



# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО



**5 1985**

•ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ•

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

5  
МАЙ  
1985

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ОРГАН АКАДЕМИИ НАУК СССР, ГОСУДАРСТВЕННОГО КОМИТЕТА СССР  
ПО НАУКЕ И ТЕХНИКЕ, ЦП НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА ЭНЕРГЕТИКИ  
И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ИМЕНИ АКАДЕМИКА Г. М. КРЖИЖАНОВСКОГО

МОСКВА

ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

*Вместе со всем народом нашей страны 40-летие Великой Победы отмечают в эти дни советские ученые-энергетики и электротехники, и среди них те, кто в суровые военные годы самоотверженным трудом в тылу приближал счастливый день разгрома врага.*

*Публикуемые ниже статьи чл.-корр. АН СССР Д. Г. Жимерина и акад. АН Арм. ССР А. Г. Иосифьяна посвящены решению тех задач, которые были поставлены партией и правительством перед энергетикой и электротехнической промышленностью в трудные годы Великой Отечественной войны.*

УДК 621.31«1941—1945»

## Главная задача — бесперебойное и надежное электроснабжение

ЖИМЕРИН Д. Г., чл.-корр. АН СССР

За время Великой Отечественной войны советская энергетика понесла тяжелые потери. Враг вывел из строя более 6 млн. кВт мощностей электростанций, были разрушены сотни подстанций, десятки тысяч километров линий электропередач.

С начала войны перед энергетиками стали сложные проблемы: бесперебойное электроснабжение народного хозяйства, особенно оборонных предприятий; сохранение живучести электросистем.

Работники энергосистем получили указание проверить надежность электроснабжения оборонных и особо важных предприятий и осуществить срочные меры по резервированию их электроснабжения. Вместе с тем с особой остротой встал вопрос о живучести электростанций, подстанций и электросетей. В первую очередь,

было необходимо защитить оборудование станций и подстанций от налетов вражеской авиации. Здесь арсенал защитных средств был прост, но и малоэффективен — наиболее уязвимые части турбин и генераторов обкладывались мешками с песком или бетонными блоками. На подстанциях между трансформаторами и масляными выключателями сооружались стенки из кирпича или мешков с песком.

К нашему счастью, за время войны не было прямых бомбовых атак с воздуха на электростанции или подстанции. Отдельные объекты, как, например, крупная подстанция Днепр — Донбасс в Запорожье и Сталинградская ГРЭС, подвергались артиллерийскому обстрелу. Кому-то показалось, что высокие трубы электростанций могут служить ориентиром для вражеских са-

молетов. Приняли решение «укоротить» дымовые трубы. Камуфлировали кровли электростанций. Все это оказалось ненужным.

Пользуясь внезапностью нападения и временным превосходством, полчища фашистских интервентов быстро продвигались по территории нашей страны. Встал вопрос об эвакуации оборудования и людей. Решением Государственного Комитета Оборона я вместе с небольшой группой специалистов Наркомата электростанций был командирован на Украину для демонтажа оборудования электростанций и подстанций.

Первой, подвергшейся демонтажу, была Днепро-дзержинская ГРЭС. Начиная демонтаж оборудования, нам и в голову не приходила мысль, что временная оккупация может быть продолжительной. Все были уверены, что скоро, очень скоро враг будет отброшен и нам снова придется монтировать снимаемые агрегаты и механизмы. Поэтому было решено снять наиболее легкое оборудование — электродвигатели, трансформаторы, кабели, задвижки, приборы и т. п.

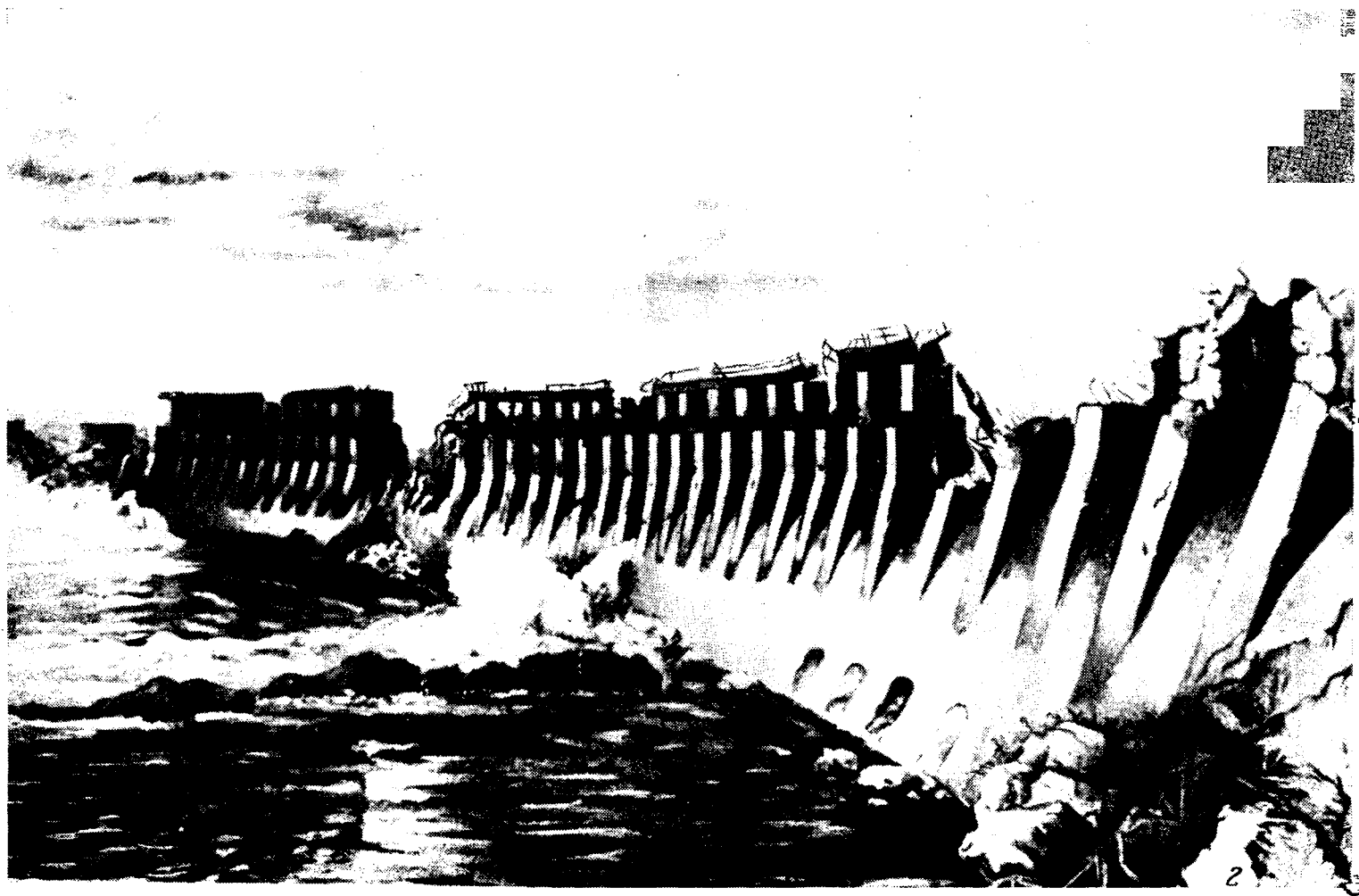
Обстановка на фронте осложнялась, поступила команда подготовиться к эвакуации Днепро-дзержинской электростанции — гордости энергетиков. И не только к этому. Дело в том, что плотина Днепрогэса необычна — кроме мостового перехода, проложенного по ее верху, внутри плотины были еще два тоннеля-потерны. Верхняя потеря расположена непосредственно под слив-

ной частью плотины, ее размеры позволяли пропускать грузовые автомашины и танки. Это был идеальный закрытый мостовой переход через Днепр. Учитывая это, нам было предписано подготовить взрыв части плотины ГЭС.

Трудно передать состояние всех нас: грандиозную гидроэлектростанцию, которую сооружала вся страна, великое творение инженерной мысли, мы должны были разрушить. Правда, не полностью, а так, чтобы потом ее можно было бы быстро восстановить.

Оставив на Днепро-дзержинской ГРЭС тов. К. Д. Лаврененко с задачей быстрее завершить демонтаж, я направился на Днепрогэс. Демонтаж электрической части Днепрогэса не представлял особых трудностей, хотя мощность и напряжение (154 кВ) трансформаторов и, следовательно, их габариты были внушительны. С этой работой мы справились быстро. Генераторы и гидротурбины, ввиду их огромных масс и больших габаритов, демонтировать не удалось — враг рвался к Днепру и гидроэлектростанции, пытаясь с ходу захватить плотину с ее переходами. Решили частично повредить гидроагрегаты — подплавить подшипники. Снова считали, что оставляем Днепрогэс ненадолго, следовательно, скоро самим восстанавливать то, что разрушаем.

Военная обстановка ухудшилась, пришлось спешно готовиться к взрыву плотины. Решили взорвать неболь-



Плотина Днепрогэса после взрыва

шую ее часть, 10—12 пролетов на уровне верхней потерни. Заложили взрывчатку в потерну, обложив ее мешками с песком для ограничения взрыва. Надеялись, что до этого дело не дойдет. Наступил критический момент, когда был получен приказ из Москвы — взорвать плотину. Как и было запланировано, взрыв разрушил верхнюю часть, бычки, затворы и проезжую часть плотины. Через образовавшийся проран из водохранилища хлынул поток воды, над плотиной повис столб плотного тумана.

После взрыва глубокой ночью я с группой товарищей пошел посмотреть на плотину — что там происходит. При подходе к ней слышали оглушающий шум — под напором воды, хлынувшей через проран, вся проезжая часть плотины вибрировала, нас обдало миллиардами мельчайших водяных капель. Глядя на разрушенную своими руками плотину, мы испытывали непередаваемую горечь. 22 сентября 1941 г. Илья Эренбург писал: «Народ понял, что дело идет о его жизни и смерти... и пошел на все жертвы. Он взорвал плотину Днепрогэса с... спокойным самоотречением». Вместе с тем энергетики твердо верили, что скоро вернуться на Днепрогэс и восстановят ее. И такой день настал.

Днепр на какое-то время задержал фашистские полчища, что дало возможность демонтировать и вывезти

оборудование многих заводов и предприятий Запорожья, расположенных на левом берегу реки.

На меня возложили ответственность за электроснабжение демонтажных работ на предприятиях Запорожья. Снабжение электроэнергией осуществлялось по линии электропередачи напряжением 220 кВ Донбасс—Днепр через п/ст того же названия (Д — Д). Эта мощная подстанция, как и линия электропередачи, была введена в работу в начале июня 1941 г., за две недели до начала войны. Подстанция была необычным связующим звеном двух систем, ее дополнительной функцией являлась трансформация напряжения — 220 кВ Донбасской на 154 кВ Днепровской энергосистем.

Несмотря на постоянные орудийные обстрелы с левого берега Днепра демонтаж оборудования шел быстрым темпом. При всех крупных заводах Запорожья были понизительные подстанции, принадлежащие Днепроэнерго. В нашу задачу входило эвакуировать оборудование этих подстанций. К моменту прорыва через Днепр вражеских частей эвакуация была закончена. Остался последний трансформатор подстанции Д — Д, который мы не смогли демонтировать до завершения всех эвакуационных работ. Интересная деталь: когда все бригады по демонтажу перебазировались на восток, на подстанции каким-то образом остался дежурный, ко-



Днепрогэс вновь в строю

торый сообщил по телефону на Кураховскую ГРЭС, что немцы находятся в Запорожье и он видит их с высоты диспетчерского пункта. Об этом мы информировали военное командование, которое несколько дней использовало этот канал связи для своих целей.

Кураховская ГРЭС была введена в работу, как и линия Днепр — Донбасс, в начале июня 1941 г. Она была задумана как мощный энергоисточник для устойчивости связи двух крупнейших энергосистем. И вот, проработав чуть больше недели, она должна была быть демонтирована. К этому времени мы накопили опыт демонтажа, изменился его метод и объем. На Кураховской ГРЭС демонтировали все, что можно было снять, в отведенные нам сроки. Было снято не только вспомогательное, но и основное оборудование, кроме котлов и емкостей, которые частично разрушались. Демонтаж оборудования этой ГРЭС, в том числе и турбогенератора мощностью 50 МВт, стал эталоном.

Немецкие полчища продолжали наступать, настала очередь демонтажа Зуевской ГРЭС. В нашей энергетике в то время были две крупнейшие тепловые электростанции мощностью по 350 МВт — Зуевская в Донбассе и Сталиногорская в Московской энергосистеме. На каждой из них были установлены пять турбогенераторов мощностью 50 МВт и один 100 МВт. Не теряя времени — его у нас было в обрез, — развернули демонтаж оборудования. Были сняты крупные трансформаторы, электродвигатели, щиты с приборами, арматура. Успешно шла работа по демонтажу турбогенераторов, отправили турбину и генератор мощностью 100 МВт, а на одном генераторе 50 МВт споткнулись: казалось, все болты сняты, а оторвать от фундамента не можем. В это время мне сообщили, что саперы прибыли для подрыва железнодорожных путей, к которым примыкала ветка на Зуевскую ГРЭС. Командир отряда саперов, ссылаясь на приказ, не мог отложить его выполнение. Я бросился искать высшее командование, им оказался генерал Колпакчи. Он удивился, что на Зуевской ГРЭС, в 20 км от фронта, откуда была слышна артиллерийская канонада, находятся энергетика. Выслушав мои доказательства крайней необходимости спасти генератор, генерал дал нам 3 ч на окончание работ, предупредив, что по истечении этого срока мы должны убраться с электростанции.

Возвратившись на станцию, с досадой узнал, что генератор не снят. Решил пойти на риск. Спросил старшего крановщика, может ли он лично сорвать генератор и, получив его согласие, дал команду. С грохотом генератор был оторван от фундамента, мостовой кран подпрыгнул, но не свалился с рельсов. Затем генератор был погружен на платформу и отправлен на Урал.

К сожалению, в ремонтном отсеке башни оставалась резервная фаза повысительного трансформатора, залитая маслом. Решили ее подорвать — получили ошеломляющий фейерверк. Вверх, примерно на высоту 100 м, поднялся огненно-черный столб, затем произошел второй взрыв.

Погрузившись в автомашины, мы направились на очередной объект под подрывные звуки саперов.

Параллельно с демонтажом Зуевской ГРЭС проводились работы по демонтажу на Штеровской ГРЭС. Этим завершались работы в Донбассэнерго. Так временно перестала действовать крупнейшая и старейшая энергетическая система СССР.

Стало ясно, что это еще не конец нашего скорбного пути. Был отдан приказ спешно демонтировать Шахтинскую и Ростовскую ГРЭС, Каменскую ТЭЦ и другие

электростанции Азово-Черноморской энергосистемы. И среди них введенную накануне войны для покрытия дефицита мощности в Азчерэнерго Несветаевскую ГРЭС, которая как бы повторила судьбу Кураховской станции.

Получив приказ выехать на Урал, заехал на Сталинградскую ГРЭС и здесь узнал радостную весть: прекратить демонтаж электростанций.

По пути на Урал побывал в Куйбышеве у заместителя Председателя Совнаркома М. Г. Первухина, с которым был в хороших деловых отношениях. Он тревожился за электроснабжение Урала и Сибири, куда направлялся основной поток эвакуированных заводов. Дал много дельных советов о повышении надежности электроснабжения и работе Уральской системы. Рекомендовал принять срочные меры по вводу новой мощности. Мы договорились также об ускорении организации ряда новых энергосистем в Сибири и на Южном Урале.

Долго задержаться на Урале не пришлось. В связи с разгромом фашистов под Москвой возник вопрос о восстановлении демонтированного оборудования Московской энергосистемы и укреплении управления работой энергосистем Европейской части страны — Ярославской, Ивановской, Горьковской, Куйбышевской, Саратовской. В этих регионах практически все заводы и предприятия работали на оборону, их электроснабжение должно было быть полным и бесперебойным.

Для выполнения этих мероприятий я был направлен в Москву. Здесь были большие трудности — немцы в конце ноября временно захватили Сталиногорск (теперь Новомосковск) и, хотя продержались там только до 12 декабря, успели сильно разрушить крупнейшую Сталиногорскую ГРЭС. В результате Москва потеряла 350 МВт мощности.

Положение с электроснабжением Москвы несколько улучшилось после ввода в действие линии электропередачи напряжением 220 кВ от Рыбинской гидроэлектростанции мощностью 330 МВт.

Подключение Рыбинской ГЭС к Московской энергосистеме было великим благом. Эта станция не требовала топлива, имела хороший объем водохранилища, т. е. запас гидроэнергии. Кроме того, через Рыбинскую ГЭС произошло объединение Московской энергосистемы с Ярославской, Ивановской и Горьковской. Образовалась довольно крупная объединенная энергосистема Центра страны. Вместе с тем было ясно, что существующие мощности не в состоянии обеспечить растущую потребность в энергии. Учитывая это, Наркомат электростанций принял оперативные меры по восстановлению Сталиногорской ГРЭС. Были установлены демонтированные турбогенераторы и другое оборудование. Таким образом, Сталиногорская ГРЭС была первой электростанцией, где начались восстановительные работы.

Приступая к восстановительным работам, Наркомат принял решение: там, где это целесообразно и возможно, осуществлять реконструкцию с увеличением мощности. На Сталиногорской ГРЭС решили установить четыре энергоблока мощностью по 50 МВт и два энергоблока мощностью по 100 МВт, общая мощность увеличивалась до 400 МВт. При этом два энергоблока мощностью по 100 МВт и пять котлов для них должны были иметь высокое давление, что улучшало к. п. д. электростанции. Поскольку к началу работы барабаны котлов не изготовлялись, было решено установить прямоточные котлы производства Подольского завода.

Важно отметить темпы восстановительных работ на Сталиногорской ГРЭС. Несмотря на большие разрушения, первая турбина мощностью 50 МВт и два котла были введены в работу в конце 1942 г., т. е. через год после начала работ. Еще через год, в 1943 г., коллектив Сталиногорской ГРЭС ввел второй турбогенератор мощностью 50 МВт. В 1945 г. завершился разгром гитлеровской Германии и в этом же году обновленная Сталиногорская ГРЭС (теперь Новомосковская) достигла проектной мощности 400 МВт.

Первенец ГОЭЛРО Каширская ГРЭС, несмотря на продвижение танковых полчищ Гудериана, ни на один день не прекращала работу. Было парадоксом, что по линии электропередачи Кашира — Тула непрерывно передавалась электроэнергия, в то время как значительная часть этой линии проходила по местности, занятой оккупантами. Своеобразная обстановка сложилась в блокированном Ленинграде. Крупнейшая Дубровская ГРЭС и Свирьская гидроэлектростанция оказались на временно оккупированной территории. Первенец ГОЭЛРО Волховская ГЭС была отрезана от Ленинграда; начатый демонтаж ее оборудования прекратили. Зимой 1941—1942 гг. ленинградские энергетики, проявив героизм, проложили по Ладожскому озеру подводный кабель от Волховской ГЭС до Ленинграда, т. е. через зону блокады. Эта мера была неоценимой услугой осажденному городу, тепловые электростанции которого несли минимальную нагрузку из-за нехватки топлива.

В декабре 1941 г. я приехал в Челябинск, где размещался аппарат Наркома электростанций. Посоветовавшись, решили с наркомом А. И. Летковым, что мне нужно быть в Москве, куда я приехал в первых числах января 1942 г. Не успев осмотреться, получил оглушающую весть: внезапно из-за сердечного приступа скончался нарком электростанций, глубокооуважаемый мною Андрей Иванович Летков. Спустя день или два, при очередном докладе заместитель Председателя Совета Народных Комиссаров М. Г. Первухин сказал: «Есть мнение утвердить тебя наркомом, как ты относиться к этому?» [Я честно признался, что не готов к этому назначению. Рано утром следующего дня меня разбудила секретарь (возвратившись поздно в Москву, я ночевал в комнате рядом с кабинетом) и сказала: Дмитрий Георгиевич, Вас назначили наркомом!].

На Урале к этому времени резервы на электростанциях было недостаточно для снабжения оборонных предприятий. И мне пришлось вернуться в Свердловск. Для ускорения работ сюда были направлены наиболее энергичные строители, монтажники, эксплуатационники, эвакуированные из Донбасса, Приднепровья, Ростова и частично из Ленинграда. Эти высококвалифицированные кадры сыграли решающую роль в ускорении ввода новой мощности, повышения уровня эксплуатации действующих мощностей.

С целью ускорения ввода мощностей на Урале, а затем и в других энергосистемах, была осуществлена коренная перестройка проектирования, строительства и монтажа энергетического оборудования. Существующий последовательный процесс «проектирование — монтаж» был заменен на параллельно-последовательный. На каждом объекте создавались группы проектирования, строительства и монтажа. На месте выдавались чертежи — сначала на фундаменты под оборудование, затем здания и т. д. Сооружались, в первую очередь, фундаменты оборудования (котел — турбогенератор — вспо-



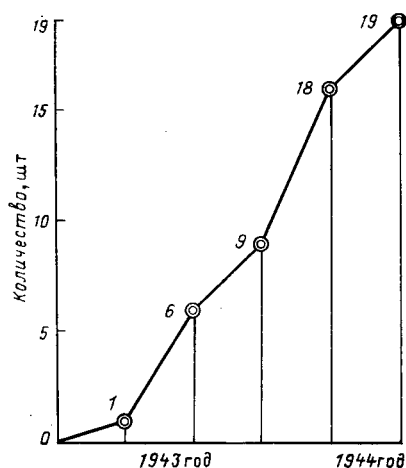
Схема электрической сети (110 кВ) Урала в конце 1945 г.

могательные агрегаты), затем здания. Оборудование максимально укрупнялось одновременно со строительством фундамента, монтаж начинали до завершения строительных работ и т. д. Результат превзошел все наши ожидания. Наивысшее достижение было зафиксировано на Кизеловской ГРЭС, где турбогенератор мощностью 12 МВт был смонтирован (точнее, надвинут в готовом виде на фундамент) за 12 сут.

Творчество и патриотизм энергетиков сделали, казалось бы, невозможное: за невиданно короткий срок мощность Уральской энергосистемы увеличилась к концу войны в 2 раза; она стала самой крупной энергосистемой страны. Электроснабжение уральской промышленности непрерывно возрастало и шло бесперебойно.

Аналогичный процесс происходил и в других действующих или вновь образованных энергосистемах — Омской, Томской, Красноярской, Барнаульской, Оренбургской и Уфимской.

После начала восстановительных работ в Московской энергосистеме Наркомат электростанций принял меры по организации восстановительных команд в других энергосистемах. Эти команды, как правило, комплектовались из числа эвакуированных специалистов, ранее работавших на объектах, где было демонтировано



Рост выпуска энергопоездов

или выведено из строя оборудование. Им же вменялось в обязанность проведение восстановительных работ, осмотр демонтированного и неиспользованного оборудования и подготовка его к обратной отправке на объекты, намечаемые к восстановлению. Команды направлялись в соответствующие районы до их освобождения, они шли как бы вслед за наступающими советскими войсками. Восстановительные команды возглавлялись управляющими и главными инженерами энергосистем, намечаемых к восстановлению. Так, восстановительные команды Ростовской энергосистемы возглавили тт. Асмоллов и Бабиц, Донбасской — т. Маралин, Харьковской — т. Ковко, Днепроградской — тт. Гуменюк и Тополянский. Принятая система сыграла решающую роль в невиданном темпе восстановительных работ.

Энергетика сыграла решающую роль в быстрой ликвидации военной разрухи всего народного хозяйства. Большую роль в этом сыграли энергопоезда. Еще в 1942 г. Наркомат электростанций принял решение создать подвижные электростанции на железнодорожном ходу. Турбины, генераторы, конденсаторы и другое оборудование монтировалось на четырехосных железнодорожных платформах, котлом служил паровоз. Такой энергопоезд мощностью до 1,5 МВт мог быть введен в работу за 3—5 дней.

Во время войны, в поисках путей снижения аварийных отключений потребителей, по инициативе и под руководством талантливого инженера И. А. Сыромятникова, был осуществлен ряд важных мероприятий: массовое внедрение в практику эксплуатации автоматического регулирования и форсировки возбуждения синхронных генераторов и компенсаторов, автоматических повторных включений (АПВ), автоматического включения резервных источников электроэнергии (АВР), автоматической частотной разгрузки и др. Эти мероприя-

тия в последующем совершенствовались и до настоящего времени остаются одними из важнейших для обеспечения надежной работы ЕЭС СССР и входящих в нее энергообъединений.

Приведу пример, подтверждающий, что поиски технического прогресса в Наркомате электростанций не прекращались и в военное время. В 1942 г. в Свердловске ко мне пришел известный конструктор турбин М. О. Гринберг и попросил помощи в организации КБ ЛМЗ для проектирования энергоблока мощностью 150 МВт на давление пара 117 МПа и температуру 560/560 °С. Эта идея тогда могла бы показаться более чем странной. По моему указанию, КБ ЛМЗ было организовано, и к моменту освобождения Ленинграда конструкции турбины, генератора, котла были разработаны и быстро изготовлены. Четыре энергоблока этой конструкции установлены и работают на Черепетской ТЭС Тулаэнерго. Начатые в годы войны, эти работы проложили путь создания последующих турбин и котлов сверхвысокого давления мощностью 300—1200 МВт и вывели советскую энергетику на высокий мировой уровень.

Широким фронтом велись восстановительные работы в электрических сетях. Особое внимание уделялось мероприятиям по ускоренному объединению энергосистем. Начало было положено в предвоенный период, когда были объединены три энергосистемы в центре страны (Ярославская, Ивановская и Горьковская). В декабре 1941 г. эти энергосистемы объединились с крупнейшей Московской энергосистемой. После освобождения южных районов страны были восстановлены линии электропередач напряжением 220 кВ Донбасс — Днепр через Кураковскую ГРЭС и Донбасс — Ростов через крупную Несветаевскую ГРЭС. В предвоенные годы объединились разрозненные системы и электростанции Урала — с севера (Пермь), центра (Свердловск) и юга (Челябинск — Магнитогорск). Однако эта связь линиями 110 кВ была на большом протяжении (более 1000 км) и не могла обеспечить прочного объединения. Наркомат электростанций принял решение образовать три самостоятельные энергосистемы — Пермскую, Свердловскую и Челябинскую, объединенные между собой электрически. Для координации их работы одновременно было создано Главное управление — Главуралэнерго.

Увеличение мощности электростанций, расположенных за театром военных действий (Центр, Поволжье, Урал, Сибирь, Средняя Азия, Дальний Восток), и интенсивное восстановление разрушенных электростанций позволили к концу войны довести энергетическую мощность страны до довоенного уровня — 11 млн. кВт. Довоенное производство электроэнергии в объеме 48 млрд. кВт·ч было достигнуто в 1946 г.

Энергетики с радостью доложили партии и правительству, что по мощности и выработке электроэнергии Советский Союз вышел на первое место в Европе.





# Некоторые аспекты работы электротехнической промышленности в годы войны и восстановления народного хозяйства

ИОСИФЬЯН А. Г., академик АН Арм. ССР

В апреле 1918 г. в набросках плана научно-технических работ В. И. Ленин дал указание Академии наук образовать ряд комиссий из специалистов для возможно быстрого составления плана реорганизации промышленности и экономического подъема России.

Как известно, в соответствии с этим поручением В. И. Ленина были организованы комиссии с участием Г. М. Кржижановского, И. Г. Александрова, Г. О. Графтио, А. В. Винтера и других ученых из всех отраслей народного хозяйства, которые подготовили планы реорганизации промышленности и транспорта, а также план применения электричества к земледелию. Этот план под названием Государственный план электрификации России (ГОЭЛРО) был одобрен на VIII Всероссийском съезде Советов в декабре 1920 г. В нем нашли отражение главные технико-экономические принципы производства электрической энергии, передачи, распределения ее по всем районам страны и применения этой электроэнергии во всех производственных процессах, в том числе в машиностроении, электролизе, электротермии, электросварке, а также в средствах радиотехники и связи.

Первое 25-летие развития советской общей электротехники как важнейшей технической базы электрификации страны характеризовалось созданием научно-технической, опытно-конструкторской и промышленно-производственной базы крупного и среднего электромашиностроения, аппаратостроения, кабельной техники, радиотехники, электронной техники, светотехники, техники высоких напряжений, территориально организованной в основном в Европейской части СССР.

К началу Отечественной войны объем производства общей электротехники, в тот период объединяющей все ее основные подотрасли, возрос по отношению к дореволюционному периоду более чем в 20 раз. Было создано большое число научных организаций, в том числе по инициативе В. И. Ленина — Государственный экспериментальный электротехнический институт (ныне Всесоюзный электротехнический институт им. В. И. Ленина). В нем были сосредоточены теоретические и экспериментальные работы в области техники высоких напряжений, радиотехники на всем диапазоне длин волн, электромашиностроения, электроаппаратостроения, электропривода и автоматики, светотехники и электронной техники, электроизоляционных материалов и кабельной техники, электровакуумной техники и техники производства аккумуляторов. Такой синтез всех отраслей в тот период имел огромное значение как с точки зрения взаимодействия отдельных разделов общей электротехники, так и воспитания высококвалифицированных кадров в широком диапазоне знаний, а также экспериментальных и теоретических навыков.

Планомерное развитие общей электротехнической науки было нарушено Великой Отечественной войной. К этому времени общая электротехника, вследствие специфичности технологии массового производства в отдельных ее областях, разделилась на ряд направлений, что привело к созданию новых самостоятельных в административно-организационно-техническом плане ведомств, хотя по теоретическим принципам основы науки об электричестве, магнетизме и электромеханиче-

ских явлениях (микро и макро) являются общими для всех разделов общей электротехники.

Эвакуация на восток почти всех научно-исследовательских институтов и электротехнических заводов из Европейской части нашей страны радикально изменила отраслевые и межотраслевые связи всей системы кооперированных поставок, в том числе и систему связи с основными научно-исследовательскими организациями в области электротехники. Во всех промышленных электротехнических организациях создавались конструкторские бюро и заводские лаборатории, в которых с участием крупнейших деятелей науки и техники, конструкторов и технологов промышленных предприятий закладывался фундамент для бурного развития электротехники на востоке, в глубинных районах страны.

*Малая энергетика и источники тока.* В годы войны производство источников тока не только обеспечивало нужды фронта, но и продолжало успешно развиваться. Несмотря на трудные условия военного времени и эвакуацию заводов, объем валовой продукции отрасли к концу первой послевоенной пятилетки возрос в 2,3 раза, а выпуск гальванических элементов и батарей увеличился на 300 % (1941—1950 гг.). Бурный рост и развитие автомобильного транспорта, электроники, авиации резко увеличили потребности в автономных электрохимических источниках тока.

В области элементной промышленности в 40-х годах внедрены в производство новые электрохимические системы с воздушной деполяризацией, потребовавшие разработки новых технологических процессов для создания электродных и других конструктивных материалов. Советским ученым принадлежит приоритет в создании первых холодоустойчивых батарей, сыгравших большую роль в Великой Отечественной войне. Были созданы также батареи с высокими электрическими свойствами, работающие при низких температурах, для связи и других целей.

Послевоенный период характеризовался особенно бурным ростом промышленности химических источников тока в связи с возникновением новых направлений в аппаратостроении и более широким внедрением радиоэлектроники в народное хозяйство СССР. В качестве новой серии были созданы щелочные марганцевые источники тока со значительно более высокими удельными характеристиками и длительностью работы (в 3—4 раза), с высокой стабильностью рабочего напряжения.

Эти достижения были результатом многолетних научно-исследовательских работ, направленных на устранение поляризации положительных электродов. В Великую Отечественную войну значительно увеличилась потребность в тяговых аккумуляторах, были созданы никель-кадмиевые аккумуляторы, которые сыграли важную роль в снабжении аккумуляторами наземного автотранспорта. Замена дефицитного кадмия на железо открыла перед щелочными аккумуляторами огромные области применения.

Большие работы проведены в аккумуляторостроении по новым технологическим линиям, обеспечивающим массовое производство. Из числа химических источников тока и статических преобразователей тепловой энергии в электрическую следует отметить созданные в



годы Отечественной войны низкотемпературные термоэлектрические генераторы для непосредственного преобразования тепловой энергии в электрическую. Эти устройства применялись, правда, в небольших количествах в качестве источников тока для партизанских отрядов. Они отличались высокой надежностью эксплуатации.

Если во время войны агрегаты для большой энергетики не были предметом широко организованного производства, то электроагрегаты малых и средних мощностей для так называемой малой энергетики играли очень важную роль. Во всех родах войск была огромная потребность в электростанциях малой мощности постоянного и переменного тока с частотой 50 и 400 Гц. Уже к началу военных действий эти маломощные электростанции располагались на соответствующих транспортных средствах: автомашинах, прицепах. Эти станции постоянного тока мощностью до 12 кВт, напряжением 230 В и переменного трехфазного тока мощностью 25—50 кВт сыграли очень важную роль для питания в радиолокационных станциях, в средствах ПВО, в аэродромной службе.

Во время войны было построено большое количество энергопоездов мощностью до 500 кВт для обеспечения электроэнергией эвакуированных предприятий в период их организации и производства. Важную роль сыграли для зарядки аккумуляторных батарей полевой телефонной сети переносные электростанции типа ДРП (динамо-ручных приводов) с ручным приводом через редуктор. Они же использовались для освещения отдаленных медицинских пунктов, зарядки аккумуляторных батарей во всех воинских частях для освещения и питания радиостанций. Комплект из динамо-ручного привода на постоянном токе вместе с аккумуляторной батареей и механическим вибропреобразователем постоянного тока в переменный представлял собой так называемый комбинированный источник питания — неоценимую энергосистему для большого количества войсковых частей и подразделений.

Электрические машины с ручным электроприводом мощностью 300—600 Вт широко применялись в инженерных войсках. Важное значение имели электростанции высокого напряжения постоянного и переменного тока для питания дальнедействующих радиостанций связи. Передвижные электростанции в основном комплектовались бензиновыми двигателями и генераторами с поддержанием напряжения при изменениях нагрузки. Очень часто такие генераторы подключались в нормальным автомобильным двигателям с помощью редуктора отбора мощности.

К концу войны и в первое десятилетие после нее был организован выпуск весьма эффективных передвижных дизельных и бензиновых электростанций мощностью до 50 кВт. Появление новой авиационной техники привело к разработке более совершенных типов передвижных электростанций постоянного и переменного тока для аэродромного обслуживания самолетов. Создание широкой сети радиорелейных линий потребовало создания полностью автоматизированных агрегатов средней мощности, работающих без обслуживающего персонала и обеспечивающих большую надежность источников питания всей радиотехнической аппаратуры средств связи.

**Кабельная техника.** За годы довоенных пятилеток производственная база кабельной промышленности значительно выросла. Были разработаны и освоены новые

виды кабелей и проводов, а также оборудование для их изготовления. Значительно возросло производство кабельных изделий. Отечественные кабельные заводы в основном удовлетворяли потребности народного хозяйства, тем не менее за годы войны в области научно-технических разработок кабельного производства произошел огромный скачок. В связи с временной оккупацией Украины, блокадой Ленинграда были эвакуированы кабельные заводы, которые были полностью демонтированы и вновь смонтированы в суровую зиму 1941—1942 гг. Несмотря на неслыханные трудности, холод, неприспособленность новых производственных помещений, отсутствие монтажных материалов, коллективам эвакуированных заводов и руководителям местных партийных органов понадобилось всего несколько месяцев, чтобы наладить производство и начать поставлять фронту и оборонной промышленности кабельную продукцию. Исключительные трудности в снабжении завода материалами вызвали необходимость проведения научно-исследовательских работ в глубинных районах страны по изысканию новых материалов и заменителей дефицитных.

В это тяжелое время были созданы кабели и провода для связи частей армии, ряд конструкций силовых радиочастотных кабелей, разработаны, заменены и внедрены новые типы проводов минимальных сечений (микронной толщины) с хорошей изоляцией для изготовления весьма важных приборов для аппаратуры, авиационной техники, танкового производства и средств ПВО. Это была отрасль, которая нуждалась в научно-исследовательских работах не только в области различных электрофизических явлений, но и в области технологии кабельного машиностроения, ибо без создания такого машиностроения нельзя было достигнуть успеха в массовом производстве.

В этот период стало первостепенным внедрение пластмасс, полиэтиленов, фторопластов для изготовления кабелей и проводов различного назначения, что дало возможность резко увеличить выпуск кабельной продукции при упрощении технологии и обеспечило экономию дорогого и дефицитного свинца. По сравнению с пятилетним планом 1933—1937 гг. в 1942—1950 гг. кабельная продукция возросла в несколько раз.

Большие успехи были достигнуты в период Отечественной войны в производстве эмали-проводов, а также микропроводов со сплошной стеклянной изоляцией для всех типов малого электромашиностроения и приборостроения, автомобильной, авиационной техники.

Во время войны выпускались легкие военно-полевые телефонные кабели с поливинилхлоридной изоляцией. Особенно успешно развивались кабели связи по линии высокочастотных кабелей дальней связи, допускающие одновременную передачу по каждой цепи десятков и сотен телефонных разговоров. Широко применялись пластмассы в качестве изоляционных и защитных материалов с целью улучшения характеристик кабелей и экономии свинца. Производственная мощность предприятий значительно возросла в результате строительства новых и реконструкции действующих цехов кабелей связи, а также их специализации. Были организованы научные центры по конструированию новых типов кабелей связи и разработке прогрессивной технологии, в том числе для коаксиальных кабелей.

Были разработаны рецептуры свето-тепло-морозостойкого пластика, пригодного для изоляции оболочек кабеля, сохраняющего эластичность при температурах

от  $-40^{\circ}$  до  $+70^{\circ}$  °С. Начали изготавливаться установочные провода и осветительные шнуры без оплетки из хлопчатобумажной пряжи, что дало возможность высвободить для народного хозяйства большое количество пряжи. В проводах для внутрприборного и межприборного монтажа самолетов и других летательных аппаратов, а также для бортовой сети поверх луженой токопроводящей жилы накладывалась обмотка из триацетатного шелка, что повышало их электроизоляционные свойства и облегчало пайку проводов во время монтажа. В дальнейшем высокая стойкость поливинилхлоридного пластика была использована при замене свинцовых оболочек в силовых и контрольных кабелях. Не многим более чем за 15 лет удалось полностью исключить свинец из оболочек распределительных кабелей и значительно сократить использование свинца для кабелей дальней связи.

Следует заметить, что в кабельной промышленности для наложения изоляции и оболочек из поливинилхлоридного пластика и полиэтилена потребовалось создание специальной технологии и оборудования. Были созданы новые прессы с установкой специального электропривода для обеспечения и сохранения точности размеров толщины изоляции, в особенности для проводов малого сечения. На всех основных заводах в послевоенный период были созданы поточные линии для изготовления всех типов кабелей и проводов.

В период войны в кабельной технике возникла новая молодая отрасль — кабельные изделия для радиоэлектроники на различные частоты и пропускаемые мощности (как коаксиальные, так и симметричные двухпроводные). Появление полиэтилена, обладающего высокими электроизоляционными и технологическими свойствами, позволило отказаться от всех других материалов, применявшихся для изоляции радиочастотных кабелей, и обеспечило массовый выпуск этого типа кабелей с полиэтиленовой изоляцией для радиолокационных и других электронных установок. В дальнейшем в радиоэлектронной промышленности, а также в вычислительной технике наметилась тенденция к миниатюризации, что привело к необходимости создания проводов диаметром в несколько микрон с соответствующей изоляцией.

Особенно следует отметить применение в период Отечественной войны новых лаков «Винифлекс», эмаль-проводов на этих лаках, весьма стойких к механическим воздействиям в особенности для обмоток электрических машин. Следует также отметить разработанные в этот же период эмаль-провода высоконагревостойких классов до температуры  $160^{\circ}$  и особонагревостойких — до  $240^{\circ}$ . Освоение выпуска тончайших (12 мкм) эмаль-проводов для приборостроительной и часовой промышленности, обмоточных проводов с эмаль-пластмассовой изоляцией для погружных электродвигателей, жаростойких обмоточных проводов на рабочие температуры  $500-600^{\circ}$  °С дало возможность широкого развития специализированных двигателей с низковольтной коммутационной аппаратурой для применения в авиации.

**Преобразовательная техника.** Преобразовательная техника во время войны играла очень важную роль при создании источников переменного тока на разные частоты для питания преобразователей от аккумуляторных батарей. Преобразователи разделялись на машинные одноякорные постоянного и переменного тока малой мощности для малогабаритных маломощных электростанций; вибрационные; ртутные для магистральных же-

лезнодорожных подстанций; многомашинные для применения в судостроительной промышленности для питания различных приборов управления на разные частоты и напряжения. В послевоенный период в связи с мощным развитием высоковольтных линий передач постоянным током большое значение получили вентили. Наряду с запаянными ртутными вентилями разрабатываются надежные мощные кремниевые вентили на токи до нескольких тысяч ампер и напряжения до нескольких тысяч вольт.

**Светотехника.** В течение всей Великой Отечественной войны создание ламп накаливания, прожекторных и других специальных ламп, специальных источников тока, источников света и осветительных приборов для работы при низкой освещенности было главной заботой светотехнической промышленности. Кроме работы в чистом ПВО и обеспечения соответствующей службы с прожекторными звукоуловительными установками в качестве датчиков для наводки зенитной артиллерии, светотехники внесли большой вклад в наступательные операции на отдельных участках фронта.

В годы войны и в последующие годы вступили в строй новые мощные электроламповые заводы по выпуску большого ассортимента источников света для всех отраслей народного хозяйства. Особо следует отметить организацию массового производства люминесцентных ламп, за создание которых ряд советских ученых был удостоен Государственной премии СССР 1950 г.

**Электропривод.** В годы войны научно-исследовательские и проектно-конструкторские работы в области электропривода и в особенности следящих систем синхронного поворота и синхронного движения форсированно развивались в направлении применения их во всех средствах ПВО, авиации и других средствах военной техники. Основным содержанием таких работ была разработка электромашинных систем автоматического управления, при этом использовались имеющиеся ранее достижения в области систем автоматического управления с применением электромашинных усилителей, в том числе усилителей с критическим самовозбуждением и усилителей с поперечным полем (амплидинно-сельсинные системы).

Особо следует отметить фотоэлектрические следящие системы автоматического гидирования телескопов, а также другие системы наведения локационных прожекторных систем с достаточно высокой точностью управления в наземных, морских и авиационных системах.

На проведенной в 1947 г. Всесоюзной конференции по электроприводу электромашинные системы управления с электромашинными усилителями с поперечным полем были приняты в качестве основных технических средств. В некоторых отраслях промышленности применялся вентильный электропривод постоянного тока с управляемым ртутным выпрямителем и затем с магнитными усилителями.

Основное направление электропривода связывалось с применением управляемых полупроводниковых выпрямителей — тиристоров, сначала в цепях управления возбуждением электрических машин, а затем и в силовых цепях постоянного и переменного тока. По мере развития электропривода, регулируемого с помощью полупроводниковых ртутных выпрямителей и полупроводниковых транзисторов, применение электромашинных преобразователей вытеснялось и разворачивалось производство бесконтактной аппаратуры управления. Широко были развернуты работы по созданию

тиристорного электропривода переменного тока с применением асинхронных электродвигателей с короткозамкнутым ротором и осуществлению комплексной автоматизации основных производственных процессов в различных отраслях народного хозяйства с применением полупроводниковых силовых систем.

**Транспортное электрооборудование.** В период войны электротехническая промышленность обеспечивала невиданные в истории развития стран темпы электрификации транспорта, изготавливая весь комплекс тепловозного электрооборудования, электровозы, преобразовательные устройства, электродвигатели, защитную коммутационную и пуско-регулирующую аппаратуру, заводской электротранспорт.

Решение транспортной проблемы состояло в широкой электрификации железнодорожных путей, неразрывно связанной с электрификацией районов, примыкающих к железным дорогам. В годы войны производство машин постоянного тока значительно сократилось. В тяжелые дни блокады Ленинграда на заводе «Электросила» продолжали изготавливать машины постоянного тока необходимой мощности серии ПН. Выполнялись работы по ремонту машин. Большинство основных кадров и значительная часть оборудования эвакуировались в восточные районы страны, где выполнялась большая работа по ремонту и монтажу крупных машин постоянного тока, вывезенных с заводов, располагавшихся на территориях, оккупированных фашистскими захватчиками.

В послевоенный период резко возросла потребность в крупных машинах постоянного тока для металлургической и машиностроительной промышленности, что и было обеспечено развивающейся электротехнической промышленностью. Мощности вращающихся машин доходили до десятков тысяч киловатт с вращающим моментом в сотни тоннометров.

**Электроугольные изделия.** В предвоенный период электроугольные предприятия значительно расширили номенклатуру изготовления изделий и непрерывно увеличивали выпуск продукции. Этому способствовали реконструкция и расширение ряда заводов. В годы войны перед электроугольными предприятиями встали новые задачи. Для обеспечения действия военной техники и работающих на оборону заводов и фабрик потребовалось все возрастающее количество новых образцов электроугольной продукции. Временная оккупация некоторых районов расположения сырья вызвала необходимость корректировки, а в ряде случаев коренной перестройки технологических процессов. Эти задачи оперативно решались путем расширения производственной базы и создания специального научно-исследовательского центра электроугольной промышленности.

**Электротеплостроение.** Электротермия и электротеплостроение имели очень большое значение для плавки специальных металлов и сплавов. С этой целью в довоенный период создавались дуговые сталеплавильные печи, печи для плавки алюминия, электропечи сопротивления и дуговые для медеплавления, рудно-термические и ферросплавные печи, печи для рафинирования чугуна, термообработки особо ответственных деталей машиностроения, идущих на комплектацию изделий оборонных отраслей народного хозяйства. Великая Отечественная война на короткий срок приостановила это развитие. В этот период основные работы велись на монтажно-производственных участках заводов авиационной и оборонной промышленности, раз-

мещенных в восточных районах страны, где осуществлялся не только монтаж вывезенных из западных областей электропечей, но и проектирование и изготовление новых, в том числе крупных и сложных электротермических агрегатов. Выпуск электропечей во время войны по сравнению с 1940 г. существенно увеличился; в 1941—1945 гг. уже несколькими заводами отрасли при участии заводов-потребителей было изготовлено до 5 тыс. электропечей, главным образом для нужд оборонных заводов. В послевоенный период были приняты меры по мощному развитию электротеплостроения, термического производства. Были созданы ряд КБ, головной Всесоюзный электротермический институт и его филиал. Научно-исследовательский институт токов высокой частоты им. Володина, обеспечивший развитие индукционных печей, электронно-плазменных, высокочастотных с ламповыми генераторами (в пределах гига- и мегагерц), был включен в состав отрасли.

**Электротехнические материалы.** Как известно, электротехнические материалы и, в частности, электрическая изоляция во многом определяют надежность работы электрических машин, трансформаторов, радиотехнической аппаратуры, аппаратуры связи, кабеля и других изделий электротехники, применяемых в оборонной технике.

Во время войны многие предприятия, выпускающие электротехнические материалы и, в частности, изоляционные, были эвакуированы на восток, где в исключительно короткие сроки были созданы предприятия по выпуску лаков, изоляционных материалов, пластмасс, электроизоляционных трубок. За эти годы были проведены большие исследования по созданию специальных электроизоляционных лаков, компаундов и материалов на основе новых полимеров с целью применения их в электрических машинах и аппаратах для нужд фронта.

Выполнение этих работ сопровождалось исследованиями электрофизических свойств диэлектриков, а также разработкой более современных, более сложных технологических процессов для обеспечения высокого качества технологии массового производства новых электроизоляционных материалов, глифталевых смол и лаков, битумно-масляных, масляно-смоляных, пропиточных, клеящих и покровных лаков и эмалей, большой номенклатуры слюдяных материалов, слоистых пластиков, разных видов изоляционных бумаг и картонов, лакотканей, бумажно-бакелитовых изделий.

Особо следует отметить такое направление, как производство металло-керамических изделий, которое возникло в годы Отечественной войны. Методами металло-керамической технологии в этот период изготавливались изделия для магнитных контактов из проводниковых и полупроводниковых материалов, а именно: замыкающие электротехнические контакты для всех типов реле, применяемых во всех электротехнических системах военной электротехники, контактные кольца, контактные щетки в малых электрических машинах, постоянные магниты, магнитно-мягкие магнитопрыводы для радиотехнических аппаратов, антифрикционных вкладышей и втулок, конструкционных деталей, сплавов и композиций.

В области металло-керамических материалов следует также отметить создание сплавов и композиций на основе железа, меди, алюминия, вольфрама, серебра и других металлов, которые были применены в системах радиолокационной техники, широко использовались в

средствах ПВО страны в самые напряженные моменты Великой Отечественной войны.

**Заключение.** Великая Отечественная война нанесла большой ущерб развитию электротехнической промышленности СССР, нарушив планомерное развитие электротехнической науки, разрушив систему кооперированных поставок, а также отраслевых и межотраслевых связей, лишив многие предприятия источников сырья и т. д. Все основные заводы электропромышленности, расположенные в Европейской части СССР, были демонтированы и перебазированы в восточные районы страны. Лишь некоторые предприятия Москвы и Ленинграда оставались на местах.

В условиях невероятных трудностей героическими усилиями коллективов эвакуированных заводов и руководителей местных партийных органов предприятия

электротехнической промышленности в неправдоподобно короткие сроки (несколько месяцев) восстанавливались на новых местах и обеспечивали первоочередные нужды фронта и оборонной промышленности. Дальнейшее развитие электротехнической промышленности СССР связано с восстановлением промышленного производства в Европейской части страны после побед Советской Армии под Москвой, Сталинградом, Курском, на Кавказе. Восстановление потенциала электропромышленности в Европейской части страны осуществлялось на новом, более высоком технологическом уровне при сохранении промышленного производства в восточных районах. В связи с этим за послевоенный период восстановления и развития электропромышленность страны во многих направлениях достигла выдающихся успехов.

УДК 621.311.019.34.001.24

## Повышение точности расчета показателей надежности электроустановок

ФАРХАДЗАДЕ Э. М., канд. техн. наук

Баку

Важнейшей предпосылкой повышения эффективности общественного производства является совершенствование методов управления и, в частности, методов управления надежностью в электроэнергетических системах (ЭЭС). Процесс управления надежностью систем включает сопоставление показателей надежности (ПН) между собой или с некоторым нормативным значением. В реальных условиях ЭЭС в роли действительных значений ПН выступают их оценки. Эти оценки рассчитываются по статистическим данным эксплуатации.

При сопоставлении оценок для выявления более надежного варианта системы обычно возникает определенный, подчас немалый риск совершить ошибку, обусловленную значительной дисперсией оценок [1 и 2].

И если ранее (на стадии разработки моделей и методов расчета надежности) отсутствовал достаточный опыт сопоставления этих оценок, то в настоящее время (когда разработано достаточно много моделей и методов можно с успехом перейти от конкретных схем к функционалам, позволяющим количественно оценить надежность этих схем) опыт наглядно проявляется в известном скептицизме в отношении точности расчетов надежности. Одна из основных причин такого скептицизма заключается в недостаточном учете случайного характера оценок ПН.

Учет случайного характера оценок ПН электрооборудования и устройств ЭЭС в определенной степени реализуется при переходе от точечных оценок ПН электроустановок к их гарантированным значениям, а повышение достоверности выбора варианта электроустановок достигается сопоставлением гарантированных значений ПН с нормативом надежности [2].

Если же норматив надежности неизвестен, то сравниваются интервалы вероятных значений ПН между собой. Исходя из понятия доверительного интервала, считается, что если доверительные интервалы  $[\underline{P}_1, \bar{P}_1]$  и  $[\underline{P}_2, \bar{P}_2]$  включают действительные значения  $\hat{P}_1$  и  $\hat{P}_2$  с некоторым коэффициентом доверия  $P$  и не пересекаются (т. е.  $\bar{P}_1 < \underline{P}_2$ , если  $\hat{P}_1 < \hat{P}_2$ , или  $\underline{P}_1 > \bar{P}_2$ , если

$\hat{P}_1 > \hat{P}_2$ ), то с вероятностью  $\gamma$  можно утверждать, что оценки  $\hat{P}_1$  и  $\hat{P}_2$  различаются между собой не случайно, иначе говоря  $\hat{P}_1 \neq \hat{P}_2$  (здесь  $\underline{P}$  и  $\bar{P}$  — нижнее и верхнее граничные значения показателя ПН).

Чтобы применить эти алгоритмы, необходимо прежде всего рассчитать граничные значения интервала изменения ПН сопоставляемых вариантов электроустановок с заданным коэффициентом доверия  $P$ . Верхние и нижние граничные значения ПН электроустановок могут быть вычислены методом прямой подстановки. Суть метода состоит в последовательной подстановке в функционал

$$P_c = \varphi \{ \{P_{a,1}\}, \{P_{a,2}\}, \dots, \{P_{a,i}\}, \dots, \{P_{a,m}\} \} \quad (1)$$

формализующего условия возникновения расчетных событий, верхних и нижних граничных значений доверительного интервала ПН элементов  $P_a$  и вычисления наибольшего и наименьшего значения  $P_c$  (здесь  $\{P_{a,i}\}$  — множество ПН  $i$ -го элемента с  $i = 1, m$ ).

Практическое применение этого метода при решении задач надежности в электроэнергетике потерпело неудачу. Оказалось, что не пересекаются интервалы вероятных значений ПН лишь для вариантов, сомнения относительно различной надежности которых и не возникают. Иначе говоря, сопоставляемые варианты электроустановок практически всегда оказывались «равнонадежными». Нельзя не отметить предостережение [3], где отмечается: «Однако доверительные пределы для такой функции надежности нельзя получить путем подстановки доверительных пределов отдельных параметров в выражение этой функции ... В противном случае доверительный интервал надежности получается слишком широким». Тем не менее, попытки применить этот метод еще нередки. Они, очевидно, обусловлены и тем, что отсутствуют достоверные количественные оценки погрешности расчетов.

В [4] предложен метод расчета гарантированных значений ПН электроустановок на базе фидуциальных

распределений ПН элементов схемы, позволивший рассчитать верхние граничные значения ПН. В [5] описан аналитический метод расчета граничных значений ПН электроустановок, основанный на предположении о соответствии фидуциальных распределений ПН элементов нормальному закону.

Практика расчетов ПН электроустановок, распространение фидуциального подхода на решение ряда смежных задач (повышение точности прогнозирования надежности, распознавание аварийных ситуаций и др.), оценка, в частности, точности показателей, представляющих собой отношение или разность случайных величин, выдвинули ряд новых вопросов, решение которых позволило повысить точность расчета ПН сложных систем.

В [4] фидуциальные распределения ПН элементов рассчитывались по специальным алгоритмам, включающим формулы для расчета только верхних граничных значений доверительного интервала и предназначались для расчета  $\bar{P}_c$ .

Известно, что ПН элементов характеризуются не одним, а двумя фидуциальными распределениями (по конкретному параметру):  $F_n(P_a)$  и  $F_b(P_a)$ . Функция  $F_n(P_a)$  строится по формуле расчета нижнего граничного значения доверительного интервала ПН, а функция  $F_b(P_a)$  — по формуле расчета верхнего граничного значения. Причем, как  $F_n(P_a)$ , так и  $F_b(P_a)$  включают одновременно  $P_a$ ,  $\bar{P}_a$  и  $\bar{P}_c$  [7]. Если, например, ПН — средняя длительность проведения восстановительного ремонта элемента  $T_a^*$ , вычисляемая как среднее арифметическое нормально распределенных случайных величин  $\tau_a$ , то фидуциальное распределение  $F_n(T_a)$  симметрично относительно  $F_b(T_a)$  (в силу симметрии распределения  $t$ -статистики Стьюдента), и результат расчета граничных значений  $[P_c, \bar{P}_c]$  не будет зависеть от типа распределения ( $F_n(T_a)$  и  $F_b(T_a)$ ). Однако, если ПН — интенсивность отказов элемента ( $\lambda_a$ ), то при испытаниях по плану  $[N, B, T]$  имеем [3]:

$$\lambda_a = \lambda_a^* x_{P_1} [2n] : 2n; \quad (2)$$

$$\bar{\lambda}_a = \lambda_a^* x_{1-P_1} [2n+2] : 2n, \quad (3)$$

где  $P_1 = F_n(\lambda_a)$ ;  $P_2 = F_b(\lambda_a)$ ;  $\lambda_a^*$  — статистическая оценка интенсивности отказов;  $x_P[\dots]$  — квантиль распределения хи-квадрат.

Поскольку распределения  $F_n(\lambda_a)$  и  $F_b(\lambda_a)$  [см. формулы (2) и (3)] различны, результаты расчета  $F(P_c)$  для  $P_c = \varphi(\lambda_a)$ , а следовательно и  $[P_c, \bar{P}_c]$ , уже будут зависеть от типа использованного в расчетах фидуциального распределения. Влияние типа распределения ( $F_n(P)$  и  $F_b(P)$ ) на результат расчета  $F(P_c)$  в теории вероятности неизвестно.

Не менее важным является вопрос о величине погрешности, вносимой в расчет точности ПН электроустановок предположением о независимости ПН элементов, в то время как они зависимы.

Несмотря на принципиальное различие этих вопросов (по погрешности метода прямой подстановки, о влиянии типа фидуциального распределения на результат расчета точности ПН систем и о влиянии взаимосвязи ПН элементов) решаются они одним и тем же методом, разработанным автором и названным методом решения «обратной задачи». Если в «прямой задаче» по известному алгоритму (методу) рассматриваются граничные значе-

ния ПН системы, то в «обратной задаче» для известных граничных значений ПН системы проверяется точность алгоритма (метода) путем сопоставления результатов расчета граничных значений ПН систем с их известным действительным значением. Трудности практической реализации этого метода сводятся к подбору функционала, аргумент которого имеет ясный смысл, может быть непосредственно количественно оценен, а граничные значения интервала его изменения могут быть вычислены (как непосредственно, так и по интервалам изменения ПН аргументов, как на ЦВМ, так и вручную по таблицам случайных чисел).

В [6] были проведены исследования точности расчета ПН систем для модели:

$$Q_{c,1} = \sum_{i=1}^k Q_{a,i}^* \quad (4)$$

где  $Q_{a,i}^* = n_i : M$ ;  $Q_{c,1}^* = n_c : M$ ;  $n_c = \sum_{i=1}^k n_i$ ;  $Q_{a,i}^*$  — оценки вероятности отказа  $i$ -го элемента;  $n_i$  — число отказов  $i$ -го элемента;  $M$  — число единиц оборудования;  $k$  — число типов элементов.

Предполагалась относительная независимость отказов элементов.

В [5] при анализе достоверности результатов расчета точности ПН электроустановок аналитическим методом были введены в рассмотрение еще три функционала:

$$Q_{c,2}^* = \prod_{i=1}^k Q_{a,i}^* = \prod_{i=1}^k \frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{n_{k+1}}{n_1}; \quad (5)$$

$$Q_{c,3}^* = Q_{a,1}^* : Q_{a,2}^* = \frac{n_1}{M} : \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_2}{M}; \quad (6)$$

$$Q_{c,4}^* = Q_{a,1}^* - Q_{a,2}^* = \frac{n_1}{M} - \frac{n_2}{M} = \frac{(n_1 - n_2)}{M} \quad (7)$$

с обозначениями, аналогичными (4).

Модели (4) — (7) будут использованы для решения поставленных задач. И, несмотря на их простоту, мы убедимся в трудностях достоверных оценок точности даже для функционалов, отражающих элементарные арифметические операции. Рассмотрим решение задачи об оценке погрешности метода прямой подстановки.

В табл. 1 приведены исходные данные примеров с характерным для конкретного электрооборудования энергосистем числа отказов и числа единиц оборудования. По формулам  $Q_1^* = n_1 : M$ ;  $Q_2^* = n_2 : M$ ;  $Q_3^* = n_1 : n_2$ ;  $Q_4^* = (n_1 - n_2) : M$  вычислялись оценки вероятности отказа, а затем по формулам (4-40) и (4-41) [3] — соответствующие этим оценкам граничные значения доверительных интервалов с  $P=0,95$ . Далее по формулам

$$Q_{c,1} = Q_1 + Q_2; \quad \bar{Q}_{c,1} = \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2; \quad Q_{c,2} = Q_2 Q_3; \quad \bar{Q}_{c,2} = \bar{Q}_2 \bar{Q}_3; \quad Q_{c,3} = Q_1 : \bar{Q}_3; \quad \bar{Q}_{c,3} = \bar{Q}_1 : Q_3; \quad Q_{c,4} = Q_4 - \bar{Q}_2$$

и  $\bar{Q}_{c,4} = \bar{Q}_4 - Q_2$  рассчитывались верхние и нижние граничные значения вероятностей  $Q_{c,i}$  с  $i=1,4$ . Поскольку  $Q_{c,1} = Q_4$ ;  $Q_{c,2} = Q_1$ ;  $Q_{c,3} = Q_2$ ;  $Q_{c,4} = Q_1$  [см. (4) — (7)] по формуле

$$\delta_{c,i}^{n,n} = (\bar{Q}_{c,i}^{n,n} - Q_{c,i}^{n,n}) : (\bar{Q}_{c,i}^{n,n} - Q_{c,i}^{n,n}) \quad (8)$$

с  $i = 1,4$  вычисляем во сколько раз интервал, рассчитанный методом прямой подстановки, превышает доверительный интервал. Результаты расчетов  $\delta_{c,i}^{n,p}$  с  $i = 1,4$  приведены в табл. 1.

Как следует из табл. 1, возможности повышения точности расчета  $Q_c$  значительны. Особенно велики они для  $Q_{c,3}$  и  $Q_{c,4}$  при малом числе отказов  $n$  и почти не зависят от числа единиц оборудования  $M$ . Таким образом, граничные значения интервала, вычисляемые методом прямой подстановки, имеют коэффициент доверия  $P_{n,n} > P$ , а  $(1 - P_{n,n}) \ll (1 - P)$ . Покажем теперь, что применение метода прямой подстановки может привести также к результатам, лишенным физического смысла.

Рассмотрим пример с  $\delta_{c,1}^{n,p} = 3,95$ . Граничные значения доверительного интервала, соответствующего оценке  $Q_1^* = 9:20$  равны  $\underline{Q}_1 = 0,256$  и  $\bar{Q}_1 = 0,672$ , а оценке  $Q_2^* = 10:20$  — соответственно  $\underline{Q}_2 = 0,298$  и  $\bar{Q}_2 = 0,722$ . Подставляя эти значения в формулы для расчета  $\underline{Q}_{c,1}$  и  $\bar{Q}_{c,1}$ , получаем  $\underline{Q}_{c,1} = 0,554$  и  $\bar{Q}_{c,1} = 1,394$ ! Таким образом,  $\bar{Q}_{c,1}$  превышает единицу, хотя проконтролировать этот результат для составляющих сложного функционала и при автоматизированном расчете не всегда доступно.

Рассмотрим теперь пример с  $\delta_{c,4}^{n,p} = 3,76$ . Аналогично вышеизложенному вычисляем  $\underline{Q}_4 = 0,0052$ ;  $\bar{Q}_4 = 0,023$ ;  $\underline{Q}_2 = 0,0039$ ;  $\bar{Q}_2 = 0,0209$ ;  $\underline{Q}_{c,4} = 0,0052$  —  $0,0209 = -0,157$ ;  $\bar{Q}_{c,4} = 0,023 - 0,0039 = 0,0191$ . Таким образом,  $\underline{Q}_{c,4} < 0$ ! Эти примеры свидетельствуют не только о значительном превышении интервала  $\underline{Q}_{c,i}$ ,  $\bar{Q}_{c,i}$ , рассчитанного методом прямой подстановки, над доверительным интервалом, но и о возможности получить совершенно ошибочные результаты. Нетрудно заметить, что столь же высокие погрешности расчета возникают и при других ПН.

В табл. 2 для примеров табл. 1 в иллюстративных целях приведены (в числителе) значения

$$\delta_{c,i}^A = (\bar{Q}_{c,i}^A - \underline{Q}_{c,i}^A) : (\bar{Q}_{c,i}^n - \underline{Q}_{c,i}^n) \quad (9)$$

с  $i = 1,4$ , а в знаменателе —  $\theta_{c,i} = \delta_{c,i}^{n,p} : \delta_{c,i}^A$ , где индексом  $A$  выделены результаты, вычисленные аналитическим методом [5]. Расчет  $Q_{c,i}$  проводился по  $F_n(Q_3)$ , а  $\underline{Q}_{c,i}$  — по  $F_n(Q_3)$ . При этом всегда  $\bar{Q}_{c,i}^A > \bar{Q}_{c,i}^n$ , а  $\underline{Q}_{c,i}^A < \underline{Q}_{c,i}^n$  с  $i = 1,4$ .

Как следует из табл. 2, несмотря на определенное повышение точности расчета интервала  $[\underline{Q}_{c,i}; \bar{Q}_{c,i}]$  значение  $\delta_c$  по-прежнему значительно. Основными источниками погрешности расчета  $[\underline{Q}_{c,i}; \bar{Q}_{c,i}]$  здесь являются: предположения о соответствии распределения  $F(Q_3)$  нормальному закону и независимости оценок  $Q_3^*$ , линеаризация ряда Тейлора по величине среднего квадратического отклонения вероятности отказа элементов.

Чтобы оценить степень влияния этих предположений, а также решить поставленные вопросы о влиянии типа фидуциальных распределений ( $F_n(Q_3)$  и  $F_v(Q_3)$ ) и взаимосвязи ПН элементов схемы на точность расчета ПН системы была разработана программная модель на языке ФОРТРАН-IV. В основе алгоритма этой модели нахо-

Таблица 1

Результаты расчетов точности оценок вероятности отказа методом прямой подстановки

Условный номер примера	Исходные данные			$\delta_{c,1}^{n,p}$	$\delta_{c,2}^{n,p}$	$\delta_{c,3}^{n,p}$	$\delta_{c,4}^{n,p}$
	$n_1$	$n_2$	$M$				
1	1	5	20	1,52	1,48	59,1	3,43
2	1	5	100	1,45	1,53	55,1	3,71
3	1	5	500	2,20	1,53	57,5	3,76
4	9	10	20	3,95	1,36	2,03	1,53
5	15	20	100	1,58	1,38	2,17	2,44
6	15	20	500	1,47	1,37	2,09	2,59

Таблица 2

Условный номер примера	$\delta_{c,1}^A / \theta_{c,1}$	$\delta_{c,2}^A / \theta_{c,2}$	$\delta_{c,3}^A / \theta_{c,3}$	$\delta_{c,4}^A / \theta_{c,4}$
1	1,44/1,06	1,23/1,21	5,45/10,8	2,91/1,18
2	1,38/1,05	1,22/1,25	4,96/11,1	3,17/1,17
3	1,83/1,20	1,21/1,26	4,88/11,9	3,19/1,18
4	3,36/1,14	1,29/1,05	1,55/1,3	1,47/1,04
5	1,36/1,16	1,30/1,05	1,66/1,31	2,04/1,12
6	1,27/1,14	1,30/1,05	1,61/1,3	2,15/1,18

дится расчет точности ПН методом фидуциальных вероятностей [4]. Согласно этому методу «разыгрывание» реализаций ПН элементов схемы, отражающих данные опыта эксплуатации одной из многих однотипных энергосистем (в реальных условиях таких энергосистем нет), проводится по фидуциальным распределениям ПН элементов.

Алгоритм расчета фидуциальных распределений вероятности отказа элементов имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & 1. \text{ Для } F_v(Q) = P: \\
 & \text{если } Q^* \leq 0,5 \text{ и } n \leq 49, \\
 & \bar{Q}_P = \frac{x_{1-P} [2n+2]}{2M - n + 0,5x_{1-P} [2n+2]}; \\
 & \text{если } Q^* \leq 0,5, n > 49 \text{ при } P < 0,5 \\
 & \bar{Q}_P = \frac{Q^* + \frac{z_P}{2M} - z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2}; \\
 & \text{при } P = 0,5 \quad \bar{Q}_P = Q^*; \\
 & \text{при } 0,5 < P < 1 \\
 & \bar{Q}_P = \frac{Q^* + \frac{z_P}{2M} + z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2}; \\
 & \text{если } Q^* > 0,5 \text{ и } n \leq 49 \\
 & \bar{Q}_P = 1 - \frac{x_P [2M-2n]}{M + n + 1 + 0,5x_P [2M-2n]}; \\
 & \text{если } Q^* > 0,5, n > 49 \text{ при } P < 0,5 \\
 & \bar{Q}_P = 1 - \frac{1 - Q^* + \frac{z_P}{2M} + z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2}; \\
 & \text{при } P = 0,5 \quad \bar{Q}_P = Q^*; \\
 & \text{при } 0,5 < P < 1
 \end{aligned} \quad (10)$$



$$\bar{Q}_P = 1 - \frac{1 - Q^* + \frac{z_P}{2M} - z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2}$$

где  $z_P$  — квантиль функции Лапласа; значения  $x_P[\dots]$  — по данным таблицы приложения 1 [3];

2. Для  $F_H(Q) = P$ :

если  $Q^* \leq 0,5$  и  $n \leq 49$ ,

$$\underline{Q}_P = \frac{x_P[2n]}{2M - n + 1 + 0,5x_P[2n]};$$

если  $Q^* \leq 0,5$ ,  $n > 49$  при  $P < 0,5$

$$\underline{Q}_P = \frac{Q^* + \frac{z_P}{2M} + z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2};$$

при  $P = 0,5$   $\underline{Q}_P = Q^*$ ;

при  $0,5 < P < 1$

$$\underline{Q}_P = \frac{Q^* + \frac{z_P}{2M} - z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2};$$

если  $Q^* > 0,5$  и  $n \leq 49$

$$\underline{Q}_P = 1 - \frac{x_{1-P}[2(M-n)+2]}{M+n+0,5x_{1-P}[2(M-n)+2]};$$

если  $Q^* > 0,5$ ,  $n > 49$  при  $P < 0,5$

$$\underline{Q}_P = 1 - \frac{1 - Q^* + \frac{z_P}{2M} - z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2};$$

при  $P = 0,5$   $\underline{Q}_P = Q^*$ ;

при  $0,5 < P < 1$

$$\underline{Q}_P = 1 - \frac{1 - Q^* + \frac{z_P}{2M} + z_P \sqrt{\frac{Q^*(1-Q^*)}{M} + \frac{z_P^2}{4M}}}{1 + z_P^2/M^2}.$$

При  $Q^* > 0,5$  в алгоритмах (10) и (11) использованы следующие известные равенства:  $\underline{Q}_P = 1 - \bar{R}_P$  и  $\bar{Q}_P = 1 - \underline{R}_P$ , где  $R_P = 1 - Q_P$ .

Разыгрывание реализаций  $Q_a$  проводится методом «обратных функций» по формуле

$$Q_{a,i,\xi} = Q_{a,i,j} + \{[S_\xi - F(Q_{a,i,j})][Q_{a,i,j+1} - Q_{a,i,j}]\} : \{F(Q_{a,i,j+1}) - F(Q_{a,i,j})\}. \quad (12)$$

Здесь  $S_\xi$  — реализация случайной величины  $S$ , распределенной по равномерному закону в интервале  $[0, 1]$ . По значениям  $Q_{a,i}$  с  $i = 1, k$  по формулам (4) — (7) рассчитывается отдельная реализация  $Q_c$ . Полученный в результате многократного разыгрывания ряд из  $N$  значений  $Q_c$  размещается в порядке возрастания. Если теперь сопоставить каждому значению ряда вероятность, равную  $N^{-1}$ , то получим эмпирическую функцию распределения  $F^*(Q_c)$ , по которой и определяем граничные значения интервала изменения вероятности отказа ( $\underline{Q}_c$  и  $\bar{Q}_c$ ), удовлетворяющие условиям  $\text{Вер}(Q_c \leq \underline{Q}_c) = 0,5(1 - P)$  и  $\text{Вер}(Q_c \leq \bar{Q}_c) = 0,5(1 + P)$ .

Как и ранее, результаты расчетов сопоставлялись с граничными значениями доверительного интервала с коэффициентом доверия  $P = 0,95$ . Систематизация многочисленных результатов расчета точности вероятности  $Q_c$  при различных  $k, n, M$  и  $P$  позволила сформулировать правила, обеспечивающие в пределах точности моделирования равенство фидуциальных оценок граничных значений интервала изменения  $Q_c$ , вычисляемых с коэффициентом доверия  $P$ , граничным значениям доверительного интервала с тем же коэффициентом доверия, т. е. равенство  $\underline{Q}_c^* = \underline{Q}_c^A$  и  $\bar{Q}_c^* = \bar{Q}_c^A$  (индекс \* обозначает равенство в пределах точности моделирования).

**Правило 1.** Если  $Q_c = \sum_{i=1}^k Q_{a,i}$  или  $Q_c = \prod_{i=1}^k Q_{a,i}$ , то

а)  $\underline{Q}_c^* = \underline{Q}_c^A$ , если разыгрывание реализаций  $Q_{a,i}$  с  $i = 1, k$  проводилось по  $F_H(Q_{a,i})$ ;

б)  $\bar{Q}_c^* = \bar{Q}_c^A$ , если разыгрывание реализаций вероятности отказа  $j$ -го элемента  $Q_{a,j}$  проводилось по  $F_B(Q_{a,j})$ , а для остальных  $(k-1)$  элементов — по  $F_H(Q_{a,i})$  с  $i = 1, k$  и  $i \neq j$ , где  $Q_{a,j}^* = \max\{Q_{a,i}^*\}_k$  с  $n_i \neq 0$  для  $i = 1, k$ . Рассмотрим ряд частных случаев.

б1) если условию  $\max\{Q_{a,i}^*\}_k$  удовлетворяет  $m_1$  оценок  $Q_{a,i}^*$ , где  $m_1 \leq k$ , то разыгрывание реализаций  $Q_{a,j}$  по  $F_B(Q_{a,j})$  проводится для элемента с  $Q_{a,j} = \max\{Q_{a,i}^*\}$  и с  $M_j = \min\{M_i\}_{m_1}$ ;

б2) если среди  $k$  оценок  $Q_{a,i}^*$   $m_2$  оценки одновременно удовлетворяют условиям  $\max\{Q_{a,i}^*\}$  и  $\min\{M_i\}_{m_2}$ , где  $m_2 \leq m_1 \leq k$ , то разыгрывание реализаций  $Q_{a,j}$  по  $F_B(Q_{a,j})$  проводится для одного из  $m_2$  элементов, а для остальных  $(k-1)$  элементов — по  $F_H(Q_{a,i})$ .

1.1. Если  $Q_c = kQ_{a,i}$ , а  $M_1 = M_2 = \dots = M_k$  (т. е. все  $k$  элементов имеют одинаковые  $F_H(Q_{a,i})$  и  $F_B(Q_{a,i})$ ), то с учетом вышеизложенного реализации  $Q_c$  должны вычисляться по формуле  $Q_c = \sum_{i=1}^k Q_{a,i}$ , а не  $Q_c = kQ_{a,i}$ , где

$Q_{a,i}$  —  $i$ -я реализация  $Q_{a,i}$ .

Применение формулы  $Q_c = kQ_{a,i}$  позволяет рассчитать  $\underline{Q}_c$  и  $\bar{Q}_c$  непосредственно:  $\underline{Q}_c = k\underline{Q}_{a,i}$  и  $\bar{Q}_c = k\bar{Q}_{a,i}$  и нет необходимости моделировать  $F(Q_c)$  по  $F(Q_{a,i})$ , но одновременно означает переход по существу к расчету граничных значений интервала изменения  $Q_c$  методом прямой подстановки, высокая погрешность которого известна. По аналогии:

1.2. Если  $Q_c = Q_{a,i}^k$ , а  $M_1 = M_2 = \dots = M_k$ , то реализации  $Q_c$  должны рассчитываться по формуле  $Q_c = \prod_{i=1}^k Q_{a,i}$ , а не  $Q_c = Q_{a,i}^k$ .

1.3. Если распределения  $F_H(Q_{a,i})$  и  $F_B(Q_{a,i})$  для  $i = 1, k$  симметричны, то результаты расчета  $\underline{Q}_c^*$  и  $\bar{Q}_c^*$  с коэффициентом доверия  $P$  по  $F_H(Q_{a,i})$  и  $F_B(Q_{a,i})$  совпадают и равны ( $\underline{Q}_c^* = \underline{Q}_c^A$  и  $\bar{Q}_c^* = \bar{Q}_c^A$ ) граничным значениям доверительного интервала с тем же коэффициентом доверия.

Оценке точности ПН системы, состоящей из  $k$  последовательно соединенных элементов, посвящен ряд работ; остановимся на результатах [7]. Здесь аналитически показано, что если ни один из элементов системы при испытании не отказал, то верхнее граничное значение вероятности отказа системы совпадает с верхним гра-



ничным значением вероятности отказа элемента, для которого объем испытаний наименьший. Нетрудно заметить, что изложенные выше результаты не противоречат заключению [7]: для расчета  $\bar{Q}_c^M$  распределение  $F(Q_c)$  при  $Q_c = \sum_{i=1}^k Q_{\alpha,i}$  и  $n_c = 0$  моделируется по  $(k-1)$  распределением  $F_n(Q_{\alpha}) = 0$ , совпадающим с осью ординат, распределению  $F_b(Q_{\alpha,j})$  элемента с  $Q_{\alpha,j}^* = \max\{Q_{\alpha,i}\}_k$  имеющего  $M_j = \min\{M_i\}_k$ ; при этом  $\bar{Q}_c^M = \bar{Q}_{\alpha,j}$ .

Напомним, что при  $n_c = 0$  и разыгрывании  $Q_{\alpha,i}$  по  $F_b(Q_{\alpha,i})$  с  $i = 1, k$  величина  $Q_c^M \gg Q_c^d = Q_{\alpha,j}^d$  [6]

Приведенные выше результаты получены в предположении о независимости вероятности отказа элементов. Такое предположение часто соответствует действительности (во всяком случае этой зависимостью можно пренебречь), хотя хорошо известны примеры, в которых ПН элементов электроустановок зависимы. Формы взаимосвязи многогранны. Рассмотрим следующую их разновидность. Считаем, что в функционале (6)  $Q_{\alpha,1}$  есть сумма независимых ПН  $Q_{c,3}$  и  $Q_{\alpha,2}$ , а в функционале (7) показатель  $Q_{\alpha,1}$  есть произведение независимых ПН  $Q_{c,4}$  и  $Q_{\alpha,2}$ . Например, если  $Q_{\alpha,1}$  — вероятность отказа блока генератор — трансформатор,  $Q_{c,3}$  — вероятность отказа генератора, а  $Q_{\alpha,2}$  — вероятность отказа трансформатора, причем  $Q_{\alpha,1}^* = Q_{c,3}^* + Q_{\alpha,2}^*$ , то очевидно, что  $Q_{\alpha,1}^*$  будет зависеть от значения  $Q_{\alpha,2}$ . При этом разыгранной по фидуциальному распределению  $F(Q_{\alpha,2})$  случайной реализации  $Q_{\alpha,2}$  уже не будет соответствовать независимая реализация  $Q_{\alpha,1}$ , разыгранная тем же способом по распределению  $F(Q_{\alpha,1})$ . Покажем это на конкретном примере.

В иллюстративных целях перейдем от ПН к хорошо освоенным и понятным электрическим величинам. Пусть проводится измерение активного сопротивления устройства методом амперметра — вольтметра. Напряжение источника изменяется случайным образом по нормальному закону. В результате измерений и расчетов получен ряд значений напряжения  $U$ , тока  $I$  и сопротивления  $R$ . Пренебрегая погрешностью измерения, считаем  $R = R_0 = \text{const}$ . По данным измерений  $U$  и  $I$  можно оценить их средние значения, среднее квадратическое отклонение и построить доверительные интервалы вероятных значений. Если теперь методом «жребия» выбрать из доверительных интервалов случайные реализации  $U$  и  $I$  и вычислить сопротивление, то очевидно, что с вероятностью, близкой к единице, это значение сопротивления не будет равно  $R_0$ . Иначе говоря, так «разыгрывать» реализации зависимых показателей нельзя. Пусть теперь случайно изменяется по нормальному закону не только  $U$ , но и  $R$ . Если многократно разыгрывать методом «жребия» реализации  $U$  и  $I$ , вычисляя при каждом «опыте»  $R$ , а затем построить эмпирическую функцию распределения  $F^*(R)$ , то нетрудно заметить, что это распределение будет не случайно различаться от действительного распределения  $F(R)$ .

Эти результаты естественны, так как случайному значению  $U$  из множества значений, задаваемых доверительным интервалом  $[U; \bar{U}]$ , соответствует лишь определенное множество значений тока  $I$  из множества, за-

Таблица 3

Точность оценок  $Q_{c,3}^*$  и  $Q_{c,4}^*$ 

Условный номер примера	$\delta_{c,3}^M$	$\delta_{c,4}^M$	$\delta_{c,3}^{M,P}$	$\delta_{c,4}^{M,P}$
1	22,03	2,63	5,71	2,35
2	19,78	2,89	4,33	2,54
3	19,35	2,94	5,57	2,56
4	1,40	1,36	1,21	1,13
5	1,51	1,73	1,26	1,67
6	1,47	1,83	1,22	1,81

даваемого интервалом  $[I; \bar{I}]$ . Таким образом, несмотря на то, что функциональная зависимость между  $U$  и  $I$  хорошо известна (закон Ома), построить действительную функцию распределения  $F(R)$  по известным распределениям  $F(U)$  и  $F(I)$  изложенными выше методами не представляется возможным, а рассчитанный по  $F^*(R)$  с фиксированным коэффициентом доверия интервал  $[R; \bar{R}]$  существенно шире доверительного интервала. Прежде всего установим значения погрешностей, которые вносятся в расчет точности  $Q_{c,3}$  и  $Q_{c,4}$  предположением о независимости  $Q_{\alpha,1}$  и  $Q_{\alpha,2}$ , в то время как они зависимы.

В табл. 3 приведены значения

$$\delta_c^M = (\bar{Q}_c^M - \underline{Q}_c^M) : (\bar{Q}_c^d - \underline{Q}_c^d) \quad (13)$$

для  $Q_c^M$ , рассчитанных как отношение ( $Q_{c,3}$  и разность  $Q_{c,4}$  вероятностей отказа элементов  $Q_{\alpha,1}$  и  $Q_{\alpha,2}$ . Величины  $Q_{c,3}^M$  и  $Q_{c,4}^M$  вычислены методом фидуциальных вероятностей по распределениям  $F_b(Q_{\alpha,1})$  и  $F_b(Q_{\alpha,2})$ , а  $\underline{Q}_{c,3}^M$  и  $\underline{Q}_{c,4}^M$  — по распределениям  $F_n(Q_{\alpha,1})$  и  $F_n(Q_{\alpha,2})$ .

При всех остальных сочетаниях типов фидуциальных распределений  $F(Q_{\alpha})$  условия  $\underline{Q}_c^M \leq \underline{Q}_c^d$  и  $\bar{Q}_c^M \geq \bar{Q}_c^d$  могут нарушаться.

В табл. 3 приведены также значения

$$\delta_{c,P}^M = (\bar{Q}_{c,P}^M - \underline{Q}_{c,P}^M) : (\bar{Q}_c^d - \underline{Q}_c^d) \quad (14)$$

для  $Q_{c,P}^M$ , рассчитываемых методом равномерных вероятностей. Распределение  $F(Q_{\alpha,i})$  для всех  $i=1, k$  в этом методе принимается равномерным (отсюда и данное автором название метода). Разыгрывание реализаций  $Q_{\alpha}$  на ЭВМ проводится по формуле (12), которая для принятого предположения имеет вид

$$Q_{\alpha,i,\xi} = \underline{Q}_{\alpha,i} + S_{\xi} (\bar{Q}_{\alpha,i} - \underline{Q}_{\alpha,i}). \quad (15)$$

Таким образом, метод равномерных вероятностей является частным случаем метода фидуциальных вероятностей. Отметим, что разыгрывание показателей по формуле (15) в настоящее время наряду с методом прямой подстановки нередко используется для выявления неопределенности или неточности исходной информации о принимаемых инженерных решениях, касающихся возможности (допустимости) конкретных режимов работы ЭЭС.

Сравнение данных табл. 2 и 3 показывает, что предположение о независимости вносит очень большую погрешность. Заметна следующая закономерность: чем метод расчета точности ПН объективнее, чем меньше введено упрощающих предположений, тем чувствительнее результаты расчета точности ПН системы к нарушению взаимосвязи ПН элементов. В то же время, если вероятности отказов элементов на самом деле незави-

симы, то пренебрежение типом распределения вероятности отказа элементов ведет к резкому снижению достоверности расчета, тем большей, чем реже наблюдались отказы элементов системы. Например, отношение  $\delta_{c,3}^m$  и  $\delta_{c,3}^p$  для первого примера составляет 3,9! А насколько достоверны сами оценки  $\delta_{c,3}^m$  и  $\delta_{c,3}^p$ ?

Достоверность расчета функции распределения  $F_m^*(Q_{c,3})$  и  $F_m^*(Q_{c,4})$ , а следовательно  $\delta_{c,3}^m$  и  $\delta_{c,4}^m$ , контролировалась следующим образом. Как известно, верхнее граничное значение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания  $M(T)$  случайной величины  $\tau$ , распределенной по экспоненциальному закону, рассчитывается по формуле [3]:

$$\bar{T} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \tau_i \right\} : \{x_{1-p}[2n]\} = \{2nT^*\} : \{x_{1-p}[2n]\}. \quad (16)$$

Пусть заданы две выборки экспоненциально распределенных величин  $\{\tau\}_{n_1}$  и  $\{\tau\}_{n_2}$  и требуется найти распределение  $F(T_c)$ , где  $T_c = T_1 \cdot T_2$ .

Величина

$$T_c^* = \left\{ n_2 \sum_{i=1}^{n_1} \tau_i \right\} : \left\{ n_1 \sum_{i=1}^{n_2} \tau_i \right\} = T_1^* \cdot T_2^*. \quad (17)$$

В соответствии с методом фидуциальных вероятностей и формулой (16) отношение квантилей распределений  $F_{\tau}(T_1)$  и  $F_{\tau}(T_2)$  равно:

$$T_{c,p} = \bar{T}_{1,p_1} \cdot \bar{T}_{2,p_2} = \left\{ x_{1-p_2}[2n_2] \sum_{i=1}^{n_1} \tau_i \right\} : \left\{ x_{1-p_1}[2n_1] \sum_{i=1}^{n_2} \tau_i \right\}. \quad (18)$$

Поскольку

$$\frac{x_{1-p_2}[2n_2]}{x_{1-p_1}[2n_1]} = \frac{n_2}{n_1} F_{P,r_1,r_2}, \quad (19)$$

то

$$T_{c,p} = T_1^* F_{P,r_1,r_2} \cdot T_2^*; \quad (20)$$

$$F(T_c) = F(T_1^* F_{P,r_1,r_2} \cdot T_2^*), \quad (21)$$

где  $r_1 = 2n_1$ ;  $r_2 = 2n_2$ ;  $F_{P,r_1,r_2}$  — квантиль  $F$ -распределения со степенями свободы  $r_1$  и  $r_2$ .

Таким образом, известен алгоритм расчета эмпирической  $F_m^*(T_c)$  и аналитической  $F(T_c)$  функций распределения. Проведенные расчеты свидетельствуют о полном совпадении  $F_m^*(T_c)$  и  $F(T_c)$ . Аналогичные результаты были получены при сопоставлении  $F_m^*(T_c)$  и  $F(T_c)$  для случая, когда  $T_c^* = T_1^* - T_2^*$ .

Перейдем теперь к решению задачи расчета точности  $Q_{c,3}$  и  $Q_{c,4}$  при условии, что  $Q_{a,1}$  и  $Q_{a,2}$  зависимы. По существу, для решения этой задачи необходимо разработать метод моделирования случайного характера зависимых ПН. В основе рекомендуемого метода находится естественная взаимосвязь численных значений квантилей и функции фидуциального распределения. При некотором математическом преобразовании  $\varphi$  квантилей распределения (например, вероятности отказа  $Q$ ), преобразованному значению  $\varphi(Q)$  будет однозначно соответствовать величина  $\varphi[F(Q)] = \varphi(S)$ .

По аналогии, если заданы два распределения  $F(Q_{a,1})$  и  $F(Q_{a,2})$ , то численному значению  $\varphi(Q_{a,1,j}; Q_{a,2,j})$

будет однозначно соответствовать величина  $\varphi[F(Q_{a,1,j}); F(Q_{a,2,j})] = \varphi[S_{1,j}; S_{2,j}]$ , где  $S_{1,j} = F(Q_{a,1,j})$  и  $S_{2,j} = F(Q_{a,2,j})$  — случайные числа с равномерным распределением в интервале  $[0,1]$ .

В свою очередь распределение  $F\{\varphi(S_{1,j}; S_{2,j})\}$  определяет условную вероятность  $S_y$  возникновения реализаций  $S_1$  и  $S_2$ . При  $S_1 = S_{1,j}$  и  $S_2 = S_{2,j}$  величина  $S_y = F\{\varphi(S_{1,j}; S_{2,j})\} = F\{\varphi(Q_{a,1,j}; Q_{a,2,j})\}$ . Если, например,  $Q_c = Q_{a,1} - Q_{a,2}$ , величины  $Q_c$  и  $Q_{a,2}$  случайны и независимы, заданы фидуциальные распределения  $F(Q_{a,1})$  и  $F(Q_{a,2})$ , то  $j$ -я реализация  $Q_{a,2}$  разыгрывается по случайной величине  $S_j$  с равномерным распределением в интервале  $[0,1]$  и формуле (12), а реализация  $Q_{a,1,j}$  — по условной вероятности  $S_{y,j} = F(S_{\Sigma})$ , где  $S_{\Sigma} = S_j + S_{j+1}$ ;  $S_{j+1}$  —  $(j+1)$ -я реализация случайной величины  $S$ . Функция  $F(S_{\Sigma})$  характеризует распределение суммы случайных величин с равномерным распределением в интервале  $[0,1]$ . Само преобразование  $\varphi$  определяется математической операцией, связывающей независимые случайные величины функционала.

Распределения  $F\{\varphi(S_1; S_2)\}$  для фиксированного преобразования  $\varphi$  являются типовыми. Эти распределения в общем случае могут быть построены по таблицам случайных чисел с равномерным распределением в интервале  $[0,1]$  или достаточно простым программным моделям ЭВМ. (В частных случаях распределения  $F\{\varphi(S_1; S_2)\}$  могут быть найдены аналитически; например,  $S_{\Sigma} = S_1 + S_2$  имеет распределение Симпсона.)

Вышеизложенное определяет алгоритм моделирования реализации зависимого ПН:

моделируется случайная величина  $S = S_j$  с равномерным распределением в интервале  $[0,1]$ ;

по формуле (12), фидуциальному распределению независимого ПН [в функционалах (6) и (7) —  $F(Q_{a,2})$ ] и  $S_j$  вычисляется реализация этого ПН;

повторно моделируется случайная величина  $S = S_{j+1}$ ;

по типовому распределению функции  $\varphi(S_j; S_{j+1})$  вычисляется условная вероятность  $S_y = F\{\varphi(S_j; S_{j+1})\}$ ;

по формуле (12) фидуциального распределения зависимого ПН [в функционалах (6) и (7) —  $F(Q_{a,1})$ ] и  $S_y$  вычисляется искомая реализация зависимого ПН.

Результаты расчетов точности  $Q_{c,3}$  и  $Q_{c,4}$  с учетом зависимости  $Q_{c,1}$  и  $Q_{c,2}$  позволили установить:

**Правило 2.** Если  $Q_c = Q_{a,1} - Q_{a,2}$  или  $Q_c = Q_{a,1} \cdot Q_{a,2}$ , то

а)  $Q_c^m = Q_c^d$ , если разыгрывание реализаций  $Q_{a,2}$  проводилось методом «жребия» по  $F_{\nu}(Q_{a,2})$ , а разыгрывание реализаций  $Q_{a,1}$  — условными вероятностями  $S_y$  по  $F_{\nu}(Q_{a,1})$ ;

б)  $Q_c^m = \bar{Q}_c^d$ , если разыгрывание реализаций  $Q_{a,2}$  проводилось методом «жребия» по  $F_{\nu}(Q_{a,2})$ , а разыгрывание реализаций  $Q_{a,1}$  — условными вероятностями  $S_y$  по  $F_{\nu}(Q_{a,1})$ .

2.1. (см. п. 1.3).

В заключение отметим следующее.

1. Несмотря на то, что функционалы (4) — (7) отражают взаимосвязь вероятности отказа элементов и систем, ошибочно было бы считать, что результаты исследования точности относятся лишь к ПН — вероятность отказа. Разработанный метод исследования по сути чувствителен не к наименованию ПН, а к закономерностям их распределения. Реализации же ПН используют

ся уже в алгоритме расчета ПН системы, который в свою очередь не зависит от вида фидуциальных распределений. Поэтому результаты анализа влияния закономерностей изменения фидуциальных распределений аргументов на фидуциальное распределение функции случайных аргументов могут быть полноправно распространены и на другие ПН.

2. Установлено существенное влияние асимметрии фидуциальных распределений [распределения вероятности, интенсивности и частоты возникновения (отсутствия) события] на расчет точности ПН системы и одновременно показано (см. п. 1.3 и 2.1), что если эти распределения симметричны, то расчет точности ПН системы существенно упрощается, так как проводится по одной из двух функций  $F_{\alpha}(P_{\alpha})$  или  $F_{\beta}(P_{\beta})$ .

3. Хотя рассмотренные математические операции над аргументами функционалов (сложение, умножение, вычитание и деление аргументов, умножение аргумента на постоянное число, возведение аргумента в степень) и их сочетания охватывают значительную часть моделей для оценки надежности систем электроснабжения, и достоверные оценки точности их ПН, следовательно, могут быть получены, остаются неисследованными модели, аргументы которых связаны более сложными зависимостями, в частности, логическими или корреляционными, число зависимых аргументов в которых более одного. Поэтому проблема повышения объективности расчета ПН сложных систем по-прежнему требует большого внимания специалистов.

4. Множество функционалов, контролирующих достоверность расчета точности ПН систем, может быть существенно расширено, если привлечь к их формированию метод функций случайных аргументов [8].

5. Возможность достоверного расчета точности ПН электроустановок создает реальные предпосылки для оценки их действительной надежности и разработки на этой базе нормативов надежности.

**Выводы.** 1. Применение метода прямой подстановки приводит к недопустимым для практических расчетов погрешностям; в отдельных случаях применение этого метода приводит также к результатам, лишенным физического смысла.

2. Метод равномерных вероятностей является частным случаем фидуциального подхода, а предположение о соответствии фидуциальных распределений ПН элементов системы равномерному закону приводит к значительному снижению точности расчета ПН систем.

3. Разработан новый метод моделирования случайного характера зависимых ПН элементов. Применение рекомендуемого алгоритма разыгрывания реализаций зависимых ПН и правило 2 позволят получить достоверные результаты расчета точности ПН систем с зависимыми ПН элементами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пиковский А. А., Таратин В. А. Техничко-экономические расчеты в энергетике в условиях неопределенности. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1981. — 196 с.
2. Фархадзаде Э. М., Мамед-Велиев В. Устойчивость решения задач теории надежности. — Электричество, 1980, № 5, с. 12—15.
3. Рябинин И. А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергетических систем. — Л.: Судостроение, 1971. — 456 с.
4. Фархадзаде Э. М. Расчет показателей надежности систем в условиях неопределенности исходных данных. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1978, № 6, с. 50—57.
5. Фархадзаде Э. М., Черных Т. И. Метод аналитической оценки точности расчета показателей надежности электроустановок. — Надежность и контроль качества, 1984, № 2.
6. Фархадзаде Э. М. О расхождении граничных значений доверительных и фидуциальных интервалов параметров надежности систем. — Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1979, № 7.
7. Мирный Р. А., Соловьев А. Д. Оценка надежности системы по результатам испытания ее компонент. — В кн.: Кибернетика на службу коммунизму, т. 2. — М.: Энергия, 1964, с. 213—218.
8. Надежность и эффективность АСУ/Под ред. Ю. Г. Заренина. — Киев: Техника, 1975. — 368 с.

[22.11.84]



УДК 621.316.1.001.2

## Условия оптимальности построения сложноразветвленной электрической сети

МОЛОДЦОВ В. С., канд. техн. наук

Ростов-на-Дону

Все возрастающие масштабы проектных проработок по построению оптимальных электрических сетей в условиях сокращения численности проектировщиков и повышения требований к качеству проектирования вынуждают не только механизировать соответствующие расчеты на базе современных ЭВМ, но и искать новые более эффективные методы расчетов.

Построение оптимальных электрических сетей складывается из этапа математической формулировки задачи и этапа ее решения, между которыми существует тесная взаимосвязь. Качественное усложнение математической модели, описывающей электрическую сеть, требует и более совершенных методов решения и наоборот.

Усложнение математических моделей задачи построения оптимальных электрических сетей, связанное с увеличением размерности задачи, многокритериально-

стью, иерархичностью, дискретностью, динамичностью, неопределенностью и т. д. сводит ее к классу задач, не имеющих на данный момент общего метода решения [1—3].

Для решения рассматриваемой задачи предложен ряд эталонных и приближенных методов, каждый из которых исходит из определенной математической формулировки, учитывающей те или иные специфические особенности задания исходной информации.

К числу эталонных методов, позволяющих найти глобальный оптимум, можно отнести методы, основанные на идеях динамического программирования, и метода ветвей и границ. Применение эталонных методов для задач большой размерности требует для расчета неприемлемо больших затрат времени.

Этот существенный недостаток эталонных методов и

явился основной причиной разработки более скоростных — приближенных методов расчета таких, как градиентных, эвристических, случайного поиска и т. д. Следует заметить, что в основу существующих методов построения оптимальных электрических сетей положены алгоритмы целенаправленного уменьшения [или увеличения значений целевых функций в зависимости от постановки задачи. При поиске оптимального варианта электрической сети при использовании таких методов отсутствует ясное понимание проектировщиком свойств той электрической сети, которая является предметом поиска.

Задача построения оптимальных электрических сетей, несмотря на наличие методов, продолжает привлекать внимание исследователей. Причины такого внимания, как представляется, следующие:

необходимость в новых соотношениях, присущих оптимальной электрической сети, так как знание на сегодняшний день того, что в оптимальной электрической сети соблюдается закон Ома и законы Кирхгофа и то, что ее структурно-параметрическое состояние отвечает критерию задачи, явно недостаточно.

Требование практики проектирования иметь скоростную программу расчета, не требующую больших затрат времени на подготовку исходных данных, в основу алгоритма которой положены ясные физические соотношения, отвечающие современным представлениям о электрической сети и ее проектировании.

В статье дан вывод новых соотношений, названных условиями оптимальности, которые соблюдаются только в оптимальной, с точки зрения принятого критерия, электрической сети, являясь ее интегральными характеристиками.

Условия оптимальности определяют ясность конечной цели при поиске оптимального варианта электрической сети, что является необходимым условием создания систем автоматизированного проектирования [2].

В качестве математических моделей электрической сети в статье рассмотрены статический  $Z$  и динамический  $Z_1(\tau=1)$  варианты приведенных затрат [4], имеющих следующий вид:

$$Z = E_n K + I, \quad (1)$$

$$Z_1 = \sum_{t=1}^{T_p} (E_n K_t + \delta I_t) K_{np}^{1-t}. \quad (2)$$

Здесь  $E_n$  и  $E_{n.p.}$  — соответственно нормативный коэффициент эффективности и коэффициент приведения разновременных затрат;  $K_{np} = 1 + E_{n.p.}$ ;  $K$ ,  $I$  и  $K_t$ ,  $I_t$  — соответственно суммарные и за  $t$ -й год расчетного периода капиталовложения и эксплуатационные издержки;  $T_p$  — расчетный период;  $\delta I_t$  — прирост ежегодных издержек в  $t$ -й год;  $\tau$  — год приведения затрат.

Следует заметить, что в [3] подробно рассмотрены области применения статических и динамических моделей электрических сетей.

Развернутый вид выражений (1) и (2) с учетом математических моделей приведенных в [5, 6] следующий:

$$Z = E \left( A + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} F_k^i \right) + \text{Re } 3\beta \bar{I} Z \bar{I} + \beta_n \left( A_n + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{nki} F_k^i \right); \quad (3)$$

$$Z_1 = E \sum_{t=1}^{T_p} \left( A_t + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{kti} F_{kt}^i \right) K_{np}^{1-t} + \text{Re } \sum_{t=1}^{T_p} 3\beta_t (\bar{I}_t Z_t \bar{I}_t - \bar{I}_{t-1} Z_{t-1} \bar{I}_{t-1}) K_{np}^{1-t} + \sum_{t=1}^{T_p} \beta_{nt} \left[ (A_{nt} - A_{nt-1}) + \left( \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{nkti} F_{kt}^i - \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{nkt-1i} F_{kt-1}^i \right) \right] K_{np}^{1-t}. \quad (4)$$

Здесь  $E$  — коэффициент отчислений, включая нормативный;  $A$  — постоянная составляющая капитальных

затрат в целом по электрической сети;  $\sum_{i=1}^n C_{ki} F_k^i$  —

переменная часть капитальных затрат в вводимую  $k$ -ю трансформаторную связь (трансформатор связи между сетями различного напряжения) или  $k$ -ю линию электропередачи (ЛЭП), выраженная полиномом  $n$ -й степени;  $F_k = (G_k^2 + B_k^2)/G_k$  — активная проводимость вводимой  $k$ -й трансформаторной или линейной ветви;  $G_k = R_k/(R_k^2 + X_k^2)$ ;  $B_k = X_k/(R_k^2 + X_k^2)$ ;  $G_k$  и  $B_k$  — действительная и мнимая части проводимости вводимой  $k$ -й ветви;  $R_k$  и  $X_k$  — активное и реактивное сопротивление  $k$ -й ветви;  $\beta$  и  $\beta_n$  — расчетная стоимость соответственно нагрузочных потерь мощности в ветвях электрической сети и потерь холостого хода в трансформаторах связи;  $A_n$  — постоянная составляющая потерь холостого хода в трансформаторах связи с учетом потерь холостого хода в существующих трансформаторах;

$\sum_{i=1}^n C_{nkti} F_k^i$  — переменная составляющая потерь холостого хода в вводимых трансформаторах, выраженная полиномом  $n$ -й степени;  $\bar{I} = \bar{I}' + j\bar{I}''$  — матрица-строка узловых токов;  $Z$  — матрица узловых сопротивлений электрической сети относительно балансирующего пункта, расположенного в узле 0, обратная матрице узловых проводимостей

$Y$ , т. е.  $Z = Y^{-1}$ ;  $A_t$ ,  $C_{kti}$ ,  $\beta_t$ ,  $\beta_{nt}$ ,  $\bar{I}_t$ ,  $Z_t$ ,  $A_{nt}$ ,  $C_{nkti}$  — соответственно величины

$A$ ,  $C_{ki}$ ,  $\beta$ ,  $\beta_n$ ,  $I$ ,  $Z$ ,  $A_n$ ,  $C_{nki}$ ,

отвечающие  $t$ -му году расчетного периода;  $F_{kt}$  — активная проводимость  $k$ -й ветви, вводимой в  $t$ -й год;  $m$  — возможное число ветвей, намеченных к вводу в электрической сети [для модели (4)  $m$  отвечает  $t = T_p$ ];  $k = 1, 2, \dots, d$  — трансформаторные связи (ветви);  $k = d + 1, d + 2, \dots, m$  — линейные ветви (ЛЭП).

В выражениях (3) и (4) первые, вторые и третьи слагаемые характеризуют соответственно приведенную стоимость капитальных затрат, нагрузочных потерь, потерь холостого хода в трансформаторах связи.

Задача, поставленная в статье, математически формулируется следующим образом. Найти условия, которые являются интегральными характеристиками оптимальных, исходя из критерия минимума приведенных затрат  $Z_{\text{опт}}$ , электрических сетей, описываемых моделями (3) и (4).

Решение задачи для модели (3). Намеченные к вводу в электрической сети  $k$ -е линейные и трансформаторные ветви разбиты на две группы. Первая группа включает подмножество ветвей из множества  $k$ -х, обеспечивающих минимум целевой функции (3), а вторая группа,  $k$ -е ветви, не вошедшие в первую группу. Таким образом, ветви первой группы определяют оптимальную электрическую сеть, а ветви второй считаются нецелесообразными для ввода.

В приложении к статье дан вывод выражений для приращения приведенных затрат  $\Delta Z_0$  при отклонении параметров сети от оптимальных значений для ветвей первой и второй, групп:

$$\Delta Z_{01} = E \sum_k \sum_{i=1}^n C_{ki} i \left[ \frac{(G_{\text{копт}}^2 - B_{\text{копт}}^2)}{G_{\text{копт}}^2} q_k + \frac{2B_{\text{копт}}}{G_{\text{копт}}} b_k \right] F_{\text{копт}}^{i-1} - 3\beta \sum_k (L_{\text{копт}} q_k + M_{\text{копт}} b_k) + \beta_{\text{п}} \sum_k \sum_{i=1}^n C_{\text{п}ki} i \times \times \left[ \frac{(G_{\text{копт}}^2 - B_{\text{копт}}^2)}{G_{\text{копт}}^2} q_k + \frac{2B_{\text{копт}}}{G_{\text{копт}}} b_k \right] F_{\text{копт}}^{i-1}; \quad (5)$$

$$\Delta Z_{02} = E \sum_k C_{k1} \frac{(q_k^2 + b_k^2)}{q_k} - 3\beta \sum_k (L_{\text{копт}} q_k + M_{\text{копт}} b_k) + \beta_{\text{п}} \sum_k C_{\text{п}k1} \frac{(q_k^2 + b_k^2)}{q_k}. \quad (6)$$

Здесь  $G_{\text{копт}}$  и  $B_{\text{копт}}$  — параметры  $G_k$  и  $B_k$ , отвечающие оптимальной сети;  $q_k$  и  $b_k$  — величины изменения оптимальных проводимостей  $k$ -х ветвей; индекс  $k$  в выражении (5) относится к ветвям первой группы, а в выражении (6) к ветвям второй группы.

При выводе выражений (5) и (6) использовано соотношение

$$L_{\text{копт}} + jM_{\text{копт}} = \bar{\mathbf{I}} \mathbf{Z}_{\text{опт}} \mathbf{r}_k \bar{\mathbf{r}}_k \mathbf{Z} \bar{\mathbf{I}}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{Z}_{\text{опт}} = \mathbf{Y}_{\text{опт}}^{-1}$  — матрица узловых сопротивлений, отвечающая оптимальной сети;  $\bar{\mathbf{r}}_k = \|0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0\|$ ; единицы в матрице  $\mathbf{r}_k$  находятся на месте номеров узлов, которые соединяет  $k$ -я ветвь в сети (если ветвь соединяет нагрузочный узел с балансирующим пунктом, то в  $\bar{\mathbf{r}}_k$  вместо  $-1$  стоит 0).

Вывод условий оптимальности ниже приведен отдельно для ветвей первой и второй группы.

Первая группа. Для  $k$ -х ветвей сети выражение (5), исходя из неотрицательности, так как любое отклонение параметра от оптимального значения приводит к увеличению приведенных затрат, преобразуем к следующему виду:

для линейных ветвей

$$\left[ E \frac{(G_{\text{копт}}^2 - B_{\text{копт}}^2)}{G_{\text{копт}}^2} \sum_{i=1}^n C_{ki} i F_{\text{копт}}^{i-1} - 3\beta L_{\text{копт}} \right] q_k + \left[ E \frac{2B_{\text{копт}}}{G_{\text{копт}}} \sum_{i=1}^n C_{ki} i F_{\text{копт}}^{i-1} - 3\beta M_{\text{копт}} \right] b_k \geq 0; \quad (8)$$

для трансформаторных связей

$$\left[ \frac{(G_{\text{копт}}^2 - B_{\text{копт}}^2)}{G_{\text{копт}}^2} \sum_{i=1}^n (EC_{ki} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}ki}) i F_{\text{копт}}^{i-1} - 3\beta L_{\text{копт}} \right] q_k + \left[ \frac{2B_{\text{копт}}}{G_{\text{копт}}} \sum_{i=1}^n (EC_{ki} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}ki}) i F_{\text{копт}}^{i-1} - 3\beta M_{\text{копт}} \right] b_k \geq 0. \quad (9)$$

Для неотрицательности соотношений (8) и (9) при любом изменении  $q_k$  и  $b_k$  (имеется ввиду уменьшение или увеличение  $G_{\text{копт}}$  и  $B_{\text{копт}}$ ) необходимо выполнение следующих условий оптимальности:

$$\left. \begin{aligned} E \frac{(G_{\text{копт}}^2 - B_{\text{копт}}^2)}{G_{\text{копт}}^2} \sum_{i=1}^n C_{ki} i F_{\text{копт}}^{i-1} &= 3\beta L_{\text{копт}}; \\ E \frac{2B_{\text{копт}}}{G_{\text{копт}}} \sum_{i=1}^n C_{ki} i F_{\text{копт}}^{i-1} &= 3\beta M_{\text{копт}}; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

для трансформаторных связей

$$\left. \begin{aligned} \frac{(G_{\text{копт}}^2 - B_{\text{копт}}^2)}{G_{\text{копт}}^2} \sum_{i=1}^n (EC_{ki} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}ki}) i F_{\text{копт}}^{i-1} &= 3\beta L_{\text{копт}}; \\ \frac{2B_{\text{копт}}}{G_{\text{копт}}} \sum_{i=1}^n (EC_{ki} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}ki}) i F_{\text{копт}}^{i-1} &= 3\beta M_{\text{копт}}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Вторая группа. Для  $k$ -х ветвей сети выражение (6), исходя из его неотрицательности, по той же причине, что и выражения (5), преобразуем ( $q_k > 0$ ) к следующему виду:

для линейных ветвей

$$(EC_{k1} - 3\beta L_{\text{копт}}) q_k^2 + EC_{k1} b_k^2 - 3\beta M_{\text{копт}} q_k b_k \geq 0; \quad (12)$$

для трансформаторных связей

$$\begin{aligned} &[(EC_{k1} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}k1}) - 3\beta L_{\text{копт}}] q_k^2 + \\ &+ (EC_{k1} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}k1}) b_k^2 - 3\beta M_{\text{копт}} q_k b_k \geq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Выражения (12) и (13) представляют собой квадратичные формы относительно  $q_k$  и  $b_k$  с отвечающими им соответственно матрицами:

$$\begin{vmatrix} (EC_{k1} - 3\beta L_{\text{копт}}) & -\frac{3\beta M_{\text{копт}}}{2} \\ -\frac{3\beta M_{\text{копт}}}{2} & EC_{k1} \end{vmatrix}; \quad (14)$$

$$\begin{vmatrix} [(EC_{k1} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}k1}) - 3\beta L_{\text{копт}}] & -\frac{3\beta M_{\text{копт}}}{2} \\ -\frac{3\beta M_{\text{копт}}}{2} & (EC_{k1} + \beta_{\text{п}} C_{\text{п}k1}) \end{vmatrix}. \quad (15)$$

Соотношениям (12) и (13) отвечают соответственно неотрицательно определенные матрицы (14) и (15), из чего согласно [7], следуют условия оптимальности, имеющие вид:

для линейных ветвей

$$\left. \begin{aligned} EC_{k1} - 3\beta L_{\text{копт}} &\geq 0; \\ EC_{k1} (EC_{k1} - 3\beta L_{\text{копт}}) - \frac{9\beta^2 M_{\text{копт}}^2}{4} &\geq 0; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

для трансформаторных связей

$$\left. \begin{aligned} (EC_{k1} + \beta_{\Pi} C_{\Pi k1}) - 3\beta L_{k\text{опт}} &\geq 0; \\ (EC_{k1} + \beta_{\Pi} C_{\Pi k1}) [(EC_{k1} + \beta_{\Pi} C_{\Pi k1}) - 3\beta L_{k\text{опт}}] - \\ - \frac{9\beta^2 M_{k\text{опт}}^2}{4} &\geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Решение задачи для модели (4). Приведем выражение (4) к удобному для анализа виду и, используя соотношения, аналогичные (П-1) — (П-4) (см. приложение) с учетом фактора времени, получим следующее выражение для  $Z_1$

$$\begin{aligned} Z_1 = & E \sum_{l=1}^{T_p} \left( A_l + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{kti} F_{kt}^i \right) \cdot K_{\Pi p}^{1-t} - \text{Re} \cdot 3 \cdot \beta_1 \bar{J}_0 Z_0 \hat{J}_0 + \\ & + \sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^{T_p-1} \sum_{v=1}^t 3 \cdot \beta_t \cdot (L_{kt} \cdot G_{kv} + M_{kt} \cdot B_{kv}) \cdot (K_{\Pi p} - 1) \cdot K_{\Pi p}^{-t} + \\ & + \sum_{k=m+1}^l \sum_{t=1}^{T_p-1} 3 \cdot \beta_t \cdot (L_{kt} \cdot G_{k0} - M_{kt} \cdot B_{k0}) \cdot (K_{\Pi p} - 1) \cdot K_{\Pi p}^{-t} + \\ & + \sum_{k=1}^m \sum_{v=1}^{T_p} 3 \cdot \beta_{T_p} \cdot (L_{kT_p} \cdot G_{kv} + M_{kT_p} \cdot B_{kv}) \cdot K_{\Pi p}^{1-T_p} + \\ & + \sum_{k=m+1}^l 3\beta_{T_p} (L_{kT_p} G_{k0} + M_{kT_p} B_{k0}) K_{\Pi p}^{1-T_p} + \\ & + \sum_{t=1}^{T_p-1} \beta_{\Pi t} \left( A_{\Pi t} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\Pi kti} F_{k0}^i \right) (K_{\Pi p} - 1) K_{\Pi p}^{-t} - \\ & - \beta_{\Pi 1} \left( A_{\Pi 0} + \sum_{k=m+1}^l \sum_{i=1}^n C_{\Pi k0i} F_{k0}^i \right) + \beta_{\Pi T_p} \left( A_{\Pi T_p} + \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\Pi kT_p i} F_{kT_p}^i \right) K_{\Pi p}^{1-T_p}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь  $\sum_{v=1}^t G_{kv}$ ,  $\sum_{v=1}^t B_{kv}$  — результирующие проводимости ветвей сети в  $t$ -й год расчетного периода;  $\bar{I}_t Z_1 \bar{I}_t = L_{kt} + jM_{kt}$ ; индекс  $k$  от 1 до  $m$  соответствует намеченным к вводу в сети ветвям, среди которых  $d < m$  ветвей трансформаторных; индекс  $k$  от  $m+1$  до  $l$  отвечает ветвям исходной сети, среди которых  $j < l$  ветвей трансформаторных;  $G_{k0}$  и  $B_{k0}$  — проводимости ветвей исходной сети.

Сумма третьего и пятого слагаемых выражения (19) при замене в них порядка и пределов суммирования равна

$$\sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^{T_p} (L_{k\Sigma t} G_{kt} + M_{k\Sigma t} B_{kt}), \quad (20)$$

где

$$L_{k\Sigma t} = (K_{\Pi p} - 1) \sum_{v=t}^{T_p-1} 3\beta_v L_{kv} K_{\Pi p}^{-v} + 3\beta_{T_p} L_{kT_p} K_{\Pi p}^{1-T_p};$$

$$M_{k\Sigma t} = (K_{\Pi p} - 1) \sum_{v=t}^{T_p-1} 3\beta_v M_{kv} K_{\Pi p}^{-v} + 3\beta_{T_p} M_{kT_p} K_{\Pi p}^{1-T_p}. \quad (21)$$

В соотношениях (21) для  $t = T_p$  первые слагаемые равны нулю.

Сумма седьмого и девятого слагаемых в выражении (19):

$$\sum_{t=1}^{T_p} \beta_{\Pi t} \left( A_{\Pi t} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\Pi kti} F_{kt}^i \right) K_{\Sigma t}, \quad (22)$$

где

$$K_{\Sigma t} = \begin{cases} (K_{\Pi p} - 1) K_{\Pi p}^{-t} & \text{для } t = 1, 2, \dots, T_p - 1 \\ K_{\Pi p}^{1-T_p} & \text{для } t = T_p. \end{cases} \quad (23)$$

Приращения  $\Delta Z_{\delta 1t}$  и  $\Delta Z_{\delta 2t}$  для модели (4), выполнив аналогичные операции, что и при выводе выражений (5) и (6) для  $\Delta Z_{\delta 1}$  и  $\Delta Z_{\delta 2}$ , учитывая соотношения (20) и (22), имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta Z_{\delta 1t} = & E \sum_k \sum_{t=1}^{T_p} C_{k1t} \frac{(q_{kt}^2 + b_{kt}^2)}{q_{kt}} K_{\Pi p}^{1-t} - \\ & - \sum_k \sum_{t=1}^{T_p} (L_{k\Sigma \text{опт } t} q_{kt} + M_{k\Sigma \text{опт } t} b_{kt}) + \\ & + \sum_k \sum_{t=1}^{T_p} \beta_{\Pi t} C_{\Pi k1t} \frac{(q_{kt}^2 + b_{kt}^2)}{q_{kt}} K_{\Sigma t}; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Delta Z_{\delta 2t} = & E \sum_k \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{i=1}^n C_{kti} i \left[ \frac{(G_{k\text{опт } t}^2 - B_{k\text{опт } t}^2)}{G_{k\text{опт } t}^2} q_{kt} + \right. \\ & \left. + \frac{2B_{k\text{опт } t}}{G_{k\text{опт } t}} b_{kt} \right] F_{k\text{опт } t}^{i-1} K_{\Pi p}^{1-t} - \sum_k \sum_{t=1}^{T_p} (L_{k\Sigma \text{опт } t} q_{kt} + \\ & + M_{k\Sigma \text{опт } t} b_{kt}) + \sum_k \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{i=1}^n \beta_{\Pi t} C_{\Pi kti} i \times \\ & \times \left[ \frac{(G_{k\text{опт } t}^2 - B_{k\text{опт } t}^2)}{G_{k\text{опт } t}^2} q_{kt} + \frac{2B_{k\text{опт } t}}{G_{k\text{опт } t}} b_{kt} \right] F_{k\text{опт } t}^{i-1} K_{\Sigma t}. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь  $q_{kt}$ ,  $b_{kt}$  — значения приращения проводимостей  $k$ -х ветвей в  $t$ -й год;  $G_{k\text{опт } t}$ ,  $B_{k\text{опт } t}$ ,  $L_{k\Sigma \text{опт } t}$ ,  $M_{k\Sigma \text{опт } t}$ ,  $F_{k\text{опт } t}$  — соответственно величины  $G_{kt}$ ,  $B_{kt}$ ,  $L_{k\Sigma t}$ ,  $M_{k\Sigma t}$ ,  $F_{kt}$  — отвечающие оптимальной сети; индекс  $k$  имеет тот же смысл, что и в выражениях (5) и (6).

Условия оптимальности для  $t$ -го года расчетного периода находятся аналогично условиям (10), (11), (16), (17). Первая группа

для линейных ветвей

$$\left. \begin{aligned} E \frac{(G_{k\text{опт } t}^2 - B_{k\text{опт } t}^2)}{G_{k\text{опт } t}^2} K_{\Pi p}^{1-t} \sum_{i=1}^n C_{kti} i F_{k\text{опт } t}^{i-1} &= L_{k\Sigma \text{опт } t}; \\ E \frac{2B_{k\text{опт } t}}{G_{k\text{опт } t}} K_{\Pi p}^{1-t} \sum_{i=1}^n C_{kti} i F_{k\text{опт } t}^{i-1} &= M_{k\Sigma \text{опт } t}; \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

для трансформаторных связей

$$\left. \begin{aligned} & \frac{(G_{k \text{ опт } t}^2 - B_{k \text{ опт } t}^2)}{G_{k \text{ опт } t}^2} \sum_{i=1}^n (EK_{\text{пр}}^{1-t} C_{kti} + \\ & + \beta_{\text{пт}} K_{\Sigma t} C_{\text{п}kt i}) i F_{k \text{ опт } t}^{i-1} = L_{k \Sigma \text{ опт } t}; \\ & \frac{2B_{k \text{ опт } t}}{G_{k \text{ опт } t}} \sum_{i=1}^n (EK_{\text{пр}}^{1-t} C_{kti} + \\ & + \beta_{\text{пт}} K_{\Sigma t} C_{\text{п}kt i}) i F_{k \text{ опт } t}^{i-1} = M_{k \Sigma \text{ опт } t}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Вторая группа:

для линейных ветвей

$$\left. \begin{aligned} & EC_{kt1} K_{\text{пр}}^{1-t} - L_{k \Sigma \text{ опт } t} \geq 0; \\ & EC_{kt1} K_{\text{пр}}^{1-t} (EC_{kt1} K_{\text{пр}}^{1-t} - L_{k \Sigma \text{ опт } t}) - \frac{M_{k \Sigma \text{ опт } t}^2}{4} \geq 0; \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

для трансформаторных связей

$$\left. \begin{aligned} & (EC_{kt1} K_{\text{пр}}^{1-t} + \beta_{\text{пт}} C_{\text{п}kt1} K_{\Sigma t}) - L_{k \Sigma \text{ опт } t} \geq 0; \\ & (EC_{kt1} K_{\text{пр}}^{1-t} + \beta_{\text{пт}} C_{\text{п}kt1} K_{\Sigma t}) [(EC_{kt1} K_{\text{пр}}^{1-t} + \\ & + \beta_{\text{пт}} C_{\text{п}kt1} K_{\Sigma t}) - L_{k \Sigma \text{ опт } t}] - \frac{M_{k \Sigma \text{ опт } t}^2}{4} \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Использование условия оптимальности<sup>1</sup>

Найдя из выражений (10), (11)  $L_{k \text{ опт } t}$  и  $M_{k \text{ опт } t}$  соответственно для линейных ветвей и трансформаторных связей, а затем подставив их в выражение (П-6) (см. приложение), получим:

$$\begin{aligned} Z_{\text{опт}} = & E \left( A + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} F_{k \text{ опт } t}^i \right) + E \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} i F_{k \text{ опт } t}^i + \\ & + \beta_{\text{п}} \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}ki} i F_{k \text{ опт } t}^i + 3\beta \sum_{k=m+1}^l (L_{k \text{ опт } t} G_k + \\ & + M_{k \text{ опт } t} B_k) + \beta_{\text{п}} \left( A_{\text{п}} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}ki} F_{k \text{ опт } t}^i \right). \end{aligned} \quad (30)$$

Выражение (30) характеризует соотношение или соразмерность затрат в оптимальную электрическую сеть. В выражении (30) второе и третье слагаемые характеризуют приведенную стоимость нагрузочных потерь в введенных линейных и трансформаторных ветвях. Отношение  $N$  суммы приведенных стоимостей переменных частей капитальных затрат и потерь холостого хода в введенных трансформаторах к приведенной стоимости нагрузочных потерь в введенных линейных и трансформаторных ветвях имеет следующий вид:

$$N = \frac{E \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} F_{k \text{ опт } t}^i + \beta_{\text{п}} \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}ki} F_{k \text{ опт } t}^i}{E \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} i F_{k \text{ опт } t}^i + \beta_{\text{п}} \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}ki} i F_{k \text{ опт } t}^i}. \quad (31)$$

При  $n = 1$  отношение  $N = 1$ , что является доказательством для сложносамкнутой электрической сети

<sup>1</sup> Использование условий оптимальности для построения оптимальных электрических сетей является предметом другой работы автора.

закона Кельвина, известного для отдельно рассматриваемой ЛЭП [5]. Обобщенный закон Кельвина формулируется следующим образом. В оптимальной электрической сети сумма приведенных стоимостей переменных частей капитальных затрат и потерь холостого хода в введенных трансформаторах связи равна приведенной стоимости нагрузочных потерь в введенных линейных и трансформаторных ветвях.

Следует заметить, что при  $n > 1$  соразмерность оптимальной сети не отвечает обобщенному закону Кельвина. Подставив  $L_{k \Sigma \text{ опт } t}$  и  $M_{k \Sigma \text{ опт } t}$ , определяемых соответственно соотношениями (26) и (27), в выражение (19), отвечающее оптимальной сети, учтя соотношения (20, (22), (23), получим

$$\begin{aligned} Z_{1 \text{ опт}} = & E \sum_{t=1}^{T_p} \left( A_t + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{kti} F_{k \text{ опт } t}^i \right) K_{\text{пр}}^{1-t} - \\ & - \text{Re} 3\beta_1 \bar{I} Z_0 \hat{I}_0 + E \sum_{t=1}^{T_p} K_{\text{пр}}^{1-t} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{kti} i F_{k \text{ опт } t}^i + \\ & + \sum_{t=1}^{T_p} \beta_{\text{пт}} K_{\Sigma t} \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}kti} i F_{k \text{ опт } t}^i + \\ & + \sum_{k=m+1}^l \sum_{t=1}^{T_p} 3\beta_t (L_{k \text{ опт } t} G_{k0} + M_{k \text{ опт } t} B_{k0}) K_{\Sigma t} - \\ & - \beta_{\text{п}1} \left( A_{\text{п}0} + \sum_{k=m+1}^l \sum_{i=1}^n C_{\text{п}k0i} F_{k0}^i \right) + \\ & + \sum_{t=1}^{T_p} \beta_{\text{пт}} K_{\Sigma t} \left( A_{\text{пт}} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}kti} F_{k \text{ опт } t}^i \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь  $L_{k \text{ опт } t}$  и  $M_{k \text{ опт } t}$  соответственно  $L_{kt}$  и  $M_{kt}$ , отвечающие оптимальной сети.

Выражение (32) характеризует соотношение или соразмерность затрат в оптимально развивающуюся электрическую сеть. Отношение  $N_1$ , аналогичное (31), для оптимально развивающейся электрической сети имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} N_1 = & \frac{E \sum_{t=1}^{T_p} K_{\text{пр}}^{1-t} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{kti} F_{k \text{ опт } t}^i +}{E \sum_{t=1}^{T_p} K_{\text{пр}}^{1-t} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{kti} i F_{k \text{ опт } t}^i +} \\ & + \sum_{t=1}^{T_p} \beta_{\text{пт}} K_{\Sigma t} \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}kti} F_{k \text{ опт } t}^i \\ & + \sum_{t=1}^{T_p} \beta_{\text{пт}} K_{\Sigma t} \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\text{п}kti} i F_{k \text{ опт } t}^i. \end{aligned} \quad (33)$$

При  $n = 1$  из отношения (33) следует аналогично статическому варианту оптимальной сети (30) обобщенный закон Кельвина для динамического варианта оптимальной сети (32).

Приложение. Доказательство соотношений (5) и (6). Подставив

$$Y = \sum_{k=1}^l Y_k \bar{r}_k = \sum_{k=1}^l (G_k - jB_k) \bar{r}_k \bar{r}_k, \quad (\text{П-1})$$



заимствованное из [8], в очевидное равенство

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}\mathbf{Y}\mathbf{Z} \quad (\text{П-2})$$

получим следующее выражение

$$\mathbf{Z} = \sum_{k=1}^l (G_k - jB_k) \mathbf{Z} \mathbf{r}_k \bar{\mathbf{r}}_k \mathbf{Z}. \quad (\text{П-3})$$

Здесь  $l$  — суммарное число ветвей в сети, из которых  $k=1, 2, \dots, m$  — намеченные к вводу, а  $k=m+1, m+2, \dots, l$  — существующие в исходной электрической сети линейные и трансформаторные ветви.

Используя выражение (П-3), а также соотношение

$$\bar{\mathbf{I}} \mathbf{Z} \mathbf{r}_k \bar{\mathbf{r}}_k \mathbf{Z} \hat{\mathbf{I}} = L_k + jM_k, \quad (\text{П-4})$$

получим следующее выражение для  $\mathcal{Z}$

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} = & E \left( A + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} F_k^i \right) + 3\beta \sum_{k=1}^m (L_k G_k + M_k B_k) + \\ & + 3\beta \sum_{k=m+1}^l (L_k G_k + M_k B_k) + \\ & + \beta_{\Pi} \left( A_{\Pi} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\Pi ki} F_k^i \right), \quad (\text{П-5}) \end{aligned}$$

Выражение для  $\mathcal{Z}_{\text{опт}}$  имеет, согласно (П-5), следующий вид

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\text{опт}} = & E \left( A + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} F_{\text{опт}}^i \right) + 3\beta \sum_{k=1}^m (L_{k \text{ опт}} G_{k \text{ опт}} + \\ & + M_{k \text{ опт}} B_{k \text{ опт}}) + 3\beta \sum_{k=m+1}^l (L_{k \text{ опт}} G_k + M_{k \text{ опт}} B_k) + \\ & + \beta_{\Pi} \left( A_{\Pi} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\Pi ki} F_{k \text{ опт}}^i \right), \quad (\text{П-6}) \end{aligned}$$

где  $F_{k \text{ опт}}$  — параметр  $F_k$ , отвечающий оптимальной сети.

Подставив в модель (3) матрицу  $\mathbf{Z} = (\mathbf{Y}_{\text{опт}} + \delta \mathbf{Y})^{-1}$ , предварительно разложив ее в ряд [9], получим, проделав преобразования, аналогичные (П-1) — (П-4), выражение для приведенных затрат  $\mathcal{Z}_{\delta}$  при отклонении параметров сети от оптимальных значений:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\delta} = & E \left( A + \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n C_{ki} (F_{k \text{ опт}} + \delta F_k)^i + \right. \\ & + 3\beta \sum_{k=1}^m [L_{k \text{ опт}} (G_{k \text{ опт}} - q_k) + M_{k \text{ опт}} (B_{k \text{ опт}} - b_k)] + \\ & + 3\beta \sum_{k=m+1}^l (L_{k \text{ опт}} G_k + M_{k \text{ опт}} B_k) + \\ & \left. + \beta_{\Pi} \left[ A_{\Pi} + \sum_{k=1}^d \sum_{i=1}^n C_{\Pi ki} (F_{k \text{ опт}} + \delta F_k)^i \right] \right), \quad (\text{П-7}) \end{aligned}$$

где  $\delta F_k$  — изменения  $F_{k \text{ опт}}$ ;  $\delta \mathbf{Y}$  — матрица изменения матрицы  $\mathbf{Y}_{\text{опт}}$  при изменении оптимальных проводимостей  $k$ -х ветвей  $\mathbf{Y}_{k \text{ опт}}$  на величины  $\delta Y_k = q_k - j b_k$ .

Используя выражения (П-6) и (П-7), найдем приращение приведенных затрат  $\Delta \mathcal{Z}_{\delta}$  для ветвей первой и второй групп.

Первая группа:  $F_{k \text{ опт}} \neq 0$ . Используя известное из [10] разложение в ряд, а также учитывая, что  $\delta F_k \ll F_{k \text{ опт}}$ , получим

$$(F_{k \text{ опт}} + \delta F_k)^i = F_{k \text{ опт}}^i + i \delta F_k F_{k \text{ опт}}^{i-1}, \quad (\text{П-8})$$

в котором величина  $\delta F_k$  при пренебрежении членами второго порядка малости равна

$$\begin{aligned} \delta F_k = & \frac{(G_{k \text{ опт}} + q_k)^2 + (B_{k \text{ опт}} + b_k)^2}{(G_{k \text{ опт}} + q_k)} - \frac{(G_{k \text{ опт}}^2 + B_{k \text{ опт}}^2)}{G_{k \text{ опт}}} = \\ = & \frac{(G_{k \text{ опт}}^2 - B_{k \text{ опт}}^2)}{G_{k \text{ опт}}} q_k + \frac{2B_{k \text{ опт}}}{G_{k \text{ опт}}} b_k. \quad (\text{П-9}) \end{aligned}$$

Выражение для  $\Delta \mathcal{Z}_{\delta 1}$  имеет вид

$$\Delta \mathcal{Z}_{\delta 1} = \mathcal{Z}_{\delta 1} - \mathcal{Z}_{\text{опт}}. \quad (\text{П-10})$$

Подставив в выражение (П-10) соотношения (П-6) — (П-9), получим выражение (5), что и требовалось доказать.

$$\text{Вторая группа: } F_{k \text{ опт}} = 0, \quad \delta F_k = \frac{(q_k^2 + b_k^2)}{q_k}.$$

Выражение для  $\Delta \mathcal{Z}_{\delta 2}$  имеет вид

$$\Delta \mathcal{Z}_{\delta 2} = \mathcal{Z}_{\delta 2} - \mathcal{Z}_{\text{опт}}. \quad (\text{П-11})$$

Подставив в выражение (П-11) соотношения (П-6) и (П-7), пренебрегая значениями  $\delta F_k^i$   $i$ -го порядка малости ( $i = 2, 3, \dots, n$ ), получим выражение (6), что и требовалось доказать.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кришан З. П. Построение динамических моделей оптимального развития сетей электроэнергетических систем. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 5.
2. Веников В. А., Глазунов А. А., Тюханов Ю. М. Математические модели формирования оптимальных схем электрообеспечения при автоматизированном проектировании. — Электричество, 1983, № 1.
3. Арзамасцев Д. А., Липес А. В., Мызин А. Л. Модели и методы оптимизации развития энергосистем. — Свердловск. Изд. УПИ, 1976.
4. Справочник по проектированию электроэнергетических систем/Под ред. Рокотьяна С. С. и Шапиро И. М. — М.: Энергия, 1977.
5. Электрические системы. Кибернетика электрических систем/Под ред. Веникова В. А. — М.: Высшая школа, 1974.
6. Молодцов В. С. Отклик на статью Железко Ю. С. О направлениях исследований в области компенсации реактивной мощности. — Электричество, 1983, № 5.
7. Беллман Р. Введение в теорию матриц. — М.: Наука, 1976.
8. Сенди К. Современные методы анализа электрических систем. — М.: Энергия, 1971.
9. Ланкастер П. Теория матриц. — М.: Наука, 1978.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1977.

[20.12.84]



# Инвариантное регулирование в автономных электроэнергетических системах постоянного тока

МИЗЮРИН С. Р., доктор техн. наук, БОЧАРОВ В. В., канд. техн. наук, РЕЗНИКОВ С. Б., канд. техн. наук, СМЕРНОВ С. В., инж.

Московский авиационный институт

В связи с ростом числа потребителей в автономных электроэнергетических системах (АвЭС), стремлением снизить вес электрооборудования и повысить его энергетические и надежность показатели актуальной становится проблема повышения качества генерируемой энергии. Для систем с переменной частотой вращения приводного вала первичного генератора, что имеет место на подвижных объектах, наиболее перспективной представляется структура с первичным источником постоянного тока — вентильным генератором (ВГ).

В настоящее время трудно выделить единственную структуру ВГ, обладающую несомненными преимуществами перед всеми остальными. Однако из множества возможных структур ВГ нетрудно выделить три наиболее часто встречающиеся (рис. 1):

однокаскадный — на основе синхронного генератора с возбуждением от постоянных магнитов;

двухкаскадный — на основе классического синхронного генератора с магнитоэлектрическим возбудителем и вращающимся управляемым выпрямителем;

трехкаскадный — на основе классического синхронного генератора с синхронным возбудителем, магнитоэлектрическим подвозбудителем.

Одним из наиболее перспективных средств повышения качества электроэнергии является выбор рациональной структуры регулятора вентильного генератора, обеспечивающей инвариантность выходного напряжения по отношению к возмущающим воздействиям, т. е. к изменению скорости вращения ВГ и изменению нагрузки.

Статья посвящена синтезу таких регуляторов для трех рассмотренных структур ВГ. Подразумевается, что на выходе ВГ установлен Г-образный индуктивно-емкостный сглаживающий фильтр. Синтез регуляторов проводился методом разобщения дифференциальных уравнений [1], обладающим большой гибкостью при выборе структуры регулятора.

Принятые допущения: магнитные цепи ВГ ненасыщены, генераторы имеют неявнополюсную конструкцию, коэффициенты передачи неуправляемого выпрямителя по току и напряжению постоянны; производная скорости вращения ВГ по времени пренебрежимо мала, трансформаторные э. д. с. в генераторах при переходных процессах равны нулю.

**Однокаскадный ВГ.** Генератор с возбуждением от постоянных магнитов с достаточной степенью точности описывается выражением

$$I = \frac{\omega E_0}{\sqrt{(R_n + r)^2 + \omega^2 x_r^2}}, \quad (1)$$

где  $x_r = \frac{x_d + x_q}{2}$  — индуктивное сопротивление якорной цепи генератора;  $R_n$  — эквивалентное сопротивление нагрузки (выпрямителя, фильтра и собственно нагрузки).

Используя приближенную формулу вычисления радикала [2], получаем

$$I = \frac{\omega E_0}{a(R_n + r) b \omega x_r},$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= 0,398 \\ b &= 0,96 \end{aligned} \right\} \text{ при } R_n + r \geq \omega x_r;$$

$$\left. \begin{aligned} a &= 0,96 \\ b &= 0,398 \end{aligned} \right\} \text{ при } R_n + r < \omega x_r.$$

Однако учитывая, что в реальном диапазоне изменения нагрузок генератора всегда выполняется условие  $R_n > \omega x_r$ , принимаем  $a = 0,398$ ,  $b = 0,96$ .

Эквивалентное сопротивление нагрузки можно определить как

$$R_n = \frac{U_\phi K_I}{I_\phi K_U \cos \alpha},$$

где  $I_\phi$  — ток дросселя фильтра;  $K_U$  — максимальный коэффициент выпрямителя по напряжению;  $\alpha$  — угол управления выпрямителем.

Учитывая, что  $I_\phi = I_n + C_\phi \frac{dU_n}{dt}$ , где  $I_n$ ,  $U_n$  — ток и напряжение нагрузки;  $C_\phi$  — емкость конденсатора фильтра, можем записать следующую систему уравнений, описывающую однокаскадный ВГ:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\omega E_0}{a(R_n + r) + b \omega x_r}; \\ U_\phi &= L_\phi \frac{dI_n}{dt} + L_\phi C_\phi \frac{d^2 U_n}{dt^2} + U_n; \\ R_n &= \frac{U_\phi K_I}{\left(I_n + C_\phi \frac{dU_n}{dt}\right) K_U \cos \alpha}; \\ I &= \frac{\sqrt{2}}{K_I} \left(I_n + C_\phi \frac{dU_n}{dt}\right), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\omega = \frac{\omega_{\text{тек}}}{\omega_{\text{ном}}}$  — отношение текущей частоты вращения к номинальной;  $E_0$  — э. д. с. холостого хода при номинальной частоте вращения;  $I$  — фазный ток генератора;  $U_\phi$  — напряжение на входных зажимах фильтра;  $r$  — активное сопротивление якорной цепи генератора.

Система (2) сводится к уравнению

$$T_1 \frac{d^2 U_n}{dt^2} + \cos \alpha (T_2 + \omega T_3) \frac{dU_n}{dt} + T_4 U_n + T_5 \frac{dI_n}{dt} + \cos \alpha (T_6 + \omega T_7) I_n - \omega T_8 \cos \alpha = 0, \quad (3)$$

где  $T_1 = \sqrt{2} a L_\phi C_\phi K_I$ ;  $T_2 = \sqrt{2} C_\phi K_U r a$ ;  $T_3 = \sqrt{2} C_\phi K_U b x_r$ ;  $T_4 = \sqrt{2} a K_I$ ;  $T_5 = \sqrt{2} K_I a L_\phi$ ;  $T_6 = \sqrt{2} K_U r a$ ;  $T_7 = \sqrt{2} K_U b x_r$ ;  $T_8 = E_0 K_U K_I$ .

Для синтеза структуры регулятора составляем функциональное уравнение с учетом стабилизации выходного напряжения ( $\frac{dU_n}{dt} = 0$ ):

$$\Phi(U_n; U_0) = (U_0 - U_n) l = -T_4 U_n - T_5 \frac{dI_n}{dt} - \cos \alpha (T_6 + \omega T_7) I_n + \omega T_8 \cos \alpha, \quad (4)$$

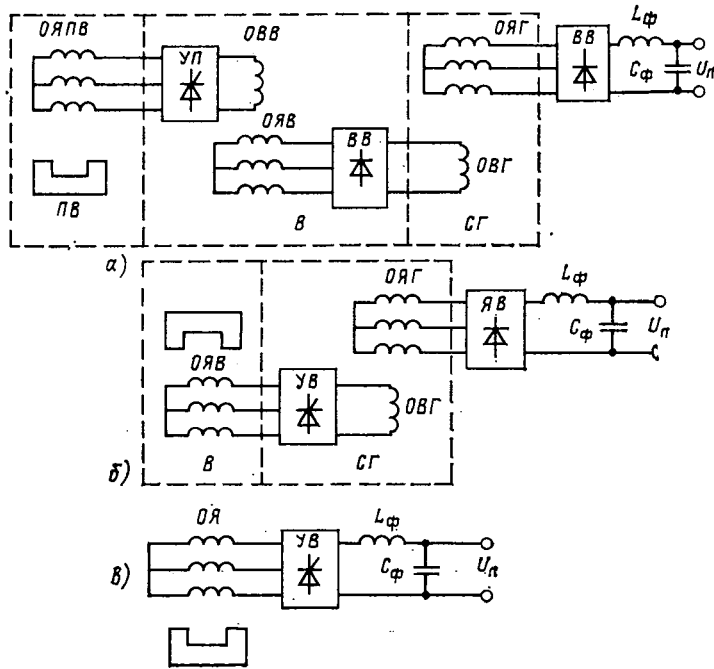


Рис. 1. Рациональные структуры ВГ:  
а — трехкаскадный; б — двухкаскадный; в — однокаскадный

где  $U_0$  — номинальное напряжение сети;  $l$  — коэффициент усиления регулятора напряжения.

Из (4) получаем закон управления выпрямителем:

$$\alpha = \arccos \frac{(U_0 - U_H) l + T_4 U_H + T_5 \frac{dI_H}{dt}}{-(T_6 + \omega T_7) I_H + \omega T_8}. \quad (5)$$

Структурная схема регулятора, обеспечивающего инвариантность напряжения, построенная по (5), представлена на рис. 2, а

Трехкаскадный ВГ. Первый каскад генератора описывается уравнением [3]

$$U_f \frac{x_{ad}}{r_f} \omega = T_d' \frac{d^2 E}{dt^2} + T' \frac{dE}{dt} + \omega E, \quad (6)$$

где  $E$  — э. д. с. холостого хода при  $\omega = 1$ .

Уравнения, описывающие фильтр и выпрямитель, аналогичны системе (2); при этом  $\cos \alpha = 1$ .

Второй каскад (возбудитель) описывается аналогично первому каскаду уравнением

$$U_f \frac{x_{ad}}{r_f} \omega = T_d' \frac{dE_B}{dt} + \omega E_B. \quad (7)$$

Напряжение на обмотке возбуждения первого каскада с учетом того, что  $x_{г.в} \gg r_{г.в}$  определяется как

$$U_f = K_U \left( \frac{\omega E_B}{\sqrt{2}} - I_{я.в} \omega x_{г.в} \right). \quad (8)$$

Ток якоря возбудителя определяется выражением

$$I_{я.в} = \frac{E}{x_{ad} K_{IV}}. \quad (9)$$

Подвозбудитель — генератор с возбуждением от постоянных магнитов — описывается следующим образом

$$(\omega E_{м.пв} - \frac{i_{fv}}{K_{I пв}} x_{г.пв}) K_{и.пв} \cos \alpha = U_{fv}, \quad (10)$$

где  $K_{и.пв}$  — коэффициент передачи управляемого выпрямителя при угле управления  $\alpha = 0$ ;  $E_{м.пв}$  — э. д. с.

холостого хода подвозбудителя при  $\omega = 1$ ;  $i_{fv}$  — ток возбуждения возбудителя;  $U_{fv}$  — напряжение возбуждения возбудителя.

Решая совместно уравнения, описывающие все каскады генератора, приняв  $\frac{dU_H}{dt} = 0$  и выбрав функциональное уравнение в виде

$$\Phi = (U_0 - U_H) l, \quad (11)$$

получим закон управления управляемым выпрямителем подвозбудителя, при котором будет обеспечена инвариантность выходного напряжения по отношению к частоте вращения и току нагрузки:

$$\alpha = \arccos \frac{(U_0 - U_H) l + (\omega^3 \Pi_1 + \omega^2 \Pi_2) U_H + (\omega \Pi_{10} + \Pi_{11}) \frac{d^3 I_H}{dt^3} + (\omega \Pi_{12} + \omega^2 \Pi_{13} + \Pi_{14}) \frac{d^2 I_H}{dt^2} + (\omega \Pi_3 + \omega^2 \Pi_4 + \omega^3 \Pi_5) \frac{dI_H}{dt} + (\omega^3 \Pi_6 + \omega^2 \Pi_7 + \omega^4 \Pi_8) I_H}{\Pi_9 \omega^4 \left( \omega E_{м.пв} - i_{fv} \frac{x_{г.пв}}{K_{I пв}} \right) K_{и.пв}}, \quad (12)$$

где  $\Pi_i$  — коэффициенты, характеризующие параметры генератора.

Следует отметить, что благодаря гибкости метода, которым производился синтез, т. е. свободному выбору контролируемых параметров, в частности, введению обратной связи по току возбуждения возбудителя, стало возможным существенно упростить структуру регулятора.

Двухкаскадный ВГ. Первый каскад ВГ описывается так же, как и в трехкаскадном генераторе. Возбудитель с достаточной точностью определяется выражением

$$U_f = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \left( \omega E_{м.в} - \frac{E}{K_{IV} x_{ad}} x_{вн} \right) \cos \alpha, \quad (13)$$

где  $x_{вн} = \frac{x_{d.в} + x_{2в}}{2}$  — индуктивное внутреннее сопротивление возбудителя.

Решая (13) совместно с выражениями, описывающими первый каскад генератора, выбирая функционал в виде

$$\Phi = (U_0 - U_H) l$$

и учитывая, что  $\frac{dU_H}{dt} = 0$ , получаем закон управления ВГ в виде:

$$\alpha = \arccos \frac{(U_0 - U_H) l + \omega B_1 U_H + B_2 \frac{d^3 I_H}{dt^3} + \omega B_9 \left[ \omega B_{10} E_{м.в} - B_{11} \frac{dI_H}{dt} + (B_3 + \omega B_4) \frac{d^2 I_H}{dt^2} + (B_5 + \omega B_6) \frac{dI_H}{dt} + \omega (B_7 \omega + B_8) I_H + (\omega B_{12} + B_{13}) I_4 - B_{14} U_H \right]}{\omega B_9 \left[ \omega B_{10} E_{м.в} - B_{11} \frac{dI_H}{dt} + (B_3 + \omega B_4) \frac{d^2 I_H}{dt^2} + (B_5 + \omega B_6) \frac{dI_H}{dt} + \omega (B_7 \omega + B_8) I_H + (\omega B_{12} + B_{13}) I_4 - B_{14} U_H \right]}, \quad (14)$$

где

$$B_1 = \frac{a\sqrt{2}}{K_U}; \quad B_2 = \frac{T_d'' \sqrt{2} a L_\phi}{K_U}; \quad B_3 = \frac{T_d'' \sqrt{2} a r}{K_I} + \frac{T' a L_\phi \sqrt{2}}{K_U};$$

$$B_4 = \frac{T_d'' \sqrt{2} b x_{г.в}}{K_I}; \quad B_5 = \frac{T' a r \sqrt{2}}{K_I};$$

$$B_6 = \frac{T' x_{г. в} \sqrt{2}}{K_I} + \frac{\sqrt{2} a L_{\Phi}}{K_U};$$

$$B_7 = \frac{\sqrt{2} b x_{г. в}}{K_I}; \quad B_8 = \frac{\sqrt{2} a r}{K_I}; \quad B_9 = \frac{x_{ad}}{r_f}; \quad B_{10} = \frac{3 \sqrt{2}}{\pi};$$

$$B_{11} = \frac{6 a L_{\Phi} x_{вн}}{\pi K_U K_I x_{ad}}; \quad B_{12} = \frac{6 b x_{г. в} x_{вн}}{\pi K_I K_I x_{ad}};$$

$$B_{13} = \frac{6 a r x_{вн}}{\pi K_I K_I x_{ad}}; \quad B_{14} = \frac{6 a x_{вн}}{\pi K_U K_I x_{ad}}.$$

Как видно из (12) и (14) в законы управления двухкаскадного и трехкаскадного генераторов входят дифференцирующие звенья выше второго порядка, что технически нереализуемо, так как реальный выходной ток ВГ имеет переменную составляющую даже в установившемся режиме из-за коммутаций выпрямителя, т. е. наличие дифференцирующих звеньев даже второго порядка нежелательно. Поэтому для удовлетворения условий технической реализации инвариантного регулятора необходимо исключить из законов управления ВГ дифференцирующие звенья высших порядков. Условия инвариантности напряжения в этом случае будут удовлетворяться, если потребляемый нагрузкой ток при ее коммутации будет изменяться по линейному закону.

Следует отметить, что использовать регулирование потребляемого тока можно только тогда, когда задержка включения потребителя электрической энергии не влияет на его технические характеристики.

Учитывая, что в АвЭС основными нагрузками являются двигатели различных электроприводных устройств, регулирование потребляемого при их коммутации тока может осуществляться следующим образом. При использовании в электроприводе бесколлекторных двигателей постоянного тока регулирование потребляемого тока может осуществляться с помощью собственного коммутатора за счет изменения его алгоритма управления.

При использовании в электроприводе асинхронных двигателей, питаемых от регулируемых инверторов (напряжения или тока) ограничение производной потребляемого инвертором тока может осуществляться также как и в предыдущем случае, за счет изменения алгоритма управления инвертором. Наличие нерегулируемых инверторов напряжения требует установки между инвертором и асинхронным двигателем тиристорного демпфирующего коммутатора [5], который за счет изменения угла управления тиристорами демпфирующего коммутатора будет обеспечивать линейное изменение потребляемого инвертором тока при коммутации асинхронных двигателей.

Таким образом, с учетом устройств формирования линейного закона изменения потребляемого тока при коммутациях нагрузки законы управления ВГ будут выглядеть следующим образом:

для трехкаскадного ВГ:

$$\alpha = \arccos \frac{(U_0 - U_H) l + (\omega^2 \Pi_1 + \omega^2 \Pi_2) U_H + \Pi_3 \omega^4 \left( \omega E_{м. пв} - i_f \frac{x_{г. пв}}{K_I пв} \right) K_{н. пв} + (\omega \Pi_3 + \omega^2 \Pi_4 + \omega^3 \Pi_5) \frac{dI_H}{dt} + (\omega^2 \Pi_6 + \omega^2 \Pi_7 + \omega^4 \Pi_8) I_H}{\dots}, \quad (15)$$

где

$$\Pi_1 = \frac{2 a x_{г. в}}{x_{ad} K_I x_{вн} K_U}; \quad \Pi_2 = \frac{2 a r_f}{K_U x_{вн} x_{ad}}; \quad \Pi_3 = \frac{\sqrt{2} \Lambda_1}{K_U x_{вн} \Lambda_2} +$$

$$+ \frac{T' d_{в} \sqrt{2} \Lambda_3}{K_U x_{вн} \Lambda_2}; \quad \Lambda_1 = T' a r \sqrt{2}; \quad \Lambda_2 = \frac{x_{ad}}{r_f}; \quad \Lambda_3 = \frac{\sqrt{2} a r}{K_I};$$

$$\Pi_4 = \frac{\sqrt{2} \Lambda_4}{K_U x_{вн} \Lambda_2} + \frac{T' d_{в} \sqrt{2} \Lambda_5}{K_U x_{вн} \Lambda_2} + \frac{T' d_{в} 2 a r x_{г. в}}{x_{ad} K_I x_{вн} K_I};$$

$$\Lambda_4 = \frac{T \sqrt{2} x_{г. в}}{K_I} + \frac{\sqrt{2} a L_{\Phi}}{K_U}; \quad \Lambda_5 = \frac{\sqrt{2} b x_{г. в}}{K_I};$$

$$\Pi_5 = \frac{2 T' d_{в} b x_{г. в}}{x_{ad} K_I x_{вн} K_I} + \frac{2 a x_{г. в} L_{\Phi}}{x_{ad} K_I x_{вн}}; \quad \Pi_6 = \frac{\sqrt{2} \Lambda_5}{K_U x_{вн} \Lambda_2} +$$

$$+ \frac{2 a x_{г. в} r}{x_{ad} K_I x_{вн} K_I}; \quad \Pi_7 = \frac{2 a r r_f}{K_I K_U x_{вн} x_{ad}}; \quad \Pi_8 = \frac{2 b x_{г. в} x_{г. в}}{x_{ad} K_I x_{вн} K_I};$$

$$\Pi_9 = \frac{x_{ad} x_{вн}}{r_f x_{вн}};$$

для двухкаскадного ВГ:

$$\alpha = \arccos \frac{(U_0 + U_H) l + \omega B_1 U_H + (B_5 + \omega B_6) \frac{dI_H}{dt} + \omega (\omega B_7 + B_8) I_H}{\omega^2 B_9 \left[ \omega B_{10} E - B_{11} \frac{dI_H}{dt} - (\omega B_{12} + B_{13}) I_H - B_{14} U_H \right]}. \quad (16)$$

Структурные схемы регуляторов, построенные по выражениям (15) и (16), представлены на рис. 2, б и в.

Реализация указанных структур представляется целесообразной на основе регуляторов напряжения, использующих аналогово-цифровой принцип обработки информации, т. е. операции суммирования и вычитания реализуются аналоговыми блоками, а операция деления и умножения микропроцессорным блоком с аналогово-цифровым преобразователем, что, по мнению авторов, позволит обеспечить требуемую скорость и точность обработки информации.

По законам управления ВГ легко определить максимальные скорости изменения потребляемого тока, при которых будут сохраняться условия инвариантности напряжения. При этом для режима включения нагрузки принимаем  $\cos \alpha = 1$ , что будет соответствовать полностью открытому управляемому выпрямителю ВГ. Для режима отключения нагрузки принимаем  $\cos \alpha = -1$ , т. е. управляемый выпрямитель работает в инверторном режиме с минимальным коэффициентом передачи по напряжению.

Для однокаскадного ВГ на основе генератора с возбуждением от постоянных магнитов имеем:

при включении нагрузки

$$\frac{dI_H}{dt} \leq \frac{1}{T_5} [(\omega T_8 - T_4 U_H - (T_6 + \omega T_7) I_{H \max})]; \quad (17)$$

при отключении нагрузки

$$\frac{dI_H}{dt} \geq \frac{1}{T_5} [-\omega T_8 - T_4 U_H + (T_6 + \omega T_7) I_{H \max}], \quad (18)$$

где  $I_{H \max}$  — максимальный ток нагрузки.

Для двухкаскадного генератора:

при включении нагрузки

$$\frac{dI_H}{dt} \leq \frac{\omega^2 B_9 [\omega B_{10} E_{м. пв} - (\omega B_{12} + B_{13}) I_{H \max} - B_{14} U_H] - \omega B_1 U_H - \omega (\omega B_7 + B_8) I_{H \max}}{\omega^2 B_9 B_{11} + \omega B_6 + B_8}, \quad (19)$$

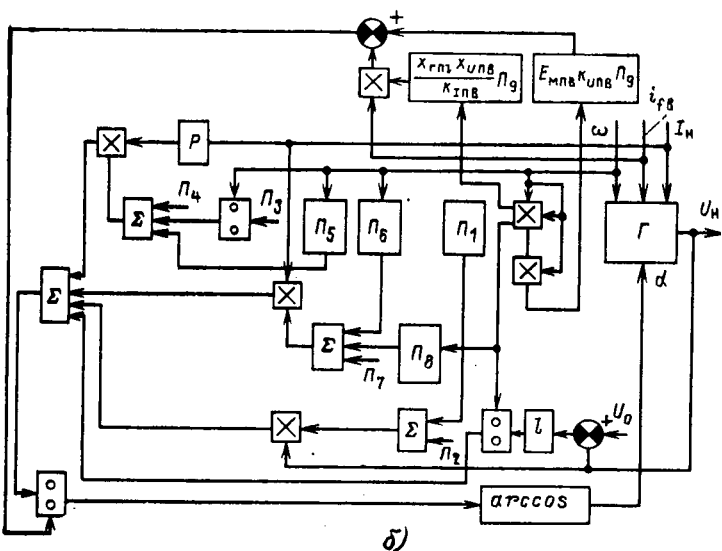
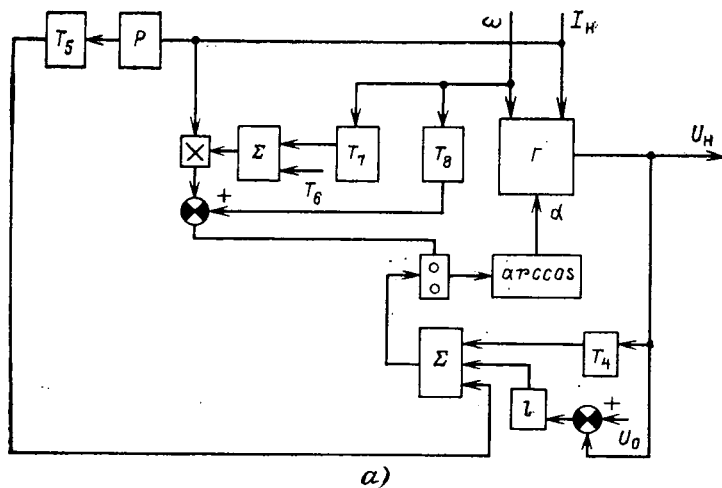
а при отключении нагрузки:

$$\frac{dI_H}{dt} \geq \frac{-\omega^2 B_9 [\omega B_{10} E_M - (\omega B_{12} + B_{13}) I_{H \max} - B_{14} U_H] - \omega (\omega B_7 + B_8) I_{H \max}}{\omega^2 B_9 B_{11} + \omega B_8 + B_5} \rightarrow (20)$$

Для трехкаскадного генератора выражение для максимально допустимой производной переходного тока в режиме включения нагрузки получается аналогичным образом (не приводится из-за громоздкости). Для режима отключения нагрузки максимальная скорость изменения потребляемого тока определяется как

$$\left(\frac{dI_H}{dt}\right)_1 = \frac{-K_{H.ПВ} \frac{x_{adB}}{r_{fB}} \omega^4 \left\{ \omega E_{M.ПВ} - \frac{\sqrt{2} x_{Г.ПВ}}{K_{IПВ} \omega x_{adB}} \left[ \frac{B_1 U_H}{K_{UB} \omega \Lambda_2} + \omega \Pi_3 + \omega^2 \Pi_4 + \omega^3 \Pi_5 - \frac{K_{H.ПВ} \Pi_1 \sqrt{2} x_{Г.ПВ}}{K_{IПВ} x_{ad} K_{H.ПВ} \Lambda_2} (B_5 + \omega B_6) - \right. \right.}{\left. \left. + \frac{\sqrt{2} a x_{Г.В} U_H}{x_{ad} K_{IВ} K_U} \right\} - (\omega^3 \Pi_1 - \omega^3 \Pi_2) U_H}{\frac{K_U \Pi_{ПВ} \omega^2 2 x_{Г.ПВ} a x_{Г.В} L_{\Phi}}{r_{fB} K_{IПВ} x_{ad} K_{IВ} K_U}} \quad (21)$$

При этом следует учитывать, что основной каскад генератора не может активно развозбуждаться, так как



при неуправляемом вращающемся выпрямителе  $U_f \geq 0$ . Учет этого факта производится следующим образом.

Из уравнения, описывающего первый каскад ВГ, определяется значение скорости изменения потребляемого тока, при которой значение напряжения возбуждения равно нулю:

$$\left(\frac{dI_H}{dt}\right)_2 = -\frac{\omega a K_I K_U U_H}{T' ar K_U + \omega (T' K_U x_{Г.В} + a L_{\Phi} K_I)} \quad (22)$$

В случае, если

$$\left(\frac{dI_H}{dt}\right)_1 \geq \left(\frac{dI_H}{dt}\right)_2$$

за «безопасную» скорость спадания потребляемого тока принимается  $\left(\frac{dI_H}{dt}\right)_1$ , в противном случае  $-\left(\frac{dI_H}{dt}\right)_2$ .

Результаты проведенных расчетов максимальных скоростей изменения потребляемого тока по приведенным выражениям для трех генераторов мощностью 40 кВ·А авиационного исполнения приведены далее:

Тип ВГ	$\left[\frac{dI_H}{dt}\right]_{\max} \cdot \text{А/мс}$ при включении	$\left[\frac{dI_H}{dt}\right]_{\min} \cdot \text{А/мс}$ при отключении
Однокаскадный	0,78	-14,3
Двухкаскадный	0,18	-3,6
Трехкаскадный	0,11	-1,1

Поскольку сделанные допущения при синтезе позволяют технически реализовать инвариантное регулирование только с точностью до  $\epsilon$ , то было произведено подтверждение полученных результатов посредством моделирования на ЦВМ типа ЕС-1033 трех типов генераторов. При этом каждый из генераторов описывался известными уравнениями Парка — Горева [4], а выпрямитель — по мгновенным значениям токов и напряжений, чем были учтены коммутационные процессы в выпрямителе. Причем модель управляемого выпрямителя основывалась на предложенной авторами дискретно-показательной функции, аппроксимирующей вольт-амперную характеристику тиристора, имеющей вид:

$$U_V = (-1)^n a (-1)^n i_V + K_1 + (-1)^{n+1} K_2, \quad (23)$$

где  $U_V$  — падение напряжения на вентиле;  $i_V$  — ток вентиле;  $a$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  — коэффициенты, характеризующие

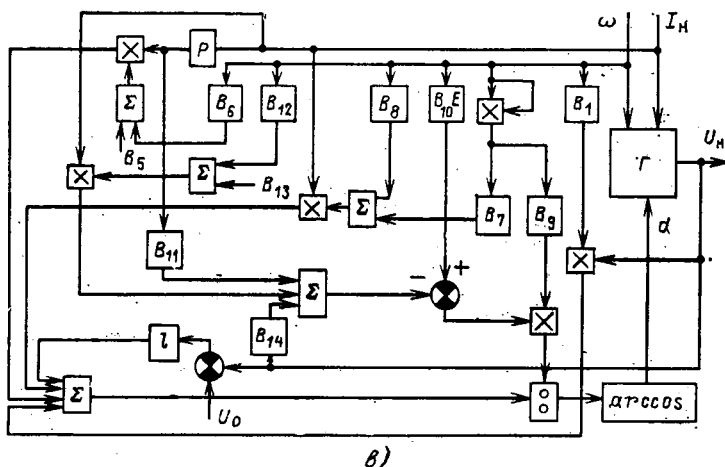


Рис. 2. Структурная схема инвариантного РН: а — однокаскадного ВГ; б — двухкаскадного; в — трехкаскадного

параметры вентиля;  $n = 0$ ; 1 — управляющий коэффициент, характеризующий состояние тиристора (открытое или закрытое).

Указанная аппроксимирующая функция позволила сократить машинное время за счет минимизации числа логических операций и повысить устойчивость расчетов на ЦВМ (за счет отсутствия изломов).

В результате произведенного моделирования было установлено, что «безопасные» скорости изменения переходного тока соответствуют приведенным ранее, а инвариантность напряжения обеспечивается с точностью 2—3 %, когда как при внезапном набросе номинальной нагрузки без устройства формирования потребляемого тока изменение напряжения в переходном процессе составляет 15—20 %.

**Выводы.** 1. Синтезированные регуляторы обеспечивают высокую стабильность выходного напряжения вентильного генератора при коммутации нагрузки.

2. Для обеспечения инвариантного регулирования с точностью до  $\epsilon$  необходимо формировать линейный закон изменения потребляемого тока при включении и отключении нагрузки.

3. Для формирования потребляемого тока при коммутации нагрузки рекомендуется использовать полупроводниковые коммутаторы: транзисторные ШИМ

для нагрузок постоянного тока, индивидуальные тиристорные фазовые регуляторы при питании асинхронных двигателей от централизованного инвертора или собственные коммутаторы бесконтактных двигателей постоянного тока при использовании последних.

4. При ужесточенных требованиях к времени выхода на режим коммутируемой нагрузки целесообразно применять двухкаскадные и однокаскадные ВГ, при этом выигрыш в быстродействии по сравнению с трехкаскадным ВГ будет соответственно в 1,6 и в 7,1 раза — для включения нагрузки, а также в 3,3 и в 13 раз — для отключения нагрузки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов В. В. Инвариантность и автономность нелинейных систем управления. — Киев: Наукова Думка 1971.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. — М.: Наука, 1965.
3. Казовский Е. Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. — М., Л.: изд. АН СССР, 1962.
4. Веретенников Л. П. Исследование процессов в судовых электроэнергетических системах. Теория и методы. — Л.: Судостроение, 1975.
5. Смирнов С. В., Бочаров В. В., Резников С. Б. Снижение колебаний напряжения в автономных электроэнергетических системах с помощью комбинированного коммутатора. — Электричество, 1983, № 10.

[17.10.84]

УДК 538.311.001.24

## Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии при малом перемещении

ИВАНОВ-СМОЛЕНСКИЙ А. В., доктор техн. наук

Московский энергетический институт

Электромеханическое преобразование энергии осуществляется в промышленных целях главным образом в магнитных системах. Механическая энергия, преобразуемая в этих системах, определяется электромагнитными силами или моментом, которые действуют на перемещающуюся часть системы. От электромагнитных сил (ЭМС) зависят механические напряжения и деформации в различных элементах электромеханического преобразователя.

Таким образом, ЭМС играют решающую роль как в самих процессах преобразования энергии, так и в сопутствующих им явлениях (колебаниях, вибрациях, шуме и др.); ЭМС должны учитываться при расчете прочности электромеханических преобразователей.

Не менее важно знать ЭМС, которые действуют на элементы активных и конструктивных частей мощных трансформаторов и реакторов. Поскольку в электромеханических преобразователях, трансформаторах и реакторах, содержащих ферромагнитные магнитопроводы, магнитные поля существенно нелинейны, наиболее актуальна задача определения ЭМС, действующих на выделенную часть нелинейной магнитной системы.

**Постановка задачи.** Рассматривается произвольная магнитная система, состоящая из нескольких ферромагнитных тел (магнитно-нелинейных изотропных безгистерезисных сред), окруженных магнитно-линейной или нелинейной средой. Магнитное поле в системе возбуждается токами  $i_k$  в линейных контурах, размеры се-

чений которых малы по сравнению с размерами самих контуров (рис. 1).

Заданными считаются:

а) поверхности, ограничивающие среды с различными магнитными свойствами;

б) характеристики намагничивания этих сред в виде зависимостей магнитных проницаемостей в элементах области поля от их координат  $(x, y, z)$  и от магнитной индукции  $\mu = \mu(B, x, y, z)$ ;

в) количество  $N$  и пространственная конфигурация возбуждающих линейных контуров с индексами  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ ;

г) токи возбуждающих линейных контуров  $i_k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ .

Предполагается, что поле системы в установившемся режиме или переходном процессе рассчитано, т. е. определено распределение индукции  $\vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t)$  и плотностей вихревых токов проводимости  $\vec{J} = \vec{J}(x, y, z, t)$ , если последние имеются. Следовательно, известны токи в возбуждающих контурах по п. в).

Требуется определить электромагнитную (пондеро-

\* В тех случаях, когда в образовании магнитного поля принимают участие токи в возбуждающих контурах большого сечения и вихревые токи в проводящих телах, нужно разбить эти токи на трубки тока с достаточно малыми сечениями и рассматривать такие трубки, как возбуждающие контуры с линейными токами.

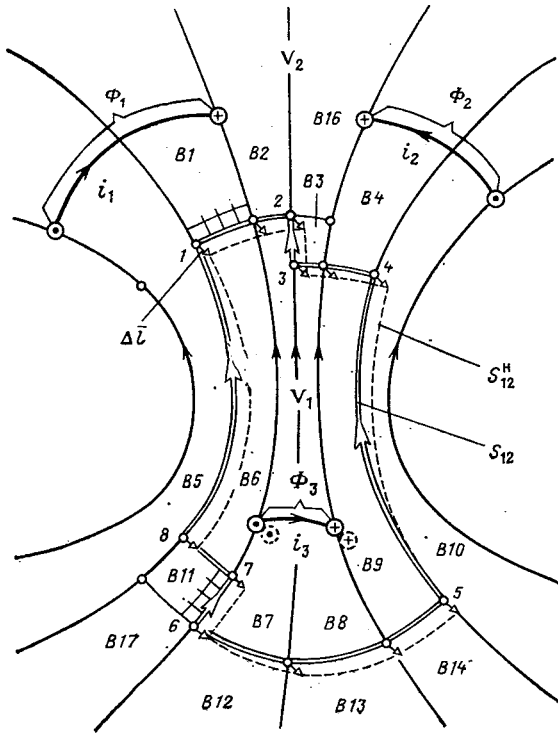


Рис. 1. Магнитное поле нелинейной системы, образованное токами в возбуждающих контурах

моторную) силу или момент, которые действуют на выделенную часть системы в заданных направлениях.

Эта часть системы выделена поверхностью  $S_{12}$ , показанной на рис. 1 двойными линиями, и занимает объем  $V_1$ . Остальная часть системы располагается в объеме  $V_2$ . Поверхность  $S_{12}$  нигде не совпадает с границами сред, на которых наблюдается разрыв функции магнитной проницаемости  $\mu(x, y, z, B)$ , но может пересекаться с этими поверхностями.

Выражение обобщенной электромагнитной силы через приращения магнитной энергии или коэнергии при малом перемещении. Фундаментальным методом определения силы или момента, действующих на выделенную часть магнитной системы, является так называемый энергетический метод [1, 2]. Идея его состоит в применении закона сохранения энергии к электромеханическому преобразованию, которое произойдет при бесконечно малом изменении координаты  $q$ , характеризующей положение выделенной части системы  $V_1$  по отношению к остальной ее части  $V_2$ . Обозначим это бесконечно малое перемещение  $\Delta q$ . Перемещению подвергается выделенная часть системы, для которой нужно найти действующие на нее электромагнитную силу или момент, объединяемые в дальнейшем общим понятием — обобщенной электромагнитной силы  $D$  (ОЭМС).

Перемещение должно быть произведено по направлению действия определяемой обобщенной силы. Если определяется электромагнитная сила  $F = D$ , то должно быть сделано линейное перемещение  $\Delta l = \Delta q$  по направлению действия этой силы (показанное, например, на рис. 1). Если определяется электромагнитный момент  $M = D$  относительно некоторой оси, то должно быть сделано угловое перемещение  $\Delta \gamma = \Delta q$  относительно этой оси.

Во время перемещения или токи возбуждающих контуров  $i_k$ , или сцепленные с возбуждающими контурами

потоки  $\Phi_k$  остаются постоянными. Если поддерживаются неизменными токи контуров ( $i_k = \text{const}$ ,  $\Delta i_k = 0$ ), то перемещение приводит к приращениям потоков  $\Delta \Phi_k = \Phi_k^H - \Phi_k$ , где  $\Phi_k^H$  — поток контура после перемещения на  $\Delta q$ . Если поддерживаются неизменными сцепленные с контурами потоки ( $\Phi_k = \text{const}$ ,  $\Delta \Phi_k = 0$ ), то перемещение приводит к приращениям токов  $\Delta i_k = i_k^H - i_k$ , где  $i_k^H$  — ток контура после перемещения на  $\Delta q$ .

Приращения  $\Delta \Phi_k$  (при  $i_k = \text{const}$ ) или  $\Delta i_k$  (при  $\Phi_k = \text{const}$ ) определяются на основании расчетов магнитного поля системы до и после перемещения в виде разности соответствующих величин.

Для определения работы ОЭМС при перемещении  $D \Delta q$  [1, 2] используется уравнение электромеханического преобразования энергии<sup>1</sup>

$$D \Delta q = \Delta W_{\text{э}} - \Delta W, \quad (1)$$

где  $\Delta W_{\text{э}} = \sum_{k=1}^N i_k \Delta \Phi_k$  — электрическая энергия, поступившая в контуры от управляемых источников энергии,

поддерживающих в них постоянство  $i_k$  или  $\Phi_k$  при перемещении  $\Delta q$ ;  $\Delta W$  — приращение энергии магнитного поля системы при перемещении.

В случае перемещения в условиях  $\Phi_k = \text{const}$  ( $\Delta \Phi_k = 0$ ) электрическая энергия от управляемых источников энергии не поступает:

$$\Delta W_{\text{э}} = \sum_{k=1}^N i_k \Delta \Phi_k = 0,$$

и работа ОЭМС осуществляется за счет убыли энергии магнитного поля системы

$$D \Delta q = -\Delta W_{\Phi_k = \text{const}}. \quad (2)$$

Отсюда следует, что искомая ОЭМС выражается через приращение магнитной энергии системы при перемещении в условиях  $\Phi_k = \text{const}$ :

$$D = -\lim_{(\Delta q \rightarrow 0)} \frac{\Delta W}{\Delta q} = -\frac{\partial W}{\partial q}. \quad (3)$$

Под энергией магнитного поля нелинейной системы  $W$  обычно понимается энергия (см., например, [2]), которую нужно подвести к возбуждающим контурам при намагничивании системы путем увеличения текущих токов в контурах  $i_k$  от нуля ( $i_k = 0$ ) до заданных значений ( $i_k = i_k$ , где  $k=1, 2, \dots, N$ ).

В отсутствие гистерезиса энергия системы  $W$  при заданных токах  $i_k$  не зависит от того, каким образом нарастали текущие токи  $i_k$  от нуля до заданных значений. В любом случае энергия системы  $W$  складывается из энергий  $W_k$ , подведенных ко всем ее контурам в процессе нарастания текущих токов:

$$W = \sum_{k=1}^N W_k, \quad (4)$$

$$\text{где } W_k = \int_0^{\Phi_k} i_k d\Phi_k.$$

<sup>1</sup> Электрическая энергия в (1) понимается как полная электрическая энергия от управляемых источников, уменьшенная на величину энергии, превратившейся в тепловую энергию в активных сопротивлениях возбуждающих контуров  $r_k$ .



Энергия  $W_k$  находится с помощью характеристики намагничивания этого контура, построенной с учетом влияния на поле токов всех других контуров. Для обеспечения однозначности в определении этой характеристики и энергии  $W_k$  целесообразно обеспечить в процессе намагничивания пропорциональное нарастание текущих токов всех контуров  $i_k, i_m$  от нуля до заданных конечных значений  $i_k, i_m$ . Тогда при построении характеристики контура  $k$  текущий ток любого другого контура  $m \neq k$  удастся представить как линейную функцию текущего тока контура  $k$ , показанную на рис. 2 в виде пунктирной линии:

$$i_{m\sim} = i_{k\sim} \frac{i_m}{i_b}, \quad (5)$$

где  $m = 1, 2, \dots, N$ .

Используя (5), текущий поток  $k$ -го контура, являющийся функцией текущих токов всех контуров

$$\Phi_{k\sim} = f(i_{1\sim}, i_{2\sim}, \dots, i_{N\sim}),$$

можно представить как функцию собственного текущего тока, т. е. в виде характеристики намагничивания этого контура

$$\Phi_{b\sim} = \Phi_b(i_{k\sim}), \quad (6)$$

построенной с учетом влияния на поле текущих токов всех других контуров (рис. 2).

Как видно из (4), магнитная энергия  $W_k$ , приходящая на долю  $k$ -го контура, соответствует площади, заключенной между характеристикой намагничивания по (6), осью ординат и линией  $\Phi_{k\sim} = \Phi_k = \text{const.}$

В случае перемещения в условиях  $i_k = \text{const}$  ( $\Delta i_k = 0$ ) электрическая энергия от управляемых источников, поддерживающих  $i_k = \text{const}$ , при перемещении не равна нулю (так как  $\Delta \Phi_k \neq 0$ ):

$$\Delta W_{\partial} = \sum_{k=1}^N i_k \Delta \Phi_k \neq 0,$$

я работа ОЭМС, как следует из (1), совершается за счет поступающей в контуры электрической энергии от управляемых источников  $\Delta W_{\text{э}}$ , уменьшенной на величину приращения энергии магнитного поля системы  $\Delta W$ . Разность этих приращений  $(\Delta W_{\text{э}} - \Delta W)$  равна приращению  $\Delta W'$  некоторой энергии  $W'$ , называемой обычно магнитной коэнергией системы [2] \*\*;

$$\Delta W' = \Delta W_a - \Delta W. \quad (7)$$

Из (1) и (4) следует, что приращение коэнергии  $\Delta W'$  складывается из приращений коэнергии  $\Delta W'_k$ , приходящихся на долю отдельных возбуждающих контуров:

$$\Delta W' = \Delta \left( \sum_{k=1}^N W_{\partial k} \right) - \Delta \left( \sum_{k=1}^N W_R \right) = \sum_{k=1}^N \Delta W'_k, \quad (8)$$

где

$$\Delta W'_k = \Delta W_{\partial k} - \Delta W_k = i_k \Delta \Phi_k - \Delta W_k.$$

Вспомнив, что  $i_k = \text{const}$ , и вводя этот ток под знак приращения в (8), получим

$$\Delta W'_k = \Delta(i_k \Phi_k) - \Delta W_k = \Delta(i_k \Phi_k - W_k),$$

\*\* В [1] применительно к магнитно-линейной системе вводится понятие «потенциальной функции токов в магнитном поле ( $U$ )», отличающейся от «магнитной коэнергии ( $W'$ )» только знаком.

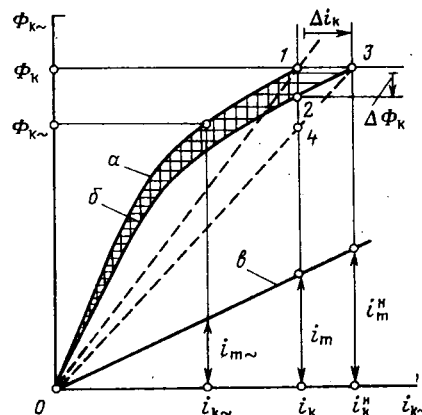


Рис. 2. Определение приращений магнитной энергии и магнитной коэнергии  $k$ -го контура нелинейной системы и ее линейной модели:  $a$  — характеристика намагничивания для  $k$ -го контура системы в исходном положении;  $b$  — та же характеристика в новом положении;  $c$  — линейная зависимость текущего тока контура  $m$  от текущего тока контура  $k$

откуда следует, что магнитная коэнергия контура  $k$

$$W'_k = i_k \Phi_k - W_k + C,$$

где  $C$  — постоянная интегрирования, которая обращается в нуль, если принять, что при  $i_k=0$  и  $\Phi_k=0$  магнитная коэнергия  $W'_k=0$ .

Выражая  $W_k$  по (4) и применяя интегрирование по частям, найдем окончательное выражение для магнитной коэнергии контура  $k$ :

$$W'_k = i_k \Phi_k - \int_0^{\Phi_k} i_k d\Phi_k = \int_0^k \Phi_k di_k. \quad (9)$$

Из рис. 2 видно, что для контура  $k$  магнитная ко-энергия по (9) соответствует площади, заключенной между характеристикой намагничивания контура в этом состоянии по (6), осью абсцисс и линией  $i_k = \text{const}$ . Полная магнитная коэнергия системы складывается из коэнергий, приходящихся на долю отдельных возбуждающих контуров по (9):

$$W' = \sum_{k=1}^N W'_k. \quad (10)$$

Можно показать, что коэнергия рассматриваемой магнитной системы  $W'$  равна работе ОЭМС при перемещении заранее возбужденных контуров с токами  $i_k = \text{const}$  из бесконечности, где  $q = \infty$  и магнитная проницаемость  $\mu = 0$ , в заданное положение относительно магнитно-нелинейных сред системы, обладающих магнитной проницаемостью  $\mu = \mu(B, x, y, z)$ . В процессе перемещения  $k$ -го контура вместе со всеми другими контурами его текущий поток возрастет от  $\Phi_{k\infty} = 0$  (в бесконечности при  $q = \infty$  и  $\mu = 0$ ) до  $\Phi_{k\sim} = \Phi_k$  (в заданном положении, определяемом координатой  $q$ ). При этом в контуры от управляемых источников поступает электрическая энергия  $W_g = \sum_{k=1}^N i_k \Phi_k$ . Часть этой энергии

$$W = \sum_{k=1}^N \int_{k=1}^N i_k \sim d\Phi_k \sim = \sum_{k=1}^N W_k$$

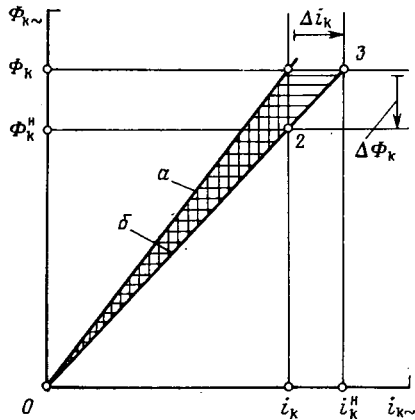


Рис. 3. Определение приращений магнитной энергии и магнитной коэнергии  $k$ -го контура магнитно-линейной системы:  $a$  — характеристика намагничивания контура в исходном положении;  $b$  — та же характеристика в новом положении;  $c$  — линейная зависимость текущего тока контура  $m$  от текущего тока контура  $k$

превращается в энергию магнитного поля системы. Оставшаяся часть, называемая коэнергией, равна по (1) и (9) работе ОЭМС при таком перемещении:

$$W' = W_s - W = \sum_{k=1}^N \int_0^{i_k} \Phi_k \sim di_k \sim = \int_{q=0}^q D dq. \quad (11)$$

Через приращение коэнергии  $\Delta W'$  при перемещении в условиях  $i_k = \text{const}$ , как вытекает из (1) и (7), можно выразить искомую ОЭМС:

$$D = \lim_{(\Delta q \rightarrow 0)} \frac{\Delta W'}{\Delta q} = \frac{\partial W}{\partial q}. \quad (12)$$

**Определение приращений магнитной энергии и коэнергии в магнитно-линейной системе.** Ранее было показано, что ОЭМС можно найти с помощью предельного перехода как через приращение магнитной энергии по (3), так и через приращение коэнергии по (12). Однако полная ясность в вопросе определения приращений  $\Delta W$  и  $\Delta W'$  при перемещении выделенной части системы имеется только в случае магнитно-линейных систем [1, 2]. Такие системы обладают (рис. 3) линейными характеристиками намагничивания контуров как до, так и после перемещения выделенной части системы:

$$\Phi_k \sim = \Lambda_k i_k \sim, \quad \Phi_k^H \sim = \Lambda_k^H i_k^H \sim, \quad (13)$$

где  $\Lambda_k = \frac{\Phi_k}{i_k} = \frac{1}{R_k}$ ,  $\Lambda_k^H = \frac{\Phi_k^H}{i_k^H} = \frac{1}{R_k^H}$  — магнитные проводимости контура  $k$  с учетом влияния других контуров до и после перемещения. Причем магнитная энергия или коэнергия линейной системы после перемещения выделенной ее части не зависит от того, в каком порядке произведены перемещение и намагничивание. Например, магнитная энергия системы в новом положении при  $\Phi_k = \text{const}$  может быть найдена двумя равноценными способами.

**По первому способу** выделенная часть ненамагниченной системы при токах  $i_k \sim = 0$  и потоках  $\Phi_k \sim = 0$  сначала перемещается из исходного положения  $q$  в новое положение  $q + \Delta q$ , затем система в целом намагничивается до таких токов  $i_k^H = i_k + \Delta i_k$ , при которых обеспечивается неизменность потоков  $\Phi_k$ . При этом магнитная энергия системы после перемещения на  $\Delta q$  и намагни-

чивания определится по (4) с помощью характеристики намагничивания (13) в новом положении:

$$W^H = \sum_{k=1}^N \int_0^{\Phi_k^H} i_k^H \sim d\Phi_k^H \sim = \sum_{k=1}^N W_k^H, \quad (14)$$

где  $W_k^H = \frac{i_k^H \Phi_k}{2}$  — магнитная энергия, приходящаяся на долю  $k$ -го контура в новом положении.

**По второму способу** система сначала намагничивается в исходном положении  $q$ , при этом ей сообщается магнитная энергия, рассчитанная по (4) и (13):

$$W = \sum_{k=1}^N \int_0^{\Phi_k} i_k \sim d\Phi_k \sim = \sum_{k=1}^N W_k, \quad (15)$$

где  $W_k = i_k \Phi_k / 2$  — магнитная энергия, приходящаяся на долю  $k$ -го контура в исходном положении. Затем выделенная часть системы перемещается при  $\Phi_k = \text{const}$  в новое положение  $q + \Delta q$ , при этом ее магнитная энергия  $W$  увеличивается на величину приращения  $\Delta W$  и становится равной энергии по (14), найденной по первому способу:

$$W + \Delta W = W^H. \quad (16)$$

Отсюда приращение магнитной энергии при перемещении выделенной части магнитной системы в условиях  $\Phi_k = \text{const}$  находится в виде разности магнитной энергии в новом и исходном положениях:

$$\Delta W = W^H - W = \sum_{k=1}^N (W_k^H - W_k) = \sum_{k=1}^N \Delta W_k, \quad (\Phi_k = \text{const})$$

где

$$\Delta W_k = \frac{i_k^H \Phi_k}{2} - \frac{i_k \Phi_k}{2} = \frac{\Phi_k \Delta i_k}{2} \quad (17)$$

приращение магнитной энергии  $k$ -го контура при перемещении в условиях  $\Phi_k = \text{const}$ .

На рис. 3 приращению  $\Delta W_k$  соответствует площадь треугольника, заключенного между линейными характеристиками намагничивания контура  $k$  до и после перемещения выделенной части системы и линией  $\Phi_k = \text{const}$ .

На основании аналогичных рассуждений коэнергия магнитно-линейной системы  $(W')^H$  в новом положении  $(q + \Delta q)$  при  $i_k = \text{const}$  может быть найдена по (11) и (13) также двумя способами, которые дают тождественные результаты:

$$W' + \Delta W' = (W')^H, \quad (18)$$

$$\text{где } W' = \sum_{k=1}^N W'_k; \quad W'_k = \int_0^{i_k} \Phi_k \sim di_k \sim = \frac{\Phi_k i_k}{2} \text{ — коэнергия системы и } k\text{-го контура в исходном положении;}$$

$$(W')^H = \sum_{k=1}^N (W'_k)^H; \quad (W'_k)^H = \int_0^{i_k^H} \Phi_k^H \sim di_k^H \sim = \frac{\Phi_k^H i_k^H}{2} \text{ —}$$

коэнергия системы и  $k$ -го контура в новом положении.

Отсюда приращение магнитной коэнергии при перемещении выделенной части линейной системы в условиях  $i_k = \text{const}$  находится в виде разности магнитных ко-

энергий в новом и исходном положениях:

$$\Delta W' = (W')^H - W' = \sum_{k=1}^N [(W'_k)^H - W'_k] = \sum_{k=1}^N \Delta W'_k, \quad (i_k = \text{const})$$

где

$$\Delta W'_k = \frac{\Phi_k^H i_k}{2} - \frac{\Phi_k i_k}{2} = \frac{i_k \Delta \Phi_k}{2} \quad (19)$$

—приращение магнитной коэнергии  $k$ -го контура при перемещении в условиях  $i_k = \text{const}$ .

На рис. 3 приращение  $\Delta W'_k$  соответствует площади треугольника, заключенного между линейными характеристиками намагничивания контура  $k$  до и после перемещения и линией  $i_k = \text{const}$ .

Нетрудно убедиться в том, что результаты расчета ОЭМС по изменению магнитной энергии системы (3) и по изменению магнитной коэнергии системы (12) при  $\Delta q \rightarrow 0$  получаются одинаковыми. Действительно, из рис. 3 видно, что абсолютные значения приращений энергии и коэнергии  $k$ -го контура системы отличаются на величину площади треугольной фигуры 123, т. е.

$$|\Delta W_k| = |\Delta W'_k| + \left| \frac{\Delta i_k \Delta \Phi_k}{2} \right|.$$

При  $\Delta q \rightarrow 0$ , когда  $\Delta i_k \rightarrow 0$  и  $\Delta \Phi_k \rightarrow 0$ , площадь фигуры 123, имеющая второй порядок малости, становится пренебрежимо малой величиной по сравнению с площадями  $|\Delta W_k|$  или  $|\Delta W'_k|$ , имеющими порядок  $|\Phi_k \Delta i_k|$ , т. е. первый порядок малости, поэтому при  $\Delta q \rightarrow 0$

$$|\Delta W_k| = |\Delta W'_k|.$$

Вместе с тем, поскольку при  $W_k^H > W_k$  всегда  $(W'_k)^H < W'_k$ , приращения  $\Delta W_k$  и  $\Delta W'_k$  отличаются знаком, т. е. при  $\Delta q \rightarrow 0$

$$\Delta W_k = -\Delta W'_k. \quad (20)$$

( $\Phi_k = \text{const}$ ) ( $i_k = \text{const}$ )

Поэтому и полные приращения энергии и коэнергии системы по (17) и (19) находятся в том же соотношении:

$$\Delta W = \sum_{k=1}^N \Delta W_k = - \sum_{k=1}^N \Delta W'_k = -\Delta W', \quad (21)$$

( $\Phi_k = \text{const}$ ) ( $i_k = \text{const}$ )

а из (21) вытекает, что ОЭМС, определенные по (3) и (12), при  $\Delta q \rightarrow 0$  в принципе всегда одинаковы.

Известные подходы к определению приращений магнитной энергии и коэнергии в магнитно-нелинейной системе. Значительно менее ясен вопрос нахождения электромагнитных сил энергетическим методом в нелинейных магнитных системах. Все согласны с тем, что ОЭМС в них можно выразить как через приращение магнитной энергии  $\Delta W$  по (3), так и через приращение коэнергии  $\Delta W'$  по (12), однако по вопросу подхода к определению этих приращений не существует единой точки зрения.

В большей части публикаций, посвященных этому вопросу, например в [2, 3 и 7], а также в публикациях, отраженных в списке литературы к [7], приращения предлагается определять по первому из способов, рассмотренных для линейной системы, несмотря на то, что этот способ на нелинейную систему в общем случае не распространяется. В уравнения (16) или (18) вводятся

магнитные энергии и коэнергии системы до и после перемещения, найденные по (4) или (11) с учетом нелинейности характеристик намагничивания. После этого приращения магнитной энергии и коэнергии при перемещении выделенной части нелинейной системы определяются в виде разности магнитных энергий или коэнергий системы до и после перемещения по (4) или (11):

$$\Delta W = W^H - W = \sum_{k=1}^N \Delta W_k, \quad (22)$$

где

$$\Delta W_k = \int_0^{\Phi_k} i_k^H d\Phi_k^H - \int_0^{\Phi_k} i_k d\Phi_k;$$

$$\Delta W' = (W')^H - W' = \sum_{k=1}^N \Delta W'_k, \quad (23)$$

$$\text{где } \Delta W'_k = \int_0^{i_k} \Phi_k^H di_k^H - \int_0^{i_k} \Phi_k di_k.$$

Как видно из рис. 2, найденные таким образом для  $k$ -го контура приращения  $\Delta W_k$  и  $\Delta W'_k$  соответствуют заштрихованным криволинейным треугольным фигурам 130 и 120, заключенным между характеристиками намагничивания и линиями  $\Phi_k = \text{const}$  (для  $\Delta W_k$ ) и  $i_k = \text{const}$  (для  $\Delta W'_k$ ).

В других публикациях, например в [4, 5], отражающих иную точку зрения, при определении приращений энергии и коэнергии при перемещении выделенной части нелинейной системы эта система предварительно заменяется ее линейной моделью, а искомые приращения определяются по (17), (19) в виде разности магнитных энергий и коэнергий линейной модели до и после перемещения. Причем под линейной моделью нелинейной системы, магнитное поле в которой задано токами  $i_k$  в возбуждающих контурах, понимается линейная система со следующими особенностями:

а) система имеет такие же размеры возбуждающих контуров и магнитных сердечников, а также их взаимное расположение, как в нелинейной системе;

б) токи  $i_k$  в возбуждающих контурах линейной системы не отличаются от таковых в нелинейной системе;

в) магнитные проницаемости  $\mu(x, y, z)$  во всех точках  $(x, y, z)$  области поля линейной модели считаются постоянными и равными проницаемостям  $\mu(B, x, y, z)$  в тех же точках нелинейной системы при индукциях  $B$ , соответствующих заданным токам, т. е.  $\mu(x, y, z) = \mu(B, x, y, z) = \text{const}$ .

Очевидно, что в линейной модели будет воспроизведено такое же магнитное поле  $\vec{B} = \vec{B}(x, y, z)$ , как и в нелинейной системе (оригинале) при заданных токах  $i_k$ , но характеристики намагничивания возбуждающих контуров в линейной модели будут линеаризованы. На рис. 2 эти характеристики показаны в виде пунктирных линий, которые проходят через точки 1 и 3.

Два различных подхода к определению приращений энергии и коэнергии обсуждались в дискуссии по статье [3], отраженной в [6], однако окончательными выводами дискуссии не завершилась.

Для того чтобы разобраться, какой из этих подходов к определению приращений энергии и коэнергии при перемещении выделенной части нелинейной систе-

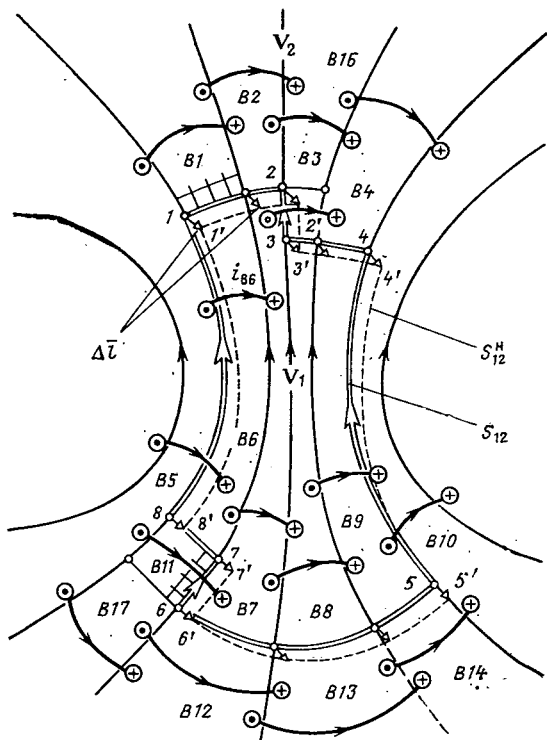


Рис. 4. Эквивалентирование магнитного поля в нелинейной системе по рис. 1 с помощью токов  $i_{BS}$  в контурах, охватывающих зоны отдельных ветвей этого поля

мы справедлив, рассмотрим процессы преобразования энергии, которые при этом происходят в системе.

Выражение электромагнитных сил в нелинейной системе по приращению магнитной энергии или коэнергии в ее линейной модели. Определим электромагнитную силу или момент, действующие на объем  $V_1$  выделенной части нелинейной системы на рис. 1. Ограничим объем  $V_1$  разделительной поверхностью  $S_{12}$ , показанной двойной линией. С целью упрощения анализа проведем поверхность  $S_{12}$  так, чтобы она включала только участки эквипотенциальных и магнитных поверхностей и нигде не совпадала с поверхностями разрыва магнитной проницаемости.

В нашем примере на участках 12, 34, 56, 78 поверхность  $S_{12}$  является эквипотенциальной  $S_{\phi}$ , на участках 23, 45, 67, 81 — магнитной  $S_m$ . Разобьем область поля на отдельные ветви таким образом, чтобы они размещались целиком либо в объеме  $V_1$  выделенной части системы, либо в объеме остальной ее части. В нашем примере ветви B6, B7, B8, B9 располагаются в объеме  $V_1$ , ветви B1, B2, B3, B4, B5, B10, B11, B12, B13, B14 — в объеме  $V_2$ . Кроме того, заменим заданные токи в возбуждающих контурах ( $i_1, i_2, i_3$  на рис. 1) на систему токов  $i_{BS}$ , возбуждающих магнитные поля в каждой из отдельно выделенных ветвей магнитной цепи (рис. 4). Ветви магнитной цепи на рис. 4 нужно считать отделенными друг от друга с боков немагнитными перегородками, обладающими  $\mu=0$  и совпадающими с магнитными поверхностями. Наоборот, торцы соседних ветвей должны быть совмещены с магнитными шунтами, обладающими  $\mu=\infty$  и совпадающими с эквипотенциальными поверхностями.

Контур с токами  $i_{BS}$  охватывают по отдельности каждую из ветвей эквивалентной магнитной цепи системы, составленной из выделенных ветвей. Причем м. д. с.  $i_{BS}$  будет воспроизводить исходное поле и поток

$\Phi_{BS}$  в пределах отдельно выделенной ветви, если она будет выбрана равной падению магнитного напряжения на ветви:

$$i_{BS} = \int_0^{l_{BS}} \bar{H} d\bar{l} = u_{BS}, \quad (24)$$

где  $d\bar{l}$  — элемент осевой линии ветви;  $l_{BS}$  — длина ветви по осевой линии.

Магнитное сопротивление и магнитная проводимость ветви выражается через  $i_{BS}$  и  $\Phi_{BS}$ :

$$R_{BS} = 1/\Lambda_{BS} = i_{BS}/\Phi_{BS}.$$

Для определения силы, действующей на объем  $V_1$  в направлении приращения линейной координаты  $q$ , все элементы объема  $V_1$  и разделительной поверхности  $S_{12}$  должны быть смещены на одинаковое расстояние

$$|\Delta \bar{l}| = \Delta q; \quad \Delta \bar{l} = \Delta q. \quad (25)$$

Для определения электромагнитного момента относительно некоторой оси  $z$ , действующего на объем  $V_1$ , угловая координата  $q=\theta$ , характеризующая положение этого объема, должна быть изменена на  $\Delta q=\Delta\theta$ , при этом элементы объема  $V_1$  и ограничивающей его поверхности  $S_{12}$ , положение которых относительно некоторой точки на оси  $z$  определяет вектор  $\bar{r}$ , смещаются на расстояние

$$\Delta \bar{l} = [\bar{q}_z \bar{r}] \Delta q. \quad (26)$$

В результате изменения на  $\Delta q$  координаты  $q$ , определяющей положение объема  $V_1$ , элементы этого объема и ограничивающей его поверхности  $S_{12}$  переместятся на расстояния  $\Delta \bar{l}$ , найденные указанным образом (рис. 4). После этого разделительная поверхность займет новое положение  $S_{12}^H$  (1' 2' 3' 4' 5' 6' 8'), показанное пунктирной линией, при этом объем  $V_2$  остальной части системы изменится на величину объема, заключенного между поверхностями  $S_{12}$  и  $S_{12}^H$ .

Поскольку заданная система возбуждающих токов  $i_k=i_1, i_2, \dots, i_N$  заменена на эквивалентную систему токов  $i_{BS}=i_{BS}, i_{B2}, \dots, i_{BQ}$ , возбуждающих отдельно выделенные ветви эквивалентной магнитной цепи нелинейной системы, определим приращение энергии  $\Delta W$ , которое произойдет при перемещении объема  $V_1$  в виде суммы приращений энергий ветвей магнитной цепи

$$\Delta W = \sum_{S=1}^Q \Delta W_{BS}$$

и соответственно приращение коэнергии  $\Delta W'$  — в виде суммы приращений коэнергий ветвей магнитной цепи

$$\Delta W' = \sum_{S=1}^Q \Delta W'_{BS}.$$

Причем в соответствии с результатами, полученными для произвольной системы возбуждающих контуров, теперь, когда поле возбуждается контурами, охватывающими отдельные ветви магнитной цепи, при определении приращения энергии перемещение объема  $V_1$  следует производить в условиях постоянства потока ветви, т. е. при  $\Phi_{BS}=\text{const}$ . Соответственно при определении приращения коэнергии перемещение объема  $V_1$  следует производить в условиях постоянства м. д. с.

ветви или падения магнитного напряжения ветви  $i_{BS} = u_{BS} = \text{const}$ . Разумеется, приращение магнитной энергии  $\Delta W_{BS}$  произойдет лишь в тех ветвях, размеры зон которых изменяются при перемещении. Поскольку размеры зон ветвей перемещаемой части системы при перемещении сохраняются, приходим к заключению, что изменяются лишь размеры зон ветвей в неподвижной части системы в объеме  $V_2$ . Причем изменение размеров зон и приращение энергии происходят только в тех ветвях неподвижной части системы, которые примыкают к разделительной поверхности  $S_{12}$ . К числу таких ветвей относятся, например, ветви неподвижной части системы по рис. 4, примыкающие к разделительной поверхности  $S_{12}$  ( $B1, B2, B3$  и др.).

Ветви, примыкающие к разделительной поверхности  $S_{12}$ , можно разбить на три группы: ветви, примыкающие к эквипотенциальным участкам поверхности  $S_{12}$  (в нашем примере ветви  $B1, B2$  и др.); ветви, примыкающие к магнитным участкам поверхности  $S_{12}$  (в нашем примере  $B5, B10$ ); ветви, примыкающие и к эквипотенциальным, и к магнитным участкам поверхности  $S_{12}$  (в нашем примере  $B3, B11$ ).

Подход к определению приращения энергии ветви зависит от того, какая из ограничивающих зон ветвей поверхностей — магнитная или эквипотенциальная — изменяет свое положение при перемещении элементов разделительной поверхности на  $\Delta \bar{l}$ .

Найдем сначала приращение энергии, которое происходит при изменении положения эквипотенциальной разделительной поверхности, ограничивающей зону ветви (рис. 5, а). Предположим, что в исходном состоянии эта поверхность занимает положение  $S_{12} = S_{3S}$ , а после перемещения — положение  $S_{12}^H = S_{3S}^H$ . Ориентацию элементов  $dS$  перемещаемой эквипотенциальной поверхности будем определять нормальным ортом  $\bar{n}$ , направленным в сторону неподвижной части системы (т. е. внутрь зоны ветви). После перемещения каждый элемент поверхности  $dS$  переносится на расстояние  $\Delta \bar{l}$ .

Будем считать, что перемещение ограничивающей зоны ветви эквипотенциальной поверхности  $S_{3S}$  производится при условии постоянства потока ветви  $\Phi_{BS} = \text{const}$ . Осуществим выполнение этого условия за счет сохранения потоков  $\Phi_a$  элементарных ветвей, примыкающих к поверхности  $S_{3S}$ , из которых складывается поток ветви

$$\Phi_{BS} = \sum \Phi_a = \text{const}.$$

Выберем размеры поперечных сечений элементарных ветвей настолько малыми, чтобы индукцию  $\bar{B}$  в пределах этих сечений можно было считать постоянной по значению и направлению. Одна из таких элементарных ветвей показана на рис. 5, а. Она опирается на элемент  $dS$  эквипотенциальной разделительной поверхности, заштрихованный на рисунке. Поток этой элементарной ветви  $\Phi_a = (\bar{B}\bar{n})dS$  при перемещении сохраняется постоянным  $\Phi_a = \text{const}$ .

Поскольку сечение элементарной ветви  $dS$  и ориентация нормали  $\bar{n}$  при перемещении сохраняются ( $dS = \text{const}$ ,  $\bar{n} = \text{const}$ ), условие  $\Phi_a = \text{const}$  выполняется только в том случае, если перемещение частей системы относительно друг друга производится при сохранении неизменной индукции поля во всех элементарных ветвях перемещаемой и неподвижной частей системы,

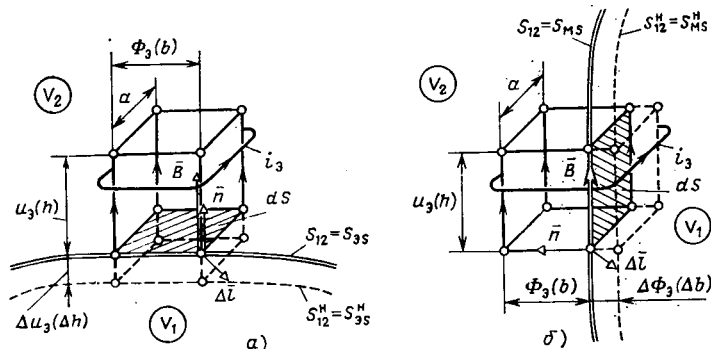


Рис. 5. К определению приращения магнитной энергии элементарной ветви при перемещении: а — ее нормального сечения (элемента эквипотенциальной разделительной поверхности); б — элемента ее боковой (магнитной) поверхности

в том числе в рассматриваемой элементарной ветви с сечением  $dS$ , т. е. при выполнении условия

$$B = \frac{\Phi_a}{dS} = \text{const}.$$

Но при  $B = \text{const}$  во всех элементарных ветвях системы сохраняется неизменной и магнитная проницаемость  $\mu = \text{const}$ . Во всех элементах она будет сохраняться такой же, как при заданном магнитном поле в исходном состоянии (до перемещения). Иными словами, при перемещении поверхности  $S_{3S}$  нелинейная система должна быть заменена ее линейной моделью, обладающей требуемыми свойствами в отношении постоянства магнитной проницаемости. Вычисление приращений энергии элементарных ветвей при перемещении должно быть проведено в условиях такой линейной модели. Для поддержания потока элементарной ветви  $\Phi_a$  и индукции  $B$  в ее пределах постоянными м. д. с. элементарной ветви  $i_a$  должна получить приращение  $\Delta i_a$ , равное увеличению  $\Delta u_a$  магнитного напряжения ветви за счет увеличения ее длины на  $\Delta h$ :

$$\Delta i_a = \Delta u_a = H \Delta h,$$

где  $\Delta h = -\bar{n}\Delta \bar{l} = -\Delta l \cos(\bar{n}\Delta \bar{l})$  — увеличение длины элементарной ветви за счет перемещения  $dS$  на  $\Delta \bar{l}$ ;  $H = \frac{B}{\mu_0} = \text{const}$  — напряженность магнитного поля в пределах ветви.

Таким образом, после перемещения м. д. с. элементарной ветви должна составлять

$$i_a^H = i_a + \Delta i_a.$$

Приращение энергии элементарной ветви при перемещении поверхности  $S_{3S}$  в условиях линейной модели найдем, используя (17). При перемещении элемента  $dS$  эквипотенциальной поверхности  $S_{3S}$  на  $\Delta q$  при  $\Phi_a = \text{const}$  ( $B = \text{const}$ )

$$\Delta W_a = W_a^H - W_a = \frac{\Phi_a \Delta i_a}{2} = -\frac{B^2}{2\mu_0} \Delta l \cos(\bar{n}\Delta \bar{l}) dS. \quad (27)$$

Приращение энергии  $\Delta W_a$  по (27) представляет собой энергию, которая заключена при заданной индукции  $\bar{B} = \text{const}$  в приращении объема этой ветви  $\Delta V = -\Delta l \cos(\bar{n}\Delta \bar{l}) dS$  за счет перемещения элемента эквипотенциальной поверхности  $dS$ , так как  $\frac{B^2}{2\mu_0}$  имеет

смысл объемной плотности магнитной энергии в пределах элементарной ветви. Приращение энергии ветви  $BS$  за счет перемещения ограничивающей ее зону эквипотенциальной разделительной поверхности  $S_{as}$  будет складываться из приращений энергии элементарных ветвей, которые входят в ее объем и примыкают к поверхности  $S_{as}$ :

$$W_{BS} = \sum \Delta W_a = - \int_{S_{as}} \frac{B^2}{2\mu_r\mu_0} \Delta l \cos(\bar{n} \Delta \bar{l}) dS. \quad (28)$$

( $\Phi_{BS} = \text{const}$ ) ( $\Phi_a = \text{const}$ )

По (28) могут быть, например, рассчитаны в нашем примере приращения энергии ветвей  $B1$ ,  $B2$  и др. по рис. 4.

В случае перемещения магнитной разделительной поверхности проще сначала определить приращение коэнергии ветви при  $i_{BS} = \text{const}$ , а затем, используя (20), найти соответствующее приращение энергии при том же перемещении, но в условиях  $\Phi_{BS} = \text{const}$ . Определим приращение коэнергии при перемещении магнитной разделительной поверхности  $S_{ms}$ , ограничивающей зону ветви, в условиях постоянства м. д. с. ветви  $i_{BS} = \text{const}$  (рис. 5, б).

Предположим, что до перемещения эта магнитная поверхность занимает положение  $S_{12} = S_{ms}$ , а после перемещения положение  $S_{12}^H = S_{ms}^H$ . После перемещения поверхности  $S_{ms} = S_{12}$  каждый ее элемент  $dS$  с нормалью  $\bar{n}$  переместится на расстояние  $\Delta \bar{l}$ , которое связано с изменением  $\Delta q$  указанным выше образом (25), (26). Разобьем ветвь на ряд параллельно включенных трубок с потоками  $\Phi_T$ , сумма которых равна потоку ветви  $\Phi_{BS}$ . В исходном состоянии м. д. с. всех таких трубок  $i_T$  равны м. д. с. ветви  $i_{BS}$ . Выберем размеры поперечных нормальных сечений трубок  $S_T$  настолько малыми, чтобы индукцию  $\bar{B}$  в пределах этих сечений можно было считать постоянной по значению и направлению. Обратимся к трубкам, примыкающим к поверхности  $S_{ms}$ , размер поперечного сечения которых в направлении нормали  $\bar{n}$  при перемещении этой поверхности изменится. Для такой трубки условие  $i_{BS} = \text{const}$  выполняется в том случае, если сохранить неизменными м. д. с. и магнитное напряжение всех элементарных ветвей по длине этой трубки  $i_a = u_a = \text{const}$ . Разумеется, в этом случае и полная м. д. с. трубки, складывающаяся из м. д. с. элементарных ветвей по всей ее длине  $\sum i_a$ , сохранится неизменной и равной м. д. с. ветви в исходном состоянии:

$$\sum i_a = i_{BS} = \text{const}.$$

Рассмотрим одну из элементарных ветвей такой трубки, примыкающей к поверхности  $S_{ms}$ . Боковой поверхностью этой элементарной ветви в исходном состоянии является прямоугольный элемент  $dS$  разделительной магнитной поверхности  $S_{ms}$ , заштрихованный на рис. 5, б. Обозначим длину элементарной ветви вдоль линий поля  $h$ , ее ширину  $a$ . Малость этих размеров позволяет считать элемент  $dS = ha$  плоским и характеризовать его положение в пространстве нормалью  $\bar{n}$ , направленной в сторону непереключаемой части системы  $V_2$ ; м. д. с. элементарной ветви  $i_a = u_a$  при перемещении  $dq$  сохраняется постоянной:

$$i_a = u_a = Hh = \frac{Bh}{\mu_0\mu_r}.$$

Поскольку длина элементарной ветви при перемещении поверхности  $S_{ms}$  сохраняется, условие  $i_a = u_a = \text{const}$  для м. д. с. и магнитных напряжений всех элементарных ветвей, примыкающих к поверхности  $S_{ms}$ , выполняется только в том случае, если индукция  $B$  в пределах всех таких элементарных ветвей остается при перемещении  $S_{ms}$  неизменной  $B = \text{const}$ . При этом, естественно, сохранится неизменной и магнитная проницаемость во всех элементах ветви  $\mu = \text{const}$ . Или, иными словами, при перемещении поверхности  $S_{ms}$  нелинейная система должна быть заменена ее линейной моделью, обладающей требуемыми свойствами в отношении постоянства магнитной проницаемости, а приращение коэнергии элементарных ветвей должно вычисляться в условиях такой линейной модели.

При поддержании м. д. с. элементарной ветви  $i_a$  и индукции  $B$  в ее пределах неизменными поток элементарной ветви, равный в исходном состоянии (до перемещения)  $\Phi_a$ , получит приращение  $\Delta \Phi_a$ , за счет увеличения размера  $b$  на  $\Delta b$  в направлении нормали  $\bar{n}$ :

$$\Delta \Phi_a = Ba \Delta b,$$

где  $\Delta b = -(\bar{n} \Delta \bar{l}) = -\Delta l \cos(\bar{n} \Delta \bar{l})$  — увеличение размера  $b$  за счет перемещения элемента поверхности  $dS = ah$  на  $\Delta b$ .

Таким образом, после перемещения поток элементарной ветви составляет

$$\Phi_a^H = \Phi_a + \Delta \Phi_a.$$

Приращение коэнергии элементарной ветви при перемещении поверхности  $S_{ms}$  в условиях линейной модели найдем, используя (19). При перемещении элемента  $dS$  на  $\Delta q$  при  $i_a = \text{const}$  ( $\bar{B} = \text{const}$ ) оно равно:

$$\begin{aligned} \Delta W'_a &= (W'_a)^H - W'_a = \frac{i_a \Delta \Phi_a}{2} = \\ &= - \frac{B^2}{2\mu_r\mu_0} \Delta l \cos(\bar{n} \Delta \bar{l}) dS. \end{aligned} \quad (29)$$

Приращение коэнергии  $\Delta W'_a$  по (29) представляет собой коэнергию, которая заключена при заданной индукции  $B = \text{const}$  в приращении объема этой ветви  $dV$  за счет перемещения элемента магнитной поверхности, так как  $\frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$  имеет смысл объемной плотности магнитной коэнергии в пределах элементарной ветви. Исходя из (20), получим следующую формулу для приращения энергии линейной модели элементарной ветви за счет перемещения элемента магнитной поверхности  $dS$  при  $\Phi_a = \text{const}$ :

$$\Delta W_a = -\Delta W'_a = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \Delta l \cos(\bar{n} \Delta \bar{l}) dS. \quad (30)$$

( $\Phi_a = \text{const}$ ) ( $i_a = \text{const}$ )

Как видно, выражение (30) отличается только знаком от формулы (27) для определения приращения энергии элементарной ветви за счет перемещения элемента ограничивающей ее эквипотенциальной поверхности  $dS$  при  $\Phi_a = \text{const}$ . Изменение знака объясняется тем, что перемещение боковой (магнитной) поверхности элементарной ветви, связанное с увеличением ее сечения, приводит при  $\Phi_a = \text{const}$  к уменьшению м. д. с. ветви  $i_a$  ( $\Delta i_a < 0$ ). Напротив, перемещение нормального сечения элементарной ветви (элемента эквипотенциальной поверхности)

верхности), связанное с увеличением ее длины, приводит при  $\Phi_3 = \text{const}$  к увеличению м. д. с. ветви  $i_3$  ( $\Delta i_3 > 0$ ).

Теперь можно найти приращение энергии ветви  $BS$  за счет перемещения ограничивающей ее зону магнитной разделительной поверхности  $S_{MS}$ . Это приращение будет складываться из приращений энергии элементарных ветвей по (29), которые входят в ее объем и примыкают к поверхности  $S_{MS}$ :

$$\Delta W_{BS} = \sum W_s = \int_{S_{MS}} \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \Delta l \cos(\bar{n} \Delta \bar{l}) dS. \quad (31)$$

( $\Phi_{BS} = \text{const}$ ) ( $\Phi_3 = \text{const}$ )

По (31) могут быть рассчитаны в нашем примере приращения энергии ветвей  $B5$ ,  $B10$  по рис. 4.

В наиболее общем случае, когда ветвь  $BS$  примыкает как к эквипотенциальным, так и к магнитным участкам разделительной поверхности  $S_{12}$ , ее полное приращение энергии за счет перемещения поверхности  $S_{12}$  при  $\Phi_{BS} = \text{const}$  будет складываться из приращений по (28) и (31):

$$\Delta W_{BS} = \int_{S_{MS}} \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \Delta l \cos(\bar{n} \Delta \bar{l}) dS - \int_{S_{BS}} \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \Delta l \times \cos(\bar{n} \Delta \bar{l}) dS. \quad (32)$$

Приращение энергии ветви линейной модели при перемещении выделенной части системы в условиях  $\Phi_{BS} = \text{const}$  или  $i_{BS} = \text{const}$  можно выразить по (17) и (19) через приращение потока  $\Delta \Phi_{BS}$  и проводимость ветви  $\Delta \Lambda_{BS}$ :

$$\begin{aligned} \Delta W_{BS} &= W_{BS}^H - W_{BS} = \frac{i_{BS}^H \Phi_{BS}}{2} - \frac{i_{BS} \Phi_{BS}}{2} = \\ &= \frac{\Delta i_{BS} \Phi_{BS}}{2} = \Delta R_{BS} \frac{\Phi_{BS}^2}{2}; \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{BS} &\approx -\Delta W'_{BS} = -[(W'_{BS})^H - W'_{BS}] = -\frac{\Delta \Phi_{BS} i_{BS}}{2} = \\ &= -\Delta \Lambda_{BS} \frac{i_{BS}^2}{2}. \end{aligned}$$

Если приращение энергии  $\Delta W_{BS} (\Phi_{BS} = \text{const})$  уже найдено по (32), то с помощью (33) можно определить приращения сопротивлений или проводимостей ветвей при перемещении выделенной части линейной модели системы:

$$\Delta R_{BS} = \frac{2\Delta W_{BS}}{\Phi_{BS}^2}; \quad \Delta \Lambda_{BS} = -\frac{2\Delta W_{BS}}{i_{BS}^2}. \quad (34)$$

Полное приращение энергии, которое произойдет при перемещении выделенной части в объеме  $V_1$ , охваченном разделительной поверхностью  $S_{12}$ , складывается из приращений энергии ветвей системы, найденных по (32) или (33):

$$\begin{aligned} \Delta W &= \sum_{S=1}^Q \Delta W_{BS} = \int_{S_M} \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \Delta l \cos(\bar{n}, \Delta \bar{l}) dS - \\ &= \int_{S_3} \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \Delta l \cos(\bar{n}, \Delta \bar{l}) dS, \end{aligned} \quad (35)$$

( $\Phi_{BS} = \text{const}$ )

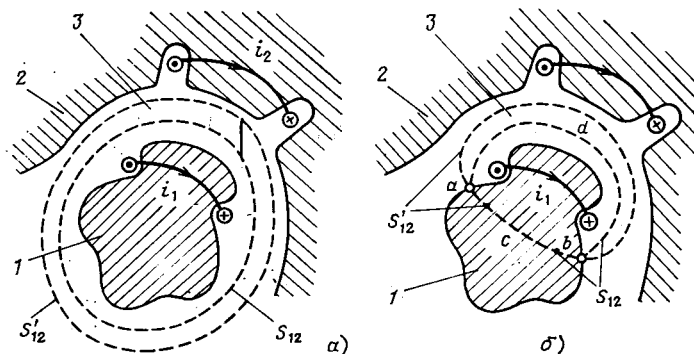


Рис. 6. К определению электромагнитных сил, действующих на нелинейное тело целиком (а) и на его часть (б)

где  $S_M = \sum_{S=1}^Q S_{MS}$  — суммарная поверхность всех магнитных участков разделительной поверхности  $S_{12}$ , охватывающей выделенную часть системы в объеме  $V_1$ ;  $S_3 = \sum_{S=1}^Q S_{3S}$  — суммарная поверхность всех эквипотенциальных участков разделительной поверхности  $S_{12}$ ;  $\bar{n}$  — нормаль к элементу  $dS$ , направленная в сторону остальной части системы в объеме  $V_2$ ;  $\Delta \bar{l}$  — линейное перемещение элемента  $dS$ , соответствующее приращению  $\Delta q$  координаты  $q$ , определяющей положение выделенной части системы в объеме  $V_1$  [см. (25) и (26)].

Полную ОЭМС, действующую на выделенную часть системы, найдем по (3), (32), (35):

$$D = -\lim_{\Delta q \rightarrow 0} \sum_{S=1}^Q \frac{\Delta W_{BS}}{\Delta q} = -\lim_{\Delta q} \frac{\Delta W}{\Delta q}. \quad (36)$$

Таким образом, мы показали, что правильное приращение магнитной энергии при изменении положения выделенной части нелинейной системы можно найти в общем случае только после линеаризации системы или, иными словами, замены нелинейной системы ее линейной моделью. Этот важный вывод о необходимости линеаризации относится не только к определению приращения магнитной энергии системы через приращения энергии ветвей ее магнитной цепи, но и к другому возможному способу определения приращения магнитной энергии системы в виде суммы приращений энергии возбуждающих контуров при перемещении выделенной части системы. В этом случае также необходимо перейти к линейной модели и воспользоваться уравнениями (17) или (19). Впрочем, в одном частном случае, когда определяется ОЭМС, действующая на нелинейное тело, размещенное в магнитно-линейной среде, полное приращение магнитной энергии можно найти как в виде суммы приращений энергий ветвей или возбуждающих контуров, найденных с учетом магнитной нелинейности по (22 или 23), так и в виде суммы приращений энергии ветвей или возбуждающих контуров, найденных по (17) или (19) после перехода к линейной модели. Результат в принципе будет одним и тем же. Объясняется это тем, что в данном случае разделительная поверхность  $S_{12}$ , охватывающая нелинейное тело и закрепленные на нем контуры с токами  $i_k$  (например, тело 1 и контур  $i_1$  на рис. 6, а), должна располагаться целиком в магнитно-линейной среде, окружающей тело (например, в среде 3).



Поскольку на элементы линейной среды с постоянной магнитной проницаемостью (среды 3 в данном случае) электромагнитные силы не действуют, поверхность  $S_{12}$  может включать любой объем линейной среды, в котором находятся закрепленные на нелинейном теле токи  $i_k$  (контур с током  $i_1$  в данном случае). С этой оговоркой поверхность  $S_{12}$  может иметь любую форму (например, занимать положение  $S'_{12}$ ). Все ветви, примыкающие к этой поверхности, также располагаются в линейной среде. Иными словами, они уже линейны и не нуждаются в линеаризации при переходе к линейной модели системы. Приращения энергии в этих ветвях, найденные с учетом магнитной нелинейности в условиях  $\Phi_{BS} = \text{const}$ , не отличаются от приращений энергии в их линейных моделях. Поэтому и полные приращения энергий, складывающиеся только из приращений энергии ветвей, примыкающих к разделительной поверхности  $S_{12}$ , как при использовании линеаризации, так и без нее, получаются одними и теми же.

Этим объясняется тот факт, что применительно к рассмотренному весьма часто встречающемуся частному случаю — определению ОЭМС, действующей на размещенное в магнитно-линейной среде нелинейное тело — нахождение приращений магнитной энергии или коэнергии без линеаризации, по рекомендациям [2, 7 и др.], приводит к правильным результатам.

Однако, имея в виду, что линеаризация не только исключает систематические погрешности, но и делает

расчеты менее трудоемкими и более точными, всегда целесообразно при проведении расчетов электромагнитных сил заменять нелинейную систему ее линейной моделью. В общем случае, когда требуется определить ОЭМС, действующую на часть нелинейного тела (например, часть тела 1, показанную на рис. 6, б), выполнение такого расчета в соответствии с рекомендациями [2, 7 и др.] по (22) или (23) без перехода к линейной модели приводит к существенным ошибкам в определении приращения энергии при перемещении выделенной части системы и ОЭМС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамм И. Е. Основы теории электричества. — М.: ГИТТЛ, 1957.
2. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. Пер. с англ. — М.: Энергия, 1964.
3. Carter G. W. Distribution of mechanical forces in magnetised material. — Proc. IEE, N 9, 112, 1965.
4. Иванов-Смоленский А. В., Кузнецов В. А. Уравнения насыщенной синхронной машины. — Доклады научной конференции по итогам научно-исследовательских работ. МЭИ. 1969.
5. Иванов-Смоленский А. В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980.
6. Carpenter C. J. Distribution of mechanical forces in magnetised material. — Proc. IEE, N 4, 113, 1966.
7. Агаронянц Р. А. Нелинейные электромагнитные элементы систем управления. — М.: Наука, 1984.

[08.05.84]

УДК 621.314.27(088.8)

## Частотный пуск синхронной машины от преобразователя частоты с управлением по напряжению на входе инвертора

НАТАЛКИН А. В. канд. техн. наук, КОЛОКОЛКИН А. М., инж.

ЭНИИ им. Г. М. Кржижановского

При частотном пуске мощных синхронных машин (СМ) от тиристорного преобразователя частоты (ТПЧ) с явно выраженным звеном постоянного тока и зависимым инвертором в зоне искусственной коммутации с помощью выпрямителя необходимо обеспечить:

максимально возможный пусковой момент при заданном значении статорного тока;

пуск в заданном направлении вращения в условиях синхронизма между частотой вращения СМ и частотой выходного тока преобразователя;

минимальное время выхода ТПЧ на режим естественной коммутации.

При выполнении этих условий обеспечивается максимальный темп разгона, минимальная тепловая нагрузка на тиристоры инвертора в зоне низких частот, минимальные качания ротора СМ относительно среднего значения частоты вращения, а следовательно, и минимальные ударные механические воздействия на систему СМ — приводной механизм, особенно на начальном этапе запуска, когда выходной ток ТПЧ имеет прерывистый характер.

Наиболее полно эти условия выполняются, если синхронизация системы импульсно-фазового управления (СИФУ) инвертором осуществляется от датчика положения ротора (ДПР), жестко связанного с ротором СМ. Однако установка ДПР не всегда возможна по конст-

руктивным соображениям, поэтому задача частотного пуска СМ и разработки систем управления и регулирования ТПЧ без ДПР является актуальной [1—6].

К системам частотного пуска СМ без ДПР можно отнести системы с заданием выходной частоты ТПЧ по линейному закону [2] или системы с имитатором положения ротора [3].

Недостатком таких систем регулирования является отсутствие связи между частотой задающего генератора и частотой вращения СМ, что затрудняет частотный пуск в условиях синхронизма, приводит к затягиванию процесса пуска в зоне низких частот и увеличению качаний ротора относительно среднего значения частоты вращения.

Так, линейный закон задания выходной частоты ТПЧ для обеспечения пуска в условиях синхронизма необходимо выбирать так, чтобы темп изменения выходной частоты был минимально возможным, исходя из условий максимально возможной нагрузки на валу СМ и минимально возможного вращающего момента.

При частотном пуске с имитатором положения ротора [3] темп изменения выходной частоты ТПЧ в принципе учитывает значение пускового момента, определяемого статорным током, но должен быть выбран так же из условия максимально возможной нагрузки на валу СМ.

Одним из возможных путей устранения указанных недостатков и выполнения близких к оптимальным условий частотного пуска является введение в канал формирования импульсов управления тиристорами инвертора ТПЧ сигнала, пропорционального напряжению на входе инвертора. Структурная схема системы автоматического регулирования (САР) с указанной связью приведена на рис. 1 [4—6]. Как будет показано далее, напряжение на входе инвертора косвенным образом характеризует как значение пускового момента, так и частоту вращения СМ, и при соответствующем выборе коэффициента связи по этому напряжению такая САР обеспечивает частотный пуск СМ в условиях синхронизма. В САР рис. 1 частота  $\alpha$  выходных импульсов задающего генератора (ЗГ) пропорциональна напряжению на его входе. В качестве напряжения, определяющего частоту ЗГ СИФУ инвертором, можно использовать либо непосредственно напряжение на входе инвертора, снимаемое с делителя напряжения через соответствующий датчик

$$u_i = u \cos \varphi$$

тогда

$$\alpha = k u \cos \varphi,$$

(на рис. 1 эта связь показана пунктиром), либо напряжение  $u_{i1}$  аналогичное  $u_i$  и сдвинутое относительно  $u_i$ , на угол  $\varphi_0$  с помощью специальной системы аналоговых коммутаторов  $K_1$  и  $K_2$  [5], тогда

$$u_{i1} = u \cos (\varphi + \varphi_0);$$

$$\alpha = k u \cos (\varphi + \varphi_0)$$

здесь  $u$ ,  $\cos \varphi$ ,  $\alpha$  — напряжение, коэффициент мощности, частота тока на выходе ТПЧ в относительных единицах;  $k$  — коэффициент связи по входному напряжению инвертора.

Допустим, что СМ — неявнополюсная, ток на выходе преобразователя синусоидален, потери в стали и потери в меди ротора отсутствуют, параметры СМ постоянны и не зависят от частоты, тогда момент СМ может быть записан в виде [6]:

$$\mu = \frac{u i \cos \varphi}{\alpha} - \frac{i^2 r}{\alpha}, \quad (1)$$

где  $i$ ,  $r$ ,  $\mu$  — ток, активное сопротивление статора и вращающий момент СМ (отн. ед.)

С учетом связей, приведенных на рис. 1 (при синхронизации по  $u_i$ )

$$\alpha = \alpha_0 + k u \cos \varphi, \quad (2)$$

где  $\alpha_0$  — пусковая частота.

Электромагнитный момент

$$\mu = i/k \left( 1 - \frac{\alpha_0}{\alpha} - \frac{k r i}{\alpha} \right). \quad (3)$$

Из (3) видно, что при

$$\alpha \gg \alpha_0 + k r i \quad (4)$$

электромагнитный момент

$$\mu = i/k \quad (5)$$

определяется только значением статорного тока и не зависит от частоты. Поскольку для неявнополюсной СМ

$$\mu = x_{ad} i_B i \cos \psi, \quad (6)$$

где  $i_B$  — ток возбуждения, а  $\psi$  — угол между поперечной осью ротора и вектором статорного тока машины, то из (5) и (6) следует, что при постоянном токе возбуждения угол  $\psi$  постоянен и равен

$$\psi = \arccos 1/kE, \quad (7)$$

где

$$E = x_{ad} i_B.$$

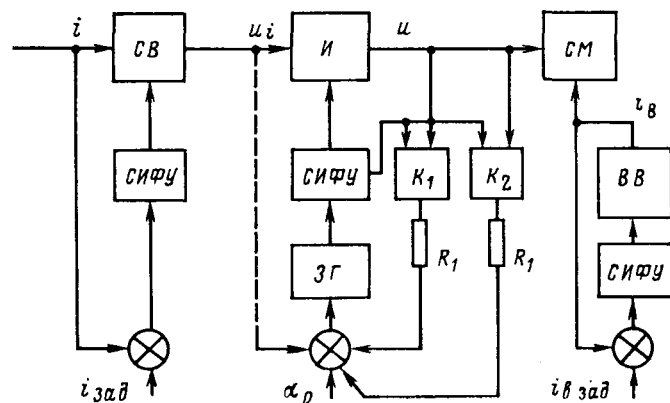


Рис. 1. Структурная схема САР преобразователя с обратной связью по напряжению на входе инвертора:

СВ — силовой выпрямитель; И — инвертор; ВВ — выпрямитель возбуждения; СМ — синхронная машина

Он однозначно определяется значением тока возбуждения и коэффициентом связи между частотой и напряжением на входе инвертора, т. е. при выполнении условия (4) и неизменном токе возбуждения данная система регулирования эквивалентна системам с датчиком положения ротора.

Если не вводить пусковую частоту  $\alpha_0$  в канал формирования выходных импульсов с частотой  $\alpha$  и скомпенсировать падение напряжения на активном сопротивлении  $r$  статора [7], то система с заданием выходной частоты ТПЧ пропорционально напряжению на входе инвертора будет полностью эквивалентна системам с ДПР и обеспечит оптимальные условия частотного пуска.

Однако реализация такой системы из-за схемотехнических ограничений (наличие помех, утечек, порогов переключения, температурной нестабильности параметров элементов схем, насыщения измерительных трансформаторов) в зоне низких частот весьма затруднительна. Для компенсации и уменьшения влияния дестабилизирующих факторов в реальной структуре САР целесообразно ввести пусковую частоту  $\alpha_0$ , как и показано на рис. 1. Чем выше  $\alpha_0$ , тем влияние дестабилизирующих факторов меньше, но эквивалентность данной системы системам с ДПР наступает при больших частотах и максимально допустимое значение пусковой частоты будет определяться условиями втягивания частоты вращения СМ в синхронизм с частотой выходного тока преобразователя.

Оценим условия втягивания СМ в синхронизм при пуске для структуры рис. 1 для более общего случая синхронизации по  $u_{i1}$ . При сделанных выше допущениях уравнения неявнополюсной СМ без учета демпферных обмоток и постоянстве тока возбуждения можно записать следующим образом [6]:

$$\left. \begin{aligned} u_d &= -u \sin \theta = x_d \frac{di_d}{dt} - v x_d i_q + r i_d; \\ u_q &= u \cos \theta = x_d \frac{di_q}{dt} + v (x_d i_d + E) + r i_q; \\ i_d &= -i \sin \psi; \quad i_q = i \cos \psi; \quad \mu = E i \cos \psi, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $u_d$ ,  $u_q$ ,  $i_d$ ,  $i_q$  — продольные и поперечные составляющие напряжения и статорного тока машины;  $\theta$  — угол нагрузки;  $x_d$  — полное синхронное реактивное сопротивление.

Умножая первое уравнение системы (8) на  $\sin(\psi + \varphi_0)$ , а второе — на  $\cos(\psi + \varphi_0)$  и вычитая из второго первое, с учетом третьего и четвертого уравнений этой системы для напряжения

$$u_{i1} = u \cos(\psi + \varphi_0),$$

получим:

$$u \cos(\psi + \varphi_0) = ix_d \sin \varphi_0 \frac{d\psi}{d\tau} + vx_d i \sin \varphi_0 + vE \cos(\psi + \varphi_0) + ri \cos \varphi_0. \quad (9)$$

По аналогии с (2) связь между синхронизирующим напряжением  $u_{i1}$  и частотой ЗГ определяется выражением:

$$\alpha = \alpha_0 + u \cos(\psi + \varphi_0), \quad (10)$$

а уравнение движения ротора имеет вид:

$$H \frac{dv}{d\tau} = \mu - \mu_n. \quad (11)$$

С учетом того, что

$$\frac{d\psi}{d\tau} = \alpha - v \quad (12)$$

уравнения (9) — (12) могут быть сведены к следующей системе:

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= a \frac{dv}{d\tau} + b(v); \\ c(\alpha - \alpha_{01}) &= v \cos(\psi + \varphi_0) + d \frac{d\psi}{d\tau} + dv; \\ \frac{d\psi}{d\tau} &= \alpha - v, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$a = \frac{H}{Ei}; \quad b = \frac{\mu_n(v)}{Ei}; \quad c = \frac{1}{kE}; \quad d = \frac{x_d i \sin \varphi_0}{E}.$$

Данная система уравнений является нелинейной и ее решение в общем виде не может быть получено в аналитической форме без дополнительных упрощений.

Одним из таких упрощений является допущение, что частота вращения СМ изменяется с неизменным ускорением, определяемым как

$$\varepsilon = \frac{dv}{d\tau} = \frac{\cos \psi - b(v)}{a} = \text{const.} \quad (14)$$

Это допущение является обоснованным тогда, когда в процессе пуска изменения угла  $\psi$  незначительны и незначительна зависимость момента нагрузки от частоты вращения.

В реальных условиях для вентиляторной нагрузки после преодоления момента трогания моментом нагруз-

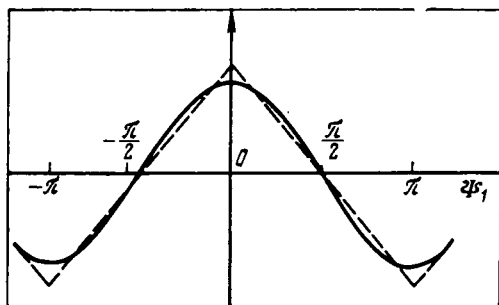


Рис. 2. К аппроксимации  $\cos \psi_1$  кусочно-линейной функцией

ки на начальном этапе разворота машины можно действительно пренебречь, а условия пуска машины тогда ближе к оптимальным, когда угол меняется незначительно и близок к своему установившемуся значению  $\psi_n$ . Поэтому, формулируя условия успешного запуска СМ и условия вхождения ее в синхронизм таким образом, чтобы в процессе пуска изменения угла  $\psi$  были минимальными и близкими к  $\psi_n$ , мы, тем самым, делаем и вполне оправданным использование допущения (14).

Естественно, что такая формулировка условий успешного запуска и вхождения СМ в синхронизм приводит к необходимости предварительного определения начального положения ротора, чтобы и начальный угол  $\psi_0$  был близок к  $\psi_n$ . Но начальное положение ротора можно определить и без установки ДПР, например по э. д. с., наводимым в обмотках статора при подаче возбуждения в СМ [1, 8–10].

При этом предположении оценка процесса втягивания СМ в синхронизм при пуске приводит к анализу решения второго и третьего уравнений системы (13), которые сводятся к уравнению

$$\frac{d\psi_1}{d\tau_1} = \frac{c}{c-d} \alpha_{01} + \varepsilon \tau_1 \left( \frac{\cos \psi_1}{c-d} - 1 \right), \quad (15)$$

где

$$\psi_1 = \psi + \varphi_0; \quad \tau_1 = \tau + \frac{v_0}{\varepsilon}.$$

При замене в этом уравнении  $\cos \psi_1$  кусочно-линейной функцией  $\psi_1$ , как показано на рис. 2.

$$\cos \psi_1 \div \lambda \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \psi_1 \operatorname{sign}(\sin \psi_1) \right], \quad (16)$$

$$-\pi \leq \psi_1 \leq \pi,$$

где  $\lambda$  выбирается либо из условия минимума квадратичного отклонения аппроксимирующей функции от заданной, либо из условия минимума отклонения среднего значения этих функций и соответственно равно либо  $12/\pi^2$ , либо  $4/\pi$ , уравнение (15) будет являться линейным уравнением первого порядка с переменными коэффициентами

$$\frac{d\psi_1}{d\tau_1} = \frac{c}{c-d} \alpha_{01} + \varepsilon \tau_1 \left( \frac{\lambda - \left( 1 - \frac{2\psi_1}{\pi} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) \right)}{(c-d)} - 1 \right). \quad (17)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) + \exp \left( -\frac{\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \tau \right) \left( \tau + \frac{2v_0}{\varepsilon} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) \right) \left[ \psi_{10} - \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) + \frac{c\alpha_{01}}{c-d} \int_0^\tau \exp \left( \frac{\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} t \left( t + \frac{2v_0}{\varepsilon} \right) \operatorname{sign}(\sin \psi_1) \right) dt \right], \quad (18)$$

где

$$\psi_{10} = \psi_0 + \varphi_0,$$

или, приближенно ограничиваясь первым приближением значения интеграла, входящего в данное выражение,

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) + \exp \left( -\frac{\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \tau \right) \left( \tau + \frac{2v_0}{\varepsilon} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) \right) \left[ \psi_{10} - \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) + \frac{c\alpha_{01}}{c-d} \tau \operatorname{sign}(\sin \psi_1) \right],$$

$$+ \frac{2v_0}{\varepsilon} \sin(\sin \psi_1) \left[ \psi_{10} - \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \operatorname{sign}(\sin \psi_1) + \frac{c\alpha_{01}}{c-d} \tau \right]. \quad (19)$$

Выше уже указывалось, что чем меньше изменения угла в процессе пуска, тем успешнее СМ входит в синхронизм и тем меньше качания ротора в процессе пуска. Но ясно, что при этом будут более критичные условия на выбор частоты  $\alpha_{01}$ , значения коэффициента обратной связи  $k$ , начального положения ротора и другие параметры СМ и САР, поэтому целесообразно ограничить изменения угла  $\psi$  в процессе пуска по крайней мере таким образом, чтобы всегда выполнялось условие

$$\mu - \mu_n > 0.$$

Это соответствует тому, что изменения угла  $\psi$  не должны выходить за пределы

$$-\frac{\pi}{2} + \arcsin b < \psi < \frac{\pi}{2} - \arcsin b. \quad (20)$$

Если угол  $\psi$  лежит в пределах

$$-\frac{\pi}{2} - \varphi_0 + \arcsin b < \psi < -\varphi_0, \quad (21)$$

то втягивание СМ в синхронизм будет успешным, если он в процессе увеличения оборотов будет стремиться к  $-\varphi_0$  и не выходить, по крайней мере, за пределы (21). Это будет всегда выполняться, если на интервале (21)

$$\frac{d\psi_1}{d\tau} = \frac{d\psi_1}{d\tau_1} > 0. \quad (22)$$

Взяв производную  $\psi_1$  на этом интервале, получим

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{d\tau} = \exp \left[ \frac{\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \tau \left( \tau + \frac{2v_{01}}{\varepsilon} \right) \right] & \left\{ \frac{2\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \left( \tau + \frac{v_{01}}{\varepsilon} \right) \times \right. \\ & \times \left[ \frac{c}{c-d} \alpha_{01} \tau + \psi_{01} + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \right] + \\ & \left. + \frac{c}{c-d} \alpha_{01} \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\psi_{01}$  и  $v_{01}$  — начальные значения угла  $\psi$  и частоты вращения машины на данном интервале.

Отсюда следует, что для положительного значения  $d\psi_1/d\tau$  необходимо, чтобы выполнялось следующее условие

$$\begin{aligned} & \frac{c}{c-d} \alpha_{01} > \\ & > \frac{\left[ \psi_{01} + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \right] \frac{2\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \left( \tau + \frac{v_{01}}{\varepsilon} \right)}{1 + \frac{2\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \left( \tau + \frac{v_{01}}{\varepsilon} \right) \tau}. \end{aligned} \quad (24)$$

Определяя экстремальное значение правой части неравенства (24), получим, что на данном интервале изменения углов  $\psi$  при условии

$$\frac{c}{c-d} \alpha_{01} > \frac{\left[ \psi_{01} + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \right] \sqrt{\frac{\lambda \varepsilon (c-d)}{2\pi}}}{2 - \frac{v_{01}}{\varepsilon} \sqrt{\frac{2\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)}}} \quad (25)$$

соотношение (22) всегда выполняется.

При  $v_{01} = 0$  условие (25) упрощается

$$\alpha_{01} > \frac{\left[ \psi_{01} + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} \right] \sqrt{\frac{\lambda \varepsilon (c-d)}{2\pi}}}{c}. \quad (26)$$

Если

$$\psi_{01} > -\varphi_0 - \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda}, \quad (27)$$

то при любом положительном  $\alpha_0$  условие (22) выполняется и условие (27) определяет те значения углов  $\psi_{01}$ , при которых на рассматриваемом интервале в процессе увеличения частоты вращения  $\psi$  будет увеличиваться с одновременным нарастанием вращающего момента. По мере достижения углом  $\psi$  значения, равного  $-\varphi_0$ , в уравнении (17) происходит изменение коэффициентов и в интервале изменения углов

$$-\varphi_0 \leq \psi < -\varphi_0 + \frac{\pi}{2} - \arcsin b \quad (28)$$

приближенное решение уравнения (17) имеет вид

$$\begin{aligned} \psi = -\varphi_0 + \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} + \exp \left[ -\frac{\lambda \varepsilon}{\pi(c-d)} \tau \left( \tau + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2v_{02}}{\varepsilon} \right) \right] \left[ \psi_{02} + \varphi_0 - \frac{\pi}{2} \frac{(\lambda + d - c)}{\lambda} + \frac{c\alpha_{01}}{cd} \tau \right], \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\psi_{02}$  — начальное значение угла  $\psi$  на интервале (28);  $v_{02}$  — начальное значение частоты вращения на этом интервале.

При  $v_{02} \geq 0$  и  $\psi_{02}$ , удовлетворяющих условию (28), для втягивания в синхронизм необходимо, чтобы в процессе своего изменения экстремальное значение  $\psi_{\max}$  не вышло за пределы, определяемые (20). Определяя значение  $\psi_{\max}$ , приравниваем нулю значение производной выражения (29), при котором приближенное решение для  $\psi$  экстремально и равно

$$\psi_{\max} = \frac{\pi}{2} - \arcsin b,$$

и подставляя найденное  $\tau_{\text{экстр}}$  в выражение (15), которое для экстремального значения  $\psi_{\max}$  приобретает вид

$$\frac{c}{c-d} \alpha_{01} + \varepsilon \left( \tau_{\text{экстр}} + \frac{v_{02}}{\varepsilon} \right) \left[ \frac{\cos(\psi_{\max} + \varphi_0)}{c-d} - 1 \right],$$

найдем условие для пусковой частоты, при котором угол  $\psi$  в процессе пуска лежит в пределах, определяемых (20) и (28).

$$\begin{aligned} \alpha_{01} < \frac{c-d + \sin(\varphi_0 - \arcsin b)}{2c} \left( v_{02} + \right. \\ \left. + \sqrt{v_{02}^2 + \frac{4\varepsilon \left[ \frac{\pi}{2} - \psi_{02} - \varphi_0 + \frac{\pi}{2\lambda} \sin(\varphi_0 - \arcsin b) \right] (c-d)}{c-d + \sin(\varphi_0 - \arcsin b)}} \right) \end{aligned}$$

или с учетом того, что в установившемся режиме в соотношениях (9), (10) можно пренебречь падением напряжения на активном сопротивлении статора и пусковой частотой  $\alpha_{01}$  и

$$c = \frac{1}{kE} = \sigma \sin \varphi_0 + \cos(\psi_n + \varphi_0), \quad (30)$$

где  $\sigma = \frac{ix_d}{E}$ ;  $\psi_n$  — установившееся значение угла  $\psi$ ;

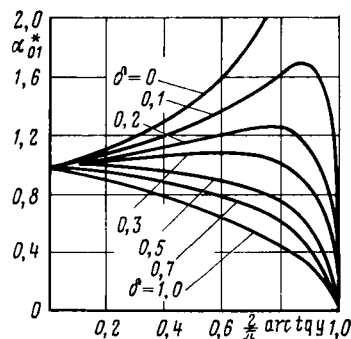


Рис. 3. Кривые граничных значений допустимых пусковых частот

$$\varphi_0 - \frac{\pi}{2\lambda} \sin(\varphi_0 - \arcsin b) \approx \arcsin b;$$

$$\alpha_{01} < \frac{\cos(\psi_H + \varphi_0) + \sin(\varphi_0 - \arcsin b)}{2[\sigma \sin \varphi_0 + \cos(\psi_H + \varphi_0)]} \times \\ \times \left( v_{02} + \sqrt{v_{02}^2 + \frac{4\epsilon \left( \frac{\pi}{2} - \psi_{02} - \arcsin b \right) \cos(\psi_H + \varphi_0)}{[\cos(\psi_H + \varphi_0) + \sin(\varphi_0 - \arcsin b)]}} \right).$$

При  $v_{02} = 0$ ,  $b = 0$  это условие упрощается

$$\frac{\alpha_{01}}{\sqrt{\epsilon \left( \frac{\pi}{2} - \psi_{02} \right)}} = \alpha_{01}^* < \sqrt{\frac{1+y}{(1+\sigma y)^2}}, \quad (32)$$

где

$$y = \frac{\sin \varphi_0}{\cos(\psi_H + \varphi_0)}$$

и, наконец, при

$$\varphi_0 = 0 \\ \alpha_{01}^* < 1. \quad (33)$$

Условия (31) — (33) и являются условиями пуска СМ в условиях синхронизма в заданном направлении вращения.

В соответствии с условием (32) на рис. 3 построены кривые граничных значений допустимых пусковых частот для различных значений пусковых токов и возбуждения  $E$  (параметр  $\sigma$ ) в зависимости от угла  $\varphi_0$  (параметр  $y$ ). Из этих кривых и из условия (32) видно, что пусковая частота  $\alpha_{01}$  может быть выбрана большей, чем при  $\varphi_0 = 0$  при малых пусковых токах и максимально возможной э. д. с. возбуждения  $E$ , т. е. при малых параметрах  $\sigma$ .

Максимально допустимое значение пусковой частоты достигается при

$$y = \frac{1-2\sigma}{\sigma} \quad (34)$$

и равно

$$\alpha_{01}^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\sigma(1-\sigma)}}, \quad (35)$$

т. е. при  $\sigma < 0,5$  угол  $\varphi_0$  следует выбирать равным

$$\varphi_0 = \arccos \left( \frac{\sigma}{(1-2\sigma) \cos \psi_H} + \operatorname{tg} \psi_H \right). \quad (36)$$

и в соответствии с выражением (30) коэффициент обратной связи по входному напряжению инвертора следу-

ет выбирать равным

$$\frac{1}{k} = \frac{2E(1-\sigma) \cos \psi_H}{\sqrt{\cos^2 \psi_H + \left( \sin \psi_H + \frac{1}{\sigma} - 2 \right)^2}}, \quad (37)$$

а э. д. с.  $E$  максимально возможной.

Отметим, что при таком выборе э. д. с.  $E$  и коэффициента  $k$ , хотя и создаются оптимальные условия пуска СМ, но в установившемся режиме угол сдвига  $\varphi$  между первыми гармониками выходного тока и напряжения может соответствовать режиму работы СМ в индуктивном квадранте. Угол  $\varphi$  можно найти из соотношения (10) и соотношения (9), записанных для  $\varphi_0 = 0$  в установившемся режиме (падение напряжения на активном сопротивлении статора и пусковая частота  $\alpha_{01}$  пренебрежимо малы)

$$\frac{\cos(\varphi + \varphi_0)}{\cos \varphi} = \frac{1}{kE \cos \psi_H}. \quad (38)$$

С учетом (30) из (38) находим

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left( \operatorname{tg} \psi_H - \frac{\sigma}{\cos \psi_H} \right).$$

Отсюда видно, что машина будет работать в емкостном квадранте, если

$$\psi_H > \arcsin \sigma. \quad (39)$$

Для обеспечения заданного угла  $\varphi_{\text{зад}}$ , определяющего коммутационную устойчивость вентилей инвертора в установившемся режиме, угол  $\psi_H$  должен выбираться из условия

$$\psi_H > \varphi_{\text{зад}} + \arcsin(\sigma \cos \varphi_{\text{зад}}). \quad (40)$$

Согласно [6] устойчивая работа систем управления синхронизируемых напряжением в звене постоянного тока преобразователя применительно к рассматриваемому варианту связи обеспечивается, если  $\varphi_0 + \varphi > 0$ , т. е. для обеспечения этого условия

$$\psi_H > -\varphi_0 + \arcsin(\sigma \cos \varphi_0). \quad (41)$$

Если  $\varphi_0$  выбрано в соответствии с (36), то это условие обеспечивается при

$$\psi_H > \arcsin \frac{\sigma^2 + 2\sigma - 1}{2\sigma}. \quad (42)$$

Заметим, что при работе преобразователя в режиме искусственной коммутации нет особой необходимости обеспечивать работу СМ в установившемся режиме с опережающим углом  $\varphi$ . Можно выбирать угол  $\psi_H$  с одной стороны из соображения обеспечения максимального пускового момента, т. е. выбирать, например,

$$\psi_H = 0$$

и, с другой стороны, обеспечения условий (41), (42), определяющих устойчивую работу систем управления с обратной связью по напряжению на входе инвертора. Но при этом необходимо после запуска машины при переходе в режим естественной коммутации возбуждение  $E$  и коэффициент обратной связи  $k$  изменять таким образом, чтобы при дальнейшем пуске выполнялось регулирование, например, по закону

$$u = \alpha, \quad (43)$$

а инвертор работал с заданным углом опережения  $\varphi_{\text{зад}} = \varphi_H$ .

При этом в соответствии с (43), (1), (10), (30) и (38)

$$\mu = i \cos \varphi_H; \quad k = \frac{1}{\cos(\varphi_0 + \varphi_H)};$$

$$\left. \begin{aligned} E &= \sqrt{(ix_d)^2 + 2ix_d \sin \varphi_n + 1}; \\ \psi_n &= \arccos \frac{\cos \varphi_n}{E}. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Такой же подход к выбору параметров цепи обратной связи и возбуждения  $E$  можно использовать и при  $\gamma > 0,5$  с той лишь разницей, что при этом угол  $\varphi_0$  следует выбирать равным нулю.

Аналогичную методологию выбора параметров САР можно использовать и в тех случаях, когда на интервале (28)  $\nu_{02} \neq 0$ .

При учете начальной частоты вращения  $\nu_{02}$  на этом интервале из выражения (31) видно, что пусковая частота может быть выбрана большей, чем при  $\nu_{02} = 0$ . Более детальный анализ выражения (31) показывает, что при

$$\nu_{02} > \frac{(\sqrt{5}-1)}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \left( \frac{\pi}{2} - \psi_{02} \right) \sigma}{(1-\sigma)}} = 0,62 \sqrt{\frac{\varepsilon \left( \frac{\pi}{2} - \psi_{02} \right) \sigma}{(1-\sigma)}}$$

(при  $b=0$ ) максимум  $\alpha_{01}$  имеет место при  $y = \infty$

и равен

$$\alpha_{01} = \frac{\nu_{02}}{\sigma},$$

т. е. в этом случае угол  $\varphi_0$  следует выбирать равным

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \psi_n;$$

в остальном выбор параметров САР системы аналогичен выше изложенному.

Таким образом, анализ выражений (26), (27) показывает, что первичные импульсы управления инвертором должны поступать на такие вентили, чтобы угол  $\psi_{01}$  лежал в пределах

$$-\frac{\pi}{2} + \arcsin b < \psi_{01} < -\varphi_0$$

и выполнялось условие (27). (По существу, эти условия определяют степень точности, с которой должно определяться начальное положение ротора). При этом СМ начнет разворачиваться, угол  $\psi$  будет расти с одновременным увеличением вращающего момента. К моменту достижения углом  $\psi$  значения, равного  $-\varphi_0$ , частота

вращения машины будет отлична от нуля, и если пусковая частота выбрана в соответствии с условием (31), в котором  $\psi_{02} = -\varphi_0$ , то в дальнейшем угол  $\psi$  не будет выходить за пределы (20), т. е. пуск машины будет происходить в условиях синхронизма при выборе параметров цепей обратной связи в соответствии с условиями (37), (42) или (43), (44), (36) либо (45), (30), (41) или (45), (43), (44).

Более точный расчет и выбор параметров цепи обратной связи, возбуждения и пусковой частоты можно получить, используя численные методы решения исходной системы управления по методологии, изложенной в [6].

Проведенные авторами расчеты показали, что граничные значения допустимых пусковых частот, определяемые по изложенной методике, меньше на 15—20 % значений, полученных численным методом решения исходной системы уравнений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О применении частотно-регулируемого электропривода на магистральном транспорте газа/З. Я. Рабинович, Ю. Г. Толстов, А. В. Наталкин, А. М. Колоколкин. — Реф. сб. ВНИИГаз-пром «Транспорт и хранение газа», 1978, № 8.
2. Анализ процесса частотного пуска обратимого агрегата ГАЗС от статического преобразователя частоты/Р. Д. Абрамович, Ю. Д. Виницкий, А. В. Каржев, А. П. Сытин. — «Электричество», 1982, № 1.
3. Ильин В. И., Гинзбург С. М., Севостьянова В. Н. О пуске синхронной машины в режиме вентильного двигателя с имитатором положения ротора. — Электричество, 1982, № 2.
4. Наталкин А. В., Колоколкин А. М. Статические характеристики частотно-регулируемого синхронного электропривода с зависимым преобразователем частоты. — Электротехника, 1978, № 12.
5. Колоколкин А. М. Система управления на интегральных микросхемах для высоковольтных преобразователей. — В кн.: Высоковольтные тиристорные преобразователи. ЭНИН, 1981.
6. Колоколкин А. М. Система регулирования тиристорным преобразователем частоты для пуска мощных синхронных машин. — В кн.: Высоковольтные тиристорные преобразователи. ЭНИН, 1981.
7. А. с. 668055 (СССР). Способ частотного управления двигателем переменного тока/Толстов Ю. Г., Наталкин А. В., Колоколкин А. М. Оpubл. в БИ, 1979, № 22.
8. Патент ФРГ № 2353594, 1973.
9. А. с. 964933 (СССР). Устройство для частотного пуска синхронной машины/Толстов Ю. Г., Наталкин А. В., Колоколкин А. М., Самойлов И. Н. Оpubл. в БИ, 1982, № 37.
10. Ильин В. И., Гинзбург С. М. Определение начального положения ротора синхронной машины. — Электротехника, 1983, № 3.

[21.09.84]

УДК 621.372.4.001.8:519.1

## Комбинаторный подход к задаче синтеза пассивных двухполюсников

БЫСТРУЕВ А. К., канд. техн. наук

НИЦ ВВА

Задача синтеза пассивных двухполюсников может быть сформулирована следующим образом [1]: по выражению входного сопротивления как функции комплексной частоты  $s$  найти структуру и значения элементов двухполюсника. В общем случае выражение входного сопротивления двухполюсника  $Z(s)$  имеет вид:

$$Z(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_ms^m + a_{m-1}s^{m-1} + \dots + a_1s + a_0}{b_ns^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}, \quad (1)$$

где  $A(s)$ ,  $B(s)$  — полиномы, стоящие в числителе и знаменателе дроби соответственно;  $a$ ,  $b$  — вещественные положительные коэффициенты;  $m$ ,  $n$  — целые положительные числа.

Отметим, что необходимым и достаточным условием реализуемости функции  $Z(s)$  является ее принадлежность к классу положительных вещественных функций или функций Бруне [1].

В настоящее время разработаны и применяются клас-

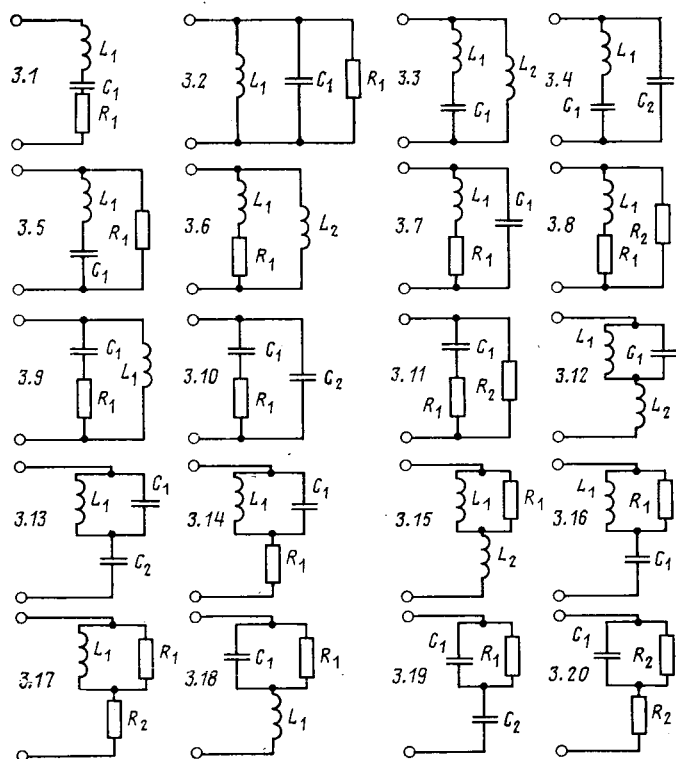


Рис. 1. Структуры двухполусников из трех элементов

сические методы синтеза, позволяющие по выражениям входных комплексных сопротивлений, находить канонические (содержащие наименьшее возможное число элементов) структуры двухполусников, включающие два вида элементов в любом сочетании (реакторы и конденсаторы, реакторы и резисторы, конденсаторы и резисторы, считая, что элементам присущи следующие свойства: реакторам — индуктивность, конденсаторам — емкость, резисторам — сопротивление). Это хорошо известные реализации по Фостеру и Кауэру. Причем синтезированные двухполусники содержат все возможные канонические схемы соединений и эквивалентны между собой. Указанные вопросы подробно рассмотрены в многочисленных учебниках и монографиях, например [1 и 2].

Сложнее дело обстоит с синтезом двухполусников общего вида, включающих все три возможных вида элементов — реакторы, конденсаторы и резисторы. Классические методы синтеза (Бруне, Дарлингтона) позволяют получать канонические формы двухполусников общего вида только цепями со связанными индуктивностями, что во многих случаях является технически и экономически нецелесообразным. Применение метода Ботта и Даффина впервые показало, что взаимные индуктивности не являются неотъемлемой частью синтеза входного сопротивления и что их всегда можно избежать [2]. В развитие этого положения был разработан метод Мията и другие, которые обеспечивают синтез двухполусников цепями, не содержащими связанных индуктивностей. Общим недостатком этих методов является невозможность получения канонических форм двухполусников.

Задача настоящей работы состояла в создании метода синтеза пассивных двухполусников, в том числе и общего вида, всех возможных канонических форм цепями, не содержащими связанных индуктивностей.

Предварительно введем некоторые новые понятия и определения. Например, оказалось, что входные комплексные сопротивления ряда двухполусников содержат одинаковое число членов полиномов числителя и знаменателя, а также одинаковые степени комплексной частоты  $s$ , хотя структуры двухполусников различны. Будем называть выражения входных комплексных сопротивлений этих двухполусников «потенциально эквивалентными функциями входных сопротивлений первого рода».

Выяснилось также, что если приравнять выражение  $Z(s)$  в виде (1) к входному сопротивлению какого-либо двухполусника, считая известными положительные вещественные коэффициенты  $a$  и  $b$  выражения (1), то для вычисления значений элементов конкретных двухполусников может быть составлена алгебраическая система уравнений [3]. При решении системы встречаются следующие случаи:

1. Число уравнений равно числу неизвестных; при этом могут появиться алгебраические «критерии синтеза», которые обусловлены только обязательной положительностью элементов двухполусника.

2. Число уравнений превышает число неизвестных. В этом случае необходимы «дополнительные критерии синтеза», которые могут быть представлены через равенства определенных сочетаний коэффициентов  $a$  и  $b$  выражения (1), причем количество дополнительных критериев равно разности между числом уравнений и числом элементов двухполусника.

Комбинаторный подход к решению задачи синтеза двухполусников по выражениям входных комплексных сопротивлений включает в себя следующие этапы:

1. На основе всех возможных видов соединений и комбинаций элементов составляют схемы двухполусников, содержащие  $k$  элементов, где  $k$  — целое положительное число.

2. Для всех полученных схем двухполусников вычисляются в общем виде входные комплексные сопротивления.

3. Входные сопротивления двухполусников группируются по признакам потенциально эквивалентных функций входных сопротивлений первого рода.

4. Выражения входных комплексных сопротивлений в виде (1) поочередно приравниваются к выражениям входных сопротивлений двухполусников какой-либо группы. Каждый раз составляется система уравнений, из решения которой находятся критерии синтеза и формулы для расчета элементов двухполусников через значения положительных вещественных коэффициентов  $a$  и  $b$  полиномов  $A(s)$  и  $B(s)$ .

5. Критерии синтеза и формулы для расчета элементов двухполусников каждой группы представляются в виде последовательности этапов синтеза.

Поясним указанные этапы примером. Зададимся  $k=3$ . Двухполусники, содержащие три элемента, имеют один вариант последовательного соединения; один вариант параллельного соединения; девять вариантов смешанного соединения, когда два элемента соединены последовательно и параллельно им подключен еще один элемент; девять вариантов смешанного соединения, когда два элемента соединены параллельно и последовательно им подключен один элемент. Всего может быть образовано 20 схем двухполусников, содержащих по три элемента, из них восемь двухполусников общего вида. На рис. 1 представлены все возможные виды двухполусников из трех элементов. Первая



Таблица 1

Входные комплексные сопротивления двухполюсников из трех элементов

Номер двухполюсника	Входное комплексное сопротивление
3.1	$\frac{s^2 L_1 C_1 + s C_1 R_1 + 1}{s C_1}$
3.2	$\frac{s L_1 R_1}{s^2 L_1 C_1 R_1 + s L_1 + R_1}$
3.3	$\frac{s^3 L_1 L_2 C_1 + s L_2}{s^2 (L_1 + L_2) C_1 + 1}$
3.4	$\frac{s^2 L_1 C_1 + 1}{s^3 L_1 C_1 C_2 + s (C_1 + C_2)}$
3.5	$\frac{s^2 L_1 C_1 R_1 + R_1}{s^2 L_1 C_1 + s C_1 R_1 + 1}$
3.6	$\frac{s^2 L_1 L_2 + s L_2 R_1}{s (L_1 + L_2) + R_1}$
3.7	$\frac{s L_1 + R_1}{s^2 L_1 C_1 + s C_1 R_1 + 1}$
3.8	$\frac{s L_1 R_2 + R_1 R_2}{s L_1 + (R_1 + R_2)}$
3.9	$\frac{s^2 L_1 C_1 R_1 + s L_1}{s^2 L_1 C_1 + s C_1 R_1 + 1}$
3.10	$\frac{s C_1 R_1 + 1}{s C_1 C_2 R_1 + s (C_1 + C_2)}$
3.11	$\frac{s C_1 R_1 R_2 + R_2}{s C_1 (R_1 + R_2) + 1}$
3.12	$\frac{s^3 L_1 L_2 C_1 + s (L_1 + L_2)}{s^2 L_1 C_1 + 1}$
3.13	$\frac{s^2 L_1 (C_1 + C_2) + 1}{s^3 L_1 C_1 C_2 + s C_2}$
3.14	$\frac{s^2 L_1 C_1 R_1 + s L_1 + R_1}{s^2 L_1 C_1 + 1}$
3.15	$\frac{s^2 L_1 L_2 + s (L_1 + L_2) R_1}{s L_1 + R_1}$
3.16	$\frac{s^2 L_1 C_1 R_1 + s L_1 + R_1}{s^2 L_1 C_1 + s C_1 R_1}$
3.17	$\frac{s L_1 (R_1 + R_2) + R_1 R_2}{s L_1 + R_1}$
3.18	$\frac{s^2 L_1 C_1 R_1 + s L_1 + R_1}{s C_1 R_1 + 1}$
3.19	$\frac{s (C_1 + C_2) R_1 + 1}{s^2 C_1 C_2 R_1 + s C_2}$
3.20	$\frac{s C_1 R_1 R_2 + (R_1 + R_2)}{s C_1 R_1 + 1}$

цифра обозначения характеризует число элементов двухполюсника, а вторая — порядковый номер.

На втором этапе вычислим в общем виде входные комплексные сопротивления двухполюсников (табл. 1).

На третьем этапе сгруппируем выражения входных комплексных сопротивлений по признакам потенциально эквивалентных функций первого рода в порядке возрастания степени комплексной частоты и числа членов

Таблица 2

Систематизация функций входных комплексных сопротивлений двухполюсников из трех элементов

Номер выражения входного комплексного сопротивления	Вид функции входного комплексного сопротивления	Номера двухполюсников с потенциально эквивалентными функциями входных комплексных сопротивлений первого рода
1	$\frac{a_1 s}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$	3.2
2	$\frac{a_1 s + a_0}{b_1 s + b_0}$	3.8; 3.11; 3.17; 3.20
3	$\frac{a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s}$	3.10; 3.19
4	$\frac{a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$	3.7
5	$\frac{a_2 s^2 + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$	3.5
6	$\frac{a_2 s^2 + a_0}{b_3 s^3 + b_1 s}$	3.4; 3.13
7	$\frac{a_2 s^2 + a_1 s}{b_1 s + b_0}$	3.6; 3.15
8	$\frac{a_2 s^2 + a_1 s}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$	3.9
9	$\frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_1 s}$	3.1
10	$\frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_1 s + b_0}$	3.18
11	$\frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_0}$	3.14
12	$\frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s}$	3.16
13	$\frac{a_3 s^3 + a_1 s}{b_2 s^2 + b_0}$	3.3; 3.12

полиномов числителя и знаменателя. Данные сведем в таблицу 2.

Четвертый этап заключается в нахождении критериев синтеза и формул для расчета элементов двухполюсников. Синтез выражения № 1 (см. табл. 2) трудностей не вызывает. Критерии синтеза выражения № 2.

$$\frac{a_1 s + a_0}{b_1 s + b_0} \quad (2)$$

в двухполюсник из трех элементов получим поочередным приравнованием его к потенциально эквивалентным функциям входных комплексных сопротивлений двухполюсников 3.8; 3.11; 3.17; 3.20. Для этого выразим элементы двухполюсника 3.8 ( $L_1$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ) через коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  в соответствии с уравнением

$$\frac{a_1 s + a_0}{b_1 s + b_0} = \frac{s L_1 R_2 + R_1 R_2}{s L_1 + (R_1 + R_2)} \quad (3)$$

Возможны различные способы решения уравнения (3). Умножим, например, числитель левой части уравнений (3) на знаменатель правой, а знаменатель левой — на числитель правой. Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях комплексной частоты  $s$ . В резуль-

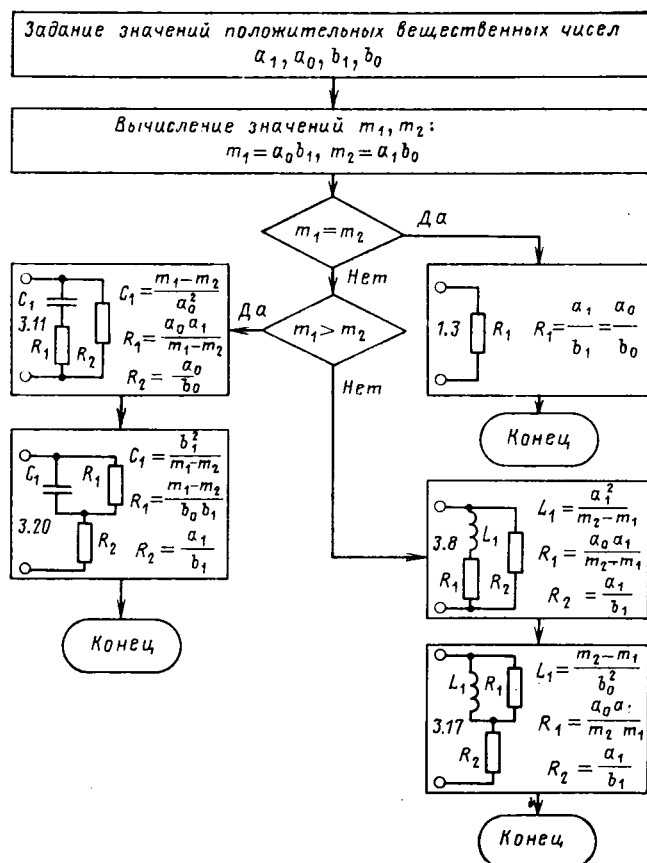


Рис. 2. Последовательность операций при синтезе схем двух- полюсников по выражению  $Z(s) = \frac{a_1 s + a_0}{b_1 s + b_0}$

тате получаем систему из трех уравнений:

$$\left. \begin{aligned} a_1 L_1 &= b_1 L_1 R_2 \quad (\text{при } s^2); \\ a_0 L_1 + a_1 (R_1 + R_2) &= b_0 L_1 R_2 + b_1 R_1 R_2 \quad (\text{при } s^1); \\ a_0 (R_1 + R_2) &= b_0 R_1 R_2 \quad (\text{при } s^0). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Решая систему уравнений (4), получаем, что элементы двухполюсника 3.8 могут быть найдены по следующим выражениям:

$$L_1 = \frac{a_1^2}{(a_1 b_0 - a_0 b_1)}; \quad (5)$$

$$R_1 = \frac{a_0 a_1}{(a_1 b_0 - a_0 b_1)}; \quad (6)$$

$$R_2 = \frac{a_1}{b_1}. \quad (7)$$

Критерий синтеза выражения (2) в двухполюсник 3.8 получаем из условия положительности элементов  $L_1$  и  $R_1$  выражений (5) и (6):

$$a_0 b_1 < a_1 b_0. \quad (8)$$


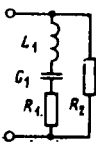
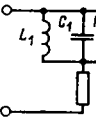
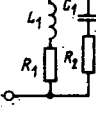
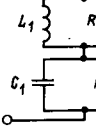
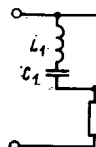
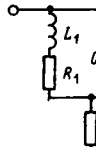
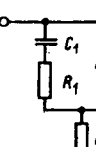
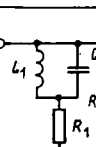
Для двухполюсника 3.11:

$$C_1 = \frac{a_0 b_1 - a_1 b_0}{a_0^2}; \quad (9)$$

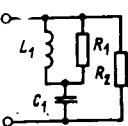
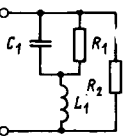
$$R_1 = \frac{a_0 a_1}{a_0 b_1 - a_1 b_0}; \quad (10)$$

$$R_2 = \frac{a_0}{b_0}. \quad (11)$$

Таблица 3

№ двух- полюсников	Структура схем двухполюсников и формулы для расчета элементов
1.3	 $R_1 = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_0}{b_0}$
4.3	 $L_1 = \frac{a_0 a_2}{m_5 - m_6}, C_1 = \frac{m_5 - m_6}{a_0^2}$ $R_1 = \frac{a_0 a_1}{m_5 - m_6}, R_2 = \frac{a_0}{b_0}$
4.6	 $L_1 = \frac{m_6 - m_5}{b_0^2}, C_1 = \frac{b_0 b_2}{m_6 - m_5}$ $R_1 = \frac{m_6 - m_5}{b_0 b_1}, R_2 = \frac{a_0}{b_0}$
4.11	 $L_1 = \frac{m_2 + m_3}{b_0 b_1}, C_1 = \frac{b_1 b_2}{m_2 + m_3}$ $R_1 = \frac{a_0}{b_0}, R_2 = \frac{a_2}{b_2}$
4.17	 $L_1 = \frac{a_1 a_2}{m_2 + m_3}, C_1 = \frac{m_2 + m_3}{a_0 a_1}$ $R_1 = \frac{a_2}{b_2}, R_2 = \frac{a_0}{b_0}$
4.45	 $L_1 = \frac{a_2 (m_5 - m_6)}{a_0 b_1^2}, C_1 = \frac{b_1^2}{m_5 - m_6}$ $R_1 = \frac{m_5 - m_6}{b_0 b_1}, R_2 = \frac{a_1}{b_1}$
4.51	 $L_1 = \frac{m_2 - m_3}{b_0 b_1}, C_1 = \frac{b_1 b_2}{m_2 - m_3}$ $R_1 = \frac{m_2 - m_3}{b_0 b_2}, R_2 = \frac{a_2}{b_3}$
4.57	 $L_1 = \frac{m_3 - m_2}{b_0 b_1}, C_1 = \frac{b_1 - b_2}{m_3 - m_2}$ $R_1 = \frac{m_3 - m_2}{b_0 b_2}, R_2 = \frac{a_0}{b_0}$
4.72	 $L_1 = \frac{a_1^2}{m_6 - m_5}, C_1 = \frac{b_2 (m_6 - m_5)}{a_1^2 b_0}$ $R_1 = \frac{a_0 a_1}{m_6 - m_5}, R_2 = \frac{a_1}{b_1}$

## Продолжение таблицы

№ двух- полюсников	Структуры схем двухполюсников и формулы для расчета элементов
4.78	 $L_1 = \frac{a_1 a_2}{m_2 - m_3} \quad C_1 = \frac{m_2 - m_3}{a_0 a_1}$ $R_1 = \frac{a_0 a_2}{m_2 - m_3} \quad R_2 = \frac{a_0}{b_0}$
4.84	 $L_1 = \frac{a_1 a_2}{m_3 - m_2} \quad C_1 = \frac{m_3 - m_2}{a_0 a_1}$ $R_1 = \frac{a_0 a_2}{m_3 - m_2} \quad R_2 = \frac{a_2}{b_2}$

Критерий синтеза выражения (2) в двухполюсник 3.11:

$$a_2 b_1 > a_1 b_0. \quad (12)$$

Аналогичным образом находятся критерии синтеза и формулы для расчета элементов двухполюсников 3.17 и 3.20. Очевидно, что никаких других канонических структур двухполюсников при синтезе выражения (2) существовать не может, так как систематизированы все возможные схемы двухполюсников из трех элементов.

На пятом этапе результаты предыдущих рассмотрений представляются в виде последовательности операций синтеза выражений данного вида в канонические формы двухполюсников (см. пример на рис. 2).

В соответствии с вышеприведенной методикой автором составлен банк алгоритмов синтеза выражений входных комплексных сопротивлений в канонические формы двухполюсников из одного, двух, трех и четырех элементов. При этом исходные выражения задавались в виде (1).

Рамки журнальной статьи не позволяют поместить результаты систематизации всех 119 двухполюсников. В дальнейшем предполагается вывести формулу для определения количества структур двухполюсников при заданном числе элементов в схеме, а также систематизировать двухполюсники с числом элементов более четырех.

Комбинаторный метод синтеза разрабатывался прежде всего для решения довольно узкой практической задачи — получения эквивалентных схем коммутационных испытаний выключателей. Использование банка алгоритмов позволило получить ряд эквивалентных синтетических схем и провести в НИЦ ВВА коммутационные испытания выключателей на напряжения 330—750 кВ.

Метод синтеза выражений входных комплексных сопротивлений в настоящее время является единственным методом, позволяющим получать канонические формы двухполюсников общего вида цепями, не содержащими связанных индуктивностей. Он может быть использован специалистами различного профиля.

Применение комбинаторного метода синтеза вскрыло ряд неизвестных ранее закономерностей образования эквивалентных двухполюсников. Покажем это на примере. Рассмотрим синтез одной из наиболее часто встре-

чающихся функций:

$$Z(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}. \quad (13)$$

Последовательность операций при синтезе выражения (13) приведена на рис. 3 и в табл. 3. Вначале вычисляются вспомогательные коэффициенты. Затем коэффициенты сравниваются между собой и в зависимости от результатов сравнения функция входного сопротивления реализуется в один или несколько двухполюсников. Термин «синтез невозможен» следует понимать в том смысле, что невозможен синтез выражения (13) в двухполюсники, содержащие меньше пяти элементов. В этом случае, если заданная функция действительно является положительной вещественной, следует реализовать ее в двухполюсники, содержащие пять и более элементов любыми известными методами, в том числе и комбинаторным, представив функцию входного сопротивления в виде аддитивных составляющих.

Обратимся к рис. 3. Очевидно, что если выражение входного комплексного сопротивления реализуется в двухполюсник 4.3, то оно всегда может быть реализовано и в двухполюсник 4.45, так как критерии синтеза этих двухполюсников одни и те же. Поэтому двухполюсники 4.3 и 4.45 целесообразно называть «постоянно эквивалентными» двухполюсниками. Постоянно эквивалентными являются также двухполюсники 4.6 и 4.72.

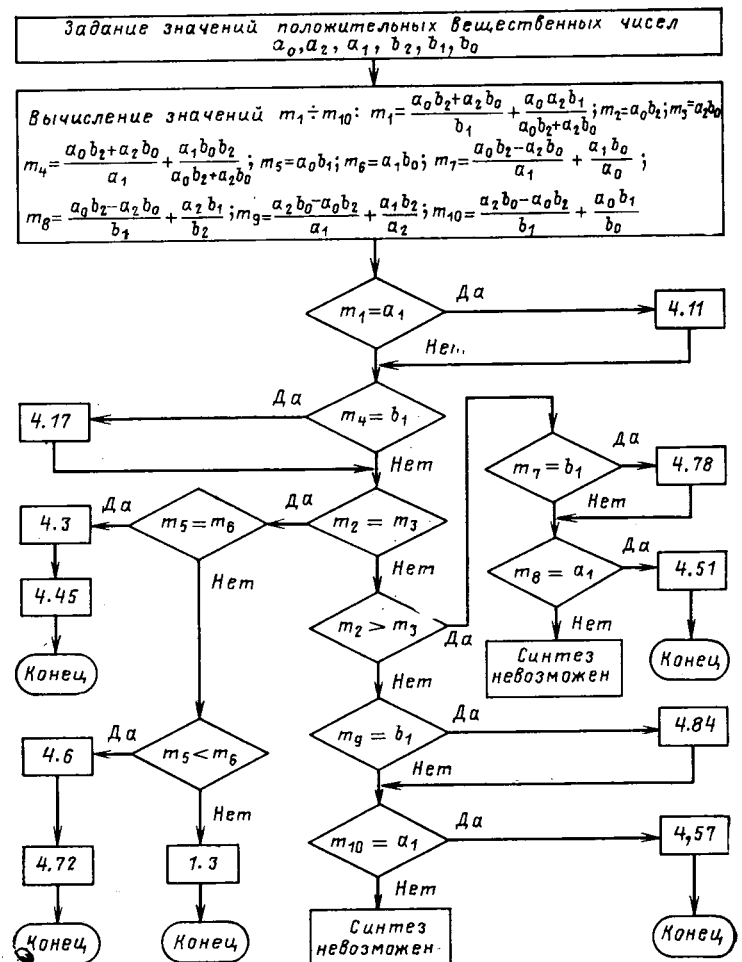


Рис. 3. Последовательность операций при синтезе схем двухполюсников по выражению  $Z(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$

Критерии синтеза двухполюсников 4.11 и 4.17 не зависят друг от друга. Следовательно заданное выражение может реализоваться в один из указанных двухполюсников или в оба. Целесообразно называть такие двухполюсники «непостоянно эквивалентными».

Для полноты картины эквивалентности необходимо ввести также понятие «постоянно неэквивалентные двухполюсники». Критерии синтеза этих двухполюсников не позволяют им быть эквивалентными ни при каких значениях коэффициентов функции входного комплексного сопротивления. Такими являются, например, двухполюсники 4.3 и 4.78.

Использование предложенного комбинаторного метода во многих случаях упрощает задачу синтеза выражений входных комплексных сопротивлений. Как следует из описания метода, становится возможным получение всех канонических форм двухполюсников цепями, не содержащими взаимных индуктивностей (см. Приложение). При этом двухполюсники могут содержать как два, так и три вида элементов.

В заключении отметим, что разработанные алгоритмы синтеза двухполюсников могут быть реализованы на любых ЭВМ, в том числе и на мини-ЭВМ.

**Выводы.** 1. Классические методы синтеза электрических цепей позволяют получать канонические формы двухполюсников общего вида только с помощью связанных индуктивностей, что во многих случаях является технически и экономически нецелесообразным.

2. Предложен комбинаторный метод синтеза, основанный на систематизации всех возможных схем двухполюсников. Комбинаторный подход к решению задачи синтеза обеспечил получение канонических форм двухполюсников без связанных индуктивностей, в том числе общего вида, содержащих три типа элементов: реакторы, конденсаторы, резисторы. В настоящее время систематизированы все двухполюсники, содержащие от одного до четырех элементов.

3. Комбинаторный метод синтеза позволил вскрыть механизм образования эквивалентных двухполюсников общего вида. Установлено, что число канонических схем двухполюсников зависит от соотношений комбинаций коэффициентов числителя и знаменателя входного комплексного сопротивления и является переменной величиной. Это делает целесообразным введение понятий «постоянно эквивалентные двухполюсники», «непостоянно эквивалентные двухполюсники» и «постоянно неэквивалентные двухполюсники».

**Приложение.** Сравним синтез двухполюсников методом Мията [1] и комбинаторным методом. Функция входного комплексного сопротивления в указанном примере имеет вид:

$$Z(s) = \frac{2s^2 + 3s + 2}{s^2 + 2s + 2}, \quad (\text{П-1})$$

где  $a_2=2$ ;  $a_1=3$ ;  $a_0=2$ ;  $b_2=1$ ;  $b_1=2$ ;  $b_0=2$ .

Метод Мията обеспечил реализацию заданной функции двухполюсником, имеющим шесть элементов. Про-

ведем реализацию этой же функции комбинаторным методом в соответствии с рис. 3:

1. Вычисление значений  $m_1 \div m_{10}$ :

$$m_1 = \frac{a_0 b_2 + a_2 b_0}{b_1} + \frac{a_0 a_2 b_1}{a_0 b_2 + a_2 b_0} = 4 \frac{1}{3}; \quad (\text{П-2})$$

$$m_2 = a_0 b_2 = 2; \quad (\text{П-3})$$

$$m_3 = a_2 b_0 = 4; \quad (\text{П-4})$$

$$m_4 = \frac{a_0 b_2 + a_2 b_0}{a_1} + \frac{a_1 b_0 b_2}{a_0 b_2 + a_2 b_0} = 3; \quad (\text{П-5})$$

$$m_5 = a_0 b_1 = 4; \quad (\text{П-6})$$

$$m_6 = a_1 b_0 = 6; \quad (\text{П-7})$$

$$m_7 = \frac{a_0 b_2 - a_2 b_0}{a_1} + \frac{a_1 b_0}{a_0} = 2 \frac{1}{3}; \quad (\text{П-8})$$

$$m_8 = \frac{a_0 b_2 - a_2 b_0}{b_1} + \frac{a_2 b_1}{b_2} = 3; \quad (\text{П-9})$$

$$m_9 = \frac{a_2 b_0 - a_0 b_2}{a_1} + \frac{a_1 b_2}{a_2} = 2 \frac{1}{6}; \quad (\text{П-10})$$

$$m_{10} = \frac{a_2 b_0 - a_0 b_2}{b_1} + \frac{a_0 b_1}{b_0} = 3. \quad (\text{П-11})$$

2. Сравнение коэффициентов  $m_1 \div m_{10}$ :

$$m_2 < m_3; \quad (\text{П-12})$$

$$m_{10} = a_1. \quad (\text{П-13})$$

Таким образом, возможна единственная реализация выражения (П-1) — двухполюсник 4.57 (см. рис. 3). Ни в какие другие двухполюсники, содержащие четыре или меньше элементов, функция входного комплексного сопротивления (П-1) реализована быть не может.

3. Вычислим значения элементов двухполюсника 4.57:

$$L_1 = \frac{m_3 - m_2}{b_0 b_1} = 0,5; \quad (\text{П-14})$$

$$C_1 = \frac{b_1 b_2}{m_3 - m_2} = 1,0; \quad (\text{П-15})$$

$$R_1 = \frac{m_3 - m_2}{b_0 b_2} = 1,0; \quad (\text{П-16})$$

$$R_2 = \frac{a_0}{b_0} = 1,0. \quad (\text{П-17})$$

В данном примере комбинаторный метод синтеза позволил в 1,5 раза сократить число элементов синтезированного двухполюсника и установить, что возможен только один вариант структуры двухполюсника при числе элементов не более четырех.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толстов Ю. Г. Теория линейных электрических цепей. — 2-е изд. — М.: Высшая школа, 1978.—279 с.
2. Гиллемин Э. А. Синтез пассивных цепей. Пер. с англ./Под ред. М. М. Айзинова. — М.: Связь, 1970.—720 с.
3. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. — М.: Наука, 1976.—320 с.

[27.12.84]

# Ограничение старшей производной в уравнениях оптимальных по быстродействию тиристорных электроприводов постоянного тока

АКИМОВ Л. В., канд. техн. наук, РОХЛИН Л. И., инж.

Харьковский политехнический институт

Дифференциальное уравнение, описывающее переходные процессы в электроприводе по системе тиристорный преобразователь — двигатель (ТП — Д), может быть представлено в виде [1]:

$$\sum_{i=0}^3 A_i x^{(i)}(\tau) = u, \quad (1)$$

где  $x = \omega$ ;  $A_0 = 1$ ;  $A_1 = \beta_n + \beta_m$ ;  $A_2 = \beta_m(\beta_n + 1)$ ;

$A_3 = \beta_n \beta_m$ ;  $\beta_m = T_m/T_n$ ;  $\beta_n = T_n/T_n$ ;  $\tau = t/T_n$ ;

$$u = U_{TP}/U_n = kU_y/U_n; \quad (2)$$

$T_n$ ,  $T_m$ ,  $T_n$  — постоянные времени ТП, якорной цепи и электрохимическая;  $t$  — время;  $k$  — коэффициент усиления ТП;  $U_y$ ,  $U_{TP}$  — напряжения на входе и выходе ТП;  $U_n$  — номинальное напряжение двигателя;  $\omega = c\Omega/U_n$  — относительное значение угловой скорости  $\Omega$  двигателя;  $c$  — постоянная машины.

В (1) приняты следующие допущения:

1) управляющее воздействие на входе ТП выражается функцией  $U_y(t)$ , принадлежащей к классу кусочно-непрерывных, кусочно-гладких функций, претерпевающих разрывы первого рода;

2) ТП снабжен полупроводниковой системой импульсно-фазового управления с арккосинусоидальным законом изменения угла регулирования  $\alpha$ , что обеспечивает линейность регулировочной характеристики  $U_{TP} = f(U_y)$ ; ТП построен по схеме с совместным согласованным управлением, обеспечивающим его предельное быстродействие и исключение зоны прерывистых токов, и представлен апериодическим звеном с эквивалентной инерционностью, учитывающей среднестатистическое запаздывание преобразователя;

3) двигатель недоиспользован по нагреву, ток возбуждения постоянный, отсутствует влияние вихревых токов и реакции якоря;

4) механическая часть электропривода задана в виде ненагруженной двухмассовой системы с абсолютно жесткой механической связью, не имеющей зазоров.

В [2, 3] установлено, что введение ограничения по старшей производной более жесткого, чем ограничение по управляющему воздействию (напряжению управления ТП), приводит к значительному упрощению алгоритмов оптимального управления, а следовательно, облегчает реализацию оптимальных по быстродействию тиристорных электроприводов постоянного тока.

Вместе с тем введение в алгоритмы оптимального управления ограничения по старшей производной приводит к некоторому затягиванию переходного процесса. Однако в [4] показано, что чем выше порядок ограниченной координаты, тем меньше влияние на длительность переходного процесса оказывают интервалы, на которых эта координата поддерживается на предельном уровне. Там же найдено, что отличие ограничения по первой производной управляемой координаты от оптимального значения приводит чуть ли не к восьмикратному изменению длительности переходного процесса. В [4, 5] доказано, что изменение второй производной в 2 раза

ведет к изменению длительности на 30 %, а интервалы с ограничением третьей производной составляют в общем оптимальном процессе не более 12 % его длительности. Следовательно, можно утверждать, что введение дополнительного ограничения по старшей производной не оказывает заметного влияния на длительность оптимального переходного процесса.

Однако остается неясен физический смысл ограничения второй производной тока якоря и третьей производной скорости двигателя в электроприводах ТП — Д, тем более неясно их физическое воздействие на элементы электрохимической системы. Поэтому в известной литературе по электрохимии нельзя обнаружить допустимого уровня ограничения указанных величин.

В [2] доказано, что запас по напряжению ТП в основном определяется параметрами электропривода и уровнем ограничения старшей производной, в данном случае третьей. Там же показано, что априорный выбор величины ограничения старшей производной (второй производной от тока или третьей производной от скорости электродвигателя) приводит к чрезмерному увеличению запаса по напряжению ТП. Завышение запаса по напряжению ТП имеет известные недостатки [6], поэтому представляет интерес определение величины ограничения старшей производной ( $d^3\Omega/dt^3$  или, что то же самое,  $d^2I/dt^2$ ) исходя из максимального напряжения ТП, найденного из условия реализуемости интервалов поддержания младших ограниченных координат (тока якоря  $I$  и скорости его изменения  $dI/dt$  или ускорения  $d\Omega/dt$  и рывка  $d^2\Omega/dt^2$  электропривода) на допустимых, заранее известных уровнях.

Примем поэтому, что все фазовые координаты электропривода  $x^{(i)}$  ограничены предельными значениями  $\alpha_j > 0$  так, что

$$|x^{(i)}(\tau) - \alpha_j| \leq 0, \quad \forall j [1, 3], \quad (3)$$

а конечная величина  $x_n$  управляемой координаты  $x^{(0)}$  задана.

**П о с т а н о в к а з а д а ч и.** Найти уровень ограничения старшей производной  $\alpha_3$  ( $d^2I/dt^2$  или  $d^3\Omega/dt^3$ ), при котором в оптимальных по быстродействию переходах системы (1) с ограничениями (3) из начального устойчивого состояния  $\bar{x}_0$  ( $x_0^{(0)}$ , 0, 0, 0) в конечное  $\bar{x}_n$  ( $x_n^{(0)}$ , 0, 0, 0) (рис. 1) управляющее воздействие  $u$  (напряжение управления тиристорного преобразователя) не выходило бы за пределы наперед заданного максимального значения:

$$U_{y \max} \leq \frac{U_{d \max}}{k} = \frac{\delta U_n}{k}, \quad \delta = \frac{U_{y \max} k}{U_n} > 1, \quad (4)$$

где  $U_{d \max}$  — максимальное значение напряжения ТП, рассчитанное предварительно из условия реализации интервалов с ограничениями  $\alpha_2$  и  $\alpha_1$ .

**И с х о д н ы е д а н н ы е.** Для решения поставленной задачи воспользуемся результатами [2], где определено максимальное значение управляющего воздействия в системе (1) с произвольно заданным уровнем ограничения старшей производной и объяснен физиче-

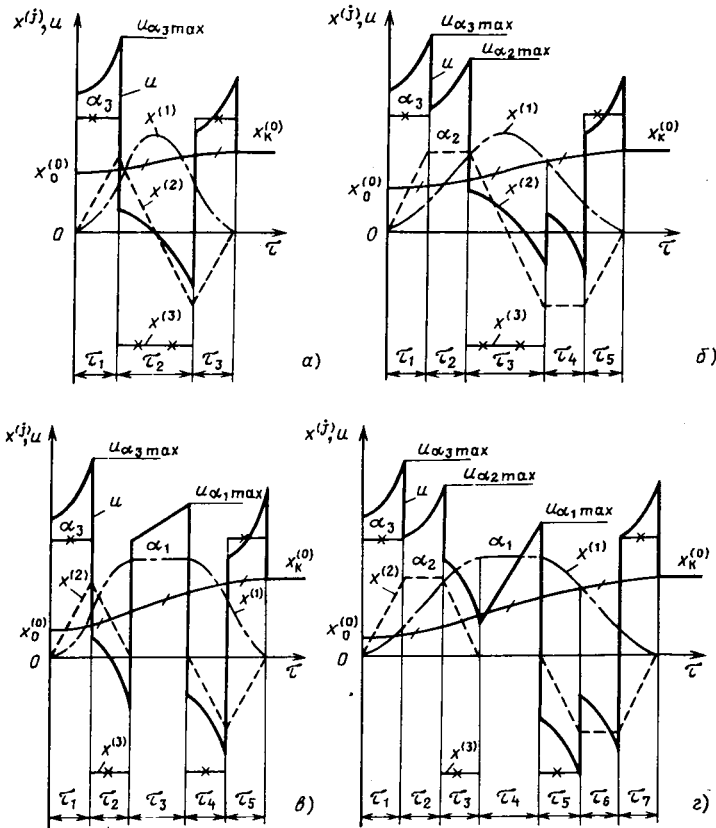


Рис. 1. Оптимальные по быстродействию процессы разгона двигателя в электроприводе по системе ТП — Д: а — трехинтервальный с ограничением старшей производной  $\alpha_3$ ; б — пятиинтервальный с ограничениями  $\alpha_3, \alpha_2$ ; в — пятиинтервальный с ограничениями  $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1$  ( $\alpha_3$  соответствует  $(d^3l/dt^3)_{\text{доп}}$  или  $(d^3\Omega/dt^3)_{\text{доп}}$ ;  $\alpha_2$  —  $(d^2l/dt^2)_{\text{доп}}$  или  $(d^2\Omega/dt^2)_{\text{доп}}$ ;  $\alpha_1$  —  $I_{\text{доп}}$  или  $(d\Omega/dt)_{\text{доп}}$ ); г — семинтервальный с ограничениями  $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \alpha_0$  ( $\alpha_0$  соответствует  $(d^4l/dt^4)_{\text{доп}}$  или  $(d^4\Omega/dt^4)_{\text{доп}}$ ).

ский смысл каждой из используемых в дальнейшем величин.

При заранее заданных  $\alpha_j > 0$  в [2] получены максимальные значения управляющего воздействия  $u_{\alpha_j \max}$  на интервалах рис. 1 с ограничениями первой  $\alpha_1$ , второй  $\alpha_2$  и третьей  $\alpha_3$  производных.

Для интервалов всех процессов рис. 1 с ограничениями  $\alpha_3$  и  $\alpha_2$  зависимости  $u_{\alpha_3 \max}$  и  $u_{\alpha_2 \max}$  имеют вид:

$$u_{\alpha_3 \max} = -A_0 \frac{11\alpha_3}{6} (\tau_1^*) + A_1 \frac{\alpha_3}{2} (\tau_1^*)^2 + A_2 \alpha_3 \tau_1^* + A_3 \alpha_3 + A_0 x_k^{(0)}; \quad (5)$$

$$u_{\alpha_2 \max} = -A_0 \frac{\alpha_2}{2} (\tau_2^*)^2 + \left( A_1 \alpha_2 - A_0 \frac{5\alpha_2^2}{2\alpha_3} \right) \tau_2^* + A_2 \alpha_2 + A_1 \frac{\alpha_2^2}{2\alpha_3} - A_0 \frac{11\alpha_3^2}{6\alpha_3^2} + A_0 x_k^{(0)}, \quad (6)$$

где

$$\tau_1^* = \sqrt{\frac{x_k^{(0)} - x_{0\alpha_3}^{(0)}}{2\alpha_3}}; \quad (7)$$

$$x_{0\alpha_3}^{(0)*} = \max(x_{0\alpha_3,1}^{(0)}, x_{0\alpha_3,2}^{(0)}, x_{0\alpha_3,3}^{(0)}) \quad (8)$$

— начальное значение управляемой координаты  $x^{(0)}$ , соответствующее максимальному значению управляюще-

го воздействия (5);

$$x_{0\alpha_3,1}^{(0)} = x_k^{(0)} - 2\alpha_3 \tau_1^3; \quad (9)$$

$$\tau_{1\alpha_3} = \frac{A_1}{11A_0} + \sqrt{\frac{A_1^2}{121A_0^2} + \frac{2A_2}{11A_0}}; \quad (10)$$

$$x_{0\alpha_3,2}^{(0)} = x_k^{(0)} - \frac{2\alpha_3^2}{\alpha_2^2}; \quad (11)$$

$$x_{0\alpha_3,3}^{(0)} = x_k^{(0)} - 2\alpha_1 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_3}}; \quad (12)$$

$$\tau_2^* = \sqrt{\frac{x_k^{(0)} - x_{0\alpha_2}^{(0)}}{\alpha_2} + \left( \frac{\alpha_2}{2\alpha_3} \right)^2} - \frac{3\alpha_2}{2\alpha_3}; \quad (13)$$

$x_{0\alpha_2}^{(0)*}$  — начальное значение управляемой координаты  $x^{(0)}$ , соответствующее максимальному значению управляющего воздействия (6):

$$x_{0\alpha_2}^{(0)*} = \begin{cases} x_{0\alpha_2,1}^{(0)}, & \text{если } x_{0\alpha_2,2}^{(0)} < x_{0\alpha_2,1}^{(0)} < x_{0\alpha_2,3}^{(0)}; \\ x_{0\alpha_2,2}^{(0)}, & \text{если } x_{0\alpha_2,1}^{(0)} \leq x_{0\alpha_2,2}^{(0)}; \\ x_{0\alpha_2,3}^{(0)}, & \text{если } x_{0\alpha_2,3}^{(0)} \geq x_{0\alpha_2,1}^{(0)}; \end{cases} \quad (14)$$

$$x_{0\alpha_2,1}^{(0)} = x_k^{(0)} - \alpha_2 \left( \frac{A_1^2}{A_0^2} - 2 \frac{A_1 \alpha_2}{A_0 \alpha_3} + \frac{3\alpha_2^2}{4\alpha_3^2} \right); \quad (15)$$

$$x_{0\alpha_2,2}^{(0)} = x_k^{(0)} - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3}; \quad (16)$$

$$x_{0\alpha_2,3}^{(0)} = x_k^{(0)} - \frac{2\alpha_3^2}{\alpha_1^2}. \quad (17)$$

Максимальное значение управляющего воздействия  $u_{\alpha_1 \max}$  на интервале с ограничением  $\alpha_1$  определяется видом оптимального переходного процесса. Для процесса рис. 1, в, когда

$$x_0^{(0)} < x_k^{(0)} - 2\alpha_1 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_3}}, \quad \alpha_3 \leq \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1}, \quad (18)$$

$$u_{\alpha_1 \max} = A_1 \alpha_1 + A_0 \left( x_k^{(0)} - \alpha_1 \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_3}} \right), \quad (19)$$

для процесса рис. 1, г, когда

$$x_0^{(0)} < x_k^{(0)} - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3}, \quad \alpha_3 > \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1}, \quad (20)$$

$$u_{\alpha_1 \max} = A_1 \alpha_1 + A_0 \left( x_k^{(0)} - \frac{\alpha_1^2}{2\alpha_2} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{2\alpha_3} \right). \quad (21)$$

Таким образом, удовлетворение неравенства (4) сводится к решению относительно  $\alpha_3$  следующей системы неравенств:

$$u_{\alpha_3 \max} = f_3(\alpha_3) = u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3) \quad (22)$$

$$u_{\alpha_2 \max} = f_2(\alpha_3) = u_{\alpha_2 \max}(\alpha_3) \leq \delta. \quad (23)$$

$$u_{\alpha_1 \max} = f_1(\alpha_3) = u_{\alpha_1 \max}(\alpha_3) \quad (24)$$

Определение уровня ограничения старшей производной  $\alpha_3$  на интервалах с  $\alpha_3 = \text{const}$ . Проанализируем  $u_{\alpha_3 \max}$  (22) как функцию  $\alpha_3$ . Из (5) и (7) видно, что  $u_{\alpha_3 \max}$  определяется значением  $x_{0\alpha_3}^{(0)*}$ , поэтому вначале найдем зависимость  $x_{0\alpha_3}^{(0)*}$  от  $\alpha_3$ .

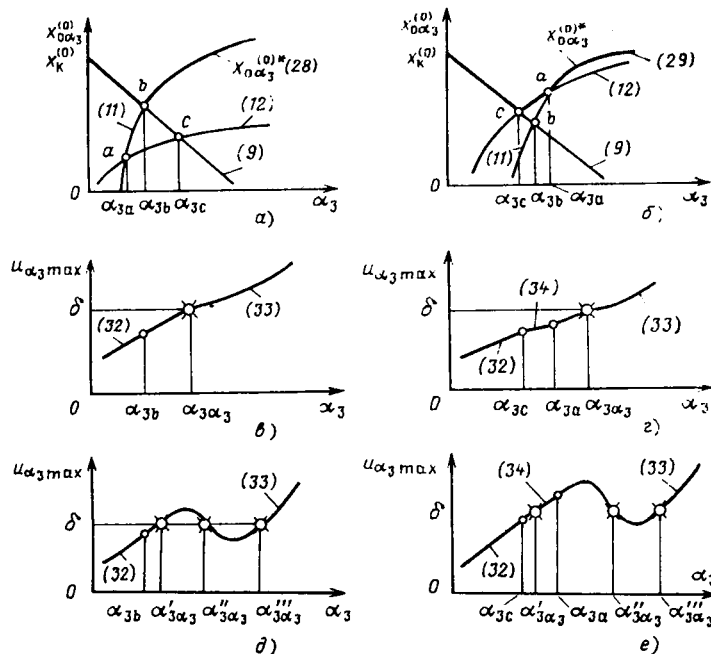


Рис. 2. Характер зависимости от  $\alpha_3$  начальных условий и максимального значения управляющего воздействия на интервалах оптимальных процессов с  $\alpha_3 = \text{const}$

На рис. 2, а и б представлены два случая взаимного расположения зависимостей (9), (11) и (12), координаты точек пересечения которых имеют следующие значения:

$$\alpha_{3a} = \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1}, \quad x_{0\alpha_3a}^{(0)} = x_k^{(0)} - \frac{2\alpha_1^2}{\alpha_2}; \quad (25)$$

$$\alpha_{3b} = \frac{\alpha_2}{\tau_{1\alpha_3}}, \quad x_{0\alpha_3b}^{(0)} = x_k^{(0)} - 2\alpha_2\tau_{1\alpha_3}^2; \quad (26)$$

$$\alpha_{3c} = \frac{\alpha_1}{\tau_{1\alpha_3}^2}, \quad x_{0\alpha_3c}^{(0)} = x_k^{(0)} - 2\alpha_1\tau_{1\alpha_3}; \quad (27)$$

Зависимость  $x_{0\alpha_3}^{(0)*}(\alpha_3)$ , найденная в соответствии с (8), изображена на рис. 2, а и б жирной линией, она может быть записана в виде:

$$x_{0\alpha_3}^{(0)}(\alpha_3) = \begin{cases} x_{0\alpha_3,1}^{(0)}(\alpha_3), & 0 \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3b}; \\ x_{0\alpha_3,2}^{(0)}(\alpha_3), & \alpha_{3b} < \alpha_3, \end{cases} \quad \text{если } \alpha_{3a} \leq \alpha_{3b}; \quad (28)$$

$$x_{0\alpha_3}^{(0)}(\alpha_3) = \begin{cases} x_{0\alpha_3,1}^{(0)}(\alpha_3), & 0 \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3c}; \\ x_{0\alpha_3,3}^{(0)}(\alpha_3), & \alpha_{3c} < \alpha_3 \leq \alpha_{3a}; \\ x_{0\alpha_3,2}^{(0)}(\alpha_3), & \alpha_{3a} < \alpha_3, \end{cases} \quad \text{если } \alpha_{3a} > \alpha_{3b}. \quad (29)$$

Найдем теперь, как зависит от  $\alpha_3$  максимальное значение управляющего воздействия  $u_{\alpha_3 \max}$ . Для этого подставим (28), (29) в (7), а затем в (5), тогда для  $u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3)$  получим:

$$u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3) = \begin{cases} u_{\alpha_3,1 \max}(\alpha_3), & 0 \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3b}; \\ u_{\alpha_3,2 \max}(\alpha_3), & \alpha_{3b} < \alpha_3, \end{cases} \quad \text{если } \alpha_{3a} \leq \alpha_{3b}; \quad (30)$$

$$u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3) = \begin{cases} u_{\alpha_3,1 \max}(\alpha_3), & 0 \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3c}; \\ u_{\alpha_3,3 \max}(\alpha_3), & \alpha_{3c} < \alpha_3 \leq \alpha_{3a}; \\ u_{\alpha_3,2 \max}(\alpha_3), & \alpha_{3a} < \alpha_3, \end{cases} \quad \text{если } \alpha_{3a} > \alpha_{3b}, \quad (31)$$

где

$$u_{\alpha_3,1 \max}(\alpha_3) = \alpha_3 \left( -A_0 \frac{11}{6} \tau_{1\alpha_3}^3 + A_1 \frac{\tau_{1\alpha_3}^2}{2} + A_2 \tau_{1\alpha_3} + \right.$$

$$\left. + A_3 \right) + A_0 x_k^{(0)}; \quad (32)$$

$$u_{\alpha_3,2 \max}(\alpha_3) = -A_0 \frac{11\alpha_2^3}{6\alpha_3^3} + A_1 \frac{\alpha_2^2}{2\alpha_3} + A_2 \alpha_2 + A_3 \alpha_3 + A_0 x_k^{(0)}; \quad (33)$$

$$u_{\alpha_3,3 \max}(\alpha_3) = -A_0 \frac{11\alpha_1 \sqrt{\alpha_1}}{6\sqrt{\alpha_3}} + A_1 \frac{\alpha_1}{2} + A_2 \sqrt{\alpha_1 \alpha_3} + A_3 \alpha_3 + A_0 x_k^{(0)}. \quad (34)$$

Исследуем характер полученных для  $u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3)$  зависимостей (32) — (34). Видно, что соотношения (32) и (34) являются монотонно возрастающими, следовательно, заданному максимальному значению напряжения управления ТП будут соответствовать вполне определенные для (32) и (34) значения ограничения старшей производной  $\alpha_3$ . Монотонность зависимости (33) не очевидна, поэтому с целью ее анализа возьмем первые две производные по  $\alpha_3$  от (33):

$$\frac{du_{\alpha_3,2 \max}}{d\alpha_3} = A_0 \frac{11\alpha_2^3}{3\alpha_3^3} - A_1 \frac{\alpha_2^2}{2\alpha_3^2} + A_3; \quad (35)$$

$$\frac{d^2 u_{\alpha_3,2 \max}}{d\alpha_3^2} = -A_0 \frac{11\alpha_2^3}{\alpha_3^4} + A_1 \frac{\alpha_2^2}{\alpha_3^3}. \quad (36)$$

Соотношения (36) и (35) графически представлены на рис. 3, а и б.

Приравняв (36) нулю, определим точку экстремума для (35):

$$\alpha_{3 \text{extr}} = 11A_0\alpha_2/A_1. \quad (37)$$

Проверка показывает, что в этой точке имеет место минимум зависимости (35), имеющий значение

$$\left. \frac{du_{\alpha_3,2 \max}}{d\alpha_3} \right|_{\alpha_3 = \alpha_{3 \text{extr}}} = -\frac{A_1^3}{726A_0^2} + A_3, \quad (38)$$

причем он может быть положительным (кривая 1 на рис. 3, б) или отрицательным (кривая 2).

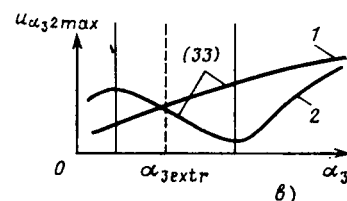
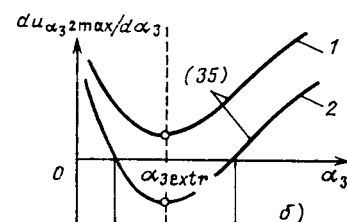
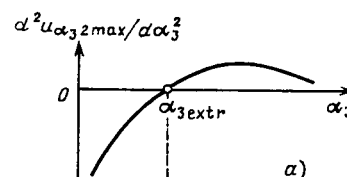


Рис. 3. Характер зависимости от  $\alpha_3$  для  $d^2 u_{\alpha_3,2 \max} / d\alpha_3^2$ ,  $du_{\alpha_3,2 \max} / d\alpha_3$  и  $u_{\alpha_3,2 \max}$



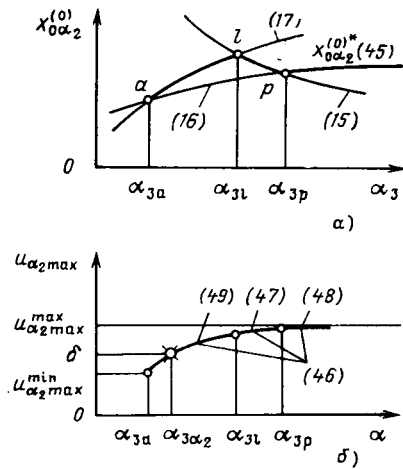


Рис. 4. Характер зависимости от  $\alpha_3$  начальных условий и максимального значения управляющего воздействия на интервалах с  $\alpha_2 = \text{const}$

Из анализа (38), (35), (36) следует, что если

$$A_3 \geq \frac{A_1^3}{726 A_0^2}, \quad (39)$$

то зависимость (33) является монотонно возрастающей (кривая 1 на рис. 3, в). В противном случае зависимость (33) имеет участок спада. Графически этот случай представлен кривой 2 на рис. 3, в.

На основании продолженного анализа можно заключить, что функция (30), определяемая (32) и (33), может иметь вид рис. 2, в или д, а функция (31), определяемая (32), (34) и (33), — рис. 2, г или е в зависимости от того, выполняется или не выполняется условие (39).

Из рис. 2, в — е видно, что уравнение

$$u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3) = \delta \quad (40)$$

может иметь или один  $\alpha_{3a}$  (рис. 2, в и г), или три (рис. 2, д и е) положительных корней  $0 \leq \alpha_{3a} \leq \alpha_{3\alpha_2} \leq \alpha_{3l} \leq \alpha_{3p}$ .

Поясним методику нахождения корней (40). Вначале по (25) — (27) с учетом (10) рассчитываются значения  $\alpha_{3a}$ ,  $\alpha_{3b}$  и  $\alpha_{3c}$ , затем при заданных параметрах системы (1) и известных ограничениях (3) координат  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  электропривода определяется принадлежность параметров системы к группе зависимостей (30), если  $\alpha_{3a} \leq \alpha_{3b}$ , или (31), если  $\alpha_{3a} > \alpha_{3b}$ . Кроме того, производится определение  $u_{\alpha_3 \max}$  в точках стыковки (32), (33) и (34), т. е. при  $\alpha_3 = \alpha_{3b}$  для группы (30) и при  $\alpha_3 = \alpha_{3c}$ ,  $\alpha_3 = \alpha_{3a}$  для группы (31).

При выполнении условия (39) в результате сравнения найденных значений  $u_{\alpha_3 \max}$  с величиной  $\delta$  однозначно идентифицируется одна из зависимостей (32) — (34), по которой при заданном  $\delta$  рассчитывается искомое ограничение старшей производной  $\alpha_{3\alpha_3}$ .

Если условие (39) не выполняется, описанной процедуры недостаточно для определения всех корней (40), так как из рассмотрения могут выпасть корни (33) (см. рис. 2, е). Поэтому при невыполнении условия (39) в дополнение к вышеописанной процедуре необходимо (33) приравнять  $\delta$  и проверить каждый из найденных корней на принадлежность к области определения (33), указанной в (30) или (31).

С учетом изложенного решение неравенства (22) окончательно может быть записано в виде

$$\alpha_3 \leq \alpha_{3\alpha_3} \quad (41)$$

для одного корня и

$$\alpha_3 \leq \alpha_{3\alpha_3}; \alpha_{3\alpha_3} \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3\alpha_3}'' \quad (42)$$

для трех корней.

Определение уровня ограничения старшей производной  $\alpha_3$  на интервалах с  $\alpha_2 = \text{const}$ . Проанализируем  $u_{\alpha_2 \max}$  (23) как функцию  $\alpha_3$ . Из (6) и (13) видно, что  $u_{\alpha_2 \max}$  определяется значением  $x_{0\alpha_2}^{(0)*}$ , поэтому вначале найдем зависимость  $x_{0\alpha_2}^{(0)*}$  от  $\alpha_3$ .

На рис. 4, а представлены соотношения (15), (16), (17), точки пересечения которых обозначены  $a$ ,  $l$ ,  $p$ , при этом координаты точки  $a$  соответствуют (25), а точек  $l$  и  $p$  имеют значения:

$$\alpha_{3l} = \frac{5A_0\alpha_2}{2A_1}; x_{0\alpha_2 l}^{(0)} = x_k^{(0)} - \frac{8A_1^2\alpha_2}{25A_0^2}; \quad (43)$$

$$\alpha_{3p} = \frac{3\alpha_2}{2(A_1/A_0 - \alpha_1/\alpha_2)}; \quad x_{0\alpha_2 p}^{(0)} = x_k^{(0)} - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2} - \frac{2}{3} \left( \frac{A_1}{A_0} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right). \quad (44)$$

Зависимость  $x_{0\alpha_2}^{(0)*}(\alpha_3)$  на основании (14) изображена на рис. 4, а жирной линией и может быть записана в виде

$$x_{0\alpha_2}^{(0)*}(\alpha_3) = \begin{cases} x_{0\alpha_3}^{(0)}(\alpha_3), & \text{если } \alpha_{3a} \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3l}; \\ x_{0\alpha_1}^{(0)}(\alpha_3), & \text{если } \alpha_{3l} < \alpha_3 \leq \alpha_{3p}; \\ x_{0\alpha_2}^{(0)}(\alpha_3), & \text{если } \alpha_{3p} < \alpha_3. \end{cases}$$

Определим теперь, как зависит от  $\alpha_3$  максимальное значение управляющего воздействия  $u_{\alpha_2 \max}$  для процессов рис. 1, б, в и г. Для этого подставим (45) в (13), а затем в (6), тогда для  $u_{\alpha_2 \max}$  получим:

$$u_{\alpha_2 \max}(\alpha_3) = \begin{cases} u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3), & \text{если } \alpha_{3a} \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3l}; \\ u_{\alpha_1 \max}(\alpha_3), & \text{если } \alpha_{3l} \leq \alpha_3 \leq \alpha_{3p}; \\ u_{\alpha_2 \max}(\alpha_3), & \text{если } \alpha_{3p} < \alpha_3, \end{cases} \quad (46)$$

где

$$u_{\alpha_1 \max}(\alpha_3) = \alpha_2 \left( A_2 + \frac{A_1^2}{2A_0} - 2 \frac{A_1\alpha_2}{\alpha_3} + \frac{31A_0\alpha_2^2}{24\alpha_3^2} \right) + A_0x_k^{(0)}; \quad (47)$$

$$u_{\alpha_2 \max}(\alpha_3) = \alpha_2 \left[ A_2 + A_1 \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\alpha_2}{2\alpha_3} \right) + \frac{A_0}{2} \left( \frac{\alpha_2^2}{3\alpha_3^2} - \frac{\alpha_1^2}{\alpha_2^2} - \frac{3\alpha_1}{\alpha_3} \right) \right] + A_0x_k^{(0)}; \quad (48)$$

$$u_{\alpha_3 \max}(\alpha_3) = \alpha_2 \left( A_2 + A_1 \frac{\alpha_2}{2\alpha_3} - A_0 \frac{11\alpha_2^2}{6\alpha_3^2} \right) + A_0x_k^{(0)}. \quad (49)$$

На рис. 4, б приведены графические зависимости, соответствующие (46). Установлено, что определяющие (46) соотношения (47) — (49) на своих областях определения являются монотонно возрастающими.

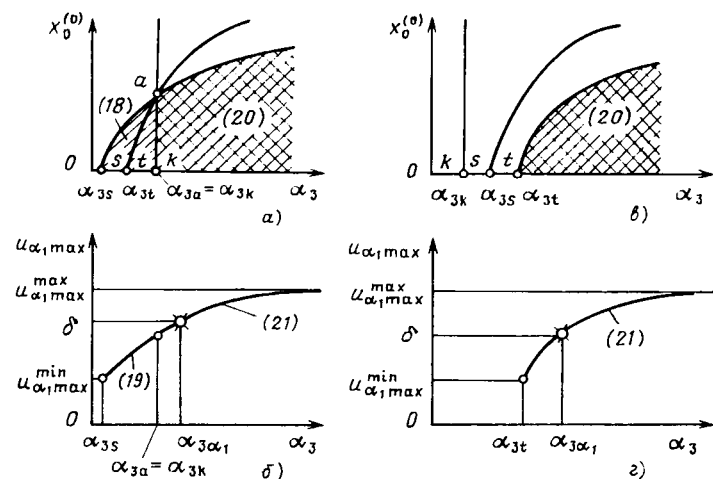


Рис. 5. Характер зависимости от  $\alpha_3$  начальных условий и максимального значения управляющего воздействия на интервалах с  $\alpha_1 = \text{const}$

Найдем область изменения  $u_{\alpha_2 \text{ max}}(\alpha_3)$ . Для определения ее нижней границы  $u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\min}$  необходимо согласно рис. 4, б подставить в (49)  $\alpha_3 = \alpha_{3a}$  из (25), что дает:

$$u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\min} = \alpha_2 \left( A_2 + A_1 \frac{\alpha_1}{2\alpha_2} - \frac{11A_0\alpha_1^2}{6\alpha_2^2} \right) + A_0x_k^{(0)}. \quad (50)$$

Верхняя граница области изменения  $u_{\alpha_2 \text{ max}}(\alpha_3)$  следует из (48) при  $\alpha_3 \rightarrow \infty$  и равна

$$u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\max} = \alpha_2 \left( A_2 + A_1 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{A_0\alpha_1^2}{2\alpha_2^2} \right) + A_0x_k^{(0)}. \quad (51)$$

Таким образом, вся область изменения  $u_{\alpha_2 \text{ max}}(\alpha_3)$  имеет вид:

$$u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\min} \leq u_{\alpha_2 \text{ max}}(\alpha_3) \leq u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\max}. \quad (52)$$

На основании проделанного анализа можно сделать вывод, что если заданное превышение напряжения тиристорного преобразователя  $\delta$  удовлетворяет (52), то уравнение

$$u_{\alpha_2 \text{ max}}(\alpha_3) = \delta \quad (53)$$

имеет единственный корень  $\alpha_{3\alpha}$ , показанный на рис. 4, б.

Методика определения численного значения  $\alpha_{3\alpha}$  аналогична описанной выше для  $\alpha_{3a}$ , при выполнении условия (39).

С учетом изложенного решение неравенства (23) окончательно может быть записано в виде:

$$\alpha_3 \begin{cases} \leq \alpha_{3a}, & \text{если } \delta < u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\min}; \\ \leq \alpha_{3\alpha}, & \text{если } u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\min} \leq \delta < u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\max}; \\ < \infty, & \text{если } u_{\alpha_2 \text{ max}}^{\max} \leq \delta. \end{cases} \quad (54)$$

Определение уровня ограничения старшей производной  $\alpha_3$  на интервалах с  $\alpha_1 = \text{const}$ . Обратимся теперь к решению неравенства (24). На рис. 5, а и б приведены графические изображения зависимостей (18), (20) для  $x_k^{(0)}(\alpha_3)$ , а на рис. 5, в и г — зависимостей (19), (20) для  $u_{\alpha_1 \text{ max}}(\alpha_3)$  для двух различных соотношений между  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $x_k^{(0)}$ . Для рис. 5, а и в это соотношение определяется неравенством  $x_k^{(0)} > 2\alpha_1^2/\alpha_2$ , а для рис. 5, б

и г — неравенством  $x_k^{(0)} \leq 2\alpha_1^2/\alpha_2$ . На рис. 5, а и б одиночная штриховка соответствует области значений  $x_k^{(0)}$  по (18), а двойная — по (20). Координаты точек а, s, k, t находятся из (18), (20), при этом для точки а, как и ранее, они соответствуют (25), а для остальных имеют вид:

$$\alpha_{3s} = \frac{4\alpha_1^3}{(x_k^{(0)})^2}; \quad \alpha_{3t} = \frac{\alpha_1\alpha_2^2}{\alpha_2x_k^{(0)} - \alpha_1^2}; \quad \alpha_{3k} = \alpha_{3a} = \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1}. \quad (55)$$

Найдем область изменения  $u_{\alpha_1 \text{ max}}(\alpha_3)$ . Для определения ее нижней границы  $u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\min}$  необходимо в (19) и (21) подставить соответственно  $\alpha_3 = \alpha_{3s}$  и  $\alpha_3 = \alpha_{3t}$  из (55), при этом в обоих случаях рис. 5, в и г будем иметь:

$$u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\min} = A_1\alpha_1 + A_0 \frac{x_k^{(0)}}{2}. \quad (56)$$

Для отыскания верхней границы области изменения  $u_{\alpha_1 \text{ max}}$  подставим  $\alpha_3 \rightarrow \infty$  в (21), получим:

$$u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\max} = A_1\alpha_1 + A_0 \left( x_k^{(0)} - \frac{\alpha_1^2}{2\alpha_2} \right). \quad (57)$$

На основании анализа (19), (21) установлено, что  $u_{\alpha_1 \text{ max}}(\alpha_3)$  является монотонно возрастающей на всей области определения  $[\alpha_{3s}, \infty)$  для рис. 5, в и  $[\alpha_{3t}, \infty)$  для рис. 5, г, следовательно, уравнение

$$u_{\alpha_1 \text{ max}}(\alpha_3) = \delta \quad (58)$$

может иметь единственный корень  $\alpha_{3\alpha_1}$ .

Для определения  $\alpha_{3\alpha_1}$  сначала по соотношению между  $x_k^{(0)}$  и  $2\alpha_1^2/\alpha_2$  находится принадлежность исходных данных к случаю рис. 5, а и в или рис. 5, б и г. Затем для рис. 5, в по (19) отыскивается  $u_{\alpha_1 \text{ max}}(\alpha_3)$  при  $\alpha_3 = \alpha_{3a} = \alpha_{3k}$ , которая при сравнении с  $\delta$  идентифицирует расчетные зависимости (19) или (20). Далее, приравняв  $\delta$  соответствующую формулу (19) или (20), окончательно находим  $\alpha_{3\alpha_1}$ . Чтобы получить уравнение расчета  $\alpha_{3\alpha_1}$  для рис. 5, г, следует зависимость (20) приравнять  $\delta$ .

На основании проделанного анализа окончательное решение (24) может быть записано в виде:

$$\alpha_3 \begin{cases} \leq \frac{4\alpha_1^3}{(x_k^{(0)})^2}, & \text{если } \delta \leq u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\min} \text{ и } x_k^{(0)} > \frac{2\alpha_1^2}{\alpha_2}; \\ \leq \frac{\alpha_1\alpha_2^2}{\alpha_2x_k^{(0)} - \alpha_1^2}, & \text{если } \delta \leq u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\min} \text{ и } x_k^{(0)} \leq \frac{2\alpha_1^2}{\alpha_2}; \\ \leq \alpha_{3\alpha_1}, & \text{если } u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\min} < \delta < u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\max}; \\ < \infty, & \text{если } u_{\alpha_1 \text{ max}}^{\max} \leq \delta. \end{cases} \quad (59)$$

Полученные соотношения (59), (54) и (41) или (42) в отдельности определяют границы областей изменения  $\alpha_3$ , при которых максимальное значение управляющего воздействия  $u$  соответственно на интервалах с  $\alpha_1 = \text{const}$ ,  $\alpha_2 = \text{const}$  и  $\alpha_3 = \text{const}$  не превышает заданного значения  $\delta$ . Пересечение этих областей дает единую область для выбора старшей производной  $\alpha_3$ , а следовательно,  $(d^2I/dt^2)_{\text{доп}}$  или  $(d^2\Omega/dt^3)_{\text{доп}}$ . Выбор конкретного значения  $\alpha_3 = \text{const}$  из этой области гарантирует, что в оптимальном по быстродействию переходном процессе с ограничением старшей производной тиристор-

ный преобразователь, выбранный по значению  $\delta$ , не выйдет на ограничение по напряжению.

**Численный пример.** Поясним возможность инженерного использования полученных результатов исследования.

Пусть  $T_n = 0,01$  с;  $T_n = 0,1$  с;  $T_m = 0,035$  с;  $U_n = 700$  В;  $\Omega_n = 5,26$  рад/с;  $c = c_E \Phi = c_M \Phi = 124,7$  В·с/рад;  $R_n = 0,0122$  Ом — сопротивление якорной цепи;  $I_n = 5150$  А — номинальный ток двигателя, тогда  $\beta_m = 0,35$ ;  $\beta_n = 0,1$ .

Ограничение тока двигателя и скорости его изменения примем на уровнях  $I_{\max} = I_n$ ;  $(dI/dt)_{\max}/I_n = 32$  1/с. В относительных единицах указанные значения ограничений будут равны:

$$\alpha_1 = \frac{I_{\max} R_n}{\beta_m U_n} = 0,256; \quad \alpha_2 = \frac{(dI/dt)_{\max} T_n R_n}{\beta_n U_n} = 0,82.$$

Зададимся конечной скоростью вращения двигателя  $\Omega_K = \Omega_n = 5,26$  рад/с, тогда для  $x_K^{(0)}$  получим:

$$x_K^{(0)} = \frac{\Omega_K}{U_n} = \frac{5,26 \cdot 124,7}{700} = 0,937.$$

Коэффициенты уравнения системы (1):  $A_0 = 1$ ;  $A_1 = 0,45$ ;  $A_2 = 0,385$ ;  $A_3 = 0,035$ .

Определим  $\delta$  исходя из заданных значений ограничений  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Для этого по формулам, указанным далее в скобках, найдем пределы изменения управляющего воздействия на интервалах с ограничением  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ :

$$u_{\alpha_1 \max}^{\min} (56) = 0,584; \quad u_{\alpha_1 \max}^{\max} (57) = 1,012.$$

$$u_{\alpha_2 \max}^{\min} (50) = 1,164; \quad u_{\alpha_2 \max}^{\max} (51) = 1,327.$$

Исходя из полученных результатов примем  $\delta = 1,327$ , при этом для максимального напряжения ТП будем иметь

$$U_{TP \max} = \delta U_n = 929 \text{ В}.$$

Для определения из (60) величины ограничения старшей производной  $d^2 I/dt^2$ , представленной относительной величиной  $\alpha_3$ , найдем:  $\tau_{1\alpha_3} (10) = 0,309$ ;  $\alpha_{3a} (25) = 2,627$ ;  $\alpha_{3b} (26) = 2,657$ ;  $\alpha_{3c} (27) = 2,681$ . Так как  $\alpha_{3a} < \alpha_{3b}$ , то имеем случай (30). Далее  $u_{\alpha_3 \max} (\alpha_3 = \alpha_{3b}) (32) = 1,26 < \delta$  и, следовательно,  $\delta$  находится в области изменения  $u_{\alpha_3 \max} (\alpha_3)$ . Решив уравнение  $u_{\alpha_3 \max} (\alpha_3) = \delta$ , найдем  $\alpha_{3\alpha} = 3,376$ . Таким образом,  $\alpha_3 (41) \leq 3,376$ .

При определении  $\alpha_3$  по (54) имеем:

$$u_{\alpha_3 \max}^{\max} = 1,327 = \delta, \text{ и поэтому } \alpha_3 (54) \text{ — любое.}$$

Перейдем к определению  $\alpha_3$  (59). Так как  $u_{\alpha_1 \max}^{\max} = 1,012 < \delta$ , то  $\alpha_3$  (59) — любое.

Общей областью для  $\alpha_3$  (41)  $\leq 3,376$  и произвольных  $\alpha_3$  (54) и  $\alpha_3$  (59) будет  $0 \leq \alpha_3 \leq 3,376$ , что в абсолютных

единицах дает:

$$\frac{(d^2 I/dt^2)_{\text{доп}}}{I_n} = \frac{\alpha_3 \beta_m U_n}{T_n^2 R_n I_n} = \frac{3,376 \cdot 0,35 \cdot 700}{0,1^2 \cdot 0,0122 \cdot 5150} = 1316 \text{ 1/с}^2.$$

Следовательно, величина  $d^2 I/dt^2$  должна быть выбрана на уровне, не превышающем найденного выше значения.

**Обсуждение полученных результатов.** Оценим влияние ограничения старшей производной на уровне  $\alpha_3 = 3,376$  на быстродействие рассматриваемого электропривода. Для этого сравним результаты выполненных исследований с [2], где для тех же параметров системы (1) и тех же значений ограничений  $\alpha_1 = 0,256$  и  $\alpha_2 = 0,82$  при решении задачи оптимального быстродействия электропривода величина ограничения старшей производной  $\alpha_3$  была принята равной 12,82. Такое значение  $\alpha_3$  достигалось напряжением  $u_{\max} = 1,707$  и  $U_{TP \max} = 1195$  В при номинальном напряжении двигателя  $U_n = 700$  В.

Определим длительность  $\tau$  протекания оптимального по быстродействию переходного процесса рис. 1, з при  $x_0^{(0)} = 0$  в соответствии с [4] по

$$\tau = \sum_{i=1}^7 \tau_i = \frac{x_K^{(0)}}{\alpha_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}$$

для случаев  $\alpha_3 = 3,376$  и  $\alpha_3 = 12,82$ . При этом получим значения  $\tau = 4,22$  и  $\tau = 4$ , что в действительных единицах соответственно дает  $t = \tau T_n = 0,422$  с и  $t = 0,4$  с.

Таким образом, почти четырехкратное снижение уровня ограничения старшей производной увеличивает длительность оптимального переходного процесса не более чем на 5,5 %. При этом достигается снижение максимального напряжения ТП на 22,3 %, что в конечном итоге оказывается целесообразным по технико-экономическим показателям электропривода.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акимов Л. В., Пышало В. Д., Шамрай В. П. Оптимальные по быстродействию процессы разгона, реверса и торможения в системах Г — Д. — Электричество, 1966, № 5.
2. Акимов Л. В., Рохлин Л. И. Определение максимальной величины управляющего воздействия в оптимальной по быстродействию системе третьего порядка с ограничением старшей производной. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 10.
3. Акимов Л. В., Рохлин Л. И. Оптимальные по быстродействию процессы в системе четвертого порядка с ограничением старшей производной. — Изв. вузов. Электромеханика, 1981, № 5.
4. Акимов Л. В. Влияние ограничений фазовых координат на предельное быстродействие систем второго и третьего порядка. — Изв. вузов. Электромеханика, 1980, № 5.
5. Акимов Л. В., Рохлин Л. И. Влияние параметров двигателя на предельное быстродействие оптимальных электроприводов постоянного тока. — В кн.: Оптимизация режимов работы систем электроприводов. Красноярский политехнический институт, 1983.
6. Гарнов В. К., Рабинович В. Б., Вишневецкий Л. М. Унифицированные системы автоуправления электроприводом в металлургии. — М.: Металлургия, 1971.

[104.12.84]

## Расчет и анализ теплового режима ротора мощного криотурбогенератора

ХУТОРЕЦКИЙ Г. М., ВАРШАВСКИЙ В. Д., ЦУКЕРМАН И. А.,

НИИ ПЭО «Электросила»

При проектировании криотурбогенераторов требуется уделять особое внимание проблемам, связанным с обеспечением нормального теплового режима ротора [1—4]. Поиск оптимальных конструкторских решений для мощного криогенератора должен опираться на возможно более точные тепловые расчеты.

Представляет интерес рассмотреть тепловую задачу для конструкции ротора мощного криотурбогенератора, схема которого показана на рис. 1. Особенностью этой конструкции является использование шихтованных медью тепловых заглушек (ТЗ) для торцевой теплоизоляции зоны криостатирования [5].

Основной характеристикой теплового режима ротора является суммарный теплоприток  $Q_{\Sigma}$  в зону криостатирования. В суммарный теплоприток мы включаем тепловые потоки по основным конструктивным элементам: по силовым трубам (СТ) и по ТЗ, а также излучение с электротермического экрана (ЭТЭ). Исследование потока тепла по токовводу представляет собой самостоятельную задачу и в статье не приводится.

В мощном криотурбогенераторе значительная часть суммарного теплопритока приходится на излучение. Качественно это можно объяснить следующим образом.

Как известно, теплоприток излучением в зону криостатирования  $Q_{\text{из}}$  пропорционален четвертой степени средней температуры ЭТЭ  $T_{\text{ЭТЭ}}$ :

$$Q_{\text{из}} \approx \varepsilon_{\text{пр}} \sigma S_{\text{ЭТЭ}} T_{\text{ЭТЭ}}^4,$$

где  $\varepsilon_{\text{пр}}$  — приведенная степень черноты излучающих поверхностей;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $S_{\text{ЭТЭ}}$  — площадь ЭТЭ.

Средняя температура ЭТЭ определяется температурой точки его крепления к СТ и перепадом температуры по длине самого ЭТЭ. Оба этих фактора весьма сильно зависят от теплопритока с ЭТЭ на СТ. Для грубой оценки примем, что

$$T_{\text{ЭТЭ}} \approx T_0 + c Q_{\Sigma},$$

где  $Q_{\Sigma} = Q_{\text{ЭТЭ}} + Q_{\text{н.э}} - Q_{\text{н}}$ ;  $T_0 \approx 60$  К — температура, которую имел бы ЭТЭ при отсутствии излучений;  $c$  — некоторый коэффициент;  $Q_{\Sigma}$  — теплоприток с ЭТЭ на СТ;  $Q_{\text{ЭТЭ}}$  — дополнительные тепловыделения в ЭТЭ;  $Q_{\text{н.э}}$  — теплоприток излучением с наружного экрана на электротермический.

Далее, так как температура ЭТЭ должна лежать на промежуточном уровне  $80-120$  К, то  $T_{\text{н}} \gg T_{\text{ЭТЭ}}$  (где  $T_{\text{н}}$  — температура наружного экрана), поэтому

$$Q_{\text{н.э}} \approx \varepsilon_{\text{пр}} \sigma S_{\text{ЭТЭ}} T_{\text{н}}^4.$$

Учитывая, что в нормальном режиме  $Q_{\text{из}} \ll Q_{\text{н.э}}$  получаем

$$Q_{\text{из}} \approx \varepsilon_{\text{пр}} \sigma S_{\text{ЭТЭ}} [T_0 + c (Q_{\text{ЭТЭ}} + \varepsilon_{\text{пр}} \sigma S_{\text{ЭТЭ}} T_{\text{н}}^4)]^4.$$

Как видно из полученной качественной оценки, радиационный поток в зону криостатирования чрезвычайно сильно зависит от геометрических размеров генератора ( $S_{\text{ЭТЭ}}$ ), степени черноты излучающих поверхностей, дополнительных потерь в ЭТЭ и температуры наружного экрана. Если для малых машин излучением обычно можно пренебречь, то для мощных криогенераторов оно может составить основную часть суммарного теплопритока. Впрочем, роль излучения окажется значительно меньше, если температура поверхности ротора криогенератора будет ниже, чем у обычных генераторов.

Сложным вопросом при численном моделировании теплового поля является вычисление коэффициента теплообмена (КТО)  $\alpha$  с газообразным гелием. В каналах тепловых мостов имеет

место сложный режим движения газа, в основном переходный от ламинарного к турбулентному. В этом случае известные критериальные зависимости [1, 6] не дают достаточно точного значения этого коэффициента. Кроме того, значение КТО существенно зависит от размеров каналов, способа их нарезки и других деталей конструкции, которые учесть непросто. Поэтому было принято решение считать КТО в каждом варианте расчетов заданной постоянной величиной, меняя его в различных вариантах. Такой подход позволяет исследовать зависимость суммарного теплопритока от КТО.

Тем не менее, программа для ЭВМ позволяет при получении надежной информации о зависимости КТО от температуры гелия в каналах ТМ уточнить тепловые расчеты.

Основное соотношение, описывающее стационарное температурное поле, удобно рассматривать в интегральной форме:

$$\int_S w_n dS = \int_V q dV; \begin{cases} w_n = w_n(T); \\ q = q(T), \end{cases} \quad (1)$$

где  $T$  — абсолютная температура;  $V$  — произвольный объем, не содержащий потока газообразного гелия;  $S$  — поверхность, ограничивающая объем  $V$ ;  $w_n$  — плотность теплового потока по внешней нормали к поверхности;  $q$  — объемная плотность тепловыделений.

Для различных участков поверхности  $S$  функция  $w_n$  определяется по одной из формул:

$w_n = -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial n}$  (теплопроводность;  $\lambda$  — удельная теплопроводность);  $w_n = \alpha(\theta)(T - \theta)$  (теплообмен с гелием;  $\theta$  — температура гелия);  $w_n = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma (T^4 - t^4)$  (излучение;  $T, t$  — температуры излучающих поверхностей).

К соотношению (1) должно быть добавлено уравнение энергетического баланса для газообразного гелия (будем считать, что поток газа движется в положительном направлении оси  $x$ ):

$$c_p(\theta) G \frac{d\theta}{dx} = \alpha(\theta) \sum_i P_i (T_i - \theta), \quad (2)$$

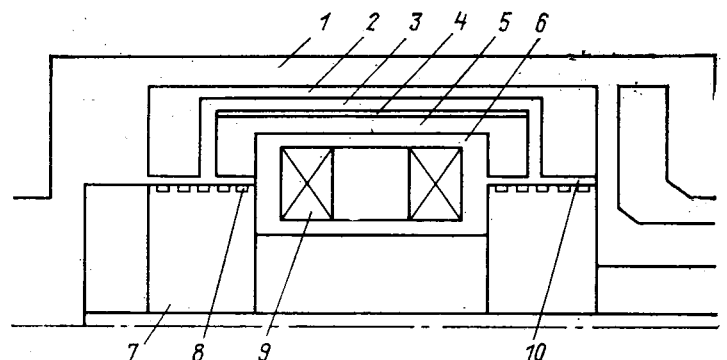


Рис. 1. Схема ротора криотурбогенератора: 1 — наружный экран; 2, 5 — вакуумная полость; 3 — электротермический экран (титановая оболочка); 4 — электротермический экран (медная оболочка); 6 — каркас обмотки возбуждения; 7 — тепловая заглушка; 8 — охлаждающие каналы; 9 — сверхпроводящая обмотка возбуждения; 10 — тепловой мост

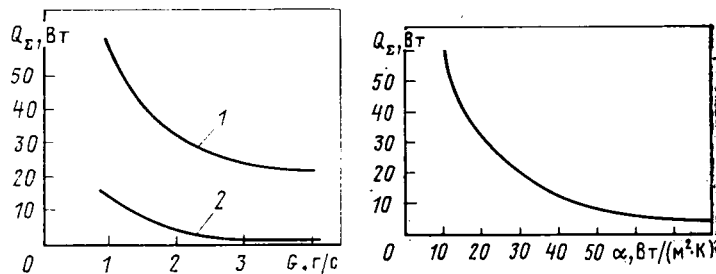


Рис. 2. Зависимость суммарного теплопритока от расхода гелия по двум тепловым мостам: 1 —  $\alpha = 20$  Вт/(м²·К); 2 —  $\alpha = 100$  Вт/(м²·К)

Рис. 3. Зависимость суммарного теплопритока от коэффициента теплообмена

где  $c_p$  — удельная теплоемкость газообразного гелия;  $G$  — массовый расход гелия в единицу времени;  $P_i$  — площадь  $i$ -й охлаждаемой поверхности на единицу длины;  $T_i$  — абсолютная температура  $i$ -й охлаждаемой поверхности, зависящая от координаты  $x$ .

На поверхности ротора и в зоне криостатирования задавались граничные условия типа Дирихле, на оси ротора — типа Неймана. Система уравнений (1) и (2) вместе с граничными условиями полностью описывает тепловое поле ротора.

В предположении теплового поля в тангенциальном направлении задача является двумерной. Примем некоторые упрощающие допущения:

перепад температуры по толщине силовой трубы, каркаса сверхпроводящей обмотки возбуждения и ЭТЭ пренебрежимо мал;

каждая тепловая заглушка представлена в виде эквивалентной нелинейной анизотропной среды;

не учитывается продольная теплопроводность газообразного гелия.

Заметим, что первое из допущений не является принципиальным. Отказ от него не потребует какого-либо изменения разработанных алгоритмов и программ расчета теплового поля ротора.

Нелинейные зависимости теплопроводности используемых материалов от температуры предварительно табулировались и интерполировались кубическими сплайнами. Теплоемкость газообразного гелия при постоянном давлении рассчитывалась по формуле

$$c_p \approx 5187 + 28800/\theta^2, \text{ Дж/(кг·К)}.$$

В программах расчета температурного поля предусмотрена также возможность различным образом задавать КТО (в частности, по известным критериальным зависимостям [1]).

Ввиду того, что стороны привода и токоввода могут быть не эквивалентны в тепловом отношении, нет оснований ограничиться расчетом половины ротора. Расчетная модель учитывает реальную геометрию всего ротора, сложный нелинейный характер зависимости теплофизических характеристик от температуры.

Для решения поставленной задачи в работе используется универсальный аппарат теории разностных схем [7]. Система дифференциальных уравнений интегро-интерполяционным методом сводится к нелинейной алгебраической системе, которая решается методом Ньютона — Канторовича с разложением ленточной матрицы Якоби методом Гаусса.

Для оценки влияния различных факторов на тепловой режим ротора была проведена серия расчетов. В качестве базового размера выбран наружный диаметр ротора  $D_H = 1$  м. Приняты следующие основные геометрические размеры конструктивных элементов (в долях  $D_H$ ): длина каждого ТМ — 0,42; их диаметр — 0,565; внутренний диаметр ЭТЭ — 0,83; его длина — 4,1. В основном расчетном варианте толщина СТ составляет 0,015  $D_H$ . Температура поверхности наружного экрана  $T_H = 350$  К.

В расчетах варьировались следующие параметры: массовый расход гелия в единицу времени ( $G$ ); степень черноты излучающих поверхностей ( $\epsilon$ ); электромагнитные потери в ЭТЭ ( $Q_{ЭТЭ}$ ); место присоединения ЭТЭ к СТ; толщина меди в ЭТЭ ( $d_{Cu}$ ); КТО с газообразным гелием ( $\alpha$ );

относительное содержание меди в ТЗ; контактное тепловое сопротивление на границе между ТЗ и СТ; толщина СТ.

Зависимость суммарного теплопритока от расхода гелия представлена на рис. 2. Здесь и далее расходы по обоим ТМ предполагаются одинаковыми.

Для дальнейших расчетов расход гелия был принят заданным и равным 1 г/с по каждому ТМ.

Увеличение приведенной степени черноты от 0,05 до 0,1 приводит согласно расчетам к увеличению радиационного теплопритока в холодную зону в 10—20 раз (при  $Q_{ЭТЭ} = 0$ ).

Положение точки крепления ЭТЭ к СТ варьировалось в пределах 0,3—0,6 длины ТМ (считая от холодного конца). При отсутствии дополнительных электромагнитных потерь в ЭТЭ перемещение точки крепления в этих пределах слабо влияет на значение суммарного теплопритока. При больших дополнительных тепловыделениях в ЭТЭ ( $Q_{ЭТЭ} = 1000$  Вт) температура ЭТЭ в большей степени определяется именно этими тепловыми потерями, поэтому смещение точки крепления к холодному концу СТ и в этом случае не приводит к существенному снижению притока тепла излучением; в то же время теплопритоки по СТ и ТЗ при таком смещении увеличиваются значительно. Оптимальное место присоединения ЭТЭ к СТ находится согласно расчетам около середины СТ.

Значительное влияние на теплоприток излучением оказывает не только температура точки крепления ЭТЭ к СТ, но и перепад температуры  $T_{ЭТЭ}$  между средней точкой ЭТЭ и точкой крепления. Значение этого перепада зависит от толщины меди в ЭТЭ:

$$\Delta T_{ЭТЭ} \sim (Q_{ЭТЭ} + Q_{н.э})/d_{Cu}.$$

Увеличение толщины меди от 5 до 10 мм позволяет примерно в 2 раза снизить суммарный теплоприток в зону криостатирования (при  $Q_{ЭТЭ} = 0$ ). Заметим, что гипотетический экран с идеальной теплопроводностью обеспечил бы еще вдвое меньший теплоприток.

График зависимости  $Q_{\Sigma}(\alpha)$  изображен на рис. 3. При  $\alpha \geq 100$  Вт/(м²·К) теплообмен является практически идеальным, и в этой области изменения КТО теплопритоки слабо зависят от него. При изменении КТО в пределах 10—50 Вт/(м²·К) суммарный теплоприток в первом приближении обратно пропорционален  $\alpha$ .

Для эффективного охлаждения внутренних частей ТЗ используется радиальная медная шихтовка. Оптимизация содержания меди в ТЗ проводилась по серии расчетов ТМ. Получено, что содержание меди 2—3 % достаточно для варьирования температуры по радиусу ТЗ. Дальнейшее увеличение относительного содержания меди приводит к увеличению теплопроводности в осевом направлении и поэтому нецелесообразно. Как показали расчеты, снижение или увеличение относительного содержания меди на отдельных участках ТЗ также не приводит к уменьшению теплопритока.

Характер теплового контакта между ТЗ и СТ оказывает влияние на распределение температур в роторе. При ухудшении контакта возрастает температура СТ, температура ЭТЭ и соответствующие теплопритоки, но уменьшается тепловой поток по ТЗ. Однако для рассматриваемых значений параметров суммарный теплоприток при этом существенно не изменяется.

С точки зрения уменьшения теплопритока СТ должна быть, казалось бы, как можно более тонкой. Действительно, при уменьшении толщины СТ тепловой поток по ней уменьшается. Но расчеты показывают, что при малой толщине СТ появляется резкий пик температуры вблизи точки крепления ЭТЭ, в результате чего возрастает теплоприток излучением. Этот эффект особенно заметен при наличии электромагнитных потерь в ЭТЭ.

Выводы. 1. При проектировании мощных криотурбогенераторов необходимо обращать особое внимание на ограничение радиационных тепловых потоков.

2. Согласно расчетам использование в ТМ ТЗ с оптимальной шихтовкой приемлемо для торцевой теплоизоляции криостата в мощных турбогенераторах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глебов И. А., Данилевич Я. Б., Шахтарин В. Н. Турбогенераторы с использованием сверхпроводимости. — Л.: Наука, 1981.
2. Математическое моделирование теплового режима ротора криотурбогенератора/И. А. Глебов, Г. Н. Дульнев, А. Ю. Потягало, А. В. Сигалов. — Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1982, № 2.

3. Исследование теплового поля ротора турбогенератора со сверхпроводящей обмоткой возбуждения/С. Н. Беляев и др. — Изв. вузов. Электромеханика, 1982, № 11.

4. Шурин Э. П., Карцов Д. С., Соловейчик Ю. Г. Решение сопряженной задачи для ротора криотурбогенератора. — В кн.: Исследования крупных электрических машин. — Л.: 1982.

5. Турбогенератор со сверхпроводящей обмоткой возбуж-

дения мощностью 2 МВт/Б. И. Веркин и др. — Препринт ФТИНТ АН УССР. — Харьков, 1977, № 14—77.

6. Справочник по физико-техническим основам криогеники. Под ред. М. П. Малкова. — Энергия, 1973.

7. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977.

[05.06.84]

УДК 621.313.2.014.2.001.5

## Влияние уравнильных соединений на коммутацию машин постоянного тока с двухходовыми несимметричными обмотками якоря

БЕЛОШЕНКО В. И., канд. техн. наук, ВОЛЧУКОВ Н. П., канд. техн. наук, ЧЕРНЯВСКАЯ М. В., канд. техн. наук

Харьков

В машинах постоянного тока с многоходовыми несимметричными обмотками якоря в кривых э. д. с. и тока параллельных ветвей наблюдается составляющая  $z/pt$ -го порядка [1, 2]. Значение амплитуды пульсаций тока может достигать 40 % значения тока в параллельной ветви.

Наличие указанных пульсаций приводит к ухудшению коммутационной надежности машины [2]. Поскольку такие машины выполняются с уравнильными соединениями, представляет значительный интерес выявление влияния числа уравнильных соединений на протекание процесса коммутации в них.

Для исследования коммутационной надежности машин постоянного тока с несимметричными двухходовыми обмотками с учетом уравнильных соединений была составлена расширенная система дифференциальных уравнений (РСДУ), описывающая процесс коммутации [3].

Принцип составления дифференциальных уравнений коммутации для несимметричной двухходовой обмотки с полным числом уравнильных соединений рассмотрим на простейшем примере (рис. 1).

Ток в параллельной ветви обмотки якоря представляем как

$$i_a = i_{a\text{ ср}} + I_{pmv} \sin(\omega t + \varphi_v); \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} L_c \frac{di_k}{dt} &= -e_v - i_k r_c + i_{nb\ k} R_{nb\ k} - i_{cb\ k} R_{cb\ k}; \\ L_c \frac{di_q}{dt} &= -e_v - i_q r_c + i_{nb\ q} R_{nb\ q} - i_{cb\ q} R_{cb\ q}; \\ L_y \frac{di_{y1}}{dt} - L_y \frac{di_{y3}}{dt} &= i_{y1} r_y - i_{y3} r_y + i_{cb\ q} R_{cb\ q} - \\ &\quad - i_{p(q+1)} R_{\text{ш}} + i_{p(k+1)} R_{\text{ш}} - i_{cb\ k} R_{cb\ k}; \\ L_y \frac{di_{y2}}{dt} - L_y \frac{di_{y3}}{dt} &= i_{y2} r_y - i_{y3} r_y + i_{nb\ q} R_{nb\ q} - \\ &\quad - i_{p(q+1)} R_{\text{ш}} + i_{p(k+1)} R_{\text{ш}} - i_{nb\ k} R_{nb\ k}; \\ L_y \frac{di_{y1}}{dt} - L_y \frac{di_{y2}}{dt} + L_c \frac{di_q}{dt} - L_c \frac{di_k}{dt} &= \\ &= i_{y1} r_y - i_{y2} r_y + i_q r_c - i_k r_c, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $i_k, i_q$  — мгновенные значения тока в секциях;  $i_{p(k+1)}, i_{p(q+1)}$  — мгновенные значения токов, текущих через соответствующие коллекторные пластины;  $i_{y1}, i_{y2}, i_{y3}$  — мгновенные значения токов в уравнильных соединениях;  $L_c, L_y$  — индуктивности секций и уравнильных соединений соответственно;  $e_v$  — э. д. с. вращения секций;  $R_{\text{ш}}$  — переходное сопротивление между одной полностью перекрытой коллекторной пластиной и щеткой;  $i_{a\text{ ср}}$  — средний ток параллельной ветви:  $i_{a\text{ ср}} = \frac{I_a}{2pt}$ ;  $I_{pmv}$  — амплитуда уравнильного тока в обмотке якоря  $z/pt$ -го порядка;  $\varphi_v$  — начальная фаза уравнильного тока в обмотке якоря  $z/pt$ -го порядка.

Учтем, что  $i_{nb\ k} R_{nb\ k} = \Delta U_{nb\ k} = f(J_{nb\ k})$ ;  $i_{cb\ k} R_{cb\ k} = \Delta U_{cb\ k} = f(J_{cb\ k})$ , где  $\Delta U_{nb\ k}, \Delta U_{cb\ k}, J_{nb\ k}, J_{cb\ k}$  — падение напряжения и плотность то-

ка набегающего и обтекающего контакта соответственно;  $f(J)$  — вольт-амперная характеристика щеточного контакта.

В качестве базисного тока принимается средний ток параллельной ветви. Обозначим:

$$\begin{aligned} \frac{i_k}{i_{a\text{ ср}}} &= Y_1; \quad \frac{i_q}{i_{a\text{ ср}}} = Y_2; \quad \frac{i_{y1}}{i_{a\text{ ср}}} = Y_3; \quad \frac{i_{y2}}{i_{a\text{ ср}}} = Y_4; \\ \frac{i_{y3}}{i_{a\text{ ср}}} &= Y_5; \quad \frac{i_a}{i_{a\text{ ср}}} = Y_a. \end{aligned}$$

Тогда система уравнений (2), описывающих процесс коммутации, примет вид:

$$\left. \begin{aligned} Y_1' &= -e_v - U_c Y_1 + f(J_{nb\ k}) - f(J_{cb\ k}); \\ Y_2' &= -e_v - U_c Y_2 + f(J_{nb\ q}) - f(J_{cb\ q}); \\ Y_3' - Y_5' &= U_y Y_5 - f(J_{cb\ q}) - f\left(\frac{2Y_5}{S_{\text{ш}}}\right); \\ Y_4' - Y_5' &= U_y Y_4 - U_y Y_5 - f\left(\frac{2Y_5}{S_{\text{ш}}}\right) + f(J_{nb\ q}) - \\ &\quad - f(J_{nb\ k}); \\ Y_3' - Y_4' + Y_2' - Y_1' &= U_y Y_3 - U_y Y_4 + U_c Y_2 - U_c Y_1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $U_c = r_c i_{a\text{ ср}}$  — активное падение напряжения в секции при базисном токе;  $U_y = r_y i_{a\text{ ср}}$  — активное падение напряжения в уравнильном соединении при базисном токе.

Плотность тока под набегающим и обтекающим краями щетки определится соответственно:

$$J_{nb\ k} = \frac{\Delta Y}{\gamma x} \frac{\beta}{2} J_{Hk}; \quad (4)$$

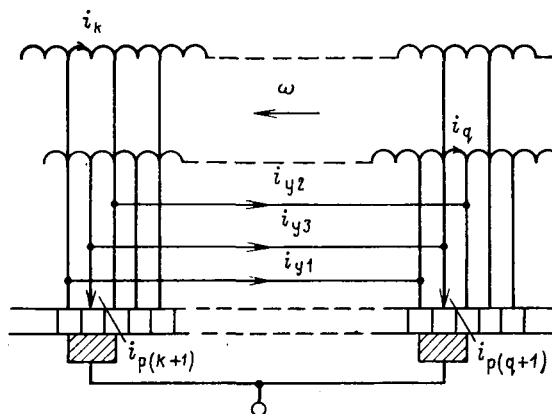


Рис. 1. К выбору расчетных контуров

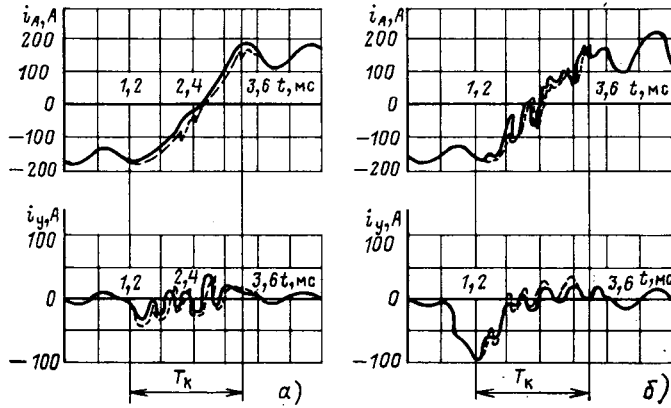


Рис. 2. Кривые тока в коммутирующей секции (1) и тока в уравнительном соединении (2) (а — полное число уравнивателей, б — один уравниватель на паз): — — — расчет, — — — эксперимент

$$J_{сб} = \frac{\Delta Y}{\gamma(1-x)} \frac{\beta}{2} J_H, \quad (5)$$

где  $J_H = \frac{4i_{a\text{ср}}}{S_{\text{щ}}}$ ;  $x = \frac{t}{T_k}$  — относительное значение времени;

$\Delta Y$  — относительное значение тока в петушке.

При составлении уравнений для секций ( $k$ ) необходимо учитывать взаимоиндуктивные связи ( $M_{kl}$ ,  $M_{ks}$ ) с коммутирующими под соседними щетками секциями ( $l$ ,  $s$ ), находящимися сторонами в одном пазу с рассматриваемой секцией. С учетом связей уравнения для секций приобретают вид [3]:

$$\frac{L_c i_{a\text{ср}} n K}{60\gamma} \sum_{l=1}^N M'_{kl} \frac{dY_l}{dx} = E \sum_{l=1}^N M'_{kl} \frac{dY_l}{dx}, \quad (6)$$

где  $k$  — номер данной секции;  $N$  — число одновременно коммутирующих секций;  $l$  — порядковый номер секции;  $M'_{kl} = M_{kl}/L_c$  — коэффициент связи между секциями;  $E$  — постоянная величина для данной машины.

Система дифференциальных уравнений (РСДУ) представляется в матричной форме:

$$[\dot{Y}] = [\bar{M}]^{-1} E \times [\bar{P}], \quad (7)$$

где  $[\bar{M}]^{-1}$  — обращенная матрица индуктивных параметров;  $[\bar{P}]$  — вектор-столбец правых частей уравнений.

Решение (7) производится известными методами, из которых наиболее приемлемыми оказались методы Эйлера и Эйлера — Коши.

Начальные условия, необходимые для решения РСДУ, для коммутирующих секций определяются итерационным методом [3]. Для секций, начинающих коммутировать, а также соответствующих им уравнительных соединений они определяются растеканием токов по элементам обмотки якоря вблизи зоны коммутации. Растекание уравнительных токов  $z/pm$ -й частоты определяется исходя из представления обмотки якоря как многофазной обмотки переменного тока.

Относительно поля  $z/pm$ -й частоты каждая пара уравнительных соединений совместно с двумя соединенными с ними группами секций обмотки якоря образуют замкнутый электрический контур (рис. 1).

Число уравнительных контуров обозначим  $pn$ . Тогда

$$n = K n'_y / p, \quad (8)$$

где  $p$  — число пар полюсов машины;  $K$  — число коллекторных пластин;  $n'_y$  — отношение установленного числа уравнительных соединений к полному.

Электродвижущая сила, индуцированная в витках обмотки якоря, определяется следующим образом:

$$\Delta E_{mv} = 2I_t V_a f \beta_v B_v, \quad (9)$$

где  $B_v$  — составляющая индукции магнитного поля главных полюсов частоты.

В каждом элементе обмотки э. д. с.  $z/pm$ -й частоты могут быть представлены  $pn$ -лучевой звездой временных векторов  $\Delta \dot{E}_{mv1} = \Delta E_{mv} e^{j(k-1)\frac{2\pi v}{n}}$ , сдвинутых на угол  $2\pi v/n$ . Вследствие симметрии уравнительных контуров уравнительные токи в элементах обмотки  $I_{pv}$  и в уравнительных соединениях  $I_{yv}$  так же, как и э. д. с., образуют  $pn$ -лучевые звезды временных векторов  $I_{yv1} = I_{yv} e^{j(k-1)\frac{2\pi v}{n}}$  и  $I_{pv1} = I_{pv} e^{j(k-1)\frac{2\pi v}{n}}$ , повернутые относительно звезды э. д. с. на углы  $\psi_v$  и  $\varphi_v$ .

Предположив, что для момента времени  $t=0$ ,  $\Delta \dot{E}_{mv1} = \Delta E_{mv}$ , векторы э. д. с. и тока в любом  $k$ -м элементе обмотки и  $k$ -м уравнительном проводнике можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \dot{E}_{mvk} &= \Delta E_{mv} e^{j(k-1)\frac{2\pi v}{n}}; \\ I_{ykv} &= I_{yv} e^{j\left[\psi_v + (k-1)\frac{2\pi v}{n}\right]}; \\ I_{pkv} &= I_{pv} e^{j\left[\varphi_v + (k-1)\frac{2\pi v}{n}\right]}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Представим сопротивление уравнительного контура

$$Z_{av} = z_{av} e^{j\alpha_v};$$

$$Z_{yv} = z_{yv} e^{j\beta_v};$$

$$\text{где } z_{av} = \sqrt{x_{av}^2 + r_a^2}; \quad \alpha_v = \arctg \frac{x_{av}}{r_a};$$

$$z_{yv} = \sqrt{x_{yv}^2 + r_y^2}; \quad \beta_v = \arctg \frac{x_{yv}}{r_y}.$$

С учетом полученных выражений уравнение для любого контура имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} I_{pv} e^{j\left[\varphi_v + (k-1)\frac{2\pi v}{n}\right]} Z_{av} - I_{pv} e^{j\left[\varphi_v + k\frac{2\pi v}{n}\right]} Z_{av} + \\ + I_{yv} e^{j\left[\psi_v + k\frac{2\pi v}{n}\right]} Z_{yv} - I_{yv} e^{j\left[\psi_v + (k-1)\frac{2\pi v}{n}\right]} Z_{yv} = \\ = \Delta E_{mv} e^{jk\frac{2\pi v}{n}} - \Delta E_{mv} e^{j(k-1)\frac{2\pi v}{n}}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$I_{yv} e^{j\left[\psi_v + k\frac{2\pi v}{n}\right]} = I_{pv} e^{j\left[\varphi_v + (k-1)\frac{2\pi v}{n}\right]} - I_{pv} e^{j\left[\varphi_v + k\frac{2\pi v}{n}\right]}. \quad (12)$$

Решение данных уравнений дает значения уравнительных токов:

$$\left. \begin{aligned} I_{pv} &= \frac{\Delta E_{mv}}{z_{av} \cos(\varphi_v + \alpha_v) + z_{yv} \times} \\ &\times \cos\left(\varphi_v + \beta_v - \frac{2\pi v}{n}\right) + z_{yv} \cos(\varphi_v + \beta_v); \\ I_{yv} &= \frac{I_{pv}}{2 \sin\left[\varphi_v - \psi_v - \frac{\pi v}{n}\right] \sin \frac{\pi v}{n}}; \\ \psi_v &= \varphi_v - \frac{\pi v}{n} - \left(\frac{\pi}{2} \pm k\pi\right), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

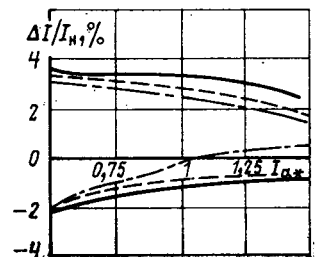


Рис. 3. ОБК двигателя П22/80: — — — полное число уравнивателей; — — — два на паз; - · - · - один на паз



$\varphi_v$  определяется численным решением уравнения:

$$z_{av} \sin(\varphi_v + \alpha_v) + z_{yv} \sin\left(\varphi_v + \beta_v - \frac{2\pi v}{n}\right) - z_{yv} \sin(\varphi_v + \beta_v) = 0. \quad (14)$$

Используя вышесказанное, была составлена и решена РСДУ для прокатного двигателя П22/80 с несимметричной двухходовой обмоткой и различным числом уравнильных соединений (полным —  $n_y=1$ ; двумя на паз —  $n_y=2/3$ ; одним на паз —  $n_y=1/3$ ). На рис. 2 приведены кривые токов секций  $i_s=f(t)$  и токов в уравнильных соединениях, полученные экспериментальным и расчетным путем.

Данные расчета показали, что наличие пульсаций  $z/pm$ -го порядка приводит к протеканию тока в уравнильных соединениях за период коммутации; при неполном числе уравнильных соединений уравнильный ток  $z/pm$ -й частоты проникает в коммутирующую секцию, приводя к деформации кривой  $i_s=f(t)$  и, следовательно, к появлению несбалансированных э. д. с. в секции, что снижает коммутационную надежность машины [4].

При полном числе уравнильных соединений уравнильные токи, протекающие в коммутирующей секции, направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются. В результате форма  $i_s=f(t)$  не деформируется, что положительно сказывается на коммутационной надежности машины.

Сравнение экспериментальных областей безыскровой коммутации машины при различном числе уравнильных соединений подтверждает полученные выводы (рис. 3).

Выводы. 1. Дополнительной причиной ухудшения коммутационной надежности машин постоянного тока с несимметричной двухходовой обмоткой якоря и неполным числом уравнильных соединений является появление несбалансированных э. д. с. в коммутирующих секциях вследствие деформации кривой тока в последних. Указанная деформация обусловлена проникновением в коммутирующую секцию пульсаций высокочастотного уравнильного тока  $z/pm$ -го порядка.

2. Машины постоянного тока с несимметричными двухходовыми обмотками якоря по условиям коммутационной надежности необходимо выполнять с полным числом уравнильных соединений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фетисов В. В. О напряжении между смежными коллекторными пластинами в машинах постоянного тока с двухходовыми петлевыми обмотками. — Изв. вузов. Электромеханика, 1960, № 6.
2. Ипатов П. М. Многоходовые обмотки якорей электрических машин постоянного тока. — М.; Л.: Наука, 1965.
3. Элкнис В. Я., Волчуков Н. П., Белошенко В. И. Влияние электрической несимметрии на коммутацию машин постоянного тока. — Электричество, 1984, № 2.
4. Толкунов В. П. Теория и практика коммутации машин постоянного тока. — М.: Энергия, 1979.

[07.12.84]

УДК 621.314.223.001.24

## Расчет параметров фазосдвигающего автотрансформатора с двумя вторичными обмотками

АМРОМИН А. Л., ЛЕЙТЕС Л. В., МИТРОШИНА А. С., РОГАЦКИН М. А.

Наряду с силовыми трансформаторами общего назначения для энергосистем необходимы специальные силовые трансформаторы, удовлетворяющие требованиям, вытекающим из конкретных условий их применения. Расчет таких трансформаторов имеет свои особенности и связан с определенными трудностями.

Аналогичная задача встретилась при проектировании фазосдвигающего автотрансформатора, служащего для повышения фазности выпрямления преобразовательных установок, за счет чего снижается влияние создаваемых ими высших гармоник на качество напряжения питающей сети.

Преимуществом использования фазосдвигающего автотрансформатора с двумя вторичными обмотками по схеме рис. 1 [1] является возможность его применения в преобразовательных установках, находящихся в эксплуатации.

В статье предложен метод расчета параметров в опыте к. з. и при симметричной нагрузке автотрансформатора по рис. 1. Этот метод может быть использован при расчете параметров других специальных трансформаторов со сложным соединением обмоток.

Основные допущения: трехфазная система питающих синусоидальных напряжений симметрична;

все фазы обмоток, магнитной системы и нагрузки одинаковы (симметричны);

нагрузки обеих вторичных обмоток одинаковы; магнитная проницаемость магнитопровода при выводе уравнений постоянна; в дальнейшем при расчете тока холостого хода (х. х.) нелинейность характеристики стали учитывается; магнитные поля рассеяния трех фаз независимы друг от друга;

рассматриваются только первые гармоники токов, что дает возможность использовать символический метод.

Указанные допущения позволяют рассматривать устройство как симметричную систему (группу) из трех одинаковых однофазных трансформаторов с линейными характеристиками, использовать понятия собственных и взаимных комплексных сопротивлений обмоток ( $Z_{11}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{33}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$ ,  $Z_{23}$ ), вести выкладки для фазных напряжений (напряжение данных зажимов относи-

тельно нейтрали питающей сети или нейтрали нагрузки)

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 = \dot{U}_{A1} = \dot{U}_{B1} e^{j2\pi/3} = \dot{U}_{C1} e^{-j2\pi/3} = \dot{U}_{AVE} e^{-j\pi/6} / \sqrt{3} = \dots; \\ \dot{U}_2 = \dot{U}_{a2} = \dot{U}_{b2} e^{j2\pi/3} = \dots; \dot{U}_3 = \dot{U}_{a3} = \dot{U}_{b3} e^{j2\pi/3} = \dots; \\ \dot{I}_{A1} = \dot{I}_{B1} e^{j2\pi/3} = \dot{I}_{C1} e^{-j2\pi/3} = \sqrt{3} \dot{I}_{AVE} e^{-j\pi/6} = \dots; \\ \dot{I}_{a2} = \dot{I}_{b2} e^{j\pi/3} = \dots; \dot{I}_{a3} = \dot{I}_{b3} e^{j2\pi/3} = \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь и на рис. 1  $A_1, B_1, C_1$  — зажимы сетевой (первичной) обмотки;  $a_2, b_2, c_2$  — одной из вторичных обмоток,  $a_3, b_3, c_3$  — другой вторичной обмотки (хотя напряжение холостого хода (х. х.) вторичных обмоток несколько выше, чем первичной обмотки, использованы обозначения, принятые в преобразовательных трансформаторах для сетевой и вентильной обмоток).

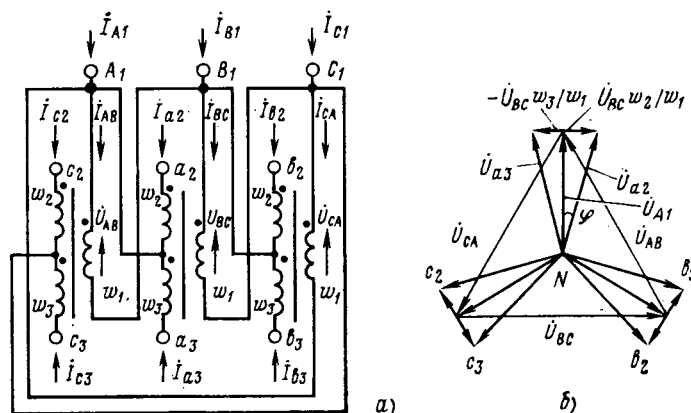


Рис. 1. Принципиальная схема соединения обмоток (а) и векторная диаграмма напряжений при холостом ходе (б) автотрансформатора

Линейные напряжения вторичных обмоток на рис. 1, б не приведены, чтобы не загромождать векторную диаграмму. Все линейные напряжения в  $\sqrt{3}$  больше фазных и сдвинуты относительно них на угол  $\pi/6$ . Токи в фазах обмотки, соединенной в треугольник, в  $\sqrt{3}$  меньше линейных и сдвинуты относительно них также на угол  $\pi/6$ , например,  $i_{AB} = i_A e^{i\pi/6}/\sqrt{3}$ . Ниже все выкладки ведутся для условных фазных напряжений и линейных токов.

**Основные уравнения.** Рассматриваем устройство как линейный пассивный девятиполюсник, имеющий три трехфазных комплекта по три зажима, аналогичный «трехпарполюснику» в однофазной цепи. Тогда независимо от внутренних устройств и соединений девятиполюсника благодаря трехфазной симметрии для каждой фазы можно записать следующую систему из трех уравнений, связывающую между собой все внешние напряжения и токи

$$\left. \begin{aligned} i_{A1} &= g_1 \dot{U}_{A1} + k_{112} i_{a2} + k_{113} i_{a3}; \\ \dot{U}_{a2} &= k_{221} \dot{U}_{A1} + z_{22} i_{a2} + z_{23} i_{a3}; \\ \dot{U}_{a3} &= k_{321} \dot{U}_{A1} + z_{32} i_{a2} + z_{33} i_{a3}; \\ i_{B1} &= g_1 \dot{U}_{B1} + k_{112} i_{b2} + k_{113} i_{b3} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

и т. д. для фаз  $B$  и  $C$ ,

где  $g_1, k_{112}, \dots, z_{33}$  — девять постоянных коэффициентов, в общем случае комплексных.

Для решения системы (2) необходимо знать все девять коэффициентов и три параметра режима, среди которых должны быть по крайней мере напряжение одной из сторон и ток одной из сторон, например,  $\dot{U}_1, i_2$  и  $i_3$ .

В случае, если заданы только три напряжения, система может иметь множество решений; если заданы три тока, то при  $\mu_{CT} \rightarrow \infty$  система может быть несовместной.

Для линейных напряжений в уравнения (2) перед коэффициентами войдет множитель  $\sqrt{3}e^{i\pi/6}$ , например:

$$U_{a2b2} = k_{221} \dot{U}_{A1B1} + \sqrt{3}e^{i\pi/6} z_{22} i_{a2b2} + \sqrt{3}e^{i\pi/6} z_{23} i_{a3b3}.$$

**Определение коэффициентов.** Коэффициенты системы (2), описывающие автотрансформатор, могут быть определены экспериментально или расчетом из соответствующих реальных или воображаемых опытов.

Из опыта х. х. с питанием со стороны 1, когда токи сторон 2 и 3 отсутствуют ( $i_2=0$  и  $i_3=0$ ), имеем:

$$g_1 = i_{A1}/\dot{U}_{A1}; k_{221} = \dot{U}_{a2}/\dot{U}_{A1}; k_{321} = \dot{U}_{a3}/\dot{U}_{A1}. \quad (3)$$

Параметр  $g_1=1/Z_1$  — комплексная проводимость в опыте х. х. — определяется через ток х. х., вычисляемый или измеряемый по методикам, обычным для силовых трансформаторов. В общем случае при  $\mu_{CT} \neq \text{const}$  имеем  $g_1=f(U_1)$ . В реальных силовых трансформаторах при напряжениях, не превышающих номинальное, с достаточной точностью можно принять  $\mu_{CT}=\infty$  и  $g_1=0$ . При этом  $i_{xx} \approx 0$  и магнитными потоками вне стали можно пренебречь. Тогда в опыте х. х. напряжение каждой из обмоток пропорционально ее числу витков. Согласно схеме и

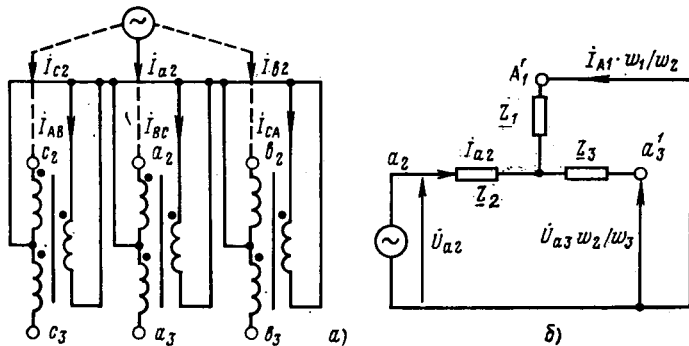


Рис. 2. Схема опыта к. з.  $2 \rightarrow 1$  (а) и трехлучевая схема замещения фазы А при этом опыте, приведенная к числу витков  $w_3$  (б)

векторной диаграмме рис. 1 с учетом соотношений (1) получаем:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{a2} &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{BC} \frac{w_2}{w_1} = \dot{U}_{A1} + (\dot{U}_{B1} - \dot{U}_{C1}) \frac{w_2}{w_1} = \\ &= \dot{U}_{A1} \left[ 1 + (e^{-i2\pi/3} - e^{i2\pi/3}) \frac{w_2}{w_1} \right] = \\ &= \dot{U}_{A1} \left( 1 + e^{-i\pi/2} \frac{w_2}{w_1} \right); \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{a3} = \dot{U}_{A1} - \dot{U}_{BC} \frac{w_3}{w_1} = \dot{U}_{A1} \left( 1 - e^{-i\pi/2} \frac{w_3}{w_1} \right),$$

откуда

$$k_{221} = 1 + e^{-i\pi/2} \frac{w_2}{w_1}; k_{321} = 1 + e^{i\pi/2} \frac{w_3}{w_1}. \quad (4)$$

Из опыта к. з. стороны 1 при питании стороны 2 (рис. 2), когда  $U_1=0$  и  $i_3=0$ , из уравнений (2) имеем

$$k_{112} = \frac{i_{A1}}{i_{a2}}; z_{22} = \dot{U}_{a2}/i_{a2}; z_{32} = \frac{\dot{U}_{a3}}{i_{a2}} \quad (5)$$

При этом в случае  $\mu_{CT} \rightarrow \infty$  из баланса магнитодвижущих сил средней фазы рис. 2, а следует  $i_{a2}w_2 + i_{BC}w_1 = 0$ . Для узла  $A_1$  по рис. 1, а имеем  $i_{A1} + i_{CA} - i_{AB} + i_{a2} = 0$ ; из соотношения (1) получаем

$$i_{CA} - i_{AB} = i_{BC}e^{-i2\pi/3} - i_{BC}e^{i2\pi/3} = i_{BC}\sqrt{3}e^{-i\pi/2},$$

откуда

$$\begin{aligned} i_{A1} + i_{BC}\sqrt{3}e^{-i\pi/2} + i_{a2} &= 0; i_{A1} - i_{a2}\sqrt{3}e^{-i\pi/2} \frac{w_2}{w_1} + \\ &+ i_{a2} = 0; \\ k_{112} &= -\left( 1 + \sqrt{3}e^{i\pi/2} \frac{w_2}{w_1} \right). \end{aligned}$$

Из второго выражения системы (5) и схемы рис. 2, а следует, что  $z_{22}$  в данном случае представляет собой обычное сопротивление к. з. при питании обмотки  $w_2$  и к. з. обмотки  $w_1$ , а именно  $z_{22}=Z_{K21}$ , вычисляемое или измеряемое по известным методам. Это сопротивление должно быть отнесено к числу витков  $w_2$  и приведение не требуется.

Для определения коэффициента  $z_{32}$  по (5) необходимо найти напряжение стороны 3 в опыте к. з. по рис. 2. При  $\mu_{CT} \rightarrow \infty$  из трехлучевой схемы замещения с учетом положительных направлений по рис. 1, а и рис. 2, б следует

$$\begin{aligned} -\dot{U}_{a3} \frac{w_3}{w_3} &= -z_1 i_{A1} \frac{w_1}{w_2} = \\ &= -i_{a2} z_1 \text{ и } z_{32} = -z_1 \frac{w_3}{w_2}, \end{aligned}$$

где

$$z_1 = 0,5 \left[ Z_{K21} + Z_{K31} \left( \frac{w_2}{w_3} \right)^2 - z_{23} \right],$$

причем все сопротивления к. з. пар обмоток  $Z_K$  приведены здесь к числу витков с соответствующим первым из цифровых индексов.

Удобно привести все сопротивления к. з. пар обмоток к условному базисному числу витков  $w_{баз} = \sqrt{w_2 w_3}$ , тогда

$$\left. \begin{aligned} k_{112} &= -\left( 1 + \sqrt{3}e^{i\pi/2} \frac{w_2}{w_1} \right); z_{22} = Z_{K12} = Z_{K12}(\text{баз}) \frac{w_2}{w_3}; \\ z_{32} &= -z_1(\text{баз}), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$z_1(\text{баз}) = 0,5 [Z_{K12}(\text{баз}) + Z_{K13}(\text{баз}) - Z_{K23}(\text{баз})],$$

причем индекс в скобках обозначает число витков, к которому приведено сопротивление к. з.

Аналогично из опыта к. з. (3→1) следует

$$k_{I13} = -\left(1 + \sqrt{3} e^{-j\pi/2} \frac{\omega_3}{\omega_1}\right); \quad Z_{23} = -Z_1 \text{ (баз)}; \\ Z_{33} = Z_{K13} \text{ (з)} = Z_{K13} \text{ (баз)} \frac{\omega_3}{\omega_2}. \quad (7)$$

Таким образом, получаем все девять коэффициентов, причем  $Z_{23} = Z_{32}$ , а выражения  $k_{U21}$  и  $k_{U31}$ ,  $k_{I12}$  и  $k_{I13}$ ,  $z_{22}$  и  $z_{33}$  попарно однотипны (симметричны).

В случае  $\omega_2 = \omega_3$ , т. е.  $\omega_{\text{баз}} = \omega_2 = \omega_3$ , вместо (4), (6) и (7) получаем:

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \frac{i_{A1x \cdot x}}{U_{A1}}; \quad k_{U21} = 1 - j \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad k_{U31} = 1 + j \frac{\omega_2}{\omega_1}; \\ k_{I12} &= -1 - j \sqrt{3} \frac{\omega_2}{\omega_1}; \quad k_{I13} = -1 + j \sqrt{3} \frac{\omega_2}{\omega_1}; \\ Z_{22} &= Z_{K21}; \quad Z_{33} = Z_{K31}; \quad Z_{23} = Z_{32} = -Z_1 = \\ &= -0,5 (Z_{K21} + Z_{K31} - Z_{K23}), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где все  $Z_K$  приведены к числу витков  $\omega_2 = \omega_3$ .

Анализ результатов. Обозначив  $p = \sqrt{3} \omega_2/\omega_1$ , из (2) и (8) для каждой фазы получаем:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \dot{U}_1/Z_{1x \cdot x} - (1 + jp) i_2 - (1 - jp) i_3; \\ \dot{U}_2 &= (1 - jp) \dot{U}_1 + Z_{K21} i_2 - Z_1 i_3; \\ \dot{U}_3 &= (1 + jp) \dot{U}_1 + Z_{K31} i_3 - Z_1 i_2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Систему уравнений можно представить также в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{1x \cdot x}} - (1 + jp) i_2 - (1 - jp) i_3; \\ \dot{U}_2 &= (1 - jp) \dot{U}_1 + Z_2 i_2 + Z_1 (i_2 - i_3); \\ \dot{U}_3 &= (1 + jp) \dot{U}_1 + Z_3 i_3 - Z_1 (i_2 - i_3), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где

$$Z_2 = 0,5 (Z_{K21} + Z_{K23} - Z_{K31}); \\ Z_3 = 0,5 (Z_{K31} + Z_{K23} - Z_{K21}).$$

Последние члены второго и третьего уравнения имеют разные знаки, поэтому при одинаковой нагрузке сторон 2 и 3 и  $Z_2 = Z_3$  нарушается равенство модулей напряжений  $U_2$  и  $U_3$  и изменяется угол между ними. При положительном значении коэффициента  $Z_1$  в уравнениях (9) и (10) и индуктивной нагрузке угол между векторами  $\dot{U}_{a2}$  и  $\dot{U}_{a3}$  уменьшается с увеличением тока нагрузки, а при отрицательном значении этого коэффициента — увеличивается (рис. 3). Соответственно изменяется угол и между линейными напряжениями сторон 2 и 3. Значение коэффициента  $Z_1$  соответствует сопротивлению  $Z_1$  в трехлучевой схеме замещения фазы трансформатора.

Особенно резко выражена эта зависимость в случае, когда обмотки 2 и 3 вмотаны друг в друга, т. е. когда  $Z_{K23} \approx 0$  и соответственно в схеме замещения фазы  $Z_2 = Z_3 \approx 0$ .

Угол между векторами  $\dot{U}_{a2}$  и  $\dot{U}_{a3}$  не зависит от нагрузки при условии  $Z_1 = 0$ ;  $Z_2 = Z_3$  и  $|i_2| = |i_3|$ . Значение  $Z_1 = 0$  может быть обеспечено за счет определенного расположения обмоток, при котором  $Z_{K12} = Z_{K13} = 2Z_{K1-(2+3)}$  или  $Z_{K23} = 2Z_{K21}$ .

Если рассматривать автотрансформатор как преобразовательный, в котором сетевой обмоткой является сторона 1, а вентилями обмотками — стороны 2 и 3, то следует ввести понятия частичных и сквозных сопротивлений к. з. и сопротивления расщепления [2], а также соответствующие опыты к. з. Например  $Z_{\text{част}2}$  — это сопротивление к. з. при трехфазном питании стороны 1 и замыкании зажимов стороны 2, т. е. при  $U_3 = 0$  и  $I_3 = 0$ . Тогда из первого и второго уравнений системы

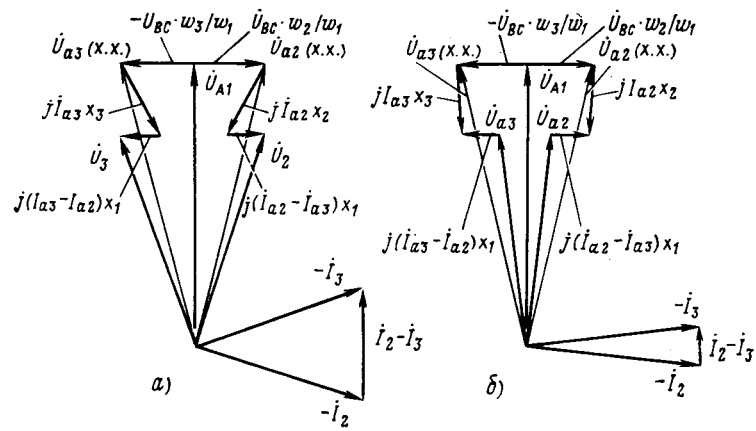


Рис. 3. Векторная диаграмма напряжений при нагрузке

(9) при  $I_{x \cdot x} = 0$  следует

$$Z_{\text{част}2} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_{K21}}{1 + p^2} = \frac{Z_{K21}}{1 + 3\omega_2^2/\omega_1^2}. \quad (11)$$

Соответственно

$$Z_{\text{част}3} = \frac{Z_{K31}}{1 + 3\omega_3^2/\omega_1^2}. \quad (12)$$

Сопротивление  $Z_{\text{СКВ}}$  соответствует питанию стороны 1 при к. з. сторон 2 и 3. Из уравнений (9) следует

$$Z_{\text{СКВ}} = [(2Z_1 + Z_2 + p^2 Z_3)/(Z_{K21}^2 - Z_1^2) + (2Z_1 + Z_3 + p^2 Z_2)/(Z_{K31}^2 - Z_1^2)]^{-1}. \quad (13)$$

В практически важном случае симметрии обмоток 2 и 3 имеем

$$Z_{K21} = Z_{K31} = Z_K \text{ и } Z_{\text{част}2} = Z_{\text{част}3} = Z_K/(1 + p^2); \quad Z_{\text{СКВ}} = \\ = 0,5 (Z_K^2 - Z_1^2)/(Z_K + Z_1 + p^2 Z_2). \quad (14)$$

Если  $Z_1 = 0$ , то

$$Z_{\text{СКВ}} = 0,5 Z_K/(1 + p^2) = 0,5 Z_{\text{част}1}/(1 + p^2) \text{ и } Z_{\text{расщ}} = 2Z_K.$$

Измеренные и рассчитанные по (14) на основе измеренных сопротивлений к. з. пар обмоток значения  $Z_{\text{част}}$  практически совпадают; сравнение  $Z_{\text{СКВ}}$  при двух вариантах расположения обмоток на трехстержневом магнитопроводе в случае относительно большого значения  $p = 0,271$  представлено в таблице. Влияние активной составляющей при этом не учитывалось. Различие, видимо, обусловлено погрешностями измерения и допущением об отсутствии влияния соседних фаз.

Типовая мощность. Важным параметром рассматриваемого автотрансформатора, характеризующим его массу и потери, является типовая мощность  $S_T$  [3] — полусумма мощностей всех частей обмоток. При ее определении обычно пренебрегают током х. х. и падениями напряжения, считая все токи и напряжения равными номинальным. В случае симметричной кон-

Вариант расположе- ния вторич- ной обмотки	Сопротивления, МОм					погреш- ность рас- чета $Z_{\text{СКВ}}$ , %
	$Z_K$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_{\text{СКВ}}$		
	измерен- ное	пересчет		измерен- ное	расчет	
«поэтажный» «с перепле- тением»	315 200	-60 +60	370 140	190 78	170 83	-13 +7

Примечание. «Поэтажный» вариант: вторичные обмотки расположены на одном концентре одна под другой; вариант «с переплетением»: обмотки выполнены на одном концентре, каждая из двух последовательно соединенных частей, чередуются между собой.

струкции и только одновременной одинаковой нагрузки сторон 2 и 3 имеем

$$\omega_2 = \omega_3, \quad p = \sqrt{3} \frac{\omega_2}{\omega_1} \text{ и } I_2 = I_3 = I_H.$$

При этом номинальная мощность автотрансформатора равна  $S_H = 2 \cdot 3 I_H U_H$ , где  $U_H = U_2 = U_3$  — номинальное вторичное напряжение между любыми из зажимов  $a_2, \dots, c_3$  и нейтралью; номинальные напряжения обмоток согласно рис. 1, б равны

$$U_{ABH} = \sqrt{3} U_H / \sqrt{1+p^2}; \quad U_{(a2-a3)H} = U_{ABH} 2 \frac{\omega_2}{\omega_1};$$

номинальный угол сдвига фаз вторичных токов сторон 2 и 3 равен

$$2\varphi_H = 2 \arctg \left( \sqrt{3} \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = 2 \arctg p [1];$$

номинальный ток первичной обмотки  $I_{ABH} = 2 I_H \sin \varphi_H \frac{\omega_2}{\omega_1}$ .

Следовательно, номинальная мощность последовательных обмоток составляет

$$S_{2,3H} = 3 I_H U_{(a2-a3)H} = 3 \sqrt{3} U_H \frac{2\omega_2}{\omega_1} I_H = S_H p / \sqrt{1+p^2};$$

первичной обмотки

$$S_{1H} = 3 U_{ABH} I_{ABH} = 3 \sqrt{3} U_H (1+p^2)^{-0,5} 2 I_H \sin(\arctg p) \frac{\omega_2}{\omega_1} = \\ = S_{2,3H} p / \sqrt{1+p^2} = S_H p^2 / (1+p^2),$$

т. е. при  $p < 1$  значительно меньше  $S_{2,3H}$ .

УДК 62-83:621.771

## Анализ электромеханического демпфирующего действия в электроприводах с вязким трением и упругим механическим звеном

ЗАДОРЖНИЙ Н. А., ЗЕМЛЯКОВ В. Д., РОВЕНСКИЙ А. Г.

Харьков

Характер динамических процессов в электротехнической системе (ЭМС) электроприводов машин и механизмов определяется реальными свойствами электрической (ЭП) и упругой механической (МП) подсистем. Наличие упругих механических звеньев приводит в динамике к колебательным явлениям, которые способствуют ускоренному износу узлов МП и отклонению процессов в ЭП от оптимальных в известном смысле [1—3]. Развитию упругих колебаний препятствуют демпфирующие действие ЭП (отвод энергии механических колебаний и ее диссипация при колебаниях ротора двигателя в магнитном поле) и естественное демпфирование МП. При изучении демпфирующих свойств ЭП естественное демпфирование обычно считают вспомогательным. В общем случае естественное демпфирование существенно изменяет свойства ЭМС в целом. Цель статьи — определение предельных значений электромеханического (совокупность демпфирующего действия ЭП и МП) демпфирования в электроприводе на основе классического метода.

Получение в общем виде зависимостей для количественной оценки демпфирующего действия ЭП и МП при упругих механических колебаниях и правильное описание закономерностей электромеханического демпфирования представляет актуальную задачу.

При описании физических особенностей МП используется двухмассовая расчетная схема с упругим звеном и вязким трением; ЭП представляется колебательным демпфированным звеном (в общем случае коэффициент демпфирования изменяется в пределах  $0 < \xi_a \leq 1$ ). Структурная схема линеаризованной ЭМС применительно к электроприводе постоянного тока приведена на рис. 1 в относительной форме записи параметров с общепринятыми обозначениями:

$$m_\partial = i_H = I_H / I_{H.H}; \quad m_\gamma = i_\gamma = M_\gamma / M_H;$$

Типовая мощность

$$S_T = 0,5 (S_{2,3H} + S_{1H}) = S_H \frac{p}{2} \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} \left( 1 + \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \right). \quad (15)$$

При  $p \ll 1$  имеем

$$S_{2,3H} \approx p S_H; \quad S_{1H} \approx p S_{2,3H} \approx p^2 S_H; \quad S_T \approx 0,5 p S_H (1+p). \quad (16)$$

Выводы. 1. Полученные в статье выражения, связывающие токи и напряжения всех трех сторон автотрансформатора, позволяют рассчитать любые режимы его работы при условии отсутствия насыщения стали.

2. При одинаковой нагрузке вторичных обмоток в общем случае модули напряжений этих двух обмоток неодинаковы, а сдвиг фаз между указанными напряжениями отличается от сдвига фаз при холостом ходе. При индуктивной нагрузке изменяется только сдвиг фаз между векторами вторичных напряжений.

3. Сдвиг фаз между вторичными напряжениями не зависит от нагрузки при условии равенства нулю сопротивления ветви первичной обмотки в трехлучевой схеме замещения фазы трансформатора, которое обеспечивается определенным взаимным расположением обмоток, когда

$$x_{расщ} = 2x_{част} = 4x_{скв}.$$

4. Мощность первичной обмотки автотрансформатора, предназначенного для сдвига фаз, значительно меньше мощности вторичных (последовательных) обмоток и с уменьшением сдвига фаз между вторичными напряжениями быстро снижается.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. с. 817862 СССР. Устройство для сдвига фаз/ Н. А. Демидова, М. Э. Зильберблат, Я. Л. Фишлер. — Оpubл. в Б. И., 1981, № 12.

2. Индуктивные сопротивления рассеяния преобразовательных трансформаторов/ Амромин А. Л., Винник В. З., Павлов В. В. и др. ЭП. Аппараты высокого напряжения, трансформаторы, силовые конденсаторы, 1974, вып. 5 (37).

3. ГОСТ 16110—82. Трансформаторы силовые. Термины и определения.

[04.07.84]

$$m_c = M_c / M_H; \quad v = \omega / \omega_H; \quad K_i = U_H / I_H R_H; \\ T_{M1} = J_1 \omega_H / M_H; \quad T_{M2} = J_2 \omega_H / M_H; \quad T_\pi = L_\pi / R_\pi; \quad T_c = c^{-1}; \\ T^\partial = b / c; \quad c = C_{12} \omega_H / M_H; \quad b = B_{12} \omega_{11} / M_H.$$

В качестве движущей координаты электропривода рассматривается момент в упруго-вязкой МП —  $m_\gamma$ . Передаточные функции по управляющему и возмущающему воздействиям имеет вид:

$$W_1(p) = \frac{m_\gamma(p)}{v_a(p)} = \frac{K_i T_{M2} p + (T_\partial p + 1)}{Q(p)}; \quad (1)$$

$$W_2(p) = \frac{m_\gamma(p)}{m_c(p)} = \frac{(T_\partial p + 1)(T_{M1} T_\pi p^2 + T_{M1} p + K_i)}{Q(p)}; \quad (2)$$

Характеристический полином

$$Q(p) = T_M T_\pi T_\gamma^2 p^4 + (T_M T_\pi T_\partial + T_M T_\gamma^2) p^3 + [T_M (T_\pi + T_\partial) + K_i \gamma T_\gamma^2] p^2 + (T_M + T_\partial) p + K_i, \quad (3)$$

где  $T_\gamma^2 = 1/\Omega_{12}^2 = T_c T_{M1} T_{M2} / T_M$ ;  $\gamma = T_M / T_{M1}$ ;  $T_M = T_{M1} + T_{M2}$ ;  $T_M = K_i T_{эм}$ ;  $T_{эм}$  — электромеханическая постоянная времени электропривода.

Для анализа демпфирующего действия ЭМС достаточно рассмотреть характеристический полином (3).

Максимум демпфирующей способности ЭП можно определить по графическим зависимостям в функции обобщенного параметра  $T_{M1} T_\pi \Omega_{12}^2$  (при  $\gamma = \text{const}$  и отсутствии демпфирования в МП) [1]. Но графическое представление информации об оптимальных параметрах ЭМС не позволяет выявить закономерности в общем виде. Остается также неопределенность в

выборе соотношения параметров  $T_{M1}$  и  $T_{Я}$ , которые однозначно определяют характер процессов в ЭП (что оказывает влияние на интенсивность демпфирования упругих колебаний). Приведение характеристического полинома к типовым нормированным уравнениям по Вышнеградскому и Баттерворту [4] исключает возможность выявить характер взаимодействия электрической и механической подсистем. Механизм влияния отдельных физических параметров ЭМС на затухание процессов в МП и в ЭП скрыт в полученных обобщенных зависимостях нормированного уравнения высокого порядка.

Получить аналитические зависимости для реализации максимального электромеханического демпфирования упругих колебаний можно следующим образом.

Согласно терминологии теории колебаний ЭМС электропривода (рис. 1) состоит из двух парциальных подсистем; ЭП при учете э. д. с. двигателя описывается характеристическим уравнением вида (контур 1):

$$T_{M1}T_{Я}p^2 + T_{M1}p + K_i = 0. \quad (4)$$

Характер переходных процессов в ЭП зависит от коэффициента относительного демпфирования.

$$\xi_{\partial} = 0,5 \sqrt{T_{M1}/K_i T_{Я}} \quad (5)$$

и может быть колебательным ( $0 < \xi_{\partial} < 1$ ) или аperiodическим ( $\xi_{\partial} \geq 1$ ). Характеристическое уравнение МП при учете вязкого трения (контур 2) имеет вид:

$$\gamma T_y^2 p^2 + T_{\partial} p + 1 = 0. \quad (6)$$

Относительный коэффициент демпфирования в МП

$$\xi_M = 0,5 T_{\partial} / \sqrt{\gamma T_y}. \quad (7)$$

Частоты свободных (недемпфированных) колебаний электрической и механической подсистем:

$$\Omega_{\partial 0} = \sqrt{K_i / T_{M1} T_{Я}}; \quad (8)$$

$$\Omega_{M0} = 1 / \sqrt{\gamma T_y}. \quad (9)$$

При взаимосвязи процессов в МП и ЭП частоты (8) и (9) будут отклоняться от свободных из-за наличия демпфирования. Из анализа условий существенного взаимодействия процессов в МП и ЭП по коэффициенту связанности [5] получена зависимость

$$\frac{K_i}{T_{M1} T_{Я}} = \frac{1}{K_B T_y^2}, \quad (10)$$

означающая равенство парциальных частот, где  $K_B$  — коэффициент взаимосвязи процессов в ЭП и МП.

Совместное решение (5) и (10) дает следующие зависимости:

$$T_{Я} = 0,5 \sqrt{K_B} T_y / \xi_{\partial}; \quad (11)$$

$$T_{M1} = 2 \xi_{\partial} K_i \sqrt{K_B} T_y. \quad (12)$$

Из (7)

$$T_{\partial} = 2 \xi_M \sqrt{\gamma T_y}. \quad (13)$$

При решении задачи демпфирования свободной составляющей движения ЭМС правая часть характеристического полинома (3) приравнивается нулю:

$$T_M T_{Я} T_y^4 p^4 + (T_M T_{Я} T_{\partial} + T_M T_y^2) p^3 + [T_M (T_{\partial} + T_{Я}) + K_i \gamma T_y^2] p^2 + (T_M + T_{\partial}) p + K_i = 0. \quad (14)$$

Подстановка из (11), (12) и (13) значений  $T_{Я}$ ,  $T_{M1}$  и  $T_{\partial}$  в уравнение (14) позволяет получить уравнение с обобщенными параметрами  $\xi_{\partial}$ ,  $\xi_M$  и  $K_B$  при данных  $\gamma$  и  $T_y$ :

$$\gamma K_B T_y^4 p^4 + (2\gamma \sqrt{K_B} \xi_{\partial} + 2\gamma \sqrt{\gamma} K_B \xi_M) T_y^3 p^3 + \dots + [4\xi_{\partial} \xi_M \gamma \sqrt{\gamma K_B} + \gamma (1 + K_B)] T_y^2 p^2 + 2(\xi_{\partial} \gamma \sqrt{K_B} + \xi_M \sqrt{\gamma}) T_y p + 1 = 0. \quad (15)$$

Уравнение свободного движения ЭМС (15) описывает колебательный процесс, затухание которого зависит от  $\xi_{\partial}$ ,  $\xi_M$  и  $K_B$ . Предельное значение электромеханического демпфирующего действия во взаимосвязанной ЭМС достигается при равенстве вещественных и мнимых частей корней характеристических уравнений МП и ЭП, что указывает на равенство декрементов затухания в подсистемах. В этом случае процесс в ЭМС можно описать уравнением вида

$$(a_0 p^2 + a_1 p + 1)(a_0 p^2 + a_1 p + 1) = 0, \quad (16)$$

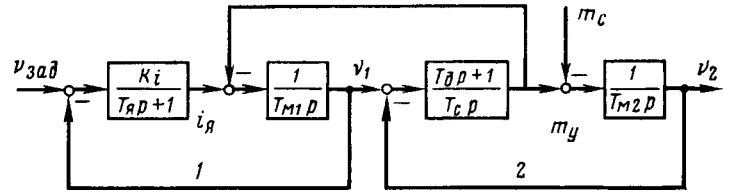


Рис. 1. Структурная схема двухмассовой электромеханической системы

которое тождественно уравнению (15). Из выражений

$$\left. \begin{aligned} a_0^2 &= \gamma K_B T_y^4; \\ 2a_1 a_0 &= (2\gamma \sqrt{K_B} \xi_{\partial} + 2\gamma \sqrt{\gamma} K_B \xi_M) T_y^3; \\ 2a_0 + a_1^2 &= [4\xi_{\partial} \xi_M \gamma \sqrt{\gamma K_B} + \gamma (1 + K_B)] T_y^2; \\ 2a_1 &= 2(\xi_{\partial} \gamma \sqrt{K_B} + \xi_M \sqrt{\gamma}) T_y. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

определяющих равенство коэффициентов при соответствующих степенях операторов уравнений (15) и (16), получаются оптимальные значения  $\xi_{\partial}^0$  и  $K_B^0$  при предельном электромеханическом демпфировании:

$$K_B^0 = 1/\gamma; \quad (18)$$

$$\xi_{\partial}^0 = (\xi_{\partial} - \xi_M) = \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}. \quad (19)$$

Знак модуля в математическом выражении (19) физически означает факт преобладания демпфирования в ЭП ( $\xi_{\partial} > \xi_M$ ) или МП ( $\xi_M > \xi_{\partial}$ ), знаком «минус» учитываются случаи, когда в реальном электроприводе  $\xi_{\partial} > \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$  или  $\xi_M > \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$ . Таким образом, характеристическое уравнение ЭМС (14) с учетом (18) принимает вид:

$$[T_y^2 p^2 + \sqrt{\gamma} (\xi_{\partial} + \xi_M) T_y p + 1] [T_y^2 p^2 + \sqrt{\gamma} (\xi_{\partial} + \xi_M) \times \times T_y p + 1] = 0. \quad (20)$$

Корни характеристического уравнения (20) являются кратными и определяются из решения квадратного уравнения:

$$p_{1,2} = p_{3,4} = \alpha \pm j\beta = -\frac{1}{T_y} \times \times \left[ \frac{\sqrt{\gamma} (\xi_{\partial} + \xi_M)}{2} \pm j \sqrt{1 - \frac{\gamma (\xi_{\partial} + \xi_M)^2}{4}} \right], \quad (21)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  — действительная и мнимая части корней.

Обобщенное уравнение (20) описывает затухающий колебательный процесс в ЭМС со следующими показателями:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= 0,5 \sqrt{\gamma} (\xi_{\partial} + \xi_M); \\ \Omega &= \sqrt{4 - \gamma (\xi_{\partial} + \xi_M)^2} / 2 T_y; \\ \mu &= \sqrt{1 - \xi^2 / \xi}, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $\xi$  — коэффициент электромеханического демпфирования;  $\Omega$  — частота демпфированных колебаний координат ЭП и МП;  $\mu$  — колебательность ЭМС.

Для конкретного случая реализации предельного значения необходимо соблюдать соотношение (19).

Из (21) при анализе вида корней характеристического уравнения (20) можно определить условия аperiodического процесса (корни действительные и кратные) при соблюдении (19), т. е.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\gamma - 1} + 2\xi_M \sqrt{\gamma} &= 2 \text{ при } \xi_{\partial} > \xi_M; \\ \sqrt{\gamma - 1} + 2\xi_{\partial} \sqrt{\gamma} &= 2 \text{ при } \xi_M > \xi_{\partial}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

В случае, когда демпфированием в МП можно пренебречь ( $\xi_M \approx 0$ ), предельное значение демпфирования в ЭМС достигается

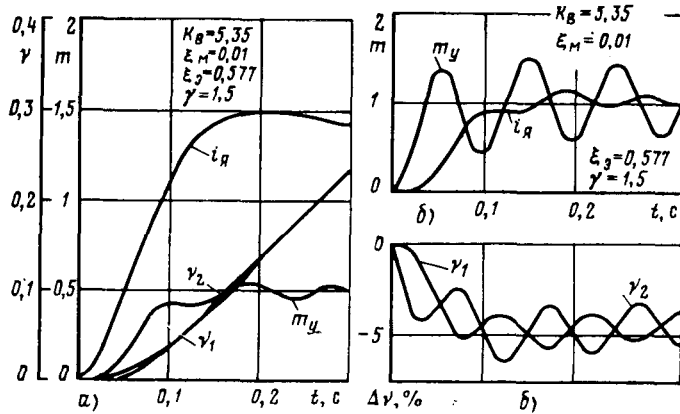


Рис. 2. Переходные процессы в электромеханической системе при слабой взаимосвязи процессов в электрической и механической подсистемах: а — при линейном нарастании управляющего напряжения; б — при скачке возмущающего воздействия

при

$$\left. \begin{aligned} K_{B1}^0 &= 1/\gamma; \\ \xi_1^0 &= \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Показатели колебательности переходных процессов в ЭМС для этого случая аналогично (22) будут:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= 0,5 \sqrt{\gamma-1}; \\ \Omega_1 &= \sqrt{5-\gamma}/2T_y; \\ \mu_1 &= \sqrt{\frac{5-\gamma}{\gamma-1}}; \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

условием апериодического процесса будет  $\gamma = 5$ .

Формулы прямых оценок (24), (25) подтверждают выводы, полученные в [1, 6, 7] из графических зависимостей, что возможный максимум демпфирующей способности ЭП электропривода и условие полного демпфирования упругих механических колебаний определяются коэффициентом соотношения инерционных масс  $\gamma$ .

Подстановка  $K_B^0$  и  $\xi^0$  в выражения для параметров ЭП и МП (11), (12) и (13) дает следующие зависимости для реализации предельного электромеханического демпфирования в ЭМС для любого данного значения  $\gamma$  и  $T_y$ :

а)  $\xi_a > \xi_m$

$$\left. \begin{aligned} T_y &= \frac{T_y^2}{T_d + 2\sqrt{\gamma-1}T_y}; \\ T_{M1} &= K_i \frac{T_d + 2\sqrt{\gamma-1}T_y}{\gamma}; \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

б)  $\xi_m > \xi_a$

$$\left. \begin{aligned} T_y &= \frac{T_y^2}{T_d - 2\sqrt{\gamma-1}T_y}; \\ T_{M1} &= K_i \frac{T_d - 2\sqrt{\gamma-1}T_y}{\gamma}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Параметры  $T_y$  и  $T_{M1}$  конкретной разомкнутой системы (см. структурную схему рис. 1) могут не соответствовать значениям (26), (27), поэтому для реализации предельного электромеханического демпфирования в ЭМС необходимо применять замкнутые системы с отрицательными обратными связями по регулируемым координатам (в частности, по току якоря и скорости двигателя). Так, структурная схема системы подчиненного регулирования (СПР) с пропорциональным (П — РС) регулятором скорости ( $K_{PC} = K_i$ ) при аппроксимации контура регулирования тока инерционным звеном [2, 4] (без учета э. д. с. двигателя) с некомпенсируемой постоянной времени  $T_{\mu\omega} = T_y$  аналогична приведенной на рис. 1. Предельное зна-

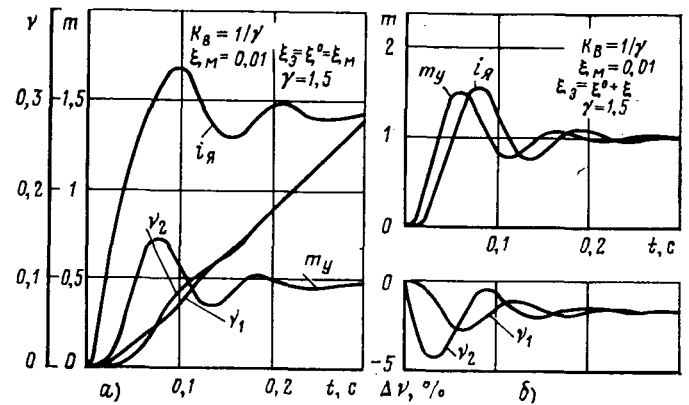


Рис. 3. Переходные процессы в электромеханической системе с предельным электромеханическим демпфированием: а — при линейном нарастании управляющего напряжения; б — при скачке возмущающего воздействия

чение электромеханического демпфирования в электроприводе с СПР и П — РС для любого данного  $\gamma$  и  $T_y$  реализуется при

а)  $\xi_a > \xi_m$

$$\left. \begin{aligned} T_{\mu\omega} &= \frac{T_y^2}{T_d + 2\sqrt{\gamma-1}T_y}; \\ K_{PC} &= \frac{\gamma T_{M1}}{T_d + 2\sqrt{\gamma-1}T_y}; \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

б)  $\xi_m > \xi_a$

$$\left. \begin{aligned} T_{\mu\omega} &= \frac{T_y^2}{T_d - 2\sqrt{\gamma-1}T_y}; \\ K_{PC} &= \frac{\gamma T_{M1}}{T_d - 2\sqrt{\gamma-1}T_y}; \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

в)  $\xi_m = 0$

$$\left. \begin{aligned} T_{\mu\omega} &= \frac{T_y}{2\sqrt{\gamma-1}}; \\ K_{PC} &= \frac{\gamma T}{2\sqrt{\gamma-1}T_y}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Выражение (30) для выбора параметров при реализации предельного значения демпфирования в электроприводе с СПР совпадает при  $\gamma = 5$  с приведенными в [4] аппроксимирующими формулами и соответствует распределению корней характеристического уравнения (20) по Баттерворту.

При отсутствии демпфирования в ЭП ( $\xi_a \approx 0$ ) предельное значение демпфирования в ЭМС достигается при соблюдении (18) применением механических способов демпфирования. Тогда

$$\xi_2^0 = \xi_m = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \text{ и из (13) следует, что для этого случая} \quad (31)$$

$$T_d = 2\sqrt{\gamma-1}T_y.$$

Полученные формулы прямых оценок предельных значений электромеханического демпфирования в ЭМС проверены для конкретных электроприводов с  $\gamma = 1,2 \div 10$  и различных значениях  $\xi_a$  и  $\xi_m$  при нахождении корней характеристического уравнения (14) и расчете переходных процессов в ЭМС на ЦВМ. При расчете выявлено совпадение результатов расчета прямых оценок электромеханического демпфирования в ЭМС по исходным зависимостям (18), (19) с оценкой по корням и графикам переходных процессов.

На рис. 2 приведены графики переходных процессов в электроприводе с  $T_{M1} = 0.945$  с;  $T_y = 0.032$  с;  $K_i = 22,148$ ;  $\gamma = 1,5$ ;  $T_y = 15,9634 \cdot 10^{-3}$  с;  $\xi_m = 0,01$  при линейном изменении  $v_z$  (рис. 2, а) и скачке  $m_c$  (рис. 2, б).

Процессы в ЭП и МП слабо взаимосвязаны ( $K_B = 5,35$ ) и колебания момента в упругом звене ( $m_y$ ) не демпфируются. По зависимостям (28) рассчитаны параметры электропривода с СПР и П — РС, реализующие предельное значение  $\xi = 0,5X$

$\times(\sqrt{\gamma-1}+2\xi_m)$ . Графики переходных процессов в ЭМС с предельным электромеханическим демпфированием при линейном изменении  $v_a$  и скачке  $m_c$  приведены на рис. 3.

Зависимости (18), (19) и (22), (23) дают представление о закономерностях электромеханического демпфирования в двухмассовой ЭМС с вязким трением и упругим звеном, количественно определяют связь между параметрами ЭМС и показателями колебательности переходных процессов и отвечают требованиям системного проектирования, т. е. учитывают возможности электрического, механического, конструктивного способов снижения динамических нагрузок.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключев В. И., Теличко Л. Я. Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах. — Электричество, 1977, № 1.
2. Иванов Г. М., Бучева И. Л. Системы регулирования ав-

томатизированных электроприводов с упругими звеньями механической части. — М.: Информэлектро, 1977.

3. Шестаков В. М. Построение и оптимизация систем подчиненного регулирования электроприводов с упругими механическими передачами. — Электричество, 1978, № 10.

4. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г., Иванов Г. М. Учет упруговязких связей при построении систем управления электроприводами. — Электричество, 1981, № 3.

5. Мандельштам Л. И. Полное собрание трудов. — М.: Изд-во АН СССР, т. IV, 1955.

6. Переслегин Н. Г. Вопросы создания электроприводов, обеспечивающих ограничение упругих деформаций в механических системах. ЭП. Электропривод, 1980, вып. 4 (84).

7. Ключев В. И., Жильцов Л. В., Калашников Ю. Т. Состояние и перспективы развития теории электропривода с упругими механическими связями. — Электричество, 1981, № 7. [19.05.83]

УДК 62-83:621.3.015.018.78

## Определение коэффициента искажений напряжения сети, питающей электроприводы с тиристорными преобразователями

ЦРНОШИЯ П., БАЙЧ Б.

Загреб, СФРЮ

Искажения сетевого напряжения, нагруженного электроприводом постоянного тока с ТП, могут быть определены аналитическими методами, моделированием с использованием вычислительных машин, а также экспериментально. Экспериментальные методы дают точные результаты в стационарном режиме работы электропривода. В реальных условиях электроприводы постоянного тока часто находятся в переходных режимах, поэтому меняется и гармонический состав. При большом числе электроприводов постоянного тока с ТП и сложных графиках их нагрузки явления в сети носят случайный характер, и поэтому к определению коэффициента нелинейных искажений необходимо подойти с учетом случайных процессов.

Чаще всего мерой искажений сетевого напряжения служит коэффициент нелинейных искажений (КНИ)

где  $U_1$  — действующее значение первой гармоники напряжения;  $U_\Sigma = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2}$  — действующее значение компоненты напряжения, состоящей из всех высших гармоник  $U_n$ .

Действующее значение основной гармоники изменяется незначительно, поэтому КНИ пропорционален напряжению  $U_\Sigma$ . При оценке этой величины необходимо время усреднения детектора установить с учетом скорости изменения нелинейных искажений. При соответствующей инерции детектора на его выходе можно получить ряд значений  $U_\Sigma$ , которые соответствующей калибровкой переводятся в  $k_n$ .

Как и всякую случайную величину, КНИ удобно характеризовать распределением вероятностей. Эта функция выявляется при анализе выходного сигнала детектора, измеряющего  $U_\Sigma$  или  $k_n$ . Распределение вероятностей особенно удобно для описания искажений напряжения в сети, нагруженной большим числом потребителей.

Из распределения вероятностей КНИ напряжения сети определяются среднее и максимальное значения коэффициента нелинейных искажений в анализируемом интервале. Время анализа выбирается таким, чтобы охватывались все характерные состояния сети с электроприводами.

Приведем результаты такого анализа для сети, схема которой показана на рис. 1. Электроприводы с двигателями МЗ — М7 имеют неуправляемые выпрямители, поэтому их влияние на искажения напряжения высоковольтной части сети незначительно; основное влияние оказывают электроприводы с двигателями М1 и М2, питаемыми через тиристорные преобразователи.

Для определения распределения вероятностей КНИ применялись анализатор фирмы Брюел — Кяер типа 2107 и коррелятор Хьюлетт — Паккард 3721А.

На рис. 2 показано распределение вероятностей КНИ на вторичной обмотке трансформаторов Тр6 и Тр7, нагружен-

ных соответственно только двигателем М1 (рис. 2, а) и только двигателем М2 (рис. 2, б).

Коэффициент нелинейных искажений на Тр6 меняется от 18 до 26 %, что соответствует значительным изменениям нагрузки электропривода; кривая распределения вероятностей КНИ на рис. 2, б свидетельствует о практически постоянной нагрузке двигателя М2.

На графике распределения вероятностей КНИ напряжения вторичной обмотки Тр1 (первичной обмотки Тр6) (рис. 3, а) видны четыре максимума. Первый максимум (2 %) — следст-

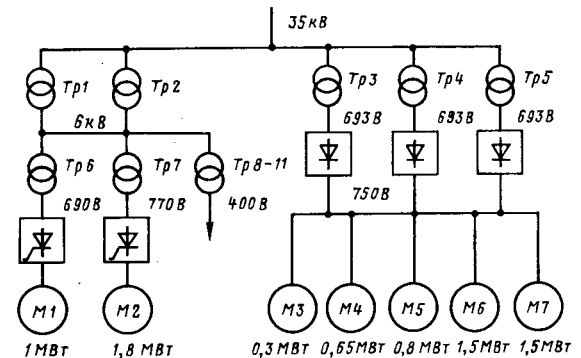


Рис. 1. Упрощенная схема электрической сети, нагруженной электроприводами постоянного тока

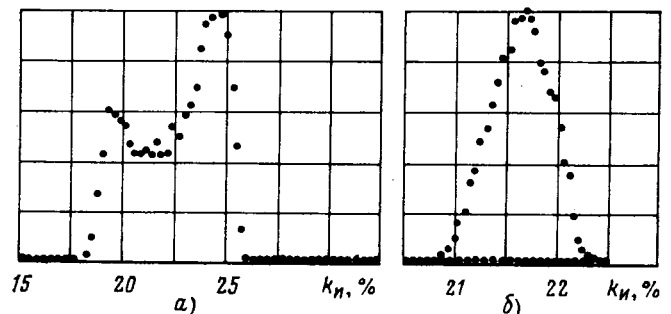


Рис. 2. Распределение вероятностей КНИ напряжения на вторичной обмотке Тр6 (а) и Тр7 (б)



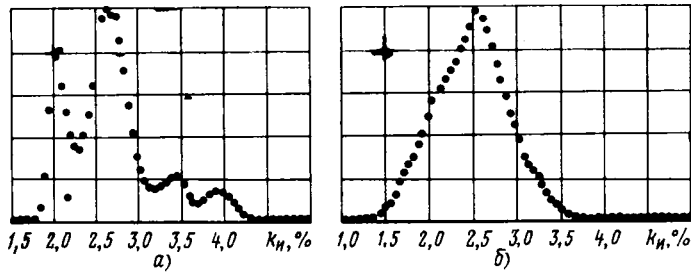


Рис. 3. Распределение вероятностей КНИ напряжения на вторичной (а) и первичной (б) обмотках  $Tr1$

вие холостого хода двигателей  $M1$  и  $M2$ . Нагруженный двигатель  $M1$  дает второй максимум (2,6 %) — наибольший, так

как нагрузка приложена примерно на половине рабочего цикла привода. Третий максимум (3,45 %) — следствие нагрузки двигателя  $M2$ , он значительно ниже, так как нагрузка приложена лишь на  $1/8$  рабочего цикла. Двум нагруженным двигателям  $M1$  и  $M2$  соответствует четвертый максимум (3,9 %); из-за малой вероятности одновременной нагрузки он имеет наименьшее значение.

Распределение вероятностей КНИ напряжения первичной обмотки трансформатора  $Tr1$  показано на рис. 3, б. Из-за действия остальных источников высших гармоник на распределение вероятностей максимумы здесь не выражены, среднее значение КНИ напряжения составляет 2,5 %, а максимальное значение — 3,8 %.

Описанный опыт экспериментального определения КНИ напряжения дает полные и емкие результаты в случае переменных режимов и существенных переходных процессов в электроприводах и показывает, что распределение вероятностей КНИ позволяет строго определить среднее и максимальное значение коэффициента нелинейных искажений.

УДК 621.315.1.004

## Номограммы для определения сроков реконструкции линий электропередачи

СИНЬКОВ Э. М., доктор техн. наук, АСТАХОВ Ю. Н., канд. техн. наук, БЛОК В. М., канд. техн. наук, ПРИТАКА И. П., канд. техн. наук, КОЗЫРСКИЙ В. В., инж.

Рост электрических нагрузок во времени приводит к увеличению потерь энергии в сетях. Одним из способов увеличения пропускной способности линий и уменьшения расхода энергии является замена существующих проводов на провода большего сечения (при тех же опорах или с частичной реконструкцией их).

Существует ряд методов [1, 2 и др.], которые на основе технико-экономического обоснования упорядочивают методику выбора различных параметров при реконструкции. Однако некоторые из этих методов исключают возможность учета фактических параметров сети, так как основываются на применении нормативной таблицы экономической плотности тока, которая не отвечает условиям минимума приведенных затрат  $Z$  и не дает оптимального решения. Эта таблица не учитывает ступенчатости сечения, изменения фактических значений времени максимальных потерь  $\tau$  и их непрерывности, фактической стоимости потерь электроэнергии  $C_9$  и конкретных значений коэффициента на амортизацию  $p_a$ . Эта таблица учитывает также выпадения ряда сечений, которые оказываются неэкономичными, так как не дают минимума приведенных затрат и применять которые при данном исполнении сети не следует. Не учитывает она и другие факторы, например, ограничения по короне и нагрев в нормальном режиме. Все это возможно учесть при использовании метода экономических интервалов. Универсальные номограммы экономических интервалов для разных исполнений сетей приведены в [3]. При пользовании этими номограммами можно учесть как множественность нагрузок, так и их рост.

Представляется целесообразным пользование номограммами экономических интервалов и при рассмотрении вопросов реконструкции сетей. Однако в виду ряда особенностей условий реконструкции непосредственно использование указанных номограмм не может дать правильных результатов. В этом случае требовалось проведение соответствующего анализа и построения новых зависимостей. Такой анализ был проведен в [4]. Как видно из [4] необходимость увеличения сечения при реконструкции может быть как на одну, так и на большее число ступеней.

Необходимость реконструкции вызывается: экономической нецелесообразностью сохранения существующих сечений, которые не дают минимума приведенных затрат; потерей (отклонением) напряжения, превосходящей допустимые значения, которые определяют качество электроэнергии у потребителя; недопустимым нагревом проводов и кабелей.

Рассмотрим эти факторы.

**Экономическая целесообразность.** Перед проведением реконструкции данной линии необходимо установить целесообразный срок реконструкции, когда ток возрастает до предельного значения  $I_{\text{эк.р.}}$ , при котором реконструкция становится экономи-

чески целесообразной и сечения проводов следует увеличить с первоначальной  $F_1$  до экономического  $F_{\text{эк.р.}}$ . Для этого производится сравнение двух вариантов приведенных затрат при старом, первоначальном исполнении сети  $Z_{\text{ст}}$  (до реконструкции) и новом  $Z_{\text{нов}}$  (линия реконструируется и сечение первоначальное заменяется увеличенным  $F_{\text{эк.р.}}$ ). Аналогичные исследования проводились в [1 и 2], но без учета дискретности сечений.

Для сравнения значения приведенных затрат  $Z_{\text{ст}}$  и  $Z_{\text{нов}}$  достаточно учитывать только дополнительные капиталовложения, поскольку расходы, произведенные ранее (первоначальная стоимость линии), одинаковы для обоих вариантов. При этом, если реконструкция не производится, дополнительных капиталовложений нет и в приведенных затратах остается только стоимость потерь энергии

$$Z_{\text{ст}} = 3I_{\text{расч}}^2 \rho \tau C_9 F_1^{-1} \cdot 10^{-3}, \quad (1)$$

где  $I_{\text{расч}}$  — расчетный ток в  $t$ -м году (до реконструкции),  $A$ ;  $\rho$  — удельное активное сопротивление  $\text{Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{км}$ ;  $\tau$  — число часов потерь,  $\text{ч/год}$ ;  $C_9$  — удельная стоимость потерь электроэнергии,  $\text{руб/кВт} \cdot \text{ч}$ ;  $F_1$  — сечение проводов линии до реконструкции,  $\text{мм}^2$ .

Новые приведенные затраты  $Z_{\text{нов}}$  при реконструкции будут состоять из стоимости потерь электроэнергии (уменьшенных в связи с увеличением сечения до  $F_{\text{эк.р.}}$ ) и отчислений от капиталовложений, необходимых при реконструкции

$$Z_{\text{нов}} = 3I_{\text{расч}}^2 \rho \tau C_9 F_{\text{эк.р.}}^{-1} \cdot 10^{-3} + K_p (E_n + p_a), \quad (2)$$

где  $K_p$  — капиталовложения в реконструкцию, состоящие из стоимости новых проводов и опор с учетом возвратных сумм,  $\text{руб/км}$ ;  $E_n$  — нормативный коэффициент эффективности,  $\text{отн. ед.}$ ;  $p_a$  — коэффициент отчислений на автоматизацию,  $\text{отн. ед.}$

Значение расчетного тока может быть определено с учетом роста нагрузок и их множественности, аналогичному тому, как это делается для вновь строящихся линий [3 и 5].

Таким образом, реконструкция становится целесообразной при

$$Z_{\text{нов}} \leq Z_{\text{ст}}. \quad (3)$$

Подставив значения  $Z_{\text{нов}}$  и  $Z_{\text{ст}}$  из (1) и (2) в (3), можно определить предельное значение расчетного тока  $I_{\text{эк.р.}}$ , при котором реконструкция становится необходимой из экономических соображений

$$I_{\text{эк.р.}} = \sqrt{\frac{K_p (E_n + p_a) 10^3}{3 \rho \tau C_9 (F_1^{-1} - F_{\text{эк.р.}}^{-1})}}. \quad (4)$$

**Учет потери напряжения.** Если потеря (отклонение) напряжения превосходит допустимые значения, приходится применять специальные меры поддержания напряжения на необходимом уровне. Если эти меры оказываются недостаточными, необходима реконструкция линий: замена сечений проводов, сооружение дополнительных линий и т. д.

В [5] были определены предельные длины, в границах которых проверка по допустимой потере напряжения не требуется при выборе сечений по номограммам экономических интервалов. Однако в ряде случаев, особенно в сельскохозяйственных сетях, длины могут превосходить предельные и тогда становится необходимым расчет по допустимой потере напряжения.

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U = \sqrt{3} I l F^{-1} \cos \varphi \left( 1 + \frac{X_0}{R_0} \operatorname{tg} \varphi \right), \quad (5)$$

где  $X_0$  и  $R_0$  — индуктивное и активное сопротивления провода соответственно Ом/км;  $l$  — длина линии, км.

После проведения анализа было установлено, что для алюминиевых и сталеалюминиевых проводов

$$\frac{X_0}{R_0} \approx 0,016 F^{0,936}.$$

Подставив это выражение в (5), получим

$$\Delta U = \sqrt{3} I l F^{-1} \cos \varphi + 0,027 I l F^{-0,064} \sin \varphi. \quad (6)$$

Для провода сечением от 16 до 95 мм<sup>2</sup> с допустимой для расчета погрешностью можно принять

$$F^{-0,064} \approx 0,78.$$

Тогда, окончательно выражение для определения потери напряжения примет вид:

$$\Delta U = I l (54,6 F^{-1} \cos \varphi + 0,66 \sin \varphi). \quad (7)$$

По этому выражению нетрудно определить предельное значение расчетного тока, при которой реконструкция становится необходимой по условиям допустимой потери напряжения  $\Delta U_{\text{доп}}$ :

$$I_{\Delta U_p} = \frac{\Delta U_{\text{доп}}}{54,6 l F^{-1} \cos \varphi + 0,66 l \sin \varphi}. \quad (8)$$

При использовании этих формул необходимо учесть ограничения, которые могут быть наложены на значение  $\cos \varphi$  и  $\sin \varphi$  в случае применения специальных мер поддержания напряжения.

**Учет условий нагрева** в нормальном режиме произведен в номограммах экономических интервалов горизонтальными линиями (см. [3]).

Таким образом, экономические соображения и условия допустимой потери напряжения определяются из (4) и (8). В статье сделана попытка обобщения этих двух факторов на базе метода экономических интервалов и создания номограмм, учитывающих оба фактора одновременно.

**Номограммы реконструкции.**

В выражении (4) обозначим

$$f = \frac{1}{(F_1^{-1} - F_{\text{эк.р}}^{-1})} \quad (9)$$

и

$$A = \frac{K_p (E_n + p_a)}{\tau C_a}. \quad (10)$$

Подставив (9) и (10) в (4), получим предельный ток, при достижении которого в линии, реконструкция становится целесообразной по экономическим соображениям

$$I_{\text{эк.р}} = \sqrt{f} \sqrt{A} \sqrt{\frac{10^8}{3\rho}}. \quad (11)$$

При построении номограммы реконструкции рассмотрим конкретную линию, например 10 кВ на железобетонных опорах (рис. 1). В первом квадранте строим зависимость  $\sqrt{f} = \varphi_1(F_1)$  при дискретных значениях сечений  $F_{\text{эк.р}} = 35, 50, 70$  и т. д. Во втором — при заданных значениях  $\sqrt{A}$  (прямые линии) строим зависимость  $I_{\text{эк.р}} = \varphi_2(\sqrt{f})$ .

Таким образом, для нахождения предельного тока реконструкции по экономическим соображениям от оси  $F_1$  проводим обход против часовой стрелки и находим значение этого тока  $I_{\text{эк.р}}$ .

В третьем квадранте при заданных значениях  $\Delta U_{\text{доп}}$  строим зависимость

$$I_{\Delta U_p} = \varphi_U(II).$$

В этом случае для нахождения предельного тока реконструкции по условиям допустимой потери напряжения обход проводим от оси  $F_1$  до оси токов по часовой стрелке.

Аналогично могут быть построены универсальные номограммы реконструкции и для других исполнений сети (кабельные и воздушные линии различных напряжений), также как это сделано для номограмм экономических интервалов [3].

**Пример 1.** Линия 10 кВ протяженностью 8 км выполнена на железобетонных опорах; коэффициент отчислений на амортизацию  $p_a = 3,5\%$ ; время максимальных потерь  $\tau = 1900$  ч/год; стоимость потерь энергии  $C_a = 0,027$  руб/кВт·ч. Капитальные затраты на проведение реконструкции линии с заменой сечения с  $F_1 = 35$  мм<sup>2</sup> до  $F_{\text{эк.р}} = 70$  мм<sup>2</sup> составят  $K_p = 1120$  руб/км (значение  $F_{\text{эк.р}}$  может быть найдено по [4]). Специальных мер поддержания напряжения в линии нет.

Определить предельные токи реконструкции из экономических соображений и по допустимой потере напряжения при  $\Delta U_{\text{доп}} = 7\%$  и  $\Delta U_{\text{доп}} = 5\%$ .

1. По (10) находим

$$\sqrt{A} = \sqrt{\frac{1120(0,12 + 0,035)}{1900 \cdot 0,027}} = 1,84 \text{ (кВт/км}^{1/2}\text{)}.$$

2. Из точки  $a$  (рис. 1), соответствующей сечению  $F_1$ , проводим линию против часовой стрелки до пересечения с кривой, соответствующей  $F_{\text{эк.р}}$  (точка  $b$ ).

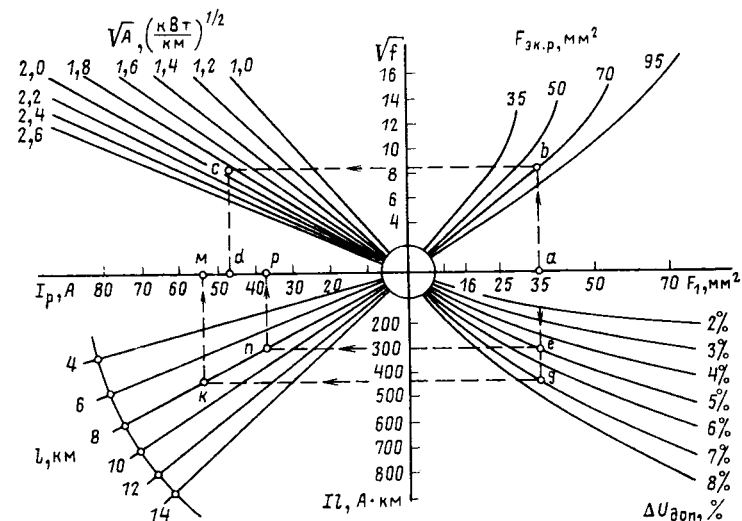
3. Из точки  $b$  проводим горизонтальную линию  $bc$ . Точка  $c$  соответствует найденному значению  $\sqrt{A} = 1,84$ .

4. Опуская перпендикуляр  $cd$  на ось токов, находим значение тока, при котором целесообразна реконструкция по экономическим соображениям  $I_{\text{эк.р}} = 47$  А.

5. Такой же обход, но уже по часовой стрелке проводим от точки  $a$  вниз до пересечения с заданным значением потери напряжения  $\Delta U_{\text{доп}} = 7\%$  (точка  $g$ ), затем переходим к точке  $k$ , соответствующей длине  $l = 8$  км. Проведя прямую  $km$  на ось токов, находим значение тока, при котором необходима реконструкция по условиям допустимой потери напряжения —  $I_{\Delta U_p} = 54$  А.

Так как определяющим является меньшее значение из полученных по п. 4 и 5 токов, т. е.  $I_{\text{эк.р}} < I_{\Delta U_p}$ , то реконструкцию следует проводить при достижении током в линии 47 А. В данном случае определяющими являются экономические соображения. Необходимо указать, что если эксплуатировать линию без реконструкции до тока 54 А при той же допустимой потере напряжения  $7\%$ , то, как показали расчеты, перерасход в приведенных затратах составит  $7,8\%$ .

6. При заданной потере напряжения  $\Delta U_{\text{доп}} = 5\%$  обход надо проводить аналогично по прямым  $ae$  —  $en$  —  $np$ . Соответственно и предельный ток  $I_{\Delta U_p}$  будет другим, равным 38 А. Как вид-



Универсальная номограмма реконструкции линий 10 кВ

но в этом случае  $I_{\Delta U_p} < I_{\text{эк. р.}}$ , т. е. определяющим будет уже предельный ток, обусловленный допустимой потерей напряжения, а не экономическими соображениями.

**Определение сроков реконструкции.** После нахождения предельных токов работы по реконструкции желательно при проектировании заранее запланировать, т. е. установить число лет работы линии без реконструкции.

Известно, что изменение расчетной нагрузки во времени может быть выражено законом сложных процентов

$$I_t = I_0 (1 + \alpha)^t, \quad (12)$$

где  $I_0$  — ток нагрузки в рассматриваемый год эксплуатации ( $t=0$ );  $\alpha$  — темп роста нагрузки в относительных единицах в год.

Тогда целесообразный срок реконструкции

$$t = \frac{1}{\ln(1 + \alpha)} \ln \frac{I_t}{I_0}, \quad (13)$$

где  $I_t$  — предельный ток реконструкции, определяемый из номограмм по предложенной методике.

В течение эксплуатационного периода работы линии нередко происходит скачкообразное изменение нагрузки, вызванное присоединением небольших предприятий [6]. Тогда

$$I_t = I_0 [(1 + \alpha)^t + k_a], \quad (14)$$

где  $k_a$  — коэффициент скачка нагрузки (отношение значения тока при скачке к току  $I_0$ ).

Из (14) найдем

$$t = \frac{1}{\ln(1 + \alpha)} \ln \left( \frac{I_t}{I_0} - k_a \right). \quad (15)$$

~~~~~

УДК 621.316.1.016.3.001.57

## Моделирование суточных графиков электрических нагрузок коммунально-бытовых потребителей методом ортогональных разложений

ТАРНИЖЕВСКИЙ М. В., доктор техн. наук, МИХАЙЛОВ В. И., инж.

АКХ им. К. Д. Памфилова

Определение оптимальных эксплуатационных режимов работы городских электрических сетей, а также прогнозирование их развития невозможно решить без исследования и выявления основных закономерностей формирования коммунально-бытовой нагрузки. Процесс формирования нагрузок коммунально-бытовых потребителей происходит под влиянием большого количества как детерминированных, так и вероятностных случайных факторов. Поэтому оценки расчетных электрических нагрузок, оказывающих воздействие как на технические, так и на экономические показатели эксплуатируемых устройств электроснабжения, вызывают значительные затруднения. В большинстве случаев оценка расчетных нагрузок производится на основе экспериментальных исследований суточного графика электропотребления. Проведение и обработка результатов такого рода работ требует значительного количества времени и средств. Поэтому актуальна задача создания методики моделирования графиков однородных по характеру потребителей. Случайный процесс при этом может служить наиболее общей математической моделью электрической нагрузки городских сетей [1—3].

Процесс формирования суточных графиков нагрузок коммунально-бытовых потребителей характеризуется наличием довольно стабильных временных изменений в потреблении электроэнергии, обусловленных организацией режимов трудовой деятельности населения, и имеет нестационарный характер. Использование нестационарной модели позволяет учитывать изменение электропотребления во времени и представлять электрические нагрузки в качестве временных рядов. Моделирование графиков электрических нагрузок в этом случае сводится к задаче аппроксимации временных рядов.

Анализ возможных методов аппроксимации показал, что наиболее рационально применить метод, основанный на пред-

**Пример 2.** Найти срок реконструкции с учетом скачкообразного изменения нагрузки по данным примера 1. Коэффициент темпа роста нагрузки  $\alpha=0,02$  при токе в рассматриваемый период  $I_0=31$  А. По плану развития района намечен ввод в ближайшее время в эксплуатацию небольшого предприятия, которое изменит нагрузки линии на 30 % ( $k_a=0,3$ ).

Из (15) находим

$$t = \frac{1}{\ln(1 + 0,02)} \ln \left( \frac{47}{31} - 0,3 \right) \approx 10 \text{ лет.}$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин М. С. Техничко-экономическое обоснование сроков реконструкции и расчетных уровней нагрузки электрических сетей. — Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. 1964, № 4.
2. Будзко И. А., Левин М. С., Гессен В. Ю. Электро-снабжение сельскохозяйственных предприятий и населенных пунктов. — М.: «Колос», 1975.
3. Пособие к курсовому и дипломному проектированию для электроэнергетических специальностей/Под ред. В. М. Блок. — М.: Высшая школа, 1981.
4. Астахов Ю. Н., Блок В. М., Вакс В. Д. Выбор сечений проводов по экономическим интервалам при реконструкции воздушных линий. — Электричество, 1978, № 3.
5. Метод выбора сечений кабелей по универсальным номограммам/В. М. Блок, Ю. Н. Астахов, К. В. Латыньш и др. — Электричество, 1976, № 6.
6. Учет динамики изменения исходных данных при проектировании распределительных электрических сетей/В. М. Синьков, А. А. Жереб, В. В. Козырский, Н. М. Филиппов. Изв. вузов, Энергетика, 1981, № 1.
7. Оптимизация режимов энергетических систем/Под ред. В. М. Синькова. Киев: Вища школа, 1976.

[21.09.84]

ставлении временного ряда в виде разложения по ортогональным функциям [4]. В такой постановке задача сводится к моделированию нестационарного процесса  $Y(t)$  с помощью располагаемого множества выбранных функций  $\varphi(t)$ :

$$Y(t) = \sum_{i=0}^k C_i \varphi_i(t) + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_t$  — случайная помеха или ошибка.

Моделируемый суточный график нагрузки  $Y(t)$  задается дискретными полчасовыми значениями нагрузки в моменты времени  $t$ . Тогда его аппроксимация ортогональными функциями по методу наименьших квадратов (МНК) заключается в построении приближений  $\hat{Y}(t)$  вида

$$\hat{Y}(t) = \sum_{i=0}^k C_i \varphi_i(t) \quad (2)$$

таким способом, чтобы минимизировать взвешенную среднеквадратическую ошибку аппроксимации на выбранном интервале  $(0, T)$ :

$$\sigma^2 = \sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t [Y(t) - \hat{Y}(t)]^2, \quad (3)$$

где  $\gamma_t$  — заданные положительные весовые коэффициенты;  $N$  — количество дискретно заданных значений нагрузки.

В качестве ортогональных функций, определяемых выражением

$$\sum_{t=0}^{N-1} \gamma_t \varphi_j(t) \varphi_k(t) = 0, \quad \forall j, k: j \neq k \quad (4)$$

| Наименование показателей                                                                            | Жилые дома с газовыми плитами |           | Жилые дома с электроплитами |           | Жилые дома с газовыми плитами и кондиционерами |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-----------|-----------------------------|-----------|------------------------------------------------|-----------|
|                                                                                                     | модель I                      | модель II | модель I                    | модель II | модель I                                       | модель II |
| Ошибка аппроксимации суточных максимумов расчетных графиков (в %) при числе присоединенных квартир: |                               |           |                             |           |                                                |           |
| 30—100                                                                                              | 2—16                          | 1—13      | 0—5                         | 0—5       | 2—16                                           | 4—15      |
| 101—200                                                                                             | 0—15                          | 2—16      | 1—11                        | 1—12      | 1—9                                            | 3—4       |
| 201—300                                                                                             | 2—7                           | 2—7       | 2—12                        | 1—12      | 6—9                                            | 3—5       |
| 301—400                                                                                             | 8—10                          | 8—10      | 5—11                        | 3—10      | —                                              | —         |
| 401—500                                                                                             | 3—4                           | 3—4       | 5                           | 7         | —                                              | —         |
| 501 и более                                                                                         | 0—5                           | 1—5       | —                           | —         | —                                              | —         |
| Средние ошибки аппроксимации расчетного графика нагрузки:                                           |                               |           |                             |           |                                                |           |
| А/квартира                                                                                          | 0,181                         | 0,181     | 0,315                       | 0,316     | 0,406                                          | 0,405     |
| кВт/квартира                                                                                        | 0,040                         | 0,040     | 0,071                       | 0,071     | 0,086                                          | 0,086     |

для моделирования суточных графиков электрических нагрузок использовались ряды Фурье и полиномы, формируемые по рекуррентным формулам Хайеса [5]. Оценки параметров разложения в ряд Фурье определяются на основании свойств ортогональности синусов и косинусов и метода МНК:

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_{2j} &= \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} Y(t) \cos\left(\frac{2\pi j}{N} t\right); \\ \hat{C}_{2j+1} &= \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} Y(t) \sin\left(\frac{2\pi j}{N} t\right), \quad j = 1, \dots, n-1; \\ \hat{C}_0 &= \bar{Y}(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} Y(t), \quad \hat{C}_1 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

причем  $n \leq \frac{N}{2}$ .

Рекуррентные формулы Хайеса приводят к выражениям для ортогональных функций вида

$$\varphi_{j+1}(x) = 2(x - a_{j+1})\varphi_j(x) - b_j\varphi_{j-1}(x), \quad (6)$$

где  $\varphi_0(x) = 1$ ,  $\varphi_1(x) = 2(x - a_1)$ .

В выражении (6) переменная  $x$  нормируется:  $x \in [-1, 1]$ , а коэффициенты  $a_{j+1}$ ,  $b_j$  определяются из условий ортогональности функций  $\varphi(x)$ :

$$\left. \begin{aligned} a_{j+1} &= \frac{\sum_{i=1}^N x_i \varphi_j^2(x_i)}{\sum_{i=1}^N \varphi_j^2(x_i)}; \\ b_j &= \frac{\sum_{i=1}^N \varphi_j^2(x_i)}{\sum_{i=1}^N \varphi_{j-1}^2(x_i)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

для  $j = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ,  $b_0 = 0$ .

Для соблюдения условий нормирования переменной  $x$  производилось преобразование вида

$$x = \frac{2t}{N-1} - 1. \quad (8)$$

Для принятой структуры измерений, подчиняющейся схеме Гаусса — Маркова [6], МНК-оценки коэффициентов  $C_j$  разложения  $Y(t)$  по ортогональным полиномам Хайеса равны:

$$\hat{C}_j = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} \varphi_j(t) Y(t)}{\sum_{t=0}^{N-1} \varphi_j^2(t)}. \quad (9)$$

Полученные при этом оценки являются совместно эффективными.

Определение количества значимых коэффициентов разложения  $C_j$  производилось с использованием процедуры прямого отбора [5]. Данный способ предполагает вычисление статистики:

$$F = \frac{R_r - R_{r+1}}{R_{r+1}} (N - r - 1), \quad (10)$$

где  $R_r$  — величина минимума эмпирического риска (невязка), вычисленная для функций  $\varphi_r(x)$  и подчиняющаяся  $F_{1, N-r-1}$ -распределению Фишера [6].

Для ортогональных полиномов Хайеса значения  $R_r$  определяются из выражений [5]:

$$R_r = R_{r+1} + \left[ \sum_{k=1}^N \varphi_r^2(x_k) \right] \hat{C}_r^2. \quad (11)$$

Рассмотренные подходы к определению ортогональных функций использовались для моделирования графиков коммунально-бытовых потребителей. При этом значения коэффициентов  $C_j$  предполагались зависимыми от параметров потребителей  $P_i$ . Модель суточных графиков нагрузки для  $m$ -го потребителя тогда можно представить выражением

$$\hat{Y}(t, m) = \sum_{j=0}^k \hat{C}_j(P_m) \varphi_j(t) = \sum_{j=0}^k \sum_{i=0}^{N_p} \hat{C}_{ij} P_{im} \varphi_j(t) \quad (12)$$

Здесь  $\hat{C}_{ij}$  — величины регрессионных оценок зависимости

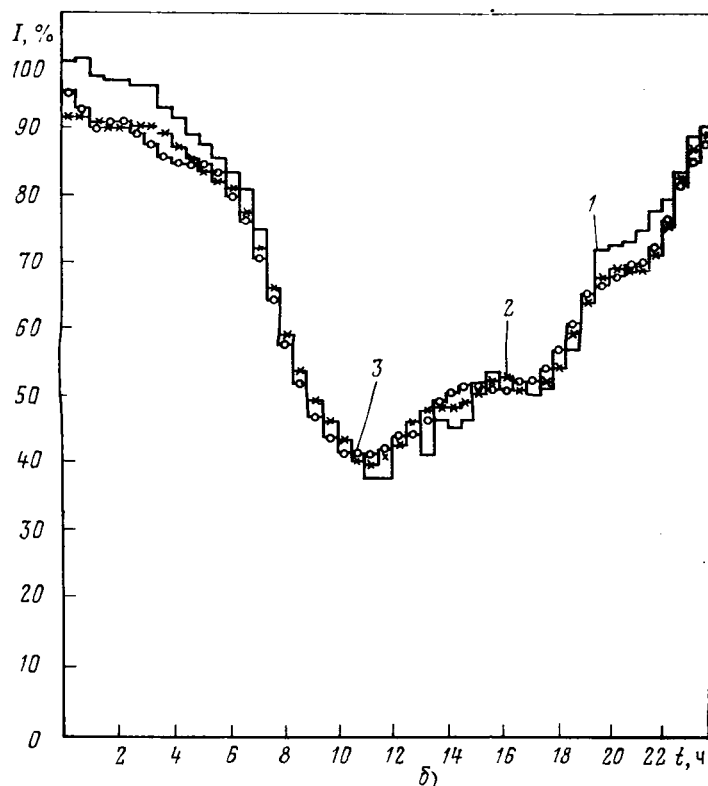
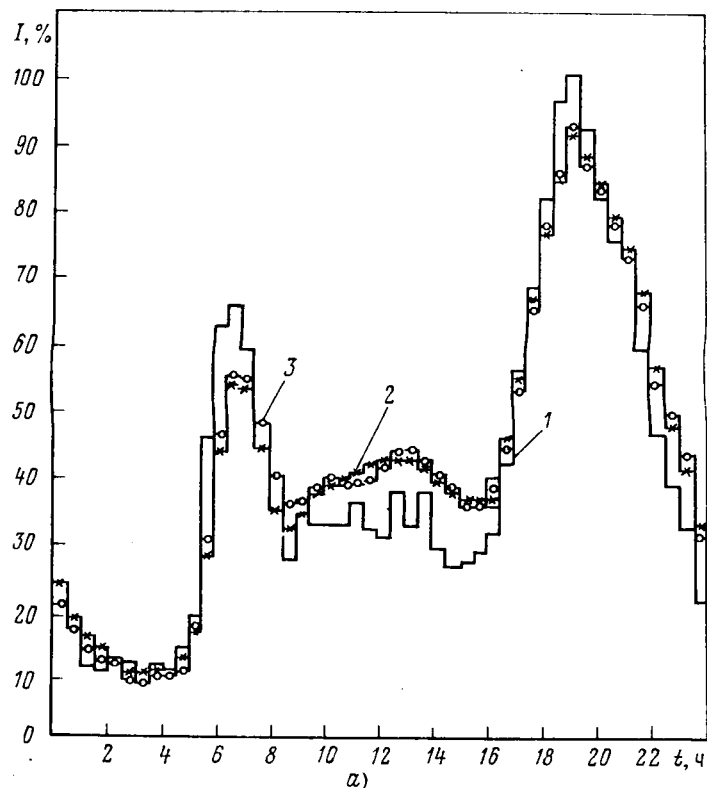
$$C_j(P_m) = \sum_{i=0}^{N_p} \hat{C}_{ij} P_{im} + \varepsilon_p. \quad (13)$$

Количественный состав параметров  $N_p$  определяется отдельно для каждого из коммунально-бытовых потребителей.

В качестве иллюстрации предложенных методов моделирования рассматривалась возможность их применения для анализа графиков электрических нагрузок жилых зданий при различных уровнях электрификации быта. Исследовались графики активных нагрузок, создаваемых бытовыми приборами. В качестве параметров потребителей  $P_i$  в этом случае могут быть: число присоединенных квартир, параметры, характеризующие наиболее мощные бытовые приборы (установленная мощность, насыщение ими квартир и т. д.), а также метеорологические факторы (температура, влажность и т. п.).

Определение количества коэффициентов  $C_j$  разложения  $Y(t)$  по системе ортогональных функций должно производиться для каждого из рассматриваемых типов графиков в отдельности. В [3] предлагается использовать четыре-пять гармоник для моделей, сформированных на основе тригонометрического разложения. В общем случае проведенный анализ коэффициентов разложения с использованием процедуры прямого отбора позволяет ограничиться максимальным числом  $k = N/2$  (при применении метода, основанного на разложении Фурье, номер гармоники не превосходит величины  $k = N/4$ ).

Конфигурация графиков, как показали исследования, влияет на количество учитываемых коэффициентов разложения и определяет точность применяемой модели. Увеличение коэффициента заполнения графика нагрузки приводит к уменьшению амплитуд коэффициентов разложения реальных графиков



Суточные графики электрических нагрузок жилых зданий: а — с электроплитами (зимний график, 270 квартир), б — с кондиционерами (летний график, 250 квартир, насыщение 76 %); 1 — фактический график нагрузки; 2 — модель I; 3 — модель II

по ортогональным функциям и, следовательно, к возможности их учета. Плавность изменения получасовых значений нагрузок, отсутствие резких их колебаний также ведут к сокращению числа коэффициентов разложений и, кроме того, уменьшают ошибки аппроксимации.

Анализ зависимостей коэффициентов разложений  $C_j$  для жилых зданий при различных уровнях электрификации быта от параметров  $P_i$  выявил их линейный характер. Поэтому для оценивания зависимостей  $C_j(P_m)$  применялись методы линейного регрессионного анализа.

В таблице приведены результаты моделирования расчетных графиков электрических нагрузок жилых зданий при различных уровнях электрификации быта для характерных суток года. Модель I сформирована по методу гармонического разложения, модель II получена при использовании ортогональных полиномов Хайеса. Средние ошибки аппроксимации рассчитывались усреднением по исследуемым графикам и в суточном разрезе и составляют в среднем (6—8) % максимума расчетной нагрузки.

На рисунке изображены результаты моделирования на ЭВМ расчетных суточных графиков электрических нагрузок жилых зданий с электроплитами и кондиционерами для характерных суток года. Погрешность воспроизводимости максимумов расчетных графиков нагрузки не превышает 10 %.

Следует заметить, что для летних суточных графиков нагрузки жилых зданий с бытовыми кондиционерами характерны смещение времени наступления максимума нагрузки на более поздние часы и заполнение «ночного провала» графика нагрузкой кондиционеров. Длительность максимума нагрузки достаточно велика и определяется, по-видимому, временем создания комфортной температуры в квартире перед сном и ее поддержанием во время сна.

При учете суточных характеристик метеорологических факторов возможно прогнозирование суточных графиков нагрузки жилых зданий с кондиционерами. Проведенный анализ зависимостей  $C_j(P)$  выявил факторы, влияющие на формирование суточных графиков: число присоединенных квартир, насыщение кондиционерами, температура и относительная влажность.

Предложенные модели графиков электрических нагрузок достаточно хорошо совпадают с реальными графиками. Учет метеорологических факторов и фактора времени позволяет формировать сезонные графики нагрузки и прогнозировать их.

Рассмотренный способ формирования моделей электрических нагрузок и учета воздействующих на процесс изменения этих нагрузок различных факторов может быть применен при исследовании таких потребителей электроэнергии, как промышленные предприятия, электрифицированный городской транспорт, сельскохозяйственные потребители и т. д.

**В ы в о д ы.** 1. Предложен способ моделирования суточных графиков электрических нагрузок коммунально-бытовых потребителей на основе метода ортогональных разложений.

2. Показана эффективность использования моделей, основанных на различных подходах к формированию ортогональных функций, для адекватного отображения процессов изменения электрических нагрузок жилых зданий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мельдорф М. В. Способ уточнения математической модели нагрузок электрической системы. — Науч. тр./Таллин. политехн. ин-т, 1983, № 549, с. 65—72.
2. Фокин Ю. А., Пономаренко И. С., Павликов В. С. Экспериментальное исследование вероятностно-статистических характеристик нагрузок в электроснабжающей системе. — Электричество, 1983, № 9, с. 9—15.
3. Бернхардт У. Нестационарная гармоническая модель суточных графиков электропотребления. — Изв. вузов. Энергетика, 1980, № 9, с. 103—106.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по высшей математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1975. — 832 с.
5. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. — М.: Мир, 1980. — 456 с.
6. Вапник В. Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. — М.: Наука, 1979. — 447 с.

[16.11.84]

# Исследование синхронизированного отключения токов короткого замыкания взрывом

ФУРСА О. И., канд. техн. наук, КОРОЛЬКОВ В. Л., канд. техн. наук  
Томск

Увеличение единичной и установленной мощности электрических генераторов сопровождается ростом токов к. з. до сотен килоампер, что требует создания коммутационных аппаратов с повышенной отключающей способностью. Одним из перспективных путей решения данной проблемы является создание синхронизированных выключателей, высокая коммутационная способность которых достигается за счет снижения времени горения электрической дуги [1]. В реальных конструкциях, использующих индукционно- и электродинамический привод, значение этого времени составляет 1,5—4 мс, что приводит к значительному выделению дугой энергии, снижающей отключающую способность.

Коммутационные характеристики синхронизированных выключателей улучшаются с увеличением точности работы привода и его быстродействия, которое зависит прежде всего от используемой мощности. Поэтому весьма перспективным представляется применение в синхронизированных выключателях энергии взрыва взрывчатого вещества (ВВ), мощность которого практически не ограничена и может быть развита в заданный момент времени с точностью до  $10^{-6}$  с.

Использование энергии взрыва ВВ в приводе не дает существенных преимуществ в увеличении быстродействия из-за невозможности обеспечения механической стойкости материалов под действием ударных нагрузок, а применение традиционных дугогасящих устройств, приводя к увеличению габаритов, не всегда обеспечивает достаточную отключающую способность.

Эти недостатки устранены во взрывных коммутаторах, выпускаемых зарубежными фирмами «Калор-Эмаг», «Фудзи», «Ферран», путем использования энергии взрыва для образования и промежутка посредством разрушения токовода и гашения возникающей электрической дуги. Такие аппараты обладают максимальным быстродействием (собственное время срабатывания около 50 мкс). Однако в межконтактном промежутке рассматриваемых взрывных коммутаторов находятся продукты взрыва, которые не обладают электрической прочностью, достаточной для отключения напряжения свыше 1000 В. Поэтому для увеличения рабочего напряжения и оптимизации процесса отключения параллельно межконтактному промежутку, подключается плавкий предохранитель, что не позволяет использовать такой аппарат в качестве синхронизированного.

Существенно увеличить электрическую прочность промежутка удалось путем выполнения разрушаемого токовода из отрезка трубы, заполненного трансформаторным маслом, и размещения заряда ВВ по его оси. Характерным для такой конструкции является наиболее полное использование энергии взрыва для разрушения токовода и воздействия на образовавшуюся электрическую дугу жидкого диэлектрика.

В настоящей статье изложены результаты исследования процесса синхронизированного отключения тока взрывным выключателем, выполненного с целью оптимизации условий отключения и конструктивных параметров аппарата.

Наибольшую информацию о гашении дуги во взрывном выключателе можно получить с помощью оптического метода, сочетая его с регистрацией тока и напряжения в цепи. Исследования проводились на специальном макете взрывного выключателя, имитировавшем реальную конструкцию с момента образования межконтактного промежутка конечных размеров [2].

Исследуемый промежуток типа стержень — стержень создавал резко неоднородное поле, возникающее в реальном выключателе после разрушения токовода. Промежуток находился на максимальном удалении от стенок камеры, что позволило уменьшить влияние отраженных волн на процесс отключения и пренебречь ими в расчетах. В исходном состоянии промежуток закорачивался проволокой, которая при протекании тока инициировала электрическую дугу. Обработкой полученных фотографий сверхскоростной киносъемки установлено сжатие дуговой полости, происходящее под действием взрыва заряда ВВ. Минимальный размер полости имеет через 120 мкс после инициирования заряда ВВ. В этот момент была зарегистрирована максимальная для данных условий отключающая способность [3]. Время 120 мкс после взрыва для реального взрывного выключателя соответствует образованию межконтактного промежутка в 5 мм. В этой связи большинство исследований было выполнено на таком промежутке. Для отключения использовался взрыв заряда вторичного ВВ, обладающего низкой чувствительностью к воздействию высокоэнергетических полей, низковольтных по-

тенциалов и механических нагрузок. Это обуславливает высокую степень безопасности взрывных выключателей в эксплуатации.

В макете заряд ВВ устанавливался вблизи промежутка. Причем, чем ближе располагался заряд, тем большую отключающую способность удавалось получить. Оптимальное расстояние между зарядом и промежутком равнялось 25 мм. Ему соответствует диаметр разрушаемого токовода, равный 40 мм. Дальнейшее уменьшение расстояния нецелесообразно из-за попадания в дуговой промежуток продуктов взрыва, которые, как было отмечено выше, снижают электрическую прочность.

Яркость дуги на фотографиях пропорциональна значению тока. Было зарегистрировано смещение дуги к наиболее удаленной от заряда ВВ стенке дуговой полости, происходившее под действием поля давления от взрыва. По всей вероятности, дуга смещается в зону большей проводимости, которая, как известно, обратно пропорциональна давлению.

В момент перехода током нулевого значения механического разрушения дуговой полости не происходит. В то же время с ростом давления в дуговой полости отключающая способность межконтактного промежутка увеличивается. На основании этого, а также всего вышеизложенного, был сделан вывод относительно определяющего фактора при синхронизированном отключении тока взрывом, в качестве которого, безусловно, вступает давление, создаваемое взрывом в корпусе выключателя. Причем давление от ударной волны, несмотря на большое амплитудное значение, практически не оказывает влияния на дугогашение вследствие своей кратковременности (3—15 мкс).

Отключение происходит под действием давления, создаваемого расширяющимися продуктами взрыва, которые в корпусе выключателя образуют газонаполненную полость. Данная полость в замкнутом объеме корпуса ведет себя так же, как и при глубоководном взрыве, с той лишь разницей, что расширение полости глубоководного взрыва зависит от высоты столба жидкости над ним. В корпусе же выключателя противодействие обусловлено стенками. Влияние стенок определялось экспериментально. Оно выразилось в эмпирически найденном коэффициенте для массы заряда ВВ в формуле для глубоководного взрыва [4], по которой рассчитывается максимальное давление  $P_m$ , создаваемое продуктами взрыва в замкнутом объеме:

$$P_m = 4,6Q\rho \left( \frac{r_0}{r_m} \right)^3,$$

где 4,6 — константа, определяющая давление продуктов взрыва в замкнутом объеме;  $Q$  — удельная теплота взрыва ВВ;  $\rho$  — плотность ВВ;  $r_0$  — радиус заряда ВВ;  $r_m$  — максимальный радиус продуктов взрыва.

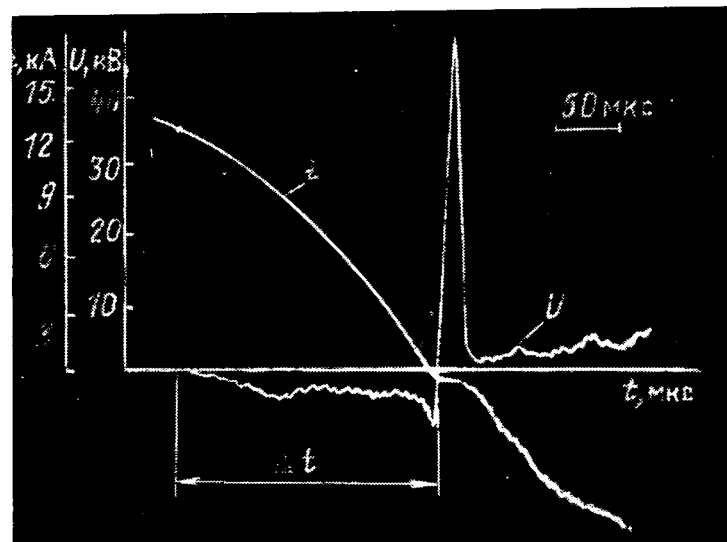


Рис. 1

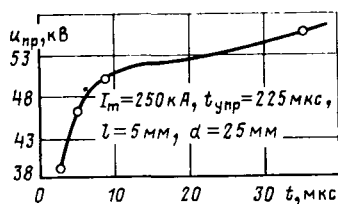


Рис. 2

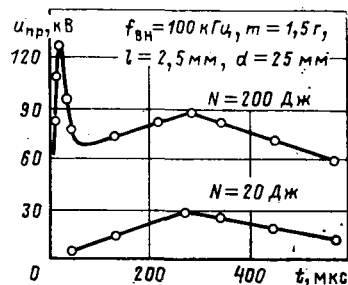


Рис. 3

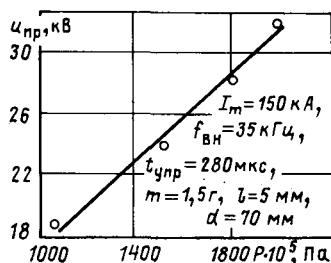


Рис. 4

Правильность расчетов с погрешностью до 6 % была подтверждена измерениями, выполненными тензо- и манганиновыми датчиками давления. Измерениями установлено увеличение давления с  $1200 \cdot 10^5$  до  $3610 \cdot 10^5$  Па с уменьшением расстояния до заряда  $d$  с 95 до 30 мм.

Известна определяющая роль восстанавливающейся электрической прочности межконтактного промежутка в процессе синхронизированного отключения переменного тока. Восстанавливающаяся электрическая прочность межконтактного промежутка во взрывном выключателе измерялась по методу однократных пробоев, позволяющему максимально приблизиться к реальным условиям [5]. За характеристику электрической прочности была принята амплитуда пробивного напряжения. На рис. 1 приведена типичная осциллограмма пробоя. На ней зафиксированы часть первой полуволны тока при подходе его к нулю, момент подрыва заряда и восстановление напряжения до момента пробоя.

На рис. 2 приведены результаты измерения восстанавливающейся электрической прочности во времени после перехода током нулевого значения. Как видно из графика, начальная скорость восстановления прочности составляет 15 кВ/мкс. Из этого следует, что отключающая способность взрывных выключателей практически не зависит от частоты восстанавливающегося напряжения. Зависимости максимальной электрической прочности межконтактного промежутка от времени упреждения взрывом нуля тока приведены на рис. 3. В целом кривая прочности  $I$  отражает изменение давления, создаваемого взрывом в корпусе взрывного выключателя. Наибольшему давлению, которое создается в ударной волне, соответствует максимальная электрическая прочность. В волне разгрузки прочность уменьшается, а затем вновь возрастает уже под действием расширяющихся продуктов взрыва.

На рис. 4 приведена зависимость восстанавливающейся электрической прочности от давления. Как видно из графика, прочность промежутка с давлением связана отношением  $P/U_{пр} = 2/1,7$ . Рост прочности с увеличением давления обусловлен улучшением условий теплопередачи, уменьшением длины свободного пробега заряженных частиц и, как следствие, интенсивности ионизации.

Увеличение энергии  $N$ , выделившейся в промежутке, ведет к незначительному снижению его электрической прочности в пропорции  $N/U_{пр} = 100/0,33$ , причем без изменения положения максимума прочности во времени (рис. 3, кривая 2). Прочность в ударной волне для этой кривой не измерялась.

Оптимизированный, согласно проведенным исследованиям, по времени упреждения взрывом нуля тока, расстояние между зарядом ВВ и прочностным условием, межконтактный промежуток в 5 мм испытывался на отключающую способность в одночастотном колебательном контуре с параметрами  $C = 360 \div 870$  мкФ,  $L = 150 \div 560$  мкГн при зарядном напряжении до 40 кВ. Частота восстанавливающегося напряжения изменялась в пределах 13,5—195 кГц. Коэффициент превышения амплитуды равнялся двум.

На основании равенства производных в области перехода тока через нулевое значение согласно [6] имитировался аварийный режим сети 50 Гц с амплитудным значением первой полуволны тока до 400 кА при напряжении до 25 кВ. Типичная осциллограмма отключения приведена на рис. 5. На ней зафиксированы первая полуволна тока, момент подрыва заряда ВВ, восстанавливающееся и установившееся напряжения.

Испытания показали, что для синхронизированного отключения максимального тока 400 кА в оптимальных условиях достаточно заряда ВВ массой 4 г. Из этого следует, что исходным параметром при конструировании синхронизированного взрывного выключателя будет величина заряда ВВ, необходимая для разрушения токовода. Сечение токовода, как правило, выбирается по номинальному току. Однако в случае генераторного выключателя целесообразнее всего взрывное устройство устанавливать параллельно дугогасительному промежутку обычного выключателя с тем, чтобы в номинальном режиме ток проходил по контактам обычного выключателя, а в аварийном — переключался на взрывной, который и производил бы окончательное отключение. Такое решение вытекает из условий работы генераторного выключателя и особенностей синхронизированного взрывного устройства, в частности:

1. Аварийный режим с предельными параметрами (более 200 кА) крайне редок.
2. В процессе эксплуатации необходимо выполнять текущие переключения номинальных режимов, а взрывное устройство — одноразового действия.
3. Для пропуска номинального тока в десятки килоампер необходимо сечение токовода в несколько тысяч квадратных миллиметров, для разрушения которого требуется заряд ВВ в десятки граммов. Взрыв большого количества ВВ предъявляет повышенные требования к прочности корпуса, что неизбежно связано с увеличением его габаритов и массы.

Кратковременное пропускание аварийного тока существенно снижает сечение разрушаемого токовода (до 1000 мм<sup>2</sup>). Взрывной выключатель должен выдерживать аварийный ток в течение времени, которое необходимо выключателю нагрузки для разъединения силовых контактов и достижения образовавшимся промежутком необходимой электрической прочности. На практике это время не превышает 0,1 с. Затем при очередном переходе тока нулевого значения срабатывает взрывное дугогасительное устройство и происходит окончательное отключение цепи.

Для разрушения токовода сечением до 1000 мм<sup>2</sup> достаточно заряда ВВ массой 6 г. Заряд располагается по центру разрушаемого токовода, выполненного из цельной медной трубы с нанесенными продольными и поперечными ослабляющими канавками. Канавки необходимы для упорядоченного разрушения токовода. Токовод устанавливается в корпусе взрывного выключателя.

Высокие давления, создаваемые взрывом, предъявляют особые требования к механической прочности корпуса взрывного выключателя. Из практики установлено, что наиболее полно этим требованиям отвечает корпус, изготовленный из стеклоэпоксидного цилиндра на тканевой основе. Внешний

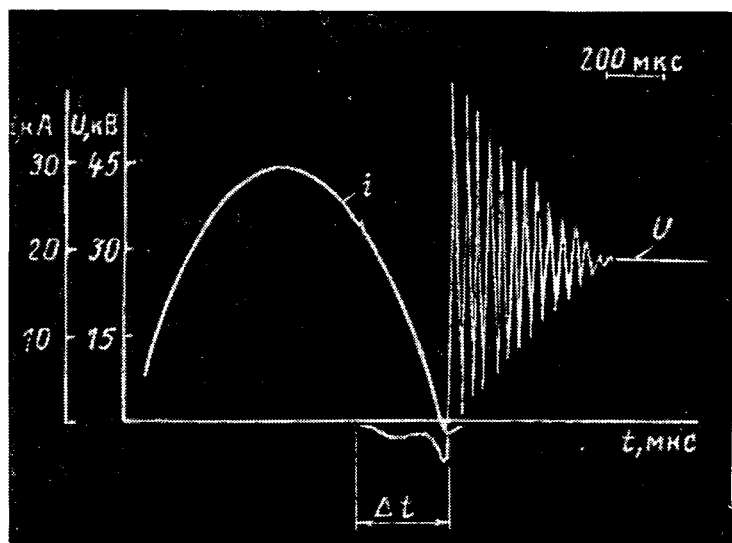


Рис. 5



диаметр корпуса может быть 160—200 мм с толщиной стенок 20—30 мм и высотой 500 мм. Внутреннее пространство токоввода полностью, а пространство корпуса большей частью заполнено трансформаторным маслом. Исключения составляют воздушные включения, расположенные около стенок корпуса. Включения необходимы для создания возможности движения разрушаемого токоввода под действием взрыва к стенкам корпуса и образования дугового промежутка. Оптимальная величина воздушного включения находится экспериментально и в данном случае составляет 8—10 % общего объема.

Увеличение воздушных включений снижает давление от взрыва и его воздействие на корпус выключателя. Значение давления может быть определено по приведенному выше выражению. Воздушные включения учитываются максимальным радиусом газового пузыря продуктов взрыва  $r_m$ . Снижение давления в корпусе сопровождается увеличением срока службы выключателя с одновременным уменьшением отключающей способности взрывного выключателя. Корпус разработанного взрывного выключателя выполнен таким образом, что его можно использовать для двадцати отключений. После каждого отключения подлежат замене разрушаемый токоввод, заряд ВВ и трансформаторное масло.

Заряженный взрывной выключатель устанавливается параллельно силовым контактам генераторного выключателя, например, через разъединитель. Когда аварийный ток в цепи превышает отключающую способность силовой дугогасительной камеры, разъединитель включается и шунтирует силовые контакты взрывным выключателем. Последний срабатывает при очередном переходе тока через нулевое значение, производя окончательное отключение цепи. Устанавливая параллельно силовому промежутку два-три поочередно включаемых разъединителем взрывных устройства, можно обеспечить двух- или трехкратное АПВ генераторного выключателя. Параллельное подключение взрывных выключателей возможно также осуществлять с помощью взрывного замыкателя.

Макетный образец взрывного выключателя с током отключения 280 кА, напряжением 24 кВ, частотой восстанавливающегося напряжения 100 кГц испытывался в схеме колебательного контура и ударного генератора. Испытания подтвердили отключающие характеристики выключателя.

Несомненным достоинством взрывного выключателя является возможность устанавливать его параллельно существующим генераторным выключателям, увеличивая их отключающую способность. По сравнению с традиционными генераторными выключателями выключатель с взрывным устройством на аналогичные параметры имеет в 3 раза меньшие габариты. Это обеспечивает значительный экономический эффект за счет снижения материалоемкости, трудоемкости, а также затрат на строительные работы.

Таким образом, проведенные исследования новых, ранее не использованных для синхронизированного отключения, принципов гашения электрической дуги позволили разработать и испытать синхронизированный взрывной выключатель, который от известных отличается на порядок более высоким быстродействием, большей отключающей способностью (практически не зависящей от частоты восстанавливающегося напряжения), меньшими массой и габаритами, и отвечает не только современным требованиям, но и перспективам развития электроэнергетики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клепарская Л. Г. Синхронизированные выключатели. — М.: Энергия, 1973. — 112 с.
2. Корольков В. Л., Фурса О. И. Отключающая способность межконтактного промежутка синхронизированного взрывного дугогасящего устройства. — Электричество, 1979, № 3, с. 55—57.
3. Корольков В. Л., Налетов А. И., Фурса О. И. Взаимодействие продуктов взрыва с дугой при синхронизированном отключении. — Электротехника, 1980, № 4, с. 32—34.
4. Физика взрыва/Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович и др. — М.: Наука, 1975. — 704 с.
5. Таев И. С., Егоров В. Г. Измерение восстанавливающейся прочности в электрических аппаратах. — Электричество, 1977, № 5, с. 70—72.
6. Каплан В. В., Нашатырь В. В. Коммутационные испытания высоковольтных аппаратов. — Л.: Энергия, 1969. — 192 с.

[04.04.84]

УДК 621.3.11.72

## Гармоники в нелинейном колебательном контуре

КИМ ГИ-ШЕН, канд. техн. наук

Алма-Ата

Определение гармоник в нелинейном колебательном контуре представляет определенный интерес в связи с тем, что в настоящее время теория нелинейных колебаний приобретает большое значение и многие задачи электротехники, радиотехники и механики — нелинейны.

В компенсированной линии передачи, содержащей трансформаторы, реакторы, конденсаторы и представляющей собой нелинейный колебательный контур (рис. 1), возникают колебания различных частот как выше, так и ниже рабочей частоты 50 Гц.

Вполне очевидно, что возникающие, помимо субгармонических, вызывающих значительные перенапряжения и сверхтоки, колебания частот, больших, чем рабочая, также будут оказывать определенное влияние на режим работы в линии передачи.

Процесс, происходящий в таком колебательном контуре, описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\Psi}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = E_m \sin \omega t = kE_{m0} \sin \omega t,$$

где  $\Psi$  — потокосцепление катушки;  $E_m = E_{m0}k$ ;  $E_{m0}$  — опорная э. д. с., соответствующая максимальному потоку в точке области насыщения характеристики;  $k$  — числовой коэффициент;  $C$  — емкость конденсатора.

Продифференцировав это уравнение, получим:

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} + \frac{1}{C} i = k\omega E_{m0} \cos \omega t.$$

Вебер-амперную характеристику (рис. 2) аппроксимируем

неполным полиномом третьей степени:

$$i = a\Psi + b\Psi^3,$$

где  $a$  и  $b$  — числовые коэффициенты.

Значение тока  $i$  поставим в предыдущее уравнение:

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} + \frac{a}{C} \Psi + \frac{b}{C} \Psi^3 = k\omega E_{m0} \cos \omega t.$$

Это уравнение в нормированном виде запишется:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + x + \lambda x^3 = k \cos \alpha \tau, \quad (1)$$

где  $k$  — числовой коэффициент, изменяющийся в пределах от 0 до 1, т. е.  $0 < k < 1$ ,  $0 < \alpha < 1$ .

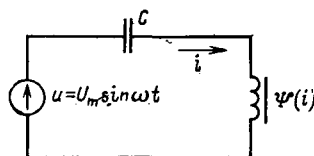


Рис. 1

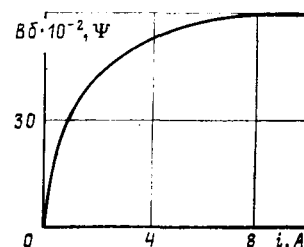


Рис. 2

Уравнение (1) представляет собой известное уравнение Дуффинга в нормированном виде.

Требуется найти периодическое решение данного уравнения, удовлетворяющее следующим условиям:

$$x'(0) = 0; \quad x(\tau + T) = x(\tau). \quad (2)$$

Решение ищется в виде разложения по степеням малого параметра  $\lambda$ :

$$x(\tau) = x_0(\tau) + \lambda x_1(\tau) + \lambda^2 x_2(\tau) + \dots + \sum_{n=0}^{\infty} x_n(\tau) \lambda^n, \quad (3)$$

где  $x_0(\tau)$ ,  $x_1(\tau)$ ,  $x_2(\tau)$ , ... — коэффициенты разложения, представляющие собой неизвестные функции.

Определим вторую производную функции (3):

$$x''(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n(\tau) \lambda^n \quad (4)$$

и найдем выражение куба искомой функции (3), используя формулу Коши для умножения степенных рядов:

$$x^3(\tau) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} x_n(\tau) \lambda^n \right)^3 = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \sum_{m=0}^n \sum_{k=0}^m x_k x_{m-k} x_{n-m} \right) \lambda^n. \quad (5)$$

Обозначив

$$\sum_{m=0}^n \sum_{k=0}^m x_k x_{m-k} x_{n-m} = \sum_{0 \leq k \leq m \leq n} x_k x_{m-k} x_{n-m} = C_n(\tau), \quad (6)$$

перепишем уравнение (5):

$$x^3(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\tau) \lambda^n. \quad (7)$$

Подставляя (3), (4) и (7) в уравнение (1), получим:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x_n''(\tau) \lambda^n + \sum_{n=0}^{\infty} x_n(\tau) \lambda^n + \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\tau) \lambda^{n+1} = k \cos \alpha \tau. \quad (8)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра  $\lambda$ , получим систему линейных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \lambda^0: x_0''(\tau) + x_0(\tau) &= k \cos \alpha \tau; \\ \lambda^1: x_1''(\tau) + x_1(\tau) &= -C_0(\tau) = - \sum_{0 \leq k \leq m \leq 0} x_k x_{m-k} x_{0-m}; \\ \lambda^2: x_2''(\tau) + x_2(\tau) &= -C_1(\tau) = - \sum_{0 \leq k \leq m \leq 1} x_k x_{m-k} x_{1-m}; \\ &\dots \dots \dots \\ \lambda^n: x_n''(\tau) + x_n(\tau) &= -C_{n-1}(\tau) = - \sum_{0 \leq k \leq m \leq n-1} x_k x_{m-k} x_{n-1-m}; \\ \lambda^{n+1}: x_{n+1}''(\tau) + x_{n+1}(\tau) &= -C_n(\tau) = - \sum_{0 \leq k \leq m \leq n} x_k x_{m-k} x_{n-m}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Очевидно, коэффициенты разложения  $x_n(\tau)$  следует искать в виде:

$$\left. \begin{aligned} x_n(\tau) &= \sum_{v=0}^n a_{2v+1}^{(n)} \cos(2v+1)\alpha\tau; \\ x_{n+1}(\tau) &= \sum_{v=0}^{n+1} a_{2v+1}^{(n+1)} \cos(2v+1)\alpha\tau, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $a_{2v+1}^{(n+1)}$  — неизвестные постоянные, представляющие собой амплитуды  $(2v+1)$  гармоник  $n$ -го коэффициента в разложении искомой функции  $x(\tau)$ ; нижний индекс  $(2v+1)$  — номер соответствующей гармоники, а верхний  $(n+1)$  — номер коэффициента в разложении функции  $x(\tau)$ .

Таким образом, из первого уравнения системы (10) получим

систему уравнений для коэффициентов разложения:

$$\left. \begin{aligned} x_0(\tau) &= a_1^{(0)} \cos \alpha \tau; \\ x_1(\tau) &= a_1^{(1)} \cos \alpha \tau + a_3^{(1)} \cos 3\alpha \tau; \\ x_2(\tau) &= a_1^{(2)} \cos \alpha \tau + a_3^{(2)} \cos 3\alpha \tau + a_5^{(2)} \cos 5\alpha \tau; \\ &\dots \dots \dots \\ x_n(\tau) &= a_1^{(n)} \cos \alpha \tau + a_3^{(n)} \cos 3\alpha \tau + a_5^{(n)} \cos 5\alpha \tau + \\ &\quad + a_{2v+1}^{(n)} \cos(2v+1)\alpha \tau. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставляя (10) в (6), находим  $C_n(\tau)$  — правую часть  $(n+1)$ -го линейного уравнения системы (9):

$$\begin{aligned} C_n(\tau) &= \sum_{0 \leq k \leq m \leq n} x_k x_{m-k} x_{n-m} = \\ &= \sum_{0 \leq k \leq m \leq n} \left[ \sum_{v=0}^k a_{2v+1}^{(k)} \cos(2v+1)\alpha\tau \right] \left[ \sum_{v_2=0}^{m-k} a_{2v_2+1}^{(m-k)} \cos(2v_2 + \right. \\ &\quad \left. + 1)\alpha\tau \right] \left[ \sum_{v_3=0}^{n-m} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \cos(2v_3 + 1)\alpha\tau \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Индексы  $v_1$ ,  $v_2$  и  $v_3$  изменяются независимо друг от друга, удовлетворяя следующим неравенствам:

$$0 \leq v_1 \leq k; \quad 0 \leq v_2 \leq m-k; \quad 0 \leq v_3 \leq n-m, \quad (13)$$

причем

$$0 \leq k \leq m \leq n. \quad (14)$$

Уравнение (12) преобразуем, используя известную формулу для произведения косинусов трех углов:

$$\begin{aligned} C_n(\tau) &= \sum_{0 \leq k \leq m \leq n} \sum_{v_1=0}^k \sum_{v_2=0}^{m-k} \sum_{v_3=0}^{n-m} a_{2v_1+1}^{(k)} a_{2v_2+1}^{(m-k)} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \times \\ &\quad \times \cos(2v_1+1)\alpha\tau \cos(2v_2+1)\alpha\tau \cos(2v_3+1)\alpha\tau = \\ &= \frac{1}{4} \sum_{0 \leq k \leq m \leq n} \sum_{v_1=0}^k \sum_{v_2=0}^{m-k} \sum_{v_3=0}^{n-m} a_{2v_1+1}^{(k)} a_{2v_2+1}^{(m-k)} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \times \\ &\quad \times [\cos(2v_1+2v_2+2v_3+3)\alpha\tau + \cos(2v_1+2v_2-2v_3+1)\alpha\tau + \\ &\quad + \cos(2v_1-2v_2+2v_3+1)\alpha\tau + \cos(2v_1-2v_2-2v_3-1)\alpha\tau]. \\ &\text{Можно } C_n(\tau) \text{ переписать в виде:} \\ C_n(\tau) &= \frac{1}{4} \sum_{\substack{0 \leq k \leq m \leq n \\ 0 \leq v_1 \leq k \\ 0 \leq v_2 \leq m-k \\ 0 \leq v_3 \leq n-m}} a_{2v_1+1}^{(k)} a_{2v_2+1}^{(m-k)} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \cos(2v_1 + \\ &\quad + 2v_2 + 3)\alpha\tau + \frac{1}{4} \sum_{\substack{0 \leq k \leq m \leq n \\ 0 \leq v_1 \leq k \\ 0 \leq v_2 \leq m-k \\ 0 \leq v_3 \leq n-m}} a_{2v_1+1}^{(k)} a_{2v_2+1}^{(m-k)} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \cos(2v_1 + \\ &\quad + 2v_2 - 2v_3 + 1)\alpha\tau + \frac{1}{4} \sum_{\substack{0 \leq k \leq m \leq n \\ 0 \leq v_1 \leq k \\ 0 \leq v_2 \leq m-k \\ 0 \leq v_3 \leq n-m}} a_{2v_1+1}^{(k)} a_{2v_2+1}^{(m-k)} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \cos(2v_1 - \\ &\quad - 2v_2 + 2v_3 + 1)\alpha\tau + \frac{1}{4} \sum_{\substack{0 \leq k \leq m \leq n \\ 0 \leq v_1 \leq k \\ 0 \leq v_2 \leq m-k \\ 0 \leq v_3 \leq n-m}} a_{2v_1+1}^{(k)} a_{2v_2+1}^{(m-k)} a_{2v_3+1}^{(n-m)} \cos(2v_1 - \\ &\quad - 2v_2 - 2v_3 - 1)\alpha\tau. \end{aligned} \quad (15)$$

Из (15) следует, что  $C_n(\tau)$  можно представить в виде:

$$C_n(\tau) = \sum_{v=0}^{n+1} D_{2v+1}^{(n+1)} \cos(2v+1)\alpha\tau, \quad (16)$$

так как в каждой сумме равенства (15) содержатся только нечетные гармоники  $1, 3, 5, \dots, (2v+1)$ , а  $v=0, 2, 3, \dots$

Действительно, во-первых,  $0 \leq v_1 + v_2 + v_3 \leq n$ , а во-вторых, наибольшая нечетная гармоника  $(2v_1 + 2v_2 + 2v_3 + 3)$  содержится в первой сумме равенства (15);  $D_{2v+1}^{n+1}$  представляет собой сумму амплитуд одноименных гармоник.

Дифференцируя второе равенство системы (10) 2 раза по  $\tau$ , получим:

$$x_{n+1}''(\tau) = - \sum_{v=0}^{n+1} a_{2v+1}^{(n+1)} (2v+1)^2 \alpha^2 \cos(2v+1)\alpha\tau. \quad (17)$$

Подставив (10), (16) и (17) в последнее равенство системы уравнений (9), имеем:

$$\begin{aligned} & - \sum_{v=0}^{n+1} a_{2v+1}^{(n+1)} (2v+1)^2 \alpha^2 \cos(2v+1)\alpha\tau + \\ & + \sum_{v=0}^{n+1} a_{2v+1}^{(n+1)} \cos(2v+1)\alpha\tau = - \sum_{v=0}^{n+1} D_{2v+1}^{(n+1)} \cos(2v+1)\alpha\tau. \end{aligned}$$

Далее, приравнявая коэффициенты при  $\cos(2v+1)\alpha\tau$ , найдем соотношение между  $a_{2v+1}^{(n+1)}$  и  $D_{2v+1}^{(n+1)}$ :

$$[1 - (2v+1)^2 \alpha^2] a_{2v+1}^{(n+1)} = -D_{2v+1}^{(n+1)},$$

откуда

$$a_{2v+1}^{(n+1)} = \frac{D_{2v+1}^{(n+1)}}{\alpha^2 (2v+1)^2 - 1}, \quad (18)$$

где  $v=0, 1, 2, \dots, n+1$ ;  $n=0, 1, 2, 3, \dots$ .

Заметим, что коэффициент  $a_1^{(0)}$  определяется не по формуле (18), а вычисляется непосредственно из первого равенства системы уравнений (9):  $a_1^{(0)} = k/(1-\alpha^2)$ .

Исходя из приведенных соотношений (15), (16) и (18), определяем амплитуды гармоник соответствующих коэффициентов разложения (3). Далее кратко изложен порядок нахождения амплитуд гармоник.

Как было указано ранее, индекс « $2v+1$ » показывает номер гармоник, а верхний « $n+1$ » — номер коэффициента в разложении (3).

Очевидно, для определения коэффициента разложения  $x_1(\tau)$  необходимо вычислить амплитуды первой и третьей гармоник  $a_1^{(1)}$  и  $a_3^{(1)}$  [см. систему уравнений (11)].

Из (18), (13), (14) находим, что если  $n=0$ , то  $m=0$ ,  $k=0$ ,  $v_1=0$ ,  $v_2=0$ ,  $v_3=0$ .

По первой сумме равенства (15) имеем:

$$2v_1 + 2v_2 + 2v_3 + 3 = 0 + 0 + 0 + 3 = 3 (a_1^{(0)} a_1^{(0)} a_1^{(0)});$$

по второй сумме

$$2v_1 + 2v_2 - 2v_3 + 1 = 0 + 0 - 0 + 1 = 1 (a_1^{(0)} a_1^{(0)} a_1^{(0)});$$

по третьей

$$2v_1 - 2v_2 + 2v_3 + 1 = 0 - 0 + 0 + 1 = 1 (a_1^{(0)} a_1^{(0)} a_1^{(0)});$$

по четвертой

$$2v_1 - 2v_2 - 2v_3 - 1 = 0 - 0 - 0 - 1 = -1 (a_1^{(0)} a_1^{(0)} a_1^{(0)}).$$

Здесь получено соответственно три первых гармоники  $3a_1^{(0)}$  и одна третья гармоника  $a_3^{(1)}$ .

Далее с помощью (18) находим первую  $a_1^{(1)}$  и третью  $a_3^{(1)}$  гармоники:

$$\left. \begin{aligned} a_1^{(1)} &= \frac{1}{4} \frac{D_1^{(1)}}{(\alpha^2 - 1)} = \frac{3}{4} \frac{[a_1^{(0)}]^3}{(\alpha^2 - 1)} = \frac{3}{4} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^3 \frac{1}{\alpha^2 - 1} \\ &\quad \text{при } n=0, v=0; \\ a_3^{(1)} &= \frac{1}{4} \frac{D_3^{(1)}}{9\alpha^2 - 1} = \frac{1}{4} \frac{[a_1^{(0)}]^3}{(9\alpha^2 - 1)} = \frac{1}{4} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^3 \frac{1}{9\alpha^2 - 1} \\ &\quad \text{при } n=0, v=1, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Теперь находим коэффициент разложения  $x_1(\tau)$ :

$$x_1(\tau) = a_1^{(1)} \cos \alpha\tau + a_3^{(1)} \cos 3\alpha\tau = \frac{3}{4} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^3 \frac{1}{\alpha^2 - 1} \cos \alpha\tau + \frac{1}{4} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^3 \frac{1}{9\alpha^2 - 1} \cos 3\alpha\tau. \quad (20)$$

Первое приближение  $x^{(1)}(\tau)$  к искомой функции  $x(\tau)$  запишется:

$$\left. \begin{aligned} x^{(1)}(\tau) &= x_0(\tau) + \lambda x_1(\tau) = [a_1^{(0)} + \lambda a_1^{(1)}] \cos \alpha\tau + \lambda a_3^{(1)} \cos 3\alpha\tau; \\ x^{(1)}(\tau) &= \frac{k}{(1 - \alpha^2)} \left[ 1 + \lambda \frac{3}{4(\alpha^2 - 1)} \frac{k^2}{(1 - \alpha^2)^2} \right] \cos \alpha\tau + \\ &\quad + \frac{\lambda}{4(9\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^3 \cos 3\alpha\tau. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Для определения коэффициента  $x_2(\tau)$  разложения (3) вычислим амплитуды гармоник  $a_{2v+1}^{(2)}$  ( $v=0, 1, 2$  и  $n=1$ ).

Очевидно, в этом случае также с учетом (18), (13) и (14) имеем:

$$n=1 \left\{ \begin{aligned} m=0: k=0; v_1=0, v_2=0, v_3=0 & \text{— 1 строка;} \\ m=1: k=0; v_1=0, v_2=0, v_3=0 & \text{— 2 строка;} \\ m=1: k=1; v_1=0, v_2=0, v_3=0 & \text{— 3 строка.} \end{aligned} \right.$$

В этом случае для каждой строки вычисление амплитуд гармоник производится аналогично предыдущему, только лишь с той разницей, что при вычислении по каждой строке следует рассматривать два варианта. Например, для первой строки:

1-й вариант:  $n=1, m=0, k=0, v_1=0, v_2=0, v_3=0$ ;  
2-й вариант:  $n=1, m=0, k=0, v_1=0, v_2=0, v_3=1$ .

Для сокращения записи составим таблицу.

Следует заметить, что в каждой строке значения для  $D_{2v+1}^{(2)}$  в одноименных вариантах для всех четырех ( $2v_1 + 2v_2 + 2v_3 + 3$ ;  $2v_1 + 2v_2 - 2v_3 + 1$ ;  $2v_1 - 2v_2 + 2v_3 + 1$ ;  $2v_1 - 2v_2 - 2v_3 - 1$ ) сумм одинаковы.

Суммируя амплитуды одноименных гармоник по вариантам для каждой строки, затем складывая их по строкам, получаем амплитуды соответствующих гармоник. Например, для нахождения амплитуды первой гармоники  $a_1^{(2)}$  поступаем следующим образом: в первой строке первая гармоника встречается трижды в первом варианте, один раз во втором варианте. То же самое повторяется во второй и третьей строках и т. д.

Следовательно,

$$D_1^{(2)} = \frac{9}{4} a_1^{(1)} [a_1^{(0)}]^2 + \frac{3}{4} a_3^{(1)} [a_1^{(0)}]^2, \quad (22)$$

откуда

$$a_1^{(2)} = \frac{D_1^{(2)}}{\alpha^2 - 1} = \frac{[a_1^{(0)}]^2}{4(\alpha^2 - 1)} \{9a_1^{(1)} + 3a_3^{(1)}\}$$

или

$$a_1^{(2)} = \frac{3}{16(\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \left( \frac{9}{\alpha^2 - 1} + \frac{1}{9\alpha^2 - 1} \right). \quad (23)$$

Аналогично определяются амплитуды третьей  $a_3^{(2)}$  и пятой  $a_5^{(2)}$  гармоник:

$$D_3^{(2)} = \frac{3}{4} [a_1^{(1)} [a_1^{(0)}]^2 + 2a_3^{(1)} [a_1^{(0)}]^2].$$

Используя (18), находим амплитуду третьей гармоники  $a_3^{(2)}$ :

$$a_3^{(2)} = \frac{D_3^{(2)}}{9\alpha^2 - 1}$$

или

$$\begin{aligned} a_3^{(2)} &= \frac{3}{16(9\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \left( \frac{3}{\alpha^2 - 1} + \frac{2}{9\alpha^2 - 1} \right), \\ D_5^{(2)} &= \frac{3}{4} a_3^{(1)} [a_1^{(0)}]^2, \end{aligned} \quad (24)$$

| Сумма аргументов                           | Вариант    | 1-я строка                                             | Номер гармоники | 2-я строка                                             | Номер гармоники | 3-я строка                                             | Номер гармоники |
|--------------------------------------------|------------|--------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------|-----------------|
| $2v_1+2v_2+2v_3+3$                         | 1-й<br>2-й | $0+0+0+3=$<br>$0+0+2+3=$                               | 3<br>5          | $0+0+0+3=$<br>$0+2+0+3=$                               | 3<br>5          | $0+0+0+3=$<br>$2+0+0+3=$                               | 3<br>5          |
| $2v_1+2v_2-2v_3+1$                         | 1-й<br>2-й | $0+0-0+1=$<br>$ 0+0-2+1 =$                             | 1<br>1          | $0+0-0+1=$<br>$0+2-0+1=$                               | 1<br>3          | $0+0-0+1=$<br>$2+0-0+1=$                               | 1<br>3          |
| $2v_1-2v_2+2v_3+1$                         | 1-й<br>2-й | $0-0+0+1=$<br>$0-0+2+1=$                               | 1<br>3          | $0-0+0+1=$<br>$ 0-2+0+1 =$                             | 1<br>1          | $0-0+0+1=$<br>$2-0+0+1=$                               | 1<br>3          |
| $2v_1-2v_2-2v_3-1$                         | 1-й<br>2-й | $ 0-0-0-1 =$<br>$ 0-0-2-1 =$                           | 1<br>3          | $ 0-0-0-1 =$<br>$ 0-2-0-1 =$                           | 1<br>3          | $ 0-0-0-1 =$<br>$2-0-0-1=$                             | 1<br>1          |
| Значения для $D_{2v+1}^2$ ( $n=1, v=0,1$ ) | 1-й<br>2-й | $a_1^{(1)} [a_1^{(0)}]^2$<br>$a_3^{(1)} [a_1^{(0)}]^2$ |                 | $a_1^{(1)} [a_1^{(0)}]^2$<br>$a_3^{(1)} [a_1^{(0)}]^2$ |                 | $a_1^{(1)} [a_1^{(0)}]^2$<br>$a_3^{(1)} [a_1^{(0)}]^2$ |                 |

откуда амплитуда пятой гармоники

$$a_5^{(2)} = \frac{D_5^{(2)}}{25\alpha^2 - 1} = \frac{3a_3^{(1)}}{4(25\alpha^2 - 1)} [a_1^{(0)}]^2,$$

или

$$a_5^{(2)} = \frac{3}{16(25\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \frac{1}{9\alpha^2 - 1}. \quad (25)$$

Определим выражение коэффициента разложения  $x_2(\tau)$ :

$$\begin{aligned} x_2(\tau) &= a_1^{(2)} \cos \alpha\tau + a_3^{(2)} \cos 3\alpha\tau + a_5^{(2)} \cos 5\alpha\tau = \\ &= \frac{3}{16(\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \left( \frac{9}{\alpha^2 - 1} + \frac{1}{9\alpha^2 - 1} \right) \cos \alpha\tau + \\ &+ \frac{3}{16(9\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \left( \frac{3}{\alpha^2 - 1} + \frac{2}{9\alpha^2 - 1} \right) \cos 3\alpha\tau + \\ &+ \frac{3}{16(25\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \frac{1}{9\alpha^2 - 1} \cos 5\alpha\tau. \end{aligned} \quad (26)$$

С учетом (3), (21), (23)--(25) запишем второе приближение  $x^2(\tau)$  к искомой функции  $x(\tau)$ :

$$\begin{aligned} x^{(2)}(\tau) &= x_0(\tau) + \lambda x_1(\tau) + \lambda^2 x_2(\tau) = [a_1^{(0)} + \lambda a_1^{(1)} + \\ &+ \lambda^2 a_1^{(2)}] \cos \alpha\tau + [\lambda a_3^{(1)} + \lambda^2 a_3^{(2)}] \cos 3\alpha\tau + \lambda^2 a_5^{(2)} \cos 5\alpha\tau \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} x^{(2)}(\tau) &= \frac{k}{1 - \alpha^2} \left[ 1 + \lambda \frac{3}{4(\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^2 + \right. \\ &+ \lambda^2 \frac{3}{16(\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right) \left( \frac{9}{\alpha^2 - 1} + \frac{1}{9\alpha^2 - 1} \right) \left. \right] \cos \alpha\tau + \\ &+ \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^3 \left[ \lambda \frac{1}{4(9\alpha^2 - 1)} + \lambda^2 \frac{3}{16(9\alpha^2 - 1)} \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^2 \times \right. \\ &\times \left. \left( \frac{3}{\alpha^2 - 1} + \frac{2}{9\alpha^2 - 1} \right) \right] \cos 3\alpha\tau + \lambda^2 \frac{1}{16(9\alpha^2 - 1)(25\alpha^2 - 1)} \times \\ &\times \left( \frac{k}{1 - \alpha^2} \right)^5 \cos 5\alpha\tau. \end{aligned} \quad (27)$$

Аналогичным образом можно вычислить амплитуды гармоник  $a_1^{(3)}$ ,  $a_3^{(3)}$ ,  $a_5^{(3)}$  и  $a_7^{(3)}$  коэффициента  $x_3(\tau)$ .

Известно, что метод возмущений, т. е. метод Пуанкаре, позволяет решить дифференциальные уравнения, нелинейные члены которых связаны с малым параметром  $\lambda$ .

Амплитуды гармоник и коэффициенты разложения искомой функции  $x(\tau)$  вычислены и методом Пуанкаре. Результаты полностью совпали, что подтверждает правильность рассмотренного в статье метода. Преимущество его заключается в том, что вычисление амплитуд гармоник производится простым арифметическим действием.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппов Е. Нелинейная электротехника. — М.: Энергия, 1968.
2. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. — М.: Мир, 1968.

[12.03.84]



## Защита кабелей связи от токов молнии в районах с высоким удельным сопротивлением грунта

(расширенное заседание IV секции «Теоретические проблемы электрофизики высоких напряжений» Научного Совета АН СССР «Научные основы электрофизики и электротехники», 25—27 сентября 1984 г., Омск)

В заседании приняли участие более 60 представителей научно-исследовательских, проектно-конструкторских, эксплуатирующих организаций и высших учебных заведений. Были заслушаны и обсуждены 48 докладов и сообщений.

Тематика заседания явилась логическим продолжением и дальнейшим развитием вопросов, поднятых в 1982 г. в Норильске, в 1983 г. в Баку на расширенном заседании IV секции и на втором симпозиуме по атмосферному электричеству в 1982 г. в Ленинграде. Доклады были посвящены широкому и актуальному кругу вопросов защиты кабелей связи от различных источников электромагнитного влияния (удары молнии, линии электропередачи, контактные сети электрических железных дорог и т. п.). Рассматривались вопросы защиты от коррозии, разработки конструкций заземляющих устройств, методы измерений, повышения надежности и экономичности применяемых устройств защиты.

На заседании были обсуждены следующие вопросы.

Защита линий связи от ударов молнии, влияния линий электропередачи и контактной сети железных дорог. В группе докладов рассматривались вопросы оптимизации средств и мер защиты. В частности, обсуждалась возможность оптимизации расстояний между разрядниками при защите симметричных кабелей связи. Анализировалось влияние разбросов срабатывания разрядников на надежность защиты от внешних воздействий; связь изменения характеристик защитных аппаратов в процессе их эксплуатации с грозопоражаемостью кабельных магистралей. Была исследована роль подземных тросов для защиты кабельных линий связи от ударов молнии. Показано, что при ударах молнии в месте дискретного заземления оболочки кабелей наблюдается местное повышение напряжения, приложенного к изоляции рабочих цепей. Исследовалось влияние рядом находящихся протяженных объектов, например воздушных линий, на грозозащиту подземных магистралей. Дискутировался вопрос о необходимости соединения оболочки кабеля с броней.

Рассматривались вопросы влияния контактной сети электрогиряги на линии связи, защиты кабелей связи от индуктивного влияния удаленных и межоблачных разрядов молнии, защиты линий связи от мешающего и опасного влияния линий электропередачи высокого, сверхвысокого и ультравысокого напряжения.

Группа докладов и сообщений была посвящена защите от коррозии подземного оборудования, в том числе кабелей в алюминиевой оболочке с шланговым полимерным покрытием и защите кабелей управления и связи от наводимых напряжений на подстанциях.

Экспериментальное исследование перенапряжений в линиях связи, создаваемых внешними воздействиями. Опыт эксплуатации. Ряд докладчиков подземных кабелей магистральной связи от прямых ударов молнии и от индуктированных перенапряжений, вызванных удаленными и межоблачными разрядами. Анализировалось распределение мест и характер повреждения изоляции. Исследована вероятность повреждения подземного кабеля в связи с геоэлектрическими условиями вдоль трассы магистрали. Отмечена преимущественная концентрация повреждений изоляции кабелей на границах раздела зон с различными удельными сопротивлениями грунтов.

Значительное внимание было уделено вопросам исследования атмосферных перенапряжений на специально созданных испытательных полигонах. Большой объем исследований волновых процессов в условиях, приближенных к реальным эксплуатационным режимам, был выполнен на крупномасштабной модели кабельной магистрали. Изменялись типы кабелей и условия

их прокладки. Входное воздействие создавалось разрядом генератора импульсных напряжений в землю в непосредственной близости от металлопокрова кабеля. В этих экспериментах была проверена эффективность различных средств и мер защиты и выработаны рекомендации по их применению.

Доложены методика и результаты экспериментального исследования высоковольтных импульсных процессов в подземных кабелях и тросах, выполненного на испытательном полигоне в условиях высокого сопротивления грунта. Внешнее воздействие создавалось посредством разряда генератора импульсных напряжений на формирующую линию в виде короткой ВЛ. В результате были получены более крутые фронты воздействующих волн, позволившие исследовать волновые процессы на коротких отрезках кабельной линии.

Приведены результаты стеновых исследований грозовых индуктированных напряжений на подвесных кабелях связи. В одной из работ исследованы импульсные характеристики устройств заземления при высоком удельном сопротивлении грунта. Обнаружено значительное влияние емкости грунта при достаточно крутых фронтах тока молнии на величину и форму перенапряжений. Получены импульсные характеристики протяженных (до 200—300 м) и сосредоточенных заземлителей в грунтах с удельным сопротивлением  $10 \div 15$  кОм/м.

Теоретические исследования перенапряжений и защиты от них при влиянии внешних источников на линии связи. В ряде докладов были рассмотрены методические вопросы численного исследования перенапряжений и защиты от них в кабелях связи при прямых ударах молнии, а также при удаленных или межоблачных разрядах. Исследованы вопросы определения погонных и волновых параметров кабелей связи и протяженных заземлителей в виде тросов с учетом поперечных токов в земле. Приведены параметры системы кабель — трос в многопроводной постановке задачи.

Обсуждена математическая модель распространения волн в подземных кабельных линиях связи и возникновения опасных перенапряжений на изоляции жила — оболочка. Предложена программа для практических расчетов импульсных процессов на ЭВМ с учетом удельного сопротивления грунта и характеристик изоляции кабеля.

В одной из работ разработана методика оценки напряженности электромагнитного поля в земле вблизи металлических покровов кабелей связи, а также параметров электромагнитного влияния при неоднородной структуре земли.

Ряд работ посвящен статистической обработке характеристик помех в линиях связи. Дается методика расчета влияющего электромагнитного поля источника сложной конфигурации с учетом неоднородности окружающей среды, в том числе вертикальной неоднородности земли. Приводятся результаты исследования эквивалентирования многослойных геоэлектрических разрядов при расчетах заземлителей и рассматриваются вопросы моделирования и расчета сложных заземляющих устройств в импульсном режиме и при переменном токе рабочей частоты на подстанциях, в устройствах связи и у опор контактной сети.

Участники отметили актуальность представленных материалов для проектирования, строительства и эксплуатации сооружений связи и энергетики на важнейших объектах народного хозяйства в бурно развивающихся районах страны.

Заседание приняло следующие решения:

сосредоточить усилия на всестороннем исследовании проблем защиты кабелей связи от ударов молнии, обратив особое внимание на эффективность применения грозозащитных тросов, на вопросы соединения оболочки и брони кабеля, соединения металлической оболочки с тросами и заземлениями, взаимное

## Борис Николаевич Красовский

В декабре 1984 г. после тяжелой болезни на 80-м году жизни скончался известный специалист в области конструирования и прочностных расчетов электрических машин, доктор технических наук, профессор Борис Николаевич Красовский.

Б. Н. Красовский начал свою трудовую деятельность в области электромашиностроения в 1924 г. конструктором и расчетным инженером на заводе «Электросила». В 1930 г. он перешел в Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина), где работал вначале ассистентом, а с 1933 по 1935 г. доцентом.

С 1936 по 1940 г. Б. Н. Красовский работал главным инженером на заводе в Воронеже, затем до начала Великой Отечественной войны — консультантом завода «Электросила» по расчетам прочности и нагрева электрических машин.

Во время войны Б. Н. Красовский служил офицером в военно-морском флоте, имеет правительственные награды. В 1946 г. он был демобилизован и направлен на завод «Электросила», где занимался вопросами прочности и вибраций электрических машин, работал старшим инженером и начальником конструкторского бюро. В 1957—1960 гг. Б. Н. Красовский — на преподавательской работе в Высшем военно-морском инженерном училище им. Ф. Э. Дзержинского. В 1960—1970 гг. он работал в специальных проектно-конструкторских и научно-исследовательских организациях в должности начальника отдела и за-



местителя главного конструктора. С 1970 г. до последних дней жизни был профессором кафедры электротехники Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта.

Опыт многолетней работы Б. Н. Красовского в области электромашиностроения нашел свое отражение в диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук (1967 г.), а также в многочисленных научных трудах, важнейшими из которых являются монографии «Вопро-

сы прочности электрических машин» (1951 г.) и «Основы конструирования транспортных электрических машин» (1970 г.).

В последние годы жизни Б. Н. Красовский занимался конструированием тяговых электрических машин перспективных мощных локомотивов, вопросами надежности и совершенствования технологии ремонта тягового электрооборудования. Им разработаны принципы проектирования быстроходных тяговых электрических машин с учетом изгибной жесткости роторов, воздействия низких температур при эксплуатации локомотивов в климатических условиях Байкало-Амурской магистрали.

Большое внимание Б. Н. Красовский уделял подготовке научных кадров, воспитанию студенческой молодежи. Сегодня его ученики трудятся в Ленинграде, Харькове, Риге, Новочеркасске и в других городах.

До последних дней жизни Б. Н. Красовский принимал активное участие в общественной работе по линии НТО «Знание», в сфере народного контроля и контрольно-методической комиссии Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта.

Светлая память о Борисе Николаевиче Красовском надолго сохранится в сердцах его учеников и товарищей по работе.

Группа товарищей



расположение кабелей и тросов, грозозащиту кабелей связи, подвешенных на опорах ЛЭП, и т. д.;

рекомендовать продолжить работу по решению проблем индуктивного влияния ударов молнии и их роли в повреждаемости кабелей связи и по разработке мер защиты, а также всесторонние линейные испытания разрабатываемых мер защиты от ударов молнии и других электромагнитных влияний;

рассмотреть проблемы защиты при одновременной прокладке в одной траншее нескольких кабелей различного назначения с учетом влияния линий электропередач и других объектов, вопросы защиты кабелей связи от наводок на промышленных предприятиях;

продолжить работу в области сбора, обработки и анализа статистических данных об опасных и мешающих влияниях, по исследованиям и разработке конструкций заземляющих устройств для установок связи в районах с высоким удельным сопротивлением земли и в районах с многолетнемерзлым грунтом; разработать требования к защитным аппаратам с учетом

реальных форм грозовых воздействий на установки связи и к конструкциям грозостойких кабелей с последующим проведением линейных испытаний опытных образцов;

обратить внимание на разработку приборов и методов по отысканию мест повреждений в кабелях связи с поверхности земли, по определению целостности грозозащитных тросов, экономичных схем измерения сопротивления и проводимости земли;

продолжить теоретические и экспериментальные исследования параметров подземных кабельных линий связи и разработку методов и программ расчета грозовых перенапряжений;

просить технические управления заинтересованных министерств и ведомств на основе новых научных разработок и опыта эксплуатации пересмотреть существующие правила защиты линий связи от опасных и мешающих влияний ударов молний, линий электропередачи и других источников.

**ХАЛИЛОВ Ф. Х.,** канд. техн. наук,  
**ГУМЕРОВА Н. И.,** канд. техн. наук

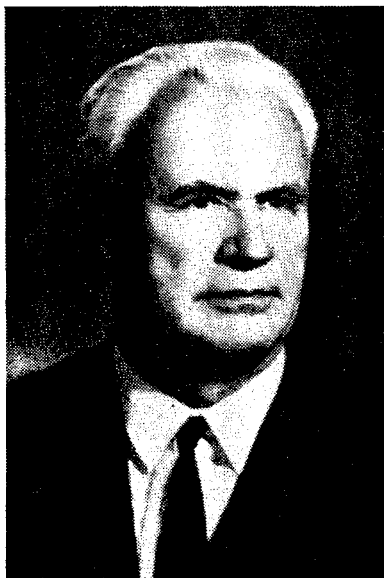
## Александр Александрович Янко-Триницкий

Советская наука понесла тяжелую утрату. Скончался крупный педагог и ученый, доктор технических наук, профессор Александр Александрович Янко-Триницкий.

После окончания Киевского политехнического института в 1932 г. он начал работать в Уралэнерго, а с конца 1932 г. приступил к преподавательской деятельности на кафедре теоретической электротехники Уральского политехнического института, с которым была связана вся его последующая жизнь. С первых шагов своей инженерной и педагогической деятельности А. А. Янко-Триницкий интенсивно вел научные исследования и в 1940 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1941 г. был утвержден в ученом звании доцента.

В годы Великой Отечественной войны А. А. Янко-Триницкий проходил службу на Тихоокеанском флоте в составе специальной группы АН СССР. В 1945 г. он возвратился в УПИ на должность заведующего кафедрой теоретической электротехники, бессменным руководителем которой оставался в течение 30 лет — до 1975 г.

Александр Александрович принадлежит к той группе педагогов, которые закладывали основы высшего электротехнического образования на Урале. Отличный лектор, прекрасный методист А. А. Янко-Триницкий многим поколениям студентов привил вкус к электротехнике, воспитал десятки преподавателей теоретической электротехники, некоторые из которых за-



ведуют сейчас кафедрами в вузах страны.

А. А. Янко-Триницкий был автором более 250 опубликованных научных работ, видным ученым в области теоретической электротехники, динамики синхронных машин, тиристорных преобразователей; он — основатель уральской научной школы в области автоматизированных электротехни-

ческих систем с синхронными машинами и полупроводниковыми преобразователями. По результатам научных исследований в 1959 г. успешно защитил докторскую диссертацию, а в 1960 г. был утвержден в ученом звании профессора. Созданная им кафедра теоретической электротехники известна далеко за пределами Урала. Он подготовил 3 докторов и 20 кандидатов технических наук. Мировое признание получили его работы по применению второго метода Ляпунова в электротехнике.

В течение многих лет А. А. Янко-Триницкий был членом Научно-методического Совета Минвуза СССР по теоретической электротехнике и электрофизике, до последнего дня — членом Научного Совета АН СССР по теоретическим и электрофизическим проблемам электроэнергетики.

А. А. Янко-Триницкий вел большую общественную работу: многие годы успешно руководил проблемным философским семинаром кафедры, был членом методического совета по философским семинарам при Свердловском обкоме КПСС.

Заслуги А. А. Янко-Триницкого по достоинству оценены орденом «Знак Почета», многими медалями.

Светлая память об Александре Александровиче Янко-Триницком, верном сыне советского народа, замечательном педагоге и ученом, скромном и чутком человеке навсегда сохранится в сердцах его учеников и коллег.

Группа товарищей

## Вниманию студентов, преподавателей и библиотек вузов

Энергоатомиздат готовит к изданию в 1986 году учебную литературу для вузов, написанную по программам, утвержденным МВ и ССО СССР.

### ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

(№ 128) \*. Базуткин В. В., Ларионов В. П., Пинталь Ю. С. Техника высоких напряжений: Изоляция и перенапряжение в электрических системах/ Под ред. доктор техн. наук В. П. Ларионова. — 3-е изд., перераб. и доп. — 26 л.: 1 р. 20 к. Для электроэнергетических и электротехнических специальностей.

(№ 159). Неклепаев Б. Н. Электрическая часть электростанций. — 2-е изд., перераб. и доп. — 36 л.: 1 р. 50 к. Для энергетических и электромашиностроительных специальностей.

(№ 172). Федоров А. А. Эксплуатация электрооборудования промышленных предприятий. — 16,5 л.: 85 к. Для специальности «Электроснабжение промышленных предприятий, городов и сельского хозяйства».

### ТЕПЛОТЕХНИКА И ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА

(№ 191). Авчухов В. В., Паюсте Б. Я. Задачник по процессам тепломассообмена. — 10,5 л.: 35 к. Для теплотехнических специальностей.

(№ 195). Бакластов А. М., Герасимов Ю. А., Горбенко В. А. и др.; Под ред. А. М. Бакластова. Тепломассообменные процессы и установки. — 31,5 л.: 1 р. 40 к. Для специальности «Промышленная энергетика».

\* В скобках даны номера позиций по плану 1986 г.

(№ 192). Зубарев В. Н., Александров А. А., Охотин В. С. Практикум по технической термодинамике. — 3-е изд., перераб. — 21 л.: 1 р. Для специальности «Техническая термодинамика».

(№ 204). Парилов В. А., Ушаков С. Г. Испытание и наладка паровых котлов. — 19 л.: 80 к. Для энергетических специальностей.

(№ 193). Померанцев В. В., Арефьев К. М., Ахмедов Д. Б. и др.; Под ред. В. В. Померанцева. Основы практической теории горения. — 2-е изд., перераб. и доп. — 22 л.: 1 р. 10 к. Для энергетических специальностей.

(№ 194). Солодов А. П., Цветков Ф. Ф., Елисеев А. В., Осипова В. А.; Под ред. А. П. Солодова. Практикум по теплопередаче. — 21 л.: 1 р. Для энергетических специальностей по курсам «Основы тепло- и массообмена» и «Теплопередача».

### ЯДЕРНАЯ ЭНЕРГЕТИКА

(№ 245). Будов В. М. Насосы АЭС. — 35 л.: 1 р. 50 к. Для энергофизических специальностей.

(№ 231). Дементьев Б. А. Кинетика и регулирование ядерных реакторов. — 2-е изд., перераб. и доп. — 21 л.: 1 р. Для специальности «Атомные электростанции и установки».

(№ 232). Кокорев Л. С., Харитонов В. В. Теплогидравлические расчеты и оптимизация ядерных энергетических установок/ Под ред. В. И. Субботина. — 19 л.: 1 р. 95 к. Для инженерно-физических и физико-технических специальностей.



(№ 233). Ломакин С. С. Ядерно-физические методы диагностики и контроля активных зон реакторов. — 12 л.: 40 к. Для энергофизических специальностей.

(№ 234). Нигматулин И. Н., Нигматулин Б. И. Ядерные энергетические установки. — 17 л.: 90 к. Для специальностей «Тепловые электрические станции» и «Технология воды и топлива на ТЭС и АЭС».

(№ 235). Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. — 2-е изд., перераб. и доп. — 32 л.: 1 р. 40 к. Для энергофизических и инженерно-физических специальностей.

#### ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(№ 136). Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тарев Б. М. Электротехнические материалы. — 7-е изд., перераб. и доп. — 26 л.: 1 р. 20 к. Для электротехнических и энергетических специальностей.

(№ 146). Копылов И. П. Электрические машины. — 55 л.: 2 р. Для электромеханических и электроэнергетических специальностей.

(№ 179). Москаленко В. В. Автоматизированный электропривод. — 27 л.: 1 р. 20 к. Для специальности «Электроснабжение промышленных предприятий, городов и сельского хозяйства».

(№ 125). Общая электротехника/ Под ред. А. Т. Блажнина. — 4-е изд., перераб. и доп. — 33 л.: 1 р. 40 к. Для неэлектротехнических специальностей вузов.

(№ 147). Тихомиров П. М. Расчет трансформаторов. — 5-е изд., перераб. — 31 л.: 1 р. 30 к. Для специальности «Электрические машины», а также для электротехнических и энергетических специальностей вузов.

(№ 148). Филиппов И. Ф. Теплообмен в электрических машинах. — 17 л.: 90 к. Для электромеханических специальностей.

#### ГИДРОТЕХНИКА И ГИДРОЭНЕРГЕТИКА

(№ 292). Слисский С. М. Гидравлические расчеты высоконапорных гидротехнических сооружений. — 2-е изд., перераб. и доп. — 27 л.: 1 р. 20 к. Для гидротехнических и гидромелиоративных специальностей.

#### АВТОМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ И ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

(273). Ахметжанов А. А., Кочемасов В. В. Следящие системы и регуляторы. — 20 л.: 1 р. Для специальности «Автоматика и телемеханика».

(№ 274). Цирлин А. М. Оптимальное управление технологическими процессами. — 26 л.: 1 р. 30 к. Для специальности «Автоматика и комплексная механизация химико-технологических процессов».

(№ 131). Куликовский К. Л., Купер В. Я. Методы и средства измерений. — 30 л.: 1 р. 30 к. Для специальности «Автоматизация и механизация процессов обработки и выдачи информации».

(№ 132). Спектор С. А. Электрические измерения физических величин. — 21 л.: 1 р. Для специальности «Измерение физических величин».

(№ 275). Шопен Л. В. Бесконтактные электрические аппараты автоматики. — 2-е изд., перераб. и доп. — 35 л. Для специальности «Электрические аппараты». 1 р. 50 к.

#### ЯДЕРНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

(№ 140). Андреев Б. М., Зельвенский Я. Д., Катыльников С. Г. Тяжелые изотопы водорода в ядерной технике. — 30 л.: 1 р. 30 к.

(№ 246). Голубев Б. П. Дозиметрия и защита от ионизирующих излучений. — 4-е изд. — 30 л.: 1 р. 30 к. Для специальности «Дозиметрия и защита от ионизирующих излучений».

#### ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

(№ 107). Лабораторный практикум по экспериментальным методам ядерной физики/ Под общ. ред. К. Г. Финогенова. — 30 л.: 1 р. 30 к.

(№ 108). Лавренчик В. Н. Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов. — 20 л.: 1 р.

(№ 109). Финогенов К. Г., Певчев Ю. Ф. Автоматизация физического эксперимента. — 25 л.: 1 р. 10 к.

С аннотациями на предлагаемые книги и условиями заказа можно ознакомиться в плане выпуска литературы издательства на 1986 год, который направлен во все книжные магазины, имеющие отделы технической литературы.

(Цены указаны ориентировочно).

Указанная литература может быть полезной инженерам научно-исследовательских, проектных и промышленных предприятий, а также аспирантам вузов.

Предварительные заказы на книги принимаются книжными магазинами до 1 ноября 1985 г.



## Вниманию учащихся, преподавателей и библиотек средних специальных учебных заведений

Энергоатомиздат готовит к изданию в 1986 году учебную литературу для техникумов, написанную по программам, утвержденным МВ и ССО СССР и соответствующими ведомствами.

#### ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА

(№ 160)\*. Добродеев Е. Д., Рожкова Л. Д. Электрооборудование тепловых и атомных электростанций. — 15,5 л.: 56 к. Для учащихся средних специальных учебных заведений неэлектротехнических специальностей.

(№ 161). Мусазян Э. С. Наладка и испытание электрооборудования электростанций и подстанций. — 3-е изд., перераб. и доп. — 27 л.: 1 р. 10 к.

#### ТЕПЛОТЕХНИКА И ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА

(№ 218). Гиршфельд В. Я., Морозов Г. Н. Тепловые электрические станции. — 2-е изд., перераб. — 22 л.: 1 р. Для энергетических и энергостроительных специальностей.

(№ 219). Плетнев Г. П. Автоматическое управление и защита энергетических установок электростанций. — 3-е изд., перераб. — 25,5 л.: 1 р. 10 к. Для энергетических и энергостроительных специальностей.

#### ЯДЕРНАЯ ЭНЕРГЕТИКА

(№ 247). Болдырев В. М., Гительман Л. Д., Сиданов И. А. Экономика, организация и планирование на АЭС. — 22 л.: 95 к.

\* В скобках даны номера позиций по плану 1986 г.

Для специальности «Монтаж и эксплуатация парогенераторных установок атомных электростанций» и «Планирование на электростанциях».

(№ 248). Монахов А. С. Атомные электрические станции и их технологическое оборудование. — 21 л.: 95 к. Для специальности «Автоматизация тепловых процессов на АЭС».

#### ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(№ 188). Афанасьева Е. И., Скобелев В. М. Источники света и пускорегулирующая аппаратура. — 2-е изд., перераб. — 18 л.: 75 к. Для электротехнических специальностей.

(№ 133). Котур В. И., Скомская М. А., Хромова Н. И. Электрические измерения и электроизмерительные приборы. — 27 л.: 1 р. Для специальности «Электроприборостроение».

С аннотациями на предлагаемые книги и условиями заказа можно ознакомиться в плане выпуска литературы издательства на 1986 г., который направлен во все книжные магазины, имеющие отделы технической литературы.

(Цены указаны ориентировочно).

Указанная литература может быть полезной инженерам, техникам, мастерам и квалифицированным рабочим предприятий.

\*\*\*

Предварительные заказы на книги принимаются книжными магазинами до 1 ноября 1985 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                               |    |                                                                                                                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Жимерин Д. Г. Главная задача — бесперебойное и надежное электроснабжение . . . . .                                                                            | 1  | Белошенко В. И., Волчуков Н. П., Чернявская М. В. Влияние уравнивающих соединений на коммутацию машин постоянного тока с двухходовыми несимметричными обмотками якоря . . . . . | 55 |
| Иосифьян А. Г. Некоторые аспекты работы электротехнической промышленности в годы войны и восстановления народного хозяйства . . . . .                         | 7  | Амромин А. Л., Лейтес Л. В., Митрошина А. С., Рогаткин М. А. Расчет параметров фазосдвигающего автотрансформатора с двумя вторичными обмотками . . . . .                        | 57 |
| Фархадзаде Э. М. Повышение точности расчета показателей надежности электроустановок . . . . .                                                                 | 11 | Задорожный Н. А., Земляков В. Д., Ровенский А. Г. Анализ электромеханического демпфирующего действия в электроприводах с вязким трением и упругим механическим звеном . . . . . | 60 |
| Молодцов В. С. Условия оптимальности построения сложнотамкнутой электрической сети . . . . .                                                                  | 17 | Црношия П., Байич Б. Определение коэффициента искажений напряжения сети, питающей электроприводы с тиристорными преобразователями . . . . .                                     | 63 |
| Мизюрин С. Р., Бочаров В. В., Резников С. Б., Смирнов С. В. Инвариантное регулирование в автономных электроэнергетических системах постоянного тока . . . . . | 23 | Синьков Э. М., Астахов Ю. Н., Блок В. М., Притак И. П., Козырский В. В. Номограммы для определения сроков реконструкции линий электропередачи . . . . .                         | 64 |
| Иванов-Смоленский А. В. Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии при малом перемещении . . . . .                 | 27 | Тарнижевский М. В., Михайлов В. И. Моделирование суточных графиков электрических нагрузок коммунально-бытовых потребителей методом ортогональных разложений . . . . .           | 66 |
| Наталкин А. В., Колоколкин А. М. Частотный пуск синхронной машины от преобразователя частоты с управлением по напряжению на входе инвертора . . . . .         | 36 | Фурса О. И., Корольков В. Л. Исследование синхронизированного отключения токов короткого замыкания взрывом . . . . .                                                            | 69 |
| Быструев А. К. Комбинаторный подход к задаче синтеза пассивных двухполюсников . . . . .                                                                       | 41 | Ким Ги-шен. Гармоники в нелинейном колебательном контуре . . . . .                                                                                                              | 71 |
| Акимов Л. В., Рохлин Л. И. Ограничение старшей производной в уравнениях оптимальных по быстродействию тиристорных электроприводов постоянного тока . . . . .  | 47 |                                                                                                                                                                                 |    |
| <b>СООБЩЕНИЯ</b>                                                                                                                                              |    | <b>ХРОНИКА</b> . . . . .                                                                                                                                                        | 75 |
| Хуторецкий Г. М., Варшавский В. Д., Цукерман И. А. Расчет и анализ теплового режима ротора мощного криотурбогенератора . . . . .                              | 53 |                                                                                                                                                                                 |    |



## CONTENTS

|                                                                                                                                                                                 |    |                                                                                                                                                                                            |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Zhimerin D. G. — The Main Job Is to Secure Uninterrupted and Reliable Power Supply . . . . .                                                                                    | 1  | Rotor in a Large Cryogenic Turbo-generator . . . . .                                                                                                                                       | 53 |
| Yosifian A. G. — Some Aspects of How the Electrical Manufacturing Industry Worked During the War and After It in Reconstructing the National Economy . . . . .                  | 7  | Beloshenko V. I., Volchukov N. P., Chernyavskaya M. V. — How Equalizing Connections Influence the Commutation of D. C. Machines Having Unsymmetrical Two-Pitch Armature Windings . . . . . | 55 |
| Farkhadzade E. M. — Increasing the Accuracy in Calculating Reliability Characteristics for Electrical Installations . . . . .                                                   | 11 | Amromin A. L., Leites L. V., Mitroshina A. S., Rogatskin M. A. — Calculation of the Parameters of a Phase-Shifting Autotransformer Having Two Secondary Windings . . . . .                 | 57 |
| Molodtsov V. S. — Improving the Optimality in Constructing a Multi-Loop Network . . . . .                                                                                       | 17 | Zadorozhny N. A., Zemlyakov V. D., Rovenski A. G. — Analysis of Electromechanical Damping in Electric Drives Having Viscous Friction and a Mechanical Elastic Element . . . . .            | 60 |
| Miziurin S. R., Bocharov V. V., Reznikov S. B., Smirnov S. V. — Invariant Control in Independent D. C. Power Systems . . . . .                                                  | 23 | Tsirnoshiya P., Baiyitch B. — Finding the Distortion Factor for the Voltage in the Supply Network of Electric Drives Having Thyristor Converters . . . . .                                 | 63 |
| Ivanov-Smolenski A. V. — Finding Electromagnetic Forces in Non-Linear Magnetic Systems From Energy Changes for Small Displacements . . . . .                                    | 27 | Sinkov E. M., Astakhov U. N., Blok V. M., Pritaka I. P., Kozirski V. V. — Charts for Finding the Time for Reconstruction of Transmission Lines . . . . .                                   | 64 |
| Natalkin A. V., Kolokolkin A. M. — Frequency Starting of a Synchronous Machine From a Frequency Converter With Control Sensitive to the Voltage at the Inverter Input . . . . . | 36 | Tarnizhevski M. V., Mikhailov V. I. — Simulation of Daily Appliance and Residential Load Curves By Means of an Orthogonal Decomposition Technique . . . . .                                | 66 |
| Bistruev A. K. — A Combinatorial Approach to the Synthesis of Passive Two-Terminal Networks . . . . .                                                                           | 41 | Fursa O. I., Korolkov V. L. — A Study of Synchronized Fault-Current Clearance By Means of an Explosion . . . . .                                                                           | 69 |
| Akimov L. V., Rokhlin L. I. — Imposing Constraints on the Highest Derivative in Equations for Optimum Response-Time D. C. Thyristor Drives . . . . .                            | 47 | Kim Gi-shen — Harmonics in a Non-Linear Oscillatory Circuit . . . . .                                                                                                                      | 71 |
| <b>REPORTS</b>                                                                                                                                                                  |    | <b>CHRONICLE</b> . . . . .                                                                                                                                                                 | 75 |
| Khutoretski G. M., Varshavski V. D., Tsukerman I. A. — Computation and Analysis of Heating Conditions for the                                                                   |    |                                                                                                                                                                                            |    |



УДК 621.311.019.34.001.24  
Повышение точности расчета показателей надежности электроустановок. Фархадзаде Э. М. — «Электричество», 1985, № 5  
Приведен анализ существующих методов расчета точности показателей надежности (ПН) электроустановок. На основе разработанного метода решения «обратной задачи» рассмотрены погрешности этих методов. Изложен новый метод расчета точности ПН. Сформулированы правила моделирования случайного характера исходных данных для моделей надежности электроустановок с учетом взаимосвязи ПН элементов схемы. Библ. 8.

УДК 621.316.1.001.2  
Условия оптимальности сложнотокмной электрической сети. Молодцов В. С. — «Электричество», 1985, № 5  
Дан вывод условий оптимальности, которые соблюдаются только в оптимальной электрической сети, являясь ее интегральными характеристиками, определяя ее соразмерность. Библ. 10.

УДК 621.311.07  
Инвариантное регулирование в автономных системах электроснабжения постоянного тока. Бочаров В. В., Мизюрий С. Р., Резников С. Б., Смирнов С. В. — «Электричество», 1985, № 5

На основе метода разобинения дифференциальных уравнений произведен синтез регуляторов напряжения вентильных генераторов с возбуждением от постоянных магнитов и электромагнитным возбуждением, обеспечивающих инвариантность напряжения по отношению к скорости вращения и току нагрузки генераторов. Даны условия физической реализации условий инвариантности, т. е. найдены граничные законы изменения потребляемого тока для рассматриваемых генераторов, обеспечивающие инвариантность напряжения. Разработка инвариантных регуляторов позволит существенно улучшить качество переходных процессов в системах электроснабжения с автономными вентильными генераторами. Библ. 5.

УДК 538.311.001.24  
Определение электромагнитных сил в нелинейных магнитных системах по изменению энергии при малом перемещении. Иванов-Смоленский А. В. — «Электричество», 1985, № 5

Рассматриваются известные подходы определения электромагнитной силы энергетическим методом по приращению магнитной энергии при малом перемещении выделенной части нелинейной системы. Обосновывается необходимость перехода к линейной модели системы при расчете этого приращения. Приводится доказательство выражения приращения магнитной энергии непосредственно через индукцию магнитного поля системы в исходном состоянии (до перемещения). Указывается, что такой подход к определению приращения энергии значительно менее трудоемок и обладает большей точностью по сравнению с известным методом. Библ. 7.

УДК 621.314.27(088.8)  
Частотный пуск синхронной машины от преобразователя частоты с управлением по напряжению на входе инвертора. Наталкин А. В., Колоколкин А. М. — «Электричество», 1985, № 5  
Рассмотрены условия частотного пуска синхронной машины без датчика положения ротора от преобразователя частоты с системой управления, эквивалентной системам с датчиком положения ротора. Приведена методика анализа процесса частотного запуска, сформулированы условия для выбора оптимальных параметров элементов системы управления. Библ. 10.

УДК 621.372.4.001.8:519.1  
Комбинаторный подход к задаче синтеза пассивных двухполюсников. Быструев А. К. — «Электричество», 1985, № 5

Предложен комбинаторный метод синтеза пассивных двухполюсников, позволяющий по выражению входного сопротивления как функции комплексной частоты находить структуру и значения элементов канонических форм двухполюсников, в том числе содержащих три типа элементов: реакторы, конденсаторы, резисторы. Метод основан на систематизации всех возможных схем двухполюсников. Систематизированы двухполюсники, содержащие от одного до четырех элементов включительно. Вскрыт механизм образования эквивалентных схем двухполюсников. Установлено, что число канонических структур двухполюсников общего вида зависит от соотношений коэффициентов полиномов числителя и знаменателя входного комплексного сопротивления и является переменной величиной. Библ. 3.

УДК 62-83-52  
Ограничение старших производных в уравнениях оптимальных по быстродействию тиристорных электроприводов постоянного тока. — Акимов Л. В., Рохлин Л. И. — «Электричество», 1985, № 5

Рассмотрена реализация оптимальных по быстродействию электроприводов постоянного тока, работающих в режиме отработки заданных изменений скорости с ограничениями фазовых координат. Отмечено, что введение ограничения по второй производной от тока якоря или по третьей производной от скорости двигателя позволяет значительно упростить алгоритмы оптимального управления. Разработан соответствующий алгоритм определения предельных ограниченных значений второй производной от тока якоря и третьей производной от скорости двигателя. Приведен численный пример, иллюстрирующий инженерный метод использования разработанного алгоритма. Библ. 6.

УДК 621.313.3.001.24  
Расчет и анализ теплового режима ротора мощного криотурбогенератора. Хуторецкий Г. М., Варшавский В. Д., Цукерман И. А. — «Электричество», 1985, № 5

Проведены расчеты на ЭВМ теплового режима ротора мощного криотурбогенератора. Расчетная модель учитывает реальную геометрию ротора, нелинейный характер зависимости теплофизических параметров от температуры, неидеальность теплообмена с газообразным гелием. Исследовано влияние различных параметров на распределение температур в роторе и на теплопотери в зону криостатирования. Расчеты подтверждают возможность использования тепловых заглушек, шихтованных медью, для торцевой теплоизоляции криостата. Библ. 7.

УДК 621.313.2.014.2.001.5  
Влияние уравнительных соединений на коммутацию машин постоянного тока с двухходовыми несимметричными обмотками якоря. Белошенко В. И., Волчуков Н. П., Чернявская М. В. — «Электричество», 1985, № 5

Предложен метод расчета токов в коммутирующих секциях машин постоянного тока с двухходовыми несимметричными обмотками якоря, позволяющий учесть высокочастотные пульсации тока в параллельных ветвях обмотки и наличие уравнительных соединений. Дан анализ коммутационной надежности машины при различном числе уравнительных соединений. Показаны причины ухудшения коммутации при уменьшении числа уравнительных соединений в машинах такого типа. Библ. 4.

УДК 621.314.223.001.24  
Расчет параметров фазосдвигающего автотрансформатора с двумя вторичными обмотками. Амромин А. Л., Лейтес Л. В., Митрошина А. С., Рогацкий М. А. — «Электричество», 1985, № 5

Предлагается метод расчета параметров фазосдвигающих автотрансформаторов с двумя вторичными обмотками. Результаты расчета по предложенному методу сравниваются с результатами экспериментов. Метод расчета может быть использован при проектировании трансформаторов со сложным соединением обмоток. Библ. 3.

УДК 62-83:621.771  
Анализ электромеханического демпфирующего действия в электроприводах с вязким трением и упругим механическим звеном. Задорожний Н. А., Земляков В. Д., Ровенский А. Г. — «Электричество», 1985, № 5

На основе анализа условий связанности процессов в электрической и механической подсистемах и предельных значений электромеханического демпфирования в двухмассовой электромеханической системе получены в общем виде формулы прямой оценки колебательности переходных процессов. Приведены аналитические зависимости для выбора параметров электропривода при реализации предельного значения электромеханического демпфирования. Показано, что предельное значение электромеханического демпфирующего действия достигается при оптимальной связанности процессов в механической и электрической подсистемах и определяется соотношением инерционных масс двухмассовой системы. Библ. 7.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Бертинов А. И., Будзко И. А., Веников В. А., Глебов И. А., Евсеев Б. Н. (зам. главного редактора), Ефремов И. С., Иванов-Смоленский А. В., Ильинский Н. Ф., Комельков В. С., Костенко М. В., Лабунцов В. А., Ларионов В. П., Лидоренко Н. С., Лизунов С. Д., Мамиконянц Л. Г. (главный редактор), Меерович Э. А., Мучник Г. Ф., Нетушил А. В., Сабинин Ю. А., Слежановский О. В., Совалов С. А., Тареев Б. М., Тиходеев Н. Н., Толстов Ю. Г., Федосеев А. М., Шакарян Ю. Г., Шаталов А. С., Шилин Н. В.

Научные редакторы: Б. Д. Макашкин, А. Л. Прилуцкий

Адреса редакции: 103012, Москва, К-12, Б. Черкасский пер., 2/10, Телефон 924-24-80.  
101000, Москва, Главный почтамт, абонентный ящик № 648  
Адрес для телеграмм: МОСКВА, 12, ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Технический редактор Н. Н. Хотулева

Сдано в набор 15.03.85 Подписано в печать 11.05.85 Т-07483 Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>4</sub> Печать высокая Усл. печ. л. 10 Усл. кр.-отт. 10,5  
Уч.-изд. л. 12,30 Тираж 5733 экз. Заказ 739

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Трудового Красного Знамени Чеховский полиграфический комбинат ВО «Союзполиграфпром» Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 142300, г. Чехов Московской области