемого подхода к вопросу о влиянии э. д. с. является получение адекватной передаточной функции контура тока, непосредственно пригодной для инженерного синтеза системы регулирования частоты вращения двигателя, при традиционной структуре регулятора тока.

Полная структурная схема замкнутого контура регулирования тока якорной цепи электродвигателя с передаточной функцией регулятора

$$W(p)_{p.t} = \frac{pT_\mu + 1}{pT_T}$$

представлена на рис. 1.

Соответствующая ей передаточная функция может быть записана в виде

$$W(p)_{t.z} = \frac{I(p)}{I^*(p)} = K \frac{pT_\mu + 1}{p^3 K T_\mu T_T + p^2 K T_T (T_\mu + T_M) + p \frac{T_\mu T_M + T_T T_M + T_T T_\mu}{T_M + T_T} + 1} \quad (1)$$

где  $I^*(p)$ ,  $I(p)$  — заданное и текущее значения оператора тока;

$K = \frac{T_M}{T_M + T_T}$  — коэффициент усиления замкнутого контура регулирования тока.

Как будет показано ниже, для решения поставленной задачи при практических расчетах можно пользоваться вырожденной передаточной функцией, уравнение которой следует из (1) при  $T_\mu = 0$ :

$$W(p)_{t.z} = K \frac{pT_\mu + 1}{p^3 K T_\mu T_T + pK(T_\mu + T_T) + 1} \quad (2)$$

Коэффициент демпфирования замкнутого контура тока с передаточной функцией согласно уравнению (2) определяется соотношением

$$\xi_T = \frac{1}{2} (T_\mu + T_T) \sqrt{\frac{K}{T_\mu T_T}} \quad (3)$$

Найдем из последнего соотношения  $T_\mu$ , гр, разграничивающую области комплексных и вещественных отрицательных корней характеристического уравнения оператора (2).

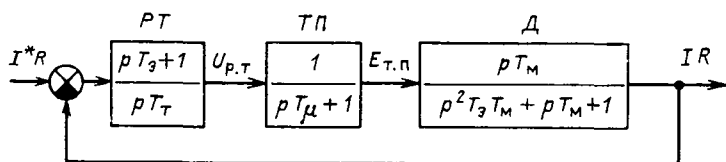


Рис. 1. Структурная схема замкнутого контура регулирования тока якорной цепи электродвигателя:  $PT$  — регулятор тока;  $ТП$  — тиристорный преобразователь;  $Д$  — двигатель;  $U_{p.t}$  — выходной сигнал регулятора тока;  $E_{t.п}$  — э. д. с. тиристорного преобразователя;  $I^*R$ ,  $IR$  — заданное и действительное значение падения напряжения в якорной цепи двигателя

Приравнявая в уравнении (3)  $\xi_{т.гр} = 1$ , получим:

$$T_{э.гр} = \frac{2T_{\tau}}{K} \left( 1 - \frac{K}{2} \pm \sqrt{1-K} \right). \quad (4)$$

Можно показать, что для тихоходных электроприводов с некомпенсированными двигателями выполняется с достаточной для практических расчетов точностью условие  $T_{э} \gg T_{э.гр}$ . Поскольку в этом случае характеристическое уравнение оператора (2) имеет отрицательные вещественные корни, вырожденная передаточная функция замкнутого контура тока приводится к виду:

$$W(p)_{т.э} = K \frac{pT_{э} + 1}{(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)}, \quad (5)$$

где

$$T_1 = \frac{K(T_{э} + T_{\tau}) + \sqrt{K^2(T_{э} + T_{\tau})^2 - 4KT_{э}T_{\tau}}}{2}; \quad (6)$$

$$T_2 = \frac{K(T_{э} + T_{\tau}) - \sqrt{K^2(T_{э} + T_{\tau})^2 - 4KT_{э}T_{\tau}}}{2}. \quad (7)$$

Таким образом, вырожденный (без учета  $T_{\mu}$ ) контур тока с передаточной функцией регулятора  $W(p)_{р.т} = \frac{pT_{э} + 1}{pT_{\tau}}$  при

указанном условии можно аппроксимировать последовательно включенными апериодическими звеньями с постоянными времени  $T_1$  и  $T_2$  и звеном опережения с постоянной времени  $T_{э}$ .

Для оценки погрешностей, вносимых такой аппроксимацией, сравним кривые переходного процесса нарастания тока при отработке скачка задания применительно к типичному для данного класса безредукторному электроприводу петледержателя непрерывного широкополосного стана горячей прокатки. Приход петледержателя с двигателем типа МПС 75-25, 75 кВт, 25 об/м характеризуется большим значением  $T_{э} = 0,12$  с и малым значением  $T_{\mu} = 0,021$  с. Некомпенсируемая «малая» постоянная времени  $T_{\mu}$  принята равной 0,01 с, постоянная времени контура тока  $T_{\tau} = 0,02$  с.

На рис. 2 показаны соответствующие этапы параметрам кривые 1 и 2 переходного процесса нарастания тока при скачке задания на входе контура. Кривая 1 соответствует оригиналу оператора (1):

$$f(t) = \frac{I(t)}{I^*(t)} = 0,508 + 0,774e^{-17,54t} + 1,55e^{-45,4t} \sin(51,1t + 0,967), \quad (8)$$

а кривая 2 — оригиналу оператора (2):

$$f(t) = \frac{I(t)}{I^*(t)} = 0,508 + 2,676e^{-23,2t} - 3,18e^{-35,3t}. \quad (9)$$

Там же для сравнения приведена кривая 3, рассчитанная при тех же параметрах системы и отличающаяся от кривой 1 тем, что не учитывается действие внутренней обратной связи по э. д. с. Сравнение показывает, что кривая 2 практически сопоставима с кривой 1, отображающей реальный переходный процесс в контуре тока, в то же время кривые 1 и 3 существенно различны. Это подтверждает высказанное выше положение, что в высокودинамичных электроприводах пренебрежение постоянной времени  $T_{\mu}$  дает существенно меньшую погрешность расчета нежели неучет действия э. д. с. двигателя.

Кривая на рис. 3 показывает зависимость коэффициента демпфирования  $\xi_{\tau}$  от постоянной времени  $T_{э}$  при указанных выше для электропривода петледержателя фиксированных  $T_{\mu}$  и  $T_{\tau}$ . Значению  $\xi_{т.гр} = 1$  соответствует  $T_{э.гр} = 0,11$  с.

Практическое использование полученных результатов для инженерного синтеза системы регулирования частоты вращения петледержателя, выполняемого обычно с обратной связью по э. д. с. двигателя.

При способе измерения э. д. с. согласно [2] передаточная функция разомкнутой системы регулирования частоты вращения контуром тока в соответствии с уравнением (5) может быть записана в виде:

$$W(p)_{э.р} = W(p)_{р.э} \frac{K(pT_{э} + 1)}{(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)(pT_{\tau} + 1)pT_{\mu}}, \quad (10)$$

где  $T_{\mu}$  — постоянная времени фильтра в цепи измерения э. д. с., принимаемая равной электромагнитной постоянной времени якоря

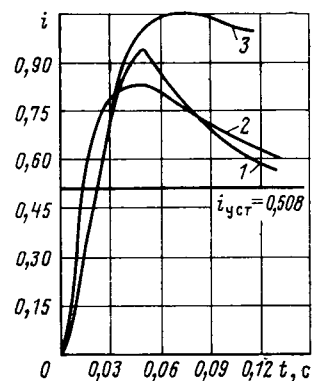


Рис. 2. Кривые переходного процесса нарастания тока якоря двигателя

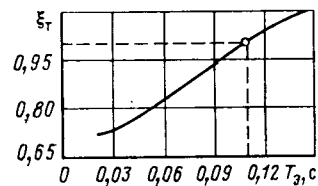


Рис. 3. Зависимость коэффициента демпфирования контура регулирования тока от электромагнитной постоянной времени якорной цепи двигателя

двигателя;  $W(p)_{р.э}$  — искомая передаточная функция регулятора э. д. с.

Уравнение (10) указывает на целесообразность компенсации постоянной  $T_{\mu}$  путем соответствующего выбора времени опережения регулятора тока, передаточная функция которого при этом условии запишется:

$$W'(p)_{р.т} = \frac{pT_{э} + 1}{pT_{\tau}}. \quad (11)$$

С учетом (11) передаточная функция (10) приводится к виду:

$$W'(p)_{э.р} = W(p)_{р.э} \frac{K}{(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)pT_{\mu}}. \quad (12)$$

Согласно традиционной методике синтеза регулятора частоты вращения в системе с обратной связью по э. д. с. постоянные времени  $T_1$  и  $T_2$  следовало бы отнести к так называемым некомпенсируемым «малым» постоянным объектам регулирования [2]. Однако в электроприводах рассматриваемого класса постоянная  $T_1$  может достигать относительно больших значений, снижая быстродействие системы регулирования. Так, в рассматриваемом примере значения  $T_1$  и  $T_2$ , рассчитанные по уравнениям (6) и (7), при замене  $T_{э}$  на  $T_{э} = 0,144$  с  $> T_{э.гр}$  составляют:  $T_1 = 0,06$  с;  $T_2 = 0,025$  с.

Быстродействие системы в принципе может быть увеличено путем компенсации постоянной времени  $T_1$ . Для этой цели следовало бы применить пропорционально-интегральный регулятор э. д. с. Однако в связи с тем, что характеристический оператор (12) уже содержит интегрирующее звено, систему нужно одновременно дополнить корректирующей связью вида  $pT + 1$ . Указанным условиям удовлетворяет пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор э. д. с.

Пользуясь методикой, изложенной в [2], и, имея в виду, что в данном случае  $T_{э}$  представляет «малую» некомпенсируемую постоянную времени, передаточную функцию такого регулятора можно записать в виде:

$$W(p)_{р.э} = \frac{(pb_c a_c T_2 + 1)(pT_1 + 1)}{pb_c a_c T_2^2 \frac{K}{T_{\mu}}}, \quad (13)$$

где  $a_c$ ,  $b_c$  — постоянные, характеризующие степень демпфирования эквивалентных контуров двукратно-интегрирующей системы.

Структурная схема замкнутого контура регулирования частоты вращения с передаточными функциями регуляторов тока и э. д. с. согласно уравнениям (11) и (13) и с установлен-

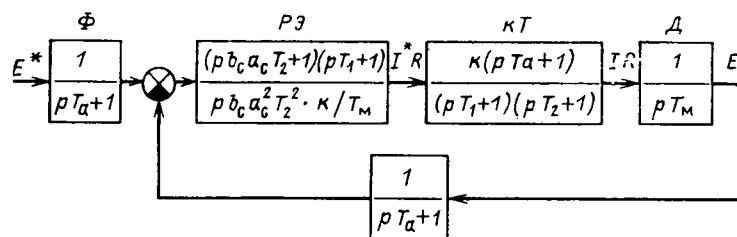


Рис. 4. Структурная схема замкнутого контура регулирования э. д. с. двигателя:  $PЭ$  — регулятор э. д. с.;  $КТ$  — контур тока (замкнутый);  $E_d^*$ ,  $E_d$  — заданное и действительные значения э. д. с. двигателя;  $\Phi$  — фильтр

ным на входе фильтром  $1/pT_a + 1$  [2] представлена на рис. 4. Соответствующая ей передаточная функция описывается уравнением:

$$W(p)_{э.з} = \frac{pb_c a_c T_2 + 1}{pb_c a_c T_2 [pa_c T_2 (pT_2 + 1) + 1] + 1}. \quad (14)$$

При  $a_c = b_c = 2$  приходим к условию так называемого «симметричного оптимума». В этом случае уравнения (13) и (14) принимают вид:

$$W(p)_{р.э} = \frac{(p \cdot 4T_2 + 1)(pT_1 + 1)}{p \cdot 8T_2^2 \frac{K}{T_m}}; \quad (15)$$

$$W(p)_{э.з} = \frac{p \cdot 4T_2 + 1}{p^2 \cdot 8T_2^2 (pT_2 + 1) + p \cdot 4T_2 + 1}. \quad (16)$$

Для рассматриваемой задачи выбор величин  $a_c$ ,  $b_c$  должен производиться с учетом требований к ограничению уровня пульсаций сигнала на входе системы фазового управления тиристорным преобразователем, которые обусловлены пульсациями выпрямленного напряжения, передаваемыми по цепи обратной связи по э. д. с.

**Выводы.** 1. Характеристический оператор передаточной функции замкнутого контура тока системы подчиненного регулирования частоты вращения высокочастотных тиристорных электроприводов с некомпенсированными машинами с учетом действия э. д. с. двигателя с достаточной для практических расчетов степенью приближения аппроксимируется уравнением второго порядка с отрицательными вещественными корнями. При этих условиях замкнутый контур тока представляется последовательно соединенными двумя аperiodическими звеньями и звеном опережения (форсирующим звеном).

2. Полученное выражение передаточной функции замкнутого контура тока с традиционной структурой регулятора (пропорционально-интегральный) непосредственно используется для инженерного синтеза системы подчиненного регулирования частоты вращения с обратной связью по э. д. с. двигателя высокочастотных тиристорных электроприводов. При этом для повышения быстродействия системы с учетом допустимого уровня пульсаций сигнала на входе системы фазового управления тиристорным преобразователем может оказаться целесообразным применение ПИД-регулятора э. д. с.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синтез быстродействующих систем управления вентилями электроприводом/ В. Е. Неймарк, М. Я. Пистрак, О. В. Слежановский, В. Г. Фишбеин. — Электричество, 1967, № 4.
2. Управление вентилями электроприводами постоянного тока/ Е. Д. Лебедев, В. Е. Неймарк, М. Я. Пистрак, О. В. Слежановский. — М.: Энергия, 1970.
3. Решмин Б. И., Ямпольский Д. С. Проектирование и наладка систем подчиненного регулирования электроприводов. — М.: Энергия, 1975.

[07.02.85]

УДК 539.012.1.004.5:621.314.263.001.24

## Расчет параметров электромагнитного преобразователя при неразрушающем контроле механических напряжений в металлах

СТЕБЛЕВ Ю. И., БУРОВ В. Н., ДЕНИСОВ В. А.

В статье рассматриваются вопросы расчета электромагнитного поля в механически напряженных немагнитных металлах и изделиях. При этом рассматривается лишь напряженное состояние, обусловленное одноосным растяжением или одноосным сжатием.

В общем случае металл представляет собой неупорядоченное множество кристаллов, в котором нет какого-либо выделенного направления.

Экспериментальные данные [1—2] показывают, что удельная электрическая проводимость (ЭП) металла в направлении, совпадающем с приложенной механической нагрузкой, и в перпендикулярном направлении будет различна. Так, в [1] экспериментально подтвержден тот факт, что растягивающие усилия ведут к уменьшению продольной (совпадающей с приложенной нагрузкой) ЭП. Кроме того, при одноосном растяжении образца ЭП в направлении, перпендикулярном растягивающим усилиям, увеличивается. В [2] исследуется анизотропия ЭП прессованных изделий из алюминиевых сплавов. Если, например, в направлении усилий прессования прутка, выполненного из алюминиевого сплава, ЭП составляет  $19,5 \cdot 10^6$  см/м, то в поперечном направлении  $\sigma = 20 \cdot 10^6$  см/м.

Таким образом, не вызывает сомнения тот факт, что воздействие механических напряжений на металлический образец приводит к анизотропии удельной ЭП, т. е. в этом случае ЭП является тензорной величиной.

Для проводящего образца, к которому приложена механическая нагрузка  $\vec{P}$ , главные оси тензора ЭП  $\hat{\sigma}$  определяются

направлением силы  $\vec{P}$ , т. е. если вектор напряженности электрического поля  $\vec{E}$  не совпадает с главными осями тензора (с вектором  $\vec{P}$  или вектором, перпендикулярным  $\vec{P}$ ), то плотность тока  $\vec{j}$  не совпадает по направлению с  $\vec{E}$ .

Электромагнитные процессы в анизотропной проводящей среде описываются уравнениями Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H} = \hat{\sigma} \vec{E}; \quad \text{rot } \vec{E} = -\omega \mu_0 \vec{H}, \quad (1)$$

где  $\hat{\sigma}$  — тензор удельной ЭП, удовлетворяющий условиям диагональности.

Используя уравнения (1), получаем:

$$\text{rot } \hat{\sigma}^{-1} \text{rot } \vec{H} = -i\omega \mu_0 \vec{H}. \quad (2)$$

Запишем уравнения (2) для напряженности переменного магнитного поля в анизотропной проводящей среде в декартовых координатах. Для этого найдем обратную матрицу для тензора  $\hat{\sigma}$ :

$$\hat{\sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_z} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Подставив тензор (3) в уравнение (2) и выполнив необходимые преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sigma_z} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\sigma_y} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x \partial z} - \frac{1}{\sigma_z} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} - \\ - \frac{1}{\sigma_y} \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = -i\omega\mu_0 H_x; \\ \frac{1}{\sigma_z} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\sigma_x} \frac{\partial^2 H_z}{\partial y \partial z} - \frac{1}{\sigma_z} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} - \\ - \frac{1}{\sigma_x} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = -i\omega\mu_0 H_y; \\ \frac{1}{\sigma_y} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x \partial z} + \frac{1}{\sigma_y} \frac{\partial^2 H_y}{\partial y \partial z} - \frac{1}{\sigma_y} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} - \\ - \frac{1}{\sigma_x} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = -i\omega\mu_0 H_z. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Система дифференциальных уравнений (4) может иметь различные модификации в зависимости от направления вектора механического воздействия. Возможны следующие варианты:

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } \bar{P} = \{0, 0, P_z\}; \quad \sigma_x \neq \sigma_y = \sigma_z; \\ \text{б) } \bar{P} = \{0, P_y, 0\}; \quad \sigma_y \neq \sigma_x = \sigma_z; \\ \text{в) } \bar{P} = \{P_x, 0, 0\}; \quad \sigma_x \neq \sigma_y = \sigma_z. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В качестве примера рассмотрим случай контроля механических напряжений в металлической полосе с помощью так называемого проходного преобразователя с однородным магнитным полем в зоне контроля (рис. 1). При этом пластина помещается в электромагнитное поле, создаваемое катушками 2 и 3. В обмотке измерительной катушки 4 наводится напряжение (вносимое напряжение), обусловленное полем в проводящей пластине. Возбуждающее переменное магнитное поле внутри катушки 4 (в зоне контроля) достаточно однородно, что обеспечивается соответствующим расположением катушек 2 и 3. Толщина пластины  $2d$ , ширину пластины полагаем достаточно большой, чтобы не учитывать краевые эффекты. Внешнее магнитное поле направлено параллельно оси  $y$ . Поскольку производные  $H$  по переменным  $x$  и  $y$  равны нулю, а также  $H_y \neq 0$ ,  $H_x = H_z = 0$ , то система уравнений (4) значительно упростится:

$$\frac{1}{\sigma_x} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = i\omega\mu_0 H_y. \quad (6)$$

Рассмотрим различные случаи приложения механического воздействия  $\bar{P}$  (5). В случае «а» величина  $\sigma_x$  определяет ЭП материала в направлении, перпендикулярном  $P_z$ . То же самое имеем и в случае «б». Следовательно эти два случая неразличимы в рамках этой простой модели, т. е. при заданной структуре возбуждающего поля. В случае «в» величина  $\sigma_x$  определяет ЭП материала в направлении приложенного усилия  $P_x$ . При численном анализе рассмотрим два случая:

1. Растягивающее или сжимающее напряжение действует по оси  $z$ . При этом  $\sigma_x$  — ЭП в перпендикулярном  $P_z$  направлении.

2. Растягивающее или сжимающее напряжение действует по оси  $x$ . Тогда  $\sigma_x$  — ЭП в направлении усилия  $P_x$ .

Решение уравнения вида (6) для рассматриваемого примера не представляет трудностей. Поэтому сразу запишем нормированные значения напряженности переменного магнитного поля в проводящей пластине (рис. 1) и вносимого напряжения:

$$\frac{H}{H_0} = \frac{\text{ch} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \xi \sqrt{\gamma} (1+i) \right]}{\text{ch} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \xi T \sqrt{\gamma} (1+i) \right]}; \quad (7)$$

$$\frac{U_{\text{вн}}}{U_0} = \frac{\sqrt{2} \text{th} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} T \sqrt{\gamma} (1+i) \right]}{r \sqrt{\gamma} (1+i)}, \quad (8)$$

где  $H_0$  — напряженность возбуждающего магнитного поля;  $U_0$  — величина трансформаторного напряжения, наводимого в измерительной обмотке возбуждающим полем;  $T = d \sqrt{\omega\mu_0\sigma}$ ;  $\sigma_0$  — удель-

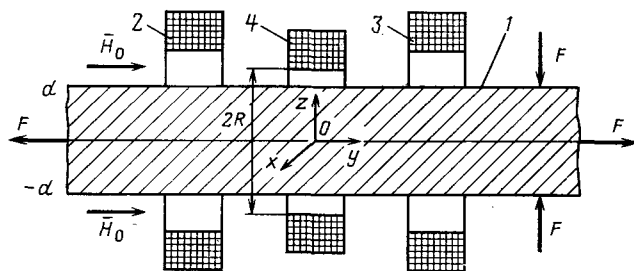


Рис. 1. Контроль напряженного состояния металлической полосы проходным преобразователем: 1 — контролируемый объект; 2 и 3 — токовые катушки; 4 — измерительная катушка



Рис. 2. Зависимость нормированной глубины проникновения магнитного поля в металл от величины механического напряжения: 1 —  $\bar{F} = \{F_x, 0, 0\}$ ; 2 —  $\bar{F} = \{0, 0, F_z\}$

ная ЭП изотропного материала в ненапряженном состоянии;  $\gamma = \sigma_x/\sigma_0$ ;  $\xi = z \sqrt{\omega\mu_0\sigma_0}$ ;  $r = R \sqrt{\omega\mu_0\sigma_0}$ .

Анализ электромагнитных процессов в такой простейшей модели напряженного состояния позволит рассмотреть основные закономерности взаимодействия поля с механически напряженной проводящей средой. Для получения численных результатов и оценок необходимо иметь зависимости компонент тензора ЭП от величины механического напряжения  $F_1$ , приложенного к образцу. Для этой цели воспользуемся экспериментальными данными, полученными в Институте металлургии им. А. А. Байкова для слабомагнитной ( $\mu = 1,01 \pm 1,1$ ) стали 60Х3Г8Н8В, подверженной напряжениям растяжения и сжатия. Причем под продольной ЭП понимается значение  $\sigma$  в направлении, совпадающем с вектором приложенного механического воздействия  $\bar{P}$ , поперечная ЭП — в направлении, перпендикулярном  $\bar{P}$ . Удельная ЭП материала в ненапряженном состоянии  $\sigma_0 = 1,667 \cdot 10^6$  л/(м·Ом). Анализ указанных данных позволяет представить величину  $\sigma$  в виде  $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$ , где  $\sigma_0 = 1,667 \cdot 10^6$  л/(м·Ом). Для продольной  $\sigma$  величина  $\Delta\sigma = \pm \alpha_1 F$ , где  $F$  изменяется от  $-30$  кг/мм<sup>2</sup> до  $+30$  кг/мм<sup>2</sup>;  $\alpha_1 = 1,267 \times 10^3$  — м/(Ом·кг); знак плюс относится к сжатию, знак минус — к растяжению. Для поперечной  $\sigma$  величина  $\Delta\sigma = \pm \alpha_2 F$ , где  $\alpha_2 = 1,6 \cdot 10^3$  м/(Ом·кг); знак минус относится к сжатию, знак плюс — к растяжению.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

- механические напряжения  $F_1$  в образце приводят к анизотропии  $\sigma$ ;
- растягивающие напряжения приводят к уменьшению продольной и увеличению поперечной ЭП;
- сжимающие напряжения приводят к увеличению продольной и уменьшению поперечной ЭП.

При этом относительные изменения  $\Delta\sigma/\sigma_0$  продольной ЭП при одинаковых по абсолютной величине напряжениях растяжения и сжатия приблизительно равны. Аналогичный вывод справедлив и для поперечной ЭП. Величины относительных изменений поперечной ЭП несколько превышают соответствующие изменения продольной ЭП как при растягивающих, так и при сжимающих напряжениях. Например, если напряжение  $F_1 = 30$  кг/мм<sup>2</sup>, то экспериментальное изменение продольной ЭП по данным Института металлургии им. А. А. Байкова составляет 2,3 %, а поперечной — 2,8 %.

Анализ соотношений показывает, что глубина проникнове-



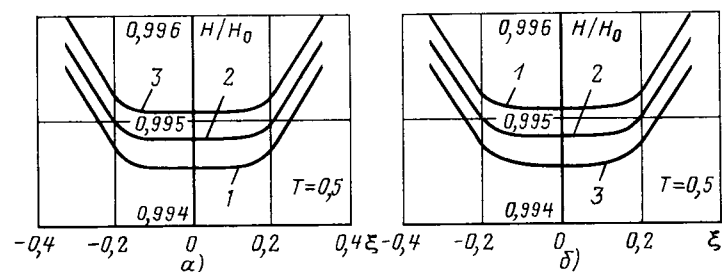


Рис. 3. Распределение напряженности магнитного поля по толщине стального листа при различных значениях механической нагрузки: а —  $\vec{F} = \{F_x, 0, 0\}$ ; б —  $\vec{F} = \{0, 0, F_z\}$ ; 1 —  $F = -30$  кг/мм<sup>2</sup>; 2 —  $F = 0$ ; 3 —  $F = 30$  кг/мм<sup>2</sup>

ния переменного магнитного поля в металл зависит как от величины, так и от ориентации приложенного механического воздействия относительно вектора напряженности магнитного поля. На рис. 2 приведены зависимости нормированной глубины проникновения  $\lambda/\lambda_0$  переменного магнитного поля в металлический образец из стали 60Х3Г8Н8В. При этом возбуждающее магнитное поле направлено параллельно оси  $y$  (рис. 1), кривая 1 соответствует механическому воздействию, приложенному параллельно оси  $x$ , а 2 — оси  $z$ , причем  $\lambda_0$  — глубина проникновения поля в изотропный ( $\vec{P} = 0$ ) проводник.

На рис. 3 показано распределение напряженности переменного магнитного поля по толщине стального листа при различных механических нагрузках: сжимающих и растягивающих напряжениях. Кривые приведены только в диапазоне  $-0,4 \leq \xi \leq 0,4$ , так как при  $|\xi| > 0,4$  функции  $\frac{H}{H_0}(\xi)$  практически сливаются.

Практический интерес представляют амплитудные (рис. 4, а) и фазовые (рис. 4, б) зависимости выходного сигнала преобразователя от величины и характера механического воздействия  $\vec{P}$ . Знак плюс, относящийся к напряжению  $F_1$ , соответствует растяжению, а знак минус — сжатию образца. Тогда  $F_1 = 0$  соответствует изотропному образцу, находящемуся в ненапряженном состоянии. Из рис. 4 видно, что растяжение образца в направлении оси  $x$  (кривая 1) приводит к увеличению амплитуды и уменьшению фазы выходного сигнала преобразователя. Сжатие образца вдоль той же оси приводит к уменьшению амплитуды и увеличению фазы сигнала. Растяжение образца вдоль оси  $z$  (кривая 2) приводит к уменьшению амплитуды и увеличению фазы выходного сигнала преобразователя. Сжатие образца вдоль оси  $z$  увеличивает амплитуду и уменьшает фазу сигнала. При значении безразмерного параметра  $T = 1$  растягивающая нагрузка  $F_1 = 30$  кг/мм<sup>2</sup> вызывает изменение амплитуды сигнала на 0,3—0,4 %, а фазы — на 0,4—0,5°.

Полученные закономерности могут быть использованы для практического определения характера остаточных напряжений. Действительно [3], если с помощью электромагнитного преобразователя измерить значения э. д. с. ( $U_{\text{прод}}$  и  $U_{\text{попер}}$ ), наводимых в измерительной обмотке преобразователя, установленного на контролируемом изделии в направлениях, соответственно совпадающем и перпендикулярном действию остаточных на-

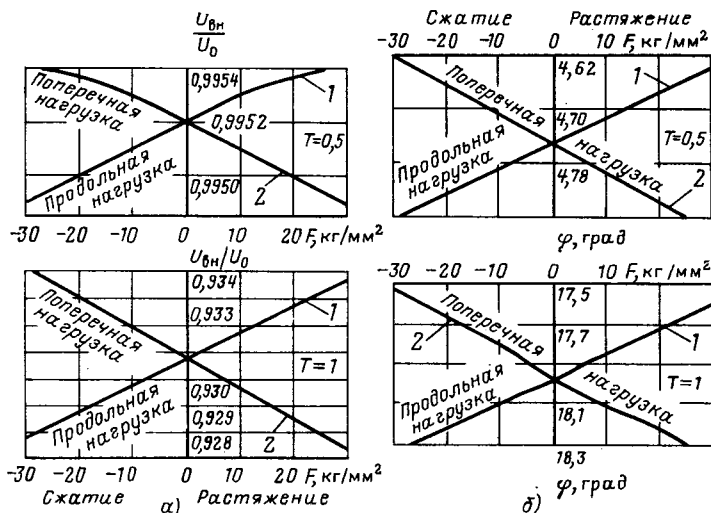


Рис. 4. Выходные сигналы проходного преобразователя при контроле напряженного состояния стальной полосы: а — амплитудные, б — фазовые характеристики; 1 —  $\vec{F} = \{F_x, 0, 0\}$ ; 2 —  $\vec{F} = \{0, 0, F_z\}$

пряжений, то характер остаточных напряжений определится из условия  $U_{\text{прод}}/U_{\text{попер}} > 1$  — растяжение,  $U_{\text{прод}}/U_{\text{попер}} < 1$  — сжатие.

Напряженность возбуждающего электрического поля для рассматриваемого преобразователя (рис. 1) направлена по оси  $x$ . Следовательно кривые 1 и 2 на рис. 4 соответствуют двум вариантам приложения нагрузки: в первом случае вектор воздействия  $\vec{P}$  параллелен, во втором перпендикулярен направлению вектора. Это позволяет провести качественное сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [1], где при одноосном растяжении образца линейный преобразователь ориентировался вдоль и поперек вектора растягивающих усилий, что соответствовало параллельному и перпендикулярному направлениям вектора  $\vec{E}$  относительно вектора  $\vec{P}$ . В первом случае растяжение образца вызывало увеличение сигнала преобразователя, а во втором — уменьшение. Аналогичное изменение амплитуды сигнала имеет место и в нашем случае (рис. 4) при растяжении образца. Таким образом, полученные результаты согласуются с известными экспериментальными данными.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гораздовский Т. Я., Татарников В. М. Индуктивное измерение реологических напряжений в неферромагнитных металлах. — Дефектоскопия, 1973, № 5.
- Наумов Н. М., Микляев П. Г. Резистометрический неразрушающий контроль деформируемых алюминиевых сплавов. — М.: Металлургия, 1974.
- А. с. 949486 (СССР). Способ контроля остаточных напряжений в немагнитных металлических изделиях/ Ю. И. Стеблев, Н. М. Шехмаметьева, В. А. Денисов. Опубл. в Б. И. 1982, № 29.

[26.06.84]

УДК 537.21:621.319.7

## Нахождение функции Грина для области, ограниченной параллельными плоскими поверхностями

РОМАНОВ В. П., УСИКОВ В. Д.

Москва

Применение классической схемы построения системы фиктивных источников поля [1] при нахождении функции Грина для уравнения Лапласа в области, ограниченной параллельными плоскими поверхностями, приводит к выражению для интеграла от нормальной производной функции Грина по граничной плоскости в виде несходящегося ряда. Этот интеграл, например в случае электростатической задачи, представляет полный инду-

цированный заряд, который, следовательно, не может быть найден с помощью классического метода изображений, что отмечалось в [2 и 3].

В связи с этим до настоящего времени рассматриваемая задача решалась в рамках метода изображений только путем предельных переходов от решений, получаемых для области, заключенной между двумя сферами или лежащей между плоскостями

двугранного угла при устремлении кривизны сфер и величины угла к нулю [2 и 3]. В настоящей статье показывается, как данная задача может быть решена в рамках метода изображений без использования предельных переходов.

Выберем систему цилиндрических координат, центр которой совмещен с единичным точечным зарядом (см. рисунок). Пусть пластины конденсатора в этой системе имеют координаты  $z = -a$  и  $z = b$ . Заметим, что если систему фиктивных зарядов, обеспечивающих равенство нулю потенциала в плоскостях  $z = -a$ ,  $z = b$  построить методом зеркального отображения единичного заряда и его изображений относительно упомянутых плоскостей, как это делалось в [2 и 3], то заряд, индуцированный на каждой из поверхностей, будет неопределенной величиной, поскольку он равен суммарному заряду фиктивных источников, представляющих бесконечный ряд зарядов с чередующимся знаком. При формальном интегрировании плотности индуцированного заряда по поверхности граничной плоскости будет получаться нуль или минус единица в зависимости от числа актов отображения [3]. Таким образом, результат, получаемый при построении системы фиктивных источников традиционным способом, противоречит физическому смыслу.

Построим систему фиктивных зарядов по следующей схеме. Расположим в точках  $z = -2a$  и  $z = 2b$  соответственно заряд  $-\alpha$  и  $-\beta = -(1-\alpha)$ , где  $-\alpha$  и  $-\beta$  — искомые значения зарядов, индуцированных соответственно на поверхности  $z = -a$  и  $z = b$ . В полученной системе условие эквипотенциальности плоскости  $z = -a$  нарушается действием поля диполя  $[-\beta, 2b]$ , образованного зарядом  $-\beta$  и зарядом  $\beta$ , являющимся частью единичного заряда. Эквипотенциальность плоскости  $z = b$  при этом нарушается присутствием диполя  $[-\alpha, 2a]$ . Для того чтобы повысить степень эквипотенциальности граничных поверхностей, отразим диполь  $[-\beta, 2b]$  относительно поверхности  $z = -a$ , а диполь  $[-\alpha, 2a]$  относительно плоскости  $z = b$ . После этого шага, как видно из рис. 1, в, диполи, нарушающие эквипотенциальность плоскостей обкладок удалились от поверхностей. Повторяя процедуру отражения можно удалить нарушающие эквипотенциальность диполи на сколь угодно большое расстояние, сделав их возмущающее влияние сколь угодно малым. Потенциал, создаваемый единичным зарядом вместе с фиктивными зарядами, имеющий смысл функции Грина может быть представлен в виде

$$G(r, z) = -\frac{\alpha}{\sqrt{(2a+z)^2 + r^2}} - \frac{\beta}{\sqrt{(2b+z)^2 + r^2}} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + r^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ -\frac{\alpha}{\sqrt{[2n(a+b)+2a+z]^2 + r^2}} - \frac{\alpha}{\sqrt{[2n(a+b)-2a-z]^2 + r^2}} + \frac{\alpha}{\sqrt{[2n(a+b)+z]^2 + r^2}} - \frac{\beta}{\sqrt{[2n(a+b)-z]^2 + r^2}} - \frac{\beta}{\sqrt{[2n(a+b)+2b-z]^2 + r^2}} + \frac{\beta}{\sqrt{[2n(a+b)-z]^2 + r^2}} \right\}$$

УДК 621.3.018.3

## Определение первой гармоники несинусоидального заряда сегнетоконденсатора на инфранизких частотах

БРОННИКОВ А. Н., ПЕТРОВ В. М., ПОЛЯКОВ Б. Г.

ВНИИ реактивэлектрон

Для ряда научных исследований и практического использования сегнетоэлектриков требуется определение их свойств и проведение различных расчетов в области инфранизких частот, к которым условно можно отнести частоты  $10^{-1}$ — $10^{-5}$  Гц. Для решения этих вопросов, в первую очередь, необходимо знание первой гармоники заряда (тока). Выпускаемые в настоящее время для таких целей анализаторы гармоник, селективные вольтметры не применимы на столь низких частотах и первые гармоники заряда возможно определить лишь применяя относительно громоздкий графоаналитический метод разложения функций в

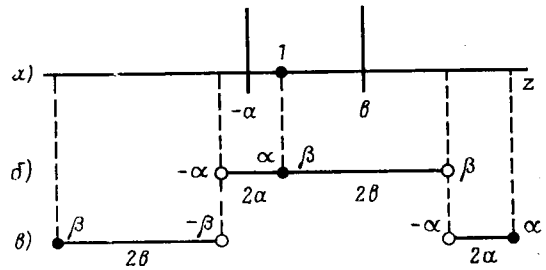


Схема построения фиктивных источников: а — рассматриваемая система; б и в — первый и второй шаги при построении системы фиктивных источников

$$+ \frac{\beta}{\sqrt{[2n(a+b)+z]^2 + r^2}} \Bigg\}.$$

Величины  $\alpha$  и  $\beta = (1-\alpha)$  найдем из условия эквипотенциальности граничных поверхностей  $G(r, -a) = G(r, b)$ , которое дает  $\alpha = b/(a+b)$  и  $\beta = a/(a+b)$ . Легко убедиться в том, что при данном методе нахождения изображений, интегралы от нормальной производной функции Грина по соответствующим поверхностям не расходятся и дают правильные соотношения:

$$-\frac{1}{2} \int \frac{\partial G(r, z)}{\partial z} \Big|_{z=-a} r dr = -\frac{b}{a+b} = -\alpha;$$

$$\frac{1}{2} \int \frac{\partial G(r, z)}{\partial z} \Big|_{z=b} r dr = -\frac{a}{a+b} = -\beta,$$

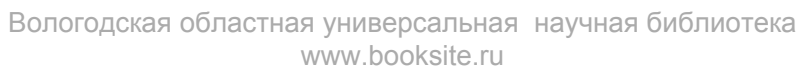
что совпадает с результатом, полученным другими методами, например в [2 и 3].

Таким образом, построение системы фиктивных источников способом, основанным на отображении не отдельных зарядов, а диполей, позволяет найти функцию Грина, которая может быть использована для нахождения индуцированного заряда. Полученное выражение для функции Грина может быть использовано для решения различных задач Дирихле электро- и магнитостатики с плоской геометрией граничных поверхностей, например для расчета индуцированных зарядов в слоистых системах с разными диэлектрическими проницаемостями, где неприменим классический метод изображений [4], и для решения магнито-статической задачи о проводнике с током, помещенным между проводящими средами с плоской границей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Р., Лифшиц Р. М. Электродинамика сплошных сред. — М., ГИФМЛ, 1959, с. 22.
2. Dick B. G. Point charge capacitance problem. — Am. J. Phys., 1973, № 9, vol. 41, p. 1289—1291.
3. Zahn M. Problem of a point charge between two parallel conducting planes. — Am. J. Phys., 1976, № 8, vol. 44.
4. Глыбин В. И. Расчет потенциала сил изображения для контакта содержащего диэлектрическую прослойку. — УФЖ, 1971, т. 16, № 8, с. 1383—1384.

[22.02.85]



Цель данной работы состояла в том, чтобы на основе планирования эксперимента получить зависимости времени дуги на контактах реле от совокупности всех этих факторов в реальных, достаточно широких пределах их изменения. По таким зависимостям можно прогнозировать износ контактов от действия дуги [6], определяя при этом изменение тока дуги во времени [3].

Для получения уравнения регрессии был проведен планированный эксперимент на модернизированной установке типа ASTM [7].

Вид планирования выбирался исходя из принципа получения адекватной математической модели исследуемого объекта при минимуме экспериментов. Предпочтение было отдано ортогональному центральному композиционному планированию (ОЦКП) второго порядка. Применение ротatableного центрального композиционного планирования (РЦКП) привело бы к уменьшению шага варьирования тока и удалению верхнего и нижнего уровней варьирования этого фактора от границ диапазона изменения отключаемого тока  $I = 1 \div 10$  А, так как звездное плечо РЦКП оказалось бы равным  $\alpha = 1,682$  (при ОЦКП оно равно  $\alpha = 1,215$ ), а диапазон изменения отключаемого тока ограничен снизу минимальным током дугообразования (для серебра — 0,4 А). Разбиение интервала варьирования тока на два интервала привело бы к увеличению в два раза количество необходимых экспериментов  $N_3$ . Так как при трехкратном РЦКП для каждого интервала варьирования факторов  $N = 20$  (при ОЦКП  $N = 15$ ), то общее количество экспериментов возросло бы более чем в 2,5 раза.

Для проведения планированного эксперимента были выбраны следующие диапазоны варьирования определяющих факторов: отключаемый постоянный ток —  $(2 \div 9)$  А, напряжение сети —  $(20 \div 30)$  В, постоянная времени отключаемой цепи —  $(0,46 \div 9,6) \cdot 10^{-3}$  с, скорость расхождения контактов —  $(0,1 \div 0,5)$  м/с, в качестве материала контактов было выбрано серебро. Проведено ОЦКП второго порядка [8] для трех варьируемых факторов (ток  $I$ , напряжение  $U$ , скорость расхождения контактов  $v_p$ ) при фиксированных значениях электромагнитной постоянной времени цепи  $\tau$  ( $\tau_1 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с и  $\tau_2 = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с), которая не была включена в число варьируемых факторов рассматриваемого факторного пространства по следующей причине. Изменение времени дуги  $t_d$  при варьировании  $\tau$  в заданном диапазоне  $(0,46 \div 9,6) \cdot 10^{-3}$  с значительно превосходит изменение  $t_d$  при варьировании любого из выбранных факторов  $I$ ,  $U$ ,  $v_p$  в указанных диапазонах. Таким образом, если включить  $\tau$  в число варьируемых факторов, то оценки дисперсий  $s_j^2$  точек факторного пространства, где проводится эксперимент, оказываются неоднородными.

Для трех факторов  $I$ ,  $U$ ,  $v_p$  была составлена матрица планирования. Факторы варьировались на пяти уровнях:  $-1$ ,  $0$ ,  $+1$ ,  $-\alpha$ ,  $+\alpha$ . В таблице приведены уровни варьирования факторов и соответствующие им значения отключаемых токов, напряжений и скорости расхождения контактов. Реализованы 15 сочетаний определяющих факторов, каждое — по 3 раза.

Результаты экспериментальных исследований обработаны с помощью математического аппарата, изложенного в [9]. Рассчитаны несмещенные оценки дисперсий, их суммы и определены максимальные значения этих оценок. Проведена проверка воспроизводимости по критерию Кохрена. Для  $\tau_1 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с вычисленное значение  $G_{\max} = 0,316$ . При уровне значимости 5 % [9]  $G_{кр} = 0,3346$ , т. е.

$$G_{\max} < G_{кр}. \quad (1)$$

Это означает, что гипотеза об однородности дисперсий принимается. При этом всю группу дисперсий можно считать оценкой  $s^2$  для одной и той же генеральной дисперсии воспроизводимости. При  $\tau_1 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с  $s_1^2 = 0,028 \cdot 10^{-6}$  с<sup>2</sup>. Условие (1) было выполнено и для  $\tau_2 = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с, при этом  $s_2^2 = 0,113 \cdot 10^{-6}$  с<sup>2</sup>.

Уравнение регрессии для трехфакторной квадратичной модели выглядит следующим образом:

$$t_d = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} X_i^2, \quad (2)$$

где  $b_0$ ,  $b_i$ ,  $b_{ij}$ ,  $b_{ii}$  — коэффициенты;  $X_i$ ,  $X_j$  — преобразованные безразмерные величины тока, напряжения и скорости расхождения контактов;  $n$  — число факторов.

$$X_1 = \frac{I - I_B}{\Delta I}; \quad X_2 = \frac{U - U_B}{\Delta U}; \quad X_3 = \frac{v_p - v_{pB}}{\Delta v_p},$$

Факторы	Уровень фактора				
	+1	-1	0	$-\alpha$	$+\alpha$
$I$ , А	9	2	5,5	1	10
$U$ , В	30	20	25	19	31
$v_p$ , м/с	0,5	0,1	0,3	0,04	0,54

где  $I_B = 5,5$  А,  $U_B = 25$  В,  $v_{pB} = 0,3$  м/с — базовые значения тока, напряжения и скорости;  $\Delta I = 3,5$  А,  $\Delta U = 5$  В,  $\Delta v_p = 0,2$  м/с — шаги варьирования.

Были рассчитаны коэффициенты уравнения регрессии (2) и проверена их значимость по  $t$  — критерию Стьюдента. Проверки показали, что коэффициенты при квадратичных членах при  $\tau_1 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с незначимы, следовательно, уравнение (2) в этом случае будет неполным квадратичным:

$$t_d = b_0(\tau_1) + \sum_{i=1}^n b_i(\tau_1) X_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij}(\tau_1) X_i X_j, \quad (3)$$

При  $\tau_2 = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с коэффициенты при квадратичных членах  $X_1^2$ ,  $X_3^2$  значимы, а при  $X_2^2$  — нет. Уравнение (2) в этом случае будет выглядеть так:

$$t_d = b_0(\tau_2) + \sum_{i=1}^n b_i(\tau_2) X_i + \sum_{i,j=1}^n b_{ij}(\tau_2) X_i X_j + b_{11}(\tau_2) X_1^2 + b_{33}(\tau_2) X_3^2, \quad (4)$$

В рассмотренных диапазонах изменения тока, напряжения, электромагнитной постоянной времени цепи и скорости расхождения контактов при увеличении  $\tau$  коэффициенты уравнения (2) увеличиваются, причем уравнение из неполного квадратичного (3) становится квадратичным (4).

Экспериментальное исследование влияния электромагнитной постоянной времени цепи  $\tau$  на время дуги  $t_d$  показало, что  $t_d$  зависит от  $\tau$  линейно. Этот же результат отмечен в [1, 3]. Поэтому для получения общего уравнения зависимости  $t_d$  от четырех факторов (тока, напряжения, скорости расхождения контактов и электромагнитной постоянной времени цепи) представим соответствующие коэффициенты уравнений (3) и (4) как линейную функцию  $\tau$ :

$$b_m(\tau) = A + K\tau. \quad (5)$$

Тогда, зная соответствующие значения  $b_m(\tau_1)$  и  $b_m(\tau_2)$ , из (5) составим систему двух уравнений для определения соответствующих коэффициентов  $A$  и  $K$ :

$$\begin{cases} b_m(\tau_1) = A + K\tau_1; \\ b_m(\tau_2) = A + K\tau_2. \end{cases}$$

Решая ее, найдем:

$$K = \frac{b_m(\tau_2) - b_m(\tau_1)}{\tau_2 - \tau_1};$$

$$A = b_m(\tau_2) - K\tau_2.$$

Значение  $\tau$ , при котором следует переходить от неполного квадратичного уравнения к квадратичному, можно определить из условия

$$t = \frac{|b_{ii}(\tau)|}{s\{b_{ii}\}} > t_{кр}, \quad (6)$$

где  $b_{ii}(\tau)$  — зависимость соответствующего коэффициента от  $\tau$ ;  $t_{кр}$  — значение критерия Стьюдента;  $s\{b_{ii}\}$  — дисперсия ошибки определения коэффициентов.

Отметим, что при  $\tau_1 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с  $s\{b_{ii}\} = 0,046 \cdot 10^{-3}$  с, а при  $\tau_2 = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с  $s\{b_{ii}\} = 0,093 \cdot 10^{-3}$  с. Предполагая линейную зависимость  $s(\tau)$ , получим:

$$s\{b_{ii}\} = C + D\tau. \quad (7)$$

Решая (6) относительно  $\tau$  с учетом (5) и (7), получим условие перехода неполной квадратичной модели в квадратичную:

$$\tau \geq \frac{A - Ct_{кр}}{Dt_{кр} - K}, \quad (8)$$

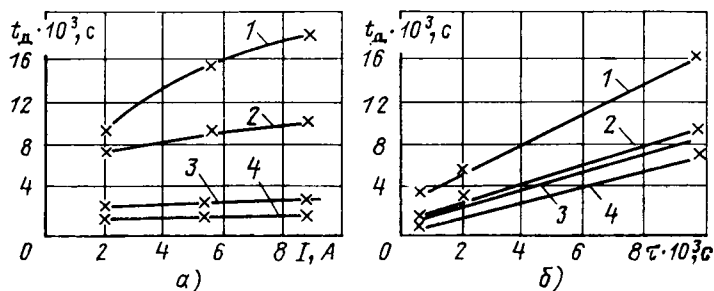


Рис. 1. Зависимости времени дуги  $t_d$  от тока  $I$  и постоянной времени  $\tau$ :

а)  $t_d = f(I)$ ,  $v_p = 0,1$  м/с: 1 —  $U = 30$  В,  $\tau = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с; 2 —  $U = 20$  В,  $\tau = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с; 3 —  $U = 30$  В,  $\tau = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с; 4 —  $U = 20$  В,  $\tau = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с;  $\times$  — эксперимент;  
 б)  $t_d = f(\tau)$ ,  $v_p = 0,1$  м/с: 1 —  $U = 30$  В,  $I = 9$  А; 2 —  $U = 30$  В,  $I = 2$  А; 3 —  $U = 20$  В,  $I = 9$  А; 4 —  $U = 20$  В,  $I = 2$  А;  $\times$  — эксперимент

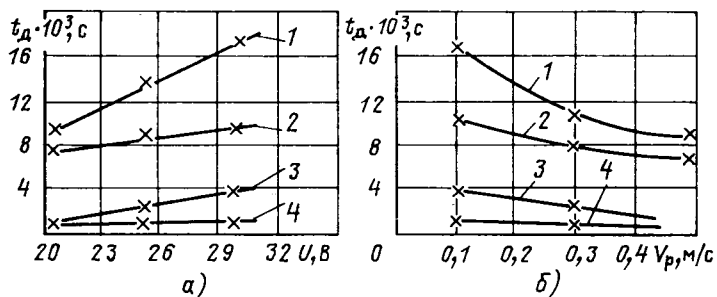


Рис. 2. Зависимости времени дуги от напряжения  $U$  и скорости расхождения контактов  $v_p$ :

а)  $t_d = f(U)$ ,  $v_p = 0,1$  м/с: 1 —  $I = 9$  А,  $\tau = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с; 2 —  $I = 2$  А,  $\tau = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с; 3 —  $I = 9$  А,  $\tau = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с; 4 —  $I = 2$  А,  $\tau = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с;  $\times$  — эксперимент;  
 б)  $t_d = f(v_p)$ ,  $U = 30$  В: 1 —  $I = 9$  А,  $\tau = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с; 2 —  $I = 2$  А,  $\tau = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с; 3 —  $I = 9$  А,  $\tau = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с; 4 —  $I = 2$  А,  $\tau = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с;  $\times$  — эксперимент

где  $C$  и  $D$  определяются аналогично  $A$  и  $K$ . В данном случае  $\tau \geq 1,5 \cdot 10^{-3}$  с.

Для проверки допущения линейной аппроксимации  $b_m(\tau)$  и  $s\{b_{ii}\} = f(\tau)$  было проведено ОЦКП при  $\tau_3 = 2 \cdot 10^{-3}$  с. Сравнение полученных коэффициентов  $b_m$  с коэффициентами  $b_m(\tau)$ , рассчитанными по формуле (5) при  $\tau = \tau_3$ , показало, что максимальное относительное отклонение результатов расчета не превысило 1,8 %. Заметим, что минимальная относительная ошибка определения коэффициентов  $b_m$  с учетом их дисперсий составила 3,6 %. Проверка значимости коэффициентов  $b_{ii}$  показала, что  $b_{11}$  и  $b_{22}$  значимы, что соответствует условию (8), которое получено при допущении линейной аппроксимации (7).

На рис. 1 и 2 приведены рассчитанные по (3) и (4) зависимости  $t_d$  от определяющих факторов и нанесены экспериментальные значения  $t_d$ . Получено достаточно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных.

Проведенные в соответствии с теорией планирования эксперимента исследования показали, что в указанном диапазоне варьирования факторов для получения воспроизводимых результатов в точках факторного пространства необходимо проводить планирование для трех факторов (тока, напряжения и скорости расхождения контактов) при фиксированных значениях  $\tau$ . Для получения общего уравнения зависимости времени дуги от четырех факторов можно использовать линейную аппроксимацию соответствующих коэффициентов уравнений регрессии.

Для малых значений  $\tau$  ( $\tau_1 = 0,46 \cdot 10^{-3}$  с) уравнение регрессии — неполное квадратичное, для больших ( $\tau_2 = 9,6 \cdot 10^{-3}$  с) — квадратичное. Это позволяет предположить, что при испытании контактов из другого материала для малых  $\tau$  достаточно провести планирование первого порядка, для больших  $\tau$  следует переходить к планированию второго порядка. Это предположение подтвердилось при испытании контактов из золота и сплава платина — иридий.

Таким образом, на основе трехфакторного планированного эксперимента получены зависимости времени дуги на контактах реле постоянного тока от основных параметров, определяющих процесс отключения постоянного тока — отключаемого тока, напряжения сети электромагнитной постоянной времени цепи и скорости расхождения контактов. Эти зависимости позволяют выбирать параметры и оценивать интегральные характеристики контактных систем реле, в том числе электрический износ контактов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугаев Г. А., Омеленко Ю. Д. Зависимость коммутационной способности контактов реле от индуктивности нагрузки. — ЭП. Аппар. низк. напр., 1980, № 2.
2. Takagi T., Inon H. Distribution of arc duration and material wear due to arc of Ag. Cu and Pd contact. — Proc. of the 9 Intern. Conference of Electrical Contact of Phenomena and 24 Annual Holm Conference on Electrical Contacts, 1978, p. 69–74.
3. Сотсков Б. С. Вопросы расчета контактов реле. — В кн.: Электрические контакты. — М — Л.: Госэнергоиздат, 1956.
4. Кузнецов Р. С., Земсков П. М., Дьячкова В. А. Гашение критических значений постоянного тока. — В кн.: Электрические контакты. — М. — Л.: Энергия, 1964.
5. Намитов К. К. Электроэрозионные явления. — М.: Энергия, 1978.
6. Способ оценки эрозии контактов в коммутационной аппаратуре/ А. И. Стручков, Г. И. Гончаренко, Б. Г. Кахан и др. — Электротехника, 1983, № 4.
7. Рагулин И. А. Методика исследования процессов на контактах реле при коммутации постоянного тока. — В кн.: Тез. докл. V Московской гор. конф. молодых ученых и специалистов по повышению надежности, экономичности и мощности энергетического, электротехнического и радиоэлектронного оборудования. — М.: МЭИ, 1983, т. 1.
8. Мойсюк Б. М. Элементы теории оптимального эксперимента. — М.: МЭИ, 1976.
9. Круг Г. К. Теоретические основы планирования экспериментальных исследований. — М.: МЭИ, 1973.

[16.01.85]

# Метод определения «кривых жизни» монолитной полимерной изоляции

ГЕФЛЕ О. С., УШАКОВ В. Я.

НИИ высоких напряжений при Томском политехническом институте

Ответственным этапом расчета изоляции высоковольтных конструкций является выбор рабочей напряженности поля  $E_{\text{раб}}$ . Для выбора  $E_{\text{раб}}$  необходимо знать электрическую прочность изоляции при длительном приложении напряжения  $E_{\infty}$ , которая определяется по «кривым жизни». Нахождение «кривых жизни» связано с продолжительными испытаниями на электрический пробой большого количества образцов изоляционного материала. В этой связи представляется актуальной разработка менее трудоемкой методики нахождения «кривых жизни».

Исходными посылками для разработки такой методики послужили новые данные о механизме и закономерностях электрического старения монолитной полимерной изоляции, полученные благодаря применению высокочувствительных методов диагностики состояния полимеров при воздействии на них электрического поля [1, 2]. В частности, было установлено, что конфигурация и напряженность электрического поля в материале не влияют на фундаментальные процессы старения в «инкубационной» (додендритной) стадии, а отражаются лишь на темпах старения. Вследствие концентрации поля вблизи электрода с малым радиусом закругления скорость электрического старения в этой локальной области оказывается чрезвычайно высокой, что может быть использовано для ускоренного определения закономерностей старения и, в частности, для получения «кривых жизни».

Суть метода заключается в том, что результаты измерения и расчета характеристик дендритообразования в локальном объеме материала экстраполируются на большие объемы материала и однородное поле, и по ним определяются параметры, необходимые для нахождения «кривых жизни». В частности, определяются предельные значения электрической прочности и времени до пробоя, соответствующие кратковременной и длительной электрической прочности изоляции в однородном поле, по которым затем находится коэффициент наклона «кривой жизни» и производится ее расчет.

Известно, что зарождение и развитие дендрита в полимерах в резконеоднородном поле имеет дискретный во времени характер. «Инкубационный» период завершается скачкообразным прорастанием дендрита до той точки в пространстве, где напряженность поля оказывается недостаточной для его дальнейшего развития. Для очередного «скачка» необходимо время, в течение которого происходит деградация материала и восстановление напряженности поля до некоторой критической величины.

В системе электродов стержень — плоскость напряженность электростатического поля вдоль оси стержневого электрода, имеющего форму гиперболоида вращения, можно определить по формуле [3]:

$$E(y) = - \frac{U(r+d)}{[(r+d)^2 - y^2] \operatorname{Arth} d/(r+d)}, \quad (1)$$

где  $U$  — разность потенциалов;  $r$  — радиус закругления острия;  $d$  — межэлектродное расстояние;  $y$  — текущая координата (отсчитывается от плоскости).

При условии  $r/d \ll 1$  и вблизи от стержня, т. е. при  $\Delta y \ll d$

$$E(y) = \frac{r}{r + 2\Delta y} |E_M|, \quad (2)$$

где  $|E_M| \approx \frac{2U}{r \ln 4d/r}$  — максимальная напряженность поля;

$\Delta y$  — отсчитывается от поверхности гиперболоида.

Тогда напряженность поля в точке, в которой прекращается развитие дендрита, можно определить, если в (2) вместо  $\Delta y$  подставлять длину дендрита  $l$  после первого «скачка», т. е.

$$E_l \approx \frac{r}{r + 2l} |E_M|. \quad (3)$$

Средняя напряженность поля, достаточная для пробоя локального участка (на длине дендрита), может быть вычислена по формуле

$$E_{\text{ср} l} \approx \frac{\int_0^l E_l dl}{l} = \frac{|E_M| r}{2l} \ln \frac{2l+r}{r}, \quad (4)$$

а коэффициент неоднородности поля на локальном участке

$$k_l = \frac{|E_M|}{E_{\text{ср} l}} = \frac{2l}{r \ln(2l/r + 1)}. \quad (5)$$

Из анализа (3), (4) и (5) следует, что при  $l \rightarrow 0$ ,  $E_l \rightarrow E_M$ ,  $E_{\text{ср} l} \rightarrow E_M$  и  $k_l \rightarrow 1$  можно получить значения предельных напряженностей поля, соответствующих длительной  $E_{\infty}$  и кратковременной  $E_{\text{кр}}$  электрической прочности диэлектрика в однородном поле.

Для проверки этой посылки проведены испытания образцов из полиэтилена высокого давления (ПЭ) и полипропилена (ПП) в электродной системе стержень — плоскость при воздействии напряжения переменного тока и импульсного напряжения амплитудой  $U = 15 \div 25$  кВ при межэлектродных расстояниях  $d = 2,5 \div 20$  мм и радиусах закругления вершины стержневого электрода  $r = 5 \div 20$  мкм. Испытывались не менее 20 образцов каждого материала для каждого вида воздействий. Зарождение дендрита регистрировалось с помощью тепловизора АГА-680 по появлению локального перепада температуры на поверхности образца [4]. При этом фиксировалось время до зарождения дендрита либо число импульсов. Длина дендрита определялась на срезе образца в проходящем свете с помощью микроскопа с точностью  $\pm 1$  мкм. Расчет напряженностей и коэффициента неоднородности поля производился по формулам (3), (4) и (5) при амплитудном значении напряжения.

Анализ результатов определения  $l$  при различных условиях испытаний образцов из ПЭ и ПП показал, что длина дендритов пропорциональна разности потенциалов на локальном участке изоляции, так как она является функцией не только максимальной напряженности поля, но и скорости убывания потенциала вблизи стержневого электрода, которая в свою очередь зависит от  $U$ ,  $r$  и  $d$ .

Для оценки взаимосвязи между длиной дендритов и параметрами  $E_l$ ,  $E_{\text{ср} l}$ ,  $k_l$  были рассчитаны коэффициенты корреляции, уровень значимости которых определяется по критерию Стьюдента при доверительной вероятности  $P = 0,95$ . Результаты расчета показали, что независимо от условий испытания образцов между указанными параметрами существует линейная корреляционная связь. Таким образом, зависимости между длиной дендритов, определенной после их первого «скачка», и расчетными параметрами  $E_l$ ,  $E_{\text{ср} l}$  и  $k_l$  можно аппроксимировать линейными функциями. Это показано на рис. 1, где приведены графики, каждая точка которых является результатом измерения и расчета параметров для отдельного образца. При экстраполяции

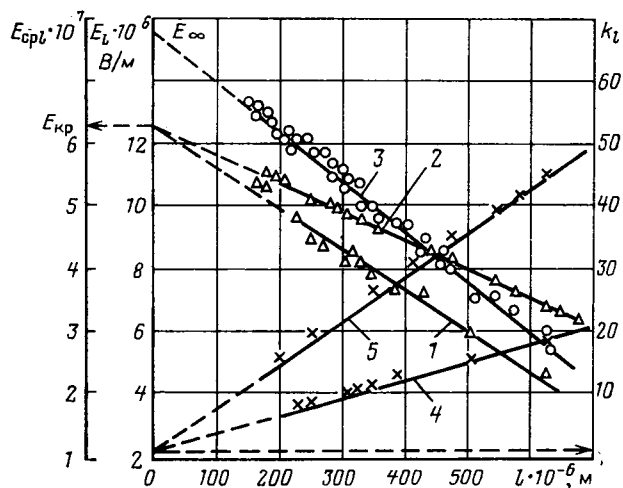


Рис. 1. Зависимости  $E_l$ ,  $E_{\text{ср} l}$  и  $k_l$  от длины дендритов для образцов из полиэтилена при воздействии напряжения переменного тока амплитудой  $U = 20 \div 25$  кВ;  $d = 7,7 \div 18$  мм; 1, 2 —  $E_{\text{ср} l}$  при  $r = 15$  и 5 мкм соответственно; 3 —  $E_l$  при  $r = 5 \div 15$  мкм; 4, 5 —  $k_l$  при  $r = 15$  и 5 мкм соответственно

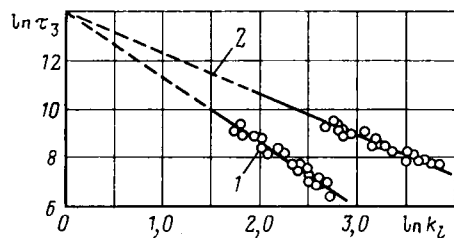


Рис. 2. Зависимость  $\ln \tau_3 = f(\ln k_l)$  при воздействии напряжения переменного тока для образцов из полиэтилена: 1, 2 — при  $r=15$  и  $5$  мкм соответственно

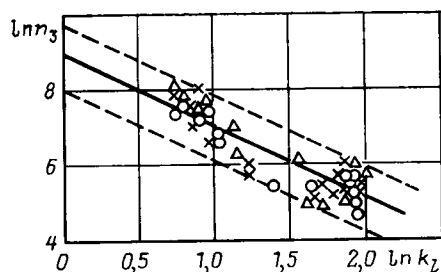


Рис. 3. Зависимость  $\ln n_3 = f(\ln k_l)$  при воздействии импульсного напряжения для образцов из полиэтилена:  $U=15 \div 25$  кВ;  $d=2,5 \div 6$  мм;  $r=20$  мкм. Форма импульса — колебательная, полярность — любая, частота следования:  $\bigcirc$  —  $2 \text{ с}^{-1}$ ,  $\times$  —  $10 \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta$  —  $50 \text{ с}^{-1}$

графиков зависимостей  $k_l=0, E_l \rightarrow E_\infty$ , а графики зависимостей  $E_{ср l}$  и  $k_l$  для разных радиусов закругления острия сходятся в одну точку, т. е.  $E_{ср l} \rightarrow E_{кр}$ , а  $k_l \rightarrow 1$ .

Аналогичным способом получены значения  $E_\infty$  и  $E_{кр}$  для образцов из ПП и ПЭ при напряжении переменного тока и импульсном напряжении. Результаты определения параметров по предлагаемой методике, а также экспериментальные значения кратковременной  $E_{кр}$  и длительной  $E_\infty$  прочности изоляции в однородном поле (из литературных источников) приведены в табл. 1. Для переменного напряжения указаны значения  $E_{кр}$  и  $E_\infty$ , приведенные к действующему значению напряжения. Сравнение значений  $E_{кр}$  и  $E_\infty$ , приведенных в табл. 1, показывает, что предлагаемый метод обеспечивает хорошее совпадение со средними значениями параметров, определенными по результатам длительных испытаний диэлектриков на пробой в однородном поле как при воздействии напряжения переменного тока, так и импульсного напряжения.

Зависимость между электрической прочностью изоляции и временем до пробоя в двойных логарифмических координатах выражается прямой линией. Для нахождения «кривой жизни» необходимо знать коэффициент наклона этой прямой  $\alpha$ . Поскольку значения  $E_{кр}$  и  $E_\infty$ , определенные из результатов испытаний материалов в резконеоднородном поле, совпадают со значениями кратковременной и длительной прочности в однородном поле, для определения коэффициента  $\alpha$  необходимо знать соответствующие значения времени до пробоя. Тогда коэффициент  $\alpha$  можно определить по формуле

$$\alpha = \frac{\ln E_{кр} - \ln E_\infty}{\ln \tau_\infty - \ln \tau_{кр}}, \quad (6)$$

где  $\tau_\infty$  — время до пробоя изоляции при длительном приложении напряжения, с;  $\tau_{кр}$  — время до пробоя изоляции при кратковременном воздействии напряжения; обычно его принимают равным 10 с, руководствуясь ГОСТ 64333—71.

Время или число импульсов до пробоя при длительном воздействии напряжения переменного тока или импульсного напряжения можно определить экстраполяцией зависимости  $\ln \tau_3 = f(\ln k_l)$  (рис. 2) либо  $\ln n_3 = f(\ln k_l)$  (рис. 3) к  $\ln k_l = 0$ , где  $\tau_3$  (в секундах) и  $n_3$  — время и число импульсов до зарождения дендрита. (Линейный характер зависимостей  $\tau_3 = f(k_l)$  и  $n_3 = f(k_l)$  в двойных логарифмических координатах не противоречит современным представлениям о закономерностях разрушения диэлектриков в резконеоднородном электрическом поле.) Полу-

Таблица 1

Вид напряжения	Материал	Резконеоднородное поле		Однородное поле	
		$E_{кр} \cdot 10^7$ , В/м	$E_\infty \cdot 10^7$ , В/м	$E_{кр} \cdot 10^7$ , В/м	$E_\infty \cdot 10^7$ , В/м
Переменное	ПЭ	4,46	1,1	4÷6 [5]	0,98 [6]
	ПП	4,95	1,6	3,5 [5]	1,84 [7]
Импульс колебательный, положительная полярность	ПЭ	10,6	5,5	10,6	5,7 [8]
Импульс колебательный, отрицательная полярность	ПЭ	11,8	6,0	—	—
Импульс аperiодический, положительная полярность	ПЭ	10,7	5,7	—	—
Импульс аperiодический, отрицательная полярность	ПЭ	18,0	9,9	—	—

Таблица 2

Вид напряжения	Параметры				
	$\ln E_{кр}$	$\ln E_\infty$	$\ln \tau_\infty / \ln n_\infty$	$\ln \tau_{кр} / \ln n_{кр}$	$\alpha$
Переменное	17,600	16,200	14,0/—	2,3/—	0,12
Импульс колебательный, положительная полярность	18,479	17,823	—/8,85	—/2,3	0,10
Импульс колебательный, отрицательная полярность	18,586	17,910	—/8,85	—/2,3	0,10

ченные экстраполяцией значения  $\ln \tau_\infty$  и  $\ln \tau_{кр}$  для  $\ln E_\infty$  и  $\ln E_{кр}$  соответственно, а также результаты расчета коэффициента  $\alpha$  по (6) при воздействии напряжения переменного тока и импульсного напряжения для образцов из ПЭ приведены в табл. 2.

После определения  $E_\infty$ ,  $\tau_\infty$  и  $\alpha$  «кривую жизни» можно рассчитать по общепринятым формулам:

$$E_p = \exp [\ln E_\infty + \alpha (\ln \tau_\infty - \ln \tau_x)] \quad (7)$$

при воздействии напряжения переменного тока и

$$E_p = \exp [\ln E_\infty + \alpha (\ln n_\infty - \ln n_x)] \quad (8)$$

при воздействии импульсного напряжения, где  $E_p$  — расчетное значение длительной электрической прочности изоляции при соответствующем ресурсе  $\tau_x$  или  $n_x$ .

Для нахождения рабочей напряженности поля при определенном ресурсе необходимо также вводить коэффициент запаса  $k_3$ , который можно ориентировочно принять равным отношению  $E_{кр}/E_\infty$  [9]. Тогда с учетом  $k_3$  расчет рабочей напряженности для определенного ресурса должен производиться по (7) и (8) при  $E_\infty = E_\infty/k_3$ .

Результаты расчета длительной электрической прочности  $E_p$  по предлагаемой методике и экспериментальные значения  $E_{кр}$  из литературных источников при различном ресурсе  $\gamma$  (%) приведены в табл. 3. Сопоставление результатов расчета  $E_p$  по (7) при воздействии напряжения переменного тока для различного ресурса проведено для силового кабеля с полиэтиленовой изоляцией, «кривая жизни» которого приведена в [10]. При воздействии импульсного напряжения расчет  $E_p$  производился по (8) без учета и с учетом коэффициента запаса  $k_3$ . Для сравнения использованы определенные экспериментально функции распре-



Таблица

Вид напряжения	Марка кабеля	$\tau$ , с/п, имп, $\gamma=50/37\%$	$n$ , имп, $\gamma=98\%$	$E_{эксп} \cdot 10^7$ , В/м	$E_p \cdot 10^7$ , В/м	Примечание
Переменное		$3,6 \cdot 10^3 / -$	—	2,30	2,18	$\Delta E = 5\%$
		$3,6 \cdot 10^4 / -$	—	1,60	1,65	
		$3,6 \cdot 10^6 / -$	—	0,95	0,94	
		$3,6 \cdot 10^7 / -$	—	0,72	0,72	
Импульсное: полярность на жиле — отрицательная	РК-50—11—13	— / $7 \cdot 10^3$	—	4,70	6,00	$E_p$ — без учета $k_3$ $\Delta E = 22\%$
		— / $5,5 \cdot 10^4$	—	4,10	4,89	
		— / $1,8 \cdot 10^5$	—	3,30	4,34	
		— / $9,5 \cdot 10^5$	—	2,60	3,30	
	РК-50—11—13	—	$4 \cdot 10^1$	4,70	4,77	$E_p$ — с учетом $k_3$ $\Delta E = 22\%$
		—	$1,75 \cdot 10^2$	4,10	4,41	
		—	$8 \cdot 10^2$	3,30	3,79	
		—	$3 \cdot 10^3$	2,60	3,32	
	АКПВМ 1/50	—	$1,2 \cdot 10^2$	4,80	4,58	$E_p$ — с учетом $k_3$ $\Delta E = 5\%$
		—	$3,5 \cdot 10^2$	4,20	4,11	
		—	$1,05 \cdot 10^3$	3,60	3,68	
		—	$6 \cdot 10^3$	3,30	3,15	
			$2 \cdot 10^4$	2,83	2,74	

деления срока службы кабелей с полиэтиленовой изоляцией марок РК-50-11-13 [11] и АКПВМ 1/50 [12], исходя из которых при вероятности 0,63 и 0,02 выбрано число импульсов до пробоя при соответствующих испытательных напряжениях поля.

Из данных табл. 3 следует, что предлагаемая методика определения «кривых жизни» обеспечивает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными применительно к реальным изоляционным конструкциям.

Основные преимущества предлагаемой методики перед существующими заключаются в следующем:

значительно сокращается длительность экспериментального определения «кривой жизни» даже с учетом необходимости подготовки срезов образцов и определения длины дендритов; может быть снижен уровень испытательного напряжения; для полимерной изоляции, обладающей высоким пробивным напряжением, испытательное напряжение не превосходит десятков киловольт;

значительно снижается трудоемкость подготовки образцов для испытаний и материалоемкость.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кинетика разрушения твердых полимеров при длительном нагружении электрическим полем/ А. Л. Робезко, В. Ф. Вазов, Г. В. Ефремова и др. — ФТТ, 1981, т. 23, № 11.
2. Лебедев С. М., Вазов В. Ф., Ушаков В. Я. Эффект объемного заряда в полимерах при длительном воздействии электрического поля. — ЖТФ, 1983, № 4.
3. Резвых К. А. Расчет электростатических полей. — М.: Энергия, 1967.
4. Гефле О. С., Дмитриевский В. С. Методика исследования тринигов в видимом и инфракрасном диапазоне длин волн/

Деп. рукопись. — М.: Информэлектро, 1983, № 253 эт. — Д83.

5. Справочник по электротехническим материалам/ Под ред. Ю. В. Корицкого и др. — М.: Энергия, 1974, т. 1.

6. Месячников В. Г. Исследование электрической прочности полиэтиленовой изоляции высоковольтных кабелей на напряжении промышленной частоты. — В кн.: Электрофизическая аппаратура и электрическая изоляция. — М.: Энергия, 1970.

7. Варшавский Д. С., Забашта И. Г. Об электрическом старении бумажно-плёночного конденсаторного диэлектрика на переменном напряжении. — В кн.: Материалы Всесоюз. конф. Физика диэлектриков и перспективы ее развития. — Л.: 1973, т. 11.

8. Сквирская И. И. Влияние технологических параметров на срок службы полиэтиленовой изоляции: Дис. на степень канд. техн. наук. Томск, 1975. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР, Томский политехнический ин-т.

9. Брагин С. М. Электрический и тепловой расчет кабеля. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1960.

10. Кулакова Р. В. Силовые кабели с пластмассовой изоляцией. — М. — Л.: Госэнергоиздат, 1963.

11. Лапшин В. А. Статистические закономерности срока службы импульсных кабелей с полиэтиленовой изоляцией. Дис. на степень канд. техн. наук. Л., 1975. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования, Ленинградский политехнический ин-т.

12. Пильщиков В. Е. Исследование методов повышения сроков службы и надежности высоковольтных импульсных кабелей с полиэтиленовой изоляцией: Дис. на степень канд. техн. наук. Л., 1978. В надзаг.: М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР, Ленинградский политехнический ин-т.

[02.10.84]



# Определение токопроводящих включений в электроизоляционных пленках с использованием дисперсной магнитной системы

БАЖЕНОВ О. А., инж., МИТЬКИН Ю. А., канд. техн. наук

Ивановский энергетический институт

Для определения качества диэлектрических пленок (полимерных и оксидных, конденсаторных бумаг) важно определить общее число проводящих, полупроводящих включений и сквозных проколов, а также их распределение по сопротивлениям [1, 2]. Разработка более совершенного способа определения числа токопроводящих включений (ТПВ) позволит точнее выбрать рабочие напряженности и повысить надежность электротехнических устройств.

Общее число ТПВ часто определяют путем контроля удельного сопротивления и электрической прочности пленки [3]. Для измерения этих характеристик необходимо обеспечить плотный контакт между электроизоляционным материалом и измерительными электродами. При этом следует иметь в виду, что возможно расположение ТПВ внутри пленки или на одной из ее поверхностей, без выхода на другую поверхность, а также возможно сквозное ТПВ по толщине пленки. Для электроизоляционных пленок толщиной 4—10 мкм наиболее вероятен третий вариант расположения включений. Оценка сопротивления таких ТПВ показывает, что для металлических включений оно не превышает одного ома, включения из несовершенных диэлектриков имеют сопротивление порядка  $10^2$  Ом, а для собственно электроизоляционной пленки оно на несколько порядков больше. Следовательно, имеется возможность четкого разделения ТПВ по их сопротивлениям. Выявление сквозных проколов, сопротивление которых трудно измерить, целесообразно производить на повышенном напряжении.

Для определения общего числа ТПВ в длинномерных электроизоляционных пленках используются цилиндрические вращающиеся электроды, к которым подводится испытательное напряжение. Наличие ТПВ фиксируется по значению тока, протекающего в цепи [3]. При этом не обеспечивается плотный контакт электродов с пленкой, так как ее поверхность имеет микровыступы и впадины. Применение обрезиненных электродов улучшает обжатие испытуемого материала, но и в этом случае из-за невысокой эластичности слоя полупроводящей резины не обеспечивается плотный контакт электродов со всей поверхностью электроизоляционной пленки.

Кроме того, слой полупроводящей резины обладает собственным сопротивлением. Значение его для полупроводящей резины толщиной  $5 \cdot 10^{-3}$  м при ее удельном сопротивлении  $5 \cdot 10^{-4}$  Ом·м [4] и максимальной площади пятна контакта электродов с токопроводящим включением порядка  $10^{-8}$  м<sup>2</sup> составляет  $2,5 \cdot 10^6$  Ом. Тогда последовательно с ТПВ в электрической цепи появляется добавочное сопротивление  $R_d$  порядка  $10^6$  Ом. Наличие дополнительного сопротивления не позволяет определять распределение ТПВ по сопротивлению в диапазоне  $0—R_d$  и обуславливает регистрацию лишь общего числа включений.

С целью повышения эффективности контроля общего числа ТПВ и их распределения по сопротивлению предложено и разработано на основе ферромагнитного обжима [5] устройство для выявления ТПВ в тонких электроизоляционных пленках [6]. Оно состоит из лентопротяжного механизма и электродной системы (рис. 1), в которой один электрод 1 выполнен в виде вращающегося ферромагнитного цилиндра, второй состоит из ряда сферических ферромагнитных частиц 2, помещенных в обойму 3 из немагнитного проводящего материала. Электроды помещены в неоднородное магнитное поле, создаваемое постоянным магнитом 4 или электромагнитом. Одним полюсным наконечником является вращающийся цилиндрический электрод, вторым — ферромагнитная плоскость 5.

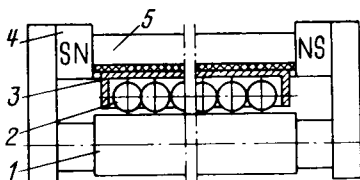


Рис. 1. Устройство для определения числа ТПВ

Градиент напряженности магнитного поля направлен к цилиндрическому полюсному наконечнику. Каждая сферическая частица под действием магнитного поля притягивается к цилиндрическому электроду и обеспечивает точечный непосредственный контакт с поверхностью испытуемого материала, помещенного между электродами. Для уменьшения натяжения пленки цилиндрический электрод выполнен вращающимся синхронно с движением испытуемого материала. Сферические частицы могут также вращаться в объеме под действием силы трения с поверхностью движущейся пленки. Сила обжатия пленки регулируется изменением напряженности магнитного поля в рабочем зазоре.

Электрическая схема разработанного устройства представлена на рис. 2. Она включает регулируемый источник постоянного напряжения 6, шунтовое сопротивление  $R_{ш}$  и счетчик импульсов 7. Если напряжение на сопротивлении шунта превышает порог срабатывания счетчика  $U_{ср}$ , то начинается регистрация импульсов. При большом входном сопротивлении счетчика ( $R_{вх} \gg R_{ш}$ ) напряжение  $U_{ш}$  определяется по формуле

$$U_{ш} = \frac{R_{ш}}{R_x + R_{ш}} U, \quad (1)$$

где  $U$  — напряжение источника;  $R_x$  — сопротивление электроизоляционной пленки в месте контакта с электродами.

Тогда

$$R_x = \left( \frac{U}{U_{ср}} - 1 \right) R_{ш}. \quad (2)$$

Максимальное значение сопротивления, регистрируемое при данном напряжении, определится из (2) при  $U_{ш} = U_{ср}$ , т. е.

$$R_{xм} = \left( \frac{U}{U_{ср}} - 1 \right) R_{ш}. \quad (3)$$

Минимальное его значение будет фиксироваться при напряжении, близком к порогу срабатывания счетчика импульсов. Из (3) следует, что счетчик регистрирует при заданном напряжении все включения с сопротивлением, меньшим или равным максимальному. Это позволяет построить интегральное распределение включений по сопротивлениям (рис. 3) путем испытания электроизоляционного материала при различных напряжениях, включая предпробивные значения. По интегральному распределению далее находится плотность распределения включений по сопротивлению.

С помощью разработанного устройства было проведено измерение числа ТПВ различных типов конденсаторной бумаги и полипропиленовой полимерной пленки. Основные паспортные характеристики конденсаторных бумаг приведены ниже:

Тип бумаги	КОН-2-7	КОН-2-10	Конденсаторная бумага (производства Финляндии)
Толщина, $\times 10^{-3}$ м	7	10	10
Плотность, $\times 10^3$ кг/м <sup>3</sup>	1,2	1,2	1,2
Пробивное напряжение, В	330	400	700

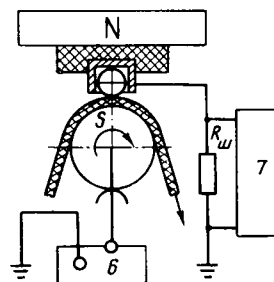


Рис. 2. Электрическая схема устройства

Испытуемый материал протягивался между электродами со скоростью 0,18 м/с, длина контролируемого участка при каждом значении испытательного напряжения составляла 83 м, ширина — 0,05 м. При этом с учетом площади контакта сферических частиц диаметром  $2,5 \cdot 10^{-3}$  м с испытуемым материалом эффективная площадь контроля составляла 1 м<sup>2</sup>. Число ТПВ определялось при напряжениях 0,3—1000 В по результатам 10 замеров при каждом значении испытательного напряжения. Среднеквадратичное отклонение составило 10—12 %.

На рис. 3 приведены средние значения числа ТПВ в конденсаторных бумагах и полимерных пленках толщиной 10, 12,7 и 15 мкм. Видно, что конденсаторные бумаги содержат включения, сопротивления которых изменяются от 200 до  $10^6$  Ом. Наблюдается заметное возрастание числа включений в диапазоне 200— $10^4$  Ом, затем до сопротивлений порядка  $5 \cdot 10^5$  Ом происходит его замедление. Резкое возрастание ТПВ происходит при их сопротивлении порядка  $10^6$  Ом, причем испытательные напряжения в этом случае близки к предпробивным. При таких напряжениях кроме ТПВ регистрируются также участки электроизоляционного материала с малой толщиной.

Испытанные образцы конденсаторных бумаг отличаются числом токопроводящих включений. Наибольшее их количество зарегистрировано для бумаги типа КОН-2-7 (кривая 1). Наименьшее число ТПВ содержит бумага с повышенной электрической прочностью — толщиной 10 мкм (кривая 3). Для этого типа бумаги резкое возрастание числа ТПВ происходит при большем напряжении, чем для бумаги такой же толщины, но с меньшей электрической прочностью (кривая 2), соответственно 520 В и 650 В, что указывает на большую равномерность толщины бумаги с повышенной электрической прочностью.

Ниже приведено распределение числа включений по их сопротивлениям для конденсаторной бумаги КОН-2-7:

Диапазон сопротивлений, Ом	0— $10^3$	$10^3$ — $10^4$	$10^4$ — $10^5$	$10^5$ — $10^6$	$(1-1,5) \times 10^6$	$(1,5-2) \times 10^6$
Число включений, м <sup>-2</sup>	13	85	103	57	90	266

Из представленных результатов следует, что данная конденсаторная бумага содержит 13 проводящих включений с сопротивлением до  $10^3$  Ом. Наибольшее число включений имеет сопротивления  $10^4$ — $10^5$  Ом. Общее число ТПВ с сопротивлением от 0 до  $1,5 \cdot 10^6$  Ом составляет 348.

Интегральное распределение ТПВ для исследованных полимерных пленок (рис. 3, кривые 4 и 5) носит иной характер, чем для конденсаторных бумаг. Сопротивления включений находятся в узком диапазоне ( $3-4 \cdot 10^6$  Ом, причем проводящих включений не наблюдалось. С увеличением испытательного напряжения

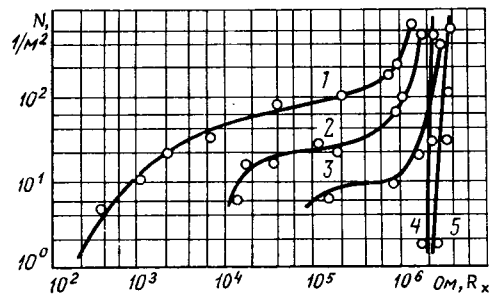


Рис. 3. Распределение числа ТПВ по сопротивлениям в конденсаторной бумаге и полимерных пленках

число включений резко возрастает. Такой характер распределения указывает на наличие «слабых» мест в пленке, в том числе и участков с малой толщиной.

Результаты исследования показывают, что применение дисперсной магнитной системы для определения токопроводящих включений обеспечивает точечный контакт электродов с испытуемым материалом, что повышает точность регистрации ТПВ. Имеется возможность построения распределения числа ТПВ по сопротивлениям в диапазоне от нуля до сопротивления изоляции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- ГОСТ 1908-82. Бумага конденсаторная. Общие технические условия.
- Тареев Б. М. Физика диэлектрических материалов. — М.: Энергоиздат, 1982. — 320 с.
- Казарновский Д. М., Тареев Б. М. Испытание электроизоляционных материалов и изделий. — Л.: Энергия, 1980. — 214 с.
- Электропроводящие полимерные материалы/ В. Е. Гуль, Л. Н. Царский, Н. С. Майзель и др. — М.: Химия, 1968. — 248 с.
- Расчетная модель ферромагнитного обжима/ Ю. А. Митькин, И. Е. Шишкова, С. Б. Белов, А. Г. Пономарев — Магнитная гидродинамика, 1983, № 1, с. 130—134.
- А. с. № 1101724 (СССР). Устройство для контроля изоляционных материалов/ О. А. Баженов, Ю. А. Митькин. Оpubл. в Б. И., 1984, № 25.

[22.11.84]

~~~~~

УДК 621.365.2.001.57

## Математическое моделирование электрических режимов дуговых сталеплавильных печей

ИГНАТОВ И. И., канд. техн. наук, ХАЙНСОН А. В., канд. техн. наук

ВНИИ электротермического оборудования

Статья посвящена численному исследованию и оптимизации электрических режимов в симметричных и несимметричных цепях ДСП, основанному на использовании ВАХ дуги, задаваемой дифференциальным уравнением. Это позволяет подойти к рассмотрению режимов работы ДСП с более общих позиций, учесть влияние параметров электрического контура печи, условий горения дуг на форму ВАХ и полностью автоматизировать расчет и оптимизацию электрических режимов ДСП.

Как показано в [1], для описания дуги в ДСП может быть использовано следующее дифференциальное уравнение:

$$\theta dg(t)/dt = [i^2(t)/U_d^2 - g^2(t)]/g(t), \quad (1)$$

где  $\theta$  — постоянная времени дуги;  $i(t)$ ,  $g(t)$  — ток и проводимость дуги;  $U_d$  — действующее значение напряжения на дуге.

С учетом уравнения дуги (1) система уравнений, описывающих трехфазную несимметричную цепь ДСП, может быть записана в виде:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0;$$

$$r_1 i_1 + L_1 di_1/dt + M_{12} di_2/dt + M_{13} di_3/dt + i_1/g_1 + u_0 = U_m \sin(\omega t)$$

$$r_2 i_2 + L_2 di_2/dt + M_{12} di_1/dt + M_{23} di_3/dt + i_2/g_2 + u_0 = U_m \sin(\omega t - 2\pi/3);$$

$$r_3 i_3 + L_3 di_3/dt + M_{13} di_1/dt + M_{23} di_2/dt + i_3/g_3 + u_0 = U_m \sin(\omega t - 4\pi/3)$$

и еще три идентичных уравнения по фазам:

$$\theta dg_k/dt = (i_k^2/U_{dk}^2 - g_k^2)/g_k, \quad (2)$$

где  $i_k(t)$ ,  $g_k(t)$  — неизвестные токи и проводимости дуг;  $r_k$ ,  $L_k$ ,  $M_{kj}$  — активные сопротивления, собственные и взаимные индуктивности фаз подводящей сети, приведенные к вторичной стороне трансформатора;  $U_m$  — амплитудное значение фазного

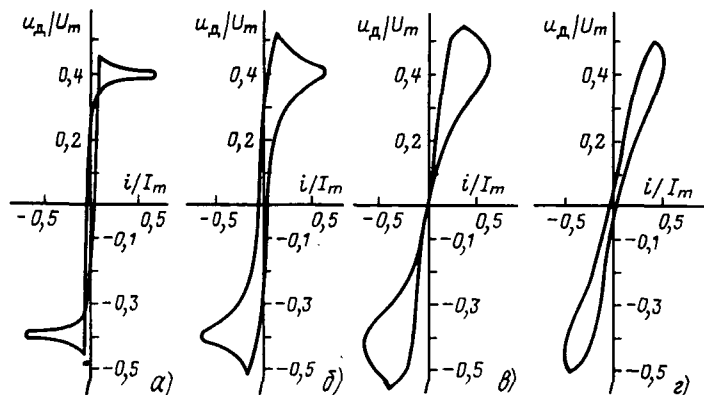


Рис. 1. Расчетные ВАХ дуг: а —  $\theta = 1 \cdot 10^{-4}$  с; б —  $\theta = 6 \times 10^{-4}$  с; в —  $\theta = 2 \cdot 10^{-3}$  с; г —  $\theta = 5 \cdot 10^{-3}$  с

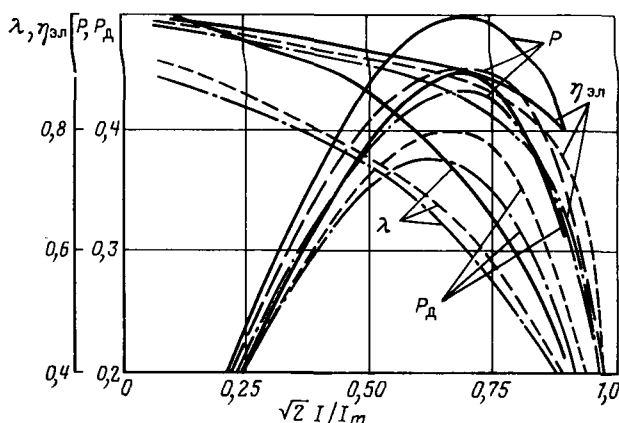


Рис. 2. Безразмерные электрические характеристики ДСП при  $\gamma = 10$ : — — —  $\theta = 10^{-4}$  с; — — —  $\theta = 6 \cdot 10^{-4}$  с; — — —  $\theta = 2 \cdot 10^{-3}$  с; — — —  $\theta = 5 \cdot 10^{-3}$  с

напряжения с низкой стороны трансформатора;  $U_{dk}$  — действующее значение напряжения на дуге ( $k, j = 1, 2, 3$ );  $\omega$  — угловая частота;  $u_0$  — смещение нулевой точки печи относительно нуля трансформатора:

$$u_0 = - \sum_{k=1}^3 \left[ i_k (g_k^{-1} + r_k) + \sum_{j=1}^3 M_{kj} di_j/dt \right] / 3,$$

где  $L_k = M_{kk}$ .

Решение системы (2) зависит от конструкции вторичного токопровода и параметров печного трансформатора, определяющих значения  $r_k, L_k, M_{kj}$ . Значение  $U_m$  определяется напряжением с низкой стороны трансформатора, параметр  $\theta$  характеризует условия горения дуги, значения  $U_{dk}$  определяют электрический режим работы печи. В зависимости от выбранных  $U_{dk}$  изменяются не только общие ток, напряжение и мощность печи, но и их распределение по фазам и дугам. Таким образом, как общие, так и фазные электрические характеристики несимметричных ДСП являются функциями трех переменных и зависят от соотношения между напряжениями дуг.

Для исследования системы (2) и построения электрических характеристик удобно использовать метод относительных величин. Использование безразмерных величин позволяет существенно сократить объем необходимых вычислений и построить универсальные электрические характеристики, охватывающие практически все существующие ДСП и режимы работы. Кроме того, применение относительных величин дает возможность лучше уяснить физическую картину процессов в электропечном контуре.

В симметричной трехфазной цепи  $r_1 = r_2 = r_3 = r, L_1 = L_2 = L_3 = L, M_{12} = M_{13} = M_{23} = M, U_{d1} = U_{d2} = U_{d3} = U_d$ .

В этом случае система (2) может быть записана следующим образом в безразмерном виде:

$$\left. \begin{aligned} i'(\tau)/\gamma + di'(\tau)/d\tau + \beta [2i'(\tau)/g'(\tau) - i'(\tau - 2\pi/3)/g'(\tau - 2\pi/3) - i'(\tau - 4\pi/3)/g'(\tau - 4\pi/3)]/3 = \\ = \sin(\tau); \\ \omega \theta dg'(\tau)/d\tau = [i'^2(\tau) - g'^2(\tau)]/g'(\tau), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\tau = \omega t$  — безразмерное время;  $\gamma = \omega(L - M)/r$  — безразмерный параметр электропечного контура;  $\beta = U_d/U_m$  — относительное действующее напряжение дуги;  $i'(\tau) = i(\tau)/I_m$  — относительный ток;  $I_m = U_m/\omega(L - M)$  — амплитуда тока идеального короткого замыкания;  $g'(\tau) = g(\tau)U_d/I_m$  — безразмерная проводимость дуги.

Анализ системы (3) показывает, что ее решение зависит от трех параметров  $\gamma, \theta$  и  $\beta$ . Параметр  $\gamma$  определяется конструкцией вторичного токопровода и трансформатора ДСП и принимается постоянным для данной установки. Параметр  $\theta$  характеризует условия горения печной дуги в различные технологические интервалы плавки. Параметр  $\beta$  соответствует заданному напряжению на дуге и определяет электрический режим работы печи. В результате решения системы (3) вычисляются относительные токи  $i'(\tau)$  и проводимости  $g'(\tau)$  дуг. Действующие значения токов  $I$ , напряжений  $U$ , активных и полных мощностей фаз и дуг  $P_\phi, P_d, S_\phi, S_d$  выражаются через их безразмерные аналоги и базовые величины  $I_m, U_m$ :

$$\left. \begin{aligned} I &= I' I_m / \sqrt{2}; \quad U = U' U_m / \sqrt{2}; \\ P_\phi &= P'_\phi I_m U_m / 2; \quad S_\phi = S'_\phi I_m U_m / 2; \\ P_d &= P'_d I_m U_m / 2; \quad S_d = S'_d I_m U_m / 2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Приведем некоторые результаты, полученные путем численного решения на ЭВМ БЭСМ-6 уравнений (3). На рис. 1 представлены расчетные ВАХ дуг при различных значениях постоянной времени  $\theta$ . Приведенные данные показывают, что форма ВАХ дуги существенно изменяется в зависимости от постоянной времени дуги: с ростом  $\theta$  увеличивается пик зажигания и сглаживается его острота. При возрастании  $\theta$  активная мощность дуги  $P_d$  снижается, что объясняется увеличением площади петли гистерезиса. При  $\theta \approx 2 \div 2,5 \cdot 10^{-3}$  с петля гистерезиса начинает сужаться и  $P_d$  возрастает. Коэффициент мощности дуги составляет  $0,9 - 0,91$ .

Сопоставление расчетных ВАХ дуг с реальными показывает, что  $\theta \approx 1 \div 4 \cdot 10^{-4}$  с соответствует началу периода расплавления;  $\theta \approx 4 \div 10 \cdot 10^{-4}$  с — концу периода расплавления;  $\theta \approx 1 \div 3 \cdot 10^{-3}$  с — периоду окисления;  $\theta \approx 3 \div 8 \cdot 10^{-3}$  с — периоду рафинирования.

На рис. 2 представлены безразмерные электрические характеристики ДСП для параметра электропечного контура  $\gamma = 10$ . При  $\theta$ , больших  $6 \cdot 10^{-4}$  с, электрические характеристики меняются незначительно, с дальнейшим ростом  $\theta$  (выше  $2 \cdot 10^{-3}$ ) происходит смещение электрических характеристик к характеристикам синусоидального режима. Аналогичные электрические характеристики были построены и для других значений  $\gamma$ . С ростом  $\gamma$  увеличиваются мощности дуг и электрические к. п. д., коэффициенты мощности незначительно уменьшаются.

Предложенная математическая модель электрической цепи ДСП может быть использована для расчета оптимального электрического режима работы печи. Решение этой задачи, как и исследование электрических режимов, удобно проводить в безразмерной форме. При этом общая задача оптимизации электрического режима имеет вид:

$$\text{Найти } \text{extr}_\beta F'(\beta, \gamma, \theta) \text{ при } a \leq \beta \leq b, \quad (5)$$

где  $F'(\beta, \gamma, \theta)$  — оптимизируемая безразмерная функция;  $a$  и  $b$  — возможные пределы изменения относительного напряжения дуги.

В качестве критерия оптимальности электрических режимов ДСП наиболее часто используют мощность дуги  $P_d$ , характеризующую производительность печи, или коэффициент полезного действия электропечной установки  $\eta$ , определяющий удельный расход электроэнергии. Каждое значение оптимизируемой функции определяется в результате решения системы (3).

Задача (5) является одномерной задачей оптимизации, решение которой зависит от параметров  $\gamma$  и  $\theta$ . Как показывает ана-

лиз электрических характеристик печи, оптимизируемая функция  $F'$  является выпуклой функцией  $\beta$ . Эффективным численным методом решения выпуклых одномерных задач оптимизации является метод «золотого сечения» [2].

На практике оптимальный режим принято характеризовать значениями токов, при которых он реализуется. Эти значения токов используются в качестве исходных данных для системы автоматического регулирования ДСП. Отметим, что решение задачи (5) позволяет определить значения токов, при которых достигается optimum, как функцию оптимальных  $\beta$ .

На рис. 3 представлены зависимости, полученные в результате решения задачи (5) на ЭВМ. Приведенные кривые показывают, что с ростом  $\gamma$  увеличиваются безразмерные токи  $I'$  и напряжения  $\beta$ , при которых достигается максимум  $P_d'$  и уменьшается коэффициент мощности  $\lambda$ . При изменении условий теплообмена в рабочем пространстве печи в течение плавки экстремальные значения  $I'$  и  $\beta$  сначала убывают с ростом  $\theta$  до  $1,5 \div 2 \times 10^{-3}$  с, а затем возрастают;  $\lambda$  все время увеличивается с ростом  $\theta$ . Диапазон изменения экстремальных значений  $I'$ ,  $\beta$  и  $\lambda$  в зависимости от постоянной времени дуги  $\theta$  (при одинаковых  $\gamma$ ) не превосходит 6 %. При различных  $\gamma$  и  $\theta$  безразмерные токи, напряжения и коэффициенты мощности, соответствующие максимуму  $P_d$ , изменяются в пределах  $0,58 \leq I' \leq 0,64$ ;  $0,43 \leq \beta \leq 0,47$ ;  $0,65 \leq \lambda \leq 0,75$ .

Для получения аналитических зависимостей параметров оптимального электрического режима от  $\gamma$  и  $\theta$  результаты решения задачи максимизации  $P_d$  были обработаны с помощью метода наименьших квадратов. При этом были получены следующие выражения:

$$I' = 0,5457 + 0,0165\gamma - 0,0229\theta - 0,0006\gamma^2 + 0,0001\gamma\theta + 0,0040\theta^2; \beta = 0,4208 + 0,008\gamma - 0,0101\theta - 0,0003\gamma^2 + 0,0015\theta^2, \quad (6)$$

где  $\theta$  измеряется в миллисекундах.

Погрешность аппроксимации по формулам (6) для 24 расчетных точек не превосходит 1 %. Кривые, представленные на рис. 3, и зависимости (6) могут быть использованы для выбора электрических режимов работы широкого класса ДСП в различные периоды плавки.

Для этого момента рассматривалась симметричная электрическая цепь ДСП, однако на практике проводники отдельных фаз вторичного токопровода ДСП, как правило, несимметрично расположены в пространстве и имеют различные длины. Это приводит к неравенству собственных и взаимных индуктивностей фаз электрической цепи ДСП и, как следствие, к несимметрии электрических режимов. Несимметрия электрических параметров и режимов ДСП приводит к снижению производительности и ухудшению технико-экономических показателей ее работы. Таким образом, задача расчета несимметричной цепи ДСП имеет важное практическое значение.

В качестве примера приведем некоторые результаты, полученные при решении системы (2) для печи ДСП-100 НЗА. При расчете были приняты следующие параметры фаз:  $r_1=r_2=r_3=0,4$  мОм;  $L_1=L_3=15,97$  мкГн;  $L_2=15,33$  мкГн;  $M_{12}=M_{21}=M_{23}=M_{32}=4,58$  мкГн;  $M_{13}=M_{31}=3,89$  мкГн; постоянная времени  $\theta=400$  мкс,  $U_m=469$  В.

В табл. 1 показаны величины, характеризующие несимметрию различных электрических режимов ДСП в области рабочих значений токов и напряжений. Коэффициенты относительной несимметрии токов  $\Delta I$ , активных мощностей дуг  $\Delta P_d$  и напряжений  $\Delta U_d$  вычислялись по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I &= (I_{\max} - I_{\min}) / I_{\text{ср}}; \\ \Delta P_d &= (P_{d\max} - P_{d\min}) / P_{d, \text{ср}}; \\ \Delta U_d &= (U_{d\max} - U_{d\min}) / U_{d, \text{ср}}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Таблица 1

| Режим                      | Значение параметра, характеризующее несимметрию режима ДСП, % |              |              |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------|--------------|
|                            | $\Delta I$                                                    | $\Delta P_d$ | $\Delta U_d$ |
| Равные токи в фазах        | 0—1                                                           | 18—20        | 18—20        |
| Равные мощности дуг        | 8—10                                                          | 0—1          | 8—10         |
| Равные напряжения на дугах | 8—10                                                          | 8—10         | 0            |

Из приведенных результатов следует, что электрические режимы ДСП с несимметричным токопроводом всегда характеризуются несимметрией параметров, причем снижение несимметрии по одному из факторов может привести к существенному увеличению несимметрии по остальным. Таким образом, при определении оптимального электрического режима работы печи необходимо решать следующую задачу оптимизации:

найти  $\text{extr} F(U_{d1}, U_{d2}, U_{d3}, \theta, U_m)$  при ограничениях:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I(U_{d1}, U_{d2}, U_{d3}) &\leq \epsilon_I; \\ \Delta P_d(U_{d1}, U_{d2}, U_{d3}) &\leq \epsilon_P; \\ \Delta U_d(U_{d1}, U_{d2}, U_{d3}) &\leq \epsilon_U; \\ U_{dk}' &\leq U_{dk} \leq U_{dk}'', \quad k=1, 2, 3, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $\epsilon_I, \epsilon_P, \epsilon_U$  — допустимые относительные несимметрии токов, активных мощностей дуг, напряжений на дугах соответственно;  $U_{dk}', U_{dk}''$  — пределы изменения напряжений на дугах.

Задача (8) является весьма сложной задачей оптимизации, что обусловлено трудоемкостью вычисления целевой функции и ограничений, связанных с решением системы дифференциальных уравнений (2), и наличием недифференцируемых ограничений. Важной особенностью, существенно затрудняющей решение задачи (8), является то, что при произвольно заданных значениях  $\epsilon_I, \epsilon_P, \epsilon_U$  область в трехмерном пространстве  $U_{dk}$ , определяемая ограничениями, может оказаться пустой. В этом случае возникает дополнительная задача — определение  $\epsilon_I, \epsilon_P, \epsilon_U$ , обеспечивающих существование решения задачи (8). Отметим, что путем существенного увеличения значений  $\epsilon_I, \epsilon_P, \epsilon_U$  всегда можно добиться, чтобы область пересечения ограничений задачи (8) была непустой. Однако при этом учет наличия ограничений в задаче может потерять практический смысл.

Проведенные расчеты несимметричных цепей ДСП показали, что если напряжения дуг изменяются пропорционально:  $U_{dk} = \alpha_k U_d$  (где  $U_d = (U_{d1} + U_{d2} + U_{d3})/3$ ), то значения  $\Delta I, \Delta P_d, \Delta U_d$  в области рабочих значений токов и напряжений изменяются весьма незначительно (не более чем на 1,5 %).

Использование этого факта позволяет существенно упростить исходную задачу (8) и свести ее к решению двух значительно менее сложных задач. Действительно, при сделанном предположении первые три ограничения в задаче (8) зависят только от значений  $\alpha_k$ . Следовательно, задача определения  $\alpha_k$ , обеспечивающих допустимую несимметрию параметров электрического режима, может быть решена независимо от  $U_d$ . При известных  $\alpha_k$  оптимальное значение  $U_d$  находится из решения одномерной оптимизационной задачи полностью аналогичной, рассмотренной выше задаче для симметричной цепи.

С учетом соотношения  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 3$  задача выбора  $\alpha_k$ , обеспечивающих минимальную, в том или ином смысле, несимметрию электрического режима работы ДСП, может быть сформули-

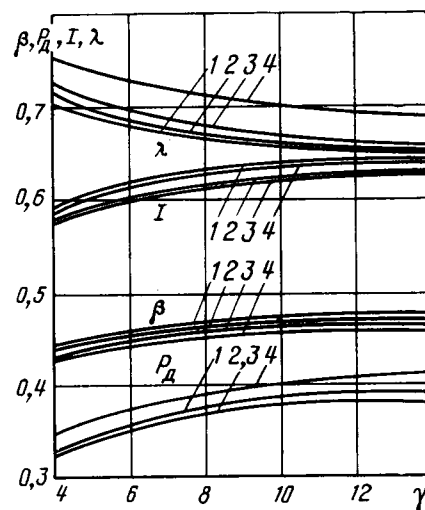


Рис. 3. Значения параметров электрического режима ДСП, обеспечивающие максимум  $P_d$ : 1 —  $\theta=10^{-4}$  с; 2 —  $\theta=6 \times 10^{-4}$  с; 3 —  $\theta=2 \cdot 10^{-3}$  с; 4 —  $\theta=5 \cdot 10^{-3}$  с

Таблица 2

| Весовые коэффициенты | Значение коэффициента |            |            |
|----------------------|-----------------------|------------|------------|
|                      | $\alpha_1$            | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ |
| $p = 1, a_I = 0$     | 1,04                  | 0,94       | 1,02       |
| $I = 1, a_P = 0$     | 0,91                  | 0,98       | 1,11       |
| $p = a_I = 1$        | 1,03                  | 0,93       | 1,04       |

ована в следующем виде: найти  $\min Y(\alpha_1, \alpha_2) = a_I \Delta I(\alpha_1, \alpha_2) + a_P \Delta P_d(\alpha_1, \alpha_2)$  при ограничениях

$$\left. \begin{aligned} b_1 &\leq \alpha_1 \leq b_2; \\ b_1 &\leq \alpha_2 \leq b_2; \\ 3 - b_2 &\leq \alpha_1 + \alpha_2 \leq 3 - b_1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $a_I, a_P$  — весовые коэффициенты,  $b_1, b_2$  — пределы допустимой несимметрии напряжений дуг.

Коэффициенты  $a_I, a_P, b_1, b_2$  могут принимать различные значения в зависимости от технологического интервала плавки решаемой задачи оптимизации.

Задача (9) является двумерной задачей оптимизации с простой областью ограничений. Решение этой задачи может

быть получено, например, методом покоординатного спуска [2]. Результаты численного решения задачи (9) для печи ДСП-100 НЗА при различных значениях  $a_P$  и  $a_I$  ( $b_1=0,8, b_2=1,2$ ) приведены в табл. 2. Процесс нахождения решения задачи (12) с точностью до 0,01 занимал не более 3 итераций. Общее число точек, в которых вычислялась целевая функция, не превосходит 40.

Результаты расчетов при различных значениях  $\theta$  показали, что постоянная времени слабо влияет на несимметрию электрического режима. Из приведенных данных видно, что с точки зрения минимизации несимметрии  $\Delta P_d, \Delta U_d$  и суммарной несимметрии ( $a_P=a_I=1$ ), следует поддерживать близкие напряжения на дугах в крайних фазах и несколько меньшее напряжение на дуге в средней фазе. Этим напряжениям соответствуют приблизительно равные токи в крайних фазах и больший ток в средней фазе, причем относительное отличие токов примерно равно несимметрии реактивных сопротивлений фаз. Отметим, что поддержание равных по фазам токов приводит к значительной несимметрии  $\Delta P_d$  и  $\Delta U_d$  (см. табл. 1).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игнатов И. И., Хансон А. В. Расчет электрических параметров и режимов дуговых сталеплавильных печей. — Электричество, 1983, № 8.
2. Карманов В. Г. Математическое программирование. — М.: Наука, 1980.

[13.06.84]

УДК 621.373.001.24

## О джоулевых потерях в RLC-разрядном контуре с учетом сопротивления искры

(Письмо в редакцию)  
ПЛАТОНОВА Е. В.

Харьковский политехнический институт

В [1] приведена формула

$$W_{\text{и}} = \frac{U_0^2 C}{2} \left[ 1 - K^2 \left( \frac{dx}{d\tau} \right)^2 - x^2 \right], \quad (1)$$

где  $W_{\text{и}}$  — джоулева энергия искры;  $U_0$  — пробивное напряжение искрового промежутка;  $K = \sqrt{LC}/\theta$ ;  $\theta = \frac{2Pd^2}{aU_0^2}$ ;  $P$  — давление газа в разряднике;  $d$  — длина искрового промежутка;  $a$  — константа Вайцеля — Ромпе;  $x = U_c/U_0$ ;

$U_c = U_0 - \frac{1}{C} \int idt$ ;  $\tau = t/\theta$ , отражающая зависимость джоулевой энергии искры  $W_{\text{и}}$  в цепи с емкостью  $C$  и индуктивностью  $L$  без учета постоянного активного сопротивления  $R$  для любого момента времени при малых ( $\sim 10^{-8}$  с) временах изменения тока  $i(t)$ . Как известно, в данном диапазоне времени сопротивление искры  $R_{\text{и}}(t)$  можно учитывать по формуле Вайцеля — Ромпе [2 и 3].

Для того чтобы получить выражение для потерь энергии в контуре, содержащем не только  $LC$  и искровой промежуток, но и постоянное активное сопротивление, можно, используя уравнение для RLC-разрядного контура с учетом сопротивления искры по формуле Вайцеля — Ромпе

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{i}{\sqrt{\frac{2a}{Pd^2} \int_0^t i^2 dt}} = U_0 - \frac{1}{C} \int_0^t idt \quad (2)$$

и учитывая, что полная энергия джоулевых потерь в контуре определяется как

$$W = \int_0^t i^2 R dt + \int_0^t i^2 R_{\text{и}} dt, \quad (3)$$

показать, что отношение (в безразмерных единицах) полной энер-

гии джоулевых потерь к энергии, запасаемой в накопительной емкости, будет равно

$$\delta = \frac{2W}{CU_0^2} = -2 \int_0^{\theta\tau} \left[ x + K^2 \frac{d^2x}{d\tau^2} \right] \frac{dx}{d\tau} d\tau. \quad (4)$$

В результате интегрирования правой части формулы (4) для начальных условий  $x(0) = 1$ ;  $\frac{dx}{d\tau}(0) = 0$  получаем

$$\delta = 1 - K^2 \left( \frac{dx}{d\tau} \right)^2 - x^2. \quad (5)$$

Кроме того, очевидно, что джоулевые потери в канале искры для цепи, содержащей RLC-контур, равны

$$W_{\text{и}} = \frac{CU_0^2}{2} \left[ 1 - K^2 \left( \frac{dx}{d\tau} \right)^2 - x^2 - 2\beta \int_0^{\theta\tau} \left( \frac{dx}{d\tau} \right)^2 d\tau \right], \quad (6)$$

где  $\beta = \frac{RC}{\theta}$ .

Формула (1), полученная в [1], является частным случаем формулы (6) при  $R=0$ . Таким образом, формула (5) позволяет по заданным параметрам контура рассчитать отношение полной энергии джоулевых потерь к энергии, запасаемой в накопительной емкости в RLC-контуре с учетом развития искры.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никифоров М. Г., Харченко А. Ф. Электрические характеристики LC-разрядного контура с учетом сопротивления искры. — Электричество, 1982, № 6.
2. Андреев С. И., Ванюков М. П. Исследование электрических процессов в искровом разряде наносекундной длительности. — ЖТФ, 1961, т. 31, вып. 8.
3. Месяц Г. А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. — М.: Советское радио, 1974.

[20.11.84]

## Игорь Александрович Будзко

(К 75-летию со дня рождения)



Исполнилось 75 лет крупному ученому в области электрификации социалистического сельского хозяйства, профессору, доктору технических наук заслуженному деятелю науки и техники РСФСР, академику ВАСХНИЛ, члену КПСС с 1941 г. Игорю Александровичу Будзко.

В 1930 г. И. А. Будзко окончил Московский электротехникум, а в 1933 г. без отрыва от производства — Московский институт механизации и электрификации сельского хозяйства (ныне Московский институт инженеров сельскохозяйственного производства им. В. П. Горячкина). С 1930 г. И. А. Будзко работает во Всесоюзном научно-исследовательском институте электрификации сельского хозяйства (ВИЭСХ), сначала младшим и старшим научным сотрудником, затем заведующим лабораторией, а с 1957 по 1962 гг. — директором института. В 1937 г. он защитил кандидатскую диссертацию, а в 1949 г. — докторскую. В 1956 г. И. А. Будзко избран действительным членом — академиком ВАСХНИЛ, с 1960 по 1965 гг. был академиком — секретарем Отделения механизации и электрификации сельского хозяйства ВАСХНИЛ, а с 1961 по 1965 гг. — вице-президентом ВАСХНИЛ.

С 1948 г. И. А. Будзко успешно сочетает научную работу с педагогической в МИИСП им. В. П. Горячкина. В 1950—57 гг. он — проректор института по научной и учебной работе, а с 1963 г. по настоящее время заведует кафедрой электроснабжения сельского хозяйства и одновременно возглавляет отраслевую научно-исследовательскую лабораторию по повышению надежности электроснабжения.

И. А. Будзко является инициатором и активным участником научной разработки основных проблем электрификации сельского хозяйства. Предугадав еще в 30-х годах огромные перспективы нелинейной электротехники, он разработал основы новой отрасли сельскохозяйственной науки — автоматизации сельскохозяйственного производства, ныне успешно развиваемой его учениками. И. А. Будзко — один из основоположников науки об электроснабжении сельского хозяйства. Его исследования явились основой планирования, проектирования и эксплу-

атации электрических сетей сельских районов. Вне его внимания не остается ни один из принципиально важных вопросов теории и практики электроснабжения сельского хозяйства. Методы электрического и механического расчета сельских сетей, создание средств их автоматизации, повышение на этой основе надежности электроснабжения и улучшение качества электроэнергии, автоматизация проектирования сельских сетей с помощью ЭВМ, экономия энергии в сельском хозяйстве — в решение всех этих и других вопросов Игорь Александрович внес решающий вклад. Важные особенности научных трудов И. А. Будзко — глубокое раскрытие существа вопросов, стремление к достижению максимальных практических результатов, повышению эффективности электрификации, экономии финансовых, материальных и трудовых ресурсов общества.

И. А. Будзко — один из создателей научной школы по электроснабжению сельского хозяйства. Он подготовил 6 докторов наук и свыше 50 кандидатов. Результаты научных исследований И. А. Будзко обобщены в 5 монографиях, более чем в 350 статьях, он имеет свыше 30 авторских свидетельств на изобретения, является автором 12 учебников и учебных пособий.

И. А. Будзко является заместителем председателя Научно-методического Совета Минвуза СССР по высшему электроэнергетическому образованию,

руководителем секции Научно-методического Совета Главвуза Минсельхоза СССР по электрификации и автоматизации сельского хозяйства, членом научно-технических советов Минэнерго СССР и Минэлектротехпрома СССР, членом Совета по энергетике ГКНТ. Он возглавляет секцию электроснабжения, электробезопасности и эксплуатации сельских электроустановок ВАСХНИЛ и является научным руководителем важнейшей научно-технической проблемы СССР по электрификации сельского хозяйства.

В течение многих лет И. А. Будзко являлся председателем рабочей группы по электрификации сельского хозяйства и распределению электрической энергии Европейской экономической комиссии ООН, членом советской части комиссии по сельскому хозяйству СЭВ и председателем ее рабочей группы по координации научных исследований по сельскому и лесному хозяйству. Награжден медалью «25 лет СЭВ», в 1959 г. избран почетным членом Академии сельскохозяйственных наук СССР.

И. А. Будзко — член президиума общества «Знание» РСФСР, награжден высшей наградой общества — медалью им. С. И. Вавилова. Он член Центрального правления и председатель Всесоюзной секции электрификации сельского хозяйства НТО энергетики и электропромышленности имени академика Г. М. Кржижановского, избран почетным членом общества и членом Президиума совета старейших энергетиков страны. На протяжении многих лет И. А. Будзко — член секции Комитета по Ленинским и Государственным премиям СССР в области науки и техники.

И. А. Будзко — член редколлегий журналов «Электричество», «Механизация и электрификация сельского хозяйства», «Вестник сельскохозяйственной науки».

За плодотворную производственную и общественную деятельность И. А. Будзко награжден орденами Ленина, Трудового Красного Знамени, «Знак Почета», медалями СССР, многими медалями ВСХВ и ВДНХ, дипломом Почета ВДНХ, он является Почетным энергетиком СССР. Группа товарищей, редакция и редколлегия журнала «Электричество»





## Владимир Владимирович Бургсдорф

(К 75-летию со дня рождения)

Крупнейшему специалисту в области электрических сетей и техники высоких напряжений, доктору технических наук, профессору, заслуженному деятелю науки и техники РСФСР, лауреату Ленинской премии и премии Совета Министров СССР Владимиру Владимировичу Бургсдорфу исполнилось 75 лет.

В 1931 г. В. В. Бургсдорф окончил Ленинградский политехнический институт и был направлен на работу в Закавказское отделение Гидроэлектростроя. В энерготехнических организациях Закавказья В. В. Бургсдорф трудился 14 лет. За эти годы он успешно защитил кандидатскую и докторскую диссертации и приобрел широкую известность, в особенности в области создания и эксплуатации линий электропередачи в высокогорных районах и в условиях сильного гололедообразования. Им был исследован большой круг вопросов, касающихся параллельной работы электрических систем, механических нагрузок на провода и опоры ВЛ и их расчета, физики гололедно-изморозевых образований и методов борьбы с гололедообразованием на проводах, грозозащиты и заземлителей в плохопроводящих грунтах. Уместно отметить, что работа по заземлителям впоследствии вошла в опубликованную В. В. Бургсдорфом стройную теорию растекания токов в неоднородной среде и легла в основу современной теории заземлителей.

Широкий диапазон научных интересов В. В. Бургсдорфа в значительной мере определил его деятельность в ЦНИЭЛ (ныне ВНИИЭ) с 1945 г. Будучи бессменным заведующим лабораторией высоковольтных сетей и руководителем научного направления в этой области, В. В. Бургсдорф внес весомый вклад в развитие электроэнергетики и прежде всего в создание, освоение и повышение надежности электропередач высокого, сверхвысокого и ультравысокого напряжений. Проведенные им комплексные исследования линий электропередач с целью повышения их эффективности включали всестороннее изучение нагрузок линий, определение допустимой перегрузочной способности по механическим



и электрическим параметрам, внедрение вероятностно-статистических методов расчета. Новые прогрессивные решения, полученные в результате этих исследований, вошли в нормы и правила проектирования и эксплуатации электрических сетей и широко используются на практике.

В результате исследований мощной открытой электрической дуги В. В. Бургсдорфом была впервые установлена возможность ее самопогасания. Эти работы были использованы для внедрения ОАПВ на линиях сверхвысокого и ультравысокого напряжения.

В связи с освоением в СССР линий электропередачи 500 кВ и выше в лаборатории, руководимой В. В. Бургсдорфом, были начаты полевые и стендовые испытания явления короны на проводах. В короткие сроки были получены основополагающие данные по короне, использованные при проектировании линий разных классов напряжения, включая 1150 кВ. Изучение радиопомех от короны позволило связать их интенсивность не только с конструктивными параметрами линии, но и с условиями прохождения трассы. Впервые в СССР начаты измерения звуковых и телевизионных помех от линий электропередач.

Значительный вклад внесён в разработку средств защиты от коммута-

ционных перенапряжений. Был осуществлен крупнейший комплекс исследований сетей 750 кВ, в значительной степени определивший быстрое освоение в СССР электропередач этого класса напряжения.

В кругу научных интересов В. В. Бургсдорфа постоянно находились работы, связанные с динамикой проводов и защитой от вибрации, пляски и субколебаний.

В. В. Бургсдорф и руководимая им лаборатория явились пионерами в разработке и внедрении в практику проектирования и эксплуатации ВЛ новых методов расчета и картирования климатических нагрузок с учетом конструктивных особенностей ВЛ и орфографических условий территории.

В. В. Бургсдорф много лет ведет большую педагогическую работу. Им опубликовано свыше 180 научных работ и изобретений, посвященных вопросам исследований конструкций линий, изучению грозových и коммутационных перенапряжений, динамики и статики проводов и другим вопросам сетевого строительства. Результаты этих работ нашли широкое применение в практике сооружения и эксплуатации линий электропередач. Под его непосредственным руководством свыше 50 инженеров защитил кандидатские диссертации. За большой вклад в создание первых в мире передач 500 кВ В. В. Бургсдорфу в 1962 г. была присуждена Ленинская премия, а в 1979 г. — премия Совета Министров СССР. В 1971 г. ему присвоено почетное звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, а в 1980 г. — звание Почетного энергетика СССР.

Долгое время В. В. Бургсдорф являлся председателем Международного Исследовательского Комитета СИГРЭ по линиям электропередачи, был председателем, а сейчас является членом секции НТС Минэнерго СССР. Он состоит членом научных советов ГКНТ и АН СССР, редсовета «Энергоатомиздата», Ученого Совета ВНИИЭ.

В. В. Бургсдорф награжден двумя орденами Трудового Красного Знамени, орденом «Знак Почета» и медалями.

Группа товарищей



## Академик Борис Евгеньевич Веденеев (1885 — 1947)

В этом году исполнилось 100 лет со дня рождения Бориса Евгеньевича Веденева, государственного и общественного деятеля, выдающегося инженера и ученого, строителя первых мощных гидроэлектростанций по плану ГОЭЛРО.

Борис Евгеньевич Веденеев родился 2 января 1885 г. в Тифлисе, там же окончил гимназию, а в 1909 г. — Институт инженеров путей сообщения. В связи с отличными успехами в вузе, он получил годичную командировку за границу для усовершенствования в области гидротехники и электротехники.

По возвращении на родину Б. Е. Веденеев не сразу нашел работу по своему призванию. Сначала ему пришлось поработать на Владикавказской железной дороге, а затем в Москве, преподавателем средней школы. В 1912 г. он едет на Дальний Восток и участвует в проведении там гидрологических и гидрогеологических исследований для строительства портов. В 1914 г. он был старшим прорабом и потом начальником строительства Владивостокского торгового порта.

В конце 1915 г. Б. Е. Веденеев руководит работами по сооружению пританей в Кольском заливе (Мурманский порт), а с 1918 по 1920 г. проектирует ирригационные сооружения в Туркестане.

Опытным инженером с большим практическим стажем Б. Е. Веденеев приступил к работе над техническим проектом Волховской гидроэлектростанции, по окончании которого принимает участие в ее строительстве (помощником Г. О. Графтио). Главной обязанностью Б. Е. Веденева было детальное проектирование, но с 1924 г., сохранив руководство конструкторской работой, он стал начальником и непосредственным руководителем строительных работ по сооружению гидроэлектростанции. Волховская ГЭС сооружалась в трудный для молодой страны период, ее строительство стало подлинной школой советских гидроэнергетиков; во главе этой школы стоял Б. Е. Веденеев.

Первенец советского гидростроения олховская ГЭС, торжественно открытая 9 декабря 1926 г., была самой мощной низконапорной ГЭС в Европе. Она отвечала передовым достижениям своего времени. Все сооружения, строительством которых руководил Б. Е. Веденеев, блестяще проявили себя в многолетней эксплуатации.

В 1927 г. начальник строительства Днепроградской ГЭС А. В. Винтер пригласил Б. Е. Веденева быть своим заместителем и главным инженером Днепростроя. Эти обязанности Борис Евгеньевич выполнял до 1932 г. Он руководил разработкой технического проекта, внося в него много улучшающих поправок, в частности, настаивая на сооружении гидроэлектростанции не в две очереди, а в одну очередь. Под руководством Б. Е. Веденева велось и рабочее проектирование.

Большой вклад внес Б. Е. Веденеев в технологию и механизацию строительных работ по сооружению плотин, непосредственным руководителем которого он был. Одним из смелых организационных предложений Бориса Евгеньевича явилась укладка бетонной смеси в три смены, вопреки возражениям американских



и немецких консультантов. Такая организация работ обеспечила их окончание раньше намеченного срока, а в целом позволила сократить строительство на год.

Среди предложений Бориса Евгеньевича следует отметить такие, как сооружение плотин методом «гребенки», последовательность проведения цементации основания плотин, мероприятия по подготовке и проведению катастрофического паводка, механизации строительных работ. Интенсивность бетонных работ на Днепрострое была в 6 раз выше, чем на Волховстрое. Здесь были подготовлены тысячи квалифицированных рабочих — будущих строителей других гидроэлектростанций Советского Союза. Днепротэс символизирует тот громадный шаг вперед, который сделала наша страна в области гидростроительства.

1 мая 1932 г. был пущен первый агрегат Днепроградской ГЭС. Б. Е. Веденеев продолжал оставаться заместителем начальника и главным инженером Днепростроя, одновременно занимая должность заместителя начальника Средневольтгостроя. С 1934 по 1941 г. он работал главным инженером и заместителем начальника Главгидроэнергогостроя — технического центра по изысканиям, проектированию и строительству всех гидроэлектростанций СССР.

В этот период проектировались Ярославская, Горьковская и Камская ГЭС — первые станции каскада Большой Волги. Б. Е. Веденеев оказал большое влияние на проекты этих ГЭС, дал исчерпывающий анализ строительству девяти станций Волжского каскада и Камской гидроэлектростанции.

Для технико-экономических расчетов гидростроительства Б. Е. Веденеев предложил простой и достаточно точный метод оценки по выражению «удельного бетона». Этот метод, получивший широкое распространение, он с успехом применял при работе над проблемой р. Иртыш.

В 1942 г. Б. Е. Веденеев был назначен заместителем наркома электростанций СССР. Много сил отдал он развитию энергетических ресурсов восточных районов страны и мобилизации их для нужд обороны. По мере освобождения центральных, южных и западных районов Советского Союза от немецких захватчиков Борис Евгеньевич переключал свое внимание руководителя на восстановление и реконструкцию разрушенных электростанций, в особенности гидравлических. Восстановительные работы на Днепроградской ГЭС начались в феврале 1944 г. и еще при жизни Б. Е. Веденева продвинулись настолько, что первые три агрегата станции были пущены в 1947 г.

Б. Е. Веденеев в эти годы был председателем Технического Совета Наркомата электростанций СССР. При восстановлении электростанций одновременно и реконструировались в соответствии с требованиями времени. Нужно было выполнять руководящие указания для этой цели и обеспечить выполнение их в проектах восстановления. Борис Евгеньевич руководил в этом направлении деятельностью Техсовета и добился большого успеха. Руководящие указания по проектированию электростанций, принятые в то время, послужили основой норм проектирования электростанций и энергосистем, утвержденных позднее.

В качестве члена Техсовета Б. Е. Веденеев (до назначения председателем) руководил экспертизой проектов многих электростанций, которую он проводил и по заданию Госплана. По поручению правительства Б. Е. Веденеев участвовал в решении основных вопросов ряда крупных сооружений — Московского метрополитена, Дворца Советов, канала имени Москвы.

Деятельность Б. Е. Веденева по сооружению грандиозных гидростанций и по научному обоснованию решений, положенных в основу их строительства, получила достойную оценку — в 1932 г. он был избран действительным членом Академии наук СССР. Работе в академии Борис Евгеньевич отдавал много сил. Он был членом президиума и председателем секции промышленного, гидротехнического и коммунального строительства, комиссии по проблемам комплексного изучения и освоения природных ресурсов СССР, проводил ряд конференций, в том числе по коррозии бетона, принимал участие в работах Энергетического института им. Г. М. Кржижановского.

Под руководством Бориса Евгеньевича были проведены исследования по применению методов математической статистики при изучении гидрологических явлений, по проектированию крупных гидротехнических сооружений, изучению коррозии бетона и борьбы с ней. По окончании войны Б. Е. Веденеев был назначен членом Чрезвычайной Государственной комиссии по установлению и расследованию злодеяний немецко-фашистских захватчиков и причиненного ими ущерба.

Список опубликованных Б. Е. Веденева работ относительно невелик и содержит 39 названий. Основные темы публикаций: коррозия бетона, гидроэнер-

## Читательская конференция журнала «Электричество» в МЭИ

14 марта с. г. в уютном и просторном конференц-зале библиотеки Московского ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции энергетического института состоялась читательская конференция журнала «Электричество». Конференция была организована первичной организацией НТОЭиЭП МЭИ, библиотекой МЭИ и редакцией журнала «Электричество».

Присутствовало более 80 человек.

В работе конференции приняли участие проректор МЭИ проф. В. П. Морозкин, декан электроэнергетического факультета МЭИ проф. Б. К. Максимов, декан факультета ЭАПТ МЭИ проф. Н. Ф. Ильинский многие профессора, сотрудники МЭИ и других организаций.

Конференцию открыл и вел председатель совета НТОЭиЭП МЭИ, зав. кафедрой «Электрические станции» проф. Б. Н. Неклепаев.

С докладом выступил главный редактор журнала «Электричество» проф. Л. Г. Мамиконянц. Он рассказал об истории старейшего научно-технического журнала страны, о его тематике, задачах и планах, отметил недостатки в работе журнала, ответил на вопросы собравшихся.

Слово было представлено зам. зав. библиотекой МЭИ М. С. Лебедевой. Она рассказала, что к конференции была организована выставка номеров журнала и проведено анкетирование читателей, сообщила результаты анализа 62-х читательских анкет.

В прениях по докладу главного редактора выступили многие ведущие специалисты МЭИ.

Доц. Я. Л. Арцишевский рассказал о создании на базе МЭИ и Мосэнерго учебно-производственного объединения и выразил пожелание, чтобы журнал освещал деятельность этого объединения.

Доц. В. П. Васин отметил высокий научный уровень статей, полезность дискуссий, проводимых журналом. Указал на слишком большой срок рецензирования статей, недостаточную публикацию материалов по новым направлениям электротехники и энергетики.

Проф. В. П. Ларионов говорил о большой популярности журнала в подразделениях МЭИ, однако отметил, что журнал мало публикует статей по электроаппаратостроению.

Проф. С. А. Ломов высказался за налаживание тесного сотрудничества между математиками и энергетиками, предложил конкретные формы такого сотрудничества.

Проф. П. Г. Грудинский, старейший энергетик страны, предложил возобновить в журнале рубрику «Из истории электротехники».

Проф. А. В. Нетушил отметил, что в зале собрались не только читатели, но и авторы журнала и рецензенты, в связи с чем выдвинул предложение о более тесном сотрудничестве журнала и института при подборе рецензентов.

Проф. Б. Н. Неклепаев высказал не только свое мнение о журнале, но и интегральное мнение научной общности МЭИ, выясненное в ходе подготовки к конференции.

В его выступлении содержались следующие положения: нужно больше публиковать статей по мировоззренческим вопросам энергетики, что положительно скажется на уровне преподавания энергетических дисциплин в вузах; желательно больше уделять внимания обзорным статьям и статьям по современным проблемам электроэнергетики; следует более оперативно и подробно информировать читателей о международных конференциях, в частности СИГРЭ. Было указано на отсутствие в некоторых статьях единства в обозначениях и терминах, на что, по-видимому, нужно обратить внимание редакции и редколлегии, так как журнал «Электричество» является нашим ведущим и авторитетным изданием.

Заключительное слово было представлено главному редактору Л. Г. Мамиконянцу. Он поблагодарил присутствующих за участие в конференции и сообщил, что все замечания и предложения будут обсуждены на редколлегии и по возможности учтены в работе.

Конференция прошла успешно. Она была одинаково интересна и полезна как редакции, так и читателям.

**БАРАШКОВ А. С., доц**



гетические ресурсы и их использование, методология производства строительных работ, проблемы использования энергии ряда рек и общие проблемы гидроэнергетики. Среди опубликованных работ — учебник для высшей школы «Гидроэлектрические силовые установки», выдержавший два издания. В 1920—1922 гг. Б. Е. Веденеев преподавал электротехнику в Ленинградском институте путей сообщения, а затем до 1927 г. заведовал кафедрой гидроэнергетических силовых установок в этом институте. В 1923 г. Б. Е. Веденееву было присвоено звание профессора.

Борис Евгеньевич вернулся к преподаванию еще раз — в 1936 г. он стал руководителем кафедры использования водной энергии в МИСИ им. В. В. Куйбышева, но в 1938 г. из-за занятости вынужден был от этой работы отказаться, сохранив за собой лишь обязанности председателя ГЭК.

В 1944 г. Б. Е. Веденеев был назначен главным редактором журнала «Электричество». Он ориентировал авторов на написание статей, посвященных восста-

новлению электропромышленности и электроэнергетики. Журнал провел обсуждение проблем конструирования электродвигателей и трансформаторов с экономически обоснованным вложением цветного металла, поставил вопрос о разработке и внедрении экономической плотности тока, о рациональном построении сетей электрических систем, о развитии городского электротранспорта.

Несмотря на свою большую занятость, Б. Е. Веденеев вел большую общественную работу: выступал с докладами, был активным членом Совета научно-технических обществ, в 30-е годы избирался депутатом Кичкасского райсовета, был депутатом Моссовета; в 1935—1937 гг. был избран членом ВЦИК СССР, а в 1937 г. — депутатом Верховного Совета СССР от Карело-Финской республики.

В общении с людьми Б. Е. Веденеев был отзывчивым, благожелательным человеком, готовым оказать содействие и помощь. Его отличали большая личная скромность, обаятельность, стремление

понять собеседника. Он был принципиальным во всех делах и поступках. Внешний облик Бориса Евгеньевича вполне соответствовал его внутреннему содержанию и привлекал каждого, кто с ним общался.

Деятельность Б. Е. Веденеева заслуженно оценена Родиной. Он был награжден тремя орденами Ленина, орденом Отечественной войны 1-й степени, ему была присуждена Государственная премия. Его именем назван теплоход, оно присвоено Всесоюзному научно-исследовательскому институту гидротехники, улицам в Ленинграде, Волхове, Запорожье, в вузах в его честь учреждены стипендии для студентов.

Только немногим людям свойственно такое сочетание глубокой научной эрудиции с многосторонним практическим опытом, только немногие могут сделать в своей области то, что сделал Б. Е. Веденеев. Память о нем сохранится до тех пор, пока живет все созданное им.

**ГРУДИНСКИЙ П. Г.**



# Подготовка рукописей для журнала «Электричество»

1. Материал статьи должен быть изложен в строгой и вместе с тем понятной форме для широкого круга научных работников и инженеров. В частности, необходимо пояснить все малоизвестные термины и понятия. Надо помнить, что читателя прежде всего интересует физический смысл рассматриваемых явлений.

Если в статье сообщаются новые разработки (научных и технических проблем), то должны быть показаны их технико-экономические преимущества по сравнению с ранее известными. При изложении новых методов расчетов, исследований и т. п. необходимо давать их сравнительную оценку (по отношению к известным способам) с точки зрения их простоты и затрат времени на изучение и пользование ими.

Перед заглавием статьи желательно проставлять ее индекс в соответствии с универсальной десятичной классификацией (УДК).

Для того чтобы облегчить работу читателя с журналом, авторам необходимо придерживаться следующей структуры статей:

- а) краткое изложение состояния рассматриваемого вопроса и постановка задачи, решаемой в настоящей статье;
- б) метод решения задачи и принятые допущения;
- в) основное содержание статьи — физическая сущность, исходные и конечные математические выражения, эксперименты и расчеты, примеры, иллюстрации;
- г) обсуждение полученных результатов и сопоставление с известными ранее;
- д) выводы и рекомендации;
- е) приложения: доказательства использованных в статье положений, математические выкладки и преобразования;
- ж) список литературы.

2. При написании статьи необходимо избегать применения громоздкого математического аппарата. Сведения, приводимые в статье, должны содержать лишь самый необходимый минимум формул.

Объем статьи с приложением не должен превышать 12 страниц машинописного текста.

3. Статья представляется в двух экземплярах (первый и второй), отпечатанных через два интервала с полями 4—5 см.

4. Формулы вписываются темными чернилами в отдельных строках, а не в тексте.

В том случае, если прописные и строчные буквы имеют одинаковое начертание, прописные буквы рекомендуется подчеркивать двумя черточками снизу, строчные — двумя черточками сверху. Греческие буквы следует заключать в кружок красным карандашом.

При вписывании индексов следует указывать, какие из них латинские и какие русские.

5. Библиографический указатель (список литературы) составляется в порядке последовательности в тексте, при этом указываются:

- а) для журнальных статей — фамилия и инициалы автора,

название статьи, наименование журнала или сборника, год издания, том, номер.

- б) для книг — фамилия и инициалы автора или всех авторов, название книги, наименование издательства и город, в котором оно находится, год издания.

Название иностранных работ и работ на языках народов СССР, а также фамилии авторов их должны быть приведены в оригинальной транскрипции и напечатаны на машинке.

В список литературы не следует включать неопубликованные материалы, а также материалы, отпечатанные литографическим и подобным ему способами.

6. Рисунки не должны содержать лишних данных, а все обозначения на рисунках обязательно должны соответствовать ГОСТ. Поясняющие надписи следует по возможности выносить в подпись к рисунку, причем они должны дополнять текст статьи, а не повторять его. Цифровые или буквенные обозначения, имеющиеся на рисунках, необходимо объяснить либо только в подписи к рисунку, либо только в тексте.

Следует учитывать, что при печати рисунки уменьшаются, поэтому детали их не должны быть мелкими, однако размер каждого рисунка не должен превышать 20×30 см.

Фотоснимки должны быть напечатаны на белой глянцевой бумаге. Изображение должно быть контрастным, с резкой проработкой деталей. На одном экземпляре осциллограмм не должно содержаться никаких надписей.

Рисунки и фотоснимки не следует вклеивать в текст статьи; на обороте каждого из них необходимо указывать фамилию автора.

Количество рисунков не должно превышать 7 шт. на 1 авт. лист (не более 1 рис. на 3 стр. машинописного текста), причем необходимо учитывать, что буквенные подразделения графического материала (например, рис. 1, а, рис. 1, б и т. п.) редакция ж. «Электричество» считает за отдельные рисунки.

7. В таблицах все наименования следует указывать полностью, не сокращая слов.

8. К статье необходимо приложить реферат.

Реферат должен дать читателю представление о характере работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и основных его результатах.

Средний объем реферата — 0,5 стр. машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×20 см) в двух экземплярах, с полем 4 см с левой стороны.

Сообщение о наличии в реферируемой работе библиографических источников необходимо давать в конце реферата. Например: Библ. 9.

9. В конце статьи должны быть указаны фамилия, имя и отчество автора, домашний адрес, место работы, номера домашнего и служебного телефонов.

10. Рукописи статей должны сопровождаться письмом автора и необходимыми документами предприятия (учреждения).

## Уважаемый читатель!

Журнал «Светотехника» систематически публикует материалы по развитию отечественной и зарубежной светотехнической науки, техники и промышленности:

проектированию, монтажу и эксплуатации осветительных и облучательных установок различного назначения;

разработке и производству новых светотехнических изделий (ламп, светильников, пускорегулирующих устройств, электроустановочных изделий и т. п.), а также средств для обслуживания осветительных установок;

повышению производительности труда в результате улучшения искусственного и естественного освещения, эффективному использованию электрической энергии в светотехнических установках.

На страницах журнала регулярно помещаются необходимые для практической работы справочные материалы по расчету и устройству различных светотехнических установок; консультации по вопросам их проектирования, устройства и эксплуатации; сведения о новых книгах и нормативных документах; хроникальные и информационные материалы, в том числе реклама новых светотехнических изделий.

Журнал систематически проводит обсуждение важнейших вопросов развития светотехнической науки, практики и производства.

Благодаря тесной связи со светотехническими организациями и предприятиями, широкому авторскому активу и наличию сети групп содействия и общественных корреспондентов журнал осуществляет полную и оперативную информацию своих читателей обо всем новом в светотехнике.

Журнал «Светотехника» необходим для успешной работы каждому инженеру и технику, работающему в области проектирования и эксплуатации электрического освещения, разработки и производства светотехнических изделий.

Подписывайтесь на журнал «Светотехника»!

Журнал распространяется только по подписке Союзпечати, которая принимается без ограничений. Подписная цена на год — 4 р. 80 коп.

Вологодская областная универсальная научная библиотека

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Глебов И. А., Демирчян К. А., Вершинин Ю. Н., Башкиров Ю. А. Проблемы использования сверхпроводимости в электроэнергетике . . . . .                             | 1  |
| Крикунчик А. Б. Вопросы развития электрических сетей                                                                                                            | 4  |
| Малый А. С. Защита линий электропередачи от однофазных коротких замыканий . . . . .                                                                             | 9  |
| Соколов С. Е., Бикташев Ш. Ш. Управляемые реакторы с пульсирующим магнитным полем для компенсации реактивной мощности в электрических сетях . . . . .           | 15 |
| Жежеленко И. В., Липский А. М., Саенко Ю. Л. Определение эквивалентного тока нагрева проводников в системах электроснабжения промышленных предприятий . . . . . | 19 |
| Афанасьев А. А. Магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины с двухсторонней зубчатостью сердечников . . . . .                                        | 22 |
| Фриджибашян Э. С. Метод дискретно-аналогового моделирования магнитных полей в электрических машинах                                                             | 26 |
| Токарев Б. Ф., Тодос П. И., Лубсанов А. А. Температурное поле активной части якоря двигателя постоянного тока с жидкостным заполнением . . . . .                | 30 |
| Шаталов А. С. Дискретные и непрерывные спектры периодических коммутированных процессов . . . . .                                                                | 34 |
| Цейтлин Л. А., Шукин А. В. Сферический электромагнитный экран в переменном магнитном поле произвольного вида . . . . .                                          | 41 |

## СООБЩЕНИЯ

|                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Летун В. М. Расчет эквивалентных характеристик и относительных приростов потерь активной мощности группы электростанций . . . . .      | 45 |
| Синельников В. Я., Казанский С. В., Ланда М. Л. Защита силовых трансформаторов электрических сетей при аварийных перегрузках . . . . . | 46 |

|                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Данилевич Я. Б., Ганжинов И. С., Гурьев Ю. Л., Иванов С. А. Распределение температуры в оболочках ротора сверхпроводникового турбогенератора . . . . .                     | 48 |
| Каримов Х. Г., Тупогуз Ю. А. Формализация составления схем многофазных совмещенных обмоток электрических машин . . . . .                                                   | 51 |
| Водовозов В. М. Выбор параметров энергетического канала электропривода станков с программным управлением . . . . .                                                         | 54 |
| Лалидус М. И., Пистрак М. Я. Передаточная функция контура тока в системе подчиненного регулирования частоты вращения высокودинамичных тихоходных электроприводов . . . . . | 56 |
| Стеблев Ю. И., Буров В. Н., Денисов В. А., Расчет параметров электромагнитного преобразователя при неразрушающем контроле механических напряжений в металлах . . . . .     | 58 |
| Романов В. П., Усиков В. Д. Нахождение функции Грина для области, ограниченной параллельными плоскими поверхностями . . . . .                                              | 60 |
| Бронников А. Н., Петров В. М., Поляков Б. Г. Определение первой гармоники несинусоидального заряда сегнетоконденсатора на инфранизких частотах . . . . .                   | 61 |
| Таев И. С., Рагулин И. А. Исследование коммутации тока на основе планирования эксперимента . . . . .                                                                       | 62 |
| Гефле О. С., Ушаков В. Я. Метод определения «кривых жизни» монолитной полимерной изоляции . . . . .                                                                        | 65 |
| Баженов О. А., Митькин Ю. А. Определение токопроводящих включений в электроизоляционных пленках с использованием дисперсной магнитной системы . . . . .                    | 68 |
| Игнатов И. И., Хаинсон А. В. Математическое моделирование электрических режимов дуговых сталеплавильных печей . . . . .                                                    | 69 |
| Платонова Е. В. О джоулевых потерях в RLC-разрядном контуре с учетом сопротивления искры . . . . .                                                                         | 72 |
| ХРОНИКА . . . . .                                                                                                                                                          | 73 |

## CONTENTS

|                                                                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Glebov I. A., Demirchian K. A., Verшинin U. N., Bashkirov U. A. — Problems on Superconductivity Applications in Electrical Engineering . . . . . | 1  |
| Krikunchik A. B. — Problems on the Development of Networks . . . . .                                                                             | 4  |
| Maly A. S. — Single-Phase Fault Protection of Transmission Lines . . . . .                                                                       | 9  |
| Sokolov S. E., Biktashev S. S. — Controlled Reactors With a Pulsating Magnetic Field for Reactive Power Compensation in Networks . . . . .       | 15 |
| Zhezhenko I. V., Lipski A. M., Sayenko U. L. — Finding the Equivalent Current for Conductor Heating in Industrial Power Supply Systems . . . . . | 19 |
| Afanasiev A. A. — The Magnetic Field in the Air Gap of an Electrical Machine Having Cores With Bilateral Tothing . . . . .                       | 22 |
| Frndzhibashian E. S. — A Method for Discrete-Analog Simulation of Magnetic Fields in Electrical Machines . . . . .                               | 26 |
| Tokarev B. F., Todos P. I., Lubсанov A. A. — The Temperature Field in the Active Area of the Armature in a Liquid-Filled DC Motor . . . . .      | 30 |
| Shatalov A. S. — Discrete and Continuous Spectra for Periodic Commutative Processes . . . . .                                                    | 34 |
| Tseitlin L. A., Schukin A. V. — A Spherical Electromagnetic Screen in an Alternating Magnetic Field of Arbitrary Form . . . . .                  | 41 |

## REPORTS

|                                                                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Letun V. M. — Calculation of Equivalent Characteristics and Incremental Rates for Losses in Groups of Power Stations . . . . . | 45 |
| Sinelnikov V. J., Kazanski S. V., Lenda M. L. — Overload Protection of Power Transformers in Networks . . . . .                | 46 |

|                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Danilevitch J. B., Ganzhinov I. S., Guriev U. L., Ivanov S. A. — Temperature Distribution in the Sheaths of the Rotor of a Superconducting Turbo-Generator . . . . .              | 48 |
| Karimov H. G., Tupoguz U. A. — Formalized Construction of the Circuits for Aligned Polyphase Windings in Electrical Machines . . . . .                                            | 51 |
| Vodovozov V. M. — Selection of the Parameters for the Power Duct in the Electric Drive of Program-Controlled Machine Tools . . . . .                                              | 54 |
| Lapidus M. I., Pistrak M. J. — The Transfer Function for the Current Loop in a Subordinated Speed Control System for Highly Dynamic Slow-Speed Electric Drives . . . . .          | 56 |
| Steblev U. I., Burov V. N., Denisov V. A. — Calculation of the Parameters of an Electromagnetic Converter for Undestructive Monitoring of Mechanical Stresses in Metals . . . . . | 58 |
| Romanov V. P., Usikov V. D. — Finding Green's Function for Regions Bounded by Parallel Planes . . . . .                                                                           | 60 |
| Bronnikov A. N., Petrov V. M., Polyakov V. G. — Finding the First Harmonic for Non-Sinusoidal Discharge of a Ferro-Electric Capacitor at Infra-Low Frequencies . . . . .          | 61 |
| Tayev I. S., Ragulin I. A. — A Study of Current Commutation on the Basis of Experimental Design . . . . .                                                                         | 62 |
| Geffe O. S., Ushakov V. J. — A Method for Finding "Life Curves" for Monolithic Polymeric Insulation . . . . .                                                                     | 65 |
| Bazhenov O. A., Mitkin U. A. — Finding Conducting Inclusions in Electrical Insulating Films With the Aid of a Dispersive Magnetic System . . . . .                                | 68 |
| Ignatov I. I., Khainson A. V. — Mathematical Simulation of Electrical Operating Conditions in Steel Smelting Arc Furnaces . . . . .                                               | 69 |
| Platonova E. V. — On Joule's Losses in an RLC Circuit With Account Taken of the Spark Resistance . . . . .                                                                        | 72 |
| CHRONICLE . . . . .                                                                                                                                                               | 73 |

# Рефераты публикуемых статей

УДК 621.316.925.43:621.315.1.014.7

Защита линий электропередачи от однофазных коротких замыканий. М а л ы й А. С. — «Электричество», 1985, № 8  
Изложены принципы построения и выбора уставок защиты от однофазных к. з. на землю, зона действия которой не зависит от величины переходного сопротивления в месте повреждения. Защита реагирует на отношение токов нулевой и обратной последовательностей в защищаемой линии. Библ. 6.

УДК 621.318.435.001.24

Управляемые реакторы с пульсирующим магнитным полем для компенсации реактивной мощности в электрических сетях. Соколов С. Е., Бикташев Ш. Ш. — «Электричество», 1985, № 8  
Анализируются различные известные схемные решения управляемых подмагничиванием реакторов с плоскошхтованными стержневыми сердечниками. Произведено их сопоставление с точки зрения простоты конструкции и минимума значения коэффициента гармоник кривой потребляемого тока. Предложено с целью упрощения конструкции и улучшения технико-экономических показателей управляемых реакторов с плоскошхтованными стержневыми сердечниками использовать дроссельную компенсацию высших гармоник. Показано, что применение дроссельной компенсации в сочетании с трехстержневыми плоскошхтованными магнитопроводами с уменьшенным сечением среднего стержня позволяет создать реактор с высокими технико-экономическими показателями, сочетающий в себе возможности принудительного и параметрического управления, который может быть использован в электрических сетях любого класса напряжений. Библ. 9.

УДК 621.315.001.24

Определение эквивалентного тока нагрева проводников в системах электроснабжения промышленных предприятий. Жежеленко И. В., Липский А. М., Саенко Ю. Л. — «Электричество», 1985, № 8.  
Рассмотрен метод расчета тока проводника при резкопеременных и равномерных графиках нагрузки на основе решения стохастических дифференциальных уравнений с учетом износа изоляции. Определена температурная зависимость, по которой необходимо выбирать сечение проводника. Библ. 5.

УДК 621.313.333.013.001.24

Магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины с двухсторонней зубчатостью сердечников. Афанасьев А. А. — «Электричество», 1985, № 8  
На основе конформного отображения полуплоскости на зубчатую область воздушного зазора оценена точность расчета магнитного поля (МП) методом удельной магнитной проводимости для различных взаимных положений пазов сердечников и размеров воздушного зазора.  
Предложен обобщенный вариант указанного метода, оперирующий с двумерной локальной магнитной проводимостью воздушного зазора при его односторонней зубчатости и обладающий меньшей методической погрешностью. Библ. 10.

УДК 621.313.33.013.001.57

Метод дискретно-аналогового моделирования магнитных полей в электрических машинах. Фридрихашян Э. С. — «Электричество», 1985, № 8  
Дается схема построения нерегулярной треугольной и прямоугольной сеток для аналого-цифрового моделирования двумерных магнитных полей в нелинейных средах со сложной формой граничных и контактных поверхностей. Предложен новый подход к реализации сеточной модели магнитного поля электрической машины на базе метода — импульсных вычислительных средств. Показана возможность расчета на модели магнитного поля электрической машины с учетом магнитных потерь и взаимного перемещения сердечников. Приводятся обоснование принятых решений.  
Описанное моделирующее устройство может быть использовано автономно или в качестве периферийного оборудования ЦВМ для решения задач анализа и синтеза в системе автоматического проектирования электрических машин. Библ. 6.

УДК 621.313.2.017.71.001.24

Температурное поле активной части якоря двигателя постоянного тока с жидкостным заполнением. Токарев Б. Ф., Тодос П. И., Лубсанов А. А. — «Электричество», 1985, № 8  
Приводятся результаты численного расчета температурного поля активной части якоря двигателя постоянного тока, заполненного жидким диэлектриком. Осуществлен переход к эквивалентной тепловой схеме замещения якоря с сосредоточенными параметрами. Получены формулы для определения параметров тепловой схемы. Библ. 5.

УДК 621.372:517.52

Дискретные и непрерывные спектры периодических коммутированных процессов. Шаталов А. С. — «Электричество», 1985, № 8  
Рассмотрен аналитический метод гармонического анализа, основанный на переходе от периодизированных коммутационными средствами отрезков экспоненциальных функций к другим функциям, описываемым через лямбда-операторы. Предложена методическая модель спектрального разложения в пространстве состояния. Проанализирована резонансная фильтрация наблюдаемых периодических отрезков для выявления форм огибающей внутри коммутационного цикла. Библ. 3.

УДК 621.3.013.001.24:621.3.032.25

Сферический электромагнитный экран в переменном магнитном поле произвольного вида. Цейтлин Л. А., Щукин А. В. — «Электричество», 1985, № 8  
Рассмотрена и решена задача определения магнитного и электрического полей сферического и электромагнитного экрана при воздействии на него произвольной системы квазистационарных токов. Показано, что в общем случае решение сводится к вычислению квадратур, определяющих соответствующие сферические гармоники. Библ. 10.

УДК 621.311.15.001.24

Расчет эквивалентных характеристик относительных приростов потерь активной мощности группы электростанций. Летун В. М. — «Электричество», 1985, № 8.  
Приведены выводы формул для расчета эквивалентных относительных приростов величин расхода условного топлива и потерь активной мощности для группы электростанций. Библ. 4.

УДК 621.316.925.4:621.314.222.6

Защита силовых трансформаторов электрических сетей при аварийных перегрузках. Синельников В. Я., Казанский С. В., Ланда М. Л. — «Электричество», 1985, № 8.  
Предложены устройства для защиты силовых трансформаторов от перегрузки, реагирующие на ток нагрузки и температуру верхних слоев масла и обеспечивающие повышение эффективности и надежности работы трансформаторов за счет более полного использования их перегрузочной способности. Библ. 7.

УДК 621.313.322—81:537.312.62.017.72

Распределение температуры в оболочках ротора сверхпроводникового турбогенератора. Данилевич Я. Б., Ганжиков И. С., Гурьев Ю. Л., Иванов С. А. — «Электричество», 1985, № 8  
Излагается методика расчета температурного поля в оболочках ротора сверхпроводникового турбогенератора в различных режимах работы, в том числе и нестационарных. Методика иллюстрируется данными расчета температурного поля сверхпроводникового турбогенератора типа КТГ-20 в режиме теплового удара. Библ. 6.

УДК 621.3.045.5.001.2

Формализация составления схем многофазных совмещенных обмоток. Каримов Х. Г., Тупогуз Ю. А. — «Электричество», 1985, № 8  
Предложен формализованный метод составления схем совмещенных обмоток, который может быть реализован, в частности, при использовании ЦВМ. Метод позволяет составлять схемы обмоток нормального исполнения, полюсопереключаемых и совмещенных обмоток, в которых токи одного источника создают одновременно несколько рабочих гармоник поля. Библ. 5.

УДК 62—83:65—503.55

Выбор параметров энергетического канала электропривода станков с программным управлением. Водовозов В. М. — «Электричество», 1985, № 8.

Предлагается подход к проведению энергетического расчета электропривода станков с программным управлением, учитывающий многокритериальность задачи и неравноценность различных критериев. Рассматриваются два этапа оптимизации — алгоритмический и интерактивный. Даны примеры расчета. Библ. 10.

УДК 62-83-52

Передающая функция контура тока в системе подчиненного регулирования частоты вращения высокочастотных тихоходных электроприводов. Лапидус М. И., Пистраки М. Я. — «Электричество», 1985, № 8.

Получена передающая функция контура регулирования тока якоря при традиционной структуре регулятора, учитывающая действие внутренней обратной связи по э. д. с. электродвигателя и непосредственно приложенная для инженерного синтеза системы регулирования частоты вращения электропривода. Библ. 3.

УДК 539.012.1.004.5:621.314.263.001.24

Расчет параметров электромагнитного преобразователя при неразрушающем контроле механических напряжений в металлах. Стеблев Ю. И., Бузов В. Н., Денисов В. А. — «Электричество», 1985, № 8.

Приводится расчет электромагнитного поля в механически напряженной пластике, расположенной в однородном переменном поле.

Рассматривается простейшее напряженное состояние: одноосное растяжение и одноосное сжатие. Показана возможность измерения механических напряжений в образце с помощью электромагнитного преобразователя. Библ. 3.

УДК 537.21:621.319.7

Нахождение функции Грина для области, ограниченной параллельными плоскими поверхностями. Романов В. П., Усиков В. Д. — «Электричество», 1985, № 8.

Предложен метод нахождения функции Грина для области, ограниченной параллельными плоскими поверхностями, основанный на построении системы фиктивных источников поля, путем отражения диполей относительно граничных поверхностей. Данный метод в отличие от традиционного метода изображений, в котором используется отображение отдельных зарядов, дает функцию Грина, позволяющую находить не только распределение поля, но и индуцированные заряды. Библ. 4.

УДК 621.3.018.3

Определение первой гармоники несинусоидального заряда сегнетоконденсатора на инфранизких частотах Бронников А. Н., Петров В. М., Поляков Б. Г. — «Электричество», 1985, № 8.

Предложен графический способ определения первой гармоники несинусоидального заряда сегнетоконденсатора с помощью петли диэлектрического гистерезиса при синусоидальном напряжении. Активная составляющая первой гармоники заряда определяется с использованием площади петли гистерезиса, а реактивная составляющая — по ее линейной части в области напряжения от  $\sim 0,8 U_M$  до  $U_M$ .

УДК 621.316.014.2.001.5

Исследование коммутации тока на основе планирования эксперимента Таев И. С., Рагулин И. А. — «Электричество», 1985, № 8. Проведено трехфакторное ортогональное центральное композиционное планирование второго порядка с целью получения уравнения регрессии времени дуги от электрических параметров отключаемой цепи: тока, напряжения и скорости расхождения контактов из серебра. План реализован для двух значений электромагнитной постоянной времени отключаемой цепи. Получено общее уравнение, описывающее зависимость времени дуги от перечисленных факторов и условие перехода неполного квадратичного уравнения в квадратичное. Библ. 9.

УДК 621.315.616.9:678.742.2.001.4.001.24

Метод определения «кривых жизни» монолитной полимерной изоляции. Гелле О. С., Ушаков В. Я. — «Электричество», 1985, № 8.

Предложена методика, позволяющая сократить длительность экспериментального определения «кривой жизни» и снизить уровень испытательного напряжения и трудоемкость подготовки образцов для испытаний. Методика обеспечивает удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных применительно к реальным изоляционным конструкциям. Библ. 12.

УДК 621.315.62:620.19

Определение токопроводящих включений в электроизоляционных пленках с использованием дисперсной магнитной системы. Баженков О. А., Митькин Ю. А. — «Электричество», 1985, № 8. Обоснована необходимость применения дисперсного ферромагнитного обжима для контроля числа токопроводящих включений в тонких электроизоляционных пленках, конденсаторных бумагах и аналогичных им изделиях. Разработаны методика и устройство для контроля числа токопроводящих включений. Получены экспериментальные результаты распределения числа включений по их электрическим сопротивлениям для различных типов электроизоляционных пленок. Библ. 6.

УДК 621.365.2.001.57

Математическое моделирование электрических режимов дуговых стапеллавильных печей на основе математического моделирования. Игнатов И. И., Ханнсон А. В. — «Электричество», 1985, № 8.

Приведены результаты численного исследования и оптимизации электрических режимов в трехфазных симметричных и несимметричных цепях дуговых стапеллавильных печей (ДСП) Метод расчета основан на использовании дифференциального уравнения для ВАХ дуги, что позволяет учесть несинусоидальность токов и напряжений в цепи, влияние параметров электрического контура печи, условия горения дуг.

Представлены расчетные ВАХ дуг и безразмерные электрические характеристики ДСП для различных периодов плавки. Рассмотрены вопросы оптимизации электрических режимов. Приведены в обобщенном виде результаты решения задачи максимизации мощности выделяемой в дугах. Предложен эффективный алгоритм решения оптимизационных задач в несимметричных цепях, основанный на декомпозиции исходной задачи. Библ. 2.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Негушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Савалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80  
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулёва

Сдано в набор 14.06.85

Подписано в печать 08.08.85

Т-16692

Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>8</sub>

Печать высокая Усл. печ. л. 10

Усл. кр.-отт. 10,5

Уч.-изд. л. 12,72

Тираж 5644 экз.

Заказ 1651

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 142300 г. Чехов Московской области

Государственного комитета СССР

Вологодская областная универсальная научная библиотека

www.booksite.ru