



ISSN 0013-5380

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1985

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

6

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

6

ИЮНЬ  
1985

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

УДК 621.31.001.1

## Системный подход к проблемам электроэнергетических систем

ВЕНИКОВ В. А., доктор техн. наук

Современные электроэнергетические системы являются большими системами кибернетического типа со специфическими свойствами, учет которых должен был бы предопределять стратегию их развития и особенности функционирования. К сожалению, эти свойства далеко не всегда и не в полной мере учитываются при оценке возможных путей создания и развития такого рода систем. Недоучет возможностей и особенностей электроэнергетики как большой системы приводит к ошибочным суждениям и серьезным просчетам.

В последнее время неоднократно высказывались мнения относительно того, что электроэнергетическая система может работать как система переменного тока только в условиях очень серьезных ограничений как по протяженности, так и по передаваемой мощности. По сути дела, часто вообще отрицалась возможность ее существования как единой системы. Между тем, на основе анализа свойств систем кибернетического типа, имеющих целенаправленное управление и самоуправление, можно утверждать, что никаких такого рода ограничений в системе переменного тока нет и быть не может. Такая система *может* быть создана и *может* успешно функционировать, имея протяженность от Владивостока до Бреста, а если нужно, то и далее. Выделяем слова *может*, так как вопросы о том, нужно ли ей так работать всегда и в каких случаях это целесообразно, должны решаться на основе физико-технологического анализа и экономических оценок перспективного (но отнюдь не только современного) силового и регулирующего оборудования. Именно при этом необходимо ориентироваться не на структурно-экономическое проектирование и прогнозирование, распространяющее сегодняшнее положение на будущее, а на проектирование физико-технологическое [1].

Сложившийся подход к проектированию и недоучет свойств электроэнергетической системы как большой

системы кибернетического типа уже приводит к серьезным просчетам, которые в дальнейшем могут усугубляться. Так, например, стремясь уменьшить расход топлива на отпущенный киловатт-час электроэнергии, электростанции в ряде случаев используют только оборудование, имеющее высокий к. п. д. (более новое оборудование), и работают с резервами, недостаточными для обеспечения постоянного поддержания нормальной частоты (так как эти резервы пришлось бы обеспечивать за счет оборудования с более низким к. п. д.). Кажущийся эффект экономии в плане системного рассмотрения проблемы в действительности приводит к серьезным убыткам, поскольку снижение частоты вызывает дополнительные потери в народном хозяйстве. По данным французских исследователей, снижение частоты в течение рабочей части суток на 0,5 Гц против нормальной равносильно пятиминутному простою всех промышленных предприятий страны. Интересно, что ущерб от такого снижения частоты на одном промышленном предприятии практически мало заметен и при экспериментальных проверках просто не уловим. Однако в масштабе всей страны это приводит к весьма существенным убыткам [2].

Значительны также отрицательные экономические последствия работы энергетического оборудования тепловых станций при пониженной частоте. Понижение частоты вызывает уменьшение к. п. д. турбин, генераторов, производительности оборудования собственных нужд станций (дымососов, циркуляционных насосов), приводит к увеличению потерь в сетях. Уменьшение электрической мощности агрегатов и снижение частоты, с которой они работают, означает и увеличение относительного прироста расхода тепла, что обуславливает ухудшение энергетической характеристики турбины — характеристика, соответствующая пониженной частоте, располагается выше таковой при нормальной частоте [3].

Таким образом, системный подход, оценивающий совокупность и взаимозависимость действующих факторов, показывает, что работа энергосистем на пониженной частоте вызывает экономические последствия, связанные с недовыработкой электроэнергии, дополнительным расходом топлива, повышенным износом и снижением надежности энергетического оборудования. Отсюда следует вывод, что необходимый для поддержания частоты оперативный резерв должен существовать в системе даже за счет некоторого снижения экономии топлива. К такому выводу не приведет локальный подход, оценивающий только работу станций, для которой абсолютное значение экономии топлива будет являться решающим фактором.

Отсутствие системного подхода сказывается на оценке эффективности различного рода автоматических устройств, которые могли бы сделать современную электроэнергетическую систему полностью управляемой и надежно функционирующей независимо от ее территориальных размеров, передаваемых мощностей и конфигурации. Рассуждения о том, что усложнение электроэнергетической системы неизбежно приводит к ее неуправляемости, стихийному распространению по ней катастрофических возмущений, не состоятельны, так как исходят из соображений, при которых игнорируются положения теории больших систем.

Так, не учитывается одно из основных положений кибернетики, утверждающее, что сложность системы регулирования должна возрастать быстрее, чем сложность подлежащей управлению системы; начисто забывается о возможностях инвариантного регулирования, при котором влияние возмущений произвольного вида не сказывается на отклонении параметров управляемой системы от их заданных заранее значений. Вместо совместного рассмотрения новых свойств регулируемой и регулирующей систем упомянутые рассуждения об ограниченности возможностей будущей электроэнергетической системы переменного тока, ориентируются или на нерегулируемую систему или на прошлые простейшие способы регулирования, неадекватные новой системе повышенной сложности. Именно в отсутствии системного подхода при рассмотрении развития ЕЭС без возможного развития способов управления состоит принципиальная ошибка производимых оценок. Разумеется, при системном комплексном анализе не должно быть предвзятых, часто фигурирующих сейчас серьезно не обоснованных мнений, утверждающих только переменный ток, или обязательное применение линий постоянного тока, обязательное деление системы на части и т. д. Линии или вставки постоянного тока могут находить свое место, если исходить из анализа стратегии долговременного развития всей системы (управляемой и управляющей), проводимого на основе физико-технологического проектирования.

При создании будущего кибернетического регулирования ЕЭС следует ориентироваться на комплекс, включающий как единое целое, по крайней мере, семь указанных ниже типов регулирующих устройств нового вида, которые при совместном применении обеспечат устойчивость и надежность функционирования любой сколь угодно протяженной системы, исключив распространение возмущений в ней. Такое решение задачи управления ЕЭС, в отношении которого некоторые специалисты проявляют неоправданный скептицизм, вполне подготовлено отдельными, пока не сведенными воедино и неиспользуемыми как целое, отечественными и зарубежными

ми исследованиями. Следует подчеркнуть, что только кибернетический подход — рассмотрение совместного действия указанных выше устройств как инвариантных — выявляет тот эффект регулирования, который такого рода устройства не могут дать при действии «по одному». Здесь необходим переход от методов анализа к методам синтеза, на основе которых может быть реализован суммарный эффект совместного действия устройств (разумеется, не всегда обязательно одновременное применение всех упомянутых устройств, но все они должны быть учтены при создании комплекса системы регулирования).

Современный подход к исследованию развития ЕЭС не учитывает системного эффекта и при рассмотрении возможностей, открываемых совместным применением систем переменного и постоянного тока. Ошибка здесь заключается прежде всего в том, что и линии передачи постоянного тока, и вставки постоянного тока рассматриваются с антагонистических переменному току позиций, разрушающих структуру единой системы переменного тока, разбивающих ее на части, в которых должна быть несинхронная работа с разной частотой и т. д. Разумеется, при таких возможностях различные части системы будут стремиться работать с пониженной частотой, тем самым увеличивая общесистемные потери.

Системный подход к решению такого рода задач должен был бы заключаться в рассмотрении передач и вставок постоянного тока как элементов единой энергетической системы, не делящих ее на части, а работающих параллельно с электропередачами переменного тока. Системный эффект будет во взаимном улучшении энергетических и, что не менее важно, регулировочных характеристик, что придаст единой энергетической системе новые свойства, обусловленные сочетанием (параллельная работа), а не дроблением ее.

Вставка постоянного тока является линией электропередачи нулевой длины. Давно известно, что преимущества электропередач постоянного тока заключаются в их относительно невысокой стоимости при дороговизне конечных (выпрямители, инверторы) устройств. Во вставке постоянного тока дешевый элемент исключается, остаются наиболее дорогие устройства. Широко применение вставок в таком виде, как это предлагается сейчас, не может быть оправданным, так как отводимые им функции перераспределения мощности внутри системы могут быть достигнуты другими, более простыми и дешевыми средствами (поперечное регулирование трансформаторов). Возлагать же на них то или иное регулирование частоты в отдельных частях системы принципиально неправильно, однако при оценке возможностей вставок постоянного тока можно установить область их действительно рационального применения, при котором они будут решать системные задачи. При этом открываются возможности использования их не только как устройств деления системы или «поворотных устройств», но и как накопителей энергии. Включив между выпрямителем и инвертором мощные конденсаторы, можно превратить вставку в источник энергии (вернее мощности), который одновременно с решением локальных задач, действуя вместе с комплексом регулирующих устройств, облегчит задачи регулирования частоты, снятия острых пиков нагрузки, улучшения статической и динамической устойчивости системы.

Таким образом, системный подход указывает на возможность получения от вставки новых свойств, обеспечивающих улучшение работы ЕЭС, полностью сохранив

ее как целое — без дробления на отдельные части с разными частотами<sup>1</sup>.

Применение конденсаторов для накопления энергии, конечно, покажется совершенно недопустимым при структурно-экономическом подходе к оценке нового, когда это новое оценивается по старым ценам и по старой технологии. Необходим физико-технологический подход [1], учитывающий, что уже существуют и в ближайшей перспективе будут широко применяться «сверхконденсаторы», обладающие большой емкостью при малых габаритах. Например, в Японии разработаны конденсаторы, которые при емкости в 1 Ф имеют высоту 2,5 и диаметр 2,85 см\*. Подробности об устройстве фирмы не сообщают, но известно, что эти конденсаторы при применении их на постоянном токе имеют малые потери и могут выпускаться с емкостями от долей микрофарады до одной фарады. Несомненно, аналогичные относительно дешевые конденсаторы могут в широком масштабе производиться и у нас.

Широкое применение за рубежом получили статические источники реактивной мощности, называемые в нашей литературе ИРМ или СТК. Они могли бы с успехом создаваться при использовании высокоемкостных конденсаторов постоянного тока, включаемых через соответствующие выпрямительно-инверторные устройства, которые, разумеется, дадут некоторые дополнительные потери энергии. Однако, как показывают исследования, увеличение мощности источников реактивной мощности даже при дополнительных потерях в устройствах компенсации в очень многих случаях в целом бывает выгодно для системы. Здесь опять-таки должен быть применен системный подход, при котором оценка эффективности такого рода устройств должна даваться исходя из изменения потерь энергии в системе в целом, а не по локальной оценке роста потерь в данном конкретном единичном устройстве. В самом деле, если с помощью такого рода устройств, даже имеющих некоторые дополнительные потери, мы снизим потери мощности в сетях, которые в максимум нагрузки бывают очень велики, то тем самым не только уменьшим потери на нагрев, но высвободим мощность в оперативном резерве, необходимым для поддержания частоты в системе, что дополнительно приведет к уменьшению системных потерь. Это еще раз показывает неправильность локальной оценки отдельных устройств и их, якобы, экономичность или неэкономичность, которые не могут быть оценены без учета системного эффекта в целом.

Не имея возможности подробно останавливаться на всех возможных устройствах, комплексное применение которых улучшит режим и обеспечит совместную работу электростанций и нагрузок сколь угодно протяженной и мощной электроэнергетической системы, приведем характеристики семи наиболее эффективных устройств, которые во взаимных сочетаниях (именно в сочетаниях, а не по отдельности) могут обеспечить инвариантное регулирование и снять кажущиеся неразрешимыми проблемы устойчивой и надежной работы электроэнергетической системы переменного тока.

Во-первых, это различные новые регуляторы возбуждения: адаптивные — перестраивающиеся в зависимости от режима системы и реагирующие на нечеткие

(или «размытые») параметры, подводимые к регуляторам.

Во-вторых, источники реактивной мощности, которые могут иметь четыре основных типа: а) с насыщающимся реактором; б) с реактором тиристорного управления; в) с конденсаторами тиристорного управления; г) комбинированные — с использованием трех указанных выше типов управления. (Еще раз подчеркнем, что во многих отдельных случаях, выявляемых системным анализом, технически и экономически может быть оправдано применение конденсаторов постоянного тока, которые в этих случаях включаются через выпрямитель-инвертор.

В-третьих, применение вставок-накопителей, в которых между выпрямителем и инвертором включается мощная батарея конденсаторов, накапливающих активную мощность и выдающих ее для регулирования частоты, снятия пиков нагрузок и улучшения статической и динамической устойчивости; здесь опять-таки с успехом могут быть применены высокоемкостные конденсаторы постоянного тока.

В-четвертых, для изменения направлений потоков мощности на параллельных линиях переменного тока или регулирования потоков мощности в кольце целесообразно применение трансформаторов с поперечным регулированием. Выпуск таких трансформаторов, очевидно, не может представить каких-либо принципиальных трудностей, технико-экономическая же оценка некоторого дополнительного удорожания, если она будет производиться с учетом системных свойств, которые приобретают трансформаторы при такой конструкции, всегда будет абсолютно благоприятной. Трансформатор с поворотом фазы может в ряде случаев быть дешевле и удобнее в эксплуатации, чем вставка постоянного тока, если таковую использовать не как вставку-накопитель, а только как устройство, регулирующее потоки мощности.

В-пятых, возможно и в ряде случаев с системных позиций вполне целесообразно применение асинхронизированных синхронных генераторов или генераторов полностью асинхронных, получающих реактивную мощность за счет регулируемых ИРМ—СТК, установленных на их шинах. Оценка этих агрегатов нового типа должна быть системной, так как только улучшением общих свойств единой энергетической системы может быть оправдано их достаточно широкое применение.

В-шестых, как серьезное средство улучшения статической и динамической устойчивости должна быть рассмотрена уже разработанная теоретически и экспериментально, но все еще недостаточно реализуемая практическая система автоматического быстрого регулирования паровых турбин (в дальнейшем и гидравлических). Устройства такого рода, применяемые в сочетании с упомянутыми выше, несомненно дадут очень большой эффект в отношении полного решения проблемы устойчивости электрической системы переменного тока.

В-седьмых, должно быть учтено применение новых линий электропередач, называемых компактными линиями, управляемыми линиями большой пропускной способности, иногда полупразомкнутыми. Во всех конструкциях таких линий предусматриваются сближенные провода параллельных цепей и управляющие устройства в виде фазорегулирующих трансформаторов с применением на этих линиях ИРМ—СТК. Не останавливаясь подробно на конструкции и возможностях такого рода электропередач [4], отметим, что на таких линиях пере-

<sup>1</sup> Разумеется, конъюнктурные условия в отдельных случаях могут оправдывать антисистемный подход применения вставки.

\* Electronige industriella, 1983, № 55. °

менного тока за счет их управления могут быть полностью сняты все проблемы устойчивости; их пропускная способность будет практически не ограничена режимными факторами.

Все упомянутые выше пути решения проблемы создания единой энергетической системы, не имеющей каких-либо принципиальных ограничений, требуют целенаправленных, тщательно поставленных теоретических и, что особенно важно, практических исследований, которые выявили бы эффективность различных сочетаний рассмотренных здесь регулирующих устройств, их возможности инвариантного регулирования и оценили бы их эффективность с системной точки зрения. Разумеется, кроме исследований, необходимо предусмотреть в ближайшей перспективе выпуск электропромышленностью соответствующих устройств и их элементов, без чего неизбежно отставание электроэнергетики.

Для правильной оценки рассмотренных путей улучшения развития ЭЭС необходимо использовать методы анализа и синтеза, адекватные поставленным задачам. Здесь прежде всего существенно применение кибернетического моделирования [5], которое дает возможность на основе специально разработанных процедур строить исследование, оперируя сложной системой как черным ящиком, функции которого моделируются на выходе в соответствии с поставленной на входе задачей. При этом вместо огромного числа функций оказывается возможным оперировать их ограниченным числом, обусловленным целью, которую необходимо достичь. В процессе кибернетического моделирования происходит автоматическое эквивалентирование отдельных участков и подсистем.

На основе специально разработанных процедур возможно построить модель верхнего уровня, имеющую размерность числа граничных переменных, и определить эти переменные без внесения искажений в получаемые результаты. Определение внутренних переменных, представляющих интерес в данной задаче, может быть выполнено путем проведения вычислений только для соответствующих подсистем.

Таким образом, общая структура алгоритма кибернетического моделирования включает «ход вверх» для построения модели верхнего уровня, операций с этой моделью и «ход вниз» по уровням иерархии для определения интересующих исследователя внутренних переменных. Данная структура определяет такие важные

преимущества метода кибернетического моделирования, как возможность исключения вычислений любой части переменных без внесения искажений в получаемые результаты, свойства адаптивности за счет появления ряда дополнительных степеней свободы, возможности реализации модели как параллельно распределенной структуры.

Кибернетическое моделирование позволяет решить задачи, связанные с реализацией получения характеристик установившихся режимов и переходных процессов в больших электрических системах, снабженных указанными выше регулируемыми устройствами нового типа.

**Выводы.** 1. Электроэнергетическая система переменного тока, рассматриваемая как большая кибернетическая система, принципиально не может иметь каких-либо ограничений в своем развитии ни по территориальному признаку, ни по вырабатываемым и передаваемым мощностям. Для этого, однако, должно быть применено комплексное инвариантное регулирование, которое должно развиваться в соответствии с развитием всей системы.

2. Элементы постоянного тока должны присутствовать в системе и рассматриваться как улучшающие ее характеристики в целом и подчиняющиеся общей стратегии развития ЭЭС.

3. Наиболее адекватным методом исследования сложной системы является метод кибернетического моделирования, в настоящее время полностью теоретически и программно освоенный и могущий с успехом применяться для решения всех задач, связанных с прогнозированием, проектированием и функционированием электроэнергетических систем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А. Задачи и возможности автоматизированного перспективного проектирования электроэнергетических систем. — Электричество, 1982, № 4.
2. Pélissier R. Les réseaux d'énergie électrique, Paris, Dunod, s. 1—250.
3. Окорочков В. Р., Поликарпова Т. И. Изменение технико-экономических показателей энергосистем при работе на пониженной частоте. — Изв. вузов. Энергетика, 1984, № 11.
4. Астахов Ю. Н., Веников В. А., Постолатий В. М. Конструкции линий электропередачи переменного тока повышенной пропускной способности. — Электричество, 1981, № 7.
5. Веников В. А., Суханов О. А. Кибернетические модели электрических систем. — М.: Энергоиздат, 1982.

[10.12.84]

УДК 621.311.016.001.24:681.3

## Экспресс-анализ режимов электроэнергетических систем на основе оценивания состояния

ВОЛОДИН В. В., ГАММ А. З., ГРИШИН Ю. А., ПАЛАМАРЧУК С. И., ПЛОТНИКОВ И. Л.

Получение оперативных сбалансированных с помощью задачи оценивания состояния [1] данных о текущем режиме электроэнергетической системы (ЭЭС) создает предпосылки для перехода к новому этапу диспетчерского управления, ориентированному на решение электротехнических задач с помощью ЭВМ в реальном времени. Это позволяет получить дополнительный экономический и технический эффект за счет лучшего использования резервов оборудования, более строгого

обеспечения необходимых запасов по устойчивости (статической и динамической), оптимальной коррекции режимов и ряда других факторов.

Ниже рассматриваются вопросы использования специального программного обеспечения АСДУ в режиме «советчика» диспетчера, когда с помощью ЭВМ контролируется надежность текущего и предстоящего режимов, оценивается их экономичность; контролируется соблюдение потребителями, станциями и отдельными систе-

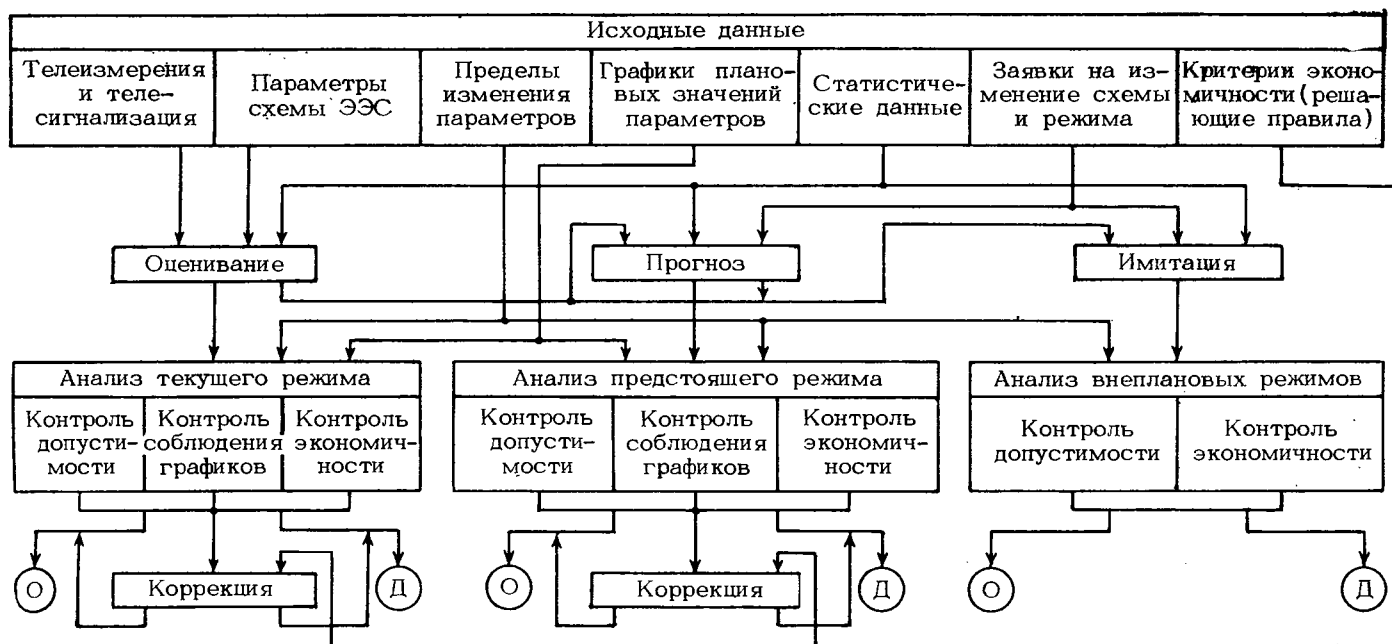


Рис. 1. Структура задач экспресс-анализа режима: О — отображение информации; Д — документирование данных

мами плановых графиков нагрузки, плановых перетоков мощности и других заданных режимных графиков; предоставляется возможность имитировать реакцию ЭЭС на предстоящие изменения схемы соединений, нагрузки, управляемых параметров; вырабатываются «предложения» по коррекции режима при его отклонении от наиболее экономичного или приближении параметров режима к опасным границам.

Естественно, что общий круг задач оперативного диспетчерского управления, решаемых с помощью ЭВМ, намного шире [2]. Здесь же предметом рассмотрения являются лишь некоторые из них, решать которые целесообразно в высоком темпе, обеспечивающем «отслеживание» реального текущего режима. Соответственно эти задачи названы задачами экспресс-анализа.

Описываемые ниже состав задач, алгоритмы и способы их реализации отражают опыт совместной работы Сибирского энергетического института СО АН СССР, Иркутского политехнического института и РЭУ Иркутск-энерго по разработке комплекса программ экспресс-анализа режима ЭЭС на ЭВМ ЕС 1010 с использованием подсистемы оценивания состояния.

*Структура задач экспресс-анализа режима (рис. 1).* Условно можно выделить три группы задач, составляющих понятие экспресс-анализа режима ЭЭС.

Первая группа — анализ свойств текущего режима. В состав задач этой группы входят: контроль допустимости текущего режима, включающий проверку соблюдения технологических и аварийных пределов, пределов по устойчивости; контроль выполнения суточного графика режима (задача стабилизации); контроль экономичности текущего режима.

Исходная информация для анализа текущего режима формируется в подсистеме оценивания состояния на основе данных телеизмерений и телесигнализации, параметров расчетной схемы, а также данных статистики, получаемых, в частности, из диспетчерских ведомостей. Кроме того, могут быть заданы плановые графики мощностей станций, перетоков мощности в отдельных сечениях, ограничений потребителей, напряжений в контрольных точках, а также технологические и ава-

рийные пределы изменения параметров режима, которые сами могут зависеть от текущего состава оборудования и режима.

Если из задач первой группы следует, что произошло нарушение заранее оговоренных показателей, то инициируется работа блока коррекции режима, цель которого — выработка рекомендаций по введению необходимых управляющих воздействий. Здесь должна быть реализована система решающих правил (упрощенных приемов) оптимизации, ввода режима в допустимую область, стабилизации параметров на желаемом значении. В зависимости от степени отклонения и ресурсов времени, которыми располагает диспетчер для принятия решения, может быть выбрано то или иное по степени упрощенности решающее правило.

Первая группа задач решается в темпе, кратном темпу поступления телеизмерений — от десятисекундного до минутного интервала.

Вторая группа — анализ свойств предстоящего режима — предполагает решение в основном тех же задач, но с упреждением на несколько минут (до 20 мин) вперед. Такой анализ позволяет диспетчеру предвидеть возникновение нежелательных ситуаций и своевременно на них реагировать. Вместо оценок текущего режима исходная информация получается на основе прогноза состояния и условий эксплуатации ЭЭС, использующего результаты оценивания режима в предшествующие интервалы времени как статистическую выборку.

Наконец, третья группа задач — анализ свойств внеплановых режимов — решается по запросу диспетчера с использованием имитации поведения ЭЭС в предполагаемых ситуациях. Необходимость в такой имитации возникает, например, при проверке возможности новой коммутации и рассмотрении внеплановых заявок на ремонт оборудования. Имитация поведения ЭЭС ведется с учетом реакции средств автоматического управления. Исходными данными в таком режиме работы комплекса являются: предполагаемые изменения в ЭЭС (коммутация, изменение состава генерирующих и потребляющих мощностей и т. д.); прогнозы нагрузок узлов, которые рассчитываются по данным телеизмерений и яв-

ляются фактором, менее всего зависимым от изменения схемы и других имитируемых воздействий; статистические данные об эксплуатации ЭЭС, необходимые при задании имитируемых воздействий.

Развитием имитационного подхода при экспресс-анализе режима может служить автоматический перебор нескольких имитируемых воздействий, среди которых должны быть наиболее вероятные в данных условиях короткие замыкания, отключения элементов ЭЭС, неправильные срабатывания системной автоматики и т. п. Анализ группы имитируемых режимов может выполняться на основе текущей или прогнозной информации. Результаты такого анализа дадут представление об эксплуатационной надежности ЭЭС. Решение задач третьей группы с автоматическим перебором имитируемых воздействий должно выполняться по запросу диспетчера или периодически.

*Реализация экспресс-анализа режимов на мини-ЭВМ.* Задачи экспресс-анализа режимов ЭЭС целесообразно решать на комплексе мини-ЭВМ, что определяется рядом обстоятельств. Прежде всего это позволяет использовать программы экспресс-анализа непосредственно в контуре управления, так как оперативная обработка телеизмерений и отображение диспетчерской информации в настоящее время осуществляются на мини-ЭВМ без постоянного использования каналов межмашинного обмена с универсальной ЭВМ. При этом темп решения задач экспресс-анализа может определяться темпом поступления телеинформации, т. е. периодом примерно 10 с. Вместе с тем универсальная ЭВМ может быть использована через канал межмашинного обмена для получения более строгих решений по мере необходимости или при наличии ресурсов времени у диспетчера.

Период контроля допустимости и оптимальности параметров зависит от характера протекающего режима и составляет 2—5 мин. Время ответа на запрос диспетчера также должно находиться в этом интервале. Современные мини-ЭВМ обладают достаточными ресурсами для обеспечения такого быстродействия. Возможности мини-ЭВМ увеличиваются с переходом от машин типа ЕС 1010 к ЭВМ следующего поколения.

В типовой структуре вычислительных средств АСДУ наибольшей надежностью обладает двухмашинный комплекс мини-ЭВМ, работающий непрерывно с автоматическим резервированием. При проведении экспресс-анализа на таком двухмашинном комплексе обработка телеинформации и оценивание состояния выполняются на «ведущей», а все другие задачи решаются на «ведомой» ЭВМ. В одномашинном режиме работы приоритеты и вычислительные ресурсы перераспределяют между отдельными задачами так, чтобы обеспечивалась допустимая цикличность работы основных программ.

Наконец, пока только мини-ЭВМ обладают хорошо апробированными операционными системами реального времени. В то же время архитектура универсальных ЭВМ выбрана таким образом, чтобы оптимально обеспечить прохождение задач в пакетном режиме, использование таких ЭВМ в реальном времени снижает их производительность.

Силами СЭИ, ИПИ и РЭУ Иркутскэнерго для ЭВМ ЕС 1010 была разработана первая очередь комплекса программ экспресс-анализа режимов, включающая ряд задач первой и третьей групп. Первая очередь включает подсистемы: ОЦЕНКА, АНАЛИЗ, ДИАЛОГ, БАЗА ДАННЫХ, ПРОГНОЗ.

Структура подсистемы БАЗА ДАННЫХ является

типовой для систем реального времени. Подсистема ПРОГНОЗ находится в стадии предварительной апробации. Разработанный комплекс уже в существующем виде позволяет контролировать текущий режим ЭЭС, его допустимость, проверять близость параметров к пределу по статической устойчивости, в том числе после коммутации в сети и изменении нагрузок потребителей и станций, вести непрерывный контроль за потерями электроэнергии в электрических сетях, а также за электропотреблением в наиболее крупных узлах, где не проводится телеметрия узловых мощностей. В дальнейшем предполагается перевод комплекса программ на ЭВМ ЕС 1011.

Ниже описываются конфигурация первой очереди вычислительного комплекса, основные методические положения отдельных алгоритмов и характеристики подсистем и программ, полученные экспериментально при опытной эксплуатации комплекса в Иркутской энергосистеме.

*Подсистема ОЦЕНКА* предназначена для определения достоверности данных телеизмерений и дорасчета неизмеренных параметров режима с выдачей информации на экран дисплея [1]. Подсистема ОЦЕНКА является основой для пополнения специализированной базы данных, необходимой для решения задач экспресс-анализа режимов, а также для сглаживания данных при передаче их на универсальные ЭВМ типа ЕС 1033, ЕС 1040.

Подсистема включает следующие основные программы: СХЕМА — определяет топологию сети и составляет расчетную схему замещения; ТЕЛЕМЕХАНИКА — используя данные системы сбора телеинформации (СОТ—РСМ) и диспетчерской ведомости, формирует вектор измерений, который затем подложит обработке; ДЕТЕКЦИЯ — осуществляет предварительный контроль данных на достоверность; ОЦЕНИВАНИЕ — производит фильтрацию ошибок измерений и дорасчет всех неизмеряемых параметров режима ЭЭС; ОТОБРАЖЕНИЕ — производит поиск в архиве контролируемых величин и подготавливает их к передаче в СОТ—РСМ, а непосредственное отображение контролируемых параметров осуществляет стандартная программа, входящая в состав СОТ—РСМ; АДАПТАЦИЯ — идентифицирует параметры шумов в моделях измерений и динамики, кроме того, выявляет измерения, имеющие ошибку смещения. Рассмотрим подробнее алгоритмы некоторых программ.

Программа СХЕМА служит для построения расчетной модели сети в зависимости от состояния выключателей и других коммутационных аппаратов. Программа решает задачу составления и последующей обработки специальных логических схем. Для упрощения формального анализа состояния элементов сети, управляемых несколькими выключателями, в логическую схему вводятся условные коммутационные аппараты. Достаточно частые сбои в системе сбора телесигнализации (ТС) приводят к необходимости резервирования алгоритма топологического формирования расчетной схемы сети. Поэтому в программе СХЕМА используется двухуровневый подход, при котором правильность составленной по ТС модели проверяется, где есть возможность, по показаниям ТИ. Для этой цели строятся дополнительные логические таблицы соответствия ТС и ТИ. Использование ТИ о наличии (отсутствии) напряжения в узлах, потоков мощности в цепях позволяет достаточно надежно решать задачу формирования топологии расчетно-оперативной модели ЭЭС. В случае неисправности устройств телемеханики или вывода их из рабочего состояния предусмат-



ривается возможность ручного (посредством диалоговой системы) задания истинного положения коммутационного аппарата.

Программа ДЕТЕКЦИЯ по признакам, выработанной системой сбора и отображения информации СОТ—РСМ, заменяет обнаруженные этой системой недостоверные данные на данные псевдоизмерений, в качестве которых выступают прогнозные значения, предельные значения (при выходе параметра за возможные ограничения), оценки параметров, полученные в предшествующий момент времени. При этом корректируется и дисперсия соответствующих величин. Второй этап детекции, который предполагается реализовать, — использование топологического анализа [1]. При этом контрольные уравнения, необходимые для проверки достоверности ТИ, будут формироваться вне реального времени, возможно, на универсальной ЭВМ и вводиться в мини-ЭВМ в качестве исходных данных. Изменение коммутации в схеме сети, естественно, может приводить к изменению контрольных уравнений топологического анализа. В отличие от [1], где анализ использовался для статического оценивания, динамическое оценивание позволяет накапливать статистику по невязкам контрольных уравнений, что позволяет выделить систематические и случайные составляющие грубых ошибок.

Поскольку на каждом такте оценивания в подсистеме ОЦЕНКА рассчитываются потери мощности в электрических сетях, то для контроля работоспособности подсистемы можно воспользоваться значением этих потерь — при необнаруженных сбоях в ТИ и вызванной этим расходимости вычислительного процесса вычисляемое значение потерь обычно резко увеличивается. Этот критерий используется в подсистеме ОЦЕНКА для ее перезапуска.

В программе ОЦЕНИВАНИЕ для динамического оценивания используется нелинейный алгоритм сканирования [1], в котором используется модель динамики вида

$$X(t) = \Phi_{t, t-1} X(t-1) + \xi,$$

где  $X(t)$  — вектор модулей и фаз напряжений в узлах (вектор состояния) в момент  $t$ ;  $\Phi_{t, t-1}$  — матрица перехода (принята единичной, так как интервал между  $(t-1)$ -м и  $t$ -м моментами времени невелик (около 10 с) и изменение вектора состояния за этот интервал можно считать белым шумом  $\xi$  с матрицей ковариаций  $Q$ , т. е.  $\text{cov}(\xi) = Q$ .

В алгоритме сканирования рекуррентно вычисляются две величины:

1) матрица ковариации ошибок оценок

$$P(t) = M(t) - M(t) \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right)^T \left[ \frac{\partial V}{\partial X} M(t) \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right)^T + R(t) \right]^{-1} \times \\ \times \frac{\partial V}{\partial X} M(t),$$

где  $M(t)$  — матрица ковариаций ошибок прогноза

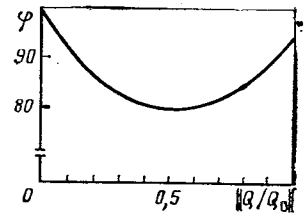
$$\bar{X}(t) = \Phi_{t, t-1} \hat{X}(t-1),$$

вычисляемая как

$$M(t) = \Phi_{t, t-1} P(t-1) \Phi_{t, t-1}^T + Q;$$

$R(t)$  — матрица ковариаций порции измерений  $\bar{V}(t)$ ;

Рис. 2. Зависимость точности оценивания ЭЭС от уровня шумов



2) оценки  $\hat{X}(t)$  в  $t$ -й момент времени

$$\hat{X}^{(k)}(t) = \bar{X}(t) + P(t) \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right)^T R^{-1}(t) [\bar{V}(t) - V(\hat{X}^{(k-1)}(t))];$$

$k$  — номер итерации.

Итеративность процесса возникает из-за нелинейной зависимости измеряемых параметров от модулей и фаз напряжений  $V(X(t))$ . При реализации на мини-ЭВМ для экономии памяти после завершения итеративного процесса в момент  $t$  времени запоминаются только диагональные элементы матрицы  $P(t)$ , т. е. матрица  $P(t-1)$  всегда диагональная. В качестве исходного приближения  $X^0(t)$  принимаются прогнозы  $\bar{X}(t)$ .

При реализации программы АДАПТАЦИЯ подбирается оптимальный уровень шумов (матрица  $Q$ ) в модели динамики. На рис. 2 приведен типичный график, показывающий зависимость критерия  $\varphi$ , характеризующего погрешность оценивания состояния ЭЭС, от нормы матрицы  $Q$ . Видно, что существует оптимальное значение расчетного уровня шума: меньший уровень приводит к увеличению ошибок из-за инерционности фильтра (слишком большое «доверие» к прогнозам), больший — к излишней чувствительности фильтра и недостаточному сглаживанию ошибок измерений.

Подсистема АНАЛИЗ осуществляет непрерывный контроль за допустимостью протекающего режима, а также проверку допустимости диспетчерских решений (например, разрешение заявок на ремонт оборудования) путем имитации реакции ЭЭС.

Подсистема состоит из следующих основных программ: КОНТРОЛЬ — реализует проверку нахождения параметров режима в допустимых пределах; СТАТИКА — выполняет расчет пределов по статической устойчивости, соответствующих текущему режиму; МОДЕЛЬ — имитирует режимы, необходимые для проверки диспетчерских решений.

В программе КОНТРОЛЬ полученные предыдущей подсистемой оценки контролируемых параметров, к которым относятся и нетелеизмеряемые величины, сравниваются с заданными технологическими и аварийными пределами. Часть предельных параметров относится к условно-постоянной информации и меняется редко. Другие параметры могут меняться в течение часа или суток (например, предельно допустимые мощности в контролируемых сечениях, обеспечивающие требуемый запас по статической устойчивости). По результатам анализа допустимости текущего режима формируются и отображаются оперативному персоналу списки недопустимых параметров с указанием величин нарушения пределов.

Предельные по статической устойчивости параметры при работе программы СТАТИКА определяются последовательным утяжелением текущего состояния ЭЭС за счет изменения одной или нескольких указанных узловых величин. При расчетных утяжелениях учитываются допустимые диапазоны изменения напряжений и значений генерируемой мощности в узлах системы. В табл. 1



приведен пример расчета предельного по статической устойчивости потока активной мощности в сечении 38-3 схемы замещения ЭЭС, приведенной на рис. 3. В целях экономии процессорного времени пересчет ранее вычисленных значений предельно допустимых перетоков выполняется спорадически. Для этого предусмотрен автоматический запуск программы СТАТИКА при обнаружении существенных изменений значений перетока либо уровней напряжений в любом из контролируемых сечений с момента предыдущего анализа режима.

Для имитации возможных ремонтных и послеаварийных режимов используется программа МОДЕЛЬ и требуется ускоренный расчет установившегося режима (УР). Программа МОДЕЛЬ использует модификацию линеаризованного разделенного алгоритма [3], отличающегося простотой, малыми трудоемкостью вычислений на отдельных итерациях и объемом требуемой оперативной памяти. Последнее обстоятельство является важным при реализации алгоритма на мини-ЭВМ. Основные итерационные выражения алгоритма ускоренного расчета УР в матричной форме:

$$\mathbf{B}'\Delta\delta = \mathbf{K}'\Delta P/U;$$

$$\mathbf{B}''\Delta U/U = \mathbf{K}''\Delta Q/U,$$

где  $\Delta P$ ,  $\Delta Q$  — векторы небалансов активной и реактивной мощностей в узлах;  $\Delta\delta$ ,  $\Delta U/U$  — векторы поправок к фазам и модулям напряжения;  $\mathbf{B}'$ ,  $\mathbf{B}''$  — симметричные матрицы проводимости узлов, соответствующие распределению активных и реактивных мощностей;  $\mathbf{K}'$ ,  $\mathbf{K}''$  — в общем случае матрицы релаксационных коэффициентов, ускоряющие сходимость алгоритма при расчете утяжеленных режимов.

Использование в программе специальных вычислительных приемов, связанных с оптимальным упорядочением уравнений и учетом слабой заполненности матриц

в сочетании с предварительной факторизацией  $\mathbf{B}'$ ,  $\mathbf{B}''$ , позволяет получить высокие вычислительные характеристики.

Аналитические [4] и расчетные исследования свойств ускоренного метода расчета УР показали, что при определении параметров нормальных режимов он обладает достаточно надежной сходимостью. Для схем замещения небольшого размера (до 60 узлов) существующая реализация программы обеспечивает получение решения в 3—5 раз быстрее, чем метод Ньютона. При расчетах утяжеленных режимов сходимость алгоритма несколько замедляется, однако за счет введения релаксационных коэффициентов  $\mathbf{K}'$ ,  $\mathbf{K}''$  удается достичь приемлемой для оперативного анализа скорости сходимости. При расчетах УР учитываются ограничения на выработку реактивной мощности и уровни напряжения в генерирующих узлах. В программе могут рассматриваться статические характеристики нагрузок по напряжению.

Предусмотрено проведение многовариантных ускоренных расчетов потоков распределения в сети с изменяющейся конфигурацией. Для выполнения таких расчетов заранее формируется список расчетных возмущений, в состав которого в необходимой комбинации могут входить: отключения линий и трансформаторов; изменения мощности генерации и нагрузки узлов; изменения параметров схемы замещения. Коррекция списка расчетных возмущений или его полное обновление выполняется с помощью диалоговой системы комплекса. По усмотрению оперативного персонала возможен как разовый анализ последствий заданных в списке расчетных возмущений, так и циклическое моделирование и анализ интересующих режимов. В основу алгоритма проведения ускоренных многовариантных расчетов в подсистеме МОДЕЛЬ положена известная лемма о коррекции обратной матрицы [5], которая позволяет избежать многократной факторизации матриц  $\mathbf{B}'$ ,  $\mathbf{B}''$ . Без существен-

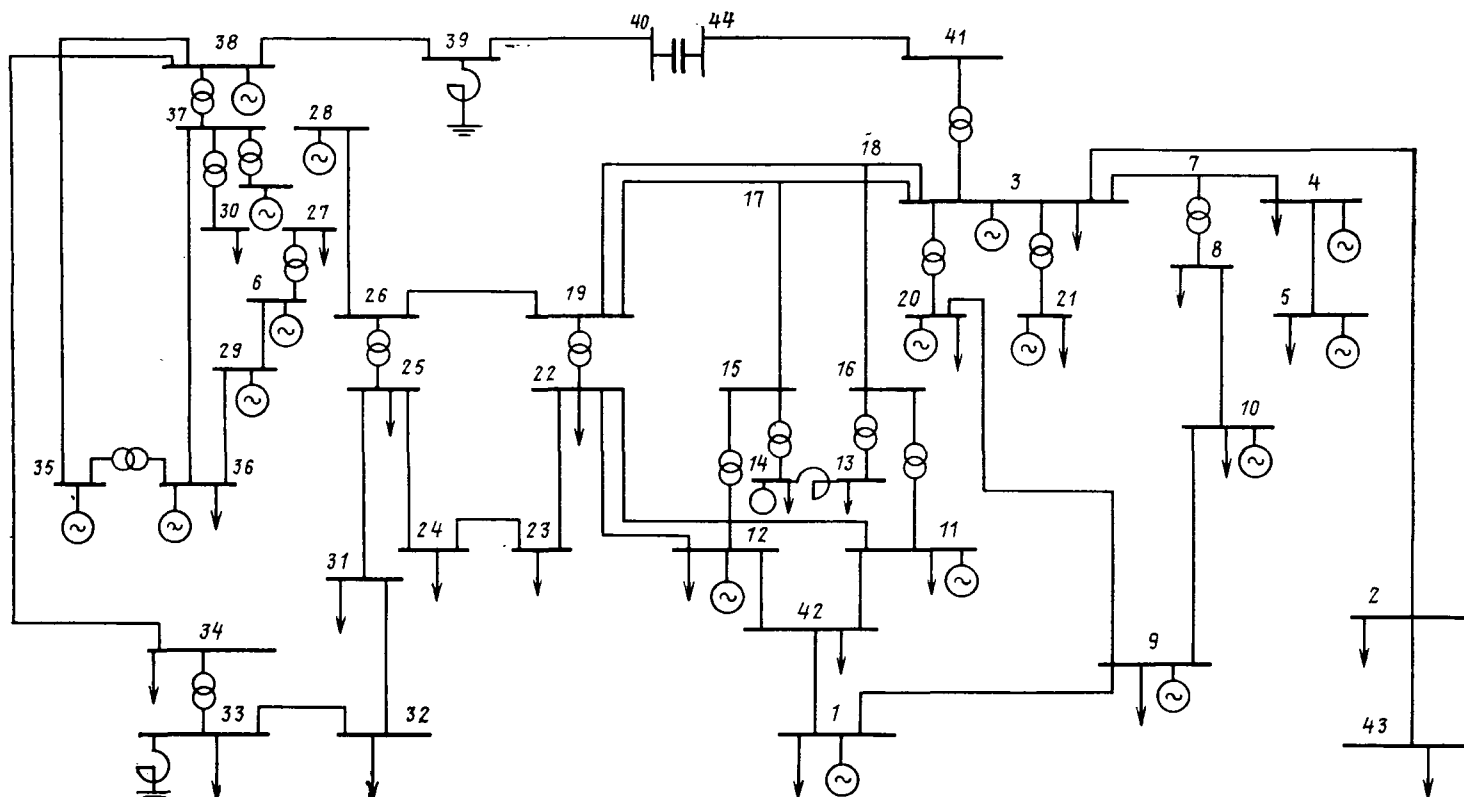


Рис. 3. Оперативная схема ЭЭС

Таблица 1

Номер шага утяжеления	Значение контролируемого перетока, МВт	Изменение значений параметров режима									Количество итераций	Время расчт., с
		$U_{30}$ , кВ	$Q_{г30}$ , МВАр	$P_{г30}$ , МВт	$U_{20}$ , кВ	$Q_{г20}$ , МВАр	$U_{10}$ , кВ	$Q_{г10}$ , МВАр	$P_{г10}$ , МВт	$T_{30}$ , кВ		
0**	1842,7	226, $\angle -23^\circ$	608,1	1251,2	114, $\angle -23^\circ$	132,3	16,3, $\angle 7^\circ$	964,3	1247,2	526, $\angle 5^\circ$	6	7
1	2301,1	223, $\angle -33^\circ$	620,0*	1603,5	113, $\angle -32^\circ$	300,0*	—	1015,8	1349,0	522, $\angle 5^\circ$	10	8
2	2456,2	221, $\angle -37^\circ$	—	1827,1	112, $\angle -36^\circ$	—	—	1043,2	1383,2	520, $\angle 4,4^\circ$	15	12
3	2560,3	218, $\angle -40^\circ$	—	1918,3	111, $\angle -39^\circ$	—	—	1066,0	1405,0	518, $\angle 4,2^\circ$	18	14
4	2599,5	216, $\angle -41^\circ$	—	1948,5	110, $\angle -40^\circ$	—	—	1070,0*	1412,0	517, $\angle 4,1^\circ$	23	18
5***	2608,6	215, $\angle -42^\circ$	620,0	1958,1	109,5, $\angle -41^\circ$	300,0	16,1, $\angle 6,6^\circ$	1070,0	1414,5	517, $\angle 4^\circ$	24	20

\* Параметр вышел на ограничение и при дальнейшем утяжелении фиксируется на предельном значении.

\*\* Нулевой шаг утяжеления соответствует протекающему в ЭЭС режиму.

\*\*\* Данные, соответствующие предельному режиму.

ного увеличения времени счета изменение конфигурации сети учитывается корректировкой на каждой итерации поправок  $\Delta\delta$  и  $\Delta U/U$ .

Необходимые условия для программ СТАТИКА и МОДЕЛЬ задаются через подсистему ДИАЛОГ. Исходной расчетной моделью может служить информация, полученная как от подсистемы ОЦЕНКА, так и из архива расчетных моделей.

Подсистема ДИАЛОГ предназначена для взаимодействия диспетчера с ЭВМ и эффективного использования имеющихся программ. Принципы построения диалоговой системы (ДС) определяются спецификой решаемых комплексом задач, ограничениями имеющихся технических средств и соответствуют идеологии, принятой при создании ДС специализированного назначения [2 и 6].

Программы ДС совместно с техническими средствами обеспечивают выполнение следующих основных функций: задание, пересылку в ЭВМ и расшифровку директив; корректировку параметров расчетных моделей и формирование списков расчетных возмущений; обслуживание подсистемы БАЗА ДАННЫХ; выбор, задание (изменение) необходимых условий расчета, запуск (останов) отдельных программ; предоставление в удобном для анализа виде основных результатов расчета.

Важную роль в ДС играет язык общения. В основу языка ДС положен принцип «меню», обеспечивающий выбор режимов работы программ, поиск и преобразование необходимых массивов информации путем набора на экране дисплея соответствующих директив. Простота языка общения пользователя с ЭВМ сводит к минимуму время, требуемое на его изучение, а наличие «обратной связи» в виде комментариев о прохождении заданных директив облегчает процесс изучения возможностей комплекса и позволяет избежать грубых ошибок при работе с ним.

В качестве технического средства общения диспетчера с ЭВМ используются дисплеи типа ВТ-340, имеющие стандартную алфавитно-цифровую клавиатуру, часть клавиш которой используется как функциональная. Все поле экрана дисплея делится на зону директив и комментариев и рабочую зону вывода запрашиваемой диспетчером информации. Диалог осуществляется по инициативе пользователя.

Для запуска ДС используется специальная функциональная клавиша (ДИАЛОГ), при нажатии которой на экран дисплея выводится список возможных функций. В общем виде директива, набираемая в первой строке экрана дисплея, состоит из фиксированной последова-

Таблица 2

## Временные характеристики программ комплекса

Функция комплекса	Программа	Время выполнения одной итерации, с	Общее время, с	Количество итераций
Формирование схемы ЭЭС по ТС с проверкой по ТИ	СХЕМА ДЕТЕКЦИЯ ОЦЕНКА АДАПТАЦИЯ МОДЕЛЬ	—	5,0	—
Оценивание состояния, включая детекцию и адаптацию		2,0	25,0	10
Анализ одного режима		1,0	7,0	6
Анализ списка из 10 режимов		1,1	50,0	32
Анализ статической устойчивости в одном сечении	СТАТИКА ДИАЛОГ	1,1	2,5 мин	141
Диалог <sup>1</sup>		—	1—2	—

<sup>1</sup> Для подсистемы ДИАЛОГ приведено среднее время выполнения отдельных ее функций.

тельности цифр, определяющих задачу, ее отдельные фазы, дополнительные параметры. Значение первого операнда определяется порядковым номером выбранной задачи. После его ввода на экране дисплея отображается соответствующий кадр-указатель следующего уровня детализации, содержащий список всех фаз задачи. По указателю выбирается необходимая фаза задачи, и ее порядковый номер заносится в поле директивы. Если выбранная фаза задачи не требует дополнительной информации, то после обработки директивы производится ее выполнение. Характер дополнительной информации, требуемый для решения некоторых задач, определяется кадрами-указателями последующих уровней детализации.

Отображение информации диспетчеру осуществляется в основном с использованием предназначенных для этой цели системных средств, но часть функций по отображению основных результатов расчета осуществляется программами ДС. Полученная в процессе контроля и анализа режимов информация поступает диспетчеру в виде структурных схем сети, с указанием текущих (оцененных) параметров режима, коэффициентов запаса по статической устойчивости в заданных сечениях; таблиц совмещенных данных, где одновременно представлены оценки и ТИ параметров; таблиц контролируемых параметров, заданные ограничения которых нарушены в текущем или в любом из расчетных режимов.

**Подсистема БАЗА ДАННЫХ (БД)** представляет собой упорядоченный набор массивов на стационарном диске мини-ЭВМ, обеспечивающий взаимосвязанную работу отдельных программ комплекса. Для начального формирования БД используются автономные сервисные программы. Текущее обслуживание БД осуществляется средствами подсистемы ДИАЛОГ. Подсистема БД содержит полученные на основе паспортных данных сведения о параметрах элементов ЭЭС, информацию (ТИ, ТС, весовые коэффициенты, прогнозные значения), поступающую от соответствующих программ комплекса, а также базовую расчетную модель ЭЭС, используемую для формирования прогнозных или ретроспективных моделей. Для эффективного решения задач, связанных с анализом имитируемых состояний ЭЭС, подсистема БД включает архив расчетных моделей.

**Техническая характеристика комплекса.** Программы комплекса экспресс-анализа режимов написаны на языке АССЕМБЛЕР для ЭВМ ЕС 1010 и имеют оверлейную структуру. При использовании расчетной модели ЭЭС размерностью в 64 узла, 96 связей, 512 ТИ, 4000 ТС каждая из программ занимает не более 12 Кбайт оперативной памяти. Подсистема БД на стационарном диске занимает около 80 секторов (1 сектор равен 256 байт) памяти. В табл. 2 приведены данные об абсолютном времени работы отдельных программ комплекса при расчетах схемы, приведенной на рис. 3.

**Выводы.** 1. На данном этапе развития АСДУ ЭЭС имеется возможность проведения экспресс-анализа режимов

на мини-ЭВМ, входящих в состав оперативно-информационного комплекса. Экспресс-анализ включает решение задач контроля допустимости, экономичности, соблюдения графиков текущего, прогнозируемого и имитируемого режимов.

2. Первая очередь программно-вычислительного комплекса экспресс-анализа режимов состоит из подсистем ОЦЕНКА, АНАЛИЗ, ДИАЛОГ, БАЗА ДАННЫХ.

3. Опыт эксплуатации комплекса подтвердил целесообразность использования в подсистеме ОЦЕНКА алгоритма сканирования, а в подсистеме АНАЛИЗ — линейризованного разделенного алгоритма расчета потокораспределения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оценивание состояния в электроэнергетике/А. З. Гамм, Л. Н. Герасимов, И. И. Голуб, Ю. А. Гришин, И. Н. Колосок; Под ред. Ю. Н. Руденко — М.: Наука, 1983. — 308 с.
2. Применение ЭВМ для автоматизации технологических процессов в энергетике/Под ред. В. А. Семенова — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 312 с.
3. Stott B., Alsac O. Fast decoupled load flow. — IEEE Trans. PAS. 1974, May/June, vol. PAS-93, p. 859.
4. Паламарчук С. И. Сходимость линейризованного разделенного алгоритма расчета потокораспределения. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, № 2, 1983, с. 143—149.
5. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации. — М.: Мир, 1972. — 240 с.
6. Диалоговые системы в АСУ/В. М. Брябкин, Ю. Я. Любарский, Л. И. Микулич и др.; Под ред. Д. А. Поспелова. — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 208 с.

[23.07.84]

УДК 621.311.019.3:63

## Определение оптимальной надежности систем электроснабжения сельскохозяйственного назначения

БУДЗКО И. А., акад. ВАСХНИЛ, ЗУЛЬ Н. М., доктор техн. наук, ТИСЛЕНКО В. В., канд. техн. наук, АФОНИН В. В., инж.

В энергетике при выборе и обосновании инженерных решений, связанных с надежностью, широко используется нормативный подход. В практике проектирования и эксплуатации сельских электрических сетей нормативный показатель надежности — допустимая годовая продолжительность отключений потребителя [1] — применяется уже около десяти лет. Однако значительные изменения в составе и структуре сельскохозяйственных потребителей, в том числе связанные с реализацией Продовольственной программы, возросшие требования к надежности их электроснабжения предопределили необходимость обоснования нового численного нормативного показателя надежности систем электроснабжения сельскохозяйственного назначения.

В основу нормирования надежности положен минимум народнохозяйственных потерь, связанных с ущербом от нарушения нормального функционирования объекта и затратами на повышение надежности его электроснабжения.

При нормировании надежности в энергетике принят «двухуровневый подход» [2]: на первом уровне нормируется надежность электроснабжения отдельных электроприемников (групп электроприемников, потребителей); на втором уровне нормируются требования к надежности системы электроснабжения потребителей. В статье речь идет об определении оптимального (норма-

тивного) показателя надежности для второго уровня — сельской электрической сети или ее части, питающей основную массу нагрузок. Это обстоятельство определяет и область применения полученного нормативного показателя: для выработки «сетевых» решений, а не для отдельных потребителей. Нормативные показатели определялись для системы с одиночными отказами; решение подобной задачи при массовых авариях, связанных, например, с появлением сверхрасчетных гололедно-ветровых нагрузок, требует иного подхода и здесь не рассматривается.

Сельская электрическая сеть относится к системам электроснабжения общего назначения, так как она питает разнородных потребителей, не объединенных общим технологическим процессом. Мерой надежности работы таких систем служит снижение уровня эффективности функционирования при нарушениях, которое может быть измерено количеством продукции системы, недоваданной потребителям из-за ее ненадежности. В электроэнергетике это — ожидаемая величина недоотпуска электроэнергии потребителям  $\Delta W$  или ее отношение к требуемому количеству  $\Delta W^*$ .

Суммарные народнохозяйственные потери из-за нарушений электроснабжения для комплекса «система электроснабжения — потребители» [3] состоят из ущерба, в общем случае зависящего от недоотпуска электро-

энергии и имеющего место как у потребителя, так и в энергосистеме  $Y(\Delta W)$ , и затрат на повышение надежности в энергосистеме, также зависящих от недоотпуска электроэнергии  $Z(\Delta W)$ :

$$PH(\Delta W) = Y(\Delta W) + Z(\Delta W). \quad (1)$$

Для определения минимума потерь производную выражения (1) по  $\Delta W$  следует приравнять нулю, тогда

$$\frac{dZ(\Delta W)}{d(\Delta W)} = -\frac{dY(\Delta W)}{d(\Delta W)} \text{ или } z(\Delta W) = y(\Delta W), \quad (2)$$

где  $z$  и  $y$  — удельные показатели.

Если построить зависимости удельных показателей ущерба и затрат на повышение надежности от недоотпуска,  $y=f(\Delta W)$  и  $z=\varphi(\Delta W)$  (рис. 1), то пересечение этих кривых будет определять оптимальное значение затрат на предотвращение недоотпуска одного киловатт-часа электроэнергии (по оси ординат) и оптимальное значение недоотпуска электроэнергии (по оси абсцисс). Оба эти значения соответствуют минимуму народнохозяйственных потерь от ненадежности, одинаково отражают уровень эффективности функционирования системы и в таком качестве могут служить нормативными показателями надежности электроснабжения. Таким образом, задача выбора нормативного показателя надежности сводится к определению зависимостей удельного ущерба и удельных приведенных затрат на повышение надежности от недоотпуска электроэнергии потребителям.

Ущерб от нарушения электроснабжения сельскохозяйственного производства, составляющего основу нагрузки сельских электросетей, оценивается затратами на восполнение продукции, недополученной и потерянной из-за отказов электроснабжения [4]. В силу специфики сельскохозяйственного производства эту продукцию невозможно восполнить ни привлечением дополнительной рабочей силы, ни форсированием режима работы. Для определения затрат на восполнение сельскохозяйственной продукции использованы «кадастровые» цены [5], которые представляют собой замыкающие затраты на выпуск продукции сельского хозяйства в наихудших условиях и с учетом мировых цен на эту продукцию.

Характерной особенностью потребителей сельскохозяйственного производства является наличие критического времени перерыва электроснабжения, по прошествии которого происходит резкое увеличение ущерба (рис. 2). До этого момента зависимость ущерба от длительности перерыва и соответственно от недоотпуска электроэнергии с достаточной точностью можно считать прямолинейной. Ущерб у потребителей определяется по формуле:

$$Y = u_k \Delta P(\Delta W) = u_k \Delta n \Delta W, \quad (3)$$

где  $u_k$  — кадастровая цена на производство данного вида продукции;  $\Delta P(\Delta W)$  — недовыпуск продукции из-за нарушений электроснабжения;  $\Delta n$  — недовыпуск продукции, отнесенный к одному недоотпущенному киловатт-часу.

Тогда удельный ущерб составит:

$$y = \frac{Y}{\Delta W} = u_k \Delta n = \text{const.} \quad (4)$$

Анализ изменения объемов недополученной продукции в зависимости от длительности перерывов электроснабжения различных технологических процессов сельскохозяйственного производства, проведенный в последние годы МИИСП, ВИЭСХ с участием ВИЖ и СибИМЭ

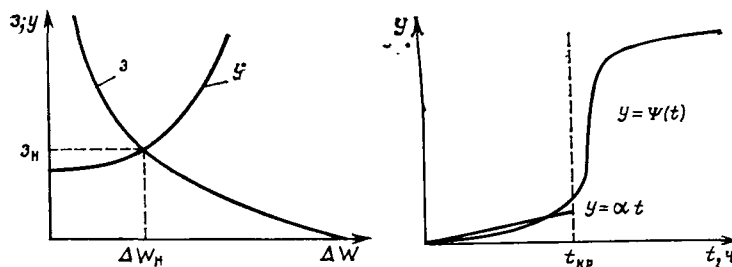


Рис. 1. Зависимости удельных затрат на надежность и удельного ущерба от недоотпуска электроэнергии

Рис. 2. Изменение значения ущерба в сельскохозяйственном производстве от продолжительности перерыва в электроснабжении

при разработке «Методических указаний по определению ущерба, наносимых сельскохозяйственному производству», показал, что критическое время для большинства производственных потребителей не менее 5—6 ч. Восстановление электроснабжения за время, не больше критического, может быть обеспечено в сельской электросети с линиями 10 кВ длиной до 30 км каждая, резервированием и обслуживанием оперативно-выездными бригадами на автомашинах с радиосвязью. Такие параметры сетей и организация их оперативного обслуживания соответствуют основной массе сельских электросетей в средней полосе европейской части СССР, и поэтому длительность одного перерыва обычно не превышает критического времени.

Для части потребителей, питающихся от сельских электросетей, значение ущерба неизвестно. Однако все эти потребители, прежде всего коммунально-бытовые, играют существенную роль в решении социально-экономических задач на селе. Очевидно правильно предположить, что надежность их электроснабжения не должна снижаться по сравнению с уже достигнутым уровнем. Этот уровень определяется затратами, которые сейчас вкладываются в повышение надежности сельских сетей; данные затраты можно принять в качестве нижней границы ущерба у потребителей с неизвестными последствиями от нарушений электроснабжения. В соответствии с [1] годовая продолжительность перерывов для потребителей II и III категорий не должна превышать  $T_n = 15$  ч/год. Расчеты затрат на обеспечение такого уровня надежности (методика расчета и объемы рассмотренных сетей изложены ниже) показали, что удельные приведенные затраты в средства повышения надежности составляют примерно 13—15 коп/кВт·ч. Для этой части потребителей можно принять, что ущерб прямо пропорционален недоотпуску электроэнергии, а удельный ущерб постоянен.

Средний удельный ущерб определится как сумма удельных ущербов отдельных видов потребителей данного сельскохозяйственного района, взвешенных по относительному потреблению электроэнергии:

$$y = \sum_{r=1}^R y_r \Delta W_r^* + y_3, \quad (5)$$

где  $y_r \cdot \Delta W_r^*$  — удельный ущерб и относительное электропотребление потребителя  $r$ -го вида;  $R$  — число видов потребителей, присоединенных к рассматриваемой сети;  $y_3$  — удельный ущерб от отказов в энергосистеме, который также может быть принят постоянным.

Для определения относительного электропотребления различных видов потребителей были обработаны данные обследований по экономико-географическим зонам средней полосы европейской части СССР: Центральному, Центрально-Черноземному, Северо-Западному и части Поволжского района РСФСР, Украине и Белоруссии. Всего были обработаны материалы по 24 районам сельских электрических сетей. Получено относительное электропотребление по основным видам сельскохозяйственных потребителей: сельскохозяйственное производство (молочное и мясное животноводство, птицеводство, теплицы, парники и пр.), мелкомоторная нагрузка (зерносушилки, тока, ремонтно-механические мастерские и т. п.), орошение, насосные станции, коммунально-бытовая нагрузка, расположенные на селе промышленные предприятия по переработке сельскохозяйственной продукции и прочие виды нагрузки.

Для каждого вида потребителей были определены удельные ущербы (значения полученных удельных ущербов и относительного потребления приведены в [4]); а по формуле (5) — значение среднего удельного ущерба, равное 75 коп/кВт·ч. Таким образом, в области, где справедливо допущение о постоянстве удельного ущерба (кривая  $y=f(\Delta W)$  на рис. 1 превращается в прямую, параллельную оси абсцисс), оптимальное значение удельных затрат на повышение надежности будет равно среднему удельному ущербу:

$$z_{\text{опт}} = y = 75 \text{ коп/кВт·ч.}$$

При построении кривой затрат, вкладываемых в повышение надежности  $z = \varphi(\Delta W)$ , фактически имеет место зависимость недоотпуска электроэнергии от затрат; однако методически удобнее пользоваться обратной зависимостью, которая строится таким образом, что повышение надежности осуществляется наиболее эффективным способом. Порядок определения зависимости  $z = \varphi(\Delta W)$  следующий.

1. Выделяется набор средств повышения надежности (СПН); на схеме сети намечаются места их установки; определяются приведенные затраты по каждому СПН  $z_j$ .

2. Определяется недоотпуск для исходной схемы  $\Delta W_0$  (нулевой шаг).

3. На каждом последующем шаге рассматриваются все, ранее не установленные СПН, при этом:

определяется недоотпуск при установке  $j$ -го СПН на  $i$ -м шаге,  $\Delta W_{ji}$ ;

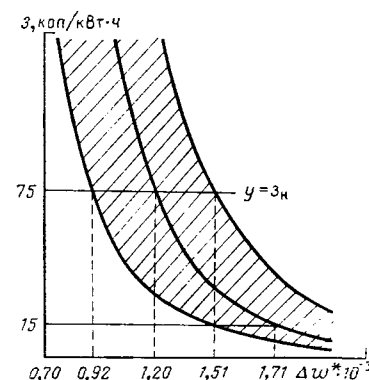
определяется относительная эффективность  $j$ -го СПН на  $i$ -м шаге по формуле

$$z_{ji} = \frac{z_j}{\Delta W_{(i-1)} - \Delta W_{ji}}, \quad (6)$$

где  $\Delta W_{(i-1)}$  — недоотпуск электроэнергии, зафиксированный на предыдущем  $(i-1)$ -м шаге расчета; из всех СПН, рассмотренных на  $i$ -м шаге, выбирается самое эффективное, т. е. то, у которого  $z_{ji}$  наименьшее; это СПН фиксируется на  $i$ -м шаге и из дальнейшего рассмотрения исключается; фиксируется также недоотпуск, соответствующий применению данного  $j$ -го СПН, как

<sup>1</sup> В определении зависимости  $z = \varphi(\Delta W)$  кроме авторов статьи принимали участие инж. Еламова Л. С., инж. Ключко В. П., инж. Глей Л. В. (УО СЭП). Методика расчета недоотпуска электроэнергии разработана в Белорусском отделении Энергосетьпроекта, авторы инж. Крысенко А. Н., канд. техн. наук Прусс В. Л., канд. техн. наук Смирнов А. И.

Рис. 3. Область изменения удельных затрат на повышение надежности от недоотпуска электроэнергии для сельских электросетей с различными параметрами



недоотпуск  $i$ -го шага:

$$\Delta W_{ji} = : \Delta W_i.$$

4. Шаги расчета выполняются до тех пор, пока не будут установлены все намеченные СПН, либо до достижения заданного предельного значения  $z_{\text{пр}}$  или  $\Delta W_{\text{пр}}$ .

Кривые затрат в зависимости от недоотпуска электроэнергии строились для линий 10 кВ тех же районов электрических сетей, для которых определялось относительное электропотребление, и для линий с параметрами, усредненными для средней полосы европейской части СССР. Нагрузки, длины, конфигурация сетей принимались по схемам развития сетей 10 кВ на уровне 1985 г.

Расчетное значение недоотпуска электроэнергии определялось на шинах 10 кВ потребительских трансформаторных подстанций 10/0,4 кВ:

$$\Delta W_s = \Delta W_s^{35} + \Delta W_s^{10}, \quad (7)$$

где  $\Delta W_s^{35}$ ,  $\Delta W_s^{10}$  — значения годового недоотпуска электроэнергии по  $s$ -й линии 10 кВ, обусловленные отказами в сетях 35 (110) и 10 кВ соответственно.

Недоотпуск, вызванный преднамеренными отключениями оборудования, умножился на понижающий коэффициент [11].

Расчет недоотпуска из-за отказов в сети 35 (110) кВ выполнялся для схем подстанций 35 (110)/10 кВ с одним трансформатором и одно- и двусторонним питанием и с двумя трансформаторами и двусторонним питанием при различных способах резервирования линий 10 кВ.

Недоотпуск в сетях 10 кВ подсчитывался путем моделирования процесса восстановления электроснабжения. Составляющие времени восстановления: время от момента отказа до прибытия оперативно-выездной бригады на центр питания, время поиска и локализации поврежденного участка, время поиска места повреждения и ремонта зависят от состава, числа и места установки на линии 10 кВ различных СПН. Рассматривались СПН, которые широко применяются в практике проектирования и эксплуатации сельских электрических сетей и устанавливаются в соответствии с требованиями директивной документации. Это сооружение участков линий 10 кВ для резервного питания, оснащение линий секционирующими выключателями и разъединителями, пунктами автоматического ввода резерва, распространенными устройствами автоматики, приборами, определяющими место повреждения на линиях. На рис. 3 показана (заштрихованная) область изменения удельных затрат, вкладываемых в повышение надежности,

недоотпуска электроэнергии для линий 10 кВ с параметрами, характерными для средней полосы европейской части СССР.

При построении усредненной кривой  $\bar{z} = \varphi(\Delta W)^*$  недоотпуск электроэнергии рассчитывался с вероятностью применения различных схем сетей 35 (110) кВ, состава и объема СПН, установленных в действующих электросетях. По усредненной кривой  $\bar{z} = \varphi(\Delta W)^*$  определено значение относительного недоотпуска электроэнергии, соответствующее удельному ущербу  $y = 75$  коп/кВт·ч, равное  $\Delta W_n^* = 1,2 \cdot 10^{-3}$ .

Последний показатель неустойчив к изменению параметров электросетей, поскольку точка пересечения кривых  $z = \varphi(\Delta W)^*$ , построенных для линий различной длины, нагрузок, конфигурации, со средним ущербом (рис. 3) находится в той зоне кривых, где даже небольшое изменение недоотпуска приводит к значительному изменению затрат на его обеспечение. Поэтому при технико-экономической оценке решений по повышению надежности предпочтительнее использовать нормативный показатель в виде предельных приведенных затрат на предотвращение недоотпуска 1 кВт·ч электроэнергии.

Анализ результатов показывает следующее. Затраты, вкладываемые в настоящее время в обеспечение нормального уровня надежности  $T_n = 15$  ч/год, значительно ниже среднего значения удельных ущербов. Из-за этого народное хозяйство несет убыток в виде ущерба, составляющий примерно 7,5 тыс. руб в год для зоны подстанции 35 (110)/10 кВ, к которой присоединено четыре линии 10 кВ.

Если в качестве нормативного показателя надежности принять предельные приведенные затраты на предотвращение недоотпуска 1 кВт·ч  $z_n = 75$  коп/кВт·ч, то капиталовложения в сооружение электросетей увеличатся на 15—20 %, а недоотпуск сократится примерно на 35 % по сравнению с сетями того же объема, где надежность обеспечивается на уровне [1]. Результирующий народнохозяйственный эффект от применения полученного норматива составит примерно 5—7 тыс. руб. в год на зону подстанции 35 (110)/10 кВ. При этом требуемый уровень надежности достигается за счет применения «штатных» СПН: секционирующих выключателей, устанавливаемых через 8—10 км, пунктов автоматического ввода резерва, сокращением числа ТП, питающихся от нерезервируемых ответвлений, установкой указателей поврежденного участка на линиях 10 кВ и измерителей расстояния до места повреждения.

Кроме того, обязательным условием обеспечения нормативного уровня надежности является независимость питания подстанций 35 (110)/10 кВ, к которым

присоединены взаиморезервируемые линии 10 кВ. Такие технические решения реально осуществимы в ближайшее время и не требуют существенного изменения структуры обслуживания сетей и резкого роста капиталовложений в их развитие.

**Выводы.** 1. Для систем электроснабжения сельскохозяйственного назначения оптимальный уровень надежности, обеспечивающий минимум народнохозяйственных потерь от нарушений электроснабжения, соответствует предельным приведенным затратам, вкладываемым в электросети на предотвращение недоотпуска 1 кВт·ч электроэнергии, равным для средней полосы европейской части СССР  $z_n = 75$  коп/кВт·ч.

2. Решением Научно-технического совета Минэнерго СССР (протокол НТС № 121 от 20.12.1983 г.) это значение  $z_n$  рекомендовано применять в качестве норматива при экономическом обосновании решений, связанных с повышением надежности электрических сетей, питающих сельскохозяйственных потребителей, в том числе при расчетах народнохозяйственного эффекта от внедрения мероприятий по повышению надежности в проектах, действующих электросетях и при разработке новой техники.

3. Применение указанного норматива позволит существенно повысить надежность сельских электросетей, используя широко распространенные средства повышения надежности при сравнительно незначительном росте капитальных вложений; при этом достигается заметный народнохозяйственный эффект.

4. Приведенный метод может быть использован для получения значений нормативов надежности по другим экономико-географическим зонам страны, отличающимся составом и структурой потребителей, параметрами сельских сетей. Полученное значение предельных приведенных затрат следует периодически корректировать.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководящие материалы по проектированию электроснабжения сельского хозяйства: ВГПИиНИИ «Сельэнергопроект». — М.: 1974, № 12. Рекомендации по учету требований надежности электроснабжения потребителей при проектировании электрических сетей сельскохозяйственного назначения.
2. Синьчугов Ф. И. Вопросы нормирования надежности при эксплуатации электроэнергетических систем/В кн.: Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Иркутск, 1978, Вып. 17.
3. Эдельман В. И. Экономический ущерб от отказов технических систем. — Вопросы экономики, 1983, № 2.
4. Ущерб от перерывов электроснабжения потребителей сельских районов/Механизация и электрификация сельского хозяйства, 1984, № 12. И. А. Будзко, Н. М. Зуль, М. С. Левин и др.
5. Указания о порядке проведения оценки земель/Разраб. ГосНИИ земельных ресурсов. — М.: МСХ СССР 1979.

[25.12.84]

УДК 62-83-52

## Цифровое управление многорежимным электроприводом

ДРОЗДОВ В. Н., канд. техн. наук, КОЗЯРУК А. Е., канд. техн. наук, МИРОШНИК И. В., канд. техн. наук, САБИННИН Ю. А., доктор техн. наук

Ленинградский институт точной механики и оптики

В современном производстве электропривод (ЭП) является одним из основных средств получения механической энергии и поэтому входит в состав технологического оборудования во всех отраслях промышленно-

сти, сельского хозяйства и транспорта. Высококачественный автоматизированный электропривод представляет новые технические возможности повышения производительности труда и служит основой прогрес-



сивных технологических процессов. Широкий масштаб внедрения новых типов электрооборудования определяет необходимость создания совершенных методов проектирования средств автоматизации на основе цифровых систем управления с использованием микро-ЭВМ. Включение мини- и микро-ЭВМ в контур управления позволяет решать качественно новые задачи и обеспечивает получение свойств электропривода, не достигаемых аналоговыми средствами управления [1].

Задачи управления промышленным электроприводом определяются в первую очередь назначением, особенностями работы и эксплуатации технологического оборудования.

**Задачи систем управления электроприводом.** В ходе технологического процесса система управления электроприводом должна удовлетворять нескольким зачастую противоречивым требованиям. Так, при пуске (разгоне) электродвигателя обычно требуется максимально возможное быстроедействие, в режиме стабилизации угловой скорости основным показателем качества является точность.

Рассмотрим системы управления таким важным классом электроприводов, как ЭП гребных электрических установок (ГЭУ). Электропривод ГЭУ решает следующие технологические задачи:

- пуск и реверс гребных электродвигателей с максимальным быстроедействием, определяемым требованиями к динамическим характеристикам объекта (судна);

- стабилизацию угловой скорости вращения гребных электродвигателей с целью обеспечения удовлетворительных характеристик управляемости судна, а также оптимизации работы ГЭУ при ходе судна на волнении и равномерном движении во льдах;

- стабилизацию мощности, отбираемой от первичного двигателя в режиме ограничения мощности либо в режимах работы при угловой скорости вращения выше 0,5 номинальной, с целью повышения надежности и ресурса первичного двигателя;

- ограничение во всех режимах по энергетическим и прочностным соображениям электрических и механических параметров электропривода допустимыми значениями (угловая скорость вращения, ток, напряжение, темп наброса мощности на первичный двигатель, момент, мощность и т. д.).

Система управления должна предусматривать возможность перехода с одного режима управления на другой либо по команде оператора, либо автоматически в соответствии с изменениями условий функционирования электропривода.

Большую группу ЭП составляют специальные судовые электроприводы, к ним относятся, например, приводы, обеспечивающие движение судна по заданной траектории и позиционирование подвижного объекта. Управление такими ЭП осуществляется системой верхнего уровня иерархии. В ее функции входит обработка информации от различного рода навигационных приборов, формирование задающих воздействий на системы управления отдельными электроприводами и согласование их работы.

Так, для систем позиционирования управление отдельными электроприводами якорных лебедок, подруливающих устройств и других должно производиться таким образом, чтобы отклонение основного объекта от заданного положения не превышало допустимого по условиям эксплуатации (бурение, поиск, штормовой отстой) значения. Аналогично управление движени-

ем судов по заданной траектории, что особенно важно для геолого-разведывательных, научно-исследовательских судов и судов добычи железно-магнитных конкреций, при малых скоростях движения целесообразно осуществлять путем воздействия на электроприводы гребного винта. Таким образом, кроме общих и одинаковых для всех типов электроприводов требований обеспечения статических и динамических характеристик, для этих приводов характерна взаимосвязь с системой управления высшей ступени иерархии (системы управления судна, объекта в целом).

Отметим, что характерной особенностью рассматриваемого класса силовых электроприводов служит существенное различие скоростей протекания процессов в электромеханических устройствах (электродвигателях, генераторах и проч.) и в электронных усилительно-преобразовательных элементах ЭП. Это позволяет на этапе синтеза системы управления не учитывать, например, некоторые специфические свойства тиристорных элементов ЭП.

Основные требования к рассматриваемому классу систем управления можно сформулировать в следующем виде:

- многоцелевой характер задачи управления, определяющий необходимость использования мультиструктурных систем;

- оптимизация электромеханического объекта в каждом из возможных режимов;

- необходимость взаимосвязанного (согласованного) управления несколькими электроприводами с целью оптимизации энергетических и функциональных характеристик при выполнении основного назначения объекта.

В системах фиксированной структуры частичное удовлетворение противоречивым требованиям обеспечивается за счет нахождения «седловой» точки многокритериальной задачи подбором параметров или соответствующей структуры регулятора. Если же в системе управления имеется избыточность, предоставляющая свободу проектировщику при оптимизации одного критерия, то эта избыточность может быть использована для оптимизации другого критерия, так что избыточность в динамической системе позволяет осуществлять оптимизацию по нескольким критериям. Одним из способов введения избыточности в систему является использование регулятора переменной структуры: так как в процессе функционирования никогда не используется структура системы полностью, всегда часть структуры (часть алгоритмов регулятора) не участвует в процессе управления. Такая избыточность и обеспечивает оптимизацию каждого режима объекта по собственному критерию.

Практическая реализация регуляторов переменной структуры (мультиструктурных регуляторов) на аналоговых средствах крайне затруднительна из-за резкого возрастания стоимости регулятора. Применение вычислительных машин позволяет легко переключать структуру регуляторов [2] при изменении режима работы ЭП. Для этого не требуется аппаратного усложнения системы, необходимо только соответствующее развитие математического обеспечения ЭВМ.

Использование микро-ЭВМ дает возможность реализовать оптимальные алгоритмы управления, недоступные для аналоговых схем. Наконец, вычислительные машины являются наилучшей базой для построения иерархических систем управления.

Вопросы организации переменной структуры систем

управления электроприводом и выбора алгоритмов управления в отдельных режимах рассматриваются ниже.

**Алгоритм переключения структуры.** Понятие переменной структуры регулятора формализуется следующим образом. Уравнение одного или одновременно нескольких управляемых электроприводов (объекта управления ОУ) в общем случае запишем в виде

$$\dot{x} = F(x, u), \quad (1)$$

где  $x \in R^n$  — вектор состояния;  $R^n$  — пространство состояний (фазовых координат);  $u$  — вектор управления;  $F(\cdot)$  — нелинейная вектор-функция. В систему управления поступают также управляющие воздействия  $g$  с верхнего уровня управления. В соответствии с функциональным значением ЭП, ограничениями на переменные состояния, задающими воздействиями  $g$  и требованиями к качеству процессов управления пространство  $R^n$  разбивается на области  $X_i$ . Принадлежность текущего состояния ЭП области  $X_i$  требует включения индивидуального локального алгоритма управления. Осуществим разбиение пространства состояний на области с помощью поверхностей вида:

$$\Theta_j(x, g) = 0, \quad (2)$$

где  $j=1, 2, \dots$

Поверхности разграничивают области малых и больших отклонений, выделяют область допустимых значений тока якоря ЭП, мощности и т. п. Так как области  $X_i$  в общем случае выделяются несколькими поверхностями (2), то выбор локального алгоритма управления определяется одновременным выполнением условий типа  $\Theta_j(x, g) \geq 0$ . Автоматический выбор локального алгоритма, т. е. структуры регулятора, производится управляющей ЭВМ с помощью специальной планирующей программы.

Формализуем синтез планирующей программы, для этого введем логические переменные  $r_j$ ,  $j=1, 2, \dots$ :

$$r_j = \begin{cases} 1 & \text{при } \Theta_j(x, g) \geq 0; \\ 0 & \text{при } \Theta_j(x, g) < 0, \end{cases}$$

характеризующие располжение текущего состояния ЭП относительно поверхностей (2). Переменные  $r_j$  будем интерпретировать как буквы входного алфавита, а вектор  $r = \{r_j\}$  — как входное слово. Определим также выходные переменные автомата  $y_i$ ,  $i=1, 2, \dots$ :

$$y_i = \begin{cases} 0 & \text{при } x \notin X_i; \\ 1 & \text{при } x \in X_i. \end{cases}$$

Вектор выхода комбинационного автомата  $y = \{y_i\}$  всегда имеет только одну ненулевую координату, равную единице. Номер ненулевой координаты определяет область  $X_i$ , которой принадлежит вектор состояния  $x$  ЭП в данный момент времени, а каждой такой области соответствует однозначный выбор локального алгоритма управления  $A(y)$ .

Связь входных и выходных переменных комбинационного автомата первоначально устанавливается таблицей истинности, составляемой на основании задания на разработку системы управления. В задании должны быть перечислены режимы работы электропривода, ограничения, управляющие сигналы верхней иерархической ступени. По таблице истинности составляются логические выражения связи вида:

$$y_i = \eta_i(r), \quad (3)$$

Рис. 1. Система управления электроприводом

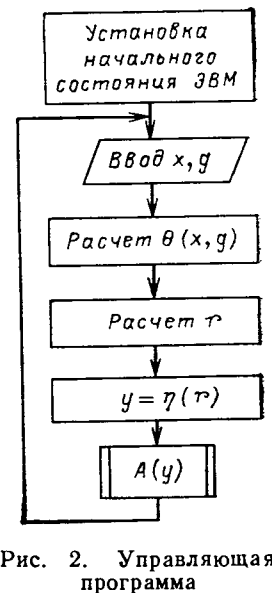
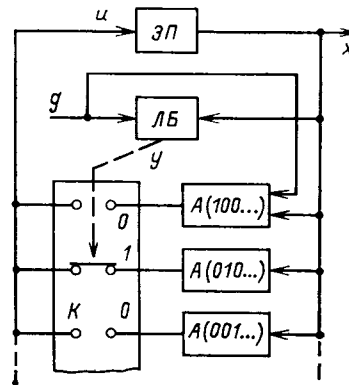


Рис. 2. Управляющая программа

где  $\eta_i(r)$ ,  $i=1, 2, \dots$  — булевы функции. Вектор-функция  $\eta(r) = \{\eta_i(r)\}$  называется переключательной функцией комбинационного автомата.

Функциональная схема системы управления ЭП переменной структуры изображена на рис. 1. Логический блок ЛБ в этой системе вычисляет разграничивающие функции (2), реализует переключательную функцию  $\eta(r)$ . Коммутатор К в соответствии с полученными значениями вектора  $y = \eta(r)$  выбирает алгоритм  $A(y)$  управления приводом.

Программная реализация ЛБ на управляющей ЭВМ называется планирующей программой. Алгоритм функционирования управляющей ЭВМ (управляющая программа) с планирующей программой иллюстрируется на рис. 2. На этом рисунке  $\eta(r) = \{\eta_i(r)\}$ ,  $\Theta(x, g) = \{\Theta_j(x, g)\}$  — вектор-функции;  $A(y)$  — набор локальных алгоритмов управления.

Планирующая программа системы управления ЭП не всегда может быть синтезирована на основе комбинационного автомата. Выбор того или иного локального алгоритма  $A(y)$  может зависеть также от режима работы, выбранного на предыдущем этапе. В этом случае синтез планирующей программы целесообразно осуществлять на основе автомата с памятью (типа Мура). Для этого автомата вместо рассмотренной таблицы истинности составляется таблица переходов, которая задает функции переходов:

$$y_i = \eta_i(r, y). \quad (4)$$

Отличие алгоритма функционирования ЭВМ для такого случая заключается в использовании для расчета вектора выхода  $y$  выражения (4).

Структура регулятора электропривода определяется содержанием выполненного алгоритма  $A(y)$ .

Все многообразие задач управления ЭП в различных режимах работы реализуется двумя типами алгоритмов. Первый из них, называемый линейным алгоритмом управления, относится к режимам воспроизведения управляющего входного воздействия  $g$ , второй относится к режимам обработки больших начальных рассогласований, режимам стабилизации мощности и т. п. и называется нелинейным алгоритмом управления.

**Линейные алгоритмы управления.** Алгоритмы, обес-

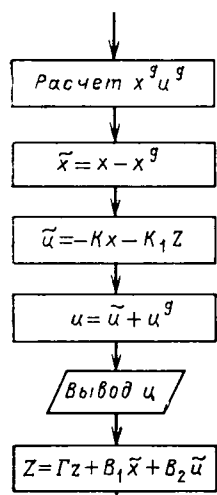


Рис. 3. Линейный алгоритм управления

печивающие воспроизведение входного воздействия  $g$ , работают при малых отклонениях  $\tilde{x}$  вектора  $x$  ЭП от вектора  $x^g$ , определяемого входным воздействием  $g$ , и поэтому такие алгоритмы синтезируются на основании модели ЭП, получающей в результате линеаризации (1):

$$\tilde{\dot{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\tilde{u}. \quad (5)$$

где  $\tilde{x} = x - x^g$ ,  $\tilde{u} = u - u^g$ ,  $u^g$  получаются в результате решения (1) при  $x = x^g$ , а

$$\tilde{A} = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x^g, u=u^g}; \quad \tilde{B} = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x^g, u=u^g}.$$

Последовательность синтеза алгоритмов на основании линеаризованной модели (5) заключается в следующем [4]. Выбирается интервал квантования  $T$  с учетом динамических свойств объекта управления, управляющего и возмущающего внешних воздействий. По непрерывной модели (5) строится дискретная линейная модель ЭП с учетом запаздывания, вносимого в контур управляющей ЭВМ. Заметим, что параметры дискретной модели, как и параметры непрерывной модели (5), зависят от входного воздействия  $g$ . Строится также дискретная модель возмущения, приложенных к ЭП. По дискретным моделям ЭП и возмущения в соответствии с требованиями к качеству воспроизведения воздействия  $g$  синтезируются дискретные регуляторы собственного и вынужденного движения. Эти регуляторы при необходимости дополняются дискретными устройствами оценки неизмеряемых или измеряемых с большими помехами координат состояния ЭП. В результате этого синтеза получается линейный алгоритм управляющей ЭВМ, обеспечивающий слежение за воздействиями с заданным качеством и инвариантностью до  $\varepsilon$  при наличии возмущающего воздействия. Этот алгоритм изображен на рис. 3. Отметим, что он выполняется в виде блока  $A(y)$  в алгоритме на рис. 2, поэтому предполагается, что ввод переменных  $x$  и  $g$  осуществлен ранее.

Как видно из рис. 3, прежде всего вычисляются  $x^g$  и  $u^g$  по введенным значениям  $g$  согласно формуле (1), затем находится отклонение  $\tilde{x}$  вектора состояния ЭП от требуемого при заданном  $g$  значения и вычисляется приращение  $\tilde{u}$  управляющего воздействия, необходимое для ликвидации отклонения  $\tilde{x}$ . На объект управления выводится полное управляющее воздействие, равное сумме  $\tilde{u}$  и  $u^g$ .

В последнем блоке алгоритма вычисляется оценка  $z$  неизмеряемых координат состояния ЭП и внешних воздействий; эта оценка используется в следующем такте для расчета  $\tilde{u}$ .

Параметры матриц  $K$ ,  $K_1$ ,  $\Gamma$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  зависят от входного воздействия  $g$ . Эта зависимость рассчитывается на этапе синтеза алгоритма управления, аппроксимируется

и помещается в памяти управляющей ЭВМ в виде аппроксимирующих зависимостей.

**Нелинейные алгоритмы управления.** Алгоритмы этого типа используются, как отмечалось ранее, при обработке больших рассогласований, стабилизации мощности, стабилизации тока якоря и в других режимах работы ЭП. Для подобных режимов требуется выдерживать определенные функциональные соотношения между переменными состояниями [2, 5]:

$$\varphi(x) = 0, \quad (6)$$

причем для каждого режима нелинейная функция, стоящая в левой части уравнения, будет своей. Под влиянием возмущающих воздействий условие (6) будет нарушаться, так что, рассматривая дискретные моменты времени, будем иметь

$$e_m = \varphi(x_m), \quad (7)$$

и задача управляющей ЭВМ заключается в том, чтобы ликвидировать возможные отклонения от соотношения (6). Синтез алгоритма для решения поставленной задачи заключается в следующем. Интервал квантования остается тем же, что и для линейных алгоритмов, описанных выше. Имея в виду этот интервал квантования, переходим от непрерывной нелинейной модели (1) к дискретной нелинейной модели. Этот переход осуществляется применением простейшего из численных методов решения дифференциальных уравнений — метод Эйлера первого порядка. Дискретная модель ЭП в этом случае будет

$$x_{m+1} = x_m + TF(x_m, u_m). \quad (8)$$

Получим разностное уравнение для отклонения (7) от условия (6), учитывая, что вектор  $x_m$  изменяется во времени не произвольно, а является вектором состояния ЭП, т. е. удовлетворяет уравнению (8), тогда

$$e_{m+1} = \varphi(x_m + TF(x_m, u_m)). \quad (9)$$

Введем нелинейное обратимое преобразование координат в пространстве состояний ЭП:

$$\begin{bmatrix} e_m \\ \bar{x}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi(x_m) \\ \psi(x_m) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $\varphi(\cdot)$  определяется соотношением (6), а на функцию  $\psi(\cdot)$  накладывается единственное ограничение обеспечения обратимости нелинейного преобразования, так что выбор этой функции достаточно произволен. Необходимо стремиться выбирать функцию  $\psi(\cdot)$  таким образом, чтобы получить наиболее простой вид синтезируемого алгоритма; этот выбор осуществляется перебором нескольких вариантов.

Подставляя (10) в (9), получаем нелинейное разностное уравнение относительно отклонения:

$$e_{m+1} = \Phi(e_m, \bar{x}_m, u_m). \quad (11)$$

В нормально функционирующей системе управления электроприводом отклонение  $e_m$  мало. Положим, что для ликвидации этого отклонения используется некоторая часть управляющего воздействия, так что

$$u_m = u_m^* + \tilde{u}_m. \quad (12)$$

где  $u_m^*$  — основная часть управления, обеспечивающая условие (6), когда  $e_m = 0$ . Нелинейное разностное уравнение (11) при сделанных допущениях линеаризуется, при этом имеем

$$e_{m+1} = \Phi(0, \bar{x}_m, u_m^*) + \frac{\partial \Phi}{\partial e} e_m + \frac{\partial \Phi}{\partial u} \tilde{u}_m. \quad (13)$$

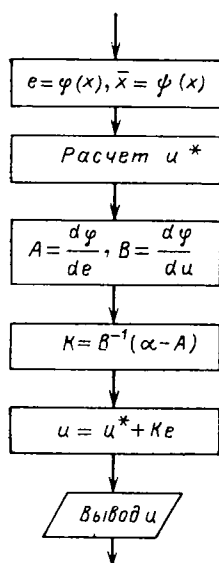


Рис. 4. Нелинейный алгоритм управления

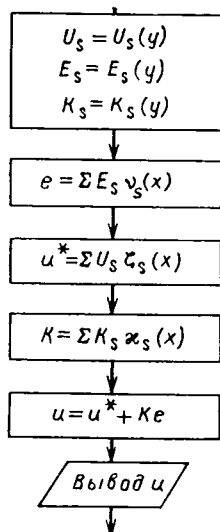


Рис. 5. Унифицированный алгоритм управления

При нулевом значении отклонения  $e_m$  должно выполняться

$$\Phi(0, \bar{x}_m, u_m^*) = 0. \quad (14)$$

Это условие эквивалентно (6), поэтому выбираем  $u_m^*$  таким образом, чтобы удовлетворялось условие (14). В результате получаем нестационарное линейное разностное уравнение для отклонения

$$e_{m+1} = A_m e_m + B_m \bar{u}_m, \quad (15)$$

где  $A_m = \frac{\partial \Phi}{\partial e}$ ,  $B_m = \frac{\partial \Phi}{\partial u}$

вычисляется на каждом этапе работы управляющей ЭВМ при известных  $\bar{x}_m$  и  $u_m^*$ . Таким образом, задача поддержания соотношения (6) свелась к стабилизации линейного нестационарного объекта (15) с известной (вычисляемой) зависимостью параметров от времени. Ограничимся рассмотрением широко распространенного случая, когда  $e_m$  и  $u_m$  — скаляры, т. е. уравнение (6) описывает в пространстве состояние гиперповерхности размерности  $n-1$ . Будем выбирать управляющее воздействие  $\bar{u}_m$  таким образом, чтобы для замкнутой нестационарной системы имело место уравнение:

$$e_{m+1} = \alpha e_m, \quad (16)$$

где  $\alpha$  — постоянное число, выбираемое из условия обеспечения требуемого качества переходного процесса при ликвидации возникающих отклонений  $e_m$ . Приравняв правые части (15) и (16), найдем

$$\bar{u}_m = k e_m, \quad (17)$$

где

$$k = B_m^{-1}(\alpha - A_m). \quad (18)$$

Таким образом, нелинейные алгоритмы управления описываются выражением (12), где  $u^*$  является решением уравнения (14), а  $\bar{u}$  вычисляется по (17), (18). Типовой алгоритм представлен на рис. 4.

**Реализация цифровых регуляторов.** Цифровые регуляторы переменной структуры реализуются на базе

серийно выпускаемых универсальных микро-ЭВМ и вычислительных комплексов [6]. Достаточно совершенное аппаратное и системное математическое обеспечение этих вычислительных средств позволяет свести задачу разработки системы автоматического управления к составлению прикладных программ, в основу которых положены рассмотренные выше алгоритмы. Один из важнейших вопросов проектирования цифровых систем — это унификация программных модулей для некоторых классов электроприводов. Его решение позволило бы значительно сократить время разработки регуляторов и снизить требования к квалификации разработчиков. Отметим, что унификация прикладных программ служит предпосылкой создания специализированных микро-ЭВМ для управления электроприводом.

Рассмотрим возможность унификации локальных алгоритмов управления, предложенных выше. Для различных режимов работы ЭП, т. е. разных значений выходного вектора комбинационного автомата  $y$ , алгоритмы управления содержат специфические формулы расчетов переменных  $e$ ,  $\bar{x}$ ,  $u^*$  и  $\bar{u}$ . Это усложняет программное обеспечение цифровых регуляторов и служит основным препятствием их унификации. Один из путей его преодоления заключается в следующем.

Решение (14) запишем в виде ряда:

$$u^* = \sum_s U_s \zeta_s(x), \quad (19)$$

где  $\zeta_s(x)$  — базовые дробно-рациональные функции координат вектора состояния;  $U_s$  — постоянные коэффициенты;  $s = 1, 2, \dots$ . Для нахождения  $U_s$  подставим в (14) выражение (19) и  $\bar{x} = \psi(x)$ .

Аналогично представим в виде ряда следующие функции:

$$e = \sum_s E_s v_s(x); \quad (20)$$

$$k = \sum_s K_s \kappa_s(x), \quad (21)$$

где  $v_s(x)$ ,  $\kappa_s(x)$  — базовые дробно-рациональные функции;  $E_s$ ,  $K_s$  — постоянные коэффициенты. Теперь для вычислений  $u^*$ ,  $e$ ,  $k$  в различных режимах может быть применен единый набор функций  $\zeta_s(x)$ ,  $v_s(x)$  и  $\kappa_s(x)$ , а значения коэффициентов рядов варьируются от режима к режиму, т. е.

$$U_s = U_s(y), \quad E_s = E_s(y), \quad K_s = K_s(y),$$

где  $y$  — вектор выхода комбинационного автомата планирующей программы.

Использование выражений (19) — (21) является предпосылкой унификации прикладного математического обеспечения управляющей микро-ЭВМ как для конкретного электропривода, так и для класса ЭП, объединенных единым описанием (1) и функциональным назначением.

Унифицированный нелинейный алгоритм управления представлен на рис. 5. Значения параметров  $U_s$ ,  $E_s$ ,  $K_s$  для каждого режима работы ЭП определяются на этапе проектирования, записываются в память ЭВМ и уточняются в процессе настройки системы.

Для класса ЭП, имеющих близкие описания комбинационного автомата (3), возможна унификация планирующей программы. При этом пользуются следующим

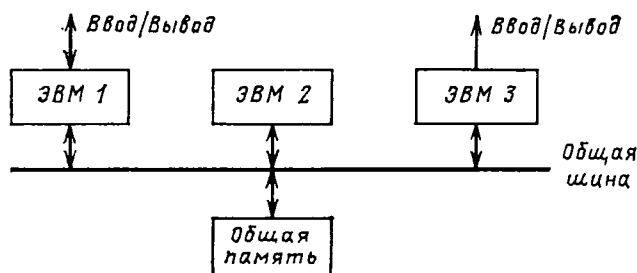


Рис. 6. Мультипроцессорная система

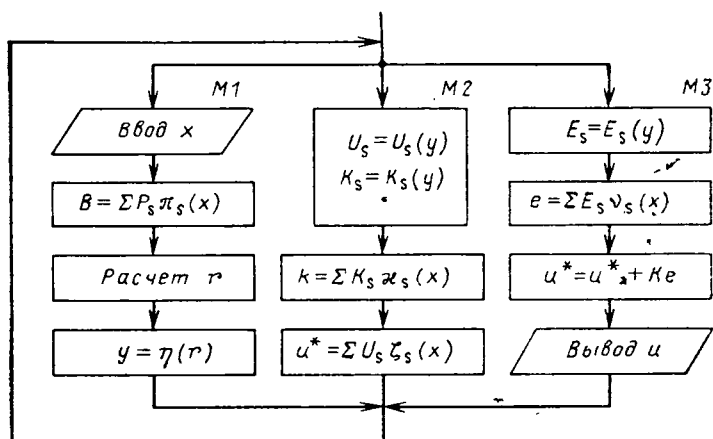


Рис. 7. Параллельные модули управляющей программы

выражением для расчета разграничивающих поверхностей:

$$\Theta_j(x) = \sum_s p_{js} \pi_{js}(x) = 0,$$

где  $\pi_{js}(x)$  — базовые функции;  $p_{js}$  — постоянные коэффициенты.

Цифровой регулятор переменной структуры в целом будет представлен набором унифицированных последовательно выполняемых программных модулей алгоритмов управления и планируемой программы. При этом интервал дискретности регулятора определяется временем выполнения управляющей программы, т. е. суммой интервалов времени, необходимых для расчета отдельных модулей. Отметим, что унификация программного обеспечения приводит к некоторому увеличению времени расчета отдельных модулей и, следовательно, интервала дискретности регулятора.

Для уменьшения интервала дискретности могут быть использованы параллельные вычислительные процедуры [6]. Выделим следующие программные модули цифрового регулятора:

*M1* — планирующая программа;

*M2* — программа расчета параметров  $u^*$  и  $k$ ;

*M3* — программа расчета управления.

При параллельном расчете модулей *M1* — *M3* интервал дискретности регулятора будет снижен до зна-

чения, равного времени выполнения одного наиболее трудоемкого модуля.

Реализация параллельных вычислительных процедур осуществляется мультипроцессорной системой. На рис. 6 представлена простейшая система, в состав которой входит три микропроцессорных узла (микро-ЭВМ) и блок общей памяти (ОП), объединенные общей шиной.

Локальные микро-ЭВМ осуществляют параллельное выполнение программных модулей. Блок ОП предназначен для хранения общего описания процесса и промежуточной информации, получаемой локальными микро-ЭВМ. Синхронизация параллельно протекающих вычислительных процессов и управление обменом данными осуществляются операционной системой [6], элементы которой размещаются в ОП и памяти локальных микро-ЭВМ. На рис. 7 представлены параллельные алгоритмические модули, выполняемые микро-ЭВМ.

Рассмотренный подход может успешно использоваться при построении цифровых регуляторов многорегимных ЭП. Как отмечено выше, к электроприводам такого рода предъявляется дополнительное требование согласования работы отдельных ЭП. Аналитически оно задается в формуле (6), где для случая двух электродвигателей  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ;  $x_1, x_2$  — векторы состояния от-

дельных ЭП. В частном случае (6) принимает вид:  $x_1 = x_2 = 0$ , что соответствует, например, задаче поддержания равных угловых скоростей электроприводов.

Таким образом, задача качественно эквивалентна рассмотренной в разделе, посвященном нелинейным алгоритмам управления, и решается теми же средствами. Количественные различия выражаются в необходимости использования нескольких одноканальных алгоритмов управления, дополненных модулями согласования электроприводов. Расширение количественного состава программных модулей делает целесообразным использование мультипроцессорной реализации регулятора, что позволяет значительно снизить интервал дискретности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Слежановский О. В. Непосредственное цифровое управление электроприводами. — В кн.: Автоматизированный электропривод, силовые полупроводниковые приборы, преобразовательная техника. (Актуальные проблемы и задачи). Под общей ред. Н. Ф. Ильинского, И. А. Тепмана, М. Г. Юнькова. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Дроздов В. Н., Козярук А. Е., Мирошник И. В. Системы управления электроприводом с использованием микро-ЭВМ. — Л.: ЛДНТП, 1984.
3. Баранов С. И. Синтез микропрограммных автоматов. — Л.: Энергия, 1979.
4. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ./Григорьев В. В., Дроздов В. Н., Лаврентьев В. В., Ушаков А. В. — Л.: Машиностроение, 1983.
5. Болтунов Г. И., Мирошник И. В. Метод управления пространственным движением нелинейных объектов. — В кн.: Системы управления и их элементы. — Труды ЛИТМО, 1981.
6. Прангишвили И. В., Стецюра Г. Г. Микропроцессорные системы. — М.: Наука, 1980.

[08.01.85]

# Исследование вероятностных характеристик токов несимметричных коротких замыканий

МАНУСОВ В. З., МОИСЕЕВ С. М.

Новосибирск

Решение вопросов, связанных с короткими замыканиями, имеет важное значение для планирования режимов работы энергосистемы и ее проектирования. Расчет токов коротких замыканий (к. з.) играет часто решающую роль в определении степени надежности и бесперебойности электроснабжения потребителей. Усложнение топологии и многообразие режимов работы электрических сетей энергосистемы обуславливает возрастание требований к точности расчетов и обоснованности проектирования электрооборудования.

В настоящее время на стадии технического проектирования и изготовления электрооборудования надежность его функционирования определяется на основе детерминированных методов расчета с использованием избыточного резервирования, исходя из эмпирических коэффициентов. Для расчета экономически целесообразных номинальных параметров электрооборудования энергосистем получили развитие исследования токов к. з. в вероятностной постановке.

В НЭТИ была решена задача определения ударного тока к. з. с учетом вероятностного характера его возникновения. В работах [1—3] показана необходимость практического применения результатов таких исследований и подробно исследуются статистические характеристики трехфазных к. з. Показано, что учет вероятностно-статистических значений расчетных токов к. з. позволяет получить определенный народнохозяйственный эффект при выборе электрооборудования в системах электроснабжения.

До настоящего времени аналитическое исследование токов к. з. в вероятностном аспекте проводилось только для трехфазного вида. Однако в ряде случаев расчетным является однофазное к. з., которое к тому же имеет наибольшую вероятность появления. При определении вероятности протекания по ветви схемы тока к. з., превышающего некоторое значение, необходим учет всех видов к. з. Искомая функция распределения при этом определяется по формуле полной вероятности, исходя из относительных частот появления различных видов к. з.

Цель данной работы заключается в обобщении некоторых результатов вероятностного расчета тока к. з. и исследовании вероятностных характеристик несимметричных токов к. з.

*Магистральные электрические сети.* Величины, определяющие значение тока к. з., носят случайный характер. Для анализа их влияния на вероятностные характеристики тока к. з. в качестве исходного примем общеизвестное выражение

$$i_k(t) = \frac{U_c}{x_c + x_k} \left[ \sin(\omega t + \alpha - \varphi_k) - \sin(\alpha - \varphi_k) e^{-\frac{t}{T_a}} \right], \quad (1)$$

где все обозначения аналогичны принятым в [4].

Функция распределения периодической слагающей тока трехфазного к. з. в радиальной сети с учетом случайного характера сопротивления системы  $x_c$  и сопротивления линии электропередачи до места к. з.  $x_k$  по-

лучена в [5]. Можно отметить, что выражения для трехфазного тока к. з. справедливы и для одноцепной линии с двусторонним питанием, так как в этом случае линия представляется в виде двух независимых радиальных. Влияние случайной величины сопротивления дуги рассмотрено в [5 и 6] и существенно только в низковольтных сетях.

Угол включения  $\alpha$  при трехфазном к. з. из условия определения фазы с максимальным значением тока имеет распределение в пределах  $\pm 30^\circ$ . В предположении равномерного закона распределения  $\alpha$  в [7] показано, что математическое ожидание аperiodической слагающей в момент к. з., отнесенной к амплитуде периодической слагающей, равно  $m_{I_a^*} = 0,955$  ( $I_a^* = 0,866 \div 1,0$ ).

Таким образом, угол включения при трехфазном к. з. оказывает незначительное влияние, и ударный коэффициент необходимо принимать в соответствии с принятыми детерминированными расчетами.

При несимметричных видах к. з. угол включения  $\alpha$  распределен на интервале  $0-180^\circ$  и зависит от скорости сближения токоведущих частей в момент, предшествующий короткому замыканию [8]. В общем случае закон распределения  $\alpha$  является сложной функцией и определяется соотношением причин, вызывающих к. з.

Время достижения током к. з. своего глобального максимума (ударного значения)  $t_m$  можно приблизительно принять равным времени наступления первого максимума периодической слагающей  $t_m = (\pi/2 - \alpha + \varphi_k)/\omega$ . Точное значение  $t_m$  несколько меньше ввиду различия скоростей изменения аperiodической и периодической слагающих полного тока по значению и по знаку. На основании (1) для ударного коэффициента можно записать

$$K_y = 1 + \sin(\alpha - \varphi_k) e^{-\frac{t_m}{T_a}},$$

или, полагая  $\varphi_k = -90^\circ$ ,

$$K_y = 1 + A \cos \alpha. \quad (2)$$

Величина  $A$ , характеризующая степень затухания аperiodической слагающей к моменту времени  $t_m$ , зависит от фазы включения  $\alpha$ . Однако для конкретного значения постоянной времени  $T_a$  величина  $A$  может быть в качестве допущения принята постоянной. Так как  $K_y$  в выражении (2) является периодической функцией, достаточно рассматривать его при изменении  $\alpha$  в интервале  $0-90^\circ$ . Тогда, приняв  $t_m = 0,005$  с, при известной постоянной времени будем иметь значение  $A$ , соответствующее завышению вероятности появления ударных токов, близких по величине к максимально возможному.

На основании полученных в [8] данных по распределению угла включения  $\alpha$  для линий 500 кВ и выражения (2) построена функция распределения ударного коэффициента, приведенная на рис. 1. Анализ полученной кривой показывает, что с вероятностью 0,05 доля аperiodической составляющей в ударном коэффициенте не превышает 0,77 максимально возможной, т. е.  $P(K_y \geq 1 + 0,77 A) = 0,05$ .



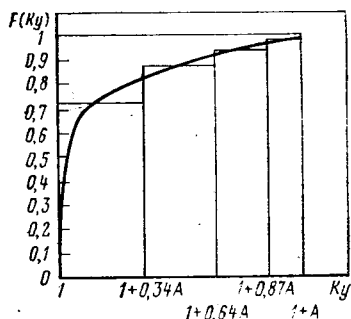


Рис. 1. Функция распределения ударного коэффициента в сетях 110—500 кВ, построенная по усредненным статистическим данным

Механическая прочность и надежность линий электропередачи при проектировании и во время эксплуатации обеспечиваются не выше экономически целесообразного уровня. Поэтому соотношение различных причин к. з. для разных классов напряжения линий примерно одинаково. Это подтверждается статистикой автоматических устойчивых отключений, приведенной в [9]. Исключение составляют линии электропередачи 35 кВ, что объясняется использованием для них деревянных опор.

Поскольку каждая группа причин к. з. характеризуется своим распределением [8], а соотношения причин в этих группах для линий 110—500 кВ примерно одинаковы, то для ориентировочных расчетов для данных классов напряжений можно пользоваться функцией распределения, приведенной на рис. 1.

Полученная функция распределения отражает средние значения вероятностей ударного коэффициента. Если статистика причин к. з. известна, то для более точных расчетов вероятностных характеристик ударного коэффициента можно, как это предложено в [8], разделить все причины к. з. на четыре группы. Учитывая, что ударный коэффициент достаточно исследовать для изменения  $\alpha$  в пределах  $0-90^\circ$ , на основе анализа распределения угла включения при различных причинах к. з. можно принять равномерный закон распределения  $\alpha$  в следующих интервалах: для первой группы причин к. з. — от 70 до  $90^\circ$ , для второй — от 50 до  $90^\circ$ , для третьей и четвертой от 0 до  $90^\circ$ . Распределение угла включения для I, II, IV групп причин имеет отрицательную асимметрию, поэтому принятие равномерного закона ведет к завышению вероятности появления ударных токов, близких к максимально возможному.

Функция распределения ударного коэффициента на основании (2) для  $i$ -й группы причин в интервале его возможных значений ( $1 \leq K_y \leq 1 + A \cos \alpha_{1i}$ ) имеет вид:

$$F_i(K_y) = \int_{\arccos\left(\frac{K_y - 1}{A}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2d\alpha}{\pi - 2\alpha_{1i}} = \frac{\pi - 2\arccos\left(\frac{K_y - 1}{A}\right)}{\pi - 2\alpha_{1i}}, \quad (3)$$

где  $\alpha_{1i}$  — нижний предел изменения угла включения для  $i$ -й группы причин. Для значений  $K_y < 1$  функция распределения  $F(K_y) = 0$ , для  $K_y > 1 + A \cos \alpha_{1i}$   $F(K_y) = 1$ .

Искомая функция распределения ударного коэффициента определяется по формуле полной вероятности

$$F(K_y) = \sum_i d_i F_i(K_y),$$

где  $d_i$  — относительная частота возникновения причин  $i$ -й группы.

Рассмотрим вероятностные характеристики периодической слагающей тока к. з. с учетом случайного характера места к. з. вдоль линии и напряжения питающей системы. Принимая распределение величины сопротивления линии до места к. з.  $x_k$  равномерным, а закон распределения амплитуды напряжения питающей системы  $U_c$  нормальным, функцию распределения амплитуды периодической слагающей трехфазного тока к. з. можно записать

$$F(I) = \int_D \int f(U_c) f(x_k) dU_c dx_k = \int_0^{x_n/(x_c+x_k)} \int_0^{\infty} (\sigma^2 2\pi)^{-\frac{1}{2}} \times \\ \times \exp\left(-\frac{(U_c - m_U)^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{x_n} dU_c dx_k = 0,5 + \Phi\left(\frac{Ix_c - m_U}{\sqrt{2}\sigma}\right) \times \\ \times \left(\frac{m_U - Ix_c}{2Ix_n}\right) + \Phi\left(\frac{I(x_c + x_n) - m_U}{\sqrt{2}\sigma}\right) \left(\frac{I(x_c + x_n) - m_U}{2Ix_n}\right) + \\ + \frac{\sigma}{Ix_n \sqrt{2\pi}} \left[ \exp\left(-\frac{[I(x_c + x_n) - m_U]^2}{2\sigma^2}\right) - \right. \\ \left. - \exp\left(-\frac{(Ix_c - m_U)^2}{2\sigma^2}\right) \right], \quad (4)$$

где  $x_n$  — сопротивление линии;  $\Phi(\dots)$  — функция Лапласа.

В частном случае, когда  $\sigma = 0$  (детерминированное значение напряжения  $U_c = m_U$ ), выражение (4) принимает вид конечного распределения

$$F(I) = \begin{cases} 0, & I < \frac{U_c}{x_c + x_n} \\ 1 + \frac{x_c}{x_n} - \frac{U_c}{x_n I}, & \frac{U_c}{x_c + x_n} \leq I \leq \frac{U_c}{x_c} \\ 1, & I > \frac{U_c}{x_c} \end{cases} \quad (5)$$

Математическое ожидание и дисперсия тока к. з. при принятых законах распределения  $U_c$  и  $x_k$  определяются следующими выражениями:

$$m_I = \frac{m_U}{x_n} \ln\left(\frac{x_c + x_n}{x_c}\right); \\ D_I = \frac{m_U^2 + D_U}{x_c(x_c + x_n)} - \frac{m_U^2 \ln\left(1 + \frac{x_n}{x_c}\right)}{x_n^2}.$$

На рис. 2 показана функция распределения тока к. з., выраженного в относительных единицах ( $I_6 = \frac{U_c}{x_c + x_k}$ ), для разных значений отношения сопротивлений системы и линии ( $q$ ) и коэффициента вариации напряжения ( $V = \frac{\sigma}{m_U}$ ). Вариация напряжения оказывает существенное влияние на функцию распределения при значениях, близких к граничным, т. е. в области значе-

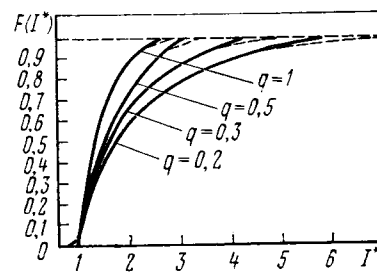


Рис. 2. Функция распределения тока к. з. Сплошные линии соответствуют коэффициенту вариации напряжения  $V=0$ , пунктирные — соответствуют  $V=0,05$ .

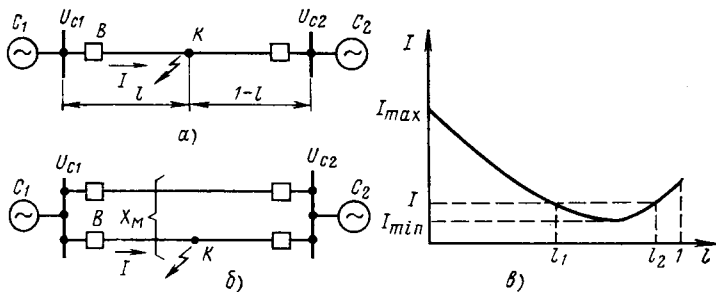


Рис. 3. К расчету функции распределения тока к. з. на линии с двусторонним питанием:

а — одноцепная линия электропередачи;

б — двухцепная линия электропередачи;

в — изменение тока несимметричного к. з. при перемещении точки замыкания вдоль линии с двусторонним питанием

ний тока к. з., имеющей наибольший практический интерес.

Наличие нулевой последовательности при одно- и двухфазных замыканиях на землю в радиальных сетях в общем случае приводит к более сложной зависимости тока от места к. з., чем при трехфазных к. з. Ниже рассматривается эта зависимость для сетей с двусторонним питанием.

**Электрические сети с двусторонним питанием.** Анализ вероятностных характеристик тока к. з. в отдельной ветви сложной схемы можно свести после ее эквивалентирования к анализу схемы с двусторонним питанием (рис. 3, а и б).

Рассмотрим на примере однофазного к. з. определение функции распределения тока для схемы рис. 3, а. В этом случае зависимость тока  $I$  через выключатель  $B$  от места к. з. выражается следующим образом:

$$I = \frac{U_c \sum_k \frac{x_{c2}^{(k)} + (1-l)x_{л}^{(k)}}{x_{c1}^{(k)} + x_{c2}^{(k)} + x_{л}^{(k)}}}{\sum_k (x_{c1}^{(k)} + x_{л}^{(k)}l) \parallel [x_{c2}^{(k)} + x_{л}^{(k)}(1-l)]}, \quad (6)$$

где  $x_{c1}^{(k)}$ ,  $x_{c2}^{(k)}$ ,  $x_{л}^{(k)}$  — сопротивления  $k$ -й последовательности систем и линии соответственно;  $l$  — относительная длина линии до места к. з.;  $\parallel$  — знак эквивалентирования двух параллельно включенных сопротивлений.

Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} A &= S(x_{л}^{(2)})^2 + (x_{л}^{(0)})^2; & B &= S(x_{c2}^{(1)} + x_{л}^{(1)} - x_{c1}^{(1)} + \\ &+ x_{л}^{(0)}(x_{c2}^{(0)} + x_{л}^{(0)} - x_{c1}^{(0)}); & C &= U_c(2Sx_{л}^{(1)} + x_{л}^{(0)}); \\ D &= S(x_{c2}^{(1)} + x_{л}^{(1)})x_{c1}^{(1)} + (x_{c2}^{(0)} + x_{л}^{(0)})x_{c1}^{(0)}; & E &= U_c \times \\ &\times (2Sx_{c2}^{(1)} + x_{c2}^{(0)}) + C, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$S = \frac{2(x_{c1}^{(0)} + x_{c2}^{(0)} + x_{л}^{(0)})}{x_{c1}^{(1)} + x_{c2}^{(1)} + x_{л}^{(1)}}.$$

Если в качестве допущения принять равенство напряжений систем  $U_{c1} = U_{c2} = U_c$  и равенство сопротивлений прямой и обратной последовательности  $x_{c1}^{(1)} = x_{c1}^{(2)}$ ,  $x_{c2}^{(1)} = x_{c2}^{(2)}$ , то, используя (6) и (7), можно представить ток

$$I = \frac{E - Cl}{Al^2 + Bl + D}. \quad (8)$$

Аналитическое выражение функции распределения тока к. з. имеет достаточно сложный вид и поэтому целесообразно ее выразить в неявном виде. Для определения вероятности появления тока к. з., превышающего некоторое значение  $I_p$ , необходимо определить корни квадратного уравнения (8)  $l_{1,2}$  (рис. 3, в). Тогда при равномерном распределении места к. з. линии можно записать

$$P(I > I_p) = \begin{cases} 1 & \text{при } d < 0, \\ l_1 & \text{при } l_1 < l < l_2, \\ 1 - l_2 + l_1 & \text{при } l_1 < l_2 < l, \\ 0 & \text{при } l < 0 < l_2, \end{cases} \quad (9)$$

где  $d$  — дискриминант квадратного уравнения (8), имеющий отрицательное значение при  $I_p < I_{\min}$ .

Для более общего случая двустороннего питания при наличии взаимной индукции (рис. 3, б) для однофазного к. з. коэффициенты выражения (8) имеют вид:

$$\begin{aligned} A &= x_0(x_{л}^{(1)})^2 + 0,5x_1(x_{л} + x_m)^2 + x_1x_0x_{л}; \\ B &= 4x_{л}^{(1)}x_0(x_{c2}^{(1)} + 0,5x_{л}^{(1)}) + x_1x_{л}^{(0)}(x_{c2}^{(0)} + 0,5x_{л} + 0,5x_m) - \\ &\quad - x_1x_{c1}^{(0)}x_m; \\ C &= U_c(x_0x_{л}^{(1)} + 0,5x_1(x_{л} + x_m) + 3x_0x_1); \\ D &= 4x_0x_{c1}^{(1)}(x_{c2}^{(1)} + 0,5x_{л}) + 2x_1x_{c1}^{(0)}(x_{c2}^{(0)} + 0,5x_{л} + 0,5x_m); \\ E &= U_c[2x_0(x_{c2}^{(1)} + 0,5x_{л}^{(1)}) + x_1(x_{c2}^{(0)} + 0,5x_{л} + 0,5x_m) + 3x_0x_1], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} x_{л} &= 2x_{л}^{(1)} + x_{л}^{(0)} - x_m; \\ x_1 &= x_{c1}^{(1)} + x_{c2}^{(1)} + 0,5x_{л}^{(1)}; \\ x_0 &= x_{c1}^{(0)} + x_{c2}^{(0)} + 0,5(x_{л} + x_m). \end{aligned}$$

Сопротивление взаимной индукции  $x_m$  между цепями линии учтено только для нулевой последовательности.

Определив коэффициенты (7), аналогично однофазному к. з. на основании (9) можно получить функцию распределения для любого другого вида к. з.

**Анализ вероятностных характеристик токов к. з.** При выводе вышеприведенных выражений функции распределения тока к. з. с целью упрощения принимались допущения в сторону завышения вероятности появления токов к. з., близких к максимально возможному. К такому же допущению ведет неучет переходного сопротивления в месте к. з. и предшествующего режима, а также расчеты для минимально возможных значений сопротивления питающей системы. Таким образом, по выражениям (3), (4), (5) и (9) определяется несколько заниженная вероятность появления тока к. з.  $I$  меньше расчетного  $P(I < I_p)$ .

Следует отметить, что для определения экономически обоснованного расчетного значения тока к. з. целесообразно использовать в качестве основного количественного показателя вероятность повреждения электрооборудования в результате протекания токов к. з. В [10] рекомендуется принимать эту вероятность в пределах 0,01—0,05. Однако вероятность не является интегральной характеристикой, поскольку при малой вероятности превышения током к. з. расчетных значений возможна большая частота появления к. з., что может привести к большим народнохозяйственным убыткам,

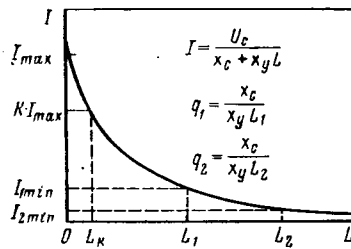


Рис. 4. Изменение тока к. з. при перемещении точки замыкания вдоль радиальной линии

т. е. ожидаемое число повреждений элементов системы электроснабжения определяется также и частотой к. з. Это хорошо видно из анализа выражения (4).

С уменьшением отношения сопротивлений системы и линии  $q$  понижается вероятность появления тока к. з., близкого к максимальному (рис. 2):

$$F_1(k I_{1\max}) < F_2(k I_{2\max}),$$

где  $k=0-1$  — коэффициент, задающий уменьшение максимально возможного тока;  $F_1$  и  $F_2$  — функции распределения, соответствующие отношениям сопротивлений системы и линии  $q_1$  и  $q_2$  ( $q_1 > q_2$ ).

Число коротких замыканий  $m$  с токами более  $k I_{\max}$  не зависит от  $q$ . На рис. 4 на примере двух вариантов, имеющих одинаковые сопротивления системы  $x_{c1} = x_{c2}$  и различную длину линий  $L_1 < L_2$ , показано, что для различных отношений сопротивлений системы и линии  $q_1 > q_2$  имеет место равенство математических ожиданий числа к. з. с током более  $k I_{\max}$ . Число к. з. с током более  $k I_K$  определяется длиной участка линии  $L_K$  (рис. 4):

$$L_K' = \frac{U_c}{k I_{\max} x_y} - \frac{x_c}{x_y},$$

где  $x_y$  — удельное сопротивление линии.

Таким образом, для рассматриваемых вариантов вероятность появления тока к. з., превышающего  $k I_{\max}$ , является различной, однако при равенстве удельных частот  $\lambda_y$  повреждения линий имеет место одинаковое, математическое ожидание числа к. з.  $m$  с током  $I > k I_{\max}$  определяемое как

$$m = \lambda_y L_K. \quad (10)$$

Если учитывать случайный характер только места к. з., то для определения  $m$  можно воспользоваться выражением (10). При учете случайного характера нескольких величин, если поток к. з. в линии принимается стационарным [2],  $m$  определяется как

$$m = \lambda_y L P(I > k I_{\max}),$$

где  $L$  — длина линии.

Методика выбора экономически целесообразных расчетных значений токов к. з. на основе известной частоты повреждений токами к. з. элемента в течение нормативного срока службы описана в [3].

**Выводы.** 1. На стадии проектирования систем электроснабжения целесообразно применение методики выбора параметров электрооборудования с учетом вероятностно-статистических характеристик токов к. з.

2. Получено аналитическое выражение для функции распределения тока к. з. с учетом случайного места к. з. и вариации напряжения системы. Показано существенное влияние вариации напряжения системы на вероятность возникновения токов к. з., близких к максимально возможному.

3. Исследовано влияние случайного характера фазы напряжения в момент к. з. на значения ударного тока при различных причинах короткого замыкания. В отличие от трехфазных, для несимметричных к. з. в ряде случаев следует учитывать влияние фазы включения на вероятностные характеристики ударного тока к. з.

4. На основе анализа электрической сети с двусторонним питанием получены аналитические выражения для определения вероятностных характеристик тока к. з., позволяющие обобщить результаты, относящиеся к радиальным сетям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевченко Ж. И., Власова Т. Н., Глазунов А. А. Вероятностные характеристики тока к. з. в городских электрических сетях 6—10 кВ. — Электрические станции, 1972, № 11.
2. Хайн М., Глазунов А. А. О вероятностных и статистических характеристиках токов коротких замыканий в системах электроснабжения. — Электричество, 1980, № 1.
3. Хайн М., Глазунов А. А. Выбор экономически целесообразных расчетных значений токов к. з. в системах электроснабжения предприятий. — Электричество, 1981, № 2.
4. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы. М.: Энергия, 1970.
5. Яков Д. Распределение тока к. з. в радиальных электрических сетях. — Электричество, 1973, № 7.
6. Каринский Ю. И., Гончарова Н. С. Методика расчета вероятностных характеристик токов короткого замыкания в электрических системах. — Известия Сев. Кавк. научного центра высш. шк. Сер. техн. наук, 1981, № 4, с. 40—42.
7. Вилесов Д. В., Целемский В. А. Вероятностная оценка величин ударных токов к. з. в автономных электроэнергетических системах. — Электричество, 1970, № 6.
8. Алексеев В. Г., Зихерман М. Х. Оценка вероятности насыщения трансформаторов тока в сети 500 кВ. — Электричество, 1979, № 2.
9. Эдельман В. И., Барг И. Г., Лазарева Л. Е. Статистический анализ автоматических устойчивых отключений ВЛ 35—500 кВ. — Электрические станции, 1973, № 10.
10. Гофман И. Стохастический расчет токов короткого замыкания в системах электроснабжения. — Проблемы технической электродинамики, 1978, № 68.

[24.04.84]

# Разрядные характеристики опорных изолирующих конструкций из электроизоляционного бетона

ЧУНЧИН В. А., канд. техн. наук

Сибирский научно-исследовательский институт энергетики

Основные характеристики электроизоляционного бетона, особенности его технологии и результаты некоторых экспериментальных исследований приведены в [1 и 2]. Как материал, имеющий хорошие конструкционные свойства, достаточно высокие и стабильные диэлектрические характеристики, электроизоляционный бетон является перспективным материалом для создания высоковольтных изолирующих конструкций с высокой несущей способностью. Одной из наиболее простых и эффективных является опорная конструкция из электроизоляционного бетона. Использование их взамен металлических и железобетонных опор с подвесной изоляцией дает возможность принципиально по-новому подойти к конструированию ВЛ и ОРУ подстанций самых различных классов напряжения, включая сверхвысокие [3].

Как и у традиционной изоляции габариты опорных изолирующих конструкций нового типа определяются, в первую очередь, их разрядными характеристиками. В то же время особенности нового диэлектрического материала, гладкая, безреберная поверхность конструкций не позволяют использовать для этой цели имеющиеся сведения о разрядных характеристиках типовых опорных изоляторов. Особенностью исследуемых конструкций из электроизоляционного бетона является также наличие в них продольных стержней армирующего стеклопластика, обеспечивающих высокую механическую прочность при изгибающих нагрузках. Низкие значения длительно допустимой напряженности электрического поля для стеклопластиков (1,5—2,5 кВ/см) обуславливают повышение требования к более равномерному распределению поля вдоль конструкции и применению экранирующей арматуры при сравнительно низких классах напряжения (свыше 110 кВ).

В настоящей статье обобщаются результаты многочисленных экспериментальных исследований разрядных характеристик макетов и опытных образцов опорных конструкций из электроизоляционного бетона при воздействии стандартных грозового и коммутационного импульсов. Исследования проводились на опорных конструкциях как с тороидальными экранами, так и без них. Внешний вид макетов конструкций и их основные контролируемые размеры показаны на рис. 1. Принятое расположение тороидальных экранов обусловлено тем, что при этом в стержнях армирующего стеклопластика значения напряженности электрического поля минимальны. Значения 50 %-ных разрядных напряжений  $U_{0,5}$  и их стандарт  $\sigma$  оценивались по «кривым эффекта». Результаты испытаний приведены к нормальным климатическим условиям.

На рис. 2 и 3 показаны зависимости, характеризующие влияние на разрядные напряжения моделей опорных конструкций вида экранирующей арматуры и расстояния от основания изолирующей части до заземленной плоскости. Здесь как при воздействии грозовых (рис. 2), так и коммутационных (рис. 3) импульсов прослеживается одинаковая закономерность: у опорных конструкций без тороидальных экранов (кривые 1) разрядные напряжения при отрицательной полярности им-

пульсов заметно ниже, чем при положительной, тогда как у традиционных конструкций и воздушного промежутка их соотношение носит обратный характер. Наиболее ярко этот эффект выражен в тех случаях, когда изолирующая часть конструкции расположена вблизи заземленной плоскости.

Это явление можно объяснить особенностями развития разряда вдоль гладкой изолирующей поверхности при отрицательной и положительной полярностях импульсов. Статическими фотографиями удалось зафиксировать, что при положительной полярности импульсов каналы разрядов между электродами проходят вдали от поверхности, как бы вдоль силовых линий электрического поля. Действительно, на искровой канал разряда, развивающийся с верхнего положительного электрода, в первые моменты заземленная поверхность оказывает гораздо более сильное влияние, чем находящийся вблизи нее противоположно заряженный электрод. Лишь на конечной стадии канал разряда начинает ориентироваться на нижний электрод. В результате характер разряда и значения разрядных напряжений мало отличаются от соответствующих параметров чисто воздушного промежутка.

При отрицательной полярности импульсов канал разряда начинает развиваться с нижнего заземленного электрода и на его ориентировку противоположный (верхний) электрод оказывает решающее влияние с самого начала. Как показывают статические фотографии, канал разряда развивается в непосредственной близости от поверхности конструкции, оставляя на ней характерные следы ожогов. Здесь, по-существу, имеет место поверхностный скользящий разряд, при котором  $U_{0,5}$  всегда ниже, чем при разрядах в воздушном промежутке.

С удалением изоляционной части опорной конструкции от заземленной плоскости (с увеличением  $L$ ) влияние последней на поле промежутка уменьшается. В результате значения разрядных напряжений на разных полярностях выравниваются: снижаются при положительной и возрастают при отрицательной. Однако по-прежнему, величины  $U_{0,5}$  при отрицательной полярности грозового импульса сохраняют более низкие значения, чем при положительной. При коммутационных же

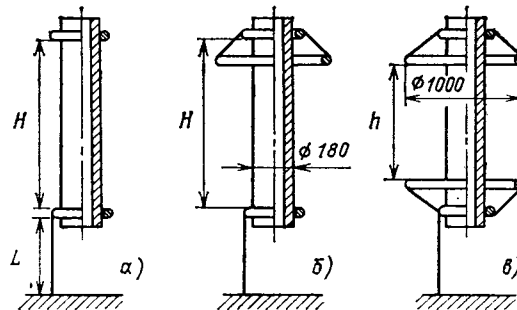


Рис. 1. Основные виды макетов опорных изолирующих конструкций:

а — опорная конструкция без тороидальных экранов; б — с экраном у высоковольтного электрода; в — с симметрично расположенными экранами

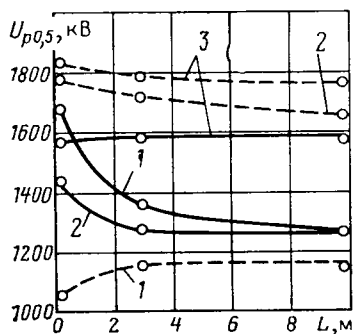
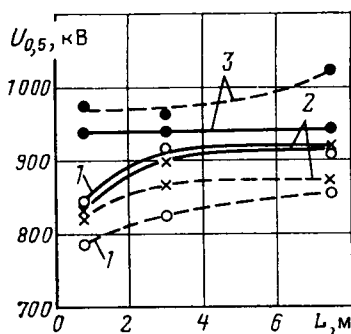


Рис. 2. Влияние на разрядные напряжения экранирующей арматуры и расположения изолирующей части опорной конструкции относительно заземленной плоскости (импульс 1,2/50 мкс): 1 — макет по рис. 1, а; 2 — по рис. 1, б; 3 — по рис. 1, в; — — — положительная полярность импульса; — — — отрицательная

Рис. 3. То же, что и на рис. 2 при испытаниях коммутационными импульсами 250/2500 мкс



импульсах с увеличением  $L$  значения  $U_{0,5}$  возрастают на обеих полярностях примерно в равной степени (рис. 3, кривые 1).

Радикальное улучшение разрядных характеристик удастся получить лишь при установке тороидальных экранов, симметрично расположенных со стороны высоковольтного и заземленного электродов (рис. 1, в). У таких конструкций и при грозовых, и при коммутационных импульсах разрядные напряжения приобретают наибольшие значения (рис. 2 и 3, кривые 3). На обеих полярностях импульсов разряд развивается в воздухе, между ближайшими тороидальными экранами. Соотношение между  $U_{0,5}$  на различных полярностях здесь также становится привычным: при отрицательной полярности заметно выше, чем при положительной. С практической точки зрения важным моментом является то, что для подобных конструкций характерна очень слабая зависимость разрядных напряжений от расстояния изолирующей части до поверхности земли.

Установка тороидального экрана лишь у высоковольтного электрода (рис. 1, б) на разрядных характеристиках при различной форме воздействующих импульсов отражается по-разному. Так, при грозовых импульсах отрицательной полярности разрядные напряжения резко возрастают (более, чем на 50 %), в то время как при положительной даже несколько снижаются (рис. 2, кривые 2). В результате такие конструкции при отрицательной полярности имеют более высокие значения  $U_{0,5}$ , чем при положительной. С увеличением  $L$  эта разница существенно возрастает (с 6 % при  $L=0$  до 30 % при  $L=10$  м).

При коммутационных же импульсах влияние одиночного экрана на разрядные напряжения незначительно: при отрицательной полярности  $U_{0,5}$  увеличивается на 5—7 %, при положительной снижается менее чем на 2 % (рис. 3, кривые 2). В итоге как и у конструкций без экранов значение  $U_{0,5}$  при отрицательной полярности заметно ниже чем при положительной. Сохраняются и описанные выше различия в характерах развития разрядов на различных полярностях.

При определении необходимых изоляционных промежутков в конструкции важную роль играют не только 50 %-ные значения разрядных напряжений, но и их стандарт  $\sigma$ . О влиянии особенностей опорной конструкции на этот параметр можно судить по данным табл. 1, где приведены соответствующие коэффициенты изменчивости ( $\sigma^* = \sigma/U_{0,5}$ ). Из их анализа следует, что изолирующие конструкции, оборудованные симметричными тороидальными экранами, имеют не только высокие, но и наиболее стабильные значения разрядных напряжений, т. е. такие конструкции будут иметь минимальные габариты изолирующей части.

Необычно высокие значения  $\sigma$  разрядных напряжений при положительной полярности коммутационных импульсов у конструкций без экранов и с одним экраном у высоковольтного электрода требуют отдельного пояснения. Дело в том, что распределения разрядных напряжений в данном случае заметно отличаются от нормального. Полная кривая распределения, представленная на рис. 4 в виде «кривой эффекта», состоит как бы из двух самостоятельных участков (кривые 1 и 2), каждый из которых хорошо описывается нормальным законом. Один из них характерен для разрядных напряжений в области малых вероятностей (менее 0,4), другой — для более высоких.

Для этих областей отмечены и свои особенности траекторий развития разряда. При низких вероятностях канал разряда развивается в непосредственной близости от диэлектрической поверхности, как при отрицательной полярности импульсов. При высоких значениях вероятностей происходит как бы скачкообразное возрастание разрядных напряжений с заметным удалением канала разряда от поверхности конструкции. Подобные «бинормальные» кривые распределения разрядных напряжений отмечались и ранее [4 и 5].

Попытка описать подобные распределения разрядных напряжений одной кривой, изменяющейся по нормальному закону, приводит к неоправданно завышенным значениям  $\sigma$  (на рис. 4 прямая 3). Для практических целей более правильным было бы использовать только левый участок распределения  $U$  (на рис. 4 прямая 1). При этом значения  $\sigma$  снижаются до 3 % при одновременном уменьшении значений  $U_{0,5}$  примерно на 15 %.

Зависимости, приведенные на рис. 2 и 3, дают лишь качественное представление о роли экранирующей арматуры в определении разрядных характеристик опорных конструкций из электробетона и указывают на целесообразность использования экранов со стороны не только высоковольтного, но и заземленного электродов. Естественно, что при определенных размерах тороидальных экранов разрядные напряжения будут

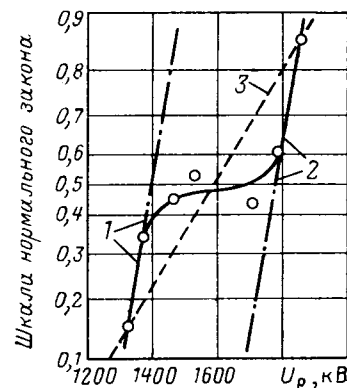


Рис. 4. Характер распределения разрядных напряжений опорной конструкции ( $H=7$  м) без экранов и варианты его описания (положительная полярность, 250/2500 мкс): 1 — кривая эффекта, построенная по значениям разрядных напряжений в области малых вероятностей перекрытий; 2 — то же в области больших вероятностей; 3 — полная кривая эффекта

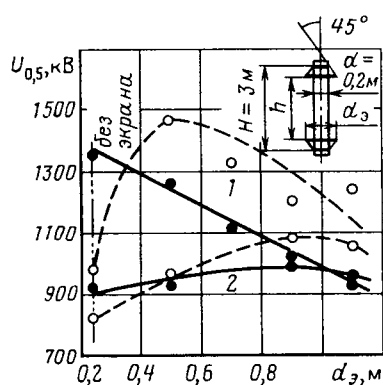


Рис. 5. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений опорных конструкций от размера тороидальных экранов при воздействии грозовых (кривые 1) и коммутационных (кривые 2) импульсов: — положительная полярность; --- отрицательная

иметь наиболее высокие значения. Это хорошо видно на рис. 5, где показано изменение  $U_{0,5}$  у конструкций с тороидальными экранами различных размеров. Во всех случаях тороидальные экраны были симметричны относительно изолирующей части и независимо от диаметра экрана всегда соблюдалось условие

$$h = H - (d_{\text{эк}} - d). \quad (1)$$

Из анализа полученных зависимостей следует, что для улучшения разрядных характеристик при грозовых импульсах достаточно установить сравнительно небольшие экраны, чтобы разряд на отрицательной полярности стал развиваться вдали от поверхности, а значение  $U_{0,5}$  превысило соответствующий показатель при положительной полярности. Максимальные значения  $U_{0,5}$  при отрицательной полярности грозовых импульсов отмечены у конструкций с экранами, при которых соотношение размеров воздушного промежутка между экранами  $h$  и строительной высоты изолирующей части  $H$  составляет примерно 0,9 ( $h/H=0,9$ ). Дальнейшее увеличение экранов и соответствующее сокращение  $h$  сопровождается снижением  $U_{0,5}$  на обеих полярностях.

На коммутационных импульсах зависимости  $U_{0,5}$  от диаметра экранов имеют несколько иной характер. Во-первых, возрастание разрядных напряжений с увеличением диаметра экранов наблюдается не только на отрицательной, но и на положительной полярности. Правда, в последнем случае это возрастание незначительно — около 5 %, т. е. с практически допустимой точностью можно принять, что в исследованном диапазоне размеров экранов значения  $U_{0,5}$  при положительной полярности коммутационных импульсов не изменяются. Это явление объясняется тем, что сокращение разрядного промежутка между экранами  $h$ , обусловленное увеличением их диаметра согласно (1), компенсируется повышением его электрической прочности за счет выравнивания электрического поля в промежутке. Во-вторых, разрядные напряжения с увеличением экранов возрастают более плавно. Наконец, наибольшие значения  $U_{0,5}$  на обеих полярностях наблюдаются при одних и тех же размерах экранов, при которых соотношение  $h/H=0,75 \div 0,8$ .

Различия в размерах экранов, при которых у изолирующей конструкции отмечаются наибольшие значения  $U_{0,5}$  при грозовых и коммутационных импульсах, затрудняют их оптимизацию и требуют в каждом конкретном случае учитывать особенности работы конструкции. При этом необходимо также принимать во внимание, что принятый размер экранов должен обеспечить ограничение максимальных значений напряженности элект-

рического поля при рабочем напряжении до длительно допустимых значений.

При проектировании изолирующих конструкций наиболее важное значение имеют зависимости разрядных напряжений от строительной высоты изолирующей части и размера воздушного разрядного промежутка между экранами. Подобные зависимости, полученные на моделях и опытных образцах опорных конструкций с размерами изолирующей части  $H$  до 7 м и экранами диаметром 0,5—2 м при воздействии грозовых импульсов, приведены на рис. 6. Здесь же для сравнения даны аналогичные зависимости и для конструкций без тороидальных экранов. Указанные данные еще раз убедительно подтверждают, что разрядные напряжения опорных конструкций с симметричными тороидальными экранами при грозовых импульсах обеих полярностей определяются значением воздушного разрядного промежутка между ними  $h$ . Причем зависимости между этими величинами имеют прямо пропорциональный характер (рис. 5, кривые 1 и 2):

$$U_{0,5}^+ = 540h, \text{ кВ}; \quad (2)$$

$$U_{0,5}^- = 600h, \text{ кВ}. \quad (3)$$

Аналогичный характер имеет зависимость  $U_{0,5} = f(h)$  при положительной полярности для конструкций без тороидальных экранов (кривые 3):

$$U_{0,5}^+ = 455h, \text{ кВ}. \quad (4)$$

При отрицательной полярности грозовых импульсов эта зависимость нелинейна (кривая 4) и описывается выражением

$$U_{0,5} = 400h^{0,77}, \text{ кВ}. \quad (5)$$

Таким образом, разница между  $U_{0,5}$  на положительной и отрицательной полярностях с увеличением высоты конструкции без экранов возрастает достаточно быстро и уже при  $H=4$  м превышает 50 %. Если при этом еще учесть высокие значения  $\sigma^* U_{0,5}$  (см. табл. 1), то становится очевидной неэффективность использования опорных конструкций больших размеров без экранирующей арматуры.

При коммутационных импульсах рассматриваемые зависимости имеют ряд особенностей и имеют более сложный характер. У конструкций при положительной полярности импульсов с симметрично расположенными экранами независимо от их размеров (от 0,5 до 2 м) зависимости  $U_{0,5}$  от высоты изолирующей части  $H$  удовлетворительно описываются одной кривой (рис. 7, а, кривая 2—4), которая хорошо аппроксимируется вы-

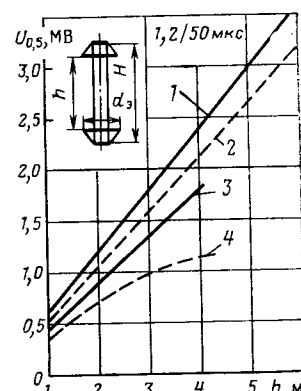


Рис. 6. Зависимости 50 %-ных разрядных напряжений опорных конструкций от величины воздушного промежутка между электродами (импульс 1,2/50 мкс); 1, 2 — конструкция с тороидальными экранами по рис. 1, а; 3, 4 — без экранов



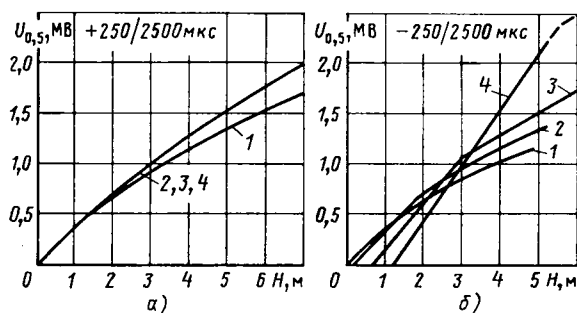


Рис. 7. То же, что на рис. 6 при испытаниях коммутационными импульсами 250/2500 мкс: а — положительная полярность импульсов; б — отрицательная; 1 — конструкция без экранов; 2 — тороидальные экраны с  $d_0=0,5$  м; 3 —  $d_0=1,1$  м; 4 —  $d_0=2$  м

ражением

$$U_{0,5}^+ = 350H^{0,9}, \text{ кВ}, \quad (6)$$

что хорошо согласуется с результатами, рассмотренными выше и приведенными на рис. 5.

У конструкций без экранов рассматриваемая зависимость имеет тот же характер, но значения разрядных напряжений несколько ниже, кривая ниже (рис. 7, а кривая 1):

$$U_{0,5}^+ = 350H^{0,82}, \text{ кВ}. \quad (7)$$

При отрицательной полярности коммутационных импульсов опорные конструкции с различными экранами имеют каждая свою зависимость  $U_{0,5}=f(H)$  (рис. 7, б). При этом только у конструкций без экранов она описывается монотонно кривой

$$U_{0,5}^- = 370H^{0,73} \text{ кВ}. \quad (8)$$

При наличии тороидальных экранов зависимости имеют характерный излом, обусловленный особенностями развития разряда при отрицательной полярности. На начальных участках зависимостей при небольших значениях  $h$  (когда  $h/H \leq 0,75$ ), разряд развивается в воздушном промежутке по кратчайшему расстоянию между экранами. На этом участке зависи-

Таблица 1

Коэффициенты изменчивости  $U_{0,5}$  опорных конструкций с различной электродной системой при грозовых и коммутационных импульсах

Вид экранирующей арматуры	Значения $U_{0,5}$ при			
	грозовом импульсе (1,2/50 мкс)		коммутационном импульсе (250/2500 мкс)	
	$\sigma_+^*, \%$	$\sigma_-^*, \%$	$\sigma_+^*, \%$	$\sigma_-^*, \%$
Без тороидальных экранов	2	14	12	5
Тороидальный экран у высоковольтного электрода	5	2	27	5
Тороидальные экраны у обоих электродов	1	1	6	4

Таблица 2

Значения разрядных напряжений и их коэффициентов изменчивости у опорной конструкции при различных параметрах испытательных импульсов положительной полярности ( $H=5,5$  м,  $h=4,25$  м;  $d_0=2$  м)

Параметры импульсов, мкс	$U_{0,5}, \text{ кВ}$	$\sigma^*, \%$
1,2/50	2310	2
250/2500	1580	5
колебательный, $\tau_{\phi}=2600$	1870	6

мость имеет линейный характер и описывается выражением

$$U_{0,5}^- = U_0' h, \text{ кВ}, \quad (9)$$

где  $h$  определяется согласно (1).

При дальнейшем увеличении высоты изолирующей конструкции возрастает и расстояние между экранами. При  $h/H > 0,75$  характер разряда меняется: канал разряда развивается вдоль поверхности конструкции. Меняется и характер зависимости  $U_{0,5}=f(H)$  — она становится более пологой и на этом участке хорошо аппроксимируется степенной функцией вида

$$U_{0,5}^- = U_0'' H^n, \text{ кВ}. \quad (10)$$

Значения постоянных  $U_0'$  и  $U_0''$  приведены ниже:

Диаметр тороидальных экранов, м	0,5	1,0	2,0
$U_0', \text{ кВ}$	400	450	550
$U_0'', \text{ кВ}$	410	460	680
$H_{кр}, \text{ м}$	2,75	5,00	$>7,0$

Показатель степени  $n$  имеет то же значение, что и в выражении (8), описывающем зависимость  $U_{0,5}^- = f(H)$  для конструкции без экранов, т. е.  $n=0,73$ .

Сложный характер зависимостей разрядных напряжений опорных конструкций с тороидальными экранами от их высоты обуславливает неоднозначное соотношение значений  $U_{0,5}$  при положительной и отрицательной полярностях. Вначале  $U_{0,5}^-$  превышают значения  $U_{0,5}^+$ , затем, начиная с некоторой критической величины

$$H_{кр}, U_{0,5}^+ > U_{0,5}^-.$$

Испытания опорных конструкций при воздействии колебательных коммутационных импульсов с длиной фронта первого импульса  $\tau_{\phi}=2600$  мкс, как и на других изоляционных промежутках, выявили заметные высокие разрядные напряжения. Это хорошо видно из сравнения разрядных характеристик модели опорной конструкции высотой  $H=5,5$  м ( $h=4,25$  м), оборудованной тороидальными экранами диаметром 2 м, полученных при различных параметрах воздействующих импульсов (см. табл. 2).

Особенностью опорных конструкций из электробетона, рассчитанных на большие механические нагрузки, является то, что они выполняются, как правило, методом центрифугирования, в связи с чем имеют внутреннюю полость, изолированную от окружающей среды. При резких перепадах температуры на поверхности этой полости может конденсироваться влага, образуя водную пленку. Существует мнение, что появление влаги на внутренних поверхностях полых изолирующих конструкций в силу ее повышенной проводимости и диэлектрической проницаемости приводит к искажению внеш-

Таблица 3

Результаты испытаний полый изолирующей конструкции с сухой и увлажненной внутренней поверхностью

Импульсы, мкс	Полярность	$U_{0,5}$ , кВ	$\sigma$ , %	$U_{0,5}-3\sigma$ , кВ
Грозовой	+	1148/1160	0,4/2,2	1143/1134
	—	1440/1565	1,0/5,1	1426/1485
Коммутационный	+	945/980	8,2/9,2	868/890
	—	1027/1047	2,6/4,3	1000/1000

Примечание. В числителе указаны значения параметров при сухой, а в знаменателе при увлажненной внутренней поверхности полости.

него электрического поля. Последнее должно отражаться как на значениях разрядных напряжений, так и траекториях развивающихся каналов разрядов. Наиболее опасным здесь следует признать возможное отклонение канала разряда в сторону изолирующей поверхности и пробой стенки конструкции на водную пленку.

С целью проверки изложенного предположения были проведены сравнительные испытания моделей полый изолирующей конструкции высотой  $H=3$  м с экранами диаметром 1 м с сухой и увлажненной внутренней поверхностью. Результаты этих испытаний приведены в табл. 3. Из них следует, что заметные отличия значений  $U_{0,5}$  наблюдаются лишь при грозовых импульсах отрицательной полярности: при увлажнении внутренней поверхности они возрастают примерно на 10 %. В остальных случаях различия значений  $U_{0,5}$  мало значимы. Правда во всех случаях, особенно при грозовых импульсах, с увлажнением внутренней полости несколько возрастают значения коэффициентов изменчивости  $U_{0,5}$ . Однако если сравнить между собой имеющие наиболее важное значение разрядные напряжения в области малых вероятностей, которые принято характеризовать параметром  $U_{0,5}-3\sigma$ , то у конструкций с сухой и увлажненной внутренней поверхностью они практически не отличаются.

Анализ распределений отклонений траекторий каналов разрядов показывает, что при появлении пленки влаги на внутренней поверхности они не только не приближаются к изолирующей поверхности, но напро-

тив, в меньшей степени отклоняются от кратчайшего разрядного пути между экранами. Таким образом, можно констатировать, что наличие на поверхности внутренней полости опорной конструкции сконденсированной влаги на ее импульсные разрядные характеристики существенного влияния не оказывает.

Подводя итог рассмотрению результатов исследования разрядных характеристик опорных конструкций из электробетона при воздействии грозовых и коммутационных импульсов напряжения, можно констатировать, что эти характеристики изолирующей конструкции нового вида имеют свои особенности. Прежде всего эти особенности выражаются в большом влиянии экранирующей арматуры как на величины и стабильность разрядных напряжений, так и на траектории развивающихся каналов разрядов. Полученные количественные значения разрядных характеристик дают возможность оценить необходимые габариты опорной конструкции с учетом особенностей ее исполнения и предполагаемых воздействий импульсных напряжений.

Разумеется для полного расчета рассматриваемой опорной конструкции как изолирующего элемента линии электропередачи или подстанции только полученных данных недостаточно. Необходимо также располагать результатами исследований разрядных характеристик подобных конструкций при переменном напряжении в условиях загрязнения и увлажнения поверхности. При этом важно учитывать особенности изменений параметров загрязнения поверхности как наружной, так и внутри полости с течением времени в реальных эксплуатационных условиях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перспективы применения электроизоляционного бетона в электросетевом строительстве/А. Ф. Бернацкий, В. А. Чунчин, В. И. Мандриков, Ф. И. Слоевский. — Энергетическое строительство, 1978, № 10.
2. Электрофизические исследования в области электрической изоляции. Тр. СибНИИЭ, 1970, вып. 16.
3. Опорные конструкции из электроизоляционного бетона, используемые на ОРУ подстанций высокого напряжения/В. А. Чунчин, А. М. Вальдман, А. Ф. Бернацкий и др. — Энергетическое строительство, 1982, № 7.
4. Кокуркин Б. П., Слуцкий Л. С. Разрядные характеристики пирамидальной опорной конструкции. — Электричество, 1975, № 11.
5. Слуцкий Л. С. Электрическая прочность опорной изоляции выключателей серии ВНВ. — Электричество, 1978, № 10. [01.11.84]

УДК [538.311:518.5].001.24

## Расчет магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины

АФАНАСЬЕВ А. А.

Чебоксары

Конформные отображения полуплоскости на внутренность линейных многоугольных областей, основанные на дифференциальном уравнении Кристоффеля — Шварца, являются эффективным средством для исследования плоско-параллельных векторных полей [1]. В частности, с их помощью возможен как аналитический, так и численный расчет характеристик магнитного поля в воздушном зазоре и пазах (в том числе, занятых проводниками с током) электрических машин [2—4]. При практическом использовании дифференциального урав-

нения Кристоффеля — Шварца

$$\frac{dz}{dt} = C \prod_{j=1}^{n^*} (t - a_j)^{\alpha_j - 1}, \quad (1)$$

где  $C$ ,  $a_j$  ( $j=1, 2, \dots, n^*$ ) — некоторые постоянные, причем числам  $a_j$  на вещественной оси плоскости  $t$  соответствуют вершины многоугольника с внутренними углами  $\alpha_j \pi$  (общее число его вершин  $n$ ), заданного в плоскости  $z$ ;  $n^*=n$ , если все числа  $a_j$  ограниченные;

$n^* = n - 1$ , если одно из чисел  $a_j$  (например,  $a_n$ ) равно бесконечности, его постоянные должны быть известными. К сожалению, непосредственный аналитический расчет этих постоянных возможен только для многоугольников со сравнительно небольшим числом вершин, и, следовательно, простой конфигурации [5]. Для областей, которые ближе всего соответствуют реальным техническим приложениям, постоянные могут находиться численными методами [6]. В настоящей статье рассматривается метод расчета постоянных, основанный на дифференциальном продолжении решения по параметру [7] и регуляризации особых точек при интегрировании уравнения (1) методом Л. В. Канторовича [8].

**Общие особенности расчета постоянных.** Допустим дифференциальное уравнение (1) реализует однозначное соответствие точек верхней полуплоскости  $t$  и  $n$ -угольной области  $z$ . Как известно, из  $n$  постоянных  $a_j$  три могут выбираться произвольно (целесообразно одну из них принять равной бесконечности). Следовательно, уравнение (1) может быть соотнесено с конкретным многоугольником, если будут определены  $n - 2$  неизвестных; это  $n - 3$  постоянных  $a_j$  и комплексный коэффициент  $C$ . Аргумент последнего легко находим из уравнения (1) [9], взяв какую-либо точку  $\xi_m$  на оси абсцисс плоскости  $t$  (рис. 1), например,  $a_1 < \xi_m < a_2$ . Этой точке будет соответствовать некоторая точка  $z_m$  на стороне  $A_1A_2$  многоугольника, аргумент которой ( $\arg z_m$ ) известен. Если приращение  $dt$  от точки  $\xi_m$  взять в направлении оси абсцисс ( $\arg dt = 0$ ), то

$$\arg dz = \arg z_m.$$

Тогда из уравнения (1) следует:

$$\arg C = \arg z_m - \pi \sum_{j=2}^{n^*} (\alpha_j - 1). \quad (2)$$

Отметим, что  $n - 2$  неизвестным соответствуют  $n - 2$  стороны многоугольника с заданными длинами  $l_k$  ( $k = 1, 2, \dots, (n - 2)$ ), которые связаны с уравнением (1) зависимостями<sup>1</sup>

$$|C| \int_{a_k}^{a_{k+1}} |\lambda(t)| dt = l_k, \quad (3)$$

где

$$\lambda(t) = \prod_{j=1}^{n^*} (t - a_j)^{\alpha_j - 1}. \quad (4)$$

Таким образом, для определения  $n - 2$  постоянных  $a_j$  ( $a_{r1}, a_{r2}, \dots, a_{r(n-2)}$ ) и  $|C|$  необходимо решить  $n - 2$  нелинейных уравнения вида (3).

Введем обозначения:  $X$ ,  $f$  и  $l$  — матрицы-столбцы размером  $(n - 2) \times 1$ , причем

$$X^T = [x_1, x_2, \dots, x_{n-2}] = [a_{r1} a_{r2} \dots a_{r(n-2)} | C |];$$

$$f^T = [f_1 f_2 \dots f_{n-2}]; \quad l^T = [l_1 l_2 \dots l_{n-2}],$$

где

$$f_k = x_{n-2} \int_{x_k}^{x_{k+1}} |\lambda(t)| dt, \quad k = 1, 2, \dots, n - 2. \quad (5)$$

<sup>1</sup> При наличии у многоугольника вершин, расположенных в бесконечности, в систему (2) включаются уравнения, фиксирующие конечные разности двух бесконечных длин сторон, примыкающих к таким вершинам.

Система уравнений (3) запишется в виде

$$f - l = 0. \quad (6)$$

Найдем ее решение методом дифференциального продолжения решения по параметру. С этой целью представим (6) в следующей форме:

$$f + (-l + f_0) T^{-1} \tau - f_0 = 0, \quad (7)$$

где  $\tau$  — вещественный параметр с областью непрерывного изменения

$$0 \leq \tau \leq T; \quad (8)$$

$f_0$  — матрица-столбец, элементы которой находятся по формуле (5) для некоторого произвольного значения матрицы  $x = x_0$ .

Уравнение (7) задает систему неявных функций:

$$x_k = x_k(\tau), \quad k = 1, 2, \dots, (n - 2), \quad (9)$$

непрерывно зависящих от параметра  $\tau$ , причем решение  $x = x_0$  соответствует значению параметра  $\tau = 0$ , т. е.  $x_0 = x(0)$ . При  $\tau = T$  уравнение (7) принимает вид (6), следовательно, решение  $x_k = x_k(T)$  является искомым. Согласно теории неявных функций решение (7) единственно, если определитель матрицы Якоби этого уравнения

$$W = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (10)$$

отличен от нуля.

Дифференцируя матричное уравнение (7) по параметру  $\tau$ , получим обыкновенное дифференциальное уравнение порядка  $n - 2$ :

$$W \dot{x} = (l - f_0) T^{-1}, \quad (11)$$

где  $\dot{x} = dx/d\tau$  — матрица-столбец производных искоемых переменных по параметру  $\tau$ .

Численное интегрирование уравнения (11) при соблюдении условия  $|W| \neq 0$  может производиться стандартными методами математического обеспечения ЭВМ, например, методом Рунге — Кутты того или иного порядка. Опыт показывает, что в ряде случаев целесообразно производить это интегрирование грубо (со сравни-

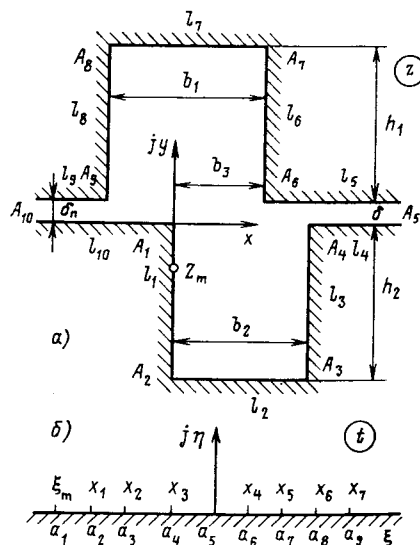


Рис. 1. К отображению верхней полуплоскости  $t$  на десятиугольную область  $z$  с немагнитным зазором и пазами конечной глубины

тельно большой погрешностью), но в  $m$  опорных точках интервала (8)

$$\tau_j = jT/m, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

уточнять решения (9) до необходимой точности итерационным методом Ньютона:

$$\mathbf{W}_j^p \mathbf{\epsilon}_j^p = -\mathbf{Q}_j^p, \quad (12)$$

где

$$\mathbf{Q}_j^p = \mathbf{f}_j^p - (1 - \mathbf{f}_0) T^{-1} \tau_j - \mathbf{f}_0;$$

$p$  — номер итерации в  $j$ -й точке ( $\tau = \tau_j$ ) интервала (8);  $\mathbf{W}_j^p$ ,  $\mathbf{f}_j^p$  — матрица Якоби и векторная функция  $\mathbf{f}$ , найденные для значений  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_j^p$ , взятых при  $\tau = \tau_j$ ;  $\mathbf{\epsilon}_j^p$  — вектор невязки для  $p$ -и итерации.

Количество опорных точек  $m$  на интервале (8) выбирается достаточно малым из условия, чтобы в каждой из них итерационный процесс был сходящимся. В большинстве случаев целесообразно уравнение (11) интегрировать методом Эйлера и проводить процедуру Ньютона на каждом шаге интегрирования, причем значение шага диктуется устойчивостью этой процедуры. В ряде случаев счет оказывается более производительным, когда движение по  $\tau$  в уравнении (7) совершается только в соответствии с одним итерационным методом Ньютона (используется формула (12), интегрирования уравнения (11) не производится).

Выбор размера интервала (8) не имеет принципиального значения. Пропорционально ему выявляется из опыта необходимый шаг движения по параметру  $\tau$ . При отсутствии специфических требований к этому параметру целесообразно принять  $T=1$ . Начальные значения переменных  $x_j$  в общем случае при отсутствии оценочных сведений об области их существования выбираются произвольно с единственными ограничениями:

$$a_1 < x_1; \quad x_j < x_{j+1}.$$

Следует также привести знаки переменных в соответствии с выбранным расположением начала координат комплексной плоскости. Возможный диапазон изменения переменных от начального значения при  $\tau=0$  до искомого решения при  $\tau=T$  иллюстрирует приведенный в конце статьи пример.

**Постоянные магнитного зазора с прямоугольными пазами конечной и бесконечной глубины.** Для некоторых незамкнутых многоугольников с нулевыми внутренними углами и неодинаковыми величинами магнитных зазоров между сердечниками модуль коэффициента  $C$  может быть определен по формуле

$$|C| = \delta_n / \pi, \quad (13)$$

где  $\delta_n$  — немагнитный (воздушный) зазор у открытой вершины, соответствующей постоянной  $a_n = \infty$  на вещественной оси плоскости  $t$ .

Это будут многоугольники, для которых уравнение Кристоффеля—Шварца представляется в виде

$$\frac{dz}{dt} = \frac{C}{t} \frac{\prod_{l=1}^r (t - a_{rl})^{\alpha_{rl}-1}}{\prod_{k=1}^s (t - a_{sk})^{-\alpha_{sk}+1}}, \quad (14)$$

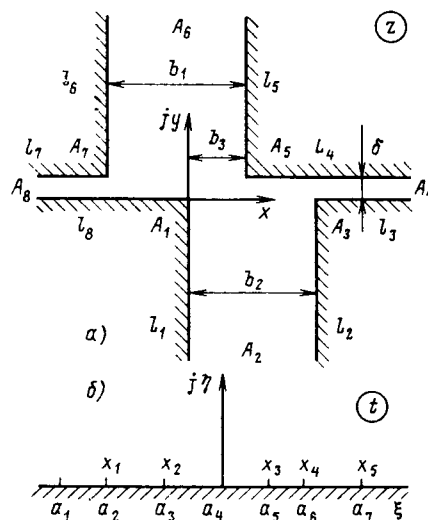


Рис. 2. К отображению верхней полуплоскости  $t$  на восьмиугольную область плоскости  $z$  с немагнитным зазором и бесконечно-глубокими пазами

причем

а)

$$\sum_{l=1}^r (\alpha_{rl} - 1) = \sum_{k=1}^s (-\alpha_{sk} + 1);$$

б) одна из открытых вершин соответствует началу координат плоскости  $t$ .

К ним, например, можно отнести многоугольники, содержащие: 1) одинаковое число вершин с углами  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  (рис. 1, а) 2) вдвое большее число вершин с углами  $3\pi/2$  по сравнению с числом открытых вершин бесконечно глубоких пазов (рис. 2, а).

Для десятиугольной области ( $n=10$ ) на рис. 1 примем:

$$a_1 = -10; \quad a_5 = 0; \quad a_{10} = \infty;$$

$$\mathbf{x}^T = [x_1 x_2 \dots x_7] = [a_2 a_3 a_4 a_6 a_7 a_8 a_9].$$

Первые пять уравнений системы (6) соответствуют длинам трех сторон нижнего паза (рис. 1, а) ( $l_1 = h_2$ ;  $l_2 = b_2$ ;  $l_3 = h_2$ ) и длинам двух сторон верхнего паза ( $l_4 = h_1$ ;  $l_5 = b_1$ ). Шестому уравнению отвечает разность бесконечных длин сторон многоугольника  $A_4 A_5$  и  $A_6 A_5$  ( $l_6 = b_3 - b_2$ ). С целью уменьшения количества интегралов в исходной системе (6) в качестве седьмого уравнения используем результат интегрирования уравнения (1) в окрестностях точек  $a_5 = 0$ ;  $A_5 = \infty$ . Для окрестности в плоскости  $t$  имеем:

$$t = a_5 + R_5 \exp(j\theta) = R_5 \exp(j\theta), \quad R_5 \rightarrow 0. \quad (15)$$

После подстановки (15) в (1) будем иметь:

$$dz = -j|C| \sqrt{\frac{a_1 x_3 x_4 x_7}{x_1 x_2 x_5 x_6}} d\theta. \quad (16)$$

Интегрируя (16) по дуге с бесконечно малым радиусом и учитывая величины изменения  $z$  и  $\theta$  (соответственно  $j\delta$  и  $-\pi$ ), получаем с учетом формулы (13) седьмое уравнение для исходной системы:

$$[a_1 x_3 x_4 x_7 / x_1 x_2 x_5 x_6] = (\delta / \delta_n)^2. \quad (17)$$

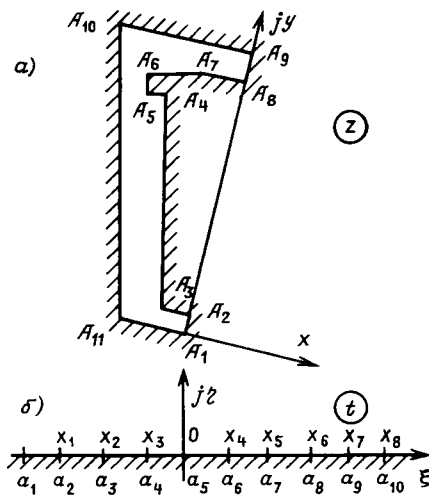


Рис. 3. К отображению верхней полуплоскости  $t$  на замкнутую одиннадцатигонную область

В таблице приведены результаты решения уравнения (6) методом дифференциального продолжения решения по параметру для различных значений глубин пазов  $h_1$  и  $h_2$  при следующих исходных данных<sup>2</sup>:

$$b_1/\delta=5; b_2/\delta=3; b_3/\delta=2; \delta=\delta_n=0,255 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Для областей с бесконечно глубокими пазами, содержащих, допустим,  $Q$  пазов, первые  $Q+1$  уравнения исходной системы (6) будут алгебраическими (безынтегральными). Они получаются путем предельных преобразований дифференциального уравнения (1) в окрестностях точек, соответствующих открытым вершинам пазов и зазора. Это можно проиллюстрировать на примере восьмиугольной области ( $n=8$ ), для которой имеем (рис. 2):

$$a_1 = -10; a_4 = 0; a_8 = \infty;$$

$$x^T = [x_1 x_2 \dots x_5] = [a_2 a_3 a_5 a_6 a_7].$$

Первые три уравнения системы (6) получаются путем интегрирования уравнения (1) по дуге с бесконечно малым радиусом в верхних полуокрестностях точек  $a_2, a_4, a_8$ . Такому движению изображающей точки в плоскости  $t$  соответствует смещение ее образа в плоскости  $z$  соответственно на величины  $b_2, j\delta$  и  $-b_1$ . Например, для окрестности точки  $a_2$

$$t - a_2 = R_2 \exp(j\theta), R_2 \rightarrow 0; dt = jR_2 \exp(j\theta) d\theta;$$

$$dz = \frac{\delta_n}{\pi} \frac{\sqrt{(x_1 - a_1)(x_1 - a_3)(x_1 - a_5)(x_1 - a_6)}}{x_1(x_1 - a_4)} d\theta.$$

Два последних уравнения отвечают известным (заданным) результатам интегрирования уравнения (1) в интервалах изменения переменной  $t$  соответственно от  $x_2$  до  $x_3$  и от  $a_1$  до  $x_2$ . Решение полученных уравнений при исходных данных расчета предыдущего раздела приведено в последней строке таблицы, откуда видно, что найденные значения постоянных при достаточно глубоких пазах (начиная примерно  $h/b \geq 2,5$ ) практически не отличаются от их значений при бесконечно глубоких пазах.

<sup>2</sup> Точность расчетов интегралов: относительная погрешность —  $10^{-10}$ ; абсолютная погрешность —  $10^{-15}$ ; окончание итерационного процесса при максимальной невязке —  $10^{-7}$  (для бесконечно глубоких пазов эти показатели имели значения соответственно  $10^{-15}$ ; 0;  $10^{-10}$ ); в расчетах на ЦВМ ЕС-1022 принимали участие инженеры Кудеров Б. П. и Хохлов А. Е.

$\frac{h_1}{\delta}$	$\frac{h_2}{\delta}$	Значения постоянных						
		$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
5	3	-2,5360	-2,0292	-0,2876	2,4390	27,935	40,235	824,65
8 $\frac{1}{3}$	5	-2,3093	-2,2468	-0,2893	2,4510	32,735	34,238	819,93
12,5	7,5	-2,2802	-2,2757	-0,2894	2,4512	33,422	33,532	819,86
16 $\frac{2}{3}$	10	-2,2781	-2,2778	-0,2894	2,4512	33,473	33,481	819,85
$\infty$	$\infty$	-2,2781	-2,2781	-0,2894	2,4513	33,475	33,475	819,83

Для последнего варианта ( $n^*=7$ ) время счета постоянных комбинированным методом [методом интегрирования уравнения (11) и уточнения его решения итерационным методом Ньютона] на ЭВМ ЕС-1022 составило около 8 мин.

**Постоянные замкнутого многоугольника.** В предыдущем случае, когда многоугольники не замкнуты в бесконечно удаленных точках (в двух или более), расчет постоянных может быть облегчен путем оценки магнитной проводимости зазора потока униполярного намагничивания [6]. Этот поток создается проводниками с током, помещенными в бесконечно удаленные точки магнитного зазора, одной из которых при конформном отображении будет соответствовать начало координат плоскости  $t$ . При наличии предварительных сведений о значениях постоянных точное решение системы (6) может быть найдено методом Ньютона. В рассматриваемом случае получение предварительной информации о постоянных отмеченным образом исключается и решение исходной системы (6) (включая и расчет модуля постоянной  $C$ ) может быть достаточно надежно реализовано методом продолжения решения по параметру, когда исходная система уравнений представляется в форме (7).

В качестве примера рассмотрим отображение верхней полуплоскости на 11-угольную область (рис. 3), которая соответствует участку магнитной цепи синхронного двигателя с постоянными тангенциально намагниченными магнитами [10]. Примем  $a_1 = -10$ ;  $a_5 = 0$ ;  $a_{11} = \infty$ ;

$$x^T = [x_1 x_2 \dots x_9] = [a_2 a_3 a_4 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} | C|].$$

Обозначим длины сторон многоугольника:

$$|A_j A_{j+1}| = l_j \quad (j = 1, 2, \dots, 9).$$

Для указанной области имеем:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = \alpha_8 = \alpha_9 = \frac{1}{2}; \quad \alpha_5 = \alpha_6 = \frac{3}{2};$$

$$\alpha_3 = \frac{11}{8}; \quad \alpha_7 = \frac{9}{8}; \quad \alpha_{10} = \frac{3}{8}; \quad \alpha_{11} = \frac{5}{8};$$

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_j, \text{ м}$	0,0015	0,003	0,0385	0,002	0,0015	0,011	0,01	0,0004	0,0269

Из формул (2), (4) следует

$$\arg C = -\frac{3}{8}\pi;$$

$$\lambda(t) = \sqrt{\frac{t(t-x_1)}{(t-a_1)(t-x_1)(t-x_3)(t-x_6)(t-x_7)}} \sqrt[8]{\frac{(t-x_2)^3(t-x_8)}{(t-x_8)^5}}.$$

Исходную систему уравнений, представленную в форме (7), оказалось удобнее (по времени счета) решать итерационным методом по формуле (12), не прибегая к интегрированию уравнения (11). Ниже представлены результаты расчета:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$
-6	-3	-1	0,5	2	4	16	64	$10^{-4}$
-9,9998	-9,9923	-0,1751	0,3043	0,4528	0,4532	0,4532	1,575	0,0588

Здесь вторая строка содержит начальные значения переменных при  $\tau=0$ , а нижняя строка — значения этих переменных при  $\tau=T=1$ , т. е. искомое решение.

Начальные значения были выбраны произвольно [произвольность выбора ограничивалась только следующими известными данными: все неизвестные больше  $a_1=-10$ ;  $x_j < x_{j+1}$  ( $j=1, 2, \dots, 7$ );  $x_j < 0$  ( $j=1, 2, 3$ );  $x_j > 0$  ( $j=4, 5, \dots, 8$ )]. Начальные шаги в движении по  $\tau$  были сравнительно малыми ( $10^{-3}$ ), на последующих участках интервала (8) сходимость итераций в уравнении (12) обеспечивалась и при относительно больших шагах (вплоть до 0,1). Время счета постоянных составило 90 мин.

**Приложение.** Регуляризация определенных интегралов (5) от функции  $\lambda(t)$  с разрывами типа бесконечности в некоторых точках  $t=x_j$  производится путем вычитания от нее и одновременно сложения с ней другой функции ( $\lambda_1(t)$ ), совпадающей в точке разрыва с исходной функцией [8 и 11]:

$$\lambda(t) = \lambda(t) - \lambda_1(t) + \lambda_1(t). \quad (\text{П-1})$$

Разность этих функций

$$\Lambda(t) = \lambda(t) - \lambda_1(t)$$

уже не будет содержать особенности в данной точке [ $\Lambda(x_j)=0$ ], и определенный интеграл от нее находится численным методом, а интеграл от третьего слагаемого (П-1) [функции  $\lambda_1(t)$ ] может быть найден аналитическим путем. Причем

$$\lambda_1(t) = D(t-x_j)^{\alpha_j-1},$$

где

$$D = \lim_{t \rightarrow x_j} \frac{\lambda(t)}{(t-x_j)^{\alpha_j-1}}.$$

С учетом сказанного, например, элемент  $f_1$  системы (6) для функции  $\lambda(t)$  области рис. 1 примет вид:

$$f_1 = \int_{a_1}^{x_1} \Lambda_1(t) dt + 2D_1 \sqrt{|x_1 - a_1|},$$

где

$$\Lambda_1(t) = \frac{\delta_n}{\pi} |\lambda(t)| - \frac{D_1}{\sqrt{|t-x_1|}};$$

$$D_1 = \frac{\delta_n}{\pi |x_1|} \sqrt{\left| \frac{(x_1 - a_1)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)(x_1 - x_7)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_5)(x_1 - x_6)} \right|};$$

$$\Lambda_1(x_1) = 0.$$

**Выводы.** 1. Разработана методика расчета постоянных Кристоффеля — Шварца, основанная на приведении исходной системы нелинейных уравнений к эквивалентной системе с искусственно введенным параметром, которая может быть дополнительно преобразована в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Обе новые системы могут быть решены средствами стандартного математического обеспечения ЭВМ.

2. Определенные интегралы в исходных уравнениях от функций с разрывами типа бесконечности представлены в виде суммы из двух интегралов, из которых первый (с подынтегральной функцией, не содержащей разрыва) находится численным методом, а второй (с разрывной функцией) — аналитически.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Метод теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1965.
2. Иванов — Смоленский А. В. Анализ магнитного поля контура в электрической машине с двухсторонней зубчатостью сердечников. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 4.
3. Демирчян К. С., Чечурин В. Л. Расчет вихревых магнитных полей на основе использования скалярного магнитного потенциала. — Электричество, 1982, № 1.
4. Основич Л. Д., Основич В. Л. Расчет магнитного поля в электрических машинах при смешанных граничных условиях. — Электричество, 1981, № 8.
5. Лаврик В. И., Савенков В. Н. Справочник по конформным отображениям. — Киев: Наукова думка, 1970.
6. Иванов — Смоленский А. В., Абрамкин Ю. В., Аванесов М. А. Численные методы отыскания постоянных уравнения Кристоффеля — Шварца. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 1.
7. Давиденко Д. Ф. Об одном новом методе численного решения систем нелинейных уравнений. — Д. АН СССР, 1953, т. 88, № 4.
8. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1966.
9. Кононенко Е. В., Сипайлов Г. А., Хорьков К. А. Электрические машины (спец. курс). М.: Высшая школа, 1975.
10. Синхронный двигатель с постоянными магнитами для электропривода металлообрабатывающих станков/А. Д. Поздеев, А. А. Афанасьев, Э. Г. Королев и др. — Электротехника, 1983, № 10.
11. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Пер. с англ. — М.: Наука, 1979.

[14.10.83]

УДК [621.314.2:621.316.722].001.24

## Расчет энергетических характеристик однофазных трансформаторно-ключевых преобразователей переменного напряжения

ГОЛУБЕВ В. В., канд. техн. наук, ЛИПКОВСКИЙ К. А. канд. техн. наук

Институт электродинамики АН УССР

**Введение.** Трансформаторно-ключевые преобразователи переменного напряжения применяются для регулирования и стабилизации значения, преобразования частоты и формы кривой выходного напряжения. При

регулировании переменного напряжения эффективность преобразования электрической энергии, оцениваемая гармоническим составом выходного напряжения и входного тока и входным коэффициентом мощности, а также



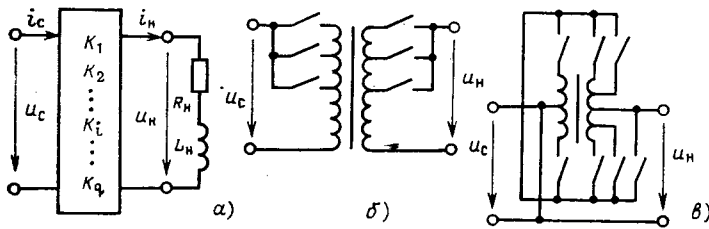


Рис. 1

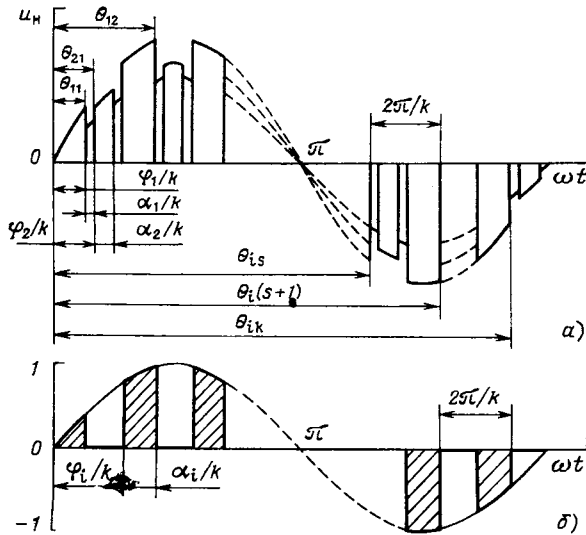


Рис. 2

технико-экономические показатели преобразователя могут быть повышены путем рационального построения и выбора параметров трансформаторно-ключевых структур и алгоритмов их работы. Результаты исследований известных способов фазового глубокого [1—3] и узкодиапазонного [1, 4, 5], а также высокочастотного [1] широтно-импульсного регулирования (ШИР) не позволяют в ряде случаев сделать такой выбор, так как не охватывают всех возможных способов формирования выходного напряжения.

Предлагается определять мгновенные и действующие значения входных и выходных токов и энергетические характеристики трансформаторно-ключевых преобразователей переменного напряжения в замкнутом и разомкнутом (ряд Фурье) виде методами гармонического анализа и припасовывания на основе обобщенного представления структуры преобразователей и параметров (алгоритмов) их управления.

Принятые допущения: трансформаторные и ключевые элементы идеальные, коммутация мгновенная, питающая сеть — идеальный источник синусоидального напряжения.

**Исходные положения.** Независимо от схемы соединения трансформаторных и ключевых элементов преобразователь может быть представлен четырехполюсником с переменной во времени структурой и фиксированным на каждом, например  $i$ -м, интервале неизменной структуры коэффициентом передачи по напряжению (рис. 1, а)  $K_i = u_{ni}/u_{ci}$ . На рис. 1, б и в приведены примеры возможного построения преобразователей соответственно с согласующим и вольтодобавочным трансформаторами.

При питании преобразователя от сети переменного тока  $u_c = U_m \sin \omega t$  на  $i$ -х интервалах неизменной струк-

туры формируются соответствующие ступени выходного напряжения (рис. 2, а). Практический интерес представляет такая форма выходного напряжения, в которой на периоде напряжения сети  $T = 2\pi/\omega$  можно выделить  $k$  циклически повторяющихся интервалов, содержащих  $q$  ступеней регулирования (формирования), различающихся по длительности и (или) амплитуде синусоид огибающей. Причем сумма углов регулирования всех ступеней должна быть равна периоду питающей сети:

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i = 2\pi, \quad (1)$$

где  $\alpha_i$  — суммарный за период угол регулирования  $i$ -й ступени.

Тогда гармонический анализ напряжения и тока в  $RL$ -нагрузке преобразователя при любых способе, частоте и глубине регулирования может быть проведен с помощью известных выражений для бестрансформаторных структур [1] (в отн. ед.):

$$\begin{aligned} \bar{u}_n &= \frac{u_n}{U_m} = \sum_{v=1}^{\infty} (a_{(v)} \cos v\omega t + b_{(v)} \sin v\omega t) = \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} \sqrt{a_{(v)}^2 + b_{(v)}^2} \sin(v\omega t + \psi_{n(v)}); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\bar{i}_n = \frac{i_n}{I_m} = \frac{1}{I_m} \operatorname{Im} \left( \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\dot{U}_{n(v)}}{\bar{Z}_{n(v)}} e^{j\omega t} \right) =$$

$$= \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sqrt{1+a^2}}{v^2+a^2} [(aa_{(v)} - vb_{(v)}) \cos v\omega t +$$

$$+ (ab_{(v)} + va_{(v)}) \sin v\omega t] = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_{(v)}^2 + b_{(v)}^2}}{\bar{Z}_{n(v)}} \sin(v\omega t + \psi_{n(v)} - \varphi_{n(v)}), \quad (3)$$

где  $I_m = U_m/z_{n(1)}$  — амплитуда тока нагрузки при питании ее непосредственно от сети;  $v$  — относительная частота (порядок) гармоники;  $\bar{Z}_{n(v)}$  — сопротивление нагрузки  $v$ -й гармонике;

$$\bar{Z}_{n(v)} = \check{Z}_{n(v)}/z_{n(1)} = \sqrt{\cos^2 \varphi_n + v^2 \sin^2 \varphi_n} = \sqrt{\frac{v^2 + a^2}{1 + a^2}};$$

$\varphi_n$  и  $a = 1/\omega\tau_n = R_n/\omega L_n = 1/\operatorname{tg} \varphi_n$  — угол нагрузки и величина, обратно пропорциональная постоянной времени цепи нагрузки;  $\psi_{n(1)}$  — начальная фаза  $v$ -й гармоники напряжения на нагрузке;

$$\psi_{n(1)} = \arcsin \frac{a_{(v)}}{\sqrt{a_{(v)}^2 + b_{(v)}^2}} = \arccos \frac{b_{(v)}}{\sqrt{a_{(v)}^2 + b_{(v)}^2}};$$

$a_{(v)}$  и  $b_{(v)}$  — коэффициенты Фурье кусочно-синусоидального  $q$ -ступенчатого выходного напряжения (в отн. ед.), образующиеся в отличие от бестрансформаторных схем [1] с помощью коэффициентов передачи  $K_i$   $i$ -х ступеней;

$$a_{(v)} = \sum_{i=1}^q K_i a_{i(v)}; \quad b_{(v)} = \sum_{i=1}^q K_i b_{i(v)}; \quad (4)$$

$a_{i(v)}$  и  $b_{i(v)}$  — коэффициенты ряда Фурье, описывающего кусочно-синусоидальную кривую напряжения  $i$ -й ступени (рис. 2, б) с единичной амплитудой синусоид оги-

Таблица 1

Коэф- фициент	Расчетные формулы
$a_i (1)$	$\frac{\sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k}}{4\pi} [\cos \varphi_i - \cos (\varphi_i + \alpha_i)]$
$b_i (1)$	$\frac{\alpha_i}{2\pi} + \frac{\sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k}}{4\pi} [\sin \varphi_i - \sin (\varphi_i + \alpha_i)]$
$a_i (v)$	$\frac{\sum_{s=1}^k \cos \frac{v+1}{k} 2\pi s}{2\pi} \left[ \frac{\cos \frac{v+1}{k} \varphi_i - \cos \frac{v+1}{k} (\varphi_i + \alpha_i)}{v+1} \right] -$ $\frac{\sum_{s=1}^k \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s}{2\pi} \left[ \frac{\cos \frac{v-1}{k} \varphi_i - \cos \frac{v-1}{k} (\varphi_i + \alpha_i)}{v-1} \right]$
$b_i (v)$	$\frac{\sum_{s=1}^k \cos \frac{v+1}{k} 2\pi s}{2\pi} \left[ \frac{\sin \frac{v+1}{k} \varphi_i - \sin \frac{v+1}{k} (\varphi_i + \alpha_i)}{v+1} \right] -$ $\frac{\sum_{s=1}^k \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s}{2\pi} \left[ \frac{\sin \frac{v-1}{k} \varphi_i - \sin \frac{v-1}{k} (\varphi_i + \alpha_i)}{v-1} \right]$

бающей. Их расчетные формулы в обобщенном виде при ведены в табл. 1.

При подстановке значений начальной фазы  $\varphi_i$   $i$ -й ступени и кратностей регулирования  $k=1$  и  $k=2$  формулы для  $a_{i(v)}$  и  $b_{i(v)}$  примут вид, соответствующий известным способам фазового, а при  $k>2$  высокочастотного ШИР: регулирования углом включения (табл. 2, п. 2а) и углом выключения (п. 2б); симметричного регулирования углами включения и выключения (пп. 2в, 2г) [2]; тинейно-фазового регулирования с отстающим (п. 2д) и опережающим (п. 2е) сдвигами по первой гармонике [6]; симметричного регулирования с частотой сети (пп. 1в, 1г) [3]. Последние два способа различаются лишь формально, выбором начала координат.

Суммы в табл. 1 имеют следующие значения:

для высших гармоник

$$\sum_{s=1}^k \cos \frac{v \pm 1}{k} 2\pi s = \begin{cases} k & \text{при } \frac{v \pm 1}{k} = n = 0, 1, 2, \dots; \\ 0 & \text{при } \frac{v \pm 1}{k} \neq n; \\ 1 - (-1)^v & \text{при } k = 2; \end{cases} \quad (5)$$

для первой гармонки

$$\sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k} = \begin{cases} 2 & \text{при } k = 2; \\ 0 & \text{при } k = 3, 4, \dots \end{cases} \quad (6)$$

Приведенные выше сведения помогут получить все требуемые на практике характеристики преобразователя и убедиться в их справедливости.

Преобразователь переменного напряжения имеет два основных режима работы: переходный, имеющий место после скачкообразного изменения условий работы (величины входного напряжения, параметров управления и нагрузки), и квазиустановившийся. Первый режим, более общий, определяет динамику электромагнитных процессов в системе «питающая сеть — преобразователь — нагрузка», второй — определяет его энергетические характеристики, а его описание вытекает из первого режима при установившемся значении начального тока нагрузки (сети).

**Переходный режим.** Заменяв в соответствии с принятыми допущениями питающую сеть и преобразователь эквивалентным источником кусочно-синусоидального напряжения (см. рис. 2,а) и решив дифференциальное уравнение на интервале неизменной структуры, можно показать, что при работе преобразователя на  $i$ -й ступени  $s$ -го интервала в течение времени  $\theta_{is} \leq \omega t_{is} \leq \leq \theta_{(i+1)s}$  в  $RL$ -нагрузке будет протекать ток, описываемый выражением (в отн. ед.):

$$i_{his} = [\bar{I}_{his} + K_i \sin (\varphi_H - \theta_{is})] \exp [-a (\omega t_{is} - \theta_{is})] + K_i \sin (\omega t_{is} - \varphi_H), \quad (7)$$

где  $\bar{I}_{his}$  — начальный ток на  $is$ -м отрезке времени (в отн. ед.);  $s = 1, 2, \dots, k$  — текущий номер интервала;  $i = 1, 2, \dots, q$  — порядковый номер ступени регулирования;  $\theta_{is} = \frac{2\pi(s-1) + \varphi_i}{k}$  — временная координата начала  $i$ -й ступени  $s$ -го интервала.

Начальное значение тока нагрузки на любом  $(s+p)$ -м интервале  $i$ -й ступени регулирования получим, воспользовавшись условиями непрерывности тока на границах интервалов неизменной структуры:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{H(i+1)s} &= \bar{I}_{His} [\theta_{(i+1)s}] \text{ и } \bar{I}_{H(s+1)} = \bar{I}_{Hqs} [\theta_{(s+1)}]; \\ \bar{I}_{H(s+p)} &= \bar{I}_{His} \exp \frac{(-2a\pi)p}{k} + \exp \frac{(-2a\pi)p}{k} \sum_{i=1}^p \left\{ K_i \sin \left[ \varphi_H - \theta_{is} - \frac{2\pi(l-1)}{k} \right] - (K_i - K_{(i+1)}) \sin \left[ \varphi_H - \theta_{(i+1)s} - \frac{2\pi(l-1)}{k} \right] \right\} \exp \left( a \frac{\alpha_i}{k} \right) - \\ &\dots \dots \dots \\ &- (K_q - K_1) \sin \left[ \varphi_H - \theta_{1s} - \frac{2\pi(l-1)}{k} \right] \exp \left[ \frac{a}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right] - \\ &\dots \dots \dots \\ &- K_{(i-1)} \sin \left[ \varphi_H - \theta_{(s+1)} - \frac{2\pi(l-1)}{k} \right] \times \\ &\times \exp \left( a \frac{2\pi}{k} \right) \exp \left[ a \frac{2\pi(l-1)}{k} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

или, свернув суммы полиномов и выполнив необходимые преобразования, в окончательном виде получим:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{H(s+p)} &= \bar{I}_{His} \exp \frac{(-2a\pi)p}{k} + \left\{ F_{im} - K_i \sin \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} \right) \right\} \times \\ &\times \left[ \cos \frac{2\pi(s+p)}{k} - \exp \frac{(-2a\pi)p}{k} \cos \frac{2\pi s}{k} \right] + \end{aligned}$$

$$+ \left[ F_{in} + K_i \cos \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} \right) \right] \left[ \sin \frac{2\pi(s+p)}{k} - \exp \frac{(-2a\pi)p}{k} \sin \frac{2\pi s}{k} \right], \quad (9)$$

где

$$F_{im} = \frac{1}{2 \left( \operatorname{ch} a \frac{2\pi}{k} - \cos \frac{2\pi}{k} \right)} \left\{ (K_i - K_{(i+1)}) \exp a \frac{\alpha_i}{k} \times \right. \\ \times \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \sin \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} + \frac{2\pi - \alpha_i}{k} \right) - \right. \\ \left. - \sin \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} + \frac{2\pi - \alpha_i}{k} \right) \right] + (K_{(i+1)} - K_{(i+2)}) \times \\ \times \exp a \frac{\alpha_i + \alpha_{(i+1)}}{k} \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \sin \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\pi - \alpha_i - \alpha_{(i+1)}}{k} \right) - \sin \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} + \frac{2\pi - \alpha_i - \alpha_{(i+1)}}{k} \right) \right] + \right. \\ \left. + (K_q - K_1) \exp \left( \frac{a}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right) \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \sin \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\pi}{k} - \frac{1}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right) - \right. \\ \left. - \sin \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} + \frac{2\pi}{k} - \frac{1}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right) \right] + \right. \\ \left. + (K_{(i-1)} - K_i) \exp a \frac{2\pi}{k} \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \sin \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} \right) \right] \right\}; \quad (10)$$

$$F_{in} = \frac{-1}{2 \left( \operatorname{ch} a \frac{2\pi}{k} - \cos \frac{2\pi}{k} \right)} (K_i - K_{(i+1)}) \exp a \frac{\alpha_i}{k} \times \\ \times \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \cos \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} + \frac{2\pi - \alpha_i}{k} \right) - \right. \\ \left. - \cos \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} + \frac{2\pi - \alpha_i}{k} \right) \right] + (K_{(i+1)} - K_{(i+2)}) \times \\ \times \exp a \frac{\alpha_i + \alpha_{(i+1)}}{k} \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \cos \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2\pi - \alpha_i - \alpha_{(i+1)}}{k} \right) - \cos \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} + \frac{2\pi - \alpha_i - \alpha_{(i+1)}}{k} \right) \right] + \right. \\ \left. + (K_q - K_1) \exp \left( \frac{a}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right) \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \times \right. \right. \\ \times \cos \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} + \frac{2\pi}{k} - \frac{1}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right) - \\ \left. - \cos \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} + \frac{2\pi}{k} - \frac{1}{k} \sum_{j=i}^q \alpha_j \right) \right] + \right.$$

$$+ (K_{(i-1)} - K_i) \exp a \frac{2\pi}{k} \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi}{k} \right) \cos \left( \varphi_H - \frac{\varphi_i}{k} \right) - \right. \\ \left. - \cos \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} \right) \right] \}. \quad (11)$$

Выражения (10) и (11) весьма громоздки, однако существенно упрощаются в случае малого числа ступеней регулирования, как это будет показано в примере расчета. Выражения (7) и (9)–(11) позволяют определить мгновенное значение тока нагрузки в переходном режиме на любом  $(s+p)$ -м интервале  $i$ -й ступени регулирования. Ток сети определяется по формуле

$$i_{ci(s+p)} = K_i i_{ni(s+p)}. \quad (12)$$

*Квазиустановившийся режим.* Для описания такого режима работы преобразователя начальный ток нагрузки  $\bar{I}_{niуст}$  может быть найден из условия равенства токов в начале и конце периода повторяемости, в нашем случае периода напряжения питающей сети. Исходное уравнение имеет вид:

$$\bar{I}_{ni(s+k)} = \bar{I}_{ni s}. \quad (13)$$

Заменяя  $p$  на  $k$  в выражении (9) и подставив его в (13), получим

$$\bar{I}_{niуст} = \left[ F_{im} - K_i \sin \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} \right) \right] \cos \frac{2\pi s}{k} + \\ + \left[ F_{in} + K_i \cos \left( \varphi_H + \frac{2\pi - \varphi_i}{k} \right) \right] \sin \frac{2\pi s}{k}. \quad (14)$$

С учетом полученного выражения из (7) и (12) найдем мгновенные значения токов нагрузки и сети в квазиустановившемся режиме:

$$\bar{i}_{nis} = F_{is} \exp [-a(\omega t_{is} - \theta_{is})] + K_i \sin(\omega t_{is} - \varphi_H); \quad (15)$$

$$\bar{i}_{cis} = K_i F_{is} \exp [-a(\omega t_{is} - \theta_{is})] + K_i^2 \sin(\omega t_{is} - \varphi_H), \quad (16)$$

где  $F_{is}$  — начальное значение свободной составляющей тока нагрузки  $i$ -й ступени регулирования на  $s$ -м интервале в квазиустановившемся режиме;

$$F_{is} = F_{im} \cos \frac{2\pi s}{k} + F_{in} \sin \frac{2\pi s}{k}.$$

*Энергетические характеристики.* Для определения энергетических характеристик преобразователя полученные выше выражения для мгновенных значений токов сети в квазиустановившемся режиме представим в виде ряда Фурье:

$$\bar{i}_c = \sum_{v=1}^{\infty} (A_{c(v)} \cos v\omega t + B_{c(v)} \sin v\omega t) = \\ = \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \sum_{i=1}^q K_i (A_{ni(v)} \cos v\omega t + B_{ni(v)} \sin v\omega t) \right].$$

Коэффициенты Фурье  $v$ -й гармоники тока нагрузки  $A_{ni(v)}$  и  $B_{ni(v)}$ , соответствующие  $i$ -й ступени регулирования, определим для  $s$ -го интервала и просуммируем их на периоде повторяемости:

$$A_{ni(v)} = \sum_{s=1}^k \frac{1}{\pi} \int_{\theta_{is}}^{\theta_{(i+1)s}} \bar{i}_{nis} \cos v\omega t d\omega t = \frac{F_{im} \sin \varphi_H(v)}{2\pi v} \times \\ \times \left[ \cos \left( \varphi_H(v) + v \frac{\varphi_i - 2\pi}{k} \right) - \exp \left( -a \frac{\alpha_i}{k} \right) \cos \left( \varphi_H(v) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + v \frac{\varphi_i + \alpha_i - 2\pi}{k} \Big) \sum_{s=1}^k \left[ \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s + \cos \frac{v+1}{k} 2\pi s \right] - \\
& - \frac{F_{in} \sin \varphi_H(v)}{2\pi v} \left[ \sin \left( \varphi_H(v) + v \frac{\varphi_i - 2\pi}{k} \right) - \exp \left( -a \frac{\alpha_i}{k} \right) \times \right. \\
& \times \sin \left( \varphi_H(v) + v \frac{\varphi_i + \alpha_i - 2\pi}{k} \right) \Big] \sum_{s=1}^k \left[ \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s - \right. \\
& - \cos \frac{v+1}{k} 2\pi s \Big] + K_i(a_i(v)) \cos \varphi_H + b_i(v) \sin \varphi_H + \\
& + \frac{K_i \sin \varphi_H}{\pi(v-1)} \left[ \sin \frac{v-1}{k} \varphi_i - \right. \\
& - \sin \frac{v-1}{k} (\varphi_i + \alpha_i) \Big] \sum_{s=1}^k \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s; \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{Hi}(v) &= \sum_{s=1}^k \frac{1}{\pi} \int_{\theta_{is}}^{\theta_{(i+1)s}} \bar{i}_{His} \sin v \omega t d\omega t = \frac{F_{im} \sin \varphi_H(v)}{2\pi v} \times \\
& \times \left[ \sin \left( \varphi_H(v) + v \frac{\varphi_i - 2\pi}{k} \right) - \exp \left( -a \frac{\alpha_i}{k} \right) \sin \left( \varphi_H(v) + \right. \right. \\
& + v \frac{\varphi_i + \alpha_i - 2\pi}{k} \Big) \Big] \sum_{s=1}^k \left[ \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s + \cos \frac{v+1}{k} 2\pi s \right] + \\
& + \frac{F_{in} \sin \varphi_H(v)}{2\pi v} \left[ \cos \left( \varphi_H(v) + v \frac{\varphi_i - 2\pi}{k} \right) - \exp \left( -a \frac{\alpha_i}{k} \right) \times \right. \\
& \times \cos \left( \varphi_H(v) + v \frac{\varphi_i + \alpha_i - 2\pi}{k} \right) \Big] \sum_{s=1}^k \left[ \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s - \right. \\
& - \cos \frac{v+1}{k} 2\pi s \Big] + K_i(b_i(v)) \cos \varphi_H - a_i(v) \sin \varphi_H - \\
& - \frac{K_i \sin \varphi_H}{\pi(v-1)} \left[ \cos \frac{v-1}{k} \varphi_i - \right. \\
& - \cos \frac{v-1}{k} (\varphi_i + \alpha_i) \Big] \sum_{s=1}^k \cos \frac{v-1}{k} 2\pi s. \quad (18)
\end{aligned}$$

Здесь

$$\varphi_H(v) = \arcsin \frac{v}{\sqrt{v^2 + a^2}} = \arccos \frac{a}{\sqrt{v^2 + a^2}}.$$

Нормированное действующее значение тока нагрузки на  $i$ -й ступени регулирования определяется выражением

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{Hi} &= \frac{I_{Hi}}{I_m} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \sum_{s=1}^k \int_{\theta_{is}}^{\theta_{(i+1)s}} \bar{i}_{His}^2 d\omega t} = \\
&= \sqrt{\frac{1 - \exp \left( -2a \frac{\alpha_i}{k} \right)}{4a\pi} \left[ F_{im}^2 \left( k + \sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k} \right) + \right. \\
&+ F_{in}^2 \left( k - \sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k} \right) \Big] + \frac{K_i F_{im} \sin \varphi_H}{\pi} \left[ \sin \frac{\varphi_i - 2\pi}{k} - \right. \\
&- \exp \left( -a \frac{\alpha_i}{k} \right) \sin \frac{\varphi_i + \alpha_i - 2\pi}{k} \Big] \left( k + \sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k} \right) + \\
&+ \frac{K_i F_{in} \sin \varphi_H}{\pi} \left[ \cos \frac{\varphi_i - 2\pi}{k} - \exp \left( -a \frac{\alpha_i}{k} \right) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \cos \frac{\varphi_i + \alpha_i - 2\pi}{k} \Big] \left( k - \sum_{s=1}^k \cos \frac{4\pi s}{k} \right) + \\
& + K_i^2 \left( \frac{\alpha_i}{\pi} \sin^2 \varphi_H + b_{(1)} \cos 2\varphi_H - a_{(1)} \sin 2\varphi_H \right) \Big\}^{1/2}. \quad (19)
\end{aligned}$$

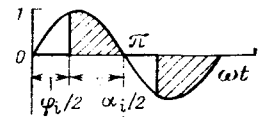
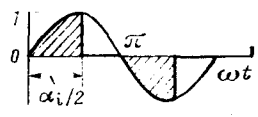
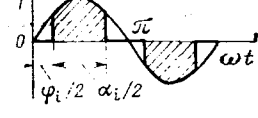
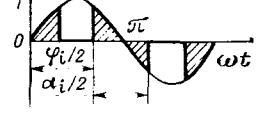
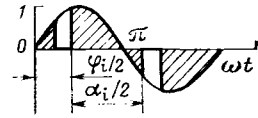
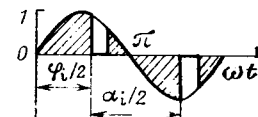
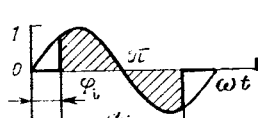
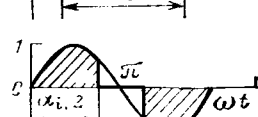
Отсюда получим нормированные действующие значения тока нагрузки

$$\bar{I}_H = \sqrt{\sum_{i=1}^q \bar{I}_{Hi}^2} \quad (20)$$

и тока сети

$$\bar{I}_c = \sqrt{\sum_{i=1}^q \bar{I}_c^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^q K_i^2 \bar{I}_{Hi}^2}. \quad (21)$$

Таблица 2

Обозначение	$k$	$\varphi_i$	Способ регулирования
2а	2	$2\pi - \alpha$	
2б	2	0	
2в	2	$\pi - \alpha/2$	
2г	2	$2\pi - \alpha/2$	
2д	2	$1,7\pi - 0,6\alpha$	
2е	2	$2,3\pi - 0,4\alpha$	
1в	1	$\pi - \alpha/2$	
1г	1	$2\pi - \alpha/2$	

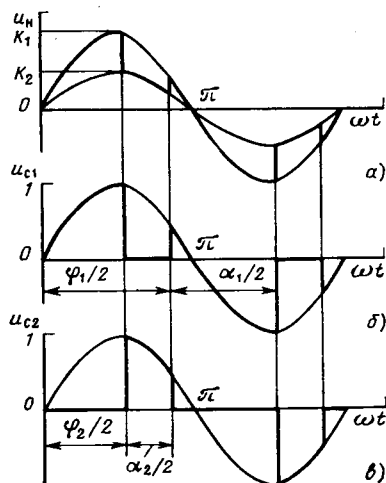


Рис. 3

Полученные выражения могут быть использованы для расчета энергетических характеристик преобразователя переменного напряжения:

коэффициента несинусоидальности кривой тока сети

$$K_H = \frac{\bar{I}_c(1)}{\bar{I}_c}; \quad (22)$$

коэффициента сдвига фазы тока сети

$$K_c = \cos \varphi_c = \cos \angle \dot{U}_c \dot{I}_c(1) = \frac{B_c(1)}{\bar{I}_c(1)}; \quad (23)$$

входного коэффициента мощности

$$K_M = K_H K_c = \frac{B_c(1)}{\bar{I}_c}; \quad (24)$$

полной мощности, потребляемой от сети, и ее составляющих (активной, реактивной и мощности искажения — в отн. ед.)

$$\bar{S}_c = \frac{2U_c I_c}{U_m I_m} = \bar{I}_c; \quad (25)$$

$$\bar{P}_c = \bar{P}_H = \bar{P} = \frac{2P}{U_m I_m} = \bar{I}_c^2 \cos \varphi_H = \bar{I}_c(1) \cos \varphi_c = B_c(1); \quad (26)$$

$$\bar{Q}_c = \frac{2Q_c}{U_m I_m} = \bar{I}_c(1) \sin \varphi_c = A_c(1); \quad (27)$$

$$\bar{T}_c = \sqrt{\bar{S}_c^2 - \bar{P}_c^2 - \bar{Q}_c^2} = \sqrt{\bar{I}_c^2 - B_c^2(1) - A_c^2(1)} \quad (28)$$

при фазовом ( $k=1$  и  $k=2$ ) и высокочастотном ( $k>2$ ) ШИР и любых способах формирования выходного напряжения, где  $\bar{I}_c(1)$  — нормированная амплитуда первой гармоники тока сети;

$$\bar{I}_c(1) = \bar{I}_c(1) m = \sqrt{A_c^2(1) + B_c^2(1)} = \left[ \left( \sum_{i=1}^q K_i A_{Hi}(1) \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^q K_i B_{Hi}(1) \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (29)$$

**Пример.** Рассчитаем энергетические характеристики  $K_M$ ,  $K_c$ ,  $K_H$ ,  $P$  и  $Q_c$  двухступенчатого регулятора переменного напряжения с линейно-фазовым ( $k=2$ ) способом управления (см. табл. 2, п. 2е) в функции первой гармоники выходного напряжения  $\bar{U}_H(1)$  и угла регулирования  $\alpha_1$  первой ступени при работе на активно-индуктивную нагрузку с  $\cos \varphi_H = 0,7$ . В качестве двух-

ступенчатого регулятора может быть использован трансформатор с отводами (рис. 2), первичная обмотка которого постоянно подключена к сети, а вторичная — к нагрузке через два ключа, работающих поочередно.

Выходное напряжение (рис. 3, а) исследуемого регулятора представим суммой двух последовательностей кусочно-синусоидальных импульсов первой (рис. 3, б) и второй (рис. 3, в) ступеней регулирования с единичными амплитудами синусных огибающих, умноженных на соответствующие коэффициенты передачи  $K_1$  и  $K_2$ . Для каждой из упомянутых последовательностей определяем параметры регулирования. Для получения семейства характеристик задаем  $K_1=1$ ;  $K_2=0, 0,1, 0,3, 0,5, 0,7, 0,9$  (глубина регулирования  $m=1-K_2$ ).

Находим фазы регулирования для первой ступени (рис. 3, б) по табл. 2, п. 2е как  $\varphi_1=2,3\pi-0,4\alpha_1$ , для второй — из рис. 3, б и в с учетом соотношения  $\alpha_2=2\pi-\alpha_1$ , вытекающего из (1), по формуле  $\varphi_2=\varphi_1-\alpha_2=1,5\pi-0,6\alpha_2$ . Угол регулирования первой ступени  $\alpha_1$  изменяется в пределах  $0 \div 2\pi$ .

Из табл. 1 для  $k=2$  с учетом (6) определяем коэффициенты  $a_{1(1)}$ ,  $a_{2(1)}$ ,  $b_{1(1)}$  и  $b_{2(1)}$ :

$$a_{1(1)} = \frac{1}{2\pi} [\cos \varphi_1 - \cos (\varphi_1 - \alpha_1)];$$

$$a_{2(1)} = \frac{1}{2\pi} [\cos \varphi_2 - \cos (\varphi_2 - \alpha_2)] \text{ и т. д.}$$

Согласно (4) по формуле

$$\bar{U}_H(1) = \sqrt{(K_1 a_{1(1)} + K_2 a_{2(1)})^2 + (K_1 b_{1(1)} + K_2 b_{2(1)})^2}$$

рассчитываем регулировочные характеристики, приведенные на рис. 4.

Энергетические характеристики  $K_M$  (рис. 5, а);  $K_c$ ,  $P$ ,  $Q_c$  (рис. 5, б) и  $K_H$  (рис. 5, в) рассчитываем по выведенным в статье формулам с учетом полученных в примере параметров и соотношений, приводящих к значительному их упрощению.

Для иллюстрации приводим некоторые из этих формул:

$$A_c(1) = \bar{Q}_c = K_1 A_{H1}(1) + K_2 A_{H2}(1);$$

$$B_c(1) = \bar{P} = K_1 B_{H1}(1) + K_2 B_{H2}(1);$$

$$\bar{I}_c = \sqrt{K_1^2 \bar{I}_{H1}^2 + K_2^2 \bar{I}_{H2}^2},$$

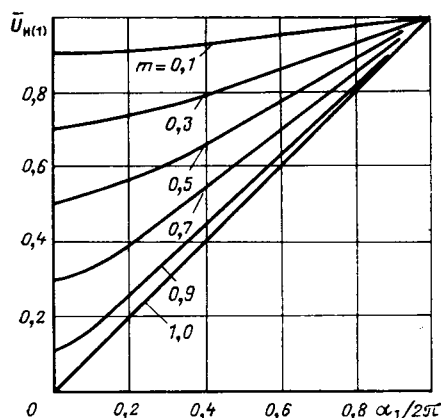


Рис. 4

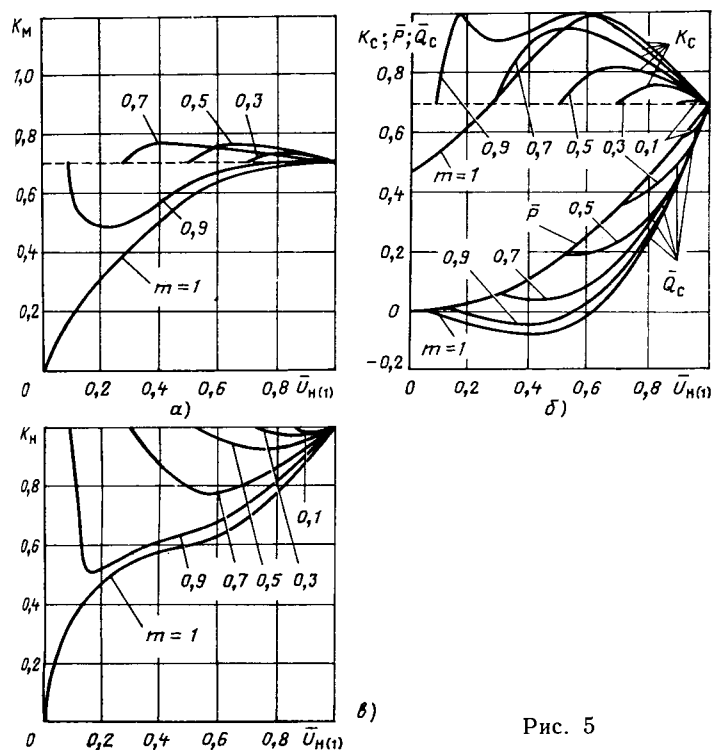


Рис. 5

где для первой ступени регулирования из (17) и (18) для  $k=2$  и  $v=1$  с учетом (6) имеем

$$A_{n1(1)} = \frac{2F_{1m} \sin \varphi_n}{\pi} \left[ \cos \left( \varphi_n + \frac{\varphi_1}{2} \right) - \exp \left( -a \frac{\alpha_1}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos \left( \varphi_n + \frac{\varphi_1 + \alpha_1}{2} \right) \right] + a_{1(1)} \cos \varphi_n + \\ + b_{1(1)} \sin \varphi_n - \frac{\alpha_1}{\pi} \sin \varphi_n;$$

$$B_{n1(1)} = \frac{2F_{1m} \sin \varphi_n}{\pi} \left[ \sin \left( \varphi_n + \frac{\varphi_1}{2} \right) - \exp \left( -a \frac{\alpha_1}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \varphi_n + \frac{\varphi_1 + \alpha_1}{2} \right) \right] + b_{1(1)} \cos \varphi_n - a_{1(1)} \sin \varphi_n$$

и из (10) для двухступенчатого регулирования получаем

$$F_{1m} = \frac{K_1 - K_2}{2 \left( \operatorname{ch} a \frac{2\pi}{k} - \cos \frac{2\pi}{k} \right)} \left[ \exp \left( -a \frac{2\pi - \alpha_1}{k} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \varphi_n + \frac{2\pi - \varphi_1 - \alpha_1}{k} \right) - \exp \left( a \frac{\alpha_1}{k} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \varphi_n + \frac{4\pi - \varphi_1 - \alpha_1}{k} \right) - \sin \left( \varphi_n - \frac{\varphi_1}{k} \right) + \right.$$

$$\left. + \exp \left( a \frac{2\pi}{k} \right) \sin \left( \varphi_n + \frac{2\pi - \varphi_1}{k} \right) \right].$$

Для второй ступени параметры  $A_{n2(1)}$ ,  $B_{n2(1)}$  и  $F_{2m}$  записываются аналогично.

Из примера видно, что при регулировании переменного напряжения на активно-индуктивной нагрузке возможно компенсировать и перекомпенсировать реактивную мощность нагрузки, управлять значением не-синусоидальности входного тока и повышать входной коэффициент мощности в целом путем соответствующего выбора параметров: частоты, глубины, фазы, угла регулирования и соотношений между ними, а предложенный математический аппарат позволяет сделать этот выбор.

Выводы. 1. Получены мгновенные и действующие значения входных и выходных токов трансформаторно-ключевых преобразователей переменного напряжения в замкнутом виде и в виде рядов Фурье в переходном и квазиустановившемся режимах работы на  $RL$ -нагрузку при любом способе и числе ступеней формирования выходного напряжения.

2. Полученные выражения пригодны для гармонического анализа токов и напряжений, анализа энергетических характеристик и выбора оптимальных параметров управления и силовой схемы однофазного преобразователя практически с любой кусочно-синусоидальной формой выходного напряжения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев В. В. Определение токов в ветвях широтно-импульсного регулятора переменного напряжения. — Техническая электродинамика, 1982, № 6, с. 53—59.
2. Жарский Б. К., Голубев В. В. Импульсные способы регулирования переменных напряжений. — В кн.: Повышение эффективности устройств преобразовательной техники. — Киев: Наукова думка, 1972, вып. 1, с. 237—247.
3. Обрусник В. П., Кобзев А. В., Шадрин Г. А. Магнитно-полупроводниковые регулирующие органы с комбинированной коммутацией для устройств преобразовательной техники и автоматики. — Электричество, 1981, № 6.
4. Жарский Б. К., Голубев В. В. Определение основных энергетических показателей при импульсном регулировании переменного напряжения в схемах с трансформаторами. — Проблемы технической электродинамики, вып. 45. — Киев: Наукова думка, 1974, с. 51—53.
5. Жарский Б. К., Голубев В. В. Регулирование переменного напряжения с помощью двухполярной вольтодобавки. — В кн.: Преобразование параметров электрической энергии. — Киев: Наукова думка, 1975, с. 199—204.
6. Голубев В. В. Разработка и исследование тиристорных преобразователей с искусственной коммутацией для систем бесперебойного электроснабжения: Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. — Киев: Ин-т электродинамики АН УССР, 1981. — 24 с.

[13.08.84]

УДК 621.314.1:538.4

## Влияние пульсаций тока инвертора на коммутационную устойчивость сумматора тока электродов МГД-генератора

АНТОНОВ Б. М., СУЛТАНОВ А. Т.

Институт высоких температур АН СССР

Тиристорно-конденсаторные сумматоры тока электродов (СТЭ) находят применение в системах нагружения многосекционных МГД-генераторов [1 и 2]. Они позволяют объединить токи нескольких электродов МГД-ге-

нератора, находящихся под разными потенциалами, что дает возможность использовать для передачи энергии МГД-генератора в промышленную сеть мощный инвертор тока, ведомый сетью.



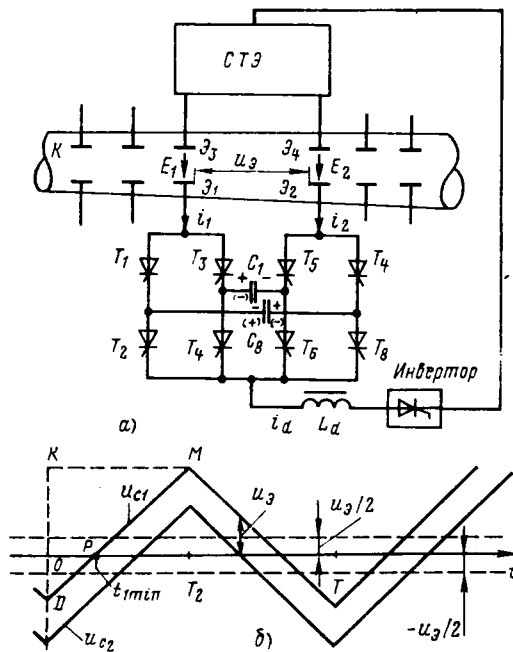


Рис. 1

На электромагнитные процессы в тиристорно-конденсаторном СТЭ существенное влияние оказывает переменная составляющая тока в напряжении на конденсаторах СТЭ появляется модулирующее напряжение, которое может привести в некоторых случаях к срыву коммутации тириستоров сумматора.

Поэтому актуальными являются вопросы, связанные как с выявлением механизма возникновения модулированных колебаний в напряжении на конденсаторах, так и со способами уменьшения влияния модуляции на коммутационную устойчивость СТЭ. Эти вопросы, а также вопрос ограничения частотного диапазона работы устройства с учетом фактора модуляции рассмотрены в настоящей статье.

Для выявления путей решения поставленной задачи кратко остановимся на физике работы тиристорно-конденсаторного СТЭ на два электрода, который является составной частью системы нагружения МГД-генератора, представленной на рис. 1, а. Здесь использованы следующие обозначения: *Инв* — инвертор, ведомый сетью; *К* — канал МГД-генератора;  $\mathcal{E}_1$ — $\mathcal{E}_4$  — электроды канала МГД-генератора;  $T_1$ — $T_8$  — тиристоры СТЭ;  $C_1$ ,  $C_2$  — коммутирующие конденсаторы СТЭ;  $L_d$  — сглаживающий реактор инвертора;  $i_1$ ,  $i_2$  — токи электродов;  $i_d$  — ток инвертора;  $U_3$  — межэлектродное напряжение;  $E_1$ ,  $E_2$  — э.д.с., действующие в поперечном сечении канала.

При анализе работы СТЭ приняты следующие допущения: тиристоры СТЭ — идеальные ключи; — коммутация тока в тиристорах СТЭ мгновенная; емкости  $C_1$  и  $C_2$  равны.

Система нагружения МГД-генератора содержит два одинаковых СТЭ, подключенных соответственно к электродам канала МГД-генератора, имеющим положительный потенциал ( $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ) и к электродам канала, имеющим отрицательный потенциал ( $\mathcal{E}_3$ ,  $\mathcal{E}_4$ ). Каждый СТЭ состоит из двух мостов на тиристорах  $T_1$ — $T_4$  и  $T_5$ — $T_8$ , соединенных конденсаторами  $C_1$  и  $C_2$ . Общая точка катодов тириستоров нижнего сумматора через сглаживающий реактор  $L_d$  подсоединена к положительному полюсу

инвертора, а общая точка анодов тиристоров верхнего сумматора — к отрицательному полюсу инвертора. Поскольку оба СТЭ идентичны, то рассмотрим принцип его работы на примере нижнего сумматора.

Пусть в первый полупериод рабочей частоты сумматора открыты и проводят ток тиристоры  $T_3$ ,  $T_6$  и  $T_2$ ,  $T_7$ . Под действием э.д.с.  $E_1$  и  $E_2$  через конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  протекают токи  $i_1$  и  $i_2$  и заряжают их. Полярность напряжения для этого случая показана на рис. 1, а (без скобок). В следующий полупериод включены и проводят ток тиристоры  $T_5$ ,  $T_4$  и  $T_1$ ,  $T_8$ . При этом конденсатор  $C_1$  перезаряжается током  $i_2$ , а конденсатор  $C_2$  — током  $i_1$ . Поскольку в общем случае токи  $i_1$  и  $i_2$  в первые полупериоды работы такой системы не равны, то на конденсаторах появляются постоянные составляющие, которые способствуют выравниванию этих токов в установившемся режиме. При достижении равенства токов  $i_1$  и  $i_2$  условия работы конденсаторов станут идентичными. При этом будут равны друг другу значения переменных и постоянных составляющих напряжений на конденсаторах. Амплитуда переменной составляющей определяется как  $U_{mc} = i_d / 8fc$ , где  $f$  — частота работы тиристоров СТЭ, а постоянная составляющая равна полуразности действующих в цепи э.д.с.  $E_1$  и  $E_2$ . Эта разность определяет величину межэлектродного напряжения  $U_3$ . Графически переменные составляющие напряжения на конденсаторах смещены соответственно на величину  $\pm U_3/2$ , как показано на рис. 1, б.

Устойчивая работа СТЭ возможна при выполнении условия, что амплитуда переменной составляющей напряжения на конденсаторах должна быть больше постоянной составляющей. При этом минимальное время  $t_{1min}$ , предоставляемое схемой для восстановления управляющей способности тиристоров, может быть определено из подобия треугольников  $DKM$  и  $DOP$  (рис. 1, б):

$$t_{1min} = \frac{(U_{mc} - U_3/2) \frac{T}{2}}{2U_{mc}}, \quad (1)$$

где  $T$  — период работы СТЭ.

Для устойчивой коммутации тиристоров необходимо, чтобы  $t_{1min}$  было больше паспортного времени включения тиристоров  $t_q$ . Уравнение (1), определяющее коммутационную устойчивость СТЭ, справедливо при условии, что ток  $i_d$  идеально сглажен.

Проведем анализ влияния переменной составляющей тока  $i_d$  на коммутационную устойчивость СТЭ. Для этого представим ток  $i$  в следующем виде:

$$i_d(t) = I_d + \sum_{n=1}^{\infty} I_{dn} \sin n\Omega t, \quad (2)$$

где  $I_d$  — постоянная составляющая тока инвертора;  $I_{dn}$  — амплитуда  $n$ -й гармоники переменной составляющей тока инвертора;  $\Omega$  — угловая частота работы тиристорного инвертора ( $\Omega = 2\pi F$ ,  $F = 300$  Гц).

Используя метод переключающих функций [3], ток, протекающий через конденсаторы  $C_1$  или  $C_2$ , можно записать как

$$i_c(t) = F_K(t) i(t),$$

где  $F_K(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1}$  — коммутационная

функция по току с амплитудой, равной единице;  $\omega$  —

угловая частота работы тиристорных СТЭ ( $\omega=2\pi f$ );  $i(t)=i_1(t)=i_2(t)$  — ток электрода.

Поскольку токи электродов равны между собой и сумма их равна току  $i_d(t)$ , то для них справедливо следующее равенство:

$$i(t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin n\Omega t, \quad (4)$$

где  $I_0$  — постоянная составляющая тока электрода, равная  $I_d/p$ ;  $p$  — число объединяемых сумматором токов электродов (в нашем случае  $p=2$ );  $I_n$  — амплитуда  $n$ -й гармоники переменной составляющей тока электрода, равная  $I_{dn}/p$ .

С учетом сказанного ток  $i_c(t)$  запишем в виде

$$\begin{aligned} i_c(t) &= \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1} \left( I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin n\Omega t \right) = \\ &= \frac{4}{\pi} I_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1} + \\ &+ \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin n\Omega t. \end{aligned}$$

После несложных преобразований выражение для тока  $i_c(t)$  окончательно может быть записано как

$$\begin{aligned} i_c(t) &= A_0 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\omega t}{2k-1} + \\ &+ \frac{A_0}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_n \frac{\cos[(2k-1)\omega - n\Omega]t}{2k-1} - \\ &- \frac{A_0}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_n \frac{\cos[(2k-1)\omega + n\Omega]t}{2k-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $A_0 = \frac{4}{\pi} I_0$ ;  $M_n = \frac{I_n}{I_0}$  — коэффициент модуляции.

Выражение (5) для тока  $i_c(t)$  описывает амплитудно-модулированные колебания, причем первый член в правой части выражения (5) представляет ток, содержащий спектр частот  $\omega$ ,  $3\omega$ ,  $5\omega$  и т. д. Последующие члены в (5) описывают ток, спектральный состав которого содержит частоты  $[(2k-1)\omega \mp n\Omega]$ ,  $[(k-1)\omega \pm 2\omega]$ ,  $[(2k-1)\omega \pm 3\omega]$  и т. д. Каждый член в выражении (5) представляет собой равномерно сходящийся ряд [4], который можно почленно интегрировать.

Переменная составляющая напряжения  $u_c(t)$  на конденсаторах с учетом выражения (5) может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_c(t) &= -\frac{A_0}{c\omega} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k-1)\omega t}{(2k-1)^2} + \\ &+ \frac{A_0}{2c} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_n \frac{\sin[(2k-1)\omega - n\Omega]t}{(2k-1)[(2k-1)\omega - n\Omega]} - \\ &- \frac{A_0}{2c} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} M_n \frac{\sin[(2k-1)\omega + n\Omega]t}{(2k-1)[(2k-1)\omega + n\Omega]}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для удобства анализа выражение (6) представим в виде

$$\begin{aligned} u_c(t) &= -\sum_{k=1}^{\infty} G_k(\omega) \cos(2k-1)\omega t + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G_{nk}(\omega) \sin[(2k-1)\omega - n\Omega]t - \\ &- \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} G'_{nk}(\omega) \sin[(2k-1)\omega + n\Omega]t, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\left. \begin{aligned} G_k(\omega) &= \frac{A_0}{c\omega(2k-1)^2}; \\ G_{nk}(\omega) &= \frac{G_k(\omega) M_n}{2 \left[ 1 - \frac{n\Omega}{(2k-1)\omega} \right]}; \\ G'_{nk}(\omega) &= \frac{G_k(\omega) M_n}{2 \left[ 1 + \frac{n\Omega}{(2k-1)\omega} \right]}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Первый член правой части выражения (7) описывает переменную составляющую напряжения на конденсаторе с амплитудой, равной  $G_k(\omega)$ , когда ток  $i_d(t)$  идеально сглажен и равен  $I_d$ , т. е. без учета переменной составляющей тока инвертора. Второй и третий члены в (7) описывают соответственно низко- и высокочастотные составляющие напряжения на конденсаторах с амплитудами  $G_{nk}(\omega)$  и  $G'_{nk}(\omega)$ , обусловленные переменной составляющей тока инвертора.

Для определения доли участия каждого члена выражения (7) в формировании напряжения на конденсаторах, проведем анализ коэффициентов  $G_k(\omega)$ ,  $G_{nk}(\omega)$  и  $G'_{nk}(\omega)$ . При анализе примем, что частота работы тиристорных инверторов остается неизменной, а частота работы тиристорных СТЭ рассматривается в диапазоне от 0 до  $\infty$ . При этом принимается, что амплитуда переменной составляющей напряжения на конденсаторе, определяемая коэффициентом  $G_k(\omega)$ , при любой частоте остается неизменной и равной единице.

Результаты анализа представлены в виде графиков на рис. 2. Значения коэффициентов  $G_{nk}(\omega)$  и  $G'_{nk}(\omega)$  для наглядности графических построений взяты по модулю и приведены в относительных единицах в зависимости от отношения частот  $\Omega/\omega$ . Для выявления характера изменения коэффициентов  $G_{nk}(\omega)$  и  $G'_{nk}(\omega)$  в зависимости от частоты работы СТЭ их величины определялись при  $M_1$ , равном 0,1 и 0,2, и  $M_2=0,01$ . Выбранные значения коэффициентов модуляции  $M_1$  соответствуют 10 %- и 20 %- пульсации тока инвертора от первой гармоники, а значение  $M_2$  — 1 %-пульсации тока инвертора от второй гармоники.

На рис. 2 график изменения  $G_k(\omega)$  представляет собой прямую линию, параллельную оси абсцисс с амплитудой, равной единице. График изменения  $G_{nk}(\omega)$  построен для  $n=1$  и  $k=1, 2, 3$  при  $M_1=0,1$  (сплошная линия) и  $M_1=0,2$  (пунктирная линия). На рис. 2 также построен график изменения  $G_{nk}(\omega)$  для  $n=2$  и  $k=1, 2$  при  $M_2=0,01$ . График изменения  $G_{nk}(\omega)$  на рис. 2

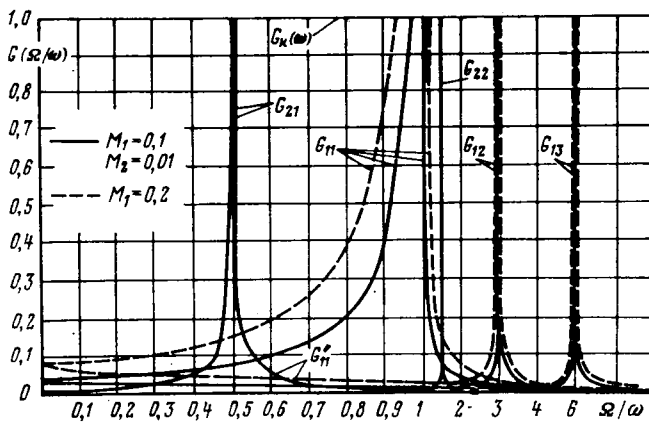


Рис. 2

показан для  $n=1$ ,  $k=1$  и  $M_1=0,1$  (сплошная линия) и  $M_1=0,2$  (пунктирная линия).

Коэффициент  $G_{11}(\omega)$  плавно нарастает от нуля при  $\Omega/\omega \rightarrow \infty$  до 0,04 при  $\Omega/\omega \rightarrow 0$  и  $M_1=0,1$ . Члены ряда  $G_{12}(\omega)$ ,  $G_{13}(\omega)$  и т. д. на рис. 2 не показаны, поскольку значение наибольшего из них не превышает 1 % от единицы. При учете второй, третьей и т. д. гармоник тока инвертора значения коэффициента  $G_{nk}(\omega)$  не превышают 0,1 % от единицы и на рисунке также не показаны. При  $M_1=0,2$  значения коэффициента  $G_{nk}(\omega)$  увеличиваются в 2 раза по сравнению со значениями при  $M_1=0,1$ .

Наибольший интерес с точки зрения влияния на коммутационную устойчивость СТЭ представляют графики изменения  $G_{nk}(\omega)$  от частоты работы сумматора. Рассмотрим характер этих изменений при коэффициенте модуляции  $M_1=0,1$  и  $n=1$ . Так, при  $k=1$ , кривая изменения коэффициента  $G_{11}(\omega)$  имеет максимум в точке  $\Omega/\omega=1$ , в которой значение  $G_{11}(\omega)$  стремится к  $\infty$ . При подходе к этому максимуму как справа, так и слева по оси абсцисс в графике  $G_{11}(\omega)$  имеются две характерные точки, в которых значения  $G_{11}(\omega)$  равны единице. Теоретически равенство  $G_{11}(\omega)=1$  означает, что амплитуда огибающей переменной составляющей напряжения на конденсаторах с частотой  $\omega - \Omega$  или  $\Omega - \omega$  равна амплитуде переменной составляющей напряжения на конденсаторе с частотой  $\omega$ . Это приводит к тому, что напряжение на конденсаторе, определяемое выражением (7), станет равным нулю, что, в свою очередь, приведет к срыву коммутации тиристоров СТЭ. Полоса частот, ограниченная двумя точками, где  $G_{11}(\omega)=1$ , достигает примерно 40 Гц (для трехфазной мостовой схемы, где  $F=300$  Гц).

Графики изменения коэффициентов  $G_{12}(\omega)$ ,  $G_{13}(\omega)$  также имеют две характерные точки, где наблюдается коммутационная неустойчивость в работе СТЭ, но полоса частот, определяемая этими двумя точками, значительно уже и составляет единицы герц [ $G_{12}(\omega)$ ] и доли герца [ $G_{13}(\omega)$ ]. В точках, где отношение частот  $\Omega/\omega$  равно соответственно трем и пяти, значения коэффициентов  $G_{12}(\omega)$  и  $G_{13}(\omega)$  имеют максимум, стремящийся к  $\infty$ . При увеличении коэффициента модуляции ( $M_1=0,2$ ) увеличиваются значения всех коэффициентов, что приводит к расширению полосы частот, где наблюдается коммутационная неустойчивость в работе СТЭ, увеличиваются зоны перекрытия между кривыми  $G_{11}(\omega)$ ,  $G_{12}(\omega)$ ,  $G_{13}(\omega)$  и т. д., т. е. возрастает доля участия в формиро-

вании напряжения на конденсаторах членов при  $k=2$ , 3 и т. д.

Учет второй гармоники в токе инвертора приводит к появлению дополнительных зон коммутационной неустойчивости СТЭ. Характер изменения коэффициентов  $G_{21}(\omega)$  и  $G_{22}(\omega)$  (см. рис. 2) аналогичен характеру изменения коэффициентов  $G_{11}(\omega)$ ,  $G_{12}(\omega)$  и т. д. Полоса частот, где значение коэффициента  $G_{21}(\omega)=1$ , составляет при  $M_2=0,01$  примерно 5 Гц, а полоса частот, где значения  $G_{22}(\omega)=1$ , составляет при  $M_2=0,01$  доли герца. Максимальные значения коэффициентов  $G_{21}(\omega)$  и  $G_{22}(\omega)$  соответствуют точкам на оси абсцисс, где отношения частот  $\Omega/\omega$  равны 0,5 и 1,5.

Учет третьей, четвертой и последующих гармоник в токе инвертора вызовет появление ряда зон левее точки, равной 0,5 по оси абсцисс, с максимальными значениями в точках 0,333, 0,25 и т. д. и правее точки, равной единице по оси абсцисс, с максимальными значениями в точках 1,4, 1,25 и т. д. Чем выше номер гармоники в токе инвертора, тем уже зоны коммутационной неустойчивости СТЭ. Теоретически устойчивая работа СТЭ возможна в областях, ограниченных графиками  $G_{nk}(\omega)$ , где значения этих коэффициентов меньше единицы.

Коммутационная устойчивость СТЭ с учетом пульсаций в токе инвертора определяется величиной минимального времени  $t'_{1\min}$ , предоставляемой схемой для восстановления управляющей способности тиристоров. При определении времени  $t'_{1\min}$  модуляцию можно учесть в виде постоянной составляющей в исследуемой точке, смещающей переменную составляющую напряжения на конденсаторе в ту или иную сторону на величину, равную сумме амплитуд низко- и высокочастотной составляющих модулирующего напряжения. Тогда значения  $t'_{1\min}$  найдем по аналогии с выражением (1), пользуясь значениями коэффициентов (8):

$$t'_{1\min} = \frac{\{G_k(\omega) - [G_{nk}(\omega) + G'_{nk}(\omega)] - U_3/2\}}{4G_k(\omega)f} \quad (9)$$

На рис. 3 представлен график изменения  $t'_{1\min}$  при  $U_3=0$  и  $G_k(\omega)=1$ . График построен с учетом высших гармонических, приведенных на рис. 2. В зонах коммутационной неустойчивости СТЭ значения  $t'_{1\min}$  равны нулю. С увеличением частоты работы сумматора значение  $t'_{1\min}$  снижается, а при уменьшении частоты возрастает.

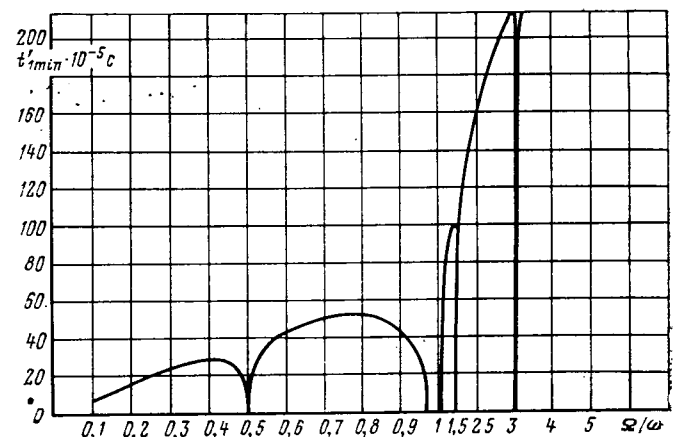


Рис. 3

Ширина зон коммутационной неустойчивости СТЭ может быть ограничена за счет увеличения индуктивности сглаживающего реактора (снижения уровня пульсаций) до такой величины, при которой влияние этих зон на коммутационную устойчивость практически может быть исключено. При этом может быть использовано то обстоятельство, что в зонах, ограниченных значениями коэффициентов  $G_{nh}(\omega)=1$ , процесс, приводящий к срыву коммутации тиристоров, развивается в течение некоторого конечного времени, за которое амплитуда низкочастотной составляющей модулированного напряжения достигнет амплитуды переменной составляющей рабочего напряжения на конденсаторах.

Предельное время, через которое возможен срыв коммутации, можно определить, используя уравнение (7). Для этого положим, что в (7) значение  $(2k-1)\omega = n\Omega$ . Тогда

$$-G_k(\omega) + \lim_{(2k-1)\omega \rightarrow n\Omega} G_{nk}(\omega) \sin [(2k-1)\omega - n\Omega] t - G'_{nk}(\omega) = 0. \quad (10)$$

Переходя к пределу и раскрывая коэффициенты в уравнении (10), получаем:

$$-\frac{A_0}{c\omega(2k-1)^2} + \frac{A_0 M_n}{2c(2k-1)} t - \frac{A_0 M_n}{2c(2k-1)[(2k-1)\omega + n\Omega]} = 0. \quad (11)$$

Выражение (11) можно упростить, если учесть, что величина коэффициента  $G'_{nk}(\omega)$  значительно меньше коэффициентов  $G_h(\omega)$  и  $G_{nh}(\omega)$ , тогда

$$-\frac{A_0}{c\omega(2k-1)^2} + \frac{A_0 M_n}{2c(2k-1)} t = 0. \quad (12)$$

Из уравнения (12) найдем

$$t = \frac{2}{\omega(2k-1)M_n}. \quad (13)$$

Из (13) видно, что время развития процесса до критической точки в значительной степени зависит от коэффициента модуляции  $M_n$ . При уменьшении значения  $M_n$  (что связано с уменьшением пульсаций в токе инвертора) время развития процесса увеличивается. Следовательно, увеличение индуктивности сглаживающего дросселя обеспечивает не только сужение зон коммутационной неустойчивости, о чем говорилось выше, но и увеличение времени развития процесса нарастания амплитуды низкочастотной составляющей модулированного напряжения на конденсаторах до критической величины.

Учитывая сказанное и обеспечивая условия, при которых частота работы СТЭ в зонах коммутационной неустойчивости изменяется так, что время работы в этих зонах всегда будет меньше, чем время  $t$ , определяемое из полученной формулы, можно получить устойчивую коммутацию тиристоров во всем диапазоне частот.

Практически устойчивая работа сумматора обеспечивается при ограничении пульсаций в выпрямленном токе на уровне 5–10 % и при использовании системы быстродействующего регулятора СТЭ, изменяющего частоту работы сумматора пропорционально току нагрузки. При этом скорость изменения частоты в пусковом режиме определяется параметрами системы, которые выбираются по изложенным выше соображениям. В уста-

новившемся же режиме всегда имеются возмущающие факторы в системе СТЭ — инвертор — МГД-генератор, которые несколько изменяют рабочую частоту сумматора, так что режим является, по существу, квази-установившимся. Этих изменений в области повышенных рабочих частот, где зоны возможной коммутационной неустойчивости значительно уже, оказывается достаточно для обеспечения коммутационной устойчивости СТЭ.

Экспериментальные исследования влияния пульсаций тока инвертора на коммутационную устойчивость СТЭ проводились в системе МГД-генератор — сумматор тока — инвертор — промышленная сеть. При работе с МГД-генератором использовался макетный образец сумматора тока на два электрода, имеющий следующие параметры: номинальный суммарный ток 200 А; номинальный ток электрода 100 А; емкость коммутирующего конденсатора  $200 \cdot 10^{-6}$  Ф.

Работа СТЭ проводилась как на фиксированных частотах, так и в режиме регулирования частоты, пропорционально току нагрузки. Частота работы СТЭ изменялась от 110 Гц до 1 кГц.

На рис. 4 приведена осциллограмма, полученная при работе СТЭ в системе, упомянутой выше. На осциллограмме зафиксированы напряжения на двух конденсаторах  $u_{c1}$  и  $u_{c2}$  ток инвертора  $i_d$ , токи электродов  $i_1$  и  $i_2$ , а также выходные импульсы одного плеча системы управления СТЭ. Как видно из осциллограммы, СТЭ осуществляет равномерное распределение токов по электродам (отклонение от среднего тока не превышает 3 %). Ток каждого электрода равен 70 А при суммарном токе  $i_d$ , равном 140 А. При частоте работы сумматора 320 Гц напряжение на конденсаторах модулируется низкочастотной (20 Гц) составляющей. Амплитуда этой низкочастотной составляющей равна 75 В при размахе переменной составляющей напряжения на конденсаторе, равной 540 В.

Теоретическим путем по данным эксперимента определим минимальное время  $t_{\min}$  и сравним его с минимальным временем, полученным из осциллограммы. Для нахождения  $t_{\min}$  по формуле (9) предварительно найдем по формуле (8) значение коэффициентов  $G_{nh}(\omega)$  и  $G'_{nk}(\omega)$  при заданном отношении частот  $\Omega/\omega = 300/320 = 0,937$ . Примем далее, что значение  $M_1 = I_1/I_0$  равно коэффициенту пульсаций составляет 0,05. При таком

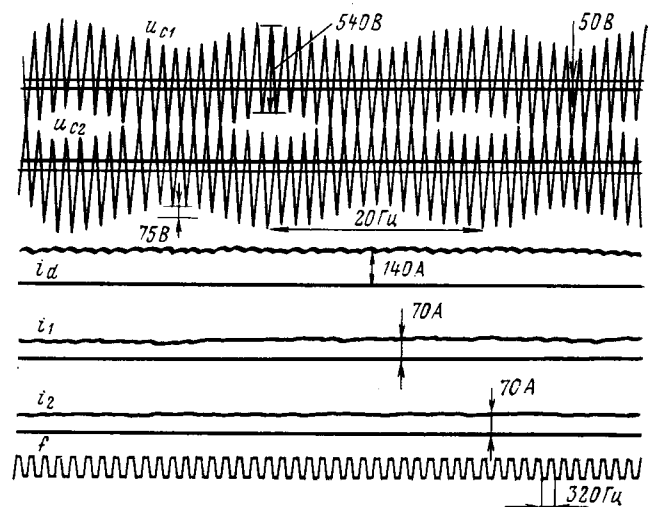


Рис. 4

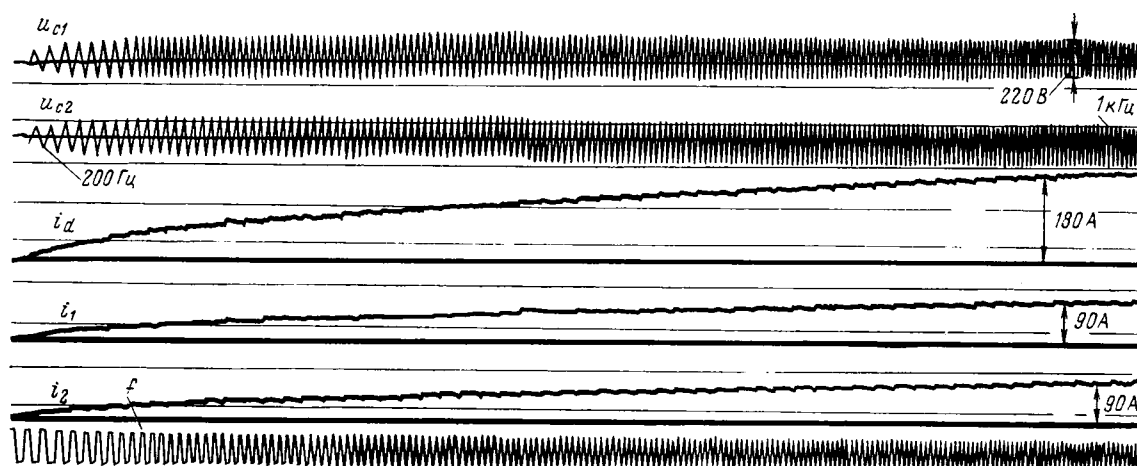


Рис. 5

допущении результаты, полученные теоретическим путем при определении  $G_{nk}(\omega)$  и  $G_{nk}(\omega)$ , будут несколько выше экспериментальных.

Итак, при отношении частот, равном 0,937; имеем:

для  $n = 1, k = 1$

$$G_1(\omega) = \frac{A_0}{c\omega} \approx 220 \text{ В};$$

$$G_{11}(\omega) = \frac{G_1(\omega) M_1}{2(1 - \Omega/\omega)} \approx 87 \text{ В};$$

$$G'_{11}(\omega) = \frac{G_1(\omega) M_1}{2(1 + \Omega/\omega)} \approx 2,8 \text{ В};$$

для  $n = 1, k = 2$

$$G_2(\omega) = \frac{A_0}{9c\omega} \approx 24 \text{ В};$$

$$G_{12}(\omega) = \frac{G_2(\omega) M_1}{2(1 - \Omega/3\omega)} \approx 0,9 \text{ В};$$

$$G'_{12}(\omega) = \frac{G_2(\omega) M_1}{2(1 + \Omega/3\omega)} \approx 0,46 \text{ В};$$

для  $n = 1, k = 3$

$$G_3(\omega) = \frac{A_0}{25c\omega} \approx 8,8 \text{ В};$$

$$G_{13}(\omega) = \frac{G_3(\omega) M_1}{2(1 - \Omega/5\omega)} \approx 0,27 \text{ В};$$

$$G'_{13}(\omega) = \frac{G_3(\omega) M_1}{2(1 + \Omega/5\omega)} \approx 0,14 \text{ В}.$$

Значения коэффициентов  $G_{nk}(\omega)$  и  $G'_{nk}(\omega)$  при учете второй, третьей и последующих гармоник в токе  $i_d$  составляют менее 1 % величины  $G_{11}(\omega)$  и в расчетах не приводятся.

Как видно из полученных результатов, главную роль в формировании модулирующего напряжения на конденсаторах играет член ряда с коэффициентом  $G_{11}(\omega)$ , который и определяет амплитуду модулирующего напряжения. Сравнивая полученное значение коэффициента  $G_{11}(\omega)$  с амплитудой низкочастотной огибающей из осциллограммы на рис. 4 видно, что расчетное значение  $G_{11}(\omega)$  больше приблизительно на 15 %.

Значение  $t'_{1\min}$ , полученное теоретическим путем,

$$t'_{1\min} = \frac{G_k(\omega) - G_{11}(\omega) - U_3/2}{4G_k(\omega)f} \approx 38 \cdot 10^{-5} \text{ с},$$

а величина  $t'_{1\min}$ , определенная из осциллограммы,

$$t'_{1\min} \approx 42 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Таким образом, можно отметить, что значения  $t'_{1\min}$ , полученные теоретически и экспериментальным путем, отключаются не более чем на 15 %. Причем, использование расчетных данных позволит получить на практике некоторый запас по времени восстановления управляемости тиристоров.

На рис. 5 представлена осциллограмма пуска сумматора на ток 180 А с регулированием частоты пропорционально току нагрузки. Запуск системы осуществлялся с частотой, приблизительно равной 200 Гц. В установившемся режиме при токе 180 А частота работы СТЭ равна 1 кГц, при этом амплитуда переменной составляющей напряжения на конденсаторах составляет 110 В. При индуктивности сглаживающего реактора, равной 80 мГн, значение пульсаций в установившемся режиме не превышает 5 %.

Из осциллограммы видно, что использование системы автоматического регулирования частоты пропорционально току нагрузки и ограничение пульсаций тока позволяют работать СТЭ в широком диапазоне частот с достаточным запасом коммутационной устойчивости.

Выводы. 1. При работе СТЭ в системе МГД-генератор — инвертор под действием переменной составляющей тока инвертора в напряжении на коммутирующих конденсаторах сумматора появляется модулирующее напряжение, которое уменьшает коммутационную устойчивость СТЭ.

2. Влияние модулирующего напряжения на коммутационную устойчивость СТЭ тем сильнее, чем больше коэффициент пульсаций тока инвертора и чем частота работы сумматора ближе к частоте пульсаций тока инвертора.

3. Влияние модуляции на коммутационную устойчивость СТЭ можно практически исключить, если ограничить коэффициент пульсаций тока инвертора на уровне 5—10 % и ввести регулирование частоты работы СТЭ в зависимости от тока нагрузки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. № 738044 (СССР). Способ и устройство деления постоянного тока. Б. Н. Антонов, С. И. Пищиков, Е. И. Случанко. Оpubл. в Б. И., 1976, № 20.
2. Применение устройств суммирования тока для сопряжения сетевых инверторов с каналом МГД-генератора/Б. Н. Антонов, А. А. Блитштейн, В. А. Лабунов и др. — В кн. Восьмая международная конференция по МГД-преобразованию энергии. Москва, 1983, т. 2.
3. Руденко В. С., Сенько В. И., Чиженов И. М. Преобразовательная техника. — Киев, Вища школа, 1978.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. — М.: Наука, 1964.

# Анализ цепей с кусочно-синусоидальной амплитудной модуляцией

ЗЕЗЮЛЬКИН Г. Г., канд. техн. наук

Смоленск

При анализе переходных процессов в цепях с непосредственными преобразователями частоты, широтно-импульсными преобразователями, ведомыми сетью инверторами и т. д. необходимо определять реакции линейных электрических цепей на кусочно-синусоидальные воздействия. Часто возникают более сложные задачи анализа цепей с кусочно-синусоидальной модуляцией, например, при одновременно протекающих переходных процессах в сети и нагрузке, при асимметрии питающего преобразователь многофазного напряжения. Определение реакции цепей на кусочно-синусоидальные воздействия можно проводить методами, предложенными в [1 и 2]. Однако известные методы не позволяют анализировать цепи с кусочно-синусоидальной амплитудной модуляцией. В данной статье для анализа линейных цепей с кусочно-синусоидальной амплитудной модуляцией предлагается воспользоваться свойствами комплексных коммутационных функций (ККФ) [4], являющихся ступенчатыми огибающими дискретных экспоненциальных функций [5].

**Векторная функция и ее свойства.** На рис. 1, а на комплексной плоскости изображены векторы  $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \bar{C}_N$ , вращающиеся со скоростью  $\omega$ . Введем в рассмотрение векторную функцию  $\bar{f}(t)$ , формирующуюся следующим образом: на интервале времени  $0 - T_1$  функция  $\bar{f}(t)$  совпадает с вектором  $\bar{C}_1$ . В момент времени  $T_1$  она скачком переходит на вектор  $\bar{C}_2$  и совпадает с ним на интервале  $T_1 - T_2$ . В момент времени  $T_2$  скачком функция переходит на вектор  $\bar{C}_3$  и совпадает с ним на интервале  $T_2 - T_3$  и т. д. Проекция функции  $\bar{f}(t)$  на мнимую ось  $\text{Im } \bar{f}(t)$  является кусочно-синусоидальной и изображена на рис. 1, б. Справедливо и обратное: любой кусочно-синусоидальной функции можно поставить во взаимно однозначное соответствие векторную функцию  $\bar{f}(t)$ , представляющую собой последовательность векторов  $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \bar{C}_N$ , вращающихся со скоростью  $\omega$ .

Для описания векторных функций  $\bar{f}(t)$  (рис. 1, а) воспользуемся полной ортогональной базовой системой комплексных коммутационных функций [4]:

$$\{KK\Phi(N, m, i)\} = \left\{ e^{j \frac{2\pi}{N} m i} \right\}, \quad (1)$$

где  $m=0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $i$  — порядковый номер интервала непрерывности (на интервале  $0 - T_1$  принимает значение, равное нулю; на интервале  $T_1 - T_2$  — значение, равное единице, и т. д.).

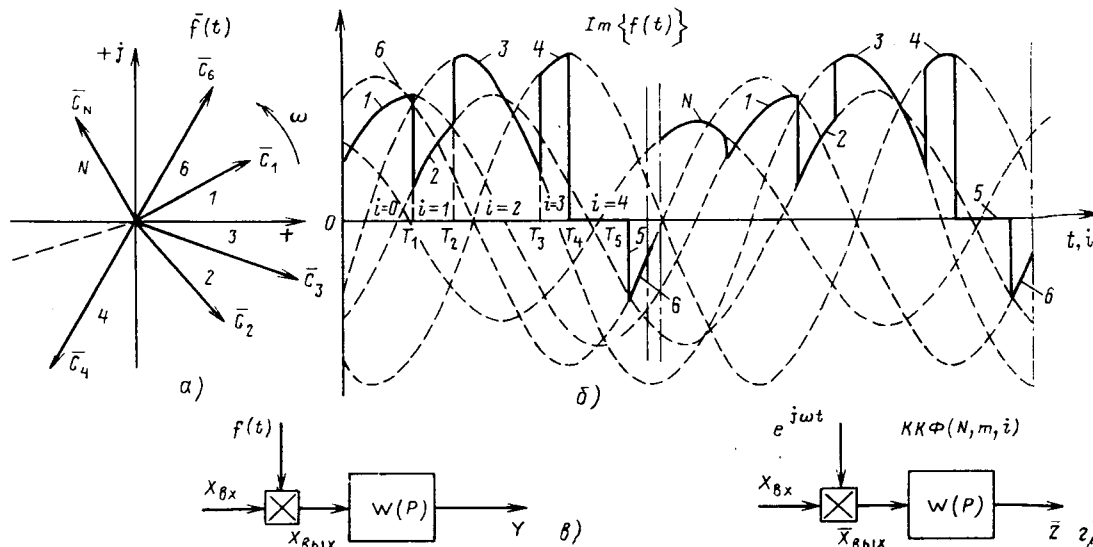


Рис. 1. Векторная функция (а), кусочно-синусоидальная функция (б) и элементарная структурная схема с модуляцией кусочно-синусоидальным сигналом несущей (в)

Функцию  $KK\Phi(N, m, i)$  можно представить на комплексной плоскости в виде вращающегося вектора единичной длины. Вращение происходит скачками и при изменении  $i$  на единицу, т. е. в моменты времени  $T_1, T_2, T_3, \dots$  и т. д. угол изменяется на  $2\pi m/N$  радиан.

Функция  $\bar{f}(t)$  (рис. 1, а) может быть представлена в виде линейной комбинации  $KK\Phi$ , умноженной на  $\exp j\omega t$ :

$$\begin{aligned} \bar{f}(t) &= e^{j\omega t} \sum_{m=0}^{N-1} \bar{F}(N, m) KK\Phi(N, m, i) = \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \bar{F}(N, m) e^{j\omega t} KK\Phi(N, m, i). \end{aligned} \quad (2)$$

Комплексный спектр разложения функции  $\bar{f}(t)$  определяется из выражения

$$\bar{F}(N, m) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \bar{C}_{i+1} e^{-j \frac{2\pi m}{N} i}. \quad (3)$$

Таким образом, любую кусочно-синусоидальную функцию можно заменить векторной функцией  $\bar{f}(t)$ , представленной согласно (2) и (3) линейной комбинацией  $KK\Phi$ .

Связь изображений входных и выходных сигналов множительного звена с несущей  $\exp j\omega t$   $KK\Phi\{N, m, i\}$ . Введем в рассмотрение элементарную структурную схему с кусочно-синусоидальной модуляцией (рис. 1, в), состоящую из множительного звена с кусочно-синусоидальной функцией  $\bar{f}(t)$  и линейного звена с передаточной функцией  $W(p)$ . Линейные системы с модуляцией могут быть структурно представлены в виде различного рода соединений таких схем. Замена функции  $\bar{f}(t)$  векторной функцией  $\bar{f}(t)$  с последующим ее разложением по системе  $KK\Phi$  согласно (2) приводит к структурам (рис. 1, г), в которых несущим сигналом является  $\exp j\omega p$   $KK\Phi(N, m, i)$ . Таким образом, для анализа систем с кусочно-синусоидальной модуляцией достаточно установить связь между входными и выходными сигналами коммутатора на рис. 1, г.



Во временной области выходной сигнал коммутатора определяется из выражения

$$\bar{X}_{\text{вх}}(t) = X_{\text{вх}}(t) e^{j\omega t} K\Phi(N, m, i). \quad (4)$$

Изображение по Лапласу функции  $\exp j\omega t K\Phi(N, m, i)$  при условии  $T = \text{const}$  имеет вид:

$$\begin{aligned} L\{e^{j\omega t} K\Phi(N, m, i)\} &= \int_0^\infty e^{j\omega t} e^{j\frac{2\pi m}{N} i} e^{-pt} dt = \\ &= \int_0^T e^{(j\omega - p)t} e^{j\frac{2\pi}{N} m \cdot 0} dt + \int_T^{2T} e^{(j\omega - p)t} e^{j\frac{2\pi}{N} m \cdot 1} dt + \\ &+ \int_{2T}^{3T} e^{(j\omega - p)t} e^{j\frac{2\pi}{N} m \cdot 2} dt + \dots = \\ &= \frac{1 - e^{-Tp} e^{j\omega T}}{(p - j\omega) [1 - e^{j(\omega T + 2\pi m/N)} e^{-pT}]} = \\ &= \frac{z - e^{j\omega T}}{(p - j\omega) [z - e^{j(\omega T + 2\pi m/N)}]}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $z = e^{pT}$ .

Выражение (5) получено после вычисления интегралов как сумма членов геометрической прогрессии.

С учетом (5) соотношение (4) в области изображений примет вид

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{вх}}(p) &= \frac{1}{2\pi j} \times \\ &\times \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \bar{X}_{\text{вх}}(S) \frac{[1 - e^{-T(p-S)} e^{j\omega T}]}{(p - S - j\omega) [1 - e^{j(\omega T + 2\pi m/N)} e^{-T(p-S)}]} dS = \\ &= K_{\omega, N, m} [X_{\text{вх}}(p)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражение  $K_{\omega, N, m} [X_{\text{вх}}(p)]$  связывает изображение входного и выходного сигналов коммутатора на рис. 1, г. При вычислении интеграла (6) в пределах от  $(c - j\infty)$  до  $(c + j\infty)$  контур интегрирования может быть выбран в левой или правой полуплоскости комплексной плоскости  $S$ . Выражение (6) может быть представлено в виде суммы вычетов, если  $X_{\text{вх}}(p) = A(p)/B(p)$  не имеет точек разветвления, а содержит только полюсы и нули. Вычисляя интеграл по контуру, расположенному в левой полуплоскости, в которой находятся все полюсы выражения  $X_{\text{вх}}(p)$ , на основании выражения (6) будем иметь

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{вх}}(p) &= \sum_{\text{корни } B(p_k)} \text{Res} \frac{A(p)}{B(p)} \frac{1}{p - p_k - j\omega} \times \\ &\times \frac{z - e^{Tp_k} e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T + 2\pi m/N)} e^{Tp_k}}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $p_k$  — корни полинома  $B(p)$ .

Если  $X_{\text{вх}}(p)$  имеет только простые полюсы, выражение (7) упрощается и принимает вид

$$\begin{aligned} K_{\omega, N, m} [X_{\text{вх}}(p)] &= \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} \frac{z - e^{p_k T} e^{j\omega T}}{(p - p_k - j\omega) [z - e^{p_k T} e^{j(\omega T + 2\pi m/N)}]}. \end{aligned} \quad (8)$$

Если один из корней входного сигнала коммутатора равен нулю, т. е.  $X_{\text{вх}}(p) = F_1(p)/pF_2(p)$ , то можно

воспользоваться аналогом формулы разложения:

$$\begin{aligned} K_{\omega, N, m} [X_{\text{вх}}(p)] &= \bar{X}_{\text{вх}}(p) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} \times \\ &\times \frac{z - e^{j\omega T}}{(p - j\omega) [z - e^{j(\omega T + 2\pi m/N)}]} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} \times \\ &\times \frac{z - e^{p_k T} e^{j\omega T}}{(p - p_k - j\omega) [z - e^{p_k T} e^{j(\omega T + 2\pi m/N)}]}. \end{aligned} \quad (9)$$

Получим соотношения, связывающие  $z$ -преобразования входных и выходных сигналов множительного звена (рис. 1, з). Преобразование Лапласа выходного сигнала коммутатора имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{вх}}(p) &= \int_0^\infty X_{\text{вх}}(t) e^{j\omega t} K\Phi(N, m, i) e^{-pt} dt = \\ &= \sum_{i=1}^\infty \int_0^T X_{\text{вх}}(iT + \varepsilon) e^{j\omega (iT + \varepsilon)} e^{j\frac{2\pi}{N} m i} e^{-p(iT + \varepsilon)} d\varepsilon = \\ &= \int_0^T \sum_{i=0}^\infty X_{\text{вх}}(iT + \varepsilon) e^{-p iT} e^{j(\omega T + \frac{2\pi}{N} m) i} e^{-(p - j\omega) \varepsilon} d\varepsilon = \\ &= \int_0^T \bar{X}_{\text{вх}} \left[ z e^{-j(\frac{2\pi}{N} m + \omega T)}, \varepsilon \right] e^{-(p - j\omega) \varepsilon} d\varepsilon, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $i = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq \varepsilon \leq T$ .

Выражение (10) может быть использовано для определения изображения выходного сигнала коммутатора по модифицированному  $z$ -преобразованию входного сигнала. Этот сигнал может быть также определен из выражения

$$\bar{X}_{\text{вх}}(p) = \int_0^T \bar{X}_{\text{вх}}(z, \varepsilon) e^{-p \varepsilon} d\varepsilon. \quad (11)$$

Сравнивая (10) и (11), получаем соотношение, связывающее модифицированные  $z$ -преобразования входного и выходного сигналов коммутатора:

$$\bar{X}_{\text{вх}}(z, \varepsilon) = e^{j\omega \varepsilon} X_{\text{вх}}(ze^{-j(\omega T + 2\pi m/N)}). \quad (12)$$

Связь обычных  $z$ -преобразований входного и выходного сигналов коммутатора можно получить, положив в формуле (12)  $\varepsilon = 0$ ;

$$\bar{X}_{\text{вх}}(z) = K_{\omega, N, m} [X_{\text{вх}}(z)] = X_{\text{вх}}(ze^{-j(\omega T + 2\pi m/N)}). \quad (13)$$

В некоторых случаях входной сигнал коммутатора рис. 1, з может представлять собой разрывную функцию. Изображение такого сигнала является суммой составляющих вида

$$X_{\text{вх}}(z, p) = \frac{A(z)}{B(z)} \frac{F_1(p)}{F_2(p)}, \quad (14)$$

где  $A(z)$ ,  $B(z)$  — полиномы от  $z$ ;  $F_1(p)$ ,  $F_2(p)$  — полиномы от  $p$ .

Соотношения (8) и (13) позволяют получить соответствующее изображение выходного сигнала коммутатора

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{вх}}(z, p) &= K_{\omega, N, m} [X_{\text{вх}}(z, p)] = K_{\omega, N, m} \left[ \frac{A(z) F_1(p)}{B(z) F_2(p)} \right] = \\ &= \frac{A(ze^{-j(2\pi m/N + \omega T)})}{Bze^{-j(2\pi m/N + \omega T)}} K_{\omega, N, m} \left[ \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \right] = \end{aligned}$$

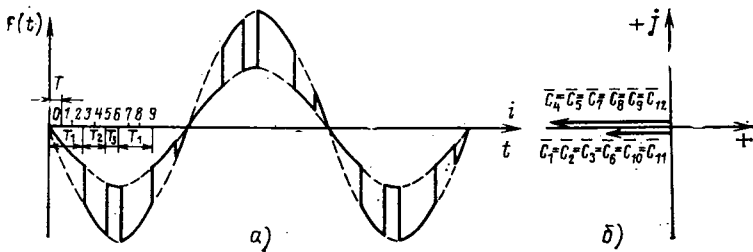


Рис. 2. Кусочно-синусоидальная функция с разными интервалами непрерывности и соответствующая ей векторная функция

$$= \frac{A(z e^{-i(2\pi m/N + \omega T)})}{B(z e^{-i(2\pi m/N + \omega T)})} \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2(p_k)} \times \frac{z - e^{p_k T} e^{j\omega T}}{(p - p_k - j\omega) [z - e^{p_k T} e^{j(\omega T + 2\pi m/N)}]} \quad (15)$$

Предлагаемый метод анализа цепей с кусочно-синусоидальной модуляцией можно применять не только при  $T = \text{const}$ . Достаточно, чтобы интервалы времени между соседними переключениями с одной синусоиды на другую имели наибольший общий делитель. В этом случае кусочно-синусоидальная функция разбивается на интервалы, равные наибольшему общему делителю. Каждому интервалу соответствует свой вектор функции  $f(t)$ . Так, на рис. 2, а представлена кусочно-синусоидальная функция с разными интервалами между соседними переключениями  $T_1, T_2, T_3, T_4, \dots$ . Эти интервалы имеют наибольший общий делитель, равный  $T$ . Разбивая заданную функцию на интервалы, равные  $T$ , нетрудно построить соответствующую периодическую векторную функцию, имеющую двенадцать векторов (рис. 2, б).

Таким образом, анализ переходных процессов в цепях с кусочно-синусоидальной амплитудной модуляцией разбивается на следующие этапы:-

по заданному кусочно-синусоидальному сигналу на комплексной плоскости строят соответствующую ему векторную функцию  $\bar{f}(t)$ ;

с помощью выражений (2) и (3) векторную функцию  $\bar{f}(t)$  представляют в виде линейной комбинации ККФ; с помощью выражений (6) — (15) получают комплексное изображение выходного сигнала модулятора с кусочно-синусоидальной несущей;

определяют комплексное изображение реакции цепи  $\bar{Y}(z, p)$  как произведение изображения выходного сигнала модулятора на передаточную функцию линейной цепи  $W(p)$ ;

от изображения  $\bar{Y}(z, p)$  осуществляют переход к модифицированному  $z$ -преобразованию  $\bar{Y}(z, \epsilon)$ ;

с помощью обратного  $z$ -преобразования находят оригинал искомого сигнала  $\bar{Y}(i, \epsilon)$  и выделяют его мнимую часть  $\text{Im} \bar{Y}(i, \epsilon)$ .

**Пример 1.** Векторную функцию рис. 3, а требуется представить в виде линейной комбинации ККФ.

Пользуясь выражениями (3) и (2), находим:

$$\bar{F}(2, 0) = \frac{1}{2} (\bar{C}_1 + \bar{C}_2) = 6,364 e^{-j37,6^\circ},$$

$$\bar{F}(2, 1) = \frac{1}{2} (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 e^{-j\pi}) = 3,5 e^{j81,8^\circ};$$

$$f(t) = e^{j\omega t} [6,364 e^{-j37,6^\circ} + 3,5 e^{j81,8^\circ} \text{ККФ}(2, 1, i)] = 6,364 e^{j(\omega t - 37,6^\circ)} + 3,5 e^{j(\omega t + 81,8^\circ + \pi i)}, \quad (16)$$

где  $i = 0, 1, 2, \dots$

$$f(t) = \text{Im } f(t) = 6,364 \sin(\omega t - 37,6^\circ) + 3,5 \sin(\omega t + 81,8^\circ + 180^\circ i). \quad (17)$$

График соответствующей кусочно-синусоидальной функции при  $T = \text{const}$  изображен на рис. 5, а.

**Пример 2.** Требуется представить векторную функцию рис. 3, б в виде линейной комбинации ККФ.

С помощью выражений (3) и (2) находим:

$$\bar{F}(3, 0) = \frac{1}{3} (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \bar{C}_3) = 3,545 e^{j54,6^\circ};$$

$$\bar{F}(3, 1) = \frac{1}{3} (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \bar{C}_3 e^{j\frac{2\pi}{3}}) = 1,794 e^{j98,2^\circ};$$

$$\bar{F}(3, 2) = \frac{1}{3} (\bar{C}_1 + \bar{C}_2 e^{j\frac{2\pi}{3}} + \bar{C}_3 e^{-j\frac{2\pi}{3}}) = 6,87 e^{j2,78^\circ};$$

$$\bar{f}(t) = e^{j\omega t} (3,545 e^{j54,6^\circ} + 1,794 e^{j98,2^\circ} e^{j\frac{2\pi}{3} i} + 6,87 e^{j2,78^\circ} e^{j\frac{4\pi}{3} i}); \quad (18)$$

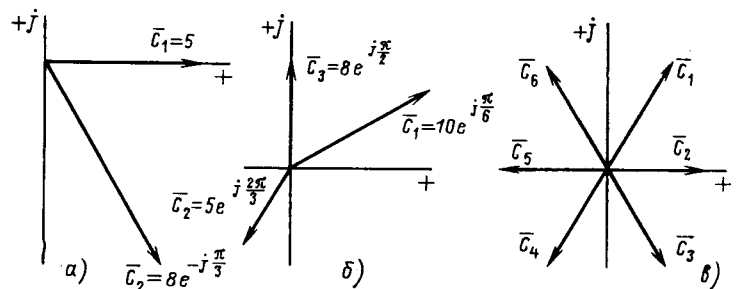


Рис. 3. Примеры векторных функций

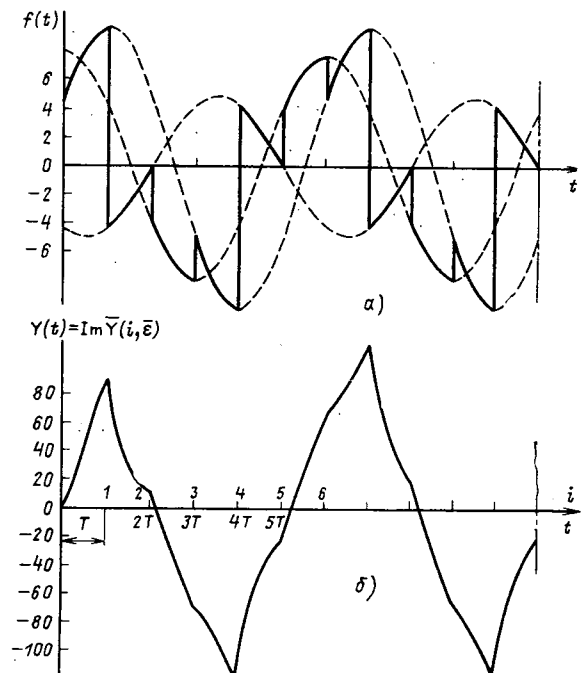


Рис. 4. К примеру 4

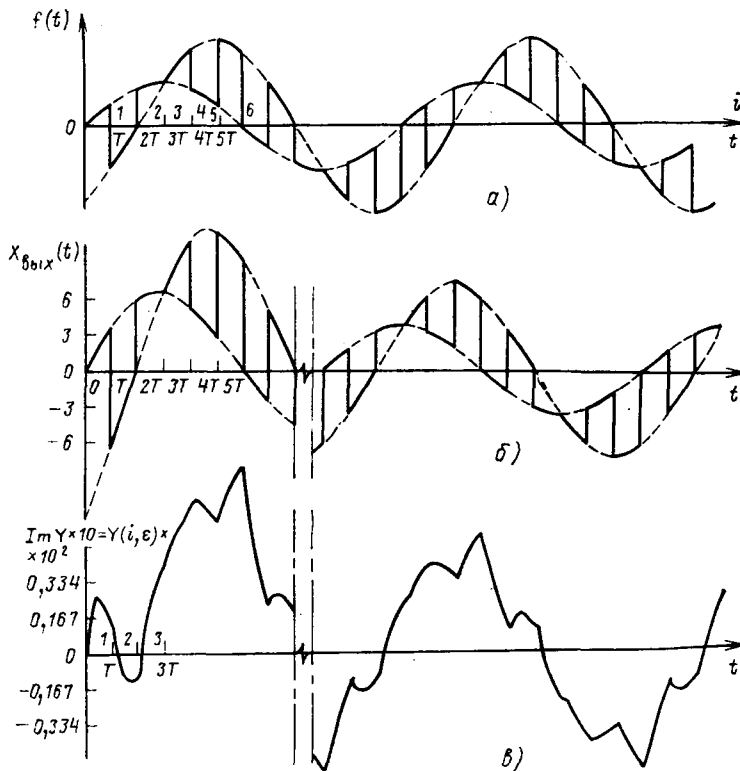


Рис. 5. К примеру 5

$$f(t) = \operatorname{Im} \bar{f}(t) = 3,545 \sin(\omega t + 54,6^\circ) + 1,794 \sin(\omega t + 98,2^\circ + 120^\circ i) + 6,87 \sin(\omega t + 2,78^\circ - 120^\circ i). \quad (19)$$

График соответствующей кусочно-синусоидальной функции представлен на рис. 4, а.

Пример 3. Требуется представить векторную функцию рис. 3, в в виде линейной комбинации ККФ.

Пользуясь выражениями (2) и (3), получаем:

$$\bar{f}(t) = e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{3}(i-1)}; \quad (20)$$

$$f(t) = \operatorname{Im} \bar{f}(t) = \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{3}(i-1) \right]. \quad (21)$$

Пример 4. Несущим сигналом модулятора является кусочно-синусоидальная функция, представленная на рис. 4, а. На входе модулятора действует единичный скачок  $1/p$ . Выходной сигнал модулятора взаимодействует на линейную цепь с передаточной функцией  $K/(p + \alpha)$ , где  $K = 5 \cdot 10^3$ ,  $\alpha = 300 \text{ с}^{-1}$ . Требуется определить сигнал на выходе цепи при  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ .

Векторная функция несущего сигнала модулятора представлена на рис. 3, б. Ее разложение по системе ККФ имеет вид (18). Используя  $K_{\omega, N, m}$ -преобразование (6, 7), получаем комплексное изображение выходного сигнала цепи:

$$\bar{Y}(p, z) = \frac{K}{(p - j\omega)(p + \alpha)} \left[ 3,545 e^{j54,6^\circ} + 1,794 e^{j98,2^\circ} \times \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T + 2\pi/3)}} + 6,87 e^{j2,78^\circ} \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T - 2\pi/3)}} \right]. \quad (22)$$

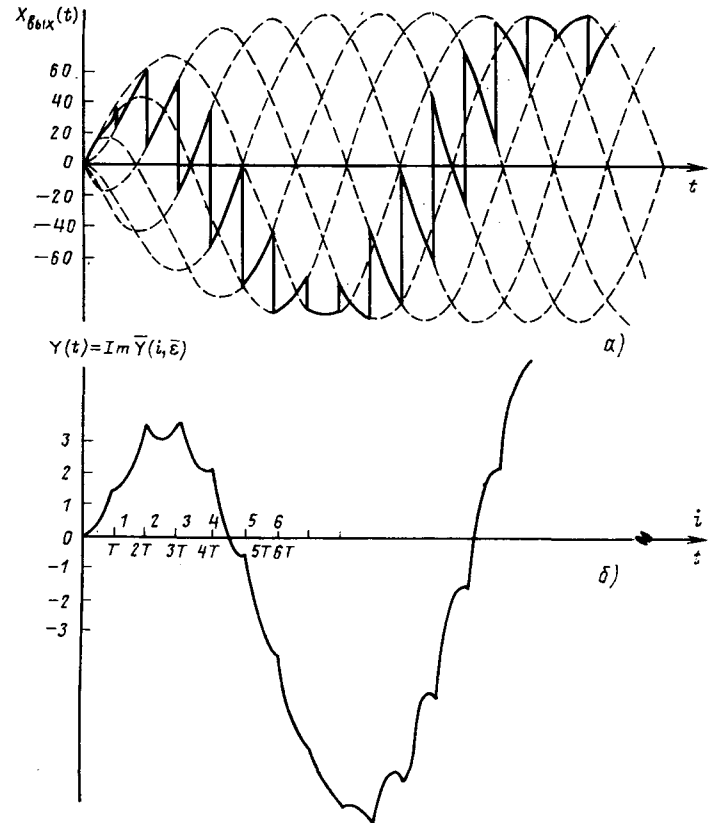


Рис. 6. К примеру 6

Переходя к модифицированному  $z$ -преобразованию выражения (22), находим

$$\begin{aligned} \bar{Y}(z, \varepsilon) = Z_\varepsilon \{ \bar{Y}(p, z) \} &= \left[ 3,545 e^{j54,6^\circ} + 1,794 e^{j98,2^\circ} \times \right. \\ &\times \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T + 2\pi/3)}} + 6,87 e^{j2,78^\circ} \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T - 2\pi/3)}} \left. \right] \times \\ &\times Z_\varepsilon \left\{ \frac{K}{(p - j\omega)(p + \alpha)} \right\} = \frac{K}{\alpha + j\omega} \left[ \frac{z e^{j\omega T \varepsilon}}{z - e^{j\omega T}} - \frac{z e^{-\alpha T \varepsilon}}{z - e^{-\alpha T}} \right] \times \\ &\times \left[ 3,545 e^{j54,6^\circ} + 1,794 e^{j98,2^\circ} \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T + 2\pi/3)}} + \right. \\ &\left. + 6,87 e^{j2,78^\circ} \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T - 2\pi/3)}} \right]. \quad (23) \end{aligned}$$

Находя оригинал выражения (23) и выделяя мнимую часть, получаем

$$\begin{aligned} Y(i, \varepsilon) &= -65,37 e^{-(i + \varepsilon)} + 40,8 \sin [60^\circ (i + \varepsilon) + 8,3^\circ] + \\ &+ 79,07 \sin [60^\circ (\varepsilon - i) - 43,5^\circ] + (-1)^i \times \\ &\times 20,65 \sin (60^\circ \varepsilon + 51,9^\circ) - 25,9 (-1)^i e^{-\varepsilon} + \\ &+ 156,3 e^{-\varepsilon} \sin (127,8^\circ - 60^\circ i), \quad (24) \end{aligned}$$

где  $i = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq \varepsilon \leq 1$ .

График выходного сигнала цепи, построенный по выражению (24), представлен на рис. 4, б.

Пример 5. Несущим сигналом модулятора является кусочно-синусоидальная функция, представленная на рис. 5, а. На входе модулятора действует сигнал, имею-

ший изображение  $\frac{2p+60}{p(p+60)}$ . На выходе модулятора включена линейная цепь с передаточной функцией  $\frac{1}{p+6 \cdot 10^2}$ . Требуется определить реакцию цепи при  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ .

Векторная функция, соответствующая сигналу несущей, изображена на рис. 3, а. Ее разложение по системе ККФ было получено в первом примере. Пользуясь соотношением (7), после промежуточных этапов расчета получаем

$$\begin{aligned} \bar{Y}(i, \bar{\varepsilon}) = & \frac{\pi}{6\omega} \left\{ e^{j \frac{\pi}{6}(i+\bar{\varepsilon})} 5,638 e^{-j65.2^\circ} + (0,9048)^{(i+\bar{\varepsilon})} \times \right. \\ & \times 6,113 e^{-j67.8^\circ} + (-1)^i \cdot 3,101 e^{j54.2^\circ} + (-1)^i \times \\ & \times 3,362 e^{j51.6^\circ} (0,9048)^{(i+\bar{\varepsilon})} - e^{-(i+\bar{\varepsilon})} \cdot 14,56 e^{-j74.2^\circ} - \\ & \left. - (-1)^i e^{-\bar{\varepsilon}} e^{j \frac{\pi}{6} i} [4,66 e^{j62.2^\circ} + 4,918 e^{j60.2^\circ} (0,9048)^i] \right\}, \quad (25) \end{aligned}$$

где  $i = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq \bar{\varepsilon} \leq 1$ .

В квазиустановившемся режиме соотношение (25) упрощается и реакция цепи имеет вид

$$\begin{aligned} Y_{\text{уст}}(i, \bar{\varepsilon}) = & \text{Im } \bar{Y}_{\text{уст}}(i, \bar{\varepsilon}) - \frac{\pi}{6\omega} \left\{ 5,638 \left[ \sin \left[ \frac{\pi}{6}(i+\bar{\varepsilon}) - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - 1,138 \right] + (-1)^i \cdot 3,101 \sin \left[ \frac{\pi}{6}(i+\bar{\varepsilon}) + 0,946 \right] - \right. \right. \\ & \left. \left. - (-1)^i \cdot 4,66 \sin \left( \frac{\pi}{6} i + 1,085 \right) e^{-\bar{\varepsilon}} \right\}. \quad (26) \end{aligned}$$

На рис. 5, б представлен выходной сигнал модулятора, а на рис. 5, в — реакция цепи  $\text{Im } \bar{Y}(i, \bar{\varepsilon})$ , рассчитанная с помощью выражений (25), (26).

**Пример 6.** Несущим сигналом модулятора является функция  $\sin(\omega t - \pi/3 + \pi/3)$ . На входе модулятора действует сигнал, имеющий изображение  $\alpha A/p(p+\alpha)$ . Выход модулятора подключен к цепи с передаточной функцией  $K(p+\beta)$ . Требуется определить реакцию цепи при  $A = 100$ ,  $K = 100$ ,  $\alpha = 100 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta = 500 \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ .

Векторная функция, соответствующая сигналу несущей, представлена на рис. 3, в. Ее разложение имеет вид (20). Пользуясь выражением (6), находим изображение выходного сигнала модулятора:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\text{вых}}(z, p) = & A e^{j \frac{\pi}{3}} \left[ \frac{z - e^{j\omega T}}{(p - j\omega) [z - e^{j(\omega T - \pi/3)}]} - \right. \\ & \left. - \frac{z - e^{-\alpha T} e^{j\omega T}}{(p + \alpha - j\omega) [z - e^{-\alpha T} e^{j(\omega T - \pi/3)}]} \right]. \quad (27) \end{aligned}$$

Изображение выходного сигнала цепи имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{Y}(p, z) = & A K e^{j \frac{\pi}{3}} \left[ \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T - \pi/3)}} \frac{1}{(p - j\omega)(p + \beta)} - \right. \\ & \left. - \frac{z - e^{-\alpha T} e^{j\omega T}}{(p + \alpha - j\omega)(p + \beta) [z - e^{-\alpha T} e^{j(\omega T - \pi/3)}]} \right]. \quad (28) \end{aligned}$$

Модифицированное  $z$ -преобразование выражения (28) имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{Y}(z, \bar{\varepsilon}) = & Z_{\varepsilon} \{ \bar{Y}(p, z) \} = A K e^{j \frac{\pi}{3}} \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T - \pi/3)}} \times \\ & \times Z_{\varepsilon} \left\{ \frac{1}{(p - j\omega)(p + \beta)} \right\} - A K e^{j \frac{\pi}{3}} \frac{z - e^{-\alpha T} e^{j\omega T}}{[z - e^{-\alpha T} e^{j(\omega T - \pi/3)}]} \times \\ & \times Z_{\varepsilon} \left\{ \frac{1}{(p + \alpha - j\omega)(p + \beta)} \right\} = A K e^{j \frac{\pi}{3}} \left[ -\frac{1}{\beta + j\omega} \times \right. \\ & \times \frac{z - e^{j\omega T}}{z - e^{j(\omega T - \pi/3)}} \left( \frac{ze - j\omega T \bar{\varepsilon}}{z - e^{j\omega T}} - \frac{ze - \beta T \bar{\varepsilon}}{z - e^{-\beta T \bar{\varepsilon}}} \right) - \frac{1}{\beta - \alpha + j\omega} \times \\ & \times \frac{z - e^{-\alpha T} e^{j\omega T}}{z - e^{-\alpha T} e^{j(\omega T - \pi/3)}} \left( \frac{ze - \alpha T \bar{\varepsilon} e^{j\omega T}}{z - e^{-\alpha T} e^{j\omega T}} - \frac{ze - \beta T \bar{\varepsilon}}{z - e^{-\beta T \bar{\varepsilon}}} \right) \Big]. \quad (29) \end{aligned}$$

Переходя к оригиналу выражения (29), выделяя его мнимую часть и подставляя числовые значения, находим

$$\begin{aligned} Y(i, \bar{\varepsilon}) = & 3,11 e^{-(i+\bar{\varepsilon})} + 8,47 \sin(36^\circ \bar{\varepsilon} - 24^\circ i + 27,9^\circ) - \\ & - 12,5 e^{-0,5(i+\bar{\varepsilon})} \sin(36^\circ \bar{\varepsilon} - 24^\circ i + 8,5^\circ) + 12,4 e^{-\bar{\varepsilon}} \times \\ & \times \sin(24^\circ i + 19,4^\circ) - 24,5 e^{-(0,5i + \bar{\varepsilon})} \sin(24^\circ i + 22,5^\circ). \quad (30) \end{aligned}$$

Графики выходного сигнала модулятора и выходного сигнала цепи показаны на рис. 6, а и б.

В заключение отметим, что предлагаемый метод пригоден только для анализа разомкнутых систем, так как исходит из положения о том, что изображение входного сигнала известно. Метод не охватывает также случаев широтно-импульсной и частотно-импульсной модуляций.

#### Список литературы

1. Такеути Т. Теория и применение вентильных цепей для регулирования двигателей. — Л.: Энергия, 1973. — 248 с.
2. Шильман С. В. Метод производящих функций в теории динамических систем. — М.: Наука, 1978. — 336 с.
3. Розенвассер Е. Н. Периодически нестационарные системы управления. — М.: Наука, 1973. — 512 с.
4. Шипилло В. П., Зезюлькин Г. Г. Комплексные коммутационные функции и их применение для исследования цепей с периодической ступенчатой модуляцией. — Электричество, 1982, № 12, с. 62—65.
5. Трахтман Л. М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. — М.: Советское радио, 1972.

[31.05.84]

# Расчет трехмерных электрических полей в неоднородной среде с протяженными тонкими цилиндрическими электродами

ИВАНОВ В. Т., ГЛАЗОВ Н. П., МАХМУТОВ М. М.

Многие математические модели электрических полей, рассматриваемые в классической постановке теории электромагнитного поля, приводят к непреодолимым трудностям численного расчета даже на современных высокопроизводительных ЭВМ. Сложности решения обуславливаются главным образом трехмерностью задачи, многосвязностью области интегрирования, неоднородностью удельной электрической проводимости среды, несоизмеримостью геометрических параметров, протяженностью электродов, их взаимным расположением и сложными нелинейными процессами на границе электрод — проводящая среда. Подобные задачи типичны в различных областях теоретической и прикладной электрохимии и при расчете параметров катодной защиты металлических сооружений от коррозии (например, систем магистральных трубопроводов и нефтяных скважин).

Разработка методов решения таких задач развивается по двум направлениям. Первое направление нацелено на создание приближенных моделей и неклассических, но адекватных классическим постановкам моделей. Второе направление имеет своей целью разработку эффективных алгоритмов, приспособленных к решению определенного класса задач.

В предлагаемой статье рассмотрены методы моделирования и решения некоторого класса задач электрических полей с указанными выше сложностями. При этом учтены оба направления и тенденция развития многопроцессорной вычислительной техники [1].

**Математическая постановка задачи.** Рассмотрим систему параллельных протяженных полых цилиндрических электродов в поле точечного источника интенсивности  $I$ , расположенной в среде, удельная электрическая проводимость которой описывается кусочно-дифференцируемой функцией  $\sigma = \sigma(z)$  пространственной координаты  $z$ , параллельной осям электродов.

Исследуемое электрическое поле описывается уравнением (рис. 1)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{\sigma(z)} \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{I}{\sigma(z)} \delta(P - P_0) \quad (1)$$

с условиями на бесконечности

$$u \rightarrow 0 \quad \text{при } x^2 + y^2 \rightarrow \infty \quad (2)$$

и непрерывности потенциала и плотности тока на плоскостях  $z = a_i$  разрыва функции  $\sigma(z)$

$$[u]_{z=a_i} = 0; \left[ \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=a_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где  $u$  — потенциал электрического поля;  $P = (x, y, z)$  и  $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$  — переменная точка интегрирования и координата точечного источника;  $\delta(P - P_0)$  — дельта-функция Дирака.

По координате  $z$  определим граничные условия вида

$$\alpha_1 u + \beta_1 \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; \quad \alpha_2 u + \beta_2 \sigma \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0, \quad (4)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  — постоянные;  $\alpha_i \geq 0, \beta_i \geq 0, \alpha_i + \beta_i > 0, i = 1, 2$ ;  $H$  — достаточно большая величина, характеризующая протяженность всех электродов.

Граничные условия (4) описывают достаточно широкий круг практических задач. Пусть, например, в условиях (4)  $\alpha_i = 1, \beta_i > 0$ , тогда плоскости  $z=0$  и  $z=H$  являются электродами, покрытыми изоляцией с переходными сопротивлениями, которые характеризуются величинами  $\beta_1$  и  $\beta_2$  [2].

Практический интерес представляет также случай  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \beta_1 = \beta_2 = 1$ . Такие условия возникают из симметричности задачи, например, при защите системы магистральных трубопроводов несколькими точечными электродами, расположенными на одинаковых расстояниях друг от друга. Эти же условия можно использовать при решении задач электрической защиты системы нефтяных скважин от коррозии. Если плоскость  $z=0$  совпадает с поверхностью раздела земля — воздух, то условие при  $z=0$  является точным. При  $z=H$  условие можно считать также точным, если в области  $z \geq H$  расположены высокоомные породы. В противном случае это условие является приближенным.

В задачах прикладной электрохимии и при расчете параметров катодной защиты основной исследуемой характеристикой электрического поля является плотность тока на электродах. На примере расчета распределения тока на поверхности обсадной колонны одной скважины (см. пример 3 [3]) методом вычислительного эксперимента показано, что данная аппроксимация с погрешностью не более 1 % описывает реальное распределение тока в случае неограниченного пространства. Отличие в распределении тока имеет место лишь на забое скважины, которое можно объяснить наличием краевого эффекта. Этот результат подтвержден также сравнением результатов численных расчетов с данными моделирования на сеточных моделях и данными практическими измерениями [4].

Заметим, что условия (4) могут быть и неоднородными. Для завершения постановки задачи следует сформулировать граничные условия на электродах.

Электрические поля в электролитах имеют особенности. Сложные электрохимические процессы на границе электрод — электролит порождают двойной электрический слой с разностью потенциалов между его обкладками, которая нелинейно зависит от плотности тока. В электрохимии данный процесс называют поляризацией или перенапряжением, а в математической модели он обуславливает нелинейное краевое условие [2].

Если исходить из классической математической постановки расчета электрических полей, то следовало бы поставить граничные условия на внутренних и внешних поверхностях полых цилиндрических электродов. Наличие тонких протяженных электродов порождает смешанную проводимость среды (электронную и ионную). Ввиду того, что сопротивление металлов на порядки меньше сопротивления окружающей среды, а радиус и толщина цилиндрических электродов значительно меньше их продольных размеров, изменением потенциала внутри металла по толщине и по периметру сечения электрода можно пренебречь. Отсюда следует, что распределение электрического поля внутри электрода будет одномерным, т. е. будет зависеть только от координаты  $z$ . В связи этим отпадает необходимость постановки условия для внутренних поверхностей полых электродов.

Пусть  $\Gamma_k$  — внешняя поверхность  $k$ -го цилиндрического электрода с направляющей, описываемой кривой  $S$ ,  $k=1, 2, \dots, m$ . На внешней по отношению к проводящей среде обкладке двойного электрического слоя  $k$ -го электрода потенциал, как сказано выше, определяется одномерной неизвестной функцией  $v_k(z)$ . Разность потенциалов между обкладками двойного слоя нелинейно зависит от плотности тока [2]:

$$v_k(z) - u \Big|_{\Gamma_k} = \eta_k \left( \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma_k}, \quad k=1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

где  $\eta_k$  — функция, описывающая поляризационную кривую.

Определим постановку задачи для нахождения функций  $v_k(z)$ . Пусть  $\rho_k(z)$  — функция, описывающая сопротивление единицы длины  $k$ -го электрода. Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  на электроде, где  $A$  — точка контакта, а  $B$  — точка, отстоящая от  $A$  на расстоянии  $z$  по оси  $z$ , выражается по закону Ома (рис. 2):

$$v_k(z) - v_k = \int_0^z \rho_k(\tau) J_k(\tau) d\tau, \quad (6)$$

где  $J_k(\tau)$  — сила тока, текущего вдоль электрода в точке с координатой  $\tau$  против направления оси  $z$ ;  $v_k = \text{const}$  — значение потенциала в точке контакта.

Сила тока  $J_k(\tau)$  равна суммарному току, который втекает в  $k$ -й электрод через ее боковую поверхность на участке  $[\tau, H]$ , поэтому:

$$J_k(\tau) = - \int_{\tau}^H d(\xi) \int_{S_k} \sigma(\xi) \frac{\partial u}{\partial n} ds_k. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), получаем

$$v_k(z) = v_k - \int_0^z \rho_k(\tau) \left[ \int_{\tau}^H d\xi \int_{S_k} \sigma(\xi) \frac{\partial u}{\partial n} ds_k \right] d\tau. \quad (8)$$

Силу тока  $J_k(\tau)$  можно также получить из соотношения

$$I_k = J_k(\tau) + \left( - \int_0^{\tau} d\xi \int_{S_k} \sigma(\xi) \frac{\partial u}{\partial n} ds_k \right), \quad (9)$$

где в скобках указан суммарный ток, втекающий в электрод через боковую поверхность на участке  $[0, \tau]$ .

Если воспользоваться формулой (9), то из (6) получим

$$v_k(z) = v_k + I_k \int_0^z \rho_k(\tau) d\tau + \int_0^z \rho_k(\tau) \left[ \int_0^{\tau} d\xi \int_{S_k} \sigma(\xi) \frac{\partial u}{\partial n} ds_k \right] d\tau. \quad (10)$$

Формулой (10) удобно пользоваться, если известен ток  $I_k$ , проходящий через  $k$ -й электрод. Если же задан лишь  $I = \sum_{k=1}^m I_k$ , то следует пользоваться формулой (8).

Теперь зависимость (5) можно представить в виде нелинейных условий на границе катодов:

$$u + \eta_k \left( \sigma \frac{\partial u}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma_k} = v_k(z), \quad k=1, 2, \dots, m, \quad (11)$$

где  $v_k(z)$  определяется выражениями (8) или (10).

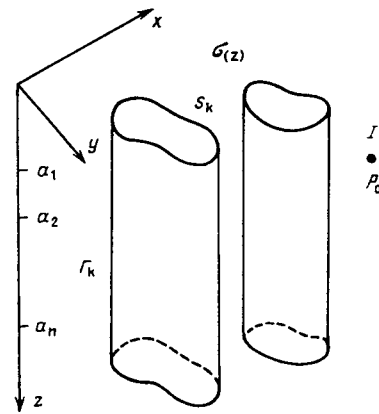


Рис. 1

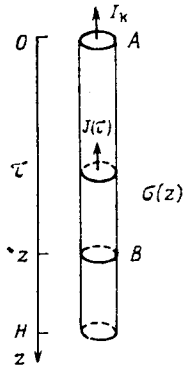


Рис. 2

В данной постановке задача расчета электрических полей на ЭВМ для случая одного кругового цилиндрического электрода — скважины в неоднородной среде рассмотрена в [3 и 4].

Современная тенденция развития вычислительной техники связана с разработкой многопроцессорных ЭВМ. Такие ЭВМ могут значительно расширить возможности машинного решения сложных научно-технических задач при условии создания алгоритмов решения, допускающих «распараллеливание» с целью одновременного использования нескольких процессоров.

**Итерационный процесс «распараллеливания».** В правую часть условий (11) входят неизвестные плотности тока на поверхностях электродов, а в левую часть — нелинейные функции (так как в реальных условиях  $\eta_k$  описывает нелинейную зависимость). Эффективным методом, позволяющим обойти эти трудности, является широко используемый в вычислительной математике и в теории поля метод итераций [3, 5 и 6].

Построим итерационный процесс по схеме

$$\left( u^{s+1} + c_k \frac{\partial u^{s+1}}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma_k} = \left( u^s + c_k \frac{\partial u^s}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma_k} - \alpha_k^s \left( u^s + \eta_k \left( \sigma \frac{\partial u^s}{\partial n} \right) - v_k^s(z) \right) \Big|_{\Gamma_k} \equiv F_k^s(x, y, z), \quad (12)$$

где  $\alpha_k^s$  и  $c_k$  — положительные параметры, обеспечивающие сходимость итерационного процесса, выбор которых можно осуществить экспериментами на ЭВМ; начальные значения параметров  $c_k$  следует выбирать из условия линейной аппроксимации  $\eta_k$  как функции  $\frac{\partial u}{\partial n}$ .

Итерационная процедура (12) позволяет свести решение краевой задачи (1) — (4), (11) к последовательности задач с линейными условиями вида

$$\left( u^{s+1} + c_k \frac{\partial u^{s+1}}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma_k} = F_k^s(x, y, z). \quad (13)$$

Начальное приближение находится решением этой же задачи, но без учета падения потенциала вдоль протяженных электродов, т. е. при  $F_k^0(x, y, z) = v_k = \text{const}$ . Такое начальное приближение обеспечивает быструю сходимость итерационных процессов. Далее, на каждом шаге итерации  $F_k^s(x, y, z)$  определяется правой частью (12), где функции  $v_k(z)$ , описывающие распределение потенциалов вдоль протяженных электродов, находятся по формулам (8) или (10) путем численного интегриро-



вания. Заметим, что  $v_k(z)$  с точки зрения численных расчетов легче определить решением дифференциального уравнения второго порядка, получаемого, например, двукратным дифференцированием (10):

$$\ddot{v}_k = \rho_k(z) \sigma(z) \int_{S_k} \frac{\partial u}{\partial n} ds_k + \rho'_k(z) \left[ I_k + \int_0^z d\tau \int_{S_k} \sigma(\tau) \frac{\partial u}{\partial n} ds_k \right] \quad (14)$$

при краевых условиях

$$v_k(0) = v_k, \quad v'_k(H) = 0 \quad (15)$$

при условиях Коши

$$v_k(0) = v_k, \quad v'_k(0) = I_k \rho_k(0).$$

Решения этих задач находятся численно. Если сопротивление единицы длины цилиндрического электрода  $\rho_k$  практически не зависит от  $z$ , то в правой части уравнений (14) вторым слагаемым можно пренебречь. При этом несколько сократится объем вычислений. Для краевой задачи (14) — (15) эффективен, например, метод прогонки. Аппроксимируя (1) — (4), (13) однородной дифференциально-разностной схемой по переменной  $z$  [1], получаем векторную краевую задачу:

$$-\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial y^2} - T\vec{u} = -\vec{I} \delta(x-x_0) \delta(y-y_0); \quad (16)$$

$$\vec{u} \rightarrow 0 \text{ при } x^2 + y^2 \rightarrow \infty, \quad \left( \vec{u} + c_k \frac{\partial \vec{u}}{\partial n} \right) \Big|_{S_k} = \vec{F}_k, \quad (17)$$

где  $\vec{u}(x, y) = \{u_1, \dots, u_M\}'$  — вектор-функция приближенных решений на плоскостях  $z = z_1, \dots, z = z_M$  (' — знак транспонирования);  $\vec{F}_k(x, y) = \{F_{k1}, \dots, F_{kM}\}'$  — вектор-функция правых частей граничных условий на электродах;  $\vec{I} = \{0, 0, \dots, 0, \frac{I}{\sigma_{i_0} h}, 0, \dots, 0\}'$  — вектор правой части уравнения (16), причем отличная от нуля компонента имеет номер  $i_0$ ,  $i_0 h = z_0$ ;  $h$  — шаг сетки по оси  $z$ ;  $T$  — трехдиагональная матрица с коэффициентами, вычисляемыми из условий аппроксимации производных по  $z$  в задаче (1) — (4), (13) [3];

$$T = \begin{pmatrix} B_1 - A_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -C_2 & B_2 - A_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_3 & B_3 - A_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -C_{M-1} & B_{M-1} - A_{M-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -C_M & B_M \end{pmatrix}.$$

Матрица вида  $T$  имеет различные неотрицательные собственные значения, и она представима в виде  $R^{-1} \Lambda R$ , где  $\Lambda$  — диагональная матрица, элементами которой являются собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$  матрицы  $T$ ;  $R^{-1}$  — матрица, составленная из линейно независимых, соответствующих различным собственным значениям  $\lambda_s$ , собственных векторов (столбцов)  $R_s = \{r_{1s}, \dots, r_{Ms}\}'$ .

Численные значения характеристического многочлена  $D_M(\lambda)$  при каждом фиксированном  $\lambda$  можно определить по простым рекуррентным соотношениям:

$$D_0(\lambda) = 1, \quad D_1(\lambda) = B_1 - \lambda, \quad D_2(\lambda) = (B_2 - \lambda) D_1(\lambda) - C_2 A_1 D_0(\lambda);$$

$$D_n(\lambda) = (B_n - \lambda) D_{n-1}(\lambda) - C_n A_{n-1} D_{n-2}(\lambda), \dots, \quad n = 3, 4, \dots, M.$$

Так как все корни характеристического многочлена  $D_M(\lambda)$  различны и  $|\lambda_s| \ll \|T\|$ , то для их нахождения можно применить какой-либо простой алгоритм. В данной статье применен метод бисекции и корни найдены с точностью  $10^{-5}$ .

Компоненты собственных векторов  $r_{js}$  вычисляются по формулам

$$r_{js} = A_1^{-1} A_2^{-1} \dots A_{j-1}^{-1} D_{j-1}(\lambda_s), \quad j, s = 1, 2, \dots, M. \quad (18)$$

Матрица  $R$  строится из собственных векторов (строк) матрицы  $T'$ . Компоненты этих векторов также находятся из явных формул

$$\bar{r}_{sj} = I_s C_2^{-1} C_3^{-1} \dots C_j^{-1} D_{j-1}(\lambda_s), \quad j, s = 1, 2, \dots, M, \quad (19)$$

где  $I_s$  выбираются из условий

$$r_{1s} \bar{r}_{s1} + r_{2s} \bar{r}_{s2} + \dots + r_{Ms} \bar{r}_{sM} = 1.$$

Введем новые вектор-функции:

$$\vec{\Phi}(x, y) = R \vec{F}_k(x, y); \quad \vec{U}(x, y) = R \vec{u}(x, y); \quad \vec{P} = R \vec{I}. \quad (20)$$

Если умножить (16) — (17) слева на матрицу  $R$ , тогда, учитывая (20), получаем  $M$  двумерных краевых задач:

$$L U_s \equiv -\frac{\partial^2 U_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_s}{\partial y^2} - \lambda_s U_s = -P_s \delta(x-x_0) \delta(y-y_0); \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} U_s + c_k \frac{\partial U_s}{\partial n} \Big|_{S_k} &= \Phi_{ks}(x, y) = \sum_{j=1}^M F_{kj}(x, y) \bar{r}_{sj}; \\ U_s &\rightarrow 0 \text{ при } x^2 + y^2 \rightarrow \infty; \quad s = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Краевые задачи (21) — (22) не связаны между собой и могут быть решены независимо друг от друга, что создает возможность ведения параллельного счета на многопроцессорных ЭВМ.

После нахождения всех  $U_s(x, y)$ ,  $s = 1, \dots, M$  приближенное решение краевой задачи (1) — (4), (13) на плоскостях  $z = z_j$ ,  $j = 1, \dots, M$  определяются согласно (20) по формулам

$$u_j(x, y) = \sum_{s=1}^M U_s(x, y) A_1^{-1} A_2^{-1} \dots A_{j-1}^{-1} D_{j-1}(\lambda_s). \quad (23)$$

Если  $\sigma(z) = \text{const}$  и  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , то  $B_1 = A_1 = h^{-2}$ ,  $B_j = 2h^{-2}$ ,  $A_j = C_j = h^{-2}$ ;  $j = 2, \dots, M-1$ ,  $C_M = B_M = h^{-2}$ . В этом случае  $T$  совпадает с  $T'$  и тогда

$$\lambda_s = \frac{4}{h^2} \cos^2 \frac{\pi s}{2M}, \quad s = 1, 2, \dots, M, \quad h = \frac{H}{M+1};$$

$$r_{js} = (-1)^{j+s} \sqrt{\frac{2}{M}} \sin \frac{\pi s}{M} \left( j - \frac{1}{2} \right),$$

$$s = 1, 2, \dots, M-1, \quad r_{jM} = \frac{(-1)^{M+1}}{\sqrt{M}}.$$

Аналогичные формулы справедливы и при других граничных условиях на  $z=0$  и  $z=H$  для случая  $\sigma(z) = \text{const}$ .

**Метод решения расщепленных краевых задач.** Задачи (21) — (22) относятся к классу внешних краевых задач третьего рода в неограниченной многосвязной области интегрирования для эллиптического уравнения. Трудности численного решения таких задач общеизвестны.

Наиболее перспективным методом решения таких граничных задач является метод интегральных уравнений, который сводит расчет к решению одномерных интегральных уравнений на границе  $S_h$ .

Рассмотрим интегральную формулу Грина

$$\pi U_s(P)|_r = \int_r \left[ G(P, Q) \frac{\partial U_s}{\partial n_Q} - U_s(Q) \frac{\partial}{\partial n_Q} G(P, Q) \right] \times \\ \times d\Gamma_Q - \iint_{\Omega} LU_s G(P, Q) d\omega, \quad (24)$$

$$\text{где } G(P, Q) = \ln \frac{1}{|P - Q|} \text{ при } \lambda_s = 0 \text{ и } G(P, Q) = \\ = K_0 (\sqrt{\lambda_s} |P - Q|)$$

при  $\lambda_s \neq 0$ ,  $K_0$  — функция Макдональда.

Если ввести вектор-функцию  $\vec{\mu}_k(P)$  с компонентами  $\mu_{ks}(p) = \frac{\partial U_s}{\partial n} \Big|_{S_k}$ , выразить из (22)  $U_s$  через  $\mu_{ks}$  и  $\Phi_{ks}$  и подставить полученные выражения в (24), где вместо  $\Gamma$  будет сумма границ  $S_k$ , то получим систему интегральных уравнений относительно функций  $\mu_{ks}$  на границе  $S_k$  вида [1]:

$$\mu_{ks}(P) + \sum_{j=1}^m \int_{S_j} K_{kj}(P, Q) \mu_{kj}(Q) ds_Q = B_{ks}(P), \quad P \in S_k, \\ k = 1, \dots, m; \quad s = 1, \dots, M. \quad (25)$$

Решение системы интегральных уравнений (25) дает возможность на каждом шаге итерации получить величину

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_h} = R^{-1} \vec{\mu}_k, \quad (26)$$

т. е. плотность тока на поверхностях цилиндрических электродов, и перейти к следующему шагу итерации.

Заметим, что параметры  $c_k$  в итерационный процесс можно не вводить, т. е. использовать схему (12) при  $c_k = 0$ . При этом на каждом шаге итерации будем иметь граничные условия первого рода вместо (13), а систему интегральных уравнений типа (25) можно получить на основе потенциалов двойного слоя. Однако недостатком такого метода по сравнению с вышесказанным является то, что после решения интегральных уравнений для перехода к следующему шагу итерации нужны дополнительные расчеты для определения  $\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_h}$ , так как в этом случае не будет простой зависимости вида (26).

Если среди электродов имеются неполяризуемые, т. е. граничные условия (22) на  $S_k$  имеют вид

$$\left. \begin{aligned} U_s + c_k \frac{\partial U_s}{\partial n} \Big|_{S_k} &= \Phi_{ks}(x, y), \quad k = 1, 2, \dots, m_0; \\ \frac{\partial U_s}{\partial n} \Big|_{S_k} &= \psi_{ks}(x, y), \quad k = m_0 + 1, \dots, m_1; \\ U_s \Big|_{S_k} &= \theta_{ks}(x, y), \quad k = m_1 + 1, \dots, m, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

то решение задачи (21)–(22) с условиями (27) целесообразно представить в виде суммы потенциалов простого и двойного слоев [1]:

$$U_s(P) = \sum_{k=1}^{m_0} \bar{U}_{ks}(P) + \sum_{k=m_0+1}^{m_1} \bar{\bar{U}}_{ks}(P) + \sum_{k=m_1+1}^m W_{ks}(P) + \\ + P_s G(P, P_0), \quad (28)$$

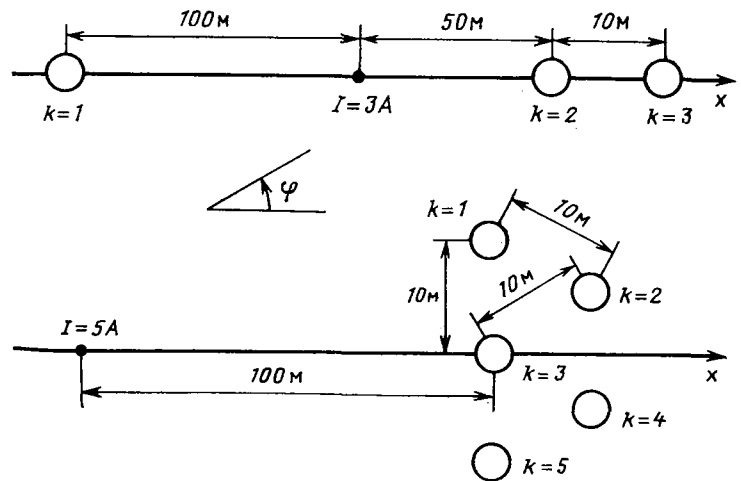


Рис. 3

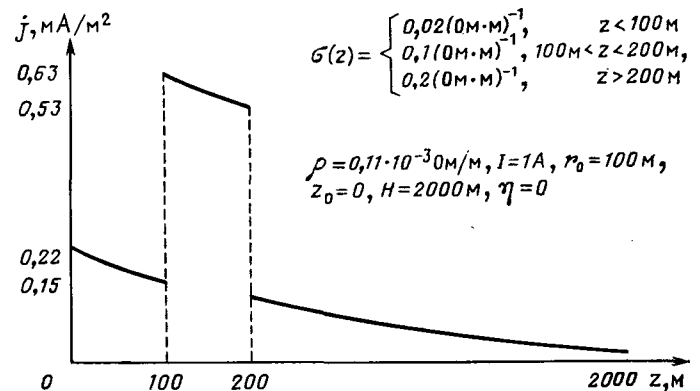


Рис. 4

где

$$\bar{U}_{ks}(P) = \int_{S_k} \bar{\mu}_{ks}(Q) G(P, Q) ds_Q, \quad k = 1, \dots, m_0; \\ \bar{\bar{U}}_{ks}(P) = \int_{S_k} \bar{\bar{\mu}}_{ks}(Q) G(P, Q) ds_Q, \quad k = m_0 + 1, \dots, m_1; \\ W_{ks}(P) = \int_{S_k} v_{ks}(Q) \frac{\partial}{\partial n} G(P, Q) ds_Q, \quad k = m_1 + 1, \dots, m.$$

Тогда подстановка (28) в условия (27) при учете формул разрыва потенциалов простого и двойного слоев даст систему интегральных уравнений (25) для неизвестных функций  $\bar{\mu}_{ks}$ ,  $\bar{\bar{\mu}}_{ks}$ ,  $v_{ks}$ .

Во всех рассмотренных интегральных уравнениях ядра содержат особенности логарифмического типа при совпадении аргументов  $P$  и  $Q$ . Методы решения таких уравнений рассмотрены в [7]. Число плоскостей  $M$  на отрезке  $[0, H]$  определяется оценкой погрешности приближенного решения [8]. Уточнение решения можно осуществить по известной схеме Ричардсона [9].

Таким образом, формализованная схема инженерных расчетов поля на ЭВМ сводится к следующей последовательности вычислений:

1. Определяются элементы матриц  $\Lambda$ ,  $R$  и  $R^{-1}$ .
2. Полагаются  $P_k^0(x, y, z) = v_k = \text{const}$  и находится решение задачи (1) — (4), (13) путем сведения к независи-

z, м	Распределение плотности $j$ , $\text{мА/м}^2$					
	$m=3, l=3 \text{ А}$			$m=5, l=5 \text{ А}$		
	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=1 (5)$	$k=2 (4)$	$k=3$
0	5,05 4,84	9,48 8,42	6,23 6,14	5,14 4,53	3,04 3,26	4,18 3,37
200	1,78 1,78	1,42 1,35	1,34 1,41	1,88 1,75	1,39 1,58	1,49 1,28
400	1,03 1,03	0,82 0,78	0,79 0,83	1,21 1,14	0,96 1,10	0,99 0,86
600	0,80 0,80	0,65 0,62	0,63 0,67	1,02 0,96	0,83 0,95	0,88 0,75
800	0,71 0,71	0,59 0,56	0,57 0,61	0,94 0,89	0,78 0,89	0,81 0,71
1000	0,69 0,69	0,58 0,55	0,56 0,59	0,92 0,88	0,76 0,88	0,80 0,70

Примечания:  $\rho_k = 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ Ом/м}$ ,  $\sigma = 0,02 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ,  $H = 1000 \text{ м}$ ,  $z_0 = 0$ ,  $\eta(j) = j$ . 2. В числителе указаны значения  $j$  при  $\varphi = 0$ , в знаменателе — при  $\varphi = \pi$ .

мым краевым задачам (21) — (22), которые решаются методом граничных интегральных уравнений. В результате получаем начальное распределение плотности тока на поверхностях электродов.

3. Находятся решения обыкновенных дифференциальных уравнений (14) с условиями (15) или (16), тем самым определяется распределение потенциала вдоль каждого электрода.

4. По формулам (12) определяются значения  $F_k^1(x, y, z)$ , т. е. новые линейные граничные условия (13), и т. д.

Основная трудность разностных методов решения трехмерных задач расчета электрических полей заключается в необходимости оперирования с системами линейных алгебраических уравнений больших порядков. Эта трудность становится еще более существенной при наличии разрыва функции  $\sigma(z)$  (итерационные методы решения разностных уравнений с большим числом неизвестных и с разрывами  $\sigma(z)$  медленно сходятся). Требуется также большой объем памяти ЭВМ. В предложенном алгоритме таких трудностей несомненно меньше.

Кроме того, если продольные размеры электродов велики и отсутствует поляризация электродов, то не будет итерационного процесса, что значительно уменьшает объем вычислений. Если  $\sigma(z)$  не меняется в ходе расчетов от варианта к варианту, т. е. исследуются влияния различных геометрических и электрохимических параметров на некоторые характеристики поля, то первый этап выполняется лишь один раз и хранится в памяти ЭВМ. При этом весь алгоритм сводится к повторному выполнению второго — четвертого этапов. В разностных же методах изменение какого-либо параметра приводит к повторному решению всей трехмерной задачи. При  $\sigma(z) = \text{const}$  отсутствует первый этап, так как  $\Lambda$ ,  $R^{-1} = R'$  вычисляются по явным формулам.

На базе разработанного алгоритма составлена программа на языке ФОРТРАН-IV. Программа опробована

при  $M \leq 150$  для пяти цилиндрических электродов в случае произвольной кусочно-дифференцируемой функции  $\sigma(z)$  с общими нелинейными интегродифференциальными условиями. Сравнение решений с полученными в [3 и 4] для одного электрода, но другим, методом показало их хорошее совпадение.

В таблице приведены данные о распределении плотности тока на поверхностях обсадных колонн нефтепромысловых скважин при их совместной катодной защите от коррозии для случаев трех и пяти скважин в однородной среде (рис. 3). На рис. 3 показано взаимное расположение скважин и анодного заземлителя (здесь  $k$  — номер скважины — см. данные таблицы). При  $m=5$  и данном расположении скважин распределения тока на поверхностях первой и пятой, а также второй и четвертой скважин получаются симметричными.

Ниже указаны результаты расчета значений при нелинейной зависимости  $\eta(j) = 24j/(1+4900j)$  для одной скважины в однородной среде ( $\rho = 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ Ом/м}$ ,  $\sigma = 0,02 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ,  $H = 1000 \text{ м}$ ,  $I = 1 \text{ А}$ ,  $z_0 = 0$ ,  $r_0 = 50 \text{ м}$ ):

z, м	0	100	200	300	400	600	800	1000
j, $\text{мА/м}^2$	5,08	2,37	1,60	1,27	1,07	0,86	0,76	0,73

На рис. 4 дан график распределения плотности тока в случае неоднородной среды. Во всех расчетах радиусы скважин равны 0,12 м,  $M = 100$ ,  $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В. Т., Масютин М. С. Методы решения прямых и обратных задач электрокаротаж. — М.: Наука, 1983. — 143 с.
2. Иосель Ю. Я., Кленов Г. Э., Павловский Р. А. Расчет и моделирование контактной коррозии судовых конструкций. — Л.: Судостроение, 1979. — 261 с.
3. Иванов В. Т., Лубышев Ф. В., Махмутов М. М. О некоторых методах решения неклассических краевых задач электрических полей в электролитах. — В кн.: Численные методы решения краевых задач математической физики. — Уфа: ОФМ БФАН СССР, 1979, с. 3—26.
4. Расчет распределения тока на обсадной колонне скважины в неоднородной среде при катодной защите от коррозии/ Н. П. Глазов, В. Т. Иванов, К. А. Овсепян, М. М. Махмутов. — В кн.: Методы и средства электрохимической защиты магистральных трубопроводов от коррозии. — М.: ВНИИСТ, 1980, с. 128—138.
5. Кошелев А. И. О сходимости метода последовательных приближений для квазилинейных эллиптических уравнений. — ДАН СССР, 1962, т. 142, № 5, с. 1007—1010.
6. Методы совместных расчетов электрических и тепловых полей в электрохимических системах/ В. Т. Иванов, Ф. В. Лубышев, А. С. Деркач, В. Г. Меркуров. — В кн.: Электрические и тепловые поля в электролитах. Вопросы теории и методы расчета. — М.: Наука, 1978, с. 3—31.
7. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. — М.—Л.: Физматгиз, 1962. — 708 с.
8. Иванов В. Т. Решение и исследование некоторых задач электрохимии методом прямых. — Журнал вычислительной математики и математической физики, 1967, № 3, с. 580—593.
9. Марчук Г. И., Шайдулов В. В. Повышение точности решения разностных схем. — М.: Наука, 1979. — 320 с.

[04.07.84]

## Частотные характеристики схем статических компенсаторов в электрической системе

ГЛИНТЕРНИК С. Р., доктор техн. наук

Ленинград

Статические компенсаторы позволяют плавно изменять реактивную мощность в заданных пределах с высоким быстродействием, повышая устойчивость и пропускную способность дальних электропередач [1 и 2]. В стационарных симметричных режимах схему узла электрической системы со статическим компенсатором можно представить однолинейной схемой замещения, показанной на рис. 1. Такая схема охватывает ряд вариантов схем узла системы, содержащего статический компенсатор с линейными реакторами, управляемыми встречно-параллельно включенными тиристорами [3 и 4], или с ферромагнитными насыщающимися реакторами, управляемыми подмагничиванием [5].

Схема на рис. 1 обладает достаточно сложной частотной характеристикой, знание которой необходимо для определения условий фильтрации высших гармоник тока, генерируемых компенсатором в систему при регулировании его параметров тиристорами. Частотная характеристика требуется также при расчете каждого заданного статического режима с фиксированными параметрами. Частотные характеристики далее использованы для обоснования упрощенной расчетной схемы, сохраняющей основные особенности частотной характеристики исходной схемы.

В области низких частот электрическая система с линией переменного тока высокого напряжения в схеме замещения приближенно может учитываться эквивалентной симметричной трехфазной системой э. д. с., приложенных за индуктивными сопротивлениями короткого замыкания  $x_s$ , а емкость линии — эквивалентными емкостными сопротивлениями  $x_{c0}$ , присоединенными на стороне высокого напряжения трехобмоточного трансформатора компенсатора. Трансформатор в схеме замещения будем учитывать трехлучевой звездой его эквивалентных индуктивных сопротивлений, одно из которых имеет нулевое сопротивление, а два других обозначим соответственно  $x_L$  и  $x_I$ . Активными сопротивлениями элементов схемы замещения пренебрегаем.

Обычно статические компенсаторы реактивной мощности содержат нерегулируемое звено генерации реактивной мощности и параллельное звено потребления реактивной мощности с реакторами, допускающими плавное изменение их индуктивности по требуемому закону. Звено генерации реактивной мощности комплектуется из конденсаторных батарей, как правило разделенных на несколько параллельных секций, каждая из которых настраивается в резонанс напряжений на одну из наиболее выжженных высших гармоник переменного тока. Это звено в схеме замещения приближенно может быть представлено одной LC-цепочкой с эквивалентными реактивными параметрами  $x_{p2}$  и  $x_{c2}$  на основной промышленной частоте, а звено потребления реактивной мощности — приведенным к первичной стороне трансформатора эквивалентным переменным индуктивным сопротивлением  $x_p$  реакторов.

При указанных условиях схема замещения на рис. 1 будет содержать две емкостные ветви в узлах 1 и 2, связанные между собой через индуктивное сопротивление  $x_L$ , и два индуктивных сопротивления:  $x_s$  — на входе и  $x_v = x_I + x_p$  — на выходе. Последнее сопротивление может изменяться по требуемому заданному закону. Все обозначения реактивных сопротивлений соответствуют частоте системы  $f=50$  Гц.

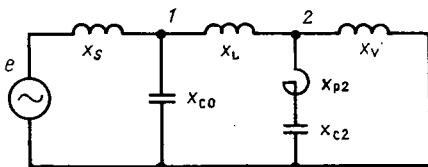


Рис. 1. Однолинейная двухузловая схема замещения статического компенсатора реактивной мощности в электрической системе

Звено генерации реактивной мощности статического компенсатора может размещаться не на третичной стороне трансформатора, а быть включенным непосредственно на входе в общий узел 1 примыкания компенсатора к электрической системе, как это показано на рис. 2. Эта одноузловая схема более простая, чем предыдущая. Поэтому вначале найдем уравнение частотной характеристики для этой расчетной схемы.

Проводимость двух параллельных ветвей электрической системы на входе компенсатора

$$y'(\omega) = \frac{1}{\omega x_s} - \frac{\omega}{x_{c0}} = \frac{x_{c0} - \omega^2 x_s}{\omega x_s x_{c0}},$$

а проводимость двух параллельных ветвей компенсатора

$$y''(\omega) = \frac{\omega}{\omega^2 x_{p2} - x_{c1}} + \frac{1}{\omega (x_L + x_v)} = \frac{x_{c1} - \omega^2 (x_{p1} + x_L + x_v)}{\omega (x_L + x_v) (x_{c1} - \omega^2 x_{p1})}.$$

Здесь  $\omega$  — относительная угловая частота, выраженная в долях основной угловой частоты  $2\pi f$ . Общая проводимость  $y_1(\omega)$  четырех ветвей равна сумме проводимостей  $y'(\omega)$  и  $y''(\omega)$  указанных выше ветвей:

$$y_1(\omega) = \frac{x_{p1} \bar{x}_{s1} \omega^4 - [(x_{p1} + \bar{x}_{s1}) x_{c0} + \bar{x}_{s1} x_{c1}] \omega^2 + x_{c0} x_{c1}}{\omega x_{s1} (x_{c1} - \omega^2 x_{p1}) x_{c0}},$$

$$\text{где } \bar{x}_{s1} = \frac{x_s (x_L + x_v)}{x_R}, \text{ причем } x_R = x_s + x_L + x_v.$$

Используя тождество

$$x_{p1} = (x_{p1} + \bar{x}_{s1}) (1 - \bar{\sigma}_1), \text{ где } \bar{\sigma}_1 = \frac{\bar{x}_{s1}}{x_{p1} + \bar{x}_{s1}},$$

и принимая следующие обозначения:

$$\xi_1^2 = \frac{x_{c1}}{x_{p1}}, \quad v_1^2 = \frac{x_{c0}}{x_{s1}}, \quad v_2^2 = \frac{x_{c1}}{x_{p1} + \bar{x}_{s1}},$$

получаем

$$y_1(\omega) = \frac{\bar{x}_{s1} (x_{p1} + \bar{x}_{s1}) [(1 - \bar{\sigma}_1) \omega^4 - (v_1^2 + v_2^2) \omega^2 + v_1^2 v_2^2]}{\omega \bar{x}_{s1} x_{p1} (\xi_1^2 - \omega^2) x_{c0}}$$

или окончательно имеем

$$y_1(\omega) = \frac{1}{x_s} \frac{(\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2)}{\omega(\omega_1^2 - \omega^2)}. \quad (1)$$

В уравнении (1)  $\omega_{01,2}^2$  — корни числителя дробно-рациональной функции  $y_1(\omega)$ , являющиеся нулями найденной частотной характеристики, а корни знаменателя  $\omega_1^2 = \xi_1^2$  и  $\omega = 0$  — ее полюса. Нули  $\omega_{01,2}^2$  определяются формулой

$$\omega_{01,2}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2(1 - \bar{\sigma}_1)} \mp \frac{\sqrt{(v_1^2 + v_2^2)^2 - 4(1 - \bar{\sigma}_1)v_1^2 v_2^2}}{2(1 - \bar{\sigma}_1)}. \quad (2)$$

Параметр

$$\frac{1}{x_s'} = \frac{1}{x_{s1}} \frac{\omega_1^2}{\omega_{01}^2 \omega_{02}^2} = \frac{1}{x_{c0}}.$$

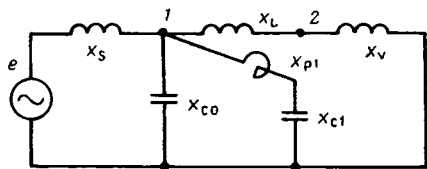


Рис. 2. Однолинейная одноузловая схема замыкания статического компенсатора к системе

Таким образом, уравнение (1) полностью определяет частотную характеристику схемы замыкания статического компенсатора, соответствующую расчетной схеме рис. 2. Это уравнение можно представить также в следующей канонической форме:

$$y_1(\omega) = \frac{1}{\omega x_{s1}} \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{02}^2}\right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}. \quad (3)$$

Теперь получим частотную характеристику  $y_2(\omega)$  для более сложной схемы, приведенной на рис. 1. Проводимости двух пар параллельных ветвей с емкостями и индуктивностями, разделенных индуктивным сопротивлением  $z'(\omega) = \omega x_L$ , соответственно определяются как

$$y'(\omega) = \frac{x_{c0} - \omega^2 x_s}{\omega x_s x_{c0}} \text{ и } y''(\omega) = \frac{x_{c2} - \omega^2 (x_{p2} + x_v)}{\omega x_v (x_{c2} - \omega^2 x_{p2})}.$$

Суммарное сопротивление  $z''(\omega)$  звеньев левой части схемы в узле 2 и соответствующая ему проводимость  $y''(\omega)$  выражаются так:

$$z''(\omega) = \omega \frac{(x_s + x_L) x_{c0} - \omega^2 x_s x_L}{x_{c0} - \omega^2 x_s}; \quad y''(\omega) = \frac{x_{c0} - \omega^2 x_s}{\omega x_{s2} (x_{c0} - \omega^2 x_{sL})},$$

где  $x_{s2} = x_s + x_L$  и  $x_{sL} = \frac{x_s x_L}{x_{s2}}$ .

Общая проводимость  $y_2(\omega) = y''(\omega) + y'''(\omega)$  в узле 2 определяется следующим образом:

$$y_2(\omega) = \frac{a\omega^4 - b\omega^2 + c}{\omega x_{s2} x_v (\omega^2 x_{p2} - x_{c2}) (\omega^2 x_{sL} - x_{c0})},$$

где

$$\begin{aligned} a &= x_R x_{s1} (x_{p2} + x_{LV}); \\ b &= x_R [(x_{p2} + \bar{x}_{s2}) x_{c0} + \bar{x}_{s1} x_{c2}]; \\ c &= x_R x_{c0} x_{c2}. \end{aligned}$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} x_{LV} &= \frac{x_L x_v}{x_L + x_v}; \quad \bar{x}_{s1} = \frac{x_s (x_L + x_v)}{x_R}; \quad \bar{x}_{s2} = \frac{x_{s2} x_v}{x_R}; \\ x_R &= x_s + x_L + x_v. \end{aligned}$$

Используя тождество

$$x_{p2} + x_{LV} = (x_{p2} + \bar{x}_{s2}) (1 - \bar{\sigma}_2),$$

$$\text{где } \bar{\sigma}_2 = \frac{\bar{x}_s^2}{x_{s1} (x_{p2} + \bar{x}_{s2})}, \text{ а } \frac{\bar{x}_s^2}{x_{s1}} = \bar{x}_{s2} - x_{LV},$$

причем  $\bar{x}_s = \frac{x_s x_v}{x_R}$ , и следующие обозначения:

$$\xi_1^2 = \frac{x_{c0}}{x_{sL}}, \quad \xi_2^2 = \frac{x_{c2}}{x_{p2}}; \quad v_1^2 = \frac{x_{c0}}{x_{s1}}, \quad v_2^2 = \frac{x_{c2}}{x_{p2} + \bar{x}_{s2}},$$

представим общую проводимость окончательно в виде

$$y_2(\omega) = \frac{1}{\omega x'_s} \frac{(\omega_{01}^2 - \omega^2)(\omega_{02}^2 - \omega^2)}{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2)}. \quad (4)$$

В уравнении (4)  $\omega_{01,2}^2$  — корни числителя дробно рациональной функции  $y_2(\omega)$ , являющиеся нулями частотной характеристики.

ки, а корни знаменателя  $\{\omega_1^2 = \xi_1^2, \omega_2^2 = \xi_2^2 \text{ и } \omega = 0\}$  — ее полюса. Нули  $\omega_{01,2}^2$  по-прежнему определяются формулой (2), но величины  $v_2^2$  и  $\bar{\sigma}$  здесь другие, соответствующие принятым для данной схемы параметрам. Параметр

$$\frac{1}{x'_s} = \frac{1}{x_{s2}} \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{\omega_{01}^2 \omega_{02}^2} = \frac{1}{x_L} + \frac{1}{x_{p2}} + \frac{1}{x_v}$$

здесь представляет собою суммарную проводимость трех параллельных ветвей рассматриваемой схемы при замкнутых накоротко емкостных сопротивлениях.

Для упрощения расчета энергетических и частотных характеристик, а также токов в параллельных ветвях статического компенсирующего устройства, исходную схему замещения, приведенную на рис. 1, удобно моделировать эквивалентной ей схемой, изображенной на рис. 3, сосредоточив обе параллельные ветви с емкостями в общем узле 2. Параметры этой схемы выбираются из условий сохранения неизменными особенностей частотной характеристики  $y_2(\omega)$  исходной схемы, т. е. сохранения прежнего расположения ее нулей и полюсов.

Частотная характеристика  $y_3(\omega)$  эквивалентной схемы имеет одинаковую структуру с частотной характеристикой  $y_2(\omega)$ . Обе характеристики имеют по два нуля и по три полюса. Нули частотной характеристики  $y_3(\omega)$  по-прежнему определяются формулой (2), только величины параметров  $v_1^2$  и  $\bar{\sigma}$  будут такими:

$$v_{13}^2 = \frac{x_{c3}}{x_{p3} + \bar{x}_{s2}}; \quad \bar{\sigma}_{23} = \frac{\bar{x}_{s2}^2}{(x_{p3} + \bar{x}_{s2})(x_{p2} + \bar{x}_{s2})}.$$

Совпадение нулей будет при одновременном выполнении равенства  $v_{13}^2 = v_1^2$  и  $\bar{\sigma}_{23} = \bar{\sigma}_2$ :

$$\frac{x_{c3}}{x_{p3} + \bar{x}_{s2}} = \frac{x_{c0}}{x_{s1}} \text{ и } \frac{\bar{x}_{s2}^2}{(x_{p3} + \bar{x}_{s2})(x_{p2} + \bar{x}_{s2})} = \frac{\bar{x}_s^2}{x_{s1}(x_{p2} + \bar{x}_{s2})}$$

или

$$\frac{x_{c3}}{x_{c0}} = \frac{x_{p3} + \bar{x}_{s2}}{x_{s1}} \text{ и } \left(\frac{\bar{x}_{s2}}{x_s}\right)^2 = \frac{x_{p3} + \bar{x}_{s2}}{x_{s1}},$$

поскольку параметры второй ветви не меняются при переходе от исходной к эквивалентной схеме. Отсюда

$$\frac{x_{c3}}{x_{c0}} = \left(\frac{\bar{x}_{s2}}{x_s}\right)^2 = \left(\frac{\bar{x}_{s2}}{x_s}\right)^2 \text{ или } x_{c3} = \left(\frac{x_{s2}}{x_s}\right)^2 x_{c0}. \quad (5)$$

Совпадение полюсов будет [при выполнении одного равенства  $\omega_{13}^2 = \xi_1^2$ , так как вторые полюса  $\omega_{02}$  остаются неизменными в обеих частотных характеристиках. Тогда имеем

$$\frac{x_{c3}}{x_{p3}} = \frac{x_{c0}}{x_{sL}} \text{ или } \frac{x_{c3}}{x_{c0}} = \frac{x_{p3}}{x_{sL}},$$

откуда

$$x_{p3} = \frac{x_{c3}}{x_{c0}} x_{sL} = \left(\frac{x_{s2}}{x_s}\right)^2 x_{sL} = \frac{x_{s2}}{x_s} x_L. \quad (6)$$

При выполнении условий (5) и (6), обеспечивающих совпадение нулей и полюсов частотных характеристик  $y_2(\omega)$  и  $y_3(\omega)$ , их характеристики полностью совпадут. В этом можно убедиться,

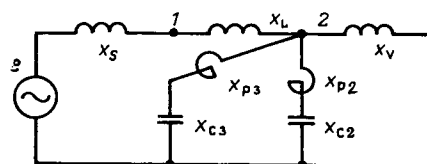


Рис. 3. Эквивалентная однолинейная одноузловая схема замещения статического компенсатора

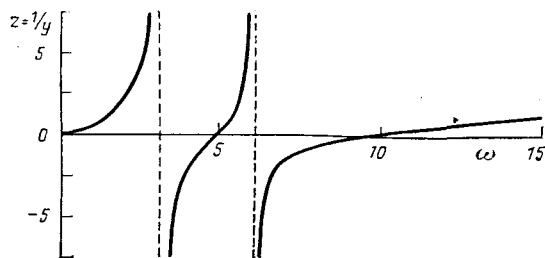


Рис. 4. Частотная характеристика схемы примыкания статического компенсатора реактивной мощности к электрической системе

представив их уравнения в следующем общем каноническом виде:

$$y_2(\omega) = y_3(\omega) = \frac{1}{\omega x_{s2}} \frac{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{01}^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{02}^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)}, \quad (7)$$

где  $\omega_{01, 2}$  — нули;  $\omega = 0$  и  $\omega_{1, 2}$  — полюса функций  $y_2(\omega)$  и  $y_3(\omega)$ .

Таким образом, эквивалентная одноузловая расчетная схема (рис. 3) моделирует более сложную двухузловую исходную схему примыкания статического компенсатора к электрической системе.

Частотные характеристики схем примыкания статических компенсаторов  $y_1(\omega)$  и  $y_2(\omega) = y_3(\omega)$  имеют различные коэффици-

циенты  $1/\bar{x}_{s1}$  и  $1/\bar{x}_{s2}$ , зависящие от величин продольных индуктивностей, они различаются также положением своих нулей и полюсов. У частотной характеристики  $y_1(\omega)$  отсутствует один из полюсов, который имеет в характеристиках  $y_2(\omega) = y_3(\omega)$  конечную абсциссу (частоту), а в характеристике  $y_1(\omega)$  он смещен в бесконечность.

На рис. 4 для иллюстрации показана типичная частотная характеристика  $z(\omega) = \frac{1}{y_2(\omega)} = \frac{1}{y_3(\omega)}$  для статического компенсатора, соответствующего исходной схеме замещения (рис. 1).

Моделирование двухузловой схемы эквивалентной ей одноузловой схемой позволяет проще производить расчеты энергетических характеристик статических компенсаторов и токов в их генерирующих и потребляющих реактивную мощность звеньях при любых симметричных законах управления реакторами, сохраняя неизменными частотные характеристики компенсаторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Веников В. А., Жуков Л. А. Регулирование режима электрических систем и повышение их устойчивости при помощи управляемых ИРМ. — Электричество, 1967, № 6.
2. Современное состояние и перспективы развития статических компенсаторов реактивной мощности/В. А. Веников, И. И. Карташов, В. Г. Федченко — Электричество, 1981, № 8.
3. Худяков В. В., Чванов В. А. Управляемый статический источник реактивной мощности. — Электричество, 1969, № 1.
4. Глинтерник С. Р., Худяков В. В., Чванов В. А. Вентильные компенсаторы мощности и схемы с искусственной коммутацией. — Всемирный электротехнический конгресс, доклад № 2.48. М.: Стандартэлектро, 1977.
5. Крюков А. А., Либкинд М. С., Сорокин В. М. Управляемая поперечная компенсация электропередачи переменного тока. — Энергоиздат, М.: 1981.

[12.12.84]

УДК 538.311:621.313:62-784.62.001.24

## Расчет сетчатых экранирующих оболочек для электрических машин

АПОЛЛОНСКИЙ С. М., ТАТЛИЕВ А. Ф., ЯКУШЕНКО Е. И.

Ленинград

При защите чувствительных элементов автоматики, линий связи и др. от действия внешних электромагнитных полей (ЭМП) электрических машин и другого электрооборудования применяют экранирующие оболочки, устанавливаемые либо в непосредственной близости от источников помехонесущих полей с целью защитить высокочувствительные элементы от их воздействия, либо экранируют само электрооборудование и помещения, в которых оно размещено.

В качестве экранов, как правило, используют сплошные (см. например, [1, 2]), однако в ряде случаев по конструктивным соображениям приходится создавать экраны, изготовленные из металлической сетки. Такие экраны могут иметь близкие к сплошным экранирующие функции и приемлемые массо-габаритные и технико-экономические показатели. При этом сетчатые экраны имеют некоторые преимущества перед сплошными: улучшенный теплообмен с внешней средой; возможность визуального наблюдения за техническим состоянием электрооборудования в процессе эксплуатации и более удобного его ремонта.

Расчет сетчатого экрана сводится к расчету эквивалентного ему сплошного экрана — использованию приближенных граничных условий, которые учитывали бы как форму экрана и размеры его ячеек, так и электромагнитные параметры составляющих его материалов: электрическую проводимость  $\gamma$ ; магнитную проницаемость  $\mu$ . Такие граничные условия впервые разработаны М. И. Конторовичем [3] применительно к экранам с квадратными ячейками. Автор [3] заменял сетчатый экран сплошным, уравнивая их свойства введением сторонних э. д. с. Позднее от обобщил граничные условия на случай сетки с произвольной формой ячеек [4] и применил к частным формам экранирующих сеток [5].

Ряд специалистов в дальнейшем занимался совершенствованием граничных условий и применением их к решению радиотехнических задач (см., например, [6, 7]).

Следует отметить, однако, что опубликованные результаты работ [3—7] мало пригодны для решения инженерных задач по экранированию электрооборудования в низком диапазоне помехонесущих ЭМП.

В данной статье выведены формулы для расчета экранирующих функций сетчатых экранов на базе решения уравнений Лапласа для скалярных магнитных потенциалов при использовании методики, ранее разработанной для расчета сплошных тонкостенных экранов [2], ограниченных координатными поверхностями, удовлетворяющими условиям:

$$h_{x_e} = 1; \quad \frac{\partial}{\partial x_e} (h_{x_l}/h_{x_k}) = 0, \quad (1)$$

где  $h_{x_\beta}$  ( $\beta = e, l, k$ ) — коэффициенты Ламе;  $x_\beta$  ( $\beta = 1, 2, 3$ ) — система ортогональных криволинейных координат.

**Постановка задачи.** На сетчатую оболочку, состоящую из системы непрямолинейных и непараллельных проводников, расположенных на координатной поверхности, удовлетворяющей условиям (1), падает ЭМП, например, магнитного диполя  $D[M(t), r_0]$ , произвольно расположенного и ориентированного в пространстве. Здесь  $M(t)$  — вектор-момент диполя в функции времени  $t$ ;  $r_0(x_{10}, x_{20}, x_{30})$  — радиус-вектор расположения диполя относительно начала координат. Требуется определить экранирующие функции такой оболочки.

**Метод решения.** Решать задачу в низкочастотном диапазоне ЭМП ( $\omega < 31400$  с<sup>-1</sup>) целесообразно без подробного исследования электромагнитных процессов в самой сетчатой оболочке, а поля во внешней и внутренней к экрану областях свивать с помощью граничных условий, учитывающих его электромагнитные параметры, структуру и форму ячеек. При таком подходе задача сводится к скалярной: должны быть решены два однородных урав-

нения Лапласа для скалярных магнитных потенциалов  $v_1$  и  $v_2$  при соответствующих граничных условиях на поверхности и регулярности решений в бесконечности ( $\partial v_\alpha / \partial x_\beta |_{x_\beta \rightarrow \infty} = 0$ ;  $\alpha = 1, 2$ ;  $\beta = 1, 2, 3$ ;  $v_\alpha(\infty) = 0$ ).

Скалярные потенциалы определяются в виде:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v^{(e)} + v_1^{(n)}; \quad v_2 = v^{(e)} + v_2^{(n)}; \\ v^{(e)} &\in [x_{10}; \infty]; \quad v_1^{(n)} \in [x_{10}; \xi_1]; \quad v_2^{(n)} \in [\xi_1; \infty]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $v^{(e)}$  — скалярный магнитный потенциал исходного поля диполя [2];  $v_1^{(n)}$ ,  $v_2^{(n)}$  — скалярные магнитные потенциалы возбужденных полей перед экраном и за экраном.

В качестве граничных условий для сетки, изготовленной из непараллельных и непрямолинейных проводников, расположенных на неплоской поверхности, используются условия [5]:

$$\begin{aligned} E_\tau &= 2i\omega b\mu_0 \left( \ln \frac{b}{a} - 1,84 \right) \left\{ j + k^{-2} [b(1+\chi) + a]^{-1} \times \right. \\ &\times \left[ \left( \frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial \tau} - \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial \tau} \right) \frac{\partial}{\partial \tau} (jb) + \chi \frac{\partial^2 (jb)}{\partial \tau^2} \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $E_\tau$  — составляющие электрической напряженности ЭМП, касательные к проводникам;  $j$  — поверхностная плотность тока;  $a$ ,  $b$  — размеры ячейки по осям  $x_2$ ,  $x_3$ ;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздушной среды;  $\chi$  — характеристика контактного сопротивления в узлах сетки;  $i = \sqrt{-1}$ .

Если (3) переписать в виде:

$$E_\tau = \rho_\tau j, \quad (4)$$

то

$$\begin{aligned} \rho_\tau &= 2i\omega b\mu_0 \left( \ln \frac{b}{a} - 1,84 \right) \left\{ 1 + k^{-2} [b(1+\chi) + a]^{-1} \left[ \left( \frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial \tau} - \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. - \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial \tau} \right) \left( \frac{\partial b}{\partial \tau} + b \frac{\partial}{\partial \tau} \right) + \chi \left( \frac{\partial^2 b}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial b}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \tau} + b \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) \right] \right\} \quad (5) \end{aligned}$$

можно трактовать как оператор сопротивления, зависящий от размеров экранирующей сетки и параметров материала, из которого она изготовлена. С другой стороны, оператор (5) можно связать с сопротивлением сплошного тонкостенного экрана

$$k_\tau = 1 / \int_0^\Delta (1/\rho_\tau) d\xi, \quad (6)$$

где  $\Delta$  — толщина сплошного экрана, приведенного к сетчатому (по габаритным размерам и расходуемому материалу).

Используя (5) с учетом (6), можно перейти к граничному условию вида [9]:

$$\begin{aligned} k_\tau \operatorname{divgrad} (v_1^{(n)} - v_2^{(n)}) + \operatorname{grad} k_\tau \operatorname{grad} (v_1^{(n)} - v_2^{(n)}) &= -\mu_0 \omega \frac{\partial}{\partial n} \times \\ &\times (v^{(e)} + v_1^{(n)}) \end{aligned} \quad (7)$$

в функциях скалярных потенциалов ( $n$  — внешняя нормаль к поверхности оболочки).

В качестве второго граничного условия используется непрерывность нормальных составляющих магнитной напряженности ЭМП

$$\left. \frac{\partial v_2^{(n)}}{\partial n} \right|_{x_1 = \xi_1} = \left. \frac{\partial v_2^{(n)}}{\partial n} \right|_{x_1 = \xi_1} \quad (8)$$

Учитывая, что здесь рассматриваются сетчатые экраны, ограниченные координатными поверхностями, удовлетворяющими (1), фундаментальные решения уравнения Лапласа для потенциалов  $v_{nm}^{(e)}$ ,  $v_{1nm}^{(n)}$ ,  $v_{2nm}^{(n)}$  целесообразно представить в виде [2]:

$$\left. \begin{aligned} v_{nm}^{(e)} &= B_{nm} P_{nm}(x_1) Y_{nm}(x_2, x_3), \quad x_1 > x_{10}; \\ v_{1nm}^{(n)} &= \left[ a_{nm}^{(1)} \right] Y_{nm}(x_2, x_3) \begin{cases} F_{nm}(x_1), & x_1 < \xi_1; \\ P_{nm}(x_1), & x_1 \geq \xi_1; \end{cases} \\ v_{2nm}^{(n)} &= \left[ b_{nm}^{(2)} \right] Y_{nm}(x_2, x_3) \begin{cases} F_{nm}(x_1), & x_1 < \xi_1; \\ P_{nm}(x_1), & x_1 \geq \xi_1; \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $B_{nm}$  — известные постоянные интегрирования дипольного источника ЭМП;  $Y_{nm}(x_2, x_3)$  — поверхностные гармоники;  $F_{nm}(x_1)$ ,

$P_{nm}(x_1)$  — координатные функции расстояния по  $x_1$  соответственно первого и второго рода:

$$F_{nm}(\infty) = \infty; \quad F_{nm}\left(\frac{0}{1}\right) = 0; \quad P_{nm}(\infty) = 0; \quad P_{nm}\left(\frac{0}{1}\right) = \infty;$$

$\xi_1$  — расстояние от центра системы координат до экранирующей оболочки.

Граничные условия (7) — (8) в координатах  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  приобретают вид:

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{1}{h_{x_2}^2} \frac{\partial k_\tau}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{1}{h_{x_3}^2} \frac{\partial k_\tau}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial x_3} + \frac{k_\tau}{h_{x_2} h_{x_3}} \left( \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{h_{x_2}}{h_{x_3}} \frac{\partial}{\partial x_2} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{h_{x_2}}{h_{x_3}} \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \right] (v_{1nm}^{(n)} - v_{2nm}^{(n)}) \Big|_{x_1 = \xi_1} = \\ &= -\mu_0 \omega \frac{\partial}{\partial x_1} (v_{nm}^{(e)} + v_{1nm}^{(n)}) \Big|_{x_1 = \xi_1}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial v_{1nm}^{(n)}}{\partial x_1} \right|_{x_1 = \xi_1} = \left. \frac{\partial v_{2nm}^{(n)}}{\partial x_1} \right|_{x_1 = \xi_1}. \quad (11)$$

Если поле низкочастотное, то  $ka(kb) \rightarrow 0$ , откуда

$$k_\tau = (2i\omega b\mu_0/\Delta) \left( \ln \frac{b}{a} - 1,84 \right) = \text{const}. \quad (12)$$

Постановка выражений для  $v_{nm}^{(e)}$ ,  $v_{1nm}^{(n)}$ ,  $v_{2nm}^{(n)}$  в виде (9) в условиях (10) — (11) при учете (12) приводит к системам бесконечных алгебраических уравнений, используя которые для экранирующих функций по магнитным составляющим (см. приложение) получаются выражения:

$$K_{nm}^{SM} = \frac{k_\tau \chi_2 \Delta (a_1, b_1)}{k_\tau \chi_2 \Delta (a_1, b_1) - \mu_0 \omega a_2 b_2}; \quad (14)$$

$$W_{nm}^{SM} = \frac{\mu_0 \omega b_2^2}{k_\tau \chi_2 \Delta (a_1, b_1) - \mu_0 \omega a_2 b_2}; \quad (15)$$

$$K_{nm(2-1)}^{SM} = 1 + \frac{\mu_0 \omega a_2 b_2 [P_{nm}(x_1)/F_{nm}(x_1)]}{k_\tau \chi_2 \Delta (a_1, b_1) - \mu_0 \omega a_2 b_2}, \quad (16)$$

где  $\chi_2 = (h_{x_2}/h_{x_3})|_{x_1 = \xi_1}$ ;  $a_1 = F_{nm}(\xi_1)$ ;  $a_2 = F'_{nm}(\xi_1)$ ;  $b_1 = P_{nm}(\xi_1)$ ;  $b_2 = P'_{nm}(\xi_1)$ ;  $\Delta(a_1, b_1) = a_1 b_2 - a_2 b_1$  — определитель Вронского; штрихи у функций означают производные по координате  $x_1$ .

Если устремить  $a, b \rightarrow 0$ , то  $k_\tau \rightarrow \gamma/\Delta$ , а (14) — (16) преобразуются в формулы для сплошного тонкостенного экрана [2].

Экранирующие функции для наиболее употребительных сетчатых экранов приведены в приложении.

**Результаты расчета и эксперимента.** Для проверки справедливости формул (14) — (16) были рассчитаны функции  $K_{nm}^{SM}$ ,  $K_{(2-1)}^{SM}$  по формулам приложения (П-2), (П-4); (П-5), (П-7), (П-8), (П-10) с учетом

$$\Phi^{SM} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^p \sum_{m=0}^n (\Phi_{nm}^{SM})^2 \right]^{1/2}, \quad (17)$$

где  $\Phi^{SM} = \{K_{nm}^{SM}; K_{(2-1)}^{SM}\}$ ;  $N$  — количество членов, удерживаемых в рядах. При проведении расчетов удерживались в рядах члены первой и второй гармоник ( $N = 8$ ) —  $p = 2$ .

Таблица 1

Частота $\omega$ , с <sup>-1</sup>	Значения $K^{SM}$					
	$K^{PM}$		$K^{CM}$		$K^{SM}$	
	расчет	опыт	расчет	опыт	расчет	опыт
314	0,662	0,73	0,531	0,610	0,252	0,32
2512	0,390	0,53	0,352	0,40	0,163	0,20



**Таблица 2**

Размеры яче- ек $a \times b$ , м <sup>2</sup>	$\omega$ , с <sup>-1</sup>	$K^{PM}$		$K_{(2-1)}^{PM}$ ( $l_1=0,4$ м)		$K_{(2-1)}^{PM}$ ( $l_2=0,6$ м)		$K_{(2-1)}^{PM}$ ( $l_3=0,8$ м)	
		расчет	опыт	расчет	опыт	расчет	опыт	расчет	опыт
0,02 ×	314	0,69	0,70	0,904	0,94	0,945	0,89	0,969	0,88
× 0,02	2512	0,343	0,42	0,777	0,91	0,872	0,93	0,927	0,92
0,04 ×	312	0,662	0,73	0,891	0,96	0,937	0,94	0,964	0,88
× 0,04	2512	0,39	0,53	0,849	0,96	0,920	0,97	0,940	0,91

Результаты расчетов функций экранирования  $K^{sm}$  для плоских, круговых цилиндрических и сферических сетчатых экранов при частотах ЭМП представлены в табл. 1.

Функции экранирования  $K^{sm}$  (см. табл. 1) рассчитаны для экранов с квадратными ячейками  $a_1 \times b_1 = 0,04 \times 0,04$  м, набранных с помощью латунных проводников диаметром  $d = 0,005$  м, электрической проводимостью  $\gamma = 57 \cdot 10^6$  См·м<sup>-1</sup>, магнитной проницаемостью  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн·м<sup>-1</sup>. При расчетах  $K^{sm}$  для кругового цилиндрического и сферического экранов принимался  $R_1 = 0,5$  м.

В табл. 2 представлены результаты расчета функций  $K^{\text{пм}}$  и  $K_{(2-1)}^{\text{пм}(1)}$  для плоских сетчатых экранов с двумя размерами ячеек. Кроме того, корректирующие функции  $K_{(2-1)}^{\text{пм}(1)}$  рассчитаны для трех расстояний  $l$  от плоскости экрана.

Для проверки результатов расчета выполнены экспериментальные исследования плоских, круговых цилиндрических и сферических сетчатых экранов при тех же соотношениях (геометрических и параметрических), что и в расчетах. Результаты экспериментов для функций  $K^{\text{см}}$ ,  $K_{(2-1)}^{\text{см}}$  представлены в табл. 1 и 2. Отклонения результатов расчета от экспериментальных не превышают 25 % во всем диапазоне измерений. Такое расхождение применительно к решению инженерных задач можно считать допустимым.

Результаты эксперимента получены на установке, представленной на рисунке и состоящей из следующих основных узлов: источника ЭМП; набора экранирующих сетчатых оболочек (плоской, круговой цилиндрической и сферической); индуктивных датчиков; измерительной аппаратуры.

В качестве источника 1 ЭМП выбрана катушка с током, имеющая размеры: высоту 0,11 м, наружный диаметр 0,094 м, число витков  $w=4500$  намотанных проводом ПЭ  $\varnothing$  2 мм. Источник ЭМП устанавливался на раздвижном столе 6, позволяющем изменять ориентацию и положение источника в пространстве. Экранами 2 служат либо плоская сетка с габаритными размерами  $1,5 \times 1,5$  м<sup>2</sup> для исключения влияния на датчик обтекающих сетку ЭМП, либо круговой цилиндрический и сферический с  $R_1=0,5$  м. Размеры ячеек сетчатых экранов при экспериментах соответствуют принятым в расчетах. Для исключения влияния концевых эффектов размеры цилиндрического экрана по оси  $z$  превышают более чем в два раза его диаметр.

В качестве датчиков 3 выбраны индуктивные катушки высотой 0,02 м, наружным диаметром 0,03 м, числом витков  $w=3500$ , намотанных проводом ПЭ  $\varnothing$  0,13 мм. Индуктивные датчики были подключены к комплектам анализаторов гармоник фирмы «Брюль и Кьер» типа 3333 (1612А+2107А+2305А+КС3333), с помощью которых измерялись действующие значения наводимых в индуктивных катушках э. д. с. Катушки предварительно тарировались в кольцах Гельмгольца с пересчетом результатов измерений в величины соответствующих составляющих магнитных напряженностей; чувствительность измерительной системы составляла  $10^{-3}$  А·м $^{-1}$ . Функции  $K^{SM}$  и  $K_{(2-1)}^{SM(1)}$  в экспериментах находились по формулам:

$$K^{s\ m} = \frac{H_{x_1}^s(Q'_j)}{H_{x_1}^{s\ (e)}(Q'_j)}; \quad K_{(2-1)}^{s\ m\ (1)} = \frac{H_{x_1}^s(Q_j)}{H_{x_1}^{s\ (e)}(Q_j)}, \quad (18)$$

где  $H_{x_1}^s(Q'_j)$ ,  $H_{x_1}^s(Q_j)$  — составляющие магнитных напряженностей ЭМП по  $x_1$  в т.  $Q'_j$  и  $Q_j$  в присутствии экранов;  $H_{x_1}^{s(e)}(Q'_j)$ ,  $H_{x_1}^{s(e)}(Q_j)$  — составляющие магнитных напряженностей исходного ЭМП по  $x_1$  в т.  $Q'_j$  и  $Q_j$ ;  $x_1 = \{z, R\}$ .

**Обсуждение результатов.** Полученные выше формулы для  $K_{nm}^{sm}$ ,  $W_{nm}^{sm}$ ,  $K_{nm}^{sm(1)}$  (2-1) можно рассматривать как приближенные. При их получении использованы условия М. И. Конторовича [4], выведенные при допущениях: диаметр проводников, из которых изготовлена сетка, мал по сравнению с шагами сетки, а шаги сетки малы по сравнению с длиной волны  $\lambda$  ( $\lambda \gg a, b \gg d$ ), поэтому ЭМП сетки можно рассматривать в виде наложения двух полей. Одно из них, определяемое в основном формой поверхности сетки, условно называется «дальним». На него накладывается поле «ближнее», которое по структуре подобно строению ячеек сетки. Оно исчезает при удалении от поверхности сетки на расстояние, соизмеримое с размерами ячеек. Отсюда следует, что, не изменяя общего геометрического характера ячеек сетки, можно, не вызывая изменения «дальнего» поля, сократить область распространения «ближнего» поля. Сокращая размеры ячеек сетки в пределе до нуля, получаем идеальную сетку (сплошной экран), совершенно не имеющую «ближнего» поля и сохранившую «дальнее» поле таким же, каким оно было у соответствующей идеальной сетки. Из рассмотрения видно, что введенные допущения, связанные с самим методом расчета, не вносят существенных погрешностей в расчеты на расстояниях  $\xi$  от сетки, превышающих размеры ячеек ( $\xi \gg a, b$ ), а формулы (14)—(16) преобразуются в формулы для сплошных тонкостенных экранирующих оболочек [1, 2].

Следует помнить, что ряд погрешностей, свойственных сетчатым экраннующим оболочкам, практически не поддается учету: неоднородности падающего поля, соизмеримые с размерами ячеек; недостаточно строгий учет сопротивления контактов и т. д. Возникновение таких погрешностей может быть оценено лишь при решении инженерных задач. Правильность же применимости тех или иных допущений может быть установлена при конструкторских проработках конкретных устройств.

В заключение можно отметить, что для изготовления сетчатого сферического экрана, обладающего функцией экранирования  $K^{см}=0,2$ , потребовалось металла на 30 % меньше, чем требуется его для сплошного сферического экрана с аналогичными  $K^{см}$ .

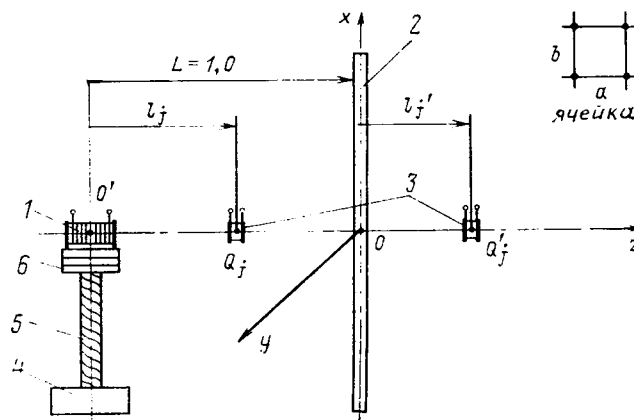
**Приложение.** Экранирующие функции, под которыми понимаются функции экранирования  $K_{nm}^{sM}$ , обратного действия  $W_{nm}^{sM}$  и корректирующие  $K_{nm}^{sM(1)}_{(2-1)}$  по гармоникам  $n-m$ , записываются в виде [2]:

$$K_{nm}^{s\ M} = \frac{v_{2nm}^s}{v_{nm}^{s\ (e)}}; \quad W_{nm}^{s\ M} = \frac{v_{1nm}^s}{v_{nm}^{s\ (e)}}; \quad K_{nm\ (2-k)}^{s\ M} = \frac{v_{nm}^{sk\ (2-k)}}{v_{nm}^{s\ (e)}}, \quad (\Pi-1)$$

где  $v_{nm}^{sk(2-k)}$  — скалярный магнитный потенциал  $k$ -го источника ( $k=1, 2$ ) в присутствии  $(2-k)$  геометрических тел, которыми ограничены источники; индекс  $s=\{п, ц, с\}$  — вид экранирующей оболочки, где «п» — плоский, «ц» — цилиндрический, «с» — сферический, «м» — магнитный (записаны функции для составляющих магнитной напряженности ЭМП). При необходимости определить функции  $K_{nm}^{s3}, W_{nm}^{s3}, K_{nm}^{s3(k)}_{(2-k)}$  (для составляющих электрической напряженности ЭМП) достаточно воспользоваться уравнением  $\text{rot } E = -\partial B / \partial t$ .

**Экранирующие функции наиболее употребительных сетчатых экранов. Плоские экраны.** В координатах  $x, y, z$  выражения (14)–(16) при использовании

$$a_1 = b_1 = 1; \quad a_2 = \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}; \quad b_2 = -\sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2};$$



$\chi_2 = 1$ ;  $l = -(m^2 p^2 + n^2 q^2)$ ;  $\Delta(a_1, b_1) = -2 \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}$ , где  $p, q$  — коэффициенты, приобретают вид:

$$K_{nm}^{pm} = \frac{2k_\tau \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}}{\mu_0 \omega + 2k_\tau \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}}; \quad (\text{П-2})$$

$$W_{nm}^{pm} = \frac{\mu_0 \omega}{\mu_0 \omega + 2k_\tau \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}}; \quad (\text{П-3})$$

$$K_{nm(2-1)}^{pm} = 1 - \frac{\mu_0 \omega \exp[-2 \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}]}{\mu_0 \omega + 2k_\tau \sqrt{m^2 p^2 + n^2 q^2}}. \quad (\text{П-4})$$

**Круговые цилиндрические экраны.** В координатах  $R, \varphi, z$  выражения (14) — (16) при использовании

$$a_1 = I_m(v_1); \quad a_2 = I'_m(v_1); \quad b_1 = K_m(v_1); \quad b_2 = K'_m(v_1);$$

$l = -\lambda^2$ ;  $\chi_2 = R_1^{-2}$ ;  $\Delta(a_1, b_1) = -(1/v_1)$ ;  $v_1 = |\lambda| R_1$  приобретают вид:

$$K_{\lambda m}^{um} = \frac{k_\tau |\lambda|}{k_\tau |\lambda| - \mu_0 \omega R_1^3 I'_m(v_1) K'_m(v_1)}; \quad (\text{П-5})$$

$$W_{\lambda m}^{um} = \frac{\mu_0 \omega R_1^3 K_m'^2(v_1)}{k_\tau |\lambda| - \mu_0 \omega R_1^3 I'_m(v_1) K'_m(v_1)}; \quad (\text{П-6})$$

$$K_{\lambda m(2-1)}^{um} = \frac{k_\tau |\lambda| - \mu_0 \omega R_1^3 I'_m(v_1) K'_m(v_1) \times \times [1 - \{K_m(|\lambda| R_1)/I_m(|\lambda| R_1)\}]}{k_\tau |\lambda| - \mu_0 \omega R_1^3 I'_m(v_1) K'_m(v_1)}. \quad (\text{П-7})$$

**Сферические экраны.** В координатах  $R, \theta, \varphi$  выражения (14) — (16) при использовании

$$a_1 = R_1^n; \quad a_2 = n R_1^{n-1}; \quad b_1 = R_1^{-n-1}; \quad b_2 = -(n+1) R_1^{-n-2};$$

$\chi_2 = R_1^{-2}$ ;  $l = -n(n+1)$ ;  $\Delta(a_1, b_1) = -(2n+1) R_1^{-2}$  приобретают вид:

$$K_n^{cm} = \frac{k_\tau (2n+1)}{k_\tau (2n+1) - \mu_0 \omega R_1}; \quad (\text{П-8})$$

$$W_n^{cm} = \frac{\mu_0 \omega (n+1) R_1}{n [(2n+1) k_\tau - \mu_0 \omega R_1]}; \quad (\text{П-9})$$

$$K_{n(2-1)}^{cm} = \frac{(2n+1) k_\tau - \mu_0 \omega R_1 [1 - (R_1/R)^{2n+1}]}{(2n+1) k_\tau - \mu_0 \omega R_1}. \quad (\text{П-10})$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аполлонский С. М. Особенности учета параметров тонкостенных экранирующих оболочек для МГД-машин. Магнитная гидродинамика, 1982, № 1.
2. Аполлонский С. М. Расчет электромагнитных экранирующих оболочек. — Л.: Энергоиздат, 1982.
3. Конторович М. И. Об экранирующем действии замкнутых сеток. — ЖТФ, 1939, т. 9, № 12.
4. Конторович М. И. Усредненные граничные условия для сетки, состоящей из непараллельных и непрямолинейных проводников, расположенных на неплоской поверхности. — Радиотехника и электроника, 1972, т. 17, № 6.
5. Конторович М. И., Акимов В. Л. Об экранирующем действии сферической сетки. — Радиотехника и электроника, 1974 г., т. 19, № 1.
6. Мойжес Б. Я. Электродинамические усредненные граничные условия для металлических сеток. — ЖТФ, 1955, т. 25, № 1.
7. Астрахан М. И. Отраженное и экранирующее действие плоских проводящих сеток. — Радиотехника, 1968, т. 23, № 1.
8. Price A. T. The induction of electric currents in non-uniform thin sheets and shells. — Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1949, v. 2, p. 3.

[31.12.84]

УДК 621.313.32.017.001.24

## Потери и компенсирующая способность синхронных машин в неноминальных режимах

ОРЕЛ О. А.

Харьков

Синхронные машины (СМ) зачастую работают в режимах, отличающихся от номинальных. Нередки также случаи, когда в процессе эксплуатации меняется функциональное назначение СМ. Так, наметилась устойчивая тенденция перевода турбогенераторов в режим синхронного компенсатора [1], на прокатных станах в связи с заменой системы Г—Д тиристорным приводом имеет место использование приводных синхронных двигателей вращающихся агрегатов в качестве регулируемых источников реактивной мощности для улучшения показателей качества электроэнергии и коэффициента мощности узла нагрузки.

Для определения технико-экономических показателей СМ, работающих в режимах, отличающихся от номинальных, и для определения предельно допустимых параметров этих режимов по условиям нагрева УГПИ «Тяжпромэлектропроект» разработал методику расчета потерь как в машине в целом, так и в отдельных ее частях (роторе и статоре), превышение температур которых ограничивает дальнейшую загрузку СМ.

В отличие от [2], где потери в стали статора приняты неизменными, и [3], где потери в статоре, определяемые реактивной мощностью, приняты зависящими только от квадрата этой мощности, здесь основные потери в статоре и добавочные потери рассматриваются как сумма потерь, пропорциональных квадрату тока, и потерь, пропорциональных квадрату магнитного потока. Такое представление о потерях в большей степени соответствует физической сущности процессов, происходящих в СМ и позволяет получить более точные результаты.

Сохраняя допущения и обозначения, принятые в [4], после подстановки в правую часть уравнения (2) его слагаемых (3), (8), (14) и (16) и несложных преобразований, получаем выражение полных потерь СМ как функцию напряжения сети  $u$ , и за-

грузки статора по реактивной  $\alpha$  и активной  $\beta$  составляющим тока статора:

$$P_\Sigma = P_{\text{мех}} = \alpha u (D_{1c} + D_{1f}) + \alpha^2 (D_{2c} + D_{2f}) + \beta^2 (D_{3c} + D_{3f}) + u^2 (D_{4c} + D_{4f}), \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} D_{1c} &= (P_{\text{Fe cO}} + P_{\Delta 0}) x_{\sigma 2}^2 \sin^2 \varphi_n; \\ D_{2c} &= [(P_{\text{Cu cH}} + P_{\Delta K}) + (P_{\text{Fe cO}} + P_{\Delta 0}) x_{\sigma 2}^2] \sin^2 \varphi_n; \\ D_{3c} &= (P_{\text{Cu cH}} + P_{\Delta K}) \cos^2 \varphi_n; \\ D_{4c} &= (P_{\text{Fe cO}} + P_{\Delta 0}); \\ D_{1f} &= P_{\text{Cu fH}} k_{f0}^2 x_{\sigma 2}^2 \sin^2 \varphi_n; \\ D_{2f} &= P_{\text{Cu fH}} k_{f0}^2 x_{\sigma 2}^2 \sin^2 \varphi_n; \\ D_{3f} &= P_{\text{Cu fH}} [1 - k_{f0}^2 (1 + x_p \sin \varphi_n)^2]; \\ D_{4f} &= P_{\text{Cu fH}} k_{f0}^2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Отметим, что  $(D_{1c} + D_{1f})$  и  $(D_{2c} + D_{2f})$  соответствуют значениям  $D_1$  и  $D_2$ , полученным в [4]. Из (1) выделим полином потерь в статоре

$$P_c = \alpha u D_{1c} + \alpha^2 D_{2c} + \beta^2 D_{3c} + u^2 D_{4c} \quad (4)$$

и полином потерь в роторе

$$P_f = \alpha u D_{1f} + \alpha^2 D_{2f} + \beta^2 D_{3f} + u^2 D_{4f}. \quad (5)$$

Номинальные потери в статоре и роторе ( $u = 1, \alpha = 1, \beta = 1$ ):

$$P_{сн} = D_{1с} + D_{2с} + D_{3с} + D_{4с}, \quad (6)$$

$$P_{fn} = D_{1f} + D_{2f} + D_{3f} + D_{4f}. \quad (7)$$

Условие, обеспечивающее ограничение потерь в статоре на уровне их номинального значения при  $u \neq 1, \alpha \neq 1, \beta \neq 1$ , будет иметь вид

$$P_c \leq P_{сн}, \quad (8)$$

что с учетом (5) и (6) можно записать следующим образом:

$$\alpha u D_{1с} + \alpha^2 D_{2с} + \beta^2 D_{3с} + u^2 D_{4с} \leq D_{1с} + D_{2с} + D_{3с} + D_{4с}. \quad (9)$$

После преобразования условие (9) запишем в виде

$$\alpha^2 + \alpha u \frac{D_{1с}}{D_{2с}} - \frac{D_{1с} + D_{2с} + (1 - \beta^2) D_{3с} + (1 - u^2) D_{4с}}{D_{3с}} \leq 0, \quad (10)$$

откуда выразим допустимую степень загрузки СМ реактивным током по условию ограничения потерь в статоре и, следовательно, превышения температуры статора на уровне номинального значения при заданных  $u$  и  $\beta$  в длительном режиме:

$$\alpha_{с\text{ lim}} = -\frac{u d_{1с}}{2} + \sqrt{\left(\frac{u d_{1с}}{2}\right)^2 + d_{1с} + 1 + (1 - \beta^2) d_{3с} + (1 - u^2) d_{4с}}, \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} d_{1с} &= \frac{D_{1с}}{D_{2с}} = \frac{2x_{\sigma}}{(k_{п} + x_{\sigma}^2) \sin \varphi_{н}}; \\ d_{3с} &= \frac{D_{3с}}{D_{2с}} = \frac{\cos^2 \varphi_{н}}{\left(1 + \frac{x_{\sigma}^2}{k_{п}}\right) \sin^2 \varphi_{н}}; \\ d_{4с} &= \frac{D_{4с}}{D_{2с}} = \frac{1}{(k_{п} + x_{\sigma}^2) \sin^2 \varphi_{н}}; \\ k_{п} &= \frac{P_{сн} + P_{\Delta к}}{P_{FeCO} + P_{\Delta 0}}; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$k_{п}$  — отношение потерь номинального к. з. к потерям номинально х. х.

Условие, обеспечивающее ограничение потерь в роторе на уровне их номинального значения при  $u \neq 1, \alpha \neq 1, \beta \neq 1$  будет иметь вид

$$P_f \leq P_{fn}, \quad (14)$$

или

$$\alpha u D_{1f} + \alpha^2 D_{2f} + \beta^2 D_{3f} + u^2 D_{4f} \leq D_{1f} + D_{2f} + D_{3f} + D_{4f}. \quad (15)$$

После преобразования условие (15) запишем в виде

$$\alpha^2 + \alpha u \frac{D_{1f}}{D_{2f}} - \frac{D_{1f} + D_{2f} + (1 - \beta^2) D_{3f} + (1 - u^2) D_{4f}}{D_{2f}} \leq 0, \quad (16)$$

откуда выразим допустимую степень загрузки СМ реактивным током по условию ограничения потерь в роторе и, следовательно, превышения температуры ротора на уровне номинального значения

при заданных  $u$  и  $\beta$  в длительном режиме:

$$\alpha_{f\text{ lim}} = -\frac{u d_{1f}}{2} + \sqrt{\left(\frac{u d_{1f}}{2}\right)^2 + d_{1f} + 1 + (1 - \beta^2) d_{3f} + (1 - u^2) d_{4f}}, \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} d_{1f} &= \frac{D_{1f}}{D_{2f}} = \frac{2}{x_d \sin \varphi_{н}}; \\ d_{3f} &= \frac{D_{3f}}{D_{2f}} = \frac{1 - k_{f0}^2 (1 + x_d \sin \varphi_{н})^2}{k_{f0}^2 x_d^2 \sin^2 \varphi_{н}}; \\ d_{4f} &= \frac{D_{4f}}{D_{2f}} = \frac{1}{x_d^2 \sin^2 \varphi_{н}}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Формула (17) может быть преобразована к более простому виду:

$$\alpha_{f\text{ lim}} = \frac{-u + \sqrt{\frac{1}{k_{f0}^2} - \beta^2 \left[ \frac{1}{k_{f0}^2} - (1 + x_d \sin \varphi_{н})^2 \right]}}{x_d \sin \varphi_{н}}. \quad (19)$$

Степень загрузки СМ опережающим реактивным током при заданных значениях  $u, \beta$  и  $I_f$  можно выразить из полученного в [4] уравнения (13):

$$\alpha_f = \frac{-u + \sqrt{\left(\frac{I_f}{I_{fn}}\right)^2 \frac{1}{k_{f0}^2} - \beta^2 \left[ \frac{1}{k_{f0}^2} - (1 + x_d \sin \varphi_{н})^2 \right]}}{x_d \sin \varphi_{н}}. \quad (20)$$

**Пример.** Определим полные потери синхронного двигателя ДС321-125-16 МУ4 при  $\beta=0,8; u=0,9; \alpha=1,1$ . Параметры двигателя:  $S_{н}=20\,000$  кВ·А;  $P_{н}=17\,500$  кВт;  $U_{сн}=10\,000$  В;  $I_{сн}=1156$  А;  $n_{н}=375$  об/мин;  $\cos \varphi_{н}=0,9$  (опережающий);  $R_c(15^\circ\text{C})=0,0198$  Ом;  $R_f(15^\circ\text{C})=0,1146$  Ом;  $I_{f0}=438$  А;  $I_{fn}=809$  А;  $x_d=1,18; x_{\sigma}=0,121; P_{FeCO} + P_{\Delta 0}=118$  кВт;  $P_{\Delta к}=43,5$  кВт;  $P_{мех}=79$  кВт.

$$\begin{aligned} \text{Расчет: } P_{сн} &= 3(0,0198 \cdot 1,3) \cdot 1156^2 = 103,2 \text{ кВт}; \\ P_{сн} + P_{\Delta к} &= 103,2 + 43,5 = 146,7 \text{ кВт}; \\ D_{1с} &= 118 \cdot 0,121 \cdot 2 \cdot 0,436 = 12,5 \text{ кВт}; \\ D_{2с} &= (146,7 + 118 \cdot 0,121^2) \cdot 0,436^2 = 28,2 \text{ кВт}; \\ D_{3с} &= 146,7 \cdot 0,9^2 = 118,8 \text{ кВт}; \\ D_{4с} &= 118 \text{ кВт}; \\ P_{снfn} &= (1,3 \cdot 0,1146) \cdot 809^2 = 97,5 \text{ кВт}; \\ D_{1f} &= 97,5 \cdot 0,541^2 \cdot 1,18 \cdot 2 \cdot 0,436 = 29,4 \text{ кВт}; \\ D_{2f} &= 97,5 \cdot 0,541^2 \cdot 1,18^2 \cdot 0,436^2 = 7,6 \text{ кВт}; \\ D_{3f} &= 97,5 \cdot [1 - 0,541^2 (1 + 1,18 \cdot 0,436^2)] = 32 \text{ кВт}; \\ D_{4f} &= 97,5 \cdot 0,541^2 = 28,6 \text{ кВт}; \end{aligned}$$

$$P_{\Sigma} (\beta=0,8; u=0,9; \alpha=1,1) = 79 + 1,1 \cdot 0,9 (12,5 + 29,4) + 1,1^2 \times \times (28,2 + 7,6) + 0,8^2 (118,8 + 32) + 0,9^2 (118 + 28,6) = 379 \text{ кВт}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пути технического перевооружения электростанций/ Горин В. И., Волькенау И. М., Жижокин В. Г., Птушкина В. В. — Электрические станции, 1982, № 2.
2. Сыромятников И. А. Режимы работы асинхронных и синхронных электродвигателей. — М.: Госэнергоиздат, 1963.
3. Першина Л. М., Першин Ю. С. Расчет тока возбуждения и потерь в синхронных машинах в зависимости от характера нагрузки. — Электричество, 1978, № 3.
4. Орел О. А. Зависимость потерь активной мощности в синхронных машинах от их реактивной нагрузки. — Электричество, 1983, № 7.

[24.04.84]

# Математическое моделирование тепловых процессов в нестационарных режимах асинхронных электроприводов

ХАШИМОВ А. А., канд. техн. наук, ПЕТРУШИН А. Д., инж.

Разработка, проектирование и рациональная эксплуатация автоматизированных асинхронных электроприводов, имеющих высокие технико-экономические и энергетические показатели, неразрывно связаны с учетом и анализом тепловых процессов не только в стационарных, но и в нестационарных режимах на основе выбора оптимальной математической модели тепловых и электрохимических переходных процессов, обладающей достаточной точностью [1].

Составлена математическая модель теплового переходного процесса для нестационарного режима асинхронного двигателя, работающего в системе автоматизированного электропривода, особенностью которой является определение близких к реальным превышений температуры в тех частях двигателя, которые лимитируют его по нагреву. Эта математическая модель составлена поэтапно.

На предварительном этапе анализируется тепловое состояние электродвигателя на подробной многоступенчатой тепловой модели, представленной уравнениями теплового баланса:

$$C_i d\theta_i = W_i dt + \sum_{j=1}^n g_{ji} (\theta_j - \theta_i) dt - \sum_{i=1}^n g_i (\theta_i - \theta_{0.c}) dt, \quad (1)$$

где  $W_i$  — тепловая энергия, выделенная в элементе  $i$  вследствие потерь, Вт;  $\theta_i$  — превышение температуры элемента  $i$ , °C;  $g_{ij}$  — тепловая проводимость между элементами  $i$  и  $j$ , Вт/°C;  $t$  — время, с;  $C_i$  — теплоемкость элемента  $i$ , Дж/°C;  $\theta_{0.c}$  — температура охлаждающей среды, °C, и выбирается место, лимитирующее его по нагреву. Таким местом для двигателей защищенного исполнения является участок пазовой изоляции, отыскиваемой по длине сердечника статора в ходе решения тепловой задачи, а для асинхронных двигателей закрытого исполнения — лобовая часть обмотки статора.

Исследования на примере асинхронного двигателя защищенного исполнения АЭ-92-4 показали, что лимитирующая область находится на  $1/3$  длины статора со стороны вентилятора. В нее вошли (рис. 1): участок пазовой изоляции 1, участок яра статора 2, медь статора 3, участок зубцового слоя статора 4.

На втором этапе составляется математическая модель теплового переходного процесса лимитирующей области двигателя, которая решалась на ЦВМ совместно с уравнением электрохимического переходного процесса асинхронного электропривода при учете влияния обоих процессов:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_1}{dt} &= k_1\theta_2 + k_2\theta_3 + k_3\theta_4 - k_4\theta_1; \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= p_{ст} + k_5\theta_1 + k_6\theta_4 + k_7\theta_{0.c} - k_8\theta_2; \\ \frac{d\theta_3}{dt} &= p_m + k_9\theta_1 + k_{10}\theta_{0.c} - k_{11}\theta_3; \\ \frac{d\theta_4}{dt} &= p_{ст} + k_{12}\theta_1 + k_{13}\theta_2 + k_{14}\theta_{0.c} - k_{15}\theta_4; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} (M_a - M_c), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_{0.c}$  — значения температур соответственно участка пазовой изоляции обмотки статора, участка стали статора, меди статора, участка зубцового слоя статора, охлаждающей среды, °C;  $\omega$  — угловая скорость вращения ротора, рад/с;  $k_1 \div k_{15}$  — коэффициенты, отражающие тепловую связь между элементами лимитирующей области;  $M_a$  — электромагнитный момент, Н·м;  $M_c$  — момент сопротивления на валу двигателя, Н·м;  $p$  — число пар полюсов;  $J$  — момент инерции вращающихся частей электропривода, кг·м<sup>2</sup>;  $p_{ст}$  — удельные потери в стали, С/с;  $p_m$  — удельные электрические потери в меди статора, С/с.

Выразим значения удельных потерь [2] в элементах двигателя через параметры схемы замещения:

$$p_{ст} = \frac{(k_r + k_{вх} f_{1H} \alpha) U_H^2 \gamma^2 \left( x_2' \frac{\beta}{r_2'} + \frac{r_2'}{\beta} \right)}{C_{ст} f_{1H} R_{(\alpha, \beta)}^2 C_K^2}; \quad (3)$$

$$p_m = m_1 U_H^2 \gamma^2 \frac{b^2 \frac{\beta}{r_2'} + d^2 \frac{r_2'}{\beta}}{C_m R_{(\alpha, \beta)}^2}, \quad (4)$$

где

$$R_{(\alpha, \beta)} = \sqrt{(b^2 + c^2 \alpha^2) \frac{\beta}{r_2'} + (d^2 + e^2 \alpha^2) \frac{r_2'}{\beta} + 2r_1 \alpha},$$

$k_r$  — коэффициент потерь на гистерезис;  $k_{вх}$  — коэффициент потерь на вихревые токи;  $U_H$  — номинальное напряжение статора, В;  $m_1$  — число фаз статора;  $f_{1H}$  — номинальная частота напряжения статора, Гц;  $\alpha$  — относительная частота напряжения статора;  $\gamma$  — относительное напряжение статора;  $\beta$  — относительный параметр абсолютного скольжения;  $C_{ст}$  — теплоемкость участка стали статора, Дж/°C;  $C_m$  — теплоемкость участка меди статора, Дж/°C;  $x_2', r_2', x_1', r_1', x_0$  — параметры схемы замещения;

$$b = r_1 (1 + \tau_2), c = x_0 \tau, d = \frac{r_1}{x_0}; e = 1 + \tau_1, \tau_1 = \frac{x_1}{x_0},$$

$$\tau_2 = \frac{x_2'}{x_0}, \quad \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \tau_2;$$

$b, c, d, e$  — обозначения, уже получившие применение в [2].

Теплофизические параметры — теплоемкость, теплопроводность, — входящие в коэффициенты тепловой математической модели  $k_1 \div k_{15}$ , в каждом конкретном случае, для конкретного типа асинхронного электропривода выбирались индивидуально в зависимости от материалов, используемых в элементах электропривода. Значения теплопроводности и теплоемкости, подставляемые в математическую модель тепловых процессов, были усредненными в ожидаемом диапазоне температур. Поскольку коэффициенты теплоотдачи являются сложными функциями многих переменных — скорости движения охлаждающей среды, структуры потока охлаждения, его направления и др. — они определялись косвенным путем из критериев подобия  $Nu, Re$ . Для самовентилируемых асинхронных электродвигателей коэффициенты теплоотдачи корректировались упрощенными эмпирическими формулами в функции частоты вращения вала.

В связи с необходимостью полнее использовать возможности электрической машины в последнее время все настойчивее идеи оптимизации проникают в расчеты режимов работы регулируемых асинхронных электроприводов, улучшая их тепловое, механическое и энергетическое состояние, при этом вырабатываются такие управляющие воздействия, которые используют все скрытые возможности электрической машины, все, что способна она дать, не переходя границ разрушительного действия тепла и механических перегрузок.

Рассмотрим один из вариантов оптимальной работы электрической машины с учетом тепловых переходных процессов —

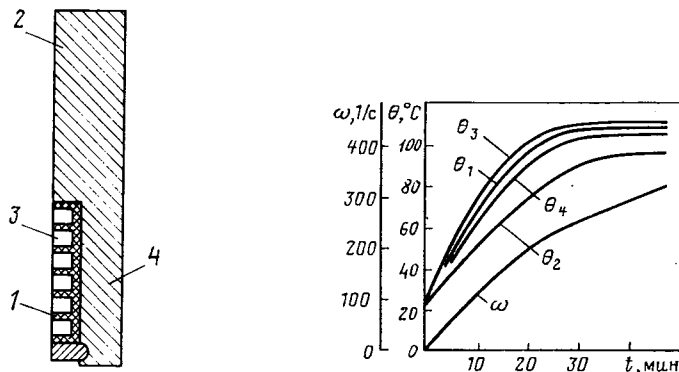


Рис. 1. Расчетная часть асинхронного двигателя  
Рис. 2. Кривые нагрева и угловой скорости вращения вала в экстремальном режиме пуска электродвигателя АЭ-92-4 при постоянстве магнитного потока

пуск частотно-управляемого высокоинерционного асинхронного двигателя в режиме минимума времени разгона при постоянстве магнитного потока.

Из уравнения для магнитного потока

$$\Phi = \frac{U_{н\gamma}}{C_{\kappa f_{1H}} R_{(\alpha, \beta)}} \sqrt{x_2'^2 \frac{\beta}{r_2'} + \frac{r_2'}{\beta}} \quad (5)$$

выразим относительное напряжение и подставим в уравнения (2)–(4). В результате получим систему дифференциальных уравнений тепловых и электромеханических переходных процессов частотно-управляемого асинхронного двигателя при постоянстве магнитного потока управляющей переменной служит параметр абсолютного скольжения  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \theta_1' &= k_1 \theta_2 + k_2 \theta_3 + k_3 \theta_4 - k_4 \theta; \\ \theta_2' &= k_r \Phi^2 f_{1H} \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right) + k_{вх} f_{1H}^2 \Phi^2 \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right)^2 + \\ &\quad + k_5 \theta_1 + k_6 \theta_4 + k_7 \theta_{0.c} - k_8 \theta_2; \\ \theta_3' &= \frac{m_1 \Phi^2 C_{\kappa}^2 f_{1H}^2 (b^2 \beta^2 + d^2 r_2'^2)}{C_{мr_1} (x_2'^2 \beta^2 + r_2'^2)} + k_9 \theta_1 + k_{10} \theta_{0.c} - k_{11} \theta; \\ \theta_4' &= k_r \Phi^2 f_{1H} \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right) + k_{вх} f_{1H}^2 \Phi^2 \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right)^2 + \\ &\quad + k_{12} \theta_1 + k_{13} \theta_2 + k_{14} \theta_{0.c} - k_{15} \theta_4; \\ \omega' &= \frac{p}{J} \left( \frac{m_1 \Phi^2 C_{\kappa}^2 f_{1H}^2 r_2' \beta}{\omega_{1H} (x_2'^2 \beta^2 + r_2'^2)} - M_c \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Преобразуя систему (6) в соответствии с принципом максимума для критерия минимума времени разгона, получим систему дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \theta_1' &= k_1 \theta_2 + k_2 \theta_3 + k_3 \theta_4 - k_4 \theta; \\ \theta_2' &= k_r \Phi^2 f_{1H} \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right) + k_{вх} f_{1H}^2 \Phi^2 \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right)^2 + \\ &\quad + k_5 \theta_1 + k_6 \theta_4 + k_7 \theta_{0.c} - k_8 \theta_2; \\ \theta_3' &= \frac{m_1 \Phi^2 C_{\kappa}^2 f_{1H}^2 (b^2 \beta^2 + d^2 r_2'^2)}{C_{мr_1} (x_2'^2 \beta^2 + r_2'^2)} + k_9 \theta_1 + k_{10} \theta_{0.c} - k_{11} \theta_3; \\ \theta_4' &= k_r \Phi^2 f_{1H} \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right) + k_{вх} f_{1H}^2 \Phi^2 \frac{1}{C_{ст}} \left( \beta + \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right)^2 + \\ &\quad + k_{12} \theta_1 + k_{13} \theta_2 + k_{14} \theta_{0.c} - k_{15} \theta_4; \end{aligned}$$

УДК 621.316.013.001.24

## Расчет магнитного поля и параметров броневого реактора

ДАНИЛЬЧУК А. А., канд. техн. наук

ВЭИ им. В. И. Ленина

Броневые реакторы с круглой цилиндрической обмоткой прямоугольного сечения находят широкое применение в энергетике. С увеличением их мощности повышаются электромагнитные нагрузки, и первостепенное значение приобретают не интегральные, а местные характеристики, например, местные добавочные потери, что требует точного расчета магнитного поля. Кроме того, повышаются требования к расчету интегральных параметров, так как с увеличением мощности реакторов даже небольшие относительные отклонения параметров от номинальных приводят к большим материальным затратам.

Для расчета векторного потенциала магнитного поля обмотки, находящейся в полости цилиндра из ферромагнитного материала, получены формулы (например [1, 2]), но они содержат разные функции для разных зон реактора, громоздки и не могут быть использованы для аналитического расчета параметров, определяемых магнитным полем. В [3] даны выражения для расчета векторного потенциала и на его основе — индуктивности броневого реактора, однако их использование для аналитического расчета других параметров реактора затруднительно.

В статье приведен метод расчета магнитного поля и пара-

$$\begin{aligned} \omega' &= \frac{p}{J} \left( \frac{m_1 \Phi^2 C_{\kappa}^2 f_{1H}^2 r_2' \beta}{\omega_{1H} (x_2'^2 \beta^2 + r_2'^2)} - M_c \right); \\ \psi_1' &= \psi_1 k_4 - \psi_2 k_5 - \psi_3 k_9 - \psi_4 k_{12}; \\ \psi_2' &= \psi_2 k_8 - \psi_1 k_1 - \psi_4 k_{13}; \\ \psi_3' &= \psi_3 k_{11} - \psi_1 k_2; \\ \psi_4' &= \psi_4 k_{15} - \psi_1 k_3 - \psi_2 k_6; \\ \psi_5' &= \frac{f_{1H} \Phi^2}{\omega_{1H} C_{ст}} (\psi_2 + \psi_4) \left( k_r + 2f_{1H} k_{вх} \beta + 2f_{1H} k_{вх} \frac{\omega}{\omega_{1H}} \right); \\ \beta^5 A_5 + \beta^4 A_4 + \beta^3 A_3 + \beta^2 A_2 + \beta A_1 + A_0 &= 0; \\ A_5, A_4, A_3, A_2, A_1, A_0 &= f(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \psi_5, \omega). \end{aligned} \quad (7)$$

Система (7) предварительно была приведена в двухточечной краевой задаче с ограничениями в форме неравенства на координаты. Под координатами здесь понимаются искомые переменные: температуры частей лимитирующей по нагреву области электрической машины и угловая скорость вращения ротора. Была проведена серия расчетов для двигателей различной мощности исполнения IP23 по разработанному алгоритму и универсальной программе. Качественно близкие результаты позволяют привести выходные зависимости лишь одного (рис. 2) конкретного двигателя АЭ-92-4.

Во всех напряженных режимах работы асинхронного регулируемого электропривода, какими являются и оптимальные режимы, контроль реальных превышений температуры следует вести прежде всего тех частей электрической машины, которые лимитируют ее по нагреву. Выбор лимитирующей по нагреву области электрической машины обеспечивает анализ подробной математической модели тепловых переходных процессов. Как видно из рис. 2, постоянные времени нагрева для различных частей двигателя разные, даже учитывая их тесную тепловую взаимосвязь, и чем напряженнее режим работы, чем интенсивнее выделение тепловых потерь, тем более отличаются друг от друга температуры расположенных рядом частей электрической машины, тем более необходим контроль и анализ реальных максимальных температур. Полученный материал имеет значение при разработке и рациональной эксплуатации регулируемых асинхронных электроприводов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хашимов А. А. Электромеханические и тепловые процессы частотно управляемого асинхронного электропривода. — Ташкент: ФАН, 1976.
2. Булгаков А. А. Частотное управление асинхронными двигателями. М.: Энергоиздат, 1982 г., изд. 3, — 216 с.

[28.02.85]



метров броневого реактора с использованием двойных рядов Фурье по функциям Бесселя и тригонометрическим функциям, аналогичный методу расчета реактора с электромагнитными экранами [4].

Расчетная схема броневого реактора и принятые обозначения показаны на рис. 1, где 1 — обмотка прямоугольного сечения, 2 — внутренняя поверхность магнитного экрана. Магнитная проницаемость экрана принята бесконечно большой ( $\mu_s = \infty$ ), во всех других зонах  $\mu = \mu_0$ . Обмотка реактора имеет  $\omega$  витков с током  $I$ , частота которого  $\omega$ . Ток в обмотке имеет только азимутальную составляющую, индукция магнитного поля имеет осевую  $B_z$  и радиальную  $B_r$  составляющие. Магнитным полем в проводниках обмотки и токами смещения пренебрегаем.

При принятых допущениях дифференциальное уравнение для напряженности электрического поля имеет вид:

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \frac{E}{r} \right] + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = F(r, z), \quad (1)$$

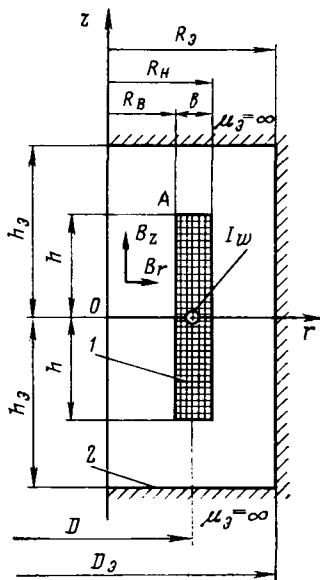


рис. 1

$$(0 \leq r \leq R_3, \quad -h_3 \leq z \leq h_3).$$

Правая часть (1)

$$F(r, z) = -i\omega\mu_0 j_{\text{ср}} f(r) f(z), \quad (2)$$

где  $j_{\text{ср}}$  — средняя плотность тока в сечении обмотки

$$j_{\text{ср}} = \frac{Iw}{2bh}, \quad (3)$$

$f(r)$ ,  $f(z)$  — функции распределения плотности тока по осям в полости  $0 \leq r \leq R_3$ ,  $-h_3 \leq z \leq h_3$ :

$$f(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } R_B \leq r \leq R_H; \\ 0 & \text{при } 0 \leq r < R_B \text{ и } R_H < r \leq R_3; \end{cases} \quad (4)$$

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } -h \leq z \leq h; \\ 0 & \text{при } -h_3 \leq z < -h \text{ и } h < z \leq h_3. \end{cases} \quad (5)$$

Методом разделения переменных решение для напряженности электрического поля ищем в виде [5]:

$$E(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} E_m(z) J_1(k_m r), \quad (6)$$

где  $J_1(k_m r)$  — функция Бесселя первого рода первого порядка, являющаяся решением первого уравнения из системы

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial E(r)}{\partial r} \right] + \left[ k_m^2 r - \frac{1}{r} \right] E(r) &= 0; \\ \frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} - k_m^2 E(z) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

получающейся при разделении переменных соответствующего (1) однородного уравнения (второе независимое решение этого уравнения, выражающееся через функцию Неймана, исключается по условию конечности решения при  $r=0$ );  $E_m(z)$  — коэффициент, зависящий только от  $z$ .

Собственные значения  $k_m$  определяются при подстановке в (6) граничного условия при  $r=R_3$ . Используя условие равенства нулю касательной составляющей индукции магнитного поля на границе магнитного экрана с  $\mu_3 = \infty$  и известные соотношения

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE) = i\omega B_z; \quad \frac{\partial E}{\partial z} = i\omega B_r, \quad (8)$$

получаем трансцендентное уравнение для определения собственных значений

$$J_0(k_m R_3) = 0, \quad (9)$$

откуда

$$k_m = \frac{\xi_{0m}}{R_3}, \quad (10)$$

где  $\xi_{0m}$  — корни функции Бесселя первого рода нулевого порядка. Функцию  $F(r, z)$  разложим в ряд по функциям  $J_1(k_m r)$ :

$$F(r, z) = -i\omega\mu_0 j_{\text{ср}} f(z) \sum_{m=1}^{\infty} a_m J_1(k_m r), \quad (11)$$

где коэффициенты

$$a_m = \frac{2}{R_3^2 J_1^2(\xi_{0m})} \int_{R_B}^{R_H} r f(r) J_1(k_m r) dr. \quad (12)$$

После интегрирования (12) выражение для коэффициента  $a_m$  примет вид (вывод см. в приложении)<sup>1</sup>:

$$a_m = \frac{\pi}{\xi_{0m} J_1^2(\xi_{0m})} (\Phi_H - \Phi_B), \quad (13)$$

где

$$\Phi_{H(B)} = \frac{R_{H(B)}}{R_3} [J_1(x_{H(B)}) H_0(x_{H(B)}) - H_1(x_{H(B)}) J_0(x_{H(B)})]. \quad (14)$$

В (14)  $x_{H(B)} = \xi_{0m} \frac{R_{H(B)}}{R_3}$ ;  $H_0, H_1$  — функции Струве нулевого и первого порядка.

Подставляя (6) и (11) в (1), получим обыкновенное дифференциальное уравнение для  $E_m(z)$ :

$$\frac{\partial^2 E_m(z)}{\partial z^2} - k_m^2 E_m(z) = -i\omega\mu_0 a_m f(z). \quad (15)$$

Для его решения функцию  $f(z)$  представим в виде ряда Фурье по тригонометрическим функциям с учетом граничных условий при  $z = \pm h_3$

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos k_n z, \quad (16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{h}{h_3} \text{ при } n=0; \\ a_n &= \frac{2 \sin k_n h}{k_n h_3} \text{ при } n=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$k_n = \frac{n\pi}{h_3}. \quad (18)$$

После интегрирования (15) получим

$$E_m(z) = -i\omega\mu_0 j_{\text{ср}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m a_n}{k_m^2 + k_n^2} \cos k_n z \quad (19)$$

и окончательное решение для  $E$

$$E(r, z) = -i\omega\mu_0 j_{\text{ср}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m a_n}{k_m^2 + k_n^2} J_1(k_m r) \cos k_n z. \quad (20)$$

Используя полученное выражение (20, из (8) получаем формулы для расчета составляющих индукции магнитного поля бронированного реактора, которые по структуре совершенно аналогичны соответствующим формулам для реактора с электромагнитными экранами [4]:

$$B_z = \mu_0 j_{\text{ср}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m a_n k_m}{k_m^2 + k_n^2} J_0(k_m r) \cos k_n z; \quad (21)$$

$$B_r = \mu_0 j_{\text{ср}} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m a_n k_n}{k_m^2 + k_n^2} J_1(k_m r) \sin k_n z. \quad (22)$$

<sup>1</sup> В вопросах, связанных с интегрированием функций Бесселя, помощь автору оказал доктор физ.-мат. наук Л. М. Фишер.

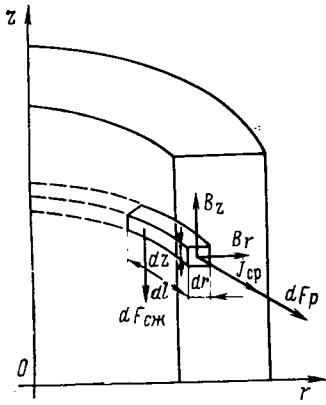


Рис. 2

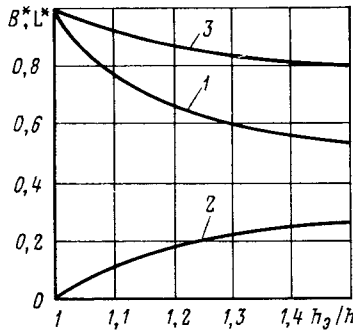


Рис. 3

Это позволяет использовать для расчета магнитного поля реакторов двух типов одну программу для ЭЦВМ, и те же расчетные модели и допущения и получать сопоставимые результаты. При этом для разложения плотности тока по радиусу для реактора с электромагнитными экранами используются корни функции  $J_0$ , а для реактора с магнитными экранами — корни функции  $J_0$ .

Используя (21)–(22), нетрудно получить аналитические выражения для расчета любых интегральных параметров реактора, обусловленных магнитным полем. Например, интегрированием квадрата индукции магнитного поля об объеме электромагнитной системы аналогично [4] получаем следующее выражение для расчета индуктивности реактора

$$L = \mu_0 \omega^2 \frac{\pi D^2}{4} \frac{D_0^2}{2h} \frac{1}{2b^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m^2 \alpha_n^2}{(k_m^2 + k_n^2)^2} J_1^2(\xi_{0m}), \quad (23)$$

где  $\alpha_n = 2$  при  $n = 0$  и  $\alpha_n = 1$  при  $n = 1, 2, 3, \dots$

В качестве примеров использования (21)–(22) для расчета интегральных параметров рассмотрим силы, действующие на обмотку. На рис. 2 показан элемент обмотки  $dl$  с мгновенной плотностью тока  $j_{cp}$  и соответствующими ей составляющими индукции магнитного поля  $B_z$  и  $B_r$ . Растягивающая сила, действующая на элемент сечением  $drdz$ , равна

$$dF_p = j_{cp} B_z dr dz. \quad (24)$$

Силу, разрывающую обмотку и обусловленную мгновенной средней плотностью тока  $j_{cp}$ , определяем интегрированием выражения (24) по сечению обмотки

$$F_p = 2\mu_0 j_{cp}^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m \alpha_n \beta_n}{k_m^2 + k_n^2} [R_n J_1(k_m R_n) - R_b J_1(k_m R_b)], \quad (25)$$

где  $\beta_n = h$  при  $n = 0$  и  $\beta_n = \frac{\sin k_n h}{k_n}$  при  $n = 1, 2, 3, \dots$

Аналогично используя выражение для силы, действующей на элемент обмотки в осевом направлении

$$dF_{сж} = j_{cp} B_r dl dr dz \quad (26)$$

и интегрируя его по объему обмотки, определяем силу, сжимающую обмотку

$$F_{сж} = \pi^2 \mu_0 j_{cp}^2 R_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_m \alpha_n}{k_m^2 + k_n^2} \frac{1}{\xi_{0m}} \times (\Phi_n - \Phi_b) [1 - \cos k_n h]. \quad (27)$$

**Пример расчета.** Рассмотрим влияние зазора между обмоткой и торцевым экраном на показатели реактора с соотношением размеров  $D_0/D = 1,6$ ;  $b/D = 0,24$ ;  $h/D = 0,68$ .

Из изложенного следует, что после вычисления коэффициентов разложения плотности тока по осям  $r$  и  $z$  независимо могут рассчитываться любые нужные параметры. Коэффициенты  $a_n$  легко вычисляются по (17). Для вычисления коэффициентов  $a_m$  необходимо взять, например, из [6], корни  $\xi_{0m}$  функции Бесселя  $J_0$  и соответствующие им значения функции  $J_1$ . Например,  $\xi_{01} = 2,4$ ;  $\xi_{02} = 5,52$  и соответственно  $J_1(\xi_{01}) = 0,5191$ ;  $J_1(\xi_{02}) = -0,3403$ . Далее необходимо вычислить или взять из таблиц

значения функций Бесселя  $J_0$ ,  $J_1$  и функций Струве  $H_0$ ,  $H_1$  при значениях аргумента  $\xi_{0m} R_{b(n)}/R_0$ , соответствующих внутреннему и наружному радиусам обмотки. Вычисление этих функций при относительно малых значениях аргумента (менее 10) целесообразно вести по их представлениям в виде рядов, а при больших значениях аргумента — по асимптотическим представлениям [6]. Для данного примера первые коэффициенты  $a_m$  равны  $a_1 = 0,718$ ;  $a_2 = 0,502$ . После вычисления коэффициентов разложения плотности тока для расчета индуктивности необходимо провести лишь суммирование по (23).

На рис. 3 показаны зависимости составляющих относительной индукции магнитного поля  $B_z^*$  (1),  $B_r^*$  (2) в точке A (см. рис. 1) и относительной индуктивности  $L^*$  (3) реактора от  $h_0/h$  при указанных выше соотношениях размеров. За базовые значения индукции на внутренней образующей обмотки  $B_b$  и индуктивности  $L_b$  [3] приняты параметры при  $h_0 = h$ :

$$B_b = \mu_0 \frac{I \omega}{2h}; \quad (28)$$

$$L_b = \mu_0 \pi \frac{\omega^2}{2h_0} \left[ R_b^2 + \frac{b}{3} \left( 2R_b + \frac{b}{2} \right) \right]. \quad (29)$$

Из приведенных зависимостей можно определить ограничительную высоту провода обмотки в точке A, где радиальная составляющая индукции максимальна при  $h_0 > h$ , из условия сохранения постоянства местных удельных добавочных потерь. При постоянстве размеров обмотки и сохранении индуктивности реактора это условие приводит к соотношению

$$h_n \leq b_n \sqrt{\frac{L^* - B_z^*}{B_r^*}}, \quad (30)$$

где  $h_n$ ,  $b_n$  высота и ширина провода обмотки. |

Этот пример иллюстрирует возможности аналитического исследования параметров бронированного реактора.

**Приложение.** Вывод формулы (13).

Выражая интеграл в (12) как разность двух интегралов

$$\int_{R_b}^{R_n} r f(r) J_1(k_m r) dr = \int_0^{R_n} r f(r) J_1(k_m r) dr - \int_0^{R_b} r f(r) J_1(k_m r) dr$$

и вводя замену переменных

$$\frac{r}{R_n} = \rho; \quad dr = R_n d\rho \quad \text{и} \quad \frac{r}{R_b} = \rho; \quad dr = R_b d\rho,$$

приводим интеграл в (12) к виду

$$\int_{R_b}^{R_n} r f(r) J_1(k_m r) dr = R_n^2 \int_0^1 \rho J_1\left(\xi_{0m} \rho \frac{R_n}{R_0}\right) d\rho - R_b^2 \int_0^1 \rho J_1\left(\xi_{0m} \rho \frac{R_b}{R_0}\right) d\rho.$$

Интегралы, стоящие в правой части, выражаются через функции Бесселя  $J_0$ ,  $J_1$  и функции Струве  $H_0$ ,  $H_1$  в виде [7]:

$$\int_0^1 x J_1(ax) dx = a^{-1} \Gamma(3/2) [J_1(a) H_0(a) - H_1(a) J_0(a)] \sqrt{\pi},$$

откуда получаем выражение (13).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алиевский Б. Л., Шерстюк А. Г., Дворякина Т. С. Стационарное поле осесимметричных индукторов с ферромагнитными экранами. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1976, № 5.
2. Цейтлин Л. А. Индуктивность цилиндрической катушки с цилиндрическим магнитным экраном. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1977, № 4.
3. Бики М. А., Юрченко Е. А. Расчет индуктивности бронированных реакторов. — Электротехника, 1978, № 4.
4. Данильчук А. А. Расчет параметров криогенного двух-обмоточного реактора. — Электричество, 1981, № 10.
5. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977.
6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. — М.: Наука, 1977.
7. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971.

[18.06.84]



# Об эффективности передачи магнитной энергии из индуктивных накопителей

ЛОТОЦКИЙ А. П.

Москва

Ранее считалось, что передача энергии магнитного поля из индуктивности в индуктивность без преобразования ее в другие виды энергии имеет наибольший к. п. д.  $\eta=0,25$  [1]. Ограничение следует формально из законов сохранения энергии и полного магнитного потока, пронизывающего обмотки индуктивностей. Исследована возможность снять указанное ограничение, используя многосвязность секционированных накопителей с умножением тока (обращенная схема Маркса).

Предположим, что каждая из  $N$  секций индуктивного накопителя  $L_i$  подключается к нагрузке  $L_N$  поочередно. Если  $L$  всех секций равны по величине, то промежуточное состояние системы передачи энергии можно представить схемой рис. 1, откуда легко получить, что значение тока, текущего через  $L_i$  после срабатывания выключателя  $B_i$ ,

$$I_i = I_0 \left( 1 - \frac{L_N}{L + iL_N} \right) \quad (1)$$

не зависит от начального замкнутого тока нагрузки  $I_{N, i-1}$ .

Полная система уравнений сохранения магнитного потока в контуре, включающем нагрузку и подключаемые секции, выглядит так:

$$I_0 L + I_{N, i-1} L_N = I_i L + I_{N, i} L_N,$$

где  $1 \leq i \leq N$ ,  $I_{N, 0} = 0$ . Суммируя уравнения и используя (1), получаем:

$$I_{N, N} = I_0 L \sum_{i=1}^N \frac{1}{L + iL_N}.$$

Полагая  $L_N N / L = \lambda$  — параметр согласования нагрузки и переходя к интегрированию при  $N \gg 1$ , можно представить  $I_{N, N}$  в виде

$$I_{N, N} = I_0 N \frac{\ln(1 + \lambda)}{\lambda}.$$

Энергия, переданная при этом в нагрузку,

$$W_N = \eta W_0 = \frac{\ln^2(1 + \lambda)}{\lambda} W_0, \quad (2)$$

где  $W_0$  — первоначальный запас энергии накопителя.

Максимум к. п. д. достигается при  $\lambda_{\text{опт}} \approx 3,92$  и составляет  $\eta_{\text{max}} \approx 0,647$ . Расчет энергии, рассеянной при этом во всех  $N$  выключателях  $B_{1+N}$ , дает величину

$$W_p = W_0 \frac{\ln(1 + \lambda)}{N}. \quad (3)$$

Очевидно,  $W_p$  можно сделать сколь угодно малой при достаточном секционировании накопителя. Теоретически мощность, развиваемая системой передачи энергии на нагрузку при идеальных выключателях с разрывной мощностью модуля  $P_p$ , определяется временем переключения токов  $\tau$ :

$$P_N = \frac{W_N}{\tau} = \frac{W_N P_p}{W_p} = N P_p \frac{\ln(1 + \lambda)}{\lambda}. \quad (4)$$

При  $\lambda < 2,5$  мощность передачи магнитной энергии выше, чем при обычно применяемой синхронной коммутации секций. Кроме того, в рассмотренном случае система имеет широкий диапазон согласования с нагрузкой  $1 < \lambda \leq 16$ , где к. п. д. превышает 0,5. Существенным обстоятельством является то, что большая часть энергии передается в нагрузку бездиссипативным образом при перераспределении энергии в замкнутом контуре, показанном на рис. 1 справа от выключателя. Перераспределение энер-

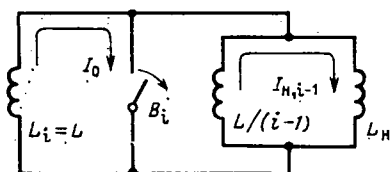


Рис. 1

гии стимулируется подключаемой секцией, практически не теряющей при этом энергии [ $I_i \approx I_0$  из (1), так как при  $N \gg 1$   $L_N \ll L$ ].

Рассмотренная система хорошо демонстрирует принцип бездиссипативной передачи, однако не является оптимальной. В этом нетрудно убедиться, заметив, что токи в секциях накопителя  $I_{i, N}$  после передачи энергии, вычисляемые с использованием (1), не равны между собой:

$$I_{i, N} = I_0 - \sum_{n=i}^N (I_0 - I_n) = I_0 \left[ 1 - \sum_{n=i}^N \frac{\lambda}{N(1 - \lambda n/N)} \right].$$

При  $\lambda \approx \lambda_{\text{опт}}$  распределение токов по секциям становится существенно неоднородным. Например,  $I_{N, N} - I_{1, N} \approx 1,5 I_0$ , а ток в первых по порядку подключения секциях реверсируется в обратном направлении. Это соответствует энергии замкнутых токов в накопителе  $W^* \approx 0,2 W_0$ , которая не может быть выведена в нагрузку. Энергия  $W^*$  растет с увеличением  $\lambda$ , ограничивая тем самым значение к. п. д.

Оптимизация системы передачи магнитной энергии может быть проведена по крайней мере двумя способами: выбором несимметричного накопителя с убывающей индуктивностью  $L_i$  секций, либо выбором такой последовательности подключения секций накопителя, которая обеспечивает примерное равенство  $I_{i, N}$  при больших значениях  $\lambda$ . Последний вариант проще реализовать в крупных системах, выполняемых равномодульными, поэтому проведем его анализ. Предварительно заметим, что в обсуждаемых секционированных накопителях с обращенной схемой Маркса каждая из секций снабжена двумя замыкателями выводов секций к нагрузке и одним выключателем, что позволяет производить подключение к нагрузке любых комбинаций последовательно-параллельного соединения секций.

Рассмотрим схему включения, показанную на рис. 2. Пусть в первый момент времени ( $i=1$ ) последовательно соединенные и заряженные током  $I_0$  секции присоединяются к нагрузке  $L_N$  с переключением тока  $I_1$  в нагрузку. В следующий момент ( $i=2$ ) эту цепочку превращаем в две параллельные, содержащие по  $N/2$  секций с токами  $I_2$ , далее одну из них делим пополам с параллельным включением частей и т. д. Каждое переключение сопровождается увеличением числа параллельных цепей на одну, так, чтобы весь процесс состоялся из максимального числа шагов. Согласно (3) это — необходимое условие минимизации потерь энергии в выключателях.

В общем случае аналитически решить полную систему уравнений передачи энергии не представляется возможным, поэтому прибегнем к приближенным методам, полагая для простоты, что  $N=2^k$  ( $k$  — целое число). Тогда существует  $k+1$  состояние системы, когда число секций в любой из параллельных цепочек накопителя одинаково. Введем текущий параметр согласования подключаемой индуктивности, равный согласно рис. 2 отношению эквивалентной индуктивности цепей справа от выключателя  $B_i$  к подключаемой индуктивности с током  $I_i$ , расположенной слева. Если использовать ранее введенный параметр  $\lambda$  согласования нагрузки, то непосредственно из рис. 2 можно получить, что для любого из  $k+1$  состояний

$$\lambda_i = \frac{\lambda/[N(i-1)]}{\lambda/N + N/[i(i-1)]}. \quad (5)$$

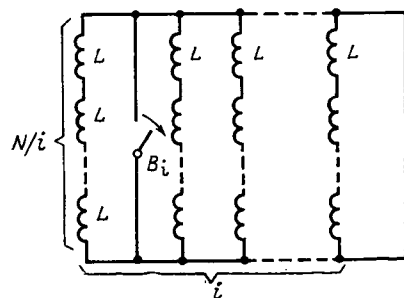


Рис. 2

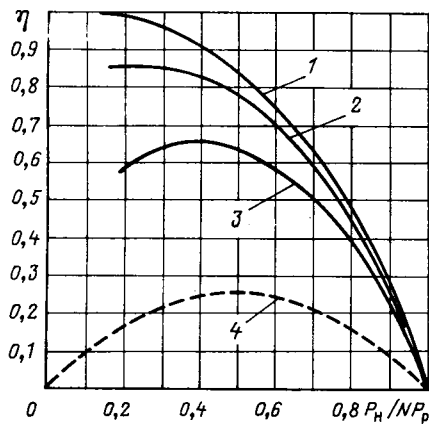


Рис. 3

Выражение (5) можно использовать в качестве удобной аппроксимации  $\lambda_i$ , считая  $i$  изменяющимся через единицу от 1 до  $N$ , и получить в общем виде потери энергии при  $i$ -м переключении тока:

$$W_{pi} = \frac{W_i \lambda_i}{i(1 + \lambda_i)}. \quad (6)$$

Здесь  $W_i$  — энергия, оставшаяся в накопителе к данному моменту времени. Для ее определения можно пренебречь  $\sum_{n=1}^i W_{pn}$ :

$$W_i \approx W_0 \frac{I_i^2}{I_0^2} \approx \frac{LN}{i^2 L_N + LN} = \frac{N^2}{i^2 \lambda + N^2}.$$

После подстановки  $W_i$  вместе с (5) в (6) имеем:

$$W_p = \sum_{i=1}^N W_{pi} \approx \frac{W_0 N^2}{\lambda} \int_0^N \frac{di}{(N^2/\lambda + i^2)^2} \approx \frac{W_0}{2N} \times \left( \sqrt{\lambda} \arctg \sqrt{\lambda} + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \right).$$

Отсюда получим к. п. д. передачи магнитной энергии, определенный с точностью до первого порядка малости относительно  $1/N$ , в виде

$$\eta \approx \frac{\lambda}{1 + \lambda} (W_0 - W_p) \approx \frac{\lambda}{1 + \lambda} \left[ 1 - \frac{1}{2N} \left( \sqrt{\lambda} \arctg \sqrt{\lambda} + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \right) \right]. \quad (7)$$

Проверочный численный расчет подтверждает, что при  $N \geq 8$  точность выражения (7) выше 0,01.

Аналогично (4) получим выражение для мощности, развиваемой при генерации магнитного поля в  $L_N$ :

$$P_n = \frac{W_0 \eta}{W_p / P_p} \approx \frac{2NP_p \lambda}{1 + \lambda} \left( \frac{1}{\sqrt{\lambda} \arctg \sqrt{\lambda} + \lambda/(1 + \lambda)} - \frac{1}{2N} \right). \quad (8)$$

На рис. 3 приведены графики, демонстрирующие в относительных единицах область энергетических параметров, достижимую при генерации магнитных полей от индуктивных накопителей энергии. Кривая 1 построена по (7) и (8) при  $N \rightarrow \infty$ , поле реализуемых параметров при развиваемой мощности модуля выключателя  $P_p$  лежит слева внизу. График 2 соответствует реальной системе с  $N=30$  и проходит достаточно близко от 1. Кривая 3 отражает случай последовательно подключаемых к нагрузке секций, рассмотренный вначале, а 4 (для сравнения) представляет собой характеристику известного синхронного способа подключения секций к нагрузке.

Полученная при определенных упрощениях формула к. п. д. для (7) универсальна. Во-первых, она дает точные значения для накопителей с произвольным числом секций. Во-вторых, упоминаемая оптимизация накопителя с убывающей индуктивностью  $L_i$  секций, проведенная численными методами при помощи ЭВМ, дает результаты, совпадающие с (7). Очевидно представляет интерес получить зависимость  $\eta_{\max}(N)$ . Прямые вычисления

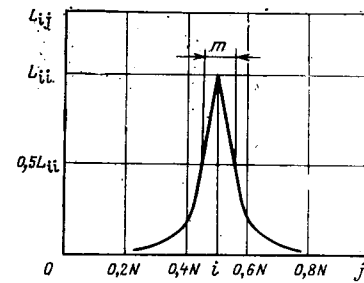


Рис. 4

$\lambda_{\text{опт}}$  по (7) приводят к трансцендентному уравнению третьего порядка, поэтому лучше в области больших  $\lambda$ , обеспечивающих к. п. д., близкие к единице, воспользоваться заменой  $\text{tg}(\pi/2 - x) \approx 1/x$ . Из дальнейших преобразований следует

$$\eta_{\max} \approx 1 - \frac{1,61}{N^{2/3}},$$

откуда следует, что сложность системы передачи (число модулей) единственно определяет максимальный электромагнитный к. п. д., если добротность нагрузки достаточно высокая.

Все приведенные результаты получены в предположении, что взаимная индуктивность секций накопителя пренебрежимо мала, т. е.  $L_{ij} = 0$  ( $i \neq j$ ). Во избежание громоздких математических выкладок оценим критичность этого предположения качественно.

В индуктивных системах с большой удельной энергоемкостью и обычно используемой однослойной намоткой значение  $L_{ij}$  для близко расположенных секций может быть сравнимо с собственной индуктивностью секции  $L_{ii}$ , но быстро падает на расстояниях, меньших диаметра катушки [2], как показано на рис. 4 для соленоида. В тороидальных накопителях  $L_{ij}$  убывает еще резче из-за взаимного разворота секций вокруг главной оси тора. В варианте с последовательным подключением секций, рассмотренном вначале, каждая подключаемая к нагрузке секция, кроме последней, имеет рядом короткозамкнутую секцию, еще не включенную в процесс передачи. При наличии взаимной индуктивности возможен перехват части магнитного потока подключаемой секции и соответственно концентрация тока в неподключенной части накопителя. Это препятствует работе описанного бездиссипативного механизма передачи. Однако, если  $m$  ближайших к подключаемой секции накопителя участвуют в обычной диссипативной передаче магнитной энергии, то  $N - m$  секций реализуют бездиссипативный механизм и при  $N/m \gg 1$  влиянием взаимной индукции можно пренебречь. В последней оптимальной схеме, очевидно, короткозамкнутые секции отсутствуют и к. п. д. успешно можно оценивать по (7), где в выражение для  $\lambda$  войдет полная индуктивность секции в виде  $L = \sum L_{ij}$ .

Требования к энергоемкости и мощности импульсных источников питания магнитных систем современных термоядерных установок в целом ряде случаев вынуждают использовать индуктивные накопители с запасом энергии масштаба гигаджоуль и более [3 и 4]. Необходимо полностью использовать их потенциальные возможности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972.
2. Корнеев В. В., Трухин В. А. Особенности вывода энергии из секционированного индуктивного соленоидального накопителя в схеме с умножением тока. — Электричество, 1983, № 3.
3. Основные физические и инженерные проблемы создания токамака с сильным полем и адиабатическим сжатием плазмы/Э. А. Азизов, Ю. А. Алексеев, Н. Н. Бревнов и др. — Атомная энергия, 1982, т. 52, № 2.
4. Корнаков Е. В., Спесивова Ф. М., Столов А. М. Система питания установок типа токамак. — Электротехника, 1981, № 1.

[07.09.84]

# Расчет проводимости изоляции при многофакторном воздействии

МЕСЕНЖНИК Я. З., канд. физ.-мат. наук

Ташкент

Во многих современных технических комплексах электрическая изоляция подвергается многофакторному воздействию. Примерами могут служить электрическая аппаратура и кабели, работающие в скважинах (включая морские) на значительных глубинах. Наиболее сильными факторами, влияющими на проводимость изоляции, здесь являются температура и гидростатическое (или квазигидростатическое) давление [1 и 2].

Известно, что удельная проводимость изоляции [3]

$$\gamma = nqx, \quad (1)$$

где  $n$  — концентрация свободных заряженных частиц;  $q$  — их заряд;  $x = v_d E^{-1}$  — подвижность частиц;  $v_d$  — их дрейфовая скорость;  $E$  — напряженность электрического поля.

В слабых электрических полях удельная электрическая проводимость сильно зависит от температуры [4]:

$$\gamma = \sum_{i=1}^m A_i e^{-W_i/kT}, \quad (2)$$

где  $A_i$  — коэффициент, зависящий от температуры;  $W_i$  — энергия активации  $i$ -го типа носителя заряда;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — термодинамическая температура.

Резкий рост  $\gamma$  обусловлен в основном экспоненциальным увеличением  $n$  с температурой [4]:

$$n = n_0 e^{-W_d/kT}, \quad (3)$$

где  $n$  — концентрация частиц, способных к диссоциации;  $W_d$  — энергия диссоциации.

Практически, очевидно, рост  $n$  с увеличением  $T$  происходит менее резко, так как одновременно с усилением диссоциации ионизированных молекул происходит относительное уменьшение  $n$  вследствие объемного расширения материала изоляции. Для некоторых материалов температурная зависимость  $n$ , в принципе, может приближаться к линейной.

С увеличением температуры  $T$  значения  $n$  и  $x$  увеличиваются. Увеличение гидростатического давления  $P$ , исходя из принятых физических представлений, должно приводить к уменьшению  $x$  и увеличению  $n$ .

В общем случае

$$\gamma(T) = qn(T)x(T); \quad (4)$$

$$\gamma(P) = qn(P)x(P), \quad (5)$$

где  $n(T)$ ,  $n(P)$ ,  $x(T)$ ,  $x(P)$  — соответственно функции  $n$  и  $x$  от  $T$  и  $P$ .

В случае линейной зависимости (или если возможна линейная аппроксимация нелинейных функций)  $n$  и  $x$  от  $T$  и  $P$  можно записать:

$$n(T) = n_n [1 + Tkn(T - T_n)]; \quad (6)$$

$$x(T) = x_n [1 + Tkx(T - T_n)]; \quad (7)$$

$$n(P) = n_n [1 + Pkn(P - P_n)]; \quad (8)$$

$$x(P) = x_n [1 - Pkx(P - P_n)], \quad (9)$$

где  $n_n$ ,  $x_n$  — исходные (при нормальных  $T$  и  $P$ ) значения  $n$  и  $x$ ;  $Tkn$ ,  $Pkn$  и  $Pkx$  — соответственно температурные и барические коэффициенты  $n$  и  $x$ ;

$$Tkn = \frac{1}{n_n} \frac{\partial n}{\partial T} = \alpha; \quad Tkx = \frac{1}{x_n} \frac{\partial x}{\partial T} = \beta;$$

$$Pkn = \frac{1}{n_n} \frac{\partial n}{\partial P} = \sigma; \quad Pkx = \frac{1}{x_n} \frac{\partial x}{\partial P} = \theta.$$

С учетом уравнений (4)–(9) имеем:

$$\gamma(T) = n_n x_n q (1 + \alpha T - \alpha T_n) (1 + \beta T - \beta T_n) = n_n x_n q (1 + \alpha T - \alpha T_n + \beta T - \beta T_n + \alpha \beta T^2 - 2\alpha \beta T T_n + \alpha \beta T_n^2); \quad (10)$$

$$\gamma(P) = n_n x_n q (1 + \sigma P - \sigma P_n) (1 - \theta P + \theta P_n) = n_n x_n q (1 - \theta P + \theta P_n + \sigma P - \sigma P_n - \sigma \theta P^2 + 2\sigma \theta P P_n - \sigma \theta P_n^2). \quad (11)$$

Вид функции  $\gamma(T)$  и  $\gamma(P)$  свидетельствует о возможности существования экстремумов. Найдем их с помощью 1-ой производ-

ной:

$$\gamma'(T) = \frac{\partial \gamma}{\partial T} = n_n x_n q (\alpha + \beta + 2\alpha \beta T - 2\alpha \beta T_n); \quad (12)$$

$$\gamma'(P) = \frac{\partial \gamma}{\partial P} = n_n x_n q (-2\sigma \theta P + 2\sigma \theta P_n - \theta + \sigma). \quad (13)$$

Приравнявая  $\gamma'(T)$  и  $\gamma'(P)$  нулю, находим значения  $T_{\text{экстр}}$  и  $P_{\text{экстр}}$ :

$$T_{\text{экстр}} = \frac{2\alpha \beta T_n - \alpha - \beta}{2\alpha \beta}; \quad (14)$$

$$P_{\text{экстр}} = \frac{2\sigma \theta P_n - \theta + \sigma}{2\sigma \theta}. \quad (15)$$

Для определения характера экстремумов найдем знак второй производной  $\gamma$ :

$$\gamma''(T) = \frac{\partial^2 \gamma}{\partial T^2} = 2\alpha \beta n_n x_n q; \quad (16)$$

$$\gamma''(P) = \frac{\partial^2 \gamma}{\partial P^2} = -2\sigma \theta n_n x_n q. \quad (17)$$

Поскольку  $\gamma''(T) > 0$ ,  $\gamma''(P) < 0$ , экстремум  $T$  является минимумом; экстремум  $P$  — максимумом. Это означает, что в температурной зависимости  $\gamma$  до минимума превалирует эффект рекомбинации носителей зарядов, после минимума — эффект повышения концентрации заряженных частиц и их подвижности. В барической зависимости  $\gamma$  до максимума превалирует эффект увеличения концентрации носителей зарядов, после него — уменьшение подвижности и усиление эффекта рекомбинации носителей зарядов.

Таким образом, как температурные, так и барические зависимости проводимости изоляции экстремальны. Этот вывод имеет практическое значение для прогнозирования работоспособности изоляции при многофакторном воздействии.

Изоляция кабелей, работающих в скважинах, подвергается воздействию практически линейно изменяющихся по длине  $l$  температур и гидростатических давлений:

$$T = T_n + K_t l; \quad (18)$$

$$P = P_n + \rho' l, \quad (19)$$

где  $K_t$  — геотермический градиент,  $^{\circ}\text{C} \cdot \text{км}^{-1}$ ;  $\rho'$  — градиент гидростатического давления или геобарический градиент,  $\text{МПа} \cdot \text{км}^{-1}$ .

С учетом (18) и (19) имеем:

$$n(T) = n_n [1 + \alpha (T - T_n)] = n_n (1 + \alpha K_t l); \quad (20)$$

$$x(T) = x_n [1 + \beta (T - T_n)] = x_n (1 + \beta K_t l); \quad (21)$$

$$n(P) = n_n [1 + \sigma (P - P_n)] = n_n (1 + \sigma \rho' l); \quad (22)$$

$$x(P) = x_n [1 - \theta (P - P_n)] = x_n (1 - \theta \rho' l). \quad (23)$$

Из (20)–(23) следует, что величины  $\alpha K_t l$ ,  $\beta K_t l$ ,  $\sigma \rho' l$ ,  $\theta \rho' l$  характеризуют вклады соответственно температуры и гидростатического давления в изменения  $n$  и  $x$  при воздействии  $T$  и  $P$ . Уравнения для  $n$  и  $x$  с учетом  $T$ ,  $P$  и  $l$  можно представить в виде:

$$n(T, P, l) = n_n (1 + \alpha K_t l + \sigma \rho' l); \quad (24)$$

$$x(T, P, l) = x_n (1 + \beta K_t l - \theta \rho' l). \quad (25)$$

Уравнение для удельной проводимости:

$$\begin{aligned} \gamma(T, P, l) &= n_n x_n q (1 + \alpha K_t l + \sigma \rho' l) (1 + \beta K_t l - \theta \rho' l) = \\ &= n_n x_n q [1 + l^2 (\alpha \beta K_t^2 - \alpha \theta \rho' K_t + \sigma \beta K_t \rho' - \sigma \theta \rho'^2) + \\ &\quad + l (\alpha K_t - \rho' \theta + \beta K_t + \rho' \sigma)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Значение  $l_{\text{экстр}}$  получим, взяв первую производную  $\gamma$  по  $l$  и приравняв ее нулю:

$$\begin{aligned} \gamma'(T, P, l) &= \frac{\partial \gamma(T, P, l)}{\partial l} = n_n x_n q [2l (\alpha \beta K_t^2 - \alpha \theta \rho' K_t + \\ &\quad + \sigma \beta K_t \rho' - \sigma \theta \rho'^2) + \alpha K_t + \rho' \sigma - \rho' \theta + K_t \beta]; \end{aligned} \quad (27)$$

тогда

$$l_{\text{экстр}} = \frac{\rho'(\theta - \sigma) - K_t(\beta + \alpha)}{2[\alpha\beta K_t^2 - \rho'K_t(\alpha\theta - \sigma\beta) - \sigma\theta\rho'^2]}; \quad (28)$$

$$\gamma''(T, P, l) = \frac{\partial^2 \gamma(T, P, l)}{\partial l^2} = 2n_{\text{н}} x_{\text{н}} q (\sigma\rho K_t \rho' - \alpha\theta\rho' K_t + \alpha\beta K_t^2 - \sigma\theta\rho'^2) = 2n_{\text{н}} x_{\text{н}} q [\rho' K_t (\sigma\beta - \alpha\theta) + (\alpha\beta K_t^2 - \sigma\theta\rho'^2)]. \quad (29)$$

Экстремум в функции  $\gamma(T, P, l) = f(l)$  является минимумом при условии

$$\rho' K_t (\sigma\beta - \alpha\theta) > (\alpha\beta K_t^2 - \sigma\theta\rho'^2) \quad (30)$$

и максимум при условии

$$(\alpha\beta K_t^2 - \sigma\theta\rho'^2) > \rho' K_t (\sigma\beta - \alpha\theta). \quad (31)$$

Таким образом, в зависимости от соотношения параметров, характеризующих структуру диэлектрика и условия многофакторного воздействия, функции  $\gamma(T, P, l) = f(l)$  могут иметь как максимумы, так и минимумы. Этот теоретический вывод

хорошо подтверждается опытными данными [5 и 6]; он должен учитываться как при проектировании кабелей и других электротехнических устройств, так и прогнозировании их работоспособности в конкретных условиях многофакторного воздействия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Месенжик Я. З. Кабели для нефтегазовой промышленности. — Ташкент: Фан, 1972. — 435 с.
2. Полимерная электроизоляция под давлением/С. Н. Колесов, Я. З. Месенжик, Н. С. Волков, В. А. Попов и др. — Ташкент: Фан, 1976. — 98 с.
3. Тареев Б. М. Физика диэлектрических материалов. — М.: Энергониздат, 1982. — 320 с.
4. Штофа Я. Электротехнические материалы в вопросах и ответах/Под ред. Б. М. Тареева. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 200 с.
5. Месенжик Я. З. Закономерности электрической проводимости полимерной изоляции кабелей для геофизических исследований при термобарическом нагружении в скважинах. — ЭП. Кабельная техника, 1976, вып. 7 (137), с. 8—11.
6. Горбенко Л. А., Месенжик Я. З. Кабели и провода для геофизических работ. — М.: Энергия, 1977. — 192 с. [30.08.84]

УДК 538.122.001.57

## Моделирование магнитного поля тела произвольной формы с помощью системы элементарных источников

ИСЕРЛИС Ю. Э., канд. техн. наук, УРЬЕВ А. М., инж.

Магнитное поле однородного изотропного тела, ограниченного поверхностью второго порядка и намагниченного однородно, определяют с помощью достаточно точных математических выражений [1]. Для расчета магнитного поля тела произвольной формы, намагниченного в однородном магнитном поле, в ряде случаев используют аналитические выражения, полученные для эллипсоида, шара, круглого цилиндра бесконечной длины, схематического магнита и т. п., что приводит иногда к повышенным погрешностям.

Магнитное поле тела произвольной формы, намагниченного неоднородно, может быть выражено аналитически путем решения уравнения Лапласа. Однако в этом случае из-за отсутствия математического выражения поверхности тела постоянные интегрирования могут быть определены только при наличии экспериментальных данных о внешнем магнитном поле тела в некоторых точках пространства. Существует ряд способов определения постоянных интегрирования уравнения Лапласа. В частности, широкое распространение нашел способ его решения путем разложения магнитного потенциала тела в ряд по мультиполям [2]. Практическая реализация указанного способа связана созданием специальных прецизионных измерительных устройств и сопряжена с высокой трудоемкостью измерений.

В связи с этим назрела необходимость в разработке метода, позволяющего упростить процедуру построения математических моделей магнитного поля тела произвольной формы, намагниченного неоднородно, с использованием экспериментальных данных о внешнем магнитном поле этого тела, полученных с помощью более простых технических средств, применяемых в практических измерениях магнитных полей. При этом наиболее целесообразен путь отказа от получения информации о внешнем магнитном поле в заданных дискретных точках пространства и перехода к измерению проходных характеристик составляющих напряженности магнитного поля исследуемых объектов. Последний путь может быть реализован с помощью представления магнитного поля тела произвольной формы с помощью дискретной системы элементарных источников магнитного поля, например диполей.

Задача определения параметров системы распределенных в пространстве элементарных источников магнитного поля, создающих поле, тождественное магнитному полю тела произвольной формы, может быть сведена к оптимизационной с помощью методов активного эксперимента.

Пусть  $F_p = \{F_1, F_2, \dots, F_\gamma, \dots, F_s\}$  — множество известных характеристик магнитного поля тела произвольной формы в заданном пространстве  $P(R)$ . Пусть  $\hat{F}_p = \{\hat{F}_1, \hat{F}_2, \dots, \hat{F}_{\gamma 1}, \dots, \hat{F}_s\}$  — экспериментально определяемые характеристики магнит-

ного поля, создаваемого пространственно распределенной системой элементарных источников магнитного поля. При этом каждая характеристика магнитного поля  $\hat{F}_\gamma$  есть функция конструктивных и функциональных параметров элементарных источников магнитного поля и воздействия внешней среды

$$\hat{F}_\gamma = f(X_j, R), \quad X_j \in D, \quad j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $X_j$  — вектор конструктивных и функциональных параметров  $j$ -го элементарного источника магнитного поля;  $D$  — область допустимых значений для  $X_j$ ;  $R$  — магнитная характеристика внешней среды.

Тогда для того, чтобы получить магнитное поле с требуемыми характеристиками в заданном пространстве  $P(R)$  при условии постоянства воздействия внешней среды, необходимо в общем случае решить задачу векторной оптимизации, состоящую в том, чтобы за счет подбора значений  $X_j$  свести к минимуму невязки:

$$Q_\gamma = F_\gamma - \hat{F}_\gamma \rightarrow \min, \quad \gamma = \overline{1, s}, \quad X_j \in D, \quad R = \text{const.} \quad (2)$$

Поиск решения можно упростить, если, учитывая аддитивность характеристик магнитного поля, целевую функцию сформировать в виде суммарной невязки

$$Q = \sum_{\gamma=1}^s |Q_\gamma| \rightarrow \min, \quad X_j \in D, \quad R = \text{const.} \quad (3)$$

Для определения значений  $X_j$ , обеспечивающих минимальные значения  $Q_\gamma$  или  $Q$ , целесообразно использовать методы последовательного симплексного поиска, в основе которых лежит метод, первоначально описанный в [3].

Методы последовательного симплексного поиска по сравнению с другими методами активного эксперимента имеют много преимуществ: они не требуют применения сложного математического аппарата; не нуждаются в обеспечении повышенной точности эксперимента; при их применении могут использоваться как один, так и несколько критериев оптимальности, представляемых в виде качественных и количественных показателей; при поиске оптимума целевой функции одновременно изменяются все факторы; алгоритм оптимизации почти не изменяется при введении ограничений.

Для осуществления движения к оптимуму в алгоритме обычно используются следующие операции: отражение, растяжение, сжатие, редукция, описание которых дано в [5]. Для целей формирования магнитного поля с заданными характери-

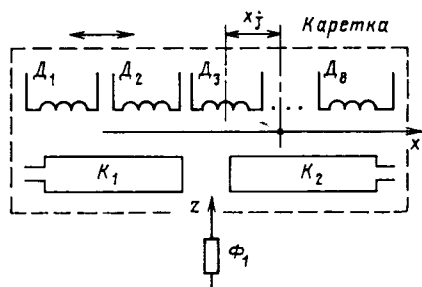


Рис. 1. Схема эксперимента для решения задачи компенсаций магнитного поля двух контуров с током

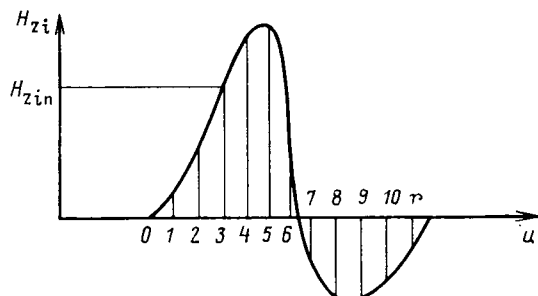


Рис. 2. Проходная характеристика вертикальной составляющей напряженности магнитного поля

стикам, на наш взгляд, целесообразно использовать алгоритмы, включающие в себя следующие основные операции:

построение исходного нерегулярного симплекса со случайными (или заданными на основании предыдущего опыта) значениями координат каждой вершины и с числом вершин  $m \neq n+1$  [4];

отражение и сжатие;  
повторное отражение.

Суть последней операции состоит в том, что после первого отражения остаются вершины: признанная плохой в исходном симплексе и новая, т. е. число вершин в симплексе увеличивается на единицу. В новом симплексе снова отыскивается плохая вершина (она может оказаться той же) и снова отражается, и т. д. до тех пор, пока улучшение критериев оптимальности станет незначительным. Эксперименты показали, что повторное отражение в некоторых случаях позволяет существенно улучшить сходимость метода.

Проверка возможности использования симплексного метода для определения конструктивных и функциональных параметров совокупности элементарных источников магнитного поля, создающих в сходственных точках пространства магнитное поле, тождественное магнитному полю другой магнитной системы, была осуществлена экспериментально, в частности, при решении упрощенной задачи компенсации магнитного поля двух контуров с током в заданном пространстве.

На рис. 1 схематически изображено взаимное расположение контуров  $K_1$  и  $K_2$  системы магнитных диполей, выполненных

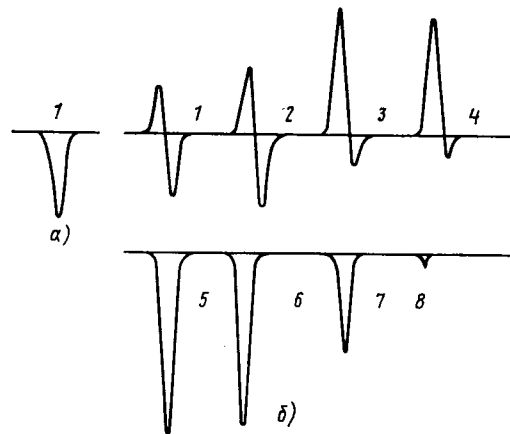


Рис. 3. Проходные характеристики вертикальной составляющей магнитного поля магнитной системы в процессе решения задачи компенсации

в виде катушек с током  $D_1—D_8$  и измерительного феррозонда, соединяемого с магнитометром и самописцем. Катушки  $D_1—D_8$  и контуры  $K_1$  и  $K_2$  были размещены на каретке, которая при снятии проходных характеристик перемещалась относительно неподвижного феррозонда. Катушки  $D_1—D_8$  прикреплялись к штанге, расположенной вдоль оси  $x$ , и могли перемещаться вдоль этой штанги. Плоскость, в которой были расположены витки контуров  $K_1$  и  $K_2$ , была перпендикулярна плоскости, проходящей через оси катушек  $D_1—D_8$  и ось  $z$ . Питание контуров и катушек с током осуществлялось от стабилизированных источников постоянного тока. Измерения проходных характеристик вертикальной составляющей напряженности статического магнитного поля, создаваемого катушками  $D_1—D_8$  и контурами  $K_1$  и  $K_2$ , проводились феррозондовым магнитометром высокого класса точности и регистрировались с помощью самописца.

В качестве целевой функции принималось свернутое значение проходной характеристики в виде зависимости

$$Q_i = \sum_{u=1}^r |H_{ziu}|, \quad (4)$$

где  $H_{ziu}$  — значение вертикальной составляющей напряженности магнитного поля на координате  $u$  в масштабе, принятом при регистрации на самописце (рис. 2);  $i$  — номер опыта;  $u$  — номер точки на кривой напряженности.

В качестве варьируемых параметров были выбраны значения силы тока  $y_1—y_8$  и координаты расположения осей катушек  $D_1—D_8$  в направлении оси  $x$  (см. таблицу). На варьируемые параметры были наложены следующие ограничения: 1) точности установки катушек на координате  $x$  была ограничена габаритами катушек; 2) значение тока в катушках ограничено сверху и снизу. В качестве начала координат на оси  $x$  была принята определенная экспериментально точка, соответствующая положению центра тяжести фигуры, образованной кривой проходной характеристики вертикальной составляющей напряженности магнитного поля контуров (рис. 3, а) и осью абсцисс.

Номер опыта (вершины)	Координаты вершин											
	$X_1$	$Y_1$	$X_2$	$Y_2$	$X_3$	$Y_3$	$X_4$	$Y_4$	$X_5$	$Y_5$	$X_6$	$Y_6$
1	0	50	0	50	0	50	0	50	0	50	0	50
2	55	50	50	50	40	50	30	50	30	50	10	50
3	60	70	50	50	40	70	30	70	10	70	0	70
4	55	70	50	70	35	70	30	70	15	70	10	70
5	55	70	50	—70	35	70	30	—70	15	70	10	—70
6	55	50	48	190	40	50	28	190	20	50	8	190
				(130)				(130)				(130)
7	49	65	44	—15	32	65	26	—15	13	65	8	—15
8	20	48	22	8	14	48	11	8	14	48	—4	15
				(15)				(16)			(—6)	(15)

Примечания: 1. В силу принятых ограничений принимались значения координат, указанные в скобках.

2. Координаты  $X_1$  и  $Y_1$ ,  $X_2$  и  $Y_2$ ,  $X_3$  и  $Y_3$  и т. д. относятся соответственно к первой, второй, третьей и т. д. катушкам.

Задача компенсации магнитного поля решалась следующим образом. На первом этапе были заданы произвольно координаты пяти вершин исходного симплекса и для принятых сочетаний значений варьируемых параметров (см. таблицу) были построены проходные характеристики, представленные в масштабе<sup>1</sup> на рис. 3, б (кривые 1—5).

Анализ кривых, соответствующих вершинам исходного симплекса, показал, что вершиной «худшего качества» является пятая.

После проведения операции отражения с помощью формул (5) и (6) [5]

$$X_{отрj}^k = X_{цj}^k + \alpha (X_{цj}^k - X_{hj}^k); \quad (5)$$

$$X_{цj}^k = \frac{1}{m-1} \left( \sum_{i=1}^m X_{ij}^k - X_{hj}^k \right), \quad (6)$$

где  $X_{отрj}^k$  — значение  $j$ -й координаты вершин симплекса на  $k$ -м шаге после операции отражения;  $X_{цj}^k$  — значение  $j$ -й координаты центра оставшихся вершин симплекса;  $X_{hj}^k$  — значение  $j$ -й координаты плохой точки на  $k$ -м шаге;  $m$  — число вершин симплекса;  $i$  — номер вершины симплекса (номер опыта);  $\alpha=1$  — коэффициент отражения, в шестой точке было получено значение целевой функции лучше, чем в пятой, но худшее, чем в остальных. Поэтому была проведена операция сжатия по формуле [5]

$$X_{стj}^k = X_{цj}^k + \beta (X_{hj}^k - X_{цj}^k), \quad (7)$$

где  $X_{стj}^k$  — значение  $j$ -й координаты вершины симплекса на  $k$ -м шаге;  $\beta=0,5$  — коэффициент сжатия, в результате которой было получено значение проходной характеристики, представленной на кривой 7 рис. 3, б, и сформирован симплекс, составленный из вершин 1, 2, 3, 4, 7. «Худшей» вершиной последнего симплекса оказалась третья (см. таблицу). Отражение третьей вершины дало невязку, близкую к ошибке эксперимента (кривая 8 рис. 3, б). Таким образом, для решения задачи компенсации потребовалось пять экспериментов для получения значений целевой функции в вершинах исходного симплекса и три эксперимента для получения требуемого оптимального решения. Основная относительная погрешность определения координат проходной характеристики в эксперименте не превышала 2,5 %.

Кроме описанного выше эксперимента, работоспособность метода проверялась на той же установке при решении задачи формирования магнитного поля с заданной априори характеристикой и задачи компенсации напряженности магнитного поля реального ферромагнитного тела в заданной плоскости (на двух уровнях). Полученные результаты показали хорошую сходимость метода для вышеприведенного класса задач.

С помощью симплексных методов задача идентификации

<sup>1</sup> Масштаб не указан, так как для решения задачи его величина не имеет значения.

магнитного поля тела произвольной формы, сформулированная в виде (2) или (3), может быть решена расчетным путем на ЭВМ, если использовать аналитические выражения напряженности магнитного поля элементарных источников (например, диполей) и рассчитывать на каждом шаге оптимизации характеристики магнитного поля, создаваемые совокупностью диполей, располагаемых в соответствии с координатами задаваемых вершин симплексов.

В частности, решение одной из подобных задач было смоделировано на ЭВМ ЕС 1022. В качестве исследуемого объекта был взят эллипсоид с параметрами:  $x=y=0$ ,  $z=0,2$  м,  $2a=4$  м,  $2b=1,6$  м,  $M_x=M_y=0$ ,  $M_z=1,675 \cdot 10^2$  Ам<sup>2</sup>, где  $x, y, z$  — координаты центра эллипсоида,  $a$  и  $b$  — соответственно малая и большая полуоси,  $M_z$  — вертикальная составляющая магнитного момента.

Кроме того, расчетным путем для эллипсоида были определены значения вертикальной составляющей напряженности магнитного поля в точках, расположенных на линиях пересечения плоскостей  $y=0,8$ ,  $z=1,0$ ,  $y=0,8$ ,  $z=-1,0$ ;  $z=-1,2$ ,  $z=1,0$ ;  $y=-1,2$ ,  $z=-1,0$  с шагом 0,5 м (на каждой линии по 20 точек). Оптимизация осуществлялась по целевой функции типа (2), определяемой по вертикальным составляющим напряженности магнитного поля. Эллипсоид моделировался тремя диполями, центры масс которых на первом шаге располагались случайно. Длительность решения задачи на ЭВМ составила около 15 мин.

Начальное значение целевой функции было 24,47 А/м, конечное — 0,015 А/м. Суммарная вертикальная составляющая моделирующих эллипсоид диполей оказалась равной  $1,66 \times 10^2$  Ам<sup>2</sup>. Дополнительно определялись значения напряженностей магнитного поля эллипсоида и моделирующих диполей в заданной точке пространства с координатами  $x=0$ ,  $y=-0,2$ ,  $z=5$ . В результате получили для эллипсоида  $M_z=2,0827 \times 10^{-1}$  А/м, для совокупности диполей  $M_z=2,0727 \cdot 10^{-1}$  А/м.

Таким образом, была обеспечена достаточно высокая точность совпадения характеристик магнитного поля (около 1 %).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глонягин Ю. В. Элементы теории и расчета магнитостатических полей ферромагнитных тел. — Л.: Судостроение, 1967 — 176 с.
2. Шимион К. Теоретическая электротехника. — М.: Мир, 1972. — 732 с.
3. Spendley W., Nekt G. R., Himsworth F. R. Sequential application of simplex designs in optimisation and evolutionary operation. — Technometrics, 1962, vol. 4, N 4, p. 441—461.
4. Численные методы условий оптимизации/Пер. с англ. под ред. Ф. Гилла, У. Мюррея. — М.: Мир, 1977. — 294 с.
5. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. — М.: Мир, 1973. — 958 с.

[31.10.84]

УДК 621.311.6:[621.314.1.621.382]

## Исследование многосвязной системы электропитания с полупроводниковыми преобразователями

ИВАНЧУРА В. И., СОУСТИН Б. П., ЧУБАРЬ А. В.

Красноярский политехнический институт

Системы электропитания (СЭП) некоторых автономных объектов строятся на основе фотоэлектрических преобразователей и работающих с ними в буферном режиме аккумуляторных батарей. Для эффективного использования первичных источников (ИП) и увеличения ресурсных показателей в схему СЭП включен централизованный регулятор напряжения (ЦРН) импульсного типа, поддерживающий напряжение на силовых шинах с точностью 1—5 % при широком (20—30 %) диапазоне изменения нагрузки и напряжения ИП. Отдельные каналы энергопотребления (КЭП), подключаемые к общим шинам, содержат дополнительные согласующие и преобразовательные устройства (рис. 1). Вместе с СЭП они образуют многосвязную систему.

Как показано в [2 и 3] метод переменных состояния с использованием диакоптики позволяет преодолеть трудности исследования подобных систем, связанные с высокой размерностью задачи, нелинейностью элементов, импульсным характером регулирования, коммутацией и взаимовлиянием отдельных потребителей. Рассмотрим применение этого метода для СЭП, в которой ЦРН представляет собой импульсный стабилизатор напряжения ИСН) последовательного типа. К общим шинам подключены КЭП, каждый из которых содержит Г-образный входной LC-фильтр, автономный инвертор напряжения и активно-индуктивную нагрузку.

Систему разбиваем на  $m+1$  подсистему, где  $m$  — число КЭП. Уравнения подсистем составляем по их эквивалентным схемам

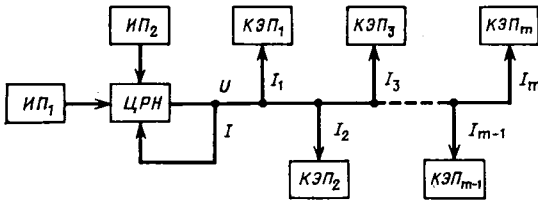


Рис. 1. Схема многосвязной СЭП

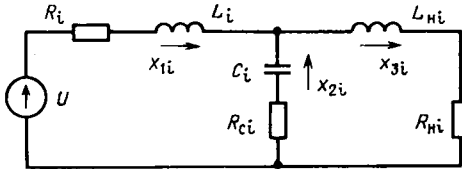


Рис. 2. Эквивалентная схема КЭП с автономным инвертором

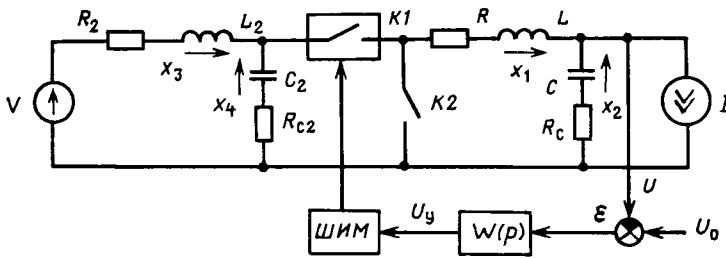


Рис. 3. Эквивалентная схема ИСН

(рис. 2 и 3) и методике [1]. Решение уравнения состояния для  $i$ -го КЭП:

$$X_i(t) = e^{A_i(t-nT)} X_i(nT) + [e^{A_i(t-nT)} - E] A_i^{-1} G_i U, \quad (1)$$

а в момент коммутации ключа инвертора

$$X_i[(n+1)T] = e^{A_i T} X_i(nT) + [e^{A_i T} - E] A_i^{-1} G_i U, \quad (2)$$

где  $T$  — период коммутации ключа инвертора КЭП;  $E$  — единичная матрица;  $X_i = \text{colon}(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$  — вектор состояния  $i$ -го КЭП;  $G_i = \text{colon}(\frac{1}{L_i}, 0, 0)$ ;

$$A_i = \begin{bmatrix} -\frac{R_i + R_{ci}}{L_i} & \frac{1}{L_i} & \frac{R_{ci}}{L_i} \\ \frac{1}{C_i} & 0 & -\frac{1}{C_i} \\ \frac{R_{ci}}{L_{ni}} & \frac{1}{L_{ni}} & -\frac{R_{ci} + R_{ni}}{L_{ni}} \end{bmatrix};$$

$L_i, C_i$  — индуктивность и емкость входного фильтра  $i$ -го КЭП;  $R_i, R_{ci}$  — сопротивления питающей линии и емкости  $i$ -го КЭП;  $R_{ni}, L_{ni}$  — параметры нагрузки  $i$ -го КЭП.

Коммутации ключей инвертора соответствует смена начальных условий тока  $X_{3i}$ , поэтому для установившегося режима

$$X_i[(n+1)T] = F X_i(nT), \quad (3)$$

где матрица  $F$  получается из единичной матрицы  $E$  заменой последнего диагонального элемента на  $-1$ .

Определяем значения переменных в моменты коммутаций в установившемся режиме:

$$X_i(nT) = (F - e^{A_i T})^{-1} (e^{A_i T} - E) A_i^{-1} G_i U. \quad (4)$$

Тогда решение уравнения (1) в установившемся режиме

$$X_i(t) = e^{A_i(t-nT)} [(F - e^{A_i T})^{-1} (e^{A_i T} - E)] A_i^{-1} G_i U + (e^{A_i(t-nT)} - E) A_i^{-1} G_i U, \quad (5)$$

а ток, потребляемый от общих шин, определяется как

$$I = \sum_{i=1}^m X_{1i}. \quad (6)$$

Решение уравнения для ЦРН ведется с постоянным шагом  $h$  по выражениям:

$$X = e^{Ah} X_H + (e^{Ah} - E)(BV + GI); \quad (7)$$

$$U = CX + DI, \quad (8)$$

где  $U$  — напряжение на общих шинах;  $V$  — напряжение первичного источника;  $X = \text{colon}(X_1, X_2, X_3, X_4)$  — вектор состояния ЦРН;  $X_H$  — его начальное значение;

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{(R+R_c)(F_1+F_2)+R_{c2}F_1}{L} & -\frac{F_1+F_2}{L} & \frac{F_1 R_{c2}}{L} & \frac{F_1}{L} \\ \frac{F_1+F_2}{C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{F_1 R_{c2}}{L_2} & 0 & -\frac{R_2+R_{c2}}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{F_1}{C_2} & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \text{colon}\left(0, 0, \frac{1}{L_2}, 0\right);$$

$$G = \text{colon}\left(\frac{R_c(F_1+F_2)}{L}; -\frac{1}{C}, 0, 0\right);$$

$$C = [R_c \ 1 \ 0 \ 0]; \quad D = -R_c.$$

В схеме рис. 3 возможны три структуры, определяемые состоянием ключей  $K1$  и  $K2$ . Состояния ключей характеризуются коммутационными функциями  $F_1$  и  $F_2$ , принимающими значения 1 либо 0. Изменение этих значений соответствует переключению структур и определяется процессами в системе управления ИСН, а также током дросселя его выходного фильтра. Замкнутому состоянию ключей соответствует значение коммутационной функции, равное 1, а разомкнутому — равное 0.

Значение коммутационной функции  $F_1$  определяется соотношением текущих значений пилообразного напряжения  $U_{п.н}$  в схеме широтно-импульсного модулятора (ШИМ) и напряжения управления  $U_y$ , зависящего от ошибки регулирования  $\varepsilon = U_0 - U$ , где  $U_0$  — опорное напряжение;  $U$  — напряжение на выходе ИСН:

$$F_1 = \begin{cases} 1, & \text{если } U_y \geq U_{п.н}; \\ 0, & \text{если } U_y < U_{п.н}. \end{cases} \quad (9)$$

Напряжение управления  $U_y$  рассчитывают численными методами по известным передаточной функции схемы управления  $W(p)$  и значениям ошибки регулирования  $\varepsilon$  [4].

Значение коммутационной функции  $F_2$  находится в зависимости от значений  $F_1$  и переменной состояния  $X_1$  (ток дросселя фильтра ИСН):

$$F_2 = \begin{cases} 1, & \text{если } (F_1 = 0) \wedge (X_1 > 0); \\ 0, & \text{если } [(F_1 = 0) \wedge (X_1 \leq 0)] \vee (F_1 = 1). \end{cases} \quad (10)$$

Используя переменную  $NC$  как номер структуры, выбор структуры ИСН можно связать со значениями коммутационных



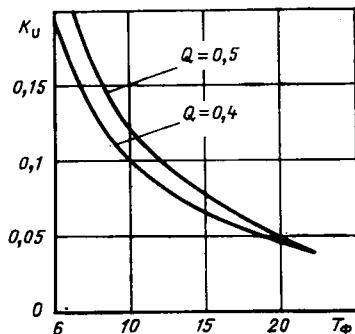


Рис. 4. Зависимость коэффициента пульсации напряжения  $K_U = \frac{(U_{\max} - U_{\min})}{I_{\text{ср}} \rho}$  от постоянной времени выходного фильтра

ЦРН  $T_{\Phi} = 2\pi f \sqrt{LC}$ ;  $U_{\max}$ ,  $U_{\min}$ ,  $I_{\text{ср}}$  — максимальное, минимальное и среднее значения соответствующих величин;  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ;  $Q = \frac{\rho}{R}$

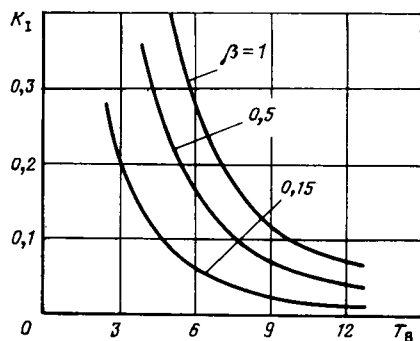


Рис. 5. Зависимость коэффициента пульсации токопотребления  $K_I = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\text{ср}}}$  от постоянной времени входного фильтра

$$\text{КЭП } T_{\text{в}} = 2\pi f \sqrt{L_i C_i} \left( \beta = \frac{L_{\text{н}} i f}{R_{\text{н}} i} \right)$$

функций [5]:

$$NC = \begin{cases} 1, & \text{если } (F_1 = 1) \wedge (F_2 = 0); \\ 2, & \text{если } (F_1 = 0) \wedge (F_2 = 1); \\ 3, & \text{если } (F_1 = 0) \wedge (F_2 = 0). \end{cases} \quad (11)$$

Алгоритм решения: на расчетном шаге сначала определяем значение тока  $I$  с помощью (5) и (6). Затем по (9)–(11) находим структуру силовой цепи ИСН и решаем (7) и (8) с учетом значения  $I$ . В результате получаем напряжение на общих шинах  $U$ ,

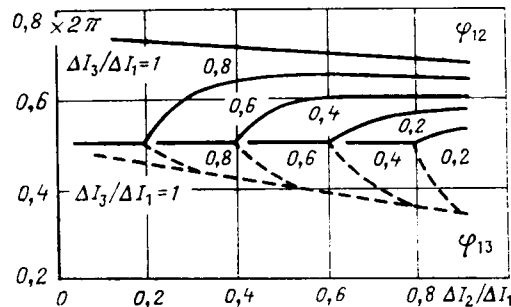


Рис. 6. Относительные фазовые сдвиги  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{13}$  между переменными составляющими токов КЭП  $\Delta I_1$ ,  $\Delta I_2$ ,  $\Delta I_3$ , обеспечивающие минимум пульсации токопотребления от общих шин

которое является исходным для определения токов всех КЭП на следующем расчетном интервале.

Ниже приведены результаты исследования СЭП при различных соотношениях параметров нагрузок, силового фильтра ЦРН и питания от автономного источника с напряжением  $V = 40$  В, внутренним сопротивлением  $R_{\text{в}} = 0,1$  Ом и частоте коммутации преобразователей всех КЭП  $f = 20$  кГц.

В стационарном режиме качество электроэнергии и степень взаимного влияния КЭП оценивается значением пульсации напряжения на общих шинах. При неизменных параметрах ЦРН эта пульсация растет с увеличением пульсации токопотребления отдельных КЭП (рис. 4), но может быть снижена увеличением постоянных времени их входных фильтров (рис. 5). Однако при этом увеличивается длительность переходных процессов, а в случае емкостных входных фильтров растет степень перерегулирования при включении. При синхронной работе преобразователей КЭП наиболее целесообразной является взаимокompенсация пульсации токопотребления за счет фазовых сдвигов в работе преобразователей. Значения этих фазовых сдвигов для трех КЭП (рис. 6) зависят от соотношения их переменных составляющих токопотребления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч. Пространство состояний в теории управления. — М.: Наука, 1970. — 620 с.
2. Иванчура В. И., Соустин Б. П., Чубарь А. В. Исследование системы автономного электропитания с полупроводниковыми преобразователями с учетом взаимного влияния потребителей. — В кн.: Проблемы преобразовательной техники. Киев: ИЭД АН УССР, 1983, ч. 6, с. 37–40.
3. Сигорский В. Н., Петренко А. И. Алгоритмы анализа электронных схем. — М.: Советское радио, 1976. — 608 с.
4. Автоматизация проектирования импульсных стабилизаторов постоянного напряжения/В. И. Иванчура, А. В. Казанцев, Ю. М. Казанцев и др. — Электротехника, 1982, № 11, с. 23–25.
5. Манаков А. В., Казанцев А. В., Иванчура В. И. Методика и алгоритм расчета электромагнитных процессов в системах электропитания с полупроводниковыми преобразователями. — В кн.: Элементы и устройства автоматики. — Красноярск: Красноярский политехнический институт, 1982, с. 28–36.

[25.09.84]

## Пути снижения потерь электроэнергии в трансформаторах распределительных сетей

(Статья Ланды М. Л. и Мельник В. А. «Электричество», 1982, № 10)

БРОНИЦКИЙ М. А., канд. техн. наук

Украинское отделение ВГПИ и НИИ «Сельэнергопроект»

В электрических сетях сельскохозяйственного назначения в силу ряда объективных и субъективных причин трансформаторы зачастую недогружены, и эффективность их работы предполагается повышать путем использования и перегрузочной способности (например, [1]). Наряду с этим предлагаются также мероприятия по снижению потерь электроэнергии в сетевых трансформаторах. Однако при этом не всегда учитываются некоторые факторы, которые могут существенно влиять на принимаемые решения. Это характерно и для [2].

В первую очередь необходимо отметить, что при предложенном в [2] подходе снижается общая эффективность работы переставляемых трансформаторов, так как в операции перестановки не участвуют имеющиеся в резерве трансформаторы, т. е. оптимизация производится в замкнутой системе. По данным, приведенным в табл. 2 [2], средний коэффициент загрузки трансформаторов снижается примерно на 10 %, что противоречит требованию повышения эффективности использования установленных трансформаторных мощностей.

Учитывая вышеизложенное, был предложен и исследован другой подход, который позволяет снизить потери электроэнергии и повысить эффективность трансформаторов. Результаты этих исследований легли в основу разработанных рекомендаций по рациональному использованию трансформаторов подстанций 35/10 кВ и 10/0,4 кВ сельскохозяйственного назначения [3]. Основное содержание рекомендаций заключается в следующем.

Так как основной причиной неэффективной работы трансформаторов является несоответствие фактической нагрузки расчетной, то разработке мероприятий по его устранению должны предшествовать тщательный анализ причин такого несоответствия и установление общих тенденций дальнейшего изменения нагрузки. Это особенно важно в случаях замены действующих трансформаторов на трансформаторы меньшей мощности, так как при дальнейшем росте нагрузки вновь установленного трансформатора меньшей мощности может потребоваться обратная его замена. При этом возможный положительный эффект от снижения потерь в электроэнергии сводится к нулю дополнительными затратами на демонтаж действующего трансформатора и повторный монтаж трансформатора большей мощности (который ранее был демонтирован) и в ряде случаев может стать отрицательным. Этот факт и учитывают рекомендации [3], где в первую очередь рекомендуется трансформаторы рассматриваемого региона разделить на две группы. К первой группе относятся трансформаторы, нагрузка которых практически не увеличивается и в перспективе остается на уровне, наблюдаемом на время замера; ко второй — трансформаторы, нагрузка которых имеет тенденцию к увеличению.

Согласно рекомендациям [3] перегруженные трансформаторы заменяются трансформаторами большей мощности по техническим условиям, а недогруженные — на трансформаторы меньшей мощности при условии сокращения потерь электроэнергии. Последнее обусловлено следующим.

Как показывают расчеты, при замене действующих трансформаторов на трансформаторы меньшей мощности суммарные затраты по замене с учетом ликвидных сумм могут быть как положительными, так и отрицательными. При этом замена трансформаторов оказывается эффективной не только за счет снижения потерь электроэнергии, но и за счет разности в стоимости трансформаторов. Поэтому было принято замену действующих трансформаторов на трансформаторы меньшей мощности производить только в случае, когда имеется реальное сокращение потерь электроэнергии, а возможный более высокий экономический эффект в целом по приведенным затратам рассматривать как преимущество варианта замены, которое гарантирует в случае растущей нагрузки определенный экономический эффект даже при отклонении фактических исходных данных от расчетных на 10—15 %.

Поэтому замену действующего трансформатора на трансформатор меньшей мощности целесообразно производить, если его коэффициент загрузки меньше граничного, значение которого определяется из равенства потерь электроэнергии в двух сравниваемых вариантах: с заменой трансформатора и без замены.

В случае роста нагрузки с целью исключения в перспективе сверхнормативной загрузки трансформаторов второй группы после их перестановки граничное значение коэффициента загрузки корректируется в соответствии с данными о динамике роста нагрузки. Возможная повторная замена трансформаторов в перспективе на большую мощность исключается, так как относительно частая замена трансформаторов экономически не оправдана [4].

В предложенном в [3] подходе для замены используются находящиеся в резерве трансформаторы необходимой мощности. Дополнительный фактический экономический эффект при этом достигается путем освобождения дополнительных трансформаторных мощностей, которые можно использовать на других объектах, в том числе для замены перегруженных трансформаторов и снижения дефицита резервных трансформаторных мощностей, а также путем снижения потерь электроэнергии в стали трансформаторов.

Как показали расчеты, при годовом потреблении электроэнергии 28833,9 МВт·ч потери в распределительных трансформаторах после их перестановки в соответствии с [3] снижаются с 1547 МВт·ч до 1451,6 МВт·ч, т. е. примерно на 6 %.

Представляется не совсем правильным утверждение в [2], что оптимальным условием перестановки трансформаторов является  $T_{ок} = T_{ок.н}$ , т. е. равенство срока окупаемости затрат на перестановку трансформаторов нормативному сроку окупаемости, который определяется как  $T_{ок.н} = 1/E_n$ , где  $E_n = 0,12$  — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений. Во-первых, это неверно по существу, так как в данном случае в реальных условиях эксплуатации расчет не должен быть связан с определением эффективности. Затраты на перестановку трансформаторов не изменяют основные фонды (на них не начисляется амортизация), рассматриваются эксплуатирующими организациями как текущие и относятся на себестоимость передаваемой по сети электроэнергии. Следовательно, при определении эффективности единовременных текущих затрат на перестановку трансформаторов подход должен быть отличным от определения эффективности капиталовложений. Во-вторых, при выполнении условия  $T_{ок} = T_{ок.н}$  фактически отсутствует какой-либо расчетный эффект, так как затраты по перестановке трансформаторов будут компенсированы сокращением издержек на практике потерь электроэнергии, а использование трансформаторов в итоге может быть ухудшено. И не исключено (в зависимости от характера дальнейшего роста нагрузки), что потери электроэнергии в трансформаторах после истечения срока окупаемости могут превысить потери, которые имели бы место, если бы трансформаторы не переставлялись. Отсюда возникает необходимость при расчете срока окупаемости учитывать суммарные потери по вариантам за более длительный период, по крайней мере за период до момента последующей перестановки или замены переставляемых трансформаторов.

По вышеизложенным причинам не представляется правомерным изменение формулы (4) из [5] до ее фрагмента (6) в [2], так как значения  $K_2$  должны определять капиталовложения, которые в нашем случае отсутствуют, а согласно [5] этот фрагмент формулы определяет экономию на текущих издержках от сопутствующих капиталовложений за весь срок службы, т. е. за срок больший, чем  $T_{ок}$ .

При изложенном в [2] подходе электрическая сеть рассматривается как замкнутая система без учета ее развития, т. е. не учитывается появление в сети новых трансформаторов и замена существующих в соответствии с разрабатываемыми проектами,

## Клавдий Ипполитович Шенфер (1885 — 1946)

(К 100-летию со дня рождения)

Крупный ученый и педагог, один из создателей советской школы электромеханики, академик Клавдий Ипполитович Шенфер был одним из первых профессоров электротехники в Москве в период, когда эта дисциплина только складывалась в самостоятельную отрасль науки и техники. Свой напряженный, инициативный и богатый важными результатами труд отдал К. И. Шенфер решению важнейших проблем электротехники, стоявших перед народным хозяйством молодой республики Советов.

Клавдий Ипполитович Шенфер родился 7 июня (26 мая) 1885 г. в семье железнодорожного машиниста Либаво-Роменской железной дороги, по происхождению литовца. В 1892 г. семья переехала в Екатеринбург (ныне Краснодар), где К. И. Шенфер в 1903 г. окончил гимназию. За время учебы он проявлял большой интерес к химии и физике, сам смастерил электрическую машину и получил от нее ток для опытов. И хотя он интересовался и другими предметами, например литературой, увлечение электротехникой оказало решающее влияние на выбор будущей специальности.

Для поступления в вуз Клавдию Ипполитовичу пришлось заработать и скопить небольшие средства, да и в студенческие годы жить на собственный заработок. В МВТУ, куда он поступил в 1906 г., в это время закладывались основы московской электротехнической школы. Скромный и трудолюбивый юноша обратил на себя внимание преподавателей, его привлекли к производственным испытаниям на московских предприятиях и к работам, носящим характер исследовательских.

В 1910 г. К. И. Шенфер окончил МВТУ и по представлению К. А. Круга был оставлен в качестве лаборанта; здесь он провел свои первые исследования в области коммутации электрических машин.

В интересных экспериментах он раскрыл сложные процессы коммутации, дал им теоретические объяснения и обоснования и опубликовал результаты исследований в русской и немецкой периодической литературе. Глубина этих исследований послужила основанием для командировки К. И. Шенфера в Германию в целях подготовки к научной и педагогической работе.



В конце 1912 г. К. И. Шенфер вернулся в Москву и выступил с большим докладом о теории и методах проектирования электрических машин. Доклад отличался глубиной и ясностью изложения, безукоризненным научным языком, точность формулировок, стройностью, систематичностью предложенных решений. В июне 1913 г. К. И. Шенфер занял штатную должность в электротехнической лаборатории МВТУ, ему было поручено чтение ряда курсов.

Первый курс, который прочел К. И. Шенфер, был посвящен коллекторным двигателям переменного тока. Параллельно он вел исследование этих машин и публиковал результаты в виде статей, написал для книг и учебников других авторов соответствующие разделы, а в 1916 г. выпустил книгу «Коллекторные двигатели переменного тока», ставшую общепризнанным учебником. Книга получила высокую оценку, и в октябре 1917 г. К. И. Шенфер был избран профессором МВТУ.

Идеи Октябрьской революции полностью отвечали взглядам и настроению молодого ученого, без колебаний он включился в строительство советской электротехнической школы, стал деканом электротехнического отделения МВТУ. Однако административные обязанности К. И. Шенфер выполнял не долго: эта работа не соответствовала складу его характера. Как только учебная жизнь наладилась, он полностью отдался преподавательской и исследовательской деятельности.

Реорганизация преподавания требовала серьезной методической работы, которая велась в предметных, а затем в цикловых комиссиях; в 1926 г. Клавдий Ипполитович возглавил бюро цикла машиностроения.

Преподавательскую и методическую деятельность он совмещал с активной научно-исследовательской работой. В 1924 г. вышла его книга «Динамо-машины постоянного тока», а в 1929 г. — «Асинхронные машины». Обе книги неоднократно переиздавались.

Клавдий Ипполитович был талантливым лектором, увлекающим слушателей. Прекрасными были как внешняя форма лекций, так и их содержание. Он умел сочетать требования нау-

в том числе необходимость замены перегруженных трансформаторов по техническим требованиям и возможное влияние такой замены на перестановку трансформаторов. Это в конечном итоге изменит результаты перестановки трансформаторов. Учет перестановок трансформаторов по другим причинам позволяет исключить излишние перестановки, что очень важно с точки зрения надежности работы трансформаторов. Как известно, демонтаж и монтаж трансформаторов оказывает определенное влияние на надежность их работы после перестановки, и не исключены отказы в электроснабжении, обусловленные перестановкой.

Совершенно не обоснован второй вывод в [2] о необходимости корректировки рекомендаций [3] в связи с определением коэффициента предельной загрузки трансформаторов. Как уже упоминалось выше, корректировка предельного значения коэффициента загрузки трансформаторов производится для того, чтобы впоследствии не потребовалась их обратная замена. В [2] это совмещается с приведением затрат к расчетному году, что нецелесообразно как в данном случае, так и в целом при рассмотрении подобной задачи, так как нас интересует фактическое сокращение потерь электроэнергии, а не значение приведенных одному году затрат на их покрытие.

Не обосновано также утверждение, что замену трансформаторов в сети возможно произвести при наличии одного резервного трансформатора. Это неочевидно из приведенной в [2] табл. 2 (в самой таблице имеются ошибки).

Таким образом, можно утверждать, что именно предложенный в [3] подход к перестановке трансформаторов позволяет снизить потери электроэнергии при одновременном повышении эффективности их использования, что соответствует требованиям настоящего момента.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ланда М. Л., Черная И. И. Допустимые систематические перегрузки трансформаторов в электрических сетях сельскохозяйственного назначения. — Электричество, 1977, № 10.
2. Ланда М. Л., Мельник В. А. Пути снижения потерь электроэнергии в трансформаторах распределительных сетей. — Электричество, 1982, № 10.
3. Рекомендации по рациональному использованию трансформаторов подстанций 35/10 кВ и 10/0,4 кВ сельскохозяйственного назначения с учетом их фактической загрузки. — М.: Изд. Союзтехэнерго, 1980.
4. Броницкий М. А., Бебко Б. Г. Методика выбора оптимальной мощности трансформатора. — Энергетическое строительство, 1978, № 5.
5. Методика (основные положения) определения экономической эффективности использования в народном хозяйстве новой техники, изобретений и рациональных предложений. — М.: Экономика, 1977.

ки с интересами преподавания. Материал иллюстрировался примерами личных исследований.

В 1930 г. электротехнический факультет МВТУ вошел в состав МЭИ, и К. И. Шенфер принял самое активное участие в организации института, возглавив кафедру электрических машин. Он вел все виды учебной работы и руководил подготовкой аспирантов.

При обширной и разнообразной руководящей работе, педагогической и общественной деятельности К. И. Шенфера поразительным представляется объем его научных исследований, которые охватили все виды электрических машин и их совместной работы. Были предложены новые конструкции, разъяснены многие явления и процессы, установлены закономерности работы электрического привода, изобретены схемы и конструкции рекуперативного торможения, исследованы новые схемы для техники связи.

Лаборатория электрических машин МВТУ (а затем и МЭИ), учебный профиль самих институтов не могли обеспечить того колоссального объема работ, который был вызван все возрастающими требованиями развивающейся электропромышленности. Значительная часть исследований, проводимых К. И. Шенфером, была перенесена во Всесоюзный электротехнический институт, основанный в 1921 г. Одним из инициаторов организации ВЭИ был К. И. Шенфер, ставший заместителем директора в первом составе его дирекции и первым руководителем машинно-аппаратного отдела института.

Деятельность отдела велась при К. И. Шенфере в двух направлениях: научные исследования и производственно-технические испытания. Исследовательские работы получили широкий размах, в 1929 г. лаборатория получила прекрасное здание, в середине 30-х годов число сотрудников отдела превысило 200 человек. В области производственно-технических испытаний видное место занимали испытания электрических машин на электростанциях, электроприводах в угольной, металлургической и других видах промышленности и на транспорте.

Многие работы из тех, которые вел и которыми руководил К. И. Шенфер, носили тогда характер начинаний, только указывали новые направления исследований. И лишь позднее эти начинания были глубоко и полно развиты его многочисленными и талантливыми учениками. Сегодня важно отметить, что основы их были заложены К. И. Шенфером.

К. И. Шенфер стремился использовать каждую минуту для любимой работы. С этой целью он считал необходимым закреплять на бумаге мысли и идеи сразу же, как только они появились. Так появился «Журнал тем для исследований», составленный в период 1919—1945 гг., куда он заносил сведения по отдельным темам из литературных источников и попутно свои мысли и идеи, намечал различные варианты решения сложных вопросов. Чтобы сосредоточить свое внимание на особенно трудной задаче, он делал эскизы схем, конструкций, выписывал уравнения и формулы и размещал их вблизи рабочего места и над кроватью. Он был убежденным сторонником плановости в исследовательской работе доказывал это положение и устно, и в печати.

Круг научных интересов К. И. Шенфера был очень широк и не ограничивался только электрическими машинами. Он занимался аппаратами и приборами, нужными для работы машин; исследовал проблемы общей электротехники и физики; изучал процессы, возникающие в полупроводниках, и разрабатывал отдельные вопросы техники связи.

Парафразируя известный совет Фарадея «работай, кончай и публикуй», К. И. Шенфер говорил своим ученикам: «Работай, кончай, публикуй и внедряй». Им опубликовано свыше 125 книг и статей (большинство в журнале «Электричество»), получено 45 авторских свидетельств и патентов<sup>1</sup>.

Со студенческих лет Клавдий Ипполитович поддерживал связь с промышленностью. Студентом он участвовал в испытаниях электроприводов промышленных предприятий московского района. В 1917 г. работал в проектно-отделе «Бюро по проектированию электростанций на подмосковном угле», где проектировал электропередачи 110 и 220 кВ и составил методику электрического и механического расчета воздушных линий с учетом гибкости опор. В 1919 г. был приглашен в проектное бюро за-

вода «Динамо», где разработал методику расчета электрических машин, участвовал в создании прогрессивных конструкций и затем долгое время был консультантом завода. Был членом Центрального Электрического Совета, где вел большую работу по нормированию электрических машин. Заведовал электротехнической секцией Технического комитета НКПС, участвуя в создании первых проектов электрификации железных дорог. Во время первой пятилетки руководил приемными испытаниями машин зарубежных фирм, а с 1930 г. участвовал в типовых испытаниях наиболее мощных машин отечественного производства.

К. И. Шенфер воспитал многочисленных кадры высококвалифицированных специалистов, и среди них — конструкторы электромашиностроительных заводов, профессора высшей школы, академики.

В 1938 г. из-за тяжелой болезни К. И. Шенфер был вынужден ограничить свою деятельность. Он ушел из ВЭИ и МЭИ, сохранив в последнем руководство аспирантами, и полностью отдал свои силы работе в Академии наук СССР. Членом-корреспондентом АН СССР Клавдий Ипполитович был избран в 1931 г. через год последовало его избрание в академики. В 1938 г. он возглавил Комиссию по электромеханике при Техническом отделении АН СССР. Важной задачей комиссии было содействие внедрению единых серий электрических машин.

С 1938 г. научная работа К. И. Шенфера проходила в Лаборатории электромеханики Энергетического института АН СССР. Здесь велись исследования по созданию машин средней и малой мощности, генераторов и двигателей для сельской электрификации, машин специального назначения, машин и оборудования для рекуперации энергии на железнодорожном транспорте, единых серий машин, по внедрению новых изоляционных материалов, по полупроводниковой технике. В военный период К. И. Шенфер работал над электроприводами для военной промышленности, в особенности над схемами рекуперации энергии при испытаниях авиадвигателей.

К. И. Шенфер был убежден, что в современных условиях успеха может добиться только тесно спаянный коллектив. В общении с людьми он был обаятельным человеком с располагающими вежливостью, доброжелательностью, скромностью. Однако он никогда не шел на уступки, если дело касалось принципиальных вопросов.

Клавдий Ипполитович любил музыку, играл на рояле, обладал абсолютным слухом, ценил хорошие книги, любил природу. Он был горячим патриотом своей страны. Большую часть Государственной премии он отдал на оборону, оставшуюся распределил между сотрудниками.

К. И. Шенфер был награжден орденом Ленина и другими орденами и медалями.

В последние годы жизни Клавдий Ипполитович работал над философскими обобщениями проблем научной работы. Его выступление «О творческих путях в научном исследовании», обращенное к молодежи, носит характер научного завещания и содержит ряд ценных наблюдений и выводов.

Итоги своей жизни К. И. Шенфер подвел в тот день, когда общественность отмечала его 60-летие. В своем выступлении он сказал: «... Большим счастьем для советского ученого является признание полезности его работы. Руководящим лозунгом советского ученого должно быть: все для народа! Все для трудящихся! Этому великому лозунгу в течение всей трудовой жизни я старался следовать в полную меру своих сил. В своей работе я никогда не забывал, что советский ученый должен выбирать такие задачи и должен решать их таким образом, чтобы исследование, берущее начало из вершин отвлеченной теории, в конце концов приводило к решению насущных практических задач, и наоборот, исследование, начатое по какому-либо специальному вопросу, в конце концов приводило к решению глубоких теоретических вопросов, приводило бы к вершинам теории ...»

Я горжусь тем, что являюсь сыном нашей прекрасной социалистической страны. И мне хочется до конца своих дней трудиться на благо нашей прекрасной Родины — матери всех трудящихся!»

Через год, 18 мая 1946 г., К. И. Шенфер скончался, оставив в памяти всех, кто его знал, воспоминания о благородной личности бескорыстного труженика — ученого.

ГРУДИНСКИЙ П. Г., КОПЫЛОВ И. П.

<sup>1</sup> Сведения о важнейших исследованиях, список опубликованных работ и полученных патентов даны в книге Белькинд Л. Д., Грудинский П. Г., Москвитин А. И. Клавдий Ипполитович Шенфер. — М.: Госэнергоиздат, 1957.

## Памяти Валерия Ивановича Попкова (1908 — 1984)

12 декабря 1984 г. на 77-м году жизни скоропостижно скончался выдающийся ученый-электротехник, крупный организатор науки, член Президиума Академии наук СССР, академик-секретарь Отделения физико-технических проблем энергетики АН СССР, Герой Социалистического Труда, лауреат Государственной премии СССР, член КПСС, академик Валерий Иванович Попков.

В 1930 г. после окончания электропромышленного факультета Московского института народного хозяйства им. Г. В. Плеханова В. И. Попков работал в Днепродзержинске, затем, вернувшись в 1932 г. в Москву, — в ВЭИ и НИИОГАЗе, где начал исследовать коронный разряд применительно к задачам электрогазоочистки.

В 1943 г. В. И. Попков перешел в ЭНИН им. Г. М. Кржижановского, где работал до конца своей жизни. Здесь он приступил к исследованиям короны применительно к задачам создания линий электропередачи сверхвысокого напряжения. Еще в 40-х годах В. И. Попков выполнил фундаментальные исследования по короне постоянного тока, развил при этом как экспериментальные методы изучения электрических полей с объемным зарядом и параметров движения ионов, так и теоретический подход к решению задачи о поле и вольт-амперных характеристиках короны. Совокупность выполненных работ привела его к созданию теории биполярной короны на проводах высоковольтных линий электропередачи, к принципиальным уточнениям теории униполярной короны. Эти работы определили направления дальнейших исследований и вошли в мировой фонд классических работ по короне. Корона постоянного тока — тема докторской диссертации В. И. Попкова, защищенной им в 1947 г.

В это время в ЭНИНе широким фронтом разворачиваются работы по короне переменного тока. Под руководством В. И. Попкова ведутся как фундаментальные теоретические и экспериментальные исследования потерь на корону, имевшие непосредственное влияние на проектирование первых отечественных линий сверхвысокого напряжения, так и работы по изысканию методов измерения потерь. В. И. Попковым с сотрудниками был предложен и разработан оригинальный антенный метод, принцип которого состоит в измерении зарядов, наводимых при возникновении короны на проводах ВЛ, в проводах-антеннах, расположенных под ними и гальванически с ними не связанных. Метод позволяет измерять по-



тери на корону на действующих линиях электропередачи и не имеет аналогов в мировой практике. С его помощью осуществлены уникальные измерения потерь на корону на нагруженных линиях электропередачи переменного тока напряжением 400, 500 и 750 кВ. Цикл исследований по разработке антенного метода в 1964 г. был отмечен премией АН СССР им. П. Н. Яблочкова.

В своих творческих поисках В. И. Попков стремился не только к всестороннему и глубокому изучению того или иного явления, но и к управлению им в нужных целях. Это, в частности, относится к воздействию на форму положительной короны и через него — к снижению уровня радиопомех на коронирующих проводах ВЛ и увеличению пробивного напряжения промежутков, а также к управлению потоками частиц диспергированных материалов в сильных электрических полях. Последняя идея привела ученого в 60-х годах к созданию нового научного направления — электронно-ионной технологии, которое объединило разнообразные аспекты использования заряда и переноса частиц в электрических полях для нанесения покрытий, сепарации и перемешивания частиц, создания материалов с заданными свойствами и др. В. И. Попков был бессменным председателем Научного Совета при ГКНТ по этой проблеме. Исследования по электронно-ионной технологии, ведущиеся во многих научных коллективах, позволили развить научно обоснованные методы управления потоками частиц в сильных электрических полях.

В. И. Попков уделял большое внимание еще одной крупной проблеме — созданию высокопрочных газозоли-

рованных систем. В руководимой им лаборатории развернулись работы по изучению пробоя в элегазе и изысканию мер повышения электрической прочности промежутков, заполненных элегазом. Он координировал работы этого направления также и в масштабе страны, являясь председателем Научного Совета АН СССР по комплексной проблеме «Научные основы электрофизики и электроэнергетики».

В. И. Попков в течение 35 лет руководил лабораторией высоких напряжений ЭНИН. В 1966 г. был избран действительным членом АН СССР, с 1968 г. являлся заместителем академика-секретаря Отделения физико-технических проблем энергетики, а с 1980 г. — академиком-секретарем этого отделения.

Велики заслуги В. И. Попкова в утверждении авторитета советской науки в мире, укреплении ее международных связей. Он оказывал существенное влияние на работу международных организаций в области электроэнергетики — СИГРЭ, МИРЭК, МЭК и др., был неизменным участником и членом оргкомитетов многих международных конференций по газовому разряду. Многие годы В. И. Попков руководил национальным 42-м комитетом Международной Электротехнической Комиссии, в 70-х и 80-х годах был вице-президентом и президентом МЭК.

В. И. Попков вел большую общественную и организационную работу в научно-технических советах различных министерств и ведомств (Минэнерго СССР, Минэлектротехпроме, Госстандарте и др.), в Президиуме правления Всесоюзного общества «Знание» и Президиуме ВАК. С 1963 г. он — бессменный главный редактор журнала «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт».

Под научной редакцией В. И. Попкова вышли в свет многие сборники научных работ и книги по электронно-ионной технологии, технике высоких напряжений и электроэнергетике.

Заслуги В. И. Попкова получили высокую оценку Родины. Ему присвоено звание Героя Социалистического Труда, он награжден двумя орденами Ленина, орденами Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени, многими медалями, удостоен Государственной премии СССР в области науки и техники.

Советская наука потеряла выдающегося ученого, а специалисты по высоковольтной технике — своего признанного главу. Светлая память о Валерии Ивановиче Попкове навсегда сохранится в наших сердцах.



## Теодор Густавович Сорокер

(К 80-летию со дня рождения)

5 июня исполнилось 80 лет со дня рождения одного из крупнейших ученых в области теории, расчета, проектирования и исследования электрических машин, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, лауреата Государственных премий, доктора технических наук, профессора Теодора Густавовича Сорокера.

Начав свою трудовую деятельность в 1930 г. после окончания Бакинского политехнического института, Т. Г. Сорокер работал инженером-расчетчиком на заводе «Электросила», затем в лаборатории специальных электрических машин ВЭИ, а с 1942 г. — во Всесоюзном научно-исследовательском институте электромеханики, где возглавлял работы в области электрических машин.

Незаурядные способности Т. Г. Сорокера, умение глубоко проникать в сущность происходящих в электрической машине физических процессов позволили ему еще в период работы в ВЭИ создать ряд уникальных электрических машин. Но особенно полно его талант ученого-теоретика и исследователя раскрылся во ВНИИЭМ. Именно здесь в 1946 г. Т. Г. Сорокером было завершено фундаментальное исследование электрических машин с постоянными магнитами. Впервые в мировой практике электромашиностроения вопросы проектирования таких машин были освещены столь глубоко. Эта работа позволила Т. Г. Сорокеру защитить в 1947 г. докторскую диссертацию.

В последующие годы тематика научной деятельности Т. Г. Сорокера оп-



ределялась необходимостью создания в нашей стране единых серий высокоиспользованных электрических машин. На протяжении ряда лет Теодор Густавович осуществлял научное руководство проектированием единых серий асинхронных двигателей общего применения и в настоящее время является научным руководителем перспективной серии асинхронных двигателей.

Т. Г. Сорокер явился пионером применения вычислительной техники для автоматизированного проектирования асинхронных двигателей. Созданные им методики поисковых расчетов на ЭВМ позволили создать серии асинхронных машин, не уступающие

по характеристикам лучшим зарубежным аналогам, что дало народному хозяйству значительный экономический эффект.

Теодором Густавовичем написаны основополагающие теоретические работы по вопросам расчета параметров машин переменного тока.

Являясь крупным теоретиком, Т. Г. Сорокер внес весомый вклад в исследование преобразователей частоты, двигателей Шраге, двигателей с несимметричными обмотками на статоре и многих других специальных электрических машин. Разработанные им на основе этих исследований методики расчета широко применяются в научно-исследовательских институтах и на заводах электропромышленности.

Нельзя не упомянуть ту большую работу, которую в течение многих лет проводит Т. Г. Сорокер по линии «Интерэлектр». Одним из результатов этой совместной для стран — членов СЭВ работы явилось создание асинхронных двигателей серии АИ.

Велик вклад Теодора Густавовича в дело подготовки инженерных и научных кадров. Он является научным руководителем многих работ, авторы которых стали крупными учеными в области электромеханики.

Теодор Густавович активно участвует в научно-общественной жизни.

За заслуги перед отечественным электромашиностроением Т. Г. Сорокер награжден орденами «Трудового Красного Знамени», «Знак Почета» и медалями. Ему дважды присуждалась Государственная премия.

Группа товарищей и учеников



## Василий Васильевич Романов

(К 70-летию со дня рождения)

10 февраля исполнилось 70 лет со дня рождения доктора технических наук, профессора, лауреата Ленинской премии, заведующего кафедрой электрических машин Ленинградского политехнического института им. М. И. Калинина Романова Василия Васильевича.

Окончив в 1950 г. электромеханический факультет ЛПИ, В. В. Романов был распределен на Ленинградский электромашиностроительный завод, где успешно работал в должностях старшего инженера-конструктора, заместителя начальника и начальника цеха, заместителя главного инженера завода.

С 1959 по 1962 г. В. В. Романов — главный инженер электротехнического управления Ленсовнархоза. С 1962 по 1978 г. он самоотверженно трудился в должности главного инженера Ленинградского производственного электромашиностроительного объединения «Электросила» им. С. М. Кирова. За



эти годы под его руководством и при его непосредственном участии в объе-

динении была осуществлена коренная техническая реконструкция: построены новые цехи и лаборатории, создана уникальная испытательно-исследовательская база для мощных турбогенераторов и крупных электрических машин.

Возглавляя инженерно-научный коллектив объединения «Электросила», В. В. Романов успешно формировал и проводил в жизнь передовую производственно-техническую политику. Он принимал непосредственное участие в разработке конструкции, технологии и в производстве мощных машин с водородным и водяным охлаждением обмоток; под его руководством проводились сложные исследования и эксперименты, разрабатывались новые технологические процессы, помогавшие создавать все более мощные и совершенные турбо- и гидрогенераторы, уникальные синхροфазотроны, электростатические генераторы, цик-



лотроны, а также специальные электрические машины для атомных электростанций, ледоколов и т. д.

За создание гидрогенераторов Красноярской ГЭС в 1973 г. ему присуждена Ленинская премия; за выполнение на высоком техническом уровне важнейших заданий партии и правительства В. В. Романов награжден Орденом Октябрьской революции, тремя орденами Трудового Красного Знамени и многими медалями.

Он внес большой вклад в теорию и практику энергетического электромашиностроения и является ведущим специалистом в этой области.

После защиты в 1976 г. кандидатской, а в 1980 г. докторской диссертаций В. В. Романов был избран Ученым советом Ленинградского политехнического института на должность профессора — заведующего кафедрой электрических машин. В этой должности он работает и в настоящее время.

Список научных работ и изобретений В. В. Романова содержит свыше 100 наименований. Многие из руководимых им специалистов защитили кандидатские и докторские диссертации и в настоящее время занимают от-

ветственные руководящие должности в промышленности.

За время работы заведующим кафедрой В. В. Романов многое сделал для повышения уровня подготовки инженерных кадров и соответствия с современными требованиями: реконструировал лаборатории кафедры, оборудовал кафедральный вычислительный центр для учебной и научной работы студентов, аспирантов и преподавателей, провел большую работу по модернизации программ и учебных планов, совершенствованию методики преподавания.

Под его руководством поднята на более высокий уровень научная работа кафедры по новым научным направлениям — разработке мощных униполярных электрических машин со сверхпроводящей обмоткой возбуждения, вентильным машинам, силовым системам высокоскоростного наземного транспорта с использованием явления сверхпроводимости и др.

В. В. Романов проводит большую общественно-научную и научно-методическую работу, являясь членом Научно-методического совета по электро-механике Минвуза СССР, научным ру-

ководителем комплексной исследовательской программы Минэлектротехпрома «Электрооборудование», председателем межведомственной комиссии по определению технического уровня крупных электрических машин Минэлектротехпрома, членом Научного совета секции АН СССР, членом советов института и электромеханического факультета ЛПИ им. М. И. Калинина, членом Научно-технического совета ВНИИЭлектромаш, председателем совета ЛПИ по криогенной технике.

Коммунист В. В. Романов — ветеран Великой Отечественной войны, принимавший активное участие в боях на Ленинградском и других фронтах. Он активно участвует в партийной и общественной работе — неоднократно избирался членом парткома ЛПЭО «Электросила», депутатом Московского райсовета Ленинграда, членом партийного бюро электромеханического факультета ЛПИ.

Василий Васильевич — отзывчивый, скромный и обаятельный человек, он заслужил всеобщее уважение и высокий авторитет всех, кто знает его по работе в промышленности и вузе.

Группа товарищей и учеников



## Леонтий Терентьевич Пономарев

(К 70-летию со дня рождения)

16 июня исполнилось 70 лет видному ученому в области электрической изоляции, создателю новых видов электроизоляционных и конструктивных материалов, заслуженному деятелю науки и техники РСФСР, доктору технических наук Леонтию Терентьевичу Пономареву.

Л. Т. Пономарев начал свою трудовую деятельность в 1940 г. в Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе после окончания Ленинградского политехнического института им. М. И. Калинина. Здесь им была развита кинетическая концепция релаксационных процессов в полимерах и на ее базе создан первый отечественный пространственный твердый неполярный полимер на основе синтетического каучука, названный в честь создателя эскапоном (синтетический каучук Пономарева). Эскапон широко использовался в годы Великой Отечественной войны при изготовлении радио-локационной аппаратуры и высокочастотных кабелей.

В 1949—60 гг. Л. Т. Пономарев разработал общие закономерности получения полимеров на основе синтетического каучука, на базе которых создал комплекс смол, компаундов, лаков, стеклолакотканей, стеклофольев, липких изоляционных лент, широко известных как эскапоновые изоляционные материалы. Народнохозяйственный эффект от внедрения эскапоновой изоляции превысил 200 млн. руб. Теоретические и экспериментальные исследования эскапоновой изоля-



ции легли в основу докторской диссертации, успешно защищенной Леонтием Терентьевичем в Ленинградском политехническом институте.

С 1960 по 1964 г. Л. Т. Пономарев организует и руководит работой Всесоюзного научно-исследовательского института высокочастотных органических материалов (ВНИИВОМ) в г. Орджоникидзе. Здесь им были созданы новые нагревостойкие вакуумнотстойные пленочные материалы, лаки для печатных схем, заливочные компаунды, пластмассы.

С 1964 г. по настоящее время Л. Т. Пономарев работает во ВНИИЭлектромаше, возглавляя лабораторию перспективных изоляционных материалов. Здесь им создан новый перспективный электроизоляционный материал «Эластонит» с регулярной структурой слюдобарьера, для чего был разработан метод расщепления слюдоматериала в изоляционном составе. Была разработана технология получения рулонного материала на пленочной и тканевой основе с двухсторонним слоем слюдобарьера. На новый материал Л. Т. Пономаревым получены патенты США, Англии, Франции, ФРГ, Швеции и других стран.

Следует также отметить создание Л. Т. Пономаревым нового скрепляющего компаунда для замоноличивания сверхпроводниковых обмоток.

Л. Т. Пономарев является автором более 100 статей, 2 монографий, 20 крупных изобретений, им получено 10 патентов.

Научно-исследовательскую и научно-организационную деятельность Л. Т. Пономарев сочетает с научно-общественной работой. Он — член двух специализированных советов по присуждению ученых степеней, ТЭС Союзэлектротехмаша, научный консультант журнала ВЦСПС «Охрана труда и социальное страхование». Л. Т. Пономарев является также членом научно-исследовательской секции Совета экономического и социального развития при Дзержинском РК КПСС Ленинграда.

Группа товарищей



## Владимир Александрович Балагуров

После тяжелой болезни скончался доктор технических наук, профессор Владимир Александрович Балагуров. Ушел из жизни замечательный педагог, крупный специалист в области авиационного и автомобильного электрооборудования.

Вся жизнь Владимира Александровича была связана с МЭИ: в 1937 г. — студент; в 1943 г. — аспирант; в 1945 г. — ассистент; в 1956 г. — доцент, с 1959 г. — профессор. В 1947 г. Владимир Александрович защитил кандидатскую диссертацию, а в 1956 г. докторскую. За свою долгую и плодотворную деятельность Владимир Александрович воспитал сотни инженеров, более 20 кандидатов наук. По книгам, написанным Владимиром Александровичем и с его участием, учились и учатся выпускники многих вузов. Широкая эрудиция, высокое педагогическое мастерство снискали ему расположение и признательность товарищей по работе и многочисленных учеников.

Многогранны были и научные интересы Владимира Александровича. Его кандидатская и докторская диссертации были большим вкладом в теорию и практику высоковольтных аппаратов зажигания. Результаты этих



и последующих работ были обобщены в монографии «Аппараты зажигания», которая и ныне является единственной в своем роде.

Большой вклад в теорию и практику применения магнитоэлектрических машин внесли работы Владимира Александровича и его учеников. Написанная им в соавторстве с другими сотрудниками кафедры монография по

проектированию машин с постоянными магнитами является и поныне настольной книгой специалистов, занимающихся вопросами магнитоэлектрических машин.

В. А. Балагуров был одним из первых в нашей стране ученых, определивших перспективность развития нового научного направления в электро-механике, связанного с разработкой вентильных электродвигателей с постоянными магнитами. Более 20 лет возглавлял он в МЭИ проблемную лабораторию постоянных магнитов, где под его руководством и при его непосредственном участии разрабатывались основы теории и проектирования электро-механических преобразователей на базе синтеза силовой электроники и магнитоэлектрических машин. С именем В. А. Балагурова связано создание в проблемной лаборатории постоянных магнитов научной школы вентильной электромеханики.

Имя Владимира Александровича Балагурова, прекрасного педагога высококвалифицированного специалиста-электромеханика, доброго и отзывчивого человека, навсегда останется в памяти его товарищей и многочисленных учеников.

Группа товарищей и учеников



### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Маминянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Савалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Адрес редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10. Телефон 924-24-80

101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648

Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулёва

Сдано в набор 12.04.85. Подписано в печать 29.05.85. Т-12307 Формат 60×90/8 Печать высокая Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт. 10,5  
Уч.-изд. л. 12,55 Тираж 5734 экз. Заказ 1039

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли, 142300, г. Чехов Московской области

Веников В. А. Системный подход к проблемам электро- энергетических систем	1
Володин В. В., Гамм А. З., Гришин Ю. А., Паламар- чук С. И., Плотников И. Л. Экспресс-анализ ре- жимов электроэнергетических систем на основе оценивания состояния	4
Будзко И. А., Зуль Н. М., Тисленко В. В., Афо- нин В. В. Определение оптимальной надежности систем электроснабжения сельскохозяйственного назначения	10
Дроздов В. Н., Козярук А. Е., Мирошник И. В., Са- бинин Ю. А. Цифровое управление многорежимным электроприводом	13
Манусов В. З., Моисеев С. М. Исследование вероят- ностных характеристик токов несимметричных корот- ких замыканий	19
Чунчин В. А. Разрядные характеристики опорных изоли- рующих конструкций из электроизоляционного бе- тона	23
Афанасьев А. А. Расчет магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины	27
Голубев В. В., Липковский К. А. Расчет энергетических характеристик однофазных трансформаторно-ключе- вых преобразователей переменного напряжения	31
Антонов Б. М., Султанов А. Т. Влияние пульсаций тока инвертора на коммутационную устойчивость сумматора тока электродов МГД-генератора	37
Зезюлькин Г. Г. Анализ цепей с кусочно-синусоидаль- ной амплитудной модуляцией	43
Иванов В. Т., Глазов Н. П., Махмутов М. М. Расчет трехмерных электрических полей в неоднородной среде с протяженными тонкими цилиндрическими электродами	48

## СООБЩЕНИЯ

Глинтерник С. Р. Частотные характеристики схем стати- ческих компенсаторов в электрической системе	53
Аполлонский С. М., Татлиев А. Ф., Якушенко Е. И. Расчет сетчатых экранирующих оболочек для электрических машин	55
Орел О. А. Потери и компенсирующая способность син- хронных машин в ненормальных режимах	58
Хашимов А. А., Петрушин А. Д. Математическое моде- лирование тепловых процессов в нестационарных режимах асинхронных электроприводов	60
Данильчук А. А. Расчет магнитного поля и параметров бронированного реактора	61
Лотоцкий А. П. Об эффективности передачи магнитной энергии из индуктивных накопителей	64
Месенжник Я. З. Расчет проводимости изоляции при многофакторном воздействии	66
Исерлис Ю. Э., Урьев А. М. Моделирование магнитного поля тела произвольной формы с помощью системы элементарных источников	67
Иванчура В. И., Соустин Б. П., Чубарь А. В. Исследо- вание многосвязной системы электропитания с полу- проводниковыми преобразователями	69

ДИСКУССИИ	72
-----------	----

ХРОНИКА	73
---------	----

## CONTENTS

Venikov V. A. — The Systems Approach to Electric Power System Problems	1
Volodin V. V., Gamm A. Z., Grishin U. A., Palamarchuk S. I., Plotnikov I. L. — Proximate Analysis of Electric Power Systems Based on State Estimates	4
Budzko I. A., Zul N. M., Tislenko V. V., Afonin V. V. — Finding the Optimum Reliability of Power Supply Systems for Agriculture	10
Drozdzov V. N., Kosyayruk A. E., Miroshnik I. V., Sabinin U. A. — Digital Control of a Multi-Mode Electric Drive	13
Manusov V. Z., Moiseyev S. M. — A Study of the Probability Characteristics for Unsymmetrical Fault Currents	19
Chunchin V. A. — Discharge Characteristics for Support Insu- lation Structures Made From Electrical Insulating Concrete	23
Afanasiev A. A. — Finding the Magnetic Field in the Air Gap of an Electric Machine	27
Golubev V. V., Lipkovski K. A. — Constructing Power Curves for Single-Phase A. C. Transformer-Key Type Converters	31
Antonov B. M., Sultanov A. T. — How Inverter Current Pul- sations Influence the Commutating Stability of the Electrode Current Summer for a MHD-Generator	37
Zeziulkin G. G. — Analysis of Circuits Having Piece-Wise Sinusoidal Amplitude Modulation	43
Ivanov V. T., Glazov N. P., Makhmutoy M. M. — Computa- tion of Three-Dimensional Electric Fields in a Non-Ho- mogeneous Medium Having Thin Elongated Cylindrical Electrodes	48

## REPORTS

Glinternik S. R. — Frequency Characterisitics for Static Com- pensator Circuits in a Power System	53
Apollonski S. M., Tatliev A. F., Yakushenko E. I. — Design of Net-Type Screening Sheaths for Electric Machines	55
Orel O. A. — Losses and the Compensating Capability of Synchronous Machines for Unratel Conditions	58
Khashimov A. A., Petrushin A. D. — Mathematical Simula- tion of Thermal Processes for Non-Stationary Conditions of Asynchronous Electric Drives	60
Danilchuk A. A. — Calculation of the Magnetic Field and Pa- rameters of a Shell-Type Reactor	61
Lototski A. P. — On the Effectiveness of Transmitting Mag- netic Energy From Inductive Stores	64
Mesenzhnik J. Z. — Finding the Admittance of Insulation for a Multi-Factorial Impact	66
Iserlis U. E., Uriev A. M. — Simulation of the Magnetic Field in a Body of Arbitrary Shape By Means of a System of Elementary Sources	67
Ivanchura V. I., Soustin B. P., Chubar A. V. — Analysis of a Multiply Coupled Power Supply System Having Semi- Conductor Transducers	69

DISCUSSION	72
------------	----

CHRONICLE	73
-----------	----

# Рефераты публикуемых статей

УДК 621.311.016.001.24:681.3

Экспресс-анализ режимов электроэнергетических систем на основе оценивания состояния. Володин В. В., Гамм А. З., Гришин Ю. А., Паламарчук С. И., Плотников И. Л. — «Электричество», 1985, № 6

Рассмотрены принципы построения комплекса программ экспресс-анализа режима ЭЭС, предназначенного для контроля допустимости текущего и предшествующего режимов ЭЭС, имитации поведения ЭЭС на возможные изменения схемы, нагрузок и т. д. Информация о текущем режиме ЭЭС поступает от подсистемы динамического оценивания состояния ЭЭС в реальном времени. Общение с комплексом — с помощью диалоговой подсистемы. Комплекс реализован на мини-ЭВМ ЕС 1010 и рассчитан на схемы ЭЭС 64 узла, 96 связей, 512 ТИ, требуемый объем памяти 12 Кбайт. Библ. 6.

УДК 621.311.019.3:63

Определение оптимальной надежности систем электроснабжения сельскохозяйственного назначения. Будзко И. А., Зулъ Н. М., Тисленко В. В., Афонин В. В. — «Электричество», 1985, № 6

Рассмотрен методический подход к нормированию надежности систем электроснабжения потребителей сельского хозяйства, учитывающий особенности производства сельскохозяйственной продукции. Приводятся результаты исследований по выбору и обоснованию нормативной величины — предельных приведенных затрат в электрическую сеть на предотвращение недоотпуска одного киловатт-часа электроэнергии. Полученное значение затрат равно 75 коп/кВт·ч. Библ. 5.

УДК 621.3.014.001.24:621.3.064.1

Исследование вероятностных характеристик токов несимметричных коротких замыканий. Манусов В. З., Моисеев С. М. — «Электричество», 1985, № 6

Исследованы вероятностные характеристики тока несимметричных к. з. с учетом случайного характера места к. з., начальной фазы включения, напряжения питающей системы, причины к. з. Получены аналитические выражения для функции распределения вероятностей ударного тока и периодической составляющей тока к. з. Приведена сопоставительная оценка вероятностных характеристик тока к. з. для нормирования надежности аппаратов. Библ. 10.

УДК 621.315.6:624.012.3/4

Разрядные характеристики опорных изолирующих конструкций из электроизоляционного бетона. Чунчин В. А. — «Электричество», 1985, № 6

Приведены результаты экспериментальных исследований разрядных характеристик опорных изолирующих конструкций, изготовленных из электроизоляционного бетона. Такие конструкции имеют определенные особенности зависимостей разрядных напряжений от габаритов и экранирующей арматуры. Даны рекомендации по определению основных размеров изолирующих конструкций на рабочее напряжение до 500 кВ. Библ. 5

УДК [538.311:518.5].001.24

Расчет магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины. Афанасьев А. А. — «Электричество», 1985, № 6

Предложена методика расчета постоянных в дифференциальном уравнении Кристоффеля — Шварца, реализующем конформное отображение верхней полуплоскости на внутреннюю область линейного многоугольника. Постоянные определяются путем приведения исходной системы нелинейных уравнений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решаемых средствами стандартного математического обеспечения ЭВМ. Для расчета определенных интегралов от разрывных функций получены выражения, в которых интегральные составляющие не содержат особых точек. Приведены примеры расчета постоянных для десяти- и восьмиугольных областей с немагнитным зазором и двухсторонними пазами электрических машин различной глубины, включая и бесконечно глубокие. Библ. 11.

УДК [621.314.2:621.316.722].001.24

Расчет энергетических характеристик трансформаторно-ключевых преобразователей переменного напряжения. Голубев В. В., Липковский К. А. — «Электричество», 1985, № 6

Предложено аналитическое описание мгновенных и действующих значений входных и выходных токов трансформаторно-ключевых преобразователей переменного напряжения в замкнутом и разомкнутом (ряд Фурье) виде в переходном и квазистационарном режимах работы на активно-индуктивную нагрузку при любых способе и числе ступеней формирования выходного кусочно-синусоидального напряжения. Полученные выражения пригодны для гармонического анализа токов и напряжений, анализа энергетических характеристик, инженерного расчета элементов силовой схемы преобразователя и оптимального выбора уровня, частоты и формы выходного однофазного напряжения. Исследование проведено методами гармонического анализа и припасовывания. Библ. 6.

УДК 621.314.001.24

Анализ цепей с кусочно-синусоидальной амплитудной модуляцией. Зезюлькин Г. Г. — «Электричество», 1985, № 6

Предложен метод анализа переходных и установившихся процессов в цепях с кусочно-синусоидальной амплитудной модуляцией. Используются свойства комплексных коммутационных функций, являющихся ступенчатыми огибающими дискретных экспоненциальных функций. Реакция цепей определена в замкнутой форме. Библ. 6.

УДК 621.314.1:538.4

Влияние пульсаций тока инвертора на коммутационную устойчивость сумматора токов в МГД-генераторе. Антонов Б. М., Султанов А. Т. — «Электричество», 1985, № 6

Показано, что под действием переменной составляющей тока инвертора в напряжениях на конденсаторах сумматора появляется модулирующее напряжение, которое может привести к срыву коммутации тиристорных сумматора. Выявлены зоны коммутационной неустойчивости сумматора в широком диапазоне изменения его рабочих частот. Дана инженерная методика расчета минимального времени, предоставляемого схемой суммирования с учетом модуляции для восстановления управляющей способности тиристоров. Указаны способы уменьшения влияния модуляции на коммутационную устойчивость сумматора. Результаты теоретических исследований сравниваются с экспериментальными данными. Библ. 4.

УДК 537.212.001.24:681.3

Расчет трехмерных электрических полей в неоднородной среде с протяженными тонкими цилиндрическими электродами. — Иванов В. Т., Глазов Н. П., Махмутов М. М. — «Электричество», 1985, № 6

Разработана методика расчета трехмерных электрических полей, создаваемых точечными и цилиндрическими электродами в неоднородной среде с использованием многопроцессорных ЭВМ. Рассмотрены граничные условия 1, 2 и 3-го рода. Приводятся численные расчеты параметров катодной защиты системы обсадных колонн скважин в вертикально неоднородной среде. Библ. 9.

УДК 621.316.176.016.25.076.12:621.317.757

Частотные характеристики схем статических компенсаторов в электрической системе. Глинтерник С. Р. — «Электричество», 1985, № 6

Приведены результаты моделирования частотных характеристик схем статических компенсаторов реактивной мощности в электрических системах с сохранением их инвариантности при упрощении структур этих схем для расчета симметричных энергетических характеристик компенсаторов. Библ. 5.

УДК 621.311.6:[621.34.1:621.382]

Исследование многосвязной системы электропитания с полупроводниковыми преобразователями. Иванчура В. И., Соустин В. П., Чубарь А. В. — «Электричество», 1985, № 6

Приведено математическое описание многосвязной автономной системы электропитания с использованием методов переменных состояний и диакоптики. Исследованы электромагнитные процессы с учетом взаимного влияния отдельных полупроводниковых преобразователей. Библ. 5.

УДК 538.122.001.57

Моделирование магнитного поля тела произвольной формы с помощью системы элементарных источников. Иссерлис Ю. Э., Урьев А. М. — «Электричество», 1985, № 6

Изложен метод моделирования магнитного поля заданной формы с помощью системы элементарных источников магнитного поля с помощью симплексного метода путем последовательного варьирования положением в пространстве элементарных источников. Библ.